



**HAL**  
open science

# Lignes de Néel dans les films de grenats à anisotropie perpendiculaire: observation et propagation

Andre Thiaville

► **To cite this version:**

Andre Thiaville. Lignes de Néel dans les films de grenats à anisotropie perpendiculaire: observation et propagation. Autre [cond-mat.other]. Université Paris 11, 1988. Français. NNT: . tel-01623023

**HAL Id: tel-01623023**

**<https://theses.hal.science/tel-01623023v1>**

Submitted on 24 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Orsay  
n° d'ordre :

**UNIVERSITE de PARIS-SUD**  
**Centre d'Orsay**

# THÈSE

*présentée par*

**André THIAVILLE**

*pour obtenir le titre de*

**DOCTEUR EN SCIENCES**

**SUJET**

## **LIGNES DE NEEL DANS LES FILMS DE GRENATS A ANISOTROPIE PERPENDICULAIRE : OBSERVATION ET PROPAGATION**

Soutenue le 21 septembre 1988, devant la Commission d'Examen :

### **JURY**

Président :	M.	J.	FRIEDEL
Rapporteurs :	MM.	A.C.	BOCCARA
		A.	HUBERT
Examineurs :	MM.	F.	BOILEAU
		M.	KLEMAN
		J.	MILTAT



# Remerciements

Franck BOILEAU a proposé le sujet de cette thèse, a veillé à son bon déroulement tant au plan matériel qu'humain. Jacques MILTAT et lui ont assuré la direction scientifique de mon travail. A tous deux j'exprime ma profonde reconnaissance.

Je remercie M. le professeur Jacques FRIEDEL d'avoir accepté de présider le jury.

Pour leur effort de lecture, leurs pertinentes remarques et l'écriture des rapports, j'exprime ma gratitude à M. le professeur Albert Claude BOCCARA und dem Professor Alex HUBERT.

Maurice KLEMAN s'est, depuis le début, constamment intéressé à ce travail et a bien voulu faire partie du jury, je l'en remercie.

Parmi toutes les aides que j'ai reçues, il faut mentionner en premier l'intervention efficace, à un moment critique, de M. le professeur Michel BARGE, d'Anne PRINCE et de leurs équipes, envers lesquels j'ai une dette importante.

L'avancement matériel de mon travail a pu s'effectuer grâce à beaucoup de concours que je tiens à reconnaître. Il s'agit de Georges SAURON (optique), Miguel SARO, Christian PISELLA et Marcel AUDOIN (électronique), André BALDY (petits montages), Yves BRUNEL, Stéphane PISELLA et Gérard TURC (mécanique), Marie-Thérèse DELAYE, Pierre GAUD et Christine LOUIS (technologie), Guy ROLLAND et Christian DENAYER (caractérisation), Marie Françoise ARMAND (matériaux) ainsi que Laure PEYROL, Brigitte GAILLARD et Michèle GRON (secrétariat).

J'ai aussi beaucoup de gratitude, pour des discussions éclairantes et profitables, envers Lucile ARNAUD, Joël MAGNIN, Philippe GERARD, Didier CHALLETON, Hubert MORICEAU, Bernard FERRAND, Jean Claude GAY, Michel OLIVIER, Jean Claude PEUZIN, Hubert JOUVE, Jean Jacques NIEZ ainsi que Jean Claude CANIT, Jacques BADOZ et Jean BILLARD.

Michèle NICOLET a assuré la frappe du document et Henri ARNAUD le tirage des photos, tous deux avec beaucoup de compétence et de disponibilité.



# Avant Propos

L'origine du sujet de la thèse qui suit se trouve du côté des applications. Depuis un an, un petit groupe travaillait sur "la mémoire à lignes de Bloch" à la Division LETI, Service de Microélectronique Magnétique (C.E.A., Institut de Recherche et de Développement Industriel).

Les premières publications sur le sujet datent de 1983. Il s'agit des lignes de Néel verticales, situées dans la paroi de domaines magnétiques en bandes, qui existent dans des films de grenats ferrimagnétiques à anisotropie perpendiculaire (les grenats servant pour les mémoires à bulles). Avec une paire de lignes comme unité d'information, on peut réaliser une mémoire magnétique à l'état solide, de même architecture qu'une mémoire à bulles, et avec une capacité accrue. Mais on ne disposait pas de méthode optique directe pour voir ces lignes. Toutefois, quelques idées existaient, bien que les premiers essais n'aient pas été concluants. L'objectif de la thèse était de trouver une méthode qui rende cette observation possible, et bien sûr de l'utiliser ensuite pour étudier les lignes. Les atouts du LETI, qui travaillait depuis les années 1970 sur les mémoires à bulles, étaient d'avoir un groupe fabriquant des grenats épitaxiés (avec une réserve de différentes compositions) et de posséder un certain savoir-faire en optique (caractérisation des matériaux et adaptation des microscopes à l'observation des domaines magnétiques). L'achat d'un microscope nouveau (à balayage laser) était à l'étude. Enfin, le LETI possède des moyens de fabrication de microélectronique, de caractérisation physique et magnétique des matériaux, ainsi que de nombreux électroniciens. Sans parler de l'environnement du Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble et du Polygone Scientifique.

Notre première approche a été d'apprendre la magnéto-optique, d'étudier pourquoi on arrive à observer certaines structures et pas d'autres. A l'issue de cette phase, deux méthodes possibles d'observation des lignes étaient retenues : une méthode en polarisation circulaire utilisant l'effet magnéto-optique du deuxième ordre et une méthode en lumière inclinée fondée sur l'effet du 1er ordre, et développée sur le microscope nouveau.

Puis nous avons entrepris la mesure des effets magnéto-optiques dans les films de grenats. Il a fallu recourir à la technique de modulation de polarisation. A cette occasion, nous avons développé une vision géométrique (sans trop de calculs) de la méthode. Les grenats de type ValTm, élaborés au LETI quelques années plus tôt pour faire des afficheurs magnéto-optiques, ont montré de très bonnes caractéristiques en effet du 1er ordre et du 2ème ordre. C'est avec ces matériaux que nous avons travaillé.

Nous avons alors commencé à étudier la méthode par effet du deuxième ordre, sur banc d'optique.

Lorsque le microscope à balayage laser est arrivé, nous sommes passés à l'autre méthode. Les premiers tests en lumière inclinée n'ont pas été concluants. Les mesures photométriques ont montré que la diffraction au niveau de la paroi, que nous négligions dans notre réflexion initiale, était importante. Et puis, à force de travailler en lumière inclinée (au niveau de la reprise du faisceau), nous sommes passés en fond noir. Il est

apparu que, dans les parois des bulles possédant deux lignes (la manière la plus sûre d'avoir des lignes assez localisées), des "objets" étaient vus qui répondaient à un champ magnétique dans le plan. Au début, seul l'objet noir apparaissait, avec un comportement assez énigmatique. Puis, en changeant le réglage du diaphragme et en observant des domaines à courbure de paroi moindre (des bulles allongées, des bandes) un autre objet blanc est devenu visible. Enfin, lorsque nous avons obtenu des bandes bien parallèles, orientées perpendiculairement au champ plan qui sert à les nucléer, de très belles photos ont pu être faites, où il était évident que les objets étaient bien des lignes. Le comportement en champ magnétique statique correspondait bien à la théorie. Pour expliquer le contraste noir et blanc d'une ligne, nous avons construit un modèle assez plausible à partir des idées de diffraction (fond noir) et d'interférences constructives ou destructives conduisant aux contrastes majoritairement blancs ou noirs.

A ce stade il a fallu faire un choix. Nous avons décidé de ne pas étudier plus avant la méthode par effet du deuxième ordre, poursuivant sur celle qui avait déjà fourni des résultats positifs. Nous avons aussi choisi de ne pas trop raffiner les calculs de contraste avec le modèle (vis à vis de l'expérience), et de ne pas poursuivre le travail optique vers une observation des lignes en réflexion.

La dernière partie de nos travaux a donc concerné l'étude des lignes. Comme le ValTm est un matériau à forte coercivité, nous avons mis l'accent sur la coercivité mesurée avec les lignes. La propagation gyrotropique des lignes a été notre préoccupation majeure. Faut de technique d'observation directe, il n'existait que peu de résultats à ce sujet. De plus, c'est un phénomène qui n'est pas complètement clair théoriquement. Les expériences ont été laborieuses. Il a fallu développer un système fournissant les impulsions de champ qui soit assez performant pour qu'enfin une zone soit trouvée où la propagation gyrotropique semble se produire. Ce système a aussi permis d'accéder au régime non linéaire, avec nucléation dynamique des lignes.

Voici donc la progression de nos travaux. Le plan de la thèse est bâti en conséquence.

Le chapitre I, assez long, introduit les concepts de magnétisme que nous utilisons. Il a été écrit à partir de la littérature pour la plus grande part. Nous avons jeté un regard critique sur les équations plus ou moins phénoménologiques utilisées habituellement, afin de connaître leur domaine de validité, les hypothèses qu'elles supposent, et peut-être comment il faudra les améliorer. C'est donc un chapitre touffu et peu satisfaisant pour qui attend des vérités clairement exposées (sauf peut être dans les parties B et D).

Le chapitre II introduit les notions d'optique et de magnéto-optique nécessaires. Il est très classique et assez court. L'origine atomique des effets magnéto-optiques n'est pas très creusée, mais ce n'est pas une question facile dont on puisse dire qu'elle est parfaitement résolue.

Le chapitre III expose nos travaux en optique. La partie plus théorique est consacrée à notre formulation, à l'aide de la sphère de Poincaré, de la mesure par modulation de polarisation. La partie expérimentale consiste en des mesures d'effets magnéto-optiques dans des films de grenats. L'accent est mis sur les effets qui perturbent les mesures. Nous n'avons pas fait de mesures exhaustives d'effets magnéto-optiques, en fonction de la longueur d'onde, de la composition, etc... En fin de chapitre, on trouvera nos premières idées et essais concernant la solution par effet du 2ème ordre.

Dans le chapitre IV sont présentées les expériences de visualisation des lignes en fond noir anisotrope. Les diverses vérifications concernant le comportement optique et magnétique des lignes sont illustrées.

En partant de la description usuelle des effets magnéto-optiques dans les équations de Maxwell, nous construisons un modèle du contraste des lignes. Il reproduit bien les contrastes qualitativement. Des calculs numériques d'images sont proposés.

Le chapitre V contient les résultats de nos expériences sur le comportement magnétique des lignes. Elles sont préliminaires, et nous n'avons pas assez de données pour dégager des lois expérimentales, à comparer à la théorie. Il faudrait probablement en faire sur un autre matériau que le ValTm, qui n'est pas d'assez bonne qualité. Mais les ordres de grandeur de la théorie la plus simple sont en accord avec ce que nous observons.

## NOTATIONS UTILISEES

Les symboles en gras indiquent des tenseurs. Le plus souvent ce sont des vecteurs ; quelques matrices existent aussi.

Les symboles en italiques indiquent des opérateurs (de la mécanique quantique) ou des fonctionnelles d'énergie (les densités d'énergie sont en lettres droites).



Den vordantz hat man mir gefan  
 Dann ich on nutz vil bücher han  
 Die ich nit lyf/ vnd nyt verstan



## Von vnnutzē buchern

Das ich sytz vornan in dem schyff  
 Das hat wortsich eynd sundren gryff  
 On vrsach ist das nit gethan  
 Vff myn libry ich mysch verlan

Von büchern hab ich grossen hort  
 Verstand doch drynn gar wenig wort  
 Vnd hast sie dennacht in den eren  
 Das ich inn wil der fliegen weren  
 Wo man von künsten reden düt  
 Sprich ich / do heym hab ichs fast güt  
 So mit lof ich benügen mich  
 Das ich vil bücher vor mir sych/  
 Der künig Ptolomeus stelt  
 Das er all bücher het der welt  
 Vnd hylet das für eyn grossen schatz  
 Doch hat er nit das recht gefaz  
 Hoch kund dar vß berichten sich  
 Ich hab vil bücher ouch des glich  
 Vnd lys doch gantz wenig dar inn  
 Worvns wolt ich brechen myn synn  
 Vnd mit der ler mich vffumbren fast  
 Wer vil stüdiert / würt ein fantast  
 Ich mag doch sunst wol sin eynd here  
 Vnd lonen eym der für mich ler  
 Ob ich schon hab eyn groben synn  
 Doch so ich by geferten bin  
 So kan ich jta sprechen jo  
 Des tütichen orden bin ich fro  
 Dann ich gar wenig kan latin  
 Ich weys das vinū heysset win  
 Gucklus ein gouch / stultus eyn dor  
 Vnd das ich heysß domne doctor  
 Die oren sint verborgen mit  
 Man säß sunst bald eins mullers thier

## **CHAPITRE I**

# **Magnétisme et structures magnétiques**



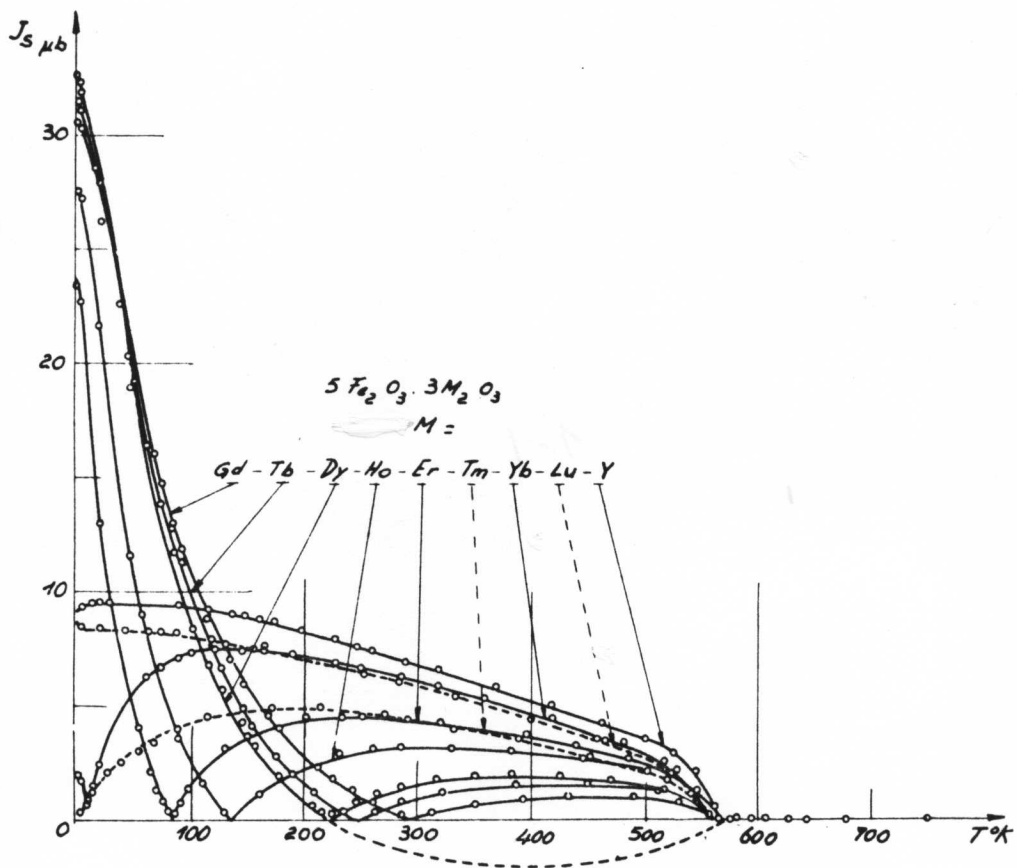
# CHAPITRE I

## **Magnétisme et structures magnétiques**

### **Introduction**

Ce chapitre pose les bases de la partie magnétisme de notre travail . La représentation du matériau au travers de différents termes d'énergie du système de spins y est introduite. Puis les structures statiques simples sont présentées : domaines, parois, lignes et points. Diverses approximations permettent de les calculer. Enfin la dynamique est abordée : c'est là où existent le plus de questions ouvertes. Là encore plusieurs modèles permettent d'approcher par différentes voies la réalité.

Pour pouvoir discuter les équations phénoménologiques utilisées, nous avons estimé nécessaire de passer en revue la compréhension microscopique des phénomènes, c'est-à-dire au niveau atomique (Appendice A).



**Fig. 1-1**

Moments à saturation de grenats de terres rares [Pauthenet, 1956].  
 Les échantillons sont polycristallins, et les moments donnés pour deux unités de formule

# A. Le matériau

## 1. Le grenat magnétique

C'est en 1956 que Bertaut et Forrat [Bertaut, 1956] ont découvert les oxydes (isolants) magnétiques de structure grenat : La maille (cubique  $1a_3d$ , groupe  $O_h^{10}$ ) contient 8 unités de formule du type  $R_3 M_3 M'_2 O_{12}$  (le grenat naturel est  $Ca_3 Al_2 Si_3 O_{12}$  ou  $Ca_3 Al_2 Mn_3 O_{12}$ ). On obtient un composé magnétique en prenant pour M et M' du fer. Les revues de Huber [1970] et Hansen [1978b] contiennent la plupart des paramètres physiques des grenats. Les atomes se situent à des positions particulières de la maille. Les sites tétraédrique (d) (où se trouve M) et octaédrique [a] (où se trouve M') peuvent accueillir des petits ions. Le site dodécaédrique {c} (où se trouve R) accepte des ions de rayon ionique plus grand (terres rares par exemple, voir [Geller, 1960]). La structure complexe de la maille du grenat autorise une grande variété de substitutions pour R, M et M', et en fait son intérêt.

Les grenats magnétiques ayant une utilisation dans les mémoires à bulles magnétiques sous forme de films monocristallins, plusieurs méthodes pour en fabriquer ont été étudiées : découpe et polissage d'une lame tirée du cristal massif, dépôt chimique en phase vapeur (CVD), synthèse hydrothermale [Ferrand, 1976], et surtout l'épitaxie en phase liquide (LPE) [Linares, 1968]. Pour le dépôt, le substrat est lui même un grenat non magnétique,  $Gd_3 Ga_5 O_{12}$  (GGG) le plus souvent, préparé en lames monocristallines d'environ 500  $\mu m$  d'épaisseur par la première méthode. L'épitaxie en phase liquide, sur du GGG orienté (111), a été employée pour la croissance des échantillons étudiés dans notre travail. L'épaisseur épitaxiée varie de 1 à 10  $\mu m$  de grenat magnétique, pourvu que le désaccord des mailles ne soit pas trop grand (typiquement  $\leq 0.01 \text{ \AA}$  alors que la maille du GGG a un côté de 12.383  $\text{\AA}$ ). Shick [1971] et surtout Moriceau [1981] montrent quelles sont les limites dans la perfection et l'homogénéité des films de grenat.

Les grenats obtenus ont une aimantation qui varie fortement avec la température et la composition (fig.1-1). [Pauthenet, 1958] a montré qu'on reproduisait très bien ce comportement en supposant que le matériau est ferrimagnétique à trois sous-réseaux. Le couplage le plus fort est antiferromagnétique entre les sous-réseaux d et a, c'est lui qui détermine la température de Curie ( $T_c \approx 560K$  dans un grenat où le fer n'est pas substitué). Le sous-réseau c est, plus faiblement, couplé antiferromagnétiquement au réseau d (ce qui fait qu'il influe peu sur  $T_c$ ). L'autre couplage est encore plus faible. Pour simplifier, on peut faire masse des sous-réseaux d et a et les remplacer par un sous-réseau à un atome de fer par unité de formule, qui est ferromagnétique. Le réseau c s'aimante paramagnétiquement dans le champ d'échange du réseau de fer. Ce modèle simplifié est bien valable à température ambiante, comme l'a montré Pauthenet [1958]. Alors que Pauthenet utilisait des échantillons polycristallins, Geller a refait les mesures pour des monocristaux. Sa revue [Geller, 1978] fait le point sur les propriétés structurales et magnétiques des monocristaux. Quelques différences avec Pauthenet apparaissent à basse température.

Pour les structures magnétiques que nous étudions, l'aimantation varie lentement à l'échelle atomique (la longueur minimum est  $\approx 1000 \text{ \AA}$ , soit 50 à 100 mailles). Nous décrivons donc l'aimantation par un vecteur  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  dans un modèle continu. Considérons maintenant les termes d'énergie qu'il faut prendre en compte pour décrire le comportement de l'aimantation.

## 2. Termes d'énergie

### 2a. Echange

L'interaction conduisant à l'alignement des sous-réseaux peut être décrite par une somme de hamiltoniens effectifs (de Heisenberg) de la forme :

$$\mathcal{E}_{\text{ech}} = -J \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2. \quad (1.A.1)$$

Pour le cristal à trois sous-réseaux, on a donc dans ce modèle un hamiltonien général (toujours invariant par rotation).

$$\mathcal{E}_{\text{ech}} = -\frac{1}{2} \sum_{\text{sites } r_i} \sum_{r_j} J(r_i - r_j) \mathbf{S}(r_i) \cdot \mathbf{S}(r_j) \quad (1.A.2)$$

Dans lequel  $J(r_i - r_j)$  dépend (voir [Pauthenet, 1956] et [Huber, 1970])

- des sous-réseaux auxquels  $r_i$  et  $r_j$  appartiennent ( $J$  est très grand entre les deux sous-réseaux [a] et [d])

- de la distance entre  $r_i$  et  $r_j$  ( $J$  décroît assez rapidement avec la distance ; par exemple dans une interaction par recouvrement d'orbitales la décroissance est exponentielle avec une distance caractéristique plus petite que la maille).

Dans l'hypothèse des grandes longueurs d'onde on peut supposer que tous les spins dans une maille sont parallèles (ou antiparallèles).

Dénotons par  $\mathbf{m}$  le vecteur unitaire le long de l'aimantation ; alors (voir l'Appendice A pour la relation spin-moment magnétique)

$$\mathbf{S}(r_i) = S(r_i) \mathbf{m}(R_i)$$

pour tous les  $r_i$  dans la maille repérée par  $R_i$ , et donc (1.A.2) devient, à une constante près,

$$\mathcal{E}_{\text{ech}} = -\frac{1}{2} \sum_{\text{mailles } R_i} \sum_{\text{mailles } R_j} J'(R_i - R_j) \mathbf{m}(R_i) \cdot \mathbf{m}(R_j) \quad (1.A.3)$$

$J'$  est une moyenne des interactions entre les différents types de spins, d'une maille à l'autre. Compte tenu de la taille de la maille on peut prendre  $J'=0$  au delà des premiers voisins. Il faut alors que  $J'$  soit positif entre premiers voisins pour avoir un corps aimanté macroscopiquement.

Pour passer au modèle continu on écrit

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(R_j) &= \mathbf{m}(R_i + a \mathbf{e}_\alpha) \\ &= \mathbf{m}(R_i) + a(\nabla \mathbf{m}) \mathbf{e}_\alpha + \frac{a^2}{2} (\nabla \nabla \mathbf{m}) \mathbf{e}_\alpha \mathbf{e}_\beta + \dots \end{aligned} \quad (1.A.4)$$

( $\mathbf{e}_\alpha$  désignant les directions de premiers voisins du réseau de Bravais, et  $a$  la maille du cristal cubique)

Puisque  $m^2 = 1$ ,  $\mathbf{m} \cdot \nabla \mathbf{m} = 0$  donc à l'ordre le plus bas dans les variations de  $\mathbf{m}$  (une autre constante est oubliée)

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ech}} &= -\frac{a^2}{4} J' \sum_{R_i} \sum_{\alpha, \beta} \mathbf{m}(R_i) \cdot (\nabla \nabla \mathbf{m}) \mathbf{e}_\alpha \mathbf{e}_\beta \\ &= -\frac{a^2}{2} J' \sum_{R_i} \mathbf{m}(R_i) \cdot \Delta \mathbf{m} \end{aligned} \quad (1.A.5)$$

car  $\mathbf{e}_\alpha$  et  $-\mathbf{e}_\alpha$  sont directions de premiers voisins.

Dans le modèle continu, (1.A.5) peut se récrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ech}} &= -\frac{J'}{2a} \int \mathbf{m} \cdot \Delta \mathbf{m} d^3r \\ &= +\frac{J'}{2a} \int (\nabla \mathbf{m})^2 d^3r \end{aligned} \quad (1.A.6)$$

où  $(\nabla \mathbf{m})^2 = \sum_i \sum_j \left( \frac{\partial m_i}{\partial x_j} \right)^2$

(l'intégrale de surface  $\int_{\partial V} \mathbf{m} \cdot \nabla \mathbf{m} dS$  vaut zéro car  $\mathbf{m}$  est de module 1).

$J' / 2a$  est noté  $A$  la constante d'échange. Elle vaut quelques  $10^{-7}$  erg/cm pour nos matériaux.

## 2b. anisotropie

Les cristaux massifs, ainsi que les films, ont des directions particulières selon lesquelles ils s'aimantent facilement. Une énergie d'anisotropie, variant avec l'orientation de vecteur unitaire  $\mathbf{m}$ , en rend compte. ([Hansen, 1978a] est une référence générale). Nous laissons de côté dans cette présentation deux sources "externes" d'anisotropie :

- ◆ Ce qu'on appelle anisotropie de forme existe dès que le volume aimanté n'est pas sphérique, car le champ démagnétisant voit son intensité varier quand la direction de  $\mathbf{m}$  varie. Le calcul de l'énergie magnétostatique prend cet effet en compte (§ 2c).
- ◆ L'anisotropie due à l'existence de contraintes (essentiellement une différence de paramètre de maille entre le film et le substrat), met en jeu le phénomène de magnétostriction, qui sera étudié en §2d.

Subsistent alors deux sources "internes" d'anisotropie : l'anisotropie cristalline qui est liée à la structure cristalline du matériau, et l'anisotropie induite par la croissance. Faute



d'une théorie ab initio de l'anisotropie, nous exposerons les différents modèles, plus ou moins phénoménologiques, qui expliquent les effets rencontrés.

R	T (K)	$K_1(10^3 \text{ erg cm}^{-3})$	$K_2(10^3 \text{ erg cm}^{-3})$
Y	4.2	— 24.8	— 2.3
	77	— 22.1	— 2.1
	295	— 6.1	— 0.05
Sm	4.2	— 40 000 (a)	—
	77	— 1 430	2 100
	295	— 17.4	—
Eu	4.2	— 400	— 156
	293	— 38	—
Gd	4.2	— 241	— 3.7
	80	— 44	— 3.5
	320	— 4.1	— 1.0
Tb	78	— 480	— 4 900
	80	— 760	— 7 600
	300	— 8.2	—
Dy	80	— 970	+ 214
	300	<— 5	—
Ho	4.2	— 12 000	—
	78	— 800	— 270
	300	<— 5	—
Er	4.2	+ 9 000	+ 50 000
	77	+ 36	—
	293	— 2.9	—
	300	— 6.0	—
Tm	77	— 30 (— 210)	(+ 100)
	293	— 5.8 (— 11)	~ 0
Yb	4.2	— 6 700 (a)	+ 8 000 (a)
	80	— 38.5	+ 60 (a)
	300	— 6.1	—

(a) Extrapolated from small substitutions.

Tableau 1-1

Constantes d'anisotropie  $K_1$  et  $K_2$  pour des grenats  $R_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  [Hansen, 1978a]

Nom matériau	formule	$a_f - a_g$ (Å)	$h$ (μm)	$4\pi M_s$ (G)	$K_u$ (erg/cm <sup>3</sup> )	$l$ (μm)	$\alpha$	$\theta_F$ (deg/μm)
VaITm55A	(Gd <sub>1.4</sub> Tm <sub>0.4</sub> Pr <sub>0.2</sub> Bi <sub>1.0</sub> ) (Fe <sub>4.6</sub> Ga <sub>0.4</sub> ) O <sub>12</sub>	0.015	7.5	185	9800	0.776	0.1	1.7 à 633 nm
BiLY74	(Y <sub>2.15</sub> Lu <sub>0.3</sub> Bi <sub>0.55</sub> ) (Fe <sub>3.8</sub> Ga <sub>1.15</sub> Lu <sub>0.05</sub> ) O <sub>12</sub>	0.006	5.3	188	17000	0.63	0.02	0.4 à 633 nm
SmYG31	(Y <sub>2.45</sub> Sm <sub>0.15</sub> Bi <sub>0.4</sub> ) (Fe <sub>3.7</sub> Ga <sub>1.3</sub> ) O <sub>12</sub>	0.003	2.2	110	3000	0.56	0.1	0.2 à 633 nm 1.5 à 514 nm

Tableau 1-4  
Paramètres des matériaux

◆ Le premier modèle s'applique à un ion magnétique isolé, placé dans un potentiel ayant une certaine symétrie, qui s'appelle champ cristallin. Ce potentiel lève en partie la dégénérescence des niveaux orbitaux. Le couplage spin-orbite entraîne alors une variation d'énergie avec l'orientation du moment magnétique de l'ion (Appendice A). Ce modèle rend bien compte des anisotropies cristallines observées [Hansen, 1978a].

Dans le cas des grenats cubiques, on a à l'ordre le plus bas, et avec une bonne précision, une énergie de la forme.

$$E_{an}^c = K_1 (\alpha^2 \beta^2 + \beta^2 \gamma^2 + \gamma^2 \alpha^2) + K_2 \alpha^2 \beta^2 \gamma^2 \quad (1.A.7)$$

$\alpha, \beta, \gamma$  sont les cosinus directeurs de  $\mathbf{m}$  le long des axes du cube,  $K_1$  et  $K_2$  deux constantes d'anisotropie cubique.  $K_1$  et  $K_2$  dépendent beaucoup de l'ion considéré (valeur du moment orbital, du couplage spin-orbite), comme le montre le tableau 1-1.

Les ions magnétiques concernés sont le fer, et les terres rares quand elles sont magnétiques.

Dès que le grenat n'est pas pur (plus d'une seule espèce chimique par type de site), l'anisotropie de croissance intervient. La cinétique de croissance crée un ordre dans les espèces (substituants) qui vont sur le même type de site. La température de surfusion du bain, qui détermine la vitesse de croissance, influe sur cette mise en ordre : Pfeiffer [1977] en donne un modèle. L'anisotropie de croissance peut être "effacée" en effectuant un recuit à haute température qui permet aux substituants de diffuser et perdre leur ordre.

Ainsi, dans le cadre du premier modèle, la présence de substituants non magnétiques, sur les sites du fer ou des terres rares magnétiques, peut créer de l'anisotropie de croissance. En effet ces derniers modifient la symétrie du potentiel cristallin, quand ils sont ordonnés. Callen [1974] montre que ce sont plutôt les ions  $Fe^{3+}$  en site d qui sont affectés.

◆ Le deuxième modèle (modèle d'échange anisotrope) rend compte des fortes anisotropies de croissance associées à un mélange de terres rares en site c, certaines étant magnétiques.

Les terres rares magnétiques interagissent par superéchange avec le fer, surtout dans les sites d pour lesquels les angles c - O - d sont le plus voisins de  $180^\circ$  (voir par exemple [Geller, 1978] p. 5). L'échange (1.A.1) est isotrope, et ne représente peut être pas bien l'interaction c - O - d. La dépendance selon la direction de l'interaction, la plus simple qu'on puisse ajouter, est de la forme (interaction pseudo dipolaire).

$$J_1 \left( (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{u}_{12}) (\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{u}_{12}) - \frac{1}{3} \right) \quad (1.A.8)$$

où  $\mathbf{u}_{12}$  est le vecteur unitaire dans la direction de la paire 1-2,  $J_1$  un coefficient phénoménologique dépendant de l'ion terre rare et de son site.

L'anisotropie totale se calcule en sommant (1.A.8) sur les différents ions de terres rares et sites dodécaédriques. Pour une occupation au hasard de ces sites, aucune anisotropie n'existe. Mais comme l'ont fait remarquer Callen [1971a] et Rosencwaig [1971a], les sites c se présentent sous deux configurations différentes pour une molécule qui arrive sur la surface en cours de croissance. Dans ces conditions un type de site peut accueillir plus facilement un ion plus encombrant qu'un autre, ce qui crée une mise en ordre (partielle).

T	r(Å)	a <sub>0</sub> (Å)	T <sub>c</sub> (K)	4πM <sub>s</sub> (G)	λ <sub>111</sub> [10 <sup>-6</sup> ]	λ <sub>100</sub> [10 <sup>-6</sup> ]	λ' [10 <sup>-7</sup> s.G.Oe]
La Ce Pr Nd Pm	1.18 1.14 1.12	Ces grenats n'existent pas					- - 12 - -
Sm	1.09	12.530	578	1675	-8.5	+21.0	12.0
Eu	1.07	12.498	566	1172	+1.8	+21.0	+2.1
Gd	1.06	12.479	564	56	-3.1	0.0	0.52
Tb	1.04	12.447	568	198	+12	-3.3	48.0
Dy	1.03	12.408	563	376	-5.9	-12.6	26.0
Ho	1.02	12.380	567	882	-4.0	-3.4	42.0
Y *	1.015	12.376	553	1767	-2.4	-1.4	0.52
Er	1.00	12.349	556	1241	-4.9	+2.0	7.0
Tm	0.99	12.325	549	1397	-5.2	+1.4	1.2
Yb	0.98	12.291	548	1555	-4.5	+1.4	4.2
Lu	0.97	12.277	549	1815	-2.4	-1.4	0.52

Tableau 1-2

Propriétés des grenats purs T<sub>3</sub>Fe<sub>5</sub>O<sub>12</sub>

**Notations** : r : rayon ionique de T<sup>3+</sup> en coordinance VIII, a<sub>0</sub> : paramètre de maille, T<sub>c</sub> : température de Curie, 4πM<sub>s</sub> : aimantation à saturation à 300 K. Ces données sont reprises de [Ferrand, 1976] et les suivantes de [Eschenfelder, 1980]. λ<sub>111</sub> et λ<sub>100</sub> : coefficients de magnétostriction à 300K, λ' : paramètre d'amortissement de Landau.

\* Y n'est pas une terre rare.

Les deux auteurs cités diffèrent sur le mécanisme de répartition des ions sur les sites {c} qu'ils invoquent. Callen [1971a] prend en compte l'encombrement stérique : un type de site est plus "ouvert" que l'autre. Rosencwaig [1971a] regarde l'orientation de la liaison c - O - d ou c - O - a par rapport à la direction de croissance. Mais tous deux donnent la même symétrie pour l'anisotropie, comme le fait remarquer Rosencwaig [1971b]. L'anisotropie calculée par (1.A.8) en sommant sur les sites montre alors une composante résultante non cubique. Pour une croissance selon (111), la symétrie permet de prévoir une forme.

$$E_{an}^G = -K_u \left( \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\sqrt{3}} \right)^2 \quad (1.A.9)$$

pour l'énergie d'anisotropie [Callen, 1971b].

La sélectivité entre les sites à l'origine de  $K_u$  est très faible (de l'ordre du %, [Rosencwaig, 1971a]). Pour un grenat à 2 terres rares  $\{A_x B_{3-x}\} Fe_5 O_{12}$  elle est proportionnelle à  $x(3-x)$  dans les deux mécanismes, ce que retrouve aussi Pfeiffer [1977] et que l'expérience confirme.

Eschenfelder [1978] a généralisé cette phénoménologie, dans le cas  $\{A_x^i\} (Fe_{5-y} D_y) O_{12}$  à :

$$K_u = \left( \sum_{i,j} K^{ij} x_i x_j \right) \frac{A}{A_0} \quad (1.A.10)$$

(où A est la constante d'échange mesurée, affectée par les substituants diamagnétiques D sur les sites du fer).

Au vu du Tableau 1-2, (1.A.10) est simplifiée en ne retenant que les paires qui contiennent les gros ions Sm et Eu. Le Tableau 1-3 [Eschenfelder, 1980] donne des valeurs des  $K^{ij}$ .

La relation (1.A.10) n'est pas vérifiée dans tous les cas [Eschenfelder, 1980].

Par exemple Moriceau [1981], pour un grenat {Y Sm Lu}, trouve que la formulation d'Eschenfelder n'est pas très adéquate. Il propose une formule où la concentration de Sm est au carré, alors que celles en Y et Lu sont à la puissance 1 comme dans (1.A.10). Le motif est que le rayon ionique de  $Sm^{3+}$  est nettement plus grand que ceux de  $Y^{3+}$  et  $Lu^{3+}$  (Tableau 1-2).

Hansen [1984] a étudié {Y Bi} où  $Bi^{3+}$  n'est ni une terre rare ni un ion magnétique, mais où on sait qu'il existe une forte anisotropie de croissance. Elle est comprise dans un modèle où  $Bi^{3+}$  s'ordonne sur les sites c et affecte le champ cristallin de  $Fe^{3+}$ . Mais alors que pour {Y Lu} la dépendance en  $x(3-x)$  est bien observée [Callen, 1974] (Lu n'est pas magnétique non plus), ici c'est une anisotropie proportionnelle à la concentration en Bi qui est trouvée, bien au delà de la zone où  $x(3-x) \approx 3x$ . Notons que  $Bi^{3+}$  a un très gros rayon ionique 1.11 Å [Shannon, 1969], à la limite de ce que permet le grenat. Il est possible dans ce cas que sa sélectivité de site c soit très forte. Si Bi ne va que sur un type de site c on obtient bien alors une dépendance linéaire en x.

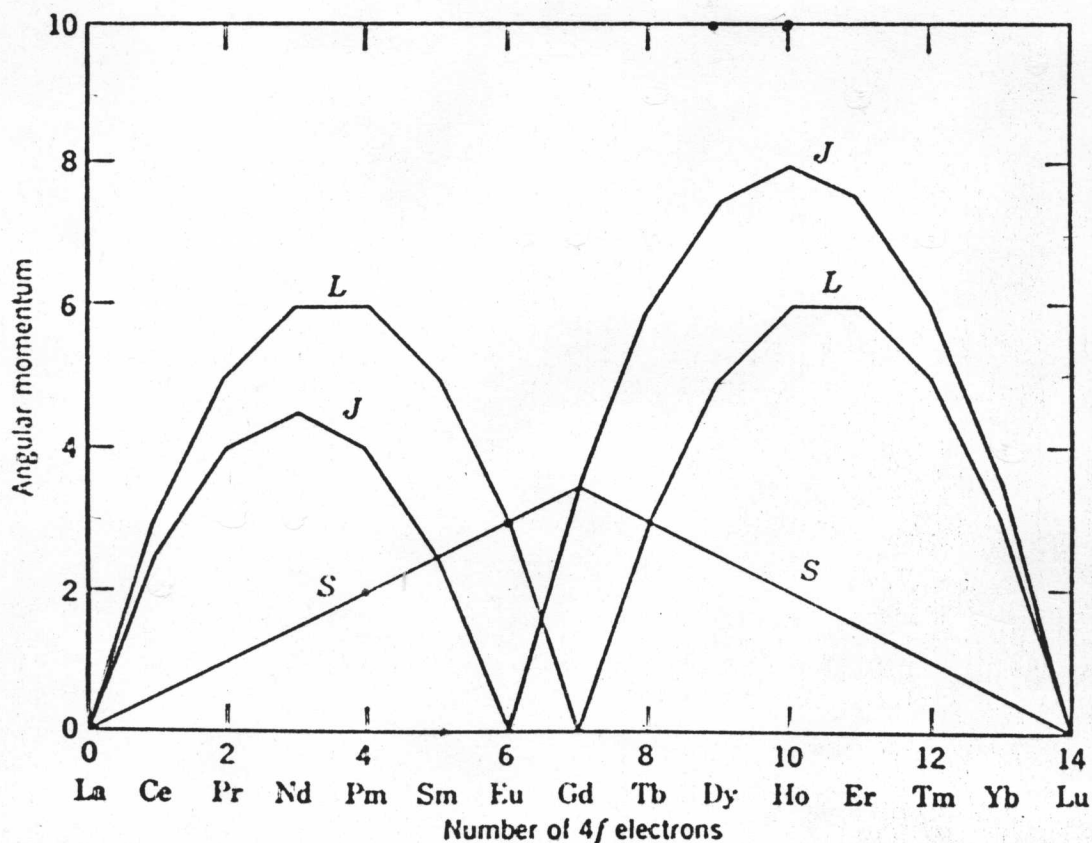


Fig. 1-3

Valeurs de S, L et J pour les ions trivalents de la série des lanthanides

Ion	$r[\text{\AA}]$	Sm 1.09		Eu 1.07	
		$\Delta r_{ij}$	$K_{ij}[10^4]$	$\Delta r_{ij}$	$K_{ij}[10^4]$
Lu	0.97	0.12	14	0.10	10.5
Yb	0.98			0.09	8
Tm	0.99	0.10	9.5	0.08	6
Y	1.015	0.075	3.3	0.055	1
Ca	1.12	-0.03	0	-0.05	0
La	1.18	-0.09		-0.11	
Pb	1.29	-0.20		-0.22	

Tableau 1-3

Coefficients d'anisotropie  $K_{ij}$  d'après [Eschenfelder, 1980]

Une mesure directe de l'ordre des substituants permettrait notablement d'éclaircir la question (et de permettre la prévision de l'anisotropie peut être ...).

En conclusion, dans tous les modèles et mécanismes, l'anisotropie se décrit, à l'ordre le plus bas, comme une somme sur les différentes espèces chimiques, pondérée par leur différence d'occupation des différentes configurations des sites (sélectivité). La force de la contribution d'un ion ne change pas fondamentalement d'un modèle à l'autre : les ions à grands moments orbitaux sont très sensibles aux variations de la symétrie. (Ainsi Pauthenet [1959a] a montré que pour les terres rares à  $L \neq 0$ , et à basse température, le moment orbital pouvait être bloqué : la sensibilité au réseau a vaincu le couplage spin-orbite). Les terres rares sont dans ce cas (à quelques particularités près), avec de plus un fort couplage spin-orbite car les électrons sont bien localisés. Par contre  $Fe^{3+}$  a  $L=0$  et a des orbitales 3d plus étalées. On comprend alors que le jeu des substitutions, particulièrement sur les sites {c}, crée de grosses anisotropies.

Pour nos matériaux,  $K_U \approx 10^4 \text{ erg/cm}^3$  est donc plus grand que  $K_1$  (et  $K_2$  a fortiori). Il donne une direction de facile aimantation normale au film, qui permet l'existence de domaines cylindriques appelés bulles.

## 2c. Energie magnétostatique

La présence d'une aimantation  $\mathbf{M}$  dans le matériau crée un champ magnétique  $\mathbf{H}$  dans tout l'espace.

Dans le système CGS magnétique (que nous utiliserons), les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \\ \text{div } \mathbf{B} = 0 \\ \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} \end{array} \right. \quad (1.A.11)$$

Où  $\mathbf{B}$  est l'induction magnétique et  $\mathbf{j}$  la densité de courant.

(1.A.11) est la limite statique des équations de Maxwell. Nous négligeons les phénomènes de propagation car les mouvements des parois se font à des vitesses inférieures au km/s.

Dans (1.A.11), et dans la pratique, on voit que  $\mathbf{H}$  a deux sources : l'aimantation qui crée un champ appelé champ démagnétisant (ou champ de fuite), et les courants qu'on fait circuler dans des conducteurs extérieurs pour créer le champ appliqué. Il est donc utile de considérer deux problèmes.

$$\left| \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{H}_a = \mathbf{j} \\ \text{div } \mathbf{H}_a = 0 \end{array} \right. \quad (1.A.12)$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{H}_D = 0 \\ \text{div } (\mathbf{H}_D + 4\pi\mathbf{M}) = 0 \end{array} \right. \quad (1.A.13)$$

$$\text{et } \mathbf{H} = \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_D$$

(1.A.12) se résout par la formule de Biot et Savart,

$$\begin{cases} \mathbf{H}_a = \text{rot } \mathbf{A} & \text{avec } \text{div} \mathbf{A} = 0 \\ \Delta \mathbf{A} = -\mathbf{j} \end{cases} \quad (1.A.14)$$

(1.A.13) se résout de manière similaire

$$\begin{cases} \mathbf{H}_D = -\text{grad } V \\ \Delta V = -[\text{div } (4\pi \mathbf{M})] \end{cases} \quad (1.A.15)$$

(1.A.15) est similaire à l'équation de l'électrostatique, où  $\mathbf{H}_D$  joue le rôle du champ électrique,  $V$  celui du potentiel et  $-\text{div } (4\pi \mathbf{M})$  celui de la densité de charges. Ainsi, le terme de charges magnétiques est employé. Pour un échantillon magnétique  $\Omega$  fini ces charges seront de deux types :

- ◆ les charges volumiques dans  $\Omega$  :  $-\text{div } (4\pi \mathbf{M})$
- ◆ les charges surfaciques sur  $\partial\Omega$  :  $+4\pi \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$  ( $\mathbf{n}$  étant la normale  $\partial\Omega$ , orientée vers l'extérieur).

Pour calculer l'énergie magnétostatique liée à la présence de  $\mathbf{M}$  dans le volume, prenons l'approche usuelle où  $\mathbf{M}$  se construit en apportant des moments  $d\lambda \mathbf{M}(r)$  depuis l'infini en tous les points  $r$  de  $\Omega$ .

Le travail à fournir pour passer de  $\lambda$  à  $\lambda + d\lambda$  vaut

$$- \int_{\Omega} \mathbf{H}_{\lambda}(r) \cdot d\lambda \mathbf{M}(r) d^3r$$

Dans  $\mathbf{H}_{\lambda}$  la partie  $\mathbf{H}_a$  est indépendante de  $\lambda$  alors que la partie  $\mathbf{H}_D$  est proportionnelle à  $\lambda$ , donc en intégrant de  $\lambda = 0$  à  $\lambda = 1$  il vient (densité d'énergie magnétostatique)

$$E_m = -\mathbf{H}_a \cdot \mathbf{M} - \frac{1}{2} \mathbf{H}_D \cdot \mathbf{M} \quad (1.A.16)$$

Energie Zeeman $E_Z$	Energie démagnétisante $E_D$
----------------------------	------------------------------------



avec

$$\mathbf{H}_D(\mathbf{r}) = - \int_{\Omega} \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \operatorname{div} \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d^3 \mathbf{r}' + \int_{\partial \Omega} \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \mathbf{M}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' \quad (1.A.17)$$

La plupart des problèmes de calcul des structures magnétiques viennent de l'énergie démagnétisante. Elle fait intervenir une somme double sur  $\Omega$ , avec des forces à longue portée.

### Facteur de qualité

Considérons un film magnétique de surface infinie et d'épaisseur finie (fig.1-2). L'axe facile est normal au film. Cherchons l'état d'aimantation uniforme qui minimise l'énergie.

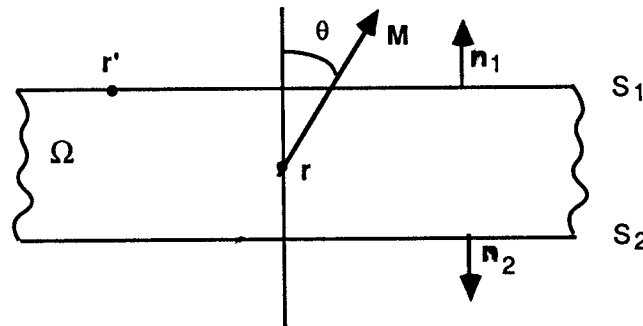


Fig. 1-2  
Champ démagnétisant dans un film aimanté uniformément

Si  $M_s$  est la valeur de l'aimantation, et  $\theta$  son angle avec la normale, on a par unité de volume du film

$$E_{an} = K_u \sin^2 \theta$$

$\mathbf{H}_D$  peut être calculé par (1.A.15)

$$\mathbf{H}_D = M_s \cos \theta \left( \int_{S_1} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' - \int_{S_2} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' \right)$$

or par symétrie  $\int_{S_1} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' = \mathbf{n}_1 \int_{S_1} \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' =$  l'opposé de

l'angle solide sous lequel  $S_1$  est vue de  $\mathbf{r}$ , qui vaut  $-2\pi$ .

Donc  $\mathbf{H}_D = -4\pi M_s \cos \theta \mathbf{n}_1$

pour tout  $\mathbf{r}$  dans  $\Omega$

et 
$$E_{an} + E_D = \frac{2\pi M_s^2 + K_u}{2} + \frac{2\pi M_s^2 - K_u}{2} \cos 2\theta$$

Définissons 
$$Q = \frac{K_u}{2\pi M_s^2} \quad (1.A.18)$$

appelé facteur de qualité.

Pour  $Q > 1$  l'énergie calculée est minimale à  $\theta = 0$  ou  $\pi$  alors que pour  $Q < 1$  l'aimantation se couche ( $\theta = \pi/2$ ). L'étude présente porte sur des films satisfaisant  $Q > 1$  (typiquement  $Q = 4$ ), où l'anisotropie est assez forte pour vaincre le champ démagnétisant.

On utilise aussi souvent la quantité

$$H_k = \frac{2K_u}{M_s} \quad (1.A.19)$$

appelée champ d'anisotropie. La condition  $Q > 1$  est équivalente à  $H_k > 4\pi M_s = |HD|$ .

## 2d. énergie magnétoélastique

Le mécanisme à l'origine de l'anisotropie permet de comprendre qu'il existe une interaction entre aimantation et déformations du réseau. Dans le modèle de l'ion isolé, la cause en sera la modification du champ cristallin. Dans le modèle d'échange anisotrope, les positions des ions ayant changé la somme des interactions pseudo dipolaires va être modifiée, donc aussi l'anisotropie. On ne peut donc pas considérer l'énergie d'anisotropie comme seule fonction de  $\mathbf{m}$  ; le tenseur des déformations  $\epsilon$  intervient aussi et donc :

$$E(\mathbf{m}, \epsilon) = E_{an}(\mathbf{m}) + E_{me}(\mathbf{m}, \epsilon) + E_{el}(\epsilon) \quad (1.A.20)$$

$E_{an}$  est l'énergie d'anisotropie du cristal non déformé,  $E_{el}$  est l'énergie élastique du cristal non magnétique, et  $E_{me}$  le couplage entre les deux variables  $\mathbf{m}$  et  $\epsilon$ , appelé énergie magnétoélastique.

La minimisation de (1.A.20) à  $\mathbf{m}$  fixé conduit à une valeur non nulle de  $\epsilon$  : cette déformation du corps magnétique est appelée magnétostriction.

A l'inverse, si une contrainte est appliquée au matériau magnétique, elle crée une déformation qui par le biais de  $E_{me}$  rajoute un terme à l'anisotropie : c'est ce qui est appelé anisotropie de contrainte.

♦ **La phénoménologie de la magnétostriction** est très semblable à celle de l'anisotropie (les deux d'ailleurs sont souvent traitées en même temps). Aux anisotropies cristalline et de croissance correspondent des magnétostrictions cristalline et de croissance. Elles sont aussi calculées en faisant des sommes sur les espèces chimiques.

Le modèle de l'ion isolé prédit une magnétostriction assez importante. Chikazumi [1964] en donne une idée qualitative dans son chapitre sur l'anisotropie. Si le champ cristallin laisse des niveaux dégénérés, le champ de symétrie moindre créé par la déformation pourra lever cette dégénérescence. L'aimantation en sera affectée (mais de manière assez complexe, voir l'Appendice A). Hansen [1978a] donne des diagrammes de niveaux d'énergie des ions (du type fer ou terre rare), dans un champ cristallin déformé, en fonction de l'orientation du moment magnétique. On y voit bien une anisotropie ; elle vient en partie du champ trigonal utilisé pour déformer le champ cristallin cubique.

Toutefois, il n'y a pas encore eu de calcul complet de la magnétostriction, tant des ions de terres rares en {c} que des fer en (d) et [a]. La difficulté vient en partie de la faible séparation des niveaux de l'ion, ce qui fait qu'à température ambiante beaucoup sont peuplés. Néanmoins, à l'ordre le plus bas, la symétrie cubique impose à la magnétostriction cristalline la forme suivante:

$$E_{me}^c = B_1 \left( \epsilon_{xx} \left( \alpha^2 - \frac{1}{3} \right) + \epsilon_{yy} \left( \beta^2 - \frac{1}{3} \right) + \epsilon_{zz} \left( \gamma^2 - \frac{1}{3} \right) \right) + B_2 (\epsilon_{xy} \alpha\beta + \epsilon_{yz} \beta\gamma + \epsilon_{zx} \gamma\alpha)$$

(1.A.21)

( $\epsilon_{ij}$  sont les composantes du tenseur des déformations, dans les axes du cube).

Dans l'état paramagnétique, (1.A.21) vérifie  $\langle E_{me} \rangle = 0$  : c'est la condition de trace nulle, qui est naturelle au vu de la définition (1.A.20). On voit aussi que le coefficient de  $\text{tr}\epsilon = (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz})$  est nul : il n'y a pas de changement de volume de l'échantillon à cet ordre. En pratique l'effet de magnétovolume, sauf dans des cas très particuliers, est négligeable [Hansen, 1978a].

Au lieu de  $B_1$  et  $B_2$  les deux constantes magnétoélastiques, les coefficients de magnétostriction sont plutôt utilisés :

$$\lambda_{111} = \frac{\delta l}{l} \quad \text{selon } [111] \text{ quand } \mathbf{m} // [111] \text{ est fixé}$$

$$\lambda_{100} = \frac{\delta l}{l} \quad \text{selon } [100] \text{ quand } \mathbf{m} // [100] \text{ est fixé}$$

La relation de passage est

$$\left| \begin{array}{l} \lambda_{100} = \frac{-2}{3} \frac{B_1}{C_{11} - C_{12}} \\ \lambda_{111} = \frac{-1}{6} \frac{B_2}{C_{44}} \end{array} \right. \quad (1.A.22)$$

si on prend les constantes d'élasticité cubiques; ou

$$\left| \lambda_{100} = \frac{-2}{3} \frac{B_2}{2\mu} \right.$$

$$\lambda_{111} = \frac{-1}{6} \frac{B_2}{2\mu}$$

avec les constantes d'élasticité isotropes, une bonne approximation dans le cas des grenats.

Le Tableau 1-2 donne les magnétostrictions pour des grenats purs. La figure 1-3 donne l'état L, S, J calculé par les règles de Hund pour des ions 3+ en l'absence de champ cristallin. Y<sup>3+</sup>, qui a comme Lu<sup>3+</sup>, L=S=J=0 ne contribue pas à la magnétostriction, donc seuls les ions Fe<sup>3+</sup> comptent pour YIG et Lu IG, donnant une magnétostriction assez faible. Les 4 ions Sm<sup>3+</sup>, Eu<sup>3+</sup>, Tb<sup>3+</sup> et Dy<sup>3+</sup> qui sont au milieu de la série de part et d'autre de Gd<sup>3+</sup>, ont les plus grandes magnétostrictions. L'ordre de grandeur est 1 à 10 10<sup>-6</sup>, donc des déformations très faibles par rapport à certains matériaux amorphes où λ va jusqu'à 10<sup>-2</sup>.

Contrairement au cas de l'anisotropie, les mesures n'ont pas mis en évidence de forte magnétostriction de croissance.

On pourrait attendre a priori que la mise en ordre partielle des substituants donne aussi lieu à une magnétostriction de croissance. La symétrie qu'elle devrait avoir, uniaxiale, a été discutée par Szymczak [1979]. Pour une direction de croissance [111] il prévoit une forme à 4 coefficients :

$$\begin{aligned} E_{me}^G = & A_1 \left[ \epsilon_{xx} \left( \alpha^2 - \frac{1}{3} \right) + \epsilon_{yy} \left( \beta^2 - \frac{1}{3} \right) + \epsilon_{zz} \left( \gamma^2 - \frac{1}{3} \right) \right] + A_2 (\epsilon_{xy} \alpha\beta + \epsilon_{yz} \beta\gamma + \epsilon_{zx} \gamma\alpha) \\ & + A_3 \left[ \epsilon_{xx} \beta\gamma + \epsilon_{yy} \alpha\gamma + \epsilon_{zz} \alpha\beta + \epsilon_{xy} \left( \gamma^2 - \frac{1}{3} \right) + \epsilon_{yz} \left( \alpha^2 - \frac{1}{3} \right) + \epsilon_{zx} \left( \beta^2 - \frac{1}{3} \right) \right] \\ & + [A_4 (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) - A_2 (\epsilon_{xy} + \epsilon_{yz} + \epsilon_{zx})] (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) \quad (1.A.23) \end{aligned}$$

Les deux premiers termes ont la même forme que ceux de la magnétostriction cubique. Muller [1979] a aussi poursuivi cette piste, en utilisant l'interaction pseudo-dipolaire (1.A.8) afin de prévoir des ordres de grandeur. Dans certains cas cet effet devrait être visible. Des expériences de nucléation de domaines, qui sont très sensibles aux différentes énergies en jeu, s'expliqueraient bien par une telle magnétostriction [Yang, 1976]. Les constantes supplémentaires qu'ils calculent ne valent qu'une fraction de celles du YIG. Il est donc très possible que cet effet n'ait pas été vu, les mesures de magnétostriction sur les films n'étant pas très précises.

Schématiquement, on peut dire que la perte de symétrie due à la croissance décale l'énergie d'anisotropie mais ne change pas sa dérivée en fonction des déformations.

Si on admet que seule la magnétostriction cristalline compte, qui est décrite par le modèle de l'ion isolé, alors il suffit de faire des combinaisons linéaires en fonction de l'occupation des différents sites pour calculer la magnétostriction d'un grenat substitué [White, 1973].

### ◆ Anisotropie de contrainte due au désaccord de maille

Une différence de maille entre substrat et film  $\Delta a = a_f - a_s$ , si elle est assez faible et le film pas trop épais, ne nuit pas à la perfection du cristal. Le substrat exerce une contrainte plane pour que le film s'accommode au substrat. La variation totale de distance interréticulaire (la différence initiale à laquelle s'ajoute celle de la contrainte plane) est mesurée aux rayons X par exemple, notons la  $(\Delta d)_\perp$ . (On a  $\left(\frac{\Delta d}{d}\right)_\perp = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\frac{\Delta a}{a}\right)$ , avec  $\nu$  le coefficient de Poisson).

Elle induit par magnétostriction une variation d'anisotropie uniaxiale :

$$\Delta K_u = 3\lambda_{111}\mu \left(\frac{\Delta d}{d}\right)_\perp \quad (1.A.24)$$

Par exemple, si  $\Delta a = 0.01 \text{ \AA}$  (film à trop grosse maille),  $\Delta K_u = -4500 \text{ erg/cm}^3$  (nous avons utilisé les constantes du YIG  $\mu = \mu_{\text{YIG}} = 1/4 C_{44} = 0.766 \cdot 10^{12} \text{ erg/cm}^3$ ,  $\lambda_{111} = \lambda_{111}^{\text{YIG}} = -2.4 \cdot 10^{-6}$ ).

Cette source d'anisotropie n'est donc pas du tout à négliger.

## 2e. Aimantation à saturation

Avant de passer au micromagnétisme, il convient d'examiner la validité d'une de ses hypothèses de base, à savoir

$$\mathbf{M} = M_s \mathbf{m} \quad (1.A.25)$$

: le module de l'aimantation est constant quelle que soit la structure magnétique, il dépend seulement du matériau et de la température.

L'idée est que l'excès d'énergie associé à un défaut de l'ordre magnétique (paroi, ligne, point) est faible devant le gain d'énergie associé au ferrimagnétisme.

Pour estimer le coût d'une déviation de  $M = |\mathbf{M}|$ , considérons une densité d'énergie libre (comme fait Landau)

$$E_M = -aM^2 + bM^4 \quad (1.A.26)$$

Le minimum est à

$$M_s = \sqrt{\frac{a}{2b}}$$

avec un gain d'énergie à la transition paramagnétique  $\rightarrow$  ferromagnétique valant

$$\Delta E_M = -\frac{a^2}{4b} = -a \frac{M_s^2}{2} \quad (1.A.27)$$

Pour estimer a et b, introduisons la susceptibilité qui vaut  $\frac{dM}{dH} = \frac{1}{4a}$  dans le modèle (1.A.26)

$$\text{Donc } \Delta E_M = \frac{-M_s^2}{8\chi} = \frac{p^2}{a^3(\text{nm})} \left(\frac{1}{\chi}\right) \left(\frac{\text{mole}}{\text{cm}^3}\right) \times 8.1 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^3$$

où p est le nombre de magnétons de Bohr par unité de formule, et a la taille de la maille en nanomètres.

Avec les données de [Huber, 1970], il vient

$$\Delta E_M^{\text{YIG}} = 57.5 \cdot 10^8 \text{ erg/cm}^3$$

$$\Delta E_M^{\text{YbIG}} = 7.3 \cdot 10^8 \text{ erg/cm}^3$$

Les grenats que nous utilisons sont des aimantations plus faibles que celle du YIG ( $4\pi M_s = 1767 \text{ G}$  à 300 K), de l'ordre de 100 à 200 G.

D'où l'estimation  $\Delta E_M \approx 10^8 \text{ erg/cm}^3$

Considérons maintenant une structure magnétique, de densité d'énergie  $E(\mathbf{m})$  dépendant de l'orientation de  $\mathbf{m}$ . Si M varie, il est cohérent de prendre  $(M/M_s)^2 E(\mathbf{m})$  comme fonctionnelle d'énergie.

La minimisation de  $E_M + (M/M_s)^2 E(\mathbf{m})$  reste donc séparée en deux variables  $\mathbf{m}$  et M, avec de manière immédiate

$$M(\mathbf{m}) = M_s \sqrt{1 - \frac{E(\mathbf{m})}{2 \Delta E_M}} \quad (1.A.28)$$

Or nous allons voir (§IB) que  $E \approx Ku$  ( $\approx 10^4 \text{ erg/cm}^3$  ici), donc la correction à M est bien inférieure au %.

Il est donc justifié (et ce parce que 300K est loin de  $T_c \approx 560 \text{ K}$ ), de prendre  $|\mathbf{M}| = M_s$ . Le champ d'échange est grand devant le champ appliqué, le champ d'anisotropie, le champ démagnétisant.

### 3. Matériaux utilisés

Les caractéristiques des matériaux utilisés lors de notre étude sont données dans le tableau 1-4. Le grenat appelé ValTm, contenant beaucoup de Bi, a un trop gros paramètre de maille pour pouvoir être épilaxié sur GGG ; un substrat (GGG : Ca Mg Zr, fabricant VALVO) ayant une plus grande maille a donc été utilisé.

Tous les films ont été élaborés par le groupe matériaux magnétiques de la D. LETI. Les grenats BiLY et Sm YG ne comportent quasiment pas de terres rares magnétiques (Sm est peu aimanté à 300K, voir tableau 1-2). Pour le ValTm ce n'est pas le cas. Il contient Gd, qui a la plus forte influence sur l'aimantation (tableau 1-2), ainsi que Tm et Pr. Cela explique qu'avec seulement 0.4 de gallium pour diluer le fer l'aimantation soit si faible : le matériau est notablement compensé.

Le tableau 1-4 provient des mesures effectuées par le groupe matériaux magnétiques.

La composition chimique est mesurée après la croissance (ce n'est pas celle du bain). Les paramètres de maille sont obtenus par diffraction des rayons X. L'épaisseur du film est mesurée par interférométrie. A partir de la mesure de la largeur des domaines en bandes parallèles, et du champ de collapse (disparition) des bulles, l'aimantation à saturation  $4\pi M_s$  ainsi que la longueur caractéristique  $l$  (voir sa définition §1B) sont calculés. L'expérience de résonance ferromagnétique donne accès à  $K_u$  et  $\alpha$ . Nous avons mesuré à part la rotation Faraday du matériau.

## B. Micromagnétisme statique

Nous allons maintenant présenter diverses structures qu'autorisent les termes d'énergie entrant en jeu. Les concepts du micromagnétisme sont clairement introduits dans [Brown, 1970], alors que les premières idées sont de P. Weiss, F. Bloch, L.D. Landau et E. Lifschitz. Hubert [1974] a poussé assez loin, analytiquement et numériquement, cette théorie du micromagnétisme dans ses aspects statique et dynamique.

Les hypothèses de ses calculs sont :

- température bien inférieure à la température de Curie
- structures magnétiques de taille grande devant la maille de cristal.

Dans pratiquement tous les calculs, nous négligerons les petites corrections dues à la magnétostriction, ainsi qu'à l'anisotropie cubique.

La fonctionnelle d'énergie considérée s'écrit alors

$$\mathcal{E} = \int_V (E_{\text{ech}} + E_{\text{an}} + E_Z + E_D) d^3r \quad (1.B.1)$$

Dans un repère où  $z$  est la normale au film, ces différents termes ont pour expressions :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\text{ech}} = A(\nabla \mathbf{m})^2 \\ E_{\text{an}} = K_U(m_x^2 + m_y^2) \\ E_Z = -M_s \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{m} \\ E_D = -M_s/2 \mathbf{H}_D \cdot \mathbf{m} \end{array} \right. \quad (1.B.2)$$

$\mathbf{H}_D$  étant solution de (1.A.13),  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_s \mathbf{m}(\mathbf{r})$  avec  $|\mathbf{m}| = 1$ .

Tous les matériaux étudiés vérifient

$$Q = \frac{K_U}{2\pi M_s^2} > 1,$$

les structures de paroi sont déterminées principalement par l'anisotropie et non par le champ démagnétisant. Elles sont simples par rapport à celles qui existent quand  $Q < 1$  (décrites dans [Hubert, 1974] par exemple).



# 1. Domaines et parois

Raisonnons en l'absence de champ appliqué :  $H_a = 0$

$E_{ech}$  est minimale pour  $m$  uniforme,  $E_{an}$  l'est pour  $m$  selon Oz ; avec une bonne approximation on a alors

$$H_D = -4\pi m \quad \text{d'où} \quad E_D = 2\pi M_s^2 = 1600 \text{ erg/cm}^3 \text{ pour } 4\pi M_s = 200 \text{ G}$$

Pour nos échantillons en plaque, où l'épaisseur est la petite dimension,  $\mathcal{E}$  pourra être réduite en constituant des domaines. Ainsi  $H_D$  sera diminué dans tout le volume au prix d'une énergie ( $E_{ech} + E_{an}$ ) à dépenser dans les zones de transition, appelées parois.

## 1a. Paroi à une dimension

Nous reproduisons le détail du calcul de F. Bloch, car il est très utile. Supposons que l'épaisseur  $h$  du film soit infinie, afin d'éliminer les charges magnétiques de surface. Nous voulons trouver la structure d'une paroi plane (fig. 1-4).

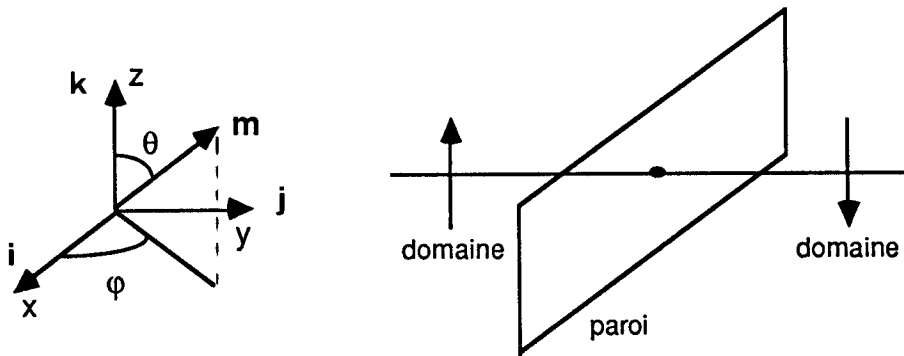


Fig. 1-4  
Définition des axes de coordonnées

Dans ce cas  $m$  ne dépend que de la coordonnée  $y$  ; donc aussi  $H_D$ . (1.A.13) devient alors

$$\frac{d}{dy}(H_D^y + 4\pi M_s m_y) = 0$$

$$\text{de solution } H_D = -4\pi M_s m_y \quad (1.B.3)$$

Donc en toute généralité pour une structure unidimensionnelle

$$E_D = 2\pi M_s^2 m_y^2 \quad (1.B.4)$$

Introduisant les variables angulaires  $\theta$  et  $\varphi$  (fig. 1-4), (1.B.1) s'écrit

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A \left[ \left( \frac{d\theta}{dy} \right)^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{d\varphi}{dy} \right)^2 \right] + K_u \sin^2 \theta + 2\pi M_s^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \right\} dy \quad (1.B.5)$$

avec les conditions aux limites

$$\left| \begin{array}{l} \theta(-\infty) = 0 \\ \theta(+\infty) = \pi \end{array} \right. \quad (1.B.6)$$

La minimisation en  $\varphi$  donne  $\varphi = 0$  ou  $\pi$ . Quant à  $\theta$ , l'équation de Lagrange associée est

$$2A \frac{d^2 \theta}{dy^2} = 2 K_u \sin \theta \cos \theta$$

qui s'intègre une première fois en

$$A \left( \frac{d\theta}{dy} \right)^2 = K_u \sin^2 \theta + C \quad (1.B.7)$$

Les conditions aux limites (1.B.6) donnent  $C = 0$  d'où

$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{\sin \theta}{\Delta_0} \quad (1.B.8)$$

$$\text{avec } \Delta_0 = \sqrt{\frac{A}{K_u}} \quad (1.B.9)$$

$$(1.B.8) \text{ s'intègre en } \theta = 2 \operatorname{Arctg} \exp\left(\frac{y - y_0}{\Delta_0}\right) \quad (1.B.10)$$

Comme définition de la largeur de paroi  $\delta_0$  la construction de la tangente est souvent utilisée :

$$\text{Comme } \left. \frac{d\theta}{dy} \right|_{y=y_0} = \frac{1}{\Delta_0}, \text{ il vient}$$

$$\delta_0 = \pi \Delta_0 \quad (1.B.11)$$

Par exemple, pour  $A = 10^{-7}$  erg/cm et  $K_u = 10^4$  erg/cm<sup>3</sup>,  $\delta_0 = 0.1 \mu\text{m}$

L'énergie de la paroi, par rapport à une configuration sans paroi, vaut par unité de surface

$$\begin{aligned}\sigma &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ A \left( \frac{d\theta}{dy} \right)^2 + K_u \sin^2 \theta \right] dy \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} K_u \sin^2 \theta dy\end{aligned}\quad \text{d'après (1.B.7)}$$

$$= 2 K_u \int_0^\pi \sin^2 \theta \Delta_0 d\theta \quad \text{d'après (1.B.8)}$$

$$\sigma = 4 \sqrt{AK_u} \quad (1.B.12)$$

Toujours pour  $A = 10^{-7}$  erg/cm,  $K_u = 10^4$  erg/cm<sup>3</sup>,  $\sigma = 0.13$  erg/cm<sup>2</sup> : s'il existe une paroi tous les  $0.8\mu\text{m}$ , l'énergie de paroi atteint  $E_D$  calculé précédemment. Les domaines seront donc plus larges que cette distance.

Nous venons ainsi d'évoquer la longueur appelée usuellement longueur caractéristique du matériau .

$$l = \frac{\sigma}{4\pi M_s^2} = \frac{\sqrt{AK_u}}{\pi M_s^2} \quad (1.B.13)$$

Calculée avec les valeurs précédentes,  $l = 0.4\mu\text{m}$ .

### Champ effectif dans la paroi.

Si  $E$  est la densité d'énergie associée à une distribution d'aimantation  $\mathbf{m}$ , on définit un champ effectif comme une dérivée fonctionnelle

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = - \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} = - \frac{1}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{m}} \quad (1.B.14)$$

(Le calcul de  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  est très facile quand  $E$  est une fonction locale de  $\mathbf{m}$ , ce qui est le cas dans ce paragraphe).

La minimisation de l'énergie totale peut ainsi s'exprimer par  $\mathbf{H}_{\text{eff}} // \mathbf{m}$  ou encore  $\mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{m} = \mathbf{0}$  : aucun couple ne tend à faire tourner l'aimantation quand elle est à l'équilibre.

Pour calculer  $H_{\text{eff}}$ , l'énergie d'échange pose un petit problème. La forme (1.A.6) est écrite en fonction des dérivées spatiales de  $\mathbf{m}$ . Lors du calcul précédent (1.B.6), nous avons utilisé la formulation variationnelle qui considère  $\mathbf{m}$  et ses gradients comme des variables indépendantes. Que faut-il alors considérer comme variables dans la dérivée fonctionnelle (1.B.14) ?

Revenons donc à la formulation discrète (1.A.3) de l'énergie d'échange ; il apparaît qu'elle dépend bien de  $\mathbf{m}$ .  
Le calcul direct de

$$\frac{1}{a^3} \frac{\delta \mathcal{E}_{\text{ech}}}{\delta \mathbf{m}(R_i)}, \text{ à partir de (1.A.3), donne ainsi } \frac{\delta E_{\text{ech}}}{\delta \mathbf{m}} = -2A \Delta \mathbf{m}$$

Revenons au calcul du champ effectif.

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{1}{M_s} (-2A \Delta \mathbf{m} + 2K_u (m_x \mathbf{i} + m_y \mathbf{j}) + 4\pi M_s^2 m_y \mathbf{j})$$

Pour la solution trouvée, il vient

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -2H_k \sin^2 \theta \mathbf{m} \quad (1.B.15)$$

Le niveau absolu de  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  projeté sur  $\mathbf{m}$  n'a aucune signification (il correspond à une constante dans l'énergie).

Par exemple lors du passage de (1.A.3) à (1.A.5) un terme constant a été omis, lequel rajouterait à  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  la valeur énorme  $3\left(\frac{\Delta_0}{a}\right)^2 H_k \mathbf{m}$ . Ainsi, il ne faut pas conclure, du signe négatif dans (1.B.15), que l'aimantation est en équilibre instable dans la paroi. Par contre on peut s'attendre, pour une structure non en équilibre, à un champ effectif orthogonal à  $\mathbf{m}$  ayant un ordre de grandeur  $H_k$  ( $= 1260$  Oe pour  $K_u = 10^4$  erg/cm<sup>3</sup> et  $4\pi M_s = 200$  G).

L'appendice B fait le calcul de  $E_D$  dans le cas d'une structure en domaines périodique, pour une épaisseur  $h$  du film (mais en conservant ce modèle de paroi). Un résultat du calcul est la courbe de la fig. 1-5 donnant la largeur  $w_0$  des domaines en champ nul, en fonction de  $l$  et  $h$  (une abaque bien utile [Cape, 1971] ; elle sert souvent à mesurer  $l$ , connaissant  $h$ ).

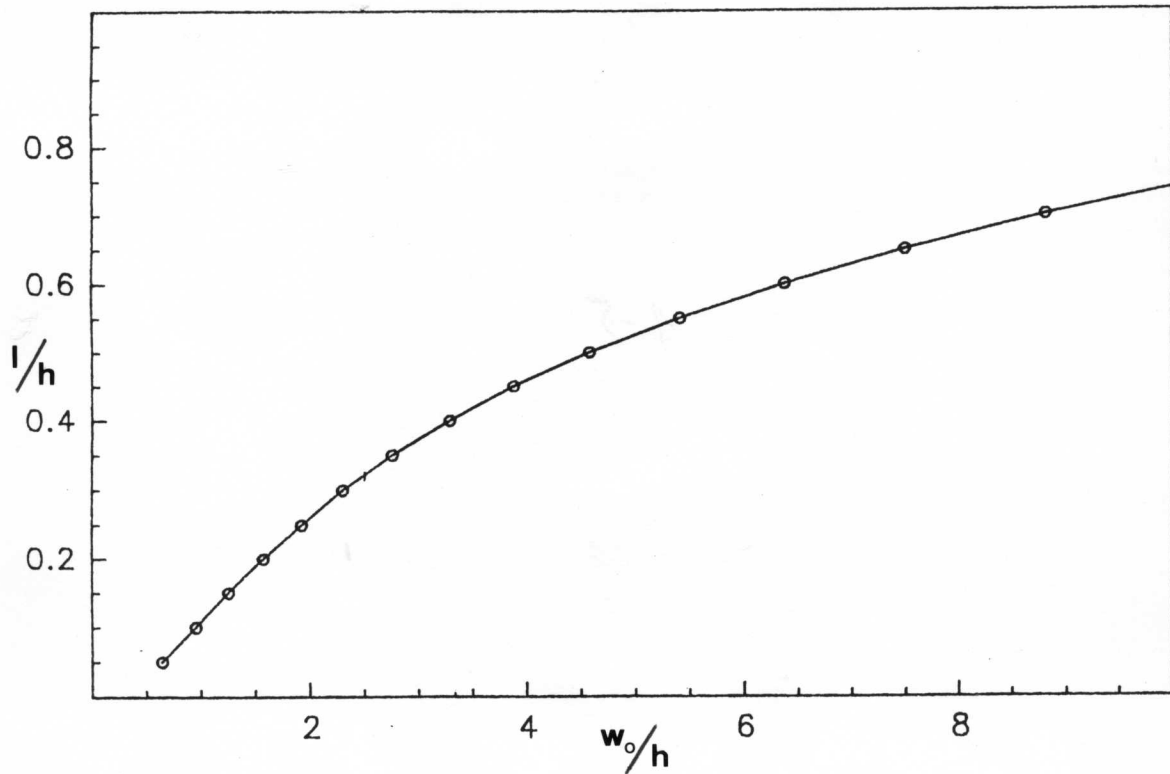


Fig. 1-5

Largeur de bande  $w_0$  pour un réseau de bandes parallèles en champ nul, en fonction de la longueur caractéristique  $l$ .  $h$  est l'épaisseur du film.

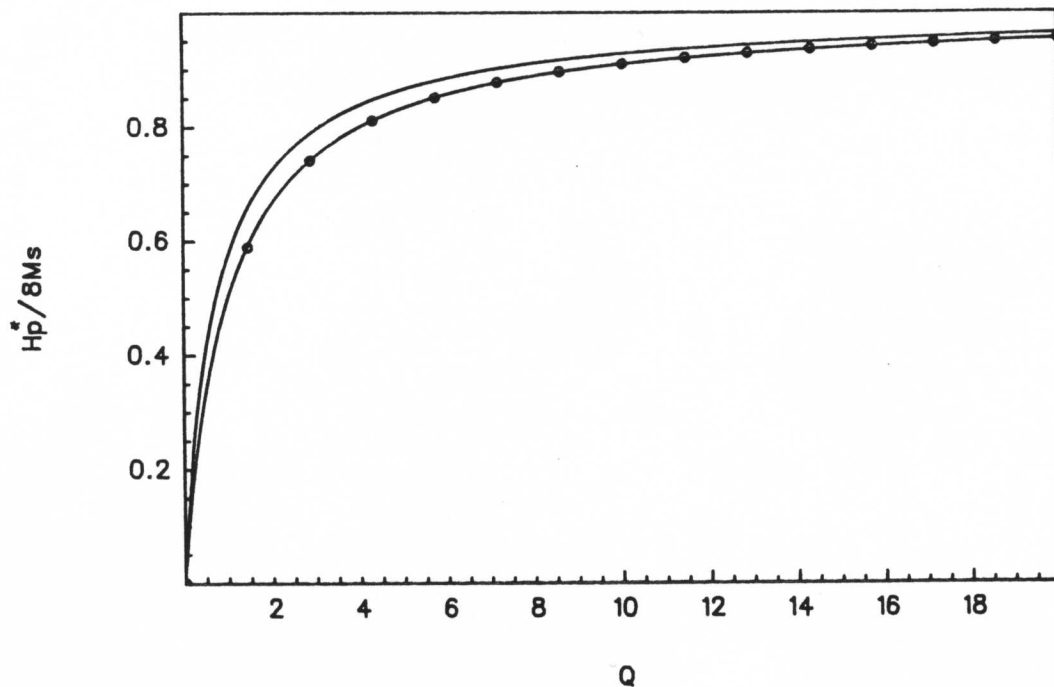


Fig. 1-7

Champ plan  $H_p^*$  nécessaire pour transformer une paroi de Bloch en paroi de Néel. On a tracé  $H_p^*/8M_s$  en fonction du facteur de qualité  $Q$ . La courbe en tirets est l'approximation (1.B.16b)

## 1b. Paroi à une dimension avec champ plan

Supposons maintenant que le champ appliqué est non nul. Sa composante z reste nulle toutefois, sinon la paroi se déplacerait.

A (1.B.5) se rajoute maintenant le terme

$$\int -H_p M_s \sin\theta \cos(\varphi - \varphi_H) dy$$

où  $H_p$  et  $\varphi_H$  décrivent le champ plan appliqué.

La minimisation en  $\varphi$  ne donne plus  $\varphi = 0$  ou  $\pi$  : il va apparaître un champ démagnétisant dans la paroi, donné par (1.B.3). Quand  $\varphi = \pm \pi/2$  on parle de paroi de Néel. Néel [1955] a montré en effet, pour des films très minces dont la normale est axe difficile (aimantation plane), que ce type de paroi avait une énergie moindre que celle d'une paroi de Bloch.

Les équations de Lagrange couplent  $\theta$  et  $\varphi$  et ne peuvent pas être résolues analytiquement. Elles montrent que  $\varphi$  n'est même pas constant. Hubert [1974a] donne le résultat d'un calcul numérique, dont nous reproduisons les résultats. Hubert caractérise le type de paroi par un angle  $\bar{\chi}$  qui est la valeur moyenne de  $\varphi$  (calculée le long du trajet décrit par l'orientation de l'aimantation sur la sphère unité et correspondant au passage d'un domaine à l'autre). Il définit  $h = H_p/H_k$  et  $\mu^* = 1 + 1/Q$  ( $\mu^* < 2$  dans nos matériaux), et enfin  $\psi = \varphi_H$  pour faire correspondre ses notations avec les nôtres. La figure 1-6 indique le comportement de  $\bar{\chi}(h)$ , avec  $\mu^*$  comme paramètre (principalement  $\mu^* = 2$ ). Le deuxième jeu de courbes noté  $\chi_R$  correspond à la valeur de  $\varphi$  au début du trajet, c'est-à-dire au début de la zone de transition d'un domaine à l'autre.

Le calcul numérique montre que l'angle  $\varphi$  dévie assez peu de sa valeur moyenne  $\bar{\chi}$ , et qu'il quitte donc très rapidement la valeur initiale  $\chi_R$ .

Si  $\varphi_H$  est différent de  $0, \pi/2$ , alors  $\bar{\chi}$  n'atteint pas  $\varphi_H$  même pour  $H_p = H_k$  où les domaines disparaissent. Par contre si  $\varphi_H = \pi/2$  (et  $Q > 1$ ),  $\bar{\chi}$  atteint  $\pi/2$  pour un champ bien déterminé  $H_p^*$ .

Pour  $Q \gg 1$  ce champ vaut  $H_p^* = 8M_s$ , comme le montre Slonczewski [1979]. Pour  $Q > 1$ , la formule (7.9) de Hubert [1974a] permet de montrer que

$$H_p^* = H_k \cos\alpha, \quad \alpha \text{ vérifiant}$$

$$\frac{1}{1+Q} = \frac{\alpha(1 + \cos^2 \alpha) - \sin 2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \alpha} \quad (1.B.16a)$$

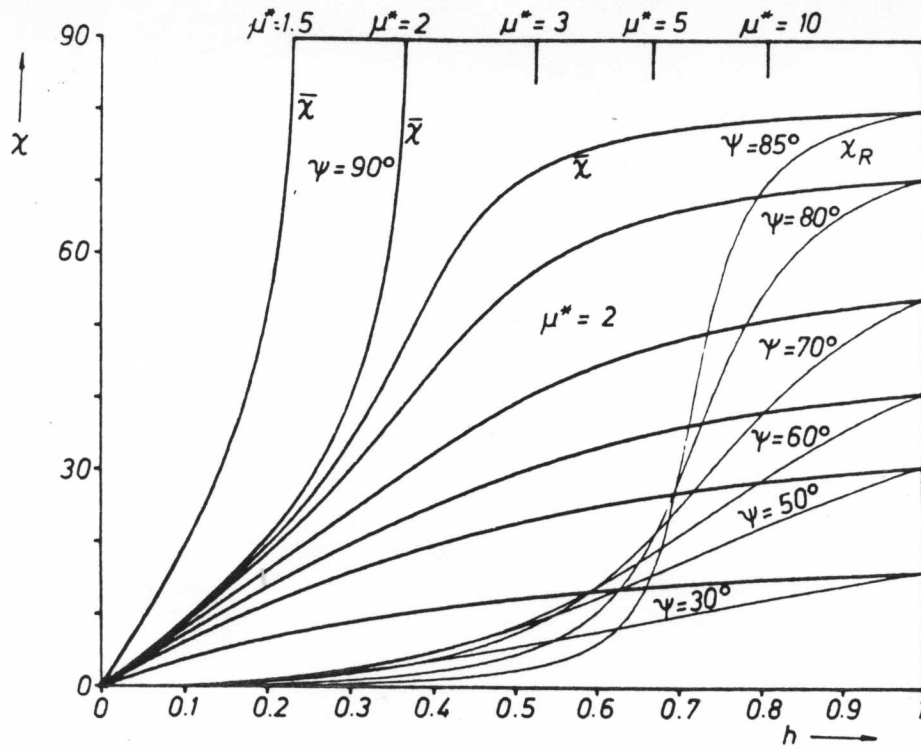


Fig. 1-6

Angle de rotation moyen  $\bar{\chi}$  de l'aimantation dans une paroi soumise à un champ plan  $H_p$  [Hubert, 1974a].  
 Voir le texte pour les notations.

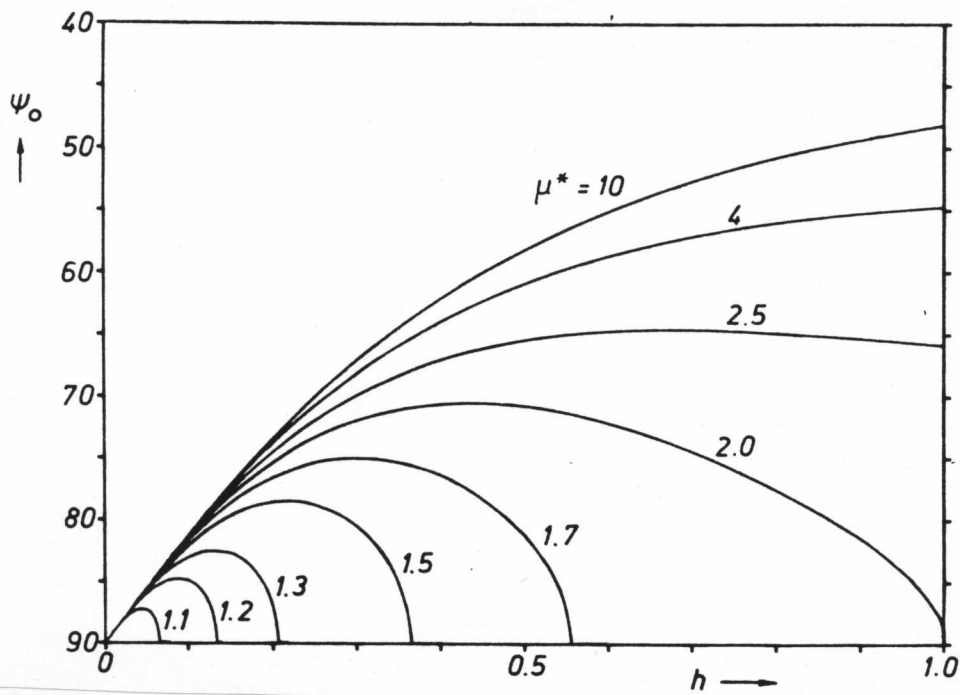


Fig. 1-8

Angle de zigzag  $\psi_0$  d'une paroi soumise à un champ plan  $H_p$  [Hubert, 1974a].  
 ( $h = H_p/H_k, \mu^* = 1 + 1/Q$ )

Pour Q grand on a approximativement

$$H_p^* \approx 8M_s \left( \frac{Q}{1+Q} \right) \quad (1.B.16b)$$

La figure 1-7 donne le tracé de (1.B.16a et b).

Pour  $H_p < H_p^*$  et  $\varphi_H$  proche de  $\pi/2$ , Hubert [1974a] montre en fait que la paroi développe une instabilité en zigzag. La figure 1-8, tirée de son ouvrage, montre la variation de l'angle de zigzag  $\psi_0$  en fonction de h avec  $\mu^*$  comme paramètre, pour  $\varphi_H = \pi/2$ . Nous quittons alors le modèle de paroi unidimensionnelle.

Le cas que nous venons d'étudier ( $\varphi_H = \pi/2$ ) a un intérêt immédiat : dans un film d'épaisseur finie le champ de fuite dû aux domaines crée en surface un champ plan perpendiculaire à la paroi, et qui peut être assez élevé.

### 1c. paroi à deux dimensions (h finie)

Il convient donc maintenant de prendre en compte le champ de fuite dû aux domaines dans le calcul de la structure de la paroi.

Dans l'approximation d'une paroi d'épaisseur nulle le champ de fuite dans une paroi isolée, dû aux domaines, vaut d'après l'appendice B,

$$H_D^y = 2 H_d^y(0,z) = 4M_s \ln \left( \frac{z}{h-z} \right) \quad (1.B.17a)$$

(le champ selon z est nul)

La forme (1.B.17a) est pathologique. Elle diverge aux deux surfaces  $z = 0$  et  $z = h$ . Il existe alors deux régions  $0 < z < z_1$  et  $z_2 < z < h$  où le champ de fuite forcera la paroi à être de type Néel.

Une formule plus raisonnable pour  $H_D^y$  au milieu de la paroi peut être obtenue en supposant, pour calculer  $H_D^y$ , que la paroi a une épaisseur non nulle  $\delta$ . Hagedorn [1974] suppose une variation linéaire des charges surfaciques et trouve ainsi :

$$\frac{H_D^y}{4M_s} = \ln \frac{\sqrt{z^2 + (\delta/2)^2}}{\sqrt{(h-z)^2 + (\delta/2)^2}} + \left( \frac{2z}{\delta} \operatorname{Arctg} \frac{\delta}{2z} - \frac{2(h-z)}{\delta} \operatorname{Arctg} \frac{\delta}{2(h-z)} \right) \quad (1.B.17b)$$

Cette expression ne diffère de (1.B.17a) que quand z est à environ  $\delta$  d'une des surfaces. Elle donne un champ de fuite qui est toujours fini.



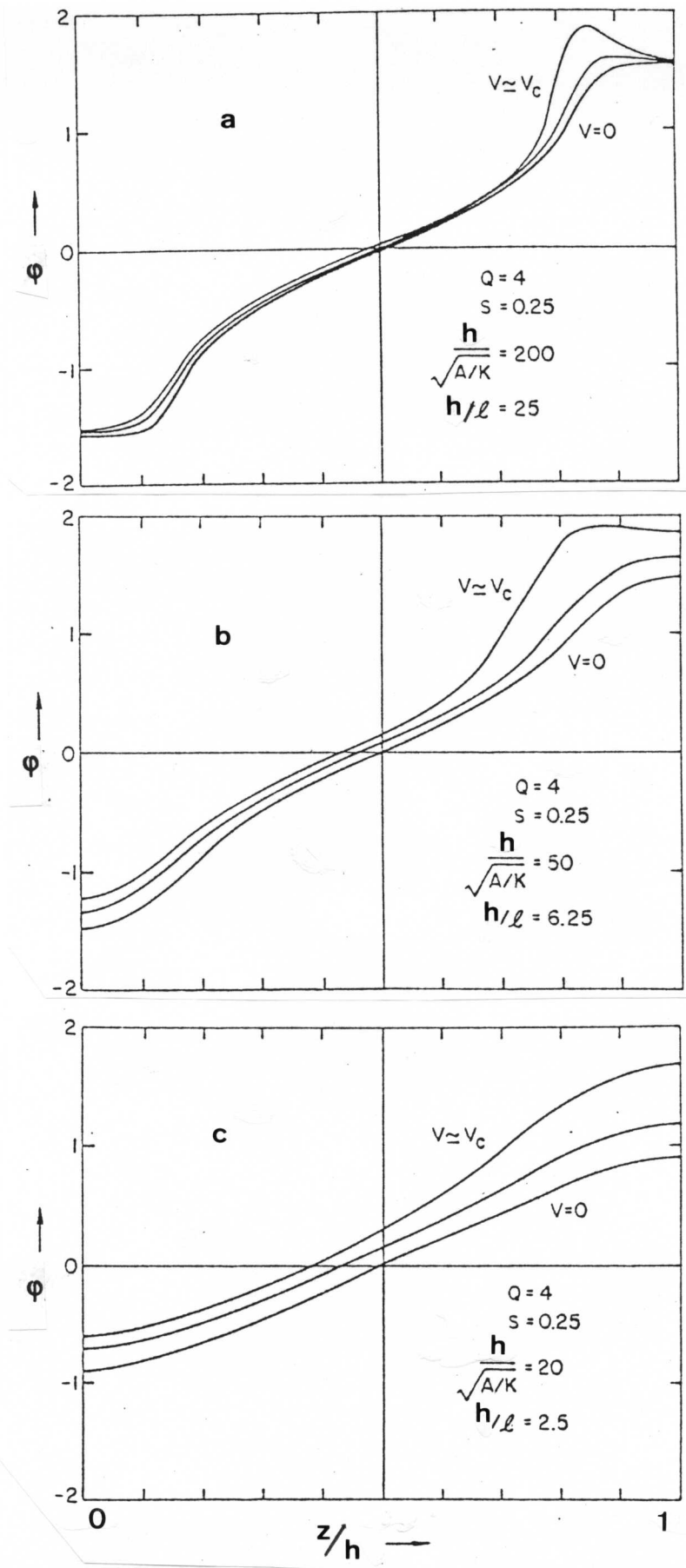


Fig. 1-9

Profils  $\phi(z)$  pour des parois parallèles espacées de  $S.h$  [Hubert, 1975].  
 La courbe  $v = 0$  est un profil statique, les autres correspondent à des parois en mouvement.

Mais comme  $h/\delta$  est très grand, (1.B.17b) ne change pratiquement pas les valeurs de  $z_1$  et  $z_2$  qui sont, selon (1.B.16b) et (1.B.17a)

$$z_1 = \frac{h}{1 + \exp\left(\frac{2Q}{Q+1}\right)}$$

$$z_2 = \frac{h}{1 + \exp\left(-\frac{2Q}{Q+1}\right)}$$

Il faut aussi prendre en compte le fait que la paroi n'est pas isolée. Les autres domaines contribuent aussi à  $H_D^y$ , le réduisant fortement du fait de la longue portée des forces électromagnétiques. Pour des bandes parallèles de largeur  $w/2$ , (1.B.17a) devient [Schlömann, 1974]

$$H_D^y = 4M_s \ln\left(\frac{\text{th}(\pi z/w)}{\text{th}(\pi(h-z)/w)}\right) \quad (1.B.17c)$$

(Toujours pour une paroi de largeur nulle).

La constante dans tous ces calculs est qu'il existe un champ  $H_D^y$  au niveau de la paroi, qui est assez fort aux surfaces pour y transformer la paroi de Bloch en paroi de Néel.

Les hauteurs  $z_1$  et  $z_2$  sont des lieux de "demi-lignes horizontales" ou "lignes critiques". C'est en effet aux endroits où  $m_x = 0$  que le retournement d'une paroi de Bloch de la polarité  $m_y > 0$  à  $m_y < 0$  commence le plus facilement. Les champs plans  $H_p^x$  et  $H_p^y$  qui affectent la structure de paroi sont ainsi bien plus petits que  $8M_s$  [Slonczewski, 1979].

La figure 1-9 donne les profils de l'angle  $\phi$  en fonction de l'épaisseur  $z$ , calculés numériquement par Hubert [1975]. A faible épaisseur l'énergie d'échange  $A(d\phi/dz)^2$  empêche l'aimantation de suivre le champ de fuite (fig. 1-9c). A forte épaisseur ce phénomène ne se produit plus (fig. 1-9 a), et les demi-lignes horizontales apparaissent clairement.

## 2. Lignes

Nous avons vu qu'il existait deux polarités de parois de Bloch :  $\varphi = 0$  ou  $\varphi = \pi$  dans le modèle à une dimension. On peut dire que, pour l'aimantation dans la paroi, il existe un axe facile selon Ox. Ici, à la différence du § 1B1, il n'y a pas de champ démagnétisant qui force à la création de domaines à l'intérieur de la paroi (qu'on appelle alors segments). Néanmoins dans beaucoup de circonstances ces segments apparaissent ; on appelle ligne la paroi entre deux segments.

L'aimantation au coeur de la ligne, qui doit être perpendiculaire à l'aimantation dans les segments, est normale à la paroi. En effet si elle était parallèle à l'aimantation dans un domaine, cela annihilerait la paroi à cet endroit : elle serait donc bombée au niveau de la ligne et le problème de la transition entre les segments se reposerait dans la partie bombée. Le coeur de la ligne est assimilable à un morceau de paroi de type Néel. On parle donc de ligne de Néel [Kléman, 1983].

### 2a. Modèle à une dimension

Le calcul est tout à fait analogue à celui de la paroi à une dimension. Mais il est beaucoup moins justifié car la ligne appartient à une paroi, entraînant une variation selon y de  $m$ . Faisons néanmoins le calcul à une dimension.

Supposons que (1.B.5) soit encore réaliste quand  $\varphi$  varie avec x. Tous les termes en  $\varphi$  ont le même facteur  $\sin^2 \theta$ .

La minimisation de cette partie en  $\varphi$ , va donner des équations identiques à (1.B. 8-10), en changeant x en y,  $\theta$  en  $\varphi$ , et  $\Delta_0$  en  $\Lambda_0$  où

$$\Lambda_0 = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}} = \Delta_0 \sqrt{Q} \quad (1.B.18)$$

( $\Lambda_0$  est appelé paramètre de largeur de ligne).

On voit que la structure de la ligne est déterminée par des effets magnétostatiques, donc non locaux, au contraire de l'énergie d'anisotropie, locale, qui intervient dans la structure de paroi. Des structures très complexes, à l'instar de celles calculées dans les couches planes à faible anisotropie (qu'étudie Hubert [1974]) sont à attendre.

Dans le cadre du modèle unidimensionnel, l'influence d'un champ plan  $H_p$  (orienté à  $\varphi_H = \pm \pi/2$  sinon il déplace la ligne) se calcule simplement pour Q très grand ( $H_p^* = 8M_s$ ). Supposons qu'au milieu de la ligne  $\varphi = \pi/2$ .

Si  $H_p > 8 M_s$ , la ligne disparaît : sa largeur est infinie.

Si  $-8M_s < H_p < 8M_s$  alors Slonczewski [1979] indique que la largeur vaut (avec  $h' = H_p/8M_s$ )

$$\Lambda = \Lambda_0 \frac{2 \operatorname{Arccos}(h')}{\pi(1-h')} \quad (1.B.19)$$

Dans le même temps l'angle  $\Phi$  dont tourne l'aimantation à la traversée de la ligne varie entre 0 à  $2\pi$  :

$$\Phi = 2 \operatorname{Arccos} (H_p / 8M_s) \quad (1.B.20)$$

En suivant la solution par continuité il reste un noeud de  $\Phi = 2\pi$  aux  $H_p$  grands et négatifs.

Pour  $H_p < -8M_s$ , la ligne s'est transformée en "ligne  $2\pi$ ". Nous avons calculé son profil dans ce modèle unidimensionnel comme

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{Arcsin} \left[ \frac{\sqrt{-h'} \operatorname{sh} \left( \frac{x\sqrt{-h'-1}}{\Lambda_0} \right)}{\sqrt{-h' \operatorname{ch}^2 \left( \frac{x\sqrt{-h'-1}}{\Lambda_0} \right) - 1}} \right] \quad (1.B.21)$$

soit une largeur  $\Lambda \approx \frac{\Lambda_0}{\sqrt{-h'-1}}$  (1.B.22) aux grands  $|h'|$

Bien sûr, à un champ  $H_p$  très négatif la structure topologique de la ligne va disparaître ; ce calcul montre toutefois que même lorsque  $|H_p| > H_p^*$  la structure interne de la paroi peut persister.

Un tel champ  $H_p$  existe près des surfaces du film.

L'expression (1.B.17b) pour une paroi isolée donne un champ plan maximum  $|H_p|/8M = 2.5$ , qui ne sera pas sensiblement réduit en passant à un réseau de parois, car ce maximum de champ est dû aux charges magnétiques qui sont de part et d'autre de la paroi. Avec (1.B.22), on voit que la ligne est comprimée ainsi au maximum d'un facteur  $\sqrt{2/3}$ , avec deux fois plus de rotation, par rapport au cas  $H_p = 0$ .

## 2b. Terminologie des lignes

La ligne qui vient d'être calculée est appelée ligne verticale, car elle est orientée selon  $z$ . Des lignes d'orientation quelconque dans le plan  $xOz$  peuvent être considérées. Le modèle unidimensionnel donne le même résultat dans ces autres cas. Un cas particulier est celui de la ligne horizontale. On appelle parfois les régions de paroi  $z \gtrsim z_1$  et  $z_2 \gtrsim z$  des "demi-lignes horizontales", car l'aimantation  $y$  effectue la moitié de la rotation qu'elle subirait à travers une ligne horizontale.

La différence entre lignes horizontale et verticale réside dans leur distribution de charges. On dit qu'une paroi est chargée quand  $(\mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_1) \cdot \mathbf{n} \neq 0$ , où  $\mathbf{m}_1$  et  $\mathbf{m}_2$  sont les orientations des deux domaines et  $\mathbf{n}$  la normale à la paroi. Cette appellation est justifiée car dans ce cas il sera impossible d'avoir  $\partial(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})/\partial n = 0$  dans la paroi, d'où l'existence d'une contribution aux charges magnétiques. Nous voyons ainsi que la ligne horizontale, considérée comme une "paroi" entre les deux "domaines" que sont les segments de paroi, n'est pas chargée, alors que la ligne verticale l'est ( $\mathbf{n}$  est selon  $Ox$ , pour un modèle à une dimension =  $x$ ) (fig. 1-10 a).

La charge  $-4\pi \partial(m_x)/\partial x$  de la ligne verticale est appelée charge  $\sigma$ , en empruntant le vocabulaire des chimistes pour la symétrie des orbitales. La charge  $\pi$ , présente dans toutes les lignes de Néel, est constituée par le dipôle que crée l'existence de  $m_y$  dans la paroi, d'énergie donnée par (1.B.4) dans le cas unidimensionnel.

Dans la suite, sauf mention contraire, nous ne parlerons que de lignes verticales, car ce sont celles qui ont été étudiées dans ce travail.

Suivant le signe de la charge  $\sigma$ , les lignes sont appelées convergentes si

$\rho_\sigma = -4\pi \partial m_x / \partial x > 0$  et divergentes sinon. (fig. 1-10).

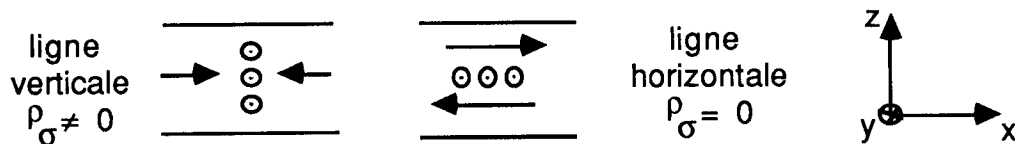
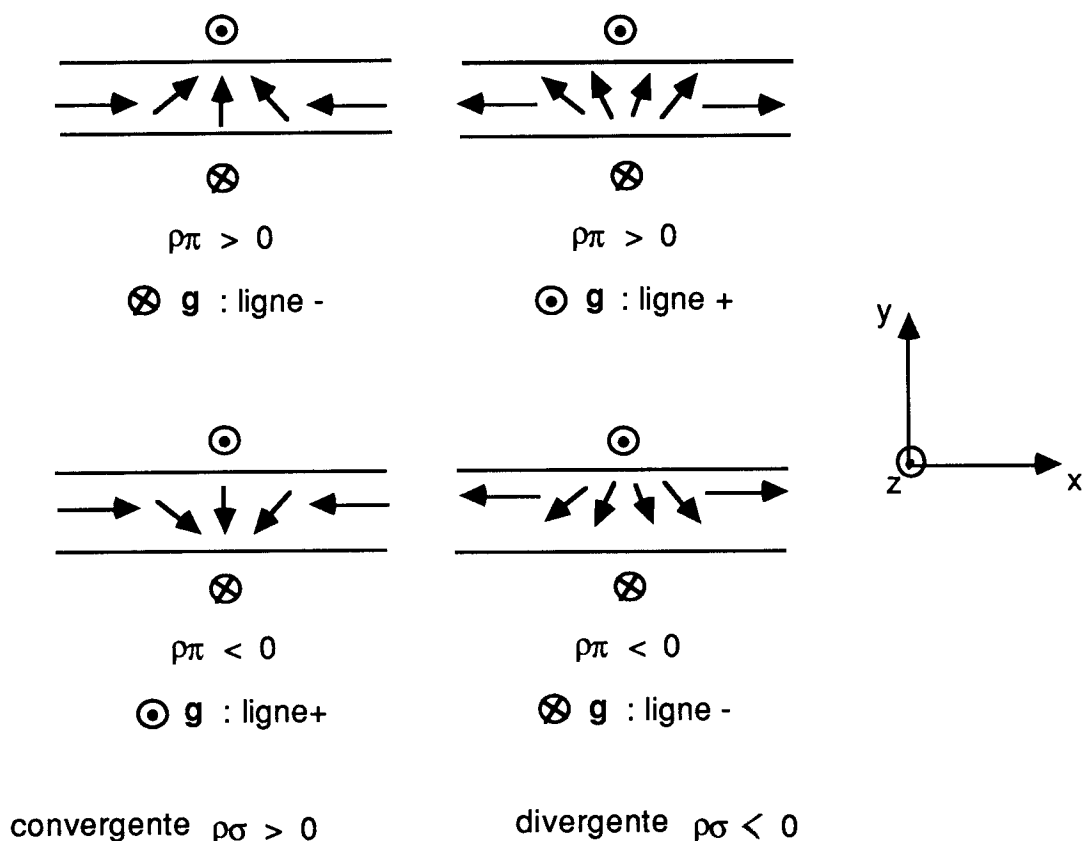


Fig. 1-10a  
Charges  $\sigma$



**Fig. 1-10b**  
*Types de lignes verticales*

La charge  $\pi$  ne donne pas lieu à appellation, car elle n'est pas intrinsèque (elle dépend de l'orientation de Oy).

Une autre caractéristique des lignes est constituée par le gyrovecteur, introduit par Thiele [1973], soit

$$\mathbf{g} = (\nabla \cos\theta) \times \nabla\phi \quad (1.B.23)$$

Son intérêt apparaît dans l'étude de la dynamique des lignes. Il caractérise la rotation de l'aimantation que produit la ligne. La convention en usage est de décrire la polarité (ou chiralité) de la ligne par le signe de  $g_z$ , le champ de polarisation du matériau étant dirigé selon  $+z$ , donc l'aimantation dans les domaines fermés (bulles, bandes) selon  $-z$ . (Voir fig. 1-10b).

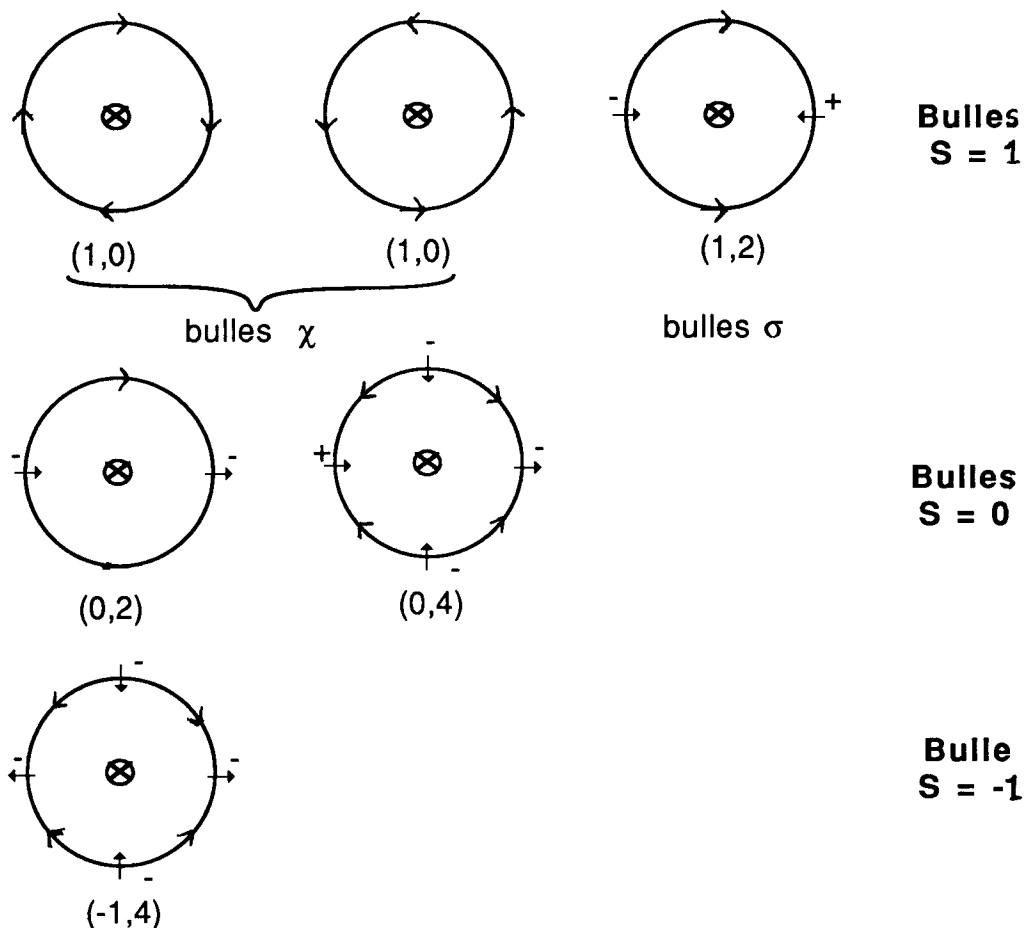
Pour définir "avec les mains" la polarité de la ligne, on peut procéder de la manière suivante. Puisque le domaine aimanté selon  $-z$  est fermé, courbons la paroi en conséquence. Puis suivons la rotation de l'aimantation, dans un repère fixe et non pas lié à la paroi, lorsqu'on se déplace le long de celle-ci ; elle existe du fait de la courbure. La ligne est de polarité  $+$  si la rotation d'aimantation qu'elle produit s'ajoute à celle due à la courbure, et  $-$  si elle se retranche. Ainsi, pour un domaine fermé, si  $S$  désigne le nombre de tours que fait l'aimantation (comptés dans le sens du mouvement), il vient

$$S = 1 + \frac{1}{2} (n_+ - n_-) \quad (1.B.24)$$

où  $n_+$  est le nombre de lignes + et  $n_-$  de lignes -.

Pour une paroi fermée  $S$  doit être entier donc le nombre total de lignes  $n = n_+ + n_-$  doit être pair, car une ligne a une rotation de un demi tour.

Quelques types de bulles sont représentés fig. 1-11, avec la nomenclature des états de paroi  $(S, n)$  [Slonczewski, 1979].



