



**HAL**  
open science

# La rupture brutale des piliers conditionne-t-elle les effondrements miniers ? : approches énergétiques par modélisation numérique

Thomas Hauquin

## ► To cite this version:

Thomas Hauquin. La rupture brutale des piliers conditionne-t-elle les effondrements miniers ? : approches énergétiques par modélisation numérique. Sciences de la Terre. Université de Lorraine, 2016. Français. NNT : 2016LORR0164 . tel-01619122

**HAL Id: tel-01619122**

**<https://theses.hal.science/tel-01619122v1>**

Submitted on 19 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Université de Lorraine  
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Nancy  
Laboratoire GeoRessources  
Ecole Doctorale RP2E

Thèse

Présentée pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lorraine  
En Mécanique-Génie civil

Par

Thomas HAUQUIN

**La rupture brutale des piliers conditionne-t-elle les  
effondrements miniers ?  
Approche énergétique par modélisation numérique**

Soutenue publiquement le 5 décembre 2016

Devant le jury composé de :

<b>Tikou BELEM (Pr.)</b>	Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue	Rapporteur
<b>Frédéric PELLET (Pr.)</b>	MINES ParisTech	Rapporteur
<b>Daniel BILLAUX (Dr.)</b>	Itasca consulting	Examineur
<b>Joëlle RISS (Pr.)</b>	Université de Bordeaux	Examinatrice
<b>Mountaka SOULEY (HDR)</b>	Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques	Examineur
<b>Olivier DECK (Pr.)</b>	Université de Lorraine	Directeur de thèse
<b>Yann GUNZBURGER (Mcf.)</b>	Université de Lorraine	Codirecteur de thèse
<b>Rafik HADADOU (Dr.)</b>	GEODERIS	Invité





Université de Lorraine  
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Nancy  
Laboratoire GeoRessources  
Ecole Doctorale RP2E

Thèse

Présentée pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Université de Lorraine**  
En Mécanique-Génie civil

Par

Thomas HAUQUIN

**La rupture brutale des piliers conditionne-t-elle les  
effondrements miniers ?  
Approche énergétique par modélisation numérique**

Soutenue publiquement le 5 décembre 2016

Devant le jury composé de :

<b>Tikou BELEM (Pr.)</b>	Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue	Rapporteur
<b>Frédéric PELLET (Pr.)</b>	MINES ParisTech	Rapporteur
<b>Daniel BILLAUX (Dr.)</b>	Itasca consulting	Examineur
<b>Joëlle RISS (Pr.)</b>	Université de Bordeaux	Examinatrice
<b>Mountaka SOULEY (HDR)</b>	Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques	Examineur
<b>Olivier DECK (Pr.)</b>	Université de Lorraine	Directeur de thèse
<b>Yann GUNZBURGER (Mcf.)</b>	Université de Lorraine	Codirecteur de thèse
<b>Rafik HADADOU (Dr.)</b>	GEODERIS	Invité



## Remerciements

---

Cette thèse a été une riche expérience comme vous vous en doutez, mais je ne vous cache pas que je suis tout de **même content qu'elle soit terminée ! Eh oui, c'est un peu paradoxal** mais comme pourront certainement vous le dire beaucoup **d'ex-doctorants, trois ans de thèse c'est à la fois suffisamment long et terriblement court. Ce qui est sûr, c'est que j'ai réalisé** ce travail entouré de nombreuses personnes qui méritent bien que je leur consacre quelques lignes de remerciement.

Je commence bien évidemment par remercier sincèrement mes deux directeurs de thèse : **Olivier et Yann. Je les remercie d'abord parce qu'ils sont à l'origine de ce travail mais surtout parce qu'au-delà de leur rôle d'encadrant qu'ils ont rempli en me remettant sur le droit chemin lorsque j'ai eu des idées un peu extravagantes, j'ai rencontré deux personnes généreuses, et pas seulement dans le cadre professionnel. Je retiendrai le grand pragmatisme d'Olivier ainsi que la rigueur de Yann toujours ponctuée d'une pointe de sarcasme !**

Je tiens à remercier grandement **Joëlle Riss pour m'avoir donné le goût de la science et m'avoir permis de faire mes premiers pas dans le domaine de la recherche il y a quelques années pendant mes études à l'Université de Bordeaux. J'ai été honoré qu'elle accepte de présider le jury de ma soutenance.**

J'en profite pour remercier tous les membres du jury sans qui ce travail ne se serait jamais concrétisé. Un grand merci à **Frédéric Pellet, Tikou Belem, Daniel Billaux, Mountaka Souley et Rafik Hadadou pour le temps qu'ils ont passé à relire mon manuscrit et à écouter patiemment mon (un peu trop) long discours. Je remercie également Tikou pour nous avoir chaleureusement accueillis à l'UQAT de Rouyn-Noranda au fin fond du Québec et m'avoir fait découvrir le monde de la mine !**

Un grand merci également à **Ahmed Hosni qui, depuis les bureaux de GEODERIS, a partagé des informations qui ont été précieuses pour la réalisation de ce travail.**

**Il est maintenant temps de remercier mes collègues de l'équipe GOR du laboratoire GeoRessources, qui sont, je l'espère, devenu un peu plus que cela. Ils sont très nombreux et il a été assez difficile d'établir l'ordre dans lequel je les citerais, je vais donc commencer par les dames. Je me souviendrai de l'énergie inépuisable de Brigitte qui a contribué à faire vivre l'équipe durant ces trois années et certainement avant. Je remercie chaleureusement Adeline pour m'avoir accueilli avec autant de gentillesse et pour m'avoir fait découvrir Nancy dès mon arrivée, ce qui m'a permis de me sentir à l'aise très rapidement, d'autant qu'elle ne m'a pas laissé le temps de m'ennuyer ! Laura a également participé à ce sentiment par son humour et sa grande sincérité, merci pour cela. Je garderai également en mémoire les rires de Mimi qui sont venus égayer toutes les journées passées au bureau, sans exception. Je retiendrai la grande générosité de Marianne ainsi que sa bonne humeur à toute épreuve. Je remercie Maria pour son amicalité et son sens du partage. Merci également à Noémie pour avoir apporté un peu d'extravagance au labo ainsi qu'à Francesca et Jana qui, bien que nous ne nous soyons pas vu très longtemps, ont fait preuve d'une très grande sympathie. Je remercie**

également Dimple et Roccio, venues de loin pour réaliser leur stage et qui ont apporté avec elles toute leur énergie.

**Je dédie maintenant quelques lignes à Samar dont j'ai partagé le bureau pendant trois ans. On s'est accompagné durant toutes les phases faciles et moins faciles de la thèse mais je suis content que nous ayons aussi pu partager des expériences hors du bureau, notamment sur les murs d'escalade ! En revanche, ça n'a certainement pas été facile pour elle de supporter mon silence durant nos longues journées de travail. Je n'ai d'ailleurs certainement jamais autant « parlé » que dans ces remerciements... Heureusement que ces messieurs des bureaux d'à côté étaient là pour compenser !**

Je pense en particulier à Jamil, certainement le plus grand poète et philosophe de l'École des Mines de Nancy, as du ping-pong à ces heures perdues et à Clément, la personne la plus enthousiaste que je connaisse, qui aura tout fait pour nous réunir le plus souvent possible autour de bons repas ! Je remercie Rasool, impeccable en toutes circonstances, et toujours de bon conseil dans les moments critiques de la thèse ! **Merci également à Bakri pour sa gentillesse et l'accueil qu'il nous a réservé** auprès de sa famille. **Merci à Jabrane pour les discussions culturelles et philosophiques qui m'auront fait penser à autre chose qu'au travail pendant les (parfois) longues pauses café.** **Merci à Anh Tuan dont j'ai eu le plaisir de partager le bureau durant quelques semaines et qui a eu le bon goût de nous faire découvrir la cuisine vietnamienne.** **Merci également à Rafik, Janes et Yin Fei pour m'avoir montré l'exemple** par leur sérieux et la qualité de leur soutenance. Je remercie bien sûr Thierry pour son aide bien que je sois encore un peu vexé de ne pas avoir réussi à le battre en finale du tournoi de ping pong ainsi que Christian, Bernard et Jacques-Pierre pour les débats passionnants qui ont animé les pauses café.

**J'adresse maintenant mes remerciements aux membres de l'INERIS : Alain, Vincent, Régis, Alice, Mountaka, Isabelle, Roxanne, Cyrille, Marwan, Franz, Christian, Danièle, Catherine, Virginie et tous les autres pour leur très grande sympathie. C'était un plaisir de partager les locaux de l'École des Mines avec des personnes aussi agréables.**

Heureusement, bien que cela ne saute pas aux yeux en lisant ces remerciements, **je n'ai pas passé ces trois années exclusivement dans mon bureau et je tiens à remercier Matthieu, Roland, Antoine, Mallorie et Julien pour tous les moments passés un verre à la main et l'esprit léger.**

Il est évident que, même à distance, certaines personnes peuvent contribuer à faire en sorte que les choses se passent bien. Je pense bien sûr à mes parents et ma petite **sœur qui ont guidé mes choix et sans qui il est sûr que je n'aurais jamais pu réaliser ce travail.**

**Enfin, je tiens à remercier Clara pour avoir fait l'effort de m'accompagner en direction du pôle nord et pour avoir, en plus de cela, relu entièrement (je dis bien entièrement...) ce mémoire. Et maintenant que tout le monde est remercié, je n'ai plus qu'à vous mettre au défi d'en faire** autant, si vous avez un peu de temps devant vous !

# Table des matières

---

Remerciements .....	III
Liste des tableaux .....	IX
Liste des figures .....	XI
Avant-propos .....	XIX
Chapitre 0. Introduction générale .....	1
0.1. Introduction .....	1
0.2. La méthode des chambres et piliers parmi les méthodes d'exploitation minières .....	2
0.2.1. Les principales méthodes d'exploitation .....	2
0.2.2. Les spécificités de la méthode des chambres et piliers .....	5
0.2.3. L'utilisation historique et actuelle de la méthode des chambres et piliers .....	8
0.3. La phénoménologie des dommages associés à la méthode des chambres et piliers .....	9
0.3.1. Quelques généralités sur le comportement mécanique des chambres et piliers .....	9
0.3.2. Les dommages au fond .....	10
0.3.3. Les dommages en surface .....	14
0.4. Le positionnement et les objectifs de la thèse .....	19
0.4.1. Problématique .....	19
0.4.2. Hypothèse de départ et approche proposée .....	20
Chapitre 1. Etude bibliographique : le comportement mécanique des piliers .....	21
1.1. Introduction .....	21
1.2. L'état de contrainte des piliers dans le domaine élastique .....	22
1.2.1. L'élasticité .....	22
1.2.2. Les contraintes <i>in situ</i> .....	24
1.2.3. Les contraintes induites dans les piliers .....	27
1.2.4. L'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers .....	37
1.3. La résistance et la rupture des piliers .....	47
1.3.1. La phénoménologie du comportement mécanique des piliers .....	47
1.3.2. Pic de résistance et module post-pic .....	50
1.4. L'instabilité de la rupture des piliers : bilan d'énergie mécanique .....	64
1.4.1. Quelques considérations théoriques .....	65
1.4.2. L'instabilité de la rupture d'un échantillon comprimé en laboratoire .....	68
1.4.3. Le passage à l'échelle d'un pilier .....	73
1.4.4. Le critère d'instabilité à l'échelle d'un ensemble de piliers .....	75
1.4.5. L'excès et la dissipation d'énergie liés à l'instabilité .....	76
1.5. Conclusions .....	79
Chapitre 2. Proposition d'une nouvelle méthode d'estimation de la contrainte verticale moyenne de piliers irréguliers .....	81
2.1. Introduction .....	81
2.2. Etude préliminaire : vérification de l'absence d'influence de certains facteurs .....	82
2.2.1. Hypothèses de départ .....	82

2.2.2.	Définition des constantes et des paramètres .....	83
2.2.3.	Construction des modèles.....	84
2.2.4.	Obtention de la contrainte verticale moyenne.....	85
2.2.5.	Résultats.....	86
2.3.	<b>Développement d'une nouvelle méthode</b> .....	87
2.3.1.	Hypothèses de départ .....	87
2.3.2.	Introduction de la notion de taux de défrètement relatif .....	87
2.3.3.	Fonction linéaire du taux de défrètement relatif.....	89
2.3.4.	Fonction quadratique du taux de défrètement relatif .....	94
2.3.5.	Comparaison de la fonction quadratique aux méthodes TAT et PAT .....	97
2.4.	<b>Vérification de l'applicabilité de la fonction quadratique</b> .....	102
2.4.1.	<b>Effet d'un contraste de module</b> de Young entre les piliers et la roche encaissante.....	102
2.4.2.	Vérification en conditions 3D.....	104
2.4.3.	Etude du report de charge induit par le dépilage ou la rupture d'un pilier ...	106
2.5.	<b>Résumé et discussion de l'ensemble des résultats</b> .....	110
2.6.	Conclusions et perspectives .....	115
Chapitre 3.	<b>Une méthode énergétique pour modéliser l'instabilité des piliers</b> .....	117
3.1.	Introduction .....	117
3.2.	<b>Le calcul numérique de l'énergie cinétique dissipée</b> .....	118
3.2.1.	<b>Une méthode globale à partir des solutions à l'équilibre statique</b> .....	118
3.2.2.	Une méthode locale à partir des forces non-équilibrées.....	119
3.2.3.	Vérification de la méthode locale.....	122
3.3.	<b>Confrontation analytique/numérique lors de la rupture d'un pilier</b> .....	126
3.3.1.	Caractéristiques géométriques et mécaniques des modèles .....	126
3.3.2.	Analyse quasi-statique préliminaire.....	128
3.3.3.	Analyse dynamique : <b>calcul de l'énergie cinétique dissipée</b> .....	131
3.4.	<b>Localisation de l'énergie cinétique dissipée</b> .....	136
3.4.1.	<b>Evolution temporelle et localisation de l'énergie cinétique dissipée</b> .....	136
3.4.2.	<b>Effet de l'énergie cinétique dissipée en termes de surcontrainte</b> .....	139
3.4.3.	Magnitude et classification du type de rupture.....	141
3.5.	Conclusions.....	146
Chapitre 4.	Etude de cas : les effondrements du bassin ferrifère lorrain .....	149
4.1.	Introduction .....	149
4.2.	Le contexte du bassin ferrifère lorrain.....	150
4.2.1.	Le gisement du bassin ferrifère.....	150
4.2.2.	<b>Les méthodes d'exploitation et les aléas associés</b> .....	151
4.2.3.	La distinction des affaissements progressifs et des effondrements brutaux .	152
4.3.	<b>Analyse mécanique de la base de données d'affaissements et d'effondrements</b> .....	159
4.3.1.	Présentation de la démarche.....	159
4.3.2.	Caractéristiques géomécaniques des piliers .....	159
4.3.3.	Modélisation du comportement des piliers.....	163
4.3.4.	Rétro-analyse de la stabilité des piliers .....	165
4.3.5.	Résumé et interprétation des résultats obtenus sur la base de données.....	171
4.3.6.	Discussion sur les résultats .....	172

4.4. Modélisation des effondrements .....	174
4.4.1. Définition des objectifs .....	174
4.4.2. Choix de modélisation .....	174
4.4.3. Description des résultats .....	177
4.5. Bilan et discussion .....	183
4.5.1. Résumé de la démarche et des résultats .....	183
4.5.2. Discussion.....	185
4.5.3. <b>Limites de l'approche proposée</b> .....	186
4.6. Conclusions .....	187
Conclusion générale .....	189
Bibliographie .....	193
Références (par ordre alphabétique) : .....	193
<b>Sites internet consultés (par ordre d'apparition dans le document) :</b> .....	201
<b>Annexe 1 : Solution de l'équation différentielle de Sheorey et Singh (1974)</b> .....	203
Annexe 2 : Formalisme du modèle de comportement de Mohr-Coulomb .....	204
Annexe 3 : Calcul analytique du terme $W_{plas}$ .....	210
Annexe 4 : Procédure de calcul du logiciel FLAC .....	211
Annexe 5 : <b>Exemple d'une géométrie de mine aléatoire modélisée</b> .....	214
Annexe 6 : Expression de $\rho$ en fonction de $a$ .....	215
Annexe 7 : Vérification de la fonction quadratique pour un panneau de rapport $W/H = 7$ .....	216
Annexe 8 : <b>Vérification de la fonction quadratique dans le cas d'une mine sous une surface inclinée</b> .....	217
Annexe 9 : Variation de la contrainte horizontale dans le pilier rompu .....	218
Annexe 10 : <b>Base de données d'affaissements et d'effondrements du bassin ferrifère lorrain</b> .....	219
Annexe 11 : <b>Détermination de la limite d'élasticité des piliers du bassin ferrifère lorrain à partir des résultats de modélisation</b> .....	221
Annexe 12 : Illustration du modèle 3D réalisé pour estimer la raideur moyenne du toit des secteurs présents dans la base de données du bassin ferrifère lorrain.....	222
Annexe 13 : Rupture du recouvrement avec et sans dilatance .....	223



## Liste des tableaux

---

<b>Tableau 1.1</b> : Caractéristiques géométriques et propriétés élasto-plastiques considérées par différents auteurs pour modéliser des piliers constitués de différents types de roche.....	63
<b>Tableau 2.1</b> : Caractéristiques constantes des modèles réalisés dans l'étude préliminaire.....	83
<b>Tableau 2.2</b> : Caractéristiques variables des modèles réalisés dans l'étude préliminaire.....	84
<b>Tableau 2.3</b> : Caractéristiques géométriques des modèles réalisés.....	91
<b>Tableau 2.4</b> : Valeurs moyennes du coefficient $a$ pour chacune des configurations modélisées.....	92
<b>Tableau 2.5</b> : Comparaison des $\sigma_{vm}$ obtenues par la méthode TAT et la fonction quadratique aux résultats numériques, obtenues après dépilage du pilier central dans le cas du modèle de la Figure 2.18.....	109
<b>Tableau 3.1</b> : Propriétés mécaniques constantes pour tous les modèles.....	127
<b>Tableau 3.2</b> : Propriétés mécaniques variables d'un modèle à l'autre.....	128
<b>Tableau 3.3</b> : Résultats de l'étude quasi-statique préliminaire.....	130
<b>Tableau 3.4</b> : Classification des « rockbursts » traduite d'après Ortlepp (1997).....	142
<b>Tableau 4.1</b> : Synthèse des propriétés plastiques utilisées par différents auteurs pour modéliser le minerai de fer.....	162
<b>Tableau 4.2</b> : Caractéristiques géométriques des deux configurations (piliers + roche encaissante) modélisées.....	175
<b>Tableau 4.3</b> : Propriétés mécaniques initiales des piliers et quatre gammes de propriétés du recouvrement.....	175



## Liste des figures

---

- Figure 0.1** : Illustration de quelques méthodes d'exploitation des mines souterraines : a) Chambre-magasin, b) Tranches montantes remblayées, c) Sous-niveaux abattus (modifié d'après Hamrin, 1980) et d) Longue taille (source : <http://rajikorba.blogspot.fr>, Mining methods in India). ..... 5
- Figure 0.2** : Illustration de la méthode des chambres et piliers (modifiée d'après Hamrin, 1980). ..... 6
- Figure 0.3** : a) Photographie de piliers irréguliers d'une ancienne mine de gypse vraisemblablement exploitée au 18<sup>ème</sup> siècle en Ile de France (source : <http://ruedeslumieres.morkitu.org>, Le Gypse et son exploitation). b) Photographie d'une galerie de la mine de sel de Varangéville (Lorraine) actuellement en exploitation (source : <http://www.salines.com>, Le sel gemme). ..... 7
- Figure 0.4** : Schéma représentant les différents types de piliers pouvant constituer ou séparer des unités de production à l'intérieur d'une mine ou d'une carrière souterraine. .... 7
- Figure 0.5** : Modification de l'état de contrainte induite par le creusement de chambres d'après des résultats de modélisation numérique 2D en milieu continu (FLAC). ..... 9
- Figure 0.6** : Modes de rupture des piliers de mine en fonction des conditions géomécaniques dans lesquelles ils se trouvent (traduit de l'anglais au français, d'après Brady et Brown, 2004). ..... 10
- Figure 0.7** : Deux piliers rompus photographiés dans des carrières de calcaire américaines par Esterhuizen et al. (2011). ..... 11
- Figure 0.8** : Rupture progressive du toit au-dessus d'une galerie étroite (5 m) obtenue numériquement par Gao et al. (2014) (termes traduits de l'anglais au français). ..... 12
- Figure 0.9** : Cloche d'effondrement du toit d'une chambre photographiée par Esterhuizen et al. (2011) dans des carrières de calcaire américaines. .... 13
- Figure 0.10** : Schéma conceptuel d'un affaissement continu progressif (document BRGM, [www.cavite.fr](http://www.cavite.fr)). ..... 15
- Figure 0.11** : Schéma conceptuel d'un effondrement brutal (document BRGM, [www.cavite.fr](http://www.cavite.fr)). ..... 15
- Figure 0.12** : Mécanisme de rupture en cascade de piliers tels que représenté par Zipf (2001). Les flèches verticales symbolisent l'intensité de la contrainte verticale agissant sur les piliers sains à mesure que le nombre de piliers endommagés augmente. .... 18
- Figure 0.13** : Schéma conceptuel du fonctionnement mécanique d'un ensemble de piliers en interaction avec leur recouvrement à différents niveaux d'endommagement. Inspiré de « l'effet domino » tel que décrit par Ma et al. (2012) et de résultats de modélisation obtenus par ailleurs. .... 18
- Figure 1.1** : Résultats typiques d'un essai de compression simple sur un échantillon de granite, d'après Martin et Chandler (1994). ..... 24
- Figure 1.2** : Mesures de contrainte verticale dans différentes régions du Monde et ajustement d'une relation linéaire avec la profondeur (Hoek et al., 2000) (gauche) ; valeurs du coefficient K mesurées sur différents continents, en fonction de la profondeur (Hoek et Brown, 1980) (droite). ..... 26
- Figure 1.3** : Répartition théorique des contraintes verticales et horizontales dans la partie supérieure de la croûte terrestre (droite) et du coefficient K en fonction de la profondeur (Sheorey, 1994). ..... 27
- Figure 1.4** : Répartition des contraintes verticales élastiques entre deux creux circulaires (d'après Hoek et Brown, 1980, sur la base des résultats de Obert et Duvall, 1967). ..... 28

<b>Figure 1.5</b> : Isovaleurs des contraintes horizontales et verticales à l'intérieur d'un pilier de rapport de forme $l/h = 2$ soumis à un état de contrainte lithostatique (d'après Jeremic, 1985).....	29
<b>Figure 1.6</b> : Représentation de la contrainte verticale au centre d'un pilier de section carrée (3D) par superposition des contraintes verticales dans deux piliers infiniment allongés (2D) et orientés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre.....	30
<b>Figure 1.7</b> : Comparaison de la solution de Westergaard appliquée à un pilier, à des résultats de modélisation numérique en milieu élastique homogène isotrope (Hoch et al., 1991).....	31
<b>Figure 1.8</b> : Schéma du système considéré représentant une galerie inclinée par rapport à la contrainte verticale in situ $\sigma_{zz\infty}$ .....	33
<b>Figure 1.9</b> : Effet de l'inclinaison d'une galerie par rapport aux contraintes principales in situ sur la contrainte de cisaillement maximale aux bords de la galerie.....	34
<b>Figure 1.10</b> : Résultats numériques de calculs de contrainte de confinement à l'intérieur de piliers de différents rapports $l/h$ et pour différentes valeurs in situ de $\sigma_3$ (modifié et traduit de l'anglais au français d'après Maybee, 2000).....	35
<b>Figure 1.11</b> : Effet de la présence de discontinuités dans le recouvrement sur la contrainte verticale au centre d'un pilier infiniment long de 6 m de largeur par 3 m de hauteur, situé à 50 m de profondeur avec un taux de défrètement de 0,5, d'après Roberts et al. (2002) (logiciel ELFEN 2D).....	36
<b>Figure 1.12</b> : Schéma de principe de la théorie de l'aire tributaire tiré de Hauquin et al. (2016).....	38
<b>Figure 1.13</b> : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Equations 1.17 à 1.21), en considérant des conditions d'appuis encastés, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Equations 1.14 à 1.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques.....	42
<b>Figure 1.14</b> : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Equations 1.17 à 1.21), en considérant des conditions d'appuis de type rotule, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Equations 1.14 à 1.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques.....	42
<b>Figure 1.15</b> : Schéma de principe de la théorie de la « voûte de contrainte » (PAT, Poulsen, 2010) tiré de Hauquin et al. (2016).....	44
<b>Figure 1.16</b> : Comparaison de la contrainte verticale moyenne du pilier central d'une exploitation obtenue par les différentes méthodes de calcul pour différentes configurations géomécaniques caractéristiques des mines exploitées par la méthode des chambres et piliers abandonnés.....	46
<b>Figure 1.17</b> : Résultat d'un essai de compression sur un pilier de charbon de 2 m de largeur par 1 m de hauteur et répartition de la contrainte axiale durant le chargement, d'après Wagner (1980).....	48
<b>Figure 1.18</b> : Classification des piliers en fonction de leur niveau d'endommagement, traduit de l'Anglais au Français, tiré de Brady et Brown (2004), d'après Roberts et al. (1998).....	48
<b>Figure 1.19</b> : Comportement typique d'un pilier de charbon d'après Jaiswal et Shrivastva (2009). Notons que la phase dite « élastique » ne l'est pas à proprement parler puisque la courbe $y$ est non-linéaire à proximité du pic de résistance.....	49
<b>Figure 1.20</b> : Résultats d'essais de compression réalisés par Das (1986) sur des échantillons de marbre de 5,4 cm de diamètre $l$ et de différents rapports de forme $l/h$ .....	50
<b>Figure 1.21</b> : Illustration du comportement des piliers typiques des mines de « roche dure » sud-africaines en fonction de leur rapport de forme $l/h$ , d'après Ozbay et al. (1995).....	54

<b>Figure 1.22</b> : Résistance des cubes de charbon testés par Bieniawski (1968) en fonction de leurs dimensions.....	55
<b>Figure 1.23</b> : Equations de résistance des piliers d'après différents auteurs, représentées sur un graphique de stabilité. Chaque courbe représente un $FS = 1$ . Le domaine au-dessus des courbes correspond aux piliers « instables » alors que le domaine en-dessous des courbes correspond aux piliers « stables ».....	56
<b>Figure 1.24</b> : Illustration des cinq types d'écaillage des piliers observés par Van der Merwe (2003b) dans les mines de charbon sud-africaines.....	57
<b>Figure 1.25</b> : Illustration des trois grands types de comportement observés pour les roches en fonction de leur « qualité » géomécanique d'après Hoek (2016).....	60
<b>Figure 1.26</b> : Vue sur les différentes phases des modèles 2D réalisés par Mortazavi et al. (2009) pour modéliser la rupture d'un pilier (gauche). Graphique de stabilité (droite) superposant l'équation de résistance obtenue à partir des résultats de modélisation à la base de données de piliers de roche dure utilisée par Lunder et Pakalnis (1997).....	62
<b>Figure 1.27</b> : Maillage d'un des modèles 3D de pilier réalisés par Jaiswal et Shrivastva (2009) pour modéliser des essais de compression (gauche). Comparaison de l'expression du module post-pic déduite des résultats numériques à celle obtenue empiriquement par Zipf (1999, droite).....	63
<b>Figure 1.28</b> : Etat d'une bille rigide en fonction de la forme du support sur lequel elle repose. ....	67
<b>Figure 1.29</b> : Illustration du modèle analytique considéré pour étudier la stabilité de la rupture d'un échantillon de roche comprimé en laboratoire (modifié d'après Brady et Brown, 2004).....	69
<b>Figure 1.30</b> : a) Représentation graphique de la variation des différents termes énergétiques induite par une variation des degrés de liberté du système $u$ et $y$ . a) : Variation d'énergie élastique de l'échantillon $\Delta U_{ce}$ , b) : Energie dissipée par plasticité $W_{plas}$ . c) : Variation d'énergie élastique de la presse.....	71
<b>Figure 1.31</b> : Illustration des trois situations possibles dans la partie décroissante de la phase élasto-plastique : a) Rupture « métastable ». b) : Absence de rupture sans intervention du milieu extérieur c) Rupture instable sans intervention du milieu extérieur. ....	73
<b>Figure 1.32</b> : Modèle représentant de manière simplifiée les conditions de chargement d'un pilier situé entre un toit et un mur élastiques.....	74
<b>Figure 1.33</b> : Energie cinétique dissipée entre deux états d'équilibre avant et après rupture d'un pilier, décomposée en deux contributions respectives du toit et du mur.....	77
<b>Figure 2.1</b> : Grille de l'un des modèles réalisés pour l'étude préliminaire. ....	84
<b>Figure 2.2</b> : Effet de la densité linéaire de mailles sur la contrainte verticale à la surface et au centre des piliers.....	85
<b>Figure 2.3</b> : Résultats de l'étude préliminaire sur l'influence des différents facteurs identifiés comme étant potentiellement influents sur la contrainte verticale moyenne des piliers.....	86
<b>Figure 2.4</b> : Schémas de principe (3D et 2D) du découpage des aires tributaires permettant de calculer les taux de défruitement relatifs des piliers (ici dans un cas fictif relativement simple). ....	88
<b>Figure 2.5</b> : Contrainte verticale moyenne des piliers en fonction de leur taux de défruitement relatif, pour des panneaux de différentes profondeurs (a) et différents taux de défruitement globaux (b), et ajustement d'une fonction linéaire (Equation 2.6).....	91

<b>Figure 2.6</b> : Valeurs moyennes de la proportion $p$ du poids du recouvrement, transférée aux piliers, telles que déterminées à partir des trois méthodes présentées plus haut, pour l'ensemble des modèles de chacune des cinq configurations modélisées présentées dans le Tableau 2.3. ....	93
<b>Figure 2.7</b> : Contrainte verticale moyenne des piliers en fonction de leur taux de défrètement relatif, pour des panneaux de différentes profondeurs (a) et différents taux de défrètement globaux (b), et ajustement d'une fonction quadratique. (Equation 2.10). ....	95
<b>Figure 2.8</b> : Valeurs moyennes des coefficients $b$ et $c$ de la fonction quadratique permettant d'obtenir la meilleure corrélation aux résultats numériques en fonction du taux de défrètement global moyen des différents modèles réalisés pour chacune des cinq configurations du Tableau 2.3 et pour deux configurations supplémentaires ( $r_G = 0,22$ et $r_G = 0,5$ ). ....	96
<b>Figure 2.9</b> : Graphiques de corrélation comparant les contraintes verticales moyennes des piliers obtenues numériquement et celles obtenues à partir de la théorie de l'aire tributaire TAT, de la théorie de la voûte de contrainte PAT et de la fonction quadratique, pour des géométries identiques. ....	99
<b>Figure 2.10</b> : Erreur de la fonction quadratique par rapport aux résultats numériques en fonction de la position des piliers dans la mine pour l'ensemble des dix modèles considérés. ....	100
<b>Figure 2.11</b> : Contrainte verticale moyenne des piliers obtenue à l'aide des différentes méthodes en fonction de la position des piliers, à l'échelle de deux panneaux dont les caractéristiques respectives sont : $r_G = 0,62$ , $prof = 100$ m (a) et $r_G = 0,45$ , $prof = 300$ m (b). ....	101
<b>Figure 2.12</b> : Synthèse des résultats montrant les erreurs moyennes et écart-types relatifs des différentes méthodes analytiques par rapport aux résultats numériques pour différents rapports de module de Young entre les piliers et la roche encaissante (RM). ....	103
<b>Figure 2.13</b> : Vue en coupe à l'intérieur d'un des deux modèles 3D réalisés. Le panneau étudié se situe au centre de la grille où la taille des mailles est plus petite qu'à l'extérieur du modèle. ....	104
<b>Figure 2.14</b> : Vue du haut sur les panneaux des modèles 1 (haut) et 2 (bas) avec une échelle de couleur représentant la distribution de contrainte verticale à mi-hauteur des piliers. ....	105
<b>Figure 2.15</b> : Corrélation des résultats issus de la théorie de l'aire tributaire TAT (gauche) et de la fonction quadratique (droite) avec les résultats numériques des modèles 1 et 2. ....	105
<b>Figure 2.16</b> : Corrélation entre les contraintes moyennes obtenues numériquement après avoir modélisé des dépilages et celles estimées par la fonction quadratique. ....	107
<b>Figure 2.17</b> : Contrainte verticale moyenne induite dans les piliers après dépilage de l'un d'entre eux en fonction de la distance à laquelle se situent les piliers restants du pilier retiré. ....	108
<b>Figure 2.18</b> : Vue de côté du modèle numérique utilisé pour simuler le dépilage du pilier central d'une exploitation avec une vue de dessus sur la distribution des contraintes verticales avant et après dépilage et l'illustration des contours de l'aire tributaire locale des piliers adjacents. ....	109
<b>Figure 2.19</b> : Comparaison des fonctions linéaire, quadratique et de la théorie de l'aire tributaire TAT en fonction du taux de défrètement relatif $r_{rel}$ des piliers dans le cas d'une mine dont le taux de défrètement global est de 0,5 (valeur couramment observée). ....	112
<b>Figure 3.1</b> : Illustration du modèle de pilier 2D utilisé pour vérifier la méthode locale de calcul de $W_k$ . ....	122
<b>Figure 3.2</b> : Evolution de l'énergie cinétique dissipée par unité de temps numérique (gauche) et son intégrale temporelle (droite) permettant d'accéder à l'énergie cinétique totale dissipée. ....	124
<b>Figure 3.3</b> : Comparaison de la valeur de $W_k$ obtenue numériquement par la méthode locale à la valeur théoriquement attendue. ....	125

<b>Figure 3.4 :</b> Maillage, conditions aux limites et caractéristiques géométriques des modèles 2D réalisés pour simuler la rupture d'un pilier.....	127
<b>Figure 3.5 :</b> Géométrie du modèle utilisé pour simuler des essais de compression quasi-statiques et les courbes de chargement correspondant aux configurations des modèles n°1, 2, 7 et 8.....	129
<b>Figure 3.6 :</b> Illustration de la procédure permettant de calculer les raideurs locales du toit et du mur à partir du modèle complet de la Figure 3.4. ....	130
<b>Figure 3.7 :</b> Organigramme représentant les étapes successives de modélisation permettant de comparer les valeurs numériques locale de $W_k$ aux valeurs théoriques (également issues de résultats de modélisation numérique). ....	132
<b>Figure 3.8 :</b> Superposition des courbes de déchargement de la roche encaissante et du pilier permettant d'estimer la valeur théorique de $W_k$ pour les huit configurations modélisées. ....	133
<b>Figure 3.9 :</b> Graphique de corrélation entre les valeurs numériques (méthode locale) et théoriques de $W_k$ pour les huit configurations modélisées. ....	134
<b>Figure 3.10 :</b> Comparaison des contributions verticales et horizontales à l'énergie cinétique totale dissipée $W_k$ pour les huit modèles réalisés. ....	135
<b>Figure 3.11 :</b> Contours d'énergie cinétique dissipée par unité de volume et état de plasticité du pilier central du modèle n°3 à différents instants du calcul jusqu'à l'équilibre final. ....	136
<b>Figure 3.12 :</b> Contours d'énergie cinétique dissipée dans le modèle n°3 en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement : a) $\alpha = 0,10$ ; b) $\alpha = 0,25$ ; c) $\alpha = 0,8$ . ....	137
<b>Figure 3.13 :</b> Distinction des contributions respectives du pilier rompu et du reste du modèle à l'amortissement total de l'énergie cinétique, pour les huit configurations modélisées. ....	137
<b>Figure 3.14 :</b> Energie cinétique totale dissipée $W_k$ à l'équilibre suivant deux profils orthogonaux passant par le pilier rompu du modèle n°3, pour trois valeurs différentes du coefficient d'amortissement $\alpha$ . ....	138
<b>Figure 3.15 :</b> Evolution des contraintes verticales enregistrées en quatre points des modèles n°3, 5 et 8 pendant la rupture du pilier central et jusqu'à l'équilibre final. ....	139
<b>Figure 3.16 :</b> Evolution des contraintes verticales au sommet du pilier adjacent dans les modèle n°3, 5 et 8 pendant la rupture du pilier central et jusqu'à l'équilibre final. ....	141
<b>Figure 3.17 :</b> Energie cinétique dissipée par unité de temps (gauche) et son intégrale temporelle permettant d'accéder à $W_k$ et d'en déduire la magnitude de Richter $M$ correspondante (droite), calculées pendant la rupture de piliers larges de 5, 10 et 12,5 m avec les caractéristiques mécaniques du modèle n°8 (voir Tableaux 3.2 et 3.3). ....	142
<b>Figure 3.18 :</b> Contours d'énergie cinétique dissipée et état de plasticité du pilier rompu à l'équilibre, et mécanisme de rupture suggéré : a) pour un pilier de 5 m de largeur (modèle n°8) ; b) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 10 m de largeur ; c) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 12,5 m de largeur. Le taux de défruitement est de 0,5 pour les 3 modèles. ....	144
<b>Figure 3.19 :</b> Contours des déformations cisailantes et volumiques du pilier rompu à l'équilibre : a) pour un pilier de 5 m de largeur (modèle n°8) ; b) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 10 m de largeur ; c) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 12,5 m de largeur. Le taux de défruitement est de 0,5 pour les 3 modèles. ....	145
<b>Figure 3.20 :</b> Contours de l'intensité de la vitesse maximale enregistrée pendant la rupture du pilier et vecteurs indiquant la direction de la vitesse : a) pour un pilier de 5 m de largeur (modèle n°8) ; b)	

pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 10 m de largeur ; c) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 12,5 m de largeur. Le taux de défrètement est de 0,5 pour les 3 modèles. 145

**Figure 4.1** : Carte géologique de la Lorraine avec localisation du bassin ferrifère ; document BRGM tiré d'un rapport INERIS (2013). ..... 150

**Figure 4.2** : a) Log stratigraphique général de la formation ferrifère lorraine (BRGM, 2007). b) Log du gisement repérant les épaisseurs des différents bancs ferrugineux d'après des sondages réalisés à différentes localisations (Poulard et Salmon, 2002). ..... 151

**Figure 4.3** : Positionnement des différents secteurs de la base de données d'évènements du bassin ferrifère sur l'axe horizontal représentant la valeur de la fonction discriminante (Equation 4.2 à gauche et Equation 4.1 à droite). Les points rouges représentent les effondrements et les points bleus les affaissements. L'axe vertical n'a aucune signification. .... 159

**Figure 4.4** : Résultats d'essais de compression triaxiaux réalisés en laboratoire sur le faciès gris du minerai de fer vieilli ; image tirée de la thèse de Grgic (2001) ..... 160

**Figure 4.5** : Courbes de chargement d'un pilier de dimensions  $l = 9,5$  m par  $L = 16,5$  et  $h = 5$  m obtenues numériquement pour les différentes gammes de propriétés plastiques (Tableau 4.1). ..... 163

**Figure 4.6** : Courbes de chargement de piliers de différents rapports de forme ( $l_0/h$ ) obtenues numériquement en considérant les propriétés moyennes du minerai de fer intact. .... 164

**Figure 4.7** : Pic de Résistance  $R_p$ , raideur post-pic  $k_{post}$  et limite d'élasticité  $R_e$  des piliers déterminés en fonction de leur forme  $l_0/h$ , à partir des courbes de chargement de la Figure 4.6. .... 164

**Figure 4.8** : Positionnement des secteurs de la base de données en fonction de la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  et de la résistance  $R_p$  estimées des piliers, par rapport au facteur de sécurité  $FS = 1$ . 166

**Figure 4.9** : Distribution statistique des facteurs de sécurité à la limite d'élasticité  $FS_e$  de l'ensemble des secteurs affaissés et effondrés de la base de données. .... 166

**Figure 4.10** : Schéma considéré pour calculer les taux de défrètement locaux et globaux des piliers après avoir fictivement retiré l'un d'entre eux pour simuler sa rupture. .... 168

**Figure 4.11** : Positionnement des différents secteurs de la base de données en fonction de la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$ , après un report de charge induit par la rupture d'un pilier voisin, et de la résistances estimée des piliers  $R_p$  par rapport au facteur de sécurité  $FS = 1$ . .... 169

**Figure 4.12** : Distributions statiques des valeurs de l'indicateur de stabilité ( $k_t + k_{post}$ ) représentées séparément pour les secteurs affaissés et effondrés. .... 171

**Figure 4.13** : Courbes de chargement des piliers 2D dont la configuration géométrique et les propriétés mécaniques sont listées respectivement dans les Tableaux 4.2 et 4.3, pour différentes valeurs de cohésion  $c$  (les autres propriétés étant fixées). .... 177

**Figure 4.14** : Evolutions de l'énergie cinétique dissipée  $W_k$  et du déplacement vertical maximal de la surface des différents modèles  $d_{max}$  à mesure que la cohésion attribuée aux piliers est réduite depuis sa valeur initiale de 1 MPa jusqu'à sa valeur finale (0,1 MPa à 50 m et 0,2 MPa à 100 m de profondeur), mises au regard du facteur de sécurité  $FS$  correspondant des piliers. .... 178

**Figure 4.15** : Etat de plastification du modèle à 100 m de profondeur obtenu 8000 pas de temps numériques après avoir attribué la dernière valeur de cohésion aux piliers a) pour le recouvrement 1 ; b) pour le recouvrement 2 ; c) pour le recouvrement 3 et d) pour le recouvrement 4 du Tableau 4.3. .... 179

- Figure 4.16** : Profils de déplacement de la surface des modèles de 50 et 100 m de profondeur obtenus 8000 pas de temps numériques après avoir attribué la dernière valeur de cohésion aux piliers pour les différentes caractéristiques mécaniques du recouvrement listées dans le Tableau 4.3. .... 181
- Figure 4.17** : a) Effondrement reproduit à l'aide d'un modèle physique de 3,5 m de longueur par Cui et al. (2014). b) Schéma d'un effondrement d'après le MEDD (2005). c) Schéma d'un effondrement d'après GEODERIS (<http://www.geoderis.fr/missions/aleas-miniers>)..... 182
- Figure 4.18** : Schémas des deux types d'effondrement décrits par Bekendam (1998) à partir du retour d'expérience sur des effondrements survenus dans d'anciennes carrières de calcaires néerlandaises. Images provenant de la thèse de Bekendam (1998) ; termes traduits de l'anglais au français. .... 182



## Avant-propos

---

Ces travaux se placent dans un contexte d'étude et de prévention du risque d'effondrement minier dans le cas particulier des exploitations par chambres et piliers.

La stabilité de ce type de mine repose principalement sur la capacité des piliers naturels de roche à soutenir le poids des terrains de recouvrement sans se rompre ainsi que sur la capacité du recouvrement à conserver son intégrité. En pratique, ces conditions ne sont jamais parfaitement remplies, si bien que les professionnels de la mine ont appris à s'accommoder d'une fracturation de la roche qui se développe naturellement **autour des zones d'extraction** (Salamon, 1970). La fracturation progressive des piliers **est responsable d'une diminution de leur résistance** avec le temps **et d'une augmentation associée de leur déformation**. Ce phénomène peut entraîner un affaissement de la surface topographique. **Tant que l'affaissement est suffisamment lent**, il est possible **d'anticiper les mouvements de grande ampleur du sol** et de mettre en place des mesures visant à limiter les risques associés à ces mouvements. En revanche, d'importantes pertes humaines, matérielles et financières peuvent être engendrées par des ruptures soudaines telles que des effondrements brutaux du recouvrement, qui sont **difficiles à prévoir et engendrent d'importants dommages en surface**.

Les effondrements miniers sont vraisemblablement toujours causés directement **ou indirectement par des ruptures de piliers**. **C'est particulièrement vrai à faible profondeur où l'immobilité** du recouvrement ne peut plus être assurée lorsqu'un certain nombre de piliers est effondré. Un dimensionnement sécuritaire des piliers vis-à-vis de leur stabilité est donc souhaitable. Par ailleurs, le dimensionnement des piliers représente un enjeu économique important pour les exploitants de minerai. **Il s'agit de prélever le plus de minerai possible tout en assurant la sécurité et donc la stabilité à court terme et à long terme de la mine**. Il est donc nécessaire **d'optimiser autant que possible la taille des piliers** : ils doivent être stables en ayant le plus faible volume possible. **L'option la plus sécuritaire qui consisterait à former des piliers volontairement beaucoup plus volumineux que nécessaire, afin de pouvoir absolument garantir leur stabilité, n'est donc souvent pas économiquement viable**. C'est la raison pour laquelle des études sur le comportement mécanique des piliers de mines souterraines sont **nécessaires afin, notamment, de définir les configurations optimales d'exploitation et les méthodes d'évaluation de stabilité** à appliquer dans le cas des mines ou des carrières abandonnées.



# Chapitre 0. Introduction générale

---

## 0.1. Introduction

Ce premier chapitre introduira le contexte de la thèse en définissant les principaux **concepts relatifs à la méthode d'exploitation** des ressources souterraines par chambres et piliers abandonnés.

Dans la section 0.2, nous présenterons les principales caractéristiques **différenciant cette méthode d'exploitation des autres méthodes minières** puis nous évoquerons le contexte dans lequel elle est, ou a été utilisée dans le monde.

Nous décrirons dans la section 0.3, la phénoménologie des principaux dommages associés à la méthode des chambres et piliers. Le mécanisme général par le biais duquel les dommages de fond se propagent **jusqu'en surface sera également décrit sur la base** des connaissances actuelles sur ce sujet.

La section 0.4 sera consacrée à la définition de la problématique de la thèse ainsi **qu'à la présentation de l'approche proposée pour y répondre. Nous finirons par** exposer le plan des chapitres suivants.

## 0.2. La méthode des chambres et piliers parmi les méthodes **d'exploitation** minières

### 0.2.1. Les principales **méthodes d'exploitation**

Brady et Brown (2004) définissent une méthode d'extraction des ressources minières comme étant une séquence d'opérations de production à l'intérieur de blocs dans lesquels un gisement de minerai est identifié. Toutes les méthodes d'exploitation sont caractérisées par la nécessité de mobiliser, d'extraire et de transporter du minerai. En revanche, les techniques de mise en place des opérations de production ainsi que les moyens d'extraction sont variables et caractérisent les méthodes d'exploitation. Hamrin (2001), qui résume de manière très complète les caractéristiques de la plupart des méthodes d'exploitation des mines souterraines, met l'accent sur le fait que la notion de **minerai est définie par des critères purement économiques : c'est un "dépôt minéral qui peut être exploité et engendrer des bénéfices dans des conditions économiques données"**. Certaines considérations économiques interviennent donc lorsqu'il s'agit de définir la méthode d'exploitation **d'un gisement**. Pour autant, on s'intéressera ici aux caractéristiques géométriques et géomécaniques des gisements favorisant le choix **d'une méthode d'exploitation sans** aborder les aspects économiques.

Les méthodes « par sondage » (que Broyer, 2007, oppose aux méthodes dites « minières » **présentées par la suite**) consistent à **injecter de l'eau à l'intérieur de forages dans des formations évaporitiques jusqu'à plusieurs milliers de mètres** de profondeur, afin de dissoudre le sel solide qui y est contenu. Ce dernier, sous forme de saumure, est **ensuite acheminé jusqu'en surface par pompage**. En France, le sel souterrain est majoritairement exploité par cette méthode (Bérest *et al.*, 2005).

**Les méthodes qui nécessitent d'extraire le minerai sous forme solide sont dites « minières »**. Les méthodes minières peuvent être classées suivant différents critères. **On peut par exemple distinguer les mines suivant qu'elles nécessitent ou non la mise en place d'un soutènement** pour assurer la stabilité des chantiers ainsi que suivant la nature de ce soutènement. Nous faisons ici le choix de regrouper les méthodes minières par rapport aux géométries des gisements **qu'elles permettent d'exploiter ainsi qu'à** leur influence sur les terrains de surface<sup>1</sup>. **En s'inspirant de la classification de Hamrin (2001)** et de la synthèse fournie par Brady et Brown (2004), on peut identifier quatre groupes de méthodes minières présentés succinctement ci-dessous :

Le **premier groupe** de méthodes comprend celles qui sont utilisées pour **l'exploitation de gisement** fortement inclinés à subverticaux et relativement étroits (quelques mètres). Elles consistent toutes à **abattre et à fragmenter à l'aide d'explosifs** de grands blocs de minerai atteignant plusieurs milliers de mètres cubes. La roche est alors amenée à s'effondrer dans des points de soutirage à partir desquels le minerai est acheminé vers la surface. **Les méthodes de ce groupe ont en commun la nécessité d'être en présence d'un minerai et d'une roche encaissante immédiate suffisamment résistants**

---

<sup>1</sup> Il s'agit d'une des classifications possibles qui nous semble pertinente au regard de la problématique traitée.

pour assurer temporairement la stabilité des parois des vides créés après l'abattage. Elles se distinguent toutefois par la manière d'abattre et d'exploiter le minerai. La méthode par **chambre-magasin** (*shrinkage stoving*, Figure 0.1a) consiste à exploiter le gisement de bas en haut par tranches horizontales auto remblayées. Cet autorembayage est assuré par une partie du minerai abattu laissé en place afin de constituer le plancher de la volée suivante. **C'est une méthode relativement ancienne qui était utile lorsque peu de machines étaient employées dans les mines. On lui préfère aujourd'hui des méthodes plus modernes comme celle des chambres ouvertes** (*open stoving*) qui consiste à abattre le gisement par blocs verticaux de grande ouverture forés à partir **voies d'accès latérales sur plusieurs niveaux**. Des piliers horizontaux contenant du minerai sont généralement laissés en place, au moins temporairement, entre deux **blocs d'exploitation afin de garantir un support global évitant l'effondrement de la roche encaissante**. L'exploitation par **charges concentrées** (*vertical creater retreat mining*) s'applique dans les mêmes conditions que les deux méthodes précédentes mais elle tire profit d'un moyen d'abattage développé initialement dans les mines canadiennes, qui consiste à insérer de puissantes charges explosives dans des forages de grand diamètre effectués verticalement depuis le sommet du bloc à abattre. Comme dans la méthode « Open stoving », les tirs ne sont effectués **qu'après avoir initialement découpé la base des blocs**. **Les vides créés après l'abattage sont parfois comblés par des remblais en pâte cimentée avant l'exploitation des blocs voisins**. Cette méthode peut se substituer aux chambres ouvertes lorsque le développement des sous niveaux est délicat.

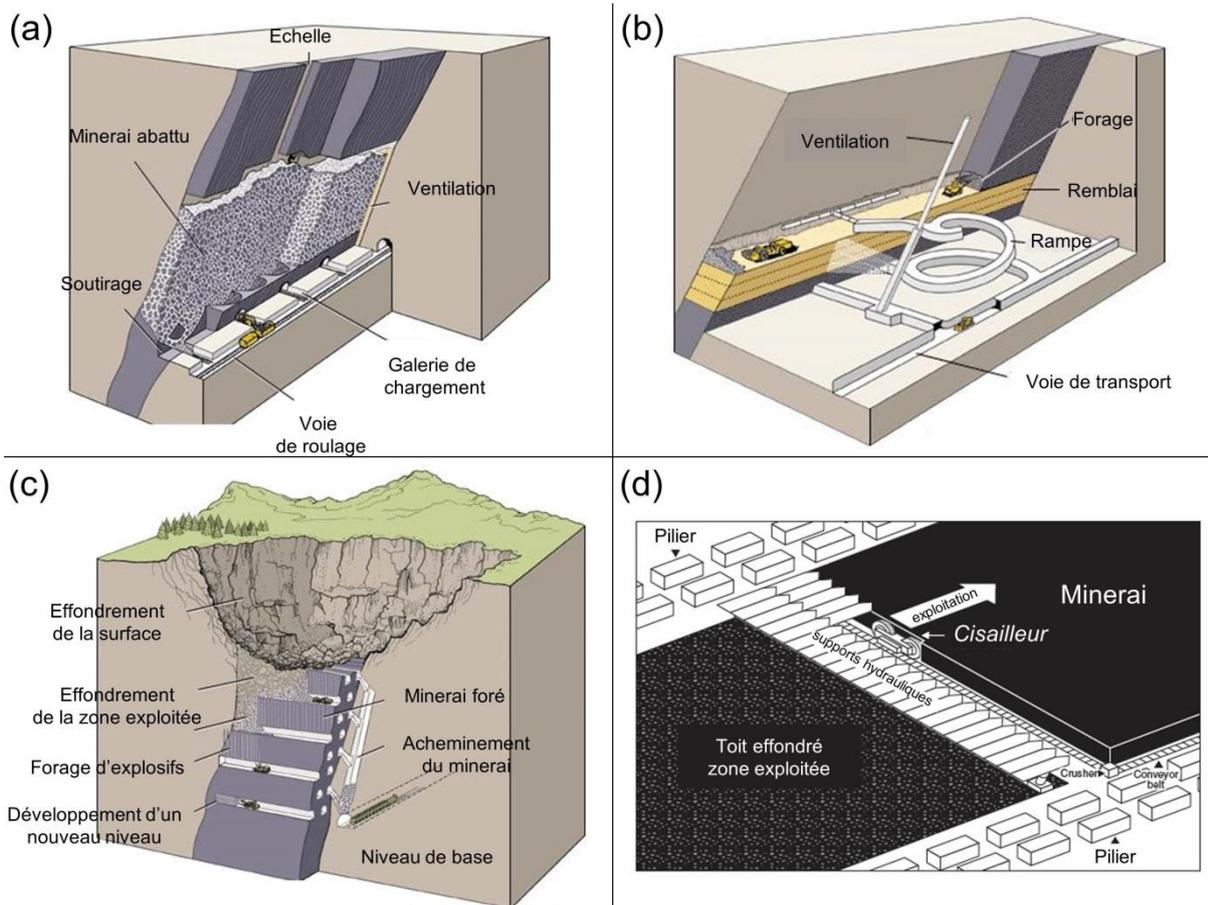
Les méthodes par **tranches montantes remblayées** (*Cut-and-fill mining*, Figure 0.1b) constituent le **deuxième groupe** de cette classification. Elles consistent à exploiter les gisements de bas en haut par tranches horizontales de quelques mètres d'épaisseur abattues de front et progressivement remblayées à l'aide d'un matériau granulaire cimenté ou à l'aide de stériles constituant le plancher pour la préparation de l'abattage de l'étage supérieur. Ces méthodes peuvent s'appliquer à de nombreux types de gisements (veines, gisements tabulaires ou massifs) **et présentent l'avantage d'être relativement sélectives**. Elles nécessitent néanmoins que la concentration en minerai soit suffisante pour que la mise en place du remblai, son infiltration partielle dans le gisement et la dilution associée du minerai soit économiquement acceptable. Contrairement aux méthodes du premier groupe, les « tranches montantes remblayées » **s'appliquent dans les massifs peu résistants** car le remblai assure la stabilité de la roche encaissante mais également des terrains de surface. De surcroît, la stabilité des chantiers doit être **absolument garantie étant donné que des mineurs s'y trouvent en permanence**, ce qui engendre des besoins spécifiques en termes de surveillance.

Les méthodes « par foudroyage » **reposent sur l'effondrement complet du gisement et de son recouvrement jusqu'à la surface**. Cette caractéristique particulière les place dans le **troisième groupe** de notre classification. La méthode des **sous-niveaux abattus** (*sublevel caving*) consiste à abattre progressivement le gisement par le dessous à partir de forages réalisés dans des galeries horizontales disposées à intervalles d'altitude réguliers (Figure 0.1c). A chaque niveau, **l'abattage est réalisé progressivement depuis le toit du gisement jusqu'au mur**. A chaque étape d'abattage, le minerai est

extrait de manière sélective des débris. Les déchets, du fait de leur foisonnement favorisé par les tirs successifs, servent de soutènement temporaire au recouvrement des zones qui ne sont pas encore abattues. **L'exploitation se fait sur plusieurs étages simultanément bien qu'il faille que chaque étage soit en avance d'une étape par rapport à l'étage immédiatement inférieur.** Cette méthode est adaptée pour des gisements moyennement à fortement pentus, où la gravité facilite la récupération du minerai, mais suffisamment épais contrairement aux méthodes du premier groupe. En outre, elle nécessite que la roche foudroyée soit facilement mobilisable de sorte que le minerai soit aisément séparable des débris, ce qui nécessite une importante consommation **d'explosifs**. Le **foudroyage de blocs** (*bloc caving*) se distingue de toutes les autres méthodes par le fait qu'aucun explosif n'est utilisé pour fragmenter le minerai. Elle s'applique aux gisements très étendus latéralement, suffisamment épais (au moins 100 mètres) et à proximité de la surface. Les gisements sont divisés en panneaux de plusieurs milliers de mètres carrés exploités séparément. Ces derniers **sont d'abord découpés à leur base, après quoi l'état de contrainte naturellement** induit dans la roche doit provoquer la fracturation et **l'effondrement (foudroyage)** progressif du minerai. La roche fracturée doit être suffisamment mobilisable pour qu'elle s'écoule spontanément dans des cloches d'effondrement réalisées au préalable sous les panneaux. Ce type d'exploitation à grande échelle n'est possible que dans des conditions géomécaniques particulièrement favorables à la fracturation naturelle du minerai et présente l'inconvénient de ne pas être sélective. Enfin, de manière générale, les méthodes « par foudroyage » ne sont évidemment applicables que lorsqu'il n'y a pas d'enjeu en surface.

Le **quatrième et dernier groupe** de la classification proposée est formé des méthodes d'exploitation adaptées aux gisements très étendus latéralement, plats ou peu inclinés, et d'épaisseur limitée. La méthode des **longues tailles** (*longwall mining*, Figure 0.1d) est utile à l'exploitation de couches relativement uniformes et d'épaisseur constante. Elle consiste à abattre progressivement le front du gisement dont les débris sont récupérés puis acheminés dans des voies d'accès latérales. Le front exploité avance progressivement dans la direction du gisement à mesure qu'il est excavé. En arrière du front d'exploitation, le toit de la mine s'affaisse ou s'effondre jusqu'à rentrer en contact avec le mur du gisement, l'objectif étant de garantir des mouvements continus et progressifs de la roche encaissante à l'échelle de la mine et de son recouvrement. Il existe deux variantes à cette méthode suivant qu'elle est utilisée en roche « dure » ou en roche « tendre » comme le charbon, puisque la continuité des mouvements de grandes ampleurs du recouvrement est plus difficile à garantir dans les roches dures. Dans le cas du charbon, la zone mécanisée contre le front de taille est protégée de l'affaissement du toit par des supports hydrauliques mobiles qui une fois retirés **permettent l'affaissement ou l'effondrement**. L'arrière du front n'est généralement pas soutenu (contrairement au cas des « roches dures »). Le toit des galeries latérales dans lesquelles circulent les mineurs et convoyeurs est, quant à lui, supporté par des piliers naturels de roche ou parfois par des soutènements artificiels. Les galeries latérales peuvent également servir de séparation entre différentes zones de production (panneaux). Ce type d'exploitation permet un taux de récupération du minerai

extrêmement important (la quasi-totalité du gisement peut être exploitée) mais peut engendrer des affaissements de la surface topographique en raison de la largeur de la zone exploitée. **Il est donc plutôt utilisé lorsqu'il y a peu d'enjeu en surface (habitations, ouvrages etc.). Le dernier mode d'exploitation, qui constituera l'objet de cette thèse, est couramment appelé **méthode des chambres et piliers** (*room-and-pillar mining*)** (Figure 0.2). Cette méthode est également adaptée pour des gisements de couches stratiformes ou bien pour des gisements lenticulaires d'épaisseur limitée mais se distingue de manière significative de la méthode des « longues tailles » par certains aspects présentés dans la sous-section suivante.

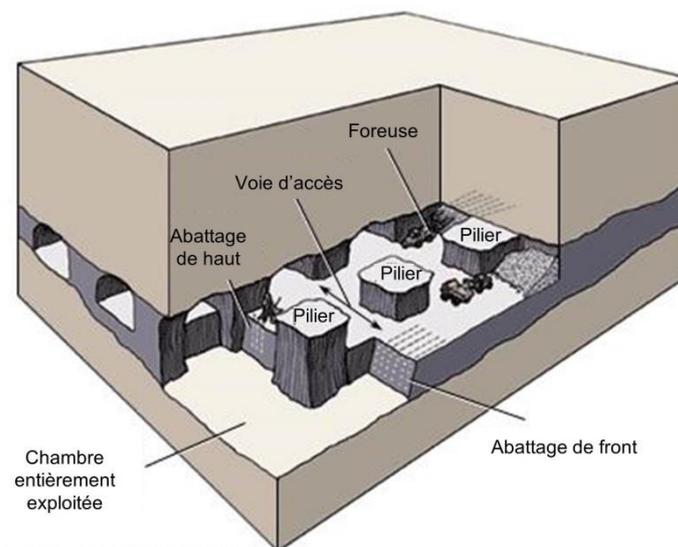


**Figure 0.1** : Illustration de quelques *méthodes d'exploitation* des mines souterraines : a) *Chambre-magasin*, b) *Tranches montantes remblayées*, c) *Sous-niveaux abattus* (modifié d'après Hamrin, 1980) et d) *Longue taille* (source : <http://rajikorba.blogspot.fr>, Mining methods in India).

### 0.2.2. Les spécificités de la méthode des chambres et piliers

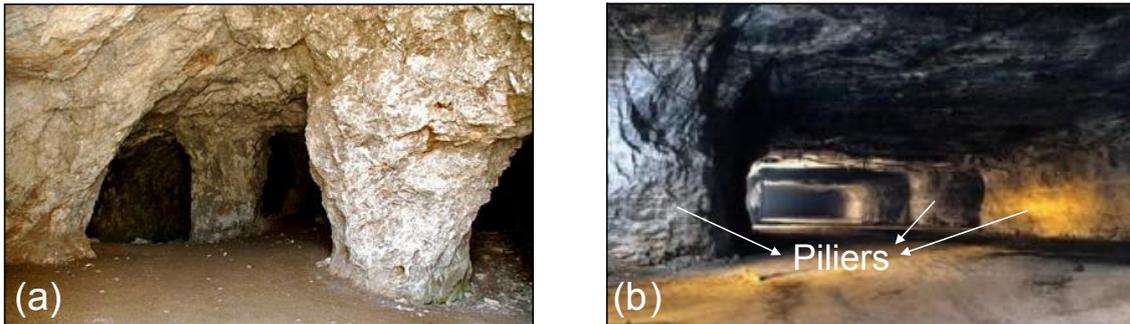
La méthode des chambres et piliers doit, par opposition à la méthode des longues tailles, limiter fortement les déplacements du toit immédiat et/ou du recouvrement temporairement voire de manière permanente après l'extraction du minerai. Cette méthode consiste à laisser en place des volumes de minerai intacts (piliers) régulièrement espacés dans la mine entre des vides de roche exploités (chambres) afin de soutenir le poids du recouvrement (Figure 0.2). La méthode des chambres et piliers

présente l'avantage d'offrir des configurations géométriques qui facilitent l'aérage des exploitations ainsi que le transport des personnes, des outillages et des minerais qui s'effectue directement à l'intérieur des chambres. Elle est très flexible dans la mesure où **elle permet d'exploiter plusieurs couches superposées et pouvant être agrandies et ré** exploitées progressivement en fonction des besoins. Cependant, elle nécessite que la roche présente des caractéristiques mécaniques favorables : piliers et roche encaissante faiblement déformables et résistants et par conséquent relativement faiblement fracturés, de manière à garantir des mouvements limités de la roche aussi bien à proximité des zones d'extractions (limiter la convergence du toit et du mur) que globalement à l'échelle de la zone géographique concernée. La dimension des piliers requise pour assurer leur stabilité augmente avec la profondeur des exploitations puisqu'ils doivent supporter un volume de terrain recouvrant et donc un poids plus important. Par conséquent, le volume relatif de minerai exploité (chambres) en rapport au minerai laissé en place (piliers) diminue avec la profondeur, ce qui rend la méthode des chambres et piliers rentable uniquement pour des profondeurs d'exploitation modérées (jusqu'à 400-500m).



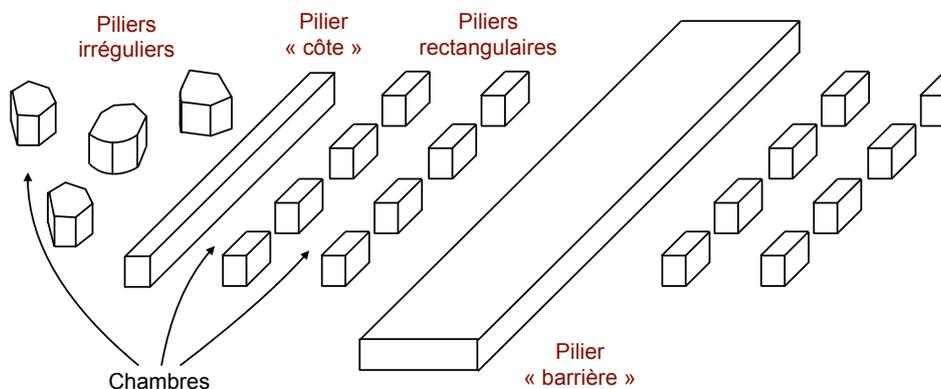
**Figure 0.2 :** *Illustration de la méthode des chambres et piliers (modifiée d'après Hamrin, 1980).*

Les piliers sont de taille variable en fonction du taux de récupération de minerai souhaité (généralement entre 50 et 75 %) mais également en fonction de certaines contraintes techniques liées à la circulation des machines et à la stabilité des mines. Ils pouvaient prendre, par le passé, des formes assez irrégulières du fait des imprécisions **de traçage liées aux techniques d'exploitation manuelles de l'époque** (Figure 0.3a). Les mines modernes, qui bénéficient de la mécanisation et de technologies plus avancées, sont cependant généralement organisées en éléments de forme rectangulaire ou parallélépipédique à l'intérieur d'une grille régulière (Brady et Brown, 2004), afin de simplifier les opérations d'extraction et le dimensionnement des piliers (Figure 0.3b).



**Figure 0.3 :** a) Photographie de piliers irréguliers d'une ancienne mine de gypse vraisemblablement exploitée au 18<sup>ème</sup> siècle en Ile de France (source : <http://ruedeslumieres.morkitu.org>, Le Gypse et son exploitation). b) Photographie d'une galerie de la mine de sel de Varangéville (Lorraine) actuellement en exploitation (source : <http://www.salines.com>, Le sel gemme).

On distingue deux principaux types de piliers : les piliers « simples » ou « de production » qui servent de support locaux à l'intérieur d'une zone exploitée et qui peuvent être ponctuels (piliers carrés, rectangulaires...) ou bien allongés (piliers "côtes"), et les piliers "murs" ou "barrières" longs, larges et par conséquent résistants en compression axiale, qui permettent de séparer des zones de production (panneaux) et de garantir la stabilité des mines à une échelle plus globale notamment en limitant, en cas de rupture en chaîne d'un ensemble de piliers, la propagation de la rupture à une zone restreinte (Figure 0.4). Des piliers côtes sont parfois formés pendant une première phase d'exploitation, après quoi ils peuvent être redécoupés perpendiculairement à leur longueur afin de former des piliers ponctuels. Dans les exploitations par longues galeries (centaine(s) de mètres, « HAWF method », Wang *et al.*, 2016), les piliers « côtes » servent de supports linéaires au recouvrement de la mine et ne sont pas nécessairement redécoupés. Les piliers de panneaux préexistants sont parfois progressivement abattus dans une deuxième phase d'exploitation afin de récupérer, dans l'idéal, la quasi-totalité du minerai présent dans le gisement. On parle alors d'opérations de dépilage ou de torpillage. Elles ne sont bien sur possibles que lorsqu'il y a peu d'enjeu en surface et qu'un affaissement du recouvrement est toléré. Lorsque les piliers sont laissés en place, la méthode est qualifiée de **méthode des chambres et piliers abandonnés**.



**Figure 0.4 :** Schéma représentant les différents types de piliers pouvant constituer ou séparer des unités de production à l'intérieur d'une mine ou d'une carrière souterraine.

### 0.2.3. L'utilisation historique et actuelle de la méthode des chambres et piliers

Bien qu'encore couramment appliquée, il semblerait que la méthode des chambres et piliers soit un des moyens d'extraction de minerais les plus anciens (Ghasemi *et al.*, 2014 ; Young, 1917). Cette méthode a souvent été utilisée pour l'extraction de calcaire, de dolomie, de sel et des **dépôts stratifiés d'épaisseur limitée**.

**Il existe, en France, de nombreuses exploitations laissées à l'abandon depuis le déclin de l'activité minière dans les années 1980-1990** (Charbonnage de France, BRGM et Ecole des Mines de Paris, 2006). **La plupart se situe à l'intérieur des bassins miniers** tels que : le bassin ferrifère de Normandie, le bassin houiller de Provence, celui du Nord-Pas-de-Calais ou encore les bassins houiller, salifère et ferrifère de Lorraine. Un inventaire relativement complet des mines abandonnées en métropole a été réalisé par le BRGM entre 1975 et 1992. **Un grand nombre d'entre elles a été exploité par la méthode des chambres et piliers** (témoignages photographiques disponibles sur <http://www.patrimoine-minier.fr>). La mine de sel de Varangéville est actuellement la seule mine souterraine encore en activité en France métropolitaine. Il existe cependant de nombreuses carrières souterraines<sup>2</sup> en activité qui utilisent encore la méthode des chambres et piliers et des dizaines de milliers de carrières abandonnées. **A titre d'exemple, plus de 1400 carrières anciennes ont été répertoriées en Gironde et plusieurs milliers d'hectares d'exploitation en Île-de-France.**

**A l'heure actuelle et à l'échelle mondiale, ce sont les mines de charbon qui représentent vraisemblablement la plus grande source d'utilisation de la méthode des chambres et piliers.** Avec celle des longues tailles, ce sont les deux principales méthodes d'exploitation du charbon, d'après la *World Coal Association* (<http://www.worldcoal.org>). **Le charbon contribue à hauteur de 40% à la production d'électricité dans le monde. La Chine, les Etats-Unis, l'Inde, l'Australie et l'Afrique du Sud font partie des 10 plus grands producteurs mondiaux. Ils sont donc confrontés au risque d'effondrement des mines qui peut avoir un impact économique important. C'est une des raisons pour lesquelles de nombreuses études sur les performances des piliers de mines sont réalisées par les chercheurs de ces pays.** L'effondrement de la mine de charbon de Coalbrook (Afrique du Sud) en 1960 fut à l'origine des premiers travaux d'envergure à ce sujet. **Une rupture en chaîne rapide de 900 piliers, à environ 180 m de profondeur, provoqua un effondrement brutal du toit de la mine et causa la mort de 437 personnes** (Martin et Maybee, 2000).

**En France, il existe un risque lié à l'abandon des anciennes exploitations.** Certaines sont ennoyées du fait de la remontée en altitude des nappes souterraines à la suite de l'arrêt des pompages d'exhaure. D'autre subissent les effets du temps et des variations atmosphériques qui induisent un vieillissement progressif de la roche. Ces facteurs peuvent être la cause **d'un endommagement des mines** (celles du bassin ferrifère lorrain constitueront le cas d'étude de cette thèse, traité au Chapitre 4) pouvant potentiellement affecter la surface et les ouvrages qui s'y trouvent. Cependant, dans certaines régions, peu de critères existent pour identifier les zones à risque.

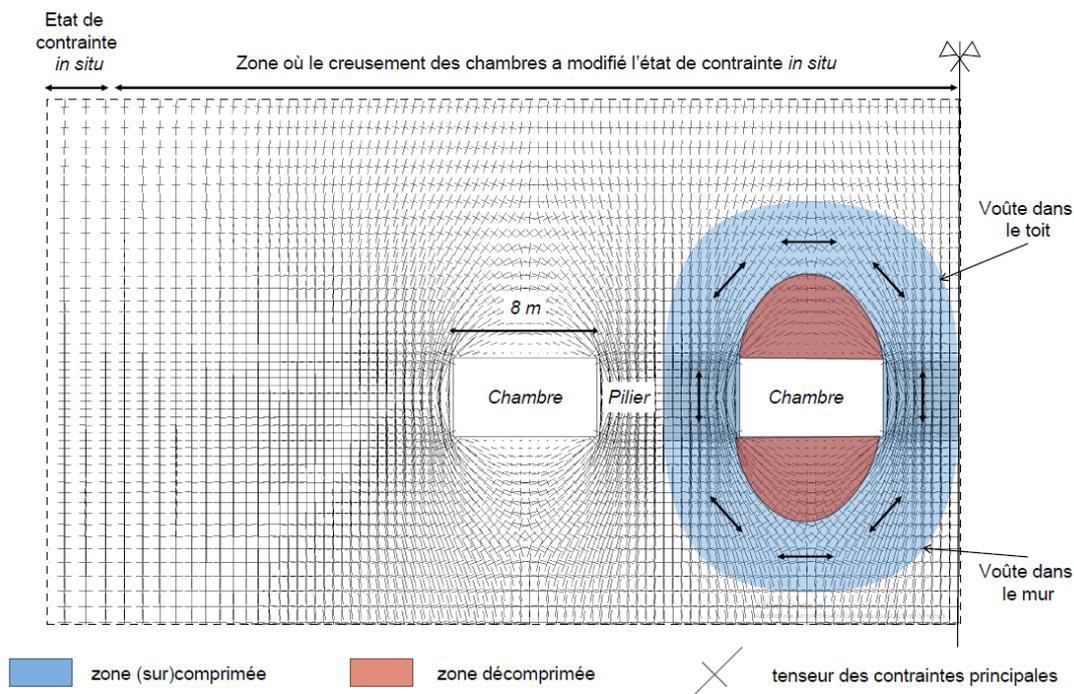
---

<sup>2</sup> Nous nous intéressons, pour notre part, à la configuration par chambres et piliers indépendamment du fait que l'ouvrage considéré soit classé en tant que mine ou en tant que carrière, la distinction étant de nature administrative.

### 0.3. La phénoménologie des dommages associés à la méthode des chambres et piliers

#### 0.3.1. Quelques généralités sur le comportement mécanique des chambres et piliers

La création de vides induit une modification de l'équilibre de la roche à proximité des zones d'extraction. Les contraintes normales perpendiculaires aux parois des excavations s'annulent et des zones décompressées en forme de « cloche » apparaissent au droit des chambres dans le mur et le toit immédiats. Le poids du recouvrement étant constant, l'équilibre de la mine implique que la diminution de contrainte verticale au droit des chambres soit compensée par une augmentation de la contrainte verticale dans les piliers ainsi qu'aux bordures de la mine. La contrainte horizontale, quant à elle, augmente à une certaine distance à l'aplomb des chambres, en raison du fléchissement du toit et du mur immédiats. Les zones surcomprimées (par rapport à l'état de contrainte *in situ*) forment des voûtes virtuelles entre deux piliers adjacents (Figure 0.5).



**Figure 0.5 :** Modification de l'état de contrainte induite par le creusement de chambres d'après des résultats de modélisation numérique 2D en milieu continu (FLAC).

Les piliers sont normalement dimensionnés de manière à ce que les voûtes soient stables, de même que la largeur des chambres est normalement prévue pour que les cloches de décompression ne se détachent pas des voûtes et restent intactes à plus ou moins long terme. Mais des dommages peuvent survenir lorsque certains facteurs ont mal été pris en compte lors du dimensionnement.

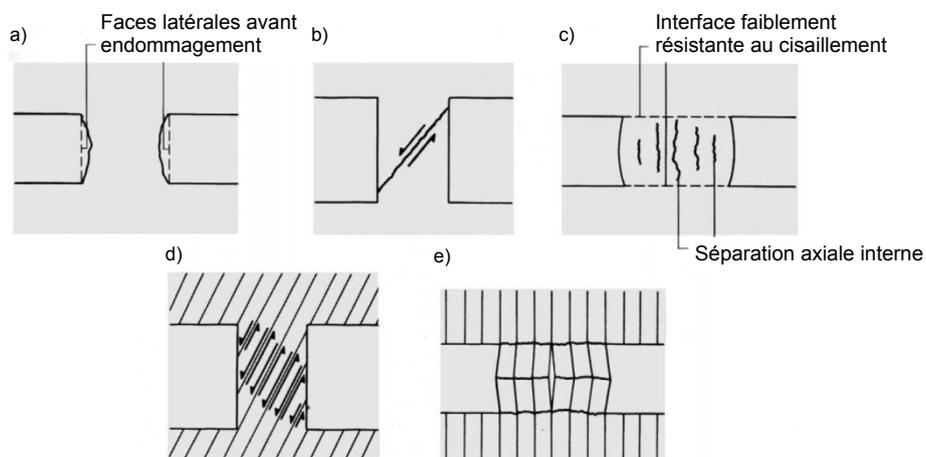
On distinguera les dommages se produisant au fond de la mine et dont l'effet est limité à un volume restreint, des dommages de grande ampleur affectant la surface.

### 0.3.2. Les dommages au fond

#### 0.3.2.1. Rupture d'un pilier

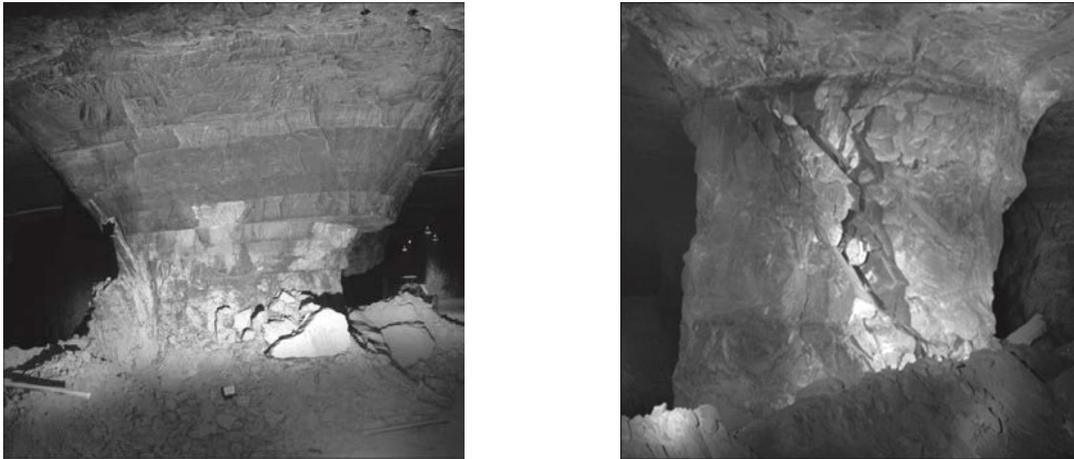
Les piliers, qui servent de soutènement au recouvrement de la mine, sont **particulièrement sollicités verticalement sous l'effet de la gravité**. Les piliers de production ponctuels, du fait de leur forme parfois relativement élancée verticalement, sont susceptibles de se rompre. Une étude détaillée des conditions de rupture **d'un pilier fait l'objet des sections 1.3 et 1.4**. Il convient ici, à titre d'introduction du sujet, d'en présenter la phénoménologie.

Le comportement des piliers à la rupture peut être très variable d'une mine à l'autre mais également à l'intérieur d'une mine donnée. Il est principalement guidé par la forme des piliers, la nature de la roche ainsi que par les conditions géomécaniques locales. Sur la base des travaux de Brown (1970), Lunder et Pakalnis (1997) et Diederichs (2002) concernant les modes de déformation des piliers de mine, Brady et Brown (2004) identifient 5 principaux types de rupture (Figure 0.6). Dans le cas d'un ensemble pilier/roche encaissante relativement massif ne présentant pas de discontinuité marquée, l'endommagement des piliers s'initie par la fissuration et le détachement d'écaillles latérales (Figure 0.6a). Les piliers avec un fort élancement (rapport hauteur/largeur) ont, quant à eux, tendance à se rompre suivant une bande de cisaillement inclinée et traversante (Figure 0.6b). Lorsque les piliers et la roche encaissante sont séparés par une interface (par exemple un plan de stratification) marquée avec une résistance au cisaillement suffisamment faible, une dilatation des piliers peut se produire grâce au glissement le long des interfaces. Leur endommagement se caractérise alors par une fissuration parallèle à la hauteur des piliers (Figure 0.6c). Si les piliers sont découpés par une ou plusieurs familles de fractures, la rupture s'oriente suivant les plans de faiblesse que constituent les discontinuités (Figure 0.6d). Enfin, d'éventuels plans de schistosité ou de foliation parallèles à la hauteur des piliers peuvent favoriser un mécanisme de séparation axiale (Figure 0.6e).



**Figure 0.6** : Modes de rupture des piliers de mine en fonction des conditions géomécaniques dans lesquelles ils se trouvent (traduit de l'anglais au français, d'après Brady et Brown, 2004).

Les photographies de piliers (Figure 0.7) réalisées par Esterhuizen *et al.* (2011), illustrent parfaitement les ruptures de types a) et b) (Figure 0.5).



**Figure 0.7** : Deux piliers rompus photographiés dans des carrières de calcaire américaines par Esterhuizen *et al.* (2011).

L'expérience montre que les ruptures des piliers peuvent se produire à différentes échelles de temps. Maybee (2000) est conduit à identifier, sur la base de critères relatifs à la vitesse d'endommagement et indépendamment des modes de rupture, trois mécanismes :

- une rupture progressive, par le biais d'une propagation lente des fissures,
- une rupture soudaine contrôlée par les structures géologiques, lorsque le pilier est positionné de manière défavorable par rapport à des discontinuités (*slip burst*),
- une rupture soudaine par éclatement de la roche (*pillar burst*, cf. section 3.4).

Alors qu'un endommagement progressif mène typiquement à une détérioration notable des piliers après plusieurs années (Ma *et al.*, 2012), les ruptures soudaines se produisent à l'échelle de la seconde et sont très difficiles à anticiper en raison de l'absence de signes précurseurs exploitables (Zipf et Mark 1997).

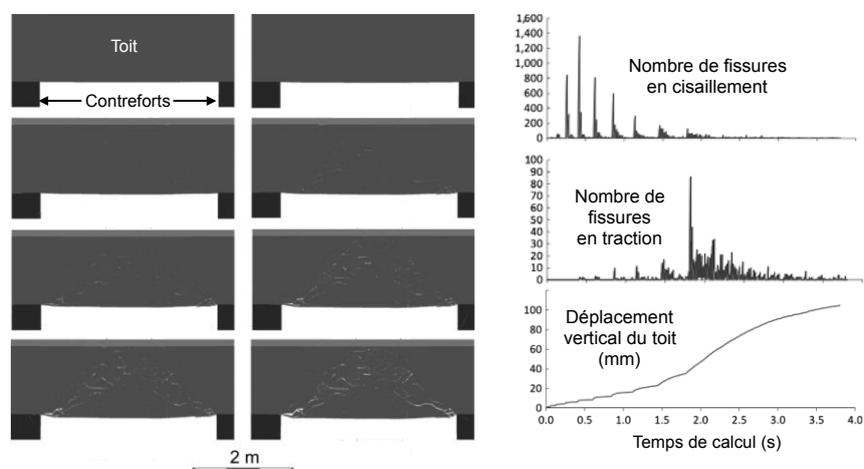
#### 0.3.2.2. Rupture en chaîne

La rupture d'un pilier engendre le report d'une partie du poids qu'il supportait initialement vers les piliers sains assurant ainsi la stabilité du recouvrement. Si ce report entraîne une augmentation de contrainte verticale suffisante pour provoquer l'endommagement des piliers adjacents, un phénomène de rupture en chaîne peut se produire et entraîner l'endommagement progressif ou rapide d'un grand nombre de piliers. Ce phénomène est parfois appelé « effet domino » ou « rupture en cascade » dans la littérature (cf. Figure 0.12, paragraphe 0.3.3.2)

### 0.3.2.3. Rupture du toit

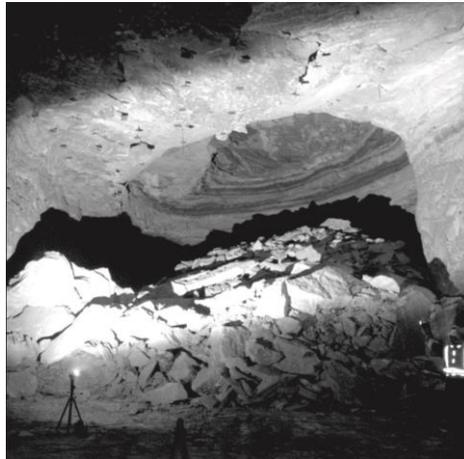
L'endommagement du toit des chambres entre les piliers est également très courant. A titre d'exemple, parmi les 34 carrières souterraines américaines étudiées par Esterhuizen *et al.* (2010), 30 ont subi des dommages au niveau du toit de certaines chambres. Les auteurs distinguent deux grandes catégories de dommages : les petits éboulements de blocs de moins de 1 m de longueur affectant moins de 30% de la surface du toit et les grandes chutes de toit qui concernent typiquement toute la surface d'une chambre. Les grandes chutes de toit sont favorisées par différents facteurs : d'importantes contraintes horizontales *in situ*, de grandes discontinuités découpant le toit et formant des blocs facilement détachables par gravité, une couche faiblement résistante dans le toit immédiat et une importante stratification du toit en couches peu épaisses. Dans ce dernier cas, les discontinuités stratigraphiques constituent des plans de moindre résistance en traction et en cisaillement qui favorisent le décrochement et le glissement des bancs sous l'effet de la déflexion du toit. Ce phénomène est accentué par d'importantes contraintes horizontales *in situ* (Hoek et Brown, 1980).

Une récente étude (Gao *et al.*, 2014) propose, sur la base de modélisations numériques en éléments distincts, un schéma de rupture caractéristique du toit d'une galerie de 5 m de large (ce qui correspond à l'ordre de grandeur des largeurs de chambre dans les mines ou carrières exploitées par chambres et piliers), creusée dans une couche de charbon recouverte par une couche de shale peu épaisse et peu résistante : l'excavation de la galerie s'accompagne d'une concentration importante des contraintes de cisaillement au niveau de ses coins supérieurs où la rupture s'initie. Elle se propage alors progressivement dans le recouvrement avec un angle d'environ 30° par rapport à l'horizontale. A partir d'un certain niveau de propagation de ces fissures, des fentes de tension se développent et croissent simultanément à des fissures de cisaillement dans la partie centrale du toit. Lorsque les fentes de tension, une accélération des déplacements de la zone décomprimée se produit jusqu'à l'effondrement complet d'une partie du toit sous forme de cloche (Figure 0.8).



**Figure 0.8 :** Rupture progressive du toit au-dessus d'une galerie étroite (5 m) obtenue numériquement par Gao et al. (2014) (termes traduits de l'anglais au français).

Notons que cette forme est en adéquation avec la cicatrice photographiée par Esterhuizen *et al.* (2010) dans une carrière de calcaire américaine (Figure 0.9). On peut donc supposer qu'il s'agit d'un schéma de rupture assez général.



**Figure 0.9 :** Cloche d'effondrement du toit d'une chambre photographiée par Esterhuizen *et al.* (2011) dans des carrières de calcaire américaines.

Dans le cas des exploitations peu profondes et lorsque le toit immédiat est surmonté d'une roche très peu résistante ou d'un sol meuble, le cloche de rupture peut évoluer progressivement vers la surface sous la forme d'un fontis pouvant, à terme, former un cylindre d'effondrement continu depuis le toit de la mine jusqu'à la surface.

#### 0.3.2.4. Rupture du mur

Les dommages s'observent le plus souvent dans les piliers et dans le toit mais il peut arriver, plus rarement, que les désordres proviennent du mur d'une exploitation lorsque sa résistance ne lui permet pas de supporter élastiquement la charge à laquelle il est soumis par l'intermédiaire des piliers. Il peut, dans ce cas, se produire un effet de poinçonnement par le biais duquel les piliers, éventuellement intacts, s'enfoncent dans le mur à mesure que celui-ci se déforme plastiquement. Ce poinçonnement s'accompagne généralement d'un soulèvement du mur de part et d'autre des piliers similairement à une fondation s'enfonçant dans un sol idéalement représenté par un milieu semi-infini (Brady et Brown, 2004).

L'effondrement du quartier de Saint-Maximilien dans la mine de sel de Varangéville (Lorraine, France) en 1873 est un exemple particulièrement marquant de désordre engendré, en partie, par une rupture du mur de l'exploitation. Le mur de l'ancien quartier, affaibli par le rejet d'eau et de saumure produits pendant l'exploitation, n'était plus capable de supporter élastiquement la charge verticale à laquelle il était soumis. Le poinçonnement du mur par les piliers a entraîné un fléchissement excessif du toit qui, en raison d'une accumulation trop importante de contraintes de cisaillement en bordure du quartier exploité, a cédé, provoquant un effondrement généralisé de la zone (Bérest *et al.*, 2008).

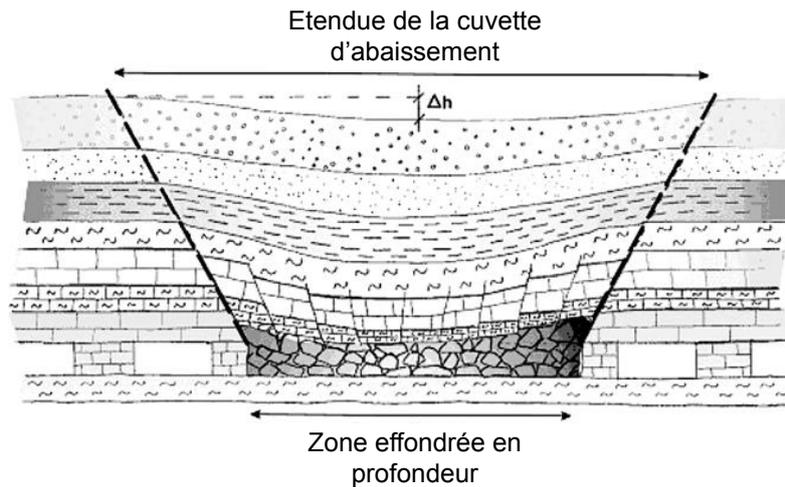
### 0.3.3. Les dommages en surface

Les dommages au fond et en particulier les ruptures en chaîne de piliers, peuvent éventuellement être des précurseurs de dommages de plus grande ampleur pouvant se **propager jusqu'en surface. Ceci est d'autant plus probable que** les mines sont peu profondes (Bell *et al.*, 2000). De manière générale, la propagation des dommages vers la surface se traduit par un affaissement du sol. Les caractéristiques des affaissements ainsi que leur impact dépendent de nombreux facteurs : le type d'exploitation, ses dimensions, son taux de défrètement, les caractéristiques géomécaniques de la roche ou encore les conditions géomorphologiques. L'extrême hétérogénéité du milieu naturel induit une variété tout aussi importante d'évènements. Pour autant, il est couramment admis que l'on peut distinguer deux grands types de phénomènes : les affaissements "continus" et les affaissements "discontinus" (Brady et Brown, 2004 ; Cui *et al.*, 2014)

#### 0.3.3.1. Affaissements "continus"

Les affaissements continus se produisent typiquement au-dessus de mines exploitées par la méthode des longues tailles et parfois au-**dessus d'exploitations par** chambres et piliers, notamment lorsque les taux de défrètement sont importants ou lorsque de nombreux piliers sont endommagés. Dès lors que la largeur des exploitations est suffisante par rapport à leur profondeur, elles peuvent entraîner un déplacement significatif des terrains de recouvrement se produisant généralement de manière synchrone au creusement progressif de la mine dans le cas des exploitations par longue taille ou bien de manière différée dans le cas des exploitations par chambres et piliers **abandonnés où l'affaissement s'équilibre quelques années après l'arrêt de l'exploitation** (INERIS, 2006). L'étendue en surface du champ de déplacement induit, souvent de plusieurs centaines de mètres voire de plusieurs kilomètres, est toujours plus importante que l'étendue de l'exploitation en profondeur et forme ce qui est couramment appelé une "cuvette d'affaissement" (Figure 0.10) **L'amplitude du déplacement vertical pouvant** aller du décimètre à plusieurs dizaines de mètres pour des exploitations par étages superposés est maximal au droit du centre de la mine. L'étendue du champ de déplacement induit est généralement telle que les terrains ont la capacité de les absorber sans se fracturer, d'où la dénomination "continu" de ce type d'affaissement. Suivant leur position à l'intérieur de la cuvette d'affaissement, les ouvrages éventuellement présents en surface peuvent subir des dommages. De plus, l'écoulement des eaux superficielles et souterraines peut être bouleversé. Des retenues d'eau non souhaitées peuvent se mettre en place à l'intérieur des cuvettes.

Il existe un certain nombre de méthodes de prédiction de l'évolution des **affaissements pendant l'exploitation d'une mine** (*Fonctions d'influence*, présentées dans Aissaoui, 1999) ou bien du **déplacement vertical maximal au centre de l'affaissement** (méthode *NCB, National Coal Board*, Royaumes-Unis, 1975) **qui s'avère être relativement précises** (Brady et Brown, 2004). De plus, les affaissements continus étant de nature progressive, il est possible de prendre des mesures de protection suffisamment tôt pour limiter les risques en surface.



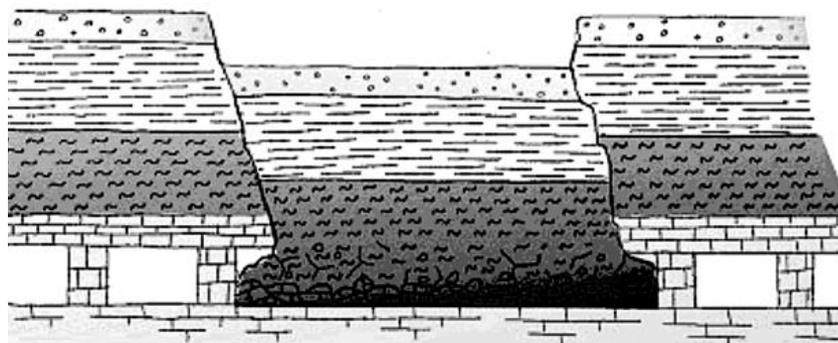
**Figure 0.10** : Schéma conceptuel d'un affaissement continu progressif (document BRGM, [www.cavite.fr](http://www.cavite.fr)).

### 0.3.3.2. Affaissements "discontinus" : effondrements

#### Description du phénomène

Les affaissements discontinus, ou effondrements, surviennent quant à eux très rapidement et dans des conditions géomécaniques particulières (Cui *et al.* 2014). Ils se produisent typiquement au-dessus des mines en chambres et piliers (qui doivent normalement garantir des déplacements infiniment petits de la surface) lorsqu'elles se trouvent sous un massif rocheux très stratifié et fortement compétent (incapable de subir de grands déplacements sans se fracturer), à la suite de la rupture d'un ou plusieurs piliers.

Ce type d'affaissement se caractérise par des déplacements verticaux importants à l'intérieur d'une frontière bien délimitée (Figure 0.11) et d'étendue approximativement égale à la zone effondrée en profondeur. On y observe, en surface, des fissures et des paliers formant des "marches d'escalier" et révélant la présence de fractures cisailantes et de fentes de tensions. La circonférence de ce type d'effondrement est très souvent délimitée par des fractures de grande ouverture.



**Figure 0.11** : Schéma conceptuel d'un effondrement brutal (document BRGM, [www.cavite.fr](http://www.cavite.fr)).

Les effondrements peuvent également causer **d'importants dommages en profondeur**. En particulier, la descente brutale du recouvrement entraîne un important **souffle d'air dans les galeries pouvant provoquer la mort des mineurs en activité même lorsqu'ils se trouvent loin de la zone concernée (Exemple dans Wang *et al.*, 2008)**.

Szwedzicki (2001) montre, sur la base du retour d'expérience, qu'un certain nombre de signes précurseurs sont visibles parfois plusieurs années avant les **effondrements. Ils se produisent très souvent à la suite d'un endommagement important de nombreux piliers en profondeur**. Par conséquent, ils surviennent probablement après que la surface ait déjà subi un affaissement continu progressif. On sait également que les effondrements brutaux se produisent souvent lorsque les taux de défruitement sont importants et que les piliers sont relativement élancés verticalement. 21 effondrements survenus dans des mines américaines depuis le début des années 1990, ayant eu pour cause une rupture en chaîne rapide de piliers, ont été documentés par Zipf (2001). Cette étude montre que la plupart des effondrements se produisent lorsque les taux de défruitement dépassent 60%, les rapports largeur/hauteur des piliers sont inférieurs à 2 **et lorsque la largeur des panneaux exploités est d'au moins 80 m**. En outre, les effondrements concernent quasiment exclusivement les mines peu profondes : à titre **d'exemple, les 11 effondrements brutaux ayant fait l'objet d'une rétro-analyse** menée par Cui *et al.* (2014), dans le contexte des mines chinoises, se sont produits dans des mines situées entre 20 et 220m de profondeur.

