



HAL
open science

Contrôle de la propagation des ondes ultrasonores dans des cristaux phononiques piézoélectriques

Sid Ali Mansoura

► **To cite this version:**

Sid Ali Mansoura. Contrôle de la propagation des ondes ultrasonores dans des cristaux phononiques piézoélectriques. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Havre, 2015. Français. NNT : 2015LEHA0027 . tel-01623552

HAL Id: tel-01623552

<https://theses.hal.science/tel-01623552>

Submitted on 25 Oct 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université du Havre

École Doctorale Sciences Physiques, Mathématiques et de l'information pour l'ingénieur
(SPMII)

Projet de thèse pour obtenir le titre de

DOCTEUR

Spécialité:

Acoustique

Présentée par :

Sid Ali Mansoura

Contrôle de la propagation des ondes ultrasonores dans des cristaux phononiques piézoélectriques

Soutenue le 21 septembre 2015 à l'université du Havre.

Jury de thèse :

Président	Abdelkerim Khelif	Directeur de recherche CNRS, Institut Femto-ST, Besançon.
Rapporteurs	Emmanuel Le Clézio	Professeur des Universités, Université de Montpellier.
	Lionel Petit	Professeur des Universités, INSA de Lyon.
Examineur	Olivier Poncelet	Chargé de recherche CNRS, Institut de Mécanique et d'ingénierie (I2M), Bordeaux.
Directeurs de thèse	Bruno Morvan	Professeur des Universités, Université du Havre.
	Bertrand Dubus	Directeur de recherche CNRS à L'IEMN, Lille.
Co-directeur de thèse	Pierre Maréchal	Maitre de conférences, Université du Havre.

Remerciements

Les travaux de thèse ont été réalisés au Laboratoire Ondes et Milieux Complexe (LOMC, UMR 6294 CNRS, Université du Havre), dans la composante Ondes Acoustiques (OA) dirigé par Pascal Pareige. Je tiens à remercier Innocent Mutabazi, directeur du LOMC, de m'avoir accueilli dans son laboratoire. Je remercie également Pascal Pareige pour l'intérêt particulier qu'il a porté à ce travail, les moyens qu'il a mis à notre disposition ainsi que son soutien durant ces travaux.

Je remercie Abdelkermi Khelif, chargé de recherche CNRS (HDR) à l'institut FEMTO-ST de Besançon, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury.

Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance aux rapporteurs de cette thèse ;

Emmanuel Le Clézio, Professeur à l'université de Montpellier, et Lionel Petit, Professeur à l'INSA de Lyon ;

Olivier Poncelet, Chargé de recherche CNRS à I2M (Bordeaux) pour avoir accepté d'examiner ces travaux.

Je remercie Bruno Morvan pour la confiance qui m'a accordé pour mener ce travail, pour sa disponibilité, sa patience, sa pédagogie ainsi que ses précieux conseils qui m'ont beaucoup aidé tout au long de la thèse.

Je remercie Bertrand Dubus pour ses différents conseils, sa disponibilité durant ces travaux ;

Pierre Maréchal pour son encadrement exemplaire, sa disponibilité, ses précieux conseils ainsi que son engagement tout au long de la thèse ;

Paul Bénard, Ingénieur de recherche au sein du groupe OA, pour ses conseils, son aide pour la réalisation des composants électriques.

Je remercie également les doctorantes Neserine Kherraz et Nezha Bouhafs pour avoir brillamment organisé le pot de thèse.

Ma reconnaissance à l'ensemble des membres du groupe OA avec qui j'ai partagé des moments enrichissant, ainsi que les doctorants de la composante OA : Ruonan Bai, Tan Duong Ngoc, Camille Gauthier, Nacef Ghodbani, Nesrine Kherraz, Soheil Shah-Hosseini, avec qui j'ai partagé cette expérience.

Enfin, je remercie ma famille pour son soutien inconditionnel. Mes parents pour leur disponibilité et leurs conseils qui m'ont été d'une grande utilité dans des moments difficiles.

Table des matières

Introduction générale	9
Chapitre 1 : Accordabilité d'une plaque piézoélectrique	
Modélisation	
1- Introduction	15
2- Vibration d'une couche piézoélectrique	15
2.1- Hypothèses et équations fondamentales	15
2.2- Coefficient de couplage électromécanique	17
2.3- Pertes dans une couche piézoélectrique	18
2.4- Modèle de Mason pour une couche piézoélectrique	18
2.5- Impédance électrique - Fréquence de résonance série et parallèle	21
2.6- Modèle à constantes localisées	23
2.7- Limites des modèles - Modes latéraux	24
3- Accordabilité en fréquence de la résonance d'une couche piézoélectrique	25
3.1.1- Modèle	23
3.1.2- Mesures par vibrométrie laser	28
3.2- Méthode en utilisant une impédance de charge.	30
3.2.1- Charge capacitive : $Z_a = 1/(jC_a\omega)$	30
3.2.2- Charge inductive : $Z_a = jL_a\omega$	33
4- Etude de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique	33
4.1- Effet d'une tension de polarisation	33
4.2- Effet d'une impédance de charge connectée en parallèle	34
4.2.1- Cas d'une capacité positive	36
a) Impédance électrique	36
b) Coefficient de couplage	38
4.2.2- Cas particulier d'une capacité négative	39
a) Impédance électrique	39
b) Coefficient de couplage	41
4.2.3- Cas d'une inductance	42
a) Impédance électrique	42
b) Coefficient de couplage	45

5- Conclusion	46
---------------	----

Chapitre 2 : Accordabilité d'une plaque piézoélectrique

Étude expérimentale

1- Introduction	49
2- Étude expérimentale de l'impédance électrique	49
2.1- Dispositif de mesure	49
2.2- Caractérisation expérimentale d'une plaque piézoélectrique seule	50
2.3- Capacité associée en parallèle avec une plaque piézoélectrique	52
2.3.1- Contrôle en utilisant une capacité positive	52
2.3.2- Contrôle en utilisant une capacité négative	54
a) Réalisation de la capacité négative: Présentation du circuit électrique	54
b) Caractérisation expérimentale avec un circuit électrique <i>LC</i>	55
2.3.3- Mesure de l'impédance électrique d'une plaque Pz27 chargée avec une capacité négative	57
2.3.4- Discussion sur les paramètres effectifs	59
2.4- Inductance associée en parallèle avec une plaque piézoélectrique	60
3- Mesures acoustiques par vibrométrie laser	61
3.1- Dispositif expérimental	61
3.2- Mesures sur une plaque piézoélectrique seule	63
3.3- Plaque piézoélectrique connectée à une capacité positive	64
3.4- Plaque piézoélectrique connectée à une inductance	67
4- Etude des modes latéraux	68
4.1- Effet d'une charge inductive sur les ondes de Lamb	71
4.2- Etude d'une charge capacitive positive sur les ondes de Lamb	74
5- Conclusion	75

Chapitre 3. Couche piézoélectrique insérée dans un multicouche

1- Introduction	77
2- Impédance de charge d'une plaque piézoélectrique	77
2.1- Ajout de substrats passifs	78
2.2- Ajout de couches actives	80
2.3- Modélisation générale de l'impédance électrique	80
2.3.1- Calcul de l'impédance électrique sur la première couche piézoélectrique	82

2.3.2- Généralisation	84
3- Mesures expérimentales	85
3.1- Empilement de couches passives et actives	85
3.1.1- Circuit ouvert : $Z_a \rightarrow \infty$	86
3.1.2- Court-circuit : $Z_a \rightarrow 0$	86
3.1.3- Charge capacitive : $Z_a = 1/(jC_a\omega)$	87
3.2- Empilement exclusivement piézoélectrique	88
3.2.1- Circuit ouvert : $Z_a \rightarrow \infty$	89
3.2.2- Court-circuit : $Z_a \rightarrow 0$	92
3.2.3- Charge inductive : $Z_a = jL_a\omega$	93
3.3- Mesure de l'impédance électrique sur la seconde couche active	95
3.3.1- Circuit ouvert : $Z_a \rightarrow \infty$	95
3.3.2- Court-circuit : $Z_a \rightarrow 0$	96
3.3.3- Influence de la position de la couche piézoélectrique	98
4- Conclusion	100

Chapitre 4: Accordabilité d'un cristal phononique piézoélectrique unidimensionnel

1- Introduction	103
2- Relation de Bloch-Floquet	103
3- Cas de matériaux piézoélectriques	106
3.1- Relation de dispersion	106
3.2- Matrice de transfert	106
3.2.1- Influence d'une impédance de charge connectée : cas d'une capacité positive	109
3.2.2 Impédance électrique et courbes de dispersion	110
4- Paramètres effectifs d'une couche piézoélectrique	112
5- Gap d'hybridation dans un cristal phononique unidimensionnel piézoélectrique	115
5.1- Ouverture d'une bande passante dans une bande interdite	115
5.2- Ouverture d'une bande interdite dans une bande passante	117
5.3- Étude expérimentale du gap d'hybridation	119
5.4- Gap d'hybridation en fonction du nombre de couches.	123
5.5- Caractéristiques temporelles du gap d'hybridation	124
5.6- Évaluation de l'atténuation dans le CP	126
6- Utilisation d'une capacité négative dans un cristal phononique piézoélectrique	127

7- Conclusion	129
Conclusion générale	131
Annexe 1 : Piézoélectricité et notations	135
Annexe 2 : Schéma électrique multimodal pour une couche piézoélectrique	145
Annexe 3 : Contrôle de la fréquence de résonance série d'une plaque piézoélectrique	150
Annexe 4 : Mode de Lamb dans une plaque piézoélectrique	157
Annexe 5 : Paramètres effectifs d'un cristal phononique piézoélectrique unidimensionnel	161

Introduction générale

L'étude de la propagation des ondes acoustiques dans les structures élastiques présente un intérêt majeur en recherche fondamentale et en recherche appliquée. Leurs propriétés de propagation sont une image directe des caractéristiques physiques des structures dans lesquelles elles se propagent. Le cas particulier de la propagation des ondes acoustiques dans une structure périodique [1] encore appelée cristal phononique (CP) a suscité un grand intérêt ces dernières années (*l'appellation phononique provient d'une analogie avec les structures photoniques*). Les CP sont constitués d'un empilement périodique [2], selon une ou plusieurs dimensions [3, 4], d'une cellule élémentaire. Cette cellule comporte au moins deux phases (inclusions et matrice) de caractéristiques élastiques différentes. Les dimensions de cette cellule élémentaire définissent la périodicité du CP. Lorsque la longueur d'onde est comparable à l'une des dimensions des inclusions, ces structures confèrent des propriétés de propagation particulières aux ondes acoustiques. La propagation est ainsi conditionnée par la structure de bandes donnant les nombres d'ondes susceptibles de se propager à travers le CP en fonction de la fréquence [5]. On définit ainsi des *bandes interdites* (dites *de Bragg*) où les ondes acoustiques sont fortement atténuées sur différentes gammes de fréquences [6]. Le CP se comporte alors comme un miroir réfléchissant. Les premières expériences sur les cristaux phononiques ont été réalisées en 1993 : elles visaient à observer les bandes interdites dans les matériaux composites [7, 8]. D'autres types de bandes interdites peuvent apparaître au sein des CP. Ces bandes sont liées à des résonances locales d'inclusions qui se couplent à l'onde permettant de modifier la structure de bandes en créant un *gap d'hybridation* (*bande interdite localisée dans une bande passante*) [9]. Ce phénomène physique permet d'ouvrir des bandes interdites en basses fréquences, pour des longueurs d'ondes très grandes devant le pas de la structure [10].

De nombreuses applications mettant en œuvre des cristaux phononiques ont été proposées. On peut citer notamment l'isolation sonore qui fut d'ailleurs l'une des premières applications identifiée par Martinez-Sala et al [11] avec un CP bidimensionnel. Dans ce même contexte, la possibilité d'adapter les bandes interdites de la structure a été proposée en réalisant un CP à période variable (Graded INDEX Phononic Crystal), en jouant sur l'espacement des inclusions dans la cellule élémentaire [12]. Les CP sont également utilisés pour des applications en électronique, en particulier pour le filtrage de signaux électriques ou la réalisation de résonateur [13, 14]. On retrouve également des applications aux CP dans le guidage d'ondes acoustiques [15, 16, 17] ou bien dans la fabrication de résonateurs de type Fabry-Pérot où une cavité résonnante est couplée avec un CP bidimensionnel [18]. Les différentes applications des CP sont en relation avec la structure de bandes ; cette dernière est fixée lors de la conception de la structure périodique, ce qui restreint l'utilisation des CP à des bandes fréquentielles données.

Malgré leurs qualités, les cristaux phononiques souffrent donc d'un manque d'accordabilité qui impose une utilisation dans une gamme fréquentielle souvent limitée. La modification de la structure de bandes est possible pour les CP à matrice fluide en modifiant l'espacement entre les diffuseurs ou bien en jouant sur l'orientation des inclusions dans les structures bidimensionnelles [19]. Ceci nécessite des dispositifs mécaniques complexes pour manipuler les inclusions et cela n'est pas appli-

cable aux CP à matrice solide. Certains auteurs ont proposé l'utilisation de matériaux actifs dans la cellule élémentaire des CP. Ces matériaux présentent des propriétés élastiques sensibles à une grandeur physique externe. Par exemple, l'effet de la température sur la taille du gap de Bragg a été démontré en utilisant des matériaux thermoactifs [20]. On cite également l'utilisation des matériaux piézomagnétiques dans les structures phononiques. Ces matériaux sont sensibles à l'application d'un champ magnétique et leur insertion dans un CP permet un contrôle de la propagation dans la structure [21]. L'accordabilité pour des fonctions de filtrage a été également réalisée en exploitant les propriétés non-linéaires des PZT ferroélectriques [22]. Ces différentes méthodes présentent cependant des inconvénients. Elles nécessitent de soumettre le CP à des variations d'amplitude d'une grandeur physique telle que la température ou le champ magnétique difficiles à mettre en œuvre expérimentalement.

L'utilisation de matériaux piézoélectriques est, en revanche, plus facile à exploiter pour contrôler la propagation des ondes acoustiques dans les CP. En effet, les matériaux piézoélectriques sont des milieux de propagation dans lesquels les propriétés élastiques effectives dépendent des conditions aux limites électriques imposées. S. Degraeve [23] a montré que la simple mise en court-circuit de barreaux piézoélectriques empilés pour obtenir un CP, suffisait à moduler la largeur du gap de Bragg [24]. Les résultats obtenus pour l'accordabilité des CP piézoélectriques sont, dans ce cas, limités à des fréquences autour de la résonance d'épaisseur des inclusions piézoélectriques pour laquelle le couplage électromécanique est maximum. Le travail exposé dans ce manuscrit généralise le concept d'accordabilité d'un CP piézoélectrique unidimensionnel en connectant des dipôles électriques différents. En particulier, nous souhaitons montrer que des circuits passifs inductifs ou bien encore des circuits actifs simulant des capacités négatives permettent d'aller au-delà en contrôlant par exemple l'ouverture de gaps d'hybridation loin de la résonance d'épaisseur piézoélectrique.

Ce document présente les principaux résultats obtenus dans la thèse qui s'inscrit dans le cadre du projet MIRAGES ANR-12-BS09-0015 financé par l'Agence Nationale de la Recherche. Ces travaux de recherche se sont déroulés au sein du Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC) à l'université du Havre. Ils s'articulent autour de l'accordabilité des cristaux phononiques piézoélectriques unidimensionnels. Cette étude est réalisée en s'appuyant sur des modèles analytiques développés au cours de la thèse, lesquels permettent une interprétation de la propagation des ondes acoustiques à travers ce type de structure via une caractérisation élastique et électrique. L'étude analytique est complétée par des relevés expérimentaux réalisés également au LOMC.

Le manuscrit est composé de quatre chapitres. Le premier chapitre présente une étude analytique de la vibration d'une plaque piézoélectrique polarisée selon son épaisseur. À partir d'une caractérisation théorique de l'impédance électrique de la plaque piézoélectrique, les principaux paramètres physiques de la couche piézoélectrique sont déterminés. Le modèle de Mason est ensuite utilisé afin de modéliser l'effet de la connexion d'une charge électrique passive aux électrodes de la plaque piézoélectrique. À travers l'expression obtenue de l'impédance électrique, l'effet de charges d'impédances (capacité positive, capacité négative, inductance) sur la réponse électrique de la plaque piézoélectrique est étudié. La modélisation de l'impédance électrique est complétée par une modélisation de la vibration mécanique du mode en épaisseur de la plaque piézoélectrique, également en fonction des conditions aux limites électriques. L'analyse des modifications des fréquences

caractéristiques de la plaque piézoélectrique en fonction des conditions aux limites électriques nous permet de définir un coefficient de couplage électromécanique effectif de la couche piézoélectrique. Les résultats de cette partie permettent de prédire l'interaction entre les conditions aux limites électriques aux électrodes d'une plaque piézoélectrique et la vibration de son mode en épaisseur.

Le deuxième chapitre présente des résultats expérimentaux sur le contrôle de l'impédance électrique. Un circuit électrique est réalisé afin de simuler correctement une capacité négative de l'ordre de quelques nF dans la gamme du MHz, dans le but d'influer sur la capacité statique de la couche piézoélectrique elle aussi de l'ordre de quelques nF. Ce circuit est réalisé en utilisant une technologie basée sur les convoyeurs de courants [25]. Une étude de la stabilité de ce circuit est présentée dans une gamme fréquentielle autour de la résonance piézoélectrique. Ce chapitre comporte également un comparatif entre les résultats obtenus dans le premier chapitre et les expériences réalisées pour différentes configurations d'accordabilité. Par la suite, des mesures acoustiques par vibrométrie laser sont réalisées afin de compléter les résultats obtenus par la mesure d'impédances électriques.

Le troisième chapitre est dédié à l'étude de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique insérée dans un multicouche piézoélectrique. Un modèle analytique basé sur les équations de la piézoélectricité est proposé tenant compte de la présence des conditions aux limites électriques sur les électrodes des différentes couches piézoélectriques constituant le multicouche. Le modèle proposé prend en compte également la position de la couche, sur laquelle l'impédance électrique est mesurée, dans la structure. Une validation du modèle est proposée dans ce chapitre en considérant plusieurs configurations de conditions aux limites électriques.

Le quatrième chapitre est consacré à l'accordabilité des cristaux phononiques piézoélectriques. Dans ce dernier chapitre, une étude analytique de la structure de bandes est présentée dans le cas d'un CP piézoélectrique unidimensionnel, en utilisant le théorème de Bloch-Floquet appliqué sur la cellule élémentaire du CP. L'accordabilité est étudiée à travers l'interaction entre la propagation des ondes acoustiques dans le CP et la connexion d'une charge inductive aux électrodes des inclusions piézoélectriques. Une approche par matrice de transfert est proposée pour une couche piézoélectrique, incluant l'effet des conditions aux limites électriques sur la propagation des ondes acoustiques dans le matériau piézoélectrique. Ainsi, l'étude de la transmission à travers un CP de longueur finie est réalisée. Une comparaison avec la structure de bandes calculée pour un CP infini est proposée. Les résultats de mesure d'impédance électrique sur un multicouche piézoélectrique présentés dans le troisième chapitre sont corrélés à la structure de bandes théorique du CP. Également, l'apport des conditions aux limites électriques sur la propagation des ondes acoustiques est analysé en introduisant un module de rigidité équivalent pour la couche piézoélectrique. Par la suite, nous proposons une étude analytique et expérimentale sur l'ouverture d'un gap d'hybridation dans un CP piézoélectrique unidimensionnel. Ce gap est créé en connectant des charges inductives aux électrodes des couches piézoélectriques. La position en fréquence du gap d'hybridation est contrôlée à travers la valeur de l'inductance considérée. Nous verrons que ce gap d'hybridation permet de créer une bande passante au sein du gap de Bragg, ou inversement permet d'atténuer la propagation des ondes acoustiques à travers la structure lorsque la fréquence du gap d'hybridation se situe dans une bande passante. La dernière partie de ce chapitre est dédiée à l'étude, analytique et expérimentale, de l'effet d'une capacité négative dans un CP piézoélectrique unidimensionnel.

Le manuscrit se termine par cinq annexes, la première est dédiée aux différentes notations et modèles de la piézoélectricité. La seconde présente une étude complémentaire du contrôle des fréquences pour une couche piézoélectrique. La troisième annexe détaille une méthode semi-analytique permettant de prendre en compte la présence des modes latéraux dans le spectre d'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique. La quatrième annexe rappelle les relations de dispersion des modes de Lamb dans une plaque piézoélectrique. La dernière annexe réunit des études complémentaires sur des grandeurs effectives obtenues à partir des différents modèles développés dans le manuscrit.

Références

- [1] L. Brillouin, "Wave propagation in periodic structures," McGraw-Hill, 1946.
- [2] J. Gao, X. Zou and J. Cheng, "Band gaps of lower-order Lamb waves in thin plate with one-dimensional phononic crystal layer : Effect of substrate," *Applied Physics Letters* **92**, 023510, 2008.
- [3] V. Laude, R. P. Moiseyenko, S. Benchabane and N. F. Declercq, "Bloch wave deafness and modal conversion at a phononic crystal boundary," *AIP Advances* **1**, 041402, 2011.
- [4] J. D. Achenbach and M. Kitahara, "Harmonic waves in a solid with a periodic distribution of spherical cavities," *J. Acoust. Soc. Am.*, **81**, 3, 595-598, 1987.
- [5] X. Zhang, T. Jackson and E. Lafond, "Evidence of surface wave band gaps in the phononic crystals created on thin plates," *Applied physics letters* **88**, 041911, 2006.
- [6] F.-L. Hsiao, A. Khelif, H. Moubchir, A. Choujaa, C.-C. Chen and V. Laude, "Complete band gaps and deaf bands of triangular and honeycomb water-steel phononic crystals," *Journal of Applied Physics* **101**, 044903, 2007.
- [7] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski and B. Djafari-Rouhani, "Acoustic band structure of periodic elastic composites," *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2022, 1993.
- [8] E. N. Economou and M. Sigalas, "Stop bands for elastic waves in periodic composite materials," *J. Acous. Soc. Am.* **95**, 1734, 1994.
- [9] J. Mei, Z. Liu, W. Wen and P. Sheng, "Effective dynamic mass density of composites," *Phys. Rev. B* **76**, 134205, 2007.
- [10] Z. Yang, H. M. Dai, N. H. Chan, G. C. Ma and P. Sheng, "Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50-1000 Hz regime," *Appl Phys, Lett.* **96**, 041906, 2010.
- [11] R. Martinez-Sala, J. Sancho, J. V. Sanchez, V. Gomez, J. Llianares and F. Meseguer, "Sound attenuation by sculpture," *Nature* **378**, 1995.
- [12] M. S. Kushawaha, P. Halevi, "Ultrawideband filter for noise control," *Japan. J. Appl. Phys.* **36**, L1043, 1997.

- [13] Y. M. Soliman, M. F. Su, Z. C. Leseman, C. M. Reinke, I. El-Kady and R. H. Olsson, "Phononic crystals operating in the gigahertz range with extremely wide band gaps," *Applied Physics Letters* **97**, 193502, 2010.
- [14] M. F. Su, R. H. Olsson, Z. C. Leseman and I. El-Kady, "Realization of a phononic crystal operating at gigahertz frequencies," *Applied physics Letters* **96**, 053111, 2010.
- [15] A. Khelif, A. Choujaa and S. Benchabane, "Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides," *Appl Phys Lett.* **84**, 4400, 2004.
- [16] A. Khelif, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur and L. Dobrzynski, "Two-dimensional phononic crystal with tunable narrow band : application to a waveguide with selective frequency," *J. Appl. Phys.* **94**, 1308, 2003.
- [17] S.-C. Steven Lin and T. Jun Huang, "Acoustic mirage in two-dimensional gradient-index phononic crystals," *Journal of applied physics* **106**, 053529, 2009.
- [18] S. G. Alekseev, Y. V. Gulyaev, G. D. Mansfeld, V. I. Pustovoit and V. F. Dmitrien, "Propagation of acoustic waves through periodic structures containing phase nonregularities," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.* pp: 2124-2127, 2005.
- [19] F. Wu, Z. Liu and Y. Liu, "Acoustic band gaps created by rotating square rods in a two-dimensional lattice," *Physical review*, **66**, 046628, 2002.
- [20] Z.-G. Hung, T.-T. Wu, "Temperature effect on the bandgaps of surface and bulk waves in two-dimensional phononic crystals," *IEEE trans. Ultrason., Ferroelectr. Freq. Contr.*, **52** (3), 365-370 (2005).
- [21] J.-F. Robillard, O. Bou Matar, J. O. Vasseur, P. A. Deymier, M. Stippinger, A.-C. Hladky-Hennion, Y. Pennec and B. Djafari-Rouhani, "Tunable magnetoelastic phononic crystals," *Appl. Phys. Lett.* **95**, 124104, 2009.
- [22] J. Conde and P. Muralt, "Caractérisation of Sol-Gel Pb(Zr_{0.53}Ti_{0.47})O₃ in thin film acoustic resonators," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. contr.*, **55**, 1373, 2008.
- [23] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, A.-C. Hladky-Hennion, M. Pham-Thi, "Contrôle électrique de la propagation d'ondes élastiques dans des cristaux phononiques piézoélectrique," *Acte du 21e Congrès Français de Mécanique, Bordeaux*, 2013.
- [24] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J. O. Vasseur, M. Pham Thi and A.-C. Hladky-Hennion, "Bragg band gaps tunability in an homogeneous piezoelectric rod with periodic electrical boundary condition," *Journal of applied physics* **115**, 194508, 2014.
- [25] A. Sedra, K. Smith, "A second-generation current conveyor and its applications," *IEEE transaction on circuit theory*, pp. 132-134, 1970.

Chapitre 1

Accordabilité d'une plaque piézoélectrique Modélisation

1- Introduction

Dans cette première partie, sont présentées les équations constitutives de la piézoélectricité, incluant les différents paramètres utilisés pour caractériser la propagation des ondes acoustiques dans une couche piézoélectrique. La propagation de l'onde longitudinale suivant l'épaisseur est étudiée dans une plaque piézoélectrique en utilisant le modèle de Mason. Ce modèle permet d'obtenir l'expression de l'impédance électrique qui est utilisée pour caractériser la couche piézoélectrique. Le modèle de Mason est également mis en œuvre pour étudier l'effet de dipôles électriques (capacité positive, capacité négative, inductance) branchés entre les électrodes d'une couche piézoélectrique. Le coefficient de couplage électromécanique est évalué en fonction de l'impédance du dipôle.

2- Vibration d'une couche piézoélectrique

2.1- Hypothèses et équations fondamentales

Les équations de la piézoélectricité sont présentées sous forme de relations locales entre quatre champs physiques : la contrainte élastique T , le champ électrique E , la déformation élastique S et le déplacement électrique D . Ces grandeurs sont reliées par différents paramètres élastiques, piézoélectriques et diélectriques.

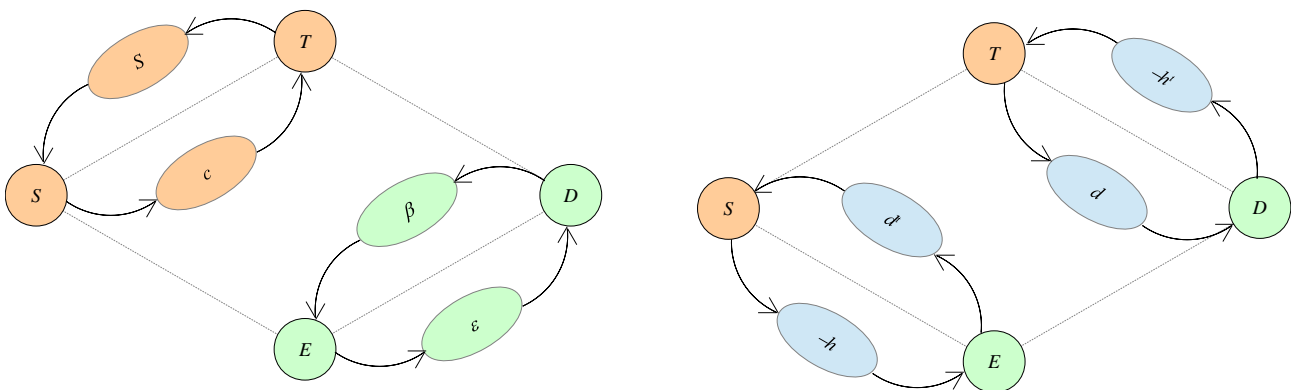


Figure 1.1 Relations entre les grandeurs physiques dans un milieu piézoélectrique.

Le schéma présenté dans la Figure 1.1 montre les différentes relations entre les champs physiques. Elles sont établies en utilisant les paramètres suivants: la matrice des constantes d'élasticité s

(m^2/N) , la matrice des constantes piézoélectriques d (C/N), la matrice des permittivités diélectriques du matériau ε (F/m). Ces paramètres sont écrits sous forme tensorielle, la souplesse s et la permittivité ε étant des matrices symétriques, ce qui n'est pas le cas pour la matrice des coefficients piézoélectriques d [1, 2].

Dans la suite un exposant E est utilisé pour définir les paramètres élastiques (s^E, c^E) définis à champ constant. Un exposant D signifie que ces mêmes paramètres sont définis à déplacement électrique constant (s^D). Ces définitions découlent des écritures des tenseurs d'élasticité à champ constant c^E et à déplacement électrique constant c^D (Annexe 1).

La propagation des ondes acoustiques dans une plaque piézoélectrique selon son épaisseur est étudiée (Figure 1.2). Les dimensions latérales de la plaque sont supposées très grandes vis à vis de son épaisseur. La plaque piézoélectrique est polarisée selon son épaisseur (Figure 1.2), sa structure cristalline est de type 6mm [3]. Les équations de la piézoélectricité sont écrites en utilisant les variables indépendantes que sont la contrainte T et le champ électrique E . Ces variables sont reliées à la déformation élastique et au déplacement électrique définies selon l'épaisseur de la plaque piézoélectrique [4, 5] par :

$$\begin{cases} T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3 \\ E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3 \end{cases} \quad (1.1)$$

L'indice "3" utilisé renvoie à la direction de polarisation, et à la direction de propagation suivant l'épaisseur perpendiculairement au plan d'anisotropie de la plaque piézoélectrique. c_{33}^D est la constante élastique, h_{33} le coefficient piézoélectrique et β_{33}^S l'inverse de la permittivité électrique. Les ondes acoustiques se propagent dans l'épaisseur de la plaque avec une vitesse $v_l = \sqrt{c_{33}^D/\rho}$ où ρ est la densité du matériau piézoélectrique. Cette vitesse est définie par une constante élastique calculée à déplacement électrique constant.

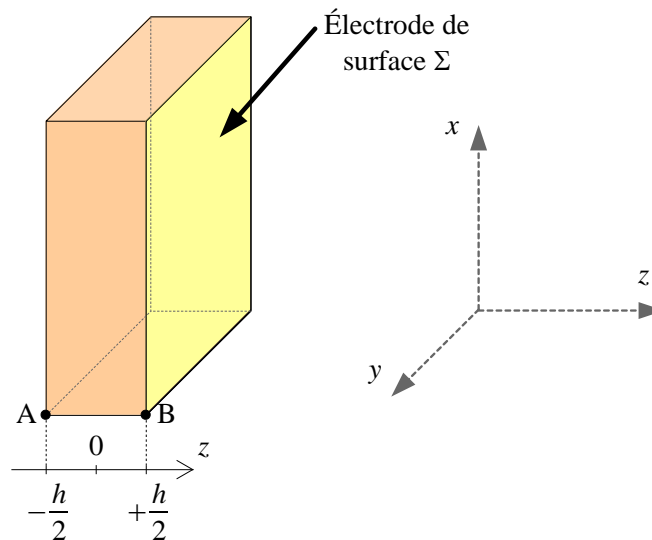


Figure 1.2 Dimensions de la plaque piézoélectrique étudiée d'épaisseur h . La surface de ses électrodes est $\Sigma = lL$. Les points A et B sont localisés sur les électrodes aux interfaces.

2.2- Coefficient de couplage électromécanique

Les matériaux piézoélectriques sont caractérisés également par leur coefficient de couplage, ce paramètre traduit la capacité du matériau à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement [6, 7]. Le bilan total des énergies présentes dans le matériau piézoélectrique permet de déterminer le coefficient de couplage. En conditions adiabatiques [8], la variation de l'énergie interne dans un milieu piézoélectrique est la somme des variations d'énergies mécaniques et électriques :

$$dU = TdS + EdD. \quad (1.2)$$

En remplaçant la contrainte et le champs électrique par les expressions données en (1.1), on obtient [1] :

$$dU = (c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3) dS_3 + (-h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3) dD_3. \quad (1.3)$$

L'intégration de (1.3) conduit à :

$$U = \frac{1}{2} c_{33}^D S_3^2 - h_{33} D_3 S_3 + \frac{1}{2} \beta_{33}^S D_3^2. \quad (1.4)$$

L'expression finale de l'énergie présente dans le matériau piézoélectrique est la somme de trois contributions : énergie élastique U_E , énergie mutuelle U_M et énergie électrique U_D définies par :

$$\begin{cases} U_E = \frac{1}{2} c_{33}^D S_3^2. \\ 2U_M = h_{33} D_3 S_3. \\ U_D = \frac{1}{2} \beta_{33}^S D_3^2. \end{cases} \quad (1.5)$$

Le carré du coefficient de couplage k_t^2 est donné par le rapport entre l'énergie mutuelle et la moyenne quadratique des énergies élastiques et électriques [9] :

$$k_t^2 = \frac{(\text{énergie transformée})}{(\text{énergie stockée})}.$$

Le coefficient de couplage quasistatique, pour le mode en épaisseur est donné par :

$$k_t^2 = \frac{U_M^2}{U_D U_E} = \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D \beta_{33}^S}. \quad (1.6)$$

2.3- Pertes dans la couche piézoélectrique

On observe dans les milieux piézoélectriques une atténuation des ondes liée à des pertes à la fois mécaniques et électriques. Des pertes piézoélectriques peuvent également être considérées mais celles-ci sont généralement négligées [10, 11, 12].

Les constantes élastiques du matériau s'écrivent sous la forme complexe :

$$c^E = c^{E'} - jc^{E''}. \quad (1.7)$$

Ainsi, le facteur de perte peut s'écrire comme le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle de la constante élastique [13] :

$$\tan(\varphi_m) = \frac{c^{E''}}{c^{E'}} = \delta_m. \quad (1.8)$$

La conséquence directe de cette définition est l'introduction d'une partie imaginaire dans le nombre d'onde ; l'onde acoustique associée à ce nombre d'onde est alors atténuée.

Des pertes électriques sont également associées au matériau piézoélectrique, elles sont formalisées au niveau de sa permittivité. Ces pertes sont liées à des imperfections à l'échelle microscopique du matériau diélectrique. L'expression de la permittivité complexe est donnée par :

$$\varepsilon^s = \varepsilon^{s'} - j\varepsilon^{s''}. \quad (1.9)$$

Comme précédemment, les pertes électriques sont définies par :

$$\tan(\varphi_e) = \frac{\varepsilon^{s''}}{\varepsilon^{s'}} = \delta_e. \quad (1.10)$$

La détermination des pertes électriques est en général réalisée en basses fréquences où les contraintes ne sont pas significatives (en dehors de la résonance en épaisseur de la plaque). Les pertes mécaniques sont évaluées en utilisant le coefficient de qualité sur la résonance piézoélectrique [6]. De façon générale, on définit les pertes totales regroupant l'ensemble des pertes mécaniques et électrique dans le matériau par [14] :

$$\delta = (1 - k_t^2)\delta_m + k_t^2\delta_e. \quad (1.11)$$

2.4- Modèle de Mason pour une couche de matériau piézoélectrique

Considérons une couche piézoélectrique d'épaisseur h . Le mode longitudinal est établi entre les deux points A et B situés sur les interfaces de la couche piézoélectrique respectivement en $z = -h/2$ et $z = +h/2$ (Figure 1.3).

L'expression du déplacement u_3 dans la direction z , solution de l'équation de propagation, peut s'écrire sous la forme :

$$u_3(z, t) = (\alpha \sin(k_3 z) + \beta \cos(k_3 z)) e^{j\omega t}. \quad (1.12)$$

Avec $k_3 = \omega/v_l$, le nombre d'onde dans la direction z . Les vitesses vibratoires des interfaces A et B sont :

$$\begin{cases} \dot{u}_A = + \frac{\partial u_3}{\partial t} \left(z = -\frac{h}{2} \right). \\ \dot{u}_B = - \frac{\partial u_3}{\partial t} \left(z = +\frac{h}{2} \right). \end{cases} \quad (1.13)$$

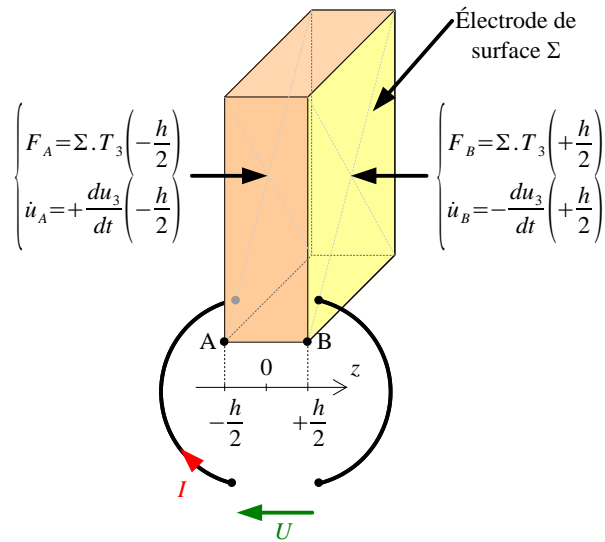


Figure 1.3 Représentation des forces et vitesses sur les faces A et B de la plaque piézoélectrique.

Le système d'équation (1.4) permet d'écrire les constantes α et β en fonction des vitesses vibratoires des interfaces :

$$\begin{cases} \alpha = - \frac{\dot{u}_A + \dot{u}_B}{2j\omega \sin(k_3 h/2)}. \\ \beta = - \frac{\dot{u}_A - \dot{u}_B}{2j\omega \sin(k_3 h/2)}. \end{cases} \quad (1.14)$$

Les forces normales aux interfaces sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} F_A = -\Sigma T_3(+h/2). \\ F_B = -\Sigma T_3(-h/2). \end{cases} \quad (1.15)$$

Le report des expressions des forces dans les équations de la piézoélectricité (1.1), aboutit à deux relations décrivant les forces sur les interfaces en fonction des vitesses acoustiques (\dot{u}_A et \dot{u}_B) et du courant I aux bornes de la plaque piézoélectrique (Figure 1.3) :

$$\begin{cases} F_A = \frac{Z_t}{j \tan(k_3 h)} \dot{u}_A + \frac{Z_t}{j \sin(k_3 h)} \dot{u}_B + \frac{h_{33}}{j \omega} I. \\ F_B = \frac{Z_t}{j \sin(k_3 h)} \dot{u}_A + \frac{Z_t}{j \tan(k_3 h)} \dot{u}_B + \frac{h_{33}}{j \omega} I. \end{cases} \quad (1.16)$$

$Z_t = \rho v_l \Sigma$ est l'impédance mécanique associée à la couche piézoélectrique.

La tension aux bornes de la couche piézoélectrique s'obtient en intégrant le champ électrique (1.1) sur l'épaisseur de la couche piézoélectrique :

$$V = \frac{h_{33}}{j \omega} (\dot{u}_A + \dot{u}_B) - Z_0 I. \quad (1.17)$$

Avec $Z_0 = 1/(j \omega C_0)$ l'impédance électrique associée à la capacité bloquée de la couche piézoélectrique, et $C_0 = \Sigma/(\beta_{33}^S h)$.

Les équations (1.16) et (1.17) obtenues conduisent au système matriciel [15] suivant :

$$\begin{pmatrix} F_A \\ F_B \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_A \\ \dot{u}_B \\ I \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

avec: $Z_{11} = Z_{22} = \frac{Z_t}{j \tan(k_3 h)}$, $Z_{12} = Z_{21} = \frac{Z_t}{j \sin(k_3 h)}$, $Z_{13} = Z_{23} = Z_{31} = Z_{32} = \frac{h_{33}}{j \omega}$ et $Z_{33} = -Z_0$.

L'annulation de l'effet piézoélectrique ($h_{33} = 0$) supprime le couplage électrique/mécanique, et permet de retrouver les équations classiques de l'élasticité et de l'électrostatique.

Le modèle de Mason est une représentation, sous forme d'un circuit électrique [5, 16] du système d'équations donné dans (1.18). Les éléments de ce circuit électrique sont des impédances mécaniques. Le modèle est réduit à un hexapôle contenant trois entrées : deux entrées représentent les grandeurs acoustiques aux interfaces (vitesses et contraintes) ; la troisième entrée renvoie aux grandeurs électriques aux interfaces (courant et tension) (Figure 1.4).

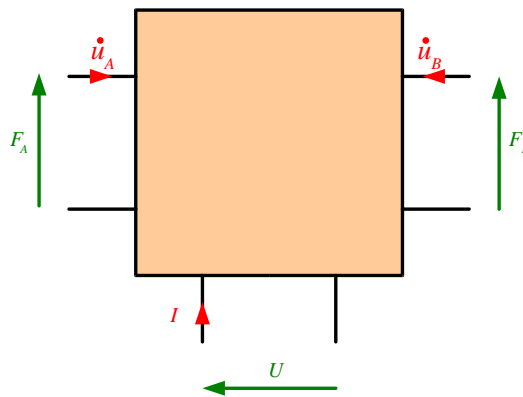


Figure 1.4 Représentation du modèle de Mason sous forme d'un hexapôle.

La Figure 1.5 illustre le circuit équivalent au mode en épaisseur de la plaque piézoélectrique. Dans cette représentation les impédances $Z_2 = Z_{22}$ et $Z'_1 = Z_{21} - Z_0/N^2$ représentent l'effet élastique de la plaque auquel est ajoutée une impédance ramenée induite par la capacité $-C_0$ [17]. L'effet piézoélectrique est introduit au milieu de la couche élastique ; il traduit le couplage entre les grandeurs électriques et élastiques lors de la propagation des ondes acoustiques. L'échange d'énergie entre les deux ports (élastique et électrique) est décrit par un transformateur dont le rapport de transformation est $N = h_{33}C_0$.

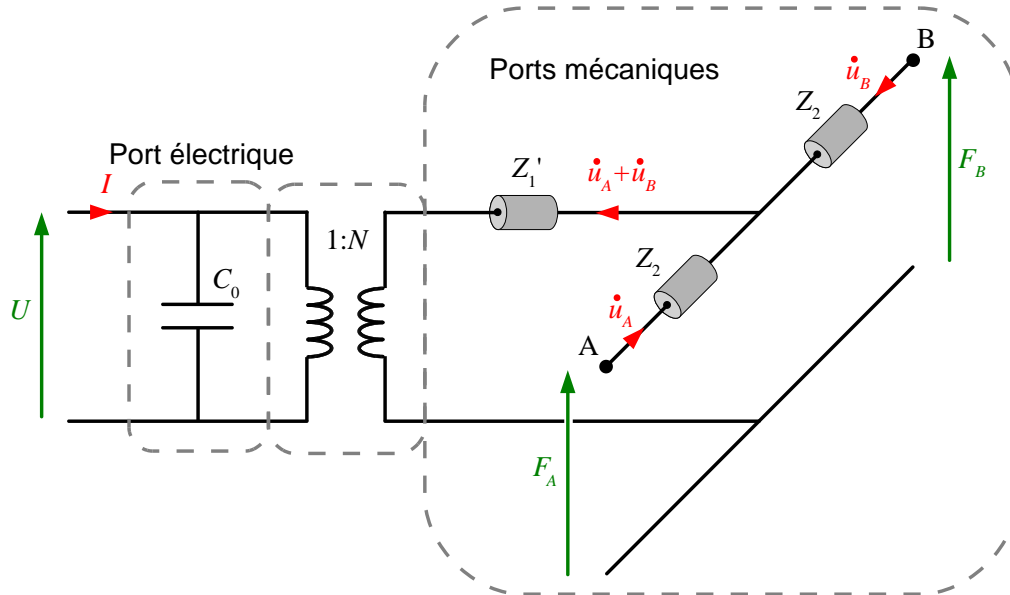


Figure 1.5 Modèle de Mason pour une plaque piézoélectrique vibrant suivant son épaisseur.

2.5- Impédance électrique - Fréquences de résonances série et parallèle

À partir du modèle de Mason, nous pouvons caractériser la plaque piézoélectrique par son impédance électrique $Z_e = U/I$.

L'expression de cette impédance électrique est obtenue à partir du système d'équations (1.15) [8, 9, 16, 15] en considérant des conditions de surfaces libres ($F_A = F_B = 0$).

$$Z_e = \frac{1}{j\omega C_0} (1 - k_t^2 \tan(\theta_p) / \theta_p). \quad (1.19)$$

Avec $\theta_p = h\omega/(2v_l)$ est l'angle de demi-déphasage de propagation des ondes acoustiques dans l'équation de la couche.

Les parties réelles et imaginaires de l'impédance et de l'admittance électrique d'une plaque piézoélectrique Pz27 d'épaisseur $h = 2 \text{ mm}$, de permittivité $\epsilon_{33,r}^s = 1200$ et de coefficient de couplage $k_t = 0,47$ sont données à la Figure 1.6.

Sur la partie réelle de l'impédance électrique (Figure 1.6(a)), le comportement résistif de la couche piézoélectrique est caractérisé par un pic de résonance. Ce maximum est lié au mode en épaisseur de la couche piézoélectrique ; sa position en fréquence définit la fréquence de résonance parallèle f_p

de la couche. Son amplitude est infinie en absence de pertes. Cette fréquence est liée à la vitesse de propagation des ondes longitudinales par :

$$f_p = \frac{v_l}{2h}. \quad (1.20)$$

La partie imaginaire de l'impédance électrique montre le comportement capacitif de la couche piézoélectrique (Figure 1.6(b)) en dehors du mode en épaisseur. La résonance du mode en épaisseur vient perturber ce comportement autour de la fréquence parallèle f_p . La partie réelle de l'admittance électrique (Figure 1.6(c)) est caractérisée par un pic centré sur la fréquence de résonance série f_s de la couche piézoélectrique.

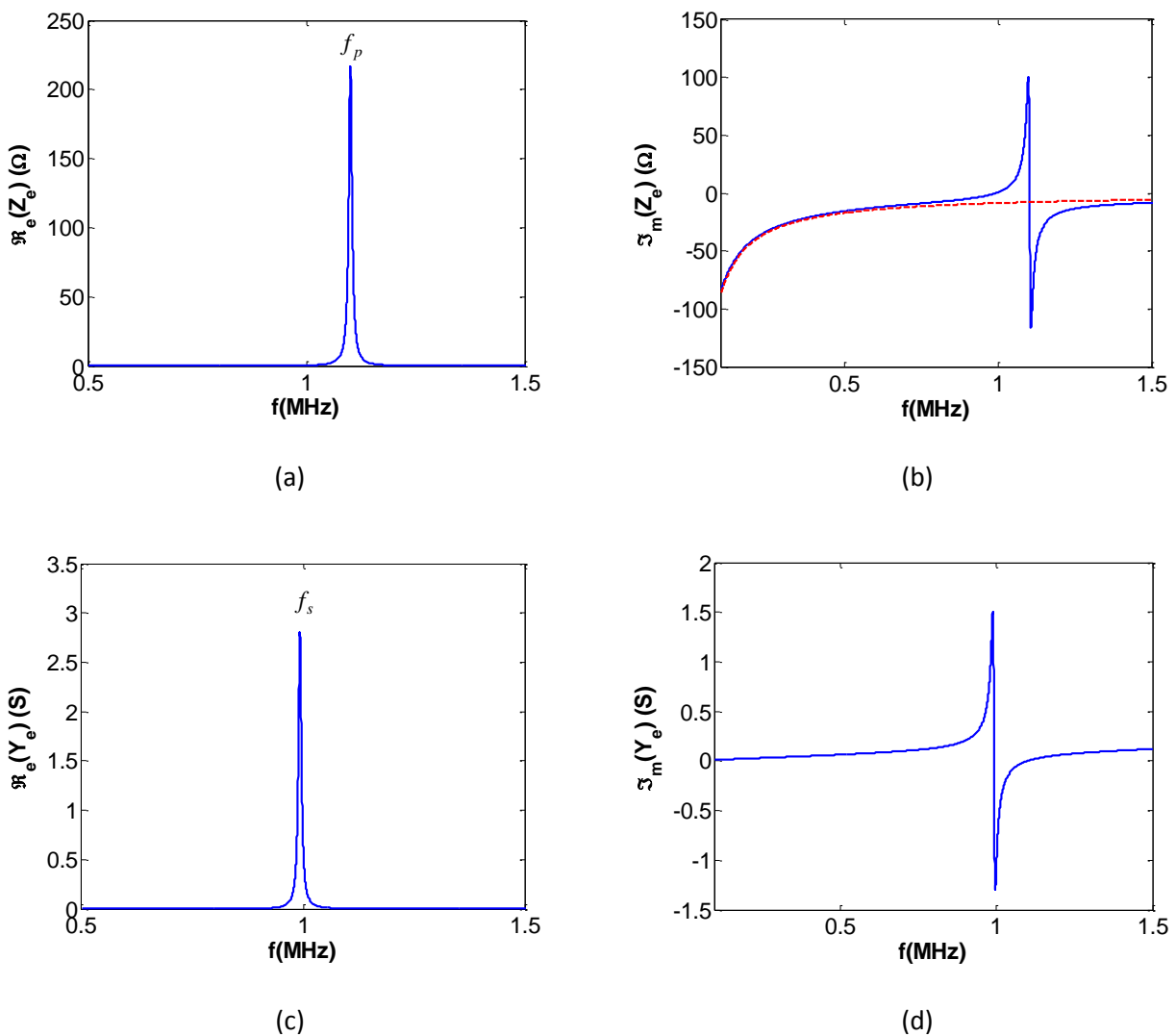


Figure 1.6 Impédance et admittance électriques pour une couche piézoélectrique, (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique (en bleu), la capacité en basses fréquences C_{BF} (1.21) de la couche piézoélectrique (en rouge), (c) partie réelle de l'admittance électrique, (d) partie imaginaire de l'admittance électrique .

La capacité estimée en basses fréquences est tracée également sur la Figure 1.6(b). Son expression est obtenue à partir de la relation (1.20) en basses fréquences :

$$C_{BF} = \frac{C_0}{1 - k_t^2}. \quad (1.21)$$

Des fréquences caractéristiques supplémentaires sont souvent définies pour une couche piézoélectrique vibrant selon son mode en épaisseur [1, 9, 14] (Annexe 1). Par la suite, la sensibilité aux conditions aux limites électriques sera évaluée à partir de la mesure des fréquences de résonances parallèle f_p et série f_s .

2.6- Modèle à constantes localisées

Dans la gamme de fréquences voisines de f_s et f_p , la résonance en épaisseur de la couche piézoélectrique peut être décrite par un modèle à constantes localisées : le modèle de Butterworth Van-Dyke (BVD) [18]. Le passage du modèle de Mason au modèle à constantes localisées s'effectue en écrivant les impédances mécaniques autour de la fréquence parallèle f_p de la plaque piézoélectrique. Ce modèle est représenté par un circuit électrique (Figure 1.7) où la partie électrique est modélisée par une capacité C_0 et la partie mécanique est identifiée par un circuit série de type RLC . La branche RLC qui représente la vibration mécanique est appelée également la branche motionnelle (indice M). L'avantage du modèle (BVD) est de donner des expressions explicites des fréquences caractéristiques de la couche piézoélectrique.

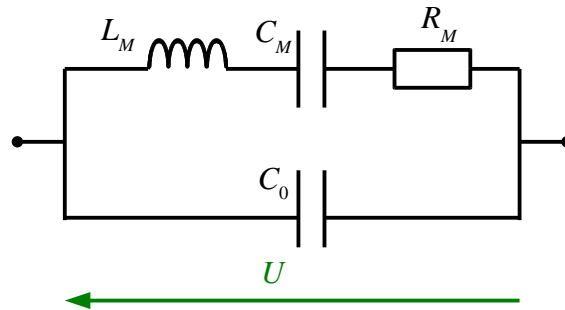


Figure 1.7 Modèle de Butterworth Van-Dyke (BVD) autour de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique.

La fréquence de résonance série f_s est calculée par :

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_M C_M}}. \quad (1.22)$$

La fréquence de résonance parallèle f_p s'exprime en fonction de la capacité totale du circuit :

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_M \left(\frac{C_M C_0}{C_M + C_0} \right)}}. \quad (1.23)$$

Elle est souvent exprimée par la formule approchée :

$$f_p = f_s \sqrt{\frac{C_M + C_0}{C_0}}. \quad (1.24)$$

L'admittance électrique avec le modèle BVD s'écrit :

$$Y_e = jC_0\omega + \frac{1}{R_M + jL_M\omega + \frac{1}{jC_M\omega}}. \quad (1.25)$$

2.7- Limites des modèles -Modes latéraux

Le modèle de Mason est établi en supposant un mode de vibration unique de la couche piézoélectrique. Or pour des plaques de dimensions latérales limitées, des modes de vibrations supplémentaires peuvent exister. Ces modes appelés modes latéraux correspondent à des modes guidés (ondes de Lamb) stationnaires suivant la largeur l ou la longueur L de la plaque (voir Figure 1.2). Un exemple de relevé expérimental de l'impédance électrique pour une plaque de Pz27 de longueur $L = 50$ mm et largeur $l = 25$ mm est donné Figure 1.8. On y observe des pics parasites superposés au pic correspondant à la résonance en épaisseur de la couche piézoélectrique centré à la fréquence f_p . La présence de ces pics supplémentaires autour de la résonance en épaisseur modifie la réponse électrique de la plaque piézoélectrique. Les modèles de Mason et BVD ne permettent pas de simuler ces modes latéraux. Nous avons développé une extension du modèle BVD permettant une description complète du mode en épaisseur et des modes latéraux. Cette approche multimodale est détaillée en Annexe 2.

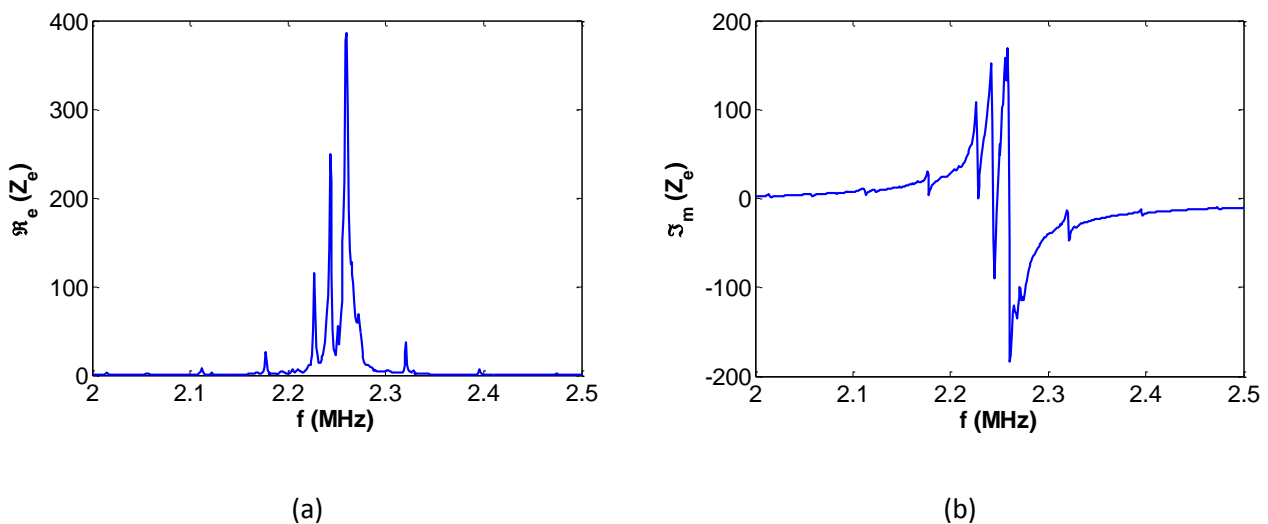


Figure 1.8 Impédance électrique mesurée, (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

3- Accordabilité en fréquence de la résonance d'une couche piézoélectrique

Rendre une couche de matériau piézoélectrique accordable signifie, par exemple, disposer d'un moyen permettant de changer la fréquence de résonance du mode épaisseur de cette couche et donc de modifier les propriétés équivalentes du matériau, notamment la vitesse de propagation effective liée à cette fréquence de résonance. Dans ce cadre, nous allons étudier deux possibilités de contrôle sur une plaque piézoélectrique. La première est basée sur un contrôle des propriétés mécaniques du matériau en lui imposant une tension de polarisation. La seconde consiste à modifier les conditions aux limites électriques au niveau des électrodes d'une plaque piézoélectrique. Ce moyen de contrôle est étudié en connectant des charges électriques (capacité, inductance...etc.) aux électrodes de la plaque.

3.1- Méthode utilisant une tension de polarisation

3.1.1- Modèle

Le système étudié est présenté dans la Figure 1.9. Une plaque piézoélectrique est polarisée selon son épaisseur en imposant une tension constante à ses électrodes. Les épaisseurs des électrodes sont supposées négligeables devant celle du matériau piézoélectrique.

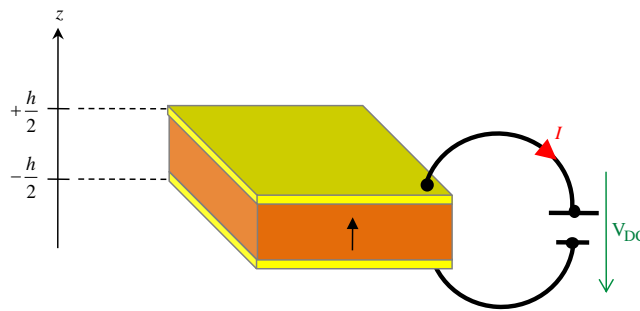


Figure 1.9 Tension électrique V_{DC} appliquée aux électrodes de la plaque piézoélectrique.

Les contraintes aux interfaces de la plaque sont supposées nulles. Une tension de polarisation V_{DC} est imposée au niveau des électrodes de la plaque (Figure 1.9). Seule la propagation des ondes longitudinales suivant l'épaisseur de la plaque est considérée et les équations de la piézoélectricité sont celles présentées dans (1.1). L'application de la relation fondamentale de la dynamique sur la plaque piézoélectrique selon la direction z s'écrit :

$$\frac{\partial T_3}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}. \quad (1.26)$$

avec ρ la densité du matériau. Lors de la déformation de la couche piézoélectrique, les charges sont localisées uniquement sur les électrodes situées aux bords du matériau diélectrique. Ce qui signifie que les charges se trouvant dans le volume de la plaque piézoélectrique sont supposées nulles. L'application du théorème de Gauss donne alors :

$$\frac{\partial D_3}{\partial z} = 0. \quad (1.27)$$

Le déplacement électrique est donc constant suivant l'épaisseur de la couche piézoélectrique et d'après (1.1) :

$$\frac{\partial T_3}{\partial z} = c_{33}^D \frac{\partial S_3}{\partial z}. \quad (1.28)$$

L'équation de propagation devient :

$$c_{33}^D \frac{\partial^2 u_3}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}. \quad (1.29)$$

La solution générale de l'équation de propagation, en régime harmonique, peut s'écrire sous la forme :

$$u_3(z, t) = (\alpha \sin(k_3 z) + \beta \cos(k_3 z)) e^{j\omega t}. \quad (1.30)$$

Où α et β sont les amplitudes de l'onde, k_3 est le nombre d'onde selon la direction z . Par la suite, l'ensemble des grandeurs étant harmonique, on s'affranchit de noter la dépendance temporelle en $e^{j\omega t}$ dans l'écriture des équations.

La plaque étant libre, les contraintes sont alors nulles aux interfaces de la plaque ; cela se traduit par les relations suivantes :

$$\begin{cases} T_3(+h/2) = 0. \\ T_3(-h/2) = 0. \end{cases} \quad (1.31)$$

En plus des conditions mécaniques, l'application de la tension de polarisation impose une condition aux limites de type électrique.

En utilisant la seconde équation de la piézoélectricité donnant le champ électrique dans (1.1), on peut écrire que :

$$V_{DC} = - \int_{-h/2}^{+h/2} E_3 = h_{33} (u_3(+h/2) - u_3(-h/2)) - \beta_{33}^S D_3 h \quad (1.32)$$

D'où

$$D_3(z) = \frac{1}{\beta_{33}^S h} (V_{DC} - h_{33} (u_3(+h/2) - u_3(-h/2))). \quad (1.33)$$

En remplaçant (1.32) dans la première équation de la piézoélectricité (1.1), on trouve :

$$T_3(z) = c_{33}^D S_3(z) - \frac{h_{33}}{\beta_{33}^S h} \left(-V_{DC} + h_{33} (u_3(+h/2) - u_3(-h/2)) \right) \quad (1.34)$$

L'équation (1.33) s'écrit aussi en considérant l'expression générale du déplacement (1.30) :

$$T_3(z) = k_3 c_{33}^D (\alpha \cos(k_3 z) - \beta \sin(k_3 z)) - \frac{h_{33}}{\beta_{33}^S h} \left(-V_{DC} + h_{33} (u_3(+h/2) - u_3(-h/2)) \right). \quad (1.35)$$

L'application des conditions aux limites (1.31) permet de calculer les amplitudes α et β du déplacement u_3 . On obtient finalement l'expression générale du déplacement $u_3(z)$ dans une plaque piézoélectrique soumise à une différence de potentiel V_{DC} constante :

$$u_3(z) = \frac{h_{33} V_{DC}}{\beta_{33}^S h} \frac{\sin(k_3 z)}{c_{33}^D k_3 (\cos(kh/2) - k_t^2 \sin(kh/2))}. \quad (1.36)$$

Les fréquences de résonances de la couche piézoélectrique sont obtenues en annulant le dénominateur dans (1.36), donc :

$$1 - k_t^2 \tan\left(\frac{k_3 h}{2}\right) = 0. \quad (1.37)$$

On en déduit l'expression des fréquences de résonance :

$$f_r^{(n)} = \frac{v_l}{2h} (2n + 1), \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (1.38)$$

L'expression des fréquences de résonance du mode en épaisseur de la plaque piézoélectrique montre qu'elles ne dépendent pas de la tension appliquée aux électrodes. La Figure 1.10 présente l'évolution du déplacement mécanique en surface $(z = +\frac{h}{2})$ en fonction de la tension appliquée. On constate que l'amplitude du déplacement est maximale à la première fréquence de résonance $f_r^{(0)} = v_l/(2h)$, la vitesse de propagation étant définie par $v_l = \sqrt{c_{33}^D/\rho}$. Cette amplitude augmente avec l'augmentation de la tension V_{DC} .

