

## Turbulence de grille oscillante à basses températures Ndeye Fatimata Issaga Sy

### ▶ To cite this version:

Ndeye Fatimata Issaga Sy. Turbulence de grille oscillante à basses températures. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2016. Français. NNT : 2016GREAI062 . tel-01599365

## HAL Id: tel-01599365 https://theses.hal.science/tel-01599365

Submitted on 2 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Communauté** Suniversité Grenoble Alpes

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE LA communauté UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : Mécanique des Fluides, Energétique, Procédés

Arrêté ministériel : 7 Août 2006

Présentée par

## Ndèye Fatimata Issaga SY

Thèse dirigée par **Bernard Rousset** et codirigée par **Mickaël Bourgoin** 

préparée au sein du **Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (CEA)** et de l'Ecole Doctorale **Grenoble-INP / I-MEP2** 

## Turbulence de Grille Oscillante à Basses Températures

Thèse soutenue publiquement le **17 Octobre 2016**, devant le jury composé de :

M. Nicolas Mordant Professeur des Universités, UGA, Président M. Romain Volk Maître de conférences, ENS Lyon, Rapporteur M. Romain Monchaux Maître de conférences, ENSTA Palaiseau, Rapporteur Mme Bérengère Dubrulle Directrice de Recherche, CNRS, Examinatrice M. Jérémie Bec Directeur de Recherche, CNRS, Examinateur M. Bernard Rousset Ingénieur Cryogéniste, CEA Grenoble, Directeur de thèse M. Mickaël Bourgoin Directeur de Recherche, CNRS, Co-Directeur de thèse M. Pantxo Diribarne Maître de Conférences, UGA, Responsable CEA M. Mathieu Gibert Chargé de Recherche, Institut Néel, CNRS Grenoble, Invité



A ma famille. Je vous aime.

« One day I will find the right words and they will be simple. » J. Kerouac.

## Remerciements

Tout d'abord, je remercie tout le personnel du SBT en particulier les gens du 10.01 de m'avoir accueillie et d'avoir rendu agréable mon séjour au CEA. Un coucou aux gens du LLRC : Pierre, Lionel, Pascal, Nicolas, Michel, Jérôme. Merci à Jean Pierre, tu nous as bien souvent dépannés. Un merci spécial à Hervé Rouillon, pour sa sympathie et sa gentillesse. Merci à Didier *no stress* et à Morel pour les vases d'hélium. Je remercie aussi le personnel du LEGI en particulier le service informatique et Laure Vignal pour leur disponibilité.

Merci à Christine Hoa, chef du LRTH, il est agréable de discuter avec toi et à Alain Girard qui s'est aussi investi dans le bon déroulement de la thèse. Je tiens aussi à remercier Lionel Duband, chef du SBT, Jérôme Planes, Jean Marc Poncet et Yves Gagne. Merci au personnel du secrétariat : Michèle et Fanny.

Je remercie les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail de thèse. Je remercie les personnes qui m'ont encadrée tout le long. Merci à mon directeur de thèse Bernard Rousset qui est une encyclopédie vivante avec des qualités humaines remarquables. Je remercie également mon co-directeur de thèse, Mickaël Bourgoin, que je surnommerai l'éternel optimiste. Cet optimisme m'a souvent fait y croire et m'accrocher malgré les jours où j'allais au labo sans réelle conviction/motivation. Il est des personnes avec lesquelles il est agréable de travailler et je pense en particulier à Mathieu Gibert, merci de ta bonne humeur. Je remercie également Pantxo Diribarne de son encadrement et de sa pédagogie. Merci à Philippe Charvin qui m'a beaucoup appris sur le plan technique. Merci à Bastien de ta disponibilité et de ta contribution à cette thèse.

Je remercie Régiane Fortes-Patella, une dame pour laquelle j'ai beaucoup d'égards et Jean Paul Thibault de son intérêt. Je remercie Roberta de sa bonne humeur, Rémi un bon stagiaire, Aurélia et les personnes du club photo, j'ai apprécié les échanges et les conseils.

Merci à Aminata que j'ai tellement fatiguée qu'à la fin je la stressais : c'est à cela que sert une soeur ! Ndèye Fatou Diouf, ma *sereer* comme je le dis souvent, *amo morom*. Merci à Macina, je t'ai souvent saoûlé avec ma thèse et mes humeurs changeantes. Merci à Papis *beneu cii mane*, Kadia, Claire, Fodé et Catherine de leur sollicitude et de leur soutien moral. Merci à Mbayangue et Dia et Merci à Bigué Dieng de son appui et de s'être occupée du pot de soutenance. Merci à ma maman Coco de sa disponibilité et de son empathie.

A ma toureundo, tu nous manques. Puisses-tu reposer en paix.

Un grand merci à Alassane de m'avoir soutenue tout au long de ma vie estudiantine. Une pensée très particulière à mes parents qui me soutiennent depuis ma venue au monde. Je vous aime.

# Table des matières

Ι	Intro	Introduction et Contexte de l'étude					
	I.1	Turbulence classique et turbulence superfluide					
		I.1.1 Phénomènologie de Kolmogorov 1941					
		I.1.2 Au-delà de Kolmogorov 1941					
		I.1.3 Variations du nombre de Reynolds					
		I.1.4 Hélium 4					
		I.1.5 Sondage de la turbulence classique et cryogénique					
	I.2	Particules dans un écoulement turbulent 13					
	I.3	Quelques propriétés de la turbulence lagrangienne					
		I.3.1 Statistique à une particule					
		I.3.2 Statistique à deux particules (dispersion de paires de particules) . 21					
		I.3.3 Régimes d'ensemencement					
	I.4	Objectifs de la thèse					
	I.5	Organisation du manuscrit					
тт	D!						
11		Ecrosome in article					
	II.1 II.2	Forçage inertiel					
	11.2	Iurbulence Homogene Isotrope (IHI) de grille       29         U.2.1       Cos d'une grille dens une soufflasie       20					
		II.2.1 Cas d'une griffe dans une souffierte					
	т 2	II.2.2     Iurbulence de griffe oscillante IGO     32       Dispositif conferentel     21					
	11.3	Uspositif experimental					
		II.3.1 Generation de la turbulence					
	TT 4	11.5.2 Problemes cryogeniques et vibratoires					
	11.4	Acquisition des données       4.         II 4.1       Injectour et Dertioules					
		II.4.1 Injecteur et Particules					
		II.4.2 Systeme de visualisation					
	II 5	II.4.5 Capteurs de pression et sondes de temperature					
	11.5	Procedure experimentale   50     II 5 1   Conditionnoment de l'expérience					
		II.5.1 Conditionmement de l'experience					
	П 6	II.5.2 Mesures en Henum					
	11.0	Evaluation des performances mecaniques par visualisation					
Ш	Trai	ement des données 67					
	III.1	Traitement d'images					
	III.2	Homogénéité de l'ensemencement					
	III.3	Suivi de particules : méthode $LPT$					
		III.3.1 Fonctionnement de l'algorithme de $LPT$					
		III.3.2 Application à nos mesures					
	III.4	Etude du filtrage					

	III.5	Etude de la sensibilité au seuil de luminosité	90						
IV	V Statistique lagrangienne à une particule et un temps 9								
	IV.1	Définition de quelques notions	94						
	IV.2	Analyse du champ de vitesses de l'écoulement	96						
		IV.2.1 Statistiques des vitesses	96						
		IV.2.2 Champ moyen de vitesses	99						
		IV.2.3 Etude du champ fluctuant	104						
		IV.2.4 Conclusion	114						
	IV.3	Analyse du champ des accélérations de l'écoulement	116						
		IV.3.1 Statistiques des accélérations	117						
		IV.3.2 Etude du champ fluctuant	122						
		IV.3.3 Conclusion	126						
V	Statistique lagrangienne à une particule et deux temps								
•	V.1	Introduction	134						
		V.1.1 Rappel des configurations expérimentales	134						
		V.1.2 Généralités	134						
	V.2	Statistiques à deux temps sur le déplacement	136						
	V.3	Statistiques à deux temps sur les incréments de vitesse	139						
		V.3.1 Choix du filtre	139						
		V.3.2 Régime dissipatif	141						
		V.3.3 Régime inertiel	143						
		V.3.4 Conclusion	146						
	V.4	Comparaison avec les méthodes à un temps	148						
VI	Stati	stique lagrangienne à deux particules	151						
	<b>VI.1</b>	Généralités	152						
	VI.2	Rappel des configurations expérimentales	152						
	VI.3	Etude du régime ballistique	153						
		VI.3.1 Etude de la dispersion directe	154						
		VI.3.2 Etude de la dispersion indirecte	164						
VIIConclusions et Perspectives 1									
D:I	Bibliographie								
Divilographie									

# **Chapitre I**

# Introduction et Contexte de l'étude

Ce chapitre est consacré à une introduction sur la turbulence et l'hélium. On abordera quelques méthodes pour sonder un écoulement turbulent ainsi que l'exploitation des données pour l'obtention des grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Ce chapitre se termine en posant les principales questions qui ont motivé ce travail de thèse et en introduisant les autres chapitres de ce manuscrit.

#### Sommaire

I.1	Turbulence classique et turbulence superfluide       2							
	I.1.1	Phénomènologie de Kolmogorov 1941						
		I.1.1.1	Hypothèses de Kolmogorov	3				
		I.1.1.2	Echelles spatiales et temporelles	5				
	I.1.2	Au-delà de Kolmogorov 1941						
	I.1.3	Variations du nombre de Reynolds						
	I.1.4	Hélium 4						
		I.1.4.1	Propriétés physiques du fluide	7				
		I.1.4.2	Hydrodynamique de l'He II	10				
		I.1.4.3	Viscosité cinématique de l'He II et Turbulence superfluide	11				
	I.1.5	Sondage de la turbulence classique et cryogénique						
<b>I.2</b>	Partic	Particules dans un écoulement turbulent 1						
<b>I.3</b>	Quelques propriétés de la turbulence lagrangienne							
	I.3.1 Statistique à une particule							
		I.3.1.1	Statistique à un temps	17				
		I.3.1.2	Statistique à deux temps	18				
	I.3.2	Statistique à deux particules (dispersion de paires de particules) 2						
	I.3.3	Régimes d'ensemencement						
I.4	Objec	Objectifs de la thèse						
I.5	Organisation du manuscrit							

### I.1 Turbulence classique et turbulence superfluide

La turbulence décrit l'état d'un écoulement ; c'est un phénomène multiéchelles et aléatoire. Ce phénomène a été décrit pour la première fois par Léonardo da Vinci, figure I.1, mais n'a été étudié que quelques siècles plus tard avec l'arrivée de Navier en 1823.

"Observe the motion of the surface of the water, which resembles that of hair, which has two motions, of which one is caused by the weight of the hair, the other by the direction of the curls; thus the water has eddying motions, one part of which is due to the principal current, the other to the random and reverse motion" **Leonardo da Vinci**.



FIGURE I.1 – Réflexions de Léonardo da Vinci sur la turbulence.

Dans l'approximation des milieux continus, pour un fluide newtonien et un écoulement incompressible, l'équation régissant le mouvement d'un fluide est appelée équation de Navier-Stokes. C'est une équation aux dérivées partielles non linéaires.

équation de conservation de la masse : 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho \vec{u}) = 0$$
  
(I.1.1)  
équation de Navier-Stokes :  $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}.\vec{\nabla}).\vec{u} = \frac{1}{\rho_f}\vec{\nabla}P + \nu\Delta \vec{u} + \vec{f}$ 

Dans cette équation,

- $(\vec{u}.\vec{\nabla}).\vec{u}$ : terme d'advection responsable du caractère non linéaire de l'équation I.1.1 et à l'origine de la création des structures turbulentes.
- $\frac{1}{\rho_f} \vec{\nabla} \mathbf{P}$ : terme de gradient de pression qui tend à créer des recirculations pour garder la condition de conservation de masse.
- $\nu \Delta \vec{u}$ : terme de diffusion ou de dissipation visqueuse.
- $-\vec{f}$ : forçage.

En normalisant l'équation de Navier-Stokes, il apparaît un nombre sans dimension caractéristique de l'écoulement : c'est le nombre de Reynolds Re.

$$\frac{\partial \vec{u^*}}{\partial t^*} + (\vec{u^*}.\vec{\nabla}).\vec{u^*} = \frac{1}{\rho_f L U^2} \vec{\nabla}P + \frac{\nu}{UL} \Delta \vec{u^*} + \vec{f^*}$$

$$\text{avec } Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{forces \ d'inertie}{forces \ visqueuses} \tag{I.1.2}$$

Dans cette équation, L est une longueur caractéristique de l'écoulement et U une vitesse caractéristique et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide considéré. On distingue deux principaux régimes d'écoulement pour un fluide :  régime laminaire : c'est un écoulement à faible nombre de Reynolds où le terme inertiel est négligeable et les forces visqueuses compensent les forces de pression. En régime stationnaire et sans forçage, l'équation I.1.1 se simplifie et on obtient l'équation de Stokes :

$$\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P = \nu\Delta\vec{u} \tag{I.1.3}$$

Les lignes de courant sont bien identifiées et le transfert du flux de quantité de mouvement est assuré par la viscosité du fluide.

 — si les forces de forçage s'amplifient, des instabilités apparaissent et le caractère chaotique entre en jeu : le régime turbulent est alors atteint. Le nombre de Reynolds pour lequel le régime est considéré comme turbulent dépend de l'écoulement étudié.

Une description qualitative de la turbulence a été avancée par Richardson et Kolmogorov a tenté d'en donner une approche quantitative.

#### I.1.1 Phénomènologie de Kolmogorov 1941

Richardson décrivait la turbulence comme un transfert d'énergie des grosses structures vers des structures de plus en plus petites jusqu'à atteindre les plus petites échelles de l'écoulement où l'énergie est dissipée par la viscosité du fluide. Lors de ce transfert d'énergie des plus grosses structures vers les plus petites, la dissipation d'énergie est considérée comme négligeable. Ce transfert se fait via le terme non linéaire de l'équation I.1.1. On parle de cascade de Richardson, figure I.2.



FIGURE I.2 - Cascade de Richardson, image tirée de http://www.nasa.gov/topics/solarsystem/features/solar\_mystery\_prt.htm.

#### I.1.1.1 Hypothèses de Kolmogorov

Kolmogorov a repris la phénoménologie de la cascade de Richardson et a donné une description statistique de la turbulence en se basant sur 3 principales hypothèses [29, 39,

#### 40]:

- H1 : Pour des écoulements à forts nombres de Reynolds (c'est-à-dire,  $l \ll L$  avec *l* désignant les petites échelles de l'écoulement et *L* l'échelle d'injection de l'énergie) et loin des parois, les statistiques aux petites échelles sont indépendantes du processus de génération de la turbulence et l'écoulement est localement homogène isotrope. Toutes les propriétés statistiques de l'écoulement aux petites échelles *l* sont uniques et universelles et peuvent ne s'exprimer qu'en fonction du taux de dissipation  $\epsilon_f$  et de la viscosité  $\nu_f^{-1}$ .
- H2 : l'écoulement est auto-similaire aux échelles intermédiaires de l'écoulement : les propriétés statistiques à ces échelles l sont universelles et peuvent ne s'exprimer qu'en fonction de  $\epsilon$ .
- H3 : Un écoulement turbulent présente un taux moyen de dissipation par unité de masse  $\epsilon$  fini.

Le taux de dissipation  $\epsilon$  est défini à partir de I.1.1

$$\epsilon = \nu \langle \sum_{i,j=1}^{3} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \rangle \tag{I.1.4}$$

Une des conséquences de l'hypothèse H2 de Kolmogorov est la prédiction de la fonction de structure d'ordre *p*, c'est-à-dire l'incrément de vitesse longitudinale :

$$S_p^E(l) = \langle (\delta_l u_f)^p \rangle = C_p^E \langle \epsilon \rangle^{p/3} l^{p/3} \quad \text{où} \quad \delta_l u_f = u(x+l) - u(x)$$
(I.1.5)

avec  $C_p^E$  une constante universelle. Pour avoir le spectre d'énergie, il suffit de considérer la fonction de structure d'ordre 2, p = 2 et  $C_2 = 2.1$  [66], dans le domaine spectral, et on obtient :

$$E(k) = C_k \langle \epsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3}$$
 (I.1.6)

k étant un nombre d'onde  $k \approx 1/l$  et  $C_k \approx .52$  la constante de Kolmogorov [80]. Dans ce spectre, cf. figure I.3, la zone avec une pente de -5/3 correspond à la zone inertielle.



FIGURE I.3 – Spectre d'énergie ; image tirée de [48]

<sup>1.</sup> L'indice f désigne le fluide et dans la suite il sera abandoné.

#### I.1.1.2 Echelles spatiales et temporelles

En turbulence développée, en se basant sur les hypothèses de Kolmogorov, on distingue trois échelles spatiales et deux échelles temporelles :

— l'échelle intégrale L: elle correspond à l'échelle des plus grosses structures présentes dans cet état. Elle représente l'échelle de corrélation de la vitesse. Elle est reliée à l'écart-type de la vitesse  $\sigma_u$ ,  $\sigma_u = \sqrt{\langle (u - \langle u \rangle)^2 \rangle}$  et au taux de dissipation  $\epsilon$  par analyse dimensionnelle :

$$\sigma_u \propto \left(\epsilon L\right)^{1/3} \tag{I.1.7}$$

*L* est associée à une échelle temporelle qu'est le temps intégral (temps de retournement des grosses structures turbulentes) :  $T_L = (\epsilon/L^2)^{1/3}$ . On peut aussi se baser sur L pour définir un nombre de Reynolds Re<sub>L</sub> appelé nombre de Reynolds intégral tel que :

$$Re_L = \frac{\sigma_u L}{\nu} = \frac{\sigma_u^4}{\nu\epsilon} \tag{I.1.8}$$

— l'échelle dissipative de Kolmogorov  $\eta$  : c'est la plus petite échelle de l'écoulement, échelle pour laquelle l'énergie est dissipée sous forme visqueuse. Elle est reliée à l'échelle intégrale par le nombre de Reynolds et ne dépend que du taux de dissipation visqueuse  $\epsilon$  et de la viscosité du fluide  $\nu$  :

$$\frac{L}{\eta} \propto R e_L^{3/4} \text{ et } \eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}$$
 (I.1.9)

 $\eta$  est associée au temps de Kolmogorov (temps de retournement des plus petites structures turbulentes)  $\tau_{\eta} = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}$ . La séparation entre les grande et petite échelles évolue de façon croissante avec le nombre de Reynolds Re<sub>L</sub> et la condition de séparation d'échelle (H1) impose L »  $\eta$ . Les échelles temporelles sont reliées au nombre de Reynolds par :  $\frac{T_L}{\tau_{\eta}} = Re_L^{1/2}$ 

— l'échelle de Taylor [84]  $\lambda$  : c'est une échelle intermédiaire entre l'échelle intégrale L et l'échelle de Kolmogorov  $\eta$ . Elle se situe dans la zone de transfert d'énergie I.3. Cette échelle est souvent utilisée : comme elle est basée sur la taille des tourbillons, elle permet de s'affranchir d'une échelle imposée par la géométrie extérieure et ainsi de garantir une loi plus universelle (permettant de comparer différents cas). Elle est obtenue via la relation :

$$\lambda = \sqrt{\frac{15\nu\sigma_u^2}{\epsilon}} \tag{I.1.10}$$

Il est possible de définir un nombre de Reynolds basé sur  $\lambda$  tel que :

$$Re_{\lambda} = \frac{\sigma_u \lambda}{\nu} = \sqrt{15Re_L} \tag{I.1.11}$$

Toutes les relations évoquées dans cette section sont valables dans le cas d'un écoulement homogène isotrope.

#### I.1.2 Au-delà de Kolmogorov 1941

En 1944, Landau et Lifshitz [44] ont remis en cause l'hypothèse d'universalité pour la fonction de structure d'ordre 2. En effet, il a été dit que les fluctuations de  $\epsilon$  peuvent différer d'un écoulement à un autre et donc  $C_p$  ne peut-être universel pour p = 2. En partant de l'hypothèse que  $C_p$  est universel et en considérant une moyenne d'ensemble sur N évènements, ils montrent que :

$$\frac{1}{N} \left( \sum_{i} \epsilon_{i} \right)^{p/3} = \frac{1}{N} \sum_{i} (\epsilon_{i})^{p/3}$$
(I.1.12)

Ceci est contradictoire sauf dans le cas p = 3. La fonction de structure définie dans l'equation I.1.5 peut se réécrire comme  $S_p(l) \propto l^{\zeta(p)}$ . L'écart sur les exposants de  $S_p(l)$  entre la prédiction K41  $l^{p/3}$  et KO62  $l^{\zeta(p)}$  caractérise le caractère intermittent de l'incrément de vitesse longitudinal. De ce fait, Kolmogorov et Obukhov ont repris la phénoménologie K41 [41, 61] pour définir un taux de dissipation moyen local (pour prendre en compte le phénomène d'intermittence); c'est la phénoménologie KO62.

La figure I.4 présente la PDF, Probability Density Function, des incréments de vitesses longitudinales. Elle est gaussienne aux grandes échelles. Pour de petites échelles de séparation, par contre, on observe que la forme de la PDF n'est plus gaussienne : elle est allongée ce qui indique des fluctuations de vitesses de plus en plus importantes. Ceci met en evidence le phénomène d'intermittence.



FIGURE I.4 – Mise en évidence du phénomène d'intermittence, image tirée de [20]. Les PDFs sont décalées verticalement pour une meilleure lisibilité. La courbe en pointillé correspond à une gaussienne.

#### I.1.3 Variations du nombre de Reynolds

Pour tester la validité des approches théoriques à grand nombre de Reynolds, l'enjeu existe d'aller vers des expériences de laboratoire à des régimes de nombre de Reynolds Re de plus en plus grand. En effet, la dynamique de l'écoulement est plus intéressante et la condition de séparation d'échelles est respectée. Le nombre de Reynolds défini dans l'équation I.1.2 peut-être reformulé comme suit :

$$Re_L = \frac{\sigma_u L}{\nu} \propto \frac{1}{\nu} \left(\frac{PL}{\rho}\right)^{1/3} \tag{I.1.13}$$

où *P* désigne la puissance moyenne motrice. De l'équation I.1.13, il découle que pour gagner une décade sur le nombre de Reynolds, il faut soit augmenter le rapport  $\frac{PL}{\rho}$  d'un facteur mille soit diminuer la viscosité d'un facteur dix ; ce qui explique le choix d'un fluide à faible viscosité. La limitation réelle dans une expérience de laboratoire est la taille des expériences ; en effet, augmenter l'échelle d'injection de la turbulence *L* revient à augmenter la taille de l'expérience (soufflerie ONERA avec une maille de grille de quelques mètres) ce qui est contraignant compte-tenu de la taille des bâtiments accueillant les expériences et demande des moyens financiers conséquents. De plus pour augmenter la puissance moyenne, on est limité par les caractéristiques du moteur (couple nécessaire et vitesse disponible). Il est donc plus simple de travailler avec des fluides de très faible viscosité. Dans [91], le fluide utilisé est de l'eau et pour diminuer sa viscosité cinématique  $\nu$ , l'eau a été chauffée jusqu'à une température de 75°C pour obtenir une viscosité  $\nu$  de  $4.1.10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s<sup>-3</sup>.

Notre choix s'est donc porté sur l'utilisation d'un fluide à faible viscosité. Dans notre expérience, nous avons utilisé comme phase continue de notre écoulement le fluide ayant la plus faible viscosité : l'hélium liquide [59].

#### I.1.4 Hélium 4

Jusqu'au début des années 1900, la plus basse température atteinte a été de 20 K avec la liquéfaction de l'hydrogène. En 1908, Onnes parvient à liquéfier l'hélium <sup>4</sup>He à 4.2K. Il existe deux isotopes de l'hélium : l'hélium <sup>3</sup>He et l'hélium <sup>4</sup>He. Dans ce manuscrit, nous ne discutons que de l'hélium 4, isotope le plus abondant sur terre ; de ce fait, la notation sera simplifiée et He désignera <sup>4</sup>He.

#### I.1.4.1 Propriétés physiques du fluide

**Généralités :** L'hélium liquide est un fluide cryogénique. La figure I.5 représente le diagramme de phase Pression P - Température T de l'hélium 4. Ce fluide se liquéfie à T = 4.2 K sous une pression de 1 bar. On remarque qu'il ne possède pas de point triple. Le fluide est nécessairement pur (tous les autres fluides existants sont solides en-dessous de 10 K). En suivant la ligne de vapeur saturante, on remarque l'existence d'une température de transition  $T_{\lambda}$  ayant pour valeur 2.17 K pour une pression de 50 mbar. L'hélium liquide peut donc exister sous deux phases différentes. Pour des températures supérieures à  $T_{\lambda}$ , l'hélium se présente sous la forme He I : ce fluide possède les caractéristiques d'un fluide classique et sa dynamique est décrite par les équations de Navier-Stokes. En-dessous de la température de transition, on parle de He II : il est modélisé [43, 86, 87] comme un fluide constitué de deux composantes : une composante normale et une composante superfluide. Les atomes de l'hélium 4 sont des bosons. La superfluidité vient du consendat de Bose-Einstein qui est un état de la matière pour lequel l'ensemble des bosons occupe l'état fondamental. La densité totale de He II  $\rho_{HeII} = \rho$  est la somme de la densité des



FIGURE I.5 – Diagramme de phase Pression-Température de l'hélium, image tirée de http://www.bibnum.education.fr/physique/thermodynamique/ l-helium-liquide.

composantes superfluide  $\rho_s$  et normale  $\rho_n$  [1, 43], cf. équation I.1.14.

$$\rho = \rho_n + \rho_s \tag{I.1.14}$$

Le ratio de ces deux composantes  $\frac{\rho_n}{\rho}$  et  $\frac{\rho_s}{\rho}$  est fonction de la température : cf. équation I.1.15 et figure I.6.

$$\frac{\rho_n}{\rho} \approx \left(\frac{T}{T_\lambda}\right)^{5.6} \tag{I.1.15}$$



FIGURE I.6 – Rapport de densité des composantes normale et superfluide dans He II : s désigne la partie superfluide et n la composante normale, image tirée de [73].

**Viscosité cinématique de l'He I :** La propriété la plus importante de l'hélium pour l'étude de la turbulence est sa très faible viscosité cinématique ; à une température de 3 K et une pression de 1 bar,  $\nu = 2.5.10^{-8} \text{m}^2/\text{s}$ . La figure I.7b) présente la dépendance du ratio de la viscosité cinématique  $\eta$  par la viscosité cinématique à 4.2 K  $\eta_{4.2 K}$  en fonction de la température pour le cas de l'hélium He I [38, 96]. Dans cette expérience, Wilhelm et al. [96] utilisent un viscosimètre à amortissement : ils mesurent la déviation d'un cylindre qu'ils font osciller dans de l'hélium liquide en fonction du nombre d'oscillations.

Avec ce fluide, il est possible d'atteindre des nombres de Reynolds très importants dans de petites expériences de laboratoire. La figure I.7a) donne un comparatif de la viscosité cinématique de différents fluides ; la viscosité cinématique de <sup>4</sup>He est de deux décades inférieure à celle de l'eau à 20°C sous 1bar.



FIGURE I.7 – (a) Comparaison de la viscosité cinématique de différents fluides, image tirée de [20]. (b) Viscosité cinématique de l'hélium HeI, image tirée de [38].

La définition de la viscosité cinématique dans le superfluide est subtile et est détaillée dans les sections suivantes.

**Masse volumique :** La masse volumique de l'hélium liquide à saturation a un maximum au niveau de la température de tranistion  $T_{\lambda}$ . Elle diminue pour une température supérieure mais également lorsque la température est en-dessous de  $T_{\lambda}$  ( $T_{\lambda} = 2.17$ K).

**Conductivité thermique :** La conductivité thermique est un bon indicateur des différences de comportements thermiques entre le fluide normal et le superfluide. L'He I est un très mauvais conducteur thermique avec une conductivité thermique finie (de l'ordre de  $\lambda = 17 \text{ mW/m/K}$  à 3K et 1 bar). En ce qui concerne He II son comportement thermique ne suit pas la loi de Fourier classique (elle dépend du flux de chaleur). Cependant, il se comporte comme un fluide avec une conductivité thermique apparente et cette dernière est considérée comme étant supérieure de plusieurs centaines de fois à celle du cuivre. En conséquence, un bain de He II est quasi isotherme.



FIGURE I.8 – (a) Masse volumique de l'hélium. (b) Conductivité thermique  $\lambda$  de He I. Données obtenues à pression de vapeur saturante de pages.uoregon.edu/rjd/ index.htm.

#### I.1.4.2 Hydrodynamique de l'He II

L'He II possède des propriétés quantiques et n'est donc pas décrit par les équations de la dynamique d'un fluide normal. Concernant sa composante inviscide appelée également superfluide, la vitesse dérive d'un potentiel et son rotationnel est nul.

Fluide inviscide irrotationnel : 
$$\vec{\omega_s} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u_s} = \vec{0}$$
 (I.1.16)

En combinant l'équation I.1.16 et l'équation de conservation de la masse dans I.1.1, on retrouve que, pour un fluide irrotationnel :

$$\Delta u_s^2 = 0 \tag{I.1.17}$$

La composante inviscide étant irrotationnelle on pourrait s'imaginer que dans un écoulement tournant de fluide parfait, seule la composante visqueuse est soumise à la rotation du fluide. Or même dans un état quantique fondamental, T = 0K, on observe que le superfluide tourne avec l'ensemble. La vorticité est alors concentrée sur des lignes de tourbillons atomiques dont le rayon est de l'ordre de quelques Å [49, 92]. La présence de ces tourbillons atomiques manifestent le caractère quantique du superfluide. La circulation de la vitesse du superfluide sur un contour fermé est une grandeur quantifiée :

$$\oint_C \vec{u_s}.\tilde{\mathrm{dl}} = n\frac{h}{m} \text{ avec n entier et C un contour fermé}$$

où h est la constante de Planck. Ces tourbillons quantiques de flux unitaire  $\kappa = \frac{h}{m}$  [73] se caractérisent par une topologie complexe. Une nouvelle échelle caractéristique est introduite : c'est la distance inter-vortex  $\delta$ . En outre, il y a une autre échelle caractéristique des lignes de vortex :  $L_0$  qui traduit la somme des longueurs de lignes de vortex quantiques par unité de volume de liquide considéré. Ces deux échelles sont reliées par la relation :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{L_0}} \text{ et } \frac{\delta}{L} \approx Re_{\kappa}^{-3/4} \text{ avec } Re_{\kappa} = \frac{uL}{\kappa}$$
(I.1.18)

D'un point de vue macroscopique, l'He II peut être décrit par un modèle à deux fluides [43]. Les équations qui décrivent son comportement sont :

Pour la composante superfluide : 
$$\rho_s \frac{D\vec{u_s}}{Dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \vec{\nabla}P + \rho_s s \vec{\nabla}T - \vec{F_n}$$

Composante visqueuse : 
$$\rho_n \frac{D\vec{u_n}}{Dt} = -\frac{\rho_n}{\rho} \vec{\nabla} P - \rho_s s \vec{\nabla} T + \nu_n \nabla^2 \vec{u_n} + \vec{F_{ns}}$$
 (I.1.19)

conservation de la masse : 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho s \vec{v}) = 0$$

Dans ces équations, *s* correspond à l'entropie spécifique du système. La part inviscide ayant une entropie nulle seule la composante normale est porteuse de cette entropie. Le mouvement relatif des lignes de vortex par rapport au fluide normal est décrit par une force de friction mutuelle qui couple les deux composantes.

$$\vec{F}_{ns} = A\rho_n \rho_s |\vec{u}_n - \vec{u}_s|^2 (\vec{u}_n - \vec{u}_s)$$
(I.1.20)

avec A le cœfficient de friction mutuelle de Goerter-Mellink [32].

#### I.1.4.3 Viscosité cinématique de l'He II et Turbulence superfluide

On a vu au paragraphe précédent que le comportement de l'HeII peut être décrit à l'aide d'un modèle à deux fluides, l'un normal et l'autre superfluide avec une viscosité cinématique nulle. Il existe néanmoins des mécanismes dissipatifs propres au superfluide comme la reconnection des vortex quantifiés et le transfert d'énergie vers le fluide normal, où la dissipation se fait alors via la viscosité. Se pose donc la question de savoir comment définir une viscosité pour le superfluide. Des chercheurs s'emploient à définir une viscosité effective (ce qui n'est pas l'objet de cette thèse). Pour avoir une estimation des grandeurs caractéristiques de la turbulence dans le superfluide, il est possible de ne considérer que la viscosité cinématique de la composante normale ou la viscosité cinématique associée à la composante superfluide. En écoulement isotherme, pour des échelles caractéristiques grandes devant l'espacement inter-vortex quantique et des nombres de Reynolds Re suffisamment importants on considère que seule la viscosité du fluide normal intervient (c'est le cas de notre étude).

En turbulence classique, le spectre d'énergie est donné par la loi de Kolmogorov, cf. figure I.3. Il a été trouvé que le spectre d'énergie dans la zone inertielle est le même en turbulence quantique qu'en turbulence classique pour des températures  $T \ge 1.4K$  soit 90% de part inviscide dans le superfluide [50].

#### I.1.5 Sondage de la turbulence classique et cryogénique

En turbulence classique, il existe deux approches pour quantifier l'écoulement : l'approche eulérienne et l'approche lagrangienne. Une mesure eulérienne consiste à faire une mesure à des points fixes de l'espace où passent à chaque instant des particules fluides différentes ; dans ce cas, la variable est l'espace (les différentes dérivées sont définies par rapport à la position, éventuellement en appliquant l'hypothèse de Taylor reliant la position au temps via l'équation dx=vdt) et le temps sert d'ensemble statistique, dans le cas d'un écoulement statistiquement homogène et stationnaire. Une mesure lagrangienne consiste à suivre la même particule fluide et donc à explorer le long de la trajectoire des grandeurs physiques. Les trajectoires sont paramétrées par la position initiale  $x_0$ . Dans un écoulement homogène, ce paramètre peut être avantageusement sélectionné sur une portion d'espace pour construire un ensemble statistique. Les vitesses eulérienne  $\vec{u}$  et lagrangienne  $\vec{v}$  sont reliées par la relation I.1.21 :

$$\vec{v}(\vec{x_0}, t) = \frac{\partial \vec{x}(\vec{x_0}, t)}{\partial t} = \vec{u}\{(\vec{x}(\vec{x_0}, t), t)\}$$
(I.1.21)

Les approches eulérienne et lagrangienne sont complémentaires. La figure I.9 donne une illustration des points de vue eulérien et lagrangien.



FIGURE I.9 – Trajectoire Lagrangienne en rouge (chaque point de la trajectoire représente la position d'une même particule à un instant différent) et champ Eulérien en bleu à un instant donné (chaque vecteur représente la vitesse de particules de fluide différentes à un même instant), figure tirée de [12].

Avant le développement de l'imagerie, l'instrumentation disponible pour les expériences était essentiellement adaptée à l'approche eulérienne (techniques de fils chauds, LDV (Laser Doppler Velocimetry)) tout comme les développements théoriques (équation de Navier-Stokes, phénoménologie de Kolmogorov, etc). La formulation de certains problèmes se fait naturellement en lagrangien comme la dispersion de particule(s), comme le

montrent déjà les travaux de Taylor et de Richardson [82, 69]. L'approche lagrangienne bénéficie aussi de modélisations alternatives de type stochastique [75] très intéressante pour l'étude des transports de particules.

Ce n'est que récemment que les mesures lagrangiennes en turbulence développée sont devenues accessibles, notamment grâce à l'avènenement des technologies d'imagerie rapide et des méthodes acoustiques de suivi de particules :

#### **Mesures Lagrangiennes :**

- méthode de diffusion basée sur l'effet Doppler d'un signal acoustique ([58] ou dans des franges d'interférences optiques étendues ([94]). Le décalage fréquentiel est proportionnel à la vitesse de la particule v(t).
- visualisation de l'écoulement [47] : il s'agit de suivre l'évolution des particules dans l'écoulement. Pour ce faire, il faut une source lumineuse et au moins une caméra équipée d'un objectif. Dans le cas de fluide cryogénique comme l'hélium, l'ensemble peut être placé en dehors de la zone de mesures afin de minimiser les pertes thermiques dans le bain. Des enregistrements sont faits pour détecter la trajectoire des particules. Ainsi, peut on avoir avoir accès à la position des particules à différents instants x(t) : Lagrangian Particle Tracking LPT.
- utilisation de particules instrumentées (avec des accéléromètres embarqués).

L'avantage de l'acoustique est que la fréquence Doppler mesurée est proportionnelle à la vitesse et pour avoir accès à l'accélération, il ne faut dériver qu'une fois le décalage Doppler et en intégrant une fois, on a accès au déplacement. Par contre une seule particule est suivie ce qui limite d'une part, la convergence statistique de l'étude et d'autre part l'accès à des statistiques multi-particules (dispersion de paires par exemple). Le suivi optique (méthode LPT), permet de suivre plusieurs particules en même temps mais pour avoir accès à l'accélérátion il faut dériver deux fois la position ; ce qui augmente fortement le bruit. Avec les particules instrumentées, il est possible de suivre des grandeurs autres que celles de la dynamique de l'écoulement comme la température, la concentration, etc. Il existe néanmoins des limitations liées à cette méthode : durée finie de la batterie, taille finie des particules (liée à la taille des batteries), etc.

Selon les motivations de l'étude (grandeurs recherchées), l'acoustique ou la visualisation sera la méthode la plus adaptée.

Pour le suivi de particules, il faut ensemencer l'écoulement. Le paragraphe suivant aborde la question de la nature des particules.

## I.2 Particules dans un écoulement turbulent

Les particules sont présentes dans les quatre éléments de la vie I.10 et sont donc partout présentes dans notre quotidien. Leur transport par le milieu ambiant est un sujet intéressant, avec notamment des enjeux environnementaux en lien avec la pollution de l'air par les particules. Pour les peaux atopiques, il y a l'étude du transport des acariens dans l'atmosphère. On verra que, dans certains cas, l'étude du transport des particules permet une caractérisation du milieu environnant. Des chercheurs s'activent à apporter des réponses sur les interactions entre particules et milieu extérieur.



FIGURE I.10 – Présence de particules dans les 4 éléments de la vie

- Il est possible de définir deux comportements extrêmes pour les particules.
- Une particule est un traceur si elle suit fidèlement l'écoulement (elle est sensible aux variations de l'écoulement et donc sa dynamique correspond bien à celle de l'écoulement). Pour cela, elle doit être isodense et sa taille de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov  $\eta$  voire plus petite. Pour la caractérisation d'un écoulement et des propriétés de l'équation de Navier-Stokes I.1.1, c'est ce type de particules qui est utilisé.
- Une particule est dite inertielle si sa densité est différente de celle du fluide (elle peut être inférieure ou supérieure) ou si sa taille est supérieure à  $\eta$ . Dans ce cas, la dynamique des particules peut être différente de celle de l'écoulement.

$$Traceur: \rho_p \approx \rho_f \quad \& \quad \frac{\phi_p}{\eta} \le 1$$

$$(I.2.1)$$

$$Particule \quad inertielle: \rho_p \neq \rho_f \quad \& \ / \ || \quad \frac{\phi_p}{n} > 1$$

Une particule de taille  $\phi_p$  avec  $\phi_p \ll \eta$  dans un écoulement turbulent est régie par l'équation I.2.2 [30, 52] :

$$m_{p}\frac{d\vec{v_{p}}}{dt} = m_{f}\frac{D\vec{u}}{Dt} + 3\pi\phi_{p}\mu_{f}\left(\vec{u} - \vec{v_{p}}\right) + \frac{1}{2}m_{f}\left(\frac{D\vec{u}}{Dt} - \frac{d\vec{v_{p}}}{dt}\right) + \frac{3}{2}\phi_{p}^{2}\left(\pi\mu_{f}\rho_{f}\right)^{1/2}\int_{0}^{t}\frac{\frac{d(\vec{u} - \vec{v_{p}})}{d\tau}}{\left(t - \tau\right)^{1/2}}\,\mathrm{d}\tau + (m_{p} - m_{f})\,\vec{g}$$
(I.2.2)

Dans l'équation I.2.2, les différents termes désignent :

—  $m_p \frac{dv_p^2}{dt}$  : terme d'accélération de la particule.

- $m_f \frac{D\vec{u}}{Dt}$ : terme de gradient de pression.
- $\pi \phi_p \mu_f (\vec{u} \vec{v_p})$ : force de traînée de Stokes dans le cas  $\operatorname{Re}_p \ll 1$ ,  $\operatorname{Re}_p$  est le nombre de Reynolds particulaire et est tel que  $\operatorname{Re}_p = \frac{|u v_p|\phi_p}{\nu}$  avec  $|u v_p|$  la vitesse de glissement entre la particule et le fluide.
- $-\frac{1}{2}m_f\left(\frac{D\vec{u}}{Dt}-\frac{d\vec{v_p}}{dt}\right)$ : terme de masse ajoutée.
- $\frac{3}{2} \phi_p^2 \left( \pi \mu_f \rho_f \right)^{1/2} \int_0^t \frac{\frac{d(\vec{u} v_p^2)}{d\tau}}{(t \tau)^{1/2}} d\tau : \text{terme d'histoire qui prend en compte, par exemple,}$ l'interaction de la particule avec son sillage.
- $(m_p m_f) \, \vec{g}$  : terme de flottabilité de la particule.

Elghobashi [24, 89] montre que le terme d'histoire bien que pas nécessairement négligeable est coûteux en temps de calcul. De ce fait pour des raisons pratiques, il n'est généralement pas pris en compte. L'équation I.2.2 se réécrit alors comme suit :

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{3\rho_f}{(\rho_f + 2\rho_p)} \frac{Du}{Dt} + \frac{9\rho_f \nu_f}{(\rho_f + 2\rho_p)r^2} (u - v_p) + 2\frac{\rho_p - \rho_f}{(\rho_f + 2\rho_p)}g$$
(I.2.3)

L'impact du terme d'histoire intervient dans la phase d'accélération. En faisant une étude expérimentale sur la chute libre d'une sphère de taille finie, Mordant et al [57] ont montré que l'impact du terme d'histoire sur la vitesse terminale peut-être négligé, ce qui confirme qu'en régime établi et stationnaire le terme d'histoire n'intervient plus.

Traditionnellement, l'inertie des particules est quantifiée par un nombre adimensionnel caractéristique qu'est le nombre de Stokes St. Il est défini comme suit :

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_\eta} \tag{I.2.4}$$

Dans I.2.4,  $\tau_p$  correspond au temps de réponse de la particule et  $\tau_\eta$  au temps caractéristique de la turbulence, ici le temps de Kolmogorov.  $\tau_p$  s'exprime comme suit :

$$\tau_p = \frac{(\rho_f + 2\rho_p)r^2}{9\rho_f \nu_f}$$
(I.2.5)

Le nombre de Stokes peut également s'écrire sous la forme :

$$St = \frac{1}{36} \left(\frac{\phi_p}{\eta}\right)^2 \left(1 + 2\frac{\rho_p}{\rho_f}\right) \tag{I.2.6}$$

Dans les écoulements turbulents ensemencés de particules, il apparaît de fortes inhomogénéités dues à la concentration préférentielle de particules dans l'écoulement encore appelé clustering de particules. Ceci est reporté dans [22] pour différents types d'écoulements comme : écoulements homogènes et écoulements cisaillés libres. Le premier mécanisme connu de concentration préferentielle est la centrifugation. Les particules plus denses que le fluide sont éjectées des tourbillons les plus énergétiques. Elles s'accumulent alors dans les zones de faible vorticité ou zone de forte contrainte, cf. figure I.11.



FIGURE I.11 – Centrifugation : cas d'une particule plus lourde que le fluide, image tirée de [77].

Les particules moins denses que le fluide s'accumulent dans les zones de forte vorticité et donc de faible contrainte. La répartition des particules dont la densité diffère de celle du fluide, dans un écoulement turbulent, n'est donc pas uniforme. De nombreuses études ont montré que la concentration préférentielle est fonction du nombre de Stokes [18, 27, 60, 78, 97, 4]. En général, pour St < 1, il n'y a pas de concentration préférentielle ; pour St  $\approx$  1, il y a formation de clustering ; pour St > 1, les particules sont insensibles aux variations du fluide aux plus petites échelles de l'écoulement  $\eta$ , cf. figure I.12.



FIGURE I.12 – Trajectoires de particules avec des nombres de Stokes variables, image tirée de [88]. La ligne rouge représente la trajectoire d'un traceur.

Il existe un deuxième mécanisme mis en exergue en 2006 [16]; il s'agit de l'approche par la méthode "sweep-stick" [33, 17]. L'approche par la méthode "sweep-stick" consiste à dire que les points d'accélération nulle sont balayées par le fluide et se déplacent à la vitesse du fluide : c'est la phase "Sweep" et que les particules plus denses que le fluide ont tendance à venir se coller aux points d'accélération nulle : phase "stick".

L'étude la concentration préférentielle, pour des particules inertielles (dont la dynamique diffère de celle de l'écoulement), dans un écoulement de grille oscillante à basses températures reste un domaine à explorer. Hélas cette étude intéressante n'a pu être faite pendant la thèse (ceci est dû aux difficultés rencontrées à ensemencer l'écoulement).

### I.3 Quelques propriétés de la turbulence lagrangienne

Dans cette section, nous nous intéressons à la dynamique de particules traceurs et présentons quelques unes des principales propriétés statistiques de la turbulence lagrangienne.

#### I.3.1 Statistique à une particule

#### I.3.1.1 Statistique à un temps

La figure I.13 présente des PDFs de vitesse et d'accélération mesurée dans une turbulence homogène isotrope et stationnaire dans une soufflerie. On remarque qu'en général les PDFs des vitesses sont gaussiennes, cf. figure I.13a) (la PDF d'une vitesse lagrangienne est la même que celle d'une vitesse eulérienne, dans le cas d'un écoulement homogène stationnaire, cf. équation I.1.21) et la figure I.13b) montre que la probabilité d'avoir des évènements de fortes accélérations est largement plus importante que si les distributions (des accélérations) suivaient une loi gaussienne (le fit des PDFs d'accélérations est fait avec une loi log-normale [67, 56]); ces grandes ailes révèlent la signature de l'intermittence lagrangienne.



FIGURE I.13 – Forme des PDFs de vitesse (a) et d'accélération (b) centrées réduites dans une soufflerie, images tirées de [68]. - - - : fit gaussien.

#### I.3.1.2 Statistique à deux temps

L'étude des propriétés multiéchelles lagrangiennes de la turbulence s'aborde classiquement au travers des statistiques des incréments temporels de vitesse.

**Statistiques des incréments de vitesse lagrangienne :** On définit une fonction de structure basée sur l'incrément de vitesse temporel :

$$S_{p}^{L}(\tau) = \langle (|\delta_{\tau}v|)^{p} \rangle = \langle v(t+\tau) - v(t) \rangle = C_{p}^{L} (\epsilon\tau)^{p/2}$$
(K41). (I.3.1)

— Statistiques des incréments de vitesse d'ordre p = 2: Le moment d'ordre 2 est particulièrement intéressant puisqu'il est relié à des grandeurs statistiques importantes telles que la fonction d'autocorrélation  $R_{vv}$  et le spectre lagrangien de la vitesse  $E_L(\omega)$ . La fonction de structure  $S_2^L(\tau)$  se réécrit en effet comme suit (sous l'hypothèse de stationnarité) :

$$S_2^L(\tau) = \langle (|\delta_\tau v|)^2 \rangle = 2\sigma_v^2 (1 - R_{vv})$$
(I.3.2)

où  $\sigma_v$  est la variance de la vitesse. La figure I.14 présente l'évolution de  $R_{vv}$  (et donc de  $S_2^L(\tau)$ ) en fonction de l'incrément temporel de vitesse. On constate qu'elle est bien représentée, en première approximation, par une loi exponentielle. L'intégrale de la fonction de corrélation lagrangienne définit le temps intégral lagrangien  $T_L^L$ .