**Figure 1-11**  
*Etats de paroi de bulles et leur terminologie*

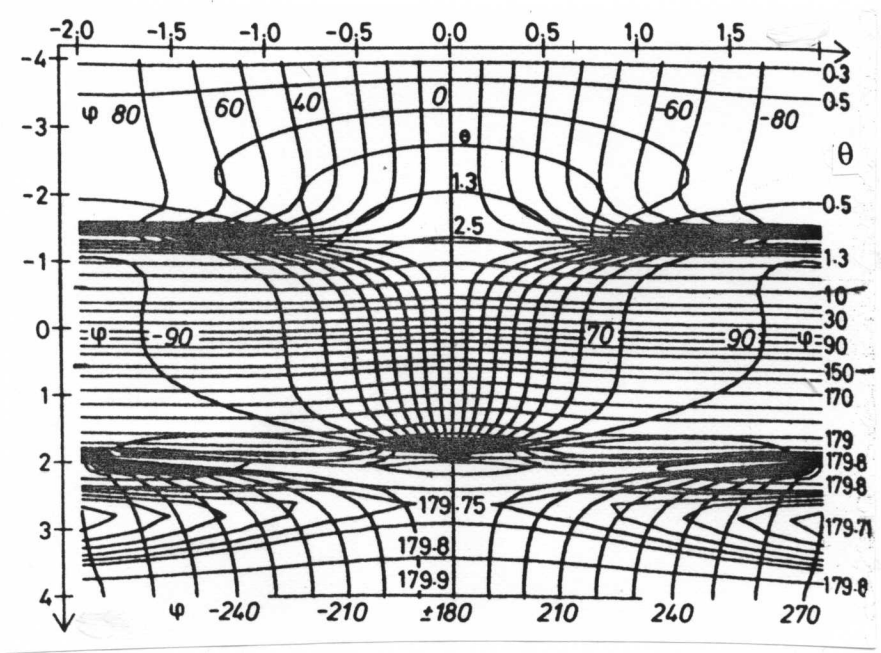


Fig. 1-12

Calcul numérique de la structure d'une ligne, modèle à deux dimensions dans le plan [Nakatani, 1987]

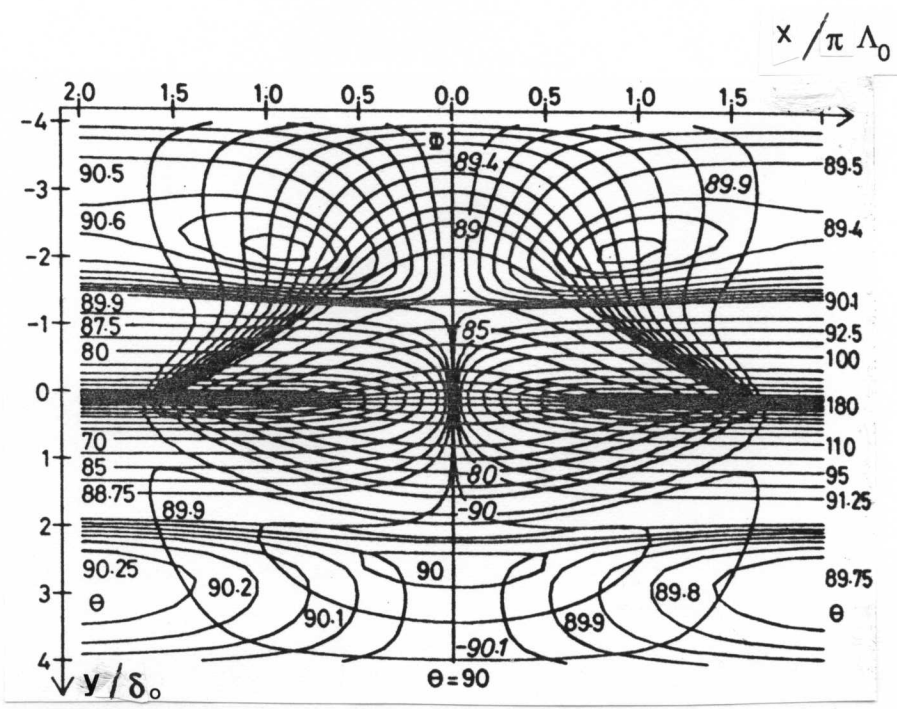


Fig 1-14

Calcul numérique d'une paire de lignes à l'équilibre, modèle à deux dimensions dans le plan [Nakatani, 1987]



## 2c. Modèle bidimensionnel dans le plan

Il permet de traiter rigoureusement l'effet magnétostatique des charges  $\sigma$  et  $\pi$ , donc de calculer une structure de ligne plus réaliste. Le degré de validité de ce modèle est celui du modèle unidimensionnel de la paroi, car le champ de fuite des domaines est négligé.

Un premier calcul de Hubert [1974b], avec la méthode variationnelle de Ritz, est passé pratiquement inaperçu.

Très récemment, plusieurs calculs numériques ont été effectués par Asselin [1987], Nakatani [1987], Miltat [1988a], qui donnent une structure du type de la fig. 1-12.

Deux points importants sont à noter.

- ◆ la courbure de la paroi au niveau de la ligne. Elle permet de réduire la charge  $\pi$ . Le sens de la courbure peut être deviné si les signes des charges  $\sigma$  et  $\pi$  sont connus. L'extension du modèle à une dimension qui consiste à prendre une paroi déformable, et le vecteur  $\mathbf{j}$  de (1.B.3) comme la normale locale de la paroi, donne aussi cette courbure.
- ◆ La largeur de la ligne augmente par rapport au modèle unidimensionnel. La relation de Hubert [1974 b], qui donne un facteur entre 1.3 et 2, semble justifiée par les calculs plus récents.

## 2d. Interactions entre lignes

Les causes de l'interaction entre lignes sont claires.

Les charges  $\sigma$  vont donner une interaction à longue portée toujours attractive entre deux lignes qui se suivent sur une paroi. Les charges  $\pi$  créent une interaction dipolaire, qui est à portée plus courte et de signe dépendant des types de lignes. Enfin à très courte portée les distributions de l'aimantation des deux lignes s'interpénètrent et donnent lieu à l'interaction d'échange. Si les deux lignes en contact sont de même polarité la configuration résultante sera un noeud de rotation  $2\pi$ . Plus les deux distributions se rapprochent, plus les orientations d'aimantation qu'elles veulent imposer au point médian diffèrent (fig. 1-10b, comparer haut gauche et bas droite). Une telle paire est appelée nouante (enroulante). Par contre pour des lignes de polarités opposées, les deux distributions d'aimantation coïncident au point médian. (fig. 1-10b, comparer haut gauche et haut droite), donc les lignes se "dénouent" lorsqu'elles se rapprochent et on parle ainsi de paire dénouante (déroulante).

Il est difficile d'aller au delà de ces arguments qualitatifs. La force magnétostatique (charges  $\sigma$  et  $\pi$ ) entre les lignes dépend fortement de la structure de la ligne. Nous avons vu que le calcul à deux dimensions  $x$  et  $y$  indiquait une certaine réduction de la charge  $\pi$ . La structure en  $z$  des lignes, qui existe du fait de l'épaisseur finie du film, va aussi affecter la distribution des charges.

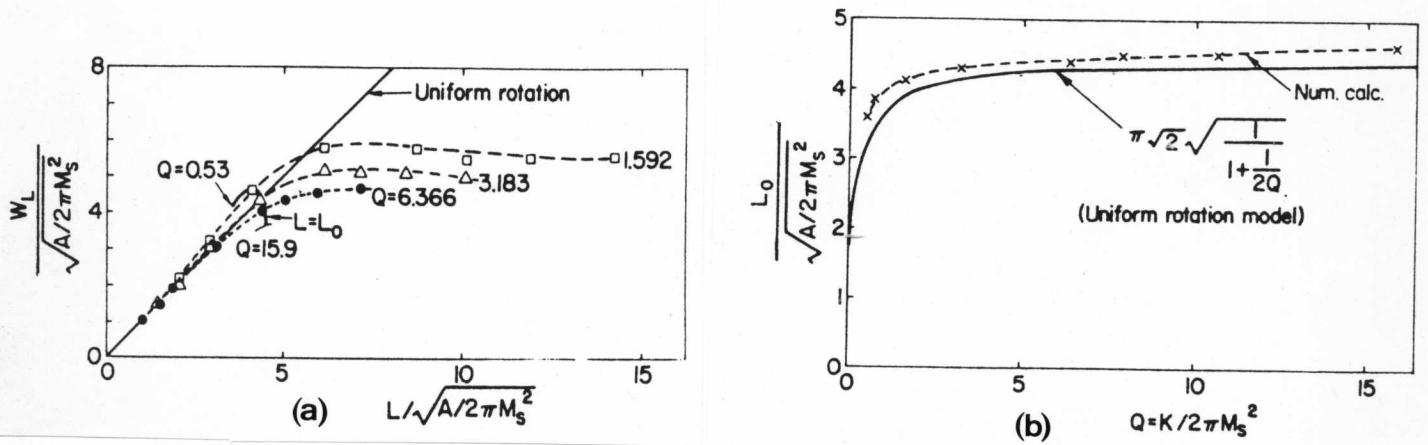


Fig. 1-13

Figure de gauche : Calcul variationnel de la largeur de ligne  $W_L$  en fonction de la séparation  $L$  des lignes dans une succession de lignes nouantes [Hubert, 1974b]

Figure de droite : distance d'équilibre  $L_0$  entre les lignes, en fonction du facteur de qualité  $Q$  [Hubert, 1974b]

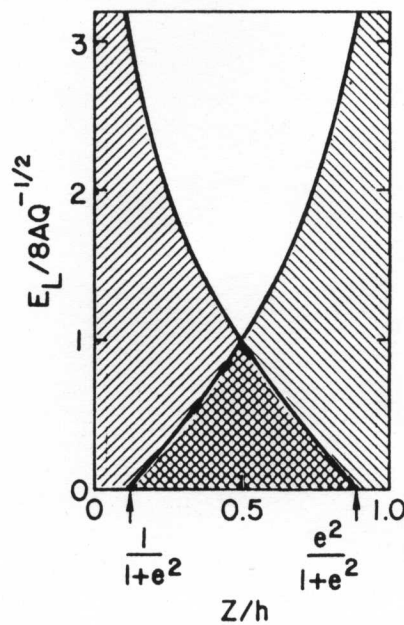


Fig. 1-15

Variation de l'énergie linéique d'une ligne verticale, due au champ plan de fuite, dans une paroi isolée. Les deux régions hachurées correspondent aux deux polarités de ligne (la charge  $\sigma$  reste la même). Un point de Bloch situé au milieu de la longueur de la ligne réduirait l'énergie de la ligne à la surface doublement hachurée (sans compter l'énergie du point de Bloch) [Slonczewski, 1979]

◆ Le modèle unidimensionnel a fourni les résultats suivants. Thiele [1974] a calculé l'interaction d'échange, en utilisant la solution de (1.B.7) transposée aux lignes, dans le cas où les conditions aux limites ne sont pas données à l'infini mais à une distance finie (ici le point médian entre les lignes). Cette solution est une fonction elliptique. Il trouve ainsi qu'à grande distance l'interaction d'échange est en  $\exp(-L/\Lambda_0)$ ,  $L$  étant la distance entre lignes, et qu'à courte distance l'énergie de répulsion pour des lignes courantes varie comme  $\Lambda_0/L$ . Un calcul numérique de Hayashi [1986a] a confirmé cette dépendance à courte distance. Il trouve en effet que la force due à l'échange, vaut  $C^{ste}/L^2$  à courte distance. Mais ce n'est pas encore un calcul complètement rigoureux, même à deux dimensions. La paroi peut être courbée et avoir un angle  $\varphi$  différent de 0 ou  $\pi$ , mais celui-ci est constant à travers la paroi, qui garde par ailleurs le profil unidimensionnel.

L'interaction magnétostatique a été calculée à grande distance en utilisant le modèle des charges ponctuelles, voire allongées le long de l'épaisseur du film : l'énergie est en  $-1/L^2$  à grande distance. A faible distance il faut prendre en compte la distribution des charges, c'est-à-dire la structure de la ligne. Or celle-ci est en grande partie déterminée par les effets magnétostatiques de cette distribution : c'est le cas compliqué des structures magnétiques, qui est déjà apparu avec les parois de Néel dans les couches à aimantation plane [Hubert, 1974 a].

◆ Hubert [1974b] a fait un calcul variationnel dans le cadre du modèle à deux dimensions  $x$  et  $y$ , en autorisant courbure de la paroi, variation de sa largeur, variation de l'angle  $\varphi$  en  $x$  et en  $y$ . Il trouve une distance d'équilibre pour des lignes nouantes qui n'est guère différente de la largeur de ligne ; les lignes s'interpénètrent sauf aux grands  $Q$  (distance d'équilibre  $<$  largeur) , comme le montrent les figures 1-13.

Le calcul complet de Nakatani [1987], à deux dimensions  $x$  et  $y$ , donne un résultat en accord qualitatif : pour  $Q = 7.75$  la largeur d'une ligne est de  $4.15 \Lambda_0$  et la séparation d'une paire vaut  $3.6 \Lambda_0$  (fig. 1-14).

Le calcul complet de Asselin [1987], à deux dimensions aussi, donne pour  $Q = 5$ , une largeur de ligne  $4.6 \Lambda_0$  et une séparation dans une paire de  $3.5 \Lambda_0$ .

On ne peut pas dire que, entre tous les calculs à deux dimensions  $x$  et  $y$ , l'accord soit très bon au plan quantitatif ; mais l'ordre de grandeur est bien le même.

## 2e. Calcul à trois dimensions

Le fait de passer à épaisseur finie aura principalement deux conséquences.

Le champ démagnétisant des domaines va déformer fortement la ligne à proximité des surfaces. Nous avons vu son influence au a), dans le modèle unidimensionnel. La fermeture du flux magnétique, responsable de la largeur de la ligne et de la taille de la paire, qui a été calculée au c) dans le modèle bidimensionnel, va être modifiée. Ce changement **existera** près des surfaces, mais comme l'épaisseur du film est grande devant celle de la paroi, il est raisonnable de penser que le modèle bidimensionnel, modifié par le champ de fuite des domaines, s'applique dans la zone entre les deux demi-lignes horizontales.

Aucun calcul complet à trois dimensions n'a été fait pour le vérifier.

Slonczewski [1979] fait remarquer qu'une ligne verticale a un profil d'énergie très contrasté en épaisseur ; la zone de surface, où l'aimantation au milieu de la ligne est opposée au champ de fuite des domaines, a une très grande énergie (fig. 1-15).

### 3. Points

La figure 1-15 indique que l'énergie d'interaction avec le champ de fuite serait réduite en renversant l'orientation de la ligne à mi-hauteur du film. Mais alors comment orienter l'aimantation au milieu du film ? Comme en ce point il y a transition d'un domaine à l'autre selon  $y$ , d'un segment de paroi de Bloch à l'autre selon  $x$  et d'un segment de paroi de Néel à l'autre selon  $z$ , nous voyons qu'il ne peut exister d'aimantation en ce point. Dans le cadre du micromagnétisme où le module de  $\mathbf{M}$  est fixé à  $M_s$ , cela signifie que le vecteur  $\mathbf{m}$  est discontinu à cet endroit.

En fait, nous avons - sans le dire - étudié jusqu'ici seulement des structures continues. Feldtkeller [1965] indique un moyen général pour repérer les discontinuités. Considérons un volume  $\Omega$  du matériau (du genre sphère, sans trous), et l'ensemble des directions  $\mathbf{m}$  qui existent sur sa surface. On obtient une surface  $\Sigma$  tracée sur la sphère unité. Si l'aimantation est continue dans  $\Omega$ , alors cette surface est homotope à un point (une homotopie par exemple consiste à réduire  $\Omega$  jusqu'à un point de son intérieur). Cela veut dire que  $\Sigma$  n'entoure pas la sphère unité. Quand  $\Sigma$  entoure (un certain nombre de fois) la sphère unité, alors au moins une discontinuité existe dans  $\Omega$ . Les seules discontinuités stables topologiquement sont des points [Kleman, 1983], appelés points de Bloch. Seuls les points où  $\Sigma$  entoure une fois la sphère ont été étudiés physiquement. Ils dérivent des configurations de base

$$\mathbf{m} = \pm \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \quad (1.B.25)$$

qui vérifient  $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{0}$  pour  $\mathbf{r} \neq \mathbf{0}$

Des configurations équivalentes topologiquement s'obtiennent en faisant subir à (1.B.25) une rotation. Cette opération conserve le signe dans (1.B.25), qui caractérise le point (le point est convergent pour le signe - et divergent pour le signe +).

#### 3a. Energie d'un point de Bloch

La structure (1.B.25) a la propriété de minimiser l'énergie d'échange.

Dans le voisinage immédiat du point de Bloch, c'est en effet la densité d'énergie qui diverge.

Ainsi, si  $\rho$  désigne le "rayon" du point de Bloch, l'énergie d'échange intégrée vaut

$$\mathcal{E}_{ech} = 8\pi A \cdot \rho \quad (1.B.26)$$

Par comparaison, les énergies intégrées d'anisotropie et de champ démagnétisant, dont les densités restent finies, varient en  $\rho^3$  et arrivent au niveau de  $\mathcal{E}_{ech}$  pour

$$\rho = \frac{3 \Delta_0}{\sqrt{1 + \frac{3}{2Q}}} \quad (1.B.27)$$

La taille naturelle du point de Bloch est  $\rho \approx \Delta_0$ . En effet, il faut raccorder la structure (1.B.25) avec la structure usuelle pour  $|r| > \rho$ . Pour  $Q > 1$  la structure la plus fine est la paroi, de paramètre  $\Delta_0$ . Pour que la structure de paroi dévie peu de l'optimum, il faut que le point ait une taille de l'ordre de celle de la paroi.

Hubert [1976] a calculé une énergie d'insertion d'un point de Bloch dans une ligne verticale. La structure avec point de Bloch est décrite sous forme variationnelle, et ajustée. Son énergie est comparée avec celle des deux demi lignes (partie hachurée deux fois dans le figure 1-15), la différence étant l'énergie d'insertion. Le calcul s'accorde bien avec (1.B.26), où  $\rho = \Delta_0$ .

D'autre part, pour  $h > 7.3 \Delta_0$ , la ligne avec point de Bloch a une énergie moindre que la ligne sans point de Bloch.

### 3b. Point de Bloch et lignes

Un point de Bloch permet de changer la chiralité d'une ligne. En particulier, l'injection d'un point de Bloch dans une paire nouante la transforme en paire dénouante et facilite son annihilation.

L'injection d'un point de Bloch ne peut pas se produire par un processus continu, par définition. Il est donc difficile de calculer le coût de la création d'un point, qui est probablement bien plus grand que l'énergie d'insertion calculée par Hubert. Toutefois ce n'est pas parce que le processus est discontinu qu'il est impossible pour autant. Feldtkeller montre justement que des processus discontinus doivent se produire. Par exemple la disparition d'une bulle de nombre de révolution  $S$  non nul ne peut pas être un processus continu.

Beaucoup de mécanismes faisant intervenir des points de Bloch ont été proposés (voir [Slonczewski, 1979]).

# C. Micromagnétisme dynamique

Après avoir présenté les structures magnétiques usuelles considérons leur dynamique : déplacement et transformation. La théorie part de l'équation de mouvement de l'aimantation microscopique. Ses conséquences micromagnétiques sont présentées dans le cadre des équations de Slonczewski ou de la formulation de Thiele. Le phénomène de la coercivité est aussi discuté.

## 1. Equation de mouvement du moment magnétique

### 1a. Ion libre

Dans le multiplet  $J$  fondamental, qui est en première approximation le seul occupé, le moment magnétique est proportionnel au moment angulaire  $\mathbf{J}$  (appendice A).

$$\mathbf{M} = -g \mu_B \mathbf{J} \quad (1.C.1)$$

Si un champ magnétique  $\mathbf{H}$  est appliqué, il se rajoutera à l'hamiltonien un terme Zeeman :

$$\mathcal{H}_Z = g \mu_B \mathbf{H} \cdot \mathbf{J} \quad (1.C.2)$$

$\mathcal{H}_Z$  commute avec  $\mathbf{J}^2$ ,  $J_z$  (si  $\mathbf{H}$  est le long de  $z$ ), mais pas avec  $J_x$  et  $J_y$  :  $\langle M_x \rangle$  et  $\langle M_y \rangle$  ne sont pas des constantes du mouvement.

Nous descendons assez longuement au niveau atomique, afin de voir comment la théorie microscopique permet de comprendre les phénomènes. L'équation simple, qui décrit le mouvement de  $\mathbf{m}$ , ne se déduit pas immédiatement des principes de la mécanique quantique et statistique. D'ailleurs certains effets ont été constatés, qui ne sont pas explicables dans le cadre classique d'une équation de précession dans un champ effectif qui contient toutes les déviations au modèle de l'ion libre.

L'évolution temporelle de la valeur moyenne de l'opérateur  $\mathbf{M}$  est donnée par le théorème d'Ehrenfest :

$$i \hbar \frac{d}{dt} \langle \mathbf{M} \rangle = \langle [\mathbf{M}, \mathcal{H}] \rangle \quad (1.C.3)$$

$$= -g^2 \mu_B^2 \langle [\mathbf{J}, \mathbf{J} \cdot \mathbf{H}] \rangle = ig^2 \mu_B^2 \langle \mathbf{J} \rangle \times \mathbf{H}$$

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{M} \rangle = \frac{g \mu_B}{\hbar} \mathbf{H} \times \langle \mathbf{M} \rangle \quad (1.C.4)$$

On note le rapport gyromagnétique

$$\gamma = \frac{g\mu_B}{\hbar} \quad (1.C.5)$$

Pour un moment magnétique dû uniquement au spin,  $g = 2$  et  $\gamma = 1.76 \cdot 10^7 \text{ Oe}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . (1.C.4) décrit un mouvement de précession du moment magnétique autour du champ appliqué; pour  $H = 5000 \text{ Oe}$  et  $g = 2$ , la fréquence correspondante vaut  $14 \text{ GHz}$ .

L'appendice A discute la valeur de  $g$  pour l'ion libre. Il dévie du facteur de Landé (équation (A.4)), :

- parce que le couplage spin orbite est significatif dans les terres rares, donc incorpore au multiplet fondamental  $J$  du terme fondamental  $L,S$  un peu du multiplet de même  $J$  des termes excités (couplage intermédiaire),
- parce que, à température ambiante, les multiplets excités sont peuplés de manière non négligeables dans certains cas ( $\text{Eu}^{3+}$  et  $\text{Sm}^{3+}$  surtout), où de plus le facteur  $g$  du multiplet fondamental est faible.

## 1b. Ion dans le cristal

Le multiplet  $J$  est alors scindé en différentes représentations du groupe de symétrie du site. En première approximation le champ cristallin est cubique. La séparation entre ces niveaux cristallins est assez variable (appendice A). Une séparation des niveaux cristallins cubiques est éventuellement réalisée par la partie non cubique du champ cristallin.

L'effet du champ cristallin sur la dynamique du moment magnétique se voit immédiatement avec (1.C.3) : l'hamiltonien  $\mathcal{H}$  contient un terme supplémentaire  $\mathcal{H}_C$ , le champ cristallin. Il est évident que  $[\mathbf{J}, \mathcal{H}_C] \neq 0$ , car le potentiel cristallin n'est pas à symétrie sphérique.

Par exemple, le terme à l'ordre le plus bas de  $\mathcal{H}_C$  cubique, dans un multiplet  $J$ , est proportionnel à :

$$\mathcal{H}_C = 35J_z^4 + \frac{5}{2}(J_+^4 + J_-^4) - \{30J(J+1) - 25\} J_z^2 + 3J(J+1)\{J(J+1) - 2\} \quad (1.C.6)$$

([Baker, 1958] ;  $z$  étant un des côtés du cube). L'équation de la dynamique résultante est compliquée, il est difficile d'en extraire un facteur  $\gamma$ .

Une autre approche du problème consiste à diagonaliser, dans le multiplet, l'hamiltonien  $\mathcal{H}_C + \mathcal{H}_Z$ .

Connaissant les vecteurs propres et leur énergies, il est possible de calculer  $\langle \mathbf{J} \rangle$  sur un état qui à  $t = 0$  est spécifié. Le résultat exprime cette valeur moyenne comme une somme de vecteurs qui tournent autour de  $\mathbf{H}$ , mais avec des fréquences différentes. Ceci car les niveaux cristallins ont des facteurs de séparation

spectroscopique différents (si le champ magnétique est très fort devant le potentiel cristallin, les niveaux tendent vers ceux du multiplet d'un ion libre. Il n'y a bien dans ce cas qu'une seule fréquence car les niveaux sont également espacés et  $J$  ne couple que des niveaux adjacents).

Nous remplaçons donc (1.C.4) par :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{J} \rangle &= \sum_i \langle \mathbf{J} \rangle_i \\ \frac{d \langle \mathbf{J} \rangle_i}{dt} &= \gamma_i \mathbf{H} \times \langle \mathbf{J} \rangle_i \end{aligned} \quad (1.C.7)$$

avec toujours  $\mathbf{M} = g\mathbf{J}$  dans le multiplet. Le  $\gamma$  résultant se calcule alors comme :

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{\sum \langle \mathbf{J} \rangle_i / \gamma_i}{\sum \langle \mathbf{J} \rangle_i}$$

(cette formule est démontrée plus loin, elle suppose les  $\langle \mathbf{J} \rangle_i$  couplés les uns aux autres).

Pour des niveaux cristallins bien séparés devant l'intervalle Zeeman, les  $\langle \mathbf{J} \rangle_i$  ne proviennent que de l'action de  $J$  à l'intérieur des niveaux cristallins (les  $\langle \mathbf{J} \rangle_i$  correspondant au passage d'un niveau à l'autre sont oscillants à la fréquence (grande) qui correspond à la séparation en énergie des niveaux). Les  $|\langle \mathbf{J} \rangle_i|$  et  $\gamma_i$  obtenus sont très variables.

En effet, les niveaux cristallins contiennent d'après (1.C.6) des états de  $J_z$  séparés de 4 unités. De plus changer  $J_z$  en  $-J_z$  ne change pas  $\mathcal{H}_c$ , donc on peut avoir un niveau dégénéré. L'action de  $J_x$  et  $J_y$ , donc de  $J_+$  et  $J_-$ , est de changer  $J_z$  de une unité. Ou encore, pour  $J$  entier,  $J_+$  et  $J_-$  n'ont que des éléments de matrice nuls à l'intérieur d'un niveau cristallin et  $\langle J_{\pm} \rangle_i = 0$  (dans le cas où il n'y a pas de dégénérescence accidentelle, c'est à dire en fait quand le champ cristallin est orthorhombique). Par contre pour  $J$  demi entier ce n'est pas le cas. Si un des états du niveau contient  $J_z = 1/2$ , son conjugué de Kramers contiendra  $J_z = -1/2$  ce qui donne lieu à élément de matrice de  $J_{\pm}$ . De même, si  $J_z = +3/2$  est une composante d'un état du niveau, alors  $+3/2 - 4 = -5/2$  aussi, donc  $J_z = +5/2$  sera dans l'état conjugué. La résonance paramagnétique des sels d'ions magnétiques, à basse température, a bien montré cette différence entre les  $J$  entiers et demi-entiers ([Van Vleck, 1932]). Nous voyons ainsi la variabilité des  $|\langle J_x \rangle_i|$  et  $|\langle J_y \rangle_i|$ . Pour le calcul des  $\gamma_i$ , c'est  $\langle J_z \rangle_i$  qui est en jeu (pour  $\mathbf{H}$  selon  $z$ ), qui dépend des coefficients sur les états  $J_z$  des états du niveau cristallin.

**Remarque :** Nous n'avons traité que le cas simple où  $\mathbf{H}$  est selon un des axes du cristal. C'est là que les niveaux cristallins sont le moins perturbés, et on peut les écrire en fonction des mêmes états de  $J_z$ . La situation est alors bien tranchée entre  $J$  entier et demi-entier. Pour une orientation quelconque de  $\mathbf{H}$  les niveaux de  $\mathcal{H}_c$  et  $\mathcal{H}_z$  contiennent un peu de tous les états de  $J_z$ . Le raisonnement qui donnait un moment tournant nul pour  $J$  entier ne tient plus, et un petit moment tournant existe. Il apparaît donc que le moment tournant est réduit par le champ cristallin. Certaines composantes qui pour l'ion libre tournaient à la fréquence de Larmor tournent à



une fréquence bien plus élevée : celle associée au champ cristallin. Il n'en reste que quelques unes, que nous avons notées  $\langle J \rangle_i$ , à tourner à des fréquences de l'ordre de celle de Larmor.

Quand l'intervalle Zeeman n'est pas négligeable devant celui des niveaux cristallins, on ne peut plus définir de  $\gamma$  car les fréquences de rotation  $\omega_i$  des  $\langle J \rangle_i$  ne sont pas linéaires en  $H$ . Cela traduit l'évolution des niveaux d'énergie de l'hamiltonien  $\mathcal{H}_C + \mathcal{H}_Z$ , intermédiaires entre ceux de  $\mathcal{H}_C$  seul et ceux de  $\mathcal{H}_Z$  seul.

$\text{Yb}^{3+}$  (cf appendice A, fig A-4) est un cas simple où il reste un petit moment tournant. Le doublet de Kramers fondamental est très bien séparé des autres et est le seul peuplé. L'ion se comporte comme s'il était libre, avec  $J = 1/2$  et  $g = 24/7$  (le champ cristallin non cubique perturbe un peu cela). L'ion libre avait  $J = 7/2$  et  $g = 8/7$ .

Pour conclure ce paragraphe sur la dynamique du moment magnétique de l'ion soumis au champ cristallin, notons que la modélisation classique, qui consiste à prendre (1.C.4) et mettre  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  au lieu de  $\mathbf{H}$ , n'est pas exacte. Cette équation (1.C.4) prédit que le moment tournant évolue à une seule fréquence, et garde un module constant. En fait, nous avons vu qu'il y a plusieurs fréquences et plusieurs moments tournants.

### 1c. Aimantation globale

Pour avoir le comportement dynamique de l'ensemble du grenat, il faut prendre en compte le fort couplage magnétique entre les ions, qui applique sur ceux-ci un champ d'échange beaucoup plus fort que le champ extérieur. De plus ce champ d'échange est variable dans le temps. Si seulement des ions libres étaient couplés, d'aimantations  $\mathbf{M}_i$  et de rapport gyromagnétiques  $\gamma_i$ , on écrirait :

$$\frac{d\mathbf{M}_i}{dt} = \gamma_i (\mathbf{H} + \sum_j n_{ij} \mathbf{M}_j) \times \mathbf{M}_i \quad (1.C.8)$$

( $n_{ij}$  : coefficient de champ moléculaire). Pour trouver le mode couplé de l'ensemble

des ions, il faut diviser par  $\gamma_i$  et sommer pour éliminer le champ moléculaire ( $n_{ij} = n_{ji}$ ), soit donc :

$$\sum_i \frac{1}{\gamma_i} \frac{d\mathbf{M}_i}{dt} = \mathbf{H} \times (\sum_i \mathbf{M}_i) \quad (1.C.9)$$

La solution de plus basse énergie est le mode uniforme, où tous les  $\mathbf{M}_i$  sont parallèles : l'aimantation résultante tourne comme celle d'un seul ion avec un rapport gyromagnétique global :

$$\gamma = \frac{\sum_i M_i}{\sum_i \frac{1}{\gamma_i}} \quad (1.C.10)$$

(La somme est algébrique pour tenir compte des couplages ferro ou antiferromagnétiques entre les ions). La relation (1.C.10) s'appelle formule de Wangness. Elle prédit  $\gamma = 0$  à la compensation du moment magnétique et  $\gamma = \infty$  pour celle du moment angulaire. De tels effets ont bien été observés ([Paulevé, 1957]).

L'étude, à l'aide de la résonance ferromagnétique, des grenats, a montré que (1.C.10) représentait bien la réalité en prenant pour  $M_i/\gamma_i$ , dans le cas des terres rares ayant  $L \neq 0$ , une valeur inférieure à :

$$\frac{\hbar}{\mu_B} \frac{M_{\text{statique}}}{g_{\text{Landé}}} \quad [\text{Haas, 1963}]$$

Par exemple Paulevé [1957] trouve  $g \approx 5$  pour  $\text{Er}^{3+}$  ( $4I_{15/2}$ ), mais bien  $g \approx 2$  pour  $\text{Gd}^{3+}$  ( $8S_{7/2}$ ) (en gardant  $M_{\text{statique}}$ ). Cela montre directement l'influence du champ cristallin sur les niveaux des ions; ceux à  $L = 0$  n'y étant pas sensibles. Haas [1963] mentionne deux explications phénoménologiques. Celle de Kittel suppose que la dynamique du moment des terres rares est très amortie, et que leur moment est donc aligné sur le champ. On écrit alors :

$$\frac{d\mathbf{M}_{\text{Fe}}}{dt} = \gamma_{\text{Fe}} (\mathbf{H} + n\mathbf{M}_c) \times \mathbf{M}_{\text{Fe}} \quad (1.C.11)$$

$$\mathbf{M}_c = (\mathbf{H} + n\mathbf{M}_{\text{Fe}}) \frac{M_c}{n M_{\text{Fe}}} \quad (1.C.12) \quad (n M_{\text{Fe}} \gg H)$$

( $M_{\text{Fe}}$  : aimantation des deux sous réseaux de Fer,  $M_c$  celle des terres rares en sites c).

d'où 
$$\frac{d\mathbf{M}_{\text{Fe}}}{dt} = \gamma_{\text{Fe}} \mathbf{H} \times \mathbf{M}_{\text{Fe}} \left( 1 + \frac{M_c}{M_{\text{Fe}}} \right)$$

puis  $\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{H} \times \mathbf{M}$  ( $\mathbf{M}$  est proportionnelle à  $\mathbf{M}_{\text{Fe}}$ )

avec  $\gamma = \gamma_{\text{Fe}} \left( 1 + \frac{M_c}{M_{\text{Fe}}} \right) = \frac{M_{\text{Fe}} + M_c}{\frac{M_{\text{Fe}}}{\gamma}}$

On retrouve (1.C.10) avec  $\frac{M_c}{\gamma_c} = 0$

Van Vleck a aussi proposé une explication. Il dit que  $\gamma_c$  doit être grand car le moment orbital est en partie bloqué par le champ cristallin. Comme le moment magnétique est le même que celui de l'ion libre (la loi de Curie de l'ion libre est vérifiée à 300°K), mais que le moment angulaire libre est restreint, et que

$M = g \mu_B J = \gamma \hbar J$ ,  $\gamma$  doit augmenter par rapport à l'ion libre. Toutefois pour la plupart des terres rares le couplage spin-orbite très fort empêche de penser que L est bloqué et S libre. Ces deux auteurs n'ont pas considéré quel comportement on devait attendre pour un ion plongé dans le champ cristallin. L'étude précédente a montré que la fréquence de Larmor  $\omega = \gamma H$  était remplacée par des fréquences, qui ne se mettent sous cette forme que pour H très faible. Or ce n'est pas le cas général des terres rares dans les grenats, car H est principalement le champ d'échange et la séparation Zeeman associée peut être comparable à celle du champ cristallin. Une manière de rendre compte de ce qui se passe serait d'écrire, au lieu de (1.C.12) :

$$\mathbf{M}_c = p \mathbf{M}'_c + (1-p) (\mathbf{H} + n \mathbf{M}_{\text{Fe}}) \frac{M_c}{n M_{\text{Fe}}} \quad (1.C.13)$$

Cela exprime le partage du moment  $M_c$  en une partie  $pM_c$  qui tourne, et  $(1-p)M_c$  qui est alignée sur le champ. Cette dernière correspond au moment qui tourne à haute fréquence et doit relaxer plus vite vers l'équilibre (ce n'est pas nécessairement le moment magnétique orbital, celui de spin étant libre).  $M_c$  évolue normalement selon

$$\frac{d\mathbf{M}_c}{dt} = \gamma_c (\mathbf{H} + n \mathbf{M}_{\text{Fe}}) \times \mathbf{M}'_c \quad (1.C.14)$$

$$(|\mathbf{M}'_c| = |\mathbf{M}_c|)$$

Pour éliminer le champ d'échange dans (1.C.11), (1.C.13) et (1.C.14) il faut écrire

$$\frac{1}{\gamma_{\text{Fe}}} \frac{d\mathbf{M}_{\text{Fe}}}{dt} + \frac{1}{\gamma_c} \frac{d}{dt} (p\mathbf{M}'_c) = \mathbf{H} \times \mathbf{M}$$

$$\text{d'où } \gamma = \frac{M_{\text{Fe}} + M_{\text{c}}}{\frac{M_{\text{Fe}}}{\gamma_{\text{Fe}}} + \rho \frac{M_{\text{c}}}{\gamma_{\text{c}}}} \quad (1.C.15)$$

Cette formule peut s'interpréter en disant que le facteur gyromagnétique effectif des terres rares a été amplifié et vaut  $\gamma'_{\text{c}} = \gamma_{\text{c}}/\rho$ . Nous pensons ainsi comprendre ce qui se passe au niveau atomique et au niveau de tout le grenat.

Terminons ce paragraphe en remarquant que nous avons essentiellement envisagé des processus hors d'équilibre. Un moment qui précesse autour du champ n'est pas à l'équilibre thermodynamique, car le niveau d'énergie minimum correspond à l'alignement le long du champ, L'établissement de l'équilibre va se traduire par de la relaxation. Nous avons déjà mentionné ce processus pour la partie haute fréquence du moment tournant de l'ion dans le champ cristallin. Maintenant nous considérons celle du moment tournant à la fréquence de Larmor.

## 1d. Amortissement, relaxation

### Phénoménologie

L'expérience indique que l'aimantation finit par s'aligner avec le champ. La précession de Larmor est donc amortie.

Si la contrainte  $|\mathbf{M}| = M_{\text{s}}$  est à respecter, alors  $d\mathbf{M}/dt$  est normal à  $\mathbf{M}$  est ainsi Landau [1935] a posé

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma_{\text{L}} \mathbf{H} \times \mathbf{M} + \lambda_{\text{L}} \gamma_{\text{L}} \frac{\mathbf{M} \times (\mathbf{H} \times \mathbf{M})}{M_{\text{s}}^2} \quad (1.C.16)$$

Gilbert [1955] a proposé une autre écriture

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{H} \times \mathbf{M} + \alpha \frac{\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}}{M_{\text{s}}} \quad (1.C.17)$$

Le passage entre les deux se fait par

$$\gamma_{\text{L}} = \frac{\gamma}{1 + \alpha}, \quad \lambda_{\text{L}} = \alpha M_{\text{s}} \quad (1.C.18)$$

Dans le cas usuel  $\gamma > 0$ , alors  $\alpha > 0$  donne bien une relaxation de  $\mathbf{M}$  vers  $\mathbf{H}$ .

Nota : La littérature citant [Landau, 1935] propose des formes assez diverses pour (1.C.16). Au lieu du coefficient  $\lambda_{\text{L}} \gamma_{\text{L}}/M_{\text{s}}^2$  du papier original, [Haas, 1963] prend  $\lambda_{\text{L}}$ , [Slonczewski, 1979] et [Teale, 1978]  $\lambda_{\text{L}}/M_{\text{s}}^2$ , [Bar'yakhtar, 1984]  $-\lambda_{\text{L}}/M_{\text{s}}$ , [Mallinson, 1987]  $\lambda_{\text{L}}/M_{\text{s}}$ .

Néanmoins l'accord se fait sur le paramètre  $\lambda'$  donnant la dissipation d'énergie. Pour la calculer, on sait que  $\mathbf{H}$  est un champ effectif défini par (1.B.14). La variation de l'énergie s'écrira donc :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} \cdot \frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{M}}{dt}$$

Avec (1.C.17) on montre alors que :

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\alpha}{M_s \gamma} \left( \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)^2 = -\frac{\alpha M_s}{\gamma} \left( \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right)^2 \quad (1.C.19)$$

ou de même avec (1.C.16)

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\lambda_L}{\gamma_L \left( 1 + \frac{\lambda_L^2}{M_s^2} \right)} \left( \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right)^2 \quad (1.C.20)$$

Soit donc :

$$\lambda' = \frac{\alpha M_s}{\gamma} = \frac{\lambda_L}{\gamma_L \left( 1 + \frac{\lambda_L^2}{M_s^2} \right)} \quad (1.C.21)$$

Nous retrouvons le fait que  $\alpha$  et  $\gamma$  doivent avoir le même signe pour qu'il y ait bien dissipation. Des valeurs de  $\lambda'$  sont données dans le tableau 1-2.

L'expression (1.C.21) montre que  $\lambda_L$  ne représente pas bien l'amortissement, car on s'attend plutôt à ce que  $\lambda'$  augmente quand l'amortissement augmente. Par contre l'équation de Gilbert donne lieu à une séparation entre précession et amortissement, et c'est pourquoi elle est préférée [Mallinson, 1987].

Signalons une autre forme possible d'introduction de la relaxation. Bloembergen [1950] a proposé d'utiliser l'équation de Bloch, habituellement appliquée à la résonance magnétique nucléaire, où deux temps de relaxation interviennent. Dans l'expérience de résonance ferromagnétique, il existe en effet deux champs : un fort champ statique  $H_z$  qui sature l'échantillon et un petit champ plan perpendiculaire variant à la fréquence de résonance. Donc on peut considérer un temps  $T_2$  pour la composante RF, plane, et un temps  $T_1$  pour la composante perpendiculaire. A faible puissance RF,  $T_2$  est relié à  $\alpha$  par :

$$T_2 = \frac{1 + \alpha^2}{\alpha \gamma H_z} \quad (1.C.22) \quad , \text{ et vaut } 2 T_1$$

Mais en dehors de l'expérience de résonance, il est difficile d'appliquer l'équation de Bloch-Bloembergen. Que faut-il prendre comme axe z ? Il n'y a pas en général de fort champ statique  $H_z$ , particulièrement dans le cas du déplacement d'une structure magnétique, où l'orientation des moments magnétiques change notablement. Cette équation a toutefois le mérite de nous interpeller sur la validité de (1.C.17). Ce sont des processus différents qui conduisent à  $T_1$  et  $T_2$ , qui existent déjà dans le cas simple de la résonance ferromagnétique. Dans le cas général, plus compliqué et non linéaire, plusieurs temps de relaxation doivent peut-être être envisagés.

Considérons maintenant les modèles microscopiques.

### Modèles microscopiques

L'expérience montre (cf tableau 1-2) que l'amortissement dépend essentiellement des terres rares en sites dodécaédriques. Il semble donc logique, pour un grenat substitué, de combiner les coefficients  $\lambda'$  des différents ions dans le rapport de leurs concentrations.

On peut noter avec satisfaction, que si on additionne les équations (1.C.17) pour chacun des sous réseaux, en divisant par  $\gamma_i$  pour simplifier les champs d'échange (la manière utilisée pour calculer le  $\gamma$  total (1.C.10)), on obtient pour le terme de relaxation

$$\sum_i \frac{\alpha_i}{\gamma_i} \frac{\mathbf{M}_i \times \frac{d\mathbf{M}_i}{dt}}{M_i} = \sum_i \lambda'_i \mathbf{m}_i \times \frac{d\mathbf{m}_i}{dt}$$

Comme dans le mode uniforme, les sous réseaux sont colinéaires, tous les  $\mathbf{m}_i$  sont identiques et donc

$$\lambda' = \sum_i \lambda'_i \quad (1.C.23)$$

comme on s'y attendait.

La comparaison avec la fig.1-3 permet de dégager la tendance suivante : il faut un grand L et un grand J pour avoir un grand amortissement et aussi un grand moment magnétique pour la terre rare.

D'autre part, les mesures faites à basse température sur du YIG substitué avec des terres rares [Dillon, 1962], montrent un pic pour la largeur de raie en résonance ferromagnétique (qui est reliée à l'amortissement), vers  $T \approx 60$  K. Cela correspond à une énergie de  $40 \text{ cm}^{-1}$ , de l'ordre de grandeur de la séparation des niveaux dans le multiplet J, de la terre rare, due au champ d'échange avec les ions  $\text{Fe}^{3+}$ . Dans le cas simple de  $\text{Yb}^{3+}$ , où le doublet de Kramers fondamental est bien isolé des suivants ( $550 \text{ cm}^{-1}$ ), l'explication est allée très loin [Teale, 1978]. L'idée de base [Wickersheim, 1962], [Van Vleck, 1963], est que l'échange Fe-TR, ainsi que le facteur de séparation spectroscopique, sont anisotropes. Quand le moment de Fe tourne, la séparation du doublet varie et la population des niveaux doit changer pour revenir à l'équilibre thermique. C'est un processus irréversible qui dissipe de

l'énergie. La dissipation est maximale quand  $k_B T = \frac{(\hbar\omega)_{\max} + (\hbar\omega)_{\min}}{2}$ ,

$\hbar\omega$  désignant la séparation en énergie du doublet : cela assure une grande différence entre les populations à l'équilibre. L'amortissement dépend aussi de la fréquence  $\omega$  à cause du temps de réajustement  $\tau$  de la population des niveaux ( $\tau$  dépend de la température [Teale, 1979]); il est maximum pour  $\omega\tau \approx 1$ .

A température ambiante,  $k_B T = 200 \text{ cm}^{-1}$  est supérieur à la séparation par échange des niveaux du multiplet. En revanche, le multiplet est séparé par le champ cristallin lorsque  $L \neq 0$  (sinon l'opérateur champ cristallin, qui agit sur la partie orbitale, a une projection nulle dans le multiplet). La modulation de ces niveaux par le champ d'échange, qui est d'autant plus grande que le moment de la terre rare l'est, va encore causer une redistribution de la population des niveaux. Par exemple, la fig. 1-16 montre la séparation du multiplet fondamental de  $\text{Tb}^{3+}$ , calculée par Dillon [1961] : les variations avec l'orientation de l'aimantation sont très importantes.

Comme  $\tau$  diminue quand la température augmente, on se retrouve dans le régime  $\omega\tau < 1$  à 300 K, et ce à la fréquence de la résonance ferromagnétique (10 GHz) ou bien à celle, beaucoup plus faible, de rotation des spins dans les mouvements de structures magnétiques que nous étudions. Comme le modèle précédent prédit que la largeur de raie  $\Delta H$  (mesurée sur la dérivée) est alors proportionnelle à  $\omega$  [Teale, 1978], et que d'autre part cette largeur de raie est reliée au paramètre  $\alpha$  par [Sloncewski, 1979]

$$\alpha = \frac{\sqrt{3} \alpha \Delta H}{2\omega} \quad (1.C.24)$$

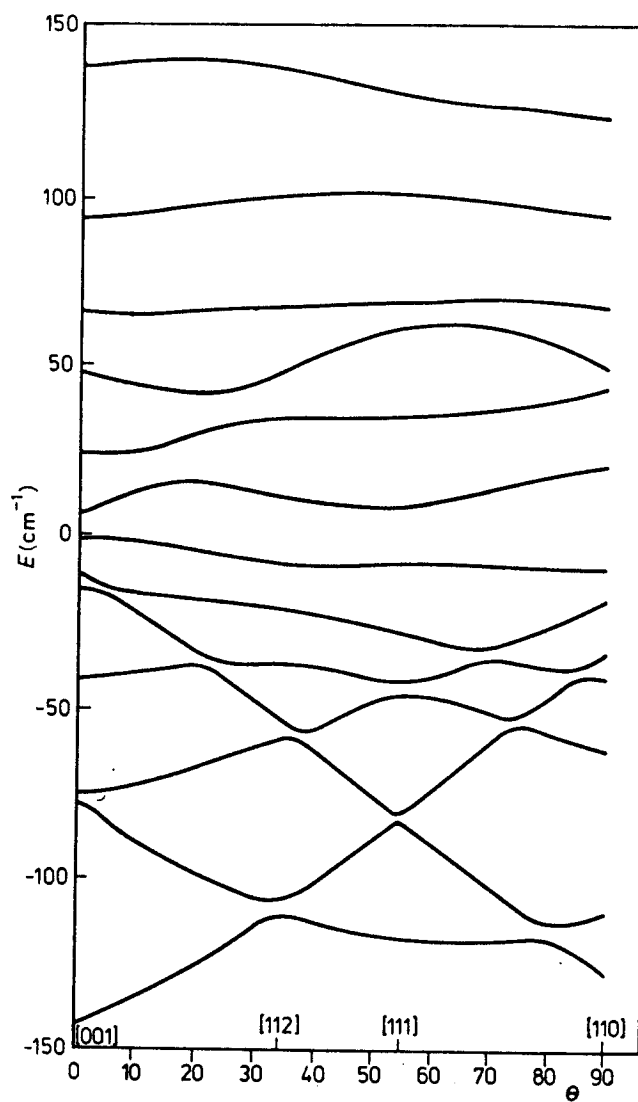
on peut penser que le  $\alpha$  mesuré en résonance ferromagnétique sera le même que celui à utiliser aux fréquences de déplacement des parois et lignes.

Notons que dans le modèle de Van Vleck [1963], (aussi appelé "de relaxation lente" car à température ambiante  $\omega\tau \ll 1$ ), on peut dériver une expression pour l'équation de mouvement de la composante longitudinale de l'aimantation, qui est différente de celle des composantes transverses. On retrouve donc  $T_1$  et  $T_2$ .

Le modèle, qui fait intervenir un échange anisotrope, prévoit que la largeur de raie dépend de l'orientation du champ de résonance. Les mesures montrent que cette anisotropie diminue quand la température augmente. Un  $\alpha$  isotrope semble donc assez justifié à température ambiante.

### Le temps de réarrangement $\tau$

En définitive, une fois les calculs de niveaux d'énergie faits, c'est  $\tau$  qui gouverne l'amortissement. Tant que  $\omega\tau \ll 1$ ,  $\Delta H$  et  $\alpha$  sont proportionnels à  $\tau$  [Van Vleck, 1963], car celui-ci donne le retard dans l'ajustement de la population. Pour deux niveaux qui s'éloignent quand le moment tourne, la perte d'énergie lors de l'ajustement croît avec le retard de l'ajustement des populations.



**Fig. 1-16**

*Calcul de la séparation du multiplet fondamental  $7F_6$  de  $Tb^{3+}$ , due au champ cristallin cubique avec une distorsion selon  $[110]$  et au champ d'échange pour une aimantation de  $Fe^{3+}$  tournant dans le plan  $(1\bar{1}0)$  [ Dillon, 1961]*



Un premier processus d'ajustement fait intervenir le couplage magnons-phonons.

Une manière de voir la relaxation magnons-phonons consiste, comme le dit Haas [1963], à récrire l'énergie magnétoélastique (1.A.21) sous forme d'opérateurs. Un processus à deux magnons et un phonon apparaît.

Le tableau 1-2 montre en effet une certaine corrélation entre les coefficients de magnétostriction et le coefficient d'amortissement.

Toutefois Haas [1963] indique que le calcul par ce moyen de la durée de vie du mode uniforme (celui de la résonance ferromagnétique), donne un temps beaucoup trop long par rapport aux valeurs observées. Pour un mode non uniforme on ne sait pas.

Plus fondamentalement, c'est le couplage spin-réseau qui est invoqué dans la relaxation. Un phonon modifie le champ cristallin donc agit sur le multiplet, de même que le champ cristallin statique sépare le multiplet. Dans cette optique, une faible séparation du multiplet par le champ cristallin donnerait un faible  $1/\tau$ , donc un grand amortissement. Effectivement, pour  $Tb^{3+}$  qui est très amorti, la séparation moyenne vaut  $30\text{ cm}^{-1}$  (fig. 1-16) alors que pour  $Yb^{3+}$  (peu amorti) la séparation fondamentale - 1er excité est de  $550\text{ cm}^{-1}$  et que pour  $Nd^{3+}$  (intermédiaire) elle est de  $100\text{ cm}^{-1}$  [Clarke, 1965].

[Orbach, 1961] propose deux modèles pour  $\tau$ , chacun donnant une certaine dépendance en température : le paramètre est  $dE/kT$ , où  $dE$  est la séparation des niveaux. Les deux modèles prédisent une augmentation (avec saturation ou non) de  $1/\tau$  avec  $dE/kT$ , ce qui est conforme au raisonnement intuitif fait ci-dessus. Les études de Clarke [1965] montrent que les deux processus pour  $\tau$  existent bien. Quand la séparation des niveaux par le champ cristallin est comparable à la variation d'énergie causée par l'échange (cas de  $Tb^{3+}$ , fig.1-16),  $\tau$  devient dépendant de l'orientation de l'aimantation.

En conclusion de cette revue du modèle microscopique, il se dégage les points suivants

- ◆ Le diagramme des niveaux d'énergie dans le multiplet, séparés par le champ cristallin et le champ d'échange, en fonction de l'orientation de l'aimantation, est essentiel.
- ◆ Un temps de relaxation  $\tau$  de la population des niveaux vers la valeur de l'équilibre thermique est à calculer. A température ambiante  $\omega\tau \ll 1$  même pour la résonance ferromagnétique.
- ◆ L'amortissement vient du réajustement de la population des niveaux qui se produit lors de tout mouvement de l'aimantation.
- ◆ Des niveaux à séparation faible (devant  $kT$ ) et fortement variable avec la direction de l'aimantation donnent un fort amortissement.

La formulation macroscopique de l'amortissement la plus simple (la plus isotrope) est celle de Gilbert (1.C.17). La discussion précédente montre qu'il existe aussi des

termes anisotropes. Bar'yakhtar [1984] propose une expression, qui dans le cas de la résonance ferromagnétique se réduit à l'équation de Bloch-Bloembergen. Dans tous les cas, les termes autres que ceux de (1.C.17) entraîneront une variation du module de l'aimantation, avec retour à la valeur  $M_s$  quand le mouvement s'arrête. Une analyse du modèle microscopique pour en extraire une formulation de l'amortissement anisotrope reste à faire.

Dans la suite, nous utiliserons (1.C.17). Tous les modèles de mouvement des structures magnétiques ont été développés à partir de cette équation. C'est à l'expérience de juger de la validité de cette approche.

## 1e. Autres formes de l'équation de Landau-Lifschitz-Gilbert

Plutôt que la forme vectorielle de (1.C.17), la forme avec les variables  $\theta$  et  $\varphi$  (définies fig. 1-4 §IB) est souvent utilisée. Appelons  $\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_\theta$ ,  $\mathbf{e}_\varphi$  les vecteurs unitaires le long des axes des coordonnées polaires.

On écrit  $\mathbf{M} = M_s \mathbf{e}_r$

d'où  $d\mathbf{M} = M_s (d\theta \mathbf{e}_\theta + \sin\theta d\varphi \mathbf{e}_\varphi)$

et

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} = -\frac{1}{M_s} \left( \frac{\delta E}{\delta \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{\delta E}{\delta \varphi} \frac{\mathbf{e}_\varphi}{\sin\theta} \right) \quad (1.C.25)$$

(La règle est de prendre  $-\nabla \cdot \left( \frac{\partial E}{\partial (\nabla \theta)} \right)$  pour les termes d'échange, comme nous l'avons vu au chapitre I.B.)

(1.C.17) se réécrit donc :

$$M_s \left( \frac{d\theta}{dt} \mathbf{e}_\theta + \sin\theta \frac{d\varphi}{dt} \mathbf{e}_\varphi \right) = -\gamma \left( \frac{\delta E}{\delta \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{\delta E}{\delta \varphi} \frac{\mathbf{e}_\varphi}{\sin\theta} \right) \times \mathbf{e}_r + \alpha M_s \mathbf{e}_r \times \left( \frac{d\theta}{dt} \mathbf{e}_\theta + \sin\theta \frac{d\varphi}{dt} \mathbf{e}_\varphi \right)$$

soit (les équations usuelles) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_s}{\gamma} \left( \frac{d\theta}{dt} + \alpha \sin\theta \frac{d\varphi}{dt} \right) = -\frac{1}{\sin\theta} \frac{\delta E}{\delta \varphi} \\ \frac{M_s}{\gamma} \left( \sin\theta \frac{d\varphi}{dt} - \alpha \frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{\delta E}{\delta \theta} \end{array} \right. \quad (1.C.26)$$

Döring [1948] a fait remarquer que les équations sans amortissement pouvaient être déduites d'un principe variationnel, avec une densité de Lagrangien :

$$L(\theta, \varphi) = E(\theta, \varphi) + \frac{M_s}{\gamma} \varphi \sin\theta \frac{d\theta}{dt} \quad (1.C.27)$$

La variable conjuguée de  $\theta$  vaut :

$$p_\theta = \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{d\theta}{dt}\right)} = \frac{M_s}{\gamma} \varphi \sin\theta, \text{ alors que } p_\varphi = 0$$

La fonction de Hamilton associée à  $L$ , qui est conservée, vaut

$$H = p_\theta \frac{d\theta}{dt} - L = -E$$

(On retrouve le fait qu'en l'absence d'amortissement l'énergie se conserve).

Un des attraits de la formulation de l'amortissement par Gilbert est qu'elle peut être introduite en considérant dans les équations de Lagrange une fonction dissipative de Rayleigh :

$$F\left(\frac{d\theta}{dt}, \frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{\alpha M_s}{2\gamma} \left(\frac{d\mathbf{m}}{dt}\right)^2 = \frac{\alpha M_s}{2\gamma} \left( \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \sin^2\theta \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \right) \quad (1.C.28)$$

On l'utilise dans les équations variationnelles en rajoutant  $\partial F/\partial(d\theta/dt)$  à l'équation de Lagrange en  $\theta$ , et  $\partial F/\partial(d\varphi/dt)$  à celle en  $\varphi$ . Nous retrouvons aussi le fait que  $\lambda' = \alpha M_s/\gamma$  ((1.C.21)) donne la dissipation d'énergie.

Nous verrons encore d'autres formulations de (1.C.26) dans le paragraphe suivant.

## 2. Dynamique des structures magnétiques

### 2a. Solution exacte à une dimension

Pour la paroi à une dimension (voir § IB1a pour sa structure), Walker [1956] a trouvé une solution analytique des équations de mouvement. Il s'agit d'une paroi isolée mise en mouvement par un champ de polarisation  $H_z$ . L'angle  $\varphi$  est constant mais non nul, donné par

$$\sin 2\varphi = \frac{H_z}{2\pi\alpha M_s} \quad (1.C.29a)$$

le paramètre de largeur de paroi vaut

$$\Delta = \Delta_0 \left( 1 + \frac{1}{2Q} \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{H_z}{2\pi\alpha M_s} \right)^2} \right] \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.C.29b)$$

et la vitesse de déplacement s'écrit

$$v = \frac{\gamma\Delta}{\alpha} H_z \quad (1.C.30)$$

(avec  $\Delta$  donné par (1.C.29b)).

Ce régime n'existe que si  $H_z < H_w$ , où

$$H_w = 2\pi\alpha M_s \quad (1.C.31)$$

est appelé champ de Walker. Il lui correspond une vitesse de Walker  $v_w$

$$v_w = \frac{\gamma\Delta}{\alpha} H_w = 2\pi\gamma M_s \Delta_0 \left( 1 + \frac{1}{2Q} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.C.32)$$

La relation (1.C.30), montrant que la vitesse est proportionnelle au champ, permet de définir une mobilité

$$\mu = \frac{v}{H_z} \quad \left( = \frac{\gamma\Delta}{\alpha} \text{ ici} \right)$$

Avec  $4\pi M_s = 200$  G,  $\alpha = 0.1$ ,  $A = 10^{-7}$  erg/cm,  $K_u = 10^4$  erg/cm<sup>3</sup> et  $\gamma = 1.76 \cdot 10^7$  Oe<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup> il vient

$$\begin{aligned} H_w &= 10 \text{ Oe} \\ \mu &= 5.6 \text{ m s}^{-1} \text{ Oe}^{-1} \end{aligned}$$

On comprend aisément que  $\phi$  quitte la valeur 0 lorsque la paroi est en mouvement. En effet cela crée un champ démagnétisant normal à la paroi et quand l'aimantation précède autour de lui elle bascule d'une orientation de domaine à l'autre, faisant ainsi avancer la paroi. Le  $\phi$  maximum jusqu'où cette solution stationnaire existe est  $\pi/4$ .

Les solutions transitoires de l'équation de mouvement d'une paroi ont été examinées par Schryer [1974]. La solution stationnaire est bien retrouvée aux grands temps. Pour le régime transitoire, un modèle analytique où  $\Delta$  et  $v$  varient avec le temps reproduit très bien les résultats du calcul numérique (bien que la solution analytique ne soit pas exacte). L'approche vers la solution stationnaire est exponentielle, avec une constante de temps valant

$$T = \frac{1 + \alpha^2}{2\gamma \sqrt{H_w^2 - H_z^2}} \quad (1.C.33)$$

Döring [1948] avait déjà trouvé cette inertie de la paroi. Notant par  $q$  la position de la paroi, il avait trouvé aux faibles champs  $H_z$  une équation pour  $q$  de la forme

$$m_D \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{2M_s}{\mu} \frac{dq}{dt} = 2M_s H_z \quad (1.C.34)$$

avec une masse  $m_D$  appelée masse de Döring

$$m_D = \frac{1 + \alpha^2}{2\pi\gamma \Delta_0} \quad (1.C.35)$$

En fait Döring a considéré une situation sans amortissement où une paroi se déplace à vitesse constante  $v$ . Le développement de l'énergie de paroi en puissances de  $v$  s'écrit

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{2} m_D v^2$$

d'où la valeur de  $m_D$  (avec  $\alpha = 0$ )

La solution de (1.C.34) pour un champ  $H_z$  appliqué à partir de  $t = 0$ , est

$$v = \frac{dq}{dt} = \mu H_z \left( 1 - \exp\left(-\frac{2M_s}{m_D \mu} t\right) \right)$$

soit une constante de temps  $T$  valant

$$T = \frac{m_D \mu}{2M_s} = \frac{\gamma \Delta_0}{2\alpha M_s} \frac{1 + \alpha^2}{2\pi\gamma^2 \Delta_0} = \frac{1 + \alpha^2}{\alpha\gamma 4\pi M_s} \quad (1.C.36)$$

Cette expression est identique à (1.C.33) si on y fait  $H_z = 0$ .

Avec les paramètres précédents,  $T = 2.8$  ns.

Notons que (1.C.36) correspond à l'expression (1.C.22) de la constante de temps pour un mouvement uniforme de l'aimantation, pourvu d'y avoir posé  $H_z = 4\pi M_s$ . Ceci peut s'interpréter en disant que c'est le champ démagnétisant qui gouverne l'établissement d'un régime stationnaire (a priori on pouvait aussi penser à  $H_z \ll 4\pi M_s$ , ou à  $H_k \gg 4\pi M_s$ )

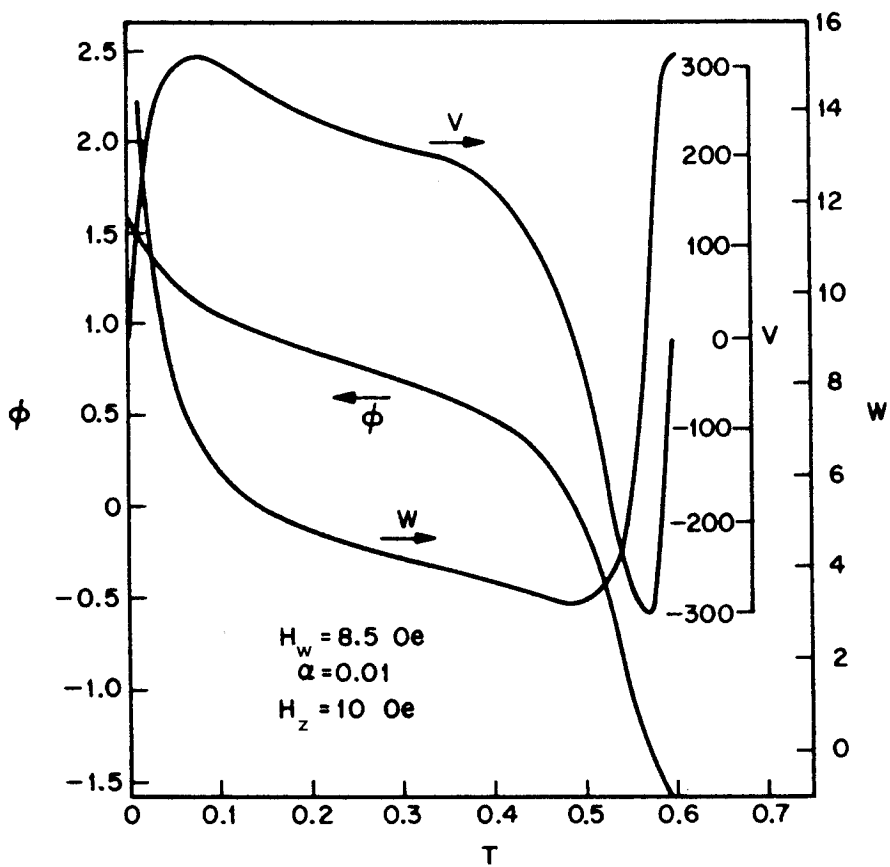


Fig. 1-17

Régime stationnaire pour le mouvement d'une paroi à une dimension lorsque  $H_z > H_w$  [Schryer, 1974].  $w$  vaut  $5\pi\Delta/\Delta_0$ ,  $\Phi = \pi/2 + \phi$  est en radians, le temps  $T$  en unités de  $(\gamma \cdot 1 \text{ Oe})^{-1}$ ,  $v$  en unité  $\gamma\Delta_0 \cdot 1 \text{ Oe}$ ; c'est un matériau de type YIG. On voit une demi-période du mouvement.

Les solutions pour  $H_z > H_w$  sont aussi examinées dans [Schryer, 1974]. Le régime stationnaire est périodique (fig.1-17). La vitesse fait de courtes incursions dans le domaine négatif, alors que  $\phi$  augmente de manière monotone. Ce régime est toutefois hypothétique, car dans la zone  $H_z > H_w$  la vitesse moyenne décroît quand  $H_z$  augmente (mobilité différentielle négative), et la solution décrivant une paroi rectiligne qui se déplace est instable [Slonczewski, 1979]. De plus, l'étude des modèles à deux et trois dimensions, ainsi que les expériences, montrent qu'avant d'atteindre la vitesse de Walker la structure de la paroi change par d'autres mécanismes.

Pour aller plus loin que la solution analytique à une dimension, on peut par exemple résoudre de manière numérique, sur un maillage à trois dimensions, l'équation d'évolution. Cela devient possible grâce aux progrès des ordinateurs.

Mais avant que cela n'arrive, des approches plus globales ont été développées. Les structures magnétiques, une fois créées, ont une certaine stabilité. De forts champs internes les font tenir (échange, anisotropie et champ démagnétisant). En première approximation, un champ extérieur va seulement les déplacer, ce qui revient à les considérer comme des particules. On calcule alors la dynamique de la particule en intégrant spatialement l'équation de mouvement afin d'arriver à des forces globales sur la particule. C'est l'approche de Thiele, que nous étudions au 2b.. En allant plus loin (par exemple à plus grande vitesse), l'expérience et les calculs montrent que la structure magnétique change lorsqu'elle est en mouvement (par exemple  $\phi$  devient différent de 0 pour la paroi unidimensionnelle). Dans ce cas, la bonne description de la structure est du type soliton. A la variable position de la structure, il faut ajouter quelques paramètres décrivant la structure, qui eux aussi seront variables dans le temps. C'est l'approche de Slonczewski, qui sera présentée en 2e. Comme pour les solitons usuels, nous verrons que jusqu'à une certaine vitesse, le soliton se déplace sans changement topologique de sa structure. Au delà, un changement topologique se produit : d'autres solitons/structures sont nucléés.

Mentionnons toutefois, que contrairement aux solitons "purs", les structures magnétiques ne peuvent pas se traverser : une collision donne ou une annihilation ou la formation d'un état lié (un noeud).

## 2b. Les mouvements stationnaires, d'après Thiele

Thiele [1973] commence par récrire l'équation de mouvement (1.C.17) sous forme de champ

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\alpha}{\gamma M_s} \frac{d\mathbf{M}}{dt} + \frac{1}{\gamma M_s^2} \frac{d\mathbf{M}}{dt} \times \mathbf{M} = 0 \quad (1.C.37)$$

(en faisant le produit vectoriel avec  $\mathbf{M}$ , (1.C.17) est retrouvée; seule la partie orthogonale à  $\mathbf{M}$  de  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  compte).

Le deuxième terme est noté  $\mathbf{H}^\alpha$  (champ "d'amortissement") et le troisième  $\mathbf{H}^g$  (champ "gyroscopique"). Le champ effectif dérivé de la densité d'énergie, est aussi appelé champ réversible  $\mathbf{H}^r$ .

Cette équation peut encore être convertie en densités de forces, au moyen de :

$$f_i = -H_j \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \quad (1.C.38)$$

soit  $\mathbf{f} = -(\nabla \mathbf{M}) \mathbf{H}$  (1.C.38bis)

(le signe est négatif car la structure s'écrit  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t), 0)$ , et on veut trouver le mouvement de  $\mathbf{R}$ ).

Finalement l'équation de mouvement s'écrit :

$$\mathbf{f}^r + \mathbf{f}^g + \mathbf{f}^\alpha = \mathbf{0} \quad (1.C.39)$$

avec  $\mathbf{f}^r = +(\nabla \mathbf{M}) \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} = (\nabla \mathbf{m}) \frac{\delta E}{\delta \mathbf{m}}$  (1.C.40)

$$\mathbf{f}^g = -\frac{M_s}{\gamma} (\nabla \mathbf{m}) \left( \frac{d\mathbf{m}}{dt} \times \mathbf{m} \right) \quad (1.C.41)$$

$$\mathbf{f}^\alpha = \frac{\alpha M_s}{\gamma} (\nabla \mathbf{m}) \frac{d\mathbf{m}}{dt} \quad (1.C.42)$$

Nota : Nous avons défini

$$\frac{\delta E}{\delta M_j} = \frac{\partial E}{\partial M_j} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial E}{\partial \left( \frac{\partial M_j}{\partial x_k} \right)} \right)$$

et donc

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \frac{\delta E}{\delta M_j} = \frac{\partial E}{\partial M_j} \frac{\partial M_j}{\partial x_i} + \frac{\partial E}{\partial \left( \frac{\partial M_j}{\partial x_k} \right)} \frac{\partial^2 M_j}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \frac{\partial E}{\partial \left( \frac{\partial M_j}{\partial x_k} \right)} \right) \\ &= \frac{\partial E}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} (T_{ik}) = \frac{\partial}{\partial x_k} (\Theta_{ik}) \end{aligned} \quad (1.C.43)$$

( $\Theta$  est le tenseur énergie-impulsion de la théorie des champs, appelé aussi tenseur des contraintes (pression) en mécanique des milieux continus).

Il ne faut pas écrire  $\mathbf{f}^r = \nabla E$ , confondant la dérivée fonctionnelle  $\delta$  et la dérivée partielle  $\partial$ .



En coordonnées polaires  $\theta, \varphi$  pour  $\mathbf{m}$ , les expressions sont :

$$\mathbf{f}^r = \frac{\delta E}{\delta \theta} \nabla \theta + \frac{\delta E}{\delta \varphi} \nabla \varphi \quad (1.C.44)$$

$$\mathbf{f}^g = -\frac{M_s}{\gamma} \sin \theta \left( \frac{d\varphi}{dt} \nabla \theta - \frac{d\theta}{dt} \nabla \varphi \right) \quad (1.C.45)$$

$$\mathbf{f}^\alpha = \frac{\alpha M_s}{\gamma} \left( \frac{d\theta}{dt} \nabla \theta + \sin^2 \theta \frac{d\varphi}{dt} \nabla \varphi \right) \quad (1.C.46)$$

Pour une structure en mouvement stationnaire à une vitesse  $\mathbf{v}$ , les dérivées temporelles de  $\theta$  et  $\varphi$  s'écrivent

$$\frac{d\theta}{dt} = -\nabla \theta \cdot \mathbf{v} \quad , \quad \frac{d\varphi}{dt} = -\nabla \varphi \cdot \mathbf{v} \quad (1.C.47)$$

(1.C.45) se simplifie alors en

$$\mathbf{f}^g = \frac{+M_s}{\gamma} \mathbf{g} \times \mathbf{v} \quad (1.C.48)$$

$$\text{où} \quad \mathbf{g} = \nabla(\cos \theta) \times \nabla \varphi \quad (1.C.49)$$

est le gyrovecteur.

$$\text{De même} \quad \mathbf{f}^\alpha = \frac{\alpha M_s}{\gamma} \mathbf{d} \cdot \mathbf{v} \quad (1.C.50)$$

$$\text{où} \quad \mathbf{d} = -(\nabla \theta \otimes \nabla \theta + \sin^2 \theta \nabla \varphi \otimes \nabla \varphi) \quad (1.C.51)$$

est la matrice de dissipation (diadique de dissipation dit Thiele).

(Nous poursuivons dans la logique de Slonczewski qui consiste à mettre des paramètres physiques en facteur dans la force,  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{d}$  étant purement géométriques. On notera que les deux paramètres physiques dans (1.C.48) et (1.C.50) sont ceux qui sont additifs pour des sous réseaux : voir les équations (1.C.10) et (1.C.23))

Pour une structure étendue sur un volume  $V$  de l'espace, on considérera des forces globales

$$\mathbf{F} = \iiint_V \mathbf{f} \, dV$$

Dans le cas du mouvement stationnaire, il suffit d'intégrer le gyrovecteur et la matrice de dissipation sur tout le volume  $V$ . Pour cela il faut une distribution d'aimantation dans la structure étudiée.

Toutefois, le gyrovecteur total n'en dépend guère, car  $g_i$  est le jacobien de la transformation du plan orthogonal au  $i^{\text{ème}}$  axe de coordonnées en les variables  $\theta, \varphi$  décrivant la sphère unité.

$$\text{Ainsi, } G_z = \iiint_V g_z dV = \pm \int S(z) dz \quad (1.C.52)$$

où  $S(z)$  est la surface sur la sphère unité couverte par les aimantations contenues dans la section à la cote  $z$  du volume  $V$ .

Cette intégrale ne dépend pas de tout le détail de la distribution de l'aimantation. C'est plutôt une des caractéristiques topologiques de la structure.

Ainsi pour une paroi à une dimension,  $G_z = 0$  car elle se décrit par un arc sur la sphère. Il en est de même pour une paroi à deux dimensions où le champ démagnétisant des domaines a été pris en compte, car pour chaque coupe en  $z$  le profil est celui d'une paroi à une dimension, intermédiaire entre Bloch et Néel. Par contre, si  $V$  contient une ligne verticale,  $S(z)$  sera non nulle ( $S(z) = \pm 2\pi$  si  $V$  contient toute la ligne). Nous retrouvons ainsi le gyrovecteur déjà mentionné en §IB.

Pour la matrice de dissipation totale  $D$ , il n'y a pas de simplification géométrique comme pour le gyrovecteur. Plus il existe du  $\nabla \mathbf{m}$  dans  $V$ , plus  $D$  sera important.

Reste la force "réversible", d'expression compliquée.

Un cas simple est celui de la structure statique à laquelle un champ  $\mathbf{H}$  a été appliqué, qui la met en mouvement. L'énergie s'écrit  $E = E(\mathbf{H}=0) + E_z(\mathbf{H})$ . Dans le calcul de la force  $\mathbf{f}^r$ , la partie venant de  $E(\mathbf{H}=0)$  est nulle puisqu'on a pris la structure statique. Si  $\mathbf{H}$  est uniforme on a alors l'expression simple  $\mathbf{f}^r = \nabla E_z$ .

$$\text{D'où } \mathbf{F}^r = \iint_{\partial V} E_z \mathbf{n} dS \quad (1.C.53)$$

soit le changement d'énergie Zeeman d'un bord à l'autre de la structure. Il faut qu'il soit non nul pour que la structure bouge.

L'application spectaculaire de cette formulation est le mouvement d'une paroi contenant une ligne verticale sous l'action d'un champ selon l'axe facile.

Prenons  $\mathbf{H} = H_z \mathbf{k}$ ,  $m_z > 0$  pour  $y < 0$ , et une ligne décrite par  $G_z = \pm 2\pi$ . Nous considérons la structure à deux dimensions dans le plan pour la ligne (paragraphe

IB2c) avec les deux paramètres  $\Delta_0$  et  $\Lambda_0$ . L'inconnue est la vitesse  $v_x, v_y$  de la structure. L'équilibre des forces totales s'écrit

$$\left\{ \begin{array}{l} \pm \frac{M_s}{\gamma} 2\pi v_y + \frac{\alpha M_s}{\gamma} \frac{4\Delta_0}{\Lambda_0} v_x = 0 \\ 2 M_s H_z L_x \pm \frac{M_s}{\gamma} 2\pi v_x - \alpha \frac{M_s}{\gamma} \frac{2L_x}{\Delta_0} v_y = 0 \end{array} \right. \quad (1.C.54)$$

(Nous avons supposé une longueur  $L_x$  de paroi, contenant une ligne).

La solution est

$$v_y = \frac{\gamma \Delta_0}{\Lambda_0 \pi \left( \alpha + \frac{\pi}{L_x} \frac{1}{4\alpha} \right)} H_z \quad (1.C.55)$$

$$v_x = \mp \frac{\pi}{2\alpha} \frac{\Lambda_0}{\Delta_0} v_y \quad (1.C.56)$$

(1.C.55) montre que la mobilité de paroi est réduite, car  $L_x \approx \pi \Lambda_0$  et  $\alpha \approx 0.1$ . Le phénomène nouveau est l'apparition de  $v_x$  : quand la paroi avance la ligne se déplace de long de la paroi, le sens de propagation dépendant de la polarité de la ligne. Comme  $\Lambda_0 = \Delta_0 \sqrt{Q}$  le facteur de proportionnalité vaut  $\pi \sqrt{Q}/2\alpha$ , soit  $\approx 40$  (pour  $\alpha = 0.1$ ,  $4\pi M_s = 200$  G,  $K_u = 10^4$  erg/cm<sup>3</sup>). Le phénomène de déflexion gyrotropique a été observé sur les bulles : celles qui possèdent  $G_z \neq 0$  se propagent avec un angle par rapport à un gradient de champ de polarisation [Thiele, 1973].

Revenons sur le caractère "miraculeux" de cette méthode. On a l'impression que n'importe quelle structure peut être injectée; il suffit de calculer les trois forces et on trouvera la vitesse de la structure. Pour être sûr d'avoir résolu le problème, même seulement du mouvement stationnaire, certaines conditions de cohérence sont à respecter. La première est de trouver la même vitesse indépendamment de l'extension du volume  $V$ , ce qui revient à écrire l'équilibre des forces en tout point. Si cette condition n'est pas respectée, la structure va se déformer et les forces vont changer. Nous avons vu que le gyrovecteur changera peu, sauf catastrophe topologique. Pour la force réversible, Thiele [1973] dit que seule la partie associée au champ ( $E_z$ ) compte, l'autre partie étant nulle si la structure injectée était à l'équilibre en champ nul. Pour une structure injectée quelconque  $\mathbf{F}(H=0)$  sera non nulle et exercera une pression interne sur la structure, qui relaxera celle-ci vers une configuration à  $\mathbf{F}(H=0)$  nulle. Enfin, pour la force de dissipation, l'effet n'est pas contrôlable. Thiele pense toutefois que le changement ne devrait pas être trop fort. Les résultats auraient donc le bon ordre de grandeur.

Comme test de la méthode, nous avons recalculé la solution de Walker dans le formalisme de Thiele. On prend une structure définie par  $\Delta$  et  $\varphi$  pour la paroi.

La condition de force totale nulle redonne

$$v_y = \frac{\gamma\Delta}{\alpha} H_z \quad , \text{identique à (1.C.30)}$$

L'équilibre local des forces donne

$$\Delta^2 = \frac{A}{K_u + 2\pi M_s^2 \sin^2 \varphi} \quad \text{qui est vraie aussi.}$$

Mais la relation (1.C.29a) définissant  $\varphi$  n'est pas retrouvée. La raison est simple : la condition en  $\varphi$  vient de la résolution de la première équation de (1.C.26), où  $\delta E/\delta\varphi$  intervient. Mais quand  $f^r$  est calculée, par (1.C.44),  $\delta E/\delta\varphi$  est multiplié par  $\nabla\varphi = 0$  donc disparaît.

Il faut en conclure que la méthode de Thiele ne résout pas tout le problème. Elle permet de disposer par contre, d'une certaine intuition physique pour la dynamique des structures.

## 2c. Les équations de Slonczewski

Nous avons vu que l'angle  $\varphi$  joue un grand rôle : il fait un noeud lorsque une ligne existe, il est lié à la vitesse de la paroi car il est proportionnel au moment conjugué de  $\theta$  dans les équations de Lagrange. Slonczewski [1972] considère une paroi déformable, décrite par deux variables  $q$  et  $\psi$ ;  $q$  est la position de la paroi et  $\psi$  la valeur moyenne de  $\varphi$  le long de l'épaisseur de la paroi. Nous avons vu en §1B que, pour une paroi statique soumise à un champ plan qui fait dévier  $\varphi$  de 0, l'angle  $\varphi$  est sensiblement constant dans la paroi. Pour une paroi quelconque,  $q$  est mesuré dans des coordonnées curvilignes : la variation temporelle de  $q$  se produit le long de la normale locale à la paroi. Pour une paroi plane au départ et qui le reste approximativement, on gardera les axes fixes de départ. Il y a deux approximations essentielles dans le calcul.

- ◆ La largeur de paroi est donnée par le paramètre statique  $\Delta_0$  et ne varie pas. Or nous avons vu, dans la solution de Walker, que  $\Delta$  variait avec la vitesse. Toutefois, l'équation (1.C.29b) montre que cette variation est en  $1/Q$ . L'approximation  $\Delta = \Delta_0$  est ainsi licite aux grands  $Q$ .
- ◆ La paroi n'étant plus à une dimension, le champ démagnétisant ne vaut plus la forme explicite et locale (1.B.3). La même forme que (1.B.3), dans les axes locaux liés à la paroi, est souvent prise. Nous avons vu dans le paragraphe B que cette approximation n'est pas très justifiée (la largeur de ligne est sous-estimée d'un facteur  $\approx 1.5$ ).

Par contre, ce modèle sort nettement du cadre à une dimension :  $q$  et  $\psi$  sont fonctions de  $x$  et  $z$ , et le champ démagnétisant des domaines est inclus dans le calcul (mais pas exactement). C'est donc un calcul à trois dimensions, où le profil de paroi a été injecté.

Pour dériver les équations de mouvement de  $q$  et  $\psi$ , nous n'utiliserons pas la méthode compliquée de Slonczewski [1972] qui part de (1.C.26). Nous utilisons les expressions (1.C.27) du lagrangien et (1.C.28) de la fonction dissipative, en posant

$$\theta(x, y, z, t) = 2 \operatorname{Arctg} \exp\left(\frac{y - q(x, z, t)}{\Delta_0}\right) \quad (1.C.57)$$

$$\varphi(x, y, z, t) = \psi(x, z, t) \quad (1.C.58)$$

Le nouveau lagrangien et la nouvelle fonction de Rayleigh sont obtenus en intégrant les anciens dans la direction  $y$ , avec  $\theta$  et  $\varphi$  donnés par (1.C.57) et (1.C.58). On calcule ainsi :

$$\begin{aligned} \int \varphi \sin\theta \frac{d\theta}{dt} dy &= \psi \int \sin\theta \left( \frac{-\frac{dq}{dt} \sin\theta}{\Delta_0} \right) dy \\ &= 2\psi \frac{dq}{dt} \quad (\text{en utilisant (1.B.8)}) \end{aligned} \quad (1.C.59)$$

et

$$\begin{aligned} \int F\left(\frac{d\theta}{dt}, \frac{d\varphi}{dt}\right) dy &= \frac{\alpha M_s}{2\gamma} \int \left( \frac{\left(\frac{dq}{dt}\right)^2}{\Delta_0^2} \sin^2\theta + \sin^2\theta \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 \right) dy \\ &= \frac{\alpha M_s}{\gamma} \left( \frac{\left(\frac{dq}{dt}\right)^2}{\Delta_0} + \Delta_0 \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 \right) \end{aligned} \quad (1.C.60)$$

Par définition de l'énergie de paroi

$$\int E(\theta(x,y,z,t), \varphi(x,y,z,t)) dy = \sigma \quad (1.C.61)$$

$\sigma$  est une fonctionnelle de  $q$  et  $\psi$ . Elle se calcule de la même manière que les termes précédents, et dépend des termes d'énergie employés.

Les équations de Lagrange, dans les variables  $q$  et  $\psi$ , sont ainsi (équations de Slonczewski)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta\sigma}{\delta q} = \frac{-2M_s}{\gamma} \left( \frac{d\psi}{dt} + \frac{\alpha}{\Delta_0} \frac{dq}{dt} \right) \\ \frac{\delta\sigma}{\delta\psi} = \frac{2M_s}{\gamma} \left( \frac{dq}{dt} - \alpha\Delta_0 \frac{d\psi}{dt} \right) \end{array} \right. \quad (1.C.62)$$

Nous allons voir quelques cas d'application de ces équations. Ils nous tendent la conception actuelle de la dynamique des parois et des lignes. Le livre de Malozemoff et Slonczewski [Slonczewski, 1979] passe en revue l'explication, que propose ce modèle, des faits expérimentaux.

### Mouvement d'une paroi plane : modèle à lignes de Bloch (horizontales)

Nous considérons un film d'épaisseur finie  $h$ , où une paroi plane isolée est mise en mouvement par un champ de polarisation  $H_z$ . Le résultat de Slonczewski [1973] est que jusqu'à une vitesse maximale  $v_p$  (appelée vitesse de Slonczewski), la relation usuelle (1.C.30) de mobilité (avec  $\Delta = \Delta_0$  dans le modèle de Slonczewski) est valable. La vitesse

$$v_p = 4 \sqrt{2\pi} ch^2 \frac{\gamma A}{h\sqrt{K_u}} \approx 24.0 \frac{\gamma A}{h\sqrt{K_u}} \quad (1.C.63)$$

est plus faible que celle de Walker  $v_w$  pour les films pas trop minces,

$$\text{car} \quad \frac{v_p}{v_w} = ch^2 \frac{\Lambda_0}{h}$$

(avec les paramètres  $A = 10^{-7}$  erg/cm,  $4\pi M_s = 200$  G,  $h = 5\mu\text{m}$  ce rapport vaut 0.15)

Lorsque  $v$  dépasse  $v_p$ , le contour  $\psi(z)$  se déforme comme indiqué fig.1-9 (courbe notée  $v \approx v_c$ ). Cette déformation correspond à l'apparition d'une ligne de Bloch horizontale au niveau  $z = z_1$  ou  $z = z_2$ . Son angle de rotation  $\Phi$ , qui vaut zéro à la nucléation, vaudra  $2\pi$  quand elle arrivera à l'autre cote critique. Il n'y a qu'une seule ligne qui bouge, car en calculant le gyrovecteur  $g_y$  pour les deux lignes qui viennent de nucléer ( $|g_y| = 2\Phi$ ), on constate qu'il a le même signe dans les deux cas. La force gyrotropique favorise le mouvement vers l'intérieur du film d'une seule des lignes. La figure 1-18 montre le profil  $\psi(z)$  quand cette ligne se déplace.

Il est clair qu'un tel "mouvement dans le mouvement" donne lieu à une mobilité réduite de la paroi. Par exemple, sur (1.C.62), l'existence de  $d\psi/dt \neq 0$  (qui traduit le mouvement de la ligne) détourne une partie du couple moteur  $\delta\sigma/\delta q$  de  $dq/dt$ . La vitesse minimum peut être calculée de la manière suivante. Dans un mouvement

où  $d\psi/dt$  est maximum,  $\delta\sigma/\delta\psi$  qui est une fonction trigonométrique de  $\psi$ , sera nul en moyenne. On en déduit

$$\frac{dq}{dt} = \alpha\Delta_o \frac{d\psi}{dt} \quad \text{puis} \quad \frac{dq}{dt} = \frac{-\gamma\Delta_o}{\alpha + 1/\alpha} \frac{1}{2M_s} \frac{\delta\sigma}{\delta q} \quad (1.C.64)$$

au lieu de 
$$\frac{dq}{dt} = \frac{-\gamma\Delta_o}{\alpha} \frac{1}{2M_s} \frac{\delta\sigma}{\delta q} \quad \text{si} \quad \frac{d\psi}{dt} = 0$$

La mobilité où  $\alpha$  a été remplacé par  $\alpha + 1/\alpha$  au dénominateur, s'appelle mobilité de "paroi dure" (chargée en lignes). Pour  $\alpha = 0.1$  le facteur de réduction par rapport à une paroi sans ligne vaut 11.

Le scénario pour  $v > v_p$  n'est pas complètement clair. Que fait la ligne horizontale lorsqu'elle est arrivée à l'autre cote critique ? Elle peut s'empiler (rester là) ou disparaître à la surface du film. Puis une autre ligne va se nucléer, se déplacer... Suivant la vitesse de traversée des lignes, la vitesse moyenne de la paroi variera dans la zone hachurée de la fig.1-19. La vitesse  $v_0$  (appelée vitesse de saturation), vaut  $0.55 v_p$  [Slonczewski, 1973] ou  $0.3 v_p$  [Hagedorn, 1974].

### Mouvement d'une paroi plane avec lignes verticales

Supposons qu'une ligne verticale existe dans une paroi plane isolée, mise en mouvement par un faible champ de polarisation  $H_z < H_p$ , pour rester dans la zone linéaire.

Il est avantageux de refaire une intégration sur la variable  $x$  pour décrire le mouvement de la ligne dans la paroi. C'est très facile à faire si on suppose que la paroi reste plane ( $q$  indépendant de  $x$ ). Slonczewski [1974] a effectué ce calcul. La variation en  $z$  de  $\varphi$  et la structure à deux dimensions (dans le plan) de la ligne ont été négligés. Le résultat est très similaire à celui obtenu par la méthode de Thiele. La même relation de proportionnalité entre  $v_x$  et  $v_y$  (1.C.56) est trouvée, et pour (1.C.55) le facteur  $\pi/4$  est remplacé par  $\pi^2/2$ . En particulier, la mobilité de la paroi dépend de la longueur  $L_x$ , l'inverse de la densité linéique de lignes. Cette dépendance en  $L_x$  indique que la première condition de cohérence évoquée en 2b n'est pas vérifiée. En fait la paroi à l'endroit de la ligne, qui est moins mobile, est en retard par rapport à la paroi sans ligne : l'approximation de la paroi plane rectiligne n'est pas valable. On ne peut pas dire que  $q$  décrit la position moyenne de la paroi, car l'augmentation d'énergie due à la courbure de la paroi au niveau de la ligne a été négligée.

C'est pourquoi les équations de Slonczewski ont été étudiées numériquement par de nombreux auteurs. Hayashi [1986b] a récrit les équations de type Slonczewski avec les variables  $q$ ,  $\psi$  et  $p$  la position de la ligne dans la paroi. L'équation de mouvement de la ligne (qui donne  $p$ ) est obtenue en intégrant celle de  $\psi$  le long de

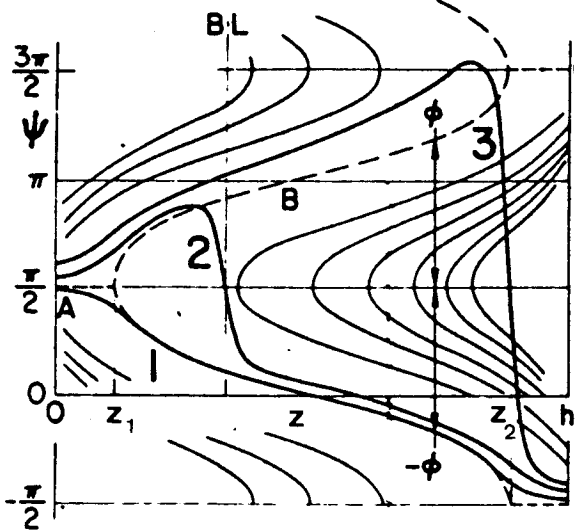


Fig. 1-18

Profil  $\psi(z)$  d'une paroi en mouvement [Slonczewski, 1973]. la courbe 1 est pour une paroi au repos, en 2 une ligne horizontale a commencé à monter, en 3 elle est arrivée à la cote critique supérieure  $z_2$

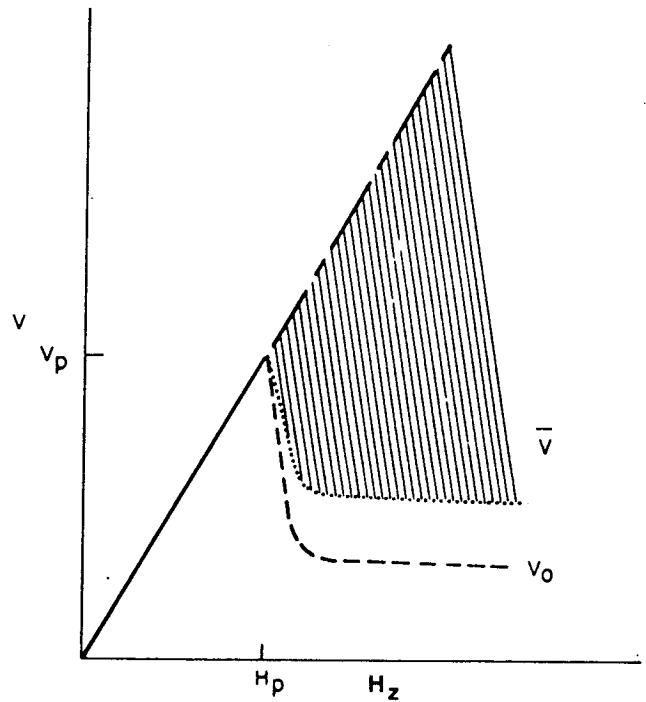


Fig. 1-19

Représentation schématique de la vitesse  $v$  d'une paroi plane isolée en fonction du champ de polarisation  $H_z$  [Hagedorn, 1974]

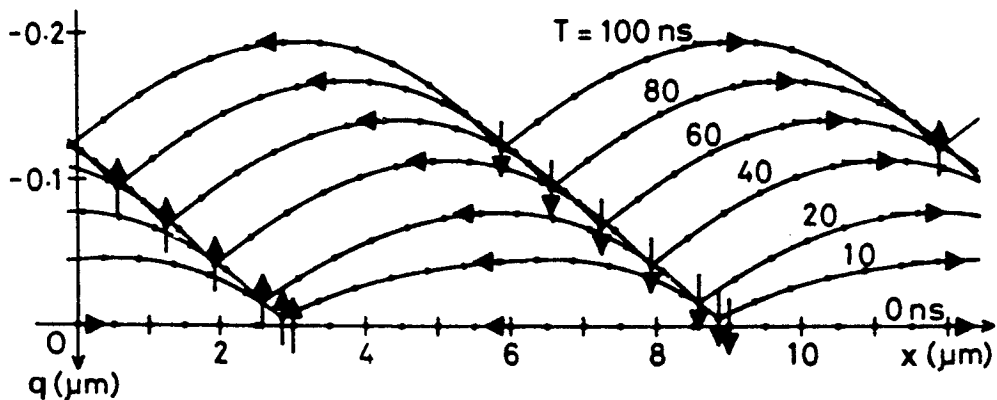


Fig. 1-20

Mouvement d'une paroi avec lignes dans le modèle de [Hayashi, 1986b]. L'échelle normale à la paroi a été dilatée



la paroi supposée rectiligne car l'extension  $\pi\Lambda_0$  de la ligne est faible devant le rayon de courbure de la paroi. Une dépendance

$$\psi(x,z,t) = 2 \operatorname{Arctg} \exp\left(\frac{x - p(z,t)}{\Lambda_0}\right) \quad (1.C.65)$$

est utilisée. En l'espèce, la dépendance en  $z$  était négligée.

La validité de ce modèle est plus douteuse que pour celui de la paroi seule. L'analyse de la structure statique a en effet montré que le paramètre de largeur de ligne  $\Lambda$  était très sensible à l'exactitude du calcul du champ démagnétisant associé à la ligne. Prendre donc le  $\Lambda_0$  du modèle à une dimension n'est pas bon. Prendre un  $\Lambda$  (par exemple le  $\Lambda$  statique), constant au cours du mouvement, est aussi à justifier car la paroi se déforme au niveau de la ligne pendant le mouvement, comme le montre la figure 1-20.

## 2d. Au delà des équations de Slonczewski

Une étape intermédiaire consiste à rester dans le cadre de la formulation "en soliton" du mouvement. La variable qui nous semble manquer dans les calculs, et particulièrement pour le ligne verticale, est le paramètre de largeur de ligne  $\Lambda$ . Pour trouver son équation de mouvement, il suffit de suivre la procédure d'intégration du Lagrangien et de la fonction de dissipation, avec les gradients et dérivées temporelles de  $\varphi$  et  $\theta$  calculés en incluant ceux dûs à la variation de ce nouveau paramètre. Pour que ce paramètre ait une évolution réaliste, il faut que l'énergie varie avec lui de manière réaliste aussi. Il faut donc aller au delà de l'approximation unidimensionnelle du champ démagnétisant créé par la ligne, car c'est ce terme d'énergie qui gouverne  $\Lambda$ .

L'impact de ce changement peut être important, car changer la structure de la ligne change le terme de dissipation, lequel gouverne la dynamique. Aux faibles  $Q$  la variation de  $\Delta$  devient importante aussi.

Par ailleurs, les expériences (faites jusqu'à récemment essentiellement en observant le mouvement des parois) montrent que le modèle est juste qualitativement, mais qu'il prédit les résultats à un facteur (mettons) 3 près [Slonczewski, 1979]. C'est pourquoi, par exemple, de Leeuw [1978] a pu proposer une formule empirique :

$$v_0 = 0.4 \pi \gamma M_s \Delta_0 = 0.2 v_w \quad (1.C.66)$$

pour la vitesse de saturation d'une bulle, qui traduit mieux les résultats expérimentaux que celle dérivée du modèle de Slonczewski.

Le nec plus ultra, dans le cadre de l'équation de mouvement de l'aimantation (1.C.17) est un calcul numérique à trois dimensions du mouvement des spins, avec le champ démagnétisant calculé exactement. Ce n'est pas utopique, à cause des

progrès des ordinateurs et des techniques numériques. Actuellement, des calculs à deux dimensions d'espace et une de temps sont effectués [Nakatani, 1987].

La validité de (1.C.17) est aussi à examiner. La formulation de la dissipation par le terme simple de Gilbert à un seul paramètre  $\alpha$  peut être inexacte.

L'idée d'un matériau homogène décrit par  $M_s$ ,  $A$ ,  $K_U$  est aussi à reconsidérer. Le paragraphe suivant est consacré à un aspect matériau appelé la coercivité.

### 3. La coercivité

Il est compréhensible que toute variation spatiale du matériau affecte le déplacement des structures magnétiques. Le terme coercivité désigne ces phénomènes de manière générale. Les grenats, ayant été développés pour faire des mémoires à bulles où les domaines doivent être déplacés, sont parmi les matériaux les plus purs, à faible coercivité.

#### 3a. Modèles de la coercivité

Les modèles, plus ou moins phénoménologiques, de la coercivité sont très nombreux. Cette floraison est fortement favorisée par la tendance de presque tous les auteurs à ne considérer qu'une seule grandeur appelée champ coercitif  $H_c$ . Dans le cas du magnétisme, un champ étant appliqué le long de l'aimantation d'un domaine, on constate expérimentalement qu'il doit être supérieur à un certain  $H_c$  pour que la paroi "bouge". Cette définition n'est pas précise tant que le sens de "bouger" n'a pas été précisé. Nous verrons quelques exemples pour les bulles plus loin.

La coercivité ne se manifeste pas exclusivement au travers de l'observable booléenne "bouger". La dynamique des parois, au dessus et au dessous de  $H_c$ , est affectée. Ce point a fait l'objet d'un certain nombre d'études. Quant à la dynamique des lignes, les études sont en cours.

◆ Néel [1946] a proposé une approche très générale du champ coercitif  $H_c$ , défini de manière globale et sans étudier les détails de la dynamique, par le cycle d'hystérésis. L'existence d'une fonction  $\sigma(q)$  décrivant la variation locale de l'énergie de paroi, en est à la base. La paroi peut se déformer pour minimiser son énergie locale, au prix d'un allongement et d'une augmentation de l'énergie magnétostatique. Mais Néel [1946] a montré qu'autoriser la déformation de la paroi du fait de  $\sigma(q)$  revenait à changer de  $\sigma(q)$  et à considérer une paroi effective plane. Un tel modèle, appelé "à potentiel conservatif", possède bien de l'hystérésis. Le champ de décrochement local de la paroi vaut

$$H_c = \frac{1}{2M_s} \left| \frac{d\sigma}{dq} \right|_{\max} \quad (1.C.67)$$

(max étant le maximum local), et le champ coercitif macroscopique

$$H_c = \frac{C^{ste}}{2M_s} \sqrt{\left(\frac{d\sigma}{dq}\right)^2} \quad (1.C.68)$$

la barre désignant une valeur moyenne.

Feldtkeller [1968] a examiné le déplacement d'une paroi soumise à  $H > H_c$ , dans un tel potentiel conservatif. Le résultat est une courbe de mobilité du type de la figure 1-21a : lorsque  $H$  est grand la paroi est autant ralentie qu'accélérée par le potentiel  $\sigma(q)$ , et la mobilité libre  $v = \mu H$  est retrouvée.

◆ Baldwin [1967] a considéré un modèle "non conservatif" de la coercivité. La caractéristique d'un modèle non conservatif est qu'une force s'oppose en moyenne au déplacement de la paroi (pour un modèle conservatif  $\frac{d\sigma}{dq} = 0$ )

Baldwin en donne la représentation suivante. Le matériau contient des défauts qui attirent la paroi, ils sont caractérisés par une constante de rappel  $k$  et une portée  $q_0$ . Le potentiel d'interaction s'annule en dehors de la portée  $q_0$ . Une force de frottement moyenne s'exerce car, lorsque la paroi avance, elle est connectée aux défauts situés jusqu'à la distance  $q_0$  dans son sillage seulement. Lorsque le champ moteur  $H$  est coupé, la paroi se trouvant à ce moment à  $q = q_f$ , la position d'équilibre sera à  $q = q_f - q_0/2$  (les effets d'inertie de la paroi sont négligés, le champ démagnétisant des domaines est à inclure dans le champ moteur). Le modèle rend compte de cette manière de l'hystérésis. Analytiquement, le terme  $d\sigma/dq$  dû à la coercivité est modélisé par

$$\frac{d\sigma}{dq} = -kq \quad \text{si } |q| < q_0$$

$$\frac{d\sigma}{dq} = -kq_0 \quad \text{pour } \frac{dq}{dt} > 0, q > q_0 \quad (1.C.69)$$

$$\frac{d\sigma}{dq} = +kq_0 \quad \text{pour } \frac{dq}{dt} < 0, q < -q_0$$

Ces équations supposent que  $q = 0$  est la position à l'équilibre au départ du mouvement.

Lorsque la paroi est sortie de la zone de force réversible, tout se passe comme si le champ appliqué valait

$$H = H - H_c \operatorname{sgn}\left(\frac{dq}{dt}\right) \quad (1.C.70)$$

(la convention de signe étant  $H > 0 \Rightarrow dq/dt > 0$ )

$$\text{avec } H_c = \frac{kq_0}{2M_s} \quad (1.C.71)$$

La courbe de mobilité déduite de (1.C.70) et représentée fig.1-21.b.

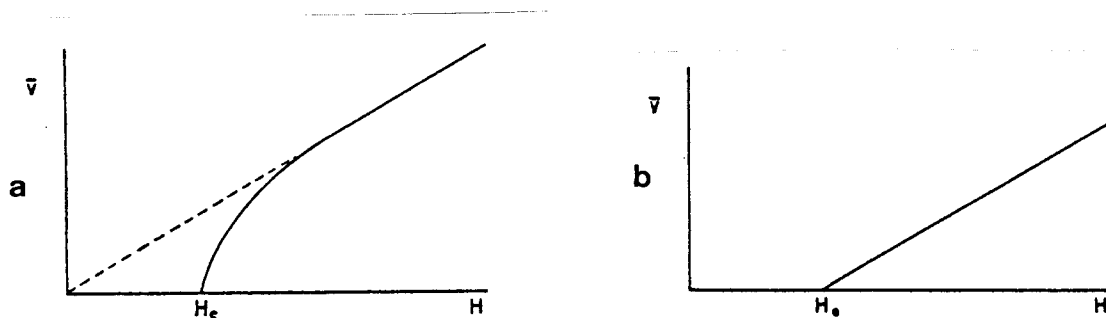


Fig. 1-21

Diverses courbes de vitesse moyenne  $\bar{v}(H)$  pour différents modèles de coercivité [Baldwin, 1967].  
(a) potentiel conservatif, (b) potentiel non conservatif

L'équation très simple (1.C.70), représentant assez correctement l'expérience dans les grenats, a été universellement adoptée pour décrire la coercivité des matériaux de bonne qualité.

### 3b. Origine de la coercivité

Les premiers films de grenats présentait des défauts très importants (gros précipités) visibles au microscope par effet de biréfringence (voir par exemple Chaudhari [1972]). Maintenant, les matériaux à faible coercivité pour les mémoires à bulles doivent être regardés en microscopie électronique à transmission pour voir des défauts. La revue de Pardavi-Horvath [1985] indique que deux types de micro-défauts existent. Ils correspondent tous deux à une variation de la formule chimique du grenat. L'un est constitué par une modulation de la composition, et l'autre de zones localisées. La taille caractéristique varie entre 10 et 100 nm, donc est un peu inférieure à la largeur de paroi ( $\delta \approx 100$  nm).

La couche de transition entre le substrat et le film, ainsi que l'interface film-air, contribuent aussi à une coercivité qui chute quand le film devient plus épais.

### 3c. Mesures de la coercivité

Pour l'application aux mémoires à bulles, la mesure la plus significative de la coercivité est celle réalisée dans l'expérience de transport de bulles. Entre deux conducteurs parallèles parcourus par le même courant existe un gradient du champ  $H_z$ , donc une différence de champ  $\Delta H$  entre les deux côtés d'une bulle. Des impulsions de courant sont appliquées et le déplacement de la bulle mesuré; une

vitesse moyenne est ensuite calculée. La durée  $\tau$  et l'amplitude  $\Delta H$  de pulse sont variables. Une relation

$$v = \mu (\Delta H - \Delta H_d) \quad (1.C.72)$$

est trouvée pour  $\Delta H$  et  $\tau$  assez grands, qui justifie le modèle (1.C.70).  $\Delta H_d$  est appelé champ coercitif dynamique. Mais pour de faibles amplitudes ou faibles durées, Magnin [1979] a montré qu'il existait aussi un champ minimum  $\Delta H_c$  dépendant de la durée  $\tau$  (ou une durée minimum  $\tau_c$  dépendant de  $\Delta H$ ). En dessous de ce seuil la bulle ne bouge pas, au dessus elle est dans le régime (1.C.72).

Aux très longues durées  $\tau$ ,  $\Delta H_c$  tend vers une limite  $\Delta H_s$  ( $\Delta H_s < \Delta H_d$  en pratique) qui est appelée champ coercitif statique (fig.1-22).

Au seuil, le mouvement de la bulle commence par un saut  $q_c$  qui est de l'ordre de grandeur de la largeur de paroi.

Le mouvement de la bulle au dessus du seuil est bien représenté par

$$q = q_c + \mu(\Delta H - \Delta H_d) (\tau - \tau_c(\Delta H)) \quad (1.C.73)$$

comme le montre la figure 1-23.

En dessous de  $\tau_c$ , la bulle peut ne pas se déplacer quand une impulsion est appliquée. Barbara [1980] a ainsi introduit une "probabilité de saut" de la bulle  $P(\tau)$  (à  $\Delta H$  fixé).  $P(\tau)$  atteint 1 pour  $\tau$  un peu plus grand que  $\tau_c$ , mais ne s'annule qu'à une durée  $\tau'_c$  assez inférieure à  $\tau_c$ . En dessous de  $\tau'_c$  aucun déplacement des bulles n'est mesuré. La différence entre  $\tau'_c$  et  $\tau_c$  indique qu'une certaine distribution dans la force des défauts existe.

Deux modèles essaient de rendre compte de la courbe  $\tau_c(\Delta H)$ . Barbara [1977] évalue la barrière d'énergie à franchir pour sortir d'un défaut compte tenu de  $\Delta H$ , et suppose que l'activation thermique permet de la franchir. Shiomi [1979], dans le cadre du modèle de Baldwin, égale  $\tau_c$  au temps mis par la paroi pour franchir la distance  $q_0$  et entrer dans le régime stationnaire. Les deux modèles peuvent s'appliquer aux courbes  $\tau_c(\Delta H)$  obtenues.

◆ L'autre mesure (voir Josephs [1972]) fort employée, de la coercivité se fait d'une manière très globale. Un champ alternatif de faible fréquence ( $\approx 1$  kHz) est appliqué sur l'échantillon; le mouvement de l'ensemble des parois est détecté optiquement. Le signal, proportionnel au déplacement des parois, est linéaire à forte amplitude avec une extrapolation à zéro qui définit un champ coercitif  $H_c$ .