**Bien qu'il existe des indices précurseurs visibles aussi bien en profondeur qu'en surface** et que les caractéristiques géométriques typiques des mines subissant des effondrements soient connues, il est encore extrêmement difficile de les prévoir, aussi bien du point de vue de la probabilité d'occurrence que du moment d'apparition (Bell *et al.*, 2005). **La conjugaison d'une temporalité incertaine et de dommages importants en profondeur et en surface rend les effondrements brutaux particulièrement risqués**. Aussi, contrairement aux affaissements continus progressifs pour lesquels un certain nombre **de méthodes d'évaluation ont été développées, il n'existe pour l'instant** que peu de critères bien définis **permettant d'évaluer le risque d'effondrement brutal**.

### Description du mécanisme

La compréhension phénoménologique du mécanisme d'effondrement nécessite de **considérer l'évolution des voûtes de compression qui se mettent en place dans le recouvrement au moment du creusement d'une mine, tel que cela a été montré dans la Figure 0.5**. Les voûtes sont initialement de faible hauteur (même ordre de grandeur que la hauteur des piliers) et sont localisées au-dessus des chambres entre deux piliers adjacents ou éventuellement entre des piliers particulièrement rigides, afin de décharger **d'autres piliers moins rigides, lorsque la mine est constituée de piliers aux dimensions irrégulières** et quand le recouvrement est suffisamment massif.

**Lorsque les piliers s'endommagent, par exemple en raison d'une rupture en chaîne (Figure 0.12), leur capacité à supporter le poids du recouvrement auquel ils sont initialement soumis s'amointrit (cf. section 1.3)**. Pour compenser cette diminution de résistance, de nouvelles voûtes doivent se créer au-dessus des piliers endommagés afin

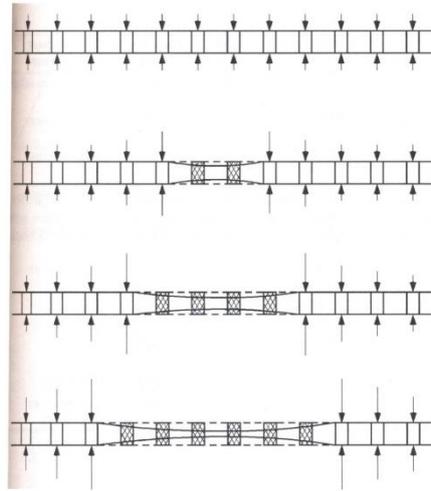
de transmettre une partie du poids du recouvrement aux bords de la mine ou à des piliers plus résistants (comme par exemple des piliers barrières).

Il existe une distance maximale à laquelle peut être transféré le poids du recouvrement depuis les piliers endommagés (Adler, 1973 ; Bekendam, 1998). **Abel (1988) a montré sur la base d'une compilation de mesures de contraintes** effectuées dans des mines de plusieurs régions du monde, principalement de charbon, que cette distance maximale de transfert du chargement augmente de manière parabolique avec la profondeur : entre 0 et 1000 m, la distance de transfert du **chargement augmente avec la profondeur mais l'augmentation est d'autant plus faible que l'on se trouve** en profondeur (cf. paragraphe 1.2.4.2). Plus la mine est profonde, plus le poids que les piliers ne sont plus capables de supporter en raison de leur endommagement peut être reporté sur une grande distance ; **ce qui revient à dire qu'à** une distance donnée des piliers endommagés, plus la mine est profonde, plus le recouvrement est capable de reporter une proportion importante de la charge initialement supportée par les piliers. De ce fait, plus la charge que supportent les piliers diminue en raison de leur endommagement, plus la voûte de compression doit gagner en hauteur afin de pouvoir transférer une différence de poids de plus en plus importante vers les bords de la mine.

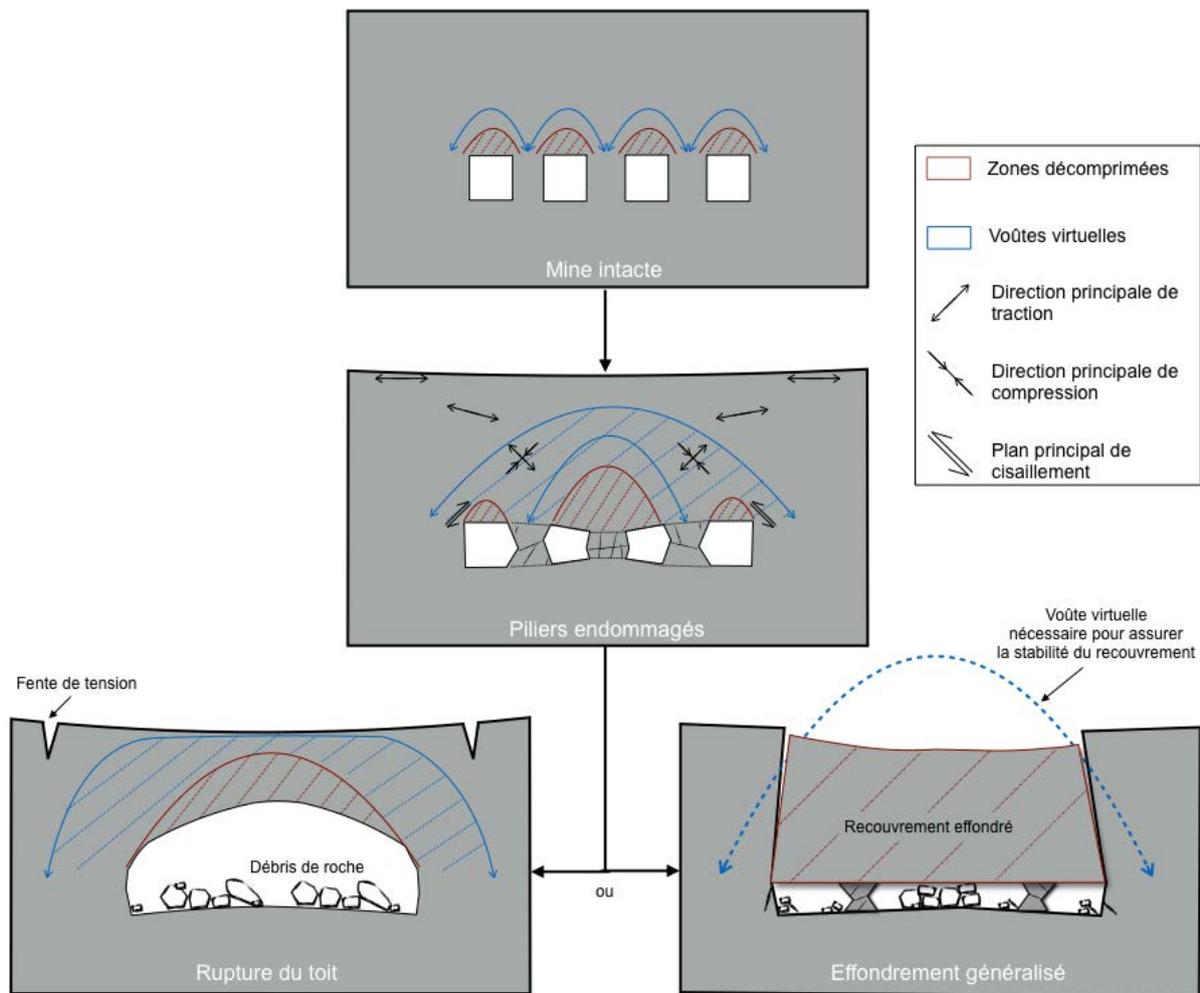
Schématiquement, on peut imaginer que les piliers endommagés ne supportent plus que le poids de **la cloche décomprimée formée sous la voûte de compression. S'ils** ne sont plus capables de supporter ce poids, bien que faible par rapport au poids de **départ auquel ils étaient soumis, la cloche décomprimée peut être amenée à s'effondrer** du fait de son faible confinement (Figure 0.13, gauche). Les cloches **d'effondrement ont** généralement des formes paraboliques, ce qui est un argument permettant de justifier, du moins partiellement, le fait que la distance de transfert de contrainte évolue de manière parabolique avec la profondeur (Abel, 1988 ; Kenny, 1969).

**L'effondrement de la cloche décomprimée n'a pas d'effet sur l'intégrité du** recouvrement dans sa globalité tant que la voûte de compression est stable. Mais il se peut que si les piliers (ou des bords de la mine) sur lesquels la voûte se repose **(virtuellement) cèdent à leur tour, l'étendue de la voûte théoriquement nécessaire pour** assurer la stabilité du recouvrement dépasse la surface topographique. Dans ce cas, le recouvrement cède dans sa globalité et un effondrement se produit (Figure 0.13, droite). Les affaissements progressifs sont, quant à eux, caractérisés par une voûte stable.

Le phénomène de rupture du recouvrement sera analysé plus en détails et suivant une approche différente dans la section 4.4.



**Figure 0.12:** Mécanisme de rupture en cascade de piliers tels que représenté par Zipf (2001). Les flèches verticales symbolisent l'intensité de la contrainte verticale agissant sur les piliers sains à mesure que le nombre de piliers endommagés augmente.



**Figure 0.13 :** Schéma conceptuel du fonctionnement mécanique d'un ensemble de piliers en interaction avec leur recouvrement à différents niveaux d'endommagement. Inspiré de « l'effet domino » tel que décrit par Ma et al. (2012) et de résultats de modélisation obtenus par ailleurs.

## 0.4. Le positionnement et les objectifs de la thèse

### 0.4.1. Problématique

La problématique de ce travail consiste à **définir les conditions mécaniques qui mènent à des effondrements brutaux** des mines souterraines en cours d'exploitation ou bien abandonnées. Il s'agit plus particulièrement de comprendre comment le comportement mécanique des piliers peut influencer la nature progressive (affaissement) ou brutale (effondrement) des mouvements de surface. Nous aborderons des aspects théoriques mais également pratiques lors **d'une** étude de cas relative aux effondrements des anciennes mines du bassin ferrifère lorrain.

Ce bassin minier représente une surface environ 1680 km<sup>2</sup> répartis entre le Nord de la Lorraine avec le Bassin de Briey-Longwy-Thionville et le Sud avec le Bassin de Nancy. **Plus de 250 concessions minières y ont été attribuées pour l'exploitation du** minerai de fer entre 1830 et 1997. Une grande partie des exploitations a été opérée par la méthode des chambres et piliers abandonnés. En raison de la faible profondeur des exploitations (de 10 à 250 m, 150 m en moyenne) et du vieillissement des piliers constitués de minerai de fer, plusieurs centaines de zones en surface ont été affectées par des dommages liés à des ruptures de piliers. Parmi eux, 71 mouvements de surface de grande ampleur ont été récemment documentés par GEODERIS **à l'aplomb des** anciennes mines. Nous considérons pour notre part, une base de données moins récente contenant seulement 68 cas. Ils comprennent 49 affaissements dont une étude récente **suggère qu'ils ont été de nature progressive et 19** effondrements vraisemblablement brutaux. En surface, le bassin ferrifère est caractérisé par une forte urbanisation. De ce fait, **il existe un enjeu important lié à l'aléa affaissement minier. La prévention d'éventuels futurs mouvements de surface est primordiale en particulier dans le cas des** effondrements brutaux qui, **de par l'absence de signes précurseurs et l'amplitude des** mouvements, peuvent être extrêmement dangereux. Une méthode de discrimination des effondrements brutaux et des affaissements progressifs a été développée par des ingénieurs et chercheurs de GEODERIS, **de l'INERIS, de l'actuel laboratoire GeoRessources et de l'Ecole des Mines de Nancy sur la base du retour d'expérience et d'études statistiques** (point abordé dans la sous-section 4.3.2). Certains indicateurs de nature géométrique, mécanique et géologique ont été mis en évidence pour leur **capacité à distinguer les deux types d'évènement.**

Ce travail permettra de répondre à deux principaux objectifs :

- Améliorer la compréhension de certains mécanismes qui régissent le comportement des piliers et pour lesquels nous aurons mis en évidence que les approches actuelles sont limitées.
- Proposer des indicateurs mécaniques simples, relatifs aux piliers, permettant **d'identifier les zones à risque d'effondrement** brutal sur le bassin ferrifère lorrain et les confronter aux indicateurs statistiques ayant déjà été mis en évidence par **le retour d'expérience.**

#### 0.4.2. Hypothèse de départ et approche proposée

Comme point de départ à l'élaboration de ce travail, nous formulons l'hypothèse selon laquelle les effondrements et affaissements miniers de surface sont d'abord initiés par l'endommagement des piliers en profondeur. Pour répondre à la problématique de savoir quelles sont les conditions qui favorisent la mise en place d'effondrements plutôt que d'affaissements progressifs, nous proposons donc une approche principalement centrée sur les piliers.

La thèse se décompose en trois grandes étapes réparties sur quatre chapitres :

- Etape 1 (Chapitre 1) : identification des méthodes actuelles pour étudier les piliers.
- Etape 2 (Chapitres 2 et 3) : développement de nouvelles méthodes et amélioration de la compréhension de certains mécanismes.
- Etape 3 (Chapitre 4) : **étude de cas réels afin d'établir un lien entre le comportement mécanique des piliers et la mise en place des affaissements et effondrements.**

Le **Chapitre 1** sera consacré à une étude bibliographique qui synthétisera les connaissances actuelles relatives au comportement mécanique des piliers de mine, aux **méthodes qui permettent de les dimensionner ainsi qu'à celles qui sont couramment utilisées pour les modéliser à l'aide des outils numériques.** A l'issue de l'étude bibliographique, nous identifierons les limites des approches actuelles qui nous sembleront essentielles de développer dans les chapitres 2 et 3 pour répondre aux objectifs de la thèse.

Le **Chapitre 2** développera une nouvelle méthode permettant de prendre en compte l'irrégularité géométrique des piliers dans une mine afin d'estimer la contrainte verticale moyenne à laquelle ils sont soumis sous l'effet du poids du recouvrement.

Le **Chapitre 3** portera sur le développement d'une méthode originale de modélisation explicite de l'instabilité des piliers basée sur des considérations énergétiques et en particulier sur l'apparition et l'amortissement d'énergie cinétique.

Nous traiterons dans le **Chapitre 4** la problématique des effondrements du bassin ferrifère lorrain. Nous présenterons tout d'abord le contexte du bassin ferrifère ainsi que les méthodes existantes pour discriminer les zones à risque d'affaissement progressif de celle à risque d'effondrement, qui sont basées sur des arguments statistiques. Nous proposerons une approche alternative basée sur **les méthodes d'étude mécanique des piliers** qui auront été mises en évidence dans le Chapitre 1 et développées dans les Chapitres 2 et 3. Nous finirons par établir un lien entre le comportement des piliers et celui du recouvrement minier compte-tenu des conclusions **de l'étude de cas et en s'appuyant sur des résultats de modélisations numériques.** Les approches statistiques et mécaniques seront alors confrontées.

# Chapitre 1. Etude bibliographique : le comportement mécanique des piliers

---

## 1.1. Introduction

Il est essentiel, pour répondre à la problématique de la thèse, d'exposer l'état des connaissances actuelles relatives au comportement mécanique des piliers de mine dans leur environnement.

La première section de ce chapitre sera consacrée à la description de l'état de contrainte des piliers. Nous présenterons les méthodes qui sont ou ont été utilisées pour définir les principales caractéristiques de cet état de contrainte puis nous identifierons une grandeur qui est couramment utilisée pour dimensionner les piliers.

Dans la deuxième section du chapitre, il sera question de la résistance en compression des piliers. Nous mettrons en évidence les principales caractéristiques qui ont une influence sur cette résistance ainsi que sur le comportement des piliers à la rupture. Nous identifierons par la suite les principales méthodes qui permettent de modéliser cette rupture à l'aide des outils numériques modernes.

En fin de chapitre, nous traiterons les aspects théoriques relatifs à la stabilité (ou à l'instabilité) de la rupture des piliers. Un critère classiquement utilisé pour évaluer la nature brutale ou progressive de la rupture potentielle des piliers sera redémontré et adapté afin de tenir compte de certains phénomènes qui n'étaient pas considérés par les approches traditionnelles.

Nous concluons en définissant, conformément à ce qui aura été mis en évidence dans le chapitre, les points qui nécessitent des améliorations quant au dimensionnement et à l'évaluation de la stabilité des piliers et qui seront traités dans les Chapitres 2 et 3.

## 1.2. L'état de contrainte des piliers dans le domaine élastique

Les roches ont un comportement mécanique complexe faisant intervenir de nombreux mécanismes physiques et chimiques (effet de la température, de l'eau, du temps, de l'endommagement, etc.). Il existe des lois de comportement sophistiquées pour estimer la déformation d'un volume élémentaire de roche en fonction du cheminement des contraintes auxquelles il a été soumis et de sa nature géologique. Mais pour la plupart des applications de la mécanique des roches à des problématiques de dimensionnement des mines souterraines, des modèles de comportement phénoménologiques simplifiés ne prenant en compte que les mécanismes physiques prépondérants sont utilisés. Il est souvent difficile d'appliquer ces modèles de comportement en raison du manque de connaissance sur leurs données d'entrée : les contraintes initiales (CFMR., 2000), la détermination desquelles nécessite également de faire des hypothèses quant au comportement de la roche. Dans le cas des mines souterraines, on parle plus généralement des contraintes *in situ* (en place), présentes naturellement dans la roche avant le creusement. Des contraintes *in situ* dépendent, en partie, les contraintes induites par le creusement. Cette décomposition de l'état de contrainte en une partie *in situ* et une partie induite est très courante pour les piliers de mine (Singh *et al.*, 2011). L'hypothèse d'un comportement élastique linéaire de la roche est souvent faite aussi bien pour estimer les contraintes *in situ* que les contraintes induites.

### 1.2.1. L'élasticité

Le modèle de comportement élastique-linéaire peut être utilisé pour décrire le comportement de la roche en dessous de certaines limites de l'état de contrainte définies par un critère de rupture. L'élasticité signifie qu'il existe pour chaque état de déformation un état de contrainte unique, ce qui implique que la vitesse d'évolution de l'état de contrainte n'a pas d'influence sur l'état de déformation (et inversement), mais également que les déformations élastiques en cas d'une modification de l'état de contrainte sont réversibles. La loi de Hooke fait l'approximation d'une relation linéaire entre le tenseur des contraintes  $\bar{\sigma}$  et celui des déformations élastiques  $\bar{\epsilon}$  qui se formalise, dans le cas d'une roche isotrope, telle que :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & \nu/(1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & \nu/(1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ \nu/(1-\nu) & \nu/(1-\nu) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

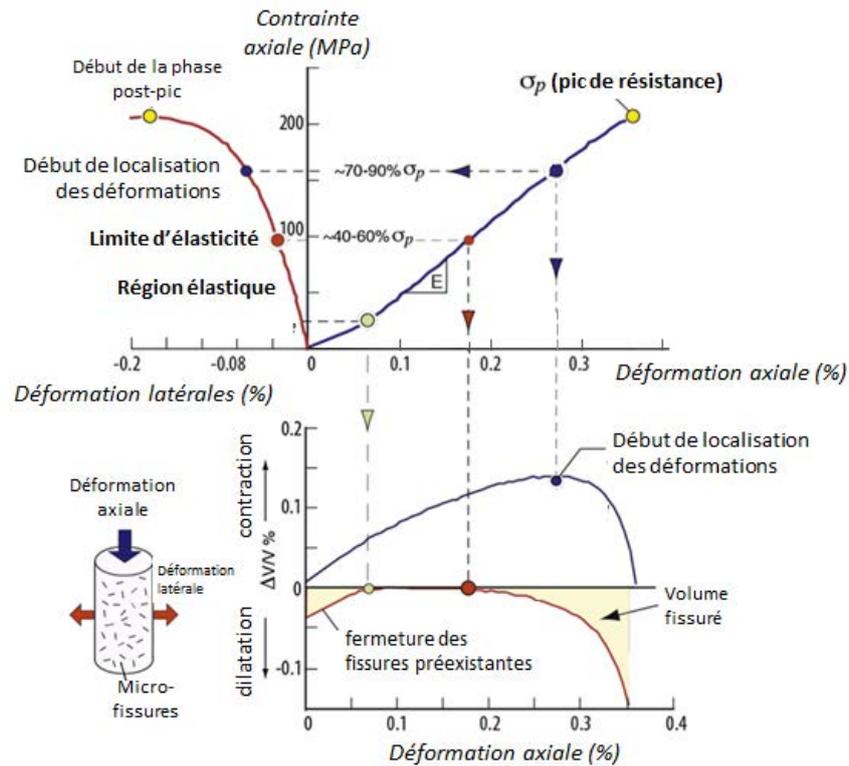
où  $E$  est le module de Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

Le comportement réel des roches pour l'ensemble des états de contrainte qu'elles subissent n'est, en réalité, ni parfaitement élastique ni parfaitement linéaire, mais le modèle élastique linéaire offre souvent une excellente approximation de la déformation de la roche induite par une variation infinitésimale de l'état de contrainte dès lors que l'on ne se trouve pas à proximité immédiate (quelques centimètres voire quelques mètres) des parois d'une excavation qui sont souvent endommagées (Jaeger *et al.*, 2007). Des mesures de convergence suggèrent effectivement qu'à grande échelle et sur le long terme (typiquement plusieurs années), les massifs rocheux se comportent de manière élastique linéaire (Ortlepp et Cook, 1964 ; Cook, 1976).

L'élasticité linéaire est l'approximation d'un comportement plus complexe observé lors de la compression d'un échantillon de roche en laboratoire. Ce comportement peut être représenté par la Figure 1.1 issue des travaux de Martin et Chandler (1994) dans le cas d'échantillons de granite du Lac du Bonnet. La première portion non-linéaire de la courbe (contrainte axiale/déformation axiale) correspond à la fermeture des fissures préexistantes dans la roche. Ce stade est négligé dans les massifs rocheux *in situ* puisque la roche se situe déjà, du moins en profondeur, dans un état comprimé. Une fois les fissures initialement présentes refermées, la roche se déforme proportionnellement à la contrainte appliquée et de manière réversible, ce qui correspond à la portion élastique de son comportement. A la suite des déformations purement élastiques, des fissures s'ouvrent dans la direction du chargement ce qui se traduit par un changement faiblement marqué de la pente de la courbe de chargement. Les déformations irréversibles débutent, marquant la limite d'élasticité de la roche. Des fissures continuent alors à apparaître à mesure que le chargement augmente et que la roche se contracte (diminution du volume). A partir d'un certain niveau de propagation des fissures, la roche commence à se dilater. La contrainte à laquelle la dilatation commence est parfois considérée comme la résistance à long terme de la roche. La dilatation se traduit par une diminution progressive de la pente de la courbe de chargement qui va finalement s'annuler puis devenir négative. Le point de changement de signe de la pente est appelé **pic de résistance**, il s'agit de la contrainte maximale de compression supportable par la roche. On parle parfois de résistance à court terme pour désigner ce niveau de contrainte.

Lors de modélisations numériques, couramment utilisées pour étudier le comportement d'ouvrages miniers et notamment des piliers, l'ensemble de cette courbe de chargement est souvent considéré, dans le domaine pré-pic, comme linéaire à l'échelle des éléments de maillage constitutifs des modèles. La limite d'élasticité du matériau est donc souvent confondue avec le pic de résistance. Ceci n'empêche toutefois pas d'obtenir un comportement non linéaire dans la phase pré-pic à l'échelle globale des modèles réalisés (cf. sous-section 4.3.3).

On montrera par la suite comment le modèle élastique linéaire a été utilisé dans la littérature pour définir, d'une part, les contraintes *in situ* et d'autre part les contraintes induites dans les piliers de mine.



**Figure 1.1** : Résultats typiques d'un essai de compression simple sur un échantillon de granite, d'après Martin et Chandler (1994).

### 1.2.2. Les contraintes *in situ*

L'état de contrainte *in situ* est caractéristique de chaque site. Il dépend notamment de la profondeur, de la densité de la roche, de ses caractéristiques mécaniques, de la gravité, de la proximité à des structures géologiques, de la température, de la topographie et de la présence éventuelle de contraintes d'origine tectonique (Sheorey, 1994). En raison du nombre important de facteurs influents, il est **impossible d'établir un modèle théorique général représentant précisément la répartition des contraintes *in situ***. La difficulté réside dans le fait que les contraintes doivent être décrites en intensité et en orientation (CFMR, 2000).

Dans le cas général, il est difficile d'établir des hypothèses quant à l'orientation des contraintes principales *in situ* en raison du manque de connaissance sur la structure du sous-sol. On peut néanmoins supposer que, sous une surface topographique plane et à l'intérieur de couches géologiques tabulaires, la direction verticale soit une composante principale du tenseur des contraintes puisque la présence d'une surface libre (topographique) impose qu'il n'y ait aucune contrainte de cisaillement le long de cette surface. En tenant compte de cette condition et de l'effet de la gravité, l'application la plus élémentaire du principe fondamental de la statique suggère qu'à l'équilibre, le poids d'une colonne de terrain de hauteur  $H$  soit égal à la réaction opposée des terrains sous-jacents. L'intensité de la contrainte verticale  $\sigma_v$  correspondante à une certaine profondeur est donc égale au poids de la colonne de roche surplombante par unité de surface :

$$\sigma_v = \rho g H \quad (1.2)$$

avec  $g$  l'accélération gravitaire,  $\rho$  la masse volumique moyenne de la roche et  $H$  la profondeur.

Hoek *et al.* (2000) ont appliqué ce modèle variant linéairement avec la profondeur, en fixant un poids volumique moyen  $\rho g = 27 \text{ kN/m}^3$ , et l'ont comparé à un ensemble de mesures de contraintes verticales effectuées dans différentes régions du monde et compilées par Brown et Hoek en 1978 (Figure 1.2). Les résultats montrent que la tendance globale est effectivement linéairement dépendante de la profondeur. En revanche, il existe une forte dispersion des mesures autour de la droite théorique. En particulier, on remarque qu'à faible profondeur, la contrainte verticale mesurée est (dans les cas reportés par Brown et Hoek) souvent inférieure au poids des terrains par unité de surface. Jaeger *et al.* (2007) expliquent cela par le fait qu'une partie du poids des terrains peut être supportée par des contraintes de cisaillement le long d'éventuelles discontinuités structurales, ce qui aurait pour effet de réduire la contrainte verticale *in situ*. Cette différence peut également être due à la topographie des lieux de mesure et à la précision des instruments utilisés (Hoek, 2016).

Malgré le fait que ce modèle théorique ne soit pas toujours valide, et à défaut de disposer d'un modèle plus fiable, celui-ci est quasiment toujours utilisé.

Si l'on admet que la direction verticale est une direction principale du tenseur des contraintes, les deux autres directions principales sont nécessairement deux directions horizontales orthogonales. Cependant, l'intensité des contraintes horizontales est bien plus difficile à estimer que celle de la contrainte verticale (Hoek, 2016). On peut simplifier le problème en faisant l'hypothèse que les contraintes horizontales sont identiques dans toutes les directions. Elles sont généralement exprimées comme une proportion  $K$  (pouvant être supérieure ou inférieure à 1) de la contrainte verticale, telle que :

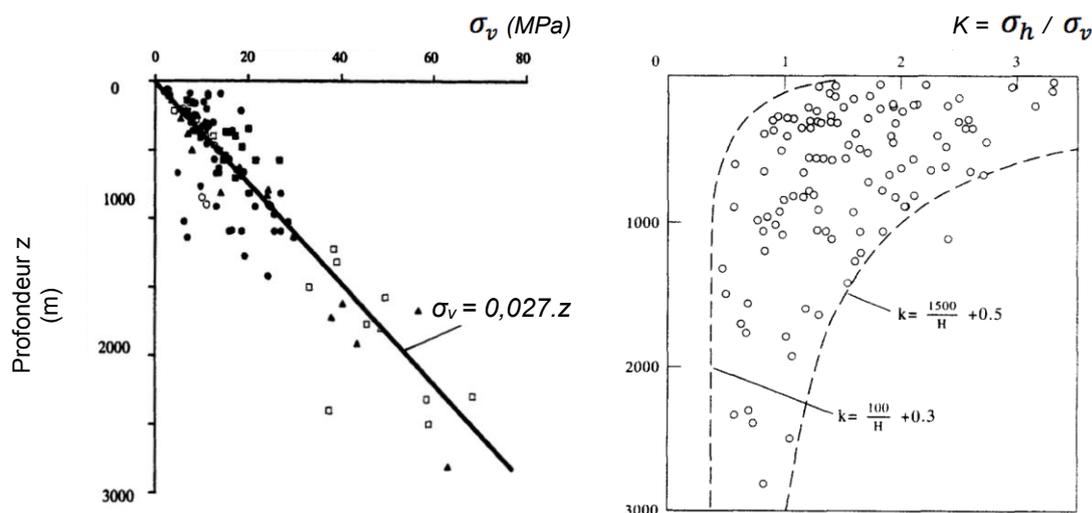
$$\sigma_h = K \cdot \sigma_v \quad (1.3)$$

L'expression théorique la plus ancienne du coefficient  $K$ , qui est de moins en moins utilisée, fut proposée par Terzaghi et Richart (1952). Les auteurs assimilèrent les roches à des solides élastiques linéaires se déposant progressivement aux cours des temps géologiques en couches immédiatement contraintes verticalement sans déformation horizontale (conditions oedométriques). Cet état hypothétiquement confiné conduit la roche à développer des contraintes horizontales dont on montre, par l'application de la loi de Hooke (Equation 1.1), qu'elles sont proportionnelles aux contraintes verticales. Le coefficient de proportionnalité  $K$  s'exprime alors en fonction du coefficient de Poisson de la roche  $\nu$  tel que :

$$K = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (1.4)$$

Cet « effet de Poisson » conduit à un état de contrainte dit « lithostatique ». Comme la valeur de  $\nu$  ne peut pas physiquement excéder 0,5 (cas d'un liquide), les

contraintes horizontales calculées à partir de l'Equation (1.4) ne peuvent pas être supérieures aux contraintes verticales ( $K \leq 1$ ). Ceci est généralement vrai dans les sols, mais comme le montre une série de mesures *in situ* compilées par Hoek et Brown (1980),  $K$  est très variable dans les massifs rocheux et peut atteindre des valeurs proches de 3,5 à faible profondeur.  $K$  a tendance à diminuer très rapidement avec la profondeur jusqu'à -500 m puis de manière beaucoup moins marquée ensuite. Cette dépendance à la profondeur n'est pas prise en compte par l'Equation (1.4).



**Figure 1.2 :** Mesures de contrainte verticale dans différentes régions du Monde et ajustement d'une relation linéaire avec la profondeur (Hoek et al., 2000) (gauche) ; valeurs du coefficient  $K$  mesurées sur différents continents, en fonction de la profondeur (Hoek et Brown, 1980) (droite).

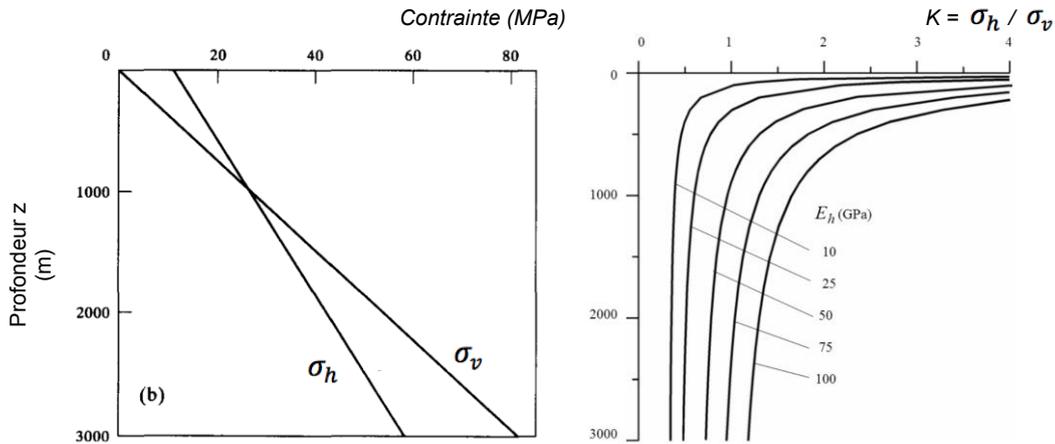
Sheorey (1994) proposa, sur la base des travaux de McCutchen (1982), un modèle théorique de la répartition des contraintes à l'intérieur de la Terre, et notamment **dans la partie supérieure de la croûte terrestre, permettant d'obtenir des valeurs de  $K$  ajustées aux données de la Figure 1.2. Il s'agit d'un modèle thermo-élasto-statique** dans lequel la terre est représentée par une superposition de tranches circulaires, avec un **certain rayon de courbure, à l'intérieur desquelles sont introduits des gradients de température, de coefficient de dilatation thermique, des coefficients d'élasticité et de la densité avec la profondeur.** Sheorey en arrive à des expressions théoriques des contraintes horizontales et verticales qui lui permettent de montrer que ces deux grandeurs augmentent linéairement avec la profondeur dans la partie supérieure de la croûte (Figure 1.3). **L'expression correspondante du coefficient  $K$  est assez complexe mais peut s'approcher par l'Equation (1.5) :**

$$K = 0,25 + 7E \left( 0,001 + \frac{1}{H} \right) \quad (1.5)$$

où  $E$  est le module d'Young de la roche et  $H$  la profondeur.

Comme le montre Hoek (2016), l'application de l'Equation (1.5) avec différentes valeurs de  $E$  variant entre 10 et 100 GPa (ordre de grandeur classique pour les roches)

permet de couvrir, avec des courbes de forme similaire à celle des enveloppes des points de la Figure 1.2, les différentes valeurs de  $K$  issues de mesures *in situ* :



**Figure 1.3** : Répartition théorique des contraintes verticales et horizontales dans la partie supérieure de la croûte terrestre (droite) et du coefficient  $K$  en fonction de la profondeur (Sheorey, 1994).

Le modèle théorique de Sheorey, dont le détail n'est pas présenté ici, suggère que l'augmentation de  $K$  en se rapprochant de la surface est principalement due à l'effet de la courbure de la surface de la Terre qui favorise d'importantes contraintes horizontales à proximité de la surface. Il ajoute également que l'augmentation de la température est responsable d'une diminution des contraintes horizontales et donc de  $K$  avec la profondeur.

L'utilisation du modèle de Sheorey pour estimer les contraintes *in situ* peut être utile lors de l'étude d'ouvrages souterrains en milieu rocheux en l'absence de mesures *in situ* plus précises, cependant deux phénomènes parfois observés sont négligés par ce modèle : des contraintes verticales inférieures au poids des terrains par unité de surface et des contraintes horizontales différentes suivant la direction dans laquelle elles sont mesurées. De plus, les conditions tectoniques locales, qui peuvent avoir une influence importante sur les contraintes horizontales, **n'interviennent pas dans le modèle ; c'est pourquoi, comme suggéré par Hoek (2016), des campagnes de mesure sont à envisager lorsque l'on souhaite détenir des valeurs fiables de contraintes *in situ*.**

### 1.2.3. Les contraintes induites dans les piliers

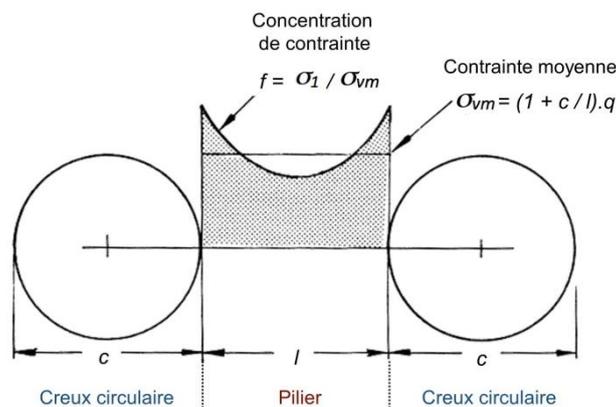
La création de vide à l'intérieur d'un massif rocheux entraîne une modification et une rotation de l'état de contrainte *in situ* dépendant à la fois de l'intensité et de l'orientation des contraintes *in situ* et de la forme de l'excavation. Elles dépendent également de la structure de la roche (discontinuités) et de son comportement mécanique dont on considère la plupart du temps qu'il est élastique linéaire tant qu'un certain seuil de l'état de contrainte (limite d'élasticité) n'a pas été franchi. Cette hypothèse est couramment faite pour avoir une idée de la contrainte théoriquement présente dans les piliers avant qu'ils ne s'endommagent.

### 1.2.3.1. Approche expérimentale

Avant le développement des méthodes de calcul numériques, l'étude de la répartition des contraintes à l'intérieur des piliers pouvait se faire à l'aide de modélisations photo-élastiques sur des plaques optiques contenant des singularités de dimensions variables. Cette méthode exploite la propriété qu'ont certains plastiques à retenir les motifs optiques caractéristiques de la répartition des contraintes et déformations réversibles qu'ils subissent.

Obert et Duvall (1967) ont réalisé une série de tests sur des plaques photo-élastiques percées de creux circulaires régulièrement espacés (Figure 1.4) dans le but **d'étudier les contraintes verticales agissant dans les piliers situés entre ces creux**. Le chargement appliqué (que l'on peut assimiler à l'état de contrainte *in situ*)  $q$  est purement vertical et les déformations sont permises dans les deux directions horizontales, ce qui correspond à des conditions de contraintes planes. Les piliers réels devraient être considérés comme 3D, dans le cas général, ou parfois 2D en conditions de déformations planes, lorsque leur longueur est beaucoup plus grande que leur largeur. Cependant, en conditions élastiques, isotropes et homogènes, les états de contrainte **dans le plan d'étude sont très proches que l'on se trouve en conditions de déformations** ou bien de contraintes planes (Brady et Brown, 2004). Les résultats **d'Obert** et Duvall sont donc quantitativement exploitables.

Obert et Duvall (1967) ont fait varier le rapport *diamètre des creux/largeur des piliers* ( $c/l$ ) et ont observé l'évolution de deux grandeurs caractéristiques mesurées le long de la section centrale horizontale des piliers : la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  et le facteur de concentration de contrainte maximal  $f$  qui correspond au rapport entre la contrainte principale majeure  $\sigma_1$  aux bords du pilier, qui **s'avère être verticale le long de** sa section centrale, et la contrainte verticale moyenne (Figure 1.4). Les auteurs mettent en évidence que, pour un chargement donné de la plaque,  $\sigma_{vm}$  dépend du rapport entre la largeur des piliers et le diamètre des chambres qui l'entourent alors que la concentration de contrainte aux bords dépend de l'espacement entre le centre des chambres. Plus le pilier est étroit (toutes choses étant égales par ailleurs), moins  $f$  est importante au niveau des bords, mais plus  $\sigma_{vm}$  est élevée.

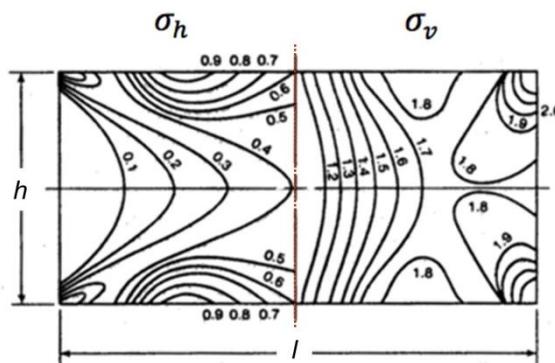


**Figure 1.4** : Répartition des contraintes verticales élastiques entre deux creux circulaires (d'après Hoek et Brown, 1980, sur la base des résultats de Obert et Duvall, 1967).

Jeremic (1985) a procédé au même type de test sur des plaques optiques cette fois-ci soumises à un chargement biaxial (vertical et horizontal) et contenant des piliers rectangulaires s'apparentant plus à des piliers réels que ceux étudiés par Obert et Duvall. L'auteur insiste sur les points suivants :

- Dans le cas d'un chargement vertical des plaques, les contraintes verticales sont plus importantes que les contraintes horizontales dans les piliers (plus de deux fois plus importantes dans le cas d'un pilier deux fois plus large que haut).
- Les contraintes verticales maximales se concentrent aux angles des piliers alors que les contraintes horizontales maximales se concentrent plutôt à l'interface pilier/éponte.
- La concentration de contrainte verticale aux coins des piliers augmente lorsque le rayon de courbure des angles diminue. Pour un rayon infiniment petit (rectangle parfait) la concentration de contrainte est théoriquement illimitée (en conditions élastiques).

Les résultats obtenus par Jeremic dans le cas d'un pilier deux fois plus large que haut sont représentés dans la Figure 1.5.

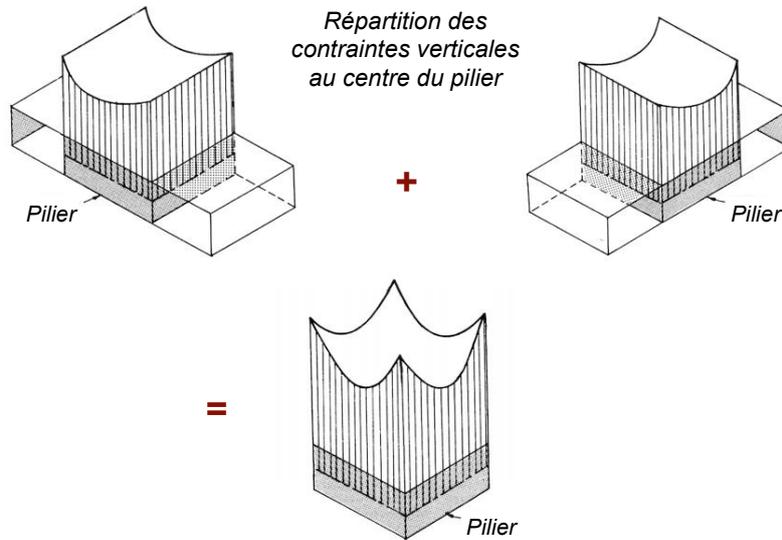


**Figure 1.5 :** Isovaleurs des contraintes horizontales et verticales à l'intérieur d'un pilier de rapport de forme  $l/h = 2$  soumis à un état de contrainte lithostatique (d'après Jeremic, 1985).

### 1.2.3.2. Passage de 2 à 3 dimensions

Les résultats présentés jusqu'à maintenant se limitent à des piliers 2D. L'état de contrainte d'un pilier 3D est naturellement plus complexe. Néanmoins, Hoek et Brown (1980) suggèrent que dans le cas idéal d'un ensemble de piliers 3D parfaitement alignés les uns avec les autres, uniformes et élastiques, l'application du principe de superposition permet d'obtenir leur état de contrainte en sommant celui de deux piliers infiniment longs (2D), orientés perpendiculairement l'un à l'autre et soumis à un même état de contrainte *in situ*. Ceci conduit à une répartition des contraintes verticales semblable à celle présentée dans la Figure 1.6 dans le cas d'un pilier carré. Cette approche met en évidence que la contrainte verticale est plus importante dans un pilier carré (ou rectangulaire) que dans un pilier infiniment long de même largeur. Ceci est aussi bien

valable en termes de contrainte moyenne qu'en termes de concentration de contrainte dans les angles.



**Figure 1.6 :** Représentation de la contrainte verticale au centre d'un pilier de section carrée (3D) par superposition des contraintes verticales dans deux piliers infiniment allongés (2D) et orientés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre.

### 1.2.3.3. Approches analytiques

La répartition élastique des contraintes à l'intérieur d'un pilier de section verticale rectangulaire ou carrée (comme c'est souvent le cas) est un problème complexe pour lequel il n'existe pas de solution mathématique en raison des singularités géométriques que représentent les angles des piliers. On peut cependant approcher cette répartition en considérant des excavations de géométries relativement proche du rectangle et pour lesquelles une solution théorique existe. La méthode permettant de résoudre ce type de problème en élasticité linéaire est celle des **variables complexes**, initialement développée par Kolosov (1909) et dont les applications utiles à la mécanique des roches sont détaillées par Jaeger *et al.* (2007).

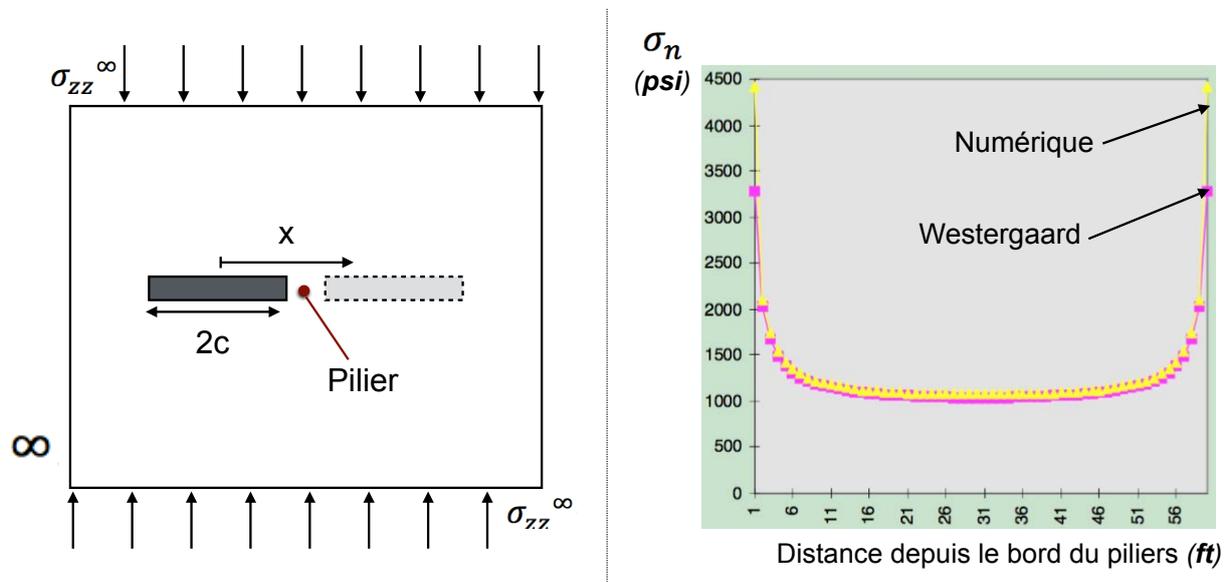
#### Utilisation de la solution de Westergaard (1939) pour des piliers alignés avec les contraintes principales in situ

Westergaard (1939) a utilisé la méthode des variables complexes pour formaliser l'expression du champ de contrainte agissant à la pointe d'une fissure. Considérant une fissure de largeur  $2c$  contenue dans une plaque mince (conditions de contraintes planes) soumise à une contrainte uniaxiale  $\sigma_\infty$  normale au grand axe de la fissure, Westergaard exprime la contrainte normale au plan de la fissure  $\sigma_n$  en fonction de la distance  $x$  à son centre :

$$\sigma_n = \frac{x\sigma_\infty}{\sqrt{x^2 - c^2}} \quad (1.6)$$

Cette solution est valable pour  $x > c$  (hors de la fissure). Elle admet une solution asymptotique infinie en pointe de fissure (lorsque  $x$  tend vers  $c$ ) et  $\sigma_n = \sigma_\infty$  lorsque  $x$  tend vers l'infini.

Hoch *et al.* (1991) ont montré par comparaison à des résultats de modélisation numérique par la méthode des différences finies, que la solution de Westergaard était de la même forme (et d'intensité proche) que la distribution de contrainte verticale aux bords d'une galerie horizontale infinie de section rectangulaire. Pour obtenir la distribution de contrainte verticale au centre d'un pilier, les auteurs proposent de sommer deux Equations (1.6) relatives à l'influence cumulée des deux galeries adjacentes au pilier considéré (résultats dans la Figure 1.7).



**Figure 1.7 :** Comparaison de la solution de Westergaard appliquée à un pilier, à des résultats de modélisation numérique en milieu élastique homogène isotrope (Hoch *et al.*, 1991).

Les résultats numériques et théoriques sont globalement assez proches si l'on considère la totalité de la section du pilier, mais on remarque que la contrainte à proximité des bords des piliers est tout de même significativement différente d'une méthode à l'autre, ce qui est probablement dû à l'effet du maillage introduit dans le modèle numérique. Par ailleurs, la sommation de deux Equations (1.6) n'est valable que lorsque les piliers sont suffisamment larges par rapport aux galeries adjacentes de sorte qu'elles ne soient pas dans la zone d'influence l'une de l'autre. La largeur de cette zone est, d'après les auteurs, d'environ  $4c$  soit 2 fois la largeur d'une galerie. Dans le cas contraire, il est difficile d'établir une solution théorique fiable de la contrainte verticale à la surface d'un pilier.

Utilisation du facteur d'intensité des contraintes pour des piliers inclinés par rapport aux contraintes principales in situ

La mécanique de la rupture utilise le concept de Facteur d'Intensité des Contraintes (*FIC*) initialement introduit par Irwin (1957) afin de quantifier la concentration des contraintes à l'extrémité d'une fissure pointue dans différentes conditions de chargement. D'après Irwin, l'expression générale du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  en coordonnées polaires ( $r, \theta$ ) centrées sur la pointe d'une fissure s'exprime en fonction du *FIC*, noté  $K_m$ , telle que :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}^m(\theta) + \text{termes négligeables} \quad (1.7)$$

Il s'agit d'une simplification de la solution de Westergaard valable uniquement à proximité immédiate de la fissure, jusqu'à une distance d'environ  $c/10$ . Au-delà, l'Equation (1.7) sous-estime significativement les contraintes puisqu'elle tend vers 0 lorsque  $r$  tend vers l'infini. C'est également une généralisation de la solution de Westergaard car elle permet de considérer plusieurs inclinaisons de fissures.

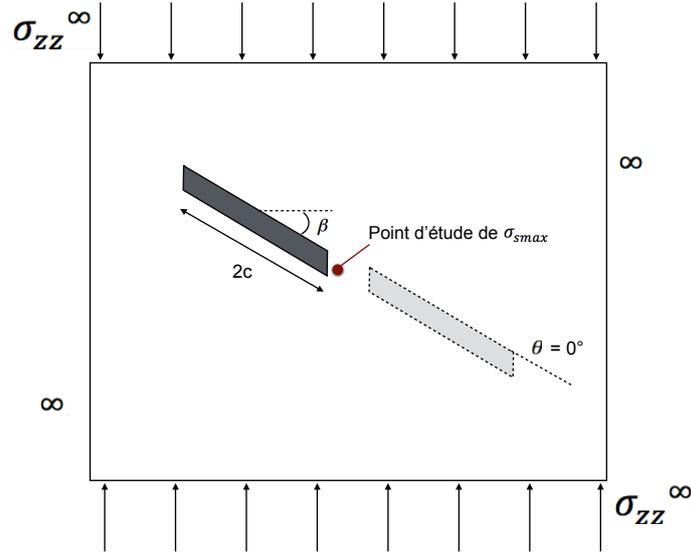
Dans cette expression, les fonctions  $f_{ij}^m$  sont universelles car elles ne dépendent ni de la géométrie, ni des propriétés mécaniques du milieu (CFMR, 2000).  $K_m$ , quant à lui, dépend du mode de sollicitation de la fissure et des conditions de chargement du milieu la contenant. On parle du mode I ( $K_I$ ) lorsque la fissure est sollicitée en traction ou compression (perpendiculairement à son axe principal), du mode II ( $K_{II}$ ) lorsqu'elle est sollicitée en cisaillement dans le plan d'étude (2D) et du mode III ( $K_{III}$ ) lorsqu'elle est sollicitée en cisaillement hors du plan. Lorsque la fissure est sollicitée suivant plusieurs modes, le principe de superposition s'applique et on peut sommer l'influence respective de chacun des modes.

Ce concept offre une base théorique permettant d'étudier l'effet de l'inclinaison d'une fissure contenue dans une plaque par rapport au chargement appliqué aux limites de cette plaque, ou si on procède à la même analogie que Hoch *et al.* (1991), celui de l'inclinaison d'une excavation dans un massif rocheux soumis à un certain état de contrainte *in situ*.

Considérons une fissure (ou une excavation) située suffisamment loin des limites d'un milieu 2D soumis à un état de contrainte lointain uniaxial  $\sigma_{zz}^\infty$  (conditions de Westergaard) et inclinée de  $\beta$  par rapport à la direction d'application de la contrainte (Figure 1.8). Les bords de la fissure (ou de l'excavation), en raison de son inclinaison, sont sollicités à la fois suivant les modes I et II. Les expressions des facteurs  $K_I$  et  $K_{II}$  correspondants sont données par Tada *et al.* (2000) :

$$K_I = (\sin \beta)^2 \sigma_{zz}^\infty \sqrt{\pi c} \quad (1.8)$$

$$K_{II} = \sin \beta \cos \beta \sigma_{zz}^\infty \sqrt{\pi c} \quad (1.9)$$



**Figure 1.8 :** Schéma du système considéré représentant une galerie inclinée par rapport à la contrainte verticale in situ  $\sigma_{zz}^{\infty}$ .

Les contraintes en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  s'expriment telles que :

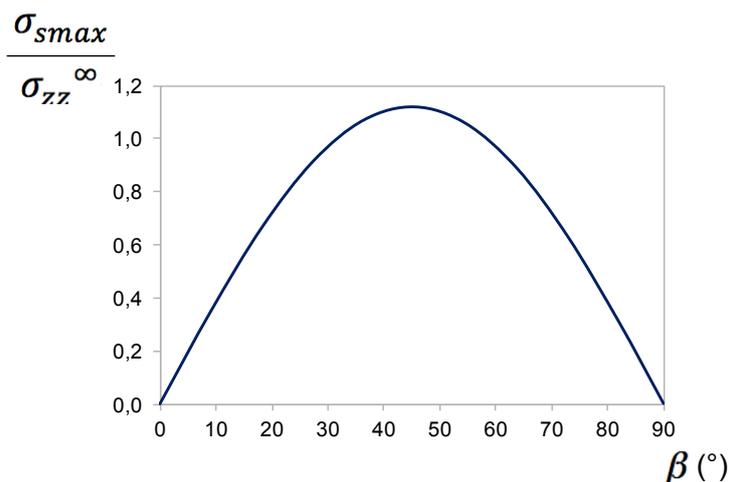
$$\begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{cases} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{cases} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} -\sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (1.10)$$

La contrainte de cisaillement maximale considérant toutes les orientations de facette possibles (c'est à dire la demi contrainte déviatorique principale majeure)  $\sigma_{smax}$  peut être déduite de l'équation suivante :

$$\sigma_{smax} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \right)^2 + \sigma_{xz}^2} \quad (1.11)$$

La Figure 1.9 montre les résultats de l'Equation (1.11) pour  $\theta = 0$  (dans l'axe de la fissure) et  $r = c/10$  (domaine de validité de l'équation) pour différentes inclinaisons  $\beta$  de la fissure par rapport à la contrainte *in situ*. La contrainte de cisaillement maximale dépend de l'inclinaison de la fissure. Elle est nulle pour  $\beta = 0^\circ$  et d'autant plus élevée que  $\beta$  est proche de  $45^\circ$ .  $\sigma_{smax}$  est, dans ce cas, supérieure à  $\sigma_{zz}^{\infty}$  et n'est donc pas négligeable.

Par analogie, on s'attend à ce que des contraintes de cisaillement importantes se développent à l'intérieur d'un pilier se trouvant entre deux galeries inclinées par rapport aux contraintes principales *in situ* et au contraire qu'elles soient proches de 0 pour un pilier entouré de galeries perpendiculaires à la contrainte principale majeure *in situ*. C'est la situation que nous considérerons par la suite.



**Figure 1.9** : Effet de l'inclinaison d'une galerie par rapport aux contraintes principales in situ sur la contrainte de cisaillement maximale aux bords de la galerie.

#### 1.2.3.4. Approche numérique

Les études analytiques et expérimentales se limitent à certaines conditions particulières constituant des simplifications importantes de la réalité : milieu continu, homogène, élastique, de géométrie simple, soumis à un état de contrainte uniquement vertical. **Les méthodes de calcul numériques permettent de s'affranchir d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices quant à la représentation des systèmes étudiés.** Elles autorisent la création de modèles de géométrie complexe avec des propriétés mécaniques variables dans l'espace et comprenant des discontinuités (stratification, failles, fractures...). Elles permettent, par ailleurs, d'étudier l'influence de paramètres inconnus ou mal connus par le biais d'études de sensibilité.

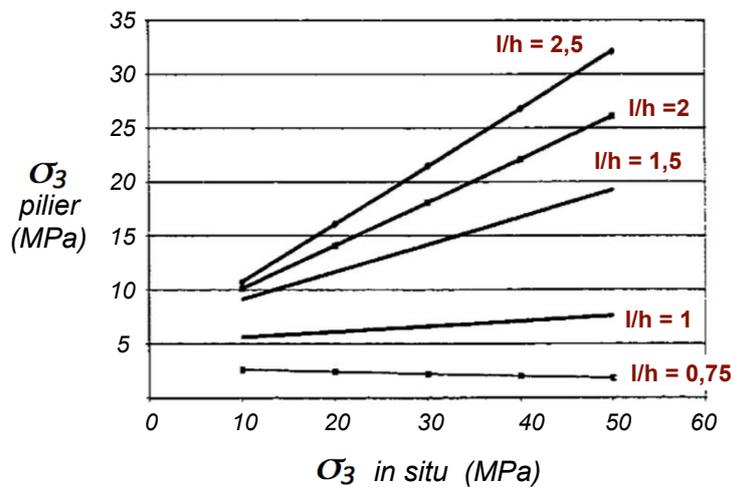
#### Effet de la forme des piliers

En raison de la rotation de l'état de contrainte induite par la présence des excavations, les contraintes principales ne sont pas nécessairement verticales et horizontales à l'intérieur des piliers bien que les contraintes *in situ* le soient. Hoek et Brown (1980) ont étudié les rapports entre les contraintes principales majeures  $\sigma_1$  et mineures  $\sigma_3$ , d'orientation variable, et la contrainte verticale moyenne au centre des piliers  $\sigma_{vm}$  sur la base de modélisations numériques en éléments finis. Ils montrent que **plus les piliers sont hauts et étroits, plus l'état de contrainte en leur centre se rapproche d'un état uniaxial vertical où  $\sigma_1$  est verticale et  $\sigma_3$  est horizontale et proche de 0.** A l'inverse, **des piliers peu élancés ont une distribution non-uniforme des contraintes le long de leur section centrale : il y a une concentration de  $\sigma_1$  à proximité des parois alors qu'au centre, les contraintes sont inférieures à la contrainte verticale moyenne, comme pour les géométries circulaires de Obert et Duvall (1967).** En outre,  $\sigma_3$  au cœur des piliers peu élancés devient non-négligeables face à  $\sigma_1$ .

Maybee (2000) a montré, sur la base de modélisations par éléments finis, que cette contrainte dite de confinement  $\sigma_3$  augmente linéairement avec la contrainte

horizontale *in situ*  $\sigma_h$ . L'effet de  $\sigma_h$  est d'autant plus important que les piliers sont faiblement élancés c'est à dire que leur rapport de forme  $l/h$  est grand, comme il est possible de le voir dans la Figure 1.10. Un rapport  $l/h$  supérieur à 1 semble être le seuil au-delà duquel l'influence de  $\sigma_h$  *in situ* est particulièrement significative. A titre d'exemple, on peut déduire de la Figure 1.10 que  $\sigma_3$  au cœur d'un pilier de rapport  $l/h = 4$  serait approximativement égale à la contrainte horizontale *in situ* avant le creusement des chambres et l'apparition du pilier.

On montrera dans le paragraphe 1.3.2.2 que  $\sigma_3$  a un effet capital en ce qui concerne la résistance en compression des piliers.



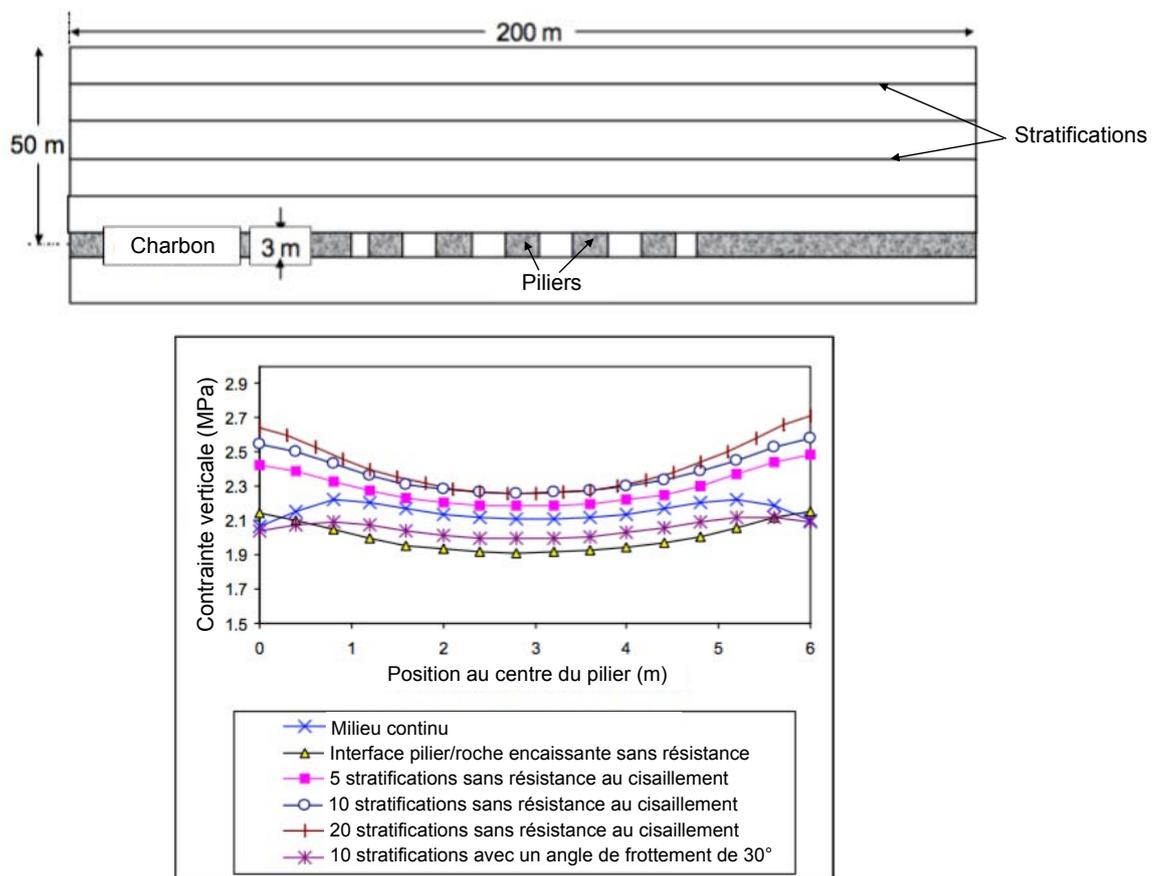
**Figure 1.10** : Résultats numériques de calculs de contrainte de confinement à l'intérieur de piliers de différents rapports  $l/h$  et pour différentes valeurs *in situ* de  $\sigma_3$  (modifié et traduit de l'anglais au français d'après Maybee, 2000).

#### Effet de la raideur du recouvrement

Roberts *et al.* (2002) ont étudié l'effet de la raideur du recouvrement sur l'état de contrainte interne des piliers à l'intérieur d'une couche exploitée horizontalement. Pour cela, ils ont introduit, à l'intérieur de modèles numériques en éléments finis et éléments frontières, un nombre variable de discontinuités horizontales représentant une stratification du recouvrement. Ils se sont particulièrement intéressés à l'effet de la résistance au cisaillement des discontinuités, de leur nombre et de la présence d'une interface horizontale entre le pilier et le recouvrement. Les résultats qu'ils ont obtenus sont sensiblement différents en fonction des logiciels utilisés. Cependant, qualitativement, ils montrent tous que la contrainte verticale dans les piliers augmente lorsque la raideur du recouvrement diminue, c'est à dire lorsque le nombre de discontinuités augmente et que leur résistance au cisaillement diminue, (Figure 1.11). Les variations de contraintes moyennes atteignent 21% entre un milieu continu avec une interface sans résistance entre les piliers et le recouvrement et un milieu stratifié sans résistance au cisaillement entre les bancs. Ces cas ne sont toutefois pas réalistes puisqu'une absence de résistance au cisaillement entre deux bancs rocheux est inconcevable. Si l'on ne considère que les cas relativement réalistes, à savoir un milieu

continu sans interface entre les piliers et le recouvrement et un milieu avec 10 stratifications dans le recouvrement et un angle de frottement de  $30^\circ$  entre les bancs, la différence n'excède pas 7%, ce qui est assez faible étant donnée la précision que l'on peut attendre d'un modèle numérique.

La contrainte horizontale, qui n'est pas représentée sur la Figure 1.11, est, quant à elle, fortement influencée par la présence d'une interface (plan de moindre résistance au cisaillement) entre les piliers et le recouvrement. D'après les résultats de Roberts *et al.* (2002), plus la résistance au cisaillement est faible le long de l'interface, plus la contrainte horizontale est faible. La contrainte horizontale maximale est obtenue lorsqu'il n'y a pas d'interface entre le pilier et le recouvrement (milieu parfaitement continu) alors qu'une contrainte horizontale proche de 0 est obtenue lorsque l'interface n'a aucune résistance puisque dans ce cas, aucune contrainte tangentielle au plan séparant le pilier du recouvrement ne peut être transmise au pilier. En outre, plus les discontinuités ont une résistance au cisaillement proche de la résistance intrinsèque de la partie continue du recouvrement, moins leur présence a d'effet sur le chargement des piliers.



**Figure 1.11** : Effet de la présence de discontinuités dans le recouvrement sur la contrainte verticale au centre d'un pilier infiniment long de 6 m de largeur par 3 m de hauteur, situé à 50 m de profondeur avec un taux de défrèvement de 0,5, d'après Roberts *et al.* (2002) (logiciel ELFEN 2D).

#### 1.2.4. L'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers

##### 1.2.4.1. Notion de facteur de sécurité

L'état de contrainte régnant à l'intérieur d'un pilier est complexe et tridimensionnel. En se limitant au cas de piliers verticaux (cas le plus courant) situés entre des chambres horizontales et en référence aux essais de laboratoire classiques, le chargement des piliers devrait être considéré comme triaxial étant données les **contraintes de confinement non négligeable en leur centre lorsqu'ils sont peu élancés. Du point de vue de l'ingénierie, cependant, une grandeur est particulièrement** importante pour dimensionner les piliers verticaux : la contrainte verticale moyenne le long de leur section horizontale notée  $\sigma_{vm}$ .

Cette grandeur est un bon indicateur du chargement des piliers verticaux dans la mesure où ils sont très peu sollicités en cisaillement, tel que cela a pu être montré analytiquement (cf. paragraphe 1.2.3.3). De plus,  $\sigma_{vm}$  **présente l'avantage d'être assez** peu sensible aux variations de caractéristiques mécaniques du recouvrement (voir Figure 1.11). Par ailleurs, son utilisation permet de ne pas avoir à considérer les concentrations de contrainte aux coins des piliers, théoriquement infinie pour un pilier rectangulaire tel que cela a pu être mis en évidence expérimentalement (Jeremic, 1985) ou **analytiquement (solution de Westergaard, 1939), mais qui dépendent en réalité de l'état d'endommagement local des piliers.**

La méthode traditionnellement utilisée pour estimer la stabilité potentielle d'un pilier consiste à comparer la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  **qu'il supporte** potentiellement, en raison du poids du recouvrement et de la géométrie de la mine, à **celle qu'il est réellement capable de supporter**  $R_p$  élastiquement en raison de sa forme et de ses propriétés mécaniques. Le rapport de ces deux grandeurs, appelé le Facteur de Sécurité ( $FS$ , Equation 1.12), doit être supérieur à 1 pour que la capacité portante du pilier ne soit théoriquement pas dépassée.

$$FS = \frac{R_p}{\sigma_{vm}} \quad (1.12)$$

La détermination de  $R_p$  **fera l'objet de la** section 1.3 de ce chapitre. Les paragraphes suivants exposent, quant à eux, les principales méthodes existantes pour estimer  $\sigma_{vm}$ .

##### 1.2.4.2. Méthodes **d'estimation** la contrainte verticale moyenne des piliers

###### Théorie de l'Aire Tributaire (TAT)

La Théorie de l'Aire Tributaire (TAT) est le modèle le plus fréquemment utilisé pour estimer la contrainte verticale moyenne agissant sur les piliers de mine verticaux. Salamon et Munro (1967) ont été les premiers à l'utiliser dans le cadre de la rétro-

analyse d'effondrements de mines de charbon en Afrique du Sud. Il s'agit d'une méthode purement statique faisant l'hypothèse que chaque pilier supporte le poids de la colonne de terrain située au-dessus de sa section et au-dessus de la moitié de l'aire séparant le pilier en question de ceux qui lui sont adjacents (Figure 1.12). L'aire totale correspondante est l'aire tributaire du pilier  $A_t$ . La contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  est alors obtenue en divisant le poids de la colonne de terrain sus-jacente à la section horizontale  $S$  du pilier :

$$\sigma_{vm} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A_t}{S} \quad (1.13)$$

où  $\rho$  correspond à la masse volumique de la roche,  $g$  à l'accélération de la pesanteur et  $H$  à la profondeur du pilier considéré.

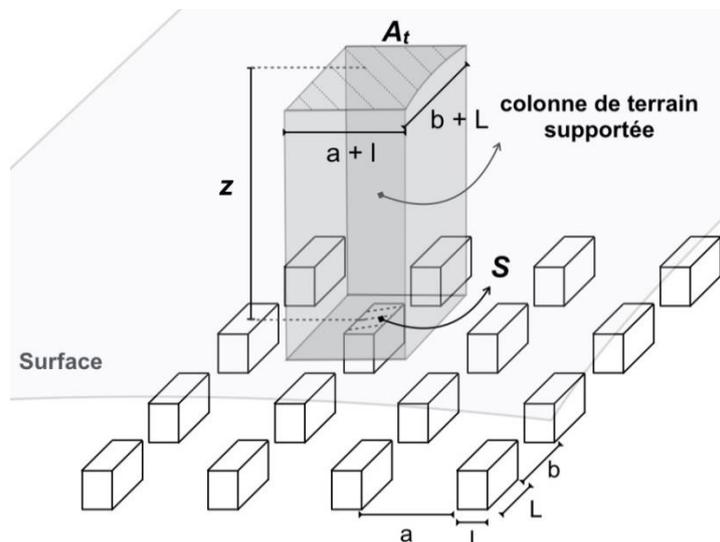
Dans le cas d'une mine très étendue et constituée de piliers aux dimensions uniformes, la contrainte verticale des piliers est plus généralement écrite en fonction de la contrainte verticale *in situ*  $\sigma_v = \rho g H$  et du taux de défrètement  $r$ .

$$\sigma_{vm} = \frac{\sigma_v}{1 - r} \quad (1.14)$$

$r$  correspond, dans le plan de la mine, à la section de minerai excavée divisée par la section totale de minerai à l'intérieur de l'aire tributaire du pilier  $(A_t - S)/A_t$ . Pour un pilier rectangulaire,  $r$  se calcule comme suit :

$$r = \frac{[(a + l)(b + L) - ab]}{[(a + l)(b + L)]} \quad (1.15)$$

où  $l$  et  $L$  sont respectivement la largeur et la longueur horizontales du pilier et  $a$  et  $b$  sont respectivement la largeur et la longueur horizontales des chambres adjacentes.



**Figure 1.12** : Schéma de principe de la théorie de l'aire tributaire tiré de Hauquin et al. (2016).

Pour un pilier infiniment long  $r$  se calcule tel que :

$$r = l/(a + l) \quad (1.16)$$

Le modèle de l'aire tributaire présente l'avantage d'être très simple d'utilisation et de pouvoir s'appliquer à des géométries de mine 3D. Cependant, il repose sur certaines hypothèses fortes de par sa nature purement statique qui ne prend pas en compte la déformabilité de la roche : 1) chaque pilier supporte le poids total de la colonne de terrain sus-jacente indépendamment des dimensions des piliers adjacents, ce qui n'est en fait possible que si tous les piliers sont identiques ; 2) le poids total du recouvrement est transféré aux piliers qui ne partagent donc aucune charge avec l'horizon non-exploité, ce qui ne peut être envisageable que si l'on s'intéresse à des piliers situés loin des limites latérales d'une mine très étendue. Dans le cas contraire, l'effet de voûte évoqué dans le Chapitre 0 induit un partage du poids du recouvrement entre la mine et ses contreforts plus rigides. Pour ces raisons, il est admis que le modèle de l'aire tributaire surestime la plupart du temps la contrainte verticale moyenne des piliers (Wagner, 1980).

*Modèle analytique de Sheorey et Singh (1974)*

Conscient des limites de la théorie de l'aire tributaire, Sheorey et Singh (1974) ont proposé une méthode analytique pour déterminer la contrainte verticale moyenne agissant sur les piliers en fonction de leurs propriétés géométriques et élastiques ainsi que de celles du recouvrement. Leur développement se limite toutefois au cas d'une mine infiniment longue (déformations planes) et dont les piliers sont uniformes. Les auteurs assimilent le recouvrement à une poutre élastique épaisse et utilisent la théorie associée pour estimer, en fonction des caractéristiques des différentes couches qui le composent, la déflexion (déplacement vertical)  $j$  du recouvrement en tout point de la mine. L'équation différentielle obtenue est la suivante :

$$D \frac{d^4 j}{dx^4} - \frac{(2 + \nu)}{10(1 - \nu^2)} \frac{d^2}{dx^2} (q - k_p j) = q - k_p j \quad (1.17)$$

où  $\nu$  le coefficient de Poisson du recouvrement,  $q$  la contrainte verticale *in situ*,  $D$  la rigidité en flexion du recouvrement déduite de la théorie des poutres épaisses. Si le recouvrement est constitué d'une seule couche d'épaisseur  $h$ ,  $D$  se calcule de la manière suivante :

$$D = \frac{E_t h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (1.18)$$

où  $E_t$  est le module de Young moyen du recouvrement.

$k_p$  est la raideur verticale moyenne de tous les piliers et se calcule à partir du taux de défrètement  $r$ , de leur hauteur  $l$  et de leur module de Young  $E_p$  :

$$k_p = r \frac{E_p}{t} \quad (1.19)$$

Une méthode permettant d'homogénéiser les caractéristiques du recouvrement dans le cas où il serait composé de plusieurs couches de différentes rigidités est détaillée par Sheorey et Singh (1974).

La résolution de l'Equation (1.17) donne une solution de la forme :

$$j(x) = \frac{q}{k_p} + C1 \exp(A.x) + C2 \exp(-A.x) + C3 \exp(B.x) + C4 \exp(-B.x) \quad (1.20)$$

où  $A$  et  $B$  sont des fonctions (détaillées en Annexe 1) des variables de départ ( $q$ ,  $k_p$  et  $\nu$ ) et où  $C1$ ,  $C2$ ,  $C3$ , et  $C4$  sont des constantes qui dépendent des conditions aux limites fixées. Elles peuvent, par exemple, correspondre à des mesures de déplacement (convergence) réalisées *in situ*. **Lorsqu'aucune mesure n'est disponible, deux types de conditions aux limites classiques peuvent être considérés :**

- les déplacements verticaux aux limites du recouvrement ainsi que leurs dérivées sont nuls :  $j(0) = 0$ ,  $\delta j(0)/\delta x = 0$ ,  $j(x_{max}) = 0$  et  $\delta j(x_{max})/\delta x = 0$ , ce qui correspondrait au cas d'une poutre encastree à ses extrémités.
- les déplacements verticaux aux limites du recouvrement ainsi que leurs dérivées secondes sont nuls :  $j(0) = 0$ ,  $\delta^2 j(0)/\delta x^2 = 0$ ,  $j(x_{max}) = 0$  et  $\delta^2 j(x_{max})/\delta x^2 = 0$ , ce qui correspondrait au cas d'une poutre reposant à ses extrémités sur deux appuis simples (rotules).

Ces deux types de conditions ne représentent toutefois pas la réalité dans la mesure où elles imposent que les piliers les plus externes ne soient pas chargés (puisque le chargement est proportionnel à  $j$ ), ce qui est faux. Cependant, plus la mine considérée est large, ou plus les limites sont loin des piliers étudiés, plus la solution est insensible aux conditions aux limites.

Connaissant la déflexion  $j$  de la poutre représentant le recouvrement en tout point de la mine, la contrainte verticale moyenne des piliers s'obtient de la manière suivante :

$$\sigma_{vp} = \frac{j_p \cdot k_p}{r} \quad (1.21)$$

où  $j_p$  est la déflexion moyenne au droit de la section du pilier.

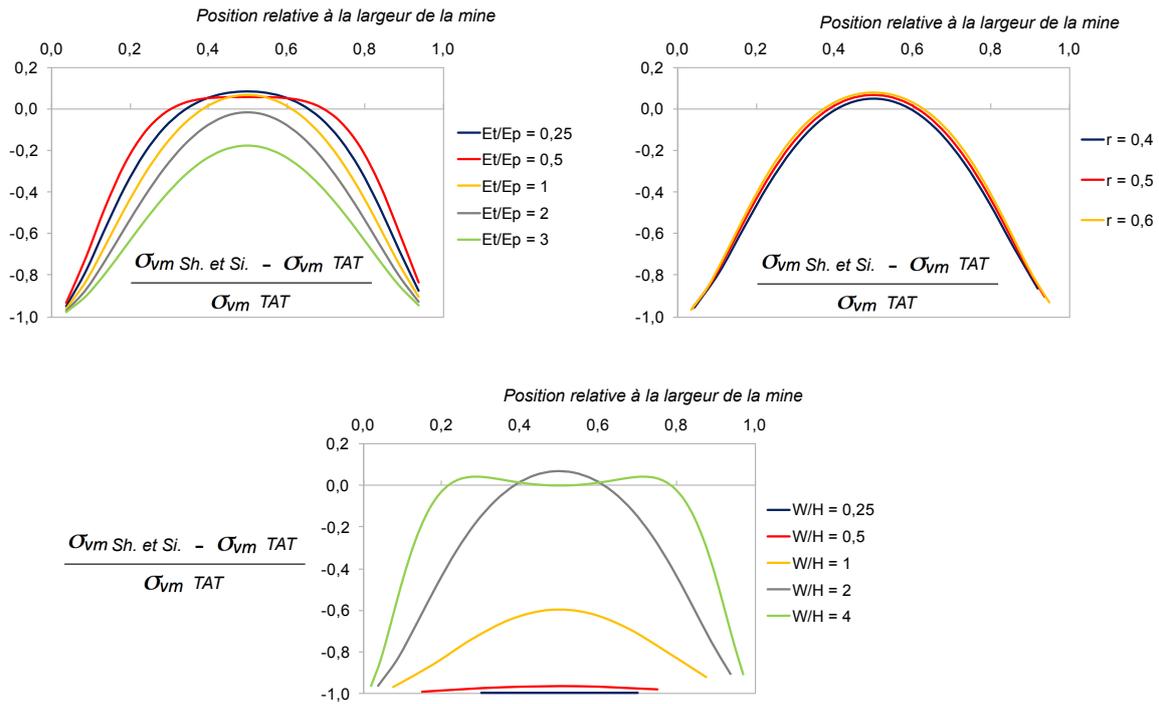
Les Figures 1.13 et 1.14 représentent les résultats d'une étude de sensibilité qui compare les contraintes verticales moyennes issues de la méthode de Sheorey et Singh à celles issues de la théorie de l'aire tributaire (TAT) avec les deux types de conditions aux limites précitées, pour différents rapports *largeur/profondeur* de mine  $W/H$ , différents taux de défrètement  $r$  et différents rapports de module de Young entre le recouvrement

(toit) et la couche exploitée (piliers)  $E_t/E_p$ . Le modèle de référence servant de base à la comparaison est caractérisé par  $r = 0,5$ ,  $H = 200 \text{ m}$ ,  $q = 4,9 \text{ MPa}$ ,  $W/H = 2$ ,  $E_p = 40 \text{ GPa}$ ,  $E_t/E_p = 1$  et des chambres de  $10 \text{ m}$  de largeur.

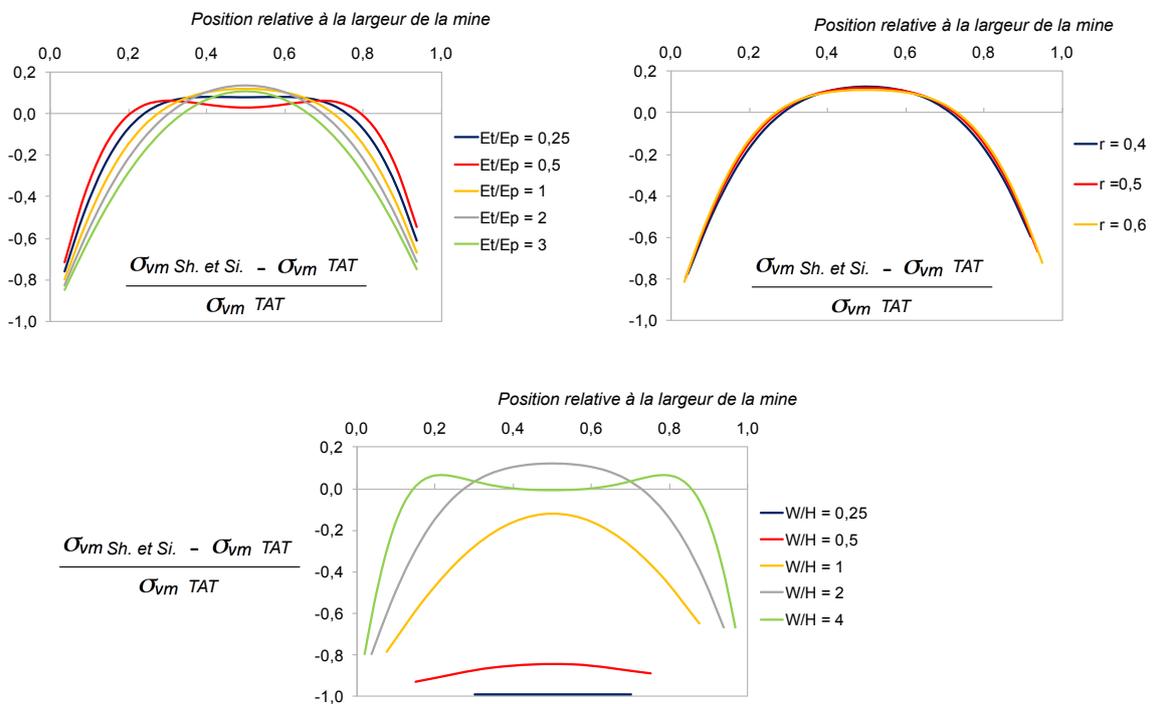
On remarque **tout d'abord que les résultats sont relativement insensibles à  $r$  mais qu'ils sont, en revanche, très sensibles à  $W/H$  et  $E_t/E_p$** . Plus le recouvrement est raide, **c'est à dire plus  $E_t/E_p$  est grand et plus  $W/H$  est faible**, plus la méthode de Sheorey et Singh sous-estime la contrainte par rapport à la TAT **puisque une plus grande partie du poids du recouvrement est transférée hors de la mine**. Pour  $W/H = 0,25$ , elle sous-estime de 100% la contrainte déduite de la TAT, ce qui signifie que les piliers ne sont pas chargés. Ce résultat qui paraît intuitivement faux est dû au fait que le recouvrement ne peut pas être considéré comme une poutre (même épaisse) lorsque  $W/H$  est trop **faible**. **L'approche de Sheorey, qui se base sur la théorie des poutres épaisses, n'est donc pas valable dans ces conditions.**

**L'écart entre les résultats obtenus pour les différentes valeurs des paramètres  $E_t/E_p$  et  $W/H$  est moins marqué dans le cas des conditions aux limites de type rotule (Figure 1.14) que dans celui des conditions de type encastrement (Figure 1.13)**. De plus, un plus grand nombre de piliers subissent approximativement la même contrainte au centre de la mine. Les conditions aux limites de type rotule ont donc un effet moins marqué sur les résultats que les conditions aux limites de type encastrement.

Globalement, les résultats de la méthode de Sheorey et Singh et de la TAT convergent, indépendamment des conditions aux limites choisies, pour des mines larges **en rapport à leur hauteur et lorsque l'on s'intéresse aux piliers situés au centre de la mine, ce qui est conforme aux conditions d'applicabilité de la TAT**. Pour les piliers externes, en revanche, la différence entre les deux méthodes est extrêmement importante et dépend fortement des conditions aux limites auxquelles il est difficile **d'attribuer un sens physique**. **La méthode de Sheorey et Singh est donc difficilement applicable en pratique, d'autant plus qu'elle se limite aux piliers 2D infiniment longs par rapport à leur largeur.**



**Figure 1.13** : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Equations 1.17 à 1.21), en considérant des conditions d'appuis encastrés, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Equations 1.14 à 1.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques.



**Figure 1.14** : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Equations 1.17 à 1.21), en considérant des conditions d'appuis de type rotule, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Equations 1.14 à 1.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques.

Modèle numérique de Roberts et al. (2002)

Roberts *et al.* (2002) se sont basés sur une approche numérique pour étudier **l'aptitude** de la *TAT* à déterminer la contrainte verticale moyenne des piliers de mine. Ils se sont placés dans des conditions idéalisées où les piliers sont de dimensions uniformes et où le massif rocheux les contenant est parfaitement élastique, continu et isotrope. Ils ont comparé les contraintes calculées à partir de la *TAT* à celles obtenues par modélisations en *éléments finis* et en *éléments frontières* en 2D et en 3D, pour des piliers élastiques 2D infiniment longs (piliers "côtes") et ponctuels (piliers carrés ou rectangulaires).

Les auteurs montrent que la proportion  $p$  de la contrainte issue de la *TAT* réellement supportée par le pilier central de la mine peut être exprimée comme une **fonction de la géométrie de la mine et du module d'Young du recouvrement  $E$**  (sachant qu'un module constant de 4 GPa a été fixé pour les piliers). Les auteurs proposent l'équation suivante :

$$p = 0,99 \left( 1 - r^{(2,2+1,4W/H)} \right) \frac{0,667}{(1+W/H)^{+0,0067(E(GPa)-1,5)}} \quad (1.22)$$

**Il faut noter que l'effet de  $E$  est négligeable** en comparaison des autres facteurs. La proportion  $p$  est donc, en milieu continu, principalement une fonction de la géométrie de la mine. Cela suggère que la non prise en compte des caractéristiques mécaniques dans la méthode *TAT* semble être une simplification acceptable dans la mesure où elle **n'a pas un effet extrêmement marqué sur les résultats obtenus.**

**Par ailleurs, l'application de l'Equation (22) (résultats dans la Figure 1.16) montre** que pour des mines de géométrie typique ( $r < 0,75$  et  $W/H > 1,25$ ) les contraintes verticales moyennes obtenues numériquement se situent entre 85% et 100% de celles calculées à partir de la *TAT*. La *TAT* surestime donc bien les contraintes en conditions **élastiques linéaires. En outre, cette proportion est d'autant plus proche de 100% que la mine est large dans la mesure où les piliers considérés sont d'autant plus éloignés des limites latérales de la mine.**

Théorie de la voûte de contrainte (« Pressure Arch Theory », PAT, Poulsen, 2010)

Plus récemment, Poulsen (2010) a proposé une adaptation de la *TAT* permettant **d'estimer la contrainte verticale moyenne agissant sur des piliers de dimensions hétérogènes, ce qui n'était en principe pas le cas des méthodes qui viennent d'être présentées. La méthode de Poulsen est censée tenir compte de l'interaction qui se produit entre des piliers de différentes tailles quant à la répartition de la charge induite par le poids du recouvrement, mais également de la contribution de l'horizon non-exploité à soutenir une partie de ce poids.**

La méthode de Poulsen (2010) repose sur le concept de Distance de Transfert de la Charge (« Load Transfert Distance », *LTD*) introduite par Abel (1988). La *LTD* est

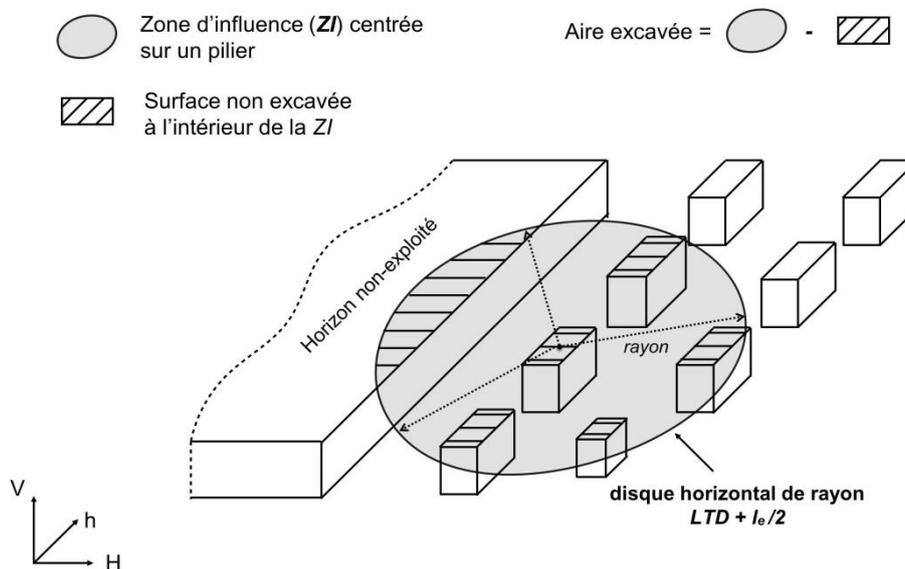
définie comme la distance maximale à laquelle une contrainte verticale peut être transmise latéralement par **effet de voûte** ou bien, en d'autres termes, **la distance d'influence d'une excavation**. Sur la base d'une compilation de 55 mesures *in situ* de contrainte réalisées dans différentes régions du monde, principalement dans des mines de charbon, Abel (1988) a montré que la *LTD* augmente principalement avec la profondeur *H* et peut s'approcher par la relation suivante :

$$LTD = -10^{-4}H^2 + 0,2701H \quad (1.23)$$

Se basant sur ce concept, Poulsen postule qu'à l'intérieur d'une mine, chaque pilier est caractérisé par une Zone d'Influence latérale (*ZI*) à l'intérieur de laquelle toute surface de roche interagit avec le pilier considéré dans le support du poids du recouvrement. La *ZI* est définie comme un disque, dans le plan de la mine, centré sur le pilier considéré avec un rayon de  $LTD + l_e/2$ , où  $l_e$  correspondant au diamètre hydraulique du pilier (*4.Aire/Circonférence*), dont l'utilisation a été suggérée par Wagner (1980). Poulsen propose alors de calculer un taux de défrètement « en champ proche »,  $r_p$ , à l'intérieur de la *ZI* de chaque pilier.

$$r_p = AE/ZI \quad (1.24)$$

où *AE* est la surface excavée à l'intérieur de la *ZI* (Figure 1.15).



**Figure 1.15** : Schéma de principe de la théorie de la « voûte de contrainte » (PAT, Poulsen, 2010) tiré de Hauquin et al. (2016).

La contrainte verticale moyenne agissant sur le pilier considéré est ensuite calculée à partir de  $r_p$  suivant la relation suivante :

$$\sigma_{vm} = \frac{\rho g H}{1 - r_p} \quad (1.25)$$

Cette équation est similaire à celle issue de la théorie de l'**aire tributaire**, la seule différence étant la manière de calculer le taux de défrètement. En revanche, la méthode **de Poulsen tient compte de l'éventuelle présence de piliers irréguliers et de l'horizon non-exploité** dans la  $ZI$  des piliers. Pour une  $ZI$  donnée centrée sur un pilier donné, une **augmentation de la section des piliers adjacents ou bien la présence de l'horizon non-exploité** induit une diminution du rapport  $1/(1-r_p)$  et donc une diminution de la contrainte verticale moyenne agissant sur le pilier considéré.

Poulsen (2010) a montré que, pour certaines géométries spécifiques en 3D, sa méthode offrait des résultats plus proches des résultats de modélisation numérique élastique que ceux de la  $TAT$ . Cependant, la  $PAT$  **n'est pas générale** dans la mesure où la  $LTD$ , utile au calcul du taux de défrètement  $r_p$ , a été calibrée dans le contexte spécifique des mines de charbon. **Sa pertinence pour d'autres types de roche n'est donc pas garantie a priori.**

Une analyse avancée des résultats issus de la méthode de Poulsen dans le cas de piliers aux dimensions irrégulières sera proposée dans le Chapitre 2. Le paragraphe suivant **compare les méthodes qui viennent d'être présentées dans le cas de piliers uniformes.**

#### 1.2.4.3. *Comparaison de l'ensemble des méthodes dans le cas de piliers aux dimensions uniformes*

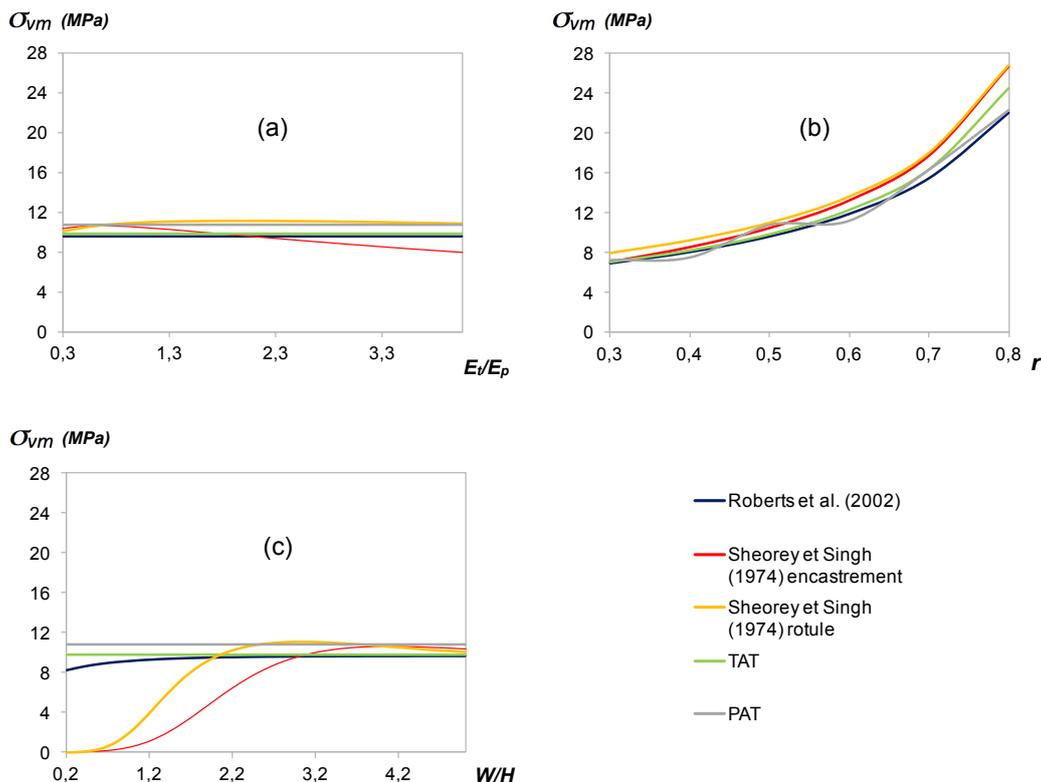
Si l'on considère les deux types de conditions aux limites classiques pour la méthode de Sheorey et Singh, il existe quatre principales méthodes d'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers ( $TAT$ , Sheorey et Singh, Roberts *et al.*,  $PAT$ ). La méthode de Sheorey et Singh et la méthode  $PAT$  sont théoriquement capables de **considérer la proximité des bords de la mine, ce qui n'est pas le cas de la  $TAT$  et de l'équation de Roberts *et al.* (2002) qui a été développée uniquement pour les piliers situés au centre des exploitations. Afin de comparer de manière claire l'ensemble de ces méthodes, il est donc préférable de ne s'intéresser qu'à la contrainte verticale des piliers centraux.**

La Figure 1.16 montre une comparaison de cette valeur obtenue avec les quatre méthodes présentées précédemment, pour des mines constituées de piliers aux dimensions uniformes et pour différentes valeurs de  $r$ ,  $E_t/E_p$  et  $W/H$ . Le modèle de référence considéré est caractérisé par  $r = 0,5$ ,  $H = 200$  m,  $q = 4,9$  MPa,  $W/H = 2$ ,  $E_p = 40$  GPa,  $E_t/E_p = 1$  et des chambres de 10 m de largeur. En admettant que les mines étudiées puissent être considérées comme des milieux continus, élastiques et isotropes, la solution de Roberts *et al.* (2002), qui se base sur des résultats de modélisation numérique, est censée être la plus représentative de la contrainte réelle des piliers. **Les trois autres méthodes doivent donc y être comparées afin d'évaluer leur pertinence. L'interprétation des résultats de la Figure 1.16 soulève quatre points principaux :**

- Toutes méthodes confondues, le rapport  $E_t/E_p$  **est le facteur qui a le moins d'effet** sur les résultats pour une profondeur (200 m) et un taux de défrètement (0,5) typiques des mines exploitées par la méthode des chambres et piliers. Cependant,

toutes les méthodes surestiment les contraintes des piliers par rapport aux résultats de Roberts *et al.* (2002) lorsque  $E_t/E_p > 2$  vraisemblablement car elles **ne prennent pas correctement en compte l'effet de voûte transférant une partie du poids de recouvrement à l'horizon non-exploité**.