FIGURE I.14 – Evolution de la fonction d'autocorrélation de la vitesse obtenue dans un écoulement de von Karmán à  $R_{\lambda} = 740$ , image tirée de [56].

La transformée de Fourier TF de  $R_{vv}$  donne accès au spectre lagrangien de vitesse  $E_L(\omega)$  définie dans l'équation I.3.3 et dont l'évolution est présentée sur la figure I.15 :

$$E_L(\omega) = TF(R_{vv}(\tau)) \tag{I.3.3}$$

Sur la figure I.15a), la courbe en pointillé représente une fonction lorentzienne (transformée de Fourier d'une exponentielle);  $E_L(\omega) = \frac{2\sigma_v^2 T_L}{(1+(\omega T_L)^2)}$ . Cette fonction lorentzienne s'écarte de la courbe expérimentale à hautes fréquences. Ceci est

dû au fait qu'un comportement purement exponentiel pour la fonction d'autocorrélation n'est associé qu'à un seul temps caractéristique  $(T_L^L)$  et ne rend pas compte de la dynamique dissipative. Sawford [75] a développé un modèle stochastique à deux temps conduisant à une fonction d'autocorrélation en double exponentielle et un spectre en double lorentzienne, cf. figure I.15b).



FIGURE I.15 – (a) Spectre de vitesse lagrangienne, l'encart montre le spectre compensé  $\omega^2 E(\omega)$ ; la courbe en pointillé correspond à une fonction de Lorentz calculée à partir de la modélisation de  $R_{vv}$ , image tirée de [56]. (b) Spectre en double lorentzienne, image tirée de [58].

On identifie sur ce spectre une zone inertielle en  $\omega^{-2}$  (visible dans le spectre compensé dans l'encart de la figure I.15a)). Ce comportement inertiel est compatible avec la phénoménologie K41 qui prédit un spectre inertiel en  $(\epsilon\omega)^{-2}$ . On constate également que l'étendue du régime inertiel lagrangien à  $R_{\lambda} = 740$  couvre au plus une décade alors qu'un spectre eulérien, à ce même nombre de Reynolds, présenterait un régime inertiel en  $k^{-5/3}$  sur au moins deux décades. Cette difficulté à identifier un régime inertiel clair dans l'approche lagrangienne peut se comprendre par un argument dimensionnel. En effet, il est possible de relier la dynamique des échelles spatiales et temporelles au nombre de Reynolds :

$$\frac{L}{\eta} = Re_L^{3/4} = Re_{\lambda}^{3/2} \text{ et } \frac{T_L}{\tau_{\eta}} = Re_L^{1/2} = Re_{\lambda}$$
(I.3.4)

Des équations I.3.4, il découle qu'à nombre de Reynolds égal, la zone inertielle est plus importante dans le cas eulérien (échelles spatiales) que dans le cas lagrangien (échelles temporelles). Ceci est également une motivation pour la réalisation d'expériences à grands nombres de Reynolds permettant de caractériser clairement les régimes inertiels de la turbulence lagrangienne.

- Statistiques des incréments de vitesse d'ordre p > 2: la figure I.16a) présente les PDFs des incréments temporels de vitesse. On remarque qu'elles sont symétriques et pour des valeurs décroissantes de  $\tau$ , les PDFs s'écartent de la gaussienne et présentent des ailes de plus en plus développées mettant ainsi en évidence le phénomène d'intermittence lagrangienne. L'intermittence caractérise le fait que la dynamique de la turbulence n'est pas autosimilaire mais que ses propriétés statistiques dépendent des échelles sondées. Un tel comportement est incompatible avec l'approche K41 (autosimilaire par construction) et notamment incompatibles avec la prédiction I.3.1 pour la dépendance des fonctions de structure en fonction des échelles. La figure I.16b) représente l'exposant  $\zeta_p^L$  pour la fonction de structure lagrangienne (définie tel que  $S_2^L(\tau) \propto \tau^{\zeta_p^L}$ ) et montre l'écart au comportement K41 (représenté par la ligne noire).



FIGURE I.16 – (a) PDFs des incréments temporels de vitesse lagrangienne ; la courbe en pointillé rouge est la PDF d'une loi log-normale. (b) Ratio entre les exposants de  $S_p^L(\tau)$  des prédictions KO62 et K41 en fonction de l'ordre p du moment des incréments de vitesse, images tirées de [11].

**Dispersion d'une particule :** Dans un écoulement non turbulent, les particules se dispersent sous l'effet de l'agitation thermique (diffusion moléculaire) : elles se dispersent des zones de forte concentration vers les zones de faible concentration. Le tableau I.1 donne quelques valeurs du coefficient de diffusivité moléculaire K de quelques matériaux en fonction du milieu de transport.

TABLE I.1 – Quelques valeurs de coefficient de diffusivité moléculaire K.

	molécules	T [K]	Diffusivité K [m <sup>2</sup> /s]
diffusion dans gaz	$H_2$ dans $H_2$	273	$12.8.10^{-5}$
	$H_2$ dans air	273	$6.1.10^{-5}$
	$H_2O$ dans air	273	$2.2.10^{-5}$
	$O_2$ dans air	273	$1.8.10^{-5}$
diffusion dans liquide	sel dans eau	298	$1.9.10^{-4}$
	sucre dans eau	273	$.52.10^{-4}$

Comme l'indiquent les valeurs du cœfficient de diffusion K du tableau I.1, la diffusion moléculaire est un phénomène lent. Rappelons que le temps caractéristique de la diffusion

moléculaire sur une distance D est donné par  $\frac{D^2}{K}$ . Dans le cadre de la théorie cinétique des gaz,  $K \propto v_{th}^2 * \tau_c$  (où  $v_{th}$  est la vitesse d'agitation thermique et  $\tau_c$  est le temps caractéristique de libre parcours moyen). L'une des grandes propriétés de la turbulence est sa capacité à augmenter le transport et à améliorer les processus de mélange. Dans le formalisme lagrangien, ceci peut notamment se quantifier par l'étude du déplacement quadratique moyen d'une particule par rapport à un point source. L'étude se porte sur l'écart de position d'une particule entre un instant t et un instant  $t+\tau$ ,  $\tau$  étant une faible durée comparée au temps de Kolmogorov  $\tau_{\eta}$ .

Taylor [82] a montré que sous l'hypothèse d'une fonction de corrélation exponentielle de vitesse :

$$\langle (x(t) - x(t+\tau))^2 \rangle = \begin{cases} \sigma_v^2 t^2 \text{ pour } t \ll T_L \\ \\ 2\sigma_v^2 T_L t \text{ pour } t \gg T_L \end{cases}$$

Le déplacement quadratique moyen suit une loi ballistique aux temps courts et une loi diffusive effective aux temps longs avec un cœfficient de diffusivité turbulent  $K_{turb} = \sigma_v^2 T_L$ . Dans des conditions de dispersion macroscopiques, on peut typiquement avoir  $\sigma_v \simeq 1$  m/s et  $T_L \simeq 1$  s conduisant à une constante de diffusivité turbulente de plusieurs ordres de grandeur supérieure au cœfficient moléculaire. Le régime ballistique à temps courts peut être avantageusement utilisé pour obtenir une estimation robuste de  $\sigma_v$  à partir d'une simple mesure de déplacements de traceurs.

#### **I.3.2** Statistique à deux particules (dispersion de paires de particules)

La dispersion à une particule reflète la concentration de particules dans un milieu et l'étude de la statistique à un temps permet d'analyser l'évolution de cette concentration. La statistique à deux temps, introduite par Richardson [69] puis reprise par Batchelor [3], quant à elle permet d'évaluer la variance de cette concentration de particules. On comprend bien que les méthodes de dispersion à une particule et de dispersion de paires de particules sont complémentaires et permettent de caractériser un jet de particules.



FIGURE I.17 – Dispersion de paire de particules, image tirée de [14].

En fonction des régimes de dispersion, la séparation entre deux particules est définie comme suit :

$$R^{2} = \langle |(\vec{D} - (\vec{D_{0}})|^{2} \rangle = \begin{cases} S_{2}(D_{0})t^{2} \text{ si } t \ll t_{0} : \text{régime ballistique [3]} \\ \text{avec} : S_{2}(D_{0}) = \frac{11}{3}C_{2}(\epsilon D_{0})^{2/3} \text{ et } \langle \delta_{\vec{D_{0}}}\vec{a}.\delta_{\vec{D_{0}}}\vec{u} \rangle = -2\epsilon \\ g\epsilon t^{3} \quad \text{si} \quad t_{0} \ll t \ll T_{L} : \text{régime super-diffusif [69]} \\ 4\sigma_{v}^{2}T_{L}t \text{ si } t \ll T_{L} : \text{régime diffusif [82]} \end{cases}$$

Dans cette équation, t<sub>0</sub> désigne le temps caractéristique de persistance de la dynamique à l'échelle  $D_0$  qui peut être dimensionnellement relié à  $D_0$  et  $\epsilon$  t $_0 \approx (\frac{D_0^2}{\epsilon})^{1/3}$  et g est une constante sans dimension appelée constante de Richardson; la valeur communément admise en turbulence 3D homogène isotrope est g = .5/.6. Le régime super-diffusif  $(R^2 \propto t^3)$  de Richardson est l'une des grandes propriétés de la dispersion turbulente : il assure une séparation très rapide des particules indépendamment de leur séparation initiale. Le régime ballistique est un résultat essentiellement cinématique reliant la séparation à temps court à la vitesse relative initiale entre les particules. Comme nous le verrons plus tard dans le chapitre VI, l'étude du régime ballistique est particulièrement intéressante puisqu'elle permet d'accéder à une fonction de structure d'ordre 2 et donc du spectre eulérien de vitesse à partir de mesures lagrangiennes relativement simples (caractériser la mesure de particules sur un temps court). La difficulté réside toutefois dans le fait de pouvoir échantillonner raisonnablement l'ensemble des séparations initiales. Enfin, pour les temps longs, la dynamique des deux particules dans une paire étant alors décorrélée, leur séparation suit un régime diffusif réminiscent de celui évoqué dans le cas de la diffusion d'une particule seule.

Dans le cas d'une cascade directe, le taux de transfert  $\epsilon$  peut être calculé en se basant sur la fonction de structure  $S_2(D_0)$  [64]. Il peut aussi être obtenu par le terme d'ordre 3 du régime ballistique en étudiant l'asymétrie temporelle. En considérant les cascades directe FWD (forward  $R^2(t)$ ) et inverse BWD (backward  $R^2(-t)$ ), on peut retrouver le taux de transfert d'énergie  $\epsilon$ .

Asymétrie temporelle de la dispersion de paires. Sawford et al [74] ont introduit en 2005 la notion de dispersion dans la cascade inverse (« backward dispersion »). Il s'agit de savoir quelle est la statistique de séparation dans le passé pour un ensemble de particules ayant une séparation  $D_0$  à un temps  $t_0$  et contrairement à la cascade directe,  $D_0$  est une séparation finale. On peut alors montrer qu'il existe une irréversibilité temporelle dans le processus de dispersion de paires. En effet, en considérant la correction d'ordre 3 au régime ballistique à temps court, on peut montrer que [13, 37]

$$R^{2}(t) - R^{2}(-t) = 2\langle \delta_{\vec{D}_{0}}\vec{a}.\delta_{\vec{D}_{0}}\vec{u}\rangle t^{3} \text{ pour } t \ll t_{0}$$
(I.3.5)

Dans cette relation, la fonction de structure croisée eulérienne de l'accélération et de la vitesse peut être analytiquement reliée au taux de transfert d'énergie à travers la cascade

inertielle. Dans une cascade directe d'énergie, en turbulence 3D homogène isotrope [62, 35],

$$\langle \delta_{\vec{D_0}} \vec{a} \cdot \delta_{\vec{D_0}} \vec{u} \rangle t^3 = -2\epsilon \tag{I.3.6}$$

Dans cette relation le signe « - » rend compte de la nature directe de la cascade. Dans le cas d'une cascade inverse (par exemple vers les grandes échelles en turbulence 2D)  $\langle \delta_{\vec{D}_0} \vec{a} \cdot \delta_{\vec{D}_0} \vec{u} \rangle t^3 = + 2\epsilon$ . Cette irréversibilité temporelle peut aussi être mise à profit pour déterminer le taux de transfert d'énergie  $\epsilon$  [37].

Enfin, l'irréversibilité à court terme de l'équation I.3.5 induit une irréversibilité à long terme qui se traduit par des régimes super-diffusifs de Richardson avec des constantes  $g_{forward}$  et  $g_{backward}$  différentes [46, 13, 25].

#### I.3.3 Régimes d'ensemencement

Quelle quantité de particules (ou fraction volumique de particules  $\Phi_p$ ) peut-on ensemencer sans modifier les propriétés de la turbulence ? Quel est l'effet de la turbulence sur les particules ? Comment la concentration de particules modifie-t-elle localement la turbulence ? A la première interrogation, des réponses ont été apportées [24, 65]. Ce qui est considéré c'est le ratio entre le volume de particules injectées et le volume de la phase porteuse (fluide). La figure I.18 décrit ce phénomène. Elle représente les régimes de couplage particules/turbulence dans l'espace des paramètres  $St/\Phi_p$ .

On distingue 3 sortes de couplages en fonction de la fraction volumique  $\Phi_p$ :

- régime très dilué : "one-way coupling" où les particules n'ont aucune influence sur le fluide. C'est la phase idéale pour l'étude des caractéristiques de la dynamique de la phase porteuse.
- régime intermédiaire : "two-way coupling" où l'effet des particules sur le fluide commence à se faire ressentir : soit elles augmentent la turbulence,  $v_{pturbulent} > v_{pfluideaurepos}$  encore appelée vitesse de Stokes  $v_{St}$ , soit elles la diminuent,  $v_{pturbulent} < v_{St}$ . Le régime dilué est le régime qui nous intéresse avec  $\phi_p < 10^{-5}$ .
- régime concentré "four-way coupling" : c'est une phase où la concentration de particules est très importante et il y a interaction particule-particule et entre les particules et le fluide. Les interactions entre particules gouvernent pour l'essentiel la dynamique de l'écoulement.



FIGURE I.18 – Influence de la concentration de particules sur la phase porteuse dans un écoulement turbulent [24].

La turbulence peut augmenter la vitesse de sédimentation d'une particule comparé à un écoulement non turbulent [2, 29, 51] ou la diminuer; ceci est dû à l'interaction entre les particules et les structures turbulentes. Dans le premier cas, Aliseda [2] et al. montrent que la vitesse de sédimentation augmente avec la fraction de phase dispersée. Cette vitesse atteint un maximum pour  $St \approx 1$ . Dans le cas de particules inertielles plus lourdes que le fluide, les particules sont positionnées de façon préférentielle dans les phases descendantes en périphérie des tourbillons donc la vitesse de sédimentation  $v_z$  est renforcée dans les régimes de concentration préférentielle.

### I.4 Objectifs de la thèse

L'objectif de la thèse est d'aider à la compréhension de la turbulence pleinement développée tant au niveau classique qu'au niveau quantique. La première étape consiste au design et au montage du dispositif expérimental pour la réalisation d'une turbulence de grille oscillante à basses températures. Dans cette expérience de petite taille : L et  $\epsilon$ faibles, il est néanmoins possible d'atteindre de très haut Reynolds, Re<sub> $\lambda$ </sub>  $\approx$  400 grâce à la très faible viscosité cinématique de l'hélium  $\nu \approx 10^{-8}$  m<sup>2</sup>/s<sup>-3</sup>. Ceci nous permettra d'apporter notre pierre à l'édifice de la compréhension de la turbulence quantique notamment en adoptant une approche lagrangienne de la turbulence (étude de la dynamique des particules : évaluation de la vitesse v et de l'accélération a). Avant de mener des essais pour la compréhension de la physique nous avons d'abord réalisé des essais pour valider le fait que les mesures faites à partir de nos cryostats à dioptres cylindriques étaient cohérentes. Les principales mesures sont basées sur de la visualisation avec une caméra rapide et un téléobjectif. Comment les particules sont elles entraînées par l'écoulement ? Comment se

#### I.5. ORGANISATION DU MANUSCRIT

dispersent-elles ? A-t-on des similarités entre He I et He II dans le cas d'une turbulence développée ? Quelle est l'influence de la superfluidité sur la turbulence ? Ce sont les principales questions qui ont conduit à mener ces expériences. La part innovante de notre expérience est l'étude des propriétés de dispersion de particule(s) dans un écoulement de grille oscillante à basses températures utilisant l'hélium liquide comme phase continue.

## I.5 Organisation du manuscrit

Ce mémoire s'organise comme suit :

- Le chapitre 2 est consacré à la présentation de l'écoulement de grille oscillante. L'écoulement y est introduit et le dispositif expérimental mis en place pendant la thèse est décrit. L'expérience étant nouvelle, des tests de validation du banc d'essai ont été menés et les résultats décrits en fin de chapitre.
- Le chapitre 3 est consacré au processus de traitement des données expérimentales. Nous aborderons en premier le traitement d'images, ensuite le suivi de particules pour la détermination de leur trajectoire. Nous terminerons ce chapitre par la méthode de filtrage des données expérimentales.
- Les chapitres 4 et 5 sont déstinés aux statistiques à une particule et à un et deux temps respectivement. Dans le chapitre 4, nous caractérisons aussi l'écoulement : homogenéité, isotropie, stationnarité. Dans le chapitre 5, nous aborderons la dispersion de particules et les statistiques de vitesses. Dans ces deux chapitres, il s'agit de retrouver les vitesses et accélérations de l'écoulement par différentes méthodes. Une comparaison des différentes méthodes est faite en fin de chapitre 5.
- Le chapitre 6 traite de la dynamique de paires de particules. Il s'agit d'analyser la dispersion relative de paires aux échelles inertielles. Elle se fera en deux temps : (i) l'étude de la dispersion directe et (ii) l'étude de l'irréversibilité temporelle.
## CHAPITRE I. INTRODUCTION ET CONTEXTE DE L'ÉTUDE

# **Chapitre II**

# **Dispositif expérimental**

Ce chapitre est dédié à la présentation de l'écoulement de grille oscillante. L'écoulement y est introduit et le dispositif expérimental mis en place est décrit. Des tests de validation du banc d'essai ont été menés et les résultats décrits en fin de chapitre.

#### Sommaire

<b>II.1</b>	Forçag	ge inertiel	28
<b>II.2</b>	Turbu	lence Homogène Isotrope (THI) de grille	29
	II.2.1	Cas d'une grille dans une soufflerie	29
	II.2.2	Turbulence de grille oscillante TGO	32
<b>II.3</b>	Dispos	sitif expérimental	34
	II.3.1	Génération de la turbulence	39
		II.3.1.1 Géometrie de la grille	40
		II.3.1.2 Mouvement de la grille	40
	II.3.2	Problèmes cryogéniques et vibratoires	43
		II.3.2.1 Cryostats	43
		II.3.2.2 Vibrations mécaniques	45
<b>II.4</b>	Acquis	sition des données	45
	II.4.1	Injecteur et Particules	45
	II.4.2	Système de visualisation	53
	II.4.3	Capteurs de pression et sondes de température	54
II.5	Procéd	dure expérimentale	56
	II.5.1	Conditionnement de l'expérience	56
	II.5.2	Mesures en Hélium	57
<b>II.6</b>	Evalua	ation des performances mécaniques par visualisation	61

Avant de décrire l'écoulement de grille oscillante réalisé, nous rappelons les différents types de forçage et d'écoulements classiquement étudiés pour tenter d'analyser la turbulence. On peut distinguer deux grandes catégories de forçage : le forçage visqueux et le forçage inertiel. Dans le premier cas, une (ou plusieurs) paroi(s) lisse(s) est (sont) animée (s) d'un mouvement tangentiel au fluide et communique ce mouvement au fluide par diffusion de quantité de mouvement à travers les couches limites. Dans le cas du forçage inertiel, le fluide est mis en mouvement au moyen de surface(s) qui « pousse(nt) » directement le fluide et est (sont) donc perpendiculaire(s) au fluide : la quantité de mouvement étant donc transportée de manière convective.

On se place ici dans le cas du forçage inertiel.

## **II.1** Forçage inertiel

Il existe plusieurs types d'écoulement où l'énergie est injectée par forçage inertiel comme :

- l'écoulement de Von Karman : c'est un écoulement dans une enceinte fermée avec deux disques avec pales (droites ou courbées) qui créent le mouvement du fluide. Les disques peuvent tourner en contrarotation (sens inverses) [93, 99] ou en corotation (même sens) [71] Dans une cellule de Von Karman, avec des disques éventuellement munis de pales, il est possible d'atteindre des nombres de Reynolds élevés. Par exemple dans [93], l'eau est utilisée comme fluide et le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $\text{Re}_{\lambda}$  est de l'ordre de 800. Si les disques tournent en contrarotation, la composante azimutale possède un fort gradient dans la direction axiale (axe des disques) et l'écoulement est inhomogène et anisotrope avec un fort taux de turbulence.
- l'écoulement de jet axisymétrique : il peut être généré dans un circuit fermé [20] ou comme un jet libre. Le fluide passe par une buse et le jet se développe en aval de cette buse. Cet écoulement est anisotropre à grande échelle. La turbulence est considérée comme développée 30 à 40 D en aval de la buse (D diamètre de sortie de la buse).
- l'écoulement de grille dans une soufflerie : une grille (passive ou active) est placée dans l'écoulement dans une boucle fermée [60, 70]. Cet écoulement de grille est homogène et isotrope (lois de Kolmogorov K41 applicables) avec un faible taux de turbulence  $\frac{u}{U} \ll 10\%$  ce qui permet de vérifier l'hypothèse de Taylor (dite de *turbulence gelée*) [83]. Elle consiste à dire que les fluctuations turbulentes temporelles sont équivalentes aux fluctuations turbulentes spatiales.
- écoulement de grille oscillante : il présente les mêmes caractéristiques que l'écoulement de grille défini précédemment mais avec une vitesse moyenne temporelle nulle.

Dans cette thèse, nous avons privilégié un écoulement de grille oscillante pour les avantages, cités ci-dessus, qu'il présente (écoulement homogène isotrope sans vitesse moyenne et possibilité de suivre des traceurs sur des temps assez longs).

### II.2 Turbulence Homogène Isotrope (THI) de grille

La résolution numérique de l'équation de Navier Stokes étant pour l'instant impossible à hauts nombres de Reynolds, des expériences sur des cas canoniques sont envisagées afin de pouvoir apporter des solutions à certains problèmes physiques ; la THI en constitue une. La THI est rarement rencontrée dans la réalité et est difficile à reproduire expérimentalement ; l'une des meilleures façons que l'on connaisse de s'en rapprocher est la turbulence de grille qu'elle soit dans une soufflerie ou oscillante. Avant de mettre l'accent sur l'écoulement généré par une grille oscillante, nous allons d'abord présenter le cas d'une grille fixe dans une soufflerie qui est le cas le plus répandu.

#### **II.2.1** Cas d'une grille dans une soufflerie

La figure II.1 présente un schéma de la soufflerie du LEGI<sup>1, 2</sup> [60]. Deux moteurs permettent de faire tourner deux hélices en contra-rotation. Ceci permet d'augmenter la puissance générée sans augmenter la taille des hélices et aussi de limiter la mise en rotation de l'écoulement. Cet écoulement passe par des aubes de guidage (présentes à chaque changement de direction de l'écoulement) afin de s'assurer de la direction de l'écoulement. Ces aubes n'induisent aucune asymétrie de l'écoulement et réduisent les fluctuations de vitesse et la création de gros tourbillons. En aval, un filtre à air permet de retenir les impuretés et de casser les grosses structures turbulentes résiduelles. Enfin, un convergent permet d'obtenir un profil de vitesse axiale le plus plat possible avant que l'écoulement n'arrive au niveau de la grille juste à l'entrée de la zone de test. Cette soufflerie fonctionne en boucle fermée. La zone de test fait 4 m de longueur avec une section transversale carrée de 75 cm de côté.

La mesure de la vitesse moyenne  $\langle u \rangle$  se fait dans une section droite proche du centre du canal où la vitesse moyenne est constante. La caractérisation de l'écoulement y est généralement obtenue par anémomètrie à fils chauds qui est une méthode simple à haute résolution et bien adaptée aux situations avec un fort écoulement moyen telle que la turbulence de grille en soufflerie. Les mesures donnent donc accès aux fluctuations temporelles de mesures de vitesse en un point et comme il s'agit d'un écoulement à faible taux de turbulence :  $\frac{\sigma_u}{\overline{u}} \ll 1$ , l'hypothèse de Taylor peut être utilisée pour en déduire les fluctuations spatiales. Il s'agit donc, dans ce cas, d'une mesure eulérienne.

Traditionnellement, dans une soufflerie, une grille de solidité G avec une taille de maille M fixe est utilisée ; elle est appelée grille passive, cf. figure II.3. La solidité correspond au taux de plein de la grille et est définie dans l'équation II.2.2. La grille a la même section que la section transverse de la zone de test. Elle est constituée de barreaux rectangulaires identiques d'épaisseur e séparés d'une distance M, cf. figure II.3.

$$G = \frac{\text{aire occupée par les barreaux}}{\text{aire totale occupée par la grille}}$$
(II.2.1)

$$G = \frac{e}{M} \left(2 - \frac{e}{M}\right)$$
 pour une grille à section carrée (II.2.2)

<sup>1.</sup> Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels de Grenoble

<sup>2.</sup> Nous avions initialement prévu de travailler dans la soufflerie du LEGI. La granulométrie a été faite afin de caractériser les particules d'eau à utiliser pour ensemencer l'écoulement. L'alignement du laser avait ensuite été effectué mais hélas au moment de commencer les mesures, le laser était devenu instable et sa réparation avait pris du temps. De ce fait, nous n'avions pu faire des mesures dans cette soufflerie.

#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL



FIGURE II.1 – Présentation de la soufflerie du LEGI.

Dans une soufflerie, pour une grille passive, la turbulence est considérée comme développée à une distance de l'ordre de 30 M en aval de la grille II.2 [60].



FIGURE II.2 – Turbulence développée en aval d'une grille, image tirée de [29]

Il existe aussi des souffleries avec une grille active c'est-à-dire la solidité de la grille varie de façon aléatoire, cf. figure II.4, grille montée dans la soufflerie du LEGI ; les différentes mailles s'ouvrent et se referment indépendamment les unes des autres.

#### II.2. TURBULENCE HOMOGÈNE ISOTROPE (THI) DE GRILLE



FIGURE II.3 – Présentation d'une grille passive de section carrée et de ses caractéristiques e, M (soufflerie du LEGI).



FIGURE II.4 – Présentation d'une grille active de section carrée (soufflerie du LEGI).

A une même distance de la grille, pour une même vitesse d'écoulement et pour le même fluide, le nombre de Reynolds baseé sur l'échelle intégrale Re est plus important dans le cas d'une grille active que dans le cas d'une grille passive c'est-à-dire que la zone inertielle est plus large (condition de séparation d'échelles respectée).

#### II.2.2 Turbulence de grille oscillante TGO

Comme dans le cas d'une turbulence de grille classique, l'expérience de turbulence de grille oscillante ETGO produit un écoulement homogène isotrope. Pour les mesures lagrangiennes (envisagées dans cette thèse), l'écoulement ETGO est préférable par rapport à la turbulence de grille en soufflerie. En effet, pour la visualisation, il est important d'avoir une durée d'observation  $\delta t$  importante telle que  $\delta t \gg \tau_{\eta}, \tau_{\eta}$  correspondant au temps de Kolmogorov ; idéalement cette durée est plus importante que le temps intégral  $T_L: \delta t \gg T_L$ . Contrairement au cas de la grille classique, une turbulence de grille oscillante présente l'avantage de ne pas avoir de vitesse moyenne et donc le temps de visualisation des particules  $\delta t$  à une position donnée est plus important dans un ETGO (typiquement de l'ordre de  $\delta t_{ETGO} = \frac{L_{obs}}{\sigma_u}$  avec  $L_{obs}$  la hauteur du champ de visualisation) que dans une soufflerie ( $\delta t_{soufflerie} = \frac{L_{obs}}{\langle u \rangle}$ ). Dans une soufflerie, le taux de turbulence  $\sigma_u/\langle u \rangle$  varie de 3 à 20% selon que la grille est passive ou active. De ce fait, pour des vitesses fluctuantes équivalentes dans une soufflerie et un ETGO, le rapport du temps d'observation dans la soufflerie et dans l'etgo est de l'ordre du taux de turbulence dans la soufflerie  $\sigma_u/\langle u \rangle$  donc  $\delta t_{soufflerie} \ll \delta t_{ETGO}$ . Ceci est la raison principale pour laquelle l'écoulement de grille oscillante a été choisi pour notre étude.

Dans ce type d'écoulement, les dépendances de la vitesse fluctuante  $\sigma_u$  et de l'échelle intégrale L en fonction de la position en aval de la grille z se compensent (on le verra dans le paragraphe suivant); ce qui fait que le nombre de Reynolds est constant alors que le nombre de Stokes varie avec l'échelle dissipative  $\eta$  (et donc avec la distance en aval de la grille z).

**Caractéristiques d'un écoulement de grille oscillante.** De nombreuses expériences de grille oscillante ont été menées et donc ce type d'écoulement est bien calibré [15, 85, 45, 26, 76, 23] et les caractéristiques de la turbulence engendrée sont assez bien connues.

En 1975, Thompson et Turner [85] ont été parmi les premiers à caractériser la turbulence induite par une grille oscillante. Les mesures ont été faites dans un réservoir d'eau avec un rapport d'aspect de 1.8 [90] en plaçant la grille au centre du réservoir. Le rapport d'aspect correspond au ratio entre la profondeur et la largeur de la section droite de la zone de mesures. Ils disposent d'une grille de section droite carrée et de deux grilles de section droite circulaire dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau II.1. La grille de section droite circulaire utilisée dans [85] est une grille de section droite circulaire avec des barreaux de formes cylindriques.

TABLE II.1 – Caractéristiques des différentes grilles utilisées dans [85] : S correspond à la course de la grille, d à l'épaisseur des barreaux pour une grille carrée ou à leur diamètre pour une grille de section droite circulaire, M à la taille de maille, f la fréquence d'oscillation de la grille et G sa solidité.

Section	Carrée	Circulaire			
M [mm]	50	50	50		
S/M [-]	.2	.29	.28		
S/d [-]	1	1.52	1.47		
f [Hz]	3.33	2.78	5		

#### II.2. TURBULENCE HOMOGÈNE ISOTROPE (THI) DE GRILLE

Dans ce tableau, S correspond à la course de la grille c'est-à-dire au déplacement total de la grille entre sa position la plus haute et sa position la plus basse.

Une grille est utilisée par expérience. Ils la font osciller verticalement avec la fréquence indiquée dans le tableau II.1. L'écoulement ainsi induit par la grille est caractérisé : ils décrivent le processus en 3 principales étapes :

- la génération d'un jet quasi stationnaire juste en aval de la grille. Ce jet est fonction de la section transverse des barreaux mais aussi de la viscosité du fluide et du rapport entre l'épaisseur des barreaux et la course de la grille.
- dans le cas où la grille a une course inférieure à la taille des barreaux, aucun jet ne se forme. Dans le cas contraire, il y a génération de jets qui interagissent et se brisent pour devenir turbulents par une instabilité de cisaillement. Ceci est observé jusqu'à une distance  $z \leq 2M$  en aval de la grille.
  - Au-delà de cette zone  $(2M < z \le 7M)$ , il y a interaction entre les jets et la turbulence est considérée comme développée.
- la phase de déclin de la turbulence en aval de la grille, typiquement z > 7M.

On note une similarité par rapport au cas de la soufflerie, cf. figure II.2. Pour les mesures, un film chaud a été utilisé. Puisque l'écoulement est sans vitesse moyenne, ils ont placé le film chaud sur un support tournant à vitesse constante, dans un plan parallèle à celui de la grille, afin de lui donner une vitesse moyenne pour évacuer le flux de chaleur. Cette vitesse moyenne doit être plus importante que les fluctuations de vitesse de l'écoulement afin d'appliquer l'hypothèse de Taylor de « turbulence gelée » et aussi pour avoir le sens de la vitesse. Les fluctuations du signal du film chaud donnent accès principalement à la vitesse horizontale (le fil tourne dans un plan horizontal) ; la composante verticale est quant à elle obtenue par visualisation de particules fluorescentes. De leurs expériences, ils déduisent l'existence d'un écoulement moyen en tout point du réservoir (recirculation à grande échelle), même au-delà de 3 M par rapport à la position moyenne de la grille. Ce dernier est propre à chaque expérience mais il est plus faible que la composante fluctuante ce qui fait que le taux de turbulence associé reste important : dans [85], il varie de 100 à 300% selon la distance entre la grille et la zone de mesures, cf. tableau II.2.

Le tableau II.2 récapitule le ratio vitesse moyenne et vitesse r.m.s. totale, le ratio vitesse r.m.s. centrée et vitesse r.m.s. totale et le taux de turbulence en fonction de la distance en aval de la grille.

TABLE II.2 – Rapport entre la vitesse moyenne  $\langle u \rangle$  et la vitesse r.m.s. totale  $u_{rms}$  et rapport entre la vitesse r.m.s. centrée (écart-type)  $\sigma_u$  et la la vitesse r.m.s. totale  $u_{rms}$  avec  $u_{rms}^2 = \sigma_u^2 + \langle u \rangle^2$  et taux de turbulence de l'écoulement en fonction du rapport de la distance en aval de la grille z par rapport à la maille M = 50 mm. Dans cette expérience, les barreaux sont cylindriques de taille d telle que  $\frac{S}{d} = 1.47$  et la course est telle que  $\frac{S}{M} = .28$ , tableau extrait de [85].

z/M	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.2	2.6	2.6	3	3	3.4
$\langle u \rangle / \mathbf{u}_{rms}$	.51	.49	.43	.41	.43	.57	.38	.42	.42	.46	.31
$\sigma_u/\mathbf{u}_{rms}$	.86	.81	.90	.91	.43	.90	.82	.92	.91	.89	.95
$\sigma_u / \langle u \rangle$	1.7	1.6	2.1	2.2	1	1.6	2.2	2.2	2.2	1.9	3.1

Hopfinger et Toly [36] se sont aussi intéressés à l'étude de la turbulence générée par une grille oscillante. Le réservoir utilisé a un rapport d'aspect de 1.48 et la grille a des barreaux de section carrée avec  $\frac{M}{d} = 5$  et M = 10 cm (*M* taille de la maille et *d* épaisseur des

barreaux de la grille) et peut osciller pour des fréquences de 2 à 6 Hz avec une course de 4 ou 9 cm. Les mesures sont aussi basées sur un film chaud sur un support tournant (même principe que dans les expériences de Thompson et Turner) et un anémomètre laser pour vérifier les résultats obtenus avec le film chaud. En étudiant l'écoulement, ils constatent que l'isotropie par plan est vérifiée pour  $\frac{z}{M} > 1.8$  avec  $\frac{S}{M} = .8$  (z distance en aval de la grille et S course de la grille). Les lois d'évolution des caractéristiques turbulentes sont :

$$\sigma_u = c_u S^{3/2} M^{1/2} f z^{-1} \tag{II.2.3}$$

$$\sigma_v = c_v S^{3/2} M^{1/2} f z^{-1} \tag{II.2.4}$$

$$L = c_L z \tag{II.2.5}$$

avec  $c_u$ ,  $c_v$  et  $c_L$  des constantes qui sont fonction de la solidité de la grille, comme on est isotrope par plan, on obtient  $\sigma_u \approx \sigma_v$  et ici  $c_u = c_v = .25$  et  $c_L = .2$  [36, 91];  $\sigma_u$  la vitesse r.m.s. centrée horizontale parallèle au plan de la grille,  $\sigma_v$  la vitesse r.m.s. centrée verticale dans le sens d'oscillation de la grille et *L* l'échelle intégrale.

Pour des grilles dont la solidité est importante, les jets en aval de la grille sont instables et fusionnenent en des structures de plus en plus grosses et l'échelle intégrale et les vitesses fluctuantes en sont affectées. La solidité pour laquelle ceci est observé est de 40% [36].

Dans un écoulement de grille oscillante, la vitesse fluctuante décroît plus vite (en  $z^{-1}$ ) que dans le cas d'un écoulement dans une soufflerie. Dans une soufflerie,  $\sigma_u$  décroît en  $z^{-n/2}$  avec typiquement n  $\approx$  1-1.4 [42]. Des relations II.2.3, II.2.4 et II.2.5, on comprend bien que dans un *ETGO*, le nombre de Reynolds est constant.

En resumé, de [85, 36], nous retenons que pour une turbulence de grille oscillante, il est important que la solidité soit de 40 % au maximum, que le ratio entre la course de la grille et la taille des barreaux soit supérieure à l'unité. D'autres se sont aussi intéressés à l'étude de l'écoulement de grille oscillante ; Fernando et al. [26] ont étudié les recirculations aux bords et préconisent de terminer la grille par des demi-mailles afin de minimiser ces recirculations.

La section suivante présente le dispositif expérimental dédié à cette étude.

## **II.3** Dispositif expérimental

Le but de ce travail était de concevoir une expérience de grille oscillante pour générer une turbulence inertielle dans de l'hélium liquide, normal et superfluide, dans le but de faire du suivi de particules. Cet objectif implique plusieurs contraintes techniques imposées par la complexité de générer une turbulence appropriée dans des conditions cryogéniques rigoureuses et la nécessité d'avoir un accès optique pour visualiser l'écoulement. Ces contraintes obligent à :

- concevoir correctement l'expérience de grille oscillante pour la génération de la turbulence.
- limiter les pertes thermiques pour prévenir l'évaporation de l'hélium liquide.
- prendre en considération les contraintes mécaniques habituelles (comme les problèmes de vibration), mais plus important encore les contraintes mécaniques intrinsèques à la cryogénie (par exemple l'impossibilité d'utiliser une lubrification

#### II.3. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

liquide à froid ou encore la dilatation des matériaux en raison des importantes différences de température entre le bain d'hélium liquide ( $T \le 4.2K$ ) et la température ambiante de la pièce (T > 290K)).

 maximiser l'utilisation de matériaux transparents pour un accès optique optimal et polyvalent.

La figure II.5 présente une vue globale de l'expérience conçue (la figure II.6 présente une vue schématique) et dont les principaux éléments sont présentés dans les sous-sections suivantes. La figure II.7 présente une vue globale de l'expérience durant les phases d'acquisitions et la figure II.19 présente le PFD (Process Flow Diagram) de l'expérience. Le PFD présente les principaux composants de notre circuit et permet aussi de montrer le sens des flux entrants et sortants de notre expérience *OGRES*.

#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL



FIGURE II.5 – Vue d'ensemble 3D.



FIGURE II.6 – Vue schématique de l'expérience.

#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL



FIGURE II.7 – Présentation de l'expérience pendant les phases d'acquisitions. L'escabeau (1) sert lors de l'injection des particules et le (2) à réguler la pression du vase Hélium lors des phases de transfert. Cette photo rend compte de l'encombrement lorsque l'expérience est en fonctionnement.

38

#### **II.3.1** Génération de la turbulence

La turbulence est générée par une grille oscillante (élément 12 sur la figure II.5) entraînée par un moto-réducteur (élément 1 sur la figure II.6). Cette grille est placée dans le bain d'hélium liquide (zone en bleu clair sur la figure II.6), contenu dans un cryostat hélium double paroi qui est entouré par un cryostat azote double paroi contenant de l'azote liquide (zone en bleu foncé sur la figure II.6). Plus de détails sur les cryostats seront donnés dans la sous-section II.3.2.1.

Dans le bain d'hélium liquide, la zone de mesures est délimitée par un parallélépipède rectangle avec quatre faces latérales seulement. Ce délimiteur est appelé *aquarium* (élément 10 sur la figure II.6) et la grille oscille verticalement à l'intérieur. L'*aquarium* a une section droite carrée de côté 114 mm et une profondeur de 200 mm soit un rapport d'aspect de 1.8. Sa section droite est faiblement plus large que celle de la grille ; en effet, il y a un jeu de 2 mm entre les bords de la grille et chaque face de l'*aquarium*, cf. figure II.8. Afin de minimiser les effets de recirculations aux bords qui pourraient influer sur la mesure de la vitesse moyenne, il a été choisi de terminer la grille par des demi-mailles et non des mailles entières comme il est conseillé de le faire [26].



FIGURE II.8 – (a) Assemblage de la grille. (b) Caractéristiques de la grille (vue de dessus).

La présence de l'aquarium sert à assurer une zone de génération d'une turbulence reproductible avec des conditions aux limites bien contrôlées, minimisant les effets de recirculation aux bords (d'où le fait qu'il n'y a que des faces latérales). Toutefois, une recirculation à grande échelle semble inévitable dans les expériences de grille oscillante avec une seule grille mobile [85]. Les quatre parois latérales de l'aquarium sont en verre pour un accès optique direct. Les parois sont facilement démontables, de sorte qu'une (ou plusieurs) des quatre parois peut par exemple être remplacée par une paroi équipée de différentes sortes de capteurs permettant ainsi que d'autres mesures puissent être effectuées en même temps que les expériences de visualisation.

#### II.3.1.1 Géometrie de la grille

La figure II.8 montre la géomètrie de la grille ; sa conception est basée sur de précédentes études en turbulence classique afin de respecter les différentes conditions énumérées précédemment et conduisant à l'obtention d'une turbulence de grille oscillante assez bien connue. Notre grille est en aluminium anodisé avec des barreaux à section carrée et une solidité G = 36 % (épaisseur e = 3 mm, maille M = 15 mm). La solidité correspond au taux de plein de la grille défini dans l'équation II.2.2. La maille de la grille M est de 15 mm et la course S est telle que  $\frac{S}{M} \leq 2$ .

Une fois la grille dimensionnée comme préconisé dans la littérature, nous avons étudié ses fréquences de résonance. La première fréquence propre de la grille a été évaluée à 344 Hz alors que sa fréquence maximale d'oscillation est de 5 Hz (c'est la fréquence maximale à laquelle nous avons fait osciller la grille dans nos expériences) : nous n'avons donc aucun risque de déformation de la grille <sup>3</sup>. La déformation maximale de la grille a été calculée à 375  $\mu$ m sur les coins de la grille pour une fréquence d'oscillation de 5 Hz, cf. figure II.9. Dans ce calcul, la pression *P* correspond à l'effort exercé sur la grille par la masse de fluide déplacée (nous avons considéré le cas le plus critique avec  $P = \frac{m_{fluide} \ dplac*2g}{S_{arrille}}$ ).



FIGURE II.9 – Dimensionnement de la grille.

#### **II.3.1.2** Mouvement de la grille.

**Moteur.** Pour faire osciller la grille, un signal sinusoïdal a été choisi, pour des raisons de simplicité mécanique, pour la vitesse de déplacement de la grille. Ce signal est obtenu via un système bielle/manivelle qui transforme le mouvement de rotation du moteur en un mouvement alternatif de translation verticale pour la grille. Il est possible de modifier

<sup>3.</sup> Je remercie Florian Bancel du bureau d'études d'avoir réalisé ce calcul ainsi que les plans de l'expérience.

#### II.3. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

l'excentricité de la bielle et ainsi de modifier la course de la grille.

Le bloc moto-réducteur est à équipression avec le bain d'hélium liquide, soit sous une atmosphère d'hélium à température ambiante avec une pression variant de quelques millibars lorsque l'on fonctionne en superfluide à 1 bar pour un fonctionnement en He I. Pour éviter des risques de fuite entre le bain froid et l'extérieur à température ambiante, il faut une étanchéité entre l'intérieur du cryostat LHe et l'extérieur. Pour cela, il était possible de laisser le moteur à température ambiante à l'extérieur et d'utiliser un joint dynamique. Avec cette méthode, des marques d'usure peuvent apparaître soit sur le joint soit sur l'arbre de transmission [21] de même les forces de frottement peuvent varier sur un tour et conduire à des irrégularités de vitesse. Nous avons donc proscrit l'utilisation de joint dynamique et choisi de placer le moteur sous une cloche pour faire l'étanchéité, cf. figure II.5. Le bloc moto-réducteur a été dimensionné de sorte à délivrer un couple de 4.2 N.m et une fréquence maximale de 6.4 Hz. Ce couple a été obtenu à partir de la masse de fluide que la grille doit pouvoir supporter ; les frottements au niveau de l'arbre moteur étant inconnus nous avons pris un cœfficient de sécurité de 7 : nous avons calculé le couple nécessaire pour déplacer une masse de 1 kg d'eau (nous avons choisi l'eau puisque les premiers tests de débuggage ont été réalisés dans l'eau; de plus, cela assure une marge de sécurité par rapport à l'helium liquide qui est 7 à 8 fois moins dense que l'eau); comme les frottements au niveau du moto-réducteur sont inconnus, nous avons augmenté de 7 fois le couple nécessaire dans notre étude pour le dimensionnement du moteur. Ainsi, nous avons choisi un moteur sans balai EC40 et le réducteur planétaire GP42C ayant un rapport de réduction de 26 de chez MDP Motors ; ce moteur peut fonctionner sous vide et l'utilisation sous hélium à basses pressions ne pose donc pas de problème.

**Guidage de la grille.** Pour garantir des conditions cryogéniques optimales et limiter les pertes thermiques sur le bain d'hélium liquide, une attention particulière doit être prêtée à la connexion de la grille au moteur. Le moteur est en effet à température ambiante, tandis que la grille est immergée dans le bain d'hélium. Il est donc crucial de limiter autant que possible les apports de chaleur par conduction dans le bain. De ce fait du verre epoxy, de faible conductivité thermique, est utilisé comme matériau pour connecter la grille au moteur.

Le mouvement de translation de la bielle est transmis à un arbre en verre époxy. Cet arbre passe à l'intérieur d'un tube épais en verre époxy qui assure le guidage de l'arbre via des roulements. Ce tube épais est fixé au niveau du bloc moteur par une bride sur laquelle il est collé avec de la Stycast®. La Stycast® est une colle utilisée à très basses températures. A sa partie basse, le tube époxy est collé à une nouvelle bride sur laquelle sont fixés les roulements à billes (élément 9 sur la figure II.6). A l'intérieur du tube, l'arbre est guidé par des demi-œillets (élément 5 sur la figure II.5) fixés radialement sur le tube avec de la Stycast®. A son extrêmité inférieure, l'arbre est collé à une tige en acier inoxydable sur laquelle glissent les roulements. Une tige filetée en acier inoxydable vient se fixer sur l'arbre inox et sert de réducteur entre l'arbre et l'axe de la grille, cf. figure II.8a). De plus, pour s'assurer que le guidage se fasse bien, des antivireurs ont été installés. Enfin, pour un réglage plus fin, on a utilisé du fil de kevlar pour centrer parfaitement le tube époxy. Le kevlar présente l'avantage de ne pas conduire la chaleur en plus d'être léger et résistant.