Cette mesure correspond donc à des durées très longues ( $10^{-4}$ s alors que  $\Delta H_c$  vaut  $\Delta H_s$  pour  $t \approx 10^{-6}$ s), et à une moyenne sur un très grand nombre de domaines. D'autre part de très faibles déplacements sont mesurables. Le signal obtenu ne s'annule vraiment qu'à  $H = 0$ . L'explication la plus simple est qu'en dessous de  $H_c$

Fig. 1-22

Variation de la durée minimale de l'impulsion  $\tau_c$  en fonction de l'amplitude  $\Delta H$  [Magnin, 1979]. Pour  $\Delta H$  tendant vers la coercivité statique  $\Delta H_s$ ,  $\tau_c$  tend vers l'infini

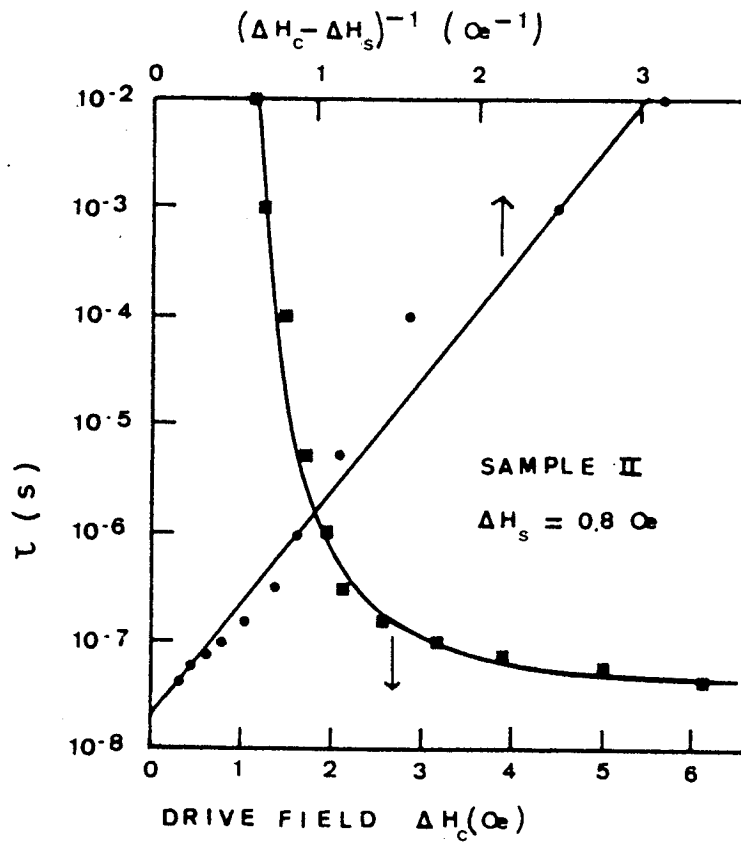
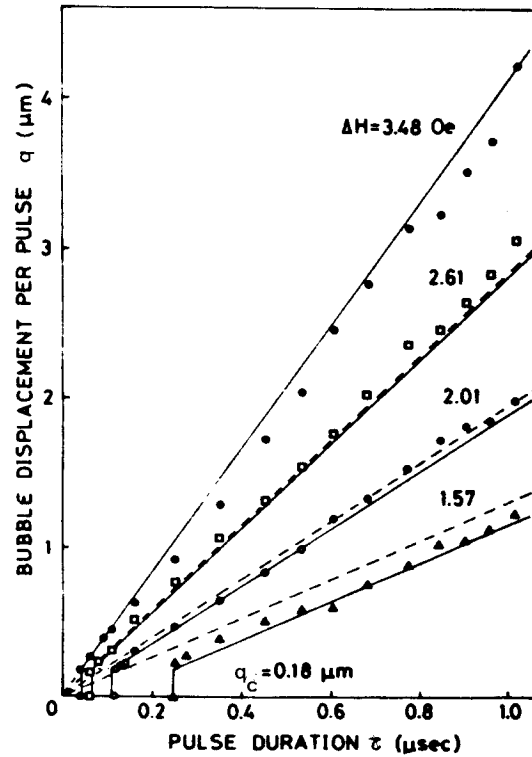


Fig. 1-23

Déplacements  $q$  d'une bulle pour des impulsions d'amplitude  $\Delta H$  et de durée  $\tau$ . La relation (1.C.73), avec  $q_c = 0.18 \mu\text{m}$ ,  $\Delta H_d = 0.7 \text{ Oe}$ , et  $\tau_c(\Delta H)$  mesuré par l'expérience, est tracée en traits pleins. Elle s'accorde mieux avec les résultats que la relation tracée en tirets, où on a posé  $q_c = 0$  et  $\tau_c(\Delta H) = 0$  [Shiomi, 1979]



les parois sont piégées dans des puits de potentiel, dans lesquels toutefois elles peuvent bouger, leur mouvement étant seulement détectable par cette technique.

La forme du signal pour  $H \leq H_C$  n'a pas été étudiée en détail. Nous pensons qu'elle permettrait de faire un tri parmi les modèles de la coercivité.

$H_C$  obtenu ainsi est du même ordre de grandeur que  $\Delta H_S$  et  $\Delta H_D$ , mais ne leur est pas égal.

La différence entre les deux mesures est évidente : les parois sont soumises à la force de rappel due à l'interaction magnétostatique dans le deuxième cas. La force de rappel équilibre la force due au champ extérieur quand le déplacement augmente. La première méthode mesure ainsi une vitesse en fonction du champ, et la deuxième un déplacement.

Les deux méthodes ont leur utilité. La première est bien adaptée au fonctionnement des mémoires à bulles, où il s'agit de déplacer ces bulles. La deuxième est intéressante pour les mémoires à lignes de Bloch, dans lesquelles se trouvent des domaines en interaction.

## D. Mémoire à Lignes de Bloch

Pour clore ce chapitre introductif, nous présentons rapidement le concept de mémoire "à lignes de Bloch" (voir §1B pour la terminologie).

Konishi [1983] a proposé ce nouveau type de mémoire magnétique à l'état solide. L'enjeu est d'arriver, avec le même matériau (grenat) que pour les mémoires à bulles, à une densité de stockage plus importante. Actuellement, des bulles de  $1\mu\text{m}$  de diamètre permettent de fabriquer des mémoires de densité  $4\text{M bits/cm}^2$  (il faut espacer les bulles de quatre fois leur diamètre pour qu'elles n'interagissent pas). La famille des grenats substitués permet d'aller jusqu'à un diamètre de bulles d'environ  $0.5\mu\text{m}$  (pour le substrat de haute qualité GGG, voir [Eschenfelder, 1980]). La limitation de densité par les caractéristiques du matériau ne s'applique pas aux lignes, car leur taille est de l'ordre du dixième de micron. En plus de cet avantage à long terme, les lignes présentent - semble-t-il - aussi celui de lever la contrainte de non interaction. Avec la même technologie (finesse de traits en lithographie) qui permet de produire des mémoires à bulles de  $4\text{M bits/cm}^2$ , il serait possible de réaliser des mémoires à lignes de  $64\text{M bits/cm}^2$ . L'objectif ultime est autour de  $1\text{G bits/cm}^2$ .

L'organisation générale de la mémoire est identique à celle des mémoires à bulles (figure 1-24).

Les signaux électriques à l'entrée sont convertis en information magnétique par un générateur. L'information est stockée dans une boucle majeure jusqu'à son remplissage. Un transfert en parallèle fait passer l'information dans les zones de stockage, appelées boucles mineures. Pour lire la mémoire, le processus est inversé : transfert des boucles mineures vers la boucle majeure, suivi de la détection de l'information magnétique dans la boucle majeure. Pour accéder à une information donnée, les bits doivent être propagés dans des boucles mineures pour que l'information à lire se trouve en face de la porte de transfert. Les portes de transfert doivent réaliser deux fonctions : échange lorsqu'on écrit dans la mémoire et duplication pour la lire (les termes proviennent des mémoires à bulles). A l'écriture, la nouvelle information doit remplacer l'ancienne, quelle qu'elle soit. A la lecture, l'information dans la zone de stockage ne doit pas être détruite.

Pour réaliser chacune de ces fonctions dans la mémoire à lignes de Bloch, les propriétés des lignes, présentées plus haut, sont utilisées.

### **Le bit** (unité d'information)

Il est constitué par une paire de lignes. Toutes les lignes sont de même chiralité, donnant lieu ainsi à une configuration nouante (donc stable).

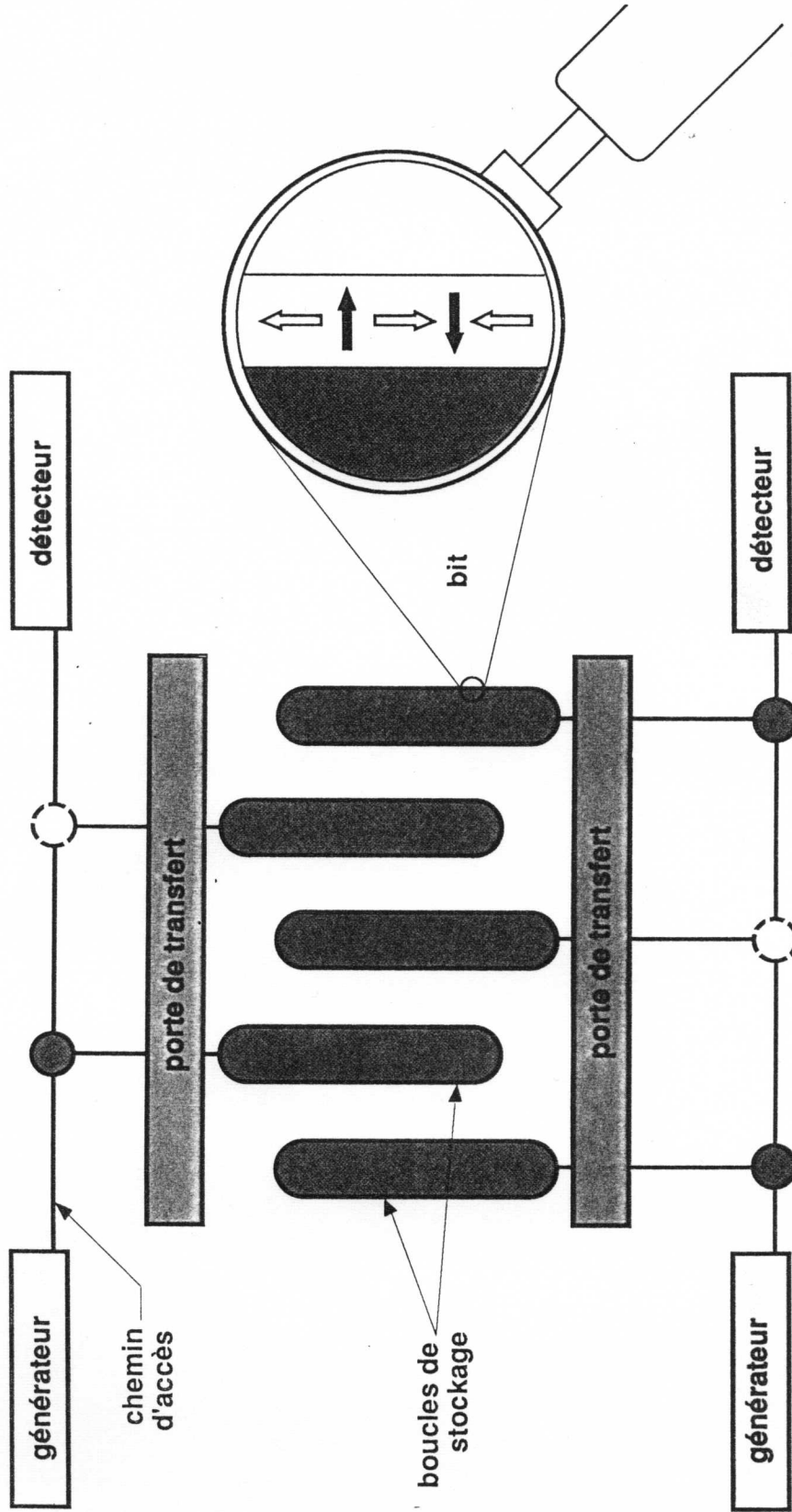
### **La boucle mineure**

Elle est constituée par la paroi d'un domaine magnétique en forme de bande. Ce domaine doit être "stabilisé" pour ne pas perdre le contrôle de l'information stockée. Pour la même raison, une "stabilisation" des lignes à des positions le long de la boucle mineure doit être réalisée.



Fig. 1-24

# mémoire à lignes ■ organisation



La solution envisagée, à l'heure actuelle, est de graver une tranchée dans le grenat pour stabiliser la bande autour (voir [Klein, 1985]). Pour stabiliser les lignes, un réseau de microaimants permettrait de créer un champ plan alterné le long de la paroi, (figure 1-25 : exemple avec des aimants verticaux)

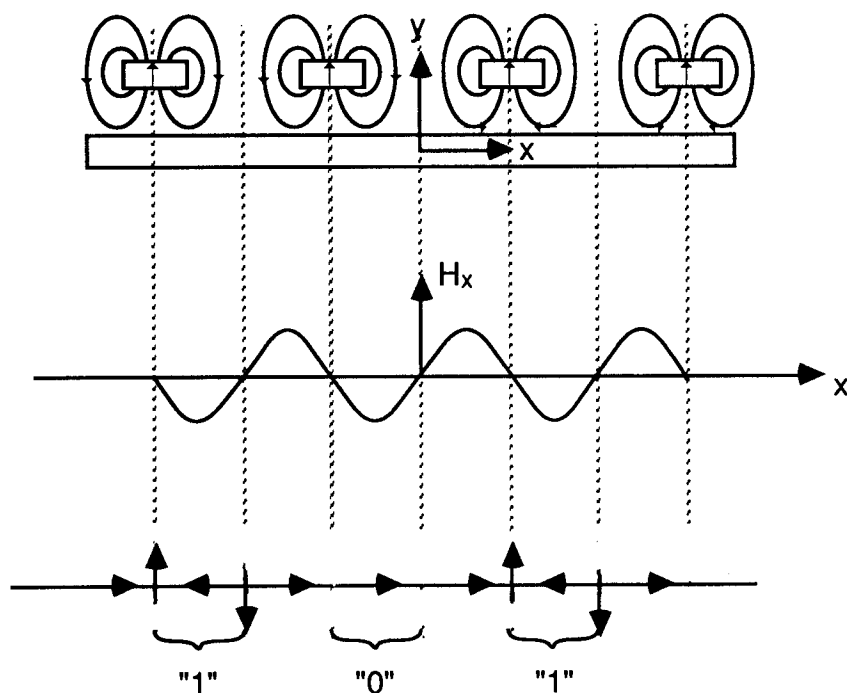


Fig. 1-25  
Stabilisation des paires de lignes (bits)

### **Propagation des bits dans la boucle mineure**

Supposons que le champ de polarisation soit augmenté assez rapidement. Toutes les bandes (supportant les boucles mineures) ajustent leur largeur au nouveau champ de polarisation. La vitesse de la paroi lors de ce mouvement crée par couplage gyrotropique, une force gyrotropique sur les lignes dans la paroi. Comme toutes les lignes sont de même signe, elles circulent toutes dans le même sens autour de la bande.

Pour avoir un fonctionnement illimité de la mémoire, il est nécessaire que le champ de polarisation soit ramené à sa valeur initiale. Le retour du champ à la valeur initiale crée une force gyrotropique inverse. Nous discuterons plus loin comment, en pratique et en théorie, il est concevable d'obtenir un déplacement final (déplacement net) non nul.

### **Lecture - duplication**

A la différence des bulles qu'il est possible d'allonger et de couper en deux, la "duplication" d'une paire de lignes ne semble guère possible.

Une des idées de base de la mémoire à lignes de Bloch est la possibilité de "transformer les lignes en bulles". Les lignes verticales ont été découvertes en partie en constatant

qu'il existait des bulles "dures", qui "collapsaient" à des champs de polarisation plus élevés qu'à l'ordinaire. Les bulles dures se trouvent avoir beaucoup de lignes. Konishi [1983] a systématisé cette idée pour en faire le principe de la lecture, comme l'illustre la figure 1-26. Il s'agit de couper la tête de bande au niveau du pointillé (pour cela, un conducteur en épingle augmentera le champ de polarisation dans la région du pointillé).

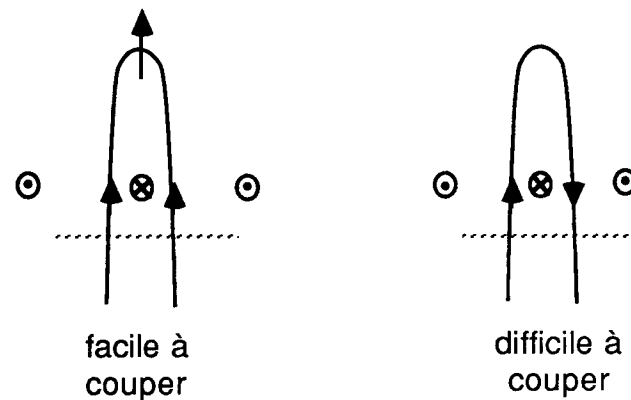


Fig. 1-26

*Principe de la lecture*

La tête de bande avec ligne possède des aimantations parallèles dans les deux parois : c'est une configuration dénouante donc facile à couper. Pour l'autre tête de bande par contre les deux parois ont des aimantations antiparallèles et la configuration fait un noeud. La coupe de la tête de bande avec une ligne ("coupe facile") est représentée figure 1-27.

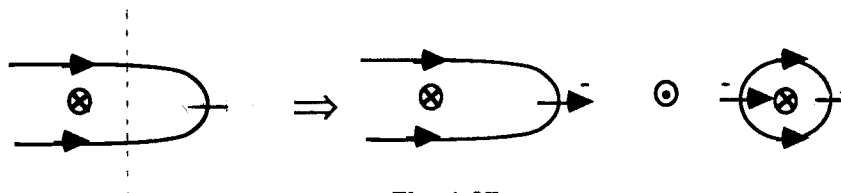


Fig. 1-27

*Coupe facile*

Si donc l'impulsion de coupe est suffisante pour couper le cas facile, et insuffisante pour le cas difficile, l'information "une ligne au bout" a été dupliquée en "une ligne au bout" et "une bulle".

Remarque : Topologiquement les deux coupes peuvent se faire de manière continue, comme l'a montré Voegeli [1973]. Ce n'est pas une barrière topologique qui fait la différence entre les deux processus.

Pour réaliser une porte de lecture-duplication, il reste alors à transformer la présence/absence d'une paire de lignes en position de lecture (par exemple en tête de bande) en présence/absence d'une ligne en tête de bande. Konishi [1983] a proposé un schéma pour le faire.

### **Boucle majeure**

Elle est très conventionnelle car il s'agit de propager des bulles, ce qui a été étudié pour les mémoires à bulles. De même les générateur et détecteur des mémoires à bulles peuvent être utilisés.

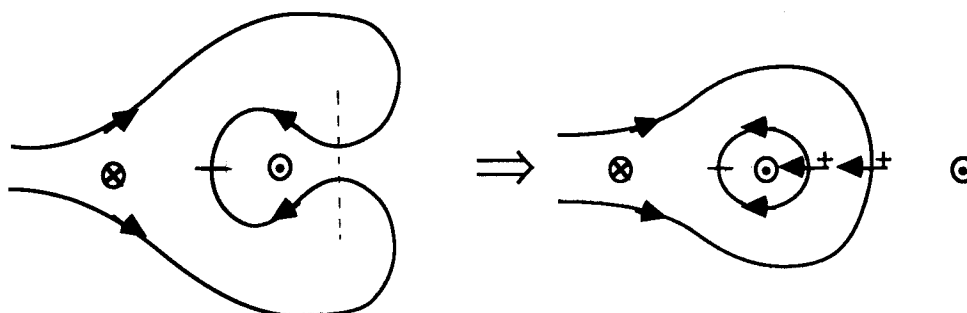
### **Écriture - échange**

Cette fonction constitue à l'heure actuelle un des thèmes les plus ouverts dans le développement de la mémoire. On a surtout étudié l'écriture ou non d'une paire là où il n'y en avait pas, mais la fonction échange en entier manque encore.

Le schéma initialement proposé ([Konishi, 1983]) commence par nucléer ou non une paire dénouante, suivant qu'il n'existe pas ou qu'il existe une bulle dans la boucle majeure. On a vu en effet que le déplacement de la paroi à une vitesse grande (supérieure à la vitesse pic) entraînait le mouvement d'une des lignes horizontales puis sa transformation en une paire dénouante de lignes verticales. Puis la ligne de mauvaise chiralité est éliminée en l'amenant en tête de bande et réalisant la coupe facile.

La figure 1-27 montre qu'une coupe facile crée toujours deux lignes de chiralité moins. La mémoire à lignes de Bloch utilisera donc toujours des lignes moins.

Remarque : Pour obtenir deux lignes de chiralité plus par coupe facile, il faudrait changer la concavité de la paroi (figure 1-28). La bulle interne est à éliminer ensuite.



**Fig. 1-28**

*Autre coupe facile*

Ainsi l'écriture ou non d'une paire là où il n'y en avait pas est réalisée : la présence de la bulle provenant de la boucle majeure créerait une répulsion magnétostatique de la bande, l'empêchant de dépasser la vitesse pic.

Des réalisations pratiques de ce schéma ont été proposées par Wu [1985] et Hidaka [1986].

Suzuki [1987] a proposé un autre schéma où deux paires dénouantes sont nucléées de part et d'autre d'un conducteur (figure 1-29). La paire nouante constituée des deux lignes centrales est annihilée en la comprimant très fortement, ne laissant plus que la paire nouante constituée des deux lignes extérieures.

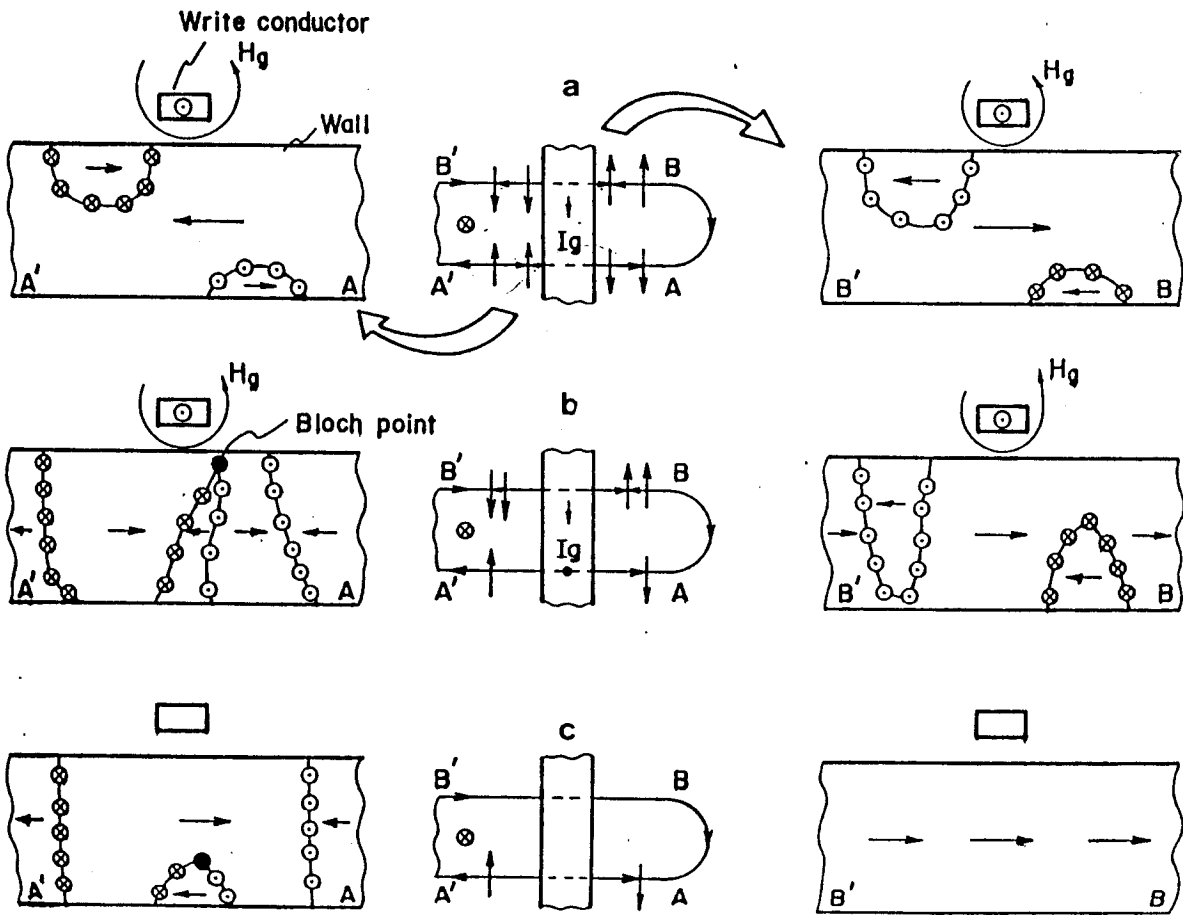


Fig. 1-29

Écriture "par point de Bloch" [Suzuki, 1987]  
 (a) début du front de montée (raide) de l'impulsion  
 (b) fin du front de montée de l'impulsion

## Appendice A : Le magnétisme atomique

Il est important, pour justifier la représentation du matériau par une aimantation macroscopique, de connaître son origine atomique.

Dans le cristal deux types d'ions magnétiques existent :  $\text{Fe}^{3+}$  et les terres rares de la série du Lanthane, aussi triplement ionisés.

### L'ion libre

Considérons la couche non pleine de l'ion, c'est à dire 3d pour  $\text{Fe}^{3+}$  et 4f pour les lanthanides  $3+$ . Dans celle-ci, tous les électrons ont la même fonction d'onde radiale correspondant au nombre quantique principal  $n=3$  ou 4; la partie angulaire est décrite par des harmoniques sphériques avec  $l=2$  ou 3. Nous nous plaçons dans l'approximation des électrons indépendants. Le potentiel que subit un électron n'est pas celui lié à la charge du noyau, mais un potentiel effectif comprenant celui du noyau et des électrons des autres couches (grossièrement, on peut remplacer  $Z$  par  $Z' = Z-34$  pour les terres rares [Dieke, 1968]). L'interaction entre électrons de la couche 4f sera rajoutée en perturbations. La séparation entre niveaux  $n,l$  est très importante (quelques eV, soit quelques  $10^4 \text{ cm}^{-1}$ , fig. A-1).

Les configurations à plusieurs électrons (appelées aussi termes) se décrivent par les nombres quantiques  $S$  spin total et  $L$  moment orbital total (soit en notation des spectroscopiques  $^{2S+1}L$ , le symbole de  $L$  étant  $S$  pour  $L=0$ ,  $P$  pour  $L=1$ ,  $D$  pour  $L=2$ ,  $F$  pour  $L=3$  puis  $G, H, I, K, \dots$ ). La séparation d'énergie entre ces configurations provient de l'interaction coulombienne entre les électrons, et l'ordre des termes est donné par les deux premières règles de Hund.

Le terme fondamental possède  $S$  maximal, et  $L$  maximal : c'est  $^6S$  pour  $\text{Fe}^{3+} 3d^5$ , pour les terres rares et l'Yttrium, le tableau A-1 donne le résultat.

Pour les ions à  $L=0$ , la structure du terme fondamental est terminée. Pour les autres, la structure fine du terme  $^{2S+1}L$  vient du couplage spin orbite essentiellement. L'hamiltonien à un électron le prend en compte par l'opérateur  $\zeta(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ , où  $\zeta$  varie comme le carré du numéro atomique  $Z^2$  et est donc important dans les terres rares. Dans le terme  $L,S$ , l'hamiltonien spin orbite a la même action que  $\lambda\zeta \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ , où  $\lambda\zeta$  est la constante d'interaction spin-orbite à l'intérieur du terme (cela résulte de la théorie de la représentation des groupes, ici celui des rotations, cf par exemple [Landau, 1967]).  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  étant l'opérateur moment angulaire total, l'interaction spin-orbite ne laisse comme bons nombres quantiques que  $(L,S)$   $J$  et  $J_z$  dans le terme. Dans le terme  $L,S$ , les multiplets  $J$  (notés  $^{2S+1}L_J$ ), ont ainsi une énergie

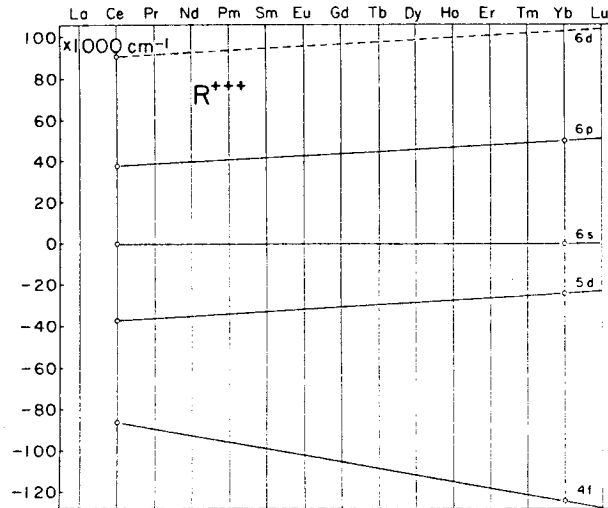
$$E_J = \frac{\lambda\zeta}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)] \quad (\text{A.1})$$

ion	Fe <sup>3+</sup>	Y <sup>3+</sup>	La <sup>3+</sup>	Ca <sup>3+</sup>	Pi <sup>3+</sup>	Nd <sup>3+</sup>	(Pm <sup>3+</sup> )	Sm <sup>3+</sup>	Eu <sup>3+</sup>	Gd <sup>3+</sup>	Tb <sup>3+</sup>	Dy <sup>3+</sup>	Ho <sup>3+</sup>	Er <sup>3+</sup>	Tm <sup>3+</sup>	Yb <sup>3+</sup>	Lu <sup>3+</sup>
configuration	3d <sup>5</sup>	4d <sup>0</sup>	4f <sup>0</sup>	4f <sup>1</sup>	4f <sup>2</sup>	4f <sup>3</sup>	4f <sup>4</sup>	4f <sup>5</sup>	4f <sup>6</sup>	4f <sup>7</sup>	4f <sup>8</sup>	4f <sup>9</sup>	4f <sup>0</sup>	4f <sup>1</sup>	4f <sup>2</sup>	4f <sup>3</sup>	4f <sup>4</sup>
S	5/2	0	0	1/2	1	3/2	2	5/2	3	7/2	3	5/2	2	3/2	1	1/2	0
L	0	0	0	3	5	6	6	5	3	0	3	5	6	6	5	3	0
J	5/2	0	0	5/2	4	9/2	4	5/2	0	7/2	6	15/2	8	15/2	6	7/2	0
2S+1 <sub>L</sub> J	6S <sub>5/2</sub>	1S <sub>0</sub>	1S <sub>0</sub>	2F <sub>5/2</sub>	3H <sub>4</sub>	4I <sub>9/2</sub>	5I <sub>4</sub>	6H <sub>5/2</sub>	7F <sub>0</sub>	8S <sub>7/2</sub>	7F <sub>6</sub>	6H <sub>15/2</sub>	5I <sub>8</sub>	4I <sub>15/2</sub>	3H <sub>6</sub>	2F <sub>7/2</sub>	1S <sub>0</sub>
g(SLJ)	2	-	-	6/7	4/5	8/11	3/5	2/7	-	2	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	-
F <sub>2</sub> (cm <sup>-1</sup> )	1700			-	320	327		370	401	408	434	420	450	433	447	-	
ζ (cm <sup>-1</sup> )	340			640	759	885	1200		1320	1470	1705	1900	2163	2393	2617	2883	
χ	0.2			-	2.37	2.70	3.2		3.29	3.6	3.93	4.5	4.8	5.53	5.86	-	
χ*				-	2.98	6.26	6.26	2.98	8.75		8.75	2.98	6.26	6.26	2.98	-	
ε <sub>0</sub> /F <sub>2</sub>	18.5			-	13.4	31.3	31.3	13.4	51.8	82.9	51.8	13.4	31.3	31.3	13.4	-	
g 300°K				0.86	0.82	0.705	0.65	0.98	7.2	2	1.5	1.35	1.25	1.2	1.17	1.14	

Tableau A-1  
Propriétés des ions

**Légende tableau A-1**

- ◆  $S, L, J g(SLJ)$  correspondent au multiplet fondamental calculé dans l'approximation de Russel Saunders.
- ◆  $F_2, \zeta, \chi$  : pour  $Fe^{3+}$  les données viennent de [Mc Clure, 1959]; les autres sont de [Dieke, 1968].  
 $F_2$  et  $\zeta$  sont des valeurs expérimentales,  $\chi = \zeta/F_2$  (même si le potentiel effectif à un électron n'est pas coulombien, les 2 intégrales de Slater  $F_2$  et  $F_4$  conservent approximativement le même rapport  $F_4/F_2$  que dans le cas coulombien [Dieke, 1968]).  
 Pour 1 ou 13 électrons il n'y a pas qu'un seul terme donc pas de  $F_2$ .
- ◆  $\chi^*$  est calculé à partir de  $F_2, \zeta, \epsilon_0$ , dans l'approximation de Russel Saunders, c'est à dire un déplacement des énergies des multiplets donné par (A.1). Nous avons utilisé des valeurs de  $\lambda$  calculées par [Elliott, 1957].
- ◆  $\epsilon_0$  est la séparation d'énergie entre le terme fondamental et le 1er terme excité. Pour  $Fe^{3+}$  c'est la valeur expérimentale de [Mc Clure, 1959]. Pour les terres rares ce sont les valeurs calculées par [Elliott, 1957]. [Dieke, 1968] est en bon accord avec celles-ci. Le  $F_2$  expérimental est estimé par  $F_2^{exp} = \epsilon_0^{exp} / (\epsilon_0/F_2)^{th}$ .
- ◆  $g$  300°K calculé par [Arajs, 1962] avec les positions des multiplets en couplage intermédiaire et  $g(SLJ)$  pour chaque multiplet.



**Fig. A-1**

Séparation de niveaux à un électron  $n, l$  pour les terres rares trivalentes de la série du Lanthane [Dieke, 1968]



$\lambda$  dépend de L et S. Elliott [1957] l'a tabulé. Pour le terme fondamental, qui a S et L maximum, on montre que  $\lambda = \pm 1/2S$ , le + étant pour la couche moins qu'à demi-pleine. Comme  $\zeta$  est positif, on retrouve ainsi la 3<sup>e</sup> règle de Hund : le multiplet fondamental a  $J = |L-S|$  pour une couche moins qu'à moitié pleine et  $J = L+S$  sinon. La largeur du terme fondamental induite par le couplage spin orbite vaut  $\left(L + \frac{1}{2}\right)\zeta$  si  $L > S$  et  $\left(S + \frac{1}{2}\right)\frac{L}{S}\zeta$  sinon. Le 1<sup>er</sup> multiplet excité est à  $\zeta \frac{J+1}{2S}$  (moins de 7 électrons) ou  $\zeta \frac{J}{2S}$  du fondamental. L'introduction en perturbation du couplage spin-orbite que nous venons de faire, est licite si  $L\zeta$  est faible devant la séparation entre les termes. Cette dernière s'exprime comme une intégrale de Slater, qui, si on suppose que le potentiel autocohérent donnant les niveaux à un électron n garde une forme coulombienne, est proportionnelle à quantité appelée  $F_2$  [Elliott, 1957]. Le tableau A-1 donne les valeurs de  $F_2$ ,  $\zeta$ ,  $\chi = \zeta/F_2$ ,  $\epsilon_0$  la séparation terme fondamental - 1<sup>er</sup> terme excité, et  $\chi^*$  (calculé en perturbation).

C'est à  $\chi = \chi^*$  que le multiplet le plus haut du terme fondamental croise le plus bas multiplet du premier terme excité. Un multiplet J du terme fondamental contient alors des fractions d'autres multiplets de même J appartenant aux termes supérieurs.

Peu d'ions de la série ont un traitement en perturbation justifié ( $Nd^{3+}$ ,  $Eu^{3+}$ ,  $Tb^{3+}$ ). Pour  $\chi$  au delà de 3 ou 4, il faut abandonner l'introduction en perturbation de l'hamiltonien spin-orbite (approximation de Russel-Saunders) et diagonaliser l'hamiltonien coulombien + spin orbite dans l'espace contenant tous les termes autorisés en couplant les électrons 4f ("couplage intermédiaire").

Pour 1 ou 13 électrons il n'y a qu'un seul terme  ${}^2F$  : l'approximation Russel Saunders est rigoureuse.

Pour 2 ou 12 électrons la diagonalisation se fait à la main [Dieke, 1968]. Pour 3 ou 11, et 4 ou 10 électrons [Dieke, 1968] donne les diagrammes de niveaux pour  $\zeta$  quelconque.

Le cas limite d'un hamiltonien spin orbite très fort devant l'interaction coulombienne est appelé "couplage "jj". Pour chaque électron l'état l,s se scinde en états j d'énergies différentes (qui croissent avec j d'après (A.1) où  $A = \zeta$ ). Un électron f, a  $j = 5/2$  ou  $7/2$ .

Les états à plusieurs électrons se construisent en combinant les  $j_i$  en un moment angulaire total J. Puis l'interaction coulombienne est rajoutée en perturbation : pour les mêmes valeurs des  $j_i$ , elle va séparer les J. Condon [1964] montre dans des cas simples d'électrons s ou p, comment la transition s'effectue entre les deux extrêmes lorsque  $\chi$  varie.

Pour les valeurs de  $\chi$  des ions de terres rares, nous n'allons pas jusqu'au couplage jj.  $Tm^{3+}$  et  $Dy^{3+}$  en sont les plus proches. La figure A-2 donne les niveaux des ions libres ou quasi libres (faible champ cristallin). Pour les ions en couplage intermédiaire, la séparation des multiplets dévie nettement de (A.1).

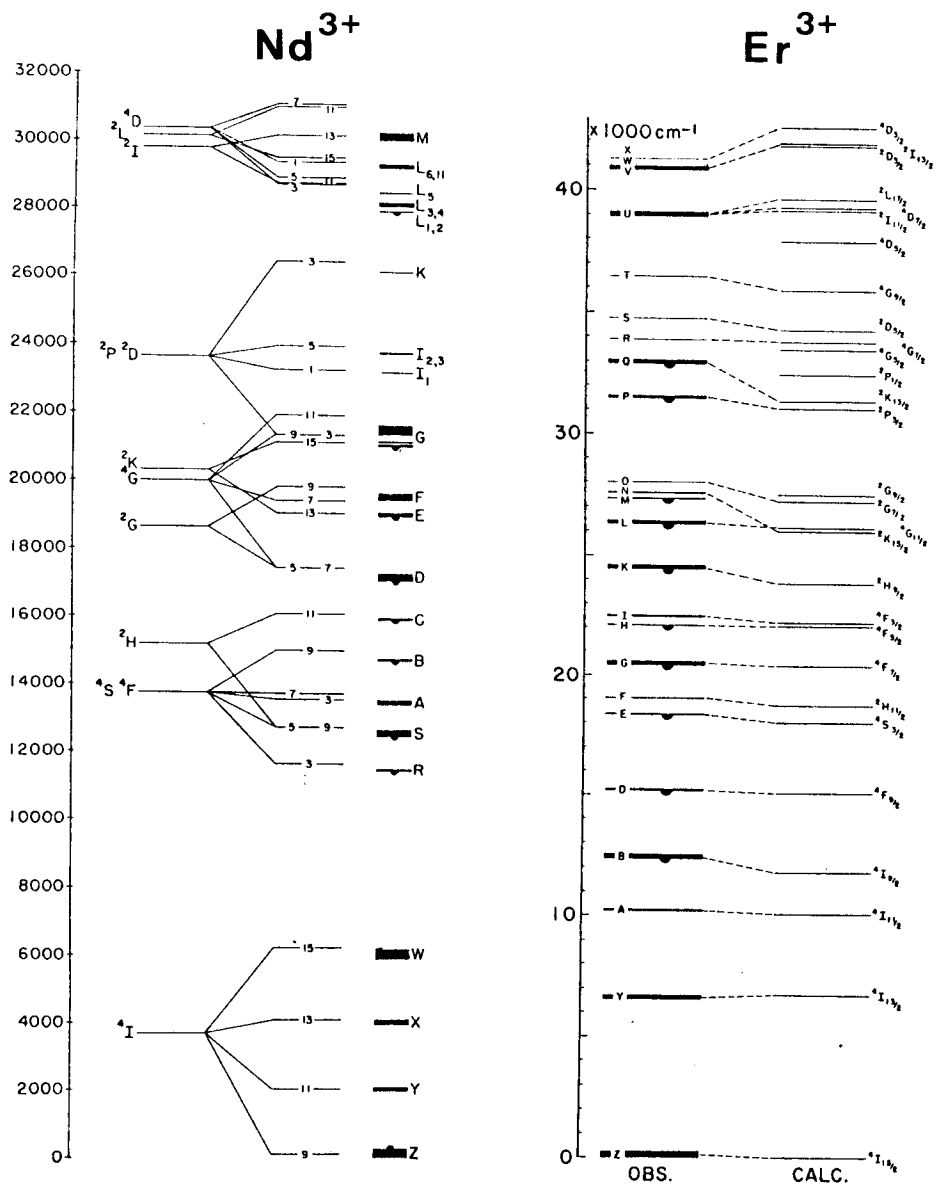


Fig. A-2

Niveaux d'énergie inférieurs des ions trivalents de la série du Lanthane, calculés pour des ions libres et mesurés pour des sels dilués dans  $\text{LaCl}_3$  (à faible champ cristallin, comme l'indique l'épaisseur des traits figurant les niveaux observés) [Dieke, 1968].

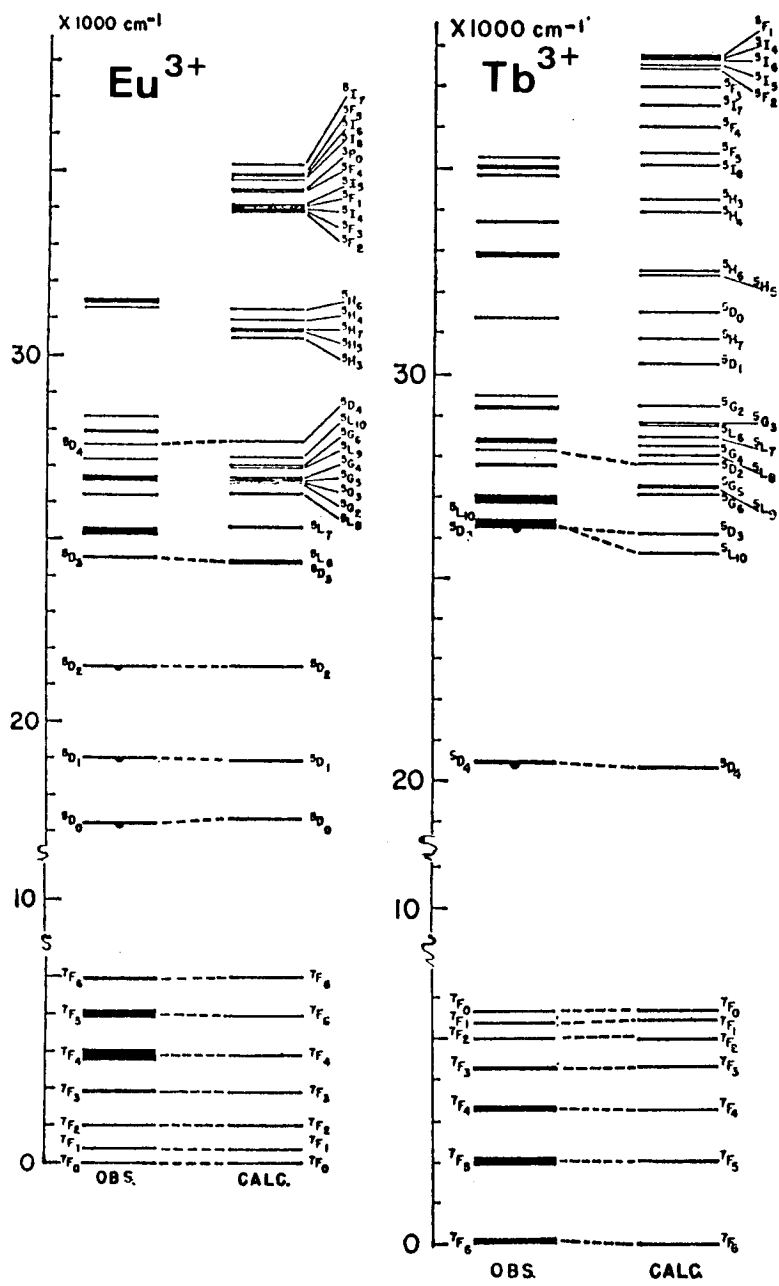


Fig. A-2 (suite)

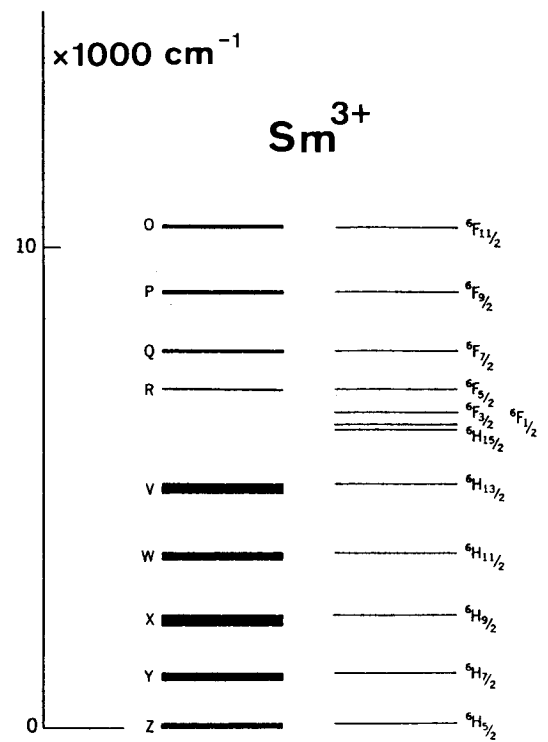
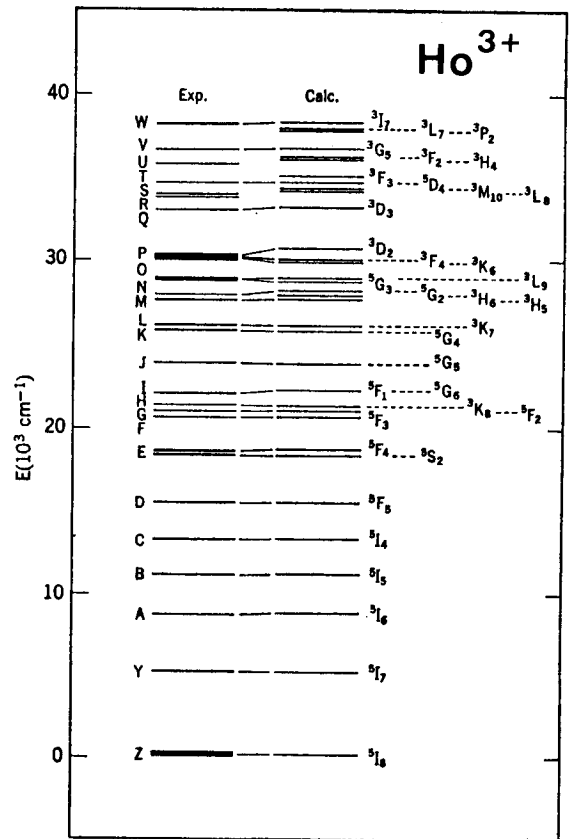
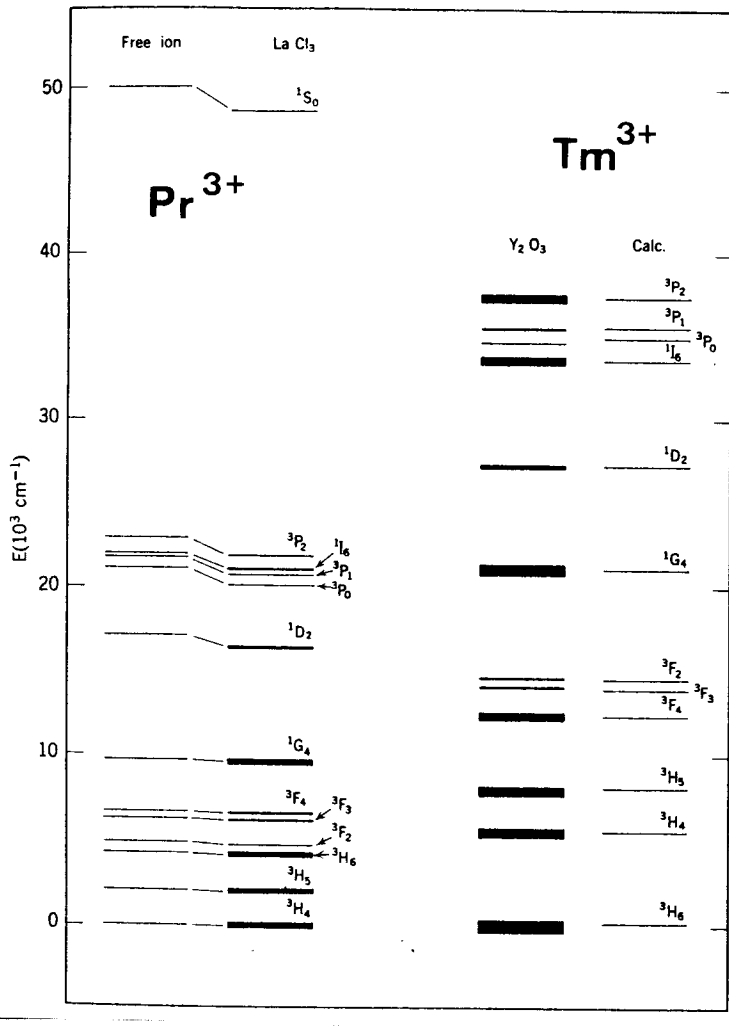


Fig. A-2 (suite)

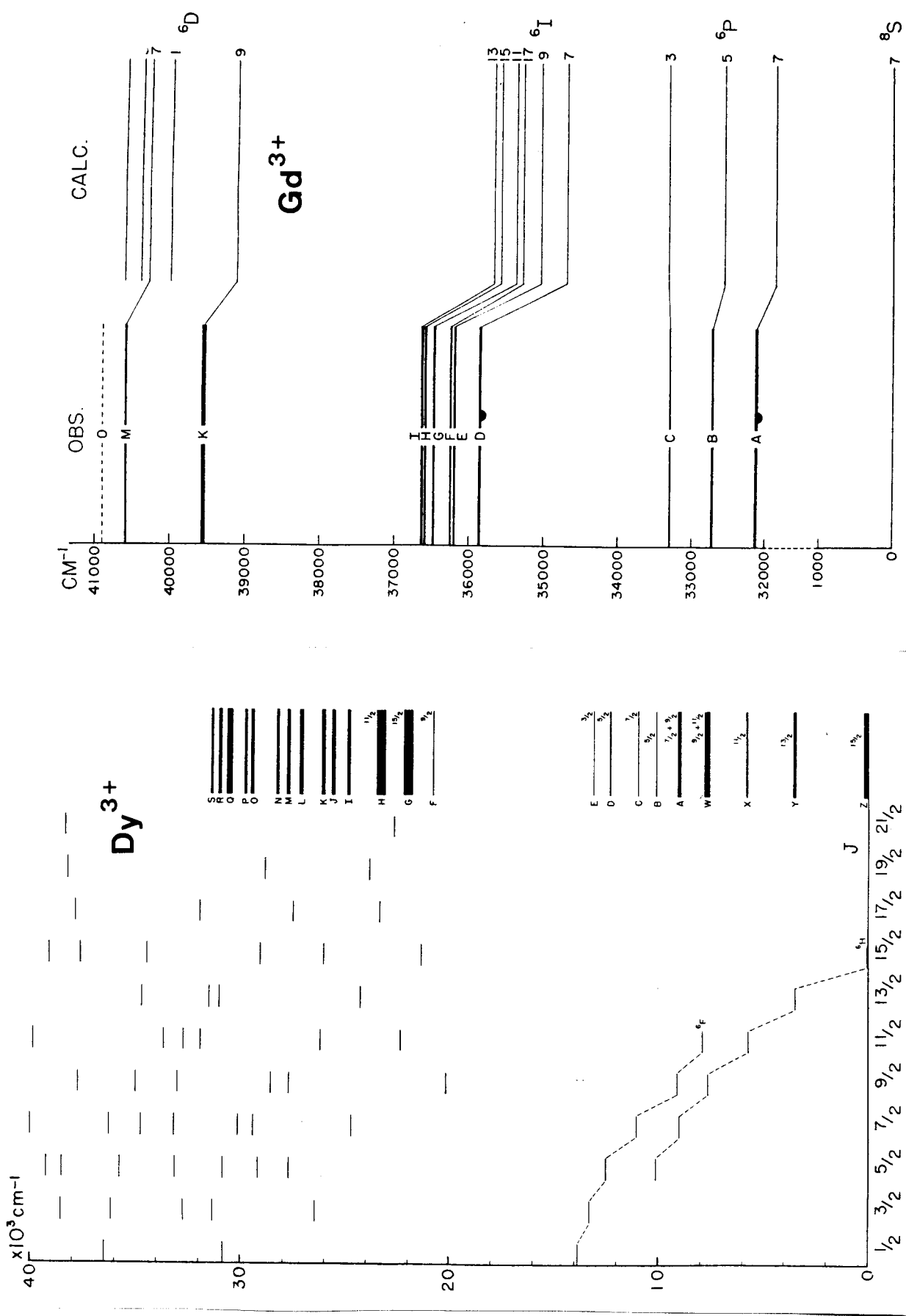


Fig. A-2 (suite et fin)

## Magnétisme de l'ion libre

L'opérateur moment magnétique pour un électron vaut [Landau, 1967]

$$m = +\mu_B (l + 2s) \quad (\text{A.2})$$

(En fait l'électrodynamique quantique montre que c'est  $2.0023 s$  au lieu de  $2 s$ ).

Le moment magnétique total  $M$  est la somme de ces opérateurs à un électron.

L'hamiltonien de l'ion n'ayant pas de direction privilégiée, on aura  $\langle M \rangle = \mathbf{0}$  pour l'ion libre en l'absence de champ. S'il existe un champ magnétique  $H$ , il faut rajouter  $-H.M$  à l'hamiltonien, qui est une petite perturbation. En effet  $\mu_B = 0.927 \cdot 10^{-20}$  erg/Oe, donc avec  $H = 10^6$  Oe l'ordre de grandeur de la perturbation est  $100 \text{ cm}^{-1}$ . Il faut alors aussi prendre en compte l'effet de la température, car à  $T = 300 \text{ K}$ ,  $k_B T = 200 \text{ cm}^{-1}$ .

Nous avons vu auparavant que la structure des niveaux de l'ion se résolvait en multiplets  $J$  (ce qui traduit d'ailleurs l'invariance par rotation) bien séparés sauf pour  $\text{Eu}^{3+}$  ( $400 \text{ cm}^{-1}$ ) et  $\text{Sm}^{3+}$  dans une moindre mesure. C'est donc le(les) plus bas niveau qui détermine les propriétés magnétiques.

Dans celui-ci, l'opérateur  $M$  s'écrira :

$$M = +g \mu_B J \quad (\text{A.3})$$

Cela vient de ce qu'un multiplet  $J$  est une représentation irréductible du moment angulaire ([Landau, 1967])  $g$  s'appelle facteur de Landé. Les ions à fondamental  $J=0$  ( $\text{Y}^{3+}$ ,  $\text{La}^{3+}$ ,  $\text{Lu}^{3+}$ ) ne sont pas magnétiques dans cette approximation.

Dans le cas du faible couplage spin-orbite, où le multiplet  $J$  provient d'un seul terme  $L, S$ , on montre facilement à partir de  $M = +\mu_B (L + 2S)$  que

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2 J(J+1)} \quad (\text{A.4})$$

Les ions à  $L=0$ , donc  $J=S$ , ont  $g = 2$  comme attendu. Les terres rares légères avec  $J = L - S$  ont  $g = \frac{L-2S+1}{L-S+1}$  alors que pour les lourdes  $g = \frac{L+2S}{L+S}$ . Ces valeurs de  $g$  sont données dans le tableau A-1.

Dans le cas du couplage intermédiaire, (A.3) est encore valable. Si  $g(\text{SLJ})$  dénote le résultat de (A.4), la valeur de  $g$  vaudra en général

$$g = \sum_{\text{SL}} p_{\text{SL}} g(\text{SLJ}) \quad (\text{A.5})$$

avec  $p_{\text{SL}}$  le poids du multiplet Russel-Saunders  $2S+1 L_J$  dans le multiplet  $J$  en couplage intermédiaire ( $\sum_{\text{SL}} p_{\text{SL}} = 1$ ). Ces valeurs de  $g$  ne sont pas toutes calculées.

L'application du champ H (selon z) désintègre le multiplet J avec des énergies  $g\mu_B H J_z$  ( $J_z = -J, \dots, J$ ) (g est aussi appelé facteur de désintégration spectroscopique à cause de cet effet).

On calcule alors facilement le moment moyen de l'ion en tenant compte de l'occupation des niveaux :

$$\langle M_z \rangle = g\mu_B J B_J \left( \frac{g\mu_B J H}{k_B T} \right) \quad (\text{A.6})$$

$B_J$  est la fonction de Brillouin

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth \left( \frac{2J+1}{2J} x \right) - \frac{1}{2J} \coth \left( \frac{x}{2J} \right) \quad (\text{A.7})$$

Le moment de l'ion chute rapidement avec la température, car en pratique l'énergie Zeeman est faible.

A haute température, il vient

$$B_J(x) \underset{x \rightarrow 0}{\approx} \frac{J+1}{3J} x, \text{ donc un comportement en loi de Curie}$$

$$\langle M \rangle = \left( g\mu_B \sqrt{J(J+1)} \right)^2 \frac{H}{3k_B T} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{On note, à cause de (A.8), } \mu_{\text{eff}} = g\mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (\text{A.9})$$

le moment effectif de l'ion tiré de la loi de Curie.

$$\mu_0 = g\mu_B J \quad (\text{A.10})$$

est le moment à saturation absolue de l'ion, obtenu à T faible et H grand.

Dans le cas de  $\text{Eu}^{3+}$  et  $\text{Sm}^{3+}$ , à 300 K, la population des multiplets excités n'est pas négligeable du tout. Cette correction à apporter est particulièrement sensible pour  $\text{Eu}^{3+}$  dont le multiplet fondamental n'est pas magnétique. Van Vleck [1932] a ainsi trouvé des valeurs de  $\mu_{\text{eff}}(T)$  en bon accord avec l'expérience. Cet accord n'est obtenu qu'en prenant aussi en compte au deuxième ordre en perturbation l'hamiltonien Zeeman. En effet la contribution au premier ordre du multiplet fondamental est faible ( $g = 0$  pour  ${}^7F_0$  et  $g = 2/7$  pour  ${}^6H_{5/2}$ ).

A très haute température, où tous les multiplets issus du terme S,L sont peuplés il y a découplage de L et S et le moment effectif vaut [Van Vleck, 1932]

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_B \sqrt{2S(S+1) + L(L+1)} \quad (\text{A.9 bis})$$

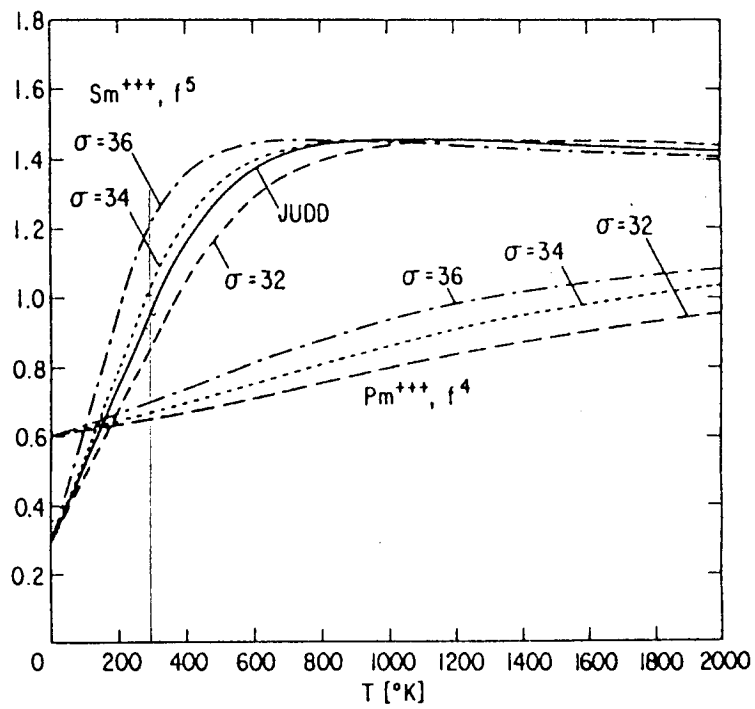
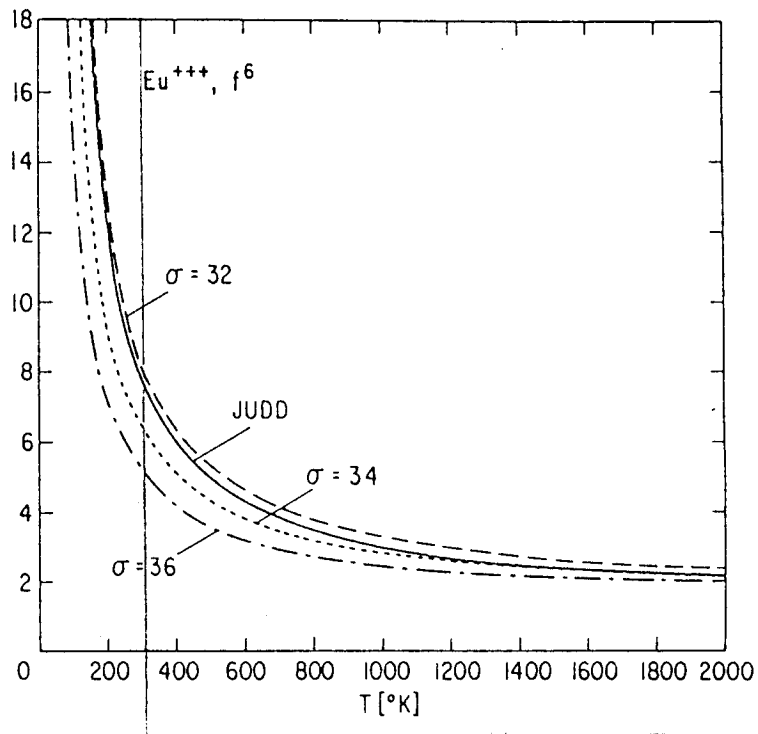


Fig. A-3

Facteurs  $g$  de certains ions libres de terres rares calculés par Arajs [1962].  
Seuls ceux qui varient notablement avec  $T$  sont montrés



Arajs [1962] a calculé les facteurs gyromagnétiques des ions libres en fonction de la température. La séparation des multiplets a été calculée en couplage intermédiaire, mais le rapport  $g$  de chaque multiplet a été conservé égal au facteur de Landé. Le tableau A-1 reprend ses valeurs à 300°K. La différence avec  $g(\text{SLJ})$  limité au seul multiplet fondamental est nette pour  $\text{Sm}^{3+}$  et  $\text{Eu}^{3+}$ . Les terres rares légères ont une dépendance en température non nulle, qui est très forte pour  $\text{Sm}^{3+}$  et  $\text{Eu}^{3+}$  (figure A-3).

## L'ion dans le cristal

Les électrons ne se déplacent plus dans un potentiel à symétrie sphérique. Celle-ci est réduite à la symétrie cubique dans les grenats, et même orthorhombique dans les sites des terres rares (mais pour l'ensemble des sites  $c$  la symétrie est cubique).

Pour  $\text{Fe}^{3+}$ , qui a une couche à demi-pleine, le niveau fondamental  ${}^6\text{S}_{5/2}$  n'est pas changé. Il en est de même pour  $\text{Gd}^{3+}$ , avec  ${}^8\text{S}_{7/2}$ . Les électrons 4f des autres terres rares magnétiques ne sont pas fortement influencés, car ils sont très internes. Aussi traiterons nous le champ cristallin en perturbation dans le multiplet fondamental. Ceci n'est pas valable pour  $\text{Eu}^{3+}$ , où l'agitation thermique peuple d'autres multiplets, qui seront de surcroît mélangés au fondamental par le champ cristallin. Pour  $\text{Sm}^{3+}$ ,  $\text{Nd}^{3+}$  ce n'est pas non plus très justifié. Le champ cristallin, qui ne dépend pas du spin mais agit sur la partie orbitale, peut a priori coupler des multiplets de  $J$  différents. Mais comme l'ordre de grandeur de l'énergie associée au champ cristallin est 500 à 1000  $\text{cm}^{-1}$ , il ne se produit pas de mélange de  $J$  pour des multiplets bien séparés.

Dans un multiplet formé d'électrons  $f$ , un nombre restreint d'opérateurs champ cristallin peut exister (représentation du groupe de symétrie du site dans le multiplet) : 9 en symétrie orthorhombique, 4 en symétrie tétragonale et 2 en symétrie cubique. Un bon point de départ pour estimer le champ cristallin consiste à le modéliser par des charges ponctuelles qui correspondent aux ions voisins (voir [Hutchings, 1964] pour  $\text{Yb}^{3+}$ , [Dillon, 1961] pour  $\text{Tb}^{3+}$ ). Lea [1962] fait un calcul général de l'effet dans un multiplet  $J$  d'un champ cubique, et tabule les fonctions propres et les niveaux d'énergie. L'effet du champ cristallin (sans mélange des  $J$ ) est donc de scinder le multiplet  $J$  en représentations de la symétrie (plus faible) du site.

Par exemple pour un champ cubique, il y a huit représentations (tableau A-2).

	J entier					J demi-entier			
Représentation	$\Gamma_1$ A <sub>1</sub>	$\Gamma_2$ A <sub>2</sub>	$\Gamma_3$ E	$\Gamma_4$ T <sub>1</sub>	$\Gamma_5$ T <sub>2</sub>	$\Gamma_6$ E <sub>1/2</sub>	$\Gamma_7$ E <sub>5/2</sub>	$\Gamma_8$ G	notation de Bethe notation de Mulliken
Dimension	1	1	2	3	3	2	2	4	
Magnétisme	non	non	non	oui	oui	oui	oui	oui	
J' équivalent	0	0	1/2	1	1	1/2	1/2	3/2 mais intervalles non constants	

Tableau A-2

Représentations du groupe du cube dans un multiplet  $J$

Pour les trois ions magnétiques qui sont bien décrits dans l'approximation de Russell-Saunders, Koningstein [1964] a calculé l'effet d'un champ cristallin tétragonal pour reproduire les résultats de spectroscopie des grenats correspondants (avec de l'aluminium au lieu du Fer : famille du YAG). Les paramètres qu'il obtient sont peu différents dans les trois cas. L'ajustement est assez bon, le pire est pour  $\text{Nd}^{3+}$  comme on pouvait le penser (faible séparation des multiplets). Ils sont aussi plus nettement différents de ceux de [Hutchings, 1964], par exemple pour les paramètres qui sont nuls en symétrie tétragonale.

Il reste toutefois une symétrie que le champ cristallin ne peut pas lever : l'invariance par renversement du temps. Elle implique que, dans un multiplet à  $J$  demi entier, deux états de  $J_z$  opposés ont la même énergie, formant ainsi un doublet de Kramers [Landau, 1967]. C'est pourquoi, par exemple, le tableau A-2 ne donne que des dimensions paires pour les représentations cubiques d'un  $J$  demi entier.

La figure A-4 donne quelques résultats de ces calculs de niveaux (noter que ce sont d'autres grenats que le YIG, en particulier YAG a une maille plus petite que celle du YIG donc un effet plus fort du champ cristallin). L'ordre de grandeur de la désintégration du multiplet est  $500 \text{ cm}^{-1}$  de largeur. La séparation entre les niveaux est très variable.

## Magnétisme de l'ion dans le cristal

A température suffisamment basse (cela veut dire environ  $T < 40 \text{ K} = 60 \text{ cm}^{-1}$ , un intervalle typique entre niveaux cristallins), seul le niveau cristallin fondamental est peuplé.

S'il n'est pas dégénéré ce niveau ne contribue pas au magnétisme : il ne porte pas de moment et de réagira pas à un champ magnétique (au premier ordre en perturbation). S'il est dégénéré (par exemple un doublet de Kramers), l'ion pourra acquérir un moment quand un champ est appliqué. Pour le calculer il suffit d'introduire la perturbation

$-\mu_B \mathbf{J} \cdot \mathbf{H}$  dans ce niveau ( $g$  étant le facteur de désintégration spectroscopique du multiplet fondamental). Si dans le niveau on peut trouver des états avec  $\langle J_z \rangle \neq 0$  ( $H$  selon  $z$ ), il y aura magnétisme. Par exemple, pour la représentation  $\Gamma_3$  du cube, ce n'est pas le cas [Lea, 1962]. Par contre, regardons  $\text{Er}^{3+}$  dans un champ cubique avec les paramètres de [Koningstein, 1964]. Le multiplet  $4I_{15/2}$  a alors un niveau fondamental  $\Gamma_7$  qui est un doublet, se comportant comme un spin  $1/2$ . C'est à dire que, indépendamment de l'orientation de l'axe  $z$ , on peut former deux états orthogonaux dans le doublet avec  $\langle J_z \rangle = \pm 17/6$ . Le magnétisme de ce doublet peut donc se décrire comme pour l'ion libre,

avec  $J' = \frac{1}{2}$  et  $g' = \frac{17}{6} \times 2 \times \frac{6}{5} = \frac{34}{5}$  environ.

( $g(\text{SLJ}) = 6/5$  pour  $4I_{15/2}$ , le vrai  $g$  en couplage intermédiaire vaut, d'après [Dieke, 1964]

$$g = (0.982)^2 g\left(\frac{4I_{15}}{2}\right) + (0.186)^2 g\left(\frac{2K_{15}}{2}\right) = 1.194$$

Le moment à saturation, à très basse température, vaut donc  $17/5 = 3.4 \mu_B$ , à comparer à  $9\mu_B$  pour l'ion libre dont  $3\mu_B$  de spin. On dit à cause de cela que le champ cristallin a bloqué le moment (orbital). Nous voyons aussi qu'il augmente notablement le facteur de séparation spectroscopique.

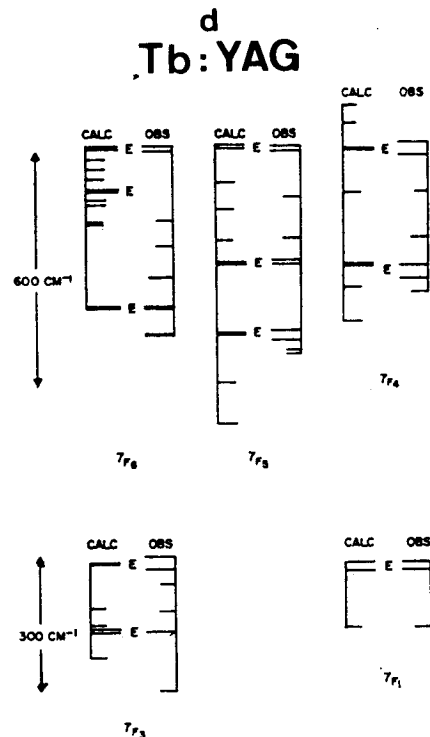
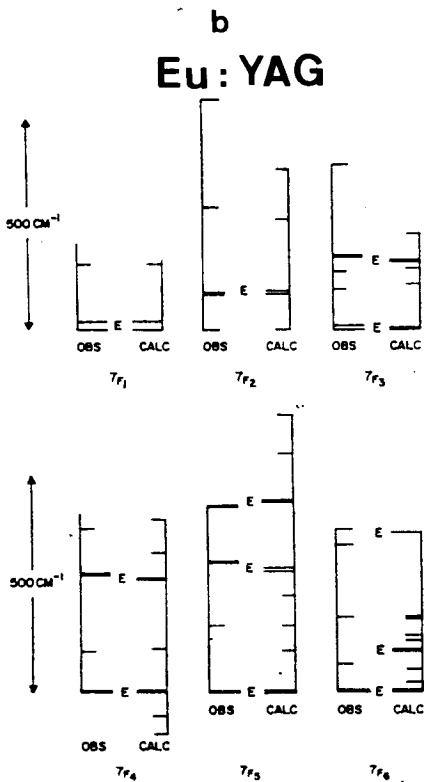
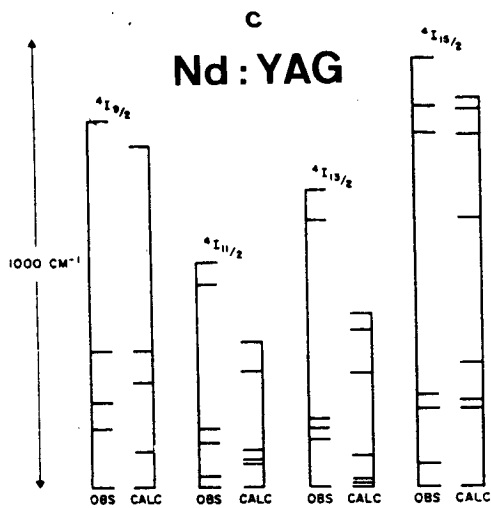
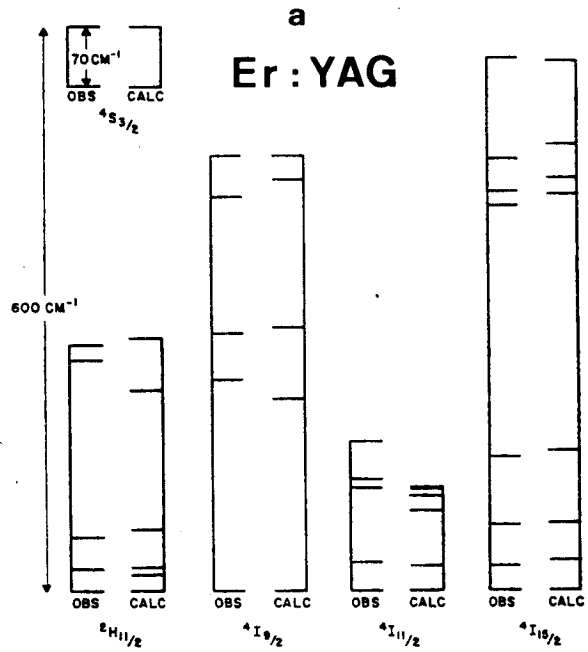
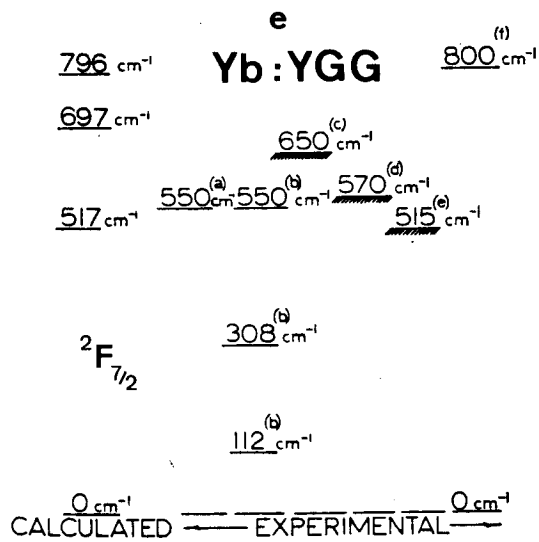


Fig. A-4

Désintégration des multiplets fondamentaux par le champ cristallin  
(calculé et observé)  
(a)-(d) : ions dans YAG ( $a_0 = 12.000 \text{ \AA}$ ) d'après [Koningstein, 1964]  
(e) : ion dans YGG ( $a_0 = 12.280 \text{ \AA}$ ) d'après [Hutchings, 1964]

$\Gamma_6$  se comporte de même que  $\Gamma_7$ , et  $\Gamma_4$  et  $\Gamma_5$  se comportent comme des multiplets  $J=1$  [Lea, 1962]. Par contre  $\Gamma_8$  de dégénérescence 4 ne se comporte pas comme un multiplet  $J' = 3/2$  : les intervalles de Zeeman ne sont pas les mêmes dans le niveau, et ils dépendent de l'orientation du champ par rapport aux axes du cube. Bleaney [1959] a trouvé un hamiltonien agissant dans  $J' = 3/2$  qui reproduit le comportement de l'hamiltonien Zeeman agissant dans  $\Gamma_8$ , à savoir

$$-g'\mu_B \mathbf{J} \cdot \mathbf{H} + f\mu_B (H_x (J'_x)^3 + H_y (J'_y)^3 + H_z (J'_z)^3) \quad (\text{A.11})$$

(écrit dans les axes du cube). L'anisotropie de l'action du champ magnétique apparaît explicitement dans ce cas. On peut dire aussi qu'il existe deux facteurs  $g'_{111}$  et  $g'_{100}$ , déterminés par exemple au moyen des aimantations à saturation. Mais la courbe d'aimantation ne suivra pas une loi de Brillouin car l'espacement Zeeman des sous-niveaux n'est pas constant.

Pour une symétrie plus faible que celle du cube les représentations sont de dimension moindre, et anisotropes en règle générale. Hutchings [1964] a par exemple calculé  $\text{Yb}^{3+}$  dans YGG avec un champ cristallin orthorhombique, et comparé avec l'expérience. Le doublet de Kramers fondamental (provenant du  $\Gamma_7$  cubique) est très bien séparé du 1er excité (figure A-4e). Le facteur  $g'$  est anisotrope ( $g'_z = 2.85$ ,  $g'_x = 3.7$  et  $g'_y = 3.6$  au lieu de  $g' = 3.43$  pour le  $\Gamma_7$  purement cubique).

A température plus haute, plusieurs niveaux cristallins peuvent être peuplés. De même que pour l'ion libre, le moment effectif est alors dépendant de la température. Lorsque  $k_B T$  devient comparable à la largeur qu'a acquise le multiplet du fait du champ cristallin, le multiplet se comporte comme dans l'ion libre, soit (A.8). C'est la formule de Debye Langevin, démontrée de manière générale dans [Van Vleck, 1932]. Ce résultat est très important, car à 300 K pour les terres rares dans les grenats nous sommes presque dans ce cas. Pour comprendre cette formule qui peut sembler paradoxale, considérons le cas suivant. Supposons, cas extrême, un multiplet magnétique séparé par le champ cristallin en représentations toutes non magnétiques : au premier ordre la susceptibilité de chacun des niveaux est nulle. Donc pour toute température la susceptibilité de l'ensemble du multiplet sera nulle, ce qui est en contradiction avec la loi de Curie. Au deuxième ordre en perturbations, ou encore mieux en diagonalisant l'hamiltonien champ cristallin + Zeeman, dans le multiplet, les niveaux ayant des composantes sur un même état  $J_z = +m$  (et aussi  $-m$  pour avoir  $\langle J_z \rangle = 0$ ) sont couplés et acquièrent une valeur moyenne de  $J_z$  proportionnelle à  $H$  et inversement proportionnelle à leur séparation en énergie  $\Delta E$  (aux faibles champs i.e.  $g|m|\mu_B H \ll \Delta E$ ). Lorsque la moyenne thermique est calculée, la différence de population entre les niveaux perturbés est renforcée d'un facteur  $\Delta E$ , car ils sont plus séparés que si  $\Delta E = g\mu_B H$ . Au total, dans la valeur moyenne thermique de  $J_z$ , le facteur  $\Delta E$  se simplifie et on retrouve la loi de Curie (A.8)

Ce résultat peut aussi être prouvé dans le cas général en faisant un développement haute température de la fonction de partition. C'est le terme à l'ordre 2 qui donne la susceptibilité.

Le facteur  $\frac{J(J+1)}{3}$  vient de  $\frac{\left( \sum_{M=-J}^J M^2 \right)}{\left( \sum_{M=-J}^J 1 \right)}$

Il y a ainsi quasi-déblocage du moment magnétique lorsque  $k_B T$  vaut la séparation des niveaux cristallins.

Enfin, il faut voir que dans certains cas le couplage Zeeman n'est pas négligeable du tout devant la séparation des niveaux cristallins. La fig. A-4 montre que ce n'est pas le cas de  $\text{Yb}^{3+}$ , mais pour les autres c'est le contraire. Il faut alors, pour calculer le comportement magnétique du multiplet, diagonaliser l'hamiltonien total champ cristallin + Zeeman dans le multiplet, (puis prendre en compte la température). Le résultat n'est pas évident a priori. On doit s'attendre, à un moment variant avec la température, la direction et l'intensité du champ magnétique.

## Appendice B : Calcul de structures en bandes

Ainsi que mentionné précédemment, la difficulté est de calculer le champ démagnétisant partout.

### Configuration de base

soit un volume  $\Omega$  aimanté uniformément selon Oz, défini comme une demi-plaque (fig.B-1)

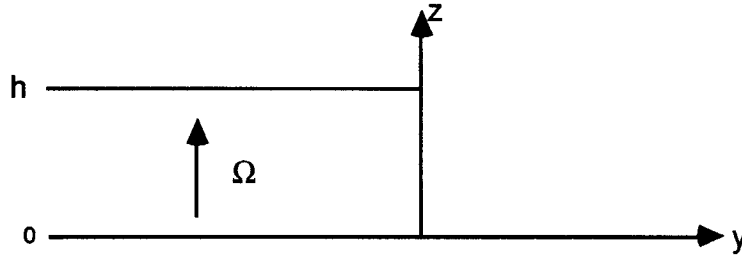


fig. B-1  
Configuration de base

L'aimantation étant prise uniforme, seules restent les charges de surface comme sources du potentiel  $V$  de (1.A.15) dont dérive  $H_D$ . La solution élémentaire  $^{-1}/4\pi r$  du laplacien à trois dimensions permet décrire

$$V(y,z) = M_s \int_{-\infty}^0 dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(h-z)^2 + (y'-y)^2 + x'^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + (y'-y)^2 + x'^2}} \right) \quad (B.1)$$

or  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln ( x + \sqrt{x^2 + a^2} )$  , d'où

$$V(y,z) = -M_s \int_{-\infty}^0 dy' \ln \left( \frac{(y'-y)^2 + (h-z)^2}{(y'-y)^2 + z^2} \right)$$

puis  $\int \ln (y^2 + b^2) = y \ln (y^2 + b^2) - 2y + 2b \operatorname{Arctg} \frac{y}{b}$ ,

$$V(y,z) = M_s \left( y \ln \frac{y^2 + (h-z)^2}{y^2 + z^2} + 2(h-z) \operatorname{Arctg} \frac{y}{h-z} - 2z \operatorname{Arctg} \frac{y}{z} - \pi(h-2z) \right) \quad (B.2)$$

Ainsi (en notant avec un d minuscule cette expression)

$$\left\{ \begin{array}{l} H_d^y(y,z) = \frac{-\partial V}{\partial y} = M_s \ln \left( \frac{y^2 + z^2}{y^2 + (h-z)^2} \right) \\ H_d^z(y,z) = -\frac{\partial V}{\partial z} = -2\pi M_s \left( 1 - \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg} \frac{y}{z} - \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg} \frac{y}{h-z} \right) \end{array} \right. \quad (\text{B.3})$$

Nous aurons souvent besoin de la moyenne sur z de  $H_D^z$  :

$$\begin{aligned} \overline{H_d^z}(y) &= \frac{1}{h} \int_0^h H_d^z(y,z) dz = \frac{V(y,0) - V(y,h)}{h} \\ &= \frac{2M_s}{h} \left( y \ln \left( 1 + \frac{h^2}{y^2} \right) + 2h \operatorname{Arctg} \frac{y}{h} - \pi h \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$= \frac{-2M_s}{h} \int_y^\infty \ln \left( 1 + \frac{h^2}{t^2} \right) dt \quad (\text{B.4bis})$$

La forme (B.4 bis) est bien utile dans les calculs de structures complexes.

### Une bande isolée

Considérons maintenant la structure de la fig. B-2.

Une telle situation peut exister en haut champ appliqué  $H_a$  selon z, supérieur au champ de nucléation mais inférieur à celui de passage en bulles ([Eschenfelder, 1980])

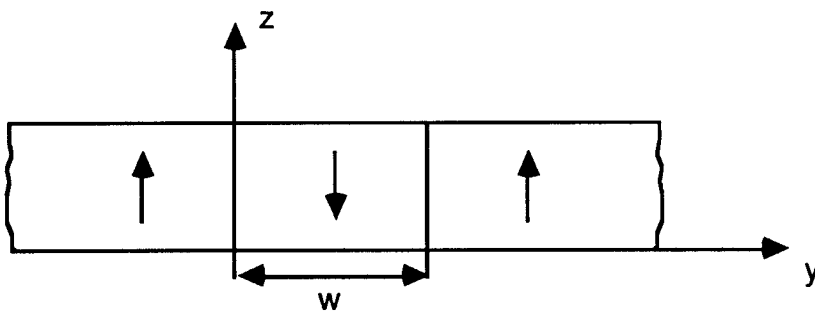


Fig. B-2  
Bande isolée

Pour calculer l'équilibre de cette bande, donc la largeur  $w$  en fonction de  $H_a$ , on suppose que les deux parois existent, avec leur structure, mais que leur position est à fixer. Le champ démagnétisant calculé à l'aide du paragraphe précédent suppose l'épaisseur de la paroi nulle. Un critère simple d'équilibre est que le champ total (appliqué + démagnétisant), selon  $z$ , est nul à l'endroit de la paroi. Nous prenons le champ moyen sur l'épaisseur.

Pour la paroi à  $y = 0$ , on a ainsi

$$H_a + \overline{H_d^z}(0) - \overline{H_d^z}(0) + 2 \overline{H_d^z}(w) = 0$$

soit encore

$$\frac{H_a}{4\pi M_s} = \frac{1}{\pi} \left( 2 \operatorname{Arctg} \frac{h}{w} - \frac{w}{h} \ln \left( 1 + \frac{h^2}{w^2} \right) \right) \quad (\text{B.5})$$

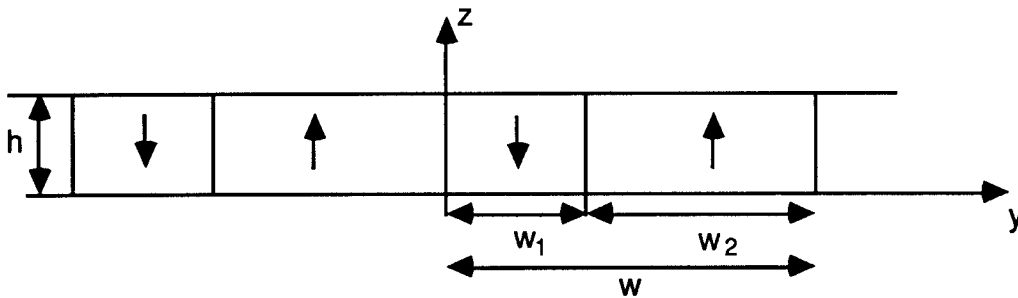
formule que Cape [1971] donne implicitement.

Le critère d'équilibre utilisé peut être justifié plus rigoureusement : connaissant  $H_D$  partout, il est possible de calculer l'énergie de la configuration de largeur  $w$ . La minimisation en  $w$  redonne (B.5). Noter que (B.5) est indépendante de la valeur de l'énergie de paroi.

### Réseau de bandes parallèles

Comme nous calculons la structure en domaines et non la structure interne des parois, seuls les champs selon  $z$  sont à considérer. Nous oublierons donc l'indice  $z$  dans  $H_D^z$ . Pour un champ  $H_a$  pas trop important, la configuration en réseau de bandes parallèles est souvent rencontrée.

Pour la calculer nous supposons seulement que  $\sigma$  représente l'énergie de paroi par unité de surface (cf § IB 1.).



**Fig B-3**  
*Réseau de bandes parallèles*



Soit donc la configuration périodique représentée fig. B-3. Elle possède une énergie, calculée par rapport à l'état saturé selon  $+z$ , qui vaut par unité de volume

$$E(w_1, w_2) = \frac{2\sigma}{w} + 2M_s \frac{w_1(H_a - 2\pi M_s)}{w} + \frac{1}{wh} \int_0^w dy \int_0^h dz \left( \frac{H_D^0 - H_D}{2} \right) M_z \quad (B.6)$$

où  $H_D^0 = -4\pi M_s$  est le champ démagnétisant de l'état saturé de référence. Les énergies d'échange et d'anisotropie sont incluses dans  $\sigma$ , et la suite de la formule décrit l'énergie magnétostatique relativement à l'état saturé, dans l'approximation d'une paroi d'épaisseur nulle.

L'intégrale en  $z$  vaut par définition  $h \bar{H}_D$ .

L'expression de  $\bar{H}_D$  sera une série alternée de  $\bar{H}_d$  :

par exemple pour  $0 \leq y \leq w_1$  on a

$$\begin{aligned} \bar{H}_D(y) = & 4\pi M_s + 2 [\bar{H}_d(y) - \bar{H}_d(y+w_2) + \bar{H}_d(y+w) - \bar{H}_d(y+w+w_2) + \dots] \\ & + 2 [\bar{H}_d(w_1-y) - \bar{H}_d(w-y) + \bar{H}_d(w+w_1-y) - \bar{H}_d(2w-y) + \dots] \end{aligned} \quad (B.7)$$

Utilisons maintenant l'expression (B.4 bis) de  $\bar{H}_d$ , et échangeons les intégrations en  $y$  et  $t$ . Avec la variable sans dimension  $u = t/h$  il vient finalement

$$E(w_1, w_2) = \frac{2\sigma}{w} + 2M_s H_a \frac{w_1}{w} - \frac{8M_s^2 h}{w} \int_0^\infty \ln \left( 1 + \frac{1}{u^2} \right) g_0(u) \quad (B.8)$$

avec  $g_0(u)$  périodique, de période  $w/h$ , représentée fig. B-4

$$g_0(u) = \inf\left(\frac{w_1}{h}, u\right) + \inf\left(\frac{w_2}{h}, u\right) - u \quad (B.8bis)$$

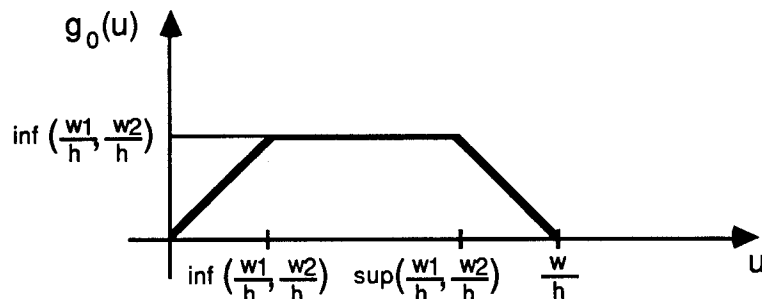


Fig. B-4  
fonction  $g_0(u)$

Le calcul de  $E$  se fait très facilement numériquement (prendre  $u \leq 20 w/h$ , 100 points par période  $w/h$  donne une bonne précision).

En particulier pour  $H_a = 0$ ,  $w_1 = w_2 = w/2$  et E s'écrit :

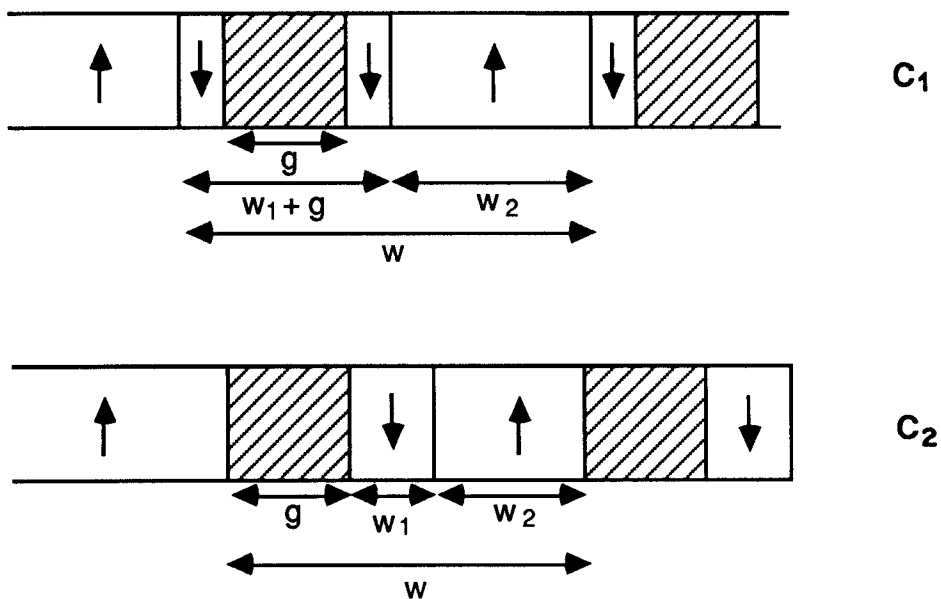
$$E\left(\frac{w}{h}\right) = 8\pi M_s^2 \left( \frac{l/h}{w/h} - \frac{h}{w} \int_0^\infty \ln\left(1 + \frac{1}{u^2}\right) g_0(u) du \right) \quad (B.9)$$

La minimisation de (B.9) donne une relation  $w_0/h =$  fonction de  $l/h$  que nous avons représentée fig. 1-5 au chapitre I.B. Nous avons ainsi vérifié le calcul de Cape [1971].

### Stabilisation des domaines

Pour une mémoire à lignes de Bloch il est nécessaire que les parois qui contiennent les lignes soient fixées. Une manière de le faire consiste à creuser dans le film un réseau de "tranchées" sur toute son épaisseur (graver le film [Klein, 1985]) .

Si la période des gravures est à peu près adaptée à celle des bandes, deux configurations sont possibles essentiellement, représentées figure B-5.



**Fig B-5**  
Bandes parallèles avec des gravures  
(les gravures sont hachurées)

Le calcul des énergies par unité de volume est tout à fait semblables au cas précédent, et donne

$$\begin{aligned}
 E_1(w_1) &= \frac{2\sigma}{w} + 2M_s H_a \frac{w_1}{w} - \frac{8M_s^2 h}{w} \int_0^\infty \ln\left(1 + \frac{1}{u^2}\right) g_1(u) du \\
 E_2(w_1) &= \frac{\sigma}{w} + 2M_s H_a \frac{w_1}{w} - \frac{8M_s^2 h}{w} \int_0^\infty \ln\left(1 + \frac{1}{u^2}\right) g_2(u) du
 \end{aligned}
 \tag{B.10}$$

avec des fonctions  $g_1$  et  $g_2$  valant

$$\begin{aligned}
 g_1(u) &= \frac{1}{2} \left[ \inf\left(\frac{w_1}{2h}, u\right) - \inf\left(\frac{w_1}{2h} + \frac{g}{h}, u\right) + \inf\left(\frac{w}{h} - \frac{w_1}{2h}, u\right) - \inf\left(\frac{w_2}{h} + \frac{w_1}{2h}, u\right) \right] \\
 &+ \inf\left(\frac{w_1 + g}{h}, u\right) + \inf\left(\frac{w_2}{h}, u\right) - u \\
 g_2(u) &= \frac{1}{2} \left[ \inf\left(\frac{w_1}{h}, u\right) + \inf\left(\frac{w_2}{h}, u\right) - u \right] \\
 &+ \inf\left(\frac{w_1 + g}{h}, u\right) + \inf\left(\frac{w_2 + g}{h}, u\right) - \inf\left(\frac{w_1 + w_2}{h}, u\right)
 \end{aligned}
 \tag{B.11}$$

$g_1$  et  $g_2$  ont des profils un peu plus compliqués que  $g_0$ .

C'est avec ces formules que la stabilité des configurations  $C_1$  et  $C_2$  a été discutée dans [Boileau, 1988].

## **Chapitre II**

# **Magnétisme et lumière polarisée**



# Chapitre II

## Magnétisme et lumière polarisée

### Introduction

L'observation en lumière polarisée des structures magnétiques dans les grenats a grandement aidé à la compréhension des phénomènes magnétiques. Cette observation est due à l'existence d'effets magnéto-optiques.

Un modèle classique phénoménologique permet de mettre en évidence les différents effets et leur symétries. Puis nous évoquons brièvement le modèle microscopique, dans le cas des grenats.

Les tenseurs diélectriques  $\epsilon$  et  $\mu$  étant connus, il est possible de calculer les propriétés optiques du matériau magnétique. La principale est la rotation de polarisation dans le cas de haute symétrie. Des effets plus complexes se manifestent dans le cas général.

La fin de ce deuxième et dernier chapitre introductif est consacré à la représentation de la lumière polarisée au moyen de la sphère de Poincaré.

# A. Les tenseurs diélectriques d'un matériau magnétique

Dans tout ce chapitre, nous utiliserons les unités S.I. L'onde électromagnétique lumineuse a une fréquence typique de  $5 \cdot 10^{14}$  Hz, très supérieure à celle des phénomènes magnétiques considérés au chapitre I ( $\approx 10^{10}$ Hz). On considérera donc que tout ce qui décrit le magnétisme est statique, et que la fréquence de l'onde lumineuse n'est pas modifiée par l'interaction magnéto-optique. Nous noterons avec un indice  $\omega$  les grandeurs variant à la pulsation lumineuse  $\omega$ , pour les distinguer des quantités statiques, à indice 0. Nous prenons comme états de base des ondes planes monochromatiques, de la forme

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \text{Re}(\mathbf{E}_\omega \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)) \quad (2.A.1)$$

Le milieu magnétique, supposé infini et uniforme, est décrit au point de vue optique par deux tenseurs  $\epsilon$  et  $\mu$  dans les équations de Maxwell

$$\mathbf{D}_\omega = \epsilon_0 \mathbf{E}_\omega + \mathbf{P}_\omega = \epsilon \mathbf{E}_\omega \quad (2.A.2)$$

$$\mathbf{B}_\omega = \mu_0(\mathbf{H}_\omega + \mathbf{M}_\omega) = \mu \mathbf{H}_\omega$$

$\epsilon$  et  $\mu$  sont fonction de  $\omega$  (mais nous ne le spécifierons pas car  $\omega$  est fixée) et aussi de  $\mathbf{k}$ , le vecteur d'onde de la lumière.

La dépendance en  $\mathbf{k}$  est négligée par pratiquement tous les auteurs. Les champs macroscopiques de Maxwell dérivent en effet d'une moyenne prise au niveau de la maille du cristal, qui est bien inférieure à la longueur d'onde de la lumière (la maille a un paramètre de 1.3 nm alors que la longueur d'onde minimum d'une radiation visible dans un grenat d'indice 2.3 vaut 200 nm). Elle interviendrait surtout dans l'interaction de la lumière avec des modes collectifs (magnons par exemple).

## 1. Modèles classiques

Nous nous plaçons dans le cas simple où la réduction de symétrie due à l'état cristallin est négligée.

### *Modèle de type Drude*

Becquerel et Voigt ont fait ce calcul il y a un peu moins d'un siècle.

Soit un électron (charge  $q$ , masse  $m$ ) lié élastiquement à sa position d'équilibre. Pour rendre compte très phénoménologiquement du magnétisme, on suppose qu'il existe une induction statique  $\mathbf{B}_0$ . L'équation de mouvement de l'électron en présence des champs électromagnétiques totaux  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  est :

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q (\mathbf{E} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B}) - m\omega_0^2 \mathbf{r} \quad (2.A.3)$$

La solution  $\mathbf{r} = \text{Re}(\mathbf{r}_\omega e^{-i\omega t})$  vérifie

$$\mathbf{r}_\omega = \frac{-iq^2\omega}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2) - (q\omega B_0)^2} \left( \frac{im}{q\omega}(\omega_0^2 - \omega^2) \mathbf{E}_\omega - \frac{iq\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} (\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{E}_\omega) \mathbf{B}_0 - \mathbf{B}_0 \times \mathbf{E}_\omega \right) \quad (2.A.4)$$

Le vecteur polarisation  $\mathbf{P}_\omega = \epsilon_0 n q \mathbf{r}_\omega$  ( $n$  est la densité électronique) s'exprime alors

$$\frac{\mathbf{P}_\omega}{\epsilon_0} = \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - (\omega\omega_c)^2} \left( (\omega_0^2 - \omega^2) \mathbf{E}_\omega - \frac{(\omega\omega_c)^2}{\omega_0^2 - \omega^2} (\mathbf{m} \cdot \mathbf{E}_\omega) \mathbf{m} + i\omega\omega_c \mathbf{m} \times \mathbf{E}_\omega \right) \quad (2.A.5)$$

(la correction de Lorentz-Lorenz a été omise).

Les notations suivantes ont été employées :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{nq^2}{m}} \quad \text{est la pulsation plasma}$$

$$\omega_c = \frac{q B_0}{m} \quad \text{est la pulsation cyclotron}$$

$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{m}$ ,  $\mathbf{m}$  vecteur unitaire donnant en fait la direction de l'aimantation.

En prenant pour  $\mathbf{m}$  l'axe  $z$ , le tenseur permittivité électrique s'écrit alors

$$\boldsymbol{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{vmatrix} \epsilon_1 & ig & 0 \\ -ig & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{vmatrix} \quad (2.A.6)$$

$$\text{avec } \mathbf{g} = \frac{-\omega\omega_p^2\omega_c}{(\omega_0^2 - \omega^2) - \omega^2\omega_c^2} \quad (2.A.7a)$$

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} \quad (2.A.7b)$$

$$\epsilon_2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (2.A.7c)$$



Comme  $\omega_c \ll \omega \approx \omega_0$  (même avec un très fort champ interne  $B_0$ ), on peut récrire

$$g = \frac{-\omega \omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \omega_c \quad (2.A.8)$$

Le terme hors diagonale varie linéairement avec le champ interne  $B_0$  et est maximum à la fréquence de transition  $\omega_0$  (qui est représentée classiquement par un oscillateur ayant une fréquence naturelle  $\omega_0$ ). Si on pense que  $B_0$  est un champ moléculaire, alors  $g$  est proportionnel à l'aimantation du matériau.

La présence d'amortissement dans le mouvement de l'électron fait que  $\epsilon$  n'est plus hermitique. Pour en tenir compte, il convient de remplacer  $\omega_0^2 - \omega^2$  par  $\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega$  dans les formules (2.A.7),  $\Gamma$  étant une largeur de raie.  $g$ ,  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont alors complexes.

Ce modèle ne traite que de la partie orbitale du moment magnétique. Le modèle suivant traite de la partie spin.

### **Modèle de type résonance ferromagnétique** ([Rado, 1953])

Considérons l'aimantation macroscopique  $\mathbf{M}$ . Le champ magnétique de l'onde électromagnétique fait évoluer  $\mathbf{M}$  selon l'équation de précession (1.C.17)

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{H} \times \mathbf{M} + \alpha \frac{\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}}{|\mathbf{M}|} \quad (2.A.9)$$

Dans (2.A.9) nous avons repris sans justification un terme d'amortissement de la forme de Gilbert .

Au repos,  $\mathbf{M} = M_s \mathbf{m}$  et  $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{m}$ . Le champ  $\mathbf{H}_\omega$  de l'onde électromagnétique (une petite perturbation par rapport à  $M_s$ , car un faisceau de 1mW sur 1 mm<sup>2</sup> crée une induction de quelques centièmes de Gauss) induit un petit moment oscillant  $\mathbf{M}_\omega$ . De (2.A.9) on déduit

$$-i\omega \mathbf{M}_\omega = \gamma H_0 \mathbf{m} \times \mathbf{M}_\omega + \gamma M_s \mathbf{H}_\omega \times \mathbf{m} - i\alpha\omega \mathbf{m} \times \mathbf{M}_\omega \quad (2.A.10)$$

dont la solution est

$$\mathbf{M}_\omega = \frac{-i\omega\gamma M_s}{\omega^2 - (\omega_r - i\alpha\omega)^2} \left( \mathbf{m} \times \mathbf{H}_\omega + \frac{i(\omega_r - i\alpha\omega)}{\omega} \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{H}_\omega) \right) \quad (2.A.11)$$

avec  $\omega_r = \gamma H_0$  la pulsation de résonance.

Cette expression est assez similaire à (2.A.5). Le tenseur de perméabilité magnétique s'exprime comme

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_0 \begin{vmatrix} \mu_1 & ig' & 0 \\ -ig' & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{vmatrix} \quad (2.A.12)$$

(nous avons à nouveau supposé  $\mathbf{m}$  selon l'axe  $z$ )

$$\text{avec } g' = \frac{\omega\gamma 4\pi M_s}{\omega^2 - (\omega_r - i\alpha\omega)^2} \quad (2.A.13a)$$

$$\mu_1 = 1 - \frac{\gamma 4\pi M_s (\omega_r - i\alpha\omega)}{\omega^2 - (\omega_r - i\alpha\omega)^2} \quad (2.A.13b)$$

$$\mu_2 = 1 \quad (2.A.13c)$$

Le terme hors diagonale

$$g' \approx \frac{\gamma 4\pi M_s}{\omega} \quad (2.A.14)$$

varie aussi linéairement avec  $M_s$ . Par contre son comportement en fréquence est très plat comparé à (2.A.8).

## 2. Forme générale des tenseurs diélectriques

Les modèles classiques exposés aux deux premiers paragraphes sont satisfaisants s'il s'agit seulement de connaître la forme des tenseurs diélectriques. Les symétries fondamentales sont indépendantes du modèle classique ou quantique, phénoménologique ou pas, utilisé.

Nous gardons  $\mathbf{m}$  selon l'axe  $z$ .

La forme générale d'un tenseur de permittivité électrique ou de perméabilité magnétique est, d'après les paragraphes précédents,

$$\mathbf{t} = \begin{vmatrix} t_1 & it_{12} & 0 \\ -it_{12} & t_1 & 0 \\ 0 & 0 & t_2 \end{vmatrix} \quad (2.A.15)$$

Les éléments du tenseur peuvent être développés en puissances de  $M_s$  (en supposant que les champs internes  $H_0$  et  $B_0$  sont proportionnels à  $M_s$ ).

Le terme à l'ordre 0 ne dépend pas du magnétisme donc ne correspond pas à un effet magnéto-optique. On appelle effet magnéto-optique du 1er ordre le terme suivant. A cet ordre seul  $t_{12}$  est non nul (on a vu au §1.C que le bon coefficient pour la dissipation n'est pas  $\alpha$  mais  $\lambda' = \alpha M_s/\gamma$ ).  $t_{12}$  a une partie réelle et une partie imaginaire. Souvent quand on parle de l'effet magnéto-optique, c'est de celui du premier ordre avec  $t_{12}$  réel dont il s'agit. La relation constitutive du matériau s'écrit alors

$$\frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} = \epsilon_r \mathbf{E}_\omega + ig \mathbf{E}_\omega \times \mathbf{m} \quad (2.A.16a)$$

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{H}_\omega + ig' \mathbf{H}_\omega \times \mathbf{m} \quad (2.A.16b)$$

L'effet magnéto-optique du deuxième ordre introduit une différence entre  $t_1$  et  $t_2$  (nous avons raisonné au § II.A.1 en négligeant la symétrie du matériau, elle se manifeste par des écarts des matrices  $\epsilon$  et  $\mu$  par rapport à une homothétie). La forme (2.A.15) pour l'effet du 2è ordre n'est valable que lorsque  $\mathbf{z}$  est selon  $[111]$  ou  $[100]$  et il faut trois coefficients pour traiter toutes les orientations de  $\mathbf{z}$  (voir [Sokolenskii, 1976]).

On peut poursuivre aux ordres supérieurs : les ordres impairs affectent  $t_{12}$  et les ordres pairs  $t_1-t_2$ .

Pour comprendre quantitativement les effets magnéto-optiques, on ne peut pas négliger l'origine quantique du magnétisme. Les principes du traitement quantique du problème sont exposés dans ce qui suit. La description est précisée dans le cas des grenats.

### 3. Modèles microscopiques

(Nous laissons hors de cette présentation les modes collectifs).

L'opérateur de couplage linéaire champ électromagnétique - matière  $O_L = -\frac{q}{m} \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}$  ( $\mathbf{A}$  le potentiel vecteur en jauge de Coulomb) a des éléments de transition où  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$  intervient. En développant  $\mathbf{A}$  en fonction de la coordonnée  $\mathbf{r}$ , il apparaît à l'ordre 0 le terme dipolaire électrique, puis à l'ordre 1 les termes quadripolaire électrique et dipolaire magnétique etc.. Il faut considérer aussi l'interaction dépendant du spin

$O_s = -2\mu_B \mathbf{H} \cdot \mathbf{S}$  qui rajoute le moment magnétique dû au spin au moment magnétique orbital, dans le terme dipolaire magnétique. Dans la suite on se limitera aux termes dipolaires (électrique  $O_e$ , magnétique  $O_m$ ) les plus importants. Pour calculer le nouvel état du système électronique (en particulier les dipôles électrique et magnétique induits) il faut savoir quelles transitions  $O_e$  et  $O_m$  induisent entre les niveaux du système électronique.

Les transitions les plus fortes correspondent à celles où l'énergie est conservée. Le visible correspond à des énergies de photons comprises entre 12500 et 25000  $\text{cm}^{-1}$  (1.5 à 3 eV). Cette gamme d'énergie ne permet pas aux électrons de changer de couche (nous parlons des ions magnétiques  $\text{Fe}^{3+}$  et terres rares).

◆ Montrons maintenant comment le formalisme se développe, dans le cas dipolaire électrique. L'aimantation étant selon z, il est utile de récrire

$$\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{r} = E_\omega^z r_z + \frac{1}{2} (E_\omega^+ r_- + E_\omega^- r_+) \quad (2.A.17)$$

avec la notation usuelle  $E_\omega^\pm = E_\omega^x \pm iE_\omega^y$

Si  $|0\rangle$  dénote l'état initial et  $|i\rangle$  un état excité, le dipôle induit par  $\mathbf{E}_\omega$ , est proportionnel à

$$\sum_i \frac{E_\omega^-}{2} (E_0 - E_i) \frac{\langle 0|r|i\rangle \langle i|r_+|0\rangle}{(\hbar\omega + E_0 - E_i)} + \sum_j \frac{E_\omega^+ (E_0 - E_j)}{(\hbar\omega + E_0 - E_j)} \frac{\langle 0|r|j\rangle \langle j|r_-|0\rangle}{(\hbar\omega + E_0 - E_j)} + \sum_k \frac{E_\omega^z (E_0 - E_k)}{(\hbar\omega + E_0 - E_k)} \frac{\langle 0|r|k\rangle \langle k|r_z|0\rangle}{(\hbar\omega + E_0 - E_k)}$$

Considérons comme états ceux de  $\text{Fe}^{3+}$ . La situation est modifiée par rapport aux terres rares car la séparation totale d'échange vaut  $\approx 500 \text{ cm}^{-1}$  et le paramètre de couplage spin-orbite  $\zeta \approx 300 \text{ cm}^{-1}$  ([Abulafya, 1972]). La séparation d'un terme L,S est donc d'abord suivant les valeurs de  $S_z$ , puis le couplage spin-orbite lève la dégénérescence orbitale.

Le fondamental de  $\text{Fe}^{3+}$  est  ${}^6S$ , sans dégénérescence orbitale. Considérons un ensemble d'état excités ayant même  $S_z$ , et  $L \neq 0$ . Par symétrie, l'opérateur  $r_+$  va agir comme  $L_+$ ,  $r_-$  comme  $L_-$  et  $r_z$  comme  $L_z$ . Donc  $|i\rangle$  correspondra à  $L_z = +1$ ,  $|j\rangle$  à  $L_z = -1$  et  $|k\rangle$  à  $L_z = 0$ , et nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} P_\omega^+ &= \varepsilon_0 f_+ E_\omega^+ \\ P_\omega^- &= \varepsilon_0 f_- E_\omega^- \\ P_\omega^z &= \varepsilon_0 f_z E_\omega^z \end{aligned} \quad (2.A.18)$$

En repassant à  $P_\omega^x$  et  $P_\omega^y$ ,  $E_\omega^x$  et  $E_\omega^y$ , on retrouve une matrice de la forme générale avec

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{f_+ + f_-}{2}, \quad g = \frac{f_+ - f_-}{2}, \quad \varepsilon_2 = 1 + f_z$$

Pour chaque famille donnée par  $S_z$  et L, la contribution à g est proportionnelle à la séparation des niveaux  $2\lambda\zeta S_z$  (à l'ordre le plus bas).

