



HAL
open science

Manipulation de particules et génération de vortex par ondes acoustiques de surface en géométrie microfluidique

Ianis Bernard

► **To cite this version:**

Ianis Bernard. Manipulation de particules et génération de vortex par ondes acoustiques de surface en géométrie microfluidique. Mécanique [physics]. Université Grenoble Alpes, 2016. Français. NNT : 2016GREAY015 . tel-01599244

HAL Id: tel-01599244

<https://theses.hal.science/tel-01599244>

Submitted on 2 Oct 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Physique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Ianis Bernard

Thèse dirigée par **Pierre THIBAUT**

préparée au sein du **Laboratoire Interdisciplinaire de Physique (LIPhy)**
et de l'**Ecole Doctorale de Physique**

Manipulation de particules et génération de vortex par ondes acoustiques de surface en géométrie microfluidique

Thèse soutenue publiquement le **1er septembre 2016**,
devant le jury composé de :

M. Hugues BODIGUEL

Professeur Grenoble INP, LRP – Président du jury, Examineur

M. Jean-Louis THOMAS

Directeur de Recherche CNRS, INSP, Rapporteur

M. Michaël BAUDOIN

Maître de conférence Lille 1, IEMN, Rapporteur

Mme. Marie-Caroline JULLIEN

Chargée de Recherche CNRS, ESPCI, Examineur

M. Philippe MARMOTTANT

Directeur de Recherche CNRS, LIPhy, Examineur

M. Pierre THIBAUT

Professeur UGA, LIPhy, Directeur de thèse

M. Alexander DOINIKOV

Professeur invité, LIPhy, Invité



TABLE DES MATIÈRES

I	Introduction aux forces acoustiques à échelle submillimétrique	7
1	Acoustofluidique, à l'interface entre acoustique et microfluidique	7
1.1	Actionnement acoustique dans des laboratoires sur puce	7
1.2	Déplacement de fluide et d'objets en suspension par voie acoustique	11
2	Intérêt de l'acoustique pour une manipulation sans contact	22
2.1	Piégeage par forces radiatives, de l'acoustophorèse aux pinces acoustiques	22
2.2	Actions mécaniques en jeu dans un fluide contenant de petites particules en suspension	24
2.3	Émission d'un champ acoustique grâce à des ondes de surface	26
II	Principe d'une pince acoustique pour la microfluidique	31
1	Création et déplacement de pièges acoustiques pour des petits objets en suspension	31
1.1	Génération d'un champ acoustique à partir d'ondes de surface	31
1.2	Mise en forme d'un champ acoustique à partir de deux ondes stationnaires croisées	34
1.3	Déplacement du champ de force	35
2	Génération d'une onde acoustique dans un fluide à partir de transducteurs piézoélectriques plans	38
2.1	Rayonnement d'une onde à la surface d'un solide	38
2.2	Mise en vibration de la surface par un transducteur interdigité (IDT)	42
2.3	Conversion électro-mécanique des transducteurs	47
2.4	Visualisation d'ondes stationnaires sous microscope	58
3	Excitation de la surface d'un substrat piézoélectrique plan par deux ondes stationnaires orthogonales de même fréquence	72
3.1	Conception d'émetteurs sur niobate de lithium	72
3.2	Réalisation d'IDT symétriques sur substrat anisotrope	86
3.3	Minimisation des pertes acoustiques entre émetteur et cavité microfluidique	93
4	Translation des champs acoustiques parallèlement au substrat	95
4.1	Visualisation rapide de la répartition du champ acoustique	95
4.2	Réflexions parasites modifiant le champ de force	101
4.3	Mise en évidence optique des réflexions	103
III	Modélisation des forces radiatives sur des objets en suspension et de la vorticité due aux écoulements redressés	107

1	Étude préliminaire 2D de deux ondes planes stationnaires orthogonales déphasées en milieu infini	107
1.1	Force de radiation sur un très petit objet dense et faiblement compressible : piégeage dans les nœuds de pression	107
1.2	Couple de WANG dû à l'écoulement redressé proche de la surface de l'objet	111
2	Modélisation du champ acoustique 3D entre deux plans infinis parallèles	113
2.1	Champ acoustique rayonné dans une cavité fluide dont une face émet deux ondes de surface orthogonales déphasées	113
2.2	Force de radiation exercées sur un objet relativement petit	119
2.3	Forces et couples occasionnés par le <i>streaming</i> de surface aux deux interfaces planes et aux parois de l'objet	125
IV	Mise en évidence de tourbillons fluides et de rotations d'objets en suspension selon un réseau périodique	141
1	Structure 3D des champs de forces acoustiques	141
1.1	Etages de lévitation	141
1.2	Position des objets en fonction du déphasage entre paires d'émetteurs	144
1.3	Positions statiques <i>vs</i> positions dynamiques	146
1.4	Étude dynamique de l'organisation de petits objets en réseau et robustesse sous écoulement	151
2	Entraînement par les tourbillons	153
2.1	Alternance de rotations horaires et anti-horaires d'objets piégés en réseau	154
2.2	Structuration ordonnée de la vorticité dans le fluide en colonnes contra-rotatives	161
2.3	Coexistence de forces de radiation et d'entraînement visqueux rotatif	169
V	Conclusions	183

REMERCIEMENTS

Si les sciences industrielles et physiques sont sœurs, il n'en demeure pas moins des frontières conceptuelles, lexicologiques et méthodologiques entre elles. Je souhaite sincèrement remercier Marie-Caroline qui a su me montrer que celles-ci sont perméables à qui se donne la peine de les franchir, et à Philippe pour m'avoir donné la possibilité de faire ce voyage initiatique intellectuel qu'est le doctorat. Merci aussi à Pierre qui a toujours su dégager du temps pour m'encadrer même quand ses différents projets menés en parallèle ne le lui permettaient pas, m'amenant à sa façon à toujours me dépasser.

Le point de départ de ce doctorat vient d'une conversation entre Cédric, Philippe et Pierre. J'aurai ici une pensée pour David et Vivian qui ont travaillé avec Cédric et collaboré avec nous depuis le CEA sur différents projets avec des approches complémentaires. La trajectoire de cette thèse n'aurait sûrement pas été la même si mon chemin n'avait pas croisé celui d'Alexandre, qui a consacré beaucoup d'énergie pour m'aider à comprendre la complexe science des matériaux piézoélectriques et à caractériser nos dispositifs. Je suis également très reconnaissant envers Richard pour m'avoir initié au monde des mathématiques appliquées, en dépassant largement le niveau d'exploration qui m'avait fait le contacter par curiosité personnelle. Je souhaite finalement exprimer ma gratitude envers Jean-Louis et Michaël, pour avoir accepté de relire et rapporter ce manuscrit conséquent en un temps très limité, et pour m'avoir donné des retours très précis m'ayant permis de faire aboutir tout un pan d'analyse numérique avant la fin de ce projet de thèse.

Je garderai enfin un souvenir ému des conversations avec mes différents collègues de bureau qui ont eux aussi eu à répondre à de grandes questions d'ordre scientifique comme humain.

Merci Flore pour nos débats animés notamment sur le *streaming* de surface, Diane pour la balle anti-stress que tu m'as donnée plusieurs fois, Thomas pour ton aide précieuse exclusivement libre en échange de quelques bières, Matthieu et Vassanti pour vos cellules dont j'ai allègrement massacré plusieurs légions avant de parvenir à les manipuler délicatement. Patrice, Philippe, David et Damien je vous en dois une pour votre disponibilité, vos conseils et coups de main dans les diverses bricolages que j'ai entrepris, et Danièle pour tous tes bons plans dont je n'ai malheureusement pas eu le temps de profiter. Je remercie également toute l'équipe de la PTA pour leurs conseils techniques en microfabrication, et Leslie YEO et Henrik BRUUS avec qui j'ai eu deux conversations qui m'ont permis d'avancer sur des points de blocage.

Les trois ans de doctorat ont aussi été pour moi l'occasion de me positionner entre enseignement et recherche, le premier apparaissant comme une évidence passionnelle. Ce choix a été plusieurs fois éclairé par de longues discussions avec ma tutrice Élisabeth, dont les avis très réfléchis et tranchés m'ont souvent amené à questionner voire réviser des choix que je pensais évidents. Le cadre de travail en tant qu'enseignant, la confiance et

l'appui qui m'ont été donnés par toute l'équipe pédagogique de la CPP, particulièrement Régiane, et d'autre part par Grégory ont été une chance dont j'ai pleinement profité. La charge et la création de cours, TD et TP pour trois unités d'enseignement ont été une initiation didactique incroyable, bien que le lourd investissement demandé ait affecté à la fois mon travail de recherche, réduit à environ 2 ans (merci Pierre pour m'avoir laissé faire, un peu à contre-cœur je sais), et ma vie privée.

Je souhaite bien sûr témoigner une chaleureuse amitié à tous les doctorants et post-doctorants qui ont partagé une expérience similaire à la mienne au laboratoire, où la vie quotidienne avait une qualité que beaucoup d'autres organismes de recherche peuvent envier. Rachou, Baptiste, avec lesquels j'ai pu ressentir de grands principes comme la conservation de l'énergie mécanique ou le transfert d'énergie cinétique d'un corps de 70 kg contre un arbre. Rachette et Mélanie, toujours avenantes, qui m'ont présenté à leur famille où je crois que j'ai été adopté. Marie-Cécilia pour le rayon de soleil sans éclipse qu'elle met dans la vie des gens. Matthieu, Thomas, Thibaut, voisins de bureau et amis qui parlent de plus en plus fort selon l'ordre d'énumération. Et pour ne pas faire trop long je saluerai globalement tous ceux qui ont partagé nos visites à Lisbonne et à Budapest, nos sorties et week-ends au ski, nos parties de *Katana* et de tarot endiablées ou de jeu de plateau jusqu'au dernier tramway ou jusqu'à la fermeture du *Kfée des jeux*. Je vous souhaite à tous un très bonne continuation.

La thèse a été pour moi une expérience humaine encore plus qu'intellectuelle, dont l'issue n'aurait pas pu être la même sans le soutien extérieur de mes amis, de ma famille et de ma compagne. *Muchas gracias* à toute la troupe de *tête au cube*, particulièrement Pierrick Claire, Mathilde, Armelle et Nico avec qui j'ai pu quitter notre réalité une fois par semaine. Je souhaite manifester ma profonde gratitude à René, mentor et ami, pour m'avoir aidé à formuler mes choix et m'avoir conseillé tout au long de ma scolarité qui prendra prochainement fin. Malgré les amitiés perdues, d'autres ont été renforcées et je remercie tous ceux qui ont fait l'effort de nous rendre visite, bien que je ne sache pas si mes remerciements ne devraient davantage s'adresser aux stations de ski avoisinantes (n'est-ce pas Thibal?), l'avenir à Metz devrait trancher sur ce sujet. J'ajouterai un mot de bonne continuation à mes amis mécatroniciens et leurs conjoints, qu'ils continuent ou non dans la recherche académique, particulièrement Simon et Charlotte dont la proximité me manquera beaucoup.

Je félicite finalement l'effort qu'a su faire ma famille d'accepter sans nécessairement comprendre ma disparition pendant trois ans : le don de soi, la volonté et l'opiniâtreté dans le travail sont les qualités professionnelles principales que je retiens de l'éducation que m'ont donné mes parents. Je conclurai en exprimant toute mon affection à ma compagne Morane, dont je ne peux qu'admirer la patience angélique et le soutien sans faille surtout dans les derniers mois.

I. INTRODUCTION AUX FORCES ACOUSTIQUES À ÉCHELLE SUBMILLIMÉTRIQUE

1 Acoustofluidique, à l'interface entre acoustique et microfluidique

1.1 Actionnement acoustique dans des laboratoires sur puce

La géométrie d'un écoulement fluide est considérée microfluidique si au moins l'une des dimensions dans laquelle il s'installe est de l'ordre d'un à quelques dizaines de microns, d'après TABELING [153]. A la frontière entre une science et une technologie, la microfluidique est un domaine qui voit ses débuts dans les années 1980 et est aujourd'hui en plein essor. La miniaturisation des écoulements ne pose pas de problème de continuité du milieu dès lors que les dimensions des canalisations dans lesquelles se font l'écoulement sont supérieures au nanomètre pour des liquides classiques [21], et au micron pour des gaz à pression et température ambiantes [153]. Par contre, ce changement d'échelle entraîne de nombreuses différences physiques par rapport aux écoulements macroscopiques. Parmi elles, on citera d'une part le fait que tous les effets d'interfaces, décroissant lors de la miniaturisation comme une distance au carré, deviennent prépondérants devant la plupart des effets de volume, qui décroissent davantage. D'autre part les petites dimensions tendent à rendre les phénomènes convectifs, eux-aussi en quelque sorte liés au transport dans le volume, négligeables devant les phénomènes diffusifs. Les nombres adimensionnalisés de REYNOLDS et de PÉCLET deviennent petits devant l'unité, de sorte que les écoulements sont laminaires, réversibles et que les échanges naturellement conducto-convectifs à échelle macroscopique (transferts thermiques, échanges de matière, mélange) deviennent quasi purement diffusifs donc lents [23].

La physique classique et la microfluidique tirent des avantages l'une de l'autre pour proposer des applications directes en chimie analytique, en biodéfense et en biologie moléculaire notamment [168]. L'apport est en effet réciproque : héritière des microtechnologies électro-mécaniques, la microfluidique fournit des outils pour l'étude des phénomènes à l'échelle microscopique. Couplée à des méthodes issues de la physique des lasers comme les pinces optiques d'ASHKIN [8] [7] elles permettent par exemple d'étudier de petits objets biologiques individuels comme des brins d'ADN [6] pour en sonder les propriétés élastiques. En électro-chimie elle a également permis une meilleure compréhension quantitative des phénomènes électro-cinétiques se produisant à proximité de surfaces chargées [15]. Le fait de pouvoir concevoir de vraies cellules de HELE-SHAW (cavité 3D très aplatie comprise entre deux plans d'espacement très faible devant ses deux autres dimensions, comme une fine tranche d'un pavé) a également permis de valider de

nombreux modèle bidimensionnels.

D'un autre côté, les concepts physiques pour la plupart déjà connus et maîtrisés ont pu être adaptés et intégrés sur des puces microfluidiques, augmentant la richesse de la boîte à outil technologique pour la microfluidique. Ainsi l'acoustique, qui est le domaine d'étude exploré dans ce manuscrit, a-t-elle pu être mise à profit en utilisant des sources ultrasonores à haute fréquence (supérieure au MHz) afin que les longueurs d'ondes soient adaptées à des échelles comprises entre $10\ \mu\text{m}$ et quelques mm (pour des cellules de HELE-SHAW larges sur puce microfluidique).

Les ondes ultrasonores permettent de répondre à différents besoins de la microfluidique que WHITESIDES estime parmi les plus importants. On sépare communément la microfluidique en deux branches : en phase continue (un seul liquide ou plusieurs liquides miscibles dans la canalisation) et digitale (présence d'objets, de particules en suspensions ou de plusieurs phases non miscibles). Pour la première, l'acoustique a notamment su fournir des méthodes de mélange chaotique à bas nombre de REYNOLDS [150] ou de pompage sans valve, par simple atténuation visqueuse d'une onde progressive dans la longueur d'une canalisation [123]. Pour la seconde, la plus grosse promesse de la microfluidique en termes applicatifs avancés par WHITESIDES concerne la manipulation d'objets. Que ces derniers soient d'origine biologique comme des protéines, des virus ($\sim 0,1\ \mu\text{m}$), des bactéries ($\sim 1\ \mu\text{m}$) ou des cellules ($\sim 10\ \mu\text{m}$), ou qu'il s'agisse de gouttes contenant un ou plusieurs réactifs (micro-réacteurs de dimension $\sim 10\ \mu\text{m}$ qui présentent l'avantage de ne consommer que très peu de produits, car les volumes en jeu sont typiquement de l'ordre de 10^{-18} - 10^{-15} L). L'objectif commun est de réaliser de nombreux tests que cela soit

- **en série** : il s'agit dans ce cas de répéter une opération sur un grand nombre d'objets convectés par l'écoulement de la phase continue, par exemple pour les trier en fonction d'une certaine propriété physique. Des techniques complexes comme la chromatographie en phase liquide, l'électrophorèse ou la cytométrie en flux (cytofluorométrie lorsque les cellules sont activées par fluorescence, ou FACS) peuvent être intégrées et automatisées dans une puce où les objets pompés en flux continu subissent dans chaque portion du dispositif une ou plusieurs étapes, lesquelles peuvent chacune séparément utiliser différents outils physico-chimiques [83]. La multiplication des tests est nécessaire particulièrement en biologie où les données doivent être statistiquement significatives.
- **en parallèle** : dans ce cas les objets isolés doivent subir en même temps une ou plusieurs étapes d'un protocole, comme pour des tests immunobiologiques par exemple. La méthode la plus classique est alors de les piéger en dépit du débit de la phase continue, laquelle peut justement être utilisée par ailleurs pour apporter des réactifs, nutriments ou de les soumettre à des gradients requis par le protocole expérimental.

Les puces peuvent alors incorporer des étapes de chacun de ces types et l'objectif est de proposer un maximum d'opérations de test possible en un dispositif intégré, avec des débits beaucoup plus élevés que ce que permettent les méthodes classiques macroscopiques comme le pipetage, même automatisé [149], comme l'a montré QUAKE. On parlera alors de laboratoire sur puce, ou de microsystème d'analyse totale (MicroTAS) si

celui-ci permet seul toutes les opérations du protocole. Pour la microfluidique digitale, l'acoustique peut répondre à la fois aux besoins en termes de piégeage individuel ou en réseau [46], de séparation ou de tri par propriétés acoustiques des objets [57], de mélange de la phase continue par écoulements acoustiques [2], voire de lyse cellulaire contrôlée [104].

Ces différentes fonctions d'une puce peuvent être assurées par d'autres voies physiques. La phase continue peut être entraînée en écoulement par voie électromécanique [176] (solution inspirée des micro-systèmes électro-mécaniques MEMS), électro-osmotique [148] voire simplement par capillarité comme le propose la technologie microfluidique sur papier [105] impulsée par WHITESIDES. Du point de vue de la manipulation d'objets sans contact qui est à l'origine [158] de ce travail de thèse, un grand nombre d'articles de revue fait chaque année l'état de l'art des méthodes classiquement utilisées en microfluidique [111], [97], [73], [93]. On pourra citer plus particulièrement celles de LAURELL, NILSSON et de leurs collaborateurs, maîtres dans cet exercice de style, et pionniers de l'acoustofluidique (néologisme permettant d'associer acoustique et microfluidique). Il ressort de la littérature précédente que les principales forces utilisées pour trier ou piéger des objets peuvent être de nature

- **hydrodynamique**, par exemple grâce à un écoulement transverse à l'écoulement principal, ce flux secondaire pouvant par ailleurs être d'origine acoustique ou électro-osmotique.
- **acoustique**, faisant appel aux forces de radiation. Le plus souvent les ondes acoustiques utilisées sont stationnaires et l'on parle alors d'acoustophorèse.
- **électrique**. A pH neutre la plupart des objets biologiques (brins d'ADN, bactéries, cellules) sont chargés faiblement négativement, ils réagissent donc à l'application d'un champ électrique en se plaçant dans les maxima du potentiel électrostatique. Cependant, comme à l'échelle microfluidique l'application de quelques volts aux bornes de deux électrodes génère des champs électrostatiques de plusieurs kV/cm, des effets non-linéaires peuvent intervenir et endommager le dispositif. La diélectrophorèse lui est donc généralement préférée. Cette dernière consiste à soumettre les objets à un champ électrique alternatif (de fréquence 1-100 MHz) qui les polarise, et ceux-ci migrent alors par un effet non-linéaire vers les maxima ou minima locaux de l'énergie électrostatique moyenne, en fonction de leur contraste de permittivité avec le fluide qui les entoure (facteur de CLAUSIUS-MOSOTTI que l'on retrouvera de manière analogue en acoustophorèse).
- **magnétique**, particulièrement utilisée pour des objets biologiques, la magnétophorèse permet par exemple de séparer des bactéries en fonction de leur mobilité, qui dépend de leur comportement plutôt ferromagnétique ou plutôt diamagnétique. Une application plus courante consiste à charger des objets avec des nanobilles ferromagnétiques, par exemple liées à des anticorps se fixant spécifiquement à des antigènes présents sur un type de cellule qui réagit alors fortement à l'application d'un champ magnétique (on parle alors de MACS par référence au FACS).
- **optique**, grâce à des pinces optiques, dont l'utilisation est favorisée par le fait qu'en microfluidique la plupart des puces sont réalisées en polydiméthylsiloxane [3] (PDMS), silicone transparent.

La table I.1 résume les gammes de tailles d'objets adaptées aux quatre techniques clas-

Origine mobilité	Forces typiques	Taille objets
Optique	0,1 pN - 500 pN	10 nm - 1 μm
Magnétophorétique	1 pN - 100 pN	10 nm - 2 μm
Diélectrophorétique	5 pN - 10 nN	100 nm - 20 μm
Acoustophorétique	50 nN - mN	0,1 μm - cm

TABLE I.1 – Techniques les plus courantes en microfluidique pour la manipulation d’objets sans contact d’après [111], [97], [73], [93].

siques de manipulation sans contact, avec l’ordre de grandeur des forces exercées sur ces derniers. On voit que selon les besoins du concepteur de la puce, une ou plusieurs techniques peuvent être utilisées. Typiquement, pour de très petits objets comme des virus ou des macromolécules libérées par une lyse cellulaire une pince optique ou magnétique sera privilégiée alors que pour de plus gros objets comme des cellules, des gouttes ou des billes de diamètre $\sim \varnothing 10 \mu\text{m}$ (éventuellement fonctionnalisées) on pensera d’abord à une solution diélectrophorétique (voire électrophorétique) ou acoustophorétique. En effet, même si les pinces optiques peuvent en réalité déplacer des objets jusqu’à des tailles cellulaires de $10 \mu\text{m}$ [178] (grâce à l’utilisation de faisceaux de BESSEL qui suppriment la limitation en taille due à la longueur d’onde lumineuse très courte [63]), ou les forces diélectrophorétiques déplacer des bulles de $100 \mu\text{m}$ à 1 mm [76], les forces associées sont très faibles. En d’autres termes ces manipulations ne sont possibles que si la phase continue est statique et non sous flux car de trop fortes puissances seraient alors nécessaires, générant un échauffement capable de tuer les cellules ou de modifier le comportement des microréacteurs.

Pour la manipulation de bactéries, de cellules ou autres gros objets microfluidiques, l’acoustique apparaît comme une candidate privilégiée. Pouvant s’intégrer à bas coût et sans besoin d’appareillage complexe particulier contrairement aux pinces optiques, elle ne semble pas jouer sur la viabilité cellulaire [27]. WIKLUND [170] identifie en effet pour des cellules les principaux risques physiques liés à l’acoustophorèse :

- les effets thermiques, pouvant aisément faire sortir de la plage de température physiologique $33 - 40^\circ\text{C}$ surtout à haute fréquence où l’atténuation des ondes ultrasonores (proportionnelle à f^2 pour la plupart des fluides) devient élevée.
- les problèmes de cavitation, qui apparaissent à l’inverse plus facilement à basse fréquence (inférieure au MHz). Les bulles créées peuvent alors être de deux types : stables, qui ne présentent généralement que peu de risque pour les cellules mais qui génèrent autour d’elles de violents écoulements qui balayent tous les objets piégés par acoustophorèse, ou inertielles qui peuvent lors de leur effondrement très violent tuer les cellules avoisinantes.
- les effets d’écoulements redressés. Nous verrons dans ce manuscrit que l’acoustique peut générer des écoulements non-linéaires de moyenne non nulle, souvent plus rapides à haute fréquence, donc associés à des contraintes de cisaillement élevées. Nous avons déjà cité ces effets comme pouvant être utilisés pour de la

lyse [104], et il convient donc d'y prendre garde pour préserver la viabilité cellulaire.

Toutefois, tant que les puissances acoustiques en jeu ne sont pas trop élevées (forces de radiation acoustiques s'opposant aux écoulements de l'ordre de quelques $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ classiques en microfluidique) la viabilité cellulaire semble préservée, que ce soit à basse ($f \approx 1 \text{ MHz}$) [27] ou à haute ($f \approx 40 \text{ MHz}$) [46] fréquence.

1.2 Déplacement de fluide et d'objets en suspension par voie acoustique

Force et couple de radiation Lorsqu'une onde acoustique rencontre une interface, chaque point se comporte comme un diffuseur et l'onde résultant de ces diffusions interfère avec l'onde incidente. Or, une onde mécanique étant accompagnée d'une quantité de mouvement (voire de moment cinétique) l'interférence entre ces deux ondes peut créer un champ de surpression de moyenne dans le temps non nulle au niveau de l'interface diffusante. La surpression ici entendue est la différence entre la pression moyenne au niveau de l'interface et celle que l'on trouverait en l'absence d'interface et il peut donc s'agir d'une dépression (surpression négative). On parle alors de pression de radiation acoustique, par analogie avec la pression de radiation lumineuse.

Les premières allusions à cet effet non linéaire apparaissent dans la littérature dès 1902 [118] : intuitée par Lord RAYLEIGH la pression de radiation est clairement identifiée en 1905 [119]. BRILLOUIN propose en 1925 [22] le premier formalisme tensoriel permettant de calculer cette pression, lequel sera corrigé plus tard par BIQUARD [20]. Finalement, cinquante ans et de nombreuses confusions plus tard, BEYER [19] puis APPEL et SHU [39] clarifient les définitions en insistant lourdement sur le risque de confusion entre les moyennes Lagrangienne (ressentie par une particule emportée par le fluide, donc par une interface mobile, on parle alors de pression de LANGEVIN) et Eulérienne (ressentie par un point fixe, donc par une interface immobile et parfaitement absorbante, on parle alors de pression de RAYLEIGH).

Lorsque l'interface considérée est la paroi d'un objet petit devant la longueur d'onde dans le fluide qui l'entoure, la moyenne temporelle des forces de pression intégrées sur sa surface éventuellement mobile donne une résultante d'action mécanique appelée force de radiation. Celle-ci a été calculée pour la première fois par KING en 1935 dans le cas d'un très petit objet sphérique incompressible plongé dans une onde stationnaire [81]. Notons que ce dernier pensait alors avoir, en s'appuyant sur la force de radiation, une explication aux observations réalisées sur le tube de KUNDT (des particules très légères comme de la poudre de lycopode se concentrent en stries espacées d'une demi longueur d'onde une fois plongées dans un champ acoustique unidirectionnel stationnaire harmonique dans un tube en verre) ce qui se révélera faux. YOSIOKA *et al.* [175] proposent en 1955 d'apporter au modèle une dépendance au contraste en compressibilité entre l'objet et le fluide, dans l'objectif de décrire les vibrations de bulles et leur résonance, article qui sera corrigé par LEE et WANG quarante ans plus tard [88].

Une autre approche est menée par GOR'KOV en 1962 [61] dans un article très concis dans lequel il s'appuie sur une étude des interférences entre un champ acoustique quelconque

et celui diffusé par une petite sphère. Le raisonnement mené par ce dernier s'appuie sur une approximation des perturbations et a été récemment retranscrit de façon plus détaillée par BRUUS [26]. Dans leur version originale, les pinces acoustiques [173] reposent sur le fait que les forces de radiation peuvent, si l'objet est suffisamment petit devant la longueur d'onde et s'il est plongé dans une onde stationnaire, s'écrire comme dérivant d'une énergie potentielle correspondant au potentiel donné par GOR'KOV. Cette notion étant fortement évoquée dans la suite de ce manuscrit, il convient d'en comprendre le sens physique sans donner ici une démonstration complète.

La théorie des perturbations permet d'écrire les différents champs acoustiques dans le milieu comme une somme de champs d'ordres de grandeur différents. La pression p , la masse volumique ρ et la vitesse \mathbf{v} s'écrivent notamment

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_1 + p_2 + o(p_2) \\ \rho &= \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + o(\rho_2) \\ \mathbf{v} &= \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \dots \end{aligned}$$

où devant chaque champ d'ordre i , le champ d'ordre $i + 1$ est négligeable. Les champs d'ordre 0 correspondent à des champs constants dans le temps, les champs d'ordre 1 de moyenne temporelle nulle sont les champs acoustiques classiques pulsant à la fréquence f d'excitation, et les champs d'ordre 2 les champs de moyenne non nulle. Il est classique en acoustique de se limiter à l'ordre 2 en théorie des perturbations, ce qui permet déjà de tenir compte de la plupart des effets non linéaires, comme la pression de radiation en l'occurrence. En acoustique, l'équation de D'ALEMBERT montre que les écoulements d'ordre 1 sont irrotationnels. De plus on les considère généralement non visqueux en dehors de la couche limite visqueuse d'épaisseur δ_v à proximité de toute interface, cet effet étant lié au fait qu'à haute fréquence les nombres de REYNOLDS des écoulements d'ordre 1 sont faibles dans le volume du fluide [25].

Les champs de pression et de vitesse sont la somme d'une partie plane stationnaire harmonique, dite incidente, qui serait seule en l'absence d'objet, et d'une partie sphérique diffusée par l'objet. Les pressions et quantités de mouvement moyennes exercées sur l'objet proviennent de doubles termes $\langle \mathbf{A}_m \nabla \mathbf{A}_m \rangle$ où $\langle \cdot \rangle$ désigne la moyenne temporelle (sur une période) d'une quantité, et $\mathbf{A}_m = \mathbf{A}_{in} + \mathbf{A}_{sc}$ l'onde considérée étant écrite comme la somme d'un terme incident et diffusé. GOR'KOV et BRUUS expliquent que le double produit des ondes incidentes ne peut pas créer de force sur l'objet puisqu'il est indépendant de la présence ou non de ce dernier. De plus, le champ diffusé étant proportionnel à $(k_m a)^3 \ll 1$ (donc au volume de l'objet) où k_m est le nombre d'onde dans le milieu et a le rayon de la sphère, le double produit de l'onde diffusée peut être négligé devant $\langle \mathbf{A}_{in} \nabla \mathbf{A}_{sc} \rangle$. Finalement, s'appuyant encore sur la petite taille de l'objet, ils considèrent que le champ diffusé est proportionnel au champ incident, ce qui revient à considérer à proximité de l'objet les deux champs \mathbf{A}_{in} et \mathbf{A}_{sc} en phase ou en opposition de phase selon le signe du coefficient de proportionnalité entre les deux, et donc à négliger la partie du champ diffusée en opposition de phase avec la partie incidente, laquelle est plus petite d'un facteur $(k_m a)^3 \ll 1$.

Une façon de comprendre le sens physique de cette force moyenne pour une onde stationnaire unidirectionnelle est de dresser une analogie avec les forces de BJERKNES [96]

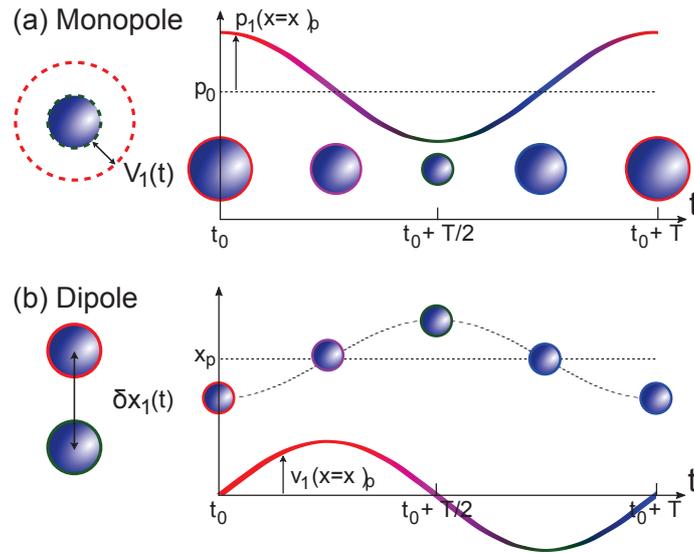


FIGURE I.1 – Schématisation de la pulsation efficace (voir expressions I.2 et I.5) d'une boule très petite devant la longueur d'onde du champ acoustique d'ordre 1 dans la cavité, de position moyenne x_p . (a) Mode 0 dit de respiration ou monopolaire. (b) Mode 1 dit de translation ou dipolaire.

pour les bulles. Le champ diffusé par l'objet est à la fois dû à une pulsation volumique (dit mode de respiration ou monopolaire) et à une oscillation uniaxiale (dit mode de translation ou dipolaire) de l'objet, comme illustré en figure I.1. La force de radiation se sépare donc en deux parties, chacune étant liée à un mode excité. La force moyenne d'origine monopolaire, $\langle \mathbf{F}_{\text{mp}} \rangle$ s'écrit comme la somme des contraintes de pression sur la surface de l'objet, soit

$$\langle \mathbf{F}_{\text{mp}} \rangle = \left\langle \oint_{S(t)} -p \cdot \mathbf{n} dS \right\rangle = - \left\langle \iiint_{V(t)} \nabla p dV \right\rangle$$

et peut à l'aide des équations d'EULER aux premier et second ordre être écrite comme

$$\langle \mathbf{F}_{\text{mp}} \rangle = \langle -\nabla p_1 V_{\text{eff}}(t) \rangle \quad (\text{I.1})$$

où

$$V_{\text{eff}}(t) = V_0 + V_1 = V_0 \left[1 + (\kappa_m - \kappa_p) p_1 \right] \quad (\text{I.2})$$

est un volume équivalent de l'objet rendant compte de manière effective de l'onde diffusée par l'objet. On voit bien ici que le contraste en compressibilité entre l'objet et le fluide détermine si la pression et le volume pulsent en phase (objet moins compressible que le fluide) ou en opposition de phase avec l'onde incidente ici prise égale à p_1 pour ne pas compter deux fois l'effet de l'onde diffusée. À ce sujet, on peut montrer qu'un terme d'ordre supérieur en $V_2 \propto (k_m a)^3 V_0$ devrait être pris en compte si l'objet n'est pas très petit devant la longueur d'onde [130], et que ce terme est quant à lui en quadrature de phase avec l'onde incidente, nul dans le cas d'une onde purement stationnaire ici étudiée. Ce terme est par ailleurs étudié par Gor'kov dans le cas d'une onde purement propagative

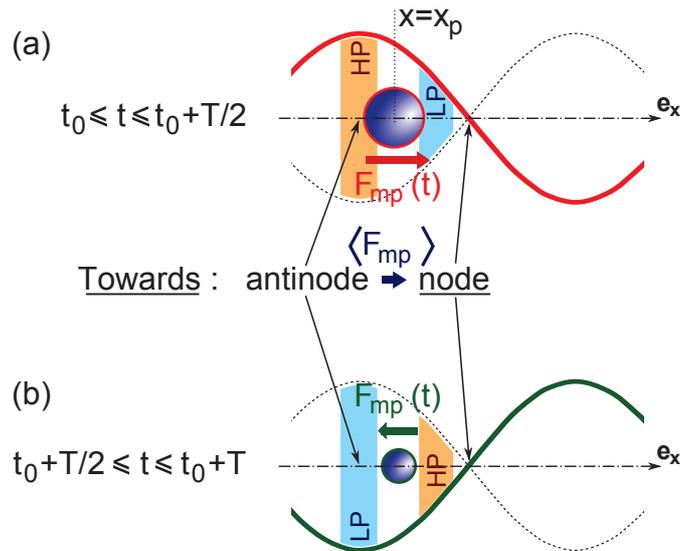


FIGURE I.2 – Analogie avec les forces de BJERKNES : l'objet pulsant en mode monopole est plongé dans un gradient de pression tel que la différence entre haute pression (HP) et basse pression (LP) à ses bornes soit plus forte pendant la première demi-période (a) (en rouge, lorsque son volume efficace V_{eff} et sa surface extérieure sont maximales) que pendant la seconde (b) (en vert, lorsque son volume efficace et sa surface extérieure sont minimaux). En moyenne un tel objet, ici très petit et moins compressible que le fluide qui l'entoure, est donc ramené vers le nœud de pression le plus proche. Il partirait vers le ventre s'il était plus compressible, et son volume efficace $V_{\text{eff}}(t)$ serait alors en opposition de phase par rapport au champ de pression p_1 à l'inverse de ce qui est représenté en figure I.1.

pour laquelle nous verrons que $V_1 = 0$.

Les expressions I.1 et I.2 permettent de se faire une image de la non-linéarité qui mène à une force moyenne non nulle, comme illustré en figure I.2. On peut raisonner par analogie entre une bulle pulsant en mode monopolaire et notre objet de volume efficace $V_{\text{eff}}(t)$ en phase avec le champ p_1 s'il est moins compressible que le milieu avoisinant. L'explication physique des forces de BJERKNES donnée par LEIGHTON [96] peut alors être transposée. Pendant la première demi-période (a), la pression la plus forte du côté du ventre de pression tend à le pousser fortement vers le nœud car l'objet pulsant se trouve avoir sa surface maximale sur cette demi-période. Pendant la seconde (b), la dépression est plus importante du côté du ventre de pression, donc l'objet est poussé vers le ventre mais la force instantanée est moins importante qu'à la précédente demi-période car sa pulsation est telle que la surface sur laquelle s'exerce la pression est alors minimale. En d'autres termes $-\nabla p_1 V_{\text{eff}}(t)$ est plus important pendant la première demi-période où l'objet est poussé vers la droite que pendant la seconde où il est ramené vers la droite, si bien qu'il se retrouve déplacé puis piégé dans le nœud de pression le plus proche. Dans le cas où il serait plus compressible que le fluide, son volume en opposition de phase avec le champ p_1 est moindre dans la première demi-période et grand dans la seconde, de sorte qu'il est envoyé puis piégé dans les ventres de pression.

Bien que les forces de radiation soient un phénomène non-linéaire, l'étude ici menée

dans le cas d'un objet très petit permet de dissocier les deux modes de diffusion de l'objet et donc de considérer séparément le cas monopolaire et le cas dipolaire. Dans le second cas, la force volumique moyenne exercée sur l'objet peut s'écrire sous la forme

$$\langle \mathbf{F}_{\text{vol, dp}} \rangle = \frac{1}{V_0} \langle \mathbf{F}_{\text{dp}} \rangle = \frac{1}{V_0} \langle \rho (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{eff}} \rangle \quad (\text{I.3})$$

on s'attend physiquement à ce que $\mathbf{v}_{\text{eff}} \approx \mathbf{v}_{\text{rel, fluide/objet}}$ où $\mathbf{v}_{\text{rel, fluide/objet}}$ désigne la vitesse relative de l'écoulement par rapport à l'objet supposé ponctuel. L'analyse du champ diffusé permet de montrer que $\mathbf{v}_{\text{eff}} = \frac{3}{2} \mathbf{v}_{\text{rel, fluide/objet}}$. LANDAU1987 montre que lorsqu'une bille de masse volumique ρ_p est plongée dans un fluide de masse volumique ρ_m non visqueux de vitesse \mathbf{v}_1 , la vitesse de l'objet se calcule par conservation de la quantité de mouvement

$$\mathbf{v}_p = \frac{\rho_m}{2\rho_p + \rho_m} \mathbf{v}_1 \quad (\text{I.4})$$

(on soulignera ici l'analogie avec un facteur de CLAUDIUS-MOSOTTI en électrostatique). Tout comme l'expression I.2, celle-ci n'a de sens que si le volume de l'objet (donc sa masse et son inertie) est très petit, puisque l'on suppose le régime permanent établi, et un terme en quadrature de phase (en $d\mathbf{v}_p/dt$) devrait être ajouté si l'objet n'est pas très petit devant la longueur d'onde. Cette expression montre qu'une particule ayant plus d'inertie que le fluide l'entourant ($\rho_p > \rho_m$) va se déplacer moins rapidement que le fluide lui-même, et plus rapidement si elle est moins dense. Ainsi la vitesse efficace est

$$\mathbf{v}_{\text{eff}} = \frac{3}{2} [\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_p] = 3 \frac{\rho_p - \rho_m}{2\rho_p + \rho_m} \mathbf{v}_1 \quad (\text{I.5})$$

En se référant encore à l'expression I.2 on voit que le contraste de densité entre le fluide et le champ incident guide le signe du rapport de proportionnalité entre le champ de vitesse incident et la vitesse effective de la bille, qui ne peuvent ici être qu'en phase ou en opposition de phase. Malgré des échanges sur ce sujet avec Henrik BRUUS, il n'a pas été possible de dégager une image physique simple permettant d'illustrer la non-linéarité en jeu à l'image de la figure I.2 pour la pulsation monopolaire. On remarquera simplement que la force moyenne dipolaire est proportionnelle à $(\rho_p - \rho_m) \langle (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \rangle$ est donc dirigée vers les ventres de vitesse (donc nœuds de pression) si l'objet est plus dense que le fluide, comme pour l'action monopolaire exercée sur un objet faiblement compressible, et inversement, vers les nœuds de vitesse (ventres de pression) s'il est moins dense.

Si l'on calcule finalement la force de radiation totale exercée sur l'objet $\mathbf{F}_{\text{rad}} = \mathbf{F}_{\text{mp}} + \mathbf{F}_{\text{dp}}$ (expressions I.1 et I.2, I.3 et I.5), on voit alors qu'elle peut s'écrire dans ce cas particulier d'un objet très petit devant l'unité plongé dans une onde stationnaire

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = -V_0 \left\langle \left(\kappa_m - \kappa_p \right) p_1 \nabla p_1 - 3 \frac{\rho_p - \rho_m}{2\rho_p + \rho_m} (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \right\rangle$$

Finalement, puisque l'écoulement d'ordre 1 est irrotationnel $(\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 = 1/2 \nabla v_1^2$ on peut

écrire cette force comme dérivant d'un potentiel $\mathbf{F}_{\text{rad}} = -\nabla U_{\text{GK}}$

$$U_{\text{GK}} = V_0 \left(f_1 \frac{\kappa_m}{2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{3}{4} f_2 \langle v_1^2 \rangle \right) \quad (\text{I.6})$$

correspondant au potentiel de Gor'kov, avec

$$f_1 = \frac{\kappa_m - \kappa_p}{\kappa_m} \quad \text{et} \quad f_2 = 2 \frac{\rho_p - \rho_m}{2\rho_p + \rho_m}$$

Gor'kov explique dans son article que cette expression est valide pour un champ stationnaire tridimensionnel quelconque et ajoute que si l'objet est suffisamment petit, la force de radiation peut assez précisément être approchée de la sorte, puisque les termes supplémentaires à prendre en compte dans le cas d'une onde partiellement progressive sont inférieures d'un facteur $(k_m a)^3$. Aussi conclut-il que dès que le taux d'ondes stationnaires n'est pas proche de 0 la force de radiation exercée sur une très petite bille peut être approchée par cette expression I.6 dont nous référons usage dans ce manuscrit.

Des réserves ou critiques peuvent être émises sur ce modèle. D'une part pour des objets fortement compressible comme des bulles, il ne rejoint pas le modèle de YOSIOKA *et al.* [175], [88] et ne tient pas compte des résonances de l'objet. De plus, comme nous l'avons souligné, l'expression I.4 est obtenue sans tenir compte de la viscosité du fluide qui tend à entraîner la bille en mouvement dipôlaire par traînée de STOKES. Si la viscosité est prise en compte, on voit que la dissipation se produit dans une épaisseur visqueuse δ_v , très petite ce qui peut localement générer de l'échauffement et modifier la viscosité. Le modèle décrivant les forces de radiation a donc été repris par DOINIKOV et BRUUS *et al.* pour tenir compte de l'un [48] [135], puis l'autre [49] [80] effet. Mais ils montrent que si l'objet reste petit devant la longueur d'onde, l'expression I.6 peut être conservée et les corrections sont apportées sur des facteurs f_1 et f_2 effectifs prenant en compte les phénomènes considérés. Enfin, il convient d'insister sur le fait que si l'objet ne respecte pas la condition de taille très petite devant la longueur d'onde, les interférences d'ordre supérieur doivent être prises en compte, entre autres entre les champs diffusés eux-mêmes. Deux récents articles de BARESH *et al.* [12] et SAPOZHNIKOV *et al.* [130] datant de 2013 insistent sur ce point et permettent de calculer pour un champ quelconque la force de radiation exercée sur un objet compact.

Par ailleurs, l'onde acoustique est aussi capable de transmettre de la quantité de moment (dynamique et/ou cinétique) à l'objet si sa forme le permet. MAIDANIK [103] montre notamment en 1958 qu'un disque tend à aligner son axe avec le vecteur d'onde lorsqu'il est soumis à un champ propagatif, ce qu'il explique par un couple dû à la pression de radiation. Plus récemment, FAN *et al.* [55] ont étudié le couple de radiation exercé sur une objet ellipsoïdal plongé dans un champ stationnaire composé d'ondes planes, puis ZHANG et MARSTON [179] ont donné une théorie générale du couple de radiation pour des écoulements à faible viscosité. SCHWARZ *et al.* [133] observent que les objets allongés s'alignent dans le champ de potentiel de Gor'kov et expliquent les couples de radiation en modélisant un objet allongé comme une haltère composée de deux boules

qui cherchent à minimiser son énergie potentielle décrite par l'expression I.6.

Écoulements redressés et contraintes de cisaillement visqueux L'autre origine physique des actions mécaniques liées aux champs acoustiques est la présence d'écoulements redressés dans le fluide entourant l'objet. Ces effets de nature non-linéaire correspondent à des écoulements permanents observés à échelle de temps très grande devant la période temporelle acoustique, alors même que les champs d'ordre 1 en théorie des perturbations sont de moyenne temporelle nulle.

On distingue communément deux types d'écoulements redressés. Le premier a été observé pour la première fois en 1831 par SAVART et FARADAY [56], puis par KUNDT sans en comprendre initialement l'origine. La première explication de ce phénomène fût, comme souvent en acoustique, formulée par Lord RAYLEIGH en 1884 [117]. Ce dernier montra qu'en présence d'une surface fixe le fluide est en écoulement acoustique parfait à l'ordre 1 loin de la surface et doit satisfaire à la condition limite de non glissement à l'interface immobile. Il formula donc que la viscosité doit être prise en compte dans une fine couche limite à proximité de la surface (couche limite visqueuse d'épaisseur δ_v , très petite devant la longueur d'onde), et ajouta donc au champ de vitesse en écoulement visqueux un champ correctif visqueux d'amplitude décroissant fortement en fonction de l'éloignement à la surface (avec une distance caractéristique δ_v), permettant au champ total de respecter la condition limite. Cette étude tendit à montrer que les écoulements générés sont à l'origine des stries observées dans l'expérience du tube de KUNDT. Jusque dans les années 1930, la communauté scientifique hésite encore à expliquer ce phénomène à l'aide de la pression de radiation sur les particules elles-mêmes, mais ANDRADE observe en 1931 [4] des rouleaux de recirculation dans de la fumée insérée dans le tube, incompatible avec l'hypothèse de pression de radiation avancée entre autres par KING. Ses observations sont illustrées en figures I.3 (a), (b) et (c) où l'on voit des rouleaux de recirculation contrarotatifs. SCHLICHTING [131] montre par ailleurs en 1932 l'existence de recirculations à plus petite échelle dans la couche de fluide confinée dans l'épaisseur visqueuse, et décrit la variation de vitesse à l'intérieur de cette dernière.

NYBORG [113] puis LIDTHILL [99] publieront à ce sujet deux articles très pédagogiques conciliant les approches de SCHLICHTING en proche-paroi et de RAYLEIGH loin de la couche limite visqueuse. On trouvera souvent même dans la littérature française la dénomination *streaming* de RAYLEIGH-SCHLICHTING, à laquelle nous préférons le terme d'écoulement redressé de surface. L'essentiel de la physique décrite par ce modèle de couche limite est capturé par la figure I.3 (d) tirée de SADHAL [128]. On voit que l'écoulement acoustique d'ordre 1 (de moyenne temporelle nulle), irrotationnel, arrive depuis l'infini (comprendre loin de la surface par rapport à l'échelle de la couche visqueuse d'épaisseur δ_v) vers la surface. A proximité de cette dernière, la vitesse d'ordre 1 normale à la surface est nulle (condition de non pénétration), mais pas la vitesse tangentielle puisque l'écoulement parfait autorise le glissement. Aussi, la résolution à l'ordre 2 en vitesse, de moyenne temporelle non nulle, fait apparaître un écoulement redressé dans cette couche limite, lequel permet d'assurer à chaque instant que la vitesse totale soit bien nulle (non glissement) à la paroi solide puisque l'écoulement est visqueux dans l'intérieur de la couche limite. Il apparaît alors souvent (pas toujours) une recirculation fluide de l'écoulement moyen dans la couche limite (on parlera d'écoulement intérieur

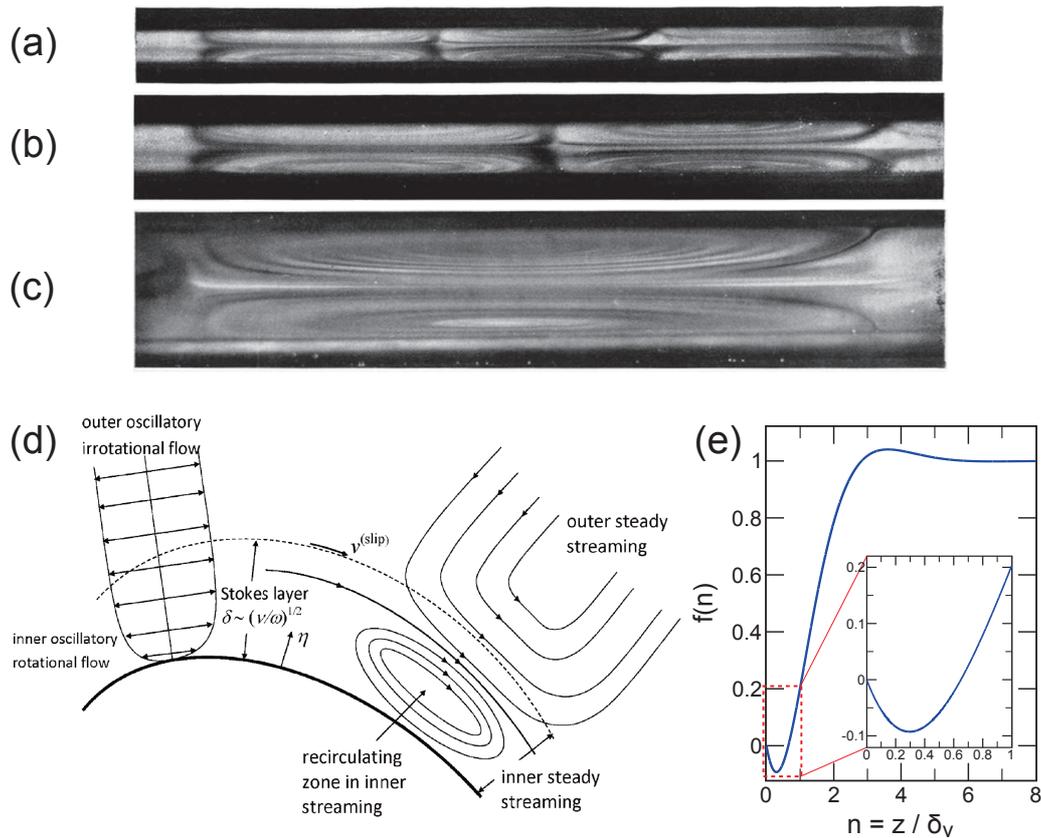


FIGURE I.3 – (a) (b) (c) Photographies des recirculations observées par ANDRADE [4] dans un tube de KUNDT rempli de fumée. Les trois images sont prises dans les mêmes conditions, l'auteur zoome simplement de plus en plus sur un ensemble de deux rouleaux contrarotatifs. (d) Schéma de SADHAL [128] expliquant le *streaming* de paroi tel que décrit par NYBORG. (e) Fonction $f(n)$ traduisant la dépendance de la vitesse tangentielle à la distance à une paroi plane à proximité de la couche limite visqueuse, dans le cas du tube de KUNDT étudié par NYBORG [113] (voir expression I.7).

ou interne) telle que décrite par SCHLICHTING. D'autre part, lorsque l'on s'éloigne de plus en plus de la surface, la continuité de la vitesse tangentielle pour l'écoulement moyen (de faible nombre de REYNOLDS contrairement à l'écoulement acoustique, donc guidé par la viscosité) impose une recirculation à large échelle loin de la surface (on parlera alors d'écoulement extérieur ou externe). Cette seconde condition, vue depuis l'extérieur de la couche limite, s'apparente à un glissement à la paroi comme décrit par RAYLEIGH.

Dans son modèle englobant, NYBORG commence par calculer la moyenne Eulérienne de la vitesse $\langle \mathbf{v} \rangle^E = \mathbf{u}'$ (que l'on notera \mathbf{u}') créée à proximité d'une surface plane ou faiblement courbée par un champ acoustique d'ordre 1 ($p_1, \rho_1, \mathbf{v}_1$) dans le volume de la cavité. En s'inspirant de RAYLEIGH, il insiste alors en s'appuyant sur le paradoxe de WESTERVELT, sur le fait que les expériences de visualisation des effets d'ondes acoustiques (au travers de traceurs ou de fumées) peuvent en réalité faire intervenir la moyenne Lagrangienne du champ de vitesse $\langle \mathbf{v} \rangle^L$. Ces deux moyennes diffèrent d'un champ appelé terme correctif ou dérive de STOKES lorsqu'il s'agit du champ de vitesse [151], [99], \mathbf{u}'^D

telle que

$$\mathbf{u}'^D = \langle \mathbf{v} \rangle^L - \mathbf{u}' = \langle (\xi \cdot \nabla) \mathbf{v} \rangle$$

où ξ désigne le déplacement particulaire, il s'agit donc bien d'un terme traduisant la convection moyenne par l'écoulement. Il montre alors que cette dérive est nulle loin de la couche limite, mais que les deux moyennes diffèrent dans la couche limite. Entre autres, dans le cas simple du tube de KUNDT où une onde unidirectionnelle stationnaire d'ordre 1 ξ_1 et d'axe ($O\mathbf{e}_x$) est excitée dans le volume du fluide et qu'il y a absence de traceurs particuliers, on s'intéresse à la moyenne Eulérienne du champ de vitesse (cas des expériences d'ANDRADE). Son analyse montre que cette dernière peut alors s'écrire

$$\mathbf{u}' = -\frac{3}{8\omega} f(n) \frac{\partial}{\partial x} \langle \mathbf{v}_1^2 \rangle$$

où $n = z/\delta_v$ avec z distance normale du point à la surface, $\omega = 2\pi f$ la pulsation de l'onde acoustique d'ordre 1, et

$$f(n) = 1 - \frac{e^{-n}}{3} [2 \cos(n) + 6 \sin(n) + e^{-n}] \quad (\text{I.7})$$

tracée en figure I.3 (e). On peut très bien faire le parallèle entre cette courbe et le rouleau de recirculation interne représenté par SADHAL (voir figure I.3 (d)). En effet, on voit bien dans ce cas que la vitesse change de signe vers $n \approx 0,6 < 1$ donc que dans la zone $z < \delta_v$ un premier rouleau de recirculation se produit, puis $f(n)$ dépasse légèrement l'unité entre $3 \leq n \leq 4$ ce qui signifie que la vitesse moyenne dépasse la vitesse qu'elle prendra dans le volume, puis $f(n)$ se stabilise vers 1 lorsque $n \rightarrow \infty$. En pratique c'est le cas environ dès $z > 5\delta_v$ avec souvent δ_v vraiment très faible devant la longueur d'onde, ce qui fait que les premiers rouleaux de recirculation proche paroi n'ont pu être observés expérimentalement que dans des conditions très particulières impliquant souvent des basses fréquences [156], [115] (cas qui ne nous concernera pas comme nous le verrons rapidement). Enfin, on voit que NYBORG retrouve le résultat historique de REYNOLDS qui est que la vitesse moyenne limite $\mathbf{u}' L$ lorsque $n \rightarrow \infty$, que l'on peut aussi voir comme une vitesse de glissement à la paroi lorsqu'on se place à l'échelle du volume fluide $\lambda \gg \delta_v$ si l'épaisseur visqueuse est très petite, telle que

$$\mathbf{u}' L = -\frac{3}{8\omega} \frac{\partial}{\partial x} \langle \mathbf{v}_1^2 \rangle$$

Cette limite est indépendante du type de moyenne (Eulérienne ou Lagrangienne) considérée puisque la dérive de STOKES devient négligeable lorsqu'on s'éloigne de la surface vers le volume. Finalement, dans le tube de KUNDT, les recirculations à grande l'échelle de la cavité (très grandes devant les petites recirculations confinées dans la couche limite) sont telles qu'à proximité de la paroi la vitesse de glissement pointe vers les nœuds de déplacement (ventres de pression) alors qu'au centre du tube elle pointe vers les ventres de déplacement. De plus, NYBORG montre ici en accord avec SCHLICHTING qu'un rouleau contrarotatif est attendu dans la couche limite. On renverra à ce sujet vers la figure III.11 (page 133) très pédagogique tirée de MÜLLER *et al.* [109], sur laquelle nous reviendrons en chapitre III.

Les articles de NYBORG sont repris et corrigés par LEE et WANG pour le *streaming* de SCHLICHTING [90] (appelé écoulement redressé intérieur, sous-entendu à la couche visqueuse), et de RAYLEIGH [91] (appelé écoulement redressé extérieur, à ne pas confondre avec l'écoulement redressé de volume que nous verrons par la suite) pour ajouter la prise en compte de la courbure de la surface considérée. Récemment, VANNESTE et BUHLER [160] étudièrent le cas d'une surface active, mobile et donnant de l'énergie mécanique au fluide, en s'intéressant particulièrement au cas des ondes de surface sur lesquelles nous appuyons toute la génération d'ondes dans le fluide.

Enfin, le second type d'écoulements redressés, de volume, est un effet de l'atténuation d'une onde acoustique propagative, qui génère un écoulement moyen plus lent dans le sens de sa propagation (donc de son atténuation). Ce phénomène est connu sous le nom de vent acoustique ou aussi de *streaming* d'ECKART, nom donné en hommage à celui l'ayant identifié pour la première fois en 1948 [52]. Les deux premières mises en évidence expérimentales ont alors réalisées par LIEBERMANN [98] puis INGARD et LABATE [74] dans les deux années qui suivent.

Dans un contexte microfluidique, les effets liés aux surfaces dominant généralement les effets en volume de sorte que les écoulements redressés d'ECKART sont souvent très faibles, et ce en-deçà des tailles de cavités de quelques millimètres [171]. Ceci est entre autre lié au fait que même à haute fréquence les longueurs d'atténuation dans les fluides faiblement visqueux comme l'eau ou l'éthanol sont d'ordre centimétrique (voir table II.3), donc petites devant les dimensions des canaux ou des cavités dans lesquels sont émises les ondes acoustiques.

Cas particulier du couple visqueux Nous avons vu que la présence d'une interface solide en contact avec le fluide excité acoustiquement peut induire un écoulement redressé de type RAYLEIGH-SCHLICHTING à cause des effets visqueux dans la couche limite étendue. Ce *streaming* de surface est souvent causé par les parois intérieures de la cavité acoustique contenant le liquide. C'est également le cas si un obstacle ou un objet est inséré dans l'écoulement, qu'il soit libre de se déplacer ou non. En effet, les objets en suspension dans le fluide ne se déplacent que sous l'effet de champs moyens, d'ordre 2 en théorie des perturbations. Aussi à l'échelle de temps acoustique $T = 1/f$, très rapide, les objets en suspension peuvent être considérés comme fixes. Ainsi un objet, même de petite taille, va générer un écoulement redressé sur toute sa surface fermée, donnant des contraintes visqueuses qui peuvent en moyenne ne pas être nulles.

BUSSE et WANG démontrent analytiquement en 1981 l'existence d'un couple dû à l'écoulement visqueux moyen créé autour d'une petite sphère plongée dans un champ acoustique d'ordre 1 constitué de deux ondes stationnaires orthogonales déphasées d'un angle φ . Cet effet que d'aucun nomment couple de BUSSE sera désigné par le nom de couple de WANG dans la suite de ce manuscrit, eu égard au travail méticuleux mené par ce dernier avec son collègue LEE pour le décrire tant analytiquement [90], [91] qu'expérimentalement [162] [163]. Après avoir donné une méthode de détermination pour un objet quelconque, ces derniers calculèrent en effet la force et le couple exercés sur plusieurs géométries d'objets, en particulier la sphère de petite taille.

Ils montrent que la force résultant des contraintes visqueuses tend, comme la force de

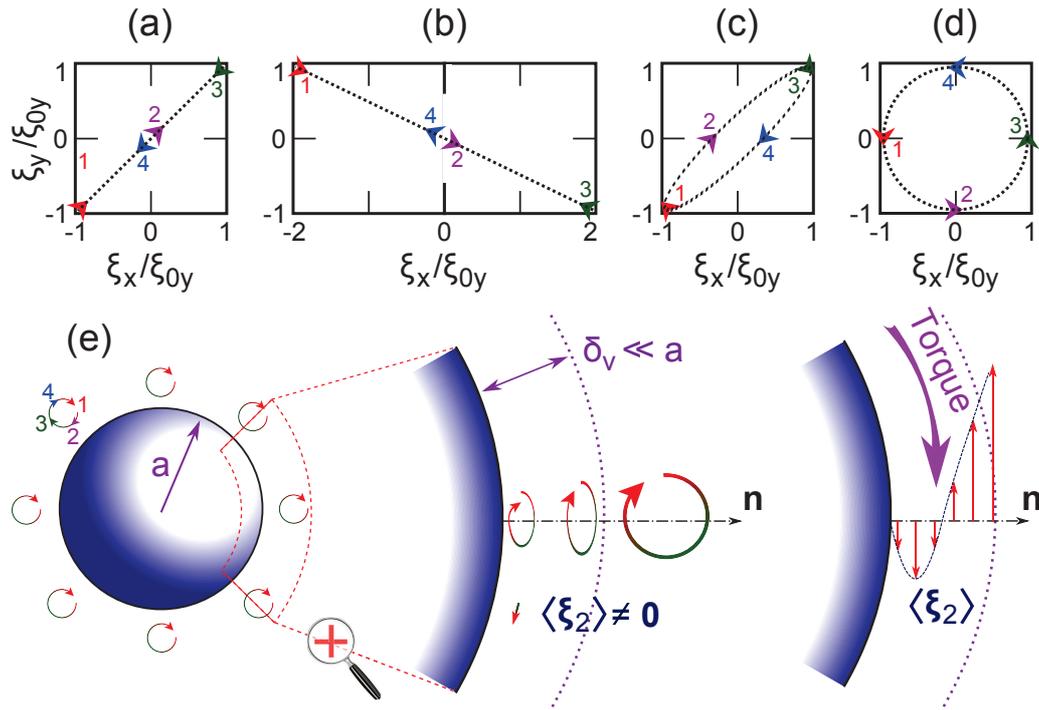


FIGURE I.4 – Trajectoires particulières engendrées par un écoulement d'ordre 1 loin de l'objet donné en expression I.8. Tracé pour : (a) $\varphi = 0$ (ondes en phase), (b) $\varphi = \pi$ (ondes en opposition de phase), (c) $\varphi = \pi/8$, (d) $\varphi = -\pi/2$ (inversion du sens de parcours), (e) $\varphi = \pi/2$, avec $\xi_{0x} = \xi_{0y}$ sauf pour (b) où $\xi_{0x} = 2\xi_{0y}$. Schéma (e) représentation schématique de l'écoulement dans la couche limite visqueuse, fortement inspirée de [90].

radiation sur une petite sphère (GOR'KOV [61]), à déplacer cette dernière vers les nœuds de pression, mais avec une amplitude de force inférieure à celle de radiation d'un facteur δ_v/a généralement très petit devant l'unité. Le couple dû à l'enroulement du champ de vitesse autour de l'objet peut par contre rapidement devenir prépondérant pour des objets sphéroïdaux sur lesquels le couple de radiation est nul. De plus, les auteurs montrent que ce couple est maximum au niveau des ventres de déplacement d'ordre 1 qui, d'après l'équation d'EULER, coïncident avec les nœuds de pression vers lesquels ils sont poussés par les forces de radiation, ce qui est vrai comme nous l'avons vu d'après l'expression I.6 pour des objets plus denses et/ou moins compressibles que le milieu fluide les entourant.

Dans le cas particulier qui les intéresse, LEE et WANG donnent une image physique pour comprendre l'apparition de ce couple d'origine non-linéaire [90]. Le schéma illustrant le raisonnement est reproduit sur la figure I.4 où l'on considère le champ de pression créé par deux ondes planes stationnaires harmoniques de même fréquence, orthogonales et déphasées d'un angle φ . En notant \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y ces deux axes orthogonaux, on met alors le déplacement sous la forme

$$\xi = \xi_x \mathbf{e}_x + \xi_y \mathbf{e}_y = \xi_{0x} \cos(\omega t) \mathbf{e}_x + \xi_{0y} \cos(\omega t + \varphi) \mathbf{e}_y \quad (\text{I.8})$$

Un objet fixe de taille très petite par rapport à la longueur d'onde est piégé au niveau d'un nœud de pression qui correspond à un ventre de déplacement pour les deux ondes (équation d'EULER). Du fait de sa petite taille, toutes les particules fluides situées autour de l'objet ont la même vitesse à chaque instant. Si les deux ondes sont en phase ou en opposition de phase, alors les particules fluides ont des trajectoires en segments, prenant le même chemin à l'aller et au retour. Ces segments sont orientés à $\pm\pi/4$ des axes des ondes stationnaires si les amplitudes sont les mêmes suivant les deux axes.

S'il existe un déphasage entre les deux ondes stationnaires, alors les trajectoires particulières prennent une forme elliptique, dont l'orientation et le rapport petit axe sur grand axe dépendent à la fois de la phase et du rapport des deux amplitudes. Si $\varphi = \pi/2$ et que les deux amplitudes sont égales, ces trajectoires sont circulaires tout autour du petit objet. Dans la couche limite visqueuse, la dissipation énergétique (à la source de tous les effets d'écoulements redressés) est moins importante pendant la demi-période où la particule est loin de la surface que pendant l'autre demi-période. Ainsi, la particule perd davantage de quantité de mouvement (à masse fixe donc de la vitesse) sur une demi-période, et la trajectoire n'est plus fermée. Il en résulte donc une dérive très petite à chaque période, donc un écoulement moyen qui génère une contrainte visqueuse entraînant la bille dans le même sens de rotation que le sens de parcours des particules fluides. Si l'on accepte d'imaginer que le couple qui en résulte est proportionnel à l'aire des trajectoires particulières fermées en dehors de la couche visqueuse, on voit que d'une part il est proportionnel au produit des amplitudes suivant les deux axes orthogonaux, et d'autre part proportionnel à $\sin(\varphi)$, c'est-à-dire maximal pour un déphasage $\varphi = \pi/2$ et maximal en valeur absolue mais dans le sens opposé pour $\varphi = -\pi/2$, et nul pour $\varphi = 0$ [π].

2 Intérêt de l'acoustique pour une manipulation sans contact

2.1 Piégeage par forces radiatives, de l'acoustophorèse aux pinces acoustiques

Les forces de radiation permettent le piégeage et le déplacement d'objets de petite dimension dans la cavité suivant un nombre de degrés de liberté fonction de la nature (1D, 2D, 3D) du champ acoustique généré. Les premières intégrations d'émetteurs ultrasonores en microfluidique dans les années 2004-2009 avaient pour objectif la concentration et la séparation d'objets sous écoulement transverse aux émetteurs [114], [58]. On citera entre autres ici le travail des groupes de LAURELL travaillant à fréquence moyenne avec des dispositifs à ondes de volume, et de FRANKE travaillant à haute fréquence à l'aide d'ondes de surface, point technologique sur lequel nous reviendrons par la suite.

La manipulation d'objets de petite taille par forces de radiation est particulièrement adaptée aux fonctions de tri. En effet, l'expression I.6 peut s'écrire dans un cas unidimensionnel où la pression est $p_1 = p_{01} \cos(k_m x)$ sous la forme

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = 4\pi\Phi_{\text{ac}}a^3k_mE_{\text{ac}} \sin(2k_mx)$$

où $E_{\text{ac}} = \kappa_m p_{01}^2 / 4$ est la densité d'énergie acoustique et

$$\Phi_{\text{ac}} = \frac{1}{3}f_1 + \frac{1}{2}f_2$$

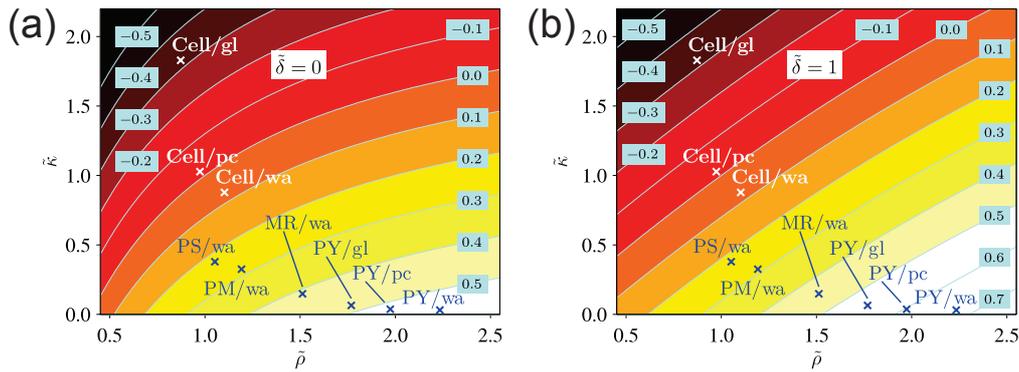


FIGURE I.5 – Tracé du facteur acoustophorétique (lignes claires) en fonction de la densité relative $\tilde{\rho} = \rho_p/\rho_m$ et de la compressibilité relative $\tilde{\kappa} = \kappa_p/\kappa_m$ d'une bille très petite devant la longueur d'onde ($a \ll \lambda_m$). (a) pour une fréquence élevée, ou pour un écoulement où les effets visqueux sont très faibles $\tilde{\delta} = \delta_v/a \ll 1$, (b) pour une fréquence plus faible, où $\delta_v = a$.

est le facteur acoustophorétique, avec f_1 et f_2 liés aux contrastes effectifs en compressibilité et en densité entre l'objet et le fluide. Cette forme historique proposée par YOSIOKA et KAWASIMA [175], régulièrement reprise depuis [114], [111] même pour des champs acoustiques non unidimensionnels, permet de comprendre que des objets de facteur acoustophorétique positif, plus denses et moins compressibles que le milieu les entourant, vont migrer vers les nœuds de pression de cette onde stationnaire, alors que les autres vont migrer vers les ventres et ce d'autant plus rapidement que le facteur sera élevé.

La figure I.5 récupérée de SETTNER et BRUUS [135] donne en fonction de la compressibilité relative $\tilde{\kappa} = \kappa_p/\kappa_m$ et de la densité relative $\tilde{\rho} = \rho_p/\rho_m$ le facteur acoustophorétique Φ_{ac} corrigé pour prendre en compte les effets visqueux, dans le cas classique où ils sont négligeables ($\tilde{\delta} = \delta_v/a \ll 1$) et dans un cas de basse fréquence ou d'objets très petits pour lesquels l'épaisseur visqueuse est comparable à la taille de l'objet. Ce cas ne nous concernera pas par la suite car nous travaillons à très haute fréquence. Sur la figure sont également reportés différents couples objet/fluide. Si l'on voit que des billes élastiques de polystyrène (PS) ou de pyrex (PY) migrent rapidement vers les nœuds de pression à cause d'un facteur acoustophorétique positif élevé, les objets biologiques de faible contraste migrent plus lentement. Le facteur acoustophorétique est même proche de zéro si la solution fluide contient des ions destinés à minimiser la pression osmotique et la toxicité pour les cellules, comme une solution de globules rouges en suspension dans du percoll (PC). On notera donc que pour piéger ou trier des cellules, bactéries ou gouttes de faible contraste acoustophorétique, des énergies acoustiques plus élevées doivent être utilisées, ce qui peut générer des échauffements voire de la cavitation et donc diminuer la viabilité cellulaire [170].

L'autre conséquence directe de l'expression I.6 du potentiel de Gor'kov est que le piégeage par forces radiatives ne peut être ponctuel (donc la position des objets déterminée) qu'à condition que l'onde acoustique d'ordre 1 soit tridimensionnelle, ou bidimension-

nelle si la cavité acoustique est de type HELE-SHAW (aplatie, donc quasi 2D). On peut ainsi grossièrement distinguer deux méthodes pour piéger des particules en un ou plusieurs points précis. La première consiste à utiliser des ondes acoustiques non planes, que celles-ci soient directement émises par un transducteur focalisé comme dans l'article historique de WU sur les pinces acoustiques [173], [71] ou par mise en vibration de la cavité ayant une géométrie particulière permettant de focaliser les ondes en un ou plusieurs points [169], [152]. Ces méthodes beaucoup utilisées par le groupe de HERTZ et WIKLUND permettent de piéger les objets au niveau du point focal.

La seconde consiste à générer un champ composé de deux ondes planes stationnaires croisées (généralement orthogonales) ou plus, afin d'avoir un réseau contrôlé de nœuds et ventres de pression donc de pièges par forces de radiation. La mise en forme de ce champ peut d'une part être faite grâce à la géométrie (réflexions multiples dans une cavité *ad hoc*), comme le proposent entre autres régulièrement l'équipe de DUAL [68] ou l'article de SHI *et al.* [136] de l'équipe de HUANG. D'autre part, cette mise en forme peut être obtenue par le contrôle simultané de paires d'émetteurs en regard, autorisant ainsi un contrôle en translation du réseau complet [46] [158], technique que nous utilisons pour ce projet. L'utilisation de plus de deux axes contrôlés permet de créer un champ acoustique d'autant plus complexe que le nombre d'émetteurs est élevé, permettant ainsi d'allier les avantages de ces deux méthodes de génération de champ acoustique en couplant la possibilité de rayonner l'énergie en un point de position contrôlée ou plusieurs organisés en réseau, comme le proposent RIAUD *et al.* [122].

Comme souligné par HAAKE [67] dans ce second cas où l'onde stationnaire dans la cavité acoustique est générée par l'excitation simultanée de deux ou trois modes orthogonaux, le champ complet peut correspondre au produit des différents modes (on parle de mode multiplicatif), à la somme de chacun des modes (on parle de mode sommatif) ou à une combinaison linéaire des deux puisque ces deux solutions répondent à l'équation de d'ALEMBERT. La partie sommatif sera dominante dans notre cas à cause du mode d'excitation ultrasonore depuis la surface du cristal (voir sous-section 2.3), qui peut aussi faire apparaître des interférences si les deux ondes orthogonales ont la même vitesse. Ce phénomène déjà à l'origine du couple visqueux abordé dans la sous-section 1.2 est également connu pour induire des écoulements redressés tourbillonnaires contrarotatifs s'organisant en réseau dont le pas est fixé par la longueur d'onde, comme le montrent LEI, HILL et GLYNNE-JONES [94],[95] qui complètent entre autre l'étude de HAGSATER *et al.* [69] (groupe de BRUUS). Ces effets d'écoulements redressés générateurs de vorticités seront également étudiés dans ce manuscrit, mais ils seront dans notre cas générés directement par la surface vibrante et non par les effets de RAYLEIGH-SCHLICHTING dus à l'atténuation de l'onde proche de la paroi fixe.

2.2 Actions mécaniques en jeu dans un fluide contenant de petites particules en suspension

Avant de mener l'étude et pour en délimiter clairement les frontières, il convient de déterminer les actions mécaniques qui seront prises en compte dans ce manuscrit. Pour cela, on peut par la pensée imaginer isoler un petit objet se trouvant dans la cavité

acoustique dont nous souhaitons contrôler la position spatiale et angulaire, et dresser un bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur lui.

- A l'échelle de la microfluidique, nous avons vu que les effets liés aux surfaces deviennent prédominants par rapport aux effets volumiques. Ceci est entre autre valable pour les actions mécaniques, de sorte que les forces liées à l'inertie des objets ou à leur poids peuvent être négligées. On ne considèrera donc pas la flottabilité des objets (généralement des billes de polystyrène ou des cellules dans un milieu aqueux, ayant donc un contraste de densité faible).
- Le bilan d'actions mécaniques restantes est souvent dressé sous la forme d'un bilan de résultantes (forces) sans tenir compte des moments (couples) [95], [110]. On trouve donc l'action mécanique résultant de l'intégration des contraintes dues à la pression de radiation sur la surface de l'objet. Si cet objet est très petit devant la longueur d'onde, nous choisissons de décrire la résultante \mathbf{F}_{rad} comme dérivant d'une énergie potentielle U_{GK} correspondant au potentiel de GOR'KOV décrit en expression I.6. Dans le cas où l'objet de dimension $2a$ est plus petit que la longueur d'onde mais ne respecte pas le critère $(k_m a) \ll 1$, nous préférons utiliser le modèle plus complet décrit par SAPOZHNIKOV et BAILEY [130], sur lequel nous reviendrons en chapitre III.
- Si l'objet est allongé, on associera à cette résultante un moment de force tendant à l'aligner perpendiculairement au champ de force radiative. Au niveau du centre géométrique de l'objet ce moment se traduit par un couple de radiation C_{rad} .
- Il existe dans la cavité un écoulement moyen non nul (d'ordre 2 en théorie des perturbations, donc lent, associé à un nombre de REYNOLDS faible), qui a une nature au moins triple. Il s'agit en effet de la superposition entre un écoulement global dans la cavité, qui n'est pas d'origine acoustique, de l'écoulement redressé de volume (ECKART) lié à l'atténuation de l'onde et de l'écoulement redressé de surface (RAYLEIGH-SCHLICHTING). Le nombre de REYNOLDS pour ces écoulements moyens étant faible, les effets non-linéaires de convection peuvent être négligés et le champ de vitesse \mathbf{v}' dans la cavité est la somme des trois champs de vitesse. S'exercent donc sur la surface de l'objet des contraintes de cisaillement dues à l'écoulement de vitesse relative du fluide par rapport à l'objet

$$\mathbf{v}_{\text{rel, fluide/objet}} = \mathbf{v}'(x_p, y_p, z_p) - \mathbf{v}_p$$

où v_p est la vitesse de l'objet dans un référentiel fixe et (x_p, y_p, z_p) la position de son centre de masse. Dans le cas d'un objet sphérique de rayon a , cette force de traînée visqueuse de STOKES est

$$F_{\text{drag}} = 6\pi\eta_m a (\mathbf{v}' - \mathbf{v}_p)$$

- Dans le cas d'un écoulement moyen de rotationnel non nul dans le référentiel de l'objet (ce qui est classique pour les écoulements redressés bien que l'on soit à nombre de REYNOLDS faible), ce champ de contraintes tangentiels à la surface n'est pas symétrique et un couple F_{drag} s'exerce sur l'objet.
- Finalement, puisque l'écoulement moyen peut être décrit par une loi de STOKES on

peut découpler l'écoulement redressé de SCHLICHTING proche de la paroi de l'objet de l'écoulement global dans la cavité, par linéarité. On peut donc ajouter à ce bilan, de façon séparée, les effets en résultante d'action mécanique et en moment (couple de WANG) de l'écoulement visqueux sur la surface de l'objet.

2.3 Émission d'un champ acoustique grâce à des ondes de surface

Dans leur revue exhaustive des types d'ondes et d'émetteur pouvant servir en géométrie microfluidique, YEO et FRIEND [59] décrivent une partie des critères pouvant pousser vers le choix technologique d'une méthode d'émission acoustique plutôt qu'une autre. Au vu des petites tailles caractéristiques en jeu dans de telles géométries, il est d'usage de choisir des méthodes d'excitation à haute fréquence puisque les longueurs d'ondes en jeu sont alors elles aussi petites et les gradients élevés.

La méthode la plus classique de fabrication de puces acoustofluidiques en microfluidique consiste à coller un dispositif moulé en élastomère (généralement du silicone de type polydiméthylsiloxane, PDMS) sur un substrat dur, généralement plan ou presque, que l'on vient exciter. Ce substrat peut être excité par des ondes émises par un transducteur qui lui est collé, le matériau retenu est alors quelconque, comme du verre par exemple. L'autre solution est d'utiliser directement un substrat piézoélectrique qui répond mécaniquement à un signal électrique imposé au travers d'électrodes collées ou insérées lors de la fabrication.

On distingue généralement trois types d'ondes qui peuvent être excitées dans un substrat.

- Les ondes de volume, transverses ou de cisaillement, qui s'installent dans tout le volume du substrat. Les transducteurs piézoélectriques classiques s'appuient souvent sur de telles ondes, puis une partie en contact avec le fluide permet d'en rayonner l'énergie. En acoustofluidique de telles ondes sont généralement utilisées pour des fréquences dans la gamme entre 1 kHz et quelques MHz.
- Les ondes de surface, de fréquence très élevée de sorte que les longueurs d'ondes soient petites devant l'épaisseur du substrat et qui par conséquent concentrent leur énergie acoustique dans une fine couche à proximité de la surface qui est excitée. Pour des substrats piézoélectriques classiques transparents et à haut couplage électromécanique comme le niobate ou le tantalate de lithium les fréquences d'utilisation vont d'une dizaine de MHz jusqu'au GHz.
- Les modes de plaque, de fréquence intermédiaire, où des modes de flexion ou de LAMB s'installent dans un substrat d'épaisseur plus fine que la longueur d'onde. On peut introduire les modes de LAMB comme issus de l'excitation des deux surfaces de la plaque fine par des ondes de surface dont la profondeur de pénétration est suffisamment importante par rapport à l'épaisseur du substrat pour que ces deux ondes de surfaces se couplent. En acoustofluidique où le substrat directement en contact avec le fluide doit pouvoir subir des contraintes dues à ce dernier, on impose que l'épaisseur du substrat soit au moins de quelques microns, ce qui limite la gamme de fréquences entre quelques centaines de kHz jusqu'à une dizaine de MHz.

Lorsqu'un fluide est mis en contact avec un substrat excité par des ondes de surface, une partie de l'énergie de ce dernier, concentrée à proximité de l'interface, est rayonnée sous forme d'une onde acoustique dans le liquide de par sa mise en mouvement. On distingue alors deux types d'ondes acoustiques de surface. Les ondes de LOVE correspondent à un mode de cisaillement dans le plan du substrat et elles n'ont donc aucun déplacement normal à la surface. Nous ne les retiendrons pas car ces dernières ne peuvent communiquer de l'énergie au fluide que par le mouvement tangentiel (donc par viscosité), ce qui correspond à des champs d'ordre 2 en théorie des perturbations acoustiques, très faibles devant les champs d'ordre 1 non visqueux qui peuvent être transmis si la vibration du cristal s'accompagne d'un déplacement normal à la surface. Les autres ondes sont appelées ondes de RAYLEIGH lorsqu'elles se propagent à la surface libre. On parle alors d'ondes de RAYLEIGH fuyantes si la surface excitée est en contact avec un fluide dans la vitesse du son est inférieure à la vitesse de phase des ondes de surface dans le solide (l'énergie de la vibration du solide est alors transmise par voie acoustique vers le fluide), ou bien d'ondes de SCHOLTE dans le cas contraire (l'onde est alors évanescence et reste piégée à la surface dans le solide). Les ondes de RAYLEIGH fuyantes qui nous intéressent spécifiquement apparaissent aussi sous le nom d'ondes de RAYLEIGH chargées : mécaniquement par le fluide et électriquement lorsque celles-ci se propagent dans un milieu piézoélectrique et que le fluide en regard vient modifier les propriétés de propagation de l'onde en modifiant la permittivité effective de la surface, c'est-à-dire en récupérant une partie du champ électrostatique accompagnant l'onde acoustique, mais nous reviendrons sur ces notions dans le manuscrit en chapitre II.

Dans notre contexte où l'on souhaite patterner une surface avec un réseau d'objets piégés dans des nœuds et des ventres de pression et ce dans une cavité microfluidique, les ondes de surface présentent pour intérêt de permettre une radiation à très haute fréquence dans le fluide, permettant d'atteindre des longueurs d'ondes de plusieurs dizaines de microns. Comme nous souhaitons pouvoir piéger des cellules biologiques pouvant atteindre une dizaine de microns de diamètre, nous cherchons à avoir une longueur d'onde de l'ordre de $\lambda_s = 100 \mu\text{m}$ pour respecter la condition $a \ll \lambda_s$, ce qui nous le verrons correspond à une fréquence d'environ 40 MHz pour l'excitation d'un cristal piézoélectrique classique transparent et à haut couplage électromécanique.

La figure I.6, provenant des mesures réalisées par RENAUDIN *et al.*[120] (a), montre pour ce type de fréquences et pour des tensions appliquées de l'ordre de celles que nous utilisons pour le projet décrit dans ce manuscrit, sur une coupe X de cristal de niobate de lithium et pour deux axes cristallins de propagation Y et Z orthogonaux, que la profondeur de pénétration de l'onde dans le cristal est de l'ordre de $\lambda_s/5$ soit une vingtaine de microns. On voit donc bien que l'essentiel de l'énergie de l'onde est confiné dans une très fine couche à la surface du cristal. Une façon de le comprendre physiquement est de comparer l'action mécanique (charge ponctuelle ou répartie) nécessaire pour générer un déplacement donné (flèche) sur une poutre encastree simple ou bi-encastree, comme illustré en figure I.6 (b). De manière intuitive celle-ci est plus importante pour la poutre bi-encastree, donc l'énergie de déformation nécessaire l'est aussi. Si l'on dresse alors l'analogie la poutre encastree simple et un élément de cristal à proximité de la surface libre, et entre la poutre bi-encastree et un élément de cristal dans son volume loin des

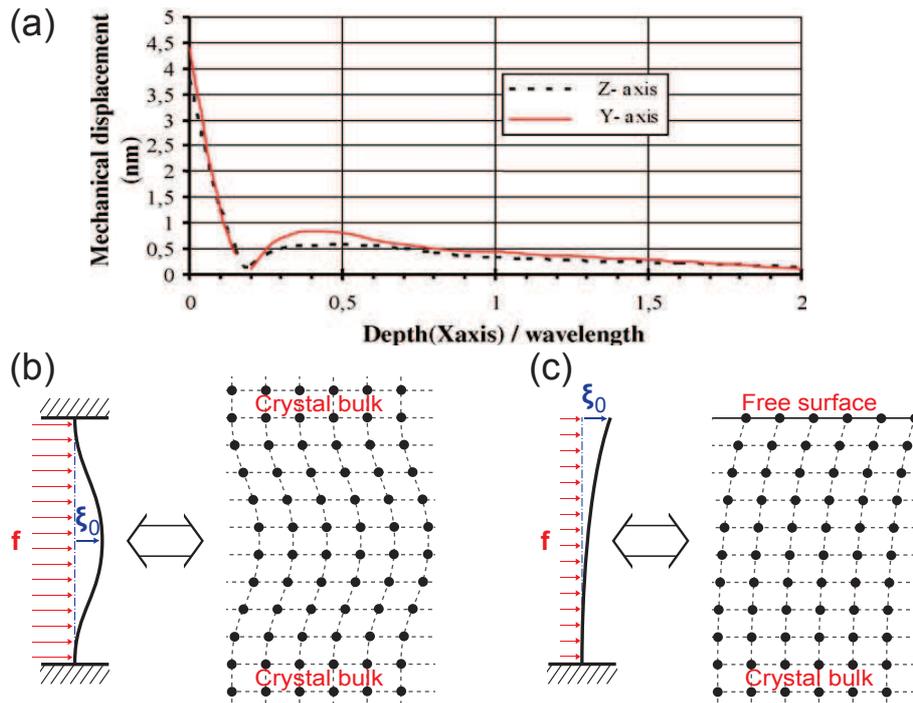


FIGURE I.6 – (a) Figure récupérée de RENAUDIN *et al.*[120]. Déplacement vertical de la surface d'un cristal de niobate de lithium excité par des ondes de surface (coupe X, axes de propagation Y et Z, voir figure II.11 page 51), tracé en fonction de la profondeur dans le cristal. (b) Analogie entre une poutre castrée de flèche fixée et un cristal sollicité en volume, (b) analogie entre une poutre encastree simple et un cristal sollicité en surface. La grille schématise les liaisons fortes dans le cristal.

surfaces, on comprend qu'il est plus intéressant d'un point de vue énergétique de confiner l'onde à proximité de la paroi lorsque la fréquence le permet (longueur d'onde petite devant l'épaisseur). On lit parfois dans la littérature que la rigidité effective d'un matériau est plus faible à la surface, ce qui est équivalent.