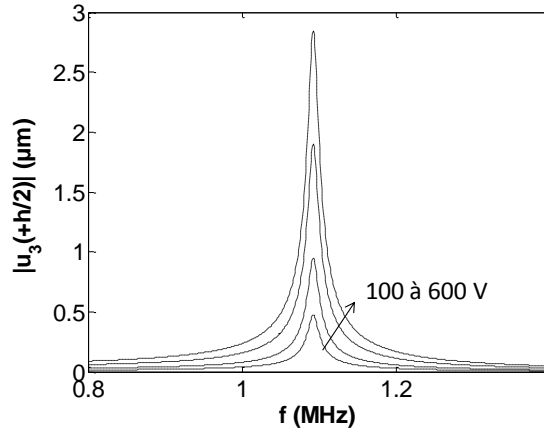


Figure 1.10 Déplacement calculé pour $z = +h/2$ en fonction de la tension appliquée aux électrodes de la plaque.

L'équation (1.35) montre que la relation entre la contrainte T_3 la déformation S_3 est linéaire par rapport à la tension appliquée V_{DC} . Des phénomènes non linéaires sont susceptibles d'apparaître dans la couche piézoélectrique pour des tensions élevées. L'équation (1.35) reste alors valable pour de faibles tensions de polarisation (inférieures à 1 kV dans l'air pour une épaisseur de 1 mm).

3.1.2- Mesures par vibrométrie laser

Des mesures par vibrométrie laser sont réalisées sur une plaque piézoélectrique, vibrant selon son mode en épaisseur, en fonction de la tension de polarisation V_{DC} . L'échantillon utilisé est une plaque piézoélectrique de type Pz26 polarisée selon son épaisseur. L'excitation de la plaque piézoélectrique est effectuée en imposant une tension V_p au niveau de ses électrodes. Cette tension est de la forme suivante :

$$V_p = V_{DC} + V_{AC}. \quad (1.39)$$

Où V_{DC} est une tension continue et V_{AC} est une tension d'amplitude 1 V, et de fréquence f_0 , son expression est donnée par :

$$V_{AC} = \sin(2\pi f_0 t). \quad (1.40)$$

L'excitation est de type burst, avec une fréquence f_0 variant de 2,0 à 2,5 MHz avec un pas de 20 kHz. La tension V_{AC} (1.40) est composée d'un train d'ondes constitué de 100 cycles sinusoïdaux à la fréquence f_0 . Ce train d'onde est répété avec une fréquence de répétition $PRF = 100$ Hz. Les signaux temporels des déplacements mesurés par vibrométrie laser ont été moyennés sur 1024 acquisitions. La Figure 1.11 montre le signal temporel, en bleu, mesuré pour une tension de polarisation. L'enveloppe de ce signal, en rouge, calculée en utilisant la fenêtre de Hilbert est également tracée.

$$Env(t) = |s(t) + j Hilbert(s(t))|. \quad (1.41)$$

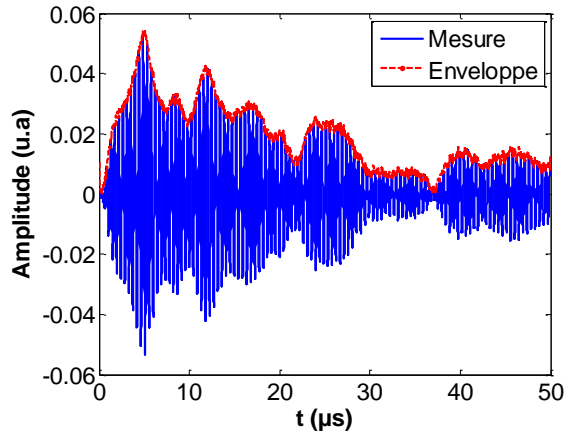


Figure 1.11 Signal acoustique mesuré à $f_0 = 2,26$ MHz (en bleu), enveloppe du signal calculée en utilisant la fenêtre de Hilbert (en rouge).

Les mesures de vibration du mode en épaisseur sont effectuées au centre de la plaque piézoélectrique. Les conditions aux limites de la plaque sont de type bords libres. Nous considérons que les effets de bords liés aux dimensions finies de la plaque, sur la vibration du mode en épaisseur, sont négligeables (Figure 1.12).

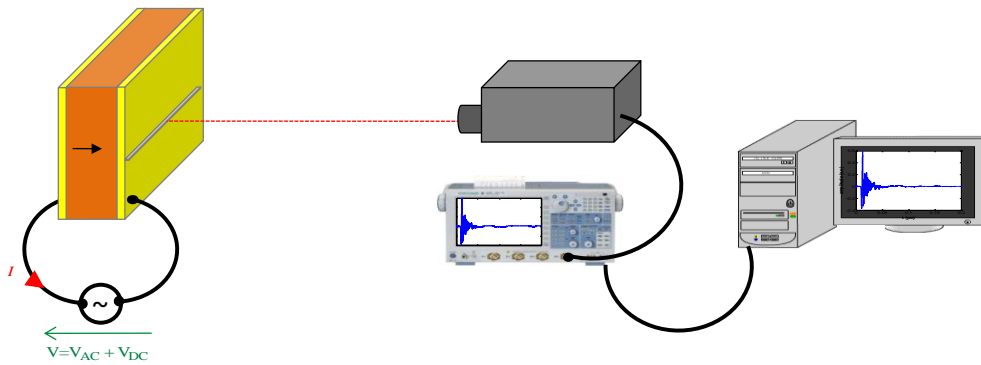
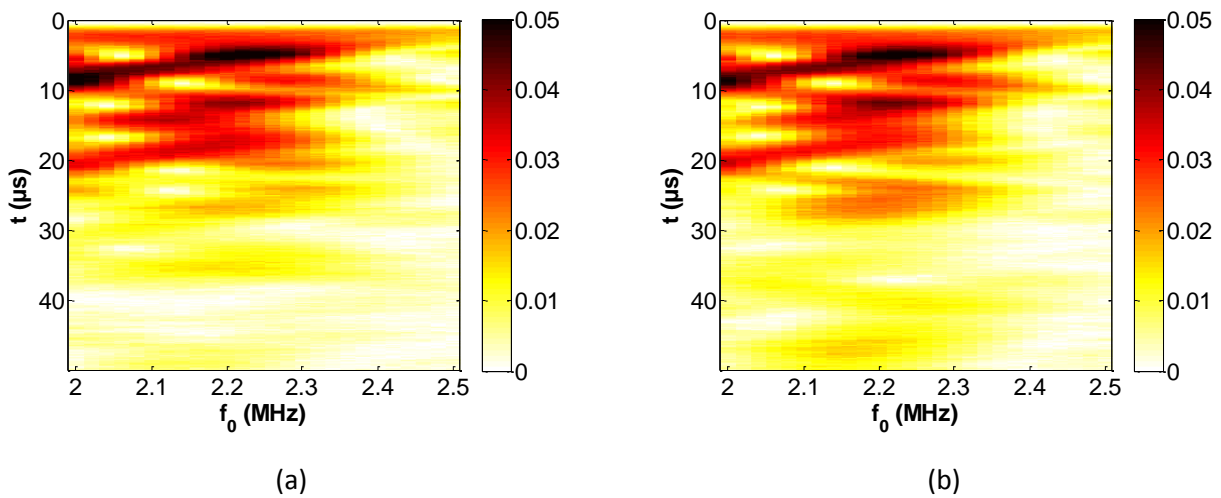


Figure 1.12 Schéma de l'expérience réalisée pour la mesure laser sur la plaque piézoélectrique.



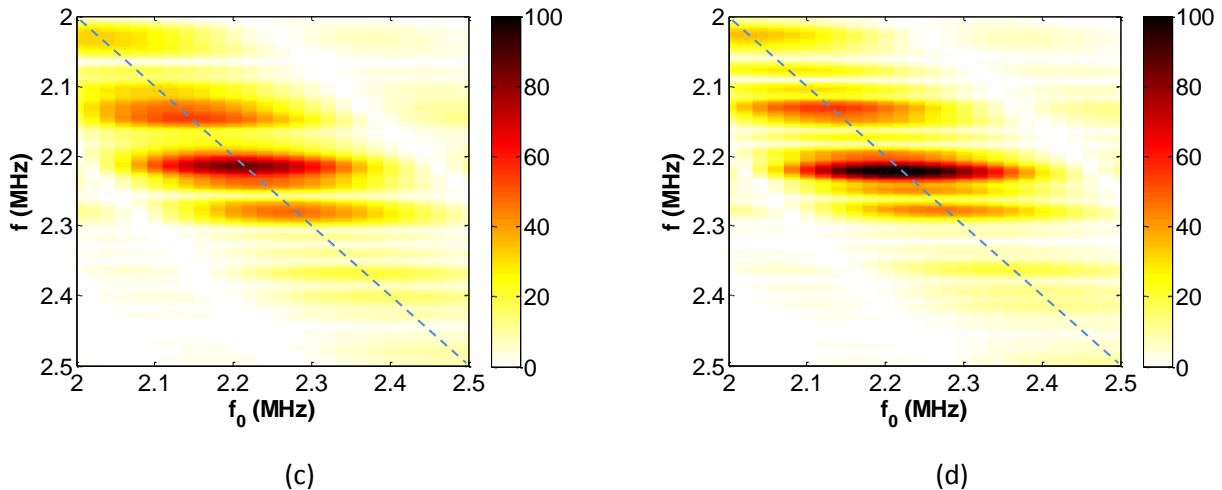


Figure 1.13 Réponse acoustique d'une plaque piézoélectrique de type Pz26 d'épaisseur de 1mm fonction de la tension de polarisation, (a) relevés temporels en fonction de la fréquence d'excitation pour une tension de polarisation à 200V, (b) relevés temporels en fonction de la fréquence d'excitation pour une tension de polarisation à 800V, (c) transformées de Fourier des relevés temporels à 200V, (d) transformées de Fourier des relevés temporels à 800V.

La Figure 1.13 regroupe les relevés temporels des signaux mesurés pour une tension de polarisation de 200 V (Figure 1.13 (a)) et 800 V (Figure 1.13 (b)). En fonction de la fréquence d'excitation f_0 , les signaux sont relevés sur une durée de 60 μ s. L'amplitude des signaux mesurés est représentée par leur enveloppe. Les Figures 13 (c) et (d) présentent le module de la transformée de Fourier pour chaque signal mesuré à une fréquence d'excitation f_0 . La Figure 1.13 (c) correspond aux mesures à 200 V. On constate la présence du mode en épaisseur autour de 2.26 MHz. Également, la présence des modes latéraux localisés notamment dans la gamme de fréquence de 2,0 MHz à 2,3 MHz. Ces modes apparaissent lorsque la tension de polarisation est de 800 V (Figure 1.13 (d)). On remarque également que la fréquence du mode en épaisseur est très proche de la fréquence d'excitation utilisée pour les deux tensions de polarisation. Le relevé des amplitudes vibratoires selon la diagonale de la Figure 1.13 (c) et (d) est représenté dans la Figure 1.14. On remarque que le maximum d'amplitude est obtenu à 2,22 MHz, alors que la résonance du mode en épaisseur est localisée à 2,26 MHz. Ce décalage est probablement dû à une légère variation des caractéristiques élastiques lorsque la plaque piézoélectrique est soumise à une tension de polarisation.

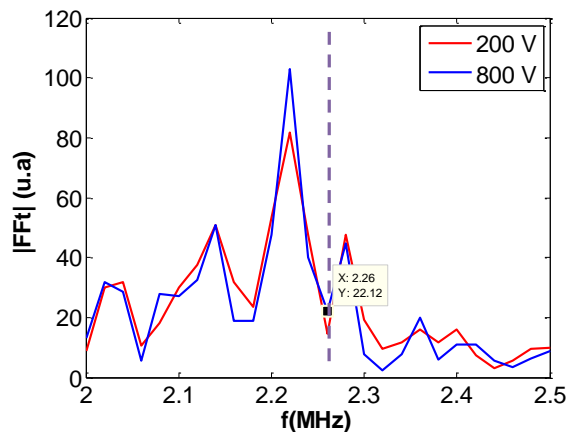


Figure 1.14 Relevés des amplitudes vibratoires selon les diagonales des Figures 1.13(c) et (d), pour une tension de polarisation de 200 V (rouge), pour une tension de polarisation de 800 V (bleu).

3.2- Méthode en utilisant une impédance de charge

3.2.1- Charge capacitive positive : $Z_a = 1/(jC_a\omega)$

Dans le cas où une charge électrique est connectée aux électrodes de la plaque piézoélectrique, le déplacement électrique au niveau des électrodes est modélisé par $D_3 = D_3^{(1)} + D_3^{(2)}$ dont $D_3^{(1)}$ une contribution venant de la charge Z_a calculée en considérant le potentiel créé entre les électrodes, et $D_3^{(2)}$ une contribution due à la tension de polarisation. Elles sont définies par :

$$\begin{cases} D_3^{(1)} = \frac{2A \sin\left(\frac{k_3 h}{2}\right)}{\beta_{33}^S h \left(\frac{Z_a}{Z_0} + 1\right)} \\ D_3^{(2)} = -\frac{V_{AC}}{\beta_{33}^S h} + \frac{h_{33}}{\beta_{33}^S} S_3. \end{cases} \quad (1.42)$$

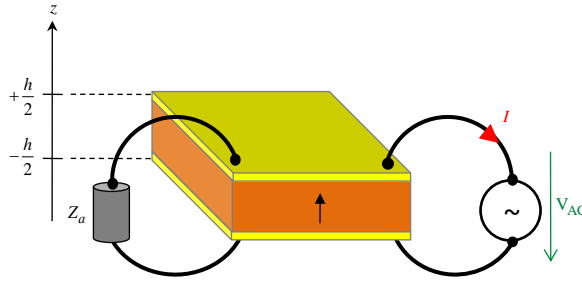


Figure 1.15 Charge Z_a connectée aux électrodes de la plaque piézoélectrique, l'excitation se fait par la tension V_{AC} .

Avec Z_a la charge connectée aux électrodes de la plaque piézoélectrique, et Z_0 l'impédance électrique associée à la capacité bloquée C_0 (Figure 1.15).

L'expression de la contrainte devient :

$$\begin{aligned} T_3 = k_3 \left(c_{33}^D - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S} \right) A' \left(\cos(k_3 z) - \frac{2h_{33}^2 \sin(k_3 h/2)}{\beta_{33}^S h \left(1 + \frac{Z_a}{Z_0}\right)} \right) - k_3 \left(c_{33}^D - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S} \right) B' \sin(k_3 z) \\ - \frac{h_{33}}{\beta_{33}^S h} V_{AC}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

L'application des conditions aux limites mécaniques de bords libres sur les interfaces permet d'établir le déplacement selon l'épaisseur de la plaque :

$$u_3(z) = \frac{h_{33}V_{AC}}{\beta_{33}^S h} \frac{\sin(k_3 z)}{k_3 \left(c_{33}^D - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S} \right) \cos\left(\frac{k_3 h}{2}\right) - 2 \sin\left(\frac{k_3 h}{2}\right) \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S h \left(1 + \frac{Z_a}{Z_0}\right)}}. \quad (1.44)$$

Le déplacement mécanique dans ce cas dépend de l'amplitude de la tension d'excitation V_{AC} , mais aussi de la charge connectée à ses électrodes.

Les fréquences de résonance de la couche piézoélectrique vérifient l'équation suivante :

$$\frac{k_t^2}{1 - k_t^2} \frac{\tan(k_3 h/2)}{k_3 h/2} = \frac{Z_a}{Z_0} + 1. \quad (1.45)$$

L'équation (1.45) montre que les fréquences de résonance dépendent de la nature de la charge connectée.

Lorsque la partie imaginaire de la charge Z_a tend vers l'infini, on retrouve des fréquences de résonance multiples impaires de la fréquence fondamentale $f_p = v_l/(2h)$, la vitesse est calculée par $v_l = \sqrt{c_{33}^D/\rho}$.

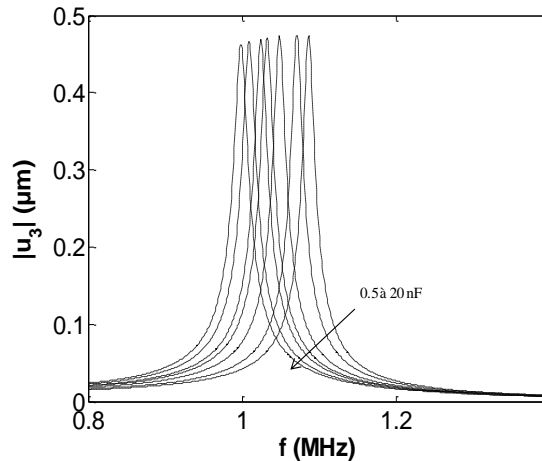


Figure 1.16 Déplacement à la surface de la plaque piézoélectrique soumise à une tension de polarisation d'amplitude $V_{AC} = 100$ V pour différentes valeurs de capacités connectées à ses électrodes.

Lorsque Z_a tend vers zéro, on se retrouve à un cas identique à celui de la plaque piézoélectrique soumise à une tension constante. Si Z_a prend des valeurs différentes de zéro et de l'infini, la première résonance piézoélectrique varie selon la nature de la charge Z_a .

La Figure 1.16 montre l'évolution du déplacement à la surface de la plaque piézoélectrique. Le spectre du déplacement est caractérisé par un pic correspondant au mode longitudinal selon l'épaisseur de la plaque piézoélectrique, sa position en fréquence est décrite par la fréquence de résonance parallèle de la plaque. On connectant une capacité positive, la position de ce pic diminue en fréquence pour atteindre la fréquence de résonance série de la plaque piézoélectrique.

3.2.2- Charge inductive : $Z_a = jL_a\omega$

Si la charge Z_a est inductive, le déplacement mécanique est affecté de façon différente comme indiqué sur la Figure 1.17. Pour une valeur d'inductance L_a donnée, le déplacement présente deux maxima variant en fonction de L_a . Lorsque l'inductance diminue, la fréquence de résonance parallèle (autour de 1,11 MHz) augmente (1,25 MHz pour $L_a = 3 \mu\text{H}$).

Lorsque l'inductance L_a prend des valeurs plus importantes, la fréquence de résonance parallèle tend vers la valeur retrouvée pour le circuit ouvert ($f_p = 1,11 \text{ MHz}$). Les résonances mécaniques se trouvant en dessous de 1 MHz sur la Figure 1.17 sont liées aux conditions aux limites électriques imposées par la présence de la charge inductive.

Le circuit résonant électrique composé de la capacité bloquée du matériau piézoélectrique C_0 et de l'inductance L_a est couplé à la résonance en épaisseur de la plaque piézoélectrique. Les positions en fréquences de cette résonance supplémentaire sont alors en relation avec la fréquence de résonance du circuit $L_a C_0$ donnée par :

$$f_{L_a C_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_a C_0}}$$

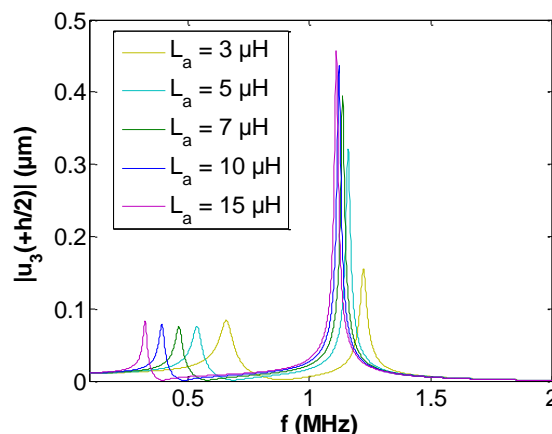


Figure 1.17 Déplacement à la surface de la plaque piézoélectrique en fonction de la position calculé en fonction de l'inductance connectée à ses électrodes.

4- Étude de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique

4.1- Effet d'une tension de polarisation

L'impédance électrique est évaluée en mesurant le courant délivré par la plaque piézoélectrique de type Pz26 (utilisée dans le paragraphe 3.1.2) lorsque cette dernière est soumise à une tension constante. Une légère modification est observée autour de la fréquence fondamentale 2,26 MHz, la visualisation de cette variation est difficilement identifiée autour de cette fréquence où les modes latéraux sont fortement couplés au mode en épaisseur. Afin d'identifier les variations associées à la tension de polarisation, la mesure de l'impédance électrique est réalisée autour du troisième harmonique situé à la fréquence $f = 3f_p$ du mode en épaisseur la plaque piézoélectrique.

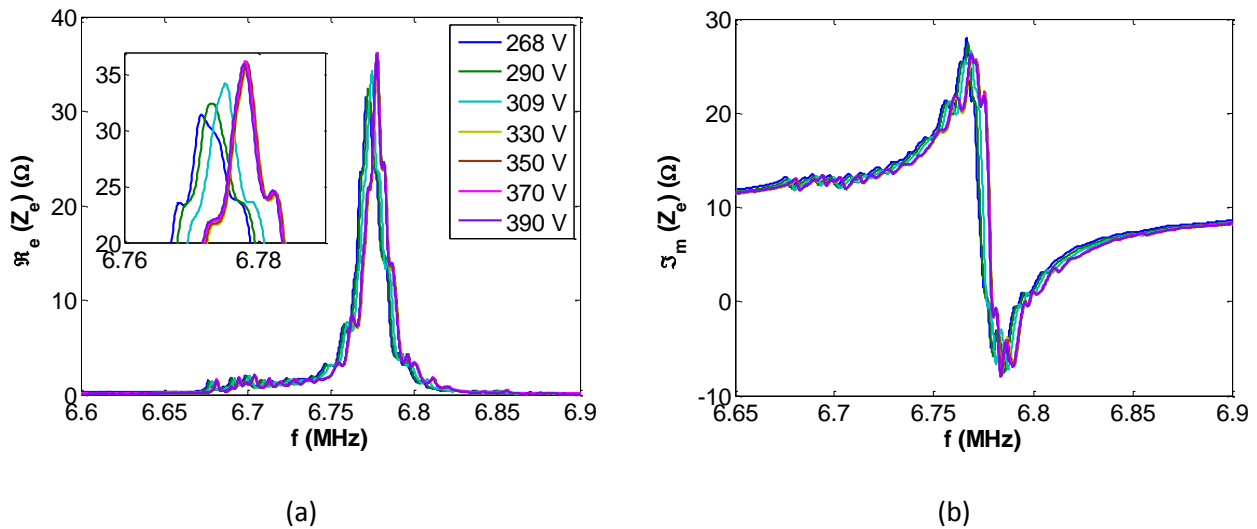


Figure 1.18 Impédance électrique au voisinage du troisième harmonique relevée sur une plaque en Pz26 d'épaisseur 1 mm en fonction de la tension de polarisation, (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

L'impédance électrique mesurée à $3f_p$ est présentée sur la Figure 1.18 en fonction de la tension de polarisation. La partie réelle de l'impédance électrique montre que la résistance de la plaque piézoélectrique est faiblement affectée par la tension de polarisation (Figure 1.18 (a)). Pour les tensions utilisées, cette variation n'excède pas 5Ω . Le même constat est fait sur la position en fréquence du mode en épaisseur, la variation de cette fréquence est inférieure à 0,01 MHz (soit une variation relative $\frac{\Delta f}{3f_p} = 0,13\%$). La Figure 1.18 (b) montre la partie imaginaire de l'impédance électrique. Cette mesure montre que, dans la gamme de tension utilisée, les paramètres physiques de la plaque piézoélectrique sont peu sensibles à la tension de polarisation [19].

4.2- Effet d'une impédance de charge connectée en parallèle

Dans ce cas, on étudie l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique en considérant une charge électrique Z_a connectée à ses électrodes.

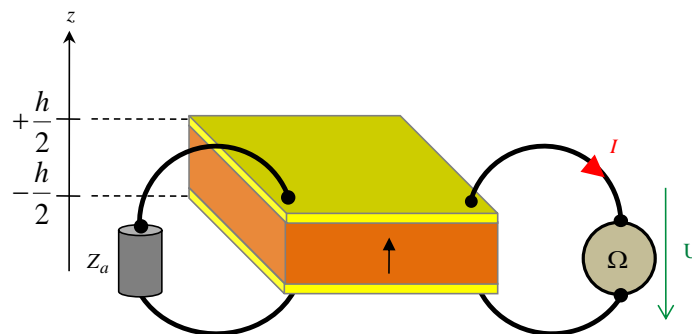


Figure 1.19 Conditions aux limites électriques sur la couche piézoélectrique.

La modélisation de l'impédance électrique pour le mode en épaisseur est réalisée en utilisant le modèle de Mason. L'expression de l'impédance électrique est formulée en ajoutant une charge électrique Z_a en parallèle avec la capacité bloquée C_0 (Figure 1.19). Dans le modèle de Mason (Figure 1.20), les impédances mécaniques Z_{av} et Z_{ar} représentent les milieux avant et arrière sur les

électrodes. L'impédance électrique est calculée dans un premier temps en prenant en compte des impédances mécaniques quelconques ($Z_{av} \neq 0, Z_{ar} \neq 0$).

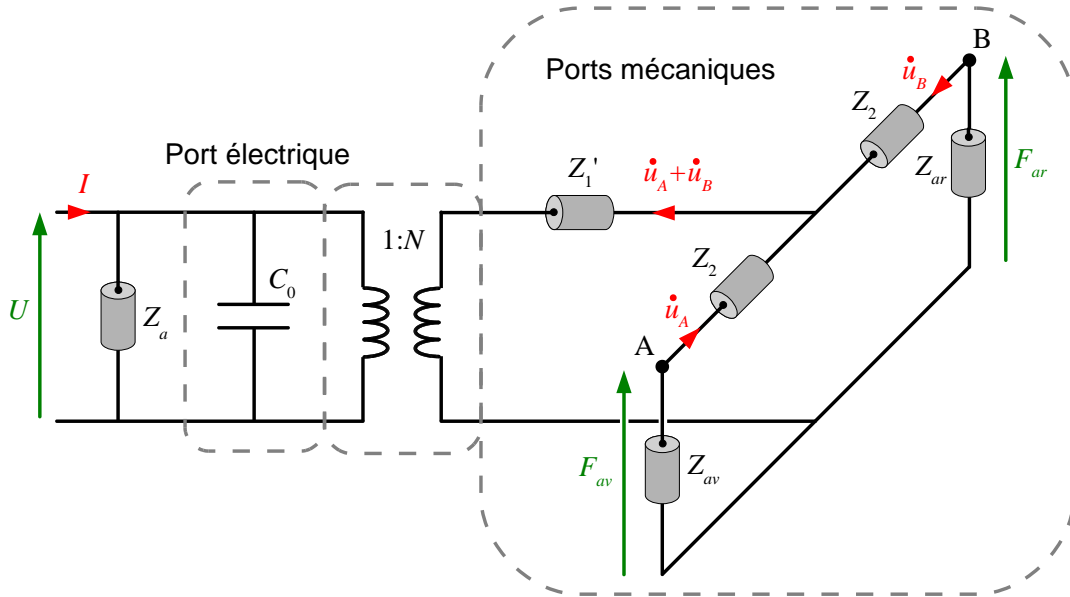


Figure 1.20 Schéma de Mason dans le cas d'une impédance Z_a connectée aux électrodes de la couche piézoélectrique. L'écriture de l'admittance électrique selon le modèle de Mason est :

$$Y_e = \frac{Z^*}{Z_0(Z^* - Z_0)} + \frac{1}{Z_a}. \quad (1.46)$$

Avec

$$Z^* = N^2 \left(Z_1' + \frac{(Z_2 + Z_{av})(Z_2 + Z_{ar})}{2Z_2 + Z_{av} + Z_{ar}} \right). \quad (1.47)$$

Z^* représente l'impédance électrique ramenée. Elle prend en compte également l'effet des conditions aux limites acoustiques dans l'expression de l'impédance électrique.

L'impédance électrique peut s'écrire sous la forme :

$$Z_e = \frac{Z_0 Z_a}{Z_a + Z_0} \left(\frac{1 - \frac{Z_0}{Z^*}}{1 - \frac{Z_0}{Z_a + Z_0} \frac{Z_0}{Z^*}} \right). \quad (1.48)$$

où Z_0 est l'impédance électrique associée à la capacité bloquée C_0 de la couche piézoélectrique.

4.2.1- Cas d'une capacité positive

a) Impédance électrique

Le cas d'une impédance électrique capacitive $Z_a = 1/(jC_a\omega)$ connectée à une plaque piézoélectrique non chargée mécaniquement ($Z_{av} = 0, Z_{ar} = 0$) est considéré. L'impédance du système prend alors la forme suivante :

$$Z_e = \frac{1}{j\omega(C_0 + C_a)} \frac{1 - \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p)}{1 - \frac{1}{1 + \frac{C_0}{C_a}} \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p)}. \quad (1.49)$$

Cette nouvelle expression de l'impédance électrique prend en compte la connexion d'une capacité C_a aux électrodes de la couche piézoélectrique. Si la capacité $C_a \rightarrow 0$ (impédance de charge infinie), on retrouve l'expression de l'impédance électrique donnée pour une couche piézoélectrique en circuit ouvert [20].

Si au contraire $C_a \rightarrow \infty$ alors $Z_e \rightarrow 0$ et les conditions de court-circuit sont appliquées à la plaque. Les fréquences de résonance série f_s et parallèle f_p sont définies à partir de l'impédance complexe Z_e (Annexe 1).

L'équation donnant la fréquence de résonance parallèle f_p du système est :

$$\frac{\theta_p}{1 + \frac{C_0}{C_a}} = k_t^2 \tan(\theta_p). \quad (1.50)$$

La Figure 1.21 montre l'évolution de l'impédance électrique en fonction de la capacité ajoutée. La partie réelle de l'impédance électrique conserve la même allure que celle du circuit ouvert avec deux changements : le décalage de la position du maximum de l'impédance électrique vers les basses fréquences et l'augmentation de l'amplitude de l'impédance au voisinage de la fréquence de résonance parallèle f_p .

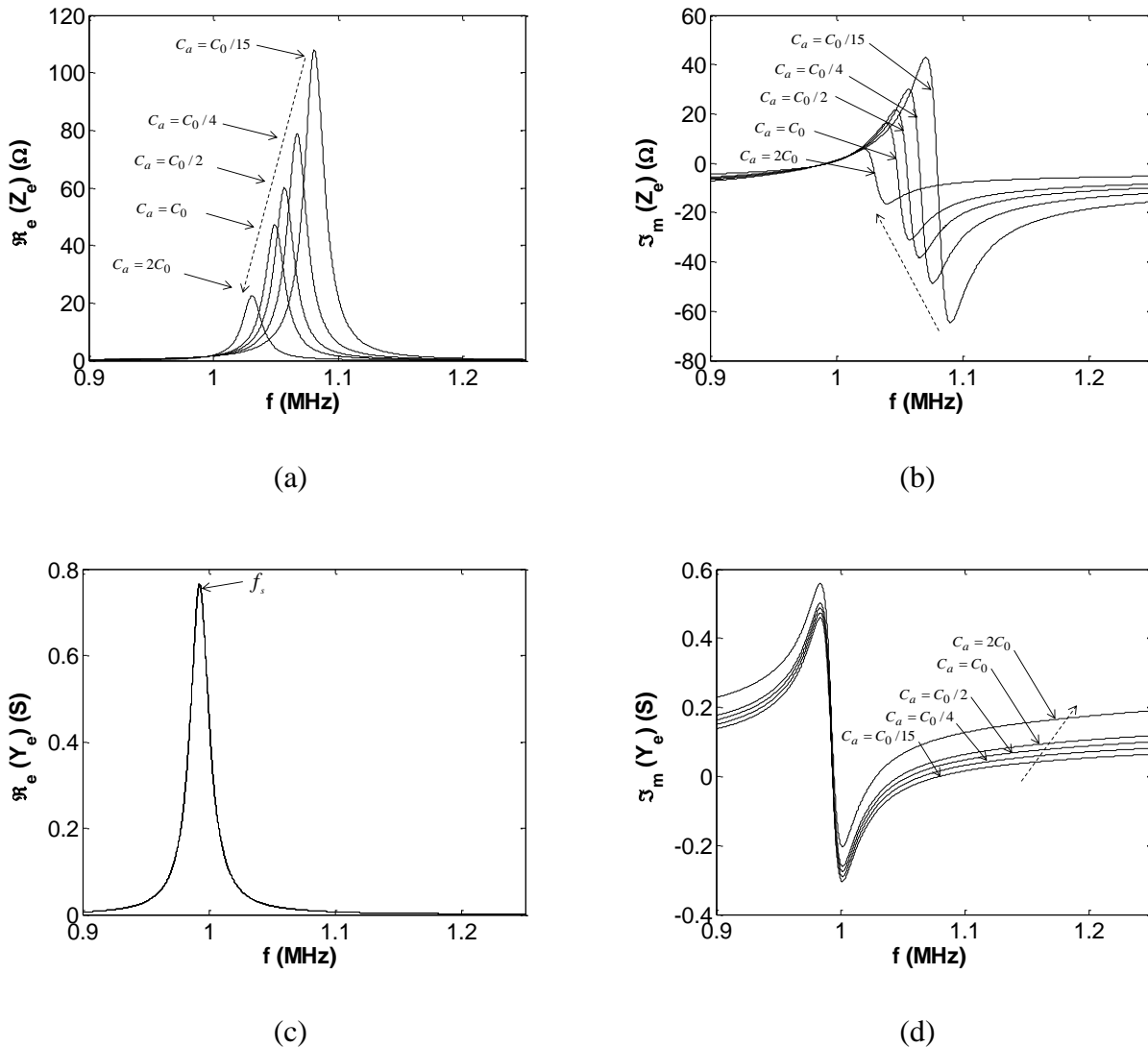


Figure 1.21 Impédance et admittance électriques d'une couche piézoélectrique connectée à une capacité positive, le sens de la flèche indique le sens de variation quand la capacité ajoutée augmente.

En augmentant la valeur de la capacité ajoutée, la position en fréquence du maximum de la partie réelle de l'impédance électrique diminue, ce qui signifie que la fréquence de résonance parallèle diminue également (Figure 1.21 (a)). Sur la partie imaginaire de l'impédance électrique (Figure 1.21 (b)), on distingue l'effet capacitif de la couche piézoélectrique. La capacité bloquée totale augmente : $C_T = C_0 + C_a$. L'ensemble des courbes passe par un point commun, correspondant à la fréquence de résonance série f_s qui ne dépend pas de la capacité ajoutée C_a (Figure 1.21 (b)). La fréquence de résonance parallèle, qui dépend de la capacité ajoutée, est représentée par le second passage à zéro de l'impédance électrique. Sur l'admittance électrique Figure 1.21 (c) et (d), on constate que la partie réelle ne varie pas en fonction de la charge ajoutée. L'ajout d'une capacité positive a donc comme effet de moduler l'amplitude de la résistance électrique de la couche piézoélectrique à la fréquence de résonance parallèle [21]. Cette modulation est accompagnée par un décalage de la fréquence de résonance parallèle vers les basses fréquences. (L'Annexe 3 présente une étude complémentaire du branchement d'une capacité en série avec la plaque piézoélectrique).

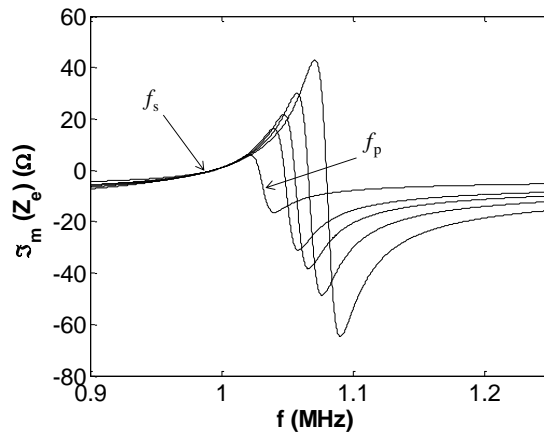


Figure 1.22 Agrandissement de la Figure 20(b), fréquences série et parallèle sur la partie imaginaire de l'impédance électrique pour une plaque piézoélectrique connectée électriquement en parallèle avec une capacité positive.

Autour de la fréquence de résonance parallèle du matériau piézoélectrique, le schéma de Mason présenté dans le paragraphe (4.2) se réduit au système électrique illustré par la Figure 1.23 (modèle BVD). La branche série caractérisée par les éléments R_M, L_M, C_M représente la branche mécanique (dite motionnelle) où l'énergie vibratoire du mode en épaisseur est stockée. La capacité C_0 est assignée à l'énergie électrique stockée aux électrodes de la couche piézoélectrique, et la capacité C_a représente les conditions aux limites de chargement électrique.

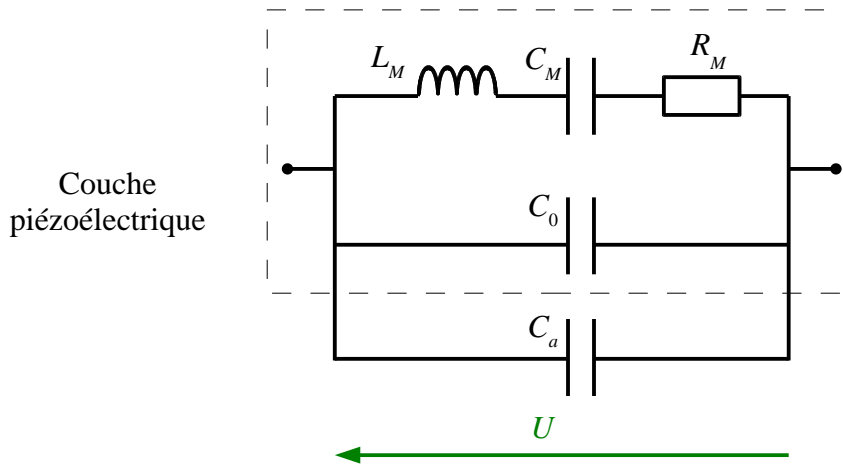


Figure 1.23 Modèle BVD pour l'ajout d'une capacité en parallèle avec la couche piézoélectrique.

À partir de la Figure 1.23, l'expression de la fréquence de résonance parallèle du circuit peut s'écrire :

$$f_p = f_s \left(1 + \frac{C_M}{2C_T} \right). \quad (1.51)$$

Où $C_T = C_0 + C_a$ représente la capacité totale de la partie électrique, la Figure 1.24 montre la variation de la fréquence de résonance parallèle en fonction de la capacité ajoutée C_a .

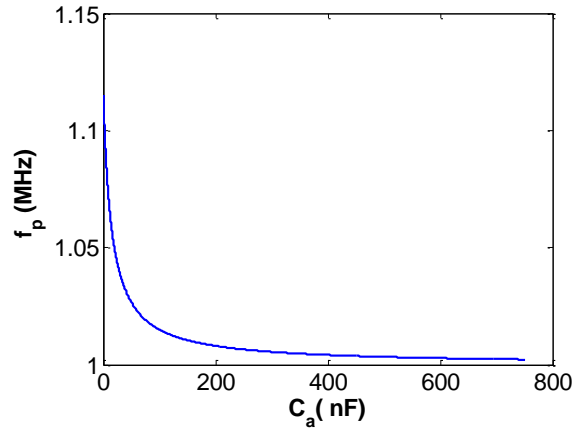


Figure 1.24 Fréquence de résonance parallèle en fonction de la capacité ajoutée C_a .

On constate que la fréquence de résonance parallèle varie considérablement lorsque la capacité C_a prend des valeurs proches de la capacité bloquée C_0 . Lorsque la capacité ajoutée devient grande devant C_0 , la fréquence de résonance f_p tend vers la fréquence de résonance série f_s . Ce qui traduit la disparition du couplage piézoélectrique.

b) Coefficient de couplage

Le coefficient de couplage peut être évalué en utilisant les fréquences de résonance série et parallèle du résonateur piézoélectrique. Lorsque la fréquence de résonance f_p varie en fonction de la capacité ajoutée, cela a comme conséquence d'affecter la valeur du coefficient de couplage électromécanique de la plaque piézoélectrique.

En utilisant la définition standard [16, 21], le coefficient de couplage est donné par :

$$k_t^2 = \frac{\pi f_s}{2 f_p} \cotan\left(\frac{\pi f_s}{2 f_p}\right). \quad (1.52)$$

En rapportant l'expression de la fréquence d'antirésonance issue du schéma BVD, le coefficient de couplage peut s'exprimer en fonction de la capacité totale présente dans la partie électrique :

$$k_t^2 = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\left(1 + \frac{C_M}{2C_T}\right)} \cotan\left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{\left(1 + \frac{C_M}{2C_T}\right)}\right). \quad (1.53)$$

La Figure 1.25 montre l'évolution du coefficient de couplage en fonction de la capacité ajoutée C_a . Lorsque la capacité $C_a \rightarrow 0$, on retrouve le coefficient de couplage en circuit ouvert ($k_t = 0,47$). Le coefficient de couplage diminue au fur à mesure que la capacité ajoutée augmente. Ceci traduit la réduction de la plage fréquentielle ou de l'effet piézoélectrique, ce qui est une conséquence directe du rapprochement de la fréquence de résonance parallèle f_p vers la fréquence de résonance f_s . Lorsqu'une capacité est associée en parallèle à la plaque piézoélectrique, une partie de l'énergie électrique est stockée par la capacité C_a . L'explication physique du décalage de la fréquence de résonance parallèle f_p est l'introduction d'une relation de phase introduite par la capacité C_a [22].

Cette relation de phase atteint une limite lorsque la capacité ajoutée devient très grande devant la capacité bloquée. La Figure 1.25 montre aussi que le coefficient de couplage diminue d'environ 84 % de sa valeur initiale pour une capacité ajoutée $C_a \rightarrow 50C_0$.

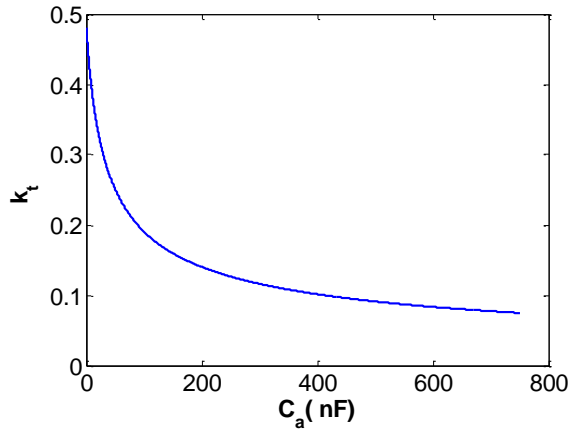


Figure 1.25 Evolution du coefficient de couplage k_t calculé théoriquement pour une plaque piézoélectrique connectée à une capacité positive $C_0 = 15$ nF.

4.2.2- Cas particulier de la capacité négative

a) Impédance électrique

On considère ici l'effet de la connexion d'une capacité négative aux électrodes de la plaque piézoélectrique. Si l'ajout de capacité positive augmente la capacité totale présente dans le circuit électrique, la capacité négative quant à elle réduit la capacité totale de ce dernier. Considérons une capacité négative ($C_a < 0$) connectée aux électrodes d'une plaque piézoélectrique vibrant selon son mode en épaisseur, les caractéristiques physiques de la plaque sont identiques à celles utilisées dans le paragraphe précédent. De la même façon que pour le cas d'une capacité positive, nous allons étudier l'effet de la capacité négative sur l'impédance électrique ainsi que son coefficient de couplage. L'expression de l'impédance électrique est :

$$Z_e = \frac{1}{j\omega(C_0 + C_a)} \frac{1 - \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p)}{1 - \frac{1}{1 + \frac{C_0}{C_a}} \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p)} \quad (1.54)$$

L'utilisation d'une capacité négative nécessite l'élaboration d'un circuit électrique externe permettant de la simuler. Ce circuit sera présenté dans le prochain chapitre du manuscrit.

Le tracé de l'impédance électrique dans ce cas est présenté dans la Figure 1.26 (parties réelles et imaginaires de l'impédance et l'admittance électrique).

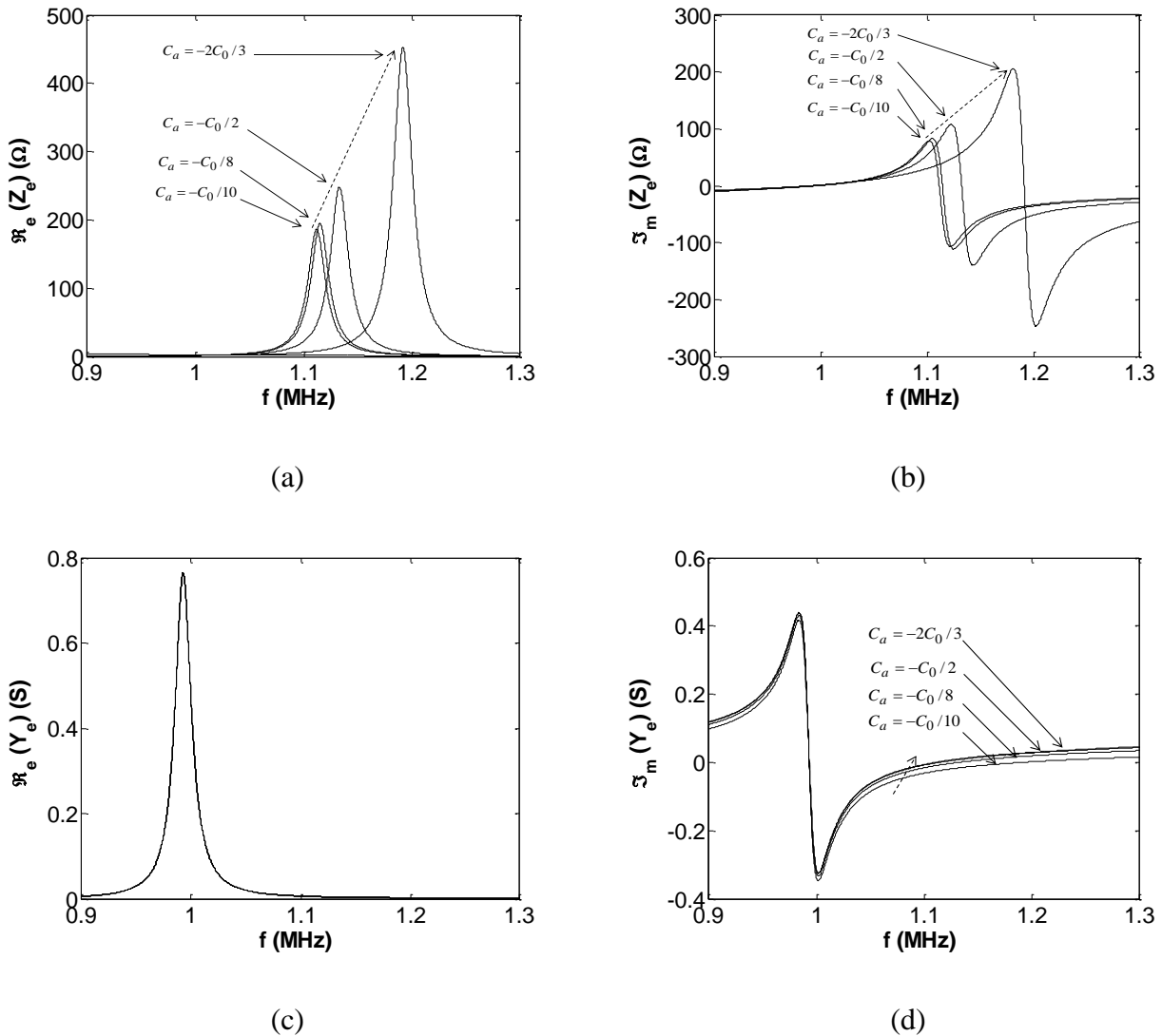


Figure 1.26 Impédance et admittance électriques d'une couche piézoélectrique connectée à une capacité négative. La flèche indique le sens de variation quand le module de la capacité ajoutée augmente.

Sur la partie réelle de l'impédance électrique Figure 1.26 (a), la position en fréquence du maximum de l'impédance électrique f_p augmente avec la valeur absolue de la capacité négative ajoutée. Cette variation est accompagnée par une augmentation de l'amplitude de la partie réelle de l'impédance électrique à la fréquence de résonance parallèle.

La variation de la fréquence de résonance parallèle est également visible sur la partie imaginaire de l'impédance électrique. Identiquement au cas de capacité positive, la partie réelle de l'admittance électrique (Figure 1.26 (c)) reste inchangée quand la capacité négative ajoutée varie. Cela signifie que la fréquence de résonance série f_s reste inchangée.

En utilisant le schéma BVD autour de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique, l'expression de la fréquence de résonance parallèle est identique à celle donnée dans le cas d'une capacité positive (équation (1.51)).

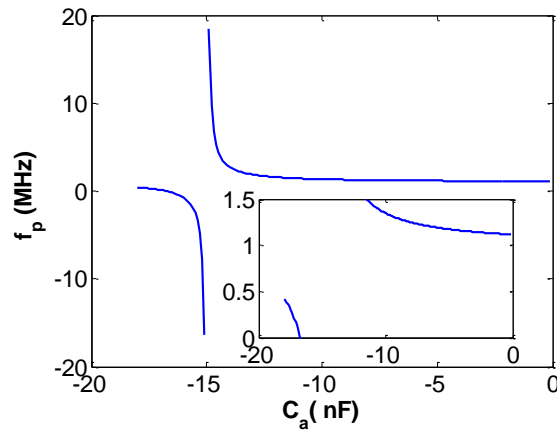


Figure 1.27 Evolution de la fréquence de résonance parallèle d'une plaque piézoélectrique Pz27, connectée à une capacité négative C_a .

Lorsque la capacité négative est proche de zéro, la fréquence de résonance tend vers la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique isolée. En diminuant la capacité C_a , la fréquence d'antirésonance augmente considérablement, notamment lorsque la valeur absolue de la capacité ajoutée se rapproche de la capacité bloquée de la plaque piézoélectrique.

À partir de la relation (1.51), l'expression de la fréquence de résonance parallèle tend vers l'infini lorsque la valeur absolue de la capacité négative tend vers la capacité bloquée C_0 ; la capacité totale du circuit C_T est alors proche de zéro. La fréquence de résonance parallèle est complexe si la quantité $(C_0 + C_a)$ est négative, et plus faible que la capacité C_M .

Il est possible de donner à la capacité C_a des valeurs plus faibles de sorte que $|C_a| \gg C_0$, la fréquence d'antirésonance calculée se situe alors en basses fréquences, ce qui représente une variation considérable par rapport au premier cas. Cependant, la capacité totale présente dans le circuit est purement négative.

b) Coefficient de couplage

Si l'effet d'une capacité positive accroît l'énergie électrique stockée dans la branche électrique de la plaque piézoélectrique, une capacité négative diminue cette énergie. Il est alors intéressant de voir la variation associée au coefficient de couplage de la plaque piézoélectrique selon son mode en épaisseur. Le coefficient de couplage électromécanique est calculé en utilisant les fréquences de résonance série et parallèle définies à partir du modèle BVD, la relation (1.52) permet de calculer k_t en tenant compte du signe de la capacité ajoutée C_a .

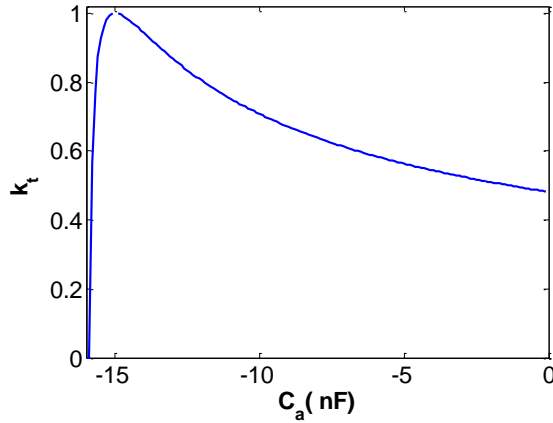


Figure 1.28 Evolution du coefficient de couplage d'une couche piézoélectrique Pz27 connectée à une capacité négative C_a .

La variation du coefficient de couplage est montrée dans la Figure 1.28. Lorsque la capacité ajoutée est proche de zéro, le coefficient de couplage tend vers sa valeur en circuit ouvert $k_t = 0,47$. En diminuant la capacité C_a , le coefficient de couplage augmente de façon significative pour atteindre la valeur de 0,87 pour une capacité négative de l'ordre de -13 nF, ce qui représente une variation de 77% du coefficient de couplage par rapport au cas où la plaque piézoélectrique est isolée. La Figure 1.28 montre que si la capacité négative compense la capacité bloquée $C_0 = 14.9$ nF, le coefficient de couplage diminue fortement.

4.2.3- Cas d'une inductance

a) Impédance électrique

Le contrôle de l'impédance électrique étudié dans ce paragraphe est obtenu en utilisant une inductance connectée aux électrodes de la couche piézoélectrique (Figure 1.29).

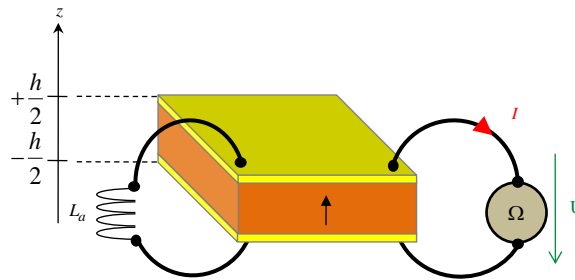


Figure 1.29 Schéma d'une plaque piézoélectrique connectée à une inductance.

L'impédance électrique est calculée en utilisant la relation (1.48), l'impédance de charge Z_a est remplacée par l'expression d'une charge inductive $Z_a = jL_a\omega$. L'expression de l'impédance électrique est alors :

$$Z_e = \frac{jL_a\omega}{1 - L_a C_0 \omega^2} \frac{1 - \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p)}{1 - \frac{1}{1 - L_a C_0 \omega^2} \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p)} \quad (1.55)$$

La nouvelle expression de l'impédance montre qu'en basses fréquences, le dispositif est caractérisé par un effet inductif représenté par la charge L_a . On constate également que l'expression (1.56) présente deux pôles, le premier pôle se situe à la fréquence de résonance du circuit électrique composé par l'inductance L_a et la capacité C_0 telle que :

$$f_{L_a C_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_a C_0}}.$$

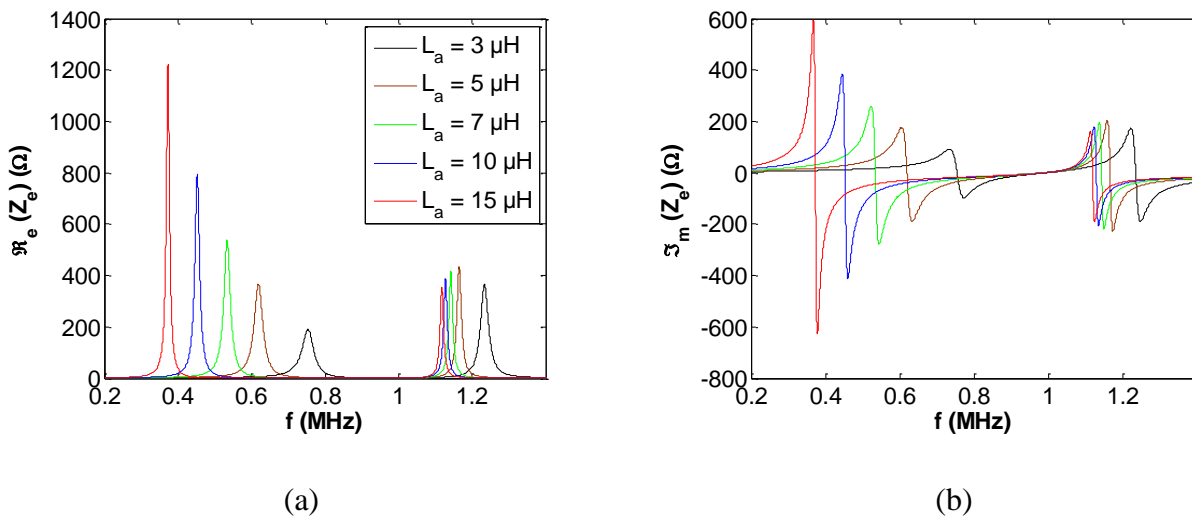
Le second pôle est caractérisé par les zéros du dénominateur D_1 défini par :

$$D_1 = 1 - \frac{L_a \omega}{1 - L_a C_0 \omega^2} \frac{k_t^2}{\theta_p} \tan(\theta_p). \quad (1.56)$$

La fréquence de résonance parallèle f_p vérifie que :

$$D_1(f_p) = 0.$$

L'impédance électrique calculée est représentée dans la Figure 1.30. Sur la partie réelle de l'impédance électrique (Figure 1.30 (a)) on distingue deux pics : le premier situé en basses fréquences en dessous de la fréquence de résonance $f_r = 1,014$ MHz, il est associé à la résonance du circuit électrique composé par la capacité statique C_0 et l'inductance ajoutée L_a ; le deuxième est situé au-delà de la fréquence de résonance et est associé à la résonance piézoélectrique. On constate que la fréquence de résonance parallèle présente une forte variation en fonction de l'inductance ajoutée. Pour une inductance ajoutée $L_a = 10 \mu\text{H}$, la fréquence de résonance parallèle est estimée voisine de 2 MHz [23]. Sur la partie imaginaire de l'impédance électrique (Figure 1.30 (b)), la résonance associée au circuit électrique et la résonance d'épaisseur sont également identifiées. En basse fréquence, l'impédance électrique est purement inductive, l'annulation de l'effet inductif correspondant à la résonance du circuit électrique. On constate également que toutes les courbes passent par le même point qui se situe à la fréquence de résonance série de la couche piézoélectrique. Cette fréquence n'est pas affectée par la charge inductive ajoutée.



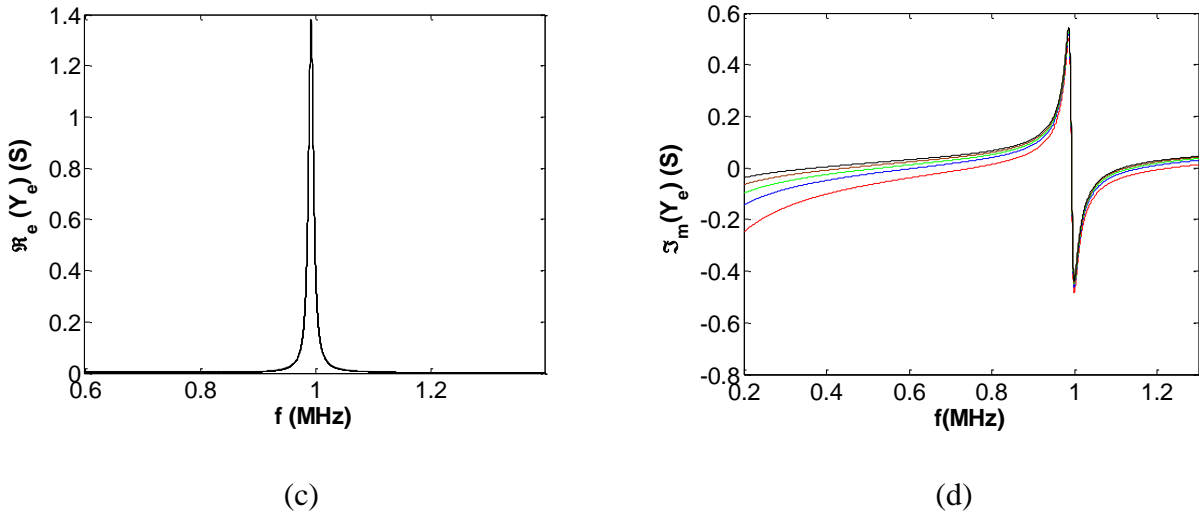


Figure 1.30 Impédance et admittance électriques d'une couche piézoélectrique connectée à une inductance, (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique, (c) partie réelle de l'admittance électrique, (d) partie imaginaire de l'admittance électrique.

Concernant l'admittance électrique, la position en fréquence de l'extrémum associée à la partie réelle ne varie pas, comme dans le cas précédent (Figures 30(c) et (d)). Parallèlement au cas d'une capacité positive, l'annexe 4 présente une étude du branchement d'une inductance en série avec une plaque piézoélectrique.

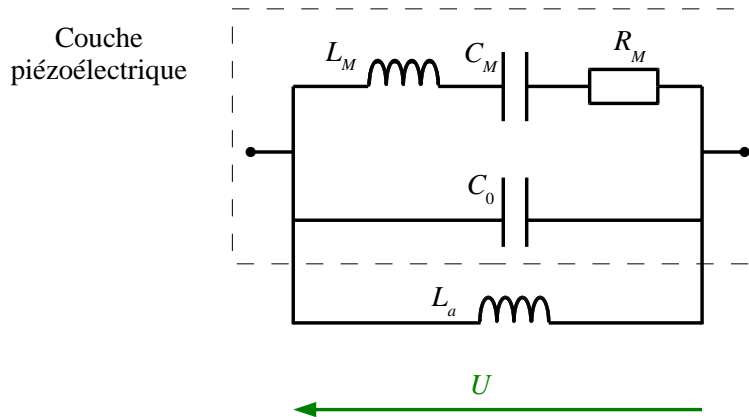


Figure 1.31 Modèle BVD pour l'ajout d'une inductance en parallèle avec la couche piézoélectrique.

Les fréquences de résonances engendrées par l'ajout de l'inductance sont étudiées en utilisant le modèle BVD (Figure 1.31). Dans ce cas, les fréquences de résonance sont solutions de l'équation suivante :

$$\left[\omega^2 - \frac{\omega_m^2 \omega_s^2}{2} \left(\frac{1}{\omega_m^2} + \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_{L_a C_M}^2} \right) \right]^2 = \frac{\omega_m^4 \omega_s^4}{4} \left(\frac{1}{\omega_m^2} + \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_{L_a C_M}^2} \right)^2 - \omega_s^2 \omega_m^2. \quad (1.57)$$

Avec $\omega_m = 2\pi f_m$, $\omega_s = 2\pi f_s$, $\omega_{L_a C_M} = 1/\sqrt{L_a C_M}$.

On vérifie bien en utilisant la relation (1.57) que lorsque l'inductance utilisée $L_a \rightarrow \infty$ on retrouve l'expression de la fréquence de résonance parallèle du circuit :

$$f^2 = f_p^2 = f_s^2 \left(1 + \frac{C_M}{C_0} \right).$$

L'évolution de la fréquence de résonance parallèle en fonction de l'inductance ajoutée est représentée dans la Figure 1.32 (a). On remarque que cette fréquence prend des valeurs élevées lorsque l'inductance $L_a \rightarrow 0$. Lorsqu'on augmente l'inductance ajoutée, la fréquence de résonance parallèle diminue brusquement pour atteindre sa valeur obtenue lorsque la plaque piézoélectrique est isolée. La fréquence de résonance $f_{L_a C_0}$ est liée à l'interaction entre l'inductance L_a et la capacité bloquée de la plaque piézoélectrique C_0 . La Figure 1.32 (b) présente la première solution de l'équation (1.57) en fonction de l'inductance ajoutée. On constate que cette solution est caractérisée par une fréquence de coupure qui correspond à la fréquence de résonance série f_s de la plaque piézoélectrique isolée. En basses fréquences, la première solution de l'équation (1.57) est confondue avec la fréquence du circuit $L_a C_0$ (Figure 1.32 (b)). Lorsque $L_a \rightarrow 0$, la fréquence de résonance devient stationnaire. Les valeurs d'inductances utilisées dans le manuscrit sont de l'ordre du μH , pour simplifier l'étude concernant l'effet d'une charge inductive, la première résonance est désignée par la fréquence du circuit $L_a C_0$.