L'occupation des différents niveaux de  $S_z$  n'est pas uniforme si  $\text{Fe}^{3+}$  est aimanté. La contribution à g d'un L donné est donc proportionnelle à  $\langle S_z \rangle$  c'est à dire  $M_S$ . g est ainsi proportionnel à  $M_S$ . La somme  $(f_+ + f_-)/2$ , qui intervient dans  $\varepsilon_1$ , a par contre un développement uniquement en puissances paires de  $M_S$ .

Le comportement des tenseurs diélectriques, en fonction du champ extérieur appliqué et de la température, peut être modélisé par une somme de termes qui dépendent de chaque espèce chimique sur chaque site, et de son moment magnétique (voir par exemple [Abulafya, 1972]).

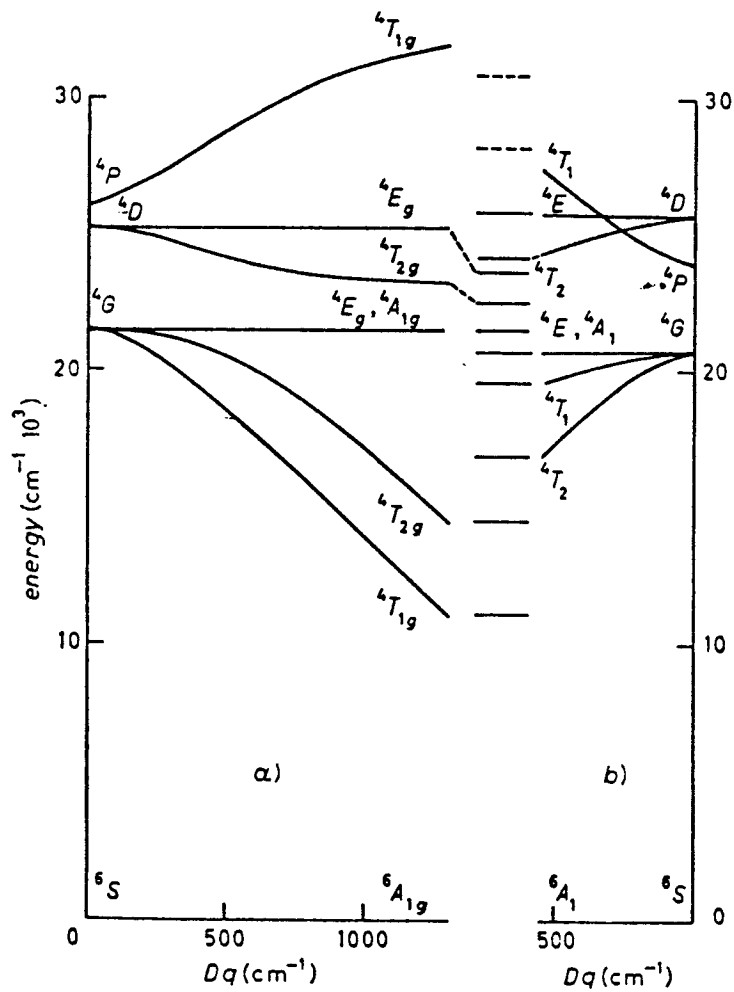


Fig. 2-1

Niveaux d'énergie inférieurs de  $\text{Fe}^{3+}$  dans YIG (cité par [Scott, 1978]). L'échelle centrale montre les niveaux observés, le diagramme de gauche (a) les niveaux calculés dans un site octaédrique et celui de droite (b) les niveaux calculés en site tétraédrique.  $Dq$  est le paramètre de champ cristallin cubique.

Material	Faraday rotation (deg/cm)
[Lu <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub> ]	[+ 200]
Yb <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 12
Tm <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 115
Er <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 120
Ho <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 135
Y <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 280
Dy <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 310
Tb <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 535
Gd <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 65
Eu <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	+ 167
[Sm <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub> ]	+ 15
[Nd <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub> ]	[- 840]
[Pr <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub> ]	[- 1730]
Y <sub>2</sub> PrFe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	- 400
Eu <sub>2.5</sub> Pr <sub>0.5</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	- 125
Gd <sub>2</sub> PrFe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	- 573
GdPr <sub>2</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	- 1125
GdPr <sub>2</sub> Al <sub>0.5</sub> Fe <sub>4.5</sub> O <sub>12</sub>	- 790
GdPr <sub>2</sub> Ga <sub>0.5</sub> Fe <sub>4.5</sub> O <sub>12</sub>	- 720
EuPr <sub>2</sub> Ga <sub>0.5</sub> Fe <sub>4.5</sub> O <sub>12</sub>	- 687
Gd <sub>1.5</sub> Pr <sub>1.5</sub> GaFe <sub>4</sub> O <sub>12</sub>	+ 450
[GdNd <sub>2</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub> ]	[- 530]

Tableau 2-1

Rotation Faraday (deg/cm) à 1.06 μm pour différents grenats ([Dillon, 1978])  
Les valeurs entre crochets sont extrapolées à partir de substitutions

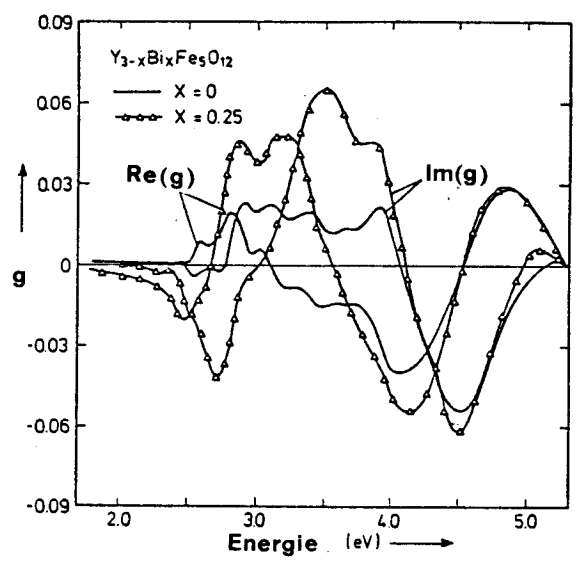


Fig. 2-2

Effet magnéto-optique du premier ordre sans (-) et avec 0.25 ions Bi<sup>3+</sup> par unité de formule (Δ)  
([Wittekoek, 1975])

## ◆ Transitions dipolaires électriques

Dans le cas de  $\text{Fe}^{3+}$ , dont les niveaux d'énergie (dans YIG) sont représentés figure 2-1, l'énergie lumineuse donne accès à des transitions entre différents termes S,L. Les règles de sélection des transitions dipolaires électriques étant  $\Delta S = 0$ ,  $\Delta L = \pm 1$  ou 0, ces transitions sont interdites car le fondamental  ${}^6S$  a un spin maximal. Scott [1978] montre que ces transitions réelles (dites "de champ cristallin" car elles sont autorisées parce que le champ cristallin modifie les fonctions d'onde, comme le montre [Clogston, 1960]) contribuent à l'absorption optique mais guère à l'effet magnéto-optique.

La plus grosse part de l'effet magnéto-optique dans le visible provient de transitions virtuelles situées vers 3 eV. On les appelle "de transfert de charge" car elles s'effectuent par le saut d'un électron d'un des deux types de sites du fer à l'autre (voir [Wittekoek, 1976]).

Les ions de terres rares contribuent aussi à l'effet magnéto-optique. Le tableau 2-1 donne des valeurs de rotation Faraday (proportionnelle à la partie réelle de  $t_{12}$ ) pour différents grenats.

La substitution au bismuth est un cas à part. Une forte augmentation de l'effet magnéto-optique est observée (figure 2-2). On pense que le bismuth renforce le superéchange (on sait que  $T_c$  est augmentée par exemple). Les transitions actives avec Bi sont celles à transfert de charge (voir [Wittekoek, 1975]).

## ◆ Effet d'origine magnétique

Nous avons déjà vu au chapitre I (§ Micromagnétisme dynamique), le traitement quantique de l'effet d'un champ magnétique. Le résultat est l'équation d'évolution du moment magnétique, avec amortissement.

Si la forme usuelle (2.A.9) est justifiée, il n'y a aucune différence entre les modèles classiques et quantiques.

L'effet d'origine magnétique contribue assez significativement à l'effet magnéto-optique dans le cas du YIG, et surtout dans l'infra-rouge. Pour un grenat substitué qui a un fort effet magnéto-optique dans le visible, la contribution d'origine magnétique en est une très faible partie. Par exemple, on voit sur la figure 2-2 que le profil en fréquence de l'effet magnéto-optique est assez complexe : l'interprétation dipolaire électrique est donc mieux adaptée.

Notons toutefois que les contributions électriques et magnétiques ne sont pas mesurées séparément. On ne mesure qu'un effet magnéto-optique résultant. En pratique, la formule (2.A.14) est utilisée pour calculer la contribution d'origine magnétique, en supposant que  $\gamma$  est le même que celui mesuré en résonance ferromagnétique.

## B. Modes propres de l'onde lumineuse

Dans ce paragraphe nous examinons les conséquences, sur la propagation de la lumière dans le milieu magnétique, de la forme (2.A.15) des tenseurs diélectriques. Nous supposons le milieu infini (ou semi-infini) et homogène. Il s'agit de trouver les modes propres du champ électromagnétique, en fonction de l'orientation du vecteur d'onde par rapport à l'aimantation (nous faisons le calcul dans la base des ondes planes monochromatiques).

Dans la suite, nous traitons le cas où  $\boldsymbol{\mu} = \mu_0 \mathbf{1}$ . Prendre  $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{1}$  et  $\boldsymbol{\mu}$  conduirait à des résultats identiques.

Les équations de Maxwell s'écrivent

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{k} \times \mathbf{E}_\omega = \omega \mathbf{B}_\omega \\ \mathbf{D}_\omega = \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E}_\omega \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_\omega = 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_\omega = 0 \\ \mathbf{k} \times \mathbf{B}_\omega = -\mu_0 \omega \mathbf{D}_\omega \end{array} \right. \quad (2.B.1)$$

$\boldsymbol{\epsilon}$  est donné par (2.A.6).

$$\text{Nous posons } \mathbf{k} = k \begin{vmatrix} \sin\theta \\ 0 \\ \cos\theta \end{vmatrix}, \quad \mathbf{D}_\omega = \begin{vmatrix} D_1 \cos\theta \\ D_2 \\ -D_1 \sin\theta \end{vmatrix}$$

et éliminons  $\mathbf{B}_\omega$  dans (2.B.1) pour trouver

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1^2 - g^2} \cos^2\theta + \frac{\sin^2\theta}{\epsilon_2} \right) k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right] D_1 - \frac{igk^2 \cos\theta}{\epsilon_1^2 - g^2} D_2 = 0 \\ \frac{igk^2 \cos\theta}{\epsilon_1^2 - g^2} D_1 + \left( \frac{\epsilon_1 k^2}{\epsilon_1^2 - g^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) D_2 = 0 \end{array} \right. \quad (2.B.2)$$

La condition de dégénérescence de ce système fournit une équation en  $k^2$  du deuxième degré, qui résolue donne les indices  $n = ck/\omega$  en fonction de la direction  $\theta$  et de la polarisation du mode.



## 1. Cas $\theta = 0$

◆ Le vecteur d'onde est le long de l'aimantation. Les solutions sont

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1 \pm g} \quad (2.B.3)$$

avec 
$$\mathbf{D}_{\omega}^{\pm} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \mp i/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{polarisations circulaires})$$

La partie réelle  $\Delta k'$  de la différence  $k_+ - k_-$  s'appelle biréfringence circulaire, et la partie imaginaire  $\Delta k''$  dichroïsme circulaire.

◆ Supposons qu'à la cote  $z = 0$  on ait une polarisation linéaire

$$\mathbf{D}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{D}^+ + \mathbf{D}^-}{\sqrt{2}}$$

alors à la cote  $z$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{D}^+ e^{ik_+z} + \mathbf{D}^- e^{ik_-z}) \\ \mathbf{D}(z) &= e^{i\left(\frac{k_+ + k_-}{2}\right)z} \begin{pmatrix} \cos(\Delta k' z/2) \operatorname{ch}(\Delta k'' z/2) - i \sin(\Delta k' z/2) \operatorname{sh}(\Delta k'' z/2) \\ \sin(\Delta k' z/2) \operatorname{ch}(\Delta k'' z/2) + i \cos(\Delta k' z/2) \operatorname{sh}(\Delta k'' z/2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.B.4) \end{aligned}$$

L'état  $\mathbf{D}(z)$  est une polarisation elliptique, dont le grand axe a tourné de l'angle  $\frac{\Delta k'}{2}z$ , et de rapport  $\frac{\text{petit axe}}{\text{grand axe}}$  valant  $\operatorname{th}\left(\frac{\Delta k''}{2}z\right)$ .

$\frac{\Delta k'}{2}$  peut s'appeler rotation (Faraday) spécifique  $\Phi_F$ . Pour  $\epsilon_1$  réel, et  $g$  réel petit on a

$$\Phi_F = \frac{\pi}{\lambda_0} \frac{g}{n} \quad (2.B.5)$$

( $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$  longueur d'onde dans le vide,  $n = \sqrt{\epsilon_1}$  indice du grenat).

Pour  $\lambda_0 = 0.6 \mu\text{m}$ ,  $n = 2$  et  $g = 0.01$ ,  $\Phi_F$  vaut  $1.5 \text{ deg}/\mu\text{m}$  (c'est environ la valeur que possède le grenat à forte rotation que nous avons utilisé).

$\Phi_F$  est du premier ordre en  $M_s$  : il change de signe si l'aimantation est renversée, par exemple d'un domaine magnétique à l'autre.

## 2. Effet du premier ordre à $\theta$ quelconque

Nous prenons donc  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = n^2$ , et négligeons les termes en  $g^2$  dans (2.B.2).

Les modes propres vérifient :

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon \mp g \cos\theta}} \approx \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} \left( 1 \pm \frac{g \cos\theta}{2n} \right) \quad (2.B.6)$$

et 
$$\mathbf{D}_{\omega}^{\pm} = \begin{pmatrix} \cos\theta/\sqrt{2} \\ \mp i/\sqrt{2} \\ -\sin\theta/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Ils sont toujours polarisés circulairement et orthogonaux mais la rotation  $\Phi_F$  est multipliée par  $\cos\theta$ .

L'effet du premier ordre en transmission peut donc se résumer ainsi : les modes propres sont circulaires, les différences d'indices et de coefficient d'extinction sont proportionnelles à la projection de l'aimantation le long du vecteur d'onde.

◆ L'effet magnéto-optique du premier ordre se manifeste aussi en réflexion, et est appelé effet Kerr. On distingue trois effets Kerr (voir [Judy, 1974]) :

- l'effet polaire quand  $\mathbf{m}$  est normal à la surface
- l'effet longitudinal quand  $\mathbf{m}$  est tangent à la surface et dans le plan d'incidence
- l'effet transverse quand  $\mathbf{m}$  est tangent à la surface, et perpendiculaire au plan d'incidence.

En termes de changement de polarisation (rotation et ellipticité), l'effet Kerr est plus faible que l'effet Faraday, car le premier est indépendant de l'épaisseur traversée (en négligeant tous effets de réflexions multiples). Ainsi pour l'effet Kerr polaire, la rotation

du plan de polarisation vaut  $\frac{\text{Im}(g)}{n(n^2-1)}$  et l'ellipticité  $\frac{\text{Re}(g)}{n(n^2-1)} = \frac{\lambda_0}{\pi(n^2-1)}\Phi_F$  (soit une épaisseur équivalente de  $0.04 \mu\text{m}$ ).

## 3. Cas $\theta = \pi/2$

L'aimantation et le vecteur d'onde étant perpendiculaires, seul l'effet du deuxième ordre est actif.

Les modes propres sont linéaires orthogonaux et vérifient

$$k_{\perp} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 - g^2}{\varepsilon_1}}, \quad \mathbf{D}_{\omega}^{\perp} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.B.7)$$

et

$$k_{//} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_2}, \quad \mathbf{D}_{\omega}^{\parallel} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.B.8)$$

La différence  $\Delta k = k_{//} - k_{\perp}$  est du deuxième ordre, provenant de  $g^2$  et de  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ . L'effet de biréfringence et de dichroïsme linéaire magnétique est appelé effet Cotton-Mouton.

La polarisation initiale étant  $\begin{pmatrix} 0 \\ \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$ , elle sera elliptique pour  $z \neq 0$ , et l'axe principal n'est pas constant non plus. Dans le cas particulier  $\alpha = \pi/4$  l'effet du deuxième ordre est maximal. Pour  $\Delta k'' = 0$ , l'ellipticité vaut  $\text{tg} \left( \frac{\Delta k'}{2} z \right)$ .

## 4. Cas général

S'il n'y a pas d'absorption ( $g$ ,  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  réels), (2.B.2) est une équation aux valeurs propres d'une matrice 2x2 hermitique. Les vecteurs propres existent donc et sont orthogonaux. Ils correspondent dans le cas général à des polarisations elliptiques et l'effet magnéto-optique total se décrit par une biréfringence elliptique. Si l'effet du 2<sup>e</sup> ordre est faible devant celui du premier ordre, le cas II.B.2 s'applique.

Remarquons, comme l'a dit Billard [1966], que le raisonnement précédent suppose  $g$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  indépendants de  $k$ . En toute rigueur, les modes propres orthogonaux sont ceux qui ont le même  $k$  et des  $\omega$  différents. Toutefois, la non orthogonalité des modes propres, à  $\omega$  donné, n'a été observée par Billard [1966] que dans des matériaux hélicoïdaux. Ce serait un effet faible pour les grenats.

S'il y a de l'absorption, on peut voir que les modes propres ne sont pas, en général, orthogonaux. Dans les cas particuliers II.B.1 et II.B.3 il y a orthogonalité malgré l'absorption. La question, un peu académique, de l'orthogonalité ou non des modes propres n'a guère été étudiée expérimentalement.

Les calculs devenant vite compliqués, nous introduisons du paragraphe suivant la sphère de Poincaré. C'est un moyen de représentation de l'état d'une lumière polarisée, où l'action sur celle-ci d'une biréfringence (et dans une certaine mesure d'un dichroïsme) peut se voir facilement.

# C. La sphère de Poincaré

L'état de polarisation d'une onde plane monochromatique uniforme est spécifié par  $\mathbf{E}_\omega$  (eq.(2.A.2)). Dans un milieu matériel  $\mathbf{D}_\omega$  est le vecteur à considérer, étant orthogonal à  $\mathbf{k}$ .

La condition de divergence (3è équation de (2.B.1)) indique que  $\mathbf{D}_\omega$  a quatre degrés de liberté réels. Deux sont la phase globale et le module, les deux derniers décrivent la polarisation.

En se plaçant dans l'espace orthogonal à  $\mathbf{k}$ , on peut écrire, en choisissant bien la phase globale, l'état de polarisation

$$\mathbf{D}_\omega = \cos\psi \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} + i \sin\psi \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} \quad (2.C.1)$$

$\theta$ , défini à  $\pi$  près, donne la direction de polarisation et  $\psi$  ( $\psi \in [-\pi/4, \pi/4]$ ) définit une ellipticité  $\tan\psi$ . Les polarisations linéaires correspondent à  $\psi=0$ , les circulaires à  $\psi=\pm\pi/4$  (à ces endroits  $\theta$  n'est pas défini).

La sphère de Poincaré [Poincaré, 1892], représente l'état de polarisation (2.C.1) par un point  $\mathbf{P}$  sur la sphère unité dans l'espace à trois dimensions, de coordonnées

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cos 2\psi \cos 2\theta \\ \cos 2\psi \sin 2\theta \\ \sin 2\psi \end{pmatrix} \quad (2.C.2)$$

Il y a bijection entre les points  $\mathbf{P}$  et les états de polarisation. L'équateur correspond aux polarisations linéaires, et les pôles aux polarisations circulaires (figure2-3).

Considérons deux états de polarisation  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{D}'$ , associés à  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{P}'$ .

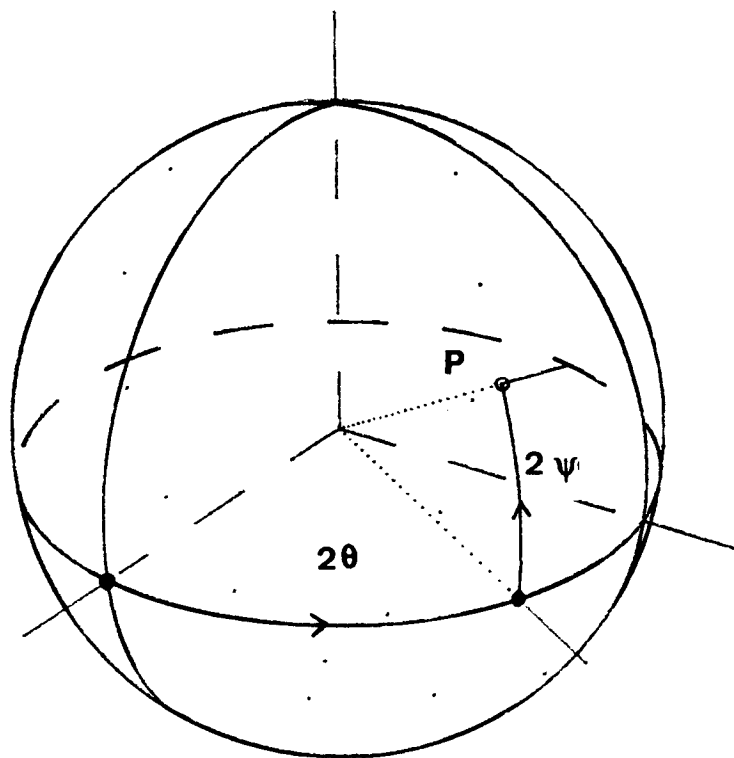
La formule fondamentale suivante ([Fano, 1949]) relie les deux espaces :

$$|\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}'^*|^2 = \frac{1}{2} (1 + \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}') \quad (2.C.3)$$

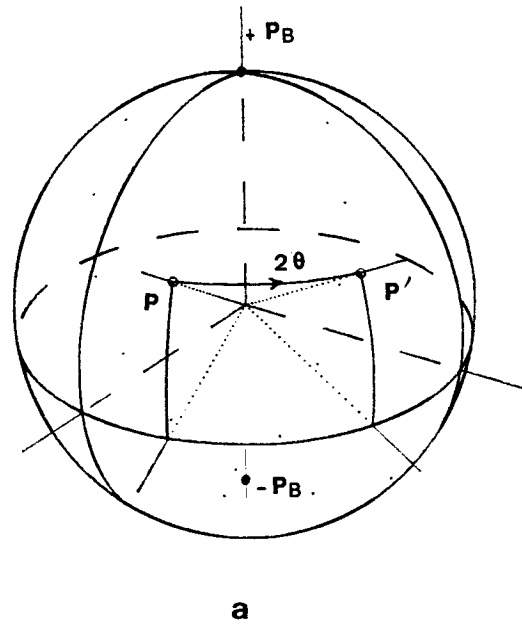
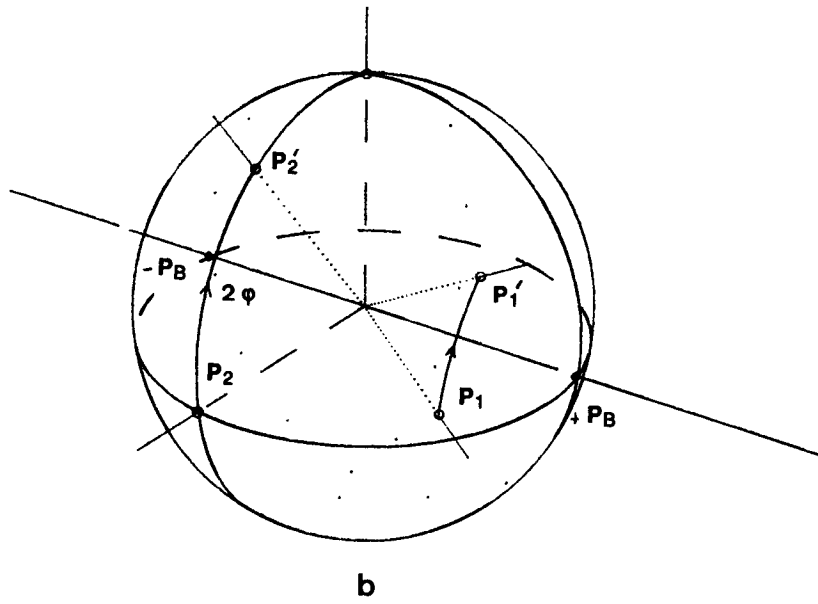
Le membre de gauche peut s'interpréter comme l'intensité transmise lorsqu'un faisceau d'état de polarisation  $\mathbf{D}$  passe par un analyseur qui laisse passer l'état  $\mathbf{D}'$  (\* dénote la conjugaison complexe).

## 1. Propriétés de la sphère de Poincaré

Elles sont exposées et démontrées par Ramachandran [1961], par calcul direct. On peut aussi toutes les démontrer à partir de la formule fondamentale (2.C.3). Nous nous bornerons à les énoncer.



**Fig. 2-3**  
*La sphère de Poincaré vue en perspective*



**Fig. 2-4**

*Action d'une biréfringence, vue sur la sphère de Poincaré ( $P$  est transformé en  $P'$ )*  
 (a) *biréfringence circulaire. Une différence de phase  $2\theta$  entre les modes propres  $\pm P_B$  crée une rotation  $\theta$  de la direction de polarisation dans l'espace réel (donc  $2\theta$  sur la sphère de Poincaré).  $\psi$  reste constant*  
 (b) *biréfringence linéaire. Une différence de phase  $2\phi$  entre les modes propres ( $\pm P_B$ ) crée une variation  $\phi$  de l'angle  $\psi$  définissant l'ellipticité (2.C.1)*

### **Intensité à travers un analyseur**

Si  $\mathbf{P}'$  représente sur la sphère cet analyseur, l'intensité est constante sur les cercles d'axe  $\mathbf{P}'$ . Sa valeur peut être calculée par (2.C.3).

### **Orthogonalité**

Deux états  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{D}'$  sont orthogonaux (c'est à dire  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}'^* = 0$ ; la définition d'Airy (voir [Billard, 1966]) si  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{P}'$  sont diamétralement opposés.

### **Effet d'une biréfringence**

Elle se caractérise par deux modes propres orthogonaux, que nous noterons  $\pm \mathbf{P}_B$ . Soit  $\Phi(z)$  le déphasage correspondant à la traversée d'une longueur  $z$  de matériau.

$$\Phi(z) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_+ - n_-) z \quad (2.C.4)$$

( $n$  signifie la partie réelle de l'indice,  $n_+$  correspond à  $+\mathbf{P}_B$ )

Le point  $\mathbf{P}(z)$  représentant l'état de polarisation en fonction de  $z$  tourne sur le cercle d'axe  $\mathbf{P}_B$  passant par  $\mathbf{P}(z=0)$ , avec un angle  $\Phi(z)$ . La figure 2-4 montre quelques exemples.

Une biréfringence se traduit ainsi par une rotation sur la sphère de Poincaré.

## **2. Dichroïsme et sphère de Poincaré**

La sphère de Poincaré est très bien adaptée aux phénomènes de biréfringence, qui ne modifient pas le module de  $\mathbf{D}$ . Un milieu qui absorbe de la lumière, mais indépendamment de la polarisation, pourra être traité de la même manière.

Si l'absorption dépend de la polarisation, on parle de dichroïsme.

Pour traiter du dichroïsme, il est commode d'inclure la paramètre  $|\mathbf{D}|$  dans la représentation de Poincaré. Le choix cohérent est  $|\mathbf{P}| = |\mathbf{D}|^2$ , d'où une nouvelle relation fondamentale

$$|\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}'^*| = \frac{1}{2} (|\mathbf{P}| |\mathbf{P}'| + \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}') \quad (2.C.5)$$

L'intensité  $I$  à travers un analyseur représenté par  $\mathbf{P}_A$  ( $|\mathbf{P}_A|=1$ ) est constante sur des paraboloides de révolution autour de  $\mathbf{P}_A$ . Le centre de la sphère est leur foyer, et le plan directeur passe par le point  $(2x1)\mathbf{P}_A$ .

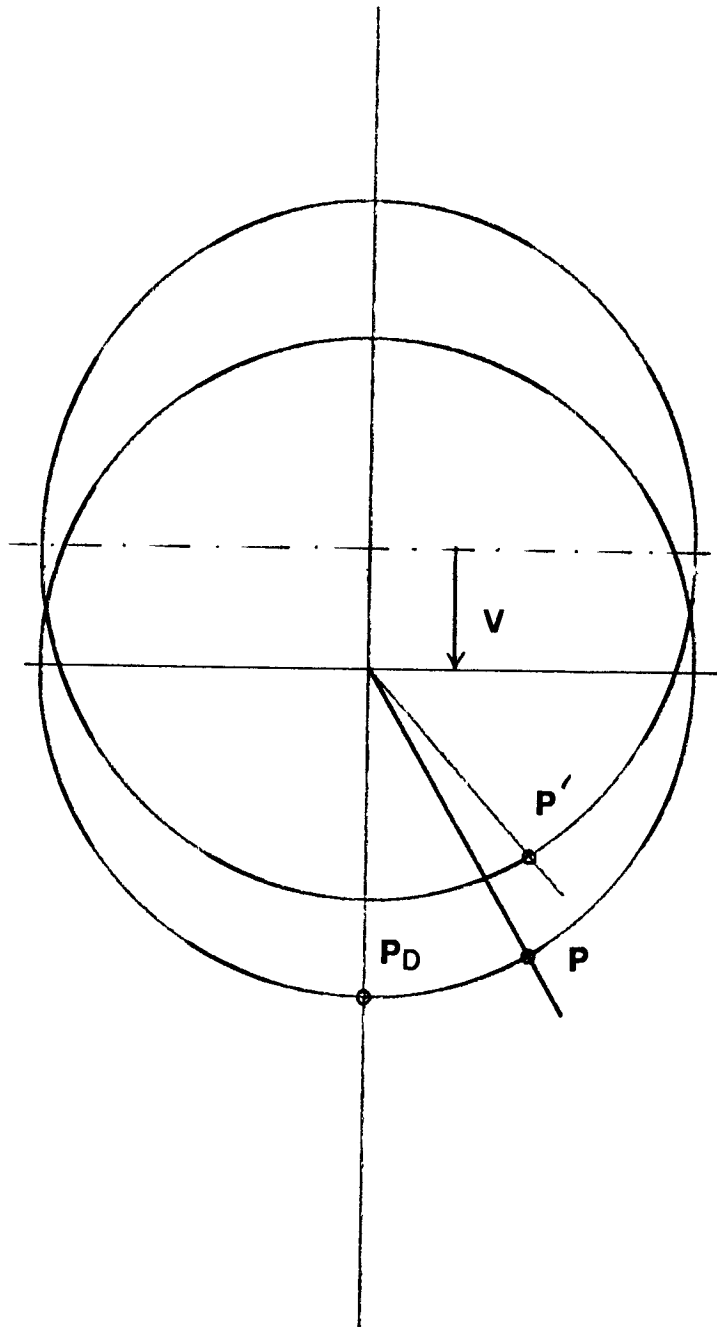


Fig. 2-5

Action d'un dichroïsme (ici linéaire), vu dans le plan de l'équateur de la sphère de Poincaré.  
 $P$  est transformé en  $P'$



Considérons un dichroïsme pur. Il est défini par deux modes propres orthogonaux  $\pm \mathbf{P}_D$  (de module unité) et une quantité

$$\psi(z) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_+'' - n_-'' )z \quad (2.C.6)$$

( $n''$ , parfois noté  $k$ , est la partie imaginaire de l'indice, aussi appelée indice d'extinction).

Un petit calcul permet de montrer que

$$\mathbf{P}(z) = -|\mathbf{P}(z=0)|\mathbf{V} + \mathbf{P}(z=0) + [\text{ch}(\psi(z)) - 1] \frac{\mathbf{P}(z=0) \cdot \mathbf{V}}{|\mathbf{V}|^2} \mathbf{V} \quad (2.C.7)$$

avec  $\mathbf{V} = \text{sh}(\psi(z)) \mathbf{P}_D$  (2.C.8)

$\mathbf{P}(z)$  appartient à un ellipsoïde allongé selon la direction  $\mathbf{P}_D$ ; il a été translaté et l'origine est un de ses foyers. La figure 2-5 montre la construction géométrique. Un dichroïsme se traduit ainsi par un déplacement du point  $\mathbf{P}(z)$  le long de la parallèle à  $\mathbf{P}_D$  passant par  $\mathbf{P}(z)=0$ . Ce déplacement n'est pas une translation d'ensemble; on a en effet

$$\mathbf{P}(z) = \mathbf{P}(z=0) + \mathbf{P}_D \left[ (\text{ch}\psi(z) - 1) \mathbf{P}(z=0) \cdot \mathbf{P}_D - \text{sh}\psi(z) |\mathbf{P}(z=0)| \right] \quad (2.C.9)$$

La translation n'est uniforme que sur les cercles d'axe  $\mathbf{P}_D$ . Pour un dichroïsme faible

$$\mathbf{P}(z) \approx \mathbf{P}(z=0) - \psi(z) |\mathbf{P}(z=0)| \mathbf{P}_D.$$

Notons une formule utile

$$|\mathbf{P}(z)| = |\mathbf{P}(z=0)| \text{ch}\psi - \mathbf{P}(z=0) \cdot \mathbf{P}_D \text{sh}\psi \quad (2.C.10)$$

et  $\mathbf{P}(z) \cdot \mathbf{P}_D = \text{ch}\psi \mathbf{P}(z=0) \cdot \mathbf{P}_D - \text{sh}\psi |\mathbf{P}(z=0)|$  (2.C.11)

A notre connaissance, un tel calcul n'a jamais été fait. Ramachandran [1961] a considéré le dichroïsme, mais uniquement en ce qu'il change la polarisation. Donc il prend  $\mathbf{P}(z)$  et la projette orthogonalement sur la sphère de Poincaré. Nous verrons au chapitre suivant que, lorsqu'il s'agit de mesurer le dichroïsme, l'effet complet donné par (2.C.9) est à prendre en compte.

## **Chapitre III**

### **Mesure des effets magnéto-optiques**



# Chapitre III

## Mesure des effets magnéto-optiques

### Introduction

Ce chapitre est principalement consacré à la mesure des effets magnéto-optiques (effet Faraday : biréfringence et dichroïsme circulaire magnétique; effet Cotton Mouton : biréfringence et dichroïsme linéaire magnétique).

Pour effectuer les mesures in situ, donc sur des films transparents d'épaisseur 1 à 10  $\mu\text{m}$ , une mesure sensible est nécessaire. Nous avons utilisé la modulation de polarisation.

Un premier paragraphe présente cette technique, dans le cadre de la sphère de Poincaré. Nous proposons ainsi une vision géométrique, originale et simple, de la mesure.

Après avoir décrit le système de mesure, nous présentons quelques résultats. L'imperfection des mesures est discutée.

Le dernier paragraphe propose une technique d'observation directe des lignes de Bloch, qui utilise l'effet du deuxième ordre, dans un microscope monté sur banc d'optique.

Il s'agit d'une étude de faisabilité avec quelques premières expériences sur les réglages à faire. Cette voie n'a pas été poursuivie car une autre méthode d'observation directe, exposée au chapitre IV, a débouché plus tôt. Nous pensons toutefois qu'il fallait parler de cette piste inexplorée jusqu'à maintenant.

# A. Modulation de polarisation

Pour mesurer les effets magnéto-optiques, il faut mesurer l'état de polarisation de la lumière. En ayant en tête la définition historique de la polarisation, on imagine le montage de la figure 3-1(a).

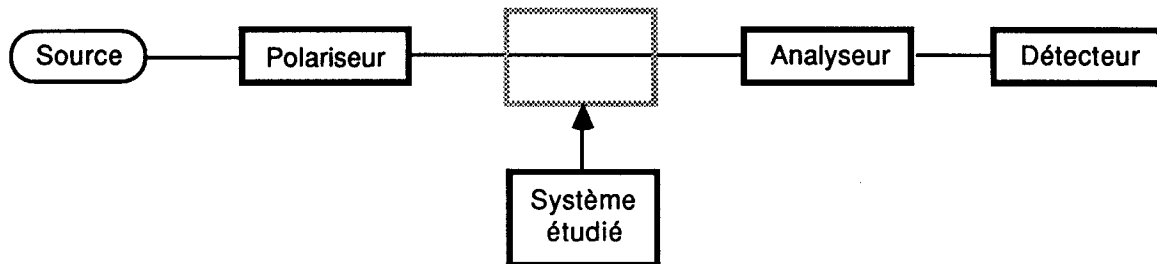


Fig. 3-1 (a)  
Mesure sans modulation

La loi de Malus dit que l'intensité  $I$  traversant l'analyseur vaut

$$I = I_0 \cos^2 \alpha_S \quad (3.A.1)$$

( $\alpha_S$  : angle entre le polariseur équivalent au système et l'analyseur)

Donc l'angle de polarisation de la lumière peut être trouvé en réglant l'analyseur pour que  $I = 0$ . On s'affranchit ainsi de la mesure de  $I_0$ , et de ses fluctuations.

En pratique, on n'a jamais  $I = 0$ . La lumière n'est pas parfaitement polarisée, le faisceau se compose de sous-faisceaux ayant des trajets donc des polarisations différentes, l'analyseur n'est pas lui-même parfait.

Donc au lieu de (3.A.1) il faut considérer :

$$I = I_S + I_0 \cos^2 \alpha_S \quad (3.A.2)$$

On pourrait alors penser chercher le minimum de  $I$  en fonction de  $\alpha_S$ . Mais cette détermination est peu sensible : si  $I_S$  vaut 1% de  $I_0$ , changer  $I_S$  de 1% de sa valeur équivaut à changer  $\alpha_S$  de 90 à 90.5 deg.

Pour s'abstraire du bruit provenant de  $I_0$  et  $I_S$ , une modulation de  $\alpha_S$  à une fréquence bien séparée du domaine des fréquences du bruit est efficace. Supposons qu'à  $\alpha_S$  on rajoute une composante oscillante  $\alpha_m/2 \sin \omega t$  (ce  $\omega$  n'a rien à voir avec la pulsation de l'onde lumineuse utilisée au chapitre II); on a alors

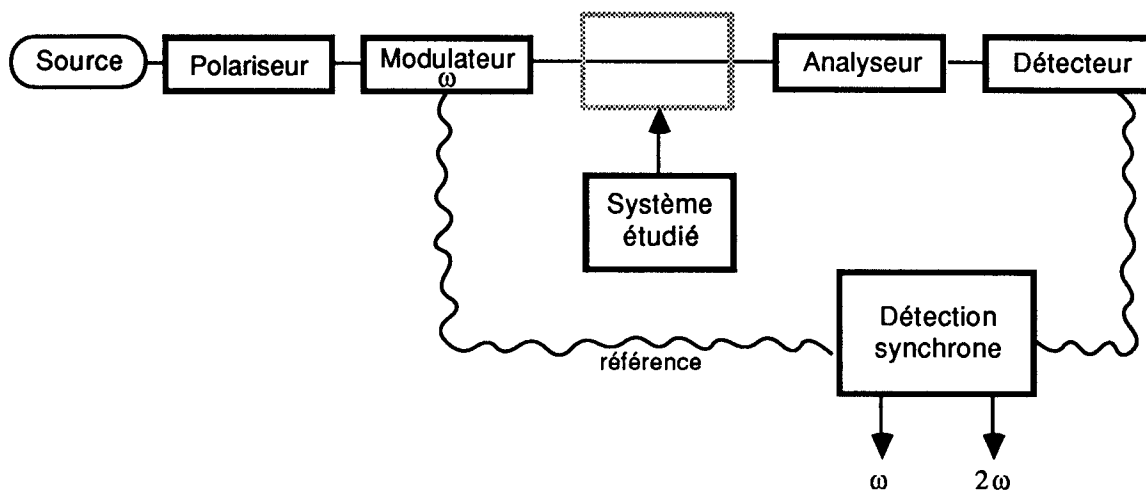
$$I = I_S + I_0 \cos^2 \left( \alpha_S + \frac{\alpha_m}{2} \sin \omega t \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \left( I_S + \frac{I_0}{2} \right) + \frac{I_0}{2} [\cos 2\alpha_S \cos(\alpha_m \sin \omega t) - \sin 2\alpha_S \sin(\alpha_m \sin \omega t)] \\
&= I_S + \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \cos 2\alpha_S J_0(\alpha_m) - I_0 \sin 2\alpha_S \left[ \sum_{p=0}^{\infty} J_{2p+1}(\alpha_m) \sin((2p+1)\omega t) \right] \\
&\quad + I_0 \cos 2\alpha_S \left[ \sum_{q=1}^{\infty} J_{2q}(\alpha_m) \sin(2q\omega t) \right] \tag{3.A.3}
\end{aligned}$$

$J_i$  désigne la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $i$ .

La composante synchrone a une amplitude  $-I_0 \sin 2\alpha_S J_1(\alpha_m)$ , qui s'annule à  $\alpha_S = 90$  deg (et sa sensibilité  $y$  est maximale). C'est un moyen de déterminer le croisement ( $\alpha_S = 90$  deg).

Cette méthode est d'autant plus sensible que  $\alpha_m$  (appelé profondeur de modulation) est important. Le nouveau schéma de mesure est donc (figure 3-1 (b)) :



**Fig. 3-1 (b)**  
*Mesure avec modulation*

Le modulateur de polarisation ajoute le terme  $\alpha_m \sin \omega t$  à  $\alpha$ .

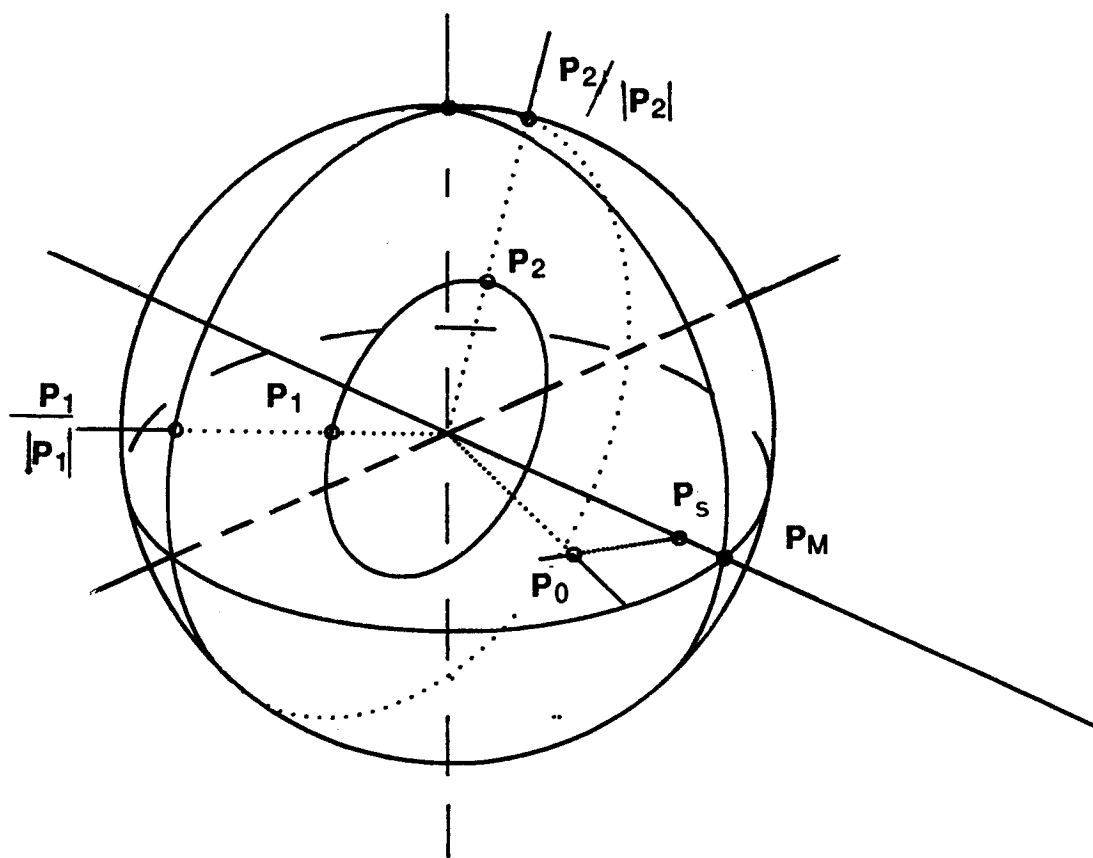


Fig. 3-2

Construction des points  $P_s$ ,  $P_1$  et  $P_2$  définissant la modulation de l'état  $P_0$  par le modulateur représenté par  $\pm P_m$

# 1. Le modulateur de polarisation

◆ Il en existe de nombreux types (voir [Badoz, 1977] par exemple). Le modulateur photoélastique ([Billardon, 1966]) est le plus intéressant car :

- il a une grande profondeur de modulation ( $\alpha_m = 180$  deg est usuel), permettant d'utiliser aussi le signal à  $2\omega$ ,
- il module à haute fréquence (50 kHz est typique),
- il fonctionne à basse tension car il utilise une résonance mécanique.

Les modes propres de ce modulateur sont linéaires.

◆ L'action du modulateur se décrit simplement sur la sphère de Poincaré. Notons  $\mathbf{P}_0$  l'état de polarisation avant le modulateur. Ce dernier est représenté par ses modes propres  $\pm\mathbf{P}_M$ , et son retard  $\alpha(t) = \alpha_m \sin \omega t$ . L'état de polarisation  $\mathbf{P}$ , à la sortie du modulateur, décrit un cercle d'axe  $\mathbf{P}_M$  passant par  $\mathbf{P}_0$  (voir chapitre II), soit

$$\begin{aligned}\mathbf{P} &= (\mathbf{P}_0 \cdot \mathbf{P}_M) \mathbf{P}_M + \cos\alpha \mathbf{P}_M \times (\mathbf{P}_0 \times \mathbf{P}_M) + \sin\alpha \mathbf{P}_0 \times \mathbf{P}_M \\ &= \mathbf{P}_S + \cos\alpha \mathbf{P}_1 + \sin\alpha \mathbf{P}_2\end{aligned}\quad (3.A.4)$$

$\mathbf{P}_S$ ,  $\mathbf{P}_1$  et  $\mathbf{P}_2$  sont deux à deux orthogonaux (figure 3-2).

Les modules  $|\mathbf{P}_1| = |\mathbf{P}_2| = |\mathbf{P}_0 \times \mathbf{P}_M| = |\mathbf{P}_0| \sin(\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_M)$  caractérisent l'efficacité de la modulation. Celle-ci est maximale pour  $(\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_M) = \pi/2$ . Pour  $\mathbf{P}_0$  et  $\mathbf{P}_M$  deux polarisations linéaires, l'angle optimal entre les polarisations (dans l'espace réel) est de 45 deg.

La modulation ne conserve pas toute l'information contenue dans  $\mathbf{P}_0$ . Des vecteurs  $\mathbf{P}_1$  et  $\mathbf{P}_2$  identiques sont obtenus sur la droite passant par  $\mathbf{P}_0$  de direction  $\mathbf{P}_M$ . Pour  $\mathbf{P}_0$  restreint à une sphère, deux points sont solution. Si dans la mesure seule la direction de  $\mathbf{P}_1$  et  $\mathbf{P}_2$  est utilisée (par exemple pour une mesure par méthode de zéro), la perte est plus importante. Tout le plan contenant  $\mathbf{P}_0$  et  $\mathbf{P}_M$ , qui coupe la sphère selon le grand cercle passant par  $\mathbf{P}_0$  et les points  $\pm\mathbf{P}_M$  du modulateur, possède des vecteurs  $\mathbf{P}_1$  et  $\mathbf{P}_2$  de directions constantes.

## 2. Modes d'utilisation

### 2a. Modulateur placé après le système étudié

L'action du système est décrite uniquement par l'état de polarisation sortant  $\mathbf{P}_0'$ .

Il faut employer un analyseur après le modulateur. En effet, s'il n'y en avait pas, l'intensité que mesure le détecteur, qui vaudrait  $|\mathbf{P}|$ , serait constante. Notons  $\mathbf{P}_A$  le point sur la sphère de Poincaré représentatif de l'état de polarisation que laisse passer l'analyseur. L'intensité lumineuse arrivant sur le détecteur, d'après la formule



fondamentale (2.C.5) s'écrit

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2} (|P| |P_A| + P \cdot P_A) \\
 &= \frac{1}{2} (|P'_0| + P_A \cdot P_S + \cos\alpha P_A \cdot P_1 + \sin\alpha P_A \cdot P_2) \quad (3.A.5)
 \end{aligned}$$

$\cos\alpha$  et  $\sin\alpha$  s'écrivent en fonction des harmoniques pairs et impairs comme indiqué en (2.A.3).

Le résultat, très simple, est donc le suivant :

- ◆ le signal synchrone, au facteur  $J_1(\alpha_m)$  près, est donné par le produit scalaire sur la sphère de Poincaré  $P_A \cdot P_2$ ,
- ◆ le signal à la fréquence  $2\omega$  fait, de même, intervenir  $P_A \cdot P_1$ .

Pour pouvoir mesurer un effet sur  $P_0'$ , il suffit que celui-ci se transmette à  $P_1$  et  $P_2$ . Une configuration où il est possible, en tournant l'analyseur, de passer à  $P_A \cdot P_1 = 0$  ou  $P_A \cdot P_2 = 0$ , et ce avec ou sans échantillon, permet une mesure directe de l'effet (méthode de zéro). Il n'y a pas de calibration à faire (souvent par rapport au signal continu, voir [Badoz, 1977]), le résultat étant lu sur la rotation de l'analyseur. L'avantage est de s'abstraire des lumières parasites qui se retrouvent dans le signal d'ordre 0. La calibration est aussi faite parfois en utilisant le signal à l'autre fréquence. C'est possible quand il n'est pas nul par construction. Il faut être sûr aussi qu'il n'est pas "pollué" par un autre effet. Nous verrons plus loin que cela peut arriver. Enfin, la méthode de zéro ne nécessite pas la connaissance précise des facteurs  $J_1(\alpha_m)$  et  $J_2(\alpha_m)$ . Or, ces derniers ne sont pas mesurés directement, et peuvent varier (dérive de la température, de l'excitation du modulateur).

L'analyseur le plus simple est un analyseur linéaire. Le tourner se traduit sur la sphère par une rotation autour de l'axe polaire (on décrit l'équateur). Donc il détectera bien un effet qui se traduit par une rotation de  $P_1$  ou  $P_2$  autour de cet axe. C'est le cas de la biréfringence circulaire.

Le dichroïsme linéaire a aussi un effet similaire en certains points de l'équateur.

Un compensateur (biréfringent linéaire à retard variable) placé avant l'analyseur à un angle de 45 deg, permet d'avoir un analyseur décrivant un grand cercle méridien avec comme axe celui qui représente le compensateur. Une lame quart d'onde placée avant l'analyseur tournant aboutit au même résultat. Ce montage serait adapté à la mesure de biréfringence linéaire, et du dichroïsme circulaire.

## 2b. Modulateur placé avant le système étudié

Ce montage offre plus de possibilités, car, schématiquement, au lieu de disposer du seul point  $P_0$  qui peut être modifié en  $P_0'$ , les deux points  $P_1$  et  $P_2$  peuvent être modifiés en  $P_1'$  et  $P_2'$ . De plus, les effets modifiant  $P_0$  en le faisant tourner sur le cercle passant par  $P_0$  et  $\pm P_M$ , qui n'étaient pas détectables par méthode de zéro, le sont dans ce montage.

◆ Si le système n'est pas dichroïque, son action sera une simple rotation sur la sphère de Poincaré, que nous appelons  $R$ , d'angle  $\varphi$ .

L'état de polarisation après le système sera donc

$$P' = RP = RP_S + \cos\alpha RP_1 + \sin\alpha RP_2 \quad (3.A.6)$$

On peut définir ainsi  $P_S'$ ,  $P_1'$ ,  $P_2'$ . Ils sont encore orthogonaux, mais la contrainte les liant à  $P_M$  est levée ( $P_S'$  n'est plus parallèle à  $P_M$ , etc...).

Il faut encore utiliser un analyseur  $P_A$ , car  $|P'| = |P| = |P_0|$  est constant.

La formule est identique à (3.A.5), en utilisant les vecteurs avec prime. Ou encore, il est équivalent d'utiliser  $R^{-1} P_A$  dans (3.A.5).

◆ Si le système est dichroïque, montrons ce qui se passe pour un dichroïsme pur.

Comme on pouvait s'y attendre, le module de  $P'$  n'est pas constant. La formule (2.C.10) donne :

$$|P'| = |P_0| \text{ch}\psi - \text{sh}\psi (P_S \cdot P_D + \cos\alpha P_1 \cdot P_D + \sin\alpha P_2 \cdot P_D) \quad (3.A.7)$$

En travaillant sans analyseur, des signaux à  $\omega$  et  $2\omega$  qui sont proportionnels à  $\text{sh}\psi$  sont obtenus. La loi de variation avec l'orientation du modulateur est aussi très simple ( $P_2 \cdot P_D$  pour le signal à  $\omega$  et  $P_1 \cdot P_D$  pour celui à  $2\omega$ ). Badoz [1977] propose ainsi de mesurer le dichroïsme linéaire avec le signal à  $2\omega$  et le dichroïsme circulaire avec celui à  $\omega$ .

Mais il ne s'agit pas d'une méthode de zéro, une calibration est nécessaire pour trouver  $\psi$ .

Introduisons donc un analyseur  $P_A$ . L'intensité vaut (formule fondamentale (2.C.5)).

$$I = \frac{1}{2} (|P'| + P' \cdot P_A)$$

Nous venons de voir que  $|\mathbf{P}'|$  n'est pas constant : ce terme contribue au signal à  $\omega$  et  $2\omega$  indépendamment de  $\mathbf{P}_A$ . Utilisant (3.A.7) et (2.C.11) pour calculer les deux termes, il vient finalement

$$\begin{aligned}
 I = & \frac{1}{2} [ |\mathbf{P}_0| (\text{ch}\psi - \text{sh}\psi \mathbf{P}_D \cdot \mathbf{P}_A) + \mathbf{P}_S \cdot (\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_D ((\text{ch}\psi - 1) \mathbf{P}_D \cdot \mathbf{P}_A - \text{sh}\psi)) ] \\
 & + \frac{\cos\alpha}{2} \mathbf{P}_1 \cdot [\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_D ((\text{ch}\psi - 1) \mathbf{P}_D \cdot \mathbf{P}_A - \text{sh}\psi)] \\
 & + \frac{\sin\alpha}{2} \mathbf{P}_2 \cdot [\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_D ((\text{ch}\psi - 1) \mathbf{P}_D \cdot \mathbf{P}_A - \text{sh}\psi)] \quad (3.A.8)
 \end{aligned}$$

La formule est semblable à la formule initiale (3.A.5), où  $\mathbf{P}_A$  a été remplacé par son transformé par le dichroïsme (formule (2.C.7)) et le coefficient de  $|\mathbf{P}_0|$  dans le terme à fréquence nulle modifié.

◆ Dans le cas général les indices des modes propres ont à la fois des parties réelles et imaginaires : le système est biréfringent et dichroïque pour les mêmes modes.

Quand il s'agit des mêmes modes propres, les opérations biréfringence et dichroïsme commutent, car les cercles d'axe l'axe des modes propres sont translatés par rapport à l'axe par le dichroïsme, et tournés autour de l'axe par la biréfringence.

La formule pour l'intensité est donc (3.A.8), où  $\mathbf{P}_S$ ,  $\mathbf{P}_1$  et  $\mathbf{P}_2$  sont remplacés par leurs transformés par la biréfringence  $\mathbf{R}\mathbf{P}_S$ ,  $\mathbf{R}\mathbf{P}_1$  et  $\mathbf{R}\mathbf{P}_2$ .

◆ Enfin, dans le cas le plus général, des effets différents, avec des modes propres différents, se produisent dans l'échantillon. Par exemple, des biréfringences linéaires non magnétiques peuvent être induites par des contraintes.

Les différents effets se traduisent par des opérations sur la sphère de Poincaré qui ne commutent pas entre elles. Même si tous se produisent lors de la traversée de l'échantillon, il est possible d'approcher aussi finement que désiré l'effet global par la méthode de la "pile de lames" (voir [Poincaré, 1892]). Toutefois, comme les effets magnéto-optiques que nous mesurons sont faibles, le commutateur de deux effets est du deuxième ordre, et une bonne approximation consiste à faire agir les différents effets à la suite. On se ramène alors au cas d'une biréfringence et d'un dichroïsme. Notons par  $\Omega_i$  les vecteurs rotation des biréfringences  $R_i$  ( $R_i\mathbf{P} = \mathbf{P} + \Omega_i \times \mathbf{P}$ ) et  $\mathbf{D}_j$  les translations des dichroïsmes ( $\mathbf{P}' = \mathbf{P} - |\mathbf{P}| \mathbf{D}_j$ ).

Le vecteur rotation global est

$$\Omega = \sum_i \Omega_i = \varphi \mathbf{P}_B \quad (3.A.9)$$

( $\varphi$  étant la biréfringence globale).

et le vecteur translation du dichroïsme global

$$\mathbf{D} = \sum_j \mathbf{D}_j = \psi \mathbf{P}_D \quad (3.A.10)$$

( $\psi$  étant le dichroïsme global)

L'intensité est donnée par (3.A.8), avec  $\psi$  et  $\mathbf{P}_D$  donnés par (3.A.10) et  $\mathbf{P}_S, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  remplacés par  $\mathbf{P}_S + \Omega \times \mathbf{P}_S$ , etc... En général  $\mathbf{P}_B$  et  $\mathbf{P}_D$  ne sont pas colinéaires.

## 2c. Autres formulations

Le calcul d'un système comprenant un modulateur peut être fait d'autre manière.

— L'espace naturel est celui du champ de Maxwell  $\mathbf{D}$ . Les composants optiques  $y$  sont représentés par des matrices  $2 \times 2$  complexes (matrices de Jones). Les calculs sont fastidieux.

— Un espace mieux adapté au calcul de l'intensité lumineuse est celui des paramètres de Stokes (au nombre de 4 :  $|\mathbf{P}|$  et les trois composantes de  $\mathbf{P}/|\mathbf{P}|$ , dans un autre ordre). Les composants optiques  $y$  sont représentés par des matrices  $4 \times 4$  réelles (matrices de Mueller). Les calculs sont identiques aux nôtres (voir [Jensen, 1978]), mais sans l'interprétation géométrique.

# B. Mesures d'effets magnéto-optiques dans des films minces de grenats

## 1. Banc de mesure

Le dispositif de mesure est schématiquement celui de la figure 3-1(b). Les éléments qui le constituent sont décrits ci-après.

**Banc** : tous les éléments sont montés sur un marbre avec des supports (fabricant Microcontrôle) coulissants le long d'une rainure.

**Source** : Le plus souvent, un laser He-Ne de longueur d'onde  $\lambda_0 = 632.8$  nm était utilisé. Il est préférable d'utiliser un laser polarisé. En effet, dans un laser non polarisé, la mise en équilibre (et la fluctuation) thermique de la cavité laser se traduit par une variation de polarisation du faisceau assez importante (alors que la variation de puissance totale reste faible). Comme nous travaillons en lumière polarisée, la variation d'intensité après le polariseur est forte, gênant ainsi les mesures qui ne sont pas faites par méthode de zéro.

Le faisceau laser typique a une puissance de quelques mW, un diamètre d'environ 1 mm avec une divergence de l'ordre du milliradian. La mesure de l'échantillon est faite sur 1 mm<sup>2</sup>.

Pour les autres longueurs d'onde, nous avons utilisé une lampe à incandescence suivie d'un monochromateur (Jobin Yvon). Il faut alors focaliser le faisceau sur l'échantillon et sur le détecteur.

**Polariseur - Analyseur** : Nous avons utilisé des prismes de Glan. Le taux d'extinction se situe entre 10<sup>-5</sup> et 10<sup>-6</sup> en lumière parallèle. Une table de rotation avec affichage au 1/100<sup>e</sup> de degré était utilisée pour l'analyseur.

**Modulateur** : C'était un appareil commercial (HINDS, modèle PEM80-FS5) fonctionnant à 50 kHz, autorisant des valeurs de  $\alpha_m$  entre 0 et 180 dg pour les longueurs d'onde visibles.

**Echantillon** : La normale au film est réglée à l'horizontale, dans l'axe du faisceau. Un électro-aimant à pièces polaires percées permet d'appliquer un champ de polarisation. Un fort champ plan peut être créé sur de petits échantillons (2000 Oe pour un entrefer de 14 mm) au moyen de deux aimants frittés (fabricant Ugimag) collés dans des bras en époxy.

Une platine tournante supportant un tube centré permet de tourner l'échantillon autour de l'axe du faisceau.

**Détecteur** : Nous avons utilisé, pour sa facilité d'emploi, une photodiode (fabricant UDT). Le courant en inverse est proportionnel à l'éclairement. La diode débite dans une très faible impédance constituée par un amplificateur qui effectue la conversion courant tension. Des filtres passe haut peuvent couper à 1 Hz, 100 Hz, 1 kHz.

Un atténuateur variable placé devant la diode permet de régler la puissance afin de ne pas saturer le détecteur.

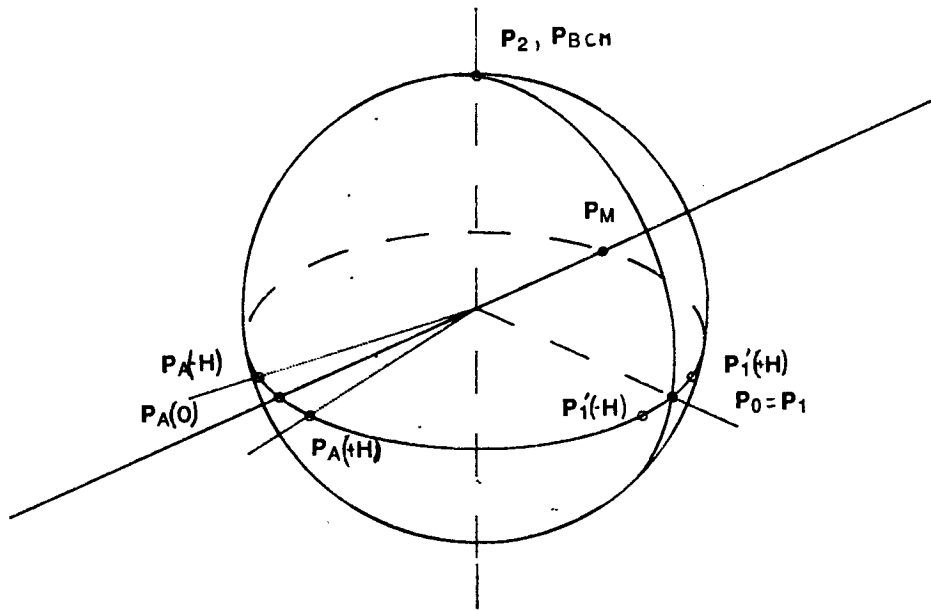
La qualité du montage a été vérifiée en mesurant l'intensité statique en fonction de l'angle entre le polariseur et l'analyseur.

**Analyseur synchrone** : Pour mesurer les signaux à  $\omega$  et  $2\omega$ , un analyseur à détection synchrone (fabricant ATNE, modèle ADS2) a été utilisé. Le signal de référence est fourni par le modulateur.

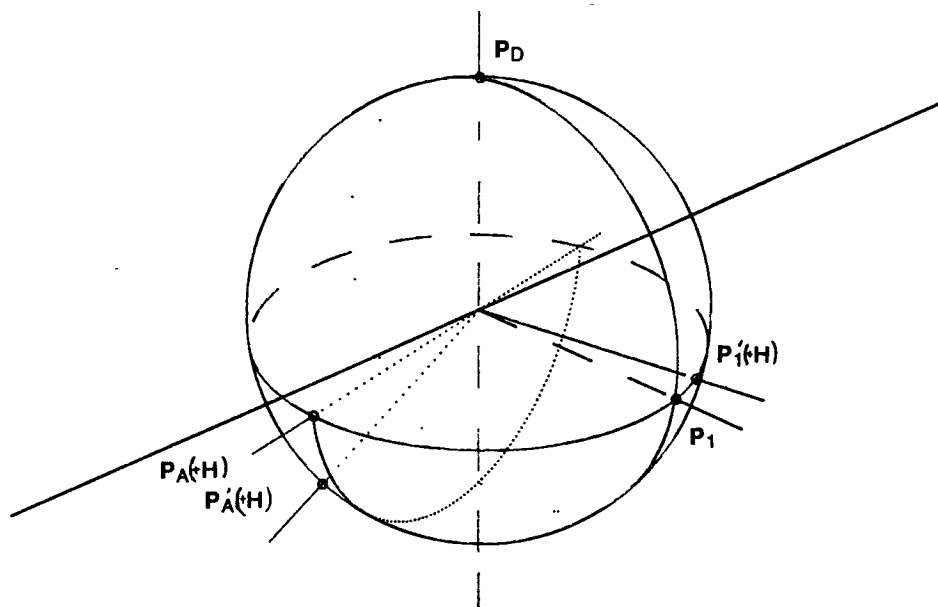
## 2. Mesure de la biréfringence circulaire magnétique (BCM)

### 2a. Principe

La figure 3-3 indique le principe de la mesure (c'est une vue en perspective de la sphère de Poincaré). Le polariseur ( $P_0$  sur la sphère de Poincaré) est orienté à 45° des axes du modulateur pour avoir la plus grande efficacité de modulation. L'axe du modulateur étant matérialisé par la position de l'analyseur qui annule le signal à  $2\omega$ , il suffit alors de croiser le polariseur par rapport à cet analyseur (sans modulateur) puis de le tourner de



**Fig. 3-3**  
*Mesure de la BCM seule*



**Fig. 3-4**  
*Influence du DCM sur la mesure de la BCM.  $P_A(\pm H)$  est transformé en  $P'_A(\pm H)$  par le DCM, mais reste orthogonal à  $P_1(\pm H)$*

45° pour orienter  $P_0$ . La précision de ce réglage n'affecte pas la valeur de la mesure, mais seulement l'amplitude de la modulation. De plus une déviation de  $P_0$  de l'optimum n'agit qu'au deuxième ordre sur l'amplitude de modulation.

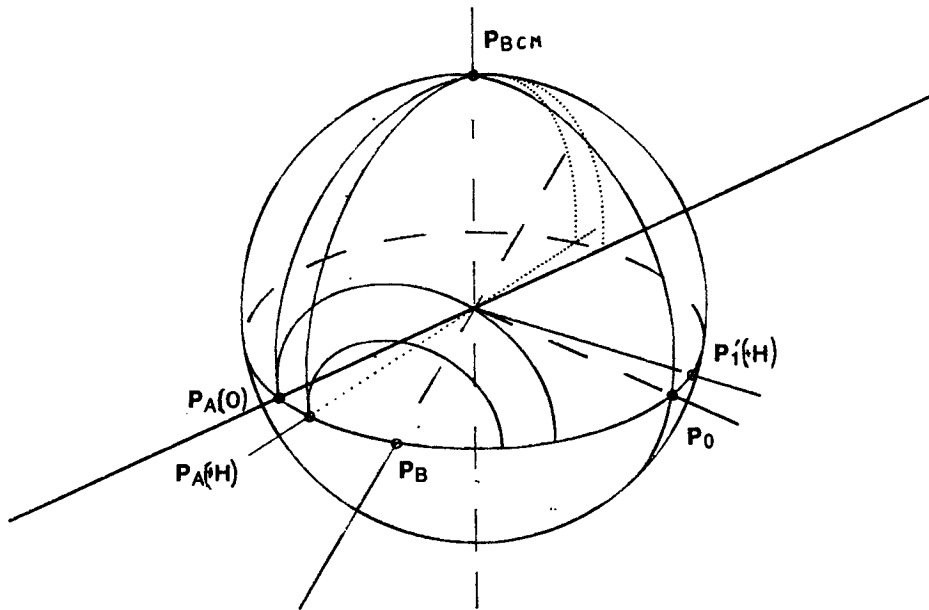
Nous avons donc  $P_2$  au pôle et  $P_1$  à la position optimale de  $P_0$ . L'action de la BCM est de tourner  $P_1$  en  $P_1'$ ,  $P_2$  restant inchangé. Suivant que l'échantillon est saturé en champ + ou -, deux points  $P_1'(\pm H)$  existent, tournés de  $\pm\theta_F$  ( $\pm 2\theta_F$  sur la sphère de Poincaré) par rapport à  $P_1$ . Un analyseur  $P_A$  orienté le long des axes du modulateur annule le signal à  $2\omega$  sans échantillon. Il doit être tourné de  $\pm\theta_F$  pour annuler le signal à  $2\omega$ , en présence d'échantillon saturé en champ + ou -.

## 2b. Interaction avec d'autres effets

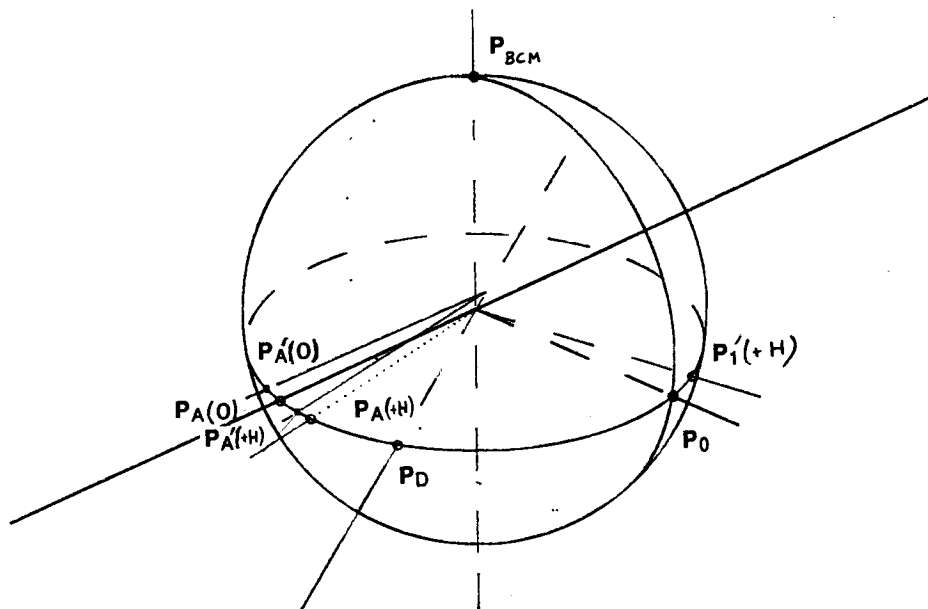
◆ On est certain que le dichroïsme circulaire magnétique (DCM) est présent en même temps. Nous avons vu qu'il opère par une translation de  $P_A$  parallèlement à l'axe des pôles. Cette opération préserve la nullité du signal à  $2\omega$ , car  $P_1'(\pm H)$  se trouve dans le plan de l'équateur donc son orthogonal contient l'axe des pôles. La figure 3-4 illustre ce raisonnement.

◆ Examinons le cas d'une biréfringence linéaire. Comme l'axe facile de l'échantillon est normal au film, et celui-ci orienté perpendiculairement au faisceau, une biréfringence linéaire d'origine magnétique serait très faible. Une biréfringence linéaire "parasite" est bien plus probable, créée par toute contrainte dans les matériaux traversés. Dans la figure 3-5, cette biréfringence est indiquée par  $P_B$  (nous l'avons dessinée agissant sur  $P_A$ , donc en fait c'est la biréfringence opposée qui est représentée). La perturbation causée par une biréfringence  $\varphi$  est d'ordre  $\varphi^2$ , car  $P_A$ , qui décrit un cercle d'axe  $P_B$ , part à la verticale.

◆ L'effet qui interfère directement avec la BCM est le dichroïsme linéaire. Il provoque une translation de  $P_A$  dans le plan équatorial, qui induit en général un changement d'orientation. Dans la figure 3-6, les deux demi-droites définissant  $P_A(0)$  et  $P_A(+H)$  ont été translatées en sens inverse du dichroïsme. Elles coupent l'équateur en  $P'_A(0)$  et  $P'_A(+H)$  : l'analyseur doit avoir ces positions pour annuler le signal à  $2\omega$  sans BCM et avec BCM en champ +H. Quand l'axe du dichroïsme  $P_D$  est le long de l'axe du modulateur  $P_M$ , l'effet est minime ( $P'_A(0)=P_A(0)$ ) et ce d'autant plus que  $\theta_F$  est faible ( $\theta_F$  est changé  $\theta_F(1+\psi)$ ,  $\psi$  étant le dichroïsme). Quand l'axe du dichroïsme  $P_D$  est à 45° (angle réel) de l'axe du modulateur  $P_M$ , l'effet est de tourner  $P_A(0)$  et  $P_A$  de  $\psi$ . Si l'on se réfère à  $P_A(0)$  mesuré sans dichroïsme linéaire, on constate que  $P'_A(+H)$  et  $P'_A(-H)$  ne sont pas disposés symétriquement. Néanmoins la mesure de l'angle réel entre ces deux positions vaudra bien  $2\theta_F$ . Pour une orientation quelconque de  $P_D$  par rapport à  $P_M$ , la mesure de l'angle entre  $P'_A(+H)$  et  $P'_A(-H)$  permet d'éliminer la contribution principale (de la forme  $\theta_F \rightarrow \theta_F + a\psi$ ) du dichroïsme linéaire.



**Fig. 3-5**  
*Influence d'une biréfringence linéaire ( $P_B$ ) sur la mesure de la BCM*



**Fig. 3-6**  
*Influence d'un dichroïsme linéaire ( $P_D$ ) sur la mesure de la BCM.  $P_A(0)$  et  $P_A(\pm H)$  sont modifiés en  $P'_A(0)$  et  $P'_A(\pm H)$*



## 2c. Résultats

Pour les films mesurés, nous trouvons des asymétries entre 0 et  $10 \cdot 10^{-2}$  deg. Comme position de référence il faut prendre le zéro du signal à  $2\omega$  sans échantillon, à cause de l'hystérésis. Le matériau lui-même a un champ coercitif non nul, donc une aimantation (rotation Faraday) rémanente. Mais aussi et surtout, le circuit magnétique de l'électro-aimant a des caractéristiques hystérétiques non négligeables.

Si l'échantillon est déplacé parallèlement à lui même, l'asymétrie varie très fortement. Nous n'avons pas fait l'expérience consistant à tourner l'échantillon autour de l'axe du faisceau afin de voir si l'asymétrie vient bien d'un dichroïsme linéaire de l'échantillon, d'origine non magnétique.

La translation de l'échantillon montre aussi une variation de la rotation Faraday. Nous y reviendrons au §6., avec les résultats des autres mesures.

La tableau 3-1 situé plus loin indique les valeurs mesurées pour les échantillons considérés.

## 3. Mesure du dichroïsme circulaire magnétique (DCM)

### 3a. Principe

Comme expliqué au §A, une lame quart d'onde est nécessaire pour mesurer cet effet par méthode de zéro. Le montage utilisé est constitué du modulateur suivi de l'échantillon puis de la lame quart d'onde.

Le paragraphe précédent a montré que la mesure de la BCM, qui utilisait  $P_1$ , n'était pas affectée par le DCM. IL faut donc utiliser  $P_2$  pour mesurer le DCM. En l'absence de DCM, tout analyseur linéaire donnera un signal à  $\omega$  qui est nul. Le dichroïsme circulaire translate l'équateur parallèlement à l'axe polaire et le signal à  $\omega$  n'est plus nul. Pour avoir un signal nul, il faut un analyseur qui soit légèrement elliptique, afin que le DCM l'amène sur l'équateur. Ceci est réalisé par une lame quart d'onde. Bien qu'elle soit située après l'échantillon et avant l'analyseur, on peut dire qu'elle agit sur l'analyseur seulement. Notons  $P(t)$  l'état de polarisation après l'échantillon, l'action de la lame par  $Q$  et l'analyseur par  $P_A$ . L'état de polarisation après la lame est  $Q P(t)$ , donc la formule fondamentale

$$I = \frac{1}{2} ( |QP(t)| |P_A| + (QP(t)) \cdot P_A )$$

peut se récrire (Q est une rotation)

$$I = \frac{1}{2} ( |P(t)| + P(t) \cdot (Q^{-1}P_A) )$$

Donc tout se passe comme si une lame de retard inverse agissait sur l'analyseur.

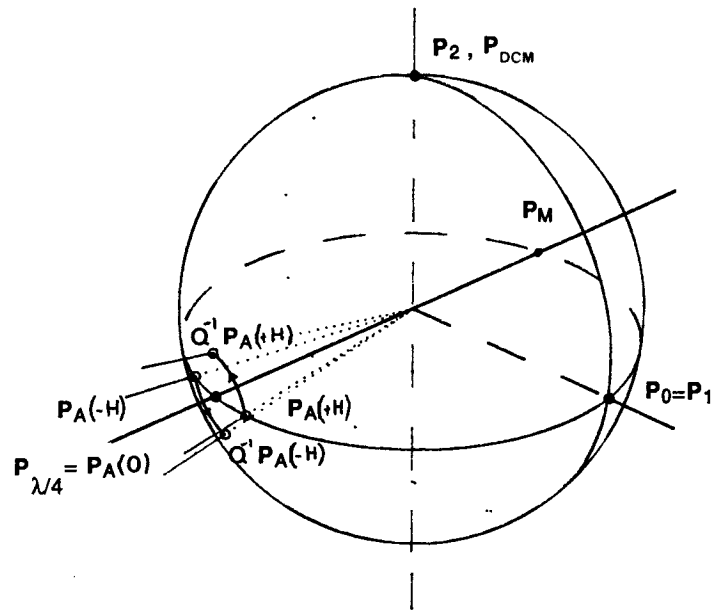


Fig. 3-7  
 Mesure du DCM avec une lame  $\lambda/4$

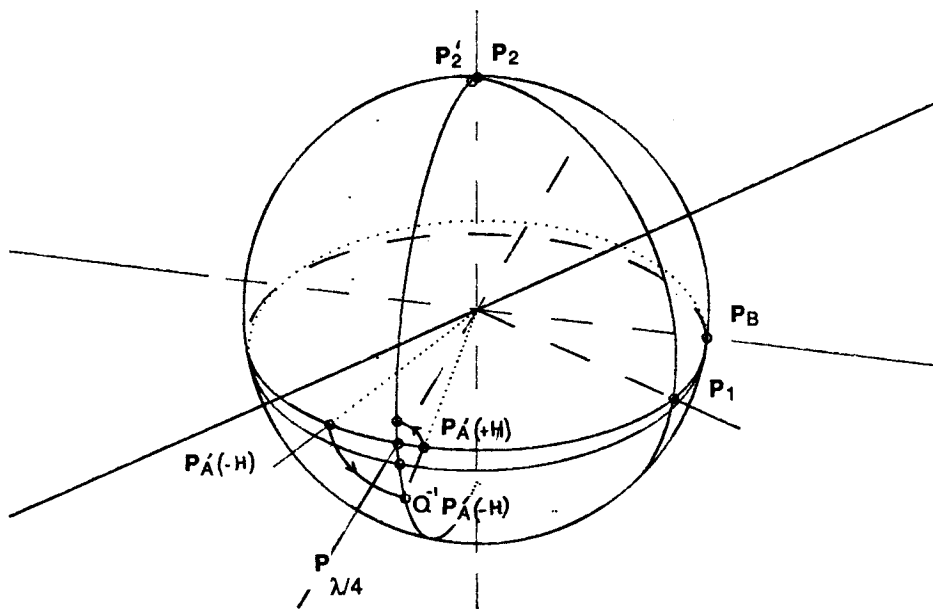


Fig. 3-9  
 Influence d'une biréfringence linéaire  $P_B$ , orientée à  $45^\circ$  de la lame  $\lambda/4$ , sur la mesure du DCM (elle est placée avant le DCM).  $P_2$  est modifié en  $P_2'$ , dont l'orthogonal n'est plus l'équateur

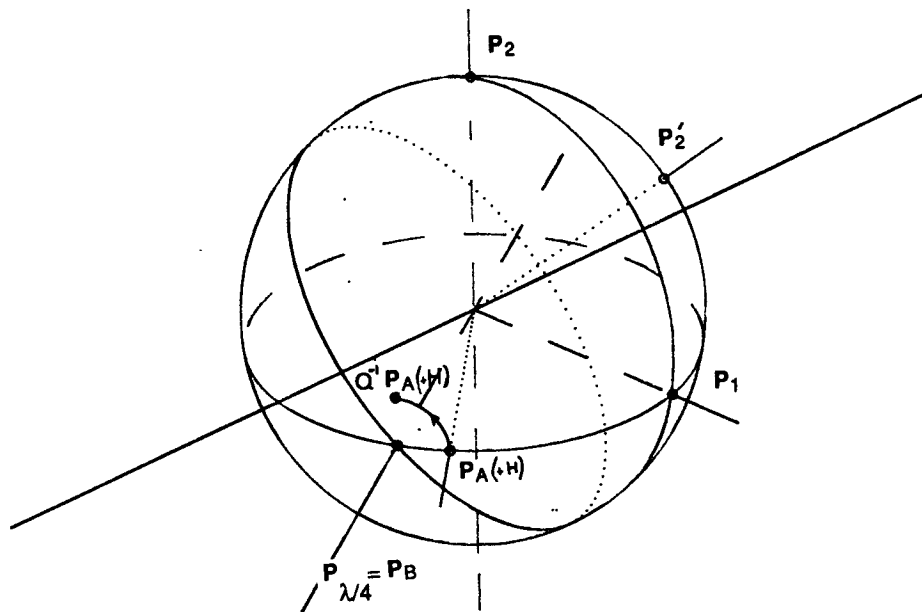


Fig. 3-8a

Biréfringence linéaire  $P_B$  (représentée avec un grand déphasage) orientée parallèlement à la lame  $\lambda/4$  servant à mesurer le DCM. Elle agit avant le DCM

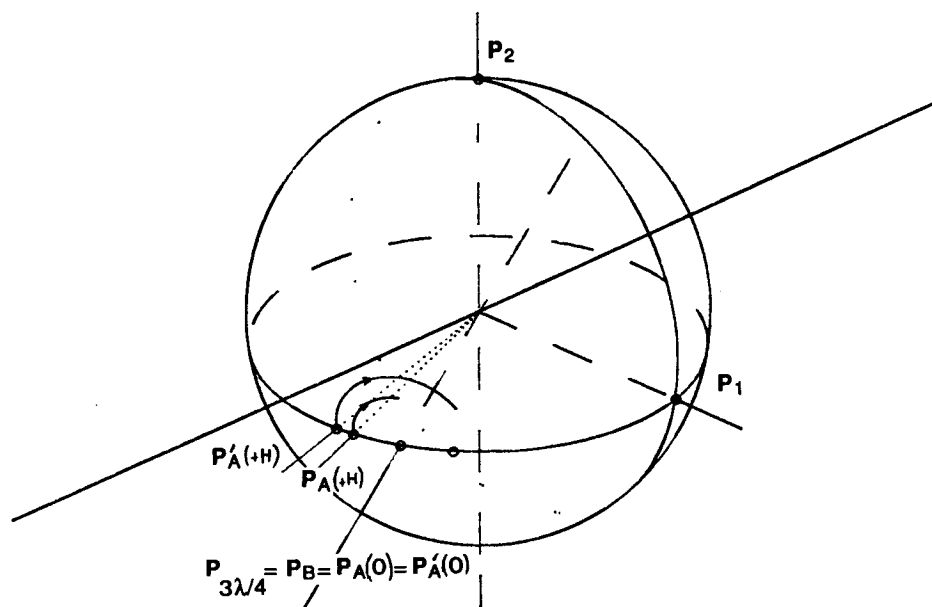


Fig. 3-8b

La biréfringence  $P_B$  agit après le DCM. Une lame  $3\lambda/4$  a été représentée.

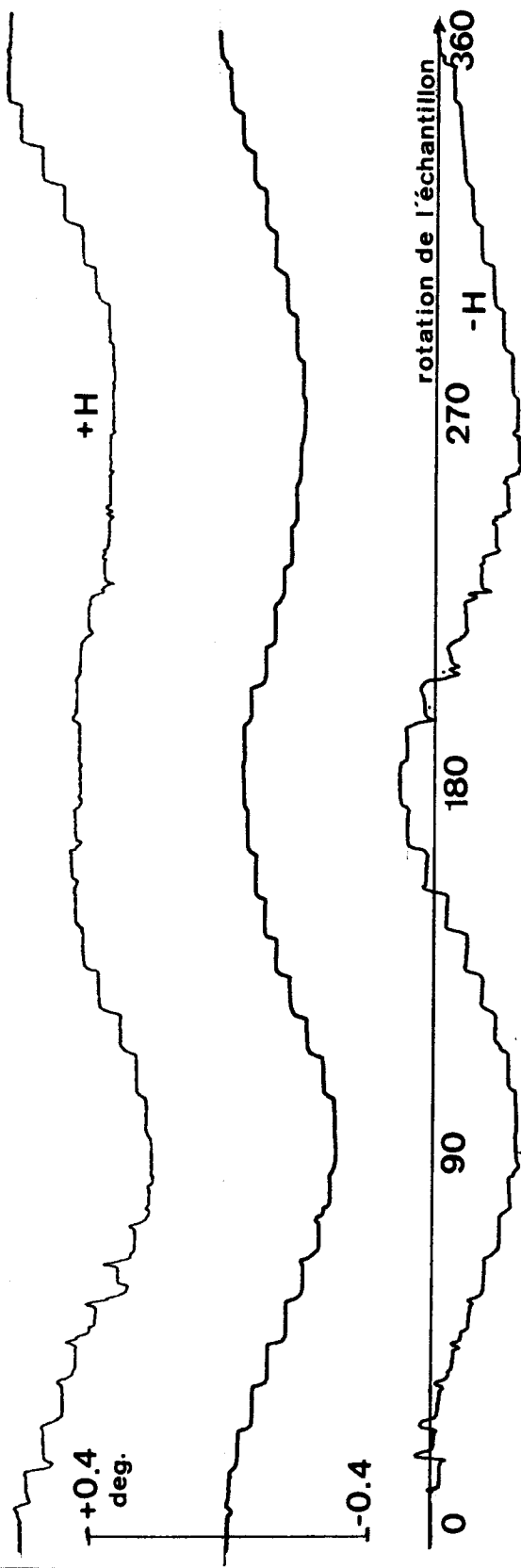


Fig. 3-10

Mesure du DCM en tournant l'échantillon (BiLY67) autour du faisceau.

La figure 3-7 montre comment placer  $\mathbf{P}_A(\pm H)$  par rapport à l'axe de la lame  $\lambda/4$  pour annuler le signal à  $\omega$ . La position de la  $\lambda/4$  le long de  $\mathbf{P}_M$  a été choisie afin de minimiser le signal à  $2\omega$ . La rotation de l'analyseur donne directement le dichroïsme.

### 3b. Interaction avec d'autres effets

- ◆ Il est aisé de voir que la BCM ne perturbe pas la mesure (elle laisse  $\mathbf{P}_2$  invariant).
- ◆ Biréfringence linéaire additionnelle.

Deux cas extrêmes se produisent, selon que la lame  $\lambda/4$  est le long ou à  $45^\circ$  de la biréfringence  $\mathbf{P}_B$ .

S'il y a alignement des axes, il n'y a pas d'effet au premier ordre de la biréfringence linéaire additionnelle. La figure 3-8a illustre le cas où l'élément biréfringent est placé avant le DCM.  $\mathbf{P}_2$  est tourné mais son orthogonal passe toujours par la  $\lambda/4$ , donc  $\mathbf{P}_A(+H)$  n'est pas modifié. La figure 3-8b traite du cas où la biréfringence  $\varphi$  agit après le dichroïsme. Cela revient à avoir une lame  $\lambda/4$  qui a un déphasage  $90^\circ + \varphi$ . Pour  $\varphi$  faible le déplacement de  $\mathbf{P}_A(+H)$  est du deuxième ordre.

Si les axes sont à  $45^\circ$ , la biréfringence linéaire  $\varphi$  vient s'ajouter au DCM. Ceci est montré figure 3-9. Les points  $\mathbf{P}_A'(\pm H)$  sont tous deux tournés de  $\varphi$ , ainsi que le point  $\mathbf{P}_A(0)$  obtenu en l'absence de DCM. La différence des rotations de  $\mathbf{P}_A'(\pm H)$  permet de s'affranchir de cette contribution.

- ◆ Dichroïsme linéaire additionnel.

Il n'a pas d'effet sur la mesure. Pour composer les deux dichroïsmes il faut additionner leurs vecteurs de déplacement. Celui du DCM amène le point représentatif de l'analyseur avec la  $\lambda/4$  dans le plan de l'équateur, où il est normal à  $\mathbf{P}_2$ . Le déplacement dû en dichroïsme linéaire se fait dans le plan équatorial, donc garde à 0 le signal à  $\omega$ .

### 3c. Résultats

- ◆ Nous avons effectivement observé l'effet d'une biréfringence linéaire additionnelle de l'échantillon (figure 3-10). Ayant réglé l'analyseur à mi-chemin de  $\mathbf{P}'_A(+H)$  et  $\mathbf{P}'_A(-H)$  pour une orientation donnée, le signal à  $\omega$  a été mesuré en fonction de l'orientation de l'échantillon autour de l'axe du faisceau, pour les champs +H, 0 et -H. Une modulation d'ordre 2 due à la biréfringence linéaire est visible, superposée au DCM qui ne dépend pas de l'orientation de l'échantillon.

L'analyse des signaux en coefficients de Fourier donne  $\varphi = 8.5 \cdot 10^{-2}$  deg pour la biréfringence linéaire, à comparer à un dichroïsme circulaire magnétique de  $38 \cdot 10^{-2}$  deg.

- ◆ La translation de l'échantillon révèle un DCM qui peut notablement varier; dans certains cas il peut changer de signe. Cela sera étudié au §6.

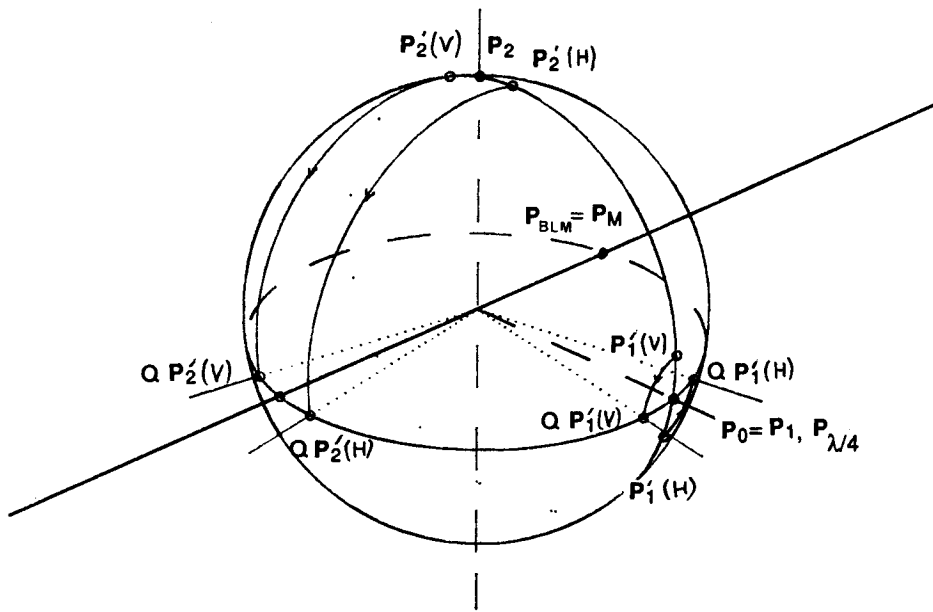


Fig. 3-11

Mesure de la BLM, avec une lame  $\lambda/4$ . Les positions de l'analyseur (pour les signaux à  $\omega$  et à  $2\omega$ ) ne sont pas représentées.

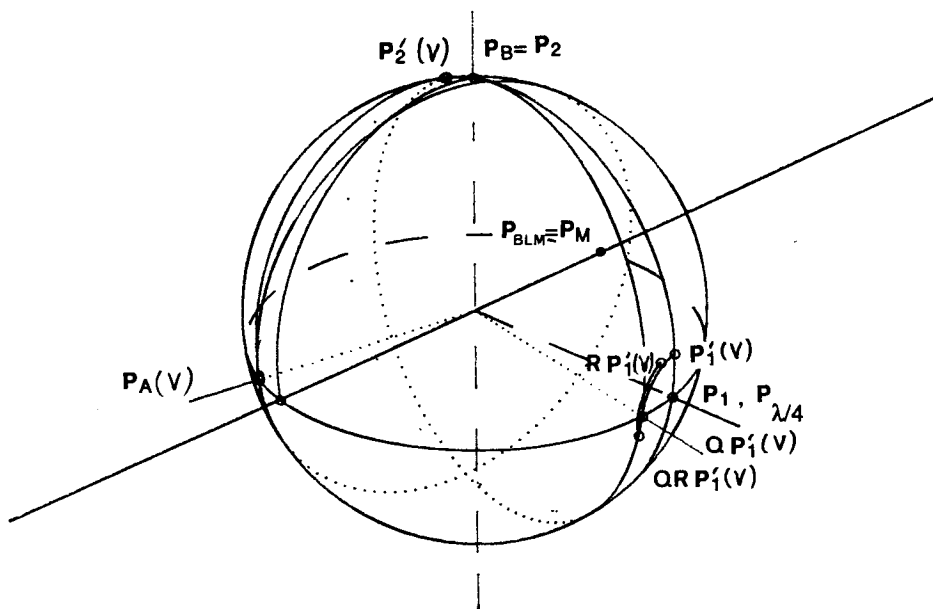


Fig. 3-12

Influence d'une biréfringence circulaire parasite  $P_B$  (son action est notée  $R$ ) sur la mesure de la BLM. La mesure n'est pas perturbée (l'analyseur  $P_A(V)$  pour le signal à  $2\omega$  est indiqué).

## 4. Mesure de la biréfringence linéaire magnétique (BLM)

### 4a. Principe

On utilise encore une lame quart d'onde entre l'échantillon et l'analyseur. La figure 3-11 se rapporte au cas où les axes du modulateur sont confondus avec ceux de la biréfringence. Ainsi,  $P_1$  et  $P_2$  sont modifiés. La mesure est possible avec les signaux à  $\omega$  et à  $2\omega$ . La rotation de l'analyseur donne directement la biréfringence. Les deux orientations du champ plan (parallèle et à  $90^\circ$  du modulateur) sont notées H et V.

### 4b. Interaction avec d'autres effets

- ◆ Le dichroïsme linéaire magnétique ne joue pas : il translate  $P_A$  modifié par la  $\lambda/4$  dans un plan qui est orthogonal aux vecteurs  $P'_1$  et  $P'_2$ .
- ◆ Il n'y a pas non plus d'interaction avec la biréfringence circulaire. Le dessin 3-12 montre que la rotation de  $P'_1$  autour de l'axe des pôles se traduit, après application de la lame  $\lambda/4$ , par une rotation de son cercle orthogonal autour de son diamètre équatorial. Or c'est sur ce diamètre que se situe  $P_A$  annulant le signal à  $2\omega$ . Il est donc inchangé par la biréfringence circulaire. Le raisonnement est identique pour le signal à  $\omega$ .
- ◆ L'interaction forte se produit avec le dichroïsme circulaire (c'est le pendant de l'étude du 3.). Dans la figure 3-13, qui illustre cette interaction, nous avons fait agir la lame  $\lambda/4$  (sans inverser son retard pour la commodité du dessin) sur l'analyseur. Une différence nette apparaît entre la mesure à  $\omega$  et celle à  $2\omega$ . La mesure à  $\omega$ , avec  $P_A$  près de la  $\lambda/4$ , est fortement perturbée, car le dichroïsme s'ajoute directement à la biréfringence linéaire. Celle à  $2\omega$  n'est perturbée qu'au 2e ordre, car le dichroïsme circulaire translate  $P_A'$  (modifié par la  $\lambda/4$ ) quasiment le long de son rayon vecteur.

**Nota :** Nous n'avons pas décrit la méthode de mesure où la modulation et la biréfringence linéaire magnétique sont à  $45^\circ$ , car elle autorise seulement la mesure à  $\omega$ .

### 4c. Résultats

- ◆ Pour mesurer convenablement la BLM, nous avons remarqué qu'il fallait bien orienter l'aimantation de l'échantillon perpendiculairement au faisceau. C'est la raison essentielle, d'ailleurs, pour laquelle nous avons utilisé un faisceau laser. Les aimants créant le champ plan ont donc été montés sur un support inclinable, qui permet d'ajuster la perpendicularité du champ au faisceau. Cette dernière était contrôlée en enlevant la lame quart d'onde et vérifiant l'annulation du signal à  $2\omega$  pour l'analyseur le long du modulateur (voir figure 3-3).

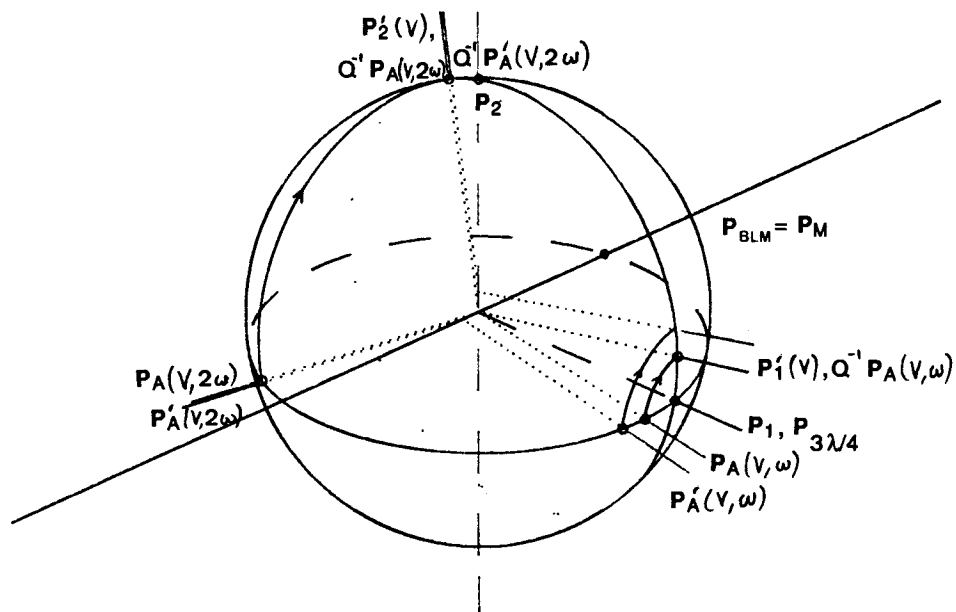


Fig. 3-13

Influence d'un dichroïsme circulaire sur la mesure de la BLM. Dessin fait avec une lame  $\lambda/4$ , agissant sur l'analyseur.

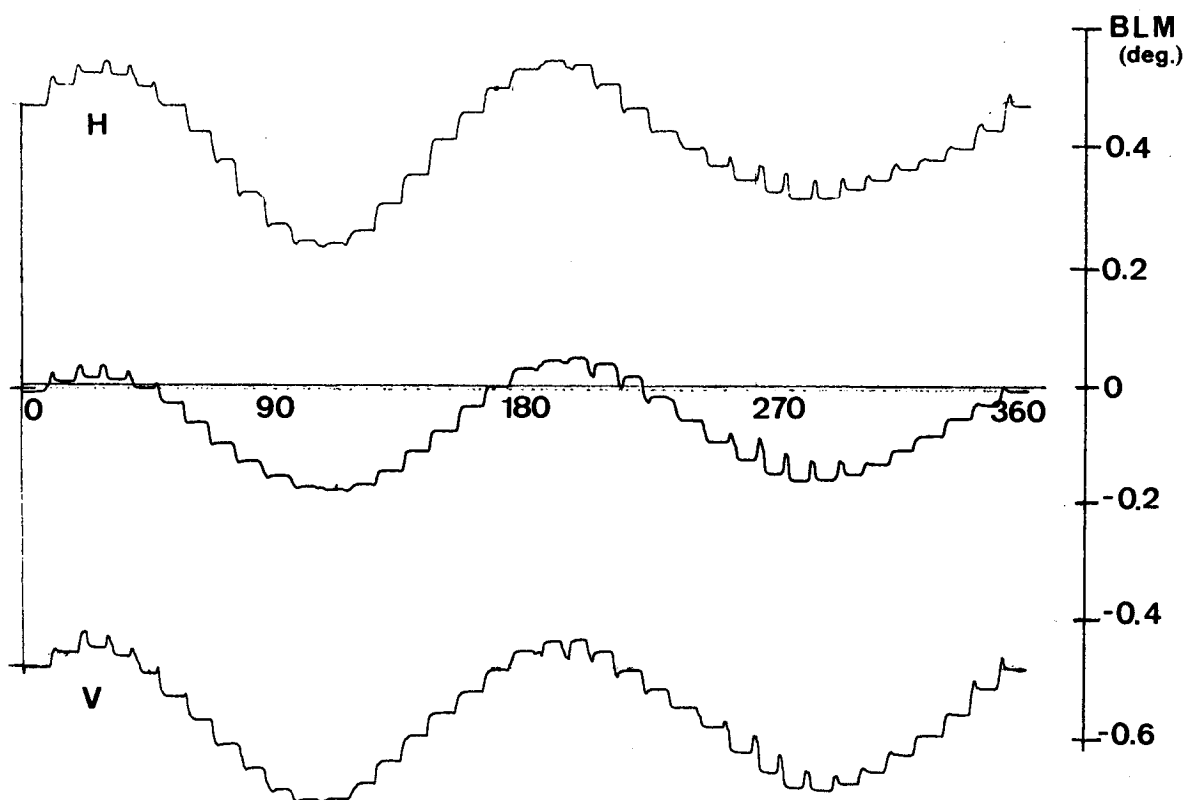


Fig. 3-14

Mesure de la BLM, en faisant tourner l'échantillon (ValTm50) autour du faisceau.



Le réglage de la perpendicularité est assez sensible, particulièrement pour les films ayant un axe facile marqué, normal à leur plan. Le champ plan appliqué n'est pas tellement supérieur au champ d'anisotropie, et donc l'aimantation dévie du plan plus rapidement que le champ appliqué. Le calcul avec les énergies Zeeman, d'anisotropie et de champ démagnétisant donne en effet :

$$\beta = \alpha \frac{1}{1 - \frac{H_k - 4\pi M_s}{H}} \quad (3.B.1)$$

( $\alpha$  : angle (petit) du champ appliqué par rapport au plan du film,  $\beta$  : angle de l'aimantation par rapport au plan du film,  $H_k$  : champ d'anisotropie).

Un facteur de renforcement valant 2 au minimum est donc à attendre.

En faisant la mesure de BLM avec le signal à  $\omega$ , nous avons constaté en faisant varier l'inclinaison des aimants, une dérive du signal. Les déviations obtenues sont compatibles avec la valeur du DCM mesurée, en tenant compte de (3.B.1).

◆ La figure 3-14 montre un tracé de BLM en fonction de la rotation de l'échantillon autour de l'axe du faisceau. L'analyseur est à la position d'annulation du signal à  $\omega$  en champ nul. On a vérifié que le signal du premier ordre avait été éliminé en ayant le champ bien perpendiculaire au faisceau. Le graphique révèle l'existence d'une biréfringence linéaire, non magnétique, liée à l'échantillon (elle vaut  $\varphi = 12 \cdot 10^{-2}$  deg).

◆ Pour l'échantillon CaSmY 31, ne contenant pas de Bi donc à faible effet magnéto-optique, une petite biréfringence linéaire magnétique a pu être facilement mesurée. Cet échantillon a un faible champ d'anisotropie  $H_k \approx 600$  Oe donc se laisse facilement saturer dans le plan. La biréfringence linéaire additionnelle valait 0.04 deg, du même ordre que la BLM (0.05 deg). Les deux sont très bien vues en tournant l'échantillon autour du faisceau.

## 5. Mesure du dichroïsme linéaire magnétique (DLM)

### 5a. Principe

La figure 3-15 montre une méthode simple de mesure du DLM. Le dichroïsme est à  $45^\circ$  du modulateur. On regarde le signal à  $2\omega$  qui est nul pour  $P_A$  le long du modulateur en l'absence d'effet. Le DLM décale  $P_A$  tangentielllement à l'équateur, il faut donc tourner  $P_A$  afin que le DLM le ramène à la position de signal à  $2\omega$  nul.

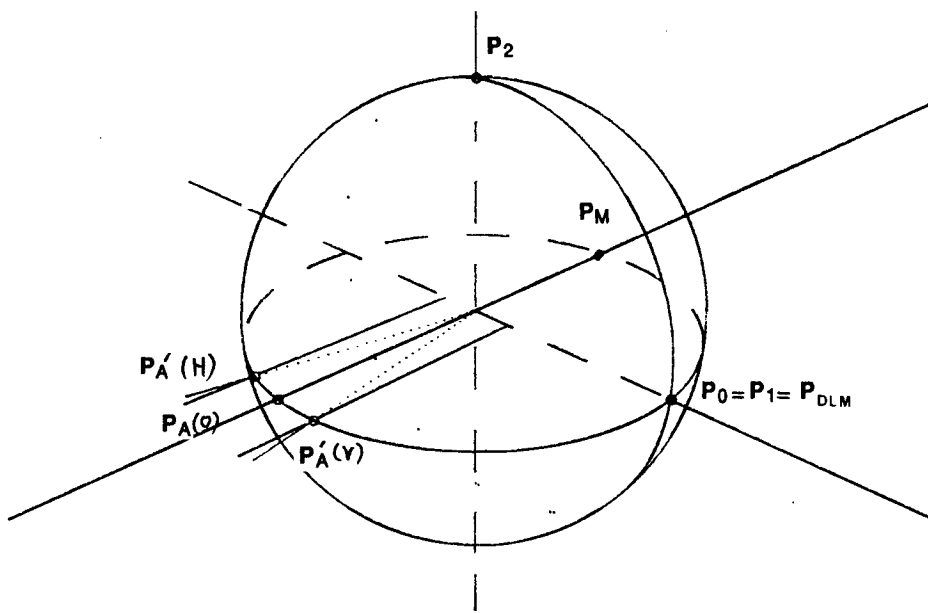


Fig. 3-15  
 Mesure du DLM (méthode simple).

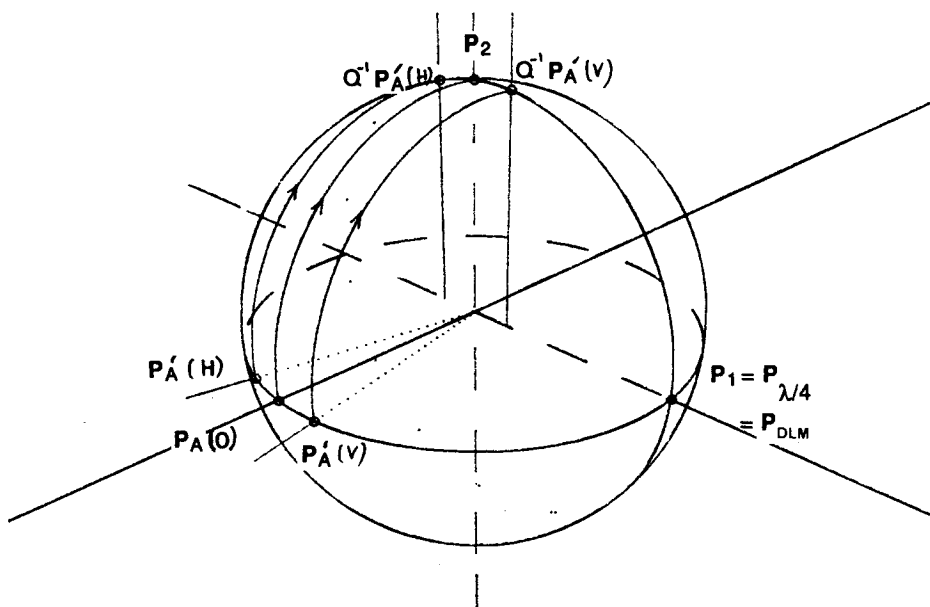


Fig. 3-16  
 Autre mesure du DLM avec une lame  $\lambda/4$ .

## 5b. Interaction avec d'autres effets

- ◆ Comme nous l'avons vu auparavant dans les autres cas, la BLM n'interagit pas, car elle laisse  $P_1$  identique.
- ◆ Le DCM n'interagit pas non plus, puisqu'il va décaler  $P_A'$  verticalement, donc dans le plan orthogonal à  $P_1$ .
- ◆ Un couplage direct avec la BCM existe toutefois, car elle tourne  $P_1$ .
- ◆ Une autre biréfringence linéaire n'a pas d'effet au premier ordre, car  $P_1$  commence à être déplacé verticalement, donc son orthogonal passe encore par l'axe du modulateur.
- ◆ Un dichroïsme linéaire non magnétique sera éliminé par la méthode de zéro, par différence entre les rotations de  $P_A(V)$  et  $P_A(H)$ .

## 5c. Résultats

- ◆ Nous avons essayé de faire des mesures avec le schéma simple de la figure 3-15. Les résultats ne sont pas fiables à cause de l'influence de la BCM. Nous sommes dans le pire des cas en voulant mesurer le plus petit des effets magnéto-optiques alors que le plus grand peut le polluer.
- ◆ Nous proposons figure 3-16 une méthode modifiée (avec une lame  $\lambda/4$ ), qui serait a priori insensible à BLM, BCM et DCM.

La lame  $\lambda/4$  est rajoutée au montage précédent, entre l'échantillon et l'analyseur. Elle est orientée à  $45^\circ$  du modulateur, donc transforme l'analyseur linéaire en analyseur circulaire. La position polaire du signal à  $2\omega$  nul assure l'indépendance par rapport à la BCM (quand  $P_1$  tourne sur l'équateur il reste orthogonal au pôle). Le raisonnement fait auparavant pour BLM et DCM n'est pas modifié.

Cette méthode n'a pas été testée.

échantillon	ValTm55A	BiLY67	CaSmY31
épaisseur ( $\mu\text{m}$ )	1 x 7.4 $\mu\text{m}$	2 x 5 $\mu\text{m}$	1 x 4.45 $\mu\text{m}$
$\theta_F$ (BCM) (degrés)	12.8	4.5	-0.4
$\psi_F$ (DCM) (degrés)	1	0.4	0.08
$\varphi_{CM}$ (BLM) (degrés)	0.25	0.15	0.05

Tableau 3-1

Résultats de mesures d'effets magnéto-optiques à 632.8 nm

## 6. Influence des interférences

L'utilisation d'une source de lumière laser présente nombre d'avantages. La monochromaticité permet de s'abstraire d'éventuelles compensations des effets provenant de longueurs d'ondes différentes. La directivité permet de travailler sur des longs bancs, d'avoir assez de puissance. Le vecteur d'onde est connu précisément, ce qui est très important quand les effets à mesurer dépendent de son orientation.