- La méthode de Sheorey (quelles que soient les conditions aux limites considérées) sous-estime très significativement la contrainte de piliers situés dans des mines peu larges en comparaison de leur profondeur. A **l'inverse, elle surestime** significativement la contrainte des piliers pour des mines ayant de forts taux de défrèvement. Dans ce dernier cas, la méthode *PAT* est celle qui surestime le moins la contrainte des piliers par rapport aux résultats de Roberts *et al.* (2002).
- Pour des rapports  $W/H$  supérieurs à environ 4,5, toutes les méthodes convergent exceptée la méthode *PAT*.
- Globalement, la méthode *TAT* est la plus précise avec un écart-type par rapport à la solution de Roberts *et al.* (pour **l'ensemble des configurations testées**) d'environ **7%** contre **9%** pour la méthode *PAT*, **16%** pour la méthode de Sheorey et Singh avec des conditions aux limites de type rotule et **31%** avec des conditions aux limites de type encastrement.



**Figure 1.16** : Comparaison de la contrainte verticale moyenne du pilier central d'une exploitation obtenue par les différentes méthodes de calcul pour différentes configurations géomécaniques caractéristiques des mines exploitées par la méthode des chambres et piliers abandonnés.

## 1.3. La résistance et la rupture des piliers

### 1.3.1. La phénoménologie du comportement mécanique des piliers

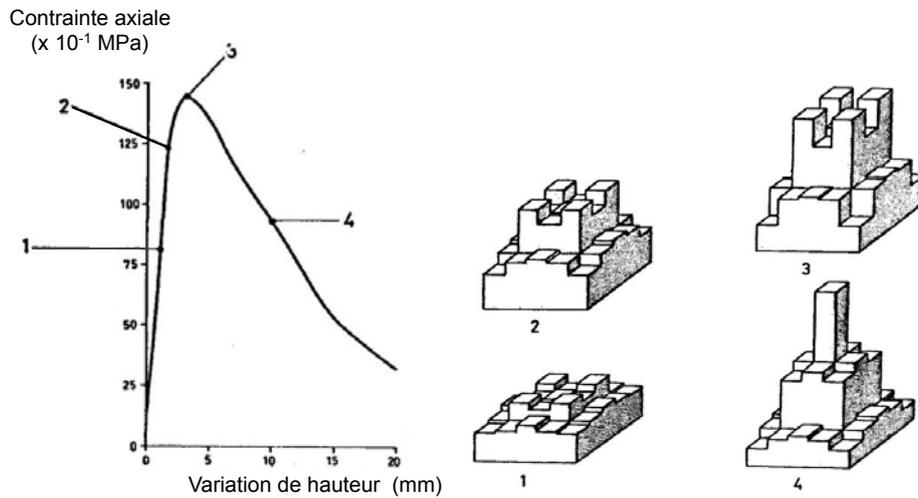
Les mines exploitées par la méthode des chambres et piliers sont généralement constituées de différentes unités de productions composées de piliers ponctuels et séparées les unes des autres par des piliers barrières (cf. section 0.2). Alors que les piliers barrières sont souvent considérés comme indestructibles (Ozby *et al.*, 1995) pour des raisons qui seront évoquées par la suite, les piliers ponctuels peuvent, quant à eux, céder et subir des instabilités. Plusieurs facteurs peuvent favoriser la rupture des piliers parmi lesquels on peut citer : **l'effet du fluage progressif de la roche (Ma *et al.*, 2012), l'effet de l'érosion par l'eau** qui induit une réduction de la résistance de la roche, le vieillissement (Grgic *et al.*, 2002), **et l'effet de l'exploitation des mines qui peut engendrer une augmentation des contraintes appliquées aux piliers, par exemple lorsque le taux de défrètement global augmente** (cf. section 2.3).

Indépendamment des facteurs responsables de la détérioration des piliers, le mécanisme général par le biais duquel elle se produit peut être étudié grâce à des essais de compression. Les travaux de Wagner (1974, 1980), qui a été un des rares auteurs à effectuer de tels essais à grande échelle sur des piliers de charbon, suggèrent que **les piliers se comportent globalement de la même manière qu'un échantillon de roche** soumis à un essai de compression uniaxiale. La courbe typique (contrainte axiale moyenne-déformation axiale) obtenue par Wagner pour des piliers de section carrée de 2 m de largeur par 1 m de hauteur (Figure 1.17) montre que les piliers subissent **d'abord** une phase de déformation pseudo-élastique durant laquelle la déformation longitudinale des piliers est proportionnelle au chargement appliqué. La courbe de chargement change **légèrement de pente à mesure que les piliers s'endommagent pour finalement s'annuler au niveau d'un pic de résistance puis devenir négative**. La capacité portante des piliers diminue alors à déformation croissante.

**Wagner montre que la détérioration progressive des piliers s'accompagne d'une redistribution interne de la contrainte axiale** (Figure 1.17). Cette détérioration **s'initie localement dans les angles, qui sont le lieu d'une forte concentration de contrainte axiale** dans le domaine élastique (cf. sous-section 1.2.3.), et se propage **vers l'intérieur des piliers**. Il est intéressant de noter que, bien que la résistance globale du pilier diminue **entre les étapes 3 et 4 de l'essai de compression reporté par Wagner, la contrainte verticale en son cœur continue d'augmenter pendant la rupture**.

Phénoménologiquement, le comportement décrit par les essais de compression se traduit par **l'apparition et l'agrandissement de fissures et de fractures à l'intérieur des piliers à mesure qu'ils s'endommagent puis cèdent**. Pritchard et Hedley (1993) ont proposé une **classification des piliers dans le contexte de la mine d'uranium d'Elliot Lake** (Ontario, Canada) exploitée par *Denison Mines*, en fonction de leur niveau d'endommagement variant de **1, pour les piliers intacts, à 6 pour les piliers rompus**. Il s'agit d'une **classification générale valable pour les piliers continus, massifs et homogènes** qui a été reprise et adaptée par Roberts *et al.* (1998) au contexte des mines

de plomb américaines exploitée par la société *Doe Run*. Les 6 stades d'endommagement sont décrits dans la Figure 1.18.



**Figure 1.17 :** Résultat d'un essai de compression sur un pilier de charbon de 2 m de largeur par 1 m de hauteur et répartition de la contrainte axiale durant le chargement, d'après Wagner (1980).

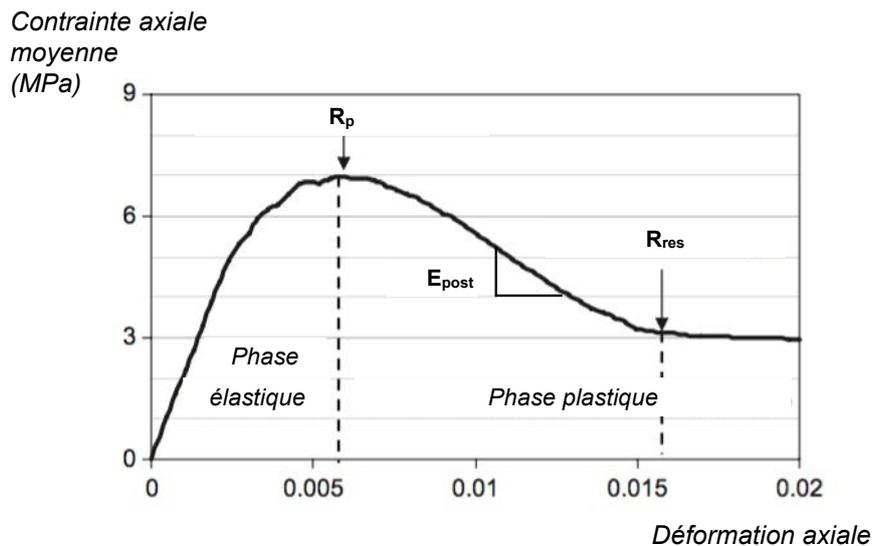
1	Pilier intact	
2	Ecaillage mineur des parois, apparition d'une facturation parallèle à la hauteur du pilier	
3	Ecaillage significatif des coins, Agrandissement des fractures qui restent de longueur inférieure à la hauteur du pilier	
4	Fractures continues et ouvertes de longueur supérieure à la hauteur du pilier, début de fracturation diagonale	
5	Fracturation diagonale développée sous forme de « sablier »	
6	Pilier rompu, faible résistance résiduelle, forme de sablier très marquée ou chute majeure de blocs.	

**Figure 1.18 :** Classification des piliers en fonction de leur niveau d'endommagement, traduit de l'Anglais au Français, tiré de Brady et Brown (2004), d'après Roberts et al. (1998).

Dans le cas d'un pilier non fracturé initialement (étape 1), l'endommagement débute dans les angles où les contraintes de compression verticales et de cisaillement sont maximales (étape 2). En raison de l'absence de confinement horizontal, et sous l'effet de contraintes tangentielles induites par la rupture des angles, des écaillures peuvent se détacher le long des parois. Les piliers prennent alors la forme typique d'un

sablier (étapes 3-5). La contrainte verticale initialement supportée par les écailles latérales s'annule et engendre une augmentation de contrainte au cœur des piliers. De plus, le cœur initialement de plus grande résistance, en raison de son confinement latéral, devient moins résistant après l'écaillage du pilier. Le concours de ces deux phénomènes conduit à la détérioration progressive du cœur pouvant éventuellement mener à la rupture complète des piliers lorsque celui-ci atteint une section critique (étape 6, Maybee, 2000). Lunder et Pakalnis (1997) interprètent les différentes phases d'endommagement en fonction de la capacité des fractures créées à résister à la sollicitation appliquée au pilier. D'après eux, le pic de résistance global des piliers, est atteint lorsque la capacité de résistance au cisaillement du réseau de fracture découpant le pilier a été pleinement mobilisée.

Les caractéristiques des piliers à la rupture sont très variables, mais elles se résument généralement, dans le repère (contrainte axiale moyenne/déformation axiale), par trois grandeurs (Figure 1.19) : leur capacité portante (pic de résistance) notée  $R_p$ , leur module post-pic  $E_{post}$  (dans le repère contrainte/déformation) qui est une approximation linéaire de la courbe de chargement dans le domaine post-pic, et leur capacité portante (résistance) résiduelle  $R_{res}$ .



**Figure 1.19** : Comportement typique d'un pilier de charbon d'après Jaiswal et Shrivastva (2009).  
Notons que la phase dite « élastique » ne l'est pas à proprement parler puisque la courbe y est non-linéaire à proximité du pic de résistance.

$R_p$  est particulièrement important du point de vue du dimensionnement des piliers puisqu'il intervient dans le calcul du facteur de sécurité (cf. paragraphe 1.2.4.1).  $E_{post}$ , quant à lui, conditionne la nature progressive ou brutale de la rupture (cf. paragraphe 1.4.2.4).

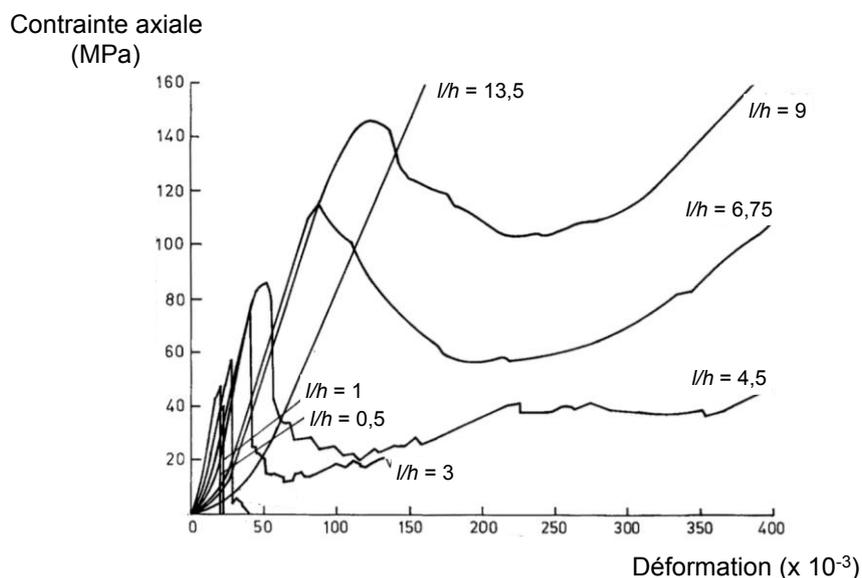
### 1.3.2. Pic de résistance et module post-pic

#### 1.3.2.1. A l'échelle d'un échantillon de roche

Puisque les piliers se comportent, phénoménologiquement, de la même manière que des échantillons de roche comprimés en laboratoire, il est intéressant de s'attarder sur les résultats d'essais de compression obtenus par certains auteurs (Maybee, 2000).

Hudson *et al.* (1972) ont étudié l'effet du rapport de forme (*largeur/hauteur* :  $l/h$ ) et du volume d'échantillons de marbre sur leur comportement à la rupture. Il ressort de leur étude que le rapport  $l/h$  des échantillons a un effet significatif sur  $R_p$  aussi bien que sur leur comportement post-rupture.  $R_p$  augmente avec  $l/h$  alors que  $E_{post}$  diminue. Plus  $l/h$  est grand (piliers « ramassés ») plus les piliers sont « ductiles ». A l'inverse, plus  $l/h$  est petit (piliers « élancés ») plus leur comportement est « fragile ».

Das (1986) a, quant à lui, étudié l'influence du rapport  $l/h$  d'échantillons de charbon. Il a effectué des essais de compression à lente vitesse de déformation afin d'obtenir les courbes de chargement les plus complètes possibles. Ces observations sont similaires à celles de Hudson *et al.* (1972) concernant l'effet du rapport  $l/h$  sur  $R_p$  et  $E_{post}$ . Il observe toutefois qu'après un long temps de compaction, que les échantillons dont  $l/h > 5$  se reconsolident après avoir franchi leur pic de résistance  $R_p$  et avoir subi une diminution de résistance et deviennent parfois plus résistants qu'initialement (Figure 1.20).



**Figure 1.20 :** Résultats d'essais de compression réalisés par Das (1986) sur des échantillons de marbre de 5,4 cm de diamètre  $l$  et de différents rapports de forme  $l/h$ .

Les résultats des essais de compression en laboratoire sont qualitativement importants pour la compréhension du comportement des piliers de mine mais ne leur sont pas quantitativement applicable car l'expérience montre que les caractéristiques mécaniques des roches dépendent du volume de matériau considéré (Brady et Brown, 2004).

### 1.3.2.2. A l'échelle d'un pilier

En 1960, la mine de charbon de Coalbrook (Afrique du Sud) subit un effondrement généralisé qui causa rapidement la mort de 437 mineurs. Cet événement constitua un choc pour la communauté minière internationale (Didier et Van Der Merwe, 2010). A la suite de l'accident, le gouvernement sud-africain exigea d'entreprendre des études permettant de justifier le dimensionnement des futurs piliers de mines dans les différents contextes d'exploitation. De nombreux travaux de recherche ont alors débuté afin de caractériser la résistance des piliers de charbon puis, dans d'autres contextes, des piliers de roche « dure ».

Les effets de trois facteurs principaux sur la résistance des piliers ont été évalués depuis lors par le biais du retour d'expérience, d'analyses statistiques et expérimentales : l'effet de forme, l'effet d'échelle et l'effet du temps.

#### Effet de forme

Salamon et Munro (1967) entreprirent l'analyse statistique d'une base de données de 119 piliers dans des zones ayant subi des effondrements dont 27 rompus et 92 intacts. Ils ont estimé la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  des 119 piliers à partir de la méthode de l'aire tributaire et ont fait l'hypothèse que leur résistance  $R_p$  pouvait s'exprimer à partir d'une relation dont la forme générale avait initialement été introduite par Greenwald *et al.* (1939) qui avaient effectué des essais de compression sur des piliers de charbon de petite taille. La forme complète et homogène de cette relation est la suivante (Salamon *et al.*, 1998) :

$$R_p = R_0 \cdot \left(\frac{l}{l_0}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{h}{h_0}\right)^\beta \quad (1.26)$$

$l$  et  $h$  correspondant respectivement à la largeur et à la hauteur du pilier considéré et  $R_0$  à la résistance en compression d'un échantillon de référence de largeur  $l_0$  et de hauteur  $h_0$ .

L'étude de Salamon et Munro a consisté à trouver les paramètres  $R_0$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  de l'équation de résistance pour lesquels le facteur de sécurité ( $FS = R_p/\sigma_{vm}$ ) attribué aux piliers rompus de la base de données maximisait la vraisemblance avec la distribution théorique souhaitée du  $FS$  à la rupture ( $h_0$  et  $l_0$  étant considérés égaux à 1 m). Les auteurs ont fait l'hypothèse d'une distribution suivant une loi normale pour laquelle le  $FS$  moyen à la rupture était de 1, conformément à ce qui est théoriquement attendu. Ils ont également cherché à minimiser l'écart-type de la loi normale afin que les  $FS$  à la rupture soient les plus proches possibles de cette valeur théorique. Les résultats de leur étude suggèrent que les valeurs optimales des paramètres de l'Equation (1.26) sont tels que 50% des piliers ayant un  $FS = 1$  sont soit stables soit instables, ce qui est théoriquement juste, et qu'un  $FS = 1,6$  doit être recherché dans le cadre d'un bon dimensionnement puisqu'il s'agit de la valeur autour de laquelle plus de 50% des cas stables sont

concentrés (sur cette base de données). Les valeurs des paramètres initialement calculées par Salamon et Munro étaient :  $R_0 = 6,88$  (MPa),  $\alpha = 0,46$  et  $\beta = -0,66$ .

Comme on a pu le montrer dans le paragraphe 1.2.4.3, **la méthode de l'aire tributaire a tendance à surestimer la contrainte moyenne sur les piliers, les paramètres de l'Equation (1.26) obtenus par Salamon et Munro surestiment donc certainement la résistance des piliers.** Cependant, les conditions dans lesquelles la TAT est censée être raisonnablement applicable ( $r < 60\%$ ,  $W/H > 1,25$ ) étaient vraisemblablement respectées (Van der Merwe, 2006). **En outre, l'équation de résistance obtenue statistiquement n'a de sens que dans les conditions géométriques et mécaniques caractéristiques de la base de données étudiée. Les paramètres de l'équation doivent être adaptés aux différents contextes miniers (profondeur, taille des piliers etc.). La formule d'origine a été modifiée par un certain nombre d'auteurs, une partie d'entre eux étant listée dans Poulsen (2010). Des modifications importantes de la formule d'origine ont notamment été effectuées par Salamon et Wagner (1985) et Galvin *et al.* (1999) afin d'obtenir une meilleure prédiction de  $R_p$  lorsque  $l/h > 5$ , situation dans laquelle l'équation de Salamon et Munro était trop pessimiste. Mais quoi qu'il en soit, la forme de l'équation d'origine est encore couramment utilisée pour dimensionner les piliers de charbon.**

En 2003(a), Van der Merwe a complété la base de données utilisée par Salamon et Munro et l'a réinterprétée suivant une méthode statistique différente provenant de l'étude de la fiabilité des structures du génie civil (Van der Merwe et Mathey, 2012) : la réduction du chevauchement entre les distributions statistiques des piliers stables et instables. Van der Merwe a obtenu une équation de résistance fonction linéaire du rapport  $l/h$  (Equation 1.27) qui offre des résultats assez différents de ceux de Salamon et Munro (1967) lorsque  $l/h$  est significativement supérieur ou inférieur à 2,5.

$$R_p(\text{MPa}) = 3,5 \cdot \frac{l}{h} \quad (1.27)$$

Les formules de Salamon et Munro et de Van der Merwe ont été spécifiquement **développées pour des piliers de section carrée, c'est pour cela que seulement deux dimensions ( $l$  et  $h$ ) sont considérées dans les équations de résistance.** Dans le cas de piliers de section non-carrée, leur longueur a également une influence sur leur résistance. Pour traiter cet aspect, Wagner (1980) a suggéré que, **puisque la rupture commence dans les angles et se propage au cœur des piliers, le rapport entre la circonférence et la section des piliers était un paramètre fondamental dans leur résistance.** En effet, plus un pilier a une grande section en comparaison de sa circonférence, plus la rupture des bords sera facilement compensée par la capacité **portante du cœur.** **Dans le cas des piliers qui n'ont pas une section horizontale carrée Wagner a alors proposé d'utiliser, dans les équations de résistance, une largeur effective  $l_e$  se calculant comme le diamètre hydraulique de la section des piliers (Equation 1.28).**

$$l_e = \frac{4 \cdot \text{Aire}}{\text{Circonférence}} \quad (1.28)$$

Pour un pilier rectangulaire,  $l_e$  correspond à la largeur qu'aurait un pilier carré de même section. L'Equation (1.28) montre que  $l_e = 2l$  lorsque la longueur  $L$  tend vers l'infini. Comme le montre l'expérience, les piliers côtes (infiniment allongés) sont donc bien plus résistants que les piliers carrés de même largeur (Brady et Brown, 2004). Ils ont, en revanche, une résistance finie qui ne peut pas dépasser une certaine valeur. Il n'y a donc pas d'intérêt à augmenter la longueur des piliers au-delà de certaines dimensions.

On distingue souvent le charbon des autres roches comme le calcaire, les conglomérats, les quartzites, les granites etc. en raison de sa plus faible résistance et de sa plus grande déformabilité élastique. Pour cette raison, les conclusions qui avaient été tirées concernant la résistance du charbon n'étaient, *a priori*, pas extrapolables à tous les types de roches. Certains auteurs se sont penchés sur l'étude de la résistance des piliers de roche « dure ». Tout comme Salamon et Munro la plupart d'entre eux ont procédé par rétro-analyse statistique, cette méthode ayant été la plus courante pour le développement de différentes équations empiriques de résistance des piliers (Gale, 1999 ; Maybee, 2000). Certains auteurs, parmi lesquels on peut citer Hedley et Grant (1972), ont mis en évidence que des relations empiriques de la même forme que celle utilisée pour les mines de charbon pouvaient être utilisées pour les piliers de roche dure mais avec des coefficients de valeurs différentes. D'autres chercheurs ont proposé des équations linéaires du rapport  $l/h$  comme (Sjoberg, 1992). Maybee (2000) a listé dans sa thèse la plupart des relations proposées pour les piliers de roche dure. Une formule plus récente a également été proposée par Roberts *et al.* (2007).

La plupart des équations de résistance proposées peuvent s'exprimer comme des fonctions du rapport de forme  $l/h$ . L'effet prépondérant de la forme des piliers sur leur résistance est dû à plusieurs causes (Brady et Brown, 2004), la plus influente d'entre elles étant certainement l'augmentation des contraintes de confinement internes aux piliers lorsque  $l/h$  augmente. Ce phénomène a été étudié par Lunder (1994) par le biais d'une approche numérique. Des résultats de modélisation par la méthode des éléments frontières en considérant un état de contrainte *in situ* lithostatique ( $\sigma_H/\sigma_V = 0,5$ ) lui ont permis de montrer que le confinement moyen  $C_{moy}$  de piliers côtes, défini comme le rapport moyen  $\sigma_3/\sigma_1$  le long de la section centrale des piliers, était une fonction de  $l/h$  telle que :

$$C_{moy} = 0,46 \left[ \log \left( \frac{l}{h} + 0,75 \right) \right]^{\frac{1,4}{(l/h)}} \quad (1.29)$$

De  $C_{moy}$ , a été déduit, sur la base de la théorie des cercles de Mohr, le coefficient de frottement interne  $k$  mobilisable, en moyenne, au centre du pilier<sup>3</sup> :

$$k = \tan \left( \cos^{-1} \left( \frac{1 - C_{moy}}{1 + C_{moy}} \right) \right) \quad (1.30)$$

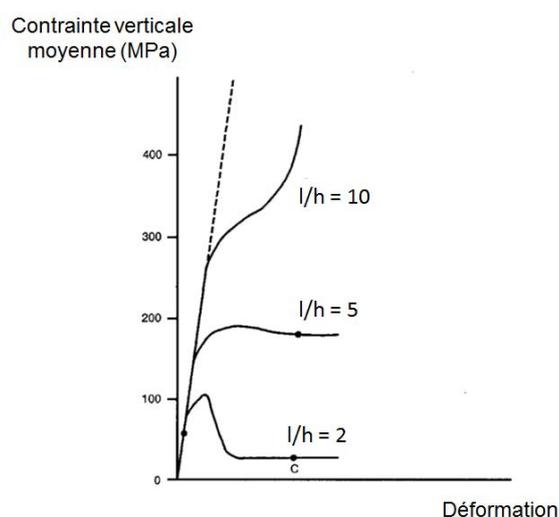
<sup>3</sup>  $k$  est le coefficient de proportionnalité moyen entre la contrainte de cisaillement maximale et la contrainte normale associée au centre du pilier. Il ne lui est pas intrinsèque : plus le pilier est élancé, plus  $k$  est élevé et moins le pilier est résistant.

Par la suite, Lunder et Pakalnis (1997) ont montré qu'une équation de la forme :

$$R_p = K \cdot R_0 \cdot (C_1 + C_2 \cdot k) \quad (1.31)$$

permettait de caractériser la résistance  $R_p$  des piliers de roche dure des bases de données fournies par certains auteurs (listés dans Maybee, 2000).  $K$  est un facteur par lequel doit être multiplié la résistance en compression simple d'un échantillon  $R_0$  afin d'obtenir la résistance d'un volume de roche représentatif du pilier ;  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes à calibrer en fonction des données (respectivement 0,68 et 0,52 dans les conditions de Lunder et Pakalnis).

L'effet favorable d'une augmentation du rapport  $l/h$  sur  $R_p$  permet de comprendre pourquoi les piliers barrières, très larges et longs en comparaison de leur hauteur, sont souvent considérés comme indestructibles et sont donc utilisés pour isoler mécaniquement différentes unités de production. Ozbay *et al.* (1995) ont schématisé sur une échelle commune la différence notable de comportement qu'il peut y avoir entre un pilier ponctuel ( $l/h = 2$ ), un pilier de moyenne largeur ( $l/h = 5$ ) et un pilier barrière ( $l/h = 10$ ) dans le contexte spécifique des mines de « roche dure » d'Afrique du Sud :

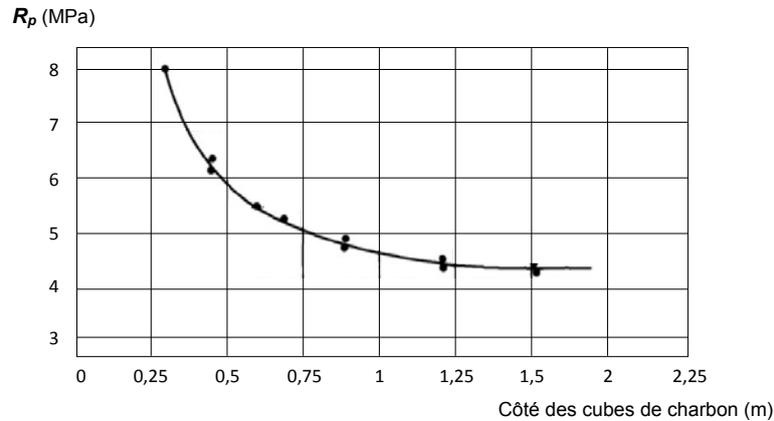


**Figure 1.21** : Illustration du comportement des piliers typiques des mines de « roche dure » sud-africaines en fonction de leur rapport de forme  $l/h$ , d'après Ozbay *et al.* (1995).

### Effet d'échelle

Parallèlement à Salamon et Munro, Bieniawski (1968) a travaillé, pour sa part, sur la caractérisation de l'effet d'échelle sur la résistance des piliers de charbon par une approche expérimentale. Une étude préliminaire lui a permis de constater que le charbon se détériorait rapidement après avoir été extrait d'une mine en raison des variations de température et d'humidité. Bieniawski a donc constitué *in situ* des piliers de charbon cubiques ( $l/h = 1$ ) de dimensions variant entre 0,3 et 1,5 m de côté, lesquels ont été soumis à des essais de compression uniaxiale. Ses résultats montrent que la capacité portante  $R_p$  des piliers diminue à mesure que leur volume augmente. En revanche,  $R_p$

semble atteindre une valeur asymptotique lorsque les cubes de charbon dépassent 1,5 m de côté (Figure 1.22). Au-delà de ces dimensions, seul le rapport  $l/h$  intervient.



**Figure 1.22 :** Résistance des cubes de charbon testés par Bieniawski (1968) en fonction de leurs dimensions.

Il y a une contradiction entre les résultats de Salamon et Munro et de Bieniawski puisque l'application de l'équation de Salamon et Munro montre que dans le cas de piliers cubiques (rapport  $l/h$  constant = 1), l'augmentation de la taille des piliers au-delà de 1,5 m de côté entraîne une diminution de leur résistance. Ceci vient du fait que  $h$  et  $l$  sont élevés à des puissances différentes dans l'équation de résistance initiale (Equation 1.26) qui prenait donc en compte l'effet d'échelle d'une certaine manière. Sur la base de résultats expérimentaux, Bieniawski montre qu'une équation linéaire de  $l/h$  décrit correctement la résistance des piliers de plus de 1,5 m de côté et de rapport  $l/h \geq 1$  :

$$R_p(\text{MPa}) = 2,76 + 1,52 \frac{l}{h} \quad (1.32)$$

La formulation linéaire de Bieniawski permet d'avoir une valeur minimale de résistance des piliers (ordonnée à l'origine) conforme à ce qui est observé expérimentalement. Pour des piliers dont les dimensions ne respectent pas les critères évoqués ci-dessus, Bieniawski (1968) a suggéré que l'équation de Salamon et Munro était applicable.

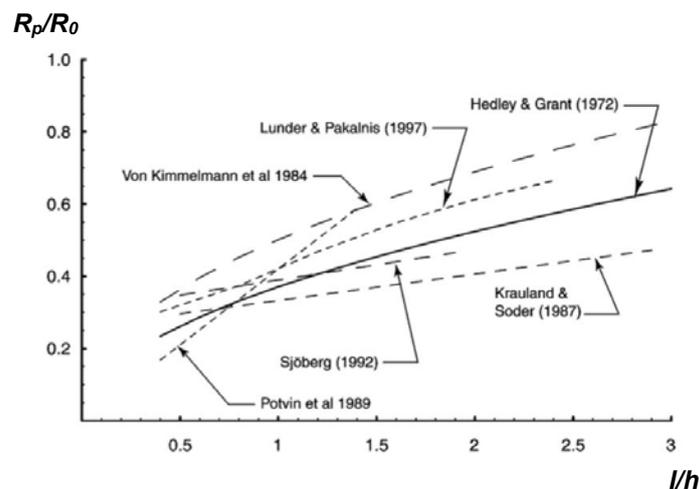
Il existe un certain nombre d'autres équations de résistance des piliers qui n'ont de sens que dans les contextes géologiques spécifiques dans lesquels elles ont été développées (Fahimifar *et al.*, 2015). Mais il ressort, communément à toutes les études qui ont été menées à ce sujet, que la résistance des piliers est principalement une fonction de trois facteurs :

- la résistance en compression simple d'un volume représentatif de roche,
- le volume des piliers,
- la forme des piliers.

### Graphiques de stabilité

En 1981, Mathews *et al.* ont introduit la méthode des *graphiques de stabilité* dans le but d'optimiser le dimensionnement des immenses chambres créées lors d'exploitations minières par soutirage (cf. section 0.2.). Cette méthode consistait initialement à représenter graphiquement une caractéristique des dimensions d'une chambre (comme par exemple son diamètre hydraulique) en fonction d'un indice de qualité de ses parois, déterminé empiriquement. **Le retour d'expériences permet alors de connaître la limite graphique entre des configurations mécaniquement stables et instables.**

L'application des graphiques de stabilité a ensuite été étendue aux mines exploitées par la méthode des chambres et piliers afin de constituer un support graphique aux équations de résistance des piliers. L'axe des ordonnées représente un indice de leur chargement (Potvin *et al.*, 1989), calculé comme la contrainte axiale moyenne (estimée à partir de l'aire tributaire) normalisée par la résistance en compression simple d'un échantillon de roche intact  $R_0$ . L'axe des abscisses représente le rapport  $l/h$  des piliers. Chaque pilier est reporté sur le graphique avec un indicateur de son état de stabilité, généralement « stable », « instable » (partiellement détruit) ou « détruit » (rompu). **L'équation de résistance des piliers doit alors, lorsqu'on la représente dans le repère du graphique, séparer au mieux les piliers « stables » des piliers « instables » ou « détruits » (en fonction du  $FS$  souhaité). Le choix de l'état de stabilité dans lequel sont classés les piliers dépend de l'appréciation de l'expert qui effectue le classement.** Le positionnement des points sur les graphiques de stabilité comprend donc un certain degré de subjectivité qui rend l'interprétation délicate. Pour autant, cette représentation est devenue très courante (Maybee, 2000). Elle permet, en raison de la normalisation de la résistance sur l'axe des ordonnées, de comparer les équations de résistance proposées par différents auteurs dans des contextes géologiques variés (Figure 1.23).

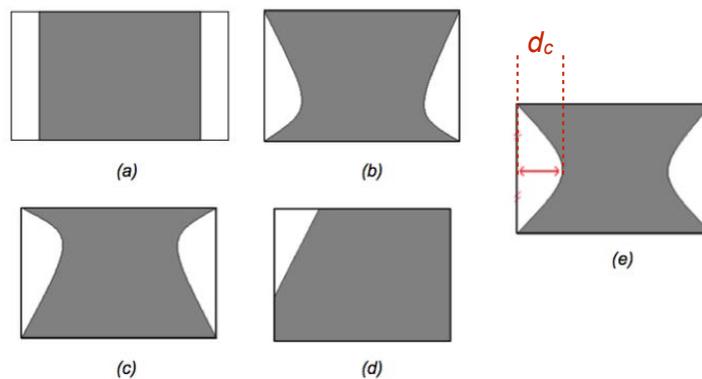


**Figure 1.23 :** Equations de résistance des piliers d'après différents auteurs, représentées sur un graphique de stabilité. Chaque courbe représente un  $FS = 1$ . Le domaine au-dessus des courbes correspond aux piliers « instables » alors que le domaine en-dessous des courbes correspond aux piliers « stables ».

### Effet du temps

Dans le cas des mines de charbon, la méthode de dimensionnement des piliers initialement proposée par Salamon et Munro dans les années 60 s'est avérée satisfaisante depuis lors dans beaucoup d'exploitations (Salamon *et al.*, 1998 ; Salamon et Wagner, 1985). En revanche, il subsiste des cas de piliers pour lesquels des  $FS$  très élevés sont attribués et qui subissent tout de même des effondrements inexplicables. La grande variabilité de propriétés mécaniques des roches et le comportement complexe des recouvrements miniers peuvent plausiblement expliquer ce phénomène. Ces explications ne semblent toutefois pas parfaitement convaincantes au vu des résultats de certaines études (Mark et Barton, 1996 ; Salamon *et al.*, 1996) qui suggèrent que les piliers (de charbon) sont relativement proches en termes de résistance d'une région à l'autre et dans des conditions très variées. Salamon *et al.* (1998) ont alors émis l'hypothèse qu'une certaine partie des événements de rupture inexplicables pouvaient être due au fait que l'effet de temps qui a tendance à détériorer la résistance des piliers n'avait pas été considéré lors de la détermination des équations de résistance.

Sur la base d'observations qui avaient été faites par Van der Merwe (1993), ils ont considéré que cette détérioration pouvait s'exprimer en terme de profondeur d'écaillage des piliers  $d_c$  (Figure 1.24), l'endommagement progressif des parois des piliers par détachement d'écaillages latéraux étant un phénomène très courant (Figure 1.18).



**Figure 1.24 :** Illustration des cinq types d'écaillage des piliers observés par Van der Merwe (2003b) dans les mines de charbon sud-africaines.

L'écaillage conduit à une réduction de la section portante des piliers. Les  $FS$  « apparents » que l'on peut calculer en considérant la largeur (section) initiale des piliers sont supérieurs au  $FS$  « réels » qui tiennent compte de l'écaillage. En effet, une surestimation de  $l$  conduit à une surestimation du rapport  $l/h$  et donc de la résistance des piliers mais elle conduit aussi à une sous-estimation de la contrainte appliquée au pilier puisque le taux de défruitement réel est supérieur à celui qui a été calculé sans prendre en compte l'écaillage. Salamon *et al.* (1998) proposent alors de modifier les expressions  $R_p$  et de  $\sigma_{vm}(MPa)$  (Equations 1.33 et 1.34) en considérant que  $l$  et la largeur des chambres  $c$  sont des fonctions du temps :

$$R_p(t) = K.l(t)^{0,46}.h^{-0,66} \quad (1.33)$$

$$\sigma_{vm}(t) = \rho g H. \left( \frac{c(t)}{l(t)} \right)^2 / 1000000 \quad (1.34)$$

En faisant l'hypothèse que l'écaillage se produit uniformément sur chacune des faces d'un pilier (cas e) de la Figure 1.24),  $l(t)$  et  $c(t)$  doivent être calculés à partir de la largeur initiale (intacte) des piliers  $l_i$  et des chambres  $c_i$  tels que :

$$l(t) = l_i - 2d_c(t) \quad (1.35)$$

$$c(t) = c_i + 2d_c(t) \quad (1.36)$$

Les auteurs proposent d'estimer  $d_c$  à partir d'un taux d'écaillage  $r_c$ , défini comme l'augmentation annuelle moyenne de la profondeur d'écaillage en fonction de l'âge des piliers.

Dans les bases de données des piliers de charbon sud-africains, Van der Merwe (2003b) a observé que le  $FS$  minimal attribué aux piliers instables était de 0,4. Faisant l'hypothèse que les ruptures de piliers se font la plupart du temps un certain nombre d'années après le début de l'exploitation d'une mine, il a suggéré que les facteurs de sécurité réels à la rupture devaient toujours être d'environ 0,4 mais que les facteurs de sécurité apparents, tels qu'ils sont traditionnellement calculés, étaient surestimés en raison de la non prise en compte du phénomène d'écaillage. Il a donc calculé la profondeur d'écaillage  $d_c$  nécessaire pour que les piliers instables de la base de données dont le  $FS$  apparent était  $> 0,4$  aient un  $FS$  réel de 0,4 et en a déduit, connaissant l'âge des piliers, leur taux d'écaillage annuel  $r_c$ . Dans le contexte spécifique de l'étude de Van der Merwe,  $r_c$  s'approxime comme une fonction puissance du temps  $t$  (années), telle que :

$$r_c = 0,44. t^{-0,77} \quad (1.37)$$

D'après l'Equation (1.37) le taux d'écaillage annuel diminue avec le temps, ce qui signifie que l'endommagement est plus rapide en début qu'en fin de vie du pilier. Si l'on considère une configuration typique des mines de charbon peu profondes telle que  $l_i = 7$  m,  $c_i = 6$  m (soit un taux de défruitement local de 0,45),  $h = 4$  m à 100 m de profondeur, alors  $FS = 2$  avant l'écaillage du pilier. L'application des Equations (1.33) à (1.37) suggère que  $FS = 1$  (rupture théorique des piliers) soit atteint pour une profondeur d'écaillage  $d_c$  d'environ 50 cm, soit 30 années après le creusement des chambres. Cette durée est du même ordre de grandeur que celle reportée par Cui *et al.* (2014) dans le cas des mines de charbon chinoises, ce qui suggère que l'approche proposée est cohérente. Elle n'est toutefois pas généralisable à tous les contextes miniers et ne prend en compte qu'une partie des phénomènes responsables de l'endommagement des piliers dans le temps. Ce modèle n'est donc pour l'instant quasiment pas utilisé pour le dimensionnement des piliers. Il est cependant important de garder à l'esprit l'influence du processus qu'il décrit (Van der Merwe, 2012).

### 1.3.2.3. *Approche numérique*

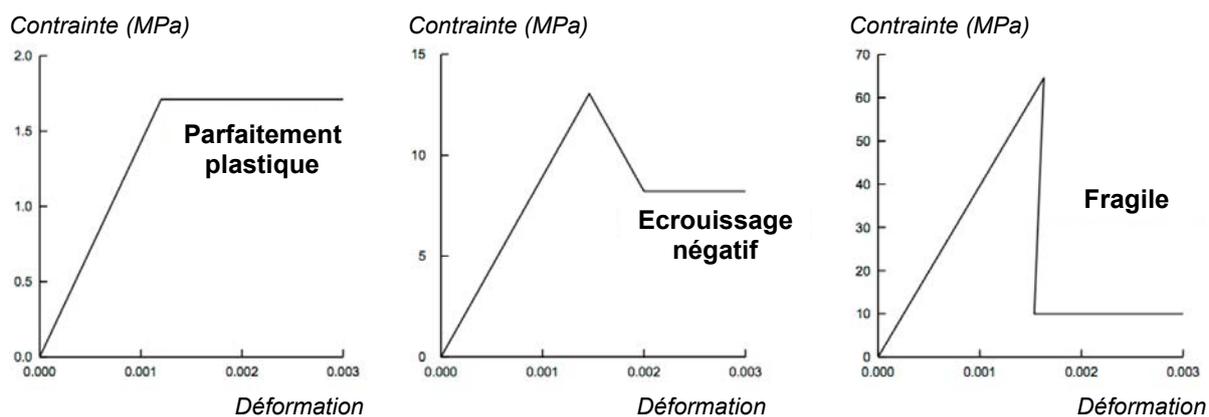
La diminution globale de la résistance en compression des piliers dépend du **comportement local de la roche (fissuration, fracturation) mais la résistance locale d'un volume élémentaire de roche est différente de la résistance globale du pilier constitué de cette roche. L'interaction** entre les caractéristiques mécaniques locales (déterminées en laboratoire et à partir de méthodes **de classification géomécaniques**) et **globales s'étudie** généralement grâce à des méthodes de modélisation, parfois analytiques, mais le plus souvent numériques.

**En raison de l'apparition de discontinuités dans les piliers à mesure qu'ils s'endommagent, les piliers devraient, en toute rigueur, être modélisés comme des milieux discontinus.** Pour autant, ils sont souvent modélisés comme des milieux continus avec des modèles de comportement, traduisant la relation entre contraintes et **déformations à l'échelle d'un volume élémentaire de roche, qui permettent d'obtenir des** comportements en termes de contraintes et déformations globales des piliers (raccourcissement et réduction de capacité portante) semblables à ceux qui sont réellement observés.

#### Modèles de comportement

Lorsque l'on peut négliger l'effet de la température ou des processus d'altération chimiques se produisant dans les roches, les modèles couramment utilisés pour décrire leur comportement post-pic font partie de la catégorie des modèles élasto-plastiques. Trois grands types de modèles élasto-plastiques (**d'après Hoek, 2016**) sont généralement considérés en fonction de la « qualité » de la roche étudiée (Figure 1.25) telle que déterminée à partir des méthodes de classification géomécaniques (RMR, Bieniawski, 1976, Tunelling Quality Index Q, Barton, 1974 ou Geological Strength Index, GSI, Hoek, 1994) :

- Les modèles parfaitement plastiques pour les roches de « mauvaise qualité ». **La limite d'élasticité de la roche se situe à un faible niveau de contrainte et la roche se déforme plastiquement à contrainte constante une fois cette limite atteinte.**
- Les modèles à écrouissage négatif (radoucissants) pour les roches de « qualité moyenne ». **La limite d'élasticité est supérieure à celle des roches de mauvaise qualité mais la résistance de la roche chute une fois cette limite dépassée. La déformation plastique s'effectue à contrainte décroissante jusqu'à ce qu'une éventuelle résistance résiduelle soit atteinte auquel cas la déformation se poursuit à contrainte constante.**
- Les modèles fragiles pour les roches de « bonne qualité ». **Leur limite d'élasticité se situe à un fort niveau de contrainte mais la résistance décroît (voire s'annule) très brutalement une fois la limite d'élasticité atteinte.**



**Figure 1.25 :** Illustration des trois grands types de comportement observés pour les roches en fonction de leur « qualité » géomécanique d'après Hoek (2016).

Les méthodes de classification se basent sur l'observation de certaines caractéristiques des blocs de roche et des discontinuités qui composent un massif rocheux afin d'estimer les caractéristiques mécaniques qu'aurait un massif continu au comportement équivalent. Tant que le volume du pilier englobe un nombre suffisamment important de discontinuités (Hoek et Brown, 1997) de sorte qu'il soit représentatif du massif rocheux dans sa globalité, les méthodes de classification des massifs rocheux peuvent s'appliquer pour estimer la résistance de la roche constituant un pilier (Hoek, 2016) compte tenu de son état d'altération et des discontinuités présentes naturellement avant que le pilier ne s'endommage. Si un faible nombre de discontinuités orientées de manière défavorable découpent le pilier, son comportement sera alors fortement dépendant de la résistance au cisaillement des discontinuités mais quasiment plus des caractéristiques de la roche intacte, le pilier dans sa globalité ne peut alors pas être assimilé à un milieu continu équivalent.

Deux lois de comportement, pouvant considérer des comportements parfaitement plastiques, radoucissant ou fragiles, sont traditionnellement utilisées pour modéliser les piliers à partir de paramètres déterminés à l'aide des méthodes de classification géomécanique :

- Le modèle de Mohr-Coulomb
- Le modèle de Hoek et Brown (1980)

Elles sont toutes deux définies par un critère de rupture et une loi d'écoulement plastique dont le formalisme mathématique est décrit en Annexe 2.

Un certain nombre d'études menées depuis le milieu des années 90 (voir notamment Duncan Fama *et al.*, 1995) suggère que les modèles de comportement élasto-plastiques permettent de modéliser adéquatement le comportement des piliers de mines.

### Résultats de modélisation numérique issus de la littérature

Martin et Maybee (2000) ont fait partie des premiers auteurs à avoir utilisé la modélisation numérique pour estimer la résistance des piliers de roche dure (de bonne qualité géomécanique). Ils ont modélisé par la méthode des éléments finis, des essais de compression sur des piliers 2D infiniment longs. Les résistances obtenues pour différents rapports  $l/h$  ont été comparés aux équations de résistance empiriques existantes par le biais des **graphiques de stabilité**. **Ils ont tout d'abord utilisé un critère de rupture de Hoek et Brown (Annexe 2) avec des paramètres de résistance initiaux déterminés à l'aide du  $GS$  et une diminution immédiate de la résistance une fois la limite d'élasticité atteinte** (comportement fragile pour roche de bonne qualité). Cette méthode a engendré des courbes de résistance correspondant à un facteur de sécurité de 1 assez éloignées de celles des équations empiriques existantes. Martin (1997) avait auparavant montré que le processus de détérioration des échantillons de roche par écaillage, menant à leur **rupture globale, pouvait s'exprimer mécaniquement comme une perte de cohésion de la roche** sans que le frottement ne soit mobilisé (avant la phase post-pic). Etendant cela à **l'échelle des piliers, Martin et Maybee ont suggéré de modifier les paramètres de Hoek et Brown** utilisés pour la modélisation numérique de manière à considérer que le terme caractéristique du frottement soit nul et que seule la cohésion intervienne dans le critère de rupture. Ont ainsi été définis les paramètres « fragiles » de Hoek et Brown  $m_b = 0$  et  $s = 0,11$  (cf. Annexe 2). Avec ces paramètres, les courbes de résistance obtenues numériquement se sont avérées être relativement bien ajustées avec celles des équations empiriques pour des rapports  $l/h < 1,5$ . Un  $FS = 1,4$  permet de séparer les piliers « stables » **des piliers partiellement rompus alors qu'un  $FS = 1$  permet de séparer les piliers partiellement rompus des piliers totalement rompus**. Pour des valeurs  $l/h > 1,5$ , les résultats numériques surestiment la résistance des piliers, le modèle de comportement choisi, avec des paramètres de résistance fragiles tels que définis ci-dessus, **n'est donc pas adéquat car le frottement interne n'est plus négligeable** (cf. Equations 1.29-1.30).

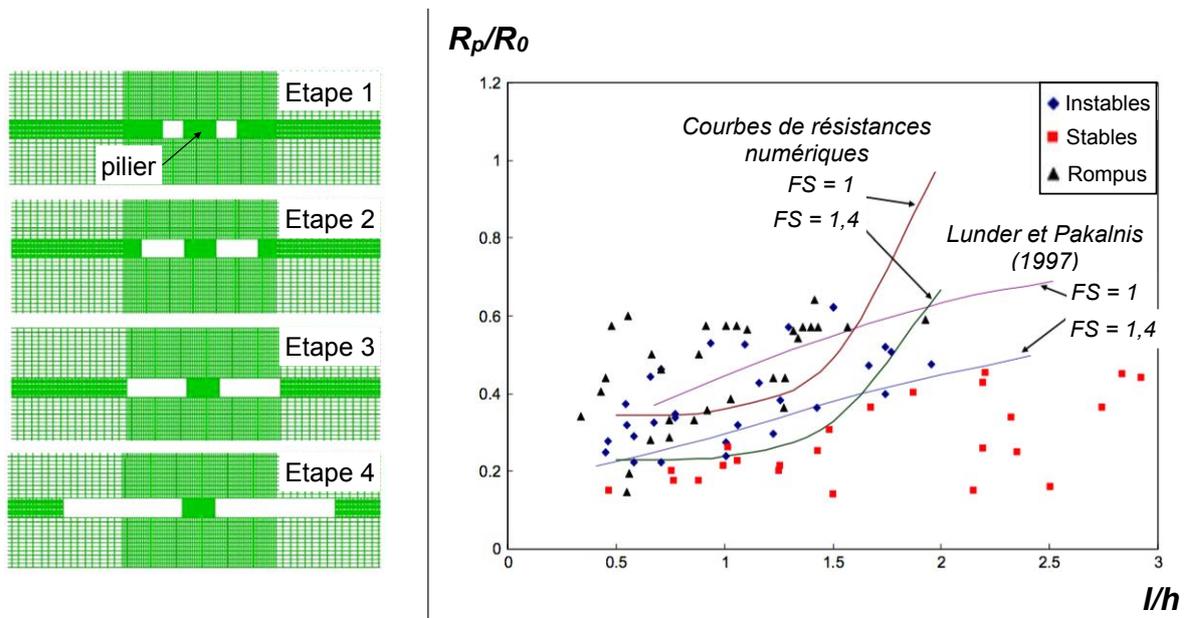
Murali Mohan *et al.* (2001) ont modélisé numériquement la résistance des piliers de charbon. Ils ont, pour leur part, exploité la méthode des éléments finis avec un modèle de comportement de Mohr-Coulomb à écrouissage négatif (caractéristique des **roches de qualité moyennes**). **Les propriétés de résistance d'un critère de rupture non-linéaire de Sheorey (1997) ont d'abord été déterminées à partir d'un indice de classification  $RMR$  (Bieniawski, 1976), puis des caractéristiques de Mohr-Coulomb équivalentes ont été calculées**. Les résistances obtenues numériquement pour des piliers de différents rapports  $l/h$  se sont avérées être cohérentes par rapport aux résistances déterminées empiriquement à partir des bases de données de piliers rompus dans les **mines de charbon indiennes**. **Les auteurs de l'étude ont conclu que la modélisation numérique avec un modèle de comportement prenant en compte l'écrouissage négatif était un bon moyen, lorsque les caractéristiques mécaniques sont correctement déterminées, d'évaluer la résistance des piliers de charbon**.

Plus récemment, Jaiswal et Shrivastva (2009) et Mortazavi *et al.* (2009) ont respectivement modélisé le comportement de piliers de charbon et de roche dure avec

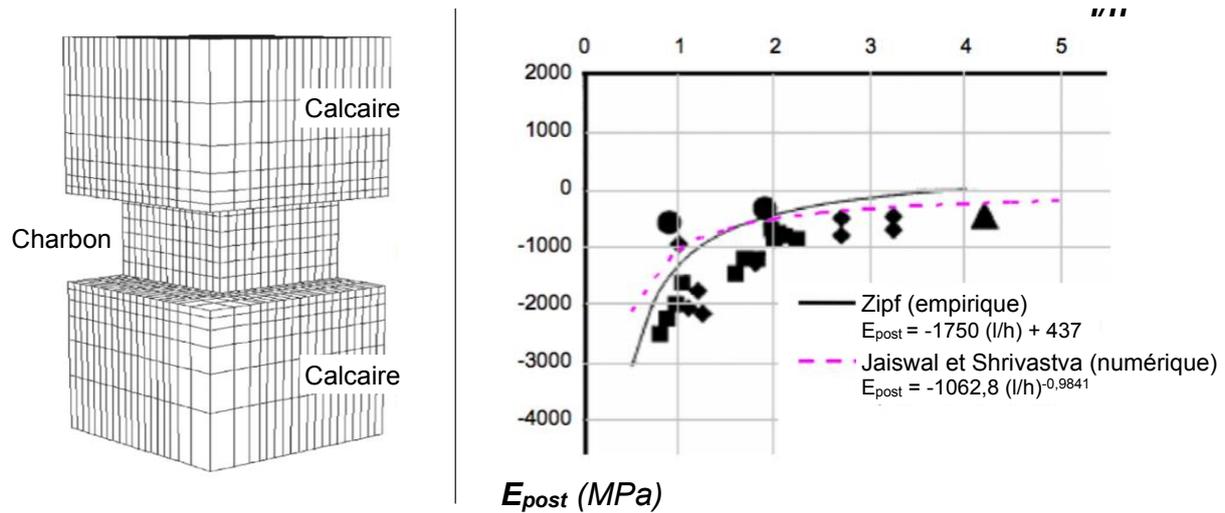
une loi d'érouissage négatif similaire à celle précédemment décrite. Alors que les premiers auteurs ont modélisé des essais de compression sur un pilier isolé, les seconds ont préféré se rapprocher des conditions d'exploitation réelles d'une mine en modélisant un agrandissement progressif des chambres autour d'un pilier (2D) afin d'augmenter son chargement vertical jusqu'à la rupture. Leurs résultats respectifs sont qualitativement comparables à ce qui avait déjà été mis en évidence en ce qui concerne la résistance des piliers. En effet, les équations de résistances obtenues numériquement par Mortazavi *et al.* en fonction du  $FS$  considéré (Figure 1.26) permettent de séparer les piliers « stables », « instables » et « rompus » d'une base données de piliers de roche dure des mines canadiennes notamment utilisée par Lunder et Pakalnis (1997).

Les équations obtenues par Jaiswal et Shrivastva séparent relativement bien les piliers dits « stables » des piliers dits « instables » d'une base de données de piliers de charbon de mines indiennes. Par ailleurs, leurs travaux ont permis d'analyser numériquement l'influence de  $l/h$  sur le comportement post-pic des piliers, ce qui avait été très peu fait jusqu'alors. Jaiswal et Shrivastva ont montré que le module post-rupture des piliers  $E_{post}$  pouvait s'approcher par une fonction puissance du rapport  $l/h$  se trouvant être relativement proche (pour des géométries typiques :  $1 < l/h < 4$ ) de celle proposée par Zipf (1999) qui a compilé des valeurs *in situ* de  $E_{post}$  obtenues par différents auteurs dans les années 1970 (Figure 1.27).

En outre, il semble que  $l/h$  ait également un effet positif sur la résistance résiduelle des piliers. D'après les résultats de Jaiswal et Shrivastva, plus les piliers sont résistants initialement (plus  $l/h$  est grand), plus leur résistance résiduelle  $R_r$  est grande pour une même gamme de caractéristiques mécaniques à l'échelle d'un volume élémentaire de roche.



**Figure 1.26 :** Vue sur les différentes phases des modèles 2D réalisés par Mortazavi et al. (2009) pour modéliser la rupture d'un pilier (gauche). Graphique de stabilité (droite) superposant l'équation de résistance obtenue à partir des résultats de modélisation à la base de données de piliers de roche dure utilisée par Lunder et Pakalnis (1997).



**Figure 1.27** : Maillage d'un des modèles 3D de pilier réalisés par Jaiswal et Shrivastva (2009) pour modéliser des essais de compression (gauche). Comparaison de l'expression du module post-pic déduite des résultats numériques à celle obtenue empiriquement par Zipf (1999, droite).

On montrera dans la section 1.4 que  $E_{post}$  et  $R_r$  jouent un rôle essentiel dans la nature progressive (métastable) ou bien brutale (instable) de la rupture des piliers.

Le Tableau 1.1 liste, à titre indicatif, les différentes gammes de propriétés mécaniques utilisées par certains auteurs pour modéliser les piliers de mines :

**Tableau 1.1** : Caractéristiques géométriques et propriétés élasto-plastiques considérées par différents auteurs pour modéliser des piliers constitués de différents types de roche.

Auteurs	Martin et Maybee (2000)	Murali Mohan <i>et al.</i> (2001)	Jaiswal et Shrivastva (2009)	Mortazavi <i>et al.</i> (2009)	Esterhuizen <i>et al.</i> (2011)	Garvey (2013)	Cui <i>et al.</i> (2014)
Type de roche	« roches dures »	Charbon	Charbon	« Roches dures »	Calcaire	Charbon	Charbon
<b>l/h</b>	0,5-2,5	0,6-8,3	1,4-4,6	0,5-2	0,5-2,5	0,5	≈1
<b>E</b> (GPa)	-	2	2	56 ?	-	4	1,3
<b>v</b>	-	0,25	0,2	0,25 ?	-	0,38	0,2
<b>C</b> (MPa) (MC) ou <b>m<sub>b</sub></b> (HB)	HB 0	MC 0,5-1,4	HB 1,47	MC 13	-	MC 3	MC 2,4
<b>φ°</b> (MC) ou <b>s</b> (HB)	HB 0,11	MC 32	HB 0,01	MC 53	MC 30	MC 0	MC 22
<b>C</b> résiduelle ou <b>m<sub>b</sub></b> résiduel	<i>NA</i>	MC 0	HB 0,125	MC 7,8	<i>NA</i>	MC 0,2	<i>NA</i>
<b>φ°</b> résiduelle ou <b>s</b> résiduel	<i>NA</i>	MC 22	HB 10 <sup>-05</sup>	MC 32,5	<i>NA</i>	MC 30	<i>NA</i>
<b>σ<sub>c</sub></b> (MPa)	230	19-50	35	160-215	-	-	-
<b>σ<sub>t</sub></b> (MPa)	-	0,4-1	2,33 ?	5	-	-	1,6
<b>R<sub>p</sub></b> (MPa)	≈70-160	≈5-14	≈3-10	≈8-30	≈5-130	≈7,5	-

*NA* = non considéré par la modèle ; - = non communiqué ; ? = valeur déduite mais non précisée par les auteurs ; HB = modèle de Hoek et Brown ; MC = modèle de Mohr-Coulomb ; C = cohésion ; φ° = angle de frottement ; σ<sub>c</sub> = résistance en compression d'un échantillon intact ; m<sub>b</sub> et s = caractéristiques de Hoek et Brown.

## 1.4. L'instabilité de la rupture des piliers : bilan d'énergie mécanique

**Remarque :** dans la section précédente, les qualificatifs « stables », et « instables » qui ont été utilisés par certains auteurs pour caractériser l'état d'endommagement des piliers des bases de données étudiées et définir des équations de résistance ne font pas référence à un réel état de stabilité ou d'instabilité au sens mécanique. Il s'agit plutôt de qualificatifs permettant de classer les piliers les uns par rapport aux autres. Une définition précise de l'instabilité d'un pilier fait l'objet des sous-sections suivantes.

Comme cela a été évoqué au Chapitre 0, il est couramment admis qu'une fois que la résistance  $R_p$  des piliers est atteinte, ils peuvent s'endommager progressivement ou se rompre brutalement. Alors que les ruptures progressives prennent plusieurs années, les ruptures brutales de font typiquement à l'échelle de la seconde avec peu de signes précurseurs. Elles sont susceptibles de causer d'importants désordres en profondeur et en surface puisque certains rapports (Swanson et Boler, 1995 ; Zipf et Mark, 1997) suggèrent qu'elles peuvent être à l'origine d'une rupture en cascade rapide de nombreux piliers pouvant finalement provoquer ou accélérer la rupture du recouvrement d'une exploitation.

Depuis les travaux de Cook (1965), Starfield et Fairhurst (1968) et Salamon (1970), qui sont des travaux de référence dans ce domaine, les ruptures brutales de piliers sont considérées comme des instabilités mécaniques survenant à l'échelle des piliers et de la roche encaissante (et pas seulement à l'échelle du pilier).

La notion d'instabilité mécanique peut avoir plusieurs définitions suivant le contexte dans lequel elle intervient (Linkov, 1996). Dans les environnements miniers, les instabilités représentent, à l'échelle macroscopique, tous les événements dynamiques caractérisés par une accélération importante des déplacements de la roche et qui sont accompagnés d'un relâchement d'énergie sismique (rockburst). A l'échelle microscopique, l'étude théorique des instabilités fait appel au concept de bilan d'énergie mécanique initialement utilisé par Griffith (1921, 1924) dans son travail de référence à propos de la résistance en traction de verres pré-fissurés. Pour Griffith, une fissure se propage spontanément (de manière instable) lorsque sa longueur est telle que l'énergie à dissiper pour l'agrandir de manière infinitésimale augmente moins que ne diminue l'énergie élastique stockée autour de la fissure. En d'autres termes, la propagation de la fissure est instable lorsqu'il n'y a pas besoin d'apporter d'énergie extérieure à la plaque pour l'agrandir. La définition de Griffith, qui est à l'origine des théories actuelles de la mécanique de la rupture, est compatible avec une définition plus générale de l'instabilité que l'on peut établir à partir de considérations énergétiques. Avant de définir la notion de l'instabilité telle qu'applicable au contexte de notre étude, nous commencerons donc par définir le concept de bilan d'énergie mécanique.

## 1.4.1. Quelques considérations théoriques

1.4.1.1. *Bilan d'énergie*

D'après le premier principe de la thermodynamique, le bilan d'énergie d'un système thermodynamique fermé n'échangeant pas de matière avec le milieu extérieur s'écrit :

$$\Delta E = W_s + Q = \Delta E_p + \Delta E_k + \Delta U_k + \Delta U_p \quad (1.38)$$

- $\Delta E$  est la variation totale d'énergie du système entre deux états thermodynamiques,
- $W_s$  est le travail extérieur fournit par les forces agissant à la surface du système,
- $Q$  est l'énergie thermique échangée avec l'extérieur (par convention  $W_s$  et  $Q$  sont positifs lorsqu'ils sont dirigés vers le système),
- $\Delta E_p$  est la variation d'énergie potentielle macroscopique interne du système, relative aux actions extérieures de longue portée (gravitaire et électromagnétique),
- $\Delta E_k$  est la variation d'énergie cinétique macroscopique (mouvement ordonné des différentes parties du système),
- $\Delta U_p$  est la variation d'énergie potentielle interne microscopique relative aux interactions de courte portée (interactions interparticulaires, notamment élastiques, chimiques, etc.),
- $\Delta U_k$  est sa variation d'énergie cinétique microscopique relative au mouvement désordonné des particules (création interne de chaleur).

D'un point de vue purement mécanique, lorsqu'il est possible de négliger l'effet des échanges thermiques avec le milieu extérieur ainsi que la contribution des énergies de nature électromagnétique et chimique, le **bilan d'énergie (mécanique donc)** devient :

$$W_s = \Delta E_{gp} + \Delta E_k + \Delta U_c + W_{diss} \quad (1.39)$$

- $\Delta U_c$  est la variation d'énergie potentielle de déformation élastique du système relative à la variation de distance d'interaction entre les particules (elle représente une certaine partie de la variation d'énergie potentielle interne  $\Delta U_p$ ),
- $W_{diss}$  est l'énergie mécanique dissipée à l'intérieur du système. Dans les roches, elle se dissipe généralement, soit sous forme de chaleur lorsqu'il y a du frottement entre deux épontes d'une fissure (elle contribue thermodynamiquement à l'augmentation de l'énergie cinétique interne du système  $W_{diss} = \Delta U_k > 0$ , puis, à terme, au transfert de cette énergie vers le milieu extérieur, soit  $W_{diss} = -Q$  avec  $Q < 0$ ), soit par rupture de l'interaction interatomique lorsqu'il y a un agrandissement des fissures par traction.
- $\Delta E_{gp}$  est la variation d'énergie potentielle de pesanteur du système.

Il sera utile pour la suite de réécrire l'Equation (1.39) en isolant la variation d'énergie cinétique macroscopique d'un côté de l'égalité :

$$\Delta E_k = W_s - (\Delta E_{gp} + \Delta U_c + W_{diss}) \quad (1.40)$$

#### 1.4.1.2. Equilibre mécanique

L'équilibre mécanique d'un système se définit à partir du principe des puissances virtuelles (principe d'Alembert) ou de son corollaire : le **théorème de l'énergie cinétique**<sup>4</sup> qui établit une égalité entre la puissance accélératrice et la puissance des efforts du système :

$$\frac{dE_k}{dt} = \frac{d(W_{ext} + W_{int})}{dt} \quad (1.41)$$

avec  $W_{ext}$  la somme du travail des efforts extérieurs et  $W_{int}$  la somme du travail des efforts intérieurs au système.

A l'équilibre, un système est caractérisé par une accélération nulle et donc par une absence de variation de son énergie cinétique. De plus, en vertu du premier principe de la thermodynamique (Equation 1.39), on peut écrire que  $W_{ext} = W_s$  et  $W_{int} = -(\Delta E_{gp} + \Delta U_c + W_{diss})$ . **L'équilibre d'une transformation mécanique est donc garanti** lorsque :

$$\frac{dE_k}{dt} = \frac{d[W_s - (E_{gp} + U_c + W_{diss})]}{dt} = \frac{dW_t}{dt} = 0 \quad (1.42)$$

Il s'agit d'un **principe de stationnarité du travail total  $W_t$** , terme que l'on définira comme la somme  $W_s - (\Delta E_{gp} + \Delta U_c + W_{diss})$ .

On s'affranchit de l'effet du temps en intégrant les puissances virtuelles par rapport au temps, dans l'hypothèse des petites perturbations (pas de changement dans la configuration du système). On parle dans ce cas du **principe des travaux** (plutôt que des puissances) **virtuels** qui peut être formalisé de la manière suivante : considérons un système discrétisé à  $n$  degrés de liberté soumis à un ensemble de forces extérieures considérées comme **constantes**. **Il est à l'équilibre** si la différentielle d'ordre 1 de  $W_t$  par rapport aux déplacements (et rotations) virtuels infinitésimaux  $\delta u_i$  que l'on ferait subir aux  $n$  degrés de liberté est nulle, soit :

$$\text{Equilibre :} \quad \delta W_t = \sum_{i=1}^n \frac{\partial W_t}{\partial u_i}(A) \delta u_i = 0 \quad (1.43)$$

où  $A$  est un état donné du système caractérisant la position initiale de ses degrés de liberté.

<sup>4</sup> Dans le cas particulier où les vitesses ou déplacements virtuels fixés arbitrairement correspondent aux vitesses ou déplacements réels.

### 1.4.1.3. Stabilité et instabilité de l'équilibre

L'équilibre d'un système ne garantit pas sa stabilité. On parle d'un équilibre **stable** lorsque les degrés de liberté du système, initialement à l'équilibre, sont spontanément redirigés vers leur position initiale (état  $A$ ) après avoir subi les déplacements infinitésimaux virtuellement imposés  $\delta u_i$ . Cela se traduit physiquement par un **maximum local de  $W_t$**  et mathématiquement par une **différentielle d'ordre 2** de  $W_t$  strictement inférieure à 0 (et une **différentielle d'ordre 1** égale à 0). Il s'agit d'un **principe de maximisation du travail total** :

$$\text{Equilibre stable :} \quad \delta^2 W_t = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 W_t}{\partial u_i \partial u_j} (A) \delta u_i \delta u_j < 0 \quad (1.44)$$

L'équilibre est **neutre** lorsque  $W_t$  n'évolue pas au travers des déplacements imposés :

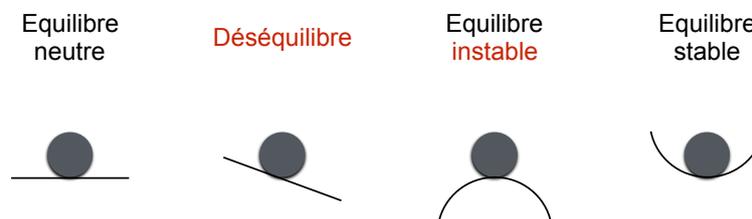
$$\text{Equilibre neutre} \quad \delta^2 W_t = 0 \quad (1.45)$$

Il est instable dans le cas où les degrés de libertés se déplacent spontanément au-delà des déplacements imposés. Cela se traduit physiquement par un **minimum local** de  $W_t$  et mathématiquement par une dérivée partielle du second ordre de  $W_t$  strictement supérieure à 0, soit :

$$\text{Equilibre instable} \quad \delta^2 W_t > 0 \quad (1.46)$$

En vertu de l'Equation (1.40), l'Equation (1.46) appliquée pour des déplacements réels  $\delta u_i = du_i$  implique qu'un système soit instable lorsque son **énergie cinétique est à minimum local** ( $\delta E_k = 0$  et  $\delta^2 E_k > 0$ ).

La Figure 1.28 illustre les concepts d'équilibre, de stabilité et d'instabilité au travers de l'exemple classique d'une bille rigide reposant sur un support indéformable.



**Figure 1.28** : Etat d'une bille rigide en fonction de la forme du support sur lequel elle repose.

La **condition d'instabilité** (Equation 1.46) avait été démontrée par Trefftz (1933) dans le cas des structures élastiques linéaires ( $W_{diss} = 0$ ). Sa généralisation au cas des structures au comportement non-élastique ( $W_{diss} > 0$ ) provient vraisemblablement des travaux de Hill (1958) qui introduisit la notion de « **travail du second ordre** » s'apparentant à  $\delta^2 W_t$ .

## 1.4.2. L'instabilité de la rupture d'un échantillon comprimé en laboratoire

### 1.4.2.1. Mise en évidence du phénomène

En 1965, Cook observa que le comportement post-pic des échantillons testés en laboratoire était souvent difficile à obtenir car ils avaient tendance à se rompre brutalement une fois leur pic de résistance franchi. **Il fit l'hypothèse que cette brutalité avait pour origine un excès d'énergie stockée dans la presse au moment de la rupture en raison d'une différence de raideur entre la presse et l'échantillon. Ce phénomène fut expliqué plus en détail par Starfield et Fairhurst (1968) dans le cas des piliers de mine puis une démonstration fut proposée par Salamon (1970) à partir de considérations relative à la stabilité de l'équilibre entre la presse et l'échantillon (ou entre un pilier et son recouvrement).**

**Certaines ambiguïtés dans la démonstration d'origine nous ont amené à proposer une démonstration plus générale des conditions d'équilibre et de stabilité du système presse/échantillon, décrivant de manière plus complète le système et basée sur les considérations énergétiques de la sous-section 1.4.1.**

### 1.4.2.2. Représentation du système

Lorsque les contraintes horizontales perpendiculaires **à l'axe des éprouvettes et les contraintes de cisaillement à l'interface** entre la roche et le piston sont négligeables, **un essai de compression peut être modélisé par l'assemblage en série d'un ressort (représentant la presse) et d'un échantillon au comportement élasto-plastique**, chargés verticalement. Il existe deux manières rhéologiquement équivalentes mais cinématiquement différentes de modéliser cet assemblage. La première, proposée par Starfield et Fairhurst (1968) ainsi que par Salamon (1970) consiste à appliquer un **chargement axial à la presse et à l'échantillon** dans un même sens (Figure 1.29a). La deuxième, proposée par Brady et Brown (2004) consiste à appliquer une force axiale de **sens opposé dans la presse et dans l'échantillon** (Figure 1.29b). Cette dernière **représentation est plus réaliste puisqu'elle permet**, contrairement à la première représentation, **d'obtenir un raccourcissement de l'éprouvette et un allongement de la presse** lorsque l'on comprime le système dans la phase élastique du comportement de l'éprouvette. **C'est effectivement ce qui se produit lors d'un essai de compression réel** : les tirants latéraux de la presse se tendent pour compenser la compression élastique de l'éprouvette. **Nous choisissons donc la représentation de la Figure 1.29b.**

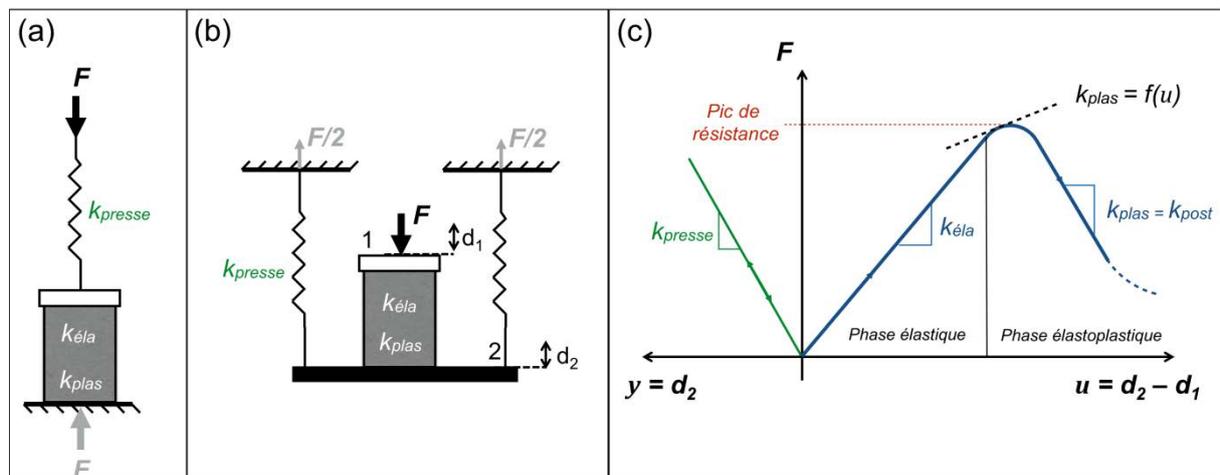
Pour des raisons de commodité des écritures, la stabilité du système est étudiée dans le repère *force-allongement* plutôt que dans le repère *contrainte-déformation*. **L'éprouvette est** caractérisée par sa raideur axiale ( $N/m$ ) constante dans le domaine élastique  $k_{ela}$  et une raideur  $k_{plas}$  fonction de son raccourcissement dans le domaine élasto-plastique. Le ressort représentant la presse est, quant à lui, caractérisé par une raideur élastique constante  $k_{presse} > 0$ . Le système est soumis à une force verticale  $F$  **d'intensité variable** (Figure 1.29c).

Dans les parties linéaires de la courbe de chargement,  $k_{éla}$  (élastique) et  $k_{plas} = k_{post}$  (post-pic) peuvent être déterminées à partir des modules élastique  $E$  et post-pic  $E_{post}$ , tels que définis dans la sous-section 1.3.1, grâce aux relations suivantes :

$$k_{éla} = S \cdot E / h \quad (1.47)$$

$$k_{post} = S \cdot E_{post} / h \quad (1.48)$$

avec  $S$  la section transversale de l'échantillon et  $h$  sa hauteur. Les Equations (1.47) et (1.48) ne sont toutefois valables que si l'échantillon considéré est suffisamment élancé pour que son chargement puisse être considéré comme uniaxial. Dans le cas contraire les raideurs sont sous-estimées.



**Figure 1.29** : Illustration du modèle analytique considéré pour étudier la stabilité de la rupture d'un échantillon de roche comprimé en laboratoire (modifié d'après Brady et Brown, 2004).

Afin d'analyser l'équilibre et la stabilité du système en tout point de la courbe de chargement, reprenons certaines hypothèses formulées par Salamon (1970) :

- L'échantillon et la presse sont considérés comme deux éléments au comportement quasi-statique pouvant être analysés séparément.
- L'effet du poids de l'échantillon et donc celui de son énergie potentielle de pesanteur peuvent être négligés.

Considérons par ailleurs que le système détient deux degrés de liberté : l'allongement de l'échantillon  $u$  et celui de la presse  $y$  et que toute variation de longueur de la presse et de l'échantillon s'accompagne d'un travail de l'effort  $F$ . Afin de garantir la continuité des liaisons du système, le déplacement de  $F$  sera nécessairement  $(u-y)$ . La condition d'instabilité (Equation 1.46), telle que définie par Hill (1958), est valable lorsque l'on considère un effort extérieur  $F$  qui travaille à intensité constante. Nous ferons donc cette hypothèse. Elle permet d'analyser la stabilité du système sans variation

des conditions extérieures. **C'est ce qui se produit lors d'un essai de compression à chargement contrôlé.**

#### 1.4.2.3. Analyse de la phase élastique

Dans la phase élastique, le bilan d'énergie du système se décompose en 3 termes : le travail  $W_s$  de la force extérieure  $F$  au système, la variation d'énergie élastique de l'échantillon  $\Delta U_{ce}$  et celle de la presse  $\Delta U_{cp}$ . Ces termes s'expriment en fonction des variations d'élongations respectives de la presse  $\Delta y$  et de l'échantillon  $\Delta u$  tels que :

$$W_s = F \cdot (\Delta u - \Delta y) \quad (1.49)$$

$$\Delta U_{ce} = \frac{k_{\text{éla}} \cdot \Delta u^2}{2} + F \cdot \Delta u \quad (1.50)$$

$$\Delta U_{cp} = -\frac{k_{\text{presse}} \cdot \Delta y^2}{2} - F \cdot \Delta y \quad (1.51)$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique (Equation 1.41), le travail total relatif à l'ensemble des forces agissant dans et aux limites du système est :

$$W_t = W_s - \Delta U_{ce} - \Delta U_{cp} \quad (1.52)$$

soit :

$$W_t = -\frac{1}{2} (k_{\text{éla}} \cdot \Delta u^2 + k_{\text{presse}} \cdot \Delta y^2) \quad (1.53)$$

Sa différentielle d'ordre 1 s'écrit :

$$\delta W_t = \frac{\partial W_t}{\partial \Delta u} \delta \Delta u + \frac{\partial W_t}{\partial \Delta y} \delta \Delta y = -(k_{\text{éla}} \cdot \Delta u \cdot \delta \Delta u + k_{\text{presse}} \cdot \Delta y \cdot \delta \Delta y) \quad (1.54)$$

En vertu de la troisième loi de Newton (principe des actions réciproques) l'équilibre du système implique :  $F_{\text{roche}} = -k_{\text{éla}} \cdot \Delta u = F_{\text{presse}} = k_{\text{presse}} \cdot \Delta y$ . Pour que les Equations (1.43) et (1.54) soient compatibles avec cette loi, l'égalité suivante s'impose :

$$\delta \Delta u = \delta \Delta y \quad (1.55)$$

L'équilibre ne peut donc être analysé que lorsque  $d_1 = 0$  (voir Figure 1.29).

La différentielle d'ordre 2 de  $W_t$  peut donc s'écrire :

$$\delta^2 W_t = \frac{\partial^2 W_t}{\partial \Delta u^2} \delta \Delta u^2 + \frac{\partial^2 W_t}{\partial \Delta y \partial \Delta u} \delta \Delta y \delta \Delta u + \frac{\partial^2 W_t}{\partial \Delta y^2} \delta \Delta y^2 = -(k_{\text{éla}} + k_{\text{presse}}) \delta \Delta y^2 \quad (1.56)$$

Comme  $k_{\text{éla}} > 0$  et  $k_{\text{presse}} > 0$  par définition, il vient que  $\delta^2 W_t < 0$ . D'après l'Equation (1.44), l'équilibre dans la phase élastique est donc forcément stable.

## 1.4.2.4. Analyse de la phase élasto-plastique

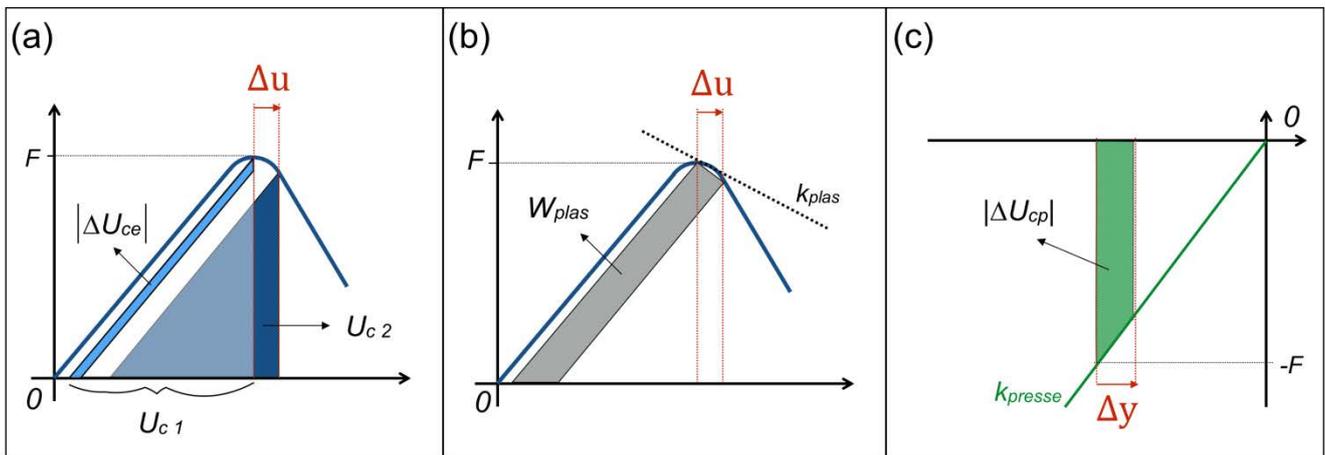
Dans la phase élasto-plastique, le bilan d'énergie du système se décompose en 4 termes : le travail  $W_s$  de la force extérieure constante, la variation d'énergie élastique de l'échantillon  $\Delta U_{ce}$  et celle de la presse  $\Delta U_{cp}$  ainsi que le travail de déformation plastique  $W_{plas}$  (terme dissipatif  $> 0$  d'après le second principe de la thermodynamique). En faisant l'hypothèse que la courbe de chargement est localement linéaire autour de la position considérée, on peut montrer graphiquement (exemple dans la Figure 1.30) que les différents termes énergétiques du système se calculent en fonction de  $\Delta u$ ,  $\Delta y$  et des différentes raideurs tels que (l'obtention de l'expression de  $W_{plas}$  est détaillée en Annexe 3) :

$$W_s = F \cdot (\Delta u - \Delta y) \quad (1.57)$$

$$\Delta U_{ce} = \frac{k_{plas} \cdot \Delta u (2F + k_{plas} \cdot \Delta u)}{2k_{éla}} \quad (1.58)$$

$$\Delta U_{cp} = -\frac{\Delta y}{2} (2F + k_{presse} \cdot \Delta y) \quad (1.59)$$

$$W_{plas} = F \cdot \Delta u + \frac{k_{plas} \cdot \Delta u^2}{2} - \frac{F^2 - (F + k_{plas} \cdot \Delta u)^2}{2k_{éla}} \quad (1.60)$$



**Figure 1.30** : a) Représentation graphique de la variation des différents termes énergétiques induite par une variation des degrés de liberté du système  $u$  et  $y$ . a) : Variation d'énergie élastique de l'échantillon  $\Delta U_{ce}$ . b) : Energie dissipée par plasticité  $W_{plas}$ . c) : Variation d'énergie élastique de la presse.

D'après le théorème de l'énergie cinétique (Equation 1.41), le travail total relatif à l'ensemble des forces agissant dans et aux limites du système est :

$$W_t = W_s - \Delta U_{ce} - \Delta U_{cp} - W_{plas} \quad (1.61)$$

soit :

$$W_t = -\frac{1}{2} (k_{plas} \cdot \Delta u^2 + k_{presse} \cdot \Delta y^2) \quad (1.62)$$

Sa différentielle d'ordre 1 s'écrit :

$$\delta W_t = -(k_{plas} \cdot \Delta u \cdot \delta \Delta u + k_{presse} \cdot \Delta y \cdot \delta \Delta y) \quad (1.63)$$

En vertu de la troisième loi de Newton (principe des actions réciproques) la continuité de l'équilibre du système, à partir d'une position initiale supposée à l'équilibre, implique :  $\Delta F_{roche} = -k_{plas} \cdot \Delta u = \Delta F_{presse} = k_{presse} \cdot \Delta y$ . Pour que les Equations (1.43) et (1.63) soient compatibles avec cette loi, l'égalité (1.55) s'impose à nouveau.

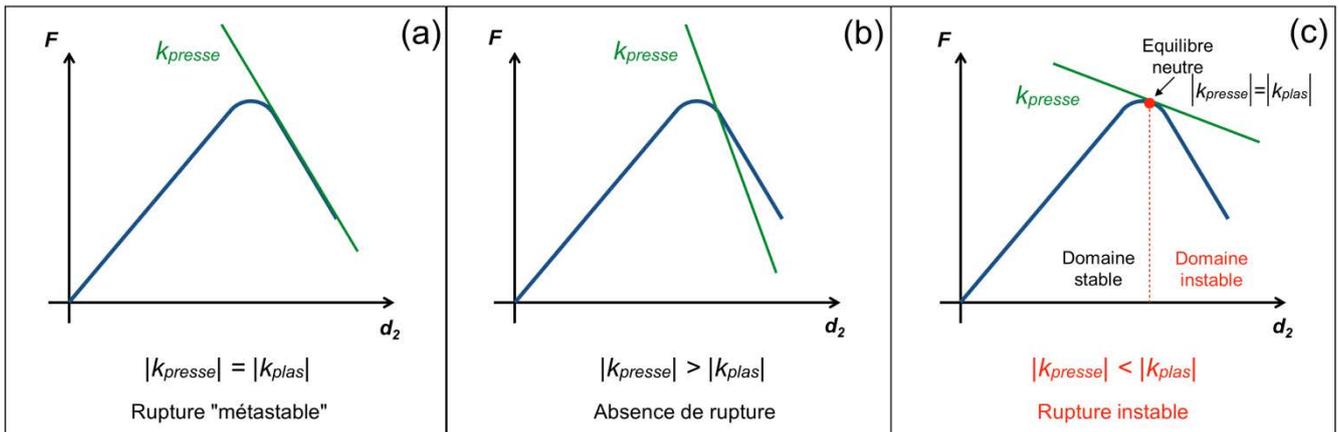
La différentielle d'ordre 2 de  $W_t$  peut donc s'écrire :

$$\delta^2 W_t = -(k_{plas} + k_{presse}) \delta \Delta y^2 \quad (1.64)$$

Dans la partie croissante de la phase élasto-plastique,  $k_{plas} > 0$  et  $k_{presse} > 0$  par définition, ce qui implique d'après l'Equation (1.44) que l'équilibre est forcément stable puisque  $\delta^2 W_t < 0$ . Dans la partie décroissante de la phase élasto-plastique, cependant,  $k_{plas} < 0$  alors que  $k_{presse} > 0$ . On distingue alors 3 situations possibles illustrées dans la Figure 1.31 : 1)  $|k_{presse}| = |k_{plas}|$ , 2)  $|k_{presse}| < |k_{plas}|$  et 3)  $|k_{presse}| > |k_{plas}|$  :

- Lorsque  $|k_{presse}| = |k_{plas}|$ ,  $\delta^2 W_t = 0$ . **L'équilibre est neutre**. La rupture de l'échantillon se produirait théoriquement de manière métastable (à vitesse infiniment faible et constante) puisque l'énergie fournie par la presse à l'échantillon est exactement l'énergie nécessaire pour le déformer plastiquement.
- Lorsque  $|k_{presse}| > |k_{plas}|$ ,  $\delta^2 W_t < 0$ . **L'équilibre est stable**. La rupture ne peut se poursuivre que si une énergie supplémentaire suffisante est imposée au système par le milieu extérieur. En pratique, cette énergie proviendrait du travail fourni par le moteur alimentant le vérin de la presse.
- Lorsque  $|k_{presse}| < |k_{plas}|$ ,  $\delta^2 W_t > 0$ . **L'équilibre est instable**. Des déplacements imposés  $u$  et  $y$  entraineraient, d'après les Equations (1.42) et (1.46), une augmentation d'énergie cinétique ( $\delta E_k = 0$  et  $\delta^2 E_k > 0$ ) qui, à masse constante, ferait spontanément accélérer la rupture de l'échantillon tel que cela peut être observé en laboratoire.

On peut conclure de cette démonstration qu'une presse la plus rigide possible est favorable à la stabilité de la rupture d'un échantillon de roche comprimé en laboratoire, tel que cela est couramment admis.



**Figure 1.31** : Illustration des trois situations possibles dans la partie décroissante de la phase élasto-plastique : a) Rupture « métastable ». b) : Absence de rupture sans intervention du milieu extérieur c) Rupture instable sans intervention du milieu extérieur.

En résumé, l'instabilité d'un échantillon nécessite **3 conditions indispensables** :

- 1 : que le pic de résistance ait été franchi ( $FS < 1$ ),
- 2 : que le pilier se trouve dans la phase décroissante de sa courbe de chargement,  $k_{plas} < 0$  (il n'y a donc pas d'instabilité possible dans une phase de comportement parfaitement plastique ou durcissante),
- 3 : que la raideur post-pic  $k_{plas}$  soit localement supérieure en valeur absolue à la raideur de la presse, ce qui revient à la condition d'instabilité initialement démontrée par Salamon (1970)<sup>5</sup> :

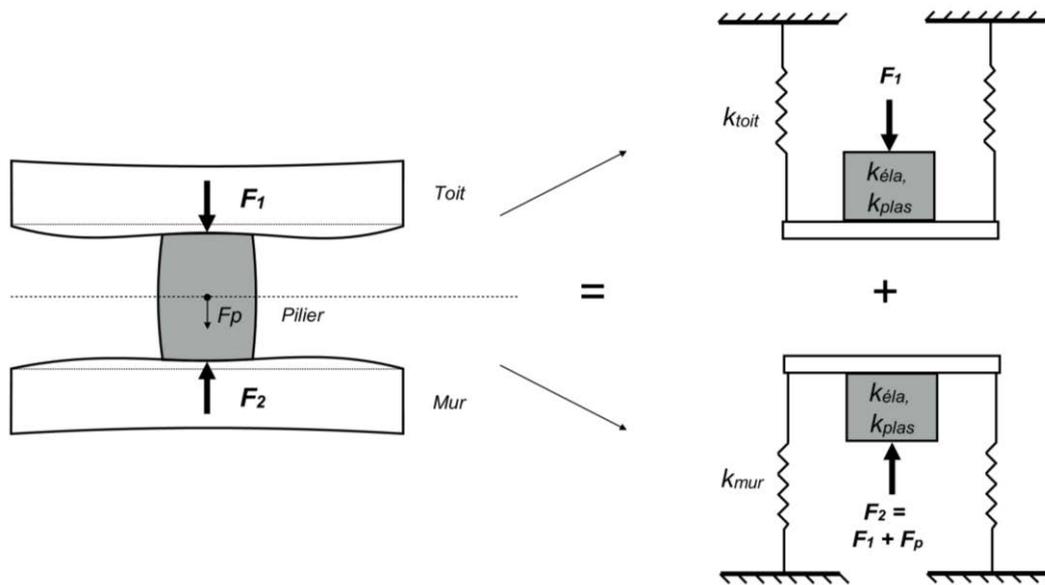
$$k_{presse} + k_{plas} < 0 \quad (1.65)$$

### 1.4.3. Le passage à l'échelle d'un pilier

Starfield et Fairhurst (1968) avaient procédé à une analogie directe entre le cas d'un échantillon comprimé en laboratoire et celui d'un pilier comprimé entre un toit et un mur déformable. Mais en théorie, ce changement d'échelle nécessite certains ajustements. En effet, contrairement à un échantillon comprimé en laboratoire qui repose sur un support fixe, les piliers sont chargés par l'intermédiaire d'un mur et d'un toit tous deux déformables, ce qui se manifeste par une convergence du toit et du mur observée lors du creusement des chambres. En admettant que le toit et le mur se comportent élastiquement, une manière de prendre en compte cette convergence est de considérer que le système toit/pilier/mur peut être idéalisé par la superposition de 2 systèmes indépendants (Figure 1.32), chacun représentant la moitié du système considéré dans le cas d'un échantillon comprimé en laboratoire (Figure 1.29). Si la

<sup>5</sup> à ceci près que Salamon avait considéré la situation où  $k_{presse} + k_{plas} = 0$  comme une situation instable alors que nous la définissons comme une situation d'équilibre neutre marquant la transition entre l'équilibre stable et l'équilibre instable.

raideur du mur était identique à celle du toit et si les forces appliquées au toit  $F_1$  et au mur  $F_2$  étaient égales, le problème de la Figure 1.32 serait équivalent au cas de **l'échantillon** (Figure 1.29). Cependant, le toit possède une surface libre (surface topographique) ce qui lui procure, à caractéristiques mécaniques identiques, une raideur **inférieure à celle du mur, jusqu'à** une certaine profondeur (Cook, 1963). En revanche, le **toit et le mur n'ont, dans le cas général, pas les mêmes propriétés élastiques en raison** de leurs différentes lithologies, ce qui est une autre cause possible de raideur asymétrique. De plus, étant donné le volume important des piliers, leur poids propre **induit potentiellement une force verticale significativement supérieure au mur qu'au toit** ( $F_2 > F_1$ ; voir Figure 1.32), rendant le problème également asymétrique du point de vue du chargement.



**Figure 1.32** : Modèle représentant de manière simplifiée les conditions de *chargement d'un pilier* situé entre un toit et un mur élastiques.

Par conséquent, le passage à l'échelle du pilier nécessite d'évaluer des critères d'instabilité indépendants pour le toit et pour le mur en fonction des raideurs  $k_{toit}$  et  $k_{mur}$ . Ces grandeurs ne caractérisant pas la raideur moyenne de la roche encaissante mais seulement la raideur en flexion de la surface de contact entre les piliers et la roche encaissante. Starfield et Fairhurst (1968) ont introduit le terme de « raideur locale de la mine » pour les désigner.

De nombreux paramètres comme la géométrie d'exploitation de la mine, les discontinuités de la roche encaissante ou son endommagement à proximité de la mine ont de l'effet sur les raideurs locales. Il n'est d'ailleurs pas toujours réaliste de considérer une relation force/déplacement linéaire lorsque la roche encaissante est endommagée. Dans l'hypothèse où elle aurait un comportement parfaitement plastique, sa raideur locale serait nulle, et l'instabilité de la rupture d'un pilier de raideur post-pic négative serait alors nécessairement instable si l'on se réfère au modèle précédent. On peut toutefois supposer que l'hypothèse d'une roche encaissante élastique fait sens tant que cette dernière n'est pas trop sollicitée en flexion, ce qui est vraisemblablement le cas avant et au moment de l'initiation de la rupture du pilier.

En outre, il **n'existe pas de méthode analytique permettant d'estimer ces raideurs locales** de manière fiable même en restant dans le domaine élastique. Des approches numériques sont donc souvent privilégiées (voir notamment Starfield et Fairhurst, 1968, Salamon, 1970, Brady et Brown, 1981 ou Zipf, 1999).