Ainsi, dans le cas où un fluide est mis en contact avec le solide, nous verrons qu'une part non négligeable de l'énergie acoustique d'une onde propagative est rayonnée dans le fluide à chaque longueur d'onde qu'elle parcourt à l'interface liquide-cristal. En ordre de grandeur, elle rayonne ainsi la moitié de son énergie dans le fluide toutes les 10 longueurs d'onde [161], donc que le cristal génère une puissance acoustique très importante dans la cavité microfluidique qui peut avoir une dizaine de longueurs d'ondes de dimension, et ce constat est aussi vérifié pour des ondes stationnaires qui s'écrivent comme la somme de deux ondes contrapropagatives. Finalement, le dernier point motivant le choix d'utiliser des ondes de RAYLEIGH fuyantes du cristal vers le liquide est le fait que cette radiation se fait suivant un angle privilégié par rapport à la normale (l'angle de RAYLEIGH), qui vient de la relation d'onde elle-même et assure donc mathématiquement l'adaptation d'impédance entre le cristal et le fluide. Ceci constitue une différence énorme avec les autres modes de radiation d'une onde depuis un solide vers un liquide, pour lesquels la variation brutale d'impédance acoustique (produit de la masse volumique par la vitesse de phase des ondes acoustiques) entre les deux milieux, qui peut générer d'importantes

réflexions énergétiques et donc abaisser le rendement acoustoélectrique de la chaîne de conversion de puissance électrique vers la puissance acoustique.

Plan du manuscrit

Ce manuscrit est organisé en trois parties interconnectées. Dans un premier temps, nous décrivons le dispositif acoustofluidique expérimental qui s'appuie sur le rayonnement de champs acoustiques *via* une onde de surface excitant un substrat plan. Nous caractérisons l'émission de cette dernière à l'aide de diagnostics électriques et optiques. Nous introduisons ensuite les différentes actions mécaniques en jeu dans la cavité acoustique, issues des forces de radiation et des écoulements redressés générés à la fois par la surface excitée et par la surface de gros objets en suspension. Finalement, nous mettons en évidence le piégeage et la manipulation d'objets dans le fluide et l'induction de rotation dans ce dernier. Nous concluons sur les performances actuelles et potentielles de ce dispositif pour la manipulation d'objets en géométrie microfluidique.

II. PRINCIPE D'UNE PINCE ACOUSTIQUE POUR LA MICROFLUIDIQUE

1 Création et déplacement de pièges acoustiques pour des petits objets en suspension

1.1 Génération d'un champ acoustique à partir d'ondes de surface

Une onde stationnaire unidimensionnelle dans un fluide génère un potentiel de Gor'kov capable de piéger des objets dans des plans correspondant à ses ventres de pression ou de déplacement. Lorsqu'une onde plane stationnaire unidimensionnelle est excitée, nous avons vu en sous-section 1.2 que les particules sont attirées vers les nœuds de pression. Par rapport à un espace tri-dimensionnel, ceci correspondrait à une série de plans orthogonaux à l'axe de l'onde, parallèles entre eux et espacés d'une demi longueur d'onde. Si l'on raisonne grossièrement par analogie avec une grille, l'ajout d'une onde stationnaire orthogonale à la première et de fréquence assez différente pour qu'il ne se produise pas d'interférences, alors les pièges de l'onde totale vont être à l'intersection des deux ensemble de plans, ce sera donc des droites. Les pièges ne peuvent être ponctuels que si l'on ajoute une troisième onde stationnaire suivant une troisième direction non colinéaire et de fréquence différente des deux autres. Chaque piège sera au niveau des intersections entre les trois familles de plans.

Si les fréquences sont les mêmes pour les trois axes, le raisonnement consistant à sommer les champs stationnaires ne tient plus à cause des interférences, mais il demeure que les pièges ne peuvent donc être ponctuels qu'à condition que le champ acoustique soit tridimensionnel. Si ce dernier est généré par la fuite d'ondes de surface depuis un substrat vers le fluide, deux solutions sont envisageables : soit le substrat est excité dans les deux directions, auquel cas il rayonne un champ acoustique directement modulé par les nœuds et ventres de déplacement de l'interface liquide/substrat, soit il n'est excité que dans une direction mais rayonne dans une cavité résonante (qui présente des nœuds et des ventres), auquel cas le champ est principalement déterminé par la géométrie de la cavité. Ce second cas se rencontre par exemple lorsqu'une goutte contenant des particules en suspension est posée sur une surface excitée par une onde unidirectionnelle [154] [167]. Les réverbérations sur la surface convexe de la goutte guident la forme du champ à l'intérieur. Ce type d'excitation est relativement limité en termes de pilotage du champ, nous choisissons donc de donner forme au champ acoustique en contrôlant la vibration bidimensionnelle de la surface du substrat. De même que l'onde dans le fluide, si l'on isole le substrat, l'amplitude de vibration de sa surface peut être modulée dans les deux directions soit en l'excitant suivant deux axes non concourants, soit en l'excitant suivant un seul axe et en laissant les différentes réflexions (particulièrement

aux extrémités du substrat) générer une onde stationnaire dépendant de la géométrie retenue. Ce dernier cas est généralement celui qui est obtenu lorsque le substrat est excité par des ondes de volume, ou des modes de LAMB car pour ces ondes les modes excités dépendent presque exclusivement de la géométrie (fixe) du cristal dans lequel la propagation se fait avec quasiment aucune atténuation. Une bonne connaissance des modes excités pour une fréquence donnée est donc nécessaire si l'on souhaite contrôler le réseau de nœuds et de ventres de vibrations [69] [77], comme dans le cas des figures de Chladni [38]. Pour des raisons analogues de simplicité de contrôle du champ nous choisissons d'exciter la surface avec deux ondes, que nous imposons orthogonales pour minimiser les transferts d'énergie entre les modes excités.

Dans ce cas, le déplacement vertical du substrat suit une symétrie par rapport aux deux plans orthogonaux. Le champ rayonné dans le fluide génère alors un réseau de pièges acoustiques qui suit la même géométrie, et ce que le substrat soit excité par des ondes de volume [69] [68] ou des ondes de RAYLEIGH fuyantes [136] [158]. Le principe des pinces acoustiques consiste à déplacer ces pièges et nécessite donc dans notre cas de translater le réseau de nœuds et de ventres de vibration de la surface. Le passage de ce principe de pinces acoustiques à l'échelle de la microfluidique, autorisé par l'utilisation d'ondes de surface vibrant à haute fréquence, est relativement récent puisque les premiers dispositifs expérimentaux ont vu le jour entre 2009 et 2012. On distingue alors deux méthodes simples à mettre en œuvre pour contrôler le décalage du réseau de vibration. Ces deux méthodes, représentées en figure II.1, s'appuient sur l'utilisation d'une paire d'émetteurs sur chaque axe, chacun émettant une onde propagative vers une cavité centrale dans laquelle se trouve le liquide chargé en objets à piéger. La rencontre des deux ondes propagatives suivant chaque axe au niveau de la cavité crée une onde stationnaire qu'il suffit de décaler pour translater tout le réseau de pièges suivant cet axe. La première méthode pour décaler l'onde stationnaire dans une direction [136] [46] consiste à utiliser des émetteurs à large bande passant fonctionnant en phase, comme illustré à gauche sur la figure II.1. La modification de fréquence des émetteurs change alors le mode de surface excité. Le réseau de nœuds et ventres de vibration n'est alors pas rigoureusement translaté puisqu'il est aussi étiré ou réduit proportionnellement à la longueur d'onde, mais au passage d'un mode à l'autre les particules dans le milieu sautent d'une position à une autre. La seconde méthode [158] représentée à droite sur la figure II.1 utilise suivant chaque axe une paire d'émetteurs ne travaillant qu'à une fréquence donnée. La position des nœuds et ventres est alors translaturée par déphasage relatif d'un émetteur par rapport à celui en regard. Notons finalement que des champs de déformation du substrat plus difficiles à mettre en œuvre peuvent être envisagés si le nombre d'émetteurs d'axe convergent vers le centre de la cavité est augmenté [121].

Ce travail de doctorat entre dans la continuité de la dernière méthode décrite. Celle-ci présente en effet sur la première le double avantage de sa grande simplicité de contrôle et de son efficacité. Nous verrons en effet par la suite (voir sous-section 2.2) que les transducteurs utilisés pour exciter la surface du substrat ne peuvent avoir une bande passante large qu'en sacrifiant de l'efficacité de conversion électroacoustique. A la différence du dispositif de DING *et al.*[46] où les fréquences utilisées pour les deux axes orthogonaux sont découplées, nous souhaitons qu'elles soient égales, afin de générer des écoulements redressés permettant d'exercer un couple sur les objets piégés, ajoutant ainsi un contrôle

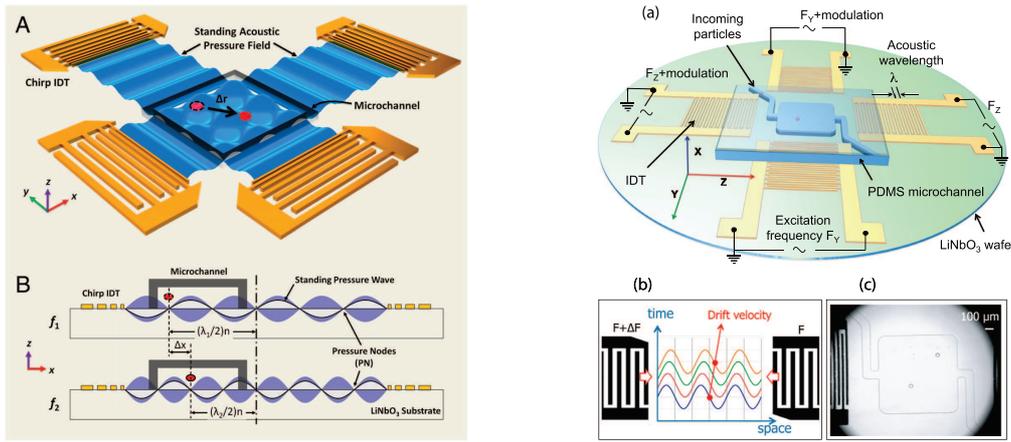


FIGURE II.1 – Pincettes acoustiques microfluidiques utilisant des ondes de RAYLEIGH fuyantes générées par des transducteurs interdigités d’axes orthogonaux. A gauche dispositif expérimental de DING *et al.*[46], à droite dispositif de TRAN *et al.*[158].

de position angulaire aux pincettes acoustiques. Nous avons en effet vu dans le chapitre introductif qu’un couple de BUSSE peut être exercé sur des objets dans le fluide s’il est soumis à deux ondes stationnaires croisées possédant un déphasage. De plus, la surface du cristal est excitée par un déplacement vertical $\underline{\xi}_z = \text{Re}(\underline{\xi} \cdot \mathbf{e}_z)$ (la notation soulignée désigne une quantité complexe) que l’on peut écrire par superposition

$$\underline{\xi}_z = \underline{\xi}_z^x \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_s^x} x\right) \cos(\omega t) + \underline{\xi}_z^y \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_s^y} y\right) \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{II.1})$$

où $\underline{\xi}_z^{x,y}$ est le déplacement vertical généré par l’onde stationnaire suivant l’axe $(O\mathbf{e}_x)$ ou $(O\mathbf{e}_y)$, $\lambda_s^{x,y}$ la longueur d’onde correspondante dans le substrat et φ la phase relative entre les deux ondes. On voit alors que le gradient de déplacement vertical (maximal en $x = \lambda_s/4$ [$\lambda_s/2$], $y = \lambda_s/4$ [$\lambda_s/2$]) tourne à la pulsation ω dès lors que le déphasage φ est non nul, ce qui est illustré dans le cas d’une excitation symétrique ($\underline{\xi}_z^x = \underline{\xi}_z^y = \underline{\xi}_{0z}$) avec $\varphi = \pi/2$ sur la figure II.2. Par continuité du déplacement à l’interface, cette émission par un front tournant rayonne un faisceau qui s’approche d’un BESSEL hélicoïdal dont les fronts d’onde en forme de vis sont représentés en figure II.3 (a). L’atténuation ou la rencontre d’un absorbeur par ce type de faisceaux génère également de la vorticité dans le fluide ou un couple sur l’absorbeur par transmission de quantité de moment cinétique (une analogie avec la pression de radiation qui correspond à une transmission de quantité de mouvement est à ce propos réalisée par HEFNER, ZHANG et MARSTON [70] [180] ou ANH USER *et al.*[5]). Ceci sera l’un des points centraux de l’étude menée en chapitre III. Notons que les points où l’on s’attend à ce que la vorticité soit maximale se trouvent d’après ce schéma en $x, y = \pi/4$ [$\pi/2$], et ceux où elle est nulle en $x, y = 0$ [$\pi/2$]. Enfin, notons que le sens de rotation de la surface s’inverse toutes les demi-périodes suivant x et y , ce qui s’explique simplement par le fait qu’en se décalant d’une demi-longueur d’onde suivant x ou y on se ramène à un problème équivalent en déphasant de π les deux ondes orthogonales, ce qui fait passer leur phase relative de $\pm\pi/2$ à $\mp\pi/2$, inversant le sens de rotation et donc la vorticité attendue.

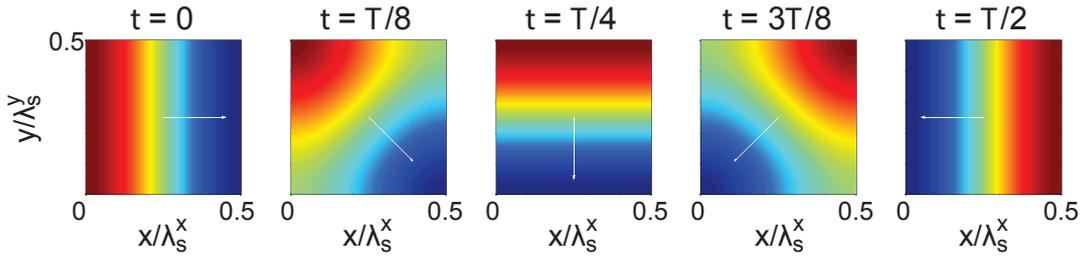


FIGURE II.2 – Déplacement vertical (altitude) de la surface d'un cristal parcouru par deux ondes stationnaires orthogonales de même amplitude ξ_{0z} , déphasées de $\varphi = \pi/2$ pour différents temps. En bleu déplacement $-\xi_{0z}$, en rouge $+\xi_{0z}$ (éq. II.1). En blanc un vecteur indiquant le sens de la pente, proportionnel à $-\nabla_{2D}\xi_{0z}$, tournant à la pulsation ω .

1.2 Mise en forme d'un champ acoustique à partir de deux ondes stationnaires croisées

Afin de pouvoir jouer sur les interférences entre les deux ondes stationnaires croisées (au travers de leur déphasage), le substrat est excité à l'aide de quatre émetteurs EM_i de même fréquence, $i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket$, deux à deux en regard et ayant chacun une phase à l'émission ϕ_i prise relativement au signal sortant du premier émetteur ($\phi_1 = 0$). Prenons une onde quelconque excitée à sa surface, notée $\underline{\mathbf{A}}_s$ en notation complexe. Chaque transducteur émet une onde propagative d'amplitude $|\underline{\mathbf{A}}_{0s}^i|$ vers le centre O au-dessus duquel se trouve la cavité acoustique, ainsi que le schématise la figure II.3 (b). Entre deux émetteurs d'un même axe, les deux ondes contrapropagatives forment une onde stationnaire, qui s'écrit par exemple pour l'axe $(O\mathbf{e}_y)$ entre les émetteurs EM_1 et EM_3 avec des notations complexes

$$\underline{\mathbf{A}}_s(1-3) = \underline{\mathbf{A}}_{0s}^1 e^{i\left(-\frac{2\pi}{\lambda_s^y}y - \omega t\right)} + \underline{\mathbf{A}}_{0s}^3 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda_s^y}y - \omega t\right)} = 2\mathbf{A}_s^y \cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda_s^y} + \frac{\phi_3}{2}\right) e^{-i\left(\omega t + \frac{\phi_3}{2}\right)} \quad (\text{II.2})$$

avec $\underline{\mathbf{A}}_{0s}^1 = |\underline{\mathbf{A}}_{0s}^3| = \mathbf{A}_s^y$ et $\underline{\mathbf{A}}_{0s}^3 = \mathbf{A}_s^y e^{-i\phi_3}$. Pour simplifier l'écriture nous n'avons ici pas tenu compte de la distance d'un émetteur au point O , qui n'intervient que comme phase temporelle dans la mesure où sur un axe, O étant défini comme le point milieu entre les deux émetteurs. On comprend donc que sur un axe donné, le déphasage relatif ϕ_3 d'un émetteur par rapport à l'autre permet de translater le champ complet suivant cet axe, d'un décalage $\Delta y = \frac{\phi_3}{4\pi}\lambda_s^y$. Un léger décalage en fréquence δf d'un émetteur par rapport à l'autre correspond alors à une phase lentement variable $\phi_3(t) = 2\pi\delta f t$, ce qui peut être utilisé pour imposer une vitesse de translation $\frac{1}{2}\delta f \lambda_s^y$ au champ acoustique et donc aux particules dans le fluide voisin [158] (voir II.1, figure de droite).

Avec des notations similaires pour l'axe $(O\mathbf{e}_x)$ entre les émetteurs EM_2 et EM_4

$$\underline{\mathbf{A}}_s(2-4) = 2\mathbf{A}_s^x \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda_s^x} + \frac{\phi_4 - \phi_2}{2}\right) e^{-i\left(\omega t + \frac{\phi_4 + \phi_2}{2}\right)} \quad (\text{II.3})$$

de sorte que le déphasage temporel entre les deux ondes stationnaires (déphasage de

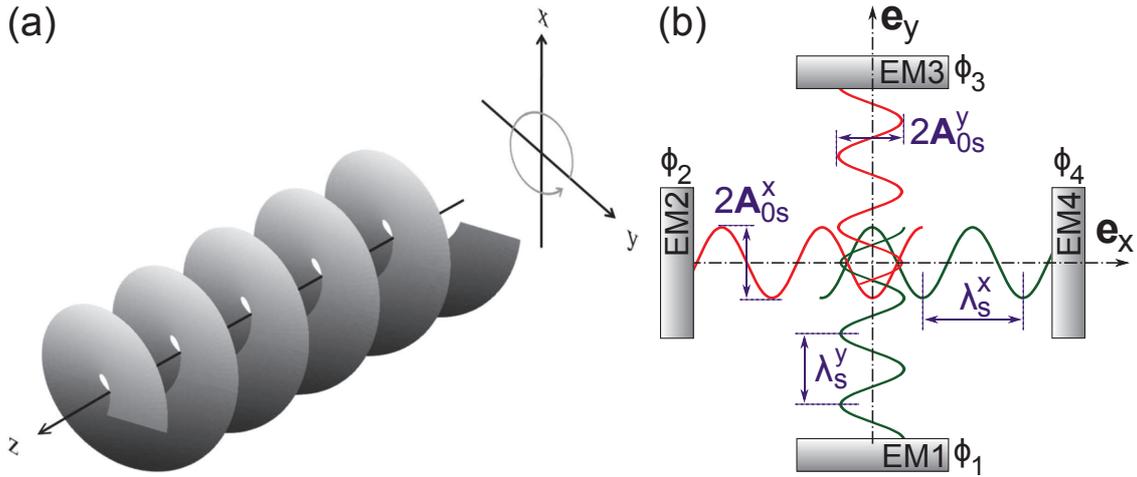


FIGURE II.3 – (a) Front d’onde hélicoïdal d’un faisceau de BESSEL. Figure tirée de KANG ETAL [78]. (b) Onde quelconque dans le substrat, excitée par quatre émetteurs EM_i , $i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket$, ayant chacun une phase ϕ_i et une amplitude \underline{A}_{0s}^i . On impose $|\underline{A}_{0s}^1| = |\underline{A}_{0s}^3| = \underline{A}_s^y$ et $|\underline{A}_{0s}^2| = |\underline{A}_{0s}^4| = \underline{A}_s^x$.

l’axe $(O\mathbf{e}_y)$ par rapport à l’axe $(O\mathbf{e}_x)$ est

$$\varphi = \frac{\phi_3 - \phi_4 - \phi_2}{2} \quad (\text{II.4})$$

Le pilotage des trois phases ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3 permet donc de piloter la position (x, y) des pièges et l’amplitude du couple exercé sur les particules qui s’y trouvent, ce qui sera l’objet du chapitre III. Dans une perspective de conception et de fabrication il est donc primordial d’offrir un contrôle précis des phases dans le système. Nous nous fixons donc l’objectif d’alimenter les quatre émetteurs directement avec des générateurs de fonctions arbitraires, eux-mêmes pilotés en temps réel par ordinateur. La phase entre les différentes sorties est imposée, mais si chaque sortie est reliée à un amplificateur, celui-ci induit un déphasage non maîtrisé entre les signaux d’entrée et de sortie, gênant donc le contrôle acoustique. Par ailleurs, les ondes de surface ne peuvent être excitées qu’à haute fréquence, où des couplages électromagnétiques en amont des émetteurs peuvent se produire, phénomène largement accentué par la présence d’amplificateurs. Pour ces deux raisons, et pour minimiser le nombre de composants de puissance nécessaires au fonctionnement des dispositifs (souhaitable dans un contexte microfluidique) nous nous imposons de les alimenter sans aucun étage d’amplification, soit sous une tension inférieure à 10 V aux bornes de chaque émetteur.

1.3 Déplacement du champ de force

Le choix de pilotage du champ par déphasage des émetteurs plutôt que par excitation de modes successifs [136] a cependant sa contrepartie, qui est sa dépendance aux réflexions. Prenons en effet le modèle le plus simple d’un champ de pression stationnaire et unidimensionnel dans un fluide, généré par deux ondes contrapropagatives provenant de deux émetteurs en regard. En l’absence de réflexions, cette onde stationnaire est

modulée spatialement par un sinus dont les zéros peuvent être translatés en modifiant la phase entre les deux émetteurs, sans que cela n'affecte son amplitude (démarche équivalente à celle ayant donné l'expression II.2 pour une onde de surface). Si par contre des réflexions existent, une ou plusieurs ondes stationnaires de même fréquence vont se superposer à la première. Contrairement à celle-ci, les ondes stationnaires créées par ces réflexions sont modulées par des sinus entièrement déterminés par la géométrie du dispositif. Aussi le champ acoustique total, somme de ces diverses contributions, n'est plus simplement translaté par modification de la phase inter-émetteurs. Définissons un taux d'ondes stationnaires immobiles (non pilotables, guidées par les réflexions et la géométrie)

$$\gamma_{\text{imm}} = \frac{\text{Amplitude de la somme des ondes stationnaires non pilotables}}{\text{Somme des amplitudes des ondes stationnaires pilotable et non pilotable}} \quad (\text{II.5})$$

Même si ce taux est inférieur à 1/2 l'onde résultante a une amplitude pic-à-pic qui dépend de la phase inter-émetteurs puisque pour certaines phases l'onde pilotée interfère constructivement avec les ondes immobiles et pour d'autre destructivement.

Il convient ici d'éviter toute confusion concernant le potentiel de forces de radiations (potentiel de Gor'kov [61], voir éq. I.6) qui ne fait intervenir que des moyennes quadratiques et est donc non-linéaire. Le champ de force résultant de la superposition d'ondes stationnaires n'est donc pas la somme du champ de force généré par chacune, donc les maxima de l'onde immobile ne sont pas nécessairement des barrières de potentiel. Supposons que le champ de pression dans le fluide s'écrive

$$p(x, t) = \gamma_{\text{imm}} p_0 \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cos(\omega t) + (1 - \gamma_{\text{imm}}) p_0 \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

La plupart des objets utilisés en acoustofluidique ont une flottabilité proche du milieu dans lequel il baignent, le coefficient dipolaire f_2 du facteur acoustophorétique (voir éq. I.6) est alors négligeable devant le coefficient monopolaire f_1 [24], [135]. On peut alors adimensionnaliser le potentiel de Gor'kov par $\frac{4\pi}{3} a^3 f_1 \kappa_m$:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{\text{GK}}(x) \approx \frac{\langle p^2 \rangle}{p_0^2} = & (1 - \gamma_{\text{imm}})^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + \gamma_{\text{imm}}^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\phi}{2}\right) \\ & + 2\gamma_{\text{imm}}(1 - \gamma_{\text{imm}}) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

On voit donc très clairement le troisième terme proportionnel à $\cos(\phi)$ comme un terme d'interférences entre les deux ondes. Lorsque $\phi = 0$ les ondes interfèrent constructivement (de plus leurs ventres sont confondus), et en $\phi = \pi$ destructivement. Le potentiel de force ainsi obtenu est tracé en figure II.4 pour deux taux d'ondes stationnaires immobiles $\gamma_{\text{imm}} = 0,4$ et $\gamma_{\text{imm}} = 0,6$ et pour différentes phases inter-émetteurs ϕ . Pour $\phi \notin [3\pi/4, 5\pi/4]$ le potentiel est très peu influencé par la présence de réflexions, mais lorsque $\phi \approx \pi$ l'amplitude du potentiel devient faible (nulle si $\gamma_{\text{imm}} = 1/2$) et le terme d'interférence devient prédominant. Les positions successives d'un minimum de potentiel (piège acoustophorétique) sont repérées par un point gris sur la figure II.4. On constate ainsi que pour $\gamma_{\text{imm}} < 1/2$ l'amplitude des ondes pilotées, supérieure à celui des ondes immobiles, permet de déplacer des objets sur tout l'axe, alors que pour $\gamma_{\text{imm}} > 1/2$

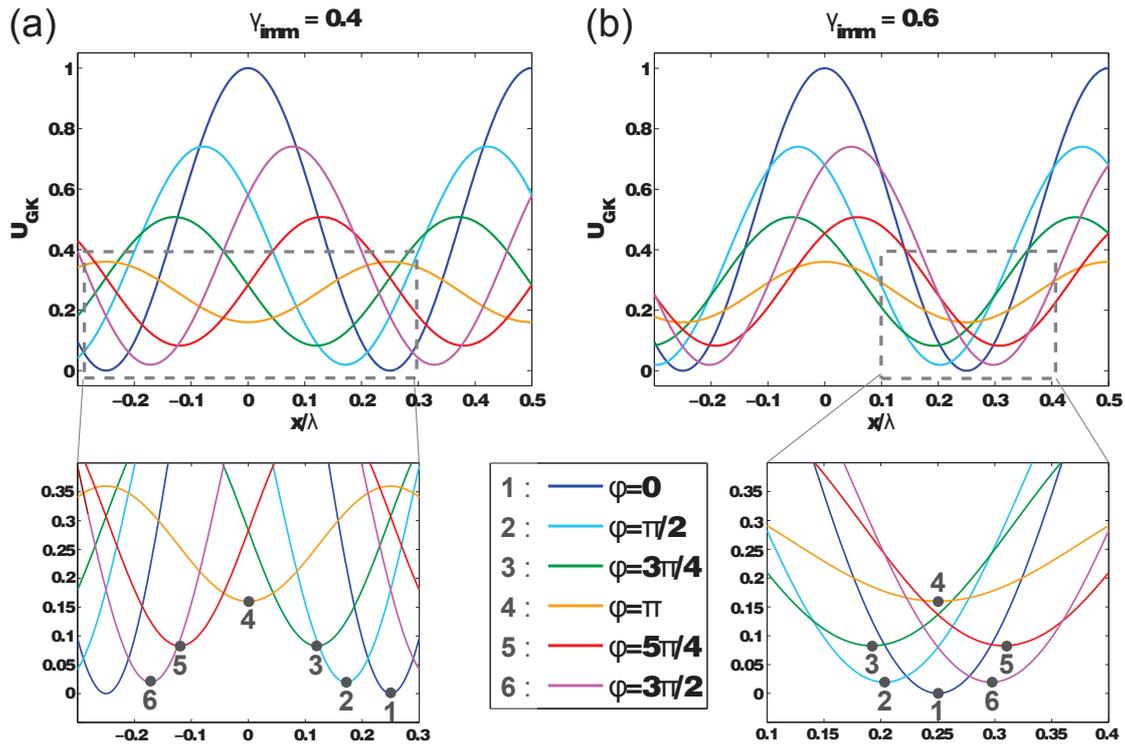


FIGURE II.4 – Potentiel de Gor'kov 1D adimensionné par $\frac{4\pi}{3}a^3 f_1 \kappa_m$ (éq. II.6), tracé pour un taux d'ondes stationnaires immobiles $\gamma_{imm} = 0,4$ (figure (a)) et $\gamma_{imm} = 0,6$ (figure (b)). Les différentes courbes colorées correspondent à des phases inter-émetteurs ϕ données et pour chacune le disque gris correspond à la position d'un minimum de potentiel, donc un piège acoustophorétique. Dans le cas idéal non tracé ici $\gamma_{imm} = 0$ la forme sinusoïdale bleue d'amplitude 1 se translate simplement sans altération d'amplitude. On attire l'attention du lecteur sur le fait que les phases $\phi = \pm\pi/4$ n'ont pas été représentées de sorte que le pas en phase entre deux courbes n'est donc pas constant.

les ondes immobiles empêchent le fonctionnement des pinces acoustiques.

On peut également souligner que pour $\gamma_{imm} = 0,4$ les positions successives du piège sont très proches pour $\phi \approx 0 [2\pi]$ (les positions 1 et 2 du sous-graphe (a) sont espacées de $\Delta\phi = \pi/2$) et s'écartent lorsque $\phi \approx \pi [2\pi]$ (les positions 3, 4 et 5 sont espacées de $\Delta\phi = \pi/4$). Ces positions successives d'un même piège sont données en figure II.5. Le graphique (a), où sont représentés les résultats pour différentes valeurs de γ_{imm} , montre comment les pièges se déplacent en fonction de la phase inter-émetteurs ϕ . Si un faible décalage en fréquence est imposé entre les deux émetteurs, $\phi \propto t$, la vitesse de translation des objets n'est constante qu'en l'absence de réflexions, ce qui correspond à la courbe bleue. Dans les autres cas, la vitesse est plus importante à l'approche de $\phi = \pi$ lorsque les deux ondes stationnaires sont confondues mais en opposition de phase. Si $\gamma_{imm} = 1/2$, le potentiel s'annule à cette phase, si bien qu'à l'instant suivant l'objet se retrouve sur un maximum de potentiel et doit donc sauter de $\pm\lambda/4$, ce pourquoi la courbe rouge correspondante est tirée, l'objet pouvant en effet également sauter vers le puits du dessus. Dans un contexte microfluidique ce choix d'un puits par rapport à l'autre ne peut être guidé par des effets inertiels et nous verrons dans la sous-section 4.2 qu'il est

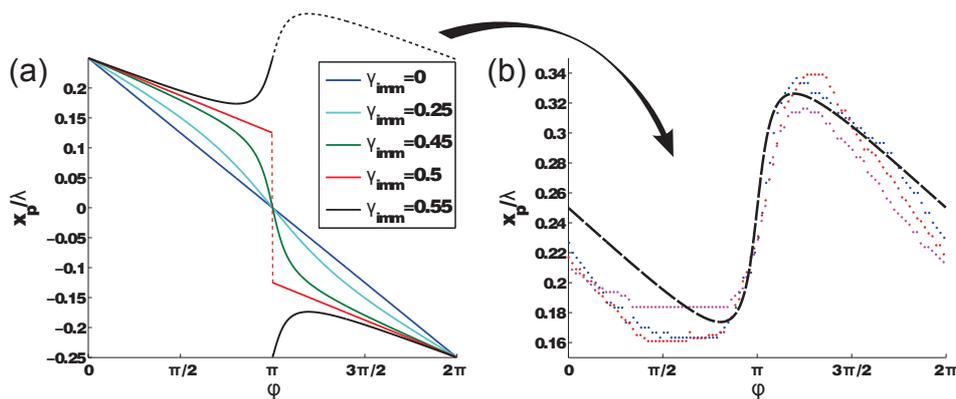


FIGURE II.5 – Positions successives d'un puits de potentiel de Gor'kov 1D en fonction de la phase inter-émetteurs. (a) influence du taux d'ondes stationnaires immobiles. (b) Mesures sur un dispositif réel (cavité anéchoïque présentée en figure II.38 (b)) en pointillés, suivant l'axe (Oe_x) en imposant un décalage fréquentiel $\delta f = 1$ Hz de l'émetteur *EM2* par rapport à *EM4*. Phase déduite par construction. Courbe noire superposée à titre indicatif, correspondant à $\gamma_{imm} = 0,53$.

en réalité guidé par les écoulements résiduels ou redressés qui génèrent une traînée de STOKES sur les objets.

Finalement, dès que $\gamma_{imm} > 1/2$ (courbe magenta) on retrouve que les objets ont un déplacement moyen par balayage nul, comme attendu d'après le sous-graphe de la figure II.4 (b). L'amplitude de ce déplacement décroît lorsque le taux d'ondes immobiles augmente et tend vers zéro pour $\gamma_{imm} \approx 1$. Des mesures réalisées sur un dispositif particulièrement réfléchissant, émettant dans une cavité anéchoïque décrite en sous-section 4.2, sont présentées en figure II.5 (b). On voit que la dépendance du déplacement des objets à la phase suit la tendance prévue (ici on estime arbitrairement $\gamma_{imm} \approx 0,53$), et malgré le faible dépassement de la limite $\gamma_{imm} = 1/2$ les objets ont effectivement un déplacement moyen nul.

On comprend donc qu'il est primordial de minimiser ce taux d'ondes stationnaires immobiles, guidées par la géométrie, et en tout cas qu'il est nécessaire d'imposer que les réflexions ne fassent pas dépasser le seuil $\gamma_{imm} = 1/2$ au-delà duquel les pinces acoustiques deviennent inopérantes.

2 Génération d'une onde acoustique dans un fluide à partir de transducteurs piézoélectriques plans

2.1 Rayonnement d'une onde à la surface d'un solide

Angle de RAYLEIGH et vecteurs d'ondes

Lorsqu'une onde de RAYLEIGH se propage à la surface régulière d'un solide, elle ne s'atténue quasiment pas le long de sa propagation. C'est le cas lorsque le solide est dans le vide. Dès lors qu'un autre milieu est en contact avec la surface du solide, on parle d'onde chargée. Cette charge est mécanique car elle modifie localement l'inertie de l'interface

et autorise une fuite d'énergie vers un milieu extérieur au solide excité, mais peut aussi être électrique. En effet si le solide a un comportement piézoélectrique, le milieu voisin peut altérer le comportement diélectrique de la surface. Ce sera typiquement le cas avec de l'eau qui a une permittivité diélectrique relative $\epsilon_r \approx 80$ très élevée, modifiant la permittivité effective de la surface en court-circuitant une partie des lignes de champ électrostatique par rapport à un cas où la charge électrique serait nulle (vide au-dessus du solide excité) [33]. Dans le cas d'une présence de charge mécanique, la relation d'onde dans le solide est fortement modifiée selon que la vitesse de phase des ondes de surface dans ce dernier c_s est supérieure ou inférieure à la vitesse de propagation du son dans le milieu voisin c_m . Dans le premier cas, l'onde devient évanescence dans le cristal, on parle alors d'onde de STONELEY si le milieu voisin est un solide et d'onde de SCHOLTE si ce milieu est un liquide [37]. Nous n'étudierons pas ce type d'actuation dans ce manuscrit, ce qui est fait par AUBERT *et al.*[9] pour des applications similaires aux nôtres. Dans le second cas, comme nous le verrons en sous-section 2.1, une partie de l'énergie de vibration du solide peut être rayonnée sous forme acoustique dans le milieu voisin, on parle alors d'ondes de RAYLEIGH fuyantes, lesquelles nous intéresseront particulièrement puisqu'elles permettent de transmettre une onde acoustique de par la continuité du déplacement au niveau de l'interface qui force le solide déformé par l'onde à transférer de la quantité de mouvement au milieu voisin. Ce transfert n'est physiquement possible qu'à condition que l'onde se propage plus rapidement dans le solide que dans le milieu voisin. Chaque point de l'interface se comporte alors comme un émetteur ponctuel dans le milieu voisin et l'onde générée par cette continuité de sources est dite onde rayonnée par le solide.

La modélisation classique proposée par BERTONI *et al.*[18] considère une onde de surface de type onde plane progressive harmonique (OPPH) se déplaçant suivant un axe ($O\mathbf{e}_x$) le long d'un solide. Le milieu voisin est supposé non dissipatif, l'écoulement engendré (s'il s'agit d'un fluide) est donc parfait. Dans ce dernier l'onde se propage avec un vecteur d'onde \mathbf{k}_s^{+x} suivant l'interface dans le sens $+\mathbf{e}_x$, comme illustré en figure II.6 (a). Tout point de l'interface se comporte en émetteur d'une onde sphérique mais l'interférence entre la somme de ces émetteurs donne lieu à une autre OPPH dans le milieu voisin (partie haute du schéma) de vecteur d'onde noté \mathbf{k}_m^{+x} . On introduira les longueurs

$$\lambda_s^x = \frac{2\pi}{k_s^x}, \quad \lambda_m^x = \frac{2\pi}{k_m^x} \quad (\text{II.7})$$

où $k_s^x = \|\mathbf{k}_s^{+x}\|$ et $k_m^x = \|\mathbf{k}_m^{+x}\|$. On définit alors θ_R comme l'angle entre \mathbf{k}_m^{+x} et la normale \mathbf{e}_z à l'interface.

La mise en évidence expérimentale de cet angle est faite par SHIOKAWA *et al.*[140] qui montrent qu'une goutte en contact avec un substrat excité par une onde acoustique de surface propagative est pulvérisée en suivant l'angle de RAYLEIGH. Afin de saisir le sens physique de cet angle de radiation de l'énergie acoustique depuis le solide vers le liquide, notons c_s^x (resp. c_m) la vitesse du son à la fréquence f dans le solide (resp. dans le milieu voisin). Si l'on prend un point O de la surface comme origine des phases, tout point M du solide (resp. du milieu voisin) est caractérisé par une phase $\mathbf{k}_s^{+x} \cdot \mathbf{OM}$ (resp. $\mathbf{k}_m^{+x} \cdot \mathbf{OM}$) par définition d'une OPPH. Notamment, deux points du solide A et B distants de λ_s^x

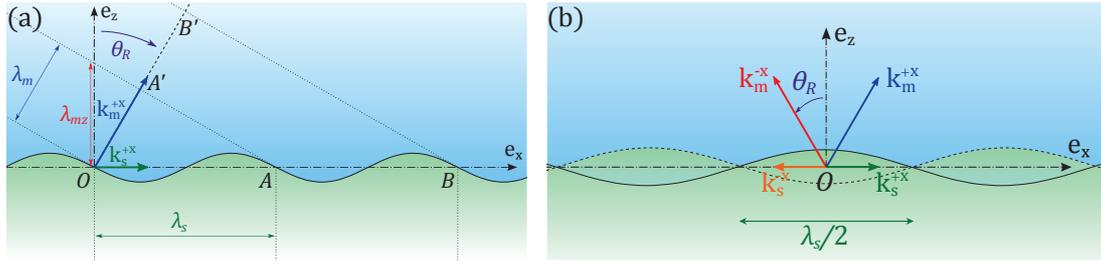


FIGURE II.6 – Modélisation du rayonnement d'une onde plane harmonique depuis un solide vers un milieu voisin (a) suivant l'angle de RAYLEIGH θ_R pour une onde progressive et (b) suivant la normale pour une onde stationnaire.

horizontalement sont à la même phase. Pendant une période $T = 1/f$ le front d'onde dans le milieu s'est déplacé de $\lambda_m^x = c_m T$ suivant \mathbf{k}_m^{+x} et pendant le même temps il s'est déplacé horizontalement dans le solide de $\lambda_s^x = c_s^x T$, supérieur puisqu'une onde de RAYLEIGH fuyante ne peut exister que si $c_m < c_s^x$. Le front d'onde partant du point O a ainsi été représenté en pointillés à T et à $2T$ sur la figure II.6 (a). En se concentrant sur le triangle $OA'A$ on voit alors immédiatement que

$$\sin(\theta_R) = \frac{\lambda_m^x}{\lambda_s^x} = \frac{c_m}{c_s^x} \quad (\text{II.8})$$

On remarque que θ_R ne peut mathématiquement exister que si $c_m < c_s^x$. Notons aussi que par construction et d'après la définition en formule II.7,

$$k_m^x \sin(\theta_R) = \frac{2\pi}{\lambda_m^x} \frac{\lambda_m^x}{\lambda_s^x} = k_s^x \quad (\text{II.9})$$

d'où le fait que k_s^x soit égal la projection horizontale de k_m^x .

Ce modèle de rayonnement peut être utilisé pour approcher le champ rayonné par une onde stationnaire, ce qui nous intéressera particulièrement par la suite. En effet, en décomposant une onde plane stationnaire harmonique à la surface du solide en une somme d'OPPH, on peut sommer les champs rayonnés par chacune des contributions, comme le proposent TRAN[158] et HAAKE [67]. La figure II.6 (b) illustre le cas d'une onde de surface stationnaire unidimensionnelle dans le cristal, décomposée en deux OPPH contrapropagatives (suivant $\pm \mathbf{e}_x$) et de même amplitude. L'onde se propageant suivant $+\mathbf{e}_x$ (resp. suivant $-\mathbf{e}_x$) rayonne dans le milieu voisin une OPPH de vecteur d'onde \mathbf{k}_m^{+x} (resp. \mathbf{k}_m^{-x}). Par symétrie et d'après le modèle précédent,

$$\mathbf{k}_m^{+x} \cdot \mathbf{e}_z = k_m^x \cos(\theta_R) = \mathbf{k}_m^{-x} \cdot \mathbf{e}_z \quad \text{et} \quad \mathbf{k}_m^{+x} \cdot \mathbf{e}_x = k_m^x \sin(\theta_R) = -\mathbf{k}_m^{-x} \cdot \mathbf{e}_x$$

Chaque point de la surface émet donc virtuellement simultanément deux ondes de même propagation verticale mais horizontalement contrapropagatives ce qui génère une onde partiellement stationnaire (horizontalement) et partiellement propagative (verticalement). En effet, en notant $\underline{\mathbf{A}}_s$ l'amplitude (vectorielle et complexe) de l'onde dans le

cristal, ici stationnaire

$$\underline{\mathbf{A}}_s(x, t) = \underline{\mathbf{A}}_{0s} \cos(k_s^x x) e^{-i\omega t} = \frac{\underline{\mathbf{A}}_{0s}}{2} e^{i(k_s^x x - \omega t)} + \frac{\underline{\mathbf{A}}_{0s}}{2} e^{i(-k_s^x x - \omega t)}$$

et $\underline{\mathbf{A}}_m$ l'onde rayonnée dans le milieu voisin

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{A}}_m(x, t) &= \frac{\underline{\mathbf{A}}_{0m}}{2} e^{i(k_m^x \sin(\theta_R)x + k_m^x \cos(\theta_R)z - \omega t)} + \frac{\underline{\mathbf{A}}_{0m}}{2} e^{i(-k_m^x \sin(\theta_R)x + k_m^x \cos(\theta_R)z - \omega t)} \\ &= \underline{\mathbf{A}}_{0m} \cos(k_m^x \sin(\theta_R)x) e^{i(k_m^x \cos(\theta_R)z - \omega t)} \end{aligned}$$

ce qui s'écrit grâce aux équations II.8 et II.9 :

$$\underline{\mathbf{A}}_m(x, t) = \underline{\mathbf{A}}_{0m} \cos(k_s^x x) e^{i(k_s^x z / \tan(\theta_R) - \omega t)} \quad (\text{II.10})$$

Pour ordre de grandeur, le solide que nous utilisons est du niobate de lithium, $c_s \approx 4 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ et les différents milieux dans lequel il rayonne ont des vitesses du son de l'ordre de $c_m \approx 10^3 \text{ m.s}^{-1}$. On a donc typiquement θ_R de 15° à 25° , et puisque $\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{e}_z = k_s / \tan(\theta_R)$, les longueurs d'onde horizontales (partie stationnaire de l'onde rayonnée) sont environ 2 à 4 fois supérieures aux « longueurs d'onde » verticales (partie propagative).

Point de vue énergétique

En rayonnant dans le milieu voisin, le solide lui cède de l'énergie. Ainsi une OPPH à sa surface s'atténue au cours de sa propagation. Ce phénomène est classiquement modélisé par une décroissance exponentielle de l'amplitude de l'onde, d'un facteur réel positif que nous noterons α_s tel qu'une onde de surface propagative suivant $+\mathbf{e}_x$ s'écrit

$$\underline{\mathbf{A}}_s(x, t) = \underline{\mathbf{A}}_{0s} e^{-\alpha_s x} e^{i(k_s^x x - \omega t)} \quad (\text{II.11})$$

Notons qu'il est classique dans la littérature de trouver plutôt k_s^x complexe, de partie réelle correspondant au vecteur d'onde et de partie imaginaire correspondant à α_s .

Selon VIKTOROV [161] l'atténuation totale α_s est non seulement due au rayonnement de l'onde dans le milieu voisin (facteur $\alpha_{s \text{ ray}}$), mais aussi à la dissipation visqueuse ou viscoélastique par le milieu voisin (facteur $\alpha_{s \text{ visc}}$) et aux réflexions multiples sur les divers défauts et irrégularités de la surface. On néglige souvent la dernière source d'atténuation du signal devant les deux autres, si bien que l'atténuation s'écrit $\alpha_s = \alpha_{s \text{ ray}} + \alpha_{s \text{ visc}}$. Une approche pédagogique par ordre de grandeur menée par DRANSFELD *et al.*[50] montre qu'en notant ρ_s la masse volumique du solide, ρ_m la masse volumique du milieu voisin, et η_m sa viscosité à la pulsation $\omega = 2\pi f$, on peut approximer

$$2\alpha_{s \text{ ray}} \sim \frac{\rho_m c_m}{\rho_s c_s^x \lambda_s^x} \quad \text{et} \quad 2\alpha_{s \text{ visc}} \sim \frac{(\rho_m \eta_m \omega^3)^{1/2}}{4 \sqrt{2} \pi^2 \rho_s c_s^x} \quad (\text{II.12})$$

Le facteur 2 dans ces deux expressions vient du fait que l'auteur étudie l'atténuation énergétique de l'onde, alors que nous serons plutôt intéressés par son atténuation en amplitude. Ces expressions sont obtenues en supposant que le mode transverse (déplacement vertical de l'interface) est responsable de la radiation dans le milieu voisin, alors que le mode longitudinal (déplacement horizontal) génère la dissipation visqueuse, confinée

dans la couche limite visqueuse du milieu voisin, d'épaisseur $\delta_v = \left(\frac{2\eta_m}{\rho_m\omega}\right)^{1/2}$. Dans notre cas, le niobate de lithium a une masse volumique $\rho_s = 4,65 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et les divers milieux voisins, de l'ordre de $\rho_m \approx 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. On aura donc $\alpha_{s \text{ ray}} \lambda_s \approx 0,1$ c'est-à-dire que l'onde de surface aura rayonné environ la moitié de son énergie après dix longueurs d'onde. Cette atténuation très importante est due au fait que l'essentiel de l'énergie vibratoire du solide est concentrée au niveau de la surface, là où elle peut rayonner. Le coefficient d'amortissement d'une onde de volume dépendrait beaucoup moins de la charge. D'autre part $\alpha_{s \text{ visc}} \approx 0,1 \text{ m}^{-1}$, ce qui peut aussi s'écrire $\alpha_{s \text{ visc}} \lambda_s \approx 10^{-5} \ll \alpha_{s \text{ ray}} \lambda_s$ car la longueur d'onde dans nos dispositifs est de l'ordre d'une centaine de microns comme nous le verrons par la suite. Ainsi, à « basse » fréquence ($f < 1 \text{ GHz}$), la quasi totalité de l'énergie perdue par le solide est rayonnée dans le milieu voisin dans la plupart des cas.

2.2 Mise en vibration de la surface par un transducteur interdigité (IDT)

Afin d'exciter les modes de surface qui vont fuir dans le milieu voisin, il faut recourir à des transducteurs dont la fréquence nominale $f_{0, \text{IDT}}$ est très haute, typiquement supérieure à quelques MHz. La solution technologique classiquement retenue est le Transducteur InterDigité (IDT). Il s'agit de deux peignes d'électrodes métalliques, imbriqués, déposés sur un solide piézoélectrique, comme représenté dans le cas le plus simple sur la figure II.7, empruntée au livre de ROYER et DIEULESAINT [126] [127]. La géométrie particulière de transducteur dite IDT simple qui y est représentée consiste simplement en deux peignes à N_{IDT} doigts, de largeur w_{IDT} mis en correspondance. La distance entre deux doigts successifs d_{IDT} est la moitié de la distance entre deux doigts d'un même peigne et la longueur du transducteur complet s'écrit donc $L_{\text{IDT}} = 2N_{\text{IDT}}d_{\text{IDT}} - 1$, comme illustré en figure II.7 (a).

Chacun de ces deux peignes est alors soumis à une tension alternative, l'un déphasé de π par rapport à l'autre. Si le milieu voisin au niveau de la surface est un bon isolant, les différences de potentiel électrostatique imposées le réseau d'électrodes génèrent un champ électrique entre chaque paire de doigts, comme illustré sur la figure II.7 (c). Notons que dans notre cas pratique $L_{\text{IDT}} \approx 1 \text{ cm}$ donc à vitesse $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ donnée, le temps caractéristique électromagnétique est de l'ordre $\tau_{\text{EM}} \approx 10^{-10} \text{ s} \ll 1/f_{0, \text{IDT}}$ et ce jusqu'à des fréquences avoisinant le GHz, or nous travaillons généralement sous 40 MHz environ, d'où le choix d'un modèle quasi-statique. Grâce au caractère piézoélectrique du solide, le champ électrostatique lentement alternatif se couple avec le champ de contraintes et une onde mécanique est générée. La fréquence nominale $f_{0, \text{IDT}}$ d'émission mécanique du IDT, que nous qualifierons aussi de fréquence de résonance mécanique, correspond à la fréquence pour laquelle $d_{\text{IDT}} = \lambda_s/2$, ce qui par définition (II.7) s'écrit

$$f_{0, \text{IDT}} = \frac{c_s}{2d_{\text{IDT}}} \quad (\text{II.13})$$

Pour cette fréquence et cette géométrie, on voit sur la figure II.7 (b) qu'à un instant t_0 pris tel que le champ $\|\mathbf{E}_s\|$ soit maximum entre deux doigts, on génère une contrainte mécanique qui change de signe toutes les périodes spatiales d_{IDT} . Ce motif se propage à la célérité $c_s = \lambda_s f_{0, \text{IDT}}$ de sorte qu'à la demi période suivante $t_0 + 1/2f_{0, \text{IDT}}$ il s'est

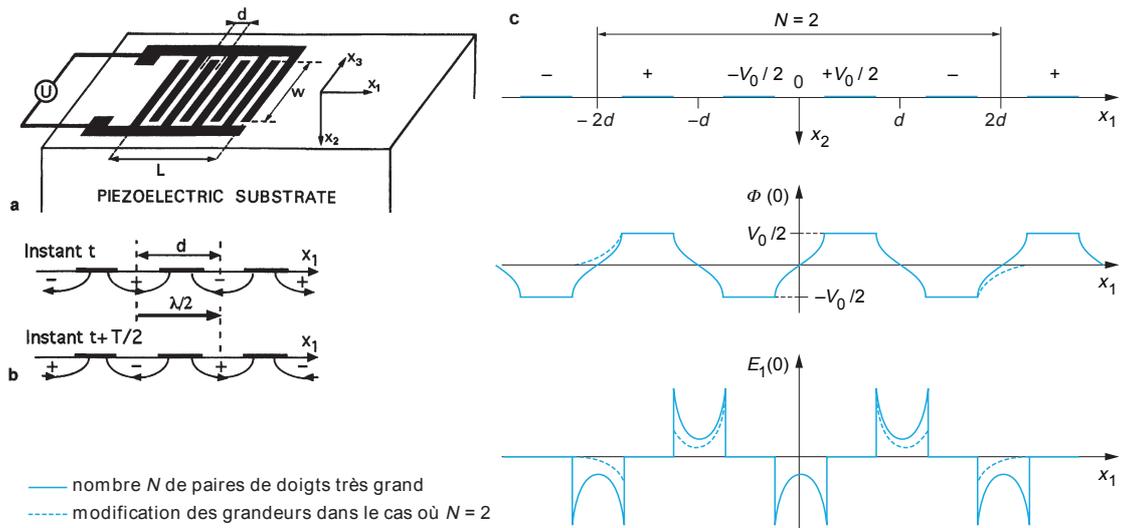


FIGURE II.7 – Modélisation quasi-statique du fonctionnement d'un IDT simple, tirée de ROYER et DIEULESAINT [126] [127]. (a) Transducteur simple à N_{IDT} doigts, de longueur L_{IDT} , largeur w_{IDT} , et de pas d_{IDT} . (b) Une tension alternative de période $1/f_{0,IDT}$ appliquée aux deux peignes génère un champ électrique proche de la surface. A la résonance mécanique $2d_{IDT} = \lambda_s$. (c) Distributions spatiales à la surface, du potentiel électrostatique ψ_s et du champ électrostatique tangentiel $E_s \cdot e_x$.

déplacé de $\lambda_s/2 = d_{IDT}$. Or tous les émetteurs fixes se sont déphasés de π par rapport à la première demi période, et la contribution qu'ils émettent vient s'ajouter à chaque demi période. En d'autres termes chaque paire de doigt peut être vue comme une source ponctuelle, et la résonance mécanique correspond à la fréquence pour laquelle toutes ces sources interfèrent de manière constructive.

Le comportement fréquentiel d'un tel transducteur peut être grossièrement prédit par un modèle très simple de sa réponse impulsionnelle. Si un transducteur est soumis à une consigne de type DIRAC, toutes les fréquences sont excitées et chaque paire d'électrodes émet une ondelette, si bien que le IDT complet émet de chaque côté une impulsion de même longueur L_{IDT} que lui. Dans le cas particulier où ce transducteur n'a que $N_{IDT} = 2$ doigts, il répond en émettant une impulsion de même longueur que la consigne en DIRAC, sa fonction de transfert est donc théoriquement une constante. Il est d'ailleurs courant dans la littérature de caractériser la réponse impulsionnelle d'un IDT particulier en plaçant dans son prolongement un IDT simple à deux doigts, comme illustré sur la figure II.8 (a), tirée de la même référence [126]. Servant de récepteur du signal émis par la source, ce dernier utilise la réciprocité du couplage piézoélectrique pour générer une tension image de l'onde mécanique qu'il reçoit. Ceci montre l'intérêt potentiel d'un récepteur à deux doigts, de bande passante très large. Si l'on s'intéresse maintenant par exemple à la partie du signal émise vers la droite par le IDT de la figure II.8, on constate que la paire d'électrodes la plus à droite émet à l'instant $t = 0$ une ondelette, qui se propage à la vitesse c_s . À l'instant $2d_{IDT}/c_s$ elle reçoit le signal émis par la seconde

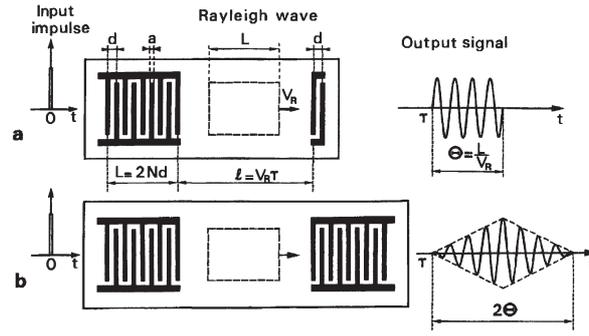


FIGURE II.8 – Réponse impulsionnelle d'un IDT simple, tirée de ROYER et DIEULESAINT [126]. (a) Signal reçu par un IDT à 2 doigts (fonction de transfert plate). (b) Signal reçu par un IDT à même nombre de doigts que l'émetteur.

d'électrodes, et à l'instant

$$\Theta_{\text{IDT}} = \frac{2N_{\text{IDT}}d_{\text{IDT}}}{c_s} = \frac{N_{\text{IDT}}}{f_{0,\text{IDT}}} \quad (\text{II.14})$$

(en utilisant l'expression II.13), elle reçoit l'ondelette émise par la dernière paire d'électrodes. Ainsi, vu de la droite du IDT tout se passe comme s'il était ramené à une simple paire d'électrodes, émettant pendant Θ_{IDT} .

Si l'on place face à cet émetteur un autre IDT en récepteur, celui-ci reçoit un signal qui dépend de son propre nombre de doigts. Les deux seuls cas simples sont celui d'un récepteur à deux doigts et celui d'un récepteur de même nombre de doigts que l'émetteur, respectivement illustrés en figure II.8 (a) et (b).

Dans le premier cas le signal reçu est l'image exacte du signal émis, *i.e.* une fonction porte de durée Θ_{IDT} débutant à $t = 0$.

$$\Pi\left(\frac{t}{\Theta_{\text{IDT}}} - \frac{1}{2}\right) \quad \text{avec} \quad \Pi(t') = \begin{cases} 1 & \text{si } -1/2 \leq t' \leq 1/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

La transformée de FOURIER de ce signal donne la fonction de transfert de l'ensemble, donc le produit de convolution de l'émetteur par le récepteur. Ce dernier ayant une fonction de transfert constante, on en déduit que l'émetteur a une fonction de transfert proportionnelle à $\text{sinc}\left(\pi\Theta_{\text{IDT}}(f - f_{0,\text{IDT}})\right)$, et donc à $\text{sinc}\left(N_{\text{IDT}}\pi\frac{f - f_{0,\text{IDT}}}{f_{0,\text{IDT}}}\right)$ (d'après II.14). La résonance en émission a donc bien lieu à la fréquence nominale $f_{0,\text{IDT}}$, mais une multitude d'antirésonances et de lobes secondaires d'émission existent, symétriques par rapport au pic central. Ils correspondent à des fréquences pour lesquelles les divers émetteurs ponctuels (N_{IDT} paires d'électrodes) interfèrent de manière destructive ou constructive, interférences d'autant plus marquées que N_{IDT} est élevé. Il est donc logique que la bande passante à 3dB Δf_{BP} , qui se calcule pour un sinus cardinal [126] comme

$$\frac{\Delta f_{\text{BP}}}{f_{0,\text{IDT}}} \approx \frac{0,885}{N_{\text{IDT}}} \quad (\text{II.16})$$

soit inversement proportionnelle au nombre de doigts N_{IDT} . Par ailleurs, notons qu'il est

possible de montrer [107] que le gain d'un tel transducteur simple est proportionnel au carré du nombre de doigts N_{IDT}^2 . On voit alors que le fait de vouloir augmenter le gain d'un émetteur coûte nécessairement une diminution de la bande passante.

Dans le second cas, le récepteur n'est autre que la copie de l'émetteur. En s'appuyant sur la figure II.8 (b) on comprend que le signal porte, qui se déplace à la vitesse c_s , arrive sur la première paire d'électrodes du récepteur à un instant t_0 . Seule cette paire étant excitée, le signal total reçu est d'amplitude faible, mais celle-ci augmente linéairement avec le temps puisque de plus en plus de paires d'électrodes sont excitées. Après un temps $L_{\text{IDT}}/c_s = \Theta_{\text{IDT}}$, le signal porte, de même « longueur » que le récepteur, excite à la fois toutes les paires d'électrodes, si bien que le signal reçu est alors d'amplitude maximale. Il redécroit enfin avec le temps, au fur et à mesure que le signal d'émission le quitte, jusqu'à retomber à zéro en $t_0 + 2\Theta_{\text{IDT}}$. La transformée de FOURIER de ce filtre émetteur-récepteur est donc $\text{sinc}^2\left(N_{\text{IDT}}\pi\frac{f-f_{0,\text{IDT}}}{f_{0,\text{IDT}}}\right)$, qui n'est autre que l'autoconvolution de la fonction de transfert d'un transducteur simple. Il est important de constater que la bande passante à 3dB est diminuée [126] à

$$\frac{\Delta f_{\text{BP}}}{f_{0,\text{IDT}}} \approx \frac{0,635}{N_{\text{IDT}}}$$

Dans la géométrie que nous avons choisie où les transducteurs de même géométrie se font face, il est donc naturel de caractériser nos dispositifs en utilisant un IDT comme émetteur et l'autre comme récepteur. Mais il faut garder en tête que la bande passante ainsi mesurée électriquement est plus fine que celle d'émission mécanique pure qui nous intéresse.

Ce modèle très simple ne permet pas de prédire précisément le comportement d'un émetteur ni son gain, mais permet de saisir le principe de l'excitateur le plus simple. On retiendra aussi que, quelle que soit la géométrie d'excitateurs choisie, une forte efficacité de conversion électromécanique (assimilable au gain du transducteur) se paie au prix d'une bande passante réduite.

Les designs de transducteurs les plus classiques sont recensés en figure II.9, tirée des articles de revue de CK CAMPBELL [29] et de WHITE [166]. Le IDT classique est le plus couramment utilisé, mais il est possible de jouer sur la disposition des différents doigts pour induire des déphasages entre eux, et modifier ainsi le signal total émis par leurs interférences.

- En figure II.9 (b) on voit notamment un transducteur le long duquel le pas d_{IDT} varie. Pour certaines fréquences, une partie du réseau d'électrodes est excitée à sa résonance. Si l'on augmente (resp. diminue) la fréquence, la partie du transducteur de pas plus court (resp. long) se met à résonner à la place. Ainsi, peu de doigts sont excités à la fois (gain faible) mais la bande passante de ce type de transducteur est large. Pour une application d'acoustofluidique, ils servent typiquement à pouvoir balayer plusieurs modes d'une cavité résonante ou entre deux émetteurs comme l'utilisent DING *et al.*[46] pour leurs pinces acoustiques.
- En figure II.9 (c), le transducteur de type SFIT représenté a beaucoup de similitudes avec le précédent. La différence est que le pas d_{IDT} ne varie pas dans la longueur mais dans la largeur. L'énergie acoustique rayonnée par le transducteur est donc

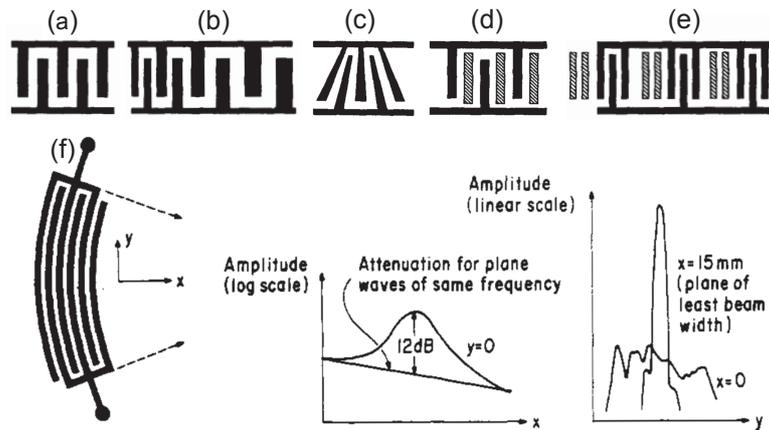


FIGURE II.9 – Quelques designs de IDT classiques, (a) à (e) tirés des articles de revue [29] et (f) de [166]. (a) IDT simple (bidirectionnel), (b) IDT à large bande passante dit *chirp*, (c) IDT à large bande passante dit *SFIT*, (d) et (e) IDT unidirectionnels dits *SPUDT*. La zone hachurée correspond à une double épaisseur de métallisation, (f) IDT focalisé.

concentrée sur la fine bande de largeur qui résonne à la fréquence d'excitation. En faisant le parallèle avec un transducteur simple dont on varierait la fréquence de résonance, on comprend que si la bande horizontale du milieu est excitée, le profil de déplacement suivant une coupe transverse n'est autre qu'un sinus cardinal [47]. En s'inspirant du paragraphe précédent on comprend que la bande d'émission est d'autant plus fine que le nombre de doigts est grand. Ce transducteur présente donc l'avantage sur le précédent d'avoir un gain élevé et une bande passante relativement large, ce qu'il paie au prix d'une émission acoustique très localisée. En acoustofluidique il est donc particulièrement adapté à du tri acoustique rapide à effectuer dans un canal transverse à l'émission [47].

- La figure II.9 (d) et (e) illustre deux géométries possibles de transducteurs unidirectionnels, que l'on trouve dans la littérature sous le doux nom de *SPUDT*. En jouant sur le réseau d'électrodes et/ou sur la modification locale de vitesse de propagation des ondes de surface dans le réseau, on induit des déphasages périodiques entre les ondes émises par chaque paire d'électrodes. En brisant la symétrie, on force les interférences à détruire l'onde se propageant dans une direction. L'avantage de ce choix technologique est d'éviter de rayonner dans une direction qui peut être critique, mais aussi de doubler l'énergie émise dans l'autre direction. Par contre son inconvénient principal réside en sa lourdeur en termes de conception et de microfabrication, ce qui fait qu'à notre connaissance elle n'a d'application que dans les filtres aujourd'hui.
- Enfin, la figure II.9 (f) représente un IDT focalisé. Tout comme le IDT simple, il a une bande passante relativement fine (d_{IDT} constant), mais sa géométrie permet de focaliser le faisceau d'émission, comme le ferait une lentille derrière un laser [166]. En acoustofluidique, ce type de transducteur a typiquement sa place dans des cas expérimentaux où une très forte énergie est requise localement, comme par exemple pour de la pulvérisation d'une goutte sur le substrat [155]. Notons

que dans ce contexte milli-microfluidique, la visualisation optique est souvent nécessaire, et l'on cherchera donc un substrat piézoélectrique transparent. Or il n'existe pas de substrat à la fois hautement piézoélectrique, transparent et isotrope. On accepte donc souvent de travailler avec des matériaux anisotropes, ce qui rend la conception de tels transducteurs complexe [62].

Pour faciliter une utilisation de type laboratoire sur puce, on souhaitera travailler sans étage d'amplification et on privilégiera donc des transducteurs à haute efficacité de conversion électromécanique, quitte à sacrifier de la bande passante. Pour nos pinces acoustiques, l'objectif est d'avoir la même capacité de piégeage quelle que soit la position de l'objet dans la cavité, donc on ne retiendra pas ici les transducteurs focalisés. Enfin, pour la facilité de mise en œuvre, nous préférons, à cette étape du projet, le transducteur simple au *SPUDT*, qui apporterait un gain de deux sur l'efficacité. Cette considération pourra toutefois être revue à l'avenir.

2.3 Conversion électro-mécanique des transducteurs

Coefficients de couplage piézoélectrique et électromécanique

En piézoélectricité, cette efficacité de conversion électromécanique est très souvent exprimée en fonction du facteur adimensionnel K_R^2 appelé coefficient de couplage électromécanique. Sous l'effet d'un champ électrique, tout matériau se polarise plus ou moins. Si on les soumet à une telle polarisation, la contrainte ou déformation qui vient les déformer, certaines classes de cristaux voient leur polarisation modifiée d'un delta proportionnel à la contrainte. On appelle déformabilité piézoélectrique ce facteur de proportionnalité, qui dépend de la classe du cristal (un matériau non piézoélectrique a une déformabilité piézoélectrique nulle) et de l'orientation cristalline considérée pour les matériaux anisotropes. Cette propriété est illustrée sur le schéma pédagogique en figure II.10, tiré de ROSENBAUM [124], où sont représentés deux cristaux de même famille (hexagonale, comme le niobate de lithium) mais de classe différente. Un champ électrique polarise initialement chaque point de la maille élémentaire (moments dipolaires représentés par des vecteurs), puis celle-ci est mise sous contrainte. Dans le cas (a) la somme des moments dipolaires reste nulle après déformation, mais dans le cas (b) le moment dipolaire global est orienté vers la droite, ce qui correspond à la gauche de la maille devenant plus chargée (positive) et la droite moins chargée (négative).

On obtient alors un effet double [124] : d'une part le champ électrique génère un déplacement (et/ou une contrainte) dans le matériau, qui serait directement proportionnel au champ électrique en l'absence de polarisation. D'autre part la polarisation modifie la permittivité (liant une partie du déplacement au champ électrique) et la rigidité du matériau. La loi de Hooke liant linéairement le déplacement à la contrainte n'est alors plus valide, et il faut faire intervenir le couplage dit piézoélectrique, qui ajoute à la contrainte ou au déplacement une composante proportionnelle à la polarisation du milieu. Plus cette polarisation est importante, plus la rigidité est modifiée à champ électrique constant (c^E désigne généralement la matrice de rigidité d'un cristal sous champ E_s constant). La vitesse de phase d'une onde émise dans le milieu (égale à $\sqrt{c^E/\rho_s}$ pour une onde volumique) voit donc sa vitesse c_0 augmenter sous l'effet de la polarisation piézoélectrique à une vitesse c_s . Pour des ondes de volume, le coefficient de couplage électromécanique,

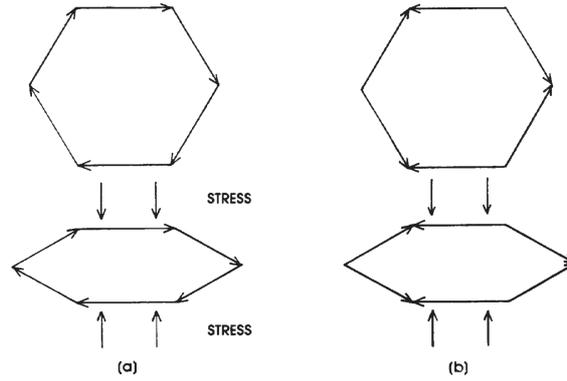


FIGURE II.10 – Schéma simple tiré de [124] présentant deux cristaux hexagonaux polarisés par un champ électrique. Les vecteurs représentent les moments dipolaires à chaque arête, de somme nulle dans les deux cas en l'absence de contrainte. Dans le cas (b) seulement l'ajout d'une contrainte ou d'une déformation vient créer une polarisation globale de la maille élémentaire.

considéré constant, est rigoureusement défini [127] par

$$K_R^2 = \frac{c_s^2 - c_0^2}{c_s^2} \quad (\text{II.17})$$

ce qui s'approxime à

$$K_R^2 \approx 2 \frac{c_s - c_0}{c_s} \quad (\text{II.18})$$

dans la mesure où la variation de vitesse de propagation due à la polarisation est faible. L'auteur de ces lignes tient à insister sur le fait qu'il est excessivement courant dans la littérature [84] de voir K_R^2 défini par la formule II.18, ce à quoi il faudra donc accorder une attention particulière dans le cas de cristaux à fort couplage électromécanique comme le niobate de lithium (LiNbO_3). On veillera également à bien distinguer ce coefficient K_R^2 du coefficient K^2 de couplage piézoélectrique, défini par

$$K^2 = \frac{c_s^2 - c_0^2}{c_0^2} \approx 2 \frac{c_s - c_0}{c_0} \quad \text{ie} \quad K^2 = \frac{K_R^2}{1 - K_R^2} \quad (\text{II.19})$$

les notations diverses pouvant souvent prêter à confusion.

Pour des ondes de volume, une interprétation physique du facteur K^2 est donnée par ROSENBAUM [124] qui compare les énergies transportées par les ondes électrique et acoustique. Au vu de la grande différence entre les temps caractéristiques électriques et acoustiques. L'énergie acoustique volumique peut s'approximer à champ électrique constant comme $e_{ac} \sim 1/2c^E \underline{\xi}^2$ où $\underline{\xi}$ désigne l'amplitude de déplacement dû à l'onde mécanique. L'énergie potentielle volumique électrique quant à elle, est environ $e_{el} \sim 1/2\epsilon^S E^2$ avec ϵ^S permittivité du cristal sous déplacement constant et E le champ électrique. Il est par ailleurs possible de montrer qu'à l'intérieur du cristal, un champ électrique longitudinal se propage sans déplacement total associé, ce qui implique que le déplacement $\epsilon^S E$ dû au champ électrique est entièrement compensé par la déformation due à la polarisation

du matériau, justement proportionnelle à K^2 . Ceci permet d'écrire K^2 comme le rapport de l'énergie électrique transportée par l'onde sur son énergie mécanique, d'où son nom de coefficient de couplage piézoélectrique. Une analyse plus rigoureuse [127] donne

$$K_R^2 = \frac{e_{ac}}{e_{totale}} = \frac{e_{ac}}{e_{ac} + e_{el}}$$

On peut donc voir la définition II.19 comme comparant les énergies cinétiques en présence ou en l'absence d'un caractère piézoélectrique du matériau étudié, la différence étant simplement l'ajout d'énergie dû à la polarisation électrique du milieu par l'onde qui le traverse. Notons que cette caractérisation est approximativement juste pour K_R^2 puisque dans le cas général $K_R^2 \approx K^2 \ll 1$ sauf pour des matériaux à très fort couplage.

Pour des ondes de volume, K^2 et K_R^2 peuvent s'exprimer en fonction des propriétés piézoélectriques généralement bien tabulées [172] des matériaux. Ces coefficients dépendent généralement de la direction de propagation (cristaux anisotropes) mais très peu voire pas des modes excités. De manière générale on donne [29]

$$K_R^2 = \frac{e_p^2}{c^E \epsilon^S} \quad (\text{II.20})$$

où e_p est le module piézoélectrique, exprimé en C.m^{-2} . Pour des modes de volume, K_R^2 dépend très fortement des modes et des orientations cristallines de propagation, passant par exemple de quelques pourcents à plusieurs dizaines de pourcents pour des cristaux très fortement piézoélectriques comme le niobate de lithium [172]. Pour les plaques fines (longueur d'onde inférieure ou de l'ordre de l'épaisseur) K^2 et K_R^2 dépendent, de plus, de la coupe cristalline (axe cristallin normal à la plaque) et de l'épaisseur de la plaque [84], les facteurs K_R^2 étant généralement de l'ordre de quelques pourcents pour le niobate de lithium. Notons que les ondes LAMB, concernant des modes vibratoires de plaques fines, ne sont pas décrites par de tels coefficient de couplage car celles-ci se rapprochent davantage de modes de surface (un pour chaque surface de la plaque, couplés entre eux à cause de la fine épaisseur du substrat) que de modes de volume.

Pour les ondes de surface, la définition II.17 ne s'applique plus. En effet, pour de telles ondes, la permittivité de surface vient modifier localement le comportement piézoélectrique au niveau de sa condition limite [75]. La définition II.17 impliquerait donc de comparer la vitesse de l'onde de surface à celle d'un cristal non piézoélectrique recouvert d'un milieu virtuel de permittivité nulle. Pour des raisons de praticité expérimentale et de conservation du sens physique (énergétique) du coefficient de couplage électromécanique, on introduit plutôt une définition propre aux ondes de surface [166]

$$K_R^2 = \frac{c'_s{}^2 - c_s^2}{c'_s{}^2} = \frac{e_{ac}}{e_{totale}} \approx \frac{e_{ac}}{e_{\text{électrique}}} \quad (\text{II.21})$$

où c_s est la vitesse des ondes de surfaces (rigoureusement, dans un milieu de permittivité nulle, mais il est courant d'utiliser la vitesse sous atmosphère) sur le cristal nu et c'_s le même cristal, mais recouvert d'une très fine couche de métal. Celle-ci doit être suffisamment fine pour ne pas modifier le comportement purement mécanique (densité, rigidité) de la surface, tout en la court-circuitant (permittivité équivalente infinie). Pour

saisir davantage le sens physique de cette définition, il pourra être intéressant de voir les exemples 2.2 et 2.3 du livre de CK CAMPBELL [29].

Les ondes de surface dépendent ainsi des propriétés du substrat et de son milieu voisin, ce qui rend leur étude complexe si le substrat est piézoélectrique. Il n'existe à notre connaissance aucun modèle complet permettant de prédire la vitesse de ces ondes selon une coupe cristalline et une direction de propagation données. En effet, la vitesse de propagation des ondes de surface dépend de la nature du milieu voisin (communément appelé charge) de deux manières : électrique (sa permittivité favorise ou non le passage d'un champ électrique en parallèle de celui dans le substrat) et mécanique (en pratique, l'influence de son impédance acoustique). Dans la plupart des cas [107] [34], la charge électrique influe beaucoup plus (de l'ordre de quelques pourcents) sur la vitesse de propagation des ondes de surface que la charge mécanique. Dans ce cas, la méthode dite des perturbations [85] peut être employée pour approcher la dépendance de la vitesse de propagation à la permittivité du milieu voisin. JJ CAMPBELL *et al.* [32] propose notamment une formulation numérique, et SOLUCH *et al.* [145] une solution analytique permettant de connaître pour une coupe donnée la vitesse de l'onde de surface pour toute direction de propagation (avec charge électrique nulle - vide, et infinie - court-circuit), et CAMPBELL *et al.* [34] rajoute la dépendance à une charge électrique quelconque.

Ces résultats sont illustrés en figure II.11 pour une coupe X de niobate de lithium, en fonction de la direction de propagation des ondes de surface, d'orientation angulaire correspondant à l'axe Y en 0° et à Z en 90° . Le graphique du milieu (tiré des études de JJ CAMPBELL de 1968 [32] et 1970 [33]) correspondent à la théorie des perturbations pour différentes charges : aucune (permittivité nulle), de l'eau (permittivité relative 80) et du métal (permittivité infinie). Le cas de l'air est aussi considéré mais se superpose presque parfaitement avec l'absence de charge. En acoustofluidique la coupe $128^\circ YX$ (propagation suivant X) du niobate est souvent utilisée mais nous utilisons plutôt la coupe X plus isotrope en coefficient de couplage électromécanique. On voit alors bien apparaître que plus la permittivité du milieu voisin est élevée, plus la rigidité piézoélectrique équivalente de la surface (et donc la vitesse des ondes de surface) est importante, et que cette dépendance se sent déjà très fortement pour un milieu de permittivité aussi faible que l'eau. A droite de la figure II.11 sont tracés les coefficients de couplage électromécaniques correspondants. Les courbes pleines (calculées d'après [32] et [145]) proviennent de modèles s'appuyant sur la théorie des perturbations, et les points (tirés de [120] et [40]) ont été mesurés expérimentalement. On remarque que les prévisions sont en très bon accord avec les données expérimentales. La non correspondance entre les courbes théoriques se justifie principalement par les différentes sources choisies pour les mesures de matrices de comportement piézoélectrique du niobate de lithium. Ces données sont répétées dans la table II.1 pour les deux cas de propagation suivant Y et Z. Soulignons que le système de référence ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$) ne correspond pas aux axes cristallins : la normale au substrat \mathbf{e}_z correspond à l'axe de coupe X, donc \mathbf{e}_x à l'axe cristallin Y et \mathbf{e}_y à l'axe cristallin Z.

Comportement fréquentiel d'un émetteur et d'un couple émetteur-récepteur

Le fait de placer deux IDT en regard se modélise en général par un dispositif quatre ports, comme représenté en figure II.12 (a). On envoie dans le transducteur 1 (à gauche) une

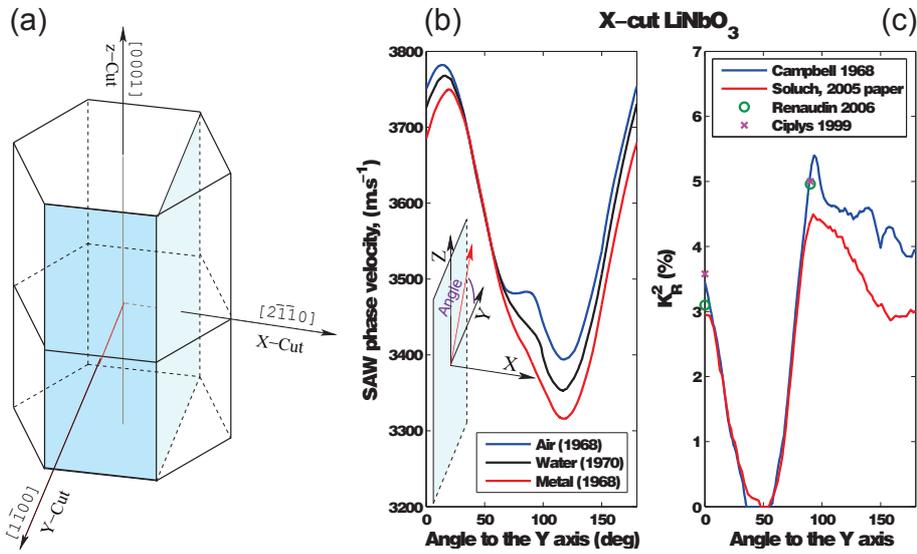


FIGURE II.11 – (Gauche) Représentation d'une coupe X dans un cristal de niobate de lithium, d'après [129]. (Milieu) Dépendance des vitesses de phase des ondes de surface en fonction de l'orientation dans cette coupe, d'après la théorie des perturbations décrite par JJ CAMPBELL [32] [33] : trois cas de charge électrique, nulle, infinie et charge d'eau (de permittivité relative prise à 80). (Droite) Coefficient de couplage électromécanique correspondant, calculé à partir de la théorie des perturbations (courbes bleue CAMPBELL *et al.*[32] et rouge SOLUCH *et al.*[145]) et de mesures expérimentales (points verts RENAUDIN *et al.*[120] et magenta CIPLYS *et al.*[40]).

Axe	$c_s^{Axe} (m.s^{-1})$	$c_s'^{Axe} (m.s^{-1})$	$K_R^2 (%)$	Source
Y	3750 $m.s^{-1}$	3684 $m.s^{-1}$	3,49	[32]
Y	3696 $m.s^{-1}$	3641 $m.s^{-1}$	2,95	[145]
Y	3748 $m.s^{-1}$	3681 $m.s^{-1}$	3,58	[120]
Y	3714 $m.s^{-1}$	3656 $m.s^{-1}$	3,10	[40]
Z	3481 $m.s^{-1}$	3391 $m.s^{-1}$	5,10	[32]
Z	3481 $m.s^{-1}$	3404 $m.s^{-1}$	4,38	[145]
Z	3483 $m.s^{-1}$	3396 $m.s^{-1}$	5,00	[120]
Z	3485 $m.s^{-1}$	3397 $m.s^{-1}$	4,96	[40]

TABLE II.1 – Récapitulatif des vitesses de phase (avec charge électrique nulle - ou unitaire, ou infinie) et coefficient de couplage électromécanique correspondant, pour une coupe X de niobate de lithium, d'après [32], [145], [120] et 4 [40] (qui caractérise particulièrement du niobate de lithium échangeur de protons).

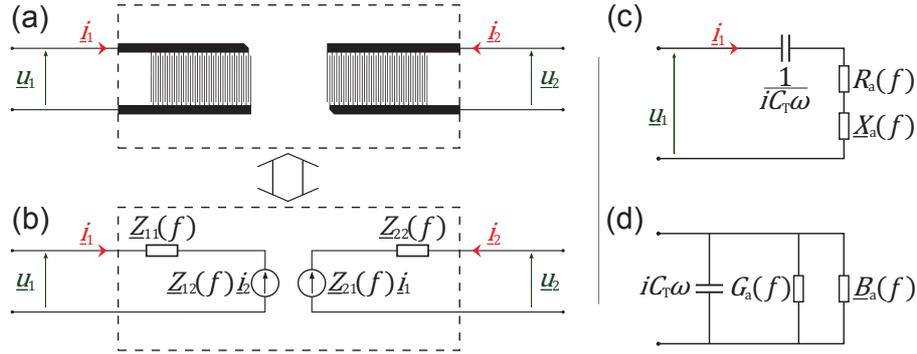


FIGURE II.12 – (a) et (b) modèle de comportement et de connaissance d'une paire d'IDT en regard. (c) et (d) Modèle électrique équivalent d'un IDT seul [144].

tension u_1 , un courant i_1 et dans le transducteur 2 (à droite) une tension u_2 et un courant i_2 . A une fréquence donnée, la réponse de l'ensemble est communément traduite par un comportement linéaire schématisé en figure II.12 (b), où l'on introduit la matrice $\underline{Z}(f)$ telle que

$$\underline{U} = \underline{Z}(f)\underline{I} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ u_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Les termes diagonaux Z_{11}, Z_{22} de la matrice d'impédance complexe désignent l'impédance du transducteur seul en émission et les termes antidiagonaux Z_{12}, Z_{21} caractérisent le signal transmis par voie acoustique d'un transducteur (émetteur) à l'autre (récepteur). Si le transducteur 2 est en circuit ouvert (donc forcément en récepteur), Z_{11} est l'impédance de l'IDT 1 et $Z_{21} = u_2/i_1$ l'impédance équivalente d'un circuit où l'entrée (courant i_1) est au niveau de l'émetteur 1 et la sortie (tension u_2) au niveau du récepteur 2. La matrice complète $\underline{Z}(f)$ peut être mesurée par un scan en fréquence à l'aide d'un analyseur de réseau, mais dans notre cas nous nous limiterons à la caractérisation de $Z_{11}(f)$ et de $Z_{21}(f)$. En effet pour des raisons de symétrie, $Z_{11} = Z_{22}$ et $Z_{12} = Z_{21}$ puisque l'émetteur et le récepteur ont ici exactement les mêmes caractéristiques.

L'impédance Z_{11} , dite en réflexion, peut être décrite à l'aide de l'un des deux modèles équivalents électriques représentés en figure II.12 (c) et (d). On soulignera bien que les deux modèles électriques proposés par SMITH [144] dans son article historique, sont équivalents l'un de l'autre mais que le modèle acoustique sous-jacent est différent, raison pour laquelle nous les avons séparés. Le modèle à impédances en série (figure (c)) est adapté dans le cas où le champ électrique entre les électrodes (voir fig. II.7 (b)) est plutôt vertical, normal à la surface du substrat alors que le modèle à admittances en parallèle est adapté s'il est plutôt horizontal, tangent à la surface du substrat. Dans l'appendice de ce même article, SMITH donne une méthode pour déterminer quelle composante du champ électrique domine en fonction des différentes matrices du cristal, et dans notre cas le champ horizontal semble dominer. La bibliographie révèle en effet que le modèle en parallèle est retenu pour la coupe X de niobate de lithium par les communautés scientifiques

s'intéressant aux filtres [107] [31] [126], alors que la communauté des acoustofluidiciens semble avoir retenu le second modèle [45] [174] [138]. Ces derniers s'appuient tous sur l'article de RENAUDIN *et al.*[120] qui ne discute pas le choix du modèle retenu. Bien qu'à contre-pied avec nos pairs, nous décidons de retenir le modèle en parallèle qui, nous le verrons en figure II.31, décrit parfaitement nos échantillons.

Les deux modèles, série (figure II.12 (c)) et parallèle (d), s'appuient sur la mise en série d'une capacité statique C_T , indépendante de la fréquence, et d'une impédance complexe dite de radiation, qui n'existe qu'aux fréquences où l'excitation acoustique se produit. Ainsi, ces deux modèles donnent le même comportement capacitif en dehors des zones de réponse du transducteur. L'impédance statique correspond à la capacité du transducteur interdigité. Chaque paire de doigts métalliques séparés par du diélectrique peut être vue comme une petite capacité, auquel cas le transducteur complet (mise en parallèle de N paires de doigts) a une capacité

$$C_T = N_{IDT} w_{IDT} C_1 \quad (\text{II.23})$$

où C_1 est une fonction de la permittivité de la surface et de l'espacement entre les doigts. Afin de conserver un formalisme peu dépendant des géométries de transducteurs (voir notamment la figure II.9) il est courant d'utiliser le taux de métallisation η_{met} plutôt que l'espacement entre doigts

$$\eta_{\text{met}} = \frac{\text{Surface métallisée}}{\text{Surface totale du l'IDT}} \quad (\text{II.24})$$

On peut alors exprimer [126]

$$C_1 = (\epsilon_0 + \epsilon_p) \frac{\mathbb{K}(\sin(\eta_{\text{met}}\pi/2))}{\mathbb{K}(\cos(\eta_{\text{met}}\pi/2))} \quad (\text{II.25})$$

avec ϵ_0 la permittivité du vide, ϵ_p la permittivité de la surface telle que définie par INGEBRIGTSEN [75] dans son étude des propriétés piézoélectriques de surface, et \mathbb{K} l'intégrale elliptique complète du premier ordre définie les deux variables complémentaires $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$

$$\begin{cases} \mathbb{K}(\cos(\theta)) &= \int_0^{\pi/2} [\cos^2(\theta) - \cos^2(\phi)]^{-1/2} d\phi \\ \mathbb{K}(\sin(\theta)) &= \int_0^{\theta} [\sin^2(\theta) - \sin^2(\phi)]^{-1/2} d\phi \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Notons que le rapport $\mathbb{K}(\sin(\eta_{\text{met}}\pi/2))/\mathbb{K}(\cos(\eta_{\text{met}}\pi/2))$ est d'ordre unitaire, avec égalité si le taux de métallisation est $\eta_{\text{met}} = 1/2$ ce qui correspond pour un IDT simple à un gap entre deux doigts égal à $d_{IDT}/2$ et donc égal à la largeur d'un doigt métallisé. Dans le cas du design de nos électrodes, nous verrons par la suite que $2d_{IDT} \approx 100 \mu\text{m}$ et l'espacement entre deux doigts est de $20 \mu\text{m}$, soit $\eta_{\text{met}} \approx 0,8$ donc $C_1 \approx 1,69(\epsilon_0 + \epsilon_p)$. On gardera en tête que $\mathbb{K}(\sin(\eta_{\text{met}}\pi/2))/\mathbb{K}(\cos(\eta_{\text{met}}\pi/2))$ est donc d'ordre unitaire pour des IDT classiques, donc C_1 de l'ordre de $\epsilon_0 + \epsilon_p$. La capacité statique ne dépendant pas de la fréquence, il est aisé de la mesurer à basse fréquence. La connaissance de la géométrie de l'IDT (largeur, nombre de doigts, taux de métallisation) permet alors d'en déduire une mesure effective de la permittivité de surface qui, couplée à la connaissance du coefficient de couplage

électromécanique, permet de connaître précisément le champ électrique et donc les forces en jeu dans le cristal [125] [126] [107].