Mais la cohérence spatiale du faisceau est un poison. Elle provoque de multiples interférences. Les interférences entre différents composants optiques peuvent être éliminées en les désalignant légèrement de l'axe optique. Le faisceau réfléchi a une autre direction que le faisceau incident et, en espaçant suffisamment les composants le long du banc et plaçant quelques petits diaphragmes le long du faisceau incident, il sera neutralisé.

Restent les interférences à l'intérieur de chacun des composants. Ceux-ci sont typiquement des lames à faces parallèles, plus ou moins épaisses, d'indice différent de celui de l'air. Les interférences seront d'autant plus marquées que :

- le facteur de réflexion aux interfaces est fort,
- l'absorption dans la lame est faible,
- la longueur de cohérence de la lumière est grande devant l'épaisseur de la lame (la longueur importante est  $2ne$ , si  $n$  est l'indice de la lame et  $e$  son épaisseur).

La source de lumière conditionne le troisième facteur. La longueur de cohérence  $S$  vaut

$$S = k \frac{c}{2\pi\Delta\nu} \quad (3.B.2)$$

où  $\Delta\nu$  est la largeur en fréquence de la source, et  $k$  de l'ordre de l'unité un coefficient dépendant de la forme de la densité spectrale de la source.

Pour un laser He-Ne commun,  $k \approx 3$  et  $\Delta\nu =$  quelques GHz, donc  $S$  vaut quelques centimètres.

Pour un monochromateur dont la fente est bien ouverte,  $\Delta\lambda$  vaut quelques Å et  $S$  descend à quelques centaines de microns. Les interférences dans le modulateur, et entre les deux faces de l'échantillon (épaisseur du substrat GGG = 500 μm) sont ainsi éliminées. Nous allons examiner l'effet des interférences dans le modulateur et dans l'échantillon.

## 6a. Interférences dans le modulateur

Nous le schématisons par une lame à faces parallèles, d'épaisseur  $l$  et d'indice  $n$  (figure 3-17). Considérons une onde plane arrivant perpendiculairement à la lame, et polarisée selon un de ses modes propres (une polarisation linéaire pour un modulateur de biréfringence linéaire idéal).

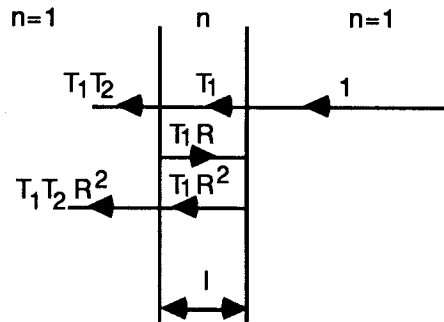


Fig. 3-17

*Interférences dans une lame à faces parallèles*

Les divers coefficients de transmission et de réflexion (en amplitude) sont définis sur la figure. Nous noterons  $T^2 = T_1 T_2$  le coefficient de transmission global. En incidence normale on a

$$T^2 = \frac{4n}{(1+n)^2} \quad (3.B.3)$$

et

$$R^2 = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (3.B.4)$$

Un calcul immédiat donne pour l'amplitude après la lame (on a posé  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ )

$$A = \frac{T^2 e^{i n k_0 l}}{1 - R^2 e^{i 2 n k_0 l}} \quad (3.B.5)$$

Si l'absorption dans la lame est négligée ( $n$  réel), le théorème des résidus permet de calculer la décomposition en série de Fourier de l'intensité

$$I = |A|^2 = \frac{T^4}{1 - R^4} \left[ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^{2p} \cos(2n k_0 l p) \right] \quad (3.B.6)$$

Quand le modulateur est en marche il possède deux modes propres d'indices  $n_0$  (rayon ordinaire) et  $n_e = n_0 + \Delta n \sin \omega t$  (rayon extraordinaire, nous avons noté auparavant par  $\alpha_m$  la quantité  $\Delta n k_0 l$ ). La modulation de  $n_e$  est la source d'une modulation de  $I_e$ , principalement par le terme de phase qui est proportionnel à  $l$  (car  $l \gg \lambda_0$ ). En utilisant

les fonctions de Bessel (chapitre II) nous trouvons pour les premières composantes de Fourier de  $I_e$

$$I_e^0 = \frac{T^4}{1 - R^4} \left( 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^{2p} J_0(2p\alpha_m) \cos(p\varphi) \right) \quad (3.B.7a)$$

$$I_e^\omega = \frac{-4T^4}{1 - R^4} \sum_{p=1}^{\infty} R^{2p} J_1(2p\alpha_m) \sin(p\varphi) \quad (3.B.7b)$$

$$I_e^{2\omega} = \frac{4T^4}{1 - R^4} \sum_{p=1}^{\infty} R^{2p} J_2(2p\alpha_m) \cos(p\varphi) \quad (3.B.7c)$$

( $\varphi = 2n_0k_0l$  désigne le déphasage créé par un aller retour dans la lame).

Comme pour le verre,  $n \approx 1.5$  donc  $R^2 \approx 0.04$ , on commet peu d'erreur en ne retenant que le premier terme des séries de (3.B.7).

Les interférences dans le modulateur créent ainsi un signal parasite à  $\omega$  et  $2\omega$ . La dépendance est en  $J_\nu(2\alpha_m)$  (au lieu de  $J_\nu(\alpha_m)$  dans (3.A.5)) car les interférences font intervenir un aller et retour dans le cristal. L'effet équivalent au signal parasite vaut :

$$\sin 2\alpha_S = 2R^2 \sin \varphi \frac{J_1(2\alpha_m)}{J_1(\alpha_m)} \quad (3.B.8a)$$

$$\cos 2\alpha_S = 2R^2 \cos \varphi \frac{J_2(2\alpha_m)}{J_2(\alpha_m)} \quad (3.B.8b)$$

(la première formule vient du signal à  $\omega$ , et le deuxième du signal à  $2\omega$ ).

Les équations (3.B.8) suggèrent un moyen simple pour éliminer le signal parasite : il suffit, quand on fait la mesure à  $\omega$ , de régler  $\alpha_m$  pour que  $J_1(2\alpha_m) = 0$ . Par chance (voir les tables de [Abramowitz, 1970]),  $J_1(\alpha_m)$  est maximale à  $\alpha_m \approx 1.80$  et  $J_1(2\alpha_m)$  nulle à 1.92 (et  $J_1(4\alpha_m)$  nulle à 1.79);  $J_2(\alpha_m)$  est maximale à  $\alpha_m = 3.1$  et  $J_2(2\alpha_m)$  nulle à 2.57 ( $J_2(4\alpha_m)$  nulle à 2.9).

On peut donc choisir  $\alpha_m$  qui maximise le signal et minimise la parasite. En pratique,  $\alpha_m$  n'est pas constant, car il est fixé par la qualité de la résonance mécanique du modulateur. Nous pouvons estimer que  $J_1(2\alpha_m) = 0.02$  est réaliste, ce qui donne un signal parasite maximal  $\alpha_S \approx 0.15$  deg.

Si le déphasage  $\varphi$  est constant, le signal parasite est constant et sera éliminé par méthode de zéro. Mais  $\varphi$  est extrêmement sensible à  $l$ , puisqu'une variation de  $0.1 \mu\text{m}$  de  $l$  change  $\varphi$  en  $\varphi + \pi$ . Une variation de  $2^\circ\text{C}$  de la température a cet effet pour un modulateur épais de  $5 \text{ mm}$ . Dans ces conditions, toute mesure d'un effet inférieur au dixième de degré est impossible. Nous avons effectivement constaté la présence du signal parasite et sa dérive avec le temps dans les premières expériences.

Le signal parasite variait aussi lorsque le modulateur était translaté dans son plan. Nous avons contrôlé l'épaisseur du modulateur par interférométrie, à la même longueur d'onde  $633 \text{ nm}$  (figure 3-18). Des larges franges apparaissent, dont la signification est simple : la distance entre franges noires donne la période de la variation spatiale des signaux parasites à  $\omega$  et  $2\omega$ . L'interfrange vaut  $3.5 \text{ mm}$ , donc sur un diamètre de faisceau valant  $1 \text{ mm}$  il n'y a pratiquement pas de réduction de l'amplitude maximum du signal parasite.

Pour s'en sortir, on peut incliner le modulateur par rapport à l'axe du faisceau. Pour une inclinaison et une épaisseur du modulateur suffisantes, les réflexions multiples sont séparées spatialement donc n'interfèrent plus (figure 3-19). Un diaphragme permet de ne laisser passer que le faisceau principal.

La séparation

$$d = 2l \operatorname{tgr} \cos i \approx 2l (\sin i)/n \quad (3.B.9)$$

doit être égale au diamètre du faisceau pour éviter les interférences. Pour  $d = 1 \text{ mm}$  et  $l = 5 \text{ mm}$ , il vient  $i \approx 9 \text{ deg}$ . La disparition du signal parasite est bien constatée vers cette inclinaison. La modulation n'est pas trop affectée (variation de moins de 1% de la profondeur de modulation).

L'inclinaison progressive du modulateur se traduit par des oscillations du signal parasite dûes aux variations de  $\varphi$  :

$$\varphi = 2 n_0 k_0 l \cos r \quad (3.B.10)$$

C'est bien ce que nous avons constaté, en vérifiant que le terme à  $p = 1$  de la dépendance en  $\varphi$  dans (3.B.7) était prépondérant.

Par contre, il est apparu un point de désaccord avec le modèle des interférences dans le modulateur exposé plus haut. Le signal parasite varie en effet comme  $J_1(4\alpha_m)$  ou  $J_2(4\alpha_m)$ . Ce ne peut pas venir du terme  $p = 2$  de (3.B.7), car la variation avec  $i$  correspond à  $p = 1$ . Le modèle utilisé pour décrire le modulateur doit être trop simple. Nous ne nous sommes pas attardés sur ce point, le principal étant d'éliminer le signal parasite afin de faire des mesures fiables.

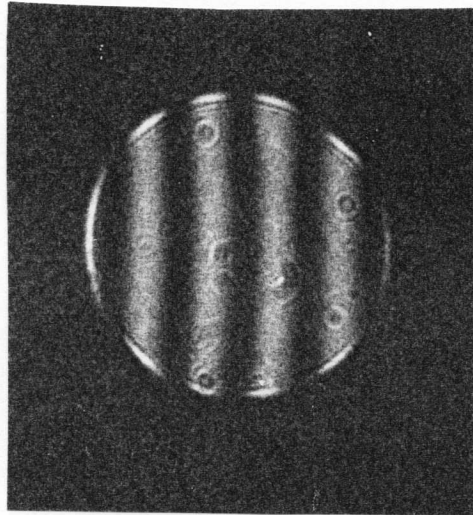


Fig. 3-18

*Franges d'interférences entre les deux faces du modulateur.*

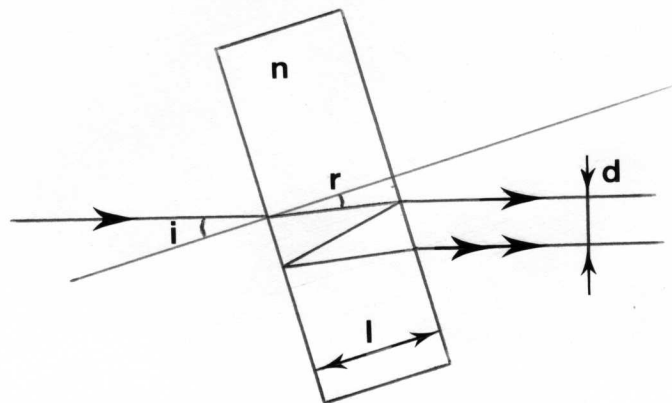


Fig. 3-19

*Inclinaison du modulateur pour éviter les interférences*



## 6b. Interférences dans l'échantillon

Nous repartons de la formule (3.B.5). Le film magnétique mince est supporté par un substrat. Comme les indices valent  $n \approx 2$  pour le substrat et  $n \approx 2.3$  pour le film, les réflexions internes se produiront aux interfaces avec l'air (voir (3.B.4)). La phase  $\varphi$  qui intervient dans (3.B.5) (où elle vaut  $2nk_0l$  dans un cas simple), se compose ici d'une partie non magnétique (essentiellement due au substrat)  $\varphi_0$  et d'une partie magnétique  $\varphi_m$  provenant de l'effet magnéto-optique dans le film. Cette dernière a une partie imaginaire, pour rendre compte d'un dichroïsme magnétique; la partie imaginaire de  $\varphi_0$  rend compte de l'absorption non magnétique dans le film. Notons donc  $\varphi = \varphi_0 + \varphi_m$ ; alors l'amplitude d'un mode vaut

$$A = \frac{T^2 e^{i(\varphi_0/2 + \varphi_m/2)}}{1 - R^2 e^{i(\varphi_0 + \varphi_m)}} = T^2 e^{i(\varphi'_0/2 + \varphi'_m/2)} \quad (3.B.11)$$

$\varphi'_0$ ,  $\varphi'_m$  sont les phases apparentes du fait des interférences. A l'ordre le plus bas en  $R^2$  on a :

$$\begin{aligned} \varphi'_0 &= \varphi_0 - 2i R^2 e^{i\varphi_0} + \dots \\ \varphi'_m &= \varphi_m + 2 R^2 e^{i\varphi_0} \varphi_m + \dots \end{aligned} \quad (3.B.12)$$

La partie réelle de  $\varphi_0$ , liée à l'épaisseur du substrat essentiellement, fait fluctuer l'effet magnéto-optique apparent. S'il n'y a pas d'absorption, cette fluctuation est importante car  $2 R^2 \approx 0.25$ . Pour les films que nous utilisons, qui sont assez épais donc assez absorbants, on trouve que  $e^{-1m(\varphi_0)}$ , la transmittance en amplitude pour deux traversées, soit encore celle en intensité pour une traversée, vaut entre 0.2 et 0.5. Nous calculons donc une fluctuation de l'effet magnéto-optique entre  $\pm 5\%$  et  $\pm 10\%$ .

Ce phénomène est facilement mis en évidence en chauffant le substrat. La figure 3-20 donne le tracé du signal de mesure de l'effet Faraday en fonction du temps, lorsqu'on a chauffé puis refroidi l'échantillon avec une soufflette à air. La rotation mesurée à l'ambiante de 18.9 deg se trouve correspondre à une interférence constructive, la rotation après correction vaut 17.8 deg. Le coefficient de dilatation thermique du GGG étant proche de  $10^{-5}$ , il faut chauffer d'environ 100°C pour faire défiler les trois franges vues. Noter la chute de la rotation Faraday avec la température. L'expérience a été répétée en utilisant un monochromateur comme source de lumière : la dérive thermique est retrouvée mais pas les oscillations, comme prévu.

La relation (3.B.12) a une conséquence encore plus dommageable : la partie imaginaire de  $e^{i\varphi_0}$  conduit à mélanger, pour un même effet magnéto-optique, la biréfringence et le dichroïsme. Comme en pratique la BCM vaut près de dix fois le DCM, on peut se tromper complètement sur la valeur du DCM.

La figure 3-21 se rapporte à un matériau de genre ValTm (ValTm 94A) où le DCM intrinsèque est bien plus faible que celui dû aux interférences. On a translaté l'échantillon parallèlement à son plan, et mesuré les signaux DCM en champ + et -, ainsi que la BCM en champ -. La BCM varie de 6.9 à 7.25 deg alors que le DCM varie de -0.16 à +0.16 deg. Les oscillations de BCM et DCM ont la même amplitude et sont en quadrature, comme prévu par (3.B.12). Le signal moyen en DCM est probablement dû à une biréfringence non magnétique. L'échantillon utilisé était un film d'essai, dont le substrat est caractérisé par une mauvaise planéité.

### **Comment éviter ces interférences ?**

- ◆ Utiliser un monochromateur à fente large. Mais alors on perd en lumière et en définition géométrique du faisceau.
- ◆ Mesurer sur une large zone. Un agrandisseur de faisceau peut fournir un faisceau parallèle et de section variable. Il faut prévoir le modulateur, les polariseurs, l'échantillon, les aimants assez grands.
- ◆ Adopter la méthode de Chaumont (citée dans [Billard, 1966]), qui consiste à immerger l'échantillon dans un liquide de même indice, contenu dans une cuve dont les parois sont des lames à faces non parallèles et inclinées par rapport à l'axe du faisceau. Ainsi les réflexions aux faces de l'échantillon sont éliminées ( $R^2$  très faible), celles aux faces des parois de la cuve étant éliminées de la même manière que celles dans le modulateur (les parois peuvent être aussi épaisses que désiré). Il faut disposer de beaucoup de place au niveau de l'échantillon.

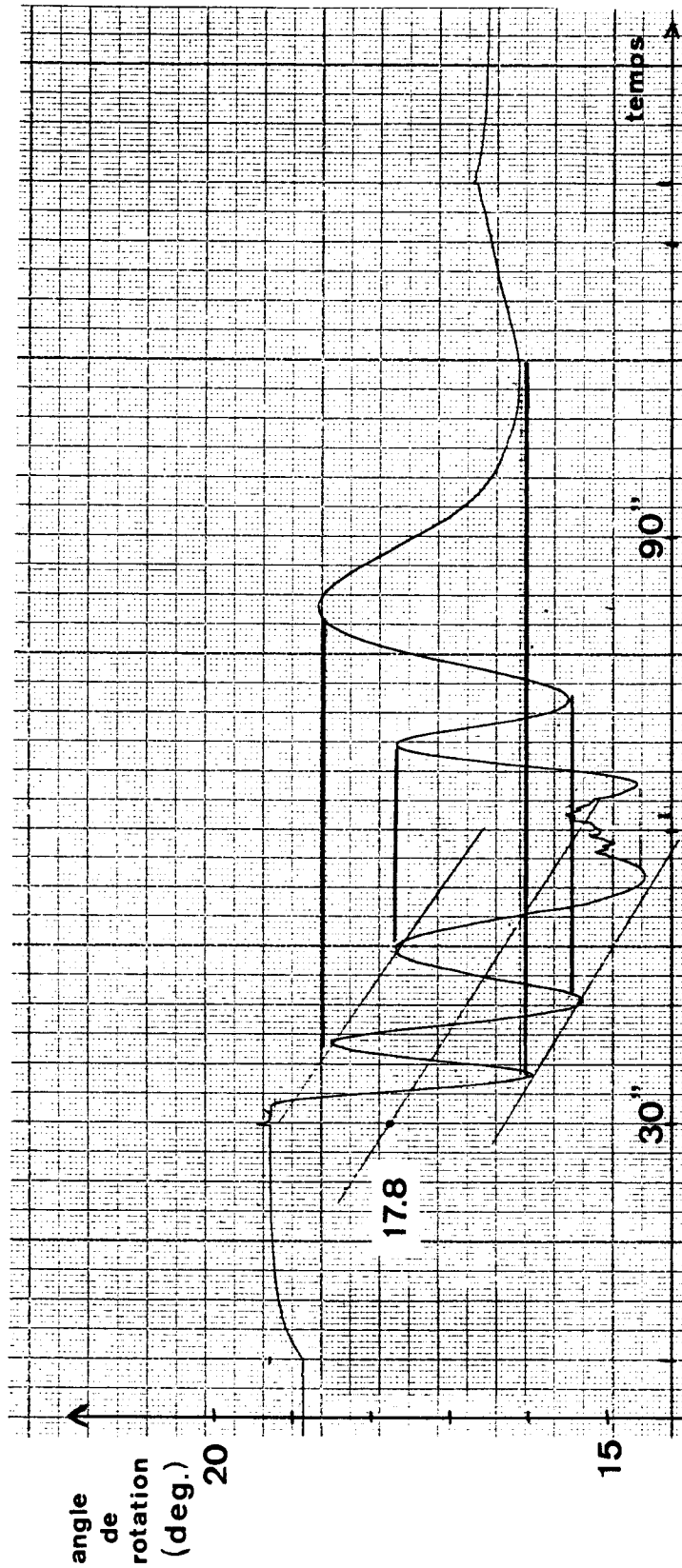


Fig. 3-20

Dilatation de l'échantillon (de type ValTm) faisant défiler les franges d'interférence (de 6" à 30" refroidissement, de 30" à 60" chauffage, de 60" à 126" refroidissement).

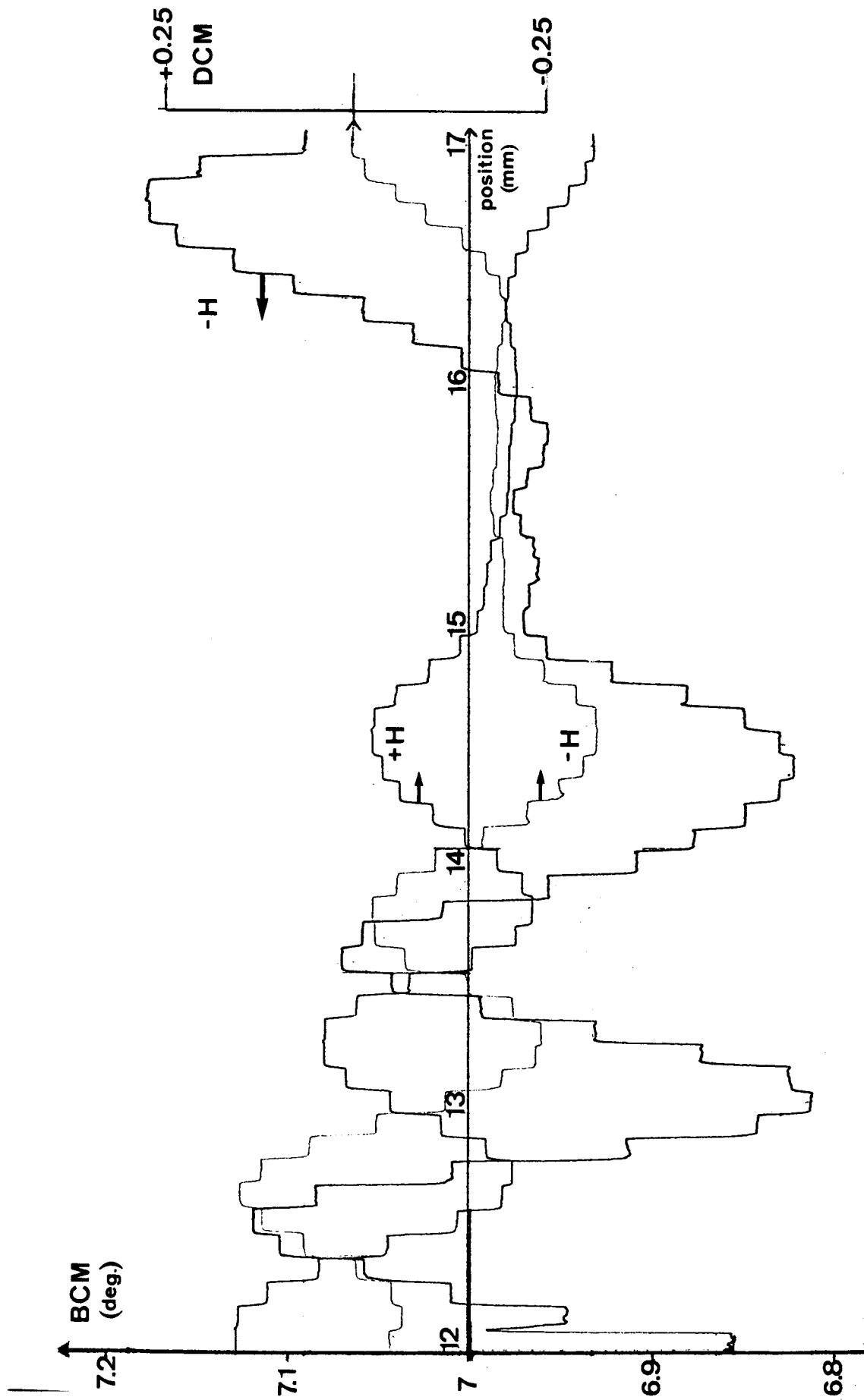


Fig. 3-21

Mesure en fonction de la position de BCM et DCM, montrant un DCM qui change de signe et une BCM qui varie.

- ◆ Chauffer pour visualiser l'oscillation d'ue aux interférences et prendre la valeur moyenne. C'est une méthode un peu fruste.
- ◆ Moduler la longueur d'onde (d'environ  $10^{-3}$  pour un substrat de  $500 \mu\text{m}$ ). Les lasers ne peuvent pas encore le faire.

## 7. Conclusion

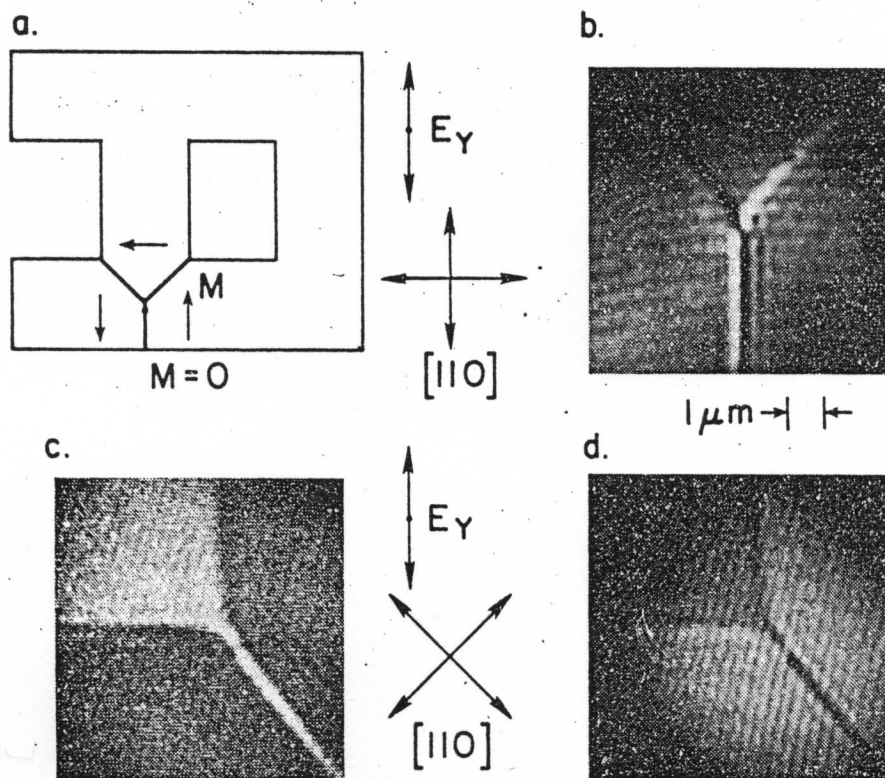
Nous avons analysé les difficultés de mesure des effets magnéto-optiques sur des films minces. Une technique de modulation sur banc d'optique avec laser a été choisie en raison de la petitesse des effets et des règles de sélection géométriques dans les effets.

La séparation entre les effets peut être réalisée par la méthode de mesure. Nous avons fait cette analyse avec un formalisme original (à notre connaissance) sur la sphère de Poincaré.

La laser crée des interférences. Celles dans le modulateur, ajoutant un signal parasite, peuvent être facilement éliminées. Celles dans l'échantillon sont très gênantes et plus difficiles à éliminer.

Le but de ces expériences de mesure était de trouver un matériau à fort effet du 2e ordre. Argyle [1984] avait en effet pu observer, en utilisant l'effet du 2e ordre dans un grenat de  $1 \mu\text{m}$ , l'orientation de l'aimantation plane (le grenat était implanté, transformant l'axe facile perpendiculairement au film, en axe difficile). Ses images permettaient de voir la polarité des parois de Néel (figure 3-22).

Les mesures montrent que les grenats à fort effet du premier ordre sont ceux qui ont un fort effet du deuxième ordre. Le grenat ValTm, avec une BLM de  $0.25 \text{ deg}$  pour  $7 \mu\text{m}$  d'épaisseur, est le mieux placé. Le dernier paragraphe de ce chapitre décrit notre première idée pour visualiser les lignes de Bloch, utilisant un microscope sur banc d'optique.



**Fig. 3-22**

*Observation de domaines et parois par effet du 2ème ordre ([Argyle, 1984])  
 (a) structure magnétique,  
 (b), (c), (d) différents contrastes en fonction de l'orientation de la polarisation.*

# C. Visualisation des lignes de Bloch en polarisation circulaire par effet du 2e ordre ?

## 1. Contraste en polarisation circulaire

### 1a. Principe

Le schéma 3-23 rappelle la configuration magnétique et magnéto-optique d'une ligne (faisceau laser arrivant normalement).

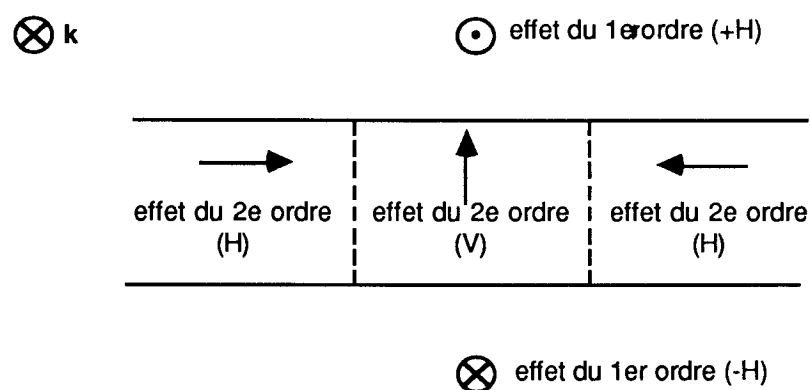


Fig. 3-23

*Configuration magnéto-optique d'une ligne*

Dans les domaines agit le fort effet du 1er ordre, alors que seulement l'effet du 2e ordre subsiste au centre de la paroi et de la ligne.

Pour que le signal principal soit dû à la paroi et aux lignes, il faut annuler le signal dans les domaines. Un moyen simple pour y arriver est d'avoir une lumière incidente polarisée selon un mode propre de l'onde électro-magnétique dans un domaine. C'est à dire une polarisation circulaire.

La figure 3-24 est une vue en perspective, sur la sphère de Poincaré, de la disposition des points (états de polarisation) correspondant aux différentes régions de la figure 3-23. Dans les domaines, seul le DCM peut agir sur l'état initial  $P_0$  (une polarisation circulaire), alors que la BLM dans la paroi et la ligne fait quitter à  $P_0$  le pôle. Un analyseur situé au voisinage du pôle opposé sert à former le contraste de l'image. Une lame quart d'onde orientée à 45 deg des axes de la biréfringence, suivie d'un analyseur tournant, remplit cet office. Dans le réglage de l'analyseur qui est figuré, les domaines seraient gris, la paroi noire et la ligne blanche. La figure montre qu'un DCM, supérieur à la BLM, ne perturbe que peu l'élimination de l'effet du 1er ordre.

Ce raisonnement est fait en considérant que les différentes zones de la figure 3-23 sont grandes devant la longueur d'onde de la lumière : la lumière se propage comme dans un milieu infiniment étendu et il n'y a pas de diffraction. Les tailles de paroi et de ligne calculées au §IB montrent que ce n'est pas du tout le cas. Mais avant d'entreprendre l'analyse de l'effet de la diffraction, nous allons examiner les exigences que doit satisfaire le système optique pour que la situation de principe soit réalisée.

## 1b. Contraintes optiques

- ◆ Faisceau incident imparfaitement polarisé circulairement.

Dans ce cas l'effet BCM dans les domaines fait bouger  $\mathbf{P}_0$  en  $\mathbf{P}(\pm H)$ . Appelons  $\Delta\psi$  la distance de  $\mathbf{P}_0$  au pôle (on utilise une lame de diphasage  $90^\circ + \Delta\psi$  pour amener  $\mathbf{P}_0$  au pôle),  $\varphi_{CM}$  le déphasage Cotton Mouton et  $\theta_F$  la rotation Faraday. Le déplacement de  $\mathbf{P}_0$  dans les domaines est faible devant celui dans les parois lorsque (figure 3-25)

$$\Delta\psi \sin\theta_F \ll \varphi_{CM} \quad (3.C.1)$$

Nous ferons les calculs avec  $\varphi_{CM} = 0.1$  deg et  $\theta_F = 10$  deg. La contrainte (3.C.1) est donc  $\Delta\psi \ll 0.3$  deg.

- ◆ faisceau incident non perpendiculaire à l'échantillon.

Le chapitre II a montré que les modes propres étaient elliptiques. Il est équivalent de traiter l'échantillon comme la superposition d'un effet du 1er ordre, proportionnel à  $\cos\theta$  ( $\theta$  angle entre le vecteur d'onde et l'aimantation), et d'un effet du 2e ordre ayant des indices ordinaire  $n_0$  et extraordinaire  $n_e$  valant

$$\left| \begin{array}{l} \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{\epsilon_1} \\ \frac{1}{n_e^2} = \frac{\sin^2\theta}{\epsilon_2} + \frac{\cos^2\theta}{\epsilon_1} \end{array} \right. \quad (3.C.2)$$

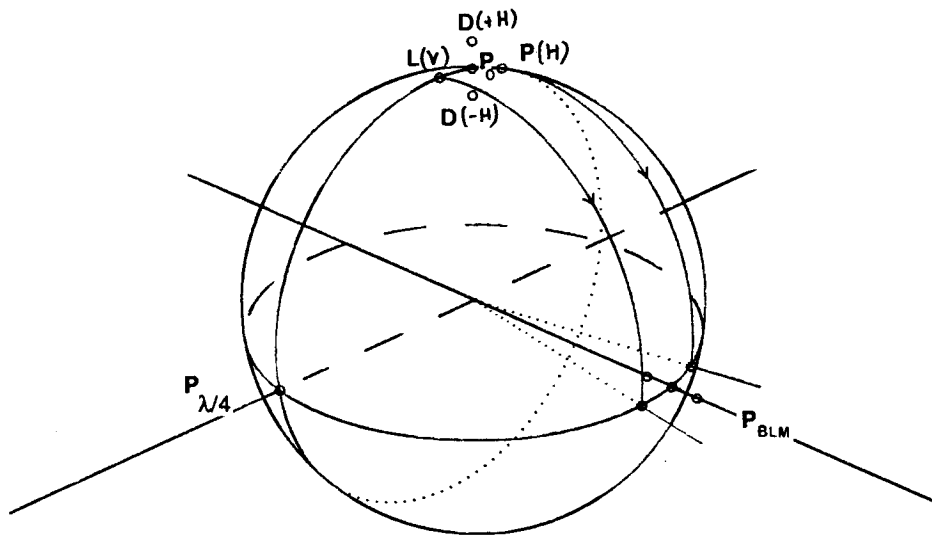
Appelons  $\Delta\theta$  l'écart de  $\theta$  à la valeur qu'il aurait pour un faisceau perpendiculaire (c'est à dire  $\theta = 0$  dans les domaines,  $\theta = \pi/2$  dans la paroi et la ligne).

Dans les domaines, une biréfringence linéaire valant  $(\Delta\theta)^2 \varphi_{CM}$  apparait, elle est complètement négligeable devant  $\varphi_{CM}$  dès que  $\Delta\theta < 5$  deg.

Dans la paroi, l'effet du deuxième ordre est réduit en valeur relative de  $(\Delta\theta)^2$ , ce qui très faible. L'effet du 1er ordre qui apparait est inactif si  $\mathbf{P}_0$  est bien une polarisation circulaire.

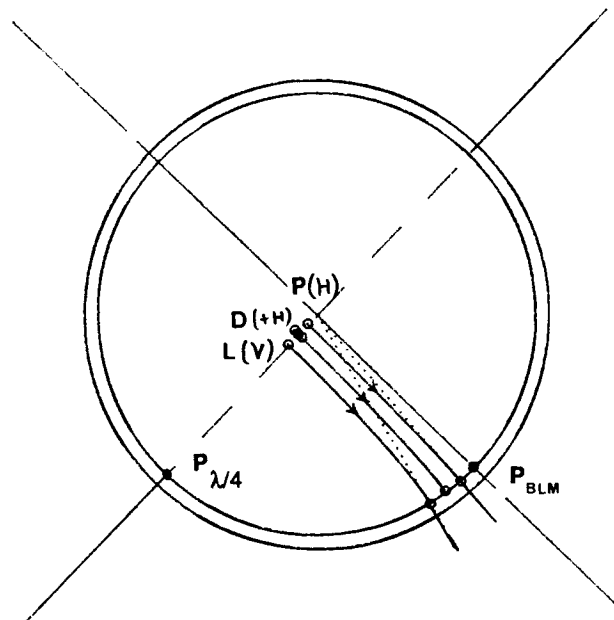
L'orientation du faisceau par rapport à l'échantillon n'est donc pas critique.





**Fig. 3-24**

Modification d'une polarisation circulaire  $P_0$  par les domaines  $D(\pm H)$  (effet du 1er ordre), la paroi  $P(H)$  et la ligne  $L(V)$  (effet du 2ème ordre). Une lame  $\lambda/4$  ramène ces points vers l'équateur.



**Fig. 3-25**

Cas où  $P_0$  n'est pas parfaitement au pôle (vue en perspective de la sphère de Poincaré selon l'axe polaire).

## 2. Le polariseur circulaire

Le paragraphe précédent a montré que le composant essentiel pour la visualisation des lignes par effet du 2e ordre était le polariseur circulaire. Il faudrait être à moins de 0.1 deg du pôle (angle d'ellipticité supérieur à 44.95 deg). En termes de taux d'extinction, cela signifie qu'avec deux tels polariseurs circulaires le taux d'extinction doit être meilleur que  $3 \cdot 10^{-6}$ . Avec des prismes (polariseurs linéaires), des taux d'extinction entre  $10^{-6}$  et  $10^{-7}$  peuvent être obtenus. Donc le problème est de réaliser une lame quart d'onde à moins de 0.1 deg. C'est la seule possibilité pour transformer une polarisation linéaire en circulaire.

Il existe des lames de matériaux biréfringents vendues comme lames  $\lambda/4$ . Cela signifie que la différence du chemin optique entre les deux polarisations propres est proche de  $(2N+1) \lambda/4$ , avec N ( $N \approx 10$ ) grand car pour une biréfringence  $\Delta n = 0.015$  l'épaisseur  $\lambda/4$  est proche de  $10 \mu\text{m}$ . Pour que la lame soit  $\lambda/4$  à 0.1 deg, il faudrait que son épaisseur soit donnée à  $0.01 \mu\text{m}$ . Ce n'est pas encore réaliste.

### 2a. Lames quart d'onde

Nous avons donc examiné d'autres moyens pour réaliser cette lame quart d'onde.

#### ◆ Compensateur de Bravais

Il est constitué de deux prismes, ayant un très faible angle, de matériau biréfringent dont les axes extraordinaires sont orientés parallèlement. La vis de réglage les fait coulisser l'un par rapport à l'autre, variant le retard du compensateur (figure 3-26).

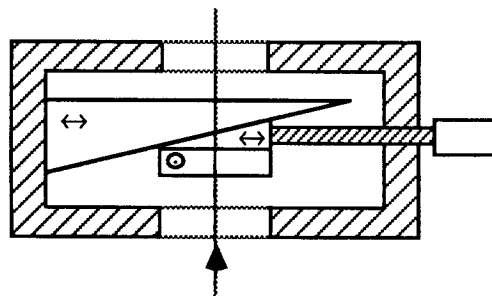


Fig. 3-26

*Compensateur de Bravais*

La pièce biréfringente orientée à 90 deg permet d'avoir un ordre N qui soit nul.

L'angle des prismes et le pas de la vis micrométrique conditionnent la sensibilité du réglage.

Nous avons testé un compensateur  $\pm 3\lambda/4$  (voir §2b); un compensateur  $\pm \lambda/4$  qui donnerait une sensibilité de 0.07 deg par graduation de la vis est réalisable. Au mieux, un compensateur de course  $\lambda/20$  peut être fait (0.007 deg par graduation).

La précision du réglage du compensateur fait intervenir l'épaisseur de quartz comme paramètre critique.

Pour éviter les interférences, qui pourraient faire varier le retard de  $\pm 8$  deg (voir (3.B.12) avec  $R^2 = 4\%$ ), le plus simple est d'incliner un peu le compensateur afin de séparer spatialement les réflexions multiples. Plus le compensateur est épais, moins il faudra l'incliner. Par exemple pour 8 mm, l'angle d'inclinaison vaut 2 deg. Il en résulte une variation de la biréfringence donnée par (3.C.2), mais ce n'est qu'une question d'étalonnage de la vis. L'inclinaison donne lieu aussi à un léger dichroïsme linéaire  $\psi$  dû aux facteurs de transmission en incidence non normale. Le calcul à partir des formules des facteurs de transmission donne  $\psi \approx i^2/5$  ( $i$  étant l'angle d'incidence) soit  $\psi = 0.01$  deg à  $i = 2$  deg.

Cet effet est faible devant un dernier effet perturbateur : la rotation de polarisation qui existe dans le quartz quand le vecteur d'onde n'est pas perpendiculaire à l'axe optique. Cette rotation vaut 20 deg/mm le long de l'axe optique, pour une longueur d'onde de 633 nm (voir [Bruhat, 1965]). Pour  $i = 2$  deg et une épaisseur de 4 mm en jeu on trouve une rotation de 1.7 deg. On peut s'en accommoder en décalant la polarisation incidente de l'angle de  $45^\circ$  par rapport aux axes (pour que, sur la sphère de Poincaré,  $P_0$  soit sur le grand cercle passant par le pôle et d'axe le facteur rotation global traduisant les deux biréfringences).

L'inconvénient des grandes épaisseurs, vient de la stabilité thermique du retard global. Le coefficient de dilatation thermique du quartz valant  $1.3 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ , et 0.1 deg de biréfringence correspondant à une épaisseur du millième de l'épaisseur  $\lambda/4$ , soit 0.017  $\mu\text{m}$ , on voit que pour un compensateur épais de 8 mm, il faut contrôler la température à 0.1°C.

Les limites de ce montage apparaissent donc clairement. Nous décrivons maintenant un autre montage.

#### ◆ Prismes à réflexion totale

La réflexion totale sur une surface oblique introduit une biréfringence linéaire. Les modes propres sont notés traditionnellement s ( $\mathbf{D}_\omega$  perpendiculaire au plan d'incidence) et p ( $\mathbf{D}_\omega$  parallèle au plan d'incidence).

Le déphasage vaut :

$$\delta = \text{Arg}(R_p) - \text{Arg}(R_s) = 2 \text{Arctg} \left( \frac{\cos i \sqrt{\sin^2 i - (n_2/n_1)^2}}{\sin^2 i} \right) \quad (3.C.3)$$

( $n_1$  indice du milieu où se trouve le faisceau,  $i$  angle d'incidence qui doit être supérieur à  $\text{Arcsin } n_2/n_1$  pour qu'il y ait réflexion totale).

Divers prismes donnant un déphasage total de  $90^\circ$ , en un certain nombre de réflexions, ont été proposés. L'avantage de ces dispositifs est leur achromaticité, lorsqu'un matériau à indice quasi-indépendant de la longueur d'onde est utilisé. La limitation est l'ouverture angulaire, car  $\delta$  dépend de  $i$ . On peut minimiser cet inconvénient en prenant  $i$  près du maximum de  $\delta$ , qui est donné par

$$i_{\max} = \text{Arcsin} \sqrt{\frac{2n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}} \quad (3.C.4)$$

pour lequel

$$\delta_{\max} = 2 \text{Arctg} \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \right) \quad (3.C.5)$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \text{tg} \left( \frac{\pi + \delta_{\max}}{4} \right) \quad (3.C.5 \text{ bis})$$

Fresnel (voir [Bruhat, 1965]) a inventé un prisme à deux réflexions (figure 3-27) en verre, dont l'indice 1.51 est proche de l'optimum ( $\text{tg} \left( \frac{180 + 45}{4} \right) = 1.496\ 606$ ).

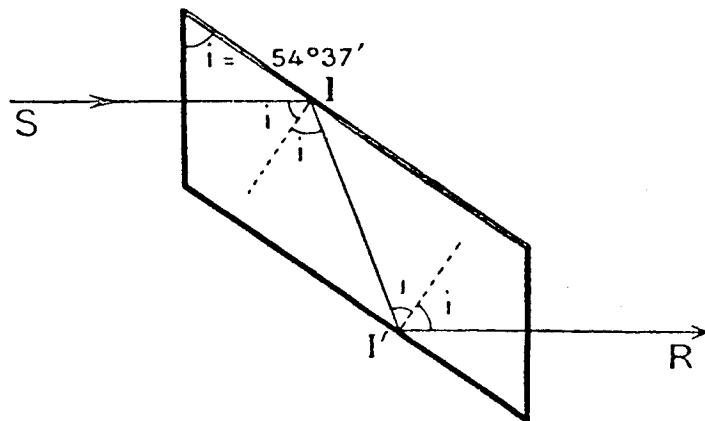


Fig. 3-27  
prisme de Fresnel

La tolérance sur l'angle d'incidence est de  $\pm 6'$  si on veut obtenir un déphasage de  $90$  deg à  $\pm 0.1$  deg près.

L'indice 1.49731 donnerait une tolérance dix fois plus grande  $\pm 1$  deg. Nous avons trouvé dans un catalogue un verre (498 650 BK3) d'indice 1.49671 à 632.8 nm, donnant une plage en  $i$  de  $\pm 45^\circ$ ; mais le fabricant ne le fait plus. La grande longueur du prisme (il faut le tailler à un angle de  $51^\circ 48'$ ) permettra avec un faible désalignement de séparer les interférences. On peut même tailler le prisme en fonction du désalignement pour garder la plus grande tolérance.

Le prisme de Fresnel a l'inconvénient de translater le faisceau, ce qui interdit de le tourner autour du faisceau. Kizel [1964] a proposé un prisme à quatre réflexions qui ne translate pas le faisceau. Mais, comme  $i$  n'est plus au voisinage de  $i_m$ , la tolérance est réduite à  $\pm 17'$  (cette valeur assez importante toutefois vient d'une compensation des variations d'angle d'incidence entre les quatre réflexions, puisque deux prismes de type Fresnel ont été accolés).

Les prismes à réflexion totale sont peu sensibles à la température, car seules les variations de l'indice et de l'angle du prisme peuvent intervenir et non celle de la taille du prisme.

L'inconvénient majeur de ces prismes est leur épaisseur (1 cm pour un prisme de type Fresnel) : il est difficile d'avoir un cristal aussi épais sans tensions internes, donc biréfringences parasites. Il n'est pas facile de les compenser, car le prisme n'est pas réglable.

## 2b. Test de la polarisation circulaire

Une polarisation circulaire est caractérisée par un signal à  $2\omega$  nul pour toute position de l'analyseur linéaire placé après le modulateur de biréfringence linéaire sur lequel cette polarisation est incidente. Mais il faut tenir compte des imperfections de la chaîne optique (il existe une biréfringence résiduelle dans notre modulateur que nous avons mesurée valoir 0.25 deg, il peut rester un peu de signal parasite...).

Il est avantageux alors de laisser l'analyseur fixe et de tourner autour de l'axe du faisceau l'ensemble qui constitue le polariseur circulaire. Le signal à  $2\omega$  doit rester constant si le polariseur circulaire est bien réglé. Le signal constant correspond aux imperfections précitées. La source de lumière doit être un laser non polarisé. La qualité de sa dépolarisation aura une influence d'autant plus faible sur le réglage que le signal constant est petit.

Nos essais de réglage en polarisation circulaire ont donné le meilleur résultat en utilisant un compensateur de Bravais. le plus précis avait une course  $0 - 3\lambda/2$  (0.2 deg par graduation). Au meilleur du réglage (orientation et retard) il restait un signal d'amplitude correspondant à un écart à la circularité de 0.3 deg. Le réglage du retard est bien dépendant de la température (différence 0.5 deg entre deux réglages le soir et le matin suivant), mais pas celui de l'orientation. Le test de lames données  $\lambda/4$  à 632.8 nm montre des écarts plus importants (0.7 deg au minimum) : il faut donc utiliser un compensateur réglable.

L'objectif 0.1 deg semble donc accessible. N'ayant pas continué les expériences dans cette voie, nous ne tirons pas de conclusion définitive. Mais nous tenions à exposer en détail cette idée de visualisation des lignes par effet du 2e ordre en polarisation circulaire, et montrer qu'elle semblait possible. Une autre hypothèse à la base de la présentation du §C1a (négliger les effets de diffraction) est discutée au chapitre suivant.

## **Chapitre IV**

### **Visualisation des lignes par effet du premier ordre**



# Chapitre IV

## Visualisation des lignes par effet du premier ordre

### Introduction

Dans ce chapitre, la méthode que nous avons développée pour visualiser optiquement de manière directe les lignes de Néel verticales est exposée.

La compréhension du phénomène nous conduit à creuser la description de la diffraction magnéto-optique par une structure magnétique. C'est un point qui n'a pas été beaucoup étudié jusqu'ici.

Nous présentons les diverses expériences optiques servant à tester les contrastes de paroi et de ligne obtenus.



It has been found that HB's in this material will irreversibly transform to an IB or NB at drives of around  $2 \text{ Oe}/\mu\text{m}$ . A HB will also revert to a NB if the bubble is rapidly expanded in a rapidly decreasing bias field.

#### IV. HB MODEL

All of the experiments thus far performed, with the exception of the optical observation of the walls, indicate that the properties of the IB and HB are due to characteristics of the wall. The transport mechanism for the transverse motion can only be explained by a wall motion mechanism, as the moment within the bubble, no matter how it is oriented, cannot produce a transverse drive in a field gradient. The bubble cutting experiments are also readily explained by wall properties. We can explain the number of different IB's by stating that the wall can possess a number of elements and that a HB has the largest number. The left- and right-going transport properties require that this element exist in two forms. We propose for this element the wall structure shown in Fig. 2. It can exist in both a clockwise (cw) and counterclockwise (ccw) orientation. The right-going bubble has one of these orientations and the left the other. An IB or HB can only exist with one type of element, as a cw element can easily be annihilated with a ccw element. Optical observation of the domain walls, as stated earlier, does not reveal these elements. We postulate that they are too small for observation.

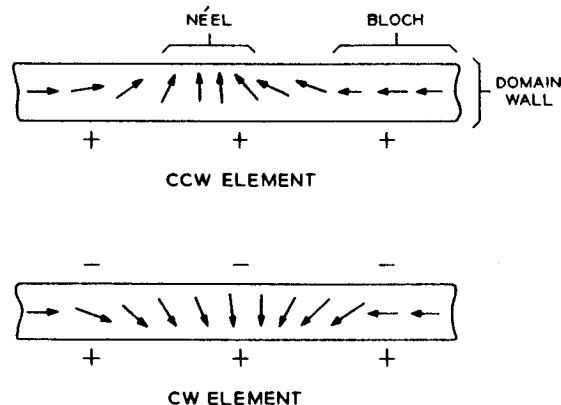


Fig. 2—Elements of a domain wall that show Bloch to Néel transitions with counterclockwise and clockwise rotation of the spins. The arrows represent the magnetic spins in the center of the domain wall. The material below the wall is magnetized up (+), while that above the wall is magnetized down (-).

# A. Introduction

Il n'existait pas, avant notre travail, de méthode optique directe pour observer les lignes de Néel verticales dans les films de grenats à anisotropie perpendiculaire (matériaux à bulles). On savait que ces lignes existaient toutefois, d'une part du fait de l'étude de la dynamique des parois (§ IC), d'autre part d'après les clichés de microscopie électronique.

Les images sont obtenues en envoyant normalement à l'échantillon un faisceau parallèle d'électrons de grande énergie (de l'ordre de 100 keV). La force de Lorentz

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (4.A.1)$$

dévie légèrement les électrons dans les zones où une induction  $\mathbf{B}$  dans le plan existe, c'est à dire principalement dans les parois des domaines. Le sens de déviation des électrons est inversé lorsque la polarité de la paroi de Bloch se renverse. Grundy [1971] a le premier mis ainsi en évidence les lignes verticales. Mais cette technique est assez lourde : il faut amincir l'échantillon jusqu'à quelques dixièmes de micron, travailler sous vide et attendre quelques minutes pour avoir une image.

La méthode usuelle "d'observation" des lignes verticales est indirecte. On observe le mouvement des parois créé par l'application d'un gradient (spatial) de champ de polarisation alternatif (méthode de "rocking" [Konishi, 1979]). La présence d'une ou plusieurs lignes est visible par l'amplitude réduite du déplacement de la paroi à cet endroit. La méthode n'est pas très précise. Par exemple il est difficile de voir si une seule ligne ou un train de lignes nouantes est présent. Il est aussi difficile de savoir sur quelle paroi du domaine se situe la (les) ligne(s), à cause du coupage magnétostatique entre les deux parois qui tend à maintenir une largeur de domaine constante.

Des méthodes optiques directes existent néanmoins pour des géométries différentes de celle d'une ligne de Néel verticale dans un matériau à anisotropie perpendiculaire. Nous les examinons donc afin de comprendre leurs caractéristiques.

## 1. Observations optiques directes de lignes

### 1a. Aimantation plane et lignes de Néel

C'est la configuration idéale où l'effet du premier ordre est actif uniquement dans la paroi et inexistant dans les domaines. Des cristaux massifs de YIG (ayant une anisotropie cubique donc) taillés en lames (110) possèdent des parois à 180°. Les segments de parois de Bloch de polarités opposées donnent des contrastes opposés, la zone de transition étant une ligne de Néel. La figure 4-1 reproduit une observation de Dillon [1960]. Les parois ont une largeur apparente de 6  $\mu\text{m}$ , très supérieure à la valeur calculée  $\pi\Delta_0 \approx 0.2 \mu\text{m}$ . Labrune [1978] a montré que la paroi pouvait n'être pas verticale, acquérant ainsi une grande largeur apparente. Dans le cas de la figure 4-1, l'inclinaison ne semble pas se produire. L'épaisseur même du film fait que le système optique donne une taille minimum à la paroi (figure 4-2).

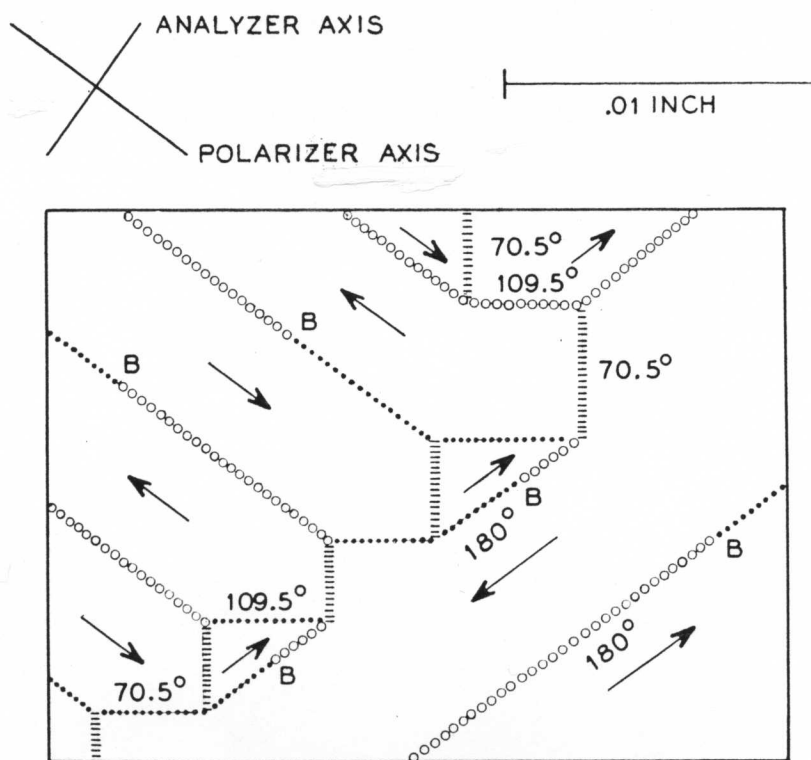
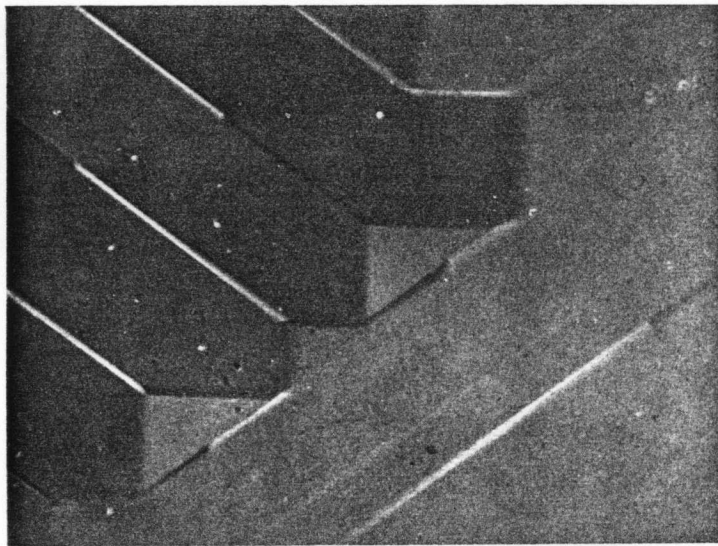


Fig. 4-1

Observation de domaines, parois et lignes dans une lame de YIG ([Dillon, 1960]).  
Le schéma indique la distribution d'aimantation.

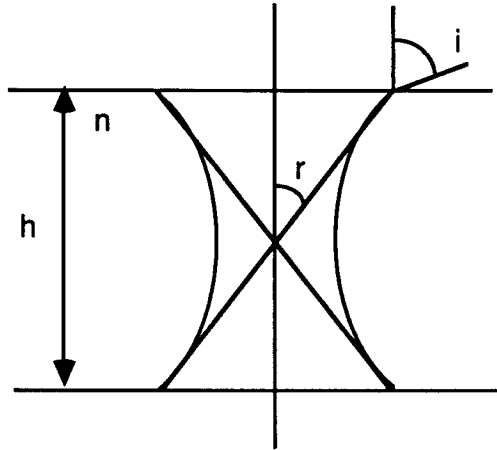


Fig. 4-2

Taille apparente minimale d'une ligne dans une couche épaisse.

La largeur minimale (à mi-hauteur) du faisceau optique focalisé vaut (critère de Rayleigh)  $0.61 \lambda / \sin i$  : c'est la limite de diffraction. Mais la convergence du faisceau entraîne une perte de résolution avec l'éloignement du foyer : la largeur du faisceau aux surfaces vaut  $h \tan i$ . Les deux largeurs sont égales pour une ouverture numérique :

$$\sin i^* = \frac{0.61\lambda}{h} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{2nh}{0.61\lambda}\right)^2} - 1}{2}} \quad (4.A.2)$$

et la largeur minimale vaut alors

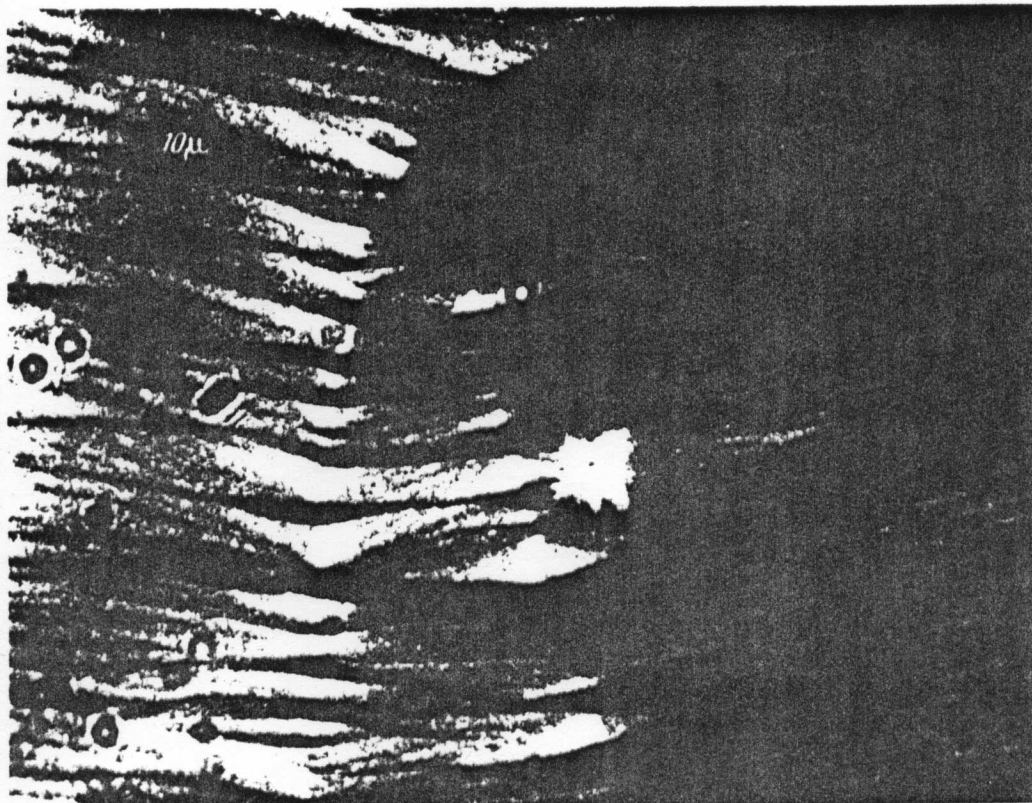
$$d_{\min} = h \sqrt{\frac{2}{\sqrt{1 + \left(\frac{2nh}{0.61\lambda}\right)^2} - 1}} \quad (4.A.3)$$

pour  $nh \gg \lambda$  on a approximativement

$$d_{\min} \approx \sqrt{\frac{0.61 \lambda h}{n}} \quad (4.A.4)$$

et 
$$\sin i^* \approx \sqrt{\frac{0.61 \lambda n}{h}} \quad (4.A.5)$$

Pour  $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ ,  $n = 2.3$ ,  $d_{\min} = 4 \mu\text{m}$  pour  $h = 100 \mu\text{m}$  ( $\sin i^* = 0.13$ ) : c'est bien l'épaisseur typique des lames de YIG massif.



**Fig. 4-3**

*Sous-domaines en forme de piques dans une couche mince à aimantation plane ([Boersch, 1961]). Le plan d'incidence est horizontal et la paroi à peu près perpendiculaire.*

## 1b. Aimantation plane et lignes de Bloch

Cette configuration se rencontre très souvent dans des couches métalliques très minces ( $h < 1000 \text{ \AA}$ ) où la paroi de Néel est favorisée.

Les domaines ont été observés en transmission en inclinant la couche pour avoir l'effet Faraday actif ( $k \cdot m \neq 0$ , voir §II B2), par Fowler [1956]. Boersch [1961] a pu augmenter la résolution en gardant la couche perpendiculaire à l'axe optique, l'éclairage étant un faisceau parallèle polarisé arrivant sous incidence oblique. Le contraste entre domaines est maximal lorsque leur aimantation est dans le plan d'incidence. Si le plan d'incidence est orienté perpendiculairement à la paroi, on espère voir la polarité de la paroi de Néel. Les observations de Boersch ont porté sur une couche assez épaisse, où la paroi est du type "cross tie" : les segments de parois de Néel se prolongent par des piques ("spikes") à l'intérieur des domaines. Les piques sont bien visualisées dans le dispositif de Boersch (figure 4-3). Toutes les deux transitions entre piques, au niveau de la paroi, se trouve une ligne de Bloch.

Les mêmes observations ont été faites en réflexion. Par exemple, Schmidt [1985] montre des segments de parois de Néel (au moins en surface) vus par effet Kerr longitudinal. Il faut aussi se placer en polarisation s pour éliminer l'effet Kerr transverse. Schmidt indique que l'absence de contraste entre les domaines est nécessaire si la structure de paroi est à observer.

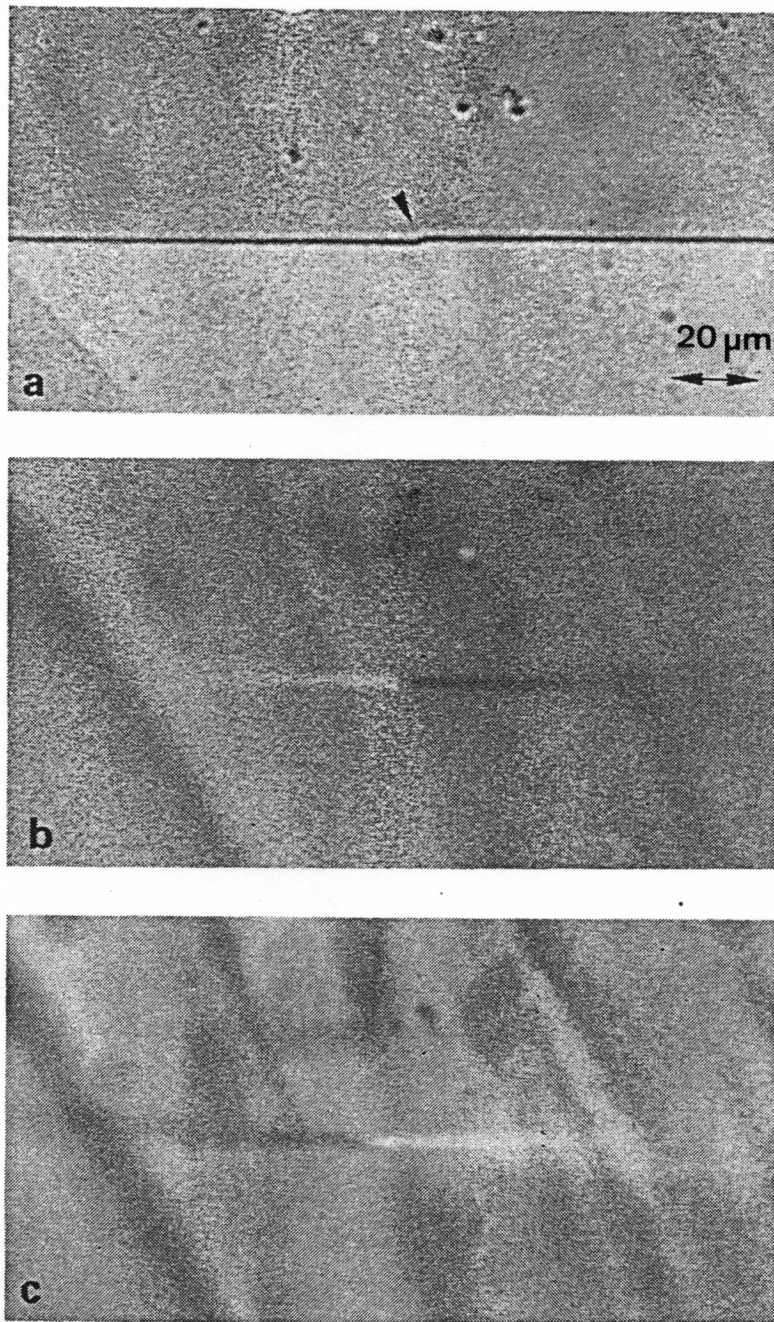
Nous avons déjà mentionné au chapitre précédent l'observation en transmission, par effet du 2ème ordre, de cette structure par Argyle. L'élimination de l'effet du premier ordre, dans les domaines, est obtenue avec un éclairage (laser) réglé à l'incidence normale. L'explication des images obtenues, fondée sur l'effet du 2ème ordre, est satisfaisante. Les effets de diffraction ne semblent pas importants.

## 1c. Aimantation inclinée et lignes de Néel

Dans un film (110) de grenat Tb : YIG, a été induit un axe facile dans une direction bien déterminée, qui fait un angle d'environ  $17^\circ$  par rapport au plan de la couche. De larges domaines ( $100 \mu\text{m}$  pour une épaisseur  $h$  de  $30 \mu\text{m}$  environ), orientés selon l'axe facile, sont visibles en effet Faraday. Dans les parois de Bloch, l'aimantation est quasi perpendiculaire à la couche. Des lignes de Néel existent dans les parois ([Trouilloud, 1984]). En incidence normale, les parois de Bloch sont vues sombres et la ligne se manifeste par un décrochement au niveau de la paroi (figure 4-4 a). Si l'on décroise l'analyseur, le contraste entre domaines apparaît mais pas entre les segments de paroi de part et d'autre de la ligne. C'est seulement lorsque l'échantillon est incliné afin d'annuler l'effet Faraday dans les domaines que le contraste entre les deux segments de paroi apparaît (figure 4-4 b et c, [Trouilloud, 1987]).

## 1d. Aimantation perpendiculaire et lignes de Néel

C'est le cas qui nous intéresse. Comme on veut observer la structure magnétique dans  $xOy$ , le vecteur d'onde  $k$  a nécessairement une composante non nulle  $k_z$  selon la normale au film. Donc on ne peut pas éliminer l'effet du 1er ordre dans les domaines (sauf à travailler en polarisation circulaire mais alors l'effet du 1er ordre dans la paroi ne

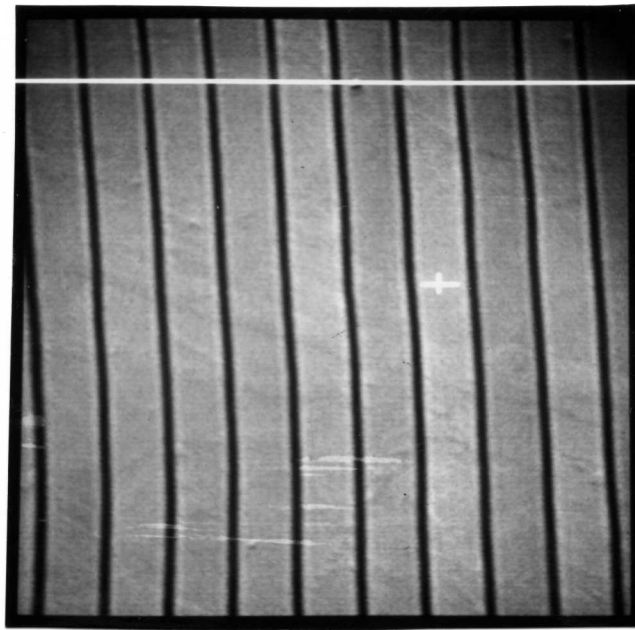


**Fig. 4-4**

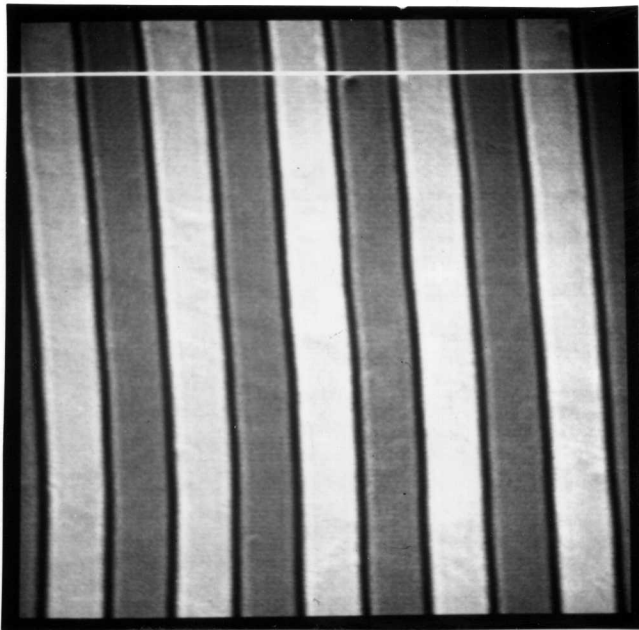
*Ligne de Néel dans un film de grenat à aimantation inclinée ([Trouilloud, 1987]).*

*(a) incidence normale*

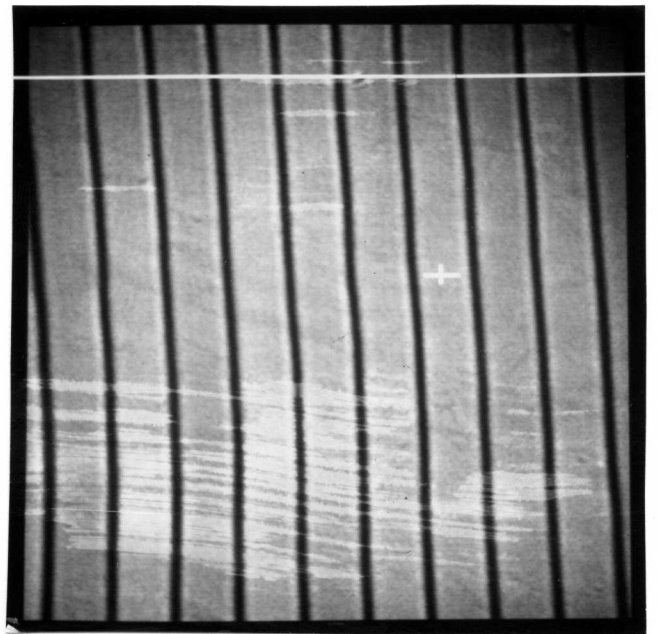
*(b), (c) incidence oblique pour annuler l'effet Faraday dans les domaines.  
 En décroissant l'analyseur le contraste des segments de paroi apparaît.*



a



b



c

Figure 4-5: Contraste des parois (et domaines) en lumière inclinée le long des parois (transmission, O.N. peu inférieure à 0.6).

(a)  $\theta=0$  deg. (croisé) (b)  $\theta=2.5$  deg. (c)  $\theta=.35$  deg.

A gauche de la croix, la paroi contient une ligne mais rien n'est détecté par cette méthode.



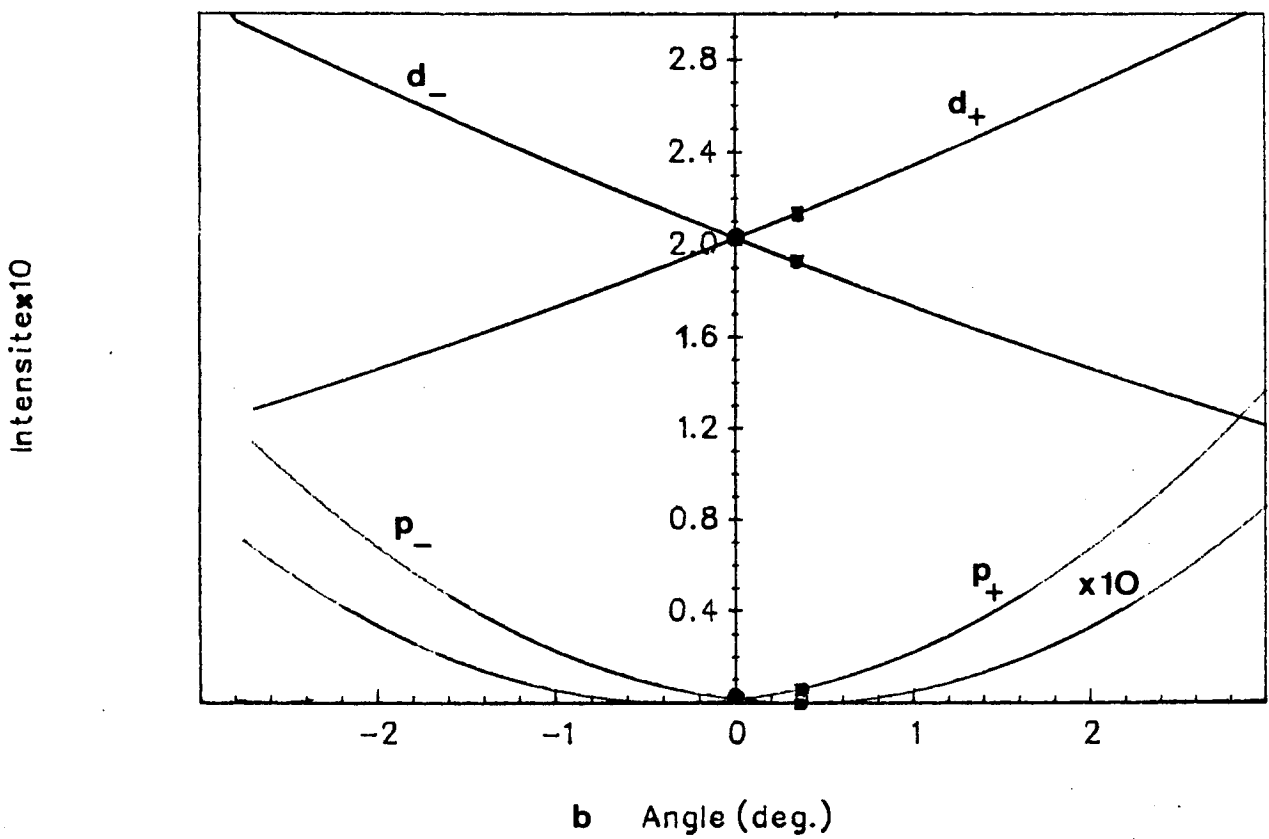
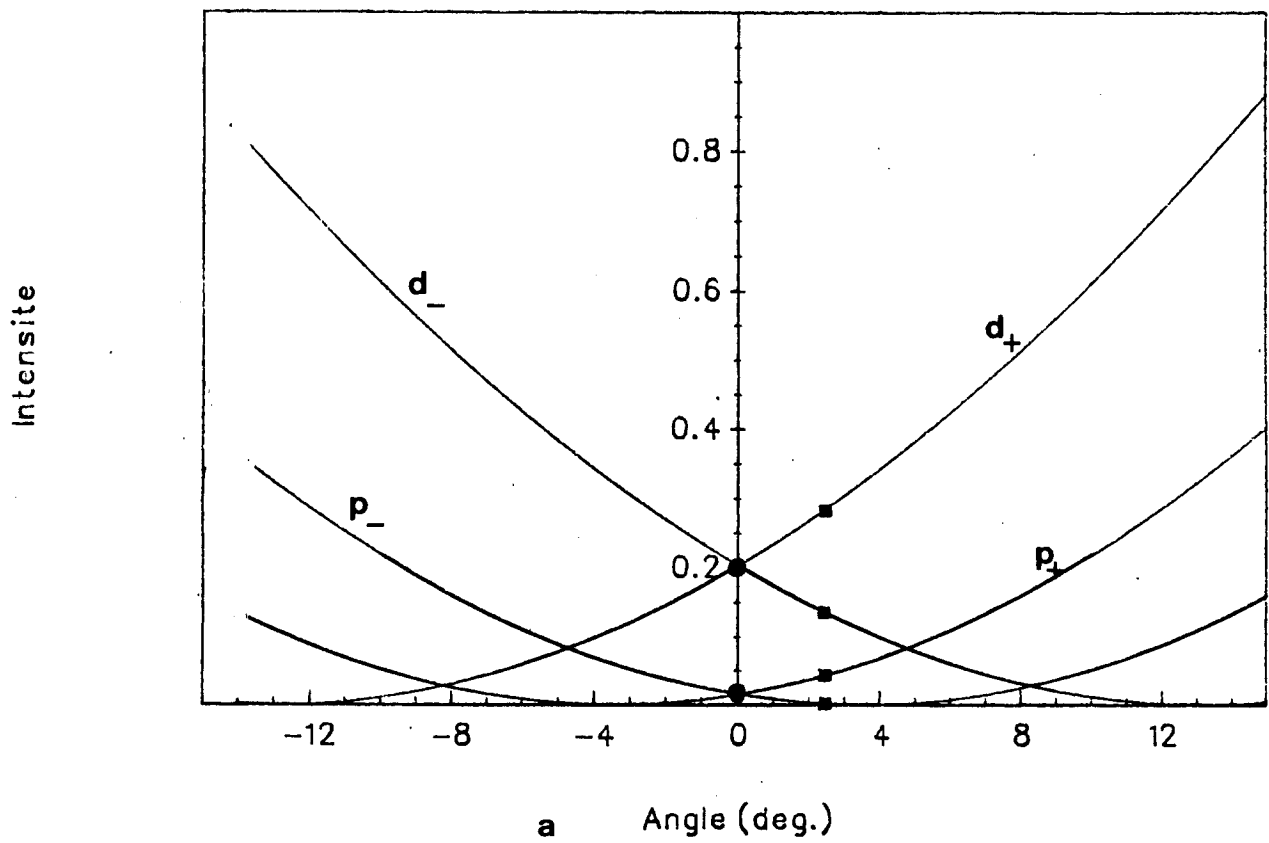


Fig. 4-6

Contrastes théoriques en lumière inclinée ( $\sin i = 0.6$ ), en négligeant la diffraction.  $d$  désigne les domaines et  $p$  les segments de paroi.

(a) on ne tient pas compte de la taille de la paroi par rapport à celle du faisceau laser.

(b) en tenant compte (le signal de la paroi a été multiplié par 10 pour mieux le voir).

pourra pas jouer non plus; c'est la solution par effet du 2ème ordre proposée au chapitre II). Pour avoir un effet du 1er ordre créé par les segments d'une paroi, il faut incliner le vecteur d'onde  $k$  le long de celle-ci. Comme l'indice du grenat vaut 2.3, si la lumière arrive de l'air sur le film, l'angle de réfraction maximum vaut  $\text{Arcsin} \frac{1}{2.3} \approx 26 \text{ deg}$  : l'effet du premier ordre dans les domaines est multiplié par 0.9 alors que dans les parois le facteur vaut 0.43. Ce n'est donc pas du tout la situation où l'effet prépondérant se produit dans la paroi. On peut y remédier en utilisant une prisme d'indice élevé pour introduire le faisceau d'éclairage dans le grenat. Mais l'effet dans les domaines ne pourra pas de toutes façons être éliminé, car pour un angle de réfraction grand la résolution devient très mauvaise.

Nous avons observé des parois en lumière inclinée (sans prisme, avec au maximum  $\sin r = 0.6/2.3 = 0.25$ ) sur l'échantillon ValTm. La rotation calculée vaut 13 deg dans les domaines et 3.5 deg dans les parois. Les résultats sont présentés figure 4-5. Lorsque l'analyseur est croisé, les deux domaines adjacents sont également gris, la paroi est visible par un trait noir (le réglage est appelé contraste de paroi, figure 4-5 a). Les intensités calculées simplement par la loi de Malus sont figurées figure 4-6 a par des ronds. Si l'on décroise un peu l'analyseur, mettons de 2.5 deg, on attend des intensités représentées par des carrés sur la figure 4-6a, soit un léger contraste à l'intérieur de la paroi entre deux segments de polarité opposée. La photo 4-5b montre le contraste obtenu : il n'apparaît pas de contraste de paroi. La raison essentielle est exposée figure 4-2 : la paroi concerne une fraction faible du volume de matériau exploré par le faisceau lumineux (cette fraction est de l'ordre de la largeur de paroi ( $0.2 \mu\text{m}$ ) divisée par la taille du faisceau ( $2 \mu\text{m}$ )). Le faisceau focalisé sur la paroi subit une rotation valant grossièrement 0.35 deg. La figure 4-6b montre les mêmes calculs refaits avec l'analyseur croisé et décroisé de 0.35 deg. Le contraste dans la paroi vaut 0.2% de l'intensité dans les domaines. On comprend pourquoi rien n'est vu figure 4-5c. La conclusion est la même que celle tirée dans le cas 1c ; il faut annuler l'effet dans les domaines afin de voir celui dans les parois.

Un moyen pour y arriver consiste à faire une soustraction, pixel à pixel, d'images. Il existe maintenant des appareils qui réalisent numériquement cette opération, et pour certains à la cadence vidéo. Schmidt [1985], Argyle [1987] par exemple utilisent ce système afin d'augmenter le contraste magnétique de leurs images. Il s'agit de soustraire l'image de l'échantillon saturé, afin d'éliminer des détails non magnétiques, ou bien de faire la différence de deux images prises à des champs différents. Dans notre cas, deux images correspondant à des inclinaisons opposées pourraient être soustraites l'une de l'autre (le contraste dans les domaines est le même alors que celui dans la paroi se renverse d'une image à l'autre). Nous n'avons pas de tel système donc n'avons pas essayé cette voie. Les réglages à faire semblent délicats, puisqu'il faut soustraire au moins à 99% le contraste des domaines.

## 2. Diffraction de la lumière par effet magnéto-optique du 1er ordre

Les structures magnétiques que sont les parois et lignes, et parfois aussi les domaines, sont plus petits que la longueur d'onde de la lumière utilisée pour les observer. Il est utile dans ces conditions de réexaminer l'hypothèse implicite de tous les raisonnements

qui sont faits par les différents auteurs, à savoir que l'effet magnéto-optique est localement le même que celui d'un milieu infini aimanté selon l'aimantation locale, c'est à dire à modes propres circulaires et à biréfringence proportionnelle à  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$ .

## 2a. Sources équivalentes à l'effet magnéto-optique

Traitons l'effet magnéto-optique comme une petite perturbation, c'est à dire que  $|g| \ll 1$ . Nous pouvons séparer les champs électromagnétiques  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  variant à la pulsation lumineuse  $\omega$  (nous omettons l'indice  $\omega$  car il n'y a plus de confusion possible avec les grandeurs statiques) en une partie non perturbée  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{B}_0$  et (au premier ordre en perturbations) une partie  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{B}_1$ , proportionnelle à  $g$ . Les termes d'ordre supérieur sont négligés.

Nous prenons comme variables les champs (complexes) indépendants du temps  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , reliés aux champs réels par

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} (\mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t})$$

$\omega$  est la pulsation lumineuse incidente; nous utiliserons parfois le module du vecteur d'onde dans le vide qui lui correspond

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (4.A.6)$$

Pour que  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{E}$  aient les mêmes dimensions,  $\mathbf{B}$  désignera  $c\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$ ,  $c\mathbf{H}$ . Les équations de Maxwell, où l'effet du premier ordre a été introduit dans  $\boldsymbol{\epsilon}$  avec le coefficient  $g$  ( $\mathbf{D} = \epsilon_0 (\epsilon_r \mathbf{E} + ig \mathbf{E} \times \mathbf{m})$ ) donnent

$$(\Delta + \epsilon_r k^2) \mathbf{E}_1 = -\frac{ig}{\epsilon_r} (\epsilon_r k^2 \mathbf{E}_0 \times \mathbf{m} + \text{grad div} (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{m})) \quad (4.A.7)$$

$$\text{et} \quad (\Delta + \epsilon_r k^2) \mathbf{B}_1 = -gk \text{rot} (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{m}) \quad (4.A.8)$$

Si c'est le coefficient  $g'$  dans  $\boldsymbol{\mu}$  ( $\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + ig' \mathbf{H} \times \mathbf{m})$ ) qui est utilisé, alors on trouve

$$(\Delta + \epsilon_r k^2) \mathbf{E}_1 = g'k \text{rot} (\mathbf{B}_0 \times \mathbf{m}) \quad (4.A.7 \text{ bis})$$

$$\text{et} \quad (\Delta + \epsilon_r k^2) \mathbf{B}_1 = -ig' \text{rot rot} (\mathbf{B}_0 \times \mathbf{m}) \quad (4.A.8 \text{ bis})$$

Les seconds membres des équations en  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{B}_0$  sont nuls : ces champs ont leurs sources à l'extérieur du matériau et ne font que se propager dans le grenat "paramagnétique". Par contre, les champs  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{B}_1$  sont d'origine magnéto-optique, et les équations (4.A.7) à (4.A.8) indiquent qu'ils sont issus de sources réparties dans le matériau magnétique.

Une manière peut être plus parlante de présenter les sources du champ magnéto-optique est de donner la densité de charge ( $\rho$ ) et de courant ( $\mathbf{j}$ ) qui apparaissent dans les équations de Maxwell régissant les champs de pulsation  $\omega$  :

$$\text{div}(\epsilon_r \mathbf{E}_1) = -ig \text{div}(\mathbf{E}_0 \times \mathbf{m}) = \rho \quad (4.A.9)$$

$$\text{rot} \mathbf{B}_1 + ik \epsilon_r \mathbf{E}_1 = gk\mathbf{E}_0 \times \mathbf{m} + ig' \text{rot}(\mathbf{B}_0 \times \mathbf{m}) = \mathbf{j} \quad (4.A.10)$$

Dans le cas où  $\mathbf{m}$  est uniforme (4.A.7) devient

$$(\Delta + \epsilon_r k^2) \mathbf{E}_1 = \frac{k}{\epsilon_r} (g + \epsilon_r g') (\mathbf{m} \cdot \text{grad}) \mathbf{B}_0 \quad (4.A.11)$$

et (4.A.8), de manière identique,

$$(\Delta + \epsilon_r k^2) \mathbf{B}_1 = -k(g + \epsilon_r g') (\mathbf{m} \cdot \text{grad}) \mathbf{E}_0 \quad (4.A.12)$$

Nous avons pris en compte les deux manières  $g$  et  $g'$  de décrire l'effet magnéto-optique du premier ordre, afin de montrer que dans ce cas simple elles donnent le même comportement. Si  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{B}_0$  sont le champ d'une onde plane, la proportionnalité de l'effet à  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$  est retrouvée; le champ à indice 1 est polarisé perpendiculairement au champ à indice 0 (et de même phase), ce qui signifie une rotation de la polarisation.

Quand  $\mathbf{m}$  n'est pas uniforme, des sources nouvelles dues aux dérivées de  $\mathbf{m}$  apparaissent. Si  $\mathbf{m}$  tourne de  $180^\circ$  à l'échelle de la longueur d'onde, la source due à la variation de  $\mathbf{m}$  est aussi forte que la source venant de  $\mathbf{m}$  uniforme. Il faut donc absolument prendre en compte toutes les sources pour calculer correctement la diffraction par une paroi ou une ligne.

Note : Il existe aussi des sources à l'interface milieu magnétique-milieu non magnétique. Elles viennent des conditions de passage des champs d'un milieu à l'autre : les composantes normales de  $\mathbf{D}$  et tangentes de  $\mathbf{H}$  doivent être continues. Pour bien voir ces sources, plaçons nous dans le cas où  $\mathbf{m}$  est normale au plan d'incidence : d'après (4.A.11) et (4.A.12) il n'y a pas de sources de volume. Désignons par  $\mathbf{E}'_1$  et  $\mathbf{B}'_1$  les champs dûs à l'effet magnéto-optique, qui doivent exister dans le milieu non magnétique à l'interface, et  $\mathbf{n}$  la normale à l'interface. La continuité de  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{n}$  à l'interface donne

$$ig(\mathbf{E}_0 \times \mathbf{m}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{E}'_1 \cdot \mathbf{n} \quad (4.A.13)$$

Si  $\mathbf{E}_0$  est dans le plan d'incidence, ce terme sera non nul; il a été utilisé expérimentalement par Dove [1963] en réflexion (c'est l'effet Kerr transverse).

De même, la continuité de  $\mathbf{n} \times \mathbf{H}$  à l'interface donne

$$ig' \mathbf{n} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{B}_0) = \mathbf{n} \times \mathbf{B}'_1 \quad (4.A.14)$$

Ce terme est non nul si  $\mathbf{B}_0$  est dans le plan d'incidence ( $\mathbf{E}_0$  perpendiculaire au plan d'incidence pour une onde plane donc). C'est un effet Kerr transverse en polarisation  $s$  qui n'est pas usuellement mentionné. Sa faiblesse vient vraisemblablement de la prépondérance dans le visible, du terme dipolaire électrique dans l'effet magnéto-

optique. Il existe donc bien au moins un moyen de différencier les contributions venant de  $\epsilon$  et de  $\mu$  à l'effet magnéto-optique.

## 2b. Diffraction par les domaines

Depuis les travaux de Lambeck et Boersch, la diffraction par une structure magnétique est dans l'esprit de beaucoup associée à celle par les domaines. Il est vrai que les phénomènes sont de spectaculaires illustrations de la théorie de Fraunhofer.

Boersch [1964] explique la diffraction en prenant comme champ lumineux local celui créé par un milieu infini aimanté selon l'aimantation locale. Donc si l'onde incidente est une onde plane polarisée linéairement (champs  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{B}_0$ ), par exemple arrivant normalement, alors le champ après traversée du matériau sera

$$\mathbf{E} = A(\mathbf{E}_0 \cos\theta + \mathbf{B}_0 \sin\theta) \quad (4.A.15)$$

(A décrit l'absorption de la couche, le DCM est négligé).

L'angle  $\theta$  vaut  $\pm\theta_F$  dans les domaines, et 0 dans les parois. Pour les deux composantes selon  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{B}_0$  de  $\mathbf{E}$ , on est ramené à un problème de diffraction scalaire.

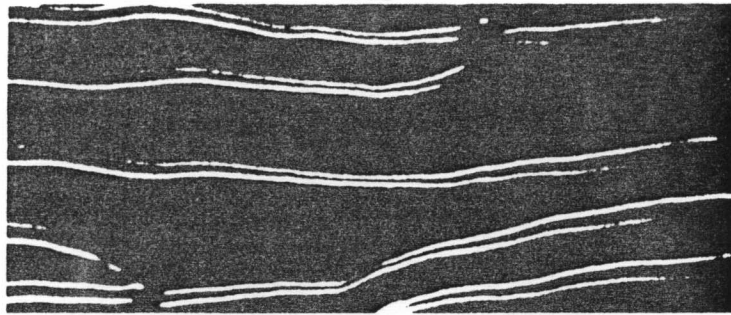
Négligeons pour commencer les parois. Alors la composante selon  $\mathbf{E}_0$  est constante ; elle ne donne pas lieu à diffraction, le faisceau transmis directement garde la polarisation initiale.

En revanche, la composante selon  $\mathbf{B}_0$  est alternée : le réseau de domaines se comporte comme un réseau de phase. Des taches de diffraction apparaissent pour un réseau régulier de domaines, correspondant au réseau transformé de Fourier. La lumière qui est diffractée est polarisée perpendiculairement à la lumière incidente.

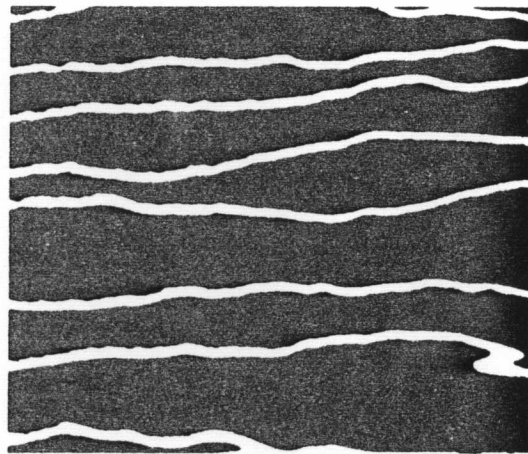
[Lambeck, 1964] montre les différentes images obtenues en mettant ou non l'analyseur, en masquant une partie des taches de diffraction : toutes s'expliquent bien par la diffraction de Fraunhofer pour une fonction objet (4.A.15).

Dans la description (4.A.15), la paroi est une zone où  $\theta = 0$  : la composante selon  $\mathbf{E}_0$  augmente très légèrement (car  $\theta_F$  est petit), et celle selon  $\mathbf{B}_0$  s'annule. Aucun signal n'est dû à sa structure interne, car une ligne éventuelle ne modifie pas  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$  en première approximation.

Pour se faire une idée qualitative de l'image obtenue lorsqu'une partie du plan focal arrière de l'objectif (c'est à dire de la lumière diffractée) est masquée, on peut utiliser la méthode suivante. Considérons un disque de diamètre  $0.61 \lambda_0 / \text{O.N.}$  (O.N. : ouverture numérique de l'objectif servant à l'imagerie), centré sur le point observé. Calculons la lumière diffractée par la distribution de  $\mathbf{E}$  (4.A.15) dans ce disque, puis ce qui passe à travers le plan focal arrière de l'objectif. Une nouvelle transformation de Fourier, calculée au centre du disque, donne une approximation de l'amplitude lumineuse au point image. En fond noir isotrope (un cache circulaire masque le faisceau direct), une image comme celle de la figure 4-7a est obtenue. Elle est facile à comprendre : masquer le faisceau direct revient à soustraire à l'amplitude sa valeur moyenne sur le disque. Quand le



a



b

**Fig. 4-7**

*Observations en fond noir ([Lambeck, 1964])  
(a) fond noir isotrope : parois dédoublées blanches  
(b) fond noir anisotrope : parois non dédoublées blanches  
(autre endroit de l'échantillon)*

disque est entièrement dans un domaine, l'amplitude  $y$  est constante donc rien ne passera : les domaines sont noirs. Si le disque est centré sur la paroi, la valeur moyenne de l'amplitude est nulle et l'amplitude est nulle aussi au centre du disque : le milieu de la paroi est noir. Lorsque la paroi intersecte le disque sans passer par son centre, il reste du signal. Donc les parois sont vues dédoublées. En fond noir anisotrope (le faisceau direct et la moitié des taches de diffraction sont masquées), les parois sont vues non dédoublées (figure 4-7b). Les domaines sont noirs car quand le disque ne coupe pas la paroi il reste seulement le faisceau direct, qui est masqué. Lorsque le disque est centré sur la paroi il n'y a pas d'annulation. En effet l'amplitude diffractée change de signe quand on passe d'un côté à l'autre du faisceau direct, et l'élimination d'une moitié de l'amplitude diffractée empêche l'interférence destructive, qui avait lieu en fond noir isotrope, de se produire.

Il est tentant, à la suite de ce travail, de croire que (4.A.15) décrit exactement les phénomènes magnéto-optiques dans les structures magnétiques, beaucoup plus simplement que le calcul du §2a.

La partie suivante présente nos expériences qui montrent que ce n'est pas le cas : de la lumière est diffractée par la structure interne de paroi même si à cet endroit  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} = 0$ .

# B - Observation de lignes de Néel verticales

La figure 4-8 est typique des images que nous obtenons.

Nous commençons par décrire le dispositif expérimental, puis les diverses vérifications faites pour s'assurer que les objets vus sont bien des lignes de Néel verticales. Une explication "avec les mains" du contraste est proposée à la fin de cette section.

## 1. Dispositif expérimental

### 1a. Le microscope à balayage laser.

Les observations ont été faites sur un microscope à balayage laser (LSM, fabricant Zeiss, voir [Wilke, 1985]) de fonctionnement différent d'un microscope usuel (figure 4-9)

La source de lumière est un laser polarisé. Le faisceau bien parallèle est focalisé par l'objectif sur l'échantillon. La qualité du faisceau laser permet d'avoir une focalisation limitée seulement par la diffraction. Toute la zone éclairée est analysée par le microscope. La lumière transmise est reprise par un condenseur et envoyée sur un photomultiplicateur. Le système électronique lit le courant du photomultiplicateur, le numérise et le stocke en mémoire. Le fonctionnement en lumière réfléchie est aussi possible : l'objectif sert de condenseur et un prisme séparateur envoie le faisceau réfléchi sur le photomultiplicateur en lumière réfléchie. La formation de l'image est réalisée en balayant le faisceau de manière stationnaire au niveau de la pupille d'entrée de l'objectif (figure 4-10).

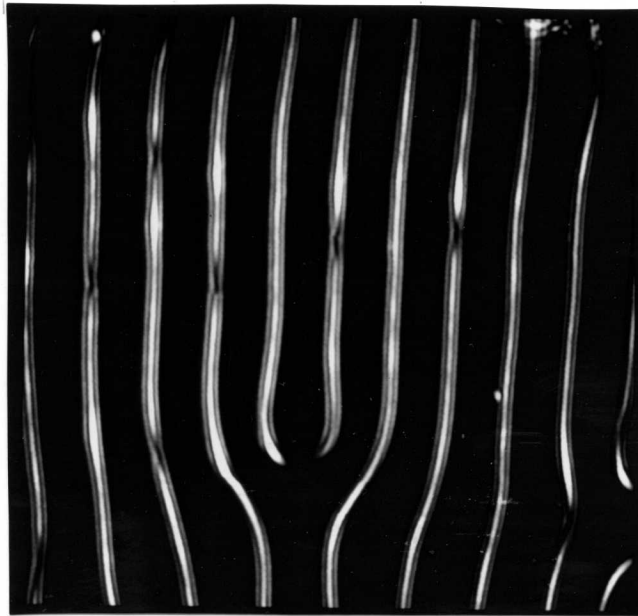
Pour balayer le faisceau, deux miroirs oscillants (de type galvanométrique servo-contrôlés) sont utilisés, avec un système optique assurant la stationnarité mentionnée auparavant. Leur fréquence maximale est de 300 Hz; une ligne de l'image est balayée en 4 ms minimum, d'où un temps de formation d'image de 2 s minimum (une image contient 512 lignes de 512 points, à 8 bits par point). Un analyseur tournant peut être inséré avant le photomultiplicateur, et un polariseur supplémentaire avant l'objectif (en transmission).

Quelques fonctions d'amélioration de contraste sont disponibles sur l'appareil : on peut modifier le niveau de base et le gain des photomultiplicateurs, et diminuer le bruit en mode moyennage (chaque ligne est balayée 16 fois de suite et la moyenne est stockée en mémoire).

L'image est lue dans la mémoire par une interface qui la transforme en signal vidéo envoyé sur un moniteur. Dans notre version, le laser était soit à He-Ne ( $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ ), soit à Ar (réglé à  $\lambda_0 = 514 \text{ nm}$ ).

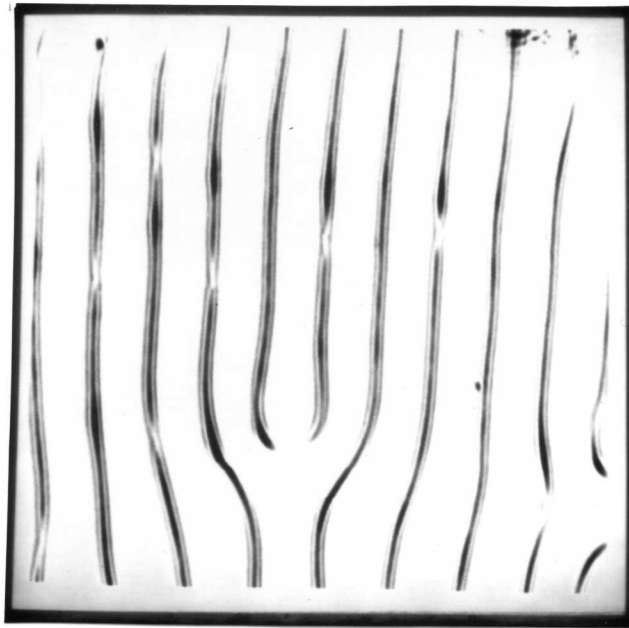
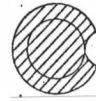
**Note** : Travailler avec le LSM n'est pas indispensable. Theile [1988a] a en effet réussi à obtenir le même contraste en modifiant un microscope normal, en lumière blanche.





a

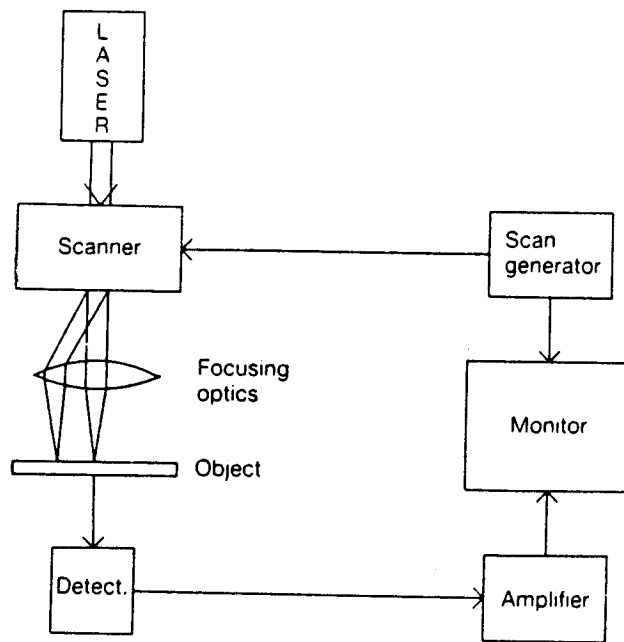
10  $\mu$ m



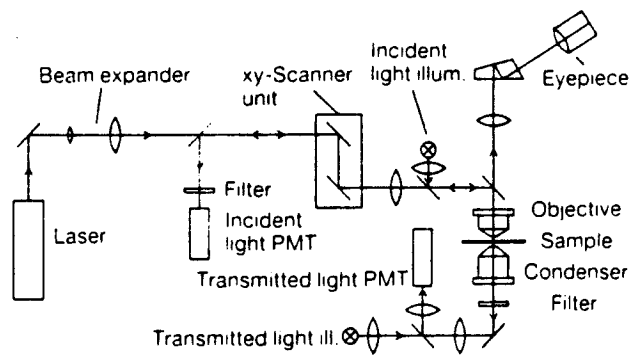
b

Figure 4-8: Photos en fond noir anisotrope (le schéma indique la position du diaphragme). Echantillon ValTm 55A.

- (a) contraste normal, avec lignes blanches et noires;
- (b) contraste inversé (que nous utiliserons souvent).



Basic set-up of an optical scanning microscope

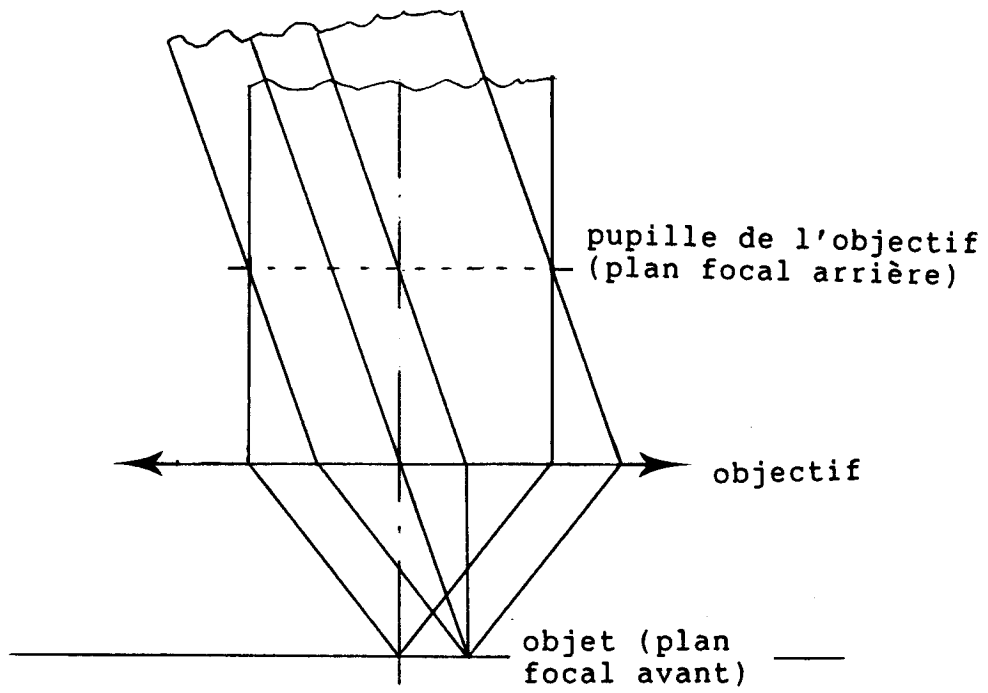


Laser scan microscope

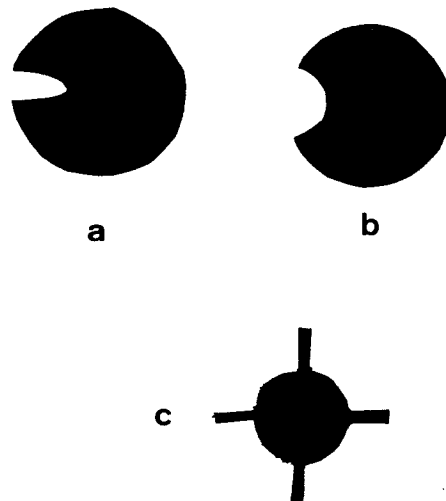
Optical scheme of the laser scan microscope

Fig. 4-9

Schémas de principe du microscope à balayage laser (L.S.M.; [Wilke, 1985]).



**Fig. 4-10**  
Balayage du faisceau dans le LSM



**Fig. 4-11**  
Diaphragmes utilisés  
(a), (b) fond noir anisotrope  
(c) fond noir quasiment isotrope

## 1b. Passage en fond noir anisotrope, en transmission

Dans les premiers essais, où nous mesurons le contraste obtenu pour une lumière incidente inclinée, un cache était disposé au niveau de la pupille de l'objectif. Ainsi chaque point de l'objet est éclairé par une portion du faisceau, qui possède une inclinaison moyenne. Mais ce n'est pas la bonne manière de procéder avec le LSM. En effet, les termes d'objectif et de condenseur y sont tout à fait justifiés. L'objectif, qui sert à focaliser le faisceau sur l'objet, est le composant qui détermine la résolution, comme l'est l'objectif dans un microscope usuel. Le condenseur n'influe pas sur la résolution mais détermine les conditions de reprise de l'image, de même que le condenseur du microscope usuel détermine les conditions de l'éclairage. Le fait que la lumière, dans le LSM, passe par l'objectif puis l'objet et enfin le condenseur (c'est à dire l'inverse de l'ordre usuel), ne doit pas faire illusion. Le principe du retour inverse de la lumière nous dit que cela n'a aucune importance.

Il faut donc, pour réaliser la sélection en inclinaison sans affecter la résolution, mettre le cache dans la pupille (plan focal arrière) du condenseur. Cette position est matérialisée dans le condenseur, car il est muni d'un diaphragme d'ouverture qui doit être situé à cette position (un point dans le plan focal correspond à la même direction de rayon sur tout l'objet). Le diaphragme d'ouverture est accessible en dévissant le condenseur.

Le cache est simplement un disque en papier noir, de diamètre un peu inférieur au diamètre du tube du condenseur, percé sur le côté (figure 4-11). On le pose sur le diaphragme d'ouverture, ouvert au maximum. Le condenseur, avec sa lentille additionnelle, a une ouverture numérique de 0.9. Il faut donc utiliser un objectif de moindre ouverture numérique pour pouvoir travailler en fond noir.