Le tableau II.3 résume les caractéristiques de la grille et le tableau II.4 présente une estimation des grandeurs caractéristiques attendues dans notre écoulement. Ces grandeurs sont obtenues à partir des lois empiriques énoncées dans les section II.2.2 et I.1.1.2 :

$$\sigma_u = c_u S^{3/2} M^{1/2} f z^{-1} \tag{II.3.1}$$

$$L = c_L z \tag{II.3.2}$$

avec  $c_u \approx .25$  et  $c_L \approx .2$ , [91].

TABLE II.3 – Caractéristiques de la grille, de l'*aquarium* et de l'écoulement : M : maille, e : épaisseur d'un barreau, G : solidité, f : fréquence, S : course, n : le nombre de barreaux de la grille, H la hauteur de l'*aquarium*, l la largeur de sa section droite, T : température du fluide,  $\rho_f$  la masse volumique de l'hélium liquide et  $\nu$  sa viscosité cinématique, Re<sub>M</sub> : nombre de Reynolds estimé en He I et basé sur la maille.

	e		Aquarium							
М	e	G	f S		n	Μ		Н	1	
[mm]	[mm]	[%]	[Hz]	[mm]	]	[-]	[n	nm]	[mm]	[mm]
15	3	36	$\leq 6.4$	$\leq 30$	)	7 1		15	200	114
Ecoulement										
	T $\rho_f$ $\nu$ Re <sub>M</sub>									
[K]			$[m^2/s]$		$[kg/m^{-3}]$		[-]			
[1.6; 4.2]		4.2]	[125;14	7.5]	~	≈ 10 <sup>-</sup>	8	$\leq 1$	$.2.10^{5}$	

TABLE II.4 – Caractéristiques de l'écoulement, issues des lois empiriques, à une distance de 4.6 M (soit 69 mm) en aval de la grille :  $\sigma_u$  représente la vitesse fluctuante centrée, L l'échelle intégrale,  $\eta$  l'échelle dissipative,  $\tau_{\eta}$  le temps de retournement des petites structures,  $T_L$  le temps intégral,  $Re_{\lambda}$  le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $\lambda$ .

Т	f	$\sigma_u$	L	$\lambda$	$\eta$	$\tau_{\eta}$	$T_L$	$\operatorname{Re}_{\lambda}$	$\epsilon$
[K]	[Hz]	[mm/s]	[mm]	[mm]	[µm]	[ms]	[s]	[-]	$[10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}]$
2.8	5	9.6	13.8	.7	21	20	1.4	286	6.3
3.1	5	9.6	13.8	.7	23	20	1.4	273	6.3
3.5	5	9.6	13.8	.7	23	20	1.4	273	6.3
2	5	9.6	13.8	.5	11	12	1.4	440	6.3
2	2.5	4.8	13.8	.6	19	34	2.8	311	.8

Dans le tableau II.4, l'évaluation des grandeurs caractéristiques de l'écoulement à 2 K est faite en considérant la masse volumique du fluide total et la la viscosité dynamique de la composante visqueuse puisque pour des échelles caractéristiques grandes devant l'espacement inter-vortex quantique et des nombres de Reynolds Re suffisamment importants on considère que seule la viscosité dynamique du fluide normal intervient ; ce qui est le cas de notre étude, comme évoqué dans la section I.1.4.3.

La grille oscille dans l'*aquarium* immergé dans le bain d'hélium liquide contenu dans un cryostat. La sous-section suivante présente les caractéristiques des cryostats ainsi que les contraintes mécaniques liées au bon fonctionnement de la grille.

#### **II.3.2** Problèmes cryogéniques et vibratoires

En cryogénie, les fluides sont contenus dans des cryostats [10]. Dans le cas des cryostats chercheurs utilisant de l'hélium liquide, deux cryostats concentriques sont généralement utilisés : un pour l'hélium et un autre pour l'azote qui sert d'écran thermique entre l'environnement chaud et le bain d'hélium.

La grille oscille dans le bain d'hélium liquide et son mouvement induit des vibrations mécaniques sur le système qui sont indésirables pour l'étude de la physique de l'écoulement. Cette section décrit le choix et l'assemblage des cryostats et la résolution des problèmes vibratoires.

#### II.3.2.1 Cryostats

En général, en cryogénie, les cryostats optiques sont en acier inoxydable avec des accès optiques plans et de petite dimension comparée à la taille du cryostat afin de limiter les apports de chaleur par rayonnement sur le bain d'hélium liquide [6, 47]. Le champ de visualisation est ainsi limité au nombre de fenêtres disponibles et à leur taille. Dans notre expérience, nous avons choisi des cryostats en verre pour une plus grande polyvalence. En effet, un cryostat en verre permet d'envisager des expériences de visualisation avec l'usage de plusieurs caméras placées à différents angles par rapport à la source de lumière pour une acquisition simultanée dans le but de faire du suivi de particules en 3D. L'utilisation du verre présente aussi l'avantage d'être à coût moindre comparé au cryostat en verre il n'y a pas besoin de brides et contre brides accueillant des fenêtres avec des jonctions métal / verre.

Nous disposons de deux cryostats en verre double paroi concentriques cylindriques (élément 13 sur la figure II.6) : un cryostat azote contenant de l'azote liquide  $LN_2$  et entourant le cryostat hélium LHe, cf. figures II.6 et II.10, où la turbulence est générée. Le cryostat refroidi à l'azote liquide dans lequel est placé le cryostat hélium sert d'écran thermique pour limiter les pertes par rayonnement arrivant sur le bain d'hélium liquide. L'azote est un fluide qui se liquéfie à une température de 77 K à pression atmosphérique. Le verre thermalisé à 77 K est naturellement opaque aux infrarouges lointains et limite ainsi les apports radiatifs sur le cryostat contenant l'hélium liquide. En contre partie, le rayonnement 300 K absorbé sur le verre chauffe l'azote liquide ce qui favorise la production de bulles qui perturbent la visualisation dans le bain d'azote liquide. Pour ne pas être gêné par ces bulles pendant les mesures, le niveau d'azote liquide est maintenu en-dessous de la zone de visualisation. Cependant, cela limite son rôle d'écran thermique. Pour palier à ce problème, le cryostat hélium est entouré d'un écran thermique en aluminium qui est plongé dans l'azote liquide. Deux fenêtres de visualisation sont percées dans cet écran aluminium pour un accès optique direct au droit de la zone de mesures. Cet écran aluminium est facilement démontable si le besoin de changer l'emplacement des fenêtres de visualisation ou de modifier leur dimension se présente.

Les cryostats sont fabriqués à partir de verre étiré. Ce type de verre présente une bonne qualité de surface avec peu de déformations et est donc adapté pour la visualisation de particules. La partie basse de chaque cryostat est soudée avec son fond bombé. La soudure est placée en-dessous de la zone de mesures pour ne pas influer sur la visualisation. Le cryostat LHe est relié à sa partie supérieure à une bride par collage. Ce dernier a été fait avec de la CAF 4® (élément 6 sur la figure II.5) qui est un mastic / une colle (élastomère silicone) qui peut résister aux basses températures. La colle a été appliquée sur une hauteur de 7 cm pour s'assurer qu'elle tienne bien. Entre le haut du cryostat LHe

#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

et le diamètre intérieur de la bride, il y a un jeu de .5 mm sur le rayon pour l'application de la colle. A ce niveau, il est possible de mettre un collier chauffant pour éviter de descendre à des températures très basses vu que le comportement de la CAF 4® n'est pas bien connu à très basses températures<sup>4</sup>; on pourrait aussi avoir un durcissement du mastic engendrant soit des fortes contraintes soit une fuite par contraction. L'utilisation de la CAF 4® est tout aussi efficace mais moins chère que la soudure métal / verre. Lors des phases de remplissage d'hélium liquide dans le cryostat LHe, le niveau du bain est maintenu en-dessous de cette zone de collage. Le cryostat azote est posé sur un support relié à cette même bride (celle sur laquelle est collé le cryostat LHe) via 4 tiges filetées. Au-delà de 77 K, l'azote est sous forme gazeuse et les vapeurs froides contribuent à condenser la vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère. Pour éviter la condensation de l'eau sur les parois en verre, une plaque horizontale en acier inoxydable est posée sur la partie annulaire entre l'extérieur du cryostat LHe externe et l'intérieur du cryostat azote  $LN_2$  interne ; deux trous sont réalisés sur cette plaque : un pour l'injection d'azote liquide et un autre pour l'évacuation des vapeurs froides d'azote. De plus, des ventilateurs sont utilisés pour s'affranchir de la condensation de l'eau sur l'extérieur du cryostat azote dans la zone de visualisation.



FIGURE II.10 – Disposition des cryostats LHe et  $LN_2$ . Sur cette photo ne figure pas l'écran thermique en aluminium pour une meilleure visualisation de la disposition des cryostats.

<sup>4.</sup> Nous remercions Guillaume Donnier Valentin de l'Institut Néel à Grenoble de nous avoir aidé dans cette procédure de collage.

#### **II.3.2.2** Vibrations mécaniques

En faisant osciller la grille, des vibrations pourraient apparaître ; elles sont indésirables pour la stabilité mécanique du système et les mesures expérimentales. Afin de les minimiser, l'expérience a été fixée au sol et au mur via trois châssis indépendants (élément 17 (structure en jaune) sur la figure II.5) afin d'éviter au maximum la transmission des vibrations vers les cryostats : un pour la motorisation, un second pour tenir la platine de mesures (située entre le moteur et les cryostats) et un dernier pour tenir les cryostats.

Il est nécessaire de découpler mécaniquement les trois châssis afin de s'affranchir au maximum de ces vibrations. Pour ce faire, deux soufflets soudés métalliques (élément 3 sur la figure II.6) sont utilisés. Le premier soufflet est placé juste en-dessous du moteur et isole la platine moteur de la platine de mesures et le second relie la platine de mesures et la bride sur laquelle est suspendue le cryostat hélium.

Puisque l'expérience est fixée au mur, il est également possible que les vibrations soient transmises au mur et/ou reprises au sol. On a donc utilisé du caoutchouc absorbant entre les châssis et le mur et entre les châssis et le sol. L'utilisation des soufflets soudés et du caoutchouc absorbant s'est avérée très efficace puisque plus aucune vibration ne se faisait ressentir sur les châssis ou sur la bride (élément 16 sur la figure II.5).

Une fois l'expérience mise en place, il est indispensable de spécifier l'instrumentation utilisée.

### **II.4** Acquisition des données

Utilisant la méthode LPT (Lagrangian Particle Tracking), nous allons d'abord aborder le système d'injection de particules ; ensuite nous présenterons le système de visualisation ainsi que les capteurs de pression et de température utilisés.

#### **II.4.1** Injecteur et Particules

**Injection.** L'objectif est d'avoir un ensemencement aussi homogène que possible. Pour cela, la zone d'injection est située à 7.6 M du centre du champ de visualisation; ce qui s'est révélé être suffisant pour une dispersion homogène des particules injectées (cf. section III.2). Le système d'injection a été délicat à mettre en œuvre et nous avons dû tester différents types d'injecteur. Le premier utilisé est amovible et présenté à la figure II.11. Il y a deux parties : l'une située dans le bain d'hélium liquide et l'autre à température ambiante. La partie froide est placée au-dessus de l'aquarium afin d'éviter de perturber l'écoulement. L'injecteur fonctionne comme une seringue. En effet, le principe de fonctionnement de la partie chaude est similaire à celui d'un système de pompage comme on peut le voir sur la figure II.12. Lorsque le réservoir (élément 19 sur la figure II.11) est vide, le piston (élément 18 sur la figure II.11) est à sa position basse comme indiqué sur la figure II.12b). Pour remplir le réservoir, le piston est tiré vers le haut afin d'aspirer des particules, cf. figure II.12a). Le processus de remplissage du réservoir est effectué lorsque la pression du bain d'hélium liquide est à 1 bar pour minimiser les risques de fuite. Lorsque le système piston / seringue n'est pas utilisé, pour isoler le bain de l'extérieur, on utilise une vanne à boisseau sphérique (élément 22 sur la figure II.11). Puisque les

particules sont très volatiles, l'extrémité de la seringue (élément 21 de la figure II.11) est située après la vanne à boisseau sphérique pour éviter d'avoir des particules sur le siège de la vanne ce qui peut créer une fuite lorsque l'injecteur n'est pas en place (la vanne n'étant plus étanche). La seringue étant longue, on la fait passer à l'intérieur d'un tube pour éviter des fuites ; l'étanchéité est faite avec deux joints disposés sur la seringue (élément 20 de la figure II.11). Lorsque le système piston / seringue est en place, l'étanchéité au niveau du piston est assurée par deux joints disposés sur le piston.



FIGURE II.11 – Vue éclatée de l'injecteur.

Pour ensemencer l'écoulement, on fait translater le piston le long du réservoir.



FIGURE II.12 – Piston : (a) Position haute du piston. (b) Position basse du piston.

**Modification du système d'injection.** L'injection est le point clé pour pouvoir faire des mesures et nous avons rencontré des difficultés pour avoir un injecteur fonctionnel : nous avons testé plusieurs injecteurs. Le précédent système d'injection (injection par le haut) était testé à chaud avec succès mais à froid il était très difficile d'arriver à ensemencer le bain d'hélium liquide. En effet, la plupart des particules restait bloquée en aval de la vanne à boisseau sphérique (changement de direction), une faible partie descendait le long du tube. Parmi les particules qui longeaient le tube, il y en avait qui restaient accolées aux parois ; pour les faire descendre jusqu'au niveau de l'aquarium, il y avait besoin de secouer un peu. D'ailleurs lors de notre première expérience, à force de tapoter pour faire descendre les particules, une vitre de l'aquarium avait fini par se casser ; ce qui nous avait obligé à arrêter les expériences pour des mesures de sécurité. Pour les particules qui ne descendaient pas, nous avons observé que la nuit, lorsque la température remontait dans le cryostat *LHe* les particules descendaient à l'intérieur du cryostat *LHe* en formant des agrégats.

Pour remédier à ces problèmes, nous avons mis en place (i) un tamis vibrant, cf. figure II.13, contenant des particules (pour éviter de tapoter sur l'injecteur) et (ii) une résistance chauffante sur toute la longueur du tube immergé dans la partie froide. Le tamis vibrant n'a marché que dans le cas de particules beaucoup plus denses que l'hélium liquide typiquement  $\rho_p/\rho_f \approx 14^5$ . Ceci peut être dû au fait que dans le cas de particules quasi isodenses avec le fluide, la poussée d'Archimède compense quasiment le poids des particules ce qui ne favorise pas leur descente.

<sup>5.</sup> Les mesures réalisées avec ces particules ne sont pas présentées car elles tombaient trop rapidement en chute libre verticale (depuis leur point d'injection) pour se diffuser correctement dans le volume de mesures et n'étaient donc pas visibles dans le champ de visualisation.

#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL



FIGURE II.13 – Injection par un tamis vibrant. (a) Présentation. (b) Tamis. (c) Pot ouvert avec les particules en blanc.

Après des mois à essayer de rendre fonctionnel et efficace le système d'injection, nous avons finalement opté pour la mise en place d'un fond. Au début, nous avions essayé de resuspendre les particules en plaçant la grille près du fond (plaque métallique horizontale couvrant toute la section droite de l'aquarium), à .5M, en vain; nous avions utilisé des particules inertielles, isodenses avec l'eau (cet essai a été réalisé avant l'obtention de nos microsphères creuses en verre). Pour des contraintes de temps (liées à la fin de thèse), ce test ne s'est pas fait avec nos microsphères et nous avons opté pour une optimisation du fond. Le fond a donc évolué en un fond mou mobile et pilotable qui consiste en un bout de tissu non tendu (avec des plis), cf. figure II.14 et une plaque métallique est disposée en-dessous (la section de la plaque est inférieure à la section droite de l'aquarium, cf. figure II.15). Cette plaque est reliée à un système mécanique. Lorsque l'on tire ce système vers le haut, la plaque vient taper sur le tissu qui est ainsi tendu cf. figure II.14b). L'impulsion ainsi donnée aux particules n'est pas forcément verticale, cf. figure II.14b). Avant de remonter les cryostats pour la phase de conditionnement, des particules sont disposées sur ce fond. Pour les injecter, il suffit de faire translater le système mécanique. Pour des raisons d'encombrement, (faible distance entre le bas de l'aquarium et le fond du cryostat hélium, 5.5 cm) il n'a pas été possible de placer ce système en-deça de l'aquarium. Lorsque le fond est en position haute, il est situé à 3.93 M de la zone de mesures et sa présence peut influer sur l'écoulement moyen. Avec ce système d'injection que l'on nommera « injection par le bas », la durée des expériences était considérablement réduite, on pouvait ainsi en une journée obtenir les données demandant deux jours avec le système d'injection par le haut. Ce système présente aussi des inconvénients : (i) le premier facteur limitant est le fait que le système mécanique ne couvre pas toute la section droite

#### II.4. ACQUISITION DES DONNÉES

de l'aquarium mais juste une partie ce qui fait que lorsque les particules retombent, elles peuvent retomber sur les bords ; on en perd ainsi une partie et de fil en aiguille, la quantité de particules restantes devient très faible voire insuffisante pour continuer les mesures, (ii) le deuxième facteur limitant était le fait que certaines particules restaient collées aux parois de l'aquarium ce qui gênait la visualisation et on était contraint d'arrêter les expériences. Enfin, la charge de particules étant fixe, il convient de bien la choisir : en effet, si on en met trop, on risque de ne plus être en régime dilué pour l'étude de l'écoulement ; si on ne met pas assez de particules, on risque de ne pas avoir assez de données pour une convergence statistique.





FIGURE II.14 – Système de récupération des particules : (a) position basse. (b) position haute (phase d'injection) avec en violet l'impulsion donnée aux particules.



FIGURE II.15 – Support métallique en-dessous du fond et système de déplacement.

**Particules.** Pour des questions de coût, nous avons pendant cette thèse utilisé un échantillon gratuit de particules fourni par 3M Belgium du type K20. Celles-ci sont des microsphères creuses de verre de différentes tailles (de 10  $\mu$ m à 200  $\mu$ m) et de densités comprises entre 130 et 200 kg/m<sup>3</sup>. Les informations données par le fournisseur sur ces particules étant approximatives ; il est donc nécessaire de tamiser et de caractériser la taille et la densité des particules qui seront ensuite utilisées pour ensemencer l'écoulement.

Nous avions, en premier lieu voulu déterminer simultanément la densité et le diamètre de chaque particule en utilisant un PDI (Phase Doppler Interferometry). Un PDI permet d'accéder à la taille de chaque particule ainsi qu'à la vitesse de sédimentation qui lui est liée; ce qui permet d'avoir pour chaque particule la densité et la taille. Pour l'utilisation du PDI, il est important de connaître l'indice de réfraction des particules. Dans notre cas, les particules étant creuses, nous ne savions quel indice prendre en compte (celui du vide ou du verre ou ... ?) ce qui fait que nous n'avons pu utiliser le PDI pour caractériser nos particules. Nous avons donc déterminé la taille et la densité des particules en deux étapes. La première étape consiste à déterminer le diamètre moyen des particules. Elles sont d'abord tamisées à l'aide de tamis de différentes tailles 25  $\mu$ m, 71  $\mu$ m, 100  $\mu$ m, 180  $\mu$ m et 212  $\mu$ m. Pour étudier l'écoulement, il est nécessaire qu'elles soient suffisamment petites par rapport à l'échelle dissipative  $\eta$  (en général jusqu'à  $\frac{\Phi_p}{n} \leq 5$  les particules sont considérées comme des traceurs si elles sont isodenses avec le fluide). Pour pouvoir détecter facilement les particules à la caméra, la quantité de lumière réfléchie par les particules doit être suffisante. Ceci est la raison pour laquelle, dans un premier temps, seules les particules dont la taille est comprise entre 71  $\mu$ m et 100  $\mu$ m (utilisation des deux tamis correspondants) sont utilisées dans nos mesures. La figure II.16 montre la sphéricité des particules. Le diamètre moyen des particules tamisées a été finalement caractérisée par diffractométrie laser à l'aide d'un instrument Spraytech (Malvern Inc.) donnant un diamètre de Sauter  $D_{32}$  = 81  $\mu$ m (le diamètre de Sauter est défini comme le rapport entre le volume et la surface de la sphère correspondant à la particule).

#### II.4. ACQUISITION DES DONNÉES







FIGURE II.16 – Sphéricité des particules, photos prises avec une binoculaire.

La seconde étape consiste à déterminer la densité moyenne des particules. Nous avons donc opté pour une mesure directe de la densité en (i) pesant un volume d'eau donné (1), (ii) pesant une masse de sachets vides (qui vont contenir les particules) (2), (iii) déterminant la variation de volume induite par la présence des particules dans le récipient (4). Le schéma de la figure II.17 détaille les différentes étapes de pesée. Puisque les particules sont moins denses que l'eau, pour les garder au fond du récipient, on en met une certaine quantité dans des sachets de thé de sorte à pouvoir les coincer sous la surface d'eau facilitant ainsi la détection du ménisque et donc la variation de hauteur et de volume. On relève la masse des particules et des sachets de thé (la variation de hauteur induite par les sachets de thé seuls sont connus). On plonge ensuite ces sachets de thé dans le récipient d'eau. La masse du récipient et la hauteur d'eau finales sont relevées. Connaissant la masse des sachets de thé et des particules et la variation de niveau d'eau induite par la présence de particules dans le récipient, nous trouvons une densité moyenne des particules de 177 kg/m<sup>3</sup>. En revanche, cette méthode ne nous permet pas de déterminer si la densité des sphères est liée à leur taille.

#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL



FIGURE II.17 – Différentes étapes de mesures de masse et volume des particules.

Sur la photo II.16, les dimensions indiquées sur la mire de 1 mm graduée tous les 10  $\mu$ m indiquent que les particules ont un diamètre compris entre 72 et 90  $\mu$ m ce qui est cohérent avec la mesure au Spraytec et les filtres utilisés (71  $\mu$ m <  $\Phi_p$  < 100  $\mu$ m). Le tableau II.5 résume les caractéristiques des particules utilisées.

TABLE II.5 – Caractéristiques des particules :  $\langle \Phi_p \rangle$  : diamètre moyen,  $\langle \rho_p \rangle$  : densité moyenne

Particules	$\langle \Phi_p \rangle$	$\langle \rho_p \rangle$
[-]	[µm]	[kg/m <sup>3</sup> ]
microsphères creuses de verre	$81 \pm 10$	$177\pm45$

Dans ce tableau, l'encadrement de  $\langle \Phi_p \rangle$  et de  $\langle \rho_p \rangle$  provient des incertitudes de mesures. Les méthodes utilisées pour l'évaluation de la taille et de la densité des particules ne donnent accès qu'à leur valeur moyenne, indiquée dans le tableau II.5 ; nous n'avons pas d'idée sur leur dispersion. Les grandeurs caractéristiques de l'écoulement faisant appel aux caractéristiques des particules comme le nombre de Stokes ou la vitesse de sédimentation des particules sont évaluées en se basant sur les valeurs moyennes  $\langle \Phi_p \rangle$  et  $\langle \rho_p \rangle^6$ .

Pour une injection par le haut, l'ensemencement se fait au-dessus de l'aquarium et les

<sup>6.</sup> Dans la suite du manuscrit, on désignera par  $\Phi_p$  la taille moyenne et  $\rho_p$  la masse volumique moyenne des particules.

mesures sont prises au-delà de 3 M par rapport à la position moyenne de la grille soit à 7.6 M, dans nos mesures, par rapport au point d'injection. De ce fait, seules les particules plus denses que le fluide arrivent au niveau de la zone de visualisation. A cette distance, les particules ont atteint leur vitesse terminale et eu le temps de se répartir de manière homogène dans le volume de mesures comme on le verra dans la section III.2.

#### **II.4.2** Système de visualisation

Les mesures sont basées sur la visualisation. Pour ce faire, nous nous servons d'une caméra rapide Phantom V12.1 (Vision Research Inc. New Jersey). Elle permet des enregistrements à une cadence pouvant atteindre 6200 images par seconde en pleine définition soit 1280 \* 800 pixels<sup>2</sup> ; chaque pixel a une taille de 20  $\mu$ m. La caméra est équipée d'un capteur CMOS d'une taille de 1 pouce et dispose d'une mémoire interne de 8 Go.

Nos images sont enregistrées en 8 bits ce qui est suffisant pour distinguer les particules du fond de l'image et aussi pour filtrer les images en ne conservant que les particules situées à la distance de travail imposée par l'objectif (les particules hors champ sont floues et ont moins de contraste, elles sont donc éliminées lors du traitement d'images). Comme éclairage, nous utilisons une lumière rouge LED (Light Emitting Diode de chez Deutronic® et délivrant une intensité jusqu'à 1.5 A sous une tension de 48 V) avec une lentille de collimation afin de produire un faisceau quasi-parallèle. L'éclairage se fait en diffusion avant (caméra en face de la LED) comme indiqué sur la figure II.18. Lors de nos mesures, nous n'utilisons que 30% de la capacité de la LED, au maximum. Cet éclairage permet d'utiliser peu de puissance lumineuse ; de plus nous avons utilisé des objectifs lumineux (ouverture numérique importante et faible profondeur de champ) ce qui permet de minimiser les pertes sur le bain d'hélium liquide. Pour des particules non transparentes, ce type d'éclairage permet d'avoir un bon contraste sur les images (particules en noir sur fond blanc) ce qui rend leur exploitation plus facile.



FIGURE II.18 – Disposition du système de visualisation.

Nous avons testé deux types d'objectifs : un objectif macroscopique Tokina 100 mm macro et un téléobjectif K2-SC. Le tableau II.6 présente les caractéristiques de ces deux objectifs.

La variation de distance de travail importante que présente le K2-SC est due au fait qu'il est possible de changer la lentille frontale. Pour étudier le mouvement global d'oscillation de la grille, le 100 mm macro Tokina est utilisé pour avoir un champ de visualistion plus large à une distance de travail (à une distance de travail plus courte qu'avec le K2-SC)

TABLE II.6 – Caractéristiques des objectifs pour une caméra 1 pouce : WD : Distance de Travail ; NA : Ouverture numérique ; FoV : Champ de visualisation ; DoF : Profondeur de champ : DoF =  $\frac{\lambda_{rouge}}{NA^2}$ ,  $\lambda_{rouge} = 625$  nm.

	WD	NA	FoV (diagonale)	Grossisement	DoF
	[cm]	[-]	[mm]	[-]	[µm]
100mm	14.2 à 45	0.18	26 à 14.2 cm	x 1 à 14.2 cm	19.3 à 14.2 cm
K2 SC	553200	0.2 à 5.5 cm	1.1 à 5.5 cm	inequ'à x 23	15.6 à 5.5 cm
K2-3C	5.5 a 500	0.02 à 98 cm	18.6 à 98 cm	Jusqu a x 23	1600 à 98 cm

compatible avec le banc du montage du système { caméra + objectif }. La distance de travail minimale dans notre expérience est de 21 cm ; elle correspond à la distance entre le centre de l'aquarium et le diamètre extérieur du cryostat azote extérieur. Typiquement, on travaillera à une distance de travail de 35.5 cm avec le K2-SC. Le fait d'utiliser un objectif lumineux et donc d'avoir de faibles profondeurs de champ permet de ne pas intégrer les caractéristiques de la turbulence sur plusieurs plans. La faible profondeur de champ du K2-SC assure alors une mesure quasi planaire.

#### **II.4.3** Capteurs de pression et sondes de température

Lors des phases de remplissage du cryostat LHe et de pompage du bain d'hélium liquide, il est important de connaître la pression (température) et le niveau du bain afin de pouvoir faire les diverses manipulations (pompage sur le bain d'hélium liquide, pressurisation du vase d'hélium liquide, arrêt du transfert d'hélium liquide du vase vers le cryostat) avec précaution.

Pour les descentes en pression, on dispose d'une pompe primaire. En deça de  $T_{\lambda}$ , lorsque l'on veut stabiliser la pression, le pompage se fait via une vanne de régulation de pression type MKS 600 (située entre le bain et la pompe primaire, cf. figure II.19). La gamme de pression du capteur associé à la vanne de régulation est de 100 mbar absolue et la précision de mesures est de .01 mbar.



FIGURE II.19 – Process Flow Diagram de l'expérience : la lettre V désigne une vanne et la lettre P un manomètre. En vert, on a la ligne pour le conditionnement de l'expérience, en orange la ligne de pompage du bain d'hélium liquide, en bleu la ligne de récupération en noir la ligne de pressurisation du vase hélium liquide et de transfert et en violet la ligne de pompage du vide des cryostats hélium et azote.

A saturation, la pression est une image de la température. On dispose de 4 sondes de température étalonnées : une en platine PT100 et trois autres en cernox. Les 3 sondes cernox permettent de connaître le gradient de température dans le bain. La sonde platine est sensible pour des températures comprises entre 20 et 300K et les sondes cernox permettent de suivre l'évolution de la température depuis l'ambiante jusqu'à la température

la plus basse réalisable dans notre installation. La précision de ces sondes est estimée à 30 mK à 4.2 K et à 2 mK dans le superfluide. Ces sondes donnent une mesure de résistance qui est une fonction décroissante de la température (elles sont câblées en 4 fils afin de s'affranchir de la résistance des fils d'amenée). En se basant sur les mesures de température, il est possible de situer le niveau du bain d'hélium liquide. La platine est mise au niveau de la zone de collage CAF 4 (il ne faudrait pas que le niveau du bain atteigne cette sonde, cf. section II.3.2.1) et les 3 sondes cernox sont disposées le long de l'aquarium : une en haut (sonde 1 cf. figure II.20), une autre en bas (sonde 3 cf. figure II.20) et la dernière au niveau de la zone de mesures (centre du champ de visualisation, sonde 2 cf. figure II.20).



FIGURE II.20 – Disposition des sondes de température cernox 1, 2 et 3, le long de l'aquarium.

Une fois le système d'acquisition en place et opérationnel, les expériences peuvent commencer. La section suivante décrit la procédure expérimentale à suivre pour mener des expériences dans de l'hélium liquide.

## **II.5** Procédure expérimentale

Le but est de faire des mesures aussi bien en He I qu'en He II. Cette section est réservée à la mise en œuvre pratique de l'expérience.

#### **II.5.1** Conditionnement de l'expérience

La première étape est la mise en place des particules lors d'une injection par le bas, de la grille et des sondes de température. Ensuite, il faut remonter les cryostats pour les solidariser avec l'ensemble chaud. Le maintien se fait par des vis qui connectent la bride (celle sur laquelle est collé le cryostat LHe) à la platine sur laquelle repose le soufflet soudé 2 (élément 3 sur la figure II.6). Puis, il faut pomper l'intérieur du cryostat hélium sous vide avec une pompe primaire. Après on fait un test de fuite à l'aide d'un détecteur de fuite (spectromètre de masse) : on injecte de l'hélium gazeux à l'extérieur du cryostat et on vérifie sur le détecteur pompant l'intérieur du cryostat la présence d'hélium. Dans notre expérience, un taux de fuite de 10<sup>-5</sup>mbar.l/s est toléré et ne peut donc être visible par simple remontée de pression. En effet, comme l'intérieur du cryostat LHe fait 28 1 et que la sensibilité à la dérive de la pression est au mieux de 1 mbar, il faudrait attendre 800 h pour détecter une varation de pression de 1 mbar. Après vérification de l'étanchéité du cryostat hélium à mieux que  $10^{-5}$ mbar.l/s, on procède au rinçage de l'intérieur du cryostat. Cette opération consiste à remplir le cryostat hélium d'hélium gazeux jusqu'à 1 bar puis à le repomper. A la fin, le cryostat LHe est rempli d'hélium gazeux à 1 bar. Pendant ce temps, les vides des deux cryostats sont mis en pompage dynamique pour éviter une dégradation du vide pendant les phases de manipulation puisqu'une remontée de pression dans le vide nous obligerait à arrêter les expériences (l'isolation n'est plus suffisante et on a des pertes importantes sur le bain d'hélium liquide et la visualisation s'avère délicate voire impossible : parois en verre blanchâtres). La mise en froid est maintenant prête à commencer.

Ensuite, débute le remplissage d'azote liquide du cryostat  $LN_2$ . Une fois le niveau d'azote liquide souhaité atteint (en-dessous de la zone de visualisation, cf. section II.3.2.1), on peut démarrer le remplissage du cryostat LHe d'hélium liquide. Pour ce faire, on utilise une canne de transfert dont le vide dans la double paroi a été préalablement pompé jusqu'à une pression de  $10^{-5}$ mbar. Le remplissage de LN<sub>2</sub> prend une heure et celui de LHe aussi. Pour des expériences de trois jours, 150 litres d'hélium liquide et 500 litres d'azote liquide sont consommés. Une fois le cryostat LHe rempli d'hélium liquide, on peut commencer les mesures.

La partie suivante décrit le principe pour prendre des mesures en hélium.

#### II.5.2 Mesures en Hélium

L'une des difficultés liées à la mise en œuvre de visualisation dans les écoulements saturés vient de la présence de bulles dans le bain. Pour les études de turbulence dans OGRES, la présence de bulles au sein de l'écoulement est préjudiciable et il faut donc éviter que celles-ci n'apparaissent. La présence des bulles peut être induite soit par de l'ébullition, généralement générée au niveau des parois où se dépose le flux de chaleur provenant des pertes thermiques (notamment absorption du rayonnement infrarouge 80 K par la paroi en verre), soit par cavitation au niveau de la vitesse maximum de l'écoulement (c'est-à-dire transitoirement près de la grille). L'absence de germe (pas de gaz dissous dans l'hélium car tous les autres fluides sont « gelés ») est défavorable pour l'apparition de la cavitation et le principal risque est donc l'ébullition générée aux parois. Le bain d'hélium liquide est à saturation lors du transfert de l'hélium depuis le vase jusqu'au cryostat. En régime stationnaire, le régime d'ébullition nucléée apparaît dès lors que le flux de chaleur est supérieur à celui qui pourrait être extrait par conduction et/ou convection naturelle.

Vérifions tout d'abord que le flux généré par les pertes thermiques peut être extrait par conduction pure dans l'hélium. Une estimation grossière des pertes thermiques peut être faite en supposant que le rayonnement est la source principale des pertes et que la paroi de verre qui rayonne est à 77 K (température de l'azote liquide à saturation sous pression at-

mosphérique). La puissance rayonnée est donnée par  $P = \alpha * S * F * \sigma * (T_{chaud}^4 - T_{froid}^4)$ pour le verre dans l'infrarouge entre 80 et 4 K  $\alpha$  est de l'ordre de 0.9, les surfaces cylindriques étant très proches et concentriques le facteur de forme F vaut 1,  $\sigma$ , constante de Stephan-Boltzmann vaut 5.67.10<sup>-8</sup>  $J.K^{-4}m^{-2}s^{-1}$ ,  $T_{chaud} = 77$  K et  $T_{froid} < 4.3$  K. La surface S peut-être prise comme égale à la surface latérale plus fond soit de l'ordre de 0.22 m<sup>2</sup> pour 30 cm de niveau de liquide. On obtient alors une perte par rayonnement de 0.4 W.

En réalité, le verre n'est pas uniformément thermalisé à 77 K (le niveau d'azote liquide est en-dessous de la zone de visualisation), des pertes thermiques supplémentaire arrivent par le haut (rayonnement et conduction dans les supports) et les pertes thermiques mesurées à l'aide du débit d'hélium évaporé en conditions stationnaires en superfluide sont de l'ordre de 0.6 W, ce qui correspond à un flux de chaleur de l'ordre de 3 W/m<sup>2</sup> si on suppose que ces pertes sont réparties uniformément sur le fond et les parois latérales du cylindre contenant l'hélium liquide.

L'He II a une très forte conductivité thermique qui lui permet d'extraire un flux de chaleur important même avec une très faible variation de température et on peut donc penser qu'un régime stationnaire avec évacuation du flux par conduction uniquement est possible sans présence de bulles. Vérifions-le : dans le cas de l'He II, l'équation de la chaleur est modifiée du fait de la convection interne (« counter-flow ») produite par le déplacement à contre-courant des atomes normaux et superfluides induit par un gradient de température. Dans la plage de flux thermique correspondant à nos pertes, le régime de « counter-flow » aboutit à l'expression de la chaleur suivante en régime stationnaire et en 1D :

$$\frac{dT}{dx} = -f(T, P)q^m \tag{II.5.1}$$

avec q le flux de chaleur surfacique et la fonction inverse de f((T, P) représentant la conductivité apparente (attention la loi n'est pas linéaire en flux) de l'He II.

La théorie donne un exposant m égal à 3 alors que les diverses expériences montrent que la valeur 3.4 donne les meilleurs fits [98]. C'est donc cette loi en exposant m = 3.4 que l'on a modélisée ici.

Typiquement pour une température à l'interface de 2 K, la pressurisation induite par une immersion à une profondeur de 10 cm correspond à une température de saturation de 2.0153 K, soit un  $\Delta$ T autorisé de 15.3 mK. Pour un diamètre de 0.2 m, et en supposant le flux thermique 1D vertical homogéne, la puissance autorisée est alors de 311 W ! On voit donc que les pertes thermiques (0.6 W) seront facilement extraites par conduction interne dans l'He II et qu'elles n'engendreront pas d'élévation de température décelable dans le bain.

Dans le cas de l'He I, la pression de saturation est de 1 bar pour une température de saturation correspondante de 4.2 K. La courbe de Nikuyama-Kudateladze appliquée au cas de l'hélium liquide à 4.2K montre que la transition au régime d'ébullition nucléée se trouve en dessous de 3 W/m<sup>2</sup> [34]. Il faudra donc sous-refroidir la partie basse du bain d'hélium liquide dans laquelle on veut étudier la turbulence de grille.

Pour cela on pompe sur le bain d'hélium pour refroidir celui-ci (phase A  $\Rightarrow$  B, figure II.21), puis on arrête le pompage et on repressurise le bain en introduisant de l'hélium gaz au-dessus du niveau du bain pour revenir à pression atmosphérique. L'interface liquidevapeur remonte donc à 4.2 K (point D) mais la partie basse se trouve stratifiée (point C), l'hélium liquide sous-refroidi étant plus dense, ce qui bloque la convection naturelle. On a donc une remontée en température principalement due à la diffusion de la chaleur issue

#### II.5. PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE

des pertes thermiques.



FIGURE II.21 – Procédure permettant les mesures en hélium normal. : A  $\Rightarrow$  B phase de pompage. Après pressurisation : C point le plus froid dans le bain D interface à saturation sous 1 bar et 4.2 K.

Le résultat obtenu, cf. figure II.22 montre que le temps de remontée en température est suffisamment lent pour permettre de réaliser plusieurs séries de mesures.



FIGURE II.22 – Evolution des températures dans le bain d'hélium liquide : — : sonde 1 en haut de l'*aquarium*, — : sonde 3 en bas de l'*aquarium* et — : sonde 2 dans la zone de visualisation.

Le remplissage du réservoir de particules se fait lorsque l'expérience est à 1 bar. C'est

à ce moment que le risque de fuite est le plus faible. Une deuxième difficulté est alors liée à la dérive thermique dans la zone de visualisation (l'interface restant à 4.2 K) qui limite le temps de visualisation. Pour avoir suffisamment de statistiques, il est alors nécessaire de reproduire plusieurs fois la même expérience en He I et le temps de mesures est assez long en He I.

Sur la figure II.22, pour une durée inférieure à 2 mn, le bain est toujours en pompage (sondes de température indiquant la même valeur); pour une durée comprise entre 2 et 5 mn, on repressurise par le haut le bain d'hélium liquide et on met en marche la grille; pour une durée supérieure à 5 mn, on note la dérive de températures dans le bain due aux pertes statiques.

Pour les acquisitions, on fait osciller la grille quelques minutes avant le début des mesures pour s'assurer d'avoir atteint un régime stationnaire [53]. Ensuite, on injecte les particules. Pour une même configuration, c'est-à-dire  $\frac{S}{M}$ , f, z constants, plusieurs films (quelques milliers d'images) sont enregistrés afin d'atteindre une bonne convergence statistique. Pour l'étude de la dynamique des particules, il faut une bonne résoltuion temporelle et aussi une bonne résolution spatiale :

- résolution temporelle : il faut résoudre les déplacements les plus rapides, pour pouvoir dériver les signaux et accéder à la vitesse et à l'accélération ( $\delta t \ll \tau_{\eta}$ , empiriquement  $\delta t < \tau_{\eta}/50$  typiquement pour accéder à l'accélération avec  $\tau_{\eta}$  le temps de Kolmogorov et  $\delta t$  la durée entre deux images successives). Idéalement, on voudrait ensuite des enregistrements assez longs pour suivre les particules sur un temps intégral  $T_L$ . En pratique, c'est difficile, voire illusoire dans notre cas avec une mesure 2D dans un écoulement 3D. Nous avons donc opté pour des mesures plus courtes que le temps intégral (une durée d'acquisition  $\Delta T_{acq}$  telle que  $\Delta T_{acq} \approx DoF/\sigma_u$ suffit car au-delà les particules sortent du champ de visualisation). Par contre, on répète cela de nombreuses fois en séparant les acquisitions de plus de  $T_L$  pour avoir des évènements indépendants pour la convergence statistique.
- résolution spatiale : un fort grandissement est favorable en terme de résolution (meilleure définition des positions des particules et meilleure résolution de la petite échelle). Toutefois, un trop fort grandissement limite les grandes échelles accessibles. Le compromis est de prendre un grandissement tel que le nombre de pixels accessible pour un champ de visualisation FoV soit de l'ordre de  $l/\eta$ , avec l la diagonale du champ de visualisation. Avec notre système d'acquisition, nous pouvons résoudre une gamme d'échelles allant de 22  $\mu$ m à 32 mm pour un champ de visualisation de 1.7 M x 1.1 M (1200 x 800 pixels<sup>2</sup>) à une distance de travail de 35.5 cm et les objets ont un taux de grossissement de 1.

Dans notre expérience, nous avons estimé  $\tau_{\eta}$  en utilisant les lois empiriques pour une turbulence de grille oscillante (vues dans la section II.2.2);  $\tau_{\eta} = 21 \text{ ms} a T = 2.8 \text{ K}$ . Pour respecter la condition  $\delta t \ll \tau_{\eta}$ , les images ont une définition de 1280 x 800 pixels<sup>2</sup> et sont acquises à 3000 Hz. Pour les enregistrements, on acquiert des séries de 400 images chacune (soit une durée de  $\tau = 133 \text{ ms}$ ); chaque série présente des images corrélées et la mémoire est déchargée sur le disque de stockage après chaque série. Le temps de déchargement  $T_d$  est de 20 s; de ce fait les séries sont décorrélées les unes des autres  $(T_d \gg T_L \text{ avec } T_L$  le temps intégral estimé à partir de l'échelle intégrale et de la vitesse fluctuante centrée obtenues des lois empiriques;  $T_L \approx 1.4 \text{ s.}$ ). La vitesse étant corrélée sur un temps intégral, la convergence statistique est donnée par le nombre d'acquisitions  $N_{acq}$ . En revanche, pour l'accélération, corrélée sur  $2\tau_{\eta}$  soit  $N_{acq}/F_{acq}/2\tau_{\eta}$  échantillons, on a une meilleure convergence a priori ; on a déjà de la statistique décorrélée à l'intérieur d'une même série  $2\tau_{\eta} < \tau$ . De ce fait, on enregistre une centaine de séries de 400 images (le nombre de séries est à adapter en fonction du nombre de particules présentes dans le champ de visualisation).

Aussi pour éviter le « flou de bouger » le temps d'exposition  $t_e$  doit être plus faible que le temps  $\delta t$  que met une particule pour se déplacer d'une fraction de sa taille (typiquement,  $t_e < 1\% \frac{\Phi_p}{\sigma_e}$  soit 80 µs). Dans nos expériences,  $t_e = 10$  µs.

Cette expérience étant nouvelle, il a fallu s'assurer de ses performances.

## II.6 Evaluation des performances mécaniques par visualisation

Vu la nature cylindrique des dioptres et le nombre d'interfaces (20), une particule peut être visualisée trois fois (réflexions multiples) le long de l'axe horizontal (l'axe des cryostats étant ici vertical). cf. figure II.23.



FIGURE II.23 – Dédoublement des particules.

La largeur du champ de visualisation l étant petite devant le rayon de courbure des dioptres R ( $l \ll R$ ), on peut considérer que l'interface d'observation est quasi-plan et il y a une atténuation de l'influence de la nature cylindrique des cryostats sur le dédoublement des particules visualisées (comparé au cas où  $l \approx R$ ).

Dans cette partie, il ne s'agit pas de calibrer le système optique mais plutôt de montrer que malgré la nature cylindrique des cryostats, il est possible de faire des mesures correctes. Nous voulions dans un premier temps nous assurer que le déplacement de la grille mesuré expérimentalement correspond à la consigne. Les valeurs de consigne sont bien connues :
#### CHAPITRE II. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

on impose la fréquence d'oscillation et la course de l'anneau.

Les premiers tests de visualisation ont ainsi été effectués dans l'air. Ceci est dû au fait qu'il est plus facile de faire des expériences de tests dans l'air que dans l'hélium liquide. De plus l'air et l'hélium liquide ont quasiment le même indice de réfraction *i*,  $i_{He\ liquide} = 1.025$  et  $i_{air} \approx 1$ , dans le spectre visible. L'indice de réfraction de l'azote liquide, quant à lui, est de l'ordre de 1.2 mais comme pendant les expériences, le niveau d'azote est en-dessous de la zone de visualisation, il n'influe pas sur les mesures optiques ( $i_{azote\ gaz} \approx 1$ ). Ces mesures dans l'air sont donc transposables à basses températures. Pour ces tests optiques, la grille a été remplacée par un anneau sur lequel on a collé du ruban adhésif transparent sur lequel on a disposé des particules, cf. figure II.24.



FIGURE II.24 – Disposition des particules sur le ruban. Les deux traits correspondent au recouvrement puisque nous avons superposés deux rubans (la hauteur du ruban ne recouvre pas tout l'anneau)

Les mesures ont été faites par visualisation. Pour visualiser le mouvement global de la grille, il a fallu utiliser un objectif offrant un large champ de visualisation à courtes distances de travail, ici nous avons monté le Sigma 100mm macro sur la caméra rapide. Ensuite, on a fait osciller l'ensemble dans le plan vertical parallèle à la position de la caméra. L'objectif est accollé au cryostat azote externe soit une distance de travail de 21 cm par rapport au centre du cryostat *LHe*. Le champ de visualisation est alors de 30 x 30 mm<sup>2</sup>. Les images ainsi enregistrées sont traitées par un algorithme d'intercorrélation d'images de type de PIV<sup>7</sup>. On détermine ainsi le déplacement de l'ensemble. Le déplacement est tel que :

Déplacement z de l'anneau : 
$$z = \frac{S}{2}cos(\omega t + \phi)$$
 avec  $\omega = 2\pi f$  (II.6.1)

avec S la course de la grille et f sa fréquence d'oscillation.

Avec la caméra, les déplacements sont donnés en pixels. Pour convertir ces pixels [pixel] en unité de longueur [m], opération appelée calibration, nous avons pris une photo d'une règle graduée positionnée à l'emplacement de l'anneau avant l'utilisation de celui-ci.

<sup>7.</sup> uvmat développé au LEGI par Joël Sommeria.