D'autre part, l'impédance de radiation se sépare entre une partie résistive et une partie réactive. Isolons un des deux transducteurs, lorsqu'on l'excite à une fréquence de sa bande passante, une partie de l'énergie est stockée dans sa capacité statique et le reste de l'énergie est converti acoustiquement. C'est cette quantité que l'on vient modéliser ici : une partie de l'énergie acoustique reste piégée dans le transducteur (réflexions multiples, interactions entre paires de doigts), ce qui est modélisé par la partie réactive, et l'autre partie de l'énergie acoustique est émise vers l'extérieur, donc perdue par le système isolé d'où sa modélisation par une partie résistive. Il est évident qu'une partie de cette énergie émise sert en réalité à alimenter l'IDT opposé, mais ceci sera traduit par l'impédance Z_{12} dite en transmission. La différence qui peut sembler floue entre les modèles d'impédances en série (fig. II.12 (c)) et d'admittance en parallèle (d) vient simplement de la manière dont est modélisée l'émission acoustique, et donc les pertes électriques pour le système. Le premier modèle considère que toutes les pertes se font dans la partie résistive $R_a(f)$ alors que le second les calcule dans l'admittance réelle $G_a(f)$, ce qui est différent car si l'on identifie les deux modèles l'un à l'autre

$$R_a(f) = \operatorname{Re} \left(Z_{11}(f) \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{iC_T\omega + G_a(f) + B_a(f)} \right) = \frac{G_a}{Z_{11}^2} \neq \frac{1}{G_a(f)} \quad (\text{II.27})$$

(simplification permise car B_a est imaginaire pur). Par ailleurs, l'analyse montre que la conductance de radiation s'écrit

$$G_a(f) = 8AK_R^2 C_T N_{\text{IDT}} f_{0, \text{IDT}} \operatorname{sinc}^2 \left(N\pi \frac{f - f_{0, \text{IDT}}}{f_{0, \text{IDT}}} \right) = G_0 \operatorname{sinc}^2 \left(N\pi \frac{f - f_{0, \text{IDT}}}{f_{0, \text{IDT}}} \right) \quad (\text{II.28})$$

où A est une constante de l'ordre de 1 artificiellement introduite ici pour tenir compte des légères variations de formulation obtenues par les différentes approches du problème. Cette expression est donc très différente de celle utilisée par RENAUDIN *et al.* [120] en s'appuyant sur le modèle en série. Une approche énergétique basée sur la réponse impulsionnelle d'un transducteur [126] donne la même expression avec un préfacteur $A = \pi^2/8 \approx 1,23$, une approche utilisant la théorie des modes normaux [11] donne également la même forme avec $A = 2,87\pi/8 \approx 1,13$, l'expression ici prise pour référence ($A = 1$) étant la classique approche harmonique s'appuyant sur la parallélisation (N fois) du modèle de MASON pour deux doigts, proposée par SMITH [144]. Quel que soit le modèle retenu, on constate que la conductance est nulle loin de la fréquence de résonance mécanique, donc l'émission est nulle, et l'on voit que l'énergie acoustique émise dépend de la fréquence proportionnellement à $\operatorname{sinc}^2 \left(N\pi \frac{f - f_{0, \text{IDT}}}{f_{0, \text{IDT}}} \right)$, comme attendu d'après la sous-section 2.2. On constate aussi que la conductance est maximale à la fréquence de résonance mécanique et vaut $G_0 = 8K_R^2 C_T N_{\text{IDT}} f_{0, \text{IDT}}$. Sachant qu'à la résonance mécanique l'admittance $|Z_{11}|$ est de l'ordre de quelques $C_T \omega f_{0, \text{IDT}} / \Delta f_{\text{BP}}$ une simple analyse par ordre de grandeur nous montre que la puissance électrique dans le transducteur est de l'ordre de $2\pi C_T f_{0, \text{IDT}}^2 / \Delta f_{\text{BP}} u_1^2$ donc par définition la puissance acoustique émise est de l'ordre de $2\pi K_R^2 C_T f_{0, \text{IDT}}^2 / \Delta f_{\text{BP}} u_1^2$. En remarquant d'après l'analyse simple de la sous-

section 2.2 $\frac{f_{0, \text{IDT}}}{\Delta f_{\text{BP}}} \approx N_{\text{IDT}}$ (formule II.16), et en identifiant finalement l'émission acoustique à $G_a(f_{0, \text{IDT}})\underline{u}_1^2$ on obtient

$$G_0 \approx 2\pi K_R^2 C_T N_{\text{IDT}} \quad (\text{II.29})$$

qui donne la bonne dépendance de la conductance maximale. Il est important de souligner que la capacité statique C_T est d'après l'expression II.23 proportionnelle au nombre de paires de doigts N_{IDT} , comme l'énergie électrique stockée entre N_{IDT} capacités. On fait donc apparaître dans l'égalité II.29 une dépendance quadratique $G_0 \propto N_{\text{IDT}}^2$ car lorsque l'on change le nombre de doigts la bande passante $\Delta f_{\text{BP}}/f_r \approx N_{\text{IDT}}$ (éq. II.16) est affectée proportionnellement à N_{IDT} , parallèlement à la variation de capacité statique. L'expression II.28 confirme aussi que la bande passante est donnée par la formule II.16, elle est donc inversement proportionnelle au nombre de doigts, alors que l'efficacité de conversion électromécanique est proportionnelle à N_{IDT}^2 .

Cette expression II.28 est donc très différente de celle utilisée par RENAUDIN *et al.* qui s'appuie sur le modèle en série. Une approche énergétique basée sur la réponse impulsionnelle d'un transducteur [126] donne la même expression avec un préfacteur $A = \pi^2/8 \approx 1,23$, une approche utilisant la théorie des modes normaux [11] donne également la même forme avec $A = 2,87\pi/8 \approx 1,13$, l'expression ici prise pour référence ($A = 1$) étant la classique approche harmonique s'appuyant sur la parallélisation (N fois) du modèle de MASON pour deux doigts, proposée par SMITH [144]. Quel que soit le modèle retenu, on constate que la conductance est nulle loin de la fréquence de résonance mécanique, donc l'émission est nulle, et l'on voit que l'énergie acoustique émise dépend de la fréquence proportionnellement à $\text{sinc}^2\left(N\pi\frac{f-f_{0, \text{IDT}}}{f_{0, \text{IDT}}}\right)$, comme attendu d'après la sous-section 2.2. On constate aussi que la conductance est maximale à la fréquence de résonance mécanique et vaut $G_0 = 8K_R^2 C_T N_{\text{IDT}} f_{0, \text{IDT}}$. Sachant qu'à la résonance mécanique l'admittance $|\underline{Z}_{11}|$ est de l'ordre de quelques $C_T \omega f_{0, \text{IDT}} / \Delta f_{\text{BP}}$ une simple analyse par ordre de grandeur nous montre que la puissance électrique dans le transducteur est de l'ordre de $2\pi C_T f_{0, \text{IDT}}^2 / \Delta f_{\text{BP}} \underline{u}_1^2$ donc par définition la puissance acoustique émise est de l'ordre de $2\pi K_R^2 C_T f_{0, \text{IDT}}^2 / \Delta f_{\text{BP}} \underline{u}_1^2$. En remarquant d'après l'analyse simple de la sous-section 2.2 $\frac{f_{0, \text{IDT}}}{\Delta f_{\text{BP}}} \approx N_{\text{IDT}}$ (formule II.16) et en identifiant finalement l'émission acoustique à $G_a(f_{0, \text{IDT}})\underline{u}_1^2$ on obtient $G_0 \approx 2\pi K_R^2 C_T N_{\text{IDT}}$ qui donne la bonne dépendance de la conductance maximale. L'expression II.28 confirme aussi que la bande passante est donnée par la formule II.16, elle est donc inversement proportionnelle au nombre de doigts, alors que l'efficacité de conversion électromécanique est proportionnelle à N_{IDT}^2 .

La susceptance de radiation peut finalement être déduite de la formule II.28, c'est la transformée de HILBERT de $G_a(f)$ [126]

$$B_a(f) = G_0 \left(\frac{\sin 2X - 2X}{2X^2} \right) \quad (\text{II.30})$$

avec $X = N\pi\frac{f-f_{0, \text{IDT}}}{f_{0, \text{IDT}}}$.

Notons que si une tension \underline{u}_1 de l'ordre d'une dizaine de volts est imposée aux bornes de l'IDT à sa résonance en émission, le courant résultant $|i_1| = |\underline{u}_1|/|\underline{Z}_{11}| = |\underline{u}_1||\underline{Z}_{11}|$ donne pour une impédance en réflexion de l'ordre de quelques centaines d'Ohms une puissance

perdue

$$P_{ac} = \frac{|\underline{u}_1|^2}{G_a(f_0, \text{IDT})|\underline{Z}_{11}|^2} = \frac{|\underline{u}_1|^2}{\text{Re}(\underline{Z}_{11}(f_0, \text{IDT}))} \quad (\text{II.31})$$

(d'après l'expression II.27), puissance ici modélisée par un effet JOULE mais correspond en réalité à la fuite d'énergie sous forme acoustique. Nous noterons à par simplicité $\text{Re}(\underline{Z}_{11}) = R_a$. Avec les données mesurées expérimentalement en figure II.31 on voit que $R_a(f_0, \text{IDT})$ est de l'ordre de 100 Ω , cette puissance est donc de l'ordre de quelques centaines de mW sous une tension de 10 Vpp. Le déplacement généré par une onde de puissance acoustique P_{ac} est donné par l'expression [125].

$$\underline{\xi} = \sqrt{\frac{2P_{ac}}{\rho_s w_{\text{IDT}} \omega (c_s)^2}} = |\underline{u}_1| \sqrt{\frac{2}{R_a(f_0, \text{IDT}) \rho_s w_{\text{IDT}} \omega c_s^2}} \quad (\text{II.32})$$

Pour une coupe X de niobate de lithium, $\rho_s \approx 4500 \text{ kg.m}^{-3}$, $c_s \approx 3500 \text{ m.s}^{-1}$ donc pour un transducteur de 2 mm de largeur, le déplacement obtenu est de l'ordre de quelques nanomètres, ce qui est en parfaite adéquation avec les mesures expérimentales de RENAUDIN *et al.*[120] qui mesure pour une puissance de l'ordre du Watt un déplacement vertical de 4 nm, et avec les données déterminées par la méthode des perturbations [85], [107], qui prévoient un déplacement vertical de quelques centaines de picomètres par volt appliqué. On remarque par ailleurs que le déplacement de la surface, donc l'amplitude des ondes acoustiques, est ici proportionnel à la tension appliquée, constat classique en piézoélectricité [132] que nous réutiliserons par la suite.

L'impédance \underline{Z}_{21} est en somme liée au processus d'émission-réception d'une onde acoustique par une paire d'IDT. Elle est évidemment fortement dépendante de la charge électromécanique entre la source et le récepteur (le gain en transmission sera plus faible si l'onde rayonne une partie de son énergie dans une charge au cours de sa transmission), de la charge électrique aux bornes du récepteur, et à la réponse en fréquence de l'émetteur (en quelque sorte, à $G_a(f)$). Elle dépend aussi, a fortiori, des différents transits (échanges de type ping-pong) subis par les ondes au contact des IDT. Il n'existe à notre connaissance aucun modèle de cette impédance pour des ondes de Rayleigh fuyantes, nous nous contenterons donc d'une approche phénoménologique. La figure II.13 illustre la dépendance fréquentielle de \underline{Z}_{11} , \underline{Z}_{21} et $\underline{Z}_{21}/\underline{Z}_{11}$ dans deux cas. Les courbes bleues sont obtenues sans aucune couverture du substrat, le cristal est nu. Pour les courbes rouges du PDMS est déposé entre les deux IDT. De permittivité relative très faible (2,5) le PDMS ne modifie quasiment pas la permittivité de surface, il agit donc comme une charge mécanique et comme un atténuateur. On constate que ceci ne modifie quasiment pas l'impédance en réflexion \underline{Z}_{11} .

L'impédance en transmission \underline{Z}_{21} est par contre très fortement affectée au niveau de la résonance mécanique $f_0, \text{IDT} = 36,95 \text{ MHz}$ puisqu'on la voit chuter d'un ordre de grandeur. Sur la figure II.12 (b) on voit que ce terme de couplage intervient comme une source d'énergie pour l'IDT récepteur, et cette énergie provient de l'émetteur. En l'absence d'atténuateur entre les IDT une grande partie de cette énergie est récupérée (pas la totalité puisque l'émetteur, un IDT simple ici, rayonne dans les deux directions),

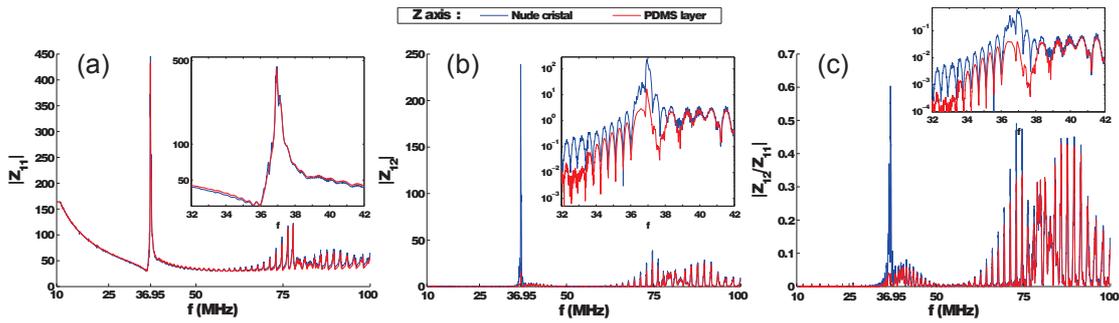


FIGURE II.13 – Dépendance fréquentielle de $|Z_{11}|$, $|Z_{21}|$ et $|Z_{21}/Z_{11}|$ et dépendance à la charge électromécanique placée entre l'émetteur et le récepteur. Mesures sur un wafer 2 pouces coupe X de niobate de lithium, 1 mm d'épaisseur, suivant l'axe cristallin Z. Distance entre les IDT 3.5 mm entièrement couverte d'un bloc de PDMS *Sylgard* 1 :10 déposé, d'épaisseur environ 5 mm.

ce qui n'est pas le cas en présence de PDMS. Il n'est donc pas surprenant de trouver une forme proche d'un sinus cardinal au carré autour de la résonance mécanique, puisque cette énergie reçue est environ proportionnelle au $G_a(f)$ de l'émetteur. On constate que les pics aux fréquences éloignées de la résonance mécanique ($f \leq 30$ MHz et $f \geq 39$ MHz) ne sont que très peu atténués par l'ajout de charge. Il s'agit d'ondes de volume, comme nous le verrons en sous-section 3.2 : l'onde se propageant dans le volume du wafer, celle-ci n'est que peu soumise à la charge.

Pour finir de se familiariser avec cette impédance en transmission, imaginons le même dispositif (figure II.12 (a) (b)) où l'IDT serait branchée en émetteur à un générateur, et l'IDT en récepteur à un oscilloscope. La haute impédance de l'oscilloscope impose au récepteur de se comporter comme en circuit ouvert, et par définition la formule II.22 prend la forme simple

$$\underline{U} = \underline{Z}(f)\underline{I} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21} \\ Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = Z_{11}i_1 \\ u_2 = Z_{21}i_1 \end{cases}$$

ce qui impose que le gain en circuit d'écoute ouvert s'écrit simplement

$$\left| \frac{u_2}{u_1} \right| = \left| \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \right| \quad (\text{II.33})$$

ce qui est représenté en figure II.13 (c). On voit alors que le fort couplage électromécanique permet d'atteindre un gain en tension proche de 1 en l'absence d'atténuateur, alors que le PDMS introduit ici une atténuation de 23 dB. Par ailleurs, le coefficient de couplage électromécanique des ondes de volume, comme précisé suite à l'expression II.20, peut atteindre plusieurs dizaines de pourcents. Donc pour certaines fréquences à la fois proches d'une résonance mécanique (en émission) et d'une anti-résonance électrique (en réception), on peut obtenir des valeurs de gain très élevées d'ordre unitaire comme on le voit vers les hautes fréquences $60 \text{ MHz} \leq f \leq 100 \text{ MHz}$. Une dernière remarque visant à briser une idée reçue pourrait être ici faite : il est inutile de chercher l'harmonique seconde

d'émission des ondes de Rayleigh par l'IDT d'émission dans le spectre ($f = 2f_{0, \text{IDT}}$) car pour des raisons évidentes de phases entre paires de doigts il est possible de montrer [126] que seules les harmoniques impaires de la fréquence fondamentale sont émises. Physiquement, en reprenant les notations de la section précédente, en $f = 2f_{0, \text{IDT}}$ on a $d_{\text{IDT}} = \lambda_s$ donc tous les doigts sont au même potentiel à tout instant (temps électromagnétiques courts devant les temps d'excitation), ce qui correspond à une plage fréquentielle d'anti-résonance mécanique.

2.4 Visualisation d'ondes stationnaires sous microscope

Techniques d'observation d'une onde acoustique stationnaire La technique la plus courante pour observer le déplacement vertical de la surface d'un cristal est la vibrométrie. Celle-ci est particulièrement adaptée à des déformations du cristal à faible fréquence, de l'ordre du MHz, donc par exemple pour des modes de LAMB. Les récentes avancées depuis les années 2000 en terme d'imagerie rapide permettent de capturer de faibles déplacements (dizaine de nm) à des fréquences beaucoup plus élevées, de plusieurs dizaines de MHz pour des solutions commerciales au MHz pour quelques dispositifs de laboratoires de recherche, en utilisant la vibrométrie laser à effet DOPPLER [35]. Cette solution, lourde à mettre en place, a pour inconvénient de ne pouvoir imaginer qu'une petite zone rectangulaire de quelques microns de côté à la fois, et nécessite donc des temps expérimentaux longs pour imaginer une surface de taille $\lambda_s^x \times \lambda_s^y$ pour trouver les maxima locaux de vibration.

Pour nos besoins particuliers, la mesure du déplacement vertical de la surface du cristal n'est pas nécessaire. Par contre nous souhaitons imaginer le champ acoustique dans toute la cavité. La moyenne quadratique temporelle du champ de pression est plus élevée au niveau des ventres de pression qu'au niveau des nœuds, ce qui crée une modulation de l'indice optique du fluide dans la cavité. Forts de ce constat, nous constatons que des méthodes optiques en transmission, simples, permettent de visualiser les ondes acoustiques stationnaires dans le milieu.

La méthode classique de SCHLIEREN par exemple, illustrée sur la figure II.14 (a) (tirée de [106], à lire du bas vers le haut), consiste à illuminer l'échantillon en faisceaux parallèle, puis d'insérer un filtre très fin venant simplement obturer le passage des faisceaux directs au niveau du point focal. La caméra en aval ne détecte alors que les faisceaux qui ont été déviés par le changement d'indice, permettant alors une visualisation propre, bien qu'indirecte, du champ acoustique, comme illustré sur l'image II.14 (c).

D'autres méthodes, similaires sur le principe et équipant déjà beaucoup de microscopes du commerce, peuvent être mises en œuvre à la même fin, comme la microscopie en champ sombre ainsi que le démontrent MÖLLER *et al.*[106] (voir la figure II.14 (b)). Nous montrons aussi que la microscopie sous contraste de phase donne directement une image de l'effet du champ acoustique. En effet le formalisme de RAMAN et NATH [116] appliqué aux observations originales de ZERNIKE [177] permettent de tenir un argumentaire similaire, puisque la variation d'indice optique, donc de vitesse de propagation de l'onde lumineuse, induit un déphasage des ondes transmises à travers le système excité. Le fonctionnement du contraste de phase est illustré sur la figure II.15 empruntée à la documentation du microscope Olympus®IX70 ayant servi à la majorité des mesures de

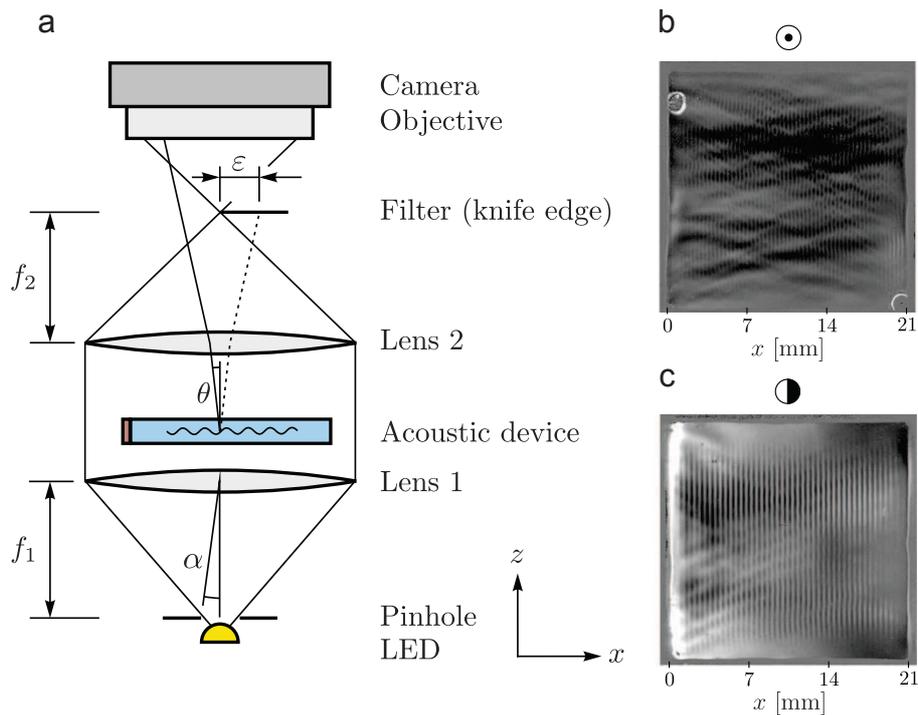


FIGURE II.14 – Figures empruntées à MÖLLER *et al.*[106]. (a) Schéma de montage optique d'un dispositif de SCHLIEREN vertical (TÖPLER) où la cavité acoustique se trouve dans le plan objet, et le filtre est une pointe de couteau. (b) Image de la cavité excitée par une onde de volume stationnaire à $f = 2,105$ MHz obtenue en microscopie en champ sombre. (c) Image de la cavité excitée par une onde de volume stationnaire à $f = 1,650$ MHz sous visualisation SCHLIEREN décrite en figure (a), avec la lame du couteau orientée suivant x . Les images (b) et (c) correspondent à une opération de grain (compris entre 0 et 1) G entre l'image observée F et l'image initiale sans émission sonore F , qui s'écrit en chaque pixel i : $G(i) = \min [1, \max(0, B(i) - F(i) + 0.5)]$.

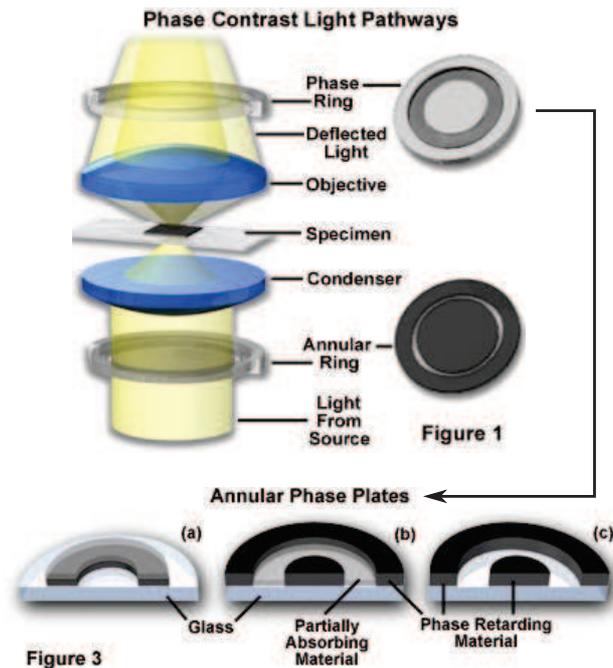


FIGURE II.15 – Schémas du fonctionnement d'un microscope à contraste de phase, empruntés à *Olympus®*, dans la documentation du microscope IX70.

ce manuscrit. Une fente annulaire située juste en amont du condenseur, permet de ne laisser passer qu'une portion des rayons incidents. Juste en aval de l'objectif, un anneau de phase, permet grâce à une zone plus fine image de cette fente annulaire d'accélérer les faisceaux non déviés. L'épaisseur est telle que le déphasage alors induit entre la lumière directe (non déviée) et celle diffractée par l'objet correspond à une demi-période, c'est-à-dire que les ondes interfèrent de façon destructive au niveau du capteur de la caméra. De la sorte les zones ayant fortement diffracté la lumière incidente apparaissent sombres, d'où le nom de contraste de phase sombre. Une autre technique, plus rare, consiste à prendre un anneau de phase induisant un retard de phase à l'onde directe, tel que les faisceaux directs et diffractés interfèrent positivement. Par opposition à la précédente, cette technique porte le nom de contraste de phase clair, puisque les zones ayant fortement diffracté la lumière incidente apparaissent claires.

Modulation acoustique de l'indice optique Les différentes méthodes optiques suscitées s'appuient sur la variation spatiale de l'indice optique. Les schémas (a) et (b) de la figure II.16 rappellent qu'au passage d'une interface, un faisceau transmis se rapproche ou s'éloigne (angulairement) de la normale à l'interface en fonction de la relation d'ordre entre les indices optiques dans les deux milieux. Ce raisonnement peut être répété à une échelle discrétisée dans le cas d'une variation continue de l'indice optique, ce qui est illustré en figure II.16 (c). Si un faisceau se propage dans un milieu à gradient d'indice, sans que son vecteur d'onde ne soit colinéaire ou normal au gradient, alors la discrétisation montre qu'à chaque pas spatial il se rapproche (si l'indice optique augmente) ou s'éloigne (s'il diminue) angulairement du gradient d'indice, pris suivant \mathbf{e}_x sur le schéma,

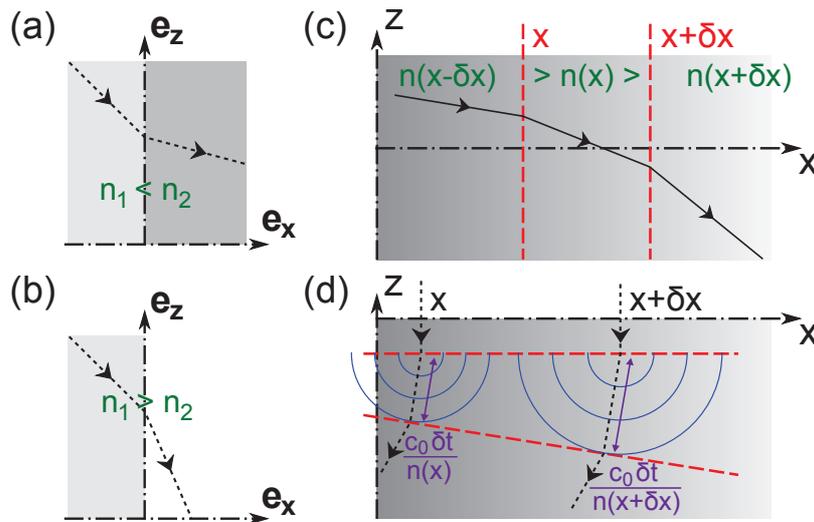


FIGURE II.16 – (a) (b) Rappels de la loi de SNELL-DESCARTES au passage d’une interface par un faisceau : ce dernier se rapproche ou s’éloigne de la normale à l’interface selon la relation d’ordre entre les indices optiques dans les deux milieux. (c), (d) Discrétisation du problème d’un faisceau se propageant dans un milieu à gradient d’indice.

ce qui donne une trajectoire incurvée au faisceau.

On pourrait à tort penser que dans le cas d’une incidence normale au gradient la déviation serait nulle, en s’appuyant sur de l’optique géométrique. Mais si l’on s’appuie sur un raisonnement ondulatoire tant apprécié des acousticiens, où l’onde plane progressive se transmet par plans d’ondes de proche en proche, on peut montrer que le faisceau est dévié. La figure II.16 (d) illustre ce propos. En un z donné le faisceau est vertical, normal au gradient d’indice orienté suivant e_x . Deux points voisins du plan focal en z , pris en x et $x + \delta x$ ne correspondent pas au même indice optique, dont n’ont *a fortiori* pas les mêmes vitesses de phase ni la même longueur d’onde. La surface iso-phase à l’instant suivant ne peut donc pas être parallèle à la précédente, et ce n’est un plan qu’à condition que le gradient d’indice soit constant.

Si l’indice optique est modulé par un signal sinusoïdal comme on s’attend à le voir pour des signaux acoustiques, LUCAS et BIQUARD [101] montrent que les faisceaux convergent, à très large distance, vers les zones de plus fort indice optique comme pour les fibres optiques à gradient d’indice. Pour des longueurs parcourues moyennes, le faisceau oscille autour des maxima d’indice, comme illustré sur la figure II.17. Qualitativement ce résultat se comprend bien à l’aide des figures II.16 (c) et (d). Un faisceau arrivant suivant la normale $-e_z$ se voit incurvé pour se rapprocher du maximum d’indice le plus proche. Son vecteur d’onde tend de plus en plus vers l’horizontale à cause de la courbure donnée par les changements successifs d’indice, jusqu’à ce qu’il croise le maximum auquel cas la trajectoire s’incurve dans l’autre sens, le faisant osciller de façon décroissante autour du maximum d’indice.

On voit donc pour des distances traversées assez faibles que la déviation de la lumière par le gradient d’indice est d’autant plus importante que la distance traversée est

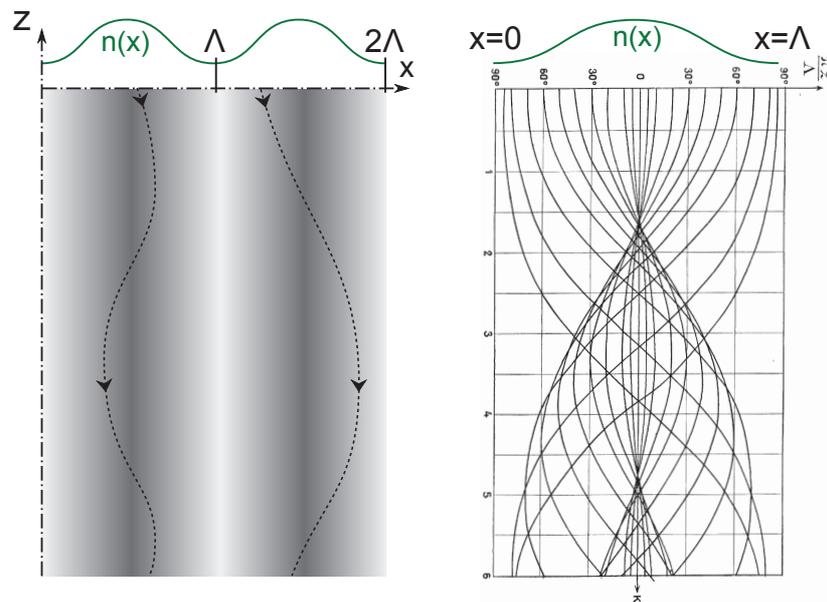


FIGURE II.17 – Schéma de compréhension physique et résultat d'analyse théorique menée par LUCAS et BIQUARD [101]. Sur les deux figures, les rayons ne convergent pas directement vers la zone de fort indice optique mais oscillent autour. La variation d'indice suivant l'axe x , modulée par la longueur d'onde acoustique Λ , est simplement donnée à titre indicatif pour lier les deux éléments de la figure. Le graphique de droite, emprunté à l'article original [101], est tracé pour une incidence initiale normale au gradient d'indice, en fonction de la profondeur traversée normalisée $K = 2\pi z \sqrt{\delta n/n_0}/\Lambda$, où z dénote ici la profondeur de milieu traversée.

grande et que le gradient est élevé, mais que ceux-ci ne doivent pas être trop élevés faute de retraverser l'axe du maximum d'indice optique et mélanger les rayons. Pour observer un contraste d'intensité lumineuse entre deux régions voisines, il faut donc, d'après la théorie de LUCAS et BICHARD [101] (figure II.17), que la profondeur traversée adimensionnalisée $K = 2\pi z \sqrt{\delta n/n_0}/\Lambda$ (où z dénote la profondeur de milieu traversée) soit supérieure à 1 mais qu'elle reste inférieure à 2 qui est la limite à partir de laquelle les rayons se croisent.

Afin d'estimer pour un milieu donné la modulation de l'indice optique causée par une onde acoustique, étudions simplement l'effet d'une onde acoustique plane stationnaire harmonique suivant l'axe ($O\mathbf{e}_x$) décrite par l'expression

$$p^x(x, t) = P_0 \cos(k^x x) e^{i\omega t}$$

Cette onde génère suivant \mathbf{e}_x un gradient d'indice optique dont l'origine peut être comprise comme une variation de densité à travers la relation de LORENZ-LORENTZ (aussi appelée CLAUSIUS-MOSOTTI

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} \alpha \rho_m \quad (\text{II.34})$$

où α est la polarisabilité volumique considérée comme constante. La variation spatiale de densité est causée à la fois à par la variation spatiale d'amplitude de pression, mais aussi par les échauffements que génère l'onde acoustique par viscosité. Si l'on se limite à ces deux dépendances, le gradient d'indice optique s'écrit

$$\frac{\partial n(p, T)}{\partial x} = \frac{\partial n(p, T)}{\partial \rho_m} \left[\left. \frac{\partial \rho_m(p, T)}{\partial p} \right|_T \frac{\partial p}{\partial x} + \left. \frac{\partial \rho_m(p, T)}{\partial T} \right|_p \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (\text{II.35})$$

Afin d'évaluer l'importance relative des différentes contributions dans cette équation, nous allons considérer que les quantités $\left. \frac{\partial n(p, T)}{\partial \rho_m} \right|_T$, $\left. \frac{\partial \rho_m}{\partial p} \right|_T$ et $\left. \frac{\partial \rho_m}{\partial T} \right|_p$ sont suffisamment faiblement variables pour être considérées constantes (linéarisation de l'expression II.35). On peut introduire alors différents coefficients thermodynamiques, à commencer par le coefficient élasto-optique $\mathcal{P}_{12} = \rho_m \frac{\partial n(p, T)}{\partial \rho}$ qui s'écrit d'après l'équation II.34

$$\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{6} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{n} \quad (\text{II.36})$$

De la même manière, on introduit la compressibilité isotherme $\kappa_m^T = \frac{1}{\rho_m} \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T$, qui est très comparable en ordre de grandeur à la compressibilité isentropique $\kappa_m = 1/\rho_m c_m$ et le coefficient de dilatation thermique $\beta^T = -\frac{1}{\rho_m} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p$. De la sorte, l'expression II.35 se linéarise en

$$\frac{\partial n(p, T)}{\partial x} = \left. \frac{\partial n}{\partial p} \right|_T \frac{\partial p}{\partial x} + \left. \frac{\partial n}{\partial T} \right|_p \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.37})$$

$$= \mathcal{P}_{12} \kappa_m^T \frac{\partial P}{\partial x} - \mathcal{P}_{12} \beta^T \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.38})$$

Il aurait aussi été possible d'inclure des termes faisant par exemple intervenir le changements de vitesse du son avec la température et autre dérivée croisée, mais nous cherchons avant tout à identifier les contributions principales. Les données rassemblées dans la table II.2 donnent des ordres de grandeurs permettant de comparer l'origine des variations d'indice pour trois milieux classiques en microfluidique que sont l'eau, l'éthanol et le PDMS (pour un taux de réticulant 1 :10 en masse). On constate tout d'abord que le coefficient piezo-optique $\partial n/\partial p|_T$ est positif puisqu'une augmentation de pression se traduit par une augmentation de densité et donc d'indice, alors qu'une augmentation de température tend généralement à diminuer la densité et donc l'indice, d'où un coefficient $\partial n/\partial T|_p < 0$. Par ailleurs, on constate qu'une variation de température de 1 K engendre un changement relatif d'indice de réfraction de l'ordre de 10^{-5} , comparable à un changement de pression de quelques bars. Notons que nous estimons que les pressions en jeu dans la cavité sous une tension de 10 Vpp sont de l'ordre de quelques bars, ce qui peut monter à quelques MPa sous des tensions extrêmes d'une centaine de Volts. Ainsi, les effets thermiques peuvent devenir prépondérant à condition que les échanges de chaleur associés aux gradients de température soient limités (ce qui est davantage le cas dans un solide que dans un fluide où les phénomènes de convection accélèrent les échanges thermiques).

D'après le graphique en figure II.17, nous avons vu que les effets de concentration des faisceaux sont optimum pour $K = 2\pi z \sqrt{\delta n/n_0}/\Lambda$ d'ordre unitaire, avec dans notre cas la longueur d'onde modulante transverse aux faisceaux optiques correspondant à la longueur d'onde dans le cristal $\Lambda = \lambda_s^x$ (voir figure II.6). En utilisant les expressions II.38 et II.36 on voit qu'en l'absence de variation spatiale de température, la modulation de pression associée à une telle modulation d'indice est

$$\delta p = \frac{\delta n}{\mathcal{P}_{12}\kappa_m^T} = \frac{1}{\kappa_m^T} \frac{6n^2}{(n^2-1)(n^2+2)} \frac{\delta n}{n} = \frac{1}{\kappa_m^T} \frac{3n^2}{(n^2-1)(n^2+2)} \frac{\lambda_s^2}{2\pi^2 z^2} \quad (\text{II.39})$$

En mettant les chiffres associés à l'eau (voir table II.2), on trouve qu'il faudrait une profondeur de traversée de plusieurs mm pour dévier légèrement les rayons avec une longueur d'onde $\lambda_s = 100 \mu\text{m}$ pour avoir une modulation d'amplitude maximale sous une pression de $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ correspondant à la pression supposée sous 10 Vpp dans nos échantillons. Ainsi, les modulations observées sur une profondeur d'eau d'une centaine de μm sont quasi indétectables à part sous tensions extrêmes. Pour de l'éthanol les premiers effets doivent être perceptibles après une profondeur inférieure au mm sous une tension de 10 Vpp. Expérimentalement nous observons des effets visibles dès des tensions de 20-30 Vpp, et nous estimons que l'effet est donc partiellement thermique. En effet, les différentes méthodes optiques ici considérées font intervenir le rapport entre ΔI la variation d'intensité entre bandes claires et sombres suite à la concentration des faisceaux, et l'intensité totale I_0 . Ainsi si la modulation $\Delta I/I_0$ est maximale à 1 cm de profondeur, elle doit être beaucoup plus faible, d'un facteur de l'ordre de 10^{-4} à $100 \mu\text{m}$ à cause de la relation en $1/z^2$ dans l'expression II.39.

matériau	densité ρ_m (kg/m ³)	vit. son c_m (m.s ⁻¹)	visc. cisail ^t η_m (mPa.s)	visc. vol. η_m^v (mPa.s)	refract. index n	compressib. κ_m^T (GPa ⁻¹)	coef. dilat. therm. β^T (K ⁻¹)	$\partial n/\partial p _T$ (MPa ⁻¹)	$\partial n/\partial T _p$ (K ⁻¹)
Eau [65]	997	1497	1.0	2.5	1.33	447	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$-3.3 \cdot 10^{-5}$
Éthanol	789	1144	1.2	1.5	1.36	968	$10.9 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-5}$	$-1.9 \cdot 10^{-5}$
PDMS1 :10 [110]	920	1076	-	-	1.4	938	$2.7 \cdot 10^{-4}$	$17 \cdot 10^{-5}$	$-5.1 \cdot 10^{-5}$

TABLE II.2 – Propriétés physiques de l'eau, de l'éthanol et du PDMS 1 :10. Valeurs prises à 20°C.

matériau	fréquence f (MHz)	atténu. ac. α_v (neper.m ⁻¹)	atténu. ac. α_v (dB.m ⁻¹)	longueur atténu. α_v^{-1} (mm)	visc. vol. équ. η_m^{eq} (mPa.s)	chaleur spé. c_p (J.(kg.K) ⁻¹)	cond. thermique Δ_{th} (W.(m.K) ⁻¹)
eau [65]	12.9	3.8	33	266	3.8	4180	0.607
eau	37	31	268	32	3.8	4180	0.607
éthanol	37	67	583	15	3.1	2460	0.169
PDMS1 :10 [65]	12.9	944	8200	1.06	330	1460	0.2
PDMS1 :10	37	4100	35000	0.24	175	1460	0.2

 TABLE II.3 – Propriétés acoustiques de l'eau, de l'éthanol et du PDMS (taux massique de réticulant 1 :10) pour différentes fréquences. Les valeurs de viscosité de volume pour l'eau et l'éthanol sont définies comme $\eta_m^{eq} = 4/3\eta_m + \eta_m^v$. Les valeurs pour le PDMS sont obtenues par extrapolation des données de Tsou et al.[159], et la viscosité déduite de la précédente interpolation en supposant une dépendance $\eta_m^{eq} \propto f^{-0.6}$.

Effets thermiques et cas particulier du PDMS La modulation d'indice ne peut être d'origine thermique que si les élévations de température sont élevées, de plusieurs dizaines de degrés au minimum d'après l'analyse précédente. Afin d'observer des stries claires et sombres comme sur les photographies en figure II.14, il faut que l'échauffement soit suffisamment élevé pour qu'en régime permanent les échanges de chaleur ne lissent pas trop la modulation du champ de température, qui se fait comme nous le verrons par la suite (sous-section 4.1) sur une longueur $\lambda_s/2$. En ordre de grandeur, il faut donc que les gradients de température autorisés par les échanges thermiques soient d'une fraction de MK.m^{-1} .

La façon dont une onde acoustique génère un échauffement est double : par le cyclage rapide de compressions-décompressions non isentropiques, et par l'écoulement qu'elle génère. Ces deux influences font intervenir les viscosités dynamiques de compression η_m^v pour l'une et de cisaillement η_m pour l'autre (notons que l'exposant c a volontairement été omis ici pour simplifier la notation et par cohérence avec le reste du manuscrit). En reprenant une notation équivalente à celle utilisée en sous-section 2.1 pour l'étude de l'atténuation d'une onde de surface, nous notons $\alpha_v(f)$ le coefficient d'atténuation d'une onde plane progressive harmonique dans le milieu, en dB.m^{-1} qui augmente fortement en fonction de la fréquence. Pour les liquides il est courant de considérer $\alpha_v \propto f^2$, approché par [14]

$$\alpha_v \approx \frac{\omega^2 (4/3\eta_m + \eta_m^v)}{2\rho_m c_m^3} \quad (\text{II.40})$$

Comme nous l'avons fait remarquer pour les ondes de surface, ce coefficient est tel qu'une onde plane progressive harmonique de vecteur d'onde $\mathbf{k}_m = k_m \mathbf{e}_x$ émise par le point $O = (0, 0, 0)$ s'écrit en un point $M = (x, y, z)$

$$\underline{\mathbf{A}}_m(M, t) = \underline{\mathbf{A}}_m(O, t) e^{-\alpha_v x} e^{i(k_m x - \omega t)} = \underline{\mathbf{A}}_{0m} e^{i([k_m + i\alpha_v]x - \omega t)}$$

Cette notation classique [67] [37] permet d'introduire un vecteur d'onde complexe $\underline{\mathbf{k}}_m = [k_m + i\alpha_v] \mathbf{e}_x$ tel que la relation d'onde s'écrive

$$\frac{k_m}{\omega} = \frac{\text{Re}(k_m)}{\omega} + i \frac{\text{Im}(k_m)}{\omega} = \frac{1}{c_m} + \frac{i\alpha_v}{\omega} = \frac{1}{c_m} \left(1 + i \frac{\alpha_v c_m}{\omega} \right)$$

On peut alors [142] introduire un coefficient $\gamma = 2\alpha_v/c_m$ de sorte que $\underline{k}_m = k_m [1 + i\gamma/2]$. L'expression II.40 permet, si l'on met les ordres de grandeur des milieux utilisés, de montrer que $\gamma \ll 1$, et donc que l'onde écrite vérifie l'équation de HELMOLTZ prenant en compte la dissipation :

$$\nabla^2 p_1 = -k_m^2 \left[1 + i \frac{\gamma}{2} \right]^2 p_1$$

Nous observons également des effets de modulation du champ d'intensité optique lors de l'émission d'ondes dans du silicone (PDMS, taux de réticulant 1 :10 en masse). La figure II.18 montre les stries observées sous contraste de phase sur un gros morceau de PDMS de quelques mm d'épaisseur simplement posé manuellement sur la surface d'un cristal piézoélectrique excité à une fréquence proche de la résonance de ses transducteurs, sous une tension de quelques dizaines de volts. Cette observation montre qu'il est

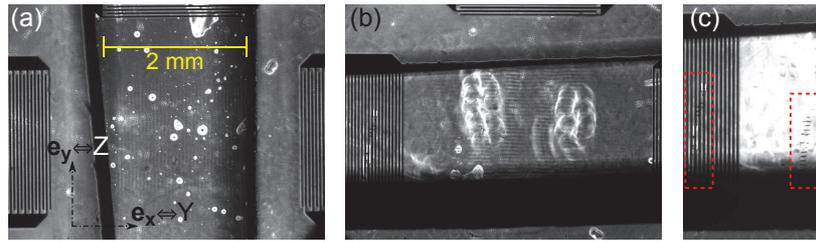


FIGURE II.18 – Photographies sous contraste de phase d'un morceau de PDMS simplement déposé à la main sur un wafer de LiNbO_3 métallisé, excité sous $f = 36,5$ MHz et sous une tension de 20 Vpp suivant l'axe cristallin Y (a), et 40 Vpp suivant l'axe cristallin Z (b). Les deux images sont prises un centième de seconde après début de l'émission acoustique, après quoi des effets thermiques à large échelle deviennent visibles. (c) Après 3 secondes d'émission à 60 Vpp suivant l'axe cristallin Z on note la présence de brûlures irréversibles à la surface du PDMS.

alors possible de récupérer des informations sur l'onde de surface pour un échantillon de LiNbO_3 de façon non destructrice et avec un protocole expérimental excessivement simple à mettre en place, ce qui peut sans nul doute être d'un grand intérêt pour la caractérisation de dispositifs fonctionnant à base d'ondes acoustiques de surface.

Outre le potentiel applicatif de cette expérience simple, nous en concluons également que les effets thermiques sont bien présents et très importants. Lorsque l'on capture à la caméra rapide la décroissance du contraste optique ΔI entre stries claires et sombres (visibles sur les images II.18 (a) et (b)), on voit une rémanence de l'ordre de quelques ms après coupure de l'onde sonore, bien trop élevée pour être liée au temps que met l'onde acoustique pour mourir par réflexions multiples, qui est de l'ordre de 10^{-7} s si l'on prend une longueur d'atténuation de 0,1 mm sous $f = 37$ MHz et une vitesse du son $c_m \approx 1000 \text{ m.s}^{-1}$ pour le PDMS (voir table II.3). En prenant une valeur classique de conductivité thermique pour le silicone ($\approx 0,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ voir table II.3), la masse volumique donnée en table II.2 et la chaleur spécifique donnée en table II.3 permettent de déduire un coefficient de diffusion thermique D_{th} de l'ordre de $10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, et sur une longueur de conduction $\lambda_s/2 = 50 \mu\text{m}$ (distance entre un minimum et un maximum d'intensité) un temps caractéristique $\tau \approx \lambda_s^2/D_{\text{th}}$ de l'ordre de 10^{-2} s, compatible avec la rémanence observée.

Un autre effet notable en faveur de l'hypothèse thermique est la présence de brûlures irréversibles observées après émission de 3 s à très haute tension (60 Vpp) à la surface du PDMS. Ces brûlures régulières illustrées en figure II.18 correspondent au réseau de franges sombres sous émission, ce qui correspond avec le fait qu'en contraste de phase sombres les zones les plus déviées (indice optique élevé) créent des interférences destructrices au niveau du capteur de la caméra. Notons que les températures nécessaires à la dégradation du PDMS sont de l'ordre de 200-300 K comme nous avons pu l'évaluer en augmentant progressivement la température de la pointe d'un fer à souder jusqu'à observer des traces, mesure en accord avec les mesures de THOMAS *et al.* [157]. Dans un très récent article, HA *et al.* [66] mesurent sur un dispositif à ondes de surface sur un cristal de LiNbO_3 conçu pour résonner à $f = 30$ MHz (donc un dispositif très similaire au nôtre) des élévations de température jusqu'à 120 K à des taux extrêmes de plusieurs

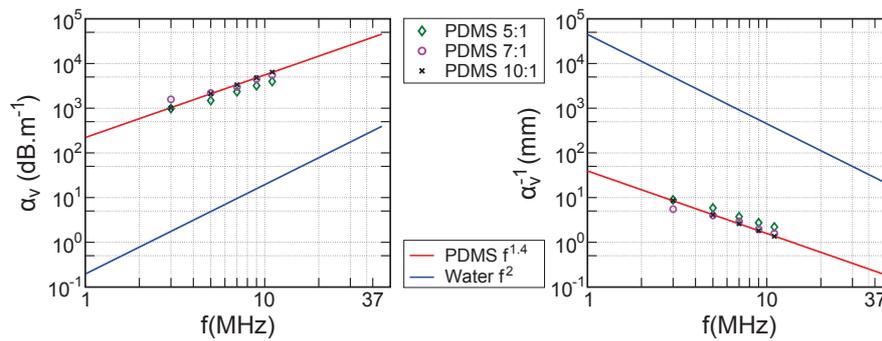


FIGURE II.19 – Dépendance du coefficient d'atténuation α_v et longueur d'atténuation α_v^{-1} à la fréquence. Points correspondant aux mesures de Tsou *et al.* [159] entre $f = 3$ MHz et 11 MHz. Droites correspondant à un modèle de dépendance en loi de puissance. Courbe pleine rouge : droite de pente 1,4 correspondant à la loi empirique postulée par Tsou *et al.* [159]. Courbe pleine bleue : droite de pente 2 correspondant à la loi classique de STOKES pour les fluides (expression II.40, tracée pour les coefficients de l'eau : voir table II.3 et référence [65]).

milliers de $\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$. Une autre étude toute aussi récente menée par SHILTON *et al.* [138] mesure l'échauffement de gouttes de glycérol par des ondes de surface et relève des valeurs très hautes également, d'une centaine de degrés. Dans nos conditions expérimentales de tels échauffements dans des liquides sont également observés, et dans des conditions de tensions élevées nous observons l'ébullition du liquide compris dans la cavité acoustique, ce qui est illustré dans le cas de l'eau sur la figure II.36 que nous aborderons par la suite.

Le coefficient d'atténuation α_v d'une onde de volume dans du PDMS n'a à notre connaissance que peu été étudié expérimentalement. Les articles traitant d'ondes acoustique en géométrie microfluidique [65], [110] se réfèrent régulièrement aux travaux de Tsou *et al.* [159], dont les mesures sont répétées par les points tracés en courbe II.19. Après avoir mesuré les longueurs d'atténuation pour différentes fréquences, ce dernier postule une loi phénoménologique $\alpha_v(\text{PDMS}) \propto f^{1,4}$ pour le PDMS, validée sur une courte plage $3 \text{ MHz} < f < 11 \text{ MHz}$. Les très récents résultats de HA *et al.* [66] semblent montrer que cette dépendance est valide sur une plage très large de fréquences, allant de 9,8 à 128,5 MHz. Nous supposons donc cette loi valide, et nous nous permettons une extrapolation à $f = 37 \text{ MHz}$ donnant une longueur d'atténuation de $\alpha_v^{-1} = 240 \mu\text{m}$, résultat consigné en table II.3. A fréquence égale, la longueur d'atténuation dans l'eau est d'après l'expression II.40 et les données de Guo *et al.* [65] (elles aussi référencées en table II.3) est $\alpha_v(\text{eau}) = 32 \text{ mm}$ et pour l'éthanol $\alpha_v(\text{eau}) = 15 \text{ mm}$. On s'attend donc bien à ce que les effets thermiques soient beaucoup plus élevés pour le PDMS que pour les liquides étudiés, d'autant plus que les échanges thermiques ne peuvent dans un solide être que de nature conductive et que le PDMS est très mauvais conducteur thermique.

Une autre manière de comparer les effets thermiques dans le PDMS et dans un liquide est de parler de viscosité équivalente (correspondant à la mesure de $G''(f)$), que nous

noterons η_m^{eq} telle que

$$\alpha_v = \frac{\eta_m^{\text{eq}} \omega^2}{2\rho_m c_m^3} \quad (\text{II.41})$$

Pour un liquide, celle-ci s'apparente d'après l'expression II.40 à $\eta_m^{\text{eq}}(\text{Liq}) = 4/3\eta_m + \eta_m^v$. Pour le PDMS, cette viscosité dépend de la fréquence, et pour avoir compatibilité entre l'expression II.41 et la loi empirique $\eta_m^{\text{eq}}(\text{PDMS}) \propto \omega^{1,4}$ il faut que $\eta_m^{\text{eq}} \propto f^{-0,6}$. D'après les mesures de Tsou *et al.* [159] données en figure II.19 on déduit $\eta_m^{\text{eq}}(f = 12,9 \text{ MHz}) = 330 \text{ mPa.s}$, d'où une viscosité effective à $f = 37 \text{ MHz}$ estimée à 175 mPa.s , soit une valeur 50 fois supérieure à la viscosité effective de l'eau à la même fréquence (voir table II.3).

Désormais convaincus que les effets thermiques dominent les variations d'indice dans le PDMS, on souhaite finalement évaluer par ordre de grandeur l'élévation de température causée par la viscosité dans un fluide, pour vérifier que cette hypothèse soit compatible avec les variations d'indice mesurés qui rappelons-le nécessitent une élévation de température de plusieurs dizaines de degrés. La viscosité est responsable de deux phénomènes : la dissipation causée par l'écoulement moyen (redressé) dans la cavité, lié au cisaillement dans la couche limite visqueuse très fine et l'atténuation de l'onde que nous avons déjà abordée. Nous verrons par la suite que la première est tout à fait négligeable devant la seconde, et allons donc commencer par étudier la puissance dissipée par atténuation de l'onde.

La cavité acoustique contenant le fluide est pour tous nos tests optiques recouverte d'une lamelle de verre (voir figure II.27) permettant à la fois d'en éviter l'affaissement, et d'éviter la déperdition d'énergie acoustique car le verre a un gros contraste d'impédance acoustique avec le PDMS (offrant un coefficient de réflexion en amplitude sous incidence normale de l'ordre de 0,8). Si l'on suppose que toute l'énergie émise par la paroi du cristal est concentrée dans la cavité, alors si l'on isole cette dernière, en régime permanent à l'échelle de temps acoustique (très courte devant l'échelle de temps thermique) toute l'énergie injectée par la surface est dissipée sous forme de chaleur, puisque l'énergie acoustique ne peut varier. Nous avons vu d'après l'expression II.12 qu'une onde de surface rayonne la moitié de son énergie dans la cavité de longueur $1 \text{ mm} \approx 10\lambda_s$, or les écoulements redressés que nous étudierons plus en détails en chapitre IV nous poussent à penser que le déplacement vertical de la surface est de l'ordre de quelques nanomètres. L'expression II.32 nous montre que la puissance P_{ac} d'une onde acoustique de surface est donc de l'ordre de $0,1 \text{ W}$, ce qui donne donc une puissance Φ_{th} rayonnée par les quatre émetteurs du même ordre de grandeur. L'élévation de température par unité de temps est alors approchée par

$$\frac{\delta T}{\delta t} \approx \frac{\Phi_{th}}{\rho_m V c_p} \quad (\text{II.42})$$

où V dénote le volume de la cavité $1\text{mm} \times 1\text{mm} \times 0,15\text{mm}$, donnant donc une élévation de température de plusieurs centaines de K.s^{-1} . Notons que dans le cas d'une émission de l'onde dans du PDMS, qu'il y ait ou non une lamelle de verre située à $h = 150 \mu\text{m}$ de la surface du cristal ne change quasiment rien puisque l'onde s'atténue sur une distance caractéristique $\alpha_v^{-1} = 240 \mu\text{m}$. Ces valeurs sont en accord avec les vitesses de

chauffe mesurées par HA *et al.*[66] (atteignant plusieurs milliers de K.s^{-1} pour le PDMS) et par SHILTON *et al.*[138] (mesurant aussi plusieurs centaines de K.s^{-1} sous une puissance acoustique de 0,2 W dans du glycérol). Nos mesures expérimentales montrent, dans des cas de tension légèrement plus élevée l'apparition d'ébullition dans le liquide observé dès des temps d'émission de quelques secondes. Ce constat montre que nous surévaluons légèrement la puissance thermique injectée.

Il est possible de raffiner l'approche ici menée en supposant que toute l'énergie rayonnée par la surface n'est pas perdue. Si l'on suppose qu'un faisceau acoustique émis par le cristal suivant sa normale se reflète au plafond de verre avec un coefficient de réflexion énergétique de 0,6, avec le même taux de réflexion au niveau du cristal alors on peut imaginer une longueur efficace parcourue, comme si l'onde parcourait une distance $h' > h$ avant de disparaître dans les différents milieux voisins. Supposons que $h' \approx 2-3h$. L'énergie dissipée dans le volume est alors donné en première approximation par les pertes d'intensité acoustique $I_{ac} = c_m e_{ac}$ (en W.m^{-2}) où e_{ac} est la densité d'énergie acoustique en J.m^{-3} . Lors de sa traversée de l'épaisseur effective h' l'intensité acoustique est atténuée de

$$\Delta I_{ac} = I_0(1 - e^{-2\alpha_v h'}) \approx 2\alpha_v h' c_m e_{ac}$$

En acoustofluidique, les densités d'énergie volumique classiques observées sous tension assez faible (inférieures à 10 Vpp) sont de l'ordre de 100 J.m^{-3} [26]. Dans notre cas particulier d'étude optique les tensions sont augmentées, on suppose donc que la densité d'énergie acoustique, proportionnelle au carré de la tension, est de l'ordre de $500-1000 \text{ J.m}^{-3}$ sous haute tension. La puissance dissipée sur la surface $S_h = 1\text{mm} \times 1\text{mm}$ horizontale de la cavité est donc

$$\Phi_{th} \approx S_h \Delta I_{ac} \approx 2S_h \alpha_v h' c_m e_{ac}$$

ce qui donne d'après l'expression II.42 une élévation de température dans la cavité de taille réelle $V = S_h \times h$

$$\frac{\delta T}{\delta t} \approx \frac{\Phi_{th}}{\rho_m S_h h c_p} \approx \frac{6\alpha_v c_m e_{ac}}{\rho_m c_p}$$

de l'ordre de quelques dizaines de K.s^{-1} . La température ne diverge évidemment pas puisqu'à l'échelle des temps thermiques longs, un équilibre finit par être trouvé et grâce aux échanges thermiques qui s'établissent entre la cavité et l'extérieur. On confirme ainsi que l'atténuation visqueuse de l'onde peut en ordre de grandeur expliquer les effets de variation d'indice observés. On rappelle que l'expression II.38 avec les données de la table II.2 montre que l'effet optique lié à l'élévation d'1 K est équivalent en ordre de grandeur à celui causé par une variation d'amplitude d'oscillation de pression d'1 bar. Sous des conditions classiques d'utilisation de notre dispositif (pour la manipulation d'objets et de fluides) les tensions utilisées sont plus faibles d'un ordre de grandeur, donc les puissances thermiques inférieures de deux ordres de grandeur. Nous supposons que les élévations de température en régime permanent n'excèdent donc pas quelques K.

Il aurait par ailleurs aussi été possible de suspecter que l'élévation de température soit partiellement due au cisaillement élevé qui se produit dans la couche limite visqueuse,

d'épaisseur δ_v . Nous verrons en chapitre IV que les vitesses d'écoulement redressé mesurées dans la cavité sous des tensions de 10 Vpp sont d'une centaine de $\mu\text{m.s}^{-1}$. Pour des tensions plus élevées comme celles nécessaires à la visualisation de stries, les vitesses en jeu sont donc de quelques mm.s^{-1} . Tout le cisaillement de cet écoulement redressé se produisant dans la petite épaisseur visqueuse, on déduit de l'équation de STOKES que la contrainte de cisaillement visqueux s'approche par $\sigma \approx \eta_m v / \delta_v$ où v est ici la vitesse caractéristique de l'écoulement redressé hors de la couche limite. Il convient ici de bien se figurer que le cisaillement se fait dans une coupe xz ou yz de la cavité. Aussi, la puissance thermique associée à la dissipation visqueuse, concentrée dans une couche très fine à proximité de l'une et l'autre des deux surfaces en $z = 0$ (surface basse de la cavité) et $z = h$ (haute)

$$\Phi_{th} \approx 2(\sigma S_h)v \approx 2 \frac{\eta_m S_h v^2}{\delta_v}$$

de l'ordre de 10^{-8} W, négligeable devant la puissance induite par l'atténuation du champ non moyenné. Ceci est mathématiquement dû au fait que l'on compare ici des grandeurs d'ordre 1 à des grandeurs d'ordre 2 en théorie des petites perturbations [25].

Nous avons donc montré que l'atténuation de l'onde acoustique génère dans le milieu un échauffement, modulé par l'amplitude du champ d'énergie acoustique qui suit une périodicité $\lambda_s/2$ dans un cas 1D. Pour de hautes amplitudes de vibration cet échauffement génère des modulations d'indice suffisantes pour pouvoir imager simplement l'onde acoustique. Les élévations de température sont alors à surveiller car elles peuvent atteindre plusieurs centaines de K pour des tensions de l'ordre de 100 Vpp, entraînant l'ébullition du liquide dans la cavité voire la détérioration du PDMS lui-même. Pour des tensions plus faibles classiquement utilisées pour nos pinces acoustiques, ces élévations de température sont très faibles. On pourra toutefois souligner le fait qu'il est donc possible, en changeant simplement l'amplitude d'émission acoustique, de modifier la température dans la cavité sans pour autant changer la position des pièges acoustiques. Le fait de pouvoir ajouter un contrôle de température aux pinces acoustiques aurait un potentiel applicatif énorme, en particulier en biologie, par exemple pour des applications de type réaction en chaîne par polymérase (PCR) en gouttes comme le proposent ABBYAD, DANGLA *et al.* [42] qui piègent des gouttes en réseau par forces capillaires dans des trous en surface dans une cavité, puis les soumettent à un cyclage thermique. Nous pourrions à l'aide de forces acoustiques assurer à la fois le piégeage et le cyclage thermique, en jouant simplement sur le débit de fluide dans la cavité (peu de débit : forts échauffements donc température élevée, fort débit : faibles échauffements à cause des courts temps de convection thermique donc température plus faible au niveau de la position fixe des objets piégés).

3 Excitation de la surface d'un substrat piézoélectrique plan par deux ondes stationnaires orthogonales de même fréquence

3.1 Conception d'émetteurs sur niobate de lithium

Intéressons-nous maintenant aux besoins particuliers de notre dispositif. Cette première sous-section est à voir comme un cahier des charges dont les critères ont aiguillé les choix de conception des échantillons. Certains choix ont déjà été justifiés dans les parties précédentes, commençons donc par les reprendre. Pour le fonctionnement des pinces acoustiques nous souhaitons disposer de quatre transducteurs, deux à deux en regard, d'axes d'émission orthogonaux. Les quatre transducteurs doivent émettre à la même fréquence une onde de surface et générer un déplacement vertical élevé à la surface du cristal, ce qui résultera en une importante pression rayonnée dans le liquide en contact avec le substrat. Ceci nous force donc à utiliser pour substrat un cristal à fort coefficient de couplage électromécanique. Enfin, l'application fluide de ce dispositif implique de la visualisation de déplacements dans le fluide, ce qui nécessite la transparence de tous les matériaux retenus, et a fortiori du substrat. Les cristaux comme le quartz ou le tantalate de lithium, piézoélectriques transparents régulièrement utilisés [29] pour des oscillateurs, ont des facteurs de couplage pour les ondes de surface $K_R^2 < 1\%$ trop faibles pour être retenus. Le seul candidat restant [107] est donc le niobate de lithium, couramment utilisé pour des filtres large bande (que l'on sacrifiera ici pour obtenir un gain supérieur), dont le coefficient K_R^2 est de l'ordre de quelques pourcents.

Anisotropie du coefficient de couplage du cristal

Le cristal de niobate de lithium, de groupe R3c (voir figure II.11 (a)) est fortement anisotrope. On souhaite pourtant que l'énergie rayonnée par l'une ou l'autre paire d'IDT soit du même ordre de grandeur pour une tension appliquée donnée. En d'autres termes, du point de vue des pinces acoustiques, on souhaite que la tension à fournir pour piéger un objet dans une direction soit la même que dans l'autre direction. On cherchera donc la coupe du niobate de lithium la plus « isotrope » en terme de couplage électromécanique, c'est-à-dire concrètement la coupe pour laquelle le coefficient K_R^2 est environ le même pour deux axes de propagation orthogonaux. La table II.4 peut être construite à partir des calculs de JJ CAMPBELL [32] pour les vitesses de phase et de ENGAN *et al.*[53] pour les permittivités relatives de surface. Pour le coefficient de couplage, la coupe X apparaît clairement comme le meilleur compromis puisqu'il est à la fois élevé et relativement isotrope, elle sera donc retenue. Notons qu'en acoustofluidique la coupe 128°YX (propagation suivant X) lui est souvent privilégiée, bien qu'elle n'offre pas le couplage le plus élevé du niobate de lithium (17,2% mesurés pour la coupe à 41°YX, données *Roditi inc.*). SHIOKAWA *et al.*[140] mesurent une vitesse sans charge de 3994 m.s⁻¹ et une vitesse sous surface métallisée 3882 m.s⁻¹, ce dont on peut déduire un coefficient K_R^2 de 5.6%. En revanche cette coupe est particulièrement peu isotrope, ce pourquoi nous lui préférons la coupe X.

Si l'on s' imagine sur la figure II.11 (c) deux curseurs espacés de 90° et que l'on balaye les différentes phases, on voit que la seule solution pour que les deux curseurs correspondent au même coefficient de couplage est $\theta_1 = 82,5^\circ$, $\theta_2 = 172,5^\circ$,

Axe de coupe	Axe de propagation	c_s (m.s ⁻¹)	c'_s (m.s ⁻¹)	K_R^2 (%)	ϵ_p/ϵ_0
X	Y	3750 m.s ⁻¹	3684 m.s ⁻¹	3,49	150
X	Z	3481 m.s ⁻¹	3391 m.s ⁻¹	5,10	56
Y	X	3769 m.s ⁻¹	3739 m.s ⁻¹	1,59	170
Y	Z	3487 m.s ⁻¹	3404 m.s ⁻¹	4,70	63
Z	X	3798 m.s ⁻¹	3788 m.s ⁻¹	0,53	56
Z	Y	3903 m.s ⁻¹	3859 m.s ⁻¹	2,24	61

TABLE II.4 – Récapitulatif des vitesses de phase (avec charge électrique nulle ou infinie) et coefficient de couplage électromécanique correspondant [32], ainsi que des permittivités de surface ϵ_p calculées par ailleurs [53].

alors $K_R^2(\theta_1) = K_R^2(\theta_2) = 3,85\%$. Nous choisissons $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$, c'est-à-dire que notre axe (Oe_x) correspond avec l'axe cristallin Y et notre axe (Oe_y) avec l'axe Z. Ce choix se justifie d'une part par sa simplicité de fabrication (les axes cristallins Y et Z étant repérés par des méplats sur les wafers de niobate de lithium). Encore du point de vue de la fabrication nos IDT sont fabriqués par un procédé de lift off [126], l'orientation des IDT se fait donc manuellement (erreur estimée à quelques degrés) par rapport au méplat, lui-même donné avec une précision d'un degré. On cherchera donc à se placer dans une zone de θ où K_R^2 varie peu, à $\pm 3^\circ$. Le choix retenu offre la plus grande robustesse à cet égard.

Ce choix de coupe et d'orientation des IDT est le même que celui retenu par TRAN *et al.*[158]. La différence avec l'ancienne conception d'électrodes provient du fait que l'on souhaite maintenant exciter les transducteurs à la même fréquence. On souhaite donc que les bandes passantes des IDT sur Y et Z se recouvrent, au moins partiellement. L'expression II.13 impose $c_s = 2f_0 d_{IDT}$ donc puisque la fréquence de résonance est la même pour les deux IDT et que la vitesse des ondes de surface dépend de l'orientation (donc de l'IDT), il faut adapter le pas entre les doigts du peigne à l'orientation cristalline. Ainsi, pour savoir quel rapport appliquer entre d_Y et d_Z on va chercher à faire coïncider les deux fréquences d'émission maximale des paires d'IDT. Mais comme le substrat ici étudié est un wafer de diamètre 2", alors en l'absence d'atténuateur (la surface du cristal est nue) il est possible que des modes de surface du wafer soient excités par réflexions multiples des ondes de surface. Ceci pourrait décaler la fréquence où l'énergie reçue (que l'on mesure) est maximale par rapport à la fréquence où l'IDT source 1 a son émission maximale (que l'on souhaite mesurer).

Afin d'éviter d'exciter des modes de surface du substrat complet, guidés par sa géométrie, on décide donc pour une mesure spécifique de ne pas émettre de manière continue mais par salves de courte durée T_{010} , comme illustré sur la figure II.20. L'objectif est de mesurer seulement l'amplitude du premier signal reçu par l'IDT réceptrice 2 sans laisser au signal émis le temps de se réverbérer dans toute la plaque. La distance entre les IDT est $\delta = 2,6$ mm, la longueur d'une IDT $L_{IDT} = 4$ mm, et la vitesse de propagation du signal $c_s < 4000$ m.s⁻¹. Si l'on émet une salve de durée T_{010} , le signal direct dure $T_{010} + 2L_{IDT}/c_s$, notons qu'on retrouve bien une forme similaire à celle en figure II.8 si T_{010} est très faible (Dirac). Le premier signal indirect doit atteindre le bord du wafer et revenir jusqu'à l'IDT d'écoute, donc parcourir au total une distance $\delta + L_{IDT} + 2\Delta$, où $\Delta \approx 1,5$ cm

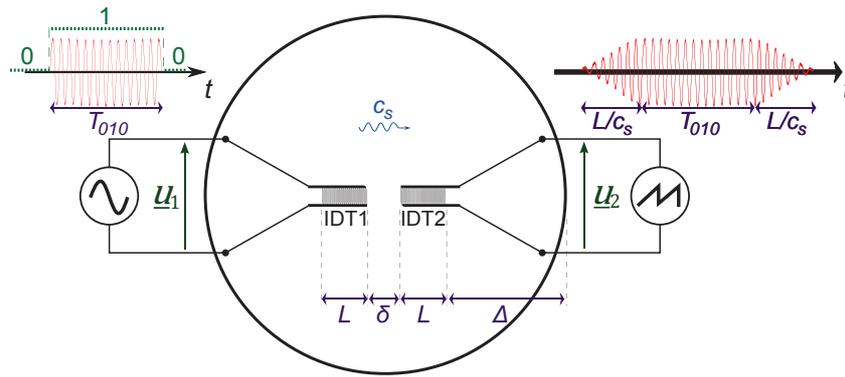


FIGURE II.20 – Une salve de fréquence f est émise pendant un temps court T_{010} par un IDT 1. La tension est mesurée aux bornes de l’IDT 2 récepteur, par un oscilloscope en haute impédance.

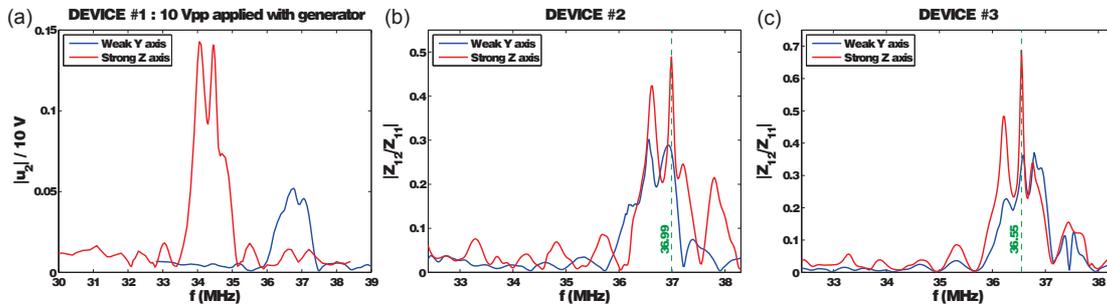


FIGURE II.21 – Réponses en tension à une émission par salves suivant l’axe cristallin Y ou Z. Amplitude du générateur 10 V, wafers $\varnothing 2''$ d’épaisseur $500\ \mu\text{m}$. (a) Tension reçue aux bornes de l’IDT 2 de distance entre deux doigts $2d_Y = 2d_Z = 100\ \mu\text{m}$, divisée par l’amplitude du générateur. (b) Rapport $|u_2/u_1|$ pour un second dispositif tel que $2d_Y = 100\ \mu\text{m}$, $2d_Z = 92,9\ \mu\text{m}$, avec $N_{\text{IDT}}(Y) = N_{\text{IDT}}(Z) = 40$. (c) Rapport $|u_2/u_1|$ pour un troisième dispositif tel que $2d_Y = 100\ \mu\text{m}$, $2d_Z = 93,9\ \mu\text{m}$, avec $N_{\text{IDT}}(Y) = N_{\text{IDT}}(Z) = 50$.

désigne la distance de l’extrémité de l’IDT au bord du wafer. Afin qu’aucune interférence entre le signal direct et le signal réfléchi ne se produise, le temps de réception doit être inférieur à $10\ \mu\text{s}$, donc le temps d’émission $T_{010} < 7\ \text{ms}$. Afin de laisser aux deux IDT un temps d’établissement du régime acoustique, on impose donc des salves de 200 périodes d’oscillation.

La figure II.21 donne les réponses en tension à des excitations par salves. (a) montre un dispositif simple directement reproduit de [158], pour lequel $2d_Y = 2d_Z = 100\ \mu\text{m}$. Le graphique représente la tension aux bornes de l’IDT 2 normalisée par 10 V, tension imposée par le générateur, qui est différente de u_1 car l’impédance $Z_{11} \neq 50\ \Omega$, mais nous reviendrons sur ce point par la suite. On constate que les bandes passantes, de largeur environ 1 MHz ne se recoupent pas, puisque le pic central suivant Z est mesuré à une fréquence $f_{0, \text{IDT}}(Z) = 34,47\ \text{MHz}$ et suivant Y à $f_{0, \text{IDT}}(Y) = 36,77\ \text{MHz}$. Notons que si la résonance se produit bien pour $d_{\text{IDT}} = \lambda_s/2$, alors on peut déduire de ces mesures une vitesse effective des ondes de surface $c_s^Y \approx 3677\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $c_s^Z \approx 3447\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ qui sont du même ordre de grandeur que celles de la table II.4 (bien que sous-évaluées). (b) et

(c) sont les mesures de gain $|u_2/u_1|$ où la tension aux bornes de l'IDT 1 a été mesurée à part, inférieure à 10 V ce qui explique pourquoi le gain peut sembler plus élevé. (b) correspond à un design des peignes pour lequel $2d_Y = 100 \mu\text{m}$ et $2d_Z = 92,93 \mu\text{m}$. Cette valeur provient du rapport c_s^Z/c_s^Y mesures de vitesse réelle des ondes de surface de RE-NAUDIN *et al.*[120] (voir table II.1). On constate que les deux pics d'émission coïncident parfaitement, mais chaque pic est à l'extrémité de la bande passante, ce qui peut poser de sérieux problèmes si une faible charge venait modifier les propriétés de surface. (c) correspond à un design $2d_Y = 100 \mu\text{m}$ et $2d_Z = 93,93 \mu\text{m}$, qui vise à faire correspondre les deux pics d'émission, la fréquence d'utilisation est alors abaissée de 500 kHz. L'avantage principal de cette solution est que la fréquence d'utilisation correspond au milieu des deux bandes passantes, offrant davantage de robustesse au dispositif à d'éventuels problèmes de fabrication ou de manipulation. C'est ce rapport $d_Z/d_Y = 93,94\%$ qui sera retenu pour la suite.

Notons par ailleurs que le nombre de doigts de ce troisième dispositif est augmenté d'un facteur 5/4 par rapport au dispositif précédent, facteur que l'on retrouve dans les résonances en gain. En effet pour la seconde géométrie, le gain à la résonance en Y est 0,29 contre 0,37 pour la troisième (rapport 1,28) et suivant Z, 0,49 pour la seconde contre 0,68 pour la troisième (rapport 1,39). Finalement, une dernière remarque concernant la figure concerne la fréquence à laquelle se produit la résonance mécanique, qui est décalée de quelques centaines de kiloHertz (donc d'environ 1%) par rapport à celle observée en figure II.13. En effet une onde acoustique de surface a son énergie confinée dans une faible profondeur dans le substrat, de quelques longueurs d'onde. Ses propriétés sont donc insensibles à l'épaisseur du wafer sous condition que celle-ci soit grande devant la longueur d'onde, ce qui est discutable pour les wafers utilisés pour la figure II.21 d'épaisseur $500 \mu\text{m} \approx 5\lambda_s$. Toutefois le léger décalage ici observé reste à la marge et les raisonnements menés ne sont pas altérés. On imposera simplement par la suite le choix de wafers d'épaisseur 1 mm pour se prémunir des incertitudes de fréquence de résonance mécanique du système.

Anisotropie de la permittivité du cristal

Dans notre dispositif, chaque émetteur est alimenté par un générateur, possédant une résistance interne de 50Ω . La tension u_1 aux bornes d'un émetteur est donc maximale lorsque l'impédance de l'IDT est adaptée à $|Z_{11}| = 50 \Omega$. Par ailleurs, une contrainte importante du cahier des charges concerne la minimisation des réflexions (voir sous-section 1.3). Or si un IDT récepteur est relié à une charge électrique, leur adaptation d'impédance joue directement sur le taux de réflexion par réémission électrique. Pour un IDT simple de taux de métallisation $\eta_{\text{met}} = 50\%$ on peut notamment montrer que [126]

- si la charge est nulle (IDT court-circuité) le taux de réémission électrique est nul
- si les impédances sont adaptées, un quart de la puissance incidente est réfléchi, et la moitié est convertie en puissance électrique qui part dans la charge
- si la charge est infinie, aucune puissance ne peut partir dans la charge et l'onde incidente est totalement réémise.

Afin d'avoir une émission élevée et un taux de réémission faible, on cherche donc à adapter les IDT à 50Ω à la résonance mécanique. On peut voir sur la figure II.31 (deux graphiques du haut) qu'à la résonance et à l'antirésonance électriques, $|Z_{11}|$ est de l'ordre

de plusieurs centaines d'Ohm. Toutefois, comme la bande passante mécanique (de l'ordre du MHz, voir figure II.21 est assez large par rapport à la bande passante électrique, on considère qu'en moyenne autour de la résonance $|Z_{11}|$ est de l'ordre de quelques fois l'impédance statique $1/C_T\omega$, on va donc chercher à avoir $C_T(Y) = C_T(Z)$ et tel que l'impédance correspondante soit de quelques dizaines d'Ohm. Si l'on souhaite une isotropie parfaite d'émission $G_0(Y) = G_0(Z)$ avec des IDT de même largeur $w_{\text{IDT}}(Y) = w_{\text{IDT}}(Z)$ il faudrait imposer $(N_{\text{IDT}}^2 C_1 K_R^2)(Y) = (N_{\text{IDT}}^2 C_1 K_R^2)(Z)$ (eq. II.23, II.28 et II.29). Cependant pour notre besoin particulier nous choisissons d'accepter que l'axe fort Z délivre davantage de puissance acoustique, puisqu'il aura à lutter contre l'écoulement global dans la cavité acoustique (entrée et sortie de fluide). Aussi nous imposons simplement pour un premier test $(N_{\text{IDT}}^2 C_1)(Y) = (N_{\text{IDT}}^2 C_1)(Z)$.

La capacité statique peut être évaluée aisément à basse fréquence, mesure que nous réalisons à l'aide d'un pont de capacités à 3 kHz. Pour des IDT de largeur effective $w_{\text{IDT}}=1,9$ mm métallisés à $\eta_{\text{met}} \approx 20\%$, nous mesurons suivant Y ($N_{\text{IDT}}(Y) = 50$ paires de doigts) $C_T(Y) = 85$ pF et suivant Z ($N_{\text{IDT}}(Z) = 84$) $C_T = 81$ pF. La répétabilité de ces mesures est de plus de 95%, les seuls écarts constatés correspondant à des problèmes de microfabrication où un doigt est endommagé. On constate ainsi que $C_T(Y) \approx C_T(Z)$ et dans ce cas $G_0(Z) \approx 2G_0(Y)$, ce que nous conservons par la suite. Finalement, pour avoir une impédance statique en réflexion de quelques dizaines d'ohms on impose $N_{\text{IDT}}(Y) = 50$ et $N_{\text{IDT}}(Z) = 84$, qui donnent environ 40Ω à la fréquence de résonance. La mesure sur un tel dispositif montre (voir figure II.31) que bien qu'à la fine antirésonance électrique (proche de la résonance mécanique car le facteur de qualité est élevé) vers $f = 37$ MHz, $|Z_{11}|$ soit très élevé, sa valeur lissée sur une plage plus large à $\pm 0,5$ MHz (correspondant à la bande passante mécanique) est d'environ 50Ω suivant l'axe cristallin Y et 150Ω suivant l'axe Z. L'impédance est donc relativement bien adaptée en dehors de l'antirésonance électrique.

Choix de la fréquence d'utilisation

Nous avons vu en sous-section 1.1 que le potentiel de Gor'kov [61] ainsi que les différents écoulements redressés dans la cavité acoustique sont modulés par la longueur d'onde du cristal. Ainsi plus la longueur d'onde est faible plus les gradients (donc les forces volumiques en jeu) sont prononcés. Du point de vue des forces acoustiques, il est donc intéressant de travailler à haute fréquence. Toutefois, il est important de ne pas dépasser la limite où la demi longueur d'onde deviendrait inférieure aux plus gros objets que l'on souhaite piéger. De plus, à haute fréquence les couplages électromagnétiques peuvent se produire entre le générateur et les différents IDT ce qui peut créer des parasites dans le champ acoustique. Finalement l'atténuation des ondes de surface (due à la viscosité et à la fuite dans le milieu voisin) augmente également avec la fréquence. Nous avons en effet vu (eq. II.12) qu'avec un milieu voisin comme de l'eau, pour une fréquence de l'ordre de 40 MHz l'onde rayonne plus de la moitié de son énergie en 10 longueurs d'ondes : donc plus la fréquence est élevée plus la distance de travail (dimension de la cavité acoustique) doit être faible. Pour une application en microfluidique on cherchera généralement à piéger des objets de dimension caractéristique entre un et une vingtaine de microns (bactéries, cellules). Une longueur d'onde de l'ordre d'une centaine de microns est donc tout à fait adaptée, et l'on pourra adapter la distance $2d_{\text{IDT}}$ des émetteurs autour de cette valeur.

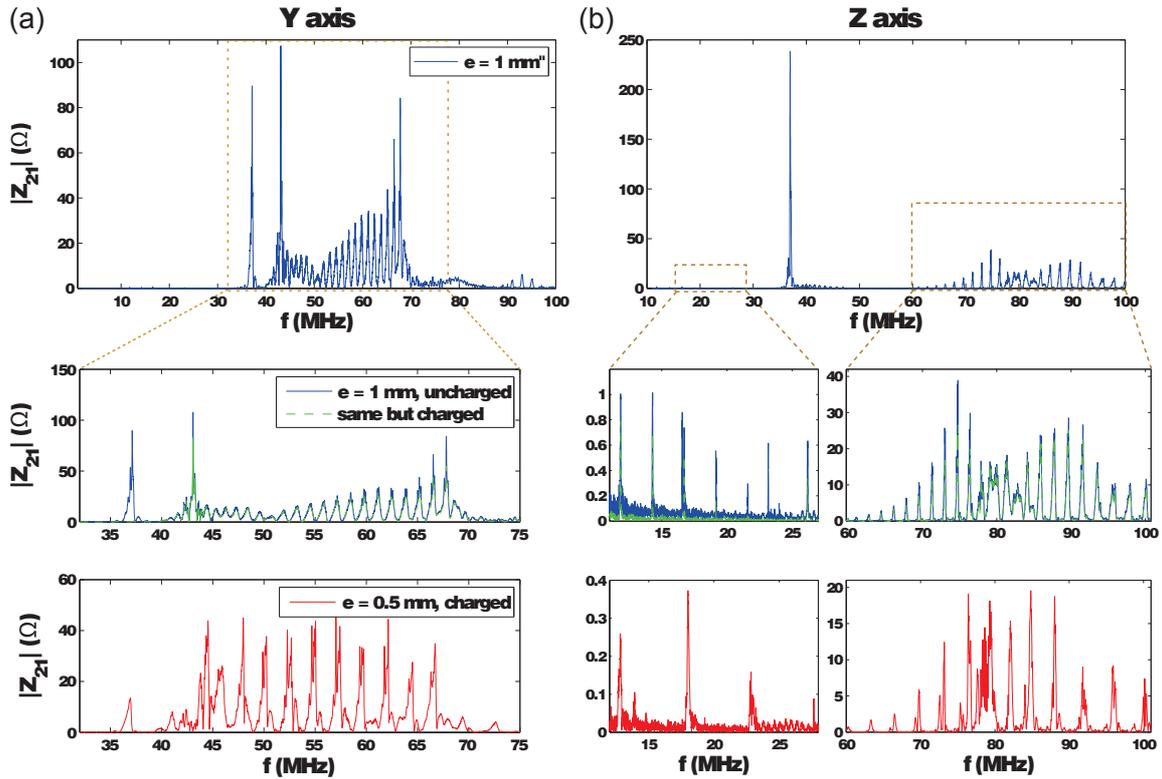


FIGURE II.22 – Impédance en transmission $|Z_{21}|$ mesurée sur un wafer 2'' métallisé (10 nm titane, 100 nm aluminium) par des IDT $N_{\text{IDT}}(Y) = 50$, $d_Y = 100 \mu\text{m}$, $\eta_{\text{met}}(Y) = 80\%$, $N_{\text{IDT}}(Z) = 84$, $d_Z = 93,94 \mu\text{m}$ et $\eta_{\text{met}}(Z) = 78,7\%$. Courbes bleue et verte mesurées sur un wafer d'épaisseur $e = 1 \text{ mm}$, courbe rouge $e = 500 \mu\text{m}$, vert et rouge une charge de PDMS est insérée entre les IDT d'émission et de réception.

Lors de la conception des IDT, il faut être conscient que des modes de volume peuvent être excités à certaines fréquences par les IDT dans la décade de travail $10 \text{ MHz} < f < 100 \text{ MHz}$. Le balayage en fréquence de l'impédance de couplage ($|Z_{21}|$, en transmission) de deux échantillons d'épaisseurs différentes est illustré sur la figure II.22. D'après la figure II.20 on sait que les ondes de surface ne sont excitées sur cette plage qu'entre 35 et 40 MHz, ce qui correspond au pic principal sur la courbe bleu, que l'axe cristallin considéré soit Y (a) ou Z (b). Lorsque l'on insère un morceau de polymère jouant le rôle de charge mécanique entre l'émetteur et le récepteur (courbe verte), on constate que le pic des ondes de surface est totalement atténué, mais le reste de la bande passante est peu affecté. Ceci est caractéristique d'ondes dont l'énergie circule dans le volume du substrat, et qui sont donc peu soumises effets de surface. Les pics de réponse sont légèrement lissés par la présence du PDMS qui joue un rôle de balourd.