Les échantillons étant suffisamment épais, la meilleure résolution compte tenu de l'épaisseur peut être obtenue à des ouvertures numériques inférieures à 0.9. A l'aide de (4.A.2) on calcule en effet des ouvertures numériques optimales de

0.34 pour ValTm55A ( $h = 7.4 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 0.633 \mu\text{m}$ )

0.41 pour BiLY74 ( $h = 5.3 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 0.633 \mu\text{m}$ )

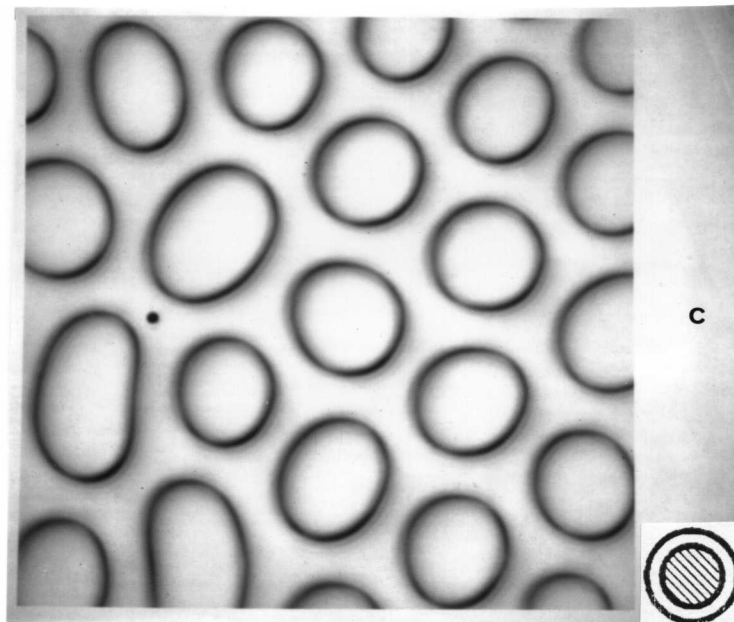
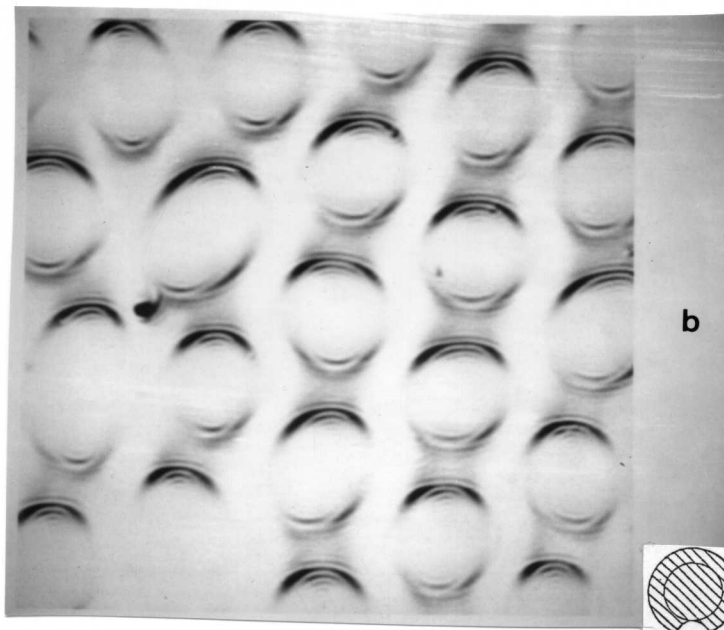
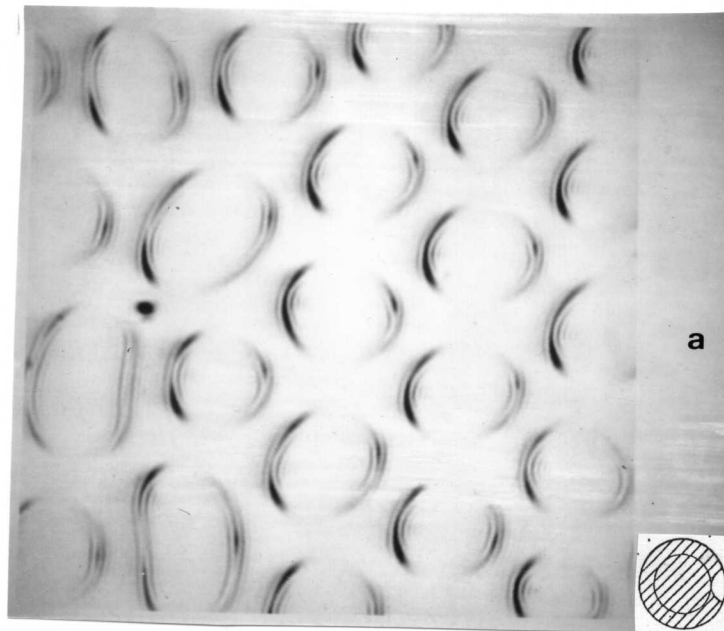
0.56 pour SmYG31 ( $h = 2.2 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 0.514 \mu\text{m}$ )

Nous avons utilisé le plus souvent un objectif standard 40X d'ouverture numérique 0.6. Une meilleure résolution pourrait être obtenue en prenant une ouverture 0.4 pour ValTm55A et BiLY74.

## 2. Des "objets" aux lignes

Il n'est pas aisé de chercher à observer une structure magnétique, ponctuelle, sans savoir si l'échantillon en contient ni, si oui, où elle se trouve. Comme dans les premières expériences nous utilisons un échantillon vierge, sans bobines de champ, nous sommes partis de bulles  $S = 0$ , qui contiennent une paire de lignes nouantes (voir §1B). On peut nucléer un réseau de bulles en saturant sous champ plan l'échantillon. Les bulles sont de type  $S = 0$  car nucléées sous champ plan, et on peut vérifier cet état par la technique de l'angle de déflexion.

Un champ plan assez fort (quelques Oe, pour vaincre la coercivité éventuelle) permet de déplacer la paire de lignes autour de la bulle; un petit aimant suffit à créer ce champ. Si



**Figure 4-12:**

Influence du diaphragme sur l'image en fond noir (bulles  $S=0$ ).

(a),(b) : fond noir anisotrope, avec des objets vus dans l'orientation (a) du diaphragme

(c) : fond noir isotrope

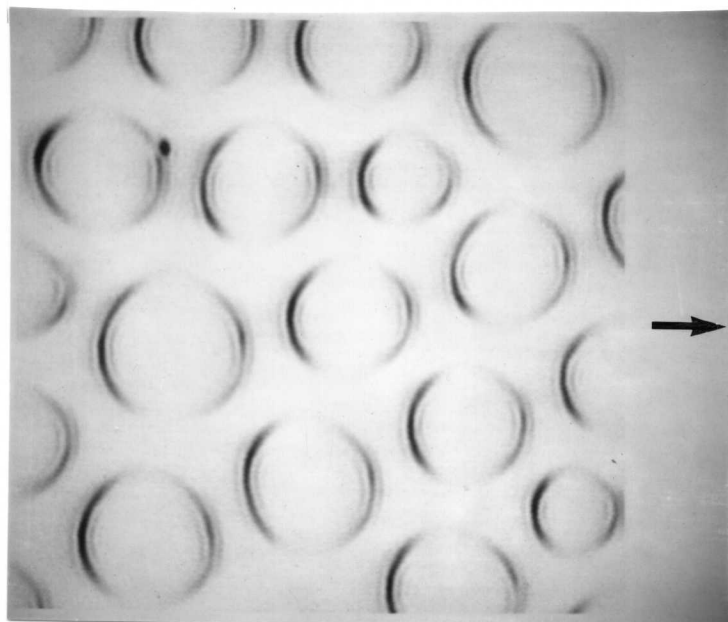
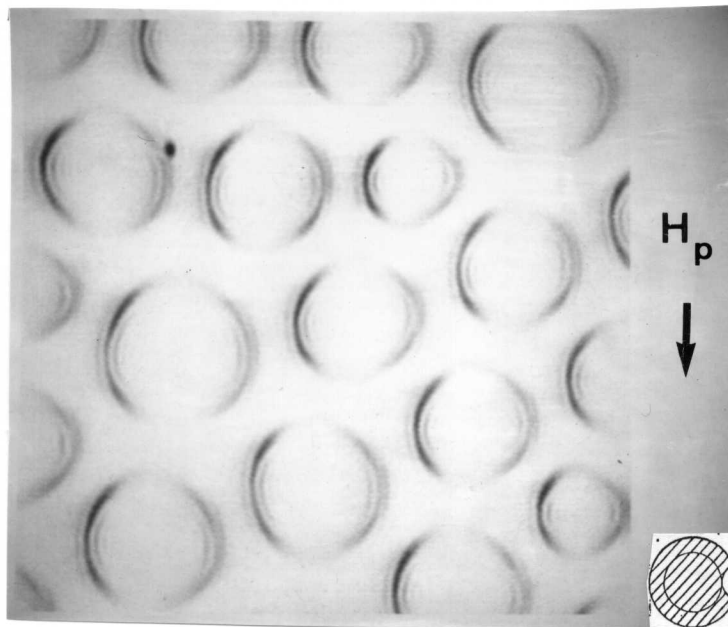
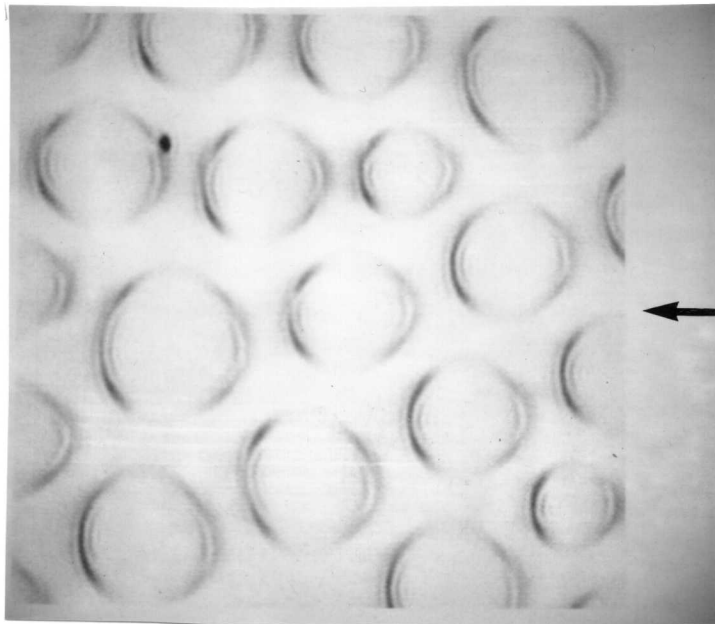


Figure 4-13:

Influence du champ plan sur l'image en fond noir anisotrope de bulles  $S=0$ .

Les orientations du champ dans la direction du trou amènent des objets clairs ou foncés.

l'aimant est ensuite éloigné radialement, les lignes ne bougent pas et restent à cette position en champ nul. Les expériences ont donné les résultats suivants :

- ◆ En excentrant de plus en plus le trou du cache, on finit par passer en mode diffraction: le cache masque totalement le faisceau direct. L'intérieur et l'extérieur des bulles sont alors noirs. Si l'échantillon est enlevé (ou saturé) on vérifie qu'aucun rayon lumineux n'arrive au photomultiplicateur.
- ◆ L'image de la paroi de la bulle n'est pas symétrique (figure 4-12a) cela est lié à l'orientation du trou du cache (figure 4-12b). En fond noir (quasiment) isotrope, le cache ne masquant (presque) que le faisceau direct, une image (quasiment) symétrique de la paroi de la bulle est obtenue (figure 4-12c). Ce fait s'explique simplement : une paroi sans ligne a une structure invariante par translation le long de la paroi, la diffraction se produit donc normalement à la paroi.
- ◆ Si un champ plan  $H_p$  est appliqué dans la direction du trou du cache, ou dans la direction opposée, on constate que l'image de la paroi des bulles, là où la normale à la paroi est en direction du trou, est différente de l'image obtenue quand le champ plan est orienté perpendiculairement à la direction du trou. La figure 4-13 illustre ces expériences (les différences entre les images apparaissent plus nettement à celui qui voit l'expérience se faire).

Ce phénomène peut s'expliquer simplement en admettant que les lignes créent un contraste supplémentaire dans l'image de la paroi (figure 4-14)

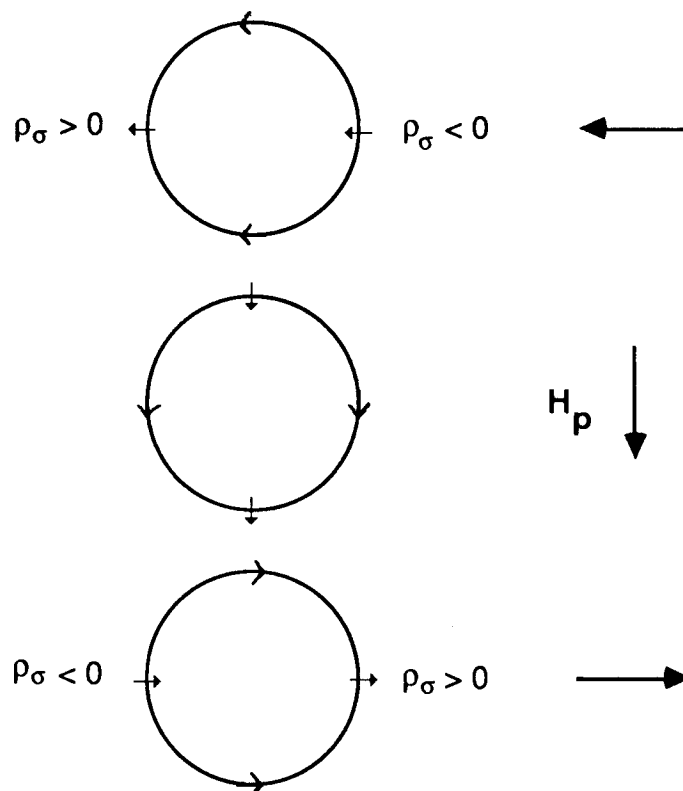


Fig. 4-14

Schéma pour expliquer la figure 4-13

Nous décrivons maintenant les diverses expériences faites pour déterminer comment se comporte ce contraste dans la paroi, que nous appelons provisoirement objet.

## 2a. Rotation du cache

Partons d'une position où les deux objets sont vus sur les deux parois de la bulle  $S=0$  (le champ plan a été appliqué dans la direction du trou). Ils sont blancs (figure 4-15a). Si le cache est tourné de  $90^\circ$ , on ne voit pas l'objet dans les parois dont la normale est dans la nouvelle direction du trou (figure 4-15b).

Le cache étant encore tourné de  $90^\circ$ , les deux objets apparaissent aux mêmes positions que dans la figure 4-15a, mais avec un contraste inversé (ils sont noirs, figure 4-15c).

Le cache étant encore tourné à  $90^\circ$ , on retrouve la même image que pour la figure 4-15b.

Pour un cache légèrement tourné par rapport à l'orientation initiale, les objets restent à la même position avec le même type de contraste, alors que les zones de parois non vues en diffraction tournent (figure 4-15d).

L'objet est donc réel, pas un artifice optique. Son contraste s'inverse quand le cache est tourné de  $180^\circ$ .

De plus nous avons vu auparavant que l'objet suivait un champ plan tournant et ne bougeait plus quand le champ plan était ramené à zéro, en gardant la même direction.

## 2b. Bulles $S=1$

Les bulles  $S=1$  n'ont pas de lignes. Pour les nucléer, nous avons utilisé une autre technique que celle de la saturation par champ plan. Molho [1987] indique que le refroidissement d'un échantillon, à partir d'une température supérieure à la température de Curie, et sous un champ de polarisation dans une certaine gamme, donne un réseau de bulles. Comme aucun fort champ plan n'est présent à leur nucléation, on peut penser que les bulles nucléées seront dans l'état d'énergie minimum  $S=1$ .

Les observations sur des bulles nucléées ainsi n'ont pas montré d'objets, qui s'orienteraient avec le champ plan.

Les images de bulles  $S=1$ , figure 4-16, sont semblables à celles de bulles  $S=0$ , où le champ plan est orienté perpendiculairement à la direction du trou du cache (figure 4-13b).

## 2c. Polarité des bulles $S=0$

Pour ces bulles nucléées par saturation en champ plan, l'aimantation dans la bulle peut être vers le haut ou vers le bas. On observe alors que le contraste de l'objet est inversé, pour un même champ plan appliqué et la même orientation du cache.



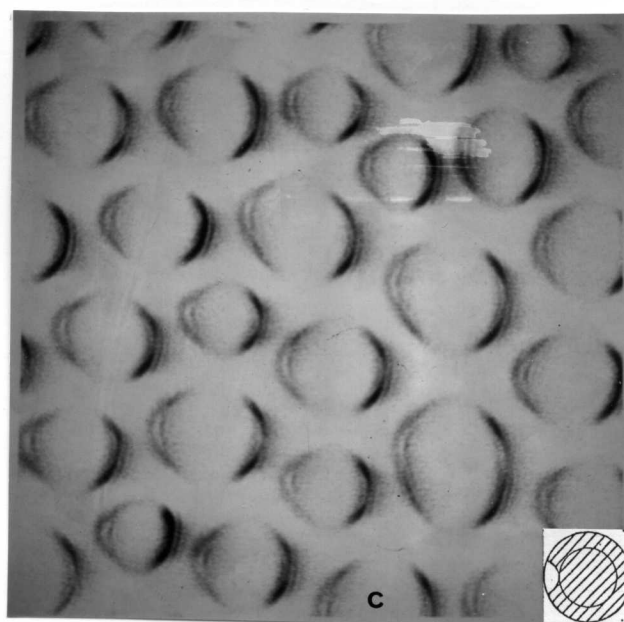
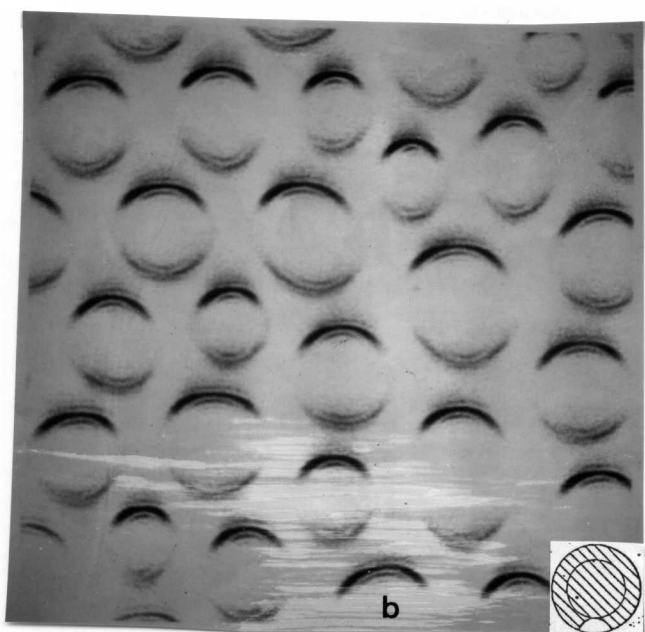
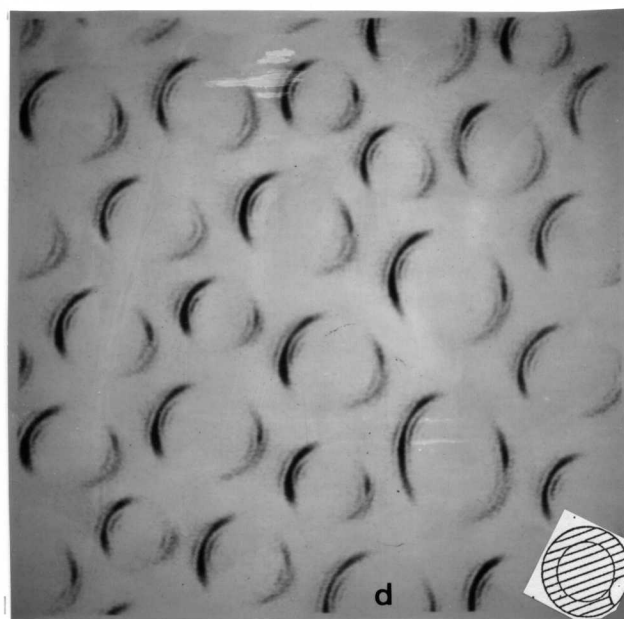
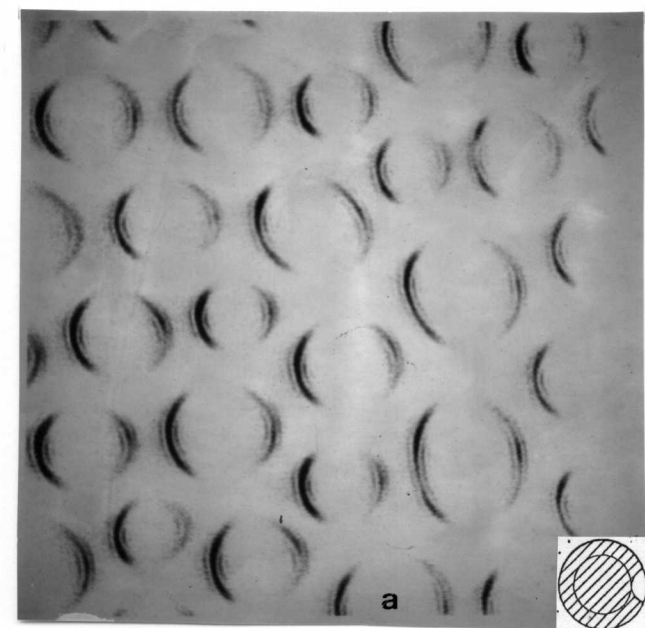


Figure 4-15: Influence de l'orientation du trou du diaphragme en fond noir anisotrope (bulles  $S=0$ , un champ plan horizontal a été appliqué auparavant).

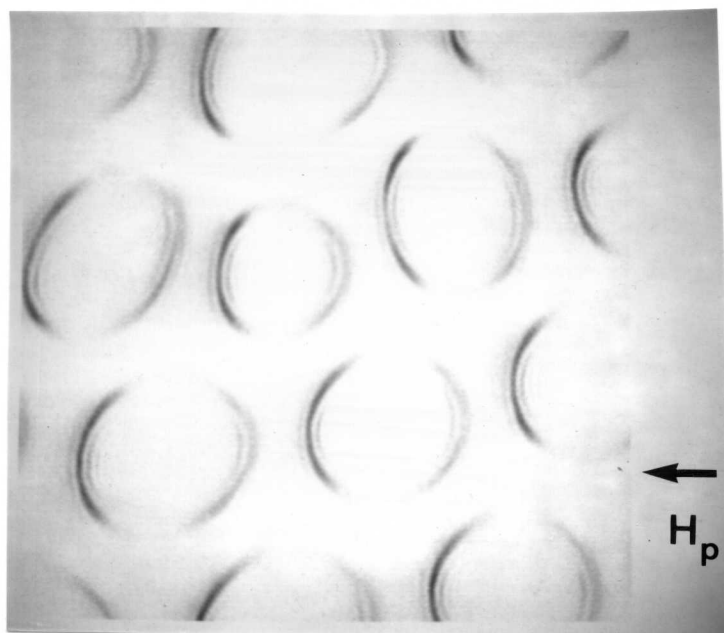
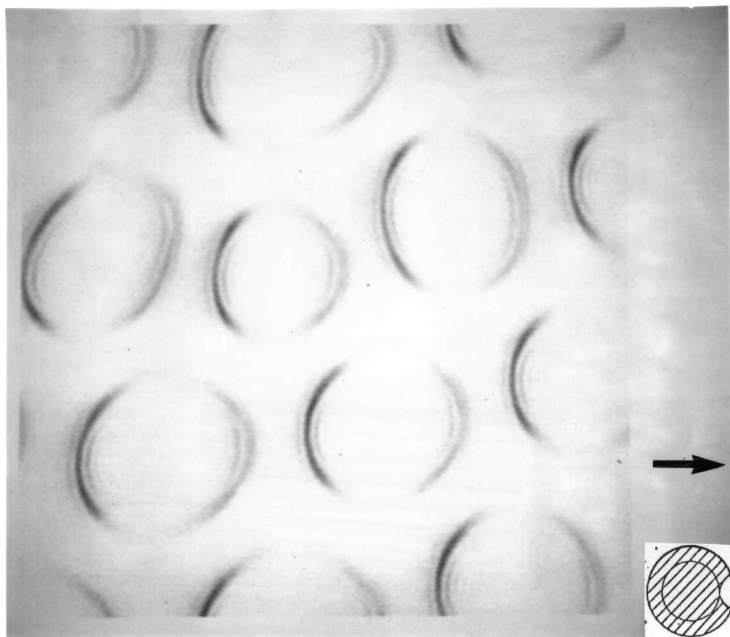


Figure 4-16: Influence du champ plan sur l'image en fond noir anisotrope de bulles  $S=1$ .  
Contrairement à la figure 4-13, aucun objet n'apparait.

La figure 4-17 représente une zone où coexistent les deux types de bulles, sous les deux orientations de champ plan où les objets sont vus, démontrant l'inversion du contraste.

Cette inversion est similaire à celle observée quand la rotation du champ plan fait passer l'objet d'une paroi à l'autre.

Le contraste de l'objet dépend donc de l'orientation de l'aimantation dans les domaines séparés par la paroi.

## 2d. Objets dans les parois planes

La figure 4-16 a montré qu'une paroi courbe comme celle qui entoure une bulle n'a pas une image très simple alors même qu'elle n'a pas d'objet. L'observation dans des parois rectilignes est beaucoup plus confortable.

Pour certaines orientations cristallographiques du champ plan saturant l'échantillon, un réseau de domaines en bandes parallèles - donc de parois rectilignes parallèles - peut être obtenu. Son orientation est parallèle au champ plan sauf si la magnétostriction est importante (une orientation perpendiculaire au champ peut être obtenue), comme l'a montré Patterson [1972].

L'orientation obtenue pour le ValTm55A est perpendiculaire. Les parois "brutes de nucléation" sont alors remplies d'objets (figure 4-18). On observe que deux objets qui se suivent sur une même paroi ont des contrastes opposés. Cela est cohérent avec les observations faites en tournant le champ plan sur les bulles.

En effet si, quand on tourne le champ plan de  $180^\circ$ , l'un des deux objets de la bulle  $S=0$  était empêché de tourner et l'autre pas, on se retrouverait avec deux objets se suivant sur une même paroi. Ils seraient de contrastes opposés, car de même contraste au départ, et celui ayant changé de paroi ayant subi une inversion de contraste.

Un champ plan appliqué le long de la paroi fait se déplacer deux objets qui se suivent en sens opposés. Pour un objet de même contraste, le sens de déplacement change s'il est situé sur la paroi d'à côté (figure 4-19). Ce dernier fait est tout à fait similaire à la rotation des objets autour d'une bulle  $S=0$  (figure 4-13).

L'interprétation la plus simple de tous ces résultats est qu'un objet marque la transition entre deux segments de parois de Bloch, d'orientations opposées. Donc c'est une ligne de Néel verticale.

## 2e. Autres matériaux

La méthode convient aussi à des matériaux autres que le ValTm. Le paramètre important pour la qualité des images est la rotation Faraday de l'échantillon. Seuls les films contenant du bismuth permettent d'avoir plusieurs degrés de rotation pour une épaisseur de quelques microns, une valeur qui semble nécessaire avec le montage actuel pour réaliser nos observations. Le comportement des "objets" est identique à celui vu dans le ValTm.

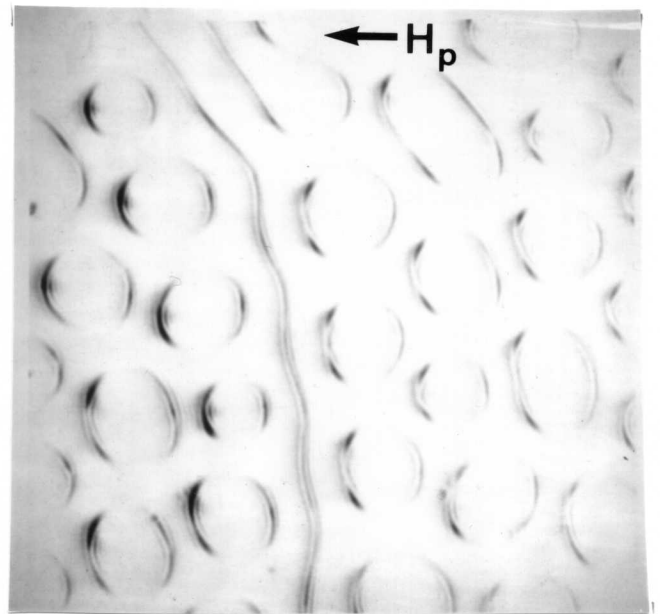
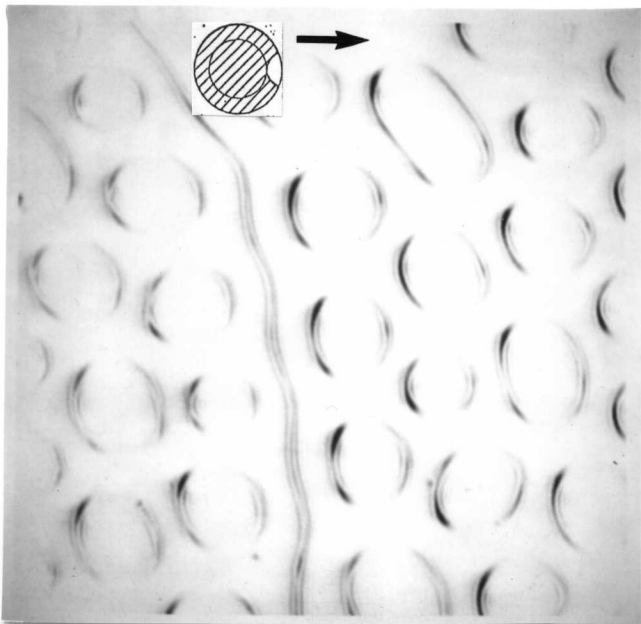


Figure 4-17: Influence de l'orientation de l'aimantation au milieu de bulles  $S=0$ . Le contraste des objets est inversé.

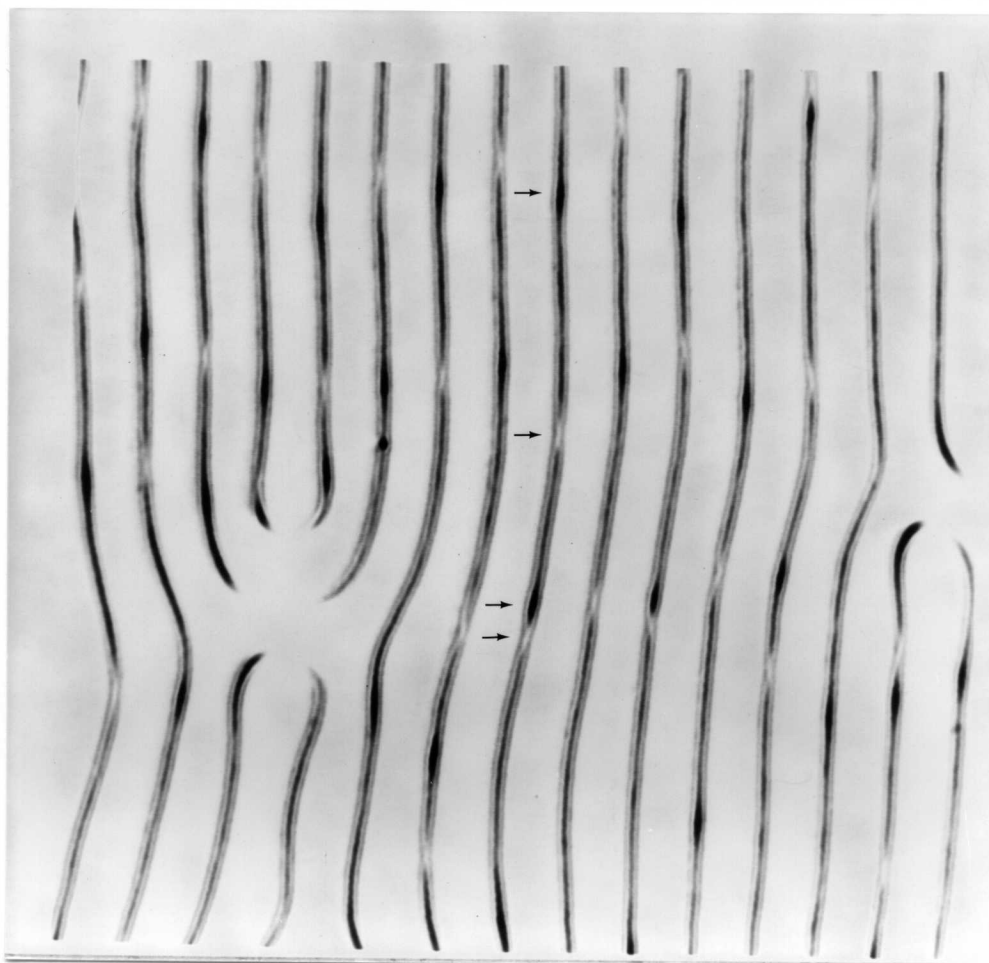


Figure 4-18: Parois parallèles "brutes de nucléation" par saturation en champ plan. Elles sont perpendiculaires au champ et contiennent beaucoup de lignes.

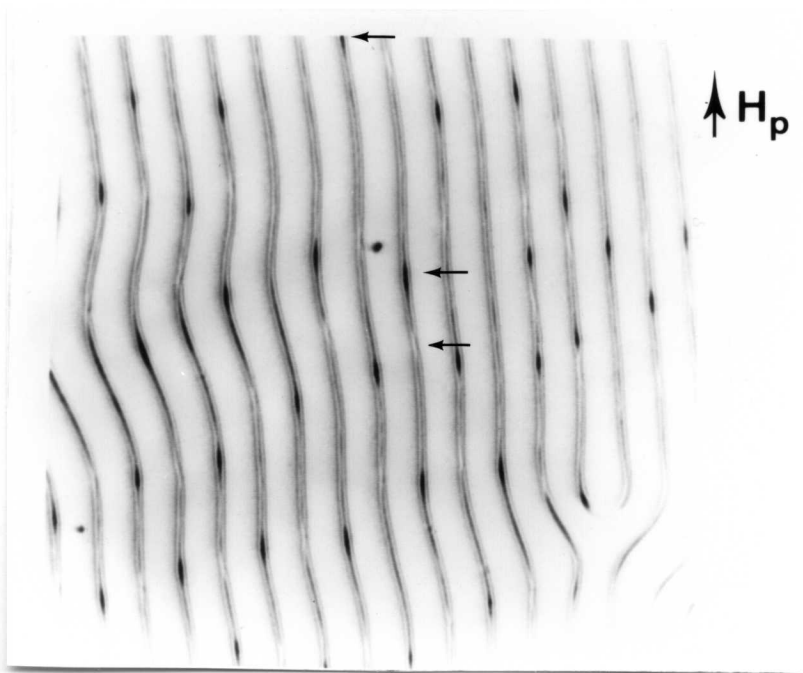
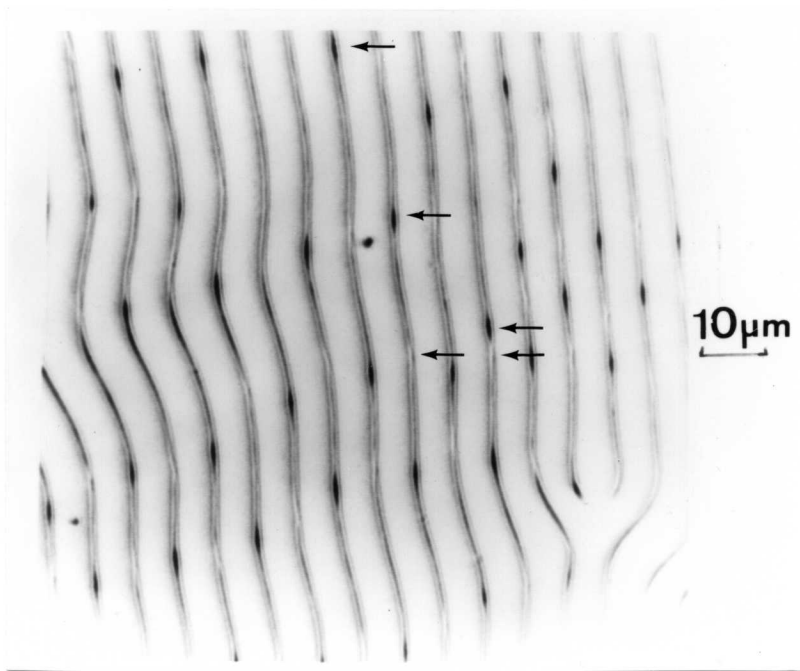


Figure 4-19: Relation entre le contraste des lignes en fond noir anisotrope et leur sens de déplacement en champ plan. Le déplacement pour un même contraste s'inverse d'une paroi à sa voisine.

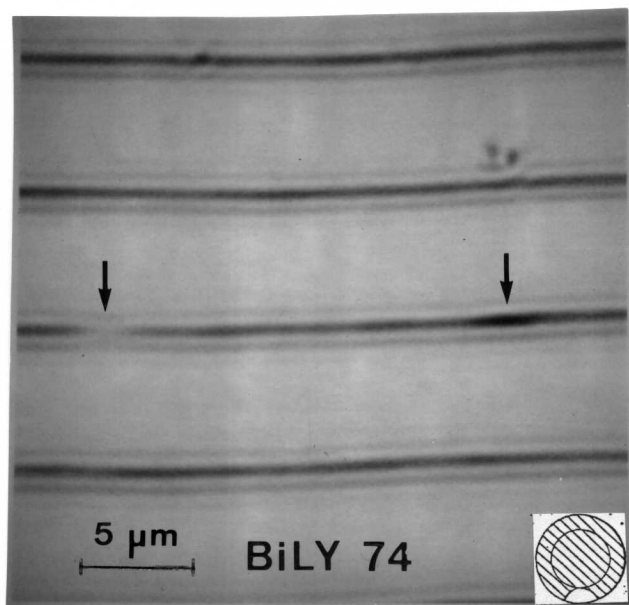
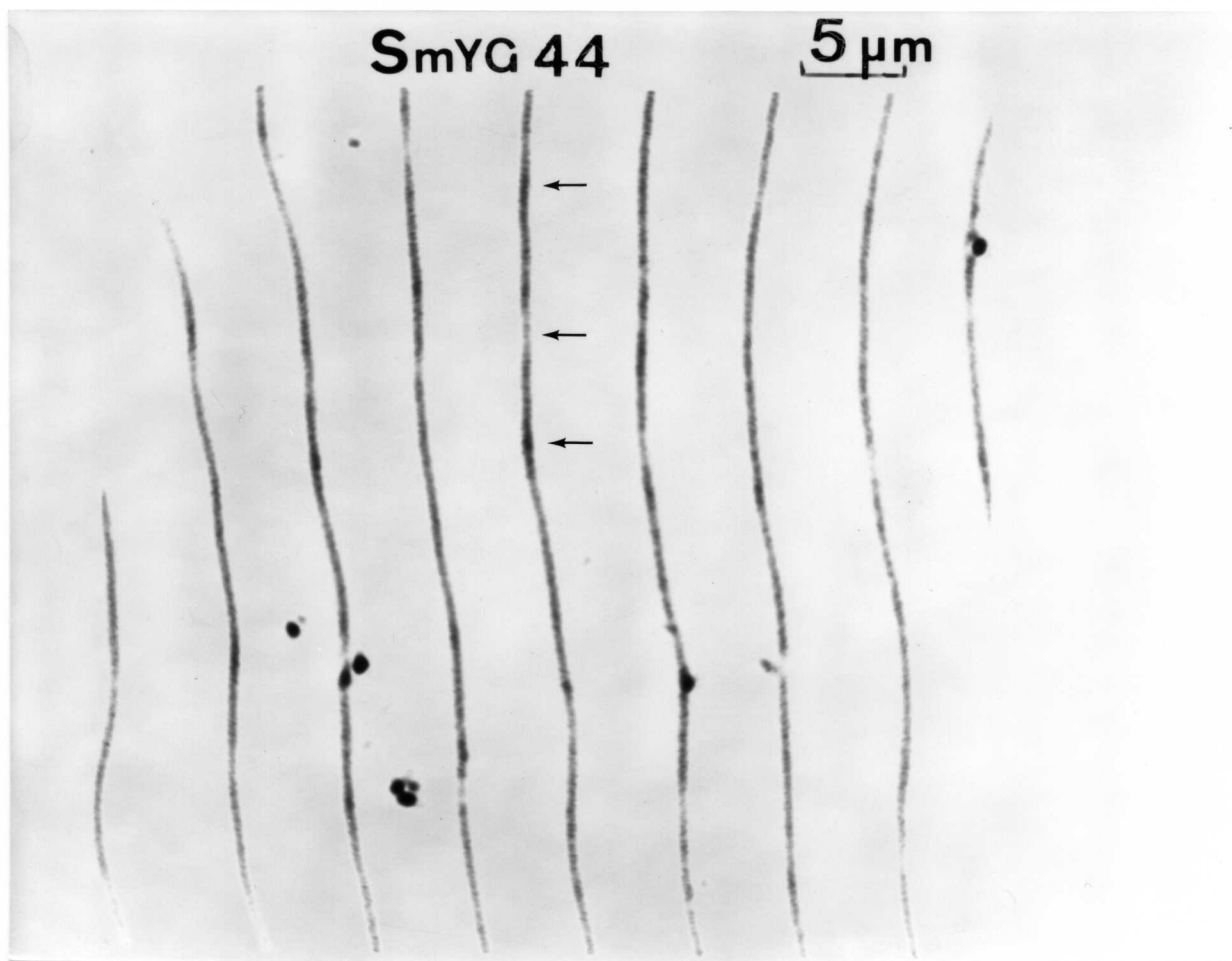


Figure 4-20: Lignes observées dans d'autres matériaux.



La figure 4-20 présente des observations réalisées sur BiLY74 et SmYG44 (pour les caractéristiques voir le tableau au chapitre I). L'échantillon SmYG44, assez mince, nécessite d'utiliser une longueur d'onde plus courte afin d'avoir plus de rotation Faraday. Nous avons utilisé la raie à 514 nm du laser argon, au lieu de celle à 488 nm, pour minimiser les effets dûs à l'absorption de la lumière (échauffement du matériau).

Il reste maintenant, pour accepter entièrement l'idée que les objets sont bien des lignes de Néel verticales, à comprendre leur contraste. Il nous faut expliquer les deux contrastes rencontrés, et l'inversion vue lorsqu'une ligne change de paroi ou quand le cache est tourné de 180°. Le paragraphe suivant, en partant des équations établies au §1 pour les sources de l'effet magnéto-optique, propose une explication qualitative.

### 3. Comment comprendre le contraste des lignes

Utilisons le courant  $\mathbf{j}$  de (4.A.10) pour calculer la diffraction.

La formule classique donnant le champ rayonné à grande distance  $R$  et dans la direction  $\mathbf{u}$  par une distribution de courants  $\mathbf{j}$  (oscillant à la pulsation  $\omega$ ) est

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{R}\mathbf{u}) = \frac{ik}{4\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \int_V e^{-ik\mathbf{u}\cdot\mathbf{r}'} \mathbf{u} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' \quad (4.B.1)$$

et

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{R}\mathbf{u}) = \frac{ik}{4\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \int_V e^{-ik\mathbf{u}\cdot\mathbf{r}'} (\mathbf{u} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}')) \times \mathbf{u} d^3\mathbf{r}' \quad (4.B.2)$$

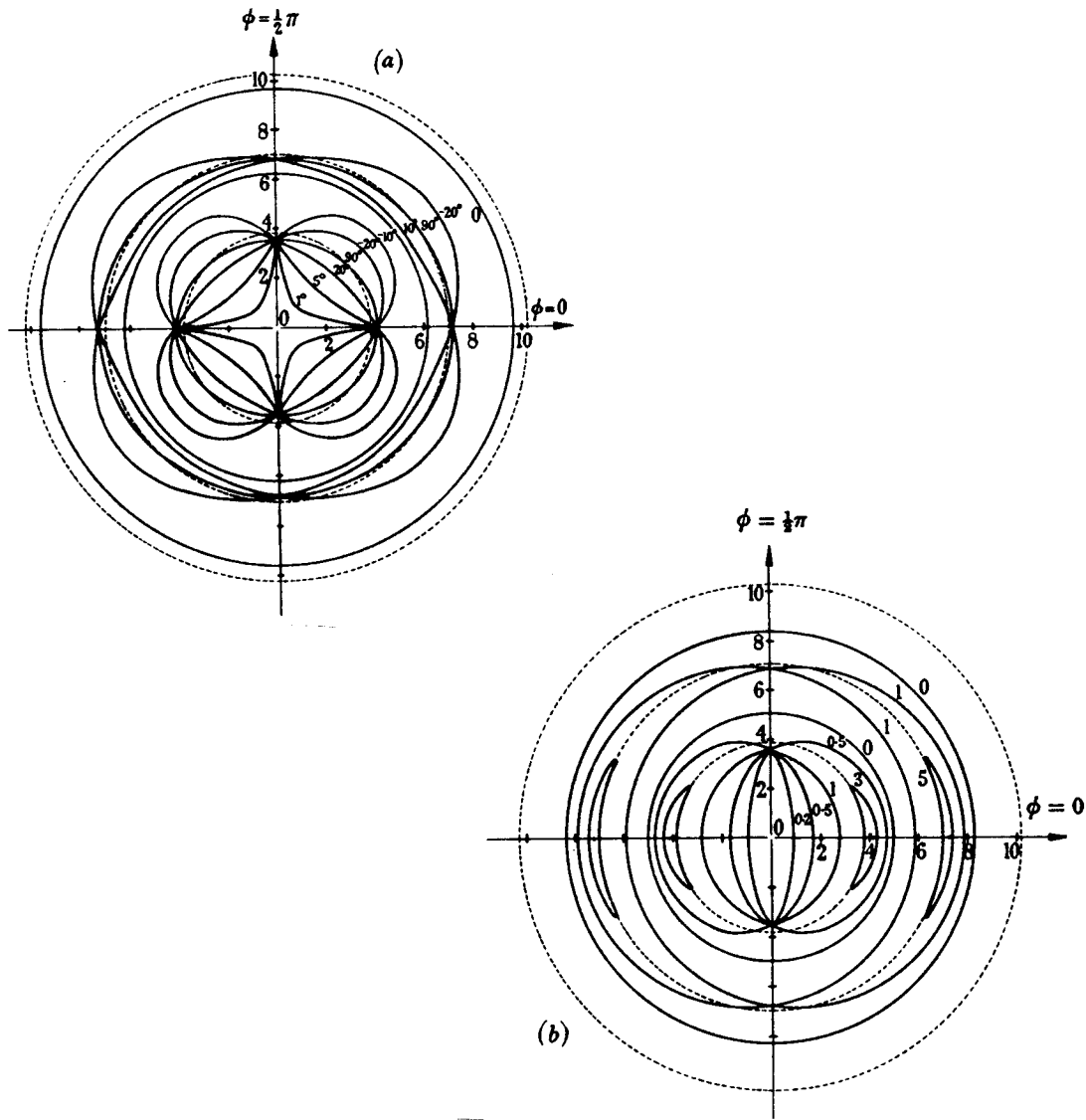
Par  $R$  grand, on entend grand devant la longueur d'onde et aussi devant la taille de la région  $V$  où  $\mathbf{j}$  existe. C'est bien notre cas car le condenseur se trouve à quelques millimètres de l'échantillon. Le vecteur  $\mathbf{u}$  est donc constant dans le domaine d'intégration, et pour calculer  $\mathbf{E}_1$  il faut trouver comment va diffracter la distribution de  $\mathbf{j}$  (projeté orthogonalement à  $\mathbf{u}$ ).

#### 3a. Courant dipolaire électrique

Considérons pour commencer le seul courant dû à l'effet du 1er ordre d'origine dipolaire électrique, soit

$$\mathbf{j} = g k \mathbf{E}_0 \times \mathbf{m} \quad (4.B.3)$$

La distribution de champ  $\mathbf{E}_0$ , correspondant au faisceau laser linéairement polarisé qui est focalisé sur l'échantillon, a été calculée par Richards [1959]. La figure 4-21 la représente. La composante principale de  $\mathbf{E}_0$  se situe le long de la direction de polarisation de l'onde plane ( $Ox$ ) qui a été transformée en faisceau convergent. Il existe aussi une composante selon l'axe du faisceau ( $Oz$ ), qui change de signe lorsque  $x$  traverse 0.



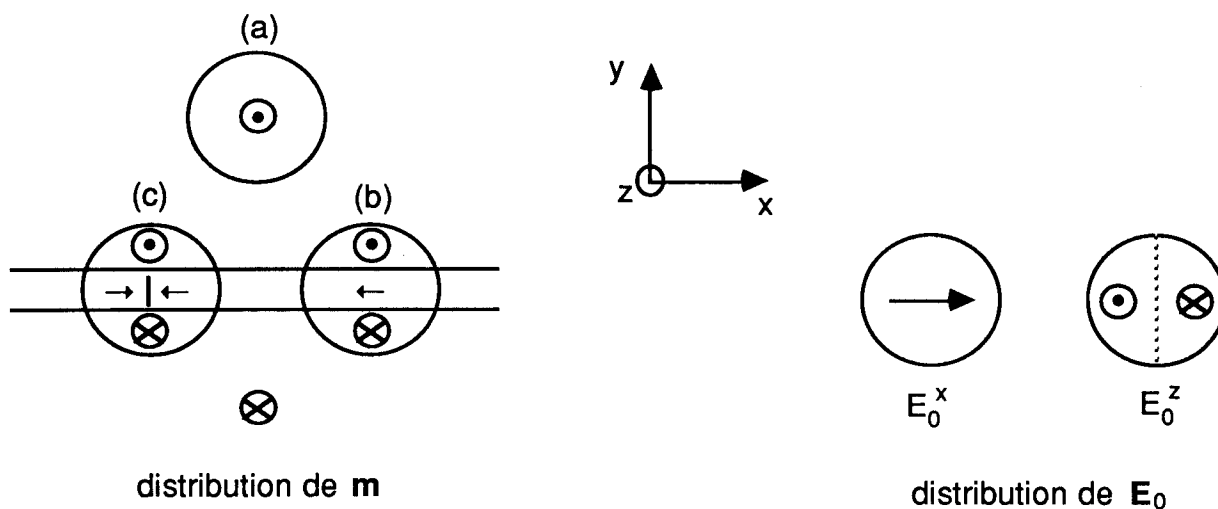
**Fig. 4-21**

Distribution du champ électrique  $E_0$  dans le plan focal d'un faisceau convergent ([Richards, 1959]). Calcul pour un demi-angle au sommet du faisceau valant  $\alpha = 60^\circ$ . Les axes sont gradués en unités de  $\lambda_0/(2\pi\sin\alpha)$ . L'onde plane focalisée était polarisée selon Ox ( $\Phi=0$ ). Les composantes  $E_0^x$  et  $E_0^y$  ont la même phase, et l'angle du vecteur  $(E_0^x, E_0^y)$  avec Ox est représenté en (a). La composante  $E_0^z$  est en quadrature avec les deux premières (facteur  $i$ ); le rapport entre  $|E_0^z|$  et le module des deux composantes précédentes est représenté en (b).

Les pointillés représentent les disques d'Airy.



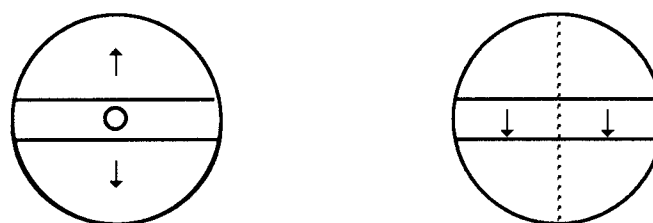
La figure 4-22 indique schématiquement la distribution de  $\mathbf{j}$  pour trois positions du faisceau laser ((a) : sur un domaine, (b) sur une paroi sans ligne, (c) sur une paroi avec ligne), en séparant les contributions dues aux deux composantes de  $\mathbf{E}_0$ .



(a) distribution de  $\mathbf{j}$  dans un domaine



(b) distribution de  $\mathbf{j}$  pour une paroi



(c) distribution de  $\mathbf{j}$  pour une ligne

Fig. 4-22

Calcul de  $\mathbf{j}$  en polarisation  $\mathbf{E}_0$  selon  $Ox$  (avec  $g$  négatif)

◆ Lorsque le faisceau est focalisé sur un domaine (figure 4-22a),  $\mathbf{j}$  y est uniforme et selon  $Oy$ . Le champ  $\mathbf{E}_1$  issu de cette distribution de courant aura les mêmes caractéristiques géométriques que le faisceau incident, avec la polarisation tournée de  $90^\circ$ . On peut calculer le champ direct par la théorie de Sommerfeld

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{Ru}) = \frac{k}{2i\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \int_{\Sigma} e^{-ik\mathbf{u}\cdot\mathbf{r}'} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}') d^2\mathbf{r}' \quad (4.B.4)$$

(l'intégration se fait ici sur une surface d'onde  $\Sigma$  au lieu d'être calculée sur tout le volume  $V$  du matériau comme dans (4.B.2)).

Pour une faible ouverture numérique du faisceau, l'intégrale sur le volume vaut  $h$  (l'épaisseur) multipliée par celle de surface, et on calcule alors

$$\frac{E_1(\mathbf{Ru})}{E_0(\mathbf{Ru})} = \frac{k g h/n}{2} = \frac{\pi g h}{n \lambda} \quad (4.B.5)$$

(il faut diviser le  $\mathbf{E}_1$  de (4.B.2) par l'indice  $n$  car on a raisonné en restant dans un milieu d'indice  $n$ ).

(4.B.5) n'est autre que l'expression (2.B.5) donnant l'angle de rotation Faraday : notre traitement est en conformité avec le résultat usuel.

Nous avons ainsi vu à nouveau qu'il n'y a pas de lumière hors du faisceau direct quand le faisceau est focalisé sur un domaine.

◆ Lorsque le faisceau est focalisé sur une paroi, la distribution de  $\mathbf{j}$  de la figure 4-22b est obtenue. La contribution principale à la diffraction vient des sources issues de  $E_0^x$ . La lumière est diffractée surtout dans la direction  $y$ , avec une amplitude impaire (nulle au centre du faisceau direct donc) qui existe en dehors du faisceau direct. La polarisation est tournée de  $90^\circ$  par rapport à  $\mathbf{E}_0$ .

En fond noir, la lumière diffractée hors du faisceau direct passera jusqu'au détecteur. Comme, dans le LSM, le condenseur envoie un faisceau parallèle sur le détecteur, le signal du photomultiplicateur est la somme des intensités des différents rayons (repérés par  $\mathbf{u}$  dans (4.B.2)) qui lui parviennent. En fond noir isotrope avec le LSM, il n'y a pas de compensation des amplitudes opposées obtenues pour des vecteurs  $\mathbf{u}$  différant d'une rotation de  $180^\circ$  autour de l'axe du faisceau. Dans notre méthode de fond noir anisotrope, il faut que le trou du cache ne soit pas dans une direction trop proche de  $Ox$ , pour voir la paroi.

Le courant issu de  $E_0^z$  ajoute une contribution à l'amplitude diffractée, qui est nulle dans la direction  $Oy$ .

◆ Le courant associé à un faisceau focalisé sur une ligne est schématisé figure 4-22c. Il s'agit d'une ligne convergente dont la polarité n'a pas été précisée.

Le courant dû à  $E_0^x$  est similaire à celui d'une paroi. A noter une petite contribution due à la ligne elle-même (courant  $\mathbf{j}$  orienté selon  $\pm Oz$  selon le signe de la ligne).

Le courant dû à  $E_0^z$  est de même signe le long de la paroi, donc donnera lieu à une amplitude diffractée surtout selon Oy. A la différence de l'amplitude diffractée par les deux domaines, cette amplitude est paire en y. S'il y a interférence constructive avec le courant issu de  $E_0^x$  pour la diffraction dans la direction +Oy, l'interférence sera destructive dans la direction -Oy. Pour une ligne divergente, le signe du courant dû à  $E_0^z$  doit être inversé.

Nous expliquons donc ainsi qualitativement les contrastes de ligne observés au moyen des trois règles suivantes :

- il y a interférence entre les signaux diffractés par des sources situées dans les domaines et dans les segments de paroi;
- le signal dû aux domaines est impair, et change de signe si l'aimantation dans les domaines est simultanément inversée;
- le signal dû aux segments de paroi est pair, et change de signe si l'aimantation dans les segments est simultanément renversée (passage d'une ligne convergente à divergente et vice-versa).

### 3b. Courant d'origine magnétique

Son expression est

$$\mathbf{j}' = ig' \text{rot} (\mathbf{B}_0 \times \mathbf{m}) \quad (4.B.6)$$

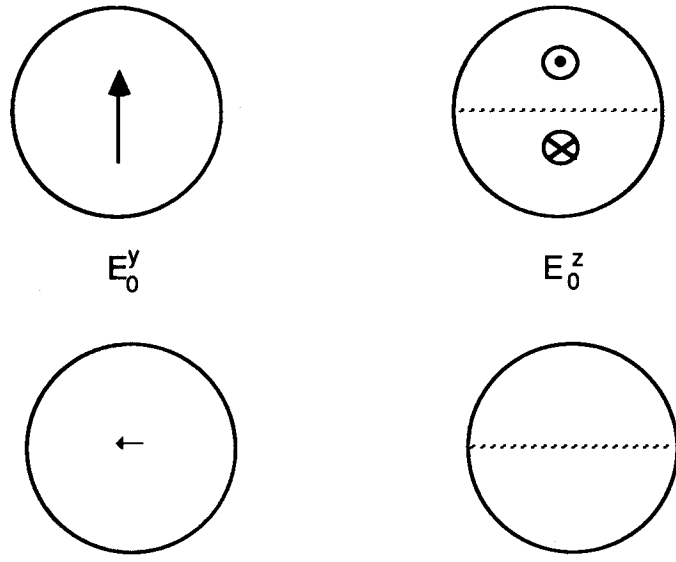
Un effet identique à celui du §3a est attendu lorsque la polarisation est selon Oy. Dans ce cas  $\mathbf{B}_0$  à une distribution identique à celle de  $\mathbf{E}_0$  montrée dans la figure 4-22, donc les distributions de  $\mathbf{m} \times \mathbf{B}_0$  sont celles données dans les figures 4-22a,b,c. Pour le rotationnel, le terme qui n'est pas nul en dehors de la ligne provient de la dérivation par rapport à z ( $\mathbf{B}_0$  varie selon z en  $e^{inkz}$  approximativement). Le courant  $\mathbf{j}'$  obtenu est ainsi semblable au  $\mathbf{j}$  du §3a, avec un préfacteur  $g'k\epsilon_r$  (car  $|\mathbf{B}_0| \approx n|\mathbf{E}_0|$ ) au lieu de  $gk$ , et est tourné de  $90^\circ$ . Il reste ainsi perpendiculaire à  $\mathbf{E}_0$ .

### 3c. Influence de l'orientation de la polarisation

Les raisonnements des deux paragraphes précédents ont été faits avec une orientation bien précise de la polarisation par rapport à la paroi.

Pour le courant magnéto-optique dont la source est localisée dans les domaines, l'orientation de la polarisation du faisceau ne joue pas. En effet l'aimantation  $\mathbf{m}$  y est selon  $\pm Oz$ , et  $\mathbf{E}_0$  ou  $\mathbf{B}_0$  sont en moyenne dans xOy. Le produit vectoriel avec  $\mathbf{m}$  agit toujours comme une rotation de  $\pm 90^\circ$  autour de Oz. Le courant est toujours polarisé perpendiculairement au champ incident. Les parois sont toujours vues en fond noir anisotrope, quelle que soit l'orientation de la polarisation incidente.

Pour le courant magnéto-optique dans les segments de paroi, l'orientation de la polarisation du faisceau joue un rôle très important dans ce modèle. La figure 4-23 donne les distributions de  $j$ , pour le courant d'origine dipolaire électrique, dans le cas d'une polarisation selon  $Oy$ .



(a) distribution de  $j$  dans un domaine



(b) distribution de  $j$  pour une paroi



(c) distribution de  $j$  pour une ligne

**Fig. 4-23**  
Calcul de  $j$  en polarisation  $E_0$  selon  $Oy$

On voit ainsi figure 4-23c que les segments de paroi ont des courants orthogonaux au courant diffracté par les domaines. Pour un trou du cache orienté perpendiculairement à la paroi, la projection de  $j$  orthogonalement à  $u$  ne changera pas cette relation. Il n'y a donc pas d'interférence entre les deux diffractions.

Le modèle, avec un courant d'origine uniquement dipolaire électrique, prédit donc que le contraste de la ligne s'annule quand la polarisation est orientée perpendiculairement à la paroi.

Les observations ne donnent pas de situation aussi tranchée : les lignes sont toujours plus ou moins bien visibles.

Notons que le problème peut être résolu si on admet que l'effet du 1er ordre d'origine magnétique n'est pas tout petit devant celui d'origine dipolaire électrique, une conception à l'opposé de celle généralement admise.

### 3d. Image d'une bulle

La figure 4-16 montre une image déjà assez complexe pour une bulle  $S=1$  où la paroi ne possède pas de structure interne. On note en particulier une asymétrie entre les flancs : l'un est sombre et l'autre clair (ces deux flancs tournent autour de la bulle lorsque le cache est tourné).

La dissymétrie entre flancs provient de la courbure de la paroi. Le courant pour le faisceau centré sur la paroi a en effet la distribution suivante :

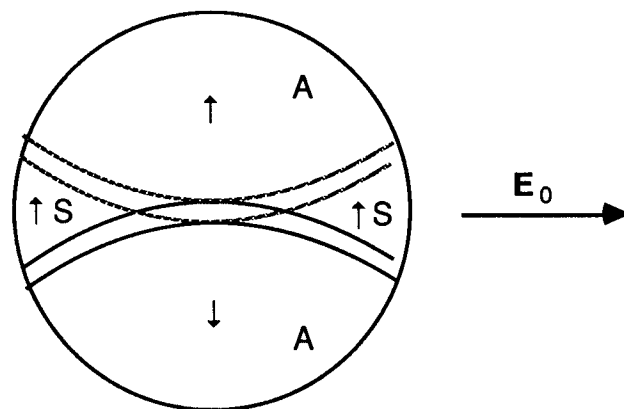


Fig. 4-24

*Courant  $j$  pour la paroi d'une bulle*

Le courant dans les zones A donne une amplitude diffractée impaire en  $y$ , à laquelle s'ajoute celle diffractée par les zones S qui est paire. Pour un des flancs de la bulle les deux amplitudes s'ajoutent (indépendamment d'ailleurs de la polarité de la bulle), et pour l'autre elles se retranchent. L'effet est d'autant plus marqué que la courbure est forte, comme on le voit d'ailleurs sur la figure 4-16.

Il existe donc un flanc de la bulle où les lignes se verront le mieux, comme on le constate figure 4-13.

### 3e. Configuration "duale" de Theile

◆ Nous avons mentionné au début que Theile [1988a] avait obtenu (après que nous ayons exposé nos premiers résultats à la conférence EMMA 87 de Salford (G.B.) - publiés dans la deuxième référence bibliographique du chapitre IV) des images identiques aux nôtres. Son dispositif expérimental consiste en un microscope polarisant usuel (avec une source de lumière blanche), utilisé en transmission. La lumière chemine en sens inverse de celui du LSM. Un microprisme sur lequel est posé l'échantillon permet d'incliner le faisceau d'éclairage (à moitié masqué par un cache en demi-lune situé dans le plan focal arrière du condenseur) de manière à travailler en fond noir anisotrope. Noter que le microprisme n'est pas indispensable : nous avons refait l'expérience en prenant un condenseur de forte ouverture numérique (donc en particulier supérieure à celle de l'objectif) et comme source de lumière le faisceau d'un laser He-Ne. C'est pourquoi on peut parler d'une configuration "duale", où en fait le sens de propagation de la lumière a été inversé. Le fait de travailler sur un microscope usuel au lieu du LSM a ses avantages et inconvénients. Les avantages sont la simplicité (la "légèreté" du matériel nécessaire) et surtout la possibilité de faire des études de phénomènes rapides (au moins la cadence vidéo, et à une cadence beaucoup plus rapide si on utilise les techniques de photo ultra-rapide avec un laser déclenché). L'inconvénient est le plus grand niveau de bruit semble-t-il (un système de traitement d'image est utile).

◆ Montrons maintenant comment le formalisme exposé précédemment s'applique dans ce cas.

Les formules (4.B.1) et (4.B.2) ne donnent pas directement l'intensité de  $E_1$  dans le plan de l'image, car il faut les intégrer pour tous les  $u$  correspondant à l'ouverture numérique de l'objectif. Si on fait ce calcul, on trouve que  $E_1$  dans le plan de l'image s'exprime comme le produit de convolution de la source de  $E_1$  (le second membre de (4.A.7)) avec une fonction en cloche. Cette dernière traduit la résolution de l'objectif : son extension correspond à la taille de la tache qu'on obtiendrait en utilisant cet objectif dans le LSM. Donc, si la formulation avec le courant (4.A.10) est adaptée à la configuration LSM, c'est la formulation avec les sources (4.A.7 et 8 (bis)) qui est plus pratique pour la configuration duale.

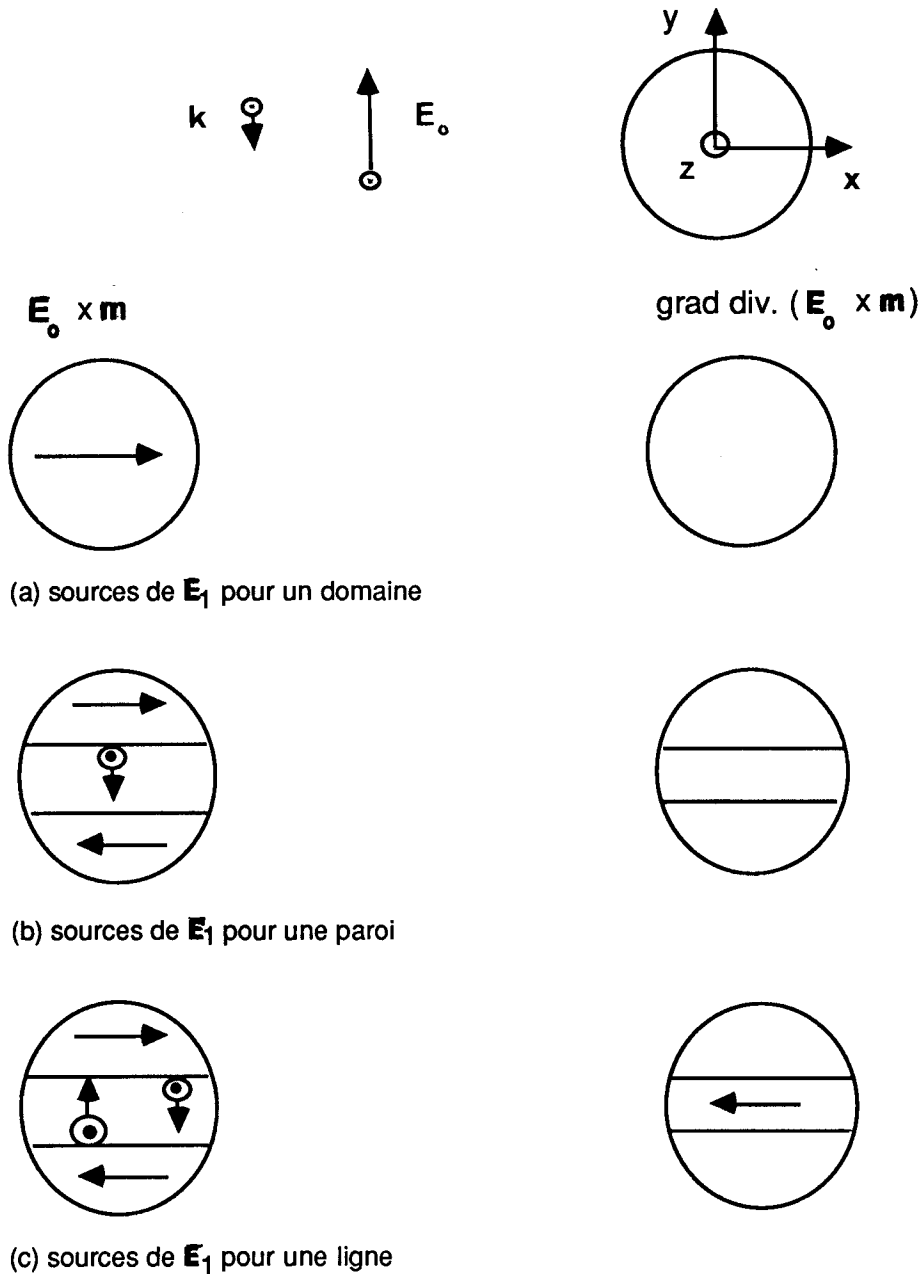
Le cas dual de celui traité dans la figure 4-22 est exposé fig. 4-22 bis. La distribution de  $m$  est identique. Le champ  $E_0$  est celui d'une onde plane, de vecteur d'onde  $k$  indiqué sur le dessin. Noter que  $E_0$  est polarisé selon  $y$  et non pas  $x$ , car dans la configuration LSM le faisceau diffracté dans le trou du diaphragme est polarisé selon  $y$ .  $E_0$  n'est pas constant dans l'échantillon, du fait de la phase de l'onde plane qui vaut

$$e^{ik.r} = e^{i(k_y y + k_z z)} \quad (4.B.7)$$

(cette phase n'est pas figurée sur les dessins).

La figure représente les deux parties de la source de  $E_1$ , soit  $E_0 \times m$  et  $\text{grad div}(E_0 \times m)$  (la phase (4.B.7) intervient dans ce calcul), pour les trois types de points objets ((a) domaine, (b) paroi, (c) ligne). Le cercle représente schématiquement l'extension de la zone sur laquelle le produit de convolution portera. Dans le cas (a), quand on calcule le produit de convolution de la distribution de la source de  $E_1$  avec la fonction de résolution de l'objectif, on trouve 0, du fait des oscillations de la phase. C'est parce que l'ouverture numérique de l'objectif est inférieure à celle de l'onde plane qui éclaire l'échantillon. Les

domaines sont noirs. Dans le cas (b), l'intégrale de convolution est non nulle car les sources dans les deux domaines sont opposées. (C'est la partie imaginaire de (4.B.7) qui intervient, il y a ainsi un facteur  $i$ ). Les parois sont vues. Dans le cas (c), la deuxième partie de la source est non nulle et concentrée au niveau de la ligne (avec un facteur  $i$  venant du calcul de la divergence). Elle donne une amplitude qui interfère avec celle du cas (b) (cette fois c'est la partie réelle de (4.B.7) qui intervient, laissant le facteur global  $i$ ). Les lignes modulent le contraste des parois.



**Fig. 4-22 bis**  
*Configuration duale de celle de la figure 4-22*

Les autres points du § 3 peuvent aussi être traités dans le cas dual, donnant les mêmes résultats.

La partie suivante est consacrée au calcul numérique des images de parois et lignes, afin de préciser la comparaison théorie-expérience.

# C - Calcul numérique d'images

Pour aller au delà du raisonnement qualitatif exposé au §B3, nous avons calculé numériquement des images de lignes.

Il convient tout d'abord de préciser les hypothèses de calcul, et la formulation du problème numérique obtenue. Le programme utilisé se trouve en Appendice C, avec divers commentaires.

Nous présentons ensuite les résultats du calcul, en faisant varier certains paramètres, soit optiques (polarisation, focalisation, orientation du cache), soit magnétiques (épaisseur du film, paramètres de largeur de paroi  $\Delta$  et de ligne  $\Lambda$ , charge et signe de la ligne).

Ces résultats sont comparés à ceux des expériences. L'accord est bon qualitativement, mais pas quantitativement. Sur le paramètre polarisation, un désaccord qualitatif de fond se fait jour, que nous discutons.

## 1. Formulation du calcul

### 1a. Hypothèses

#### ◆ Effet magnéto-optique

Nous considérons seulement celui du 1er ordre donné par le terme dipolaire électrique ( $\mathbf{D} = \epsilon_0 (\epsilon_r \mathbf{E} + ig \mathbf{E} \times \mathbf{m})$ ).

#### ◆ Linéarisation.

Le coefficient  $g$  est supposé petit devant 1. Rappelons que  $g = 0.015$  et  $\epsilon_r = 5.3$  pour le grenat ValTm ayant le plus fort effet Faraday, à  $0.633 \mu\text{m}$ . On a séparé le champ électromagnétique en une partie indépendante de  $g$  (indice 0) et une partie proportionnelle à  $g$  (indice 1). Les termes en  $g^2$  sont négligés. L'équation donnant  $\mathbf{E}_1$  dans le volume du matériau est (4.A.7). Cette simplification peut être appelée approximation de Born : un photon ne subit qu'une seule interaction.

#### ◆ Interfaces

Nous avons négligé les effets d'interfaces, comme si le grenat était immergé dans un milieu d'indice  $\sqrt{5.3} = 2.3$ , où  $g$  est nul. Le champ  $\mathbf{E}_0$ , qui représente le faisceau laser polarisé, est donné par l'expression (où le facteur  $ik/2\pi$  a été omis) de [Richards, 1959] :

$$\mathbf{E}_0(x,y,z) = \int_{\Omega} \mathbf{A}(s_x, s_y) \exp[i\text{ink}(s_x(x-X) + s_y(y-Y) + s_z(z-Z))] \frac{ds_x ds_y}{s_z} \quad (4.C.1)$$



Dans cette expression, X, Y et Z désignent les coordonnées du foyer du faisceau et  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$  les cosinus directeurs d'un rayon du faisceau. La région  $\Omega$  désigne l'ouverture du faisceau, donnée par

$$\sqrt{s_x^2 + s_y^2} < \frac{\text{O.N.}}{n} \quad (4.C.2)$$

où O.N. est l'ouverture numérique du faisceau, c'est à dire celle de l'objectif qui le focalise (O.N. = 0.6). Le vecteur  $\mathbf{A}$  correspond à la polarisation du rayon et vaut, pour un faisceau polarisé selon Ox

$$\mathbf{A}(s_x, s_y) = \sqrt{s_z} \left( s_z + \frac{s_y^2(1-s_z)}{s_x^2 + s_y^2}, (s_z-1) \frac{s_x s_y}{s_x^2 + s_y^2}, -s_x \right) \quad (4.C.3)$$

(l'axe z est dans la direction du faisceau, donc  $s_z$  est toujours positif).

Les interfaces réelles se font avec de l'air d'indice  $n = 1$  (directement pour la face supérieure du film, et indirectement à travers les 500  $\mu\text{m}$  de GGG d'indice  $n \approx 2$  pour la face inférieure). Une interface ne transmet pas toute la lumière, donc produit deux effets. Le premier est une modification de l'état de polarisation du faisceau, car le coefficient de transmission dépend de la polarisation. Le deuxième est l'apparition d'ondes stationnaires, dues aux réflexions multiples entre les interfaces. C'est ce que nous avons appelé au chapitre III les interférences dans le film.

• Considérons d'abord l'effet sur la polarisation. Pour un rayon arrivant avec un angle d'incidence  $i$  sur un milieu d'indice  $n$ , les formules classiques de Fresnel s'écrivent (coefficients de transmission en amplitude) :

$$T_s = \frac{2 \cos i}{\cos i + n \cos r} \quad (4.C.4a)$$

$$T_p = \frac{2 \cos i}{n \cos i + \cos r} \quad (4.C.4b)$$

( $r$  désigne l'angle de réfraction).

Pour  $n = 2.3$  et  $\sin i = 0.6$ , on obtient  $T_s = 0.53$  et  $T_p = 0.57$  (si  $i = 0$   $T_s = T_p = 0.61$ ). La baisse de  $T$  avec  $i$  entraîne une modification (mais pas très importante) de la répartition d'intensité dans le faisceau, sans effet sur la polarisation.

La différence entre  $T_s$  et  $T_p$ , qui n'est pas non plus très importante, entraîne une augmentation du contraste de la ligne (en se référant à la figure 4-22, on voit que  $E_0^z$ , issu de la composante p de la polarisation, est renforcé).

Comme les variations de  $T$  sur tout le faisceau n'excèdent pas  $\pm 10\%$ , l'erreur commise sur l'image en les négligeant ne devrait pas être très grande.

- Interférences dans le film.

La première réflexion du faisceau a lieu à l'interface avec le substrat GGG. Le coefficient de réflexion maximum (correspondant à l'incidence normale) vaut 0.07. Le faisceau réfléchi est dessiné figure 4-25 avec deux flèches

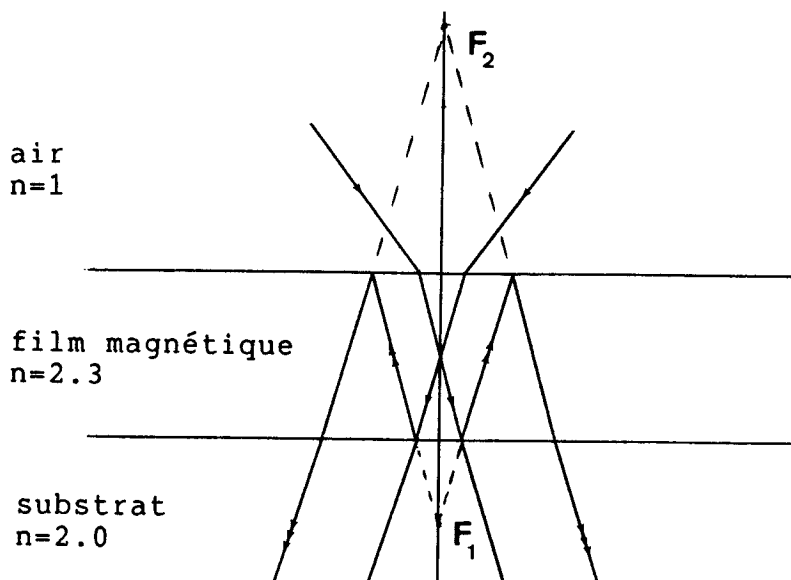


Fig. 4-25

*Interférences dans le film*

Il ne donnera pas lieu à diffraction importante dans le trou du cache, car il faudrait que l'aimantation possède des composantes de Fourier à un vecteur d'onde ayant une composante verticale de l'ordre de deux fois le vecteur d'onde de la lumière. Or la variation principale de  $m$  selon  $z$ , pour une structure simple, est due à l'épaisseur du film : c'est un vecteur d'onde trop faible. Il faut donc considérer le faisceau doublement réfléchi (3 flèches figure 4-25), affaibli encore par la deuxième réflexion dont le coefficient maximum vaut 0.39. On constate que ce faisceau a une résolution mauvaise, car son foyer  $F_2$  est loin (à deux épaisseurs) du centre du film. Son impact sur l'image finale est négligeable car il crée une variation de champ  $E_0$  de l'ordre du % à l'intérieur du film.

- ◆ Absorption dans le film.

Ce dernier facteur vient encore réduire l'influence des interférences, et ce d'autant plus que le film est épais.

Nous avons aussi négligé l'influence de l'absorption sur la distribution d'intensité dans le faisceau, car du fait du fort indice du film les rayons y sont assez verticaux. Si la densité optique du film vaut 1 en incidence normale, elle vaut 1.036 pour le rayon le plus incliné du faisceau incident.

Enfin,  $g$  a été pris réel, donc le DCM a été négligé. Cela n'a pas d'importance car  $E_1$  est proportionnel à  $g$ .

◆ Profil d'aimantation.

Le calcul est grandement simplifié si  $\mathbf{m}$  ne dépend pas de  $z$  : une intégration peut être faite analytiquement (la dépendance de  $\mathbf{m}$  en  $z$  dans le film vient, comme on l'a vu au §1B, du champ de fuite des domaines qui fait tourner l'aimantation hors du plan de la paroi).

Nous étudierons indirectement l'impact de cette approximation en faisant des calculs pour différents paramètres de largeur de ligne  $\Lambda$ .

Pour le profil en  $x, y$  de  $\mathbf{m}$ , nous avons utilisé le calcul à une dimension (§1B).

## 1b. Etablissement des équations

Nous cherchons à calculer l'amplitude  $\mathbf{E}_1$  diffractée dans une direction de cosinus directeurs  $S_x/nk, S_y/nk, S_z/nk$ , c'est à dire la transformée de Fourier partielle  $\mathbf{E}_1(S_x, S_y, h)$  calculée à  $z = h$ , la cote de la face de sortie du film magnétique.  $\mathbf{E}_1$  est donné par (4.A.7), avec un membre de gauche où on trouve schématiquement le produit de  $\mathbf{E}_0$  et de  $\mathbf{m}$ . La transformée de Fourier faisant passer de  $x, y$  à  $S_x, S_y$  transforme (4.A.7) en une équation différentielle à une seule variable  $z$ .

La dépendance en  $z$  est contenue entièrement dans  $\mathbf{E}_0$  (puisque'on a négligé celle de  $\mathbf{m}$ ), et est donnée par (4.C.1). Comme conditions aux limites nous avons pris

$$\mathbf{E}_1(S_x, S_y, 0) = \mathbf{0} = \partial/\partial z \mathbf{E}_1(S_x, S_y, 0) \quad (4.C.5).$$

La première condition revient à négliger les sources de surface, c'est à dire l'effet Kerr. La deuxième se déduit de la première à partir de

$$\text{rot } \mathbf{E}_1 = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t}$$

Le résultat du calcul est

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(S_x, S_y, h) = & - \int \left[ \epsilon_r k^2 \mathbf{A} \left( \frac{S_x - S'_x}{nk}, \frac{S_y - S'_y}{nk} \right) \times \mathbf{m}(S'_x, S'_y) \right. \\ & \left. - (S_x, S_y, S_z) \left( (S_x, S_y, \Sigma_z), \mathbf{A} \left( \frac{S_x - S'_x}{nk}, \frac{S_y - S'_y}{nk} \right), \mathbf{m}(S'_x, S'_y) \right) \right] \\ \times & \Phi(X, Y, h) dS'_x dS'_y \end{aligned} \quad (4.C.6)$$

où 
$$\Phi(X, Y, h) = \frac{\exp(-i[ (\Sigma_z - S_z)(Z-h/2) + (S_x - S'_x)X + (S_y - S'_y)Y ] )}{2i S_z \Sigma_z / nk}$$

$$\times \left[ \frac{1 - \exp[i (S_z - \Sigma_z) h]}{S_z - \Sigma_z} + \frac{1 - \exp[-i (S_z + \Sigma_z) h]}{S_z + \Sigma_z} \right] \quad (4.C.7)$$

et 
$$(S_x - S'_x)^2 + (S_y - S'_y)^2 + \Sigma_z^2 = n^2 k^2 \quad (4.C.8)$$

La notation  $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$  désigne le déterminant formé par les 3 vecteurs à trois coordonnées, et  $\mathbf{m}(S'_x, S'_y)$  la transformée de Fourier de la distribution d'aimantation.

La formulation avec les sources de courant (4.B.3) et la solution explicite (4.B.2), une fois intégrée en  $z$  de 0 à  $h$ , donne un résultat très semblable à (4.C.6). Les changements sont:

- remplacement dans (4.C.6) de  $\Sigma_z$  par  $S_z$
- seul le premier terme du crochet de (4.C.7) existe.

Ces changements sont compréhensibles. (4.B.2) décrit le champ rayonné à grande distance (diffraction de Fraunhofer), alors que (4.C.6) ne fait pas cette approximation et s'apparente donc à la diffraction de Fresnel. La fonction  $\Phi$  de (4.C.7) sélectionne en fait  $\Sigma_z = \pm S_z$ , et seul  $\Sigma_z = +S_z$  correspond à un faisceau diffracté qui ne revient pas en arrière.

Nous avons comparé numériquement les deux formulations : la différence en intensité calculée (image d'une ligne) est inférieure à 2%.

Les calculs ont été faits avec (4.C.6) et (4.C.7).

### 1c. Transformée de Fourier de l'aimantation

Le modèle à une dimension pour la structure de paroi et de ligne a la beauté d'avoir une transformée de Fourier calculable analytiquement.

Pour une paroi sans ligne on a

$$\mathbf{m} = (\pm \sin\theta, 0, \cos\theta) \quad (4.C.9)$$

avec 
$$\sin\theta = \frac{1}{\text{ch}(y \varepsilon_\Delta / \Delta)}$$

$$\cos\theta = \text{th}(y \varepsilon_\Delta / \Delta) \quad (4.C.10)$$

( $\varepsilon_\Delta$  décrit comment sont aimantés les domaines de part et d'autre de la paroi, le signe  $\pm$  indique l'orientation selon  $\pm Ox$  de l'aimantation au centre de la paroi).

Le calcul de

$$\begin{aligned} m(s_x, s_y) &= \iint \exp[-i(s_x x + s_y y)] m(x, y) dx dy \\ &= 2\pi \delta(s_x) \int \exp(-i s_y y) m(y) dy \end{aligned}$$

se fait facilement par la méthode des résidus, et aboutit à

$$\left| \begin{aligned} m_x(s_x, s_y) &= \pm 2\pi \delta(s_x) \frac{\pi \Delta}{\text{ch}(\pi \Delta s_y / 2)} \\ m_z(s_x, s_y) &= -2\pi \delta(s_x) \frac{i\pi \Delta \epsilon_\Delta}{\text{sh}(\pi \Delta s_y / 2)} \end{aligned} \right. \quad (4.C.11)$$

Pour une paroi avec ligne

$$\mathbf{m} = (\sin\theta \cos\varphi, \epsilon_s \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta) \quad (4.C.12)$$

avec  $\theta$  donné par (4.C.10) et

$$\sin\varphi = \frac{1}{\text{ch}(x \epsilon_\Lambda / \Lambda)}, \quad \cos\varphi = \text{th}(x \epsilon_\Lambda / \Lambda) \quad (4.C.13)$$

$\epsilon_\Lambda$  correspond à la charge  $\sigma$  de la ligne, et  $\epsilon_s$  sert à préciser la polarité de la ligne, qui vaut  $\epsilon_\Delta \epsilon_\Lambda \epsilon_s$  dans le convention du §1B2b.

Le résultat du calcul est

$$\left| \begin{aligned} m_x(s_x, s_y) &= \frac{-i\pi \Delta \epsilon_\Lambda}{\text{sh}(\pi \Lambda s_x / 2)} \cdot \frac{\pi \Delta}{\text{ch}(\pi \Delta s_y / 2)} \\ m_y(s_x, s_y) &= \epsilon_s \frac{\pi \Lambda}{\text{ch}(\pi \Lambda s_x / 2)} \cdot \frac{\pi \Delta}{\text{ch}(\pi \Delta s_y / 2)} \end{aligned} \right.$$

$$m_z(s_x, s_y) = -2\pi \delta(s_x) \cdot \frac{i\pi \Delta \varepsilon_\Delta}{\text{sh}(\pi\Delta s_y/2)} \quad (4.C.14)$$

## 1d. Résolution numérique

Le programme Fortran correspondant à (4.C.6), (4.C.7), (4.C.11) et (4.C.14) est présenté en Appendice C. Pour calculer une image (31x31 points espacés de 0.2  $\mu\text{m}$ ) avec un cache ayant un trou ponctuel et une O.N. de 0.6, l'espace des vecteurs d'onde étant maillé en 600x600 points, il faut 25' de temps machine (CPU) sur le VAX 11/785 du LETI.

## 2. Résultats du calcul

Les paramètres standard du calcul sont proches de ceux du ValTm55A, soit :

$$\begin{array}{lll} h = 7.5 \mu\text{m}, & \Delta = 0.065 \mu\text{m}, & \Lambda = 0.16 \mu\text{m} \\ n = 2.3, & g = 0.015 & (g' = 0) \end{array}$$

Comme paramètres optiques, nous avons pris :

$$\begin{array}{l} \lambda_0 = 0.633 \text{ mm}, \text{ O.N. du faisceau incident} = 0.6, \\ \text{O.N. du trou du cache} = 0.65, \text{ polarisation selon Ox.} \end{array}$$

L'image est calculée sur  $[-3\mu\text{m}, 3\mu\text{m}]^2$ , la ligne étant en (0,0).

$\varepsilon_\Delta$  n'est pas varié, donc les contrastes seront associés à  $\varepsilon_\Lambda$ .

### 2a. Position du trou du cache

L'intensité du point central de l'image est calculée.

◆ La figure 4-26 en donne les variations en fonction de l'angle du trou mesuré par rapport à Ox. En 4-26a, on voit que l'intensité diffractée est nulle (ou presque pour la ligne) quand l'angle vaut 0, 180, 360 degrés : le trou est alors le long de la paroi. Le contraste maximum est obtenu pour un angle de 90 (ou 270 deg, qui donne un contraste inverse).

Le signal diffracté par une paroi sans ligne n'est pas maximum à l'angle de 90 degrés. Cet effet a été vu au §B3a; il est lié à la présence de  $E_0^Z$ . L'expérience confirme ce comportement (figure 4-26b).

◆ La figure 4-27 est calculée pour un angle du trou de 90 degrés ; l'ouverture numérique correspondant au trou étant variée. On voit la chute rapide des intensités diffractées en 4-27a, et l'amélioration du contraste mesuré en terme d'intensité relative en 4-27b.

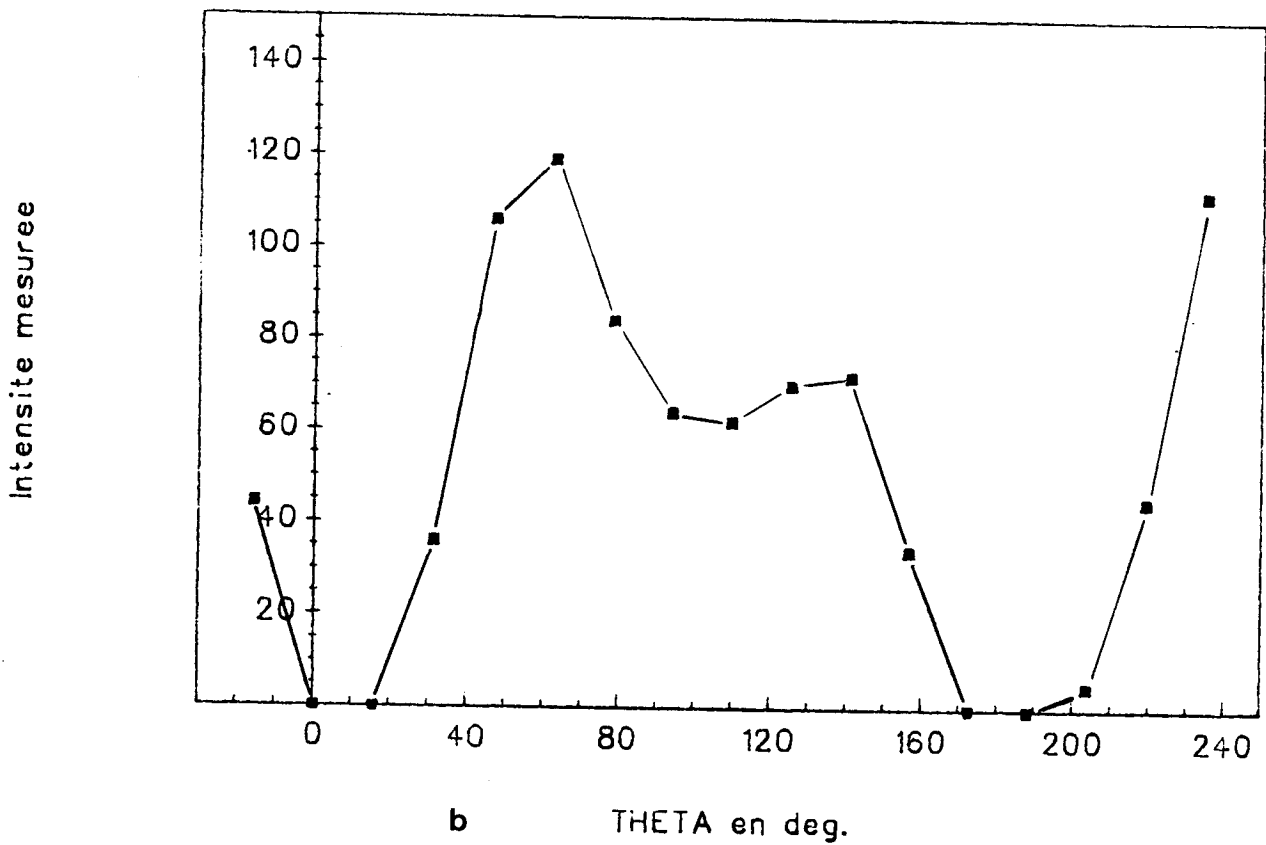
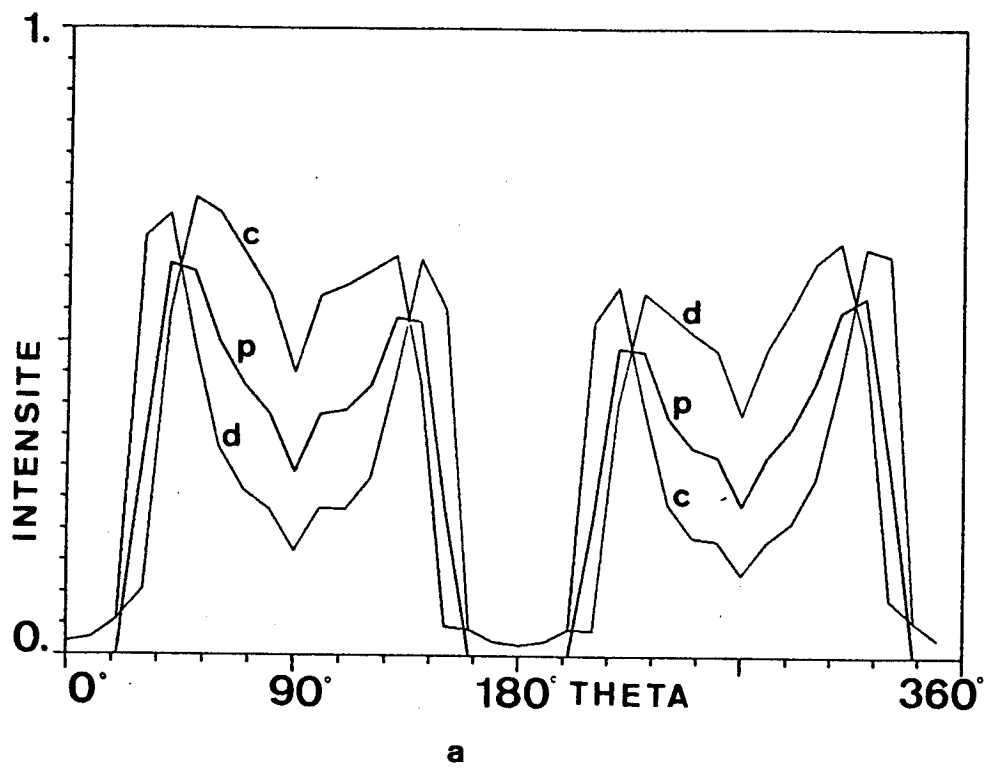


Fig. 4-26

Influence de l'orientation du trou du cache (angle THETA repéré par rapport à Ox).  
 (a) calcul pour les paramètres standard (p : paroi, c : ligne convergente, d : ligne divergente).  
 (b) Mesure sur un réseau de parois parallèles (sans lignes). L'incertitude sur les résultats est plus grande que la taille des carrés.

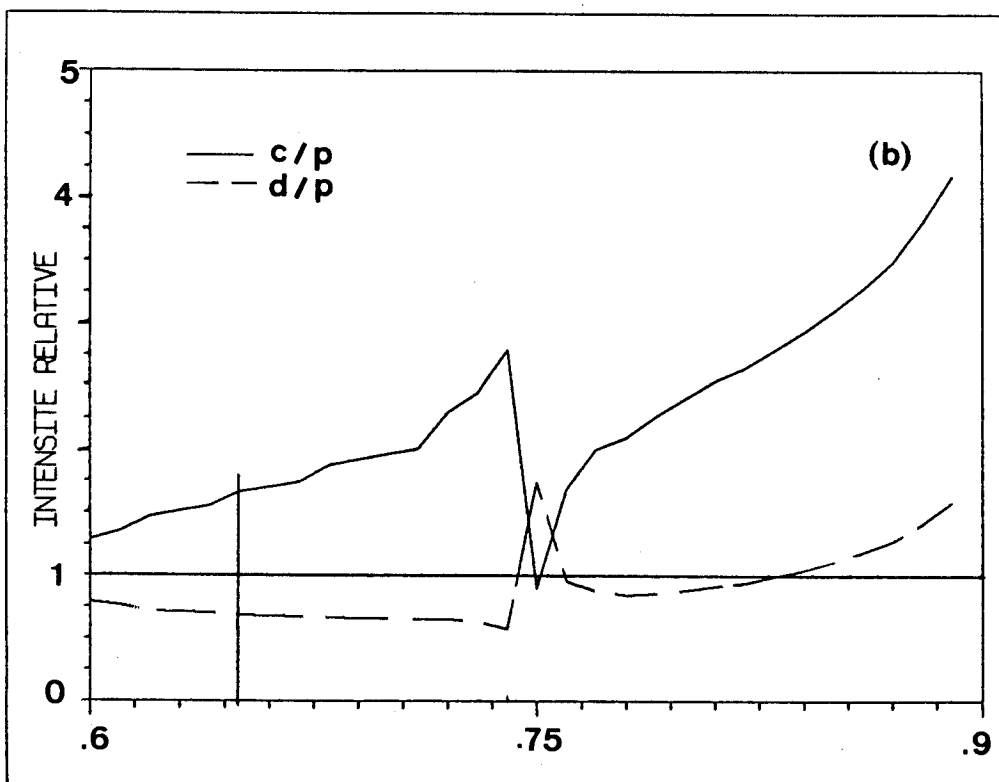
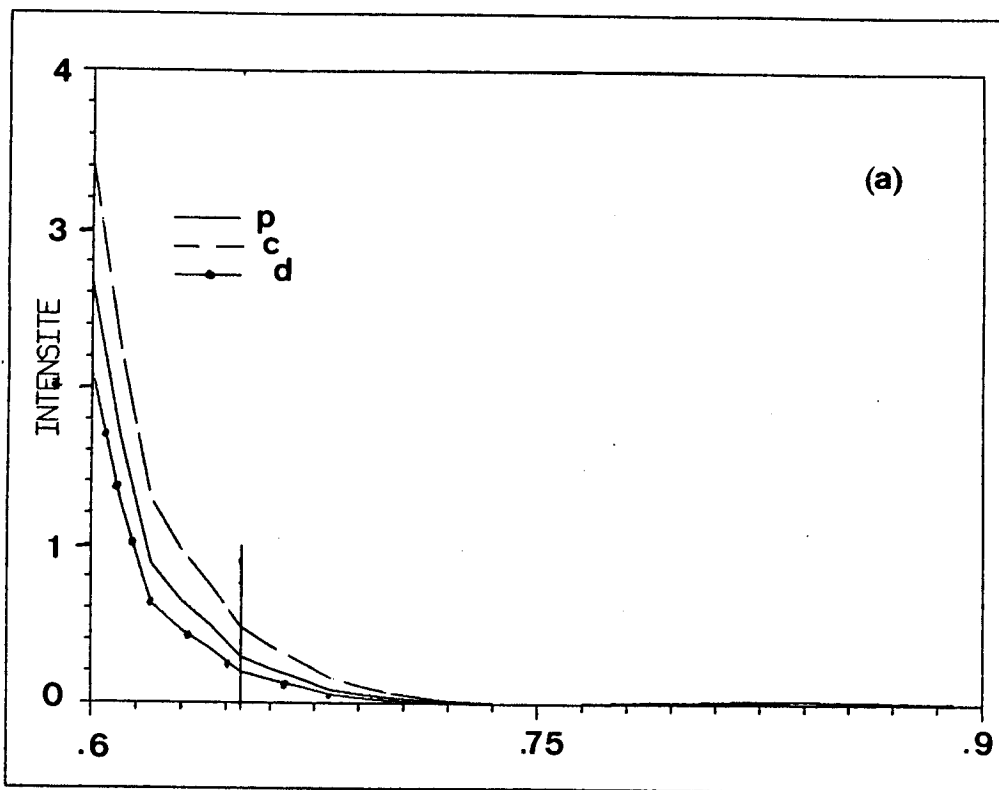


Fig. 4-27

Influence de la position radiale du trou du cache, indiquée par l'ouverture numérique correspondante (THETA = 90 deg, symboles : voir fig. 4-26).  
 (a) intensités absolues (unités arbitraires)  
 (b) intensités relatives à celle de la paroi.



## 2b. Calcul standard

Il est fait à une ouverture de 0.65 et un angle de 90 degrés pour le trou du cache.

Les images résultantes sont représentées figure 4-28 (en perspective ou en courbe de niveau). Il faut les comparer à la photo 4-8, ou pour être plus quantitatif, aux deux profils relevés au LSM présentés figure 4-29. Pour la figure 4-28, un maillage raffiné de 151 x 151 points (pas = 0.04  $\mu\text{m}$ ) a été utilisé.

L'accord est bon qualitativement. Mais on observe expérimentalement des contrastes plus marqués : le signal est très fort au niveau de la ligne blanche (en positif) et les franges dans la paroi sont très marquées.

Le calcul donne une ligne blanche mieux contrastée que la ligne noire, un autre fait d'expérience.

## 2c. Focalisation

La figure 4-30 compare deux focalisations à  $Z = h/2$  et à  $Z = h$ . Dans le dernier cas, l'image de la paroi est fortement asymétrique. C'est bien ce qu'indique l'expérience. D'ailleurs nous avons pris comme critère de mise au point (le réglage délicat à effectuer quand on travaille en fond noir) la symétrie de l'image de la paroi.

## 2d. Influence de l'épaisseur du film

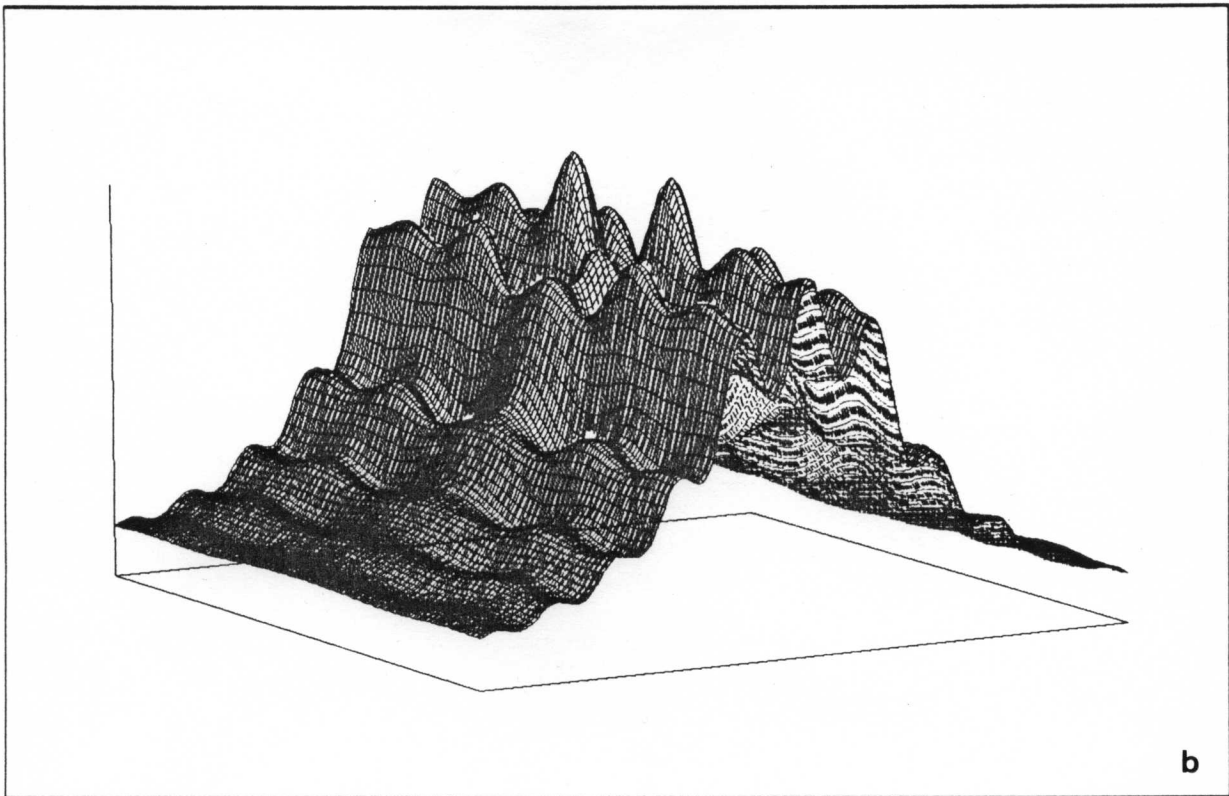
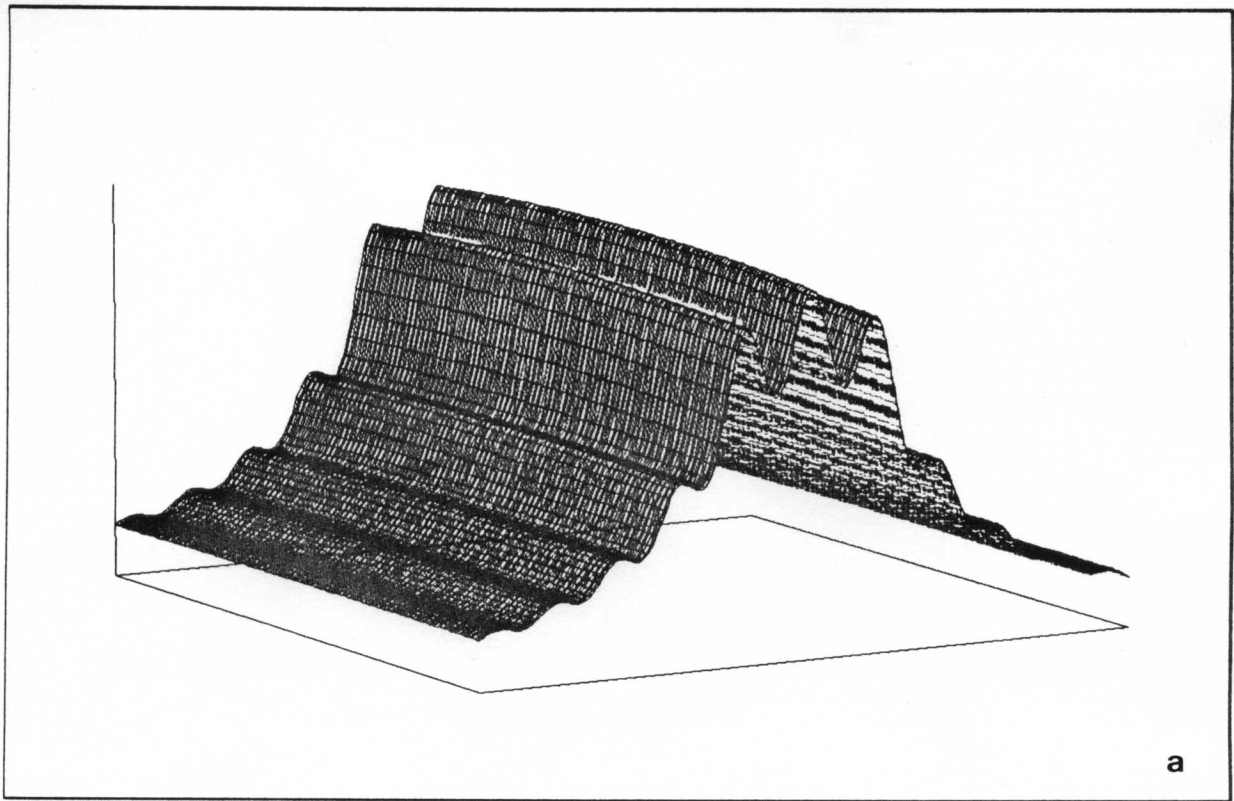
En gardant les mêmes caractéristiques pour l'objectif et le cache dans le condenseur le paramètre épaisseur du film a été varié. Aux grandes épaisseurs la paroi devient très large et mal localisée, aux faibles épaisseurs le signal diffracté devient très petit. La largeur mesurée à mi-hauteur de la paroi est proche de la plus grande des deux largeurs ayant servi à calculer l'optimum (4.A.2).

Sauf aux très grandes épaisseurs (15  $\mu\text{m}$ ) où le signal de la ligne devient indiscernable, la largeur calculée (selon  $O_x$ ) de la ligne ne semble pas affectée. Alors que la largeur de la paroi augmente par l'apparition et l'extension des franges latérales, ce n'est pas le cas de la ligne.

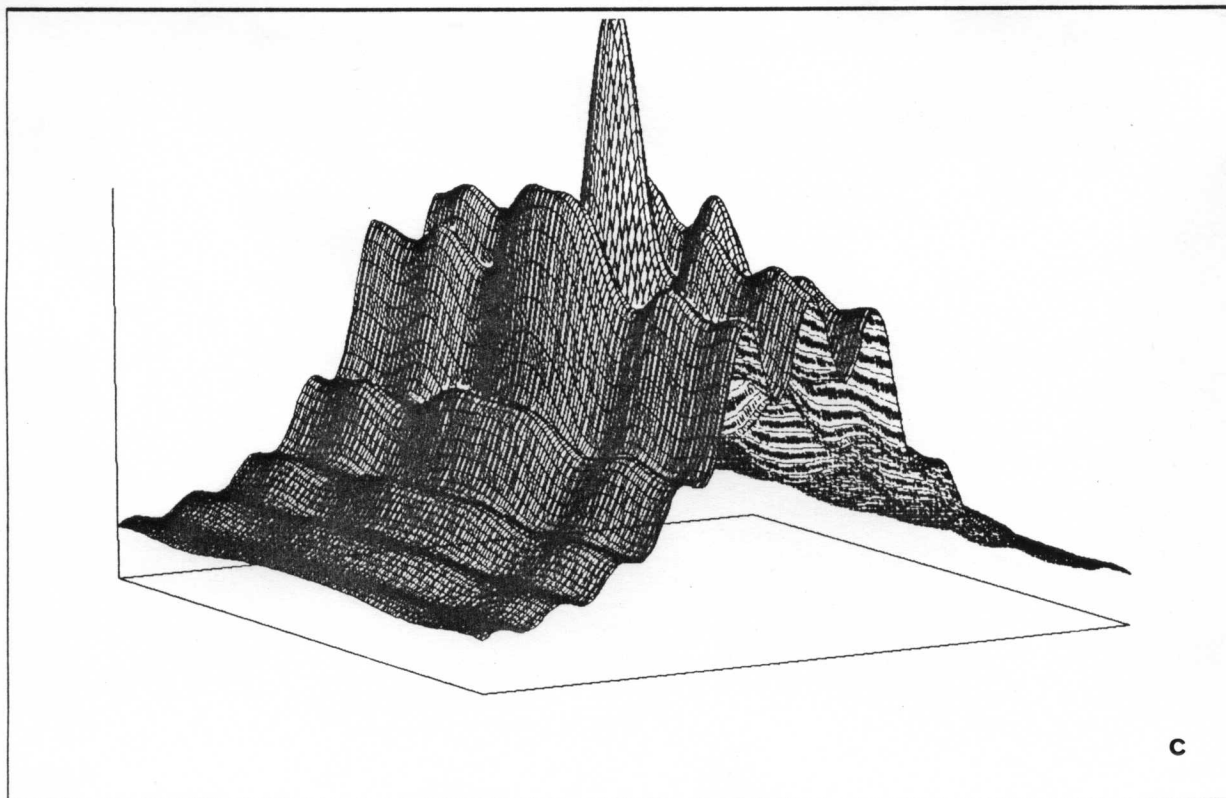
## 2e. Variation de $\Delta$ et de $\Lambda$

Les varier ne change pas les largeurs de paroi et de ligne calculées. Par contre l'intensité diffractée (le contraste des images) est affectée.