Connaissant la taille de l'image en pixels et la graduation de la règle affichée à l'image, la conversion [pixel] en [m] est obtenue. Les figures II.25a et II.25b représentent la superposition du signal imposé par la commande du moteur et du signal obtenu à partir de l'exploitation des données pour une course  $\frac{S}{M} = 1.67 = 25$  mm à une fréquence de 1.9 Hz et 4.5 Hz respectivement.



(b) f = 4.5 Hz

FIGURE II.25 – Profils des signaux expérimental et théorique. La distance de travail WD est de 21 cm par rapport au centre du cryostat hélium. La fréquence d'acquisition des images est de 1000 Hz.

On retrouve bien la forme sinusoïdale des signaux théoriques (obtenus à partir de l'équation II.6.1 et des consignes, le déphasage a été ajusté) en rouge pour les signaux expérimentaux en noir. La fréquence a été obtenue en faisant la moyenne des fréquences sur le nombre de réalisations N (ou nombre de répétitions d'une période ;  $f_{mesure} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_i}$ ). La course obtenue en considérant l'amplitude crête-crête S du signal de déplacement, est obtenue sur le même principe :  $S_{mesure} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} S_i$ ).

Sur les figures II.25a et II.25b les mesures des fréquences expérimentales correspondent aux consignes : sur la figure II.25a,  $f_{mesure} = 1.9$  Hz et sur la figure II.25b,  $f_{mesure} =$ 4.5 Hz. La course correspond à l'amplitude crête à crête du signal de déplacement. Avec une fréquence d'acquisition de 1000 images par seconde pour une fréquence d'oscillation maximale de la grille de 4.5 Hz, le nombre de points par période est au moins d'environ 220 ce qui permet une erreur très faible sur la détermination des valeurs crête-crête des courbes sinusoïdales. Sur la figure II.25a, la course mesurée  $S_{mesure}$  est de 26.4 mm pour une course imposée de 25 mm soit 5.7% d'erreur de mesures et sur la figure II.25b, la course mesurée S<sub>mesure</sub> est de 26.5 mm soit 6% d'erreur, cf. tableau II.7. Ces erreurs sur la course peuvent être dues au fait que la course est réglée en utilisant une vis au niveau du manneton sur la manivelle (bloc motoréducteur élément 1 sur la figure II.6), cf. figure II.26 et la mesure a été réalisée au moyen d'un mètre introduisant ainsi une incertitude de mesures de l'ordre du millimètre. L'erreur de mesure sur la course pourrait aussi venir de l'imprécision de la lecture sur la règle graduée utilisée pour faire la calibration. Sur les tracés des figures II.25a et II.25b, on voit un léger décalage temporel au niveau des sommets des courbes. Le point haut correspond au point mort bas PMB et le point bas au point mort haut PMH de l'anneau. Ce décalage pourrait s'expliquer par le fait que lors de la phase de descente PMB vers PMH, et lors de la phase de remontée, PMHvers PMB, les frottements au niveau de l'arbre moteur ne sont pas les mêmes et donc il y a un ajustement qui se fait au niveau du moteur afin de pouvoir respecter les consignes.



FIGURE II.26 – Système de modification de la course.

$f_{consigne}$	$\mathbf{f}_{mesure}$	$\frac{f_{mesure}}{f_{consigne}}$	S <sub>mesure</sub>	$\mathbf{S}_{consigne}$	$\frac{S_{mesure}}{S_{consigne}}$
[Hz]	[Hz]	[-]	[mm]	[mm]	[-]
1.9	1.9	1	26.42	25	1.057
4.5	4.5	1	26.5	25	1.060

TABLE II.7 – Calibration optique de l'expérience : f pour la fréquence et S pour la course.

Au vu du tableau II.7, il est bel et bien possible de faire des mesures par ombroscopie correctes et exploitables dans nos cryostats à dioptres cylindriques : la fréquence mesurée correspond à la consigne et pour la course mesurée, il y a une très légère incertitude par rapport à la consigne.

# **Chapitre III**

# Traitement des données

Ce chapitre traite du processus de traitement des données expérimentales. En premier, nous aborderons le traitement d'images puis le suivi de particules pour la détermination de leur trajectoire. Nous terminerons ce chapitre par la méthode de filtrage des données expérimentales.

#### Sommaire

III.1 Traitement d'images    6	8
III.2 Homogénéité de l'ensemencement 7	7
III.3 Suivi de particules : méthode <i>LPT</i>	2
III.3.1 Fonctionnement de l'algorithme de $LPT$	2
III.3.2 Application à nos mesures	3
III.4 Etude du filtrage	5
III.5 Etude de la sensibilité au seuil de luminosité	0

## **III.1** Traitement d'images

Comme discuté précédemment, nous acquérons des séquences de 400 images d'une définition de 1280 x 800 pixels<sup>2</sup> à une fréquence d'échantillonnage  $F_{acq} = 3000$  Hz soit une durée  $T_{acq} = 133$  ms. Pour chaque séquence, le traitement d'images permet de détecter les particules et de déterminer leur centroïde. La résolution temporelle est suffisante pour reconstruire les trajectoires et accéder à la vitesse puis à l'accélération par différentiation. Plusieurs dizaines de telles séquences sont enregistrées pour une étude statistique de la dynamique lagrangienne des particules. Le suivi temporel permet de reconstruire les trajectoires et les méthodes de différentiation et de filtrage permettant d'accéder à la vitesse et à l'accélération seront présentées en fin de ce chapitre. Cette section décrit le processus de traitement d'images. La figure III.1 présente les différentes phases dans le processus de traitement des données ; ces phases seront ensuite discutées.



FIGURE III.1 – Différentes phases dans le processus de traitement des données.

Sur l'image brute, cf. figure III.2a), on remarque que les images de certaines particules ne sont pas sphériques : elles sont tantôt allongées verticalement tantôt allongées horizontalement ; ceci peut s'expliquer par l'effet de lentille cylindrique probablement dû à l'écart résiduel d'indice optique entre l'hélium liquide, le vide, les vapeurs d'azote, l'air et surtout le verre (les autres médias ayant le même indice optique).

Le processus de détection des particules sur une image brute se fait en cinq étapes :

— la création du fond pour chaque image (étape 1 sur la figure III.1 dans la partie *Traitement Images*) : les nombreuses interfaces en verre (20), la présence poten-

tielle de buée ou de particules accrochées aux parois de l'aquarium dégradent la qualité de la lumière. De plus, l'éclairage du hall vient ajouter une lumière parasite à notre éclairage. La mise en place de rideaux noirs (pour s'affranchir de cette lumière parasite) s'est avérée être un choix peu judicieux puisqu'elle favorisait la condensation de l'eau sur les parois du cryostat azote externe. La présence variable de buée et/ou de particules sur les parois implique de créer un fond pour chaque image. Pour ce faire, on applique une opération morphologique appelée ouverture d'image. Traditionnellement, les algorithmes existants s'appliquent sur des objets lumineux sur fond sombre alors que nos particules sont sombres sur fond clair. La première étape est donc d'inverser les niveaux de gris de l'image, cf. figure III.2b). Pour cette opération morphologique, on a besoin d'un élément structurant, ici un disque de diamètre de l'ordre de grandeur du grand axe (tantôt vertical tantôt horizontal) de l'image typique des particules. En considérant le diamètre moyen de nos particules (81  $\mu$ m soit un rayon de l'ordre de 2 px) et en faisant abstraction de leur allongement, nos particules ont une aire estimée de 13 pixels<sup>2</sup> en moyenne. Pour l'ouverture de l'image il vaut mieux un élément plus grand que trop petit, nous avons donc choisi comme élément structurant un disque de rayon 15 pixels. L'ouverture permet d'enlever de l'image toutes les particules dont la taille est plus petite que la taille de l'élément structurant. Ainsi retrouve-t-on un fond pour chaque image, cf. figure III.3a). Ce fond est extrait de l'image brute correspondante, cf. figure III.3b).

- l'application d'un seuil de luminosité (étape 2 sur la figure III.1 dans la partie *Traitement Images*) : ce seuil est choisi de façon subjective pour ne garder que les particules les plus lumineuses, i.e. a priori les plus au point optiquement. Sur la figure III.2a), seules les particules qui ont une luminosité supérieure au seuil sont considérées (en général celles qui se trouvent au cœur du volume de mesures correspondant à la mise au point de l'objectif). Avec ce filtrage, les particules hors champ, avec moins de luminosité que les particules dans le plan de visualisation, ne sont pas détectées.
- éliminitation des particules fantômes (étape 3 sur la figure III.1 dans la partie *Traitement Images*) : vu la nature cylindrique des cryostats et le nombre d'interface ((20 entre l'éclairage et l'objectif) et donc des réflexions multiples), une particule peut être visualisée trois fois le long de l'axe horizontal (l'axe des cryostats étant ici vertical), cf. figure III.4b). Pour limiter le biais introduit par ces particules fantômes, nous avons choisi de définir la position de la particule comme le barycentre du triplet : on utilise une opération morphologique (fermeture d'image) qui permet de fusionner les particules proches les unes des autres d'une certaine distance définie par l'élément structurant, ici une ligne puisque le dédoublement des particules se fait horizontalement. Ainsi, les particules qui sont plus proches les unes des autres de moins de 7 pixels (longueur de l'élément structurant) suivant l'axe horizontal sont regroupées entre elles.
- l'opération de tri sur la taille des particules (étape 5 sur la figure III.1 dans la partie *Traitement Images*) : on applique un filtre sur la taille des particules. Les particules les plus grosses (qui sont soit des particules hors champ, soit des amas de particules (il peut arriver que des particules conglomèrent entre elles mais c'est rare lorsque la grille fonctionne)) ne sont pas prises en compte. Toutes les particules avec une aire plus importante que 250 pixels<sup>2</sup> (soit un diamètre de 360  $\mu$ m) ne sont pas prises en compte (à noter qu'avec la soustraction après l'opération d'ouverture avec un filtre avec un rayon de 15 px, on a déjà éliminé les particules plus denses que 700 px<sup>2</sup>

(*π*\*15\*15)).



FIGURE III.2 – (a) Image Brute avec un champ de vue de 1280 x 800 pixel<sup>2</sup> soit 1.7 M x 1.1 M et le temps d'exposition est de 4  $\mu$ s. (b) Image brute inversée.



FIGURE III.3 – (a) Création du fond correspondant à l'image brute. (b) Fond soustrait à l'image brute.

#### CHAPITRE III. TRAITEMENT DES DONNÉES



FIGURE III.4 – (a) Image binaire après seuillage sur la luminosité (étape 2). (b) Dédoublement de particules (étape 3), les particules dédoublées sont encerclées.

#### III.1. TRAITEMENT D'IMAGES



FIGURE III.5 – Image brute sur laquelle sont superposées les particules détectées (ronds rouges).

 — la détection de particules (étape 6 sur la figure III.1 dans la partie *Traitement Images*) : la figure III.5 montre une image brute sur laquelle sont superposées les particules détectées.

TABLE III.1 – Evolution du nombre de particules détectées N dans le processus de traitement d'images, l'indice associé à N correspond au numéro de l'étape associée à la figure III.1.

	Seuillage Luminosité	Elimination Fantômes	Tri en taille
N <sub>initial</sub>	$\frac{N_2}{N_{initial}}$	$\frac{N_4}{N_{initial}}$	$\frac{N_6}{N_{initial}}$
246	.57	.55	.50

On remarque du tableau III.1 que c'est l'opération de seuillage sur la luminosité qui réalise l'essentiel du tri : la profondeur de champ est fixée par le seuil de luminosité. Celui-ce a été choisi manuellement à partir de l'observation de nombreuses images de films. Ensuite, nous avons voulu estimer la profondeur de champ correspondant à notre choix de seuil qui nous semblait optimal. Pour le seuillage retenu, on étudie le suivi de particules (décrit plus bas dans ce chapitre à la section III.3) et on trace l'évolution du nombre de trajectoires en fonction du nombre d'images, cf. figure III.6. De cette figure, on déduit un temps caractéristique appelé temps de résidence  $T_{residence}$  correspondant au temps pendant lequel une particule peut rester dans le champ de visualisation. De la figure III.6, nous avons  $T_{residence} = 220$  images soit 73.3 ms. Ce temps de résidence est relié à la profondeur de champ DoF par la relation III.1.1 :



FIGURE III.6 – Nombre de trajectoires en fonction du nombre d'images sur lesquelles la particule est suivie.

$$T_{residence} = \frac{DoF}{\sigma_u} \tag{III.1.1}$$

Dans cette équation,  $\sigma_u$  à la vitesse fluctuante centrée empirique ( $\sigma_u = 9.6 \text{ mm/s}$ ). Par application numérique, on retrouve DoF = .7 mm. Ce calcul ne prend pas en compte le fait

que les particules peuvent rentrer et sortir du volume de mesures suivant toutes les directions. Par ailleurs, la profondeur de champ ainsi exprimée correspond à la demi-épaisseur du volume de mesures. Par la suite, pour une facilité d'écriture on assimilera la profondeur de champ à l'épaisseur du volume de mesures et on retiendra une valeur DoF de 4 mm.

Une fois les positions des particules déterminées, nous connaissons leurs coordonnées en pixels, dans le plan du capteur de la caméra. Afin de convertir ces positions en coordonnées absolues dans l'espace réel, une calibration est nécessaire (étape 7 sur la figure III.1 dans la partie Traitement Images). La calibration est un procédé qui permet de convertir des coordonnées en pixels en unité de longueur, en d'autres termes, il s'agit de retrouver la résolution de notre système {caméra + objectif}. En général, on utilise une mire. Une mire est un support sur lequel on dessine des objets dont la forme et la taille sont connues de même que l'espacement entre deux objets en unité de longueur [m]. On prend ensuite une photo de cette mire. Puis on repère la position des différents objets de la mire sur l'image en [pixel] . Connaissant ainsi la forme et les coordonnées des objets dans le monde réel [m] et en [pixel], on en déduit une matrice de conversion [pixel] en [m] encore appelée fonction de transformation projective (conserve la forme des objets). La calibration est réalisée dans le même plan que le plan de mesures c'est-à-dire à l'intérieur de l'aquarium. Il faut donc utiliser un système amovible à mettre en place lors de la phase de réglages de la caméra puis à retirer de l'aquarium pour les mesures afin d'éviter toute perturbation de l'écoulement. D'un point de vue mécanique (faible encombrement à l'intérieur du cryostat d'hélium liquide pour un système mécanique différent de celui de la grille), la réalisation d'un tel système s'est avérée compliquée. Nous avons donc décidé de faire la calibration sur l'axe de la grille en supposant un grandissement constant, le champ de vision étant centré sur l'axe de grille. Le grandissement est considéré comme constant puisque la zone de mesure est de faible dimension par rapport à la distance de travail WD et le plan de mesures est parallèle au plan du capteur de la caméra (pas d'effets de perspective) puisqu'il est fixé par la profondeur de champ et non par une nappe laser à l'alignement approximatif. Ensuite, pour procéder aux mesures, le système caméra/objectif est translaté jusqu'à la hauteur où les mesures sont prises sans toucher à la mise au point. La figure III.7a) montre la mise au point sur l'axe de la grille. Sur la figure III.7b) le niveau de gris a une valeur nulle au niveau de l'axe de la grille (en noir sur un fond blanc) sur la figure III.7a); cela se passe sur 135 pixels. Ce dernier a un diamètre de 3 mm (mesuré au pied à coulisse) et correspond à 135 pixels soit une résolution de 22  $\mu$ m par pixel (typiquement l'ordre de grandeur de l'échelle dissipative  $\eta$  en hélium normal, comme on le verra par la suite).

#### CHAPITRE III. TRAITEMENT DES DONNÉES



FIGURE III.7 – (a) Mise au point sur l'axe de la grille. (b) Niveau de gris sur les lignes  $y=\alpha$  pixel avec  $\alpha \in [1, 100, 400, 700, 800]$ .

Sur la figure III.7 on a un décalage de 27 pixel entre le haut et le bas de l'axe de la grille soit un angle d'inclinaison de l'axe de 2°. La mesure du diamètre de l?axe tout le long de la hauteur du champ de vue varie au maximum de 7 pixels pour une valeur moyenne de 135 pixels, ce qui induit une erreur de 5% si on ne prend pas en compte cette variation d?échelle en fonction de la position, ce qui est tout à fait acceptable (on n'a pas de distorsion d'image au centre du FoV).

## III.2 Homogénéité de l'ensemencement

L'injection par le haut étant locale, nous avons voulu vérifier l'influence de la position de l'injecteur sur la répartition des particules dans le volume de mesures. L'injecteur est placé au-dessus de l'aquarium et près de l'axe de la grille pour injecter au centre de l'aquarium. Une inhomogénéité de l'ensemencement n'influe pas sur la caractérisation de la dynamique de l'écoulement (exemple de l'étude de la chute libre de bille) mais la répartition des particules dans le volume de mesures donne une idée sur leur comportement : traceurs ou particules inertielles. Pour avoir un ordre de grandeur de la distance à partir de laquelle les particules sont réparties de façon homogène dans le volume de mesures, nous étudions leur dispersion à partir du point d'injection (point source). Dans un écoulement turbulent homogène isotrope, le déplacement quadratique moyen  $D_x^2$  est donné, aux temps longs, par la relation III.2.1 :

$$D_x^2 = 2\sigma_u Lt$$
 suivant une composante avec  $t = \frac{y - y_{injection}}{\langle v \rangle_{settling}}$  (III.2.1)

Dans cette équation,  $\langle v \rangle_{settling}$  correspond à la vitesse de sédimentation des particules et  $\sigma_u L$  correspond au cœfficient de diffusion turbulent; il est constant pour un écoulement de grille oscillante ( $\sigma_u \propto z^{-1}$  et  $L \propto z$ ).

$$D_x^2 = 2 \frac{\sigma_u L}{\langle v \rangle_{settling}} (y - y_{injection})$$
(III.2.2)

En prenant un déplacement  $D_x$  maximum correspondant à la hauteur du champ de visualisation  $X_{FoV}$ , on cherche l'altitude pour laquelle on a  $y - y_{injection} > X_{FoV}$ 

$$y - y_{injection} > \frac{X_{FoV}^2 \langle v \rangle_{settling}}{2\sigma_u L}$$
 (III.2.3)

Les particules se diffusent de façon uniforme au-delà .6 M (par rapport au point d'injection).

En injectant localement nos microsphères creuses de verre, elles finissent par se répartir de façon homogène dans le champ de visualisation et arrivent à y rester une certaine durée. On peut alors raisonnablement considérer qu'elles ont une densité suffisamment proche de celle du fluide pour ne pas subir d'effets inertiels significatifs [28], et qu'en fonction de leur taille par rapport à l'échelle de Kolmogorov  $\eta$  elles se comportent plus ou moins comme des traceurs. Les images sont acquises quelques secondes après l'injection.

Comme moyen d'étude de la concentration préferentielle, nous utilisons l'analyse des cellules de Voronoï. A chaque particule identifiée est associée une cellule via le diagramme de Voronoï [54, 60]. La cellule contient les points de l'espace qui sont plus proches de la particule en question que d'une autre particule. Dans les zones où il y a beaucoup de particules, les aires des cellules sont très petites par contre dans les zones où les particules sont peu nombreuses, les cellules sont grandes cf. figures III.8 et III.9. De ce fait, les aires des cellules reflètent la concentration locale en particules. Ensuite les statistiques des aires de ces cellules sont calculées et la fonction de densité de probabilité (PDF) des aires des cellules normalisées par l'aire moyenne est calculée et représentée. La PDF expérimentale obtenue est comparée à la PDF des aires des cellules de Voronoï d'un processus de poisson RPP (pour Random Poisson Process). Pour la loi de Poisson aucune expression théorique n'est connue. La seule variable connue est le moment d'ordre 2 qui vaut 1.28 ce qui équivaut à un écart-type de  $\sigma \approx .53$ . Il est possible d'approximer la distribution des aires des cellules de Voronoï pour un processus de Poisson avec la loi de distribution gamma. L'expression est :

$$f_{2D}(\nu) = \frac{343}{15} \sqrt{\frac{7}{2\pi}} \nu^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{7}{2}\nu}$$
(III.2.4)

Lorsque l'on a du clustering, le sommet des PDFs expérimentales est décalé par rapport au sommet de la PDF du processus de Poisson comme on peut le voir sur la figure III.8. Dans cette thèse, pour représenter la PDF du RPP, plusieurs images ont été créées numériquement et pour chaque image plusieurs particules (une centaine comme dans le cas de nos mesures) sont créées de façon aléatoire et ensuite le même traitement d'image appliqué aux images réelles est appliqué au *RPP*.

L'étude de l'homogénéité de l'ensemencement a été faite au niveau de la zone de mesures ; deux hauteurs de visualisation ont donc été étudiées en He I : 3.2 M et 4.6 M et dans le superfluide une position a été faite : 4.6 M. La hauteur est définie à partir de la position moyenne de la grille. La figure III.10 présente le degré d'homogénéité obtenu dans nos mesures avec un champ de vue de 1.7 M x 1.1 M.

Les PDFs des données expérimentales sont comparées à la PDF du RPP. Traditionnellement, pour quantifier la concentration préférentielle, on compare les écart-types des PDFs expérimentales avec à l'écart-type du RPP [54]. En se basant sur ce critère, aucune différence significative n'a été trouvée entre la distribution du RPP et celle des données expérimentales malgré un léger écart à la PDF du RPP observé pour les petites aires de Voronoï. La distribution des particules est raisonnablement uniforme en He I et He II, quelque soit la hauteur de visualisation (3.2 M ou 4.6 M). De ce fait, aucune influence de la position de l'injecteur n'a été trouvée et l'ensemencement est homogène. La nature homogène de l'ensemencement (répartition quasi uniforme des particules) indique que nos particules ne sont pas vraiment inertielles. Sur la figure III.10, on voit qu'il y a un écart au RPP des PDFs expérimentales pour les faibles aires (l'effet est amplifié par la représentation log-log) cf. figure III.10b) et peut être dû à un possible biais dû à la détection de particules qui de fait interdit des particules trop proches dans la direction horizontale (élimination des particules fantômes).

De la répartition uniforme des particules, nous déduisons qu'elles se comportent quasiment comme des traceurs.



FIGURE III.8 – Présence de clustering : l'intersection des sommets des PDFs expérimentale et de la loi de Poisson (courbe en pointillé dans (a)) définit le seuil pour les clusters et pour les vides, image tirée de [54].



FIGURE III.9 – Diagramme de Voronoï des particules détectées à la figure III.5.



FIGURE III.10 – Fonction de densité de probabilité des aires normalisées des cellules de Voronoï. *RPP* (Random Poisson Process) fait référence au porcessus aléatoire de Poisson. — : *PDF* d'un processus aléatoire de Poisson *RPP*  $\sigma = .53 / - : PDF$  en He I à 3.2 M  $\sigma = .54 / - : PDF$  en l'He I à 4.6 M  $\sigma = .57 / - : PDF$  en He II à 4.6 M  $\sigma = .56$ . Ces mesures ont été prises à 5 Hz avec  $\frac{S}{M} = 1.67$ . (a) Représentation en échelle log-log. (b) Représentation en échelle semi-log.

### **III.3** Suivi de particules : méthode *LPT*

Une fois les particules détectées sur chaque image, un algorithme de suivi de particules <sup>1</sup> est appliqué afin de déterminer la trajectoire de chacune d'elles [63].

#### **III.3.1** Fonctionnement de l'algorithme de *LPT*

Dès lors qu'il y a plus d'une particule dans le domaine de mesures il existe de nombreuses combinaisons possibles pour le chois du déplacement des particules entre deux images. Ceci est encore plus compliqué lorsque les particules peuvent entrer ou sortir du domaine de mesures à chaque image. Pour résoudre ce problème de tracking, différents algorithmes ont été développés [63] : méthode du plus proche voisin, méthode de l'accélération minimale, méthode de minimisation du changement d'accélération, méthode de meilleure estimation. Nous détaillons,ici, la méthode d'accélération minimale que nous avons utilisée.

Considérons une image à l'instant n et une autre à l'instant n + 1. Si on considère une particule à l'image n, sa position est notée  $z_i^n$ ; à l'instant n + 1, cette particule se retrouve à la position  $z_j^{n+1}$ . Le but de l'algorithme est de retrouver cette position  $z_j^{n+1}$  à l'instant n + 1 à partir des instants précédents n et n - 1. A partir des instants n et n - 1, on définit un domaine de recherche (à volume sphérique) de la position de la particule à l'instant n + 1, cf. figure III.11; la taille de ce domaine est un paramètre que l'utilisateur définit (il faudra tenir compte de la fraction volumique de particules : si le régime d'ensemencement est dilué le suivi est peu sensible à la taille de ce domaine).



FIGURE III.11 – Principe de l'algorithme de suivi de particules, image tirée de [63].

Sur la figure III.11, les petits cercles noirs correspondent aux instants précédents l'instant n+1, les petits cercles noirs avec une croix correspondent aux temps n et n-1. Le grand cercle en pointillé correspond à la zone de l'image n+1 dans laquelle on cherche la position  $z_i^{n+1}$  de la particule et les petits cercles gris correspondent aux différentes particules

<sup>1.</sup> Nous avons utilisé les programmes de Nicholas Ouellette disponibles sur http://leviathan.eng.yale.edu/software\_tracking.html

détectées sur l'image n + 1. Parmi ces dernières et pour celles qui sont présentes dans le domaine de recherche (grand cercle en pointillé) on cherche la position  $z_i^{n+1}$ .

La position de la particule estimée  $(z_j^{n+1})$  à n + 1 est obtenue en minimisant la distance entre la particule extrapolée à n + 1  $(z_j^{n+1})$  et les particules détectées à n + 1  $(z_i^{n+1})$  ce qui en terme de dynamique revient à prendre la trajectoire qui minimise l'accélération aou encore à prendre la particule avec la position la plus proche de celle estimée avec une vitesse constante :

$$z_j^{n+1} = z_i^n + v_i^n \Delta t \text{ avec } v_i^n = \frac{z_i^n - z_i^{n-1}}{\Delta t}$$
 (III.3.1)

avec  $v_i^n$  la vitesse estimée de la particule *i* à l'instant *n* et  $\Delta t$  la durée entre deux images successives (elle est constante puisque la fréquence d'acquisition est constante). On cherche la position  $z_i^{n+1}$  telle que  $(z_i^{n+1} - z_j^{n+1})$  soit minimum :

$$min(z_i^{n+1} - 2z_i^n + z_i^{n-1})$$
(III.3.2)

Sur la figure III.11, le petit cercle en pointillé correspond à la position  $z_i^{n+1}$  estimée.

#### **III.3.2** Application à nos mesures

Dans cet algorithme, il faut choisir la taille du domaine de recherche de la particule (grand cercle en pointillé sur la figure III.11). Il faut la prendre suffisamment petite (par exemple, il est possible que la particule sorte du domaine de mesures à l'instant n + 1) pour être sûr qu'il s'agisse bien de la même particule mais pas trop petite pour éviter que la trajectoire d'une même particule ne soit traitée comme n trajectoires de particules différentes (n>1). Nous avons choisi une limite de r = 10 pixels (domaine de recherche à section droite circulaire) pour les raisons suivantes :

- une première limitation vient de l'accélération fluctuante  $a_{rms}$ :  $\delta z = z^{n+1} 2z^n + z^{n-1} \approx a_{rms} \delta t^2$  avec  $\delta t$  le temps entre deux images consécutives; ce qui fait un déplacement typique attendu de moins d'un pixel. Il faut noter tout de même que d'une part l'accélération est connue pour avoir des statistiques fortement non gaussiennes, donc des accélérations (et donc des déplacements) bien plus fortes que  $a_{rms}$  sont attendues et que d'autre part les trajectoires sont bruitées, ce qui rajoute une erreur sur la position extrapolée.
- une seconde qui vient de l'élimination des particules : deux particules ne peuvent pas être plus proches de moins de 7 pixels (sinon elles sont considérées comme une seule particule), cf. section III.1.

La figure III.12 présente un exemple de trajectoires obtenues dans le superfluide pour une séquence de 400 images acquises à 3000 Hz ce qui correspond à .66 oscillation de la grille fonctionnant à 5 Hz.

Comme on peut le remarquer, la plupart des trajectoires est quasi verticale. Les particules, légèrement plus denses que le fluide, ont une tendance moyenne à la sédimentation (du vert foncé (début trajectoire) au vert clair (fin trajectoire)).

La figure III.13 présente le nombre d'images sur lesquelles on arrive à suivre une particule. On remarque qu'il y a plus de trajectoires courtes (530 trajectoires sur [0; 13] images). On observe encore  $\approx 50$  (dernier point) que l'on peut suivre sur quasiment toute la durée



FIGURE III.12 – Exemple de trajectoires de particules (400) dans He II : T = 2K, f = 5Hz,  $\frac{S}{M}$  = 1.77 et  $\frac{z}{M}$  = 4.57, injection par le haut (configuration 4). Le vert foncé correspond au début des trajectoires (t = 0) et le vert clair à la fin des trajectoires (0 < t < 133 ms).



FIGURE III.13 – Nombre de trajectoires en fonction du nombre d'images sur lesquelles la particule est suivie. Le bin est de 13 images. Dans le premier bin, il y a 530 trajectoires de particules détectées. Pour plus de lisibilité on ne l'a pas mis sur le graphe.



La figure III.14 montre un zoom de trajectoire illustrant la présence de bruit et la nécessité d'un filtrage en vue d'extraire la vitesse et éventuellement l'accélération.



FIGURE III.14 – (a) Effet du filtrage sur une trajectoire de particules : • : trajectoire brute et – : trajectoire filtrée. On remarque que la trajectoire brute est bruitée et ce bruit correspond au bruit de détection. (b) zoom montrant le bruit de mesures.

# **III.4** Etude du filtrage

Les trajectoires de particules étant identifiées, chacune d'entre elles est lissée par convolution avec un noyau gaussien. Le filtrage permet de limiter l'impact du bruit de mesures sur l'estimation de certaines grandeurs statistiques, notamment sur les quantités dérivées. Le noyau de convolution du filtre gaussien est caractérisé par deux paramètres : sa longueur l et sa largeur  $\sigma$ . Dans notre étude, pour ramener l'étude des deux paramètres  $\sigma$  et l à une étude du seul paramètre  $\sigma$ , l est choisie telle que  $l = \alpha \sigma$  avec  $\alpha$  une constante. Pour éviter des effets de bord dus à un mauvais fenêtrage, il faut que le noyau de convolution se rapproche de zéro aux extrémités. Mais le facteur  $\alpha$  ne doit pas être trop grand au risque de perdre trop de données lorsque le support du noyau de convolution est grand;  $\alpha = 6$  est un bon compromis.

Il s'agit ensuite de trouver la valeur optimale de  $\sigma$  pour laquelle l'essentiel du bruit est filtré en préservant au mieux le signal. Traditionnellement, la dépendance de l'accélération fluctuante totale  $a_{rms}$  en fonction de la déviation  $\sigma$  du filtre est étudiée et l'intersection entre la tangente aux fortes valeurs de  $\sigma$  et l'axe des ordonnées donne la valeur de l'accélération  $a_{rms}$  à 10 voire 15% près, [94].

Ici, nous allons proposer une méthode de détermination des caractéristiques du filtre en se basant sur un modèle lagrangien.

**Détermination de**  $\sigma$  : Considérons un modèle lagrangien pour les spectres de vitesse et d'accélération respectivement notés  $E_w$  et  $E_a$ . L'évolution de ces spectres en fonction de la fréquence f est fonction de la zone où l'on se trouve sur le spectre. Définissons  $f_L$ comme la fréquence correspondant au temps intégral,  $f_N$  comme la fréquence correspondant au temps dissipatif et  $f_B$  comme la fréquence correspondant au bruit.

Le modèle stochastique de Sawford [75] propose une description du spectre lagrangien en double lorentzienne, cf ; chapitre I. Nous optons pour une approche simplifiée, les spectres étant définis par morceaux par des lois de puissance. Les spectres sont tels que dans la zone :

- d'injection d'énergie, c'est-à-dire  $0 < f < f_L : E_w(f) \propto f^0$  et  $E_a(f) \propto f^2$ .
- inertielle, c'est-à-dire  $f_L < f < f_N : E_w(f) \propto f^{-2}$  et  $E_a(f) \propto f^0$ .
- dissipative, c'est-à-dire  $f_N < f < f_B : E_w(f) \propto f^{-4}$  et  $E_a(f) \propto f^{-2}$ .

Les valeurs fluctuantes des vitesses et accélérations de l'écoulement sont définies comme l'intégrale de leur spectre respectif, cf. équation III.4.1.

$$w_{rms}^2 = \int_0^{+\infty} E_w df \text{ et } a_{rms}^2 = \int_0^{+\infty} E_a df$$
 (III.4.1)

En général l'intégrale se fait jusqu'à une certaine fréquence de coupure  $f_C$ :

$$w_{rms}^2(f_c) = \int_0^{f_c} E_w(f) df \text{ et } a_{rms}^2(f_c) = \int_0^{f_c} E_a(f) df$$
(III.4.2)

La figure III.15 donne un exemple par rapport à l'accélération fluctuante.



FIGURE III.15 - Evaluation de l'accération fluctuante à partir du spectre

Sur le signal de vitesse, nous avons rajouté du bruit blanc pour matérialiser le bruit de mesures,  $f_N \ll f_B$  (ce choix est arbitraire, nous aurions pu choisir de rajouter ce bruit blanc sur le signal de position ou d'accélération). Les spectres d'énergie s'écrivent alors comme suit :

$$E_w(f) = [A_0 f^0 \ A_1 f^{-2} \ A_2 f^{-4} \ \sigma_{bruit} * f^0]$$
(III.4.3)

$$E_a(f) = f^2 E_u(f) = [B_0 f^2 \ B_1 f^0 \ B_2 f^{-2} \ \sigma'_{bruit} * f^2]$$
(III.4.4)

#### III.4. ETUDE DU FILTRAGE

où w est la vitesse totale et a l'accélération totale,  $\sigma_{bruit}$  lécart-type du bruit sur la vitesse,  $\sigma'_{bruit}$  lécart-type du bruit sur l'accéleration,  $A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2$  sont des constantes telles que :

$$A_1 = A_0 f_L^2 \qquad A_2 = A_0 f_L^2 f_N^2 \qquad (\text{III.4.5})$$

$$B_1 = B_0 f_L^2 \qquad B_2 = B_0 f_L^2 f_N^2 \tag{III.4.6}$$

Par intégration des spectres d'énergie, nous obtenons dans la zone :

— d'injection d'énergie ( $0 < f_c < f_L$ ) :

$$w_{rms}^2 = A_0[f]_0^{f_c} = A_0 f_c$$
 (III.4.7)

$$a_{rms}^2 = \frac{B_0}{3} [f^3]_0^{f_c} = \frac{B_0}{3} f_c^3$$
(III.4.8)

— inertielle  $(f_L < f_c < f_N)$ :

$$w_{rms}^{2} = A_{0}f_{L} - A_{1}[f^{-1}]_{f_{L}}^{f_{c}} = A_{0}f_{L}\left(2 - f_{L}f_{c}^{-1}\right)$$
(III.4.9)

$$a_{rms}^2 = \frac{B_0}{3} f_L^3 + B_1[f]_{f_L}^{f_c} = B_0 f_L^2 \left(-\frac{2}{3} f_L + f_c\right)$$
(III.4.10)

— dissipative  $(f_N < f_c < f_B)$ :

$$w_{rms}^{2} = A_{0}f_{L}\left(2 - f_{L}f_{N}^{-1}\right) - \frac{A_{2}}{3}[f^{-3}]_{f_{\eta}}^{f_{c}} = A_{0}f_{L}\left(2 - \frac{2}{3}\frac{f_{L}}{f_{N}} - \frac{1}{3}f_{L}f_{N}^{2}f_{c}^{-3}\right)$$
(III.4.11)

$$a_{rms}^{2} = B_{0}f_{L}^{2}\left(-\frac{2}{3}f_{L} + f_{N}\right) - B_{2}[f^{-1}]_{f_{\eta}}^{f_{c}} = B_{0}f_{L}^{2}\left(-\frac{2}{3}f_{L} + 2f_{N} - f_{N}^{2}f_{c}^{-1}\right)$$
(III.4.12)

— de bruit ( $f_B < f_c < f_{Ech}$ ) :

$$w_{rms}^{2} = A_{0}f_{L}\left(2 - f_{L}f_{N}^{-1}\right) + \sigma_{bruit}[f]_{f_{B}}^{f_{c}}$$
(III.4.13)

$$a_{rms}^{2} = B_{0}f_{L}^{2} \left(-\frac{2}{3}f_{L} + 2f_{N} - f_{N}^{2}f_{B}^{-1}\right) + \frac{1}{3}\sigma_{bruit}'[f^{3}]_{f_{B}}^{f_{c}}$$
(III.4.14)

Dans cette zone, le bruit évolue en  $f^{3/2}$  pour le signal d'accélération  $a_{rms}$  du fait que nous avons choisi un bruit blanc sur la vitesse. Si nous avions choisi ce bruit blanc sur la position, nous aurions une évolution en  $f^{5/2}$  du bruit pour le signal d'accélération et en  $f^{3/2}$  pour le signal de vitesse. Si nous avions choisi ce bruit blanc sur l'accélération, nous aurions une évolution en  $f^{1/2}$  du bruit pour le signal d'accélération et en  $f^{-1/2}$  pour le signal de vitesse.

Sur le signal d'accélération, le bruit évolue donc avec une puissance  $\alpha$  telle que  $\alpha \in [.5; 2.5]$ . Sur le signal de vitesse, le bruit évolue avec une puissance  $\beta$  telle que  $\beta \in [-.5; 1.5]$ .

De ces équations, nous allons représenter l'évolution des valeurs fluctuantes de l'accélération, cf. figure III.16a, et de la vitesse, cf. figure III.16b, en fonction de la largeur du filtre  $\sigma$  ( $\sigma$  = 1/f).

Ces figures mettent en évidence l'influence du bruit sur le signal vrai ( $\tau_B = \alpha \tau_{\eta}$  avec  $\alpha \in [.001; 2]$ ). Nos allons comparer ces signaux obtenus en utilisant un filtre raide à nos mesures qui ont été filtrées avec un filtre gaussien.



(b)

FIGURE III.16 – Application du filtrage sur le signal (a) d'accélération et (b) de vitesse.  $\tau_{\eta}$ : temps dissipatif /  $\tau_B$ : temps bruit.

#### III.4. ETUDE DU FILTRAGE

**Filtrage des mesures expérimentales :** Pour le choix de la largeur du filtre  $\sigma$ , on fait varier ce critère (en gardant le même filtre gaussien, sa longueur variant comme  $6\sigma$ ) et on regarde son influence sur les accélérations de l'écoulement obtenues par convolution entre les trajectoires et la dérivée seconde du filtre, cf. figure III.17, et aussi son influence sur les vitesses obtenues par convolution entre la dérivée du filtre et les trajectoires [55, 95], cf. figure III.18 (le produit de convolution étant commutatif, le produit de la convolution de la trajectoire par la dérivée du filtre est le même que le produit de la convolution de la dérivée de la trajectoire par le filtre). Sur ces figures, on remarque que pour les très faibles valeurs de  $\sigma$  ( $\sigma < .5$  ms) les valeurs des grandeurs fluctuantes correspondantes sont très élevées comparées au reste : ces déviations étant très faibles, le filtrage n'a aucun effet et n'atténue pas le bruit de mesures ; ces valeurs ne sont donc pas prises en compte dans la détermination de  $\sigma$ .



FIGURE III.17 – Influence de  $\sigma$  sur l'accélération fluctuante : \* : accélération horizontale et • : accélération verticale. Données obtenues dans le superfluide à T = 2K, f = 5Hz,  $\frac{z}{M}$  = 4.57,  $\frac{S}{M}$  = 1.77.

Comme indiqué par le modèle lagrangien cf. figure III.16a, la zone en  $\sigma^{-2}$  sur la figure III.17 correspond au bruit de mesures et nous sommes dans une configuration où la zone dissipative est noyée dans le bruit de mesures ( $\tau_B > .75\tau_\eta$ ); les échelles dissipatives ne sont pas bien résolues. Dans nos expériences, nous n'avons pas accès à la zone d'injection d'énergie (durée d'acquisition de nos signaux  $T_{film}$  plus petite que le temps intégral  $T_L$ ). Aux fortes valeurs de  $\sigma$  (5 ms <  $\sigma$  < 15 ms), pour nos signaux expérimentaux et dans la zone inertielle, l'accélération fluctuante dépend de la largeur du filtre alors que la vitesse fluctuante ne l'est pas, cf. figure III.18, comme le montre le modèle lagrangien cf. figures III.16a et III.16b respectivement. Au-delà de  $\sigma = 15 ms$ , la vitesse fluctuante commence à chuter; on observe aussi cet effet sur les accélérations. En effet, plus on lisse la trajectoire ( $\sigma$  de plus en plus importante), moins la nouvelle trajectoire (lissée) est



FIGURE III.18 – Evolution des vitesses fluctuantes en fonction de la déviation standard du filtre gaussien : \* : vitesse horizontale et • : vitesse verticale. Données obtenues dans le superfluide à T = 2K, f = 5Hz,  $\frac{z}{M} = 4.57$ ,  $\frac{S}{M} = 1.77$ .

longue et arrive un moment où les statistiques ne sont plus suffisantes. Ceci vient du fait que lorsque l'on applique le produit de convolution entre la trajectoire brute et le noyau gaussien, les effets de bords ne sont pas pris en compte.

Pour le choix de la largeur, nous avons considéré l'intersection aux fortes et faibles valeurs de  $\sigma$  sur l'accélération, cf. figure III.17 et avons pris  $\sigma = 5.9$  ms, dans une zone où le bruit de mesures se fait encore ressentir sur le signal d'accélération. Les valeurs de l'accélération seront donc biaisées par le bruit de mesures.

Une fois  $\sigma$  déterminée, nous appliquons ce filtre aux trajectoires pour l'évaluation des grandeurs caractéristiques de l'écoulement. La figure III.14 présente l'effet du filtrage sur une trajectoire brute. Cette particule est détectée sur 345 images soit 115ms ce qui correspond à .57 oscillation de la grille à 5 Hz. La trajectoire est lissée et on remarque que la nouvelle trajectoire est plus courte que la trajectoire brute comme expliqué au-dessus.

## III.5 Etude de la sensibilité au seuil de luminosité

Le choix du seuil de luminosité impose la profondeur de champ. Ce seuil étant choisi de façon subjective, il est important de vérifier que son influence sur les grandeurs caractéristiques de l'écoulement, vitesse fluctuante centrée et accélération fluctuante centrée en particulier, est minime dans l'intervalle de seuils qu'il semble raisonnable de choisir. Dans cette section, nous allons faire l'étude en He I (T = 2.8K) avec une fréquence d'oscillation de la grille de 5 Hz à 4.6 M en aval de la grille.

#### III.5. ETUDE DE LA SENSIBILITÉ AU SEUIL DE LUMINOSITÉ

	Configuration 1					
	$\sigma_{u1}$	$\sigma_{v1}$	$\sigma_{ay1}$	Stats		
[-]	[mm/s]	[mm/s]	$[mm/s^{-2}]$	$[mm/s^{-2}]$	[-]	
Th8	7.7	13	166	178	156880	
Th12	8.3	15.0	188	181	60920	
Th20	7.7	14.0	150	164	12714	

TABLE III.2 – Influence du seuillage sur les vitesses et accélérations de l'écoulement. Th correspond au seuil de luminosité et Stats au nombre de particules détectées.

Au vu de ce tableau, nos mesures sont assez robustes en ce qui concerne les vitesses ; en effet, pour un ratio sur le nombre de particules (ce ratio est obtenu en considérant le nombre de particules détectées avec les différents seuils de luminosité Th) variant de 1 à 12, le rapport des vitesses varie de 1 à 1.1. Pour l'accélération, nous avons un écart de 1.2 au maximum. Dans notre étude, nous avons choisi un seuil de luminosité de 12.

# CHAPITRE III. TRAITEMENT DES DONNÉES

# **Chapitre IV**

# Statistique lagrangienne à une particule et un temps

Dans ce chapitre, nous présentons l'approche par la statistique à un temps pour évaluer les vitesses et accélérations de lécoulement. Nous caractérisons aussi l'écoulement : homogénéité, isotropie, stationnarité.

#### Sommaire

IV.1 Définition de quelques notions	94
IV.2 Analyse du champ de vitesses de l'écoulement	96
IV.2.1 Statistiques des vitesses	96
IV.2.2 Champ moyen de vitesses	99
IV.2.3 Etude du champ fluctuant	104
IV.2.4 Conclusion	114
IV.3 Analyse du champ des accélérations de l'écoulement	116
IV.3.1 Statistiques des accélérations	117
IV.3.2 Etude du champ fluctuant	122
IV.3.3 Conclusion	126

#### CHAPITRE IV. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET UN TEMPS

Dans ce chapitre, toutes les mesures sont prises à 4.6 M en aval de la grille (distance entre la position moyenne de la grille et le centre du champ de visualisation). Nous avons utilisé le K2-SC comme objectif avec le CF-1B comme lentille frontale. L'objectif est placé à une distance de travail de 35.5 cm par rapport au centre de l'aquarium (axe de la grille). La course est telle que  $\frac{S}{M} = 1.77$  (on considère la course mesurée lors des tests de performance mécanique, cf. section II.6, S = 26.5 mm). La calibration est faite sur l'axe de la grille et le champ de visualisation est de 1.7 M x 1.1 M (27 x 17mm<sup>2</sup>). Ensuite, le système {caméra + objectif} est translaté vers le bas (vers la zone de visualisation) jusqu'à 4.6 M en-dessous de la grille ; on observe toujours l'écoulement dans un plan vertical avec un champ de visualisation centré sur l'axe de la grille.

Pour ne pas avoir d'interaction entre les particules, nous travaillons dans un régime d'ensemencement dilué, cf. section I.4.2; dans notre étude, le nombre de particules dans le champ de visualisation est de l'ordre de la centaine, de ce fait, la fraction volumique  $\Phi_p$  est telle que  $\Phi_p \approx 10^{-5}$ ; (pour une profondeur de champ de 4 mm). Les caractéristiques de l'écoulement ont été étudiées dans le fluide normal et dans le superfluide. Le tableau VI.1 récapitule les différentes configurations expérimentales étudiées.

TABLE IV.1 – Configurations expérimentales étudiées : Config. désigne le numéro de la configuration, T la température,  $\rho_f$  la masse volumique du fluide, f la fréquence d'oscillation de la grille et Couleur la couleur de la courbe correspondante à la configuration et *Symbole* le symbole qui lui est associé.

Config.	Fluide	Т	$ ho_f$	f	Injection	Couleur	Symbole
[-]	[-]	[K]	$[kg/m^{-3}]$	[Hz]	[-]	[-]	[-]
1	He I	2.8	145.0	5	haut	rouge	▼
2	He I	3.1	142	5	haut	noir	•
3	He I	3.5	138.0	5	haut	orange	
4	He II	2	147.5	5	haut	bleu	•
5	He II	2	147.5	5	bas	vert	•
6	He II	2	147.5	2.5	bas	violet	

Dans cette section, nous traitons d'abord du suivi de particules avant d'aborder l'évaluation des caractéristiques de l'écoulement (vitesse et accélération) par la méthode de la statistique à une particule.