#### 1.4.4. Le critère d'instabilité à l'échelle d'un ensemble de piliers

Salamon (1970) a étendu **le critère d'instabilité** (Equation 1.65), initialement mis en évidence à l'échelle d'un échantillon, et par extension d'un pilier isolé, à celle d'un ensemble de piliers. Le critère proposé est dans ce cas semblable, **mais s'écrit sous forme matricielle** et non-plus sous forme scalaire :

$$A = (T + K_{plas}) < 0 \quad (1.66)$$

La diagonale de la matrice de raideur  $K_{plas}$ , dont la taille est égale au nombre de piliers, réunit donc les coefficients de raideur plastique  $k_{plas}$  de chacun des piliers, les **termes hors diagonales étant nuls si l'on suppose que la raideur d'un pilier est indépendante de celle des autres piliers**. Les valeurs de  $k_{plas}$  étant des fonctions de la position le long de la courbe de chargement des piliers, il est préférable de considérer une valeur unique  $k_{plas} = k_{post}$ ,  $k_{post}$  étant une approximation linéaire de  $k_{plas}$  dans la partie décroissante de la courbe de chargement (voir Figure 1.29). La matrice  $T$  représente, quant à elle, les coefficients de raideur locaux du toit ou du mur.  $T$  est une matrice symétrique mais non-diagonale si **l'on suppose que la raideur locale du toit ou du mur à l'aplomb d'un pilier est dépendante de la raideur à l'aplomb des autres piliers**. Lorsque le toit et le mur sont continus latéralement (absence de fracture verticale ou inclinée par rapport à la direction des couches), ils peuvent être assimilés, en première approximation, à des poutres épaisses reposant sur des appuis élastiques que représentent les piliers (Sheorey, 1974, cf. paragraphe 1.2.4.2). **Dans ce cas, l'hypothèse précédente est valable.**

La forme développée de l'Equation (1.66) serait donc :

$$A = \left( \begin{pmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n1} & \cdots & t_{nn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & k_{nn} \end{pmatrix} \right) < 0 \quad (1.67)$$

D'après le critère de Sylvester, une matrice est définie positive lorsque tous ses mineurs principaux, **c'est à dire les déterminants de toutes les sous-matrices carrées** obtenues en extrayant les lignes et colonne de même indice de la matrice initiale, sont positifs. Il y a donc une instabilité dans la mine si le critère de Sylvester n'est pas satisfait pour la matrice  $A$ .

D'après Brady et Brown (1981), on peut supposer, dans le cas d'une mine horizontale à l'intérieur d'un massif stratiforme et lorsque le taux de défrètement global est suffisamment grand, que les termes hors diagonale de  $A$  sont très petits en

comparaison des termes **diagonaux**, c'est-à-dire que la raideur locale à l'aplomb d'un pilier ne dépend pas de celle à l'aplomb des piliers voisins. On peut donc admettre que les mineurs principaux de la matrice  $A$  à prendre en compte sont uniquement ses termes diagonaux  $(t_{ij} + k_{ij})$ , les coefficients  $t_{jj}$  étant positifs par définition. La condition de stabilité généralisée (Equation 1.67) est dans ce cas équivalente à la condition de stabilité initiale (Equation 1.65) appliquée successivement à tous les piliers. On peut donc supposer que les piliers instables sont uniquement ceux pour lesquels le critère d'instabilité local est atteint indépendamment de l'état des autres piliers.

#### 1.4.5. L'excès et la dissipation d'énergie liés à l'instabilité

##### 1.4.5.1. Dissipation d'énergie cinétique entre deux états d'équilibre

Dans le cas d'une rupture instable (Figure 1.31c), un nouvel état d'équilibre mécanique va théoriquement être retrouvé par le système (pilier + roche encaissante) au point où les courbes de chargement du pilier et de la roche encaissante coïncident. L'équilibre final correspond à une force non-nulle dans le cas où le pilier a une certaine résistance résiduelle et à une force nulle dans le cas contraire. Par définition,  $\Delta E_k = 0$  entre les deux états d'équilibre statiques. L'excès d'énergie cinétique qui a été temporairement créé, tel qu'on a pu le démontrer par le fait que  $\delta^2 E_k > 0$  lorsque  $|K_{\text{toit}}| > |K_{\text{plas}}|$  et/ou  $|K_{\text{mur}}| > |K_{\text{plas}}|$ , doit donc être dissipé pour que le nouvel état d'équilibre soit atteint. L'énergie cinétique dissipée est donc incluse dans le terme  $W_{\text{diss}}$  du bilan d'énergie (Equation 1.39).

La dissipation d'énergie cinétique dans les roches est principalement causée par deux phénomènes : l'amortissement à l'intérieur du système sous l'effet du frottement interne et des défauts constitutifs de la roche (création de chaleur) et l'expulsion de morceaux de roche provenant du pilier dont la chute dissipe l'énergie cinétique.

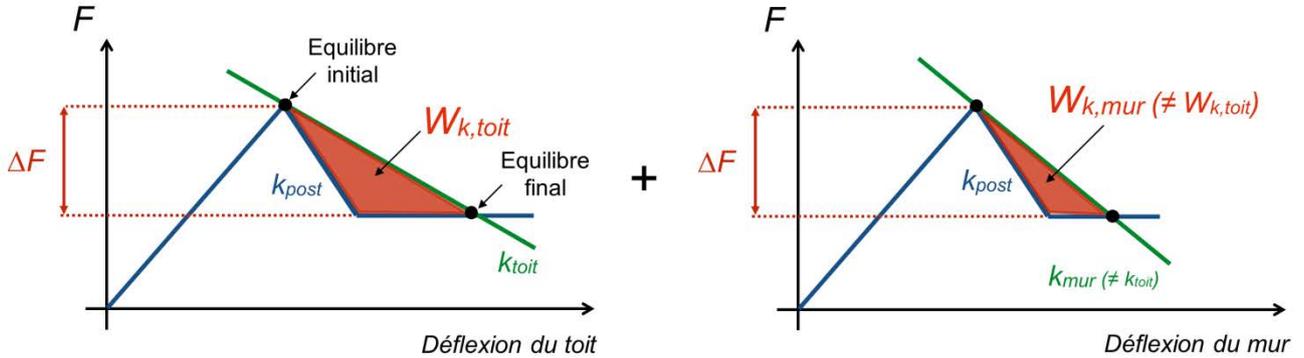
Dans le contexte de ce travail il sera utile de décomposer l'énergie totale dissipée  $W_{\text{diss}}$  comme la somme d'une énergie potentielle dissipée  $W_{\text{plas}}$  par le biais des déformations irréversibles quasi-statiques du pilier (plasticité macroscopique, fluage), et d'une énergie cinétique dissipée  $W_k$  par le biais de déformations permanentes microscopiques.

$$W_{\text{diss}} = W_{\text{plas}} + W_k \quad (1.68)$$

Graphiquement,  $W_k$  correspond à la somme des aires séparant respectivement la courbe de chargement du toit à celle du pilier et la courbe de chargement du mur à celle du pilier tel qu'illustré dans la Figure 1.33 (dédit des travaux de Zubelewicz et Mröz, 1983). Ces aires peuvent être approchées graphiquement par l'Equation (1.69), en considérant que le pic de résistance est un point singulier et non-plus le sommet d'une courbe continue, et que  $k_{\text{plas}} = k_{\text{post}} = \text{Cste}$  :

$$W_k = \Delta F^2 \left( \frac{1}{2|k_{\text{toit ou mur}}|} + \frac{1}{2|k_{\text{post}}|} \right) \quad (1.69)$$

avec  $\Delta F$  la différence entre la résistance initiale et la résistance résiduelle du pilier.



**Figure 1.33** : Energie cinétique dissipée entre deux états d'équilibre avant et après rupture d'un pilier, décomposée en deux contributions respectives du toit et du mur.

L'Equation (1.69) suggère que, bien que l'occurrence d'une rupture instable soit déterminée par les raideurs  $k_{\text{post}}$  et  $k_{t-m}$  (Equation 1.66), l'intensité de l'énergie  $W_k$  qui doit être dissipée est principalement influencée par  $\Delta F$ .

#### 1.4.5.2. Interprétation de l'énergie cinétique dissipée

La quantité d'énergie  $W_k$  peut être interprétée comme la différence d'énergie entre une rupture métastable et une rupture instable de pilier (pillar burst) ou bien comme l'énergie en excès disponible pour produire une rupture instable (Starfield et Fairhurst, 1968).

Depuis les années 1960 lorsque les approches énergétiques ont gagné une grande reconnaissance en mécanique des roches, il a également été mis en évidence dans d'autres contextes que celui des piliers de mine, la présence d'une énergie cinétique à dissiper  $W_k$  lors d'une modification soudaine du champ de contrainte (Cook, 1963, 1967 ; Cook *et al.*, 1966 ; Walsh, 1977 ; Salamon, 1984). Cette énergie n'était pas prise en compte par les approches traditionnelles en contraintes et déformations quasi-statiques.

Dans un milieu hypothétiquement élastique, l'énergie cinétique en excès se convertirait transitoirement en énergie de déformation élastique et propagerait sous forme d'ondes mécanique dans le milieu avoisinant pour y être progressivement amortie.  $W_k$  est donc la source de l'énergie sismique pouvant être enregistrée par les appareils de mesure et pouvant potentiellement être responsable de dommages dans les zones affectées (Cook, 1976). Il est cependant important de noter que, du fait de l'amortissement important des vibrations dans les massifs rocheux et du fait que l'énergie puisse se propager hors des limites du système considéré, l'énergie sismique enregistrée ne représente en fait qu'une faible proportion de  $W_k$  (Cook, 1976, Brady et Brown, 2004).

L'expérience montre que les phénomènes de coup de terrain (*rockbursts*) affectant les parois des ouvrages souterrains ou bien les piliers de mine (*pillar burst*) sont toujours accompagnés de sismicité. C'est pourquoi il a été suggéré que les valeurs de  $W_k$  obtenues lors de la modélisation des ouvrages souterrains, pouvait servir d'indicateur du potentiel de coup de terrain (*rockburst*).

L'*ERR* (*Energy Release Rate*) a initialement été introduit par Cook *et al.* (1966) pour mesurer le taux d'énergie totale relâchée ( $W_k$  + énergie potentielle initialement stockée dans la partie excavée<sup>6</sup>) dans un milieu hypothétiquement élastique linéaire lorsque l'on agrandit une excavation d'un volume infinitésimal. Plus l'excavation est progressive plus ERR est proche de 0. L'indice *ERR* s'est avéré être corrélé positivement avec l'occurrence des coups de terrain dans les mines sud-africaines (Hodgson et Joughin, 1967).

En dehors du cadre de l'élasticité linéaire, Hedley (1992) a utilisé un autre indice consistant à quantifier, entre deux états d'équilibre d'un système, le rapport entre l'énergie cinétique dissipée et l'énergie totale dissipée ( $W_k/W_{diss}$ ). Cet indicateur caractérise la susceptibilité du système à relâcher l'énergie en excès sous forme d'ondes élastiques plutôt que de la dissiper de manière quasi-statique. Hedley a considéré que plus ce rapport était élevé, plus le risque de coup de terrain était important. Dans les piliers, les valeurs de ce rapport sont susceptibles d'être de l'ordre de 90%, ce qui est significativement supérieur, d'après Hedley, aux valeurs caractéristiques des autres types de rupture.

Les travaux qui viennent d'être évoqués suggèrent que  $W_k$  est une grandeur qui permet de quantifier les instabilités et notamment celles affectant les piliers de mines. Par ailleurs, certaines études plus récentes parmi lesquelles on peut citer les thèses de Kias (2013) et Garvey (2013) mettent en évidence que cette grandeur peut être mesurée à l'aide des outils de modélisation numérique classiques. Pourtant, il semble que seulement très peu d'auteurs n'aient cherché à modéliser  $W_k$  dans des conditions plus complexes que celle du modèle d'instabilité de pilier 1D proposé par Starfield et Fairhurst (1968) et Salamon (1970), afin d'en vérifier l'applicabilité en 2D et 3D dans des configurations géomécaniques plus réalistes que celles du modèle de départ ou de mieux comprendre comment se manifeste l'énergie cinétique en excès et quel est son effet sur le comportement des piliers.

---

<sup>6</sup> Ce terme n'est pas apparu dans le cas du pilier car le volume et par conséquent la masse du pilier restent hypothétiquement constants lorsqu'il se déforme. Dans ce cas, l'énergie totale relâchée correspond à  $W_k$ .

## 1.5. Conclusions

Les connaissances relatives au comportement mécanique des piliers de mines ont été analysées suivant trois aspects : **l'état de contrainte** des piliers, leur résistance en compression et leur stabilité en cas de rupture. Il a été mis en évidence que :

- **L'état de contrainte d'un pilier (vertical) est couramment résumé à un indicateur simple** : la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  calculée le long de leur section horizontale à partir de la méthode traditionnelle de l'aire tributaire.
- La résistance des piliers  $R_p$  et leur comportement post-pic dépendent principalement de leur rapport de forme (diamètre hydraulique/hauteur).
- **L'évaluation de la rupture potentielle d'un pilier se fait grâce au facteur de sécurité** :

$$FS = \frac{R_p}{\sigma_{vm}} \quad (1.12)$$

La détermination de la nature stable ou instable de la rupture des piliers en cas de  $FS < 1$  nécessite de connaître la raideur post-pic des piliers  $k_{post}$  et la raideur locale de la roche encaissante  $k_{toit-mur}$ . Il y a instabilité si jamais le critère suivant est atteint :

$$k_{post} + k_{toit-mur} < 0 \quad (1.70)$$

**A l'issue de l'étude bibliographique**, trois aspects principaux à considérer dans les chapitres suivants sont identifiés :

- 1 : La résistance en compression des piliers est relativement bien contrainte. On sait que les méthodes numériques avec des lois de comportement à écrouissage négatif reproduisent relativement bien le comportement quasi-statique réel des piliers. **Cette méthode sera réutilisée dans l'étude de cas du Chapitre 4.**
- 2 : Il y a une incertitude sur le dénominateur du facteur de sécurité  $FS$  **puisque'il n'existe pas de méthode fiable pour considérer les piliers irréguliers** (ce qui est souvent le cas). La seule méthode existante (Poulsen, 2010) **n'est pas générale**. Le **Chapitre 2** sera consacré au développement d'une méthode plus générale permettant d'estimer le chargement de piliers irréguliers. Elle permettra également de quantifier **l'erreur commise par la méthode traditionnelle de l'aire tributaire lorsqu'elle est utilisée hors de son domaine théorique d'application.**
- 3 : **Il existe un critère 1D permettant d'identifier les ruptures instables des piliers. Nous l'avons redémontré à partir de considérations énergétiques et mis en évidence que les instabilités étaient caractérisées par un excès d'énergie cinétique** ( $W_k$ ) potentiellement dommageable pour les piliers. Les instabilités de piliers dans des conditions plus réalistes (**2D ou 3D**) ainsi que **l'effet de l'excès d'énergie n'ont** cependant que très peu été modélisés, ce sera donc **l'objet du Chapitre 3.**



## **Chapitre 2. Proposition d'une nouvelle méthode d'estimation de la contrainte verticale moyenne de piliers irréguliers**

---

### 2.1. Introduction

La détermination du facteur de sécurité  $FS$  des piliers verticaux nécessite **d'estimer leur contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$**  (cf. paragraphe 1.2.4.1). Parmi les différentes méthodes d'estimation de cette grandeur, **deux sont généralisables en trois dimensions et sont facilement utilisables** puisque basées sur le concept de taux de **défrètement couramment utilisé par les professionnels de la mine : la Théorie de l'Aire Tributaire ( $TAT$ ) et la théorie de la « voûte de contrainte » (Pressure Arch Théorie,  $PAT$ )** développée par Poulsen (2010). La première méthode est la plus utilisée ; **elle s'applique théoriquement lorsque les piliers sont régulièrement organisés dans l'espace, de dimensions uniformes et lorsque la mine est suffisamment étendue**. La deuxième méthode est une extension de la  $TAT$  **qui permet de l'appliquer à n'importe quelle géométrie de mine, mais elle se base sur des mesures de contraintes réalisées principalement dans des mines de charbon et manque donc de généralité, bien que les mesures exploitées proviennent de différentes régions du monde**.

**L'objet de ce chapitre est de proposer une nouvelle méthode qui permette d'estimer la valeur de  $\sigma_{vm}$  pour des piliers de dimensions irrégulières en 2D et en 3D et dans des conditions géométriques et géomécaniques plus variées que les méthodes préexistantes. Cela permettra par ailleurs d'évaluer l'erreur commise par la méthode courante de l'aire tributaire lorsque ses conditions théoriques d'application ne sont pas respectées.**

Nous vérifierons **tout d'abord, dans la section 2.2, que certains paramètres qui sont traditionnellement négligés lorsqu'il s'agit d'estimer la contrainte verticale moyenne des piliers n'ont effectivement pas ou peu d'influence sur cette grandeur.**

A partir des conclusions de la section 2.2, nous construirons, dans la section 2.3, **une nouvelle méthode d'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers applicables aux piliers de dimensions irrégulières. Nous formulerons certaines hypothèses quant à l'expression mathématique de la contrainte verticale moyenne que nous vérifierons ensuite par le biais d'une approche numérique en deux dimensions.**

Dans la section 2.4, nous vérifierons que la méthode développée dans la section 2.3 **s'applique également en trois dimensions ainsi que dans des conditions géomécaniques variées. Nous montrerons également comment elle peut être utilisée pour estimer le report de charge induit par la rupture ou le torpillage d'un pilier existant vers les piliers voisins.**

La section 2.5 sera consacrée à une discussion relative à la représentativité physique des résultats obtenus à partir de la méthode développée dans les sections

précédentes. **Nous identifierons les avantages et les limites de l'approche proposée ainsi que des voies d'amélioration potentielles.**

Enfin, nous concluons quant à l'intérêt d'utiliser la nouvelle méthode plutôt que la méthode traditionnelle de l'aire tribulaire dont nous précisons le domaine d'applicabilité.

## 2.2. Etude préliminaire : vérification de l'absence d'influence de certains facteurs

### 2.2.1. Hypothèses de départ

La première étape de ce travail consiste à vérifier que certains facteurs qui ne sont pas pris en compte lors de l'estimation de  $\sigma_{vm}$  par l'approche traditionnelle de l'aire tribulaire ou par l'approche de Poulsen (« voûte de contrainte », 2010) n'ont effectivement pas une influence significative sur cette grandeur.

L'état de contrainte à l'intérieur de mines de configurations géométriques et mécaniques variables sera obtenu par modélisation numérique à l'aide du logiciel FLAC (Itasca cg.) qui est un code de calcul mécanique exploitant la méthode des différences finies explicites (détails concernant la méthode en Annexe 4). On se limitera, au départ, à des géométries 2D (déformations planes) représentant des piliers infiniment longs hors du plan d'étude. On fera alors l'hypothèse que les facteurs identifiés comme étant influents ou non en 2D le seront également en 3D. Afin d'être le plus général possible en première approche, nous considérons les simplifications suivantes pour les modèles réalisés :

- **Modèles homogènes et isotropes.** L'effet d'hétérogénéités dans les caractéristiques du recouvrement sera étudié dans la sous-section 2.4.1. On suppose qu'une éventuelle anisotropie des caractéristiques n'aura pas un effet prépondérant sur les résultats dans la mesure où l'on ne s'intéresse qu'à la contrainte verticale.
- **Modèles continus.** Les travaux de Roberts *et al.* (2002, cf. paragraphe 1.2.3.4) ayant montré que la présence de discontinuités horizontales (stratifications) dans le recouvrement ont **assez peu d'effet sur  $\sigma_{vm}$** , cette simplification est donc pertinente pour des milieux éventuellement stratifiés mais sans discontinuités majeures sécantes à la direction de la mine (**cas qui n'a pas été considéré dans le chapitre bibliographique**).
- **Comportement élastique linéaire.** Il s'agit de la simplification la plus courante pour modéliser les massifs rocheux (cf. sous-section 1.2.1). L'hypothèse de piliers élastiques se justifie par le fait qu'il s'agit bien de la contrainte maximale potentiellement présente dans les piliers intacts qui est généralement utilisée comme dénominateur du facteur de sécurité, et un des seuls modèles de

comportement permettant d'admettre que les piliers supportent une contrainte potentiellement très élevée est le modèle élastique. Par ailleurs, la linéarité de l'élasticité est une hypothèse presque universellement admise pour les roches.

- On modélisera des mines horizontales (orientées perpendiculairement à la direction de la contrainte principale majeure *in situ*) et des piliers rectangulaires de dimensions uniformes afin de limiter le nombre de facteurs géométriques à étudier en première approche. L'étude de l'influence des irrégularités géométriques des piliers fera l'objet des sections 2.3 et 2.4.

### 2.2.2. Définition des constantes et des paramètres

D'après les informations recueillies dans la littérature, on sait, *a priori*, que certains facteurs géométriques ont un effet important sur  $\sigma_{vm}$ . Si l'on se réfère au modèle traditionnel de l'aire tributaire et aux résultats de Roberts *et al.* (2002, cf. paragraphe 1.2.4.2), on peut les classer par ordre décroissant d'influence :

- Le taux de défrètement  $r$
- La profondeur  $H$
- Le rapport largeur/profondeur de la mine  $W/H$

Ces facteurs sont exclus d'emblée de l'étude paramétrique qui va être réalisée et seront donc constants. Les coefficients d'élasticité  $E$  et  $\nu$  (coefficient de Poisson) le seront également (voir Tableau 2.1) puisque dans un système homogène, continu et élastique linéaire, les caractéristiques mécaniques n'interviennent pas dans la répartition des contraintes. L'objectif de cette étude est d'évaluer l'influence des paramètres suivants, dont l'effet sur  $\sigma_{vm}$  n'a pas été explicitement étudié dans la littérature :

- Le rapport  $K$  entre les contraintes *in situ* majeure et mineure dont l'importance sur certaines composantes des contraintes a été prouvée par Maybee (2000).
- Le rapport largeur/hauteur ( $l/h$ ) des piliers qui a une influence sur leur raideur axiale et donc potentiellement sur  $\sigma_{vm}$ .
- La largeur des chambres  $c$  (à taux de défrètement fixé) qui a une influence sur la raideur locale en flexion du recouvrement et donc potentiellement sur la contrainte verticale transmise aux piliers.

Les valeurs successives attribuées à ces paramètres sont listées dans le Tableau 2.2.

**Tableau 2.1** : Caractéristiques constantes des modèles réalisés dans l'étude préliminaire.

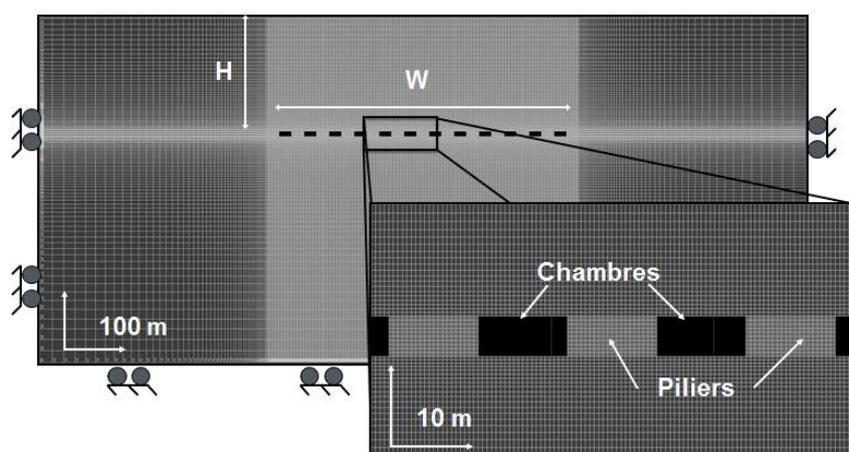
$r$	$H$ (m)	$W/H$	$E$ (GPa)	$\nu$
0,5	100	2,5	10	0,35

**Tableau 2.2** : Caractéristiques variables des modèles réalisés dans l'étude préliminaire.

Configuration n°	$K$	$l/h$	$c$ (m)
1	<b>0,5</b>	2	10
2	<b>1</b>	2	10
4	<b>3</b>	2	10
6	0,53	<b>1</b>	10
7	0,53	<b>0,5</b>	10
8	0,53	2	<b>15</b>
9	0,53	2	<b>20</b>

### 2.2.3. Construction des modèles

Les mines modélisées sont comprises à l'intérieur d'un milieu rectangulaire dont les limites latérales se situent à environ 300 m des bords de la mine (variable en fonction de la largeur des mines modélisées) de manière à **s'affranchir** de tout effet de bord. Les **déplacements des nœuds situés le long des limites latérales des modèles** sont bloqués dans la direction horizontale alors que les déplacements de ceux situés le long de la limite inférieure (horizontale) sont bloqués verticalement. Les mines sont composées de 11 piliers (12 chambres) alignés horizontalement et parallèlement à la surface libre (topographique) des modèles. Les grilles des modèles sont constituées d'environ 100 000 mailles rectangulaires (valeur dépendant de la précision souhaitée) de dimensions constante de 0,5 m de côté à l'intérieur des piliers mais augmentant à mesure que l'on s'éloigne de la mine (Figure 2.1). Ceci permet d'optimiser le temps de calcul en ayant une bonne précision dans la zone d'intérêt, à proximité des piliers, où l'état de contrainte varie fortement par rapport à l'état initial et une précision moindre loin de la mine. Les piliers et les chambres sont de section verticale rectangulaire.



**Figure 2.1** : Grille de l'un des modèles réalisés pour l'étude préliminaire.

Les modèles non excavés (rectangles pleins) sont initialement chargés verticalement sous l'effet de la gravité (accélération verticale de  $9,81 \text{ m/s}^2$ ) et horizontalement sous l'effet d'une contrainte proportionnelle en tous points à la contrainte verticale gravitaire, par le biais d'un facteur  $K$  dont l'influence sera évaluée par la suite. Une fois l'équilibre du bloc initial obtenu par rapport à l'état de contrainte *in situ*

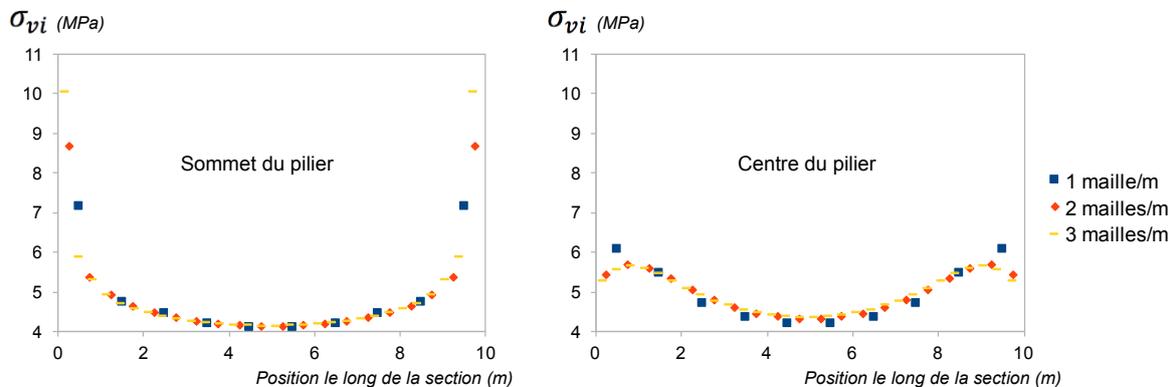
imposé, les chambres sont excavées puis l'état de contrainte élastique final est déterminé par itération jusqu'à ce que le déséquilibre maximal des forces à l'intérieur du modèle soit inférieur à  $10^{-5}$  N (détail sur la procédure de calcul en Annexe 4).

Cette procédure de construction et de calcul a été suivie pour l'ensemble des modèles réalisés dans ce chapitre.

#### 2.2.4. Obtention de la contrainte verticale moyenne

Etant donnée la géométrie considérée, la contrainte verticale moyenne à l'équilibre est censée être identique, au poids du pilier près, quelle que soit la section horizontale le long de laquelle elle est considérée. La concentration de contrainte aux bords des piliers dépend, quant à elle, de la section considérée. Elle est théoriquement infinie aux angles des piliers si on se réfère à la solution de Westergaard (1939, cf. paragraphe 1.2.3.3), mais elle est numériquement dépendante de la densité de mailles dans les modèles, tel qu'il est possible de le voir dans la Figure 2.2.

Il s'avère que la variation de concentration de contrainte en fonction de la densité de mailles n'a que très peu d'effet sur la contrainte verticale moyenne (valeur qui nous intéresse), en particulier le long de la section centrale du pilier. Les résultats y sont tout de même légèrement différents lorsque l'on passe d'une densité de 1 à 2 mailles/m, notamment en termes de position de la contrainte verticale maximale le long de la section. Ils sont, en revanche, extrêmement proches pour des densités de 2 ou 3 mailles/m.



**Figure 2.2 :** Effet de la densité linéaire de mailles sur la contrainte verticale à la surface et au centre des piliers.

Afin de garantir des résultats réalistes tout en optimisant les temps de calcul, une précision de 2 mailles/m à l'intérieur des piliers est donc retenue et la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  est calculée le long de la section centrale des piliers telle que :

$$\sigma_{vm} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{vi}}{N} \quad (2.1)$$

$N$  étant le nombre de mailles le long de la section du pilier et  $\sigma_{vi}$  la contrainte vertical de la maille d'indice  $i$ .

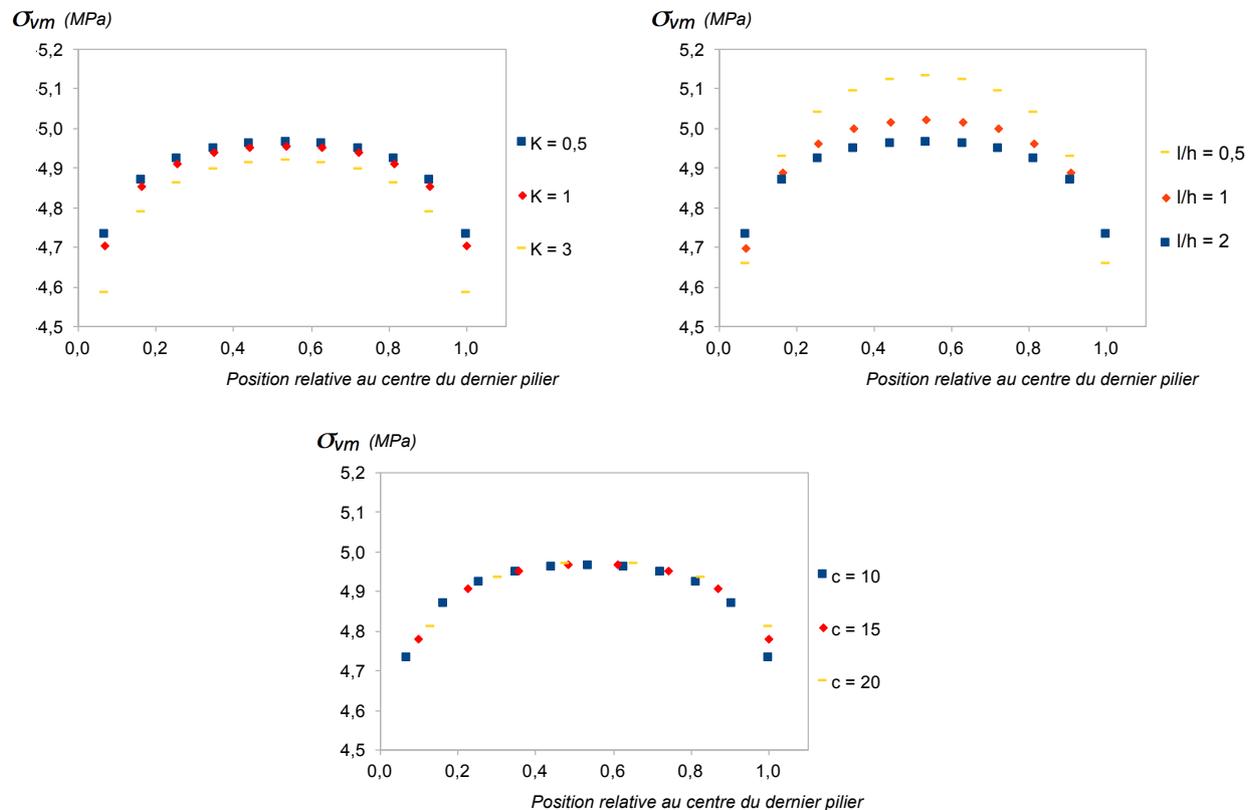
### 2.2.5. Résultats

Les valeurs de  $\sigma_{vm}$  obtenues pour les différentes configurations modélisées (Tableau 2.2) sont présentées dans Figure 2.3.

Une augmentation de 500% de la valeur de  $K$  (de 0,5 à 3), permettant de **considérer l'intégralité des valeurs couramment mesurées *in situ*, n'entraîne qu'une** différence de 1% de  $\sigma_{vm}$ . **L'effet de  $K$  peut donc être considéré comme négligeable** dans le contexte de cette étude. Une diminution de 300% du rapport  $l/h$  **n'engendre qu'une** différence de 2,5% de  $\sigma_{vm}$ . De plus, cette différence est principalement due au poids du pilier qui augmente lorsque  $l/h$  diminue (à  $l$  fixé) et ne semble pas être en lien avec une **modification du comportement mécanique de la mine. L'effet de  $l/h$  peut donc être négligé** dans la détermination de  $\sigma_{vm}$ , bien que ce terme ait un effet primordial en ce qui concerne la résistance des piliers. La largeur des chambres  $c$  **n'a**, quant à elle, pratiquement aucun effet sur les résultats (à taux de défrèvement fixé).

Finalement, les résultats confirment que les paramètres  $K$ ,  $l/h$  et  $c$ , qui ne sont **traditionnellement pas considérés lorsqu'il s'agit d'estimer  $\sigma_{vm}$  n'ont effectivement pas un effet suffisamment significatif sur cette grandeur pour qu'il soit pertinent de les considérer.**

Cette constatation servira de base à l'élaboration d'une nouvelle méthode dans la section suivante.



**Figure 2.3 :** Résultats de l'étude préliminaire sur l'influence des différents facteurs identifiés comme étant potentiellement influents sur la contrainte verticale moyenne des piliers.

## 2.3. Développement d'une nouvelle méthode

### 2.3.1. Hypothèses de départ

En conditions élastiques, continues, homogènes et dans le cas de mines orientées perpendiculairement à la contrainte principale majeure *in situ*, **les résultats de l'étude préliminaire** montrent que les seuls facteurs ayant une influence significative sur les contraintes verticales moyenne dans les piliers sont : le taux de défrètement  $r$ , la profondeur  $H$ , le poids volumique de la roche  $\rho g$ , le rapport largeur/profondeur de la mine  $W/H$ .

**Dans le cas d'un milieu aux propriétés élastiques hétérogènes**, il faudrait en toute rigueur également prendre en compte ces propriétés dans l'estimation des contraintes. La méthode de Sheorey et Singh (1974) présentée dans le paragraphe 1.2.4.2 permet cette prise en compte dans le cas d'un milieu stratifié horizontalement mais ne s'applique que lorsque les piliers sont infiniment longs et aux dimensions uniformes. De plus, ces résultats présentent l'inconvénient d'être fortement dépendants des conditions aux limites considérées.

Le développement d'une méthode similaire à celle de Sheorey et Singh mais pouvant s'appliquer à des géométries irrégulières en 3D serait mathématiquement complexe et sortirait du cadre de cette thèse. Aussi, pour le développement d'une nouvelle méthode d'estimation de  $\sigma_{vm}$ , on fera en premier lieu l'hypothèse que les caractéristiques mécaniques n'ont pas une influence significative, elles ne seront donc pas prises en compte, puis on évaluera la pertinence de cette hypothèse à partir de résultats de modélisation (sous-section 2.4.1).

### 2.3.2. Introduction de la notion de taux de défrètement relatif

Les deux principales méthodes permettant d'estimer  $\sigma_{vm}$  en 3D (Théorie de l'Aire Tributaire (*TAT*) et « théorie de la voûte de contrainte » (*Pressure Arch Theory*, *PAT*) développée par Poulsen, 2010) expriment  $\sigma_{vm}$  proportionnellement à  $1/(1-r)$ . La manière de calculer  $r$  diffère cependant d'une méthode à l'autre.

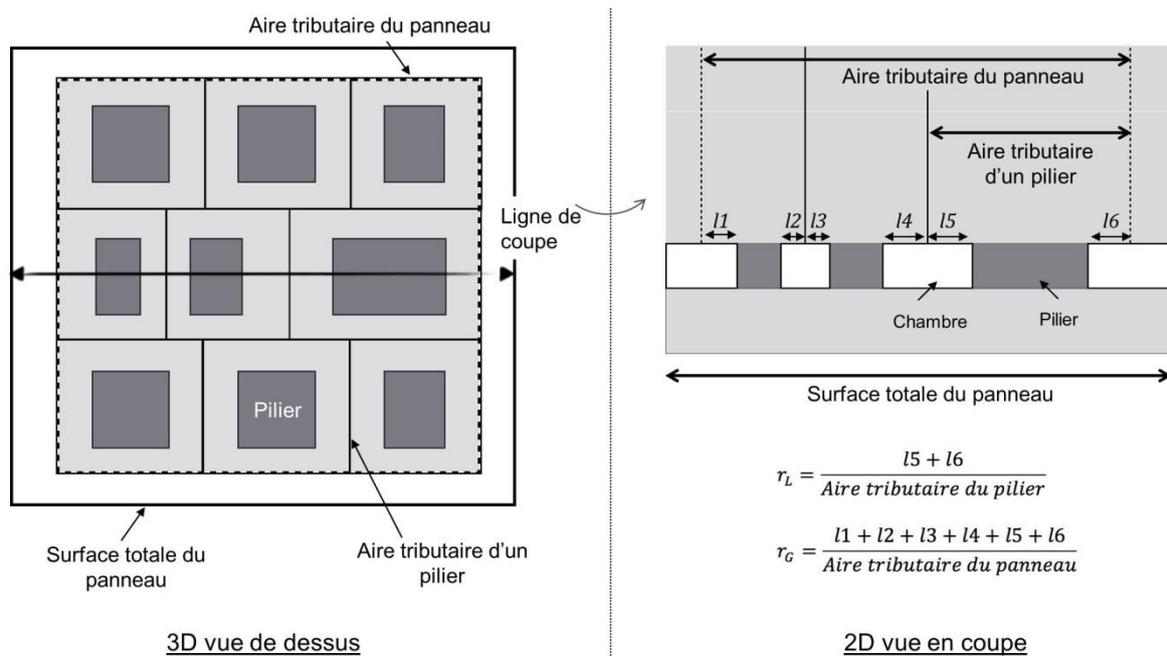
Lorsque l'on applique la *TAT*, qui est normalement préconisée dans le cas de piliers uniformes mais qui peut éventuellement être utilisée lorsque les piliers sont irréguliers en raison de sa formulation locale,  $\sigma_{vm}$  sur un pilier donné dépend de son taux de défrètement  $r$  local, c'est-à-dire  $r$  calculé autour du pilier indépendamment de celui des piliers adjacents. A l'inverse, la *PAT* prend en compte un  $r$  moyen calculé à l'intérieur d'une zone d'influence centrée autour du pilier considéré. Par conséquent, quel que soit le  $r$  local du pilier en question,  $\sigma_{vm}$  estimée à partir de la *PAT* ne dépend que du  $r$  moyen dans sa zone d'influence. De ce point de vue, les deux méthodes divergent, excepté dans le cas particulier où la zone d'influence d'un pilier correspond exactement à son aire tributaire, auquel cas les deux méthodes donnent des résultats identiques.

Intuitivement, il semble pertinent de considérer à la fois un  $r$  local et un  $r$  moyen permettant de tenir compte de la géométrie globale d'un panneau de production pour

estimer la contrainte verticale moyenne des piliers qui s'y trouvent. C'est pourquoi nous introduisons un nouveau facteur caractérisant individuellement chaque pilier d'une zone de production : le **taux de défrètement relatif ( $r_{rel}$ )**. Il correspond à la normalisation du taux de défrètement local des piliers  $r_L$  par le taux de défrètement global du panneau auquel ils appartiennent  $r_G$  (Equation 2.2).  $r_G$  se calcule comme le rapport de la **surface excavée à l'intérieur de l'aire** tributaire du panneau de production par la surface totale de cette aire tributaire (voir Figure 2.4). **L'aire tributaire du panneau correspond** à la réunion des aires tributaires de tous les piliers du panneau.

Notons que  $r_G$  est légèrement inférieur au taux de défrètement total du panneau que l'on pourrait calculer à partir de sa surface totale puisque pour une même surface de pilier, la surface excavée serait plus grande sur la surface totale que sur la surface tributaire du panneau.

$$r_{rel} = \frac{r_L}{r_G} \quad (2.2)$$



**Figure 2.4** : Schémas de principe (3D et 2D) du découpage des aires tributaires permettant de calculer les taux de défrètement relatifs des piliers (ici dans un cas fictif relativement simple).

On fait l'hypothèse *a priori* que  $r_{rel}$  est une variable explicative de  $\sigma_{vm}$  et que les deux grandeurs sont corrélées positivement. Des modèles analytiques vont être établis afin de vérifier cette hypothèse par comparaison à des résultats de modélisation numérique.

## 2.3.3. Fonction linéaire du taux de défructement relatif

## 2.3.3.1. Présentation de la fonction

On choisit tout d'abord d'écrire la contrainte verticale moyenne à mi-hauteur d'un pilier, comme la somme d'une contrainte verticale *in situ* ( $\rho gH + \rho gh/2$ ), où  $h$  est la hauteur du pilier, et d'une contrainte verticale induite par l'excavation des chambres  $\rho gH.A$ , le coefficient  $A$  (sans dimension) étant défini par la suite :

$$\sigma_{v\text{panneau}} = \rho gH(1 + A) + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.3)$$

Du point de vue de la théorie de l'aire tributaire, les piliers reprennent la contrainte issue du poids de la colonne de terrain située au-dessus de leur aire tributaire dont les limites sont les lignes fictives situées à mi-chemin entre les bords de la mine et les bords des piliers les plus externes (Figure 2.4). Le terme  $A$  pour l'ensemble des piliers d'un panneau se calcule donc à partir du taux de défructement global  $r_G$  de cette unité tel que :

$$A = \frac{r_G}{1 - r_G} \quad (2.4)$$

Comme suggéré par les travaux d'Abel (1988), Roberts *et al.* (2002) et Poulsen (2010), une partie de la contrainte tributaire théorique du panneau est en réalité transférée à l'horizon non-exploité par effet de voûte. Afin de tenir compte de ce phénomène, le terme  $A$  tel que défini par l'Equation (2.4) doit être pondéré par un facteur  $a$  (théoriquement compris entre 0 et 1) qui représente la proportion de la partie induite de la contrainte tributaire effectivement transférée aux piliers. On obtient finalement l'expression suivante pour déterminer la contrainte moyenne sur l'ensemble des piliers d'une unité de production :

$$\sigma_{v\text{panneau}} = \rho gH \left( 1 + a \frac{r_G}{1 - r_G} \right) + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.5)$$

La contrainte verticale moyenne d'un pilier donné s'obtient ensuite en pondérant la partie induite de la contrainte verticale par le taux de défructement relatif  $r_{rel}$  du pilier considéré. On obtient finalement une fonction linéaire de  $r_{rel}$  (Equation 2.6) pour estimer la contrainte verticale moyenne d'un pilier :

$$\sigma_{vm} = \rho gH \left( 1 + a \frac{r_G}{1 - r_G} r_{rel} \right) + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.6)$$

En considérant que le terme  $a$  est constant pour tous les piliers à l'intérieur d'une unité de production, et dans le cas d'une mine de profondeur et d'épaisseur constante, la seule variable de l'Equation (2.6) qui diffère d'un pilier à l'autre est  $r_{rel}$ .

La fonction linéaire proposée respecte les principales caractéristiques de la *TAT* qu'il semblait pertinent de préserver, à savoir :

- **Lorsqu'un pilier est caractérisé par un taux de défrètement local égal au taux de défrètement du panneau dans sa globalité ( $r_{rel} = 1$ ), Equation (2.6) = Equation (2.5), ce qui signifie que la contrainte verticale moyenne du pilier considéré est égale à celle du panneau.**
- **La contrainte moyenne estimée d'un pilier donné est respectivement supérieure ou inférieure à celle de l'unité de production lorsque le taux de défrètement local du pilier est lui-même supérieur ou inférieur au taux de défrètement global du panneau ( $r_{rel} < 1$  ou  $r_{rel} > 1$ ). En revanche, la partie induite de la contrainte verticale moyenne des piliers ne varie plus comme une fonction de  $\frac{r_L}{1-r_L}$  (théorie de l'aire tributaire classique) mais comme une fonction de  $\frac{r_L}{1-r_G}$  (Equation 2.6) (comparaison proposée dans la Figure 2.19 de la section 2.5).**

### 2.3.3.2. Comparaison de la fonction linéaire aux résultats de modélisation numérique

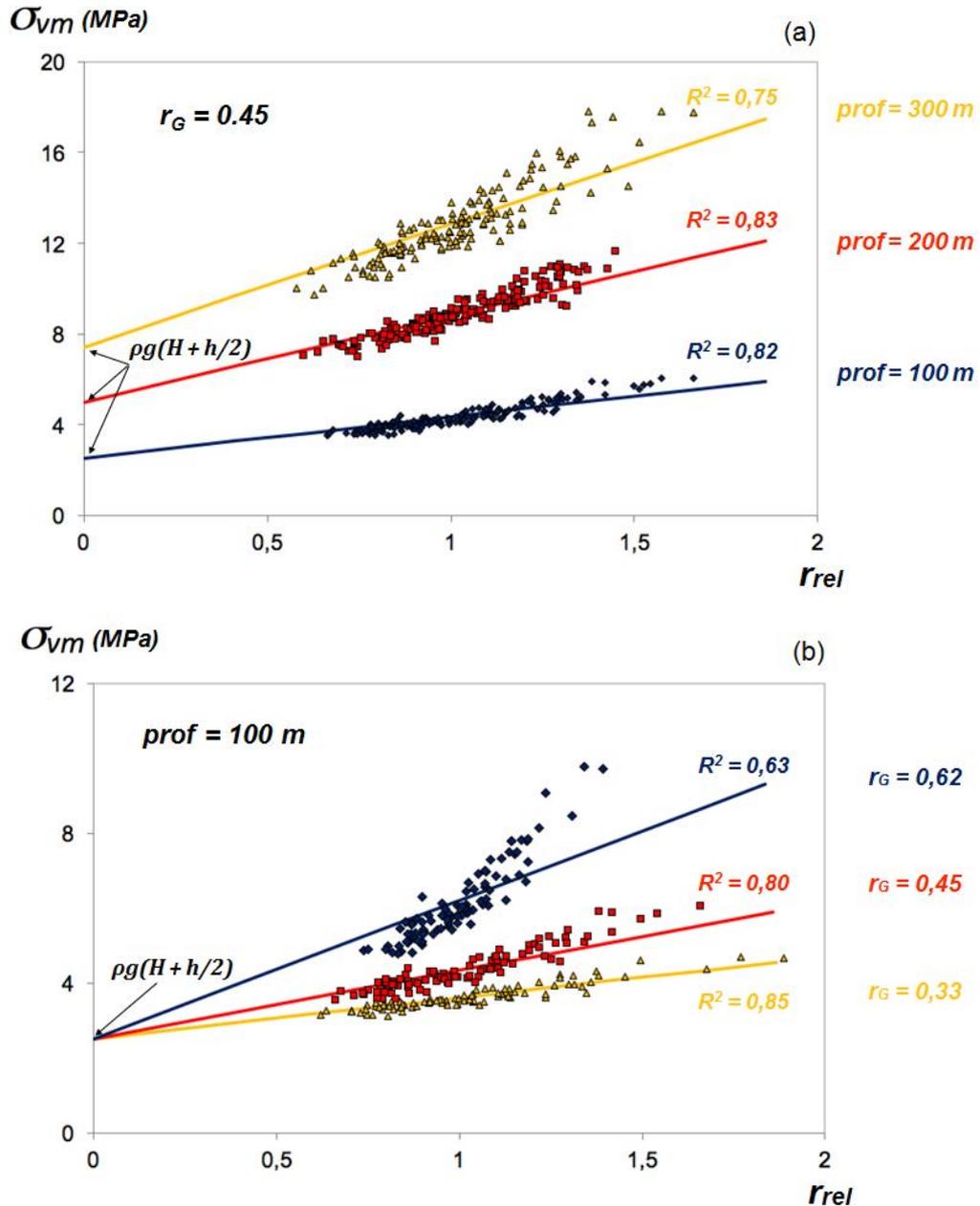
#### Procédure et résultats

Un grand nombre de modèles de mines a été réalisé afin de confronter les **résultats de l'Equation (2.6)** aux résultats numériques. Chaque modèle a été construit **suivant la procédure détaillée dans le cadre de l'étude préliminaire**. Cependant, les mines sont cette fois-ci constituées de 19 piliers et 20 chambres dont les largeurs sont tirées aléatoirement suivant une loi uniforme (voir exemple de modèle en Annexe 5) parmi une gamme de valeurs définie au préalable de manière à obtenir une certaine valeur de  $r_G$ . Les taux de défrètement locaux  $r_L$  et relatifs  $r_{rel}$  sont en revanche aléatoires. 10 modèles ont été réalisés pour 3 valeurs de  $r_G$  à profondeur  $H$  fixée et pour 3 profondeurs  $H$  à  $r_G$  fixé (total de 50 modèles) correspondant à des grandeurs couramment observées dans les mines exploitées par la méthode des chambres et piliers. Les différentes configurations modélisées sont listées dans le Tableau 2.3.

**Les contraintes verticales moyennes de l'ensemble des piliers de chacun des modèles** (total de 950 piliers) ont été obtenues à partir des résultats numériques grâce à l'Equation (2.1) et tracées en fonction du  $r_{rel}$  de chaque pilier. Une série de résultats a été obtenue pour chacune des 5 configurations du Tableau 2.3. La fonction linéaire du **taux de défrètement relatif a été ajustée aux 5 séries de résultats par le biais d'une régression linéaire avec une ordonnée à l'origine fixée à  $\rho g H + h/2$ , telle qu'imposée par l'Equation (2.6)**, et le terme  $a$  pour variable d'ajustement étant donné qu'il s'agit de la seule inconnue de la fonction. Les valeurs de  $a$  engendrant le meilleur coefficient de détermination  $R^2$  pour chaque série de résultats, ont été retenues (résultats dans la Figure 2.5).

**Tableau 2.3** : Caractéristiques géométriques des modèles réalisés.

Configuration	Profondeur H (m)	Défruitement global $r_G$	Largeurs de pilliers (m)		Largeur de chambres (m)		Défruitement local $r_L$		W/H
			Max	Min	Max	Min	Max	Min	
1	100	0,33	15	5	7,5	2,5	0,60	0,14	2,9
2	100	0,45	15	5	12	4	0,70	0,21	3,5
3	100	0,62	15	5	24	8	0,83	0,34	5,1
4	200	0,45	15	5	12	4	0,70	0,21	1,75
5	300	0,45	15	5	12	4	0,70	0,21	1,16

**Figure 2.5** : Contrainte verticale moyenne des piliers en fonction de leur taux de défruitement relatif, pour des panneaux de différentes profondeurs (a) et différents taux de défruitement globaux (b), et ajustement d'une fonction linéaire (Equation 2.6).

### Interprétation des résultats de la fonction linéaire

L'orientation des nuages de points formés par les résultats numériques de la Figure 2.5 montre que l'hypothèse de départ suivant laquelle la contrainte verticale moyenne devait augmenter avec le taux de défruitement relatif est bien respectée. L'approximation linéaire offre une relativement bonne corrélation avec les résultats numériques pour des profondeurs de 100 et 200 m et pour des taux de défruitement globaux de 0,33 et 0,45 avec des coefficients de détermination  $R^2$  supérieurs à 0,82. En revanche, les valeurs de  $R^2$  sont significativement réduites pour une profondeur de 300 m et un taux de défruitement global de 0,62 où l'erreur relative maximale de la fonction linéaire par rapport aux résultats numériques atteint +24%.

Globalement, on s'aperçoit que l'estimation de la contrainte moyenne par la fonction linéaire est d'autant plus proche des résultats numériques que le taux de défruitement relatif est proche de 1. La fonction sous-estime majoritairement la contrainte des piliers les plus chargés ( $r_{rel} > 1$ ) et au contraire surestime celle des piliers les moins chargés ( $r_{rel} < 1$ ). Cette déviation constante suggère que la contrainte verticale moyenne des piliers n'augmente pas linéairement en fonction de  $r_{rel}$  et donc que la fonction linéaire proposée n'est pas physiquement correcte, bien que satisfaisante dans certaines conditions.

On montre par la suite qu'une meilleure corrélation peut être obtenue en ajustant une fonction quadratique de  $r_{rel}$  aux résultats numériques.

### Vérification de la valeur a

Le terme  $a$  correspond à la proportion de la partie induite de la contrainte tributaire ( $\rho g H \cdot r_G / (1 - r_G)$ ) qui est effectivement transférée aux piliers après prise en compte de l'effet de voûte. Les valeurs de  $a$  obtenues à partir des ajustements linéaires sont listées dans le tableau suivant :

**Tableau 2.4 :** Valeurs moyennes du coefficient  $a$  pour chacune des configurations modélisées.

Configuration n°	1	2	3	4	5
a	0,94	0,96	0,97	0,94	0,93

A chaque valeur de  $a$  correspond une proportion  $p$  de la contrainte tributaire (*induite + in situ*) ( $\rho g H / (1 - r_G)$ ) issue du poids du recouvrement effectivement transférée aux piliers. Elle se calcule à partir de  $a$  telle que (voir démonstration en Annexe 6) :

$$p = 1 - r_G + a \cdot r_G \quad (2.7)$$

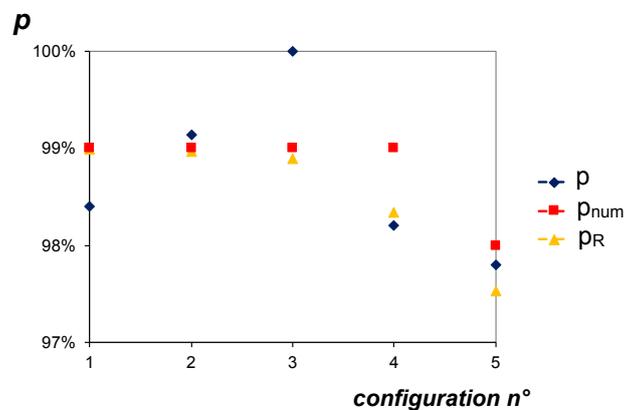
Afin de vérifier que les valeurs de  $a$  obtenues par les ajustements linéaires engendrent des valeurs de  $p$  physiquement pertinentes, les valeurs de  $p$  ont été comparées aux proportions réelles de la contrainte tributaire transférées aux piliers dans les modèles numériques  $p_{num}$ , calculées à partir de la relation suivante :

$$p_{num} = \frac{\sum_{piliers} \sigma_{vm} / N_{piliers}}{\rho g H / (1 - r_G)} \quad (2.8)$$

où  $N_{piliers}$  est le nombre de piliers à l'intérieur du modèle. Elles ont également été comparées aux valeurs  $p_R$  (Equation 2.9, analysée dans le paragraphe 1.2.4.3) obtenues numériquement par Roberts *et al.* (2002) dans le cas de mines de géométrie régulière ( $r_L = r_G$ ). La comparaison est présentée dans la Figure 2.6.

$$p_R = 0,99 \left( 1 - r^{(2,2+1,4W/H)} \right)^{\frac{0,667}{(1+W/H)} + 0,0067(E(GPa)-1,5)} \quad (2.9)$$

Les valeurs de  $p$  obtenues par les trois méthodes sont très proches pour **l'ensemble des modèles réalisés**. Elles se situent entre 97% pour les modèles les plus profonds (300 m) et 99-100% pour les modèles ayant un fort taux de défrètement global (0,62). **L'écart maximal observé d'une méthode à l'autre est d'environ 1% ce qui suggère que les résultats obtenus sont cohérents les uns par rapport aux autres.** Il est intéressant de remarquer que les valeurs de  $p_{num}$  mesurées numériquement, dans le cas de piliers irréguliers, et les valeurs déduites des travaux de Roberts *et al.* (2002, Equation 2.9), dans le cas de piliers uniformes, suivent une même tendance. Cela suggère que la proportion de la contrainte tributaire effectivement transférée aux piliers est semblable indépendamment du fait que les piliers soient uniformes ou irréguliers tant que le  $r_G$  du panneau considéré est identique. Les valeurs de  $p$  déduites de  $a$ , elles-mêmes obtenues **par ajustement linéaire, n'évoluent pas suivant la même tendance que celles obtenues par les deux autres méthodes, mais l'écart entre les valeurs (< 1%) n'est pas significatif et on peut raisonnablement dire que les variations observées sont inférieures aux incertitudes de résultat associées à l'ensemble des hypothèses simplificatrices utilisées (modèles élastiques, homogènes, continus, isotrope).**



**Figure 2.6 :** Valeurs moyennes de la proportion  $p$  du poids du recouvrement, transférée aux piliers, telles que déterminées à partir des trois méthodes **présentées plus haut, pour l'ensemble des modèles de chacune des cinq configurations modélisées présentées dans le Tableau 2.3.**

### 2.3.4. Fonction quadratique du taux de défruitement relatif

#### 2.3.4.1. Présentation de la fonction

En raison de la forme des nuages de points obtenus dans la Figure 2.5, il semble plus approprié de définir une fonction polynomiale de degré supérieur à 1 de  $r_{rel}$  pour **estimer la contrainte verticale moyenne des piliers. C'est pourquoi la fonction linéaire** initiale a été modifiée en une fonction quadratique des mêmes variables :

$$\sigma_{vm} = \rho g H (1 + B \cdot r_{rel} + C \cdot r_{rel}^2) + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.10)$$

Les expressions des coefficients  $B$  et  $C$  découlent des propriétés de la *TAT* que **l'on choisit de préserver : la contrainte moyenne d'un pilier doit être égale à la contrainte moyenne du panneau lorsque  $r_{rel} = 1$  et l'intensité de l'effet de voûte, représentée par le terme  $a$  dans la fonction linéaire, doit être conservée** puisque sa pertinence a été prouvée. En raison de ces deux conditions,  $B$  et  $C$  **s'expriment** nécessairement comme suit :

$$B = b \frac{r_G}{1 - r_G} \quad (2.11)$$

$$C = c \frac{r_G}{1 - r_G} \quad (2.12)$$

avec, en théorie, un effet de voûte se traduisant par :

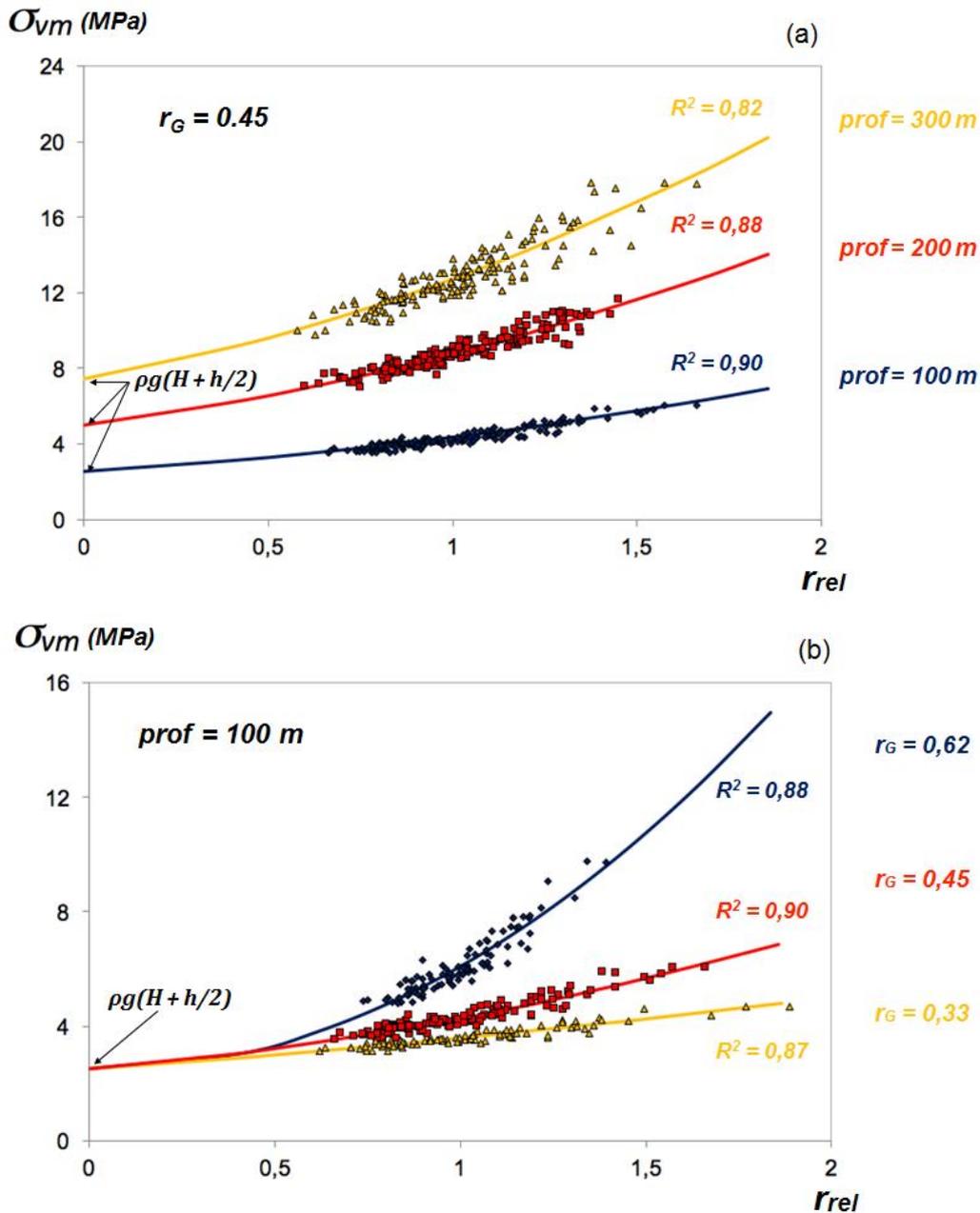
$$b + c = a \quad (2.13)$$

#### 2.3.4.2. Comparaison de la fonction quadratique aux résultats de modélisation numérique

##### Procédure

Les mêmes nuages de points que précédemment sont utilisés pour ajuster la fonction quadratique (Figure 2.7). **L'ajustement est cette fois réalisé par le biais d'une régression polynomiale avec une ordonnée à l'origine fixée à  $\rho g H + h/2$ , telle qu'imposé par l'Equation (2.10), et 2 variables d'ajustement,  $b$  et  $c$ , qui sont les inconnues de la fonction.**

Les valeurs des coefficients  $b$  et  $c$  **permettant d'obtenir la plus grande valeur du coefficient de détermination  $R^2$**  ont été retenues.



**Figure 2.7 :** Contrainte verticale moyenne des piliers en fonction de leur taux de défrèvement relatif, pour des panneaux de différentes profondeurs (a) et différents taux de défrèvement globaux (b), et ajustement d'une fonction quadratique. (Equation 2.10).

#### Interprétation des résultats de la fonction quadratique

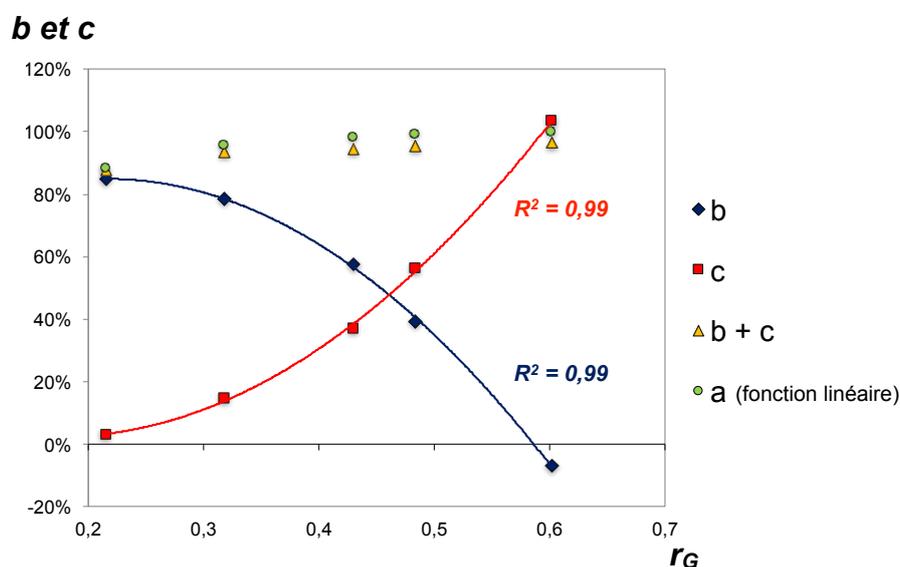
L'ajustement de la fonction quadratique offre de meilleurs coefficients de détermination que la fonction linéaire pour l'ensemble des profondeurs et des taux de défrèvement globaux modélisés. De plus, la tendance des nuages de points formés par les résultats numériques est bien respectée par la fonction quadratique dans toutes les configurations modélisées ce qui suggère que la fonction proposée est physiquement pertinente. En effet, à l'inverse de la fonction linéaire, la précision de la fonction quadratique par rapport aux résultats numériques est à peu près constante quelle que

soit la valeur de  $r_{rel}$  des piliers. Elle semble cependant légèrement diminuer avec la profondeur tout en restant relativement élevée ( $R^2 = 0,82$  à 300 m de profondeur).

Une meilleure corrélation pourrait être obtenue en ajustant une fonction polynomiale de degré supérieur aux résultats numériques. Cependant, au vu de la bonne précision déjà obtenue avec une fonction quadratique, il ne semble pas nécessaire de chercher à obtenir une fonction de degré supérieur dans la mesure où cela compliquerait l'interprétation physique des résultats. De plus, la bonne calibration des coefficients d'une telle fonction nécessiterait de réaliser de nombreux modèles supplémentaires pour obtenir une précision finale seulement très légèrement supérieure à celle déjà obtenue.

### Etude des coefficients b et c

La recherche d'éventuelles relations entre les coefficients  $b$  et  $c$  et les caractéristiques géométriques des différentes configurations modélisées a permis de montrer que  $b$  et  $c$  dépendent principalement du taux de défrètement global  $r_G$  (Figure 2.8).  $b$  et  $c$  peuvent s'approcher très fidèlement par des fonctions quadratiques de  $r_G$ , Equations (2.14) et (2.15). Notons que ces relations ont été mises en évidence en tenant compte des résultats numériques obtenus pour des  $r_G$  de 0,5 et 0,22 qui n'avaient pas été présentés dans les figures précédentes par souci de clarté, mais qui étaient néanmoins nécessaires ici (en tenant compte de ces deux autres configurations, le nombre total de modèles réalisés s'élève à 1330).



**Figure 2.8 :** Valeurs moyennes des coefficients  $b$  et  $c$  de la fonction quadratique permettant d'obtenir la meilleure corrélation aux résultats numériques en fonction du taux de défrètement global moyen des différents modèles réalisés pour chacune des cinq configurations du Tableau 2.3 et pour deux configurations supplémentaires ( $r_G = 0,22$  et  $r_G = 0,5$ ).

$$b = -6,20 r_G^2 + 2,68 r_G + 0,56 \quad (2.14)$$

$$c = 5,52 r_G^2 - 1,92 r_G + 0,19 \quad (2.15)$$

Les modèles réalisés couvrent une gamme de valeurs de rapport *largeur/profondeur* des panneaux  $W/H$  (de 1 à 5) représentatives des mines réelles. Les coefficients des Equations (2.14) et (2.15) sont donc théoriquement valables pour **n'importe quelles valeurs de  $W/H$** . Des résultats obtenus pour un rapport  $W/H = 7$  (Annexe 7) confirme cette affirmation. Par ailleurs, ceci est cohérent **avec l'équation de Roberts *et al.* (2002, Equation 1.22, Figure 1.16)** qui suggère que la contrainte des piliers est très peu influencée par  $W/H$  lorsque  $W/H > 1$ .

Sans que nous puissions donner de justification physique aux valeurs de leurs coefficients, il semble que les Equations (2.14) à (2.15) aient un certain degré de généralité que nous vérifierons par la suite. Finalement, la fonction quadratique dépend de seulement quatre paramètres :  $H$ ,  $\rho g$ ,  $r_G$  et  $r_L$  (ou  $r_{rel}$ ).

On voit dans la Figure 2.8 que  $c$  augmente significativement lorsque  $r_G$  augmente alors que  $b$  **diminue fortement**. **Cela signifie, en référence à l'Equation (2.10)**, que pour une valeur donnée de  $r_{rel}$ , la déviation de la contrainte verticale moyenne du pilier considéré par rapport à la contrainte verticale moyenne de tous les piliers du panneau **auquel il appartient est d'autant plus importante que  $r_G$  est élevé**. En d'autres termes, plus  $r_G$  est élevé, plus  $\sigma_{vm}$  est sensible à  $r_{rel}$ . **Cette constatation permet de justifier l'écart significatif qui avait été observé entre la fonction linéaire et les résultats numériques dans le cas d'un  $r_G$  élevé (Figure 2.5).**

En outre, il est intéressant de remarquer que la condition de l'Equation (2.13) est bien respectée puisque la somme  $b + c$  est approximativement égale à la proportion  $a$  calculée précédemment (voir comparaison dans la Figure 2.8) avec un écart maximal de l'ordre de 3%. **On peut en conclure que l'intensité de l'effet de voûte ( $b + c = a$ ) est évaluée de manière équivalente quelle que soit l'approche (fonction linéaire ou quadratique).**

Les coefficients  $b$  et  $c$  tels que définis par les Equations (2.14) et (2.15) seront **utilisés pour la suite de l'étude.**

### 2.3.5. Comparaison de la fonction quadratique aux méthodes TAT et PAT

#### 2.3.5.1. *Comparaison de l'ensemble des résultats*

##### Procédure

La fonction quadratique du taux de défrètement relatif (Equation 2.10) semble bien représenter la distribution de la contrainte verticale entre des piliers de dimensions **irrégulières à l'intérieur d'une unité de production, dans les conditions géométriques et mécaniques précisées auparavant**. **Pour s'assurer de l'utilité d'appliquer cette fonction plutôt que l'une des deux méthodes préexistantes, les aptitudes respectives des trois méthodes à produire des résultats proches des résultats de modélisations numériques, pour des géométries de mine identiques, vont être comparées.**

Pour effectuer cette comparaison, nous considérons 10 géométries aléatoires de mines situées à 300 m de profondeur et ayant un taux de défrètement global moyen de 0,45, ce qui correspond à la configuration n°5 du Tableau 2.3.

Les équations issues des trois méthodes comparées sont rappelées ci-dessous pour plus de clarté :

$$TAT : \quad \sigma_{vm} = \frac{\rho g H}{1 - r_L} + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.16)$$

$$PAT : \quad \sigma_{vm} = \frac{\rho g H}{1 - r_p} + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.17)$$

$$Fonction quadratique : \quad \sigma_{vm} = \rho g H (1 + B \cdot r_{rel} + C \cdot r_{rel}^2) + \rho g \frac{h}{2} \quad (2.10)$$

Les taux de défrètement locaux  $r_L$  servant à appliquer la méthode *TAT* ont été calculés de la même manière que pour la fonction quadratique en découpant les chambres adjacentes à un pilier à mi-distance entre celui-ci et les deux piliers qui l'entourent.

Les taux de défrètement « en champ proche »  $r_p$ , utiles pour l'application de la méthode *PAT*, ont été calculés comme le rapport entre la surface excavée à l'intérieur de la zone d'influence de chaque pilier (définie en fonction de la profondeur, d'après les travaux d'Abel, 1988 ; Equation 1.23, cf. paragraphe 1.2.4.2) et la surface totale de cette zone d'influence. Comme les modèles réalisés sont bidimensionnels, les zones d'influences et les surfaces excavées ne sont plus des aires mais des segments. Cependant, la méthode telle qu'elle a été illustrée dans la Figure 1.15 (cf. paragraphe 1.2.4.2) s'applique toujours.

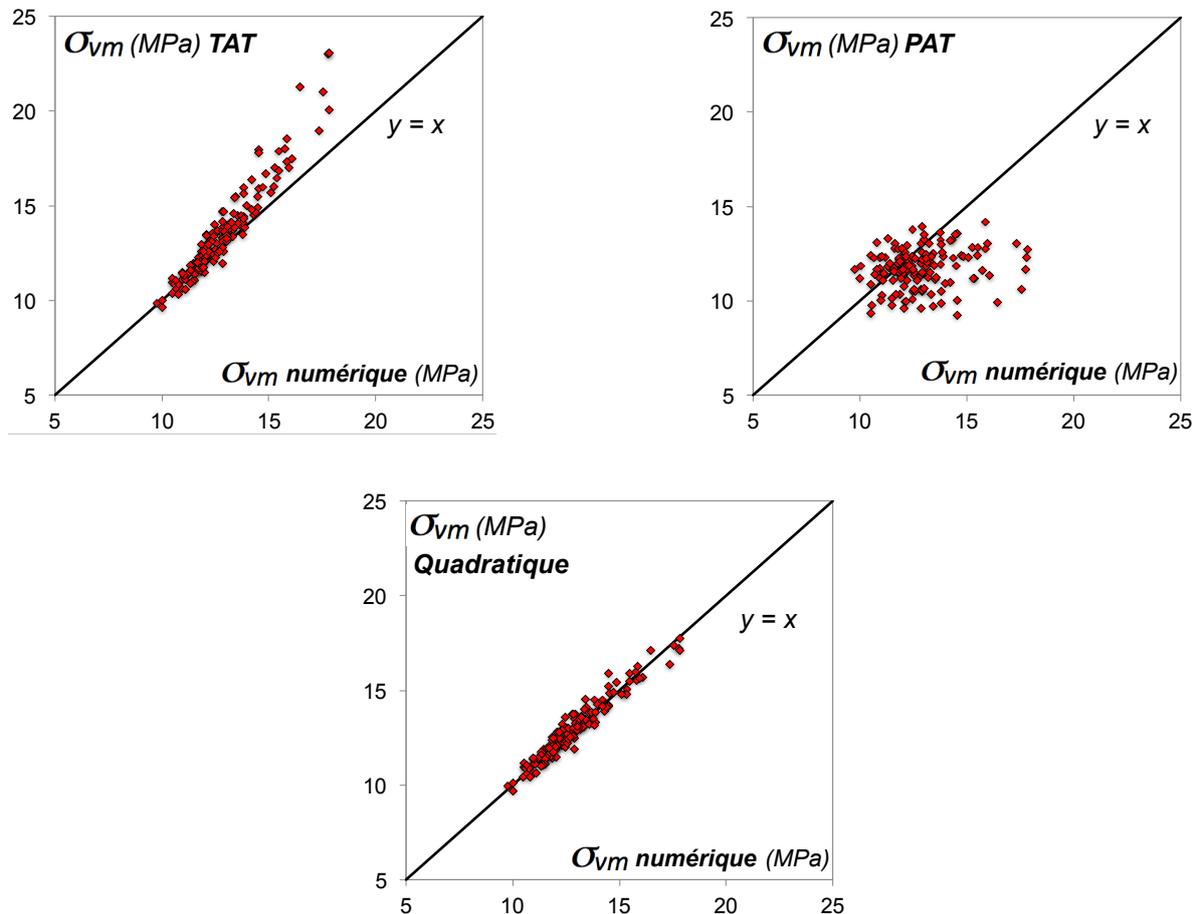
### Résultats

La comparaison des résultats obtenus par les trois méthodes aux résultats numériques est représentée sur des graphiques de corrélation dans la Figure 2.9. La proximité et l'alignement des nuages de points aux droites d'équation  $y = x$  représentées sur chacun des graphiques permettent de juger du degré de correspondance entre les résultats analytiques et numériques.

La méthode *TAT* offre une bonne approximation des résultats numériques pour de faibles valeurs de contrainte. Au-delà d'une certaine valeur, en revanche, elle surestime significativement la contrainte et ce, d'autant plus que la contrainte est élevée. Il arrive, plus rarement, que la contrainte soit légèrement sous-estimée par cette méthode. Globalement, la méthode *TAT* est sécuritaire car elle aura tendance à sous-estimer le facteur de sécurité (Eq. 1.12)

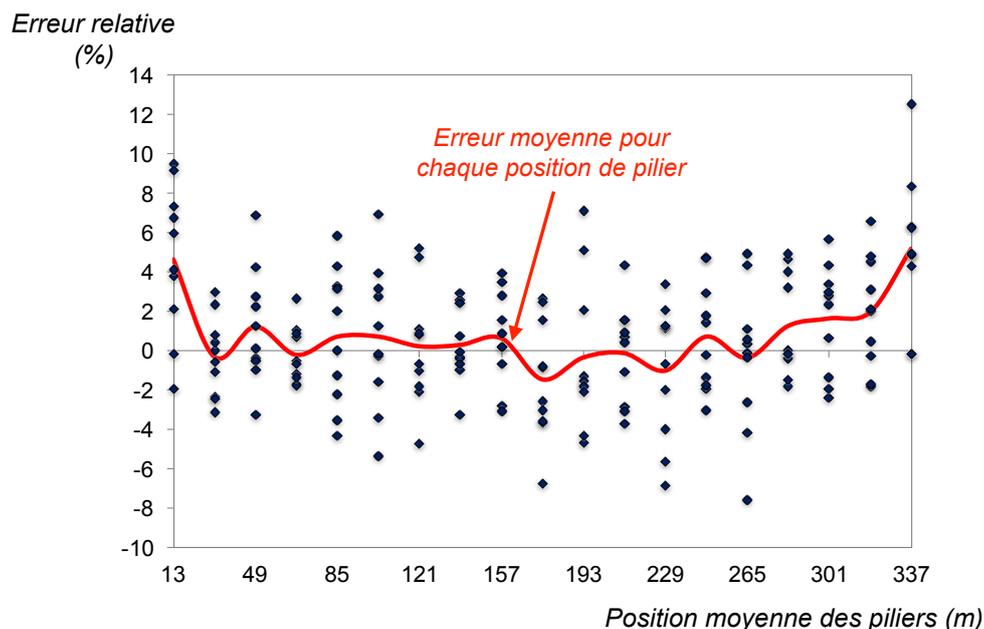
La méthode *PAT* quant à elle, sous-estime majoritairement la contrainte en comparaison aux résultats numériques. Le nuage de point est étiré horizontalement, ce qui montre que la fonction de Poulsen tend à lisser les contraintes autour d'une valeur moyenne qui est, par ailleurs, inférieure à la valeur moyenne des résultats numériques.

La fonction quadratique offre la meilleure approximation des résultats numériques. L'erreur relative moyenne est d'environ +0,8% contre +4,8% pour la *TAT* et -7,5% pour la méthode *PAT*; leurs écart-types respectifs sont de 3,3%, 6,6% et 12%. Les résultats de la fonction quadratique sont bien alignés avec la droite d'équation  $y = x$  pour toute la gamme de contrainte mesurée. L'erreur relative maximale est de +12% contre +29% pour la méthode *TAT* et -40% pour la méthode *PAT*.



**Figure 2.9 :** Graphiques de corrélation comparant les contraintes verticales moyennes des piliers obtenues numériquement et celles **obtenues à partir de la théorie de l'aire tributaire** *TAT*, de la théorie de la voûte de contrainte *PAT* et de la fonction quadratique, pour des géométries identiques.

La Figure 2.10 montre la répartition des erreurs produites par la fonction quadratique en fonction de la position des piliers à l'intérieur des mines modélisées. On s'aperçoit que la fonction quadratique a tendance à surestimer la contrainte des piliers situés à moins de 30 m des bords de la mine, avec une erreur moyenne d'environ +5% et une erreur maximale de l'ordre de +12% pour les piliers les plus externes. Cependant, l'erreur moyenne pour les piliers situés en dehors de ces 30 m avoisine 0% avec une fluctuation de +/-8% en fonction des cas. Ce résultat signifie que la fonction ne présente pas de tendance significative à sous-estimer ou à surestimer les contraintes des piliers situés suffisamment loin des bords de la mine.



**Figure 2.10** : Erreur de la fonction quadratique par rapport aux résultats numériques en fonction de la position des piliers dans la mine pour l'ensemble des dix modèles considérés.

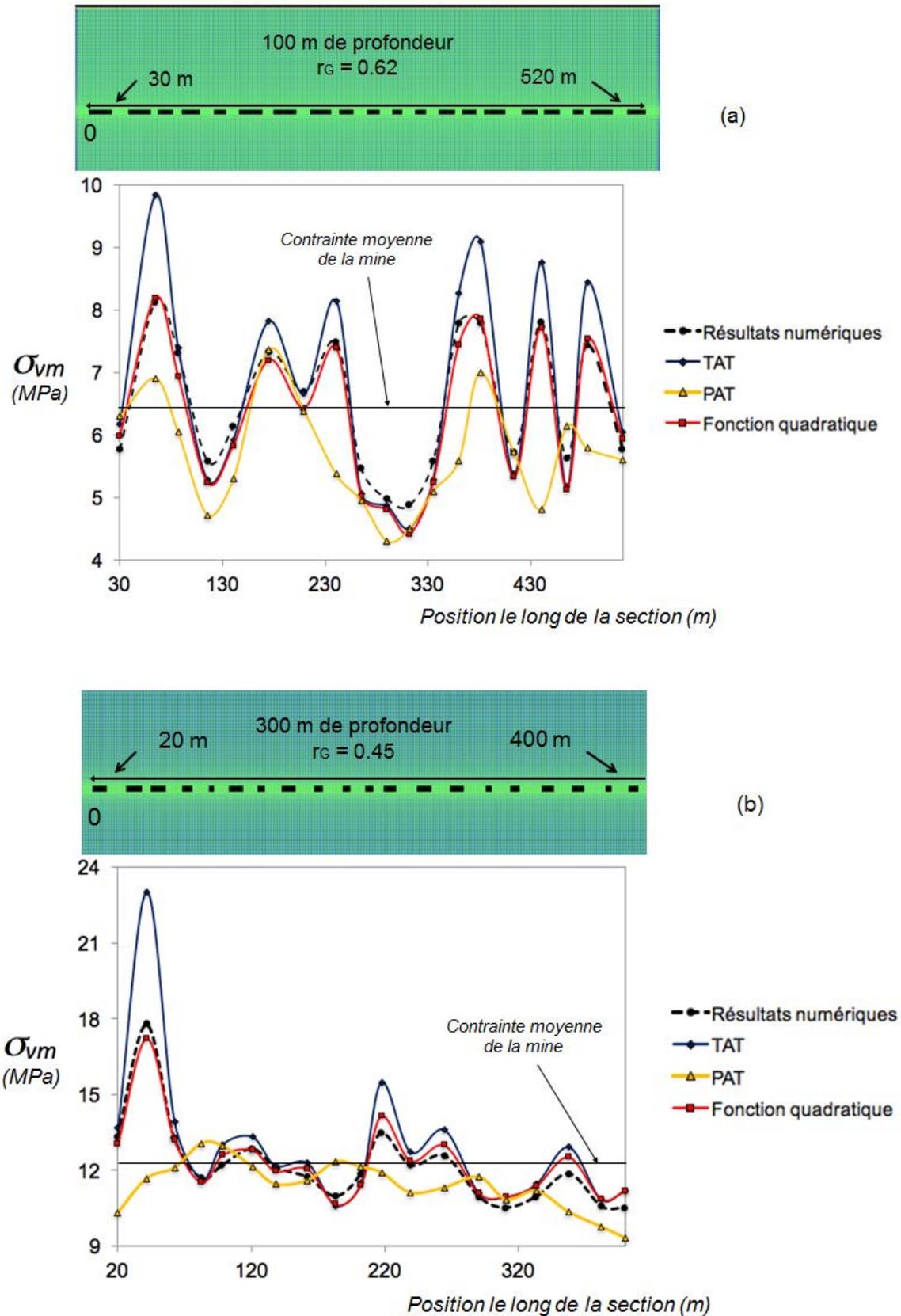
### 2.3.5.2. Comparaison des résultats à l'échelle d'une mine

La Figure 2.11 représente les résultats numériques ainsi que ceux obtenus par la fonction quadratique, par la méthode *TAT* et par la méthode *PAT* dans deux cas spécifiques : le premier est celui d'une mine située à 300 m de profondeur avec un taux de défruitement de 0,45, le second celui d'une mine située à 100 m de profondeur avec un taux de défruitement de 0,62 (cas 3 et 5 du Tableau 2.3).

Les tendances générales qui ont été mises en évidence dans le cadre de la comparaison globale des résultats, se confirment à l'échelle d'une mine. La méthode *TAT* surestime les contraintes verticales moyennes des piliers les plus chargés, ou plus précisément, de ceux dont la contrainte verticale moyenne est supérieure à la contrainte verticale moyenne du panneau dans sa globalité, c'est à dire lorsque le  $r_{rel} > 1$ . Elle offre, cependant, une bonne approximation des contraintes inférieures à la contrainte verticale moyenne de la mine, c'est à dire lorsque  $r_{rel} \leq 1$ . La forme de la courbe de la méthode *TAT* est, par ailleurs, semblable à celle des résultats numériques.

La méthode *PAT* sous-estime la plupart des valeurs de contrainte et présente une tendance différente des résultats numériques dans le cas d'un taux de défruitement de 0,45.

La courbe des résultats de la fonction quadratique présente une forme semblable à celles de la méthode *TAT* et des résultats numériques. En revanche, elle présente l'avantage de ne pas surestimer, contrairement à la méthode *TAT*, la contrainte des piliers les plus chargés. Sa précision est globalement indépendante de  $r_{rel}$ , ce qui constitue le principal intérêt de cette méthode.



**Figure 2.11** : Contrainte verticale moyenne des piliers obtenue à l'aide des différentes méthodes en fonction de la position des piliers, à l'échelle de deux panneaux dont les caractéristiques respectives sont :  $r_G = 0,62$ , prof = 100 m (a) et  $r_G = 0,45$ , prof = 300 m (b).

## 2.4. Vérification de l'applicabilité de la fonction quadratique

### 2.4.1. Effet d'un contraste de module de Young entre les piliers et la roche encaissante

La fonction quadratique qui a été proposée ne contient que des variables géométriques et ne prend donc pas en compte les caractéristiques mécaniques de la **roche dans l'estimation des contraintes verticales** moyennes. Cette simplification vient du **fait que dans le cadre de l'élasticité linéaire, les propriétés mécaniques n'ont en théorie aucun effet sur la distribution des contraintes autour d'une excavation** dans un milieu continu et homogène. Les modèles considérés jusqu'ici avaient effectivement des caractéristiques élastiques homogènes.

En revanche, les propriétés mécaniques des piliers sont, dans le cas général, différentes de celles de la roche encaissante en raison des différences de lithologie entre la **couche exploitée et celles qui l'entourent. Afin de tenir compte de cela, en restant dans le cadre de l'élasticité linéaire, plusieurs modèles de mines horizontales ont été construits, suivant la procédure déjà utilisée jusqu'ici, avec cette fois-ci des rapports de module de Young  $RM$  entre la couche exploitée et le reste du modèle différent de 1.  $RM$  est défini tel que :**

$$RM = \frac{E_{\text{encaissant}}}{E_{\text{piliers}}} \quad (2.18)$$

Les modules de Young couramment observés dans les roches varient rarement **au-delà d'un rapport de 1 à 10 au sein d'un même type de roche (sédimentaire, magmatique, métamorphique...)**. Dans une gamme de variation semblable, différentes valeurs de  $RM$  **ont été considérées afin d'obtenir une roche encaissante plus rigide que les piliers ( $RM = 2, 4, 6, 10$ , et  $15$ ) et moins rigide que les piliers ( $RM = 0,5, 0,25, 0,16, 0,10$  et  $0,06$ )**. Deux modèles ont été réalisés pour chaque valeur de  $RM$  pour un total de 20 modèles contenant chacun 19 piliers (soit 380 piliers).

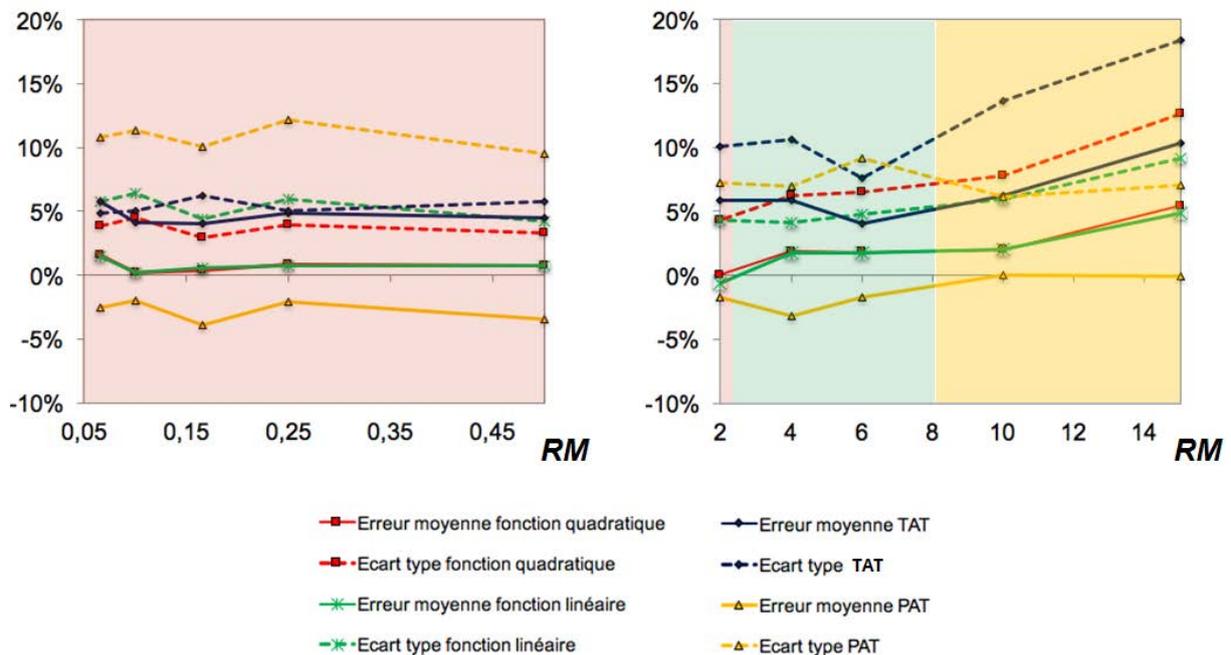
Les résultats obtenus par les différentes méthodes analytiques ont à nouveau été comparés aux **résultats numériques afin d'évaluer l'effet de  $RM$  sur l'estimation du chargement des piliers**. La fonction linéaire du taux de défruitement relatif qui a servi de **base à l'élaboration de la fonction quadratique fait également l'objet de la comparaison**.

**Afin de simplifier l'interprétation de l'ensemble des résultats, ces derniers ont été synthétisés dans la Figure 2.12 où l'on voit, pour chaque valeur de  $RM$ , l'erreur moyenne relative et l'écart-type relatif de chacune des méthodes analytiques par rapport aux résultats numériques. La méthode la plus adéquate est celle dont l'erreur moyenne est la plus proche de 0 (pas de tendance à surestimer ni à sous-estimer les contraintes) tout en ayant un écart-type le plus faible possible. En considérant ces 2 critères, les différentes zones des graphiques ont été coloriées d'une couleur correspondant à la méthode la plus adéquate.**

Lorsque la roche encaissante a un module inférieur à celui des piliers ( $RM < 1$ ), indépendamment de la valeur de  $RM$ , les résultats montrent clairement que les fonctions linéaires et quadratiques du taux de défruitement relatif sont les plus adéquates. Elles ont toutes deux une erreur moyenne proche de 0%, un écart-type plus faible que celui de la méthode *PAT* d'environ 6% et à peu près identique à celui de la méthode *TAT* dont l'erreur moyenne est cependant plus élevée d'environ 5%. La fonction quadratique est légèrement meilleure que la fonction linéaire en raison d'un écart-type inférieur d'environ 1,5%.

Lorsque la roche encaissante a un module de Young supérieur à celui des piliers ( $RM > 1$ ), les résultats sont plus contrastés. Pour une valeur  $RM = 2$ , la fonction quadratique bénéficie de l'erreur moyenne la plus proche de 0% et du plus faible écart-type. En revanche, cet écart-type augmente avec  $RM$  et devient plus grand que celui de la fonction linéaire qui est la plus adéquate lorsque  $RM$  est compris entre 2 et 8. Les deux méthodes sont toutefois extrêmement proches. Pour des valeurs  $RM > 8$ , les erreurs moyennes des fonctions linéaire et quadratique augmentent significativement avec  $RM$  et la méthode *PAT* devient la plus précise avec une erreur moyenne se rapprochant de 0 et un écart-type constant de 5%. La méthode *TAT* est celle qui surestime le plus significativement les contraintes verticales des piliers lorsque  $RM > 1$ .

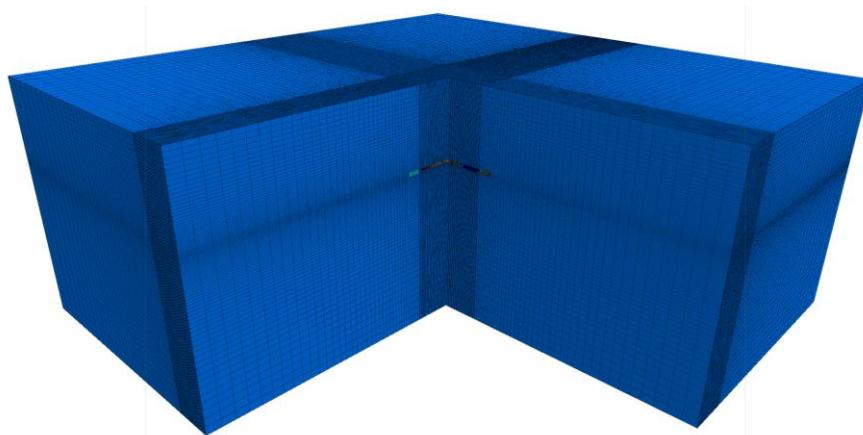
Nous tenterons de donner une justification physique à ces observations dans la discussion de la section 2.5.



**Figure 2.12** : Synthèse des résultats montrant les erreurs moyennes et écart-types relatifs des différentes méthodes analytiques par rapport aux résultats numériques pour différents rapports de module de Young entre les piliers et la roche encaissante ( $RM$ ).

### 2.4.2. Vérification en conditions 3D

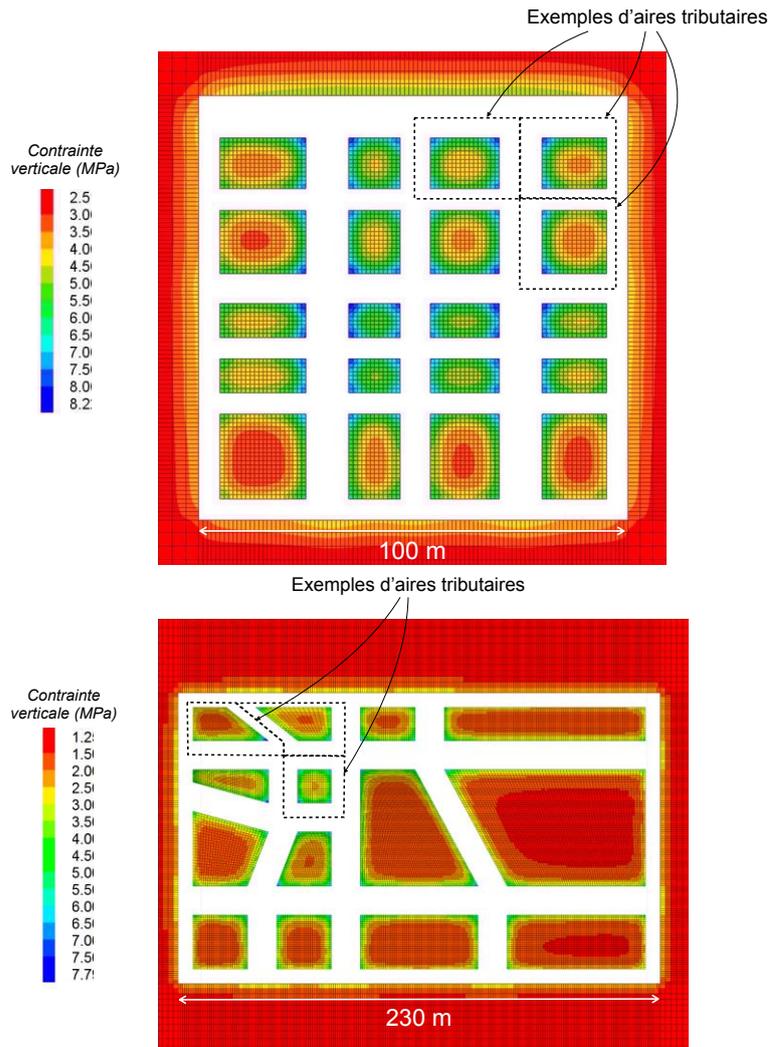
Deux modèles tridimensionnels, le premier avec des galeries parallèles les unes aux autres et des piliers rectangulaires et le deuxième avec des galeries et des piliers de **forme plus complexe**, ont été réalisés à l'aide du logiciel **FLAC3D** afin de s'assurer que la fonction quadratique, initialement développée et testée sur la base de modélisations 2D, est également valable en 3D. Les deux modèles réalisés ont des caractéristiques semblables à celles des modèles 2D précédemment présentés. Les conditions de chargement et les conditions aux limites sont identiques. Le maillage est constitué d'**éléments hexaédriques de dimensions constantes à l'intérieur de la mine (cubes de 1 m de côté) et de volume croissant à mesure que l'on s'en éloigne** (Figure 2.13).