Une dernière confirmation est obtenue par les courbes rouges, qui donnent la réponse d'un wafer d'épaisseur deux fois moindre, sur lequel un atténuateur en PDMS est également présent. Du point de vue de la gamme de fréquences des ondes de surface on constate que le changement d'épaisseur n'en modifie pas la fréquence d'émission, bien que la charge atténue légèrement le maximum (l'atténuation moins importante que sur la courbe verte pour d'autres raisons qui seront vues en sous-section 3.3). Les modes

e wafer (mm)	Plage de fréquence (MHz)	Δf entre deux pics (MHz)
1	[11; 27]	2,39
0.5	[12; 28]	4,95
1	[59; 89]	1,68
0.5	[60; 90]	3,28
1	[70; 100]	1,94
0.5	[71; 101]	3,60

TABLE II.5 – Mesure des écarts moyen entre deux harmoniques des ondes de volume sur l'axe cristallin Z (voir figure II.22 (b)).

de volume sont quant à eux tous fortement affectés, sauf le pic très élevé à 43 MHz sur l'axe Y. La distance entre deux pics successifs donne des informations sur le type d'ondes ici excité. Sur la figure (b), on voit par exemple clairement le passage d'un mode ($60 < f < 90$ MHz) à un autre ($70 < f < 100$ MHz). On mesure la distance moyenne entre les pics d'un même mode sur l'axe Z, en s'intéressant aux gammes de fréquences [11; 27] MHz, [59; 90] MHz et [70; 101] MHz. Les données reportées en table II.5 mettent en évidence un facteur environ 2 (donc le rapport des épaisseurs des deux wafers) entre les écarts entre deux harmoniques sur l'un et l'autre wafer, à moins d'une dizaine de pourcents près, écart du principalement à l'incertitude de mesure des pics dans la zone de recouvrement des modes ($f \approx 80$ MHz), et à la tolérance du fournisseur sur l'épaisseur des wafers (donnés à 2%).

Par ailleurs, on remarque sur la figure II.22 que certains modes de volume sont excités à des fréquences bien inférieures à celle des ondes de surface. Ceci peut sembler contre-intuitif puisque la vitesse de phase des ondes de Rayleigh est inférieure aux vitesses des ondes transverses et longitudinaux. Intéressons-nous par exemple au cas des pics observés suivant Z pour $f < 30$ MHz, et dont l'harmonique première non représentée sur la figure est mesurée entre 3,95 MHz et 4,58 MHz sur le wafer d'épaisseur $e = 500 \mu\text{m}$. La figure II.23 schématise le modèle proposé par CK CAMPBELL [29] pour l'émission directe d'ondes de volume (BAW) par un IDT. Cette émission se fait suivant toutes les directions, mais la résonance est obtenue avec un angle ici noté ϕ par rapport à la normale \mathbf{e}_z , généralement assez faible. L'émission est maximale si la distance parcourue par l'onde suivant l'axe Z entre deux réflexions est $l = 2d$, soit selon les notations du schémas

$$\tan(\phi) = \frac{d}{e} \ll 1$$

Dans ce cas toutes les paires de doigts interfèrent, mais il faut ajouter une condition pour que ces interférences soient positives. En notant λ_{BAW} la longueur d'onde dans le substrat), la condition de résonance s'écrit

$$e = \frac{n\lambda_{BAW} \cos \phi}{2}$$

ce qui pour l'harmonique n donne une fréquence $f_n = c_{BAW}/\lambda_{BAW}$ où c_{BAW} est la vitesse de propagation des ondes dans le cristal (qui dépend du mode). L'écart entre deux

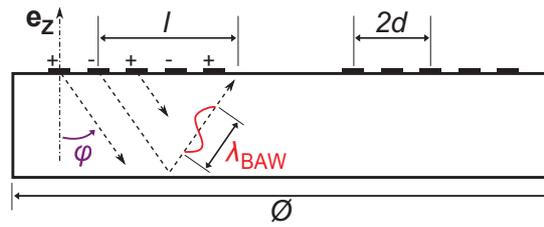


FIGURE II.23 – Schématisation de la génération d'ondes de volume (BAW) par un IDT, fortement inspirée de [29]. Un angle d'émission ϕ par rapport à la verticale, permet à l'onde de parcourir une distance l entre deux réflexions sur une même surface. Rappelons que la distance entre les deux IDT est δ_{IDT} (voir fig. II.20) et le pas entre deux doigts est d .

harmoniques est donc donné par

$$\Delta f = f_{n+1} - f_n = \frac{c_{\text{BAW}} \cos \phi}{2e} \approx \frac{c_{\text{BAW}}}{2e}$$

La mesure reportée en table II.5 donne donc une vitesse $c_{\text{BAW}} \approx 4800 \text{ m.s}^{-1}$, ce qui est réaliste pour des ondes de cisaillement se propageant suivant Z, qui sont comprises entre 3570 et 4500 m.s^{-1} [172]. La fréquence fondamentale f_1 est alors effectivement proche de $4,5 \text{ MHz}$. Cette démarche rudimentaire ne remplace pas une analyse modale, mais elle suffira ici pour justifier de la présence des modes de volume. On comprend finalement que l'onde ainsi générée ne se propage suivant l'axe Z qu'avec une vitesse $c_{\text{BAW}} \sin(\phi) \ll c_{\text{BAW}}$, ce pourquoi on observe des modes de volume également pour des fréquences inférieures à celles d'excitation des ondes de surface.

Les diverses mesures réalisées à l'analyseur de réseau mettent aussi en évidence le fait que le pic observé sur l'axe Y entre 40 et 45 MHz n'est pas affecté par les dimensions du wafer (des wafers de diamètre $3''$ et $2''$, d'épaisseur 1 mm et $0,5 \text{ mm}$ ont été testés). Il est donc probable qu'il s'agisse d'un mode de volume où les ondes soient émises presque parallèlement à la surface, correspondant à un angle $\phi \approx \pi/2$ sur la figure II.23, et que le couplage soit direct entre les IDT. On voit d'ailleurs sur la courbe bleue de la figure II.22 (a) que ce mode décroît comme un sinus cardinal, donc en raisonnant de façon analogue aux ondes de surface on peut imaginer que selon les fréquences les contributions des paires de doigts interfèrent de façon constructive ou destructive. Le pic central de fréquence $43,1 \text{ MHz}$ ne peut pas être une harmonique car les ondes de surface sont les plus lentes et ont leur pic central fondamental à $f_{0, \text{IDT}} \approx 37 \text{ MHz}$. On en déduit que la vitesse des ondes de volume correspondante est $c_{\text{BAW}} \approx 4300 \text{ m.s}^{-1}$, ce qui pourrait correspondre à un mode transverse (cisaillement dans le plan $(Oe_x e_y)$).

Dans une perspective de conception de transducteur pour des ondes de surface, où l'on souhaite sur toute la bande passante qu'aucun mode de volume ne soit excité, ce dernier cas ne pose aucun souci. En effet, la vitesse des ondes de volume étant supérieure à celle des ondes de surface, un changement de géométrie tendant à augmenter $f_{0, \text{IDT}}$ va également décaler les pics d'émission directe d'onde de volume de façon proportionnelle vers les fréquences aiguës. Par contre, les modes dus aux réflexions sur la surface inférieure du wafer sont guidés par la géométrie de ce dernier : l'épaisseur affecte simplement l'écart entre les pics de résonances, et le diamètre (ou la forme du substrat) modifie les

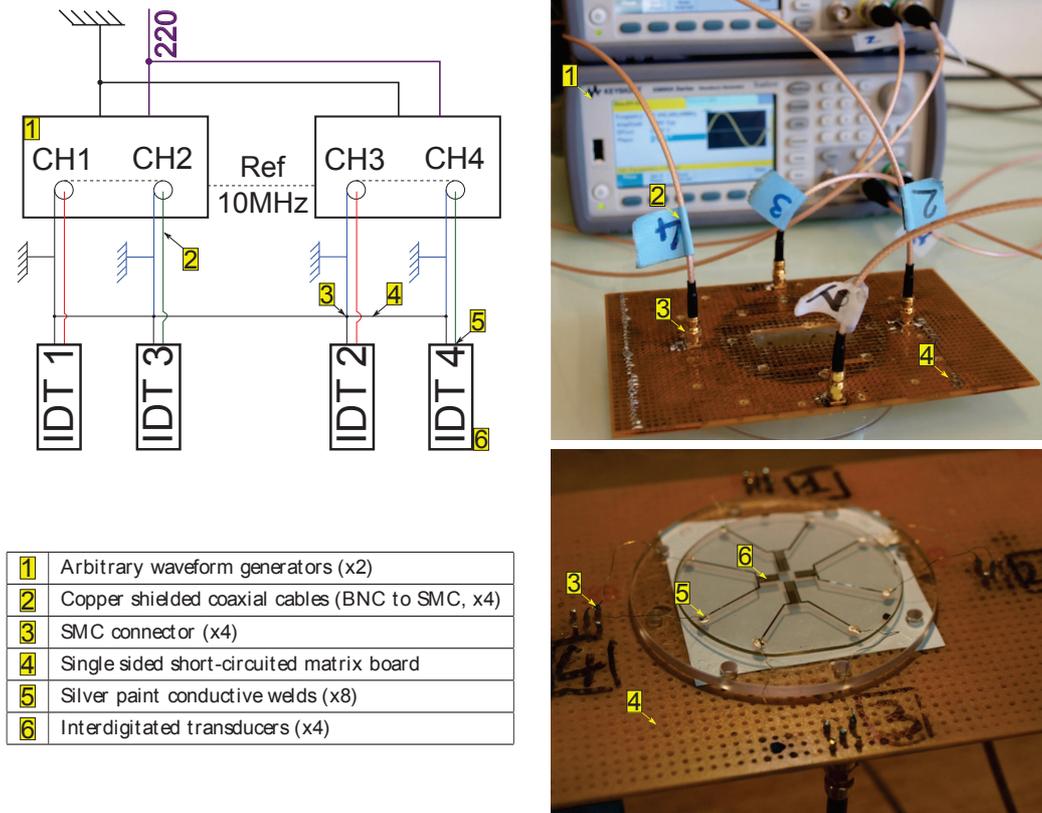


FIGURE II.24 – Câblage électrique du dispositif expérimental complet, en l'absence d'amplificateurs et d'oscilloscope.

fréquences fondamentales des différents modes. Ainsi, si l'on souhaite travailler à une fréquence $f_{0, IDT}$ donnée particulière, il convient dans un premier temps de vérifier que suivant les différents axes de travail aucun mode de volume n'est excité, et le cas échéant modifier la géométrie du substrat pour décaler le mode indésirable sans en générer de nouveaux sur les autres axes. Dans notre cas à deux axes on voit que pour des wafers de 2" aucun mode de volume n'est excité pour $f_{0, IDT} = 37$ MHz et l'on conserve donc cette valeur qui, d'après les paragraphes précédents, impose donc $d_Y = 100 \mu\text{m}$, $d_Z = 93,94 \mu\text{m}$.

Hautes fréquences et blindage

Ce choix de fréquence nous amène vers le niveau bas des hautes fréquences (HF), pour lesquelles l'approximation des régimes quasi-stationnaires peut être questionnée. A 40 MHz la demi-longueur d'onde d'une onde électromagnétique est 3,75 m. Il est donc important d'utiliser des câbles courts, prévus pour une impédance de 50Ω , blindés et dont les connectiques sont adaptées aux HF (nous utilisons les connectiques SMA ou SMC). Pour nos fréquences d'utilisation un blindage simple est considéré comme suffisant.

Le câblage complet est représenté en figure II.24. Nous disposons de générateurs de fonction à deux voies, synchronisés par une horloge commune. Chacune de leur deux voies respectives est connectée par un câble blindé BNC-SMC à un connecteur soudé à une carte matricielle court-circuité. Celle-ci joue le rôle d'un plan de masse au plus

près du dispositif. En effet bien que les masses soient reliées en amont au niveau des générateurs, la longueur de câble peut laisser des effets parasites s'installer. Finalement, les connecteurs SMC sont reliés aux connectiques du wafer à l'aide de fils d'aluminium et de laque conductrice. La longueur non blindée est d'environ 2 cm, considérée suffisamment petite devant la longueur d'onde électromagnétique pour que les effets d'antenne soient négligés. Sur chaque IDT, un peigne est ainsi relié à la masse (commune aux quatre transducteurs) et l'autre au signal alternatif passant par l'âme du câble blindé.

Sur le schéma électrique en figure II.24 les pointillés noirs indiquent des liaisons de masse implicites : dans un générateur les différentes voies ont une même masse et le fait d'avoir relié les horloges des deux générateurs impose également une masse commune. On constate donc la présence de nombreuses boucles de masses (spires conductrices dans lesquelles un courant peut être induit). Ceci n'est pas gênant en l'absence d'étage d'amplification puisque les courants et tensions avec lesquelles nous travaillons sont faibles, mais en présence d'amplificateurs, la puissance électrique dans le circuit post-amplification est suffisante pour induire des bruits parasites, entre autres dans le circuit pré-amplification ce qui est particulièrement gênant. Une solution simple est alors d'isoler tous les connecteurs SMC (repérés par le chiffre 3) sauf un, en ne récupérant que le signal de l'âme. Un seul connecteur est soudé à la carte matricielle jouant le rôle de plan de masse, ce qui revient à supprimer tous les câbles dessinés en bleu, et donc à supprimer les plans de masse.

Largeur des IDT

La capacité statique d'un IDT étant proportionnelle à la longueur de doigts en regard, modifier la longueur w_{IDT} des doigts ou en augmenter le nombre a le même effet. Pour un application acoustofluidique, on cherchera à maximiser la puissance acoustique émise par l'IDT, donc on privilégiera l'augmentation du nombre de doigts qui non seulement influe quadratiquement sur la puissance émise (quand w_{IDT} influe linéairement, éq. II.28), mais concentre également la puissance dans un faisceau plus fin. Dans les paragraphes précédents nous avons fait le choix d'imposer que les quatre transducteurs aient environ la même émission acoustique sous une tension donnée, et pour ce faire nous avons ajusté le nombre de doigts en imposant que les largeurs des quatre IDT soient les mêmes, égales à 1,90 mm. Ce choix de largeur se justifie par un compromis entre la largeur de la cavité acoustique et la non création de modes transverses. Ces derniers sont des modes parasites d'un IDT qui s'établissent dans le sens des doigts et modulent ainsi le signal principal perpendiculairement à l'émission [30], et qui apparaissent de façon notable pour $w_{\text{IDT}} \gtrsim 40\lambda_s \approx 4 \text{ mm}$.

Il convient maintenant de parler de la cible de cette émission, la cavité acoustique située à la convergence des quatre IDT, et dont la forme et l'emplacement sont représentés en pointillés sur la figure II.25. L'extérieur de la cavité est fait de PDMS et dans la cavité on placera du liquide, généralement de l'eau. La vitesse de phase d'une onde de surface dans le cristal dépend de la charge (électrique : permittivité du milieu voisin et mécanique : impédance acoustique du milieu voisin, voir sous-section 2.1), laquelle est assez différente pour du PDMS et de l'eau. On souhaite que le champ dans la cavité soit bien contrôlé et que les fronts d'ondes soient droits. Si les bords de la cavité ne sont pas parallèles aux fronts d'onde incidents, comme c'est le cas sur la figure II.25

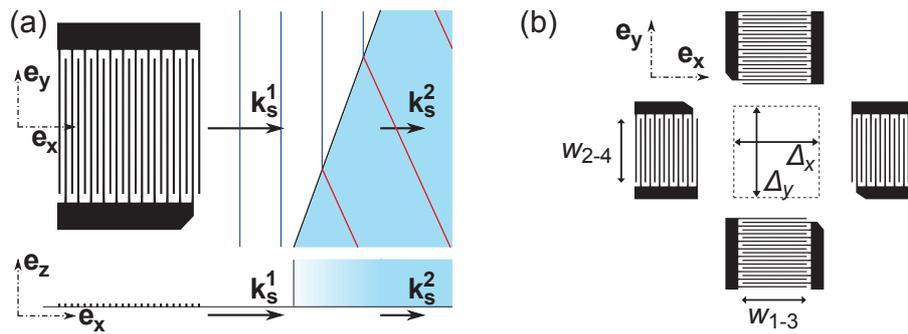


FIGURE II.25 – (a) Déviation des fronts d'onde de surface par le passage d'un milieu voisin 1 (donnant un vecteur d'onde k_s^1) vers un milieu voisin 2 (donnant un vecteur d'onde k_s^2), suivant une interface non perpendiculaire aux faisceaux émis par l'IDT. (b) Dimensions de la cavité acoustique, placée à l'intersection des axes des quatre IDT.

(a), alors les fronts d'onde dans l'eau ne sont plus perpendiculaires au vecteur d'onde. En effet, dans l'eau, pour une même distance de l'IDT un faisceau ayant parcouru une distance plus importante à l'interface cristal/PDMS (vitesse lente) sera en léger retard de phase par rapport aux autres, car la vitesse de phase de l'onde de surface à l'interface cristal/eau est plus élevée. De plus, on a vu que l'atténuation d'une onde de RAYLEIGH fuyante lors de sa propagation dépend de l'impédance acoustique et de la viscosité de surface de la charge, qui sont différentes pour le PDMS et l'eau. Ainsi, à distance donnée de l'émetteur, les faisceaux pourraient avoir une énergie différente selon le chemin suivi, ce qui concrètement causerait un écoulement dans la cavité. Pour ces différentes raisons une cavité rectangulaire est envisagée.

Les quatre IDT ayant la même largeur ($w_{\text{IDT } 1-3} = w_{\text{IDT } 2-4}$) et environ la même émission acoustique, il convient d'imposer par symétrie une cavité carrée. L'équation II.12 donne pour une cavité remplie d'eau une atténuation de moitié tous les $10\lambda_s \approx 1 \text{ mm}$ pour une onde propagative, cette dimension paraît donc adaptée pour garder un champ à peu près homogène dans la cavité. Notons que la présence de la cavité induit trois types d'ondes stationnaires. Les premières sont dues aux réflexions multiples du son dans l'eau (cavité résonante), mais leur effet apparaît expérimentalement très faible, ce qui est probablement dû au faible coefficient de réflexion des ondes de volume entre l'eau et le PDMS (environ 20% sous incidence normale). Les autres sont liées aux réflexions des ondes de surface sur une ligne triple cristal/eau/PDMS. Lorsqu'un faisceau émis par un IDT traverse le PDMS et arrive sur la cavité, une partie du signal est réfléchi et interagit avec les ondes incidentes, mais cette partie n'entre pas dans la cavité en ne nous intéresse pas. Par contre le faisceau qui passe cette interface, traverse la cavité acoustique et se réfléchit sur la seconde interface va créer une onde stationnaire. Le taux de réflexion est de l'ordre du pourcent, très faible. Nous choisissons donc une cavité carrée de 1 mm de côté.

Taux de métallisation

La capacité d'un IDT est fonction de l'espacement entre deux bandes métallisées, dénoté par e sur la figure II.26. Si l'on raisonne par analogie avec un condensateur plan, la capacité

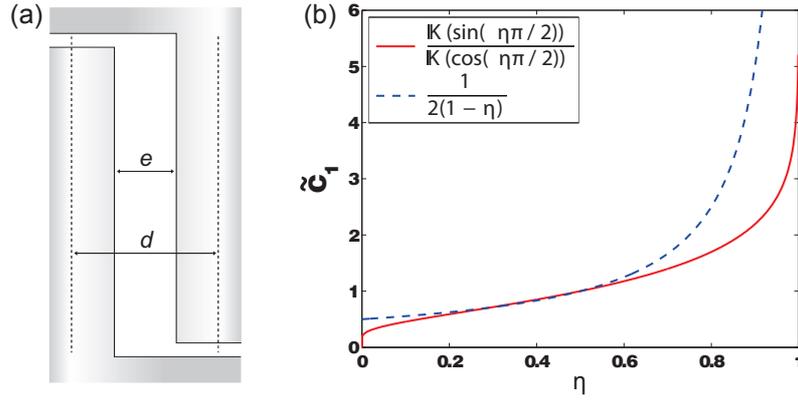


FIGURE II.26 – (a) Deux doigts d'un IDT simple, espacés bord à bord d'un *gap* e , et milieu à milieu distants du pas d . (b) Capacité linéique adimensionnée $\tilde{C}_1 = C_1/(\epsilon_0/\epsilon_P)$. En bleu approche par un modèle simple, en rouge modèle analytique complet [126] (\mathbb{K} défini en formule II.26).

devrait être inversement proportionnelle à e . Si le milieu voisin au-dessus de l'IDT est de l'air, comme $\epsilon_P \gg \epsilon_0$ (cf. table II.4) on peut considérer que le champ électrique ne s'établit que dans le cristal. Cette analogie donnerait donc une capacité linéique adimensionnée

$$\tilde{C}_1 = C_1/(\epsilon_0/\epsilon_P) \approx \frac{1}{2(e/d)}$$

où le facteur 2 vient du fait que seul un demi-espace est capacitif, l'autre étant isolant. On peut donc approximer la dépendance au taux de métallisation $\eta_{\text{met}} = 1 - e/d$ (avec les notations de la figure) à $\tilde{C}_1 \approx \frac{1}{2(1-\eta_{\text{met}})}$. Le modèle complet [126] donne l'expression $\mathbb{K}(\sin(\eta_{\text{met}}\pi/2))/\mathbb{K}(\cos(\eta_{\text{met}}\pi/2))$ comme vu en sous-section 2.3, tracée en figure II.26 (b). Bien que le modèle très simpliste (en bleu) proposé ne tangente la courbe rouge que pour un taux de métallisation $\eta_{\text{met}} = 50\%$, on voit que la monotonie et la pente des deux courbes sont très proches : lorsque l'on augmente le taux de métallisation, on diminue le *gap* entre les doigts et la capacité de l'IDT augmente. La divergence entre les deux modèles concerne surtout les doigts de largeur extrême (très petite ou très grande).

On a ici pris le parti d'avoir un dispositif opérationnel sous 10 V, donc sans étage d'amplification, ce qui impose de chercher à maximiser G_0 , lequel est proportionnel à la capacité statique. Pour suivre cette logique, on décide d'imposer un *gap* $e = 20 \mu\text{m}$ sur les quatre IDT, correspondant à une distance encore facile à mettre en œuvre par nos procédés de lithographie à masques souples, et dont la tension de claquage électrique est d'environ 100 V (inférieur aux tensions maximales appliquées, même avec étage d'amplification). Ceci correspond donc à un taux de métallisation $\eta_{\text{met}}(Y) = 80\%$ et $\eta_{\text{met}}(Z) = 78,7\%$. Nous verrons en sous-section 3.2 que l'objectif d'opérationnalité sous 10 V est atteint, entre autres grâce à ce choix de taux de métallisation élevé, mais que des contreparties gênantes existent.

Ajout de poches d'évidement

Comme le met en évidence la figure II.22, le PDMS atténue très fortement les ondes

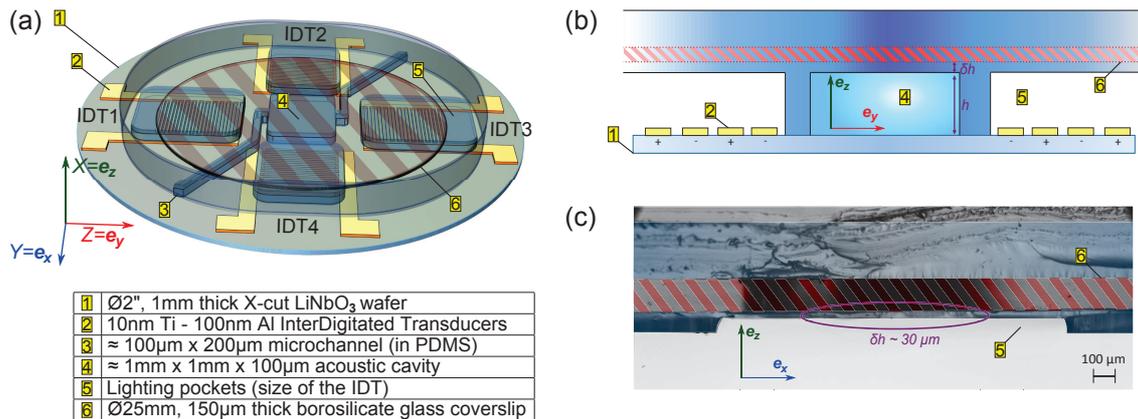


FIGURE II.27 – (a) Schéma 3D d'un dispositif complet avec des poches d'évidement et une inclusion de renfort en verre pour en éviter l'affaissement. (b) Schéma vu suivant une coupe suivant l'axe de deux IDT. (c) Photographie prise à la binoculaire d'une coupe d'une poche suivant la normale à l'axe de l'IDT.

de surface, il peut d'ailleurs être utilisé à cet effet pour prévenir des réflexions sur des extrémités de substrat [139]. Sur le graphique du milieu, l'ajout d'un morceau de PDMS de 3,5 mm de longueur coupe totalement l'émission de l'onde de surface. D'après les choix de conception précédents, les IDT ont une longueur $L_{IDT} = 2N_{IDT}d_{IDT}$ de 5 mm suivant l'axe cristallin Y et 7,9 mm suivant Z. Si un émetteur est couvert d'une charge mécanique dans laquelle l'onde fuit, alors l'ondelette émise par une paire de doigts est totalement atténuée avant même d'avoir quitté l'IDT et seule une faible partie des paires de doigts est utile à l'émission vers l'extérieur. Pour se prémunir contre cet effet, on creuse dans le PDMS des poches d'évidement, de sorte à ce que de l'air sépare le cristal d'une quelconque charge mécanique au niveau des émetteurs, représentées en figure II.27.

La structure extérieure, en PDMS, est réalisée par photolithographie douce sur résine, puis moulage [51]. Pour des raisons de facilité de fabrication des moules, la hauteur des poches est prise égale à celle de la chambre acoustique et du microcanal servant à l'acheminement de fluide dans celle-ci. Le module d'Young du PDMS, de l'ordre de quelques MPa, cause un fléchissement des structures très larges. On considère que ce fléchissement devient de l'ordre de la hauteur de la structure (écrasement) pour des rapports d'aspect (hauteur/largeur de la structure) supérieurs à 1 :20 pour des taux de réticulant classiques [153]. Dans notre cas les poches d'évidement ont un rapport d'aspect d'environ 1 :25. Par ailleurs, la mauvaise adhésion entre le niobate de lithium et le PDMS peut poser des problèmes de fuites, particulièrement entre la cavité centrale et les poches, ce qui est fatal au dispositif étant donné la permittivité de l'eau, qui court-circuite quasiment les IDT mouillés. Pour garantir l'étanchéité, le PDMS est plaqué contre le wafer à l'aide d'une presse faite de deux plaques d'aluminium (percées pour la visualisation) vissées, entre lesquelles le dispositif est inséré. L'affaissement des poches est ainsi largement augmenté et l'on constate que le « plafond » des poches s'écrase sur le niobate, rendant l'émission quasi nulle sur la bande centrale. Pour éviter ce désagrément, on insère une inclusion d'un renfort en verre lors du moulage. Le PDMS est coulé dans le moule, puis le renfort en verre est inséré, d'où la présence d'une certaine épaisseur de PDMS entre le haut de

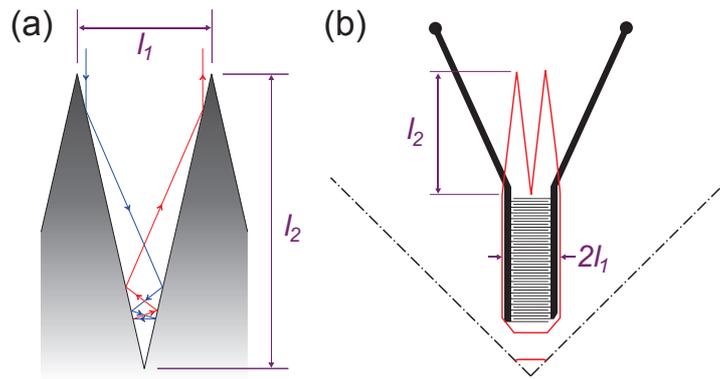


FIGURE II.28 – (a) Principe d'une surface anéchoïque pour une longueur d'onde courte. En bleu, vecteur d'onde vers le bas, en rouge vers le haut. (b) Mise en œuvre : superposition d'un masque pour les électrodes (en noir) et pour le PDMS (poches, microcanal et cavité, en rouge). Seul 1/4 de la géométrie est ici schématisée. On note ici l_2 la hauteur des triangles de texturation, l_1 le pas de la texturation.

la cavité et le verre, de quelques dizaines de microns (photographié en figure II.27 (c)). Deux solutions sont envisagées : le renfort peut être local au-dessus de chaque IDT (il n'y a pas de renfort au niveau de la cavité) ou global à tout le dispositif, comme illustré sur la figure (a). La seconde solution est retenue car elle facilite le moulage, et augmente le taux de réflexion vertical dans la cavité ce qui augmente l'énergie acoustique stockée par celle-ci, ce que nous verrons par la suite III.

Comme pour la cavité acoustique, on peut regarder les réflexions acoustiques induites par la présence des poches. La vitesse du son dans l'air étant un ordre de grandeur en dessous de celle dans la cristal, l'équation II.12 montre que presque aucune énergie n'est rayonnée par l'onde de surface, qui peut donc être assimilée à une onde de RAYLEIGH. Seules comptent alors les réflexions aux lignes triples cristal/air/PDMS, qui sont presque uniquement mécaniques puisque la permittivité du PDMS et de l'air sont très proches. L'onde partant vers la cavité est partiellement reflétée mais l'onde réfléchie part en direction opposée et ne pose aucun problème. L'onde partant vers le bord du wafer est partiellement reflétée et l'onde réfléchie part vers la cavité. Afin de couper cette seconde réflexion on choisit de texturer la surface concernée pour la rendre anti-réfléchissante. On choisit d'utiliser la technique classique des chambres anéchoïques [17] en prenant la géométrie la plus simple (triangulaire).

Le principe de la texturation anéchoïque des poches d'évidement est schématisé en figure II.28 pour une texturation triangulaire de pas noté l_1 et de profondeur $l_2 > l_1$. Lorsqu'une onde incidente de longueur d'onde petite devant l_1 (régime géométrique) atteint la surface, elle se réfléchit plusieurs fois et sans incidence normale sur la surface avant de repartir dans le sens opposé au faisceau incident. L'atténuation de réflexion et d'autant plus élevée que le nombre de réflexions successives est important, il convient donc de rendre les triangles le plus aigus possible, ce qui revient à imposer un rapport l_1/l_2 faible. Les mesures [17] montrent que pour des fréquences audibles ces structures sont efficaces jusqu'en régime de MIE (longueur d'onde de même taille que l_2), mais d'atténuation moindre, et que les fréquences inférieures sont réfléchies comme en l'absence

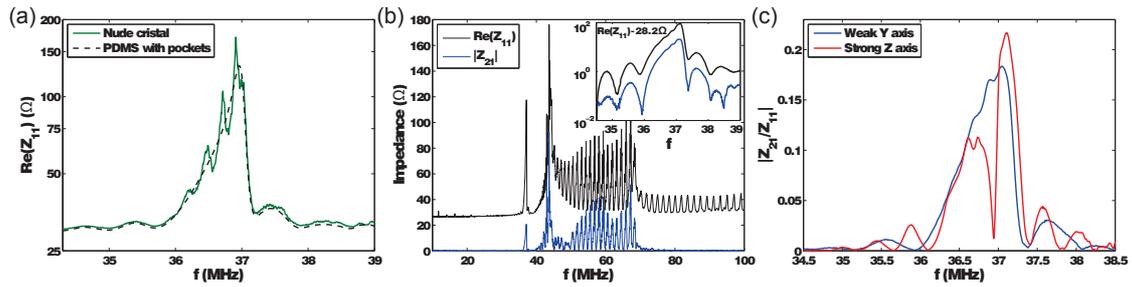


FIGURE II.29 – Réponse fréquentielle du dispositif obtenue à l’analyseur de réseau. (a) Axe Y, wafer Ø3''. La courbe verte correspond au wafer nu, et la courbe hachurée noire au wafer recouvert de PDMS avec des poches d’évidement et d’un renfort en verre pour éviter leur affaissement. (b) Axe Y, wafer Ø2'', et PDMS avec poches ici collé de manière irréversible après une activation au plasma d’O₂. Sur la courbe principale en noir, $\text{Re}(Z_{11})$, en bleu $|Z_{21}|$. Sur le graphe secondaire, la courbe noire correspond à $\text{Re}(Z_{11}) - R_T(Y)$ où la partie résistive statique définie en figure II.30 a été déduite par rapport au graphe principal (voir expression II.43) (c) Gain en circuit d’écoute ouvert (éq. II.33) suivant les axes cristallins Y et Z.

de texturation. La largeur d’un transducteur, donc des poches, étant donnée (2,5 mm) on choisit $l_1 = 1,25$ mm et $l_2 = 6$ mm, donnant un angle d’ouverture de 12° environ. La valeur de l_2 n’a pas été prise plus grande pour garder une distance assez large (environ 10 mm) de PDMS séparant la poche du bord du wafer, laquelle permet de tuer l’onde propagative et d’éviter qu’une onde réfléchi guidée par la géométrie ne soit émise dans la cavité acoustique. Notons que des traitements plus efficaces en régime de MIE (donc avec une texturation de la même taille que la longueur d’onde) ont récemment été mis en œuvre spécifiquement pour les ondes de surface [16], en utilisant un diffuseur de SCHRÖDER, classique dans la conception d’auditoriums à grande échelle, ici miniaturisé.

3.2 Réalisation d’IDT symétriques sur substrat anisotrope

Superposition des maxima d’émission

La correspondance des maxima d’émission suivant les deux axes orthogonaux a été testée en termes de gain en tension en circuit d’écoute ouvert (fig. II.21) en excitant le dispositif par de courtes salves afin d’éviter d’exciter des modes dus aux réflexions multiples de l’onde de surface, que nous appellerons modes de plaque (à ne pas confondre avec des modes de LAMB qui sont des modes dans le volume d’une plaque fine, non excités à haute fréquence ou pour une plaque épaisse). Lors d’une émission continue sur un cristal nu, dépourvu d’atténuateur, on constate que ces modes sont fortement sollicités, comme illustré en figure II.29 (a), courbe verte. Le simple ajout de PDMS pourvu de poches d’évidement, jouant le rôle d’atténuateur pour les ondes de surface, coupe de manière évidente tous ces modes parasites, comme le souligne la courbe noire, mesurée sur le même dispositif que la verte.

Sous émission continue, avec atténuateur, la mesure de $\text{Re}(Z_{11})$ et de $|Z_{21}|$, illustrée en fig. II.29 (b) confirme que ces deux impédances, en réflexion et en transmission, ont

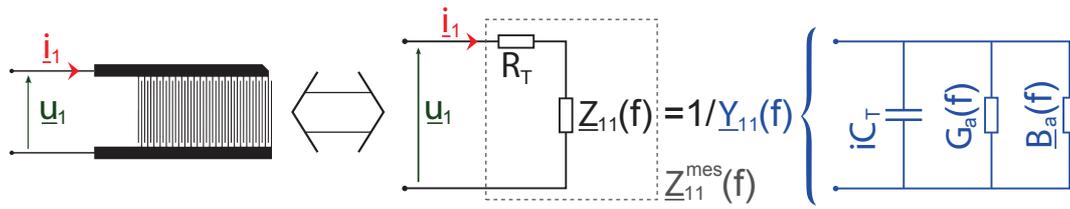


FIGURE II.30 – Modèle électrique équivalent en réflexion d'un IDT. Même configuration que le modèle classique de SMITH (fig. II.12 (d)) avec prise en compte d'une résistance statique R_T en série avec l'impédance classiquement mesurée \underline{Z}_{11} de partie réelle nulle lorsque $f \ll f_{0, \text{IDT}}$.

la même fréquence de résonance, qui correspond au pic d'émission acoustique maximale. Il est important de constater que $\text{Re}(\underline{Z}_{11})$ est translaté vers le haut d'une résistance statique R_T par rapport à la courbe théorique. Faiblement variable, celle-ci est causée par une légère conduction de surface, ou un défaut des connectiques, et est ici mesurée à $R_T(Y) = 28,2 \Omega$ autour de la résonance. Afin de conserver le sens physique de l'impédance (ou conductance) de rayonnement, il convient de séparer cette résistance réelle (générant des pertes par effet JOULE) de la résistance équivalente $\text{Re}(\underline{Z}_{11}) = R_a$ du circuit qui est liée à l'émission acoustique (voir expression II.31). Pour ce faire on modifie légèrement le modèle classique présenté en fig. II.12 en ajoutant la résistance statique R_T en série avec l'impédance de radiation $\underline{Z}_{11}(f) = 1/\underline{Z}_{11}(f)$, comme illustré en figure II.30. La résistance de rayonnement simple, calculée par déduction de R_T à $\text{Re}(\underline{Z}_{11})$, est représentée sur le graphe secondaire de la figure II.29 (b) (en noir). On constate alors qualitativement que $R_a(f)$ et $|\underline{Z}_{21}|$ sont presque proportionnels, d'un rapport ici 10^3 pour le cas d'un recouvrement de PDMS collé de façon irréversible entre les deux IDT.

Enfin, la figure II.29 (c), mesurée sur le même échantillon que la (b), confirme la coïncidence des pics d'émission suivant les deux axes. Le gain en tension en circuit d'écoute ouvert est lui aussi équilibré. La distance entre les pics secondaires est réduite sur l'axe Z à cause du nombre de doigts élevé, par contre il est surprenant que les bandes passantes soient les mêmes, ce qui n'est toutefois pas pour nous déplaire. Notons finalement que le gain ici mesuré est inférieur aux valeurs obtenues en fig. II.21 à cause de l'insertion de PDMS entre les émetteurs, atténuant l'onde transmise.

Impédances en réflexion

Loin de la résonance, la mesure de l'impédance donne directement la résistance et la capacité statiques. Afin de vérifier que celles-ci sont peu dépendantes de la fréquence, et peuvent donc être mesurées à très basse fréquence, on les mesure sur quelques dispositifs. On approxime par une droite la dépendance de R_T à la fréquence et sur la plage $1 \text{ MHz} < f < 30 \text{ MHz}$ on interpole

$$R_T(Y) \approx 27 + 0,06f \quad \text{et} \quad R_T(Z) \approx 27 + 0,07f \quad (\text{II.43})$$

où f est en MHz, et l'écart-type est de l'ordre de $\pm 3 \Omega$. De même, les capacités statiques peuvent être évaluées sur cette plage de fréquence, et l'on mesure $C_T(Y) = 95 \pm 3 \text{ pF}$ et $C_T(Z) = 91 \pm 3 \text{ pF}$. Ces mesures sont en accord avec celles réalisées à basse fré-

quence $f = 3$ kHz avec un pont de capacités, où l'on avait mesuré $C_T(Y) = 85 \pm 3$ pF et $C_T = 81 \pm 3$ pF. L'écart se justifie par la difficulté d'étalonnage manuel pour ne pas prendre en compte la capacitance des câbles (environ 10 pF).

On peut alors déduire d'une mesure de l'impédance complexe en réflexion $\underline{Z}_{11}^{\text{mes}}$ réalisée à l'analyseur de réseau l'impédance complexe $\underline{Z}_{11}(f) = \underline{Z}_{11}^{\text{mes}}(f) - R_T(f)$ de l'IDT, mesure consignée en figure II.31 (deux graphiques du haut), tracée ici sur la plage fréquentielle [10; 45] MHz au-delà de laquelle les modes de volume deviennent dominants pour l'axe cristallin Y (voir figure II.22). Les courbes tracées ont été mesurées sur un dispositif recouvert de PDMS avec poches d'évidement au-dessus des électrodes testées. Celui-ci a été métallisé avec $N_Y = 50$ paires d'électrodes suivant l'axe Y, de pas $2d_Y = 100,05 \mu\text{m}$ et $N_Z = 84$ paires d'électrodes suivant l'axe Z, de pas $2d_Z = 93,935 \mu\text{m}$. Les deux IDT ont une ouverture $w_Y = w_Z = 1,9$ mm un espacement entre doigts (noté e sur la figure II.26 (a)) de $20 \mu\text{m}$, correspondant à un taux de métallisation $\eta_{\text{met}}(Z) \approx \eta_{\text{met}}(Y) = 80\%$.

On relève sur ces courbes les fréquences de résonance ($|\underline{Z}_{11}|$ minimum) et d'antirésonance ($|\underline{Z}_{11}| \rightarrow \infty$) électriques, très proches l'une de l'autre vers $f = 37$ MHz, correspondant d'après les expressions II.28 et II.30 à des résonances mécaniques $f_{0,Y} = 36,61$ MHz et $f_{0,Z} = 36,57$ MHz. On vérifie d'une part que ces deux fréquences sont excessivement proches, comme attendu suite à l'ajustement des pas des réseaux de doigts (voir figure II.21). D'autre part, puisqu'à la résonance mécanique $2d_{\text{IDT}} = c_s/f_{0,\text{IDT}}$, on déduit de ces mesures les vitesses de phase des ondes acoustiques de surface : $c_s^{Y,\text{mes}} = 3663 \pm 2 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_s^{Z,\text{mes}} = 3435 \pm 2 \text{ m.s}^{-1}$. Ces valeurs effectives mesurées avec un taux de métallisation de l'ordre de 80% sont parfaitement en accord avec les valeurs de la bibliographie, référencées en table II.1, avec pour chaque axe $c'_s < c_s^{\text{mes}} < c_s$, ce qui peut aussi s'écrire $c_s(\eta_{\text{met}} = 1) < c_s(\eta_{\text{met}} = 0,8) < c_s(\eta_{\text{met}} = 0)$. On remarque d'ailleurs que nos valeurs mesurées sont plus proches des valeurs mesurées sur surface court-circuitée $c_s^Y = 3656$, $c_s^Z = 3397 \text{ m.s}^{-1}$ [40] que sur le cristal nu $c_s^Y = 3714 \text{ m.s}^{-1}$, $c_s^Z = 3485 \text{ m.s}^{-1}$.

La capacité statique mesurée sur la partie inductive (courbe verte) donne $C_T(Y) = 92 \pm 3$ pF et $C_T(Z) = 84 \pm 3$ pF. La capacité linéique des peignes interdigités dans cette géométrie, donnée en expression II.23, est donc $C_1(Y) = 964 \text{ pF.m}^{-1}$ et $C_1(Z) = 527 \text{ pF.m}^{-1}$ ce qui pour un taux de métallisation de 80% environ donne d'après les formules II.25 et II.26 $\epsilon_P(Y)/\epsilon_0 = 63,1$ et $\epsilon_P(Z)/\epsilon_0 = 34,2$. Ces valeurs sont d'un facteur de l'ordre de 2 inférieures à celles données par ENGAN *et al.* [53], mais dans leur article ceux-ci n'étudient pas l'influence du taux de métallisation et considèrent une permittivité de surface effective, correspondant dans nos notations directement à $\epsilon_P \mathbb{K}(\sin(\eta_{\text{met}}\pi/2)) / \mathbb{K}(\cos(\eta_{\text{met}}\pi/2))$. Afin de comparer nos résultats, il conviendrait de définir une permittivité de surface effective ϵ_P^{eff} telle que l'expression II.25 prenne simplement la forme

$$C_1 = (\epsilon_0 + \epsilon_P^{\text{eff}})$$

Dans ce cas nous mesurons $\epsilon_P^{\text{eff}}/\epsilon_0 = 107 \pm 3$ selon l'axe Y et 56 ± 2 suivant l'axe Z, en excellent accord avec les données d'ENGAN *et al.* restituées en table II.4.

Finalement, ces différents paramètres physiques sont introduits dans le modèle pa-

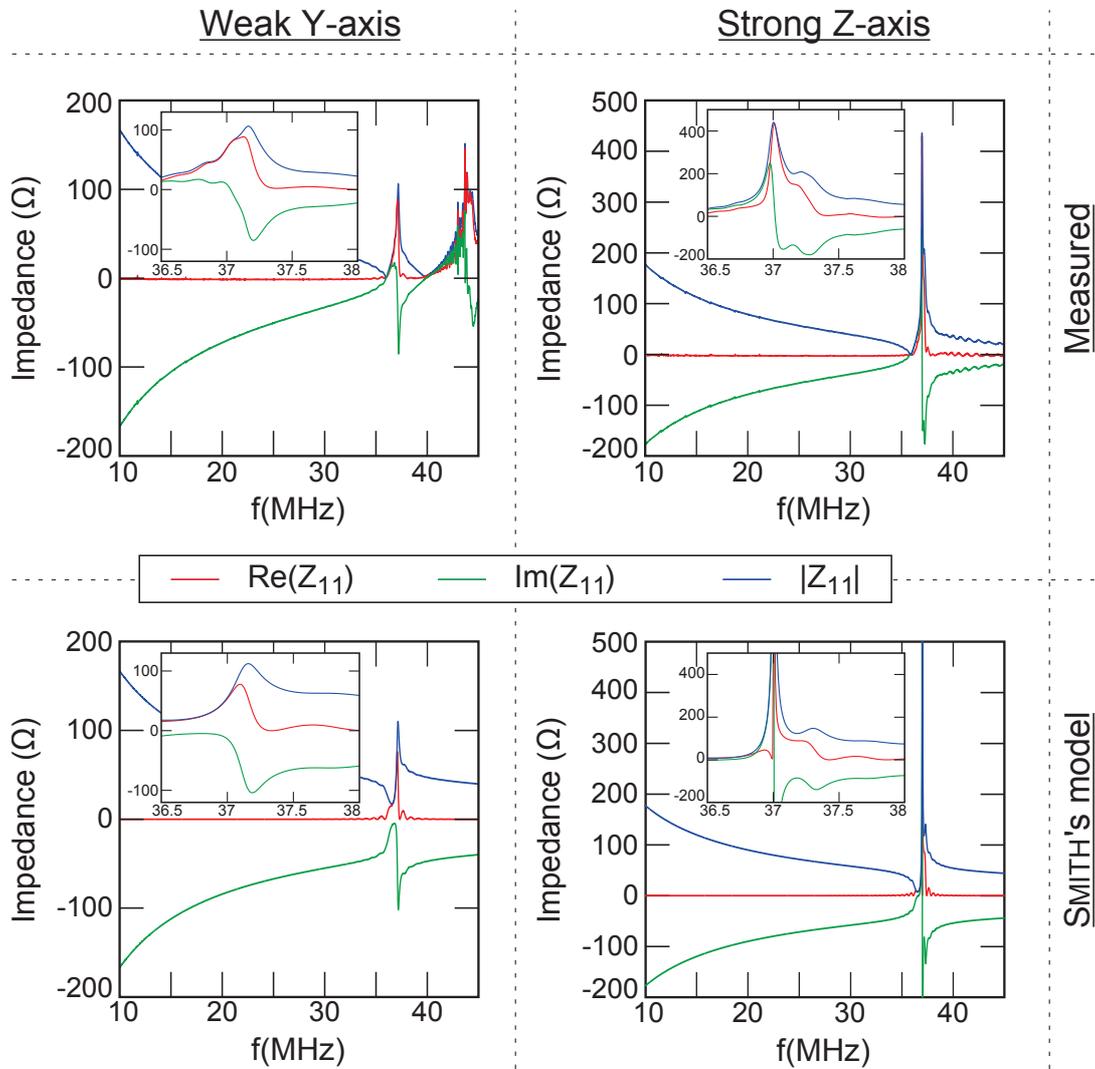


FIGURE II.31 – Impédance complexe en réflexion Z_{11} en fonction de la fréquence, à gauche pour l'axe cristallin Y et à droite pour l'axe Z, en haut impédances (réelle, imaginaire et module) mesurées à l'analyseur de réseau, en bas modèle de SMITH. L'impédance mesurée tracée est en réalité $Z_{11}(f) = Z_{11}^{mes}(f) - R_T(f)$ où Z_{11}^{mes} est l'impédance complexe mesurée sur le dispositif complet, et R_T la résistance statique relevée (voir figure II.30), dont l'expression est donnée II.43 après mesure sur une plage fréquentielle 1 - 101 MHz. L'ajustement des différents paramètres du modèle de SMITH est lié à des mesures physiques réelles.

rallèle de SMITH, voir expressions II.28 et II.30, avec

$$G_0 = \pi^2 K_R^2 C_T N_{\text{IDT}} f_{0, \text{IDT}}$$

Les coefficients K_R^2 suivant chaque axe sont alors ajustés pour respecter précisément la bande passante mesurée et la distance des pics secondaires du sinus cardinal au pic principal. Les coefficients ainsi obtenus sont $K_R^2(Y) = 3,2\%$ et $K_R^2(Z) = 5,1\% (\pm 0,1\%)$, en excellent accord avec les différentes mesures de la bibliographie référencées en table II.1 ($K_R^2(Y) = 3,10\%$ et $K_R^2(Z) = 4,96\%$ [40]). Par ailleurs, on voit que le modèle parallèle de SMITH décrit très précisément les dépendances fréquentielles de l'impédance complexe en réflexion, même en amplitude. En comparaison, le modèle en série couramment utilisé par la communauté acoustofluidicienne [120] ne convient pas du tout, ce constat nous semblant important à souligner.

Réflexions sur les réflexions

L'impédance totale de l'IDT en réflexion demeure assez élevée par rapport à l'impédance de 50Ω que l'on souhaite imposer. On mesure en effet $|Z_{11}|(Y) = 135 \pm 15 \Omega$ et $|Z_{11}|(Z) = 460 \pm 30 \Omega$. Du point de vue du générateur ceci n'est pas trop gênant puisqu'on récupère alors aux bornes de chaque IDT une tension supérieure celle qu'on obtiendrait si l'impédance était adaptée à 50Ω . Par contre la réflexion électrique est affectée, ce qui pose problème pour les pinces acoustiques.

En effet, on a vu en sous-section 1.3 que le bon fonctionnement des pinces acoustiques nécessite une réflexion faible du signal émis par un transducteur sur le transducteur opposé. Lorsqu'une onde de surface rencontre un IDT, à chaque passage d'une surface (métallisée ou non métallisée) à l'autre, une faible réflexion se produit. Cette réflexion, due à la présence d'une charge, est de nature double. D'une part l'électrode consiste en une charge mécanique pour le cristal, ce qui modifie la rigidité de la surface et donc la vitesse de l'onde. D'autre part elle court-circuite également une partie de la surface, or on a vu que par définition ceci modifie la vitesse de phase de l'onde de surface d'un facteur $\sqrt{1 + K_R^2}$ (II.21) si l'électrode est flottante. Finalement, le fait que l'électrode ne soit pas flottante modifie légèrement le coefficient de réflexion puisqu'une partie de la puissance acoustique, transformée en énergie électrique par couplage électromécanique, peut être dissipée dans la charge électrique au lieu d'être réfléchi. On parle alors de réémission de l'onde incidente, qui est minimale lorsque l'impédance de l'IDT est adaptée à la charge en sortie (les 50Ω du générateur).

DATTA et HUNSINGER [43][44] proposent un modèle permettant de calculer le taux de réflexion en amplitude par doigt et sous condition résonante \underline{r} comme une série de puissances de $h/(2d_{\text{IDT}})$ où h est l'épaisseur de métal déposée sur le cristal. Les auteurs montrent que l'approximation d'ordre 1 est suffisante si le cristal est fortement piézoélectrique ($K_R^2 > 1\%$) et que le rapport $h/(2d_{\text{IDT}})$ est très faible ($h/\lambda_s \lesssim 2.10^{-3}$). Dans notre cas nous déposons 100 nm de métal sur une couche d'accroche de 10 nm de titane, donc $h/(2d_{\text{IDT}}) \approx 1.10^{-3}$, et les coefficients de couplage, donnés en table II.1 sont très

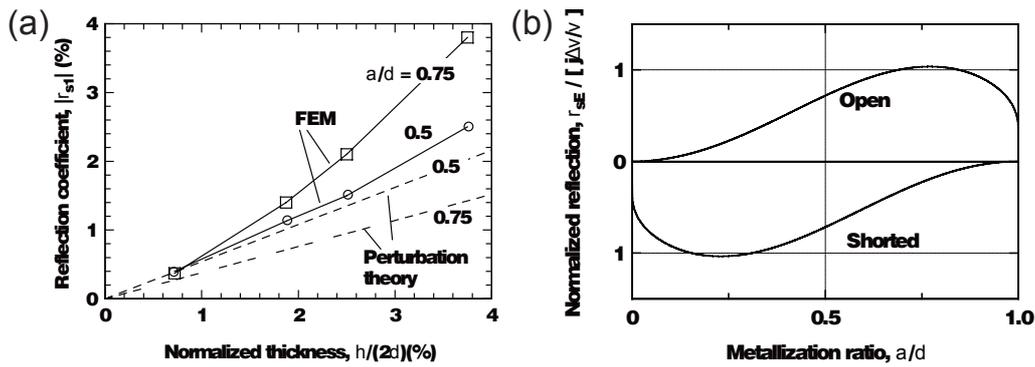


FIGURE II.32 – Figures tirées de [107]. (a) Coefficient de réflexion $|r|$ en fonction de l'épaisseur de métal déposée normalisée $h/(2d_{\text{IDT}})$. Courbes pleines mesures expérimentales, sur un substrat de Quartz coupe 38°Y , propagation X, dépôt d'aluminium, pour différents taux de métallisation η_{met} . Courbes pointillées issues de la théorie des perturbations (voir sous-section 2.3). (b) Coefficient de réflexion électrique r_e normalisé, modélisé pour un IDT court-circuité ou en circuit ouvert, d'après le modèle de DATTA et HUNSINGER [43][44].

élevés. On peut alors approximer

$$\underline{r} \approx r_0 + r_1 \frac{h}{2d_{\text{IDT}}} \approx r_e + r_m$$

où r_e et r_m sont les coefficients de réflexion électrique et mécanique d'un doigt, qui sont déterminés en séparant totalement les effets mécaniques et électriques pour le premier ordre. Ces coefficients sont calculés au centre du doigt, si bien qu'ils prennent déjà en compte les réflexions sur les deux lignes triples cristal/vidé/métal et cristal/métal/vidé. En présence d'un dépôt métallique infiniment fin, aucune réflexion mécanique n'est causée, aussi le coefficient de réflexion d'ordre 0 est purement électrique $r_0 = r_e$ et par ailleurs pour de fines épaisseurs déposées, $r_1 \frac{h}{2d_{\text{IDT}}} = r_m$. Notons que ces deux coefficients sont purement imaginaires.

La figure II.32 (a), tirée de [107], donne notamment le coefficient de réflexion $|r|$ en fonction de l'épaisseur de métal déposée normalisée $h/(2d_{\text{IDT}})$ pour du Quartz. Ce matériau a un coefficient de couplage électromécanique très faible, donné à $K_R^2 = 0,12\%$ pour la coupe et direction de propagation ici considérées. Le coefficient de réflexion électrique est donc très faible, ce pourquoi l'auteur propose un modèle s'appuyant sur la théorie des perturbations. On peut donc ici approximer $|r| \approx |r_e|$ c'est-à-dire que la réflexion est presque purement mécanique. Le coefficient de réflexion mécanique par doigt pour de l'aluminium déposé sur du quartz est ainsi de l'ordre de $|r_e| \approx 0,1\%$ pour $h/(2d_{\text{IDT}}) \approx 1.10^{-3}$ pour des dépôts d'aluminium. La masse volumique du quartz (2695 kg.m^{-3}) et la vitesse des ondes de surface ($\approx 3200 \text{ m.s}^{-1}$ suivant la coupe et direction de propagation ici considérées) sont du même ordre de grandeur que celles du LiNbO_3 . On en déduit que le coefficient de réflexion mécanique par doigt est aussi de l'ordre de $0,1\%$.

La figure II.32 (b), également issue de [107], représente le coefficient de réflexion électrique adimensionnalisé par $\frac{c'_s - c_s}{c'_s} \approx \frac{K_R^2}{2}$ (par définition II.21), pour le cas d'un IDT

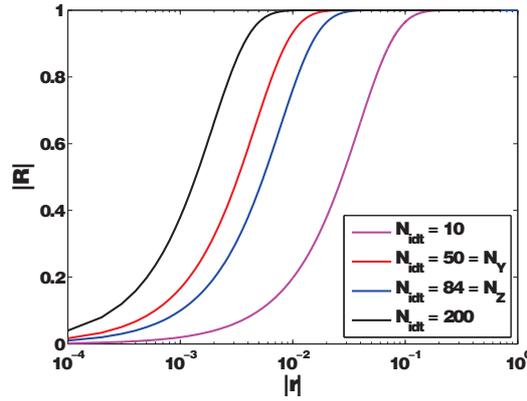


FIGURE II.33 – Coefficient de réflexion d'un IDT complet à N_{IDT} doigts, en fonction du coefficient de réflexion par doigt, pour $\lambda_s = 2d_{\text{IDT}}$ et $\eta_{\text{met}} = 50\%$.

court-circuité ou ouvert. L'approche en puissance menée par [126] nous amène à penser que le cas d'une charge adaptée en sortie de l'IDT se traduit par la courbe médiane aux deux précédentes. Dans notre cas, la charge de $50\ \Omega$ du générateur est inférieure à celle de l'IDT, donc le coefficient de réflexion devrait être mesuré légèrement en-dessous de la médiane entre les deux courbes. Dans notre cas, avec un taux de métallisation de 80% , une lecture de courbe donne un coefficient de réflexion électrique de l'ordre de $0,5\%$, supérieure à la réflexion mécanique. Ceci pourrait être minimisé en jouant sur $|\underline{Z}_{11}(f_0, \text{IDT})|$ ou sur le taux de métallisation, le cas le plus simple étant un taux de métallisation de 50% et des IDT à $50\ \Omega$ à la résonance mécanique.

Le coefficient de réflexion total \underline{R} de l'IDT peut alors être approché par un modèle de BRAGG, comme le proposent SITTING *et al.*[141]. Ces derniers montrent que le coefficient \underline{R} est maximal sous la condition de BRAGG $f = c_s/(2d_{\text{IDT}})$ qui correspond par ailleurs à la fréquence nominale de l'IDT d'émission, et $\eta_{\text{met}} \approx 50\%$ (rigoureusement le rapport des longueurs métallisées et non métallisées doit être égal au rapport des vitesses, sensiblement égales). Ils proposent pour une réflexion purement mécanique une approche permettant d'évaluer sous ces conditions le coefficient de réflexion, qui prend avec nos notations la forme

$$|\underline{R}_{\text{MAX}}| = \left| \frac{1 - \left(\frac{1 + |r|}{1 - |r|} \right)^{2N_{\text{IDT}}}}{1 + \left(\frac{1 + |r|}{1 - |r|} \right)^{2N_{\text{IDT}}}} \right| \quad (\text{II.44})$$

Le facteur $2N_{\text{IDT}}$ désignant le nombre de doigts total de l'IDT. Nous supposons ce résultat valide pour un taux de réflexion électromécanique, ce qui ne pose aucun problème de phase puisque les coefficients de réflexion électrique et mécanique sont tous deux imaginaires. Le tracé correspondant, donné en figure II.33, montre que la transition d'un état faiblement réfléchissant à un état hautement réfléchissant de l'IDT se fait pour un changement très faible du coefficient de réflexion par doigt. Pour $N_{\text{IDT}}(Y) = 50$ (resp. $N_{\text{IDT}}(Z) = 84$), $|\underline{R}_{\text{MAX}}| = 20\%$ pour $|r| \approx 0,2\%$ (resp. $0,2\%$) et $|\underline{R}_{\text{MAX}}| = 80\%$ pour $|r| \approx 1,1\%$ (resp. $0,7\%$).

De manière générale, on conclut qu'il faut trouver un compromis entre une bonne efficacité d'émission et un faible taux de réflexion : l'un nécessite un taux de métallisation et un nombre de doigts élevés ainsi qu'un haut coefficient de couplage électromécanique, l'autre à peu près l'opposé. Dans notre cas, le taux de réflexion par doigt $|r|$ est estimé la limite exacte de transition entre un IDT hautement ou faiblement réfléchissant. Aussi, une légère optimisation permettrait de trouver un point de compromis idéal.

Bien que cette solution n'ait pas encore été développée, nous nous attacherons par la suite à décrire une technique permettant de mesurer $|R|$, que nous souhaitons minimiser. Notons que ce coefficient ne peut pas être mesuré électriquement de façon simple. En effet la technique classique pour mesurer un coefficient de réflexion consiste à analyser le comportement fréquentiel d'une paire d'IDT en regard sur une plage très large. On modélise ensuite la réponse à une impulsion appliquée aux bornes d'un IDT par transformée de FOURIER inverse de sa fonction de transfert. Dans notre cas, les modes de volume qui ont un couplage fort (voir fig. II.22) reviennent à l'IDT d'émission avant les ondes de surface, de vitesse plus faible, si bien que ces dernières sont noyées dans le bruit des réflexions multiples des ondes de volume. Nous verrons donc en sous-section 4.3 une technique optique proposée.

3.3 Minimisation des pertes acoustiques entre émetteur et cavité microfluidique

On s'intéresse finalement à la caractérisation de l'effet des différentes charges en jeu dans le système. En effet, toute perte énergétique constatée dans une ligne à retard (ensemble émetteur-récepteur et milieu servant à la transmission entre les deux) correspond à une partie utile, rayonnée dans la cavité, et une partie inutile dont l'essentiel semble partir dans le PDMS où elle est dissipée rapidement à cause du haut coefficient d'amortissement de ce dernier (voir table II.3). La figure II.34 illustre les gains $\left| \frac{u_2}{u_1} \right|$ mesurés pour un IDT récepteur relié à une charge de 50Ω , pour plusieurs échantillons. Par rapport aux figures II.21 ou II.29 on constate que ce gain est assez faible devant celui qu'on mesure en l'absence de charge au niveau du récepteur (rapport $4,5 \pm 0,4$ mesuré sur ces échantillons). Ce facteur est différent de deux car les impédances des IDT ne sont pas de 50Ω . Cette mesure est utile car elle peut permettre de déterminer l'énergie acoustique reçue par l'IDT de réception pour une tension d'émission donnée, mais nous ne nous attardons pas sur ce sujet. Concluons simplement en soulignant que pour tous les dispositifs mesurés $\left| \frac{u_2}{u_1} \right| \ll 1$, donc lorsque deux IDT en regard sont chacun reliés à un générateur, et que l'on déphase l'un par rapport à l'autre, alors la variation de tension aux bornes d'un IDT causée par la réception du signal opposé est très faible.

Chaque graphique de la figure II.34 correspond à un type de collage sur la surface du cristal. (a) correspond au cristal nu, (b) (c) et (d) au cristal recouvert d'une épaisse couche de PDMS dans laquelle ont été creusées des poches d'évidement, et dont le collage est de moins en moins bon. (b) correspond à un PDMS et un cristal tous deux traités au plasma d'oxygène si bien qu'à leur mise en contact de nombreuses liaisons covalentes se créent, rendant le collage irréversible. (c) correspond à un PDMS placé pendant un temps court sous plasma. Le collage peut dans la plupart des cas être défait. Enfin, (d) correspond à un PDMS simplement placé sur la surface, sans plasma, puis pressé contre la surface du

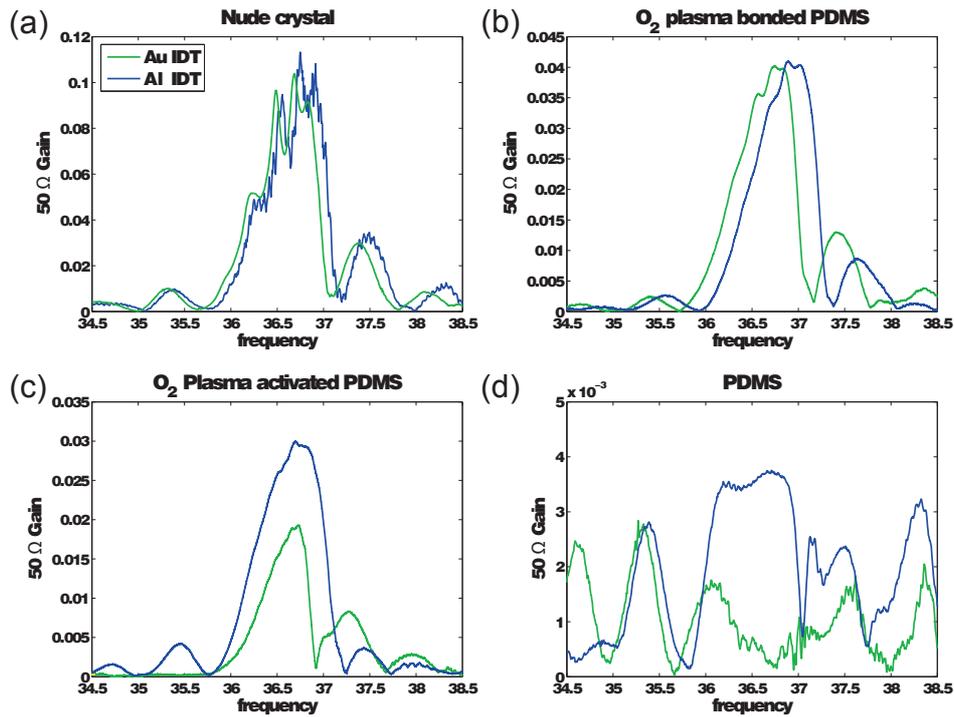


FIGURE II.34 – Gain $\left| \frac{u_2}{u_1} \right|$ mesuré pour une charge de 50Ω aux bornes de l'IDT d'écoute, pour des IDT en or (courbes vertes) et en aluminium (courbes bleues). (a) Cristal nu. Épaisseurs wafers $e = 500 \mu\text{m}$. (b) PDMS avec poches, collé de façon irréversible après activation au plasma d' O_2 (pendant 40'') de la surface du PDMS et du cristal. Épaisseurs wafers $e = 500 \mu\text{m}$ pour l'or et $e = 1 \text{mm}$ pour l'aluminium. (c) PDMS avec poches, collé approximativement après courte activation au plasma d' O_2 (20'') de la surface du PDMS seulement. Pour plupart des échantillons testés, le PDMS a pu être soigneusement décollé du wafer. Épaisseurs wafers $e = 1 \text{mm}$ pour l'or et $e = 500 \mu\text{m}$ pour l'aluminium. (d) PDMS avec poches, déposé sans activation. Épaisseurs wafers $e = 1 \text{mm}$ pour l'or et $e = 500 \mu\text{m}$ pour l'aluminium.

cristal pour assurer un bon contact. On remarque que l'amplitude du signal reçu dépend fortement de la qualité du collage. Les différents essais avec collage plasma montrent une répétabilité excellente. Ceux réalisés avec un collage de qualité moyenne donnent un gain en tension environ deux fois inférieurs, et ceci avec une répétabilité très faible. La figure (c) illustre les deux extrêmes obtenus sur huit mesures, on constate que le gain minimal mesuré à la résonance est deux fois plus faible que le plus grand gain mesuré (la moyenne est à 0,023). Finalement pour le collage manuel on constate que presque aucune énergie acoustique ne parvient jusqu'à l'IDT d'écoute. La raison la plus évidente de cet effet serait la présence au niveau de la surface de zones plus ou moins bien collées, si bien que le cristal ressent tantôt la totalité de la charge du PDMS, tantôt presque aucune charge mécanique. Le PDMS agirait alors comme un milieu hautement diffusif pour les ondes de surface, en plus de son caractère d'atténuateur que l'on observe pour un bon collage.

Si l'on estime la réciprocité du couplage électromécanique des IDT, l'expression II.32 montre que le déplacement de la surface et la tension aux bornes de l'IDT sont proportion-

nels, et que la puissance électrique générée par la réception de l'onde est proportionnelle à la puissance acoustique reçue. Alors, sous $u_1 = 1$ V de tension d'émission, u_2 est directement lue en volts sur les différents graphiques. (a) correspond à peu près à la tension reçue en l'absence d'atténuation, (b) (c) et (d) aux cas atténués par une charge mécanique entre les IDT. On peut alors avoir une estimation du coefficient d'amortissement en amplitude de l'onde de surface (défini en expression II.11) en identifiant le rapport des puissances acoustiques reçues dans les deux cas

$$\left| \frac{P_{\text{ac. atténuée}}}{P_{\text{ac. non atténuée}}} \right| = e^{-2\alpha_s \delta_{\text{IDT}}}$$

avec celui des puissances électriques

$$\left| \frac{P_{\text{el. PDMS}}}{P_{\text{ac. sans PDMS}}} \right| \approx \frac{|u_2|_{\text{el. PDMS}}^2}{|u_2|_{\text{el. sans PDMS}}^2} = \left| \frac{u_2}{u_1} \right|_{\text{el. PDMS}} / \left| \frac{u_2}{u_1} \right|_{\text{el. sans PDMS}}$$

ce qui donne

$$\alpha_s \approx \frac{1}{\delta_{\text{IDT}}} \ln \left(\left| \frac{u_2}{u_1} \right|_{\text{ac. sans PDMS}} / \left| \frac{u_2}{u_1} \right|_{\text{ac. PDMS}} \right) \quad (\text{II.45})$$

où la distance de PDMS traversée par l'onde sur ces dispositifs est $\delta_{\text{IDT}} = 3,4$ mm. En comparant les graphiques (a) et (b) au niveau de la fréquence de résonance mécanique, on déduit $\alpha_s(\text{PDMS}) = 286 \text{ m}^{-1}$. Notons alors l'excellente corrélation avec l'expression II.12 qui pour du PDMS *Sylgard 1 :10* de masse volumique 965 kg.m^{-3} et dont la vitesse du son est environ 1000 m.s^{-1} donne $\alpha_s(\text{PDMS}) = 280 \text{ m}^{-1}$. Cette dernière expression a d'ailleurs été obtenue en négligeant le caractère viscoélastique du PDMS, ce qui semble au vu du résultat une hypothèse valide. Si l'on s'appuie sur le graphique (c) on peut mesurer un coefficient d'atténuation $\alpha'_s(\text{PDMS}) \approx 450 \text{ m}^{-1}$.

Finalement, en comparant sur la figure II.34 les mesures effectuées avec des électrodes en or (de masse volumique très élevée, donc causant des réflexions mécaniques très fortes) et en aluminium (de masse volumique environ dix fois inférieure) on remarque que les amplitudes ne sont pas affectées par le matériau du dépôt. Par contre, de manière assez systématique, la fréquence de résonance mécanique est légèrement inférieure pour l'or que pour l'aluminium (écart $100 \text{ kHz} \pm 50 \text{ kHz}$).

4 Translation des champs acoustiques parallèlement au substrat

4.1 Visualisation rapide de la répartition du champ acoustique

Émission dans une cavité remplie de liquide

Les visualisations en contraste de phase et en SCHLIEREN, dont celles suivant l'axe cristallin Y sont représentées en figure II.35, permettent d'avoir une image en temps réel du champ dans la cavité remplie. Les photographies (a) et (b) sont prises dans les mêmes conditions expérimentale où un générateur est amplifié dans un amplificateur de puissance, dont l'unique sortie est reliée aux deux IDT 2 et 4. La tension minimale notée pour observer visuellement une modulation des niveaux de gris est la même pour les deux techniques, estimée à environ 30 Vpp en sortie d'amplificateur sous la fréquence

ici donnée $f = 36,5$ MHz. Si l'on se réfère à la figure II.29 on voit que cette fréquence ne correspond pas au maximum d'émission mécanique d'un IDT, toutefois c'est bien à cette fréquence que le maximum de modulation du contraste est observé. Une explication simple de cette observation est la présence de réflexions d'un signal émis par un IDT sur son voisin, créant une onde stationnaire immobile qui interfère avec l'onde stationnaire pilotée par la phase inter-émetteurs (voir sous-section 1.3). Aussi à la fréquence d'émission mécanique maximale les deux ondes stationnaires peuvent interférer de façon destructrice pour une phase inter-émetteur ici imposée à $\phi = 0$. La fréquence ajustée permet d'avoir une amplitude de l'onde stationnaire totale (somme) maximale. On pourrait ajuster la phase relative d'un émetteur par rapport à l'autre pour trouver la phase de correspondance des deux ondes stationnaires, auquel cas il serait possible de travailler à la fréquence d'émission maximale, ce qui sera vu par la suite (sous-section 4.2).

L'écart moyen entre deux bandes parallèles dans la cavité peut être mesuré pour les deux techniques, et donne $\lambda_s^x/2 = 49,28 \mu\text{m}$. Il est naturel que cette mesure soit différente de $d_{\text{IDT}} = 50 \mu\text{m}$ puisque l'on travaille ici à une fréquence différente de la résonance mécanique des IDT, mais elle devrait être supérieure puisqu'on travaille en-dessous de la fréquence de résonance. La fréquence de résonance mécanique $f_{0, \text{IDT}} = 37,08$ MHz effectivement relevée sur le graphique 1.3 (c) en air donnerait une demi longueur d'onde $\lambda_s^x = 50,8 \mu\text{m}$. Cette non conservation du produit $f_{0, \text{IDT}}\lambda_s$ pour une onde de surface se propageant à une interface cristal-air ou cristal-éthanol ($\epsilon_r = 24,3$, $\rho_m = 789 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $c_m \approx 1150 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour l'éthanol) est causée par la charge qui augmente la vitesse de propagation des ondes de surface. Mais cet effet est très faible.

Les images (c) et (d) ont été prises dans une cavité chargée en microbilles de polystyrène. Pour les fluides considérés le nombre de PRANDTL, défini comme le rapport de la diffusivité de quantité de mouvement (viscosité cinématique $\nu_m = \eta_m/\rho_m$) sur la diffusivité thermique, est d'après les tables II.2 et II.3 $\text{Pr} \approx 7$ pour l'eau et $\text{Pr} \approx 15$ pour l'éthanol, donc dans nos conditions de fréquences très élevées l'épaisseur de peau thermique est faible devant l'épaisseur de peau visqueuse, elle-même faible devant la taille des billes, qui sont finalement petites devant la longueur d'onde dans le fluide. Le facteur acoustophorétique des billes de polystyrène est donc ici tel qu'elles doivent se piéger dans les nœuds de pression [80], et nous verrons en sous-section 2.2 que ces pièges sont à la verticale des ventres de déplacement vertical de la surface du cristal. On voit donc que ces pièges acoustiques correspondent aux bandes (ou taches pour des pièges ponctuels si les quatre IDT émettent en même temps) sombres sous visualisation SHLIEREN et aux bandes claires sous contraste de phase. En effet, ces billes ont un contraste faible en densité par rapport au fluide, leur comportement acoustophorétique est donc principalement dicté par le contraste en compressibilité (monopole, facteur f_1). Le champ de potentiel de GOR'KOV auxquelles elles sont soumises est donc quasiment proportionnel à $\langle p^2 \rangle$, qui est selon nous lié de façon non triviale aux variations de luminosité mesurées.

Par ailleurs, une mesure a été réalisée en contraste de phase en remplissant une cavité d'eau, puis d'éthanol dans les mêmes conditions expérimentales et dans le même dispositif. On constate que la tension à appliquer aux bornes des IDT pour commencer à discerner les zones claires des zones sombres est de l'ordre de deux fois plus importante pour l'eau que pour l'éthanol. En alimentant l'IDT 2 avec un signal d'amplitude 300 mVpp

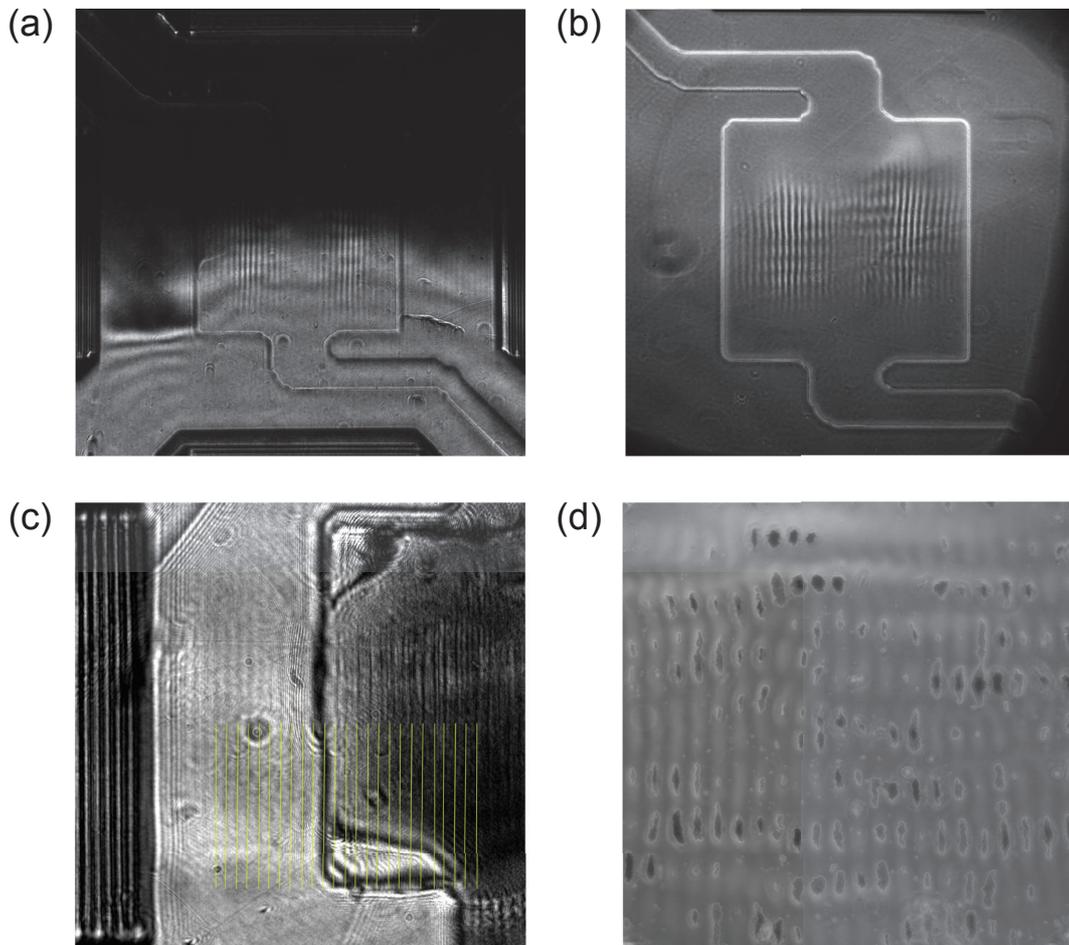


FIGURE II.35 – Images prises en SCHLIEREN ((a), (c)) et en contraste de phase ((b), (d)). (a) et (b) Tension 900 mVpp amplifiée, tension de sortie estimée à 45 Vpp aux bornes des IDT 2 et 4, $f = 36,5$ MHz. Cavité remplie d'éthanol. (c) Tension 600 mVpp amplifiée, tension de sortie estimée à 30 Vpp aux bornes des IDT 2 et 4, $f = 36,52$ MHz. Cavité remplie d'éthanol, et de billes de polystyrène de $\varnothing 3 \mu\text{m}$. Les bandes jaunes permettent verticales sont espacées de $\lambda_s^x/2$. (d) Tension amplifiée estimée à 72 Vpp aux bornes de l'IDT 2 et 95 Vpp aux bornes de l'IDT 4, $f = 36,69$ MHz. Cavité remplie d'eau, et de billes de polystyrène de $\varnothing 3 \mu\text{m}$.

amplifié à 40 dB par un amplificateur de puissance, et l'IDT 4 avec un signal d'amplitude 240mVpp amplifié à 50 dB, sous $f = 37$ MHz (signal amplifié estimé à environ 45 Vpp aux bornes de chaque IDT) on mesure entre les bandes claires et les bandes sombres une différence de niveau de gris de 400 ± 50 pour l'eau et 700 ± 100 pour l'éthanol, sur des images 12 bits (4096 niveaux de gris). Le rapport entre ces deux sensibilités est également de l'ordre de 2. On retrouve ici le fait que la variation d'indice optique de l'éthanol par une modulation donnée du champ de pressions $\partial n / \partial p|_T$ ou de température $\partial n / \partial T|_p$ est environ deux fois supérieure à celle attendue pour de l'eau (voir table II.2

Pour l'eau, les différents essais montrent que le seuil d'une quarantaine de volts nécessaires pour observer un écart significatif de niveaux de gris est proche de la limite de passage du liquide à l'état de vapeur dans la cavité. On a vu (éq. II.32) que le déplacement vertical de la surface cristalline est de l'ordre de $\xi_{0z} \approx 10$ nm pour une telle tension, ce qui d'après l'équation d'EULER donne une amplitude de champ de pression rayonné de l'ordre de $p \approx 2\rho_m \xi_{0z} f c_m \approx 1$ MPa. Les dépressions acoustiques nécessaires à l'apparition de cavitation à des fréquences de quelques MHz est mesurée à 20 MPa à température ambiante par CAUPIN *et al.*[36] et cette limite est repoussée à plus haute fréquence [170]. Cependant la dissipation visqueuse vient ajouter une augmentation importante de la température aux temps longs (de l'ordre de la seconde), si bien que le liquide finit par se vaporiser. Notons que ni la pression ni la température ne sont constantes, donc on ne peut pas rigoureusement parler de cavitation (changement d'état à température constante) ni d'ébullition (à pression constante).

Deux images prises au début de la vaporisation sont illustrées en figure II.36. La cavité initialement pleine de liquide voit instantanément naître en plusieurs points des bulles de vapeur, dont l'une grossit fortement jusqu'à remplir la cavité, sans démouiller les parois. Lorsqu'une paire d'IDT seulement est sollicitée (figure (a)), on constate que dans le cas d'une cavité principalement occupée par une phase vapeur, les bandes blanches et noires s'inversent. Si l'on compare une image avant et après ébullition, ou si l'on se réfère aux stries sombres et claires dans le PDMS on voit clairement que les bandes initialement sombres sont remplacées par des bandes claires *et vice versa*. Ceci est mis en évidence par les bandes jaunes parallèles, confondues avec les bandes blanches dans le PDMS et espacées de $\lambda_s^x/2$. Dans le liquide, avant la vaporisation celles-ci correspondent également avec les bandes blanches, après vaporisation elles sont confondues avec les bandes sombres, qui sont dans les deux cas à la verticale des ventres de déplacement vertical de la surface. Des petites bulles nucléent exactement au niveau de ces bandes. Ceci est également visible lorsque les quatre transducteurs sont excités simultanément à la même fréquence (figure (b)) : on constate que la vaporisation se produit au niveau des ventres de déplacement, dont le réseau correspond au réseau de taches blanches dans le PDMS, et au réseau des taches blanches et des pièges acoustiques en l'absence de vaporisation, comme représenté en transparence sur le quart nord-est de la photographie (image prise dans les mêmes conditions mais sous tension plus faible, avec des billes de polystyrène).

Une idée pour interpréter cette inversion entre bandes claires et sombres par rapport au cas normal d'une cavité pleine serait d'imaginer qu'il reste à la surface du cristal un film de liquide, comme représenté sur la figure II.36 (c). A cause de la vaporisation mécanique (par la forte vibration de la surface [140]) ou thermodynamique, on imagine

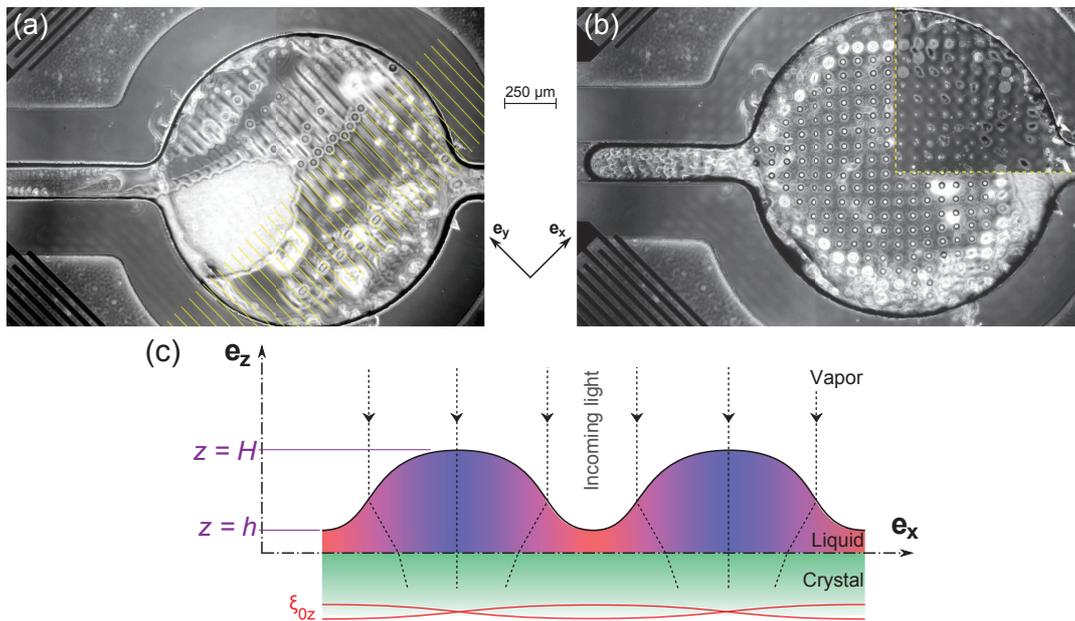


FIGURE II.36 – (a), (b), cavité initialement remplie d'éthanol, excitée suivant l'axe cristallin Y (a) et suivant les deux axes à la même fréquence (b), tensions de l'ordre d'une centaine de volts par IDT. Contrastes légèrement accentués à des fins didactiques. (a) à gauche de la cavité le nuage blanc est une zone en ébullition forte. (b) Quart nord-est de la figure : superposition en transparence de la cavité avant vaporisation, en présence de billes de polystyrène de $\varnothing 3 \mu\text{m}$. (c) schéma illustratif d'un fin film de liquide de température et hauteur variables (zones rouges chaudes).

que la hauteur du film n'est pas constante : elle est minimale ($z = h$) au niveau des ventres de déplacement vertical ξ_{0z} et maximale ($z = H$) au niveau des nœuds. Les effets convectifs permettant au fluide d'homogénéiser sa température au niveau des zones de faible épaisseur de film sont très réduits. Or, ceux-ci correspondent aux zones où le plus d'énergie mécanique est transmise, transformée en chaleur par pertes visqueuses. La température continue donc d'augmenter jusqu'à la vaporisation au niveau de ces ventres de déplacement vertical. Ce modèle permet également d'expliquer le renversement des contrastes clair/sombre. Bien que les zones au niveau des ventres de déplacement vertical soient plus chaudes et que l'amplitude de la pression y soit plus forte, la hauteur de film est très faible. Aussi les effets optiques s'intègrent sur une épaisseur beaucoup plus faible dans ces zones.

Par ailleurs la déformation de l'interface liquide/vapeur implique aussi une convergence des faisceaux lumineux vers les zones où le film est le plus épais. Ces deux effets agissent dans le même sens pour donner une intensité lumineuse plus élevée au niveau des nœuds de déplacement vertical, donc à l'opposé du comportement quand toute la cavité est pleine de liquide.

On remarque ainsi que la limite basse de tension à appliquer pour pouvoir visualiser des stries est très proche (facteur 2 ou 3) de la limite maximale en tension à appliquer pour que la vaporisation se produise. On a vu par ailleurs que les effets thermiques jouent un rôle important dans l'image observée avec les deux techniques optiques. Sous tension convenable, on constate que les réseaux observés ne sont pas tout à fait homogènes, et que l'image observée est influencée, entre autres, par le débit de fluide traversant la cavité. Or les tensions nécessaires pour avoir une visualisation sont telles que les écoulements redressés dans la cavité sont très importants, et à ceux-ci peuvent se sommer d'éventuels écoulements de convection thermique si les échauffements sont très élevés. Le couplage thermo-optique ne s'accommode donc guère des écoulements dans la cavité, qui faussent la mesure. Aussi une mesure plus précise peut être obtenue en regardant l'effet de l'onde dans un milieu élastique, comme le PDMS. On constate en effet sur les différentes images précédentes que le champ est visible dans le PDMS également. De plus, le simple fait de déposer proprement un morceau de PDMS entre deux IDT permet d'avoir une mesure optique propre tout en pouvant réutiliser le dispositif puisque le collage n'est pas irréversible.

Émission dans du PDMS

Nous avons introduit en sous-section 2.4 la possibilité d'utiliser un morceau de PDMS déposé sur la surface du cristal comme moyen de contrôle non destructif de la qualité des champs acoustiques avant de coller définitivement un circuit microfluidique au plasma d'O₂ sur le substrat testé. Les quatre images de la figure II.37 ont été obtenues en soustrayant une image avant émission à l'image pendant l'émission, pour un dispositif couvert de PDMS collé de façon non permanente. Notons que ce dispositif a été testé électriquement avant et après tous ces tests de puissance, sa réponse étant illustrée sur la courbe bleue de la figure II.34 (c), et que les différentes impédances sont strictement inchangées malgré les puissantes tensions et chaleurs auxquelles a été soumis le cristal, ce qui confirme qu'un tel test est non destructif pour un dispositif.