# **IV.1** Définition de quelques notions

**Rappel des caractéristiques des particules** Rappelons les caractéristiques des microsphères de verre creuses utilisées pour ensemencer l'écoulement et évaluer les caractéristiques de l'écoulement, cf. tableau IV.2 :

Pour les particules, on ne connaît ni la dispersion effective sur la taille ni celle sur la masse volumique moyenne des particules. Elles sont en moyenne légèrement plus denses que le fluide. Nous avons vu à la section III.2 qu'elles peuvent tracer l'écoulement et que les vitesses et accélérations des particules correspondent aux vitesses et accélérations du fluide.

#### IV.1. DÉFINITION DE QUELQUES NOTIONS

TABLE IV.2 – Caractéristiques des particules :  $\Phi_p$  : diamètre moyen des particules,  $\rho_p$  : masse volumique moyenne des particules, T : la température du bain d'hélium liquide et  $\rho_f$  : la masse volumique de l'hélium liquide.

Particules	$\Phi_p$	$\rho_p$	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_f}$
[-]	[µm]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[K]	[-]
microsphères creuses de verre	81	177	[2, 3.5]	[1.2, 1.3]

**champ de vitesse et d'accélération** Dans ce paragraphe, nous définissons les différentes notions liées aux grandeurs caractéristiques de l'écoulement.

A la fin du traitement d'images, nous avons accès à la position z(t) des particules :

$$z(t) = x(t) + y(t)$$
 (IV.1.1)

avec  $\vec{x}$  la composante transverse et  $\vec{y}$  la composante longitudinale du vecteur position  $\vec{z}$ . Les vitesses et accélérations des particules sont obtenues par différentiation et double différentiation de la position respectivement. On définit  $\vec{w}$  comme le champ total de vitesse et  $\vec{a}$  comme le champ total d'accélération tels que :

$$\vec{w}(\vec{z_0}, t) = \frac{\partial \vec{z}(\vec{z_0}, t)}{\partial t} \text{ et } \vec{w}(\vec{z_0}, t) = \vec{u}(\vec{z_0}, t) + \vec{v}(\vec{z_0}, t)$$
(IV.1.2)

$$\vec{a}(\vec{z_0},t) = \frac{\partial^2 \vec{z}(\vec{z_0},t)}{\partial t^2} \text{ et } \vec{a}(\vec{z_0},t) = \vec{a_x}(\vec{z_0},t) + \vec{a_y}(\vec{z_0},t)$$
(IV.1.3)

avec  $\vec{u}$  la composante transverse et  $\vec{v}$  la composante longitudinale du champ de vitesse total  $\vec{w}$  et  $\vec{a_x}$  la composante transverse et  $\vec{a_y}$  la composante longitudinale du champ d'accélération total  $\vec{a}$ .

Suivant la décomposition de Reynolds, ces champs totaux peuvent s'écrire comme suit :

$$w(\vec{z_0}, t) = \langle w(\vec{z_0}, t) \rangle + w'(\vec{z_0}, t)$$
(IV.1.4)

$$a(\vec{z_0}, t) = \langle a(\vec{z_0}, t) \rangle + a'(\vec{z_0}, t)$$
(IV.1.5)

avec  $\langle w(\vec{z_0},t) \rangle$  le champ moyen spatial et  $w'(\vec{z_0},t)$  le champ turbulent de la vitesse w et  $\langle a(\vec{z_0},t) \rangle$  le champ moyen spatial et  $a'(\vec{z_0},t)$  le champ turbulent de l'accélération a. Nous ferons la différence entre la moyenne temporelle - et la moyenne spatiale  $\langle . \rangle$  d'une variable donnée.

Le champ fluctuant total peut s'écrire comme suit :

$$w_{rms}(\vec{z_0}, t)^2 = \langle w(\vec{z_0}, t) \rangle^2 + \sigma_w(\vec{z_0}, t)^2$$
(IV.1.6)

$$a_{rms}(\vec{z_0}, t)^2 = \langle a(\vec{z_0}, t) \rangle^2 + \sigma_a(\vec{z_0}, t)^2$$
 (IV.1.7)

où  $\sigma_w(\vec{z_0}, t)$  est le champ fluctuant centré de la vitesse et  $\sigma_a(\vec{z_0}, t)$  le champ fluctuant centré de l'accélération.

Sur les graphes où les composantes transverse et longitudinale des vitesses sont représentées en même temps, nous mettrons w, pour ne pas encombrer les graphes.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons aux statistiques des vitesses et accélérations obtenues ainsi qu'aux différentes grandeurs de l'écoulement telles que le taux de dissipation  $\epsilon$ , le nombre de Reynolds  $R_{\lambda}$ , les échelles intégrales et dissipatives .... Nous terminerons les différentes sous parties par une comparaison des grandeurs évaluées en fonction de la température du bain d'hélium liquide pour une comparaison hélium normal vs superfluide.

# IV.2 Analyse du champ de vitesses de l'écoulement

Cette section présente la méthode classique d'obtention des vitesses et accélérations d'un écoulement c'est-à-dire la méthode de filtrage et de dérivation des trajectoires de particules.

#### IV.2.1 Statistiques des vitesses

Dans une THI, les PDFs de vitesses sont gaussiennes en général. La figure IV.1 présente les distributions des vitesses selon les directions transverse (u) et longitudinale (v).



FIGURE IV.1 – PDFs des vitesses (a) transverses u (b) longitudinales v.  $\checkmark$ : configuration 1 /  $\triangleright$ : configuration 3 /  $\diamondsuit$ : configuration 4 /  $\bullet$ : configuration 5. L'axe vertical est vers le bas.

Les PDFs expérimentales des vitesses, cf. figure IV.1, mettent en évidence l'existence d'un écoulement moyen : on observe l'existence de vitesses moyennes transverses  $\langle u \rangle \neq 0$  et longitudinales  $\langle v \rangle > 0$ . Une vitesse longitudinale positive indique une vitesse descendante : les particules ont tendance à sédimenter ce qui est en accord avec le fait qu'elles sont légèrement plus denses que le fluide.

La figure IV.2 présente les distributions des vitesses centrées et réduites selon les directions transverse (u) et longitudinale (v).

Sur la figure IV.2, on remarque que pour la composante horizontale, les PDFs expérimentales sont gaussiennes pour  $|\frac{u - \langle u \rangle}{\sigma_u}| < 2$ ; au-delà de cet intervalle, les pdfs expérimentales s'écartent de la gaussienne avec des ailes légèrement plus importantes que celles de la distribution gaussienne. Pour la composante verticale v, les PDFs sont aussi gaussiennes pour  $|\frac{v - \langle v \rangle}{\sigma_v}| < 2$ ; au-delà, elles s'en écartent. Pour les deux composantes, la gaussianité n'est observée que pour  $|\frac{w - \langle w \rangle}{\sigma_v}| < 2$ , [19].

Les caractéristiques des PDFs des vitesses sont présentées dans le tableau IV.3. La *skewness* correspond au cœfficient d'asymétrie des PDFs, cf. figure IV.4a) et la *flatness* au cœfficient d'aplatissement des PDFs (elles caractérisent les ailes des PDFs), cf. figure IV.4b). Elles sont définies aux équations IV.2.2 et IV.2.3 respectivement.



FIGURE IV.2 – PDFs des vitesses centrées réduites. (a) pour la composante transverse u (b) pour la composante longitudinale v.  $\checkmark$ : configuration 1 /  $\triangleright$ : configuration 3 /  $\diamondsuit$ : configuration 4 /  $\bullet$ : configuration 5. L'axe vertical est vers le bas.

$$\alpha = \frac{w - \langle w \rangle}{\sigma_w} \tag{IV.2.1}$$

$$S = \frac{\int_0^\infty \alpha^3 P DF(\alpha) \, \mathrm{d}\alpha}{\sigma_\alpha^3} \tag{IV.2.2}$$

$$F = \frac{\int_0^\infty \alpha^4 P DF(\alpha) \, \mathrm{d}\alpha}{\sigma_\alpha^4} \tag{IV.2.3}$$

La figure IV.3 montre l'évolution de la *skewness* et de la *flatness* pour la configuration 1. Nous remarquons que ces courbes ne sont pas totalement convergées ; ce constat est fait pour les autres configurations aussi. Toutefois, à titre indicatif, nous donnons les valeurs convergées obtenues par extrapolation dans le tableau IV.3. Sur la figure IV.3, par exemple,  $S_u = -.35$  et  $F_u = 5$ .

TABLE IV.3 – Caractéristiques des PDFs de vitesses : *skewness* S et *flatness* F. Pour une distribution gaussienne  $S_g = 0$  et  $F_g = 3$ .

	f	Т	$S_u$	$F_u$	$S_v$	$F_v$
[-]	[Hz]	[K]	[-]	[-]	[-]	[-]
1	5	2.8	35	5	1.5	-
3	5	3.5	-	-	-	-
4	5	2	.1	-	.5	-
5	5	2	04	4.3	.7	-

Pour la configuration 3, les résultats ne sont pas convergés.

De la figure IV.4, on remarque que quelque soit la température du bain d'hélium liquide (normal ou superfluide), les distributions des vitesses longitudinales possèdent une asymétrie positive et celles des vitesses transverses sont assez symétriques ( $|S_u| < .2$ ),


FIGURE IV.3 – Skewness (●) et Flatness (■) des PDFs de vitesses transverses pour la config. 1.



FIGURE IV.4 – (a) Skewness des PDFs de vitesses. ligne horizontale en pointillé pour *skewness* d'une gaussienne. (b) Flatness des PDFs de vitesses. ligne horizontale en pointillé pour *flatness* d'une gaussienne. La ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  vitesse transverse  $\triangle$  vitesse longitudinale / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  vitesse transverse  $\blacktriangle$  vitesse longitudinale.

sauf pour la configuration 1. Les ailes des distributions de vitesses sont toujours plus importantes que celle d'une distribution gaussienne (F > 3). Dans nos expériences nous avons veillé à avoir une zone de visualisation bien centrée au niveau de l'axe de la grille (l'asymétrie ne provient donc pas de là).

L'analyse des propriétés de l'écoulement moyen faite dans les sections suivantes nous aideront à comprendre le fait que les ailes des PDFs de vitesses s'éloignent de la distri-

bution gaussienne (F > 3) et l'asymétrie observée sur les PDFs de vitesses verticales ( $S_v \neq 0$ ).

#### **IV.2.2** Champ moyen de vitesses

L'écoulement de grille oscillante ne présente pas de vitesse moyenne; mais en pratique il peut y avoir une recirculation à grande échelle créant un écoulement moyen, [85, 53] et cf. figure IV.1. Nous n'avons malheureusement pas de mesures dans différents plans et un champ de visualisation suffisamment grand pour pouvoir espérer capter ce type d'écoulement à grande échelle.

Le tableau IV.4 présente les valeurs des vitesses moyennes obtenues dans notre étude et la figure IV.5 donne leur évolution en fonction de la température de même que l'évolution du rapport de masses volumiques en fonction de la température.

TABLE IV.4 – Vitesses moyennes des particules : la première colonne donne le numéro de la configuration, f la fréquence d'oscillation de la grille,  $\rho_f$  la masse volumique du fluide,  $\langle u \rangle$  la vitesse moyenne horizontale,  $\langle v \rangle$  la vitesse moyenne verticale,  $\langle \rho_p \rangle$  la masse volumique moyenne des particules obtenue de la relation IV.2.4,  $\Delta \rho = \langle \rho_p \rangle - \rho_f$ .

	f	Т	$ ho_f$	$\langle u \rangle$	$\langle v \rangle$	$\Delta \rho$	$\langle \rho_p \rangle$	$\frac{\langle \rho_p \rangle}{\rho_f}$
[-]	[Hz]	[K]	$[kg/m^{-3}]$	[mr	n/s]	[kg/	m <sup>-3</sup> ]	[-]
1	5	2.8	145	.9	4.3	7.6	153	1.05
2	5	3.1	142	.8	3.4	5.3	147	1.04
3	5	3.5	138	.3	8	17	155	1.12
4	5	2	147.5	-3.2	10.4	25	173	1.17
5	5	2	147.5	6.7	10.5	26	173	1.18
6	2.5	2	147.5	4.7	4.9	5.6	153	1.04

Quelque soit la température du bain d'hélium liquide  $\langle u \rangle \neq 0$  et  $\langle v \rangle \geq 0$ . L'existence d'une vitesse moyenne des particules indique l'existence d'une dérive moyenne des particules <sup>1</sup>.

Les mesures pour les configurations 1, 2, 3 et 4 (injection par le haut) ont été prises la même semaine et celles des configurations 5 et 6 ensemble (injection par le bas). Pour des mesures obtenues à 5 Hz, on constate que dans le superfluide (config. 4 et 5), l'écoulement moyen horizontal est plus important que dans l'hélium normal (config. 1, 2 et 3). Pour la configuration 5, la vitesse horizontale  $\langle u \rangle$  est plus importante que dans le cas 4 et cela peut s'expliquer par l'ajout du fond. En effet, pour les cas 4 et 5, les conditions expérimentales sont exactement les mêmes seul le moyen d'injection a changé et l'écoulement moyen horizontal dans le cas 5 (injection par le bas avec une impulsion non verticale, cf. figure II.14b) vaut le double de celui mesuré dans le cas 4. Le moyen d'injection (injection par le haut ou par le bas) influe sur les conditions initiales et les conditions aux limites ce qui peut se répercuter sur l'écoulement moyen mesuré.

Comme le moyen d'injection n'est pas le même entre les configurations 4 et 5 réalisées dans les mêmes conditions expérimentales, nous avons procédé à une comparaison de l'homogénéité de l'ensemencement entre les deux cas. Le résultat est présenté à la figure IV.6.

On constate que contrairement au cas 4, dans le cas 5 (injection par le bas), il y a une

<sup>1.</sup> On parlera d'écoulement moyen dans la suite par abus de langage.



FIGURE IV.5 – (a) Evolution des vitesses moyennes de l'écoulement en fonction de la température du bain d'hélium liquide. vitesses normalisées par fS où f fréquence d'oscillation de la grille et S sa course. barres d'erreurs  $\equiv$  erreurs statistiques.  $\circ$  : vitesse transverse  $\triangle$  : vitesse longitudinale. injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  vitesse transverse  $\triangle$  vitesse longitudinale / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  vitesse transverse  $\blacktriangle$  vitesse longitudinale. (b) Evolution des rapports de masses volumiques en fonction de la température. barres d'erreurs  $\equiv$  erreurs de mesures lors de la pesée.  $\blacklozenge$  : valeur moyenne mesurée par pesée.  $\circ$  : injection par le bas à 5 Hz /  $\bullet$  : injection par le bas à 2.5 Hz.



FIGURE IV.6 – Comparaison de l'homogénéité de l'ensemencement pour les configurations 4 (— : injection par le haut) et 5 (— : injection par le bas). — : RPP.

concentration préférentielle des particules. Ceci pourrait s'expliquer par le fait que lorsque l'injection est faite par le bas, une impulsion est donnée aux particules ; cette dernière in-

flue sur leur mouvement initial. La présence du fond modifie les conditions aux limites et donc influe sur l'écoulement mais aussi sur la localisation des particules.

**composante longitudinale** v Le fait que la vitesse moyenne verticale est positive peut venir (i) du fait que les particules sont plus denses que le fluide, cf. tableau IV.2 ou (ii) de l'influence de la recirculation à grande échelle (les conditions aux limites pour chaque expérience influent sur la recirculation à grande échelle, [53]). L'étude de la recirculation n'a pu se faire pour les raisons citées en début de section. La vitesse verticale moyenne calculée, dont la cartographie est représentée à la figure IV.7<sup>2</sup>, peut alors provenir des deux phénomènes : sédimentation des particules et recirculation à grande échelle. Il ne nous est pas possible de distinguer l'effet de la recirculation de l'effet de la sédimentation des particules, dans le tableau IV.4, nous avons supposé que l'écoulement moyen provient uniquement du fait que les particules sont plus denses que le fluide afin d'avoir une estimation de la masse volumique moyenne des particules.

La vitesse de sédimentation des particules vaut alors  $\langle v \rangle$  et on calcule la masse volumique des particules associées à cette vitesse de sédimentation comme indiqué dans l'équation IV.2.4.

$$\Delta \rho = \rho_p - \rho_f = \frac{3}{4} \frac{\rho_f C_x \langle v \rangle^2}{g \Phi_p} \tag{IV.2.4}$$

où g est la gravité et  $C_x$  le cœfficient de traînée obtenu à partir du nombre de Reynolds particulaire  $Re_p$  dans le cas d'une sphère lisse.

Dans cette équation, on néglige aussi toute influence potentielle de la turbulence, qui pourrait modifier le cœfficient de traînée ou induire du « *preferential sweeping* » si les particules sont légèrement inertielles (cf. chapitre I). Cette estimation de la masse volumique nous permet donc d'avoir un ordre de grandeur de la masse volumique des particules.

Les résultats obtenus sont mentionnés dans le tableau IV.4. On peut noter que les valeurs de masse volumique trouvées correspondent à celles mesurées dans le tableau II.4 (en prenant en compte les erreurs de mesures), cf. figure IV.5b). Par contre, on pourrait s'attendre à ce que le rapport  $\frac{\rho_p}{\rho_f}$  soit le même dans les cas 1, 2 et 3 et dans les cas 4, 5 et 6. Il se pourrait que cette vitesse moyenne verticale ne soit pas uniquement due à la vitesse de sédimentation (ce qui est le cas de notre hypothèse) mais aussi à l'effet de la recirculation moyenne.

<sup>2.</sup> Sur toutes les cartographies de vitesses et d'accélérations, on remarque un assombrissement au niveau des coins (configuration 5); ceci vient du fait que pour ces images, le cercle image de la LED ne couvre pas entièrement le format du capteur de la caméra et donc aucune particule n'est détectée à ces endroits.



FIGURE IV.7 – Cartographies des vitesses moyennes longitudinales  $\langle v \rangle$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations. Le champ de vitesse moyenne verticale est homogène malgré l'existence de quelques maxima.

**composante transverse** u L'existence d'une faible vitesse moyenne horizontale  $\langle u \rangle \neq 0$  ne peut être due qu'à une recirculation, cf. figure IV.8 qui présente une cartographie de l'écoulement moyen pour la vitesse horizontale.

Dans notre système, l'écoulement moyen peut provenir,

— d'une part, de l'existence d'une recirculation qui est un phénomène connu dans un ETGO [85, 36, 26, 19]. Hofingfer et Toly [36] ont remarqué une influence de la position de la grille sur l'écoulement moyen : plus la grille est près du fond plus cet écoulement moyen est important. Fernando et De Silva [26] préconisent de terminer les grilles par des demi-mailles afin de minimiser les effets de la recirculation. Il aurait été intéressant de faire une étude de cette recirculation. Pour cela, il aurait



FIGURE IV.8 – Cartographies des vitesses moyennes transverses  $\langle u \rangle$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations. Le champ de vitesse moyenne transverse est homogène malgré l'existence de quelques maxima.

fallu un téléobjectif lumineux avec un grand champ de visualisation (dont la largeur est celle de l'aquarium) à une distance de travail WD raisonnable (WD < 40 cm) ce dont nous ne disposons pas à l'heure actuelle. Par ailleurs, vu la nature cylindrique de nos cryostats, l'étude de la recirculation aurait certainement été délicate (réflexions multiples, existence de particules fantômes, cf. section III.1).

— d'autre part, le bain d'hélium liquide est soumis à des pertes thermiques. Pendant les acquisitions, on peut être limité par le niveau du bain (l'aquarium doit toujours être noyé) ou par la limite de température correspondant à l'ébullition lorsque l'on fonctionne en He I. On peut ainsi être amené à arrêter les acquisitions afin de remplir le cryostat *LHe*. Pour la configuration 4, par exemple (injection par le haut), les mesures ont été obtenues en deux jours. On comprend donc que, pour avoir une convergence statistique pour une même configuration expérimentale, le temps de mesures est assez long. De ce fait, nous allons nous intéresser à l'étude de la stationnarité de l'écoulement.

# IV.2.3 Etude du champ fluctuant

**Stationnarité du champ de vitesses** Pour étudier la stationnarité de l'écoulement, nous nous intéressons à l'évolution des vitesses moyennes et fluctuantes centrées en fonction du temps. Pour cela, nous ne considérons que des évènements décorrélés les uns des autres : un film (série de 400 images) sera donc considéré comme un évènement puisque la durée d'un film  $\delta t$  est telle que  $\delta t < T_L$  ( $T_L$  temps de corrélation de la vitesse).

La figure IV.9 explique le principe d'obtention des différentes grandeurs à étudier par analyse temporelle et spatiale.



FIGURE IV.9 – Principe de calcul des moyennes spatiale et temporelle. 1 film = 400 images. Pour un même film,  $\delta t_{image i-1;image i} = 1/3$  ms. Entre deux films,  $\Delta t_{Film i-1;Film i} = 20$ s.

Chaque image est décomposée en  $\approx 100$  cellules d'aires identiques de 80 x 70 pixels<sup>2</sup>.

- analyse temporelle : pour une image, on calcule les valeurs moyennes et fluctuantes centrées dans chaque aire ensuite on fait ce même calcul pour toutes les cellules d'une même image. Puis on considère les valeurs moyennes des valeurs fluctuantes centrées et moyennes pour une image. On répète cette opération pour toutes les images d'un même film. A la fin, on considère les moyennes sur toutes les images d'un même film des valeurs moyennes et fluctuantes centrées obtenues pour chaque image. Les grandeurs obtenues par analyse temporelle seront notées -.
- analyse spatiale : on considère les moyennes sur les N films des valeurs moyennes et fluctuantes centrées obtenues par analyse temporelle. Ces grandeurs seront notées (.). En fonction de la configuration étudiée, N varie de 15 à 80 films.



La figure IV.10 représente l'évolution temporelle des vitesses moyennes et fluctuantes centrées.

FIGURE IV.10 – Evolution des vitesses moyennes de l'écoulement en fonction du nombre d'évènements indépendants (a) pour la composante transverse (b) pour la composante longitudinale. Evolution des vitesses fluctuantes centrées de l'écoulement en fonction du nombre d'évènements indépendants (c) pour la composante horizontale (d) pour la composante verticale. ▼ : config.1 / ◀ : config.2 / ▶ : config.3 / ♦ : config. 4 / • : config. 5 / ■ : config. 6.

On remarque une dépendance temporelle des valeurs moyennes et fluctuantes de vitesse en fonction du temps quelque soit la température du bain. Pour évaluer le degré d'instationnarité, on s'intéresse au rapport entre les valeurs moyennes et les valeurs fluctuantes, cf. tableau IV.5 et figure IV.11. Le champ de vitesses fluctuantes est stationnaire  $\left|\frac{\sigma_{\sigma_w}}{\langle \overline{\sigma_w} \rangle}\right| < 1$  de même que le champ moyen longitudinal de vitesse  $\left|\frac{\sigma_{\overline{w}}}{\langle \overline{w} \rangle}\right| < 1$ (sauf pour les configurations 1 et 6). Le champ moyen transverse de vitesse est instationnaire  $\left|\frac{\sigma_{\overline{w}}}{\langle \overline{w} \rangle}\right| > 1$ . L'écoulement moyen fluctue peu dans le temps par rapport à la moyenne des fluctuations

spatiales pour toutes les configurations expérimentales,  $\frac{\langle \sigma_w \rangle}{\sigma_{\bar{w}}} < 1$  (dernière colonne du tableau IV.5), ce qu'on interprète comme une stationnarité de l'écoulement moyen, ou en tout cas si instationnarité il y a, les variations qui en résultent sont bien plus faibles que les fluctuations instantanées intrinsèques.

	f	Т	$<\bar{u}>$	$\sigma_{\bar{u}}$	$\frac{\sigma_{\bar{u}}}{\langle \bar{u} \rangle}$	$<\sigma_u>$	$\sigma_{\sigma_u}$	$\frac{\sigma_{\sigma_u}}{\langle \sigma_u \rangle}$	$\frac{\langle \sigma_u \rangle}{\sigma_{\bar{u}}}$	N
[-]	[Hz]	[K]	[mm/	s]	[-]	[mm/	s]	[-]	[-]	[-]
1	5	2.8	3	8.5	2.8	14	4.1	.3	1.6	25
2	5	3.1	1.3	.9	.7	5.8	.6	.1	6.4	15
3	5	3.5	.3	3	10	8.5	1.6	.2	2.8	65
4	5	2	-2.7	3.1	-1.1	8.8	1.9	.2	2.8	80
5	5	2	5.9	3.9	.7	11	1.6	.1	2.8	76
6	2.5	2	3.3	4.3	1.3	2.8	2	.7	.6	31
	f	Т	$ <\bar{v}>$	$\sigma_{\bar{v}}$	$\frac{\sigma_{\bar{v}}}{<\bar{v}>}$	$<\sigma_v>$	$\sigma_{\sigma_v}$	$\frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle}$	$\frac{<\sigma_v>}{\sigma_{\bar{v}}}$	N
[-]	<i>f</i> [Hz]	T [K]	$< \bar{v} >$ [mm/	$\sigma_{\bar{v}}$ /s]	$ \begin{array}{c c} \hline \sigma_{\bar{v}} \\ \hline <\bar{v} > \\ \hline \\$	$<\sigma_v>$ [mm/	$\sigma_{\sigma_v}$ s]	$\frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle}$ [-]	$\frac{\langle \sigma_v \rangle}{\sigma_{\bar{v}}}$ [-]	N [-]
[-] 1	<i>f</i> [Hz] 5	T [K] 2.8	$\langle \bar{v} \rangle$ [mm/ 9.2	σ <sub>v̄</sub> /s] 13	$     \frac{\frac{\sigma_{\bar{v}}}{<\bar{v}>}}{[-]}     1.4 $	$<\sigma_v>$ [mm/ 26	$\sigma_{\sigma_v}$ s] 7.3	$\frac{\frac{\sigma_{\sigma_v}}{<\sigma_v>}}{[-]}$	$\frac{\langle \sigma_v \rangle}{\sigma_{\bar{v}}}$ [-] 1.9	N [-] 25
[-] 1 2	f           [Hz]           5           5	T [K] 2.8 3.1	$\langle \bar{v} \rangle$ [mm/ 9.2 1.9	$ \begin{array}{c c} \sigma_{\bar{v}} \\ \text{(s)} \\ 13 \\ 1.4 \end{array} $	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\bar{v}}}{<\bar{v}>} \\ \hline         [-] \\         1.4 \\         .7 \\ \end{array} $	$<\sigma_v>$ [mm/ 26 11	$[\sigma_{\sigma_v}]$ s] 7.3 .9	$\frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle}$ [-] .3 .1	$\frac{\langle \sigma_v \rangle}{\sigma_{\bar{v}}}$ [-] 1.9 8.2	N [-] 25 15
[-] 1 2 3	f           [Hz]           5           5           5           5	T [K] 2.8 3.1 3.5	$< \bar{v} >$ [mm/ 9.2 1.9 7.4	$ \begin{array}{c c} \sigma_{\bar{v}} \\ \text{/s]} \\ 13 \\ 1.4 \\ 3.2 \end{array} $	$ \frac{\sigma_{\bar{v}}}{\langle \bar{v} \rangle} $ [-] 1.4 .7 .4	$<\sigma_v>$ [mm/ 26 11 14	$ \begin{array}{c} \sigma_{\sigma_v} \\ s] \\ 7.3 \\ .9 \\ 2 \end{array} $	$ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $ [-] .3 .1 .1	$ \frac{\langle \sigma_v \rangle}{\sigma_{\bar{v}}} \\ [-] \\ 1.9 \\ 8.2 \\ 4.4 $	N [-] 25 15 65
[-] 1 2 3 4	f           [Hz]           5           5           5           5           5	T [K] 2.8 3.1 3.5 2	$\langle \bar{v} \rangle$ [mm/ 9.2 1.9 7.4 10	$ \begin{array}{c c} \sigma_{\bar{v}} \\ (s] \\ 13 \\ 1.4 \\ 3.2 \\ 4.2 \\ \end{array} $	$ \frac{\sigma_{\overline{v}}}{\langle \overline{v} \rangle} $ [-] 1.4 .7 .4 .4	$<\sigma_v>$ [mm/] 26 11 14 14	$ \begin{array}{c} \sigma_{\sigma_v} \\ s] \\ 7.3 \\ .9 \\ 2 \\ 2.7 \end{array} $	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} \\ \hline \left[ - \right] \\ \hline  3 \\ \hline  1 \\ \hline  2 \end{array} $	$ \frac{\langle \sigma_v \rangle}{\sigma_{\bar{v}}} $ [-] 1.9 8.2 4.4 3.4	N [-] 25 15 65 80
[-] 1 2 3 4 5	f           [Hz]           5           5           5           5           5           5           5           5           5           5	T           [K]           2.8           3.1           3.5           2           2           2	$\langle \bar{v} \rangle$ [mm/ 9.2 1.9 7.4 10 13	$ \begin{array}{c} \sigma_{\bar{v}} \\ (s] \\ 13 \\ 1.4 \\ 3.2 \\ 4.2 \\ 9.9 \\ \end{array} $	$ \frac{\sigma_{\overline{v}}}{\langle \overline{v} \rangle} $ [-] 1.4 .7 .4 .4 .7	$<\sigma_v>$ [mm/ 26 11 14 14 17	$\sigma_{\sigma_v}$ s] 7.3 .9 2 2.7 3.5	$ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{[-]} $ $ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $ $ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $ $ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $ $ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $ $ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $ $ \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} = \frac{\sigma_{\sigma_v}}{\langle \sigma_v \rangle} $	$ \frac{\langle \sigma_{v} \rangle}{\sigma_{\bar{v}}} \\ [-] \\ 1.9 \\ 8.2 \\ 4.4 \\ 3.4 \\ 1.7 $	N [-] 25 15 65 80 76

TABLE IV.5 – Etude de la stationnarité de l'écoulement :  $\langle . \rangle$  : moyenne spatiale,  $\overline{.}$  : moyenne temporelle,  $\sigma_{.}$  : écart-type.



FIGURE IV.11 – Stationnarité du champ de vitesses de l'écoulement (a) pour les valeurs moyennes (b) pour les valeurs fluctuantes. injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  : vitesse transverse et  $\triangle$  : vitesse longitudinale / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  : vitesse transverse et  $\blacktriangle$  : vitesse longitudinale / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\bullet$  : vitesse transverse et  $\blacktriangle$  : vitesse longitudinale.

Du tableau IV.5 et de la figure IV.12, on peut noter que  $\frac{\langle \sigma_w \rangle}{\sigma_{\overline{w}}} > 1$  pour toutes les configurations sauf la 6. On ne s'attend donc pas à un effet important de l'instationnarité sur les statistiques globales sauf pour la configuration 6 ; ce que confirme la figure IV.13 lorsque, par film, on centre par la vitesse moyenne et norme par la vitesse fluctuante centrée.



FIGURE IV.12 – Degré de stationnarité de l'écoulement. injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  : vitesse transverse et  $\triangle$  : vitesse longitudinale / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  : vitesse transverse et  $\blacktriangle$  : vitesse longitudinale / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\bullet$  : vitesse transverse et  $\blacktriangle$  : vitesse longitudinale.

Pour les champs de vitesses instationnaires, il serait intéressant de refaire les PDFs des vitesses centrées réduites en considérant les valeurs moyennes et fluctuantes centrées temporelles et non plus les moyennes spatiales (ce que nous avons fait précédemment).

**Etude de la configuration 5** Nous reprenons les PDFs des vitesses centrées réduites en considérant les moyennes et valeurs fluctuantes temporelles. La figure IV.13 compare les nouvelles PDFs obtenues aux anciennes. La figure IV.12 présente le degré de stationnarité de l'écoulement.

TABLE IV.6 – Caractéristiques des PDFs de vitesses : *skewness* S et *flatness* F. Pour une distribution gaussienne  $S_g = 0$  et  $F_g = 3$ . *old* : couleur verte / *new* : couleur jaune

	f	Т	$S_{uold}$	$S_{unew}$	$F_{uold}$	$F_{unew}$	$S_{vold}$	$S_{vnew}$	$F_{vold}$	$F_{vnew}$
[-]	[Hz]	[K]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
5	5	2	04	.09	4.3	5.2	.7	.4	-	-

Pour la composante horizontale, on voit un léger décalage sur les caractéristiques des PDFs, cf. tableau IV.6. Pour la composante verticale, on remarque que les nouvelles PDFs ne diffèrent pas des anciennes. Ceci peut s'expliquer par le fait que la moyenne de la valeur fluctuante de vitesse est plus importante que la valeur fluctuante de la moyenne, cf. figure IV.12.



FIGURE IV.13 – PDFs des vitesses centrées réduites (a) pour la composante transverse (b) pour la composante longitudinale pour la configuration 5. - - : PDF d'une gaussienne.

**Homogénéité** Sur les cartogragraphies des vitesses fluctuantes centrées transverse (horizontale) IV.14 et longitudinale (verticale) IV.15, on remarque que les champs de vitesses fluctuantes centrées sont assez homogènes. Les configurations sont obtenues à la même fréquence d'oscillation de grille (5 Hz), on voit que les champ de vitesses fluctuantes  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$  sont plus forts dans le cas 5 (injection par le bas) que dans les cas où l'injection se fait par le haut.

Pour cette configuration 5, les mesures sont prises en He II et dans les mêmes conditions expérimentales que pour la configuration 4 sauf que pour 5 l'injection est faite par le bas donc il y a la présence d'un fond alors que pour 4 l'injection est faite par le haut (pas de fond pour l'aquarium). On peut donc penser à un effet de l'injection : la présence du fond pourrait : (i) induire un écoulement secondaire, (ii) modifier la recirculation à grande échelle présente dans les écoulements de grille oscillante.

# IV.2. ANALYSE DU CHAMP DE VITESSES DE L'ÉCOULEMENT



FIGURE IV.14 – Cartographies des vitesses fluctuantes horizontales  $\sigma_u$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations. Le champ de vitesse fluctuante centrée est homogène malgré l'existence de quelques maxima.



FIGURE IV.15 – Cartographies des vitesses fluctuantes verticales  $\sigma_v$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations.

**Isotropie** Le tableau IV.7 présente les vitesses fluctuantes centrées de l'écoulement dans les différentes configurations expérimentales. Afin de comparer l'isotropie des fluctuations de vitesse à d'autres écoulements de grille classique on va utiliser les lois empiriques (déjà énoncées plus haut, mais que l'on rappelle ici). Pour l'évaluation de la vitesse fluctuante à partir des lois empiriques, nous avons considéré la course évaluée dans la section II.6 soit S = 26.5 mm. Les vitesses fluctuantes centrées sont obtenues via les relations :

$$\sigma_u^{th\ 3} = c_u S^{3/2} M^{1/2} f y^{-1} \tag{IV.2.5}$$

$$\sigma_u^{th 3} = c_u S^{3/2} M^{1/2} f y^{-1}$$
(IV.2.5)  
$$\sigma_v^{th} = c_v S^{3/2} M^{1/2} f y^{-1}$$
(IV.2.6)

$$L^{th} = c_L y \tag{IV.2.7}$$

où  $c_u$ ,  $c_v$  et  $c_L$  sont des constantes qui dépendent de la géomètrie de la grille. Pour le dimensionnement de notre grille, nous nous sommes basés sur la littérature [76, 91]. La condition d'isotropie par plan,  $\frac{\sigma_v}{\sigma_u} = 1.1 - 1.2$  est généralement vérifiée pour  $\frac{y}{M} > 1.8 + \frac{S}{2M}$ [36].

En se basant sur les erreurs qu'il est possible d'avoir sur  $c_u$ ,  $c_L$ , M, S et y :

$$c_u = .275 \pm .025$$
 et  $c_L = .15 \pm .05$  [23, 76, 91, 36, 85] (IV.2.8)

$$M = (15 \pm .02)$$
 mm mesurée à l'aide d'un pied à coulisses. (IV.2.9)

$$S = (26.5 \pm .5) \text{ mm}$$
: mesures par « *PIV* » obtenues au chapitre 2. (IV.2.10)

$$y = 4.6M \pm .5M$$
: hauteur du champ de visualisation. (IV.2.11)

Les erreurs sur la vitesse fluctuante centrée et sur l'échelle intégrale sont ainsi évaluées à :

$$\Delta \sigma_u = .2\sigma_u \tag{IV.2.12}$$

$$\Delta L = .4L \tag{IV.2.13}$$

TABLE IV.7 – Vitesses fluctuantes centrées de l'écoulement : la première colonne donne le numéro de la configuration,  $\sigma_u$  la vitesse fluctuante centrée horizontale,  $\sigma_v$  la vitesse centrée fluctuante verticale,  $\sigma_u^{th}$  la vitesse fluctuante centrée issue des données empiriques, cf. [36, 91].

	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_f}$	$\sigma_u$	$\sigma_v$	$\sigma_u^{th}$	$\frac{\sigma_v}{\sigma_u}$
[-]	[K]	[-]	[mm/s]	[mm/s]	[mm/s]	[-]
1	2.8	1.05	$8.3 \pm 1.7$	$15.0 \pm 3$	9.6	1.8
2	3.1	1.04	$7.4 \pm 1.5$	$14.0\pm2.8$	9.6	1.7
3	3.5	1.12	$9.3\pm1.9$	$14.1\pm2.8$	9.6	1.5
4	2	1.17	$9.1 \pm 1.8$	$14.4 \pm 2.9$	9.6	1.6
5	2	1.18	$11.4\pm2.3$	$18.5\pm3.7$	9.6	1.6
6	2	1.04	$5.2 \pm 1$	$7.2 \pm 1.4$	4.8	1.4

Du tableau IV.7, on remarque que les valeurs trouvées pour  $\sigma_u$  avec nos mesures expérimentales correspondent aux valeurs empiriques, en tenant compte des barres d'erreurs, cf. figure IV.16.

Aucune tendance ne ressort de la figure IV.16 : la vitesse fluctuante centrée ne dépend pas



FIGURE IV.16 – Vitesses fluctuantes de l'écoulement pour les différentes configurations expérimentales. ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ , bande grise : gamme de variation de la vitesse fluctuante obtenue des lois empiriques cf. [36, 91]. injection par le haut à 5 Hz : • : vitesse transverse et  $\Delta$  : vitesse longitudinale / injection par le bas à 5 Hz : • : vitesse transverse et  $\blacktriangle$  : vitesse longitudinale / injection par le bas à 2.5 Hz : • : vitesse transverse et  $\blacktriangle$  : vitesse longitudinale.

de la température et donc ne dépend pas des propriétés physiques du fluide.

En revanche, les valeurs de  $\frac{\sigma_v}{\sigma_u}$  sont contradictoires avec la nature isotrope de l'écoulement de grille oscillante. Ceci peut être dû au fait que le rapport d'aspect de l'aquarium de 1.8 n'est pas suffisant (Dans [85], le rapport d'aspect est aussi de 1.8 et l'écoulement moyen est tout aussi présent). Dans notre expérience, les valeurs de  $\frac{\sigma_u}{u_{rms}}$  et de  $\frac{\bar{u}}{u_{rms}}$  obtenues ( $u_{rms}$  est la vitesse r.m.s. totale), cf. tableau IV.8, coincident avec celles obtenues par Thompson et al. [85] et nous avons aussi un très fort taux de turbulence à 4.57 M en aval de la grille allant de 110 à 990 %. Nos observations / mesures ne sont pas uniquement propres à notre cryostat mais sont aussi transposables à un écoulement de grille oscillante en général.

TABLE IV.8 – Comparaison des vitesses fluctuantes  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$  avec les vitesses fluctuantes totales  $u_{rms}$  et  $v_{rms}$  et des vitesses moyennes  $\bar{u}$  et  $\bar{v}$  avec  $u_{rms}$  et  $v_{rms}$ 

	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_f}$	$\frac{\sigma_u}{u_{rms}}$	$\frac{u_{rms}}{\bar{u}}$	$\frac{\sigma_u}{\bar{u}}$	$\frac{\sigma_v}{v_{rms}}$	$\frac{v_{rms}}{\bar{v}}$	$\frac{\sigma_v}{\bar{v}}$
[-]	[K]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1	2.8	1.05	.99	9.1	8.9	.96	3.3	3.5
2	3.1	1.04	.99	10	9.9	.97	5	4.0
3	3.5	1.12	.99	33.3	31	.87	2	1.8
4	2	1.17	.94	3	2.9	.81	1.7	1.4
5	2	1.18	.86	2	1.7	.87	2	1.8
6	2	1.04	.74	1.4	1.1	.83	1.7	1.5

L'écart entre  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$  peut aussi s'expliquer par le fait que le gap de 2 mm entre la grille et la face latérale de l'aquarium est trop large ou légèrement différent suivant le centrage de la grille dans l'*aquarium*; ce qui pourrait générer des recirculations aux bords qui influent sur les valeurs fluctuantes des composantes verticales. La polydispersité en densité contribue à élargir les fluctuations apparentes de vitesse verticale. En considérant l'équation IV.2.4, nous déduisons la contribution de la polydispersité en densité aux fluctuations de la vitesse moyenne de chute  $\langle v \rangle$ :

$$2\frac{\sigma_{\langle v \rangle_{settling}}}{\langle v \rangle_{settling}} = \frac{\sigma_{\Delta\rho}}{\Delta\rho} + \frac{\sigma_{\Phi_p}}{\Phi_p}$$
(IV.2.14)

Comme 
$$\frac{\sigma_{\Delta\rho}}{\Delta\rho} \gg \frac{\sigma_{\Phi_p}}{\Phi_p} \Rightarrow \frac{\sigma_{\langle v \rangle_{settling}}}{\langle v \rangle_{settling}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\Delta\rho}}{\Delta\rho}$$
 (IV.2.15)

En considérant que

$$v = \langle v \rangle_{settling} + \langle v \rangle_{flow} \text{ et } \langle \langle v \rangle_{settling} \cdot \langle v \rangle_{flow} \rangle \approx 0$$
 (IV.2.16)

Nous obtenons :

$$\sigma_{\langle v \rangle_{flow}} = \sqrt{\sigma_v^2 - \sigma_{\langle v \rangle_{settling}}^2} = \sqrt{\sigma_v^2 - \left(\frac{1}{2}\frac{\sigma_{\Delta\rho}}{\Delta\rho}\langle v \rangle_{settling}\right)^2}$$
(IV.2.17)

TABLE IV.9 – Contribution de la polydispersité en densité aux fluctuations de la vitesse moyenne de chute  $\langle v \rangle$ .

	f	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_f}$	$\sigma_v$	$\Delta \rho$	$\frac{\sigma_{\Delta\rho}}{\Delta\rho}$	$\langle v \rangle_{settling}$	$\sigma_{\langle v \rangle_{flow}}$	$\sigma_u$	$\frac{\sigma_{\langle v \rangle_{flow}}}{\sigma_v}$	$\frac{\sigma_{\langle v \rangle_{flow}}}{\sigma_u}$
[-]	[Hz]	[K]	[-]	[mm/s]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[-]	[]	mm/s]		[·	-]
1	5	2.8	1.05	15	7.6	5.9	4.3	7.9	8.3	.5	1
2	5	3.1	1.04	14	5.3	8.5	3.4	-	7.4	-	-
3	5	3.5	1.12	14.1	16.7	2.7	8	9.1	9.3	.6	1
4	5	2	1.17	14.4	25.2	1.8	10.4	11	9.1	.8	1.2
5	5	2	1.18	18.5	26	1.7	10.5	16.1	11.4	.9	1.4
6	2.5	2	1.04	7.2	5.6	8	4.9	-	5.2	-	-

Du tableau IV.9, nous constatons que la polydispersité en densité contribue à hauteur de 50 à 90% (colonne  $\frac{\sigma_{\langle v \rangle_{flow}}}{\sigma_v}$ ) dans la vitesse fluctuante centrée longitudinale et pourrait expliquer la non isotropie de notre écoulement. Si nous corrigeons cette contribution et réévaluons la vitesse de longitudinale fluctuante centrée (qu'on aurait obtenue si les particules n'étaient pas plus lourdes que le fluide), colonne  $\sigma_{\langle v \rangle_{flow}}$ , nous retrouvons quasiment la vitesse fluctuante centrée transverse en He I. En He II nous avons un rapport  $\frac{\sigma_{\langle v \rangle_{flow}}}{\sigma_u}$  de 1.2 à 1.4 pour les cas 4 et 5 où seule la méthode d'injection varie (cas 4 injection par le haut et cas 5 injection par le bas). Cet écart entre les deux configurations pourrait s'expliquer par la présence du fond comme expliqué dans la section IV.2.2. Pour les configurations 2 et 6, l'équation IV.2.17 ne donne pas de résultats physiques (valeurs négatives de vitesses fluctuantes) et ceci est attribué au fait que ce sont des configurations pour lesquelles les particules sont plus isodenses que dans les autres cas ( $\frac{\rho_p}{\rho_f}$  est minimum)).

#### **IV.2.4** Conclusion

En résumé, sur le champ de vitesses, nous remarquons l'existence d'une recirculation à grande échelle qui se traduit par l'existence d'un champ moyen de vitesses.

La vitesse moyenne longitudinale est plus importante que la vitesse moyenne transverse du fait que les particules sont légèrement plus denses que le fluide. Les valeurs fluctuantes longitudinales s'écartent des valeurs fluctuantes obtenues des lois empiriques alors que les valeurs fluctuantes centrées transverses en donnent une bonne estimation ; ce qui fait que la condition d'isotropie n'a pu être vérifiée.

On retrouve des comportements similaires en He I et He II : les vitesses fluctuantes centrées sont stationnaires et homogènes tout comme les vitesses moyennes longitudinales (sauf pour les configurations 1 et 6), les vitesses moyennes transverses sont instationnaires (sauf pour les configurations 2 et 5) et homogènes. Les ailes des PDFs des vitesses centrées réduites s'écartent de celles de la distribution gaussienne pour des raisons jusque là inconnues mais pas nouvelles [19].

Le tableau IV.10 présente les différentes caractéristiques de la turbulence pour toutes les configurations étudiées, estimées à partir des premiers éléments obtenus par l'étude des statistiques à une particule et un temps que l'on vient de présenter. Dans ce tableau, le taux de dissipation  $\epsilon_{1C_{\epsilon}}$  est évalué à partir de la vitesse fluctuante centrée obtenue de nos mesures et de l'échelle intégrale  $L^{th}$  obtenue des lois empiriques  $L^{th} \approx 14$  mm. L'indice 1 désigne la méthode de statistiques à une particule et un temps et l'indice  $C_{\epsilon}$  correspond au cœfficient du taux de dissipation, cf. équation IV.2.18.

Les différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement sont obtenues comme suit :

$$\epsilon = C_{\epsilon} \frac{\sigma_u^3}{L^{th}} \text{ avec } C_{\epsilon} \quad [.5;1]$$
(IV.2.18)

$$R_{\lambda} = \left(15 \frac{\sigma_u L^{th}}{\nu}\right)^{1/2} \tag{IV.2.19}$$

$$= \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}$$
(IV.2.20)

$$\tau_{\eta} = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2} \tag{IV.2.21}$$

Le cœfficient du taux de dissipation  $C_{\epsilon}$  est un paramètre sans dimension fonction du nombre de Reynolds, cf. figure IV.17. Dans notre étude, nous avons pris  $C_{\epsilon} \approx 1$ .