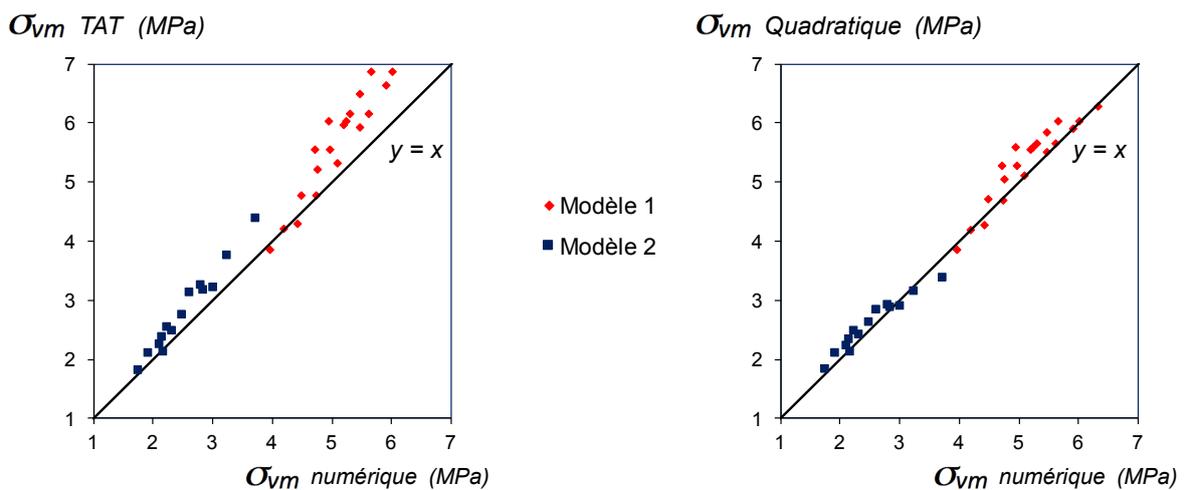
**Figure 2.13** : Vue en coupe à l'intérieur d'un des deux modèles 3D réalisés. Le panneau étudié se situe au centre de la grille où la taille des mailles est plus petite qu'à l'extérieur du modèle.

Les taux de défrètement globaux des deux panneaux sont d'environ 0,45. Leurs profondeurs sont respectivement de 100 m (modèle 1) et 50 m (modèle 2). Les taux de **défrètement locaux de chaque pilier sont déterminés à l'intérieur de leurs aires tributaires** telles que représentées dans la Figure 2.14. Les coefficients polynomiaux  $b$  et  $c$  **nécessaires à l'application de la fonction quadratique** sont déterminés, connaissant le taux de défrètement global des panneaux, à partir des Equations (2.14) et (2.15), en **faisant l'hypothèse que ces relations qui ont été déterminées à partir de modèles 2D s'appliquent aussi en 3D.**

Les résultats issus de la fonction quadratique et de la méthode  $TAT$  sont comparés aux résultats numériques sur les graphiques de corrélation de la Figure 2.15. On remarque que les deux méthodes ont tendance à surestimer légèrement plus le **chargement des piliers qu'en condition 2D de déformations planes. Les résultats suivent** cependant les mêmes tendances que précédemment puisque la méthode  $TAT$  offre une bonne estimation du chargement des piliers les moins chargés et surestime significativement celui des piliers les plus chargés alors que la fonction quadratique a une précision à peu près constante pour tous les piliers. La fonction quadratique offre les résultats les plus précis avec une erreur moyenne de **+2,4%** et écart-type de **4,8%** contre une erreur moyenne de **+9,7%** et un écart-type de **6,5%** pour la méthode  $TAT$ .



**Figure 2.14** : Vue du haut sur les panneaux des modèles 1 (haut) et 2 (bas) avec une échelle de couleur représentant la distribution de contrainte verticale à mi-hauteur des piliers.



**Figure 2.15** : Corrélation des résultats issus de la théorie de l'aire tributaire TAT (gauche) et de la fonction quadratique (droite) avec les résultats numériques des modèles 1 et 2.

### 2.4.3. Etude du report de charge induit par le dépilage ou la rupture d'un pilier

La question du report de charge **est importante du point de vue de l'évaluation de la stabilité globale d'une mine. Un phénomène de rupture en chaîne est susceptible de se produire si la rupture ou le dépilage d'un pilier entraîne une augmentation de contrainte suffisante pour causer la rupture des piliers adjacents et éventuellement de piliers plus lointains. Il n'existe pour l'instant pas de règle permettant d'évaluer analytiquement ce report de charge dans le cas où un seul pilier serait rompu et où la roche encaissante resterait dans un état élastique.** Les méthodes numériques sont privilégiées mais elles nécessitent des temps de calcul importants, en particulier pour les modèles 3D, et de nombreux paramètres à définir.

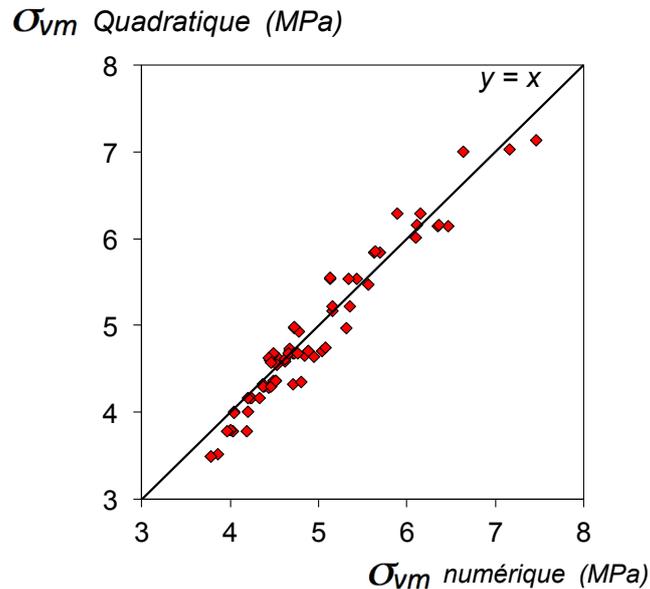
**L'objet des deux paragraphes suivants est de tester la validité de la fonction quadratique pour estimer le report de charge induit par la rupture ou le dépilage d'un pilier sur les piliers restants, en se limitant au cas d'un milieu élastique homogène et isotrope.**

#### 2.4.3.1. Conditions de déformations planes

**Lorsqu'un pilier préexistant est entièrement dépilé, dans le but de récupérer du minerai supplémentaire, ou bien lorsqu'un pilier cède et n'est plus capable de supporter de charge, les piliers sains et l'horizon non-exploité doivent reprendre le poids initialement supporté par le pilier rompu ou dépilé.** On peut considérer que la surface initialement portante du pilier rompu devient une surface excavée à considérer dans le **calcul des taux de défrètement puisqu'elle n'intervient plus dans le support du poids du recouvrement.** Dans ce cas,  $r_G$  du panneau augmente légèrement (par rapport à la situation avant dépilage ou rupture), ce qui implique, du point de vue de la fonction quadratique (Equation 2.10), que le  $r_{rel}$  de tous les piliers et donc  $\sigma_{vm}$  augmentent légèrement. Le  $r_{rel}$  des piliers immédiatement adjacents au pilier rompu augmente quant à lui, significativement, ou du moins de manière plus importante que  $r_G$ , ce qui implique que  $\sigma_{vm}$  des piliers immédiatement voisins augmente de manière significative. Ceci paraît intuitivement cohérent et on peut, *a priori*, supposer que la fonction quadratique **s'applique dans ces conditions. Afin de le vérifier, différents piliers constituant un modèles 2D de géométrie aléatoire (tel que ceux présentés dans la Figure 2.11) ont été successivement retirés du modèle et les valeurs de  $\sigma_{vm}$  au centre des piliers restants ont été obtenues numériquement et comparées à celle calculées avec la fonction quadratique.**

Le graphique de corrélation suivant (Figure 2.16) regroupe **l'ensemble des résultats, c'est-à-dire la contrainte de tous les piliers restants dans le modèle après que l'un d'entre eux ait été retiré. On voit que la fonction quadratique offre une bonne estimation de la contrainte des piliers restant dans la mesure où le nuage de points est aligné avec la droite d'équation  $y = x$ . L'erreur moyenne de la fonction quadratique par rapport aux résultats numériques est d'environ **+2,5%** ce qui est légèrement supérieur à ce qui avait été obtenu dans les modèles 2D réalisés précédemment où l'erreur**

moyenne était proche de **0%**. Cependant, la valeur reste relativement faible et l'écart-type, d'environ **3,5%**, est tout à fait comparable à celui obtenu précédemment.



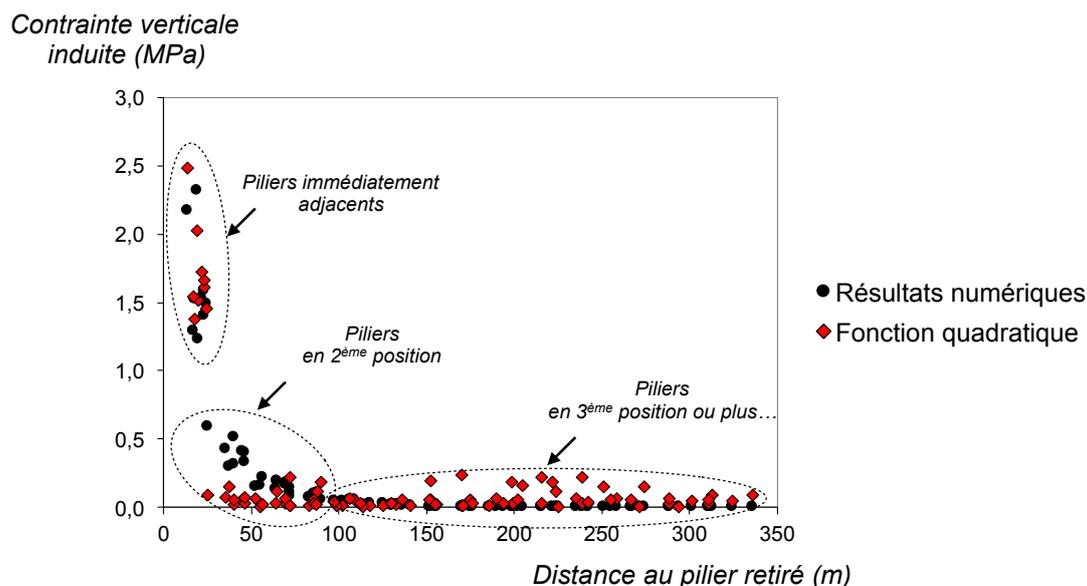
**Figure 2.16** : Corrélation entre les contraintes moyennes obtenues numériquement après avoir modélisé des dépilages et celles estimées par la fonction quadratique.

Comme le montre la Figure 2.17, l'erreur n'est toutefois pas répartie de manière homogène sur tous les piliers. L'augmentation de contrainte des piliers immédiatement voisins du pilier retiré du modèle est correctement estimée. En revanche, l'augmentation de  $\sigma_{vm}$  des piliers situés en deuxième position par rapport au pilier retiré est sous-estimée alors que celle des piliers les plus lointains est majoritairement surestimée.

Il existe un phénomène de dépendance à la distance, visible sur les résultats numériques de la Figure 2.17, qui est en fait analogue à celui obtenu théoriquement dans le cas de l'excavation d'une galerie (cf. solution de Westergaard, paragraphe 1.2.3.3). Or, ce phénomène n'est pas considéré par la fonction quadratique qui évalue simplement une surcharge importante des piliers immédiatement adjacents au pilier retiré (en raison d'une augmentation des taux de défruitement local et global) et une surcharge moindre et à peu près identique pour tous les autres piliers du panneau considéré, quelle que soit la distance à laquelle ils se trouvent du pilier retiré (en raison d'une augmentation du taux de défruitement global uniquement).

Lorsque que l'on s'intéresse à la distribution de la contrainte verticale moyenne sur des piliers d'un panneau dont toutes les chambres ont des dimensions variables mais relativement proches, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de dépilage, le phénomène de dépendance à la distance n'est pas perceptible car il se compense globalement d'une chambre à l'autre. C'est pour cela que la fonction quadratique est adéquate.

En ce qui concerne le report de charge induit par un dépilage local, il est tout de même important de noter que la fonction quadratique permet une estimation relativement précise de  $\sigma_{vm}$  dès lors que l'on ne s'intéresse qu'aux piliers immédiatement adjacents au pilier dépilé (ou rompu) qui sont, par ailleurs, ceux qui subissent le report de charge le plus significatif.



**Figure 2.17 :** Contrainte verticale moyenne induite dans les piliers après dépilage de l'un d'entre eux en fonction de la distance à laquelle se situent les piliers restants du pilier retiré.

#### 2.4.3.2. Conditions 3D

Il s'agit à présent de comparer les résultats de la fonction quadratique aux résultats numériques lors d'un dépilage dans le cas tridimensionnel. Pour ce faire, un panneau 3D constitué de 43 piliers carrés de dimensions uniformes (6 m de côté) a été construit avec un  $r_G = 0,55$  et une profondeur de 80 m, ce qui correspond à une **géométrie typique de panneau d'exploitation**. En raison de la symétrie du problème et afin de limiter le temps de calcul, seulement 1 quart de modèle a été réalisé (Figure 2.18). Comme précédemment, le milieu est considéré comme homogène, continu, isotrope et élastique.

Après dépilage du pilier central,  $r_G$  passe de 0,55 à 0,56. Le calcul du taux de défruitement local  $r_L$  des piliers immédiatement adjacents au pilier retiré nécessite de déterminer leur nouvelle aire tributaire locale. Sa détermination est relativement simple pour la géométrie considérée, mais de manière générale et particulièrement pour les géométries complexes, la méthode des *diagrammes de Voronoi* (définie notamment par Okabe *et al.*, 2000) **doit être utilisée**. Elle consiste à délimiter les surfaces à l'intérieur desquelles tous les points sont les plus proches d'un pilier donné. Les aires tributaires étant jointives d'un pilier à l'autre, leurs limites doivent se situer à mi-distance entre les deux piliers adjacents les plus proches.

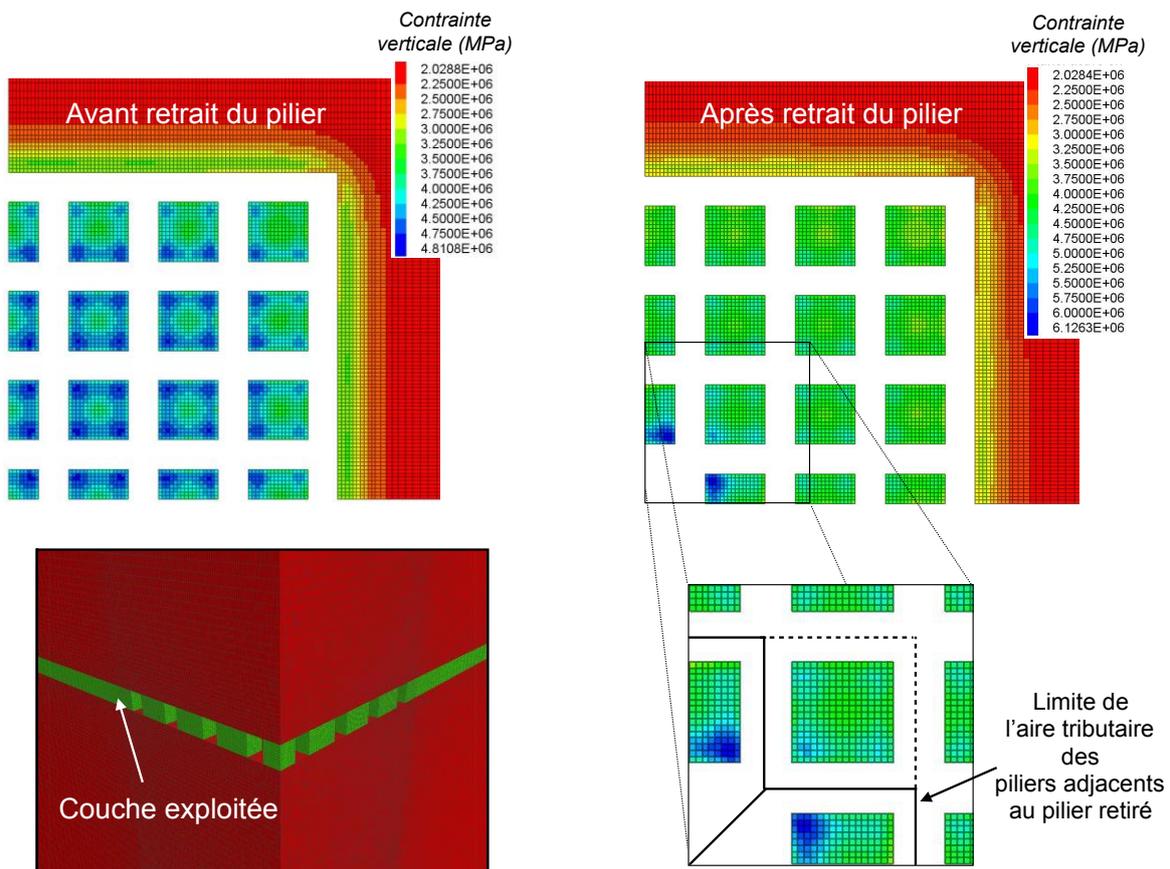
Les aires tributaires dans le cas que nous considérons sont représentées dans la Figure 2.18 Le  $r_L$  correspondant pour les piliers immédiatement adjacents au pilier retiré est de 0,64. Leur taux de défruitement relatif est donc  $r_{rel} = 1,14$  ( $r_{rel} = 1$  avant retrait du pilier). Les résultats de la fonction quadratique et de la méthode *TAT* correspondant à ces taux de défruitement sont respectivement comparés aux résultats numériques dans le Tableau 2.5.

**Tableau 2.5 :** Comparaison des  $\sigma_{vm}$  obtenues par la méthode *TAT* et la fonction quadratique aux résultats numériques, obtenues après dépilage du pilier central dans le cas du modèle de la Figure 2.18.

	Numérique	TAT	Quadratique
$\sigma_{vm}$ après dépilage (MPa)	5,00	5,51	5,20
Erreur après dépilage	/	+10,2%	+4,0%

La fonction quadratique surestime légèrement la contrainte verticale moyenne des piliers adjacents au pilier retiré **mais l'erreur est moins importante que celle commise par la méthode de l'aire tributaire, les deux méthodes étant toutefois relativement proches.**

Par manque de temps, un seul modèle 3D de géométrie simple a été réalisé dans le cadre de l'étude du report de charge. Cependant, au vu de la cohérence de l'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre pour des géométries simples et complexes, on peut raisonnablement supposer que les conclusions obtenues sont généralisables, à savoir que la fonction quadratique permet, en 2D (piliers infiniment longs) et en 3D (pilier ponctuels), une estimation plus réaliste et moins pessimiste du report de charge induit par un dépilage que la méthode de l'aire tributaire.



**Figure 2.18 :** Vue de côté du modèle numérique utilisé pour simuler le dépilage du pilier central d'une exploitation avec une vue de dessus sur la distribution des contraintes verticales avant et après dépilage et l'illustration des contours de l'aire tributaire locale des piliers adjacents.

## 2.5. Résumé et discussion de l'ensemble des résultats

### *Signification physique de la fonction quadratique*

La contrainte verticale moyenne agissant sur l'ensemble des piliers constituant un panneau de mine peut être calculée comme la contrainte tributaire  $\rho g H \left(1 + r_G / 1 - r_G\right)$ , dont la partie induite  $\rho g H \left(r_G / 1 - r_G\right)$  est pondérée par un facteur  $a$  (sans dimension) compris entre 0 et 1, permettant de prendre en compte l'effet de voûte transférant une partie du poids du recouvrement, qui devrait être supportée par les piliers si l'on se référait à la théorie de l'aire tributaire, à l'horizon non-exploité. Le facteur  $a$  est inférieur à 1 mais se rapproche de cette valeur lorsque le taux de défruitement global du panneau considéré  $r_G$  est grand (l'effet de voûte devenant négligeable). Lorsque les panneaux considérés sont plus larges que la mine n'est profonde ( $W/H > 1$ ), ce qui est généralement le cas des exploitations par chambres et piliers, on peut raisonnablement considérer que le coefficient  $a$  ne dépend pas de  $W/H$  mais seulement de  $r_G$ .

Si les piliers sont de dimensions hétérogènes à l'intérieur du panneau, la variation de leur contrainte verticale moyenne par rapport à celle du panneau dans sa globalité peut être exprimée, en conditions élastiques linéaires et homogènes, comme une fonction du taux de défruitement relatif  $r_{rel}$  qui est une normalisation du taux de défruitement local des piliers  $r_L$  par  $r_G$ . Une fonction linéaire de  $r_{rel}$  représente adéquatement la répartition des contraintes verticales moyennes lorsque le recouvrement de la mine a un module de Young plus de 2 fois supérieur à celui des piliers. L'approximation linéaire est également satisfaisante lorsque le taux de défruitement global de la mine est inférieur à 0,5. Mais de manière générale, une fonction quadratique de  $r_{rel}$  semble plus satisfaisante qu'une fonction linéaire. C'est particulièrement vrai pour de forts taux de défruitement et lorsque le recouvrement est relativement flexible ou de même module de Young que les piliers. Les coefficients polynomiaux de la fonction quadratique se trouvent être principalement dépendant de  $r_G$ . Ils ont été exprimés comme des fonctions quadratiques de  $r_G$  à partir de régressions linéaires effectuées sur l'ensemble des résultats numériques obtenus. Les comparaisons réalisées suggèrent que les coefficients polynomiaux calculés à partir de  $r_G$  peuvent être considérés comme approximativement identiques en 2D et en 3D. Finalement la fonction proposée ne dépend que du taux de défruitement global du panneau considéré, du taux de défruitement local des piliers le constituant et de la contrainte verticale *in situ*. Aucun paramètre mécanique n'a été introduit.

Le fait que la fonction quadratique offre une bonne approximation de la contrainte verticale moyenne des piliers dans de nombreuses configurations et pour différentes gammes de propriétés élastiques suggère que, dans les conditions simplifiées des modèles qui ont été réalisés (milieu élastique, continu et isotrope), la répartition des contraintes verticales est principalement un problème géométrique.

A largeur de chambres fixée, plus  $r_L$  est grand, plus les piliers sont chargés car leur section diminue. Cependant, à largeur de panneau fixée, plus  $r_L$  est grand

localement, plus  $r_G$  **l'est également à l'échelle** du panneau. Comme la contrainte verticale moyenne des piliers dépend de  $r_{rel} = r_L/r_G$  (avec  $0 < r_G < 1$ ) plus  $r_L$  est élevé, plus **l'augmentation de contrainte des piliers qui devrait se produire si l'on ne prenait en compte que l'augmentation de  $r_L$  est compensée par l'augmentation simultanée de  $r_G$** . Le recouvrement transfère donc une partie de la contrainte tributaire du pilier vers **l'extérieur de ce pilier (effet de voûte local)**, ce qui est compatible avec le fait que l'effet de voûte global augmente lorsque  $r_G$  augmente, tel que démontré par Roberts *et al.* (2002, Equation 2.9). Cela explique pourquoi la *TAT* **engendre des résultats d'autant plus éloignés de la fonction quadratique que  $r_{rel}$  est grand** (voir Figure 2.19).

**D'après l'application de la théorie des poutres épaisses au cas des piliers de mine**, telle que proposée par Sheorey et Singh (1974, cf. paragraphe 1.2.4.2), la contrainte verticale moyenne des piliers dépend de la raideur relative en flexion de la roche encaissante par rapport à la raideur en compression axiale des piliers. Au vu de ce qui **vient d'être expliqué, il paraît donc naturel de penser que le taux de défruitement relatif  $r_{rel}$** , est une variable géométrique permettant indirectement de rendre compte de cet effet de la raideur relative.

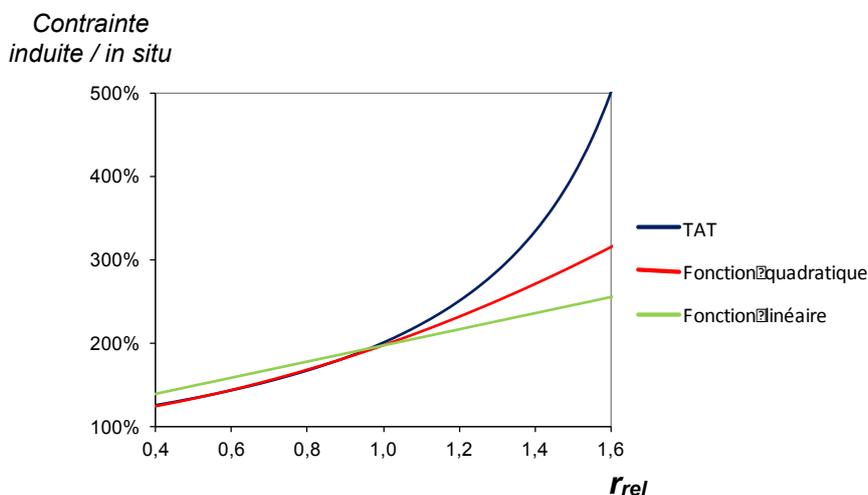
**Une manière de l'interpréter est de raisonner à section de pilier constante**. Dans ce cas, plus  $r_L$  est grand (plus les chambres sont larges) plus le recouvrement est **localement flexible par rapport à la raideur axiale d'un pilier donné**. Cependant, à largeur de panneau fixée, plus  $r_L$  est élevé plus  $r_G$  **l'est également et donc moins la raideur du recouvrement à l'aplomb d'un pilier est importante par rapport à la raideur moyenne de tout le recouvrement qui dépend, quant à elle de  $r_G$** . Cela met en évidence l'intérêt de considérer à la fois  $r_L$  et  $r_G$  grâce au taux de défruitement relatif  $r_{rel}$ .

### Comparaison aux méthodes préexistantes

Les résultats issus des méthode *TAT* et *PAT* préexistantes, sont globalement moins précis que ceux de la fonction quadratique dans le cas de piliers aux dimensions hétérogènes. Ceci est vraisemblablement dû au fait que ces méthodes ne prennent pas **correctement en compte l'influence de la géométrie de la mine sur la raideur locale en flexion du recouvrement**.

La méthode *TAT* prend seulement en compte le taux de défruitement local de chaque pilier et ignore le taux de défruitement global qui a pour effet, comme nous venons de le montrer, de limiter la déviation de la contrainte verticale moyenne des piliers les plus chargés par rapport à la contrainte verticale moyenne du panneau. Les plus grandes valeurs de contraintes sont en revanche surestimées. La contrainte moyenne de la mine estimée à partir de la méthode *TAT* est supérieure à la contrainte **moyenne réelle puisque l'effet de voûte est négligé**, la totalité du poids du recouvrement étant supposée être transmise aux piliers. Les résultats numériques montrent que seulement 97 à 100% le sont réellement. Ces quelques pourcents de différences à **l'échelle de la mine se traduisent par des surestimations pouvant aller jusqu'à +30% à l'échelle des piliers**. La méthode *TAT* s'avère, en revanche, être une bonne approximation du chargement des piliers faiblement **à moyennement chargés, c'est-à-dire ceux dont la contrainte est inférieure ou égale à la contrainte moyenne du panneau**.

Ceci s'explique par le fait que les résultats de la fonction quadratique et de la *TAT* sont extrêmement proches pour des taux de défrèvement relatifs inférieurs ou égaux à 1 mais très divergents ensuite (Figure 2.19).



**Figure 2.19** : Comparaison des fonctions linéaire, quadratique et de la théorie de l'aire tributaire TAT en fonction du taux de défrèvement relatif  $r_{rel}$  des piliers dans le cas d'une mine dont le taux de défrèvement global est de 0,5 (valeur couramment observée).

La méthode *PAT* considère un taux de défrèvement moyenné sur une zone d'influence centrée sur chaque pilier pour déterminer leur chargement, mais le taux de défrèvement local de chaque pilier n'est pas directement considéré. Les contraintes verticales obtenues sont donc lissées autour d'une valeur moyenne et sont la plupart du temps sous-estimées. Lorsque le module de Young de la roche encaissante est largement supérieur à celui des piliers, la méthode *PAT* offre cependant une meilleure approximation de la contrainte verticale moyenne des piliers que les deux autres méthodes. Ceci est dû au fait que la roche encaissante est, dans ce cas, plus apte à transférer les contraintes sur de longues distances grâce à sa raideur relativement importante par rapport à celle des piliers. Les variations locales de raideur par rapport à la raideur moyenne de l'ensemble de la roche encaissante sont moins marquées, la contrainte verticale moyenne des piliers est donc relativement lissée autour de la contrainte moyenne de la mine par rapport à un cas où la roche encaissante serait plus déformable. Ces conditions de raideur peuvent être remplies dans les mines de charbon, pour lesquelles la méthode *PAT* a initialement été développée, cette roche étant souvent considérée comme plus déformable que les autres formations sédimentaires.

### Applicabilité

La fonction quadratique dépend de 6 paramètres :  $r_G$ ,  $r_L$  (et donc  $r_{rel}$ ),  $\rho$ ,  $H$  et deux coefficients  $b$  et  $c$  qui sont fonctions de  $r_G$ . Finalement, la fonction se réduit à une équation de quatre paramètres  $r_G$ ,  $r_L$ ,  $\rho$ ,  $H$  dont 3 géométriques qui sont facilement **accessibles dès lors que les plans d'exploitation minière sont disponibles**. La détermination des taux de défrètement peut toutefois nécessiter des méthodes géométriques complexes comme les diagrammes de Voronoï (Cui *et al.*, 2014) lorsque les piliers et galeries ont des géométries complexes. Certaines imprécisions supplémentaires peuvent alors apparaître dans la détermination des contraintes. Nous nous sommes volontairement limités, dans le cadre de cette étude, à des géométries relativement simples.

Les résultats suggèrent que la fonction quadratique peut potentiellement être appliquée à différents types de minerais et de roches encaissantes et ne se limite pas à **un contexte géomécanique spécifique puisqu'elle est relativement précise pour** différentes gammes de propriétés élastiques des piliers et de la roche encaissante.

La formulation de la fonction quadratique, initialement développée pour des mines tabulaires, permet de l'appliquer, après quelques adaptations, aux cas de mines inclinées avec des piliers verticaux ou bien de mines verticales avec des piliers **horizontaux**. Dans le cas d'une mine inclinée (Annexe 8), la profondeur est une variable dépendant de la position de chaque pilier mais la fonction quadratique reste identique. **Dans celui d'une mine horizontale, le chargement des piliers est horizontal et non plus vertical**, il faut donc remplacer la contrainte verticale *in situ*  $\rho g H$  par la contrainte horizontale *in situ*  $K \rho g H$  avec un coefficient sans dimension  $K$  déterminé par exemple à partir de l'Equation (1.5) (cf. sous-section 1.2.2).

### Principales limites

Certaines limites sont inhérentes à la manière dont a été développée la fonction quadratique.

Premièrement, la fonction quadratique ne s'applique rigoureusement que lorsque la mine étudiée n'est constituée que d'un seul niveau d'exploitation ou du moins lorsque l'on s'intéresse au niveau supérieur d'une exploitation multicouches. Les exploitations multi-couches sont très courantes, notamment dans les mines de charbon. L'effet d'une superposition de couches peut avoir un effet sur le chargement des piliers qui n'est pas pris en compte par la fonction quadratique, en particulier lorsque les piliers de deux couches successives ne sont pas parfaitement alignés, auquel cas d'importantes contraintes de cisaillement sont susceptibles de se développer dans les piliers qui ne sont alors plus chargés uniaxialement comme nous en avons fait l'hypothèse dans le cadre de cette étude.

Deuxièmement, tout comme les méthodes *TAT* et *PAT*, la fonction quadratique proposée ne tient pas compte de la distance d'interaction pour estimer la contrainte verticale moyenne des piliers. Lorsque les piliers sont de dimensions aléatoires, cela n'affecte pas l'estimation de leur chargement dans la partie centrale de la mine,

**certainement car l'influence des distances entre les différents piliers se compensent globalement et la seule prise en compte du taux de défrèvement relatif suffit à estimer leur chargement. En revanche, le chargement des piliers situés à proximité des limites latérales de la mine est surestimé de 5% en moyenne sur l'ensemble des résultats obtenus (en 2D seulement). On en conclut que la proximité à l'horizon non-exploité a un effet sur le chargement des piliers externes (comme suggéré par les travaux de Abel, 1988 et Poulsen, 2010). Afin de prendre en compte ce phénomène, il pourrait être pertinent de considérer que la somme des coefficients polynomiaux ( $b + c = a$ ) de la fonction quadratique, relative à la proportion du poids de recouvrement effectivement transférée aux piliers, n'est pas constante à l'intérieur d'un panneau mais est une fonction de la distance aux bords de la mine. Les piliers les plus externes seraient caractérisés par un  $a$  inférieur à celui des piliers situés au centre de la mine. Des travaux supplémentaires sont nécessaires pour étudier ce phénomène.**

**Les mines considérées jusqu'alors étaient de largeur limitée et ne comportaient qu'une seule unité de production pour laquelle un taux de défrèvement global a été déterminé. La surface sur laquelle ce taux doit être déterminé dans le cas de mines composées de plusieurs unités de production reste une question délicate. La distance d'interaction a certainement un effet sur le calcul de  $r_G$  et n'a pour l'instant pas été prise en compte. On peut supposer qu'il est plus judicieux de calculer une valeur de  $r_G$  pour chaque unité de production indépendamment les unes des autres si les piliers barrières qui les séparent sont suffisamment larges. De nouveau, des études supplémentaires sont nécessaires pour clarifier ce point.**

La fonction quadratique a été développée à partir de modèles élastiques linéaires. **L'expérience montre que les piliers, même lorsqu'ils parviennent globalement à supporter le chargement auquel ils sont soumis, s'endommagent (se fracturent) progressivement en commençant généralement à proximité des angles où les contraintes verticales et de cisaillement se concentrent. L'hypothèse d'un comportement élastique (qui est déjà une simplification du comportement réel des roches) n'est donc localement pas valide pour les piliers. Il en va de même pour la roche encaissante qui peut se fracturer généralement dans le toit immédiat des galeries et à l'aplomb des bordures de la mine qui sont le lieu d'importantes contraintes de cisaillement. Il est donc nécessaire d'évaluer l'effet que peut avoir un endommagement des piliers et de la roche encaissante sur la contrainte verticale moyenne afin d'identifier les limites d'application de la fonction quadratique.**

## 2.6. Conclusions et perspectives

Une nouvelle méthode permettant de palier la mauvaise prise en compte de **l'irrégularité géométrique des piliers à l'intérieur d'une exploitation** a été proposée dans ce chapitre. Il s'agit d'une **fonction quadratique du taux de défrètement relatif** développée puis comparée **aux méthodes préexistantes à partir d'une approche numérique**. Les points suivants sont à retenir :

- Nous avons mis en évidence que le taux de défrètement relatif était une variable explicative de la contrainte verticale moyenne des piliers verticaux.
- **Les comparaisons réalisées prouvent qu'une fonction quadratique du taux de défrètement relatif (Equation 2.10) permet, en général, une meilleure estimation de la sollicitation des piliers irréguliers que les deux autres méthodes basées sur les notions de taux de défrètement local (méthode de l'aire tribulaire) ou « en champ proche » (méthode de la « voûte de contrainte », Poulsen, 2010).**
- Cette méthode **permet également d'estimer plus fidèlement que la méthode de l'aire tribulaire le report de charge induit par le défilage ou la rupture d'un pilier** envers les piliers voisins lorsque cette rupture ou ce défilage peut être assimilé à une modification de la géométrie de la mine (augmentation locale du taux de défrètement).
- Les erreurs commises par la fonction quadratique par rapport aux résultats **numériques en milieu élastique sont de l'ordre de +1% en moyenne par rapport à l'ensemble des modèles 2D et 3D réalisés, avec un écart-type d'environ 4%.**
- **La fonction proposée s'applique à des milieux continus et élastiques avec éventuellement un contraste de module de Young entre la couche exploitée et la roche encaissante tant que la roche encaissante n'est pas plus de huit fois plus rigide que la couche exploitée.**
- **Les résultats sont très proches de ceux issus de la méthode traditionnelle de l'aire tribulaire (quelques % de différence seulement dus à la prise en compte de l'effet de voûte) lorsque l'on raisonne, en moyenne, à l'échelle d'un panneau d'exploitation.**
- **La méthode traditionnelle de l'aire tribulaire, en plus d'être très facilement applicable, est donc pertinente lorsque l'on estime la sollicitation globale d'un panneau en vue d'évaluer sa stabilité (exemples au Chapitre 4). En revanche, elle surestime jusqu'à +30% la contrainte des piliers dont le taux de défrètement local est supérieur au taux de défrètement global du panneau. La contrainte tribulaire constitue une borne maximale de la contrainte verticale moyenne des piliers qui est donc sécuritaire lorsqu'il s'agit d'estimer leur facteur de sécurité.**

La fonction proposée offre, par ailleurs, de nouvelles perspectives quant à l'évaluation de la stabilité d'ouvrages existants. La méthode convient à l'évaluation de la stabilité des anciennes mines à l'intérieur desquelles les piliers et galeries sont très souvent de dimensions aléatoires et imprécises. En outre, elle permet d'envisager un dimensionnement plus optimal des exploitations futures dans la mesure où des géométries non-uniformes peuvent maintenant être considérées. On peut voir une **double utilité à l'utilisation de la fonction quadratique** : augmenter le taux de défrètement, qui a une influence importante sur la rentabilité **économique d'une mine**, à facteur de sécurité fixé ou bien augmenter le facteur de sécurité à taux de défrètement fixé.

## Chapitre 3. Une méthode énergétique pour modéliser l'instabilité des piliers

---

### 3.1. Introduction

La section 1.4 a été consacrée à la démonstration des **conditions d'instabilité d'un pilier au moment de sa rupture, à partir d'un modèle 1D représentant de manière simplifiée le système *pilier + roche encaissante*, proposé dans les années 1960. Nous avons montré, sur la base de considérations théoriques et conformément à ce qui a été suggéré par d'autres auteurs, que l'intensité de l'instabilité d'un tel système peut être caractérisée par l'énergie cinétique en excès qu'il est théoriquement nécessaire de dissiper ( $W_k$ ) pour qu'il puisse retrouver un nouvel état d'équilibre après la rupture.**

**En revanche, il semblerait qu'aucune étude publiée n'ait porté sur la comparaison entre la valeur théoriquement attendue de  $W_k$  et celle que l'on est capable de modéliser à l'aide des outils de modélisation numérique modernes dans des configurations plus réalistes que celle du modèle de départ. C'est précisément le premier objectif de ce chapitre. Le deuxième objectif est de comprendre comment est susceptible de se manifester l'énergie cinétique en excès avant d'être totalement dissipée et de faire le lien entre les phénomènes réellement observés par certains chercheurs et les phénomènes modélisés numériquement. Le chapitre sera décomposé en trois sections.**

Dans la section 3.2, nous présenterons une méthode numérique de calcul global de  $W_k$  assez courante, dont nous identifierons les limites. Nous proposerons alors une méthode plus générale de calcul de  $W_k$  basée sur la procédure de résolution explicite du logiciel FLAC. Nous vérifierons cette méthode dans un cas simple pour lequel nous connaissons la solution théorique.

La section 3.3 consistera à appliquer la méthode développée dans la section 3.2 à **la rupture d'un pilier modélisé dans un environnement minier 2D simplifié mais plus réaliste que celui considéré dans le modèle 1D proposé dans les années 1960. Nous développerons une procédure permettant de vérifier que les valeurs de  $W_k$  obtenues à partir de la méthode numérique développée dans la section 3.2 sont conformes à celle que l'on pourrait théoriquement attendre.**

Dans la section 3.4, nous étudierons l'évolution temporelle et la propagation de  $W_k$  dans les modèles numériques réalisés et nous établirons un lien entre une classification courante des ruptures brutales dans les roches, basée sur la magnitude de Richter des événements sismiques induits, et les phénomènes modélisés à l'aide du logiciel FLAC.

Nous finirons par conclure quant à la représentativité physique des résultats que nous aurons obtenus et identifierons certaines perspectives d'application des méthodes et procédures de modélisation développées ou exploitées dans ce chapitre.

## 3.2. Le calcul numérique de l'énergie cinétique dissipée

### 3.2.1. Une méthode globale à partir des solutions à l'équilibre statique

Une méthode utilisée par certains programmes pour déterminer l'énergie cinétique dissipée  $W_k$  consiste à calculer le bilan d'énergie global du système modélisé entre deux états d'équilibre statique en ne considérant pas les transferts d'énergie dans les états intermédiaires. Cette méthode ne s'applique que lorsque le système modélisé est parfaitement élastique puisque les déformations irréversibles (plastiques ou visqueuses) dépendent du chemin de contrainte suivi dans les états intermédiaires. De plus, elle ne permet pas de considérer une évolution dynamique du système puisque le temps n'intervient pas dans le calcul. Cependant, elle présente l'avantage de pouvoir s'appliquer à la plupart des méthodes numériques courantes (éléments finis, éléments frontières et différences finies). Dans les conditions qui viennent d'être précisées, le bilan d'énergie s'écrit :

$$W_k = W_s - (\Delta E_{gp} + \Delta U_c) \quad (3.1)$$

Considérons un système de volume  $V$ , discrétisé en éléments de maillage volumiques  $e$ ,  $V$  étant délimité par une surface  $S$  discrétisée en mailles surfaciques séparées par des nœuds  $j$  (Figure 3.1).

Si des forces extérieures  $F_j$  constantes (conditions limites de chargement) sont appliquées en différents nœuds  $j$  de  $S$ , le travail de chacune des forces se déplaçant de  $u_j$  entre les 2 états d'équilibre considérés se calcule comme le produit scalaire suivant :

$$W_{s_j} = \vec{F}_j \cdot \vec{u}_j \quad (3.2)$$

L'énergie élastique d'une maille volumique  $e$  de volume  $V_e$  à l'équilibre se calcule à partir des contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  et des caractéristiques élastiques de la maille  $E$  et  $\nu$  telle que :

$$U_{c_e} = \frac{V_e}{2E} ((\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)) \quad (3.3)$$

La variation d'énergie élastique entre les 2 états d'équilibre 1 et 2 se calcule telle que :

$$\Delta U_{c_e} = U_{c_e}^2 - (U_{c_e}^1 - U_m) \quad (3.4)$$

où  $U_m$  est l'éventuelle énergie élastique stockée initialement dans une partie du modèle qui aurait été excavée entre les deux états d'équilibre.

La variation d'énergie potentielle de pesanteur de chaque élément  $e$  de masse  $m_e$  dont le centre de gravité se déplace verticalement de  $v_e$  entre les 2 états d'équilibre est :

$$\Delta E_{gp_e} = m_e \cdot \vec{g} \cdot \vec{v}_e \quad (3.5)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $v_e$  étant positif à l'opposé du sens de  $g$ .

Finalement, l'énergie cinétique théoriquement dissipée à l'échelle du système modélisé entre les deux états d'équilibre s'obtient par :

$$W_k = \sum_j W_{s_j} - \sum_e (\Delta E_{gp_e} + \Delta U_{c_e}) \quad (3.6)$$

### 3.2.2. Une méthode locale à partir des forces non-équilibrées

La méthode globale (Equation 3.6) **n'est pas générale**, comme cela a été précisé précédemment. De plus, elle ne permet pas de localiser les zones du modèle considéré où l'énergie cinétique est créée puis dissipée et par conséquent d'analyser l'évolution de cette énergie dans l'espace et dans le temps. Pour ce faire, il est nécessaire d'avoir recours à des calculs dynamiques locaux qui considèrent les forces non-équilibrées dans les états transitoires du modèle entre deux états d'équilibre statique. Ceci est possible avec une résolution explicite basée sur une discrétisation temporelle des résultats.

Nous utiliserons par la suite le logiciel FLAC qui exploite la méthode des différences finies explicites dont le fonctionnement est détaillé en Annexe 4. Les modèles réalisés avec FLAC sont constitués d'éléments de maillage volumiques (version 3D) ou surfaciques (version 2D) auxquels sont attribués une masse volumique. La masse du système est cependant répartie dans les coins des mailles volumiques, appelés les **nœuds**, et non dans les mailles elles-mêmes. La masse  $m_i$  de chaque nœud  $i$  correspond alors à :

$$m_i = \sum_{l=1}^n \frac{\rho_l V_l}{k} \quad (3.7)$$

où  $n$  représente le nombre de mailles volumiques rattachées au nœud  $i$ ,  $\rho_l$  et  $V_l$  sont respectivement la masse volumique et le volume de chacune de ces mailles d'indice  $l$  étant elles-mêmes formées par  $k$  nœuds.

Sur la base du principe fondamental de la dynamique (2<sup>ème</sup> loi de Newton) chaque nœud du modèle accélère proportionnellement à sa masse ainsi qu'à la force résultante s'appliquant sur lui en chaque instant du calcul  $t$ . Dans le logiciel FLAC, les vitesses des nœuds sont actualisées à la moitié de chaque pas de temps alors que les forces sont actualisées au début de chaque pas de temps et restent constantes durant la durée d'un pas de temps  $\delta t$ . Cependant, pour simplifier l'écriture des équations qui suivent, les forces et vitesses vont toutes deux être considérées comme constantes durant un pas de temps et mises à jours au début de chaque pas de temps, ce qui n'aura que très peu d'effet sur les résultats.

Le travail produit par les forces  $F_{i,t}$  agissant au nœud  $i$  à l'instant  $t$  de durée  $\delta t$  se calculent donc de la manière suivante :

$$W_{i,t} = \vec{F}_{i,t} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a} \cdot \vec{u} = \frac{m(\vec{v}_{i,t} - \vec{v}_{i,t-1}) \cdot \vec{u}}{\delta t} \quad (3.8)$$

où  $a$  est l'accélération du nœud,  $u$  est son déplacement,  $v_{i,t}$  sa vitesse courante et  $v_{i,t-1}$  sa vitesse au pas de temps précédent.

La durée du pas de temps  $\delta t$  peut s'exprimer comme le déplacement entre deux instants successifs divisé par la vitesse moyenne entre ces deux instants :

$$\delta t = \frac{2 \cdot \vec{u}}{\vec{v}_{i,t} + \vec{v}_{i,t-1}} \quad (3.9)$$

Si l'on remplace maintenant  $\delta t$  dans l'Equation (3.8) par l'Equation (3.9), on montre que le travail fourni par les forces agissant sur un nœud est égal à la variation d'énergie cinétique du nœud :

$$W_{i,t} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\vec{v}_t^2 - \vec{v}_{t-1}^2) = \delta E_{k,i,t} \quad (3.10)$$

D'après la définition de l'équilibre (Equation 1.4.3, cf. paragraphe 1.4.1.2), l'équilibre est atteint lorsque  $\delta E_{k,i,t} \approx 0$  (car  $\delta E_{k,i,t} = 0$  ne peut jamais être atteint numériquement).

A chaque instant de la résolution, un amortissement mécanique, qui est supposé représenter l'amortissement qui est réellement observé dans les roches, dissipe une partie de  $\delta E_{k,i,t}$ . Il existe plusieurs types d'amortissement généralement utilisés en modélisation numérique. Nous utilisons ici le système d'amortissement local « non-visqueux » qui consiste à appliquer à chaque nœud du modèle  $i$  et en chaque instant  $t$  une force d'amortissement  $F_{ki,t}$  dont l'expression est la suivante :

$$F_{ki,t} = -\text{signe}(\vec{v}) \cdot \alpha \cdot |\vec{F}_{i,t}|. \quad (3.11)$$

Le coefficient d'amortissement local  $\alpha$  est de la forme :

$$\alpha = D \cdot \pi \quad (3.12)$$

où  $D$  est une fraction de l'amortissement critique du système modélisé dépendant de ses propriétés intrinsèques et des conditions aux limites.  $D$  peut être obtenu à l'aide de simulations numériques (voir notamment Mánica *et al.*, 2014). Pour des modélisations dynamiques où la propagation des ondes élastiques doit être réaliste une fraction  $D$  de l'ordre de 5% est souvent préconisée, ce qui correspond à  $\alpha \approx 0,15$  (Itasca c.g., 2011a). L'amortissement local présente l'avantage de ne dépendre que d'un seul paramètre.

En conditions quasistatiques, lorsque les états intermédiaires (non-équilibrés) n'ont pas d'intérêt,  $\alpha = 0,8$  est utilisé par défaut dans le logiciel FLAC (Itasca c.g., 2011a) et la masse de certains nœuds est fictivement modifiée à chaque pas de temps

tout en gardant à peu près constante la masse du modèle de sorte à accélérer l'obtention de l'équilibre. En mode dynamique, la masse des nœuds est toutefois constante durant le calcul.

Le fait que la force d'amortissement soit de sens opposé à la vitesse implique qu'elle contribue toujours à diminuer la vitesse des nœuds entre deux pas de temps et donc leur énergie cinétique.

Conformément aux Equations (3.10) et (3.11), le travail produit par la force d'amortissement  $F_{k_i,t}$  c'est-à-dire l'énergie cinétique dissipée entre deux pas de temps, est :

$$W_{k_i,t} = \vec{F}_{k_i,t} \cdot \vec{u} = \alpha \cdot \delta E_{k_i,t} \quad (3.13)$$

Cette expression peut également être écrite en termes de forces et de vitesses qui sont des variables plus facilement accessibles dans le logiciel utilisé :

$$W_{k_i,t} = \alpha \cdot (\vec{F}_{i,t} \cdot \vec{v}_{i,t}) \cdot \delta t \quad (3.14)$$

Cette formulation locale et instantanée permet, lorsqu'elle est intégrée (sommée) à un instant  $t$  sur l'ensemble des nœuds du modèle, d'obtenir l'énergie cinétique dissipée instantanément par le modèle  $W_{k,t}$  :

$$W_{k,t} = \sum_i W_{k_i,t} \quad (3.15)$$

ou lorsqu'elle est intégrée (sommée) pour un nœud donné  $i$  sur toute la durée du calcul, d'obtenir l'énergie cinétique totale dissipée par ce nœud  $W_{k,i}$  :

$$W_{k,i} = \sum_t W_{k_i,t} \quad (3.16)$$

Finalement, on obtient l'énergie cinétique totale dissipée par l'ensemble du modèle sur toute la durée du calcul  $W_k$  grâce à la formulation suivante :

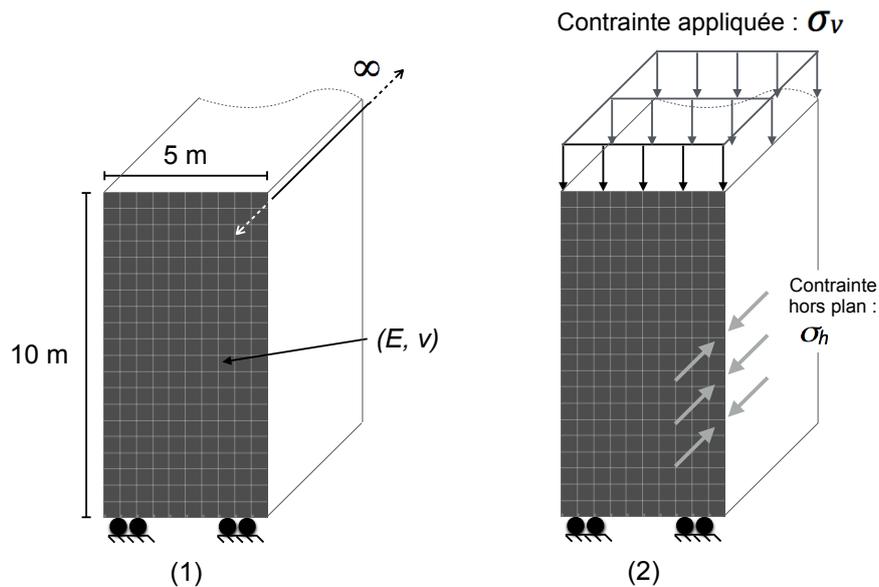
$$W_k = \sum_t \sum_i W_{k_i,t} \quad (3.17)$$

Entre deux états d'équilibre et dans le cas d'un modèle élastique, cette expression doit théoriquement être équivalente à l'Equation (3.6), en vertu du premier principe de la thermodynamique.

### 3.2.3. Vérification de la méthode locale

Les valeurs de  $W_k$  obtenues par les méthodes numériques globale et locale peuvent être comparées aux valeurs théoriquement attendues dans des cas simples pour lesquels une solution analytique existe.

Considérons le cas d'un pilier de roche rectangulaire en 2D suivant l'hypothèse des déformations planes, reposant sur un support fixe. Le pilier est initialement non-chargé et soudainement soumis à une contrainte verticale constante appliquée à son sommet (Figure 3.1).



**Figure 3.1** : Illustration du modèle de pilier 2D utilisé pour vérifier la méthode locale de calcul de  $W_k$ .

#### 3.2.3.1. Considération théoriques

Si l'on néglige l'effet de la gravité et tant que le pilier considéré est suffisamment élancé verticalement pour que l'on puisse considérer que la contrainte horizontale qu'il subit dans le plan d'étude est négligeable (car ses parois verticales peuvent se déplacer librement), la déformation verticale  $\epsilon_v$  du pilier en réponse à la contrainte appliquée à son sommet  $\sigma_v$  se calcule, connaissant le module de Young du pilier  $E$  et son coefficient de Poisson  $\nu$ , à partir de la loi de Hooke telle que :

$$\epsilon_v = \frac{\sigma_v + \nu \cdot \sigma_h}{E} \quad (3.18)$$

où  $\sigma_h$  est la contrainte horizontale hors plan **d'étude** qui se calcule en conditions de déformations planes telle que :

$$\sigma_h = \nu \cdot \sigma_v \quad (3.19)$$

Dans ces conditions, l'augmentation d'énergie élastique stockée dans le pilier en raison de l'application de la contrainte  $\sigma_v$  s'obtient, connaissant le volume du pilier  $V$ , par l'expression :

$$\Delta U_c = \frac{\sigma_v \cdot \varepsilon_v \cdot V}{2} \quad (3.20)$$

Le travail des efforts extérieurs constants  $F = \sigma_v \cdot S$ , se calcule à partir du déplacement vertical du sommet du pilier  $u_v$ . Ce travail est, dans le cas particulier que nous considérons, le double de la variation d'énergie élastique du pilier (voir Brady et Brown, 2004) :

$$W_s = \sigma_v \cdot u_v \cdot S = \sigma_v \cdot \varepsilon_v \cdot V \quad (3.21)$$

Conformément au bilan d'énergie mécanique (Equation 3.1), l'énergie cinétique qui doit être dissipée après l'application de la contrainte pour que le pilier retrouve un état d'équilibre est :

$$W_k = W_{ext} - \Delta U_c = \Delta U_c \quad (3.22)$$

### 3.2.3.2. Caractéristiques des modèles réalisés

Un pilier de 5 m de largeur par 10 m de hauteur constitué de mailles carrées de largeur uniforme est modélisé à l'aide du logiciel FLAC.

Des contraintes verticales constantes de 2,5, 5 et 10 MPa lui sont tour à tour appliquées. Pour chaque cas de charge, différents coefficients de précision de maillage  $c$  sont calculés tels que :

$$c = \frac{\text{largeur d'une maille}}{\text{largeur du pilier}} \quad (3.23)$$

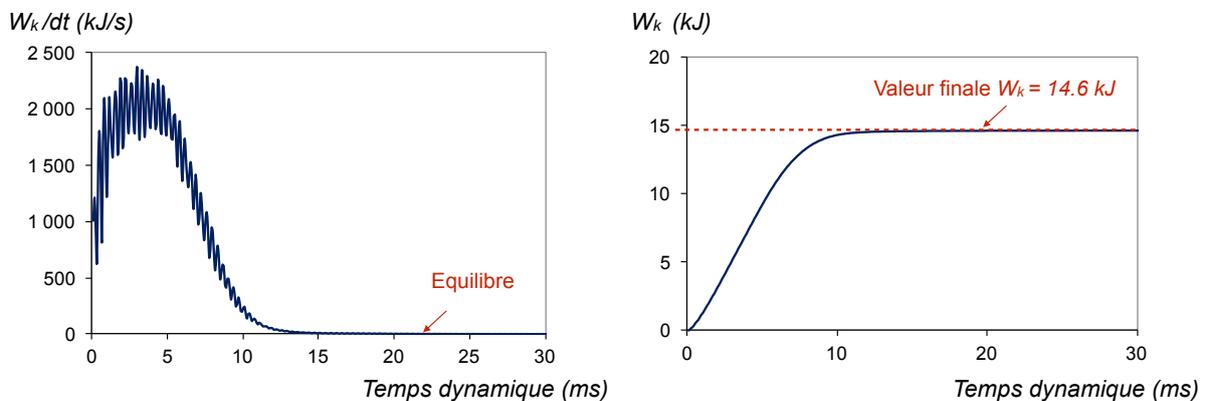
et différents coefficients d'amortissement  $\alpha$  sont successivement testés. Les déplacements de la base du modèle sont bloqués verticalement, de sorte que l'équilibre puisse être atteint, mais les limites latérales se déplacent librement. Les calculs sont réalisés en mode dynamique avec un pas de temps numérique  $\delta t$  choisi tel que l'information physique n'ait pas le temps de se propager à l'intérieur de la plus petite maille du modèle pendant la durée  $\delta t$ . La formalisation de cette condition est précisée en Annexe 4.

L'énergie cinétique dissipée dans le modèle entre les deux états d'équilibre avant et après application de la contrainte est calculée à partir des méthodes numériques locale et globale (dont les conditions d'application sont ici respectées).

### 3.2.3.3. Résultats de modélisation

Premièrement, notons que les résultats issus de la méthode numérique globale sont parfaitement identiques aux résultats analytiques issus de l'application des Equations 3.18 à 3.21, et sont indépendants de la précision du maillage et du coefficient d'amortissement. Les valeurs de  $W_k$  obtenues pour des contraintes appliquées de 2,5, 5 et 10 MPa sont respectivement d'environ : 14650 J, 58590 J et 234400 J.

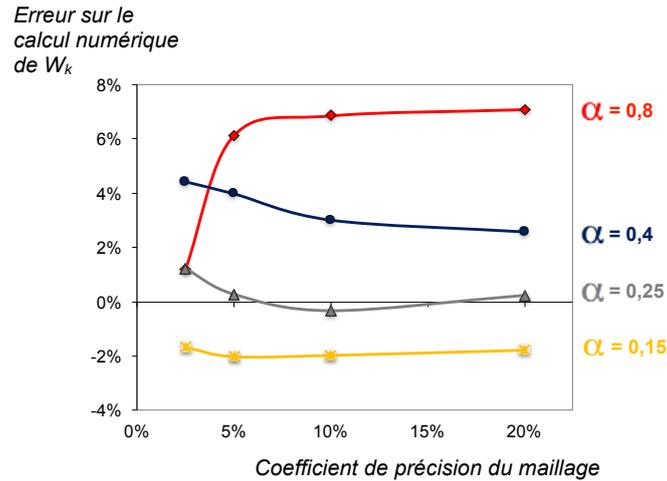
Comparons maintenant les résultats de la méthode numérique locale aux résultats analytiques. La Figure 3.2 montre l'évolution de  $W_{k,t}$  et de son intégrale durant un des calculs effectués. L'énergie cinétique dissipée instantanément par le modèle est logiquement nulle au début et à la fin du calcul lorsque l'équilibre est atteint. L'intégrale de l'énergie dissipée durant tous les pas de temps précédents augmente toutefois jusqu'à atteindre une valeur asymptotique que nous considérons comme étant la valeur  $W_k$  recherchée.



**Figure 3.2 :** Evolution de l'énergie cinétique dissipée par unité de temps numérique (gauche) et son intégrale temporelle (droite) permettant d'accéder à l'énergie cinétique totale dissipée.

La précision de cette valeur par rapport à la valeur analytique attendue s'avère être identique quelle que soit la contrainte appliquée au modèle. Elle dépend toutefois de la précision du maillage et du coefficient d'amortissement tel qu'il est possible de le voir dans la Figure 3.3 où l'ensemble des résultats est résumé.

On s'aperçoit qu'il existe une valeur du coefficient d'amortissement  $\alpha = 0,25$  pour laquelle la précision de la méthode numérique locale est optimale. Lorsque  $\alpha > 0,25$ , la méthode locale surestime la valeur de  $W_k$  alors qu'elle la sous-estime légèrement lorsque  $\alpha < 0,25$ . La précision du maillage, quant à elle, semble influencer la précision des résultats de manière significative lorsque  $\alpha = 0,8$  mais relativement faiblement en-dessous de cette valeur.



**Figure 3.3** : Comparaison de la valeur de  $W_k$  obtenue numériquement par la méthode locale à la valeur théoriquement attendue.

Théoriquement, à contrainte et déformation identiques, la précision du maillage ne devrait pas avoir d'effet sur la précision des résultats. De plus, le coefficient d'amortissement ne devrait pas non plus avoir d'effet sur la quantité d'énergie cinétique dissipée mais, d'après le processus d'amortissement local détaillé dans la sous-section 3.2.2, seulement sur la vitesse de convergence du calcul numérique. Les écarts que nous observons sont possiblement dus à des approximations numériques effectuées au moment de la récupération des résultats ainsi qu'à d'autres causes que nous ne sommes pas en mesure d'identifier mais qui mériteraient d'être mises en lumière ultérieurement. Il est toutefois important de noter que pour l'ensemble des configurations testées, l'erreur maximale produite par la méthode locale sur le calcul de  $W_k$  ne dépasse pas +7% ce qui paraît relativement acceptable pour une approche phénoménologique. Si des valeurs précises de  $W_k$  sont souhaitées, les résultats suggèrent que, pour une géométrie similaire à celle qui a été étudiée, un coefficient d'amortissement  $\alpha = 0,25$  doit être utilisé puisqu'il engendre une erreur proche de 0% par rapport à la solution analytique attendue (cette valeur peut toutefois être différente dans le cas où une modélisation dynamique avec une propagation réaliste des ondes élastiques est recherchée). Cette valeur sera utilisée pour la suite de l'étude.

### 3.3. Confrontation analytique/numérique lors de la rupture d'un pilier

L'objet de cette section est de modéliser l'énergie cinétique en excès  $W_k$  induite par des ruptures instables de piliers. La méthode de calcul globale de  $W_k$  n'est pas applicable dans ce cas en raison du comportement non-élastique des piliers à la rupture. L'aptitude de la méthode locale qui s'avère être relativement précise dans le cas simple qui a été traité dans la section 3.2 va être évaluée par comparaison aux résultats théoriquement attendus tels que décrit dans la sous-section 1.4.1.

#### 3.3.1. Caractéristiques géométriques et mécaniques des modèles

Un pilier qui va être amené à la rupture est modélisé dans un environnement minier idéalisé en 2D (voir Figure 3.4). Il est entouré par deux autres piliers de dimensions uniformes et localisés entre un toit et un mur continus élastiques et homogènes de profondeur variable. Par symétrie, on ne considère que la moitié du système. Les piliers modélisés sont de section carrée, ce qui correspond au rapport de forme  $l/h = 1$  typiquement observé dans la littérature pour les piliers subissant des instabilités. Leur largeur est de 5 m (valeur constante) de même que celle des chambres adjacentes. Le taux de défrètement est donc de 0,5 qui est une valeur typique des mines exploitées par la méthode des chambres et piliers.

Les déplacements normaux des limites latérales des modèles sont bloqués, ce qui signifie, par symétrie, que les piliers modélisés peuvent être considérés comme des **éléments d'une mine infiniment étendue et composée de piliers** parfaitement réguliers. Les déplacements verticaux de la limite basse des modèles sont également bloqués. Les modèles sont chargés uniquement **sous l'effet de la gravité (vecteur accélération de 9,81 m/s<sup>2</sup> dirigé verticalement vers le bas)**. Ils se trouvent donc en conditions de chargement **œdométriques**

Le pilier externe est considéré comme un matériau au comportement élastique linéaire alors que le pilier central adopte un modèle de comportement de Mohr-Coulomb à écrouissage post-pic négatif (cf. paragraphe 1.3.2.3 et Annexe 2) dont la cohésion décroît linéairement avec le paramètre plastique  $\varepsilon^p$  défini sous sa forme incrémentale comme (Itasca cg. 2011a) :

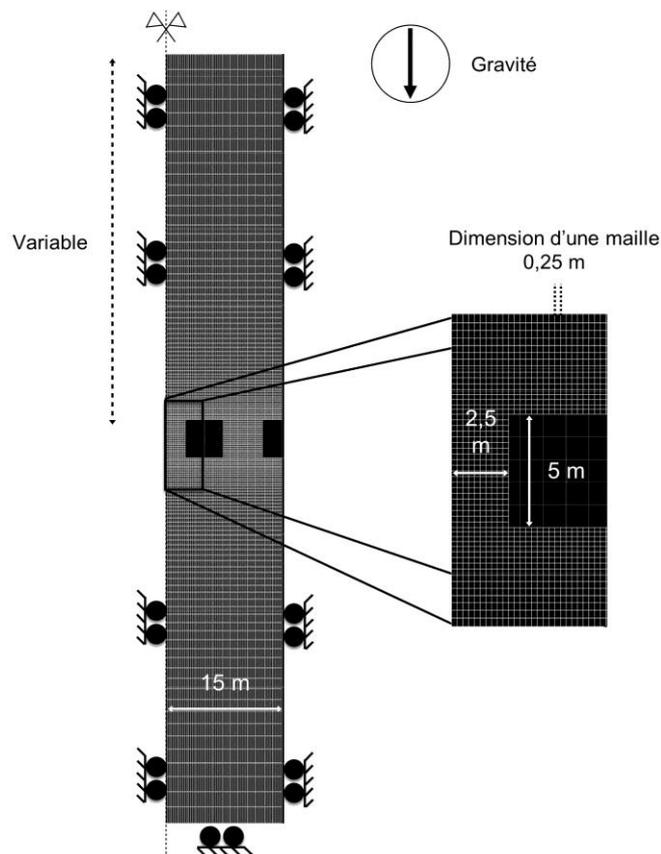
$$\Delta\varepsilon^p = \sqrt{\frac{1}{2} [(\Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_m^p)^2 + (\Delta\varepsilon_m^p)^2 + (\Delta\varepsilon_3^p - \Delta\varepsilon_m^p)^2]} \quad (3.24)$$

où

$$\Delta\varepsilon_m^p = \frac{1}{3} (\Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_3^p) \quad (3.25)$$

Ce type de modèle de comportement permet une bonne approximation du comportement post-pic réel **des piliers lorsqu'ils sont modélisés comme des milieux continus** (voir exemples dans Murali Mohan *et al.*, 2001 ou Mortazavi *et al.*, 2009).

Six configurations géomécaniques sont considérées. Pour chacune d'entre elles, les caractéristiques listées dans le Tableau 3.1 sont constantes. Cependant, deux facteurs qui sont censés avoir un effet sur la quantité d'énergie dissipée en cas de rupture instable sont modifiés (Tableau 3.2) : 1) la cohésion résiduelle du matériau constituant le pilier, qui détermine la réduction de capacité portante du pilier entre son pic de résistance initial et sa résistance résiduelle ainsi que sur sa raideur post-pic  $k_{post}$  et 2) le module de Young de la roche encaissante  $E_{t-m}$ , qui a un effet sur les raideurs locales du toit et du mur  $k_t$  et  $k_m$ .



**Figure 3.4** : Maillage, conditions aux limites et caractéristiques géométriques des modèles 2D réalisés pour simuler la rupture d'un pilier.

**Tableau 3.1** : Propriétés mécaniques constantes pour tous les modèles

Position du pilier	E (GPa)	$\nu$	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	$\varphi$ (°)	Tensile strength (MPa)	c (MPa)	Dilation angle (°)	$\Delta\epsilon_p^*$
Centrale	12,5	0,25	2500	35	0	1	0	0,0005
Externe	12,5	0,25	2500	/	/	/	/	/

E = module de Young ;  $\nu$  = coefficient de Poisson ;  $\varphi$  = angle de frottement interne ; c = cohésion

\*paramètre de déformation plastique pour lequel la résistance résiduelle est atteinte.

**Tableau 3.2** : Propriétés mécaniques variables d'un modèle à l'autre

Modèle n°	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_{rr}$ (GPa)	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	1,25	3,12
$c$ résiduelle (MPa)	0,50	0,20	0,17	0,12	0,05	0,00	0,50	0,20

### 3.3.2. Analyse quasi-statique préliminaire

#### 3.3.2.1. Modélisation d'essais de compression

Avant de travailler sur le modèle complet (Figure 3.4), un pilier unique est tout **d'abord modélisé (seulement la moitié** du pilier par symétrie, Figure 3.5). Il se situe entre un toit et un mur de 50 m de hauteur. Les différentes gammes de caractéristiques listées dans les Tableaux 3.1 et 3.2 sont attribuées tour à tour au modèle avant de la soumettre à un essai de compression quasi-statique consistant à appliquer une vitesse de déplacement descendante constante et suffisamment faible au sommet du modèle pour comprimer progressivement le pilier.

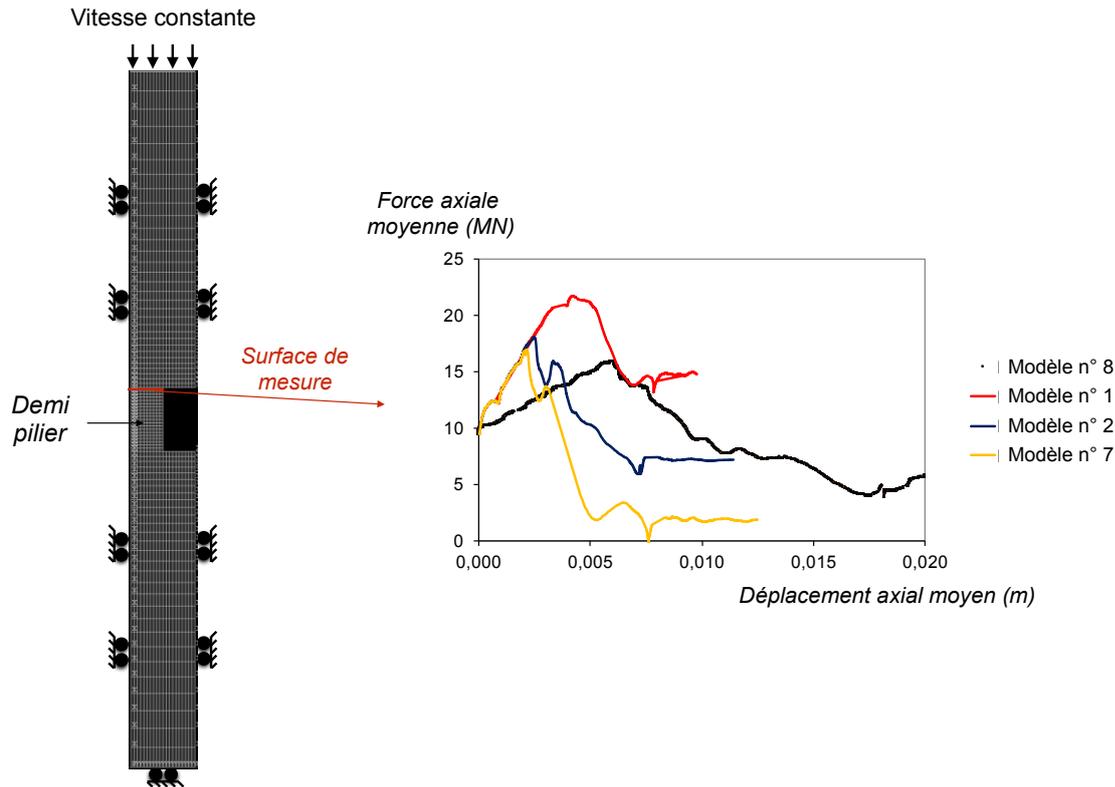
Les courbes de chargement du pilier sont enregistrées pour chaque configuration géomécanique de manière à en extraire la capacité portante du pilier  $P_{max}$  et sa raideur post-pic  $k_{post}$ . Quatre exemples de courbes de chargement sont représentés dans la Figure 3.5.

Compte-tenu des résultats, la profondeur  $H$  à laquelle devrait se trouver le pilier pour être à la limite de sa capacité portante sous un chargement gravitaire peut être déterminée **à partir de l'Equation (3.26)** :

$$H = \frac{0.5 P_{max}}{\rho g} \quad (3.26)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du recouvrement et  $g$  l'accélération gravitaire. Le facteur 0,5 correspond au taux de défruitement du modèle

Les différentes valeurs de  $H$  obtenues sont listées dans le Tableau 3.3.



**Figure 3.5 :** Géométrie du modèle utilisé pour simuler des essais de compression quasi-statiques et les courbes de chargement correspondant aux configurations des modèles n°1, 2, 7 et 8.

### 3.3.2.2. Détermination des raideurs locales du toit et du mur

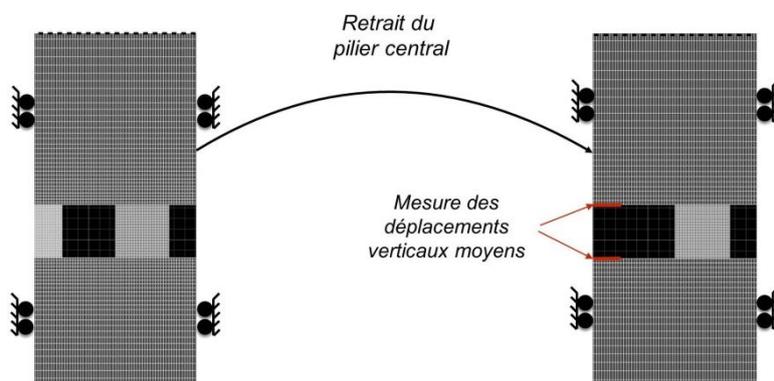
La deuxième étape de l'analyse quasi-statique préliminaire consiste à déterminer les raideurs locales du toit  $k_t$  et du mur  $k_m$ . Pour ce faire, nous utilisons le modèle complet de la Figure 3.4 auquel une profondeur constante correspondant à la valeur  $H$  moyenne du Tableau 3.3 est attribuée. L'ensemble du modèle est considéré comme élastique linéaire. Les différentes configurations des Tableaux 3.1 et 3.2 sont modélisées alternativement.

Une première solution élastique d'équilibre est obtenue en présence des deux piliers chargés sous l'effet de la gravité. Le pilier central est alors retiré du modèle et les déplacements  $v_a$  induits le long de la surface de contact entre le pilier retiré et le toit et le mur sont mesurés respectivement par rapport à l'état d'équilibre initial (illustré dans la Figure 3.6). Les raideurs  $k_t$  et  $k_m$  sont alors déterminées à partir de l'Equation (3.27) :

$$k_{t/m} = \frac{P_{\text{pilier}}}{|v_a|} \quad (3.27)$$

où  $P$  est la force verticale moyenne sur le pilier central avant d'être retiré du modèle. Les valeurs de  $k_t$  et  $k_m$  ainsi obtenues sont listées dans le Tableau 3.3. La comparaison de  $k_{post}$  avec  $k_t$  et  $k_m$ , respectivement, indique l'état de stabilité du pilier *a priori* d'après le

modèle d'instabilité présenté dans la section 1.4 (instable si  $k_{post} + k_t$  (ou  $k_m$ )  $< 0$ ). Notons que seul le modèle n°1 est censé être stable, ce que nous vérifierons par la suite.



**Figure 3.6** : Illustration de la procédure permettant de calculer les raideurs locales du toit et du mur à partir du modèle complet de la Figure 3.4.

**Tableau 3.3** : Résultats de l'étude quasi-statique préliminaire

Modèle n°	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_p$ (MPa)	4.34	3.59	3.55	3.46	3.37	3.31	3.80	3.16
$P_{max}$ (MN)	21.70	17.95	17.75	17.30	16.85	16.55	19.05	15.80
$H^*$	88.4	73.2	72.4	70.5	68.7	67.5	77.5	64.4
$k_{post}^{**}$ (GN/m)	-4.34	-13.5	-11.0	-9.75	-10.0	-11.1	-1.00	-3.16
$k_t$ (GN/m)	4.94	4.94	4.94	4.94	4.94	4.94	0.50	1.46
$k_m$ (GN/m)	11.3	11.3	11.3	11.3	11.3	11.3	1.00	2.90
Toit stable ?	Oui	Non						
Mur stable ?	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non

\*profondeur pour laquelle la résistance en compression  $R_p$  du pilier serait exactement atteinte sous un chargement gravitaire.

\*\*mesurée sur le premier quart de la courbe de chargement où la raideur est minimale (maximale en valeur absolue).

### 3.3.3. Analyse dynamique : calcul de l'énergie cinétique dissipée

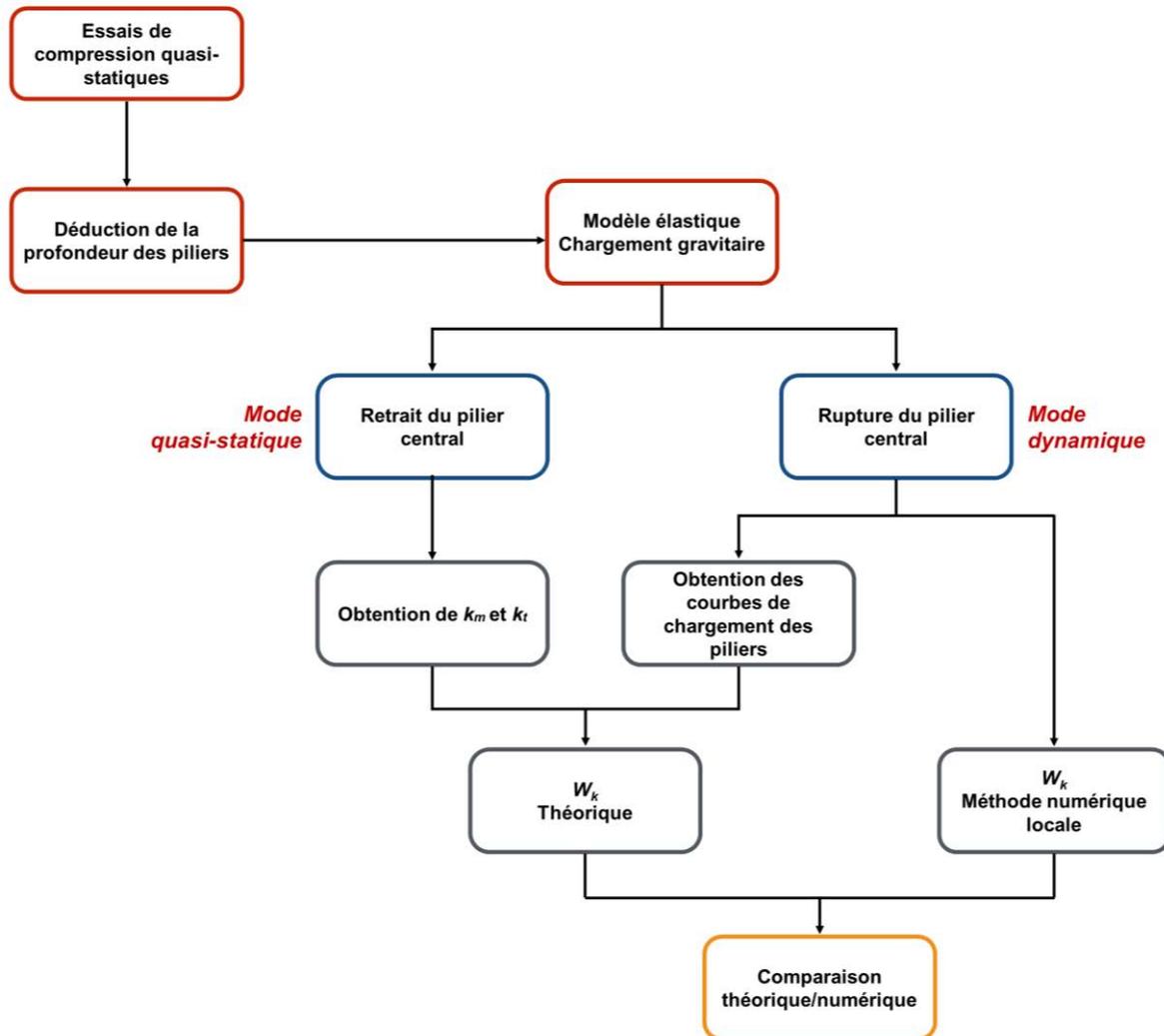
#### 3.3.3.1. Procédure de calcul

Le modèle complet (Figure 3.4) est maintenant utilisé pour modéliser la rupture du pilier central et calculer la valeur correspondante de  $W_k$ . Toutes les configurations du Tableau 3.2 sont modélisées alternativement avec les profondeurs telles que déterminées dans le Tableau 3.3. La rupture du pilier central est alors modélisée de la manière suivante :

- 1 : **L'ensemble du modèle est chargé sous l'effet de la gravité en considérant un comportement quasi-statique élastique linéaire.**
- 2 : Les déplacements sont réinitialisés. Des caractéristiques dynamiques sont **attribuées au modèles et notamment un coefficient d'amortissement  $\alpha = 0,25$**  conformément à ce qui a été décidé dans le paragraphe 3.2.3.3. Un modèle de comportement de Mohr-Coulomb à écrouissage négatif est attribué au pilier central afin de permettre le développement de déformations plastiques censées reproduire la rupture du pilier. La rupture se produit approximativement comme si **le pilier avait été comprimé progressivement jusqu'à son pic de résistance car la profondeur a été déterminée à cet effet au préalable.** Cette procédure permet cependant de ne pas avoir à modéliser toute la phase de compression dans le domaine élastique et de ne pas avoir à appliquer un quelconque chargement externe au modèle, excepté la gravité, ce qui se rapproche des conditions réelles dans lesquelles se trouvent les piliers.
- 3 : Pendant que la **résistance du pilier central diminue à mesure qu'il se déforme plastiquement, une partie de la force verticale qu'il supportait initialement se reporte sur le pilier voisin de manière à ce qu'un nouvel état d'équilibre soit possible à partir d'un certain niveau de déformation du pilier central.** L'énergie cinétique dissipée dans l'ensemble du modèle  $W_k$  est enregistrée pendant le calcul avec la méthode locale (cf. sous-section 3.2.1) **jusqu'à ce qu'un état d'équilibre final soit atteint, ce qui se traduit par une valeur constante (asymptotique) de  $W_k$  dans le temps.**
- 4 : En même temps, la courbe de chargement dans le repère *force axiale moyenne/déplacement axial moyen* est enregistrée le long des limites haute (toit) et basse (mur) du pilier central.

3.3.3.2. *Résumé des différentes étapes de modélisation*

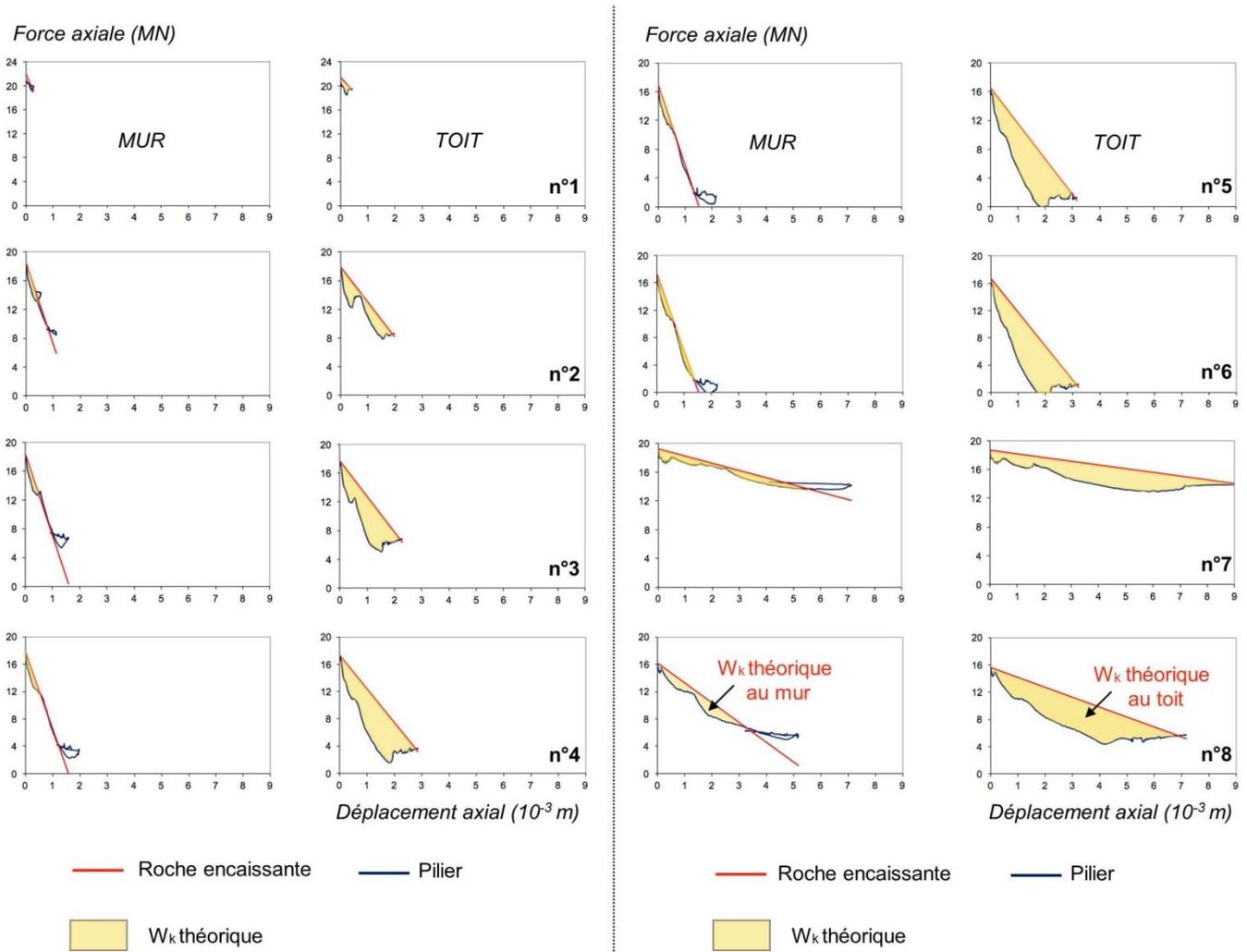
L'organigramme de la Figure 3.7 résume les différentes étapes de modélisation depuis la phase préliminaire quasi-statique jusqu'à la modélisation de la rupture du pilier central, pour finalement comparer la valeur de  $W_k$  calculée à partir de la méthode numérique locale pendant la rupture du pilier à la valeur théorique de  $W_k$  déduite des courbes de déchargement de la roche encaissante et du pilier central.



**Figure 3.7 :** Organigramme représentant les étapes successives de modélisation permettant de comparer les valeurs numériques locale de  $W_k$  aux valeurs théoriques (également issues de résultats de modélisation numérique).

## 3.3.3.3. Confrontation théorique/numérique

La Figure 3.8 représente une superposition des courbes de déchargement du toit et du mur obtenues dans l'analyse quasi-statique préliminaire et des courbes de déchargement du pilier (au toit et au mur) obtenues lors de l'analyse dynamique.

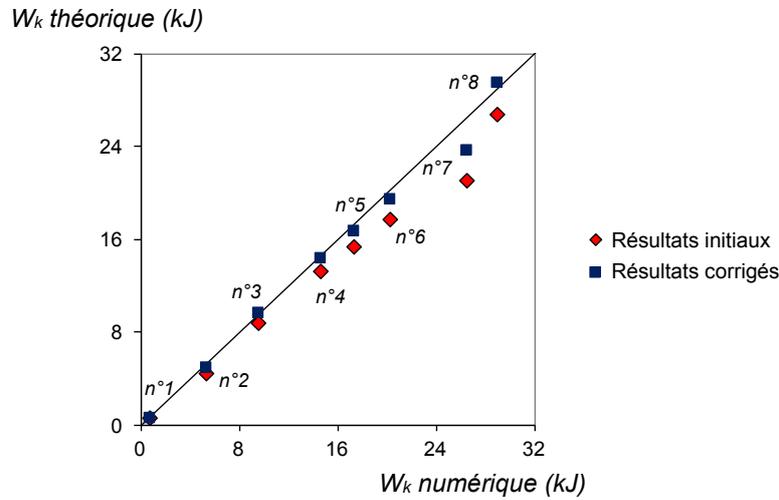


**Figure 3.8 :** Superposition des courbes de déchargement de la roche encaissante et du pilier permettant d'estimer la valeur théorique de  $W_k$  pour les huit configurations modélisées.

Lorsque les courbes de déchargement du toit et/ou du mur sont respectivement situées au-dessus des courbes de déchargement du pilier, l'aire située entre les courbes correspond à la valeur théorique de  $W_k$  telle que définie à partir du modèle d'instabilité des piliers présenté dans les sous-sections 1.4.2 et 1.4.3. Les valeurs théoriques de  $W_k$  ainsi obtenues sont comparées à celles calculées à partir de la méthode dynamique locale sur le graphique de corrélation de la Figure 3.9 (points rouges).

On remarque que  $W_k \approx 0$  pour le modèle n°1 aussi bien pour les résultats de la méthode locale que pour les résultats théoriques. Le pilier du modèle n°1 est donc en situation de stabilité comme cela avait été suggéré à partir de l'analyse quasi-statique préliminaire. Cette stabilité se caractérise par une quasi-absence de déformation dans la

phase post-pic du pilier (Figure 3.8). Tous les autres modèles sont caractérisés par  $W_k \gg 0$  et des déformations non-négligeables dans la phase post-pic ce qui signifie, conformément à ce qui était attendu, que la rupture du pilier est instable.



**Figure 3.9 :** Graphique de corrélation entre les valeurs numériques (méthode locale) et théoriques de  $W_k$  pour les huit configurations modélisées.

Le graphique de corrélation (Figure 3.9) montre clairement que pour tous les modèles, la tendance et l'ordre de grandeur de  $W_k$  est identique pour les deux approches (théorique et numérique), ce qui prouve leur cohérence. La valeur de  $W_k$  obtenue par l'approche théorique est cependant systématiquement inférieure à la valeur numérique avec un écart relatif de l'ordre de -15%, ce que nous tenterons d'expliquer dans le paragraphe suivant.

#### 3.3.3.4. Analyse des résultats

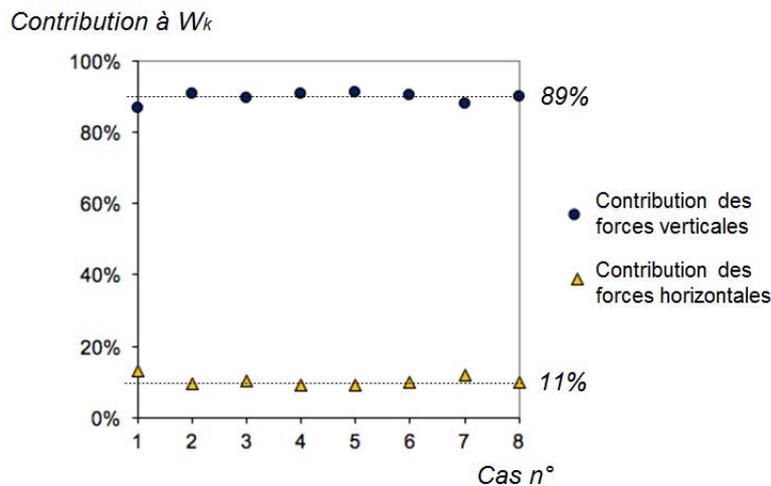
L'énergie cinétique dissipée, telle que calculée à partir de la méthode locale (Equations 3.14 et 3.17) peut être décomposée en une somme de deux contributions indépendantes de forces orthogonales. Dans notre cas, il semble pertinent de considérer les directions horizontale  $h$  (dans le plan du modèle) et verticale  $v$ , qui sont les directions des contraintes principales majeure et mineure au centre des piliers (cf. Chapitre 1). A un instant  $t$  et en un nœud  $i$  donné,  $W_k$  peut alors s'exprimer :

$$W_{k_{i,t}} = 0,25. (\vec{F}_H \cdot \vec{v}_H + \vec{F}_v \cdot \vec{v}_v). \delta t \quad (3.28)$$

La Figure 3.10 représente, pour chacun des modèles réalisés, les contributions respectives des forces horizontales et verticales. Ces contributions sont extrêmement proches d'un modèle à l'autre, la géométrie étant toujours la même. Les forces verticales contribuent à hauteur d'environ 89% contre 11% pour la direction horizontale. Ces résultats sont cohérents vis-à-vis du fait que les piliers sont principalement chargés verticalement sous l'effet de la gravité et que leur contrainte horizontale est faible en comparaison de leur contrainte verticale. La contrainte horizontale n'est cependant pas

inexistante (voir distribution des contraintes en Annexe 9) et varie en même temps que diminue la résistance du pilier pendant la rupture, ce qui explique cette contribution non-négligeable d'environ 11% vis-à-vis de  $W_k$ .

On peut alors faire l'hypothèse que la sous-estimation de la valeur de  $W_k$  par la méthode théorique s'explique par la non prise en compte de la contribution des forces horizontales. Afin de le vérifier, les résultats initiaux de la méthode théorique, présentés dans la Figure 3.9, ont été corrigés d'une quantité égale à la contribution horizontale obtenue numériquement. Les résultats corrigés sont représentés sur la même figure (points bleus).



**Figure 3.10 :** Comparaison des contributions verticales et horizontales à l'énergie cinétique totale dissipée  $W_k$  pour les huit modèles réalisés.

Il est clair que la corrélation théorique/numérique est meilleure après correction par la contribution horizontale. L'hypothèse selon laquelle les résultats de la méthode théorique sont sous-estimés en raison de la non-prise en compte de la direction horizontale est donc vérifiée.

Il existe cependant toujours de faibles écarts de l'ordre de 5% entre les deux méthodes. Comme dans le paragraphe 3.2.3.3, où l'écart était du même ordre de grandeur (7%) on suppose que cette erreur provient des approximations numériques effectuées au moment de la récupération des résultats ainsi qu'à d'autres causes que nous ne sommes pas en mesure d'identifier et que nous ne prenons donc pas en compte dans cette analyse. Cependant, la correspondance obtenue est tout à fait convenable pour une approche phénoménologique et compte tenu de la précision que l'on peut attendre d'un modèle numérique.

### 3.4. Localisation de l'énergie cinétique dissipée

La bonne correspondance obtenue entre les résultats numériques issus de la méthode dynamique locale et les résultats théoriques, autorise à aller plus loin dans l'interprétation des résultats numériques. Nous nous intéressons, dans cette section, à la localisation de l'énergie dissipée et à son effet sur le comportement des piliers.