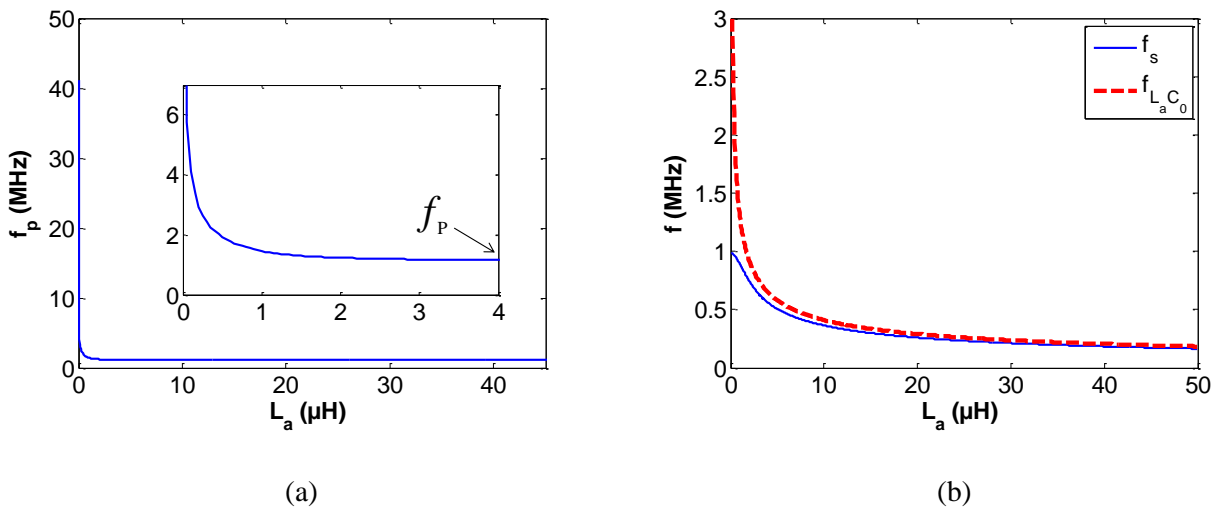


Figure 1.32 (a) Fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique en fonction de l'inductance ajoutée, (b) fréquence de résonance $f_{L_a C_0}$ associée au circuit $L_a C_0$ en fonction de l'inductance ajoutée.

b) Coefficient de couplage

Le coefficient de couplage est calculé en utilisant le modèle de Mason simplifié, suite à la modification de la fréquence parallèle de la couche piézoélectrique en fonction de l'inductance ajoutée. Le coefficient de couplage est alors calculé en utilisant la relation (1.53), en utilisant les valeurs de la fréquence de résonance parallèle solution de l'équation (1.58). La Figure 1.33 présente la variation du coefficient de couplage en fonction de l'inductance ajoutée. On remarque que lorsque l'inductance ajoutée prend des valeurs inférieures à $1 \mu\text{H}$, le coefficient de couplage est fortement

amplifié pour atteindre 0,95. Lorsque l'inductance augmente, le coefficient de couplage diminue brusquement pour atteindre sa valeur lorsque la plaque piézoélectrique est isolée.

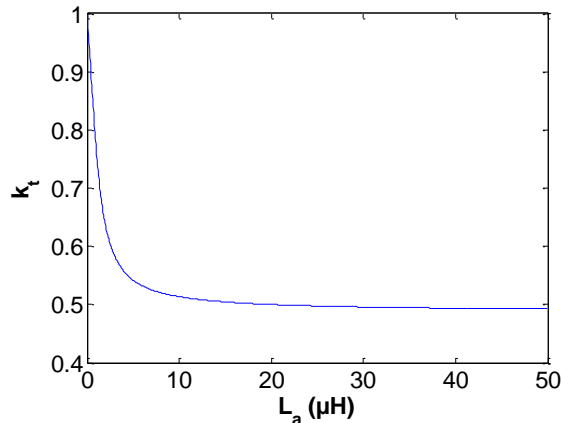


Figure 1.33 Evolution du coefficient de couplage pour une inductance ajoutée en parallèle avec une plaque piézoélectrique.

5- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté différentes méthodes de contrôle de la résonance piézoélectrique en utilisant une charge électrique. L'étude analytique de ce contrôle est effectuée en utilisant les relations fondamentales de la piézoélectricité. Les fréquences de résonance de la plaque piézoélectrique sont peu affectées par l'application d'une tension de polarisation. La connexion d'une charge capacitive aux électrodes de la plaque piézoélectrique provoque une diminution de la fréquence de résonance parallèle, cette diminution est limitée par la fréquence de résonance série de la plaque. Cette variation est observée sur les relevés vibratoires et d'impédances électriques.

L'impact de l'ajout d'une capacité positive sur la vibration mécanique est donc schématisé par un passage progressif (modulation) des constantes élastiques définies à déplacement électrique constant, à celles définies à champ constant. L'amplitude de la vibration du mode en épaisseur n'est cependant pas très sensible à la valeur de la capacité ajoutée, contrairement au cas des mesures électriques où l'amplitude varie significativement avec la capacité ajoutée. Cette différence s'explique par le fait que la mesure de l'impédance électrique décrit la réponse totale du système (plaque+charge capacitive), tandis que la réponse acoustique n'est vue que sur la plaque piézoélectrique. L'effet d'une charge capacitive sur la réponse vibratoire de la plaque peut être interprété comme une solution particulière du déplacement qui s'ajout à la solution homogène obtenue lorsque la plaque est isolée. La capacité jouant le rôle d'une action externe en confinant les charges créées au niveau des électrodes, provoquant le passage progressif aux constantes élastiques définies à champ constant

La fréquence de résonance série n'étant pas affectée par la charge électrique ajoutée. Le cas particulier d'une capacité négative permet d'accroître la fréquence de résonance parallèle au-delà de la valeur de la fréquence de résonance parallèle obtenue en circuit ouvert. Le dernier cas de contrôle proposé concerne la connexion d'une charge inductive aux électrodes de la plaque. Dans ce cas, le couplage entre le circuit électrique résonant composée de la capacité bloquée et la charge inductive, et de la plaque piézoélectrique, entraîne l'existence de deux résonances dans le spectre de

l'impédance électrique. A cet effet, l'énergie électrique est renvoyée au niveau des électrodes de la plaque piézoélectrique lorsque le circuit électrique $L_a C_0$ entre en résonance. Cette énergie électrique est transformée en énergie mécanique, la position en fréquence de ce mécanisme est contrôlée en modifiant la valeur de l'inductance ajoutée.

L'influence d'une charge d'impédance sur le coefficient de couplage électromécanique effectif a également été étudiée. Ce dernier présente des changements pouvant être importants selon la nature de la charge utilisée. Les différents cas illustrés dans ce chapitre sont étudiés de façon expérimentale dans le chapitre suivant du manuscrit.

Références

- [1] M. Brissaud, "Matériaux piézoélectriques : Caractérisation, modélisation et vibration," *Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes*, 2007.
- [2] D. Royer., E. Dieulesaint., "Ondes élastiques dans les solides. Tome 1: Propagation libre et guidée," *Masson ed.*, 1996.
- [3] IEEE Std., "Standard on Piezoelectricity ANSI/IEEE Std," 176-1987, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 43(5): p. 1-55, 1996.
- [4] R. Bechman, "Some applications of the linear piezoelectric equations of states," *Ultrasonic Engineering, IRE Transactions*, pp. 43-62, 1955.
- [5] M. Redwood, "Transient performance of a piezoelectric transducer," *J. Acoust. Soc. Am.* 33, 527, 1961.
- [6] H. F. Tiersten, "Linear piezoelectric plate vibrations," *Plenum Press*, 1969.
- [7] G. G. Yaralioglu, A. S. Ergun, B. Bayarm, E. Hæggeström and B. T. Khuri-Yakub, "Calculation and measurement of electromechanical coupling coefficient of capacitive micromachined ultrasonic transducers," *IEEE Trans. Ultrason., ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 50, no.4, pp. 449-456, 2003.
- [8] W. P. Mason, "Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics," *Van Nostrand, Princeton, N. J.*, 1950.
- [9] O. B. Wilson, "Introduction to theory and design of sonar transducers," *Peninsula Publishing*, 1985.
- [10] B. Zug, "Étude des pertes d'origine piézoélectrique dans les matériaux piézoélectriques et des transducteurs ultrasonores," *Thèse INSA de Lyon ; 94 ISAL 0078*, 1994.
- [11] B. Zug, M. Brissaud, P. Gonnard, "Comparaison between two models of representation of losses in piezoceramics", *ASME*, 1993.
- [12] R. Holland, "Representation of dielectric, elastic, and piezoelectric losses by complex coefficients," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 14(1): p. 18-20, 1967.
- [13] P. Audrain, "Étude des pertes dans les matériaux piézoélectriques," *Mémoire de diplôme d'études approfondies en Acoustique Appliquée, Université du Maine*, 1997.

- [14] P. Maréchal, "Transducteurs mono-éléments pour l'imagerie ultrasonore haute résolution: modélisation, réalisation et caractérisation," *Thèse Université de Tours*, 2004.
- [15] V. Loyau, "Étude du bruit thermique dans les transducteurs piézoélectriques ultrasonores. Application à la modélisation de l'élévation de température et à la caractérisation de transducteurs," *Thèse Université de Tours*, 2004.
- [16] S. Sherrit, H. D. Wiederick, B. K. Mukherjee, "Accurate equivalent circuit for unloaded piezoelectric resonators," in *Proc. IEEE 1997 Ultrason. Symp.*, pp. 931-935, 1997.
- [17] A. D. Ballato, "Transmission-Line analogs for piezoelectric layered structures," Thèse à Polytechnic Inst. of Brooklyn, N. Y., USA, 1972.
- [18] K. S. Van Dyke, "The piezo-electric resonator and its equivalent network," in *Proc. I.R.E* , 16, 742-764, 1928.
- [19] X. Lin, K. Zhou, S. Zhu, Z. Chen, D. Zhang, "The electric field, dc bias voltage and frequency dependence of actuation performance of piezoelectric fiber composites," *Sensors and Actuators*, A 203, pp. 304-309, 2013.
- [20] M. Lethiecq, L. P. Tran-Huu-Hue, F. Patat, L. Pourcelot, "Measurement of Losses in Five Piezoelectric Ceramics Between 2 and 50 MHz," *IEEE Trans. Ultrason., ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 40, no. 3, pp. 199-202, 1993.
- [21] A. V. Mezheritsky, "A Method of "Weak Resonance" for Quality Factor and coupling Coefficient Measurement in Piezoelectrics," *IEEE Trans. Ultrason., ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 52, no. 11, pp. 2120-2130, 2005.
- [22] A. V. Mezheritsky, "Invariants of electromechanical coupling coefficients in piezoceramics," *IEEE Trans. Ultrason., ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 50, no. 12, pp. 1742-1751, 2003.
- [23] M. Prokic, "Piezoelectric transducers modeling and characterization," *MP Interconsluting, Switzerland*, 2004.

Chapitre 2 :

Accordabilité d'une plaque piézoélectrique : Étude expérimentale.

1- Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats expérimentaux portant sur l'accordabilité d'une couche piézoélectrique. Des mesures d'impédance électrique sont effectuées en modifiant les conditions aux limites aux bornes de la plaque piézoélectrique. Les différentes configurations présentées dans le premier chapitre sont envisagées. Nous vérifions expérimentalement que si l'application d'une tension de polarisation ne permet pas de modifier significativement les propriétés effectives de la plaque, l'ajout d'impédances de charges permet, en revanche, de moduler de façon importante la fréquence de résonance parallèle et le couplage électromécanique effectif de la plaque.

Nous présentons un montage original basé sur le principe des convoyeurs de courant permettant de réaliser expérimentalement une capacité négative capable de contrôler la résonance piézoélectrique. La caractérisation électrique de la plaque piézoélectrique shuntée est complétée par des mesures acoustiques par interférométrie laser. Nous étudions également dans ce chapitre l'établissement des modes latéraux dans la plaque piézoélectrique.

2- Etude expérimentale de l'impédance électrique

2.1- Dispositif de mesure

Les mesures d'impédance électrique sont effectuées en utilisant un analyseur d'impédance de marque ZCheck 16777K, qui permet de réaliser la mesure d'une impédance électrique complexe dans une gamme de fréquence allant de 10 Hz à 16 MHz. Le dispositif réalise la mesure du courant électrique en imposant une tension à une fréquence donnée. La tension qu'utilise cet appareil à cette fréquence est représentée dans la Figure 2.1. Ce signal se compose de plusieurs trains d'ondes à fréquence fixée. Un train d'onde est composé de deux signaux sinusoïdaux en quadrature de phase. Un paquet d'ondes permet d'effectuer une mesure de la partie réelle et imaginaire de l'impédance électrique. La durée d'un train d'ondes peut varier. L'appareil permet d'effectuer une mesure de l'impédance électrique en fonction d'un délai temporel, ce délai permettant d'effectuer plusieurs mesures de l'impédance électrique et de donner une valeur moyenne.

La valeur seuil que le dispositif peut supporter en tension se situe autour de 0,7 mV, un dispositif particulier est nécessaire pour protéger l'analyseur d'impédance si la mesure d'impédance est effectuée alors que l'échantillon piézoélectrique est soumis à une tension importante.

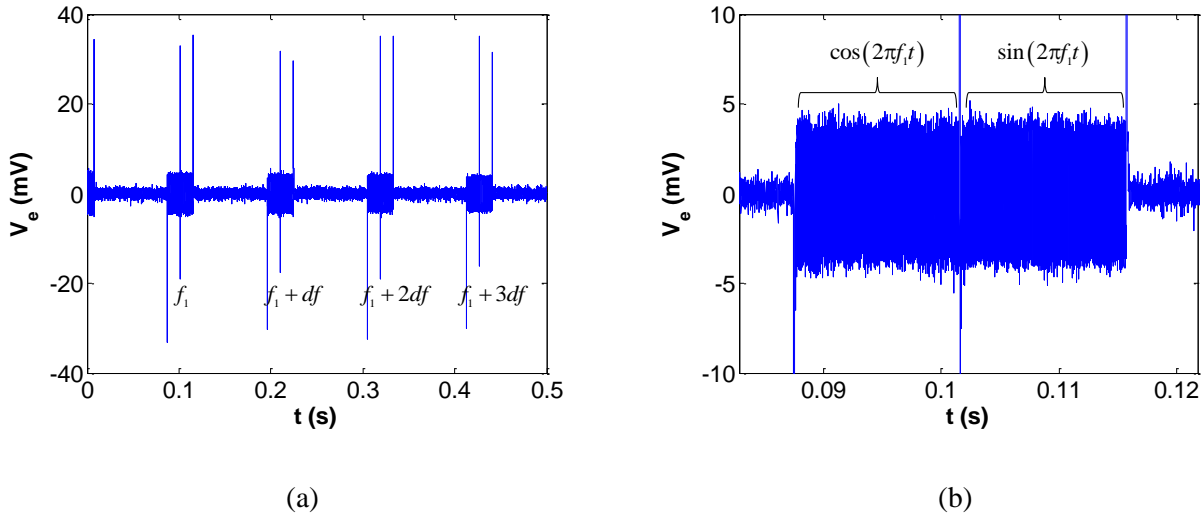


Figure 2.1. Tension imposée par l'analyseur d'impédance, (a) train d'ondes pour différentes fréquences de mesure, (b) signaux en quadrature de phase pour mesurer les parties réelle et imaginaire d'une impédance électrique à une fréquence donnée.

2.2- Caractérisation expérimentale de la plaque piézoélectrique seule

L'échantillon utilisé est une plaque piézoélectrique polarisée suivant son épaisseur avec des dimensions latérales très supérieures à l'épaisseur. L'impédance électrique de cet échantillon est mesurée à l'aide du dispositif présenté dans la Figure 2.2. Pour assurer les connexions électriques, des fils conducteurs sont soudés aux électrodes de la plaque. Nous avons vérifié que ces soudures et les fils utilisés n'ont aucune incidence sur la mesure de l'impédance électrique. La plaque est posée sur des plots en mousse, les conditions aux limites sur les électrodes sont donc supposées de type bords libres.

- (1): Plaque piézoélectrique.
- (2): Plots en mousse.
- (3): Capacité positive.
- (4): Analyseur d'impédance.

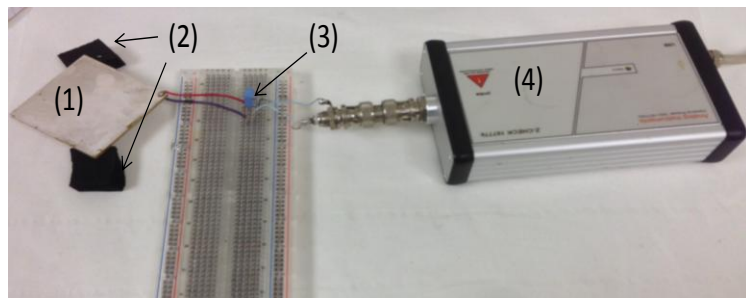


Figure 2.2. Dispositif de mesure d'impédance électrique

Le relevé de l'impédance électrique pour une plaque piézoélectrique en circuit ouvert est tracé sur la Figure 2.3 (a). On distingue la partie réelle caractérisée par la fréquence de résonance parallèle $f_p \approx 1,12$ MHz correspondant à un pic caractérisant sur la partie réelle de l'impédance électrique $Max(\Re_e(Z_e)) = 198 \Omega$. L'effet capacitif est visible sur la partie imaginaire de l'impédance électrique Figure 2.3 (b). Par ajustement sur la courbe expérimentale, on détermine la capacité

propre $C_0 = 14,9$ nF, encore appelée capacité bloquée de la plaque piézoélectrique. La capacité C_0 peut également être évaluée à partir de C_{BF} et le coefficient k_p (voir Annexe 1).

À partir de cette mesure d'impédance, les principaux paramètres de la plaque piézoélectrique sont évalués par ajustement des courbes théoriques tracées à partir de l'équation (1.19). L'identification se fait en utilisant la méthode du simplex et en prenant pour valeurs initiales les données fournies par Ferroperm®.

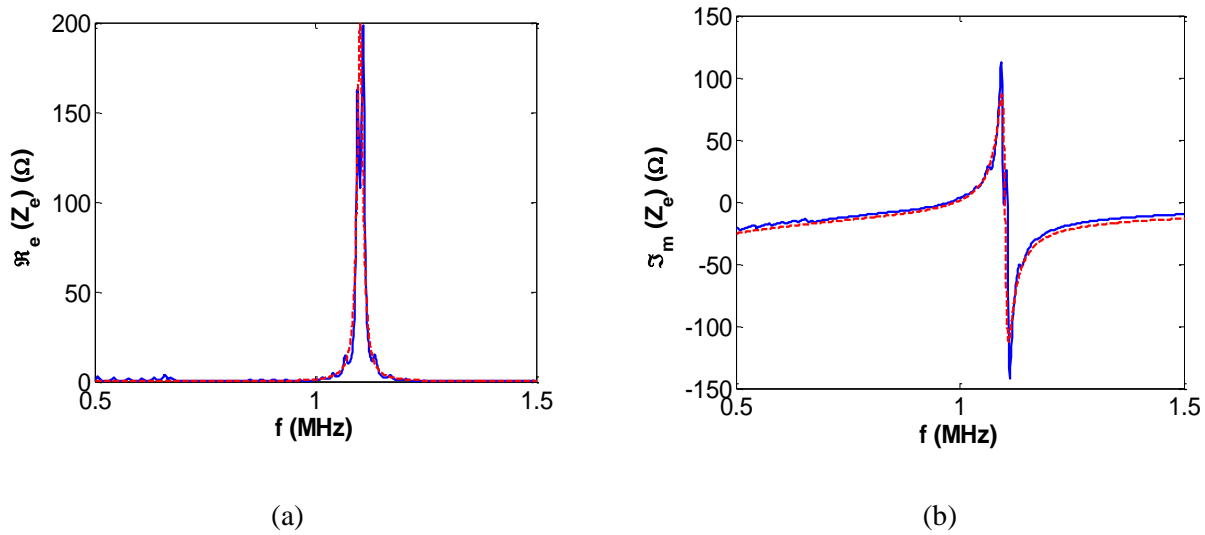


Figure 2.3. Impédance électrique d'une plaque piézoélectrique, mesurée (en bleu), théorique (en rouge). (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

Les paramètres identifiés sont donnés dans le Tableau I. On constate sur la Figure 2.3 un très bon accord entre les relevés expérimentaux et les courbes théoriques tracées après identification des paramètres.

h (mm)	$\varepsilon_{33,r}^T$	δ_m (%)	δ_e (%)	v_l (m/s)	k_t
1,93	885	0,71	0,1	4223	0,47

Tableau I. Paramètres identifiés pour la plaque piézoélectrique Pz27.

La procédure d'ajustement est la suivante: le coefficient de couplage de la plaque piézoélectrique est déterminé en relevant les fréquences série et parallèle (f_s, f_p) sur le spectre de l'impédance électrique. La capacité bloquée et la permittivité diélectrique sont par la suite déterminées en utilisant le coefficient de couplage et la capacité calculée en basse fréquence (Chapitre 1, relation (1.21)).

La vitesse des ondes longitudinales à déplacement électrique constant est calculée à partir de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique. Les pertes totales ainsi que les pertes électriques sont calculées en utilisant le maximum et le minimum sur la partie réelle de l'impédance électrique, les pertes mécaniques sont alors retrouvées en utilisant la relation (1.11).

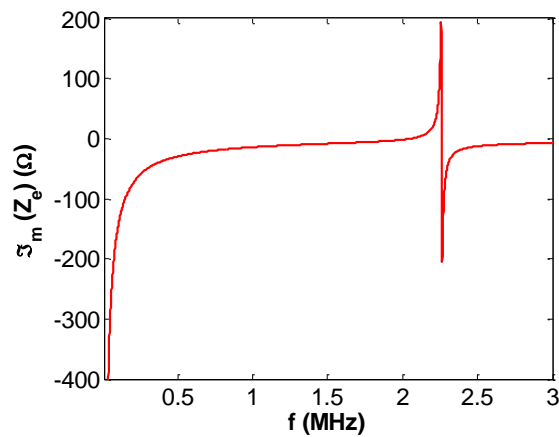


Figure 2.4. Effet capacitif de la plaque piézoélectrique. En basse fréquence la plaque piézoélectrique présente la capacité C_{BF} (Chap.1, relation (1.22)).

2.3- Capacité associée en parallèle avec une plaque piézoélectrique

2.3.1- Contrôle en utilisant une capacité positive

Nous considérons dans ce cas une capacité positive branchée en parallèle de la plaque piézoélectrique (Figure 2.5). L'impédance électrique est alors mesurée en utilisant l'analyseur d'impédance ZCheck 16777K, dans la gamme fréquentielle où le mode en épaisseur est présent, c'est-à-dire entre 0,9 MHz et 1,2 MHz.

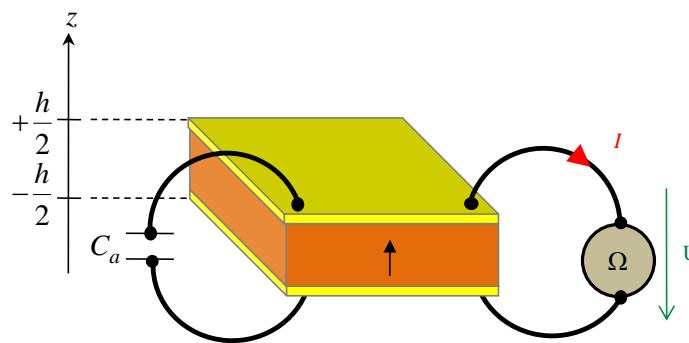


Figure 2.5. Mesure d'impédance électrique sur une plaque piézoélectrique Pz27 d'épaisseur 1,98 mm, une capacité positive est connectée aux électrodes de la plaque.

Le relevé d'impédance électrique pour différentes valeurs absolues de capacités positives est présenté à la Figure 2.6. La variation de la fréquence de résonance parallèle est visible notamment sur la partie réelle de l'impédance électrique (Figure 2.6 (a)). L'amplitude de la partie réelle de l'impédance électrique observée à la fréquence de résonance parallèle f_p diminue fortement pour l'ajout de capacité (22 Ω pour $C_a = 26,2$ nF, contre 198 Ω initialement). La Figure 2.6 (b) présente la partie imaginaire de l'impédance électrique mesurée. Elle représente l'effet capacitif de la plaque piézoélectrique connectée à une capacité positive.

L'amplitude à la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique diminue lorsque la capacité ajoutée augmente. L'augmentation de la capacité totale du circuit est également visible sur cette courbe.

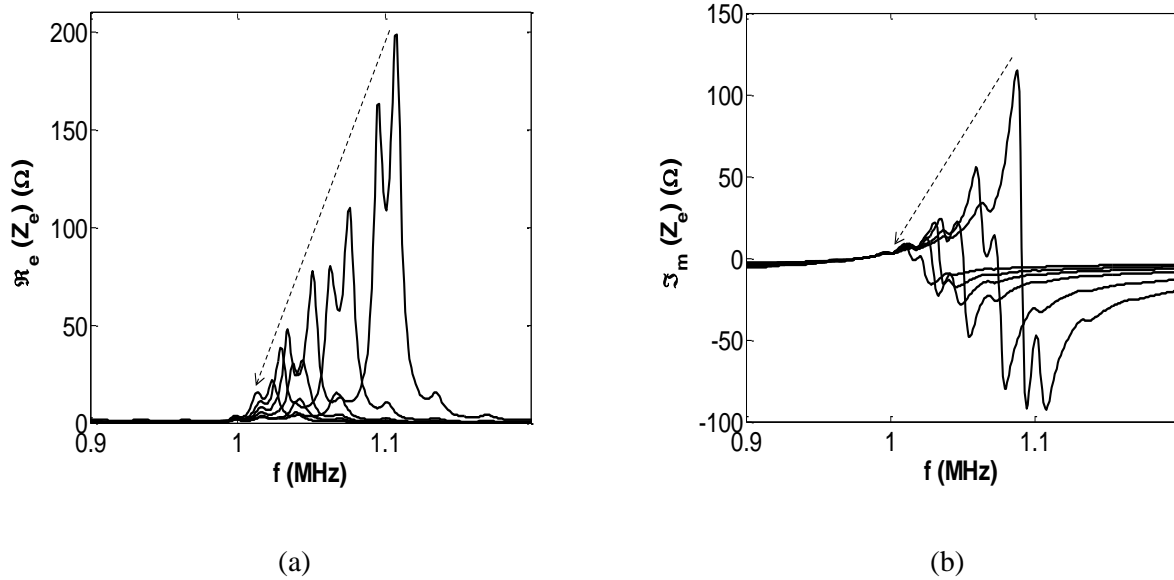


Figure 2.6. Impédance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique branchée en parallèle avec une capacité C_a variant de 1,1 nF à 26,2 nF, (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

Une comparaison entre les valeurs théoriques et expérimentales de la fréquence de résonance parallèle et de l'amplitude à la résonance est faite dans le Tableau II en fonction des valeurs de capacités ajoutées. Un bon accord est obtenu avec des différences inférieures à 5% malgré la présence de résonances parasites associées aux modes latéraux.

C_a (nF)	1,10	4,70	10,2	14,5	18,7	26,2
$f_{p_{th}}$ (MHz)	1,091	1,067	1,047	1,037	1,030	1,023
$f_{p_{exp}}$ (MHz)	1,102	1,070	1,050	1,034	1,028	1,018
$\Delta f_{-6dB,th}$ (%)	1,6	1,5	1,6	1,5	1,5	1,4
$\Delta f_{-6dB,exp}$ (%)	2,0	2,0	0,8	0,8	0,9	1,6
$\text{Max}(\Re(Z_e))_{th}$	166,9	98,51	55,27	37,13	27,31	18,01
$\text{Max}(\Re(Z_e))_{exp}$	199	110,2	77,72	47,95	38,55	22,04

Tableau II. Variations théoriques et expérimentales de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique en fonction de la charge capacitive ajoutée,

2.3.2- Contrôle en utilisant une capacité négative

a) Réalisation de la capacité négative: Description du circuit

L'étude d'une capacité négative associée à un matériau piézoélectrique a fait l'objet de nombreuses études liées à la problématique du contrôle de vibration [1, 2, 3]. Des patches piézoélectriques sont disposés à la surface d'une structure vibrante permettant la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique. Cette énergie électrique est ensuite aisément dissipée. La capacité négative permet alors d'augmenter le coefficient de couplage électromécanique et donc d'améliorer les performances du système en termes de réduction de vibration.

Dans toutes ces études, la capacité négative est réalisée à l'aide d'un circuit simple utilisant un amplificateur opérationnel (AOP) [4]. Ce type de montage fonctionne correctement en basses fréquences (quelques kHz) mais présente des gros problèmes de stabilité en plus hautes fréquences. Ces problèmes de stabilité sont principalement liés au fonctionnement en contre-réaction de l'AOP, le déphasage qui apparaît dans les hautes fréquences entre la sortie et l'entrée inverseuse de l'AOP entraîne sa saturation, il se transforme alors en oscillateur.

L'objectif de notre étude étant de contrôler la résonance piézoélectrique autour du MHz, nous avons choisi un autre type de montage basé sur un amplificateur opérationnel de rétroaction de courant (CFOA) [5]. Le CFOA est réalisé en utilisant le circuit intégré CCII+ (courant convoyeur de seconde génération [6]) associé à un amplificateur de gain unitaire (Figure 2.7).

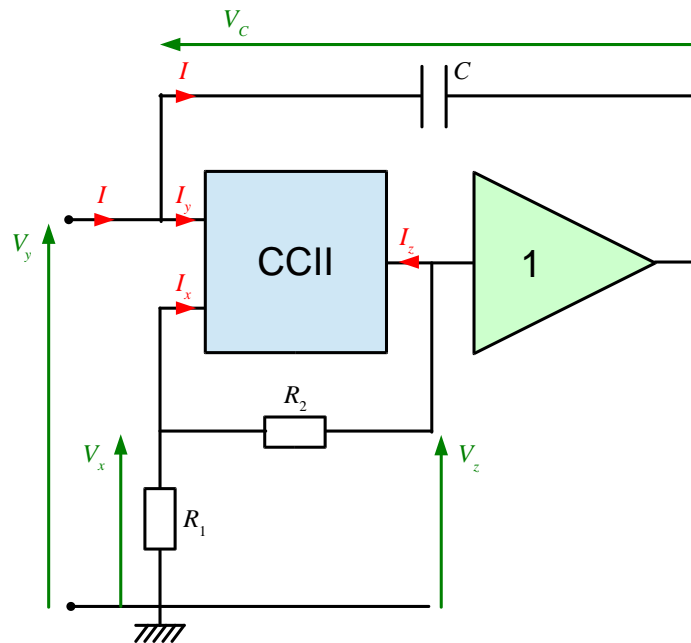


Figure 2.7. Schéma électrique simulant une capacité négative.

Le rôle du CCII+ est d'obtenir le gain en tension, alors que le courant traversant la capacité C (Figure 2.7) est délivré par l'amplificateur.

Les courants et tensions en entrée et sortie du CCII+ vérifient les relations suivantes :

$$\begin{cases} I_y = 0. \\ V_x = V_y. \\ I_z = I_x. \end{cases} \quad (2.1)$$

I_x et I_y sont les courants d'entrée et I_z le courant de sortie du CCII+, V_x et V_y sont les tensions associées.

La tension aux bornes de la capacité C s'écrit :

$$V_c = V_y - V_z = -\frac{R_2}{2R_1} V_y. \quad (2.2)$$

On en déduit l'expression du courant I à travers la capacité C :

$$I = j\omega C V_c = -j\omega C \frac{R_2}{2R_1} V_y. \quad (2.3)$$

L'impédance électrique d'entrée du circuit peut donc s'écrire :

$$Z_{in} = \frac{V_y}{I} = \frac{1}{j\omega C_{neg}}. \quad (2.4)$$

Où C_{neg} est la capacité négative simulée :

$$C_{neg} = -C \frac{R_2}{2R_1}. \quad (2.5)$$

b) Caractérisation expérimentale avec un circuit LC

Le circuit électrique présenté dans la Figure 2.7 doit permettre de simuler une capacité négative dans une gamme de fréquence voisine de 1 MHz. Afin de vérifier le domaine de validité en fréquence de ce circuit, nous connectons ce circuit en parallèle avec un résonateur passif composé d'une inductance L_1 et d'une capacité C_1 (Figure 2.8). Les valeurs des composants du circuit passif ($L_1 = 2 \mu\text{H}$, $C_1 = 20,8 \text{ nF}$) ont été choisies de sorte que la résonance électrique initiale se situe autour de 1 MHz, i.e. proche de la fréquence de résonance f_p en épaisseur de la plaque piézoélectrique seule. La fréquence de résonance f_{LC} du circuit LC résultant, avec $C = C_1 + C_{neg}$, est alors mesurée expérimentalement en évaluant la fréquence pour laquelle la tension V_s aux bornes du circuit LC est simultanément en phase avec la tension délivrée par le générateur et présente une amplitude maximale. La valeur de la capacité négative est alors aisément déduite :

$$C_{neg} = \frac{1}{L_1(2\pi f_{LC})^2} - C_1. \quad (2.6)$$

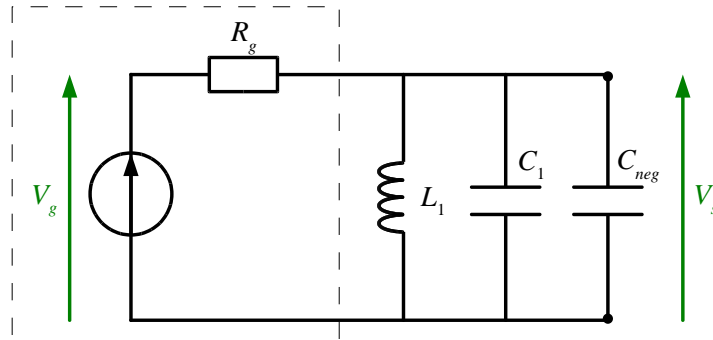


Figure 2.8. Caractérisation de la capacité négative avec un résonateur (L_1, C_1).

La Figure 2.9 montre la variation de la fréquence f_{L_1C} en fonction de la capacité C branchée dans le circuit électrique. En utilisant la relation (2.6) on peut évaluer la capacité négative effectivement réalisée par le montage. Sur la Figure 2.10 les valeurs de capacité négative théoriques (relation 2.5) et mesurées sont tracées en fonction de la capacité C .

On constate que la capacité mesurée expérimentalement ne correspond pas à celle attendue au-delà de $C \approx 15$ nF. Ce désaccord peut être expliqué par une altération du gain de l'amplificateur. Ce dernier n'arrive plus à fournir le courant nécessaire lorsque la capacité C augmente. La valeur de capacité négative maximale (en valeur absolue) atteinte est de l'ordre de 6,62 nF pour une capacité C de 19,5 nF. De plus, la capacité négative dépend des valeurs des résistances R_1 et R_2 (fixées initialement à 1 M Ω).

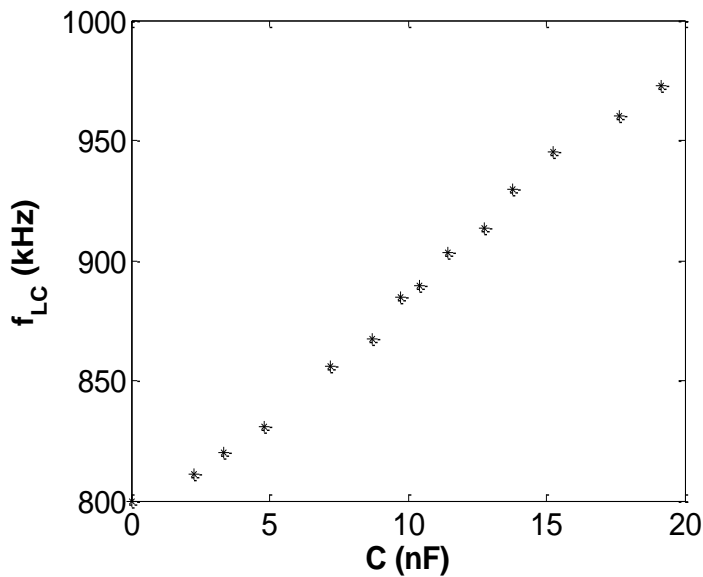


Figure 2.9. Variation de la fréquence f_{L_1C} du circuit en fonction de la capacité C .

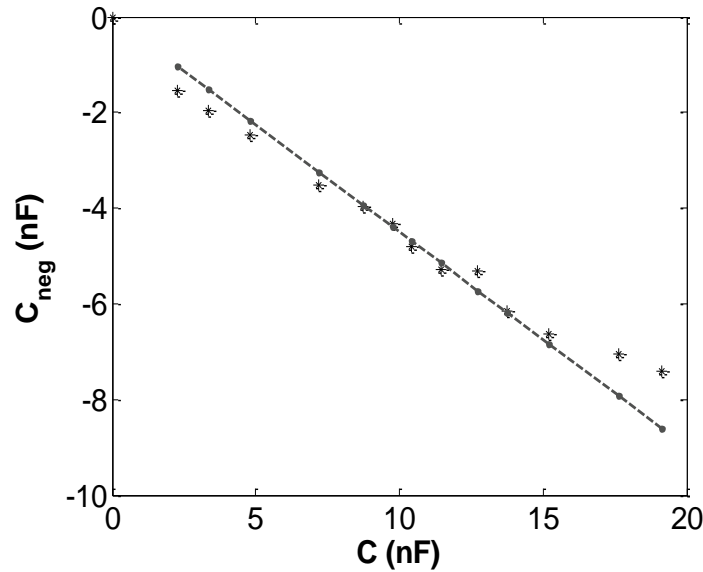


Figure 2.10. Capacité négative en fonction de la capacité C , Mesures expérimentales (*), valeurs théoriques (--).

2.3.3- Mesure de l'impédance électrique d'une plaque Pz27 chargée avec une capacité négative

Nous avons montré dans le premier chapitre que l'association d'une capacité négative en parallèle avec une plaque piézoélectrique provoque des variations importantes de la fréquence de résonance parallèle. Nous allons maintenant évaluer expérimentalement, sur des mesures d'impédance électrique, les variations de cette fréquence de résonance parallèle. Dans cette étude, les capacités négatives utilisées restent inférieures à la capacité bloquée de la plaque piézoélectrique (de l'ordre de 15 nF) de sorte que la capacité totale reste toujours positive. La Figure 2.11 donne les spectres d'impédance mesurés en circuit ouvert et pour différentes valeurs de capacité négative allant jusqu'à 6 nF qui représente 40% de la valeur de la capacité bloquée C_0 .

On constate, sur la partie réelle de l'impédance électrique (Figure 2.11 (a)), que la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique passe de 1,11 MHz à 1,27 MHz. Cette variation est accompagnée par une augmentation de l'amplitude de la partie réelle de l'impédance électrique à cette fréquence. Ce résultat est similaire à celui estimé dans le premier chapitre. On peut traduire l'évolution de l'amplitude du pic de résonance par une augmentation du coefficient de couplage effectif en présence de la capacité négative. Comme nous l'avons déjà vu au premier chapitre, la capacité négative, qui est un circuit actif, apporte des charges supplémentaires à la plaque piézoélectrique et amplifie ainsi l'effet piézoélectrique.

La Figure 2.11 (b) montre la partie imaginaire de l'impédance électrique. Le décalage de la fréquence de résonance parallèle ainsi que l'augmentation de l'amplitude est visible.

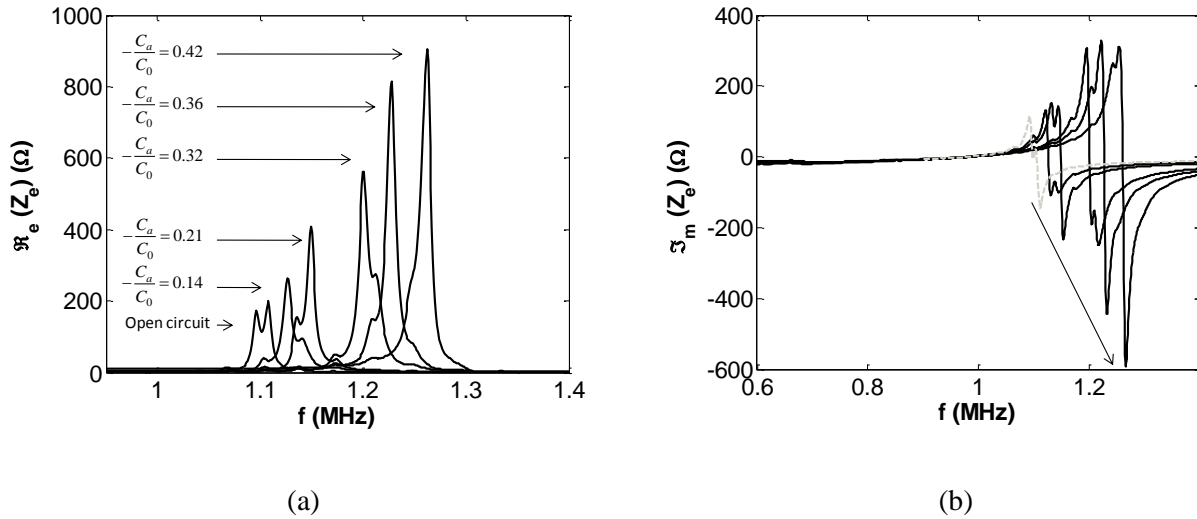


Figure 2.11. Impédance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique en fonction de la capacité négative ajoutée, (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

L'ajustement de la partie réelle de l'impédance électrique, en utilisant la relation (1.55) est présenté dans la Figure 2.12. On remarque que la position des maxima expérimentaux et théoriques diffère légèrement. Expérimentalement, on observe des couplages de la résonance d'épaisseur avec les modes latéraux. L'énergie se retrouve ainsi répartie dans les différents modes latéraux autour de la fréquence effective de résonance parallèle du circuit composé de la plaque piézoélectrique et de la capacité négative. L'accordabilité proposée dans la littérature est souvent présentée pour des capacités très faibles devant la capacité bloquée de l'échantillon piézoélectrique [7, 8, 9], elle est aussi présentée dans une gamme de fréquence de l'ordre du kHz [10, 11].

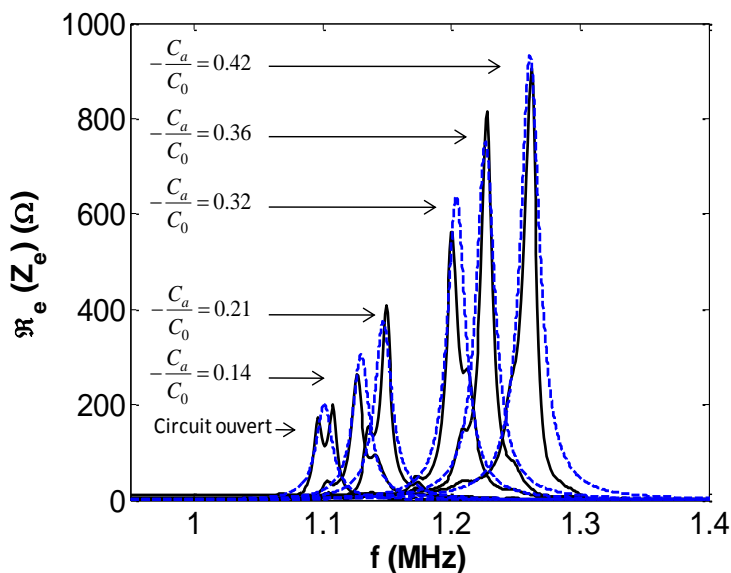


Figure 2.12. Partie réelle de l'impédance électrique en fonction des capacités négatives ajoutées. Expérience (noir) et théorie (la courbe pointillée bleue).

2.3.4- Discussion autour des paramètres effectifs

La détermination de la fréquence de résonance parallèle est faite par ajustement sur les courbes expérimentales d'impédance. Les fréquences mesurées sont données en fonction de la capacité C_a (Figure 2.13 (a)) dans le cas général où la capacité ajoutée est positive ou négative. À partir de cette fréquence de résonance parallèle équivalente, on peut calculer un coefficient de couplage équivalent au système (Pz27 et capacité associée en parallèle) en utilisant la relation (1.51) dans le chapitre 1 :

$$k_{teq} = \sqrt{\frac{\pi f_s}{2 f_{peq}} \cotan\left(\frac{\pi f_s}{2 f_{peq}}\right)}. \quad (2.7)$$

Avec

$$f_{peq} = f_s \left(1 + \frac{C_1}{2(C_0 + C_a)}\right). \quad (2.8)$$

La Figure 2.13 (b) montre la variation du coefficient de couplage équivalent en fonction de la capacité ajoutée. Une bonne concordance est constatée entre la mesure et l'évaluation analytique du coefficient de couplage. Ce coefficient de couplage diminue de 0,48 à 0,3 lorsque la capacité ajoutée est positive [12]. Si la capacité ajoutée est négative, le coefficient de couplage effectif augmente jusqu'à 0,67, soit une augmentation d'environ 40% de sa valeur lorsqu'aucune capacité n'est connectée.

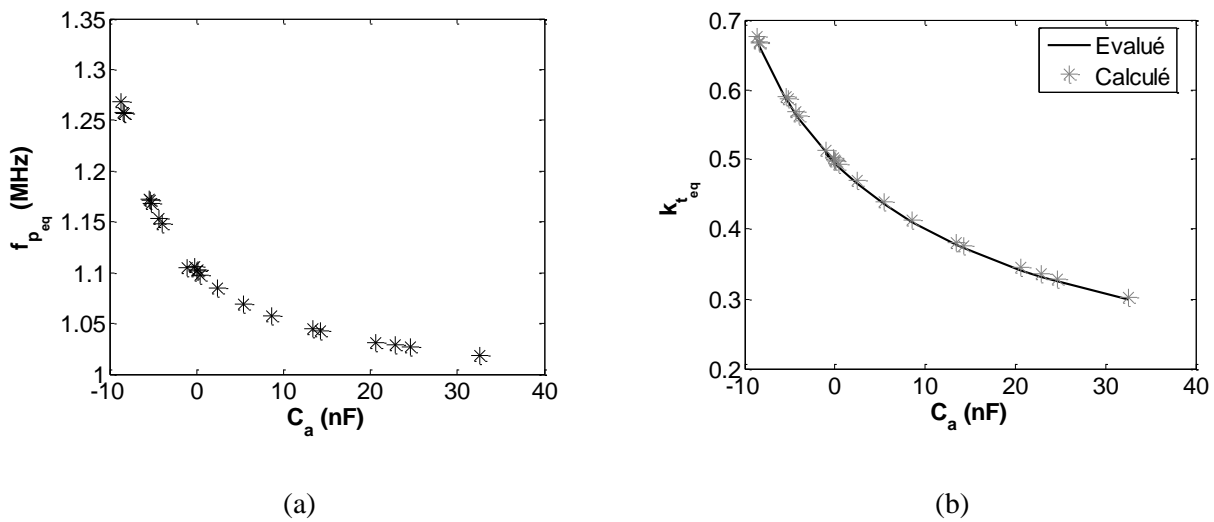


Figure 2.13. Variation avec la capacité ajoutée C_a , (a) de la fréquence parallèle, (b) du coefficient de couplage effectif.

2.4- Inductance associée en parallèle avec une plaque piézoélectrique

On s'intéresse au cas d'une charge inductive mise en parallèle avec une plaque piézoélectrique. Nous avons vu théoriquement qu'il existe une interaction entre le mode en épaisseur (résonance mécanique) dépendant des caractéristiques électriques de la plaque, et la résonance du circuit purement électrique composé de la capacité C_0 et de l'inductance L_a ajoutée en parallèle.

La valeur de l'inductance utilisée est un paramètre déterminant, comme l'illustrent les relevés d'impédance électrique (Figure 2.14). Sur la Figure 2.14 (a), la partie réelle de l'impédance est caractérisée par deux résonances. Pour les valeurs d'inductances étudiées comprises entre 2 μH et 36 μH , la première résonance correspond à la résonance électrique localisée à la fréquence $f_{L_a C_0} = 1/(2\pi\sqrt{L_a C_0})$. Si la fréquence est située suffisamment loin de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique (cas de $L_a = 36 \mu\text{H}$), la position de la fréquence de résonance parallèle f_p n'est alors pas affectée. En diminuant l'inductance ajoutée, la fréquence $f_{L_a C_0}$ augmente pour approcher la fréquence de résonance série f_s et la fréquence parallèle f_p se décale vers les hautes fréquences.

Sur la partie imaginaire de l'impédance électrique (Figure 2.14 (b)) on observe un effet inductif prédominant en basses fréquences. Pour une inductance donnée, la premier passage par zéro de la partie imaginaire correspond à la fréquence $f_{L_a C_0}$, le second représente la fréquence de résonance de la couche piézoélectrique f_s , le troisième passage à zéro permet de déterminer la fréquence f_p de la couche piézoélectrique.

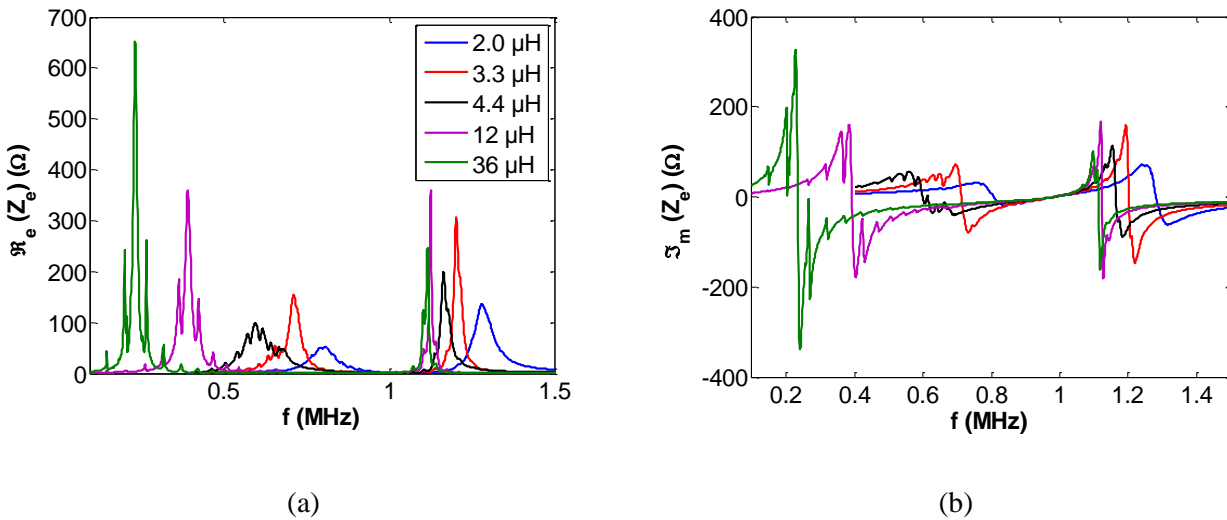


Figure 2.14. Impédance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique connectée à différentes inductances (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

L'allure des pics de résonance aux fréquences $f_{L_a C_0}$ sur la Figure 2.14 (a) montre que les inductances utilisées présentent des résistances internes différentes. En effet, ces résistances internes influent sur le coefficient de qualité $Q_c = 1/(2\pi R_{L_a} f_{L_a C_0} C_0)$ et donc la largeur de la résonance électrique.

La valeur de la résistance interne à la fréquence de résonance $f_{L_a C_0}$ est mesurée (partie réelle de l'impédance électrique de la charge inductive). Le Tableau III donne la valeur moyenne sur la gamme de fréquence étudiée de cette résistance interne pour trois inductances différentes. La Figure 2.15 montre une bonne concordance entre la simulation et la mesure. Le désaccord au niveau de l'amplitude à la fréquence de résonance est dû à la présence des modes latéraux de la plaque mais aussi à la précision sur la valeur estimée de la résistance associée à l'inductance, qui varie en réalité en fonction de la fréquence.

$(L_a, f_{L_a C_0})$	(36 μ H, 234 kHz)	(12 μ H, 392 kHz)	(4,37 μ H, 597 kHz)
$R_a(\Omega)$	4,4	0,3	3,7

Tableau III. Résistances internes des inductances estimées à la fréquence $f_{L_a C_0}$.

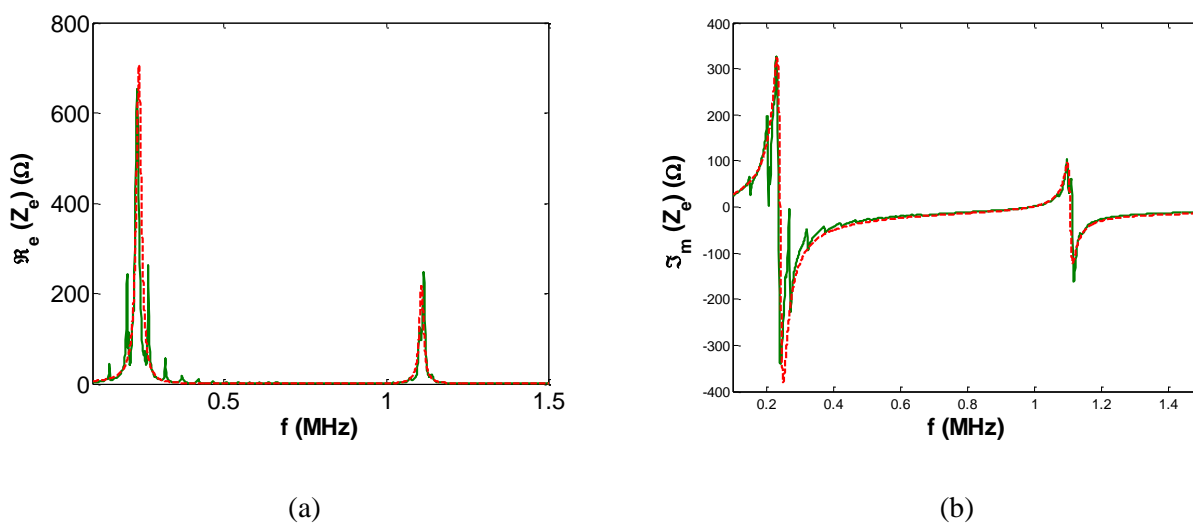


Figure 2.15. Impédance électrique pour une plaque piézoélectrique connectée à une inductance de 36 μ H, mesure (en vert), calcul (en rouge). (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

3- Mesures acoustiques par vibrométrie laser

Dans ce paragraphe, nous présentons une étude expérimentale de la vibration d'une plaque piézoélectrique afin d'évaluer l'influence d'une d'impédance électrique externe sur son comportement mécanique.

3.1 Dispositif expérimental

L'échantillon est une plaque mince de type Pz27. Les caractéristiques physiques de la plaque sont présentées dans le Tableau V. L'excitation de la plaque est réalisée électriquement en utilisant un générateur d'impulsion (Sofranel®) délivrant un signal impulsionnel de 400 V. La plaque est disposée de façon verticale sur des plots en mousse afin de se rapprocher au mieux des conditions aux limites acoustiques de bords libres (Figure 2.16). Le mode fondamental des ondes longitudinales dans l'épaisseur de la plaque piézoélectrique se situe autour de 1,1 MHz. Un interféromètre laser Polytec® OFV 505 est utilisé pour effectuer une mesure locale de la vitesse vibratoire hors plan à la

surface de la plaque. L'utilisation d'une mesure optique sans contact permet de ne pas modifier les conditions aux limites mécaniques et de rester dans des conditions expérimentales proches des mesures d'impédances électriques. Le décodeur utilisé pour le traitement des signaux mesurés permet de récupérer des signaux sur une gamme fréquentielle allant jusqu'à 1,5 MHz. Le dispositif expérimental prévoit également la connexion de charges électriques (capacité, inductance, ...etc) aux électrodes de la plaque piézoélectrique par le biais d'une plaque d'essai (Figure 2.17)

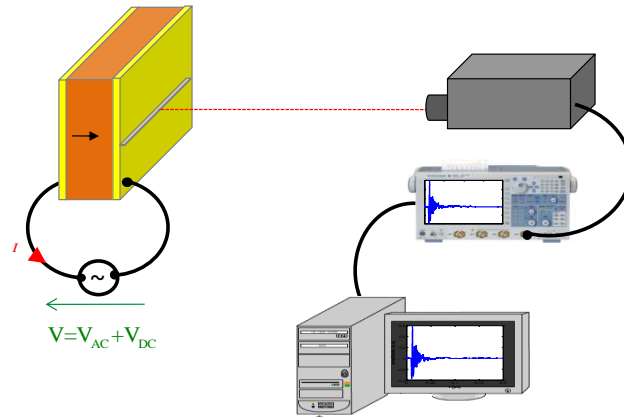


Figure 2.16. Dispositif de mesure par vibromètre laser sur un échantillon piézoélectrique

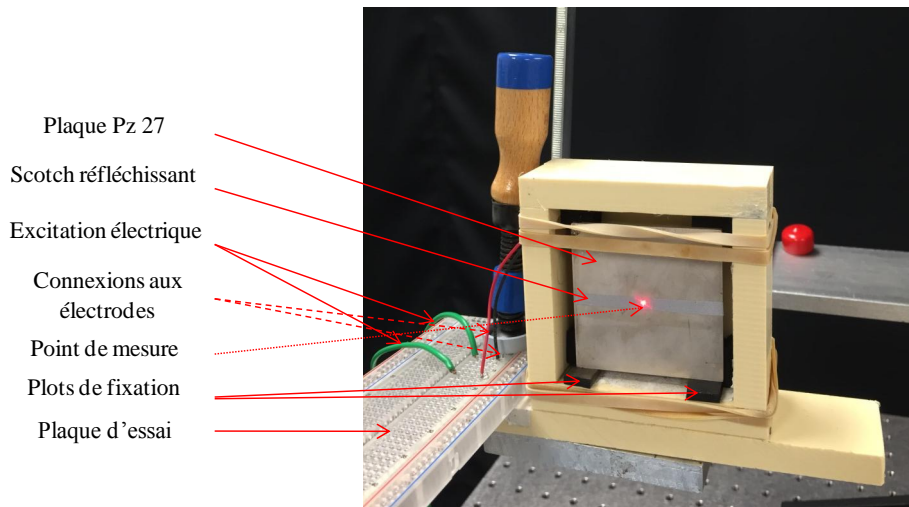


Figure 2.17. Photographie du support de la plaque piézoélectrique.

La mesure est effectuée en un point à proximité du centre de la plaque. Un film adhésif réfléchissant est disposé à la surface de l'échantillon afin d'améliorer le rapport signal/bruit de la mesure.

h (mm)	c_{33}^D (GPa)	c_{13}^D (GPa)	c_{55}^D (GPa)
1,98	158	87,5	20

Tableau IV. Caractéristiques physiques de la plaque piézoélectrique.

3.2- Mesure sur une plaque piézoélectrique seule

La première mesure est réalisée pour des conditions aux limites électriques de type circuit ouvert sur la plaque piézoélectrique. La Figure 2.18 présente la réponse temporelle de la plaque ainsi que sa transformée de Fourier. Sur la réponse temporelle (Figure 2.18 (a)) le signal apparaît avec un retard d'environ 0,02 ms, durée correspondant au temps de réponse de l'interféromètre. La Figure 2.18 (b) montre la transformée de Fourier du signal temporel. On distingue la résonance du mode en épaisseur autour de 1,1 MHz ainsi que de nombreux pics associés aux modes latéraux de la plaque piézoélectrique.

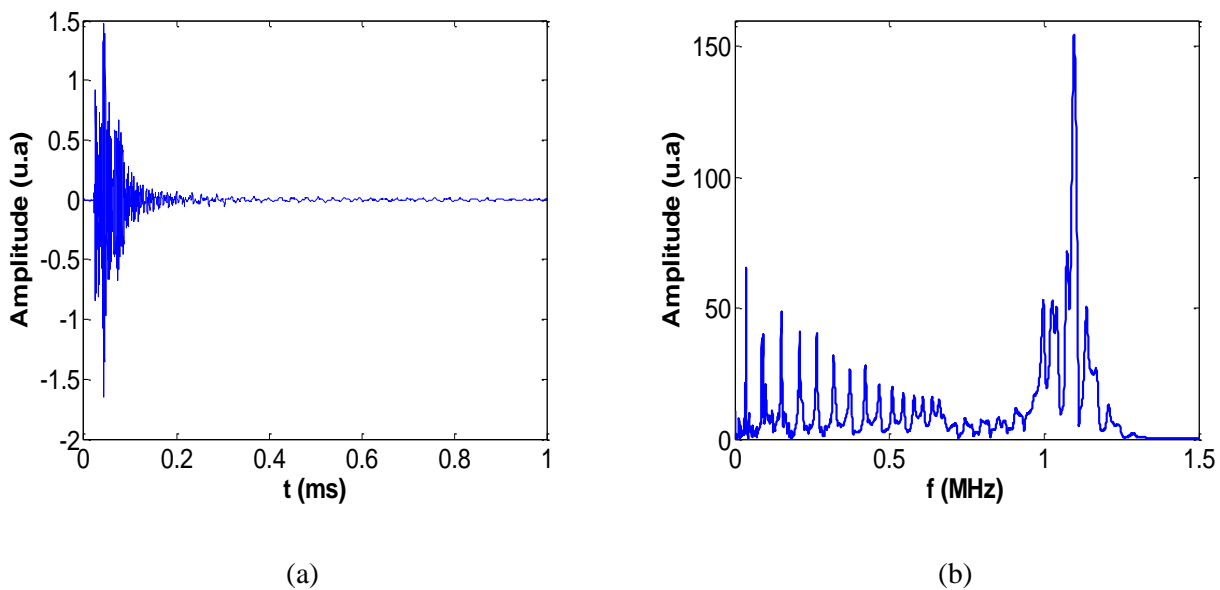


Figure 2.18. Mesure acoustique vibratoire de la plaque piézoélectrique en Pz27, (a) représentation temporelle, (b) représentation fréquentielle.

On remarque que les modes latéraux présentent une forte amplitude en basses fréquences. Cette amplitude décroît avec la fréquence et les pics disparaissent quasiment entre 0,65 et 0,97 MHz. L'augmentation de l'amplitude des modes latéraux entre 0,97 et 1,2 MHz est due à la présence du mode en épaisseur. Nous verrons au paragraphe 4 de ce chapitre comment le mode de résonance en épaisseur se couple aux modes latéraux.

La Figure 2.19 montre la correspondance entre la mesure acoustique et la mesure de l'impédance électrique autour du mode en épaisseur localisé à f_p (Figure 2.19 (a)) et en basses fréquences (Figure 2.19 (b)). On observe un très bon accord sur la position fréquentielle des pics. Par la suite, nous nous intéressons à l'influence des conditions aux limites électriques sur la mesure acoustique de vibrations de la plaque piézoélectrique.