η

TABLE IV.10 – Evaluation des caractéristiques de l'écoulement par la méthode de statistiques à un temps sur le champ de vitesses.

	f	Т	$\sigma_{u1}$	$\sigma_{v1}$	$\epsilon_{1C\epsilon}$	$R_{\lambda 1 C \epsilon}$	$\eta_{1C\epsilon}$	$\tau_{\eta 1 C \epsilon}$
[-]	[Hz]	[K]	[mr	n/s]	$[10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}]$	[-]	[µm]	[ms]
1	5	2.8	8.3	15	4.2	262	25	24
2	5	3.1	7.4	14	3	242	28	30
3	5	3.5	9.3	14.1	5.9	268	24	21
4	5	2	9.1	14.4	5.5	428	12	14
5	5	2	11.4	18.5	10.8	479	10	10
6	2.5	2	5.2	7.2	1	324	18	31



FIGURE IV.17 – Evolution du cœfficient du taux de dissipation  $C_{\epsilon}$ , image tirée de [79].

On remarque, pour la même fréquence d'oscillation de la grille de 5 Hz et pour le même moyen d'injection, que le taux de dissipation est similaire en He I et He II (config. 1 à 4 : injection par le haut). Dans [81], il a été mis en évidence que dans un écoulement homogène isotrope, le taux de dissipation à grande échelle ( $\epsilon \approx C_{\epsilon} \frac{u^3}{L}$  avec u et L des échelles caractéristiques de l'écoulement), pour des nombres de Reynolds élevés, est independant de la viscosité cinématique du fluide. Dans le cas d'un écoulement inhomogène et anisotrope de Von-Karmán [71, 72], il a été montré que la dissipation est la même en He I et en He II par mesures globales calorimétriques (mesure de la puissance dissipée) et de puissance injectée (couple et fréquence du moteur). On note aussi que les échelles dissipatives (temporelles  $\tau_{\eta}$  et spatiales  $\eta$ ) sont plus importantes dans le normal que dans le superfluide, cf. figure IV.18. On observe l'inverse pour le nombre de Reynolds  $R_{\lambda}$ . Ceci s'explique principalement par le fait que la viscosité cinématique du superfluide est plus faible que celle de l'He I. On note que malgré le fait que le taux de dissipation  $\epsilon_{1C\epsilon}$  dans le cas 5 (He II, 5 Hz, injection par le bas) est le double de celui obtenu dans le cas 4 (He II, 5 Hz, injection par le haut), l'écart sur les échelles dissipatives spatiales  $\eta$  et temporelles  $\tau_{\eta}$  entre ces deux cas est moins important du fait que ces dernières dépendent respectivement de  $\epsilon^{-1/4}$  et  $\epsilon^{-1/2}$ .

L'évolution du taux de dissipation est fonction croissante de la fréquence d'oscillation de la grille (comme vérifié en He II, config. 5 et 6 : injection par le bas). En considérant les fréquences  $f_6 = 2.5$  Hz et  $f_5 = 5$  Hz, on a :

$$\frac{\epsilon_5}{\epsilon_6} = \left(\frac{\sigma_{u5}}{\sigma_{u6}}\right)^3 = \left(\frac{f_5}{f_6}\right)^3 = 8, \text{ empiriquement} \qquad (IV.2.22)$$

Dans nos mesures, nous avons : 
$$\frac{\epsilon_5}{\epsilon_6} = 10.8.$$
 (IV.2.23)

Nos mesures sont assez consistantes.

Rappelons que pour le calcul de la viscosité cinématique du superfluide nous avons considéré la viscosité dynamique du normal et la masse volumique totale du superfluide. Dans le superfluide, les échelles dissipatives sont plus importantes à f = 2.5 Hz qu'à 5 Hz, comme attendu pour un fluide classique.



FIGURE IV.18 – (a) Echelle dissipative de Kolmogorov  $\eta$ . (b) Temps de retournement des structures dissipatives  $\tau_{\eta}$ . (c) Nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $R_{\lambda}$ . (d) Taux de dissipation de l'écoulement  $\epsilon$ . bande grise et rouge : gamme de variation de  $\epsilon$  dans le champ de vue à 5 Hz et à 2.5Hz respectivement.

ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\triangle$  : données obtenues des lois empiriques  $\circ$  : données expérimentales / injection par le bas à 5 Hz :  $\blacktriangle$  : données obtenues des lois empiriques  $\bullet$  : données expérimentales / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\blacktriangle$  : données obtenues des lois empiriques  $\bullet$  : données expérimentales.

# IV.3 Analyse du champ des accélérations de l'écoulement

L'etude du filtrage présentée dans le chapitre III suggère que nos mesures ne sont probablement pas suffisamment résolues pour une estimation correcte de l'accélération. Nous proposons néanmoins, ici, une étude des statistiques de l'accélération, obtenue à partir d'un filtrage gaussien pour réduire l'effet du bruit et dont la largeur, déterminée comme expliqué dans le chapitre III, est probablement déjà trop grande pour prétendre atteindre une résolution dissipative des échelles lagrangiennes. Nous appellerons toutefois « accélération » le signal filtré ainsi obtenu.

Cette section est une analogie de l'analyse du champ de vitesses de l'écoulement.

#### **IV.3.1** Statistiques des accélérations

La figure IV.19 présente les PDFs des accélérations transverses  $a_x$  et longitudinales  $a_y$ , pour les différentes configurations expérimentales.



FIGURE IV.19 – PDF des accélérations (a) pour la composante horizontale (b) pour la composante verticale. ▼ : config. 1 / ► : config. 3 / ♦ : config. 4 / • : config. 5. - - : PDF d'une gaussienne. L'axe vertical est vers le bas.

La figure IV.20 présente les PDFs des accélérations centrées réduites. On remarque d'un point de vue statistique que les PDFs des accélérations ont une meilleure convergence que les PDFs des vitesses. Ceci est dû au fait que la vitesse est corrélée sur  $T_L$  (échelle intégrale temporelle) alors que l'accélération ne l'est que sur  $2\tau_{\eta}$  (échelle dissipative temporelle). Un film dure typiquement  $7\tau_{\eta}$  (en He I) ce qui n'est pas suffisant pour être décorrélé pour les vitesses ( $7\tau_{\eta} < T_L$ ) mais pour un même film, on a des sous ensembles décorrélés pour l'accélération. La convergence des PDFs est qualitativement observée pour  $|\frac{a_i - \langle a_i \rangle}{\sigma_{a_i}}| < 5, i \equiv \{x, y\}$ .

Dans le tableau IV.11; les caractéristiques des PDFs des accélérations sont présentées. La figure IV.22 présente la *skewness* et la *flatness*, définies aux équations IV.3.2 et IV.3.3 respectivement, des PDFs des accélérations des différentes configurations. La figure IV.21 présente la convergence de ces grandeurs pour la configuration 1.

$$\alpha = \frac{a_i - \langle a_i \rangle}{\sigma_{ai}} \tag{IV.3.1}$$

$$S = \frac{\int_0^\infty \alpha^3 P DF(\alpha) \,\mathrm{d}\alpha}{\sigma_\alpha^3} \tag{IV.3.2}$$

$$F = \frac{\int_0^\infty \alpha^4 P DF(\alpha) \, \mathrm{d}\alpha}{\sigma_\alpha^4} \tag{IV.3.3}$$

Les ailes des PDFs sont beaucoup plus larges que celles d'une distribution gaussienne, cf.



FIGURE IV.20 – PDF des accélérations centrées réduites (a) pour la composante horizontale (b) pour la composante verticale. ▼ : config. 1 / ► : config. 3 / ♦ : config. 4 / • : config. 5. - - : PDF d'une gaussienne. L'axe vertical est vers le bas.



FIGURE IV.21 – Skewness (•) et Flatness (•) des PDFs d'accélération pour la configuration 5.

figure IV.20 : il s'agit du phénomène d'intermittence lagrangienne de la turbulence [58] discutée à la section I.3.1.2.

Les cartographies du champ moyen IV.23 et IV.24 indiquent que l'accélération moyenne est assez homogène.

#### IV.3. ANALYSE DU CHAMP DES ACCÉLÉRATIONS DE L'ÉCOULEMENT

TABLE IV.11 – Caractéristiques des PDFs d'accélération : *skewness* S et *flatness* F. Pour la distribution gaussienne  $S_g = 0$  et  $F_g = 3$ . Pour les cases vides, les données ne sont pas du tout convergées.

	f	Т	$S_{ax}$	$F_{ax}$	$S_{ay}$	$F_{ay}$
[-]	[Hz]	[K]	[-]	[-]	[-]	[-]
1	5	2.8	22	-	-	-
3	5	3.5	-	-	-	-
4	5	2	11	-	.07	-
5	5	2	02	-	-	-



FIGURE IV.22 – Skewness des PDFs d'accélérations. - - : *skewness* d'une gaussienne. ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ .

injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  composante transverse  $\triangle$  composante longitudinale / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  composante transverse  $\blacktriangle$  composante longitudinale.



FIGURE IV.23 – Cartographies des accélérations moyennes horizontales  $\bar{a_x}$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations.

# IV.3. ANALYSE DU CHAMP DES ACCÉLÉRATIONS DE L'ÉCOULEMENT



FIGURE IV.24 – Cartographies des accélérations moyennes verticales  $\bar{a_y}$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations.

# IV.3.2 Etude du champ fluctuant

**Stationnarité du champ d'accélération** Il s'agit d'étudier l'évolution temporelle des accélérations moyennes et fluctuantes centrées. Nous procéderons comme dans le cas de l'étude de la stationnarité du champ de vitesses (cf. section IV.2.3) par analyse temporelle et spatiale.



FIGURE IV.25 – Evolution des accélérations moyennes en fonction du nombre d'évènements indépendants (a) pour la composante transverse (b) pour la composante longitudinale de l'écoulement. Evolution des accélérations fluctuantes de l'écoulement en fonction du nombre d'évènements indépendants (c) pour la composante transverse (d) pour la composante longitudinale.  $\checkmark$  : config.1 /  $\triangleleft$  : config.2 /  $\triangleright$  : config.3 /  $\blacklozenge$  : config. 4 /  $\bullet$  : config. 5 /  $\blacksquare$  : config. 6.

Du tableau IV.12 et de la figure IV.25, nous retenons que le champ des accélérations moyennes est instationnaire  $\left(\frac{\sigma_{ai}}{\langle ai \rangle} > 1\right)$  alors que le champ des accélérations fluctuantes centrées est stationnaire  $\left(\frac{\sigma_{\sigma_{ai}}}{\langle \sigma_{ai} \rangle} < 1\right)$ . On peut noter que  $\frac{\langle \sigma_{w} \rangle}{\sigma_{w}} > 1$  pour toutes les

configurations sauf la 6. On ne s'attend donc pas à un effet important de l'instationnarité sur les statistiques globales sauf pour la configuration 6.

	f	Т	$\langle \bar{a_x} \rangle$	$\sigma_{a\bar{x}}$	$\frac{\sigma_{\bar{ax}}}{\langle \bar{ax} \rangle}$	$\langle \sigma_{ax} \rangle$	$\sigma_{\sigma_{ax}}$	$\frac{\sigma_{\sigma_{ax}}}{\langle \sigma_{ax} \rangle}$	$\frac{\langle \sigma_{ax} \rangle}{\sigma_{\bar{ax}}}$	Ν
[-]	[Hz]	[K]	[mm	$/s^{-2}$ ]	[-]	[mm/	$(s^{-2}]$	[-]	[-]	[-]
1	5	2.8	-2	16	-8	253	97	.4	15	25
2	5	3.1	-16	46	-3	109	94	.9	2.3	15
3	5	3.5	4	26	7	291	146	.5	11	65
4	5	2	-5	105	-21	430	387	.9	2.6	80
5	5	2	-8	22	-3	183	79.6	.4	8.2	76
6	2.5	2	-17	63	-4	54	48	.9	.8	31
							1			
	f	Т	$\langle \bar{a_y} \rangle$	$\sigma_{\bar{a_y}}$	$\frac{\sigma_{\bar{ay}}}{\langle \bar{ay} \rangle}$	$\langle \sigma_{ay} \rangle$	$\sigma_{\sigma_{ay}}$	$\frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle}$	$\frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{a\bar{y}}}$	N
[-]	f [Hz]	T [K]	$\langle \bar{a_y} \rangle$ [mm/	$\frac{\sigma_{\bar{a_y}}}{/\mathrm{s}^{-2}]}$	$\frac{\sigma_{\bar{ay}}}{\langle \bar{a_y} \rangle}$ [-]	$\langle \sigma_{ay}  angle$ [mm/	$\frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{/s^{-2}]}$	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle} \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \hline \hline \hline \end{array} \end{array} $	$\frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{\bar{ay}}}$ [-]	N [-]
[-]	<i>f</i> [Hz] 5	T [K] 2.8	$\langle \bar{a_y} \rangle$ [mm/	$\frac{\sigma_{\bar{a_y}}}{/s^{-2}]}$ 57	$\frac{\frac{\sigma_{\bar{ay}}}{\langle \bar{a_y} \rangle}}{[-]}$ 9.9	$\langle \sigma_{ay} \rangle$ [mm/ 263	$\frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{(s^{-2}]}$ 1401	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle} \\ \hline $	$ \frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{a\bar{y}}} $ [-] 4.6	N [-] 25
[-] 1 2	<i>f</i> [Hz] 5 5	T [K] 2.8 3.1	$\langle \bar{a_y} \rangle$ [mm/ 6 15	$ \begin{array}{c} \sigma_{\bar{a_y}} \\  /s^{-2}] \\  \overline{57} \\  \overline{62} \end{array} $	$ \frac{\sigma_{\bar{ay}}}{\langle \bar{ay} \rangle} $ [-] 9.9 4.2	$ \begin{array}{c} \langle \sigma_{ay} \rangle \\ \hline \text{[mm]} \\ 263 \\ \hline 131 \end{array} $	$ \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{(s^{-2}]} $ 1401 89	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle} \\ \hline [-] \\ .5 \\ .7 \end{array} $	$     \frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{\bar{ay}}}     [-]     4.6     2.1   $	N [-] 25 15
[-] 1 2 3	<i>f</i> [Hz] 5 5 5 5	T [K] 2.8 3.1 3.5	$\langle \bar{a_y} \rangle$ [mm/ 6 15 12	$\sigma_{\bar{a_y}}$ /s <sup>-2</sup> ] 57 62 77	$     \begin{array}{r} \overline{\sigma_{\bar{ay}}} \\ \overline{\langle \bar{a_y} \rangle} \\ \hline                                   $	$ \begin{array}{c} \langle \sigma_{ay} \rangle \\ \hline \text{[mm]} \\ 263 \\ \hline 131 \\ 299 \end{array} $	$\sigma_{\sigma_{ay}}$ /s <sup>-2</sup> ] 1401 89 94	$     \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle}     [-]     .5     .7     .3   $	$ \frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{\bar{ay}}} $ [-] 4.6 2.1 3.9	N [-] 25 15 65
[-] 1 2 3 4	f [Hz] 5 5 5 5 5	T [K] 2.8 3.1 3.5 2	$ \begin{array}{c} \langle \bar{a_y} \rangle \\ [mm] \\ 6 \\ 15 \\ 12 \\ 14 \end{array} $	$\sigma_{\bar{a_y}}$ /s <sup>-2</sup> ] 57 62 77 147	$ \frac{\overline{\sigma_{\bar{a}y}}}{\langle \bar{a}_y \rangle} $ [-] 9.9 4.2 6.6 10	$ \begin{array}{c} \langle \sigma_{ay} \rangle \\ [mm] \\ 263 \\ 131 \\ 299 \\ 470 \end{array} $	$\sigma_{\sigma_{ay}} = \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{(s^{-2})} = \frac{1401}{89} = \frac{94}{235}$	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle} \\ \hline $	$     \begin{array}{r} \frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{\bar{a}y}} \\     \hline            $	N [-] 25 15 65 80
[-] 1 2 3 4 5	f [Hz] 5 5 5 5 5 5 5 5	T [K] 2.8 3.1 3.5 2 2	$ \begin{array}{c} \langle \bar{a_y} \rangle \\ \hline [mm] \\ 6 \\ 15 \\ 12 \\ 14 \\ 12 \end{array} $	$ \begin{array}{c} \sigma_{\bar{a_y}} \\ sigma scale=0 \\ sigma sca$	$ \frac{\overline{\sigma_{\bar{a}y}}}{\langle \bar{a}_y \rangle} $ [-] 9.9 4.2 6.6 10 7.8	$\langle \sigma_{ay} \rangle$ [mm/ 263 131 299 470 193	$ \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{(s^{-2}]} $ 1401 89 94 235 70	$ \begin{array}{c} \frac{\sigma_{\sigma_{ay}}}{\langle \sigma_{ay} \rangle} \\ \hline [-] \\ \hline .5 \\ \hline .7 \\ \hline .3 \\ \hline .5 \\ \hline .4 \end{array} $	$ \frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{\sigma_{\bar{a}y}} = \frac{\langle \sigma_{ay} \rangle}{[-]} = \frac{4.6}{2.1} = \frac{3.9}{1.2} = 1.2 $	N [-] 25 15 65 80 76

TABLE IV.12 – Etude de la stationnarité des accélérations de l'écoulement :  $\langle . \rangle$  : moyenne spatiale,  $\overline{}$  : moyenne temporelle,  $\sigma_{\downarrow}$  correspond à l'écart-type.

**Homogénéité :** Les figures IV.26 et IV.27 présentent les cartographies des accélérations fluctuantes centrées. Les champs des accélérations fluctuantes centrées sont assez homogènes.

Les valeurs des accélérations moyennes sont très faibles par rapport aux accélérations fluctuantes centrées ce qui, pour la composante longitudinale, montre notamment que les particules dans le champ de visualisation ont atteint leur vitesse terminale, cf. tableau IV.12  $\left(\frac{\langle \sigma_{ai} \rangle}{\langle ai \rangle} \gg 1\right)$ .



FIGURE IV.26 – Cartographies des accélérations fluctuantes horizontales centrées  $\sigma_{ax}$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations.

# IV.3. ANALYSE DU CHAMP DES ACCÉLÉRATIONS DE L'ÉCOULEMENT



FIGURE IV.27 – Cartographies des accélérations fluctuantes verticales centrées  $\sigma_{ay}$  dans He I et dans He II. Les numéros représentent les numéros des configurations.

**Isotropie :** Le tableau IV.13 présente les valeurs des accélérations de l'écoulement dans les différentes configurations expérimentales. On remarque que le champ des accélérations fluctuantes  $\sigma_{ax}$  et  $\sigma_{ay}$  est moins important dans le cas 5 (injection par le bas) alors qu'on observe le contraire sur les champs moyens. Au vu de ce tableau, on peut noter que la condition d'isotropie est vérifiée pour l'accélération  $\frac{\sigma_{ay}}{\sigma_{ax}} = .9 - 1.1$ . Nous remarquons aussi que  $\frac{\langle a_i \rangle}{\sigma_{ai}} \ll 1$  avec  $i \equiv \{x, y\}$ . Le fait que  $\langle a_y \rangle \ll \sigma_{ay}$  indique notamment que les particules observées dans le champ de visualisation ont atteint leur vitesse terminale.

TABLE IV.13 – Accélérations moyennes et fluctuantes des particules : la première colonne donne le numéro de la configuration, f la fréquence d'oscillation de la grille,  $\bar{a_x}$  l'accélération moyenne horizontale,  $\bar{a_y}$  l'accélération moyenne verticale,  $\sigma_{ax}$  l'accélération fluctuante transverse et  $\sigma_{ay}$  l'accélération fluctuante longitudinale.

	f	Т	$\bar{a_x}$	$\bar{a_y}$	$\sigma_{ax}$	$\sigma_{ay}$	$\frac{\sigma_{ay}}{\sigma_{ax}}$
[-]	[Hz]	[K]	[mm	$(s^{-2}]$	[mm	$/s^{-2}$ ]	[-]
1	5	2.8	-4	4	282	329	1.2
2	5	3.1	-18	27	171	190	1.1
3	5	3.5	4	9	336	348	1
4	5	2	-24	-9	426	468	1.1
5	5	2	-5	23	199	223	1.1
6	2.5	2	-4	13	75	72	.9



FIGURE IV.28 – (a) Accélérations moyennes (b) Accélérations fluctuantes centrées. injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  composante transverse  $\triangle$  composante longitudinale / injection par le bas à 5 Hz :  $\circ$  composante transverse  $\blacktriangle$  composante longitudinale / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\circ$  composante transverse  $\blacktriangle$  composante longitudinale.

#### **IV.3.3** Conclusion

Les champs d'accélérations sont homogènes. Les ailes des PDFs des accélérations centrées réduites s'écartent de celles de la distribution gaussienne ce qui met en évidence le phénomène d'intermittence lagrangienne. L'isotropie et la stationnarité sont vérifiées

#### IV.3. ANALYSE DU CHAMP DES ACCÉLÉRATIONS DE L'ÉCOULEMENT

pour les valeurs fluctuantes centrées.

Pour caractériser les échelles de la turbulence, on peut se servir de l'accélération fluctuante pour obtenir le taux de dissipation. En effet, comme le suggère l'hypothèse H1 de la phénoménologie de Kolmogorov, la variance de l'accélération peut être obtenue par analyse dimensionnelle en fonction du taux de dissipation  $\epsilon$  et de la viscosité du fluide  $\nu$ , dans la zone dissipative :

$$\sigma_{ax}^2 = a_0 \epsilon^{3/2} \nu^{-1/2} \tag{IV.3.4}$$

Cette équation est connue sous le nom de relation de Heisenberg-Yaglom HY et  $a_0$  est un paramètre sans dimension qui est fonction du nombre de Reynolds, cf. figure IV.29 et [95].



FIGURE IV.29 – Evolution de  $a_0$  en fonction du nombre de Reynolds  $R_{\lambda}$ , figure tirée de [95]. Les symboles creux sont issus de simulations numériques, les symboles pleins sont issus de données expérimentales : • : composante transverse  $\blacksquare$  : composante longitudinale.

De la figure IV.29, nous déduisons une loi de puissance d'évolution de  $a_0$  en fonction de  $Re_{\lambda}$  pour les données issues de simulation numérique telle que  $a_0 = \alpha Re_{\lambda}^{\beta}$ , avec  $\alpha = .85$  et  $\beta = .25$ ,  $a_0 = .85Re_{\lambda}^{-.25}$ .

En considérant Re<sub>$$\lambda$$</sub> tel que :  $Re_{\lambda} = \left(15\frac{\sigma_u^4}{\nu\epsilon}\right)^{1/2}$  (IV.3.5)

Nous avons : 
$$\epsilon^{3-\beta} = \frac{\sigma_{ax}^4 \nu^{\beta+1}}{15^\beta \alpha^2 \sigma_u^{4\beta}}$$
 (IV.3.6)

Le taux de dissipation évalué par cette méthode sera appelé  $\epsilon_{1A}$ , cf.figure IV.30, 1 pour faire référence à la méthode de statistiques à un temps et une particule et A pour faire référence au cœfficient  $a_0$  de la relation de (HY). Le tableau IV.14 donne les valeurs du taux de dissipation obtenues pour les différentes conditions expérimentales. Pour le superfluide, la viscosité cinématique a été obtenue en considérant la densité totale du fluide et la viscosité dynamique de la composante normale. Comme indiqué dans la section I.1.4.3,

dans un écoulement isotherme, pour des échelles caractéristiques grandes devant l'espacement inter-vortex quantique et des nombres de Reynolds suffisamment importants on considère que seule la viscosité dynamique du fluide normal intervient (on considère la masse volumique totale du fluide).

TABLE IV.14 – Evaluation du taux de d	issipation $\epsilon_{1A}$ . $\epsilon^{th}$ est le taux de dissipation obtenu
à partir des lois empiriques tel que $\epsilon^{th}$	$= \frac{\sigma_u^{th^3}}{L^{th}}$ et $L^{th} \approx 14 \text{ mm}$

	$10^{8}\nu$	$\sigma_{ax1A}$	$10^5 \epsilon_{1A}$	$10^5 \epsilon^{th}$	$\frac{\epsilon_{1A}}{\epsilon^{th}}$	$\sigma_{u1}$	$L_{1A}$	$\frac{L_{1A}}{L^{th}}$
[-]	$[m^2/s]$	$[mm/s^{-2}]$	$[m^2/s^{-3}]$	$[m^2/s^{-3}]$	[-]	[mm/s]	[mm]	[-]
1	2.42	282	24	6.5	3.7	8.3	$2.3 \pm .2$	.2
2	2.58	171	13	6.5	2	5.4	$1.2 \pm .1$	.1
3	2.66	336	32	6.5	5	9.3	$2.5 \pm .2$	.2
4	1.02	426	28	6.5	4.3	9.1	$2.7 \pm .2$	.2
5	1.02	199	10	6.5	1.6	11.4	$14.6 \pm 1.3$	1.1
6	1.02	63	2.5	.8	3.6	5.2	$4.9 \pm .5$	.3

Généralement, l'échelle intégrale est obtenue en considérant l'intégrale de la fonction d'autocorrélation eulérienne de la vitesse. Dans notre cas, la vitesse moyenne est nulle, empiriquement, et il faudrait calculer la valeur de la fonction d'intercorrélation de la vitesse pour deux points en faisant varier la distance entre ceux-ci. Lorsque cette intercorrélation devient quasi nulle on obtient la valeur de l'échelle intégrale. Pour avoir accès aux valeurs temporelles des vitesses en différents points, il aurait fallu par exemple faire de la PIV (Particle Image Velocimetry) avec un champ de visualisation, un nombre de particules et une fréquence d'acquisition des images suffisamment importants. Ce qui n'est pas notre cas. De ce fait, pour évaluer  $L_{1A}$ , on se base sur le taux de dissipation  $\epsilon_{1A}$  et la vitesse fluctuante  $\sigma_{u1}$  obtenus expérimentalement tels que  $L_{1A} \approx \frac{\sigma_u^3}{\epsilon_{1A}}$ . Les erreurs que nous avons sur  $\epsilon_{1A}$  et  $\sigma_{u1}$  se répercutent sur le calcul de  $L_{1A}$ .

La figure IV.30 ne met pas en évidence une dépendance du taux de dissipation  $\epsilon$  ou de l'échelle intégrale L en fonction de la température (ou de la viscosité cinématique). On remarque par contre que ce taux  $\epsilon$  décroît lorsque la fréquence d'oscillation de la grille diminue, comme attendu. Ceci est en accord avec les lois empiriques où  $\epsilon$  ne dépend pas de la température. Les valeurs expérimentales de L ne correspondent pas à celles obtenues des lois empiriques, la valeur de L expérimentale étant obtenue à partir de  $\sigma_u$  et  $\epsilon$ , les erreurs de mesures sur ces deux grandeurs s'accumulent et entachent la mesure de L d'erreurs.

Le tableau IV.15 présente les différentes caractéristiques de l'écoulement.

Les échelles dissipatives sont plus faibles dans le superfluide que dans le normal, à 5 Hz : pour l'échelle spatiale les mesures expérimentales correspondent aux valeurs obtenues des lois empiriques alors que pour l'échelle temporelle, elles s'en écartent, cf. figure IV.31. A une même température de fonctionnement, dans le superfluide, on remarque que les échelles dissipatives sont fonction décroissante de la fréquence d'oscillation de la grille comme dans le cas d'un fluide classique.



FIGURE IV.30 – Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$  en fonction de la température. gamme de variation du taux de dissipation issu des lois empiriques à 5 Hz : zone grise et à 2.5 Hz : zone rouge. ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz  $\circ$  / injection par le bas à 5 Hz  $\bullet$  / injection par le bas à 2.5 Hz  $\bullet$ . barres d'erreurs : erreurs statiques.

	f	Т	$\sigma_{u1}$	$\sigma_{v1}$	$\sigma_{ax1A}$	$\sigma_{ay1A}$	$10^5 \epsilon_{1A}$	L <sub>1A</sub>	$R_{\lambda 1A}$	$\eta_{1A}$	$\tau_{\eta 1A}$
[-]	[Hz]	[K]	[mm/s]		$[mm/s^{-2}]$		$[m^2/s^{-3}]$	[mm]	[-]	[µm]	[ms]
1	5	2.8	8.3	15	282	329	24	4	142	18	13
2	5	3.1	7.4	14	171	190	13	3	116	19	14
3	5	3.5	9.3	14.1	336	348	13	6	176	19	14
4	5	2	9.1	14.4	426	458	15	5	261	8	8
5	5	2	11.4	18.5	199	223	6	24	640	11	13
6	2.5	2	5.2	7.2	63	76	2	5.5	206	14	20

 TABLE IV.15 – Evaluation des caractéristiques de l'écoulement.

Tableau récapitulatif

			Stationnarité										
	f	Т	C	Champ d	e vitesse	es		Champ d'accélérations					
	[Hz]	[K]	Moy	ennes	Fluctuantes			Moye	ennes	Fluctuantes			
			Trans Long		Trans	Long		Trans	Long	Trans	Long		
1	5	2.8	Non	Non	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
2	5	3.1	Oui	Oui	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
3	5	3.5	Non	Oui	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
4	5	2	Non	Oui	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
5	5	2	Oui	Oui	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
6	2.5	2	Non	Non	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
			Homogénéité										
	f	Т	(	Champ d	e vitesse	es		Champ d'accélérations					
	[Hz]	[K]	Moy	ennes	Fluctuantes		3	Moyennes		Fluctuantes			
			Trans	Long	Trans	Lon	g	Trans	Long	Trans	Long		
1	5	2.8	Oui	Non	Oui	Ou	i	Non	Non	Oui	Oui		
3	5	3.5	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui		
4	5	2	Oui	Oui	Oui	Ou	i	Oui	Oui	Oui	Oui		
5	5	2	Oui	Oui	Oui	Dui Oui		Oui	Oui	Oui	Oui		
		·	Isotropie										
		f	Т	Vitesses Fluctuantes				Accélérations Fluctuantes					
		[Hz]	[K]	_				-					
	1	5	2.8	Non				Oui					
	2	5	3.1	Non				Oui					
	3	5	3.5	Non				Oui					
	4	5	2	Non				Oui					
	5	5	2	Non				Oui					
	6	2.5	2	Non				Oui					
			I										

 TABLE IV.16 – Résumé : Trans pour transverse et Long pour longitudinal.



FIGURE IV.31 – (a) Echelle dissipative de Kolmogorov  $\eta$ . (b) Temps de retournement des structures dissipatives  $\tau_{\eta}$ . (c) Nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $R_{\lambda}$ . ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\triangle$  : données obtenues des lois empiriques  $\circ$  : données expérimentales / injection par le bas à 5 Hz :  $\blacktriangle$  : données obtenues des lois empiriques  $\bullet$  : données expérimentales / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\blacktriangle$  : données obtenues des lois empiriques  $\bullet$  : données expérimentales / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\bigstar$  : données obtenues des lois empiriques  $\bullet$  : données expérimentales.

# **Chapitre V**

# Statistique lagrangienne à une particule et deux temps

Dans ce chapitre, nous traitons des méthodes de statistiques à deux temps en abordant la dispersion de particules et les statistiques de vitesses pour l'évaluation des grandeurs caractéristiques de l'écoulement.

#### Sommaire

<b>V.1</b>	Introd	luction	134
	<b>V</b> .1.1	Rappel des configurations expérimentales	134
	V.1.2	Généralités	134
<b>V.2</b>	Statist	iques à deux temps sur le déplacement	136
<b>V.3</b>	Statist	iques à deux temps sur les incréments de vitesse	139
	V.3.1	Choix du filtre	139
	V.3.2	Régime dissipatif	141
	V.3.3	Régime inertiel	143
	V.3.4	Conclusion	146
<b>V.4</b>	Comp	araison avec les méthodes à un temps	148
# V.1 Introduction

# V.1.1 Rappel des configurations expérimentales

Dans ce chapitre, toutes les mesures sont prises à 4.6 M en aval de la grille (distance entre la position moyenne de la grille et le centre du champ de visualisation). Nous avons utilisé le K2-SC comme objectif avec le CF-1B comme lentille frontale. L'objectif est placé à une distance de travail de 35.5 cm par rapport au centre de l'aquarium (axe de la grille). La course est telle que  $\frac{S}{M} = 1.77$  (on considère la course mesurée lors des tests de performance mécanique, cf. section II.6, S = 26.5 mm). La calibration est faite sur l'axe de la grille et le champ de visualisation est de 1.7 M x 1.1 M (27 x 17mm<sup>2</sup>). Ensuite, le système {caméra + objectif} est translaté vers le bas (vers la zone de visualisation) jusqu'à 4.6 M en-dessous de la grille ; on observe toujours l'écoulement dans un plan vertical avec un champ de visualisation centré sur l'axe de la grille.

Pour ne pas avoir d'interaction entre les particules, nous travaillons dans un régime d'ensemencement dilué, cf. section I.4.2; dans notre étude, le nombre de particules dans le champ de visualisation est de l'ordre de la centaine, de ce fait, la fraction volumique  $\Phi_p$  est telle que  $\Phi_p \approx 10^{-5}$ ; (pour une profondeur de champ de 4 mm). Les caractéristiques de l'écoulement ont été étudiées dans le fluide normal et dans le superfluide. Le tableau VI.1 récapitule les différentes configurations expérimentales étudiées.

TABLE V.1 – Configurations expérimentales étudiées : Config. désigne le numéro de la configuration, T la température,  $\rho_f$  la masse volumique du fluide, f la fréquence d'oscillation de la grille et Couleur la couleur de la courbe correspondante à la configuration et *Symbole* le symbole qui lui est associé.

Config.	Fluide	Т	$\rho_f$	f	Injection	Couleur	Symbole
[-]	[-]	[K]	$[kg/m^{-3}]$	[Hz]	[-]	[-]	[-]
1	He I	2.8	145.0	5	haut	rouge	▼
2	He I	3.1	142	5	haut	noir	•
3	He I	3.5	138.0	5	haut	orange	
4	He II	2	147.5	5	haut	bleu	•
5	He II	2	147.5	5	bas	vert	•
6	He II	2	147.5	2.5	bas	violet	

# V.1.2 Généralités

Nous nous intérressons dans ce chapitre aux statistiques à une particule et à deux temps pour une caractérisation multi-échelles de l'écoulement, cf. chapitre I. Cette étude de la turbulence s'aborde classiquement au travers des statistiques des incréments temporels de position et de vitesse, cf. figure V.1.

— incréments de position : l'étude porte alors sur l'écart de position d'une particule entre un instant t et un instant  $t + \tau$ . Taylor [82] a montré que sous l'hypothèse d'une fonction de corrélation exponentielle de vitesse, les incréments sur la position z peuvent se réécrire tels que :

$$\vec{P}_{1}(t_{1}) = \vec{P}_{i}(t_{i}) = \vec{P}_{n}(t_{n})$$

$$\vec{P}_{1}(t_{1}) = \vec{P}_{i}(t_{i}) = \vec{P}_{n}(t_{n})$$

$$\vec{P}_{1}(t_{1}) = \vec{P}_{i}(t_{i}) = \vec{P}_{n}(t_{n})$$

$$\vec{P}_{n}(t_{n}) = \vec{P}_{n}(t_{n})$$

FIGURE V.1 – Trajectoire d'une particule et incréments de positions et vitesses.

$$\langle (z(t) - z(t + \tau))^2 \rangle = \begin{cases} w_{rms}^2 \tau^2 \text{ pour } \tau \ll T_L \\ \\ 2w_{rms}^2 T_L \tau \text{ pour } \tau \gg T_L \end{cases}$$

Dans notre étude,  $\tau \ll T_L$  (vu que la durée des trajectoires est plus petite que le temps intégral) donc le déplacement quadratique moyen suit une loi ballistique :

$$\langle (z(t) - z(t+\tau))^2 \rangle = w_{rms}^2 \tau^2$$
 (V.1.1)

Cette relation donne accès au moment d'ordre 2 de la vitesse  $w_{rms}^2$ ; connaissant la vitesse moyenne  $\langle w \rangle$ , on en déduit alors la vitesse fluctuante centrée  $\sigma_w$ :  $w_{rms}^2 = \langle w \rangle^2 + \sigma_w^2$ .

En pratique, la mesure du déplacement étant bruitée, on considère que le signal mesuré z (position de la particule au temps t) est la somme du signal vrai  $z^*$  et du bruit de mesure  $\theta$ , nous avons donc :

$$z = z^* + \theta \Rightarrow \langle \Delta z^{*2} \rangle = w_{rms}^2 \tau^2 + 2\theta^2 \left( 1 - R_{\theta\theta} \left( \tau \right) \right) + \Theta(\tau^3)$$
 (V.1.2)

 $R_{\theta\theta}$  correspond au coefficient d'autocorrélation du bruit de position. Pour un régime d'écoulement stationnaire, l'incrément de position  $\langle \Delta z^{*2} \rangle$  ne depend pas du temps t.

Les courbes «  $\langle \Delta z^{*2} \rangle$  vs  $\tau^2$  » sont donc affines de pente  $w_{rms}^2$  et d'ordonnée à l'origine la variance du bruit, pour des temps  $\tau$  au-delà du temps de corrélation du bruit  $\tau_{bruit}$  ( $\tau \gg \tau_{bruit}$ ). Les courbes « ( $\langle \Delta z^{*2} \rangle - \langle w \rangle^2 \tau^2$ )  $vs \tau^2$  » que nous représenterons ont pour pente le carré de la vitesse fluctuante centrée  $\sigma_w^2$ . Avec cet estimateur, on peut s'affranchir de filtrer les trajectoires pour l'estimation de  $w_{rms}^2$  à condition de pouvoir mesurer la dispersion sur des temps tels que  $\tau_{bruit} \ll \tau \ll T_L$  où  $\tau_{bruit}$  est le temps de corrélation du bruit et  $T_L$  le temps intégral lagrangien (ce qui est le cas de notre étude).

De l'équation V.1.2, on voit qu'il est possible d'avoir une estimation des valeurs fluctuantes des vitesses de l'écoulement à partir de relations cinématiques.

— incréments de vitesse : Comme dans notre écoulement le champ de vitesses fluctuantes est stationnaire (cf. section IV.2.3), on peut appliquer le raisonnement précédent aux vitesses w. Nous considérons dans ce cas la fonction de structure lagrangienne d'ordre 2 de la vitesse pour laquelle les lois d'échelles attendues aux différentes échelles sont :

$$S_2^L(\tau) = \langle \delta w^2 \rangle = \begin{cases} a_{rms}^2 \tau^2 \text{ pour } \tau \ll \tau_\eta : \text{régime dissipatif} \\ C_0 \epsilon \tau \text{ pour } \tau_\eta \ll \tau \ll T_L : \text{régime inertiel} \\ 2v_{rms}^2 \text{ pour } \tau \gg T_L : \text{régime à grande échelle} \end{cases}$$

Comme expliqué plus tôt, nous ne résolvons pas les grandes échelles dans nos expériences. Aux échelles dissipatives, on retrouve le régime ballistique trivial (purement cinématique), puis le scaling K41 au régime inertiel et enfin la saturation à grand temps (hors de portée des mesures présentées). Tout comme le déplacement ballistique permet d'estimer la vitesse fluctuante centrée, le régime ballistique de  $S_2^L(\tau)$  permet d'estimer l'accélération fluctuante centrée. En pratique, il faut de la même façon prendre en compte l'effet du bruit de mesure. Dans la zone dissipative, nous avons :

$$S_{2}^{L}(\tau) - \langle a \rangle^{2} \tau^{2} = \sigma_{a}^{2} \tau^{2} + 2\theta^{2} \left( 1 - R_{\theta'\theta'}(\tau) \right) + \Theta(t^{3})$$
(V.1.3)

Ici  $R_{\theta'\theta'}(\tau)$  est le cœfficient d'autocorrélation du bruit de vitesse.

Les sections qui suivent s'intéressent aux statistiques de déplacement et d'incréments de vitesse à partir de nos mesures.

# V.2 Statistiques à deux temps sur le déplacement

Les figures V.2 et V.3 représentent la dépendance temporelle (en  $\tau^2$ ) du moment d'ordre 2 du déplacement.



FIGURE V.2 – Moment d'ordre 2 des positions transverses x.  $\checkmark$  : config. 1 /  $\triangleright$  : config. 3 /  $\diamondsuit$  : config. 4 /  $\bullet$  : config. 5 /  $\blacksquare$  : config. 6. - - : zone d'obtention de  $\sigma_u$ .

Sur ces figures, on remarque que les courbes sont bien droites sauf pour la configuration 6, sur la figure V.3, ( $\blacksquare$  : He II, 2.5 Hz, injection par le bas) où on observe une courbure à la fin du tracé. Ceci n'est pas propre au superfluide puisque la courbure n'est pas observée pour le cas 4 (He II à 5 Hz et injection par le haut) et ne s'explique pas forcément par l'injection par le bas puisque pour le cas 5 (He II à 5 Hz et injection par le bas) on ne l'observe pas non plus. Cette courbure intervient à des temps trop courts pour espérer que

# V.2. STATISTIQUES À DEUX TEMPS SUR LE DÉPLACEMENT



FIGURE V.3 – Moment d'ordre 2 des positions longitudinales y.  $\checkmark$  : config. 1 /  $\triangleright$  config. 3 /  $\blacklozenge$  : config. 4 /  $\bullet$  : config. 5 /  $\blacksquare$  : config. 6. - - : zone d'obtention de  $\sigma_v$ .

ce soit la transition vers le régime inertiel. Cette courbure pourrait s'expliquer par le fait que la sédimentation des particules a plus d'impact du fait de la faible fréquence d'oscillation de la grille (ici 2.5 Hz). Le tableau V.2 donne une comparaison des grandeurs de l'écoulement obtenues avec les statistiques à un temps et deux temps. On note que les deux méthodes donnent des résultats équivalents sauf pour le cas 6, cf. tableau V.2 et figure V.4 ( $\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_{v2}} = 1.4$ ). Pour la composante transverse, on retrouve des valeurs similaires à celles obtenues des lois empiriques contrairement à la composante longitudinale, comme observé dans le chapitre IV. Le champ de vitesses fluctuantes centrées n'est pas isotrope pour les mêmes raisons que celles observées dans le chapitre IV. Lles observations faites au chapitre IV restent valables.

TABLE	V.2 –	Comparaison	des vi	tesses (	de l'éco	oulement	obtenues	avec	les	deux	mé-
thodes.	l pour l	a statistique à	un tem	nps et 2	pour la	ı statistiqu	ue à deux	temps			

					1 temps		2 temps		Comparaison			n
	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_{fluid}}$	f	$\sigma_u^{th}$	$\sigma_{u1}$	$\sigma_{v1}$	$\sigma_{u2}$	$\sigma_{v2}$	$\frac{\sigma_{u1}}{\sigma_{u2}}$	$\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_{v2}}$	$\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_{u1}}$	$\frac{\sigma_{v2}}{\sigma_{u2}}$
[-]	[K]	[-]	[Hz]	[mm/s]	[mr	n/s]	[mr	n/s]		[·	-]	
1	2.8	1.05	5	9.6	8.3	15.0	8	14.2	1	.9	1.8	1.8
3	3.5	1.12	5	9.6	9.3	14.1	7.4	12.6	.8	.9	1.5	1.7
4	2	1.17	5	9.6	9.1	14.4	8.1	12.3	.9	.8	1.6	1.5
5	2	1.18	5	9.6	11.4	18.5	10.7	17.3	.9	.9	1.6	1.6
6	2	1.04	2.5	4.8	5.2	7.2	4.0	10.5	.8	1.4	1.4	2.6

La figure V.4 donne la dépendance des vitesses fluctuantes centrées en fonction de la

# CHAPITRE V. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET DEUX TEMPS



température.

FIGURE V.4 – Vitesses fluctuantes transverse (a) et longitudinale (b) de l'écoulement. Les vitesses sont normalisées par fS avec f fréquence d'oscillation de la grille et S sa course. bande grise : gamme variation vitesse fluctuante issue des lois empiriques. injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  : méthode à un temps,  $\Box$  : méthode à deux temps. injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  : méthode à un temps,  $\blacksquare$  : méthode à deux temps. injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  : méthode à un temps,  $\blacksquare$  : méthode à deux temps.

De ces mesures de vitesse, on déduit les différentes caractéristiques de l'écoulement en prenant l'échelle intégrale obtenue des lois empiriques ( $L^{th} = c_L z$  avec  $c_L = .2$ ), cf. tableau V.3. Dans ce tableau,  $\epsilon$  est obtenu à partir des grandes échelles :  $\epsilon = C_{\epsilon} \frac{\sigma_u^3}{L^{th}}$  où  $C_{\epsilon} = 1$ , cf. figure IV.17.

TABLE V.3 – Evaluation des caractéristiques de l'écoulement obtenues par la méthode des statistiques à deux temps sur le déplacement  $2C_{\epsilon}$ .

	Т	f	$\sigma_{u2}$	$\sigma_{v2}$	$\epsilon_{2C_{\epsilon}}$	$R_{\lambda 2C_{\epsilon}}$	$\eta_{2C_{\epsilon}}$	$\tau_{\eta 2C_{\epsilon}}$
[-]	[K]	[Hz]	[mr	n/s]	$[10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}]$	[-]	[µm]	[ms]
1	2.8	5	8	14.2	3.7	261	25	25
3	3.5	5	7.4	12.6	2.9	239	28	30
4	2	5	8.1	12.3	3.9	404	13	16
5	2	5	10.7	17.3	8.9	464	10	11
6	2	2.5	4	10.5	.5	283	22	47

Comme les vitesses fluctuantes centrées trouvées avec les méthodes à un et deux temps sont quasiment similaires, les valeurs des autres caractéristiques de l'écoulement le sont aussi par ces deux méthodes, cf. section IV.2.3.

# V.3 Statistiques à deux temps sur les incréments de vitesse

Comme montré en introduction, la fonction de structure d'ordre 2 de la vitesse (ou incréments temporels de vitesse) s'écrit comme suit :

$$S_2^L(\tau) = \langle \delta w^2 \rangle = \begin{cases} a_{rms}^2 \tau^2 \text{ pour } \tau \ll \tau_\eta : \text{régime dissipatif} \\ C_0 \epsilon \tau \text{ pour } \tau_\eta \ll \tau \ll T_L : \text{régime inertiel} \\ 2\sigma \text{ pour } \tau \gg T_L : \text{régime à grande échelle} \end{cases}$$

La figure V.5 présente, pour des mesures filtrées, l'évolution temporelle de la fonction de structure d'ordre 2 de la vitesse dans les régimes dissipatif et inertiel.



FIGURE V.5 – Evolution temporelle de la fonction de structure d'ordre 2 de la vitesse transverse pour les trajectoires filtrées.

La section qui suit traite du filtrage des trajectoires de particules.

# V.3.1 Choix du filtre

Comme vu dans le chapitre III, le choix des caractéristiques du filtre est une étape importante pour l'étude des statistiques de vitesses et d'accélérations et donc des différentes caractéristiques de la turbulence. En effet, nous avions vu que les valeurs de l'accélération sont dépendantes de la largeur du filtre (les vitesses quant à elles sont plus robustes); ainsi, le taux de dissipation de l'écoulement  $\epsilon$  et les autres grandeurs de l'écoulement le sont aussi.

# CHAPITRE V. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET DEUX TEMPS

Dans le chapitre III, nous avions décrit une méthode de filtrage des trajectoires de particules basée sur les accélérations fluctuantes pour les statistiques à un temps. Dans cette section, il s'agit de décrire une nouvelle stratégie de filtrage. Nous gardons le même type de filtre (filtre gaussien) et étudions l'évolution du taux de dissipation en fonction de la largeur du filtre, dans les régimes dissipatif et inertiel étudiés pour les statistiques de vitesse. Dans le chapitre III, nous avions comparé nos résultats à un modèle lagrangien simplifié; ici nous n'en avons pas.