Les images (a) et (c) mesurées respectivement sous strioscopie SHLIEREN et sous contraste de phase, ont été obtenues en imposant deux fréquences d'excitations très différentes selon les axes Y et Z, de sorte que les ondes résultantes n'interfèrent pas, ce pourquoi le champ observé est la simple superposition des deux champs type « tôle ondulée » selon chaque axe. On mesure suivant Y $\lambda_s^x/2 = 49,5 \pm 0,5 \mu\text{m}$, plus proche de la valeur en air que celle mesurée en éthanol ($\epsilon_r = 2,5$, $\rho_m = 965 \text{ kg.m}^{-3}$, $c_m \approx 1000 \text{ m.s}^{-1}$ pour le PDMS), ce qui montre encore une fois le fait que la charge électrique joue un rôle prépondérant par rapport à la charge mécanique [34].

En n'excitant qu'un seul axe à la fois à $f = 36,5 \text{ MHz}$ et en balayant différentes tensions, on observe de manière assez répétable que la tension à appliquer pour commencer à observer des stries est la même pour les deux méthodes. On mesure 51 Vpp comme seuil pour l'axe Y, et 49 pour l'axe Z, ce qui est en accord avec le fait qu'en figure II.29 (c) les deux axes ont environ la même réponse autour de $f = 36,5 \text{ MHz}$.

Les images (b) et (d), obtenues en mettant la même fréquence d'excitation sur les deux axes, montrent un réseau de pas horizontal λ_s^x et vertical λ_s^y que nous appelons réseau losange. On peut aisément se faire une représentation de la vibration verticale de la surface comme la somme des contributions de l'axe cristallin Y ($\xi_{0z}^x \cos(k_s^x x) \cos(\omega t)$) et de l'axe cristallin Z ($\xi_{0z}^y \cos(k_s^y y) \cos(\omega t + \varphi)$). Le déplacement moyen quadratique s'écrit alors

$$\sqrt{\langle \xi^2 \rangle} = \frac{1}{2} \xi_{0z}^x \cos^2(k_s^x x) + \frac{1}{2} \xi_{0z}^y \cos^2(k_s^y y) + \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \cos(k_s^x x) \cos(k_s^y y) \cos(\varphi)$$

où la seule différence avec le cas précédent est l'ajout du troisième terme, dû aux interférences entre les deux ondes stationnaires déphasées, et qui abaisse l'amplitude d'un ventre sur deux et augmente les autres, faisant passer le réseau dit carré observé en images (a) et (c) en réseau losange. Ce terme s'annule pour $\varphi = \pi/2$ lorsque les ondes n'interfèrent pas. Ces taches, de diamètre moyen $\varnothing 30 \mu\text{m}$ (limite définie par la courbe de niveau de gris moyen entre zones claires et sombres), sont espacées de $70 \mu\text{m}$. Une telle résolution des champs acoustiques n'a jamais été obtenue dans une cavité avec liquide, où l'on observe plutôt des bandes claires à $\pm 45^\circ$ issues probablement des différents phénomènes de convection thermique dans la cavité.

4.2 Réflexions parasites modifiant le champ de force

Nous avons vu en sous-section 1.3 que les ondes stationnaires guidées par la géométrie du dispositif peuvent rendre caduques les pinces acoustiques, au grand dam de l'auteur de ces lignes. Le phénomène de sauts successifs de particules sensées translater a en effet été observé de nombreuses fois, celles-ci revenant irrémédiablement à la même position. Ces ondes stationnaires immobiles peuvent être causées par deux types de réflexions : celles de l'onde de volume dans la cavité acoustique ou celles de l'onde de surface sur le cristal. Afin de trancher, une cavité ronde est placée entre les IDT, de sorte que les modes de volume ne puissent pas donner de réseau rectangulaire. De plus, les parois de cette cavité sont texturées pour atténuer très fortement les modes de volume [17]. Une photographie du moule prise à la binoculaire est donnée en figure II.38. La contrôlabilité

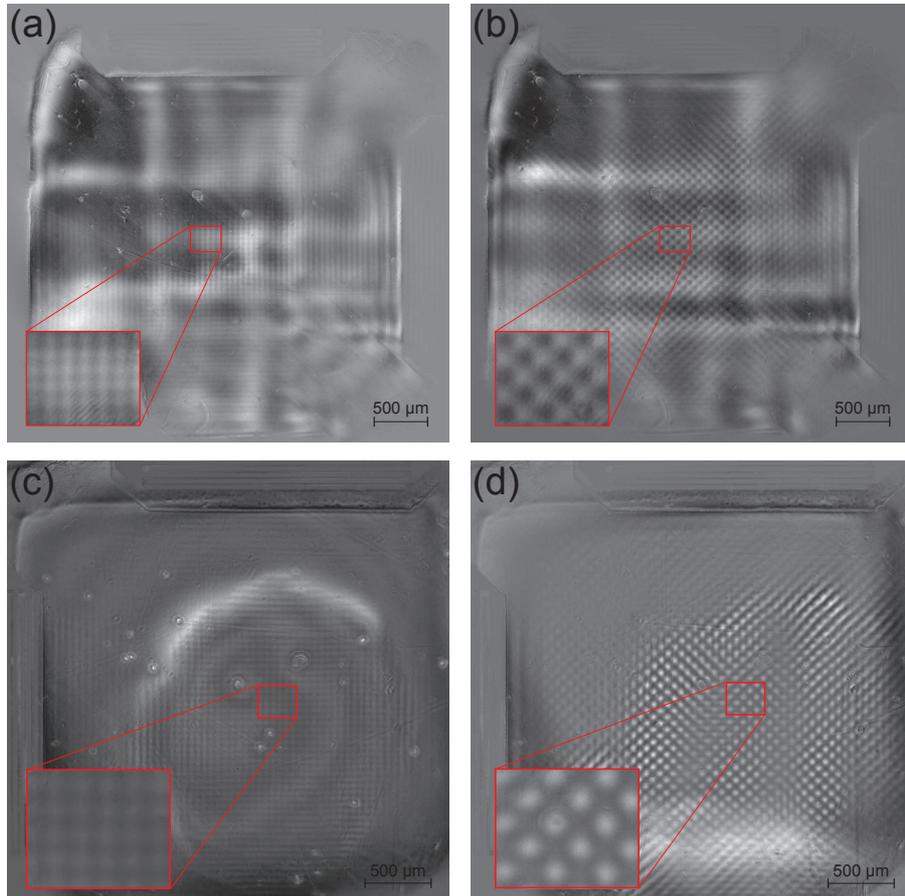


FIGURE II.37 – Visualisations optiques sur un seul dispositif couvert de PDMS, obtenues par simple soustraction d'une image sans champ acoustique à l'image sous émission. (a), (b), images en strioscopie SHLIEREN avec un couteau orienté à 45° par rapport aux axes cristallins Y et Z. (c), (d) sous contraste de phase. (a), (c) avec $f(Y) \neq f(Z)$ et b , d avec $f(Y) = f(Z)$ et $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4$. Détail : (a) IDT 1 et 3 alimentés en 82 Vpp sous $f(Y) = 36,55$ MHz, IDT 2 et 4 alimentés en 77 Vpp sous $f(Z) = 36,5$ MHz. (b) IDT 1 et 3 alimentés en 82 Vpp IDT 2 et 4 alimentés en 67 Vpp sous $f(Y) = f(Z) = 36,5$ MHz. (c) IDT 1 et 3 alimentés en 62 Vpp sous $f(Y) = 36,55$ MHz, IDT 2 et 4 alimentés en 67 Vpp sous $f(Z) = 36,5$ MHz. (d) IDT 1 et 3 alimentés en 62 Vpp IDT 2 et 4 alimentés en 57 Vpp sous $f(Y) = f(Z) = 36,5$ MHz.

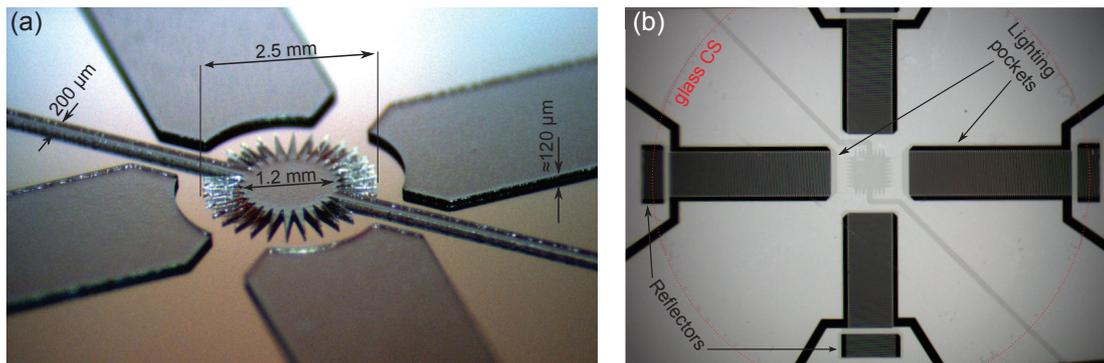


FIGURE II.38 – (a) Photographie d'un moule SU-8 de cavité anéchoïque sur substrat silicium, servant au moulage du PDMS. (b) Photographie d'un dispositif complet à réflecteurs d'ondes de surface, après collage plasma.

du champ de potentiel de radiation acoustique n'est alors pas changée, ce qui confirme que les réflexions d'ondes de volume ne sont pas responsables de la mauvaise pilotabilité du champ acoustique.

Une autre cavité anéchoïque est par ailleurs placée sur un cristal pour lequel, après chaque IDT, un réflecteur d'ondes acoustiques a été inséré. Un tel réflecteur est un peigne à plus de dix paires de doigts, court-circuités, ce qui d'après la figure II.32 (b) donne un coefficient de réflexion par doigt de l'ordre de K_R^2 ce qui donne un coefficient de réflexion $\underline{R} > 0,7$ pour 24 doigts, d'après l'expression II.44. Même sous haute tension, plus aucune particule du milieu ne peut alors être déplacée : les points expérimentaux de la figure II.5 (b) ont été mesurés avec ce dispositif, et le taux d'ondes stationnaires immobiles γ_{imm} estimé dépasse le seuil $1/2$ au-delà duquel le contrôle de la position des particules n'est plus possible. On outre, on constate que les particules du milieu se piègent suivant des lignes espacées d'environ $50 \mu m$ (et non $20 \mu m \approx \lambda_m/2$ la demi-longueur d'onde dans l'eau) alors qu'un seul transducteur émet. Ceci confirme bel et bien que dans nos dispositifs l'essentiel des problèmes liés aux réflexions peut être réglé en rendant simplement les IDT moins réfléchissants.

4.3 Mise en évidence optique des réflexions

La géométrie de transducteurs choisie répond à presque tous les critères du cahier des charges, puisque des objets de facteur acoustophorétique aussi faible que des globules rouges dans une solution isotonique et isodense (mélange Optiprep et tampon phosphate salin - PBS) ou des billes de polystyrène dans de l'eau peuvent être piégés sous des tensions de 3-5 Vpp. On constate expérimentalement que la tension à fournir pour piéger et déplacer un objet est de 5 Vpp suivant l'axe cristallin Y et 4 Vpp suivant Z à la fréquence de résonance $f_{0, IDT} = 37,05$ MHz commune pour les deux axes. Le seul critère à améliorer est la réflexion des IDT vis-à-vis des ondes de surface. En effet, bien que les objets puissent être déplacés, on constate que le piégeage est très faible pour certaines phases, ce qui laisse présumer que le taux d'ondes stationnaires immobiles est proche de la limite haute $\gamma_{imm} = 1/2$ à ne pas franchir.

On peut alors tirer avantage des techniques de visualisation optique pour déterminer

expérimentalement le coefficient de réflexion ou le taux d'ondes stationnaires immobiles, et ce simplement en déposant un morceau de PDMS de manière réversible sur le substrat qui peut donc être réutilisé par la suite. La mesure la plus simple serait d'émettre avec un seul transducteur et de mesurer le contraste entre les stries claires et sombres générées par l'onde stationnaire causée par la réflexion de cette onde sur l'IDT en regard, malheureusement la tension à appliquer pour dépasser le niveau bas de détectabilité des stries est tellement haute (plusieurs centaines de volts) que le cristal se brise avant, de façon très nette au milieu de l'IDT d'émission, ce qui laisse présumer que les contraintes piézoélectriques sont trop élevées.

La solution alternative consiste à émettre avec les deux IDT en regard simultanément, à la même tension, en imposant un très léger retard de fréquence à l'un des deux (typiquement $0,1 < \delta f < 1$ Hz). La phase lentement variable parcourt alors les différentes valeurs, décalant alors spatialement l'onde pilotée par rapport à l'onde stationnaire immobile. De la sorte, si l'on reprend le modèle très simple de la sous-section 1.3 (éq. II.6), on comprend que pour certaines phases les deux ondes stationnaires sont en phase, donnant donc un contraste entre les stries claires et sombres (que nous noterons ici ΔI) élevé, ou en opposition de phase, donnant un contraste faible. Si le taux d'onde stationnaire immobile est nul ou unitaire, la différence de niveau de gris entre les stries est indépendant de la phase, et dans tous les autres cas elle varie et sa variation est d'autant plus élevée que γ_{imm} est proche de $1/2$. Nous savons par les essais en cavité que $0 < \gamma_{\text{imm}} < 1/2$, or sur cet intervalle la fonction qui a un taux d'ondes immobile associée une variation de différence de niveau de gris ($\Delta\Delta I = \Delta I_{\text{MAX}} - \Delta I_{\text{MIN}} = f(\gamma_{\text{imm}})$) est strictement croissante donc bijective, bien que cette fonction ne soit pas encore connue car nous n'avons pas d'expression traduisant le lien entre la déformation du cristal et l'intensité lumineuse obtenue sous contraste de phase ou strioscopie pour du PDMS. Notons que si l'on suppose comme le laisse entendre le second paragraphe de la sous-section 4.1 que la variation locale de luminosité mesurée puisse être proportionnelle au déplacement quadratique moyen de la surface du cristal, alors un modèle simple comme celui utilisé en sous-section 1.3 permettrait d'obtenir une formulation analytique de cette fonction.

Le taux d'ondes immobiles, considéré comme une constante jusqu'ici, est en réalité fonction de la phase puisqu'une onde stationnaire est créée par les réflexions multiples du signal émis par chaque transducteur, et ces deux ondes stationnaires immobiles, déphasées interfèrent elles aussi. Cette variable a été introduite pour un simple but pédagogique, et un modèle complet permet de l'exprimer en fonction de la phase interémetteurs ϕ , et d'autres paramètres du système qui la font décroître : le coefficient d'atténuation de l'onde de surface dans le PDMS α_s , la longueur de PDMS traversée δ et le coefficient de réflexion d'onde de surface sur un IDT $|R|$. γ_{imm} est évidemment aussi fonction de l'espacement inter-IDT mais comme l'onde est fortement atténuée (d'un facteur $|R|e^{-2\alpha_s\delta} \approx 0,1$) à chaque aller-retour dans le PDMS, il n'y a pas de phase de résonance et l'espacement inter-IDT joue simplement un rôle dans le déphasage entre les deux ondes stationnaires immobiles. Ledit modèle ne présentant pas d'intérêt particulier éclairant la physique du système, il ne sera pas présenté dans ce mémoire.

La figure II.39 illustre les mesures effectuées sur un seul dispositif, dont les électrodes sont en aluminium. Le graphique (a) donne pour une même tension appliquée aux bornes des IDT (de l'ordre de 75 Vpp) de l'axe cristallin Y puis de l'axe Z la dépendance de l'écart

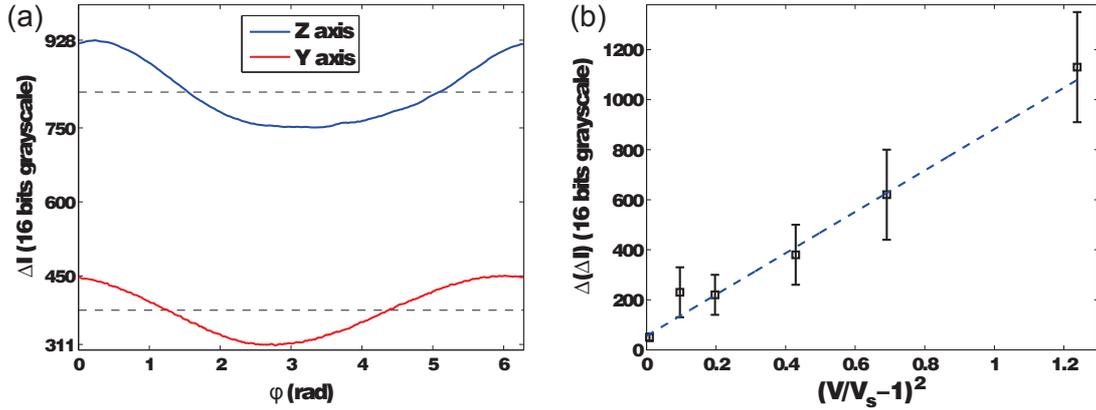


FIGURE II.39 – Mesures en contraste de phase. (a) Écart quadratique moyen entre les maxima et minima de niveau de gris ΔI suivant les axes cristallins Y et Z pour une même tension appliquée (1,4 fois la tension seuil à partir de laquelle des stries sont visibles), à la fréquence de résonance mesurée électriquement $f = f_{0, \text{IDT}} = 37 \text{ MHz}$. Niveaux de gris mesurés par moyenne de 15 pixels pris suivant un segment parallèle aux stries, et moyennés sur 7 cycles de balayage de phase pour Z, 5 pour Y. (a) Variation maximale d'écart de niveau de gris $\Delta(\Delta I) = \Delta I_{\text{MAX}} - \Delta I_{\text{MIN}}$, en fonction de $(V/V_s - 1)^2$ où V_s désigne la tension seuil à partir de laquelle des stries sont légèrement discernables. Résultats obtenus sur l'axe Y par moyenne sur une zone de travail de $250 \mu\text{m}$ suivant Y par $80 \mu\text{m}$ suivant Z. Les barres d'erreur sont d'autant plus élevées que les phénomènes thermiques dans la cavité sont importants.

quadratique moyen ΔI entre les zones claires et sombres (après soustraction d'une image sans sollicitation) à la phase inter-émetteurs ϕ . On constate que cette dépendance est sinusoïdale, comme l'amplitude du champ illustré en figure II.5 qui est proportionnelle à la moyenne du carré du déplacement vertical du cristal. Par ailleurs on remarque que l'amplitude d'émission est maximale lorsque $\phi = 0$ ce qui a été intentionnellement induit en espaçant les IDT d'une distance $(2n+1)d_{\text{IDT}}/2 = (2n+1)\lambda_s/4$ à la résonance $f = f_{0, \text{IDT}} = 37 \text{ MHz}$. On relève une différence de niveau de gris maximale de 460 ± 25 pour l'axe Z et 970 ± 30 pour l'axe Y (voir figure II.39 (a)), soit environ deux fois plus de contraste. Par ailleurs, la mesure électrique sur ce dispositif donne en $f = 36,7 \text{ MHz}$: $|Z_{21}|(Y) = 5,1 \Omega$, $|Z_{21}|(Z) = 2,4 \Omega$ alors que $|Z_{11}|(Y) = 76,6 \Omega$, $|Z_{11}|(Z) = 80,8 \Omega$ sont du même ordre de grandeur. On s'attend donc à ce que l'amplitude de l'énergie acoustique pour une tension donnée soit environ deux fois plus faible suivant l'axe Z, et l'on observe bien un contraste deux fois plus faible dans cette direction. Ceci peut pousser à penser que le contraste de phase donne une image de l'énergie acoustique dans la cavité acoustique.

Cette hypothèse nous mène à comparer suivant un même axe le contraste observé pour différentes tensions dépassant le seuil de tension V_s en-dessous duquel aucune strie n'est discernable. Malheureusement la mesure du contraste maximum ΔI_{MAX} est très bruitée à cause de vagues thermiques de forte amplitude se propageant dans le PDMS. Celles-ci n'étant pas modulées par le signal acoustique, la quantité $\Delta(\Delta I) = \Delta I_{\text{MAX}} - \Delta I_{\text{MIN}}$ n'est que peu affectée par ces vagues. La dépendance de cette variation maximale de la différence de contraste entre zones claires et zones sombres est mesurée en balayant pour six tensions différentes allant de $V \approx V_s$ à $V \approx 2V_s$ est tracée sur la figure II.39 (b). Le seuil

de tension bas a été choisi comme zéro et $\Delta(\Delta I)$ est tracé en fonction de l'excédant relatif de tension au carré. On rappelle ici que l'énergie électrique injectée dans le dispositif est proportionnelle à l'énergie mécanique rayonnée et donc à l'énergie acoustique dans le PDMS (éq. II.32). Il semble ainsi fortement plausible d'après cette courbe que la variation d'intensité lumineuse soit effectivement proportionnelle à l'énergie acoustique dans la cavité.

III. MODÉLISATION DES FORCES RADIATIVES SUR DES OBJETS EN SUSPENSION ET DE LA VORTICITÉ DUE AUX ÉCOULEMENTS REDRESSÉS

1 Étude préliminaire 2D de deux ondes planes stationnaires orthogonales déphasées en milieu infini

1.1 Force de radiation sur un très petit objet dense et faiblement compressible : piégeage dans les nœuds de pression

Afin d'identifier l'influence des différentes actions mécaniques en jeu dans la cavité, nous commençons par un modèle simple bidimensionnel, où la cavité de hauteur $h \approx 100 \mu\text{m}$ et de côtés $\Delta_x \approx \Delta_y \approx 1 \text{ mm}$ est ramenée à un plan horizontal ($O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$), excité par des ondes de longueur d'onde λ_s . Les seules forces considérées dans ce modèle simplifié sont celles qui dérivent du potentiel de Gor'kov et les contraintes de cisaillement visqueux exercées sur la paroi des objets dans la cavité.

Les deux paires d'IDT travaillent à la même fréquence f , sans déphasage ϕ entre deux transducteurs d'un même axe, mais avec un déphasage φ entre l'axe Z ($O\mathbf{e}_y$) et l'axe Y ($O\mathbf{e}_x$). On introduira pour tout ce chapitre la notation $c_x = \cos(k_s^x x)$, $c_y = \cos(k_s^y y)$ (s_x et s_y pour sin). Le potentiel de force de radiation exercé sur un objet sphérique de rayon $a \ll \lambda_s$ peut être calculé à partir de l'expression de Gor'kov (formule I.6 rappelée ci-dessous) [61] : bien que celle-ci soit démontrée à partir d'un champ unidimensionnel, elle est valide pour un champ tridimensionnel [109] et une forme d'objet quelconque [133] (a est alors identifié comme la plus grande dimension de l'objet).

Si le champ de pression s'écrit à l'ordre un en perturbation

$$p_{-1}(x, y, t) = 2p_0^x c_x e^{-i\omega t} + 2p_0^y c_y e^{-i(\omega t + \varphi)} \quad (\text{III.1})$$

comme illustré sur la figure III.1 qui résume les hypothèses de cette sous-section, alors le champ de vitesse d'ordre un est déduit d'après l'équation d'EULER pour un champ harmonique

$$\underline{\mathbf{v}} = \frac{2e^{-i\omega t}}{\rho_m \omega} \begin{pmatrix} p_0^x k_s^x s_x \\ p_0^y k_s^y s_y e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

Les moyennes quadratiques correspondantes donnent

$$\langle p_1^2 \rangle = 2 p_0^x{}^2 c_x^2 + 2 p_0^y{}^2 c_y^2 + 4 p_0^x p_0^y c_x c_y \cos(\varphi) \quad \text{et} \quad \langle v_1^2 \rangle = 2 \left(\frac{p_0^x k_s^x}{\rho_m \omega} \right)^2 s_x^2 + 2 \left(\frac{p_0^y k_s^y}{\rho_m \omega} \right)^2 s_y^2$$

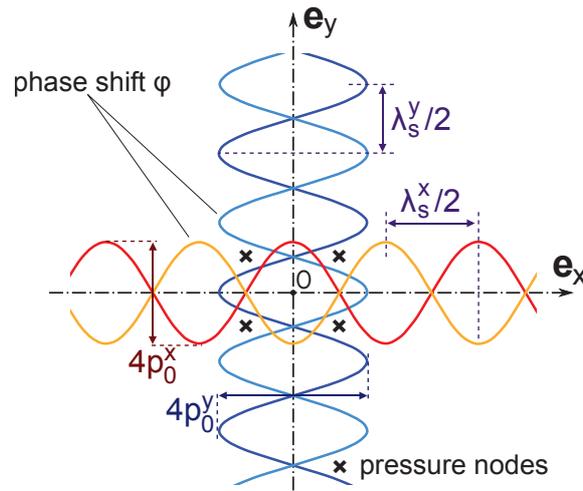


FIGURE III.1 – Schéma résumant les hypothèses du modèle 2D considéré : deux ondes de pression stationnaires orthogonales de même fréquence sont déphasées de φ et telles que le point $O(0, 0)$ corresponde à un ventre de pression. Les nœuds de pression proches de O sont indiqués par des croix.

et l'on rappelle que le potentiel de Gor'kov volumique $U_{\text{vol,GK}} = U_{\text{GK}}/V_p$ s'écrit pour un objet sphérique

$$U_{\text{vol,GK}} = \left[\frac{1}{2} f_1 \kappa_m \langle p_1^2 \rangle - \frac{3}{4} f_2 \rho_m \langle v_1^2 \rangle \right]$$

On remarque que le terme d'interférence entre ces deux ondes stationnaires n'intervient que sur la partie monopole de pulsation volumique de l'objet, puisque par construction scalaire les champs de vitesse suivant deux axes orthogonaux n'interfèrent pas. Seule la partie proportionnelle à f_1 du potentiel de force de radiation est influencée par le déphasage entre les deux axes mais, comme précisé au chapitre précédent, la plupart des objets choisis en acoustofluidique pour être des traceurs ou ne pas s dimer respectent la condition $f_2 \ll f_1$. La forme du potentiel de Gor'kov calculée pour des billes de polystyrène dans de l'eau ($f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ [109]) est représentée sur la figure III.2 pour différentes phases (a, b, c, d) et différents rapports d'amplitude p_0^y/p_0^x (e, f, g, h). Les minima de potentiel sont toujours localisés aux nœuds de pression en x , $y = \lambda_s/4$ [$\lambda_s/2$] (réseau carré) et les maxima occupent la moitié du réseau complémentaire (réseau losange, rouge, correspondant à des minima de potentiel pour des objets qui auraient un facteur acoustophorétique négatif), alternant selon la phase entre deux sous-réseaux.

Il est intéressant de remarquer la correspondance entre le réseau des maxima de potentiel (en rouge) avec les réseaux observés en figure II.37, le cas $f(Y) \neq f(Z)$ correspondant à une phase $\varphi = \pi/2$, pour laquelle il ne se produit pas d'interférence. Ceci conforte l'hypothèse selon laquelle les méthodes optiques permettent de visualiser les champs d'énergie acoustique. En effet le potentiel de Gor'kov peut être récrit en termes

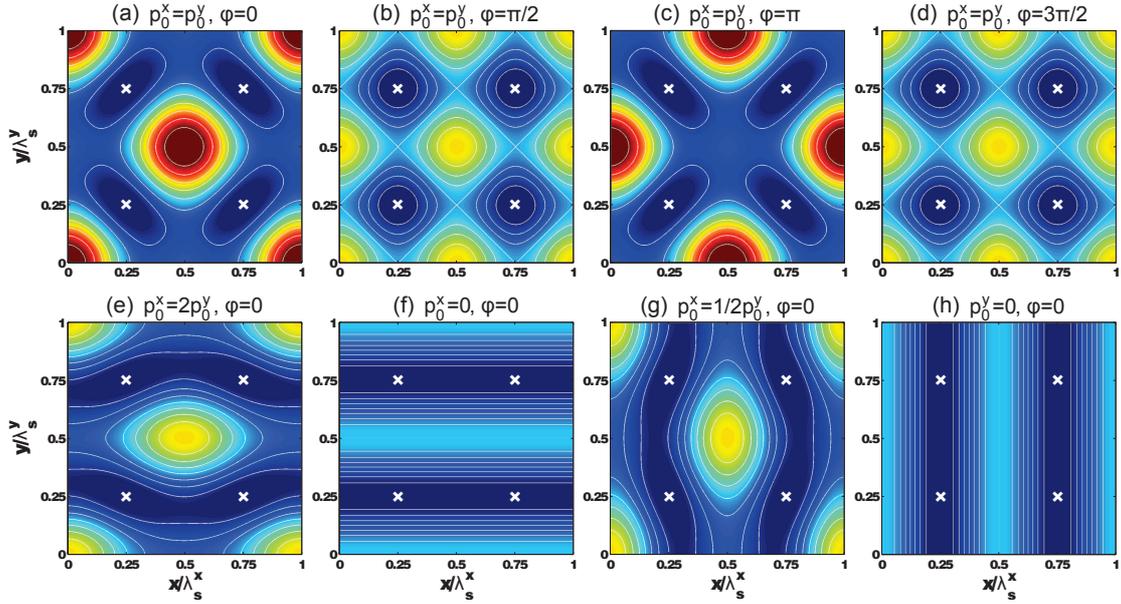


FIGURE III.2 – Potentiel de GOR'KOV calculé pour des billes de polystyrène dans de l'eau ($f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ [109]). (a), (b), (c) et (d) même amplitude des ondes suivant les deux axes orthogonaux, déphasage φ variable. (e), (f), (g) et (h) deux axes en phase mais d'amplitudes différentes. Les croix blanches correspondent aux nœuds du champ de pression.

énergétiques, puisque

$$\frac{1}{2} \kappa_m \langle p_1^2 \rangle = \left\langle \frac{p_1^2}{2\rho_m c_m^2} \right\rangle = \langle e_{p2} \rangle \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \rho_m \langle v_1^2 \rangle = \langle e_{c2} \rangle \quad (\text{III.2})$$

où e_{p2} et e_{c2} sont les énergies potentielle et cinétique acoustiques volumiques d'ordre deux. Ceci permet de réécrire le potentiel volumique de GOR'KOV $U_{\text{vol,GK}}$ sous une forme plus concise

$$U_{\text{vol,GK}} = \frac{U_{\text{GK}}}{\frac{4}{3}\pi a^3} = f_1 \langle e_{p2} \rangle - \frac{3}{2} f_2 \langle e_{c2} \rangle \quad (\text{III.3})$$

La force volumique dérivant du potentiel volumique a pour $\varphi = 0$ une amplitude maximale donnée par

$$\| \mathbf{F}_{\text{vol,rad}} \| \approx \frac{2}{\rho_m c_m^2} \left(f_1 - \frac{3}{2} f_2 \right) \left(k_s^x p_0^{x2} + k_s^y p_0^{y2} \right)$$

à ne pas confondre avec le facteur acoustophorétique $\Phi_{\text{ac}} = f_1 + 3/2 f_2$ défini en sous-section introductive 2.1. On a ici considéré $\omega = k_s^x c_m^x = k_s^y c_m^y$, en effet $k_s^x \neq k_s^y$ n'est possible que si la vitesse de propagation du son est anisotrope en 2D, mais cette anisotropie (liée à la courbe des lenteurs du cristal en pratique) est faible, de l'ordre de quelques pour-cents (voir section 3) et nous préférons simplifier la notation en écrivant par la suite $c_m^x = c_m^y = c_m$.

On a vu en chapitre II (équation II.32) que sous les tensions appliquées - de l'ordre

de 10 V - on s'attend à ce que l'amplitude de vibration verticale de la surface ξ_z soit de l'ordre de quelques nanomètres, rayonnant donc dans le fluide une amplitude de pression $p_0 \approx \rho_m \xi_z f c_m$ de l'ordre du bar. Ceci génère des forces de l'ordre de 0,1 nN dans l'eau pour des objets comme des billes de polystyrène ou des cellules, de diamètre $10 \mu m$. Toujours pour ordre de grandeur, si l'on oppose cette force à une traînée de STOKES susceptible de dépiéger les objets (de l'ordre de $6\pi\eta_m a v_{rel}$), on constate que cette force peut piéger les objets considérés jusqu'à des vitesses relatives du fluide de l'ordre de quelques $mm.s^{-1}$, typiques dans les applications classiques de microfluidique [153].

D'autre part, on voit également sur la figure III.2 qu'à part dans le cas $\phi = \pm\pi/2$ (où l'amplitude des puits est plus faible), les puits ont une forme allongée. Aussi des objets oblongs vont s'orienter pour suivre le champ de potentiel. La somme des moments de force de radiation calculée au centre de volume de l'objet sera dénommée couple de GOR'KOV dans la suite de ce mémoire. Ceci peut être utilisé pour contrôler la position angulaire d'objets allongés, en ne jouant que sur les amplitudes des deux axes orthogonaux. SCHWARZ *et al.*[133] utilise la succession des cas f-e-a-g-h (sur la figure III.2) pour faire tourner un objet d'un quart de tour sous $\varphi = 0$. Les autres champs nécessaires pour faire le tour complet ($p_0^x = -1/2p_0^y$, $p_0^y = -2p_0^x$) n'ont pas été illustrés ici, et toutes les positions angulaires sont couvertes.

Pour obtenir un ordre de grandeur du couple de GOR'KOV exercé sur un objet allongé de plus petite dimension $2a$ et de plus grande $2b$, typiquement une ellipsoïde, assimilons-le   une brochette de sphères de rayon a . Notons ici N l'entier le plus proche de b/a et assimilons l'objet à une brochette rigide de N sphères. Le couple de GOR'KOV est alors obtenu en calculant le champ de potentiel associé à une sphère de rayon a et en en déduisant le moment associé exercé sur la brochette complète calculé en son milieu. Par exemple un objet de $10 \mu m$ par $20 \mu m$ est associé à deux sphères collées de rayon $a = 5 \mu m$ et le couple de GOR'KOV associé est environ $2aF_{rad}$ typiquement de l'ordre du fN.m sous les conditions précédentes. Ce couple relativement élevé n'a d'importance que pour des objets allongés, de rapport d'aspect supérieur à 2, et est inexistant pour des objets purement sphériques comme des billes ou des cellules.

Pour faire écho à la sous-section 1.2 quant au pilotage par phases des quatre transducteurs, rappelons finalement que la figure III.2 est calculée avec un déphasage inter metteurs nul sur chaque axe, et que la phase φ entre les deux axes n'est pas contrôlée directement puisque ce sont les phases des IDT 2, 3 et 4 qui sont en réalité modifiées. L'expression II.2 montre que le déphasage relatif d'un IDT par rapport à celui en regard va translater tous les champs suivant cet axe, mais l'expression II.4 nous rappelle que la phase relative φ entre les deux axes Y et Z est alors modifiée. Un pilotage parfait consiste donc à contrôler séparément :

- ϕ_3 en gardant $\varphi = \frac{\phi_3 - \phi_4 - \phi_2}{2}$ et $\phi_4 - \phi_2$ constants
- $\phi_4 - \phi_2$ en gardant φ et ϕ_3 constants
- φ en gardant $\phi_4 - \phi_2$ et ϕ_3 constants

ce que nous implémentons dans un programme permettant de contrôler les générateurs.

1.2 Couple de WANG dû à l'écoulement redressé proche de la surface de l'objet

Dans le bilan des actions mécaniques exercées sur un objet dans le milieu, effectué en sous-section 2.2, il reste pour le modèle 2D ici considéré à prendre en compte la contrainte visqueuse sur les parois de l'objet isolé. Celle-ci est à la fois due à un écoulement global de grande échelle, qui sera négligé ici, et à un écoulement local, à proximité de la paroi. L'écoulement redressé (*acoustic streaming*) s'établit dans la couche limite visqueuse d'épaisseur $\delta_v = \sqrt{2\nu/\omega} \approx 0,1 \mu\text{m}$ et il crée légèrement à l'extérieur un champ de contraintes sur l'objet.

La modélisation classique de NYBORG [113], décrite en sous-section 1.2, s'appuie sur une surface plane. Ce modèle doit donc être modifié pour tenir compte de la courbure des objets [90], ce qui a une influence limitée dans la mesure où $\delta_v \ll a$. Le calcul complet pour un objet sphérique plongé dans un champ de deux ondes orthogonales déphasées est mené suivant deux approches par WANG *et al.*[28] [90] et l'écoulement redressé, dit extérieur (loin en dehors de la couche limite visqueuse, par opposition à l'écoulement redressé, dit intérieur) est calculé par le même auteur [91].

Ces différentes études montrent que l'écoulement redressé génère sur la petite sphère de centre (x_p, y_p) un couple

$$C_W = \frac{3\pi a^2 \delta_v}{\rho_m c_m^2} p_0^x p_0^y \sin(x_p) \sin(y_p) \sin(\varphi) \quad (\text{III.4})$$

qui est nul en l'absence de déphasage et maximal pour un déphasage de $\varphi = \pi/2$ comme le laisse entendre le modèle physique présenté en sous-section 2.2. L'écoulement redressé intérieur et la contrainte visqueuse associée sont représentés en figure III.3. Cette dernière est une représentation des résultats analytiques de LEE et WANG [90] sur laquelle les couleurs sur la sphère correspondent à la projection suivant \mathbf{e}_θ des champs de vecteurs représentés pour faciliter la lecture. Lorsque $\varphi = 0$ (ou $\varphi = \pi$ non représentée ici), la double symétrie du champ vectoriel suivant les plans à $\pm 45^\circ$ de $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$, caractéristique des deux ondes en phase, implique que la contrainte sur chaque quadrant de la sphère est compensée par l'une de ses voisines, donc que la somme est nulle et qu'aucun couple n'est exercé sur la sphère. Si les deux ondes ne sont plus en phase, la symétrie est brisée et les champs de vitesse et de contrainte s'enroulent autour de la sphère. Les figures données dans les deux cas extrêmes $\varphi = \pm \pi/2$ mettent en évidence que la seule composante non nulle du torseur résultant de la somme de ces actions mécaniques, calculé au centre de la bille, est le moment suivant \mathbf{e}_z , toutes les autres composantes de couple ou de résultante s'annulant par symétrie.

On retrouve par ailleurs lorsque l'écoulement s'enroule autour de la sphère sur cette figure III.3 pour une phase $\varphi = \pm \pi/2$ le fait (assez courant pour le *streaming* proche paroi, de SCHLICHTING) que l'écoulement redressé au niveau de la surface de l'objet est inversé par rapport à celui en dehors de la couche de STOKES. Nous avons déjà abordé ce point en chapitre introductif (voir fig. I.3 (d), (e)) : des rouleaux de recirculation sont souvent observés dans la couche limite visqueuse de STOKES, comme le montrent à faible fréquence les photographies spectaculaires de TATSUNO [156]. La vitesse juste en dehors de la couche limite peut donc être à l'opposé de celle qui crée le cisaillement au niveau de la paroi, comme le montre le schéma III.10 en page 132. C'est la raison pour laquelle

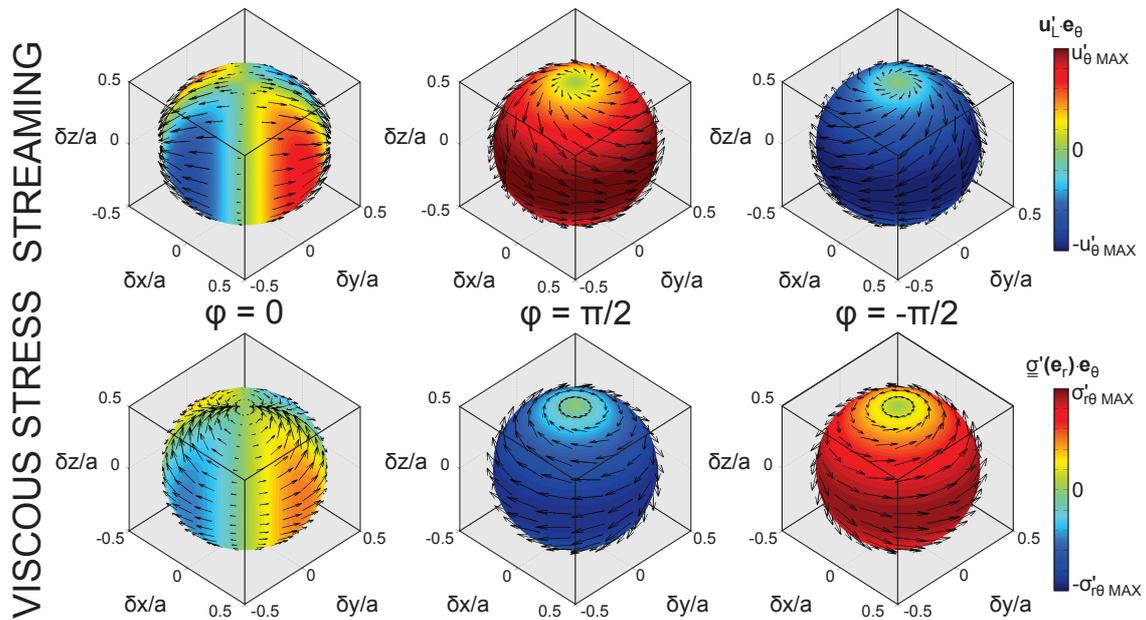


FIGURE III.3 – Petite sphère excitée par deux ondes stationnaires orthogonales déphasées de φ et de même amplitude $|\underline{p}^x(x_p, y_p)| = |\underline{p}^y(x_p, y_p)|$ au niveau de l’objet. Notations $\delta x = x - x_p$ et équivalentes pour y et z . Ligne supérieure : champ de vitesse d’écoulement redressé calculé à la limite extérieure de la couche de STOKES (donc à une distance de plusieurs δ_v de la paroi [90]), pour trois phases $\varphi = 0, \pm\pi/2$. La coloration correspond au champ scalaire des projections suivant la tangente horizontale (vitesse azimuthale). Ligne inférieure : champ de contrainte visqueuse $\underline{\sigma}' \cdot \underline{e}_r$ ($\underline{\sigma}'$ étant le tenseur des contraintes visqueuses au niveau de la paroi) sur la paroi de l’objet. La coloration correspond également au champ scalaire des projections suivant la tangente horizontale.

dans les cas $\varphi = \pm\pi/2$ l’écoulement hors couche limite et la contrainte de cisaillement ont des projections opposées suivant \underline{e}_θ .

Si l’objet n’est pas placé dans un nœud ou un ventre de pression, contrairement à la figure III.3, la différence d’amplitude de l’onde entre deux points de la sphère entraîne une dissymétrie de l’écoulement redressé intérieur, d’où résulte une force. Le modèle proposé par LEE *et al.*[91] montre que cette force tend à déplacer les objets incompressibles vers les nœuds de pression, ce que l’on peut reformuler en écrivant que la résultante des contraintes visqueuses créées par l’écoulement à la paroi de l’objet de facteur $f_1 > 0$ (moins compressible que le fluide) l’entraîne vers les mêmes pièges que le potentiel de Gor’kov. Toutefois, ce champ de force s’écrit avec un préfacteur $\delta_v/a \approx 10^{-2} \ll f_1$ par rapport au champ de force de Gor’kov, ce qui permet de le négliger dans les cas qui nous intéressent.

L’expression, valide pour le champ de pression donné en expression III.1, montre que le couple est maximal au niveau des nœuds de pression $x, y = \lambda_s/4 [\lambda_s/2]$ ce qui correspond aux positions de piégeage des objets de facteur acoustophorétique positif. La figure III.4 montre la dépendance spatiale de ce couple pour trois valeurs de phases. On distingue dans tous les cas $\varphi \neq 0 [\pi]$ deux sous-réseaux losanges complémentaires, où les objets sont entraînés en rotation dans un sens opposé selon le réseau. La mise en

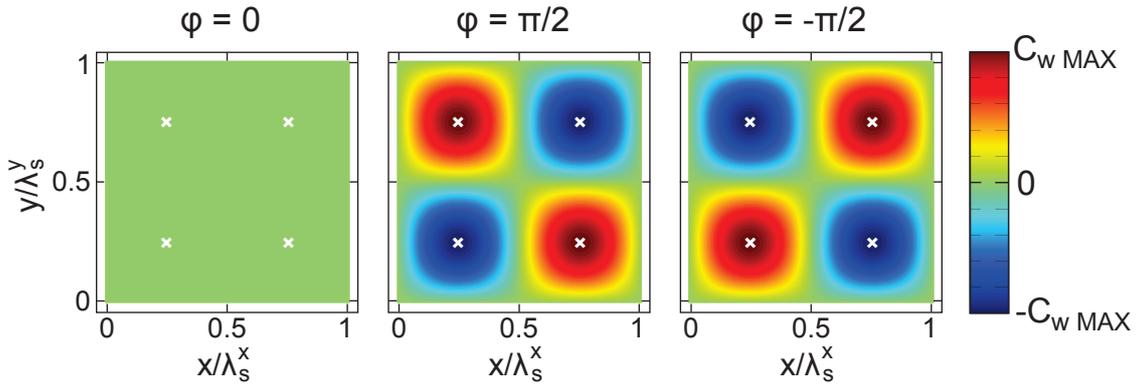


FIGURE III.4 – Couple de WANG en fonction de sa position dans un champ acoustique correspondant à deux ondes orthogonales déphasées décrit en expression III.1. Les croix représentent les nœuds de pression où sont piégées les billes de facteur acoustophorétique $\Phi_{ac} > 0$ par les forces de radiation.

relation des figures III.4 et III.2 met en évidence que pour une phase donnée les objets ont une rotation maximale dans les nœuds de pression, qui correspondent à des puits de potentiel de Gor'kov si le facteur acoustophorétique est positif. Les objets de facteur acoustophorétique négatif (maxima et minima de potentiel inversés) se piègent dans les ventres de pression où la rotation est supposée nulle.

Pour une pression toujours de l'ordre de quelques bar, le couple maximal $C_{W \text{ MAX}}$ est de l'ordre du fN.m, donc du même ordre de grandeur que le couple de Gor'kov exercé sur un objet allongé. On s'attend donc pour un objet dense et très faiblement allongé à le voir tourner dans les nœuds de pression, de manière plus ou moins saccadée selon la forme des puits de potentiel. En effet, le fait que le champ acoustique soit la somme de deux ondes planes orthogonales génère nécessairement une symétrie rectangulaire à l'échelle de $\lambda_s/2$. On voit par exemple sur la figure III.2 le passage pour $\varphi = \pm\pi/2$, $p_0^x = p_0^y$ d'une forme quasi circulaires des isopotentiels de Gor'kov au niveau des nœuds de pression, vers une forme losange à une distance d'environ $\lambda_s/4$ de ces derniers. Ainsi un objet faiblement allongé de taille typiquement cellulaire $\lambda_s/10 \approx 10 \mu\text{m}$ devrait avoir des orientations préférentielles même dues aux forces radiatives, alors que des objets plus petits même fortement allongés comme des bactéries sont plongées dans des pièges quasi-circulaires et peuvent tourner à vitesse de rotation constante dans le temps (couple dû aux forces de radiation très faible).

2 Modélisation du champ acoustique 3D entre deux plans infinis parallèles

2.1 Champ acoustique rayonné dans une cavité fluide dont une face émet deux ondes de surface orthogonales déphasées

Ce premier modèle rudimentaire est une bonne introduction et nous verrons en chapitre IV qu'il permet de donner un cadre suffisant pour décrire la plupart des phénomènes en jeu dans la cavité concernant les objets en suspension dans le fluide. Cependant, pour

décrire l'écoulement dans le fluide lui-même, la prise en compte des trois dimensions est nécessaire, particulièrement à cause des parois qui génèrent un écoulement redressé de type NYBORG [113] en $z = 0$ et $z = h$ correspondant au bas (cristal piézoélectrique) et au haut de la cavité.

Dans cette section, nous cherchons à construire un modèle relativement complet des différents champs d'ordre 2 dans la cavité. Nous supposons par la suite, pour simplifier les notations, que le cristal est isotrope $k_s^x = k_s^y = k_s$, et nous considérions le problème périodique de pas λ_s suivant x et y . Ceci revient, entre autres, à négliger l'atténuation des ondes le long de la cavité et les effets dus aux parois verticales de la cavité pour isoler les effets liés aux gradients élevés (distances courtes). Le volume d'étude a donc pour dimensions $\lambda_s \times \lambda_s \times h$. Comme dans la section précédente, on considère qu'il n'y a aucun écoulement permanent dans la cavité en l'absence de son, celui-ci pouvant être ajouté a posteriori, et l'on néglige les écoulements redressés de type ECKART [52] pour se concentrer sur les effets de parois. Finalement, toujours dans une perspective de simplification des notations, on considère que le pilotage se fait simplement en φ , la phase relative entre les ondes stationnaires orthogonales, découplant le problème des phases relatives inter-émetteurs d'un même axe qui translatent simplement le problème suivant l'axe considéré. On élimine ainsi les problèmes de réflexions des ondes de surface sur les IDT, qui constituent un problème à part déjà étudié en sous-sections 1.3 et 4.2.

Les quantités d'ordre deux qui nous intéressent s'expriment toutes en fonction des champs d'ordre 1 dans la cavité, que nous allons donc commencer par étudier. Pour ce faire il faut comprendre comment est déformée la surface du cristal par les deux ondes stationnaires. Commençons par étudier le cas 1D où la surface du cristal n'est excitée que par une onde stationnaire. On rappelle qu'une onde de RAYLEIGH est un couplage de modes transverse et longitudinal. Aussi, lorsqu'un transducteur seul est excité (prenons x), le déplacement a une composante horizontale $\underline{\xi}_x^x$ et une composante verticale $\underline{\xi}_z^x$ déphasée de $\pi/2$ par rapport à la première, ce qui donne lieu aux fameuses trajectoires elliptiques des points de la surface [125] [37] illustrées en figure III.5 (a)

$$\underline{\xi}_s^{+x} = \frac{1}{2} e^{i(\omega t - k_s^x x)} \begin{pmatrix} -\xi_x^x \\ 0 \\ i\xi_z^x \end{pmatrix}$$

Par contre, il nous semble naturel que si l'IDT en regard émet à sa place, le champ vectoriel de déplacement sera symétrique par rapport au plan $(O\mathbf{e}_y\mathbf{e}_z)$, donc en l'absence de déphasage inter-émetteurs ϕ , $\underline{\xi}_s^{-x} \cdot \mathbf{e}_x = -\underline{\xi}_s^{+x} \cdot \mathbf{e}_x$ et $\underline{\xi}_s^{-x} \cdot \mathbf{e}_y = +\underline{\xi}_s^{+x} \cdot \mathbf{e}_y$. Ceci s'écrit donc

$$\underline{\xi}_s^{-x} = \frac{1}{2} e^{i(\omega t + k_s^x x)} \begin{pmatrix} \xi_x^x \\ 0 \\ i\xi_z^x \end{pmatrix}$$

ce qui entraîne une trajectoire elliptique opposée à la première. Ainsi, le déplacement

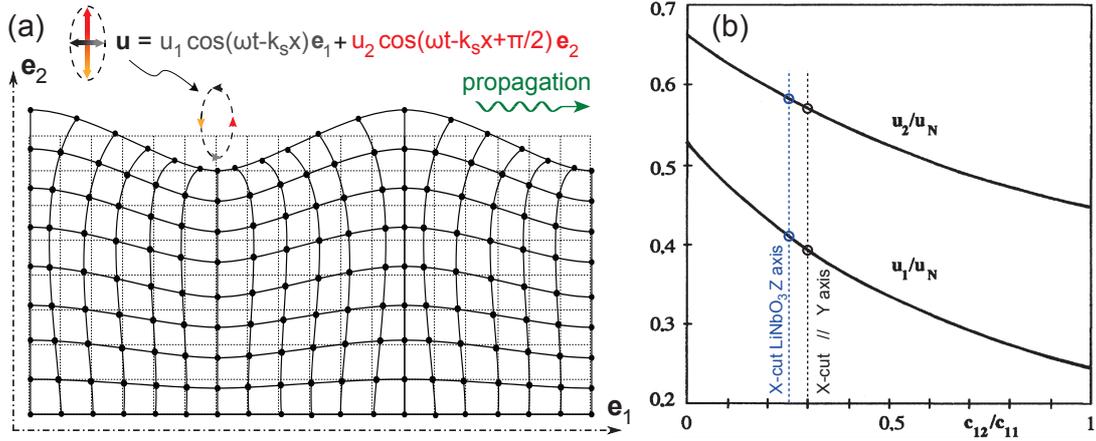


FIGURE III.5 – Figure illustrant le déplacement de la surface du cristal. Correspondance des notations : $\mathbf{u} = \xi$, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_x$ et $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_y$. Schéma (a) fortement inspiré de CHEEKE [37], représentant le déplacement particulière d'un point de la surface excitée par une onde propagative de RAYLEIGH. (b) Tiré de ROYER *et al.*[125]. Pour une onde de RAYLEIGH se déplaçant dans un plan ($O\mathbf{e}_x\mathbf{e}_y$) sur un cristal isotrope, déplacements vertical u_2 et horizontal u_1 normalisés en fonction du rapport des modules d'élasticité en cisaillement c_{12} et en traction-compression c_{11} . Le facteur de normalisation u_N est celui de l'expression II.32, à savoir $u_N = (2P_R/\rho_s w_{IDT} \omega (c_s)^2)^{1/2}$ où P_R est la puissance acoustique de l'onde de surface.

total de la surface du cristal s'écrit pour cet axe

$$\underline{\xi}_s^x = \underline{\xi}_s^{+x} + \underline{\xi}_s^{-x} = e^{i(\omega t + \pi/2)} \begin{pmatrix} \xi_x^x s_x \\ 0 \\ \xi_z^x c_x \end{pmatrix}$$

La trajectoire des points de la surface excitée par une onde stationnaire n'est donc pas une ellipse mais un segment puisque les composantes verticales se compensent pour les deux ondes contrapropagatives la constituant. Cette expression est en désaccord avec les modèles de HAAKE [67] et de NAMA *et al.*[110] qui supposent le déplacement vertical antisymétrique par rapport à l'horizontale de sorte que les deux ondes donnent lieu à des trajectoires elliptiques parcourues dans le même sens, ce qui correspondrait pour nous à un déphasage inter-émetteurs $\phi = \pi$. Mais l'importance de ceci reste toute relative car nous allons voir que seule la composante verticale du déplacement transmet de l'énergie acoustique directement au fluide, la composante horizontale n'intervenant qu'en moyenne, et de façon séparée pour les effets d'écoulement redressé au niveau de cette surface.

Le rapport des amplitudes verticales et horizontales peut être calculé en connaissant les rigidités de cisaillement et de compression du matériau. Celui-ci est généralement supérieur à l'unité si bien que les ellipses de déplacement particulière de la surface (voir fig. III.5 (a)) sont le plus souvent allongées dans le sens de la hauteur. Nous ferons par la suite l'hypothèse que le niobate de lithium, dans sa coupe X, est suffisamment peu anisotrope entre les directions de propagation Y et Z pour le considérer isotrope. Cette

approximation est valable car l'anisotropie en vitesses de propagation n'est que de 7% d'apr es la figure II.11 (b). Sous cette hypoth ese le rapport d'amplitudes de vibration verticales et horizontales peut s'exprimer simplement en fonction du rapport c_{21}/c_{22} o u c est la matrice de rigidit e du mat eriel [161], [125]. D'apr es les mesures de WARNER *et al.*[164] (qui ont justement servi de banque de donn ee   CAMPBELL *et al.*[32] [33], voir figure II.11), $c_{21} = c_{12} = 53$ GPa et $c_{22} = c_{11} = 203$ GPa, donc $c_{21}/c_{22} \approx 0,25$. Notons que suivant y le rapport entrant en jeu est c_{31}/c_{33} avec $c_{31} = c_{13} = 75$ GPa et $c_{33} = 245$ GPa donc $c_{31}/c_{33} \approx 0,3$. Les courbes en figure III.5, tirées de [125] pour une surface libre, permettent de d eduire par lecture graphique que $\xi_{0x}^x/\xi_{0z}^x \approx 0,7$ et $\xi_{0y}^y/\xi_{0z}^y \approx 0,65$, proche de la valeur 0,6 couramment utilis ee en simulations num eriques pour une surface charg ee d'eau [82] [110], que nous retenons pour la suite.

Passons d esormais au cas 2D o u deux ondes orthogonales excitent la surface du solide. Dans l'hypoth ese d'un cristal isotrope, on notera

$$\varsigma = \xi_{0y}^y/\xi_{0z}^y = \xi_{0x}^x/\xi_{0z}^x \approx 0,6 \quad (\text{III.5})$$

Sous les hypoth eses pr ec edentes la vibration du cristal peut s'écrire (dans la base Cart esienne prise par d efaut)

$$\underline{\xi}_{-s} = e^{i\omega t + \pi/2} \begin{pmatrix} \varsigma \xi_{0z}^x s_x \\ \varsigma \xi_{0z}^y s_y e^{i\varphi} \\ \xi_{0z}^x c_x + \xi_{0z}^y c_y e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (\text{III.6})$$

On reconnaît alors le d eplacement vertical r eel II.1 illustrée en figure II.2 pour une phase $\varphi = \pi/2$. Nous verrons par la suite que le rayonnement vertical de l'onde dans le fluide (qui s'approche fortement un faisceau de BESSEL h elico idal avant r eflexion sur l'interface en $z = h$ repr esent e en figure II.3 (a)) permet de transmettre de la quantit e de moment cin etique d es lors qu'une partie de l'onde est absorb ee ou att enu ee, comme le d emonstrent HEFNER et MARSTON [70]. Notons par ailleurs que le couplage des modes transverses et longitudinaux pour une onde de RAYLEIGH fuyante est tel que les ventres de vibration verticale co incident avec les n oeuds de vibration tangentielle de la surface, et inversement.

Au premier ordre en th eorie des perturbations, les champs sont évaluées sous écoulement parfait et irrotationnel, et la viscosit e ne doit pas être prise en compte [25] puisque le rapport des quantit es instationnaires et visqueuses associée au premier ordre est

$$\frac{\left\| \rho_m \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}_1}{\partial t} \right\|}{\left\| \eta_m \Delta \underline{\mathbf{v}}_1 \right\|} \approx \frac{\rho_m \lambda_m^2 f}{\eta_m} \approx 10^5 \gg 1$$

Dans laavit e, ces champs peuvent être calculées en suivant la m ethode inspir ee de HAAKE [67], qui consiste à d ecomposer la vibration du cristal en une somme de quatre ondes planes progressives deux-à-deux contrapropagatives, chacune rayonnant dans le fluide avec un angle de RAYLEIGH θ_R . L'émission se fait alors suivant la normale au cristal (voir sous-section 2.1). Par ailleurs on a vu (figure II.27) que le plafond de laavit e peut être

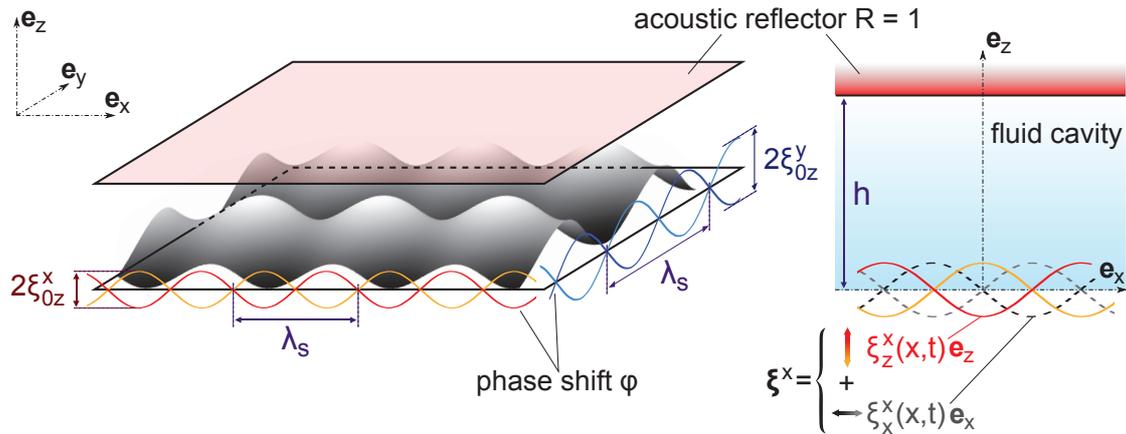


FIGURE III.6 – Schéma résumant les hypothèses du modèle 3D ici considéré : deux ondes de déplacement stationnaires orthogonales de même fréquence excitent la surface du cristal en $z = 0$ et sont déphasées de φ . Le cristal est supposé isotrope $\lambda_s^x = \lambda_s^y = \lambda_s$. Un réflecteur acoustique parfait de coefficient de réflexion en amplitude réel $R = 1$ est situé à $z = h$, parallèle à la surface du cristal.

en verre ou en PDMS. Le coefficient de réflexion d'une onde acoustique sous incidence normale est très différent dans les deux cas. Pour une lamelle de verre borosilicaté (d'épaisseur $150 \mu\text{m}$), le fournisseur donne un module d'YOUNG $E_{\text{verre}} = 63 \text{ GPa}$, un coefficient de POISSON $\nu_{\text{verre}} = 0,2$ et une masse volumique $\rho_{\text{verre}} = 2200 \text{ kg.m}^{-3}$, d'où l'on déduit la vitesse c_{verre} des ondes longitudinales [87]

$$c_{\text{verre}} = \sqrt{\frac{1 - \nu_{\text{verre}}}{(1 + \nu_{\text{verre}})(1 - 2\nu_{\text{verre}})} \frac{E_{\text{verre}}}{\rho_{\text{verre}}}} = 5600 \text{ m.s}^{-1}$$

Pour une fréquence $f \approx 40 \text{ MHz}$ la longueur d'onde dans le verre est d'environ $150 \mu\text{m}$, égale à l'épaisseur de la lamelle. Bien que la lamelle ne s'apparente donc pas à un milieu semi-infini, nous supposons pour simplifier l'étude que cette épaisseur est suffisante pour faire cette approximation pour l'onde incidente, et le coefficient de réflexion sous incidence normale $|R|$ est

$$|R| = \left| \frac{\rho_{\text{verre}}c_{\text{verre}} - \rho_m c_m}{\rho_{\text{verre}}c_{\text{verre}} + \rho_m c_m} \right|$$

environ égal à $|R| \approx 0,8$ pour de l'eau et $|R| \approx 0,9$ pour l'éthanol. L'onde réfléchie revient ensuite sur le niobate de lithium, de masse volumique deux fois supérieure au verre et de propriétés élastiques similaires, donnant lieu à un coefficient de réflexion encore supérieur. On comprend alors que grâce à l'insert en verre au-dessus de la cavité on évite la fuite d'énergie et l'on permet donc aux champs acoustiques d'être très élevés sous faible tension (sous conditions résonantes). D'un point de vue expérimental, nous constatons que la tension à imposer aux bornes des IDT pour piéger des objets, de taille et de facteur acoustophorétique donnés et sous débit fixé, est 2 à 3 fois moins importante en présence de réflecteur acoustique. Nous simplifions la modélisation par la suite en considérant le coefficient de réflexion unitaire aux deux parois $z = 0$ et $z = h$.

Le second cas expérimental est celui d'un plafond de cavité en PDMS, de coefficient

de r eflexion sous incidence normale $|R| \approx 0,2$ pour l'eau. Ce cas a  t e étudiée en d etails par NAMA *et al.*[110] à l'aide de simulations num eriques, tant vis-à-vis du potentiel de GOR'KOV que des écoulements redressées. Un mod ele analytique peut être dressée pour étudier ce cas, et l'étude comparative des pr edictions ainsi obtenues montre un accord parfait avec les r esultats num eriques de NAMA *et al.*, à la diff erence pr es que nous ne r esolvons pas l'écoulement redressée dans la couche limite visqueuse. Ce mod ele ne sera pas retranscrit dans ce manuscrit mais la m ethode, ainsi valid ee, est exactement la m eme que celle qui sera appliqu ee par la suite pour le plafond de verre, qui sera l'objet de la suite de l'étude.

Pour le cas o u les deux parois horizontales sont suppos ees totalement r efl echissantes, on a vu en expression II.10 que chaque point de la surface émet un faisceau vertical se propageant avec un nombre d'onde k_{mz} . L'écoulement étant irrotationnel au premier ordre, il d erive d'un potentiel de vitesse $\underline{\psi}_1$, imposée en $z = 0$ (d eplacement vertical imposée par le cristal) et en $z = h$ (d eplacement nul), et puisqu'il est parfait seul le mouvement vertical de la surface doit être continu entre le cristal et le fluide. En g en eralisant le r esultat de HAAKE [67] à une excitation du cristal suivant deux axes orthogonaux on montre que

$$\underline{\psi}_1 = \frac{i\omega}{k_{mz}s_h} \underline{\xi}_{sz}(x, y, t)c_{z-h} \quad (\text{III.7})$$

o u c_{z-h} (resp. s_{z-h}) sont des abr eviations pour $\cos(k_{mz}(z-h))$ (resp. pour $\sin(k_{mz}(z-h))$). Le D'Alembertien de $\underline{\psi}_1$ est nul, ce qui est classique pour une somme de produits de cosinus suivant des axes orthogonaux correspondant à des modes dits multiplicatifs. On v erifie que le d eplacement fluide $\underline{\xi}_1 = \frac{1}{i\omega} \nabla \underline{\psi}_1$ qui a pour projection verticale

$$\underline{\xi}_{1z} = \frac{-1}{s_h} \underline{\xi}_{sz}(x, y, t)s_{z-h}$$

respecte bien $\underline{\xi}_{1z} = \underline{\xi}_{sz}$ en $z = 0$ et $\underline{\xi}_{1z} = 0$ en $z = h$. Le d eplacement tangentiel ($\underline{\xi}_{1x}$ et $\underline{\xi}_{1y}$) n'est quant à lui pas continu à l'interface, glissement qui est autorisée sous l'hypoth ese d'écoulement parfait. Il est finalement important de remarquer que l'amplitude des champs acoustiques diverge si un nombre entier de demi-longueurs d'onde verticale sont plac ees dans la hauteur de la cavit e $k_{mz}h = 0[\pi]$, ce qui est en accord avec le fait que la surface continue à injecter de l'énergie dans un syst eme qui ne peut pas en évacuer dans notre mod ele. Dans le syst eme r eel anisotrope, la longueur d'onde verticale n'est pas exactement la m eme pour les axes cristallins Y et Z   la m eme fr equance. En effet, on voit bien sur la figure II.6 (b) (p. 40) que la longueur d'onde suivant la verticale λ_{mz} est liée à la longueur d'onde horizontale (donc dans le cristal) λ_s par l'interm ediaire de l'angle de RAYLEIGH. Or, la r esonance qui se produit lorsqu'un nombre entier de demi longueurs d'ondes peut être placée dans la hauteur h de la cavit e. Ainsi, pour deux vitesses de propagation diff erentes suivant les axes cristallins Y et Z, la r esonance ne se produit pas à la m eme fr equance pour l'un ou l'autre des deux axes. Toutefois, les coefficients de r eflexion ne sont pas unitaires en pratique, donc l'amplitude des r esonances est largement major ee. On conclue simplement que le plafond de verre permet d'augmenter fortement l'énergie acoustique dans la cavit e pour une tension donn ee.

Les champs d'ordre 1 peuvent finalement être calculées à partir de l'expression III.7

et du déplacement du surface III.6. On note

$$\chi = k_s/k_{mz} = \tan(\theta_R) \approx 0,4 \quad (\text{III.8})$$

(voir expression II.10), alors le champ de vitesse d'ordre 1 s'écrit

$$\underline{\mathbf{v}}_1 = \frac{\omega}{s_h} e^{i\omega t} \begin{pmatrix} \xi_{0z}^x \chi s_x c_{z-h} \\ \xi_{0z}^y \chi s_y c_{z-h} e^{i\varphi} \\ (\xi_{0z}^x c_x + \xi_{0z}^y c_y e^{i\varphi}) s_{z-h} \end{pmatrix} \quad (\text{III.9})$$

et le champ de pression d'ordre 1, d'après l'équation d'EULER pour l'écoulement parfait

$$p_{-1} = i \frac{\rho_m \omega^2}{k_{mz} s_h} e^{i\omega t} [\xi_{0z}^x c_x + \xi_{0z}^y c_y e^{i\varphi}] c_{z-h} \quad (\text{III.10})$$

Ces champs théoriques divergent lorsque $\sin(k_{mz}h) = 0$ donc lorsqu'un nombre entier de demi longueurs d'ondes verticales occupent la cavité. Le gain réel observé en conditions expérimentales est évidemment bien inférieur. Le fait que la résonance ne soit pas infinie vient du fait que les deux parois horizontales ne sont pas parfaitement réfléchissantes. A ce propos, on pourrait ajouter que lorsqu'une onde propagative est rayonnée depuis le cristal vers le liquide avec un angle de RAYLEIGH (voir figure II.6 p. 40), elle rencontre le réflecteur en verre et si celui-ci est parfaitement parallèle à la surface du cristal, l'onde revient sur ce dernier avec pour incidence l'angle de RAYLEIGH et redevient donc une onde de surface. D'un autre côté, l'énergie, donc l'amplitude de l'onde de surface augmente alors et elle rayonne plus que si toute son énergie avait été rayonnée et ne lui revenait pas. On peut également imaginer qu'en présence d'un léger angle entre le cristal et la lamelle de verre, l'incidence de l'onde réfléchie ne soit pas tout à fait avec l'angle de RAYLEIGH, or l'admittance en angle pour que l'énergie soit à nouveau convertie en onde de surface est très faible. Cette discussion pourrait être faite pour chercher à connaître de manière prédictive l'amplitude exacte de l'énergie acoustique et de l'amplitude des différents champs dans la cavité. Dans notre cas nous nous contenterons d'analyses par ordre de grandeur, en gardant simplement en tête le fait que ces différents champs acoustiques ne divergent pas en conditions réelles même résonantes dans la verticale de la cavité.

2.2 Force de radiation exercées sur un objet relativement petit

En rajoutant la dimension verticale au problème, on ajoute une modulation des énergies cinétique et potentielle acoustiques de pas $\lambda_{mz}/2 = \pi/k_{mz} = \pi\chi/k_s = \chi\lambda_s/2$ différent de sa modulation horizontale en $\lambda_s/2$. On voit alors que la quantité $k_{mz}a$ n'est pas petite devant l'unité, ce qui implique que le potentiel de GOR'KOV ne peut pas s'écrire sous sa forme historique I.6. Les récentes publications de SAPOZHNIKOV *et al.*[130] et de BARESC *et al.*[12] montrent qu'un développement en puissances de $k_m a$ est nécessaire pour appréhender correctement la force de radiation sur un objet respectant la condition $2a < \lambda_m/2$. Dans notre cas particulier la longueur d'onde horizontale dans le fluide λ_s est différente de la longueur d'onde verticale λ_{mz} , si bien qu'une étude particulière devrait être menée pour étudier les interactions entre les champs incidents et ceux diffusés par un objet, à

la manière de BRUUS [26]. Afin de comprendre la physique du problème nous acceptons d'utiliser les théories classiques et créant un vecteur d'onde arbitraire

$$k_m = \sqrt{k_{mz}^2 + k_s^2} = k_{mz} \sqrt{1 + \chi^2} = \omega/c_m \quad (\text{III.11})$$

Ceci ne pose pas d'incohérence puisque cette définition permet d'allier la relation d'onde effective $k_m = \omega/c_m$ et les notations utilisées en figure II.6 puisque $\lambda_{mz} \cos(\theta_R) = k_m = \lambda_s \sin(\theta_R)$ de sorte que l'on retrouve la définition $k_s = 2\pi/\lambda_s = 2\pi \tan(\theta_R)/\lambda_{mz} = \chi k_{mz}$. Sous nos hypothèses de champ acoustique et d'objet sphérique, la force peut être développée en puissances de $(k_m a)^3$, dont le premier terme dérive du potentiel classique de GOR'KOV [130].

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = -\nabla U_{\text{GK}} + \delta \mathbf{F}_{\text{rad}} \quad (\text{III.12})$$

O   $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$ est une force que nous décidons d'approcher à un $O(k_m a)^9$ près, avec pour nous $(k_m a)^9 \approx 0, 1$. La projection de $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$ suivant un axe \mathbf{e}_i , $i \in x, y, z$ est, d'après SAPOZHNIKOV *et al.*[130]

$$\delta F_{\text{rad}, i} = -\frac{2\pi}{9} \frac{(k_m a)^6}{\rho_m c_m^2 k_m^3} \text{Im} \left[(f_1^2 + f_1 f_2) p_{\underline{z}} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{3}{4} f_2^2 \rho_m^2 c_m^2 \sum_{k=1}^3 \left(v_{k1} \frac{\partial v_{k1}^*}{\partial x_i} \right) \right] + O((k_m a)^9)$$

avec la notation \underline{z}^* pour désigner le complexe conjugué de \underline{z} . Pour un champ acoustique scalaire quelconque \underline{A}_m , la quantité $\text{Im} \left[\underline{A}_m \frac{\partial \underline{A}_m^*}{\partial x_i} \right]$ où $i \in x, y, z$ est relative au taux d'onde propagative. Pour une onde purement propagative où U_{GK} est nul, $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$ est non nul, et l'on retrouve l'expression de la force de pression de radiation classique calculée par GOR'KOV [61] dans le même article. Dans le cas simple d'une onde plane harmonique 1D composée d'une partie stationnaire et d'une partie propagative, $-\nabla U_{\text{GK}}$ est le terme responsable d'un potentiel de piégeage en forme de tôle ondulée lié au taux d'onde stationnaire, et $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$ est irrotationnel (dérivant donc d'un potentiel) et entraîne l'inclinaison de cette tôle ondulée (potentiel décroissant dans le sens de la propagation, quel que soit le facteur acoustophorétique des particules). Cette inclinaison favorise évidemment le dépiégeage des objets, tendant à les pousser dans le sens de la progression de l'onde, et ce d'autant plus que le taux d'onde propagative est élevé. Nous avons décidé de ne pas détailler ici le cas d'un plafond en PDMS pour la cavité, mais on conçoit qu'avec un taux de réflexion de l'ordre de $|R| \approx 0, 2$, le taux d'onde stationnaire est de l'ordre de 35% et le potentiel décroît fortement suivant la verticale, tendant à expulser les particules vers le plafond de la cavité, ce que nous avons beaucoup observé expérimentalement.

Les moyennes temporelles des énergies volumiques acoustiques d'ordre deux, cinétique et potentielle définies en expression III.2 pour des champs de pression et de vitesse réels, peuvent s'exprimer pour une expression complexe des champs d'ordre 1, en utilisant l'égalité III.11

$$\langle e_{p2} \rangle = \frac{p_{\underline{1}} p_{\underline{1}}^*}{4\rho_m c_m^2} = \frac{k_{mz}^2 (1 + \chi^2)}{4\rho_m \omega^2} p_{\underline{1}} p_{\underline{1}}^* \quad \text{et} \quad \langle e_{c2} \rangle = \frac{1}{4} \rho_m \mathbf{v}_{\underline{1}} \cdot \mathbf{v}_{\underline{1}}^*$$

Le potentiel de GOR'KOV s'écrit donc d'après l'identité III.3 comme la somme de ces deux

termes, à savoir

$$\begin{aligned}
 U_{\text{GK}} = & \frac{V_p}{4} \rho_m \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 \left\{ \left[\xi_{0z}^x{}^2 c_x^2 + \xi_{0z}^y{}^2 c_y^2 \right] \left([f_1 (1 + \chi^2) + \frac{3}{2} f_2] c_{z-h}^2 - \frac{3}{2} f_2 \right) \dots \right. \\
 & \left. \dots - \frac{3}{2} f_2 \chi^2 \left(\xi_{0z}^x{}^2 s_x^2 y + \xi_{0z}^y{}^2 s_y^2 \right) c_{z-h}^2 + \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y c_x c_y c_\varphi \left(2f_1 (1 + \chi^2) c_{z-h}^2 - 3f_2 s_{z-h}^2 \right) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{III.13}$$

Le potentiel obtenu ainsi que l'opposé de son gradient sont représentés en figure III.7 pour des billes de polystyrène dans l'eau, d'après les données de MULLER *et al.*[109], et pour deux amplitudes égales $\xi_{0z}^x = \xi_{0z}^y$. Pour ce schéma, le potentiel a été normalisé

par $U_{\text{GK}}^{\sim} = 4\rho_m \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^{-2} \frac{U_{\text{GK}}}{V_p}$. On remarque que le piégeage se fait à la fois suivant des colonnes verticales, qui coupent les plans horizontaux suivant un réseau carré $x, y = \lambda_s/4 [\lambda_s/2]$ (*i.e.* de période $\lambda_s/2$ ou modulo $\lambda_s/2$), et suivant des plans horizontaux que nous appellerons étages de lévitation, placés aux nœuds verticaux de pression d'ordre 1 (pour des objets de facteur acoustophorétique positif) en $(z - h) = \lambda_{mz}/4 [\lambda_{mz}/2]$ d'après l'équation III.10. Ceci est dû à la double modulation horizontale et verticale des champs scalaires dans la cavité (voir expression III.7).

Les principaux gradients poussent les particules vers les étages de lévitation et les colonnes de piégeage, mais le véritable minimum de potentiel acoustique (gradients très faibles au sein d'un étage de lévitation) se trouve à la verticale des maxima de potentiel et donc des ventres de déplacement de la surface. Le modèle simple dressé en écoulement bidimensionnel (figure III.2) impliquait à l'inverse que les minima de potentiel soient situés au niveau des colonnes de piégeage. On observe d'ailleurs un champ de potentiel très proche du bidimensionnel suivant les coupes à $(z - h) = 0 [\lambda_{mz}/2]$, on appellera ces plans où les gradients sont maxima des plans médians en raison du fait qu'ils sont situés entre deux plans de lévitation. En pratique, des objets de gros diamètre $2a > \lambda_{mz}/8 \approx 6 \mu\text{m}$ sont repoussés par les maxima de potentiel et ne peuvent donc pas atteindre les minima absolus du champ, par simple encombrement.

Notons par ailleurs, bien que le calcul n'ait pas été détaillé dans ce manuscrit, que l'influence du matériau du plafond peut être prise en compte dans le modèle en ajoutant un coefficient de réflexion non unitaire en $z = h$. Pour un plafond de PDMS, tel que $|R| \approx 0,2$, le potentiel de Gor'kov linéarisé est illustré en figure III.8 pour une phase quelconque prise arbitrairement à $\varphi = 2\pi/3$. Il est important d'insister sur le fait que dans ce cas le caractère instationnaire de l'onde crée une force vers le haut qui n'est pas représentée ici. On retiendra simplement que si le taux d'onde stationnaire suivant \mathbf{e}_z dans la cavité est inférieur à 50%, alors les minima de potentiel se trouvent au niveau des colonnes de piégeage. Pour un système fortement réfléchissant (figure III.7) on voit numériquement que les maxima de potentiel, à la verticale des ventres de déplacement, s'allongent verticalement d'autant plus que le coefficient de réflexion est faible. Ainsi, pour faire écho à la remarque précédente concernant la limite $2a > \lambda_{mz}/8 \approx 6 \mu\text{m}$ au-delà de laquelle les objets peuvent ne plus atteindre le minimum absolu du champ, on constate que cette limite décroît pour un système réel (pour du verre, $|R| \approx 0,8 \neq 1$).

Revenons au modèle d'une cavité parfaitement réfléchissante, le champ de force est approximé par l'expression III.12. Les gradients sont alors pour la partie potentiel de

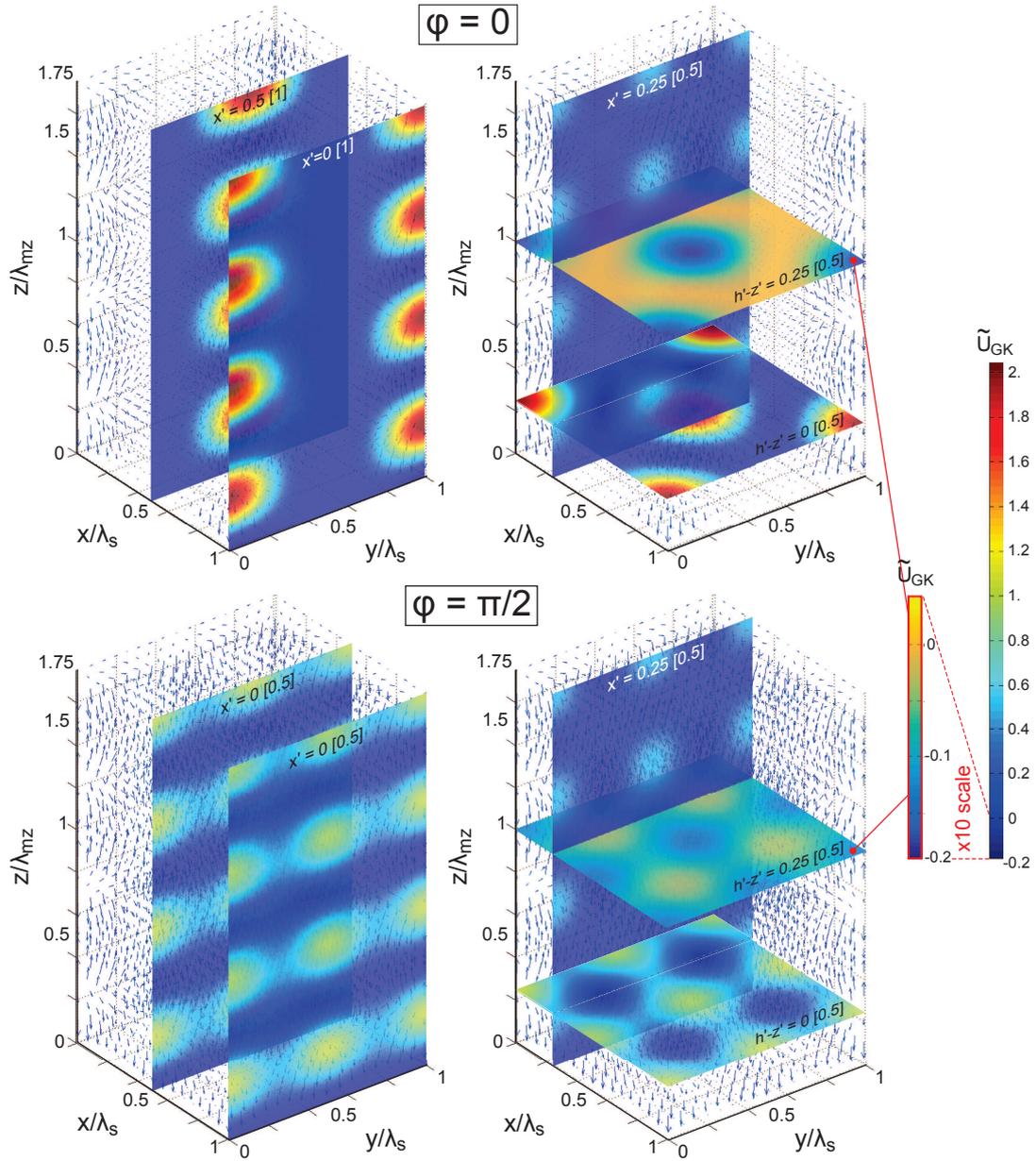


FIGURE III.7 – Tracé du champ de potentiel de Gor'kov adimensionné (voir expression III.13) et du champ de force résultant, pour des billes de PS plongées dans de l'eau ($f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ [109]), soumises à deux ondes stationnaires orthogonales de même amplitude $\xi_{0z}^x = \xi_{0z}^y$ déphasées de φ . Pour le schéma, h est fixé à $1,75\lambda_{mz}$. Notons qu'au niveau des plans de lévitation en $(z - h)/\lambda_{mz} = 1/4$ [1/2], les gradients de potentiel sont tellement faibles que celui-ci est représenté sur une carte de couleur de contraste augmenté dix fois.

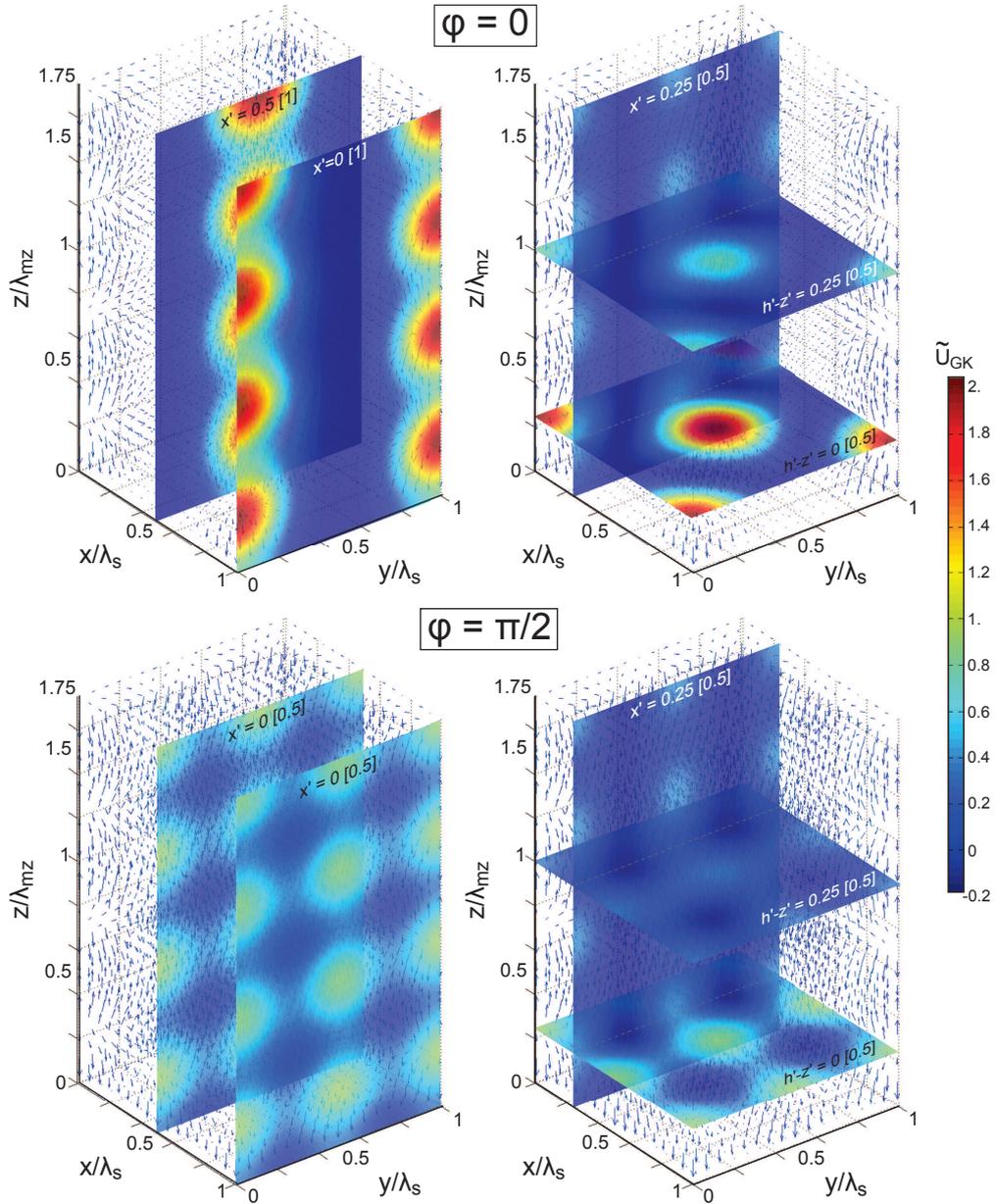


FIGURE III.8 – Tracé du champ de potentiel de Gor'kov adimensionné et du champ de force résultant, pour des billes de PS plongées dans de l'eau ($f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ [109]), soumises à deux ondes stationnaires orthogonales de même amplitude $\xi_{0z}^x = \xi_{0z}^y$ déphasées de φ dans une cavité à plafond en PDMS. Pour le schéma h est fixé à $1,75\lambda_{mz}$.