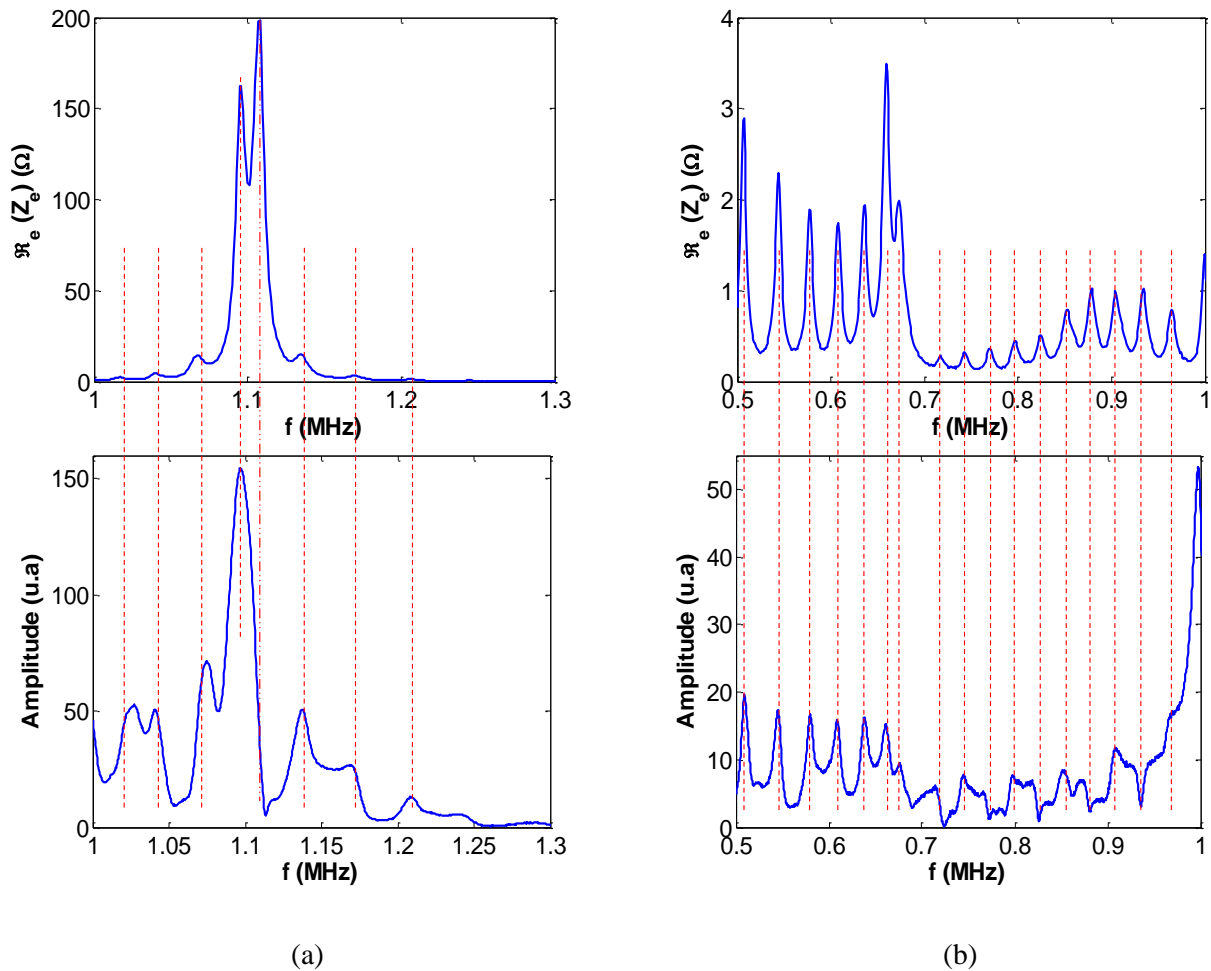


Figure 2.19. Comparaison entre la mesure de l'impédance électrique et la mesure acoustique en circuit-ouvert sur une plaque piézoélectrique, (a) autour de la première résonance du mode en épaisseur. (b) agrandissement autour des modes latéraux en dehors de la résonance en épaisseur.

3.3- Plaque piézoélectrique connectée à une capacité positive

Considérons une capacité positive branchée en parallèle avec la plaque piézoélectrique. La mesure est réalisée dans les mêmes conditions expérimentales que celles présentées dans le paragraphe précédent. Les transformées de Fourier des signaux mesurés pour différentes valeurs de la capacité ajoutée C_a sont présentées dans la Figure 2.20.

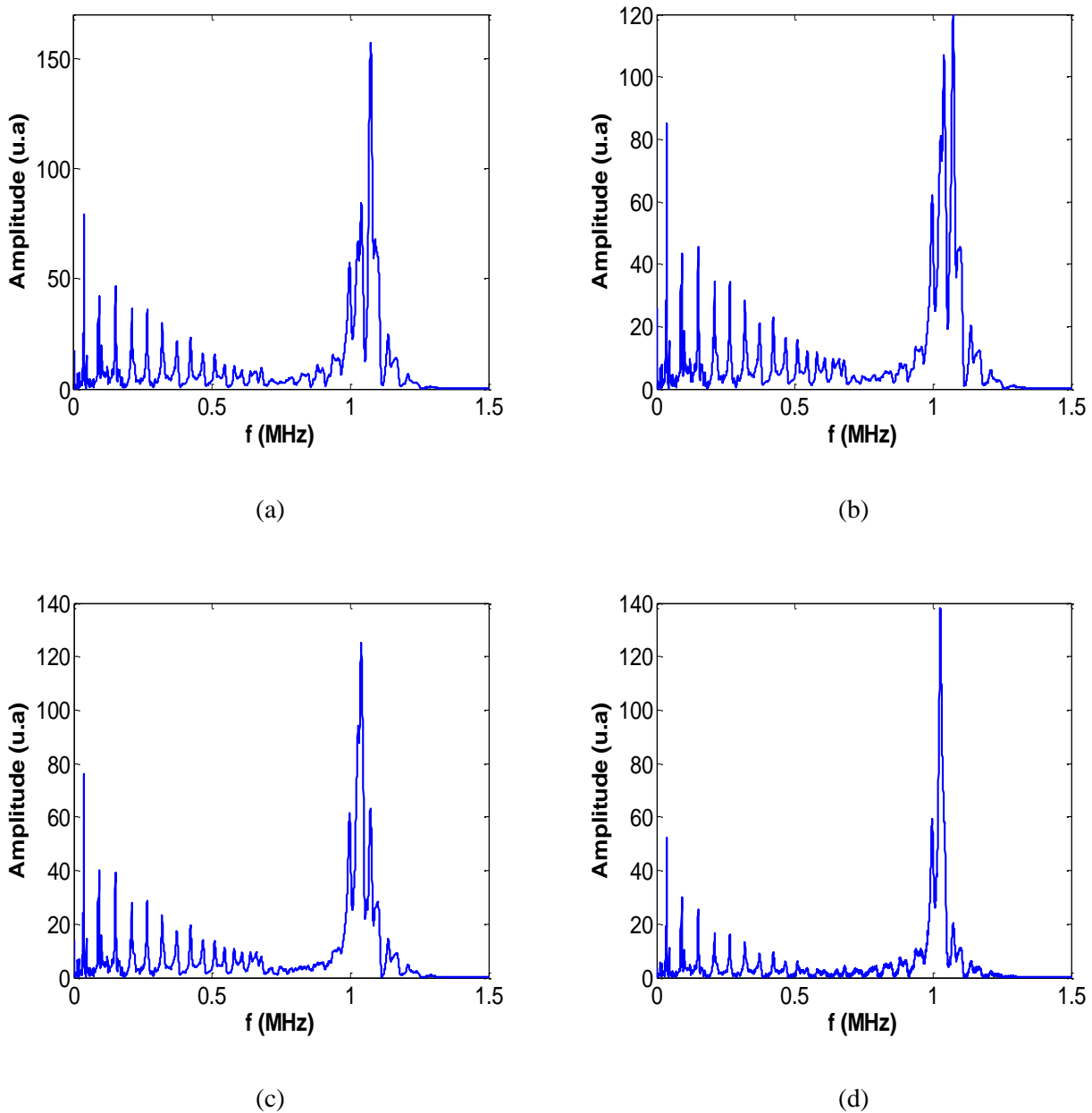


Figure 2.20. Mesure acoustique sur la plaque piézoélectrique en Pz 27 connectée à une capacité positive C_a , (a) $C_a = 4,70$ nF, (b) $C_a = 6,80$ nF, (c) $C_a = 10,0$ nF, (d) $C_a = 22,0$ nF.

On remarque que l'ajout d'une capacité positive à la plaque piézoélectrique se traduit par deux effets (Figure 2.20) : le premier est le décalage de la résonance acoustique vers les basses fréquences tel qu'il a été montré dans le premier chapitre. Ce décalage est limité par la fréquence de résonance série $f_s = 0,98$ MHz. Le second est illustré par la variation de l'amplitude des modes latéraux en fonction de la valeur de la capacité utilisée. Ces amplitudes sont réduites d'environ 50% lorsque la capacité ajoutée passe de 4,70 nF à 22,0 nF.

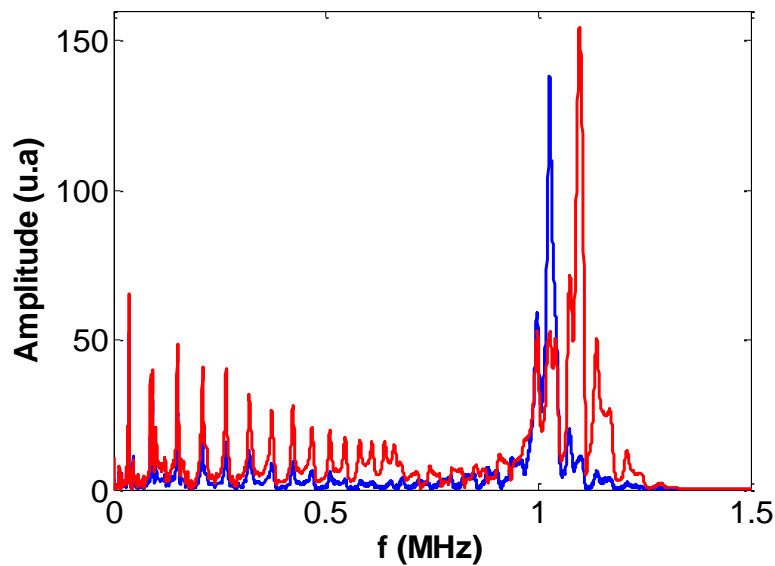


Figure 2.21. Mesure acoustique sur la plaque piézoélectrique en Pz27, en circuit-ouvert (en rouge), branchée en parallèle à une capacité $C_a = 22$ nF (en bleu).

La Figure 2.21 présente une comparaison des spectres obtenus à partir des relevés par vibrométrie laser sur la plaque piézoélectrique seule, et connectée à une capacité positive de 22 nF. La position en fréquence des modes latéraux est inchangée jusqu'à 0,7 MHz. En revanche, la résonance d'épaisseur est décalée vers les basses fréquences. Ce décalage correspond au passage de cette résonance d'épaisseur de la fréquence parallèle $f_p = 1,12$ MHz à la fréquence série $f_s = 1,01$ MHz.

La Figure 2.22 présente une comparaison entre la mesure acoustique et le relevé d'impédance électrique pour une capacité de 22 nF connectée à la plaque piézoélectrique. On constate que la résonance acoustique se situe exactement à la fréquence parallèle f_p obtenue sur l'impédance électrique. Dans ce cas on obtient le décalage maximal de la fréquence parallèle : $f_p = f_s$.

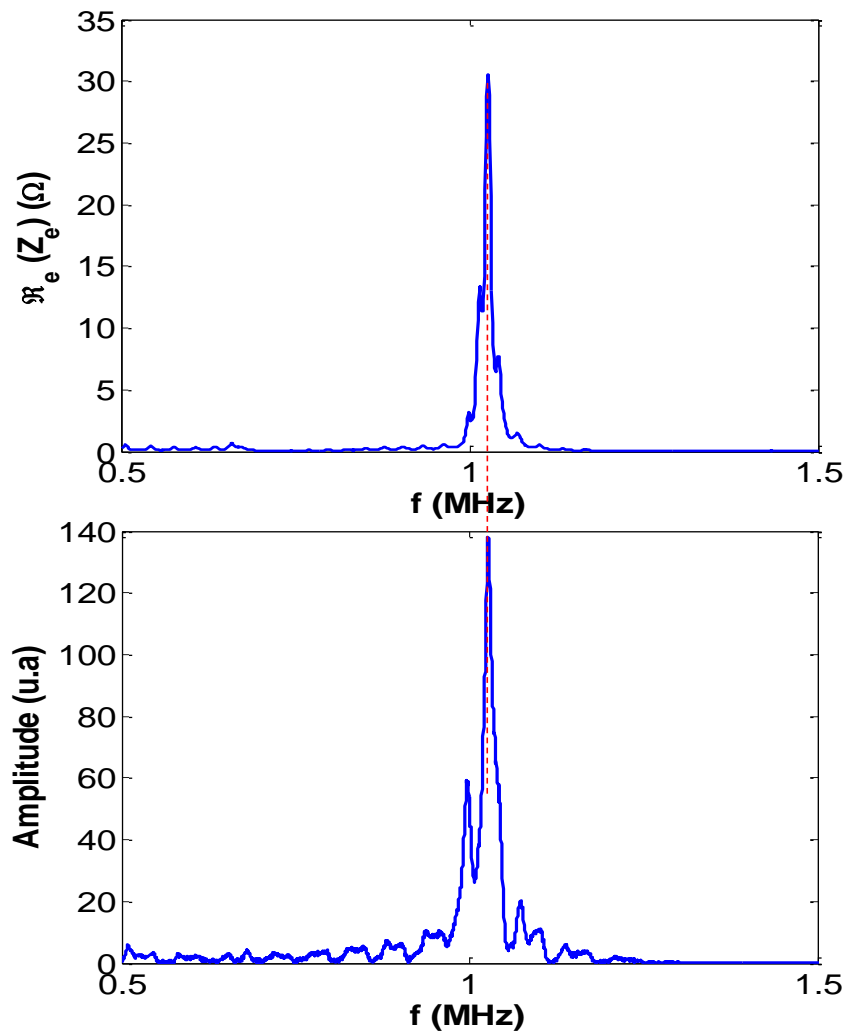


Figure 2.22. Comparaison entre la mesure acoustique et la mesure de l'impédance électrique sur une plaque piézoélectrique connectée à une capacité ajoutée $C_a = 22$ nF.

3.4- Plaque piézoélectrique connectée à une inductance

La mesure de la vibration de la surface de la plaque est maintenant réalisée sur une plaque piézoélectrique connectée à une charge inductive. Les Figures 23 (a) et (b) présentent les transformées de Fourier des réponses vibratoires de la plaque piézoélectrique, connectée respectivement à des inductances $L_a = 12,0$ μ H et $L_a = 36,0$ μ H. Sur la résonance en épaisseur, on constate une diminution de l'amplitude maximale de la transformée de Fourier lorsque l'inductance est plus élevée (Figure 2.23 (b)). En dehors de la résonance en épaisseur, les modes latéraux sont également affectés par la présence de la charge inductive. L'impact de la charge inductive est caractérisé par une augmentation relative de l'amplitude de ces modes latéraux autour de la fréquence de résonance du circuit électrique $L_a C_0$. Sur la Figure 2.23 (a), l'amplitude des modes latéraux augmente autour de 500 kHz, à la même fréquence sur la Figure 2.23 (b), l'amplitude des modes latéraux est fortement diminuée. Sur la Figure 2.23 (b) également, l'amplitude maximale en dehors de la résonance en épais-

seur se trouve autour de 200 kHz, ce qui correspond à la fréquence obtenue par l'inductance de 36 μH .

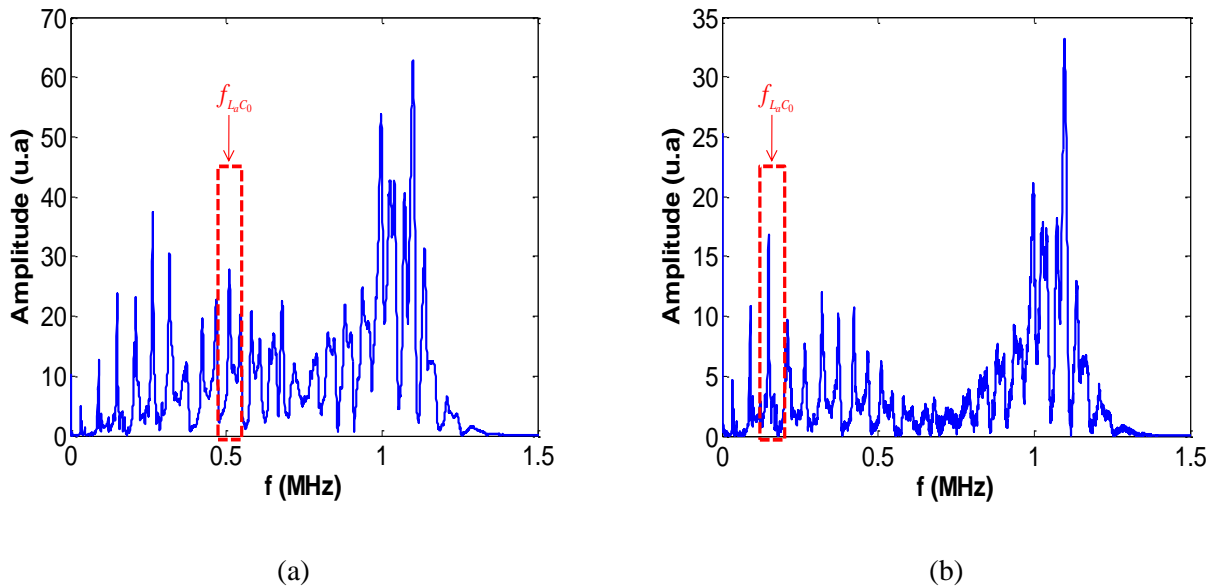


Figure 2.23. Transformée de Fourier de la mesure acoustique d'une plaque piézoélectrique connectée à, (a) $L_a = 12 \mu\text{H}$, (b) $L_a = 36 \mu\text{H}$.

4- Étude des modes latéraux

Dans le premier chapitre, le modèle 1D proposé ne prenait en compte que le mode de résonance en épaisseur et nous considérons les dimensions latérales de la plaque infinies. En réalité, les pics « parasites » observés tant sur les mesures acoustiques que sur les mesures d'impédances, montrent que des modes stationnaires s'établissent sur les dimensions latérales de la plaque. Ces modes sont liés à la présence d'ondes guidées dans la plaque appelées ondes de Lamb. L'Annexe 4 propose une étude théorique sommaire de ces modes dans une plaque piézoélectrique. Nous allons dans cette partie caractériser ces modes et essayer de comprendre leur influence sur l'accordabilité de la plaque piézoélectrique.

Nous utilisons toujours le dispositif expérimental présenté dans la Figure 2.17, mais le laser est maintenant positionné sur une translation motorisée permettant de suivre la propagation des ondes guidées dans la direction horizontale x (Figure 2.24). L'excitation de la plaque seule est toujours réalisée en imposant un signal électrique impulsionnel de 400 V sur les électrodes. La mesure est faite sur toute la longueur de la plaque (45 mm) avec un pas $dx = 0,1 \text{ mm}$. La Figure 2.25 (a) présente les signaux temporels obtenus où l'on observe le signal impulsionnel d'excitation à l'origine des temps quelle que soit la position x puisque les électrodes recouvrent la totalité de la plaque. Le mode de résonance en épaisseur est ensuite visible jusqu'au temps $t = 4 \mu\text{s}$, tandis que des ondes guidées apparaissent sur les bords de la plaque en $x = 2,5$ et $x = 47,5 \text{ mm}$ et font des allers-retours dans la longueur.

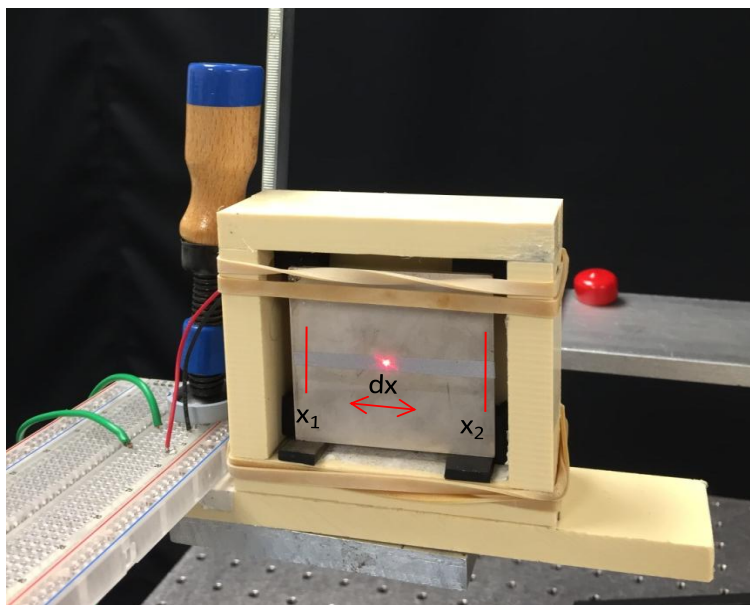
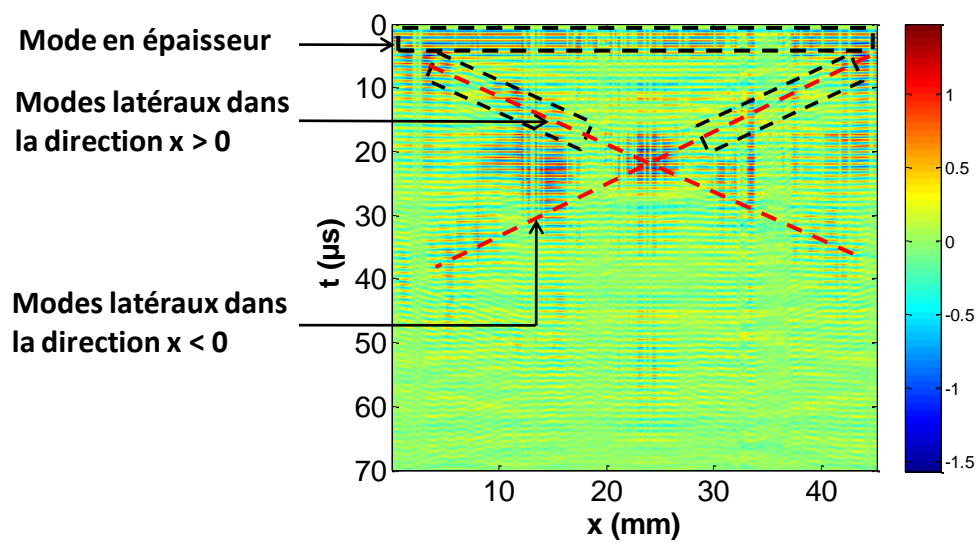
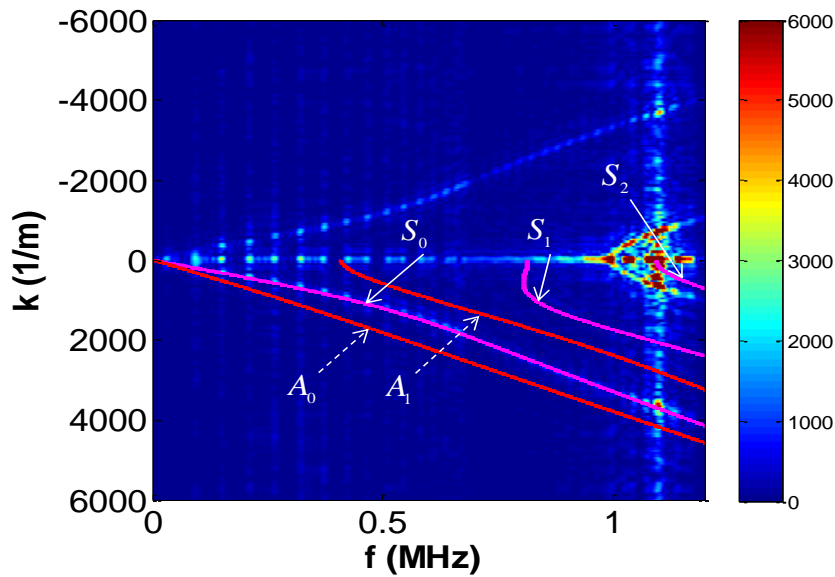


Figure 2.24. Dispositif expérimental utilisé pour les relevés acoustiques.



(a)



(b)

Figure 2.25. (a) Signaux temporels relevés en fonction de la position, (b) Courbes de dispersion des ondes de Lamb obtenues à partir des relevés expérimentaux sur la plaque piézoélectrique en circuit-ouvert. Courbes de dispersion analytiques, ondes symétriques (en magenta), ondes antisymétriques (en rouge).

Les signaux mesurés sont analysés en effectuant une double transformée de Fourier temporelle puis spatiale (Figure 2.25 (a)). La Figure 2.25 (b) représente les signaux dans l'espace nombre d'ondes en fonction de la fréquence. Sur cette image on distingue clairement la courbe de dispersion du mode S_0 se propageant dans la direction $x < 0$ ($k < 0$) et $x > 0$ ($k > 0$). Lorsque cette onde vérifie les conditions de stationnarité dans la longueur, un maximum apparaît. Ceci explique la répartition « en pointillé » du signal le long de la courbe de dispersion théorique. Pour $k = 0 \text{ m}^{-1}$, on observe des signaux correspondants à la propagation du mode S_0 suivant la direction Oy , c'est-à-dire la direction perpendiculaire à la ligne de mesure vibrométrique laser. Autour de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique ($f_p \approx 1,11 \text{ MHz}$), la résonance d'épaisseur est identifiée avec un nombre d'onde nul puisque ce mode est présent sur toute la plaque et ne se propage pas. Un mode guidé n'a pas pu être identifié autour de la résonance en épaisseur. Ce mode ne correspond pas à un mode de Lamb, et présente une énergie plus importante que celle associée au mode S_0 . Nous n'avons pas d'explication sur la présence de ce mode supplémentaire, qui pourrait être associé à une onde dont la polarisation n'est pas dans le plan sagittal de la plaque. Aucun mode antisymétrique n'est visible sur la Figure 2.25 (b). Ceci est lié au type d'excitation de la plaque qui favorise principalement la génération des modes symétriques.

La Figure 2.26 présente le spectre obtenu à partir d'une mesure ponctuelle de vibration au centre de la plaque en circuit ouvert et la représentation nombre d'onde/fréquence des signaux relevés dans la direction x . Les lignes rouges délimitent une zone pour laquelle l'onde S_0 est très dispersive. Entre les fréquences de 0,51 MHz et 0,68 MHz, on peut en effet noter que l'espacement entre les pics as-

sociés au mode S_0 est réduit. En dessous de 0,51 MHz, les pics sont espacés de façon régulière, le mode S_0 se propage à une vitesse constante proche de celles des ondes longitudinales (Annexe 4).

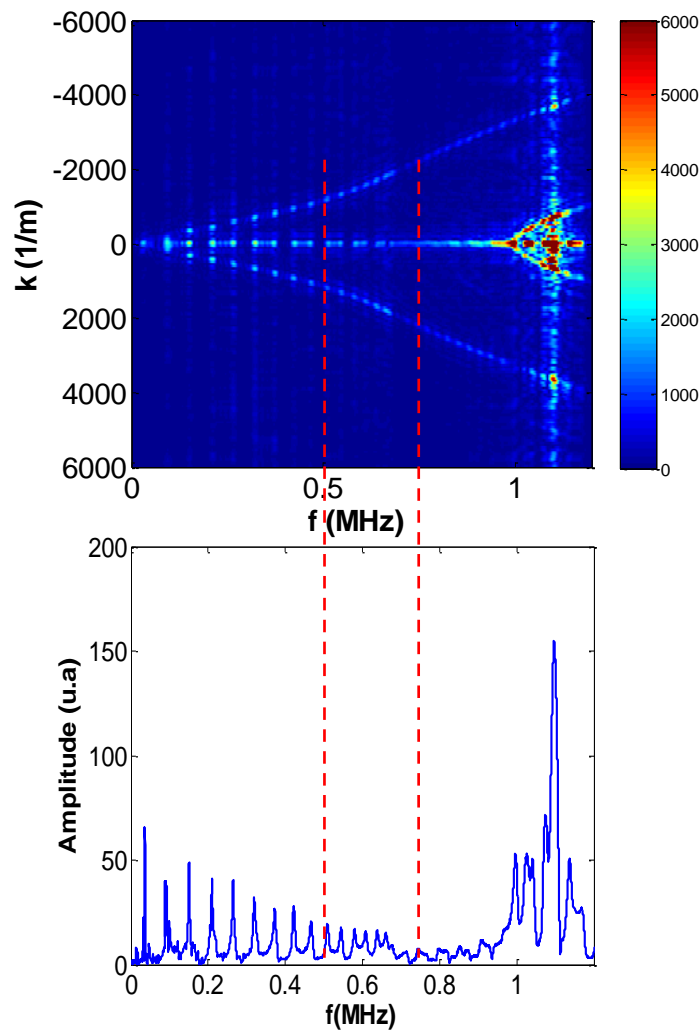


Figure 2.26. Comparaison entre la mesure acoustique au milieu de la plaque en circuit-ouvert et la structure de bandes des ondes de Lamb obtenues à partir des relevés expérimentaux. Les traits discontinus (en rouge) montrent la gamme de fréquence où l'onde S_0 change de vitesse de phase.

4.1- Effet d'une charge inductive sur les ondes de Lamb

La Figure 2.27 donne les relevés temporels en fonction de la position x obtenus par vibrométrie laser et ce lorsqu'une inductance est connectée à la plaque piézoélectrique. On peut y voir le mode en épaisseur s'établir ($t < 4 \mu s$), la propagation des modes latéraux dans la direction croissante de la position ($x > 0$), et les modes se propageant dans la direction ($x < 0$) issus de la réflexion des modes latéraux sur les bords de la plaque.

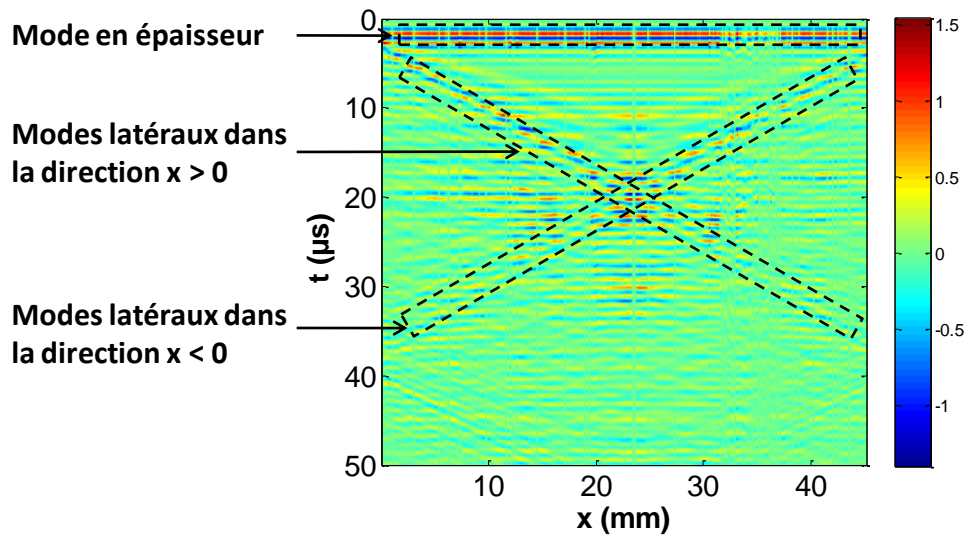
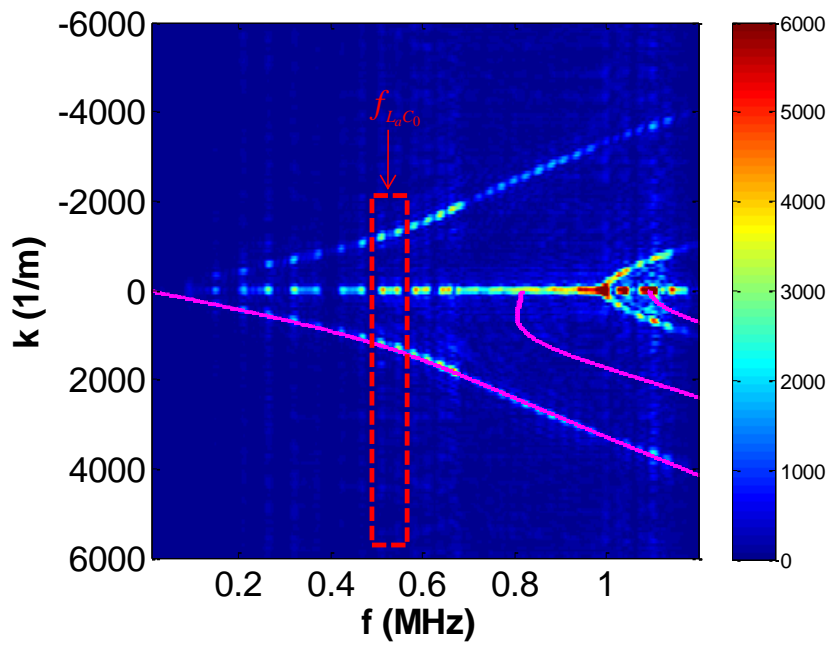


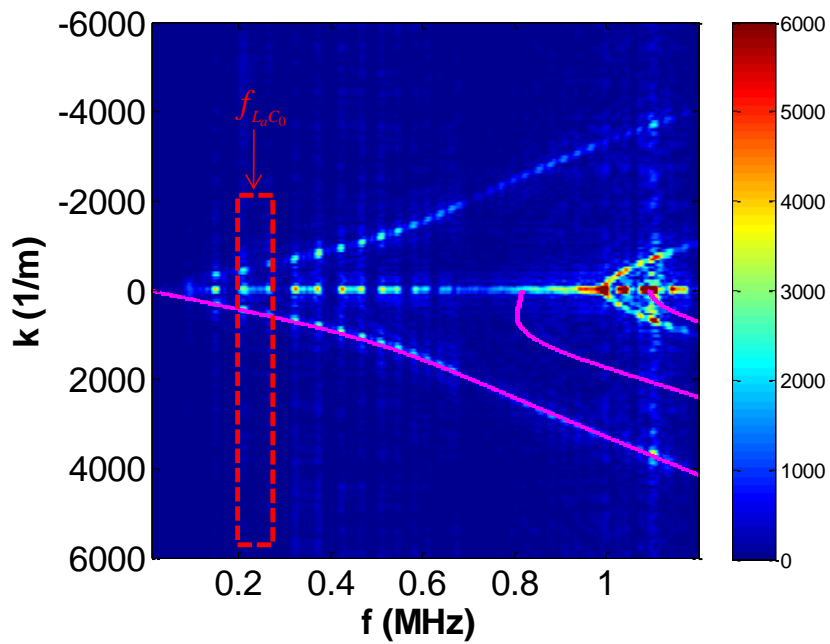
Figure 2.27. Relevés acoustiques en fonction de la position sur la plaque piézoélectrique connectée à une inductance de 12 μH .

Sur la Figure 2.28, les relevés acoustiques sont présentés dans l'espace des nombres d'ondes en fonction de la fréquence. On constate que les courbes de dispersion expérimentales, en connectant une inductance aux électrodes, sont identiques à celles obtenues analytiquement lorsque la plaque piézoélectrique est en circuit ouvert. L'inductance ne modifie donc pas la dispersion des ondes de Lamb. On observe, par contre, que l'amplitude de l'onde de Lamb S_0 est affectée par la présence de l'inductance. En effet autour de la fréquence de résonance électrique du circuit $L_a C_0$, le mode S_0 présente une amplitude maximum.

La Figure 2.28 (a), montre une augmentation des amplitudes de l'onde S_0 autour de 0,55 MHz pour une inductance de 4,7 μH . La Figure 2.28 (b) montre que ce maximum se décale autour de 0,25 MHz pour une inductance de 36 μH . Il existe donc bien un couplage entre la résonance électrique créée par le circuit $L_a C_0$ et les modes latéraux. Loin de la résonance d'épaisseur le couplage électromécanique se fait donc à travers les modes latéraux.



(a)

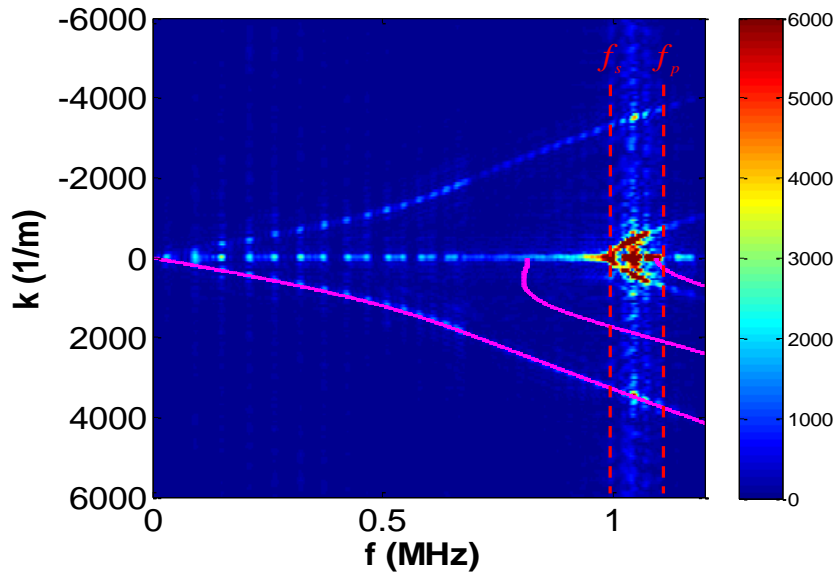


(b)

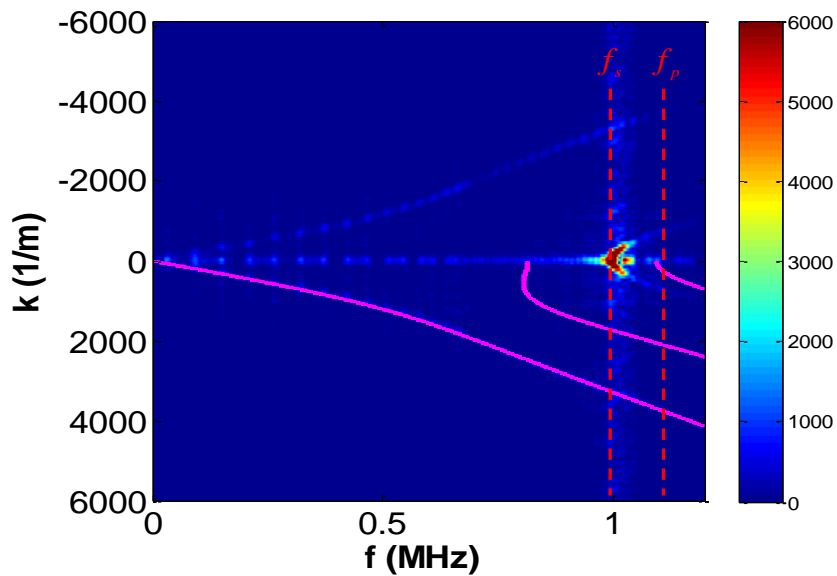
Figure 2.28. Courbes de dispersion des ondes de Lamb obtenues à partir des relevés expérimentaux sur la plaque piézoélectrique: (a) connectée à une inductance de $4,7 \mu\text{H}$ (fréquence $f_{L_a C_0} = 0,53 \text{ MHz}$ est indiquée en rouge), (b) connectée à une capacité de $36 \mu\text{H}$ (fréquence $f_{L_a C_0} = 0,25 \text{ MHz}$ est indiquée en rouge).

4.2- Effet d'une charge capacitive positive sur les modes de Lamb

Le cas d'une capacité positive connectée à la plaque piézoélectrique est considéré. Les relevés acoustiques sont présentés dans l'espace des nombres d'ondes en fonction de la fréquence (Figure 2.29).



(a)



(b)

Figure 2.29. Courbes de dispersion des ondes de Lamb obtenues à partir des relevés expérimentaux sur la plaque piézoélectrique, (a) connectée à une capacité de 10 nF, (b) connectée à une capacité de 44 nF. Les courbes de dispersion analytique des ondes symétriques sont superposées (en magenta). Les fréquences de résonance parallèle et série identifiées en circuit ouvert sont indiquées en rouge.

On constate encore une fois que la modification de l'impédance électrique externe n'apporte pas de modification dans les courbes de dispersion des modes symétriques. Cependant, les énergies associées aux différents modes sont nettement affaiblies par la présence de la charge capacitive. La composante à $k = 0$ visible autour de 1 MHz (Figure 2.29 (a)), représente le mode en épaisseur. Le mode en épaisseur, initialement présent à la fréquence parallèle f_p , se décale en basses fréquences pour atteindre la fréquence série f_s lorsque la capacité ajoutée devient importante devant la capacité C_0 (Figure 2.29 (b)). On remarque également que le mode non identifié autour de 1 MHz est amplifié.

5- Conclusion

Dans ce chapitre, une étude expérimentale sur le contrôle de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique est présentée. Nous avons vu que lorsqu'une capacité positive est connectée aux électrodes d'une plaque piézoélectrique, la fréquence de résonance parallèle de son mode en épaisseur diminue de sa valeur initiale pour atteindre la fréquence de résonance série f_s de la plaque isolée. La fréquence série f_s représente donc une limite de l'accordabilité par une capacité positive. Nous nous sommes intéressés par la suite à l'accordabilité en utilisant une capacité négative. Pour cela, nous avons présenté un dispositif électrique permettant de simuler une capacité négative, les valeurs de cette capacité sont de l'ordre de -8 nF pour des fréquences voisines du MHz.

Suite à la connexion de la capacité négative en parallèle avec la plaque piézoélectrique, la fréquence de résonance parallèle f_p du mode en épaisseur augmente vers les hautes fréquences. Ce décalage en fréquence et d'autant plus important que lorsque la capacité négative se rapproche de la capacité bloquée de la plaque isolée. La valeur maximale de la capacité négative utilisée avec la plaque piézoélectrique est de l'ordre de -6 nF, au-delà de cette valeur des problèmes d'instabilité sont rencontrés lors des mesures. Nous avons également démontré que la capacité négative engendre une augmentation significative du coefficient de couplage piézoélectrique effectif.

L'ajout d'une charge inductive offre également la possibilité d'augmenter la fréquence de résonance parallèle f_p . Dans notre cas, cette augmentation n'est significative que si l'inductance est de l'ordre de 2 μ H. L'ajout d'une charge inductive donne lieu à une résonance supplémentaire dans le spectre de l'impédance électrique. La position fréquentielle de cette nouvelle résonance est étroitement liée aux valeurs de l'inductance ajoutée. Nous avons démontré de façon expérimentale que l'avantage du contrôle par inductance est la possibilité de créer un pic de résonance en basses fréquences, et donc loin de la résonance du mode en épaisseur de la plaque isolée. À ce pic de résonance, la vibration de la plaque piézoélectrique est amplifiée. L'étude expérimentale électrique est complétée par une étude acoustique. Pour chaque configuration de contrôle présentée électriquement, des relevés vibratoires par vibrométrie laser sont réalisés sur la plaque piézoélectrique. La concordance entre les mesures acoustiques et électriques a été démontrée. Nous n'avons pas présenté une étude expérimentale de la vibration de la plaque connectée à une capacité négative. La difficulté dans ce cas est que la tension appliquée à la couche piézoélectrique ne doit pas être trop élevée (inférieure à 1 V) au risque d'endommager le circuit électrique simulant la capacité négative. À ces tensions, les niveaux vibratoires de du système sont trop faibles et ne permettent pas de déceler l'effet de la capacité négative sur la vibration mécanique.

Nous avons présenté également une étude portant sur les modes latéraux (ondes de Lamb) dans une plaque piézoélectrique, ainsi que l'impact des conditions aux limites électriques (capacité, inductance) sur la dispersion et l'amplitude de ces modes. Nous allons utiliser, dans la suite de ce document, les différentes méthodes de contrôle appliquées à une plaque piézoélectriques et ce dans le but de contrôler la propagation dans un empilement unidimensionnel de plaques piézoélectriques.

Références

- [1] N. W. Hagood and A. von Flotow, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks," *Journal of sound and vibration*, 146(2), pp. 243-268,1991.
- [2] C. Granger, A.-C. Hladky-Hennion, M. Phamthi, "On the efficiency of several active materials used vibration damping," *In Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1128-1131, 2006.
- [3] B. de Marneffe and A. Preumont, "Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment". *Smart Mater. Struct.* 17, 035015, 2008.
- [4] T. L. Rhye, "An improved Interpretation of Mason's Model for Piezoelectric Plate Transducers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.*,vol. 25, no. 2, pp. 98-103, 1978.
- [5] A. Lahiri, M. Gupta, "Realization of grounded negative capacitance using CFOAs," *Circuits Syst. Signal Process*, 30: 143–155, 2011.
- [6] A. Sedra, K. Smith, "A second-generation current conveyor and its applications," *IEEE transaction on circuit theory*, pp. 132-134, 1970.
- [7] B. S. Beck, K. A. Cunefare and M. Collet, "The power output and efficiency of a negative capacitance shunt for vibration control of a flexural system". *Smart Mater. Struct.* 22, 065009, 2013.
- [8] H. Kodama, M. Date, K. Yamamoto, E. Fukada, "A study of sound shielding control of curved piezoelectric sheets connected to negative capacitance circuits," *Journal of sound and vibration*, 311, pp : 898-911, 2008.
- [9] M. Kodejška, P. Mokřý, V. Linhart, J. Václavík and T. Sluka, "Adaptive vibration suppression system: An iterative control law for piezoelectric actuator shunted by a negative capacitor," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.*,vol. 59, no. 12, pp. 2785-2796, 2012.
- [10]J. T. M. Van Beek and R. Ouers, "A review of MEMS oscillators for frequency reference and timing applicaion," *J. Micromech. Microeng.*, 22, 013001, 2012.
- [11]H. Ji, J. Qiu, P. Xia and H. Nie, "Energy conversion and performance of switched-voltage control based on negative capacitance with arbitrary switching frequency," *Smart Mater. Struct.* 17, 035015, 2008.
- [12]A. V. Mezheritsky, "A Method of "Weak Resonance" for Quality Factor and coupling Coefficient Measurement in Piezoelectrics," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.*,vol. 52, no. 11, pp. 2120-2130, 2005.

Chapitre 3 :

Couche piézoélectrique insérée dans un multicouche

1- Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique insérée entre deux milieux de caractéristiques élastiques différentes, pouvant être constitué d'une succession de couches infinie, passives ou actives. Nous nous intéressons au cas général d'une plaque piézoélectrique insérée entre deux milieux de caractéristiques élastiques différentes, pouvant être constitué d'une succession de couches infinie, passives ou actives. L'objectif est alors de décrire l'influence d'une modification de ces milieux sur l'impédance électrique vue par la couche piézoélectrique. Ainsi celle-ci permet d'étudier la propagation des ondes acoustique dans un empilement périodique fini de plaques piézoélectriques.

L'objectif d'ajouter un chargement acoustique sur une plaque piézoélectrique est de fabriquer un composite dont on peut contrôler ses fréquences de résonances [1]. On retrouve l'utilisation des empilements de couches piézoélectriques dans la conception de nouveaux transducteurs en jouant sur la polarisation des couches actives [2]. La connectivité des électrodes dans un multicouche piézoélectrique modifie sa réponse acoustique [3], la position des électrodes dans le multicouche joue un rôle important dans la transmission des ondes acoustiques [4]. Le contrôle des résonances peut être réalisé en appliquant une tension de polarisation sur les couches piézoélectriques afin de décaler ses fréquences de résonance [5,6], aussi sur les transformateurs piézoélectriques [7]. Les multicouches piézoélectriques sont également étudiés afin de contrôler les coefficients de qualité de leurs résonances [8,9], ce qui pourrait avoir des applications potentielles en imagerie médicale [9]. Ainsi, ces structures sont utilisées pour viser la propagation de plusieurs types d'ondes: de volume [8-9] où de surface [10], leur utilisation est alors en tant que milieu de propagation, où en contact avec une structure vibrante [11].

2- Impédance de charge d'une plaque piézoélectrique

Lorsqu'une plaque piézoélectrique est en contact avec un milieu passif son impédance électrique peut être calculée en utilisant le modèle de Mason [12] tel qu'il a été présenté dans le chapitre 1 (§2.4). L'onde acoustique résonant dans l'épaisseur de la couche piézoélectrique se couple avec le milieu passif, donnant lieu à des modes supplémentaires visibles sur le spectre de l'impédance électrique.

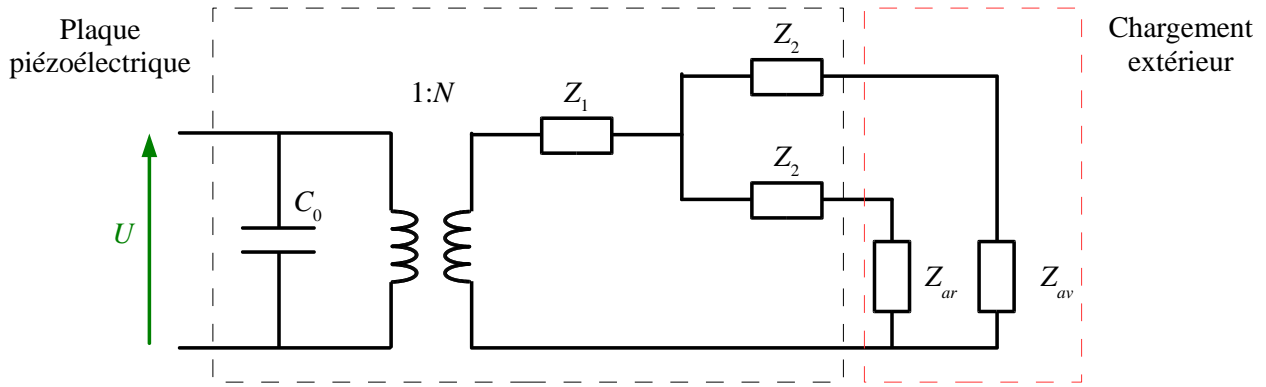


Figure 3.1. Modèle de Mason pour une plaque piézoélectrique vibrant selon son mode en épaisseur chargée par deux milieux de propagation d'impédances acoustiques Z_{av} et Z_{ar} .

Ainsi, l'impédance électrique varie selon la nature des impédances Z_{av} et Z_{ar} . Dans la suite du document, nous discutons les cas de chargements contenant des milieux actifs.

2.1- Ajout de substrats passifs

Concernant le cas de charges « passives », c'est-à-dire de matériaux non piézoélectriques, les impédances acoustiques ramenées aux électrodes Z_{av} et Z_{ar} (Figure 3.2) dans l'expression de l'impédance électrique sont ajoutées. L'expression de l'impédance électrique pour cette configuration a été établie par Zhang et al [7] et Naik et al [14], à partir des impédances acoustiques ramenées aux bornes de l'élément piézoélectrique.

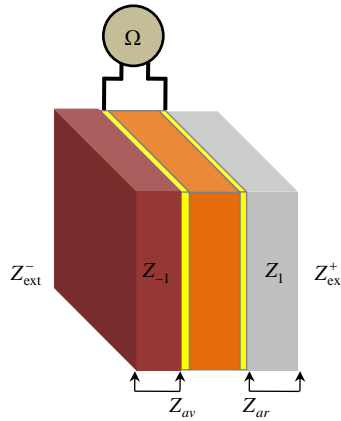


Figure 3.2. Plaque piézoélectrique au sein d'un empilement de plaques passives.

Les expressions des impédances ramenées sont :

$$\begin{cases} Z_{av} = Z_{-1} \frac{Z_{ext}^- + Z_{-1} \text{th}(\theta_{-1})}{Z_{-1} + Z_{ext}^- \text{th}(\theta_{-1})} \\ Z_{ar} = Z_{+1} \frac{Z_{ext}^+ + Z_{+1} \text{th}(\theta_{+1})}{Z_{+1} + Z_{ext}^+ \text{th}(\theta_{+1})} \end{cases} \quad (3.1)$$

où θ_{-1} et θ_{+1} représentent le produit du nombre d'onde et l'épaisseur dans chacun des milieux passifs.

L'impédance électrique de la plaque en tenant compte des milieux acoustiques l'entourant est donnée par :

$$Z_e = \frac{1}{j\omega C_0} \left(1 - k_t^2 \frac{\tan(\theta)}{\theta} \Phi(Z_{av}, Z_{ar}) \right). \quad (3.2)$$

où

$$\Phi(Z_{av}, Z_{ar}) = \frac{(z_{ar} + z_{av}) \cos^2(\theta) + j \sin(2\theta)}{(z_{ar} + z_{av}) \cos(2\theta) + j(1 + z_{ar}z_{av}) \sin(2\theta)}. \quad (3.3)$$

avec $z_{av} = Z_{av}/Z_p$ et $z_{ar} = Z_{ar}/Z_p$, Z_p étant l'impédance acoustique du matériau piézoélectrique. L'expression de l'impédance électrique (3.2) pour un substrat passif est donc obtenue en considérant les champs de déplacements et de contraintes dans chaque couche passive. L'impédance acoustique pour un milieu passif, dans une direction de propagation donnée, est constante et obtenue en calculant le rapport entre la contrainte et la vitesse vibratoire en chaque point de la structure.

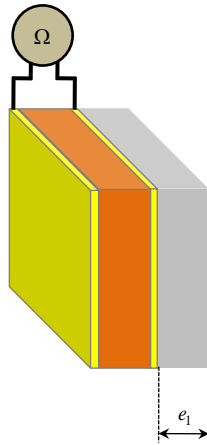


Figure 3.3. Plaque piézoélectrique chargée par une couche passive.

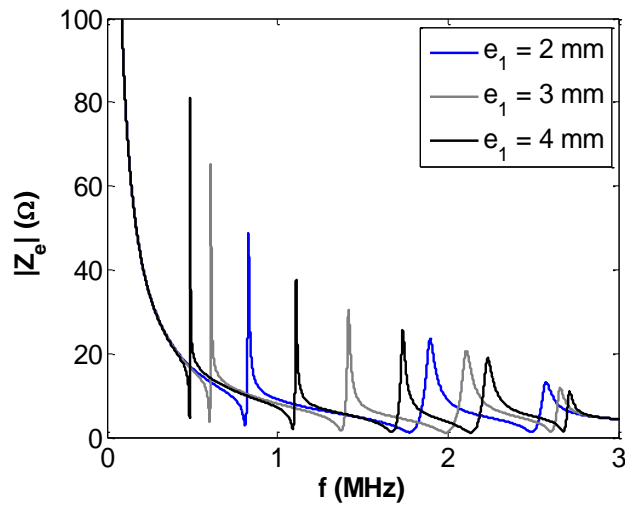


Figure 3.4. Impédance électrique du Pz26 pour différentes épaisseurs du substrat.

La Figure 3.4 montre la variation de l'impédance électrique du Pz26 lorsqu'on ajoute à la plaque piézoélectrique une seule couche d'impédance acoustique Z_1 . On constate l'apparition de résonances associées au substrat en basse fréquences et leurs harmoniques, avec une modification de la position de la fréquence parallèle du Pz26 initialement autour de 2,26 MHz. Chaque résonance dans le spectre de l'impédance électrique représente une bande passante. L'utilisation de cette modélisation de l'impédance électrique n'est possible que lorsque les milieux adjacents sont passifs. Nous étudions par la suite le cas de milieux actifs [15].

2.2- Ajout de couches actives

Dans le cas de milieux actifs de part et d'autre de la couche piézoélectrique étudiée, les équations de la piézoélectricité (1.1) montrent que le rapport entre la contrainte et la vitesse n'est pas constant. L'identification de l'impédance électrique sur la couche piézoélectrique nécessite une approche incluant les effets liés à l'aspect actif des lignes à retard. Le modèle que nous proposons prend également en compte la présence de conditions aux limites électriques sur les couches actives. Nous pourrions donc considérer par exemple que les couches piézoélectriques sont reliées à des impédances électriques.

Considérons un empilement de N couches Figure 3.3, ce dernier est constitué d'une alternance de plaques piézoélectriques et passives. La propagation des ondes acoustiques est étudiée uniquement selon z , c'est-à-dire selon le mode en épaisseur des plaques. Les dimensions latérales des plaques sont donc supposées infinies dans cette modélisation. Ceci signifie que nous ne prendrons pas en compte la présence des modes latéraux. De plus, l'épaisseur des électrodes est négligeable devant l'épaisseur des différentes couches.

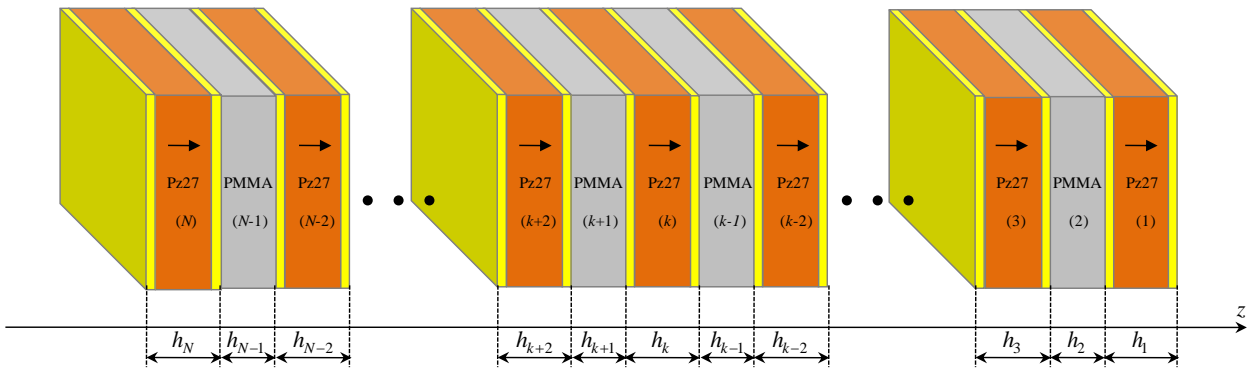


Figure 3.5. Structure multicouche étudiée, composée de N couches, PZT / plexiglas® (PMMA). Les couches piézoélectriques sont polarisées dans la même direction.

2.3- Modélisation générale l'impédance électrique

Pour chaque couche, l'équation de propagation des ondes acoustiques est écrite selon son mode en épaisseur, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial^2 u_3^{(n)}}{\partial t^2} = \frac{\partial T_3^{(n)}}{\partial z}. \quad (3.4)$$

Où $u_3^{(n)}$ et $T_3^{(n)}$ sont le champ de déplacement et le champ de contrainte selon l'épaisseur de la couche n . Le théorème de Gauss appliqué à chaque couche donne :

$$\frac{\partial D_3^{(n)}}{\partial z} = 0. \quad (3.5)$$

Les équations de la piézoélectricité écrites selon l'épaisseur de la plaque pour la couche n sont :

$$\begin{cases} T_3^{(n)} = c_{33}^{D,(n)} S_3^{(n)} - h_{33}^{(n)} D_3^{(n)}. \\ E_3^{(n)} = -h_{33}^{(n)} S_3^{(n)} + \beta_{33}^{S,(n)} D_3^{(n)}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Avec $T_3^{(n)}$ la contrainte et $E_3^{(n)}$ le champ électrique, $S_3^{(n)}$ et $D_3^{(n)}$ sont respectivement la déformation élastique et le déplacement électrique, respectivement. $c_{33}^{D,(n)}$, $h_{33}^{(n)}$ et $\beta_{33}^{S,(n)}$ sont les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques de la couche n .

Dans le cas des matériaux passifs (n impair), les équations (4.6) sont réduites uniquement à $T_3^{(n)} = c_{33}^{(n)} S_3^{(n)}$, l'effet diélectrique dans les couches passives étant négligé. Le déplacement dans la couche n est donné par (voir le chapitre 1) :

$$u_3^{(n)}(z) = \alpha_n e_n^{jk_n z} + \beta_n e_n^{-jk_n z}. \quad (3.7)$$

Où α_n et β_n sont les amplitudes des ondes et $k_n = \omega/v_n$ est le nombre d'onde associé à la couche n . Les conditions aux limites de la structure sont :

i) La continuité des contraintes aux interfaces entre les couches dont le numéro vérifie $n \in [1, N - 1]$ impose :

$$\begin{cases} T_3^{(n)}(h_n) = T_3^{(n+1)}(0). \\ u_3^{(n)}(h_n) = u_3^{(n+1)}(0). \end{cases} \quad (3.8)$$

ii) L'annulation de la contrainte aux extrémités de la structure :

$$\begin{cases} T_3^{(1)}(0) = 0. \\ T_3^{(N)}(h_N) = 0. \end{cases} \quad (3.9)$$

iii) Les conditions aux limites électriques sont formalisées via une charge électrique Z_a connectée aux électrodes des couches piézoélectriques (Figure 3.4).

La tension le long de l'épaisseur d'une plaque piézoélectrique n est $V^{(n)} = Z_a^{(n)} I^{(n)}$. Le courant $I^{(n)} = j\omega \Sigma D_3^{(n)}$ est calculé à partir du déplacement électrique et Σ la surface totale des électrodes.

Comme il a été vu dans la première partie, le déplacement électrique le long de l'épaisseur s'exprime par :

$$D_3^{(n)} = \frac{h_{33}^{(n)} (u_3^{(n)}(h_n) - u_3^{(n)}(0))}{\beta_{33}^{S,(n)} h_n \left(1 + \frac{Z_a^{(n)}}{Z_0^{(n)}}\right)} = \alpha^{(n)} \frac{u_3^{(n)}(h_n) - u_3^{(n)}(0)}{h_{33}^{(n)}} \quad (3.10)$$

où $Z_0^{(n)} = \beta_{33}^{S,(n)} h_n / (j\omega\Sigma)$ est l'impédance de la capacité bloquée de la couche n .

Grâce à cette expression, la contrainte dans chaque couche active est écrite sous la forme :

$$T_3^{(n)} = c_{33}^{D,(n)} S_3^{(n)} - \alpha^{(n)} (u_3^{(n)}(h_n) - u_3^{(n)}(0)). \quad (3.11)$$

Les conditions aux limites sont intégrés dans l'expression des contraintes par l'intermédiaire du paramètre $\alpha^{(n)}$.