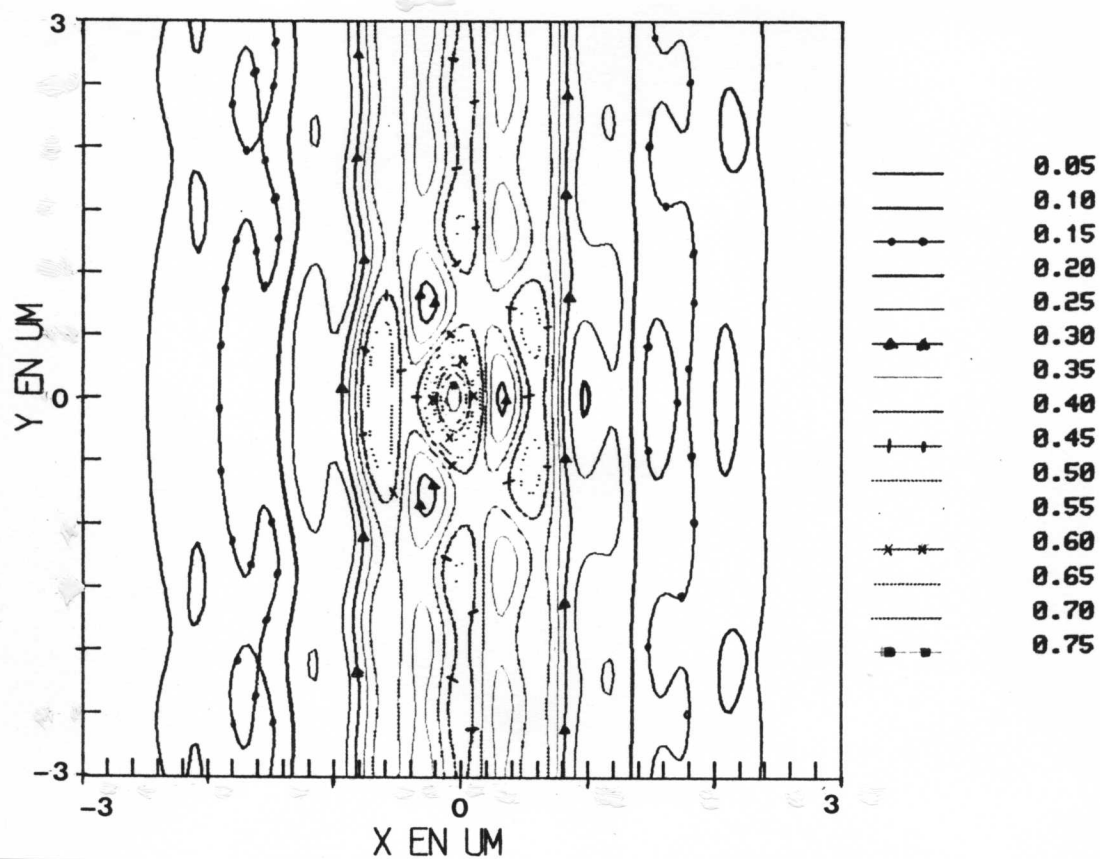
Gardant  $\Lambda = 0.16 \mu\text{m}$ , le meilleur contraste de ligne est obtenu vers  $\Delta = 0.2 \mu\text{m}$  (figure 4-31). Ceci est compréhensible simplement à partir de l'exposé du §B3. En effet le contraste de ligne est maximal lorsque les deux amplitudes qui interfèrent (celle diffractée par les deux domaines et celle diffractée par les deux segments de paroi) sont égales. Il y a donc une taille optimale de la paroi telle que la contribution des domaines



**Fig. 4-28**  
*Calcul d'images dans les conditions standard.*  
*a : paroi seule, b : ligne divergente*



c



d

Fig. 4-28

Calcul d'images dans les conditions standard (suite), ligne convergente.  
 c : vue en perspective, d : courbes de niveau

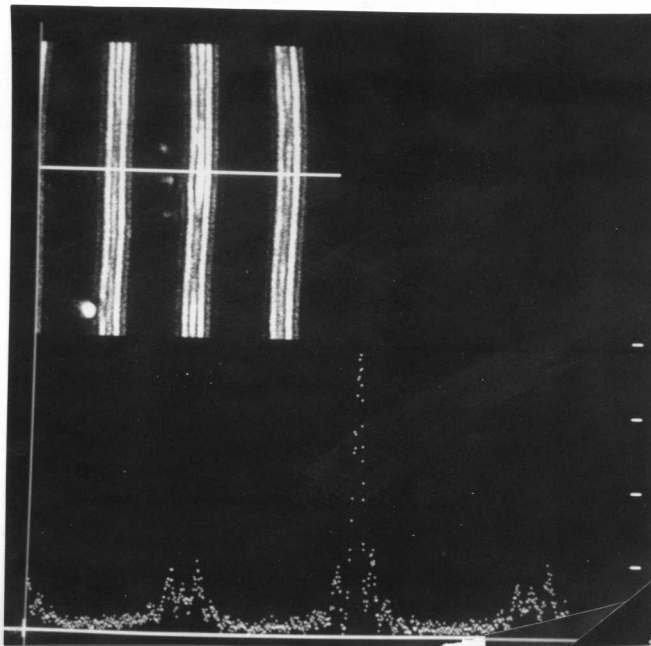
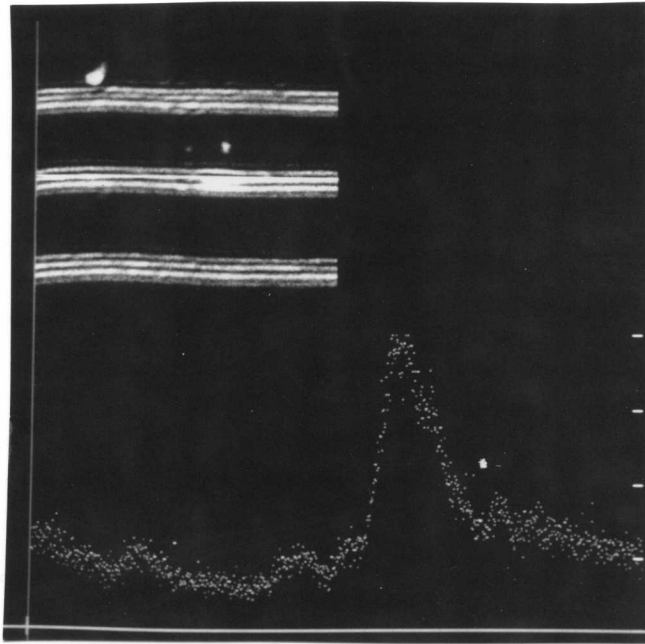


Figure 4-29: Profils d'intensité mesurés le long et au travers de la paroi au niveau d'une ligne. Le profil est mesuré sur  $26\mu\text{m}$ .

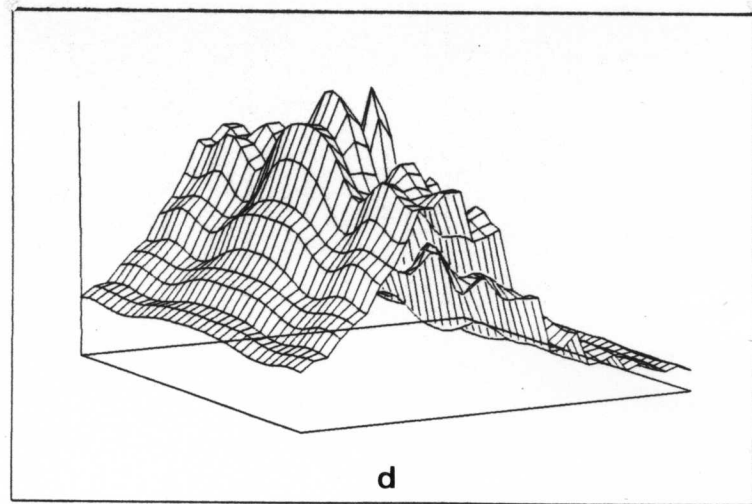
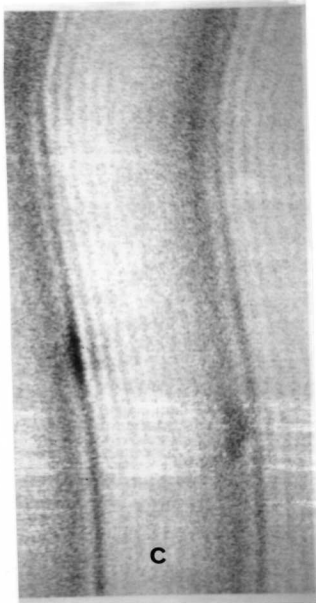
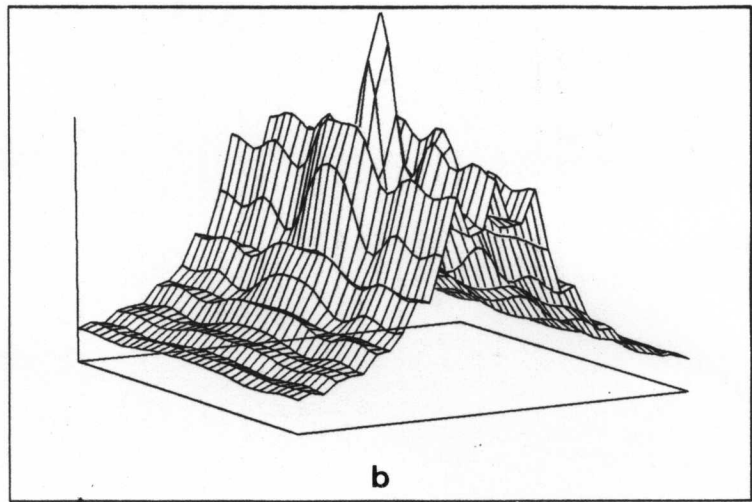
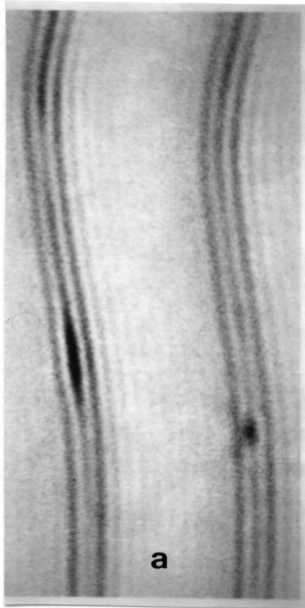
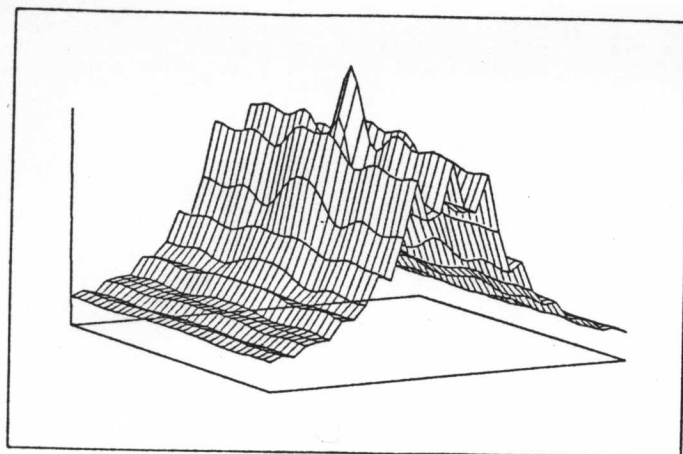
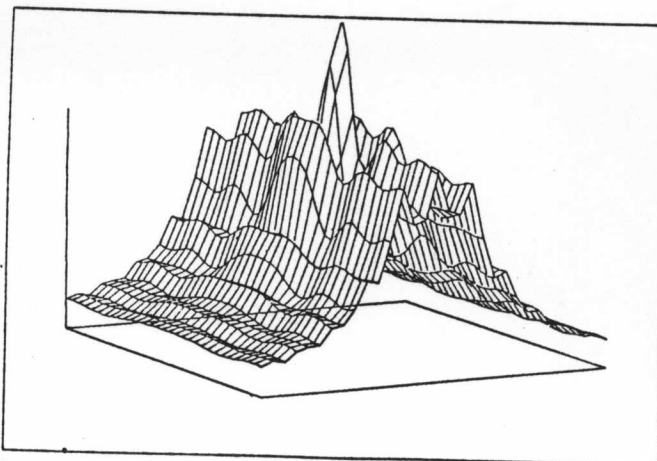


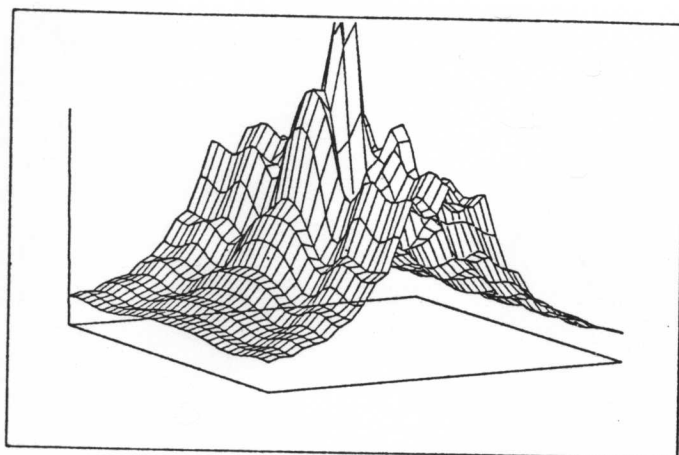
Figure 4-30: Influence de la focalisation de l'échantillon sur l'image d'une ligne convergente. a,b: bien focalisé (b: calcul standard avec  $Z=h/2$ ); c,d: mal focalisé (d: calcul avec  $Z=h$ )



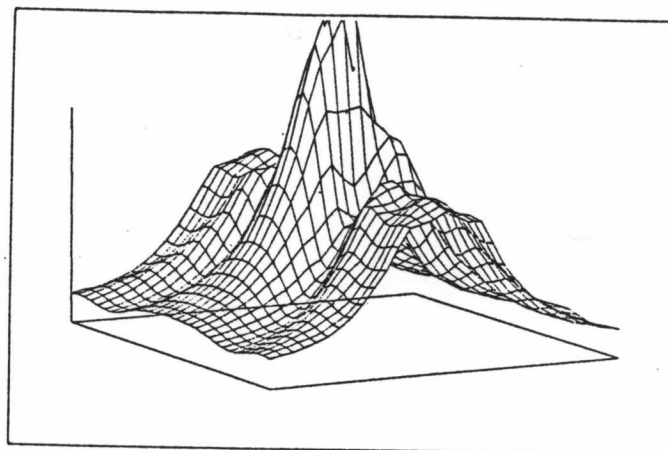
0.032



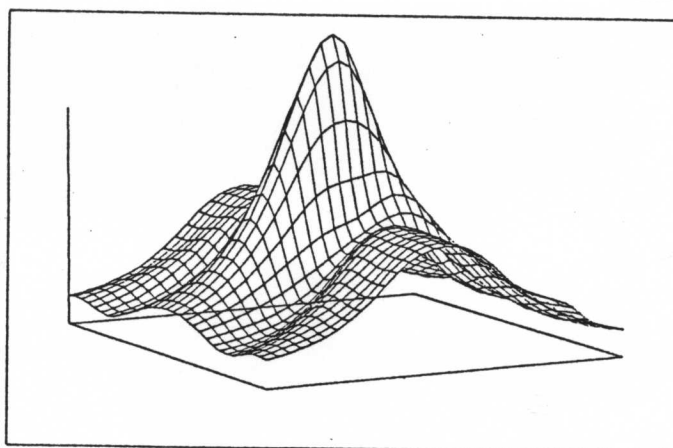
0.065



0.13



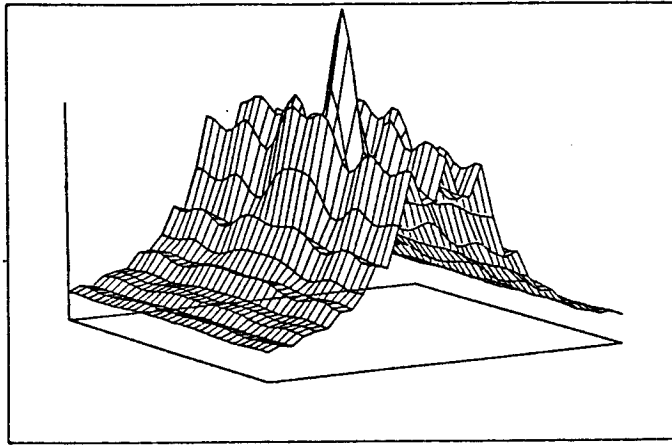
0.26



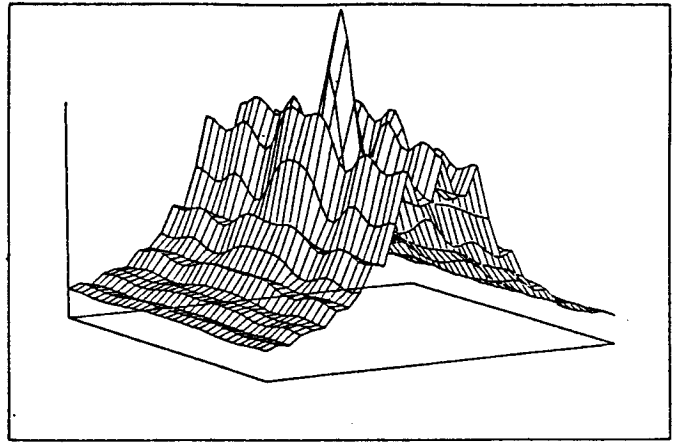
0.52

Fig. 4-31

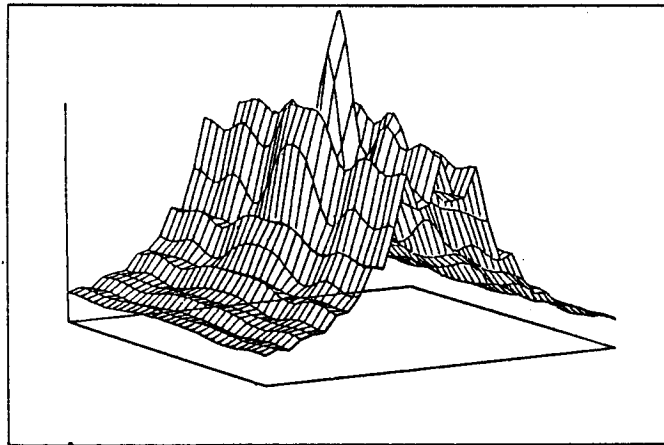
Calculs pour différents paramètres de largeur de paroi  $\Delta$  (indiqués en  $\mu\text{m}$ ) pour une ligne convergente.  
Les autres paramètres sont standard.



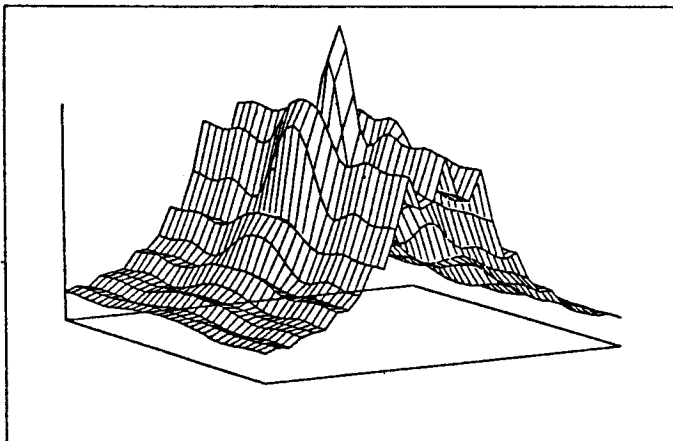
0.04



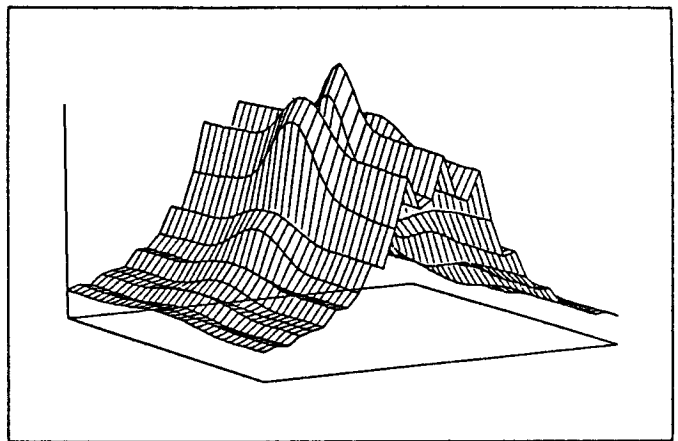
0.08



.16



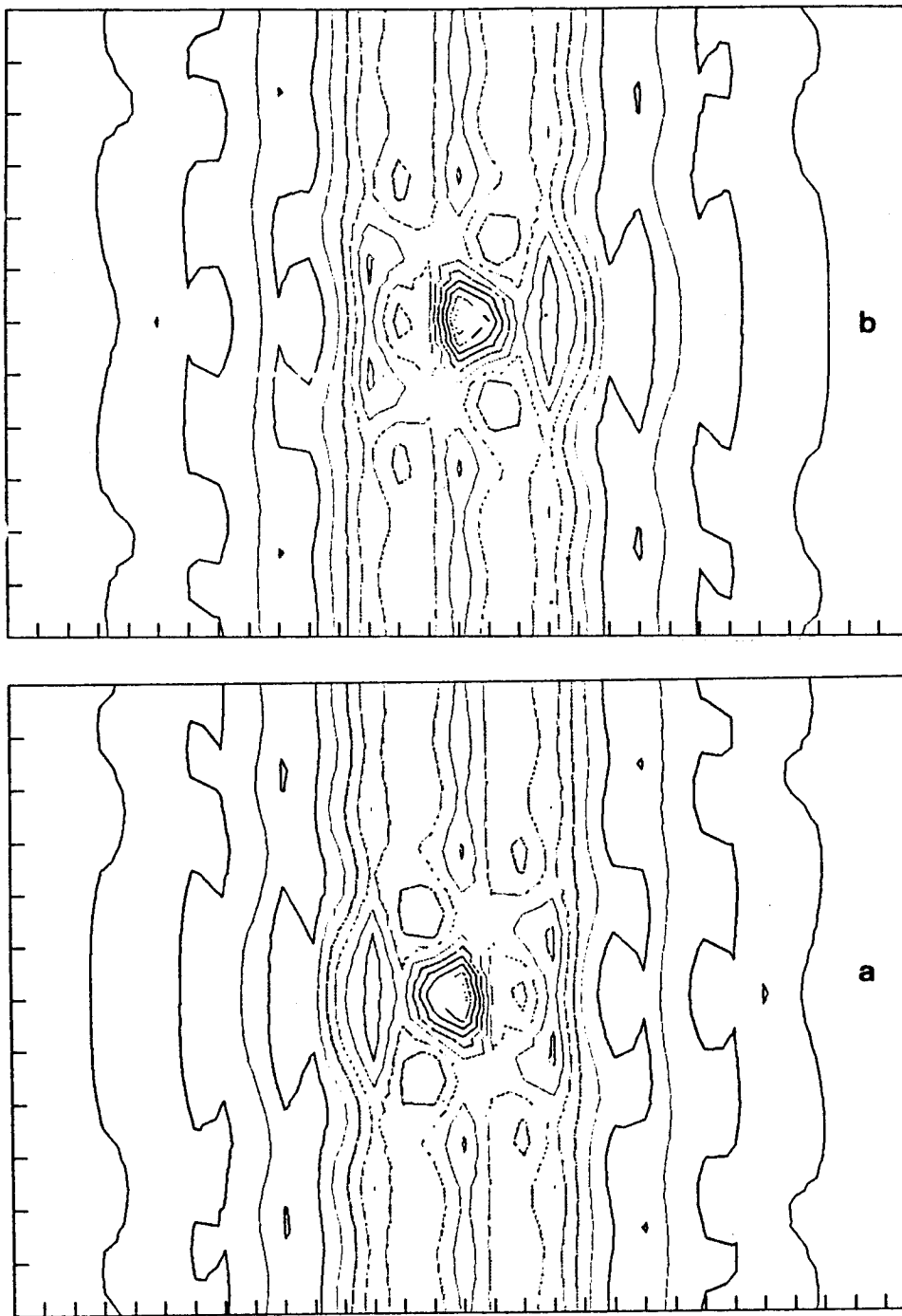
.32



.64

Fig. 4-32

Calculs pour différents paramètres de largeur de ligne  $\Lambda$  (indiqués en  $\mu\text{m}$ ) pour une ligne convergente.  
Les autres paramètres sont standard.



**Fig. 4-33**  
*Calcul de deux lignes convergentes de signes opposés.*



égale celle de la paroi, et ce pour chaque condition de focalisation du faisceau (O.N. du faisceau et épaisseur du film).

Gardant  $\Delta = 0.065 \mu\text{m}$ , on trouve par les calculs que le contraste de ligne est indépendant de  $\Lambda$  aux petits  $\Lambda$  (figure 4-32), et chute aux très grands  $\Lambda$ . A nouveau le modèle avec les mains permet de comprendre ce résultat. Un petit  $\Lambda$  assure une surface maximum aux segments de parois, alors qu'un grand  $\Lambda$  fait qu'ils n'occupent qu'une faible part du volume du matériau éclairé par l'objectif, réduisant ainsi leur contribution à la diffraction.

A la limite d'un très grand  $\Lambda$ , la ligne se transforme en segment de paroi de Néel. L'effet dans ce segment est analysé au paragraphe suivant.

Nous n'avons pas d'expériences à comparer à ces calculs. Les matériaux usuels ont tous sensiblement les mêmes  $\Lambda$  et  $\Delta$ .

## 2f. Polarité de la ligne

Dans les conditions standard de calcul, nous avons comparé un calcul à  $\epsilon_s = +1$  avec celui à  $\epsilon_s = -1$ . Le signe du contraste de la ligne n'est pas affecté car ni la charge  $\sigma$ , ni la disposition de l'aimantation dans les domaines n'ont été modifiés. Le calcul indique une très légère différence entre les deux images, sous forme d'un changement de l'asymétrie de l'image de la ligne (figure 4-33).

Nos expériences tentant de mettre en évidence une telle asymétrie ont été infructueuses.

Mais l'effet prédit était faible.

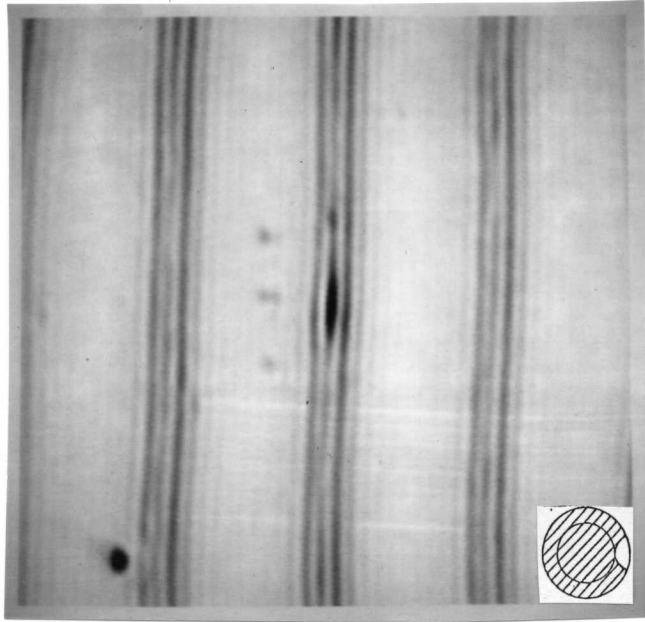
## 3. Influence de l'orientation de la polarisation

Pour les caractères de l'imagerie en fond noir anisotrope où la comparaison a pu être faite entre calcul et expérience, l'accord est bon bien que non quantitatif.

Mais il existe un point de désaccord fondamental entre les deux : l'orientation de la polarisation du faisceau incident par rapport à la paroi.

### 3a. Résultats expérimentaux

Dans le LSM, la polarisation est fixe car c'est celle de la source laser. On tourne donc l'échantillon (en prenant soin de repérer l'endroit étudié) et le cache en même temps. Cette modification n'est pas entièrement neutre car le balayage du faisceau laser est aussi fixe. Donc dans un cas le faisceau est balayé perpendiculairement à la paroi, et dans l'autre parallèlement, si on a tourné de 90 degrés.



→  $\vec{E}_0$

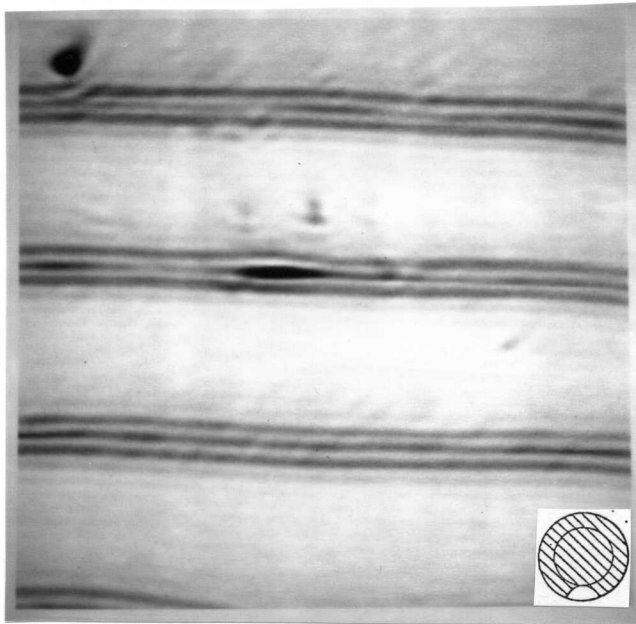
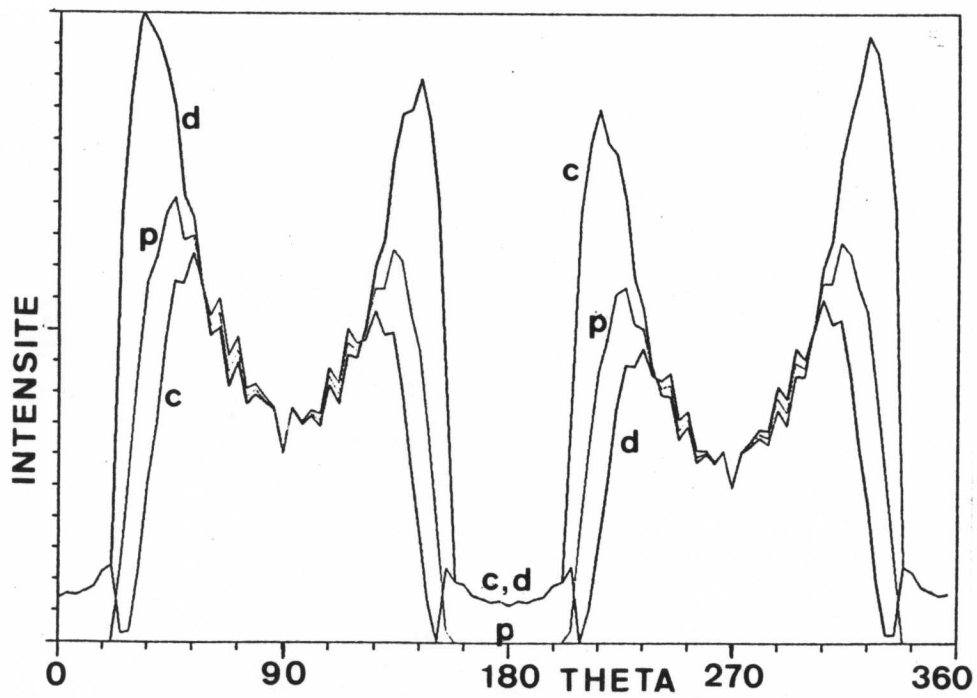


Figure 4-34: Influence de l'orientation de la polarisation sur l'image en fond noir anisotrope (la polarisation étant fixe, on a tourné l'échantillon et le diaphragme). Le contraste est très semblable.



**Fig. 4-35**

*Calcul de l'intensité au centre de l'image en fonction de l'orientation du trou du cache.  
 La polarisation est perpendiculaire à la paroi  
 (p : paroi; c : ligne convergente, d : ligne divergente)*

Ceci étant, l'expérience ne montre pas de différence notable entre une polarisation parallèle ou perpendiculaire à la paroi (figure 4-34). On obtient deux fois plus de signal lorsque la polarisation est parallèle à la paroi, mais le contraste est identique.

### 3b. Prédications du modèle et calculs

Nous avons déjà évoqué au §B3c (figures 4-22 et 4-23) la différence profonde entre les deux situations. Elles provient ultimement de l'expression de l'effet magnéto-optique sous forme dipolaire électrique de laquelle on déduit un courant (4.B.3) où la polarisation intervient explicitement.

Le calcul numérique, dans l'hypothèse  $g' = 0$ , donne un résultat conforme à ce raisonnement. Le profil d'intensité au centre de l'image, calculé en fonction de la rotation du trou du cache (figure 4-35 pour la polarisation selon  $Oy$ , à comparer à 4-26a pour une polarisation selon  $Ox$ ), montre qu'il n'existe pas de contraste des lignes pour le trou du cache orienté perpendiculairement aux parois. Seulement pour une orientation proche de celle des parois, un contraste apparaît.

Le désaccord est flagrant entre expérience et modèle.

### 3c. Discussion

Le modèle que nous avons utilisé n'est pas facile à rejeter, car il explique de nombreux faits expérimentaux alors que le raisonnement usuel (rotation de polarisation si  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} \neq 0$ ) ne le permet pas.

Dans le cadre du modèle, il existe cependant une possibilité pour le mettre en accord avec l'expérience. Nous avons vu au §B3b que l'effet d'origine magnétique donnait un contraste de ligne justement lorsque la polarisation est perpendiculaire à la paroi.

Il faudrait alors que la rotation de polarisation d'origine magnétique ( $g'\epsilon_r$ ) soit de l'ordre de celle d'origine dipolaire électrique ( $g$ ).

Mais la théorie magnéto-optique usuelle n'accepte pas cette hypothèse. De plus, l'existence d'un effet Kerr transverse en polarisation  $s$  (directement lié à l'effet magnéto-optique créé par la matrice  $\boldsymbol{\mu}$ ) n'est pas connue. Toutefois les mesures se font surtout sur des matériaux métalliques et non sur des grenats transparents dans le visible.

Il est donc possible que le modèle que nous proposons pour interpréter les images soit incomplet, voire incorrect.



## Appendice C : Programme de calcul numérique d'images en fond noir anisotrope

Comme, dans le LSM, le détecteur somme les intensités de tous les rayons qui lui parviennent à travers le trou dans le diaphragme de fond noir anisotrope, nous avons formulé la solution du problème de diffraction en transformée de Fourier. La formule (4.C.6) exprime l'amplitude d'un rayon diffracté comme un produit de convolution entre la transformée de Fourier de la distribution d'aimantation et la transformée de Fourier du champ lumineux incident.

### 1. Discrétisation

Combien de points faut-il pour calculer ce produit de convolution ?

#### 1a. Domaine à décrire

Comme unité de longueur dans l'espace de Fourier ( $k_x, k_y$ ), nous avons pris le vecteur d'onde lumineux (dans le grenat)

$$K = n \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (\text{C.1})$$

qui vaut ici  $22.8 \mu\text{m}^{-1}$  ( $\lambda_0 = 0.6328 \mu\text{m}$ ).

Le faisceau lumineux incident, d'ouverture O.N. = 0.6 occupe le disque de rayon (O.N./n) K, soit ici  $6 \mu\text{m}^{-1}$ . Comme le condenseur a une ouverture numérique de 0.9, l'espace de calcul des rayons diffractés est borné par le disque de rayon  $(0.9/n)K = 8.9 \mu\text{m}^{-1}$ .

Le module maximum du vecteur d'onde de la structure magnétique qui interviendra dans le calcul vaudra ainsi  $14.9 \mu\text{m}^{-1}$ . On n'explore donc pas les détails fins de la structure de paroi. Cette dernière s'étend en effet en vecteur d'onde sur quelques  $\pi/(\pi\Delta)$  ( $= 15.4 \mu\text{m}^{-1}$ ).

Il faut donc que l'espace des vecteurs d'onde s'étende jusqu'à  $2K/3$  en module.

#### 1b. Pas de la description

Reste à déterminer le pas en vecteur d'onde à utiliser, sur lequel pèsent deux contraintes.

◆ La transformée de Fourier du faisceau incident est une fonction sans accidents qui ne pose pas de problèmes. Par contre la transformée de Fourier de l'aimantation diverge en 0 (en  $k_y$  pour  $m_z$  et en  $k_x$  pour  $m_x$  s'il y a une ligne). Cette divergence n'est pas très forte car à l'échelle  $1/\Lambda$  (qui vaut  $6.2 \mu\text{m}^{-1}$  pour  $\Lambda = \Lambda_0$ ). En divisant en plus de 60 points dans chaque direction on décrit bien cette divergence. Pour le point zéro, nous mettons les  $1/\text{sh}$  à 0 et la fonction  $\delta$  de Dirac y vaut l'inverse du pas.

◆ La deuxième contrainte est plus sévère et provient de l'extension de l'image à calculer. Le déplacement dans l'image se traduit en transformée de Fourier par une exponentielle oscillante à intégrer. Il faut que les incréments de la phase soient bien inférieurs à  $2\pi$  pour correctement intégrer cette exponentielle. Appelons R l'extension dans l'espace réel de l'image à calculer, il faut donc  $R \cdot \text{Pas} \ll 2\pi$ . Prenons comme critère  $\text{Pas} < 2\pi/(40R) \approx 1/(6R)$ . Le demi nombre de points dans une direction vaut donc  $(2K/3)/(1/6R) = 4R \cdot K$ .

Avec des tableaux  $600 \times 600$ , nous pouvons calculer  $R = 3 \mu\text{m}$ . Le champ obtenu ( $6 \times 6 \mu\text{m}$ ) est raisonnable par rapport au diamètre du faisceau en surface, qui vaut  $2 \mu\text{m}$ . C'est la valeur que nous utilisons.

La figure 4-28a montre que l'image d'une paroi sans ligne est bien calculée être quasi indépendante de  $x$ .

## 2. Programmation

La liste du programme Fortran écrit pour effectuer le calcul est donnée ci-après.

Rien n'est particulier dans le programme, qui ne fait que retranscrire les formules données au § IV.C. Il faut seulement noter que la boucle sur les points de l'image doit être la plus interne, car la sélection des vecteurs d'onde et le calcul de leur contribution à l'intégrale de convolution est l'étape lente du calcul.

Les données utilisées pour calculer la figure 4-28c étaient, à titre d'exemple, les suivantes :

7.500	0.160	0.065
-1	-1	1
2.300	9.926	0.015
200	300	
0.040	0.040	3.750
75	90	
0.600	0.050	0.600

La durée du calcul est environ 25' (CPU) sur le VAX 11/785 du LETI.

```

0002 CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0003 C PROGRAMME DE CALCUL DE DIFFRACTION
0004 C PAR UNE PAROI MAGNETIQUE (FORMULATION SOURCES)
0005 C version acceleree
0006 C region des k etendue au dela du k optique pour bien decrire
0007 C les petites structures magnetiques
0008 CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0009 COMPLEX EXI,EYI,EZI,PHI,MS,MB,ASM,AMP,FACT,MIX,MX(600,600)
0010 & ,AMX,AMY,AMZ,ASS,DEPHI,DEPH,PHI1
0011 & ,XI,YI,ZI,HI,EX(50,50),EY(50,50),EZ(50,50)
0012 REAL K,PI,LAM,DEL,SY,ASY,DELP,LAMP,SX,ASX
0013 & ,MIY,MY(600,600),MIZ,MZ(600,600)
0014 & ,SS,AIX,AIY,AIZ,SZ,AX(600,600),AY(600,600)
0015 & ,AZ(600,600),K0,OXX,OXY,H
0016 & ,INREF,OSY,OPY,OSX,OPX,SIJ,KP,OMEGA,X,Y,Z,RSZ,OUV,G
0017 & ,OX0,OY0,TRACE(101,101),DX,DY,DOX0
0018 & ,OJX,OJY,KPU,KMO,OUVLIM
0019 INTEGER NC,NE,ELAM,ESIG,EDEL,JP,IP,IT,LX,LY,NSTEP,NTET
0020
0021 PI=3.1415926535
0022 CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0023 C LECTURE DONNEES
0024 CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0025 READ(5,100) H,LAM,DEL !EPAISSEUR,PARAMS. LARGEUR LIGNE ET PAROI
0026 READ(5,112) ELAM,ESIG,EDEL !3 SIGNES DEFINISSANT LA STRUCTURE
0027 READ(5,100) INREF,OMEGA,G !INDICE,2*pi/lambda,COEFF M-O
0028 READ(5,110) NC,NE ! PAS EN K =INREF* OMEGA/NC, NB DE POINTS EN K
0029 READ(5,100) DX,DY,Z ! PAS EN X ET Y POUR L'IMAGE,FOCALISATION
0030 READ(5,110) NSTEP,NTET !NB POINTS X ET Y,ORIENTATION DIAPHRAGME
0031 READ(5,100) OX0,DOX0,OUV !OX0+DOX0=OUVERTURE DIAPH., OUVERTURE
0032 100 FORMAT(3F10.3) ! DU FAISCEAU DIRECT
0033 105 FORMAT(2F10.5)
0034 110 FORMAT(2I10)
0035 112 FORMAT(3I10)
0036 OPEN(UNIT=7,FILE='SLIIMA.DAT',FORM='UNFORMATTED',STATUS='NEW'
0037 & ,ACCESS='SEQUENTIAL')
0038 WRITE(*,101) H,LAM,DEL
0039 WRITE(*,111) ELAM,ESIG,EDEL
0040 WRITE(*,120)
0041 C WRITE(*,121)
0042 C WRITE(*,122)
0043 WRITE(*,125)
0044 C WRITE(*,126)
0045 WRITE(*,103) INREF,OMEGA,G
0046 WRITE(*,116) NC,NE
0047 WRITE(*,104) DX,DY,Z
0048 WRITE(*,107) OX0,DOX0,OUV
0049 WRITE(*,118) 2*NSTEP+1,NTET
0050 101 FORMAT(' H(um)=' ,F10.3, ' LAMBDA(um)=' ,F10.3, ' DELTA(um)=' ,F10.3,/)
0051 104 FORMAT(' DX(um)=' ,F10.3, ' DY(um)=' ,F10.3, ' Z(um)=' ,F10.3,/)
0052 102 FORMAT(' X(um)=' ,F10.3, ' Y(um)=' ,F10.3, ' Z(um)=' ,F10.3)
0053 103 FORMAT(' INDICE=' ,F10.3, ' OMEGA(1/um)=' ,F10.3, ' epsilon xy/i=' ,
0054 & F10.3,/)
0055 118 FORMAT(' NB POINTS IMAGE EN X ET Y=' ,I3, ' THETA EN DEG=' ,I4,/)
0056 107 FORMAT(' OUV REPRISE =' ,F10.3, ' D OUV=' ,F10.3, ' OUV ECL=' ,F10.3,/)
0057 111 FORMAT(' ELAM=' ,I10, ' ESIG=' ,I10, ' EDEL=' ,I10,/)
0058 116 FORMAT(' ESPACEMENT DES K/K LUMIERE=' ,I4, ' DEMI NB DE K=' ,I4,/)
0059 120 FORMAT(' PAROI AVEC LIGNE' ,/)
0060 121 FORMAT(' PAROI SANS LIGNE' ,/)

```



```

0061      122      FORMAT(' DOMAINE SEUL',/)
0062      125      FORMAT(' POLARISATION SELON OX')
0063      126      FORMAT(' POLARISATION SELON OY')
0064
0065          K=INREF*OMEGA
0066          ZI=(0.,1.)*K*Z
0067          HI=(0.,1.)*K*H
0068          OUVLIM=((OUV/INREF)+(1./NC))**2
0069          FACT=OMEGA*OMEGA*G*(0.,1.)/(NC*NC*2)
0070      CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0071      C          REPLISSAGE TABLEAUX TF AIMANTATION et TF CHAMP
0072      CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0073      C
0074      C STRUCTURE 1D DE LA PAROI ET DE LA LIGNE
0075      C
0076          LAMP=K*PI*LAM/(2*NC)
0077          DELP=K*PI*DEL/(2*NC)
0078          DO 10 J=1,NE
0079          SY=(J-.5)/NC
0080          ASY=DELP*(J-.5)
0081          DO 20 I=1,NE
0082          SX=(I-.5)/NC
0083          ASX=LAMP*(I-.5)
0084          MIX=((1.,0.)*LAM*ELAM*DEL*PI*PI)/(SINH(ASX)*COSH(ASY))
0085      C      signes +-+ en standard avec ligne
0086      C paroi sans ligne debut
0087      C          MIX=((0.,-1)*NC*DEL*PI)/(2.*K*COSH(ASY))
0088      C          IF(I.GT.1) MIX=(0.,0.)
0089      C          enlever les +/-MIX
0090      C paroi sans ligne fin
0091      C domaine seul debut
0092      C          MIX=(0.,0.)
0093      C domaine seul fin
0094          MX(NE+I,NE+J)=MIX
0095          MX(NE+1-I,NE+J)=-MIX
0096          MX(NE+I,NE+1-J)=MIX
0097          MX(NE+1-I,NE+1-J)=-MIX
0098          MIY=-((ESIG*LAM*DEL*PI*PI)/(COSH(ASX)*COSH(ASY)))
0099      C      on a mis -MIY pour tenir compte du i
0100      C pas de ligne debut
0101      C          MIY=0.
0102      C pas de ligne fin
0103          MY(NE+I,NE+J)=MIY
0104          MY(NE+1-I,NE+J)=MIY
0105          MY(NE+I,NE+1-J)=MIY
0106          MY(NE+1-I,NE+1-J)=MIY
0107          MIZ=(NC*DEL*EDEL*PI)/(2.*K*SINH(ASY))
0108      C      signes +-+ en standard avec paroi
0109      C domaine seul debut
0110      C          MIZ=(NC/(2.*K))**2
0111      C          IF(J.GT.1) MIZ=0.
0112      C          enlever les +/-MIZ
0113      C domaine seul fin
0114          IF(I.GT.1)          MIZ=0.
0115          MZ(NE+I,NE+J)=MIZ
0116          MZ(NE+1-I,NE+J)=MIZ
0117          MZ(NE+I,NE+1-J)=-MIZ
0118          MZ(NE+1-I,NE+1-J)=-MIZ
0119          SS=SX*SX+SY*SY
0120      C

```

```

0121 C   FAISCEAU INCIDENT D'APRES [RICHARDS,1959]
0122 C
0123     AIX=0.
0124     AIY=0.
0125     AIZ=0.
0126     IF(SS.GT.(OUV/INREF)**2) GOTO 50
0127     SZ=SQRT(1.-SS)
0128     RSZ=SQRT(SZ)
0129 C     POLARISATION SELON OY
0130 C     SIGNES X +---, SIGNES Y +---, SIGNES Z +-+-
0131 C     AIX=-RSZ*(1.-SZ)*SX*SY/SS
0132 C     AIY=RSZ*(SZ+(1.-SZ)*SX*SX/SS)
0133 C     AIZ=-RSZ*SY
0134 C     POLARISATION SELON OX
0135 C     SIGNES X +---, SIGNES Y +---, SIGNES Z +-+-
0136     AIX=RSZ*(-1.+(1.-SZ)*SX*SX/SS)
0137     AIY=RSZ*(1.-SZ)*SX*SY/SS
0138     AIZ=RSZ*SX
0139 50     AX(NE+I,NE+J)=AIX
0140     AX(NE+1-I,NE+J)=AIX
0141     AX(NE+I,NE+1-J)=AIX
0142     AX(NE+1-I,NE+1-J)=AIX
0143     AY(NE+I,NE+J)=AIY
0144     AY(NE+1-I,NE+J)=-AIY
0145     AY(NE+I,NE+1-J)=-AIY
0146     AY(NE+1-I,NE+1-J)=AIY
0147     AZ(NE+I,NE+J)=AIZ
0148     AZ(NE+1-I,NE+J)=-AIZ
0149     AZ(NE+I,NE+1-J)=AIZ
0150     AZ(NE+1-I,NE+1-J)=-AIZ
0151 20     CONTINUE
0152 10     CONTINUE
0153 CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0154 C     CALCUL DE L'AMPLITUDE DIFFRACTEE
0155 CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
0156     OX0=OX0+DOX0
0157     OX=OX0*COS(PI*NTET/180.)
0158     OY=OX0*SIN(PI*NTET/180.)
0159     OXX=OX*OX/(OX*OX+OY*OY)
0160     OXY=OX*OY/(OX*OX+OY*OY)
0161     OJX=NC*OX/INREF+2*NE+1
0162     OJY=NC*OY/INREF+2*NE+1
0163     K0=SQRT(1.-(OX*OX+OY*OY)/(INREF*INREF))
0164     WRITE(*,105) OX,OY
0165     DO 77 LX=-NSTEP,NSTEP
0166     DO 78 LY=-NSTEP,NSTEP
0167     EX(LX,LY)=(0.,0.)
0168     EY(LX,LY)=(0.,0.)
0169     EZ(LX,LY)=(0.,0.)
0170 78     CONTINUE
0171 77     CONTINUE
0172 C
0173 C     CALCUL DU PRODUIT DE CONVOLUTION
0174 C
0175     DO 80 J=1,2*NE
0176     JP=INT(OJY-J)
0177     OPY=(J-NE-.5)/NC
0178     OSY=OY/INREF-OPY
0179     DO 90 I=1,2*NE
0180     IP=INT(OJX-I)

```

```

0181         OPX=(I-NE-.5)/NC
0182         OSX=OX/INREF-OPX
0183         SIJ=OSX*OSX+OSY*OSY
0184         IF(SIJ.GT.OUVLIM) GOTO 90
0185         KP=SQRT(1.-SIJ)
0186         KPU=K0+KP
0187         KMO=K0-KP
0188         IF(ABS(K*KMO*H).GT.0.001) GOTO 30
0189         PHI1=-HI
0190         GOTO 31
0191     30     PHI1=(1.-EXP(HI*KMO))/KMO
0192     31     PHI=EXP(-KMO*ZI)*(PHI1+(1.-EXP(-KPU*HI))/KPU)
0193         AMX=AY(IP,JP)*MZ(I,J)*(1.,0.)-AZ(IP,JP)*MY(I,J)*(0.,1.)
0194         AMY=AZ(IP,JP)*MX(I,J)*(1.,0.)-AX(IP,JP)*MZ(I,J)*(1.,0.)
0195         AMZ=AX(IP,JP)*MY(I,J)*(0.,1.)-AY(IP,JP)*MX(I,J)*(1.,0.)
0196         ASS=((AMX*OX+AMY*OY)/INREF)+AMZ*KP
0197         EXI=(AMX-ASS*OX/INREF)*PHI/KP
0198         EYI=(AMY-ASS*OY/INREF)*PHI/KP
0199         EZI=(AMZ-ASS*KP)*PHI/KP
0200     C     BOUCLE SUR LES POINTS DE L'IMAGE
0201         DO 73 LX=-NSTEP,NSTEP
0202         XI=(0.,-1.)*K*LX*DX
0203         DEPHI=EXP(XI*OSX)
0204         DO 74 LY=-NSTEP,NSTEP
0205         YI=(0.,-1.)*K*LY*DY
0206         DEPH=DEPHI*EXP(YI*OSY)
0207         EX(LX,LY)=EX(LX,LY)+EXI*DEPH
0208         EY(LX,LY)=EY(LX,LY)+EYI*DEPH
0209         EZ(LX,LY)=EZ(LX,LY)+EZI*DEPH
0210     74     CONTINUE
0211     73     CONTINUE
0212     90     CONTINUE
0213     80     CONTINUE
0214     C
0215     C     AMPLITUDE APRES L'ANALYSEUR ET INTENSITE
0216     C
0217         DO 75 LX=-NSTEP,NSTEP
0218         DO 76 LY=-NSTEP,NSTEP
0219     C     POLARISATION INITIALE SELON OY
0220     C     AMP=-EX(LX,LY)*(1.-(1.-K0)*OXX)
0221     C     &     +EY(LX,LY)*(1.-K0)*OXY
0222     C     &     +EZ(LX,LY)*OX/INREF
0223     C     POLARISATION INITIALE SELON OX
0224     C     AMP=-EX(LX,LY)*(1.-K0)*OXY
0225     C     &     +EY(LX,LY)*(K0+(1.-K0)*OXX)
0226     C     &     -EZ(LX,LY)*OY/INREF
0227         AMP=AMP*FACT
0228     C     WRITE(*,102) LX*DX,LY*DY,Z
0229     C     WRITE(*,105) AMP
0230     C     WRITE(*,109) REAL(AMP*CONJG(AMP))
0231     109    FORMAT('     INTENSITE=',F15.8,/)
0232         TRACE(LX+NSTEP+1,LY+NSTEP+1)=REAL(AMP*CONJG(AMP))
0233     76     CONTINUE
0234     75     CONTINUE
0235     C
0236     C     STOCKAGE DE L'IMAGE DANS UN FICHER BINAIRE POUR EXPLOITATION
0237     C
0238         WRITE(7) ((TRACE(LX,LY),LX=1,2*NSTEP+1),LY=1,2*NSTEP+1)
0239         STOP
0240         END

```

### 3. Image complète

Le diaphragme que calcule le programme précédent est ponctuel, donc différent du diaphragme réel qui est étendu.

La figure 4-27a montre toutefois que l'intensité recueillie chute rapidement lorsque l'ouverture de reprise augmente. En pratique d'ailleurs ce réglage est effectivement très sensible. Comme de plus le contraste ligne-paroi ne varie pas trop (figure 4-27b) l'erreur commise n'est pas très grande. Le contraste ne change guère non plus avec l'orientation du diaphragme autour de la paroi (figure 4-26a). Nous avons effectué le calcul d'un diaphragme "étendu" représenté par 41 points placés comme indiqué figure C-1.

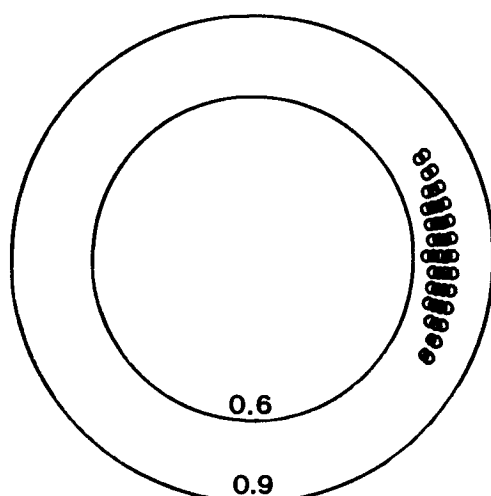
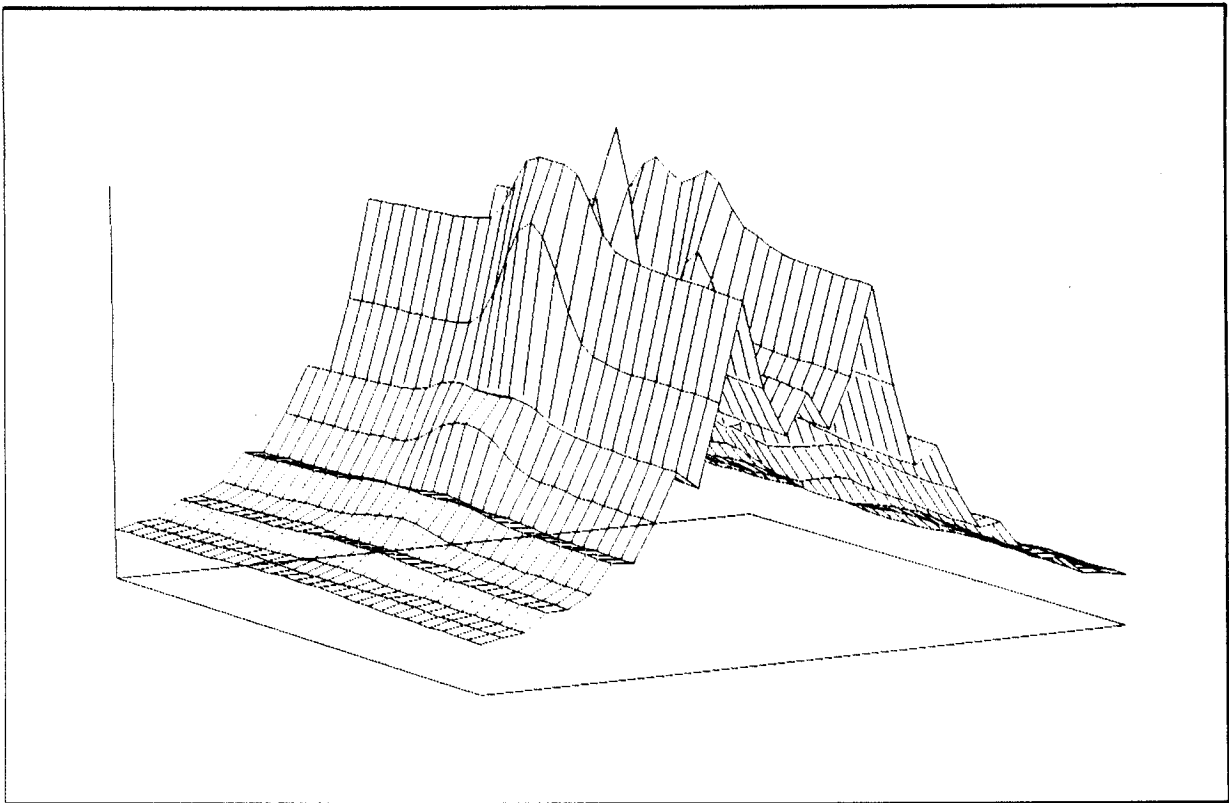


Fig. C-1

*Points de calcul pour représenter un diaphragme étendu*

L'image calculée résultante est présentée figure C-2, à comparer à la figure 4-28a. Les variations de l'intensité sont plus douces. Le contraste de la ligne a diminué, et de ce point de vue ce calcul s'éloigne encore plus de l'expérience que le calcul avec un diaphragme ponctuel.



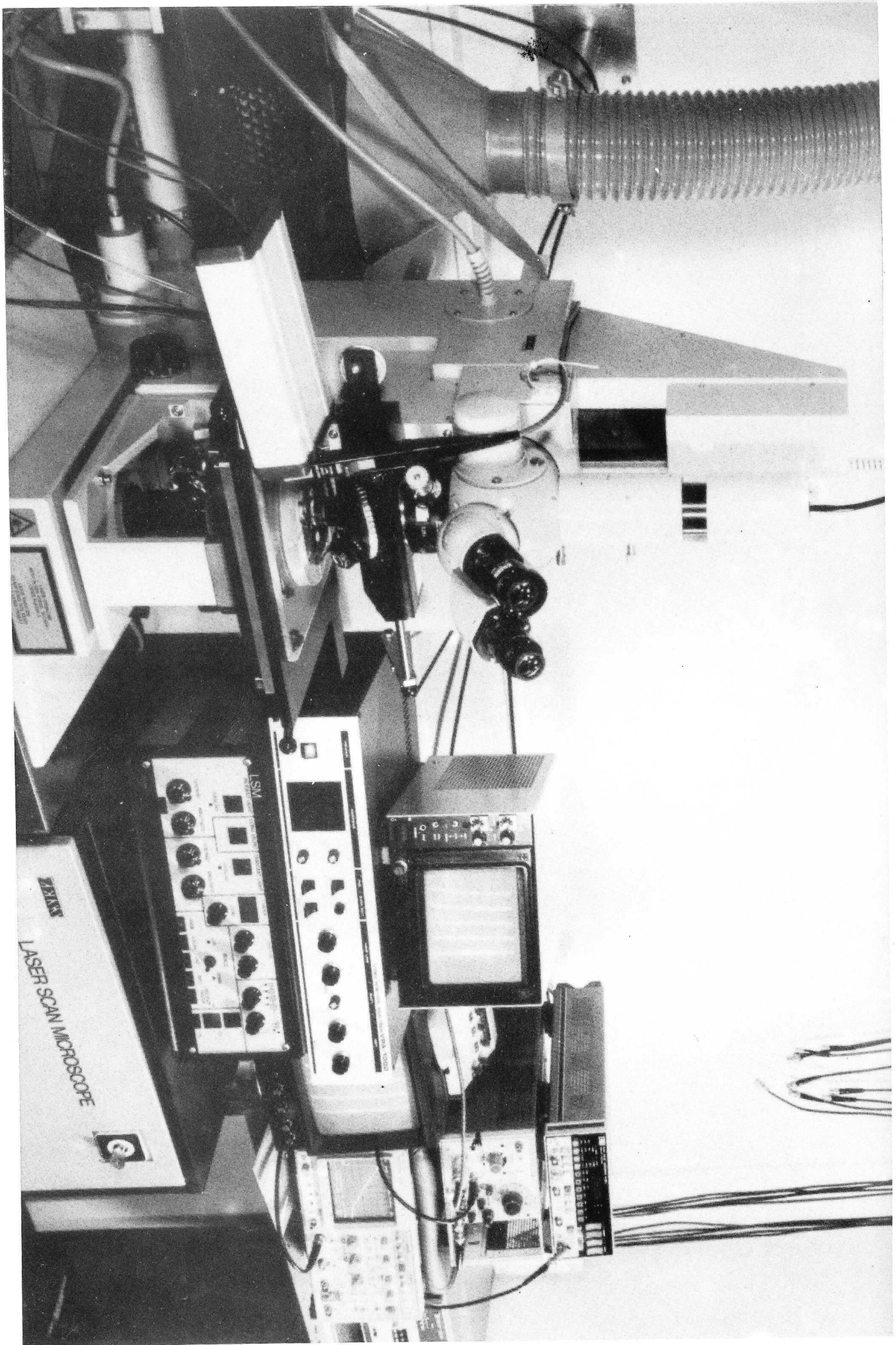
**Fig. C-2**

*Image d'une ligne calculée avec le "diaphragme étendu" de la figure C-1.*

Il faudrait donc calculer l'image d'une structure plus réaliste, tridimensionnelle, de la ligne, pour essayer de mieux reproduire les contrastes expérimentaux.

## **Chapitre V**

### **Etude du déplacement des lignes**



# Chapitre V

## Etude du déplacement des lignes

### Introduction

Nous appliquons la méthode d'observation optique directe des lignes de Néel verticales à leur étude. Il s'agit principalement du déplacement des lignes, par force directe et par force gyrotropique.

Ces expériences mettent en évidence des effets de coercivité assez importants (pour le matériau utilisé), et qui dépendent du mode d'excitation de la paroi et de la ligne.

Nous présentons aussi quelques résultats sur la nucléation dynamique de paires de lignes.

Dans tout ce chapitre, on ne trouvera que des résultats préliminaires. Un très grand nombre de mesures sera nécessaire pour cerner complètement le comportement des lignes et élaborer une théorie satisfaisante. Mais ces premiers résultats permettent déjà de poser quelques questions.

---

**Figure 5-1 :** (ci-contre)

Vue d'ensemble du dispositif expérimental. A gauche le L.S.M., à droite son armoire électronique avec au-dessus les interfaces, à l'extrême droite les appareils électriques. On ne voit pas les alimentations des têtes de courant, situées à l'extrême gauche.



# A. Déplacement par force directe

Une paroi rectiligne, contenant une ligne verticale, est soumise à un champ plan qui lui est parallèle, exerçant sur la ligne la force directe.

Si le champ plan est statique, on mesure alors le champ minimum de décrochement de la ligne (champ coercitif statique correspondant à une durée infinie de l'impulsion).

Nous avons aussi étudié un régime intermédiaire de reptation, où en présence d'un champ plan statique inférieur au champ de décrochement la ligne se propage par sauts, assistés par le faisceau laser du LSM.

Enfin, la mesure de la vitesse de déplacement de la ligne est effectuée au moyen d'impulsions de champ plan, de durée et amplitude variables.

## 1. Champ plan statique

### 1a. Dispositif

La plaque de verre de la table du microscope LSM a été remplacée par une plaque en plexiglas percée. Dans le trou sont disposées deux paires de bobines collées sur un support en plexiglas qui s'appuie sur la plaque. Dans le carré de 30x30 mm<sup>2</sup> entre les bobines, une plaque de plexiglas percée est coincée, qui sert de support à une plaquette de verre sur laquelle repose l'échantillon. L'objectif rentre dans les bobines par dessus et le condenseur par dessous; la distance entre leurs faces est d'environ 4 mm pour l'objectif 40x/0.6 et le condenseur 0.9. La plaquette de verre peut être éventuellement percée aux ultrasons, à une dimension inférieure à celle de l'échantillon, pour minimiser le nombre d'interfaces optiques. Son épaisseur est de 170  $\mu\text{m}$  (lame couvre-objet) ou de 300  $\mu\text{m}$  lorsqu'elle a été obtenue par découpe d'une tranche en verre.

La commande du champ plan statique se fait à partir d'un boîtier où on affiche les coordonnées polaires du champ plan. Un microprocesseur lit les afficheurs et commande deux convertisseurs N/A de puissance qui attaquent les paires de bobines X et Y.

Les alignements cruciaux à réaliser sont l'horizontalité du support bobines et du support de la plaquette de verre.

### 1b. Mesure du champ coercitif statique $H_x^s$

La mesure ne peut pas être faite de manière globale, sur un grand nombre de lignes à la fois, à la différence de la mesure du champ coercitif statique des mouvements de parois. Cela est dû à la méthode d'observation, dans laquelle ce sont les lignes elles-mêmes et non les segments de paroi qui sont contrastés.

Il faut donc observer une ligne individuelle, et voir à quel champ elle décroche, ceci pour un ensemble de positions de départ. On obtient des valeurs assez variables, comme le montre la figure 5-2 se rapportant à une ligne le long d'une paroi. La différence d'environ 0.8 Oe entre les valeurs moyennes obtenues pour les deux sens du champ peut être attribuée au champ terrestre, car elle ne se décèle pas lorsque les parois sont orientées perpendiculairement. Le champ coercitif statique moyen est ainsi évalué à 3 Oe. Mais des valeurs de 4 voire 5 Oe sont obtenues en des points d'accrochage bien particuliers. La photo 5-3b a été faite en enlevant l'analyseur. Les "défauts" (ou poussières) qui sont dans le plan de la couche sont ainsi révélés. Ils agissent comme des centres diffuseurs de la lumière, mais sans trop changer la polarisation. Ils sont donc éliminés en grande partie par l'analyseur croisé, comme le montre la photo 5-3a. On voit sur les deux photos les deux défauts correspondant aux points d'accrochage très marqués situés aux positions 0 et 130. D'autres pourraient correspondre aux points d'accrochage aux cotes 85 et 185.

Un défaut est vu à la position 150, qui est ressenti nettement pour un champ appliqué négatif mais moins pour le champ appliqué positif.

La photo 5-3b montre beaucoup de "défauts", dont il est difficile de savoir si ce sont des simples poussières en surface (sans conséquences magnétiques très probablement) ou de vrais défauts situés dans le film ou à l'interface film-substrat. Les points très contrastés sur la photo 5-3b semblent être de vrais défauts. On notera que le défaut à 130 n'est pas du tout sur la paroi, et pourtant semble influencer fortement la propagation des lignes.

## 2. Régime de "reptation"

La mesure précédente a été faite en aveugle, au moyen de la séquence suivante. La position initiale de la ligne est repérée par le système de croix et fil aperçu sur la figure 5-3. Ce système est un analyseur de position qui gère des incrustations dans le signal vidéo. Le fil, origine des positions, est positionné sur un défaut vu (qui aura donc la cote zéro), et la croix pointe la ligne. Il n'y a pas de décalage d'une image à l'autre si on reste dans le même mode de fonctionnement du LSM. Par contre en passant du mode "image, vivante" au mode "stocké, moyennage" afin de faire la photo 5-3, il s'est produit un décalage qui explique pourquoi la gros défaut de la position zéro n'est pas à la position zéro. Un fois la ligne repérée, on coupe le faisceau laser arrivant sur l'objectif (mais les miroirs continuent de balayer comme si de rien n'était). Le champ plan est établi en quelques secondes, laissé entre cinq et dix secondes, puis ramené à zéro. En démasquant le faisceau, un seul balayage de l'image permet de voir si la ligne a bougé ou pas.

Ainsi l'effet thermique du balayage est évité lors de l'application du champ plan.

Nous avons en effet constaté que la balayage par le faisceau laser peut faire bouger les lignes. Pour le SmYG, qui a une faible température de Curie car compensé au Gallium (un effet bien connu, voir [Huber, 1970]), et que nous observons au laser Ar dont les raies sont fortement absorbées, on peut même faire bouger les parois en augmentant la puissance lumineuse.

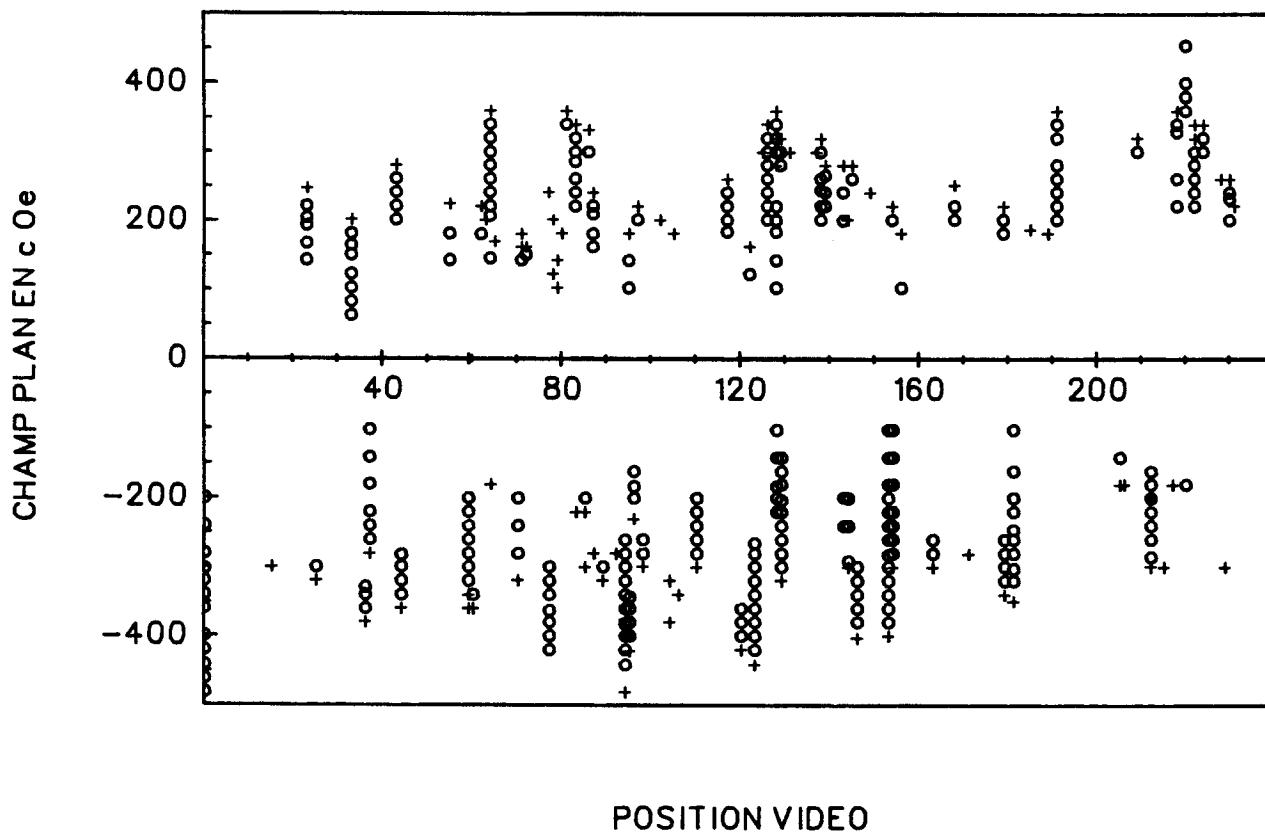
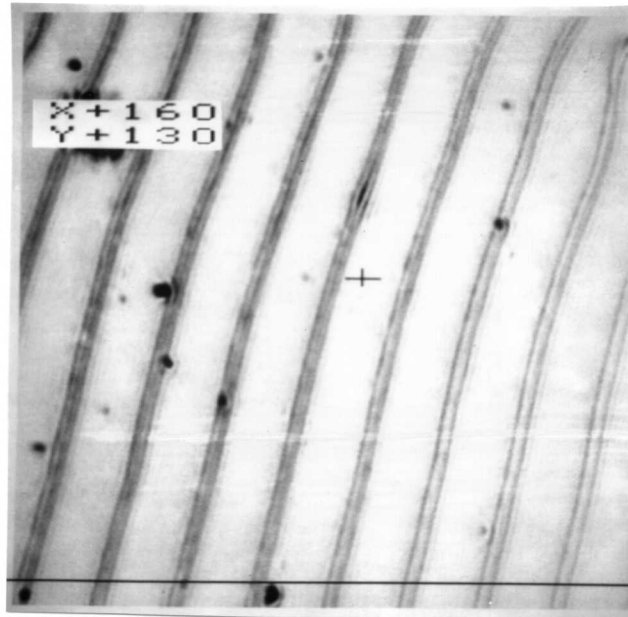


Fig. 5-2

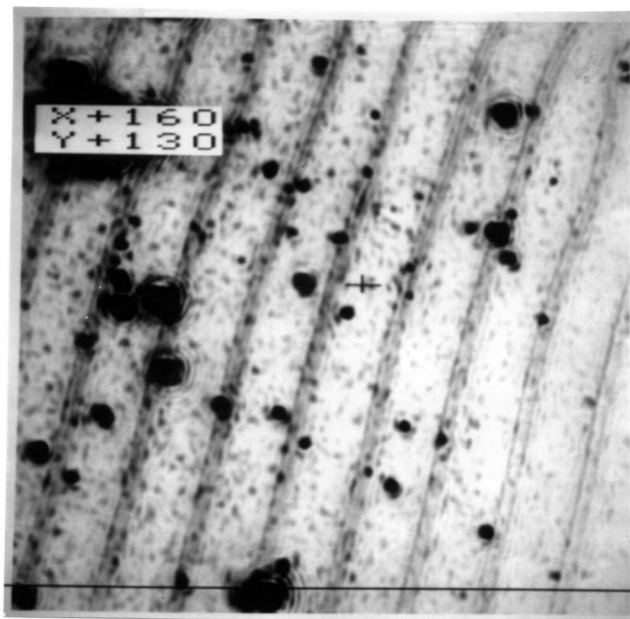
Variations du champ de décrochement d'une ligne le long d'une paroi.

La ligne descend en champ positif et monte en champ négatif.

10 lignes vidéo font  $2.23 \mu\text{m}$ . Un rond indique que la ligne ne s'est pas décrochée, une croix indique que la ligne a bougé. Un miroir, avec glissement de 10 lignes, situé à  $H_p = -0.40 \text{ Oe}$  permet de superposer à peu près les deux parties du graphique.



a



b

Figure 5-3: Configuration des parois où les mesures de champ coercitif en force directe ont été faites. L'analyseur croisé présent en (a) a été enlevé en (b) pour mieux montrer les "défauts".

## 2a. Observations qualitatives

### ◆ Parois perpendiculaires aux lignes du LSM.

Nous travaillons le plus souvent dans ce mode. Il permet en effet de détecter si une paroi change de position en cours d'image. La mise au point est plus facile à régler car l'information arrive en continu, alors que dans l'autre cas l'information arrive de manière discrète chaque fois que la ligne de balayage du LSM coïncide avec une paroi.

Lorsqu' aucun champ plan n'est appliqué lors de l'observation, on peut observer (assez rarement) aux forts grossissements un saut de la ligne de l'ordre du micron. Ce saut ne se produit qu'une fois et traduit la mise en équilibre de la ligne. Le phénomène se produit par exemple lorsque dans l'expérience décrite au §1, un champ plan peu inférieur au champ coercitif statique a été appliqué. On constate ensuite au premier balayage par le LSM que la ligne est un peu déplacée, avec un contraste affaibli, puis qu'au deuxième balayage elle revient à la position avant l'application du champ, avec le contraste normal.

Si un champ statique est appliqué et que le LSM est en mode "image vivante", où l'échantillon est continuellement balayé, on peut avoir un déplacement grand de la ligne alors que le champ est inférieur au champ de décrochement mesuré selon §1 à cette position de la ligne. Deux cas se produisent selon que le champ plan pousse la ligne dans le sens du balayage en Y du LSM ou dans le sens contraire.

Dans le premier cas, un mouvement synchrone de la ligne avec le balayage Y du LSM peut se produire sur une certaine distance. Sur l'image LSM, toute la partie correspondante de l'image de la paroi possède le fort contraste de la ligne (figure 5-4a et b). Parfois, le synchronisme se perd (la ligne est allée plus vite que le balayage) pour être retrouvé après.

Dans le deuxième cas au contraire, le déplacement de la ligne est plus faible car le synchronisme est impossible. Le départ de la ligne se manifeste par l'interruption brusque du contraste de ligne d'une ligne d'image LSM à la suivante (figure 5-4c). L'image acquise ensuite montre la nouvelle position de la ligne.

### ◆ Parois parallèles aux lignes du LSM.

La différence avec le cas précédent est que le faisceau reste le long de la paroi, au lieu d'y repasser toutes les 4 ms.

En champ appliqué nul, on peut voir dans certains cas (un fort grossissement est nécessaire) la ligne osciller, entre deux positions, d'une image à l'autre (figure 5-5).

Pour un champ appliqué non nul, on note la même différence de comportement suivant que le synchronisme est possible ou pas. Dans le cas synchrone, un déplacement rapide (pour l'oeil humain) de la ligne est obtenu.

◆ L'application pratique de la reptation est d'obtenir un déplacement (relativement) contrôlé des lignes, afin de les amener à un endroit précis. Le mode à parois perpendiculaires aux lignes du LSM permet un déplacement suffisamment lent des lignes pour qu'on puisse réagir assez vite sur la commande du champ plan afin d'arrêter la ligne au bon endroit. Il faut toutefois un accrochage de la ligne suffisant pour que le faisceau laser ne la déplace pas dans son sillage lorsque le champ plan appliqué est nul (voire égal au champ terrestre). La méthode "propre" de positionnement des lignes serait bien sûr d'envoyer des impulsions de champ plan. Mais, dans le cas d'un

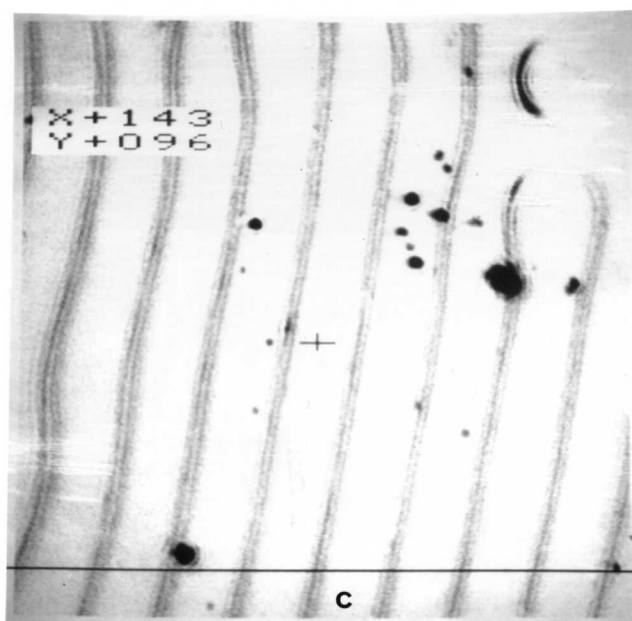
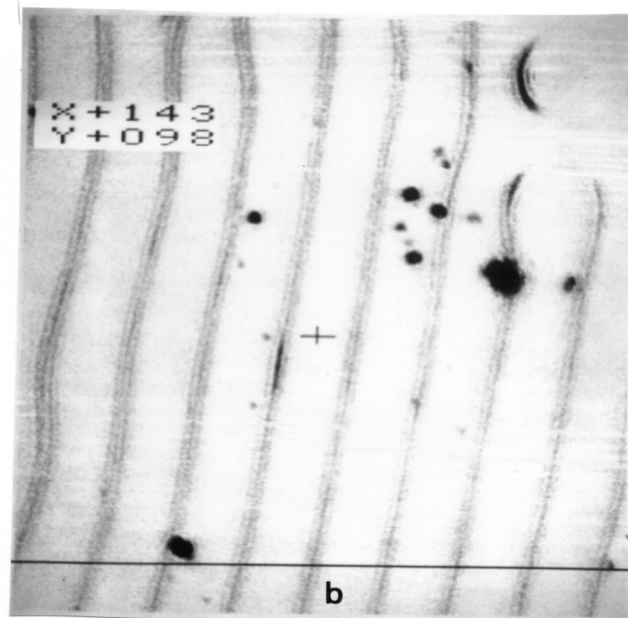
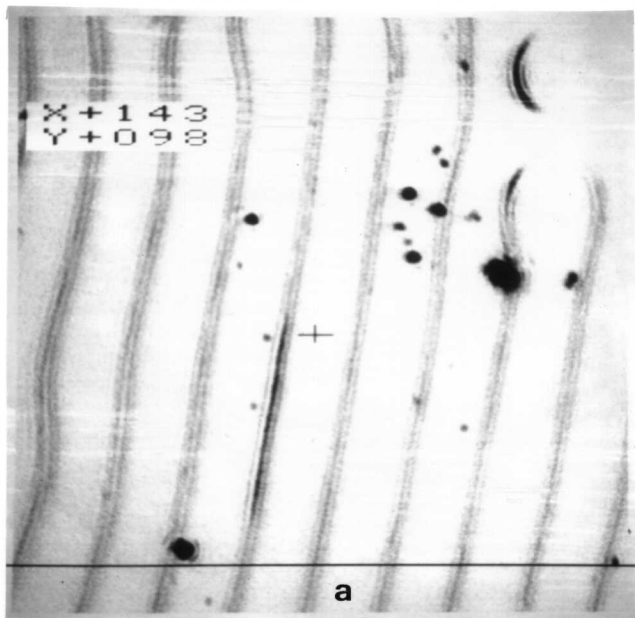


Figure 5-4: Reptation de la ligne.

- (a),(b) synchrones avec puissance moitié en (b). On a appliqué +1.8 Oe pour un champ de décrochement valant +3 Oe.  
 (c) asynchrone, avec -2.7 Oe appliqués pour -4 Oe.

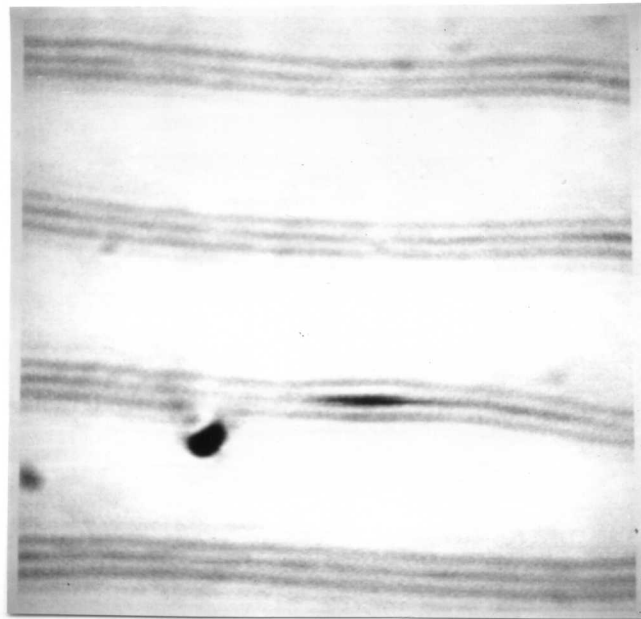
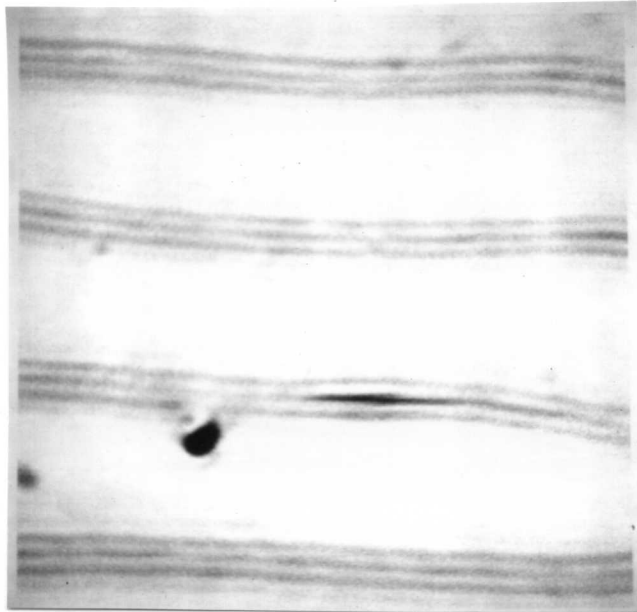


Figure 5-5: Deux images successives montrant un petit déplacement de la ligne. Le balayage est le long de la paroi et le champ fait  $25.5 \mu\text{m}$ .

accrochage assez fort de la ligne, elle devient inadaptée à des petits déplacements (voir §3.). De plus, la création d'un champ plan statique est beaucoup plus aisée, et moins gênante pour l'observation, que celle d'un champ plan pulsé.

## 2b. Modification du champ coercitif statique

### ◆ Parois perpendiculaires aux lignes du LSM.

Nous avons mesuré, pour la même ligne que celle ayant servi à faire les mesures du §1b, les champs de décrochement. Le faisceau était à la puissance maximale ou à la puissance moitié, et les sens de déplacement avec et sans synchronisme ont été étudiés.

La tableau 5-1 compare les résultats obtenus, en quelques points d'accrochage, à ceux du § 1b. (notés "puissance nulle").

	synchrone		asynchrone		
Position vidéo	128	222	80	60	0
Puissance nulle	+360	> 450	<-420	-180	<-500
Puissance moitié	+220	+220	-360	-140	-380
Puissance nominale	+120	+140	-340	-120	-300

**Tableau 5-1**

*Champs de décrochement (en cOe)  
en fonction de la puissance du faisceau laser*

La réduction du champ de décrochement est forte dans le cas synchrone (environ 2 Oe à pleine puissance) et un peu plus faible pour le cas asynchrone. Il convient toutefois de noter la dispersion des résultats.

### ◆ Parois parallèles aux lignes du LSM.

Les mesures du champ coercitif statique, sous éclairage laser, donnent des résultats très dispersés, cette dispersion n'existant pas à puissance nulle (même en mesurant au même point on trouve de la dispersion). La tendance est bien à la baisse du champ coercitif statique mesuré. Les plus grandes variations observées sont aussi de 2 Oe.

Nous avons aussi noté que la différence entre les déplacements avec ou sans synchronisme était faible.

Faute de mesurer le profil de température induit par l'éclairage laser, essayons de le calculer.



## 2c. Considérations de thermique

La puissance du faisceau laser incident a été mesurée : elle vaut 400  $\mu\text{W}$  à pleine puissance et 180  $\mu\text{W}$  à puissance moitié (il s'agit du laser He-Ne; pour le laser Ar on trouve 210  $\mu\text{W}$  et 100  $\mu\text{W}$ ). Les mesures au spectrophotomètre de l'absorbance des films de grenat montrent que le ValTm absorbe 40% de la lumière à 633 nm, pour une épaisseur de 7.4  $\mu\text{m}$ .

Les constantes thermiques des grenats à température ambiante sont variables (voir [Hansen, 1978b] et [Madore, 1982]). Nous prenons à titre d'exemple

$$\begin{aligned} \kappa &= 5 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1} && \text{conductivité thermique} \\ \rho C &= 3.5 \cdot 10^6 \text{ Jm}^{-3} \text{ K}^{-1} && \text{capacité calorifique volumique,} \end{aligned}$$

pour le film magnétique et pour le substrat GGG.

S'il n'y avait aucune diffusion de la chaleur dans le film magnétique, ni vers l'air et le GGG, on obtiendrait une élévation de la température du film valant

$$\Delta T_{\max} = \frac{P}{\rho C a h v} \quad (5.A.1)$$

(P : puissance absorbée du faisceau, a : taille dans le plan de la couche de la zone chauffée par la tache laser, v : vitesse de déplacement de la tache laser).

Prenons a = 1.5  $\mu\text{m}$ ; pour l'objectif 40X v vaut 8.3  $\text{mms}^{-1}$  au grossissement maximal et 83  $\text{mms}^{-1}$  au grossissement minimal; on trouve  $\Delta T_{\max} = 500^\circ\text{C}$  au grossissement maximum et  $\Delta T_{\max} = 50^\circ\text{C}$  au grossissement minimum.

Prenons en compte la diffusion dans l'échantillon. En première approximation on néglige l'épaisseur du film devant celle du GGG : la source de chaleur est située à la surface. L'équation de la chaleur associée au balayage du faisceau laser a été étudiée par exemple par Burgener [1982]. On la résout en faisant le produit de convolution de la solution élémentaire E de l'équation de la chaleur, pour un milieu semi-infini et vérifiant les conditions aux limites appropriées, qui vaut

$$E = \frac{D}{8 [\pi D(t-t')]^{3/2}} \left( \exp \left[ -\frac{R^2 + (z-z')^2}{4D(t-t')} \right] + \exp \left[ -\frac{R^2 + (z+z')^2}{4D(t-t')} \right] \right) \quad (5.A.2)$$

$$(R^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2).$$

avec la source de chaleur Q donnée par

$$Q = \frac{P}{2\pi b^2 \kappa} \exp \left[ -\frac{(x'-vt')^2 + y'^2}{2b^2} \right] \delta(z') \quad (5.A.3)$$

Nous avons noté  $D = \kappa/\rho C$  le coefficient de diffusion, et  $b$  le paramètre de largeur de la tache laser (on peut prendre  $a = 2\sqrt{2} b$ ).

Le résultat du produit de convolution s'écrit pour un balayage existant depuis  $t' = -\infty$ ,

$$\Delta T = \frac{P}{2\pi^{3/2} \kappa b} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\sqrt{\tau(1+2\tau)}} \exp\left[-\varphi^2 \frac{\tau^2}{2(1+2\tau)}\right] \times \exp\left[-\left(\frac{z^2}{4b^2\tau} + \frac{(x-vt)^2 + y^2}{2b^2(1+2\tau)}\right)\right] \quad (5.A.4)$$

Le rapport sans dimensions

$$\varphi = \frac{vb}{D} \quad (5.A.5)$$

compare la vitesse de balayage du faisceau avec celle de diffusion de la chaleur.

Avec les vitesses données plus haut, et  $a = 1.5 \mu\text{m}$  donc  $b \approx 0.5 \mu\text{m}$ , on trouve que  $\varphi$  vaut entre  $3 \cdot 10^{-3}$  et  $3 \cdot 10^{-2}$ . Cela signifie que le balayage du faisceau est très lent, et on peut négliger dans (5.A.4) l'exponentielle avec le terme en  $\varphi$ . L'élévation maximale de température est obtenue au point du faisceau où  $y = z = x-vt = 0$ .

Un calcul immédiat donne alors la formule usuelle :

$$\Delta T_{\max} = \frac{P}{2\sqrt{2\pi} \kappa b} \quad (5.A.6)$$

Avec les valeurs précédentes ( $b = 0.5 \mu\text{m}$  en particulier), on obtient  $\Delta T_{\max} = 13^\circ\text{C}$ .

Pour obtenir un résultat plus détaillé, il faudrait tenir compte de la répartition de l'intensité lumineuse dans le film : c'est un calcul numérique. Au foyer du faisceau on peut s'attendre à un  $b$  plus faible donc avec (5.A.6) à une élévation de température de  $20^\circ\text{C}$ . La dépendance en  $\varphi$  doit aussi se faire sentir un peu.

La relaxation temporelle (et aussi la variation en  $x$  et  $y$  de  $\Delta T$ ) peuvent être calculées à partir de (5.A.4).

Nous prenons  $z = 0$  et  $\varphi = 0$ . Le résultat est

$$\Delta T(x, y, z=0, t) = \frac{\Delta T_{\max}}{\sqrt{1 + \frac{(x-vt)^2 + y^2}{2b^2}}} \quad (5.A.7)$$

En particulier, pour  $b = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $t = 4 \text{ ms}$  (la durée d'une ligne du LSM),  $\Delta T/\Delta T_{\max} = 1/50$  pour  $v = 8.3 \text{ mms}^{-1}$  et  $1/500$  pour  $83 \text{ mms}^{-1}$ .

Le grenat a donc le temps de se refroidir d'une ligne à l'autre, même au plus fort grossissement, de l'objectif 40X.

## 2d. Conséquences magnétiques

L'élévation de température modifie les propriétés magnétiques du matériau, principalement l'aimantation et l'anisotropie en ce qui concerne les propriétés statiques que nous regardons. Ashkin [1972] avait ainsi agi sur des bulles et des domaines.

L'énergie apportée par le faisceau lumineux peut aussi servir à activer certains mouvements de structures magnétiques, par exemple un décrochement de paroi ou de ligne.

Le balayage de parois orientées parallèlement aux lignes du LSM peut avoir des effets a priori plus importants. Le faisceau laser qui suit la paroi peut traîner une déformation de celle-ci : il translate un "kink" et cela coûte peu. Par contre pour une paroi perpendiculaire qui revient au point de départ après le passage du faisceau, une déformation signifie la création d'un "kink" + "antikink", qui coûte plus cher.

Nous avons travaillé pratiquement tout le temps avec des parois perpendiculaires aux lignes LSM.

## 3. Champ plan pulsé

### 3a. Dispositif

Compte tenu du faible espace entre l'objectif et le condenseur, et de la taille de ceux-ci, la solution permettant de créer un champ plan pouvant être pulsé rapidement consiste en un peigne de conducteurs déposés sur la plaquette de verre que nous utilisons.

Le peigne réalisé comprend 45 conducteurs de largeur  $16\ \mu\text{m}$ , répartis avec une période de  $200\ \mu\text{m}$ , de longueur  $8.8\ \text{mm}$  et parallélisés par trois. La fabrication a été réalisée au LETI, en utilisant les techniques de microélectronique. Les conducteurs sont réalisés par électrolyse de cuivre, et ont une épaisseur de  $7\ \mu\text{m}$ . Le courant pour l'électrolyse est amené par une sous couche ( $1000\ \text{Å}$ ) de cuivre déposée par pulvérisation (avec à l'interface verre-cuivre une sous couche d'accrochage en chrome déposée en pulvérisation). La sous couche de cuivre est masquée par de la résine épaisse de  $7\ \mu\text{m}$  sauf aux endroits des conducteurs où elle a été insolée puis développée. Une fois l'électrolyse faite, la sous couche entre les conducteurs est retirée par gravure chimique. Pour réduire encore l'inductance du peigne, nous avons reparallélisé par deux les triplettes de conducteurs. La mise en série des paquets de six conducteurs est obtenue en reliant par des fils soudés les plots correspondant aux extrémités de chaque paquet.

La face arrière du substrat est posée sur les conducteurs, mettant ainsi le film à  $500\ \mu\text{m}$  des conducteurs. On calcule au centre la puce un champ plan de  $4.7\ \text{Oe}$  pour un ampère envoyé ( $1/6\ \text{A}$  par conducteur).

Le champ plan est homogène sur  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  puisqu'à 2 mm du centre, perpendiculairement aux conducteurs, le champ plan vaut 4.6 Oe et le champ selon z 1.3 Oe.

Il faut noter que le seul effet optique des conducteurs est de bloquer 8% de la lumière qui sort du film. Si on travaille avec des parois parallèles, il faut orienter les conducteurs perpendiculairement aux parois pour qu'ils créent un champ le long de celles-ci. Donc la diffusion de la lumière aux bords des conducteurs ne passera pas par le trou du diaphragme de fond noir anisotrope.

Un générateur commercial (HP modèle 214A) fournit des impulsions de tension jusqu'à 100V (et un courant maximum de 2A), à temps de transition raides et de durée variable. Le temps de transition minimum obtenu, pour un courant jusqu'à 2A, vaut 100ns.

### 3b. Procédure de mesure de la vitesse de la ligne

Les points d'accrochage perturbant notablement le mouvement, nous avons utilisé la méthode suivante. Pour une ligne isolée dans une position, on effectue environ 50 déplacements avec des positions de départ et des sens de déplacements variés. Les déplacements sont reportés sur un graphique position initiale ( $x_i$ ) - position finale ( $x_f$ ), dont un exemple est donné figure 5-6. Les points sont approximativement situés autour de deux droites  $x_f = x_i + d_+$  et  $x_f = x_i - d_-$ . L'intérêt du graphique est de montrer que la dispersion des déplacements vient en grande partie des points d'accrochage : ils bloquent les lignes à l'arrivée et les laissent repartir avec plus ou moins de retard (tracés en tirets sur la figure 5-6).

Une déviation par rapport à la pente 1 indique un changement de conditions le long de la paroi (paroi non rectiligne, champ plan local dû au champ démagnétisant de domaines voisins par exemple).

Nous retenons donc comme déplacements de ligne les ordonnées à l'origine des droites de pente 1 passant par les points extrêmes en déplacements (droites tracées figure 5-6).

Pour calculer la vitesse de la ligne, les déplacements obtenus pour des impulsions de différentes largeurs sont mesurés. Les largeurs indiquées en abscisse figure 5-7 sont celles affichées au générateur, qui correspondent aux largeurs à mi-hauteur des impulsions de courant. Les droites de déplacement tracées figure 5-7 coupent l'axe des temps à une durée non nulle : le déplacement est proportionnel à une largeur réduite, qui correspond approximativement à la largeur de l'impulsion mesurée à la hauteur 1A environ.

La coercivité dynamique pour le déplacement de la ligne par force directe mentionnée précédemment rend compte de cette observation, avec une imprécision qui n'est pas pire que celles des mesures (par exemple en calculant la largeur à mi-hauteur de la partie de l'impulsion au dessus de 3 au lieu de 4 Oe).

La pente des droites correspond à la vitesse de la ligne. En procédant de même pour diverses amplitudes des impulsions, on construit le graphique  $H_x - v$  de la figure 5-8. Nous le commentons au paragraphe suivant.

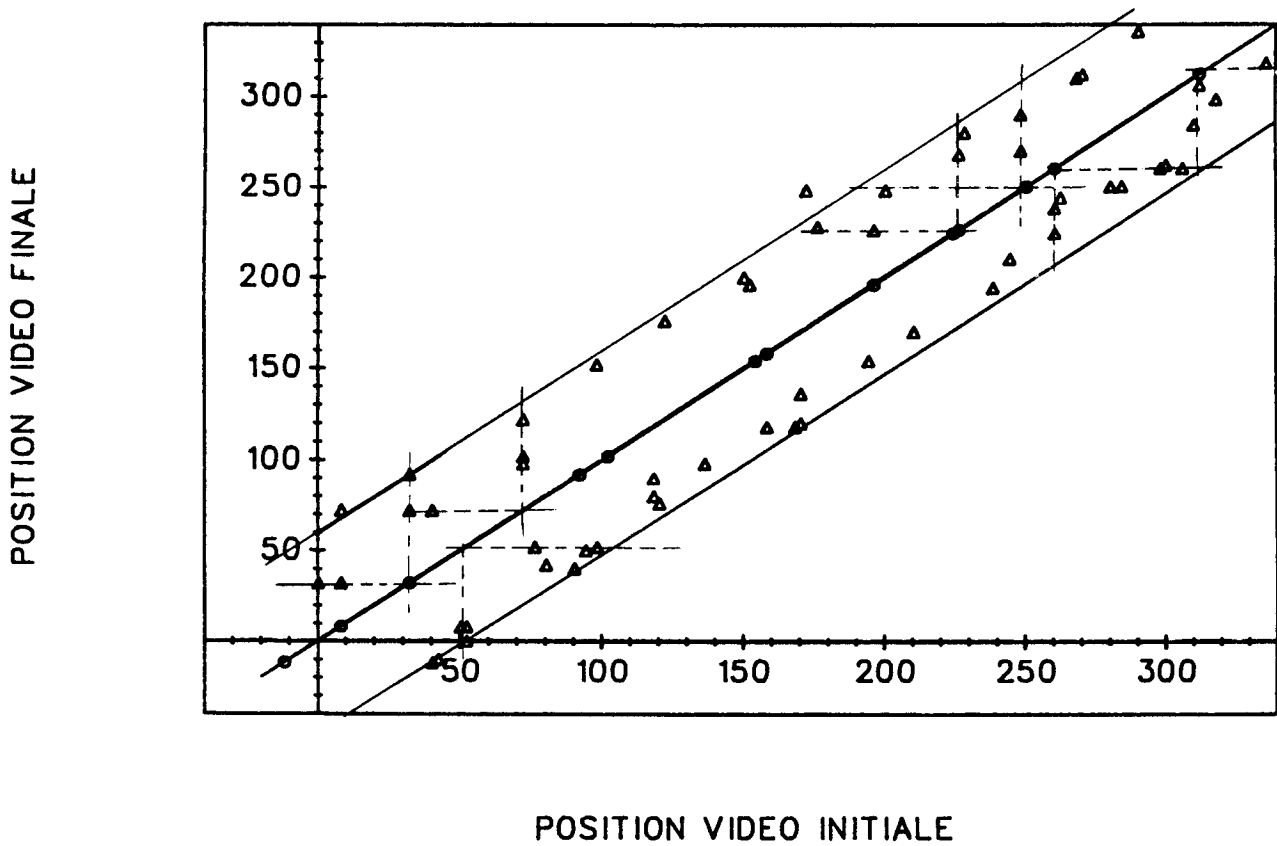


Fig. 5-6

Graphique de déplacements par champ plan pulsé. 10 lignes vidéo font  $2.6 \mu\text{m}$ . Impulsion de  $1.1\text{A}$  ( $5.2 \text{Oe}$ ) de durée générateur  $500 \text{ns}$ .  
 Les ronds montrent les endroits où la ligne est restée bloquée. La dispersion des déplacements peut être imputée à des points d'accrochage.

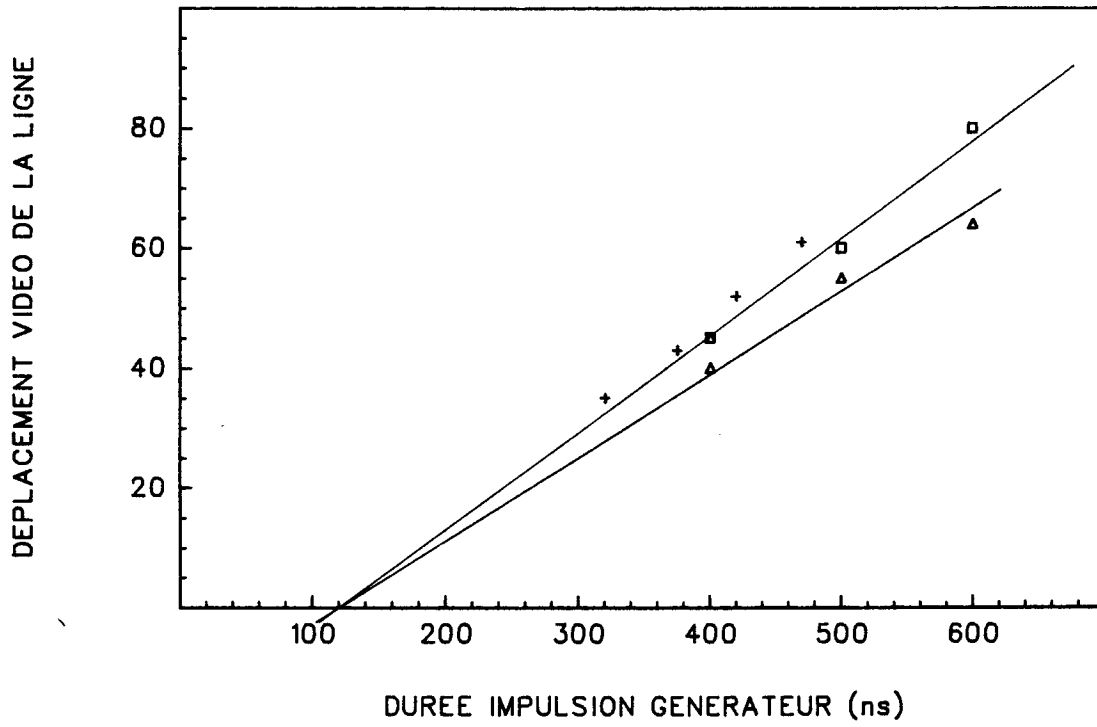


Fig. 5-7

Estimation de la vitesse de ligne pour l'impulsion de 1.1A.  
 Carré : champ positif, triangle : champ négatif, croix : calcul de [Miltat, 1988b].

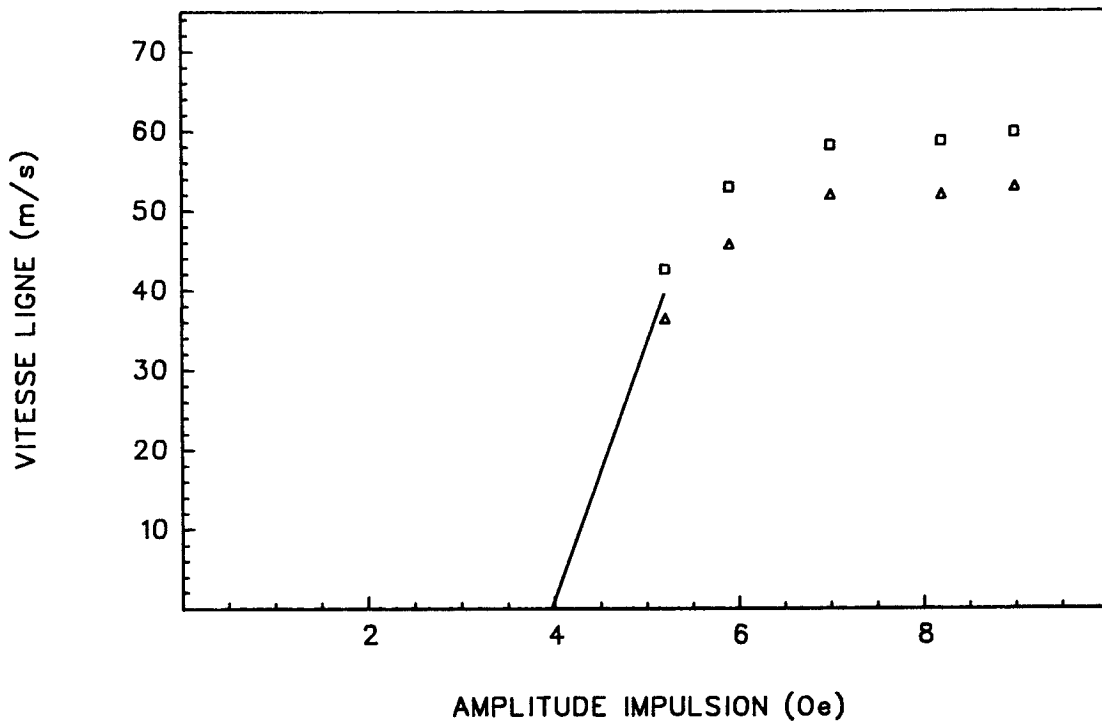


Fig. 5-8

Relation entre l'amplitude du champ plan pulsé et la vitesse de la ligne.

### 3c. Relation champ-vitesse

◆ Champ de décrochement.

Les points dans la figure 5-8 ne descendent pas en dessous de  $H_x = 5$  Oe. Nous avons en effet retrouvé, pour la propagation en force directe, la même notion de champ de décrochement, que celle mise en évidence dans les déplacement de bulles par Magnin [1979].

L'amplitude  $H_x$  étant fixée, on constate lorsque la durée des impulsions est réduite que les lignes peuvent certaines fois ne pas bouger (rester accrochées). Le tableau 5-2 représente les fréquences de non décrochement mesurées lors de l'établissement du graphique 5-8 (la fréquence est estimée sur environ 60 essais).

Amplitude (Oe)	Durée générateur (ns)			
	300	400	500	600
5.2	-	50	15	23
6	-	9	3	3
7	17	1	0	0
8.2	0	1	0	-
9	3	2	2	-

**Tableau 5-2**

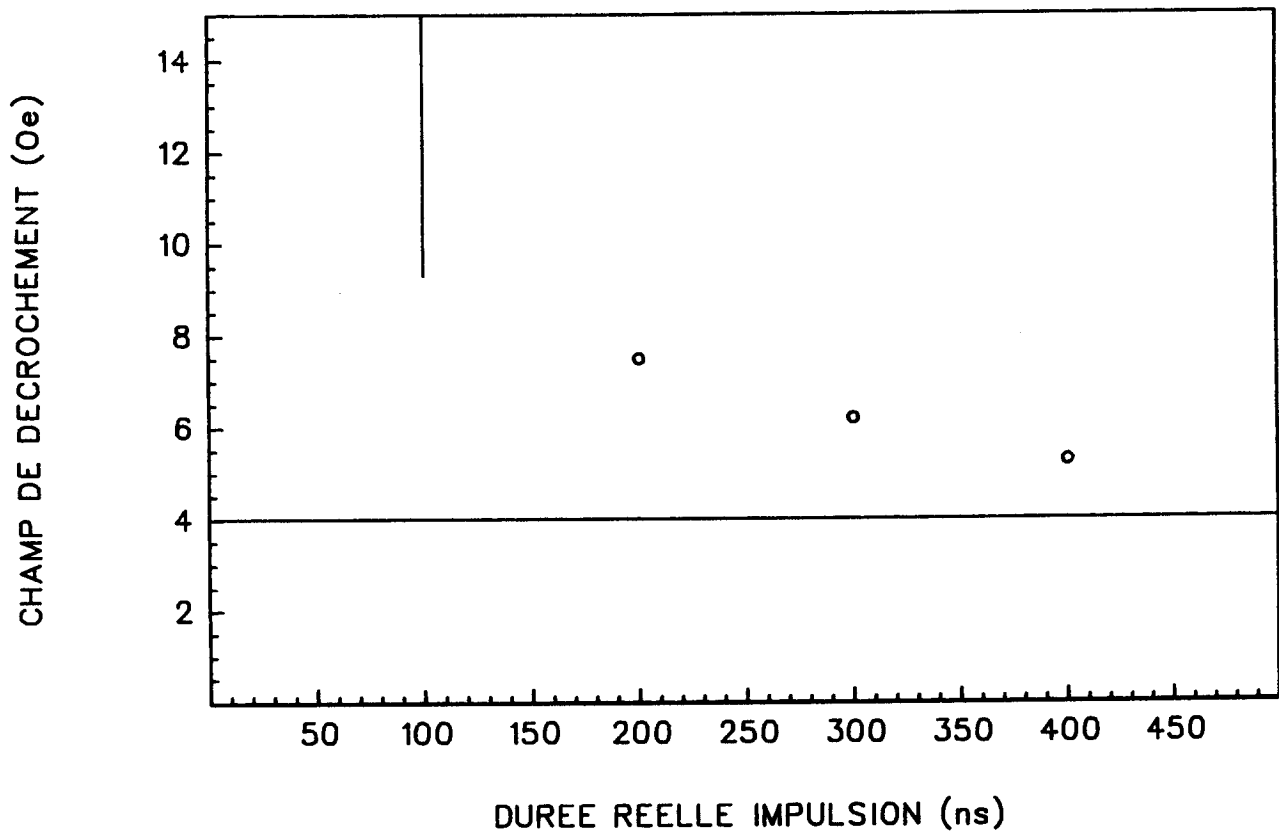
*Pourcentages mesurés de non décrochement en fonction de l'impulsion de champ plan utilisée.*

Si nous définissons le champ de décrochement comme l'amplitude  $H_x$  pour laquelle le pourcentage de non décrochement vaut 10%, les valeurs obtenues par les mesures précédentes et d'autres sont représentées figure 5-9.