La figure V.6 présente la dépendance du taux de dissipation  $\epsilon$  en fonction de la largeur du filtre gaussien dans les régimes dissipatif et inertiel pour la seule configuration 2 : mesures prises en He I à 3.1 K et à 5 Hz.



FIGURE V.6 – Evolution du taux de dissipation de l'écoulement  $\epsilon$  en fonction de la largeur du filtre  $\sigma$  pour la configuration 2 : mesure en He I à 5 Hz.  $\triangleleft$  : régime inertiel /  $\triangleleft$  : régime dissipatif.

Pour les deux régimes, on remarque que le taux de dissipation  $\epsilon$  est fonction décroissante de la largeur du filtre  $\sigma$ . Dans le régime inertiel ( $\triangleleft$ ), on remarque que pour les faibles largeurs de filtre ( $\sigma < 3$  ms), la pente de décroissance est forte ; elle est plus faible dans le cas du régime dissipatif ( $\triangleleft$ ) où la décroissance se fait progressivement. Au-delà de cette valeur limite de largeur de filtre, la variation de  $\epsilon$  est faible dans le régime inertiel. Pour des largeurs de filtre supérieures à 12 ms, la décroissance est due au fait que nous n'avons plus suffisamment de statistiques.

De la figure V.6, on remarque que le taux de dissipation estimé à partir du régime inertiel est plus faible que celui estimé à partir du régime dissipatif : l'estimation du taux de dissipation dans le régime inertiel correspond mieux aux lois empiriques du fait du bruit présent dans le régime dissipatif. Dans le régime inertiel, la largeur de filtre retenue est celle pour laquelle on observe une cassure (changement brusque de pente dans l'évolution de  $\epsilon$ ), ici cela se produit pour  $\sigma_{inertiel} = 3.3$  ms et  $\epsilon_{inertiel} = 13.10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}$ . Pour le régime dissipatif, comme il n'y a pas de cassure nette on se base sur l'intersection entre les tangentes aux grandes et aux petites valeurs de largeur du filtre  $\sigma$ , ici  $\sigma_{dissipatif} = 4$  ms et  $\epsilon_{dissipatif} = 28.10^{-5} \text{m}^2/s^{-3}$ . On aurait pu faire une extrapolation pour une largeur de filtre nulle mais cela ne changerait pas la valeur de  $\epsilon$ . On constate que les deux valeurs de largeur de filtre retenues par les deux méthodes sont assez proches et que l'écart sur le taux de dissipation est important  $\frac{\epsilon_{dissipatif}}{\epsilon_{inertiel}} \approx 2$ . Du fait du bruit présent dans le régime dissipatif, les échelles inertielles sont mieux résolues que les échelles dissipatives et l'estimation sur les échelles inertielles est plus fiable.

Pour cette configuration 2, les largeurs de filtre sont légèrement inférieures à celle que l'on avait dans le chapitre III ( $\sigma = 4.3 \text{ ms}$ ) avec un taux de dissipation  $\epsilon$  de  $3.10^{-5}m^2/s^{-3}$  (cf. chapitre IV) (obtenu de l'échelle dissipative L issue des données empiriques) soit  $.2\epsilon_{inertiel}$  et  $.1\epsilon_{dissipatif}$ .

Pour toutes les autres configurations, le choix du taux de dissipation a été fait de la sorte.

# V.3.2 Régime dissipatif

Dans le régime dissipatif, les incréments de vitesse donnent accès à la valeur fluctuante de l'accélération, cf. équation V.3. La figure V.7 présente les résultats ainsi obtenus. De ces figures, on déduit les valeurs des accélérations fluctuantes centrées, cf. tableau V.4. On retrouve l'isotropie sur le champ des accélérations fluctuantes centrées sauf pour la configuration 6.



FIGURE V.7 – Fonction de structure d'ordre 2 des vitesses (a) transverses (b) longitudinales.  $\checkmark$  : config. 1 /  $\triangleleft$  : config. 2 /  $\triangleright$  : config. 3 /  $\blacklozenge$  : config. 4 /  $\bullet$  : config. 5 /  $\blacksquare$  : config. 6.

Les valeurs des accélérations fluctuantes obtenues des deux méthodes (statistiques à un et deux temps) sont globalement du même ordre de grandeur, bien que pour certaines configurations expérimentales les deux estimations diffèrent d'un facteur 2 (configurations 2 et

# CHAPITRE V. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET DEUX TEMPS

5), l'estimation à deux temps donnant en général une estimation supérieure à l'estimation à un temps, cf. figure V.8 et tableau V.4. Ceci est sans doute lié au fait que, comme discuté au chapitre III, nous ne résolvons que marginalement les échelles dissipatives. Les estimations des grandeurs petites échelles sont donc très sensibles au bruit et au filtrage.

				1 temps		2 temps		Comparaison			
	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_{fluid}}$	f	$\sigma_{ax1}$	$\sigma_{ay1}$	$\sigma_{ax2}$	$\sigma_{ay2}$	$\frac{\sigma_{ax2}}{\sigma_{ax1}}$	$\frac{\sigma_{ay2}}{\sigma_{ay1}}$	$\frac{\sigma_{ay1}}{\sigma_{ax1}}$	$\frac{\sigma_{ay2}}{\sigma_{ax2}}$
[-]	[K]	[-]	[Hz]	[mm	$/s^{-2}$ ]	[mm	$/s^{-2}$ ]		[-	-]	
1	2.8	1.05	5	282	329	330	394	1.2	1.2	1.2	1.2
2	1.04	5	9.6	171	190	360	342	2.1	1.8	1.1	1
3	3.5	1.12	5	336	348	290	306	.9	.9	1	1
4	2	1.17	5	426	458	673	611	1.6	1.3	1.1	1.1
5	2	1.18	5	199	223	486	476	2.4	2.1	1.1	1
6	2	1.04	2.5	63	76	44	61	.7	.8	.9	1.4

TABLE V.4 – Comparaison des accélérations de l'écoulement obtenues avec les deux méthodes. 1 pour la statistique à un temps et 2 pour la statistique à deux temps.



FIGURE V.8 – Comparaison des accélérations fluctuantes centrées obtenues avec les deux méthodes (a) sur la composante transverse et (b) sur la composante longitudinale. Les accélérations sont normalisées par  $f^2S$  avec f la fréquence d'oscillation de la grille et S sa course.

injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  : un temps  $\Box$  : deux temps / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  : un temps  $\blacksquare$  : deux temps / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\bullet$  : un temps  $\blacksquare$  : deux temps.

Connaissant les valeurs des accélérations fluctuantes centrées, il est possible d'évaluer le taux de dissipation de l'écoulement  $\epsilon$  via la relation de Heisenberg-Yaglom HY:  $a_{rms}^2 = a_0 \epsilon^{3/2} \nu^{-1/2}$ .  $\epsilon$  est ainsi obtenu des échelles dissipatives. On rappelle l'évolution du paramètre  $a_0$  en fonction du nombre de Reynolds à la figure IV.29. Le tableau V.5 récapitule les différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement obtenues à partir du régime dissipatif.

# V.3. STATISTIQUES À DEUX TEMPS SUR LES INCRÉMENTS DE VITESSE

	Т	$10^{8}\nu$	$\sigma_{ax}$	$\sigma_{ay}$	$\frac{\sigma_{ay}}{\sigma_{ax}}$	$\epsilon_{2A}$	L <sub>2A</sub>	$\frac{\epsilon_{2A}}{\epsilon^{th}}$	$\frac{L_{2A}}{L^{th}}$	$R_{\lambda 2A}$	$\eta_{2A}$	$\tau_{\eta 2A}$
[-]	[K]	[m <sup>2</sup> /s]	[mm	$/s^{-2}$ ]	[-]	$[10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}]$	[mm]	[-]	[-]	[-]	[µm]	[ms]
1	2.8	2.42	331	394	1.2	30	1.7	4.6	.1	91	15	9
2	3.1	2.58	360	342	1	27	.6	4.1	.4	43	16	10
3	3.5	2.66	354	497	1.4	37	1.1	5.6	.08	68	16	8
4	2	1.02	673	611	1.1	50	1.1	7.7	.08	112	7	4
5	2	1.02	486	476	1	30	4.1	4.6	.3	253	8	6
6	2	1.02	44	61	1.4	27	.2	34	.01	37	8	6

TABLE V.5 – Grandeurs caractéristiques de l'écoulement obtenues à partir des fonctions de structure de vitesses d'ordre 2. L'indice 2 fait référence à la méthode de statistique à deux temps et A au cœfficient  $a_0$  de la relation de HY.

Du tableau V.5, on remarque un écart assez important entre les valeurs expérimentales du taux de dissipation et celles obtenues des lois empiriques (rapport allant de 4 à 34). Ceci s'explique sans doute par la mauvaise résolution des échelles dissipatives dans nos mesures. L'estimation de  $\sigma_{ai}$  est polluée par le bruit qui est présent à des échelles de temps comparables aux échelles dissipatives.

On n'arrive toujours pas à avoir une bonne estimation de l'échelle intégrale  $L(L = \frac{C_{\epsilon}\sigma_u^3}{\epsilon})$  pour les mêmes raisons que celles évoquées dans le chapitre IV (les écarts de mesures sur le taux de dissipation se répercutent sur L).



FIGURE V.9 – (a) Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$ . bande grise : gamme de variation des valeurs empiriques à 5 Hz et bande rouge : gamme de variation des valeurs empiriques à 2.5 Hz (b) Evolution de l'échelle intégrale L bande grise : gamme de variation des valeurs empiriques. ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  / injection par le bas à 5 Hz :  $\circ$  / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\circ$ .

# V.3.3 Régime inertiel

Dans le régime inertiel, le taux de dissipation  $\epsilon$  est le seul paramètre descriptif des grandeurs turbulentes. Comme nous avons un régime d'écoulement stationnaire, le taux

## CHAPITRE V. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET DEUX TEMPS

de transfert est équivalent au taux de dissipation :  $\epsilon_{transfert} \approx \epsilon_{dissipation} = \epsilon$ . Dans la phénoménologie K41, les incréments de vitesse permettent d'évaluer  $\epsilon$  notamment grâce à la fonction de structure lagrangienne d'ordre 2 (ou de façon équivalente au spectre Lagrangien de vitesse). :

$$S_2^L(\tau) = \langle (\delta_\tau w)^2 \rangle = C_0 \epsilon \tau. \tag{V.3.1}$$

avec  $C_0$  un paramètre sans dimension fonction du nombre de Reynolds  $R_{\lambda}: C_0 = f(R_{\lambda})$ , cf. figure V.10 [64, 75]. Dans [64], les données ont été obtenues dans une expérience de Von Karman et on remarque que pour les composantes transverses, pour  $R_{\lambda} > 300$ , comme c'est le cas avec nos données empiriques,  $C_0$  dépend faiblement du nombre de Reynolds :  $C_0 \approx 6$ .



FIGURE V.10 – Evolution de  $C_0$  en fonction du nombre de Reynolds  $R_{\lambda}$ , image tirée de [64]; composantes transverses : et • / composante longitudinale :  $\mathbf{\nabla}$ . – : ajustement du modèle de Sawford.

La figure V.11 présente l'évolution de la fonction de structure normalisée par le temps  $\tau$  pour les incréments de vitesses transverses et longitudinales. Empiriquement, si l'on avait une résolution temporelle des échelles dissipatives au temps intégral ( $\tau_{\eta} \ll \tau \ll T_L$ ), l'on se serait attendu à trouver un plateau dont la durée dépendrait des configurations expérimentales (c'est-à-dire du nombre de Reynolds) avec une durée minimale d'un plateau de l'ordre de 3 à  $4\tau_{\eta}$  [75].

Le plateau, de durée  $\delta t$ , est plus marqué suivant la composante transverse (que suivant la composante longitudinale) et on remarque qu'il l'est davantage en He II (config. 4  $(Re_{\lambda}^{E^{-1}} = 440) : \delta t_x^{-2} = 10\tau_{\eta}^{E} / \text{config. 6} (Re_{\lambda}^{E} = 311) : \delta t_x = 2\tau_{\eta}^{E})$  qu'en He I (config. 1  $(Re_{\lambda}^{E} = 286) : \delta t_x = 4\tau_{\eta}^{E} / \text{config. 2} (Re_{\lambda}^{E} = 273) : \delta t_x = 3\tau_{\eta}^{E} / \text{config. 3} (Re_{\lambda}^{E} = 273) : \delta t_x = 5\tau_{\eta}^{E})$ . Pour les configurations 1, 2, 3 et 6, les nombres de Reynolds basés sur l'échelle de Taylor  $Re_{\lambda}$  ne sont pas éloignés et les durées des plateaux sont comparables. Pour la configuration 4 ( $Re_{\lambda}^{E} = 440$ ), la durée est plus importante :  $\delta t = 10\tau_{\eta}^{E}$ ; ce qui va dans le sens d'un plus grand nombre de Reynolds en superfluide.

Pour la configuration 5, en He II  $(Re_{\lambda}^{E} = 440)$ :  $\delta t_{x} = 5\tau_{\eta}^{E}$  et  $\delta t_{y}^{3} = 7\tau_{\eta}^{E}$ , les tendances

<sup>1.</sup> L'exposant  ${\cal E}$  indique que la donnée est issue des lois empiriques

<sup>2.</sup> L'indice x indique la composante transverse

<sup>3.</sup> L'indice y indique la composante longitudinale

entre composante transverse et longitudinale sont inversées (par rapport aux autres cas) : en effet le plateau est plus marqué dans le cas de la composante longitudinale.



FIGURE V.11 – Fonction de structure d'ordre 2 des vitesses horizontales normalisée par le temps  $\tau$ .  $\checkmark$  : config. 1 /  $\triangleleft$  : config. 2 /  $\triangleright$  : config. 3 /  $\blacklozenge$  : config. 4 /  $\bullet$  : config. 5 /  $\blacksquare$  : config. 6.

Comme expliqué dans le chapitre IV, les grandeurs physiques sont évaluées suivant la composante transverse et suivant la composante longitudinale. Du fait que la sédimentation des particules entâche nos mesures suivant la composante longitudinale, pour le calcul du taux de dissipation, nous ne considérerons que la composante transverse pour l'évaluation de  $\epsilon$ . Le taux de dissipation est alors déduit du plateau observé sur l'évolution des fonctions de structure normalisées par le temps  $\tau$  pour la composante transverse, cf. tableau V.6 et figure V.12.

TABLE V.6 – Caractéristiques de l'écoulement obtenues avec la méthode à deux temps dans le régime inertiel. L'indice 2 fait référence à la statistique à deux temps et C au cœfficient  $C_0$  dans la relation V.3.1.

	Т	$\frac{\rho_p}{\rho_{fluid}}$	f	$10^{8}\nu$	$\epsilon_{2C}$	$L_{2C}$	$\frac{\epsilon_{2C}}{\epsilon^{th}}$	$\frac{L_{2C}}{L^{th}}$	$R_{\lambda 2C}$	$\eta_{2C}$	$ au_{\eta 2C}$
[-]	[K]	[-]	[Hz]	[m <sup>2</sup> /s]	$[10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}]$	[mm]	[-]	[-]	[-]	[µm]	[ms]
1	2.8	1.05	5	2.42	15	3.4	2.3	.2	128	18	13
2	3.1	1.04	5	2.58	12	1.2	1.8	.08	59	19	15
3	3.5	1.12	5	2.66	12	3.4	1.8	.2	119	20	15
4	2	1.17	5	1.02	9	5.9	1.4	.4	265	10	11
5	2	1.18	5	1.02	31	4	4.8	.3	249	8	6
6	2	1.04	2.5	1.02	10	.6	12.5	.04	61	10	10

Les valeurs de  $\epsilon$  trouvées dans le régime inertiel correspondent à la gamme de variation du taux de dissipation issu des lois empiriques (injection par le haut pour les configurations

# CHAPITRE V. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET DEUX TEMPS



FIGURE V.12 – (a) Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$  bande grise et rouge gamme de variation de  $\epsilon^{th}$  à 5 Hz et 2.5 Hz respectivement (b) Evolution de l'échelle intégrale *L* bande grise pour la gamme de variation de l'échelle intégrale empirique. ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\bullet$ .

1 à 4), cf. figure V.12 sauf pour les configuration 5 et 6 (He II) où l'injection se fait par le bas. Dans le cas où l'injection se fait par le bas,  $\epsilon_{2C}$  est plus important que lorsque l'on injecte par le haut. On constate que, pour une même fréquence d'oscillation de la grille f = 5 Hz et une même méthode d'injection (ici, par le haut), le taux de dissipation  $\epsilon_{2C}$  est quasi similaire en He I et en He II.

Du tableau V.6, nous avons  $\frac{\epsilon_{2C}}{\epsilon^{th}} \approx 2$ , pour une injection par le haut. Le taux de dissipation est donc surévalué dans nos mesures par rapport aux données empiriques ; de ce fait, l'échelle intégrale est sous-estimée de même que le nombre de Reynolds basé sur léchelle de Taylor  $Re_{\lambda}$ ; l'impact sur les échelles dissipatives est moins important du fait de leur dépendance en  $\epsilon^{-1/4}$  pour l'échelle spatiale  $\eta$  et en  $\epsilon^{-1/2}$  pour l'échelle temporelle  $\tau_{\eta}$ .

# V.3.4 Conclusion

La figure V.13 donne une comparaison des différentes caractéristiques de la turbulence entre les calculs faits dans le régime dissipatif et ceux faits dans le régime inertiel. On remarque que le taux de dissipation  $\epsilon$  est similaire en hélium normal et en superfluide à même fréquence d'oscillation de la grille ; en effet pour un même type d'écoulement et pour de forts nombres de Reynolds Re, le taux de dissipation n'est pas censé dépendre des propriétés physiques du fluide. On note aussi que les échelles dissipatives sont plus importantes en He I qu'en He II du fait que la viscosité cinématique est plus faible en He II.

L'estimation du taux de dissipation dans le régime inertiel correspond mieux aux lois empiriques du fait du bruit présent dans le régime dissipatif. L'écart de mesures sur  $\epsilon$ entre les deux méthodes (2A et 2C) ne se ressent pas beaucoup sur les échelles dissipatives  $\eta$  et  $\tau_{\eta}$  du fait que ces paramètres dépendent de  $\epsilon^{-1/4}$  et  $\epsilon^{-1/2}$  respectivement (sauf



FIGURE V.13 – Comparaison des grandeurs caractéristiques de la turbulence obtenues des statistiques à deux temps sur la vitesse (a) Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$  : bande grise et rouge gamme de variation de  $\epsilon^{th}$  à 5 Hz et 2.5 Hz respectivement (b) Evolution du nombre de Reynolds  $R_{\lambda}$ . (c) Evolution de l'échelle dissipative spatiale  $\eta$ . (d) Evolution de l'échelle dissipative temporelle  $\tau_{\eta}$ . ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  méthode 2A  $\square$  méthode 2C  $\diamond$  données empiriques / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  méthode 2A  $\blacksquare$  méthode 2C  $\diamondsuit$  données empiriques.

pour la configuration 6 où l'écart sur la valeur expérimentale par rapport aux données empiriques est très important : jusqu'à  $\frac{\epsilon_{2A}}{\epsilon^{th}} \approx 33$ ). Par contre comme l'échelle intégrale L évolue en  $\epsilon^{-1}$ , les écarts de mesure sur  $\epsilon$  ont un impact conséquent sur la mesure de L : c'est la raison pour laquelle notre estimation du nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $Re_{\lambda} = \sqrt{15 \frac{\sigma_u L}{\nu}}$  s'écarte des valeurs obtenues des lois empiriques.

# V.4 Comparaison avec les méthodes à un temps

Le tableau V.7 résume les grandeurs caractéristiques de l'écoulement obtenues des différentes méthodes :  $1C_{\epsilon}$ ,  $2C_{\epsilon}$ , 1A, 2A, 2C; l'indice 1 fait référence aux statistiques à un temps, le 2 aux statistiques à deux temps, le  $C_{\epsilon}$  au cœfficient  $C_{\epsilon}$  du calcul du taux de dissipation aux grandes échelles de l'écoulement ( $\epsilon = C_{\epsilon}\sigma_w^3/L$ ), le A au cœfficient  $a_0$  de la relation de HY dans le régime dissipatif ( $a_{rms}^2 = a_0\epsilon^{3/2}\nu^{-1/2}$ ) et le C au cœfficient  $C_0$  des fonctions de structure d'ordre 2 dans le régime inertiel ( $\langle (\delta_{\tau}w)^2 \rangle = C_0\epsilon t$ ). Ces grandeurs sont représentées à la figure V.14.

TABLE V.7 – Comparaison des grandeurs caractéristiques de l'écoulement obtenues avec les différentes méthodes. L'indice 1 fait référence à la statistique à un temps et 2 à la statistique à deux temps,  $C_{\epsilon}$  au cœfficient  $C_{\epsilon}$  du calcul du taux de dissipation aux grandes échelles de l'écoulement ( $\epsilon = C_{\epsilon}\sigma_w^3/L$ ), A au cœfficient  $a_0$  de la relation de Heisenberg-Yaglom HY dans le régime dissipatif ( $a_{rms}^2 = a_0 \epsilon^{3/2} \nu^{-1/2}$ ), C au cœfficient  $C_0$  des fonctions de structure d'ordre 2 dans le régime inertiel ( $\langle (\delta_{\tau}w)^2 \rangle = C_0\epsilon t$ ) et E aux lois empiriques.

			$\epsilon$								F	$l_{\lambda}$		
	f	Т	$1C_{\epsilon}$	2C	ε 1A	2A	2C	Е	$1C_{\epsilon}$	$2C_{\epsilon}$	1A	2A	2C	E
	[Hz]	[K]			$[10^{-5}n]$	$n^2/s^{-3}$	]				·]	-]		
1	5	2.8	4.2	3.7	24	30	15	6.5	262	261	142	91	128	286
2	5	3.1	3	-	13	27	12	6.5	242	-	116	43	59	273
3	5	3.5	5.9	2.9	32	37	12	6.5	268	239	176	68	119	273
4	5	2	5.5	3.9	28	50	9	6.5	428	404	261	112	265	440
5	5	2	10.8	8.9	10	30	31	6.5	479	464	640	253	249	440
6	2.5	2	1	.5	2.9	27	10	.8	324	283	206	37	61	311
					r	)					τ	η		
	f	Т	$1C_{\epsilon}$	2C	ε 1A	2A	2C	Е	$1C_{\epsilon}$	$2C_{\epsilon}$	1A	2A	2C	E
	[Hz]	[K]			[µ1	m]					[n	ns]		
1	5	2.8	25	25	18	15	18	22	24	25	13	9	13	19
2	5	3.1	28	-	19	16	19	23	30	-	14	10	15	20
3	5	3.5	24	28	19	16	20	23	21	30	14	8	15	20
4	5	2	12	13	8	7	10	12	14	16	8	4	11	12
5	5	2	10	10	11	8	8	12	10	11	13	6	6	12
6	2.5	2	18	22	14	8	10	20	31	47	20	6	10	35
								Ι	_					
					f	Т	1A	2A	2C	E				
					[Hz]	[K]		[m	m]					
				1	5	2.8	4	1.7	3.4	14				
				2	5	3.1	3.1	.6	1.2	14				
				3	5	3.5	5.9	1.1	3.4	14				
				4	5	2	5.1	1.1	5.9	14				
				5	5	2	24.4	4.1	4	14				
				6	2.5	2	5.5	.2	.6	14				

Les résultats obtenus avec les méthodes  $1C_{\epsilon}$  et  $2C_{\epsilon}$  sont celles qui se rapprochent le plus des valeurs obtenues des lois empiriques. Ceci s'explique par le fait que pour le calcul du

# V.4. COMPARAISON AVEC LES MÉTHODES À UN TEMPS

taux de dissipation nous avons considéré les lois empiriques pour l'échelle intégrale L et pour la vitesse fluctuante centrée  $\sigma_u$ , nous avons pris les mesures expérimentales qui sont assez robustes (en fonction de la largeur du filtre). En ce qui concerne les autres méthodes pour lesquelles le taux de dissipation  $\epsilon$  n'est obtenu qu'avec des données expérimentales, la méthode 2C est celle qui correspond le mieux aux données empiriques, au vu du tableau V.7 et de la figure V.14a). Pour les méthodes 1A et 2A, nous avons vu que le bruit de mesures est présent dans la zone dissipative et de ce fait, nous n'avons pas une bonne résolution temporelle des échelles dissipatives.

Pour les méthodes  $1C_{\epsilon}$ ,  $2C_{\epsilon}$  et 2C, on remarque que le taux de dissipation ne dépend pas du fluide mais il est plus important lorsque l'on injecte par le bas, cf. figure V.14a). L'écart de mesures sur  $\epsilon$  ne se ressent pas beaucoup sur les échelles dissipatives  $\eta$  et  $\tau_{\eta}$ , cf. figures V.14c) et V.14d), du fait que ces paramètres dépendent de  $\epsilon^{-1/4}$  et  $\epsilon^{-1/2}$  respectivement (sauf pour la configuration 6 où l'écart sur la valeur expérimentale par rapport aux données empiriques est très important : jusqu'à  $\frac{\epsilon_{2C}}{\epsilon^{th}} \approx 10$ ). On note aussi que l'échelle dissipative spatiale  $\eta$  est plus importante en He I qu'en He II et que leur évolution est fonction décroissante de la fréquence d'oscillation de la grille (vérifié dans le superfluide). Comme l'échelle intégrale L évolue en  $\epsilon^{-1}$ , les écarts de mesure sur  $\epsilon$  ont un impact conséquent sur la mesure de L : c'est la raison pour laquelle notre estimation du nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $Re_{\lambda} = \sqrt{15\frac{\sigma_u L}{\nu}}$  s'écarte des valeurs obtenues des lois empiriques (cas de la configuration 2 avec la méthode 2C).

# CHAPITRE V. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À UNE PARTICULE ET DEUX TEMPS



FIGURE V.14 – (a) Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$ , les lignes horizontales en pointillé correspondent au taux de dissipation  $\epsilon^{th}$  à 5 Hz (haute) et 2.5 Hz (basse) (b) Evolution du nombre de Reynolds  $R_{\lambda}$ . (c) Evolution de l'échelle dissipative spatiale  $\eta$ . (d) Evolution de l'échelle dissipative temporelle  $\tau_{\eta}$ . ligne verticale en pointillé pour  $T_{\lambda}$ .

injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  méthode  $1C_{\epsilon} \Box$  méthode  $2C_{\epsilon} \bigtriangleup$  méthode  $1A \rhd$  méthode  $2A \diamond$  méthode  $2C \bigtriangledown$  données empiriques avec barres d'erreurs

injection par le bas à 5 Hz : • méthode  $1C_{\epsilon} \blacksquare$  méthode  $2C_{\epsilon} \blacktriangle$  méthode  $1A \triangleright$  méthode 2A• méthode  $2C \checkmark$  données empiriques avec barres d'erreurs

injection par le bas à 2.5 Hz : • méthode  $1C_{\epsilon} \blacksquare$  méthode  $2C_{\epsilon} \blacktriangle$  méthode  $1A \triangleright$  méthode  $2A \blacklozenge$  méthode  $2C \checkmark$  données empiriques avec barres d'erreurs.

# **Chapitre VI**

# Statistique lagrangienne à deux particules

Ce chapitre est consacré à la dynamique de paires de particules. Il s'agit d'analyser la dispersion relative de paires aux échelles inertielles. Elle se fera en deux temps : (i) l'étude de la dispersion directe et (ii) l'étude de l'irréversibilité temporelle.

# Sommaire

VI.1 Généralités
VI.2 Rappel des configurations expérimentales
VI.3 Etude du régime ballistique
VI.3.1 Etude de la dispersion directe
VI.3.1.1 Méthode
VI.3.1.2 Résultats
VI.3.2 Etude de la dispersion indirecte
VI.3.2.1 Méthode
VI.3.2.2 Résultats

# VI.1 Généralités

La question de la dispersion de paires fut initialement introduite par Richardson en 1926 qui prédit notamment l'existence en turbulence d'un régime super-diffusif tel que la séparation quadratique moyenne  $\langle D^2(t) \rangle \propto t^3$  et où les particules se séparent de façon explosive sous l'effet de la turbulence (rappelons que la séparation quadratique moyenne pour un régime purement diffusif croit linéairement en temps). L'étude de Richardson fut ensuite raffinée par Batchelor et Obukhov, prédisant l'existence de trois régimes successifs :

$$R^{2}(t) = \langle |(\vec{D(t)} - (\vec{D_{0}})|^{2} \rangle = \begin{cases} S_{2}^{E}(D_{0})t^{2} + \Theta(t^{3}) \text{ si } t \ll t_{0} : \text{régime ballistique [3]} \\ \text{avec} : S_{2}^{E}(D_{0}) = \frac{11}{3}C_{2}(\epsilon D_{0})^{2/3} \\ g\epsilon t^{3} \quad \text{si} \quad t_{0} \ll t \ll T_{L} : \text{régime super-diffusif [69]} \\ 4\sigma_{v}^{2}T_{L}t \text{ si } t \gg T_{L} : \text{régime diffusif [82]} \end{cases}$$

avec  $D_0$  la séparation relative initiale,  $t_0$  le temps de persistance de la dynamique à l'échelle  $D_0$  tel que  $t_0 \approx (\frac{D_0^2}{\epsilon})^{1/3}$  [3, 14], g la constante de Richardson et  $T_L$  le temps intégral. Le régime de Richardson n'a à ce jour pas été identifié de manière claire dans les expériences de laboratoire contrôlées, la difficulté étant la capacité à suivre de façon Lagrangienne des particules sur un temps suffisamment long par rapport à  $t_0$ . Il est en revanche clairement identifié dans les simulations numériques DNS qui depuis quelques années ont permis de déterminer une valeur de référence de la constante de Richardson de l'ordre de g = .5 - .6 [9, 7, 8].

Dans notre cas, vu que la durée d'un film  $T_{film}$  ( $T_{film} \approx .13$  s) est plus petite que le temps intégral  $T_L$  ( $T_L \approx 1.4$  s),  $T_{film} \ll T_L$ , le régime diffusif n'est pas étudié.

Pour pouvoir étudier le régime super-diffusif, il faut d'une part être en mesure de suivre les trajectoires sur des durées au moins de l'ordre de  $t_0$  et que d'autre part le temps de persistance  $t_0$  soit tel que  $\frac{T_L}{t_0} \gg 1$  [14]. Dans nos mesures, même en considérant la plus petite séparation relative initiale  $D_0$  ( $D_{0min} = 1.3 mm \approx 62$  px, compte-tenu du régime d'ensemencement dilué),  $T_{film} < t_0$  avec  $T_{film} = .13$  s et  $t_0 = .3$  s (en prenant  $\epsilon \approx 6.5.10^{-5} \text{m}^2/\text{s}^{-3}$  (donnée empirique) et  $D_0 \approx 1$  mm), de ce fait le régime super diffusif n'est pas étudié non plus.

Ce chapitre ne traitera que du régime ballistique.

# VI.2 Rappel des configurations expérimentales

Les caractéristiques de l'écoulement ont été étudiées dans le fluide normal et dans le superfluide. Le tableau VI.1 rappelle les différentes configurations expérimentales qui ont été étudiées dans les précédents chapitres. La configuration 2 (T = 3.1 K) est en gris dans ce tableau puisque nous n'avons pas suffisamment de statistiques pour une convergence des résultats. Comme l'étude de la dispersion directe est conditionnée par rapport à la séparation relative initiale, nous avons moins de statistiques que dans les chapitres

# VI.3. ETUDE DU RÉGIME BALLISTIQUE

précédents.

TABLE VI.1 – Configurations expérimentales étudiées : Config. désigne le numéro de la configuration, T la température,  $\rho_f$  la masse volumique du fluide, f la fréquence d'oscillation de la grille et *Symbole* le symbole associé à la configuration.

Config.	Fluide	Т	$ ho_f$	f	Injection	Symbole
[-]	[-]	[K]	$[kg/m^{-3}]$	[Hz]	[-]	[-]
1	He I	2.8	145.0	5	haut	▼
2	He I	3.1	142	5	haut	
3	He I	3.5	138.0	5	haut	
4	He II	2	147.5	5	haut	•
5	He II	2	147.5	5	bas	•
6	He II	2	147.5	2.5	bas	

# VI.3 Etude du régime ballistique

L'évolution temporelle de la séparation spatiale de paires de particules dans le régime ballistique est une expression d'origine purement cinématique. Elle est simplement obtenue à partir d'un développement limité à l'ordre le plus bas en temps (et ne s'applique donc qu'aux temps courts). Dans l'équation VI.3.1, ce développement est limité au second ordre.

$$R^{2}(t) = \langle |(\vec{D(t)} - (\vec{D_{0}})|^{2} \rangle = S_{2}^{E}(D_{0})t^{2} + \Theta(t^{3})$$
(VI.3.1)

On remarque que l'on retrouve la fonction de structure eulérienne à partir de la dispersion lagrangienne. Au vu de l'équation VI.3.1, la fonction de structure est fonction de la séparation initiale  $D_0$  et le régime ballistique est réversible en temps; on parle alors de dispersion directe : on considère que les évènements futurs se passent à des temps  $t_i$ supérieurs au temps initial  $t = 0, t_i > t = 0$  et  $D_0$  est une condition initiale.

En poussant le développement limité dans l'équation VI.3.1 au troisième ordre, nous obtenons la relation VI.3.2 :

$$R^{2}(t) = \langle |(\vec{D(t)} - (\vec{D_{0}})|^{2} \rangle = S_{2}^{E}(D_{0})t^{2} + \langle \delta_{\vec{D_{0}}}\vec{a}.\delta_{\vec{D_{0}}}\vec{u}\rangle t^{3} + \Theta(t^{4})$$
(VI.3.2)

Dans l'équation VI.3.2, on a une fonction paire (en  $t^2$ ) et une fonction impaire (en  $t^3$ ). Il a récemment été montré [37] que le terme cubique joue un rôle important dans la dynamique de paires, notamment lorsqu'on s'intéresse à la question de l'irréversibilité temporelle de la dispersion de paires (en jouant sur la parité des fonctions en  $t^2$  et  $t^3$ , forward vs backward dispersion [74]). Nous définissons ainsi pour chaque particule la séparation quadratique directe comme  $R^2(t > 0) = \langle (D(t > 0) - D(t = 0))^2 \rangle$  et la séparation inverse  $R^2(t < 0) = \langle (D(t < 0) - D(t = 0))^2 \rangle$ :

$$R^{2}(t) - R^{2}(-t) = 2\langle \delta_{\vec{D}_{0}}\vec{a}.\delta_{\vec{D}_{0}}\vec{u}\rangle t^{3}$$
(VI.3.3)

Dans l'équation VI.3.3, le terme de droite ne dépend pas de  $D_0$  et  $D_0$  est à la fois une condition initiale et une condition finale [74].

Pour analyser la dispersion directe et la dispersion indirecte, le calcul se fera suivant la composante transverse x puis suivant la composante longitudinale y puisque l'existence de l'écoulement moyen (essentiellement de la recirculation sur la composante transverse et de la sédimentation sur la composante longitudinale, cf. chapitre IV) influe sur nos mesures (dans les chapitres IV et V, nous avons pu constater cette influence sur les valeurs fluctuantes des vitesses et des accélérations).

### VI.3.1 Etude de la dispersion directe

### VI.3.1.1 Méthode

Considérons deux particules  $P_1$  et  $P_2$  aux positions  $M_1$  et  $M_2$  respectivement. Notons  $D_0$  la séparation initiale des particules à un instant t = 0 pris comme origine et soit D(t) leur séparation à un instant ultérieur t > t = 0. La question de la dispersion directe de paires consiste à étudier l'évolution temporelle des statistiques de D(t) pour un ensemble de particules avec une même séparation initiale, cf. figure VI.1.





avec  $D(t) = ||\overrightarrow{M_2M_1}|| = ||X\overrightarrow{x} + Y\overrightarrow{y}||$  avec  $\overrightarrow{x}$  et  $\overrightarrow{y}$  les vecteurs unitaires suivant les directions transverses et longitudinales respectivement.

### VI.3.1.2 Résultats

Nous reprenons l'équation VI.3.1 en détaillant l'expression de la fonction de structure eulérienne  $S_2^E(D_0)$  pour une Turbulence Homogène Isotrope (THI) 3D et dans le régime inertiel :

$$R^{2}(t) = \langle |(\vec{D(t)} - (\vec{D_{0}})|^{2} \rangle = S_{2}^{E}(D_{0})t^{2} + \Theta(t^{3}) = \frac{11}{3}C_{2}(\epsilon D_{0})^{2/3}t^{2} + \Theta(t^{3})$$
(VI.3.4)

Si l'on ne considère qu'une seule composante à la fois, le cœfficient  $\frac{11}{3}$  dans la rela-

tion VI.3.4 devient  $\frac{11}{9}$ .

$$R_{\alpha}^{2}(t) = \langle (\alpha - \alpha_{0})^{2} \rangle = S_{2\alpha}^{E}(D_{0})t^{2} = \frac{1}{3}S_{2}^{E}(D_{0})t^{2} = \frac{11}{9}C_{2}\left(\epsilon D_{0}\right)^{2/3}t^{2} \qquad (\text{VI.3.5})$$

avec  $C_2 = 2.1, \alpha \equiv \{x, y\}$  et  $\alpha_0$  la séparation initiale suivant  $\alpha$ .

Pour analyser la dispersion directe, on ne considérera que des paires de trajectoires avec sensiblement les mêmes séparations relatives initales  $D_0$ . Pour cela, nous avons conditionné la séparation de paires de particules à la séparation initiale totale  $D_0$  pour éviter de combiner des particules proches suivant x et éloignées suivant y et vice versa et ce même si l'étude de la dispersion de paires se fait à une dimension.

La figure VI.2 présente l'évolution temporelle de la séparation quadratique moyenne. L'évolution de  $R_{\alpha}^2$  suit bien une loi en  $t^2$  sauf aux grandes séparations  $D_0$  telles que  $D_0 > L$ , comme attendu. Chaque courbe correspond à une valeur de  $D_0$  donnée. Pour s'affranchir de l'influence de  $D_0$ , on normalise la séparation quadratique moyenne normalisée par  $\frac{11}{9}C_2D_0^{2/3}$ , cf. figure VI.3.



FIGURE VI.2 – Evolution temporelle de  $R^2_{\alpha}$  (a) pour la composante transverse X (b) pour la composante longitudinale Y. Données obtenues pour la configuration 3 en He I.



FIGURE VI.3 – Evolution temporelle de  $\frac{R_{\alpha}^2}{\frac{11}{9}C_2D_0^{2/3}}$  (a) pour la composante transverse X (b) pour la composante longitudinale Y. Données obtenues pour la configuration 3 en He I.

Sur la figure VI.3, le temps est normalisé par le temps dissipatif  $\tau_{\eta}$ . Dans l'équation VI.3.5 :

En posant : 
$$t' = \frac{t}{\tau_{\eta}} \Rightarrow R_{\alpha}^{2}(t') = \frac{11}{9}C_{2}(\epsilon D_{0})^{2/3}\tau_{\eta}^{2}t'^{2} + \Theta(t'^{3}) \text{ avec } \tau_{\eta} = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}$$
 (VI.3.6)  
Nous obtenons :  $\frac{R_{\alpha}^{2}}{\frac{11}{9}C_{2}D_{0}^{2/3}} = \nu\epsilon^{1/3}t'^{2} + \Theta(t'^{3})$  (VI.3.7)

Comme  $\nu$  est une constante pour une configuration donnée (T = constante  $\Rightarrow \nu$  = constante) et  $\epsilon$  aussi (fréquence de forçage f = constante  $\Rightarrow \epsilon$  = constante), l'étude de la loi en  $t^2$ ou  $\frac{t}{\tau_{\eta}}$  est la même mais on normalise pour pouvoir comparer les courbes entre elles. Pour les séparations initiales explorées,  $D_0$  plus petites que l'échelle intégrale attendue  $D_0 < .6L = 9 mm$ , la séparation quadratique moyenne  $R_X^2$  suit une loi en  $t^2$  sur quasiment une décade. Le régime ballistique en  $t^2$  étudié, ici, n'est valable qu'aux échelles inertielles.

La figure VI.4 présente l'évolution temporelle de la séparation quadratique moyenne normalisée par  $\frac{11}{9}C_2D_0^{2/3}t^2$ . On s'attend donc à obtenir un plateau dont la valeur est indépendante de t pour des temps suffisamment petits (pour que les termes d'ordre supérieurs à  $t^2$  dans l'équation VI.3.5 n'interviennent pas). Il est généralement admis que cela est vrai pour  $\frac{t}{t_0} \ll 1$ . On décide donc de représenter la séparation quadratique moyenne normalisée par  $\frac{11}{9}C_2D_0^{2/3}t^2$  en fonction de  $\frac{t}{t_0}$  en calculant  $t_0$  pour chaque séparation initiale  $D_0$ et en supposant que  $\epsilon \approx \epsilon^{th}$ .



FIGURE VI.4 – Evolution temporelle de  $\frac{R_{\alpha}^2}{\frac{11}{9}C_2D_0^{2/3}t^2}$  (a) pour la composante transverse X (b) pour la composante longitudinale Y. Données obtenues pour la configuration 3 en He I.

Sur la figure VI.4, le plateau correspond au régime ballistique (loi en  $t^2$ ). Les données dévient d'une loi en  $t^2$  pour  $\frac{t}{t_0} \approx .07$  suivant les composantes transverse et longitudinale, pour des séparations initiales plus petites que L, en accord avec des travaux antérieurs [14, 31]. Aux temps inférieurs à  $\frac{t}{t_0} < .007$  et pour des valeurs de  $D_0 > .6L$  le bruit de mesures devient prépondérant et on s'écarte du plateau attendu. De la figure VI.4, pour

retrouver le taux de dissipation  $\epsilon_{\alpha}^{1}$ , on considère la moyenne de la séparation quadratique normalisée par  $\frac{11}{9}C_2D_0^{2/3}t^2$  sur l'intervalle de temps *I* pour lequel on observe le régime ballistique :

$$\epsilon_{\alpha} = \left\langle \frac{R_{\alpha}^2}{\frac{11}{9}C_2 D_0^{2/3} t^2} \right\rangle \tag{VI.3.8}$$

Aux petites séparations initiales,  $I = [.007; .07] \frac{t}{t_0}$ . Pour des valeurs de séparations initiales telles que  $D_0 > .6L$ , la durée du plateau est de plus en courte et devient  $I = [.02; .03] \frac{t}{t_0}$  pour  $D_0 \approx L$ .

La figure VI.5 présente l'évolution de  $\epsilon_{\alpha}$  en fonction de la séparation totale initiale  $D_0$ . On retrouve un pseudo-plateau dans la zone inertielle c'est-à-dire pour  $D_0 < L$ . Les petites valeurs de séparations iniertielles sont quant à elles biaisées par l'inertie résiduelle des particules qui ne sont pas de vrais traceurs (du fait de cette inertie deux particules arrivant au même instant au même endroit peuvent avoir une trajectoire différente.)



FIGURE VI.5 – Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$  en fonction de la séparation initiale  $D_0$ (a) suivant la composante transverse X et (b) suivant la composante longitudinale Y. V : config. 1 /  $\triangleright$  : config. 3 /  $\blacklozenge$  : config. 4 /  $\bullet$  : config. 5 /  $\blacksquare$  : config. 6.

Pour l'évaluation de  $\langle \epsilon_{\alpha} \rangle$  dans le champ de vue, on moyenne sur un ensemble S de valeurs de  $D_0$ . Comme on s'intéresse aux échelles inertielles, les valeurs de  $D_0$  plus importantes que L sont exclues de S. Dans nos mesures, en He I par exemple, le comportement de  $\epsilon_{\alpha}$ diffère aux échelles plus petites que  $D_{0lim} = 6 \ mm \approx 130\eta$  et aux échelles supérieures à  $D_{0lim}$  et , cf.figure VI.5. Dans [5] le comportement de la fonction de structure d'ordre 2 aux échelles dissipatives,  $D_0 \leq 70\eta$ , dévie d'une dépendance en  $D_0^{2/3}$  (échelles inertielles). Aussi, vu qu'on a un régime d'ensemencement dilué, on n'a pas suffisamment de statistiques aux faibles séparations initiales  $D_0$ . L'ensemble S des valeurs de  $D_0$  est alors tel que  $D_0 \in [D_{0lim}; L]$ . Les différentes données sont résumées dans le tableau VI.2.

<sup>1.</sup>  $\epsilon_{\alpha}$  correspond au taux de dissipation de l'écoulement  $\epsilon$  estimée suivant la composante  $\alpha$ .

Sur la figure VI.5a), pour les configurations 1 et 3 faites en He I, on remarque que les valeurs du taux de dissipation  $\langle \epsilon(R_X^2) \rangle$  concordent avec celles obtenues des lois empiriques. On remarque que pour les configurations 1 ( $\checkmark$ ), 3 ( $\triangleright$ ) et 4 ( $\diamondsuit$ ) (obtenues à 5 Hz et injection par le haut), les valeurs de  $\epsilon_X$  expérimentales sont cohérentes entre elles ; le taux de dissipation  $\epsilon_X$  est comparable en He I et en He II : il ne dépend pas de la température, cf. tableau VI.2. Les valeurs de  $\epsilon$  mesurées restent dans la gamme de variation du taux de dissipation obtenu des lois empiriques. Pour la configuration 5 ( $\bullet$ ) le taux est un peu plus important que dans les cas précédents, c'est aussi ce que l'on trouvait dans le chapitre V pour l'estimateur aux échelles inertielles : l'ajout du fond modifie les conditions aux limites par rapport aux cas d'injection par le haut ce qui pourrait se répercuter sur la recirculation ou créer un écoulement secondaire proche du fond (cf. chapitre IV où l'on avait fait cette remarque sur les vitesses fluctuantes centrées de l'écoulement).

Sur la figure VI.5b), pour les configurations à 5 Hz, les résultats sont cohérents entre eux avec un décalage entre les moyennes spatiales de  $\epsilon(R_Y^2)$  dans le tableau VI.2. Le taux de dissipation  $\langle \epsilon(R_Y^2) \rangle$  est beaucoup plus important que le taux obtenu à partir des lois empiriques (jusqu'à 5 fois) on retrouve l'effet de la polydispersité en densité sur l'évaluation du taux de dissipation : certaines particules décantent plus vite que d'autres augmentant ainsi le taux de dissipation mesuré.

TABLE VI.2 – Caractéristiques de l'écoulement avec  $\epsilon^{th}$  le taux de dissipation obtenu des lois empiriques, L l'échelle intégrale obtenue de nos mesures  $L = \sigma_u^3 / \langle \epsilon(R_X^2) \rangle$  et  $L^{th}$  l'échelle intégrale obtenue des lois empiriques avec  $L^{th} \approx 14 \text{ mm} à 4.6 \text{ M}$  et  $\sigma_u$  la vitesse fluctuante centrée obtenue avec la méthode à une particule et deux temps.

	f	Т	$\sigma_u$	$\frac{\sigma_u}{\sigma_u^{th}}$	$\epsilon^{th}$	$\langle \epsilon_x \rangle$	$\langle \epsilon_y \rangle$	$\frac{\langle \epsilon_x \rangle}{\epsilon^{th}}$	$\frac{\langle \epsilon_y \rangle}{\epsilon^{th}}$	L	$\frac{L}{L^{th}}$	$R_{\lambda}$	$\eta$	$ au_\eta$
[-]	[Hz]	[K]	[mm/s]	[-]	[10	$^{-5}m^{2}/$	$s^{-3}$ ]	[-	-]	[mm]	[-]	[-]	[µm]	[ms]
1	5	2.8	8	.9	6.5	4.5	31	.7	4.7	11.4	.8	234	24	23
3	5	3.5	7.4	1	6.5	3.7	25	.6	3.9	11	.8	214	27	27
4	5	2	8.1	1	6.5	3.8	20	.6	3.1	14	1	408	13	16
5	5	2	10.7	1.1	6.5	7.3	33	1.1	5.1	17	1.2	514	11	12
6	2.5	2	4	.8	.8	.4	.8	.5	1	16	1.2	307	23	50

Dans le tableau VI.2, si on considère les données obtenues en injectant par le haut, les résultats correspondent aux valeurs empiriques pour  $\epsilon_x$  à 40% près. En injectant par le bas (configuration 6), on observe un écart important entre les données empiriques et l'expérimental de 50 % mais on reste dans la marge d'erreurs, cf. figure VI.6a).