GOR'KOV

$$\begin{aligned} \nabla \langle e_{p2} \rangle = & -\frac{1}{4} \rho_m k_{mz} (1 + \chi^2) \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 \begin{pmatrix} \xi_{0z}^{x^2} \chi s_{2x} c_{z-h}^2 \\ \xi_{0z}^{y^2} \chi s_{2y} c_{z-h}^2 \\ \left(\xi_{0z}^{x^2} c_x^2 + \xi_{0z}^{y^2} c_y^2 \right) s_{2(z-h)} \end{pmatrix} \\ & -\frac{1}{2} \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \rho_m k_{mz} (1 + \chi^2) \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 c_\varphi \begin{pmatrix} \chi s_x c_y c_{z-h}^2 \\ \chi c_x s_y c_{z-h}^2 \\ c_x c_y s_{2(z-h)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

et

$$\begin{aligned} \nabla \langle e_{c2} \rangle = & \frac{1}{4} k_{mz} \rho_m \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 \begin{pmatrix} \chi \xi_{0z}^{x^2} \left[\chi^2 c_{z-h}^2 - s_{z-h}^2 \right] s_{2x} \\ \chi \xi_{0z}^{y^2} \left[\chi^2 c_{z-h}^2 - s_{z-h}^2 \right] s_{2y} \\ \left(\xi_{0z}^{x^2} (c_x^2 - \chi^2 s_x^2) + \xi_{0z}^{y^2} (c_y^2 - \chi^2 s_y^2) \right) s_{2(z-h)} \end{pmatrix} \\ & -\frac{1}{2} \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y k_{mz} \rho_m \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 c_\varphi \begin{pmatrix} \chi s_x c_y s_{z-h}^2 \\ \chi s_y c_x s_{z-h}^2 \\ -c_x c_y s_{2(z-h)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

et pour $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$,

$$\text{Im} \left(p_{-1} \nabla p_{-1}^* \right) = \chi (1 + \chi^2) \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y k_{mz} \left(\frac{\rho_m \omega c_m}{s_h} \right)^2 c_{z-h}^2 \mathcal{F}_\varphi(x, y) \quad (\text{III.16})$$

et

$$\text{Im} \left[\sum_{k=1}^3 (v_{k1} \nabla v_{k1}^*) \right] = \chi \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y k_{mz} \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 s_{z-h}^2 \mathcal{F}_\varphi(x, y) \quad (\text{III.17})$$

où l'on introduit le champ de vecteurs

$$\mathcal{F}_\varphi(x, y) = s_\varphi \begin{pmatrix} -s_x c_y \\ c_x s_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.18})$$

avec $s_\varphi = \sin(\varphi)$. De divergence nulle, ce champ que nous reverrons par la suite dans la sous-section 2.3 touchant à la vorticité, est tracé pour une phase $\varphi = \pi/2$ en figure III.9. Le champ de couleur correspond à son rotationnel $\nabla \wedge \mathcal{F}_\varphi(x, y) = -2k_s \sin(k_s x) \sin(k_s y) \sin(\varphi)$, et l'on remarque que celui-ci intervient déjà dans l'expression III.4 donnant la dépendance du couple de WANG à la position des objets, et est tracé en figure III.4.

Dans tous les cas étudiés expérimentalement, $f_1 \gg f_2$ de sorte que le terme de préfacteur f_2^2 (expression III.17) peut être négligé devant tous les autres. Le champ de force total dans la cavité est la superposition de l'effet du potentiel de GOR'KOV (voir figure III.7) avec $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$. On voit ici que le champ de force $\delta \mathbf{F}_{\text{rad}}$ est proportionnel à $\mathcal{F}_\varphi(x, y) c_{z-h}^2$ et n'a que des composantes horizontales, et ne peut donc pas sortir les objets des étages de lévitation situés en $(z - h) = \lambda_{mz}/4 [\lambda_{mz}/2]$. Par contre en tous ces étages, $c_{z-h}^2 = 1$ et les particules sont soumises au champ de forces tracé en figure III.9, qui leur donne une trajectoire circulaire autour des colonnes de piégeage. Une dernière

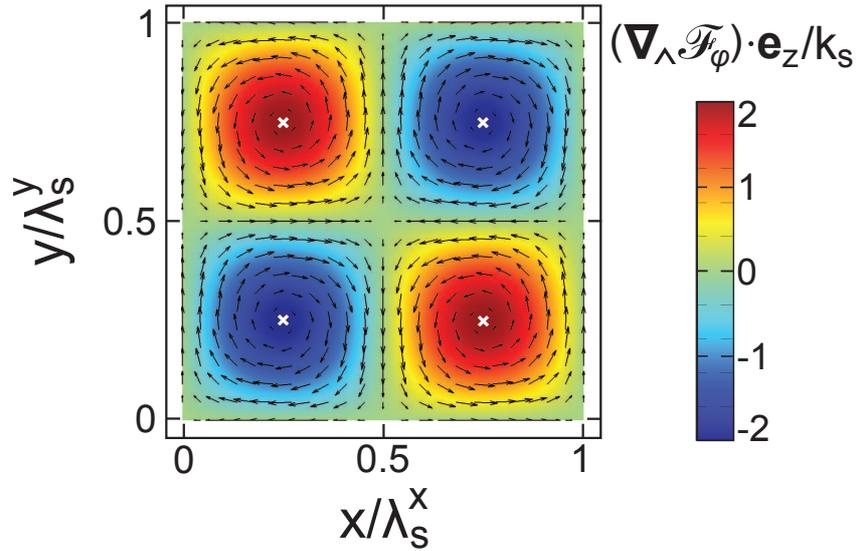


FIGURE III.9 – Tracé du champ vectoriel $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$ défini en expression III.18, pour $\varphi = \pi/2$, et superposition du rotationnel en champ de couleur. Les croix représentent les positions de pièges acoustiques pour des objets de facteur acoustophorétique $\Phi_{ac} > 0$ au niveau d'un plan médian $(z - h) = 0$ [$\lambda_{mz}/2$] où les gradients sont les plus élevés (voir fig. III.7).

remarque concerne la comparaison des préfacteurs des termes dominants de $-\nabla U_{CK}$ et de $\delta \mathbf{F}_{rad}$ (voir expression III.12) : leur rapport est de l'ordre de $\frac{(k_m a)^3}{3} (f_1 + f_2) \approx f_1/5$ pour des objets de l'ordre de $a \approx 5 \mu\text{m}$, ce qui peut être suffisant pour dépiéger les objets de la verticale des ventres de déplacement, où se trouvent les minima absolu de potentiel. Il n'existe donc pas de position stable pour les particules dans les étages de lévitation, et celles-ci tournent autour des colonnes de piégeage, à la verticale des nœuds de vibration de la surface du cristal.

2.3 Forces et couples occasionnés par le *streaming* de surface aux deux interfaces planes et aux parois de l'objet

Forces volumiques

L'écoulement redressé complet peut être calculé numériquement sous réserve de connaître l'expression analytique des forces volumiques dans le fluide et les conditions limites. Notons que dans toute cette sous-section les champs que l'on cherche à déterminer sont ceux d'ordre 2 en théorie des perturbations, de moyenne temporelle non nulle [25]. On néglige ici l'atténuation afin de conserver la condition limite périodique, et donc les écoulements redressés d'ECKART [52] [112], ainsi que la force de pesanteur faible en microfluidique [153]. Si l'on reprend le formalisme de NYBORG [113] et WANG *et al.* [90], l'équation de NAVIER-STOKES s'écrit à l'ordre 2 avec des champs réels

$$\rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} + \rho_0 (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 = -\nabla p_2 + \eta_m \Delta \mathbf{v}_2 \quad (\text{III.19})$$

où les indices décrivent l'ordre de développement en théorie des perturbations, $\rho_0 =$

ρ_m (homogène dans l'espace donc indépendante de la position) et par définition de la compressibilité adiabatique $\rho_1 \approx \kappa_m \rho_m p_1 = \frac{1}{c_m^2} \rho_m p_1$. Par ailleurs l'équation de continuité à l'ordre 1 s'écrit

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}_1) = 0$$

avec ρ_m homogène, de sorte que le premier terme de l'expression III.19 est

$$\rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \mathbf{v}_1) + \rho_m \mathbf{v}_1 (\nabla \mathbf{v}_1) \quad (\text{III.20})$$

Enfin si l'on prend la moyenne temporelle des équations III.19 et III.20 et en remarquant que la dérivé temporelle de quantités harmoniques moyennées est nulle $\frac{\partial}{\partial t} \langle \cdot \rangle = 0$, on peut mettre l'équation de NAVIER-STOKES sous la forme d'une équation de STOKES :

$$\eta_m \Delta \mathbf{u}'_2 = \nabla p'_2 - \mathbf{F}_V \quad \text{avec} \quad \mathbf{F}_V = -\rho_m [\langle (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \rangle + \langle \mathbf{v}_1 (\nabla \mathbf{v}_1) \rangle] \quad (\text{III.21})$$

avec $\mathbf{u}'_2 = \langle \mathbf{v}_2 \rangle$ et $p'_2 = \langle p_2 \rangle$. Cette expression plus classique en microfluidique [153] a aussi l'avantage de s'exprimer de façon explicite uniquement en fonction de quantité du second ordre, et \mathbf{F}_V peut être calculé analytiquement puisque tous les champs l'ordre 1 sont connus. Notons que \mathbf{F}_V est connu sous le nom de contrainte de REYNOLDS et peut aussi s'écrire selon LIGHTHILL $\mathbf{F}_V \cdot \mathbf{e}_i = -\sum_{k=1}^3 \partial \langle \rho v_i v_j \rangle / \partial x_k$ avec $i \in x, y, z$. A l'ordre 2, l'égalité avec la définition donnée en équation III.21 provient de l'incompressibilité du champ de vitesse v_2 .

Notre objectif ici n'est pas de résoudre l'écoulement dans la couche limite visqueuse $\delta_v \ll h$, mais dans la cavité, en dehors de cette couche. Le champ de vitesse d'ordre 1, \mathbf{v}_1 , étant par construction irrotationnel et parfait ([25]), WANG *et al.* [91] montrent que $\nabla \wedge \mathbf{F}_V = \mathbf{0}$. On en conclut que la force volumique dérive d'un potentiel que nous pouvons exprimer en fonction des énergies acoustiques comme pour le potentiel de GOR'KOV. En effet, d'une part, si l'on utilise le caractère irrotationnel de la vitesse \mathbf{v}_1 ,

$$\rho_m \langle (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_1 \rangle = \frac{1}{2} \langle \nabla \mathbf{v}_1^2 \rangle = \nabla \langle e_{c2} \rangle \quad (\text{III.22})$$

D'autre part le second terme de \mathbf{F}_V peut s'exprimer en utilisant l'équation de continuité au premier ordre

$$\rho_m \mathbf{v}_1 (\nabla \mathbf{v}_1) = -\mathbf{v}_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\frac{-\mathbf{v}_1}{c_m^2} \frac{\partial p_1}{\partial t} = -\frac{1}{c_m^2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}_1 p_1) + \frac{p_1}{c_m^2} \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} \quad (\text{III.23})$$

dont le premier terme est de moyenne temporelle nulle (moyenne du produit de deux quantités harmoniques de même fréquence) et le second peut se calculer grâce à l'équation d'EULER au premier ordre

$$\frac{p_1}{c_m^2} \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = -\frac{p_1}{\rho_m c_m^2} \nabla p_1 = -\frac{1}{2\rho_m c_m^2} \nabla p_1^2$$

Ainsi la moyenne temporelle de l'expression III.23 nous permet de montrer que

$$\rho_m \langle \mathbf{v}_1 (\nabla \mathbf{v}_1) \rangle = -\frac{1}{2\rho_m c_m^2} \langle \nabla p_1^2 \rangle = -\nabla \langle e_{p2} \rangle \quad (\text{III.24})$$

de sorte que la force volumique s'exprime simplement, à l'aide des expressions III.22 et III.24 comme dérivant d'une énergie volumique

$$\mathbf{F}_V = -\nabla \langle e_{c2} - e_{p2} \rangle \quad (\text{III.25})$$

Cette écriture sous forme énergétique nous permet de dresser un parallèle avec la force de ГОР'КОВ (expression III.3) exercée sur des objets plongés dans le fluide, puisque cette dernière est pour des objets de fort contraste acoustophorétique ($f_1 \approx f_2 \approx 1$) environ l'opposé de \mathbf{F}_V , comme la poussée d'ARCHIMÈDE est à l'opposé des forces volumiques dans un fluide. On retrouve ainsi un résultat d'abord démontré par LIDTHILL [99] qui montre alors que ce terme est nul pour toute somme d'ondes planes stationnaires. Dans notre cas, les champs d'ordre 1 sont modulés suivant \mathbf{e}_z et ce terme est non trivial. Cette expression III.25 est cruciale pour comprendre la physique du problème. ECKART [52] étudie ce terme dans le volume du fluide, et comme le soulignent VANNESTE et BÜHLER [160], pour traduire les écoulements redressés acoustiques dans l'écoulement il convient d'utiliser l'équation de la vorticité plutôt que celle de NAVIER-STOKES, ce qui correspond simplement à prendre le rotationnel de l'expression III.21. Ainsi si \mathbf{F}_V dérive d'un potentiel, il est de rotationnel nul et ne génère donc aucune vorticité et donc aucun *streaming*.    l'extérieur de la couche limite visqueuse, ce terme pourrait ne pas dériver d'un potentiel si la viscosité de compression était prise en compte dans l'équation de NAVIER-STOKES III.19, et donnerait alors un vent redressé, ou *streaming d'Eckart*, phénomène négligé dans le modèle ici décrit, au regard des faibles distances parcourues par les ondes dans la cavité microfluidique. Le terme \mathbf{F}_V ou contrainte de REYNOLDS correspond ainsi simplement à la pression de radiation dans le fluide, mais ne génère aucun écoulement redressé puisqu'il n'y a aucune source de dissipation.

Dans notre cas concret, les gradients d'énergies volumiques cinétique et potentielle ont été exprimés en III.14 et III.15. On vérifie l'égalité $\nabla \langle e_{c2} \rangle = \frac{1}{2} \rho_m \text{Re} \left[(\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1^* \right]$ (  quation III.22), mais notons que la seconde égalité $\nabla \langle e_{p2} \rangle = -\frac{1}{2} \rho_m \text{Re} \left[\mathbf{v}_1 (\nabla \cdot \mathbf{v}_1^*) \right]$ (  quation III.24) n'  st valide que si le cristal est supposé isotrope $\lambda_s^x = \lambda_s^y$, hypothèse que nous avons prise ici. Dans le cas contraire, l'erreur relative commise est $(\lambda_s^x - \lambda_s^y) / \sqrt{\lambda_s^x \lambda_s^y} \approx 6\%$ très faible pour les orientations cristallines choisies du niobate de lithium.

Vitesses de glissement aux parois

Nous allons dans ce paragraphe parler de vitesse de glissement aux parois, ce qui peut paraître paradoxal pour un écoulement visqueux. Il est donc important de définir le glissement ici entendu. Nous avons vu en chapitre introductif (fig. I.3 p. 18) que dans la couche limite visqueuse très fine à proximité de la paroi (dite couche de STOKES) l'écoulement passe d'une vitesse nulle à la vitesse dite infinie ou limite, qui est celle décrite par RAYLEIGH dans son article historique [117] comme un glissement. Si l'on désire résoudre l'écoulement à l'échelle de la couche limite visqueuse, la résolution complète

du *streaming* de SCHLICHTING est nécessaire, mais vu de loin si l'on ne souhaite regarder que l'effet permanent de l'écoulement acoustique, on peut assimiler le problème à un écoulement de COUETTE avec une paroi mobile, ou de façon équivalente une paroi fixe mais un glissement imposé. Ceci est illustré sur la figure III.10.

La résolution de l'écoulement d'ordre deux dans la cavité peut être faite de deux façons. La première consiste à imposer le non glissement aux différentes interfaces, de sorte à assurer la continuité des champs de déplacement ce qui impose de résoudre le champ dans la couche limite visqueuse d'épaisseur $\delta_v \ll h$. Cette méthode, employée entre autres par NAMA *et al.*[110], ne présente aucun intérêt particulier si l'on n'a pas besoin de connaître précisément le champ de vitesse très à proximité des parois. Par contre, elle présente l'inconvénient de devoir mailler spécifiquement la proximité des parois (jusqu'à environ $3 - 5\delta_v$, voir figure I.3 (e)) de façon très fine (mailles inférieures à $0,3\delta_v$, d'après [110]) ce qui a un coût de calcul très important. L'autre solution est de ne résoudre l'écoulement qu'à l'extérieur de la couche limite comme nous l'avons vu en sous-section 1.2. La couche étant très fine, on assimile la paroi à l'extérieur de la couche ce qui permet de considérer, en quelque sorte, un glissement à la paroi. Nous allons donc calculer les conditions aux limites en $z = h$ et en $z = 0$.

L'une et l'autre de ces deux interfaces sont planes, si bien que les modifications au modèle de NYBORG [113] proposées par WANG *et al.*[90] afin de tenir compte de la courbure de la surface n'entrent pas en compte. Par contre, ces deux modèles sont dérivés pour une surface immobile, que nous qualifierons d'inactive, comme la surface en $z = h$. Par opposition, une surface vibrante comme celle en $z = 0$ sera appelée active, et l'écoulement redressé généré par cette dernière n'est pas correctement traduit par la théorie classique. Le récent article de VANNESTE et B  HLER [160] propose une résolution analytique de l'écoulement redressé généré par de telles surfaces, s'intéressant particulièrement au cas des ondes acoustiques de surface. La méthode utilisée diffère légèrement de celle des deux premiers documents cités par la préférence des équations de vorticité (rotationnel de NAVIER-STOKES), qui en assurent la continuité. La résolution complète dans la couche limite visqueuse est effectuée en description Lagrangienne mais nous ne nous intéressons qu'   au raccord à l'infini, dans le volume de la cavité en dehors de cette couche limite.

Dans l'optique d'une résolution analytique nous nous intéressons ici aux champ Eulériens. Les moyennes temporelles des champs Eulériens et Lagrangiens diff  rent d'une quantité appelée terme correctif STOKES, ou dérive de STOKES lorsqu'il s'agit du champ de vitesse [151], [99]. Ce dernier s'écrit $\mathbf{u}'^D = \langle \mathbf{v} \rangle^L - \langle \mathbf{v} \rangle^E$ avec $\langle \mathbf{v} \rangle^L$ moyenne Lagrangienne du champ de vitesse et $\langle \mathbf{v} \rangle^E = \mathbf{u}'$ moyenne Eulérienne. Un développement de TAYLOR du premier ordre en déplacement permet d'identifier [92] $\mathbf{u}'^D \approx \langle (\xi \cdot \nabla) \mathbf{v} \rangle$ ce qui s'écrit au second ordre en théorie des perturbations

$$\mathbf{u}'_2^D \approx \langle (\xi_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \rangle = \text{Re} \left[\frac{1}{2i\omega} (\underline{\mathbf{v}}_1 \cdot \nabla) \underline{\mathbf{v}}_1^* \right] = \frac{1}{2\omega} \text{Im} \left[(\underline{\mathbf{v}}_1 \cdot \nabla) \underline{\mathbf{v}}_1^* \right]$$

Dans notre cas on calcule donc

$$\mathbf{u}'_2^D \approx \frac{1}{2} \chi k_{mz} \omega \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \left(\frac{s_{z-h}}{s_h} \right)^2 \mathcal{F}_\varphi(x, y) \quad (\text{III.26})$$

avec $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$ défini en III.18.

Suivant la méthode de VANNESTE *et al.*[160] pour l'interface en $z = 0$, on introduit les demi-vitesses relatives d'ordre 1 du fluide par rapport au cristal qui s'expriment, d'après les équations III.9 et III.6

$$\begin{cases} \underline{V}_x(x, y, t) = \frac{1}{2}(\underline{\mathbf{v}}_1 - \underline{\boldsymbol{\xi}}) \cdot \mathbf{e}_x = \frac{1}{2}(\chi t_h^{-1} + \varsigma) \omega \xi_{0z}^x s_x e^{i\omega t} \\ \underline{V}_y(x, y, t) = \frac{1}{2}(\underline{\mathbf{v}}_1 - \underline{\boldsymbol{\xi}}) \cdot \mathbf{e}_y = \frac{1}{2}(\chi t_h^{-1} + \varsigma) \omega \xi_{0z}^y s_y e^{i(\omega t + \varphi)} \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

où $t_h^{-1} = 1/\tan(k_{mz}h)$. La moyenne Lagrangienne de la vitesse d'ordre 2 s'écrit alors au-delà de la couche limite visqueuse

$$\langle \mathbf{v} \rangle^L(z \rightarrow 0) = -\frac{1}{\omega} \text{Re} \begin{pmatrix} 3(1+i)\underline{V}_x \frac{\partial V_x^*}{\partial x} + (2+i)\underline{V}_x \frac{\partial V_y^*}{\partial y} + 2i \left(3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \underline{V}_x^* \\ 3(1+i)\underline{V}_y \frac{\partial V_y^*}{\partial y} + (2+i)\underline{V}_y \frac{\partial V_x^*}{\partial x} + 2i \left(3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \underline{V}_y^* \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.28})$$

où $\underline{\psi}_1$ est le potentiel de vitesse d'ordre 1 (voir expression III.7). Dans notre cas on calcule terme à terme pour la composante suivant \mathbf{e}_x

$$\begin{cases} -\text{Re} \left[\frac{3(1+i)}{\omega} \underline{V}_x \frac{\partial V_x^*}{\partial x} \right] & = & -\frac{3}{8} \chi \xi_{0z}^x{}^2 \omega k_{mz} (\chi t_h^{-1} + \varsigma)^2 s_{2x} \\ -\text{Re} \left[\frac{2+i}{\omega} \underline{V}_x \frac{\partial V_y^*}{\partial y} \right] & = & -\frac{1}{4} \chi \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y k_{mz} \omega (\chi t_h^{-1} + \varsigma)^2 s_x c_y [2c_\varphi + s_\varphi] \\ -\text{Re} \left[\frac{2i}{\omega} \left(3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \underline{V}_x^* \right] & = & -(1 - \chi^2) \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \omega k_{mz} (\chi t_h^{-1} + \varsigma) t_h^{-1} s_x c_y s_\varphi \end{cases}$$

Les mêmes calculs pour la composante \mathbf{e}_y permettent, une fois injectés dans l'équation III.28, de connaître $\langle \mathbf{v} \rangle^L(z \rightarrow 0)$. Par définition de la dérive de STOKES, $\mathbf{u}'_2 = \langle \mathbf{v}_2 \rangle^L - \mathbf{u}'_2{}^D$ et donc en utilisant l'expression III.26 de $\mathbf{u}'_2{}^D$, on calcule au niveau de la surface $z = 0$

$$\frac{\mathbf{u}'_2(z \rightarrow 0)}{\frac{\omega}{4} k_{mz} \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y} = -g_{\chi, \varsigma}^{(1)}(k_{mz}h) \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \frac{\xi_{0z}^x}{\xi_{0z}^y} s_{2x} + 2s_x c_y c_\varphi \\ \frac{3}{2} \frac{\xi_{0z}^y}{\xi_{0z}^x} s_{2y} + 2c_x s_y c_\varphi \\ 0 \end{pmatrix} + g_{\chi, \varsigma}^{(2)}(k_{mz}h) \mathcal{F}_\varphi(x, y) \quad (\text{III.29})$$

avec

$$\begin{cases} g_{\chi, \varsigma}^{(1)}(k_{mz}h) = \chi (\chi t_h^{-1} + \varsigma)^2 \\ g_{\chi, \varsigma}^{(2)}(k_{mz}h) = (\chi t_h^{-1} + \varsigma) [4(1 - \chi^2) t_h^{-1} + \chi (\chi t_h^{-1} + \varsigma)] - 2\chi \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

Si l'on définit un rotationnel 2D et un divergent 2D dans un plan horizontal, tels que

pour un champ de vecteurs quelconque $\underline{\mathbf{f}}$,

$$\begin{cases} \operatorname{div}_{2D}(\underline{\mathbf{f}}) = \frac{\partial f_{-x}}{\partial x} + \frac{\partial f_{-y}}{\partial y} \\ \operatorname{rot}_{2D}(\underline{\mathbf{f}}) = \left[\frac{\partial f_{-y}}{\partial x} - \frac{\partial f_{-x}}{\partial y} \right] \cdot \mathbf{e}_z \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

alors l'expression III.29 est directement mise sous la forme d'une décomposition de HELMOLTZ 2D puisque le premier terme ne fait apparaître aucun rotationnel 2D et le second est de divergent 2D nul. Nous reviendrons par la suite sur le rôle de ces deux termes.

En $z = h$, la demi-vitesse relative d'ordre 1 du fluide par rapport à la lame de verre immobile s'écrit simplement

$$\begin{cases} \underline{V}_x(x, y, t) = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{e}_x = \frac{1}{2} \frac{\omega}{s_h} \xi_{0z}^x \chi s_x e^{i\omega t} \\ \underline{V}_y(x, y, t) = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{e}_y = \frac{1}{2} \frac{\omega}{s_h} \xi_{0z}^y \chi s_y e^{i(\omega t + \varphi)} \end{cases}$$

ce qui injecté dans l'équation III.28 permet de calculer la moyenne Lagrangienne de vitesse de glissement à la paroi. On calcule notamment pour la composante suivant \mathbf{e}_x

$$\begin{cases} -\operatorname{Re} \left[\frac{3(1+i)}{\omega} \underline{V}_x \frac{\partial V_{x^*}}{\partial x} \right] = -\frac{3}{8} \chi \xi_{0z}^x{}^2 \omega k_{mz} \left(\frac{\chi}{s_h} \right)^2 s_{2x} \\ -\operatorname{Re} \left[\frac{2+i}{\omega} \underline{V}_x \frac{\partial V_{y^*}}{\partial y} \right] = -\frac{1}{4} \chi \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \omega k_{mz} \left(\frac{\chi}{s_h} \right)^2 s_x c_y [2c_\varphi + s_\varphi] \\ -\operatorname{Re} \left[\frac{2i}{\omega} \left(3 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} \right) \underline{V}_{x^*} \right] = -(1 - \chi^2) \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \omega k_{mz} \frac{\chi}{s_h^2} s_x c_y s_\varphi \end{cases}$$

Finalement, la moyenne Eulérienne de cette vitesse est directement égale à la moyenne Lagrangienne puisque dans le cas particulier de la surface de verre en $z = h$, $\mathbf{u}'^D = \mathbf{0}$, d'où

$$\frac{\mathbf{u}'_2(z \rightarrow h)}{\frac{\omega}{4} k_{mz} \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y} = -g_{\chi, \varsigma}^{(3)}(k_{mz}h) \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \frac{\xi_{0z}^x}{\xi_{0z}^y} s_{2x} + 2s_x c_y c_\varphi \\ \frac{3}{2} \frac{\xi_{0z}^y}{\xi_{0z}^x} s_{2y} + 2c_x s_y c_\varphi \\ 0 \end{pmatrix} + g_{\chi, \varsigma}^{(4)}(k_{mz}h) \mathcal{F}_\varphi(x, y) \quad (\text{III.32})$$

avec

$$\begin{cases} g_{\chi, \varsigma}^{(3)}(k_{mz}h) = \chi \left(\frac{\chi}{s_h} \right)^2 \\ g_{\chi, \varsigma}^{(4)}(k_{mz}h) = \frac{\chi}{s_h^2} [\chi^2 + 4(1 - \chi^2)] \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

L'expression III.32 se met donc sous forme absolument analogue à la condition limite en $z = 0$ III.29. La condition limite calculée par ailleurs en suivant le formalisme de WANG *et al.* [89], plus adapté que celui de NYBORG [112] car acceptant directement des arguments complexes, donne strictement le même résultat pour cette surface passive.

Le champ de vitesse moyen d'ordre 2 dans la cavité a pour ordre de grandeur de vélocité $\mathbf{u}'_2 \approx \omega k_m \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y$ ce qui est de l'ordre de quelques centaines de $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour un déplacement vertical maximal de $\xi_{0z}^x \approx \xi_{0z}^y \approx 5 \text{ nm}$. Le nombre de REYNOLDS dans cette condition extrême est inférieur à 0,1, l'écoulement est donc peu turbulent, ce pourquoi on l'a décrit par une équation de STOKES (éq III.21). Les deux conditions limites s'écrivent de la même façon, avec un premier terme de rotationnel 2D nul, qui générera de la vorticité dite hors plan, et un second terme de divergent 2D nul, qui g  n  rera de la vorticité verticale, donc un champ de rotationnel vertical. Le fait d'avoir un problème linéaire permet d'étudier séparément les écoulements créés par l'une et l'autre de ces deux conditions limite. On s'intéresse d'abord au second terme, proportionnel à $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$ tracé en figure III.9. La conservation de la vorticité dans la cellule implique que le rotationnel évolue de façon continue entre les deux surfaces. La forme du champ de vorticité, représentée en couleur sur la figure, montre que l'on peut s'attendre à un caractère tourbillonnaire de l'écoulement, pour lequel les sens de rotations s'inversent à chaque demi-période de la surface. On s'attend également à ce que la vorticité verticale soit maximale au niveau des colonnes de piégeage, c'est-à-dire à la verticale des nœuds de vibration verticale de la surface. Ceci est en accord avec l'image de la pente tournante (gradient du déplacement vertical de la surface du cristal) donnée en figure II.2, elle aussi maximale au niveau des nœuds de déplacement vertical. On soulignera au passage l'énorme potentiel applicatif d'un tel champ acoustique, permettant de générer de la vorticité sous faible nombre de REYNOLDS dans un circuit microfluidique, permettant donc un mélange bien plus efficace que celui classiquement permis par la diffusion sous faible nombre de PÉCLET, ce qui est une des applications courantes des ondes de surface [102].

Contrairement au second, le premier terme des équations III.32 et III.29, irrotationnel, a un divergent 2D non nul. La conservation de la masse implique donc que le fluide, longeant la surface à cause des conditions de glissement imposées, s'écoule suivant la normale à la surface. La figure III.10, inspirée de [94], illustre l'équivalence que nous avons faite en ne considérant que le problème à l'extérieur de la couche limite visqueuse, dans le cas où une seule direction est excitée. A proximité du point A, situé nous le verrons par la suite au niveau d'un nœud de déplacement vertical (ventre de déplacement tangentiel) de la surface, l'écoulement vertical est vers la surface, ce qui ne remet pas en question la condition limite de non pénétration $\mathbf{u}'_2 \cdot \mathbf{e}_z = 0$ sur l'interface. De l'autre côté, à proximité du point B, situé au niveau d'un ventre de déplacement vertical (nœud de déplacement tangentiel) de la surface l'écoulement vertical se fait vers la cavité, dans le sens opposé au précédent. Ceci est en accord avec le raisonnement physique de LEE *et al.* [90] qui étudie le cas d'une onde sonore unidimensionnelle perpendiculaire à une surface, et montre que l'écoulement redressé à l'extérieur de la couche limite fuit les ventres de vitesse (nœuds de pression d'après l'équation d'EULER correspondant à nos colonnes de piégeage) vers les nœuds (ventres). Cette alternance de flux verticaux opposés génère dans la cavité de la vorticité suivant \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y .

Une illustration qualitative peut être donnée si l'on considère le cristal excité par une seule onde, imposons par exemple $\xi_{0z}^y = 0$. Dans ce cas la normalisation effectuée pour

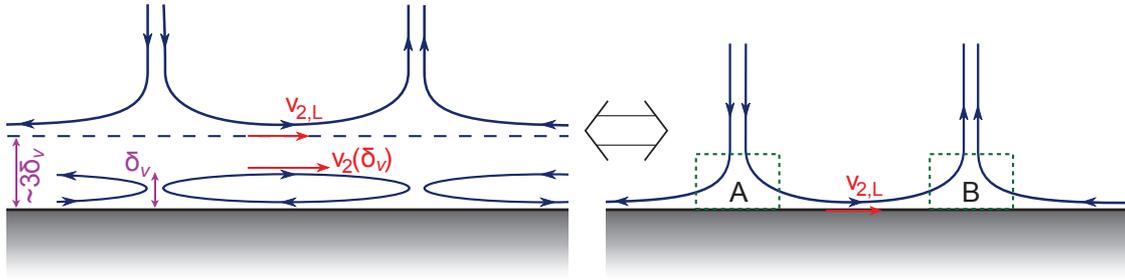


FIGURE III.10 –  quivalence loin en dehors de la couche limite visqueuse entre une résolution complète de la couche limite et un glissement imposé à la paroi, suivant les notations de NYBORG (voir figure I.3 (d), (e)). Figure fortement inspirée de LEI *et al.* [94].

les expressions III.32 et III.29 doit être légèrement modifiée et l’ on écrit

$$\frac{\mathbf{u}'_2(z \rightarrow 0)}{\frac{\omega}{4} k_{mz} \xi_{0z}^x} = -\frac{3}{2} g_{\chi,\varsigma}^{(1)}(k_{mz}h) s_{2x} \mathbf{e}_x \quad \text{et} \quad \frac{\mathbf{u}'_2(z \rightarrow h)}{\frac{\omega}{4} k_{mz} \xi_{0z}^x} = -\frac{3}{2} g_{\chi,\varsigma}^{(3)}(k_{mz}h) s_{2x} \mathbf{e}_x$$

Puisque $g_{\chi,\varsigma}^{(1)}$ et $g_{\chi,\varsigma}^{(3)}$ ($k_{mz}h$) sont de même signe (toujours positives), la vitesse de glissement imposée pour un x donné a le même sens en $z = 0$ et en $z = h$. Les considérations de conservation de la masse imposent donc que les zones où le flux vertical va vers la cavité (point B sur la figure III.10) soient à la verticale les unes des autres, de même pour celles où le flux vertical vient du volume vers la surface (point A). Dans le cas classique d’ une onde de volume dans la cavité, donnant lieu aux cellules de recirculation classique du tube de KUNDT, le champ de vitesse est qualitativement représenté sur la figure III.11 (a), tirée de [109]. Dans notre cas, bien que l’ onde soit unidimensionnelle dans le cristal, la réflexion à la paroi supérieure de la cavité cause une modulation suivant ($O\mathbf{e}_z$) des différents champs d’ ordre 1, donc des énergies acoustiques moyennes d’ ordre 2, dont résulte une force volumique \mathbf{F}_V (voir  q. III.25). Mais nous avons vu que celle-ci dérive d’ une énergie et ne génère donc aucun écoulement de *streaming* de sorte que le problème fluide est équivalent à un problème de STOKES sans force volumique, avec simplement des conditions de DIRICHLET (glissement imposé) aux limites extérieures des couches de STOKES (couches limites visqueuses) proches des parois. Les deux cas présentés sur la figure III.11 sont donc équivalents du point de vue de l’ écoulement. Toutefois, le champ de force \mathbf{F}_V est tout de même représenté sur la figure (b) sous forme de champ de vecteur, et le potentiel dont elle dérive indiqué en carte de couleur car celui-ci correspond à la pression de radiation, et est donc lié au champ de GOR’KOV auquel seraient soumis de petits objets en suspension. Finalement, on voit sur la figure III.11 qu’ avec un seul axe cristallin excité, de la vorticité d’ axe \mathbf{e}_y est induite dans la cavité.

Dans le cas d’ un plafond de cavité en PDMS, le calcul des champs d’ ordre 1 permet comme dans les paragraphes précédents de calculer la vitesse de glissement aux parois en s’ appuyant sur la modélisation de VANNESTE *et al.*. Nos résultats analytiques apparaissent en parfaite adéquation avec le travail numérique mené par NAMA *et al.* [110]. Toutefois il n’ est pas possible de conclure quant à l’ influence des forces volumiques sur la répartition

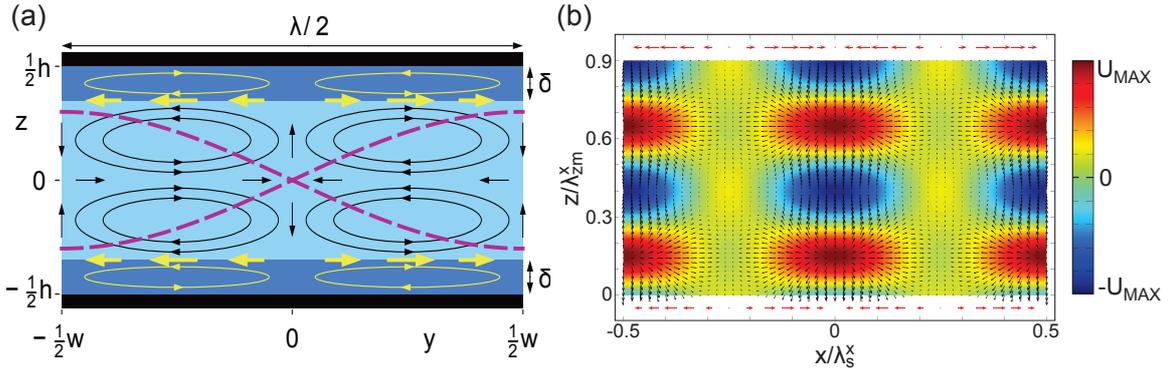


FIGURE III.11 – Conditions limites d’écoulement redressé pour une onde stationnaire unidimensionnelle dans une cavité. (a) Figure tirée de MÜLLER *et al.* [109] pour une onde de volume. En magenta l’onde de pression. (b) Cas d’ondes de surface, rayonnant dans une cavité de hauteur arbitraire non résonante $h = 0,9\lambda_{mz}$, pour une propagation suivant Y d’une coupe X de lithium de niobate dans de l’eau : $\chi \approx 0,4$, $\varsigma \approx 0,6$, $g_{\chi,\varsigma}^{(1)} \approx 10^{-3}$ et $g_{\chi,\varsigma}^{(3)} \approx 0,2$. En rouge les vitesses de glissement aux parois, qui ne sont pas représentées à la même échelle en $z = 0$ et $z = h$. En noir le champ de force volumique d’ordre 2, F_V , et en couleur le potentiel noté U dont il dérive (voir éq. III.25), qui est lié au potentiel de GOR’KOV auxquelles seraient soumis de petits objets dans la cavité.

des cellules de convection puisque celle-ci n’entre pas dans le modèle qu’ils considèrent.

Nous avons donc survolé l’influence qualitative des premiers et seconds termes des expressions III.32 et III.29 vis-à-vis de la vorticité dans la cavité. Afin de mesurer leurs influences relatives, concluons cette sous-section en comparant les préfacteurs $g_{\chi,\varsigma}^{(1)}$, $g_{\chi,\varsigma}^{(2)}$, $g_{\chi,\varsigma}^{(3)}$ et $g_{\chi,\varsigma}^{(4)}$. La figure III.12 (a) illustre le tracé de ces quatre préfacteurs en fonction de la hauteur normalisée h/λ_{mz} , pour un couple $(\chi; \varsigma)$ fixé à $(0,4; 0,6)$ pour notre coupe cristalline d’après les expressions III.8 et III.5. On note qu’en dehors des résonances $h = 0$ [$\lambda_{mz}/2$] que le modèle accentue beaucoup, ils sont tous les quatre d’ordre à peu près unitaire. Par ailleurs, le seul préfacteur pouvant devenir négatif ou s’annuler est $g_{\chi,\varsigma}^{(2)}$.

Le rapport

$$\frac{g_{\chi,\varsigma}^{(3)}(k_{mz}h)}{g_{\chi,\varsigma}^{(4)}(k_{mz}h)} = \frac{1}{\left(\frac{2}{\chi}\right)^2 - 3} \ll 1$$

est constant par définition, et l’on voit par ailleurs sur la figure III.12 (b) que le rapport $g_{\chi,\varsigma}^{(1)}/g_{\chi,\varsigma}^{(2)}$ est lui aussi petit devant l’unité pour presque toutes les hauteurs en dehors de la résonance. On conclut donc que le second terme des expressions III.32 et III.29 domine le premier dans la majorité des cas. Enfin, le rapport $g_{\chi,\varsigma}^{(2)}/g_{\chi,\varsigma}^{(4)}$, lui aussi tracé sur la figure III.12 (b), est d’ordre unitaire et est négatif pour la moitié des hauteurs, ce qui fait que pour une position horizontale (x, y) donnée, la vorticité d’axe \mathbf{e}_z induite par une surface est l’opposée de celle induite par l’autre.

Prédominance des actions mécaniques

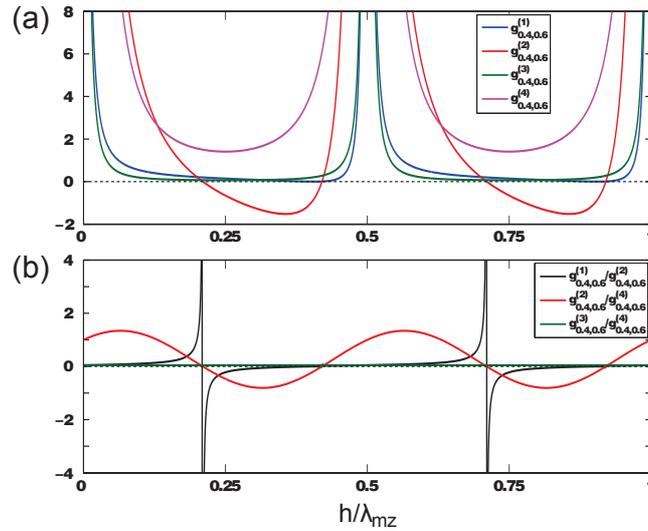


FIGURE III.12 – Tracé des préfacteurs $g_{\chi,\zeta}^{(1)}$, $g_{\chi,\zeta}^{(2)}$, $g_{\chi,\zeta}^{(3)}$ et $g_{\chi,\zeta}^{(4)}$ avec $\chi = 0,4$ ( q. III.8) et $\zeta = 0,6$ ( q. III.5) et de leurs rapports, en fonction de la hauteur normalisée h/λ_{mz} .

Nous souhaitons dans ce court paragraphe décrire quelles actions mécaniques (résultante et couple) dominent le comportement d'objets plongés dans le fluide. Nous avons déjà vu en sous-section 1.2 (page 1.2) que les couples de GOR'KOV et de WANG sont du même ordre de grandeur pour des objets de rapport d'aspect dépassant 2 :1 (plus petite sur plus grande dimensions normales à \mathbf{e}_z).

En lien avec les couples visqueux, comparons pour deux objets sphériques l'effet de l'écoulement redressé aux parois horizontales (donc l'écoulement redressé dans la cavité)   celui aux parois de l'objet (donnant lieu au couple de WANG). Du point de vue de l'écoulement fluide dans la cavité, il faut bien comprendre qu'un objet animé d'un mouvement de rotation à cause des écoulements redressés à sa surface va entraîner le fluide autour de lui. Le premier peut être estimé, au moins en ordre de grandeur, si l'on suppose que le champ de vorticité vertical moyen d'ordre 2 est environ le même que sur la surface en $z = h$, et l'on calcule

$$(\nabla \wedge \mathbf{u}'_2) \cdot \mathbf{e}_z \approx -\frac{\chi}{2} g_{\chi,\zeta}^{(4)} \omega k_{mz}^2 \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y s_x s_y s_\varphi$$

le vecteur tourbillon est $\mathbf{\Omega} = \frac{1}{2} \nabla \wedge \mathbf{u}'_2$ et pour ordre de grandeur on le suppose constant tout autour d'un objet sphérique de rayon a , de sorte que la vitesse de rotation d'axe vertical de l'objet en régime permanent est $\Omega_e \approx \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{e}_z$.

Par ailleurs, si les objets sont piégés à l'intersection entre les étages de lévitation, correspondant aux nœuds de pression suivant la verticale et les colonnes de piégeage et donc d'après l'équation d'EULER à des ventres de déplacement, le couple de WANG est maximal. Rigoureusement, l'écoulement redressé intérieur à la couche limite de l'objet, causé par les interférences entre champs d'ordre 1, génère dans la cavité un écoulement redressé extérieur d'ordre 2, lequel dissipe de l'énergie à beaucoup plus large échelle. Le problème fluidique moyen d'ordre 2 étant linéaire, les différentes contributions peuvent

être sommées et le champ de vitesse induit par la rotation des objets, étudié par ailleurs [91], s'ajoute au champ ici calculé. La distinction claire entre les deux échelles d'écoulement visqueux permet donc de considérer que le couple s'opposant au couple de WANG est le couple visqueux exercé par le fluide sur une sphère en rotation. Afin de découpler les deux problèmes nous supposons le fluide au repos loin de l'objet. Cette méthode revient simplement à appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'objet plus sa couche limite visqueuse, ce qui s'écrit en projetant suivant \mathbf{e}_z

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_W - C_s \quad (\text{III.34})$$

comme le proposent LAMPRECHT *et al.*[86], et de considérer qu'en régime permanent la vitesse de rotation est constante. Il est connu que le couple visqueux résistif C_s exercé par un fluide contre une sphère de vitesse de rotation Ω_W a pour norme $8\pi\eta_m a^3 \Omega_W$ [100]. Aussi, en régime permanent l'équilibre entre les deux couples s'écrit

$$C_W \approx \frac{3\pi a^2 \delta_v (1 + \chi^2)}{4 s_h^2} \rho_m \omega^2 \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \sin(x_p) \sin(y_p) \sin(\varphi) = 8\pi\eta_m a^3 \Omega_W \quad (\text{III.35})$$

de sorte que le rapport des deux vitesses de rotation suivant l'axe \mathbf{e}_z s'écrit

$$\frac{\Omega_e}{\Omega_W} \approx \frac{8\chi^2 [\chi^2 + 4(1 - \chi^2)]}{3(1 + \chi^2)} \delta_v a k_m^2 \approx \delta_v a k_m^2 \ll 1$$

Pour tous les objets étudiés, la mise en rotation suivant \mathbf{e}_z est donc très majoritairement due au couple de WANG. Cette vitesse de rotation s'approxime comme

$$\Omega_W \approx \frac{1}{10 s_h^2 \delta_v a} \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \omega$$

qui est de l'ordre de la dizaine de tours par seconde si l'on prend s_h^{-2} d'ordre unitaire, des déplacements nanométriques et un rayon $a = 5\mu\text{m}$.

Finalement, comparons la résultante d'action mécanique due aux forces de radiation à celles liées aux contraintes des champs moyens d'ordre 2 sur l'objet. Nous avons vu en sous-section 2.2 que la première est à la fois due au potentiel de Gor'kov et à une partie supplémentaire proportionnelle à \mathcal{F}_φ (défini en III.18). Cette partie supplémentaire n'a d'importance que sur de gros objets (de taille supérieure à $10\mu\text{m}$, voir page 124) et peut éventuellement dépiéger les objets du champ de Gor'kov. Pour les objets plus petits les forces de radiation sont dominées par le gradient de potentiel de Gor'kov. En ordre de grandeur, on néglige f_2 souvent assez faible devant f_1 , et la force de radiation est de l'ordre de

$$\|\mathbf{F}_{\text{rad}}\| \approx \pi (k_m a)^3 \rho_m c_m^2 \left(\frac{1}{s_h} \right)^2 \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y$$

avec $\xi_{0z}^x \approx \xi_{0z}^y$. Rigoureusement cette force est légèrement moins importante (d'un coefficient χ) suivant l'horizontale car les gradients sont moins prononcés que suivant la

verticale.

D'autre part l'écoulement redressé dans la cavité exerce sur les objets immobiles une traînée de STOKES $\mathbf{F}_{\text{drag}} = 6\pi a\eta_m \mathbf{u}'_2$. On a vu, suite à l'analyse de la figure III.12, que l'écoulement horizontal dans la cavité, principalement causé par les termes de préfacteurs $g_{\chi,\zeta}^{(2)}$ et $g_{\chi,\zeta}^{(4)}$ dans les expressions III.32 et III.29, domine largement l'écoulement vertical causé par les termes de préfacteurs $g_{\chi,\zeta}^{(1)}$ et $g_{\chi,\zeta}^{(3)}$. La superposition permet donc de séparer la traînée de STOKES en une composante horizontale $F_{\text{drag, xy}}$ et une composante verticale $F_{\text{drag, z}}$ calculées en assimilant l'écoulement à celui à la paroi en $z = h$. L'expression III.32 donne directement

$$F_{\text{drag, xy}} \approx \frac{3\pi}{2} g_{\chi,\zeta}^{(4)} k_m a \eta_m \omega \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y$$

Il est difficile d'avoir une approximation de la composante verticale du champ dans la cavité. En effet bien que $g_{\chi,\zeta}^{(3)} \ll g_{\chi,\zeta}^{(4)}$ la vitesse se calcule aussi grâce au champ de force volumique \mathbf{F}_V qui se trouve être de l'ordre de $\mathbf{F}_{\text{rad}}/(f_1 V_p)$ d'après les expressions III.25 et III.3 (on rappelle que ces deux champs sont issus du même phénomène de pression de radiation). On se contentera donc ici de considérer les composantes horizontales des résultantes, dont le rapport est

$$\frac{\|\mathbf{F}_{\text{rad}}\|}{F_{\text{drag, xy}}} \approx \frac{2f_1}{3[\chi^2 + 4(1 - \chi^2)]} \frac{\rho_m c_m^2}{\eta_m \omega} (k_m a)^2 \approx \frac{f_1}{5} \left(\frac{a}{\delta_v}\right)^2$$

qui pour des billes de polystyrène dans l'eau est de l'ordre de l'unité si leur dimension est inférieure à $2a_{\text{crit}} \approx 1 \mu\text{m}$. Pour les objets de plus grande taille la résultante des actions de radiation est grande devant celle de l'entraînement visqueux. Ce résultat est en accord avec l'analyse rigoureuse menée par BARNKOV *et al.* [13] qui comparent les vitesses d'entraînement par traînée à celle de migration due au potentiel de ГОР'КОВ, ce qui revient au même que de comparer les résultantes. Ils montrent que le rapport s'écrit

$$\frac{\|u_{\text{rad}}\|}{\mathbf{u}'_2} \approx \frac{\Phi}{3s} \left(\frac{a}{\delta_v}\right)^2 \gg 1 \quad (\text{III.36})$$

où s est un coefficient d'écoulement redressé, pris à $s \approx 0,2$ pour une onde de volume dans une cavité rectangulaire, et Φ est un coefficient acoustophorétique efficace tenant compte des effets thermo-visqueux dans la couche limite visqueuse à proximité de la surface des objets, pris égal à $\Phi=0,17$ pour un couple eau/polystyrène. La confrontation alors menée avec des mesures expérimentales est illustrée en figure III.13. Cette figure montre une très bonne correspondance entre le modèles et les mesures expérimentales, mettant en avant le fait que dans notre cas à plus haute fréquence les particules sont soumises à des forces de radiations plus importantes que celles de traînée, à moins que leur diamètre soit inférieur à $2a_{\text{crit}} = 700 \text{ nm}$.

Il est tout de même important de souligner que l'ordre de grandeur de la force de radiation ici prise en compte est la force de radiation maximale. Or la figure III.7 met bien en évidence le fait qu'au niveau des étages de lévitation le potentiel ne varie que très peu selon l'horizontale, de même autour des maxima de potentiel en $(z - h) = 0 [\lambda_{mz}/2]$. Les forces résultantes sont alors beaucoup plus faibles (d'un ordre de grandeur au minimum)

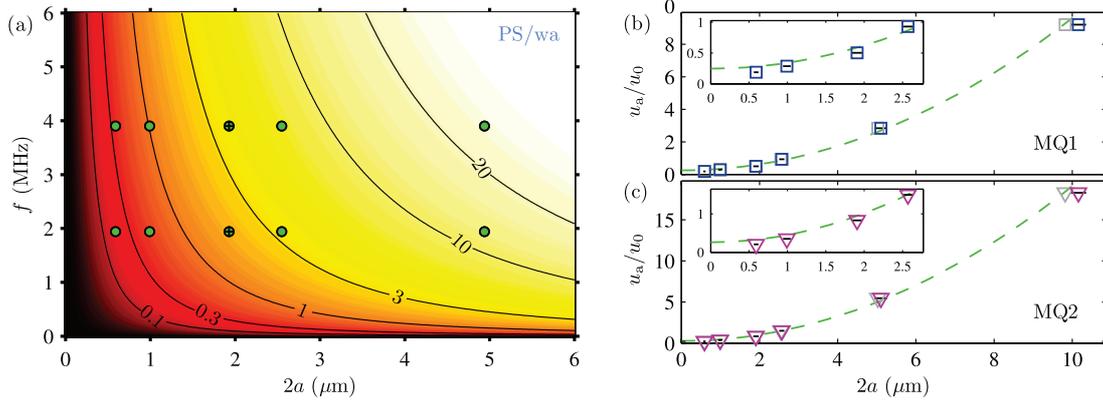


FIGURE III.13 – Figure tirée de [13], traçant en fonction de la fréquence (ordonnée) et du diamètre (abscisse) d’une bille le rapport $\frac{\|u_{rad}\|}{u'_2}$ pour des billes de polystyrène dans de l’eau ultra-pure. Les points verts correspondent à des relevés expérimentaux, pour $f = 1,94$ MHz et $f = 3,9$ MHz, avec $2a \in \{0.6 \mu\text{m}; 1 \mu\text{m}; 2 \mu\text{m}; 3 \mu\text{m}; 5 \mu\text{m}, 10 \mu\text{m}\}$. (b) Mesures par PIV pour $f = 1,94$ MHz, et (c) pour $f = 3,9$ MHz. En opacité réduite la prédiction pour chaque point.

et la traînée peut alors dominer la vitesse des petits objets dans ces plans.

Formulation du problème complet en vue d’une simulation numérique

Pour les champs moyens, le nombre de MACH est faible, ce qui est classique en microfluidique et l’écoulement peut être considéré incompressible, l’équation de continuité s’écrit simplement pour nous $\nabla \cdot \mathbf{u}'_2 = 0$ [25]. Le problème n’ayant pas les mêmes dimensions suivant l’horizontale et la verticale, nous décidons de conserver une échelle de normalisation isotrope en imposant les coordonnées $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = (x, y, z) / \lambda_{mz}$, de sorte que $\tilde{\nabla} = \lambda_{mz} \nabla$ et $\tilde{\Delta} = \lambda_{mz}^2 \Delta$. On définit également $\tilde{h} = h / \lambda_{mz}$ et $\alpha_\xi = \frac{\xi^x}{\xi^y} \in]0, +\infty[$. Ceci permet d’écrire les équations de continuité et de STOKES sous la forme adimensionnée

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}}'_2 &= 0 \\ \tilde{\Delta} \tilde{\mathbf{u}}'_2 &= \tilde{\nabla} \tilde{p}'_2 - \tilde{\mathbf{F}}_V \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{u}}'_2 &= \frac{4}{\omega k_{mz} \xi_{-0z}^x \xi_{-0z}^y} \mathbf{u}'_2 \\ \tilde{p}'_2 &= \frac{4}{\eta_m f k_{mz}^2 \xi_{-0z}^x \xi_{-0z}^y} p'_2 \\ \tilde{\mathbf{F}}_V &= \frac{8\pi}{\eta_m f k_{mz}^3 \xi_{-0z}^x \xi_{-0z}^y} \mathbf{F}_V \end{cases}$$

La pression moyenne d’ordre 2, notée ici p'_2 , est normalisée par rapport à $\eta_m f k_{mz}^2 \xi_{-0z}^x \xi_{-0z}^y / 4$ qui est de l’ordre de 10^{-2} Pa $\ll p_1$ négligeable devant la pression acoustique qui est de l’ordre du bar pour des déplacements de quelques nanomètres. Quant à la vitesse, elle est normalisée par rapport à $\omega k_{mz} \xi_{-0z}^x \xi_{-0z}^y / 4$, de l’ordre de 100 nm.s⁻¹ à 1 mm.s⁻¹. Rappelons que la force volumique est donnée par l’équation III.25 où les quantités calculées en

expressions III.14 et III.15 donnent

$$\tilde{\mathbf{F}}_V = -F_{V0} \begin{pmatrix} \alpha_\xi \chi \left[2(1 + \chi^2) \cos_{2\pi}^2(\tilde{z} - \tilde{h}) - 1 \right] \sin_{2\pi}(2\chi\tilde{x}) \\ \alpha_\xi^{-1} \chi \left[2(1 + \chi^2) \cos_{2\pi}^2(\tilde{z} - \tilde{h}) - 1 \right] \sin_{2\pi}(2\chi\tilde{y}) \\ \left[2(1 + \chi^2) \left(\alpha_\xi \cos_{2\pi}^2(\tilde{x}) + \alpha_\xi^{-1} \cos_{2\pi}^2(\tilde{y}) \right) - \chi^2 \left(\alpha_\xi - \alpha_\xi^{-1} \right) \right] \sin_{2\pi} \left[2(\tilde{z} - \tilde{h}) \right] \\ -2F_{V0}c_\varphi \begin{pmatrix} \chi \sin_{2\pi}(\chi\tilde{x}) \cos_{2\pi}(\chi\tilde{y}) \left[\left(2 + \chi^2 \right) \cos_{2\pi}^2(\tilde{z} - \tilde{h}) - 1 \right] \\ \chi \sin_{2\pi}(\chi\tilde{y}) \cos_{2\pi}(\chi\tilde{x}) \left[\left(2 + \chi^2 \right) \cos_{2\pi}^2(\tilde{z} - \tilde{h}) - 1 \right] \\ \left(2 + \chi^2 \right) \cos_{2\pi}(\chi\tilde{x}) \cos_{2\pi}(\chi\tilde{y}) \sin_{2\pi} \left[2(\tilde{z} - \tilde{h}) \right] \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

avec $\sin_{2\pi} : x \mapsto \sin(2\pi x)$ et $\cos_{2\pi} : x \mapsto \cos(2\pi x)$, et

$$F_{V0} = \frac{4\pi^2 \rho_m \omega}{\eta_m k_{mz}^2 \sin^2(\tilde{h})}$$

On voit alors que F_{V0} est de l'ordre de 10^5 , très grand devant l'unité (vitesses de glissement aux parois imposées d'ordre unitaire). Aussi, bien qu'il soit rigoureux de l'intégrer dans l'équation de NAVIER-STOKES, sa norme élevée peut créer des erreurs numériques comme nous avons pu l'observer en reproduisant par éléments finis le cas test de M  LLER *et al.*[108] en 2D. Il est possible de simplifier analytiquement le problème en sachant que le fait que \mathbf{F}_V dérive d'un potentiel impose que son rotationnel soit nul. De la sorte, il ne participe pas à l'écoulement redressé, ce que l'on voit si l'on reformule l'expression de STOKES en eq.III.37 à l'aide de l'expression III.25 comme

$$\tilde{\Delta} \tilde{\mathbf{u}}'_2 = \tilde{\nabla} \left(\tilde{p}'_2 \tilde{e}'_{c2} - \tilde{e}'_{p2} \right) = \tilde{\nabla} \tilde{P}'_2$$

où \tilde{P}'_2 est analogue à une pression qui comprend la pression de radiation dans le fluide et le champ p'_2 . Puisque l'on n'a pas besoin de connaître le champ de pression p'_2 mais simplement le champ de vitesse \mathbf{u}'_2 , on peut donc simplifier le problème à la simple résolution d'un cas de STOKES sans force volumique, en incluant cette dernière non explicitée analytiquement dans \tilde{P}'_2 qui sera, quoi qu'il en soit, déterminée à une constante près puisque les conditions aux limites seront des conditions de périodicité spatiale.

Finalement, l'étude est faite dans un pavé de côtés $0 \leq \tilde{x}, \tilde{y} \leq 1/\chi$ (c'est-à-dire $0 \leq x, y \leq \lambda_s$) et de hauteur $0 \leq \tilde{z} \leq \tilde{h}$. Les conditions limites sur les parois horizontales haute et basse sont directement données par les expressions III.32 et III.29, et les conditions aux limites sur les surfaces verticales sont périodiques, puisque les conditions limites horizontales et la force volumique le sont.

Comme souligné par NAMA *et al.*[110] et LEI *et al.*[94] qui simulent des problèmes très similaires, le champ de pression moyen d'ordre 2 répondant au problème n'est pas unique. Il est en effet calculé à une constante près, ce qui n'est absolument pas gênant puisque nous ne sommes intéressés que par ses gradients. Du point de vue algorithmique, il conviendra de rechercher un champ de pression dans le sous-espace vectoriel des champs à moyenne nulle sur le volume de calcul, en s'appuyant sur une méthode de pénalisation (de façon approchée) ou de Dualisation (de façon exacte) [60]. Les premiers résultats numériques ne seront pas montrés dans ce manuscrit, mais ils semblent montrer

que la solution est proche de celle d'un problème de COUETTE où un fluide est confiné entre deux plaques mobiles et le profil de vitesse essentiellement parallèle aux deux plaques varie linéairement pour rejoindre les deux conditions aux limites.

IV. MISE EN ÉVIDENCE DE TOURBILLONS FLUIDES ET DE ROTATIONS D'OBJETS EN SUSPENSION SELON UN RÉSEAU PÉRIODIQUE

1 Structure 3D des champs de forces acoustiques

1.1 Etages de lévitation

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre ont été observés dans une cavité microfluidique de dimensions environ $1\text{ mm} \times 1\text{ mm} \times 100\text{ }\mu\text{m}$, recouverte d'une lamelle de verre, qui présente l'avantage de concentrer l'énergie acoustique grâce aux réflexions à l'interface eau-verre. La technique la plus simple pour fabriquer une telle cavité est de faire une lithographie classique jusqu'au coulage du PDMS [51] puis d'incorporer la lamelle de verre comme un insert. Cette méthode de fabrication, dont le résultat a été illustré en figure II.27 (page 84), présente l'inconvénient de laisser une fine épaisseur de PDMS de quelques dizaines de microns, séparant le fluide de la lamelle de verre.

Nous optons donc pour une autre méthode illustrée en figure IV.1, qui consiste à tamponner le PDMS en faisant un poinçon jusqu'au niveau du verre, puis à arracher le morceau central qui se déchire suivant le motif du poinçon et donne la cavité. Le seul inconvénient de cette technique est le fait qu'il demeure sur l'échantillon une déchirure souvent peu nette comme on le voit sur la dernière photographie. Ces déchirures deviennent lors de l'utilisation des zones de rétention de bulles et de billes et l'échantillon se pollue très rapidement. Par ailleurs, elles nous permettent d'avoir un objet servant à faire la mise au point focale pour savoir où se trouve le haut de la cavité acoustique (le bas de la cavité étant repéré grâce aux très fines IDT sur la surface du substrat).

Ce réflecteur acoustique de coefficient de réflexion élevé (estimé à 0,8) permet d'augmenter la densité d'énergie dans la cavité en évitant la fuite vers l'extérieur. En outre, les tensions nécessaires au piégeage d'objets sous débit donné dans la cavité sont environ divisés par deux selon que celle-ci est entièrement en PDMS ou équipée d'un plafond de verre. Nous avons vu en chapitre III que lorsque les quatre IDT émettent en même temps, les objets en suspension peuvent se piéger sur les plans de lévitation mais aussi sur des plans médians (voir figure III.7). Par contre, si un seul axe du cristal piézoélectrique est excité, par exemple l'axe ($O\mathbf{e}_x$) alors le champ de pression d'ordre 1 est celui d'une onde plane stationnaire suivant cet axe, mais modulée suivant ($O\mathbf{e}_z$) à cause des réflexions verticales. La similitude entre les champs de potentiel de Gor'kov et de contrainte de REYNOLDS F_V dans le fluide (voir expressions III.3 et III.25) permettent de considérer que le champ de potentiel a la même dépendance spatiale que le champ illustré en figure III.11 (b), puisque ces deux champs sont issus du même phénomène de pression de

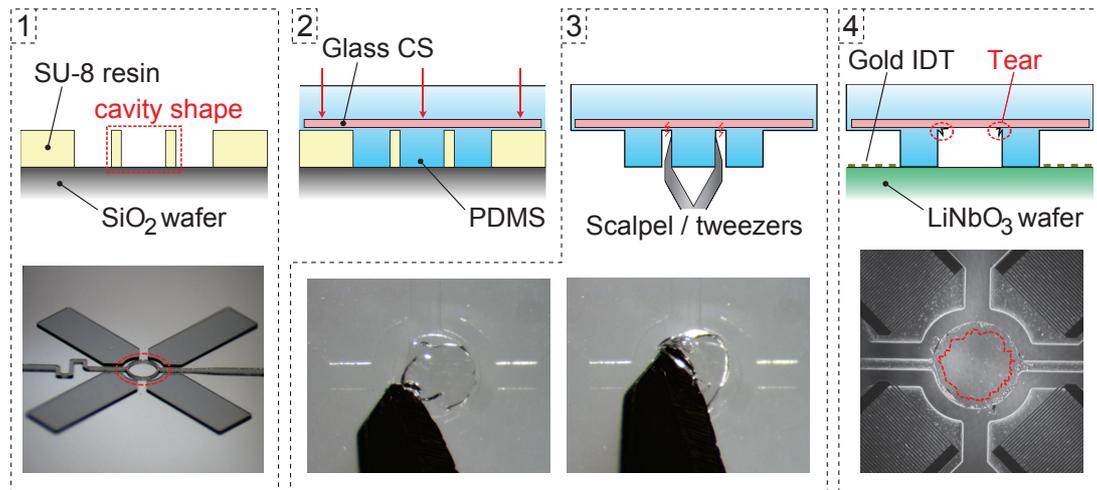


FIGURE IV.1 – Principe de microfabrication d'un dispositif à plafond de verre, illustré sur la cavité ronde utilisée *a posteriori* en figure II.36. 1 : un moule spécifique est utilisé, la résine ne remplit pas tout l'intérieur de ce qui deviendra la cavité. Le contour de la cavité est tracé avec une épaisseur de $40\ \mu\text{m}$ pour une hauteur de résine de $120\ \mu\text{m}$. 2 : le PDMS est coulé, puis la lamelle de verre est insérée puis pressée fortement contre la résine, de sorte à évacuer un maximum de PDMS. 3 : après réticulation du PDMS et démoulage, le morceau central est arraché, et il se détache au niveau des zones les plus fines. 4 : Après collage plasma du PDMS sur le niobate de lithium préalablement métallisé, les déchirures demeurent mais uniquement au niveau des parois latérales de la cavité.

radiation dans le fluide. On voit ainsi que la cavité est excitée par un produit de deux modes, contrairement au cas de deux ondes stationnaires orthogonales vu en section 1 où l'excitation était une somme de deux modes. Le potentiel de Gor'kov, qui peut être approximativement considéré proportionnel à la pression quadratique moyenne, est alors simple à se figurer sans calcul. Les seuls pièges suivant la verticale, correspondant à des nœuds de pression, se situent au niveau des plans de lévitation.

Le balayage de différentes hauteurs dans la cavité à l'aide d'un microscope met en évidence la présence de quatre plans de lévitation, dans lesquels les billes s'organisent en lignes parallèles, toutes perpendiculaires à l'axe d'émission. Les images sont données en figure IV.2, sur ces dernières les objets sur le plan focal de l'objectif sont indiqués par une flèche ou un rectangle noir. La mesure très approximative réalisée avec le vernier du microscope nous donne une distance entre le plan le plus bas et le plan le plus haut d'environ $100 \pm 40\ \mu\text{m}$. La mise au point sur le plan le plus bas donne, après translation horizontale de l'échantillon, une mise au point sur les électrodes. On peut donc supposer que le plan le plus bas est très proche voir confondu avec la surface du niobate de lithium. Par contre la mise au point sur les déchirures de PDMS en haut de la cavité (dues à la technique de fabrication, voir image IV.1 4) et les particules qui y sont collées ne semblent pas être à la même altitude que le plan de piégeage le plus haut. On suppose donc que le plus haut plan de lévitation n'est pas confondu avec le plafond de la cavité.

À la fréquence de travail $f = 36,7\ \text{MHz}$, la demi-longueur d'onde verticale est environ $22\ \mu\text{m}$ pour un angle de RAYLEIGH $\theta_R = 22^\circ$. La cavité a été microfabriquée pour

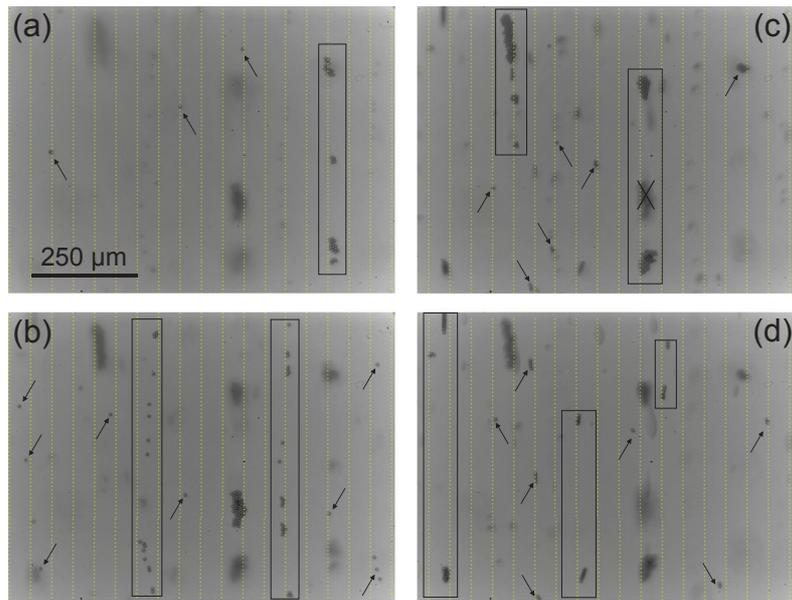


FIGURE IV.2 – Images en microscopie en transmission d’une solution contenant des billes PS $\varnothing 10 \mu\text{m}$ dans de l’eau DI sous 10 Vpp à $f = 36,7 \text{ MHz}$. (a) (b) (c) et (d) correspondent à quatre positions verticales différentes de l’objectif, de bas en haut. On mesure très approximativement un écart de $100 \pm 40 \mu\text{m}$ entre les plans (a) et (d). Les bandes jaunes sont données à titre indicatif, espacées de $50 \mu\text{m}$, et les zones noires (flèches, rectangles) indiquent les agrégats au point, sur le plan focal de l’objectif.

avoir une hauteur de $110 \pm 10 \mu\text{m}$, on s’attend donc à voir cinq plans de lévitation, mais le fait de n’en voir que quatre est peut-être signe que la hauteur, qui n’a pas été mesurée précisément, semble très proche de $100 \mu\text{m}$. Finalement, on voit que les billes ne sont pas exactement à la même position (x, y) selon le plan de lévitation. Une hypothèse qui peut être évoquée à ce sujet serait l’effet d’un écoulement transverse dans la cavité, comme un écoulement redressé d’ECKART. Dans ce cas, le profil de vitesse vertical suit une dépendance en z , parabolique dans le cas d’un écoulement de POISEUILLE, exerçant une traînée de STOKES plus importante sur les billes au centre de la cavité que sur celles proches des parois horizontales. On a vu en sous-section 1.1 que sous des tensions d’une dizaine de volts le potentiel acoustique est adapté pour maintenir piégées des billes de PS de $\varnothing 10 \mu\text{m}$ jusqu’à des vitesses de l’ordre de quelques $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Mais, pour toute résultante inférieure à cette limite, le déplacement horizontal subi par les objets est lié (de façon strictement monotone) à la norme de la force exercée, qui serait ici la traînée.

Le simple fait d’avoir des étages de lévitation, pouvant être placés à une hauteur donnée dans une canalisation microfluidique, peut donner lieu à diverses applications notamment en biologie, en microfluidique digitale où les contacts entre les objets et les parois peuvent être indésirables, comme le soulignent Guo *et al.*[64] dans une très récente publication traitant d’un problème. Afin d’avoir une mesure quantitative du piégeage et des éventuels écoulements dans les plans verticaux, une perspective possible serait d’incorporer à l’intérieur du PDMS, en insert, un micro-prisme à 45° éventuellement

préalablement métallisé avec de l'argent pour augmenter le taux de réflexion. Ceci permettrait d'observer directement des plans contenant l'axe (Oe_z), comme l'ont déjà fait SHI *et al.*[137].

1.2 Position des objets en fonction du déphasage entre paires d'émetteurs

Une solution isotonique contenant des globules rouges (mélange Optiprep et tampon phosphate salin - PBS) et sans plaquette est injectée dans une cavité équipée d'un tel réflecteur. Dès que du son est émis, les globules s'organisent sous l'effet des forces de radiation en un réseau complexe, dont la structure dépend de la phase. La figure IV.3 montre pour trois phases données la disposition des globules qui s'agglomèrent en agrégats. On distingue à la fois un réseau losange de pas $101 \pm 1 \mu\text{m}$ horizontalement ($94,5 \pm 1 \mu\text{m}$ verticalement) correspondant au réseau de pas λ_s , et un réseau carré de pas environ $50 \mu\text{m}$, soit $\lambda_s/2$, alterné. On constate sur les trois photographies que les globules en réseau losange forment des agrégats plans, allongés suivant les deux directions horizontales, et apparaissent très clairs, alors que les globules en réseau carré forment des agrégats plutôt ellipsoïdaux et apparaissent plus sombres. La différence de couleur vient du fait que ces deux réseaux sont sur deux plans horizontaux différents (un plan médian et un plan de lévitation), toutefois les deux sont au point donc les deux plans sont très proches (séparés de moins de $20 \mu\text{m}$ qui est environ la profondeur de travail de l'objectif).

Le réseau observé en $\varphi = -\pi/2$, non représenté ici, est strictement équivalent à celui en $\varphi = \pi/2$. On voit que la phase joue un effet différent sur l'un et l'autre des deux réseaux. Le réseau losange, que nous appellerons clair en référence à sa teinte sur les images (en opposition au réseau sombre), est affecté en termes de positions de piégeage : entre $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$ le réseau a le même pas suivant l'horizontale et la verticale, mais se décale d'une demi-période spatiale, prenant la disposition complémentaire à l'autre. En $\varphi = \pi/2$ ce n'est plus un réseau losange mais un réseau carré, complémentaire au réseau sombre, et correspondant à la somme des deux réseaux losanges complémentaires observés en $\varphi = 0$ et en $\varphi = \pi$. Par ailleurs, les agrégats de globules disposés en réseau sombre ne changent pas de position. Par contre leur forme varie en fonction de la phase, passant d'une diagonale à une autre entre $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$. En $\varphi = \pm\pi/2$ la plupart des agrégats prennent une forme sphérique.

Les deux dernières lignes de la figure IV.3 donnent, pour comparaison, le tracé des champs de potentiel de Gor'kov calculés au niveau d'un plan de lévitation en $(z - h)/\lambda_{mz} = 1/4$ [1/2] et au niveau d'un plan situé entre deux étages de lévitation en $(z - h)/\lambda_{mz} = 0$ [1/2] que nous appellerons plan médian. Il sera utile au lecteur de ces lignes de retourner voir la figure III.7 page 122 pour bien saisir le sens de ces plans. Les facteurs acoustophorétiques $f_1 = 0,11$ et $f_2 = 0,05$ sont inspirés d'Augustsson *et al.*[10]. Dans notre cas nous prenons $f_2 = 0,03$ car la solution a été fabriquée quasi-isodense pour éviter la sédimentation des globules. On constate que les positions successives du réseau clair sont très bien décrites par ce qu'on penserait être un étage de lévitation, alors que le réseau sombre conserve la même disposition, comme ce qu'on attendrait d'un plan médian. De plus les contours blancs, isopotentiels, montrent de façon claire que le champ de potentiel s'allonge suivant les diagonales, changeant d'orientation en $\varphi = \pm\pi/2$ où les puits de potentiel sont quasi circulaires suivant ce plan. Nous en concluons que les deux réseaux,

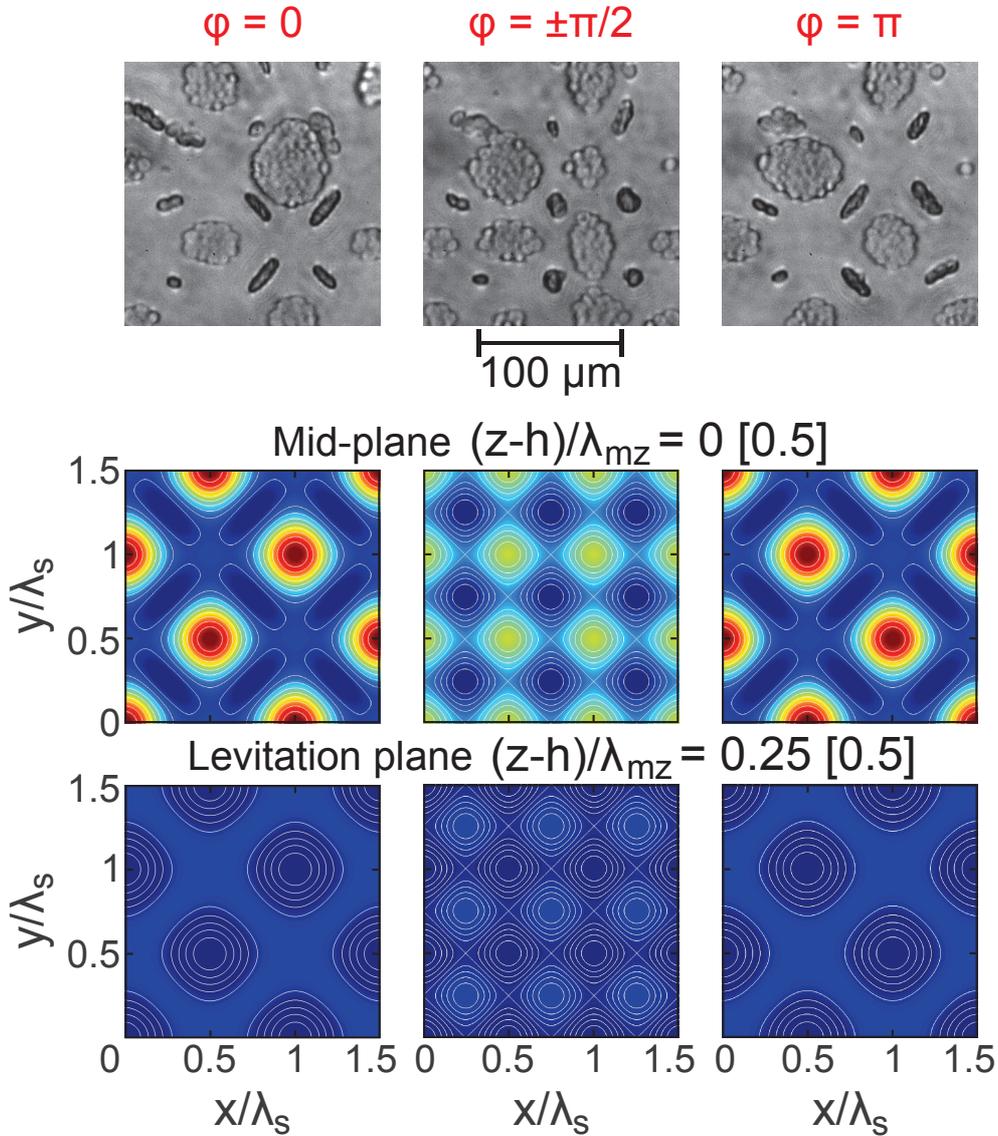


FIGURE IV.3 – Images en microscopie en transmission d’une solution contenant des globules rouges, excitée à $f = 37,1 \text{ MHz}$ sous 10 Vpp sur chaque électrodes, pour trois phases φ différentes. La phase φ est pilotée en imposant $\phi_3 - \phi_1$ et $\phi_4 - \phi_2$ constants, donc sans décalage spatial du réseau (voir sous-section 1.2). Deux plans de piégeage sont visibles : l’un avec des amas larges et clairs, l’autre avec des agrégats plus petits, apparaissant plus sombres. Pour comparaison avec le modèle théorique (voir la figure III.7) les champs de potentiel horizontaux sont tracés à l’échelle, suivant un plan de lévitation $(z - h)/\lambda_{mz} = 1/4$ [1/2] et un plan médian situé entre deux étages de lévitation, avec $f_1 = 0,11$ [10] et $f_2 = 0,03$.

clair et sombre, correspondent en fait à deux plans différents espacés de $\lambda_{mz}/4 \approx 11 \mu\text{m}$, très proches sachant qu'un globule a pour dimension caractéristique $2a \approx 7 \mu\text{m}$: les agrégats clairs seraient alors sur un plan de lévitation, ce qui expliquerait pourquoi ils sont aplatis comme des galettes (une seule couche de globule), aplatis entre deux maxima de potentiel en $(z - h)/\lambda_{mz} = 0 [1/2]$, et les agrégats sombres seraient alors au niveau des colonnes de piégeage, coincés sur des plans médians. En effet si l'on regarde bien la coupe $x/\lambda_s = 1/4 [1/2]$ on voit que les minima de potentiel suivant les colonnes de piégeage ($x/\lambda_s, y/\lambda_s = 1/4 [1/2]$) se trouvent effectivement en $(z - h)/\lambda_{mz} = 0 [1/2]$ et non au niveau des plans de lévitation.

1.3 Positions statiques vs positions dynamiques

Si les objets de grosse taille $2a > 3 \mu\text{m}$ se piègent suivant l'un des deux réseaux : carré au niveau des plans médians (en $(z - h)/\lambda_{mz} = 0 [1/2]$) et losange alternatif en fonction de la phase sur les plans de lévitation (en $(z - h)/\lambda_{mz} = 1/4 [1/2]$), le réseau adopté par les petits objets est plus complexe. Tout comme pour les gros objets, ce réseau dépend de la phase, mais aussi de la dynamique de l'écoulement autour d'eux puisque leur petite taille les rend plus fortement soumis à la traînée visqueuse. Pour plus de clarté nous isolerons deux cas : $\varphi = 0$ où les écoulements permanents sont faibles, et $\varphi = \pi/2$ où leur effet devient visible.

Étude du cas $\varphi \approx 0$

Lorsque la phase φ entre les deux ondes stationnaires est nulle, de petits traceurs (plaquettes sanguines, petites billes de PS de $\varnothing 1 - 2 \mu\text{m}$) fortement concentrés en solution vont s'agréger sous l'effet des forces de radiation, en suivant la forme du potentiel de Gor'kov attendue.

La figure IV.4 montre une forme percée observée pour $\varphi \approx 10^\circ$ dans une solution d'eau DI fortement concentrée en billes de polystyrène $\varnothing 1 \mu\text{m}$. D'après la figure III.7 (a) on voit en effet que le potentiel est relativement faible partout sauf en certains points, situés à l'intersection entre les plans médians en $(z - h)/\lambda_{mz} = 0 [1/2]$ et de droites verticales partant des ventres de vibration verticale de la surface. Le champ de potentiel tracé sur une coupe au niveau d'un plan médian, plan où les gradients de potentiel sont les plus élevés, semble bien rendre compte de la structure bidimensionnelle observée qui se trouve en lévitation dans la cavité. Lorsque l'on passe brutalement la phase φ à π , ces formes se désagrègent et d'autres, similaires, apparaissent sur un réseau losange complémentaire.

L'organisation du réseau dans les plans de lévitation $(z - h)/\lambda_{mz} = 1/4 [1/2]$ est difficile à voir expérimentalement pour de petits objets puisque les gradients sont très faibles dans ces plans, comme on peut bien le voir sur la figure III.7 (a). Au moindre écoulement les particules se dépiègent et parcourent l'espace en restant dans le même plan, et il est difficile voire impossible de n'avoir aucun écoulement dans la cavité, ne serait-ce que du *vent acoustique* lié à l'atténuation des ondes. Sous très faible tension (3-5 Vpp) et en attendant quelques secondes, dans la même cavité et avec les mêmes billes que celles utilisées dans la figure IV.4 précédente, on observe par endroit une organisation en losange, comme illustré sur la figure IV.5. Sur cette dernière, l'échelle de couleur du

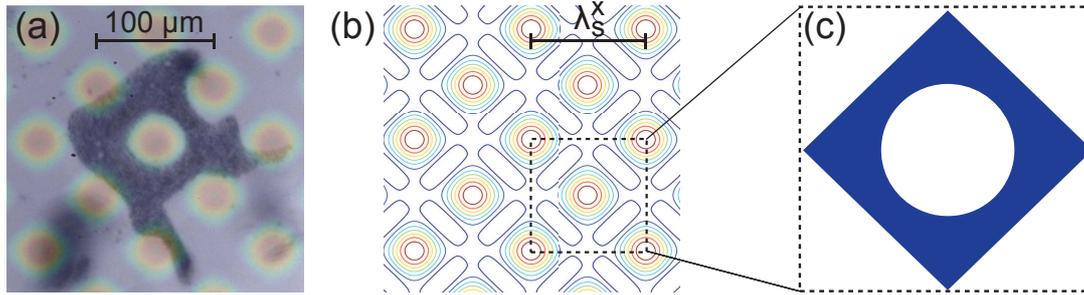


FIGURE IV.4 – (a) Forme percée particulière observée sous $\varphi \approx 10^\circ$ pour une solution de billes de PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$. Superposition avec un champ de potentiel 2D correspondant à une coupe $(z - h)/\lambda_{mz} = 0$ [1/2] c'est-à-dire au niveau d'un plan médian ($f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ [109]) (b) Tracé du champ de potentiel seul à $\varphi = 0$ à un plan médian et (c) schéma approximatif d'une forme d'agrégat à ce plan sur une maille $\lambda_s^x \times \lambda_s^y$.

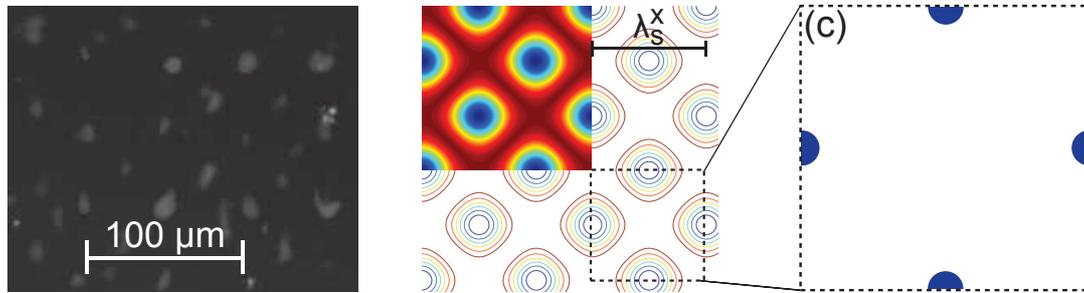


FIGURE IV.5 – (a) Image sous fluorescence des mêmes billes de PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$ qu'en figure IV.4 sous $\varphi = 0^\circ$. (b) Tracé du champ de potentiel seul à $\varphi = 0^\circ$ à un plan de lévitation avec $f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ et (c) schéma approximatif donnant la forme et la position des agrégats à ce plan sur une maille $\lambda_s^x \times \lambda_s^y$.

potentiel de Gor'kov a été multipliée par 10 par rapport à la figure IV.4 pour gagner en lisibilité, même si les forces sont très faibles dans ce plan.

Étude du cas $\varphi \approx \pi/2$ Lorsque $70^\circ < |\varphi| < 110^\circ$ la situation est fortement modifiée, principalement à cause du changement des forces de radiation. Nous avons en effet vu sur la figure IV.3 qu'au niveau des plans de lévitation le passage d'un réseau de pièges losange à son complémentaire se produit autour de $\varphi = \pi/2$, avec coexistence des deux réseaux dans la gamme de phases ici considérée. De plus, les écoulements deviennent importants à ces phases, ce qui modifie la structure suivie par les agrégats.

Le premier constat expérimental est que lorsqu'une solution très fortement chargée en traceurs (billes PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$) est soumise dans notre cavité à deux ondes orthogonales déphasées de $\varphi \approx \pi/2$, les billes semblent s'arranger soit en gros amas d'une vingtaine de microns, soit en ribambelle, parcourant les unes à la suite des autres un parcours fermé dont quelques exemples sont mis en valeur en magenta sur la figure IV.6 (a). Ces formes que nous appellerons chenillards ont le plus souvent une forme circulaire ou faiblement elliptiques, et présentent régulièrement des irrégularités orientées à $\pm 45^\circ$ des axes \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y par rapport à leur centre. Ces derniers semblent tourner en rotation solide autour d'axes

verticaux à vitesse assez élevée de l'ordre de quelques centaines de $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, mises à part leurs excroissances qui ont une vitesse nulle. Leurs axes de rotation sont distants d'une demi longueur d'onde et deux chenillards voisins tournent dans des sens opposés.

La figure IV.6 (a) montre aussi que si l'on balaie verticalement le focus de l'objectif, on voit que plusieurs chenillards peuvent être à la verticale les uns des autres, ils tournent alors dans le même sens. Leur épaisseur dans le sens de la hauteur est toujours très faible (ils sortent du focus très rapidement lorsqu'on déplace l'objectif verticalement). Ce balayage montre aussi la présence d'agrégats compacts, allongés dans la hauteur de la cavité car ils restent au point bien plus longtemps que les chenillards. Ces agrégats suivent eux aussi un réseau de pièges qui semble confondu avec les axes de rotation des chenillards, bien que presque aucun chenillard ne soit au point à la même altitude qu'un agrégat. On en déduit une alternance périodique entre agrégats compacts et chenillards dans toute la hauteur.