Cette courbe est similaire à celle mesurée par Magnin [1979] ou Shiomi [1979] pour le déplacement des bulles. Nous n'avons pas fait la mesure correspondante (avec les bulles) sur le matériau ValTm.

Il faudrait plus de points de mesure, dans une plus large gamme de durées (et de champs) pour voir lequel des deux modèles proposés (voir § IC) pour le décrochement s'accorde le mieux avec les résultats.

Il n'existe pas, dans les modèles actuels, de lien entre les champs de décrochement de ligne et de paroi.



**Fig. 5-9**

*Champ de décrochement en fonction de la durée de l'impulsion. Comme durée "réelle" nous avons utilisé la largeur du plateau de l'impulsion.*

*La droite à 4 Oe est la limite pour des durées infinies.*

*La demi droite à 100 ns indique que le champ est supérieur à 9.3 Oe (maximum de notre montage).*



◆ Mobilité initiale.

Pour mesurer la vitesse des lignes à des plus faibles amplitudes, il faudrait aller à des durées longues; le déplacement de la ligne devient alors trop grand par rapport au champ d'observation (là où les parois sont droites).

Nous n'avons donc pas sur le graphique 5-8 les points de la partie à faible  $H_x$ . La pente théorique, c'est à dire la mobilité de ligne en force directe

$$\frac{dv_x}{dH_x} = \mu_L^D(\text{th}) \quad (5.A.8)$$

où 
$$\mu_L^D(\text{th}) = \frac{\pi}{2} \frac{\gamma\Lambda}{\alpha} \quad (5.A.9)$$

selon le modèle unidimensionnel (§IC2b) a été représentée figure 5-8.

Elle coupe l'axe des champs à 4 Oe. Nous avons trouvé une valeur proche de celle-ci en examinant la variation du déplacement avec la durée de l'impulsion.

Il semble donc que, une fois que la ligne est décrochée,  $v$  ne dépend que de  $H_x - H_x^d$ ,  $H_x^d$  étant la coercivité dynamique (en force directe).

Pour le ValTm55A, nos mesures s'interprètent avec  $H_x^d \approx 4$  Oe.

La mobilité "théorique" (5.A.9) n'est pas en désaccord avec les vitesses mesurées.

Le point obtenu au champ le plus bas ( $H_x = 5.2$  Oe) est en limite de la partie linéaire. Un calcul numérique qui utilise les équations de Slonczewski a été effectué par J. Miltat [1988b], avec les paramètres du ValTm et en supposant une coercivité dynamique de 4 Oe. Les points expérimentaux et calculés sont comparés figure 5-7. L'accord est satisfaisant; la partie linéaire de la courbe  $v_x(H_x)$  est donc assez bien décrite par l'expression (5.A.9).

◆ Saturation de la vitesse.

Le graphique 5-8 montre que la vitesse est saturée à partir de  $H_x \approx 6$  Oe. C'est un comportement qui n'a rien d'étonnant dans le micromagnétisme. Mais le mécanisme n'est pas encore connu dans ce cas précis.

Heyes [1988] envisage un processus concurrençant le déplacement de la ligne : la conversion de la paroi par mouvement des deux lignes horizontales (figures 5-10 et 5-11). c'est un mécanisme statique :

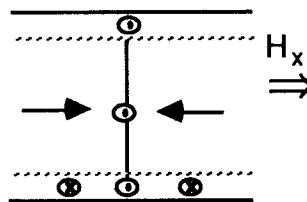
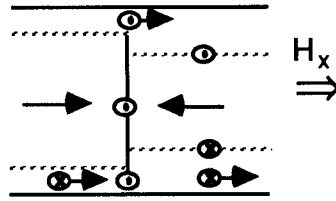


Fig. 5-10

*Ligne se déplaçant par champ plan dans le régime linéaire. Coupe schématique dans le plan de la paroi. Les demi-lignes horizontales ne bougent pas.*



**Fig. 5-11**

*Mécanisme statique de limitation de la vitesse de ligne. Sous l'influence de  $H_x$  les demi-lignes horizontales se sont rapprochées.*

Dans la terminologie de Thiele, la force réversible s'exerçant sur la ligne est diminuée lorsque les lignes horizontales se rapprochent, alors qu'en première approximation la ligne garde sa structure sur toute l'épaisseur donc la même diadique de dissipation.

Le mécanisme n'a pas encore été étudié plus loin que le niveau qualitatif; on ne sait pas s'il prédit une vitesse de saturation ou seulement une réduction de mobilité.

Un mécanisme dynamique est aussi envisageable, de manière analogue à ce qui a été fait pour le mouvement des parois. Pour cela il faudrait connaître quelle est la structure d'une ligne en mouvement dans le régime de mobilité linéaire, structure déformée par rapport à celle au repos. La déformation extrême donnerait une vitesse limite analogue à celle de Walker. On peut aussi concevoir un mécanisme dynamique analogue à celui de Slonczewski, où la structure interne de la ligne serait modifiée, par exemple par l'injection d'un point de Bloch.

Ce ne sont pour l'instant que de pures spéculations. Il sera d'autant plus difficile de faire autre chose que la structure tridimensionnelle de la ligne n'est pas encore bien connue, la voie numérique étant pour l'instant la seule fiable.

# B - Déplacement par force gyrotropique

La ligne est déplacée par force gyrotropique en appliquant des impulsions de champ de polarisation. Celles-ci mettent en mouvement les parois et le mouvement des parois entraîne par couplage gyrotropique celui des lignes. Dans la mémoire à lignes de Bloch la propagation gyrotropique doit être utilisée (voir §ID), ce qui donne un intérêt supplémentaire à son étude.

Dans nos expériences sur le ValTm, la zone de vraie propagation par force gyrotropique est très restreinte : il faut des impulsions de forte amplitude et à court temps de montée. Pour des impulsions plus lentes ou de plus faible amplitude, un déplacement occasionnel des lignes se manifeste, erratique.

Nous proposons une interprétation qui relie ces résultats à ceux en force directe.

Pour des impulsions trop fortes, la nucléation de lignes est observée.

## 1. Expériences de propagation

Des temps de montée de l'impulsion (vitesse de déplacement de la paroi) très variables ont été essayés.

### 1a. Temps de montée d'environ 1 seconde

On l'obtient en variant à la main le courant de l'alimentation de la bobine créant le champ de polarisation, ou bien en utilisant un générateur de signaux avec une fréquence de 0.5 Hz par exemple.

Les parois peuvent être déplacés de plusieurs microns sans que les lignes ne bougent appréciablement, comme le montre la séquence de photos figure 5-12.

Les déplacements de lignes dans cette séquence sont entre un et deux ordres de grandeur plus petits que ceux attendus pour un couplage gyrotropique "rigide", où la relation (1.C.56) est valable, soit ici  $v_x \approx \epsilon.40 v_y$  donc  $\Delta x_l \approx \epsilon.40 \Delta y_p$  par intégration.

De plus le déplacement  $\Delta x_l$  vu figure 5-12 ne provient même pas entièrement d'une relation du type précédent, puisque la figure 5-12(e et f) montre deux  $\Delta y_p$  de signes contraires donnant lieu à des  $\Delta x_l$  de même signe. Ces déplacements  $\Delta x_l$  semblent plutôt dûs :

- au champ terrestre (en l'occurrence il pousse ici la ligne vers le haut);
- aux inégalités de l'énergie associée à la position de la ligne le long de la paroi (attraction ou répulsion par des "défauts" dans le matériau ?).

L'influence du champ terrestre est vue en répétant l'opération un grand nombre de fois, par exemple en connectant à la bobine de polarisation un générateur de fonctions fournissant une tension sinusoïdale à environ 1Hz. Même si les incursions en champ de polarisation sont plus faibles que dans l'expérience précédente, on observe essentiellement un mouvement dans une direction de la ligne. Il peut être annulé en

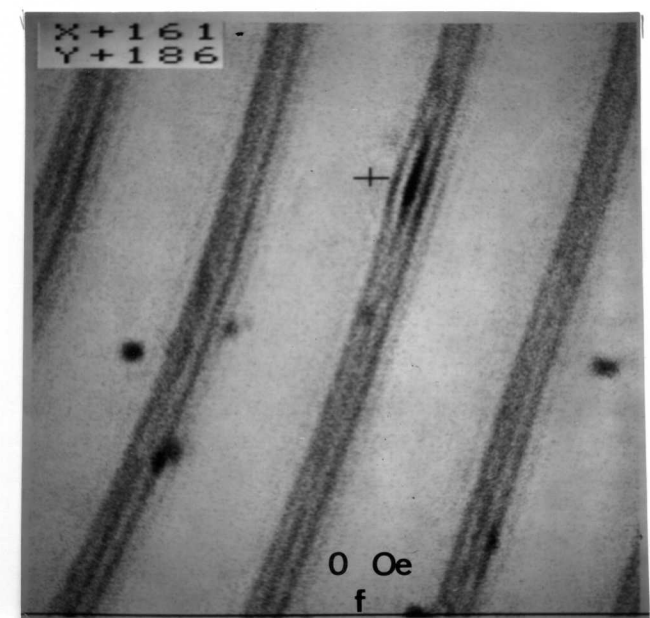
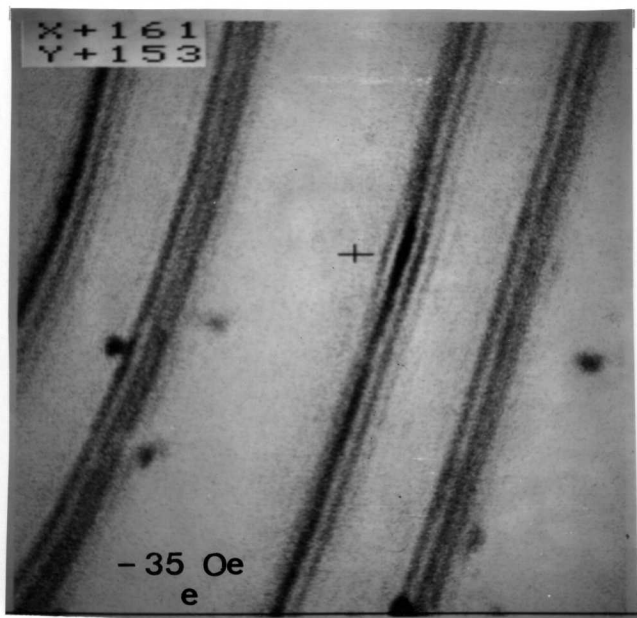
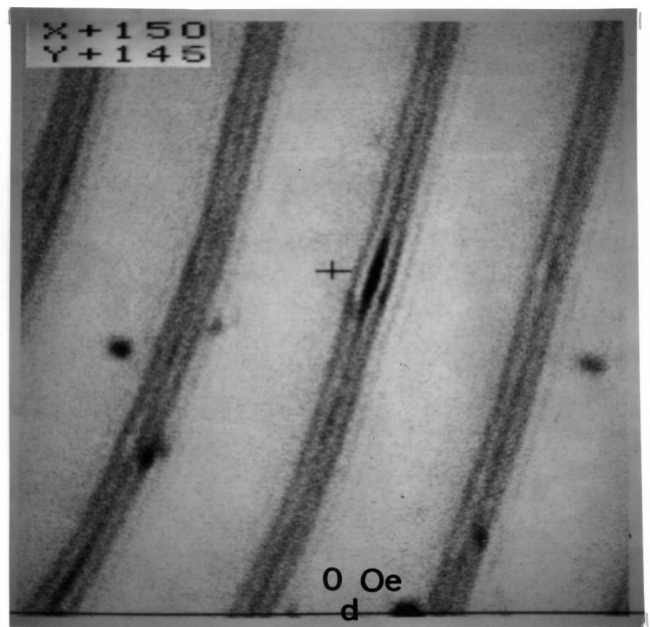
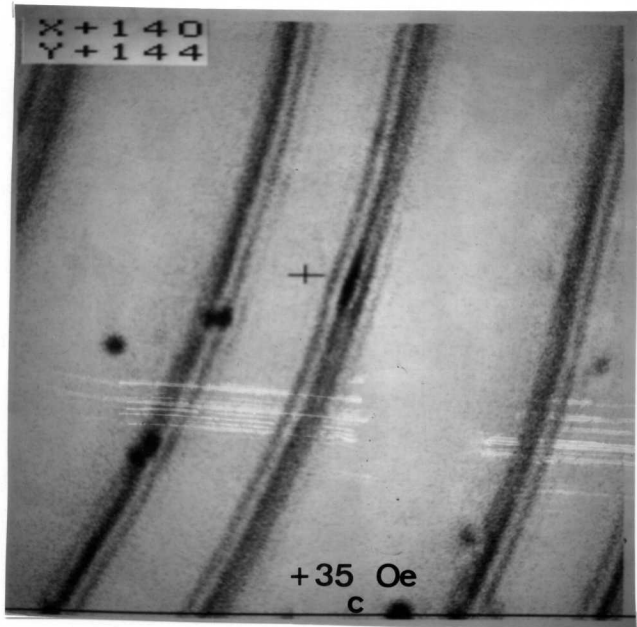
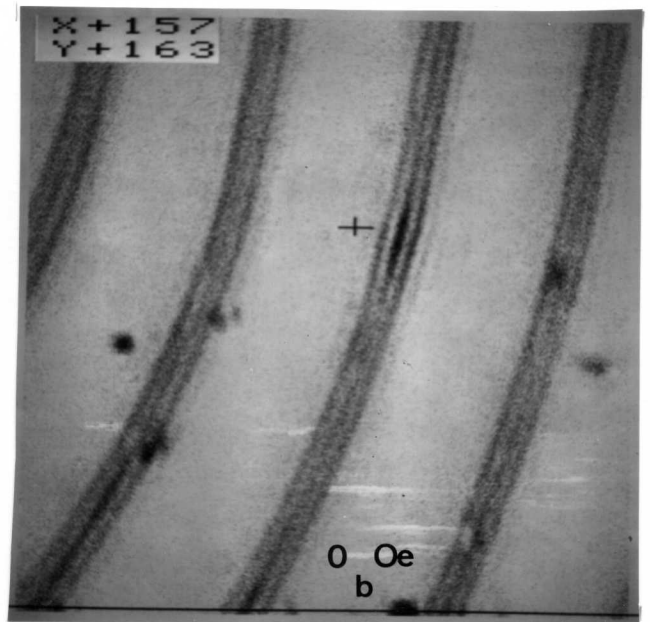
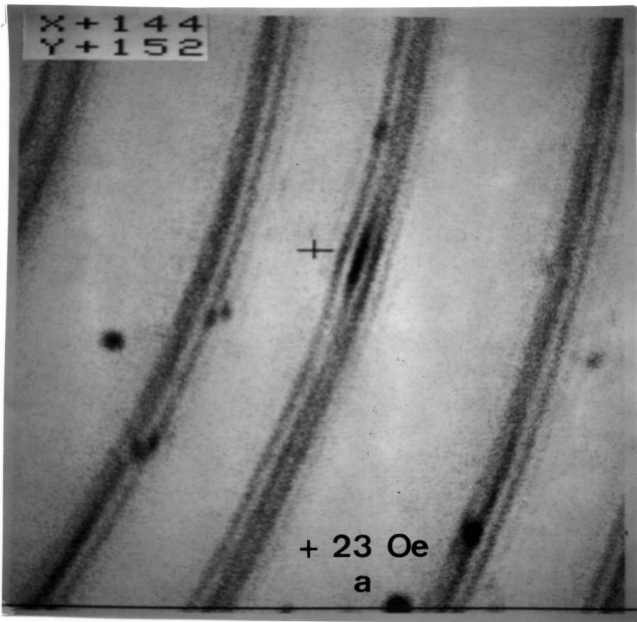


Fig. 5-12

appliquant 0.3 - 0.4 Oe dans le sens opposé au champ terrestre, et renversé si on applique un champ supérieur.

Nous observons ici, en fait, le phénomène connu de réduction de la coercivité lorsqu'un petit champ oscillant est superposé au champ statique pour lequel on étudie la coercivité.

Il faut donc admettre que le couplage gyrotropique, où  $v_x$  est proportionnel à  $v_y$ , n'est pas effectif dans ces expériences.

## 1b. Temps de montée d'environ 1 ms

Essentiellement, la deuxième expérience du §1a est répétée plus rapidement (mais la vitesse de paroi imposée est inférieure au mm/s). La photo 5-13 montre l'aspect résultant de la paroi et de la ligne. Nous avons réglé le générateur à une fréquence moitié de celle du balayage de ligne du LSM. La paroi a alors un aspect cisailé. La ligne est vue sous forme de paquets distribués le long d'une partie de la paroi. Cette image indique que la ligne a fait, au cours des 2s que dure l'acquisition de l'image, un certain nombre de sauts en avant et en arrière. Entre les sauts la position de la ligne le long de la paroi ne change pas.

Ce ne serait pas l'image vue si la relation de proportionnalité entre  $v_x$  et  $v_y$  s'appliquait. Une ligne LSM sur deux, quand la paroi est à gauche, la ligne devrait être, disons, en haut, et en bas l'autre ligne LSM où la paroi se trouve à droite. La photo devrait présenter deux images de la ligne, "zébrées", située l'une sur la paroi à droite et l'autre sur celle à gauche.

Donc ici encore, à la limite de la résolution temporelle de notre appareil d'observation, le couplage gyrotropique rigide ne s'applique pas.

On note dans la figure 5-13 que des parois sont vues immobiles. La cause pourrait être la phase du champ de polarisation par rapport à celle du balayage. Nous avons alors synchronisé électriquement le générateur sur le balayage X du LSM afin de contrôler cette phase. La configuration où une paroi sur deux oscille se rencontre très souvent (figure 5-13c). Réglons la phase afin d'avoir le champ extremum au moment où le faisceau passe sur une paroi (au grossissement maximum où 4 parois sont dans le champ). Il arrive qu'on observe cette paroi qui oscille, ses deux voisines oscillant moins ou pas du tout (comme dans la figure 5-13b), ou bien cette paroi qui bouge très peu et ses deux voisines beaucoup (comme dans la figure 5-13a). En changeant continûment la phase, il apparaît que l'amplitude de mouvement des parois n'est pas uniforme, alors que l'excitation est uniforme. On le voit autrement en diminuant le grossissement car alors sur quelques parois consécutives le champ est quasiment constant le long d'une ligne LSM.

Craik [1975] a déjà constaté ce comportement à basse fréquence (comme ici) et Argyle [1982] à haute fréquence. Une imparfaite uniformité du matériau peut en être la cause.

Le domaine des plus grandes vitesses  $v_y$  (donc de plus grandes forces gyrotropiques sur la ligne) a été exploré sous forme d'images "avant-après".

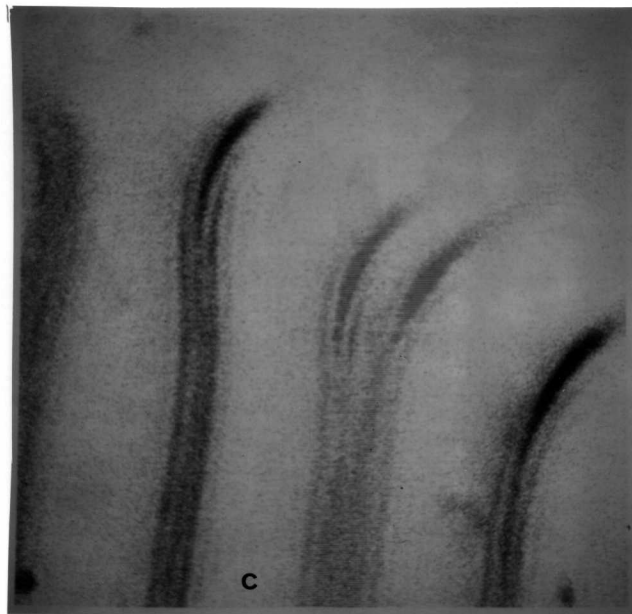
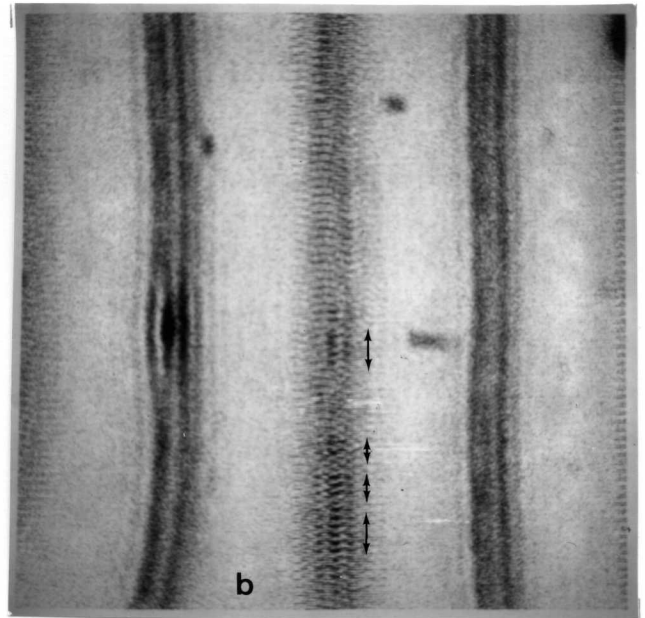
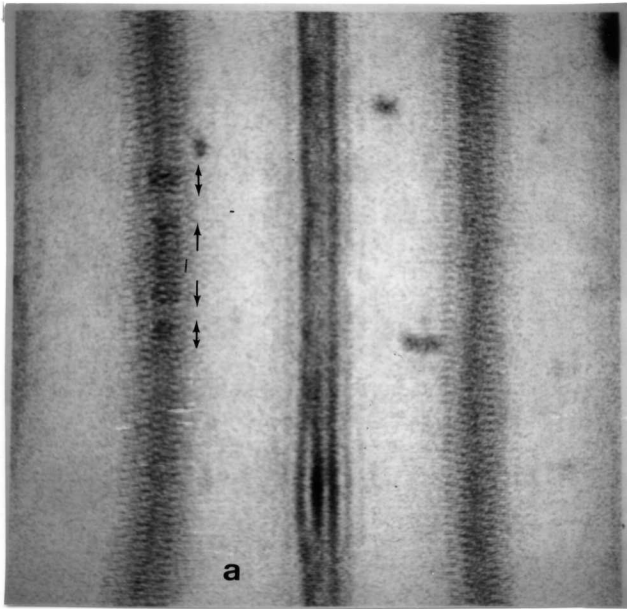


Figure 5-13: Champ de polarisation oscillant à la moitié de la fréquence de ligne du LSM (soit 125 Hz).

(a),(b) sans synchronisation champ-LSM. La ligne apparaît à divers endroits (flèches). L'amplitude du champ est de 17 Oe.

(c) avec synchronisation électrique; amplitude 23 Oe.

La ligne est bloquée dans le coude de la paroi.

Figure 5-12: (feuille précédente) Six états successifs de parois et de ligne par variation du champ de polarisation (10 lignes video = 1  $\mu$ m)

## 1c. Temps de montée d'environ 500 ns

- ◆ Le champ de polarisation pulsé est produit par une petite bobine comptant treize tours de fil ( $\varnothing 100 \mu\text{m}$ ), de diamètre intérieur  $9 \mu\text{m}$  ( $15 \text{ Oe/A}$  au centre).

La bobine est alimentée par une "tête de courant", fabriquée au laboratoire. Schématiquement, un transistor bipolaire ayant 18V entre l'émetteur et le collecteur est commandé par une tension à sa base, laquelle provient d'un générateur d'impulsions de tension (HP, modèle 8112A). Compte tenu des chutes de tension dans le montage, le transistor autorise une force contre-électromotrice dans la charge valant jusqu'à 10V avant de passer en saturation. L'inductance de la bobine étant d'environ  $3 \mu\text{H}$  et sa résistance  $3\Omega$ , le montage produira au mieux un courant de 1.5A (soit un champ de 22 Oe) montant en 500 ns. La vitesse de paroi correspondante vaut entre quelques dixièmes de m/s et 1 m/s. Des impulsions dissymétriques sont envoyées, les temps de transition valant l'un 500 ns et l'autre  $10 \mu\text{s}$ , afin de favoriser une propagation gyrotropique unidirectionnelle, comme l'a proposé Konishi [1984]. La dissymétrie des temps de transition fait que des forces gyrotropiques de signe opposés mais d'amplitudes inégales s'appliquent sur la ligne lors des deux temps de transition. La force de faible amplitude n'arrive pas à déplacer la ligne soit à cause du potentiel de stabilisation des lignes qui existe dans la mémoire (voir [Konishi, 1984]), soit à cause d'une coercivité spécifique de ligne (voir [Morris, 1976]).

En cas de propagation gyrotropique d'une même ligne dans ce schéma, le sens de propagation devrait se renverser lorsque la polarité de l'impulsion est renversée, ou lorsque les temps de transition sont échangés.

- ◆ Les expériences montrent des lignes qui bougent.

Mais :

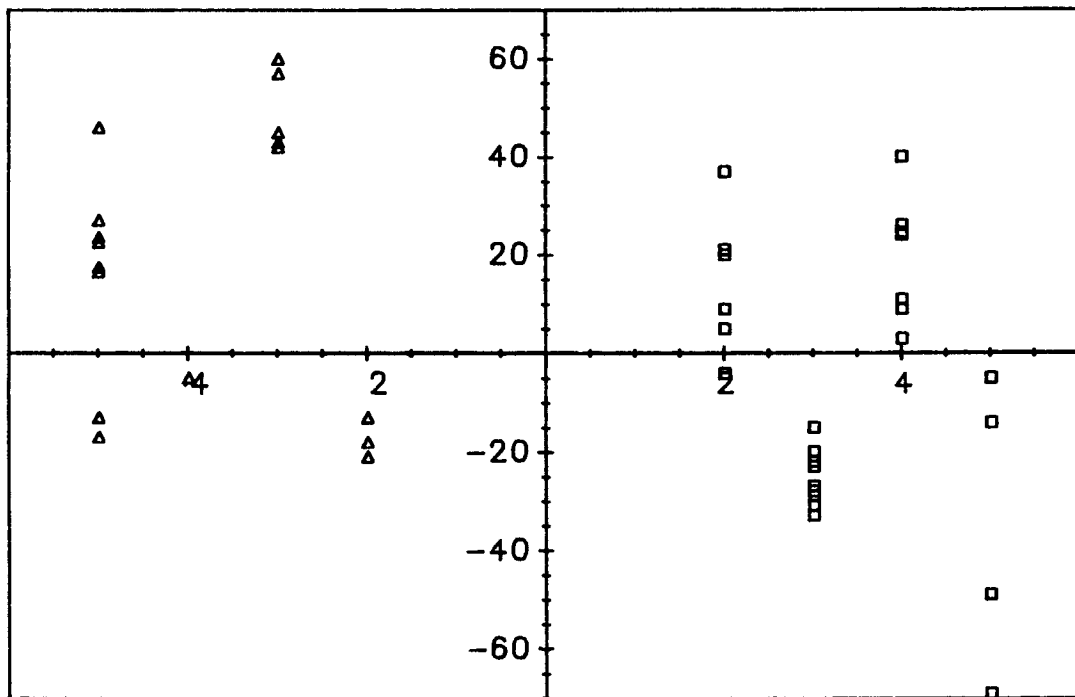
- les déplacements sont occasionnels, avec comme ordre de grandeur 1 déplacement pour 10 impulsions;
- le déplacement de chaque ligne est en majorité d'un certain sens; il change de signe lorsque la polarité de l'impulsion est renversée, mais reste identique lorsque les temps de transition sont échangés.

Les deux premiers points sont illustrés sur la figure 5-14. Quatre lignes sont observées sur quatre parois consécutives (elles ont le même contraste optique et ont été nucléées par champ plan avec des parois perpendiculaires à celui-ci, donc  $\varepsilon_{\Delta\varepsilon_{\Delta}}$  et  $\varepsilon_s$  sont identiques pour les quatre lignes et, en se référant à (5.B.7), les déplacements doivent changer de signe d'une paroi à l'autre). Le graphique montre le signe et l'amplitude de leurs déplacements non nuls, à gauche pour la polarité + et à droite pour la polarité -. On a obtenu 1 déplacement pour 10 pulses de polarité +, et 1 pour 20 pulses de polarité moins.

- ◆ Les cas (la majorité) où le déplacement est nul ont été étudiés en prenant un court temps de montée pour une impulsion durant 50 ms. La configuration transitoire peut ainsi être observée pendant 12 lignes LSM (photo 5-15).

La photo montre le déplacement de la paroi du fait de l'impulsion ( $\approx 0.4 \mu\text{m}$ ), la ligne étant encore présente à la suite de la montée de l'impulsion. La ligne remonte très légèrement lorsque l'impulsion revient à 0, mais ce n'est pas général.

DEPLACEMENT VIDEO



NUMERO DE PAROI

Fig. 5-14

Les déplacements non nuls de quatre lignes de même contraste sur quatre parois consécutives.  
10 lignes vidéo font  $1.8 \mu\text{m}$ . Impulsions de champ de polarisation :  
 $t_m=500 \text{ ns}$ ,  $t_d = 10 \mu\text{s}$ , carré + 18 Oe, triangle -18 Oe



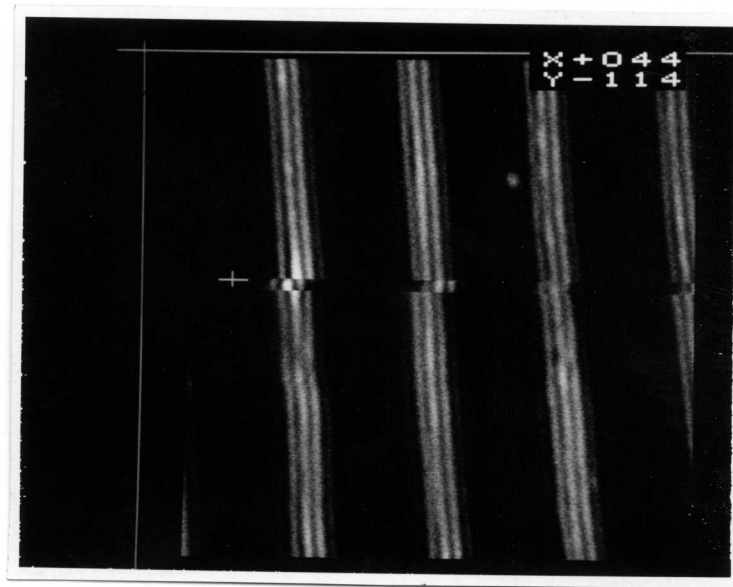


Figure 5-15: Déplacement de paroi sans déplacement de ligne lors du front de montée de l'impulsion (500 ns).

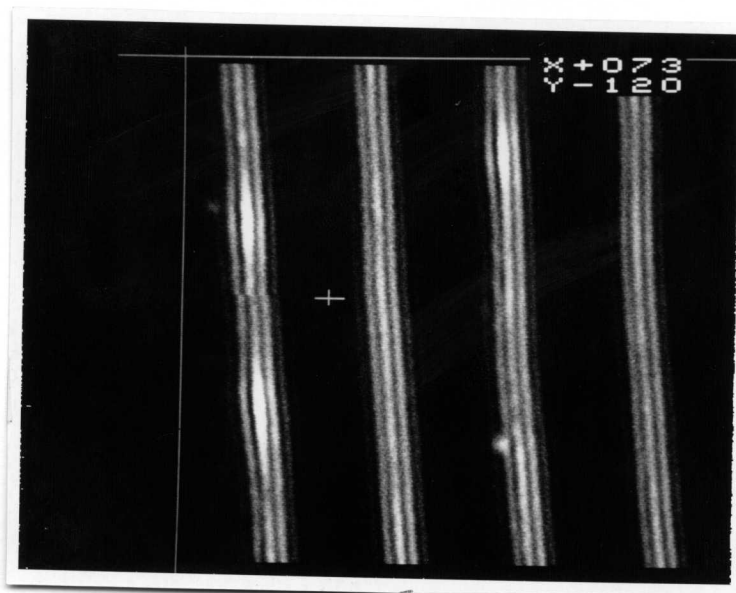
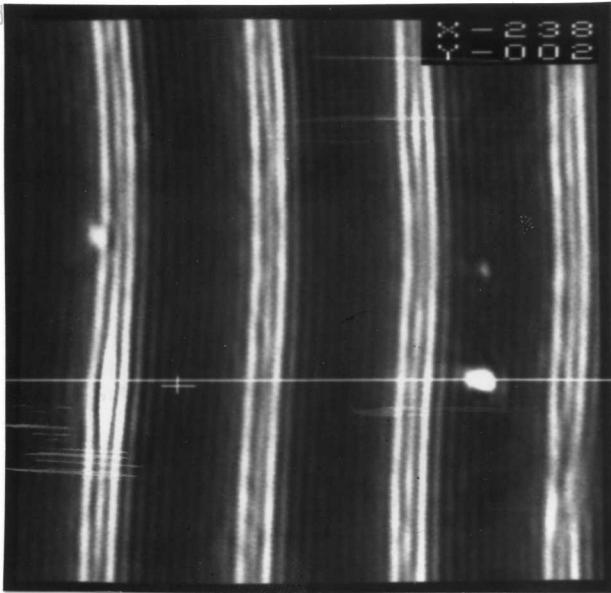
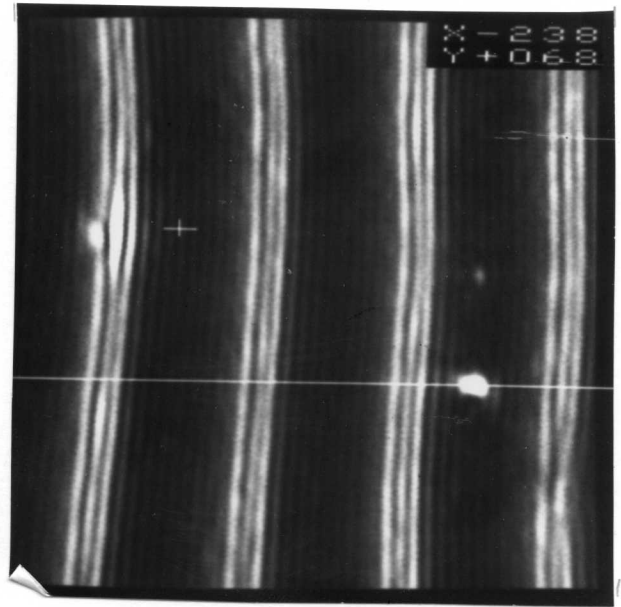


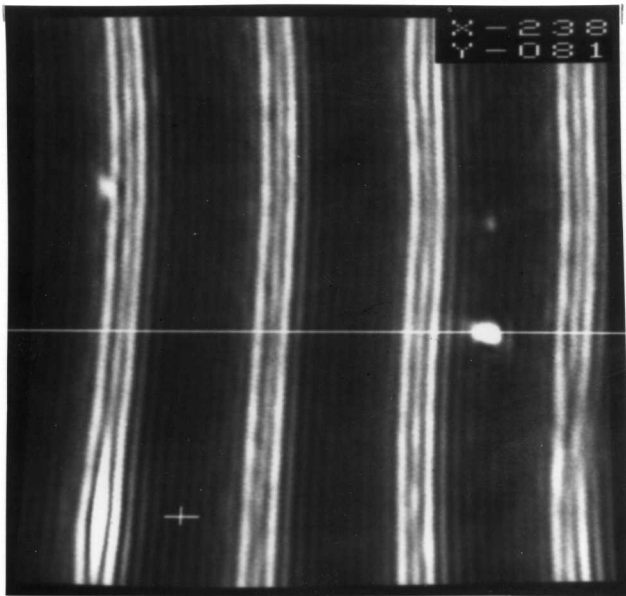
Figure 5-16: Déplacement de ligne (elle passe de haut en bas) accompagné d'un changement de position d'équilibre de la paroi. Le moment de l'impulsion (ligne LSM) est indiqué par la croix.



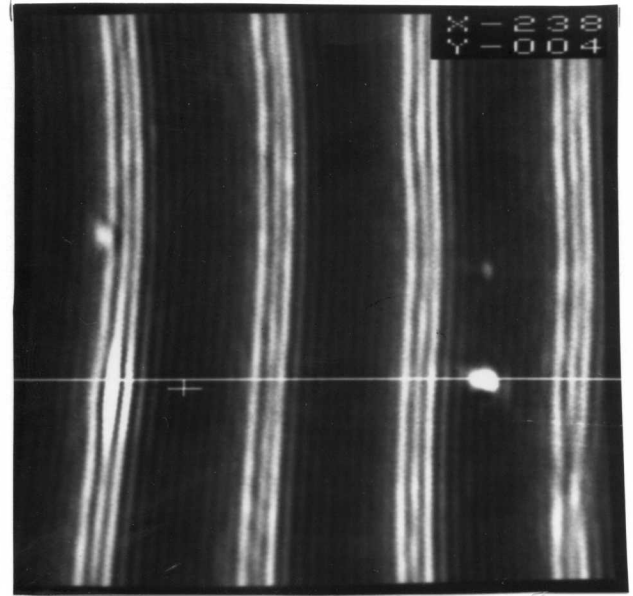
a



b



d



c

Figure 5-17: Propagation gyrotropique d'une ligne. Les positions sont successivement:

(a) départ

(b) après deux impulsions (la première sans effet) de caractéristiques  $t_m=700$  ns,  $+26$  Oe,  $t_d=40$  ns

(c) après une impulsion  $t_m=40$  ns,  $+26$  Oe,  $t_d=700$  ns

(d) après trois impulsions (deux premières sans effet) comme en (c).

Le déplacement nul de la ligne ne provient donc pas de la compensation de deux déplacements gyrotropiques égaux et opposés se produisant lors des deux transitions de l'impulsion.

Alors que la paroi s'est déplacée, à la vitesse moyenne de  $0.8 \text{ ms}^{-1}$ , la force gyrotropique associée n'a pas réussi à déplacer la ligne (on attendait un déplacement de  $40 \times 0.4 = 16 \mu\text{m}$  d'après (1.C.56)).

◆ Dans les cas où le déplacement de la ligne n'est pas nul, les images prises au moment de l'impulsion indiquent souvent que la paroi, à l'endroit observé par le faisceau laser immédiatement après l'impulsion, ne revient pas à sa position initiale. La photo 5-16, où la position de l'impulsion est repérée par la croix, montre un tel cas où la ligne est descendue.

Si la paroi ne revient pas à sa position de départ, c'est qu'elle a dû changer de puits de potentiel, c'est à dire traverser une barrière d'énergie à un endroit. Il est concevable que ce soit là l'origine du mouvement de ligne observé.

### 1d. Temps de montée d'environ 50 ns

Pour cela la bobine a été réduite (diamètre intérieur 8 mm et 4 tours de fil), afin d'avoir moins d'inductance (le champ vaut alors  $6.5 \text{ Oe/A}$  au centre). Une nouvelle tête de courant, alimentée en 60V et fournissant jusqu'à 10A, permet d'améliorer grandement les caractéristiques des impulsions de champ de polarisation. On peut obtenir une impulsion de 5 A ( $32 \text{ Oe}$ ) montant en moins de 50 ns et descendant en plus de 500 ns. La vitesse de paroi correspondante est supérieure à  $20 \text{ ms}^{-1}$ .

Dans ces conditions, les lignes bougent mieux.

- La probabilité de déplacement est proche de 1 sur 2;
- le déplacement a un sens (presque parfaitement) bien défini, qui s'inverse lorsque la polarité de l'impulsion est inversée et lorsque les temps de transition sont échangés (figure 5-17).

Ce sont bien les caractéristiques qualitatives d'un déplacement gyrotropique dû au front raide de l'impulsion (celui dû au front moins raide étant nul en général d'après §1c).

## 2. Discussion des résultats

### 2a. Equations dérivées de la formulation de Thiele

Nous avons discuté ce modèle au chapitre I. Pour une structure de paroi et de ligne donnée par les modèles unidimensionnels, avec des paramètres effectifs  $\Lambda$  et  $\Delta$  et les trois signes  $\epsilon_\Delta$ ,  $\epsilon_\Lambda$ ,  $\epsilon_S$  définis au §IVC, les équations d'équilibre des forces s'écrivent

$$\epsilon_\Lambda \frac{2\alpha}{\pi} \frac{v_x}{\Lambda} + \epsilon_\Delta \epsilon_S \frac{v_y}{\Delta} = \gamma H_x \quad (5.B.1)$$

$$-\varepsilon_{\Delta} \varepsilon_S \pi \frac{v_x}{L_x} + \varepsilon_{\Delta} \alpha \frac{v_y}{\Delta} = \gamma H_z \quad (5.B.2)$$

d'où on déduit

$$v_y = \varepsilon_{\Delta} \frac{\gamma \Delta}{\alpha} \left( H_z + \varepsilon_S \frac{\pi^2 \Lambda}{2\alpha L_x} H_x \right) \left/ \left( 1 + \frac{\pi^2 \Lambda}{2\alpha L_x} \right) \right. \quad (5.B.3)$$

$$v_x = \varepsilon_{\Delta} \frac{\pi}{2} \frac{\gamma \Delta}{\alpha} \left( H_x - \varepsilon_S \frac{1}{\alpha} H_z \right) \left/ \left( 1 + \frac{\pi^2 \Lambda}{2\alpha L_x} \right) \right. \quad (5.B.4)$$

La grosse inconnue est la valeur à prendre pour  $L_x$ . Si  $L_x = \frac{\pi^2}{2} \Lambda$  (à peu près la taille d'une ligne), on trouve les "mobilités de paroi dure" qui s'écrivent en  $\frac{\gamma \Delta}{\alpha + 1/\alpha}$  au lieu de

$\frac{\gamma \Delta}{\alpha}$ . Pour  $\alpha = 0.1$  la réduction est d'un facteur 100.

Comme nous étudions le plus souvent une ligne isolée, il est tentant de mettre le facteur réducteur à 1 ( $L_x = \infty$ ).

Une autre idée pour estimer le  $L_x$  qu'il faut prendre en compte afin de décrire la dynamique de la ligne couplée à la paroi, est d'étudier les photos rapides de la déformation de la paroi lorsqu'une ligne  $y$  est propagée par champ plan pulsé (voir [Ronan, 1987] et [Theile, 1988b]).

Ces photos montrent que la paroi se décale quand la ligne avance. Si  $y(x)$  représente le profil stationnaire de la paroi, on a la relation

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{dy}{dx} = \varepsilon_{\Delta} \varepsilon_S \frac{2\Delta}{\pi \Lambda} \frac{\pi^2 \Lambda}{2\alpha L_x} \quad (5.B.5)$$

d'après (5.B.3) et (5.B.4) pour un champ plan seul. Comme  $\left| \frac{dy}{dx} \right|_{\max} \approx \frac{1}{3}$  est mesuré (pour

un matériau du type ValTm, un SmYG en fait), il vient  $\pi^2 \Lambda / (\pi^2 \Lambda / 2\alpha^2 L_x) \approx 1$  et la réduction serait d'un facteur 2. C'est dans cet esprit que nous utilisons (5.B.3) et (5.B.4), en notant par  $\rho$  la quantité  $\pi^2 \Lambda / (2\alpha^2 L_x)$ .

Rappelons pour la suite que :

- $\varepsilon_{\Delta} \varepsilon_S$  désigne le signe (chiralité) de la ligne,
- $\varepsilon_{\Lambda}$  sa charge  $\sigma$ , et
- $\varepsilon_{\Lambda} \varepsilon_{\Delta}$  donne le contraste en fond noir anisotrope.

## 2b. Mobilité en champ plan

Il ne s'agit que de la partie linéaire où la structure n'est pas modifiée dynamiquement pour que (5.B.3) et (5.B.4) restent valables. Une mobilité d'environ  $30 \text{ ms}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$  en champ plan pour la ligne se raccorde bien à nos mesures. C'est aussi la valeur du calcul de J. Miltat cité au §A3. La valeur prédite par (5.B.4) est

$$\mu_L^D = \frac{\pi}{2} \frac{\gamma\Lambda}{\alpha} / (1+\rho) \quad (5.B.6)$$

En prenant comme  $\Lambda$  la valeur  $1.5 \Lambda_0$ , comme semblent le montrer les calculs numériques (voir § IB), ainsi que  $\rho = 1$  nous retombons sur les  $30 \text{ ms}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$ .

Les expériences ont aussi indiqué l'existence d'une coercivité dynamique  $H_x^d$ . La manière la plus simple d'ajuster expérience et phénoménologie consiste à remplacer  $H_x$  par  $H_x - H_x^d \text{sgn}(v_x)$  dans (5.B.4). Il existe aussi une coercivité statique (limite du champ de décrochement pour de très longues durées).

## 2c. Propagation gyrotropique

Voyons où nous conduit l'introduction de  $H_x - H_x^d \text{sgn}(v_x)$  dans la formule (5.B.4), quand on l'applique à cet autre cas. Cela veut dire que la coercivité dynamique de ligne en force gyrotropique vaut  $\alpha H_x^d$ . Le  $H_z$  à comparer à cette valeur n'est pas le champ appliqué par la bobine, mais le champ effectif valant le précédent réduit par le champ démagnétisant.

Il est commode de le calculer au moyen de la vitesse de la paroi (méthode plus physique d'ailleurs car la force gyrotropique vient de  $v_y$ ). Celle-ci est calculée en supposant que le déplacement de la paroi est quasistatique, ce qui est justifié car notre temps de montée le plus court (40 ns) est bien supérieur au temps de mise en équilibre de la structure en bandes  $T \approx 3 \text{ ns}$  (calculé avec  $v_y = (\gamma\Delta/\alpha)H_z$  pour tous les  $H_z$ , voir (1.C.36)).

(5.B.4) se réécrit alors

$$v_x = -\epsilon_{\Lambda} \epsilon_{\Delta} \epsilon_S \mu_L^D \left( (1+\rho) \frac{v_y}{\gamma\Delta} - H_x^d \text{sgn}(v_y) \right) \quad (5.B.7)$$

c'est la chiralité de la ligne qui intervient seule désormais.

La vitesse "coercitive dynamique", calculée avec  $H_x^d = 4.5 \text{ Oe}$ ; vaut environ  $2.5 \text{ ms}^{-1}$ . Or les expériences faites avec les temps de montée supérieurs ou égaux à 500 ns sont encore en dessous de cette valeur. De plus il faudra vaincre le champ de décrochement de la ligne, qui d'après les expériences en champ plan est supérieur à 9 Oe pour une durée de 100 ns pendant laquelle la force s'applique.

La zone où il semble que la propagation gyrotropique commence à se produire, c'est à dire vers  $20 \text{ ms}^{-1}$  pour  $v_y$ , coïnciderait avec un champ de décrochement valant 36 Oe sur

une durée de 40 ns. C'est un peu fort, en regardant l'évolution du champ de décrochement reportée figure 5-9.

Le déplacement de ligne calculé pour l'impulsion de la figure 5-17 à partir de (5.B.7), est de 48  $\mu\text{m}$ . Celui mesuré sur la figure 5-17 vaut environ 7  $\mu\text{m}$ .

Ces deux calculs indiquent que l'estimation de la vitesse  $v_y$  que nous faisons est trop élevée. La valeur de 20 m/s calculée n'est plus dans le régime linéaire d'ailleurs, puisque la vitesse de Slonczewski calculée avec (1.C.63) vaut  $16 \text{ ms}^{-1}$  (sans le facteur  $\rho$ ). Nous sommes sûrs de sortir du régime linéaire à certains moments, car la nucléation dynamique de lignes est parfois observée (voir §3.).

Nous n'avons pas fait de mesures en photo ultrarapide (la technique "d'échantillonnage optique" de Humphrey [1975]) du déplacement de la paroi. La mesure serait de toutes façons très délicate car il faudrait apprécier des déplacements d'environ 0.1  $\mu\text{m}$  avec une résolution en temps  $< 5 \text{ ns}$ . (On peut penser cependant à la photométrie). Cette mesure serait tout de même qualitativement intéressante, dans l'étude des déplacements nuls de la ligne. Il est envisageable que la probabilité valant environ 0.5, de déplacement de la ligne, vienne d'un déplacement tous les deux pulses environ, de la paroi qui porte la ligne.

### 3. Nucléation dynamique de lignes

#### 3a. Expériences

Pour de fortes impulsions de champ de polarisation (grande amplitude et court temps de montée), il apparaît parfois des paires de lignes là où il n'y en avait pas auparavant.

Il faut être certain qu'il ne s'agit pas de lignes seulement déplacées sur une grande distance, pour parler de nucléation.

Partons de lignes nucléées par saturation en champ plan. Nous avons vérifié que les lignes qui se suivaient le long d'une paroi étaient dénouantes. Ainsi, en travaillant avec des impulsions lentes, l'échantillon se "nettoie" peu à peu de ses lignes. Il reste néanmoins une paire de lignes nouantes par bande (ce sont des bandes  $S=0$ ). Si par contre des fortes impulsions (par exemple 33 Oe montant en 40 ns) sont utilisées on observe que l'échantillon, au lieu de se nettoyer, tend à se remplir de lignes et qu'il atteint après un certain nombre d'impulsions une densité de lignes qui n'évolue plus.

Une autre expérience consiste à soumettre un réseau de bandes parallèles à un champ plan valant environ  $4\pi M_s$ , parallèlement aux parois. D'après le §1B cela élimine toute structure de paroi, et effectivement nous n'observons pas de ligne (figure 5-18a). Après une impulsion, il apparaît une paire de lignes avec, entre les deux lignes, une aimantation dans la paroi renversée par rapport à l'aimantation initiale.

Les paires nucléées sont dénouantes ou nouantes.

Sur l'échantillon BiLY74, des paires dénouantes seulement ont pu être nucléées. Par contre dans l'échantillon ValTm55A, les deux types de paires ont été obtenus. Il peut

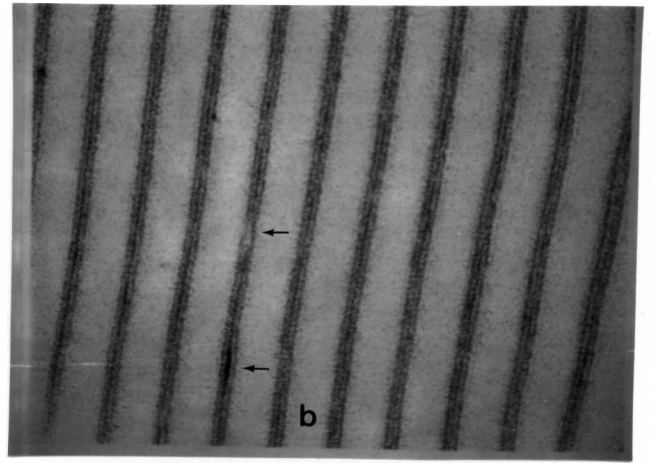
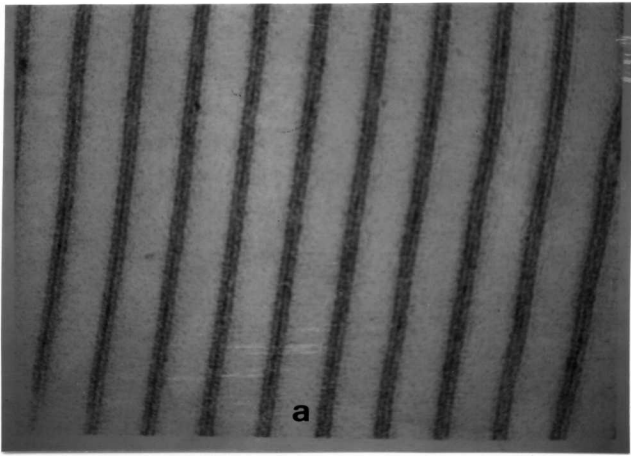


Figure 5-18: Nucléation dynamique d'une paire déroulante  
(a) situation initiale  
(b) après une impulsion ( $t_m=70$  ns,  $+39$  Oe,  $t_d=700$  ns).

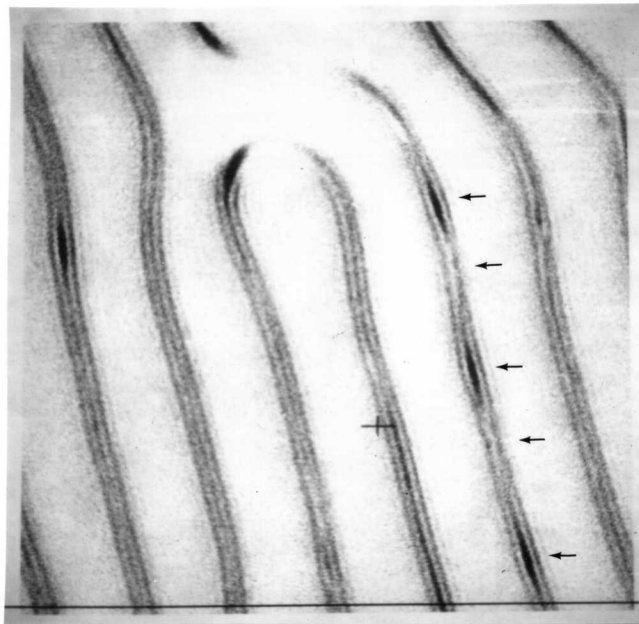
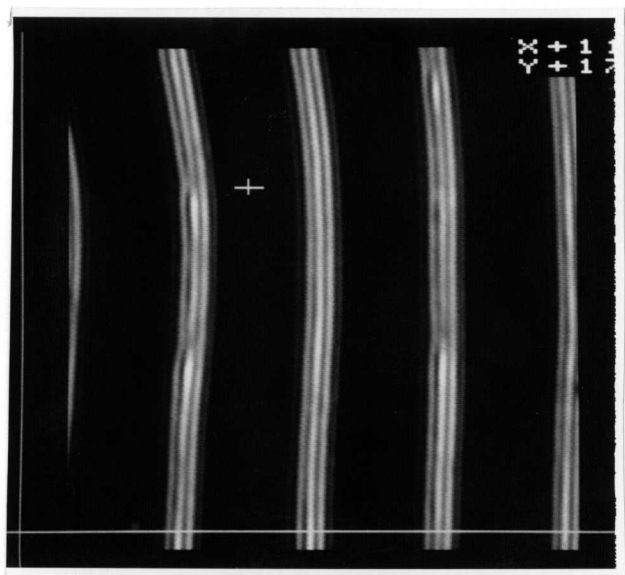
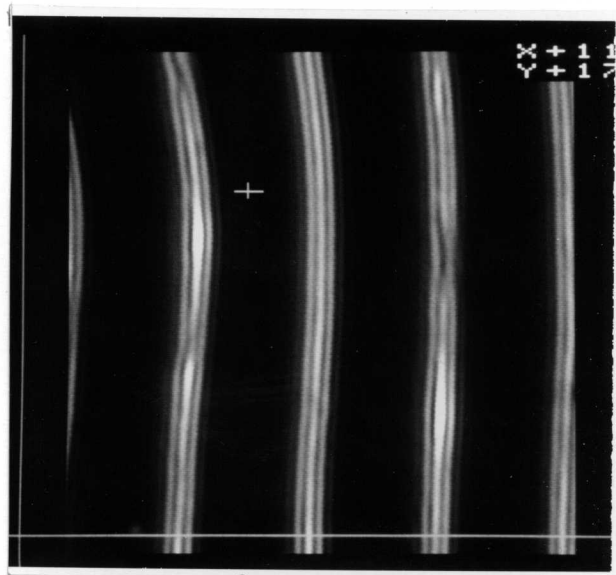


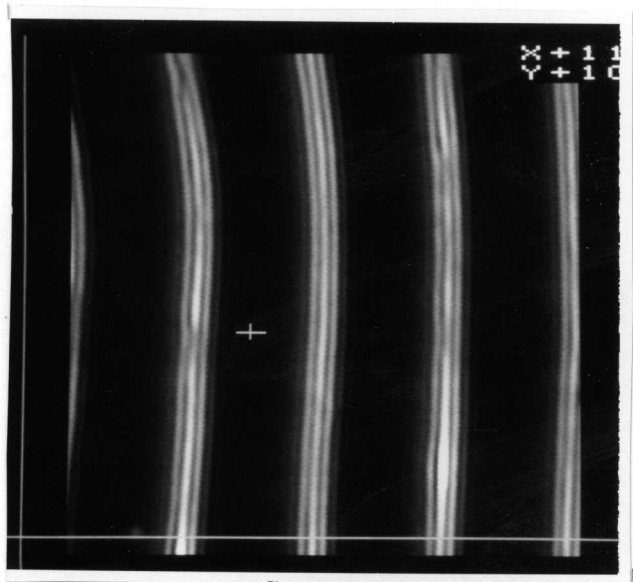
Figure 5-22: Train de cinq lignes nouantes nucléées par une série d'impulsions identiques à celle de la fig. 5-18 (même échantillon).



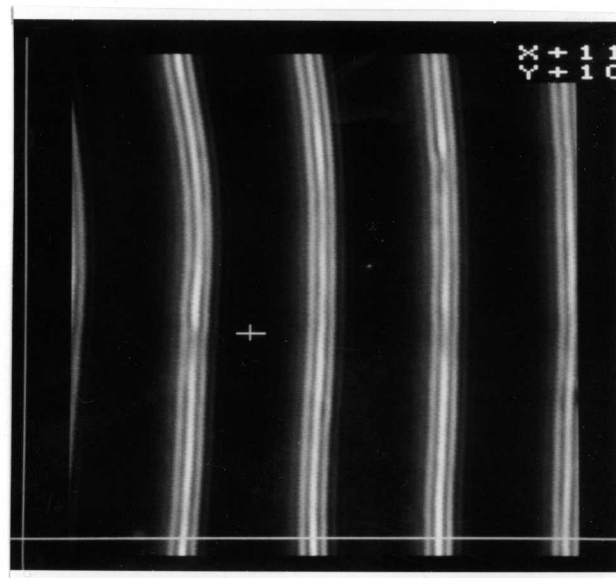
a



b



c



d

Figure 5-19: Comportement de quatre lignes nouantes en champ plan.

- (a)  $H_y = +10$  Oe. Deux paires noir-blanc sont visibles dans la paroi de gauche (une est indiquée par la croix).
- (b)  $H_y = -1.5$  Oe a servi à séparer la paire du haut (reptation).
- (c)  $H_y = -2$  Oe a servi à séparer aussi la paire du bas; une paire blanc-noir s'est formée au milieu.
- (d)  $H_y = -10$  Oe. Il ne reste que la paire blanc-noir dans la champ.



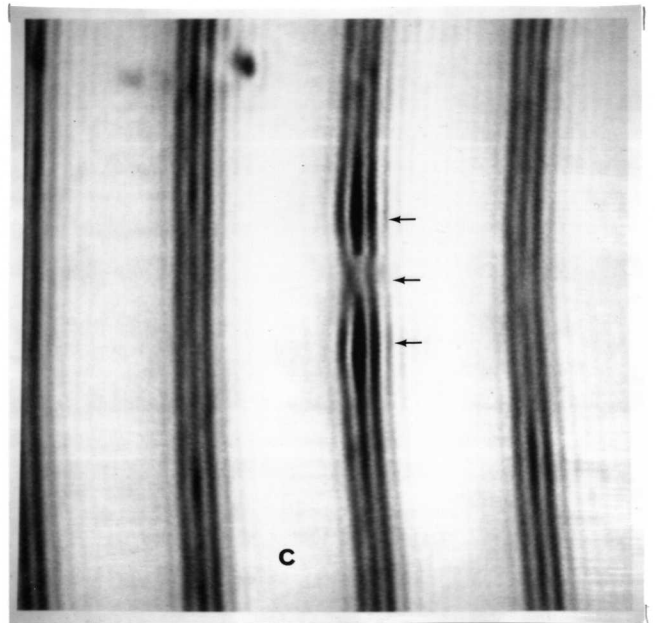
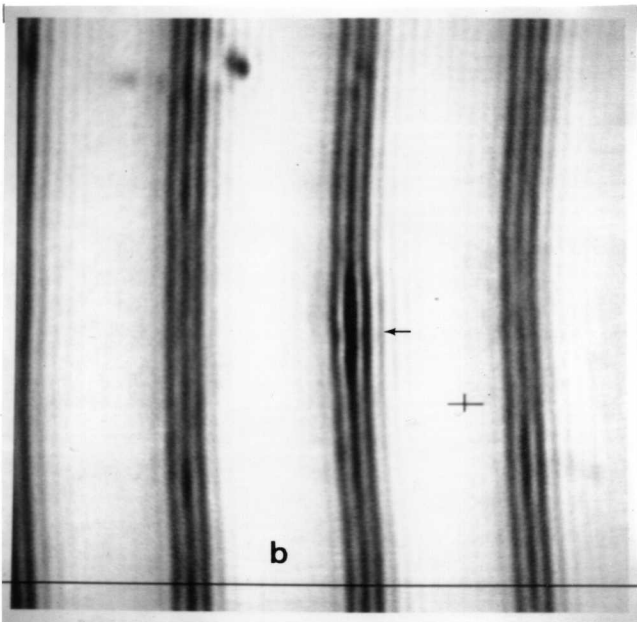
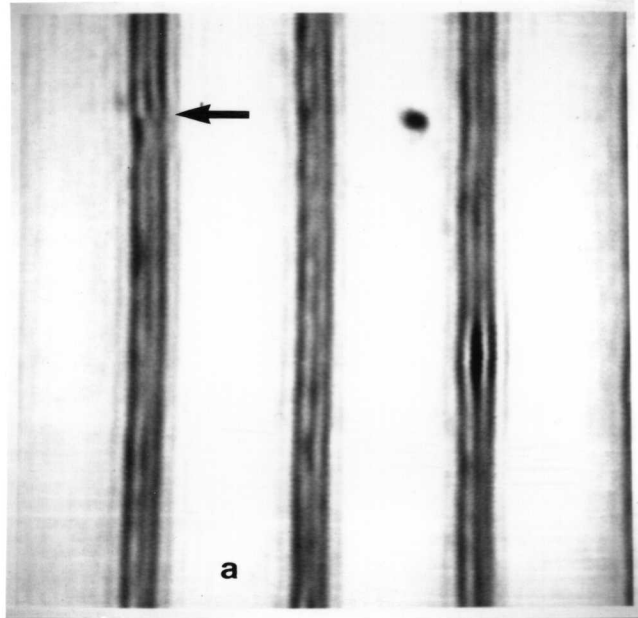


Figure 5-20: Contraste de trains de lignes

- (a) paire noir-blanc comprimée
- (b) triplette blanc-noir-blanc comprimée
- (c) la même triplette séparée par reptations.

même apparaître, au bout de plusieurs impulsions, des trains de lignes nouantes. La séquence de photos figure 5-19 montre quatre lignes nouantes qui se suivent. Une paire nouante comprimée par un champ plan de 50 Oe (le maximum pour nos bobines) ne s'annihile pas.

La figure 5-20 compare le contraste d'une paire nouante par rapport à celui d'une ligne seule, et montre le contraste dû à trois lignes nouantes resserrées.

### 3b. Discussion

Rappelons tout d'abord que nos observations sont du type avant-après. Nous ne voyons que les paires nucléées qui restent après l'impulsion. Mais, comme le temps de transition long vaut plus de 500 ns, il est probable que le retour de la paroi à sa position de départ ne va pas recombiner la paire. Ceci suppose une dynamique régulière imposée par l'impulsion de champ sans accidents de parcours (passage par un défaut).

◆ La nucléation dynamique de paires dénouantes s'explique bien dans le processus de Slonczewski, présenté au §1C2. Soit un segment de paroi qui se déplace à une vitesse supérieure à  $v_p$ , dans lequel par force gyrotropique une ligne horizontale se déplace (figure 5-21a).

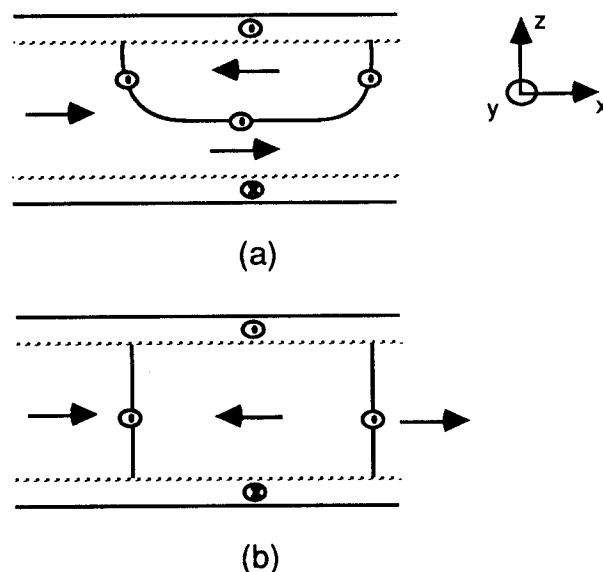


Fig. 5-21

*Création d'une paire dénouante par déplacement et perçage d'une boucle horizontale*

Cette ligne horizontale est en fait une boucle, car elle est limitée au segment se déplaçant rapidement. L'orientation de l'aimantation le long de la boucle est fixée par le champ de fuite régnant dans la zone de nucléation de la boucle. Si la boucle arrive à l'autre surface et "perce", il reste deux lignes verticales avec même  $\epsilon_\Delta$ ,  $\epsilon_S$  et des  $\epsilon_\Delta$  opposés donc des signes opposés (figure 5-21b).

Le processus présenté est continu. Donc il ne change pas le nombre S (voir §1B) d'une bande (autant de lignes + que de lignes - sont créées). Il est vrai que si, après création de l'état 5-21b, une autre boucle de Bloch se nucléée, elle partira de la face du bas. Le processus crée donc deux trains de lignes : à gauche des lignes - et à droite les lignes +. Si les deux trains sont bien séparés et qu'on n'en observe qu'un, on peut croire que seulement des lignes nouantes ont été nucléées.

Toutefois, si une seule paire est nucléée, elle doit être dénouante dans un processus continu. Effectivement, les expériences où une paire de lignes se nucléée sur le flanc d'une bande (loin des têtes de bande) donnent toujours une paire dénouante.

◆ Mais les lignes se nucléent plus facilement aux têtes de bandes. La photo 5-22 montre une suite de cinq lignes nouantes (on les a espacées en les faisant ramper) nucléées à une perturbation du réseau de bandes. Un autre train de lignes de signe opposé n'a pas été vu à un autre endroit de cette paroi. Il faut donc envisager le processus de nucléation de paire nouante.

Il ne peut pas être continu car le nombre S est modifié.

Le changement du nombre S dans des bulles soumises à de fortes et courtes impulsions de champ de polarisation est un fait déjà connu (voir [Tabor, 1972], on parle de formation de bulles dures). Un mécanisme aussi convaincant que le mécanisme de création d'une paire nouante n'a pas été encore proposé. La formation de bandes dures par coupure de bandes a reçu par contre une explication assez vraisemblable (voir [Nishida, 1973]). Schématiquement, les trains de lignes de polarités opposées sont séparés par la coupure de la bande; un mécanisme continu suffit.

Faire intervenir un mécanisme discontinu signifie très probablement la mise en jeu des points de Bloch, les singularités les plus simples. Le domaine des points de Bloch est flou par manque d'expériences, et nous n'avons pas de mécanisme fondé à proposer.

# Conclusion

Le trait d'union ,qui rassemble tous nos travaux dans cette thèse est celui qui existe entre "Magnéto" et "Optique".

Les résultats obtenus se répartissent entre les deux domaines.

◆ En Optique, nous proposons une nouvelle formulation de la technique (assez récente) de mesure par modulation de polarisation, à l'aide de la représentation (assez ancienne) par la sphère de Poincaré. Le but est de concevoir des méthodes de mesure d'effets sur la polarisation qui soient les plus spécifiques.

◆ En Magnéto-optique, nous avons découvert une méthode d'observation directe des lignes de Néel dans les films à anisotropie perpendiculaire. En se plaçant en fond noir anisotrope, la diffraction de la lumière par la structure magnétique de la ligne est mise en image. C'était un problème posé depuis plus de quinze ans.

◆ En magnétisme, nous présentons nos mesures (préliminaires) sur le comportement des lignes. Tout d'abord, des images illustrent et confirment ce qu'on savait sur la "zoologie" des lignes.

Nous avons aussi mesuré particulièrement les diverses coercivités des lignes, qui s'opposent à leur mouvement par force directe ou gyrotropique. Enfin, différents processus de nucléation des lignes ont été vus : de manière statique, de manière dynamique (paires nouantes et dénouantes).

Un certain nombre de questions s'ouvrent ou restent ouvertes, qui nous semblent intéressantes.

◆ Nous avons commencé l'étude d'une autre méthode d'observation des lignes, qui utilise l'effet magnéto-optique du 2ème ordre, en polarisation circulaire. L'analyse de la diffraction n'a pas été faite dans ce cas, mais surtout l'expérience n'a pas été tentée.

◆ Dans l'explication du contraste des lignes en fond noir anisotrope, une interrogation importante subsiste : l'effet de l'orientation de la polarisation du faisceau incident. Si notre modèle est juste, alors l'effet magnéto-optique du 1er ordre d'origine magnétique est anormalement grand dans nos matériaux (tous au bismuth). Une possible cause (c'est une spéculation) de cette anomalie pourrait être la présence près du spectre visible d'un mode de résonance ferrimagnétique (comme la résonance "d'échange" par exemple). Une expérience cruciale sera la mesure de l'effet Kerr transverse, en polarisation p et en polarisation s.

Si notre modèle est faux, il faudra le remplacer et la connaissance des effets magnéto-optique en profitera.

- ◆ Le modèle prévoit aussi une légère dépendance du contraste de ligne en fonction du signe de la ligne ( $\epsilon_s$ , alors que le gros contraste vient de  $\epsilon_{\Delta\epsilon_{\Lambda}}$ ). Si on pouvait l'amplifier, en plus de l'intérêt propre de l'observation directe du signe de la ligne, il y aurait peut être là une voie vers l'observation des points de Bloch.
- ◆ Avec l'observation possible du mouvement de la ligne, on dispose d'une sonde de petite dimension des propriétés du matériau magnétique. Sur la description de la coercivité, il faudra aller au delà de l'approche phénoménologique qui existe aujourd'hui (et que nous avons continué de pratiquer au chapitre V).
- ◆ On peut aussi espérer tester l'équation de la dynamique de  $\mathbf{m}$  utilisée (avec un seul  $\gamma$ , un seul  $\alpha$ ) en étudiant la dynamique des lignes dans des conditions bien contrôlées. Nos expériences en force gyrotropique sont probablement affectées par la présence de modes mous dans le système (translation de l'ensemble des parois, translation d'une ligne), qui se reflètent peut être dans une propagation de lignes ou un déplacement de parois non systématiques.
- ◆ Il reste aussi un problème, aussi vieux que celui de l'observation des lignes, à savoir la nucléation de paires nouantes : un processus discontinu. On ne sait pas encore comment il se produit. En d'autres termes, on ne sait pas comment un point de Bloch se crée. Peut être l'observation du comportement des lignes permettra-t-elle de comprendre celui des points, de même qu'en étudiant les bulles et les parois on a avancé dans la connaissance des lignes.

## **Références et bibliographie**

# Bibliographie

## Avant propos

S. Brandt, "Das Narrenschiff", reproduit dans "Facsimile der Erstaussgabe von 1494, mit einem Anhang und einem Nachwort von Franz Schultz", Jahresgaben der Gesellschaft für elsässische Litteratur I, (1913).  
Nous remercions la bibliothèque municipale de Strasbourg pour la photocopie.

## Chapitre 1

L.Néel, R. Pauthenet, B. Dreyfus, "The rare earth garnets" in Prog. Low Temp. Physics 4, 344 (1964), C.J. Gorter Ed., North Holland.

J.H. Van Vleck, "The magnetic history of the rare earths", Proc. 4th Conf. on rare earth research, Le Roy Eyring Ed., Gordon & Breach (1965).

## Chapitre 2

H. Le Gall, J. Phys. (Paris) 32, C1-592 (1971).

## Chapitre 4

G. Laval, J. Ducuing, Cours de physique de l'Ecole Polytechnique, Matière et Rayonnement première partie, Ecole Polytechnique (1981).

A. Thiaville, L. Arnaud, F. Boileau, G. Sauron, J. Miltat, IEEE Trans. Magn. MAG 24, 1722 (1988).

A. Thiaville, F. Boileau, J. Miltat, L. Arnaud, J. Appl. Phys. 63, 3153 (1988).

## Chapitre 5

A. Thiaville, F. Boileau, J. Miltat, présenté à MMM-Intermag 1988 (Vancouver) n° KC07, à paraître IEEE Trans. Magn.

J. Miltat, V. Laska, A. Thiaville, F. Boileau, présenté à ICM 1988 (Paris).

## Références

- [Abulafya, 1972] G. Abulafya, H. Le Gall, Sol. State Comm., 11, 629
- [Abramowitz, 1970] L. Abramowitz, I.A. Stegun, "Handbook of mathematical functions", Dover, New York
- [Arajs, 1962] S. Arajs, R.V. Colvin, Proc. 2nd Conf. on Rare Earth Research, J.F. Nachman, C.E. Lundin Eds., Gordon et Breach
- [Argyle, 1982] B.E. Argyle, J.C. Slonczewski, W. Jantz, J.H. Spreen, M.H. Kryder, IEEE Trans. Magn., MAG18, 1325
- [Argyle, 1984] B.E. Argyle, E. Terrenzio, J. Appl. Phys., 55, 2569
- [Argyle, 1987] B.E. Argyle, B. Petek, D.A. Herman, Jr., J. Appl. Phys., 61, 4303
- [Ashkin, 1972] A. Ashkin, J.M. Dziedzic, Appl. Phys. Lett., 21, 253
- [Asselin, 1987] P. Asselin, PhD Université Carnegie Mellon, Pittsburgh E.U.
- [Badoz, 1977] J. Badoz, M. Billardon, J.C. Canit, M.F. Russel, J. Optics (Paris), 8, 373
- [Baker, 1958] J.M. Baker, B. Bleaney, W. Hayes, Proc. Roy. Soc. London, A247, 141
- [Baldwin, 1967] J.A. Baldwin, Jr., J. Appl. Phys., 38, 501
- [Bar'yakhtar, 1984] V.G. Bar'yakhtar, Sov. Phys. JETP, 60, 863
- [Barbara, 1977] B. Barbara, J. Magnin, H. Jouve, Appl. Phys. Lett., 31, 133
- [Barbara, 1980] B. Barbara, H. Jouve, J. Magnin, J. Magn. Mag. Mat., 20, 212
- [Bertaut, 1956] F. Bertaut, F. Forrat, C. R. Acad. Sci., 242, 382
- [Billard, 1966] J. Billard, Thèse, Université de Paris, voir aussi A. Levelut et J. Billard, Acta Cryst., A26, 390 (1970)
- [Billardon, 1966] M. Billardon, J. Badoz, C.R. Acad. Sci., 262B, 1672
- [Bleaney, 1959] B. Bleaney, Proc. Phys. Soc. London, 73, 939
- [Bloembergen, 1950] N. Bloembergen, Phys. Rev., 78, 572
- [Boersch, 1961] H. Boersch, M. Lambeck, Z. Physik, 165, 176
- [Boersch, 1964] H. Boersch, M. Lambeck, Z. Physik, 177, 157
- [Boileau, 1988] F. Boileau, L. Arnaud, A. Thiaville, M. Vabre, E. Fontanet, IEEE Trans. Magn., MAG24, 1719
- [Brown, 1970] W.F. Brown, "Principes de ferromagnétisme", trad. française monographies Dunod
- [Bruhat, 1965] G. Bruhat, "Optique" Cours de Physique Générale, Masson, Paris
- [Burgener, 1982] M.L. Burgener, R.E. Reedy J. Appl. Phys., 53, 4357



- [Callen, 1971a] H. Callen, Appl. Phys. Lett., 18, 311
- [Callen, 1971b] H. Callen, Mat. Res. Bull., 7, 931
- [Callen, 1974] H. Callen, J. Appl. Phys., 45, 2348
- [Cape, 1971] J.A. Cape, G.W. Lehman, J. Appl. Phys., 42, 5732
- [Chaudhari, 1972] P. Chaudhari, IEEE Trans. Magn., MAG8, 333
- [Chikazumi, 1964] S. Chikazumi, "Physics of Magnetism", Wiley
- [Clarke, 1965] B.H. Clarke, Phys. Rev., 139, A1944; B.H. Clarke, K. Tweedale, R.W. Teale, Phys. Rev., 139, A1933
- [Clogston, 1960] A.M. Clogston, J. Appl. Phys., 31, 198S
- [Condon, 1964] E.U. Condon, G.H. Shortley, "The theory of atomic spectra", Cambridge University Press
- [Craik, 1975] D.J. Craik, D.H. Cottey, G. Myers, IEEE Trans. Magn., MAG11, 1370
- [de Leeuw, 1978] F.H. de Leeuw, IEEE Trans. Magn., MAG14, 596
- [Dieke, 1968] G.H. Dieke, "Spectra and Energy Levels of Rare Earth Ions in Crystals" H.M. Crosswhite et H. Crosswhite Eds., J. Wiley Interscience
- [Dillon, 1960] J.F. Dillon, Jr., Annual Report Smithsonian Institution for 1960, p.385 (Washington), voir aussi "Domains and domain walls" in "Magnetism" Vol.III, p.415, G.T. Rado and H. Suhl Eds, Academic Press, 1963
- [Dillon, 1961] J.F. Dillon, Jr., L.R. Walker, Phys. Rev., 124, 1401; Errata 126, 2261 (1962)
- [Dillon, 1962] J.F. Dillon, Jr., Phys. Rev., 127, 1495
- [Dillon, 1978] J.F. Dillon, Jr., in "Physics of Magnetic Garnets" op. cit., p.379-416
- [Dove, 1963] D.B. Dove, J. Appl. Phys., 34, 2067
- [Döring, 1948] W. Döring, Z. Naturforsch., 3a, 373
- [Elliott, 1957] J.P. Elliott, B.R. Judd, W.A. Runciman, Proc. Roy. Soc. London, A240, 509
- [Eschenfelder, 1978] A.H. Eschenfelder, J. Appl. Phys., 49, 1891
- [Eschenfelder, 1980] A.H. Eschenfelder "Magnetic Bubble Technology" p. 187-195 Springer Series in Solid State Science, vol. 14
- [Fano, 1949] U. Fano, J. Opt. Soc. Am., 39, 859
- [Feldtkeller, 1965] E. Feldtkeller, Z. angew. Phys., 19, 530
- [Feldtkeller, 1968] E. Feldtkeller, Phys. Stat. Sol., 27, 161
- [Ferrand, 1976] B. Ferrand, Thèse, Université Grenoble
- [Fowler, 1956] C.A. Fowler, E.M. Fryer, Phys. Rev., 104, 552
- [Geller, 1960] S. Geller, J. Appl. Phys., 31, 30S

- [Geller, 1978] S. Geller "Physics of Magnetic Garnets" p. 1-55 Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course LXX, A. Paoletti Ed. North Holland
- [Gilbert, 1955] T.L. Gilbert, Phys. Rev., 100, 1243 (abstract seulement)
- [Grundy, 1971] P.J. Grundy, R.S. Tebble, D.C. Hothersall, J. Phys. D, 4, 174
- [Haas, 1963] C.W. Haas, H.C. Callen, Ferromagnetic Relaxation, and Resonance Line Widths dans "Magnetism", Vol.1, Chap.10, G.T. Rado et H. Suhl Eds., Academic Press
- [Hagedorn, 1974] F.B. Hagedorn, J. Appl. Phys., 45, 3129
- [Hansen, 1978a] P. Hansen, "Physics of Magnetic Garnets", p. 56-133, op. cit.
- [Hansen, 1978b] P. Hansen, K. Enke, G. Winkler, in Landolt Börnstein, Nouvelle Série, Groupe III, Vol. 12a, p.224 ss, K.H. Hellwege et A.M. Hellwege Eds., Springer Verlag
- [Hansen, 1984] P. Hansen, W. Tolksdorf, K. Witter, J.M. Robertson, IEEE Trans. Magn., MAG20, 1099
- [Hayashi, 1986a] N. Hayashi, Y. Nakatani, IEEE Trans. Magn., MAG22, 796
- [Hayashi, 1986b] N. Hayashi, Y. Nakatani, Jpn. J. Appl. Phys., 25, 406
- [Heyes, 1988] N. Heyes, G. Ronan, W. Clegg, IEEE Trans. Magn., MAG24, 1741
- [Hidaka, 1986] Y. Hidaka, Jpn. J. Appl. Phys., 3, L228
- [Huber, 1970] D.L. Huber in Landolt-Börnstein Nelle série, groupe III, vol 4a, p.315 Springer Verlag
- [Hubert, 1974a] A. Hubert, "Theorie der Domänenwände in geordneten Medien", Lecture notes in Physics, Springer
- [Hubert, 1974b] A. Hubert, AIP Conf. Proc., 18, 178
- [Hubert, 1975] A. Hubert, J. Appl. Phys., 46, 2276
- [Hubert, 1976] A. Hubert, J. Magn. Mag. Mat., 2, 25
- [Humphrey, 1975] F.B. Humphrey, IEEE Trans. Magn., MAG11, 1679
- [Hutchings, 1964] M.T. Hutchings, W.P. Wolf, J. Chem. Phys., 41, 617
- [Jensen, 1970] H.P. Jensen, J.A. Schellman, T. Troxell. Appl. Spectrosc., 32, 192
- [Josephs, 1972] R.M. Josephs, AIP Conf. Proc., 10, 286
- [Judy, 1974] J.H. Judy, Ann. New York Acad. Sci., 189, 239
- [Kizel, 1964] V.A. Kizel, Yu.I. Krasilov, V.N. Shamraev, Opt. Spectroscop., 17, 248
- [Klein, 1985] D. Klein, J. Engemann, J. Appl. Phys., 57, 4071
- [Kléman, 1983] M. Kléman, "Points, lines and walls", Wiley
- [Koningstein, 1964] J.A. Koningstein, J.E. Geusic, Phys. Rev., 136, A711  
J.A. Koningstein, Phys. Rev., 136, A717 et A 726.
- [Konishi, 1979] S. Konishi, K. Matsuyama, K. Narita, Jpn. J. Appl. Phys., 18, 1855

- [Konishi, 1983] S. Konishi, IEEE Trans. Magn., MAG19, 1838
- [Konishi, 1984] S. Konishi, K. Matsuyama, I. Chida, S. Kubota, H. Kawahara, M. Ohbo, IEEE Trans. Magn., MAG20, 1129
- [Labrune, 1978] M. Labrune, J. Miltat, M. Kléman, J. Appl. Phys., 49, 2013
- [Lambeck, 1964] M. Lambeck, Z. Physik, 179, 161
- [Landau, 1935] L. Landau, E. Lifschitz, Phys. Z. Sowjet, 8, 153 ; aussi dans "Collected Papers of L.D. Landau", Ter Haar Ed.
- [Lea, 1962] K.R. Lea, M.J.M. Leask, W.P. Wolf, J. Phys. Chem. Solids, 23, 1381
- [Linares, 1968] R.C. Linares, J. Cryst. Growth, 3, 443
- [Madore, 1982] M. Madore, Thèse, Université Scientifique et Médicale de Grenoble
- [Magnin, 1979] J. Magnin, H. Jouve, B. Barbara, J. Appl. Phys., 50, 1538
- [Mallinson, 1987] J.C. Mallinson, IEEE Trans. Magn., MAG23, 2003
- [Mc Clure 1959] D.S. Mc Clure, "Electronic Spectra of Molecules and Ions in Crystals" Part II, Solid State Physics, Vol.9, p.399, Academic Press
- [Miltat, 1988a] J. Miltat, P. Trouilloud, présenté à la conférence ICM 1988 (Paris) papier 2P A-17
- [Miltat, 1988b] J. Miltat, Communication privée
- [Molho, 1987] P. Molho, J.L. Porteseil, Y. Souche, J. Gouzerh, J.C.S. Levy, J. Appl. Phys., 61, 4188
- [Moriceau, 1981] H. Moriceau, Thèse, INP Grenoble
- [Morris, 1976] T.M. Morris, G.J. Zimmer, F.B. Humphrey, J. Appl. Phys., 47, 721
- [Muller, 1977] M. W. Muller, Phys. Stat. Sol., b83, 177 et aussi b86, 345 (1978)
- [Nakatani, 1987] Y. Nakatani, N. Hayashi, IEEE Trans. Magn., MAG23, 2179
- [Néel, 1946] L. Néel, Ann. Univ. Grenoble, 22, 299 ; reproduit aussi dans "Oeuvres scientifiques de Louis Néel", éditions du CNRS (1978)
- [Néel, 1955] L. Néel, C.R. Acad. Sci., 241, 533
- [Nishida, 1973] H. Nishida, T. Kobayashi, Y. Sugita, IEEE Trans. Magn., MAG9, 517
- [Orbach, 1961] R. Orbach, Proc. Roy. Soc. London, A264, 458
- [Pardavi-Horvath, 1985] M. Pardavi-Horvath, IEEE Trans. Magn., MAG21, 1694
- [Patterson, 1972] R.W. Patterson, M.W. Muller, Int. J. Magnetism, 3, 293
- [Paulevé, 1957] J. Paulevé, C.R. Acad. Sci., 245, 408 et 1604
- [Pauthenet, 1956] R. Pauthenet, C.R. Acad. Sci., 243, 1499 et 1737
- [Pauthenet, 1958] R. Pauthenet, Thèse Université de Grenoble, 1957, publiée chez Masson

- [Pauthenet, 1959a] R. Pauthenet, Colloque International de Magnétisme, Grenoble 1958, Publications du CNRS
- [Pauthenet, 1959b] R. Pauthenet, J. Appl. Phys., 30, 290S
- [Pfeiffer, 1977] H. Pfeiffer, Phys. Stat. Sol., a44, 221
- [Poincaré, 1892] H. Poincaré, "Théorie mathématique de la lumière", Gauthier Villard, Paris
- [Rado, 1953] G.T. Rado, Phys. Rev., 89, 529
- [Ramachandran, 1961] G.N. Ramachandran, S. Ramaseshan, Handbuch der Physik, BdXXV, 1
- [Richards, 1959] B. Richards, E. Wolf, Proc. Roy. Soc., A253, 358
- [Ronan, 1987] G. Ronan, J. Theile, H. Krause, J. Engemann, IEEE Trans. Magn., MAG23, 2332
- [Rosencwaig, 1971a] A. Rosencwaig, W.J. Tabor, J. Appl. Phys., 42, 1643
- [Rosencwaig, 1971b] A. Rosencwaig, W.J. Tabor, R.D. Pierce, Phys. Rev. Lett., 26, 779
- [Shick, 1971] L.K. Shick, J.W. Nielsen, A.H. Bobeck, A.J. Kurtzig, P.C. Michaelis, J.P. Reekstin, Appl. Phys. Lett., 18, 89
- [Schlömann, 1974] E. Schlömann, J. Appl. Phys., 45, 369
- [Schmidt, 1985] F. Schmidt, W. Rave, A. Hubert, IEEE Trans. Magn., MAG21, 1596
- [Schryer, 1974] N.L. Schryer, L.R. Walker, J. Appl. Phys., 45, 5406
- [Scott, 1978] G.B. Scott, in "Physics of Magnetic Garnets", op. cit., p.445-466
- [Shannon, 1969] R.D. Shannon, C.T. Prewitt, Acta Cryst., B25, 925
- [Shiomi, 1979] S. Shiomi, S. Iwata, S. Uchiyama, T. Fujii, IEEE Trans. Magn., MAG15, 930
- [Slonczewski, 1972] J.C. Slonczewski, Int. J. Magnetism, 2, 85
- [Slonczewski, 1974] J.C. Slonczewski, J. Appl. Phys., 45, 2705
- [Slonczewski, 1979] A.P. Malozemoff, J.C. Slonczewski, "Magnetic Domain Walls in Bubble Materials", Applied Solid State Science, Supplement 1, Academic Press
- [Smolenskii, 1976] G.A. Smolenskii, R.V. Pisarev, I.G. Sinii, Sov. Phys. Usp., 18, 410.
- [Suzuki, 1987] R. Suzuki, Conférence MMM'87 Chicago USA (résumé seulement). Actes du 2è Workshop lignes de Bloch (Purdue Univ., E.U.), (1987), (non publié)
- [Szymczak, 1979] H. Szymczak, N. Tsuya, Phys. Stat. Sol., a54, 117
- [Tabor, 1972] W.J. Tabor, A.H. Bobeck, G.P. Vella-Coleiro, A. Rosencwaig, Bell System Tech. J., 51, 1427
- [Teale, 1978] R.W. Teale, "Physics of Magnetic Garnets", p. 270-319, op. cit.
- [Theile, 1988a] J. Theile, J. Engemann, à paraître dans Appl. Phys. Lett.
- [Theile, 1988b] J. Theile, J. Engemann, IEEE Trans. Magn., MAG24, 1781
- [Thiele, 1973] A.A. Thiele, Phys. Rev. Lett., 30, 230

- [Thiele, 1974] A.A. Thiele, J. Appl. Phys., 45, 377
- [Trouilloud, 1984] P. Trouilloud, J. Miltat, IEEE Trans. Magn., MAG20, 1828
- [Trouilloud, 1987] P. Trouilloud, J. Miltat, J. Magn. Mag. Mat., 66, 194
- [Uitert, 1970] L.G. Van Uitert, W.A. Bonner, W.H. Grodkiewicz, L. Pictroski, G.J. Zydzik, Mat. Res. Bull., 5, 825
- [Van Vleck, 1932] J.H. Van Vleck, "The Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities", International Series of Monographs on Physics, Oxford University Press
- [Van Vleck, 1963] J.H. Van Vleck, R. Orbach, Phys. Rev. Lett., 11, 65
- [Voegeli, 1973] O. Voegeli, B.A. Calhoun, IEEE Trans. Magn., MAG9, 617
- [Walker, 1956] L.R. Walker, non publié, mais cité par ex. dans [Schryer, 1974]
- [White, 1973] R.L. White, IEEE Trans. Magn., MAG9, 606
- [Wickersheim, 1962] K.A. Wickersheim, R.L. White, Phys. Rev. Lett., 8, 483
- [Wilke, 1985] V. Wilke, Scanning, Z, 88
- [Wittekoek, 1975] S. Wittekoek, T.J.A. Popma, J.M. Robertson, P.F. Bongers, Phys. Rev., B12, 2777
- [Wu, 1985] J.C. Wu, F.B. Humphrey, IEEE Trans. Magn., MAG21, 1773
- [Yang, 1976] M.H. Yang, M.W. Muller, J. Magn. Magn. Mat., 1, 251

# Sommaire

<b><u>Remerciements</u></b> .....	3
<b><u>Avant propos</u></b> .....	5
<b><u>Chapitre I :Magnétisme et structures magnétiques</u></b> .....	9
<b>Introduction</b> .....	11
<b>A. Le matériau</b> .....	13
1. Le grenat magnétique.....	13
2. Termes d'énergie.....	14
2a. Echange.....	14
2b. anisotropie.....	15
2c. Energie magnétostatique.....	22
2d. énergie magnétoélastique.....	25
2e. Aimantation à saturation.....	28
3. Matériaux utilisés.....	29
<b>B. Micromagnétisme statique</b> .....	31
1. Domaines et parois.....	32
1a. Paroi à une dimension.....	32
1b. Paroi à une dimension avec champ plan.....	37
1c. paroi à deux dimensions (h finie).....	39
2. Lignes.....	42
2a. Modèle à une dimension.....	42
2b. Terminologie des lignes.....	44
2c. Modèle bidimensionnel dans le plan.....	48
2d. Interactions entre lignes.....	48
2e. Calcul à trois dimensions.....	50
3. Points.....	51
3a. Energie d'un point de Bloch.....	51
3b. Point de Bloch et lignes.....	52
<b>C. Micromagnétisme dynamique</b> .....	53
1. Equation de mouvement du moment magnétique.....	53
1a. Ion libre.....	53
1b. Ion dans le cristal.....	54
1c. Aimantation globale.....	56
1d. Amortissement, relaxation.....	59
1e. Autres formes de l'équation de Landau-Lifschitz-Gilbert.....	65
2. Dynamique des structures magnétiques.....	66
2a. Solution exacte à une dimension.....	66
2b. Les mouvements stationnaires, d'après Thiele.....	70
2c. Les équations de Slonczewski.....	75
2d. Au delà des équations de Slonczewski.....	80
3. La coercivité.....	81
3a. Modèles de la coercivité.....	81
3b. Origine de la coercivité.....	83
3c. Mesures de la coercivité.....	83
<b>D. Mémoire à Lignes de Bloch</b> .....	87
<b>Appendice A :Le magnétisme atomique</b> .....	93
<b>Appendice B :Calcul de structures en bandes</b> .....	109

<b><u>Chapitre II : Magnétisme et lumière polarisée</u></b> .....	115
<b>Introduction</b> .....	117
<b>A. Les tenseurs diélectriques d'un matériau magnétique</b> .....	118
1. Modèles classiques.....	118
2. Forme générale des tenseurs diélectriques.....	121
3. Modèles microscopiques.....	122
<b>B. Modes propres de l'onde lumineuse</b> .....	127
1. Cas $\theta = 0$ .....	128
2. Effet du premier ordre à $\theta$ quelconque.....	129
3. Cas $\theta = \pi/2$ .....	129
4. Cas général.....	130
<b>C. La sphère de Poincaré</b> .....	131
1. Propriétés de la sphère de Poincaré.....	131
2. Dichroïsme et sphère de Poincaré.....	134
<b><u>Chapitre III : Mesure des effets magnéto-optiques</u></b> .....	137
<b>Introduction</b> .....	139
<b>A. Modulation de polarisation</b> .....	140
1. Le modulateur de polarisation.....	143
2. Modes d'utilisation.....	143
2a. Modulateur placé après le système étudié.....	143
2b. Modulateur placé avant le système étudié.....	145
2c. Autres formulations.....	147
<b>B. Mesures d'effets magnéto-optiques dans des films minces de grenats</b> .....	147
1. Banc de mesure.....	147
2. Mesure de la biréfringence circulaire magnétique (BCM).....	148
2a. Principe.....	148
2b. Interaction avec d'autres effets.....	150
2c. Résultats.....	152
3. Mesure du dichroïsme circulaire magnétique (DCM).....	152
3a. Principe.....	152
3b. Interaction avec d'autres effets.....	156
3c. Résultats.....	156
4. Mesure de la biréfringence linéaire magnétique (BLM).....	158
4a. Principe.....	158
4b. Interaction avec d'autres effets.....	158
4c. Résultats.....	158
5. Mesure du dichroïsme linéaire magnétique (DLM).....	160
5a. Principe.....	160
5b. Interaction avec d'autres effets.....	162
5c. Résultats.....	162
6. Influence des interférences.....	163
6a. Interférences dans le modulateur.....	164
6b. Interférences dans l'échantillon.....	168
7. Conclusion.....	172
<b>C. Visualisation des lignes de Bloch en polarisation circulaire par effet du 2<sup>e</sup> ordre</b> .....	174
1. Contraste en polarisation circulaire.....	174
1a. Principe.....	174
1b. Contraintes optiques.....	175

2. Le polariseur circulaire .....	177
2a. Lames quart d'onde .....	177
2b. Test de la polarisation circulaire .....	180

## **Chapitre IV : Visualisation des lignes par effet du 1er ordre .....** 181

<b>Introduction</b> .....	183
<b>A. Introduction</b> .....	185
1. Observations optiques directes de lignes .....	185
1a. Aimantation plane et lignes de Néel .....	185
1b. Aimantation plane et lignes de Bloch .....	189
1c. Aimantation inclinée et lignes de Néel .....	189
1d. Aimantation perpendiculaire et lignes de Néel .....	189
2. Diffraction de la lumière par effet magnéto-optique du 1er ordre .....	193
2a. Sources équivalentes à l'effet magnéto-optique .....	194
2b. Diffraction par les domaines .....	196
<b>B - Observation de lignes de Néel verticales</b> .....	199
1. Dispositif expérimental .....	199
1a. Le microscope à balayage laser .....	199
1b. Passage en fond noir anisotrope, en transmission .....	203
2. Des "objets" aux lignes .....	203
2a. Rotation du cache .....	207
2b. Bulles $S=1$ .....	207
2c. Polarité des bulles $S=0$ .....	207
2d. Objets dans les parois planes .....	210
2e. Autres matériaux .....	210
3. Comment comprendre le contraste des lignes .....	214
3a. Courant dipolaire électrique .....	214
3b. Courant d'origine magnétique .....	218
3c. Influence de l'orientation de la polarisation .....	218
3d. Image d'une bulle .....	220
3e. Configuration "duale" de Theile .....	221
<b>C - Calcul numérique d'images</b> .....	223
1. Formulation du calcul .....	223
1a. Hypothèses .....	223
1b. Etablissement des équations .....	226
1c. Transformée de Fourier de l'aimantation .....	227
1d. Résolution numérique .....	229
2. Résultats du calcul .....	229
2a. Position du trou du cache .....	229
2b. Calcul standard .....	232
2c. Focalisation .....	232
2d. Influence de l'épaisseur du film .....	232
2e. Variation de $\Delta$ et de $\Lambda$ .....	232
2f. Polarité de la ligne .....	240
3. Influence de l'orientation de la polarisation .....	240
3a. Résultats expérimentaux .....	240
3b. Prédications du modèle et calculs .....	243
3c. Discussion .....	243
<b>Appendice C : Programme de calcul numérique d'images en fond noir anisotrope</b> .....	245
1. Discrétisation .....	245
1a. Domaine à décrire .....	245



1b. Pas de la description.....	245
2. Programmation.....	246
3. Image complète.....	251

**Chapitre V : Etude du déplacement des lignes..... 253**

**Introduction..... 255**

**A. Déplacement par force directe..... 256**

1. Champ plan statique.....	256
1a. Dispositif.....	256
1b. Mesure du champ coercitif statique $H_x^s$ .....	256
2. Régime de "reptation".....	257
2a. Observations qualitatives.....	260
2b. Modification du champ coercitif statique.....	263
2c. Considérations de thermique.....	264
2d. Conséquences magnétiques.....	266
3. Champ plan pulsé.....	266
3a. Dispositif.....	266
3b. Procédure de mesure de la vitesse de la ligne.....	267
3c. Relation champ-vitesse.....	270

**B - Déplacement par force gyrotropique..... 274**

1. Expériences de propagation.....	274
1a. Temps de montée d'environ 1 seconde.....	274
1b. Temps de montée d'environ 1 ms.....	276
1c. Temps de montée d'environ 500 ns.....	278
1d. Temps de montée d'environ 50 ns.....	282
2. Discussion des résultats.....	282
2a. Equations dérivées de la formulation de Thiele.....	282
2b. Mobilité en champ plan.....	284
2c. Propagation gyrotropique.....	284
3. Nucléation dynamique de lignes.....	285
3a. Expériences.....	285
3b. Discussion.....	286

**Conclusion..... 291**

**Références et bibliographie..... 293**

Bibliographie.....	294
--------------------	-----

Références.....	295
-----------------	-----

## LISTE DES ILLUSTRATIONS

<u>Fig. n°</u>	<u>Titre</u>	<u>Page</u>
1-1	Moments à saturation des grenats de terres rares; [Pauthenet, 1956]	12
1-2	Champ démagnétisant dans un film aimanté uniformément	24
1-3	Valeurs de S,L,J pour les ions trivalents de la série des lanthanides	21
1-4	Définition des axes de coordonnées	32
1-5	Largeur de bande $w_0$ pour un réseau de bandes parallèles en champ nul, en fonction de la longueur caractéristique l	36
1-6	Angle de rotation moyen $\bar{\chi}$ de l'aimantation dans une paroi soumise à un champ plan $H_p$ ; [Hubert, 1974a]	38
1-7	Champ plan $H_p^*$ nécessaire pour transformer une paroi de Bloch en paroi de Néel	36
1-8	Angle de zig-zag $\psi_0$ d'une paroi soumise à un champ plan $H_p$ ; [Hubert, 1974a]	38
1-9	Profils $\phi(z)$ pour des parois parallèles espacées de S.h; [Hubert, 1975]	40
1-10a	Charges $\sigma$	44
1-10b	Types de lignes verticales	45
1-11	Etats de paroi de bulles et leur terminologie	46
1-12	Calcul numérique de la structure d'une ligne, modèle à deux dimensions dans le plan; [Nakatani, 1987]	47
1-13	Calcul variationnel de la largeur et de la distance entre lignes dans un train de lignes nouantes; [Hubert, 1974b]	49
1-14	Calcul numérique d'une paire de lignes à l'équilibre, modèle à deux dimensions dans le plan; [Nakatani, 1987]	47
1-15	Variation de l'énergie linéique d'une ligne verticale, due au champ plan de fuite (paroi isolée); [Slonczewski, 1979]	49

1-16	Calcul de la séparation du multiplet fondamental ${}^7F_6$ de $Tb^{3+}$ , due au champ cristallin cubique avec une distorsion selon $[110]$ et au champ d'échange, pour une aimantation de $Fe^{3+}$ tournant dans le plan $(1\bar{1}0)$ ; [Dillon, 1961]	63
1-17	Régime stationnaire pour le mouvement d'une paroi à une dimension lorsque $H_z > H_v$ ; [Schryer, 1974]	69
1-18	Profil $\psi(z)$ d'une paroi en mouvement; [Slonczewski, 1973]	79
1-19	Représentation schématique de la vitesse $v$ d'une paroi plane isolée en fonction du champ de polarisation $H_z$ ; [Hagedorn, 1974]	79
1-20	Mouvement d'une paroi avec lignes dans le modèle de [Hayashi, 1986b]	79
1-21	Diverses courbes de vitesse moyenne $\bar{v}(H)$ pour différents modèles de coercivité; [Baldwin, 1967]	83
1-22	Variation de la durée minimale de l'impulsion $\tau_c$ en fonction de l'amplitude $\Delta H$ ; [Magnin, 1979]	85
1-23	Déplacements $q$ d'une bulle pour des impulsions d'amplitude $\Delta H$ et de durée $\tau$ ; [Shiomi, 1979]	85
1-24	Mémoires à lignes : Organisation	88
1-25	Stabilisation des paires de lignes (bits)	89
1-26	Principe de la lecture	90
1-27	Coupe facile	90
1-28	Autre coupe facile	91
1-29	Ecriture "par point de Bloch"; [Suzuki, 1987]	92
A-1	Séparation des niveaux à un électron $n,1$ pour les terres rares trivalentes de la série du Lanthane; [Dieke, 1968]	95
A-2	Niveaux d'énergie inférieurs des ions trivalents de la série du Lanthane, calculés pour des ions libres et mesurés pour des sels dilués dans $LaCl_3$ ; [Dieke, 1968]	97
A-3	Facteur $g$ de certains ions libres de terres rares calculés par Araj's [1962]	103
A-4	Désintégration des multiplets fondamentaux par le champ cristallin; [Koningstein, 1964] et [Hutchings, 1964]	106
B-1	Configuration de base	109

B-2	Bande isolée	110
B-3	Réseau de bandes parallèles	111
B-4	Fonction $g_0(u)$	112
B-5	Bandes parallèles avec des gravures	113
2-1	Niveaux d'énergie inférieurs de $Fe^{3+}$ dans YIG (cité par [Scott, 1978])	124
2-2	Effet magnéto-optique du 1er ordre sans et avec Bi; [Wittekoek, 1975]	125
2-3	La sphère de Poincaré vue en perspective	132
2-4	Action d'une biréfringence, vue sur la sphère de Poincaré : (a) bir. circulaire, (b) bir. linéaire	133
2-5	Action d'un dichroïsme linéaire, vu dans le plan de l'équateur de la sphère de Poincaré	135
3-1a	Mesure sans modulation	140
3-1b	Mesure avec modulation	141
3-2	Construction des points $P_3, P_1$ et $P_2$ définissant la modulation de l'état $P_0$	142
3-3	Mesure de la BCM seule	149
3-4	Influence du DCM sur la mesure de la BCM	149
3-5	Influence d'une biréfringence linéaire sur la mesure de la BCM	151
3-6	Influence d'un dichroïsme linéaire sur la mesure de la BCM	151
3-7	Mesure du DCM avec une lame $\lambda/4$	153
3-8	Influence d'une biréfringence linéaire, orientée parallèlement à la lame $\lambda/4$ , sur la mesure du DCM	154
3-9	Influence d'une biréfringence linéaire, orientée à $45^\circ$ de la lame $\lambda/4$ , sur la mesure du DCM	153
3-10	Mesure du DCM en tournant l'échantillon autour du faisceau	155
3-11	Mesure de la BLM, avec une lame $\lambda/4$	157

3-12	Influence d'une biréfringence circulaire parasite sur la mesure de la BLM	157
3-13	Influence d'un dichroïsme circulaire sur la mesure de la BLM	159
3-14	Mesure de la BLM, en faisant tourner l'échantillon autour du faisceau	159
3-15	Mesure du DLM (méthode simple)	161
3-16	Autre mesure du DLM avec une lame $\lambda/4$	161
3-17	Interférences dans une lame à faces parallèles	164
3-18	Franges d'interférences entre les faces du modulateur	167
3-19	Inclinaison du modulateur pour éviter les interférences	167
3-20	Dilatation de l'échantillon faisant défiler les franges d'interférence	170
3-21	Mesure en fonction de la position de BCM et DCM, montrant un DCM qui change de signe et une BCM qui varie	171
3-22	Observation de domaines et parois par effet du 2eme ordre; [Argyle, 1984]	173
3-23	Configuration magnéto-optique d'une ligne	174
3-24	Modification d'une polarisation circulaire $P_0$ par les domaines, la paroi et la ligne	176
3-25	Cas où $P_0$ n'est pas parfaitement au pôle	176
3-26	Compensateur de Bravais	177
3-27	Prisme de Fresnel	179
4-1	Observation de domaines, parois et lignes dans une lame de YIG; [Dillon, 1961]	186
4-2	Taille apparente minimale d'une ligne dans une couche épaisse	187
4-3	Sous-domaines en forme de piques dans une couche à aimantation plane; [Boersch, 1961]	188
4-4	Lignes de Néel dans un film de grenat à aimantation inclinée; [Trouilloud, 1987]	190

4-5	Contraste des parois (et domaines) en lumière inclinée le long des parois	191
4-6	Contrastes théoriques en lumière inclinée	192
4-7	Observations en fond noir; [Lambeck, 1964]	197
4-8	Photos en fond noir anisotrope	200
4-9	Schémas de principe du microscope à balayage laser ( LSM : [Wilke,1985] )	201
4-10	Balayage du faisceau dans la LSM	202
4-11	Diaphragmes (appelés auusi caches) utilisés	202
4-12	Influence du diaphragme sur l'image en fond noir ( bulles S=0 )	204
4-13	Influence du champ plan sur l'image en fond noir anisotrope de bulles S=0	205
4-14	Schéma pour expliquer la figure 4-13	206
4-15	Influence de l'orientation du trou du diaphragme en fond noir anisotrope	208
4-16	Influence du champ plan sur l'image en fond noir anisotrope de bulles S=1	209
4-17	Influence de l'orientation de l'aimantation au milieu de bulles S=0	211
4-18	Parois parallèles "brutes de nucléation" par saturation en champ plan	211
4-19	Relation entre le contraste des lignes en fond noir anisotrope et leur sens de déplacement en champ plan	212
4-20	Lignes observées dans d'autres matériaux	213
4-21	Distribution du champ électrique $E_0$ dans le plan focal d'un faisceau convergent; [Richards, 1959]	215
4-22	Calcul de j en polarisation $E_0$ selon $O_x$	216
4-22bis	Configuration duale de celle de la figure 4-22	222
4-23	Calcul de j en polarisation $E_0$ selon $O_y$	219
4-24	Courant j pour la paroi d'une bulle	220

4-25	Interférences dans le film	225
4-26	Influence de l'orientation du trou du cache	230
4-27	Influence de la position radiale du trou du cache	231
4-28	Calcul d'images dans les conditions standard	233
4-29	Profils d'intensité mesurés le long et au travers de la paroi au niveau d'une ligne	235
4-30	Influence de la focalisation de l'échantillon sur l'image d'une ligne convergente	236
4-31	Calculs pour différents paramètres de largeur de paroi $\Delta$	237
4-32	Calculs pour différents paramètres de largeur de ligne $\Lambda$	238
4-33	Calcul de deux lignes convergentes de signes opposés	239
4-34	Influence de l'orientation de la polarisation en fond noir anisotrope	241
4-35	Calcul de l'intensité au centre de l'image en fonction de l'orientation du trou du cache; la polarisation est perpendiculaire à la paroi	242
C-1	Points de calcul pour représenter un diaphragme étendu	251
C-2	Image d'une ligne calculée avec le "diaphragme étendu" de la figure C-1	252
5-1	Vue d'ensemble du dispositif expérimental	254
5-2	Variations du champ de décrochement d'une ligne le long d'une paroi	258
5-3	Configuration des parois où les mesures de champ coercitif en force directe ont été effectuées	259
5-4	Reptation de la ligne	261
5-5	Deux images successives montrant un petit déplacement de la ligne	262
5-6	Graphiques de déplacement par champ plan pulsé	268

5-7	Estimation de la vitesse de la ligne	269
5-8	Relation entre l'amplitude du champ pulsé et la vitesse de la ligne	269
5-9	Champ de décrochement en fonction de la durée de l'impulsion	271
5-10	Ligne se déplaçant par champ plan dans le régime linéaire	272
5-11	Mécanisme statique de limitation de la vitesse de la ligne	273
5-12	Six états successifs de parois et ligne par variation du champ de polarisation	275
5-13	Champ de polarisation oscillant à la moitié de la fréquence de ligne du LSM	277
5-14	Les déplacements non nuls de quatre lignes de même contraste sur quatre parois consécutives	279
5-15	Déplacement de paroi sans déplacement de ligne lors du front de montée de l'impulsion	280
5-16	Déplacement de ligne accompagné d'un changement de position d'équilibre de la paroi	280
5-17	Propagation gyrotropique d'une ligne	281
5-18	Nucléation dynamique d'une paire déroulante	286
5-19	Comportement de quatre lignes nouantes en champ plan	287
5-20	Contraste de trains de lignes	288
5-21	Création d'une paire dénouante par nucléation et perçage d'une ligne horizontale	289
5-22	Train de cinq lignes nouantes nucléé par une série d'impulsions	286