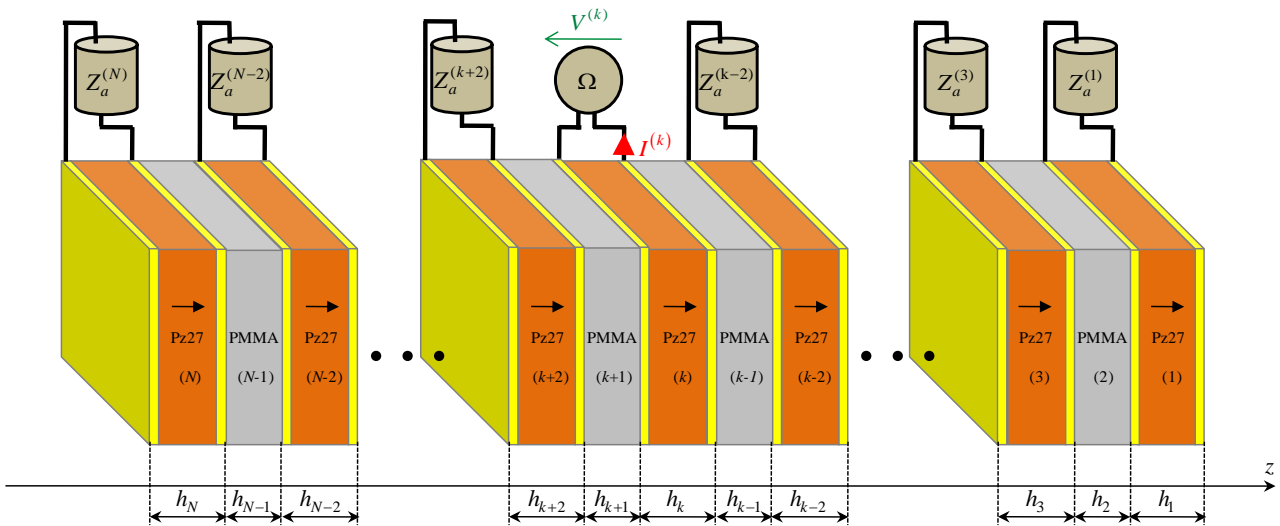


Figure 3.6. Conditions aux limites électriques sur les couches piézoélectriques de la structure, la mesure de l'impédance électrique est effectuée sur la couche piézoélectrique ($n = k$).

2.3.1- Calcul de l'impédance électrique de la première couche piézoélectrique

La détermination de l'impédance électrique est effectuée en déterminant les amplitudes des ondes dans chaque couche au sein de la structure. Pour cela, le système d'équations représenté par les conditions aux limites est :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_3^{(1)}(0) = 0. \\ T_3^{(1)}(h_1) = T_3^{(2)}(0). \\ u_3^{(1)}(h_1) = u_3^{(2)}(0). \\ T_3^{(2)}(h_2) = T_3^{(3)}(0). \\ u_3^{(2)}(h_2) = u_3^{(3)}(0). \\ \dots \\ T_3^{(n)}(h_n) = T_3^{(n)}(0). \\ u_3^{(n)}(h_n) = u_3^{(n)}(0). \\ \dots \\ T_3^{(N)}(h_N) = 0. \end{array} \right. \quad (3.12)$$

En reportant les expressions des champs de déplacement (4.7) dans chaque équation, le système devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} jk_1 c_{33}^{D,(1)} A_1 - jk_1 c_{33}^{D,(1)} B_1 = D_3^{(1)} h_{33}^{(1)}. \\ jk_1 c_{33}^{D,(1)} X_1(h_1) A_1 - jk_1 c_{33}^{D,(1)} Y_1(h_1) B_1 - jk_2 c_{33}^{D,(1)} X_2(0) A_1 + jk_2 c_{33}^{D,(1)} Y_2(0) B_1 = D_3^{(1)} h_{33}^{(1)}. \\ e^{jk_1 h_1} A_1 + e^{-jk_1 h_1} B_1 - A_2 - B_2 = 0. \\ jk_1 c_{33}^{D,(2)} X_2(h_2) A_2 - jk_1 c_{33}^{D,(2)} Y_2(h_2) B_2 - jk_2 c_{33}^{D,(3)} X_3(0) A_3 + jk_2 c_{33}^{D,(3)} Y_3(0) B_3 = 0. \\ e^{jk_2 h_2} A_2 + e^{-jk_2 h_2} B_2 - A_3 - B_3 = 0. \\ \dots \\ jk_n c_{33}^{D,(n)} X_n(h_n) A_n - jk_n c_{33}^{D,(n)} Y_n(h_n) B_n - jk_{n+1} c_{33}^{D,(n+1)} X_{n+1}(0) A_{n+1} + jk_{n+1} c_{33}^{D,(n+1)} Y_{n+1}(0) B_{n+1} = 0. \\ e^{jk_n h_n} A_n + e^{-jk_n h_n} B_n - A_{n+1} - B_{n+1} = 0. \\ \dots \\ jk_N c_{33}^{D,(N)} X_N(h_N) A_N - jk_N c_{33}^{D,(N)} Y_N(h_N) B_N = 0. \end{array} \right. \quad (3.13)$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} X_n(z) = e^{jk_n z} - \frac{\alpha^{(n)}}{jk_n c_{33}^{D,(n)}} (e^{jk_n h_n} - 1). \\ Y_n(z) = e^{-jk_n z} + \frac{\alpha^{(n)}}{jk_n c_{33}^{D,(n)}} (e^{-jk_n h_n} - 1). \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Le système d'équations est écrit ici en considérant l'impédance électrique sur la première couche de l'empilement, les autres couches étant connectées à une charge électrique notée $Z_a^{(n)}$.

Pour établir son expression pour une couche se trouvant au sein de l'empilement, il suffit de remplacer l'expression de la contrainte par $T_3^{(k)} = c_{33}^{D,(k)} S_3^{(k)} - h_{33}^{(k)} D_3^{(k)}$ si la couche pour laquelle l'impédance est évaluée est de rang k . Les éléments non nuls du second membre sont localisés dans les expressions des contraintes impliquant les paramètres de propagation associés à la couche k .

Le système linéaire peut s'écrire sous la forme :

$$[M] [AB] = D_3^{(1)} h_{33}^{(1)} [SM]. \quad (3.15)$$

Avec

$$\begin{cases} [AB] = [A_1 B_1 A_2 B_2 \dots A_N B_N]^t. \\ [SM] = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^t. \end{cases} \quad (3.16)$$

Ainsi, les amplitudes A_1 et B_1 pour la première couche sont retrouvées par inversion de la matrice $[M]$. Elles s'expriment en fonction du déplacement électrique $D_3^{(1)}$:

$$\begin{cases} A_1 = c_1 D_3^{(1)}. \\ B_1 = c_2 D_3^{(1)}. \end{cases} \quad (3.17)$$

Où c_1 et c_2 sont des constantes déterminés après inversion de la matrice $[M]$.

2.3.2- Généralisation

Si la mesure de l'impédance est effectuée sur la couche k , les amplitudes de la couche k s'expriment par :

$$\begin{cases} A_k = c_k D_3^{(k)}. \\ B_k = c_{k+1} D_3^{(k)}. \end{cases} \quad (3.18)$$

L'impédance électrique de la première couche est $Z_e^{(k)} = V^{(k)} / I^{(k)}$, où $(V^{(k)}, I^{(k)})$ sont les tension et courant électriques associés à la première couche. La tension s'obtient en utilisant le champ électrique dans la couche (k) :

$$V^{(k)} = - \int_0^{h_1} E_3^{(k)} dz = h_{33}^{(k)} (u_3^{(k)}(h_k) - u_3^{(k)}(0)) - h_3 D_3^{(k)} \beta_{33}^{S,(k)}. \quad (3.19)$$

En remplaçant le déplacement acoustique dans la couche (k) par son expression (3.7) dans l'expression de la tension (3.19), et en exprimant le courant électrique par $I^{(k)} = j\omega \Sigma D_3^{(k)}$, on obtient :

$$Z_e^{(k)} = \frac{h_{33}^{(k)} (c_1 (e^{jk_1 h_k} - 1) + c_1 (e^{-jk_1 h_k} - 1) - h_k \beta_{33}^{S,(k)})}{j\omega \Sigma}. \quad (3.20)$$

$Z_e^{(k)}$ est l'expression de l'impédance électrique calculée pour la couche k . Elle dépend du chargement acoustique de la première couche et des conditions aux limites électriques considérées sur les autres couches actives.

3- Mesures expérimentales

3.1- Empilement de couches passives et actives

Un empilement de plaques piézoélectriques de type Pz26 et des plaques passive en PMMA est représenté dans la Figure 3.5. Le contact entre les différentes interfaces des plaques est assuré par un gel couplant (Sofranel[®] SWC). Les caractéristiques physiques des différentes plaques sont résumées dans le Tableau I.

	h (mm)	L (mm)	w (mm)
PMMA [®]	4,130	60	40
Pz26	1,113	50	25

Tableau V. Caractéristiques géométriques des plaques.

c_{33} (GPa)	ρ (kg/m ³)	v_l (m/s)	δ_m (%)
8,6	1142	2744	0,28

Tableau VI. Propriétés mécaniques des plaques PMMA.

c_{33}^D (GPa)	ρ (kg/m ³)	v_l (m/s)	δ_m (%)
158	7700	4523	0,8
h_{33} (GV/m)	β_{33}^S	δ_e (%)	
4,130	161,4	0,1	

Tableau VII. Propriétés physiques des plaques piézoélectriques Pz26.

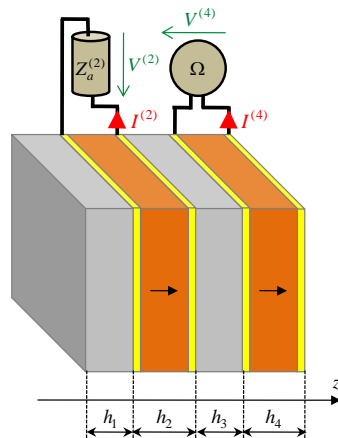


Figure 3.7. La mesure de l'impédance électrique est effectuée sur la couche piézoélectrique ($n = 4$), la couche piézoélectrique ($n = 2$) étant connectée à une impédance Z_a .

La mesure de l'impédance électrique est réalisée avec un analyseur d'impédance Z-Check 16777k. Trois types de conditions aux limites électriques sont considérées sur la plaque piézoélectrique ($n = 2$), le premier cas suppose des conditions électriques de type circuit ouvert ($Z_a \rightarrow \infty$). La mesure de l'impédance électrique est effectuée sur la couche active ($n = 2$).

3.1.1- Circuit ouvert : $Z_a \rightarrow \infty$

Les résultats analytiques et expérimentaux obtenus pour l'impédance électrique sont représentés dans la Figure 3.8. La Figure 3.8 (a) montre les résultats pour la partie réelle de l'impédance électrique de la couche ($n = 2$). Le maximum de cette courbe est observé autour de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique isolée ($f_p \approx 2,26$ MHz), c'est à dire où l'effet piézoélectrique prend place ($f_p = v_l^{(2)}/(2h^{(2)})$). Le couplage entre le mode en épaisseur de la plaque piézoélectrique ($n = 2$) est les plaques passives est observé dans le domaine fréquentiel [2 – 2,5 MHz]. C'est dans cette gamme de fréquence que le couplage électromécanique est le plus important. Des pics secondaires sont présents dans le spectre d'impédance. Ils sont reliés aux résonances harmoniques des plaques passive en PMMA séparées par un intervalle fréquentiel $\Delta f_{\text{PMMA}} = v_l^{(1)}/(2h^{(1)})$ estimée autour de 0,33 MHz. Sur la Figure 3.8 (b) la partie imaginaire de l'impédance électrique est présentée. On distingue clairement l'effet capacitif de la plaque piézoélectrique couplé à la résonance piézoélectrique autour de f_p . On observe également la présence de résonances supplémentaires dont les caractéristiques sont identiques à celles trouvées dans la partie réelle.

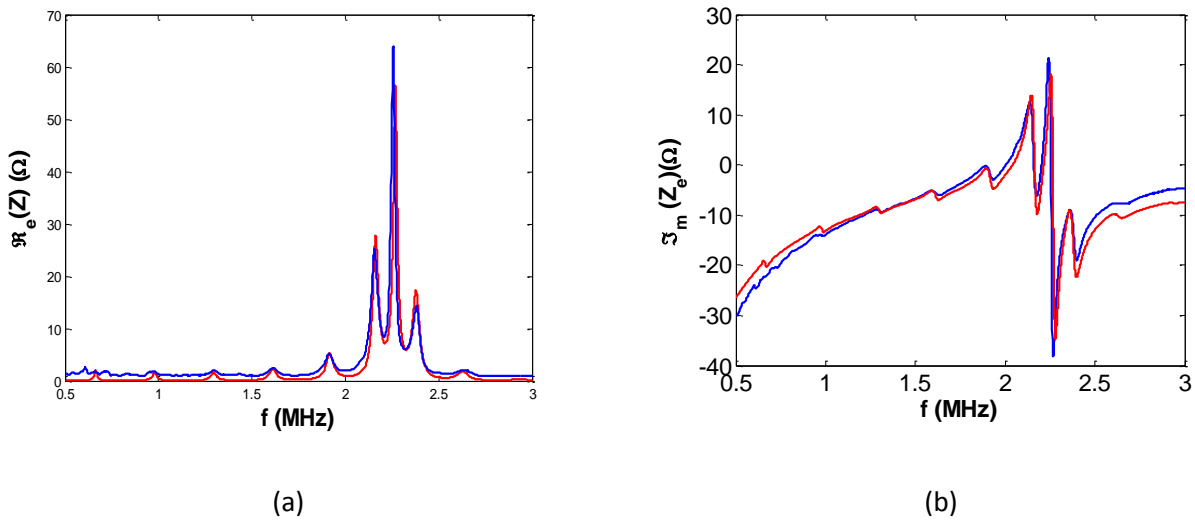


Figure 3.8. Impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 2$) avec $Z_a \rightarrow \infty$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge), (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

3.1.2- Court-circuit : $Z_a \rightarrow 0$

Le second cas suppose des conditions aux limites de type circuit fermé ($Z_a \rightarrow 0$) sur la couche ($n = 4$). La mesure de l'impédance électrique est effectuée sur la couche ($n = 2$). Les courbes d'impédance électrique sont représentées dans la Figure 3.9 (a) et (b). Sur la partie réelle de l'impé-

dance électrique Figure 3.9 on retrouve le maximum de l'impédance électrique autour de la fréquence f_p . L'amplitude de la partie réelle est par contre plus faible : environ 8Ω de différence que pour le cas du circuit ouvert. En dehors de la gamme de fréquences [2-2,5 MHz], les résonances associées aux plaques PMMA se trouvent dans la même position. Dans cette gamme de fréquences, les amplitudes des modes du PMMA sont fortement modifiées. On observe également la présence d'une résonance très proche de 2 MHz, qui n'existe pas dans le cas du circuit ouvert. Cette modification des positions des résonances dans le spectre de l'impédance électrique implique une modification de la phase des coefficients de réflexion et de transmission au niveau des interfaces. Les mêmes constatations sont faites sur la partie imaginaire de l'impédance électrique Figure 3.9 (b). L'effet capacitif est toujours marqué avec la présence de résonances associées aux couches en PMMA et à l'effet piézoélectrique de la plaque.

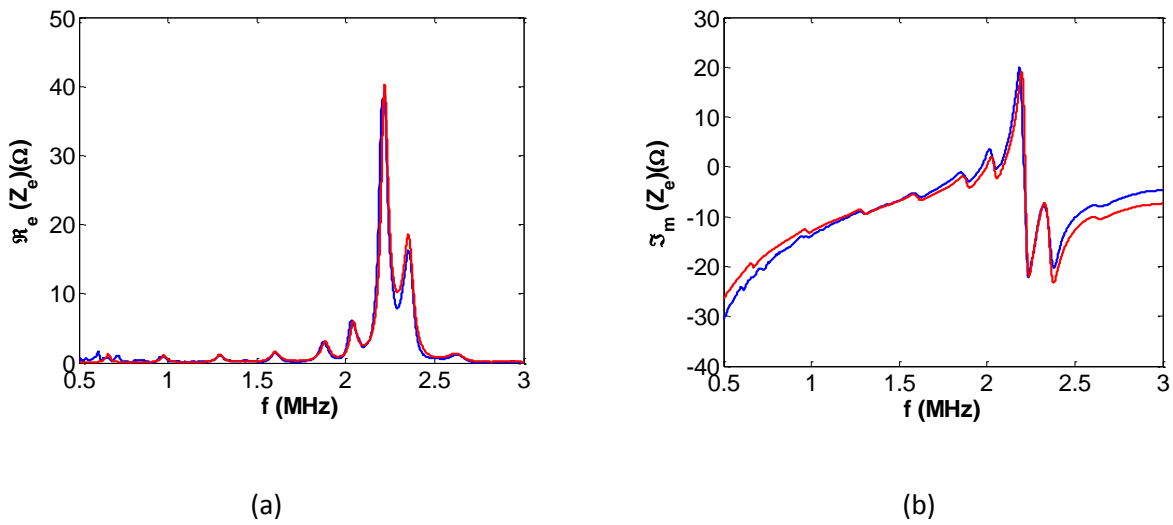


Figure 3.9. Impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 2$) avec $Z_a \rightarrow 0$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge), (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

3.1.3- Charge capacitive : $Z_a = 1/(jC_a\omega)$

Le dernier cas étudié pour cette structure est lorsqu'on impose une charge capacitive aux bords de la couche ($n = 4$). Ce cas est réalisé avec une capacité ajoutée $C_a = 9,4$ nF. Les résultats sont présentés dans le Figure 3.10 (a) et (b). Sur la partie réelle de l'impédance électrique, on constate que le maximum de l'impédance électrique autour de f_p , présente une amplitude plus importante que dans le cas du circuit fermé. Les modifications associées aux cas de la capacité C_a peuvent-être interprétées par un état intermédiaire entre le cas du circuit ouvert et le court-circuit. Si la valeur de la capacité ajoutée devient très grande devant la capacité bloquée C_0 de la couche ($n = 4$) alors cette dernière peut-être considérée électriquement en court-circuit.

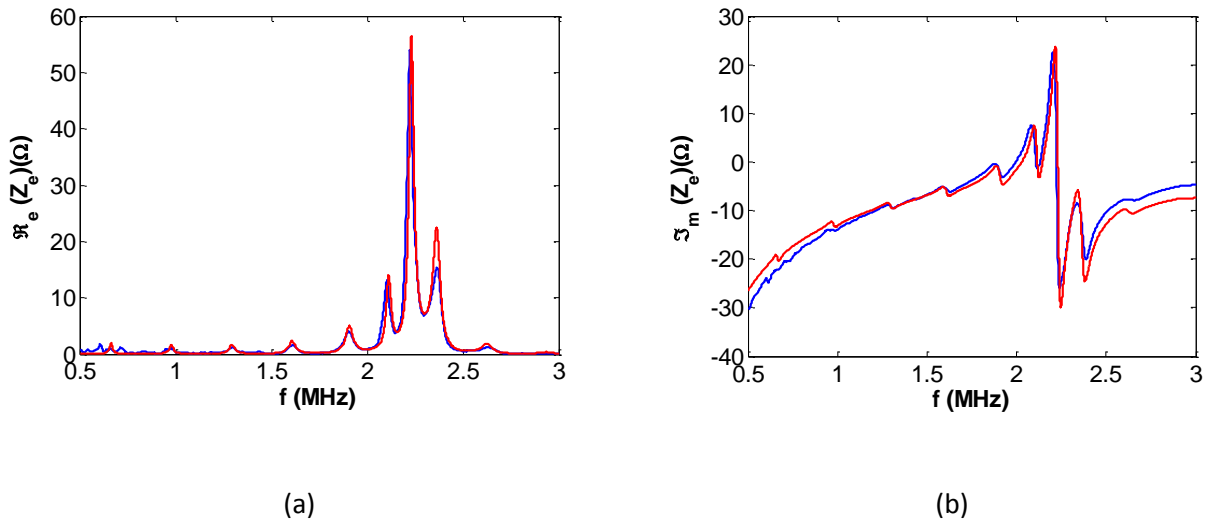


Figure 3.10. Impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 2$) avec $C_a = 9,4 \text{ nF}$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge), (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

3.2- Empilement exclusivement piézoélectrique

Dans ce cas, la structure étudiée est un empilement fini de couches piézoélectriques de type Pz27. Une couche fine en PMMA est néanmoins nécessaire afin d'éviter un éventuel contact entre les électrodes des couches piézoélectriques adjacentes. Un gel couplant est utilisé pour améliorer la transmission au niveau des interfaces. Cette nouvelle structure se rapproche du cas d'un empilement exclusivement piézoélectrique, ce qui permet de s'affranchir des résonances de la couche passive (voir paragraphe 3.1). Les caractéristiques acoustiques des différentes couches sont présentées dans le Tableau IV.

	c_{33}^D (GPa)	h_{33} (GV/m)	$\varepsilon_{33,r}^S$	k_t (%)	e_p (mm)	S (mm ²)	ρ (kg/m ³)	δ_m (%)	δ_e (%)	δ (%)
Pz27	144	1,98	800	47	1,98	2500	7700	0,80	0,10	0,64
PMMA	8,6	0	~0	0	0,15	2500	1142	0,06	~0	-

Tableau VIII. Paramètres physiques des plaques piézoélectriques et du PMMA.

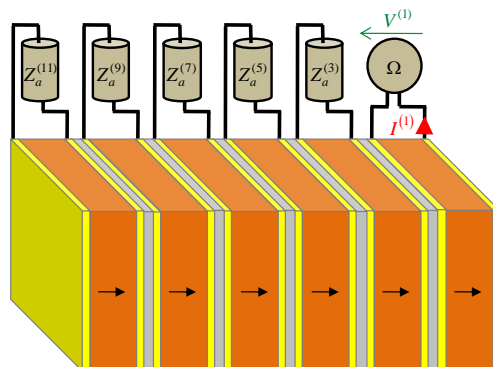


Figure 3.11. Schéma de la structure étudiée dans ce paragraphe, chaque couche piézoélectrique est connectée à une charge électrique à l'exception de la première couche où l'impédance électrique est mesurée.

La propagation des ondes acoustiques est étudiée selon le mode en épaisseur des couches, la propagation des ondes acoustiques à travers le gel n'est pas prise en compte dans le modèle.

- (1): Plaque d'essai.
- (2): Structure multicouche.
- (3): Analyseur d'impédance électrique Z-Chek 16777k.

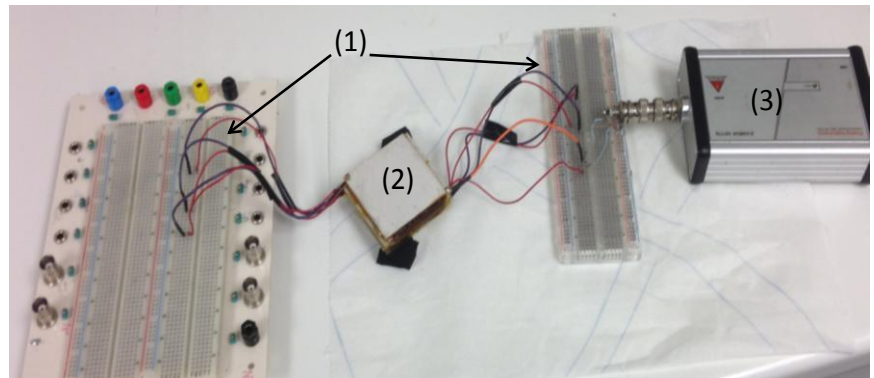


Figure 3.12. Dispositif expérimental.

La structure comporte six couches piézoélectriques, chaque couche est chargée électriquement par Z_a à l'exception de la couche qui fait l'objet de la mesure. L'impédance électrique est mesurée à partir de la première couche. Le dispositif expérimental est représenté dans la Figure 3.12.

3.2.1- Circuit-ouvert : $Z_a \rightarrow \infty$

La Figure 3.13 (a) présente la partie réelle de l'impédance électrique. On constate la présence de pics sur l'impédance électrique en deux gammes de fréquences. La position du maximum relevé sur la partie réelle de l'impédance électrique se situe autour de la fréquence parallèle de la plaque en Pz27.

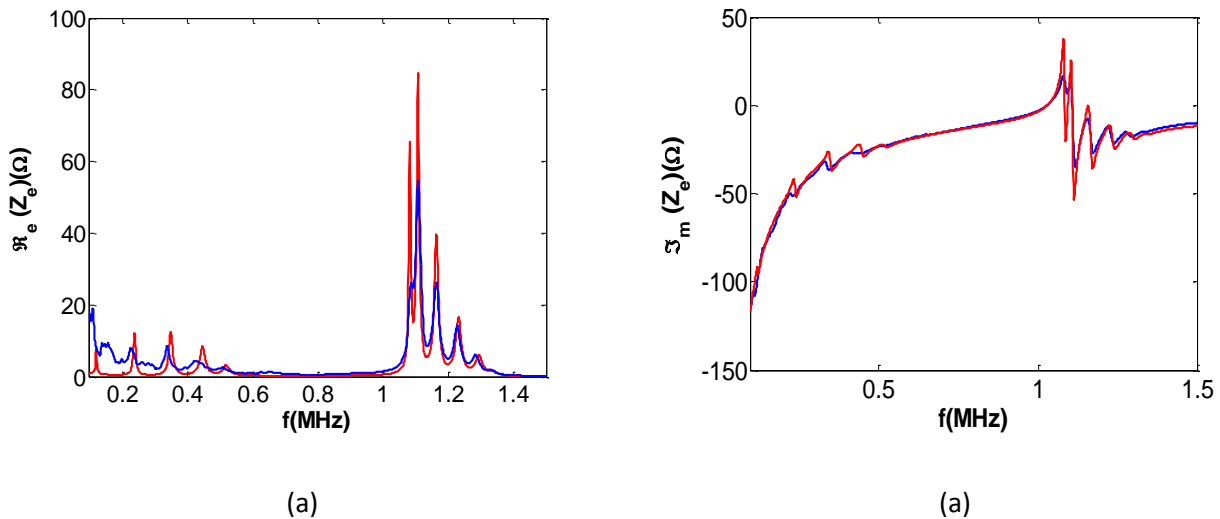


Figure 3.13. Impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $Z_a \rightarrow \infty$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge), (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

Les modes résonant en basse fréquence sont des modes de la structure. À la différence du premier cas, la fine couche séparant les plaques piézoélectrique résonne en très haute fréquence ; les réso-

nances de cette couche ne sont donc pas visibles dans la gamme de fréquence étudiée. La correspondance entre les modes de la structure totale et les pics observés sur le spectre de la partie réelle de l'impédance électrique est illustrée dans la Figure 3.13 (a). Ces modes apparaissent aux fréquences $f_{str} = v_l/(2L)$, où L la longueur d'un ensemble de couches de la structure. Ces modes sont connus sous le nom des résonances de type Fabry-Pérot. Le schéma suivant Figure 3.14 illustre la construction de ces modes.

Si on considère une onde générée à partir de l'interface située au point A, celle-ci entre en résonance avec l'onde réfléchi à l'interface située au point B. Ce mode représente la fréquence la plus basse des modes de Fabry-Pérot. Les interférences constructives se produisant entre l'onde incidente au point A et l'onde réfléchi à l'interface située au point C donnent naissance à un pic de fréquence plus élevée. Ces résonances qu'on retrouve dans la structure étudiée sont alors liées aux dimensions finies de la structure.

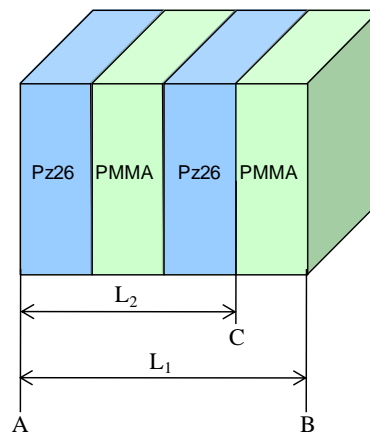


Figure 3.14. Illustration des modes Fabry-Pérot.

La partie imaginaire de l'impédance électrique Figure 3.13 (b) montre l'effet capacitif de la plaque piézoélectrique. Le nombre de résonances visibles sur la partie réelle est égale à celui observé sur la partie imaginaire. On observe également que le niveau de l'impédance électrique est particulièrement faible entre 0,6 et 1,1 MHz, ceci qui signifie qu'aucune résonance n'est présente dans cette plage fréquentielle. Ce résultat sera discuté en détail dans la troisième partie du manuscrit où nous verrons que cette plage fréquentielle correspond à une bande de fréquence interdite de la structure.

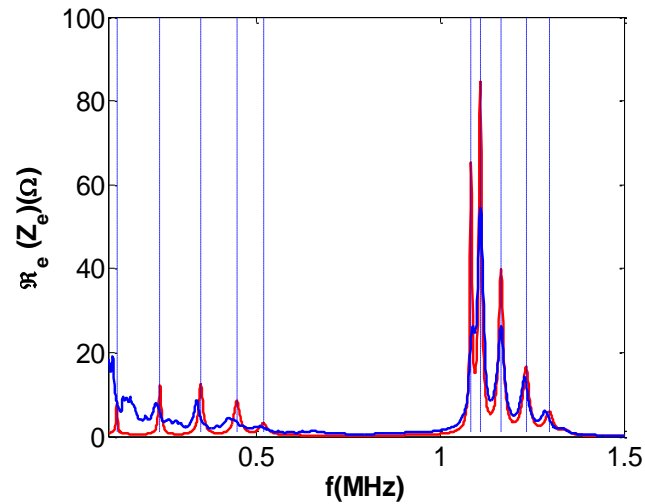


Figure 3.15. Partie réelle de l'impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $Z_a \rightarrow \infty$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge). Les lignes horizontales correspondent aux résonances liée aux dimensions de la structure.

Le module de l'impédance électrique pour ce cas est présenté dans la Figure 3.16, on constate que le modèle est en bon accord avec la mesure. La différence entre les positions en fréquence des modes en dessous de 0,5 MHz peut-être attribuée à une variation d'épaisseur sur l'épaisseur de la couche de PMMA.

Le module de l'impédance électrique présente une différence significative au niveau de la fréquence en parallèle. Ceci est dû au couplage entre le mode d'épaisseur et les modes latéraux de la plaque.

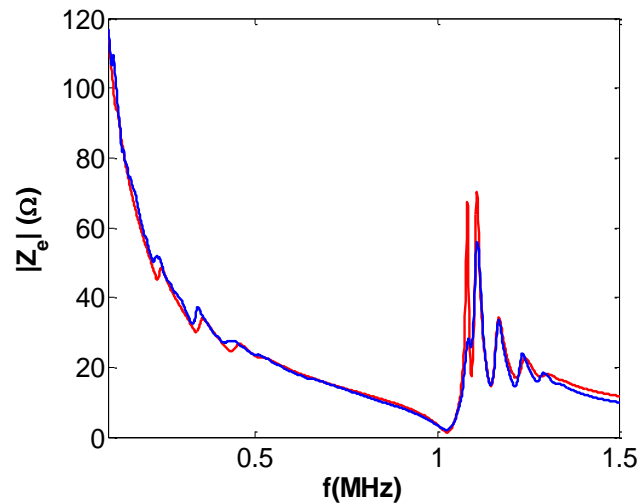


Figure 3.16. Module de l'impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $Z_a \rightarrow \infty$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge).

3.2.2- Court-circuit : $Z_a \rightarrow 0$

La Figure 3.17 présente la mesure de l'impédance électrique lorsque les plaques piézoélectriques sont en court circuit ($Z_a \rightarrow 0$). La mesure est effectuée sur la première couche. Sur ce relevé, les positions des résonances sont identiques au cas du circuit ouvert, mais les niveaux de l'impédance électrique sont plus faibles. La gamme fréquentielle où l'impédance électrique est nulle s'étend de 0,6 MHz à 0,97 MHz. On remarque également que le modèle ne simule pas correctement la partie réelle de l'impédance électrique en basses fréquences, notamment au niveau des amplitudes. Ceci est dû aux modes latéraux de la couche piézoélectrique fortement excités dans cette gamme de fréquence : ces derniers se couplent au mode en épaisseur et amplifient son amplitude.

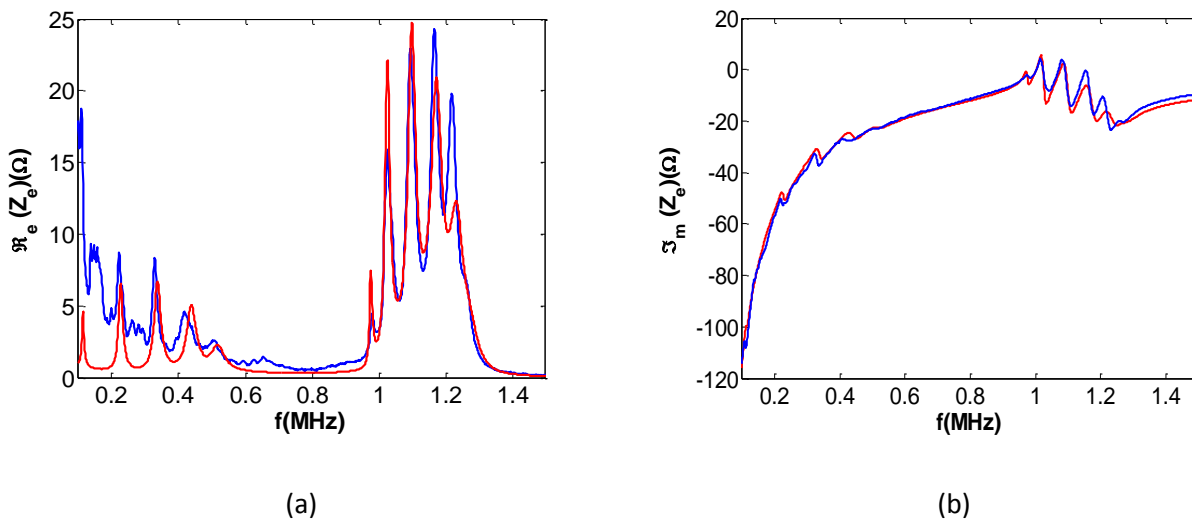


Figure 3.17. Impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $Z_a \rightarrow 0$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge) : (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

Ce cas montre que l'échange d'énergie entre le mode en épaisseur de la couche piézoélectrique et les modes de la structure est affecté par la mise en court-circuit des couches piézoélectriques. La Figure 3.18 (a) montre la partie réelle de l'impédance électrique pour deux configurations : circuit ouvert (en bleu) et court-circuit (en noir). On constate que l'amplitude de l'impédance électrique diminue autour de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique isolée, en relation avec la diminution du coefficient de couplage électromécanique. En basses fréquences, les deux courbes présentent les mêmes caractéristiques. La Figure 3.18 (b) montre le module de l'impédance électrique, un bon accord est constaté entre le modèle et la mesure. L'effet du court circuit sur le multicouche peut être interprété également par une modification des résonances de type Fabry-Pérot de la structure.

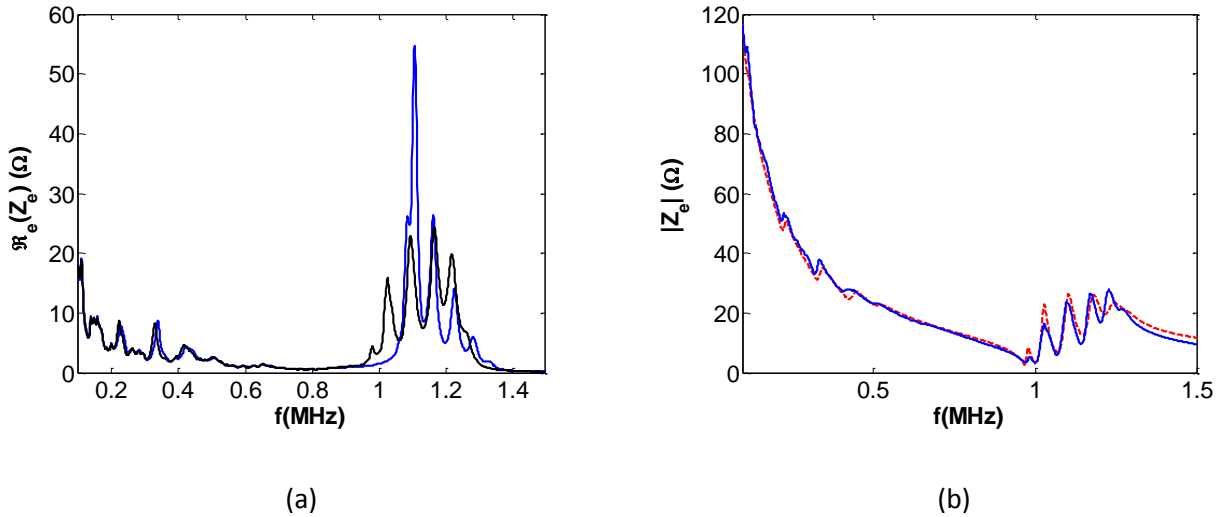


Figure 3.18. (a) Partie réelle de l'impédance électrique, circuit ouvert (en bleu), court-circuit (en noir), (b) module de l'impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $Z_a \rightarrow 0$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge).

3.2.2- Charge inductive : $Z_a = jL_a\omega$

Si la charge électrique connectée aux couches piézoélectriques est inductive, l'impédance électrique présente des changements significatifs. Les Figures 3.19 (a) et (b) montrent l'impédance électrique mesurée et calculée pour une inductance d'impédance $Z_a = 2 + jL_a\omega$, avec $L_a = 2 \mu\text{H}$.

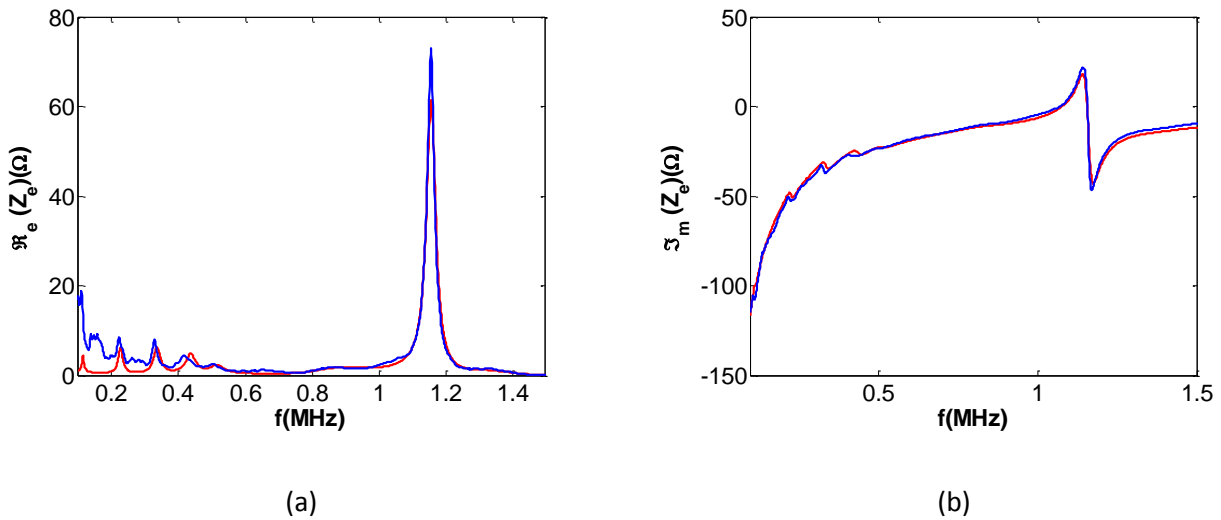


Figure 3.19. Impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $L_a = 2 \mu\text{H}$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge), (a) partie réelle de l'impédance électrique, (b) partie imaginaire de l'impédance électrique.

La Figure 3.19 (a) présente la partie réelle de l'impédance électrique en utilisant l'inductance L_a . Les résonances de la structure sont identiques à celles retrouvées en circuit-ouvert en dessous de 0,5

MHz. Ces résonances sont modifiées autour de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique. Pour le cas du court-circuit, on observait 5 modes de résonance de la structure. L'ajout de l'inductance permet de ne voir qu'une seule résonance qui correspond à la nouvelle fréquence parallèle de la plaque, tel qu'il a été vu dans le Chapitre 3. La fréquence de résonance parallèle de la plaque se déplace en hautes fréquences lorsque la fréquence de résonance du circuit $L_a C_0$ est proche de la fréquence de résonance parallèle retrouvée en circuit ouvert. On observe une bonne concordance entre le modèle et la mesure de l'impédance électrique en terme d'amplitude.

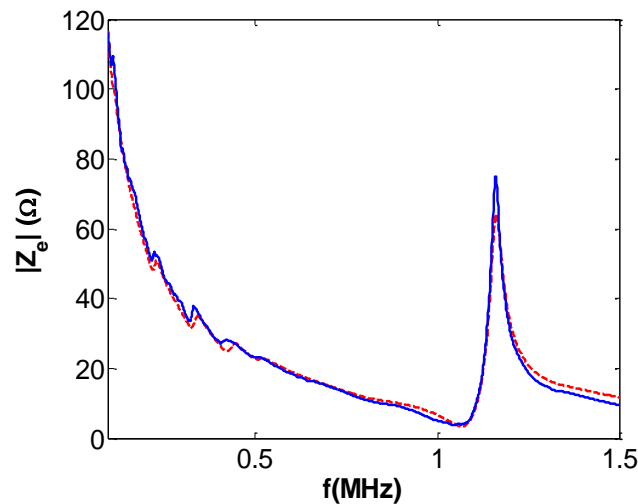


Figure 3.20. Module de l'impédance électrique de la première couche piézoélectrique ($n = 1$) avec $L_a = 2 \mu\text{H}$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge).

Pour mieux comprendre l'effet de l'inductance ajoutée, nous présentons sur la Figure 3.21 les parties réelles simulées en utilisant le modèle.

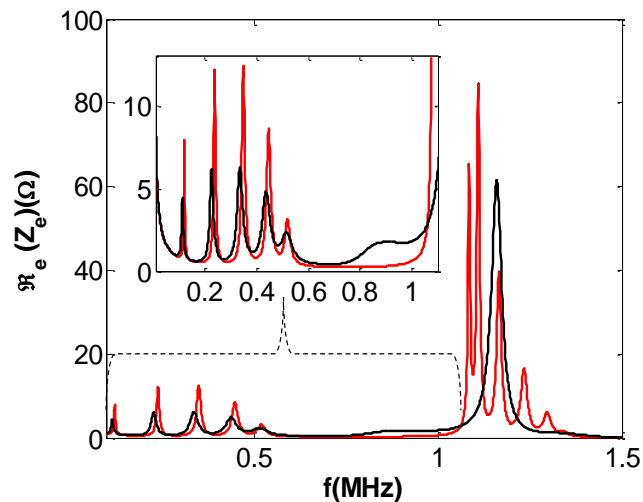


Figure 3.21. Partie réelle de l'impédance électrique de la couche piézoélectrique calculée sur la première couche ($n = 1$) : en court-circuit ($Z_a \rightarrow \infty$) (en rouge), en connectée à une inductance $L_a = 2 \mu\text{H}$ (en noir).

En plus de la réduction du nombre de résonances de la structure, le zoom entre 0,6 et 1,1 MHz montre que l'inductance modifie l'impédance électrique à la fréquence de résonance du circuit $L_a C_0$. Nous allons montrer dans le chapitre suivant que cette légère modification correspond à un gap d'hybridation dans les courbes de dispersion de la structure.

3.3- Mesure de l'impédance électrique sur la seconde couche active

Dans ce paragraphe est présentée une étude expérimentale de l'impédance électrique mesurée sur la seconde couche piézoélectrique (Figure 3.19). La taille de la structure étudiée est identique à celle présentée dans le paragraphe 3.1.

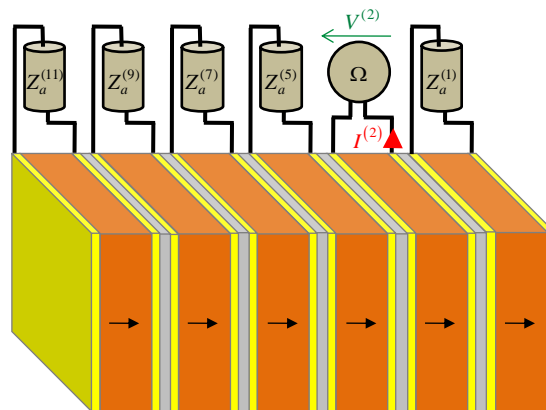


Figure 3.22. Schéma de la structure étudiée dans ce paragraphe. Chaque couche piézoélectrique est connectée à une impédance électrique à l'exception de la deuxième couche où l'impédance électrique est mesurée.

3.3.1- Circuit-ouvert : $Z_a \rightarrow \infty$

Dans ce cas, les couches piézoélectriques sont électriquement en circuit ouvert exceptée la seconde couche piézoélectrique où l'impédance électrique est mesurée. La partie réelle de l'impédance électrique Figure 3.23 (a) présente, en basse fréquence, des résonances dont la position en fréquence est identique au cas où l'impédance est relevée sur la première couche. La gamme de fréquence où l'impédance électrique s'annule est, par contre, plus importante puisque au delà de 0,37 MHz, l'impédance est quasiment nulle. On observe aussi un gap dans la partie réelle de l'impédance électrique autour de 1,2 MHz, ce dernier est dû à la position de la couche dans la structure. En effet, il résulte du couplage entre les deux résonateurs se trouvant autour de la seconde couche piézoélectrique. Ceci s'illustre par le nombre de pics observés (3) dans la gamme de fréquence 1,2-1,4 MHz correspondant aux couches (5-7-9-11). On constate également une bonne concordance en amplitude en basse fréquence, ceci s'explique par le fait que la seconde couche piézoélectrique ne présente pas d'interface libre, les modes latéraux sont alors fortement atténués.

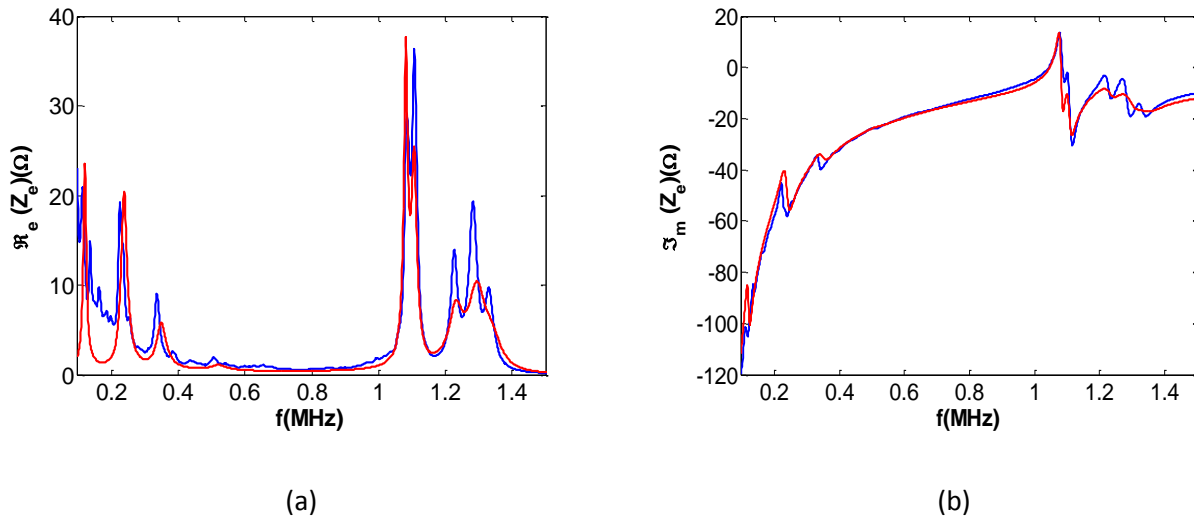


Figure 3.23. Impédance électrique de la couche piézoélectrique ($n = 2$) avec $Z_a \rightarrow \infty$, mesurée (en bleu) et calculée (en rouge), (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

Lors des simulations de l'impédance électrique par le modèle, on constate que si les positions en fréquence des modes sont bien retrouvées, l'amplitude des pics d'impédance le sont moins. Les mêmes constatations sont faites sur l'amplitude de l'impédance électrique.

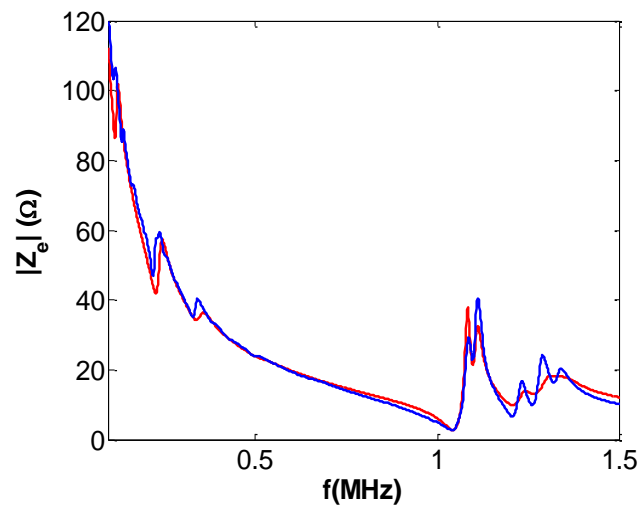


Figure 3.24. Module de l'impédance électrique mesurée sur la seconde couche piézoélectrique pour ($Z_a \rightarrow \infty$) : mesurée (en bleu), calculée (en rouge).

3.3.1- Court-circuit : $Z_a \rightarrow 0$

La mise en court-circuit est effectuée pour toutes les couches piézoélectriques à l'exception de la deuxième couche sur laquelle l'impédance électrique est mesurée (Figure 3.25).

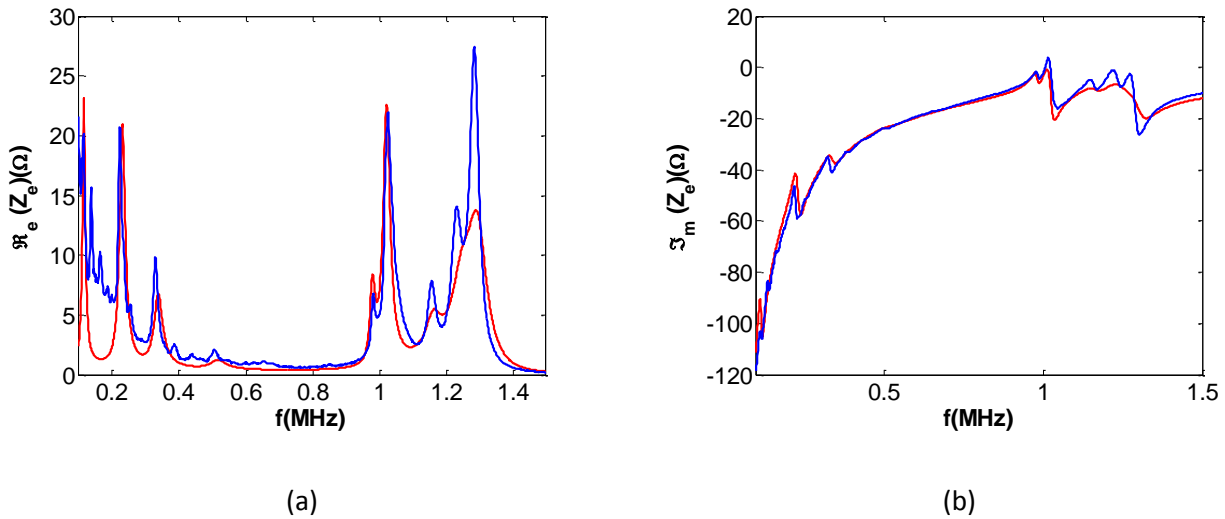


Figure 3.25. Impédance électrique mesurée sur la seconde couche piézoélectrique pour $Z_a \rightarrow 0$, mesurée en bleu, calculée en rouge ; (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

La mise en court-circuit provoque l'élargissement du gap observé dans le cas précédent. Ce dernier est visible sur la Figure 3.24 (a) entre 1 et 1,2 MHz. L'utilisation des deux conditions aux limites électriques permet de piloter la largeur de ce gap. Des travaux [16] ont montré que l'ajout d'une capacité sur les couches actives aura pour effet de passer graduellement entre le cas du circuit ouvert et celui du court circuit. Le module de l'impédance électrique est présenté pour ce cas dans la Figure 3.26.

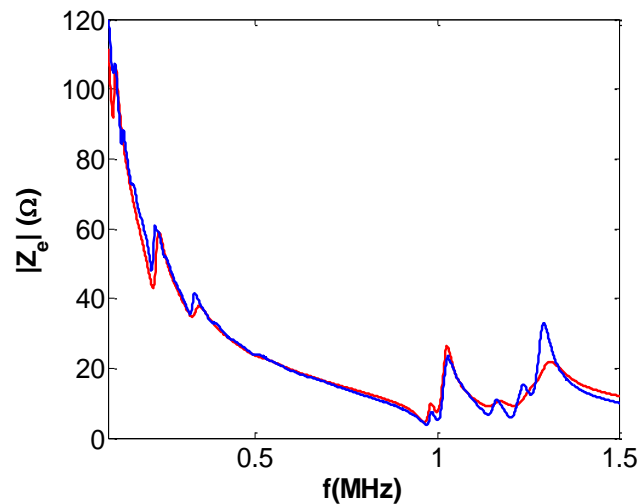


Figure 3.26. Module de l'impédance électrique sur la seconde couche piézoélectrique ($n = 1$) pour ($Z_a \rightarrow 0$) : mesurée(en bleu), calculée (en rouge).

Pour expliquer ce décalage, nous avons effectué la mesure de l'impédance électrique sur la première et la dernière couche de la structure (Figure 3.27). Etant donné la symétrie du multicouche, les deux impédances doivent avoir des spectres identiques. On constate tout de même une différence dans les

niveaux des pics sur la partie réelle de l'impédance électrique. On en déduit alors que les conditions mécaniques, et géométriques, sur les interfaces entre deux couches ne sont pas identiques. Dans le procédé de fabrication utilisé l'épaisseur la couche de PMMA et du gel couplant peut également jouer un rôle. Egalement, la qualité des interfaces de la fine couche du PMMA n'est pas clairement identifiée. Les différences observées concernant les positions en fréquence des résonances de la structure sont attribuées principalement à la précision des épaisseurs utilisées dans la structure, mais aussi à l'alignement entre les plaques. Les niveaux des amplitudes étant associés aux pertes équivalentes sur chaque interface, le modèle analytique ne peut simuler fidèlement l'impédance électrique si de grandes différences sont constatées. Finalement, l'effet des modes latéraux est aussi un paramètre à prendre en compte notamment autour de la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique isolée.

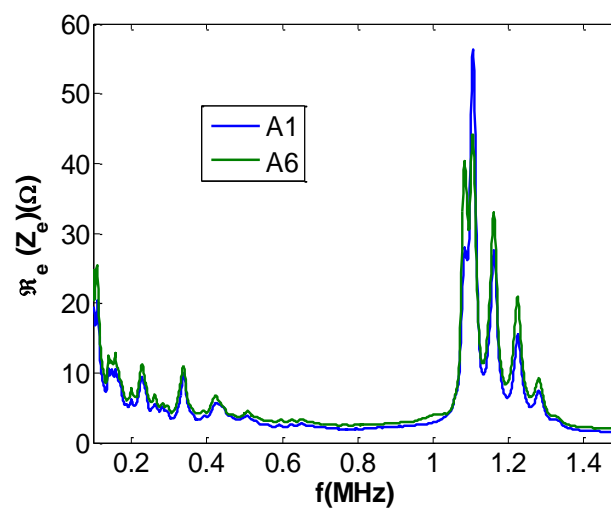


Figure 3.27. Partie réelle de l'impédance électrique mesurée sur la première couche piézoélectrique ($n = 1$) (en bleu), sur la dernière couche piézoélectrique ($n = 6$) (en vert).

3.3- Influence de la position de la couche piézoélectrique

L'impédance électrique est maintenant simulée pour une structure comportant 127 couches, composées de 64 couches actives séparées par 63 couches passives. Le calcul de l'impédance électrique est effectué sur les quatre premières couches actives (A1, A2, A3 et A4). Les parties réelles de l'impédance électrique pour chaque configuration sont regroupées dans la Figure 3.27.

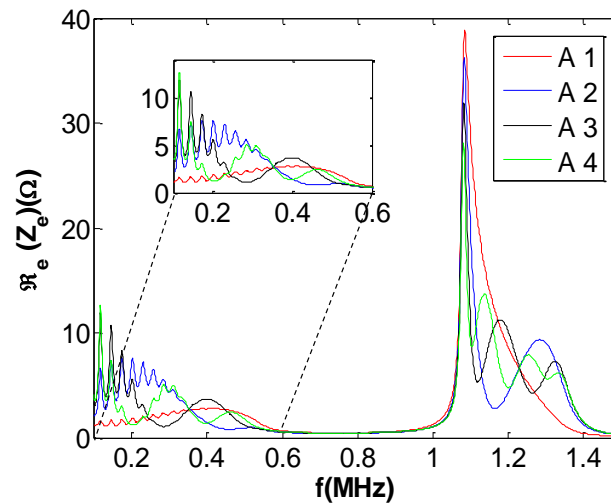


Figure 3.28. Parties réelles de l'impédance électrique calculées en fonction de la position de la couche dans la structure de 127 couches.

On constate que la partie réelle de l'impédance électrique est nulle entre 0,6 et 1 MHz quelle que soit la position de la couche sur laquelle l'impédance électrique est calculée. En dehors de cet intervalle, la résistance présente des bandes passantes selon la position de la couche dans la structure. Pour la première couche, deux modes sont observés, le premier en dessous de 0,6 MHz, le second arrive après 1 MHz. Pour la couche piézoélectrique A2, le premier mode se situe en réalité en dessous de 0,4 MHz, alors que le mode autour de 1,2 MHz est scindé en deux modes. De façon générale, si p est le rang de la couche active, celle-ci présente $p - 1$ modes en dessous de 0,6 MHz et p modes autour de 1 MHz. Ce nombre de modes représente le nombre d'interfaces se trouvant de part et d'autre de la couche piézoélectrique.

Si on s'intéresse à la partie réelle calculée pour la première couche A1, le cas d'une capacité positive variable branchée sur les autres couches actives permet d'obtenir une variation de la partie réelle de l'impédance électrique montrée dans la Figure 3.29. Comme les éléments capacitifs n'introduisent pas de relation de phase, la partie réelle conserve les mêmes positions en fréquences des deux modes. Une diminution de la partie réelle associée au mode se trouvant autour de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique, cette diminution est d'environ 23Ω . La largeur de ce mode varie également, cette variation est estimée à 100 kHz.

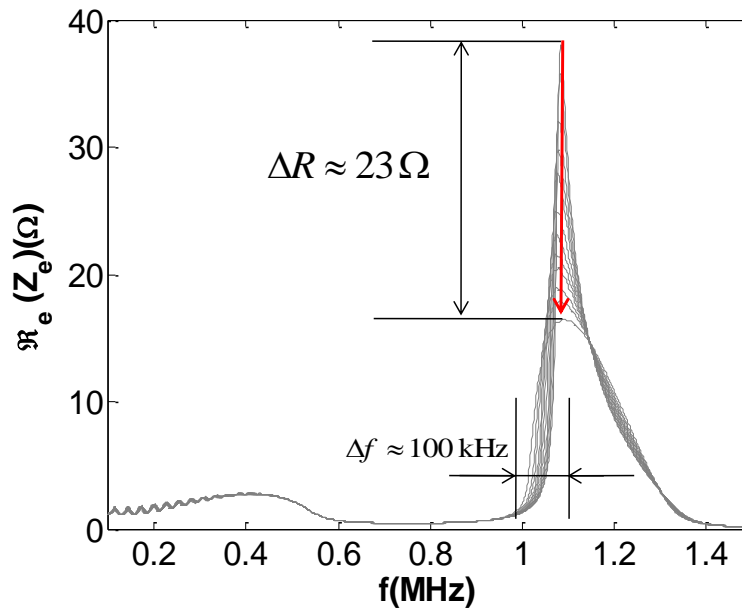


Figure 3.29. Partie réelle de l'impédance électrique calculée pour la première couche de la structure de 127 couches. Des capacités positives variables sont connectées aux électrodes des autres couches.

4- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique dans un empilement de plaques. Ce modèle prévoit d'utiliser des multicouches actifs comme milieux entourant la plaque piézoélectrique. Il prévoit également de prendre en compte des conditions aux limites électriques au niveau des électrodes des plaques actives. Le modèle proposé présente un très bon accord avec les résultats expérimentaux. Nous avons également proposé un contrôle actif de l'impédance électrique dans différentes configurations. Ces contrôles ont été réalisés en utilisant les impédances de charges de type capacités et inductances.

Dans le chapitre suivant, les courbes d'impédance électrique mesurées sur la première couche piézoélectrique seront confrontées aux courbes de dispersion de la structure. Cette comparaison aura pour but de démontrer la possibilité de prédire la propagation des ondes acoustiques dans la structure en fonction des conditions aux limites électriques étudiées, et ce à travers une simple mesure de l'impédance électrique.

Références

- [1] W. Akl and A. Baz, "Analysis and experimental demonstration of an active acoustic metamaterial cell," *J. App. Phys.* 111, 044505, 2012.
- [2] C. Huang, A. V. Z. Marmarelis, Q. Zhou and K. K. Shung, "An Analytical model of multilayer ultrasonic transducers with an inversion layer," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 52, no.3, pp. 469-479, 2005.

- [3] S. C. Thompson, "Performance of tonpilz transducers with segmented piezoelectric stacks using materials with high electromechanical coupling coefficient," *J. Acoust. Soc. Am.*, 135, 155-164, 2014.
- [4] B. L. Wang, J. C. Han, "An analytical model for electrode-ceramic interaction in multilayer piezoelectric actuators," *Acta. Mech. Sin.*, 23:199-208, 2007.
- [5] S. Gevorgian and A. Vorobiev, "Impedance of DC-Bias-Controlled composite FBARs," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 60, no.4, pp. 469-479, 2013.
- [6] A. Noeth, T. Yamada, P. Muralt, A. K. Tagantsev and N. Sette, "Tunable thin film bulk acoustic wave resonator based on $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$ thin film," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 57, no.2, pp. 379-385, 2010.
- [7] L. Li, N. Zhang, C. Bai, X. Chu and Z. Gui, "Multilayer piezoelectric ceramic transformer with low temperature sintering," *Journal of Materials Science*, 41, 155-161, 2006.
- [8] A.V. Mezheritsky, "Elastic, dielectric, and piezoelectric losses in piezoceramics: How it works together," *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics, and Frequency Control*, 51(6): pp. 695-707, 2004.
- [9] D. M. Mills and S. W. Smith, "Multi-layered PZT/Polymer composites to increase signal-to-noise ratio and resolution for medical ultrasound transducers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 46, no.4, pp. 961-971, 1999.
- [10] K. Yamanouchi and Y. Satoh, "Piezoelectric acoustic boundary waves in the structure of multilayer thin films/electrode/piezoelectric substrate," *Journal of Applied Physics*, 103, 114105, 2008.
- [11] G. Feuillard, E. Le Clezio, M. Lethiecq, "New tools for electromechanical characterisation of piezoceramics," *J. Electroceram.*, 19:419-426, 2007.
- [12] W. P. Mason, "Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics," *Van Nostrand, Princeton, N. J.*, 1950.
- [13] M. Redwood, "Transient performance of a piezoelectric transducer. *Journal of the Acoustical Society of America*, 33(4): pp. 527-536, 1961.
- [14] R.S. Naik, J.J. Lutsky, R. Reif, C.G. Sodini, "Electromechanical coupling constant extraction of thin-film piezoelectric materials using a bulk acoustic wave resonator," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 45(1): pp. 257-263, 1998.
- [15] I. Perrissin-Fabert, Y. Jayet, N. Saint-Pierre, "Evaluation of ultrasonic velocity and attenuation by processing the electric impedance of an inserted piezoelectric ceramic- application to characterization of polymer materials," *Acta Acoustica*, Vol. 84: pp. 256-262, 1998.
- [16] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, A.-C. Hladky-Hennion, M. Pham-Thi, "Contrôle électrique de la propagation d'ondes élastiques dans des cristaux phononiques piézoélectrique," *Acte du 21^e congrès français de mécanique, Bordeaux*, 2013.