La structure qui nous semble donc apparaître est celle schématisée en figure IV.6 (c) où les chenillards (en magenta) tournent au niveau des plans de lévitation, très écrasés, alors que les agrégats se trouvent piégés sur l'axe du vortex, au niveau des plans médians. Au maximum nous avons observé trois niveaux de chenillards et quatre niveaux d'agrégats sur la même verticale, ce qui est compatible avec notre explication puisqu'à nos fréquences de travail $\lambda_{mz} = 22 \mu\text{m}$ et que la hauteur de la cavité est d'environ $100 \mu\text{m}$.

Le champ de potentiel de Gor'kov peut être tracé sur un quart de maille élémentaire $\lambda_s^x/2 \times \lambda_s^y/2 \times h$ telle que représentée sur la figure IV.6 (b). Afin de simplifier les notations nous noterons $x' = x/\lambda_s^x$, $y' = y/\lambda_s^y$ et $z' = z/\lambda_{mz}$, $h' = h/\lambda_{mz}$. La figure IV.7 donne ainsi une représentation du champ de potentiel pour $\varphi = \pi/2 [\pi]$. Il est important de noter que le code couleur adopté a été ici normalisé par rapport aux maximum et minimum du champ sous $\varphi = \pi/2$, contrairement à la figure III.7 dont le code couleur se référait aux maximum et minimum absolus atteints pour $\varphi = 0$, d'écart environ deux fois plus élevé.

Afin de guider la lecture, la forme observée des agrégats est tracée sur le schéma central. On vérifie bien qu'au niveau des plans médians $z' - h' = (z - h)/\lambda_{mz} = 0 [1/2]$ (en vert) les puits de potentiel se trouve au milieu du vortex et correspondent aux colonnes de piégeage, situées en x' , $y' = 1/4 [1/2]$. En effet, on voit bien sur les deux coupes verticales incluant l'axe du vortex (en $x' = 1/4 [1/2]$, coupe A-A' et en $x' = y' [1/2]$, coupe B-B') que les puits situés sur l'axe au centre sont allongés suivant la verticale, comme nous l'avons observé puisque les agrégats, représentés en magenta sur la figure IV.6.

Au niveau des étages de lévitation en $z' - h' = 1/4 [1/2]$ (en mauve), l'axe de rotation correspond à un maximum de potentiel, que fuient les traceurs pour migrer vers la périphérie $x' = 0 [1/2]$ ou $y' = 0 [1/2]$, donc vers les bords du carré. Ces pièges sont aussi bien visibles sur les extrémités gauche et droite des deux coupes verticales (situées aux extrémités gauches et droites), et ont une forme fortement aplatie suivant z , ce que nous avons également constaté expérimentalement.

Si la description qualitative du réseau observé semble bien restituée par l'analyse des forces de radiation, la forme précise des chenillards ne l'est pas. Notre méthode de génération d'onde par quatre émetteurs ne nous permet pas d'avoir une répartition cir-

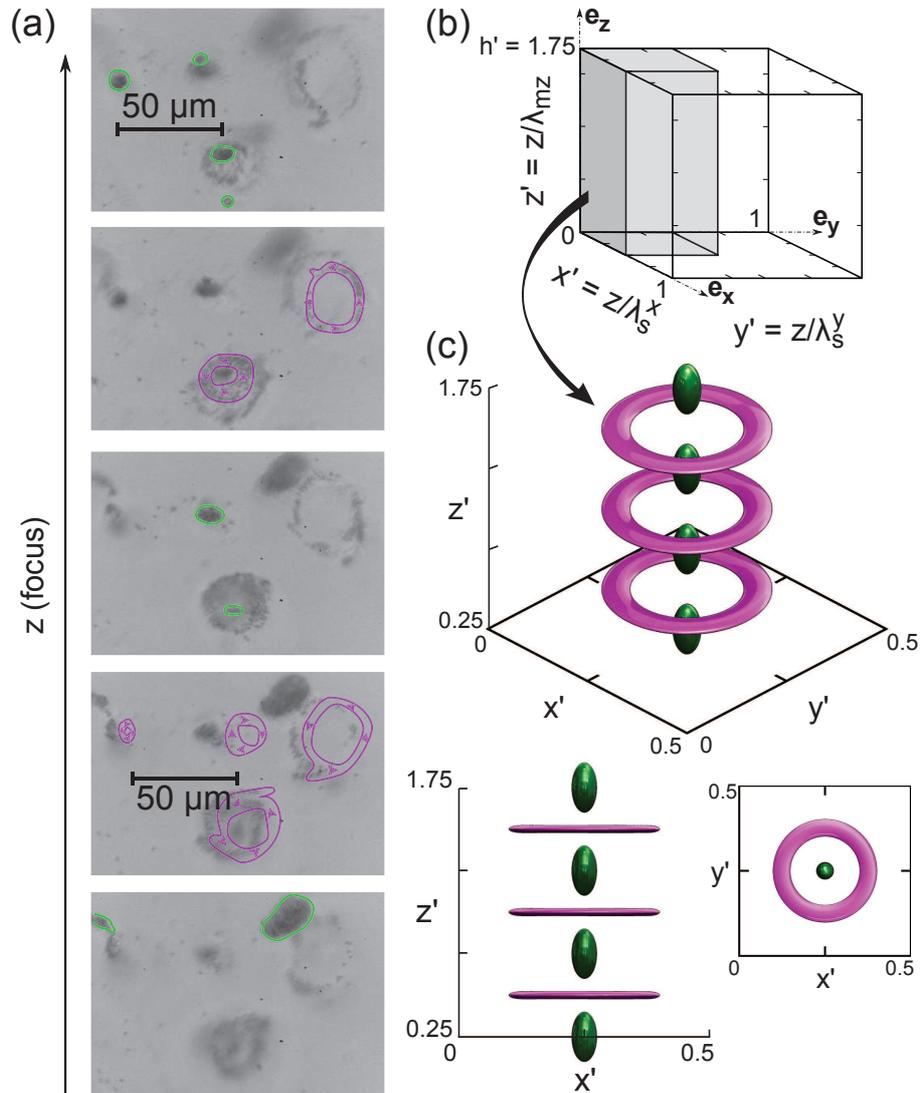


FIGURE IV.6 – (a) Balayage vertical de bas en haut de la cavité. Les objets au point sont entourés : en vert les formes compactes et en magenta les formes percées qui sont des chenillards dont le sens de rotation est explicité. (c) Structure imaginée des vortex de billes, avec les notations ici introduites $x' = x/\lambda_s^x$, $y' = y/\lambda_s^y$ et $z' = z/\lambda_{mz}$.

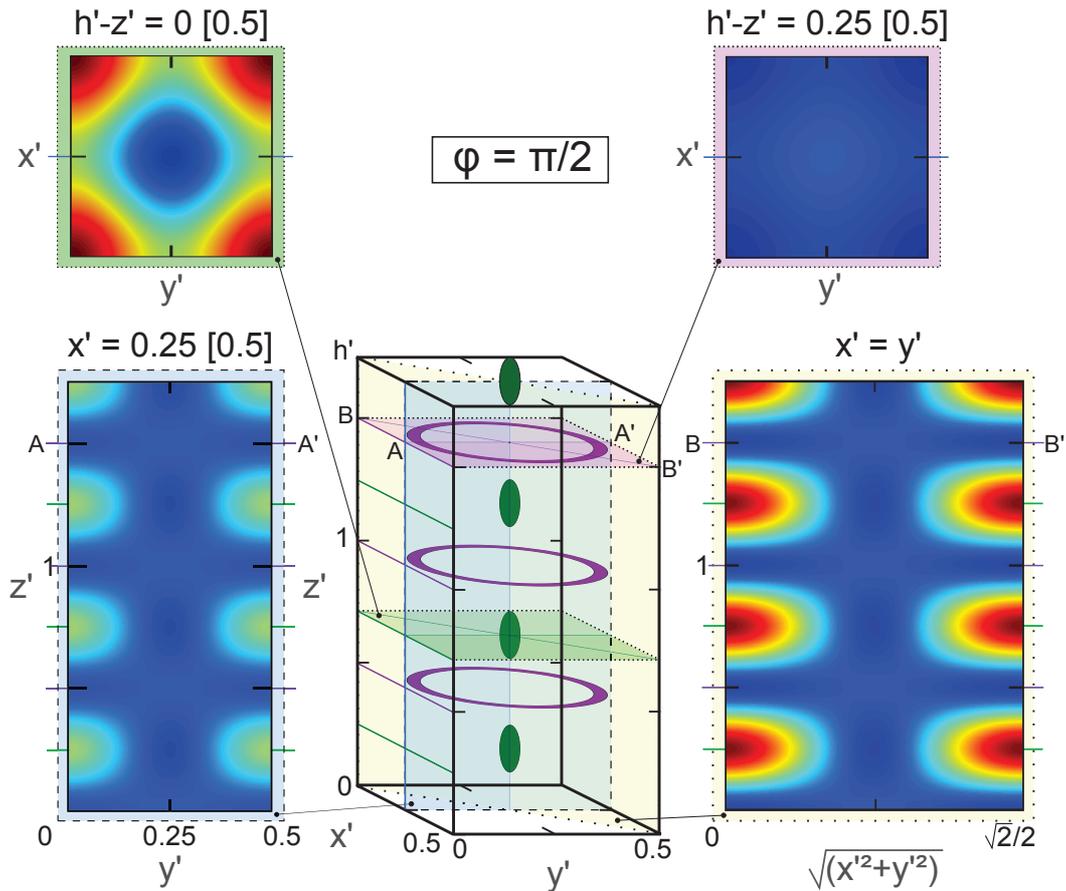


FIGURE IV.7 – Champ 3D de potentiel de Gor'kov théorique (expression III.13), tracé pour $\varphi = \pi/2$ pour des billes de PS dans de l'eau DI avec surfactant : $f_1 = 0,44$, $f_2 = 0,04$. Attention, contrairement à la figure III.7 (où la carte de couleur est normalisée par rapport aux maximum et minimum absolus du champ pour toute phase φ), la carte de couleurs est ici simplement normalisée par rapport aux maximum et minimum du champ à $\pi/2$. Sur le schéma, les notations $x' = x/\lambda_s^x$, $y' = y/\lambda_s^y$ et $z' = z/\lambda_{mz}$ sont introduites.

culaire des champs. Ainsi, même si à proximité de l'axe central le potentiel de Gor'kov est presque axisymétrique, on retrouve rapidement une géométrie carrée en s'éloignant de quelques fractions de λ_s du centre, comme on le voit très bien sur les deux coupes horizontales en haut de la figure IV.7. Dans les plans de lévitation on s'attendrait donc à ce que les chenillards de rayon assez large aient une forme plutôt carrée que circulaire. Pourtant, tous ceux que nous avons observés pour φ proche de $\pm\pi/2$ semblent avoir une forme axisymétrique, de rayon moyen compris entre 30 et 50 μm . On peut justifier la compatibilité de cette observation avec notre modèle en remarquant qu'au niveau des étages de lévitation les gradients horizontaux de potentiel sont faibles (le champ varie peu). L'écoulement tourbillonnaire du fluide, à l'origine du mouvement de rotation des chenillards, pourrait tendre à ramener les particules vers son centre, comme ont pu l'observer SPENGLER *et al.*[147], alors que le potentiel tend à les en éloigner. La vitesse coradielle des traceurs est élevée, de l'ordre de quelques tours par seconde, bien plus rapide que les vitesses radiales de migration vers le centre. Aussi, les variations de force radiative (qui dépend de la position angulaire car le champ de potentiel n'est pas axisymétrique) seraient alors lissées, comme si elle était constante, ce qui donne un rayon moyen environ constant autour duquel tournent les chenillards, lequel serait effectivement inférieur à 50 μm .

1.4 Étude dynamique de l'organisation de petits objets en réseau et robustesse sous écoulement

Nous avons vu que les objets, en fonction de leur taille et de la phase φ , adoptent des réseaux différents, même si tous ceux que nous étudions ont un facteur acoustophorétique $\Phi_{ac} > 0$ et sont tels que $f_1 > f_2$. Nous nous posons finalement la question de la vitesse de migration des objets de faible contraste, et de la robustesse du réseau face à un écoulement imposé qui tend à faire dériver les objets par entraînement visqueux.

Plusieurs méthodes peuvent être employées pour quantifier les forces de radiation exercées par le fluide sur les objets. La méthode originellement employée par TRAN *et al.*[158] consiste à imposer un décalage en fréquence donné entre deux émetteurs d'un seul axe excité, dont une vitesse de dérive du champ de potentiel. Le décalage est progressivement augmenté jusqu'à ce que la traînée exercée par le fluide sur l'objet qui se déplace à haute vitesse soit suffisante pour le dépiéger. Les écoulements redressés sont négligés, et l'égalité entre la force de radiation et la traînée visqueuse, proportionnelle à la vitesse relative alors connue entre l'objet et le fluide permet de conclure.

Par rapport au dispositif alors utilisé, celui étudié dans ce manuscrit diffère en deux manières. D'une part l'ajout de poches d'évidement au-dessus des émetteurs et l'augmentation du nombre de doigts donne un coefficient de réflexion élevé, et donc une force de piégeage (voir figure II.4) et une vitesse de dérive des pièges (voir figure II.5) qui dépendent de la phase, et donc du temps lorsqu'on impose un décalage de fréquence entre deux émetteurs. D'autre part le fait d'avoir quatre transducteurs émettant en même temps donne des interférences entre les deux ondes stationnaires orthogonales, qui se somment dans la cavité. Ces interférences peuvent être constructives ou destructives selon la phase, donnant donc lieu à une force de piégeage dépendant de la position de

l'objet.

Une autre méthode consiste à partir d'une solution au repos, où les objets sont disséminés dans tout le volume, puis d'allumer instantanément les quatre émetteurs pour mesurer les vitesses de déplacement atteintes par les objets qui migrent vers les pièges acoustiques. On néglige alors l'inertie des objets, à cause de l'échelle de travail, et l'on suppose que la vitesse de migration, environ constante, est fixée par un équilibre entre les forces de radiation motrices et la traînée de STOKES qui freine le déplacement. Le temps de migration des objets vers les pièges étant très faible (de l'ordre de 0,1 s), une caméra rapide est donc utilisée.

Pour des globules rouges en solution, lorsqu'un seul axe est allumé, on mesure des vitesses de migration de $300 \pm 40 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ sous une tension de 10 Vpp et $f = 37,1 \text{ MHz}$ suivant l'axe Y ($350 \pm 50 \mu\text{m}$ suivant l'axe Z, fort). Lorsque les deux axes sont allumés, les vitesses observées sont de $775 \pm 150 \mu\text{m}$ sous les mêmes conditions avec une phase $\varphi = \pi/2$. Selon la position initiale des globules, ceux-ci migrent plus ou moins vite et une autre source de dispersion identifiée est due au fait que certains migrent vers des colonnes de piégeage et d'autres vers des étages de lévitation alors que le déplacement vertical n'est pas pris en compte dans cette mesure.

Les globules rouges ne sont pas sphériques (dimension environ $3 \times 8 \mu\text{m}$) mais nous les assimilons à des sphères de rayon $a = 3 \mu\text{m}$, et de facteur acoustophorétique $f_1 = 0.11 \gg f_2$ assimilé au contraste de compressibilité. La force de radiation mesurée est donc $F_{\text{rad}} = 6\pi a \eta_m v_p$, soit de l'ordre de quelques dizaines de pN. En comparaison, pour un déplacement vertical supposé de la surface de quelques nanomètres, on prend $F_{\text{rad}} \approx f_1 V_p / 4 \rho_m \omega^2 k_s \xi_{0z}^2$ (voir expression III.13) qui est exactement de cet ordre de grandeur. Par ailleurs, on remarque que si $\xi_{0z}^x = \xi_{0z}^y = \xi_{0z}$, $f_1 \gg f_2$, $\chi^2 \ll 1$ alors cette même expression devient

$$U_{\text{rad}} = \frac{f_1 V_p}{4} \rho_m \left(\frac{\omega}{s_h} \right)^2 \left[\xi_{0z}^x{}^2 c_x^2 + \xi_{0z}^y{}^2 c_y^2 + 2 \xi_{0z}^x \xi_{0z}^y c_x c_y c_\varphi \right] c_{z-h}^2$$

la forme du champ en un plan médian est alors exactement celle illustrée en normalisé sur la figure III.2 que nous avons tracée à partir d'un champ 2D. On s'attend donc bien à ce que la force de radiation maximale exercée sur un objet plongé dans un champ sous $\varphi = \pi/2$ soit la somme des contributions de chaque axe pris séparément, comme s'il n'y avait pas d'interférence, ce qui est le cas pour nous.

Des résultats très similaires sont obtenus lorsqu'on varie brutalement la phase φ en passant par exemple de 0 à π ce qui a pour effet d'inverser le réseau losange des colonnes de piégeage. Sur les vidéos d'agrégats de globules, on constate que des agrégats d'une dizaine de globules (rayon équivalent environ $7 \mu\text{m}$), les vitesses de migration en passant à $\varphi = \pi/2$ sont de l'ordre de $1200 \pm 300 \mu\text{m}$ sous une tension de 6 Vpp. La force mesurée est donc quatre fois supérieure à celle mesurée sous 10 Vpp avec des globules isolés, de rayon équivalent $3 \mu\text{m}$. En assimilant l'agrégat de globules à un seul gros globule de rayon $7 \mu\text{m}$ on s'attendrait sous 6 Vpp -puisque le déplacement vertical est proportionnel à la tension (voir expression II.32)- à une force cinq fois supérieure à celle exercée sous 10 Vpp sur un globule seul. L'ordre de grandeur est donc bien respecté, et l'on constate

que pour des agrégats de peu de globules, il semble pertinent d'assimiler l'agrégat à un seul corps.

On soulignera cependant que cette approximation ne semble acceptable que pour des agrégats d'un petit nombre d'individus. Les gros agrégats de billes de PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$, de diamètre apparent $2a = 16 \pm 3 \mu\text{m}$ (voir figure IV.24 colonne centrale) se déplacent à une vitesse $450 \pm 150 \mu\text{m.s}^{-1}$, très faible devant celle qu'on observe pour des billes pleines de PS $\varnothing 10 \mu\text{m}$ sous les mêmes conditions de fréquence et de tension, alors qu'elles ont un diamètre apparent plus faible. Ces dernières migrent en effet avec une vitesse de plusieurs mm.s^{-1} (entre 1 et 4 mais l'écart type est trop important pour que cette mesure puisse être considérée). On notera à ce propos le travail de WEISER *et al.*[165] qui ont étudié les interactions entre objets par forces de radiation. Celles-ci sont dues aux interférences entre les champs acoustiques diffusés par chacun des objets, ayant donc un pré-facteur à longue distance en $(k_m a)^6$ non négligeable pour de gros objets, interférences qui peuvent devenir prédominantes lorsque les objets sont très proches.

Il ressort encore une fois de ces mesures que les objets de petite taille sont soumis à une traînée visqueuse (proportionnelle à a) assez élevée par rapport à la force de radiation (proportionnelle au volume donc à a^3) ce qui est beaucoup moins le cas pour de gros objets. Lorsqu'on impose un débit dans la cavité à l'aide d'un pousse-seringue, on voit que les gros objets comme des billes de PS $\varnothing 10 \mu\text{m}$ sont retenues face à des vitesses d'écoulements de l'ordre de 10mm.s^{-1} . Des cellules micronageuses (*Chlamydomonas reinhardtii*) de diamètre $\varnothing 10 \mu\text{m}$ ou des globules rouges plus petits, de facteur acoustophorétique environ trois fois moindre, sont retenus face des écoulements de l'ordre de quelques mm.s^{-1} , et finalement des petits traceurs comme des plaquettes sanguines ou des micro-billes de PS, de taille $2a = 1 - 2 \mu\text{m}$, face à quelques centaines de $\mu\text{m.s}^{-1}$. Dans la hauteur de la cavité microacoustique, le faible nombre de REYNOLDS cause un profil de vitesse parabolique de POISEUILLE de sorte que les objets au centre de la cavité sont soumis à des vitesses plus élevées et sont dépiégés en premier. Comme nous l'avons souligné à propos de la figure IV.5, les forces de radiation sont beaucoup plus faibles (d'un ordre de grandeur) dans les plans de lévitation que dans les plans médians, et nous constatons en effet que certains plans, contenant entre autre les chenillards, se dépiègent très facilement sous écoulement, particulièrement pour les petits objets.

2 Entraînement par les tourbillons

Après nous être intéressés au piégeage d'objets petits et gros par la somme de deux ondes acoustiques orthogonales déphasées de φ , nous nous intéressons maintenant à la dynamique complexe observée autour de ce réseau de pièges. Lorsque la déformation verticale de la surface correspond à un champ tournant à proximité des ventres de cette onde comme nous l'avons vu en figure II.2 page 34, pour $\varphi = \pm\pi/2$, les différents champs acoustiques rayonnés suivant la verticale par l'onde stationnaire (voir figure II.6 (b) page 40) s'accompagnent d'une quantité de mouvement que l'on peut voir comme un gradient de pression p_1 tournant en un point fixe, ou comme un front d'onde en hélice tel que montré sur la figure II.3 p.35. A la réflexion au plafond de verre, cette hélice inverse son vecteur d'onde et son vecteur de POYNTING (qui sont tous deux colinéaires en milieu

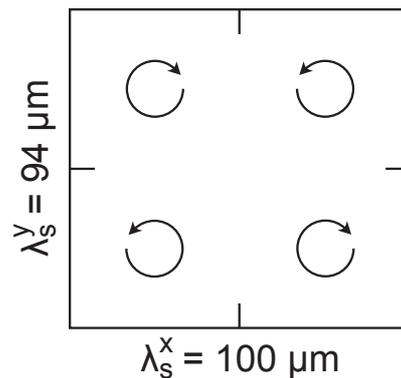


FIGURE IV.8 – Schéma simplifié de la cinématique d'une maille élémentaire, que le mouvement soit causé par l'entraînement par un écoulement tourbillonnaire dans la cavité, par le couple de WANG ou par le terme non potentiel des forces de radiation.

isotrope) mais pas son sens de rotation, d'où les effets amplifiés observés grâce à l'ajout de la lamelle réfléchissante. Nous avons vu au chapitre précédent que tous les champs stationnaires alors générés par interférences au niveau d'une surface ont une part tourbillonnaire, ceci que la surface soit celle d'un petit objet en suspension ou l'un des deux plans horizontaux (normaux à l'axe du faisceau de BESSEL) délimitant la cavité acoustique. Le champ de forces de radiation, le champ de vitesse d'écoulement redressé au niveau des surfaces ont tous deux une partie proportionnelle à $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$ dans une coupe horizontale de la cavité, fonction tracée en figure III.9. Par ailleurs, le couple de WANG généré par l'enroulement de l'écoulement redressé à la surface d'un objet en suspension crée un couple qui suit exactement la même carte que le rotationnel de $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$, comme on le voit sur la figure III.4. Ces prédictions tendent toutes vers la même observation d'un motif robuste et répétable de colonnes verticales contrarotatives, deux à deux espacées de $\lambda_s/2$ suivant un réseau carré, comme nous l'avons représenté en figure IV.8. Lorsque la phase est inversée, le sens de rotation du front des maxima de déplacement vertical et donc celui du faisceau de BESSEL hélicoïdal le sont également. Par conséquent, toutes les rotations observées par absorption ou atténuation d'une partie de la quantité de moment cinétique accompagnant l'onde le sont également.

Dans nos cavités acoustiques, cette organisation est observée de manière très répétable, et ce, que les objets dans la cavité soient de grosse taille (de l'ordre de $10 \mu\text{m}$) et donc mis en rotation par le couple de WANG ou de petite taille (traceurs de quelques microns) alors fortement soumis à l'écoulement. Lorsque les solutions sont fortement concentrées en objets, des agrégats déjà décrits en section précédente se voient, et ont eux aussi un comportement rotatif. Nous présenterons ces trois cas séparément.

2.1 Alternance de rotations horaires et anti-horaires d'objets piégés en réseau

Fabrication de billes JANUS

Afin de dissocier le couple de WANG de celui lié à l'alignement des objets par les

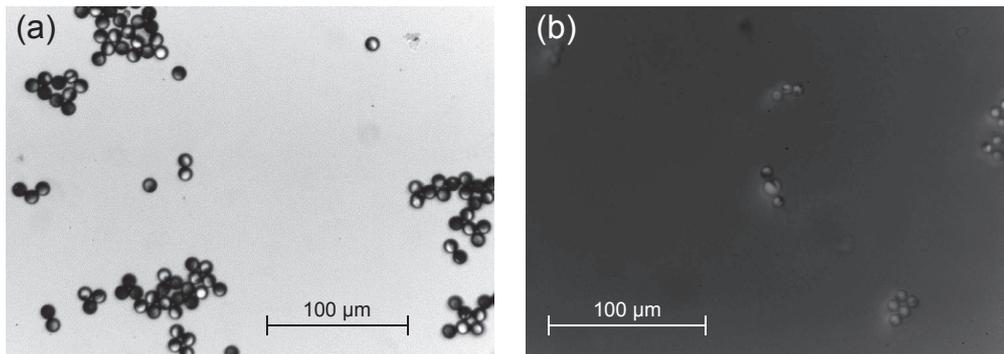


FIGURE IV.9 – Photographies prises à la binoculaire en transmission (a) et au microscope en fluorescence (b) de billes JANUS de diamètre $\varnothing 10 \mu\text{m}$ en solution.

forces de radiation (appelé couple de Gor'kov dans le chapitre III), la méthode la plus simple est de partir de billes sphériques et de les métalliser à moitié pour visualiser leur orientation, formant ainsi des billes JANUS. On peut pour cela choisir des billes de propriétés physico-chimiques intéressantes (dans notre cas fluorescentes), de matériau connu comme du verre ou du polystyrène de sorte que le facteur acoustophorétique soit maîtrisé, et surtout bien monodisperses en diamètre, que l'on trouve aisément sur catalogue.

Le protocole fortement inspiré de HONNEGER *et al.* [72], consiste à préparer une solution de billes de polystyrène fluorescentes et carboxylées dans de l'éthanol pur, sous faible concentration (3% massiques pour des billes de $\varnothing 10 \mu\text{m}$), puis de déposer à la micropipette $100 \mu\text{L}$ de solution sur une lamelle de verre de $25 \times 25 \text{ mm}$ préalablement décapée pendant 5 minutes au plasma de dioxygène. La métallisation consiste à déposer 10 nm de titane à $0,1 \text{ nm}\cdot\text{s}^{-1}$ comme couche d'accroche, puis une couche d'or de plus de 50 nm ou d'aluminium de plus de 100 nm pour assurer l'opacité du dépôt. La lamelle de verre peut alors être plongée dans un bœcher d'eau ou d'éthanol, lui-même plongé dans un bain à ultrasons. Les billes JANUS alors en suspension, métallisées d'un seul côté, peuvent finalement être récupérées après centrifugation. Les photographies en figure IV.9 montrent le résultat en transmission et en fluorescence. Ce marquage asymétrique permet, sans modifier la géométrie sphérique de l'objet, de détecter sa position angulaire ou le nombre de tours par seconde qu'il réalise. Notons que dans un récent article réalisant un travail de LAMPRECHT *et al.* [86], très similaire au nôtre mais à plus grande échelle, de telles billes ont également été utilisées.

Mesures qualitatives de vitesses de rotation

Afin d'observer la rotation de telles billes, une solution faiblement concentrée est insérée dans la cavité où un champ acoustique à $\varphi = \pi/2$ est émis. Une bille JANUS, photographiée sur la figure IV.10 est initialement observée en rotation permanente dans le sens horaire à la vitesse moyenne de $\Omega = 2,62 \text{ tr}\cdot\text{s}^{-1}$. On génère alors manuellement dans la cavité des à-coups de débit, afin de soumettre la bille à une force de traînée,

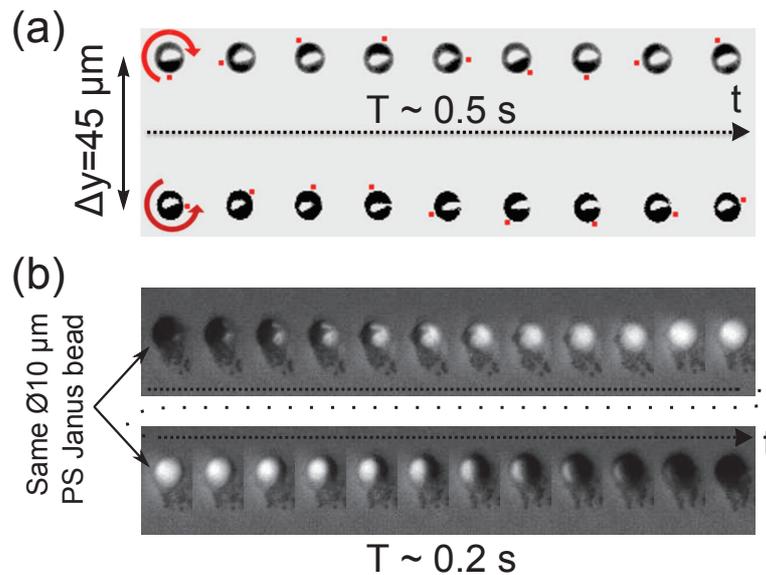


FIGURE IV.10 – (a) Rotations d'une même bille JANUS de diamètre $\varnothing 10 \mu\text{m}$ entre deux positions de piégeage, entre lesquelles on la fait sauter à l'aide d'à-coups de débit. L'angle est repéré par le point rouge car la partie métallisée n'est pas visible à cette échelle. La partie blanche est un reflet. Vitesses de rotation mesurées $\Omega = 2,6 \text{ tr.s}^{-1}$ dans le puits du haut, $\Omega = 2 \text{ tr.s}^{-1}$ dans le puits du bas. (b) Révolution hors plan complète d'une seule bille prise en fluorescence.

jusqu'à ce que celle-ci sorte de son puits de potentiel pour se rendre dans le puits voisin. Le flux étant dirigé par construction de ce dispositif suivant l'axe fort Z (donc l'axe (Oe_z)), la bille réalise un saut de longueur $\Delta y = 45 \mu\text{m}$, ce qui correspond environ à un saut d'une demi-longueur d'onde du cristal. On vérifie alors bien que la bille se met instantanément à tourner dans le sens opposé, à la vitesse $\Omega = -2,05 \text{ tr.s}^{-1}$. La répétabilité est alors testée en réalisant de nouveaux à-coups de débits dans le sens inverse, la bille se piégeant à nouveau à sa position initiale, et l'on mesure alors une vitesse de rotation $\Omega = 2,58 \text{ tr.s}^{-1}$. Finalement, en tentant de déplacer à nouveau la bille vers le puits voisin, celle-ci ne reprend pas exactement la même position (elle se décale alors de $\Delta y = 50 \mu\text{m}$) et prend alors une vitesse de rotation $\Omega = -1,92 \text{ tr.s}^{-1}$. Notons que la mesure est ici réalisée dans une cavité sans plafond de verre; la densité d'énergie acoustique dans la cavité est donc moindre que dans le cas avec plafond de verre où pour des tensions équivalentes les vitesses de rotation mesurées sous les mêmes conditions de tension, fréquence et taille de bille, sont quatre à cinq fois supérieures.

On constate donc une légère asymétrie entre les deux vitesses de rotation gauche-droite, que l'on retrouve par la suite dans toutes les mesures. Deux explications peuvent justifier cette observation. La première implique la rotation hors-plan, d'axe compris dans le plan horizontal (Oe_xe_y) , comme illustré sur la figure IV.10 (b). On constate de façon assez régulière que les billes n'ont pas un simple mouvement de rotation mais couplent souvent deux rotations, une suivant l'axe vertical, l'autre suivant un axe horizontal. Dans la quasi-totalité des expériences relatées dans ce mémoire, les images sont prises en transmission, ce qui rend très difficile la séparation des deux rotations. Le nombre de

tours effectués par seconde (vitesse de rotation moyenne) est mesuré manuellement en regardant le passage du marqueur foncé sur la bille claire en un point donné. Il est donc possible que la mesure soit légèrement fautive, puisqu'elle n'isole pas particulièrement la rotation d'axe vertical.

Une autre explication possible de l'asymétrie de rotation gauche-droite est que les gros objets ne sont pas exactement piégés à la verticale des ventres de déplacement vertical de la surface du cristal. Si l'on regarde de plus près la figure IV.24 on voit que les objets de facteur acoustophorétique positif (billes de PS) ne se piègent pas exactement suivant un réseau carré. Ceci peut s'expliquer par leur taille qui devient importante par rapport à $\lambda_{mz}/4 = 11 \mu\text{m}$ à nos fréquences de travail, ce qui fait qu'ils peuvent être encombrés par des maxima de potentiel de radiation en essayant de migrer vers les minima, ou encore par l'existence d'ondes stationnaires non désirées, potentiellement dues aux réflexions d'ondes de surface. Dans les deux cas, les objets ne se trouvent pas nécessairement aux points où le couple de WANG est maximum, ce qui explique en partie pourquoi deux objets voisins de même taille n'ont pas exactement la même vitesse de rotation. Dans l'exemple illustré en figure IV.10 la fréquence de travail est $f = 36,3 \text{ MHz}$ et on s'attend donc à ce que l'espacement entre les deux pièges soit de $\lambda_s^y/2 = 48 \mu\text{m}$. Toutefois, les écarts moyens observés entre les positions de piégeage et un réseau carré parfait sont souvent assez faibles. Ce phénomène peut donc être expliqué par des asymétries de quelques dizaines de pourcents, mais pas le passage du simple au double des vitesses de rotation gauche ou droite.

Outre les légers problèmes d'asymétrie de vitesse de rotation, nous avons donc vérifié qu'il est possible dans une suspension diluée de piéger un seul objet sans contact, et le mettre en rotation. Le réseau de pièges formé et les couples associés sont prédictifs et robustes puisqu'après plusieurs aller-retours d'un piège à l'autre la bille se piège systématiquement au même point, et atteint la même vitesse de rotation.

Mesures quantitatives de vitesses de rotation

Afin de franchir un pas supplémentaire vers la manipulation à trois degrés de liberté (deux translations, une rotation) d'un objet en lévitation dans une cavité acoustique, nous allons voir qu'il est possible avec les pinces acoustiques de contrôler simultanément la position et la vitesse de rotation des objets. Nous ne nous intéresserons pas dans la suite de ce manuscrit au contrôle des deux rotations hors-plan qui pourront être objets d'une étude ultérieure. La preuve de concept la plus simple à mettre en œuvre consiste à décaler très légèrement la fréquence d'un émetteur par rapport aux trois autres, d'une valeur $\delta f \ll f$. La simple analyse 2D réalisée en sous-section 1.1 montre qu'on s'attend alors à une dérive de la bille à vitesse constante et à ce qu'elle parcourt dans le même temps les différentes phases φ entre ondes stationnaires. En effet, rappelons que la formule II.3 montre que la position des ventres ou des nœuds de déplacement de la surface du cristal, et donc la position horizontale $x_p(t)$ de la particule peut s'écrire sous la forme

$$x_p(t) = \text{cste} + (\phi_4 - \phi_2)\lambda_s^x/4\pi \quad \text{avec ici} \quad (\phi_4 - \phi_2) = 2\pi\delta f t$$

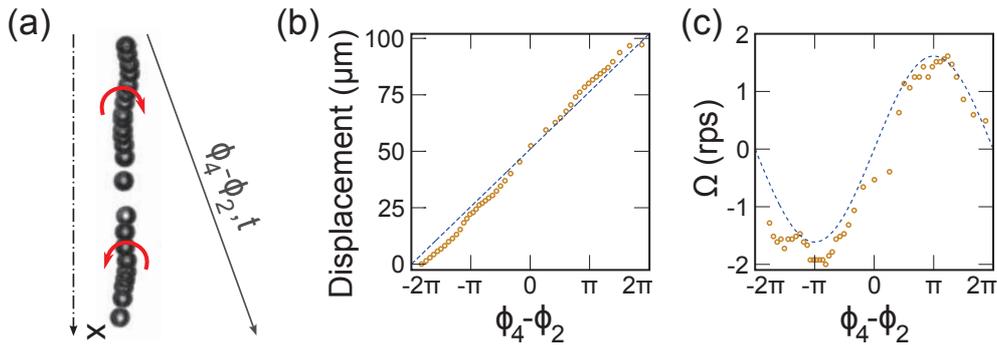


FIGURE IV.11 – Mesures réalisées sur une bille JANUS $\varnothing 10 \mu\text{m}$ à une fréquence $f = 36,3 \text{ MHz}$ sur les IDT1, 3 et 4, et une fréquence $f = 36,3 \text{ MHz} + \delta f$ avec $\delta f = 0,05 \text{ Hz}$. La tension de travail est de 6 Vpp sur la paire 1-3 et 8 Vpp sur la paire 2-4, dans une cavité sans plafond de verre et avec un ancien dispositif muni de 50 paires d'électrodes suivant les axes cristallins Y et Z. (a) Dérive de la bille, linéaire avec le temps et la phase inter-émetteurs $\phi_4 - \phi_2$. Les images successives sont prises chaque fois que la bille réalise deux rotations. (b) Position à chaque tour de la bille en fonction de la phase inter-émetteurs. L'incertitude de mesure est environ $\pm 4 \mu\text{m}$ par point. (c) Vitesse instantanée de la bille à chaque tour réalisé, en fonction de la phase inter-émetteurs. Il est impossible de quantifier l'incertitude de mesure, qui peut être due à des erreurs d'estimation d'un tour (couplage avec une éventuelle rotation hors plan) et de la phase acoustique réelle (les IDT n'ont pas la même impédance, ils ne déphasent donc pas l'onde mécanique de la même façon).

et $\lambda_s^x = 100 \mu\text{m}$. Cette dérive linéaire est à la base même des pinces acoustiques de TRAN *et al.*[158]. Par ailleurs, la phase entre les deux ondes stationnaires orthogonales se décale elle aussi lorsque l'on translate l'onde stationnaire suivant (Oe_x) , d'après l'expression II.4 :

$$\varphi = \frac{\phi_3 - \phi_4 - \phi_2}{2} = \text{cste} - \pi \delta f t$$

La figure IV.11 (a) et (b) montre bien que ce déplacement prévu (courbe bleue) est bien celui mesuré sur l'objet. Chaque point de ces deux figures correspond à un nombre de tours donnés, et non pas à un écart de temps donné, ce pourquoi l'écart entre deux points n'est pas constant. On pourra remarquer les légères accélérations de la bille vers $\phi_4 - \phi_2 = \pm\pi$, signe caractéristique des réflexions de l'onde suivant (Oe_x) déjà discuté en sous-section 1.3 (voir figure II.5). Ces réflexions expliquent possiblement pourquoi après et avant avoir parcouru la plage de phase ici décrite, la bille saute rapidement vers un puits voisin vers la gauche, raison pour laquelle la plage complète de phases n'a pas totalement été balayée.

Par ailleurs, la vitesse de rotation instantanée de la bille est tracée en figure IV.11 (c) et l'on observe une alternance de sens de rotation selon que la phase inter-émetteurs est positive ou négative, et des plages de phase où la vitesse de rotation est plus ou moins élevée. Ceci se remarque également sur la figure (a) qui montre une photographie de la bille à chaque 2 tours qu'elle réalise, l'écart entre deux positions successives étant donc inversement proportionnel à sa vitesse de rotation instantanée. Cette forme s'apparente bien à un sinus, comme le prédit l'analyse du couple de WANG 2D (voir expression III.4). Du

point de vue de la cartographie de ce couple (voir figure III.4) la bille est théoriquement piégée dans un nœud de pression, qui correspond à un extremum de couple. Le déphasage inter-émetteur translate en même temps tous les champs d'ordre 1 donc les nœuds de pression et la carte de couple, ce qui fait que dans le référentiel de la carte de couple et de la carte de potentiel de radiation, la bille est immobile. On s'attend donc bien à ce que sa vitesse de rotation soit proportionnelle simplement à $\pm \sin(\varphi) \sim \pm \sin[(\phi_4 - \phi_2)/2]$, le signe dépendant simplement de sa position initiale de piégeage.

Nous avons donc vu que le piégeage permet de façon prédictive, par simple contrôle des phases électriques, de faire translater un objet individuel tout en le faisant tourner dans un sens ou l'autre. Pour des pinces acoustiques, il convient de piloter séparément la translation et la rotation des objets, ce que nous pouvons faire en pilotant simplement les trois phases électriques des IDT 2, 3 et 4 (l'IDT 1 étant par convention prise comme référence de phase), ce qui a déjà été expliqué en sous-sections 1.2 et 1.1 (fin). Grâce à ce pilotage simultané, on peut translater un objet individuel (en jouant sur les phases entre émetteurs en vis-à-vis) en le faisant tourner à vitesse constante (donc en gardant $\varphi = (\phi_3 - \phi_4 - \phi_2)/2$ constant). Nous vérifions effectivement que ce contrôle fonctionne, notamment en gardant la vitesse de rotation nulle comme l'avaient déjà proposé TRAN *et al.*[158] dans la version originelle de ce travail où les deux ondes stationnaires orthogonales travaillaient à fréquences différentes, ce qui tue tout terme d'interférence entre elles, comme si l'on gardait $\varphi = 0$ de façon constante. L'autre cas extrême, strictement équivalent en théorie, consiste à contrôler la rotation de l'objet sans modifier sa position. C'est ce point qui va nous intéresser par la suite.

Pour cela, nous pilotons avec une seule voie de générateur les deux IDT d'un même axe. On s'assure alors que $\phi_1 = \phi_3 = 0$ (nulle car ϕ_1 est prise égale à zéro par convention) et $\phi_2 = \phi_4 = \phi$. L'expression II.4 donne alors simplement $\varphi = -\phi$. Dans le même temps, cette technique assure que $\phi_4 - \phi_2$ et $\phi_1 - \phi_3$ soient constantes, de sorte que les champs de force de radiation (pièges où se trouvent les particules) et de couple soient fixes, quelle que soit la phase ϕ imposée. Le balayage de la plage totale des phases est alors réalisé et les mesures de vitesses de rotation sont données en figure IV.12.

Pour ces données mesurées sur des billes JANUS, les points jaunes correspondent au report des données de la figure IV.11, interpolés sur un pas plus large et où les points sont espacés de 10° , afin de la faire correspondre avec les points de mesures verts et rouges. En effet, les points expérimentaux sur la figure IV.11 ont été mesurés à chaque tour de la bille, et ne sont donc pas régulièrement espacés en phase (plus proches quand la bille tourne rapidement). Pour pouvoir la comparer aux autres courbes réalisées par pas constant de 10° , les points de mesure sont donc linéairement interpolés sur cette grille. Cette opération est viable car elle fait passer de 44 points de mesure réels à 34 éléments après interpolation, avec au moins un point par élément de la grille de pas 10° . Bien que l'écart-type représenté par les barres d'erreur sur la figure IV.12 soit encore assez élevé, on voit clairement que la tendance de la moyenne en chaque phase suit bien la loi sinusoïdale attendue. De plus, on retrouve sur chacune de ces trois mesures l'asymétrie déjà discutée : la bille représentée par les losanges verts tourne plus rapidement dans le sens trigonométrique, la bille représentée par les cercles oranges plus rapidement dans le sens horaire, et la bille représentée par les croix rouges tourne à la même vitesse dans

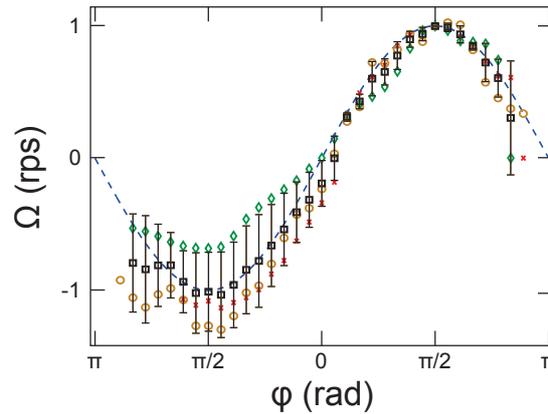


FIGURE IV.12 – Mesures de vitesses de rotation moyennes pour des billes JANUS $\varnothing 10 \mu\text{m}$, normalisées par rapport à leur vitesse en $\varphi = +\pi/2$. Les points verts et rouges correspondent à deux mesures dans une même cavité avec plafond de verre, obtenues en pilotant les paires d'IDT en regard (1-3 et 2-4) avec un seul générateur. Les points jaunes sont calculés par interpolation linéaire des données de la figure IV.11. En effet, les points expérimentaux ont été mesurés à chaque tour effectué par la bille, et ne sont donc pas régulièrement espacés en phase (plus proches quand la bille tourne rapidement), donc pour pouvoir la comparer aux autres courbes réalisées par pas de 10° , les points de mesure sont linéairement interpolés sur cette grille. Notons que l'interpolation fait passer de 44 points de mesure à une grille de pas 10° contenant 34 éléments, avec au moins un point par élément de la grille, le comportement interpolé retranscrit donc relativement bien le comportement réel que l'on aurait mesuré avec un tel pas. Courbe de tendance sinusoidale. Les carrés noirs représentent la moyenne des mesures à la phase donnée et les barres d'erreur sont à $\pm\sigma$ l'écart type.

les deux sens. Après avoir répété sur une population plus grande de billes l'opération de comparer les vitesses de rotation à $\varphi = \pi/2$ et à $\varphi = -\pi/2$, il nous semble que la moyenne en $\varphi = -\pi/2$ tende vers -1, prouvant que statistiquement les billes sont autant asymétriques en faveur d'un sens de rotation que l'autre.

Par ailleurs, puisque tout les phénomènes d'écoulements redressés sont liés à une atténuation d'énergie, leur amplitude est proportionnelle à une densité d'énergie acoustique. Si l'on considère les diverses expressions calculées en chapitre III (couple de WANG, écoulements aux parois, dérive de STOKES,) les écoulements d'ordre 2 s'écrivent tous comme des doubles produits des champs d'ordre 1. Ainsi, puisque la puissance acoustique rayonnée par les ondes de surfaces est proportionnelle (comme nous l'avons vu en expression II.32) à $\xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \propto u^x u^y$, on pourrait par exemple contrôler la rotation d'objets en gardant φ constante mais en pilotant l'amplitude des champs acoustiques. Cette dépendance quadratique à la tension, déjà observée par SCHWARZ [132] dans son manuscrit de thèse, se voit ici puisque la rotation de bille représentée par les points verts sur la figure (a) a été mesurée sous une tension de 4 Vpp pour la paire d'IDT 1-3 et 6 Vpp pour la paire d'IDT 2-4, et l'on mesure alors une vitesse de rotation maximale $\Omega_{max} = 5,4 \text{ tr.s}^{-1}$ et une vitesse de rotation minimale $\Omega_{min} = -3,7 \text{ tr.s}^{-1}$, soit en moyenne absolue $|\Omega|_{max} = -4,55 \text{ tr.s}^{-1}$. Par ailleurs la rotation de la bille en rouge a été mesurée dans le même dispositif (avec plafond de verre), sous une tension de 6 Vpp pour la paire

d'IDT 1-3 et 7,5 Vpp pour la paire d'IDT 2-4. On mesure alors une vitesse de rotation maximale $\Omega_{max} = 7,7 \text{ tr.s}^{-1}$ et une vitesse de rotation minimale $\Omega_{min} = -8,7 \text{ tr.s}^{-1}$, soit en moyenne absolue $|\Omega|_{max} = 8,2 \text{ tr.s}^{-1}$. On confirme donc bien que la vitesse de rotation est proportionnelle à $\xi_{0z}^x \xi_{0z}^y$.

Finalement, on note que la répétabilité est excellente et qu'il ne semble pas exister de phénomène d'hystérésis suivant le sens de parcours de la phase. Pour les billes représentées par les points verts et rouges sur la figure IV.12, la phase a d'abord été balayée dans le sens croissant, puis dans le sens décroissant, et la moyenne de l'écart relatif absolu mesuré est inférieure à 4%. Ainsi nos pinces acoustiques pour de gros objets (de taille $12 \mu\text{m} > 2a > 5 \mu\text{m}$) sont à la fois robustes et prédictibles en piégeage et en vitesse de rotation pour des objets élastiques.

2.2 Structuration ordonnée de la vorticité dans le fluide en colonnes contra-rotatives

 chelles de longueur des écoulements redressés

En sous-section introductive 1.2 nous avons vu qu'il existait deux types d'écoulements redressés, l'un d  à l'atténuation des ondes au cours de leur propagation (*streaming* d'ECKART), l'autre causé par les interfaces et les parois (*streaming* de RAYLEIGH-SCHLICHTING). Le modèle dressé pour décrire les écoulements moyens dans la cavité ne tient pas compte du premier, alors que celui-ci existe bel et bien dans la cavité. Le vent acoustique qui en résulte donne dans une cavité fermée des recirculations illustrées en figure IV.13 pour une cavité rectangulaire de dimensions $1,53 \text{ mm} \times 2,22 \text{ mm} \times 110 \mu\text{m}$.

Afin de tracer simplement les lignes de courant en régime permanent, nous utilisons une solution de fluide contenant des traceurs qui apparaissent plus sombre que le fluide au microscope en transmission. Une vidéo est prise avec une fréquence d'enregistrement suffisamment élevée pour que les traceurs se déplacent d'une distance équivalente à leur diamètre entre deux images. Un traitement numérique réalisé sur chaque pixel permet alors d'analyser le niveau de gris qui est clair si aucun traceur n'est passé par ce point et sombre sinon. On obtient alors les trajectoires des traceurs, et l'image est l'inverse de celle que l'on aurait eue si l'on avait eu des traceurs lumineux sur fond sombre, en prenant une seule image avec un temps de pause long. On reconstitue alors la trajectoire des traceurs qui correspond en chaque point à la ligne de courant passant par ce point si l'écoulement est permanent et que les traceurs suivent parfaitement le point. En pratique les traceurs sont de petites billes de PS $\varnothing 1 - 2 \mu\text{m}$ qui sont aussi soumises aux forces de radiation, donnent lieu à des bandes parallèles sur les images.

Les écoulements observés ont une vitesse maximale de $300 \mu\text{m.s}^{-1}$ lorsque l'axe d'émission est Y (axe horizontal (Oe_x) sur les images), et $330 \mu\text{m.s}^{-1}$ lorsqu'il s'agit de l'axe Z. De plus, on voit que ces écoulements génèrent également de la vorticité dans les plans horizontaux ($Oe_x e_y$). En moyenne, la vitesse du vent acoustique est toutefois bien inférieure si l'on se situe au centre de la cavité, particulièrement pour des cavités plus petites, de dimensions environ $1,2 \times 1,2 \text{ mm}^2$. Les vitesses sont alors typiquement de l'ordre de quelques dizaines de $\mu\text{m.s}^{-1}$. Toutefois il est important de souligner que ces

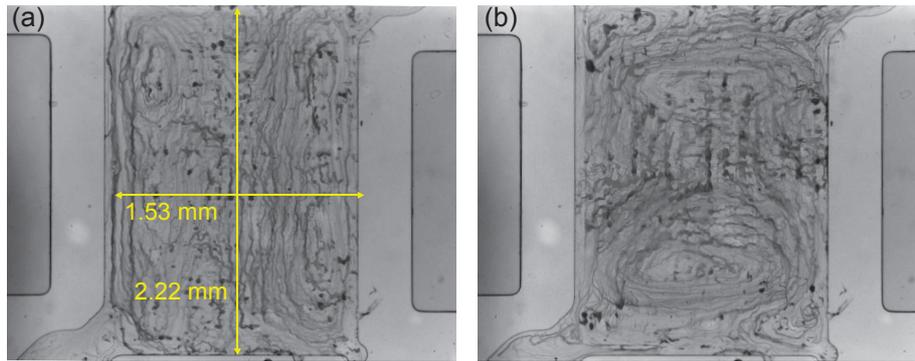


FIGURE IV.13 – Images construites avec *ImageJ* à partir de deux vidéos d'un écoulement d'eau dans une cavité remplie de traceurs en PS (billes $\varnothing 1 \mu\text{m}$) en traçant en chaque pixel la valeur la plus basse qui y soit passée. Image (a) axe Z excité (grand côté du rectangle), (b) axe Y, dans les deux cas avec une tension de 10 Vpp. La fréquence d'excitation n'est pas la même pour les deux IDT en regard, l'un travaillant à une fréquence supérieure de 1 Hz à l'autre, autour de $f = 36,4 \text{ MHz}$.

vitesses sont comparables à celles de l'écoulement redressé de RAYLEIGH-SCHLICHTING dû aux parois horizontales.

En pratique, les deux écoulements redressés n'ont pas la même échelle de variation. L'écoulement dû à l'atténuation des ondes génère des vortex de la taille d'une demi cavité, donc environ d'1mm, alors que l'écoulement de surface que l'on souhaite observer doit, d'après la sous-section 2.3, générer des vortex de la dimension d'une demi-longueur d'onde de surface, soit une cinquantaine de microns. Nous choisirons donc par la suite de tracer le champ de rotationnel vertical mesuré, qui élimine les composantes quasi-continues du champ, ou sinon de nous placer au centre des très larges recirculations fluides causées par le vent acoustiques, dans lequel les vitesses de cet écoulement redressé sont faibles. Rappelons que le rotationnel de $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$ attendu a été tracé en figure III.9 pour une phase non nulle.

Les champs de rotationnel peuvent être calculés à partir d'un suivi des traceurs dans le milieu. Un programme de suivi des trajectoires des particules (PTV), FAST (Fast And Simple Tracker) développé par Thomas COMBRIAT et s'appuyant sur une méthode de détection du centre des particules basée sur le Laplacien de la Gaussienne (LOG) est appliqué aux vidéos capturées dans la cavité. Le principe de base du programme complet permettant de calculer un champ de vitesse et ses dérivées spatiales est résumé en figure IV.14. Après suivi des trajectoires de nombreux traceurs, le champ vectoriel dans une description Eulérienne est alors calculé, puis un léger lissage Gaussien d'écart-type 1 à 2 pixels est appliqué sur les deux composantes (suivant \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y) afin d'éviter les discontinuités fortes. Finalement ce champ est moyenné sur un sous-échantillonnage de l'image (matrices carrées de taille δ_{sub}). Finalement les dérivées spatiales de chaque composante du champ de vitesse sont évaluées sur ce sous-échantillonnage.

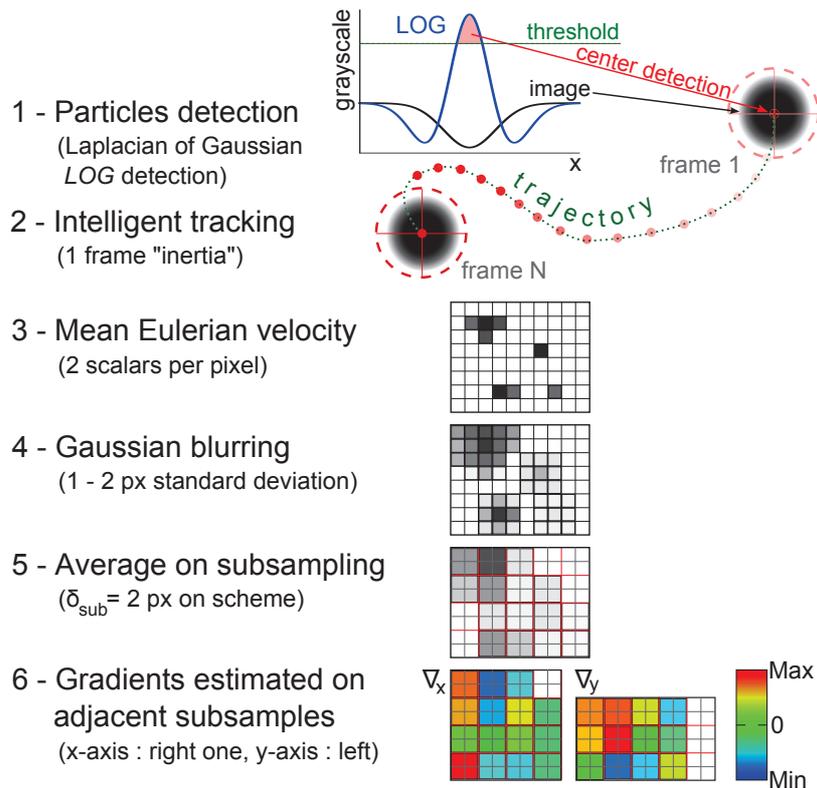


FIGURE IV.14 – Principe de traitement d'images FAST développé par Thomas COMBRIAT.

Colonnes contra-rotatives

Une solution test d'eau chargée de billes de PS, de diamètre $\varnothing 1 \mu\text{m}$ est insérée dans la cavité présentée en image IV.13. Le programme FAST permet alors de calculer le champ de vitesse en tout point où au moins un traceur passe au cours d'une vidéo, puis d'en déduire le champ de rotationnel. Le résultat est présenté en figure IV.15. On voit très clairement sur le champ de vecteurs une tendance de dérive vers le bas, qui est due à l'écoulement redressé d'ECKART déjà discuté, mais ce champ varie peu à l'échelle de $100 \mu\text{m}$. Ailleurs, l'écoulement redressé de surface donne lieu à des écoulements de l'ordre de $50 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (quart Nord-Est de l'image). Le réseau de vortex contrarotatifs, déjà visible sur la figure (a) est bien mis en évidence sur la figure (b). Le vecteur tourbillon vertical $\Omega = 1/2(\nabla \wedge \mathbf{u}')$ est au maximum de l'ordre de 0,5 tour par seconde.

On rappelle qu'en chapitre III nous avons vu que l'écoulement redressé dans la cavité est en ordre de grandeur décrit par la conditions limite III.32, avec $g_{\chi,\zeta}^{(3)} \ll g_{\chi,\zeta}^{(4)}$. Si le déplacement vertical est de l'ordre du nanomètre on a vu que la vitesse de l'écoulement redressé dans la cavité est donc de l'ordre de $\omega k_{mz} \xi_{0z}^2$ de quelques dizaines de $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, en accord avec les mesures réalisées. De plus, la dépendance spatiale du champ de vitesse, donnée par $\mathcal{F}_\varphi(x, y)$ est théoriquement un réseau de maille élémentaire $\lambda_s^x \times \lambda_s^y$, donnée en figure III.9. On mesure en effet sur le champ de rotationnel une distance horizontale (resp. verticale) moyenne entre deux centres de vortex de même sens de rotation de $100 \pm 2 \mu\text{m}$ (resp. $95 \pm 2 \mu\text{m}$), qui correspondent parfaitement aux valeurs attendues $\lambda_s^x = 100 \mu\text{m}$

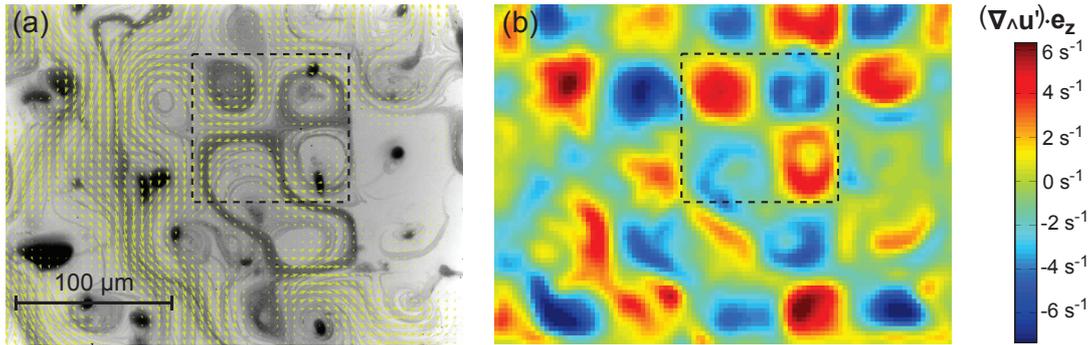


FIGURE IV.15 – Écoulement généré par une tension de 6Vpp aux bornes de chaque émetteur, sous une fréquence $f = 36,5$ MHz, $\varphi = \pi/2$. (a) Image en fond : tracé en chaque pixel du niveau de gris le plus bas pris par ce point au cours d'une vidéo de plusieurs milliers d'images, donnant des lignes de courant en régime permanent. En jaune : superposition du champ de vitesse calculé par le programme FAST avec un sous-échantillonnage de taille $\delta_{\text{sub}} = 8$ px. (b) Champ de rotationnel projeté suivant la normale \mathbf{e}_z au plan focal. Le carré tireté noir correspond à la maille élémentaire $\lambda_s^x \times \lambda_s^y = 100 \times 94,5 \mu\text{m}^2$ étudiée sur les figures IV.16 (b) et IV.17.

et $\lambda_s^y = 94 \mu\text{m}$.

Sur ces mêmes données, on peut zoomer sur une maille élémentaire (presque) carrée $\lambda_s^x \times \lambda_s^y = 100 \mu\text{m} \times 94,5 \mu\text{m}$ afin de mesurer le champ de vitesse et le comparer aux expressions attendues d'après le modèle dressé en sous-section 2.3. Celle-ci est choisie de sorte que le vent acoustique (élevé sur la gauche des images en figur IV.15) soit faible : on se place donc dans la maille représentée en noir sur cette même figure. Rappelons que l'écoulement redressé calculé dans notre modèle est guidé par les conditions aux parois horizontales III.32 et III.29, où le premier terme de chaque expression est négligeable devant le second d'après la figure III.12. Les deux conditions limites, à la verticale l'une de l'autre étant proportionnelles à la fonction de vortex

$$\mathcal{F}_\varphi(x, y) = \begin{pmatrix} -s_x c_y \\ c_x s_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

(tracée en figure III.9) nous supposons que ceci est vrai pour toute coupe $z = \text{cste}$ donnée, ce qui se justifie mathématiquement par le fait que nous ayons des conditions limites de COUETTE plan et un écoulement à bas nombre de REYNOLDS. Le champ de vecteur attendu est alors schématisé de façon simple en figure IV.8.

Le champ de vitesse dans la cavité peut alors être obtenu en tout point grâce au traçage des particules réalisé à l'aide du programme FAST. Sur la maille élémentaire ici isolée par exemple, le champ est tracé en figure IV.16. Le champ de vitesse mesuré, à droite, a été obtenu après un léger floutage gaussien d'écart-type 1 px de chaque composante de la vitesse (pour lisser les points aberrants) et moyenné sur un sous-échantillonnage

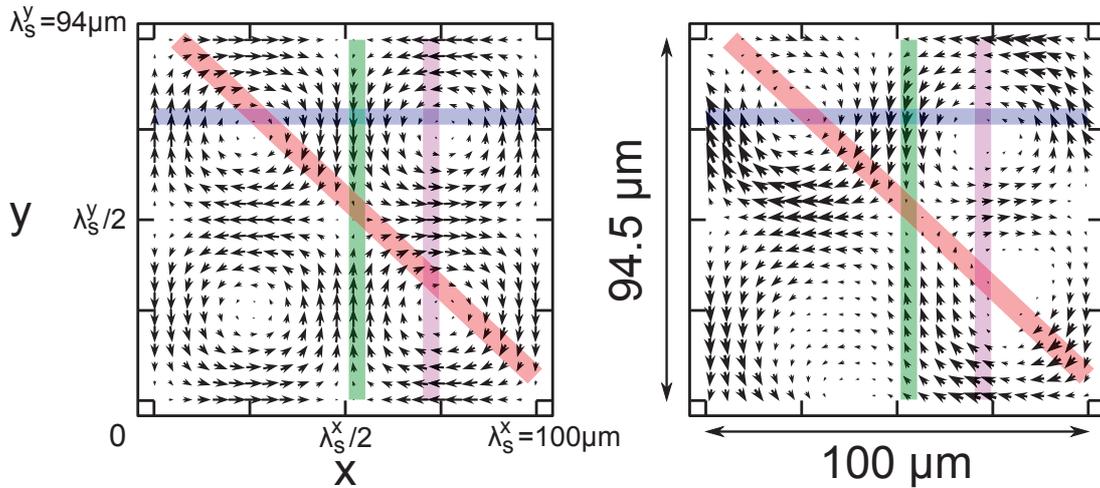


FIGURE IV.16 – Champs de vitesse théorique (à gauche, de vitesse maximale fixée à $53 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) et expérimental (à droite) mesuré sur la vidéo décrite en figure IV.15, avec cette fois un sous-échantillonnage de largeur $\delta_{\text{sub}} = 12 \text{ px}$. Les rectangles colorés se réfèrent à la figure IV.17

spatial de taille $\delta_{\text{sub}} = 12 \text{ px}$ choisi assez large pour de simples questions de lisibilité. La maille élémentaire retenue ici correspond au milieu, légèrement en haut à droite de l'image complète tracée en figure IV.15. Le champ théorique est tracé sur la gauche pour une vitesse maximale fixée visuellement à $53 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour coller aux mesures.

On constate en comparant les deux images que l'essentiel de la dépendance spatiale du champ de vitesse expérimental semble décrit par le modèle. La légère dérive entre les deux correspond en pratique fortement à un écoulement global lent suivant $-\mathbf{e}_x$ et $-\mathbf{e}_y$, dû aux écoulements redressés d'ECKART à large échelle illustrés en figure IV.13.

Une comparaison quantitative peut être menée en effectuant suivant différentes coupes des profils de vitesses, coupes qui sont représentées par les rectangles colorés sur les deux champs de vecteurs. La figure IV.17 a été obtenue à partir de mesures non traitées (brutes, sans flou Gaussien), et moyennées sur un sous-échantillonnage spatial plus fin $\delta_{\text{sub}} = 6 \text{ px}$. Les profils verticaux (a) et (b) et horizontal (c) sont chacun réalisés sur une épaisseur de 12 px , c'est-à-dire à $\pm 1 \text{ box}$ d'une droite donnée sur l'image sous-échantillonnée par δ_{sub} . Le profil quasi-diagonal est quant à lui réalisé sur une bande plus large, à $\pm 10 \text{ px}$ de la droite $y = 98 - 0,95x$ (en μm). La raison pour laquelle ces profils n'ont pas été réalisés exactement à $x = 50 \mu\text{m}$, $x = 75 \mu\text{m}$, $y = 75 \mu\text{m}$ et $y = 94,5 - 0,945x$ vient d'une volonté de notre part de nous placer sur les zones où le plus d'information a été récupérée par le suiveur de particules.

Dans un premier temps, intéressons-nous uniquement aux mesures de vitesses projetées, c'est-à-dire aux cercles noirs. La figure (a) représente la vitesse verticale suivant une coupe verticale au milieu de la maille ($x \approx \lambda_s^x/2$). Comme on le voit sur la figure IV.16, cette composante est d'abord positive jusqu'en $y \approx \lambda_s^y/2$ puis négative, en passant par un extremum au milieu de chaque segment. Ce comportement est très bien décrit par la loi sinusoidale attendue. Les figures (b) et (c) correspondent à une vitesse orthogonale à la droite de coupe, laquelle passe par le centre des vortex. On vérifie bien que

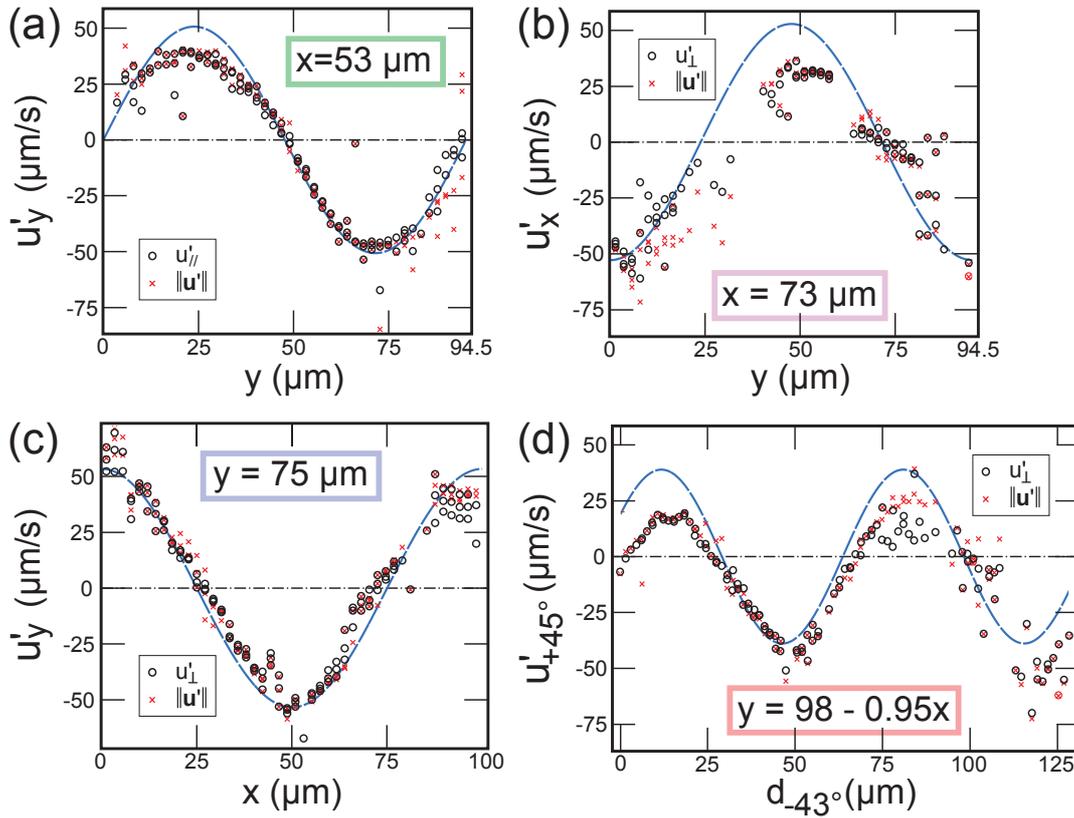


FIGURE IV.17 – Profils de vitesses effectués sur quatre zones rectangulaires tracés en figure IV.16 à partir des mesures brutes (sans flou Gaussien ni interpolation) moyennées sur un sous-échantillonnage petit $\delta_{\text{sub}} = 6 \text{ px}$. Les courbes bleues correspondent aux valeurs théoriques d'un champ de vitesse maximale $53 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ suivant les mêmes coupes. (a) profil défini à $\pm 6 \text{ px}$ de la droite verticale $x = 53 \mu\text{m}$ de la vitesse verticale u'_y (parallèle à l'axe d'abscisse d'où la notation $u'_{||}$) désignée par des cercles noirs, et de la norme de la vitesse $\|\mathbf{u}'\|$ désignée par des croix rouges. (b) profil défini à $\pm 6 \text{ px}$ de la droite verticale $x = 73 \mu\text{m}$ de la vitesse horizontale u'_x (normale à l'axe d'abscisse d'où la notation u'_{\perp}) désignée par des cercles noirs, et de la norme de la vitesse $\|\mathbf{u}'\|$ désignée par des croix rouges. (c) profil défini à $\pm 6 \text{ px}$ de la droite horizontale $y = 75 \mu\text{m}$ de la vitesse verticale u'_y . (d) profil défini à $\pm \text{px}$ de la quasi-diagonale $y = 98 - 0,95x$ (en μm) de la vitesse perpendiculaire (projetée sur $(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$).

la vitesse est très faible en $x/\lambda_s^x, y/\lambda_s^y = 1/4 [1/2]$, positions correspondant aux centres des vortex et que la dérivée de vitesse change de signe (ou que la monotonie s'inverse) en $x/\lambda_s^x, y/\lambda_s^y = 1/2 [1/2]$, ce qui vient du fait que les vortex sont contrarotatifs. Finalement, la figure (d) couvre deux vortex qui tournent dans le même sens puisqu'ils sont sur la même diagonale. On s'attend théoriquement à une invariance par translation de $\sqrt{(\lambda_s^x)^2 + (\lambda_s^y)^2}/2 \approx 70 \mu\text{m}$, qui fait passer d'un vortex à un autre. On vérifie qualitativement mais pas quantitativement cette affirmation car les données sont très fortement bruitées sur la fin du profil. En pratique, ceci est simplement dû au fait que sur la vidéo très peu de traceurs soient passés dans cette zone, donc le champ de vitesse est moyenné sur une population faible, comme nous pouvons le voir sur la figure IV.23 (c) qui trace le nombre de particules détectées par pixel par le programme sur la vidéo complète. Le carré blanc correspond à la maille qui nous intéresse ici, et l'on voit que le quart en bas à droite est peu parcouru par les traceurs, point sur lequel nous reviendrons plus en détail par la suite.

On peut finalement s'intéresser aux points rouges sur chacun des graphiques, qui représentent la norme en chaque point. On voit clairement que dans les quatre cas, la norme est quasiment égale à la composante projetée tracée (croix rouges et cercles noirs quasiment confondus). Ceci confirme bien que u'_x est très faible en $x/\lambda_s^x = 0 [1/2]$ et en $y/\lambda_s^y = 1/4 [1/2]$, idem pour u'_y en inversant x et y , et que de façon plus générale $u'_r \ll u'_\theta$ pour un vortex.

Pour ces quatre profils, le profil théorique semble donc très bien décrire quantitativement la dépendance spatiale du champ. L'écart observé visuellement entre les champs vectoriels en figure IV.16 provient effectivement d'un écoulement environ constant à l'échelle de la maille ici $\lambda_s^x \times \lambda_s^y$ considérée, puisqu'on voit un écart à peu près constant entre la courbe théorique et la mesure, principalement sur les figures (b) et (d) ce qui signifie que le flux global est principalement orienté suivant $-\mathbf{e}_x$, ce que l'on peut effectivement vérifier sur la figure IV.16 si l'on regarde par exemple vers $y = 0, y = \lambda_s^y/2$ et $y = \lambda_s^y$ en comparant les vecteurs orientés suivant $+\mathbf{e}_x$ par rapport à ceux suivant $-\mathbf{e}_x$.

Influence de la tension appliquée

On peut finalement vérifier que le fait de jouer sur la tension aux bornes de chacun des émetteurs permet bien d'augmenter quadratiquement la vorticité permanente dans le fluide, qui provient d'un effet de dissipation visqueuse continue, et doit donc être proportionnelle à la densité d'énergie acoustique.

La figure IV.18 trace pour différentes tensions le vecteur tourbillon $\Omega = 1/2(\nabla \wedge u') \cdot \mathbf{e}_z$ approximé comme si le vortex était une rotation solide d'axe \mathbf{e}_z . Cette approximation semble valide à proximité du centre des vortex. En effet, si l'on regarde la vitesse coradiale sur la figure IV.17 (c) par exemple, on voit qu'autour des centres en $x = 25$ et $x = 75 \mu\text{m}$ la dépendance de $u'_\theta = u'_x$ est quasiment linéaire en $x \approx r$. Il s'agit ici simplement du fait que $\sin(x) \approx x$ lorsque $x \rightarrow 0$. Comme nous l'avons déjà souligné, le fait de limiter notre émission acoustique à quatre transducteurs émettant des ondes planes ne nous permet pas de considérer le champ axisymétrique dès que l'on s'éloigne du cœur des tourbillons.

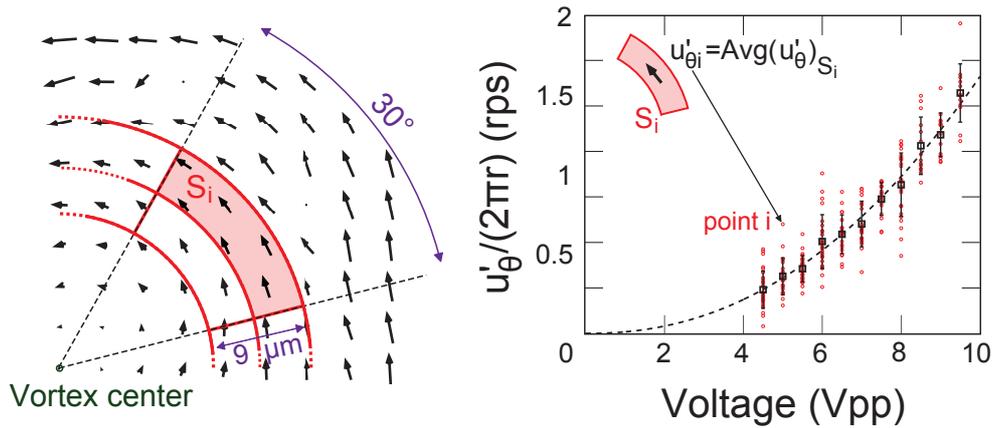


FIGURE IV.18 – Mesures de vitesses de rotation équivalente $u'_\theta/(2\pi r)$ dans une solution de sang dilué, en fonction de la tension aux bornes des quatre émetteurs, dans une cavité avec plafond de verre, sous une fréquence $f = 37,1$ MHz. La tension est balayée entre 4,5 et 9,5 Vpp avec un pas de 0,5 Vpp. Vitesse de rotation équivalente calculée sur un vortex de plaquettes en moyennant la vitesse co-radiale u'_θ sur une zone comprise entre $26,5 \leq r \leq 35,5 \mu\text{m}$. Chaque point rouge i correspond à une moyenne de $u'_\theta/(2\pi r)$ sur une portion S_i de 30° par $4,5 \mu\text{m}$, les carrés noirs représentent la moyenne des mesures à la tension donnée et les barres d'erreur sont à $\pm\sigma$ l'écart type. Courbe de tendance en $y = Ax^{2,2}$.

La solution utilisée pour la mesure décrite en figure IV.18 est une solution de sang humain dilué en globules. Les traceurs suivis par PTV sont des plaquettes sanguines. Pour tracer le vecteur tourbillon, on suppose tout de même le champ axisymétrique, on se place sous une phase $\varphi = \pi/2$ constante, et l'on augmente progressivement la tension par pas de 0,5 Vpp, de 4,5 Vpp à 9,5 Vpp. Deux cercles concentriques avec le tourbillon, espacés de $9 \mu\text{m}$, à une distance moyenne $r \approx 31 \mu\text{m}$ du centre (le petit cercle a pour rayon $r = 26,5 \mu\text{m}$ et le grand $r = 35,5 \mu\text{m}$) sont tracés. On sépare l'espace entre les deux cercles en 24 portions d'arc de 30° de $4,5 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Pour une tension donnée, la moyenne de la vitesse coradiale u'_θ est alors calculée sur chacune de ces sections S_i . Enfin, les 24 points i correspondant à ces différentes moyennes sont reportés sur le graphique de droite, en étant divisés par le rayon moyen de la portion d'arc S_i sur laquelle ils ont été mesurés.

Les vitesses d'écoulement redressé en jeu dans la cavité sont donc au maximum de la tension de l'ordre de $500 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, en accord avec les attentes théoriques prédites pour un déplacement vertical de la surface de l'ordre de 5 nm. La courbe de tendance polynomiale de la forme $y = ax^m$ est obtenue avec une méthode des moindres carrés (en passant par une représentation log-log non représentée ici), et a pour coefficient $m = 2,2$, proche du coefficient 2 attendu théoriquement. Finalement, on ne peut s'empêcher de constater que l'écart-type est élevé, ce qui est dû au fait que le tourbillon a pour des distances à l'axe élevées comme ici à $r \approx 30 \mu\text{m}$ une forme légèrement carrée. On observe régulièrement un ralentissement des traceurs vers un ou deux des quatre points à sa diagonale (à $\pm 45^\circ$ de \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y depuis l'axe du tourbillon). D'ailleurs le champ théorique lui-même, tracé en figure IV.16 (a) n'est pas exactement circulaire, ce pourquoi on prêterait davantage d'im-

portance à la vitesse coradiale moyenne sur toute la surface, représentée par un carré noir en chaque abscisse du graphique en figure IV.18, qu'aux différents points en rouge.

Nous avons donc vu que lorsque les champs acoustiques prennent la forme de faisceaux de BESSEL hélicoïdaux, l'écoulement fluide prend un caractère tourbillonnaire, dû à la présence des parois horizontales de la cavité, puisque c'est à proximité de ces dernières que les effets visqueux et donc l'atténuation de l'onde se produisent. Les colonnes tourbillonnaires contra-rotatives observées en figure IV.17 sous 6 Vpp et $f = 36,5$ MHz correspondent très bien aux prédictions analytiques simples. La vitesse maximale du champ de vitesse, mesurée alors à environ $60 \mu\text{m.s}^{-1}$ peut monter à plusieurs centaines de $\mu\text{m.s}^{-1}$ sous 10 Vpp en conditions résonantes, puisqu'elle dépend quadratiquement de la tension d'après la figure IV.18. Nous avons effectivement mesuré des vitesses allant jusqu'à $300 \mu\text{m.s}^{-1}$ dans une géométrie à plafond de verre en travaillant à une fréquence de $f = 37,1$ MHz, et ces valeurs sont exactement de l'ordre de l'amplitude de vitesse attendue théoriquement, à savoir $\omega/4k_{mz}\xi_{0z}^x\xi_{0z}^y$ avec des déplacements verticaux de la surface de 3-4 nm attendus [85], [107] et mesurés [120] sous une telle tension. Finalement, lorsque la phase est inversée (passée à $\varphi = -\pi/2$, on vérifie bien expérimentalement l'inversion de sens de rotation de tous les tourbillons. Ainsi le modèle proposé en chapitre III reflète à la fois la dépendance spatiale et l'amplitude des différents champs permanents dans la cavité.

2.3 Coexistence de forces de radiation et d'entraînement visqueux rotatif

Phénoménologie de la rotation d'agrégats

Nous avons vu en section 1 que les objets, quelle que soit leur taille tant qu'elle est faible devant la longueur d'onde, migrent sous l'effet de forces radiatives vers des pièges. Dans le même temps, les écoulements redressés exercent des contraintes sur leur surface ce qui les entraîne en rotation. Nous allons ici nous intéresser à la correspondance des réseaux de pièges et de tourbillons verticaux dans le fluide.

Lorsque la phase $\varphi = \pm\pi/2$, le réseau de pièges acoustiques est à la fois carré au niveau des étages de lévitation et des plans médians, bien que complémentaires l'un de l'autre, comme nous l'avons vu sur la figure IV.3. À cela s'ajoute un paramètre supplémentaire qui est que sur ce réseau carré, les particules agrégées par la forme du potentiel au niveau des plans médians sont en rotation alternée gauche-droite comme illustré en figure IV.19. On voit bien sur cette figure que les objets piégés en réseau carré tournent de façon alternée, et que le sens de rotation de chacun s'inverse lorsque la phase est décalée de π . On constate aussi que les agrégats dans les plans de lévitation (globules apparaissant plus clair à l'image) ne tournent pas ou sinon à vitesse réduite, ce que nous suspectons être un entraînement par l'écoulement tourbillonnaire non nul sur toute leur surface car les agrégats dans ces plans de lévitation sont aplatis mais très larges.

Ce résultat peut simplement être expliqué par le modèle 2D décrit en section 1, puisque nous avons vu que lorsque deux ondes stationnaires déphasées de φ excitent un fluide, les puits de potentiel de GOR'KOV (voir figure III.2 (a), (b), (c) et (d)) et les zones où le couple de WANG est maximum en valeur absolue (voir figure III.4) sont confondues,

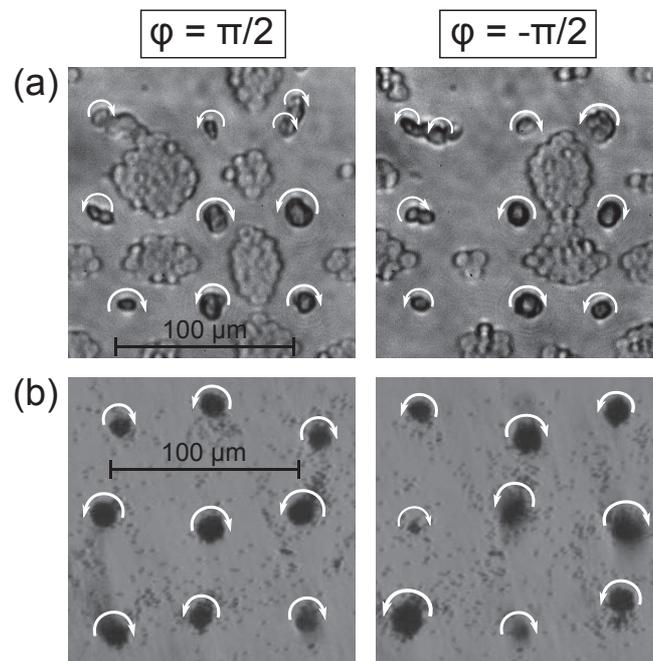


FIGURE IV.19 – Représentation des sens de rotations alternés observés pour deux phases différentes $\varphi = \pm\pi/2$ sur les agrégats de globules rouges (a) (seulement le réseau sombre), et de billes de PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$ (b). Figure (a) à mettre en regard avec la figure IV.3. Les vitesses de rotation observées sont $\Omega \lesssim 1 \text{ Hz}$. La figure (b) est obtenue dans une cavité entièrement faite de PDMS sans plafond de verre jouant le rôle de réflecteur acoustique, raison pour laquelle on n'observe pas de chenillard.

correspondant aux positions des nœuds de pression. Nous avons également vu que le couple est alterné gauche-droite, comme les rotations d'objets observées ici.

Avant d'entamer une discussion plus quantitative, plusieurs remarques se doivent d'être faites concernant la figure IV.19. Premièrement, notons que le couple de WANG est dû à un écoulement redressé sur la paroi d'un objet sphérique indéformable, or dans le cas d'agrégats il n'existe pas de simple paroi. Pour autant il ne nous semble pas correct de négliger tout écoulement redressé dû à la présence de ces agrégats, particulièrement dans le cas de globules eux-mêmes assez volumineux. L'étude de l'écoulement redressé à la surface d'un objet complexe comme une vésicule déformable (cellule) ou un agrégat dense de particule n'a, à notre connaissance, pas été modélisé auparavant, et nous nous contenterons d'une approche factuelle au regard d'observations expérimentales.

Afin d'en caractériser la rotations, on soumet les agrégats à une phase variable tout en maintenant $\phi_4 - \phi_2$ et $\phi_3 - \phi_1$ constants, ce qui a pour effet de ne pas déplacer les pièges radiatifs ni les axes des tourbillons dans le fluide. Dans une cavité excitée à $f = 37,1$ MHz, remplie de sang fortement dilué dans un mélange Optiprep et PBS, on relève les vitesses de rotation de dix agrégats de globules rouges. Les résultats de la mesure, reportés en figure IV.20, sur laquelle on normalise la vitesse de rotation de chaque agrégat par rapport à sa vitesse de rotation en $\varphi = \pi/2$ (de l'ordre de 1 tour par seconde), de sorte qu'on ne se pose pas la question de savoir s'il tourne dans un sens ou l'autre. Qualitativement, on retrouve des tendances similaires à celles mesurées sur des billes JANUS qui sont elles soumises au couple de WANG bien supérieur au couple d'entraînement visqueux par le fluide. Entre autres on retrouve que leur sens de rotation s'inverse lorsque la phase passe de $\varphi = +\pi/2$ à $\varphi = -\pi/2$, avec une asymétrie parfois assez marquée (allant jusqu'à des vitesses de rotation deux fois supérieures dans un sens que dans l'autre) entre la vitesse de rotation maximale dans un sens et dans l'autre. Cette asymétrie est toutefois lissée par la statistique puisqu'on voit qu'en moyenne la vitesse de rotation normalisée en $\varphi = -\pi/2$ est environ égale à -1 .

Par contre, à la différence de la figure IV.12, la vitesse de rotation en fonction de la phase semble très mal décrite par un simple sinus : sur de très larges bandes de phase les agrégats de globules sont à l'arrêt. Deux hypothèses peuvent être avancées pour justifier ceci. La première invoque le potentiel et le couple de Gor'kov. Au niveau des plans médians, où l'on observe les agrégats de globules tourner, le champ de potentiel est assez bien décrit par le modèle 2D illustré sur les quatre images du haut de la figure III.2. Les objets très fortement déformables contrairement aux billes JANUS, sont donc soumis à un champ de potentiel qui s'allonge lorsque la phase approche de $0[\pi]$, ce que l'on retrouve sur les photographies en figure IV.3. Or, nous avons vu en page 113 que même pour des objets de facteur acoustophorétique faible comme des billes de PS dans de l'eau DI, le couple de Gor'kov, visant à l'alignement d'une particule allongée dans le champ de potentiel radiatif, devient comparable au couple de WANG dès lors que le rapport d'aspect de l'objet en question dépasse 2. Mais ce couple Gor'kov n'est pas constant et il est lui aussi fonction de la phase, et quasi-nul pour une phase de $\pm\pi/2$ puisque les puits de potentiel ont alors une forme quasi-circulaire. La modélisation la plus simple de ce phénomène est celle d'un couple de frottement sec, illustré par la courbe de tendance rose sur la figure IV.20 (a).