En considérant les fréquences  $f_6 = 2.5$  Hz et  $f_5 = 5$  Hz, on a :

$$\frac{\epsilon_5}{\epsilon_6} = \frac{\sigma_{u5}^3}{\sigma_{u6}^3} = \frac{f_5^3}{f_6^3} = 8$$
, empiriquement. (VI.3.9)

Dans nos mesures, en He II, nous avons : 
$$\frac{\epsilon_5}{\epsilon_6} = 18.$$
 (VI.3.10)

Connaissant le taux de dissipation  $\langle \epsilon_{\alpha} \rangle$  et la vitesse fluctuante  $\sigma_u$ , il est possible d'évaluer l'échelle intégrale L et les autres grandeurs caractéristiques de la turbulence dont on



FIGURE VI.6 – (a) Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$  en fonction de la température T; bande noire : gamme de variation du taux de dissipation  $\epsilon^{th}$  à 5 Hz et ligne horizontale : valeur de  $L^{th}$  à 4.6M à 5 Hz / bande rouge : gamme de variation du taux de dissipation  $\epsilon^{th}$  à 2.5 Hz et ligne horizontale : valeur de  $L^{th}$  à 4.6M à 2.5 Hz. barres d'erreurs : écarttype de  $\epsilon$  sur le champ de mesures. (b) Evolution de l'échelle intégrale L en fonction de la température T. bande noire : gamme de variation de l'échelle intégrale issue des lois empiriques. ligne horizontale : valeur de  $L^{th}$  à 4.6M.

ligne verticale en pointillé à  $T = T_{\lambda}$ . injection par le haut à 5 Hz :  $\Box$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\circ$  : valeurs mesurées / injection par le bas à 5 Hz :  $\blacksquare$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\bullet$  : valeurs mesurées / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\blacksquare$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\bullet$  : valeurs mesurées.

rappelle les formules ci-dessous :

$$L = C_{\epsilon} \frac{\sigma_u^3}{\langle \epsilon_{\alpha} \rangle} \text{ avec } C_{\epsilon} \approx 1 \Rightarrow \frac{\delta L}{L} = \frac{\delta C_{\epsilon}}{C_{\epsilon}} + 3 \frac{\delta \sigma_u}{\sigma_u} + \frac{\delta \langle \epsilon_{\alpha} \rangle}{\langle \epsilon_{\alpha} \rangle} \quad (\text{VI.3.11})$$

$$R_{\lambda} = \left(15\frac{\sigma_u L}{\nu}\right)^{1/2} \Rightarrow \frac{\delta R_{\lambda}}{R_{\lambda}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta \sigma_u}{\sigma_u} + \frac{\delta L}{L}\right) \text{ en considérant que } \delta\nu \approx 0 \quad (\text{VI.3.12})$$

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\langle \epsilon_{\alpha} \rangle}\right)^{1/4} \Rightarrow \frac{\delta\eta}{\eta} = \frac{1}{4} \frac{\delta\langle \epsilon_{\alpha} \rangle}{\langle \epsilon_{\alpha} \rangle} \quad (\text{VI.3.13})$$

$$\tau_{\eta} = \left(\frac{\nu}{\langle \epsilon_{\alpha} \rangle}\right)^{1/2} \Rightarrow \frac{\delta \tau_{\eta}}{\tau_{\eta}} = \frac{1}{2} \frac{\delta \langle \epsilon_{\alpha} \rangle}{\langle \epsilon_{\alpha} \rangle} \quad (\text{VI.3.14})$$

Les barres d'erreurs sur les figures VI.6, VI.7 et VI.8 sont obtenues des équations cidessus.

La figure VI.6b) présente l'évolution de l'échelle intégrale obtenue avec nos mesures expérimentales en fonction de la température. On observe un écart de 20% entre les données empiriques et les données expérimentales (on est dans la marge d'erreurs), cf. ta-

# VI.3. ETUDE DU RÉGIME BALLISTIQUE

bleau VI.2. En comparant les cas 5 et 6, on note que L est sensiblement la même dans les deux cas; l'échelle intégrale ne semble pas dépendre de la fréquence de forçage. On note aussi que L semble un peu plus importante en He II qu'en He I en comparant les cas 1, 3 et 4, en analysant la figure VI.6b), on remarque qu'on est dans la marge d'erreurs et on peut donc raisonnablement estimer que, comme attendu pour un fluide classique, l'échelle intégrale est indépendante des propriétés du fluide et donc de la température.

Pour le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor, cf. figure VI.7, on remarque que les mesures expérimentales sont légèrement plus basses que les valeurs obtenues des lois empiriques sauf pour le cas 5. Ceci est dû au fait que la vitesse fluctuante évaluée dans le cas 5 est plus importante que dans les autres cas (cf. chapitre V). Le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $Re_{\lambda}$  est plus important en He II qu'en He I à même fréquence d'oscillation de la grille, comme attendu. Il évolue de façon croissante avec la fréquence d'oscillation f de la grille (vérifié en He II).



FIGURE VI.7 – Evolution du nombre de Reynolds  $Re_{\lambda}$  en fonction de la température T. ligne verticale en pointillé à T =  $T_{\lambda}$  / injection par le haut à 5 Hz :  $\circ$  données expérimentales  $\Box$  données empiriques / injection par le bas à 5 Hz :  $\bullet$  données expérimentales  $\blacksquare$ données empiriques / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\bullet$  données expérimentales  $\blacksquare$  données empiriques.

En considérant les fréquences  $f_6 = 2.5$  Hz et  $f_5 = 5$  Hz, on a :

$$\frac{R_{\lambda 2}}{R_{\lambda 1}} = \sqrt{\frac{\sigma_{u2}}{\sigma_{u1}}} = \sqrt{\frac{f_2}{f_1}} = \sqrt{2} , \text{ empiriquement.}$$
(VI.3.15)

Dans nos mesures, en He II, nous avons : 
$$\frac{R_{\lambda 5}}{R_{\lambda 6}} = 1.7.$$
 (VI.3.16)

Les échelles dissipatives spatiale  $\eta$  et temporelle  $\tau_{\eta}$  sont plus importantes dans le normal que dans le superfluide, à même fréquence d'oscillation, cf. figure VI.8, du fait que la viscosité cinématique est plus faible en He II qu'en He I. On retrouve aussi que l'évolution

des échelles dissipatives est fonction décroissante de la fréquence d'oscillation de la grille (vérifié en He II avec les cas 5 et 6). Nos mesures se rapprochent des données empiriques.



FIGURE VI.8 – (a) Evolution de l'échelle dissipative  $\eta$ . (b) Evolution du temps dissipatif  $\tau_{\eta}$ . ligne verticale en pointillé pour T =  $T_{\lambda}$  / injection par le haut à 5 Hz :  $\Box$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\circ$  : valeurs mesurées / injection par le bas à 5 Hz :  $\blacksquare$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\bullet$  : valeurs mesurées / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\blacksquare$  : valeurs issues issues des lois empiriques /  $\bullet$  : valeurs mesurées.

L'estimateur aux échelles inertielles à partir de l'étude de la dispersion de paires de particules donne des résultats conformes à la littérature. Les ordres de grandeur suivent globalement les tendances classiques attendues. Il serait intéressant de faire une étude plus approfondie en faisant varier la fréquence de forçage pour confirmer cette observation.

### VI.3.2 Etude de la dispersion indirecte

Nous nous intéressons désormais à l'asymétrie temporelle de la dispersion de paires, en comparant la dispersion directe (évolution de la séparation quadratique vers le futur  $R_{fwd}^2 = \langle R^2(t > 0) \rangle$ ,  $D_0$  est une condition initiale) et la dispersion indirecte (évolution de la séparation quadratique moyenne dans le passé  $R_{bwd}^2 = \langle R^2(t < 0) \rangle$ ,  $D_0$  est une condition finale). Nous ne considérons que le comportement à temps court, dans l'esprit des travaux de Jucha et al. [37]. On explore les mêmes échelles inertielles que dans le cas de la dispersion directe.

#### VI.3.2.1 Méthode

Pour une paire de données, nous considérons l'origine des temps (t = 0) à l'instant correspondant au milieu de l'intervalle de coexistence des deux particules dans le champ de vision. Nous définissons ainsi pour chaque particule la séparation quadratique directe comme  $R_{fwd}^2(t > 0) = \langle (D(t > 0) - D(t = 0))^2 \rangle$  et la séparation inverse

## VI.3. ETUDE DU RÉGIME BALLISTIQUE

 $R_{bwd}^2(t < 0) = \langle (D(t < 0) - D(t = 0))^2 \rangle$ , cf. figure VI.9. Nous nous intéressons alors aux statistiques de  $R_{fwd}^2 - R_{bwd}^2$  pour un ensemble de particules conditionné par la séparation initiale  $D_0 = D(t = 0)$ .



FIGURE VI.9 – Principe de la méthode de calcul pour l'irréversibilité temporelle.

Pour l'étude de la partie *FWD*, le calcul de *D* se fera de l'instant t = 0 à l'instant  $t_N$  qui correspond au temps maximal pour la moitié de trajectoire la plus courte entre  $z_1$  et  $z_2$  (dans le sens direct) et pour l'étude de la partie *BWD*, le calcul de *D* se fera de l'instant t = 0 à l'instant  $t_{-N}$  qui correspond au temps maximal pour la moitié de trajectoire la plus courte entre  $z_1$  et  $z_2$  (dans le sens inverse), cf. figure VI.9, où la trajectoire  $z_2$  est la plus courte, les positions encerclées et barrées de  $z_1$  correspondent aux instants extérieurs à l'intervalle de coexistence entre les deux particules.

### VI.3.2.2 Résultats

Nous reprenons l'équation VI.3.3 pour une Turbulence Homogène Isotrope (THI) 3D:

$$R^{2}(-t) - R^{2}(t) = -2\langle \delta_{\vec{D}_{0}}\vec{a}.\delta_{\vec{D}_{0}}\vec{u}\rangle t^{3} = 4\epsilon t^{3}$$
(VI.3.17)

L'étude se faisant aussi suivant la composante transverse x puis y, nous avons (sous condition d'isotropie) :

$$R_{\alpha}^{2}(-t) - R_{\alpha}^{2}(t) = -\frac{2}{3} \langle \delta_{\vec{D}_{0}} \vec{a} . \delta_{\vec{D}_{0}} \vec{u} \rangle t^{3} = \frac{4}{3} \epsilon t^{3}$$
(VI.3.18)

Dans l'équation VI.3.18, nous constatons que l'écart entre la dispersion directe  $(R_{\alpha}^2(t))$  et la dispersion inverse  $(R_{\alpha}^2(-t))$  ne dépend pas de la séparation initiale  $D_0$ . Néanmoins, nous allons le vérifier en ne considérerant que des paires de trajectoires avec sensiblement les mêmes séparations spatiales initales  $D_0$ ; ici aussi, nous avons conditionné la séparation de paires de particules à la séparation initiale totale  $D_0$ . La figure VI.10 montre la dépendance de  $R_{\alpha}^2(-t) - R_{\alpha}^2(t)$  en fonction du temps. Sur cette figure, chaque courbe correspond à une valeur de séparation initiale  $D_0$  donnée et on remarque que  $R_{\alpha}^2(-t) - R_{\alpha}^2(t)$ 

### CHAPITRE VI. STATISTIQUE LAGRANGIENNE À DEUX PARTICULES

(que l'on nommera différence de séparation quadratique moyenne) ne dépend effectivement pas de  $D_0$ , comme attendu à l'équation VI.3.18. La zone en  $t^3$  correspond au régime ballistique.



FIGURE VI.10 – Evolution temporelle de la séparation  $R_{\alpha}^2(-t) - R_{\alpha}^2(t)$  pour l'étude de l'irréversibilité temporelle, pour la configuration 5. Chaque courbe correspond à une valeur de  $D_0$ .

Comme  $R_{\alpha}^2(-t) - R_{\alpha}^2(t)$  est indépendant de  $D_0$ , pour une meilleure convergence statistique, on moyennera les différences de séparation quadratique moyenne sur l'ensemble S des séparations initales  $D_0$ , aux échelles inertielles. Nous avons considéré le même intervalle S de séparations initiales que dans le cas de la dispersion directe, c'est-à-dire nous avons moyenné sur l'ensemble des  $D_0$  telles que  $D_0 \in [D_{0lim}; L]$  mm. De l'équation VI.3.18, nous déduisons la différence de séparation quadratique moyenne compensée  $(\delta R_{\alpha}^2)_{comp}$ :

$$\left(\delta R_{\alpha}^{2}\right)_{comp} = \frac{3}{4} \frac{1}{t^{3}} \left(R_{\alpha}^{2}(-t) - R_{\alpha}^{2}(t)\right)$$
 (VI.3.19)

où  $\alpha \equiv \{x, y\}$ . La figure VI.11 présente l'évolution temporelle de  $(\delta R^2_{\alpha})_{comp}$ .



FIGURE VI.11 – Evolution temporelle de la différence de séparation quadratique moyenne compensée  $(\delta R_{\alpha}^2)_{comp}$  (a) suivant la composante transverse X et (b) suivant la composante longitudinale Y.  $\checkmark$ : config. 1 /  $\triangleright$ : config. 3 /  $\diamondsuit$ : config. 4 /  $\bullet$ : config. 5 /  $\blacksquare$ : config. 6.

De la figure VI.11, on remarque que la séparation compensée est constante sur l'intervalle de temps considéré pour les configurations 1 ( $\checkmark$ ), 3 ( $\triangleright$ ) et 5 ( $\bullet$ ). Pour les cas 4 ( $\blacklozenge$ ) et 6 ( $\blacksquare$ ), on note que  $(\delta R_{\alpha}^2)_{comp}$  fluctue, pour des raisons inconnues. Pour avoir le taux moyen de dissipation dans le champ de vue  $\langle \epsilon_{\alpha} \rangle$ , on moyenne  $(\delta R_{\alpha}^2)_{comp}$  sur l'intervalle de temps considéré à la figure VI.11.

Le tableau VI.3 récapitule les estimations du taux de dissipation à partir de l'asymétrie temporelle de la dispersion de paires pour les différentes configurations étudiées. On constate que les estimations pour la composante horizontale s'écartent des lois empiriques classiquement utilisées pour la turbulence de grille oscillante (sauf pour la configuration 3) de même que les estimations pour la composante verticale, que ce soit pour les configurations en fluide normal et en superfluide.

	f	Т	$\sigma_u$	$\frac{\sigma_u}{\sigma_u^{th}}$	$\epsilon^{th}$	$\langle \epsilon_{xI} \rangle$	$\langle \epsilon_{yI} \rangle$	$\frac{\langle \epsilon_{xI} \rangle}{\epsilon^{th}}$	$\frac{\langle \epsilon_{yI} \rangle}{\epsilon^{th}}$
[-]	[Hz]	[K]	[mm/s]	[-]	[1	$0^{-5} m^2 /$	$s^{-3}$ ]	[·	-]
1	5	2.8	8	.9	6.5	12	11	1.8	1.7
3	5	3.5	7.4	1	6.5	5.8	24	.9	3.7
4	5	2	8.1	1	6.5	2.1	4	.3	.6
5	5	2	10.7	1.1	6.5	16	31	2.5	4.8
6	2.5	2	4	1.1	.8	2.4	1.3	1.6	6.4

TABLE VI.3 – Caractéristiques de l'écoulement.

Il est un peu délicat de conclure à partir de nos données. Avec la dispersion indirecte, on recherche un effet fin (différences entre deux grandeurs assez proches  $R^2(-t)$  et  $R^2(t)$  et il faut donc beaucoup plus de statistiques que nous n'en avons. Cette méthode mériterait d'être affinée avec de nouvelles mesures avec beaucoup plus de statistiques.



FIGURE VI.12 – Evolution du taux de dissipation  $\epsilon$  en fonction de la température T; bande grise : gamme de variation du taux de dissipation  $\epsilon^{th}$  à 5 Hz / bande rouge : gamme de variation du taux de dissipation  $\epsilon^{th}$  à 2.5 Hz. Ligne verticale en pointillé à T =  $T_{\lambda}$ injection par le haut à 5 Hz :  $\Box$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\circ$  : valeurs mesurées / injection par le bas à 5 Hz :  $\blacksquare$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\bullet$  : valeurs mesurées / injection par le bas à 2.5 Hz :  $\blacksquare$  : valeurs issues des lois empiriques /  $\bullet$  : valeurs mesurées.

# **Chapitre VII Conclusions et Perspectives**

# Conclusions

Les objectifs de cette thèse consistaient (i) à comparer la turbulence superfluide à la turbulence classique par analyse lagrangienne afin d'aider à la compréhension de la turbulence notamment en présence d'un forçage inertiel (ii) à mettre en place des mesures optiques Lagrangiennes en turbulence superfluide isotherme, inédites avant la thèse. Pour répondre à ces objectifs, nous avons opté pour la mise en place d'une expérience de grille oscillante. Ce choix a été dicté par la vaste littérature existante pour ce type d'écoulement en fluide classique, facilitant ainsi la calibration de l'écoulement et la validation de la méthode de suivi Lagrangien mise en place et in fine d'aborder les premières études systématiques comparant sur un même banc d'essai la turbulence classique et superfluide. De plus, il s'agit d'un écoulement homogène, isotrope par plan et sans vitesse moyenne (autorisant ainsi un temps d'observation long).

Une part importante de la thèse a été consacrée à la conception et au dimensionnement, à la mise en place et à la calibration de l'expérience OGRES (*Oscillating Grid high Reynolds Experiments in Superfluid*), comme décrit dans le chapitre II. Les cryostats sont en verre ce qui permet un accès optique sur 360°. Nous avons choisi un éclairage en diffusion avant pour pouvoir faire éventuellement de la *PIV* mais surtout de la *PTV* et étudier la concentration préférentielle de particules. Nous avons montré qu'avec notre dispositif, nous sommes capables de faire des mesures par visualisation, en He I et en He II, et de les exploiter (traitement d'images et suivi de particules, cf. chapitre III). Le tableau VII.1 résume les caractéristiques de l'écoulement étudié au cours de cette thèse dans l'experience OGRES.

TABLE VII.1 – Caractéristiques de la grille et de l'écoulement : M : maille, e : épaisseur d'un barreau, G : solidité, f : fréquence, S : course, T : température du fluide,  $\rho_f$  la masse volumique de l'hélium liquide et  $\nu$  sa viscosité cinématique, Re<sub>M</sub> : nombre de Reynolds estimé en He I et basé sur la maille.

Grille					Ecoulement			
M	e	G	f	S	Т	$ ho_f$	ν	$\mathrm{Re}_M$
[mm]	[mm]	[%]	[Hz]	[mm]	[K]	$[kg/m^{-3}]$	[m <sup>2</sup> /s]	[-]
15	3	36	$\leq 5$	$\approx 1.7 \text{ M}$	[2;4.2]	[125;147.5]	$\approx 10^{-8}$	$\leq 8.5.10^{4}$

Différentes méthodes nous ont permis de caractériser le taux de dissipation de l'écoulement par des estimateurs aux différentes échelles de l'écoulement : (i) estimation grande
échelle à partir des statistiques de fluctuations de vitesse à une particule, (ii) estimation aux échelles inertielles à partir des incréments Lagrangiens de déplacement et de vitesse le long de trajectoire de particules individuelles ainsi qu'à partir de l'étude de la dispersion de paires de particules et (iii) estimation aux échelles dissipatives à partir des statistiques d'accélération. La résolution spatiale et temporelle de nos mesures nous a permis de caractériser pleinement les échelles inertielles de la turbulence tandis que les échelles dissipatives sont plus marginalement résolues.

Dans le chapitre IV, au moyen de statistiques à une particule et un temps, nous avons montré, la stationnarité de l'écoulement aussi bien sur les champs fluctuants de vitesses que sur les champs fluctuants d'accélérations ; leur caractère homogène (à l'échelle du volume de mesures) a aussi été mis en évidence. L'isotropie est vérifiée sur les champs fluctuants d'accélérations. Une anisotropie a été décelée entre les vitesses tranverses et longitudinales révélant l'existence d'un champ moyen de vitesse dû à la sédimentation des particules et / ou à une recirculation. Nos mesures de vitesses fluctuantes, notamment transverses, sont en bon accord avec les lois empiriques classiques de turbulence de grille et ne révèlent pas de comportement spécifique lors du passage en superfluide. Dans le chapitre V, au moyen de statistiques à une particule et deux temps, nous avons pu vérifier que nos premières estimations de statistiques de vitesses étaient robustes (on retrouve des résultats similaires à ceux trouvés dans le chapitre IV). Nous n'avons pu estimer raisonnablement l'accélération puisque nous ne sommes pas assez résolu aux petites échelles. Ceci était prévisible puisqu'avec notre champ de visualisation, nous avons un champ allant de l'échelle dissipative  $\eta$  à l'échelle intégrale L. De ce fait, les échelles inertielles sont mieux résolues que les échelles dissipatives (comme nous avons pu le constater avec les estimateurs aux échelles dissipatives et ceux aux échelles inertielles). D'ailleurs c'est ce qui nous a conduit à développer un modèle de filtrage académique. Le chapitre VI a été dédié aux statistiques à deux particules pour l'évaluation du taux de dissipation de l'écoulement. Cette méthode semble la plus satisfaisante compte-tenu des résultats : écart de 50% maximum entre les données empiriques et les données expérimentales.

Les expériences menées dans OGRES ont permis de valider notre dispositif. En effet, les caractéristiques de la turbulence en He I sont en accord avec les mesures de la littérature dans des écoulements similaires en fluide classique ; les mesures sont transposables à un écoulement de grille oscillante en général. Le banc de tests est donc opérationnel. En réalisant des mesures en He II dans les mêmes conditions expérimentales qu'en He I (même fréquence de forçage, même course et même distance en aval de la grille), on retrouve des caractéristiques de la turbulence superfluide similaires à celles de la turbulence classique. Pour tous nos estimateurs, il n'y a pas de différence systématique entre He I et He II. Le principal effet de la température n'apparaît qu'à travers la viscosité alors que la dissipation n'est pas affectée par la nature du fluide (fluide normal ou superfluide); dans [71, 72], pour un écoulement de Von-Karmán, il a été montré que la dissipation est la même en He I et en He II par mesures globales calorimétriques (mesure de la puissance dissipée) et de puissance injectée (couple et fréquence du moteur). Pour mieux comprendre et appréhender les différences fondamentales entre fluide normal et superfluide il faut aller étudier de près la dynamique dissipative, donc améliorer la résolution spatiale de nos mesures ce qui permettra d'avoir une mesure résolue de l'accélération fluctuante centrée  $\sigma_a$ : ceci ouvre une nouvelle perspective qui sera détaillée dans la section suivante.

## Perspectives

L'évolution des vitesses et échelles caractéristiques de l'écoulement issues des lois empiriques est fonction de paramètres sans dimension qui dépendent des caractéristiques de la grille. Pour déterminer ces paramètres dans notre expérience, on peut soit faire des mesures avec un champ d'observation de quelques mailles soit garder le même champ de visualisation et faire varier la fréquence d'oscillation de la grille (nous avons fait un essai dans ce sens en hélium superfluide). Dans les conditions expérimentales actuelles, l'exploration d'un champ de mesures à grande échelle permettant de pleinement caractériser les lois de décroissance de la grille oscillante, était hors de portée. Cela serait néanmoins intéressant afin de disposer d'une calibration spécifique des paramètres intervenant dans les lois empiriques, paramètres dont nous avons considéré jusqu'à présent les valeurs typiques issues de la littérature (comme nous avons basé le dimensionnement de notre grille sur celui de [91], nous avons pris les mêmes valeurs de paramètres), mais qui peuvent varier légèrement d'une expérience à l'autre en fonction des spécificités géométriques de la grille. De plus une mesure à grande échelle permettra de caractériser la recirculation. L'utilisation d'un éclairage au moyen d'une nappe laser permettra une meilleure maîtrise de la profondeur de champ associée au champ de vision.

Par ailleurs, le système d'injection actuel est satisfaisant mais présente quelques limites. Pour l'injection par le haut, une quantité non maîtrisée des particules présentes dans le réservoir reste collée aux parois. Pour l'injection par le bas (injection à charge fixe), nous sommes limités par la quantité maximale de particules afin de rester dans un régime d'ensemencement dilué (une fois le cryostat fermé, on ne peut plus recharger par le bas ce qui fait qu'on est limité en temps). Ces limites constituent la raison pour laquelle, un seul type de particules a été étudié. Il serait maintenant intéressant de travailler avec de petites particules pour être piégées dans les vortex quantiques (utilisation de gaz dilués : mélange de deutérium et d'hélium gazeux pour une injection de particules solides), dont l'utilisation a fait ses preuves dans un écoulement de type « counter-flow » cf. [65]. Il serait aussi intéressant de travailler avec des particules inertielles afin de pouvoir faire l'étude de la concentration préférentielle de ces particules dans le superfluide ; ce qui serait une nouveauté dans le domaine de la turbulence cryogénique.

Toutes ces améliorations permettront d'avoir accès à la dynamique aux petites échelles de la turbulence et aux temps courts, notamment pour distinguer le comportement de l'He II de celui de l'He I. Une résolution des petites échelles nous permettra d'avoir une mesure résolue de l'accélération fluctuante centrée  $\sigma_a$ . En combinant ces mesures d'accélération aux échelles dissipatives et les mesures du taux de dissipation  $\epsilon$  obtenu aux échelles inertielles, il sera possible d'étudier la dépendance de la viscosité cinématique  $\nu$  du superfluide, par exemple, en fonction de la température (en se basant sur la relation de Heisenberg-Yaglom  $\sigma_a = a_0 \epsilon^{3/2} \nu^{-1/2}$ ). Par ailleurs en étudiant par exemple l'autocorrélation de  $\sigma_a$  on trouve un temps caractéristique  $\tau$  tel que  $\tau \propto \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}$  ce qui nous permet aussi de calculer la viscosité cinématique du superfluide. Avec ces deux méthodes, on pourra comparer les données expérimentales aux calculs habituels de viscosité cinématique en superfluide basés sur la viscosité dynamique de la composante visqueuse et la densité totale (pour un écoulement isotherme à forts nombres de Reynolds et pour des échelles grandes devant l'espacement inter-vortex). Cette nouvelle manière d'estimer une viscosité en He II pourrait donner un nouvel éclairage sur le comportement du superfluide aux différentes échelles.

## CHAPITRE VII. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Avant thèse	Pendant thèse	Après thèse
Rien	<ul> <li>Dimensionnement</li> <li>Mise en place</li> <li>Calibration</li> <li>Caractérisation écoulement</li> <li>Validation des mesures</li> <li>Comparaison HeI vs HeII</li> </ul>	<ul> <li>Traceurs pour vortex quantiques</li> <li>Concentration Préférentielle</li> <li>Résolution spatiale échelles dissipatives</li> </ul>

FIGURE VII.1 – Travaux réalisés pendant la thèse et Perspectives.

## **Bibliographie**

- [1] *Ecoulement et transfert de chaleur en hélium superfluide en milieu poreux*, volume S13 Milieux Poreux. AFM, Maison de la Mécanique, 2011.
- [2] A. Aliseda, A. Cartellier, F. Hainaux, and J. C. Lasheras. Effect of preferential concentration on the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *JFM*, 468 :77–105, 2002.
- [3] G. K. Batchelor. The application of the similarity theory of turbulence to atmmospheric diffusion. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 76:133–146, 1950.
- [4] J. Bec, L. Biferale, G. Boffetta, A. Celani, M. Cencini, A. Lanotte, and F. Toschi. Acceleration statistics of heavy particles in turbulence. *J. Fluid Mech.*, 2006.
- [5] J. Bec, L. Biferale, M. Cencini, A. S. Lanotte, and F. Toschi. Caustics and intermittency in turbulent suspensions of heavy particles. J. Fluid Mech., pages 527–536, 2010.
- [6] G. P. Bewley, M. Paoletti, D. P. Lathrop, and K. R. Sreenivasan. Visualization of quantize vortex dynamics. In *IUTAM Symposium on computational physics and new perspectives in turbulence*, volume 4 of *IUTAM Bookseries*, pages 163–170, 2008.
- [7] L. Biferale, G. Boffetta, A. Celani, B. J. Devenish, A. Lanotte, and F. Toschi. Lagrangian statistics of particles pairs in homogeneous isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 2005.
- [8] Rehab Bitane, Holger Homann, and Jérémie Bec. Time scales of turbulent relative dispersion. *Phys. Rev. E*, 86 :045302, Oct 2012.
- [9] G. Boffetta and I. M. Sokolov. Relative dispersion in fully developed turbulence : The richardson's law and intermittency corrections. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :094501, Feb 2002.
- [10] J. C. Boissin, G. Gistau, B. Hébral, P. Pelloux-Gervais, A. Ravex, and P. Seyfert. Cryogénie : mise en oeuvre des basses températures. Technical report, Techniques de l'ingénieur, 1993.
- [11] M. Bourgoin. Turbulence lagrangienne. 2006.
- [12] M. Bourgoin. Collective dynamics of particles in turbulence : from viscous to turbulent flows. May 2014.
- [13] M. Bourgoin. Turbulent pair dispersion as a ballistic cascade phenomenology. J. *Fluid Mech.*, 2015.

- [14] M. Bourgoin, N. Ouellette, H. Xu, J. Berg, and E. Bodenschatz. The role of pair dispersion in turbulent flow. *Science*, 311, February 2006.
- [15] M. Bouvard and H. Dumas. Application de la méthode du fil chaud à la mesure de la turbulence dans l'eau. *Houille Blanche*, 22 :723–734, 1967.
- [16] L. Chen, S. Goto, and J. C. Vassilicos. Turbulent clustering of stagnation points and inertial particles. J. Fluid Mech., 553:143:154, 2006.
- [17] S. W. Coleman and J. C. Vassilicos. A unified sweep-stick mechanism to explain particle clustering in two and three dimensional homogeneous isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 21, 2009.
- [18] C. T. Crowe, R. A. Gore, and T. R. Troutt. Particle dispersion by coherent structures in free shear flows. *Part. Sci. Tech.*, 1985.
- [19] Michael James Drayton. Eulerian and Lagrangian Studies of Inhomogeneous Turbulence Generated by an Oscillating Grid. PhD thesis, King's College, September 1993.
- [20] D. Duri. Mise en évidence expérimentale de l'intermittence dans un jet cryogénique turbulent d'hélium normal et superfluide. PhD thesis, Grenoble INP / I-MEP2, November 2012.
- [21] D. Duri, C. Baudet, J. Virone, and B. Rousset. Liquid helium inertial jet for comparative study of classical and quantum turbulence. *RSI*, 82, 2011.
- [22] J. K. Eaton and J. R. Fessler. Preferential concentration of particles by turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, 20:169–209, February 1994.
- [23] A. Eidelman, T. Elperin, A. Kapusta, N. Kleeorin, A. Krein, and I. Rogachevskii. Oscillating grids turbulence generator for turbulent transport studies. *Nonlinear Processes in Geophysics*, pages 201–205, 2001.
- [24] S. Elghobashi. On predicting particle-laden turbulent flows. *Applied Scientific Research*, 52:309–329, 1994.
- [25] T. Faber and J. C. Vassilicos. Turbulent pair separation due to multiscale stagnation point structure and its asymetry in two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 21, 2009.
- [26] H. J. S. Fernando and D. De Silva I.P. Note on secondary flows in oscillating grid, mixingbox experiments. *Physics of Fluids A*, 5 :1849, July 1993.
- [27] J. R. Fessler, J. D. Kulick, and J. K. Eaton. Preferential concentration of heavy particles in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 1994.
- [28] Lionel Fiabane, Robert Zimmermann, Romain Volk, Jean-Francois Pinton, and Mickael Bourgoin. On the clustering of finite-size particles in turbulence. *PRE*, 2012.
- [29] U. Frisch. *Turbulence, the legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [30] R. Gatignol. the faxen formulae for a rigid particle in an unsteady non-uniform stokes flow. *J. Mec. Theor. Appl*, pages 143–160, 1983.

- [31] M. Gibert, H. Xu, and E. Bodenschatz. Inertial effects on two particle relative dispersion in turbulent flows. *EPL*, 2010.
- [32] C. Gorter and J. Mellink. On the irreversible preocesses in liquid helium ii. *Physica*, 15, 1949.
- [33] S. Goto and J. C. Vassilicos. Sweep-stick mechanism of heavy particle clustering in fluid turbulence. *Physical Review Letters*, February 2008.
- [34] B. Hébral. Cryogénie, ses applications en supraconductivité. *Institut National du Froid*, 1995.
- [35] R. J. Hill. Opportunities for use of exact statistical equations. *Journal of Turbulence*, 7, 2006.
- [36] E. J. Hopfinger and J.-A. Toly. Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces. *J. Fluid Mech.*, 78:155–175, January 1976.
- [37] J. Jucha, H. Xu, A. Pumir, and E. Bodenschatz. Time reversal symmetry breaking in turbulence. *Physical Review Letters*, 113, July 2014.
- [38] W. H. Keesom and P. H. Keesom. On the viscosity of liquid helium in the neighbourhood of the lambda point. *Physica*, pages 65–66, 1941.
- [39] A. N. Kolmogorov. Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 32 :19–21, 1941.
- [40] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds number. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30 :299 :303, 1941.
- [41] A. N. Kolmogorov. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *Journal* of Fluid Mechanics, 13(01):82–85, 1962.
- [42] P.-A. Krogstad and P. A. Davidson. Is grid turbulence saffman turbulence. J. Fluid Mech., 642 :373–394, 2009.
- [43] L. Landau. The theory of superfluidity of helium ii. *Journal of Physics*, 71(90):185, 1941.
- [44] L. Landau and E. Lifshitz. *Course of Theoretical Physics*, volume 6. Pergamon Press, 1987.
- [45] R. Long. Theory of turbulence in a homogeneous fluid induced by an oscillating grid. *Physics of Fluids*, 21(10) :1887–1888, 1978.
- [46] Berg Luthi, Beat, Mann, Jakob, and Ott. Backwards and forwards relative dispersion in turbulent flow : an experimental investigation. *Phys. Rev. E*, 74, 2006.
- [47] M. Rotter M. La Mantia, T. V. Chagovets and L. Skrbek. Testing the performance of a cryogenic visualization system on thermal counterflow by using hydrogen and deuterium solid tracers. *RSI*, 83, May 2012.
- [48] Paul Manneville. *Instabilités, Chaos et Turbulence*. Editions de l'Ecole Polytechnique, 2004.

- [49] P. A. Martin and F. Rothen. *Problèmes à N-corps et champs quantiques : cours élémentaire*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1990.
- [50] J. Maurer and P. Tabeling. Local investigation of superfluid turbulence. *Europhysics Letters*, 43(1):29–34, 1998.
- [51] M. R. Maxey. The motion of small spherical particles in a cellular flow field. *Physics* of *Fluids*, 30, 1987.
- [52] M. R. Maxey and J. J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, 26, 1983.
- [53] S. P. McKenna and W. R. McGillis. Observations of flow repeatability and secondary circulation in an oscillating grid-stirred tank. *Physics of Fluids*, 16(9), August 2004.
- [54] R. Monchaux, M. Bourgoin, and A. Cartellier. Preferential concentration of heavy particles : A voronoï analysis. *Physics of Fluids*, 22, 2010.
- [55] N. Mordant, A. M. Crawford, and E. Bodenschatz. Three dimensional structure of the lagrangian acceleration in turbulent flows. *Phys. Rev. Lett.*, 93, 2004.
- [56] N. Mordant, Metz, Michel, and Pinton. Measurement of lagrangian velocity in fully developed turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 87, 2001.
- [57] N. Mordant and J. F. Pinton. Velocity measurement of a settling sphere. *European Physical Journal B*, 18:343–352, 2000.
- [58] Nicolas Mordant. *Mesure lagrangienne en turbulence : mise en oeuvre et analyse*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 2001.
- [59] J. J. Niemela and K. R. Sreenivasan. The use of cryogenic helium for classical turbulence : promises and hurdles. *Journal of Low Temperature Physics.*, 143(516) :163– 212, 2006.
- [60] M. Obligado. *Fluid-particle interactions : from the simple pendulum to collective effects in turbulence.* PhD thesis, Grenoble INP / I-MEP2, September 2013.
- [61] A. M. Obukhov. Some specific features of atmospheric turbulence. *Journal of Geophysical Research*, 67(8), July 1962.
- [62] E. Ott and J. Mann. An experimental investigation of the relative diffusion of particle pairs in three-dimensional turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, 2000.
- [63] N. Ouellette and H. Xu. A quantitative study of three dimensional lagrangian particle tracking algorithms. *Experiments in Fluids*, 2005.
- [64] N. Ouellette, H. xu, M. Bourgoin, and E. Bodenschatz. An experimental study of turbulent relative dispersion models. *New Journal of Physics*, 2006.
- [65] M. S. Paoletti, R. B. Fiorito, K. R. Sreenivasan, and D. P. Lathrop. Visualization of superfluid helium flow. *Journal of the Phydical Society of Japan*, 77(11), 2008.
- [66] S. B. Pope. Turbulent Flows. Cambridge University Press, 2000.

- [67] A. La Porta, Greg A. Voth, Alice M. Crawford, J. Alexander, and E. Bodenschatz. Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. *Nature*, 409 :1017–1019, 2001.
- [68] Muhammad Nauman Qureshi. *Experimental Investigation of Finite-Sized Inertial Particles Dynamics in Wind Tunnel Grid Generated Turbulence*. PhD thesis, ED I-MEP2, 2009.
- [69] L. F. Richardson. Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph. *Proceedings of the Royal Society of London*, pages 709–737, 1926.
- [70] B. Rousset, C. Baudet, M. Bon Mardion, B. Castaing, D. Communal, F. Daviaud, P. DIribarne, B. Dubrulle, A. Forgeas, Y. Gagne, A. Girard, B. Hebral, P.-E. Roche, P. Roussel, and P. Thibault. Tsf experiment for comparison of high reynolds number turbulence in both hei and heii : First results. *Advances in cryogenic engineering CEC ICMC*, 53A and 53B, 2008.
- [71] B. Rousset, P. Bonnay, P. DIribarne, A. Girard, J. M. Poncet, E. Herbert, J. Salort, C. Baudet, B. Castaing, L. Chevillard, F. Daviaud, B. Dubrulle, Y. Gagne, M. Gibert, B. Hébral, T. Lehner, P.-E. Roche, S. Saint-Michel, and M. Bon Mardion. Superfluid high reynolds von karman experiment. *RSI*, 85, 2014.
- [72] B. Saint-Michel, E. Herbert, J. Salort, M. Bon Mardion, P. Bonnay, M. Bourgoin, B. Castaing, L. Chevillard, F. Daviaud, P. DIribarne, B. Dubrulle, Y. Gagne, M. Gibert, A. Girard, B. Hébral, T. Lehner, and B. Rousset. Probing quantum and classical turbulence analogy in von karman liquid helium, nitrogen and water experiments. *Physics of Fluids*, 2014.
- [73] J. Salort. *Turbulence quantique versus classique*. PhD thesis, Ecole Doctorale de Physique de Grenoble, 2011.
- [74] B. Sawford, P. K. Yeung, and M. S. Borgas. Comparison of backwards and forwards relative dispersion in turbulence. *Physics of Fluids*, 17, 2005.
- [75] B. L. Sawford. Reynolds-number effects in lagrangian stochastic-models of turbulent dispersion. *Physics of Fluids A*, 3 :1577–1586–975, June 1991.
- [76] I. P. D. De Silva and H. J. S. Fernando. Oscillating grids as a source of nearly isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 6(7) :2455, July 1994.
- [77] K. D. Squires and J. K. Eaton. Particle response and turbulence modification in isotropic turbulence. *Physics of Fluids A*, page 1191, March 1990.
- [78] K. D. Squires and J. K. Eaton. Preferential concentration of particles by turbulence. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3 :1169–1178, 1991.
- [79] K. R. Sreenivasan. On the scaling of the turbulence energy dissipation rate. *Physics of Fluids*, 27(5):1048–1050, 1984.
- [80] K. R. Sreenivasan. On the universality of the kolmogorov constant. *Physics of Fluids*, 7(11):2778–2784, 1995.
- [81] K. R. Sreenivasan. An update on the energy dissipation rate in isotropic turbulence. *Physics Fluids*, 1997.

- [82] G. I. Taylor. Diffusion by continuous movements. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-20(1) :196–212, 1922.
- [83] G. I. Taylor. Statistical theory of turbulence. *Royal Society*, page 421, July 1935.
- [84] G. I. Taylor. The spectrum of turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London*, 164(919) :476–490, February 1938.
- [85] S.M. Thompson and J.S. Turner. Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid. *Journal of Fluid Mechanics*, 67, January 1975.
- [86] Tisza. The lambda transition explained. *Nature*, pages 643–644, 1938.
- [87] Tisza. Theory of liquid helium. Technical Report 39, Massachussets Institute of Technology, May 1947.
- [88] F. Toschi and E. Bodenschatz. Lagrangian properties of particles in turbulence. *Review in Advance*, 2008.
- [89] G. C. Truesdell and S. Elghobashi. Direct simulation of particle dispersion in a decaying isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, pages 655–700, 1992.
- [90] J. S. Turner. The influence of molecular diffusivity on turbulent entrainement across a density interface. *J. Fluid Mech.*, 23(639), 1968.
- [91] E. Villermaux, B. Sixou, and Y. Gagne. Intense vortical structures in grid generated turbulence. *Physics of Fluids*, 1995.
- [92] W. F. Vinen and J. J. Niemela. Quantum turbulence. *Journal of Low Temperature Physics.*, 128, September 2002.
- [93] R. Volk, D. Chareyron, and J.-F. Pinton. Mesures d'accélération lagrangienne dans un écoulement anisotrope par vélocimétrie laser doppler étendue. In 20ème Congrès Français de Mécanique. AFM, Maison de la Mécanique, 2011.
- [94] R. Volk, N. Mordant, G. Verhille, and J.-F. Pinton. Laser doppler measurement of inertial particle and bubble accelerations in turbulence. *Europhysics Letters*, 81, 2008.
- [95] G. A. Voth, A. La Porta, A. M. Crawford, J. Alexander, and E. Bodenschatz. Measurement of lagrangian velocity in fully developed turbulence. J. Fluid Mech., 469:121–160, 2002.
- [96] J. O. Wilhelm, A. D. Misener M. A., and A. R. Clark. The viscosity of liquid helium. *Royal Society*, pages 342–347, 1935.
- [97] A. M. Wood, W. Hwang, and J. K. Eaton. Preferential concentration of particles in homogeneous and isotropic turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, 31 :1220–1230, February 2005.
- [98] L. Zhang, L. Lin, and G. Chen, editors. Normalized representation for steady state heat transport in a channel containing He II covering pressure range up to 1.5 MPa, number Chapter 201. ICEC20, 2005.
- [99] G. Zocchi, P. tabeling, J. Maurer, and H. Willaime. Measurement of the scaling of the dissipation at high reynolds numbers. *Phys. Rev. E*, 50, 1994.

Résumé Cette thèse a pour objectif l'étude comparée de la turbulence isotherme en hélium I (He I : fluide classique) et en hélium II (He II : une partie du fluide est inviscide) par analyse lagrangienne. Les analogies et/ou différences du comportement dynamique en écoulement classique et superfluide devraient ainsi nous renseigner sur les caractéristiques multi-échelles intrinsèques de la turbulence. Ce type de recherche, qui constituait une première mondiale en début de thèse, semble promis à un bel avenir ; à titre d'exemple des mesures similaires de suivi Lagrangien He I/He II en aval d'un barreau oscillant sont actuellement en cours à Charles Université (Prague). Nous avons opté pour l'écoulement canonique de grille oscillante car il est isotrope, sans vitesse moyenne (autorisant ainsi un temps d'observation long) et homogène par plan. Nous basons nos mesures sur la visualisation de microsphères creuses de verre, dont la densité est voisine de celle de l'hélium liquide. Cette expérience étant nouvelle, il a fallu procéder à sa conception et à son dimensionnement, à sa mise en place ainsi qu'à sa calibration. Le cryostat que l'on a conçu est entièrement en verre, permettant ainsi une observation multi-angles de l'écoulement. Le système de visualisation utilisé est basé sur l'imagerie haute cadence en éclairage « backlight » (diffusion avant). De la reconstruction des trajectoires des particules, nous avons pu réaliser des analyses lagrangiennes à une particule (à un temps et à deux temps), mais aussi étudier la dispersion relative de paires de particules. La résolution spatiale et temporelle de nos mesures nous a permis de caractériser pleinement les échelles inertielles de la turbulence tandis que les échelles dissipatives sont plus marginalement résolues. Dans ces conditions, nous retrouvons que les caractéristiques de la turbulence en He I sont en accord avec les mesures de la littérature dans des écoulements similaires en fluide classique. De plus, ce même comportement est également observé en hélium superfluide. Mots clés : turbulence, superfluide, grille oscillante, particules, visualisation, approche Lagrangienne.

Abstract This thesis aims at comparing the isothermal turbulence in Helium I (HeI, classical fluid) and in Helium II (HeII, which has one inviscid component) through a Lagrangian analysis. Analogies and/or differences between the classical and superfluid behaviors are expected to shed new light on the intrinsic multi-scale properties of turbulence. This is a pioneering study, as no similar cryogenic experiment had been performed prior to this thesis, which opens a full range of possible future studies (as an example, similar measurements of Lagrangian tracking in the wake of an oscillating cylinder, are currently in progress at Charles University in Prague). We opted for an oscillating grid turbulence generation, which produces isotropic and homogeneous (per plane) turbulence, with no mean velocity (hence allowing longer observation times). As tracers we use hollow glass microspheres, which are almost neutrally buoyant in liquid Helium. This being a new facility, significant effort was dedicated to the design and the tailoring of the experiment, its implementation and the calibration of the flow. The cryostat hosting the experiment is fully transparent (made of glass), allowing visualization at multiple angles. Measurements were performed using high speed imaging in backlight illumination. Particle trajectories were reconstructed using Lagrangian tracking, from which we performed analysis of single particle statistics (single time and two times) as well as relative dispersion of pairs of particles. The spatial and temporal resolution of our measurements give us access to the dynamics of the flow at inertial scales, while dissipative scales are marginally resolved. In these conditions, we find that turbulence in HeI behaves in agreement with previous results obtained in similar flows using classical fluids. Interestingly, the same turbulence properties stands also for superfluid conditions.

**Keywords** : turbulence, superfluid, oscillating grid, particles, visualisation, Lagrangian approach.