Chapitre 4

Cristaux phononiques piézoélectriques accordables.

1- Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions la propagation des ondes acoustiques à travers un CP piézoélectrique. La relation de dispersion pour le CP est déterminée en utilisant le théorème de Bloch-Floquet. L'influence d'impédances électriques connectées aux couches piézoélectriques sur les courbes de dispersion est étudiée analytiquement et expérimentalement. Ce chapitre propose aussi un formalisme de matrice de transfert pour une couche piézoélectrique prenant en compte la présence d'une impédance électrique connectée à ses électrodes. Les résultats sur l'impédance électrique du chapitre précédent sont repris et confrontés aux courbes de dispersion obtenues selon la nature de l'impédance de charge considérée. L'effet d'une impédance électrique sur la propagation des ondes acoustiques est analysé en définissant un module d'élasticité équivalent. Ce dernier est utilisé comme moyen d'analyse sur l'apport des impédances électriques externes. Nous évaluons les limites des différentes configurations, en terme de contrôle des ondes acoustiques.

2- Relation de Bloch-Floquet

Considérons un cristal phononique unidimensionnel élastique (Figure 4.1 (a)) composé de la répétition périodique d'une cellule élémentaire, cette cellule comporte deux plaques passives (non piézoélectriques) dont les caractéristiques physiques peuvent être différentes (Figure 4.1 (b)).

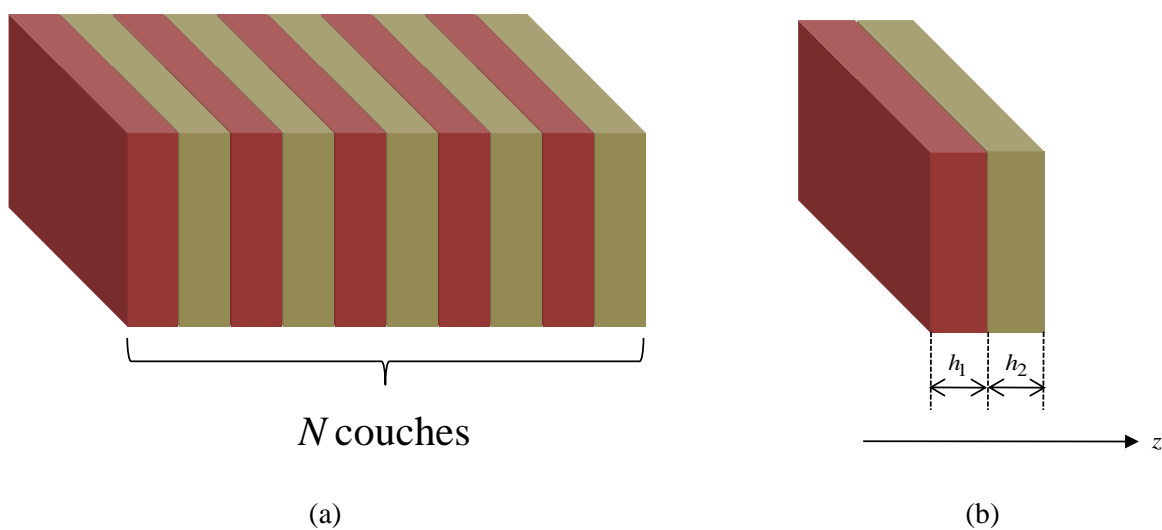


Figure 4.1 (a) Cristal phononique unidimensionnel constitué d'un empilement périodique de N couches. (b) Cellule élémentaire du cristal phononique constituée de deux couches passives de propriétés élastiques différentes.

Dans cette structure, la propagation des ondes acoustiques est étudiée selon la direction d'empilement des plaques. Les épaisseurs des plaques utilisées sont très faibles devant leurs autres dimensions. Les équations donnant les grandeurs acoustiques sont écrites avec l'indice 3 (direction de propagation selon z). La solution générale de l'équation de propagation des ondes acoustique est :

$$u_3(z) = \alpha e^{jkz} + \beta e^{-jkz}. \quad (4.1)$$

Où α et β sont des amplitudes arbitraires et k le nombre d'onde associé à l'onde se propageant dans l'empilement.

Si on considère la cellule élémentaire de la structure (Figure 4.1 (b)), les champs de déplacement dans les deux plaques (1) et (2), de densités ρ_1 et ρ_2 respectivement, s'écrivent :

$$\begin{cases} u_3^{(1)}(z) = \alpha_1 e^{jk_1 z} + \beta_1 e^{-jk_1 z}. \\ u_3^{(2)}(z) = \alpha_2 e^{jk_2 z} + \beta_2 e^{-jk_2 z}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Avec

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\omega}{v_l^{(1)}}. \\ k_2 = \frac{\omega}{v_l^{(2)}}. \end{cases} \quad (4.3)$$

où $v_l^{(1)}$ et $v_l^{(2)}$ sont les vitesses du mode longitudinal dans chacune des plaques et $\omega = 2\pi f$ est la pulsation. L'application du théorème de Bloch-Floquet [1,2] sur la cellule élémentaire permet d'écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_3^{(1)}(h_1) = u_3^{(2)}(0). \\ T_3^{(1)}(h_1) = T_3^{(2)}(0). \\ u_3^{(1)}(0) = X u_3^{(2)}(h_2). \\ T_3^{(1)}(0) = X T_3^{(2)}(h_2). \end{cases} \quad (4.4)$$

Où h_1 et h_2 sont les épaisseurs des plaques (1) et (2), $T_3^{(1)}$ et $T_3^{(2)}$ les contraintes dans chacune des plaques. La grandeur X est la fonction de Bloch, définie par :

$$X = e^{jk(h_1+h_2)}. \quad (4.5)$$

L'application des relations données dans (4.4) permet d'écrire le système d'équations suivant :

$$M' \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = 0. \quad (4.6)$$

avec M' une matrice dont les composantes regroupent les paramètres de propagation dans les plaques (1) et (2) [3]. Le déterminant du système (4.6) conduit à la relation de dispersion suivante :

$$\cos(k(h_1 + h_2)) = \cos(k_1 h_1) \cos(k_2 h_2) - \frac{1}{2} \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \right) \sin(k_1 h_1) \sin(k_2 h_2). \quad (4.7)$$

où $\gamma = \rho_1 v_l^{(1)} / \rho_2 v_l^{(2)}$ représente le rapport entre les impédances acoustiques des deux couches. La résolution de l'équation (4.7) permet d'obtenir les nombres d'ondes k de la structure en fonction de la fréquence.

La Figure 4.2 présente la structure de bandes dans le cas d'un CP constitué d'un empilement d'une couche de PMMA et d'une couche en acier. Le nombre d'onde réduit k_{red} est obtenu en normalisant le nombre d'onde par la taille de la première zone de Brillouin dans l'espace direct $(h_1 + h_2)/\pi$.

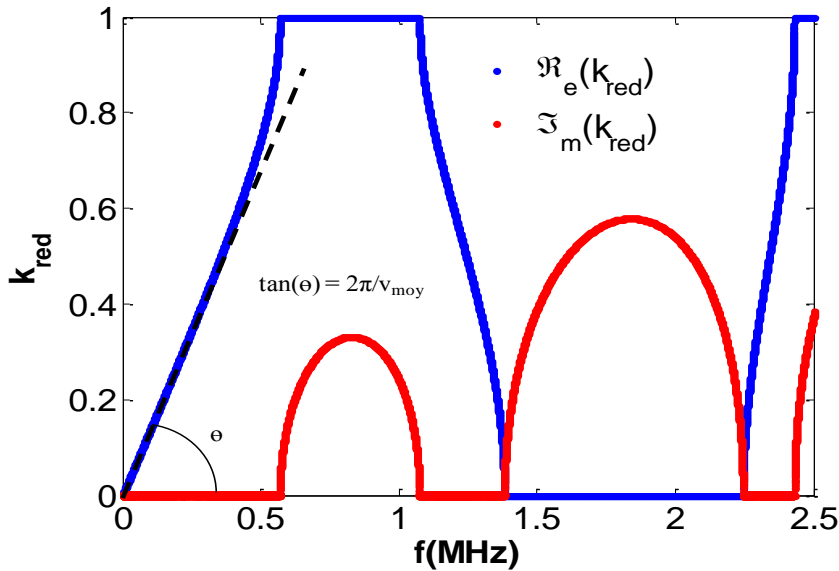


Figure 4.2 Courbe de dispersion calculée à partir de l'équation (4.7): Parties réelle (bleu) et imaginaire (rouge) du nombre d'onde.

Sur la Figure 4.2, la partie réelle du nombre d'onde fonction de la fréquence (4.7) est tracée. Lorsque la fréquence tend vers zéro, la vitesse dans le CP est égale à une vitesse effective donnée par :

$$v_{\text{eff}} = \frac{v_1 v_2 (h_1 + h_2)}{\sqrt{h_1^2 v_2^2 + h_2^2 v_1^2 + \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \right) h_1 h_2 v_1 v_2}}$$

La partie imaginaire du nombre d'onde renseigne sur l'atténuation des ondes acoustiques dans la structure. Les bandes passantes de la structure sont caractérisées par les branches inclinées sur la partie réelle du nombre d'onde. Pour les branches horizontales, le nombre d'onde est imaginaire, ce qui signifie que les ondes acoustiques sont atténuées, donnant lieu à une bande interdite.

3- Cas des matériaux piézoélectriques

3.1- Relation de dispersion

Dans ce cas, la cellule élémentaire comporte une plaque piézoélectrique (Figure 4.3). La relation de dispersion prend alors une forme différente.

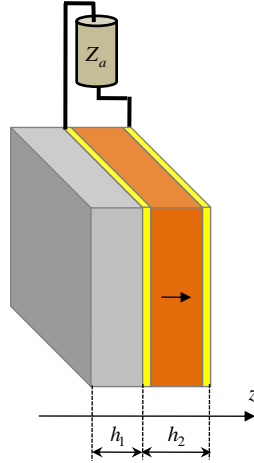


Figure 4.3 Cellule élémentaire contenant une couche piézoélectrique connectée à une impédance Z_a .

S. Degraeve [4] a déterminé dans le cadre de ses travaux de thèse, cette relation de dispersion pour un cristal phononique unidimensionnel incluant une plaque piézoélectrique connectée à une impédance de charge Z_a . Cette relation est de la forme :

$$\cos(k(h_1 + h_2)) = \left[\Gamma + \xi \left(\frac{\sin(k_1 h_1)}{\gamma} (1 - \cos(k_2 h_2)) - \cos(k_1 h_1) \sin(k_2 h_2) \right) \right] \frac{1}{1 - \xi \sin(k_2 h_2)}. \quad (4.8)$$

Où (k_1, h_1) et (k_2, h_2) sont les nombres d'onde et les épaisseurs des plaques (1) et (2) respectivement, $\Gamma = \cos(k_1 h_1) \cos(k_2 h_2) - \frac{1}{2} \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \right) \sin(k_1 h_1) \sin(k_2 h_2)$, et $\xi = \frac{k_t^2}{k_2 h_2 (1 + j\omega Z_a C_0)}$ où C_0 est la capacité bloquée de la plaque piézoélectrique.

La relation (4.8) permet d'établir les courbes de dispersion de la structure prenant en compte l'effet piézoélectrique. L'effet d'une charge capacitive a été étudié dans les travaux de thèse de S. Degraeve [4]. Cette relation sera utilisée par la suite pour vérifier les modèles proposés pour étudier la propagation des ondes acoustiques.

3.2- Matrice de transfert

La propagation des ondes acoustiques dans les milieux multicouches est souvent étudiée en utilisant un formalisme faisant appel à des matrices de transfert [5, 6]. Nous proposons dans cette partie, une matrice de transfert pour un matériau piézoélectrique incluant l'effet des conditions aux limites électriques imposées au niveau de ses électrodes. Cette matrice regroupe alors les paramètres acoustiques d'entrée à l'interface de la plaque piézoélectrique et les paramètres acoustiques (déplacement ou vitesse et contrainte) de sortie sur l'autre interface (Figure 5.3).

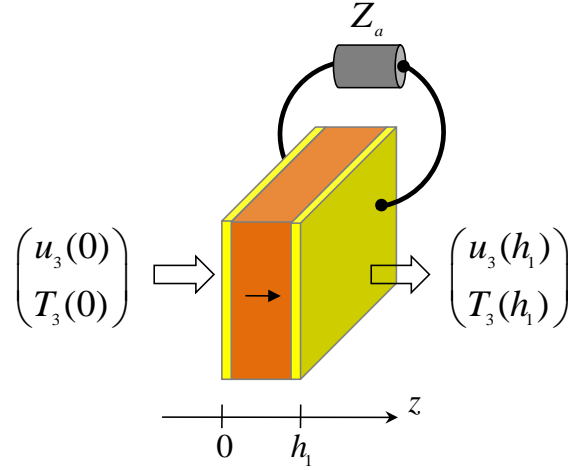


Figure 4.4 Paramètres acoustiques d'entrée et de sortie pour une plaque piézoélectrique vibrant selon son mode en épaisseur, une impédance Z_a est connectée aux électrodes de la plaque.

Le champ de déplacement dans la couche piézoélectrique est donné par l'équation (4.1), alors les déplacements et contraintes à l'entrée de la couche piézoélectrique peuvent se mettre sous la forme suivante [7] :

$$\begin{bmatrix} u_3(0) \\ T_3(0) \end{bmatrix} = I_1 \begin{bmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

avec

$$I_1 = \begin{pmatrix} \cos(k_1 h_1) & j \sin(k_1 h_1) \\ -\frac{1}{\omega} (k_1 c_{33}^D \cos(k_1 h_1) - \xi (\sin(k_1 h_1) - 1)) & -\frac{1}{\omega} (j k_1 c_{33}^D \cos(k_1 h_1) - \xi (\sin(k_1 h_1) - 1)) \end{pmatrix}.$$

où $\xi = h_{33}^2 / (\beta_{33}^S h_1 + j \Sigma \omega Z_a)$, avec h_1 et k_1 respectivement l'épaisseur et le nombre d'onde associé à l'onde longitudinale dans la plaque. h_{33} est le coefficient piézoélectrique, Σ la surface des électrodes et β_{33}^S l'imperméabilité électrique. Z_a est l'impédance électrique connectée aux électrodes de la plaque piézoélectrique.

De la même façon, les paramètres de sortie de la plaque piézoélectrique s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} u_3(h_1) \\ T_3(h_1) \end{bmatrix} = I_2 \begin{bmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Avec

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\omega} (\xi \cos(k_1 h_1) + 1) & -\frac{1}{\omega} (j k_1 c_{33}^D - j \xi \sin(k_1 h_1)) \end{pmatrix}.$$

En regroupant les équations (4.9) et (4.10), la matrice de transfert pour une couche piézoélectrique est donnée par :

$$M = I_1 I_2^{-1}. \quad (4.11)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} u_3(0) \\ T_3(0) \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} u_3(h_1) \\ T_3(h_1) \end{bmatrix}.$$

Pour une couche passive, la matrice de transfert se déduit facilement en posant $h_{33} = 0$ (annulation de l'effet piézoélectrique) et la constante de rigidité élastique suivant la notation classique $c_{33}^D = c_{33}$ [8]. L'approche par des matrices de transfert permet de calculer les coefficients de transmission et réflexion à travers une structure multicouche comportant des matériaux piézoélectriques. On s'affranchit ainsi des variables électriques en ne considérant que les déplacements et les contraintes aux interfaces.

Considérons une structure phononique composé de 4 cellules élémentaires, chacune constituée d'une couche piézoélectrique de type Pz27 d'épaisseur 1,98 mm et d'une couche de PMMA d'épaisseur 0,15 mm (les caractéristiques physiques sont données dans le Tableau IV dans le chapitre 3). Une plaque piézoélectrique est placée à l'extrémité de la structure, la structure est alors notée par la suite (Pz27/PMMA) \times 4,5.

Le coefficient de transmission à travers cette structure est calculé en utilisant les matrices de transfert définies précédemment. Les courbes obtenues sont comparées avec la structure de bande pour le cristal phononique infini dans la Figure 4.5.

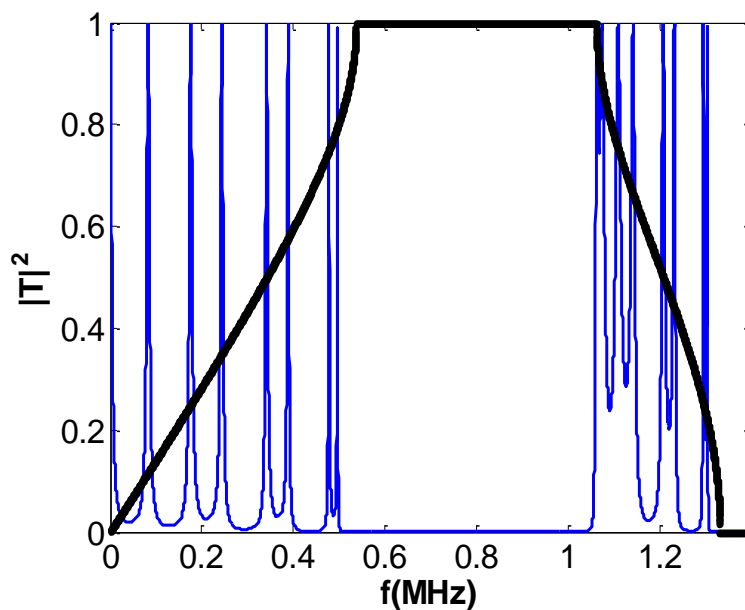


Figure 4.5 Coefficient de transmission en énergie (en bleu) calculé pour un structure phononique (Pz27/PMMA) \times 4,5, dans laquelle les plaques piézoélectriques sont en circuit-ouvert. Structure de bandes calculée par Bloch-Floquet (noir).

Une bonne concordance est observée entre la position de la 1ère bande interdite du CP infini et le coefficient de transmission en énergie à travers le CP de quatre couches. Le nombre de pics dans les bandes passantes est égal au nombre d'interfaces sur lesquelles l'onde se réfléchit au sein de la structure. Il s'agit de résonances du type Fabry-Pérot [9].

3.2.1- Influence d'une impédance de charge connectée : cas d'une capacité positive

S. Degreave [4] a montré les changements apportés à la structure de bandes lorsqu'une capacité est connectée sur les électrodes des couches piézoélectriques. La plage de variation de la largeur de la première bande interdite est circonscrite par celle obtenue avec des conditions aux limites électriques de circuit ouvert et de circuit fermé sur les plaques piézoélectriques.

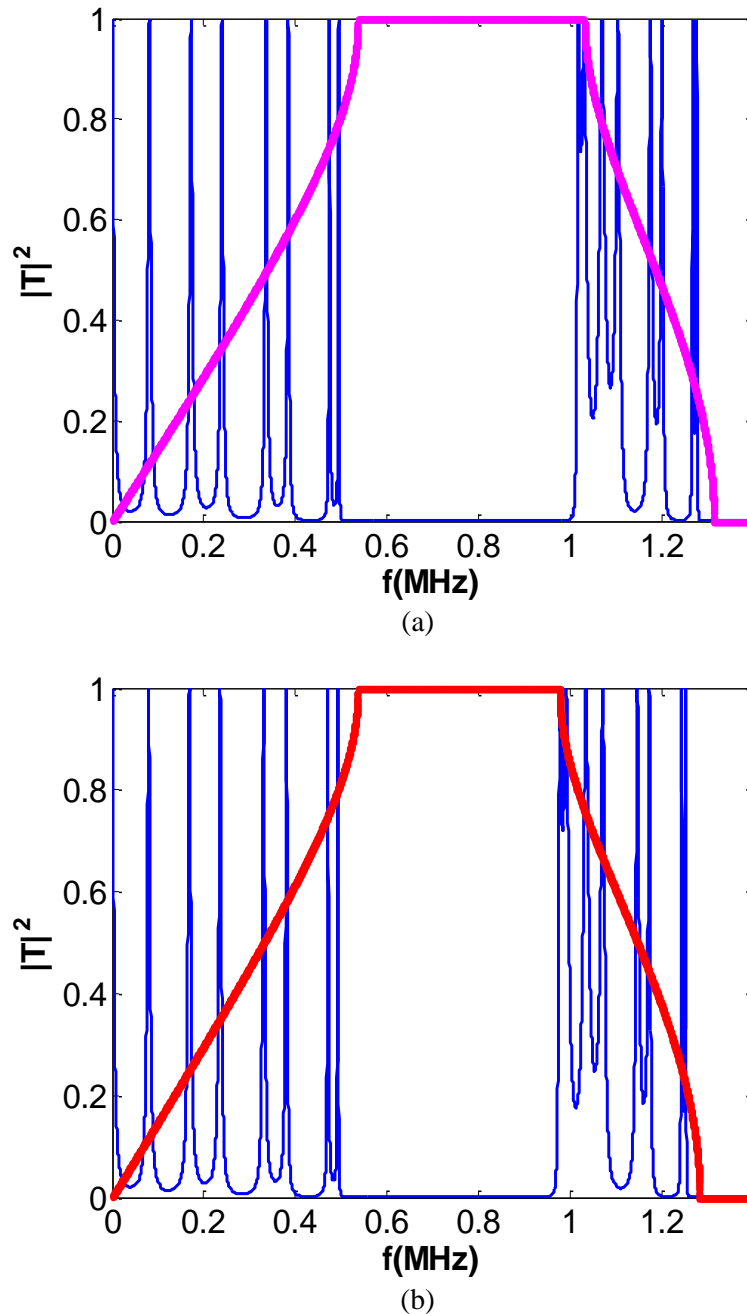


Figure 4.6 Coefficient de transmission en énergie (en bleu) calculé pour un cristal phononique $(\text{Pz27/PMMA}) \times 4,5$ dont les plaques piézoélectriques sont connectées à (a) une capacité de 5 nF, (courbe de dispersion associée en magenta), (b) en circuit fermé (courbe en dispersion associée en rouge).

La Figure 4.6 présente une comparaison entre les courbes de transmission en énergie obtenues en utilisant la méthode des matrices de transfert pour le cristal phononique (Pz27/PMMA) $\times 4,5$, et les courbes de dispersion pour chaque condition aux limites électriques. On remarque que le passage des conditions de circuit ouvert aux conditions de circuit fermé se traduit par le décalage de la fréquence supérieure de la bande interdite. Ces modifications sont liées au décalage de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique lorsque cette dernière est connectée à une capacité positive (voir chapitre 1 §3.2.1).

3.2.2- Impédance électrique et courbes de dispersion

L'étude de l'impédance électrique d'un multicouche périodique présentée dans le chapitre précédent montre des modifications dans les bandes passantes observées sur l'impédance électrique en fonction des conditions aux limites électriques sur les plaques piézoélectriques [10, 11]. Dans ce paragraphe nous allons présenter une lecture de ces bandes en comparant les courbes de dispersion et la partie réelle de l'impédance électrique, mesurée sur la première couche piézoélectrique, sous différentes conditions aux limites électriques.

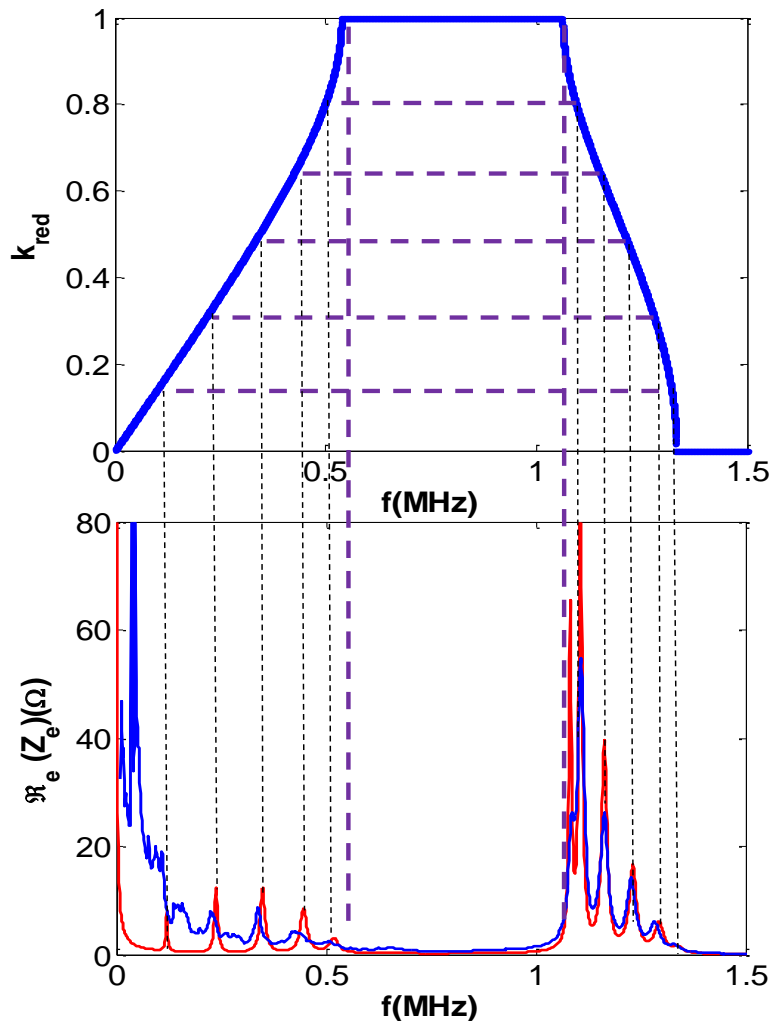


Figure 4.7 Correspondance entre la courbe de dispersion et la partie réelle de l'impédance électrique calculée et mesurée sur la première couche piézoélectrique (voir le chapitre précédent §3.2.1) ; les couches piézoélectriques sont en circuit-ouvert.

L'impédance électrique mesurée sur la première couche piézoélectrique est une image des interférences de l'onde acoustique lors de sa propagation dans le cristal phononique. Lorsque la partie réelle de l'impédance électrique devient nulle, ceci signifie que l'onde acoustique n'engendre pas de déformation dans l'épaisseur de la couche piézoélectrique (Figure 4.7). Cette analyse n'est possible que sur la partie réelle de l'impédance électrique. La partie imaginaire présente des effets similaires, mais ces interférences sont masquées par l'effet capacitif de la plaque piézoélectrique présent sur toute la gamme de fréquence.

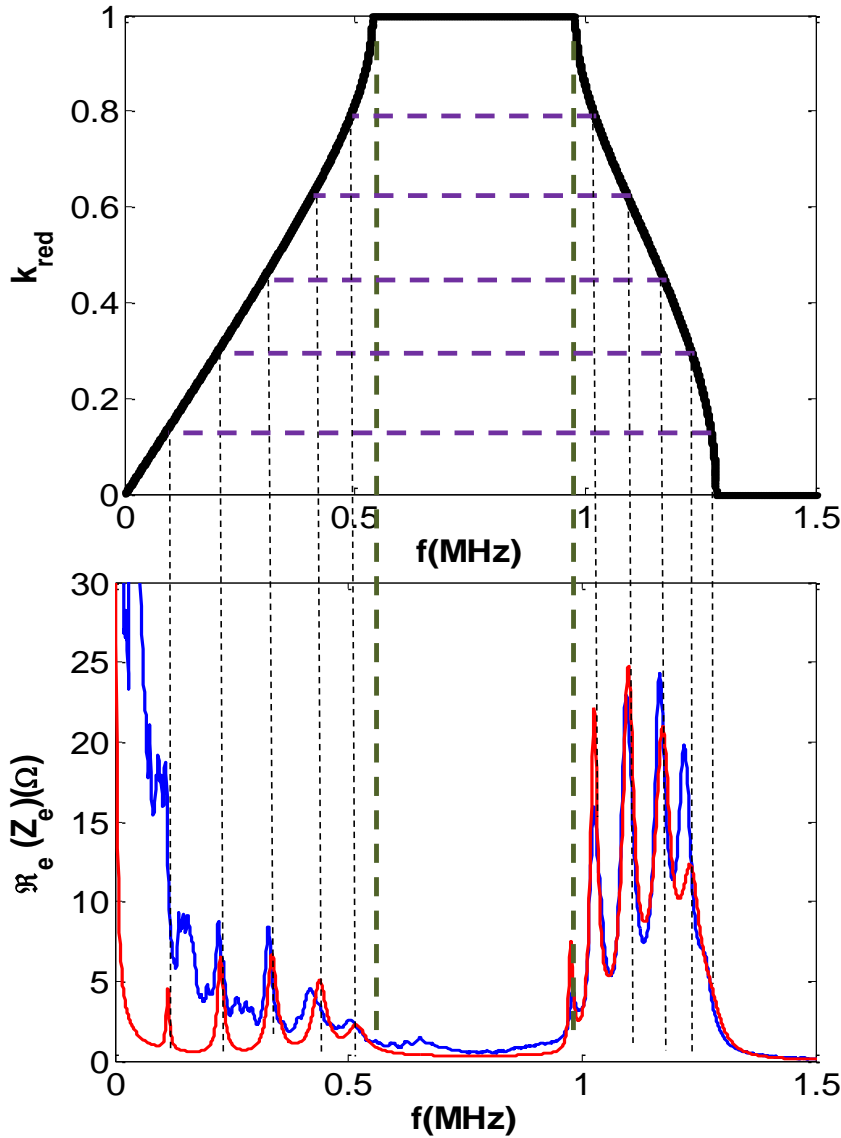


Figure 4.8 Correspondance entre la courbe de dispersion et la partie réelle de l'impédance électrique calculée et mesurée présentée dans la partie précédente. Les couches piézoélectriques sont en court-circuit.

Sur la Figure 4.7, on observe des résonances électriques dans les bandes passantes qui correspondent à des résonances de type Fabry-Perot dans la structure. Dans le cas d'un CP constitué de N périodes, ces résonances sont localisées pour des valeurs de nombres d'onde tels que $k_{red} = n/N$ avec $n \in [1, N]$ ($N = 6$). La vitesse de groupe diminue quand la fréquence se rapproche de la pre-

mière bande interdite, ce qui explique le "resserrement" en fréquence des pics de résonance sur la partie réelle de l'impédance électrique.

Les Figures 4.8 et 4.9 présentent cette comparaison dans les cas respectifs circuit fermé et d'ajout de capacité positive. On observe bien un décalage en fréquence vers la droite des résonances électriques situées dans la deuxième bande passante : la largeur de la bande interdite diminue.

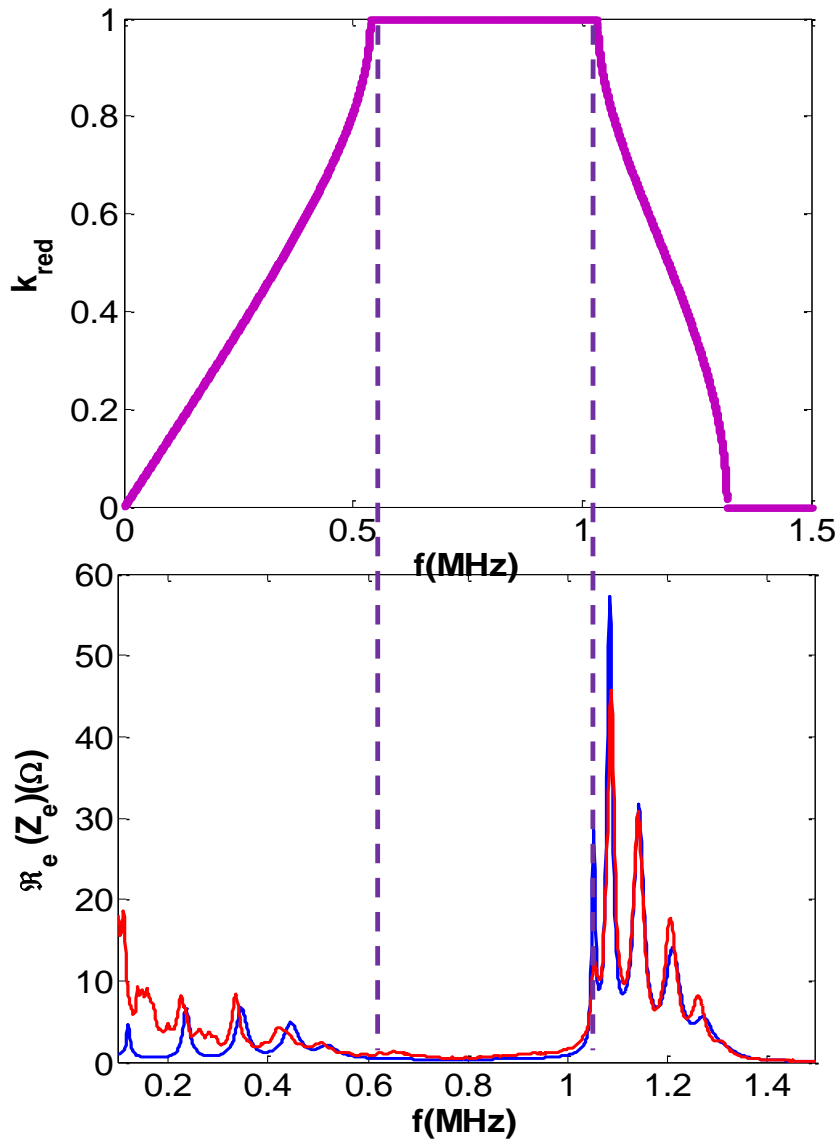


Figure 4.9 Correspondance entre la courbe de dispersion et la partie réelle de l'impédance électrique calculée et mesurée présentée dans la chapitre précédent (Figure 3.17(a)), les couches piézoélectriques sont connectées à une capacité de 4,7 nF.

4- Paramètres effectifs d'une couche piézoélectrique

Les modifications apportées à la propagation des ondes acoustiques par une charge électrique dans une plaque piézoélectrique ont été présentées. Ces modifications permettent d'envisager un contrôle de la propagation des ondes acoustiques incluant des éléments piézoélectriques. Les transformations observées dans les courbes de dispersion peuvent s'expliquer, outre les conditions aux limites utili-

sées, par une variation effective de paramètres physiques de la plaque piézoélectrique. Pour se donner un outil d'analyse permettant d'expliquer cette variation, nous allons écrire la relation de Hooke pour une plaque piézoélectrique en prenant l'effet des conditions aux limites électriques.

Si on considère la propagation des ondes acoustiques selon le mode en épaisseur d'une plaque non piézoélectrique, les contraintes aux bords s'écrivent :

$$\begin{cases} T(0) = c S(0). \\ T(h) = c S(h). \end{cases} \quad (4.12)$$

Ces relations s'écrivent sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} T(0) \\ T(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S(0) \\ S(h) \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

En utilisant les relations de la piézoélectricité, nous allons établir une relation équivalente à l'équation (4.13) pour un matériau piézoélectrique. Cela est possible en écrivant la relation donnant les contraintes selon le mode en épaisseur, et la relation du champ de déplacement donnée par (4.1), les contraintes au niveau des électrodes de la plaque piézoélectrique sont :

$$\begin{cases} T_3(0) = c_{33}^D S(0) - \xi(u_3(h_1) - u_3(0)). \\ T_3(h_1) = c_{33}^D S(h_1) - \xi(u_3(h_1) - u_3(0)). \end{cases} \quad (4.14)$$

Les expressions des déplacements aux interfaces sont remplacées par les déformations aux interfaces à travers le système suivant :

$$\begin{cases} S(0) = jk(\alpha - \beta). \\ S(h_1) = jk(\alpha e^{jkh_1} - \beta e^{-jkh_1}). \end{cases} \quad (4.15)$$

le calcul permet d'établir l'écriture suivante :

$$\begin{pmatrix} T(0) \\ T(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{33}^D(1 - \Gamma) & -\Gamma c_{33}^D \\ -\Gamma c_{33}^D & c_{33}^D(1 - \Gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S(0) \\ S(h) \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

avec

$$\Gamma = \xi \frac{\text{ch}(jkh_1) + 1}{jk\text{sh}(jkh_1)}.$$

L'écriture de l'équation (4.16) permet de déduire que la contrainte sur une interface est proportionnelle à la déformation sur cette même interface à travers une rigidité équivalente défini par :

$$c_{33,\text{eq}} = c_{33}^D(1 - \Gamma).$$

auquel il faut ajouter une contribution liée à la déformation émanant de l'autre interface avec une rigidité :

$$c_{\text{aj}} = -\Gamma c_{33}^D$$

Les conditions aux limites électriques provoquent une rigidité apparente dans le matériau piézoélectrique, l'expression de cette rigidité est établie en prenant en compte le mode en épaisseur. La Figure 5.9 (a) montre la variation de la rigidité équivalente en fonction de la fréquence. Deux cas sont considérés. Le premier est lorsque la plaque piézoélectrique est en circuit-ouvert (courbe noire). La rigidité calculée pour ce cas est constante, ceci prouve le faible couplage entre l'onde acoustique et les grandeurs électriques pour le cas du circuit ouvert. Le second cas est lorsque la plaque piézoélectrique est en court-circuit. On constate qu'une relation de phase est introduite dans la rigidité par les conditions électriques de circuit ouvert. Cette relation induit une variation brutale de la rigidité équivalente autour de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique. Cette variation est plus importante autour de la résonance fondamentale de la plaque piézoélectrique. Elle est plus faible pour les harmoniques impairs de la fréquence parallèle de la plaque, ceci est due au fait que le mode fondamental présente le maximum de déformation en épaisseur, le champ électrique selon l'épaisseur est alors maximal, donc un fort couplage entre les paramètres électriques et mécaniques de la plaque. Ceci illustre les constatations de S. Degeave [4] sur l'ouverture des bandes passantes suite à la mise en court circuit d'une plaque piézoélectrique. On remarque également que la rigidité apparente de la plaque piézoélectrique est plus faible avant que le mode en épaisseur ne soit établi, ceci explique les variations de vitesses constatées également par S. Degeave [4] dans sa thèse lors de l'étude des réseaux exclusivement piézoélectriques.

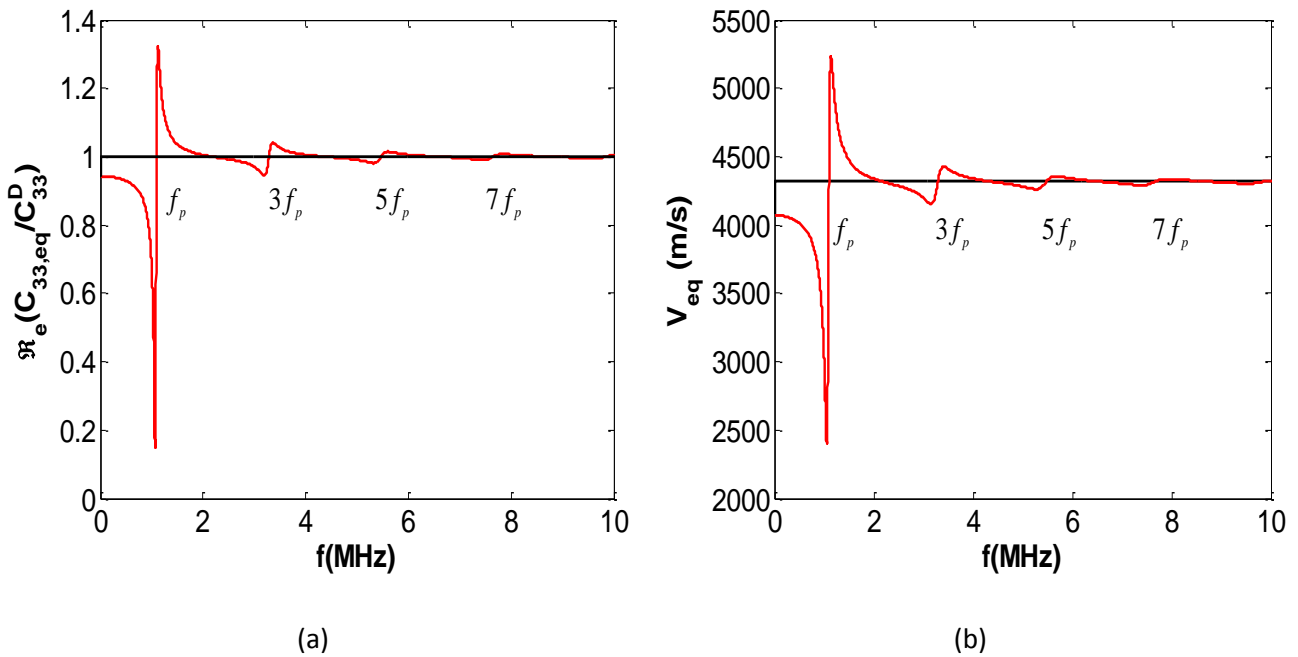


Figure 4.10 (a) Rigidité équivalente de la plaque piézoélectrique, en circuit ouvert (noir), et en court-circuit (rouge), (b) vitesse équivalente dans la plaque piézoélectrique, en circuit ouvert (noir), et en court-circuit (rouge).

La Figure 5.9 (b) présente la vitesse équivalente des ondes longitudinales dans la plaque piézoélectrique. La variation de la vitesse des ondes acoustiques suit la variation de la rigidité, la densité utilisée pour le calcul de la vitesse est constante contrairement à ce qui a été avancé dans des travaux de recherche récents où les modifications des structures de bandes sont expliquées par une densité apparente négative dans le cristal phononique [12]. Ainsi, la mise en court-circuit provoque un dé-

placement des charges électriques d'une électrode à une autre avec une relation de phase. Cette relation de phase intervient directement dans l'établissement des coefficients de transmission et de réflexion dans la plaque qui sont les paramètres physiques conditionnant le passage des ondes acoustiques à travers l'épaisseur de la plaque. Enfin, le cas de l'ajout d'une capacité positive n'est pas présenté dans la Figure 4.9, il se résume par un passage progressif entre la courbe en court circuit, et la courbe de rigidité calculée en circuit-ouvert.

5- Gap d'hybridation dans un cristal phononique unidimensionnel

Nous avons vu dans les chapitres précédents que l'utilisation d'une inductance L_a branchée en parallèle avec la plaque provoque un renvoi de l'énergie du circuit électrique $L_a C_0$ à la fréquence $f_{L_a C_0}$. Considérons une structure phononique dont la cellule élémentaire est composée d'une plaque passive en PMMA, et d'une plaque piézoélectrique connectée à une inductance électrique L_a . La structure de bandes pour ce cas est calculée en utilisant le théorème de Bloch-Floquet. Cependant, nous n'avons pas établi une expression analytique donnant les nombres d'ondes en fonction de la fréquence. L'application des conditions aux limites sur la cellule élémentaire (4.4) conduit à l'équation suivante :

$$A'X^2 + B'X + C' = 0. \quad (4.17)$$

Avec X la fonction de Bloch donnée dans (4.5), les coefficients de l'équation (4.17) sont :

$$\begin{cases} A' = 1 - \alpha s_2. \\ B' = -2c_1 c_2 + \left(\gamma + \frac{1}{\gamma}\right) s_2 s_1 + 2 + \frac{2\alpha}{\gamma} s_1 (c_2 - 1) + \gamma c_1 s_2. \\ C' = A'. \end{cases}$$

Où

$$\begin{cases} c_1 = \cos(k_1 h_1). \\ c_2 = \cos(k_2 h_2). \\ s_1 = \sin(k_1 h_1). \\ s_2 = \sin(k_2 h_2). \end{cases}$$

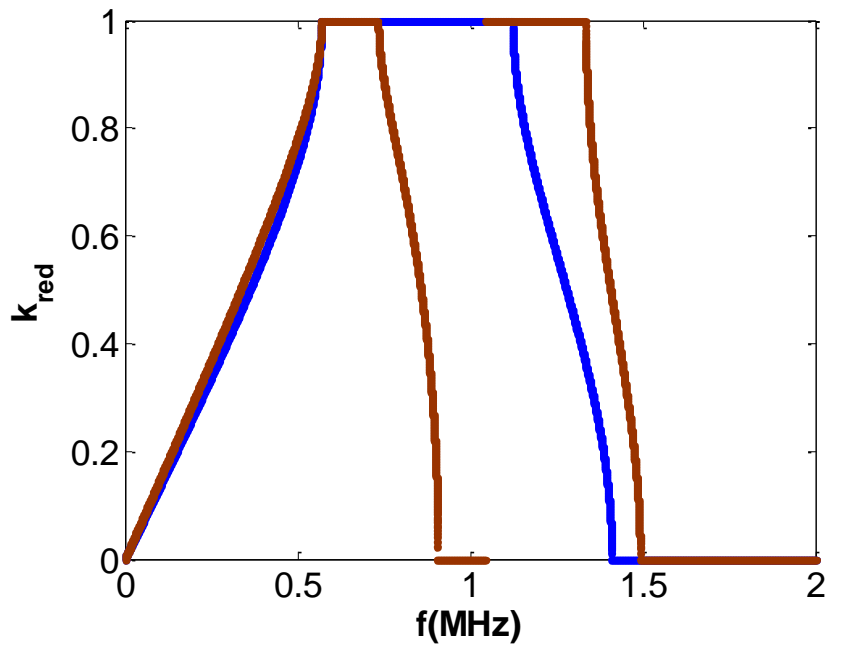
Les nombres d'ondes de la structure sont alors sélectionnés à partir des solutions X_1 et X_2 de l'équation (4.17).

Les courbes de dispersion sont calculées pour des valeurs d'inductances où la résonance du circuit électrique $L_a C_0$ se trouve dans une bande passante pour le premier cas, dans une bande interdite dans le second [13].

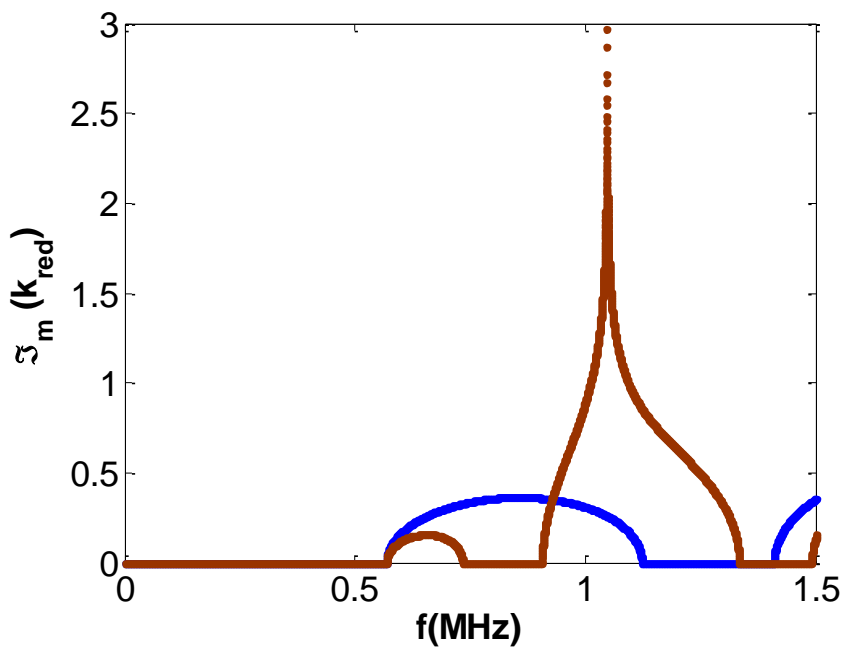
5.1- Ouverture d'une bande passante dans une bande interdite

Les courbes de dispersion sont calculées pour une structure phononique composée d'une cellule élémentaire comportant une couche piézoélectrique de type Pz27 et une fine couche de PMMA. Les caractéristiques physiques sont celles présentées dans le chapitre précédent. La couche en PMMA est utilisée pour éviter le transfert des charges électriques entre deux électrodes adjacentes dans la

structure. L'épaisseur de cette couche, bien que très faible devant celle du matériau piézoélectrique, influe sur les courbes de dispersion de la structure étudiée.



(a)



(b)

Figure 4.11 (a) Structure de bandes pour le cristal phononique, les couches piézoélectriques en circuit-ouvert (bleu), les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de 1,2 μH (marron), (b) partie imaginaire du nombre d'onde pour le cristal phononique, les couches piézoélectriques en circuit-ouvert (bleu), les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de 1,2 μH (marron).

La Figure 4.11 (a) présente une comparaison entre les courbes de dispersion obtenues lorsque la plaque piézoélectrique est en circuit-ouvert ou lorsqu'une inductance $L_a=1,2 \mu\text{H}$ est connectée aux électrodes de la plaque. On remarque que l'ajout de l'inductance provoque l'ouverture d'une bande passante dans la première bande interdite entre 0,85 MHz et 0,9 MHz tandis que la fréquence de fermeture de la bande interdite est décalée vers les hautes fréquences de 1,2 MHz à 1,4 MHz environ. Le mouvement de cette branche est lié à la modification de la position de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique. Ces modifications sont en accord avec les résultats obtenus sur l'impédance électrique dans le chapitre 2.

On constate également que la pente présentée en basses fréquences est légèrement modifiée, ce qui signifie une variation de la vitesse de groupe dans le CP. La Figure 11 (b) présente la partie imaginaire du nombre d'onde en circuit-ouvert, et en présence de l'inductance $L_a = 1,2 \mu\text{H}$. On remarque que l'ouverture de la bande passante correspond bien entre 0,7 MHz et 0,95 MHz à une annulation de la partie imaginaire du nombre d'onde. Entre 0,7 MHz et 1,1 MHz, la partie imaginaire présente une allure très différente, caractéristique d'un gap d'hybridation associé à une résonance [14, 15]. Cette résonance est électrique, elle est centrée à la fréquence f_m décalée par rapport à la fréquence du circuit $L_a C_0$ (voir le premier chapitre) avec C_0 la capacité bloquée des plaques piézoélectriques qui constituent le CP. De part et d'autre de cette résonance, on observe un saut abrupt de phase, la partie réelle k_{red} passe de 0 à 1. Les nombres d'ondes sont solutions de l'équation (4.17), les coefficients de cette équation varient selon la nature de la charge utilisée. Le système est alors forcé à donner des nombres d'ondes à partie réelle positive différente de 0 et 1. On force alors la structure à faire propager une onde acoustique initialement atténuée. L'aspect périodique des conditions aux limites électriques permet d'entretenir la propagation des ondes acoustiques.

5.2- Ouverture d'une bande interdite dans une bande passante

En augmentant la valeur de l'inductance, la résonance électrique peut être décalée en basses fréquences pour se situer dans la première bande passante en circuit-ouvert. La Figure 4.12 présente les courbes de dispersion calculées pour une inductance $L_a = 12 \mu\text{H}$, on observe alors l'ouverture d'une bande interdite, ou gap d'hybridation, autour de 0,32 MHz. Cette valeur correspond à la résonance du circuit électrique $L_a C_0$. Dans ce cas, l'hybridation entre la résonance électrique et l'onde élastique se propageant dans le CP ne se traduit donc pas par l'apparition d'une bande passante dans une bande interdite mais par l'ouverture d'une bande de fréquence pour laquelle les ondes sont fortement atténuées autour de la fréquence $f_{L_a C_0}$. Habituellement, la notion de gap d'hybridation implique l'interaction entre une onde propagative et la résonance d'un diffuseur, ce type de gap ne peut donc pas exister dans un CP unidimensionnel constitué d'un empilement de couches passives. L'utilisation d'une impédance de charge inductive sur les couches piézoélectriques permet donc d'ouvrir un gap d'hybridation dans un CP unidimensionnel, la position du gap étant liée uniquement à la valeur de l'inductance connectée aux couches piézoélectriques.

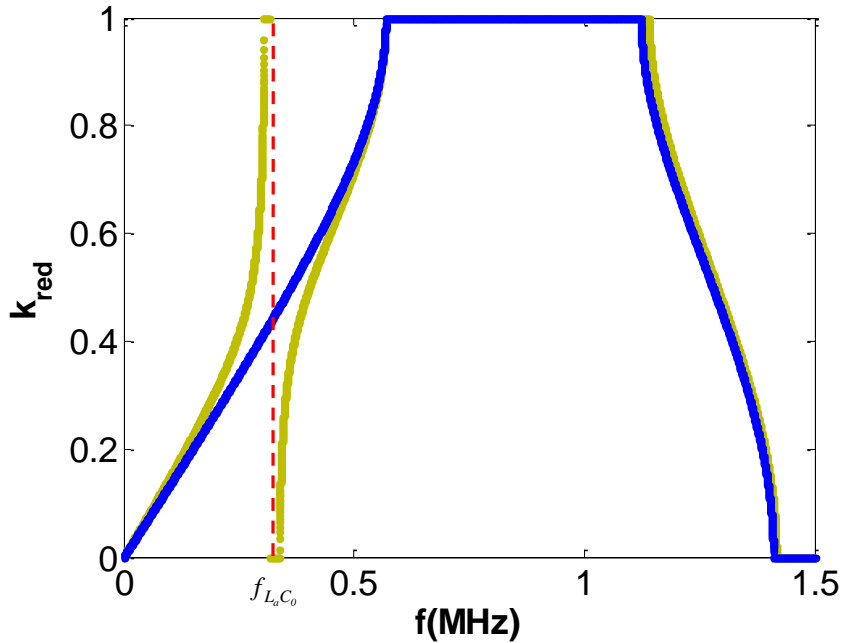


Figure 4.12 Structure de bandes pour le cristal phononique (Pz27/PMMA), les couches piézoélectriques en circuit-ouvert (bleu), les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de 12 μ H (jaune).

Si on choisit une inductance plus élevée, par exemple $L_a = 36 \mu$ H (Figure 4.13), le gap d'hybridation se déplace en fréquence vers 200 kHz. L'obtention d'une bande interdite de Bragg à cette fréquence pour un cristal phononique passif nécessiterait d'utiliser des couches d'épaisseur cinq fois plus importante en considérant des matériaux dont les caractéristiques mécaniques sont proches du Pz27.

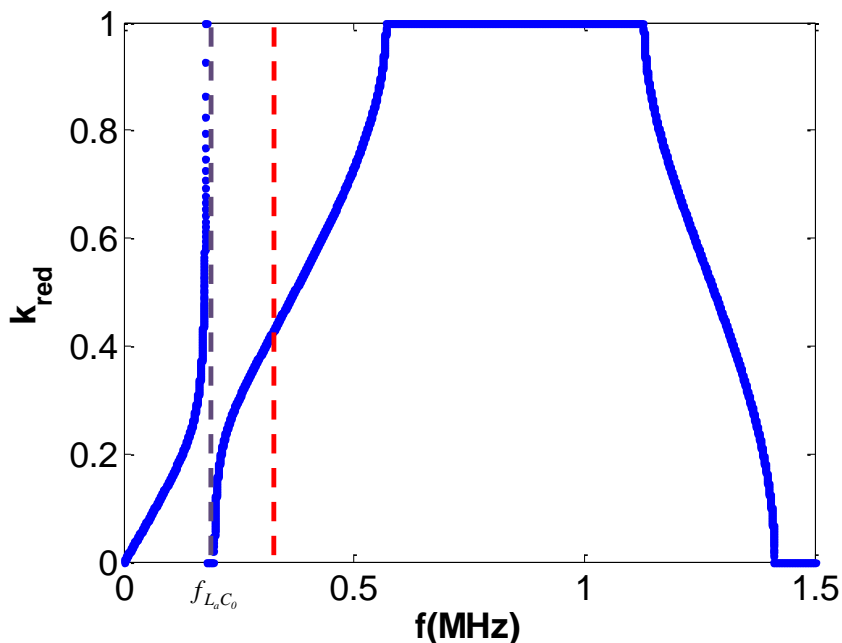


Figure 4.13 Structure de bandes pour le cristal phononique (Pz27/PMMA). Couches piézoélectriques en circuit-ouvert (bleu), Couches piézoélectriques connectées à une inductance de 36 μ H. la ligne verticale rouge en trait discontinu représente la position du gap d'hybridation pour une inductance de 12 μ H.

L'analyse du gap d'hybridation peut être réalisée sur la rigidité équivalente de la couche piézoélectrique en prenant en compte l'effet de la charge inductive selon le formalisme de la matrice de transfert défini dans le paragraphe précédent.

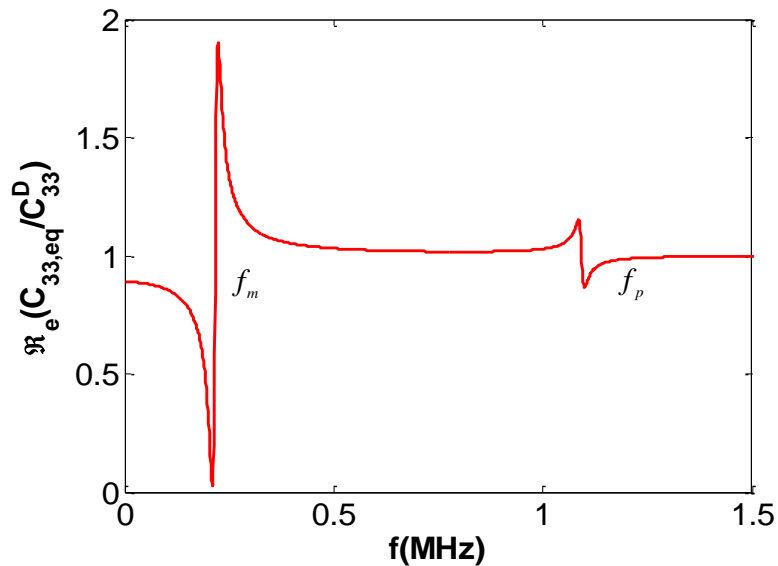


Figure 4.14 Rigidité équivalente de la plaque piézoélectrique avec une inductance de 36 μH connectée en parallèle.

La Figure 4.14 montre la variation de la rigidité équivalente du matériau piézoélectrique. On remarque que la rigidité est fortement augmentée autour de la résonance du circuit $L_a C_0$. Cette forte augmentation simule des valeurs élevées du coefficient de réflexion autour de cette fréquence. Ce coefficient de réflexion impose une forte diminution de l'énergie acoustique, ce qui explique la réflexion des ondes acoustiques autour de la fréquence de résonance. En s'éloignant de la fréquence du circuit $L_a C_0$, la rigidité équivalente tend vers la rigidité en circuit-ouvert. Le passage entre les deux valeurs peut-être interprété comme une variation locale de la vitesse des ondes acoustique à travers la structure étudiée.

5.3- Étude expérimentale du gap d'hybridation

Dans cette partie, nous allons vérifier expérimentalement les modifications induites dans la structure de bandes d'un CP unidimensionnel piézoélectrique lorsque des inductances sont connectées aux couches piézoélectriques. La structure étudiée comporte 14 plaques piézoélectriques de type Pz27, ces couches sont espacées par une fine couche en PMMA pour isoler électriquement chaque couche piézoélectrique. Les différentes couches sont assemblées en utilisant un gel couplant pour ultrasons. Le dispositif expérimental est présenté dans la Figure 4.15, un transducteur émetteur et un transducteur récepteur sont placés de part et d'autre du CP, un dispositif de serrage permet de maintenir une pression constante entre les transducteurs et le CP. Des fils soudés directement sur les électrodes des plaques piézoélectriques permettent de modifier facilement les conditions aux limites électriques sur une plaque d'essai.

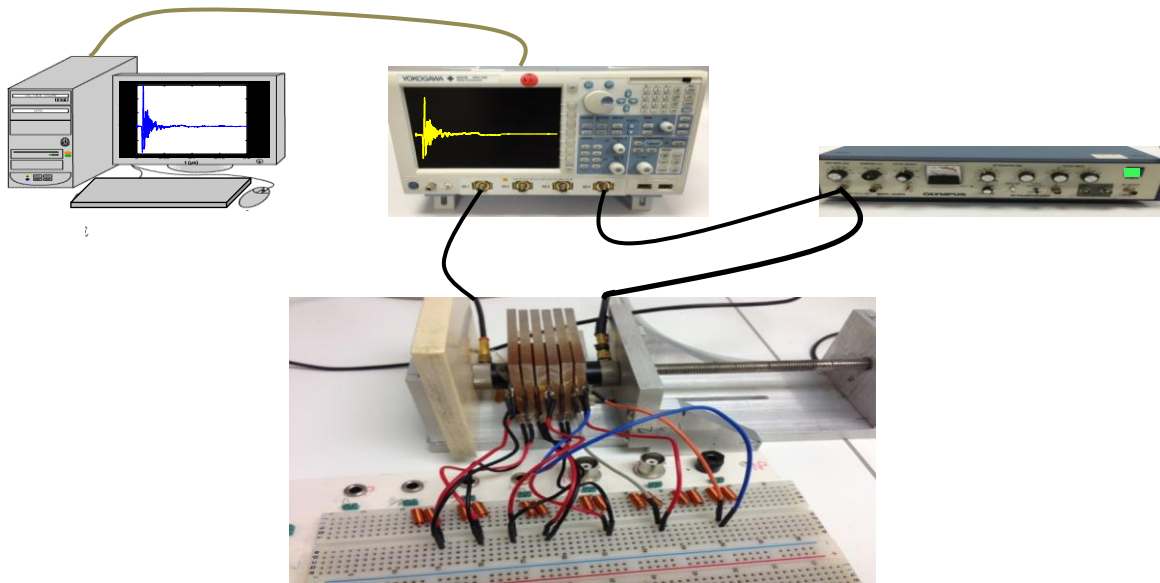


Figure 4.15 Dispositif expérimental pour la mesure de la transmission à travers un cristal phononique composée de 14 cellules élémentaires, les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de $1,2 \mu\text{H}$.

La Figure 4.16 montre la transmission mesurée lorsqu'une inductance $L_a = 1,2 \mu\text{H}$ est utilisée sur les couches piézoélectriques (noir), la transmission est également relevée pour des conditions aux limites de type circuit ouvert (en bleu).

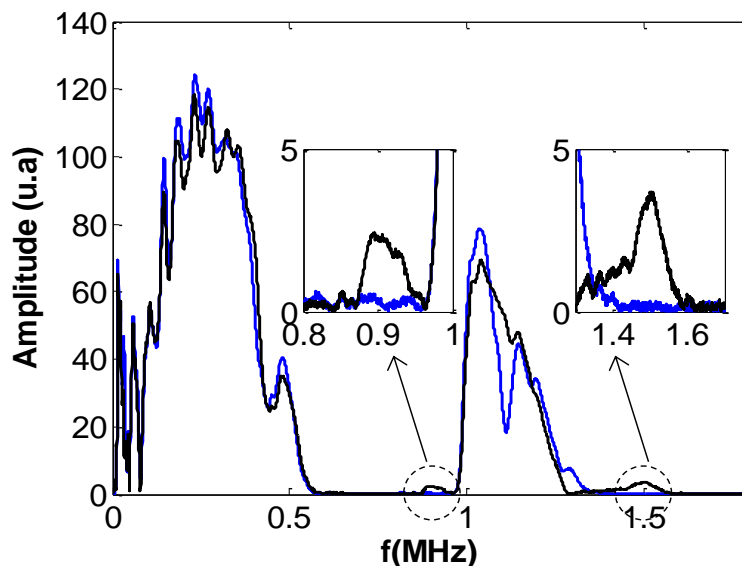


Figure 4.16 Transmission à travers la structure phononique $(\text{Pz27/PMMA}) \times 14$ en vis à vis avec la structure de bandes, les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de $1,2 \mu\text{H}$ (en noir), en circuit-ouvert (en bleu).