Une seconde explication possible à cette absence de rotation sur de large plages de phase concerne le milieu ambiant dans lequel est plongé l'objet d'étude. Dans le cas des billes JANUS, celles-ci sont dans une solution d'eau DI que l'on peut considérer newtonienne. Les globules sont eux dans un plasma biologique rhéofluidifiant. Le couple de WANG provient de l'écoulement redressé dans la couche limite visqueuse à la paroi de l'objet, le comportement rhéologique du fluide influe donc sur ce dernier. Pour établir un modèle simple, supposons que le fluide soit newtonien dans la couche limite visqueuse : le couple de WANG attendu est donc bien proportionnel à $\sin(\varphi)$. Si l'on reprend le raisonnement suivi en page 135, l'expression III.34 permet en régime permanent (vitesse de rotation constante) d'estimer que le couple visqueux compense le couple de WANG. Si l'on prend pour modèle comportemental rhéologique du plasma le modèle phénoménologique de CROSS [41] qui décrit un fluide rhéofluidifiant, on peut écrire la viscosité effective comme

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\text{inf}} + \frac{\eta_0 - \eta_{\text{inf}}}{1 + \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right)^m}$$

où η_{inf} est un seuil bas de viscosité en-deçà de laquelle la viscosité ne descend pas (très faible en général), η_0 la viscosité sous faible cisaillement, et m un coefficient $0 \leq m \leq 1$ égal à 0 pour un fluide newtonien. $\dot{\gamma}_0$ est un taux de cisaillement critique au-delà duquel le comportement rhéofluidifiant prend le devant sur le comportement rhéologique de fluide. Sous faible cisaillement, nous négligeons $\eta_{\text{inf}} \approx \eta_0/20$ [41], et comme par ailleurs le taux de cisaillement est lié à la vitesse de rotation de la sphère, nous écrivons

$$\eta(\Omega) = \frac{\eta_0}{1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^m}$$

La courbe tiretée bleue sur la figure IV.20 (a) correspond à une viscosité statique $\eta_0 = 10^{-3}$ Pa.s, et nous imposons arbitrairement $\Omega_0 = 1 \text{ tr.s}^{-1}$ pour voir un seuil proche des vitesses de rotations mesurées expérimentalement et m pris égal à 0,8 pour traduire au mieux la largeur du plateau sur lequel la vitesse de rotation reste quasiment nulle. On voit alors que ces deux propositions d'amélioration du modèle permettent de rendre compte de l'absence de rotation (ou de la faible vitesse) en certaines phases où l'entraînement visqueux (qu'il soit dû aux parois de l'objet ou à l'écoulement redressé dans la cavité) est faible.

Par ailleurs, si l'on effectue une rampe en tension aux bornes des émetteurs, il n'est nullement surprenant de voir que la vitesse de rotation croisse en carré de la tension, comme illustré pour un agrégat (en rouge) et un globule seul (en bleu) sur la figure IV.20 (b). Mais encore une fois il apparaît, en contraste avec les billes élastiques dont la vitesse de rotation suit bien la loi quadratique en tension (on renverra à nouveau vers le manuscrit de thèse de SCHWARZ [132]), que de tels objets semblent décrocher de la courbe de tendance au delà d'une certaine tension.

En effet, les courbes tiretées correspondent aux courbes de tendance de la forme $y = ax^m$, où m et a sont calculés par une méthode des moindres carrés sur les 10 premiers points

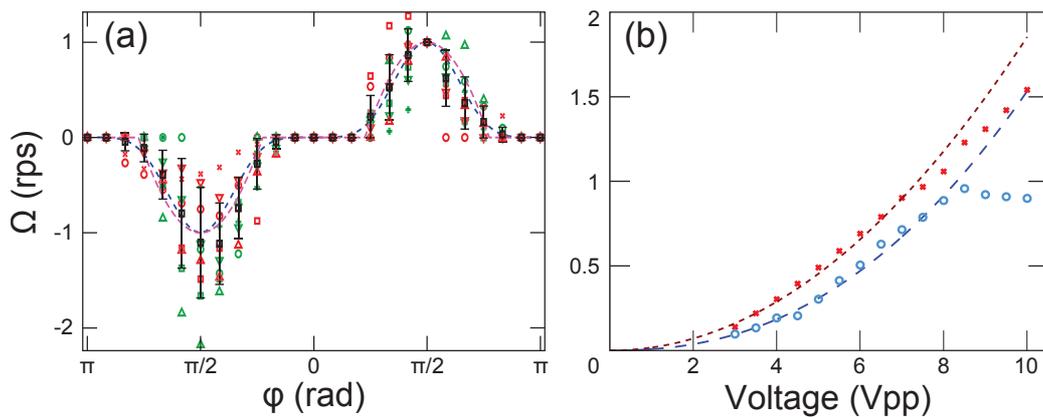


FIGURE IV.20 – Mesures effectuées sur des agrégats de globules rouges dans une solution de sang fortement diluée dans du PBS, dans une cavité avec plafond de verre, sous une fréquence $f = 37,1$ MHz. On pilote séparément les quatre phases en assurant que $\phi_4 - \phi_2$ et $\phi_3 - \phi_1$ demeurent constantes (pas de déplacement des réseaux de pièges et de tourbillons). (a) Dépendance de la vitesse de rotation à la phase sur 10 agrégats différents. Courbes de tendance : en magenta modèle à seuil (couple de frottement sec), en bleu modèle de fluide rhéofluidifiant. Les carrés noirs représentent la moyenne des mesures à la phase donnée et les barres d'erreur sont à $\pm\sigma$ l'écart type. Notons que la vitesse de rotation ici tracée est normalisée par rapport à la vitesse de rotation en $\phi = +\pi/2$, comme sur la figure IV.12 (b) Dépendance de la vitesse de rotation à la tension aux bornes des quatre émetteurs, pour un gros agrégat de globules (en rouge) et un globule rouge seul (en bleu). La tension est balayée entre 4,5 et 10 Vpp avec un pas de 0,5Vpp. Courbes de tendance en $y = Ax^m$ avec $m = 2$ pour le gros agrégat (courbe rouge) et $m = 2,3$ pour le globule seul (courbe bleue).

de mesure. On trouve alors $n = 2$ pour la courbe rouge et $n = 2, 3$ pour la courbe bleue. On constate donc bien une dépendance environ quadratique de la vitesse de rotation à la tension, tant que la tension est faible, inférieure à 7 - 8 V_{pp} (soit des rotations de 1 à 2 tours par seconde). Mais au delà de cette limite les objets semblent décrocher, le globule seul se met même à tourner à vitesse constante. En regard des observations faites à propos de la figure (a) concernant un seuil bas de vitesse de rotation, ce constat ne semble pas abonder dans le sens de l'argument de fluide rhéofluidifiant puisque la vitesse devrait selon cette hypothèse augmenter plus rapidement que la tension quadratique. Cependant, on peut imaginer la coexistence de deux effets non couplés donnant lieu à un seuil bas et un seuil haut de cisaillement au delà duquel la vitesse de rotation arrête de croître, et d'un seuil bas en-dessous duquel l'objet ne tourne pas. Mais il semble alors étrange qu'on observe bien des rotations très faibles à basse tension, rotations que l'on ne peut pas atteindre à plus haute tension en abaissant la phase, ce qui serait normalement équivalent puisque les contraintes s'écrivent toutes comme proportionnelles à $\xi_{0z}^x \xi_{0z}^y \sin(\varphi)$.

Si l'on souhaite par contre une hypothèse conciliante pour les deux observations, on peut évoquer l'hypothèse soulevée de la déformation des objets mous par la force de radiation. On a très clairement vu en figure IV.18 que la vorticité du fluide (donc la contrainte de cisaillement sur la membrane du globule) augmente elle bien avec le carré de la tension. Mais il en va aussi de même pour l'amplitude des forces de radiation. Or les objets ici considérés comme un globule rouge seul n'ont pas une géométrie purement cylindrique ou sphérique, et sont fortement déformables. On peut donc imaginer que le champ de forces de radiation donne des orientations légèrement préférentielles aux objets, qui deviennent fortement préférentielles lorsque la tension augmente. Ceci est d'ailleurs visible sur nos vidéos où l'on voit que pendant un tour, les globules n'ont pas une vitesse de rotation constante, et semblent préférer une orientation à $\pm 45^\circ$ de \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y par rapport à leur centre de rotation. Or contrairement à un objet solide où la surface est solidaire du volume de l'objet, une vésicule ou une cellule la membrane peut se déplacer comme une chenille de char sans entraîner le globule à la même vitesse (voir figure IV.21 (a)). Par ailleurs, la forme non sphérique du globule ou de l'amas de globules, couplée à sa déformabilité élevée, fait qu'il peut avoir tendance à s'aligner avec les puits de potentiel qui ne sont circulaires que sous des conditions très rares (même amplitude exacte des deux ondes stationnaires orthogonales et phase précisément égale à $\varphi \pm \pi/2$, voir figure III.2). Il est donc possible qu'il soit plus intéressant énergétiquement pour le globule d'avoir une orientation donnée et que seule sa membrane glisse simplement, phénomène déjà bien connu pour les globules sous cisaillement simple, qui s'orientent de façon privilégiée à $\pm \pi/4$ du cisaillement puis ne tournant qu'à vitesse réduite (par culbutes, mouvement dit de *tumbling*) voire nulle (glissement total de la membrane, phénomène dit de *tank-treading*, voir figure IV.21 (b)) [1] [143]. Cette hypothèse est à la fois compatible avec les observations de vitesse maximale de rotation effectuées sur la figure IV.20 (b), et avec le fait que sur une période de rotation, nous ayons très souvent observé une vitesse instantanée de rotation très saccadée, avec des orientations qui semblaient privilégiées.

En effet, si l'on s'inspire du développement théorique mené par KAOUÏ *et al.*[79], dans

notre cas le nombre capillaire est défini par

$$Ca = \frac{\eta_m \dot{\gamma} a^3}{\kappa_B}$$

où κ_B est le module de flexion de la membrane du globule, qui vaut $\kappa_B = 1,8 \cdot 10^{-19}$ N.m d'après les mesures d'EVANS [54]. Si l'on suppose que l'essentiel du taux de cisaillement est ici causé par l'écoulement redressé à la paroi de l'objet (qui donne lieu au couple de WANG), on estime simplement $\dot{\gamma} \approx u'_L / \delta_v$ où $u'_L \approx 100 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ est la vitesse mesurée en dehors de la couche limite visqueuse, en accord avec les attentes du modèle. Notons qu'on retrouve alors bien que le couple de WANG a pour ordre de grandeur

$$C_W \approx a(\sigma_\theta \pi a^2) \approx \pi a^3 \eta_m \dot{\gamma} \approx \pi a^3 \eta_m \frac{u'_L}{\delta_v}$$

qui est de l'ordre d'une portion de fN.m, comme nous le prévoyons dans l'analyse de la sous-section 1.2 (page 113). La vitesse de rotation alors attendue d'après l'expression III.35 est donc bien $\Omega \approx u'_L / (8\delta_v)$ d'une dizaine de tours par seconde, ce qu'on observe typiquement comme vitesses de rotations pour les billes JANUS. Le nombre capillaire est donc de l'ordre d'une centaine, ce qui est analogue à une géométrie fortement confinée comme un capillaire dans lequel il s'écoulerait.

L'aire en excès d'une forme compacte de plus grande dimension $2R_0$ est définie par comme $(A - 4\pi R_0^2) / (\pi R_0^2)$. C'est une quantité sans dimension comparant la surface d'un objet à celle de la plus petite sphère le contenant, et qui est nulle pour une sphère et vaut environ 0,5 pour un globule [79]. Finalement, la viscosité du plasma utilisé dans nos expériences (mélange Optiprep et tampon phosphate salin - PBS environ isodense et isotonique pour les globules), est d'environ 1,5 cP alors que la viscosité effective de l'intérieur des globules rouges est d'environ 8 cP, ce qui donne un contraste de viscosité compris entre 5 et 6, pour lequel on est d'après la figure IV.21 (c) proches de la limite entre *tank-treading* pur et un comportement mixte entre *tank-treading* et *tumbling* pour un nombre capillaire très élevé.

Finalement, pour conclure sur la série de mesures illustrée en figure IV.20, on observe sous une même tension de 7 Vpp en conditions résonantes $f = 37,1$ MHz des vitesses de rotation quasiment égales pour les globules et les vortex, tous deux tournant à environ 1 tour par seconde, alors que les billes JANUS dépassent dans ces mêmes conditions assez facilement la dizaine de tours par seconde. Cette affirmation confirme d'un côté le fait que les rotations générées par le couple de WANG sont grandes devant le vecteur tourbillon de l'écoulement redressé causé par les parois horizontales, ce que nous imaginions d'après le paragraphe *Prédominance des actions mécaniques* (page 133). Mais d'un autre côté, on constate que les objets souples comme les globules semblent tourner à la même vitesse voire parfois à vitesse inférieure au fluide autour d'eux, ce qui sous-entend que le couple de WANG sur eux est négligeable et que leur rotation semble entièrement liée à la rotation du fluide autour d'eux. Le fait que le fluide puisse tourner plus vite que les clusters ou les globules en solution nous semble lié à la possibilité de réorganisation (clusters) et de *tank-treading* (ou de dissipation interne) pour les objets de type vésicule, de cœur plus

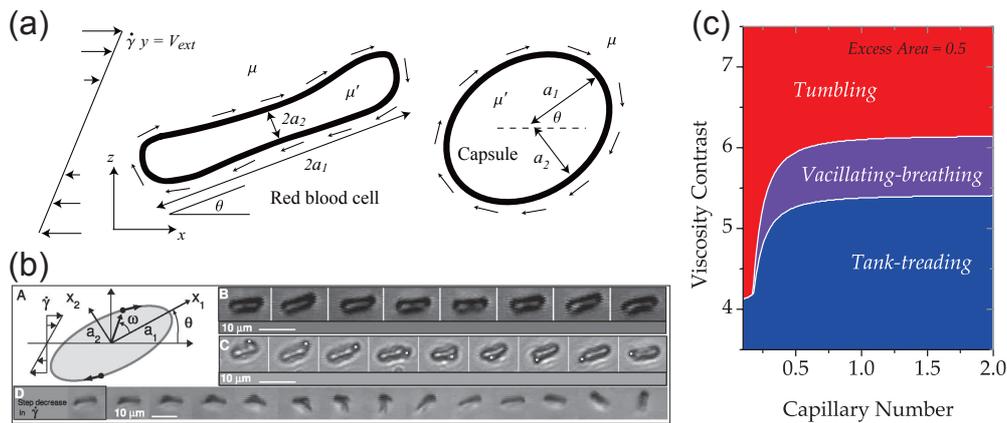


FIGURE IV.21 – (a) Phénomène de rotation en chenille de la membrane d'un globule, schéma tiré de [143]. (b) Mise en évidence expérimentale sous cisaillement simple de la transition entre ce mode dit de *tank-treading* vers un mode de rotation solide dit de *tumbling*. Illustrations récupérées de [1]. (c) Description théorique de la transition, passant par un régime intermédiaire. Figure empruntée à [79].

visqueux que l'extérieur. Mais cette hypothèse ne peut être avancée que si les objets ne sont pas parfaitement circulaires ou cylindriques (ou s'ils sont facilement déformables) et qu'ils sont soumis à une force qui tend à leur donner un alignement préférentiel, comme les forces radiatives si les deux ondes orthogonales dans la cavité n'ont pas exactement la même amplitude, ce qui est probable au vu de l'anisotropie des deux axes cristallins utilisés déjà longuement discutée en chapitre II.

Comportement dynamique des chenillards

Après nous être intéressés aux agrégats situés au centre des tourbillons, donc nécessairement piégés au niveau des plans médians (voir les formes ellipsoïdales vertes sur la figure IV.6) on souhaite maintenant décrire la structure dynamique des chenillards, qui sont eux piégés au niveau des plans de lévitation (formes toriques aplaties sur la figure IV.6). Si l'on pose à nouveau les yeux sur les images expérimentales (a) de cette figure à la lumière des observations de la vorticité dans le fluide d j discutées, la disposition des chenillards dans un plan de lévitation, organisés en cylindres tournant autour d'axes verticaux espacés de $\lambda_s/2$ nous rappelle fortement l'écoulement décrit notamment en figure IV.15.

Afin de mieux comprendre le comportement dynamique complexe des traceurs dans ce plan, lié à la coexistence de forces de radiation et d'écoulement redressés dans la cavité, on insère dans la cavité une solution de sang très fortement diluée en cellules, mais où les plaquettes n'ont pas été retirées. Celles-ci jouent alors le rôle de traceurs de par leur petite taille (environ $2 \mu\text{m}$). Le résultat est illustré sur la figure IV.22. La figure (a) prise au niveau d'un plan médian montre qu'au centre de certains vortex se trouve un globule, et que ce dernier tourne dans le même sens que le vortex. Les figures (b) et (c), prises quant à elles en abaissant légèrement l'objectif vers un plan de lévitation, mettent encore une fois en évidence un réseau de vortex contrarotatifs deux à deux espacés d'une

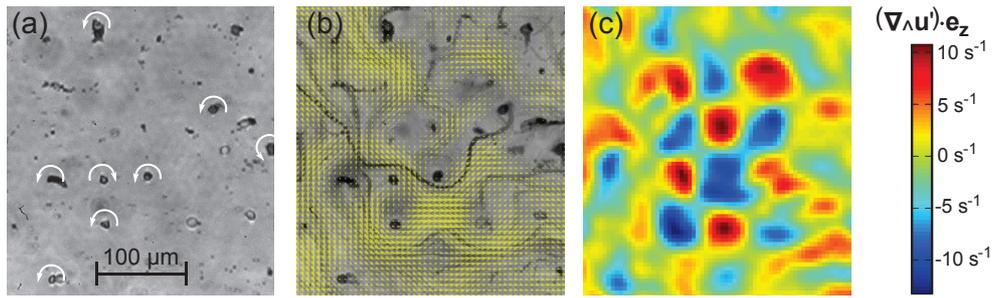


FIGURE IV.22 – Écoulement généré par une tension de 10Vpp aux bornes de chaque émetteur, sous une fréquence $f = 37,1$ MHz, $\varphi = \pi/2$. (a) Image prise au niveau d'un plan médian dans une solution de sang très fortement diluée, où l'on voit des globules rouges seuls ou agrégés, piégés suivant un réseau carré et tournant alternativement gauche-droite selon leur position dans ce réseau. (b) Image en fond : tracé en chaque pixel du niveau de gris le plus bas pris par ce point au cours d'une vidéo de plusieurs milliers d'images, donnant des lignes de courant en régime permanent. En jaune : superposition du champ de vitesse calculé par le programme FAST avec un sous-échantillonnage de taille $\delta_{\text{sub}} = 6$ px. (c) Champ de rotationnel projeté suivant la normale \mathbf{e}_z au plan focal.

demi-longueur λ_s .

Le vecteur tourbillon vertical alors mesuré est d'environ 1 tour par seconde, soit deux fois supérieur à celui observé en figure IV.15. Ceci s'explique naturellement par le fait que tous les champs d'écoulement redressé sont proportionnels au déplacement vertical au carré, donc au carré de la tension appliquée aux bornes des émetteurs. Notons que le fait que le réseau de rotationnel soit perturbé sur les bords de l'image est simplement dû à l'écoulement redressé d'ECKART, qui est élevé vers le bas sur le bord gauche et vers la droite sur le bord bas. Les deux autres bords correspondent à une zone qui semble déplétée de plaquettes à cause de l'écoulement à large échelle, ne donnant donc que très peu d'information au programme de traçage des particules.

Par ailleurs, la mise en regard des figures IV.22 et IV.19 souligne le fait que les positions de piégeage dans les plans médians (colonnes de piégeage en $x, y/\lambda_s = 1/4 [1/2]$) correspondent avec les zones où la vorticité est maximale, et que les sens de rotation du fluide (dû à l'écoulement des parois horizontales $z = 0$ et $z = h$) et des objets (même pour des billes JANUS entraînées par le couple de WANG) sont les mêmes, ce résultat qualitatif étant parfaitement en adéquation avec le modèle théorique.

En conclusion, on voit que les très petits objets, particulièrement mobiles au niveau des plans de lévitation très confinés en hauteur dans la cavité, agissent comme traceur de l'écoulement contrairement à ceux agrégés au niveau des plans médians. Comme avec une nappe laser, la PTV ne peut alors être faite qu'en faisant la mise au point de l'objectif (de faible profondeur de travail) sur un tel plan. Leur tendance à former des chenillards ou des ribambelles rend la mesure de champs de vitesses complexe car si certaines zones de l'espace sont régulièrement parcourues par des traceurs, d'autres ne le sont quasiment jamais. La figure IV.23 revient sur les données longuement discutées en sous-section 2.2 (voir figures IV.15, IV.16 et IV.17). On retrouve sur les images (a) et (b) pris à deux plans



FIGURE IV.23 – (a), (b), Images instantanées de la vidéo traitée en figure IV.15 prises à deux plans focaux différents. En jaune les chenillards et leur sens de parcours. (c) Sur une vidéo de plus de 1000 images, nombre de fois qu'une particule est détectée par le programme FAST en chaque point d'un sous-échantillonnage $\delta_{\text{sub}} = 2 \text{ px}$ de l'image initiale. Le rectangle pointillé correspond à la zone de dimension $100 \times 94,5 \mu\text{m}^2$ étudiée en sous-section 2.2.

de lévitation proches des chenillards d'axes espacés de $\lambda_s/2$, tournant dans le même sens à la verticale les uns des autres, et alternés gauche-droite en réseau carré horizontal. Ceux-ci coexistent avec des agrégats qui ne sont pas exactement coïncidant avec le centre des chenillards, ce que l'on retrouve de façon très régulière.

Après PTV par le programme FAST sur l'ensemble de la vidéo (environ 1100 images), la figure (c) est une carte de présence, donnant en chaque pixel (rigoureusement en chaque groupe de quatre pixels puisqu'ici $\delta_{\text{sub}} = 2 \text{ px}$) le nombre de fois qu'une particule tracée est passée par ce point. Au niveau des chenillards, on voit que chaque pixel est occupé au moins une image sur quatre, parfois une image sur deux en moyenne. On voit aussi un rouleau à large échelle sur la gauche de l'image, dû au *streaming* d'ECKART. Mais l'essentiel de l'image reste relativement bleu, et beaucoup de points ne voient passer qu'une particule voire aucune. Le carré blanc correspond à la partie isolée sur les figures IV.16 et IV.17, et l'on retrouve bien que la zone en bas à droite de ce carré contient très peu d'informations, si bien que lissage statistique des aberrations dues à des erreurs éventuelles de suivi de particules par le nombre n'est pas fait, et que l'on obtient en figure IV.17 (b) et (d) des mesures bruitées.

Cas d'une cavité sans plafond de verre

En l'absence de plafond de verre, les réflexions sont largement moindres dans la cavité, et les minima globaux du potentiel situés au niveau des colonnes de piégeage, les gradients horizontaux ramenant tous vers ces positions comme le montre la figure III.8. Dans une telle cavité uniquement faite de PDMS, on ne voit effectivement expérimentalement aucun chenillard, bien qu'on distingue des étages horizontaux de piégeage qui doivent d'après cette même figure correspondre à des plans médians $(z-h)/\lambda_{mz} = 0 [1/2]$.

La figure IV.24 présente des photographies capturées au microscope sur un dispositif dépourvu d'un plafond en verre, pour différents couples fluide / objets en suspension. Les deux premières colonnes montrent le réseau carré formé par des billes de polystyrène (PS) dans de l'eau désionisée (DI), leur diamètre étant de $\varnothing 10 \mu\text{m}$ pour la première colonne et $\varnothing 1 \mu\text{m}$ pour la seconde. On remarque que les petites particules s'agrègent

autour d'un puits, formant de gros corps. La troisième colonne a été observée alors que nous essayions de travailler avec une solution saturée en sel lourd (iodure de potassium) en remplacement de l'eau pour inverser le facteur acoustophorétique. La solution étant peu concentrée en billes de PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$, les taches sont principalement des gouttes qui apparaissent lorsque du son est injecté dans la cavité, et dont le facteur acoustophorétique semble être négatif. La seconde ligne de la figure correspond pour les trois colonnes à une prise avec un plus gros objectif, sur laquelle on superpose le champ de potentiel prédit pour cette cavité en un plan médian $(z - h) = \lambda_{mz}/4$ [$\lambda_{mz}/2$] (voir figure III.8), mis à l'échelle. Bien que ceci n'apparaisse pas clairement sur la colonne du milieu, les agrégats suivent les étages de lévitation et forment des sortes de chapelets verticaux, discontinus, suivant exactement la forme du potentiel dessiné en figure III.8.

Le réseau de pièges semble bien décrit par l'analyse précédente. On mesure l'écart moyen entre deux objets sur une centaine d'objets pour plusieurs images, et l'on obtient $\lambda_s^x = 91,1 \mu\text{m}$ et $\lambda_s^y = 98,3 \mu\text{m}$, avec un écart-type de $\pm 0,5 \mu\text{m}$. En effet, la fréquence de travail est de $f = 36,3 \text{ MHz}$ pour les colonnes gauche et droite, et $f = 36,4 \text{ MHz}$ pour la colonne centrale. On a mesuré que la fréquence de résonance pour l'axe Y de pas $2d_{\text{IDT}}^Y = 100 \mu\text{m}$ est $f = 37,05 \text{ MHz}$ (voir figure II.29), on s'attend donc à une longueur d'onde de $98 \mu\text{m}$. Celle-ci est potentiellement légèrement supérieure en réalité car la vitesse de phase des ondes de surface est plus importante en présence d'eau que dans le vide à cause du changement de la permittivité de surface, de l'ordre de $\sqrt{1 + K^2/2} \approx 1,01$ (voir figure II.11).

Deux remarques peuvent être faites à propos des deux premières colonnes obtenues de façon classique avec des objets de facteur acoustophorétique positif pour une phase $\varphi = \pi/2$. D'une part, bien que ceci ne soit pas mis en évidence sur les images, les objets piégés sont en rotation alternée gauche/droite, en effet la présence ou non d'un réflecteur acoustique n'altère rien au sens d'enroulement des champs acoustiques en hélice rayonnés par la surface, et donc au transfert de quantité de mouvement angulaire au fluide par dissipation visqueuse à proximité des surfaces. D'autre part on constate une dérive très régulière de la position des objets par rapport au réseau de pièges carré. Cette observation fait écho à ce que l'on a pu observer par exemple en figures IV.6 (a) ou IV.22 : à chaque fois qu'un gros objet ou un agrégat se trouve piégé et que dans le même temps on regarde l'écoulement tournant autour de lui, l'axe du tourbillon n'est pas parfaitement coïncidant avec la position de l'objet. Bien que nous ne soyons pas aujourd'hui en mesure de donner avec certitude une justification, nous pensons que ce phénomène peut être à l'origine des asymétries entre les vitesses de rotation gauche-droite que nous avons mesurées à la fois sur des billes JANUS (fig. IV.12) et sur des agrégats de globules (fig. IV.20). En effet dans les deux cas le couple d'origine visqueuse (couple de WANG pour les billes, entraînent en rotation par l'écoulement dans la cavité pour les agrégats) est maximum au niveau du centre des vortex, et décroît en fonction de l'éloignement à ce centre, jusqu'à être nul aux points d'arrêt de l'écoulement c'est-à-dire entre les axes de ces tourbillons.

Concernant la troisième colonne, une hypothèse pouvant être avancée concernant la formation de gouttes dans le fluide saturé en sel est que le surfactant ionique utilisé (dérivé du SDS) forme des micelles, chargées en surface. En tant normal ces micelles se repoussent à courte distance à cause de la répulsion électrostatique, mais en présence

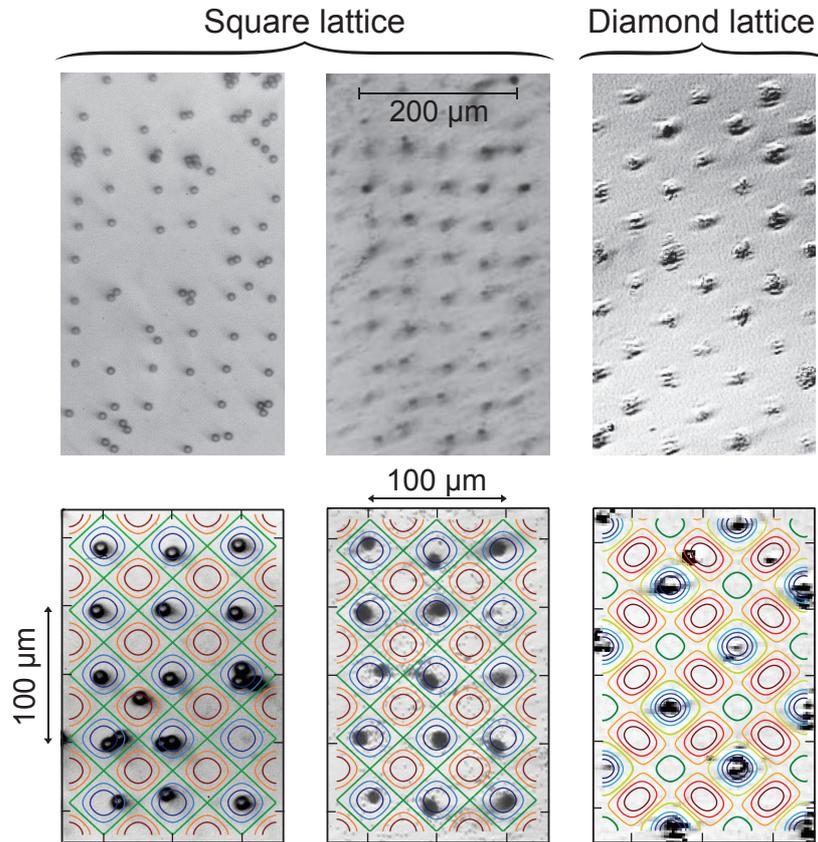


FIGURE IV.24 – Images au microscope en transmission des réseaux de pièges acoustiques dans une cavité à plafond en PDMS, pour différents types d'objets en suspension. Première colonne billes de polystyrène (PS) de diamètre $\varnothing 10 \mu\text{m}$ dans de l'eau DI sous $f = 36,3 \text{ MHz}$, colonne centrale billes PS $\varnothing 1 \mu\text{m}$ dans de l'eau DI sous $f = 36,4 \text{ MHz}$, dernière colonne gouttes de savon et billes de PS de diamètre $\varnothing 1 \mu\text{m}$ dans une solution d'eau saturée d'iodure de potassium (sous contraste de phase) sous $f = 36,3 \text{ MHz}$. Phases mesurées à l'oscilloscope 90° pour les deux premières colonnes, 70° pour la troisième. Dernière ligne : sous-réseau pris avec un objectif à plus haut grandissement, superposé avec une vue en coupe du champ de potentiel de Gor'kov en une coupe $(z-h) = \lambda_{mz}/4 [\lambda_{mz}/2]$ (voir figure III.8). Pour les deux premières colonnes $f_1 = 44 \cdot 10^{-2}$, $f_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ [109], pour la troisième on estime $|f_1| \gg |f_2|$ tous deux négatifs, le champ ici tracé a pour coefficients $f_1 = -0,1$, $f_2 = -0,01$.

de sel concentré la charge est écrantée jusqu'à une distance très proche de la surface, de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres [146]. L'agitation thermique peut alors suffire à faire entrer en collision les micelles qui peuvent fusionner. L'intérieur des micelles étant constitué de chaînes grasses (queue des surfactants) et d'eau moins concentrée en sel (pour assurer l'électroneutralité dans la micelle), on s'attendrait effectivement à ce que leur facteur acoustophorétique soit négatif. Lorsque l'on ajoute de grosses billes de polystyrène alourdies par un dépôt d'or dans la cavité en plus de cette solution il apparaît clairement que les pièges pour les gouttes repoussent les billes *et vice-versa*, et si nous estimons que la compressibilité de l'eau salée est de l'ordre de celle de l'eau douce, le facteur acoustophorétique de ces billes devrait être positif, ce qui tendrait à confirmer que celui des gouttes est négatif.

Quoi qu'il en soit, nous voyons que les pinces acoustiques ici proposées, qu'elles soient ou non utilisées dans une cavité équipée d'un réflecteur acoustique en verre au plafond, offrent une physique robuste et répétable. Pour de gros objets elles permettent à la fois la manipulation en translation horizontale d'objets, le tri en fonction des propriétés acoustophorétiques des objets et leur mise en rotation, laquelle est bien comprise et contrôlée pour ce qui est de l'axe vertical. Les rotations d'axe horizontal sont couramment observées, avec des vitesses comparables à celles que l'on obtient suivant l'axe vertical et l'investigation de leur provenance pour en permettre le contrôle serait une piste de réflexion.

V. CONCLUSIONS

Les pinces acoustiques décrites dans ce manuscrit permettent, à l'aide d'ondes de surface fuyant dans un liquide dans lequel des objets sont suspendus, de générer des champs capables de donner une organisation globale en réseau à la fois pour l'écoulement tourbillonnaire du fluide et pour la position des objets.

Le fonctionnement des pinces repose sur l'utilisation de quatre transducteurs pour exciter l'onde de surface. La conception de ces actionneurs plans (IDT) a été discutée au chapitre II et leur mise en œuvre est relativement simple. Leur faible nombre facilite le contrôle des champs par voie électrique par rapport à une solution à plus grand nombre d'IDT comme celle proposée par RIAUD *et al.*[122] car le contrôle de deux axes orthogonaux nous affranchit d'une grande part d'automatisation et de contrôle électrique. Ainsi, des générateurs de fonction classiques délivrant des tensions allant jusqu'à 10 Vpp suffisent à créer les signaux sinusoïdaux alimentant les émetteurs. Le pilotage de la position du réseau et de la phase φ entre les deux ondes stationnaires orthogonales ainsi émises se fait alors en jouant essentiellement sur trois paramètres : ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 qui sont les phases des signaux sinusoïdaux d'alimentation des émetteurs, pris relativement par rapport au signal alimentant un transducteur pris pour référence ($\phi_1 = 0$). Quel que soit le nombre $N \geq 3$ d'émetteurs d'axes coïncidant en un point et déphasés entre eux de $2\pi/N$, le champ de déplacement vertical de la surface responsable du transfert d'énergie acoustique vers le fluide devient tournant à la pulsation $\omega = 2\pi f$ très élevée.

Le champ acoustique irrotationnel alors rayonné normalement à la surface excitée (fig. II.6 p. 40) se voit doté d'une quantité de moment cinétique par le déplacement tournant de cette dernière (fig. II.2 p. 34), puisque l'arrangement géométrique des IDTs et leurs phases relatives revient à avoir un champ émis par des sources déphasées de proche en proche de 0 , $\pi/2$, π puis $3\pi/2$. Le faisceau ainsi rayonné dans le fluide permet d'approcher un faisceau de BESSEL et ce d'autant plus que N est élevé. Dans notre cas à quatre émetteurs le faisceau de BESSEL n'est approché qu'à la verticale des nœuds de vibration, la symétrie carrée apparaissant naturellement dès que l'on s'en éloigne de $\lambda_s/4$ (voir par exemple les formes trouées observée sous l'effet de ce champ en fig. IV.4 p. 147 ou IV.5 p. 147). Sous l'effet de l'atténuation de ce champ, donc à proximité des surfaces, l'onde crée un écoulement tournant à cause de la dissipation visqueuse. Cet effet donne lieu à l'écoulement tourbillonnaire dans toute la cavité, causé par les surfaces horizontales de la cavité (sous-sections 2.3 et 2.2) et au couple de WANG sous l'effet de la surface d'objets élastiques (sous-sections 1.2 et 2.1). Comme le soulignent ZHANG et MARSTON [180], on peut dresser une analogie entre cette transmission de quantité de moment cinétique, vu comme un couple de radiation exercé sur une surface atténuante ou absorbante, et la pression de radiation qui est une transmission de quantité de mouvement par cette surface.

Par ailleurs dans une cavité résonante microfluidique classique, les champs acoustiques peuvent être le produit ou la somme d'ondes stationnaires répondant aux conditions aux limites dans les différentes directions de l'espace, ce qui est discuté par HAAKE [67]. Dans le second cas ces ondes n'ont *a priori* aucune raison d'être en phase, et HAGSATER *et al.*[69], LEI *et al.*[95] observent et décrivent dans une cavité résonante rectangulaire des écoulements redressés en colonnes contra-rotatives équivalentes aux nôtres, alors que la phase entre les deux ondes planes orthogonales stationnaires est guidée uniquement par la géométrie de la cavité. Cette physique robuste de transfert de moment cinétique par une onde tournante se retrouve ainsi quelle que soit la cavité utilisée et peut être modélisée de façon simple (chap. III).

Nos pinces acoustiques permettent de contrôler les rotations de fluide et d'objets individuels, patternés en réseau carré de pas $\lambda_s/2$ de par la méthode d'excitation par deux ondes stationnaires orthogonales déphasées, ayant chacune un réseau de nœuds et de ventres perpendiculaire à l'autre. Le fait de pouvoir générer de la vorticité avec des périodes spatiales de $50 \mu\text{m}$ environ en géométrie microfluidique (donc à faibles nombre de REYNOLDS et de PÉCLET) permettrait d'avoir un mélange chaotique si deux fluides miscibles sont insérés dans la cavité, bien plus efficace que le mélange diffusif se produisant classiquement à petite échelle.   l'échelle plus large couvrant plusieurs mailles du réseau de tourbillons $\lambda_s \times \lambda_s$, nous pouvons imaginer forcer l'orientation de molécules sous l'effet du cisaillement, qu'il s'agisse de fluides non newtoniens ou de cristaux liquides par exemple. Cela permettrait sous lumière polarisée par exemple d'imager le champ acoustique dans la cavité, mais aussi et surtout de générer des structures acoustiquement actives et reconfigurables.

L'optimisation des transducteurs et la minimisation des réflexions d'ondes de surface d'un émetteur sur celui en regard (section 3) nous permettent d'augmenter fortement l'efficacité de conversion électromécanique tout en évitant de dépasser un caractère trop réfléchissant au-delà duquel la présence d'un champ stationnaire fixe donné par la géométrie (comme pour une cavité résonante) finit par empêcher le contrôle en translation et rotation des objets et du fluide (sous-sections 1.3 et 4.2). Ce rendement élevé nous permet de piéger pour des vitesses d'écoulement de quelques mm.s^{-1} des objets de faible contraste acoustophorétique comme des gouttes ou des cellules, et ce sans porter atteinte à la viabilité cellulaire. Nous avons entre autres pu piéger des algues micronageuses *Chlamydomonas reinhardtii* pendant des temps longs (environ une minute) et constater qualitativement qu'à l'extinction des ondes acoustiques celles-ci reprennent leur nage avec un taux de mortalité imperceptible. Si l'on mesure l'énergie acoustique dans la cavité en fonction de la tension, le fait de capturer à l'aide de nos pinces des micronageurs en connaissant l'amplitude de la barrière de potentiel de Gor'kov qu'ils doivent franchir pour quitter le piège radiatif nous permet de mesurer la force hydrodynamique qu'ils développent. Par ailleurs, comme déjà évoqué à propos du mouvement de *tank-treading* et de *tumbling* de globules rouges (vu en sous-section 2.3) la coexistence de forces de radiation permettant de piéger les objets et de contraintes de cisaillement exercées par l'écoulement redressé sur sa surface pourrait permettre d'analyser le comportement viscoélastique de cellules ou de vésicules. De façon plus générale, le fait de pouvoir générer des écoulements visqueux à très petite échelle à proximité d'une surface ($\delta_v \approx 0,1 \mu\text{m}$)

donc accompagnés de taux de cisaillement élevés peut permettre d'analyser la micro-rhéologie d'un fluide, ceci que ce fluide soit la phase continue ou une phase non miscible dispersée dans les pièges acoustiques. La loi de comportement est alors déduite de l'énergie acoustique (donnant la contrainte) et du mouvement du fluide à large échelle (lié au déplacement dans la couche limite visqueuse).

La viabilité cellulaire observée dans les cavités à réflecteur acoustique (plafond de verre) ne semble qualitativement pas bien conservée dans les cavités classiques. Les tests de piégeage sur algues micro-nageuses s'accompagnent alors de taux de létalité élevés. En plus de l'optimisation d'émission d'ondes acoustique, nous proposons des solutions très simples permettant de concentrer au mieux cette énergie acoustique dans l'enceinte de la cavité acoustique dans laquelle on souhaite rayonner. Les principales solutions proposées sont de creuser des poches d'évidement au-dessus des transducteurs (fig. II.27 p. 84) pour éviter le rayonnement de l'onde de surface vers le PDMS où elle est atténuée très rapidement (tab. II.3 p. 65), et d'ajouter un plafond de verre au-dessus de la cavité (fig. IV.1 p. 142) en insert dans le PDMS pour que l'énergie reste piégée par réflexions multiples. En l'absence de ces précautions l'augmentation d'énergie électrique injectée nécessaire pour parvenir à la même énergie acoustique permettant le piégeage des objets se traduit en échauffement qui peuvent aisément dépasser les températures physiologiques. Ces échauffements qui peuvent dépasser la centaine de degrés pour de hautes tensions d'excitation, menant à l'ébullition du fluide (fig. II.36) peuvent par ailleurs être utilisés pour visualiser optiquement l'effet de l'onde acoustique. Nous proposons une méthode optique simple consistant à observer sous microscope en contraste de phase ou en SCHLIEREN la déviation et le déphasage des rayons lumineux par les variations d'indice optique induites par le champ acoustique (sous-section 2.4). Nous estimons que cet effet est principalement lié à l'échauffement, et vérifions qu'il est possible d'observer le champ acoustique au travers de l'émission dans un simple morceau de PDMS, très fortement atténuateur à haute fréquence $f = 37$ MHz, déposé à la surface du cristal piézoélectrique (fig. II.18 p. 67). Celui-ci présente après test des traces de brûlures irréversibles signes d'échauffements de plusieurs centaines de degrés, ce qui semble compatible avec d'autres résultats récents publiés dans la littérature. Cette méthode de visualisation, qui permet selon nous d'imager le champ d'énergie potentielle acoustique, peut aussi être mise en œuvre directement dans un fluide à l'intérieur de la cavité (l'éthanol particulièrement efficace, fig. II.35 p.97). Les effets thermiques observés augmentent environ quadratiquement avec la tension appliquée aux bornes des émetteurs (fig. II.39 p. 105), comme l'énergie acoustique et donc comme l'amplitude des vitesses d'écoulement dans la cavité et comme les forces de radiation. Il apparaît ainsi qu'un contrôle en température est aussi autorisé par nos pinces : la puissance thermique serait alors pilotée par un compromis entre l'échauffement dû aux ondes acoustiques d'amplitude réglable et le refroidissement convectif dû au débit de fluide dans la cavité pilotable séparément et qui ne dépiège pas les objets fixes grâce aux forces de radiation. Ces pinces permettent par conséquent d'effectuer un cyclage thermique contrôlé sur des gouttes piégées, permettant par exemple de réaliser de la PCR sur gouttes. La très forte dissipation acoustique à haute fréquence du PDMS (table II.3 p. 65) et les importants échauffements qui en résultent (brûlures observées en fig. II.18 p. 67) peuvent aussi être utilisés pour contrôler le gonflement et

la déformation de micro-canaux, permettant de déplacer par effets thermocapillaires des objets confinés comme le proposent SELVA *et al.* [134], et ce même si leur taille est bien supérieure à la longueur d'onde acoustique.

Finalement, pour des solutions très diluées où l'objectif est le piégeage et la manipulation sans contact d'objets individuels de la taille d'une cellule, notre compréhension actuelle nous permet de placer l'objet à un étage donné, et de piloter précisément sa position (x_p, y_p) dans ce plan horizontal. Ceci est obtenu en imposant séparément sa vitesse de rotation d'axe vertical (fig. IV.11 p. 158), que celle-ci soit liée à un couple de WANG ou à l'entraînement visqueux par le fluide qui tourbillonne autour de lui. Nous avons par ailleurs régulièrement observé des rotations d'axe horizontal (rotation hors plan capturée en fig. IV.10 p. 156). Deux pistes ont été envisagées pour en comprendre la nature. La première s'appuie sur l'écoulement redressé sur la surface de l'objet à la façon d'un couple de WANG et la seconde sur l'écoulement global dans la cavité lié au *streaming* de RAYLEIGH-SCHLICHTING causé par les surfaces horizontales. L'étude en cours nous mène à des simulations numériques dont les équations sont introduites en fin de sous-section 2.3, dont la résolution est faite par éléments finis. Si nous comprenons l'origine de cette rotation, nous serons capables d'ajouter deux degrés de liberté en rotation à la manipulation de l'objet. Le dernier degré de liberté à ajouter pour avoir une manipulation suivant les 6 degrés de liberté est celle de translation verticale. L'idée serait alors d'utiliser l'écoulement permanent dans la cavité, lequel comporte des composantes verticales, pour déplacer les objets suivant cet axe. Nous devons pour cela aussi étudier le champ vectoriel d'écoulement permanent d'origine acoustique généré par les parois horizontales (problème de STOKES), mais la preuve de concept de ce type de manipulation tri-dimensionnelle a très récemment été faite par Guo *et al.*[64] dans une géométrie très similaire à la nôtre.

LISTE DES SYMBOLES

α_s	Facteur d'atténuation exponentielle d'une OPPH de surface, défini en formule II.11
Δf_{BP}	Bande passante à 3dB du système considéré
C_1	Capacité linéique statique d'un IDT (en réflexion) : facteur de proportionnalité entre C_T et la longueur de doigts en regard
C_T	Capacité statique d'un IDT (en réflexion)
χ	Coefficient sans unité défini en III.8
c_m	Vitesse du son dans le milieu voisin
κ_m	Compressibilité du milieu dans lequel sont radiées les ondes de surface
c_x, s_x	Abréviations pour $\cos(k_s^x x)$, $\sin(k_s^x x)$, analogue pour y
$c_s^{x,y}$	Vitesse du son dans le substrat suivant l'axe x ou y
c'_s	Vitesse de phase des ondes de surfaces sur une interface court-circuitée
C_W	Couple de WANG, voir sous-section 1.2
δ_{sub}	Dimension des matrices carrées de sous-échantillonnage du programme FAST (cf. fig. IV.14)
d_{IDT}	Distance entre deux doigts d'un IDT, illustré en figure II.7
δ_{IDT}	Distance entre deux IDT en regard, mesurée par rapport à leurs doigts les plus proches, voir fig. II.23
e_{c2}	Énergie cinétique acoustique instantanée estimée à l'ordre 2, définie en éq. III.2
w_{IDT}	Largeur d'un doigt d'un IDT, illustré en figure II.7
e_{p2}	Énergie potentielle acoustique instantanée estimée à l'ordre 2, définie en éq. III.2
ϵ_0	Permittivité diélectrique du vide
ϵ_p	Permittivité de la surface du substrat, définie par [75]
e	Épaisseur d'un wafer de LiNbO3
E_s	Champ électrostatique dans le substrat
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	Vecteurs formant une base orthonormée directe, \mathbf{e}_z vertical
Φ_{ac}	Facteur acoustophorétique $\Phi_{ac} = \frac{1}{3}f_1 + \frac{1}{2}f_2$ déterminant dans le type de pièges (ventres ou nœuds de pression) vers lesquels migre un objet dans une onde stationnaire.
F_{rad}	Champ de force de radiation dérivant du potentiel de Gor'kov U_{GK}
$f_{0, IDT}$	Fréquence nominale d'émission mécanique d'un IDT
F_V	Force volumique moyenne étudiée en premier paragraphe de la sous-section 2.3

\mathbb{K}	Intégrale elliptique complète de première espèce, définie en expression II.26
B_a	Susceptance de rayonnement d'un IDT (en réflexion)
X_a	Réactance de rayonnement d'un IDT (en réflexion)
K^2	Coefficient de couplage piézoélectrique, défini en sous-section 2.3
$k_m^{\pm x,y}$	Vecteur d'onde dans le milieu voisin, rayonnée par l'onde de surface suivant $\pm \mathbf{e}_x$ ou $\pm \mathbf{e}_y$
K_R^2	Coefficient de couplage électromécanique, défini en sous-section 2.3
$k_s^{\pm x,y}$	Vecteur d'onde dans le substrat suivant $\pm \mathbf{e}_x$ ou $\pm \mathbf{e}_y$
L_{IDT}	Longueur d'un IDT, illustré en figure II.7
LiNbO_3	Niobate de Lithium, matériau piézoélectrique transparent anisotrope nous servant de substrat
λ_m	Longueur d'onde dans le milieu voisin
$\lambda_s^{x,y}$	Longueur d'onde dans le substrat suivant l'axe x ou y
G_0	Maximum de conductance de rayonnement d'un IDT (en réflexion, à la fréquence de résonance mécanique), défini éq. II.28
N_{IDT}	Nombre de doigt par peigne d'un IDT, illustré en figure II.7
$\underline{\mathbf{A}}_m(x, t)$	Onde quelconque d'amplitude vectorielle complexe dans le milieu voisin
$\underline{\mathbf{A}}_{0m}$	Amplitude vectorielle complexe à l'origine dans le milieu voisin
$\underline{\mathbf{A}}_s(x, t)$	Onde quelconque d'amplitude vectorielle complexe dans le substrat
$\underline{\mathbf{A}}_{0s}$	Amplitude vectorielle complexe à l'origine dans le substrat
Π	Fonction porte définie en équation II.15
ψ_s	Potentiel électrostatique dans le substrat
U_{GK}	Champ de potentiel de Gor'kov, défini en sous-section 1.2
\underline{p}	Champ de pression dans la cavité, complexe
p'	Moyenne temporelle Eulérienne du champ de pression
a	Rayon d'un boule ou demi-longueur caractéristique d'un objet plongé dans le fluide, dans la cavité acoustique
\underline{r}	Coefficient de réflexion en amplitude d'un doigt, calculé en son centre
G_a	Conductance de rayonnement d'un IDT (en réflexion)
R_a	Résistance de rayonnement d'un IDT (en réflexion)
ρ_m	Masse volumique du milieu voisin
ρ_s	Masse volumique du substrat
\underline{R}	Coefficient de réflexion total en amplitude d'un IDT
R_T	Résistance statique d'un IDT (en réflexion), définie sur la figure II.30 et mesurée en II.43.

τ_{EM}	Temps caractéristique électromagnétique dans un circuit
γ_{imm}	Taux d'ondes stationnaires immobiles, non pilotables, défini en II.5
η_{met}	Taux de métallisation d'un IDT : rapport de surface métallisée sur la surface totale
θ_R	Angle de Rayleigh, défini en formule II.8
h	Hauteur de la cavité, typiquement de l'ordre de $100 \mu m$
u'	Moyenne temporelle Eulérienne du champ de vitesse, aussi notée $\langle \mathbf{v} \rangle^E$
ς	Coefficient sans unité défini en III.5
η_m	Viscosité dynamique du milieu voisin
$\underline{\mathbf{v}}$	Champ de vitesse dans la cavité, complexe
\mathcal{F}_φ	Champ de vecteur défini par facilité de notation en III.18 et représenté en fig. III.9
ω	Pulsation de l'onde excitant le cristal
c^E	Matrice de rigidité d'un cristal sous champ \mathbf{E}_s constant, définie en sous-section 2.3
f	Fréquence d'excitation du système
T	Période d'excitation du système $T = 1/f$
$i_k, k \in \{1, 2\}$	Courant complexe alimentant l'IDT k , voir fig. II.12
$u_k, k \in \{1, 2\}$	Tension complexe aux borne de l'IDT k , voir fig. II.12
$\underline{Y}_{kk'}, (k, k') \in \{1, 2\}^2$	Admittance complexe d'un IDT ou de deux IDT face à face, voir éq. II.22
$\underline{Z}_{kk'}, (k, k') \in \{1, 2\}^2$	Impédance complexe d'un IDT ou de deux IDT face à face, voir éq. II.22
IDT	Transducteur InterDigité, défini et sous-section 2.2
OPPH	Onde Plane Progressive Harmonique
X	Axe cristallin de coupe des substrats utilisés (\mathbf{e}_z), représenté figure II.11
Y	Axe cristallin de couplage fort, vitesse faible (\mathbf{e}_x), représenté figure II.11
Z	Axe cristallin de couplage faible, vitesse élevée (\mathbf{e}_y), représenté figure II.11

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M Abkarian, M Faivre, and A Viallat. Swinging of red blood cells under shear flow. Physical Review Letters, 98(188302) :1–4, 2007.
- [2] Daniel Ahmed, Xiaole Mao, Jinjie Shi, Bala Krishna Juluri, and Tony Jun Huang. A millisecond micromixer via single-bubble-based acoustic streaming. Lab on a Chip, 9(18) :2738–2741, 2009.
- [3] Janelle R Anderson, Daniel T Chiu, Hongkai Wu, OJ Schueller, and George M Whitesides. Fabrication of microfluidic systems in poly (dimethylsiloxane). Electrophoresis, 21(1) :27–40, 2000.
- [4] EN da C Andrade. On the circulations caused by the vibration of air in a tube. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, pages 445–470, 1931.
- [5] Andreas Anhäuser, Régis Wunenburger, and Etienne Brasselet. Acoustic rotational manipulation using orbital angular momentum transfer. Physical review letters, 109(3) :034301, 2012.
- [6] Yasuharu Arai, Ryohei Yasuda, Ken-ichirou Akashi, Yoshie Harada, Hidetake Miyata, Kazuhiko Kinoshita, and Hiroyasu Itoh. Tying a molecular knot with optical tweezers. Nature, 399(6735) :446–448, 1999.
- [7] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, and T. Yamane. Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams. Nature, 330 :769–771, 1987.
- [8] Arthur Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. Physical review letters, 24(4) :156, 1970.
- [9] V Aubert, R Wunenburger, T Valier-Brasier, D Rabaud, J-P Kleman, and C Poulain. A simple acoustofluidic chip for microscale manipulation using evanescent scholte waves. Lab Chip, 16 :2532–2539, 2016.
- [10] P Augustsson, R Barnkob, C Grenvall, T Deierborg, P Brundin, H Bruus, and T Laurell. Measuring the acoustophoretic contrast factor of living cells in microchannels. Proceedings of MicroTAS, 14 :1337–1339, 2010.
- [11] BA Auld and GS Kino. Normal mode theory for acoustic waves and its application to the interdigital transducer. IEEE Transactions on Electron Devices, ED-18(10) :898–908, 1971.
- [12] Diego Baresch, Jean-Louis Thomas, and Régis Marchiano. Three-dimensional acoustic radiation force on an arbitrarily located elastic sphere. The Journal of the Acoustical Society of America, 133(1) :25–36, 2013.
- [13] R Barnkob, P Augustsson, T Laurell, and H Bruus. Acoustic radiation- and streaming-induced microparticle velocities determined by microparticle image velocimetry in an ultrasound symmetry plane. Physical Review E, 86(056307) :1–11, 2012.
- [14] AFM Barton. The structural component of acoustic absorption in liquids. Advances in Molecular Relaxation Processes, 4(2) :87–137, 1972.

- [15] Martin Z Bazant, Mustafa Sabri Kilic, Brian D Storey, and Armand Ajdari. Towards an understanding of induced-charge electrokinetics at large applied voltages in concentrated solutions. *arXiv preprint arXiv :0903.4790*, 2009.
- [16] J Behrens, S Langelier, AR Rezk, G Lindner, LY Yeo, and JRF Friend. Microscale anechoic architecture : acoustic diffusers for ultra low power microparticle separation via traveling surface acoustic waves. *Lab on a Chip*, 15 :43–46, 2015.
- [17] LL Beranek and HP Sleeper. The design and construction of anechoic sound chamber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 18(1) :140–150, 1946.
- [18] HL Bertoni and T Tamir. Unified theory of rayleigh-angle phenomena for acoustic beams at liquid-solid interfaces. *Applied Physics*, pages 157–172, 1973.
- [19] Robert T Beyer. Radiation pressure, the history of a mislabeled tensor. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 63(4) :1025–1030, 1978.
- [20] P Biquard. Les ondes ultra-sonores. *Rev. Acoust*, 1(93) :1, 1932.
- [21] Lydéric Bocquet and Elisabeth Charlaix. Nanofluidics, from bulk to interfaces. *Chemical Society Reviews*, 39(3) :1073–1095, 2010.
- [22] Léon Brillouin. Les tensions de radiation ; leur interprétation en mécanique classique et en relativité. *J. Phys. Radium*, 6(11) :337–353, 1925.
- [23] Henrik Bruus. Theoretical microfluidics. 2008.
- [24] Henrik Bruus. Acoustofluidics 10 : scaling laws in acoustophoresis. *Lab on a Chip*, 12(9) :1578–1586, 2012.
- [25] Henrik Bruus. Acoustofluidics 2 : Perturbation theory and ultrasound resonance modes. *Lab On a Chip*, 12 :20–28, 2012.
- [26] Henrik Bruus. Acoustofluidics 7 : The acoustic radiation force on small particles. *Lab on a Chip*, 12(6) :1014–1021, 2012.
- [27] Miguel A Burguillos, Cecilia Magnusson, Maria Nordin, Andreas Lenshof, Per Augustsson, Magnus J Hansson, Eskil Elmer, Hans Lilja, Patrik Brundin, Thomas Laurell, et al. Microchannel acoustophoresis does not impact survival or function of microglia, leukocytes or tumor cells. *PLoS One*, 8(5) :e64233, 2013.
- [28] FH Busse and TG Wang. Torque generated by orthogonal acoustic waves—theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(6) :1634–1638, 1981.
- [29] CK Campbell. Applications of surface acoustic and shallow bulk acoustic wave devices. *Proceedings of the IEEE*, pages 1453–1484, 1989.
- [30] CK Campbell. Modelling the transverse-mode response of a two-port saw resonator. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 38(3) :237–242, 1991.
- [31] Colin Campbell. *Surface acoustic wave devices and their signal processing applications*. Elsevier, 2012.
- [32] JJ Campbell and WR Jones. A method for estimating optimal crystal cuts and propagation directions for excitation of piezoelectric surface waves. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 15(4) :209–217, 1968.
- [33] JJ Campbell and WR Jones. Propagation of Piezoelectric Surface Waves on Cubic and Hexagonal Crystals. *Journal of Applied Physics*, 41 :2796–2801, 1970.
- [34] JJ Campbell and WR Jones. Propagation of surface waves at the boundary between a piezoelectric and a fluid medium. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 1(2) :71–76, 1970.

- [35] P Castellini, M Martarelli, and EP Tomasini. Laser doppler vibrometry : development of advanced solutions answering to technology's needs. Elsevier Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 20(6) :1265–1285, 2006.
- [36] Frédéric Caupin and Eric Herbert. Cavitation in water : a review. Comptes Rendus Physique, 7(9) :1000–1017, 2006.
- [37] DN Cheeke. Fundamentals and applications of ultrasonic waves. CRC Press, 2002.
- [38] Chladni. Entdeckungen uber die theorie des klanges. Weidmanns, Erben und Reich, Leipzig, Germany, 1787.
- [39] Boa-Teh Chu and Robert E. Apfel. Acoustic radiation pressure produced by a beam of sound. The Journal of the Acoustical Society of America, 72(6) :1673–1687, 1982.
- [40] D Ciplys and R Rimeika. Measurements of electromechanical coupling coefficient for surface acoustic waves in proton-exchanged lithium niobate. Ultragarsas, 33(3) :14–20, 1999.
- [41] Malcolm M. Cross. Rheology of non-newtonian fluids : A new flow equation for pseudoplastic systems. Journal of Colloid Science, 20(5) :417 – 437, 1965.
- [42] Rémi Dangla, François Gallaire, and Charles N Baroud. Microchannel deformations due to solvent-induced pdms swelling. Lab on a Chip, 10(21) :2972–2978, 2010.
- [43] S Datta and BJ Hunsinger. First-order reflection coefficient of surface acoustic waves from thin-strip overlays. Journal of Applied Physics, 51(9) :5661–5665, 1979.
- [44] S Datta and BJ Hunsinger. An analytical theory for the scattering of surface acoustic waves by a single electrode in a periodic array on a piezoelectric substrate. Journal of Applied Physics, 51(9) :4817–4823, 1980.
- [45] Xiaoyun Ding, Peng Li, Sz-Chin Steven Lin, Zackary S Stratton, Nitesh Nama, Feng Guo, Daniel Slotcavage, Xiaole Mao, Jinjie Shi, Francesco Costanzo, et al. Surface acoustic wave microfluidics. Lab on a Chip, 2013.
- [46] Xiaoyun Ding, Sz-Chin Steven Lin, Brian Kiraly, Hongjun Yue, Sixing Li, I-Kao Chiang, Jinjie Shi, Stephen J. Benkovic, and Tony Jun Huang. On-chip manipulation of single microparticles, cells, and organisms using surface acoustic waves. Proceedings of the National Academy of Sciences, 109(28) :11105–11109, 2012.
- [47] Xiaoyun Ding, Sz-Chin Steven Lin, Michael Ian Lapsley, Sixing Li, Xiang Guo, Chung Yu Chan, I-Kao Chiang, Lin Wang, J. Philip McCoy, and Tony Jun Huang. Standing surface acoustic wave (ssaw) based multichannel cell sorting. Lab Chip, 12 :4228–4231, 2012.
- [48] Alexander A Doinikov. Acoustic radiation pressure on a compressible sphere in a viscous fluid. Journal of Fluid Mechanics, 267 :1–22, 1994.
- [49] Alexander A Doinikov. Acoustic radiation force on a spherical particle in a viscous heat-conducting fluid. i. general formula. The Journal of the Acoustical Society of America, 101(2) :713–721, 1997.
- [50] K Dransfeld and E Salzmann. Excitation, detection, and attenuation of highfrequency elastic surface waves, in Physical Acoustics, chap. 4, Mason, WP and Thurston, R. Academic Press, 1970.
- [51] D.C. Duffy, J.C. McDonald, O.J.A. Schueller, and G.M. Whitesides. Rapid prototyping of microfluidic systems in poly(dimethylsiloxane). Anal. Chem., 70(23) :4974–4984, 1998.

- [52] Carl Eckart. Vortices and streams caused by sound waves. *Physical Review*, 73(1) :68–76, 1948.
- [53] H Engan, H Hanebrekke, KA Ingebrigtsen, and E Jergan. Numerical calculations on surface waves in piezoelectrics. *Applied Physics Letters*, 15(8) :239–241, 1969.
- [54] EA Evans. Bending elastic modulus of red blood cell membrane derived from buckling instability in micropipet aspiration tests. *Biophysical Journal*, 43(1) :27–30, 1983.
- [55] Zongwei Fan, Deqing Mei, Keji Yang, and Zichen Chen. Acoustic radiation torque on an irregularly shaped scatterer in an arbitrary sound field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(5) :2727–2732, 2008.
- [56] Michael Faraday. On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 121 :299–340, 1831.
- [57] T. Franke, S. Braunmuller, L. Schmid, A. Wixforth, and D. A. Weitz. Surface acoustic wave actuated cell sorting (sawacs). *Lab Chip*, 10 :789–794, 2010.
- [58] Thomas Franke, Adam R. Abate, David A. Weitz, and Achim Wixforth. Surface acoustic wave (saw) directed droplet flow in microfluidics for pdms devices. *Lab Chip*, 9(18) :2625, 2009.
- [59] James Friend and Leslie Y. Yeo. Microscale acoustofluidics : Microfluidics driven via acoustics and ultrasonics. *Rev. Mod. Phys.*, 83(2) :647–704, 2011.
- [60] V Girault and P-A Raviart. *Finite element methods for Navier-Stokes equations : theory and algorithms*. Springer Series in Computational Mathematics, 2012.
- [61] LP Gor’Kov. On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid. In *Soviet Physics Doklady*, volume 6, page 773, 1962.
- [62] Kinog GS Greeng JB and BT Khuri-Yakub. Focused surface wave transducers on anisotropic substrates : a theory developed for the waveguided storage correlator. *Ultrasonics*, pages 69–73, 1980.
- [63] David G Grier. A revolution in optical manipulation. *Nature*, 424(6950) :810–816, 2003.
- [64] F Guo, Z Mao, Y Chen, Z Xie, JP Lata, P Li, L Ren, J Liu, J Yang, M Dao, Suresh S, and TJ Huang. Three-dimensional manipulation of single cells using surface acoustic waves. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(6) :1522–1527, 2016.
- [65] Jinhong Guo, Yuejun Kang, and Ye Ai. Radiation dominated acoustophoresis driven by surface acoustic waves. *Journal of colloid and interface science*, 455 :203–211, 2015.
- [66] Byung Hang Ha, Kang Soo Lee, Ghulam Destgeer, Jinsoo Park, Jin Seung Choung, Jin Ho Jung, Jennifer Hyunjong Shin, and Hyung Jin Sung. Acoustothermal heating of polydimethylsiloxane microfluidic system. *Nature Scientific reports*, 5 :1–8, 2015.
- [67] A. Haake. *Micromanipulation of small particles with ultrasound*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2004.
- [68] A Haake, A Neild, G Radziwill, and J Dual. Positioning, displacement, and localization of cells using ultrasonic forces. *Wiley Biotechnology and Bioengineering*, 92(1) :8–14, 2005.
- [69] S Melker Hagsäter, T Glasdam Jensen, Henrik Bruus, and Jörg P Kutter. Acoustic resonances in microfluidic chips : full-image micro-piv experiments and numerical simulations. *Lab on a Chip*, 7(10) :1336–1344, 2007.

- [70] Brian T Hefner and Philip L Marston. An acoustical helicoidal wave transducer with applications for the alignment of ultrasonic and underwater systems. The Journal of the Acoustical Society of America, 106(6) :3313–3316, 1999.
- [71] H. M. Hertz. Standing-wave acoustic trap for nonintrusive positioning of micro-particles. J. Appl. Phys. 78 (8), 15 October 1995, 78 :4845–4849, 1995.
- [72] T Honegger, O Lecarme, K Berton, and D Peyrade. Rotation speed control of janus particles by dielectrophoresis in a microfluidic channel. Journal of Vacuum Science and Technology B, 28(C6I) :14–19, 2010.
- [73] Sanjin Hovic, Shashi K Murthy, and Abigail N Koppes. Microfluidic sample preparation for single cell analysis. Analytical chemistry, 88(1) :354–380, 2015.
- [74] U Ingård and S Labate. Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices. The Journal of the Acoustical Society of America, 22(2) :211–218, 1950.
- [75] KA Ingebrigtsen. Surface waves in piezoelectrics. Journal of Applied Physics, 40(7) :2681–2686, 1969.
- [76] TB Jones and LW Loomans. Size effect in dielectrophoretic levitation. Journal of electrostatics, 14(3) :269–277, 1983.
- [77] V Kaajakari, A Sathaye, and A Lal. A frequency addressable ultrasonic microfluidic actuator array. Transducers'01 and Eurosensors XV, pages 958–961, 2001.
- [78] Shih-Tsung Kang and Chih-Kuang Yeh. Potential-well model in acoustic tweezers. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 57(6) :1451–1459, 2010.
- [79] B Kaoui, A Farutin, and C Misbah. Vesicles under simple shear flow : elucidating the role of relevant control parameters. Physical Review E, 80(061905) :1–11, 2009.
- [80] JT Karlsen and H Bruus. Forces acting on a small particle in an acoustical field in a thermoviscous fluid. Physical Review E, 92(043010) :1–22, 2015.
- [81] L. V. King. On the acoustic radiation pressure on spheres. Proc. Roy. Soc. A, 147 :212–240, 1934.
- [82] D Köster. Numerical simulation of acoustic streaming on surface acoustic wave-driven biochips. Society for Industrial and Applied Mathematics, 29(6) :2352–2380, 2007.
- [83] Jan Krüger, Kirat Singh, Alan O'Neill, Carl Jackson, Alan Morrison, and Peter O'Brien. Development of a microfluidic device for fluorescence activated cell sorting. Journal of micromechanics and microengineering, 12(4) :486, 2002.
- [84] IE Kuznetsova, BD Zaitsev, and IA Borodina. Investigation of acoustic waves in thin plates of lithium niobate and lithium tantalate. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 48(1) :322–328, 2001.
- [85] KM Lakin. Perturbation theory for electromagnetic coupling to elastic surface waves on piezoelectric substrates. Journal of Applied Physics, 42(3) :899–906, 1971.
- [86] Andreas Lamprecht, Thomas Schwarz, Jingtao Wang, and Jurg Dual. Viscous torque on spherical micro particles in two orthogonal acoustic standing wave fields. The Journal of the Acoustical Society of America, 138(1) :23–32, 2015.
- [87] LD Landau and EM Lifshitz. Theoretical Physics, Vol. 7 : Theory of Elasticity. Pergamon Press, 1970.
- [88] C. P. Lee and T. G. Wang. Acoustic radiation force on a bubble. J. Acoust. Soc. Am., 93(3) :1637–1640, 1993.

- [89] Chun P Lee and Taylor G Wang. Acoustic radiation potential on a small sphere due to two orthogonal standing waves. The Journal of the Acoustical Society of America, 83(6) :2459–2461, 1988.
- [90] Chun P Lee and Taylor G Wang. Near-boundary streaming around a small sphere due to two orthogonal standing waves. The Journal of the Acoustical Society of America, 85(3) :1081–1088, 1989.
- [91] Chun P Lee and Taylor G Wang. Outer acoustic streaming. The Journal of the Acoustical Society of America, 88(5) :2367–2375, 1990.
- [92] CP Lee and TG Wang. Acoustic radiation pressure. The Journal of the Acoustical Society of America, 94(2) :1099–1109, 1993.
- [93] Gi-Hun Lee, Sung-Hwan Kim, Kihoon Ahn, Sang-Hoon Lee, and Joong Yull Park. Separation and sorting of cells in microsystems using physical principles. Journal of Micromechanics and Microengineering, 26(1) :013003, 2015.
- [94] Junjun Lei, Peter Glynne-Jones, and Martyn Hill. Acoustic streaming in the transducer plane in ultrasonic particle manipulation devices. Lab Chip, 13 :2133–2143, 2013.
- [95] Junjun Lei, Martyn Hill, and Peter Glynne-Jones. Numerical simulation of 3d boundary-driven acoustic streaming in microfluidic devices. Lab Chip, 14 :532–541, 2014.
- [96] T. G. Leighton. The acoustic bubble. Academic Press, London, 1994.
- [97] Andreas Lenshof and Thomas Laurell. Continuous separation of cells and particles in microfluidic systems. Chemical Society Reviews, 39(3) :1203–1217, 2010.
- [98] LN Liebermann. The second viscosity of liquids. Physical Review, 75(9) :1415, 1949.
- [99] Sir James Lighthill. Acoustic streaming. Journal of Sound and Vibration, 61(3) :391–418, 1978.
- [100] Q Liu and A Prosperetti. Wall effects on a rotating sphere. Journal of Fluid Mechanics, 657 :1–21, 2010.
- [101] René Lucas and Pierre Biquard. Optical properties of solids and liquids under ultrasonic vibrations. propriétés optiques des milieux solides et liquides soumis aux vibrations élastiques ultra sonores. Journal de Physique, pages 464–466, 1932.
- [102] TP Luong, VN Phan, and NT Nguyen. High-throughput micromixers based on acoustic streaming induced by surface acoustic wave. Microfluidics and nanofluidics, 10 :619–625, 2011.
- [103] G Maidanik. Torques due to acoustical radiation pressure. The Journal of the Acoustical Society of America, 30(7) :620–623, 1958.
- [104] Philippe Marmottant and Sascha Hilgenfeldt. Controlled vesicle deformation and lysis by single oscillating bubbles. Nature, 423(6936) :153–156, 2003.
- [105] Andres W Martinez, Scott T Phillips, and George M Whitesides. Three-dimensional microfluidic devices fabricated in layered paper and tape. Proceedings of the National Academy of Sciences, 105(50) :19606–19611, 2008.
- [106] Dirk Möller, Nicolas Degen, and Jurg Dual. Schlieren visualization of ultrasonic standing waves in mm-sized chambers for ultrasonic particle manipulation. Journal of Nanobiotechnology, 11(1), 2013.

- [107] David Morgan. Surface acoustic wave filters : with applications to electronic communications and signal processing. Academic Press, 2007.
- [108] Peter Barkholt Muller, Rune Barnkob, Mads Jakob Herring Jensen, and Henrik Bruus. A numerical study of microparticle acoustophoresis driven by acoustic radiation forces and streaming-induced drag forces. Lab on a Chip, 12(22) :4617–4627, 2012.
- [109] Peter Barkholt Muller, Massimiliano Rossi, ÁG Marín, Rune Barnkob, Per Augustsson, Thomas Laurell, Christian J Kaehler, and Henrik Bruus. Ultrasound-induced acoustophoretic motion of microparticles in three dimensions. Physical Review E, 88(2) :023006, 2013.
- [110] N Nama, R Barnkob, Z Mao, CJ Kähler, F Costanzo, and TJ Huang. Numerical study of acoustophoretic motion of particles in a pdms microchannel driven by surface acoustic waves. Lab On a Chip, 15 :2700–2709, 2015.
- [111] Johan Nilsson, Mikael Evander, Björn Hammarström, and Thomas Laurell. Review of cell and particle trapping in microfluidic systems. Analytica chimica acta, 649(2) :141–157, 2009.
- [112] W. L. Nyborg. Acoustic Streaming due to Attenuated Plane Waves. Acoustical Society of America Journal, 25 :68–75, 1953.
- [113] Wesley L Nyborg. Acoustic streaming near a boundary. The Journal of the Acoustical Society of America, 30(4) :329–339, 1958.
- [114] Filip Petersson, Andreas Nilsson, Cecilia Holm, Henrik Jönsson, and Thomas Laurell. Separation of lipids from blood utilizing ultrasonic standing waves in microfluidic channels. Analyst, 129(10) :938–943, 2004.
- [115] Luc Petit and Philippe Gondret. Redressement d'un écoulement alternatif. Journal de Physique II, 2(12) :2115–2144, 1992.
- [116] CV Raman and NS Nagendra Nath. The diffraction of light by high frequency sound waves. part i. In Proceedings of the Indian Academy of Sciences, Section A, volume 4, pages 406–412. Indian Academy of Sciences, 1935.
- [117] Lord Rayleigh. On the circulation of air observed in kundt's tubes, and on some allied acoustical problems. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, pages 1–21, 1884.
- [118] Lord Rayleigh. Xxxiv. on the pressure of vibrations. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 3(15) :338–346, 1902.
- [119] Lord Rayleigh. Xlii. on the momentum and pressure of gaseous vibrations, and on the connexion with the virial theorem. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 10(57) :364–374, 1905.
- [120] A Renaudin, P Tabourier, V Zhang, JC Camart, and C Druon. Saw nanopump for handling droplets in view of biological applications. Sensors and Actuators B, 113 :389–397, 2006.
- [121] A Riaud, M Baudoin, J-L Thomas, and O Bou Matar. Taming the degeneration of Bessel beams at an anisotropic-isotropic interface : Toward three-dimensional control of confined vortical waves. Physical Review E, 92(063201) :1–8, 2015.
- [122] A Riaud, M Baudoin, J-L Thomas, and O Bou-Matar. SAW synthesis with IDTs array and the inverse filter : toward a versatile SAW toolbox for microfluidics and biological applications. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2016.

- [123] J. C. Rife, M. I. Bell, J. S. Horwitz, M. N. Kabler, R. C. Y. Auyeung, and W. J. Kim. Miniature valveless ultrasonic pumps and mixers. Sens. Actuator A-Phys., 86 :135–140, 2000.
- [124] Joel Rosenbaum. Bulk Acoustic Wave Theory and Devices. Artech House Acoustics Library, 1988.
- [125] D Royer and E Dieulesaint. Elastic waves in solids I : free and guided propagation. Springer, 2000.
- [126] D Royer and E Dieulesaint. Elastic waves in solids II : Generation, acousto-optic interaction, applications. Springer, 2000.
- [127] D Royer and E Dieulesaint. Propagation et génération des ondes élastiques. Techniques de l'Ingénieur, pages E3210, 1–25, 2001.
- [128] SS Sadhal. Acoustofluidics 13 : Analysis of acoustic streaming by perturbation methods. Lab on a Chip, 12(13) :2292–2300, 2012.
- [129] S Sanna and WG Schmidt. Lithium niobate x-cut, y-cut, and z-cut surfaces from ab initio theory. Physical Review B, 81(214116) :1–11, 2010.
- [130] OA Sapozhnikov and MR Bailey. Radiation force of an arbitrary acoustic beam on an elastic sphere in a fluid. The Journal of the Acoustical Society, 133(661) :661–676, 2013.
- [131] Hermann Schlichting. Berechnung ebener periodischer grenzschichtströmungen. Phys. Z, 33(1932) :327–335, 1932.
- [132] T Schwarz. Rotation of Particles by Ultrasonic Manipulation. PhD thesis, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2013.
- [133] Thomas Schwarz, Guillaume Petit-Pierre, and Jurg Dual. Rotation of non-spherical micro-particles by amplitude modulation of superimposed orthogonal ultrasonic modes. The Journal of the Acoustical Society of America, 133(3) :1260–1268, 2013.
- [134] Bertrand Selva, Vincent Miralles, Isabelle Cantat, and Marie-Caroline Jullien. Thermocapillary actuation by optimized resistor pattern : bubbles and droplets displacing, switching and trapping. Lab on a Chip, 10(14) :1835–1840, 2010.
- [135] Mikkel Settnes and Henrik Bruus. Forces acting on a small particle in an acoustical field in a viscous fluid. Physical Review E, 85(1) :016327, 2012.
- [136] Jinjie Shi, Daniel Ahmed, Xiaole Mao, Sz-Chin Steven Lin, Aitan Lawit, and Tony Jun Huang. Acoustic tweezers : patterning cells and microparticles using standing surface acoustic waves (ssaw). Lab Chip, 9(20) :2890–2895, 2009.
- [137] Jinjie Shi, Shahrzad Yazdi, Sz-Chin Steven Lin, Xiaoyun Ding, I-Kao Chiang, Kendra Sharp, and Tony Jun Huang. Three-dimensional continuous particle focusing in a microfluidic channel via standing surface acoustic waves (ssaw). Lab Chip, 11 :2319–2324, 2011.
- [138] Richie J Shilton, Virgilio Mattoli, Marco Travagliati, Matteo Agostini, Andrea Desii, Fabio Beltram, and Marco Cecchini. Rapid and controllable digital microfluidic heating by surface acoustic waves. Advanced Functional Materials, 25(37) :5895–5901, 2015.
- [139] RJ Shilton, LY Yeo, and JRF Friend. Quantification of surface acoustic wave induced chaotic mixing-flows in microfluidic wells. Sensors and Actuators B : Chemical, 160 :1565–1572, 1991.

- [140] Showko Shiokawa, Yoshikazu Matsui, and Toyosaka Moriizumi. Experimental study on liquid streaming by saw. Japanese Journal of Applied Physics, 28(S1) :126, 1989.
- [141] EK Sittig and GA Coquin. Filters and dispersive delay lines using repetitively mismatched ultrasonic transmission lines. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, SU-15(2) :111–119, 1968.
- [142] Peder Skafte-Pedersen. Microfluidic cell culture systems for real-time studies of cells. PhD thesis, Technical University of Denmark (DTU), 2011.
- [143] JM Skotheim and TW Secomb. Red blood cells and other nonspherical capsules in shear flow : oscillatory dynamics and the tank-treading-to-tumbling transition. Physical Review Letters, 98(078301) :1–4, 2007.
- [144] WR Smith, HM Gerard, JH Collins, TM Reeder, and HJ Shaw. Measurements of electromechanical coupling coefficient for surface acoustic waves in proton-exchanged lithium niobate. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, MTT-17(11) :856–864, 1969.
- [145] W Soluch and M Lysakowska. Surface acoustic waves on x-cut linbo3. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 52(1) :145–147, 2005.
- [146] P Somasundaran. Encyclopedia of surface and colloid science, second edition, Vol. 5. Taylor and Francis Group, 2006.
- [147] JF Spengler and WT Coakley. Ultrasonic trap to monitor morphology and stability of developing microparticle aggregates. Langmuir, 19 :3635–3642, 2003.
- [148] Todd M Squires and Martin Z Bazant. Induced-charge electro-osmosis. Journal of Fluid Mechanics, 509 :217–252, 2004.
- [149] Todd M. Squires and Stephen R. Quake. Microfluidics : Fluid physics at the nanoliter scale. Rev. Mod. Phys., 77 :977, 2005.
- [150] K Sritharan, CJ Strobl, MF Schneider, A Wixforth, and Zeno von Guttenberg. Acoustic mixing at low Reynold’s numbers. Applied Physics Letters, 88(5) :054102, 2006.
- [151] GG Stokes. On the theory of oscillatory waves. Trans Cambridge Philos Soc, 8 :441–473, 1847.
- [152] Jessica Svennebring, Otto Manneberg, Peder Skafte-Pedersen, Henrik Bruus, and Martin Wiklund. Selective bioparticle retention and characterization in a chip-integrated confocal ultrasonic cavity. Biotechnology and bioengineering, 103(2) :323–328, 2009.
- [153] P. Tabeling. Introduction à la microfluidique. Collection À L’chelles. Belin, 2003.
- [154] Ming K. Tan, James R. Friend, and Leslie Y. Yeo. Microparticle collection and concentration via a miniature surface acoustic wave device. Lab Chip, 7 :618–625, 2007.
- [155] Ming K. Tan, James R. Friend, and Leslie Y. Yeo. Interfacial jetting phenomena induced by focused surface vibrations. Phys. Rev. Lett., 103 :024501, 2009.
- [156] Masakazu Tatsuno. Circulatory streaming around an oscillating circular cylinder at low Reynolds numbers. Journal of the Physical Society of Japan, 35(3) :915–920, 1973.
- [157] TH Thomas and TC Kendrick. Thermal analysis of polydimethylsiloxanes. i. thermal degradation in controlled atmospheres. Journal of Polymer Science, 7 :537–549, 1969.

- [158] S. B. Q. Tran, P. Marmottant, and P. Thibault. Fast acoustic tweezers for the two-dimensional manipulation of individual particles in microfluidic channels. Applied Physics Letters, 101 :114103, 2012.
- [159] Jean K Tsou, Jie Liu, Abdul I Barakat, and Michael F Insana. Role of ultrasonic shear rate estimation errors in assessing inflammatory response and vascular risk. Ultrasound in medicine & biology, 34(6) :963–972, 2008.
- [160] J Vanneste and O Bühler. Streaming by leaky surface acoustic waves. Proceedings of the Royal Society A, 467 :1779–1800, 2011.
- [161] Igor Aleksandrovich Viktorov. Rayleigh and Lamb Waves. Plenum Press New York, 1967.
- [162] TG Wang, EH Trinh, AP Croonquist, and DD Elleman. Shapes of rotating free drops : Spacelab experimental results. Physical review letters, 56(5) :452–455, 1986.
- [163] TG Wang, EH Trinh, AP Croonquist, and DD Elleman. Dynamics of rotating and oscillating drops. NASA. Marshall Space Flight Center Spacelab 3 Mission Science Review, pages 27–30, 1987.
- [164] AW Warner, M Onoe, and GA Coquin. Determination of elastic and piezoelectric constants for crystals in class (3m). The journal of the acoustical society of America, 42(6) :1223–1231, 1967.
- [165] MAH Weiser, RE Apfel, and EA Neppiras. Interparticle forces on red cells in a standing wave field. Acta Acustica united with Acustica, 56(2) :114–119, 1984.
- [166] R White. Surface elastic waves. Proceedings of the IEEE, pages 1238–1276, 1970.
- [167] J Whitehill, A Neild, T Wah Ng, and M Stokes. Collection of suspended particles in a drop using low frequency vibration. Applied Physics Letters, 96(053501) :1–3, 2010.
- [168] George M. Whitesides. The origins and the future of microfluidics. Nature, 442(7101) :368–373, 2006.
- [169] M. Wiklund and H. M. Hertz. Ultrasonic enhancement of bead-based bioaffinity assays. Lab Chip, 6 :1279–1292, 2006.
- [170] Martin Wiklund. Acoustofluidics 12 : Biocompatibility and cell viability in microfluidic acoustic resonators. Lab on a Chip, 12(11) :2018–2028, 2012.
- [171] Martin Wiklund, Roy Green, and Mathias Ohlin. Acoustofluidics 14 : Applications of acoustic streaming in microfluidic devices. Lab on a Chip, 12(14) :2438–2451, 2012.
- [172] KK Wong, editor. Properties of lithium niobate. INSPEC, 2002.
- [173] Junru Wu. Acoustical tweezers. J. Acoust. Soc. Am., 89(5) :2140–2143, 1991.
- [174] Leslie Y Yeo and James R Friend. Surface acoustic wave microfluidics. Annual Review of Fluid Mechanics, 46 :379–406, 2014.
- [175] K. Yosioka and Y. Kawasima. Acoustic radiation pressure on a compressible sphere. Acustica, 5 :167, 1955.
- [176] R Zengerle, J Ulrich, S Kluge, M Richter, and A Richter. A bidirectional silicon micropump. Sensors and Actuators A : Physical, 50(1) :81–86, 1995.
- [177] F Zernike. Diffraction theory of the knife-edge test and its improved form, the phase-contrast method. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 94 :377–384, 1934.

-
- [178] Hu Zhang and Kuo-Kang Liu. Optical tweezers for single cells. Journal of The Royal Society Interface, 5(24) :671–690, 2008.
- [179] Likun Zhang and Philip L Marston. Acoustic radiation torque and the conservation of angular momentum (I). The Journal of the Acoustical Society of America, 129(4) :1679–1680, 2011.
- [180] Likun Zhang and Philip L Marston. Acoustic radiation torque on small objects in viscous fluids and connection with viscous dissipation. The Journal of the Acoustical Society of America, 136(6) :2917–2921, 2014.

Manipulation de particules et génération de vortex par ondes acoustiques de surface en géométrie microfluidique

Nous nous sommes intéressés à la manipulation par forces acoustiques de particules et de fluide à petite échelle. Nous avons construit pour cela un système où des ondes acoustiques de surface stationnaires sont générées sur un substrat piézo-électrique de LiNbO₃ à partir de deux paires d'électrodes interdigitées orthogonales, puis sont émises dans une cavité microfluidique. Lorsque les deux ondes sont émises à la même fréquence, nous montrons théoriquement et expérimentalement la présence d'un terme d'interférence qui, selon le déphasage temporel entre les deux ondes, va modifier la localisation des ventres et nœuds de pression dans la cavité, mais aussi donner lieu à des tourbillons dont l'axe de rotation est perpendiculaire au substrat. Nous montrons que ces tourbillons proviennent de la forme particulière des écoulements redressés en paroi et nous avons déterminé des vitesses angulaires de plusieurs rad/s, avec une périodicité gauche droite tous les 1/2 longueurs d'onde. Utilisant des globules rouges ou des particules de latex de 1 μm comme traceurs, nous avons identifié une dynamique complexe, avec la formation d'agrégats au centre des vortex sous l'effet des forces de radiations et une répartition en différents niveaux par effet de lévitation acoustique dans l'épaisseur de la cavité. Dans le cas où des particules d'une dizaine de micromètres sont utilisées, nous observons par ailleurs une rotation individuelle de chaque objet individuel, à des vitesses angulaires atteignant une dizaine de tours/s sous l'action de couples acoustiques semblables à ceux décrits par BUSSE et WANG en 1981.

mots-clés pinces acoustiques - microfluidique - écoulements redressés - manipulation de particules

Manipulation of particles and generation of fluid vortices using surface acoustic waves in a microfluidic environment

The scope of the study is the use of ultrasounds to generate acoustic forces and to manipulate particles at micro scale. For this purpose, we have built a system where two pairs of orthogonal standing surface acoustic waves are generated on a piezoelectric substrate of LiNbO₃ using interdigitated electrodes, and then leak into a microfluidic cavity. When the two waves are at the same frequency, we theoretically and experimentally show the presence of an interference term which, according to the temporal phase shift between the two waves, will alter the location of pressure antinodes and nodes in the cavity, and also gives rise to vortices whose axes of rotation are perpendicular to the substrate. We theoretically show that these vortices originate from acoustic streaming generated near the walls and, by injecting microparticles, we determined angular velocities of several rad/s, with an alternate left-right orientation every half wavelength. Studying both red blood cells or latex particles, we identified a complex dynamic, with the formation of aggregates in the vortex center due to the combined effect of radiation and streaming forces, distributed into different levels of acoustic levitation in the thickness of the cavity. In the case where particles of ten micrometers were used we observed, besides the arrangement of the objects in the pressure nodes, a rotation of each individual objects, at angular velocities up to ten revolutions / s. We interpret this as the first evidence of an acoustic torque on microparticles and biological cells generated by surface acoustic waves, a situation close to that described by Busse and Wang in 1981 but at microscale.

keywords acoustic tweezers - particle manipulation - acoustic streaming - microfluidics -