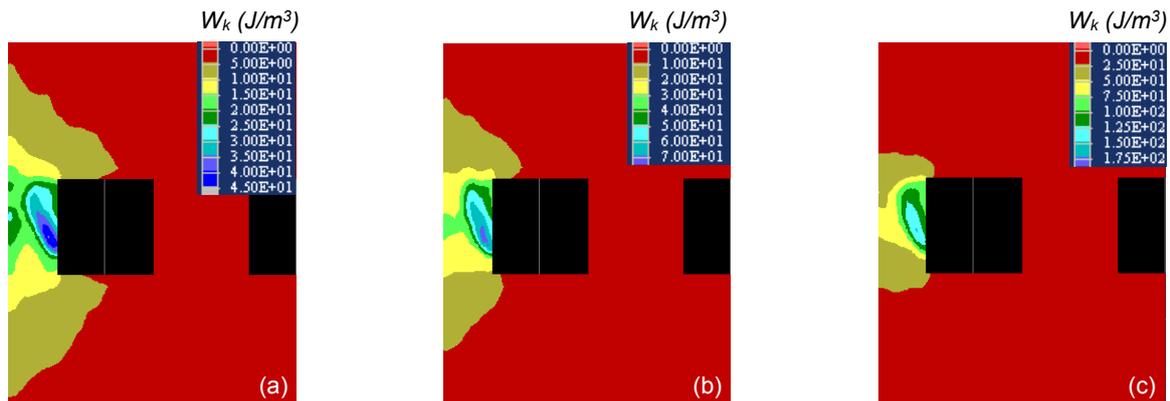
#### 3.4.1. Evolution temporelle et localisation de l'énergie cinétique dissipée

L'Equation (3.16) permet de calculer l'énergie cinétique dissipée (cumulée) sur une certaine durée de calcul en un nœud du modèle. L'application de l'équation à tous les nœuds permet de tracer des contours d'énergie cinétique dissipée. La Figure 3.11 représente les contours volumiques de  $W_k$  autour du pilier rompu dans le modèle n°3 à différents instants du calcul. Notons qu'une tendance similaire est observée pour les sept autres modèles et que nous pouvons donc nous limiter à l'interprétation d'un seul d'entre eux. Cette représentation permet de faire un lien entre les zones où la rupture se produit puis se propage et les zones où l'énergie cinétique se manifeste et s'amortit.

L'énergie cinétique se manifeste d'abord aux angles du pilier où la rupture (plastification) se produit en premier lieu en raison d'une importante concentration de contrainte (cf. sous-section 1.2.3). La rupture se propage alors depuis les angles en direction du centre du pilier. L'énergie cinétique dissipée aux coins augmente simultanément. La propagation de la rupture prend alors une direction sub-verticale formant des bandes de cisaillement bien marquées à environ un tiers de la largeur du pilier. La dissipation d'énergie cinétique se localise le long de la bande de cisaillement du côté de la paroi du pilier où l'intensité volumique maximale de  $W_k$  est finalement enregistrée à l'équilibre (180 ms).

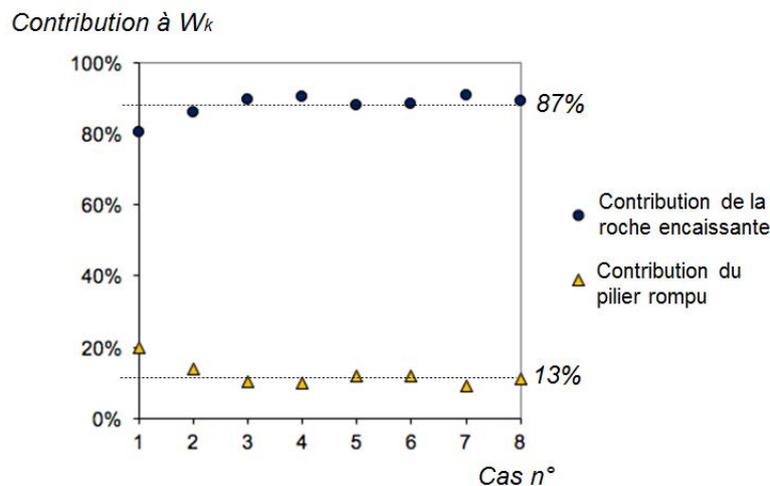
**Figure 3.11** : Contours d'énergie cinétique dissipée par unité de volume et état de plasticité du pilier central du modèle n°3 à différents instants du calcul jusqu'à l'équilibre final.

Le schéma qui vient d'être présenté suggère que l'énergie cinétique se manifeste et s'amortie majoritairement à proximité des zones subissant des déformations permanentes. Notons toutefois que l'étendue des zones où l'énergie est amortie dépend du coefficient d'amortissement numérique  $\alpha$  imposé au modèle. Plus il est faible, plus l'énergie se propage loin de sa zone d'émission avant d'être amortie et inversement (voir Figure 3.12). Nous verrons cependant dans la sous-section suivante que lorsque le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est trop élevé (toutes choses étant égales par ailleurs), la rupture du pilier peut, dans certains cas, ne pas se produire.



**Figure 3.12** : Contours d'énergie cinétique dissipée dans le modèle n°3 en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement : a)  $\alpha = 0,10$  ; b)  $\alpha = 0,25$  ; c)  $\alpha = 0,8$ .

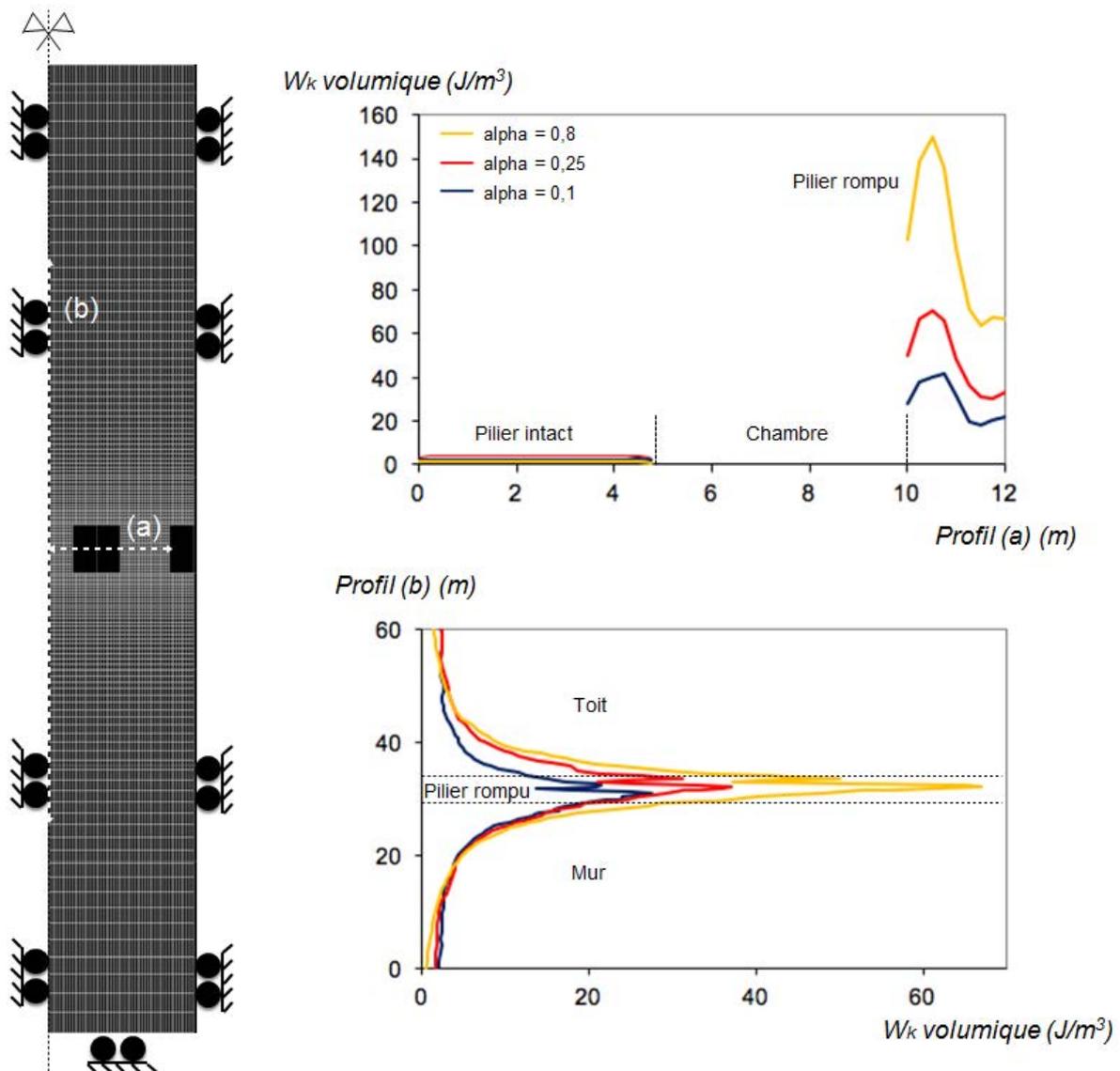
L'énergie cinétique ne se dissipe pas de manière uniforme dans les modèles. L'intensité volumique de  $W_k$  dissipée est systématiquement maximale dans le pilier rompu et diminue très rapidement en s'en éloignant. Cependant, il est important de voir qu'en valeur absolue (non-volumique), lorsque  $\alpha = 0,25$ , environ 89% de l'énergie cinétique se dissipe hors du pilier (Figure 3.13) où le volume disponible est plus important.



**Figure 3.13** : Distinction des contributions respectives du pilier rompu et du reste du modèle à l'amortissement total de l'énergie cinétique, pour les huit configurations modélisées.

Afin d'apporter des précisions supplémentaires concernant les zones affectées par une dissipation d'énergie à l'échelle du modèle, deux profils perpendiculaires le long desquels  $W_k$  volumique a été enregistrée sont représentés dans la Figure 3.14. On voit que le toit et le mur immédiats du pilier rompu sont caractérisés par une dissipation d'énergie non-négligeable mais sur une courte portée d'environ 2 fois la hauteur du pilier. Le pilier adjacent (pour lequel nous avons imposé qu'il reste élastique pendant le calcul) ne dissipe quant à lui pratiquement aucune énergie cinétique (par unité de volume).

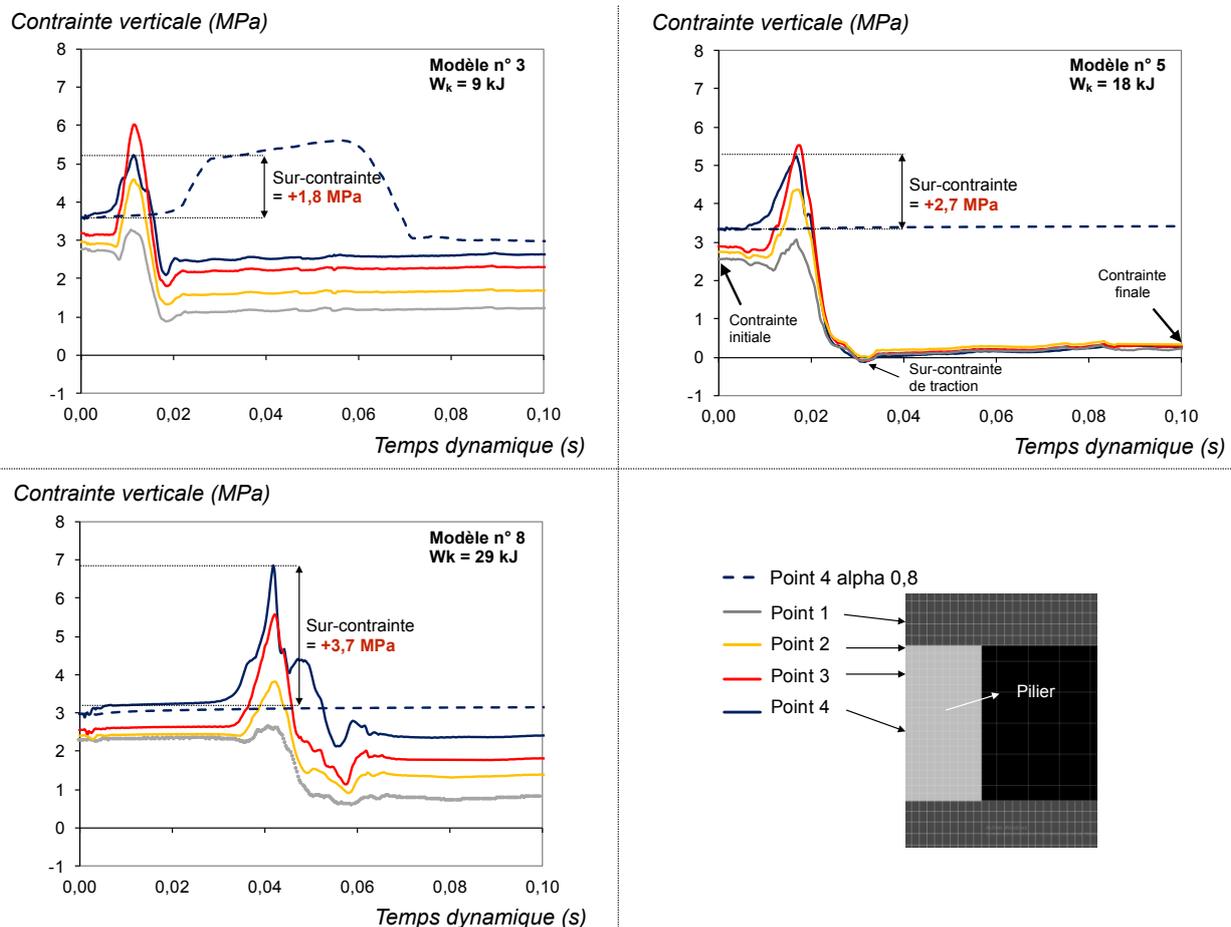
En outre, conformément à ce qu'il était possible de voir dans la Figure 3.12, plus le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est élevé, plus  $W_k$  est importante à l'intérieur du pilier rompu et moins elle l'est en dehors de celui-ci.



**Figure 3.14 :** Energie cinétique totale dissipée  $W_k$  à l'équilibre suivant deux profils orthogonaux passant par le pilier rompu du modèle n°3, pour trois valeurs différentes du coefficient d'amortissement  $\alpha$ .

## 3.4.2. Effet de l'énergie cinétique dissipée en termes de surcontrainte

L'effet de l'énergie cinétique se traduit, comme cela a été démontré par Brady et Brown (2004) dans le cas du creusement soudain d'une excavation en milieu élastique, par une augmentation transitoire des contraintes à certains endroits du système par rapport aux contraintes à l'équilibre final. Ces surcontraintes proviennent du fait qu'une partie de l'énergie cinétique avant d'être totalement amortie, se convertit en énergie potentielle élastique. Dans notre cas, le pilier rompu n'est pas élastique mais des surcontraintes transitoires sont tout de même enregistrées pendant les calculs. Elles se produisent dans différentes directions. Nous avons choisi d'enregistrer l'évolution des contraintes verticales en quatre points du modèle pour trois configurations ayant des valeurs de  $W_k$  significativement différentes (Figure 3.15).



**Figure 3.15 :** Evolution des contraintes verticales enregistrées en quatre points des modèles n°3, 5 et 8 pendant la rupture du pilier central et jusqu'à l'équilibre final.

Premièrement, on remarque que, tout comme  $W_k$ , les surcontraintes sont plus faibles dans le toit immédiat que dans le pilier rompu. Elles deviennent presque inexistantes au-delà d'une distance de 1 m du sommet du pilier. Par ailleurs, il se trouve qu'il y a assez peu de différences d'un modèle à l'autre en ce qui concerne les surcontraintes de compression aux points 1, 2 et 3 (haut du pilier et toit immédiat). Cependant, on observe qu'en fonction du modèle, plus  $W_k$  est élevée, plus la

surcontrainte de compression verticale est importante au centre du pilier (point 4). **A titre d'exemple, entre les modèles n°3 et n°8,  $W_k$  est multiplié par 3 et la surcontrainte de compression par 2, ce qui est tout à fait considérable étant donné que cette variation de contrainte (+3,7 MPa) correspond à l'ordre de grandeur de résistance des piliers modélisés (environ 3 MPa).** En outre, le modèle n°5, qui se caractérise par une faible résistance résiduelle du pilier, subit des surcontraintes transitoires en traction (négatives) **avant de s'équilibrer à un niveau de contrainte compressif (positif), ce qui n'est pas le cas des deux autres modèles. Cette surcontrainte est de l'ordre de 0,2MPa, ce qui est également considérable compte tenu de la résistance en traction des massifs rocheux qui est souvent inférieure à 1 MPa.**

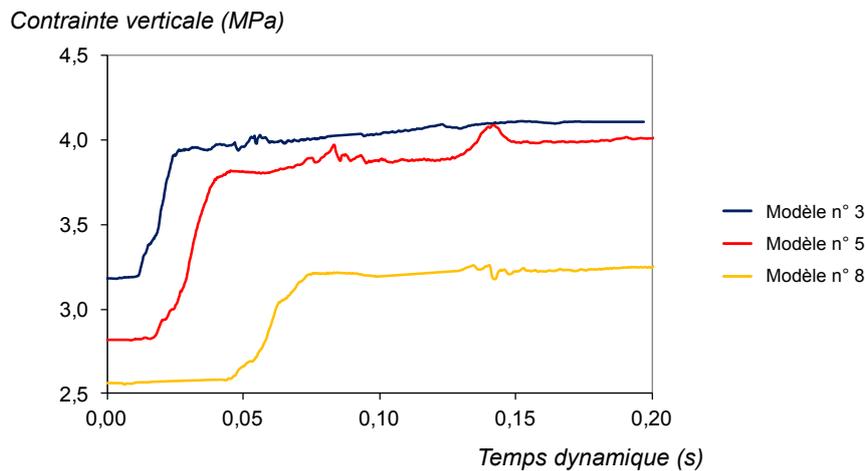
**A ce stade, la relation précise entre les surcontraintes et l'énergie cinétique à dissiper est encore difficile à établir avec certitude.** Cependant, les courbes pointillées sur la Figure 3.15, qui **représentent l'évolution de la contrainte verticale au point 4 (centre du pilier) dans le cas où le coefficient d'amortissement  $\alpha = 0,8$  (au lieu de 0,25),** apportent certains indices qui permettent de mieux comprendre cette relation. Deux phénomènes sont à noter :

- **En ce qui concerne le modèle n°3, on voit qu'un coefficient d'amortissement de 0,8 (valeur typiquement utilisée pour les simulations pseudo « quasi-statiques » avec le logiciel FLAC) engendre une sur-contrainte légèrement supérieure et se manifestant sur une plus longue durée que dans le cas d'un coefficient d'amortissement de 0,25.** Ceci est vraisemblablement dû au fait que  $W_k$  au centre du pilier augmente avec le coefficient d'amortissement (Figures 3.12 et 3.14).
- **En ce qui concerne les modèles n°5 et n°8, en revanche, on observe que lorsque l'on impose un coefficient d'amortissement de 0,8, il n'y a presque aucune variation de contrainte verticale durant le calcul, ce qui traduit le fait que la rupture n'a pas pu se produire. En fait, elle s'est initiée dans les angles du pilier, où la concentration de contrainte est initialement maximale, mais a avorté très rapidement.**

**Le fait d'imposer un coefficient d'amortissement  $\alpha = 0,8$  n'a pas vraiment de sens physique dans les roches puisque les valeurs typiquement préconisées pour simuler l'amortissement réel des roches sont de l'ordre de 0,15-0,25.** Les deux observations précédentes, bien que purement fictives, semblent **toutefois confirmer qu'il existe bien un lien entre l'énergie cinétique et l'intensité des surcontraintes transitoires** dans les piliers : **lorsque l'énergie cinétique se dissipe trop rapidement, les piliers ne se déforment pas et les contraintes associées aux déformations ne varient pas.** Cependant, lorsque le coefficient d'amortissement est tel qu'il permet au pilier de se déformer normalement, plus il est élevé, plus l'énergie se dissipe dans un petit volume et plus les surcontraintes sont localement importantes.

Les surcontraintes ont également été enregistrées dans le pilier adjacent au pilier rompu (Figure 3.16) où l'on voit qu'il n'y a pas de surcontrainte transitoire entre les deux états d'équilibre. Le passage de la contrainte initiale à la contrainte finale se fait de

manière relativement progressive. Ceci est à mettre en relation avec la très faible valeur volumique de  $W_k$  dans le pilier adjacent tel que nous avons pu le montrer dans la Figures 3.12 et 3.14 et vient confirmer l'hypothèse suivant laquelle les surcontraintes transitoires dans les piliers sont liées à  $W_k$ . Ce résultat suggère également que, dans des configurations semblables à celles que nous avons modélisées, la brutalité de la rupture d'un pilier n'entraîne pas ou peu de conséquences sur le comportement des piliers voisins.



**Figure 3.16** : Evolution des contraintes verticales au sommet du pilier adjacent dans les modèles n°3, 5 et 8 pendant la rupture du pilier central et jusqu'à l'équilibre final.

### 3.4.3. Magnitude et classification du type de rupture

Il est admis que  $W_k$  est la source d'énergie sismique (énergie potentielle élastique associée aux ondes de volumes P et S) qui peut éventuellement être enregistrée par des appareils de mesure situés à une certaine distance d'une zone de rupture. Ceci est d'ailleurs cohérent vis-à-vis du fait que dans les modèles réalisés, 87% de  $W_k$  est dissipée en dehors du pilier rompu et est donc susceptible d'être ressentie à distance. En pratique, seulement une partie de  $W_k$  est enregistrée lors d'une rupture de la roche en raison du phénomène d'amortissement, mais il s'agit bien de l'énergie sismique totale induite par la rupture (voir notamment Hedley, 1992).

Ortleep (1997) a proposé une classification des ruptures brutales de la roche (des *rockbursts*) dans les ouvrages souterrains basée sur la magnitude de Richter  $M$  de l'évènement sismique induit (Voir Tableau 3.4).  $M$  peut se calculer à partir de l'énergie sismique  $E_s$  exprimée en Joules, telle que (Dubois *et al.*, 2011) :

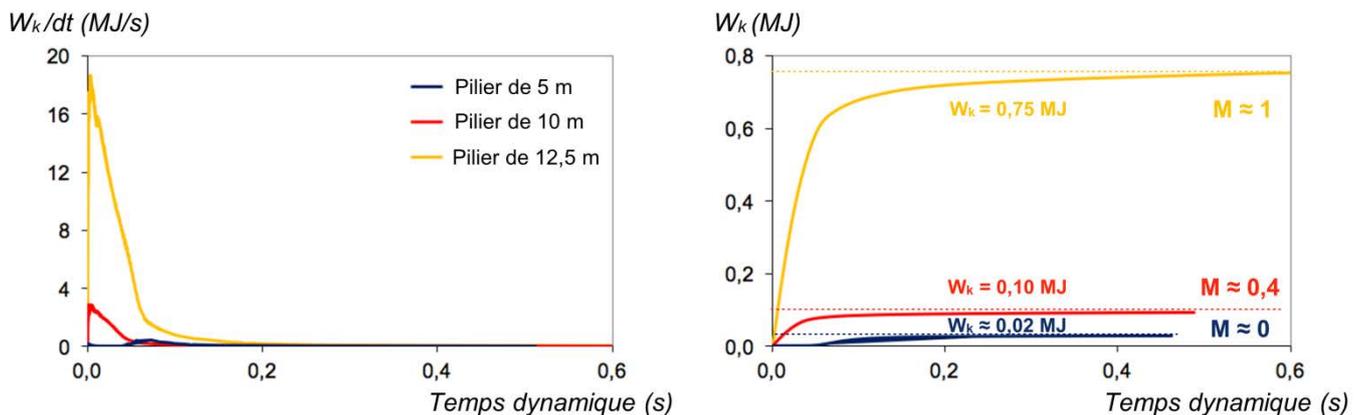
$$M = \frac{2}{3} \log_{10}(E_s) - 2,88 \quad (3.29)$$

Dans notre cas, on considérera que  $E_s = 87\% \cdot W_k$  en faisant l'hypothèse que les 13% d'énergie cinétique dissipés dans le pilier ne sont pas disponibles en tant qu'énergie sismique enregistrable à distance puisqu'ils contribueraient probablement en réalité à

fragmenter et expulser des blocs du pilier. Ça ne peut pas être le cas dans les modèles réalisés qui sont parfaitement continus et qui ne peuvent donc pas simuler une désolidarisation de différentes parties du pilier.

**Tableau 3.4** : Classification des « rockbursts » traduite d'après Ortlepp (1997).

Type de « rockburst »	Caractéristiques	Mécanisme à la source	Magnitude de Richter M
« Strain-bursting »	Ecaillage des parois	Non-déTECTÉ	-0,2 à 0
« Buckling »	Ejection de plaques provenant des parois	Implosif	0 à 1,5
« Pillar crush or burst »	Effondrement du pilier	Complexe : implosif + cisailant	1 à 2,5
« Shear fracture »	Violente propagation d'une fracture dans un massif	Double couple	2,0 à 3,5
« Fault-slip »	Soudain glissement le long d'une faille préexistante	Double couple	2,5 à 5,0



**Figure 3.17** : Energie cinétique dissipée par unité de temps (gauche) et son intégrale temporelle permettant d'accéder à  $W_k$  et d'en déduire la magnitude de Richter  $M$  correspondante (droite), calculées pendant la rupture de piliers larges de 5, 10 et 12,5 m avec les caractéristiques mécaniques du modèle n°8 (voir Tableaux 3.2 et 3.3).

Appliquée à la plus énergétique des ruptures que nous avons modélisées jusqu'ici, c'est à dire le modèle n°8, l'Equation (3.29) donne une magnitude  $M \approx 0$ , (Figure 3.17, courbes bleues). D'après la classification d'Ortlepp cette valeur correspondrait plutôt à une rupture de type « **strain burst** », c'est-à-dire à une fracturation de la roche (en dehors d'une discontinuité pré-existante). Il est suggéré dans la classification que ce type de rupture est caractérisé par un écaillage de la paroi. C'est effectivement ce qui semble se produire dans le modèle n°8 où l'on observe (Figure 3.18a) une rupture par plastification par une bande de cisaillement avec des contours d'énergie cinétique dissipée sous la forme d'une écaille moins haute que la hauteur du pilier. Cet écaillage est également conforme au phénomène de « pillar skin burst » tel que décrit par

Maybee (2000). Les contours de vitesse maximale de déplacement enregistrée dans le modèle n°8 (Figure 3.20a) indiquent **que l'écaïlle latérale est soumise aux plus grandes vitesses de déplacement (en comparaison au reste du modèle). Elles sont de l'ordre de 40 cm/s, ce qui est, d'après certains ordres de grandeur** donnés par Ortlepp et Stacey (1994), inférieur à ce qui peut être observé lors de réelles ruptures brutales. Aussi, **l'écaïlle est caractérisée par des déplacements à composante verticale vers le bas, ce qui indique qu'elle est majoritairement guidée par la gravité** alors que les ruptures brutales de type « rockburst » se caractérisent généralement par une composante de déplacement qui s'oppose à la gravité. Toutefois, le modèle n°8 est constitué d'un pilier de faible largeur (5 m), qui supporte par conséquent une force verticale relativement faible. Or, nous avons vu dans la sous-section 1.4.5 que  $W_k$  était théoriquement proportionnelle au carré de la variation de force verticale dans le pilier au moment de la rupture. Des piliers de plus grande largeur (tout en restant dans des gammes de largeur **permettant d'avoir un comportement post-pic radoucissant**), toutes choses étant égales **par ailleurs, sont donc susceptibles de subir, en raison d'une plus grande force verticale** moyenne avant la rupture, des ruptures brutales plus énergétiques que celle du modèle n°8.

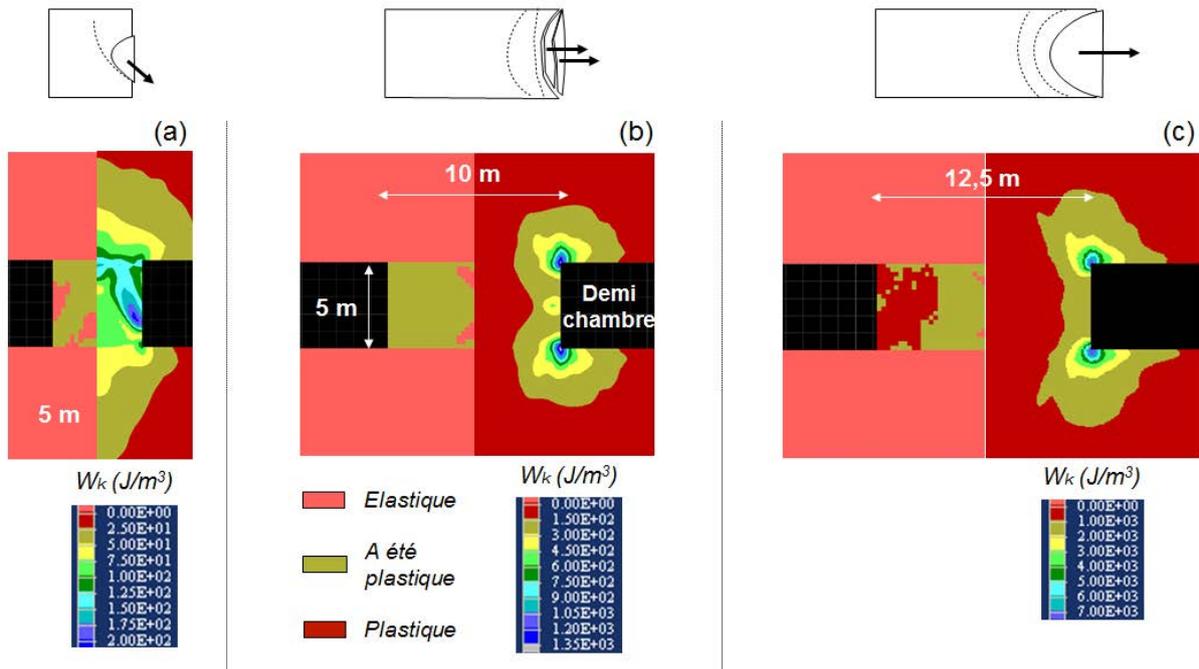
Deux modèles constitués de piliers et de chambres de 10 m puis de 12,5 m de largeur (taux de défrètement de 0,5), dont les caractéristiques géomécaniques et le **coefficient d'amortissement ( $\alpha = 0,25$ )** sont les mêmes que celles du modèle n°8, ont été modélisés suivant la procédure décrite dans la sous-section 3.3.4 pour vérifier cette hypothèse. Les résultats concernant la localisation de  $W_k$ , la plastification des piliers ainsi que leur mode de déformation sont fournis dans les Figures 3.18 et 3.19. Les valeurs de  $W_k$  ainsi que les magnitudes correspondantes sont, quant à elles, fournies dans la Figure 3.17.

La rupture du pilier de 10 m est caractérisée par un relâchement d'énergie cinétique de magnitude  **$M \approx 0,4$** . D'après la classification d'Ortlepp (1977), cela correspondrait à une rupture de type « **buckling** », c'est-à-dire un gonflement de la paroi du pilier avec rupture et expulsion soudaine de plaques parallèles à la hauteur du pilier. Du point de vue du **mécanisme à la rupture, les sismologues parleraient d'une rupture implosive**. Dans la mesure où nous avons réalisé des modèles continus, le détachement de plaques verticales ne peut pas être observé numériquement. Cependant, contrairement au cas du modèle n°8 où les déformations du pilier étaient principalement cisailantes (Figure 3.19a) et non dilatantes, le modèle de pilier de 10 m de largeur subit des déformations volumiques dilatantes non-négligeables associées à des déformations cisailantes plus diffuses **que celles du modèle n°8. De plus, l'ensemble du pilier est plastifié et les contours d'énergie cinétique dissipée ne forment plus d'écaïlle latérale. Ces indices vont bien dans le sens d'une rupture implosive.**

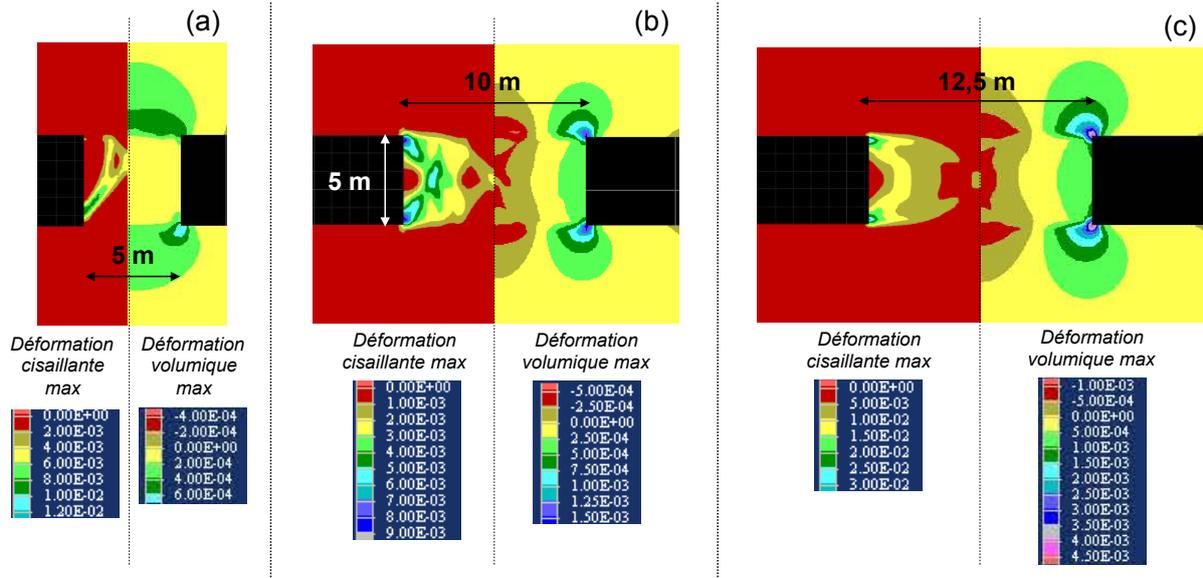
La rupture du pilier de 12,5 m de largeur est caractérisée par un relâchement d'énergie cinétique de magnitude  **$M \approx 1$** . On serait cette fois-ci face à une rupture de type « **pillar burst** » ou « **pillar crush** » qui, d'après Ortlepp, **se caractérise par un effondrement du pilier avec éventuellement une expulsion d'un large volume de roche**. Le mécanisme à la rupture suggéré est de type complexe, avec à la fois des

déformations cisailantes et une dilatation importante du pilier. **C'est effectivement ce que l'on observe aux Figures 3.18c et 3.19c.** Les déformations cisailantes sont assez peu localisées et les déformations volumiques le long de la paroi sont encore plus importantes que dans le cas du modèle de 10 m. **A nouveau, l'énergie cinétique dissipée n'est pas très localisée le long de la paroi (excepté au niveau des angles du pilier) et la quasi-totalité du pilier a subi des déformations plastiques.** Mais on note, contrairement au cas du pilier de 10 m (Figure 3.18b), **qu'à la fin du calcul, lorsque l'équilibre final a été atteint par le modèle, une partie du pilier du côté de la paroi est encore dans un état plastique (état de contrainte sur le critère de rupture).** Cette partie plastifiée forme un large dièdre typique de ceux qui sont expulsés lors des ruptures de type « pillar burst » (voir Gaudreau *et al.*, 2004).

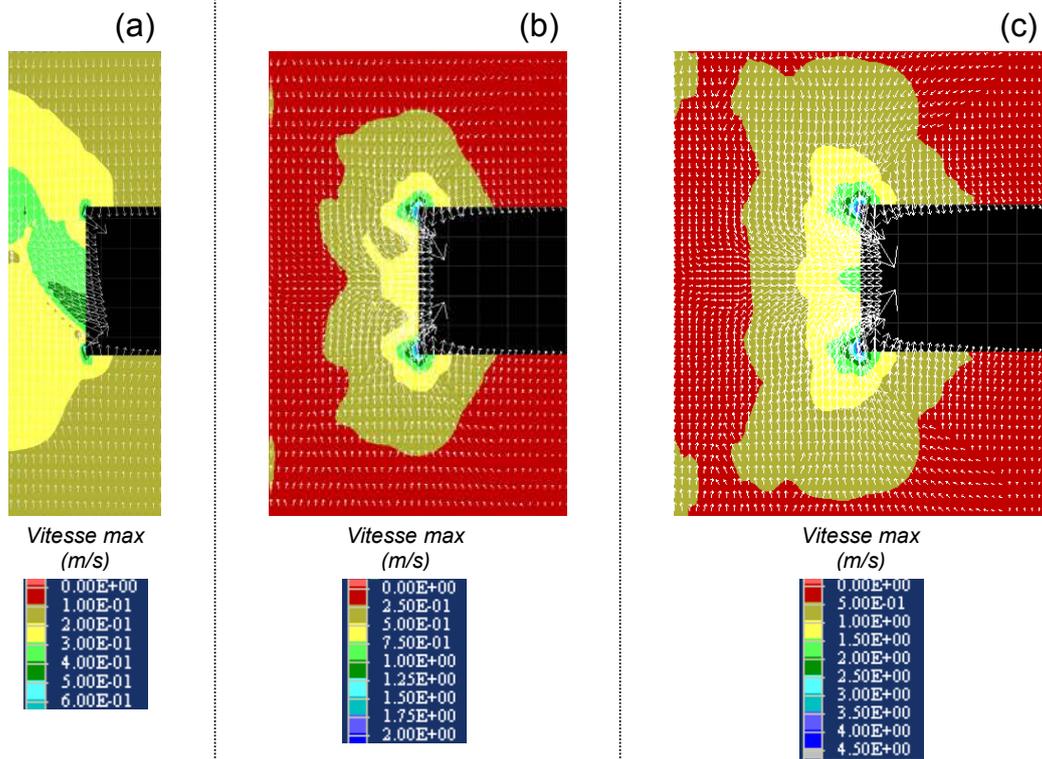
Les parois des piliers des modèles de 10 et 12,5 m de largeur sont toutes deux caractérisées **par des vitesses maximales de déplacement de l'ordre de plusieurs mètres par seconde (Figures 3.20b et 3.20c), ce qui correspond à l'ordre de grandeur reporté par Ortlepp et Stacey (1994) dans le cas des ruptures brutales réelles observées dans les ouvrages souterrains.** De plus, ces vitesses sont orientées horizontalement, ce qui **montre qu'elles ne sont pas majoritairement guidées par la gravité.** Ces indices sont à nouveau conformes aux phénomènes de « rockburst » tels que décrits dans la littérature.



**Figure 3.18 :** Contours d'énergie cinétique dissipée et état de plasticité du pilier rompu à l'équilibre, et mécanisme de rupture suggéré : a) pour un pilier de 5 m de largeur (modèle n°8) ; b) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 10 m de largeur ; c) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 12,5 m de largeur. Le taux de défrèvement est de 0,5 pour les 3 modèles.



**Figure 3.19 :** Contours des déformations cisaillantes et volumiques du pilier rompu à l'équilibre : a) pour un pilier de 5 m de largeur (modèle n°8) ; b) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 10 m de largeur ; c) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 12,5 m de largeur. Le taux de défrètement est de 0,5 pour les 3 modèles.



**Figure 3.20 :** Contours de l'intensité de la vitesse maximale enregistrée pendant la rupture du pilier et vecteurs indiquant la direction de la vitesse : a) pour un pilier de 5 m de largeur (modèle n°8) ; b) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 10 m de largeur ; c) pour un pilier aux mêmes caractéristiques mais de 12,5 m de largeur. Le taux de défrètement est de 0,5 pour les 3 modèles.

### 3.5. Conclusions

La première section du chapitre a été consacrée à la présentation d'une méthode de calcul dynamique locale de l'énergie cinétique dissipée se basant sur la procédure de résolution explicite du logiciel FLAC. Nous avons montré qu'elle permet de calculer une quantité d'énergie très proche de la quantité théoriquement attendue dans le cas simple d'une éprouvette de roche élastique subitement soumise à une contrainte verticale constante. Nous avons cependant mis en évidence que la précision des résultats, bien qu'acceptable dans toutes les conditions que nous avons considérées, dépend du coefficient d'amortissement local imposé au modèle. Nous avons sélectionné la valeur du coefficient d'amortissement 0,25 qui semblait la plus pertinente à l'issue d'une étude de sensibilité.

La méthode de calcul dynamique locale de l'énergie cinétique dissipée  $W_k$  a ensuite été appliquée lors de la modélisation de la rupture d'un pilier (écrouissage négatif par réduction de la cohésion) aux dimensions constantes, situé dans un environnement minier 2D simplifié avec des propriétés mécaniques variables. Nous avons développé une procédure permettant de comparer la valeur de  $W_k$  obtenue par la méthode dynamique locale à la valeur théoriquement attendue d'après le modèle 1D théorique, en se basant sur la modélisation du comportement quasi-statique du pilier et de la roche encaissante. Les résultats de la comparaison ont été concluants puisque l'écart entre les valeurs théoriques (quasi-statiques) et numériques (dynamiques) de  $W_k$  ne dépasse pas 15%, la comparaison ayant été réalisée pour 8 modèles aux caractéristiques géomécaniques distinctes. Cet écart a pu être réduit à moins de 5% en appliquant une correction à la valeur théorique de  $W_k$  permettant de tenir compte de l'influence des contraintes horizontales dans le pilier qui ne sont pas considérées dans le modèle théorique (1D). Nous avons par ailleurs prouvé que la condition d'instabilité de la rupture des piliers mise en évidence dans la sous-section 1.4.5 s'applique bien lorsque l'on considère une configuration 2D plus réaliste que celle du modèle initial (1D).

Grâce à la formulation locale de la méthode de calcul de l'énergie cinétique dissipée, nous avons pu étudier la distribution spatiale et temporelle de  $W_k$  à différents instants du calcul et comparer son évolution à la propagation de la rupture dans le pilier. Les résultats suivants sont à retenir :

- **Seulement une faible proportion de l'énergie totale à dissiper se dissipe dans le pilier à l'origine de l'instabilité (dans notre cas, 13%).** La grande majorité se dissipe dans la roche encaissante où le volume disponible est plus important.
- **L'énergie cinétique dissipée par unité de volume est cependant maximale dans le pilier instable et se localise préférentiellement à proximité des zones plastifiées.**
- **Les piliers voisins du pilier instable ne subissent pas l'effet de l'instabilité puisqu'ils dissipent une très faible quantité d'énergie cinétique et ne subissent pas de surcontraintes transitoires dans le cas d'une rupture brutale de leur voisin.**

- Le pilier instable ainsi que son recouvrement immédiat subissent, quant à eux, des surcontraintes transitoires non-négligeables pour lesquelles nous avons avancé certains arguments qui **suggèrent qu'elles sont dues à l'excès d'énergie cinétique (avant qu'elle ne soit totalement amortie)**.

La rupture de piliers de largeur variable (5, 10 et 12,5 m), mais aux caractéristiques mécaniques constantes a également été modélisée. Nous avons comparé les mécanismes de rupture ainsi que les modes de déformation des piliers en fonction de leur forme (rapport *largeur/hauteur* :  $l/h$ ). Nous avons également calculé la magnitude de Richter correspondant aux valeurs finales de  $W_k$  obtenues une fois que l'équilibre du modèle a été rétabli après la rupture du pilier. Les mécanismes de rupture ainsi que les magnitudes ont alors été comparés à ceux de la classification des ruptures brutales (*rockbursts*) **proposée par Ortlepp (1997) sur la base du retour d'expérience**. Nous avons constaté les correspondances suivantes :

- **La rupture d'un pilier élancé (largeur  $l = 5\text{ m}$ ,  $l/h = 1$ ) se caractérise par un relâchement d'énergie cinétique de magnitude 0, avec une rupture cisailante par écaillage latéral du pilier.** Ces indicateurs sont typiques du phénomène de « strain burst » tel que décrit par Ortlepp (1997).
- **A mesure que l'élancement du pilier diminue ( $l/h = 2$  ;  $l/h = 2,5$ ), la magnitude augmente pour atteindre des valeurs de l'ordre de 0,5-1** alors que le mécanisme de rupture du pilier devient de plus en plus diffus (implosif) avec **d'importantes** déformations plastiques volumiques et cisailantes. Ces indicateurs sont typiques des phénomènes de « buckling » et de « pillar burst » tels que décrits par Ortlepp (1997).
- Plus la magnitude augmente, plus les vitesses de déplacement maximales enregistrées dans les modèles augmentent. Dans le cas du pilier le plus large (le moins élancé,  $l = 12,5\text{ m}$  ;  $l/h = 2,5$ ) **la vitesse maximale est de l'ordre de 4,5 m/s, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des vitesses d'expulsion des blocs de roches** dans le cas des ruptures brutales reportées par Ortlepp et Stacey (1994).

En résumé, malgré les simplifications inhérentes aux modèles réalisés, (milieu continu, recouvrement homogène et élastique), la procédure de modélisation exploitée lors de cette étude permet de mettre en évidence des mécanismes de rupture brutale (*rockbursts*) conformes au **retour d'expérience**. **Le calcul explicite de l'énergie cinétique dissipée  $W_k$  a le potentiel pour être utilisé afin d'évaluer, par modélisation numérique, les secteurs d'un ouvrage souterrain qui sont susceptibles de se rompre brutalement ; la brutalité pouvant être quantifiée à partir de la valeur de  $W_k$  et de la magnitude de Richter correspondante.** Toutefois, cette étude étant vraisemblablement la première à traiter le problème des ruptures brutales suivant cette approche, ses conclusions restent à être validées par de futures études.



## Chapitre 4. Etude de cas : les effondrements du bassin ferrifère lorrain

---

### 4.1. Introduction

Ce chapitre présente une étude de cas dont l'intérêt est double : elle constituera un support pour l'application des critères de rupture et d'instabilité des piliers mis en évidence dans les chapitres précédents et permettra d'apporter des éléments de réponse à la problématique de la prévision des effondrements du bassin ferrifère lorrain.

Dans la section 4.2, nous présenterons le contexte du bassin ferrifère lorrain ainsi qu'une méthode statistique développée précédemment pour évaluer la possibilité d'effondrement, dont nous discuterons et identifierons les limites.

La section 4.3 sera consacrée à l'analyse des effondrements et affaissements regroupés dans une base de données récente, suivant des indicateurs mécaniques, comprenant le facteur de sécurité et le critère d'instabilité mis en évidence dans le Chapitre 1. Ces indicateurs seront estimés à partir de modèles numériques de piliers construits sur la base d'informations dont nous disposons dans la base de données. Nous tenterons d'établir des corrélations entre la nature brutale (effondrement) ou progressive (affaissement) des événements de la base de données et les valeurs des indicateurs mécaniques.

Dans la section 4.4, nous tenterons d'établir un lien entre le comportement des piliers et l'occurrence des effondrements au travers de modèles numériques à plus grande échelle, dans le but de confirmer les résultats de la section 4.3.

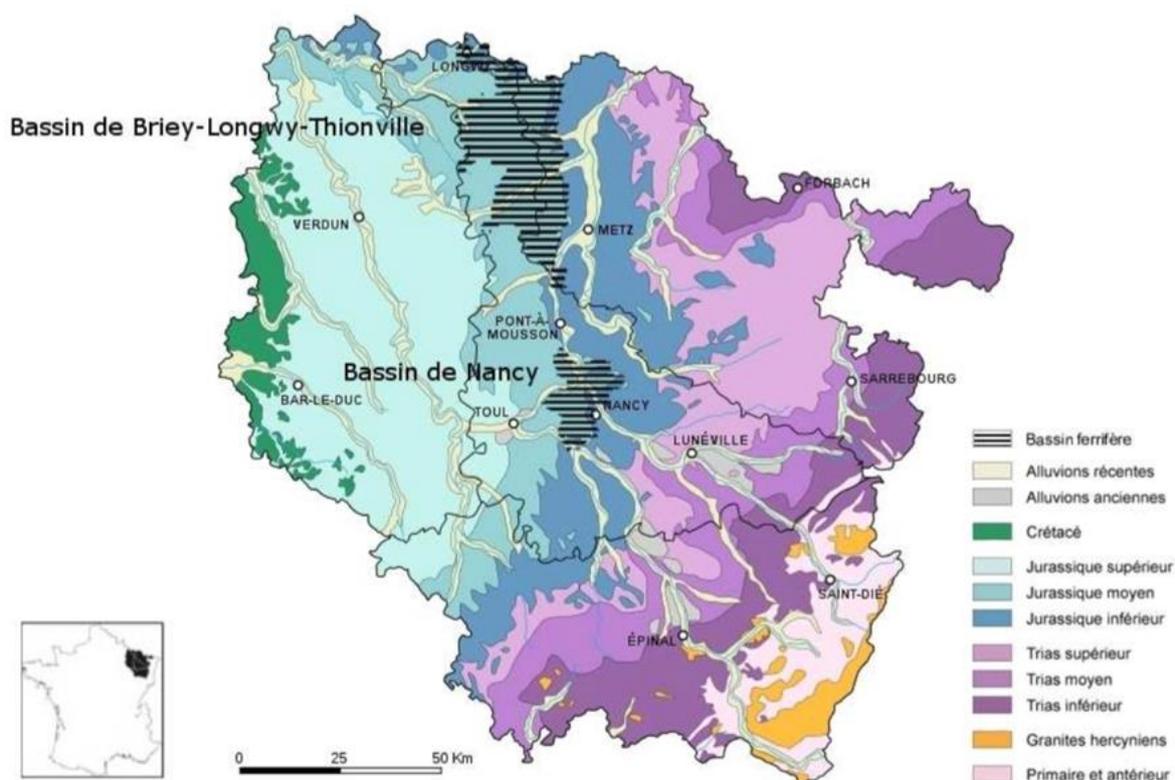
Nous terminerons, dans la section 4.5, en analysant l'ensemble des résultats et proposerons des éléments de discussion et de comparaison par rapport aux résultats d'autres études à ce sujet. Cela nous permettra de conclure sur les mécanismes d'effondrement qu'il nous semble pertinent de considérer dans le contexte du bassin ferrifère lorrain.

## 4.2. Le contexte du bassin ferrifère lorrain

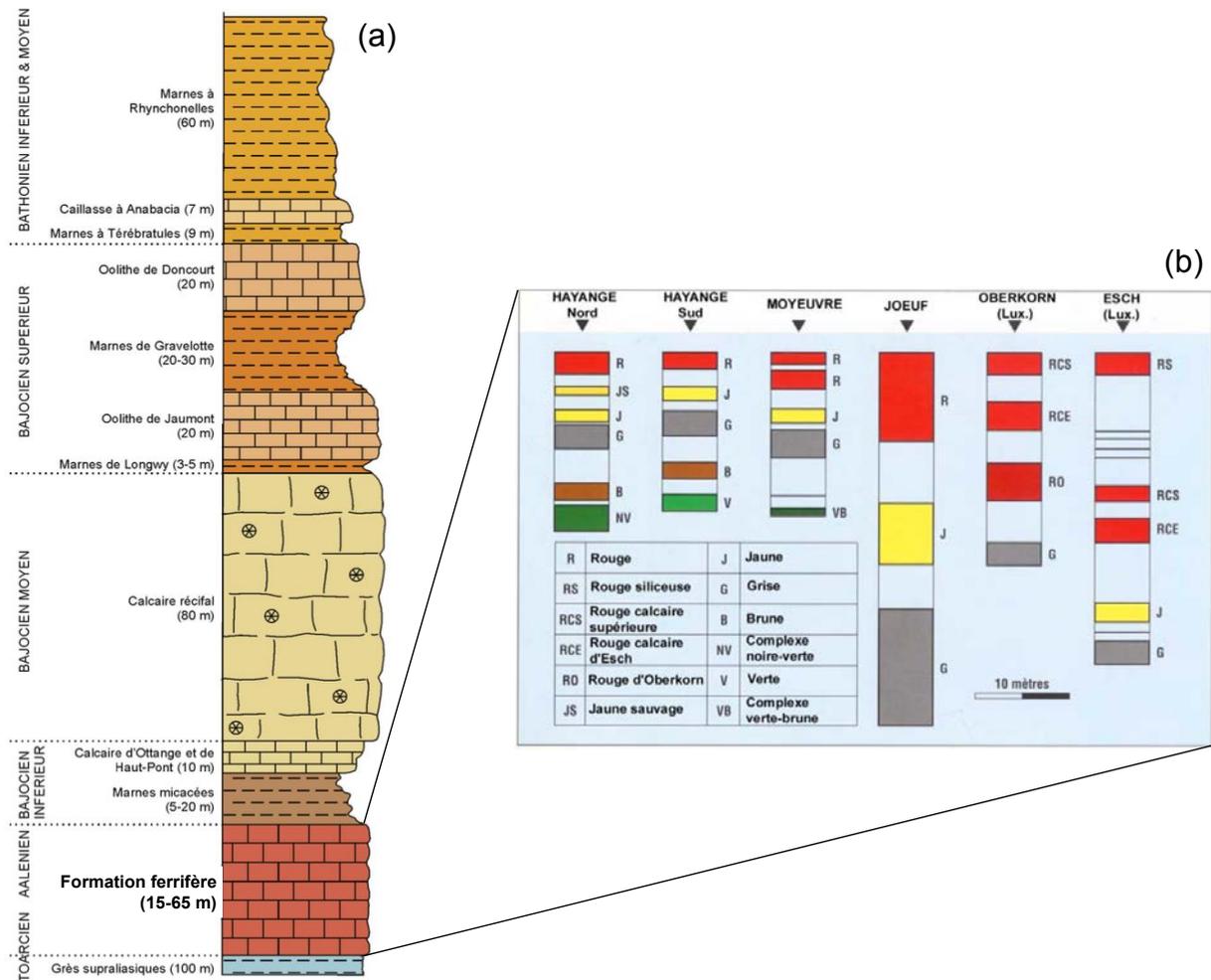
### 4.2.1. Le gisement du bassin ferrifère

Le bassin ferrifère lorrain démarre aux frontières du Luxembourg et de l'Allemagne, au Nord-Ouest de Metz, et s'étend sur 120 km vers le Sud, jusqu'aux environs de Nancy (INERIS, 2006). Il est d'une largeur d'environ 30 km. On distingue deux sous-bassins principaux : celui de Briey-Longwy, au Nord, représentant une surface d'environ 1300 km<sup>2</sup> et celui de Nancy, au Sud d'environ 380 km<sup>2</sup> (Figure 4.1).

La formation ferrugineuse de Lorraine est datée de l'Aalénien, premier étage stratigraphique du Jurassique moyen. Elle se situe entre un niveau de grès puis de marnes du Toarcien au mur et au toit, un recouvrement calcaire du Bajocien (Figure 4.2a) plus ou moins rigide et massif en fonction des zones. La formation ferrifère est constituée de plusieurs bancs d'arénite ferrugineuse (30 à 35 % de fer) d'épaisseur plurimétrique, silicatée à la base et carbonatée au sommet, en alternance avec des bancs marneux très pauvres en fer. Les différents bancs ferrugineux sont généralement dénommés par leur couleur allant du noir et vert à la base, au rouge au sommet de la formation (Figure 4.2b), ce qui traduit un dépôt dans un milieu de plus en plus oxydant et donc en phase de régression marine. La puissance totale de la formation ferrifère varie de quelques mètres à environ 60 m pour les zones les plus épaisses. Sa profondeur varie de quelques mètres à environ 250 m. La formation a un pendage moyen d'environ 3% vers l'ouest.



**Figure 4.1 :** Carte géologique de la Lorraine avec localisation du bassin ferrifère ; document BRGM tiré d'un rapport INERIS (2013).



**Figure 4.2 :** a) Log stratigraphique général de la formation ferrifère lorraine (BRGM, 2007). b) Log du gisement repérant les épaisseurs des différents bancs ferrugineux d'après des sondages réalisés à différentes localisations (Poulard et Salmon, 2002).

L'exploitation industrielle du minerai de fer, appelé « minette de Lorraine » en raison de sa relativement faible teneur en fer, a pu débuter en 1878 grâce à l'invention du procédé de déphosphoration par Thomas Gilchrist. La production a alors augmenté drastiquement jusqu'au pic des années 1960 où les mines de Lorraine assuraient la grande majorité de la production nationale. Par la suite, la production a très rapidement diminué en raison de la concurrence des minerais de fer provenant de l'étranger et de l'évolution de la sidérurgie (INERIS, 2002). Plus de 250 concessions minières auront été accordées entre le début de l'exploitation industrielle et la fermeture de la dernière mine de fer lorraine en 1997. Plus de 3 milliards de tonnes de minerai ont été extraites du bassin ferrifère (BRGM, 2007).

#### 4.2.2. Les méthodes d'exploitation et les aléas associés

En raison de l'alternance du minerai avec des bancs de marne stériles, les exploitations se faisaient souvent par étages superposés avec des intercalaires plurimétriques. Dans les zones présentant peu d'enjeu en surface, le minerai de chaque

étage était extrait par la méthode des chambres et piliers dans une première phase **d'exploitation**, après quoi les piliers étaient progressivement torpillés (dépilage) **jusqu'au foudroyage (effondrement) du toit immédiat. On parle d'une exploitation** « totale » car le but est de récupérer la quasi-totalité du minerai dans le gisement. En pratique, seulement 80-85% du minerai peut réellement l'être par cette méthode (Fougeron, 2007) **puisqu'en-dessous d'une taille critique, les piliers torpillés s'effondrent** sans que le minerai qui les compose **puisse être récupéré. L'effondrement du toit et des piliers** résiduels induisent un affaissement progressif de la surface qui cesse environ 5 ans **après la fin de l'exploitation lorsque les terrains** foudroyés sont suffisamment compactés (INERIS, 2006). **La méthode d'exploitation** « totale » permet une bonne prévision de **l'évolution des terrains en surface.**

Dans les zones présentant des enjeux en surface, tels que des habitations, des ouvrages ou des infrastructures, la méthode des chambres et piliers abandonnés (sans torpillage) **était utilisée. Elle permettait d'atteindre un taux de défrèvement de l'ordre de 50%**, parfois plus, pour la plupart des exploitations. Les dimensions des piliers étaient choisies pour **qu'ils** soient capables de supporter le poids des terrains de recouvrement et de garantir leur intégrité et leur relative immobilité à long terme (plusieurs décennies). Les affaissements miniers accidentels qui se sont produits à la fin des années 90 ont démontré que ces zones peuvent en fait **être à l'origine d'un aléa et provoquer des** affaissements (progressifs) ou des effondrements (brutaux). **L'étude de cet aléa est aujourd'hui menée par GEODERIS.**

#### 4.2.3. La distinction des affaissements progressifs et des effondrements brutaux

##### 4.2.3.1. *Distinction des deux types d'évènement*

Les affaissements progressifs et effondrements brutaux sont les deux types **d'évènement** de grande ampleur typiques du bassin ferrifère. GEODERIS les distingue de la manière suivante (tiré de Fougeron, 2007) :

Un effondrement brutal est caractérisé par :

- **une secousse sismique suffisamment énergétique pour qu'elle** puisse être **enregistrée à l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg** pour les évènements récents et ressentie par la population pour les évènements plus anciens,
- **un souffle d'air intense ressenti dans la mine,**
- une surface déstructurée sous forme de gradins aux bords de la zone affaissée,
- un mouvement rapide **s'effectuant en moins d'une heure.**

Un affaissement progressif est, quant à lui, caractérisé par :

- une surface peu déstructurée, présentant un profil en pente douce,
- aucun événement sismique ressenti au moment de **l'événement**,
- **un mouvement lent sur une durée d'au moins plusieurs heures et généralement de plusieurs mois.**

Les deux phénomènes sont liés à un endommagement de la mine en profondeur. Ils peuvent par exemple être dus à une rupture du banc intercalaire entre deux niveaux d'exploitation lorsque celui-ci est relativement mince. **Mais c'est certainement l'endommagement des piliers qui est le plus souvent à l'origine de la mise en place des mouvements de surface.** On distingue dans la littérature trois causes possibles d'un endommagement ou d'une rupture des piliers abandonnés dans les mines de fer :

- **La création d'une nouvelle zone exploitée par foudroyage à proximité des exploitations anciennes ayant pour effet d'augmenter le taux de défrètement global du secteur ainsi que d'accroître la convergence du recouvrement et par conséquent d'augmenter la contrainte verticale sur les piliers abandonnés.**
- **L'arrêt des pompages d'exhaure à la fin de l'exploitation induisant une remontée du niveau de la nappe et un ennoyage partiel ou total des piliers.** L'expérience montre que certains effondrements se sont produits durant la phase de remontée de la nappe (Fougeron, 2007)
- Un vieillissement (dégradation) des piliers dans le temps, éventuellement accentué par la remontée de la nappe.

Le vieillissement est un phénomène primordial car il intervient dans toutes les **mines du bassin ferrifère.** Le **processus d'altération** par le biais duquel il se produit est décrit par Grgic (2001). Mécaniquement, le vieillissement peut être formalisé par une loi **de fluage tenant compte explicitement de l'effet du temps sur** les déformations de la roche, mais il se traduit plus globalement par une diminution de la résistance du minerai **par rapport à sa résistance initiale avant exposition à l'atmosphère minière.** Cette réduction de résistance est cruciale vis-à-vis de la stabilité à long terme des piliers.

Les affaissements progressifs affectent les ouvrages de surface dont la structure peut être, en fonction de ses caractéristiques géométriques et mécaniques, plus ou moins endommagée par le mouvement du sol. Les dommages liés aux effondrements brutaux sont potentiellement bien plus importants que ceux des affaissements **progressifs étant donnée l'amplitude et la discontinuité** du mouvement de surface (cf. Chapitre 0). De plus, la nature soudaine des effondrements remet aussi en cause la sécurité des personnes. La prévision de leur occurrence devient, de fait, plus sensible **que celle des affaissements du point de vue de la gestion des risques.** L'ensemble des travaux menés au sein du GISOS et de GEODERIS par l'INERIS, le BRGM, les écoles des

Mines de Nancy et Paris et le LaEGO (Laboratoire Environnement Géotechnique et **Ouvrage, actuellement intégré dans l'UMR GeoRessources**) ont conduit à la mise en place de différentes approches pour identifier et surveiller les zones susceptibles de **produire un effondrement brutal**. **L'identification des facteurs** permettant la discrimination des zones susceptibles de produire un effondrement brutal retient plus particulièrement notre attention dans cette thèse.

Les caractéristiques géométriques des exploitations ont une influence évidente sur la sollicitation et **donc sur l'état d'endommagement des piliers**. **Tincelin et Sinou (1962) ont repéré certaines caractéristiques communes des mines à l'aplomb desquelles** se sont développés des effondrements brutaux comme notamment : des taux de défrusement supérieurs à 0,6 et la présence de petits piliers. Mais il a été suggéré que le recouvrement avait également un rôle à jouer dans la survenue **d'un effondrement**. En particulier, Tincelin et Sinou avaient remarqué que les effondrements brutaux se **produisaient en présence d'un** banc raide, massif et résistant dans le recouvrement et lorsque le toit immédiat de la mine était « excellent et solide ».

Deux mécanismes ont été suggérés pour expliquer ces observations, un qui implique une rupture du recouvrement par désolidarisation verticale des bancs stratigraphiques (Tincelin et Sinou, 1962) et un qui implique une rupture en cisaillement **des bords de l'exploitation au-delà d'un certain niveau d'endommagement des piliers** (Fairhurst *et al.*, 2003). Les deux se rejoignent dans la mesure où ils supposent que le **recouvrement, s'il est suffisamment raide et résistant, est capable de compenser l'endommagement des piliers en reportant le poids** des terrains sus-jacents **à l'extérieur** de la zone exploitée par effet de voûte, en ne se déformant que très peu pendant un certain temps (éventuellement plusieurs années). Lorsque le toit cède, en revanche, les **piliers cèdent et l'absence d'une réaction d'appui suffisante de leur part induit une** descente brutale du recouvrement.

En raison de ce qui **vient d'être évoqué, deux conditions jouant sur la nature brutale ou progressive des évènements** ont été identifiées par L'INERIS et GEODERIS (INERIS, 2013) :

- une condition « de fond » **quantifiant la géométrie de l'exploitation, des piliers** ainsi que leur sollicitation moyenne,
- une condition « géologique » **traduisant la présence éventuelle d'un banc épais, raide et résistant** dans le recouvrement.

#### 4.2.3.2. Fonction discriminante

Les variables quantitatives « de fond » ayant été identifiées pour leur influence potentielle sur la brutalité des événements sont les suivantes :

- Le taux de défrètement équivalent  $r_e$  (défini ci-dessous)
- La hauteur cumulée des couches exploitées  $h_c$  (m) (défini ci-dessous)
- La largeur des chambres  $c$  (m)
- La profondeur de la mine  $H$  (m)
- Un coefficient de surcharge  $SC$  (1, 1,2 ou 1,44) (défini ci-dessous)
- Le diamètre hydraulique (largeur équivalente) des piliers  $l_e$  (m)
- La contrainte verticale moyenne sur les piliers  $\sigma_{vm}$  (MPa)

Pour la plupart des secteurs,  $h_c$  a été calculée comme la hauteur d'exploitation (des piliers) de la couche la plus superficielle. Mais dans le cas des exploitations multicouches présentant un intercalaire mince (< 7 m) entre deux couches successives,  $h_c$  a été calculée comme la somme des hauteurs de chaque couche exploitée et de leur intercalaire.

**En présence d'un intercalaire mince, le taux de défrètement équivalent  $r_e$  a été calculé à partir de la surface portante (de pilier) résultant de la superposition des couches en ne considérant que la surface commune des piliers entre les couches. Il en résulte que  $r_e$  est supérieur au taux de défrètement individuel de chaque couche pouvant être calculé à partir de la méthode traditionnelle de l'aire tributaire.**

$\sigma_{vm}$  a été déterminée à partir  $r_e$  (théorie de l'aire tributaire) et pondérée par  $SC$  qui est un coefficient **tenant compte du fait que les piliers d'une zone donnée sont surchargés lorsqu'une zone adjacente est foudroyée.**

Une analyse de données menée sur 16 événements historiques du bassin ferrifère comprenant 8 effondrements et 8 affaissements a permis à Elshayeb (2000) d'établir une fonction discriminante, combinaison linéaire des variables listées ci-dessus, avec des coefficients de pondération **permettant de séparer de part et d'autre d'une certaine valeur de la fonction les effondrements brutaux des affaissements progressifs.** Après une réactualisation des données, Gueniffey (2014) a effectué une nouvelle analyse à partir de 15 des 16 cas de départ, qui a permis de mettre en évidence la fonction discriminante suivante (avec des coefficients arrondis au centième le plus proche) :

$$f_d = 0,23 \times H + 0,25 \times h_c + 0,06 \times c + 128,20 \times r_e - 2,10 \times \sigma_{vm} + 33,25 \times SC - 1,02 \times l_e - 126,85 \quad (4.1)$$

La base de données initiale a ensuite été enrichie de 52 événements supplémentaires. La base de données finale est présentée en Annexe 10. Parmi les 68 événements<sup>7</sup> au total, 8 sont des effondrements brutaux, 28 sont des affaissements progressifs et 32 étaient de nature inconnue *a priori*. Les nouvelles données ont été

<sup>7</sup> Notons que GEODERIS détient actuellement une base de données plus complète comprenant de 71 événements. Nous avons, pour notre part travaillé sur seulement 68 événements.

analysées par Gueniffey (2014) à partir d'une approche semblable à celle d'Elshayeb (2000) en utilisant les mêmes variables explicatives.

Une nouvelle fonction discriminante (Equation 4.2) a été établie à partir des cas avérés. Elle les classe tous dans la bonne catégorie (affaissement ou effondrement).  $f_d > 2$  correspond aux secteurs effondrés alors que  $f_d < 2$  correspond aux secteurs affaissés. Cette fonction a ensuite été appliquée aux 32 cas non déterminés de la base de données qui ont pu, à leur tour, être classés. Finalement, 19 évènements sont **qualifiés d'effondrements brutaux et 49 d'affaissements progressifs a posteriori**. Ce classement sera utilisé pour l'analyse mécanique de la section 4.3.

$$f_d = -0,10 \times H + 0,27 \times h_c - 0,92 \times c - 4,83 \times r_e + 1,76 \times \sigma_{vm} - 12,90 \times SC + 1,25 \times l_e + 15,44 \quad (4.2)$$

Il est important de noter que, aussi bien pour les 16 évènements de départ que pour les 68 de la base de données finale, la variable  $r_e$  permet, à elle seule, de séparer **les deux types d'évènements : les affaissements sont caractérisés par  $r_e < 0,6$  et les effondrements par  $r_e > 0,6$** . La fonction discriminante qui contient l'ensemble des autres variables permet cependant une meilleure discrimination au sens statistique. Toutefois, il **est important de garder à l'esprit que  $r_e$  semble jouer un rôle prépondérant dans la mise en place des effondrements indépendamment des autres variables**.

#### 4.2.3.3. Indice de massivité

Les experts considèrent, depuis les travaux de Tincelin et Sinou (1962), que la **présence dans le recouvrement d'un banc raide, résistant et suffisamment épais est une condition indispensable pour qu'un effondrement brutal soit possible**. La distinction des deux types d'évènements par la fonction discriminante des variables « de fond » n'est donc pas considérée comme suffisante par les experts dans la mesure où elle ne prend pas en compte la nature des terrains de recouvrement.

Homand (2004) a identifié deux indices sans dimension  $A$  et  $B$  qui permettent de caractériser la « raideur » des formations du recouvrement à partir de sondages réalisés **au droit d'une zone considérée :**

$$A = \frac{\sum_i (h_{ci} \cdot E_{mi})}{H \cdot E_m^{max}} \quad (4.3)$$

$$B = \frac{\max(h_{maxi} \cdot E_{mi})}{h_{max}^{max} \cdot E_m^{max}} \quad (4.4)$$

où  $h_i$  est l'épaisseur cumulée des bancs de faciès  $i$  et  $E_{mi}$  le module de Young de ce faciès à l'échelle du massif,  $H$  est la profondeur de la mine,  $E_m^{max}$  le module maximum du massif sondé et  $h_{max}^{max}$  l'épaisseur maximale de banc dur  $h_{max\ i}$ , tous sondages confondus.

$A$  permet de tenir compte de la lithologie moyenne du recouvrement. Sur le bassin ferrifère on distingue typiquement les recouvrements riches en faciès marneux de ceux riches en faciès calcaire (Fougeron, 2007).  $B$  caractérise la rigidité relative du banc **le plus rigide d'un sondage par rapport au banc le plus rigide des autres sondages**.

Finalement, un indice  $IM$  regroupant  $A$  et  $B$  ainsi que la valeur de la fonction discriminante  $f_d$  (**celle d'Elshayeb, 2000, qui n'est pas présentée ici**) a été choisi pour décrire ce que les experts ont appelé la « massivité » du recouvrement :

$$IM = (2A + B + C/2) \frac{f_d + 5}{10} \quad (4.5)$$

où  $C$  est un indice dépendant de la géomorphologie du secteur. Il peut prendre les valeurs : **1 dans le cas d'une morphologie de plateau, 0 dans le cas d'un flanc de vallée et -1 dans le cas d'un carrefour de vallées** (Fougeron, 2007).  $C$  tient compte du fait que la topographie joue un rôle non-négligeable dans la raideur globale du recouvrement.

Plus  $IM$  est élevé, plus le recouvrement est « raide » et plus le risque **d'effondrement est considéré comme probable d'après le retour d'expérience**. Homand (2004) a montré que, parmi 14 événements (2 des 16 événements initiaux ayant été exclus de l'analyse en l'absence de sondage), **tous les cas d'affaissement étaient caractérisés par des valeurs d'IM inférieures à la valeur la plus faible des cas d'effondrement, à savoir 0,6**. Une méthode de classification qui avait été utilisée par GEODERIS consistait à dire que les zones considérées comme étant à risque **d'effondrement brutal du point de vue de la fonction discriminante et pour lesquels  $IM \geq 0,6$** , était définitivement classées comme étant à risque d'effondrement brutal.

#### 4.2.3.4. *Discussion sur l'interprétation mécanique des critères discriminants*

Les fonctions discriminantes classent tous les événements de type avéré (15 pour la première et 36 pour la deuxième) dans la bonne catégorie et bénéficient d'un pouvoir discriminant convenable au sens statistique (Gueniffey, 2014). Il est alors logique de **s'interroger sur leur signification mécanique pour la discrimination des effondrements et des affaissements**, tel que cela avait été suggéré au départ.

L'interprétation physique des fonctions discriminantes qui consiste à comparer l'influence relative de leurs variables pose toutefois certaines difficultés. On remarque que les deux fonctions ont  $r_e$  et  $SC$  comme variables les plus influentes, cependant,  $r_e$  est la variable la plus influente du point de vue de la première fonction alors qu'il s'agit de  $SC$  du point de vue de la deuxième. De plus, certaines variables sont affectées de coefficients de signes opposés **d'une fonction discriminante à l'autre et les coefficients ne sont pas toujours du même ordre de grandeur** (par exemple le coefficient affecté à  $r_e$  est 128,20 pour la première fonction et -4,83 pour la deuxième).

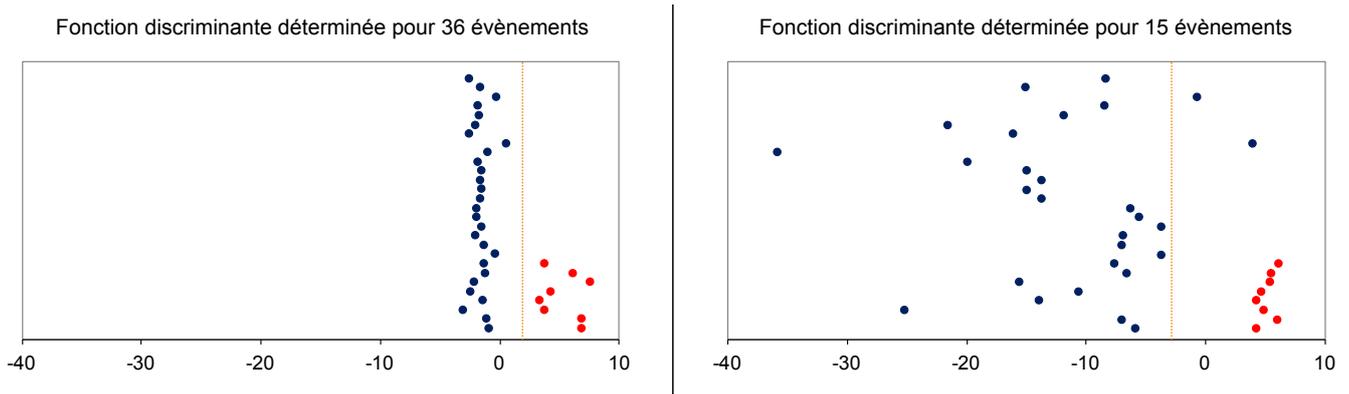
Lorsque l'on représente graphiquement l'ensemble des événements avec la valeur de  $f_d$  associée (voir Figure 4.3), pour les deux manières de calculer  $f_d$  (Equations 4.1 et 4.2), on s'aperçoit que la deuxième fonction (Equation 4.2) sépare mieux les

effondrements avérés des affaissements avérés. Cela semble logique puisque cette **fonction discriminante a été obtenue pour un plus grand nombre d'évènements.**

Si l'on considère donc seulement la deuxième fonction (Equation 4.2), établie à partir de 36 évènements de nature avérée, on peut distinguer les variables dont l'augmentation est favorable à l'affaissement puisqu'elles font diminuer  $f_d$ , à savoir :  $H$ ,  $SC$ ,  $c$  et  $r_e$  et celles dont l'augmentation est favorable à l'effondrement puisqu'elles font augmenter  $f_d$ , à savoir:  $\sigma_{vm}$ ,  $l_e$  et  $h_c$ . **Le fait qu'une augmentation de  $\sigma_{vm}$  soit favorable à l'effondrement semble logique compte tenu du fait que plus  $\sigma_{vm}$  est élevée plus le report de charge des piliers vers les bords de la mine en cas de rupture et plus la flexion induite du recouvrement sont importants.** Le rôle de certains autres facteurs est cependant plus difficile à expliquer. Par exemple, un  $r_e$  élevé est censé favoriser le **risque d'effondrement** (Tincelin et Sinou 1962) pourtant son augmentation (toutes choses étant égales par ailleurs) est plutôt favorable à l'affaissement du point de vue de  $f_d$ . Le diamètre hydraulique des piliers  $l_e$ , quant à lui, est censé évoluer positivement avec la résistance des piliers (cf. Chapitre 3) et donc limiter le risque d'effondrement, pourtant il a un effet favorable à l'effondrement du point de vue de  $f_d$ .

Ces observations traduisent le fait que la considération des variables **indépendamment les unes des autres du point de vue de la fonction discriminante n'a pas de sens physique.** Cela peut s'expliquer par le fait que certaines variables, bien que non-corrélées du point de vue statistique sur la base de données considérée (Gueniffey, 2014), sont physiquement liées. C'est notamment le cas de  $H$  et  $\sigma_{vm}$  ou encore de  $r_e$  et  $\sigma_{vm}$  (cf. Chapitres 1 et 2). Ceci rend délicate l'interprétation de la fonction discriminante. En outre **la question de l'intérêt d'utiliser la fonction discriminante et l'indice  $M$  se pose** puisque la simple valeur de  $r_e$  permet de distinguer les effondrements ( $r_e > 0,6$ ) des affaissements ( $r_e < 0,6$ ) sur la base de données. Nous savons que  $r_e$  détermine en grande partie la sollicitation  $\sigma_{vm}$  des piliers (cf. Chapitres 1 et 2). La répartition des **affaissements et des effondrements de part et d'autre d'une valeur de  $r_e = 0,6$  suggère donc que  $\sigma_{vm}$  est un facteur important vis-à-vis du risque d'effondrement. On constate d'ailleurs que,** sur la base de données dont on dispose,  $\sigma_{vm}$  est supérieure en moyenne, pour les secteurs effondrés (17,5 MPa) que pour les secteurs affaissés (10,4 MPa).

La section suivante est consacrée à une analyse mécanique du problème afin de clarifier le sens physique des indicateurs statistiques.



**Figure 4.3 :** Positionnement des différents secteurs de la base de données d'évènements du bassin ferrifère sur l'axe horizontal représentant la valeur de la fonction discriminante (Equation 4.2 à gauche et Equation 4.1 à droite). Les points rouges représentent les effondrements et les points bleus les affaissements. L'axe vertical n'a aucune signification.

## 4.3. Analyse mécanique de la base de données d'affaissements et d'effondrements

### 4.3.1. Présentation de la démarche

Nous tenterons dans cette section de discriminer les effondrements des affaissements de la base de données des 68 évènements à partir de critères purement mécaniques. Pour ce faire, nous procéderons à une étude centrée sur les piliers, conformément aux précédents chapitres de la thèse. Des modèles numériques de piliers réalisés avec le logiciel FLAC3D nous permettront d'estimer le comportement mécanique des piliers caractéristiques des différents secteurs ayant subi des affaissements ou effondrements, pour lesquels nous disposons d'informations relatives à l'état de chargement des piliers ainsi qu'à leur géométrie. Compte-tenu des caractéristiques de chacun des secteurs, nous tenterons d'établir des liens entre le comportement modélisé des piliers et la nature brutale (effondrement) ou progressive (affaissement) des évènements y étant survenus.

### 4.3.2. Caractéristiques géomécaniques des piliers

#### 4.3.2.1. Choix d'un modèle de comportement

La première étape de ce travail consiste à choisir un modèle de comportement représentatif de la formation ferrifère et suffisamment simple, qui puisse être utilisé pour la modélisation numérique. Compte-tenu du fait que nous étudions l'ensemble des secteurs et que nous ne disposons pas d'informations relatives à la présence éventuelle de discontinuités structurales dans les piliers des différents secteurs, nous modéliserons les piliers comme des milieux continus équivalents. Cela permettra, par ailleurs, d'être cohérent avec les précédents chapitres. De plus, l'approche par milieu continu a souvent

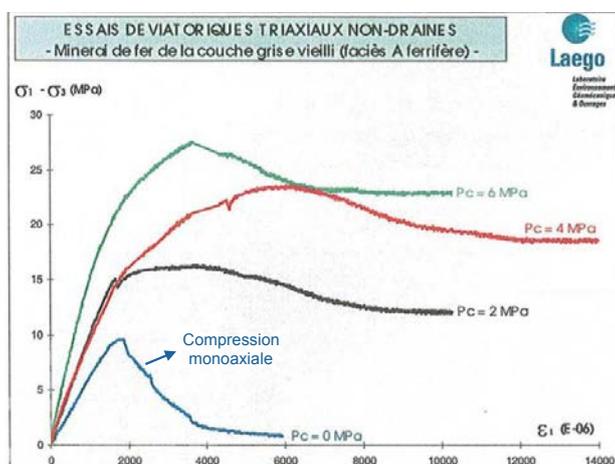
été utilisée dans la littérature (références ci-dessous) pour modéliser les piliers des mines du bassin ferrifère lorrain et ne semble donc pas irréaliste.

Dans les différents travaux de modélisation de la formation ferrifère et/ou de son recouvrement que nous avons pu recueillir dans la littérature, les lois de comportement utilisées (uniquement pour des modélisations en milieu continu) sont :

- une loi de Mohr-Coulomb parfaitement plastique, pour une approche globale (piliers + recouvrement) (Fougeron, 2007),
- un loi élasto-plastique de type Mohr-Coulomb améliorée avec un écrouissage pré-pic positif et à écrouissage post-pic négatif pour caractériser le comportement des piliers à court terme (Souley *et al.* 2002 et Grgic *et al.*, 2003),
- un modèle visco-élasto-plastique pour modéliser le comportement à long terme des piliers (Grgic *et al.*, 2003).

Nous nous intéressons, pour notre part, aux caractéristiques des piliers à un **instant donné et la modélisation de l'évolution qui a mené aux caractéristiques actuelles** ne fait pas partie des objectifs de ce travail. Aussi, compte tenu du fait que notre analyse est, pour le moment, centrée sur les piliers et non sur le recouvrement, un modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb avec écrouissage nous semble pertinent.

Par ailleurs, certaines études dont les résultats sont présentés dans le paragraphe 1.3.2.3 ont montré que les modèles élasto-plastiques avec un écrouissage uniquement dans le domaine post-pic **permettent d'obtenir un comportement réaliste des piliers par la modélisation numérique en milieu continu. Nous négligerons donc l'écrouissage positif** dans le domaine pré-pic. Ceci semble compatible avec les résultats d'essai de compression uniaxiaux réalisés par Grgic (2001), dans lesquels **la phase d'écrouissage pré-pic** est peu marquée (Figure 4.4). Notons que les piliers sont souvent considérés **comme globalement soumis à un état de compression uniaxiale bien qu'il existe une** contrainte de confinement non-négligeable au centre des piliers (cf. Chapitre 1).



**Figure 4.4** : Résultats d'essais de compression triaxiaux réalisés en laboratoire sur le faciès gris du minerai de fer vieilli ; image tirée de la thèse de Grgic (2001)

4.3.2.2. *Choix des propriétés mécaniques**Données issues de la littérature*

Les propriétés nécessaires pour les futurs modèles sont, le module de Young du minerai  $E$ , son coefficient de Poisson  $\nu$ , sa cohésion initiale  $coh$  et sa cohésion résiduelle  $coh_r$ , son angle de frottement  $\varphi$  et sa valeur résiduelle  $\varphi_r$ , la valeur du paramètre de déformation plastique  $\Delta\varepsilon_p$  pour laquelle  $coh_r$  et  $\varphi_r$  sont atteintes (cf. Annexe 2) en considérant une variation linéaire de la  $coh$  et de  $\varphi$  en fonction de  $\Delta\varepsilon_p$ , ainsi la résistance en traction  $R_t$ . **Par manque d'information, on considérera l'angle de dilatance  $\psi = 10^\circ$**  (sachant que  $\psi$  varie typiquement de  $0^\circ$  à  $20^\circ$  dans les roches testées en laboratoire **d'après Vermeet et de Borst, 1984 ; Itasca, 2011**).

Les propriétés élastiques considérées seront des valeurs typiques moyennes de la formation ferrifère (Al Heib, 2002), à savoir  $E = 10 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0,25$ .  $R_t$  sera fixée à  $0,5 \text{ MPa}$ , **ce qui est un ordre de grandeur classique pour les roches à l'échelle du massif rocheux (ce paramètre n'aura que très peu d'effet sur les résultats étant donné que les piliers sont presque exclusivement soumis à des contraintes de compression)**.

En référence à la littérature spécifique au minerai de fer lorrain, 3 types de propriétés élasto-plastiques peuvent être définies :

- les propriétés « intactes » **caractéristiques d'un échantillon de minerai « sain »** comprimé en laboratoire,
- les propriétés du « massif » obtenues par réduction des caractéristiques « intactes » afin de tenir compte de la réduction de résistance au passage de **l'échelle du laboratoire à celle du massif rocheux,**
- les propriétés du minerai « vieilli » testé en laboratoire.

Un résumé de caractéristiques intactes au pic  $coh$  et  $\varphi$  pour la formation ferrifère est disponible dans Al Heib (2002) ou Souley *et al.* (2002). Fougerson (2007) propose des **valeurs différentes dans sa thèse. Des propriétés à l'échelle du massif ont été estimées** par Homand et Dagallier (2004) à partir de la méthodologie de Hoek et Brown (1997) qui se base sur les méthodes de classification géomécaniques (Hoek, 2016). Des résultats **d'essais triaxiaux réalisés dans le cadre de la thèse de Grgic (2001) ont été réinterprétés** afin de définir des critères de rupture linéaires au pic et résiduels définis par les valeurs de  $coh$  et  $\varphi$  et  $coh_r$  et  $\varphi_r$  **pour le minerai sain et pour le minerai vieilli. Il s'agit de la seule** source de données en ce qui concerne les valeurs résiduelles  $coh_r$  et  $\varphi_r$ . En se basant sur les résultats de ces mêmes travaux, la valeur du paramètre plastique  $\Delta\varepsilon_p$  pour lequel la **résistance résiduelle est atteinte a été fixée à 0,002. L'ensemble des propriétés issues de** la littérature est résumé dans le Tableau 4.1. Notons que les valeurs données sont comparables à celles qui ont été utilisées **par d'autres auteurs pour modéliser des piliers** dans des contextes différents (cf. paragraphe 1.3.2.3).

**Tableau 4.1** : Synthèse des propriétés plastiques utilisées par différents auteurs pour modéliser le minerai de fer.

Gamme	Auteurs	Type	$c_{oh}$ (MPa)	$\varphi$ (°)	$c_{oh_r}$ (MPa)	$\varphi_r$ (°)
1	Souley <i>et al.</i> (2002)	Intactes	2,8	52	NC	NC
2	Grgic <i>et al.</i> (2002) réinterprété	Intactes	3,5	45	NC	NC
4	Grgic (2001) réinterprété	Intactes	3,0	45	0,45*	35*
5	Fougeron (2007)	Intactes	6,0	25	NC	NC
6	Homand et Dagalier (2004)	Massif	1,2	35	NC	NC
3	Grgic <i>et al.</i> (2002)	Vieillies	2,0	41	NC	NC
Moyenne**	/	Moyennes**	3,5	42	0,45	35

\* Valeurs moyennes obtenues à partir de résultats d'essai de compression triaxiaux réalisés sur des échantillons sains et vieillies

\*\* Moyenne des caractéristiques intactes uniquement

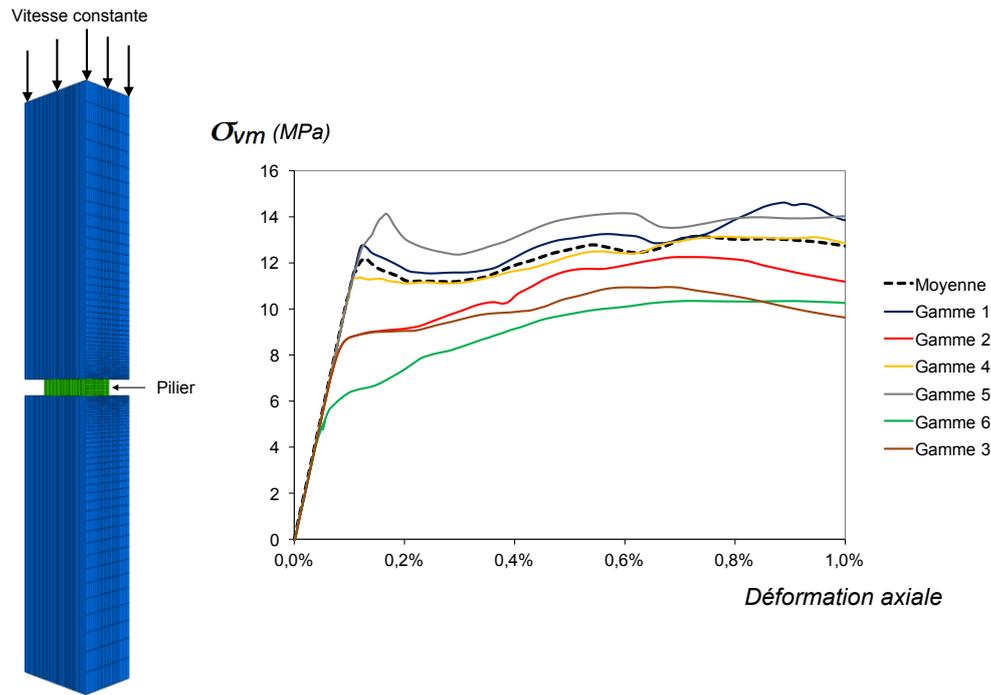
NC : non considéré

### Modélisation préliminaire afin de choisir les propriétés adéquates

Afin de faire un choix parmi ces différentes gammes de propriétés, des essais de compression ont été modélisés (FLAC3D) sur un pilier dont les caractéristiques géométriques (ainsi que celles des galeries adjacentes) correspondent aux caractéristiques moyennes des piliers des zones effondrées de la base de données (Annexe 10), à savoir : largeur  $l = 9,5\text{ m}$  longueur  $L = 16,5\text{ m}$ , hauteur  $h = 5\text{ m}$ , largeur des chambres  $c = 8\text{ m}$ . Le modèle considéré est représenté dans la Figure 4.5.

Le toit et le mur du pilier modélisé sont considérés comme élastiques linéaires avec les propriétés suivantes :  $E = 10\text{ GPa}$  et  $\nu = 0,25$ . Les déplacements normaux des limites latérales et basses du modèle sont fixés et une vitesse constante de  $10^{-5}\text{ m/s}$ , dirigée vers le bas, est appliquée au sommet du modèle afin de comprimer progressivement le pilier. Les différentes gammes de propriétés plastiques sont testées tour à tour en considérant, à chaque fois, les propriétés résiduelles déduites de la thèse de Grgic (2001) qui constitue la seule source d'information à ce sujet. Les courbes de chargement obtenues sont présentées dans la Figure 4.5.

**On sait que la rupture des piliers est vraisemblablement à l'origine des effondrements. La résistance d'un pilier aux caractéristiques géométriques représentatives (en moyenne) des zones effondrées de la base de données doit donc être inférieure à la sollicitation moyenne des piliers des zones effondrées qui a été estimée à environ 17 MPa sur la base de données. Mais elle ne doit pas être « trop » inférieure à cette valeur puisque l'on ne pourrait alors pas expliquer pourquoi les piliers sont restés « intact » plusieurs années (voire dizaines d'années) avant de céder. On souhaite donc obtenir une valeur de résistance inférieure mais relativement proche de 17 MPa.**



**Figure 4.5 :** Courbes de chargement d'un pilier de dimensions  $l = 9,5$  m par  $L = 16,5$  et  $h = 5$  m obtenues numériquement pour les différentes gammes de propriétés plastiques (Tableau 4.1).

On remarque que, bien qu'un modèle de comportement à écrouissage post-pic négatif ait été imposé aux mailles constituant le modèle, le pilier dans sa globalité n'a pas toujours un comportement radoucissant (Gammes 2, 3, 4 et 6) en raison des mécanismes de report de contrainte internes au pilier (cf. sous-section 1.3.1).

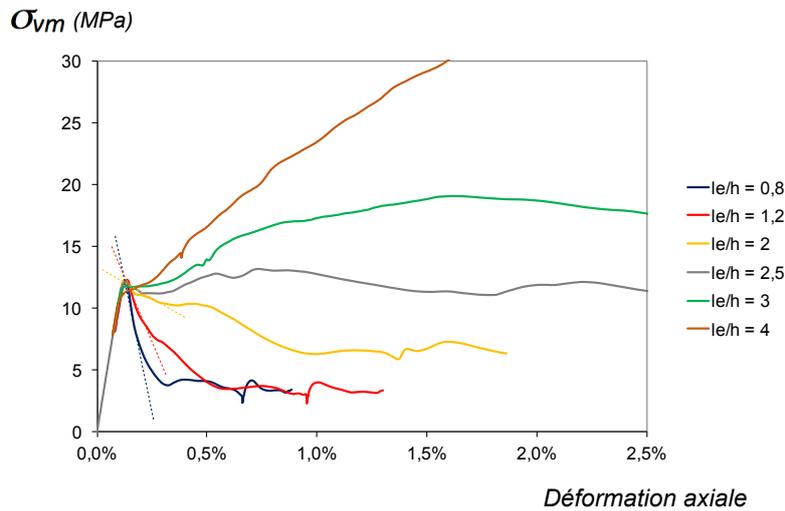
Parmi les différentes gammes testées, les propriétés intactes (1, 2, 4, 5) sont celles pour lesquelles le pic de résistance est le plus proche de 17 MPa. Il se situe en moyenne à environ 12,5 MPa (voir Figure 4.5). Les pics de résistance sont **significativement plus bas lorsque l'on considère les propriétés « vieilles » (10,5 MPa) ou celles du « massif » (10 MPa). Pour la suite de l'étude les propriétés moyennes du minerai intact seront donc utilisées** (Tableau 4.1).

#### 4.3.3. Modélisation du comportement des piliers

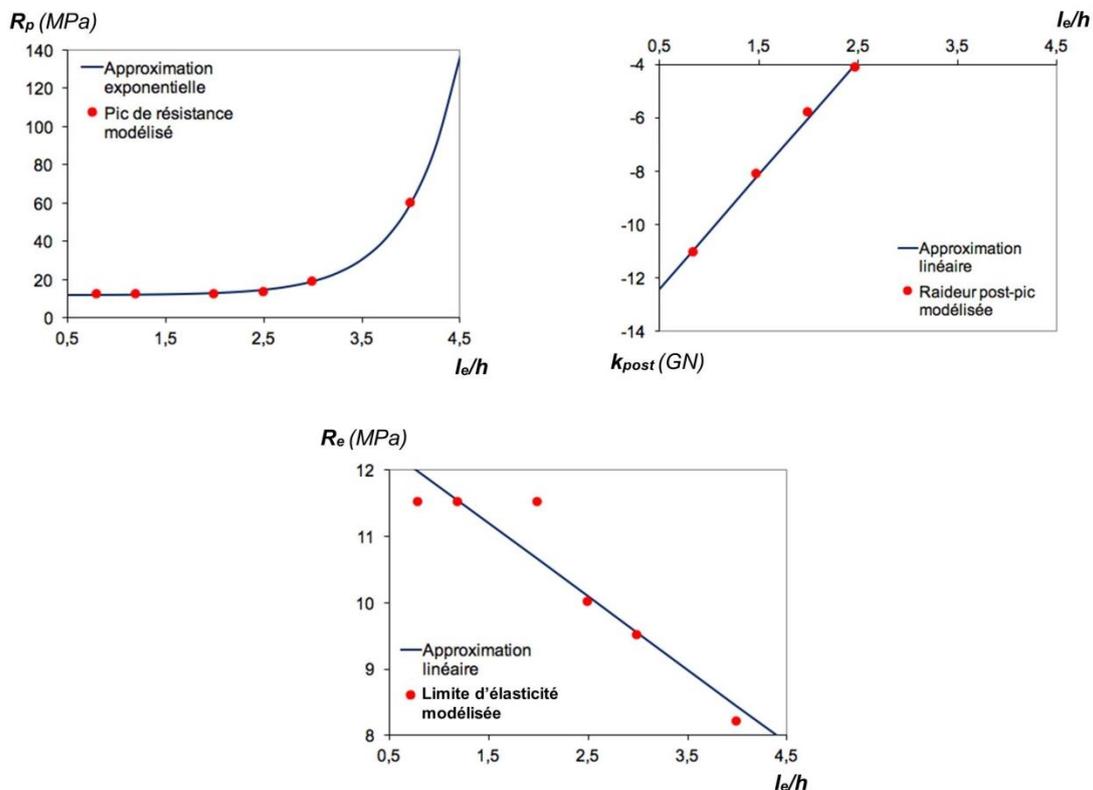
Il a été montré dans le paragraphe 1.3.2.3 que la résistance au pic des piliers ainsi que leur raideur post-pic étaient conditionnées par le rapport  $l_e/h$  où  $l_e$  est le diamètre hydraulique ( $4 \times \text{Aire}/\text{Circonférence}$ ) des piliers et  $h$  leur hauteur. Les valeurs de ce rapport dans les mines affaissées et effondrées de la base de données varient de 0,4 à 10,9.