On remarque l'apparition de deux nouvelles bandes de transmission autour $0,9 \text{ MHz}$ et $1,5 \text{ MHz}$. À ces fréquences, les ondes acoustiques sont initialement atténuées, ce qui s'illustre par une très faible amplitude de l'onde acoustique en circuit ouvert. Si on augmente la valeur de l'inductance utilisée, la bande passante liée à l'hybridation avec la résonance électrique se décale vers les basses fré-

quences. La Figure 4.17 montre un pic de transmission autour de la fréquence $f_{L_a C_0} = 0,77$ MHz pour une inductance de $3,3 \mu\text{H}$.

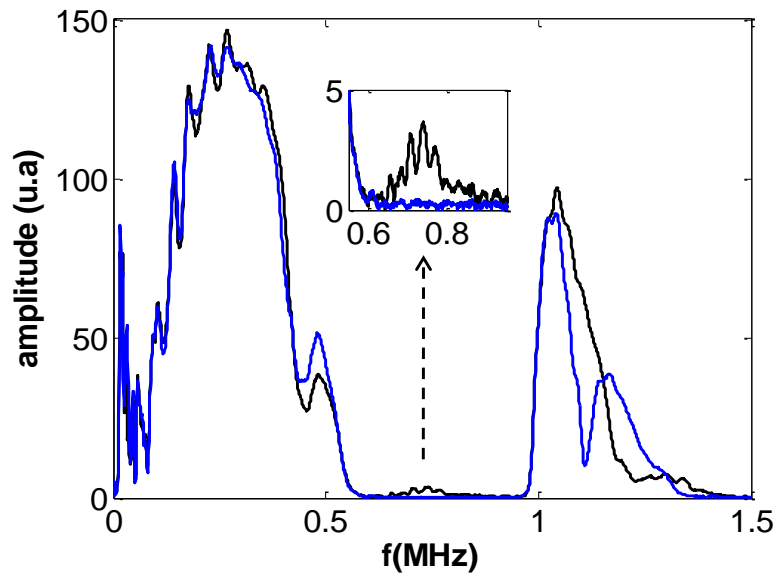
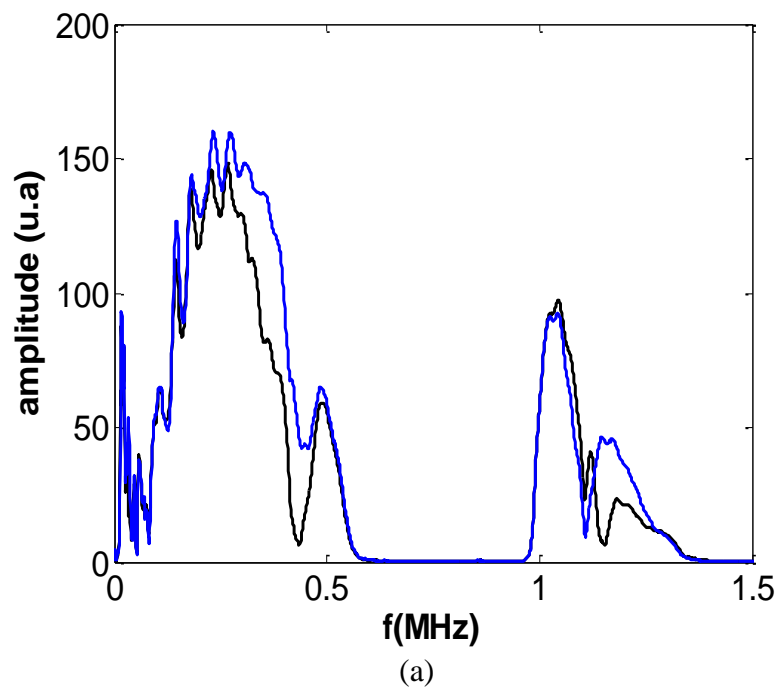


Figure 4.17 Transmission à travers la structure phononique (Pz27/PMMA) $\times 14$ en vis à vis avec la structure de bandes, les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de $3,3 \mu\text{H}$ (en noir), en circuit-ouvert (en bleu).

En augmentant les valeurs des inductances connectées aux plaques piézoélectriques, la fréquence de résonance électrique $L_a C_0$ se situe dans la première bande passante cela conduit à une ouverture de bande interdite dans la bande passante. Nous vérifions expérimentalement Figure 4.18 une atténuation d'amplitude autour des résonances électriques pour des inductances respectivement égales à $12 \mu\text{H}$ et $36 \mu\text{H}$.



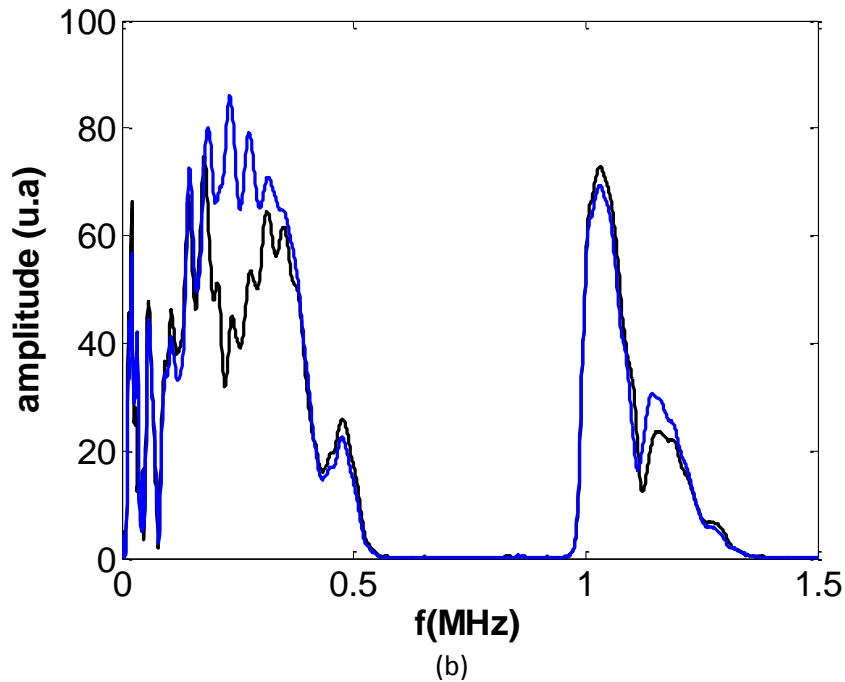


Figure 4.18 (a) Transmission à travers le cristal phononique en vis à vis avec la structure de bandes, les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de 12 μH (en noir), en circuit-ouvert (en bleu), (b) Transmission à travers le cristal phononique en vis à vis avec la structure de bandes, les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de 36 μH (en noir), en circuit-ouvert (en bleu).

Ce résultat montre qu'il est possible de créer une bande interdite loin de la résonance piézoélectrique. Ceci nous permet d'envisager la réalisation de filtres basses fréquences avec des épaisseurs de motifs inférieures à la longueur d'onde des ondes élastiques se propageant dans le CP. Le module d'élasticité effectif défini pour le matériau piézoélectrique en prenant les conditions aux limites est présenté dans la Figure 4.19 dans le cas où une inductance de 36 μH est utilisée.

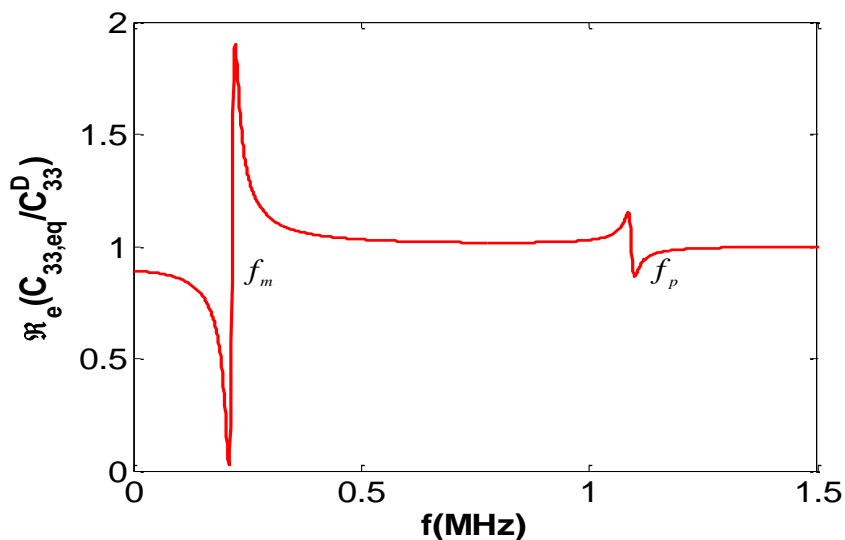


Figure 4.19 Rigidité équivalent de la plaque piézoélectrique pour une inductance de 36 μH .

On remarque que la diminution d'amplitude de transmission dans la bande de fréquence du gap d'hybridation correspond à une forte augmentation du module Young. On aboutit alors dans ce cas

vers une rigidité apparente très élevée entraînant des coefficients de réflexion importants et donc une atténuation de la transmission autour de cette fréquence.

5.4- Gap d'hybridation fonction du nombre de couche

Le gap d'hybridation est créé suite à la connexion d'une charge inductive aux électrodes de la couche piézoélectrique. Ceci est illustré par les solutions qu'on retrouve dans la structure de bandes en présence de l'inductance à travers la relation de dispersion, calculée pour une structure infinie. Pour une structure finie, la présence de l'inductance sur chaque couche piézoélectrique impose à l'onde acoustique une relation de phase, cette relation est entretenue, et maintenue, en fonction du nombre de couches connectées à la même inductance.

La Figure 4.20 montre la construction du gap d'hybridation en fonction du nombre de couches connectées à une inductance de $36 \mu\text{H}$. Les courbes de transmission présentées en gris correspondent aux couches piézoélectriques connectées à une inductance de $36 \mu\text{H}$, la courbe en bleue est relevée en circuit ouvert, la courbe en noir est relevée lorsque toutes les couches piézoélectrique sont connectées à une inductance de $36 \mu\text{H}$. Ce résultat montre une possibilité d'établir un contrôle progressif de la propagation des ondes acoustiques à travers la structure phononique. D'un point de vu structure de bandes, ce résultat n'est pas possible car le principe de calcul par la relation de Bloch-Floquet suppose une structure infinie. Le gap d'hybridation observé au niveau des courbes de dispersion signifie que l'inductance connectée aux électrodes des plaques piézoélectriques force le système acoustique à produire des valeurs positives du nombre d'onde, donc de générer une onde propagative à travers la structure. À partir des relevés de transmission sur la structure phononique, nous avons constaté la présence d'une transmission autour 1 MHz, cette transmission ne correspond pas une bande passante dans la structure de bandes calculée par la relation de Bloch-Floquet. Afin de donner une explication à cette transmission, nous présentons la structure de bandes des ondes de Lamb en circuit ouvert (Figure 4.21) en fonction de la transmission en circuit ouvert. On constate que le couplage entre le mode en épaisseur et le mode de Lamb autour de 1 MHz, correspond parfaitement à la transmission retrouvée à travers la structure phononique. De plus, nous avons vu dans le chapitre précédent que ce mode n'est pas affectée en fréquence par les conditions aux limites électriques.

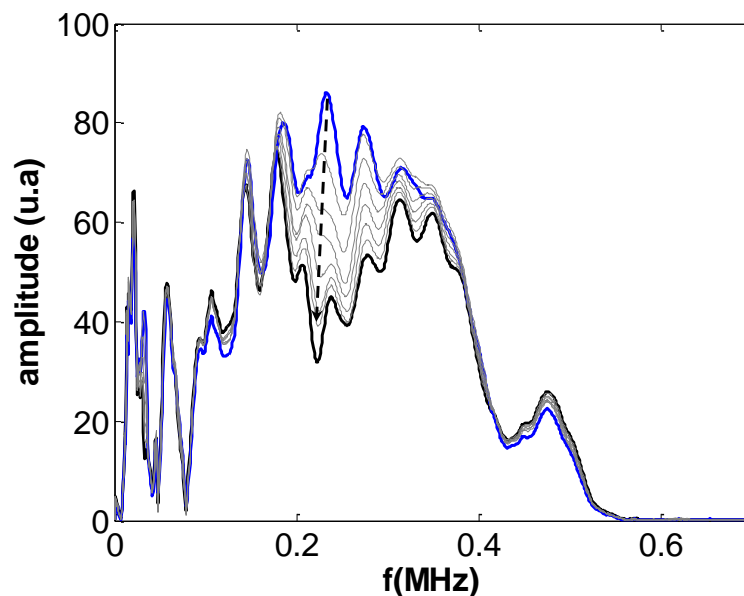


Figure 4.20 Etablissement du gap d'hybridation dans le cristal phononique pour une inductance de $36 \mu\text{H}$.

La transmission constatée autour de 1 MHz est alors issue du couplage entre le mode en épaisseur et un mode latéral, ce dernier n'est pas pris en compte dans le modélisation qui suppose la propagation d'un mode longitudinal pur.

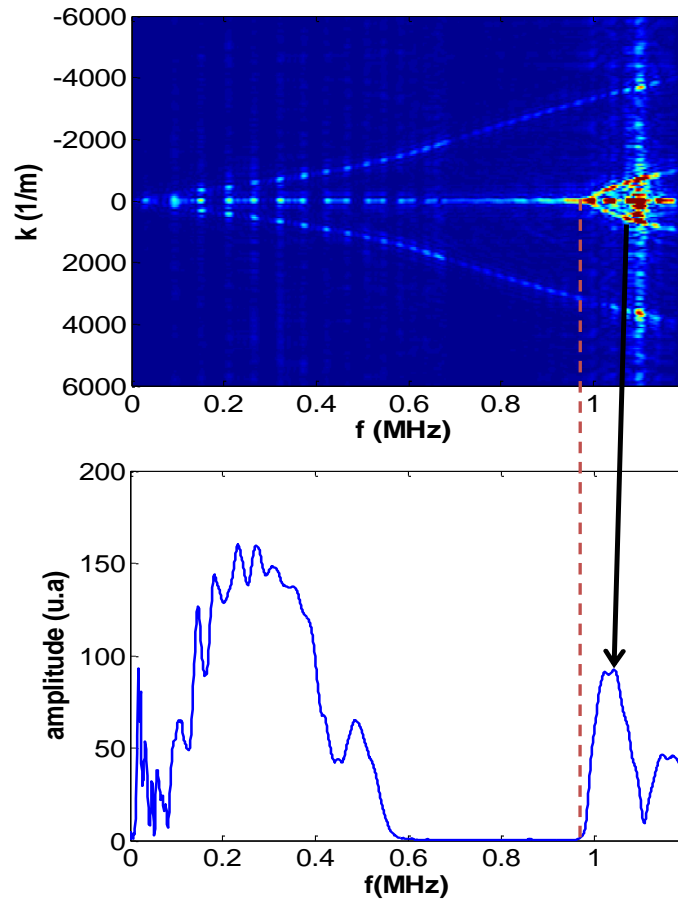


Figure 4.21 Comparaison entre la structure de bandes expérimentale des ondes de Lamb et la transmission relevée lorsque les plaques piézoélectriques sont en circuit ouvert.

5.5- Caractéristiques temporelle du gap d'hybridation

Les signaux temporels mesurés à travers la structure phononique sont présentés dans la Figure 4.22 (a) pour deux configurations: plaques piézoélectriques en circuit ouvert (en rouge), connectées à une inductance de $12 \mu\text{H}$ (en bleu). Les signaux sont caractérisés par un palier représentant la propagation des ondes acoustiques à travers la structure, cette transmission rapide à pour origine le couplage entre les grandeurs élastiques et électriques dans les couches piézoélectriques. On remarque que les signaux temporels sont en opposition de phase, ceci découle de l'opposition de phase entre le circuit $L_a C_0$ pour l'inductance, et le circuit composé de la capacité C_0 lorsque les plaques sont en circuit ouvert. Le nombre de pics observés sur ce palier correspond au nombre d'interfaces présentes dans la structure. La transformée de Fourier des débuts des relevés temporels ($t < 0.01 \mu\text{s}$) est présentée dans la Figure 4.22 (b). On constate que les amplitudes des transformées de Fourier sont très faibles comparées à celles obtenues en prenant toute la durée du signal. Ceci est dû au faible couplage dans les couches piézoélectriques mais également à la présence de la couche en PMMA qui atténue la propagation liée aux conditions électriques. On remarque également que la transmission autour de 1 MHz est quasi inexistante, ce qui illustre le fait que le mode en épaisseur n'est pas encore établi dans la plaque piézoélectrique, son couplage avec le mode de Lamb latéral est alors nul. On distingue aussi que pour l'ajout d'une inductance, la transformée de Fourier

présente une amplification de l'énergie autour de 0,45 MHz, caractéristique de la présence de l'inductance de 12 μH .

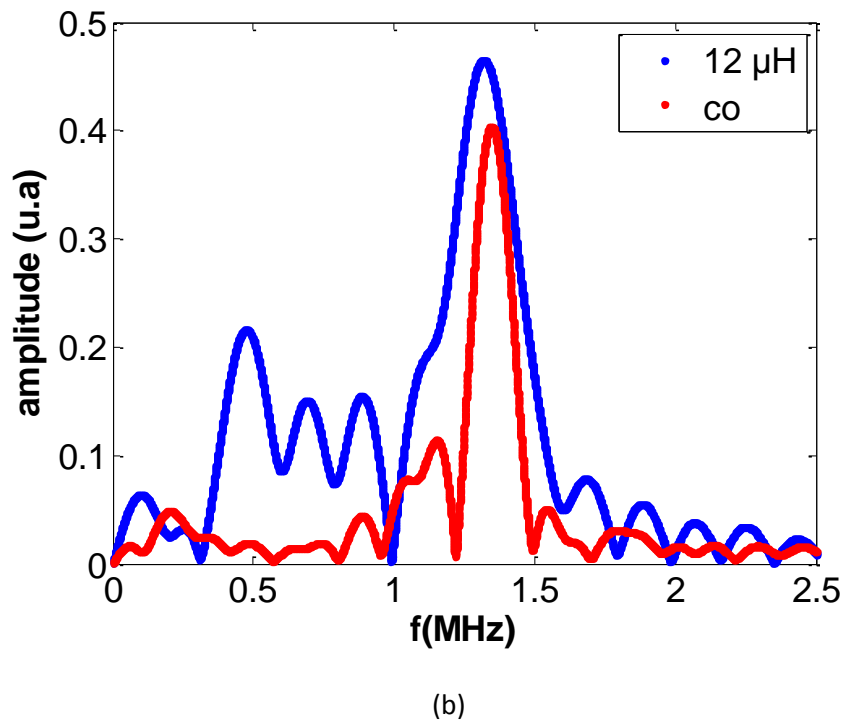
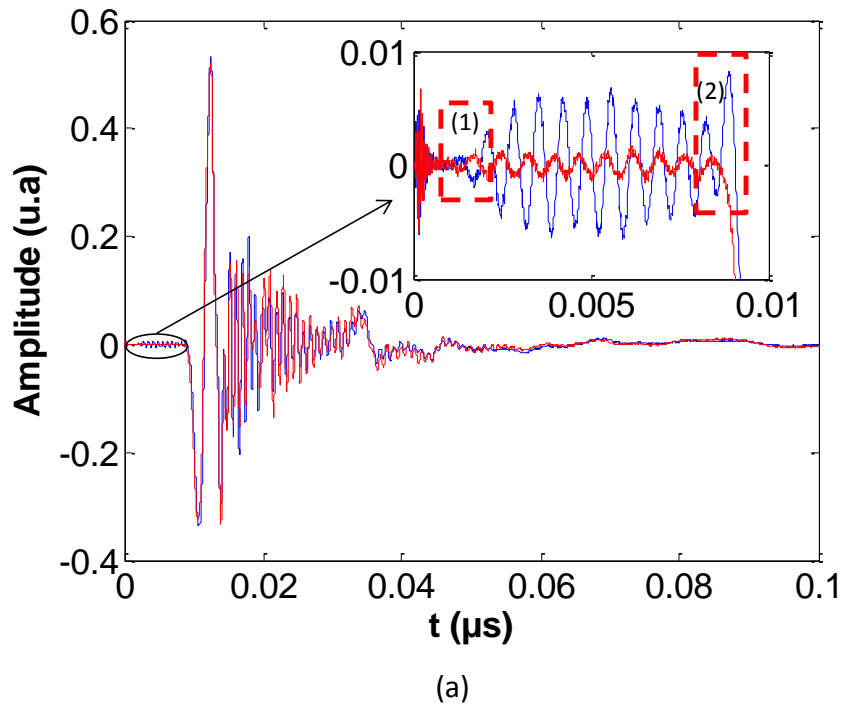


Figure 4.22 (a) Relevés temporels de la transmission à travers la structure phononique, les plaques piézoélectriques sont en circuit ouvert (en rouge), connectées à une charge inductive de 12 μH (en bleu), (b) transformée de Fourier des signaux temporels représentant le premier palier ($t < 0,01 \mu\text{s}$), circuit ouvert (rouge), inductance de 12 μH (bleu).

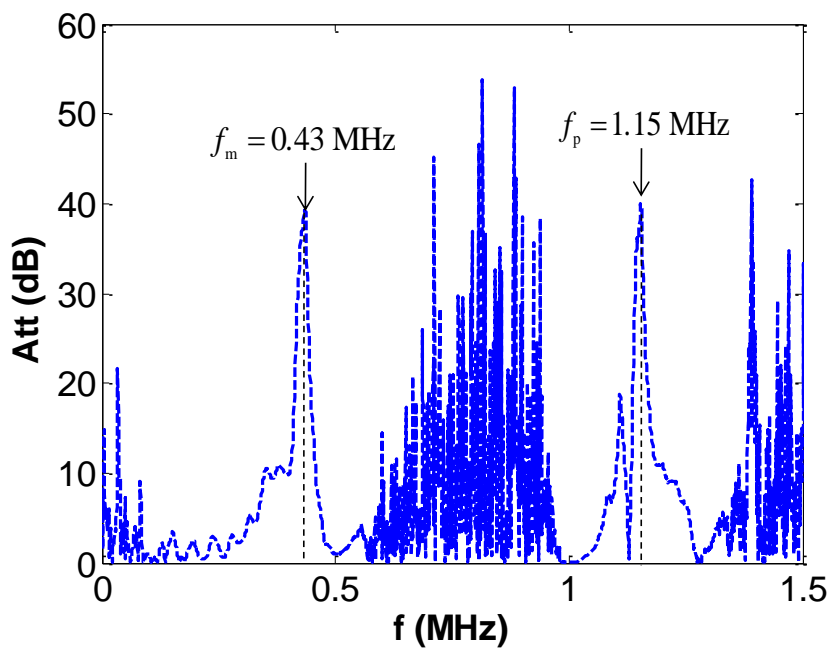
5.6- Évaluation de l'atténuation dans le CP

Les changements apportés par la connexion des inductances au niveau des couches piézoélectriques peuvent être évalués en quantifiant l'atténuation dans la structure. Celle-ci est calculée en utilisant la relation suivante:

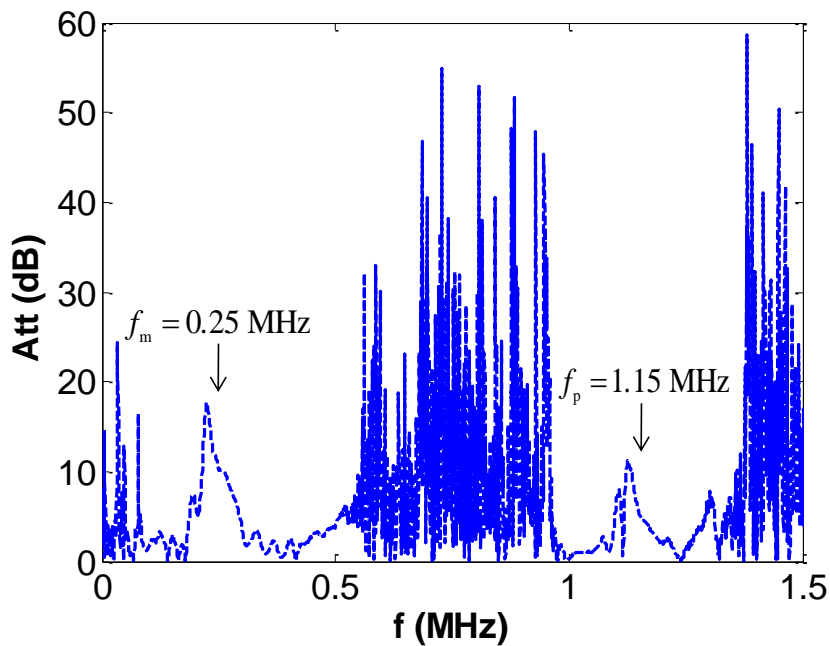
$$Att = 20 \log \left| \frac{FFT_{jL_a\omega}}{FFT_{c_0}} \right|$$

avec $FFT_{jL_a\omega}$ la transformée de Fourier du signal mesuré en utilisant une inductance L_a , et FFT_{c_0} la transformée de Fourier du signal mesuré en circuit ouvert.

La Figure 4.23 (a) montre l'atténuation pour une inductance de 12 μH . On remarque que l'atténuation est fortement augmentée autour de 0,43 MHz, l'atténuation est alors évaluée à environ 40 dB. L'atténuation engendrée par l'ajout de l'inductance est également visible autour de 1,15 MHz, avec une atténuation évaluée à 40 dB. La Figure 4.23 est caractérisée par une forte atténuation dans les plages fréquentielles où la courbe de dispersion, pour une inductance à 12 μH , présente une bande interdite. La Figure 4.23 (b) montre l'atténuation calculée pour une inductance ajoutée de 36 μH . On remarque alors que l'atténuation est d'environ 20 dB autour de la fréquence où le gap d'hybridation est créé $f_m = f_{L_a c_0} = 0,25$ MHz. L'atténuation des ondes acoustique autour de la fréquence parallèle $f_p = 1,11$ MHz de la couche piézoélectrique est plus faible (environ 10 dB).



(a)



(b)

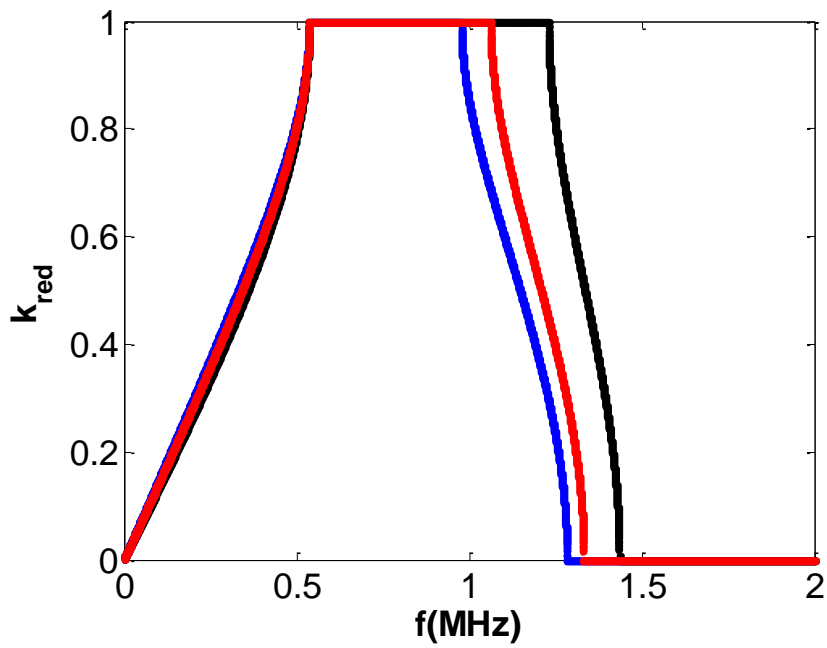
Figure 4.23 Atténuation calculée, (a) pour une inductance $L_a = 12 \mu\text{H}$, (b) pour une inductance $L_a = 36 \mu\text{H}$.

6- Utilisation d'une capacité négative dans un cristal phononique piézoélectrique

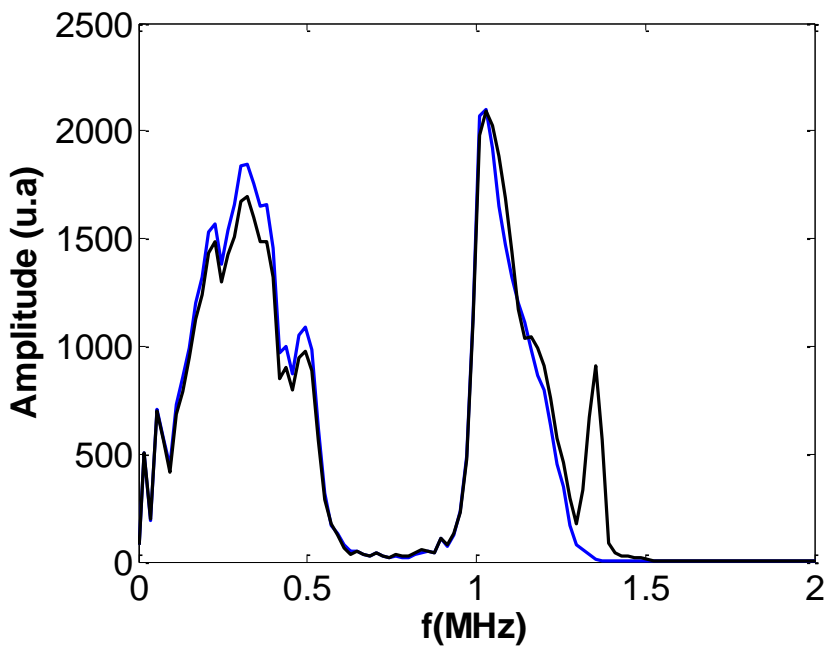
Le contrôle de la propagation des ondes acoustiques dans un CP piézoélectrique en utilisant une capacité positive connectée en parallèle avec les couches piézoélectriques a été détaillé dans la thèse de S. Degraeve [4]. Cependant, ce contrôle se limite à une variation de la bande passante entre la fréquence parallèle et la fréquence série d'une plaque piézoélectrique. L'étude analytique des courbes de dispersion en utilisant une capacité négative montre que ce contrôle peut s'établir dans une plage fréquentielle plus importante [16]. Ce résultat est dû à une variation importante de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique lorsqu'une capacité négative est branchée à ces électrodes (voir chapitre 2). Dans ce paragraphe, nous allons présenter une étude expérimentale concernant l'utilisation d'une capacité négative dans un CP.

Les mesures de la transmission des ondes acoustiques sont effectuées à travers un CP constitué de 6 cellules élémentaires. Chaque cellule comporte une plaque piézoélectrique Pz27 et une fine couche en PMMA, les caractéristiques physiques des matériaux sont identiques à celles présentées dans le chapitre 3 §3.2. Sur chaque plaque piézoélectrique, un circuit électrique simulant une capacité négative (circuits électriques identiques à celui présenté dans le chapitre 2) est branché à ses électrodes. La capacité négative simulée pour chaque couche piézoélectrique est de l'ordre de -6 nF .

La Figure 4.24 (a) présente les courbes de dispersion calculées analytiquement ainsi que les courbes de transmission mesurées. La transmission mesurée est en bon accord avec la structure de bandes calculée (Figure 4.24 (b)). On remarque l'apparition d'une bande de transmission autour de 1,45 MHz (courbe de transmission en noir), à cette fréquence, la structure présente un gap de Bragg en circuit-ouvert (courbe de transmission en bleu).



(a)



(b)

Figure 4.24 (a) Structure de bandes du cristal phononique calculée par Bloch-Floquet, couches piézoélectriques en circuit ouvert (en bleu), en court circuit (en rouge), connectées à une capacité négative (en noir), (b) transmission à travers le cristal phononique en vis à vis avec la structure de bandes, les couches piézoélectriques sont connectées à une capacité négative de -6 nF (en noir), en circuit-ouvert (en bleu).

Cette transmission est due à la présence de la capacité négative en parallèle des couches piézoélectrique. On remarque également que la transmission en circuit ouvert reste présente dans la transmis-

sion en utilisant la capacité négative. En effet, sur les courbes de transmission, le gap de Bragg n'est pas totalement construit, ceci est dû au nombre de couches utilisées ne permettant pas de créer les relations de phases nécessaires.

Si on augmente la valeur de capacité négative utilisée, cette bande passante pourra se décaler en hautes fréquences. Ce décalage est toutefois conditionné par la capacité bloquée de la plaque piézoélectrique, la capacité négative ne peut excéder la capacité bloquée C_0 car la capacité totale doit rester positive dans le circuit électrique.

7- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude analytique portant sur l'accordabilité d'un CP piézoélectrique. Une matrice de transfert décrivant les paramètres acoustiques de la plaque piézoélectrique a été définie. Cette matrice inclut les conditions aux limites électriques aux électrodes de la plaque piézoélectrique. En écrivant la relation entre la contrainte et la déformation, une analyse a été proposée décrivant le module de Young équivalent pour un matériau piézoélectrique. Ce module équivalent permet d'apporter une explication sur l'accordabilité de la propagation des ondes acoustiques en utilisant une charge électrique passive.

Nous avons également présenté une étude analytique et expérimentale sur le gap d'hybridation dans le CP unidimensionnel piézoélectrique. Cette étude montre la possibilité de contrôler la propagation des ondes acoustiques en dehors de la résonance piézoélectrique. En particulier, l'atténuation des ondes acoustiques en basses fréquences (pour le cas d'une inductance de 36 μH). Enfin, ce chapitre se termine par l'utilisation de la capacité négative dans cette structure. Dans ce cas, les mesures de transmission sont en bon accord avec les courbes de dispersion calculées par le théorème de Bloch-Floquet.

Références

- [1] A. B. Movchan, N. V. Movchan and R. C. McPhedran, "Bloch-Floquet bending waves in perforated thin plates," *Proc. R. Soc. A*, 463, 2505-2518, 2007.
- [2] P. D. C. King and T. J. Cox, "Acoustic band gaps in periodically and quasiperiodically modulated waveguides," *Journal of applied physics*, 102, 014902, 2007.
- [3] A. Bedford and D. S. Drumheller, "Introduction to elastic wave propagation," *Wiley*, 1ed., 1996.
- [4] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, A.-C. Hladky-Hennion, M. Pham-Thi, "Contrôle électrique de la propagation d'ondes élastiques dans des cristaux phononiques piézoélectrique," *Acte du 21^e congrès français de mécanique*, Bordeaux, 2013.
- [5] P. Maréchal, F. Levassort, L.P. Tran-Huu-Hue, M. Lethiecq, "Lens-focused transducer modeling using an extended KLM model", *Ultrasonics*, vol. 46, p.155-167, 2007.
- [6] J.-L. Dion, "New transmission line analogy applied to single and multilayered piezoelectric transducers," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 40, no.5, pp. 577-583, 1993.
- [7] L. M. Brekhovskikh, "Waves in layered media," *Second Edition, Translated by Robert T. Beyer*, 1980.
- [8] M. Brissaud, "Matériaux piézoélectriques : Caractérisation, modélisation et vibration," *Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes*, 2007.

- [9] S. G. Alekseev, Y. V. Gulyaev, G. D. Mansfeld, V. I. Pustovoit and V. F. Dmitriev, "Propagation of acoustic waves through periodic structures containing phase nonregularities," in *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 2124-2127, 1997.
- [10] S.A. Mansoura, P. Maréchal, B. Morvan and B. Dubus, "Analysis of a phononic crystal constituted of piezoelectric layers using electrical impedance measurement," *Physics Procedia* **70** (2015) 283-286.
- [11] S.A. Mansoura, P. Maréchal, B. Morvan, A.C. Hladky-Hennion, B. Dubus, "Active control of a piezoelectric phononic crystal using electrical impedance", In *Proc. IEEE International Ultrasonics Symposium*, pp. 951-954, 2014.
- [12] A. A. Kutsenko, A. L. Shuvalov, O. Poncelet, A. N. Darinskii, "Tunable effective constants of the one-dimensional piezoelectric phononic crystal with internal connected electrodes," *Journal of the Acoustical Society of America*, 2015. 137(2): p. 606-616.
- [13] S.A. Mansoura, B. Morvan, A.-C.Hladky-Hennion, B. Dubus, "Study of an hybridization gap in a one dimensional piezoelectric crystal," *Physics Procedia* **70** (2015) 279-282.
- [14] S.A. Mansoura, B. Morvan, P. Maréchal, J. Vasseur, A.-C. Hladky-Hennion et B. Dubus, "Gap d'hybridation dans un cristal phononique 1D constitué de matériaux piézoélectriques" *Acte du 21^e congrès français d'acoustique, Poitiers*, 2014.
- [15] F. Van Der Biest, A. Sukhocich, A. Tourin, J. H. Page, B. A. Van tiggelen, Z. Liu and M. Fink, "Resonant tunneling of acoustic waves through a double barrier consisting of two phononic crystals," *Europhys. Lett.*, 71 (1), pp. 63-69, 2005.

Conclusion générale

L'ensemble des travaux de recherche présentés dans ce manuscrit traite de l'accordabilité en fréquence des propriétés de matériaux piézoélectriques afin de contrôler la propagation des ondes acoustiques dans un cristal phononique. Dans un premier temps, nous avons montré que cette accordabilité peut être obtenue efficacement en connectant des charges d'impédances électriques aux électrodes d'une couche piézoélectrique. Dans un deuxième temps, cette accordabilité a été exploitée pour contrôler la propagation des ondes acoustiques à travers une structure phononique.

Tout au long de ce travail, deux types de caractérisation sont utilisées. D'une part, une caractérisation basée sur des mesures d'impédance électrique. Le modèle de Mason et le modèle BVD simplifié sont, dans ce cas, utilisés pour développer des modèles analytiques. D'autre part, à partir des équations de la piézoélectricité, les expressions des déplacements et contraintes associés à la propagation des ondes acoustiques dans la plaque sont étudiés pour caractériser d'un point de vue mécanique le comportement vibratoire d'une couche piézoélectrique. Des mesures par vibrométrie laser ou utilisant des transducteurs piézoélectriques viennent compléter les mesures d'impédance électrique.

Dans les deux premiers chapitres, l'influence des conditions aux limites électriques sur les fréquences de résonance d'une plaque piézoélectrique isolée est étudiée théoriquement et expérimentalement. Nous avons vérifié que l'application d'une tension de polarisation constante sur la couche piézoélectrique ne permettait pas de modifier significativement la résonance d'épaisseur. Par la suite, nous nous sommes concentrés sur l'ajout de charges d'impédances électriques. Ainsi, comme il a déjà été montré par le passé, la connexion d'une capacité positive permet de contrôler la fréquence de résonance parallèle de la plaque piézoélectrique. Cette fréquence est déterminée à partir de la résonance de l'onde longitudinale dans l'épaisseur de la plaque ; sa valeur diminue progressivement lorsqu'une capacité positive est ajoutée pour atteindre une valeur limite fixée par la fréquence de résonance série de la plaque piézoélectrique isolée. Cela constitue une limitation de l'accordabilité dans ce cas. Le décalage de la fréquences parallèle s'accompagne d'une perte progressive du couplage électromécanique. Lorsque la capacité ajoutée devient comparable à la capacité bloquée de la plaque, l'effet piézoélectrique devient quasi-inexistant.

Le cas d'une capacité négative a ensuite été envisagé. L'ajout d'une capacité négative donne la possibilité d'augmenter la valeur de la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique. Le couplage piézoélectrique est alors effectif au-delà de la fréquence de résonance parallèle de la plaque isolée. La capacité négative agit comme un dipôle actif ; elle amplifie la quantité de charges qui apparaît sur les électrodes par effet piézoélectrique direct ; cette énergie électrique supplémentaire se couple à l'onde acoustique par effet piézoélectrique inverse. Ces résultats sont illustrés par des relevés d'impédance électrique. Le circuit électrique permettant de simuler une capacité négative est réalisé à partir de circuits convoyeurs de courant de seconde génération. Nous avons vu que le circuit utilisé permet de simuler une capacité négative allant jusqu'à -8 nF en présence d'un résonateur passif

de type LC . La capacité négative simulée en présence de la plaque piézoélectrique est cependant limitée à -6 nF. Le calcul du coefficient de couplage électromécanique effectif réalisé à partir des relevés expérimentaux corrobore l'augmentation de l'énergie stockée dans la branche motionnelle de la plaque piézoélectrique. Ce coefficient augmente de 50% par rapport à sa valeur initiale, ce taux de variation n'a à ce jour pas été relevé dans la littérature pour les plaques piézoélectriques de type PZT.

Le dernier cas étudié pour une plaque piézoélectrique seule est l'ajout d'une charge inductive. La réponse de la plaque est caractérisée par une fréquence supplémentaire, cette fréquence est liée au circuit électrique $L_a C_0$ composé de la capacité bloquée de la plaque piézoélectrique et de l'inductance ajoutée. Dans cette étude, lorsque les valeurs de l'inductance utilisées sont au-delà de $2 \mu\text{H}$, cette fréquence est confondue avec celle du circuit électrique $L_a C_0$. Si l'inductance est plus faible, l'augmentation de cette fréquence supplémentaire est limitée par la fréquence série de la plaque piézoélectrique. La charge inductive permet de renvoyer de l'énergie dans la branche motionnelle de la plaque piézoélectrique lorsque le circuit électrique $L_a C_0$ entre en résonance. L'avantage est alors la possibilité de créer des résonances supplémentaires de la plaque piézoélectrique en basses fréquences. L'énergie électrique associée au circuit résonant $L_a C_0$ permet par couplage piézoélectrique d'amplifier les modes latéraux (modes de Lamb) stationnaires de la plaque piézoélectrique. Ces modes sont d'une importance capitale, puisqu'ils sont eux-mêmes couplés à la résonance en épaisseur de la plaque. Par ailleurs, les conditions aux limites électriques sur les électrodes d'une plaque piézoélectrique n'affectent pas la dispersion des modes guidés.

Au quatrième chapitre, l'étude de l'impédance électrique est réalisée sur une plaque piézoélectrique insérée dans un multicouche de plaques passives ou piézoélectriques. L'approche théorique proposée permet de prendre en compte les différentes conditions aux limites électriques sur les couches voisines de la plaque étudiée. Nous avons montré l'importance de la position de la couche piézoélectrique dans le multicouche, mais aussi l'impact des différentes charges électriques connectées aux couches voisines dans la réponse spectrale de la plaque piézoélectrique. La partie réelle de l'impédance électrique est caractérisée par des résonances de type Fabry-Pérot associées à l'aspect fini de la structure. Le calcul permet d'établir que ces résonances sont localisées au niveau des couches piézoélectriques. La partie réelle de l'impédance électrique est également analysée en regard des courbes de dispersion obtenues pour un multicouche piézoélectrique infini. Nous avons démontré qu'il existe une relation étroite entre la partie réelle de l'impédance électrique calculée sur la première couche piézoélectrique et les courbes de dispersion de la structure.

L'accordabilité des cristaux phononiques piézoélectriques est étudiée dans le chapitre cinq en faisant appel aux différents moyens de contrôle déjà étudiés sur une plaque piézoélectrique seule. Nous avons démontré, en utilisant le théorème de Bloch-Floquet, que la connexion d'une charge inductive aux électrodes des couches piézoélectriques provoque la création d'un gap d'hybridation au niveau de la structure de bandes du cristal phononique. La position en fréquence de ce gap est contrôlée à travers la valeur de l'inductance utilisée. L'expérience montre également une augmentation de la transmission des ondes acoustiques lorsque le gap d'hybridation se situe au sein du gap de Bragg. Elle montre aussi une forte atténuation de la transmission des ondes acoustiques lorsque le

gap d'hybridation est localisé sur une bande de transmission. Bien que les phénomènes de couplage dans les matériaux piézoélectriques aient fait l'objet de plusieurs études, il n'y avait jamais eu de démonstration théorique ni expérimentale de l'existence du gap d'hybridation dans le type de structure étudiée dans ce manuscrit. L'analyse de la relation de dispersion permet d'établir que la charge inductive force la structure à faire propager (ou atténuer) des ondes acoustiques selon la valeur de l'inductance considérée. Cette étude montre aussi que la relation de phase introduite par la charge inductive est cumulative ; le gap d'hybridation se construit alors à chaque couche piézoélectrique traversée par l'onde acoustique. Une lecture du gap d'hybridation est fournie à travers un module de rigidité équivalent défini pour une couche piézoélectrique ; ce dernier permet d'inclure l'effet des conditions aux limites électriques sous forme d'une rigidité équivalente. L'établissement du gap d'hybridation au sein d'une bande passante s'explique alors par une forte augmentation de la rigidité équivalente de la plaque piézoélectrique. Dans cette étude également, nous avons développé une matrice de transfert pour la couche piézoélectrique. Cette matrice permet de relier les grandeurs acoustiques d'entrée et de sortie de la plaque piézoélectrique, en tenant compte des conditions aux limites électriques sur ses électrodes.

Une perspective de ce travail est d'élargir le contrôle de la structure de bandes sur des structures phononiques bidimensionnelles ou tridimensionnelles pour des applications de type multiplexage et guidage. Les moyens d'accordabilité présentés dans ce manuscrit peuvent également être appliqués pour le contrôle des ondes de surfaces. La possibilité d'utiliser d'autres types de matériaux actifs à fort coefficient de couplage (PMN-PT) permettra d'obtenir un plus large contrôle en fréquence. L'étude de l'impédance acoustique effective d'un multicouche piézoélectrique permet de traiter les problèmes d'interfaces dans ces structures. Aussi, le contrôle des ondes acoustiques dans un multicouche est d'une grande utilité notamment dans le design de nouveaux transducteurs pour diverses applications.

Annexe 1

Piézoélectricité et notations

1- Introduction

Cette première annexe est consacrée à l'introduction des grandeurs physiques, et de leurs notations, qui seront régulièrement utilisées dans le document. Les relations de la piézoélectricité traduisant le couplage entre les grandeurs mécaniques et électriques sont présentées. On définit ensuite les différents types de pertes à prendre en compte dans les modèles. Les fréquences caractéristiques de la vibration d'épaisseur sont déterminées à partir de la représentation dans le plan complexe de l'impédance électrique. L'expression de cette impédance peut être obtenue à partir du modèle de Mason mais d'autres modèles, plus ou moins pertinents selon la configuration étudiée, existent qui sont également présentés.

2- Equations constitutives de la piézo-électricité

2.1- Equations et grandeurs constitutives

Suivant les variables indépendantes choisies, 4 systèmes d'équations peuvent être établis :

$$\begin{bmatrix} T \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & -e^t \\ e & \varepsilon^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ E \end{bmatrix} \quad (\text{A1.1})$$

$$\begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^D & -h^t \\ -h & \beta^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{A1.2})$$

$$\begin{bmatrix} S \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^D & g^t \\ -g & \beta^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

$$\begin{bmatrix} S \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^E & d^t \\ d & \varepsilon^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} \quad (\text{A1.4})$$

Les différentes relations sont illustrées dans la Figure A1.1, les équations (A1.1) et (A1.2) sont décrites par la Figure A1.1 (a), les équations (A1.3) et (A1.4) par la Figure A1.1 (b).

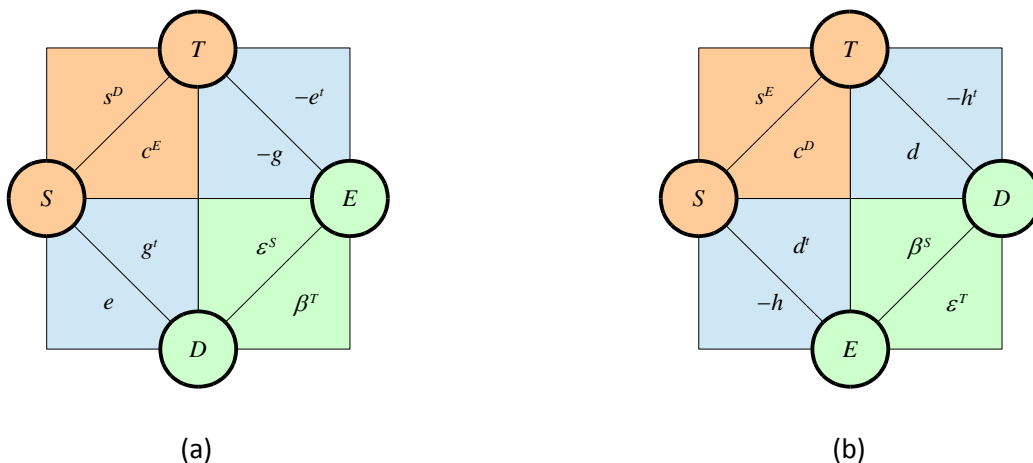


Figure A1.1. Schéma illustrant les différentes relations de la piézoélectricité (a) schéma pour les équations (A1.1) et

(A.1.2), (b) schéma pour les équations (A1.3) et (A1.4).

avec :

$$[T] = [T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{23}, T_{13}, T_{12}]^t, \text{ le vecteur contrainte,}$$

$$[S] = [S_{11}, S_{22}, S_{33}, 2S_{23}, 2S_{13}, 2S_{12}]^t, \text{ le vecteur déformation,}$$

$$[E] = [E_1, E_2, E_3]^t, \text{ le vecteur champ électrique,}$$

$$[D] = [D_1, D_2, D_3]^t, \text{ le vecteur déplacement électrique,}$$

$$[c] \text{ et } [s], \text{ les matrices de coefficients élastiques,}$$

$$[\varepsilon] \text{ et } [\beta], \text{ les matrices de coefficients diélectriques,}$$

$$[d], [e], [g] \text{ et } [h], \text{ les matrices de coefficients piézo-électriques.}$$

Les exposants E , D , T et S accolés aux termes dans la matrice indiquent la grandeur considérée constante pour la détermination de cette variable.

2.2- Définition des pertes mécaniques, piézo-électriques et diélectriques

Les notations matricielles des différents tenseurs ont été décrites pour des matériaux sans pertes. Ces dernières ont été introduites sous la forme d'un angle de perte sur les constantes mécaniques, piézo-électriques et diélectriques.

Ainsi, pour les constantes élastiques à champ électrique constant :

$$s^E = |s^E| e^{j\varphi_{m,s^E}} = s^{E'} - js^{E''} = s^{E'}(1 - j\delta_{m,s^E}). \quad (\text{A1.5})$$

$$\text{avec } \tan \varphi_{m,s^E} = \frac{s^{E''}}{s^{E'}} = \delta_{m,s^E}.$$

Holland [3], et plus récemment Mezheritsky [4], ont défini et énoncé les conditions de satisfaction des lois de la thermodynamique, pour les pertes sur le second système d'équations (A1.2) :

$$\begin{cases} s^E = s^{E'} - js^{E''} \\ d = d' - jd'' \\ \varepsilon^T = \varepsilon^T' - j\varepsilon^T'' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s^E = s^{E'}(1 - j\delta_{m,s^E}) \\ d = d'(1 - j\delta_{p,d}) \\ \varepsilon^T = \varepsilon^T'(1 - j\delta_{e,\varepsilon^T}) \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \delta_{m,s^E} = s^{E''}/s^{E'} \\ \delta_{p,d} = d''/d' \\ \delta_{e,\varepsilon^T} = \varepsilon^T''/\varepsilon^T' \end{cases} \quad (\text{A1.6})$$

Par commodité, la correspondance entre les pertes définies par (A1.6) et celles utilisées par Le-thiecq et al. [5] pour le premier système d'équations (A1.1) est établie :

➤ Pour les constantes élastiques :

$$c^E = \frac{1}{s^E} = \frac{1}{s^E - js^E''} = \frac{s^E' + js^E''}{|s^E|} = c^E'(1 + j\delta_{m,c^E}).$$

$$\text{avec } \delta_{m,c^E} = \frac{s^E''}{s^E'} = \delta_{m,s^E} = \delta_m. \quad (\text{A1.7})$$

➤ Pour les constantes piézo-électriques :

Par convention usuelle [6-8], on considère que les pertes sur les coefficients piézoélectriques e sont nulles, i.e. $\delta_{p,e} = 0$:

$$e = dc^E = d'c^E(1 - j\delta_{p,d})(1 + j\delta_m) = e'(1 + j\delta_{p,e}).$$

$$\text{et } \delta_{p,e} = 0. \quad (\text{A1.8})$$

➤ Pour les constantes diélectriques :

$$\varepsilon^S = \varepsilon^T - d^t dc^E = \varepsilon^T(1 - j\delta_{e,\varepsilon^T}) - d^t d'c^E(1 - j\delta_{p,d})^2(1 + j\delta_m) = \varepsilon^S(1 - j\delta_{e,\varepsilon^S}).$$

$$\text{soit } \delta_{e,\varepsilon^S} = \frac{\varepsilon^T'}{\varepsilon^S'} \delta_{e,\varepsilon^T} + \frac{d^t d'c^E'}{\varepsilon^S'} \delta_{p,d} = \delta_e.$$

2.3- Réduction du nombre de coefficients de pertes

En pratique, l'identification des termes de pertes se fait sur le système d'équation (A1.1) et se limite aux constantes mécaniques et diélectriques. La correspondance des termes de pertes entre les systèmes d'équations (A1.1) et (A1.2) se réduit donc :

$$\begin{cases} \delta_{m,c^E} = \delta_m. \\ \delta_{p,e} = 0. \\ \delta_{e,\varepsilon^S} = \delta_e. \end{cases} \quad (\text{A1.9})$$

Le coefficient de pertes sur les constantes élastiques à déplacement électrique constant c^D est donné par δ :

$$c^D = c^E + \frac{e^t e'}{\varepsilon^S} = c^E(1 + j\delta_m) + \frac{e^t e'(1 + j\delta_e)}{\varepsilon^S(1 + \delta_e^2)} = c^D(1 + j\delta).$$

$$\delta = \frac{c^E'}{c^D'} \delta_m + \frac{e^t e'}{\varepsilon^S(1 + \delta_e^2)} \delta_e. \quad (\text{A1.10})$$

3- Modélisation 1D

3.1- Couplage épaisseur

Si on considère un échantillon de dimensions latérales grandes devant l'épaisseur, la plaque vibre selon l'axe de l'épaisseur, usuellement noté axe 3. Le champ électrique E_3 appliqué dans cette direction entraîne une vibration longitudinale, et une vitesse particulière selon cette même direction. L'hypothèse d'une vibration unidimensionnelle est vérifiée dans le cadre des spécifications du standard IEEE sur la piézo-électricité [1].

Dans ce cas, on définit les grandeurs utiles à la caractérisation du mode épaisseur : coefficient de couplage, pertes et vitesse longitudinale notamment.

➤ Par définition, le coefficient de couplage selon le mode épaisseur est donné par :

$$k_t = \Re e \left\{ \frac{e_{33}}{\sqrt{c_{33}^D \epsilon_{33}^S}} \right\}. \quad (\text{A1.11})$$

$$\text{avec } c_{33}^E = c_{33}^D - \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} = c_{33}^E (1 + j\delta_m).$$

Par identification des parties réelles, on détermine :

$$c_{33}^E = c_{33}^D (1 - k_t^2). \quad (\text{A1.12})$$

$$\text{avec } k_t^2 = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^D \epsilon_{33}^S} \frac{1}{1 + \delta_e^2}.$$

➤ Par identification des parties imaginaires, on en déduit l'expression des pertes sur le coefficient élastique à déplacement constant selon la direction 3 :

$$\text{avec } c_{33}^D = c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} = c_{33}^D (1 + j\delta).$$

$$\text{et } \delta = (1 - k_t^2) \delta_m + k_t^2 \delta_e. \quad (\text{A1.13})$$

➤ La vitesse des ondes longitudinales et les pertes relatives sont données par :

$$v_L = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} = v_L' (1 + j\delta_c).$$

Par identification des parties réelle et imaginaire, on détermine la partie réelle et les pertes sur la vitesse des ondes longitudinales ainsi que leur expression usuelle au premier ordre [1] :

$$v_L = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \delta^2} + 1}{2}} \approx \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}. \quad (\text{A1.14})$$

$$\text{et } \delta_c = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}-1}{\sqrt{1+\delta^2}+1}} \approx \frac{\delta}{2}. \quad (\text{A1.15})$$

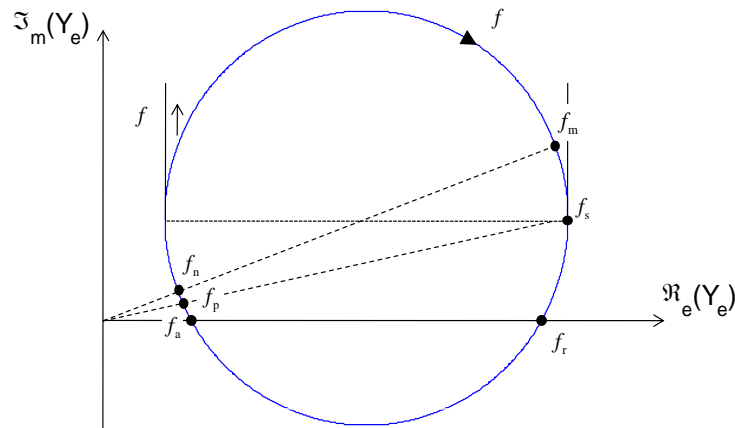
3.2- Modèle de Mason

La vibration longitudinale décrite par le système d'équations (A1.1), peut être modélisée par un schéma électrique équivalent. Des schémas basés sur cette hypothèse ont été proposés par Redwood (schéma de Mason-Redwood) [2], et Krimholtz, Leedom et Matthei (schéma KLM) [3]. Si ces schémas sont équivalents [4], l'un ou l'autre se prête mieux à certaines études. Ainsi, l'expression développée selon un modèle unidimensionnel [2,3] donne :

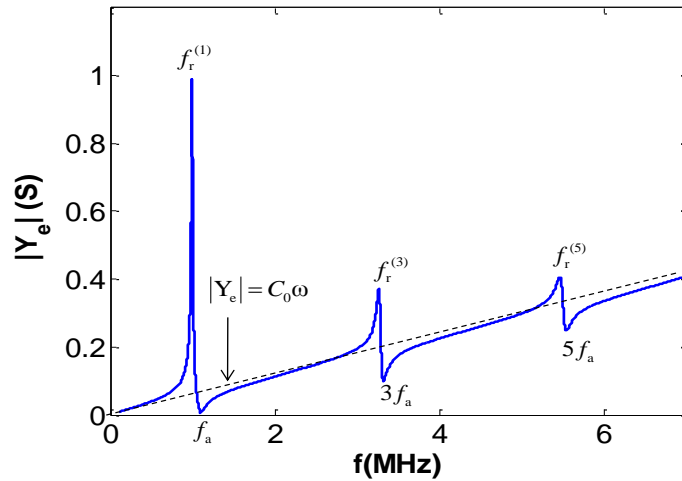
$$Z_e = Z_0 \cdot \left(1 - k_t^2 \frac{\tan(\theta_p)}{\theta_p} \right) \quad \text{avec} \quad \theta_p = \frac{k_L d_p}{2} = \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_p} (1 - j\delta_c). \quad (\text{A1.16})$$

où f_p est la fréquence de résonance parallèle, pour laquelle $\Re\{Z_e\}$ est maximale.

Le tracé de cette impédance électrique dans le plan complexe permet d'identifier différents couples de fréquences caractéristiques : (f_a, f_r) , (f_p, f_s) et (f_n, f_m) . Ces fréquences sont illustrées dans la Figure A1.2.



(a)



(b)

Figure A1.2. (a) Fréquences caractéristiques définies dans le plan complexe de l'admittance électrique d'une plaque piézoélectrique[14,15], (b) module de l'admittance électrique.

Autour de la fréquence de résonance parallèle, on pose [6] : $f = (1+x)f_p$.

$$\Re\{Z_e(x)\} = \frac{1}{\omega C_0} \Im m \left\{ \frac{Z_e(x)}{Z_0} \right\} = \frac{1}{2\pi f_p C_0} \left(\frac{2k_t}{\pi} \right)^2 \frac{\delta_c}{(x^2 + \delta_c^2)}. \quad (\text{A1.17})$$

$$\text{soit } \max(\Re\{Z_e(f)\}) = \frac{1}{2\pi f_p C_0} \left(\frac{2k_t}{\pi} \right)^2 \frac{1}{\delta_c}. \quad (\text{A1.18})$$

3.3- Modèle BVD

L'expression développée selon le modèle BVD aboutit au résultat suivant :

$$Z_{BVD} = \frac{Z_0 Z_M}{Z_0 + Z_M} = Z_0 \frac{C_0}{C_0 + C_m} \left(\frac{1 - L_M C_M \omega^2 + j\omega R_M C_M}{1 - L_M C_{0M} \omega^2 + j\omega(R_0 + R_M)C_{0M}} \right). \quad (\text{A1.19})$$

$$\text{avec } C_{0M} = \frac{C_0 C_M}{C_M + C_0}.$$

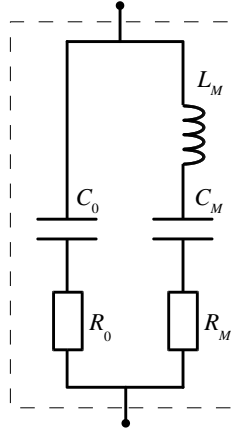


Figure A1.3. Schéma équivalent BVD avec pertes mécaniques et diélectriques.