Des essais de compression ont été modélisés, avec les propriétés mécaniques précédemment sélectionnées, sur des piliers rectangulaires de largeur  $l = 9,4$  m et de longueur  $L = 16,5$  (valeurs moyennes pour les zones effondrées) en ne faisant varier que  $h$  de sorte que les valeurs  $l_e/h$  couvrent l'ensemble de la gamme observée. Les courbes de chargement obtenues lors des essais de compression numériques sont présentées dans la Figure 4.6. Les valeurs correspondantes de résistance au pic  $R_p$  et de

raideur post-pic moyennes  $k_{post}$  (approximation linéaire au début de la phase post-pic, voir pointillés dans la Figure 4.6) sont représentées dans la Figure 4.7. Les limites de linéarité des courbes de chargement correspondant à la limite d'élasticité globale des piliers  $R_e$ , c'est-à-dire au niveau de contrainte à partir duquel les premières déformations plastiques apparaissent dans les piliers, sont également représentés (détail de l'obtention de  $R_e$  en Annexe 11).



**Figure 4.6 :** Courbes de chargement de piliers de différents rapports de forme ( $l_e/h$ ) obtenues numériquement en considérant les propriétés moyennes du minerai de fer intact.



**Figure 4.7 :** Pic de Résistance  $R_p$ , raideur post-pic  $k_{post}$  et limite d'élasticité  $R_e$  des piliers déterminés en fonction de leur forme  $l_e/h$ , à partir des courbes de chargement de la Figure 4.6.

Conformément à ce qui est théoriquement attendu,  $R_p$  et  $k_{post}$  augmentent avec le rapport  $l_e/h$ . Moins le pilier est élancé, plus sa résistance est grande et plus son comportement post-pic est ductile (se rapprochant d'une plasticité parfaite, voire présentant un durcissement). On remarque toutefois qu'en dessous d'une certaine valeur de  $l_e/h$ , la résistance au pic des piliers est approximativement constante et égale à 12 MPa. Ce résultat est conforme à ce qui a été suggéré par de précédentes études réalisées dans d'autres contextes que celui du bassin ferrifère lorrain (Martin et Maybee, 2001). Cette résistance constante provient probablement du fait que le confinement à l'intérieur des piliers devient négligeable en-dessous d'une certaine valeur de  $l_e/h$  (cf. paragraphe 1.3.2.2).  $R_e$ , quant à elle, diminue lorsque  $l_e/h$  augmente (voir Annexe 11). Cela signifie, paradoxalement, que plus les piliers sont globalement résistants ( $R_p$  élevé), plus leur déformation plastique débute à un faible niveau de contrainte ( $R_e$  faible).

Des régressions linéaires et exponentielles ont permis d'approcher  $R_p$ ,  $k_{post}$  et  $R_e$  en fonction de  $l_e/h$  à partir des relations suivantes :

$$R_p(\text{MPa}) = 11,5 + 0,0245 \exp\left(1,9 \frac{l_e}{h}\right) \quad (4.6)$$

$$k_{post}(\text{GN/m}) = 4,28 \frac{l_e}{h} - 14,6 \quad (4.7)$$

$$R_e(\text{MPa}) = 11 \frac{l_e}{h} - 12,8 \quad (4.8)$$

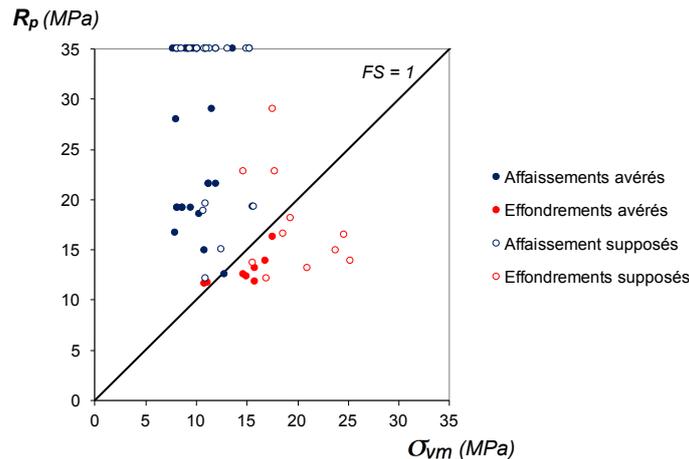
#### 4.3.4. Rétro-analyse de la stabilité des piliers

##### 4.3.4.1. Vis-à-vis du facteur de sécurité au pic de résistance $R_p$

Le facteur de sécurité des piliers est défini au Chapitre 1 tel que  $FS = R_p/\sigma_{vm}$ . En théorie, les piliers sont globalement intacts avec éventuellement un endommagement local lorsque  $FS > 1$  et rompus lorsque  $FS \leq 1$ . Les sollicitations moyennes pour les piliers de chaque secteur  $\sigma_{vm}$  étaient renseignées dans la base de données. D'après les informations dont nous disposons, on sait qu'elles ont été estimées à partir de la méthode traditionnelle de l'aire tributaire, dont nous avons montré au Chapitre 2 la pertinence lorsqu'il s'agit de définir une sollicitation moyenne des piliers à l'intérieur d'une unité de production, puis pondérées par le facteur  $SC$  (cf. paragraphe 4.2.3.2) pour tenir compte d'une éventuelle surcharge induite par l'exploitation de secteurs voisins. Les caractéristiques géométriques moyennes des piliers de la base de données GEODERIS étant également connues, des résistances  $R_p$  moyennes ont pu être estimées pour chaque secteur à partir de l'Equation (4.6) mise en évidence précédemment. En moyenne, les piliers des zones effondrées ont une résistance estimée à 16 MPa contre 29 MPa pour les zones affaissées.

La Figure 4.8 représente  $R_p$  en fonction de  $\sigma_{vm}$  pour les 68 événements de la base de données. Les affaissements et les effondrements sont représentés par des points de couleurs différentes afin de faciliter l'interprétation du graphique. Il apparaît très clairement que les deux types d'évènement sont séparés par la bissectrice du graphique

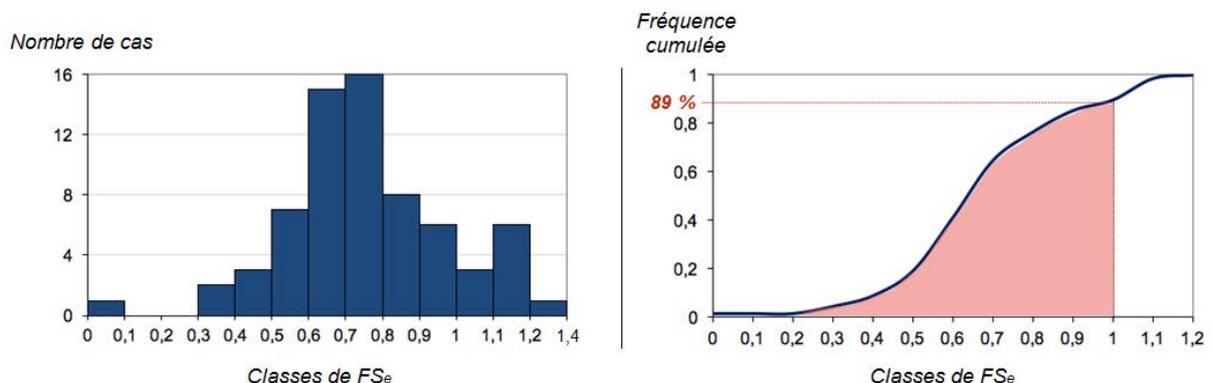
qui représente  $FS = 1$ . La plupart des effondrements sont caractérisés par  $FS < 1$  alors que la plupart des affaissements sont caractérisés par  $FS > 1$ . **Si l'on considère donc que  $FS = 1$  est la condition de transition entre les effondrements et les affaissements, 92% des événements sont correctement placés sur le graphique en fonction de leur nature brutale ou progressive.** Ce premier résultat suggère que les secteurs ayant subi des effondrements étaient composés de piliers dont le pic de résistance a été atteint ou dépassé, en moyenne, alors que les secteurs ayant subi des affaissements étaient majoritairement composés de piliers encore en phase pré-pic.



**Figure 4.8 :** Positionnement des secteurs de la base de données en fonction de la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  et de la résistance  $R_p$  estimées des piliers, par rapport au facteur de sécurité  $FS = 1$ .

4.3.4.2. *Vis-à-vis du facteur de sécurité à la limite d'élasticité  $R_e$*

Une approche moins courante consiste à calculer le facteur de sécurité des piliers vis-à-vis de leur limite **d'élasticité**  $R_e$  à partir de la relation  $FS_e = R_e / \sigma_{vm}$ . A partir de l'Equation (4.8) et des valeurs de  $\sigma_{vm}$  renseignées dans la base de données, les valeurs de  $FS_e$  ont été obtenues pour chaque secteur. **L'histogramme de la Figure 4.9** représente la distribution statistique de  $FS_e$  pour les 68 secteurs considérés.



**Figure 4.9 :** Distribution statistique des facteurs de sécurité à la limite d'élasticité  $FS_e$  de l'ensemble des secteurs affaissés et effondrés de la base de données.

Nous voyons que, pour l'ensemble des secteurs étudiés, la majorité des valeurs de  $FS_e$  se situent autour de 0,7 et que 89% des  $FS_e$  sont inférieurs à 1, ce qui est également vrai lorsque l'on ne considère que les affaissements ou que les effondrements. Cela signifie qu'indépendamment du fait que les secteurs aient subi des affaissements progressifs ou des effondrements brutaux, ils sont caractérisés, pour la plupart, par un endommagement et des déformations irréversibles des piliers. On peut supposer que cet endommagement est la cause des affaissements.

#### 4.3.4.3. *Vis-à-vis du facteur de sécurité après report de charge*

Fougeron (2007) estime qu'il est peu probable que tous les piliers des zones effondrées aient cédé simultanément. Aussi, un des mécanismes privilégiés pour expliquer les effondrements miniers dans la littérature et celui d'un report de charge depuis un pilier qui cède le premier vers les piliers adjacents entraînant une rupture en chaîne (ou « en cascade ») d'un grand nombre de piliers à l'intérieur d'un secteur. L'analyse à partir du  $FS$  global, bien que permettant apparemment de séparer les effondrements des affaissements, ne semble donc pas tout à fait suffisante pour expliquer le phénomène d'effondrement.

Nous proposons ici une troisième approche qui consiste à calculer le  $FS$  qu'auraient les piliers si jamais un des piliers adjacents était amené à se rompre, en faisant l'hypothèse que celui-ci ne supporte alors plus aucune charge. Pour ce faire, nous utilisons la fonction quadratique (Equation 4.9) du taux de défrètement relatif, dont nous avons montré à la fin du Chapitre 2 qu'elle permettait une meilleure estimation du report de charge que la méthode traditionnelle de l'aire tributaire qui est relativement pessimiste. Dans la situation que nous considérons, la fonction quadratique peut s'écrire :

$$\sigma_{vm} = SC \cdot \rho g H \cdot (1 + B \cdot r_{rel} + C \cdot r_{rel}^2) \quad (4.9)$$

où le taux de défrètement relatif  $r_{rel}$  se calcule à partir du taux de défrètement local du pilier considéré  $r_l$  et du taux de défrètement global du secteur dans lequel il se situe tel que  $r_{rel} = r_l / r_g$ .

Nous faisons l'hypothèse que les piliers de tous les secteurs de la base de données sont rectangulaires et bien alignés les uns avec les autres (Figure 4.10). Cela nous permet de calculer le taux de défrètement local  $r_l$  qu'auraient les piliers immédiatement adjacents à un pilier rompu (fictivement retiré de la mine et dont la surface devient donc une surface excavée à prendre en compte dans le calcul des taux de défrètement) à partir de son aire tributaire locale, suivant la relation :

$$r_l = \frac{1,25(c + l)(c + L) - (l \times L)}{1,25(c + l)(c + L)} \quad (4.10)$$

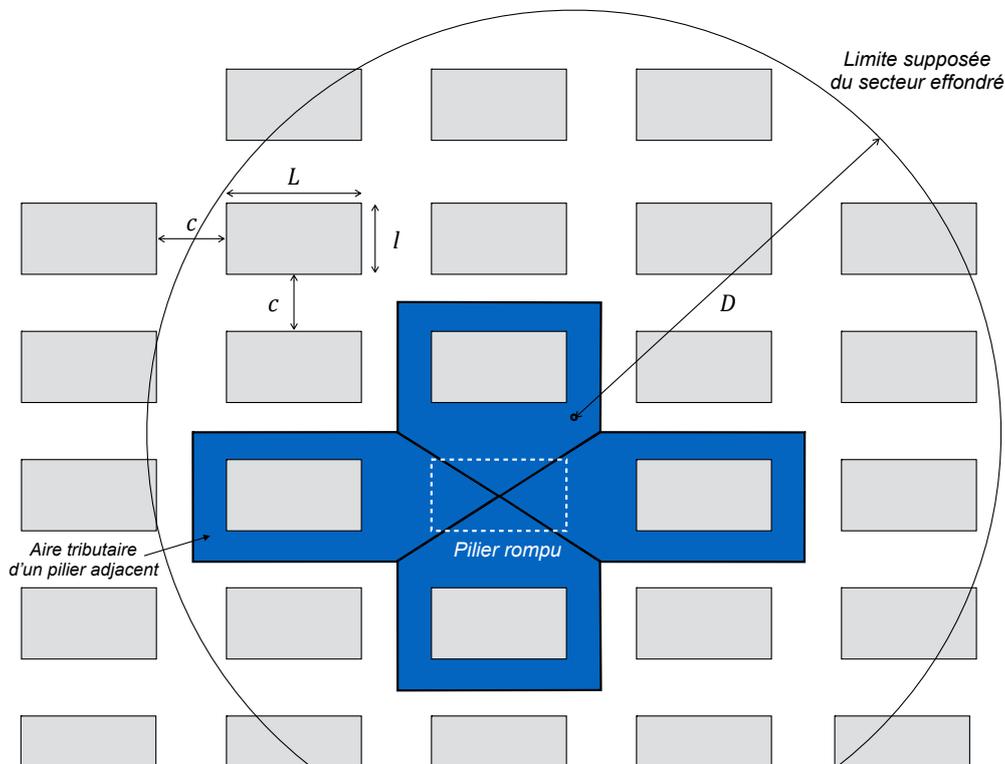
où  $c$  est la largeur des chambres,  $l$  la largeur des piliers et  $L$  leur longueur, ces valeurs étant disponibles dans la base de données.

Connaissant le diamètre approximatif  $D$  des zones effondrées et affaissées de la base de données, le taux de défruitement global  $r_g$  de chaque secteur est calculé (Equation 4.11) **après retrait d'un des piliers à partir du taux de défruitement initial  $r_{eq}$**  également fourni dans la base de données :

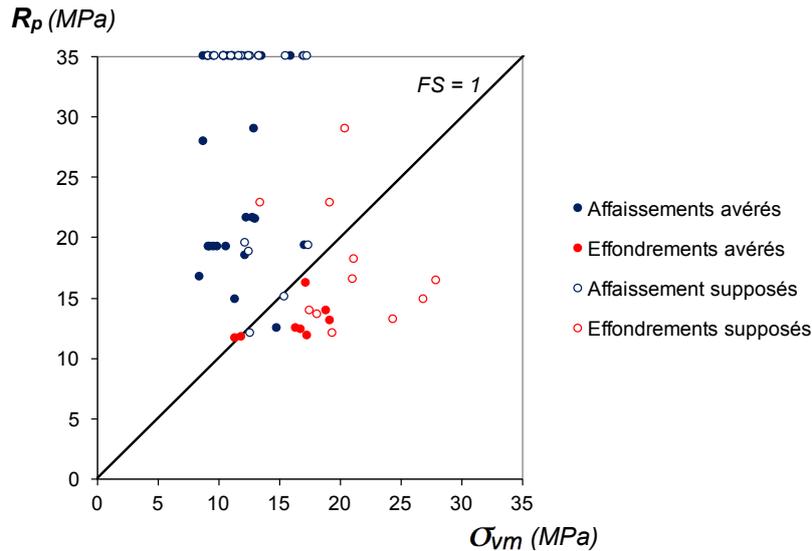
$$r_g = A(\%).r_l + (1 - A(\%)).r_{eq} \quad (4.11)$$

où  $A(\%)$  est la proportion de surface que représentent les aires tributaires locales des quatre piliers immédiatement adjacents au pilier rompu par rapport à la surface totale du secteur considéré, à savoir  $\pi \cdot D^2 / 4$ .

La Figure 4.11 représente  $R_p$  (valeurs identiques à celle estimées dans les paragraphes précédents) en fonction de  $\sigma_{vm}$  calculée conformément aux Equations (4.9) à (4.11) pour les 68 événements de la base de données. Les affaissements et les effondrements sont à nouveau représentés par des points de couleur différente afin de **faciliter l'interprétation du graphique**. Les résultats ainsi obtenus sont très peu différents de ceux de la Figure 4.8, la plupart des effondrements ont un  $FS < 1$  alors que la plupart des affaissements ont un  $FS > 1$ . Cela suggère que, tout comme le facteur de sécurité  $FS$  initial, le  $FS$  après report de charge du pilier rompu vers les piliers adjacents permet de séparer (à 90%) les affaissements progressifs des effondrements brutaux sur la base de données d'évènements du bassin ferrifère lorrain. Ce n'est pas totalement surprenant car la variation du taux de défruitement d'un cas à l'autre est relativement faible.



**Figure 4.10** : Schéma considéré pour calculer les taux de défruitement locaux et globaux des piliers après avoir fictivement retiré l'un d'entre eux pour simuler sa rupture.



**Figure 4.11** : Positionnement des différents secteurs de la base de données en fonction de la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$ , après un report de charge induit par la rupture d'un pilier voisin, et de la résistances estimée des piliers  $R_p$  par rapport au facteur de sécurité  $FS = 1$ .

#### 4.3.4.4. Vis-à-vis de la stabilité de la rupture

La rupture d'un pilier est considérée comme instable lorsque la raideur locale de la roche encaissante est inférieure, en valeur absolue, à la raideur post-pic du pilier (cf. sous-section 1.4.2). Une rupture instable des piliers est un facteur dont on considère **généralement qu'il aggrave le risque d'effondrement brutal en raison de la rapidité du phénomène** (comme le montrent les modèles réalisés dans la sous-section 3.4.3).

La raideur post-pic des piliers de la base de données peut être estimée grâce à l'Equation (4.7) définie précédemment. Il reste cependant à déterminer la raideur locale de la roche encaissante afin de vérifier si oui ou non le critère d'instabilité de la rupture est franchi sur les différents secteurs de la base de données. En référence à ce qui a été expliqué dans les Chapitres 1 et 3, la raideur locale correspond au rapport *variation de force verticale moyenne/déplacement vertical moyen* à l'aplomb d'un pilier si ce dernier était « retiré » de la mine. Afin de simplifier le problème nous ne considérons que la raideur du toit  $k_t$  (et non celle du mur), censée être la plus faible et donc la plus défavorable (cf. Chapitre 1).  $k_t$  dépend des caractéristiques mécaniques du recouvrement ainsi que de sa structure et de la géométrie de l'exploitation. **Afin d'être cohérent par rapport à ce qui a été fait jusqu'à présent, nous considérons un recouvrement élastique linéaire continu avec des propriétés constantes d'un secteur à l'autre :  $E = 10 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0,25$  (valeurs cohérentes par rapport à ce qui est reporté dans la littérature).** L'hypothèse d'un recouvrement élastique fait sens tant que l'endommagement des piliers n'induit pas une flexion importante du toit et semble donc pertinente tant que l'on s'intéresse à l'état de la mine avant effondrement (ou avant affaissement). Dans notre cas, seule la géométrie d'exploitation a un effet sur  $k_t$ .

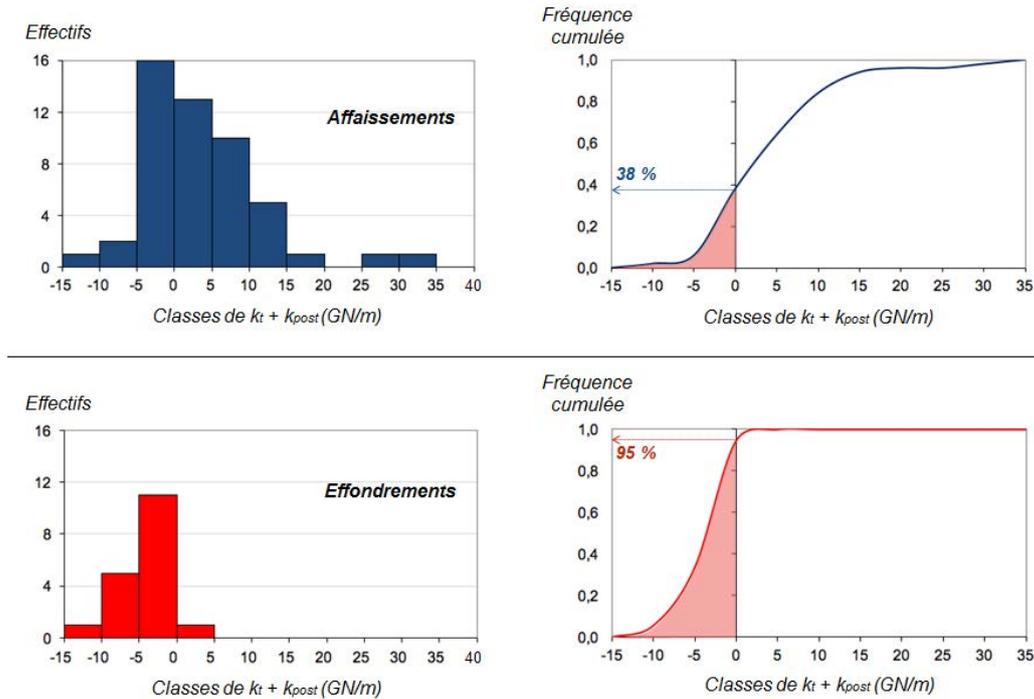
L'idéal aurait été de réaliser plusieurs simulations afin d'estimer  $k_t$  dans différentes configurations géométriques caractéristiques des différents secteurs de la base de données. Cependant, par manque de temps, un seul modèle simplifié a pu être

réalisé à l'aide du logiciel FLAC3D. Afin de garantir que les résultats obtenus soient les plus représentatifs possible de l'ensemble de la base de données, des piliers et des chambres dont les dimensions correspondent approximativement aux dimensions moyennes de tous les secteurs, à savoir :  $c = 7\text{ m}$ ,  $l = 12\text{ m}$ ,  $L = 33\text{ m}$ , avec une hauteur d'exploitation  $h = 5\text{ m}$  et une profondeur  $H = 185\text{ m}$  ont été construits (voir Annexe 12). Un premier état d'équilibre élastique du modèle a été obtenu en présence de tous les piliers sous l'effet d'un chargement gravitaire. Le pilier central a ensuite été retiré du modèle et le déplacement vertical moyen induit du toit au droit du pilier a été mesuré afin d'estimer  $k_t$ . La valeur  $k_t = 250\text{ GN/m}$  a ainsi été obtenue.

$k_t$  a été comparée aux valeurs de  $k_{post}$  estimées à partir de l'Equation (4.7) pour chaque secteur de la base de données. La rupture éventuelle d'un pilier est considérée comme instable lorsque  $k_t + k_{post} < 0$  et stable dans le cas contraire.

La Figure 4.12 illustre la distribution des valeurs de  $k_t + k_{post}$  pour les différents secteurs de la base de données. Il est intéressant de voir qu'il y a une différence significative entre les deux types de secteurs : 95 % des secteurs effondrés ont des piliers potentiellement instables d'après le critère que nous venons de définir, alors que cela ne concerne que 38 % des secteurs affaissés. L'hypothèse suivant laquelle l'instabilité des piliers favoriserait le risque d'effondrement semble donc être vérifiée par cette approche. Au vu du pourcentage obtenu (95 %) on peut même penser qu'il s'agit d'une condition indispensable à la mise en place d'un effondrement brutal. En revanche, le nombre relativement important (19) de piliers potentiellement instables dans les secteurs affaissés suggère que le critère d'instabilité ( $k_t + k_{post}$ ) n'est pas un indicateur suffisant pour discriminer à lui seul les zones à risque d'effondrement de celles à risque d'affaissement.

Il est toutefois nécessaire de garder à l'esprit qu'il y a une très grande incertitude sur la raideur du toit  $k_t$  pour laquelle nous avons considéré une valeur unique pour l'ensemble des secteurs alors qu'elle est probablement différente d'un secteur à l'autre notamment en raison des différences de géométries et de profondeurs. De plus, nous n'avons pas modélisé de discontinuités dans le recouvrement, qui existent en réalité et peuvent avoir un effet sur la raideur du toit (voir notamment Fougeron, 2007).



**Figure 4.12 :** Distributions statistiques des valeurs de l'indicateur de stabilité ( $k_t + k_{post}$ ) représentées séparément pour les secteurs affaissés et effondrés.

#### 4.3.5. Résumé et interprétation des résultats obtenus sur la base de données

Quatre points essentiels sont à retenir à l'issue de l'analyse de la base de données par l'approche mécanique centrée sur les piliers :

- 1 : 89 % des secteurs ayant subi des effondrements ou des affaissements sont caractérisés par des piliers dont le facteur de sécurité à la limite d'élasticité  $FS_e < 1$  d'après les estimations réalisées à l'aide de modèles numériques.
- 2 : un facteur de sécurité des piliers au pic de résistance  $FS = 1$  sépare correctement 92% des secteurs supposément effondrés ( $FS < 1$ ) et des secteurs supposément affaissés ( $FS > 1$ ). **Le pourcentage est identique si l'on ne considère que les cas avérés.** Dans le détail, 74 % des effondrements sont caractérisés par  $FS < 1$  et 98% des affaissements sont caractérisés par  $FS > 1$ . Tous les effondrements avérés sont toutefois très proches de  $FS = 1$ .
- 3 : un facteur de sécurité au pic de résistance après report de charge  $FS = 1$  permet aussi de séparer les effondrements des affaissements avec une précision de 90%.
- 4 : la distribution statistique des valeurs du critère d'instabilité des piliers ( $k_t + k_{post}$ ), qui indique que la rupture des piliers est instable lorsque  $k_t + k_{post} < 0$  est différente pour les secteurs effondrés et les secteurs affaissés. 95 % des secteurs effondrés ont des piliers potentiellement instables contre 38 % pour les secteurs affaissés.

Ces résultats peuvent être interprétés de la manière suivante : les affaissements et effondrements sont tous deux causés par un endommagement des piliers (point 1). Toutefois, les effondrements se distinguent des affaissements par le fait que le pic de résistance des piliers a été franchi (point 2), ce qui se traduit par une augmentation importante des raccourcissements verticaux des piliers à contrainte décroissante et donc par une sollicitation plus importante en flexion du recouvrement par rapport aux secteurs affaiblis et à une surcharge des piliers voisins.

Il semble que deux mécanismes puissent expliquer la survenue des effondrements : 1) un endommagement **progressif de tous les piliers d'un secteur**, qui ont des caractéristiques proches, entraînant leur rupture rapide et plus ou moins simultanée (rupture en chaîne rapide) ou 2) une rupture en chaîne lente **qui s'initie** localement et se propage de proche en proche entre les piliers **jusqu'à l'effondrement brutal** (point 3).

**Pour qu'un effondrement puisse se produire, les piliers doivent nécessairement se trouver en situation d'instabilité mécanique au moment de la rupture (point 4).** Cependant, certains piliers des secteurs affaiblis étant également potentiellement instables en cas de rupture, ce critère n'est pas suffisant pour distinguer à lui seul les secteurs à risque d'effondrement de ceux à risque d'affaissement. Cette distinction ne peut se faire qu'en considérant à la fois le facteur de sécurité au pic de résistance et le critère d'instabilité (points 2 et 4 ou bien points 3 et 4).

#### 4.3.6. Discussion sur les résultats

**Le fait que l'occurrence des effondrements puisse s'expliquer par un mécanisme de rupture instable (rapide) des piliers (point 4) est un résultat intéressant et conforme aux conclusions d'autres études.** En effet, une étude basée sur la rétro-analyse d'effondrements survenus dans des mines de charbon et de métaux américaines exploitées par la méthode des chambres et piliers à faible profondeur (Zipf, 2001), a **montré que le critère d'instabilité des piliers ( $k_t + k_{post} < 0$ )** associé à un facteur de sécurité  $FS < 1$  caractérisent les zones ayant subi des effondrements. Un mécanisme de report de charge **d'un pilier rompu vers les piliers adjacents a également été suggéré** pour expliquer les effondrements de certaines mines de charbon chinoises (Cui *et al.*, 2014), ce qui est en accord avec le point 3 de la liste précédente. En revanche, le fait que le facteur de sécurité moyen des piliers (avant report de charge)  $FS = 1$  permette à lui seul de séparer les zones à risque **d'effondrement de celles à risque d'affaissement** (point 2) est un résultat relativement inattendu dans le contexte du bassin ferrifère lorrain. En effet, il avait été suggéré (Fougeron, 2007 ; INERIS, 2013) que les affaissements et effondrements étaient tous deux dus, sans distinction, à une « ruine de l'édifice minier » ce que l'on aurait tendance à interpréter comme un facteur de sécurité au pic de résistance des piliers  $FS < 1$ , mais pouvant se faire soit brutalement (effondrement) soit progressivement (affaissement) en fonction de la forme des piliers et **des caractéristiques du recouvrement. L'influence du recouvrement a également été mise en évidence par Bekendam (1998) qui explique qu'un effondrement brutal se**

produit lorsque les caractéristiques du recouvrement sont telles qu'il n'est pas capable de former une voûte stable permettant de transférer la charge initialement supportée par les piliers avant qu'ils ne cèdent vers les bords de l'exploitation ou dans des piliers plus résistants en périphérie du panneau concerné par une rupture des piliers (cf. Chapitre 0). Les résultats présentés dans ce chapitre suggèreraient plutôt que, dans le contexte du bassin ferrifère lorrain, les conditions d'une instabilité du recouvrement soient (presque) toujours remplies et que l'occurrence des effondrements nécessite seulement que le pic de résistance moyen des piliers soit dépassé ( $FS < 1$ ) et que le critère d'instabilité de la rupture des piliers ( $k_t + k_{post} < 0$ ) soit atteint. Toutefois, le fait que tous les secteurs dont  $FS < 1$  aient également un critère d'instabilité des piliers franchi ( $k_t + k_{post} < 0$ ) induit que l'occurrence des effondrements ne dépend finalement que du  $FS$  moyen des piliers d'un secteur considéré. Lorsque ce dernier n'est pas franchi mais que la limite d'élasticité des piliers est atteinte (c'est-à-dire :  $FS_e < 1$  et  $FS > 1$ ), ils se déforment à contrainte croissante ou constante ce qui entraîne un affaissement progressif de la surface. Comme, d'après les estimations qui ont été faites précédemment, 38% des secteurs affaïsés ont un critère d'instabilité franchi, on peut supposer qu'un affaissement initial puisse éventuellement se transformer en effondrement si le vieillissement des piliers ou l'évolution de la mine induisent une diminution du facteur de sécurité calculé, telle que  $FS < 1$ .

**Il est important de noter que le facteur de sécurité réel, c'est-à-dire celui qui correspondrait à la division de la résistance en compression réelle d'un pilier à sa contrainte verticale moyenne réelle, ne peut physiquement pas être inférieur à 1.** Une valeur de 1 correspond à un pilier en phase de plastification ou de rupture. Aussi, le facteur de sécurité  $FS$  calculé dans cette étude (inférieur à 1 dans le cas des effondrements) n'est qu'un facteur de sécurité « apparent » représentatif des caractéristiques qui sont attribuées aux piliers par l'intermédiaire des modèles. La sous-estimation du facteur de sécurité réel par les modèles peut avoir pour origine la surestimation de la contrainte verticale et/ou la sous-estimation de la résistance des piliers. **Il est étonnant de voir que malgré ces erreurs sur l'estimation des caractéristiques des piliers, un facteur de sécurité de 1 permet effectivement de séparer les secteurs effondrés des secteurs affaïsés. Même si l'on admet que les facteurs de sécurité calculés inférieurs à 1 seraient en réalité égaux à 1, il reste difficile d'expliquer pourquoi les piliers sont restés intacts plusieurs années, voire plusieurs décennies, avant de céder. L'explication est d'autant plus difficile que les propriétés qui ont été utilisées pour estimer leur facteur de sécurité sont caractéristiques de la roche intacte testée en laboratoire et non de la roche altérée. Deux hypothèses servant de points de départ à d'éventuelles explications peuvent tout de même être faites : on peut tout d'abord supposer que le facteur de sécurité a été uniformément sous-estimé pour l'ensemble des secteurs étudiés et que c'est en réalité une valeur du facteur de sécurité supérieure à 1 qui devrait séparer les secteurs effondrés des secteurs affaïsés. La deuxième hypothèse consiste à dire que les piliers ont effectivement un facteur de sécurité environ égal à 1 mais que leur diminution de capacité portante (plastification) est temporairement compensée de manière stable par la déformation du toit.**

## 4.4. Modélisation des effondrements

### 4.4.1. Définition des objectifs

**L'objectif principal de cette dernière section est de valider, sur la base d'une** modélisation numérique des piliers et de leur recouvrement, le résultat nouveau de la section précédente, à savoir que les effondrements se distinguent des affaissements par un facteur de sécurité (apparent) au pic de résistance  $FS < 1$ . Nous tenterons également **d'apporter certaines** pistes pour améliorer la compréhension du rôle de recouvrement **dans l'occurrence des effondrements, ce qui n'a pas pu être fait à partir de l'étude de la** base de données, qui était uniquement centrée sur les piliers.

### 4.4.2. Choix de modélisation

#### 4.4.2.1. Hypothèses de départ

Les effondrements miniers ayant été relativement peu modélisés **jusqu'à présent** dans la littérature (par rapport aux piliers isolés), la compréhension que nous avons du mécanisme reste assez empirique. Il est donc pertinent de se limiter pour le moment à des modèles simplifiés ne prenant en compte que les mécanismes qui semblent jouer un **rôle prépondérant dans la rupture du recouvrement. On s'attend,** phénoménologiquement, à ce que les **conditions de déclenchement d'un effondrement soient semblables en 2D et en 3D. L'approche 2D est d'ailleurs couramment utilisée dans** la littérature pour modéliser, à grande échelle, les mines exploitées par chambres et piliers (voir notamment Didier et Josien, 2003, Fougeron, 2007, Didier et Van Der Merwe, 2010, Li *et al.*, 2013 ou Cui *et al.*, 2014). Aussi, afin de limiter les temps de **calcul et de faciliter l'interprétation des résultats, les modèles** sont réalisés en 2D. Nous utilisons comme précédemment le logiciel FLAC. Les modèles sont semblables à ceux utilisés dans le Chapitre 2 en termes de géométrie et de conditions aux limites avec des piliers aux dimensions, cette fois-ci, régulières. Nous nous limitons à des milieux continus avec des caractéristiques mécaniques isotropes et nous plaçons en conditions pseudo-quasi statiques avec un coefficient **d'amortissement de 0,8 (cf. Chapitre 3).**

#### 4.4.2.2. Géométrie des modèles

**La base de données d'évènements du bassin ferrifère lorrain dont nous disposons** (Annexe 10) ainsi **qu'un certain nombre de rétro-analyses d'effondrements miniers** disponibles dans la littérature (Maury, 1980 ; Zipf et Mark, 1997 ; Cui *et al.*, 2014) indiquent que les effondrements brutaux du recouvrement se produisent presque **toujours à l'aplomb des mines** dont la profondeur ne dépasse pas 250 m avec un taux de défrèvement global  $r_G$  minimum de 0,5 et lorsque la largeur exploitée  $W$  est supérieure à la profondeur de la mine  $H$  ( $W/H > 1$ ). De plus, les piliers ont généralement des rapports de forme (rapport de la plus petite largeur à la hauteur :  $l/h$ ) inférieurs à 3.

Par soucis de cohérence, les deux configurations géométriques modélisées (Tableau 4.2) respectent ces caractéristiques **bien qu'il n'y ait** probablement pas **d'équivalence directe** entre les configurations 3D (réelles) et 2D (modélisées).

**Tableau 4.2** : Caractéristiques géométriques des deux configurations (piliers + roche encaissante) modélisées.

Config.	Nb piliers	$W$	$H$	$W/H$	$l$	$h$	$l/h$	$r$
1	11	184	<b>50</b>	<b>3,68</b>	8	5	1,6	0,5
2	/	/	<b>100</b>	<b>1,84</b>	/	/	/	/

« / » signifie « idem »

#### 4.4.2.3. Procédure de modélisation de l'effondrement

Nous avons vu que la survenue des effondrements provenait vraisemblablement **de l'endommagement des piliers**. Cet endommagement peut avoir plusieurs causes, comme par exemple une surcharge due à l'exploitation d'un quartier voisin ou bien un vieillissement des piliers. Nous nous plaçons, dans le cadre de cette étude, dans une situation où le facteur préparatoire de **l'effondrement est une réduction progressive** de la cohésion des piliers ayant pour conséquence une réduction de leur capacité portante (d'après Grgic *et al.* (2002), le vieillissement du minerai de fer se traduit principalement par une perte de cohésion). Cette manière de modéliser leur vieillissement a notamment été utilisée par Fougeron (2007). Elle présente l'avantage de ne pas nécessiter une **modification de la géométrie des modèles pour déclencher l'effondrement** mais seulement de modifier leurs propriétés mécaniques.

Une première étape de calcul **consiste à équilibrer le modèle sous l'effet de la gravité** en conditions élastiques linéaires. Une loi de comportement de Mohr-Coulomb **parfaitement plastique est ensuite attribuée à l'ensemble du modèle (piliers + roche encaissante)** afin de permettre localement des déformations irréversibles. Nous avons vu (cf. sous-section 4.3.2) que ce type de modèle de comportement était parfois utilisé pour des simulations à grande échelle (piliers + recouvrement). Les caractéristiques de départ des piliers sont constantes pour tous les modèles réalisés. Pour le recouvrement, cependant, quatre gammes de caractéristiques, **dont l'ordre de grandeur est** représentatif des formations de recouvrement du bassin ferrifère lorrain (Fougeron, 2007), sont considérées (voir Tableau 4.3). Au total, huit modèles sont donc réalisés (quatre gammes de propriétés pour les deux géométries du Tableau 4.2).

**Tableau 4.3** : Propriétés mécaniques initiales des piliers et quatre gammes de propriétés du recouvrement.

	$c$ (MPa)	$\varphi$ (°)	$R_t$ (MPa)	$\psi$ (°)	$E$ (GPa)	$\nu$
Piliers	1	30	0,5	0	10	0,35
Recouvrement 1	2	/	1	0	/	/
Recouvrement 2	1	/	/	0	/	/
Recouvrement 3	0,5	/	/	0	/	/
Recouvrement 4	/	/	0,5	0	/	/

Le phénomène de dilatance, qui est susceptible d'**avoir un effet sur la** survenue des effondrements (Bérest *et al.*, 2008), **est négligé ici puisque l'angle de dilatance des piliers et du recouvrement est considéré comme nul ( $\psi = 0^\circ$ )**. Cependant, on montre en Annexe 13, **que, dans notre cas, cela n'a que peu d'effet sur les résultats et sur leur interprétation**.

Les caractéristiques de départ des piliers sont initialement telles que leur capacité portante est supérieure à leur sollicitation et que la stabilité du recouvrement est garantie. Leur cohésion est ensuite diminuée par étapes successives (la cohésion du **recouvrement restant constante**) **pour lesquelles un état d'équilibre global du modèle est recherché. La procédure de réduction de la cohésion est arrêtée lorsque l'effondrement** du recouvrement se produit et la dernière valeur de cohésion attribuée au modèle est enregistrée.

#### 4.4.2.4. *Détermination numérique de l'initiation de l'effondrement*

Trois indicateurs permettent d'identifier l'initiation d'un effondrement dans les modèles :

- Une plastification relativement continue du recouvrement.
- Une augmentation significative de la variation du déplacement vertical maximal de la surface entre deux étapes de calcul (le nombre de cycles de calcul à chaque étape étant fixé).

Ces deux indicateurs sont compatibles avec la définition d'un effondrement telle que proposée par l'INERIS (2002) : « [...] on parle d'effondrement lorsque l'abaissement de la surface se fait de manière discontinue dans le temps [...] et/ou dans l'espace... »

- Une augmentation drastique de l'énergie cinétique dissipée entre deux étapes de calcul et une énergie dissipée qui ne tend pas vers une valeur constante pour un nombre raisonnable de pas de temps (quelques milliers).

Cela correspond à un des indices permettant de distinguer les effondrements d'après l'INERIS (2002) : « Ils sont accompagnés d'une importante libération d'énergie ... »

Pour chaque modèle, ces trois indicateurs sont évalués pendant les différentes étapes de calcul. L'énergie cinétique dissipée a été calculée d'après la procédure « dynamique locale » détaillée dans la sous-section 3.2.2.

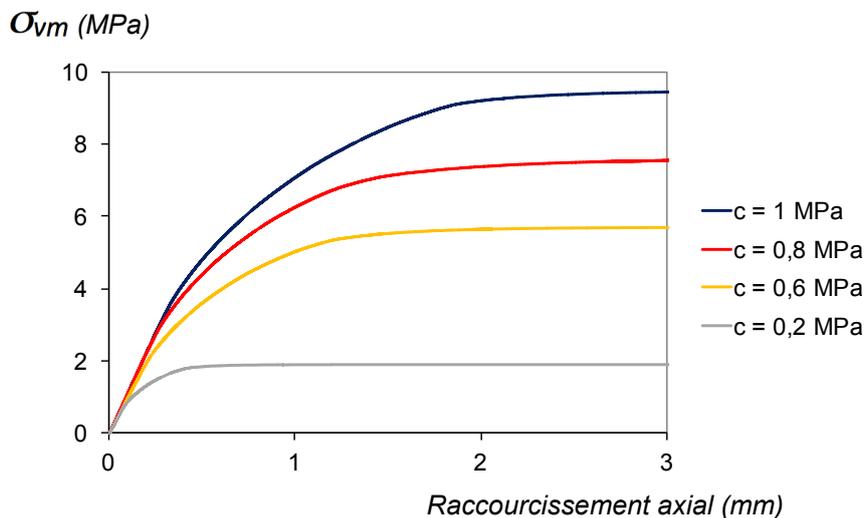
### 4.4.3. Description des résultats

#### 4.4.3.1. Du point de vue du facteur de sécurité des piliers

Rappelons que le facteur de sécurité au pic de résistance des piliers se calcule tel que :  $FS = R_p / \sigma_{vm}$  où  $R_p$  est la résistance en compression globale du pilier (au pic) considéré et  $\sigma_{vm}$  la contrainte verticale moyenne qu'il est susceptible de subir en raison de la géométrie de la mine, en admettant qu'il soit intact.

Des essais de compression ont été simulés au préalable sur des piliers identiques à ceux constituant les mines modélisées pour différentes valeurs de cohésion  $c$  (résultats dans la Figure 4.13), ce qui a permis d'établir l'équation de  $R_p$  pour les piliers en fonction de  $c$  (toutes choses étant égales par ailleurs) :

$$R_p = 9,5.c \quad (4.12)$$

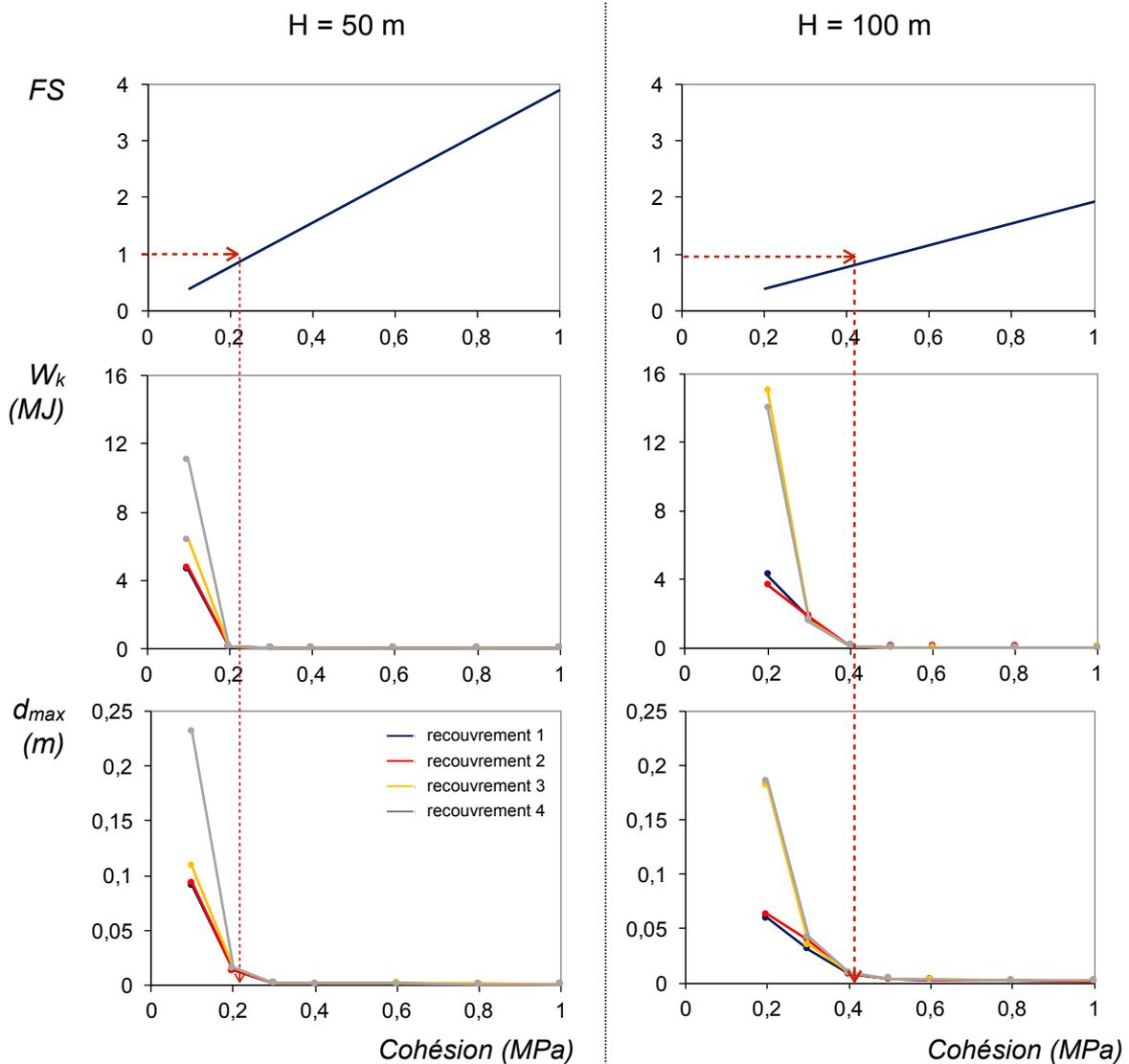


**Figure 4.13** : Courbes de chargement des piliers 2D dont la configuration géométrique et les propriétés mécaniques sont listées respectivement dans les Tableaux 4.2 et 4.3, pour différentes valeurs de cohésion  $c$  (les autres propriétés étant fixées).

De plus la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  agissant à la surface des piliers a été enregistrée durant la phase élastique de la procédure.  $FS$  a donc pu être estimé durant le calcul à partir de  $\sigma_{vm}$  (constante) et de  $R_p$  variant à chaque étape de réduction de  $c$ .

La Figure 4.14 montre l'évolution du  $FS$  moyen des piliers au regard des indicateurs permettant d'identifier l'initiation de l'effondrement dans les modèles, tels que définis dans la section précédente. On note que, conformément à ce que suggèrent les résultats de la section 4.3, l'effondrement se produit lorsque  $FS < 1$ . En effet, c'est à partir du moment où  $FS < 1$  qu'une réduction supplémentaire de la cohésion des piliers entraîne une augmentation importante du déplacement vertical maximal de la surface ainsi que l'énergie cinétique dissipée dans le modèle. Les résultats sont semblables que l'on se trouve en présence d'un recouvrement de 50 m ou de 100 m d'épaisseur. De ce point de vue, la rigidité en flexion du recouvrement (hypothétiquement élastique), qui

augmente d'après la théorie des plaques épaisses (Sheorey et Singh, 1974), comme le cube de son épaisseur, ne semble pas avoir d'effet sur l'occurrence des effondrements ; ce résultat n'étant bien sûr valable que pour des configurations qui se rapprocheraient de celles qui ont été modélisées. En outre, les observations sont identiques quelles que soient les caractéristiques mécaniques du recouvrement (parmi la gamme considérée), malgré des différences en termes d'intensité de l'énergie cinétique dissipée ainsi que des déplacements verticaux.

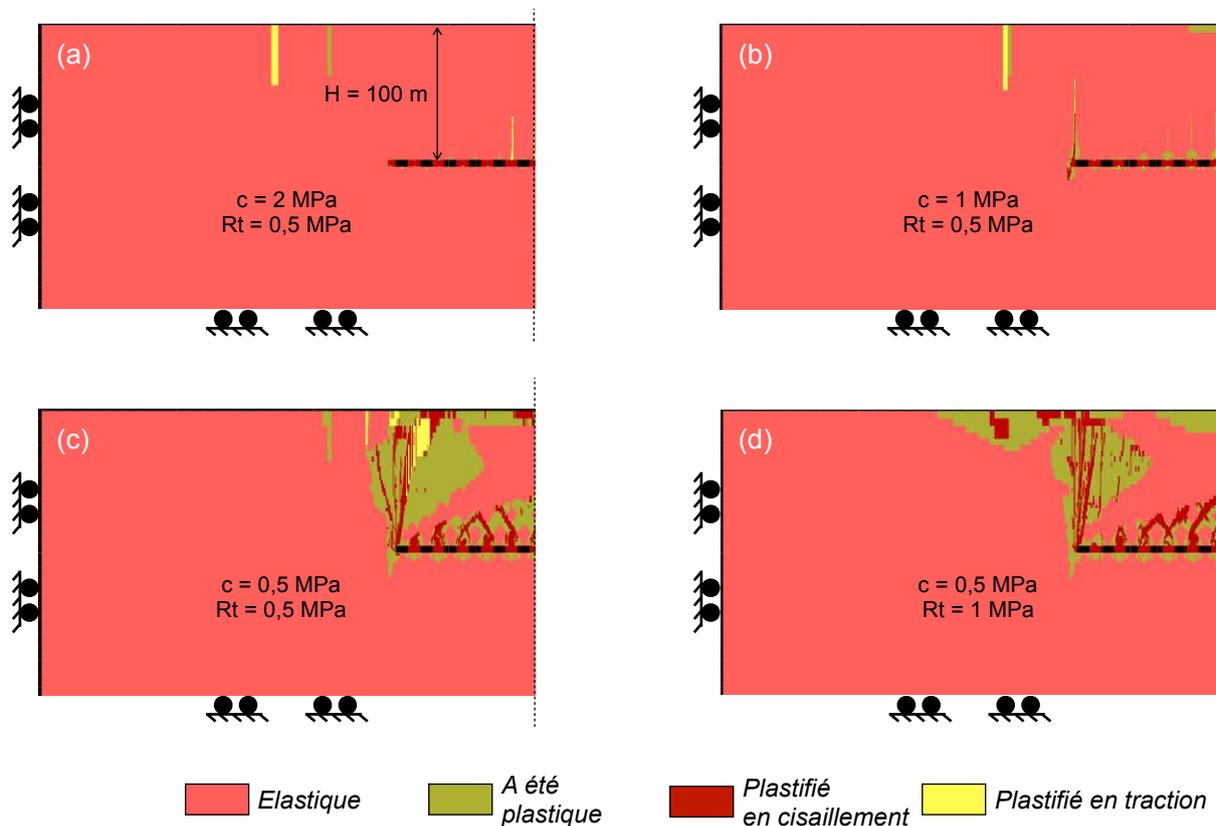


**Figure 4.14 :** Evolutions de l'énergie cinétique dissipée  $W_k$  et du déplacement vertical maximal de la surface des différents modèles  $d_{max}$  à mesure que la cohésion attribuée aux piliers est réduite depuis sa valeur initiale de 1 MPa jusqu'à sa valeur finale (0,1 MPa à 50 m et 0,2 MPa à 100 m de profondeur), mises au regard du facteur de sécurité FS correspondant des piliers.

## 4.4.3.2. Du point de vue du recouvrement

Bien que les caractéristiques mécaniques du recouvrement n'aient pas, du point de vue des critères qui ont été définis précédemment, d'influence sur l'occurrence des effondrements, elles ont un effet sur le mécanisme de rupture du recouvrement. En effet, trois types de rupture ont été observés, indépendamment de la profondeur de la mine :

- 1 : des fentes de tension subverticales en surface à l'extérieur de l'emprise de la mine (Figures 4.15a et 4.15b),
- 2 : une rupture mixte par cisaillement/traction du recouvrement depuis les bords de la mine jusqu'en surface (Figure 4.15c),
- 3 : un effondrement par cisaillement subvertical continu du recouvrement (Figure 4.15d).



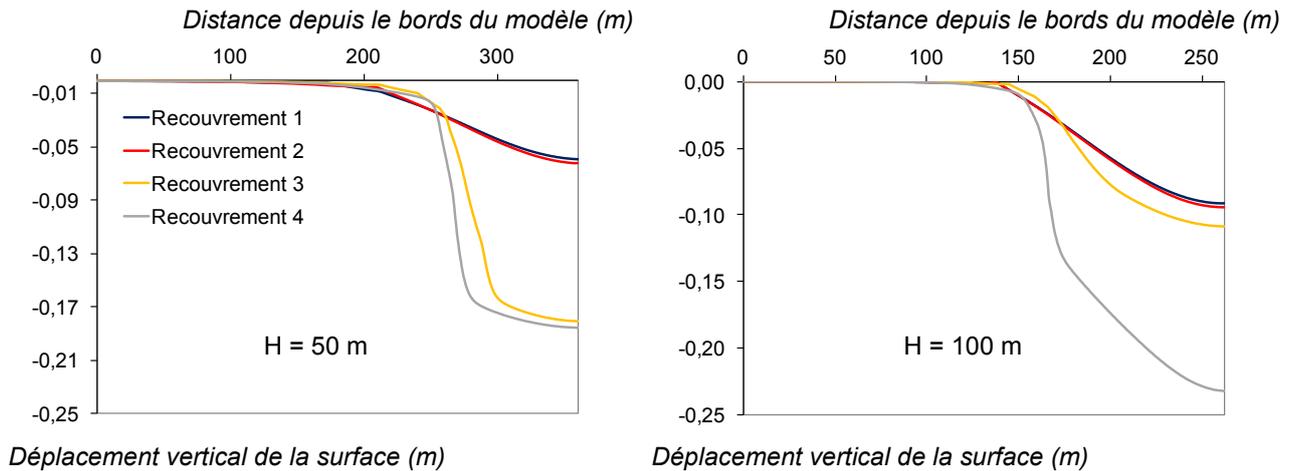
**Figure 4.15** : Etat de plastification du modèle à 100 m de profondeur obtenu 8000 pas de temps numériques après avoir attribué la dernière valeur de cohésion aux piliers a) pour le recouvrement 1 ; b) pour le recouvrement 2 ; c) pour le recouvrement 3 et d) pour le recouvrement 4 du Tableau 4.3.

La rupture par fentes de tension en surface se produit lorsque le recouvrement est suffisamment résistant en cisaillement pour que la limite d'élasticité du recouvrement soit préférentiellement atteinte en traction. Ce type de rupture n'intervient pas, au départ, le long d'un plan de rupture continu depuis l'altitude des piliers jusqu'en surface

(Figure 4.15a). Mais après un certain niveau d'endommagement des piliers et du recouvrement (diminution de la cohésion), une surface de rupture par cisaillement est susceptible de se produire **de manière secondaire à partir des bords de la mine, tel qu'il est possible de le voir dans la Figure 4.15b. Le décrochement d'une cloche de rupture** dans le toit immédiat de la mine est également susceptible de se produire si la réduction de capacité portante des piliers se poursuit. Ce type de rupture se caractérise par un profil de déplacement de la surface en pente relativement douce en comparaison des deux autres types de rupture (Figure 4.16). Cette observation vient nuancer les résultats de la section **précédente qui suggéraient qu'un effondrement se produisait forcément lorsque  $FS < 1$ . En effet, le premier type de rupture du recouvrement s'apparente plus à un phénomène transitoire entre l'effondrement (déplacements discontinus dans le temps : brutal) et l'affaissement (déplacements continus dans l'espace) qu'à un réel effondrement (déplacements discontinus dans le temps et l'espace).**

La rupture mixte du recouvrement intervient lorsque ses caractéristiques sont **telles qu'il cède à peu près en même temps (du moins au même niveau d'endommagement des piliers) en cisaillement et en traction. Le cisaillement se produit aux bords de la mine où la déflexion du recouvrement sous l'effet de la diminution de résistance des piliers engendre une importante concentration de contrainte de cisaillement. Cependant, à proximité de la surface, le recouvrement est tendu, à la manière d'une poutre fléchie, et la rupture se fait par traction dans la continuité de la bande de cisaillement plus profonde. L'effondrement résultant prend une forme typique de cloche dont les flancs sont légèrement penchés vers l'intérieur de la mine. La zone endommagée en surface est globalement de la même taille que la mine. Ce phénomène se caractérise par un profil de déplacement vertical de la surface en pente bien plus marquée que le premier type de rupture, ce qui est réellement caractéristique d'un effondrement brutal. Aussi, on note que la pente est plus importante lorsque la mine est proche de la surface (50m) que lorsqu'elle se situe à 100 m de profondeur (Figure 4.16).**

La rupture purement cisailante intervient lorsque le recouvrement est suffisamment résistant (dans notre cas  $R_t = 1 \text{ MPa}$ ) pour ne pas céder en traction. Une bande de cisaillement continue associée à plusieurs surfaces de rupture, dont une surface principale de direction subverticale, se forme alors depuis les bords de la mine **jusqu'en surface. Un léger affaissement est visible en périphérie de l'emprise de la mine mais l'effondrement à proprement parler se produit exactement à l'aplomb de l'emprise de la mine. Ce type de rupture se caractérise par le profil de déplacement le plus discontinu (par rapport aux autres types de rupture) : c'est à dire avec la pente la plus marquée et le déplacement maximal le plus important aussi bien à 50 m qu'à 100 m de profondeur (Figure 4.16).**

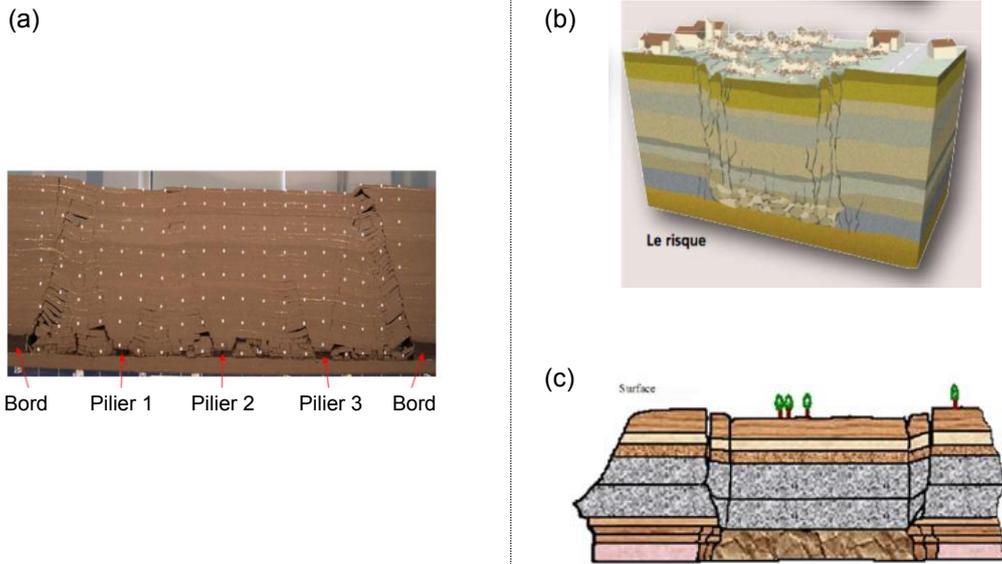


**Figure 4.16** : Profils de déplacement de la surface des modèles de 50 et 100 m de profondeur obtenus 8000 pas de temps numériques après avoir attribué la dernière valeur de cohésion aux piliers pour les différentes caractéristiques mécaniques du recouvrement listées dans le Tableau 4.3.

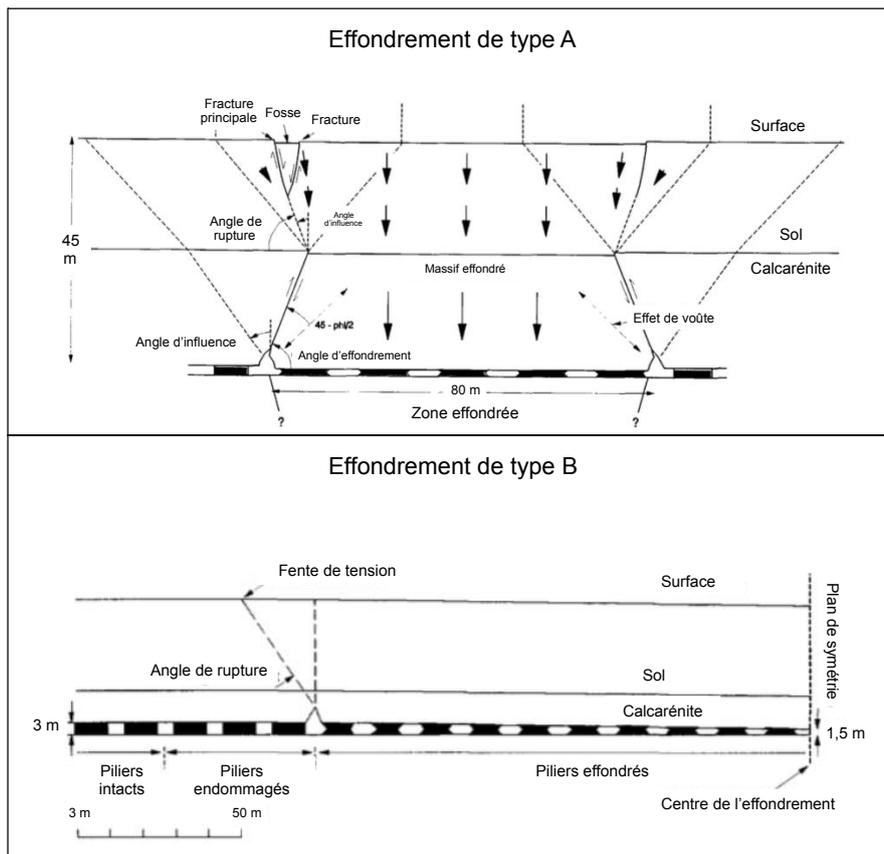
La variété de phénomènes observés numériquement explique, en partie, la diversité de représentation des effondrements dans la littérature. La rupture mixte Figure 4.15c correspond à l'effondrement reproduit à l'aide d'un modèle physique par Cui *et al.* (2014) (Figure 4.17a) qui se caractérise par des surfaces de rupture inclinées vers la mine et visiblement à la fois sollicitées en cisaillement à la hauteur des piliers et en traction à la surface. Elle ressemble également à l'effondrement de type A tel que décrit par Bekendam (1998) dans le contexte des carrières de calcaire (calcarénite) néerlandaises (Figure 4.18). La rupture cisailante subverticale s'apparente aux effondrements tels qu'ils sont schématisés par le MEDD<sup>8</sup> (2005) ou bien par GEODERIS, dans le contexte français (Figure 4.17b et 4.17c), mais a également certaines caractéristiques communes avec les effondrements de type A de Bekendam. Enfin, la rupture partielle du recouvrement s'apparente aux effondrements de type B tels que décrits dans la thèse de Bekendam (1998) (Figure 4.18).

Les conclusions de cette thèse se rapprochent grandement de ce qui vient d'être mis en évidence : d'une part parce que l'auteur identifie deux types d'effondrement (types A et B) s'apparentant à deux des types de rupture du recouvrement (1 et 2) que nous avons mis en évidence par une approche numérique, et d'autre part parce qu'il a montré que les effondrements qu'il a étudiés se produisaient vraisemblablement toujours lorsque, ce qu'il appelle le *facteur de sécurité total* du panneau considéré, était inférieur à 1 (ce qui revient, dans notre situation, à dire que  $FS < 1$ ), et ce indépendamment du type d'effondrement.

<sup>8</sup> Ministère de l'Écologie et du Développement Durable



**Figure 4.17** : a) Effondrement reproduit à l'aide d'un modèle physique de 3,5 m de longueur par Cui et al. (2014). b) Schéma d'un effondrement d'après le MEDD (2005). c) Schéma d'un effondrement d'après GEODERIS (<http://www.geoderis.fr/missions/aleas-miniers>).



**Figure 4.18** : Schémas des deux types d'effondrement décrits par Bekendam (1998) à partir du retour d'expérience sur des effondrements survenus dans d'anciennes carrières de calcaires néerlandaises. Images provenant de la thèse de Bekendam (1998) ; termes traduits de l'anglais au français.

## 4.5. Bilan et discussion

### 4.5.1. Résumé de la démarche et des résultats

**Dans ce dernier chapitre, une étude de la base de données d'effondrements et d'affaissements documentés depuis le début du XX<sup>ème</sup> siècle sur le bassin ferrifère lorrain a été entreprise dans le but de comprendre comment le comportement des piliers pouvait favoriser la survenue de l'un ou l'autre des deux types d'événement.**

Les différents facteurs géométriques, géologiques et mécaniques mis en évidence par le passé pour leur capacité à distinguer statistiquement les zones à risque d'affaissement des zones à risque d'effondrement ont été présentés. Il a été montré qu'une fonction discriminante, combinaison linéaire des facteurs géométriques et mécaniques, développée et améliorée par des chercheurs de l'INERIS, de GEODERIS, de l'actuel laboratoire GeoRessources et de l'école des mines de Nancy, permettait de séparer correctement les effondrements des affaissements avérés de la base de données et pouvait être utilisée pour identifier un risque d'effondrement brutal au niveau des secteurs n'ayant pas encore subi de mouvement de surface. Toutefois, une discussion menée dans le paragraphe 4.2.3.4 a mis en évidence que l'interprétation physique de la fonction discriminante était délicate et ne permettait pas *a priori* d'établir des relations de causes à effet mécaniques entre l'évolution d'un facteur donné et l'occurrence d'un effondrement ou d'un affaissement. Nous avons donc entrepris, dans la section 4.3, une analyse de la base de données centrée, cette fois-ci, sur le comportement mécanique des piliers pour lesquels nous disposons de certaines caractéristiques.

Connaissant la géométrie moyenne des piliers et des chambres des différents secteurs de la base de données, nous avons pu, à l'aide de modèles numériques 3D, établir des relations entre la géométrie d'un secteur et la résistance ( $R_p$  et  $R_e$ ), la raideur post-pic des piliers  $k_{post}$  ainsi que la raideur en flexion locale de leur recouvrement  $k_t$ . Pour chacun des 68 secteurs de la base de données, nous avons été en mesure d'estimer les valeurs de quatre indicateurs caractéristiques du comportement des piliers mis en évidence dans les chapitres précédents : le facteur de sécurité moyen des piliers au pic de résistance  $FS$ , ainsi que leur  $FS$  après report de charge depuis un pilier voisin supposément rompu, le facteur de sécurité à la limite d'élasticité  $FS_e$  et la raideur équivalente du système pilier + recouvrement dans la phase post-pic du comportement du pilier  $k_{post} + k_t$ . Après avoir mis en regard les valeurs de ces indicateurs et la classification en effondrement ou en affaissement des différents secteurs, nous avons mis en évidence que :

- La plupart des secteurs, effondrements et affaissements confondus, sont caractérisés par des piliers endommagés avec un  $FS_e < 1$ . Le  $FS$  au pic de résistance, avant ou après report de charge, permet cependant de séparer à plus de 90% les effondrements ( $FS < 1$ ) des affaissements ( $FS > 1$ ), ce qui signifie que seuls les secteurs effondrés auraient des piliers dont le pic de résistance serait atteint ou franchi.

- La survenue **des effondrements nécessite que le critère d'instabilité de la rupture des piliers soit atteint, c'est à dire  $k_{post} + k_t < 0$ .**
- **L'influence de la lithologie du recouvrement sur l'occurrence des effondrements dans le bassin ferrifère lorrain n'a pas été mise en évidence puisque les critères relatifs aux piliers permettent de distinguer à eux seuls les effondrements des affaissements.**

Les deux premiers points sont conformes à ce qui a été suggéré par d'autres études menées dans des contextes différents de celui du bassin ferrifère, ce qui tend à valider leur pertinence et leur généralité.

**Le fait que le recouvrement n'intervienne pas dans la** survenue des effondrements est en accord avec les constatations de Maury (1980) qui, après avoir rétro-analysé plusieurs effondrements de grande ampleur ayant eu lieu dans diverses régions du monde et dans différents contextes géologiques, montre qu'il n'y a pas de caractéristiques communes apparentes aux recouvrements des mines effondrées. En revanche, cela va à l'encontre de ce qui a été suggéré par Tincelin et Sinou (1962) dans le cas du bassin ferrifère lorrain et par Bekendam (1998) dans le contexte des carrières de calcaire néerlandaises qui montrent que la résistance du recouvrement a une influence primordiale dans la mise en place des effondrements.

**Afin d'apporter des éléments d'explication de ce constat,** des modèles numériques 2D simplifiés représentant des ensembles de piliers avec leur recouvrement ont été réalisés. A travers une procédure de réduction progressive de la résistance des piliers, nous avons montré que, dans des configurations géomécaniques ressemblant à celles des mines du bassin ferrifère, des effondrements semblent se produire lorsque  $FS < 1$  indépendamment des caractéristiques du recouvrement. Mais la forme **et l'ampleur des** effondrements dépendent bien de la résistance du recouvrement. **Lorsqu'il est suffisamment résistant, l'effondrement a** tendance à se rapprocher, géométriquement, **d'un affaissement, avec cependant un caractère brutal.**

On peut supposer que dans tous les secteurs ayant subi des mouvements de surfaces documentés sur le bassin ferrifère, les caractéristiques des recouvrements sont **telles que la rupture instable d'un ensemble de piliers suffise à la survenue d'un effondrement. L'identification des secteurs effondrés par la seule valeur du  $FS (< 1)$  s'explique probablement par le fait que les caractéristiques du minerai de fer constituant les piliers sont telles que le critère d'instabilité, qui est également une condition nécessaire à la mise en place d'un effondrement brutal, est forcément atteint lorsque  $FS < 1$ .** En effet, on voit dans la Figure 4.6 que les piliers dont le comportement post-pic est radoucissant (susceptibles de subir une instabilité) ont une résistance au pic largement inférieure à celle des piliers ayant un comportement post-pic ductile ou durcissant (ne pouvant pas subir **d'instabilité, cf.** sous-section 1.4.2).

### 4.5.2. Discussion

Certains points sont à discuter compte-tenu de nos résultats et des hypothèses faites par d'autres auteurs concernant les effondrements du bassin ferrifère lorrain :

- 1 : l'effet de la résistance du recouvrement

Il avait été suggéré (Tincelin et Sinou, 1962) qu'un toit immédiat résistant favoriserait l'occurrence des effondrements. Pourtant, nos résultats montrent que plus le recouvrement est résistant plus les effondrements modélisés se rapprochent d'affaissements en termes de géométrie et d'ampleur des déplacements. Cela peut paraître contradictoire avec les conclusions de Tincelin et Sinou (1962). Il convient toutefois de préciser que l'effet des caractéristiques du recouvrement n'a été que peu étudié dans cette thèse et que certains phénomènes, comme l'effet du temps, n'ont pas été pris en compte. A ce stade, nos résultats viennent simplement mettre en évidence que le rôle de la résistance du recouvrement doit être éclairci par des études ultérieures.

- 2 : l'effet de la raideur du recouvrement

Plus le recouvrement comprend de bancs raides, et plus ces bancs sont localisés à proximité du toit immédiat, plus la raideur locale du toit en flexion à l'aplomb des piliers  $k_t$  est théoriquement élevée. A raideur post-pic des piliers  $k_{post}$  (négative) donnée, le critère d'instabilité  $k_{post} + k_t < 0$  est donc d'autant moins susceptible d'être franchi que le recouvrement est raide. Or nous avons montré que le franchissement du critère d'instabilité était une condition nécessaire à la survenue des effondrements. Nos résultats semblent donc diverger de l'analyse de Tincelin et Sinou (1962) suggérant que la présence d'un banc raide dans le recouvrement favoriserait le risque d'effondrement puisqu'ils signifient le contraire. L'influence des caractéristiques du recouvrement n'a toutefois pas été étudiée suffisamment en détail pour que l'on puisse tirer des conclusions définitives. En particulier, la présence de bancs aux caractéristiques variables dans le recouvrement n'a pas été considérée mais seulement une couche aux propriétés homogènes. Notons cependant qu'un rapport récent de l'INERIS (Kouniali, 2016, non-publié) suggère également, sur la base de résultats numériques, que les caractéristiques du recouvrement n'ont pas un effet direct sur l'occurrence des effondrements mais peuvent, en revanche, retarder le phénomène. En outre, indépendamment des résultats obtenus, il semble pertinent de penser qu'un recouvrement raide puisse favoriser une absence de mouvement perceptible en surface avant qu'un effondrement ne se produise, ce qui conférerait à l'effondrement un caractère d'autant plus « soudain » ou « brutal ». Ceci va bien dans le sens des constatations de Tincelin et Sinou (1962).

- 3 : l'influence du taux de défrètement

Tous les effondrements étaient caractérisés par un taux de défrètement  $r > 0,6$  alors que  $r < 0,6$  pour 48 affaissements sur 49. Il se trouve que la plupart des secteurs ayant un taux de défrètement supérieur à 0,6 ont également un facteur de sécurité inférieur à

1 car la contrainte verticale (dénominateur de  $FS$ ) augmente avec  $r$ , faisant ainsi diminuer  $FS$ , **et il s'avère que  $FS < 1$  conditionne l'occurrence des effondrements. Le fait que tous les piliers dont  $r > 0,6$  aient également un  $FS < 1$  relève toutefois d'une coïncidence vraisemblablement liée aux pratiques minières.** En effet, on pourrait tout à fait imaginer un taux de défrèvement  $r > 0,6$  avec des piliers suffisamment larges et donc résistants pour que  $FS > 1$ . Cependant, cela obligerait à excaver des chambres très larges (à  $r$  fixé), ce qui poserait probablement des problèmes de stabilité du toit, raison **pour laquelle ce type de géométrie n'était pas adopté.** En conclusion, le critère du taux de défrèvement  $r > 0,6$  est probablement valable dans le contexte du bassin ferrifère mais pas généralisable.

- 4 : Le ou les mécanismes de rupture des piliers à privilégier ?

Trois types de mécanismes avaient été évoqués dans la littérature pour expliquer la **rupture de nombreux piliers à l'échelle d'un secteur : celle d'une rupture du recouvrement, après un certain niveau d'endommagement des piliers, induisant leur surcharge brutale et leur effondrement (Tincelin et Sinou, 1962) ; celle d'une rupture à peu près simultanée des piliers en raison d'une surcharge (par exemple hydraulique, Maury, 1980) ; ou celle d'une rupture en cascade** lente se propageant depuis un pilier moins résistant ou plus chargé que les autres vers les piliers adjacents. Au vu des conclusions précédentes, **nous pouvons vraisemblablement écarter l'hypothèse d'une rupture des piliers induite par une rupture du recouvrement.** En effet, les piliers supportent déjà en moyenne (cf. Chapitre 2), une contrainte proche de la contrainte tributaire, qui ne peut pas être dépassée même en cas de rupture du recouvrement. Le mécanisme privilégié dans **cette étude est plutôt celui d'une rupture du recouvrement induite par l'endommagement des piliers.** Cependant, ni l'hypothèse d'une rupture simultanée de nombreux de piliers ni **celle d'une rupture en cascade, ne peuvent être écartées** car les facteurs de **sécurité, calculés avant et après report de charge d'un pilier** vers les piliers adjacents, permettent tous deux de discriminer les effondrements et les affaissements de la base de données avec une précision supérieure à 90%.

#### 4.5.3. Limites de l'approche proposée

Les résultats de cette étude ont été obtenus à partir de modèles numériques simplifiés ne prenant pas en compte certains facteurs qui nécessiteraient probablement **d'être considérés pour plus de précision :**

- La résistance des piliers a été obtenue pour des piliers isolés dont les hauteurs variaient parmi la gamme fournie dans la base de données. Cependant, les hauteurs fournies correspondaient, dans 6 cas sur 68, à des hauteurs cumulées **sur plusieurs étages d'exploitation et non à celle de piliers isolés.** La résistance des piliers de ces 6 secteurs a donc peut-être été sous-estimée.

- **L'endommagement des piliers dans le temps** est attribué à leur vieillissement. Nous avons toutefois utilisé les propriétés intactes du minéral dans les modèles réalisés et non les propriétés vieilles qui paraissent trop pessimistes. Ce point reste sujet à discussion et nécessiterait **d'être validé** ultérieurement.
- Les modèles à grande échelle réalisés dans la section 4.4 étaient parfaitement continus et ne prenaient pas en compte **d'éventuelles discontinuités dans le recouvrement**, qui peuvent avoir, comme cela a notamment été montré par Fougeron (2007), un effet sur la raideur du recouvrement et donc sur **l'occurrence** des effondrements.

## 4.6. Conclusions

Il ressort de ce chapitre deux points essentiels :

- La prévision des effondrements miniers sur le bassin ferrifère lorrain était faite **jusqu'à présent, à partir d'une** discrimination statistique. Nous avons mis en **évidence qu'une analyse** mécanique des piliers, centrée sur leur facteur de sécurité et sur un **critère d'instabilité, permet également d'identifier les secteurs** effondrés connus du bassin ferrifère avec une bonne précision. Cette approche **complémentaire à l'approche statistique, présente l'avantage d'apporter des éléments d'explication** sur le **mécanisme d'effondrement**. Nos résultats suggèrent que les effondrements se produisent lorsque le facteur de sécurité au pic de résistance des piliers est inférieur à 1 alors que les affaissements se produisent lorsque le facteur de sécurité des piliers est inférieur à 1 du point de vue de leur **limite d'élasticité mais supérieur à 1** du point de vue de leur pic de résistance. Nos résultats suggèrent également que les piliers doivent être en situation d'instabilité pour qu'un effondrement se produise. **Sans considérer l'influence des propriétés du recouvrement, on peut donc avancer que les ruptures brutales de piliers sont probablement les événements déclencheurs des effondrements**, ce qui répond partiellement au titre de la thèse.
- **Nous n'avons pas** mis en évidence de lien entre les caractéristiques du recouvrement et **l'occurrence des effondrements**. Cela peut paraître contradictoire avec l'hypothèse formulée par Tincelin et Sinou (1962) selon laquelle l'occurrence des effondrements nécessiterait la **présence d'un banc raide et résistant dans le recouvrement**. Cette divergence peut tenir au fait que certains phénomènes, **comme l'effet du temps, n'ont pas été explicitement étudiés dans cette thèse**. Elle met aussi **en évidence que l'influence du recouvrement n'est pas encore bien comprise**. On peut toutefois avancer l'idée que les piliers ont un rôle bien plus déterminant que le recouvrement dans l'occurrence des effondrements puisque **qu'une analyse centrée exclusivement sur les piliers distingue correctement les secteurs effondrés des secteurs affaiblis de la base de données du bassin ferrifère**.



## Conclusion générale

---

Deux principaux aléas de grande ampleur sont susceptibles d'affecter la surface du sol à l'aplomb des mines exploitées par la méthode des chambres et piliers abandonnés : les affaissements progressifs, qui donnent lieu à un mouvement continu du sol, et les effondrements brutaux, qui génèrent un mouvement discontinu du sol marqué par des escarpements topographiques. Le bassin ferrifère lorrain comprend de **nombreuses mines dont l'abandon a laissé place au développement de désordres** en surface parmi lesquels ont été comptés de nombreux affaissements et effondrements. Les effondrements étant particulièrement dangereux, il est devenu nécessaire de pouvoir **distinguer à l'avance les zones à risque d'effondrement de celles à risque d'affaissement dans les secteurs n'ayant pas encore subi de dommages**. La méconnaissance des mécanismes précis à l'origine des effondrements a conduit des groupements de chercheurs à établir une méthodologie d'évaluation de l'aléa effondrement basée sur des indicateurs statistiques issus du retour d'expérience. Cependant, l'approche statistique ne permet pas de comprendre clairement les mécanismes à l'origine des effondrements et, par conséquent, ne peut pas servir de base à l'élaboration d'une méthode générale qui s'appliquerait à d'autres contextes que celui du bassin ferrifère lorrain.

Cette incompréhension est à l'origine de la problématique de la thèse qui est **d'identifier des** indicateurs mécaniques caractérisant les mines susceptibles de provoquer des effondrements, en général et en particulier celles du bassin ferrifère lorrain. Pour y répondre, nous avons formulé **l'hypothèse selon laquelle l'origine des effondrements** devait être recherchée dans le comportement mécanique des piliers. Nous avons privilégié une approche par modélisation numérique, qui est assez courante pour étudier les piliers, mais qui confère à la thèse une certaine complémentarité par rapport aux approches statistiques précédemment développées pour le bassin ferrifère lorrain.

Dans le Chapitre 1, une étude bibliographique relativement exhaustive a permis de mettre en évidence la complexité des phénomènes qui régissent le comportement mécanique des piliers. **Cette complexité est notamment liée à l'hétérogénéité du champ de contrainte régnant à l'intérieur des piliers ainsi qu'à l'évolution de leurs propriétés** dans le temps. Les chercheurs ayant travaillé sur ce sujet dans les années 1960 ont défini des critères **simples permettant de qualifier l'état des piliers** afin de mieux les dimensionner ou de mieux évaluer le risque qu'ils représentent. Le premier critère est le facteur de sécurité  $FS$  qui compare la résistance en compression globale des piliers  $R_p$  à la contrainte verticale moyenne  $\sigma_{vm}$  qu'ils sont susceptibles de subir en raison de la géométrie de la mine :

$$FS = \frac{R_p}{\sigma_{vm}}$$

Les piliers sont considérés comme rompus lorsque  $FS < 1$  et comme peu endommagés lorsque  $FS > 1$ .

Le deuxième critère identifie les ruptures instables (brutales) à partir de la raideur élastique locale en flexion du toit et/ou **du mur d'un pilier**  $k_t$  et de la raideur post-pic du pilier  $k_{post}$  souvent considérée comme constante pour simplifier les calculs. Les piliers dont  $FS < 1$  et pour lesquels le critère

$$k_{post} + k_t < 0$$

est franchi sont considérés comme instables. Cela concerne les piliers situés dans un **encaissant relativement flexible**. L'instabilité est définie par un **excès d'énergie apporté par le toit et/ou le mur des piliers par rapport à l'énergie qu'ils sont capables d'absorber** au moment de leur rupture. Cet **excès d'énergie conduit à une déformation violente et rapide** des piliers.

Le facteur de sécurité remplit **son rôle avec efficacité** puisqu'il est utilisé avec succès depuis plusieurs décennies. De plus, des **rétro-analyses d'effondrements** survenus dans des mines américaines ont permis de montrer que le critère d'instabilité (associé au **facteur de sécurité**) était un indicateur pertinent du risque d'effondrement. Ces deux critères n'ont toutefois fait l'objet que de peu d'améliorations depuis leurs développements et souffrent donc de certaines limites.

La première limite est relative à l'estimation de la contrainte verticale moyenne (dénominateur du facteur de sécurité) pour laquelle la méthode de l'aire tributaire, **traditionnellement utilisée, ne s'applique** pas lorsque les piliers ont des dimensions irrégulières, ce qui est très souvent le cas dans les anciennes mines. Le Chapitre 2 a été consacré au développement d'une nouvelle méthode de calcul permettant une meilleure prise en compte de ces irrégularités. Nous avons montré que la contrainte verticale moyenne agissant sur des piliers verticaux aux dimensions aléatoires pouvait **s'approcher très fidèlement des résultats obtenus par modélisation numérique, dans l'hypothèse d'un milieu continu et élastique**, en considérant une fonction quadratique du taux de défrètement relatif  $r_{rel}$  de la forme :

$$\sigma_{vm} = \rho g H (1 + B r_{rel} + C r_{rel}^2)$$

où  $\rho g H$  est la contrainte verticale *in situ*.

L'application de cette fonction nécessite encore des améliorations. Le principal intérêt de son développement est d'avoir permis d'identifier le taux de défrètement relatif  $r_{rel}$  qui est un paramètre simple, dont la détermination ne nécessite aucun effort supplémentaire par rapport aux méthodes préexistantes. Il se calcule en divisant le taux de **défrètement local d'un pilier par le taux de défrètement global de l'unité de production** à laquelle il appartient. Ce paramètre apporte un regard nouveau sur le phénomène de répartition des charges dans un groupe de piliers et constitue un moyen **simple de prendre en compte les irrégularités géométriques d'une exploitation** que peuvent engendrer la présence de piliers barrières, les imprécisions de traçage et les opérations de dépilage. Il permet de mieux identifier les piliers sensibles que la méthode

classique de l'aire tribulaire. En effet, cette dernière ne considère que le taux de défrètement local ce qui conduit à surestimer  $\sigma_{vm}$  et donc à avoir une estimation pessimiste du *FS*. Toutefois, nous avons montré que la méthode de l'aire tribulaire est pertinente pour déterminer la contrainte verticale moyenne à l'échelle de l'ensemble des piliers d'une unité de production.

La deuxième limite que nous avons identifiée est relative au critère d'instabilité. D'après ce que nous avons pu constater, il n'a jamais été démontré par la modélisation numérique que son franchissement engendrait des conséquences dommageables pour les piliers. Le critère d'instabilité a été établi à partir d'un principe de minimisation du travail total appliqué à un modèle 1D représentant de manière simplifiée un échantillon de roche comprimé par une presse élastique. Nous avons tout d'abord redémontré le critère d'instabilité en faisant le lien entre le principe de minimisation du travail total et le bilan d'énergie mécanique provenant du premier principe de la thermodynamique. Cela a permis de mieux comprendre la signification physique de l'excès d'énergie caractéristique de l'instabilité. Cet excès se manifeste sous forme d'énergie cinétique devant être dissipée pour que le système puisse retrouver un état d'équilibre. Nous avons ensuite adapté le modèle analytique à l'origine du critère d'instabilité, afin de le rendre applicable à l'échelle du pilier. A travers une procédure de modélisation numérique que nous avons développée dans le Chapitre 3, nous avons mis en évidence que le modèle analytique d'instabilité 1D et l'excès d'énergie que l'on peut en déduire, sont compatibles avec l'énergie cinétique dissipée que l'on calcule numériquement dans un modèle 2D à l'aide d'un logiciel basé sur une méthode de résolution explicite. Par ailleurs, nous avons montré que ce type de logiciel pouvait permettre d'estimer la localisation des zones où l'excès d'énergie se manifeste et se dissipe et que cette localisation était en lien avec le développement et la propagation de la rupture dans les piliers.

Enfin, nous avons comparé les quantités d'énergie cinétique modélisées aux ordres de grandeurs des magnitudes de Richter d'une classification empirique courante des *rockbursts* (ruptures brutales dans les roches). D'après cette classification, les quantités d'énergie cinétique que nous avons modélisées sont typiques des phénomènes de *pillar burst* (rupture brutale de pilier). De plus, les mécanismes à la rupture suggérés dans cette classification sont compatibles avec ceux que nous avons modélisés. Cette constatation valide la signification physique de l'énergie cinétique que nous avons modélisée et suggère que la procédure de modélisation que nous avons employée est pertinente.

En conclusion, la procédure de modélisation développée au Chapitre 3 est compatible avec modèle d'instabilité 1D traditionnellement considéré en mécanique des roches, ce qui prouve la pertinence de ce modèle dans des conditions plus réalistes que celles pour lesquelles il a été développé au départ. Elle est également pertinente pour prédire les ruptures brutales et leur intensité et permet de localiser les excès d'énergie.

Après avoir apporté des améliorations et des éléments de compréhension aux calculs du facteur de sécurité et du critère d'instabilité aux Chapitres 2 et 3, nous avons

appliqué ces critères dans le Chapitre 4, aux piliers d'une base de données comprenant 68 secteurs affaissés et effondrés du bassin ferrifère lorrain. Les résistances et les raideurs nécessaires aux calculs des critères, ont été estimées à partir de modèles numériques 3D. Ce cas d'application a montré que les effondrements sont probablement dus à des ruptures instables (brutales) de piliers puisque plus de 90% des secteurs effondrés de la base de données sont caractérisés par des piliers rompus ( $FS < 1$ ) et instables ( $k_t + k_{post} < 0$ ) (d'après nos estimations numériques). Par ailleurs, nous avons montré que les piliers des secteurs affaissés étaient caractérisés par un facteur de sécurité supérieur à 1 du point de vue du pic de résistance des piliers mais inférieur à 1 du point de vue de leur limite d'élasticité.

Ces résultats ont permis de confirmer l'hypothèse de départ de la thèse à savoir que les piliers ont bien un rôle important à jouer dans l'occurrence des effondrements et des affaissements miniers. D'autre part, ils ont apporté des éléments de réponse clairs à la problématique de la thèse : **les effondrements sont probablement induits par la rupture brutale des piliers** que l'on peut prévoir à partir des calculs du facteur de sécurité au pic de résistance et du critère d'instabilité de la rupture.

L'ampleur des déplacements verticaux lors des effondrements s'explique par la rupture de la plupart des piliers d'un secteur, ce qui se traduit par un  $FS_{moyen} < 1$ . La rapidité du phénomène s'explique par le fait que les piliers sont instables au moment de leur rupture et que celle-ci est donc brutale en raison du développement d'une certaine quantité d'énergie cinétique. Le fait que la rupture des piliers n'entraîne pas seulement l'effondrement d'une cloche dans le toit immédiat de la mine et un affaissement continu du recouvrement mais bien un effondrement complet du recouvrement, provient probablement du fait que dans les configurations typiques du bassin ferrifère, c'est-à-dire des mines bien plus larges que profondes, le recouvrement n'est pas capable de former une voûte stable pour compenser la rupture des piliers et transférer le poids du recouvrement à l'extérieur des secteurs endommagés (cf. Chapitre 0).

**Un facteur de sécurité inférieur à 1 et un critère d'instabilité franchi sont donc deux conditions nécessaires à l'occurrence d'un effondrement.** Ils pourraient également être des conditions suffisantes à l'effondrement dans le contexte du bassin ferrifère mais il reste encore à en débattre car certaines études ont montré une influence des caractéristiques du recouvrement.

Trois échelles d'étude ont été considérées à travers les différents chapitres de la thèse : celle d'un pilier seul, celle d'un pilier en interaction avec son encaissant immédiat et celle d'un groupe de piliers en interaction avec l'intégralité de son recouvrement. La première a permis d'identifier les conditions de rupture des piliers. La deuxième a permis d'expliquer la nature stable ou instable (brutale) de cette rupture. La troisième a permis de mieux comprendre l'occurrence des effondrements miniers généralisés. Pour chaque échelle d'étude, cette thèse a mis en évidence que la modélisation numérique peut être employée pour améliorer les méthodes analytiques simples couramment utilisées pour concevoir et analyser les risques liés aux mines souterraines exploitées par la méthode des chambres et piliers.

# Bibliographie

---

Références (par ordre alphabétique) :

- Abel, J. F. (1988). Soft rock pillars. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 6(3), 215–248.
- Adler, L. (1973). Roof and ground control. In *SME mining engineering handbook* (Vol. 1, pp. 13–9). A. B. Cumins & I. A. Given.
- Aissaoui, K. (1999). *Amélioration de la prévision des affaissements dans les mines à l'aide des approches empiriques, numériques et analytiques (Thèse de doctorat)*. Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- Al Heib, M. (2002). *Base de données géotechniques relative aux mines de fer de Lorraine (Rapport d'étude INERIS DRS-02-25300/RN08)*.
- Barton, N., Lien, R., & Lunde, J. (1974). Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock Mechanics*, 6(4), 189–236.
- Bekendam, R. F. (1998). *Pillar stability and large-scale collapse of abandoned room and pillar limestone mines in South-Limburg, The Netherlands (PhD-Thesis)*. Delft University of Technology.
- Bell, F. G., Donnelly, L. J., Genske, D. D., & Ojeda, J. (2005). Unusual cases of mining subsidence from Great Britain, Germany and Colombia. *Environmental Geology*, 47(5), 620–631.
- Bell, F. G., Stacey, T. R., & Genske, D. D. (2000). Mining subsidence and its effect on the environment: some differing examples. *Environmental Geology*, 40(1-2), 135–152.
- Berest, P., Brouard, B., Feuga, B., & Karimi-Jafari, M. (2008). The 1873 collapse of the Saint-Maximilien panel at the Varangeville salt mine. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45(7), 1025–1043.
- Berest, P., Diamond, B., Duquesnoy, A., Durup, G., Feuga, B., & Lhoff, L. (2005). Salt and brine production methods in France: main conclusions of the international group of experts (IEG) commissioned by the French regulatory authorities. In *Post-mining conference* (pp. 16–17). Nancy, France.
- Bieniawski, Z. T. (1968). In situ strength and deformation characteristics of coal. *Engineering Geology*, 2(5), 325–340.
- Bieniawski, Z. T. (1976). Exploration for rock engineering. In *Proceedings of the Symposium on Exploration for Rock Engineering*, Johannesburg (Vol. 1, pp. 1-5). AA Balkema.
- Brady, B. G. H., & Brown, E. T. (2004). *Rock Mechanics: For Underground Mining* (3rd ed.). Springer Science & Business Media, inc.
- Brady, B. H. G., & Brown, E. T. (1981). Energy changes and stability in underground mining: design applications of boundary element methods. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, 90.
- Brown, E. T. (1970). Strength of models of rock with intermittent joints. *Journal of Soil Mechanics & Foundations, Div 96(SM6)*.

- Brown, E. T., & Hoek, E. (1978). Trends in relationships between measured in-situ stresses and depth. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 15, 211–215.
- Broyer, P. (2011). *L'exploitation du sel*. Université de Lorraine. <http://als.univ-lorraine.fr/files/conferences/dossiers/21mai2011/04-Exploitation&Industrie.pdf>
- Charbonnage de France, BRGM, & Ecole des Mines de Paris. (2006). *L'après-mine en France* (Rapport N° 278-2-7159-0997-7). BRGM Editions.
- Comité Français de Mécanique des Roches. (2000). *Manuel de mécanique des roches*. Presses des MINES.
- Cook, N. G. W. (1963). The basic mechanics of rockbursts. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 63, 71–81.
- Cook, N. G. W. (1965). The failure of rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 2(4), 389–403.
- Cook, N. G. W. (1967). The Design Of Underground Excavations. In *Proceedings of the 8th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Failure and Breakage of Rock* (pp. 167–193). University of Minnesota: American Rock Mechanics Association.
- Cook, N. G. W. (1976). Seismicity associated with mining. *Engineering Geology*, 10(2), 99–122.
- Cook, N. G. W., Hoek, E., Pretorius, J. P. G., Ortepp, W. D., & Salamon, M. D. G. (1966). Rock mechanics applied to study of rockbursts. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 66, 425–538.
- Cui, X., Gao, Y., & Yuan, D. (2014). Sudden surface collapse disasters caused by shallow partial mining in Datong coalfield, China. *Natural Hazards*, 74(2), 911–929.
- Das, M. N. (1986). Influence of width/height ratio on post-failure behaviour of coal. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 4(1), 79–87.
- Didier, C., & Josien, J.-P. (2003). Importance of failure mechanisms for management of surface instability risk above abandoned mines. In *Proceedings of the 10th International Congress on Rock Mechanics* (pp. 243–248). Johannesburg.
- Didier, C., & Van der Merwe, N. (2010). Analyse en retour d'expérience de deux effondrements miniers dans des mines de coalbrook (Afrique du Sud) et de Gardanne (France). *Revue Française de Géotechnique*, 119–135.
- Diederichs, M. S. (2002). Stress induced damage accumulation and implications for hard rock engineering. In *Proceedings of the North American Rock Mechanics Symposium* (pp. 3–12). Toronto.
- Dubois, J., Diament, M., Cogné, J.-P. (2011). *Géophysique (4ème éd.)*. Dunod.
- Duncan Fama, M., Trueman, R., & Craig, M. S. (1995). Two-and three-dimensional elasto-plastic analysis for coal pillar design and its application to highwall mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 32, 215–225.
- Elschayeb, Y. (2000). *Prévision des conséquences des affaissements miniers dans les mines de fer de Lorraine. Etude méthodologique pour la détermination du type d'effondrement attendu : Analyse des données détaillée et élaboration d'une fonction discriminante* (Rapport Gisos-Auxirbat recherche. Ecole des Mines de Nancy).

- Esterhuizen, G. S., Dolinar, D. R., & Ellenberger, J. L. (2011). Pillar strength in underground stone mines in the United States. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(1), 42–50.
- Esterhuizen, G. S., Dolinar, D. R., Ellenberger, J. L., & Prosser, L. J. (2011). *Pillar and roof span design guidelines for underground stone mines*. Department Of Health And Human Services, NIOSH, IC, 9526.
- Fahimifar, A., Oreste, P., & Ranjbarnia, M. (2015). The dimensioning of pillars in the mining rooms and pillars method through a detailed evaluation of the stress conditions in the rock. In *Proceedings of the 8th International Conference on Environmental and Geological Science and Engineering* (pp. 68–77). Salerno.
- Fairhurst, C., Piguët, J.-P., & Van der Merwe, N. (2003). *Examen de la méthode GEODERIS d'évaluation des risques et des conséquences potentielles relatifs aux affaissement de surface dans le bassin ferrifère lorrain* (Version française).
- Fougeron, J. (2007). *Affaissement et effondrement des mines de fer de lorraine: Apport de la modélisation numérique* (Thèse de doctorat). Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- Gale, W. J. (1999). Experience of field measurement and computer simulation methods of pillar design. In *Proceedings of the 2nd International Work Shop on Coal Pillar Mechanics and Design* (pp.49–61). NIOSH, Pittsburgh.
- Galvin, J. M., Hebblewhite, B. K., & Salamon, M. D. G. (1999). University of New South Wales Coal Pillar Strength Determination for Australian and South African Mining Conditions. In *Proceedings of the Second International Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design* (pp. 63–71). Pittsburgh.
- Gao, F., Stead, D., & Kang, H. (2014). Simulation of roof shear failure in coal mine roadways using an innovative UDEC Trigon approach. *Computers and Geotechnics*, 61, 33–41.
- Garvey, R. J. (2013). *A study of unstable rock failures using finite difference and discrete element methods* (PhD-Thesis). Colorado School of Mines, Golden.
- Gaudreau, D., Aubertin, M., & Simon, R. (2004). *Performance assessment of tendon support systems submitted to dynamic loading* (Master Degree Thesis). École polytechnique, Montréal.
- Ghasemi, E., Ataei, M., & Shahriar, K. (2014). An intelligent approach to predict pillar sizing in designing room and pillar coal mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 65, 86-95.
- Greenwald, H. P., Howarth, H. C., & Hartmann, I. (1939). *Experiments on Strength of Small Pillars of Coal of the Pittsburgh Bed* (Technical paper No. 605). US Bureau of Mines.
- Grgic, D. (2001). *Modélisation du comportement à court et à long terme des roches de la formation ferrifère lorraine* (Thèse de doctorat). Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- Grgic, D., Homand, F., & Dagallier, G. (2002). Altération du minerai de fer dans les mines abandonnées de Lorraine. *Revue française de géotechnique*, (99), 49–60.
- Grgic, D., Homand, F., & Hoxha, D. (2003). A short-and long-term rheological model to understand the collapses of iron mines in Lorraine, France. *Computers and Geotechnics*, 30(7), 557–570.

- Griffith, A. A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 221, 163–198.
- Griffith, A. A. (1924). The theory of rupture. In *Proceedings of the 1st International Congress on Applied Mechanics* (pp. 55–63). Delft.
- Gueniffey, Y. (2014). **Note finale sur l'analyse des 68 effondrements GEODERIS** (Rapport d'étude Ecole des Mines de Nancy).
- Hamrin, H. (1980). *Guide to underground mining methods and applications*. Atlas Copco.
- Hamrin, H. (2001). Underground mining methods and applications. In *Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies* (Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., pp. 3-14), Littleton, Colorado, USA ; William A. Hustrulid and Richard L. Bullock.
- Hauquin, T., Deck, O., & Gunzburger, Y. (2016). Average vertical stress on irregular elastic pillars estimated by a function of the relative extraction ratio. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 83, 122–134.
- Hedley, D. G. F. (1992). *Rockburst handbook for Ontario hard rock mines* (Canmet Special Report 92-1E). Ottawa.
- Hedley, D. G. F., & Grant, F. (1972). Stope-and-pillar design for Elliot Lake Uranium Mines. *Canadian Mining and Metallurgy Bulletin*, 65(723), 37.
- Hill, R. (1958). A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 6(3), 236–249.
- Hoch, T., Karabin, G., & Kramer, J. (1991). **MSHA's simple technique for predicting the stress distribution in a mine panel** (MSHA Report, pp. 1–64).
- Hodgson, K., & Joughin, N. C. (1967). The relationship between energy release rate, damage, and seismicity in deep mines. In *Proceedings of the 8th US Symposium on Rock Mechanics* (Vol. Failure and Breakage, pp. 167–193). University of Minnesota: C. Fairhurst.
- Hoek, E. (1994). Strength of rock and rock masses. *ISRM News Journal*, 2(2), 4–16.
- Hoek, E. (2016). *Practical rock engineering*. Retrieved October 3, 2016, from <http://104.236.33.185:8001/jspui/handle/123456789/112>
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1980). *Underground Excavations in Rock*. The Institution of Mining and Metallurgy, London.
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(8), 1165–1186.
- Hoek, E., Kaiser, P. K., & Bawden, W. F. (2000). *Support of Underground Excavations in Hard Rock*. CRC Press.
- Homand, F. (2004). **Etude des formations de couverture au droit des zones à risque**. (Rapport d'étude pour GEODERIS LG.FH.GEO.PSI.RPRE.03.0248.A).
- Homand, F., & Dagallier, G. (2004). **Etude des formations de couverture des zones à risque d'effondrement brutal non écarté** (Rapport d'étude LAEGO LG.FH.ARB.PSI.RPRE.03.0248.C).

- Hudson, J. A., Brown, E. T., & Fairhurst, C. (1972). Shape of the complete stress-strain curve for rock. In *Proceedings of the 13th Symposium on Rock Mechanics, (Stability of Rock Slopes)*, pp. 773–795). Urbana.
- INERIS. (2006). *Synthèse des études et travaux menés dans le contexte du bassin ferrifère lorrain. Programme EAT-DRS-03 (Rapport d'étude DRS-06-75685/R01)*.
- INERIS. (2013). *Rapport final du programme de recherche 190 - Axe de recherche COSMOS - Projet de recherche: Phénoménologie des instabilités géologiques en grand et signes précurseurs (DRS-12-127200-13733B)*.
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24, 361–364.
- Itasca C.G. Inc. (2011a). *Fast Lagrangian Analysis of Continua*, (Vol. Theory and Background, Version 7.0). Itasca group. Minneapolis, Minnesota, USA.
- Itasca C.G. Inc. (2011b). *Universal Distinct Element Code*, (Vol. Theory and Background, Version 5.0). Itasca group. Minneapolis, Minnesota, USA.
- Jaeger, J. C., Cook, N. G., & Zimmerman, R. (2007). *Fundamentals of rock mechanics*. John Wiley & Sons.
- Jager, A. J., & Ryder, J. A. (1999). *A handbook on rock engineering practice for tabular hard rock mines*. Safety in Mines Research Advisory Committee. Johannesburg, South Africa.
- Jaiswal, A., & Shrivastva, B. K. (2009). Numerical simulation of coal pillar strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(4), 779–788.
- Jeremic, M. (1985). *Strata Mechanics in Coal Mining*. CRC Press.
- Kenny, P. (1969). The caving of the waste on longwall faces. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 6, 541–555.
- Kias, E. M. C. (2013). *Investigation of unstable failure in underground coal mining using the discrete element method (PhD-Thesis)*. Colorado School of Mines, Golden.
- Kolosov, G. V. (1909). *On an application of the theory of complex functions to the plane problem of the mathematical theory of elasticity (Doctoral dissertation)*, University of Dorpat (Yur'ev) (In Russian).
- Kouniali, S. (2016). *Prévision des conséquences des affaissements miniers dans les mines de fer de Lorraine. Etude méthodologique pour la détermination du type d'effondrement attendu. (Rapport d'étude INERIS DRS-00-225300/R01 VERSION 2016 PROVISOIRE)*.
- Li, C., Xu, J., Wang, Z., & Qin, S. (2013). Domino instability effect of surrounding rock-coal pillars in a room-and-pillar gob. *International Journal of Mining Science and Technology*, 23(6), 913–918.
- Linkov, A. M. (1996). Rockbursts and the instability of rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 33, 727–732.
- Lunder, P. J. (1994). *Hard rock pillar strength estimation an applied empirical approach (PhD-Thesis)*. University of British Columbia.
- Lunder, P. J., & Pakalnis, R. C. (1997). Determination of the strength of hard-rock mine pillars. *CIM Bulletin*, 90(1013), 51–55.

- Ma, H., Wang, J., & Wang, Y. (2012). Study on mechanics and domino effect of large-scale goaf cave-in. *Safety Science*, 50(4), 689–694.
- Mánica, M., Ovando, E., & Botero, E. (2014). Assessment of damping models in FLAC. *Computers and Geotechnics*, 59, 12–20.
- Mark, C., & Barton, T. (1996). The uniaxial compressive strength of coal: Should it be used to design pillars? In *Proceedings of the 15th International Conference on Ground Control in Mining*. Colorado School of Mines, Golden.
- Martin, C. D. (1997). Seventeenth Canadian Geotechnical Colloquium: The effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength. *Canadian Geotechnical Journal*, 34(5), 698–725.
- Martin, C. D., & Chandler, N. A. (1994). The progressive fracture of Lac du Bonnet granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 31(6), 643-59.
- Martin, C. D., & Maybee, W. G. (2000). The strength of hard-rock pillars. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37(8), 1239–1246.
- Mathews, K. E., Hoek, E., Wyllie, D. C., & Stewart, S. (1981). *Prediction of stable excavation spans for mining at depths below 1000 m in hard rock* (CANMET DSS Serial No. 0sQ80-00081). Ottawa.
- Maury, V. (1980). Effondrements spontanés et possibilité de mise en charge hydraulique. *Revue Française de Géotechnique*, (13), 63–67.
- Maybee, W. G. (2000). *Pillar Design in Hard Brittle Rocks (Master of Applied Science)*. Laurentian University, Sudbury.
- McCutchen, W. R. (1982). Some elements of a theory for in-situ stress. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 19, 201–203.
- Mortazavi, A., Hassani, F. P., & Shabani, M. (2009). A numerical investigation of rock pillar failure mechanism in underground openings. *Computers and Geotechnics*, 36(5), 691–697.
- Murali Mohan, G., Sheorey, P. R., & Kushwaha, A. (2001). Numerical estimation of pillar strength in coal mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38(8), 1185–1192.
- National Coal Board. (1975). *Subsidence Engineers' Handbook* (2nd ed.). London: Mining Department.
- Obert, L., & Duvall, W. I. (1967). *Rock mechanics and the design of structures in rock*. Wiley, New York.
- Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K., & Chiu, S. N. (2009). *Spatial tessellations: concepts and applications of Voronoi diagrams* (Vol. 501). John Wiley & Sons.
- Ortlepp, W. D. (1997). *Rock Fracture and Rockbursts-an illustrative study* (SAIMM Monograph No. M9).
- Ortlepp, W. D., & Cook, N. G. W. (1964). The measurement and analysis of the deformation around deep, hard-rock excavations. In *Proceedings of the 4th International Conference on Strata Control and Rock Mechanics*, (Vol. 1). New York.
- Ortlepp, W. D., & Stacey, T. R. (1994). Rockburst mechanisms in tunnels and shafts. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 9(1), 59–65.

- Ozbay, M. U., Ryder, J. A., & Jager, A. J. (1995). The design of pillar systems as practised in shallow hard-rock tabular mines in South Africa. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 95(1), 7–18.
- Potvin, Y., Hudyma, M., & Miller, H. D. S. (1989). Design guidelines for open stope support. *CIM Bulletin*, 82(926), 53–62.
- Poulard, F., & Salmon, R. (2002). *Proposition d'une méthode d'analyse et de hiérarchisation des risques résiduels liés à l'exploitation d'un ancien bassin minier. Programme EAT-DRS-03 (Rapport d'étude INERIS DRS-02-25304/R02)*.
- Poulsen, B. A. (2010). Coal pillar load calculation by pressure arch theory and near field extraction ratio. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(7), 1158–1165.
- Pritchard, C. J., & Hedley, D. G. F. (1993). Progressive pillar failure and rockbursting at Denison Mine. In *Proceedings of 3rd International Symposium on Rockbursts and Seismicity in Mines* (pp. 111–6). Kingston: Young R. P.
- Roberts, D. P., Lane, W. L., & Yanske, T. R. (1998). Pillar extraction at the Doe Run Company 1991–1998. In *Proceedings of the Conference "The Mining Cycle"* (pp. 227–233). Australia.
- Roberts, D. P., Van der Merwe, J. N., Canbulat, I., Sellers, E. J., & Coetzer, S. (2002). Development of a method to estimate coal pillar loading. Safety in Mines Research Advisory Committee, Report No. 2001-0651.
- Roberts, D., Tolfree, D., McIntire, H., & others. (2007). Using confinement as a means to estimate pillar strength in a room and pillar mine. In *Proceedings of the 1st Canada-US Rock Mechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association.
- Salamon, M. D. G. (1970). Stability, instability and design of pillar workings. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 7(6), 613–631.
- Salamon, M. D. G. (1984). Energy considerations in rock mechanics: fundamental results. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 84(8), 233–246.
- Salamon, M. D. G., Galvin, J. M., Hocking, G., & Anderson, I. (1996). *Coal pillar strength from back-calculation* (Progress report No. 1/69). Department of Mining Engineering. University of New South Wales, Australia.
- Salamon, M. D. G., & Munro, A. H. (1967). A Study of Strength of Coal Pillars. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 68(2), 55.
- Salamon, M. D. G., & Oravec, K. I. (1976). Rock mechanics in coal mining. Chamber of Mines of South Africa.
- Salamon, M. D. G., Ozbay, M. U., & Madden, B. J. (1998). Life and design of bord-and-pillar workings affected by pillar scaling. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 98(3), 135–145.
- Salamon, M. D. G., & Wagner, H. (1985). Practical Experiences in the Design of Coal Pillars. In *Proceedings of the 21st International Conference of Safety in Mines Research Institutes* (pp. 3–10). Sydney.
- Sheorey, P. R. (1994). A theory for In Situ stresses in isotropic and transversely isotropic rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 31(1), 23–34.
- Sheorey, P. R. (1997). *Empirical rock failure criteria*. AA Balkema.

- Sheorey, P. R., & Singh, B. (1974). Estimation of pillar loads in single and contiguous seam workings. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 11(3), 97–102.
- Singh, A. K., Singh, R., Maiti, J., Kumar, R., & Mandal, P. K. (2011). Assessment of mining induced stress development over coal pillars during depillaring. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(5), 805–818.
- Sjoberg, J. S. (1992). Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan mine. In *Proceedings of the 33th U.S. Symposium on Rock Mechanics*. American Rock Mechanics Association.
- Souley, M., Al-Heib, M., & Thoraval, A. (2002). Modélisation hydromécanique préliminaire **d'ennoyage d'un site dans le bassin ferrifère lorrain**. In *Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'ingénieur*.
- Starfield, A. M., & Fairhurst, C. (1968). How high-speed computers advance design of practical mine pillar systems. *Engineering Mining Journal*, 169(5), 78–84.
- Swanson, P. L., & Boler, F. M. (1995). *The Magnitude 5.3 Event and Collapse of the Solvay Trona Mine: Analysis of Pillar/floor Failure Stability*. US Department of the Interior, Bureau of Mines.
- Szwedzicki, T. (2001). Geotechnical precursors to large-scale ground collapse in mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38(7), 957–965.
- Tada, H., Paris, P. C., & Irwin, G. R. (2000). *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (3rd ed.). ASM.
- Terzaghi, K., & Richart, F. E. J. (1952). Stresses in rock about cavities. *Geotechnique*, 3(2), 57–90.
- Tincelin, E., & Sinou, P. (1962). Effondrements brutaux et généralisés, coup de toit. *Revue de L'industrie Minérale*.
- Treffitz, E. (1933). Zur theorie der stabilität des elastischen gleichgewichts. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 13(2), 160–165.
- Van der Merwe, J. N. (1993). Revised strength factor for coal in the Vaal basin. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 93, 272–272.
- Van der Merwe, J. N. (2003a). New pillar strength formula for South African coal. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 103(5), 281–292.
- Van der Merwe, J. N. (2003b). Predicting coal pillar life in South Africa. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 103(5), 293–301.
- Van der Merwe, J. N. (2006). Beyond Coalbrook: what did we really learn? *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 106(12), 857.
- Van der Merwe, J. N., & Mathey, M. (2012). *Update of Coal Pillar Data Base, Strength Formula and Probability of Failure for South African Coal Mining* (Coaltech research association report).
- Vaute, L. (2007). *Surveillance des eaux souterraines du bassin ferrifère lorrain en 2004* (Rapport d'étude BRGM/RP-56140-FR).
- Vermeer, P. A., & De Borst, R. (1984). Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. *HERON*, 29 (3), 1984.

- Wagner, H. (1974). Determination of the complete load-deformation characteristics of coal pillars. In *Proceedings of the 3rd International Congress on Rock Mechanics. National Academy of Sciences* (Vol. 2, pp. 1076–1081).
- Wagner, H. (1980). Pillar design in coal mines. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 80, 37–45.
- Walsh, J. B. (1977). Energy changes due to mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 14, 25–33.
- Wang, J.-A., Shang, X. C., & Ma, H. T. (2008). Investigation of catastrophic ground collapse in Xingtai gypsum mines in China. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45(8), 1480–1499.
- Wang, S.-L., Hao, S.-P., Chen, Y., Bai, J.-B., Wang, X.-Y., & Xu, Y. (2016). Numerical investigation of coal pillar failure under simultaneous static and dynamic loading. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 84, 59–68.
- Westergaard, H. M. (1939). Bearing Pressures and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 6, A49–53.
- Young, C. M. (1917). *Percentage of extractions of bituminous coal with special reference to Illinois conditions* (Publications of the Engineering Experiment Station Bulletin No. 100). University of Illinois.
- Zipf Jr, R. K., & Mark, C. (1997). Design methods to control violent pillar failures in room-and-pillar mines. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy-Section A-Mining Industry*, 106, A124.
- Zipf, R. K. (1999). Using a post failure stability criterion in pillar design. In *Proceedings of the 2nd International Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design* (pp. 181–192). Pittsburg PA: Christopher Mark, Keith A. Heasley, Anthony T. Lannacchione, Robert J. Tuchman.
- Zipf, R. K. (2001). Pillar design to prevent collapse of room-and-pillar mines. In *Underground mining methods* (Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., pp. 3-14), Littleton, Colorado, USA ; William A. Hustrulid and Richard L. Bullock.
- Zubelewicz, A., & Mroz, Z. (1983). Numerical simulation of rock burst processes treated as problems of dynamic instability. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 16(4), 253–274.

### Sites internet consultés (par ordre d'apparition dans le document) :

- <http://rajikorba.blogspot.fr>
- <http://ruedeslumieres.morkitu.org>
- <http://www.salines.com>
- <http://www.patrimoine-minier.fr>
- <http://www.worldcoal.org>
- <http://www.cavite.fr>
- <http://www.geoderis.fr/missions/aleas-miniers>



## Annexe 1 : Solution de l'équation différentielle de Sheorey et Singh (1974)

Sheorey et Singh (1974) définissent, à partir de la théorie des poutres épaisses, l'équation différentielle de la déflexion verticale du toit immédiat  $j(x)$  d'une mine horizontale en n'importe quelle position  $x$  dans la mine :

$$D \frac{d^4 j}{dx^4} - \frac{(2 + \nu)}{10(1 - \nu^2)} \frac{d^2}{dx^2} (q - k_p j) = q - k_p j$$

où  $\nu$  le coefficient de Poisson du recouvrement,  $q$  la contrainte verticale *in situ*,  $D$  la rigidité en flexion du recouvrement. Si le recouvrement est constitué d'une seule couche d'épaisseur  $h$ ,  $D$  se calcule de la manière suivante :

$$D = \frac{E_t h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

avec  $E_t$  est le module de Young moyen du recouvrement.

$k_p$  est la raideur verticale moyenne de tous les piliers et se calcule à partir du taux de défruitement  $r$ , de leur hauteur  $t$  et de leur module d'Young  $E_p$ :

$$k_p = r \frac{E_p}{t}$$

La résolution de l'équation différentielle précédente donne une solution de la forme :

$$j(x) = \frac{q}{k_p} + C1 \exp(A \cdot x) + C2 \exp(-A \cdot x) + C3 \exp(B \cdot x) + C4 \exp(-B \cdot x)$$

Les coefficients  $C1$ ,  $C2$ ,  $C3$  et  $C4$  dépendent des conditions aux limites considérées. Les termes  $A$  et  $B$  dépendent des propriétés mécaniques des piliers et du recouvrement et s'écrivent :

$$A = \sqrt{-\frac{k_p}{10D(1 - \nu^2)} - \frac{k_p}{20D(1 - \nu^2)} - \frac{1}{20} \sqrt{-\frac{400k_p}{D} + \left(\frac{2k_p}{D(1 - \nu^2)} + \frac{k_p \nu}{D(1 - \nu^2)}\right)^2}}$$

$$B = \sqrt{-\frac{k_p}{10D(1 - \nu^2)} - \frac{k_p}{20D(1 - \nu^2)} + \frac{1}{20} \sqrt{-\frac{400k_p}{D} + \left(\frac{2k_p}{D(1 - \nu^2)} + \frac{k_p \nu}{D(1 - \nu^2)}\right)^2}}$$

## Annexe 2 : Formalisme du modèle de comportement de Mohr-Coulomb

### Critères de rupture

Les états de contrainte pour lesquels la roche atteint son pic de résistance peuvent être décrits mathématiquement au travers de critères de rupture de la forme  $\sigma_1 = f(\text{paramètres}, \sigma_3)$ , où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont respectivement les contraintes principales majeures et mineures.

Le critère de rupture le plus répandu pour caractériser la résistance des massifs rocheux est le critère empirique de Hoek et Brown (1980). Il s'écrit comme suit :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

où  $\sigma_{ci}$  est la résistance en compression d'un échantillon de roche intact,  $m_b$  une caractéristique du massif rocheux et  $a$  et  $s$  sont des constantes dépendant du type de roche considéré. Le terme  $m_b$  se calcule suivant l'équation suivante à partir de  $m_i$ , qui est son équivalent à l'échelle d'un échantillon de roche intact :

$$m_b = m_i \exp \left( \frac{GSI - 100}{28 - 14D} \right) \quad (2)$$

Le terme  $D$  est un indice caractérisant l'endommagement du massif rocheux causé par l'éventuelle méthode d'excavation qui a permis de le mettre au jour (voir Hoek, 2016). Il permet de réduire la résistance du massif en conséquence. Le terme  $m_i$  s'obtient à partir d'un tableau représenté dans Hoek (2016) et de l'indice  $GSI$  du massif rocheux obtenu à partir de la méthode de classification développée par Hoek (1994). Le  $GSI$  permet également de déduire les constantes  $s$  et  $a$  à partir des relations suivantes proposées par Hoek *et al.* (2002) :

$$s = \exp \left( \frac{GSI - 100}{9 - 3D} \right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( \exp(-GSI/15) - \exp(-20/3) \right) \quad (4)$$

L'enveloppe de rupture formée par le critère de Hoek et Brown est non-linéaire et parfois complexe à mettre en œuvre dans des codes de modélisation numérique. Le critère de rupture linéaire de Mohr-Coulomb, très courant pour caractériser la résistance des roches à l'échelle de l'échantillon, est parfois privilégié. Ces paramètres sont la cohésion  $c$ , l'angle de frottement interne  $\varphi$ , la résistance en traction  $R_t$ . La résistance en

traction équivalente du critère de rupture de Hoek et Brown s'obtient par la relation suivante :

$$R_t = \frac{s\sigma_{ci}}{m_b} \quad (5)$$

Il est possible de calculer les valeurs équivalentes de  $c$  et  $\varphi$  par approximation linéaire du critère de Hoek et Brown pour une certaine gamme de contrainte principale mineure  $\sigma_3$ . La gamme permettant d'obtenir la meilleure corrélation linéaire est définie par l'intervalle  $R_t < \sigma_3 < \sigma_{3max}$  où  $\sigma_{3max}$  doit être choisie en fonction d'un état de contrainte que l'on juge représentatif du massif considéré (compte tenu de la profondeur et de l'état de contrainte *in situ*...). Les relations correspondantes sont données par Hoek (2007) :

$$\varphi = \sin^{-1} \left( \frac{6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}} \right) \quad (6)$$

$$c = \frac{\sigma_{ci}((1+2a)s + (1-a)m_b\sigma_{3n})(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{(6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1})}{((1+a)(2+a))}}} \quad (7)$$

où  $\sigma_{3n} = \sigma_{3max}/\sigma_{ci}$

L'enveloppe de rupture de Mohr-Coulomb, telle qu'elle est couramment utilisée, est composée de deux segments qui représentent respectivement la résistance en traction et en cisaillement de la roche. Leurs équations sont respectivement :

$$f_c = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \quad (8)$$

$$f_t = R_t - \sigma_3 \quad (9)$$

### Loi d'écoulement plastique (d'après Itasca 2011a)

Une fois le critère de rupture atteint, la roche subit des déformations plastiques  $\Delta e_i^p$  permanentes qui viennent s'ajouter aux déformations élastiques  $\Delta e_i^e$ .

$$\Delta e_i = \Delta e_i^e + \Delta e_i^p \quad (10)$$

La déformation plastique est une grandeur tensorielle dont les composantes doivent être définies en intensité et en orientation par le biais d'une règle d'écoulement plastique. Dans le cas relativement simple d'un modèle de Mohr-Coulomb, elle s'écrit de la manière suivante :

$$\Delta e_i^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} \quad (11)$$

où  $\Delta e_i^p$  représente les différentes composantes / de l'incrément de déformation plastique.

Le potentiel plastique  $g$  s'exprime différemment en fonction de la nature de la rupture. Les deux domaines de ruptures sont séparés par la droite bissectrice des deux segments de l'enveloppe de Mohr-Coulomb dont l'équation est la suivante :

$$\sigma_3 - R_t + \alpha_p(\sigma_1 - \sigma_p) = 0 \quad (12)$$

où

$$\alpha_p = \sqrt{1 + \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}\right)^2} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (13)$$

et

$$\sigma_p = R_t \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \quad (14)$$

Le type de rupture est déterminé en fonction de la position de l'état de contrainte par rapport à cette bissectrice.

Dans le cas d'une rupture en cisaillement,  $g = g_c$  et s'écrit :

$$g_c = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (15)$$

où  $\psi$  est l'angle de dilatance de la roche, caractéristique qu'il est possible d'estimer à partir d'essai de compression réalisés en laboratoire.

Dans le cas d'une rupture en traction  $g = g_t$  et s'écrit :

$$g_t = -\sigma_3 \quad (16)$$

Le potentiel  $g$  doit être dérivé par rapport à chacune des composantes du tenseur des contraintes puis multiplié par le multiplicateur plastique  $\lambda$ , pour l'instant non défini, afin d'obtenir l'intensité des déformations plastiques  $\Delta e_i^p$  (Equation 11). Si on raisonne en termes de composantes principales, dans le cas d'une rupture en cisaillement ( $\lambda = \lambda_c$ ), il vient après incorporation de l'Equation (15) dans l'Equation (11), que :

$$\Delta e_1^p = \lambda_c \quad (17)$$

$$\Delta e_2^p = 0 \quad (18)$$

$$\Delta e_3^p = -\lambda_c \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (19)$$

Il s'agit maintenant de définir le nouvel état de contrainte induit par les déformations.

On peut écrire de manière incrémentale, que la nouvelle contrainte  $\sigma_i^N$  est la somme de l'ancienne contrainte  $\sigma_i^A$  et de la variation de contrainte entre les deux états considérés.

$$\sigma_i^N = \sigma_i^A + \Delta\sigma_i \quad (20)$$

avec  $i = 1 \text{ à } 3$ , définissant les composantes principales de tenseur des contraintes.

Les variations de contrainte totale sont calculées comme les variations de **contrainte déterminées à partir de la loi d'élasticité appliquée aux déformations** totales<sup>9</sup>  $\Delta\sigma_i^t$  auxquelles sont soustraites les variations de contraintes induites uniquement par les déformations plastiques  $\Delta\sigma_i^p$  :

$$\Delta\sigma_i = \Delta\sigma_i^t - \Delta\sigma_i^p \quad (21)$$

avec, dans le cas d'une déformation plastique par cisaillement :

$$\Delta\sigma_1^t = a_1\Delta e_1 + a_2(\Delta e_2 + \Delta e_3) \quad (22)$$

$$\Delta\sigma_2^t = a_1\Delta e_2 + a_2(\Delta e_1 + \Delta e_3) \quad (23)$$

$$\Delta\sigma_3^t = a_1\Delta e_3 + a_2(\Delta e_1 + \Delta e_2) \quad (24)$$

et :

$$\Delta\sigma_1^p = \lambda \left( a_1 - a_2 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) \quad (25)$$

$$\Delta\sigma_2^p = \lambda a_2 \left( 1 - \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) \quad (26)$$

$$\Delta\sigma_3^p = \lambda \left( -a_1 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} + a_2 \right) \quad (27)$$

Les coefficients  $a_1$  et  $a_2$  sont déterminés à partir des caractéristiques élastiques de la roche  $K$  (module d'incompressibilité) et  $G$  (module de cisaillement) qu'il est possible de déterminer à partir d'essais de laboratoire et éventuellement de modifier à partir des méthodes de classification géomécaniques pour tenir compte de l'effet d'échelle :

$$a_1 = K + \frac{4G}{3} \quad (28)$$

$$a_2 = K - \frac{2G}{3} \quad (29)$$

La contrainte finale doit satisfaire le critère de rupture en cisaillement (Equation 8). On en déduit après manipulation des Equations (17) à (27), que le multiplicateur plastique est nécessairement :

<sup>9</sup> Dans les codes de calcul explicites, comme le logiciel FLAC, les déformations totales sont directement calculées à partir du principe fondamental de la dynamique appliquée en chaque nœud du modèle et d'une méthode d'approximation comme, par exemple, celle des différences finies (cf. Annexe 4).

$$\lambda_c = \frac{f_c}{\left(a_1 - a_2 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}\right) - \left(a_1 - a_2 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}\right) \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}\right)} \quad (30)$$

Dans le cas d'une rupture et de déformations plastiques en traction ( $\lambda = \lambda_t$ ) les incréments de déformation plastique s'écrivent :

$$\Delta e_1^p = 0 \quad (31)$$

$$\Delta e_2^p = 0 \quad (32)$$

$$\Delta e_3^p = -\lambda \quad (33)$$

Les mêmes manipulations que précédemment, avec le potentiel plastique  $g_t$  au lieu de  $g_s$ , permettent d'obtenir le multiplicateur plastique suivant :

$$\lambda_t = \frac{f_t}{a_1} \quad (34)$$

### Ecrouissage post-pic

Une fois leur pic de résistance atteint, les roches subissent généralement une **diminution de résistance à déformation croissante, c'est à dire un écrouissage négatif**. On peut prendre en compte cet écrouissage en considérant que le critère de rupture, **défini par l'Equation (8), évolue à mesure que la roche se déforme** plastiquement. Les caractéristiques de résistance du critère de Mohr-Coulomb,  $c$ ,  $\varphi$  et  $R_t$  ne doivent donc plus être considérées comme des constantes. Généralement<sup>10</sup>, on exprime les variations de  $c$ , de  $\varphi$  et de  $R_t$  **comme des fonctions d'un paramètre de déformation plastique** cisailante  $\Delta e^{ps}$ , défini par :

$$\Delta e^{ps} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\Delta e_1^p + \Delta e_m^p)^2 + (\Delta e_m^p)^2 + (\Delta e_3^p - \Delta e_m^p)^2 \right]} \quad (35)$$

où

$$\Delta e_m^p = \frac{1}{3} (\Delta e_1^p - \Delta e_3^p) \quad (36)$$

La résistance en traction est, **quant à elle, exprimée comme une fonction d'un paramètre de déformation plastique en traction**, défini par :

$$\Delta e^{pt} = \Delta e_3^p \quad (37)$$

où  $\Delta e_3^p$  est la déformation par traction dans la direction de la contrainte principale mineure.

<sup>10</sup> C'est ce qui est fait dans le logiciel FLAC.

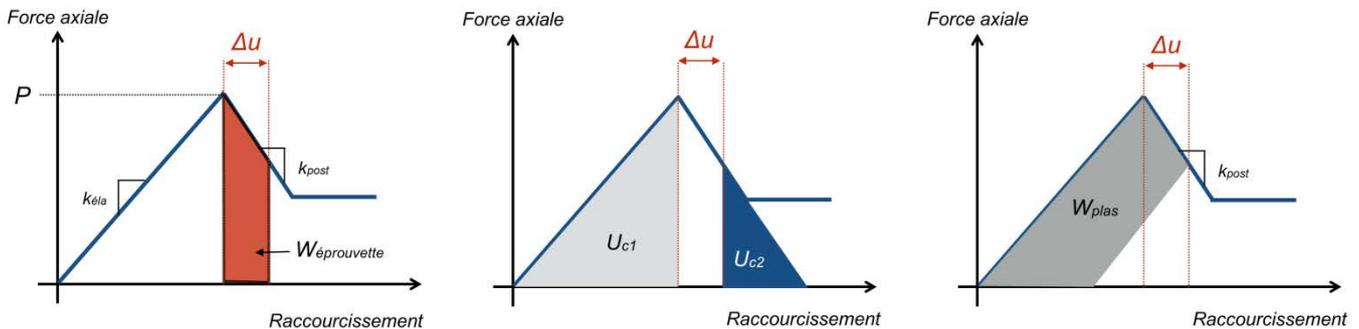
Le critère de rupture peut éventuellement être considérée comme constant à partir d'un certain niveau de déformation plastique. Il caractérise dans ce cas la résistance résiduelle de la roche. Il est important de noter que la prise en compte d'un écrouissage n'entraîne aucune modification de la loi d'écoulement plastique définie auparavant ni de l'expression des multiplicateurs plastiques.

## Annexe 3 : Calcul analytique du terme $W_{plas}$

L'énergie dissipée par les déformations plastiques d'une éprouvette soumise à un essai de compression uniaxial correspond à la soustraction de la variation d'énergie élastique de l'éprouvette au travail total de déformation de l'éprouvette :

$$W_{plas} = W_{éprouvette} - \Delta U_{ce}$$

Si on admet que la phase d'écroissage post-pic peut être assimilée à une réduction linéaire de la force axiale dans l'éprouvette en fonction de son raccourcissement,  $W_{éprouvette}$  se calcule comme l'aire du trapèze rouge représenté sur la figure suivante :



$$W_{éprouvette} = P \cdot u + \frac{k_{post} \cdot u^2}{2}$$

$\Delta U_c$  est la différence entre l'énergie élastique après  $U_{c2}$  et avant  $U_{c1}$  raccourcissement de l'éprouvette, soit la soustraction entre les aires des deux triangles représentés sur la figure précédente, soit :

$$\Delta U_{ce} = U_{c2} - U_{c1} = \frac{(P + k_{post}u)^2}{2k_{éla}} - \frac{P^2}{2k_{éla}}$$

L'énergie dissipée par plasticité s'exprime donc :

$$W_{plas} = P \cdot u + \frac{k_{post} \cdot u^2}{2} - \frac{(P + k_{post}u)^2}{2k_{éla}} - \frac{P^2}{2k_{éla}}$$

ce qui se simplifie en :

$$W_{plas} = \frac{(k_{éla} - k_{post})u(2P + k_{post}u)}{2k_{éla}}$$

Cette valeur correspond à l'aire du trapèze gris qui représente explicitement le travail de déformation plastique dans la figure précédente.

## Annexe 4 : Procédure de calcul du logiciel FLAC

Le logiciel FLAC exploite la méthode des différences finies explicites pour résoudre des problèmes de mécanique des milieux continus en deux dimensions. Les différentes options possibles dans ce logiciel lui permettent également d'intégrer des écoulements de fluide ainsi que l'effet de la température. Nous nous limiterons ici à la procédure de calcul utilisée pour des problèmes de mécanique classique.

La démarche de résolution explicite consiste à discrétiser les modèles à la fois dans l'espace, en *mailles* et en *nœuds*, et dans le temps, en *pas de temps*. A chaque pas de temps de la résolution, le logiciel renvoie des valeurs de contraintes et de déformations constantes à l'intérieur de chaque maille et des valeurs de force résultante, de vitesse et de déplacement en chaque nœud. Les mailles sont quadrilatérales par défaut et contiennent quatre nœuds. Cependant, chaque quadrilatère est découpé en deux couples de triangles en groupant les nœuds par trois. Les calculs sont effectués au niveau des triangles et les résultats sont moyennés afin d'obtenir des valeurs caractéristiques du quadrilatère. Lorsque l'un des deux couples de triangles est constitué de triangles trop différents géométriquement l'un de l'autre, ils ne sont pas considérés et seuls l'autre couple de triangles est utilisé pour calculer les contraintes et déformations moyennes de la maille rectangulaire correspondante.

La procédure de calcul permettant d'obtenir les contraintes et déformations est illustrée dans la figure suivante :

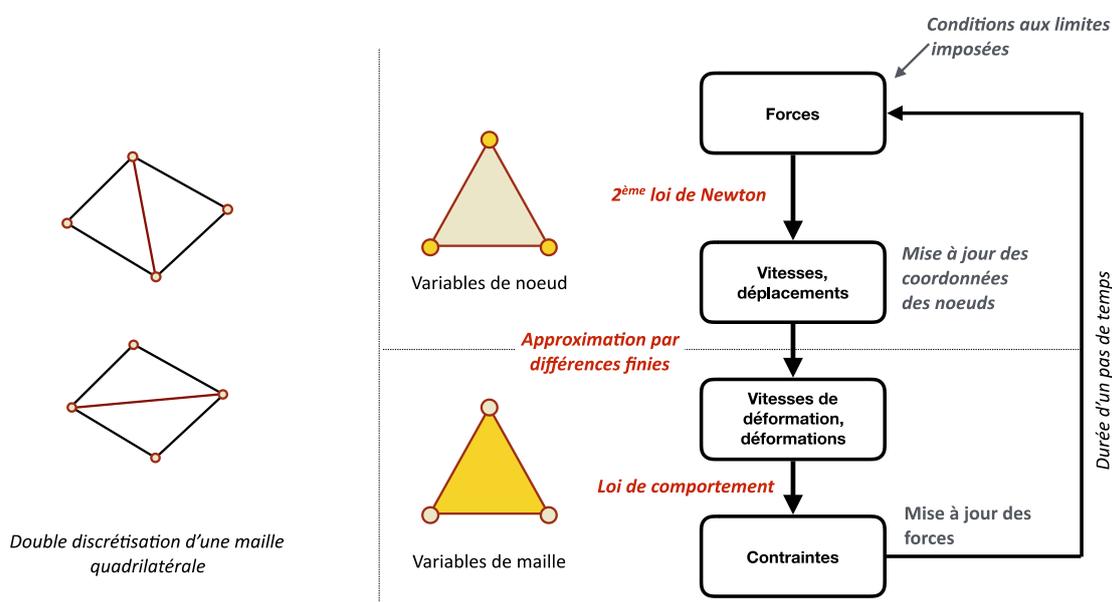


Illustration du principe de fonctionnement explicite du logiciel FLAC

Des conditions aux limites en forces ou en vitesses sont imposées en certains nœuds du modèle par l'utilisateur. Chaque nœud est caractérisé par une masse qui dépend de la densité des mailles qui l'entourent. Conformément à la deuxième loi de Newton, chaque nœud accélère proportionnellement à sa masse et à la force résultante

qui s'applique sur lui ou bien se déplace à la vitesse qui lui est imposée. A chaque pas de temps, la vitesse  $v$  d'un nœud peut ainsi être connue et les coordonnées du nœud peuvent être actualisées. Cela permet de ne pas être restreint à l'hypothèse des petites déformations bien qu'il soit possible de la considérer pour réduire les temps de calcul.

FLAC utilise alors le théorème de Taylor et la divergence de Gauss pour approximer le gradient de vitesse moyen de chaque maille dans chaque direction  $i$  à partir des vitesses des nœuds qui la constitue, il s'agit de l'approximation par différence finies :

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = \frac{1}{2A} \sum_s (v_i^a + v_i^b) n_i \Delta S$$

$x$  correspond à une position.  $a$  et  $b$  sont deux nœuds consécutifs entre lesquels le côté du triangle est normal au vecteur unitaire  $n_i$  et mesure  $\Delta S$ . La somme des trois côtés du triangle est égale à  $A$ .

Connaissant les gradients de vitesse dans deux directions orthogonales  $i$  et  $j$ , **FLAC est capable d'estimer les vitesses de déformation  $\dot{e}_{ij}$  et de rotation  $\dot{\omega}_{ij}$**  (en grandes déformations seulement) de chaque maille à partir des relations :

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \\ \dot{\omega}_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

Les déformations  $e_{ij}$  peuvent alors être directement déduites des vitesses de déformation connaissant la déformation au pas de temps précédent. Les différentes composantes des contraintes  $\sigma_{ij}$  sont déduites des déformations à partir de la loi de comportement que l'utilisateur a imposée à la maille (voir Itasca, 2011a pour plus de détails).

Les nouvelles forces en chaque nœud  $F_i$ , qui seront réattribuées pour le pas de temps suivant, sont alors déterminées à partir des contraintes suivant la formule :

$$F_i = \frac{1}{2} \sigma_{ij} (n_j^1 \Delta S^1 + n_j^2 \Delta S^2)$$

où les indices  $1$  et  $2$  correspondent à deux faces adjacentes au nœud considéré de normales  $n_j^1$  et  $n_j^2$  et de dimensions  $\Delta S^1$  et  $\Delta S^2$ .

Finalement, FLAC calcule la résultante des forces provenant de toutes les mailles adjacentes à un nœud : on parle d'une *force non-équilibrée*. Il en déduit l'accélération correspondante du nœud et sa vitesse au pas de temps suivant à partir de la deuxième loi de Newton. Le calcul s'arrête lorsque la *force non-équilibrée* en chaque nœud du modèle est inférieure à une valeur seuil définie par l'utilisateur. A l'équilibre, l'accélération de tous les nœuds entre deux pas de temps est théoriquement nulle.

Numériquement, on ne peut pas obtenir de valeur strictement nulle. Par défaut, FLAC considère que l'équilibre est atteint lorsque le rapport entre la force résultante *non équilibrée* maximale dans le modèle et la force moyenne (équilibrée) appliquée à tous les nœuds du modèle est inférieur à  $10^{-3}$ .

Toute la procédure de résolution décrite ci-dessus se base sur une discrétisation temporelle du calcul qui impose **que durant chaque pas de temps, les forces aux nœuds et les contraintes aux mailles soient constantes**. Cette astuce numérique, pour être physiquement acceptable, requiert **que la durée d'un pas de temps soit inférieure à la durée physique nécessaire pour que l'information se propage à l'intérieur des mailles du modèle**. La vitesse maximale à laquelle l'information peut se propager est la vitesse des ondes de compression  $C_p$ , qui s'exprime :

$$C_p = \sqrt{\frac{K + 4G/3}{\rho}}$$

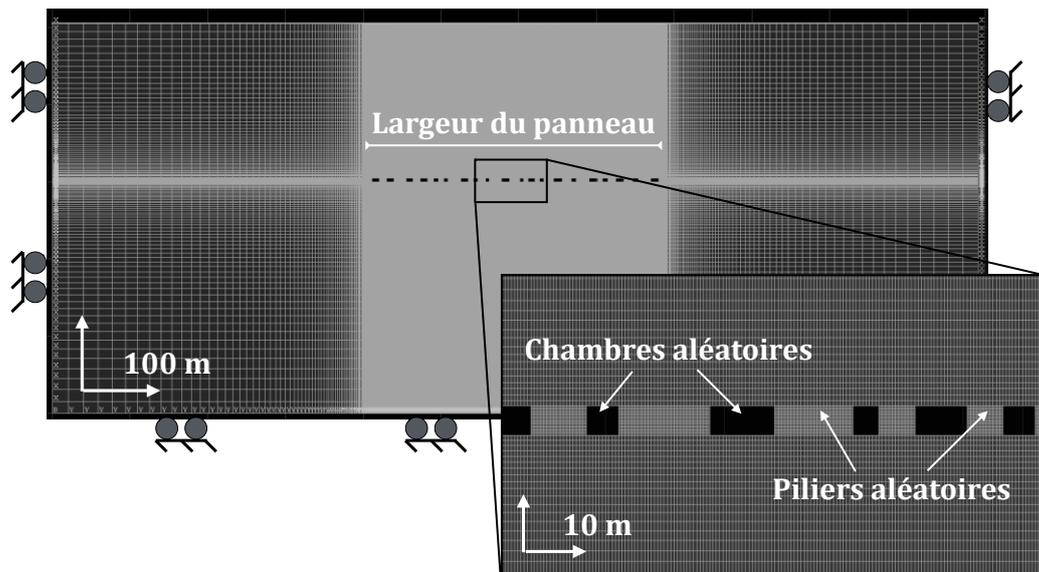
K et G étant respectivement les modules d'incompressibilité et de cisaillement de la maille considérée. Pour une maille de largeur minimale égale à  $\Delta x$ , l'information se propagerait à une maille voisine en une durée :

$$\Delta t = \Delta x / C_p.$$

La pertinence de la solution numérique obtenue avec FLAC n'est donc garantie que si le pas de temps numérique fixé est inférieur au  $\Delta t$  le plus petit à l'intérieur du modèle considéré. FLAC détermine automatiquement la valeur du pas de temps en fonction de cette condition mais l'utilisateur est en mesure de la modifier si nécessaire dès lors que le mode dynamique a été activé. Dans cette thèse, la valeur du pas de temps calculée par défaut a été utilisée.

## Annexe 5 : Exemple d'une géométrie de mine aléatoire modélisée

Voici un exemple de modèle de mine aux chambres et piliers irréguliers. Dans cet exemple, le taux de défrèvement global est de 0,45 et la profondeur de 200 m.



## Annexe 6 : Expression de $p$ en fonction de $a$

La fonction linéaire du taux de défruitement relatif s'écrit :

$$\sigma_{vm} = \rho g H \left( 1 + a \frac{r_G}{1 - r_G} r_{rel} \right)$$

avec  $a$  un coefficient permettant de prendre en compte l'effet de voûte qui transfère une partie du poids du recouvrement vers les bords de la mine. Dans le cas où les piliers du panneau considéré ont tous les mêmes dimensions,  $r_{rel} = 1$ , ce qui implique directement :

$$\sigma_{vm} = \rho g H \left( 1 + a \frac{r_G}{1 - r_G} \right)$$

Roberts *et al.* (2002) ont étudié l'effet de voûte à partir d'un coefficient noté  $p$  qui s'intègre dans l'équation de la contrainte verticale moyenne de la manière suivante :

$$\sigma_{vm} = \rho g H \left( p + p \frac{r_G}{1 - r_G} \right)$$

Pour vérifier que les valeurs de  $a$  que nous avons obtenues à partir des ajustements linéaires, engendrent des valeurs de  $p$  proches de celles obtenues par modélisation numérique par Roberts *et al.* (2002), nous devons égaliser les deux expressions, soit :

$$p + p \frac{r_G}{1 - r_G} = 1 + a \frac{r_G}{1 - r_G}$$

En factorisant  $p$ , on obtient :

$$p \left( 1 + \frac{r_G}{1 - r_G} \right) = 1 + a \frac{r_G}{1 - r_G}$$

$p$  s'exprime donc en fonction de  $a$  tel que :

$$p = \frac{a + \frac{1 - r_G}{r_G}}{1 + \frac{1 - r_G}{r_G}}$$

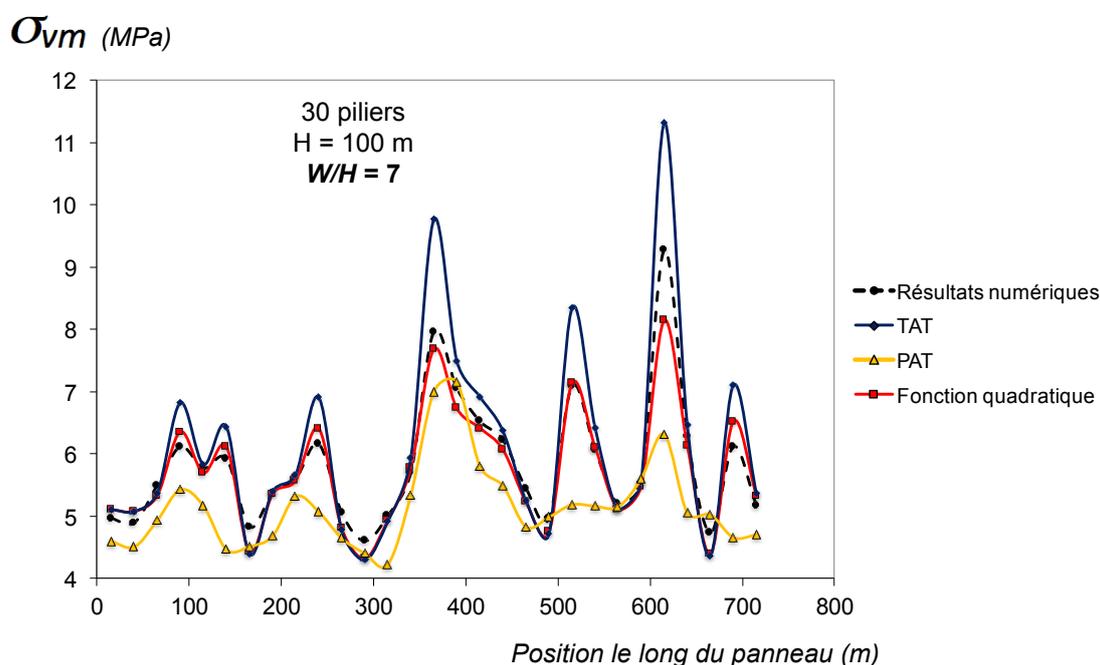
ce qui se simplifie en :

$$p = 1 - r_G + a \cdot r_G$$

## Annexe 7 : Vérification de la fonction quadratique pour un panneau de rapport $W/H = 7$

Nous avons vérifié l'applicabilité de la fonction quadratique pour un panneau de mine comprenant 30 piliers (les mines précédentes comprenaient 19 piliers) dont le rapport  $W/H = 7$ , ce qui est supérieur au rapport  $W/H$  maximal des configurations utilisées pour développer la fonction, à savoir 5,1. Les coefficients  $b$  et  $c$  ont été déterminés à partir des Equations (2.14) et (2.15) mises en évidence précédemment.

Les résultats de la fonction quadratique et ceux des méthodes *TAT* et *PAT* sont comparés aux résultats numériques dans la figure suivante :



On remarque que la fonction quadratique est à nouveau la méthode la plus précise, ce qui se traduit par une erreur moyenne d'environ -1,5% contre + 3,5% pour la méthode *TAT* et -9% pour la méthode *PAT*. C'est également la méthode qui engendre l'erreur maximale la plus faible, à savoir : +12% contre +22% pour la méthode *TAT* et -32% pour la méthode *PAT*. Ces résultats sont tout à fait comparables à ceux obtenus précédemment. On peut donc en conclure que le rapport  $W/H$  a peu d'effet sur la précision de la fonction quadratique.

## Annexe 8 : Vérification de la fonction quadratique dans le cas d'une mine sous une surface inclinée

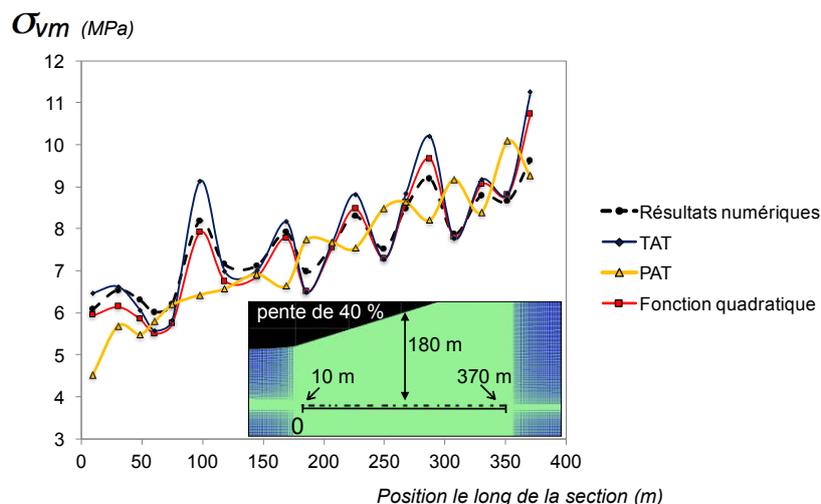
Nous avons vérifié l'applicabilité de la fonction quadratique au cas d'une mine horizontale située sous une topographique inclinée de 40%. Ce cas est équivalent, en termes de contrainte verticale, à celui d'une mine inclinée à 40% sous une surface plate.

La fonction quadratique a été appliquée suivant sa forme originale (Equation 2.10) avec les coefficients  $b$  et  $c$  tels que déterminés à partir des résultats obtenus dans le cas de mines horizontales sous une topographie plate. La seule différence avec la fonction quadratique telle qu'elle a été appliquée précédemment est le fait que la profondeur  $H$  soit différente pour chaque pilier. La fonction quadratique s'écrit alors :

$$\sigma_{vm} = \rho g H(x) \cdot \left( 1 + b \frac{r_G}{1 - r_G} r_{rel} + c \frac{r_G}{1 - r_G} r_{rel}^2 \right)$$

avec  $x$  la position horizontale du pilier considéré et  $H(x)$  variant linéairement suivant  $x$ .

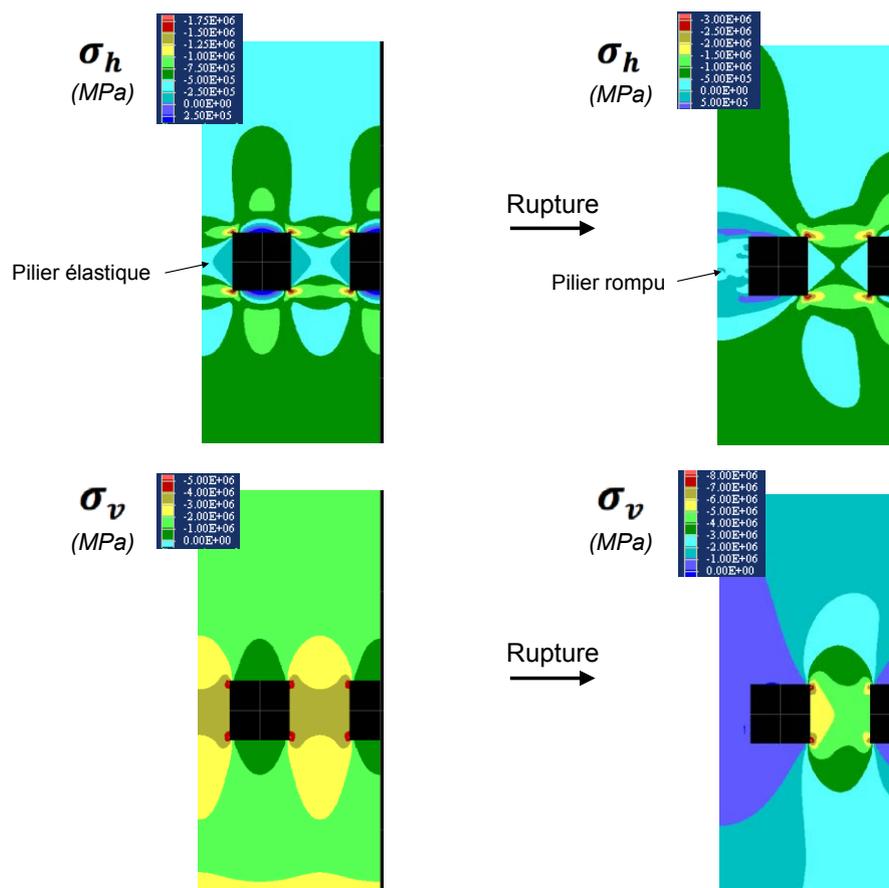
Les résultats de la fonction quadratique et des méthodes *TAT* et *PAT* sont comparés aux résultats numériques dans la figure suivante :



Comme dans le cas d'une mine horizontale sous une surface plate, la fonction quadratique est la méthode la plus précise pour estimer  $\sigma_{vm}$ . L'erreur moyenne est de +3,5% contre +6% et -9% pour la *TAT* et la *PAT*, respectivement. Ces écarts sont semblables à ceux obtenus précédemment dans le cas d'une topographie plate. On remarque toutefois que les trois méthodes ont tendance à sous-estimer la contrainte verticale moyenne des piliers à l'aplomb du point topographique le plus bas et au contraire à surestimer celle des piliers situés à l'aplomb du pont topographique le plus haut. Il y a vraisemblablement un effet de la raideur du recouvrement que nous ne prenons pas en compte avec ces trois méthodes analytiques.

## Annexe 9 : Variation de la contrainte horizontale dans le pilier rompu

La figure suivante représente, en contours de couleur, la distribution des contraintes horizontales et verticales dans le pilier du modèle n°5 (cf. Tableau 3.3, section 3.3) avant et après sa rupture (par écoulement négatif) :



En moyenne, à l'intérieur du pilier, la contrainte horizontale diminue de l'ordre de 1,5 MPa pendant la rupture. La contrainte verticale, quant à elle, diminue d'environ 3 MPa. La variation de contrainte horizontale n'est donc pas négligeable face à la variation de contrainte verticale. On peut faire la même constatation dans le toit et le mur immédiat où la variation de contrainte horizontale est même supérieure à la variation de contrainte verticale. Ceci est probablement à l'origine d'une contribution non-négligeable d'environ 11% des forces horizontales dans l'excès d'énergie cinétique à dissiper lors de la rupture instable du pilier. Cependant, nous ne pouvons pas au stade actuel proposer un modèle plus précis permettant justifier ces 11%.

## Annexe 10 : Base de données d'affaissements et d'effondrements du bassin ferrifère lorrain

Données brutes :

Nom Evénement	Hmin (m)	Hmax (m)	Largeur zone effondrée (m)	hc (m)	c (m)	l (m)	L (m)	re	Sigma (MPa)	SC_Surcharge	Le (m)	Le/hc
Cru_1977	165,00	180,00	320,00	3,80	6,00	11,00	25,00	0,50	10,9	1,21	15,3	4,0
Ang_2009	175,00	175,00	72,00	5,00	6,00	11,00	23,00	0,49	10,3	1,20	14,9	3,0
Roc_2008	190,00	190,00	100,00	3,00	3,00	10,00	37,00	0,29	8,0	1,20	15,7	5,2
Neuf_2012	121,00	145,00	240,00	5,00	5,00	12,00	17,00	0,45	7,9	1,20	14,1	2,8
AFFL_01	254,00	255,00	224,00	5,00	6,00	24,00	24,00	0,36	12,0	1,20	24,0	4,8
Doma_01	245,00	245,00	236,00	5,00	6,00	27,00	27,00	0,33	11,0	1,20	27,0	5,4
Aub_1972	137,00	181,00	244,00	6,00	7,00	11,00	70,00	0,45	11,9	1,45	19,0	3,2
Aub_96_01	160,00	170,00	132,00	6,00	7,00	11,00	70,00	0,45	11,2	1,45	19,0	3,2
Aub_96_02	133,00	170,00	188,00	5,00	6,00	12,00	14,00	0,53	10,9	1,20	12,9	2,6
Mou_1997	104,00	120,00	200,00	3,50	6,00	12,00	12,00	0,55	8,0	1,20	12,0	3,4
Ron_1999	140,00	140,00	66,00	2,50	6,00	6,00	85,00	0,53	8,9	1,20	11,2	4,5
Vil_01	150,00	160,00	286,00	3,00	9,00	11,00	27,00	0,59	9,8	1,00	15,6	5,2
Vil_02	145,00	160,00	282,00	3,00	9,00	11,00	34,00	0,57	9,3	1,00	16,6	5,5
Vil_1985	163,00	166,00	174,00	3,00	8,00	10,00	34,00	0,55	9,2	1,00	15,5	5,2
Esc_01	150,00	165,00	210,00	5,00	5,00	10,00	31,00	0,43	8,7	1,20	15,1	3,0
Esc_02	150,00	155,00	210,00	5,00	5,00	10,00	31,00	0,43	8,2	1,20	15,1	3,0
Esc_03	160,00	165,00	310,00	5,00	5,00	10,00	31,00	0,43	8,7	1,20	15,1	3,0
Esc_04	145,00	155,00	200,00	5,00	5,00	10,00	31,00	0,43	8,2	1,20	15,1	3,0
Roc_03	170,00	170,00	540,00	5,00	5,00	15,00	41,00	0,33	9,2	1,45	22,0	4,4
Roc_04	178,00	184,00	148,00	3,00	3,00	17,00	82,00	0,18	8,1	1,45	28,2	9,4
Sanc_01	211,00	245,00	400,00	3,60	5,00	10,00	12,00	0,53	15,6	1,20	10,9	3,0
Aman_01	147,00	166,00	100,00	3,00	5,00	14,00	28,00	0,37	9,6	1,45	18,7	6,2
Aman_02	155,00	162,00	90,00	3,00	5,00	15,00	26,00	0,37	7,7	1,20	19,0	6,3
Ang_04	170,00	180,00	270,00	5,00	5,00	10,00	31,00	0,43	9,5	1,20	15,1	3,0
Jou_01	217,00	218,00	178,00	5,50	5,50	13,50	24,50	0,42	11,3	1,20	17,4	3,2
Jou_02	203,00	214,00	154,00	5,50	4,50	10,50	10,50	0,50	12,8	1,20	10,5	1,9
Jou_03	207,00	216,00	180,00	6,50	5,00	15,00	45,00	0,32	11,5	1,45	22,5	3,5
Lan_01	228,00	240,00	156,00	5,00	6,00	15,00	30,00	0,36	13,6	1,45	20,0	4,0
Bou_02	210,00	241,00	316,00	4,00	6,00	8,00	25,00	0,54	15,7	1,20	12,1	3,0
Ang_01	179,00	196,00	160,00	4,50	5,00	10,00	95,00	0,37	9,3	1,20	18,1	4,0
Ang_02	188,00	190,00	90,00	4,50	5,00	16,00	44,00	0,32	10,1	1,45	23,5	5,2
Ang_03	188,00	192,00	72,00	4,50	5,00	15,00	54,00	0,31	10,1	1,45	23,5	5,2
Hav_01	188,00	203,00	116,00	4,50	5,00	21,00	49,00	0,27	8,3	1,20	29,4	6,5
Hav_02	190,00	192,00	86,00	4,50	5,00	16,00	50,00	0,31	10,1	1,45	24,2	5,4
Hav_03	193,00	195,00	80,00	4,50	5,00	17,00	70,00	0,28	8,1	1,20	27,4	6,1
Hav_04	191,00	192,00	140,00	4,50	5,00	12,00	45,00	0,36	10,9	1,45	18,9	4,2
Roc_01	179,00	196,00	128,00	4,50	5,00	12,00	16,00	0,46	10,9	1,20	13,7	3,0
Roc_02	183,00	185,00	60,00	4,50	5,00	13,00	22,00	0,41	11,4	1,45	16,3	3,6
Moin_01	154,00	180,00	350,00	3,60	10,00	10,00	90,00	0,55	12,0	1,20	18,0	5,0
Ron_1920	150,00	150,00	56,00	4,00	8,00	6,00	40,00	0,64	12,5	1,20	10,4	2,6
Gir_01	182,00	197,00	102,00	3,50	5,00	13,00	98,00	0,31	8,6	1,20	23,0	6,6
Jar_04	186,00	206,00	190,00	5,00	6,00	19,00	25,00	0,39	10,1	1,20	21,6	4,3
Jar_49_06	204,00	224,00	350,00	3,50	6,50	12,50	13,50	0,56	15,3	1,20	13,0	3,7
Jar_49_07	217,00	224,00	328,00	2,50	13,00	22,00	36,00	0,55	14,9	1,20	27,3	10,9
Jar_49_10	217,00	218,00	114,00	5,00	6,00	15,00	15,00	0,49	10,7	1,00	15,0	3,0
Jar_49_11	213,00	215,00	218,00	5,00	11,00	17,00	22,00	0,59	13,1	1,00	19,2	3,8
Jar_49_12	210,00	230,00	200,00	5,50	19,00	32,00	51,00	0,55	15,3	1,20	39,3	7,2
Jar_49_13	202,00	210,00	270,00	5,00	6,00	15,00	25,00	0,43	11,1	1,20	18,8	3,8
Jar_49_14	192,00	205,00	190,00	6,00	5,00	5,00	92,00	0,53	10,9	1,00	9,5	1,6
Aud_1902	110,00	122,00	136,00	13,50	5,00	4,00	10,00	0,70	10,8	1,00	5,7	0,4
Esc_1919	166,00	170,00	212,00	4,00	6,00	6,00	70,00	0,65	17,6	1,45	11,1	2,8
Roc_1973	178,00	190,00	140,00	4,50	5,00	6,00	13,00	0,62	15,0	1,20	8,2	1,8
Roc_1974	178,00	190,00	140,00	4,50	5,00	7,50	10,00	0,61	14,6	1,20	8,6	1,9
Mou_1940	118,00	134,00	328,00	11,00	8,00	10,00	10,00	0,70	11,2	1,00	10,0	0,9
Ron_1954	137,00	141,00	152,00	7,50	8,00	6,00	15,00	0,72	15,8	1,20	8,6	1,1
Ron_1959	138,00	140,00	300,00	5,00	12,00	12,00	12,00	0,75	16,8	1,20	12,0	2,4
SteMar_1932	153,00	153,00	130,00	5,00	8,00	10,00	12,00	0,65	15,8	1,45	10,9	2,2
Bou_01	240,00	246,00	228,00	4,00	10,00	9,00	30,00	0,65	17,6	1,00	13,8	3,5
Jar_01	204,00	205,00	232,00	5,00	14,00	13,00	15,00	0,75	24,6	1,20	13,9	2,8
Jar_02	194,00	196,00	150,00	5,00	10,00	9,00	14,00	0,72	21,0	1,20	11,0	2,2
Jar_03	195,00	198,00	184,00	5,00	13,00	12,00	14,00	0,75	23,8	1,20	12,9	2,6
Jar_49_01	190,00	225,00	312,00	3,50	7,00	10,00	13,00	0,62	17,8	1,20	11,3	3,2
Jar_49_02	194,00	210,00	300,00	5,00	6,00	12,00	12,00	0,75	25,2	1,20	12,0	2,4
Jar_49_03	192,00	205,00	288,00	4,00	6,00	12,00	14,00	0,65	14,6	1,00	12,9	3,2
Jar_49_04	214,00	224,00	194,00	5,00	6,00	6,00	12,00	0,67	17,0	1,00	8,0	1,6
Jar_49_05	202,00	219,00	542,00	5,00	10,00	13,00	17,00	0,66	19,3	1,20	14,7	2,9
Jar_49_08	215,00	229,00	394,00	5,00	9,00	14,00	14,00	0,63	18,6	1,20	14,0	2,8
Jar_49_09	211,00	212,00	236,00	3,00	5,00	7,00	7,00	0,66	15,6	1,00	7,0	2,3

	Moyenne											
Secteur effondrés	180,5	189,9	242,0	5,5	8,1	9,4	16,5	0,7	17,5	1,2	10,9	2,3
Tous	179,7	190,3	207,7	4,7	6,7	12,3	33,0	0,5	12,6	1,2	16,3	3,8
Secteurs affaissés	179,4	190,5	194,4	4,4	6,2	13,5	39,4	0,4	10,6	1,2	18,4	4,4

Annexe 10 : Base de données d'affaissements et d'effondrements du bassin ferrifère lorrain

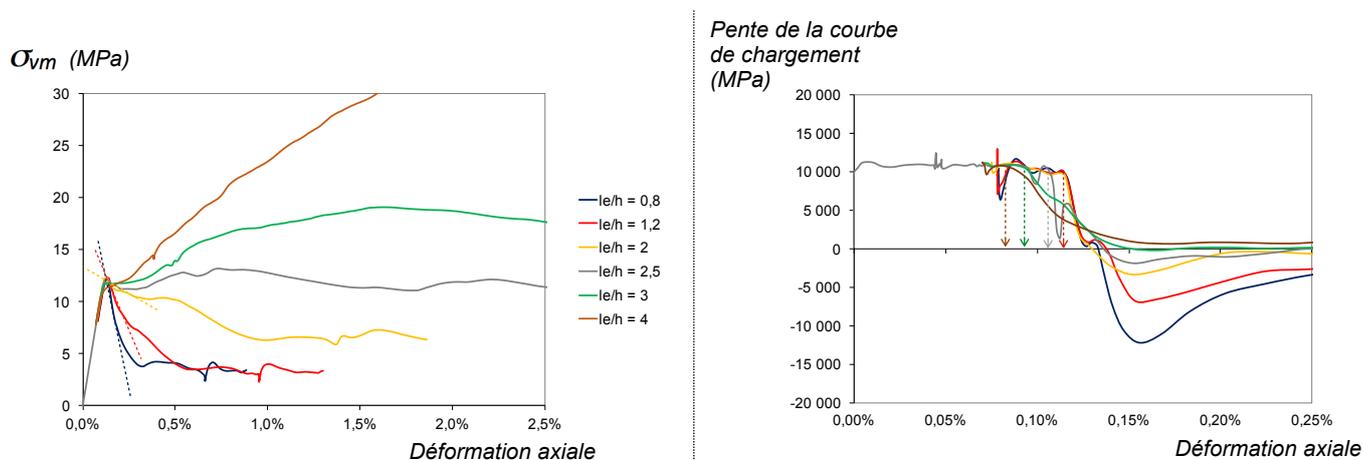
Paramètres mécaniques calculés :

Nom Evénement	Nature de l'événement	Nature avérée ?	Rp (MPa)	FS	Re (MPa)	FSe	rG après report	rrel après report	B	C	Sigma après report (MPa)	Fs après report	kpost (GN/m)	kt (GN/m)	kpost + kt
Cru_1977	Affaissement	Avérée	35	3,2	9	0,8	0,50	1,21	0,34	0,63	12,0	2,9	2608	250	2858
Ang_2009	/	Avérée	19	1,8	10	0,9	0,57	1,09	0,12	1,14	12,8	1,5	-1861	250	-1611
Roc_2008	/	Avérée	35	4,4	7	0,9	0,34	1,32	0,39	0,10	9,4	3,7	7862	250	8112
Neuf_2012	/	Avérée	17	2,1	10	1,3	0,46	1,29	0,41	0,39	8,5	2,0	-2557	250	-2307
AFFL_01	/	Avérée	35	2,9	8	0,6	0,38	1,35	0,42	0,15	13,8	2,5	5944	250	6194
Doma_01	/	Avérée	35	3,2	7	0,6	0,35	1,38	0,40	0,10	12,6	2,8	8512	250	8762
Aub_1972	/	Avérée	22	1,8	10	0,8	0,47	1,25	0,40	0,45	12,5	1,7	-1038	250	-788
Aub_96_01	/	Avérée	22	1,9	10	0,8	0,52	1,13	0,30	0,74	13,4	1,6	-1038	250	-788
Aub_96_02	/	Avérée	15	1,4	10	0,9	0,54	1,21	0,24	0,88	11,5	1,3	-3538	250	-3288
Mou_1997	/	Avérée	28	3,5	9	1,2	0,56	1,20	0,17	1,04	8,9	3,1	74	250	324
Ron_1999	/	Avérée	35	3,9	8	0,9	0,74	0,89	-2,36	5,01	11,9	2,9	4589	250	4839
Vil_01	/	Avérée	35	3,6	7	0,7	0,60	1,17	-0,07	1,48	11,2	3,1	7701	250	7951
Vil_02	/	Avérée	35	3,8	7	0,7	0,58	1,18	0,05	1,26	10,5	3,3	9114	250	9364
Vil_1985	/	Avérée	35	3,8	7	0,8	0,57	1,18	0,10	1,17	11,0	3,2	7448	250	7698
Esc_01	/	Avérée	19	2,2	10	1,1	0,44	1,29	0,42	0,33	9,7	2,0	-1656	250	-1406
Esc_02	/	Avérée	19	2,4	10	1,2	0,44	1,29	0,42	0,33	9,4	2,0	-1656	250	-1406
Esc_03	/	Avérée	19	2,2	10	1,1	0,43	1,31	0,43	0,31	10,0	1,9	-1656	250	-1406
Esc_04	/	Avérée	19	2,4	10	1,2	0,44	1,29	0,42	0,33	9,3	2,1	-1656	250	-1406
Roc_03	/	Avérée	35	3,8	8	0,9	0,33	1,47	0,38	0,08	10,5	3,3	4201	250	4451
Roc_04	/	Avérée	35	4,3	3	0,3	0,27	1,34	0,31	0,03	9,4	3,7	25577	250	25827
Sanc_01	/	Avérée	19	1,2	10	0,6	0,53	1,22	0,27	0,82	17,1	1,1	-1630	250	-1380
Aman_01	/	Avérée	35	3,7	6	0,6	0,43	1,22	0,43	0,30	10,9	3,2	12031	250	12281
Aman_02	/	Avérée	35	4,5	6	0,8	0,44	1,17	0,42	0,34	9,1	3,8	12541	250	12791
Ang_04	/	Avérée	19	2,0	10	1,0	0,44	1,30	0,42	0,31	10,7	1,8	-1656	250	-1406
Jou_01	/	Avérée	22	1,9	10	0,8	0,44	1,29	0,43	0,31	13,2	1,6	-1053	250	-803
Jou_02	/	Avérée	12	1,0	11	0,8	0,51	1,24	0,33	0,66	14,9	0,8	-6429	250	-6179
Jou_03	/	Avérée	29	2,5	9	0,8	0,35	1,38	0,40	0,11	13,2	2,2	215	250	465
Lan_01	/	Avérée	35	2,6	9	0,6	0,40	1,38	0,43	0,20	16,4	2,1	2520	250	2770
Bou_02	/	Non avérée	19	1,2	10	0,6	0,54	1,22	0,22	0,92	17,5	1,1	-1630	250	-1380
Ang_01	/	Non avérée	35	3,8	9	0,9	0,43	1,23	0,43	0,28	10,8	3,3	2611	250	2861
Ang_02	/	Non avérée	35	3,5	7	0,7	0,45	1,07	0,42	0,35	12,4	2,8	7719	250	7969
Ang_03	/	Non avérée	35	3,5	7	0,7	0,55	0,86	0,19	1,00	12,9	2,7	7730	250	7980
Hav_01	/	Non avérée	35	4,2	6	0,7	0,38	1,15	0,42	0,16	9,7	3,6	13363	250	13613
Hav_02	/	Non avérée	35	3,5	7	0,7	0,47	1,00	0,40	0,45	12,6	2,8	8457	250	8707
Hav_03	/	Non avérée	35	4,3	6	0,8	0,56	0,81	0,17	1,04	10,3	3,4	11419	250	11669
Hav_04	/	Non avérée	35	3,2	8	0,8	0,40	1,29	0,43	0,21	13,0	2,7	3421	250	3671
Roc_01	/	Non avérée	20	1,8	10	0,9	0,48	1,24	0,39	0,49	12,3	1,6	-1556	250	-1306
Roc_02	/	Non avérée	35	3,1	9	0,8	0,53	1,04	0,26	0,84	14,2	2,5	944	250	1194
Moin_01	/	Non avérée	35	2,9	8	0,6	0,56	1,20	0,13	1,10	13,5	2,6	6800	250	7050
Ron_1920	/	Non avérée	15	1,2	10	0,8	0,78	0,95	-4,04	7,36	16,9	0,9	-3435	250	-3185
Gir_01	/	Non avérée	35	4,1	6	0,7	0,50	0,95	0,35	0,62	10,6	3,3	13471	250	13721
Jar_04	/	Non avérée	35	3,5	8	0,8	0,41	1,30	0,43	0,23	11,2	3,1	3882	250	4132
Jar_49_06	/	Non avérée	35	2,3	9	0,6	0,56	1,19	0,14	1,10	17,1	2,0	1274	250	1524
Jar_49_07	/	Non avérée	35	2,3	1	0,1	0,56	1,17	0,14	1,08	17,2	2,0	32155	250	32405
Jar_49_10	/	Non avérée	19	1,8	10	0,9	0,52	1,19	0,31	0,72	12,7	1,5	-1760	250	-1510
Jar_49_11	/	Non avérée	35	2,7	9	0,7	0,60	1,16	-0,12	1,59	15,7	2,2	1818	250	2068
Jar_49_12	/	Non avérée	35	2,3	5	0,3	0,61	1,08	-0,20	1,71	18,0	1,9	16002	250	16252
Jar_49_13	/	Non avérée	35	3,2	9	0,8	0,44	1,29	0,42	0,32	12,6	2,8	1450	250	1700
Jar_49_14	/	Non avérée	12	1,1	11	1,0	0,55	1,19	0,19	1,00	12,8	0,9	-7834	250	-7584
Aud_1902	Effondrement	Avérée	12	1,1	13	1,2	0,70	1,12	-1,49	3,74	11,4	1,0	-12788	250	-12538
Esc_1919	/	Avérée	16	0,9	10	0,6	0,65	1,02	-0,61	2,41	17,2	0,9	-2774	250	-2524
Roc_1973	/	Avérée	12	0,8	11	0,7	0,63	1,14	-0,32	1,92	16,9	0,7	-6791	250	-6541
Roc_1974	/	Avérée	12	0,9	11	0,7	0,62	1,14	-0,22	1,76	16,5	0,8	-6448	250	-6198
Mou_1940	/	Avérée	12	1,0	12	1,1	0,70	1,10	-1,43	3,66	12,0	1,0	-10709	250	-10459
Ron_1954	/	Avérée	12	0,7	12	0,7	0,73	1,10	-2,05	4,56	17,4	0,7	-9709	250	-9459
Ron_1959	/	Avérée	14	0,8	10	0,6	0,75	1,09	-2,85	5,70	19,0	0,7	-4328	250	-4078
SteMar_1932	/	Avérée	13	0,8	11	0,7	0,66	1,14	-0,78	2,67	19,4	0,7	-5262	250	-5012
Bou_01	/	Non avérée	29	1,7	9	0,5	0,66	1,13	-0,70	2,55	20,5	1,4	215	250	465
Jar_01	/	Non avérée	16	0,7	10	0,4	0,76	1,08	-2,98	5,89	28,2	0,6	-2677	250	-2427
Jar_02	/	Non avérée	13	0,6	11	0,5	0,73	1,10	-2,14	4,69	24,6	0,5	-5221	250	-4971
Jar_03	/	Non avérée	15	0,6	10	0,4	0,76	1,08	-3,07	6,02	27,2	0,5	-3538	250	-3288
Jar_49_01	/	Non avérée	23	1,3	9	0,5	0,62	1,15	-0,28	1,86	19,2	1,2	-776	250	-526
Jar_49_02	/	Non avérée	14	0,6	10	0,4	0,75	0,89	-2,69	5,47	17,5	0,8	-4328	250	-4078
Jar_49_03	/	Non avérée	23	1,6	9	0,6	0,65	1,00	-0,59	2,37	13,5	1,7	-772	250	-522
Jar_49_04	/	Non avérée	12	0,7	11	0,7	0,67	1,13	-0,92	2,88	19,4	0,6	-7752	250	-7502
Jar_49_05	/	Non avérée	18	0,9	10	0,5	0,66	1,12	-0,74	2,60	21,2	0,9	-1988	250	-1738
Jar_49_08	/	Non avérée	17	0,9	10	0,5	0,63	1,15	-0,38	2,03	21,1	0,8	-2616	250	-2366
Jar_49_09	/	Non avérée	14	0,9	10	0,7	0,66	1,13	-0,74	2,61	18,2	0,7	-4613	250	-4363

## Annexe 11 : Détermination de la limite d'élasticité des piliers du bassin ferrifère lorrain à partir des résultats de modélisation

Pour identifier la **limite d'élasticité des piliers** lors des simulations d'essais de compression (Section 4.3), nous nous sommes basés sur la courbe de chargement obtenue dans le repère contrainte verticale moyenne-déformation axiale moyenne. La **limite d'élasticité correspond** théoriquement au niveau de contrainte auquel la courbe de chargement change de pente pour la première fois. Ce changement de pente n'étant pas facilement visible sur la courbe de chargement, nous avons tracé sa dérivée première. Dans ce repère, le changement de pente est naturellement bien plus visible, bien que des artefacts numériques compliquent la lecture des graphiques comme on peut le voir sur la figure suivante (droite).

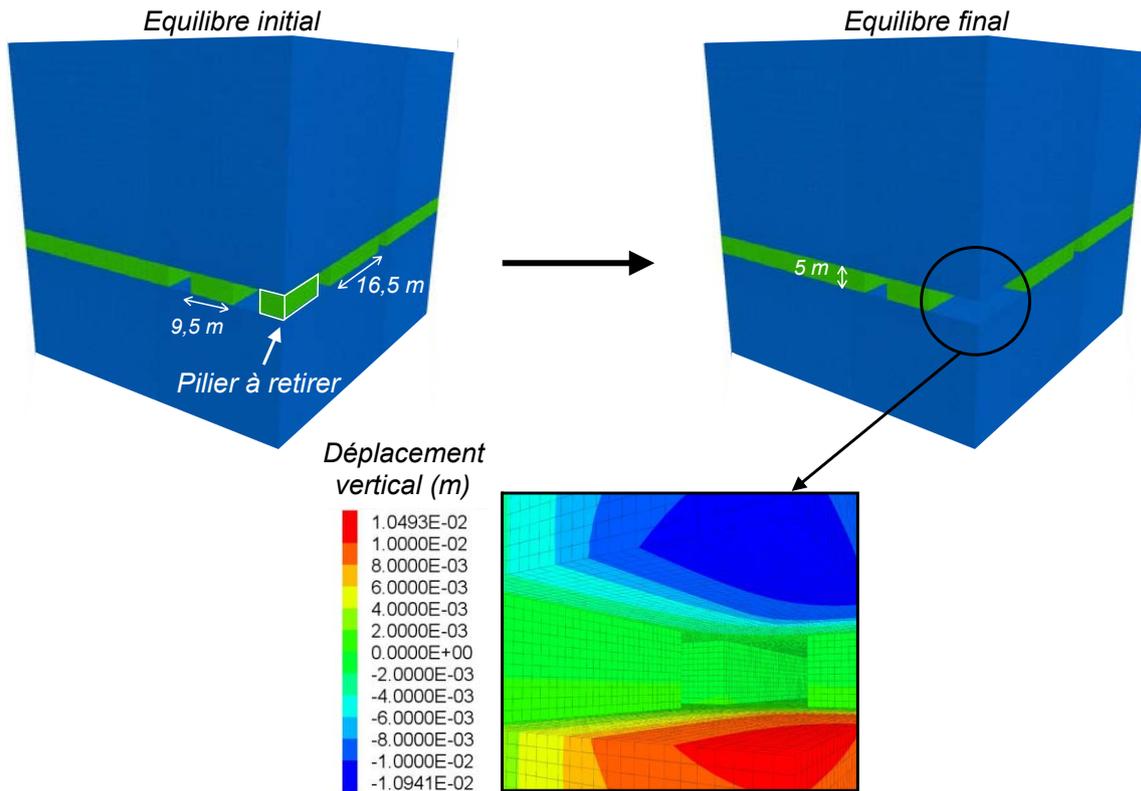
Nous avons donc identifié graphiquement les déformations approximatives pour lesquelles le premier changement de pente est observé (flèches pointillées sur la figure de droite). On voit que la déformation au changement de pente décroît avec le rapport  $l_e/h$  des piliers.



*Courbes de chargements obtenues lors des simulations d'essais de compression (gauche) et pente des courbes de chargement (droite).*

Ces déformations ont ensuite été divisées par le module de Young des piliers (puisque'il s'agit de déformations purement élastiques, avant le changement de pente), pour obtenir les **contraintes verticales moyennes** caractérisant leurs limites d'élasticité  $R_e$ .

## Annexe 12 : Illustration du modèle 3D réalisé pour estimer la raideur moyenne du toit des secteurs présents dans la base de données du bassin ferrifère lorrain



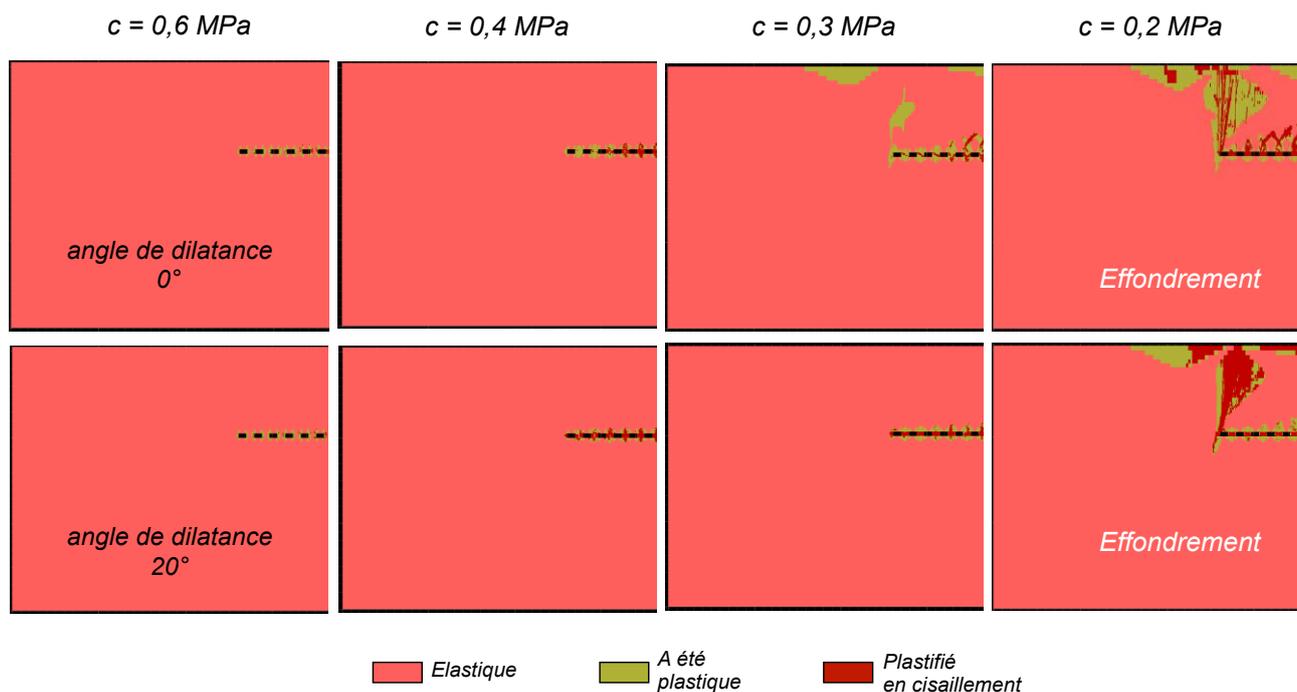
Notons que ces images ne représentent pas la totalité du modèle, dont la profondeur était en réalité de 180 m, mais un zoom sur la zone d'intérêt où un pilier est retiré pour mesurer la déflexion verticale du toit à l'équilibre.

Comme on peut le voir sur la figure ci-dessus, cette déflexion est  $d = 1 \text{ cm}$  en moyenne sur la surface du pilier retiré. Le pilier, avant d'être retiré, était soumis à une contrainte verticale moyenne d'environ 16 MPa, ce qui correspond approximativement à la contrainte tributaire. Cette contrainte correspond à une force verticale moyenne  $F$  qui se calcule telle que :  $F = 16 \text{ (MPa)} \times 16,5 \text{ (m)} \times 9,5 \text{ (m)}$  soit environ 2,5 GN. La raideur locale du toit en flexion  $k_t$  s'obtient en divisant  $F$  par la déflexion moyenne du toit  $d$ , soit :

$$k_t = \frac{F}{d} = \frac{2,500}{0,01} = 250 \text{ GN}$$

## Annexe 13 : Rupture du recouvrement avec et sans dilatance

Le modèle n°4 du Tableau 4.3 (section 4.4) a été reproduit avec un angle de dilatance de  $20^\circ$  contre  $0^\circ$  initialement. Les résultats obtenus à différents niveaux de réduction de la cohésion  $c$  sont comparés dans la figure suivante.



On note que lorsque la dilatance est nulle, le recouvrement commence à se plastifier plus tôt. Cependant, l'effondrement complet du recouvrement se produit au même niveau de réduction de la cohésion pour les deux valeurs très différentes de l'angle de dilatance.

Cette observation nécessiterait d'être faite pour différentes configurations géométriques et géomécaniques afin de pouvoir tirer des conclusions générales, mais elle suggère tout de même que l'angle de dilatance a peu d'effet sur l'occurrence des effondrements dans les conditions que nous avons considérées dans la section 4.4 de la thèse.

## **La rupture brutale des piliers conditionne-t-elle les effondrements miniers ? Approche énergétique par modélisation numérique**

---

A différents endroits du monde, on observe que la méthode d'exploitation minière par chambres et piliers est associée à deux aléas de grande ampleur se manifestant en surface : les affaissements progressifs et les effondrements brutaux. Le bassin ferrifère lorrain est sujet à ces deux types d'aléas notamment depuis la fermeture massive des mines à partir des années 1960. Les effondrements étant plus dangereux que les affaissements, des chercheurs ont développé des méthodes statistiques pour distinguer les zones à risque d'effondrement de celles à risque d'affaissement.

L'objectif de cette thèse est de développer des indicateurs mécaniques capables de faire la même distinction, afin d'améliorer la compréhension physique des phénomènes mis en jeux et de valider les indicateurs statistiques. Nous faisons l'hypothèse que les effondrements et affaissements sont tous deux causés par un endommagement des piliers en profondeur.

Le Chapitre 1 est consacré à une étude bibliographique qui synthétise les connaissances relatives au comportement mécanique des piliers. Nous constatons que les piliers sont caractérisés par deux critères : le facteur de sécurité (résistance en compression/contrainte verticale moyenne) qui détermine s'ils sont susceptibles de se rompre, et un critère de stabilité des piliers en cas de rupture qui s'exprime comme la raideur relative des piliers par rapport à celle de la roche encaissante. Deux limites des approches actuelles sont identifiées : 1) la question de la contrainte verticale moyenne des piliers (dénominateur du facteur de sécurité) a été relativement peu étudiée pour les piliers aux dimensions irrégulières, caractéristiques des anciennes mines ; 2) l'instabilité de la rupture des piliers est évaluée par un modèle 1D proposé dans les années 1960-1970, se basant sur des considérations énergétiques. Ce modèle très courant n'a toutefois fait l'objet que de peu de développements dans des configurations géomécaniques plus réalistes que celle du modèle de départ.

Le Chapitre 2 développe une nouvelle méthode permettant de prendre en compte l'irrégularité géométrique des piliers pour estimer leur contrainte verticale et donc d'avoir une meilleure précision sur l'estimation du facteur de sécurité. Nous introduisons le concept du *taux de défrèvement relatif* et montrons sur la base de résultats de modélisation numérique, qu'une fonction quadratique de ce terme procure une meilleure estimation de la contrainte verticale moyenne que la méthode traditionnelle de l'aire tributaire.

Le Chapitre 3 porte sur l'application d'une méthode originale de modélisation explicite de l'instabilité des piliers, basée l'énergie cinétique. Nous montrons que nos résultats de modélisation en 2D sont compatibles avec le modèle 1D traditionnel. La procédure de modélisation employée permet également de localiser et de quantifier les excès d'énergie cinétique lors de l'instabilité. Les quantités d'énergie cinétique modélisées sont du même ordre de grandeur que les magnitudes de Richter d'énergie sismique typiques des ruptures brutales de piliers réels.

Nous traitons dans le Chapitre 4 la problématique des effondrements du bassin ferrifère lorrain. Nous montrons sur la base de modélisations 3D que les critères de rupture et d'instabilité des piliers permettent de bien y distinguer les zones affaissées et les zones effondrées. Les secteurs affaissés et effondrés sont caractérisés par un facteur de sécurité moyen des piliers inférieur à 1 du point de vue de leur limite d'élasticité. Cependant, les secteurs effondrés se distinguent des secteurs affaissés par un facteur de sécurité moyen des piliers également inférieur à 1 du point de vue de leur pic de résistance. Ceci est confirmé par des modèles numériques simples en 2D, suggérant par ailleurs que les caractéristiques du recouvrement ont peu d'effet sur l'occurrence des effondrements. Certaines études fournissant des conclusions contraires, nous avançons des arguments pour en discuter.

**Mots clés :** Mines, Piliers, Stabilité, Energie cinétique, Modélisation numérique explicite, Effondrements, Bassin ferrifère lorrain

## **What is the role of the brutal pillar failures in the occurrence of mining collapses? Energy approach by numerical modelling**

---

At different locations around the world, the room-and-pillar mining method turns out to be associated with two major types of hazards affecting the surface: the continuous subsidence and the sudden collapse. The Lorraine iron basin (France) have known on many occasions both continuous subsidences and sudden collapses, notably since the decline of the French mining activity in the 1960's. The collapses are more dangerous than the continuous subsidences. This is why researchers and engineers developed statistical methods capable of distinguishing between the sectors subjected to a collapse hazard and those subjected to a continuous subsidence hazard.

The objective of that study is to develop indicators capable of making the same distinction but on the basis of mechanical criteria, for the purpose of improving the understanding of the collapse mechanism and for validating the statistical indicators. The main assumption of this work is that both the continuous subsidences and the collapses are caused by damage of the pillars within the mines.

Chapter 1 presents a literature review concerning the actual knowledge about the pillars mechanical behaviour. We notice that pillars are traditionally characterized by two criteria: the factor of safety (pic compressive resistance/average vertical stress), which determines whether or not pillars are susceptible to fail, and a criterion of stability in case of a failure, which consists of comparing the flexural stiffness of the surrounding rock to the pillars axial stiffness in the post-pic domain of their behaviour. We identify two limits regarding the traditional approaches: i) The question of the average vertical stress has only been little studied in the case of pillars with irregular geometry, which is often the case in old mines; ii) The model allowing to estimate whether or not an instability is susceptible to occur comes from a 1D model proposed in the 1960's and that has never been developed furthermore for being applied to real configurations in various geomechanical conditions.

In Chapter 2, we develop a new method for taking the irregularity of the pillars dimensions into account in estimating their average vertical stress, for the purpose of having a better precision in the factor of safety calculation. We introduce the concept of *relative extraction ratio* and show, on the basis on numerical modelling, that a quadratic function of this ratio is more precise in estimating the average pillar stress than the classical tributary area method.

Chapter 3 is devoted to the development and the application of an original explicit method for modelling pillar instability based on the kinetic energy. We show that the numerical results obtained in 2D configurations are compatible with the traditional 1D model of pillar instability. Moreover, we show how the modelling method we are using helps to locate and to quantify the kinetic energy in excess induced by the instability. The magnitudes of modelled kinetic energies are similar to Richter magnitudes of typical seismic energies recorded during real pillar bursts.

The problem of the Lorraine iron basin collapses is treated in Chapter 4. Based on 3D modelling results, we show that pillar failure and instability criteria are capable of well distinguishing between the sectors affected by collapses and those affected by continuous subsidences in the iron basin. Both the sectors subjected to collapses and continuous subsidences are characterized by a factor of safety lower than one regarding the limit of elasticity. But the collapsed sectors are distinguished by a factor of safety also lower than one regarding the pic compressive resistance. This observation is confirmed by simplified 2D modelling, which suggests, furthermore, that the properties of the overburden have no effect on the occurrence of the collapses. Some studies provide contrary conclusions. So, we propose some points to be discussed.

**Keywords:** Mines, Pillars, Stability, Kinetic energy, Explicit numerical modelling, Collapses, Lorraine iron basin