Pour l'identification des deux modèles, on définit :

$$Z_{BVD} = Z_0 \frac{C_0}{C_0 + C_M} \frac{N}{D}. \quad (\text{A1.20})$$

Par identification des deux équations (A1.19) et (A1.20), on définit :

$$\omega_s \setminus \Re\{N(\omega_s)\} = 0 \quad \text{soit} \quad \omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_M C_M}}.$$

$$\text{et } \omega_p \setminus \Re\{D(\omega_p)\} = 0 \quad \text{soit} \quad \omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_M C_{0M}}}.$$

La formulation écrite pour la branche capacité statique permet d'évaluer les pertes diélectriques δ_e :

$$Z_0 = R_0 + \frac{1}{j\omega C_0} = \frac{1}{j\omega C_0} \left(\frac{1}{1 + j\omega R_0 C_0} \right) \approx \frac{1}{j\omega C_0 (1 - j\omega R_0 C_0)}. \quad (\text{A1.21})$$

$$\text{soit } \delta_e = \omega R_0 C_0. \quad (\text{A1.22})$$

En basses fréquences, on identifie donc :

$$\left(1 - k_t^2 \frac{\tan(\theta_p)}{\theta_p} \right) \xrightarrow{f \rightarrow 0} (1 - k_t^2) = \frac{C_0}{C_M + C_0}. \quad (\text{A1.23})$$

$$\text{d'où } k_t = \sqrt{\frac{C_M}{C_M + C_0}}. \quad (\text{A1.24})$$

Le coefficient de couplage radial équivalent pour le mode en épaisseur est :

$$k_p = \sqrt{1 - \frac{C_{33}^D \mathcal{E}_{33}^s}{C_{33}^E \mathcal{E}_{33}^T}}.$$

Par analogie, on identifie:

$$\max(\Re\{Z_{BVD}(f)\}) = \frac{R_M}{1 + \omega_M^2 (R_0 + R_M)^2 C_0^2} = \max(\Re\{Z_e(f)\}). \quad (\text{A1.25})$$

$$\text{soit } R_{M,sol} = \frac{\delta_c}{\omega_s C_0} \frac{\omega_p}{\omega_s} \left(\frac{\pi}{2k_t}\right)^2 = \frac{\delta_c}{\omega_s C_0} \frac{1}{\sqrt{1-k_t^2}} \left(\frac{\pi}{2k_t}\right)^2. \quad (\text{A1.26})$$

$$\text{et } R_M = 2,7.R_{M,sol}(0,94 - k_t)(0,75 + k_t). \quad (\text{A1.27})$$

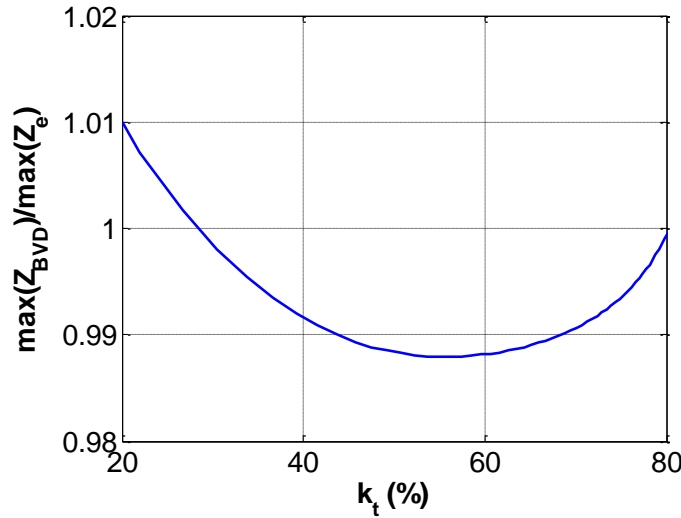


Figure A1.4. Comparaison des maxima des parties réelles de Z_e et Z_{BVD} .

4- Version Redwood du modèle de Mason

Redwood proposa une nouvelle représentation du modèle de Mason où la représentation en T (chapitre 1) est remplacée par une ligne de transfert caractérisée par une impédance acoustique Z_c [10, 11]. Le principe du modèle est de simuler la propagation à travers la couche piézoélectrique par une ligne coaxiale, les conditions aux limites électriques sont représentées par un transformateur connectée à la gaine de la ligne coaxiale. Le transformateur est supposé idéal, la version de Redwood utilise également une capacité négative (Figure A1.4) associée à la capacité bloqué de la couche piézoélectrique.

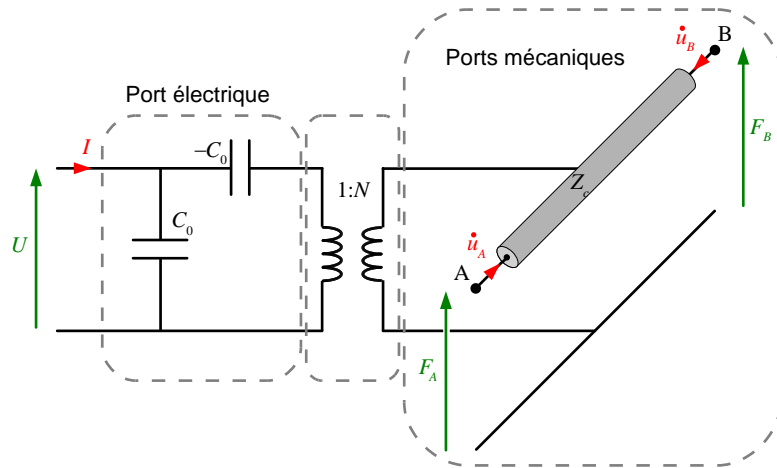


Figure A1.5. Présentation de Redwood pour le modèle de Mason.

5- Modèle KLM

Les modèles présentés présentent une capacité négative figurant principalement dans la branche électrique des modèles. Dans le but de séparer les éléments du circuit électrique de la ligne de propagation acoustique, Krimholtz, Leedom, and Matthei [12] ont proposé un circuit équivalent connu sous le nom KLM. Le modèle KLM est souvent utilisé pour le calcul des structure multicouche, il permet de simuler la vibration d'une plaque selon son mode en épaisseur, mais aussi pour la vibration d'un mode latéral. Cependant, le modèle KLM ne permet pas d'introduire les pertes au niveau des constantes physiques, plusieurs études ont été réalisées afin de comparer le modèle KLM et le modèle de Mason avec pertes [3].

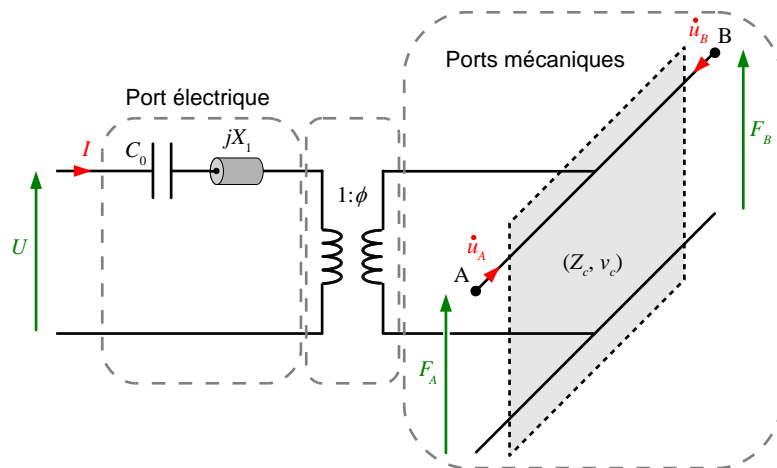


Figure A1.6. Modèle KLM pour une plaque piézoélectrique.

Avec

$$\begin{cases} \phi = \frac{\omega Z_c}{2h_{33}} \frac{1}{\sin\left(\frac{l\omega}{2v_c}\right)} \\ X_1 = Z_c \left(\frac{h_{33}}{\omega Z_c}\right)^2 \sin\left(\frac{l\omega}{v_c}\right). \end{cases}$$

Où l est la demie épaisseur de la couche piézoélectrique et Z_c son impédance acoustique

Références

- [1] IEEE Std., "Standard on Piezoelectricity ANSI/IEEE Std," 176-1987. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control.*, 43(5): p. 1-55, 1996.
- [2] N. V. Movchan and R. C. McPhedran, "Bloch-Floquet bending waves in perforated thin plates," *Proc. R. Soc. A*, 463, 2505-2518, 2007.
- [3] D. Royer, E. Dieulesaint, "Ondes élastiques dans les solides. Tome 1: Propagation libre et guidée," *Masson ed.*, 1996.
- [4] Holland R., "Representation of dielectric, elastic, and piezoelectric losses by complex coefficients," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 14(1): pp. 18-20, 1967.
- [5] A. V. Mezheritsky, "Elastic, dielectric, and piezoelectric losses in piezoceramics: How it works together," *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, 51(6): p. 695-707, 2004.
- [6] M. Lethiecq, L. P. Tran-Huu-Hue, F. Patat, L. Pourcelot, "Measurement of losses in five piezoelectric ceramics between 2 and 50 MHz," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 40(3): pp. 232-237, 1993.
- [7] B. Zug, "Étude des pertes d'origine piézoélectrique dans les matériaux piézoélectriques et des transducteurs ultrasonores," *Thèse INSA de Lyon ; 94 ISAL 0078*, 1994.
- [8] P. Audrain, "Étude des pertes dans les matériaux piézoélectriques," *Mémoire de diplôme d'études approfondies en Acoustique Appliquée, Université du Maine*, 1997.
- [9] L. P. Tran-Huu-Hue, P. Audrain, F. Levassort, M. Lethiecq, "Influence of the different loss parameters on piezoelectric material performances," *Ferroelectrics Proceedings of the fourth ECAPD*, 224(1-4): p. 177-184, 1999.
- [10] D. A. Berlincourt, D. R. Curran, H. Jaffe, "Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers," *W. P. Masson ed.*, Vol. 1A. 1964.
- [11] M. Rdwood, "Transient performanse of piezoelectric transducer," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 33, pp. 527-536, 1961.
- [12] M. Đ. Radmanović, D. D. Mančić, "Design and modelling of the power ultrasonic transducers," *Monographies, Switzerland*, 2004.
- [13] R. Krimholtz, D. A. Leedom, G. L. Matthaei, "New equivalent circuit for elementary piezoelectric transducers," *Electron. Lett.*, vol. 6, pp. 398-399, 1970.
- [14] S. Sherrit, S. P. Leary, B. P. Dolgan, Y. B. Cohen, "Comparaison of Mason's model on circuit analysis programs," *IEEE Ultrasonics symposium proceedings*, pp. 921-926, 1999.
- [15] L. Camp, "Underwater Acoustics," *Wiley-Interscience, USA*, 1970.
- [16] L. Pardo, M. Algueró and K. Brebøl, "Iterative methode in the characterization of piezoceramics of industrial interest," *Adveces in Science and Technology*, Vol 45, pp: 2448-2458, 2006.

Annexe 2

Schéma électrique multimodal pour une couche piézoélectrique

1- Introduction

Dans cette annexe, une modélisation de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique vibrant selon son épaisseur est proposée. Ce modèle prend en compte la présence des modes latéraux liés aux dimensions latérales finies de la plaque. Autour de la résonance parallèle de la couche piézoélectrique [1], une extension est proposée visant à inclure l'effet des modes latéraux (parasites) venant se coupler avec le mode en épaisseur. L'architecture du modèle a été proposée et étudiée précédemment [2,3,4], la méthode que nous proposons pour le calcul des éléments du schéma multimodal est une méthode semi analytique. Elle permet de simuler l'impédance électrique sur une large gamme de fréquence.

2- Modélisation multimodale

La Figure A2.1 présente le module de l'impédance électrique mesurée sur une plaque piézoélectrique Pz26 d'épaisseur $h = 1,98 \text{ mm}$, de longueur $l = 25 \text{ mm}$ et de largeur $L = 50 \text{ mm}$. On constate la présence de modes « parasites ». Ces modes sont en fait des modes guidés (modes de Lamb) stationnaires encore appelés modes latéraux s'établissant suivant la longueur ou la largeur de la plaque.

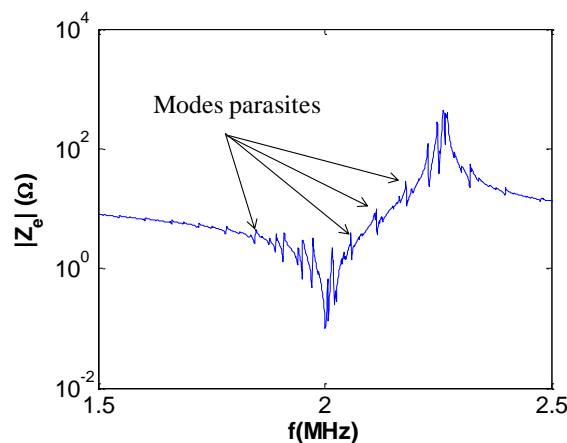


Figure A2.1. Illustration des modes parasites sur le module de l'impédance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique Pz26 d'épaisseur $h = 1,98 \text{ mm}$.

Le schéma électrique associé au mode en épaisseur d'une plaque piézoélectrique est décrit par un résonateur électrique où les constantes du circuit renvoient à des paramètres piézoélectriques. Ce résonateur peut être décrit à l'aide du modèle BVD, constitué d'une capacité C_0 en parallèle avec un

circuit de type RLC (R_M, L_M, C_M) entrant en résonance à la fréquence f_s . Une extension de ce modèle mono-mode est effectuée en ajoutant pour chaque mode parasite un résonateur LC (Figure A2.1).

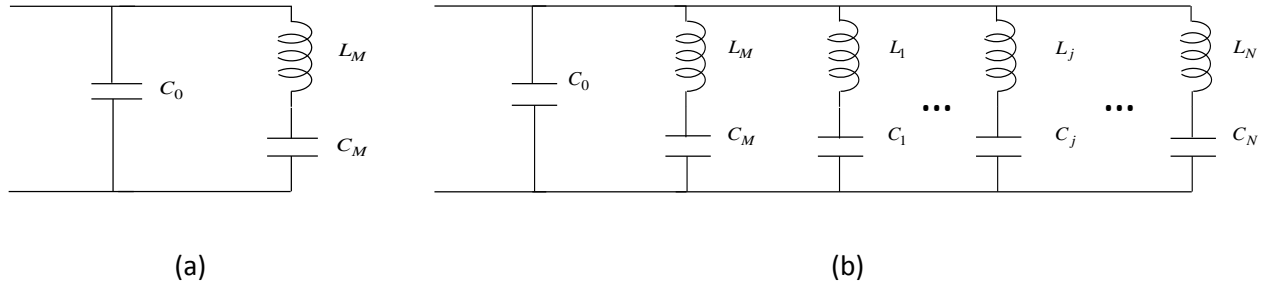


Figure A2.2. Schémas électriques équivalents, (a) schéma BVD monomode sans perte, (b) schéma multimodal.

Dans un premier temps les résistances associées à chaque branche LC , traduisant un amortissement de la résonance, ne sont pas prises en compte. Ceci permet de réduire le nombre d'inconnues à identifier. Les résistances seront déterminées par la suite en ajustant l'amplitude des parties réelles.

Si on considère N modes parasites présents dans le circuit multi-modal (Figure A2.1 (b)), le nombre d'éléments à calculer est de $2N + 3$ ($C_0, C_M, L_M, C_1, L_1, \dots, C_N, L_N$). Le calcul se base sur une identification des fréquences de résonances série f_s et parallèle f_p du mode en épaisseur. Les N modes parasites pris en compte ayant les mêmes caractéristiques que le mode en épaisseur (mode principal), un couple de fréquences (ω_{si}, ω_{pi}) est alors associé au mode parasite i . Pour les basses fréquences, l'effet inductif dans chaque branche est négligeable, on peut alors écrire :

$$C_{BF} = C_0 + C_M + \sum_{j=1}^N C_j. \quad (\text{A2.1})$$

C_{BF} est la capacité en basses fréquences du résonateur piézoélectrique en l'absence de déformation. L'admittance électrique Y_e totale calculée à partir du schéma multi-modal s'écrit :

$$Y_e = jC_0\omega + \frac{1}{\frac{1}{jC_M\omega} + jL_M\omega} + \sum_{j=1}^N \frac{1}{\frac{1}{jC_j\omega} + jL_j\omega}. \quad (\text{A2.2})$$

À la fréquence de résonance parallèle f_p , l'admittance électrique est nulle, donc :

$$jC_0\omega_p + \frac{1}{\frac{1}{jC_M\omega_p} + jL_M\omega_p} + \sum_{j=1}^N \frac{1}{\frac{1}{jC_j\omega_p} + jL_j\omega_p} = 0. \quad (\text{A2.3})$$

L'écriture de la condition de résonance sur chaque branche série donne :

$$\begin{cases} L_M C_M \omega_s^2 = 1, \\ L_j C_j \omega_{sj}^2 = 1, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (\text{A2.1})$$

En utilisant les relations entre les inductances et les capacités de chaque branche, il est possible de linéariser l'équation par rapport aux capacités des branches. Ceci permet d'écrire que :

$$C_0 + \frac{C_M}{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_s}\right)^2} + \sum_{j=1}^N \frac{C_j}{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_{sj}}\right)^2} = 0. \quad (\text{A2.2})$$

La même équation peut être écrite en considérant la fréquence de résonance parallèle de chaque mode parasite k , c'est-à-dire :

$$C_0 + \frac{C_M}{1 - \left(\frac{\omega_{pk}}{\omega_s}\right)^2} + \sum_{j=1}^N \frac{C_j}{1 - \left(\frac{\omega_{pk}}{\omega_{sj}}\right)^2} = 0. \quad (\text{A2.3})$$

La combinaison de toutes les équations permet d'obtenir un système d'équations linéaires d'ordre $N + 1$, les inconnues étant alors les capacités présentes dans le circuit. Après résolution, les inductances sont déterminées en utilisant les relations de résonance de chaque branche série du schéma électrique (A2.4). Les résistances de chaque branche sont déterminées par la suite en utilisant un programme d'optimisation basé sur la méthode du simplexe.

3- Application à l'identification de l'impédance électrique

L'amplitude des modes parasites est importante autour de la résonance d'épaisseur pour laquelle le couplage piézoélectrique est effectif.

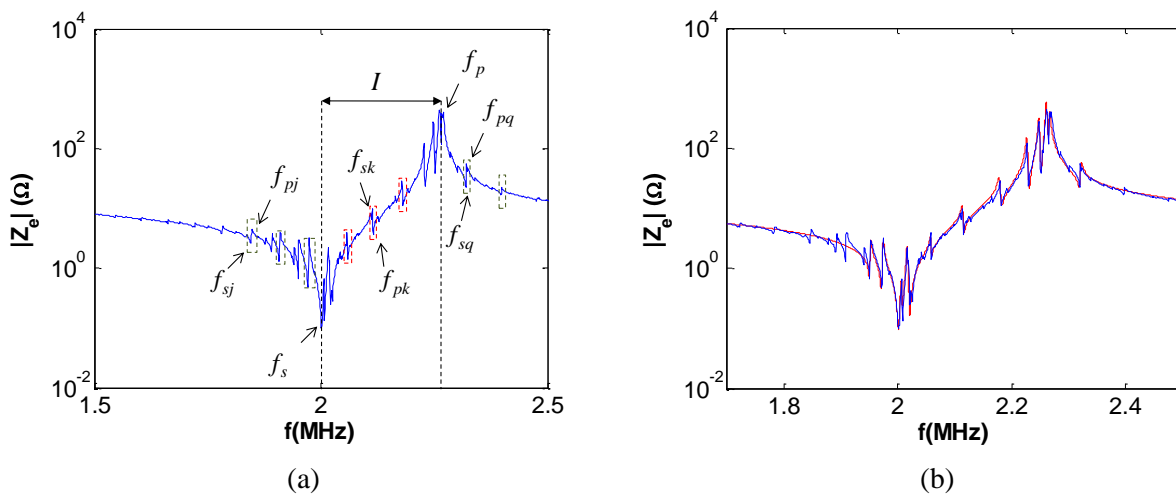


Figure A2.3. (a) Module de l'impédance électrique mesurée (en bleu) (b) comparaison entre le module de l'impédance électrique mesuré et (en bleu) et le module de l'impédance électrique calculé par le schéma multimodal (en rouge).

Sur le module de l'impédance électrique, en dehors de la bande de fréquence $I = [f_s, f_p]$, chaque mode parasite présente une amplitude minimale pour sa fréquence série et une amplitude maximale pour sa fréquence de résonance parallèle. Au contraire, les modes parasites se trouvant dans l'intervalle I ont une amplitude minimale à la fréquence de résonance parallèle et maximale à la fréquence de résonance série (Figure A2.3 (a)). Cette relation de phase est introduite dans l'intervalle I est dû à un effet inductif. À partir du module de l'impédance électrique mesurée (Figure A2.3(a)), les fréquences de résonances parallèles et séries des modes latéraux et du mode épaisseur sont identifiées. Les éléments du schéma multimodal (Figure A2.3 (b)) sont calculés en utilisant le modèle présenté dans le paragraphe précédent. Les 11 principaux modes latéraux autour de la résonance en épaisseur sont pris en compte. L'expression de l'impédance électrique est ensuite obtenue en utilisant la relation (A.2.2). La Figure A2.3 (b) montre le module de l'impédance électrique calculée à partir du schéma multimodal comparée au module de l'impédance électrique mesurée. Un très bon accord entre la mesure et le calcul est constaté.

Si on considère les pertes associées à chaque mode présent dans la Figure A.2.2 (b). Des résistances sont alors branchées en série avec chaque couple LC . Les éléments LC déterminés précédemment sont ensuite utilisés comme paramètre d'entrée dans un calcul d'optimisation basé sur la méthode du simplex. Cette procédure nous permet de déterminer les résistances associées à chaque branche LC , et donc les amplitudes des résonances dans le spectre de l'impédance électrique. La convergence de la méthode est conditionnée par la précision des éléments LC du circuit multimodal. La méthode diverge rapidement si ces éléments ne sont pas proches de la solution finale. De plus, cette précision dépend du critère de convergence utilisé pour la résolution par la méthode du simplex. Ainsi, pour l'impédance simulée dans la Figure A2.3(b), le critère de convergence est mis sur les parties réelle et imaginaire de l'impédance électrique mesurée. On obtient alors une erreur relative de 4% sur la partie réelle de l'impédance électrique (Figure A2.4 (a)), et de 3% sur sa partie imaginaire (Figure A2.4 (b)).

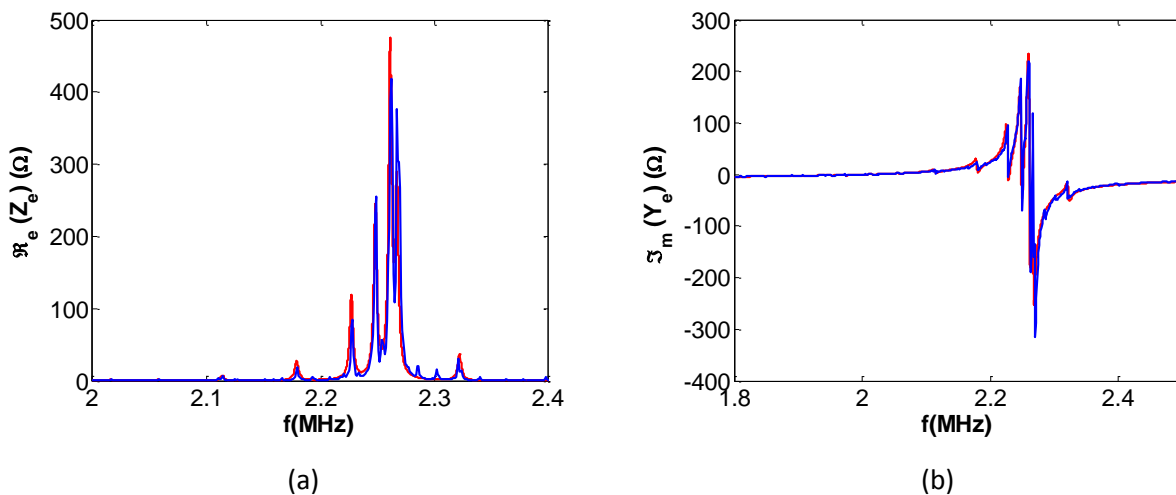


Figure A2.4. (a) Partie réelle de l'impédance électrique, mesurée (en bleu), simulée (en rouge), (b) partie imaginaire de l'impédance électrique, mesurée (en bleu), simulée (en rouge).

Références

- [1] K. S. Van Dyke, "The piezo-electric resonator and its equivalent network," in Proc. I.R.E , 16, 742-764 (1928).
- [2] L. Rufer, Transducteurs electroacoustiques et ultrasonores: Des macro-aux-micro-systèmes, Habilitation à diriger des recherches, Université de Grenoble, 2007.
- [3] A. D. Ballato, Transmission-line analogus for piezoelectric layered structures, thèse de l'institut Polytechnique Brooklyn, USA, 1972.
- [4] A. Es Saidi, Caractérisation acoustique de matériaux isotropes par impédancemétrie électrique, Thèse université de Lille, 1994.

Annexe 3

Contrôle de la fréquence de résonance série d'une plaque piézoélectrique

1- Introduction

Cette annexe présente une étude analytique et expérimentale du contrôle de la fréquence série d'une plaque piézoélectrique. L'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique est évaluée pour deux cas: plaque piézoélectrique branchée en série avec une capacité positive, et le cas où la plaque piézoélectrique est branchée en série avec une charge inductive. Dans chacun des cas l'impédance électrique totale du système (plaque piézoélectrique + charge capacitive/inductive) est déterminée analytiquement. L'apport des charges utilisées est par la suite analysé sur les fréquences de résonance série f_s et parallèle f_p de la plaque piézoélectrique définies dans le premier chapitre. Le modèle de BVD est utilisé pour extraire les relations locales pour les fréquences de la plaque piézoélectrique. Des mesure d'impédance et d'admittance électriques sont présentées pour les deux configurations étudiées.

2- Cas d'une charge capacitive

2.1- Impédance électrique

Considérons une plaque piézoélectrique de type Pz27 d'épaisseur h , la plaque est branchée électriquement en série avec une charge capacitive (Figure A3.1).

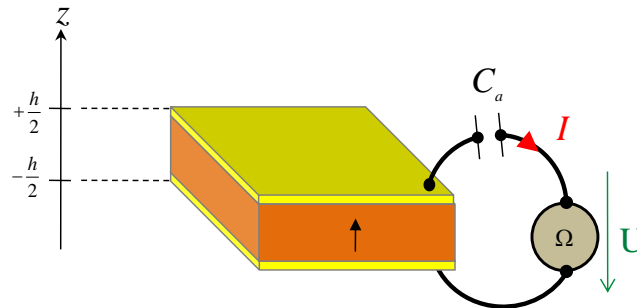


Figure A3.1. Plaque piézoélectrique connectée en série avec une charge capacitive.

L'impédance électrique vue par le système est :

$$Z_e = \frac{1}{jC_0\omega} \left(1 - \frac{k_t^2 \tan(\theta_p)}{\theta_p} \right) + \frac{1}{jC_a\omega}. \quad (\text{A3.1})$$

Où C_0 , θ_p et k_t sont des grandeurs caractéristiques de la plaque piézoélectrique définies dans le premier chapitre.

L'impédance électrique peut se mettre sous la forme :

$$Z_e = \frac{C_0 + C_a}{jC_0C_a\omega} \left(1 - \frac{k_t^2}{1 + \frac{C_0}{C_a}} \frac{\tan(\theta_p)}{\theta_p} \right). \quad (\text{A3.2})$$

À partir de (A3.2), on peut considérer que l'impédance électrique du système permet d'interpréter le système comme une plaque piézoélectrique équivalente dont la capacité bloquée est la capacité C_0 branchée en série avec la capacité C_a . On remarque également que le maximum de l'impédance électrique est décrit par le rapport $\tan(\theta_p)/\theta_p$. Si on considère l'expression de l'admittance électrique $Y_e = 1/Z_e$, le maximum de Y_e correspond à la fréquence série f_s du système équivalent. Ce dernier est obtenu lorsque l'impédance électrique tend vers zéro, c'est à dire :

$$1 + \frac{C_0}{C_a} - \frac{k_t^2 \tan(\theta_p)}{\theta_p} \rightarrow 0. \quad (\text{A3.3})$$

Ce qui permet de déduire l'expression du coefficient de couplage :

$$k_t^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_s}{f_p} \left(1 + \frac{C_0}{C_a} \right) \cotan \left(\frac{\pi}{2} \frac{f_s}{f_p} \right). \quad (\text{A3.4})$$

On obtient ainsi une nouvelle expression du coefficient de couplage, qui dépend de la charge ajoutée C_a . Lorsque $C_a \rightarrow \infty$, l'impédance de la charge devient nulle, on retrouve alors l'expression standard du coefficient de couplage donnée dans la chapitre 1.

2.2- Détermination de la fréquences série

Considérons le modèle BVD pour l'ajout d'une capacité en série est présenté dans la Figure A3.2.

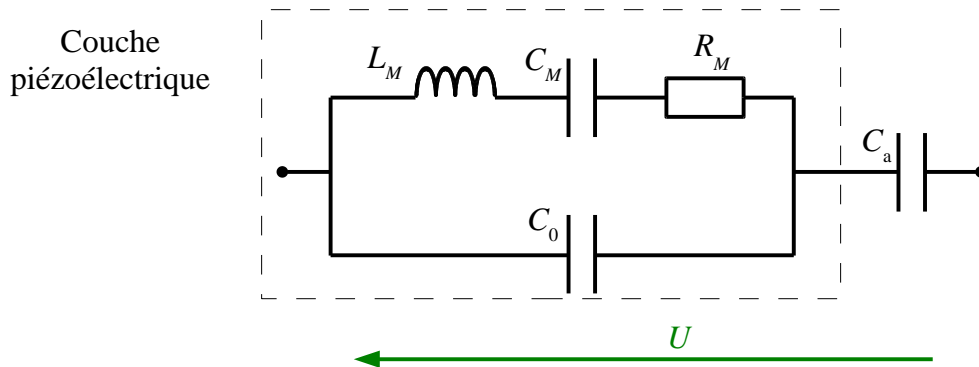


Figure A3.2. Modèle BVD avec l'ajout d'une capacité en série avec la plaque piézoélectrique.

L'impédance électrique de la Figure A3.2 est donnée par :

$$Z_e = \frac{C_0 + C_a}{jC_0C_a\omega} \left(\frac{C_0(1 - L_M C_M \omega^2) + C_M C_0 / (C_0 + C_a)}{C_0(1 - L_M C_M \omega^2) + C_M} \right). \quad (\text{A3.5})$$

La fréquence de résonance de l'admittance électrique est donnée par:

$$\omega_s^2 = \frac{1}{L_M C_M} \left(1 + \frac{C_M}{C_0 + C_a} \right). \quad (\text{A3.6})$$

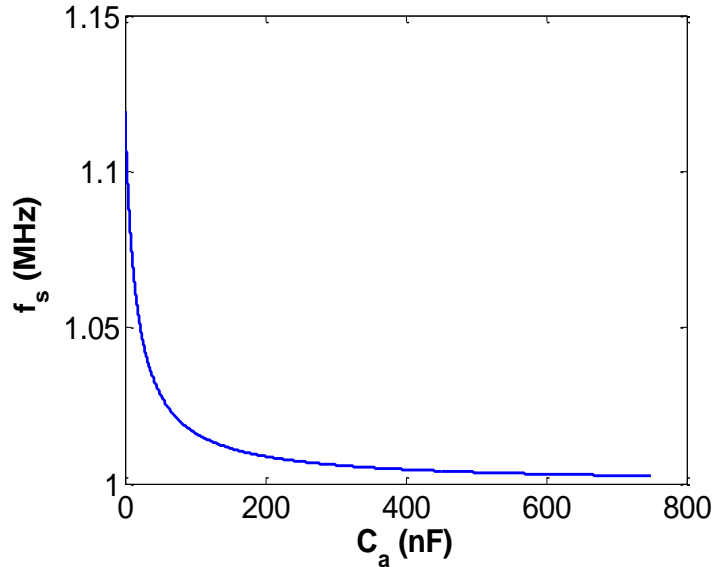


Figure A3.3. Fréquence série solution de l'équation (A3.6) en fonction de la capacité considérée.

l'expression (A3.6) montre que si la capacité ajoutée C_a diminue, l'effet piézoélectrique est atténué puisque la fréquence série du système devient confondue avec la fréquence parallèle f_p de la plaque (Figure A3.3).

2.3- Étude expérimentale de l'impédance électrique

La capacité est branchée en série avec la plaque piézoélectrique et l'impédance électrique est mesurée (Figure A3.6) pour différentes valeurs de capacité. La capacité ajoutée en série affecte le spectre de l'impédance électrique d'une plaque piézoélectrique en modifiant sa fréquence de résonance, les modifications sont visibles essentiellement sur la partie réelle de l'admittance électrique. Précisément, la fréquence du maximum de l'admittance électrique dépend de la capacité ajoutée, en augmentant cette dernière, la fréquence diminue comme indiqué dans la Figure A3.6 (a). L'amplitude maximale de l'admittance électrique à cette fréquence augmente également avec l'augmentation de la capacité. La fréquence de résonance parallèle ne varie pas dans cette configuration, la partie réelle de l'impédance électrique (Figure A3.6 (b)) n'est alors pas affectée.

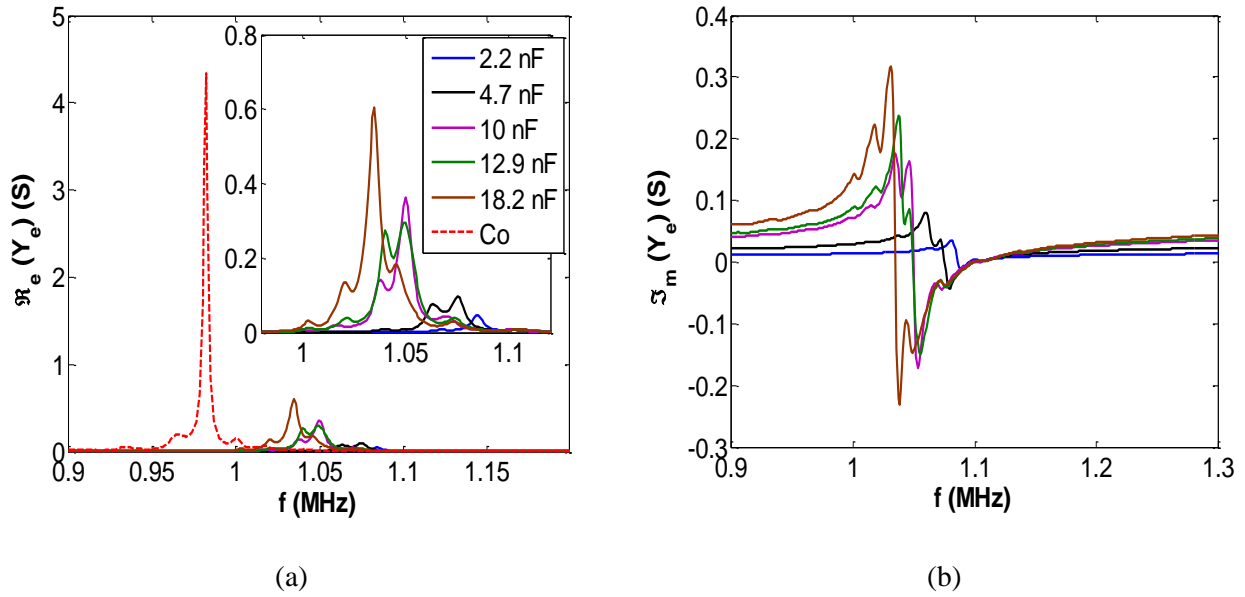


Figure A3.4. Impédance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique branchée en série avec une capacité positive ; (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

Par ailleurs, des modifications sont également visibles sur la partie imaginaire de l'impédance électrique. Les capacités utilisées présentent des pertes électriques faibles, ces pertes ne sont pas prises en compte dans le calcul. Les fréquences de résonance sont données dans le Tableau A3.I.

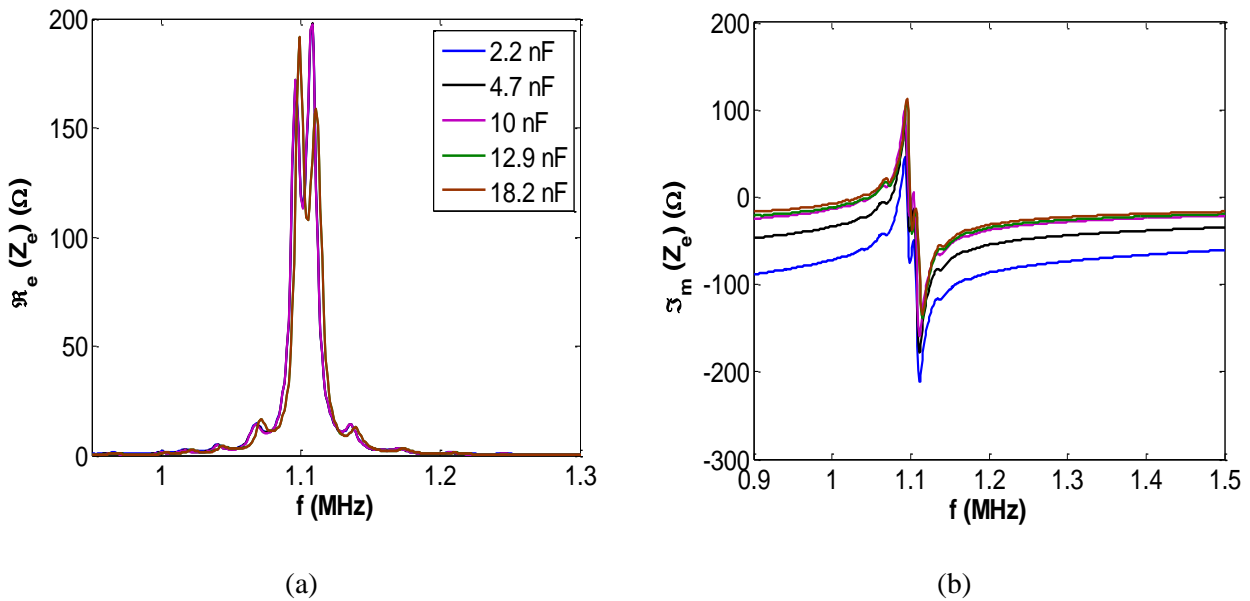


Figure A3.5. Impédance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique branchée en série avec une capacité positive ; (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

C_a (nF)	2.2	4.7	10	12.9	18.2
f_s (MHz)	1.085	1.070	1.050	1.046	1.035

Tableau A3.I Fréquence de résonance série f_s en fonction de la capacité ajoutée C_a .

3- Cas d'une charge inductive

3.1- Impédance électrique

Dans ce cas, la plaque est branchée électriquement en série avec une charge inductive (Figure A35).

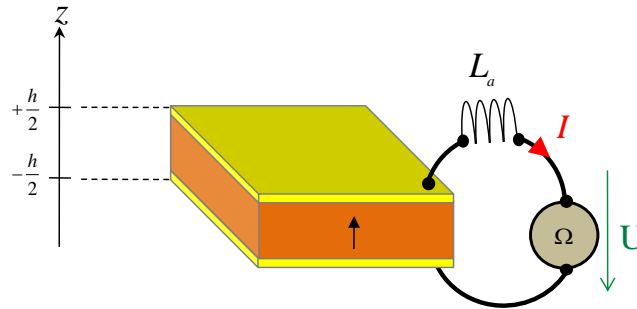


Figure A3.6. Plaque piézoélectrique connectée en série avec une charge inductive.

L'impédance électrique du système est donnée par :

$$Z_e = \frac{1}{jC_0\omega} \left(1 - \frac{k_t^2 \tan(\theta_p)}{\theta_p} \right) + jL_a\omega. \quad (\text{A3.7})$$

Donc

$$Z_e = \frac{1}{jC_0\omega} \left(1 - L_a C_0 \omega^2 - \frac{k_t^2 \tan(\theta_p)}{\theta_p} \right). \quad (\text{A3.8})$$

La relation (A3.8) montre que l'ajout de l'inductance affecte les positions de la fréquence série du système. Le coefficient de couplage est donné par :

$$k_t^2 = \left(1 - \frac{f_s^2}{f_{L_a C_0}^2} \right) \frac{\pi f_s}{2 f_p} \cotan \left(\frac{\pi f_s}{2 f_p} \right). \quad (\text{A3.9})$$

où $f_{L_a C_0}$ est la fréquence de résonance du circuit $L_a C_0$ définie dans le premier chapitre. Le coefficient de couplage dans ce cas est pondéré par un facteur dépendant de la fréquence $f_{L_a C_0}$.

3.2- Détermination de la fréquence série

Le modèle BVD pour cette configuration est donné dans la Figure A3.7.

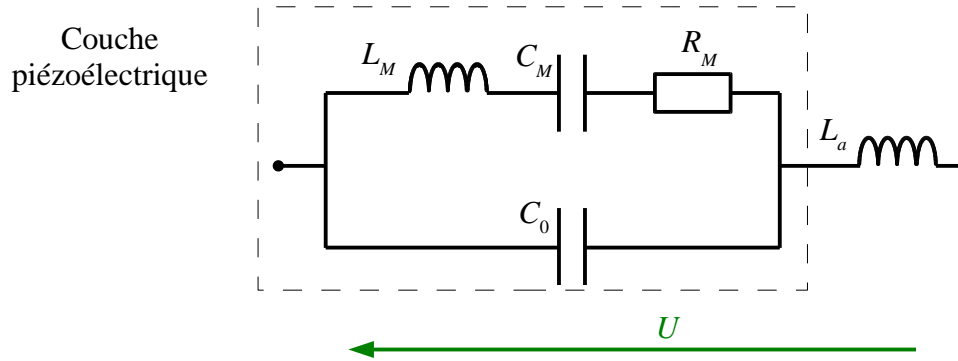


Figure A3.7. Modèle BVD avec l'ajout d'une inductance en série avec la plaque piézoélectrique.

L'expression de l'impédance électrique est alors :

$$Z_e = \frac{1}{jC_0\omega} \left(\frac{1 - L_M C_M \omega^2}{1 - L_M C_M \omega^2 + \frac{C_M}{C_0}} - \frac{\omega^2}{\omega_m^2} \right). \quad (\text{A3.10})$$

On constate que la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique f_p est donnée par :

$$f_p^2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_M C_M}} \left(1 + \frac{C_M}{C_0} \right)^2. \quad (\text{A3.11})$$

Cela correspond à la fréquence parallèle de la plaque piézoélectrique seule. La fréquence série est solution de l'équation :

$$\frac{L_M C_M}{\omega_m^2} \omega^4 - \left(L_a C_M + \frac{1}{\omega_m^2} + L_M C_M \right) \omega^2 + 1 = 0. \quad (\text{A3.12})$$

Les solutions de l'équation (A3.12) sont présentées dans la Figure A3.8.

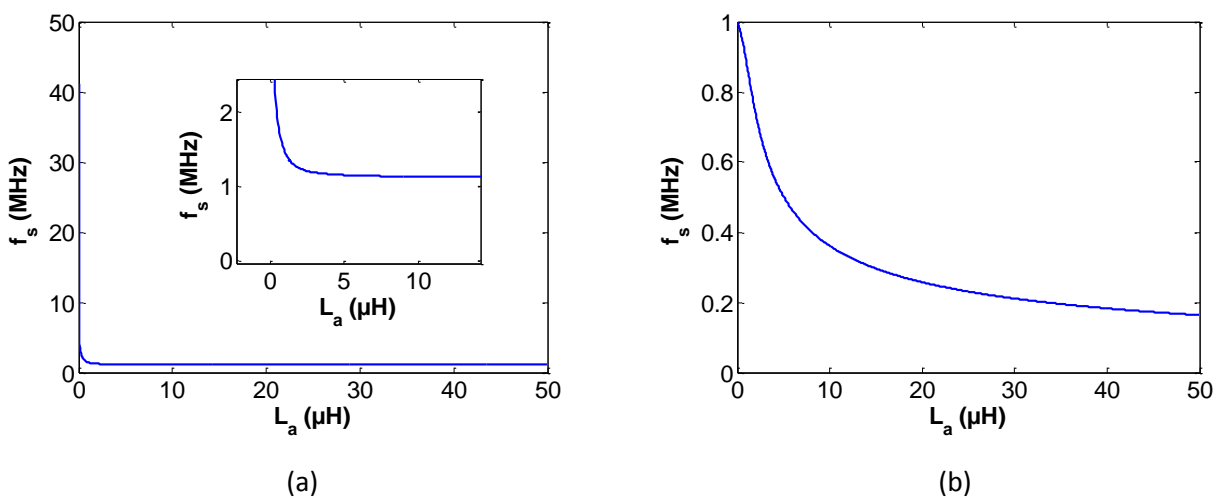


Figure A3.8. Solutions de l'équation (A3.12) en fonction de l'inductance ajoutée, (a) fréquence série en dessous de

1MHz, (b) fréquence série au delà de 1.11 MHz.

3.3- Étude expérimentale de l'impédance électrique

Sur la Figures A3.9 (a) et (b), on observe sur les mesures expérimentales de l'admittance une résonance supplémentaire en accord avec l'étude analytique. Les positions en fréquence sont déterminées par la solution de l'équation (A3.12).

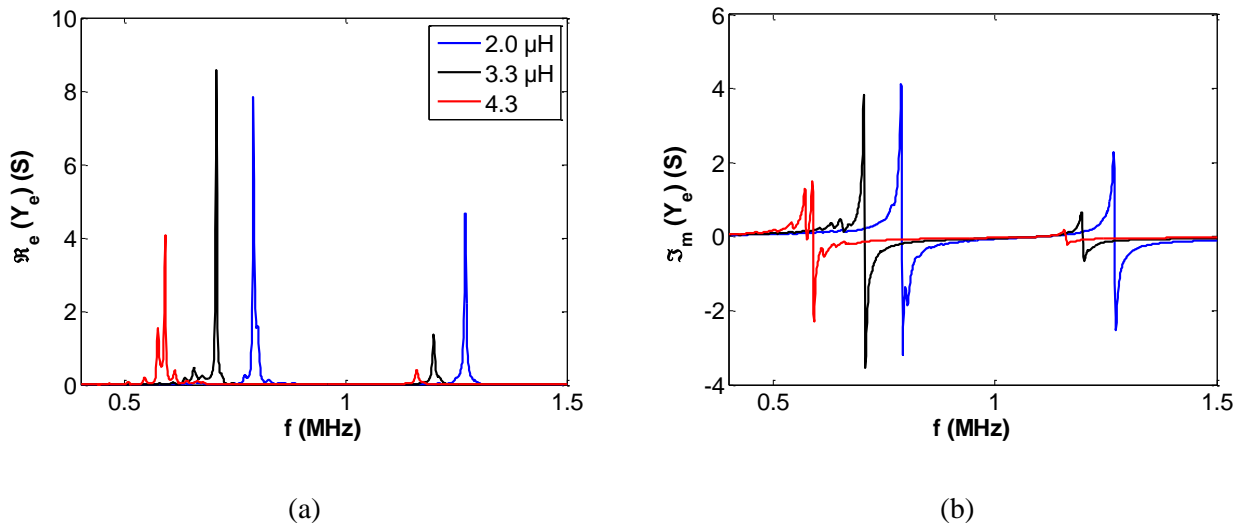


Figure A3.9. Admittance électrique mesurée pour une plaque piézoélectrique branchée en série avec une inductance positive, (a) partie réelle, (b) partie imaginaire.

On constate une augmentation de la fréquence de résonance de la plaque piézoélectrique lorsque l'inductance diminue, l'augmentation de f_s est associée à une amplification de l'admittance électrique au niveau de sa partie réelle.

Références

- [1] K. S. Van Dyke, "The piezo-electric resonator and its equivalent network," in Proc. I.R.E , 16, 742-764 (1928).
- [2] W. P. Mason, Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics. D. Van Nostrand Company, inc, 1950.
- [3] M. Prokic, Piezoelectric transducers modeling and characterization, MPIInterconsluting, Switzerland, 2004.

Annexe 4

Modes de Lamb dans une plaque piézoélectrique

1- Introduction

L'objectif de cette annexe est de présenter une étude analytique des ondes de Lamb dans une plaque piézoélectrique en vue d'établir les courbes de dispersion déterminant la relation entre le nombre d'onde et la fréquence

Les ondes de Lamb [1,2] sont des ondes guidées se propageant dans des plaques avec des conditions de frontières libres (Figure A4.1). Elles sont formées d'une combinaison d'ondes de polarisation longitudinales et transversales. Nous nous intéressons par la suite à une propagation dans la direction x .

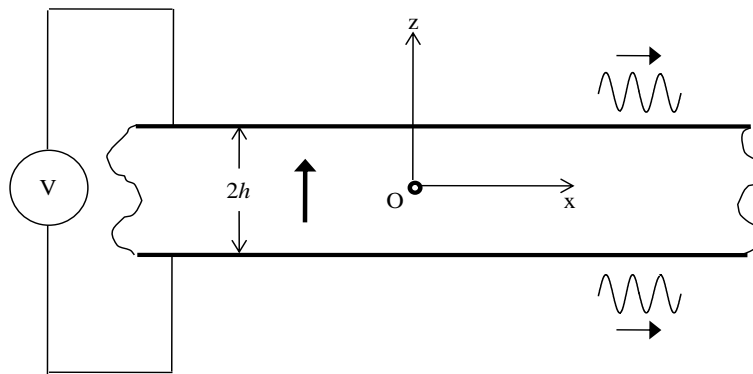


Figure A4.1. Ondes de Lamb dans une plaque d'épaisseur $2h$.

On distingue généralement deux types d'ondes de Lamb : les ondes symétriques et antisymétriques. Les ondes symétriques sont telles que le plan médian est un plan de symétrie pour la composante hors plan du déplacement (direction z , Figure A4.1) tandis que pour les ondes antisymétriques le plan médian constitue un plan d'antisymétrie (Figure A4.2).

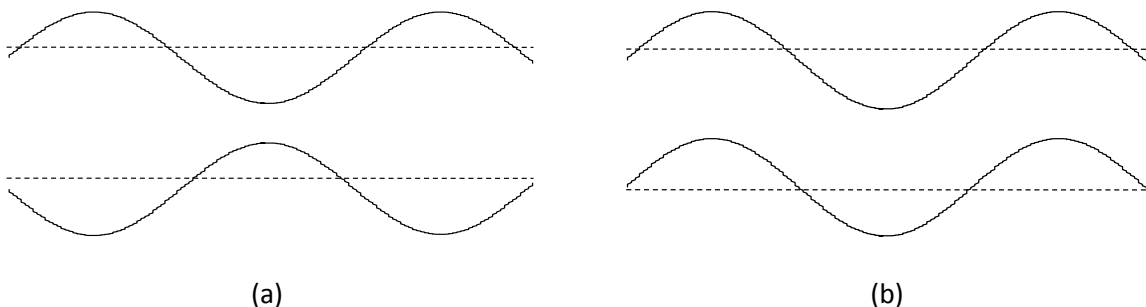


Figure A4.2. Types d'ondes de Lamb dans une plaque d'épaisseur $2h$, les lignes discontinues représentent les interfaces avant déformation de la plaque.

2- Relation de dispersion

Considérons une plaque piézoélectrique orthotrope d'épaisseur $2h$ très faible devant les autres dimensions. Les déplacements selon les directions x et z sont donnés par :

$$\begin{cases} u_x = U_x(z)e^{j(\omega t - kx)} \\ u_z = U_z(z)e^{j(\omega t - kx)} \end{cases} \quad (\text{A4.1})$$

Nous reprenons l'approche de Viktorov [3] qui consiste à décomposer le champ de déplacement en une somme d'un gradient de potentiel scalaire et d'un potentiel vecteur:

$$\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}} \varphi + \overrightarrow{\text{rot}} \vec{\psi} \quad (\text{A4.2})$$

Seule la composante ψ_y suivant la direction y du potentiel vecteur $\vec{\psi}$ intervient dans les expressions des déplacements u_x et u_z . Par la suite nous simplifions donc les expressions en écrivant $\psi = \psi_y$, et les expressions de ψ et φ sont données par les expressions suivantes [4] :

$$\begin{cases} \varphi = A \operatorname{ch}(qz)e^{jkx} + B \operatorname{sh}(qz)e^{jkx} \\ \psi = C \operatorname{sh}(sz)e^{jkx} + D \operatorname{ch}(sz)e^{jkx} \end{cases} \quad (\text{A4.3})$$

Où A , B , C et D sont des amplitudes inconnues. Les nombres d'ondes q et s sont définis par :

$$\begin{cases} q^2 = k^2 - k_L^2 \\ s^2 = k^2 - k_T^2 \end{cases} \quad (\text{A4.4})$$

Avec $k_L = \omega/v_L$ et $k_T = \omega/v_T$, la vitesse des ondes longitudinales est donnée par $v_L^2 = c_{33}^E/\rho$, la vitesse des ondes transversales est donnée par $v_T^2 = c_{55}^E/\rho$. Ces vitesses sont définies avec des grandeurs élastiques à champ constant, ceci est dû à la nature de l'excitation électrique utilisée imposant un champ constant dans l'épaisseur de la plaque. Les composantes u_x et u_z du déplacement se déduisent de l'expression (A4.2) :

$$\begin{cases} u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{A4.5})$$

Dans le cas d'une plaque orthotrope, les équations de la piézoélectricité sont données par :

$$\begin{cases} T_1 = c_{11}^E S_1 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3. \\ T_3 = c_{13}^E S_1 + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3. \\ T_5 = c_{55}^E S_5 - e_{15} E_1. \end{cases} \quad (\text{A4.6})$$

Avec c_{ij}^E le tenseur des constantes élastiques définies à champ constant, S_j sont les déformations élastiques et T_i les contraintes.

Les conditions aux limites associées aux ondes de Lamb sont les suivantes :

$$\begin{cases} T_3(h) = T_3(-h) = 0. \\ T_5(h) = T_5(-h) = 0. \end{cases} \quad (\text{A4.7})$$

L'application de ces conditions aux limites donne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \gamma_1 ch(qh)A + \gamma_1 sh(qh)B - jas\gamma_2 ch(sh)D - jas\gamma_2 sh(sh)C = e_{33} E_3. \\ \gamma_1 ch(qh)A - \gamma_1 sh(qh)B - jas\gamma_2 ch(sh)D + jas\gamma_2 sh(sh)C = e_{33} E_3. \\ 2\alpha qjsh(qh)A + 2\alpha jqch(qh)B - \gamma_3 sh(sh)D - \gamma_3 ch(sh)C = e_{31} E_1. \\ -2\alpha qjsh(qh)A + 2\alpha jqch(qh)B + \gamma_3 sh(sh)D - \gamma_3 ch(sh)C = e_{31} E_1. \end{cases} \quad (\text{A4.8})$$

Avec $\gamma_1 = q^2 c_{13}^E - \alpha^2 c_{33}^E$, $\gamma_2 = (c_{13}^E - c_{33}^E)$ et $\gamma_3 = (\alpha^2 + s^2)$. Les fréquences de résonances des ondes sont obtenues en annulant le déterminant du système d'équations (A4.8). Le déterminant se met sous la forme :

$$\Delta = 4\Delta_1 \Delta_2. \quad (\text{A4.9})$$

Avec

$$\begin{cases} \Delta_1 = \gamma_1 sh(qh)\gamma_3 ch(qh) - 2k^2 s \gamma_3 qch(sh)sh(qh). \\ \Delta_2 = 2k^2 s \gamma_3 qch(qh)sh(sh) - \gamma_1 ch(sh)\gamma_3 sh(qh). \end{cases} \quad (\text{A4.10})$$

3- Courbes de dispersion

L'annulation de Δ_1 et Δ_2 permet d'obtenir respectivement les nombres d'ondes en fonction de la fréquence pour les ondes symétriques et les ondes antisymétriques. La Figure A4.3 présente les courbes de dispersion obtenues. Les ondes symétriques sont présentées dans la Figure A4.3(a) jusqu'au quatrième mode symétrique. On remarque que le mode symétrique S_0 est présent quelque soit la fréquence considérée. Ce mode se propage, en basse fréquence, avec la vitesse des ondes longitudinales dans l'épaisseur de la couche piézoélectrique. Cette vitesse varie autour 0,5 MHz, pour atteindre la vitesse des ondes de Rayleigh (Ondes de surface [3]) en hautes fréquences. Les modes d'ordre supérieur présentent des fréquences de coupures, avec une particularité sur mode S_1 , pour lequel la vitesse de phase est négative sur une plage fréquentielle allant de 0,8 à 0,814 MHz (sur la

Figure A4.3 seuls les nombres d'ondes positifs sont représentés). Les modes antisymétriques sont présentés dans la Figure A4.3 (b). De la même façon que pour les modes symétriques, seul le mode A_0 est présent quelque soit la fréquence, les modes d'ordre supérieur présentent une fréquence de coupure.

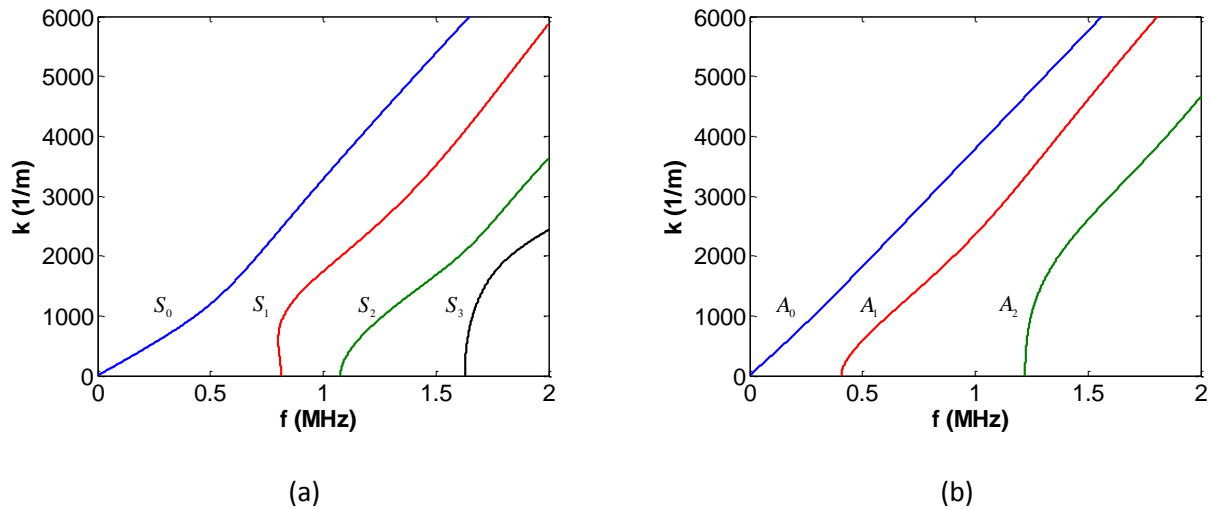


Figure A4.3. Courbes de dispersion des modes de Lamb calculées pour la plaque piézoélectrique d'épaisseur $2h$, (a) modes symétriques, (b) modes antisymétriques.

Références

- [1] O. Diligent, E. Le Clézio, M. J. S. Lowe, M. Castaings, and B. Hosten, "Prediction and measurement of non-propagating lamb modes at the free end of a plate when the fundamental antisymmetric mode A_0 is incident," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 113, no. 6, pp. 3032-3042, 2003.
- [2] F. Chati, F. Léon, D. Duclos and G. Maze, "Maxima and minima of the displacement components for Lamb modes," *J. Acoust. Soc. Am.*, **129** (4), 2011.
- [3] A. Victorov, *Rayleigh and Lamb waves*, Plenum Press, 1967.
- [4] M. Brissaud, *Matériaux piézoélectriques, Caractérisation, modélisation et vibration*, Presse polytechnique et universitaires romandes, Lausanne, 2007.

Annexe 5

Paramètres effectifs d'un cristal phononique piézoélectrique unidimensionnel

1- Introduction

Cette annexe présente un aperçu sur des paramètres effectifs d'un cristal phononique. À partir des relations de dispersion données dans le chapitre 4, la vitesse moyenne des ondes acoustiques dans la structure est estimée en basses fréquences en fonction des conditions aux limites électriques. Une impédance acoustique équivalente de d'un cristal phononique fini est déterminée en utilisant les modèle développé dans chapitre 3.

2- Vitesse moyenne en basses fréquences

2.1- Cas d'une capacité

La relation de dispersion calculée dans le chapitre 4 donne la dépendance du nombre d'onde dans la structure en fonction des caractéristiques physiques présentées par ses constituants. Cette relation est non linéaire, une expression explicite du nombre d'onde dans la structure est difficile à déterminer dans toute la gamme de fréquence. Cependant, il est possible de déterminer cette relation en basses fréquences lorsque la structure de bandes présente une branche linéaire. Cette relation est donnée par :

$$v_{moy}^2 = (1 - \chi) \frac{v_1^2 v_2^2 (h_1 + h_2)^2}{(1 - \chi) h_1^2 v_2^2 + h_2^2 v_1^2 + \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} + \frac{\chi}{\gamma} \right) h_1 h_2 v_1 v_2}. \quad (A5.1)$$

avec $\chi = \frac{k_t^2}{1 + \frac{c_0}{c_a}}$ un coefficient prenant en compte la capacité connectée aux couches piézoélectriques, γ étant le rapport des impédances acoustiques définies dans le chapitre 4.

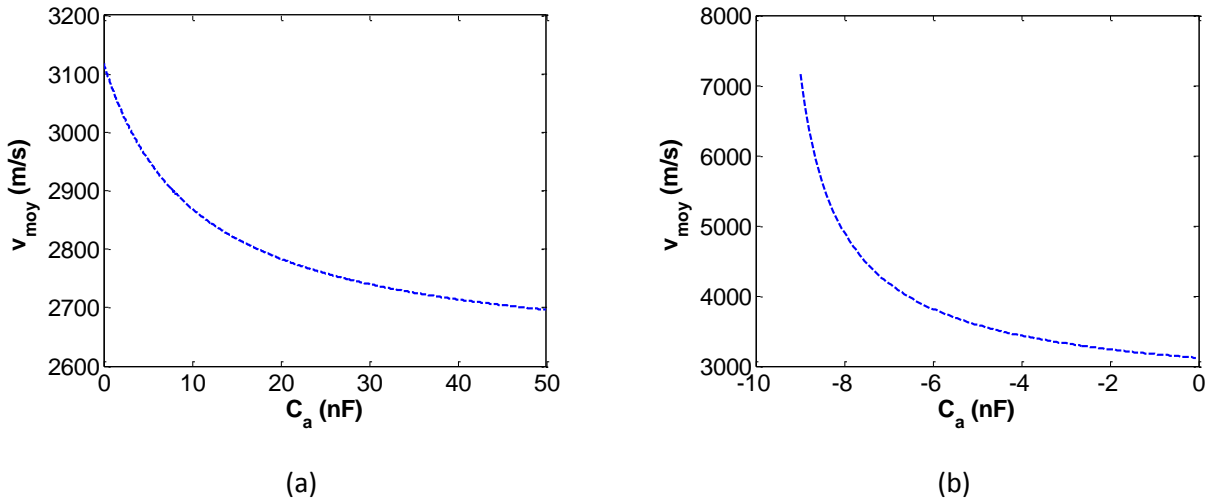


Figure A5.1 Vitesse moyenne d'un cristal phononique piézoélectrique (Pz27/PMMA) calculée en basses fréquences, (a) couches piézoélectriques connectées à une capacité positive, (b) connectées à une capacité négative.

La Figure A5.1 montre la variation de la vitesse en fonction de la capacité ajoutée. Pour une capacité positive (Figure A5.1 (a)), la vitesse moyenne diminue de 3100 m/s à 2700m/s. Cette variation converge vers la vitesse moyenne calculée lorsque la couche piézoélectrique présente une constante élastique pour l'épaisseur calculée à champs constant c_{33}^E . Si la capacité est positive (Figure A5.1 (b)), la vitesse moyenne augmente considérablement pour atteindre 7000 m/s pour une capacité négative de 9 nF. Cette variation montre l'intérêt d'utiliser une capacité négative dans un cristal phononique. La Figure A5.2 illustre l'aspect linéaire de la structure de bandes en basses fréquences.

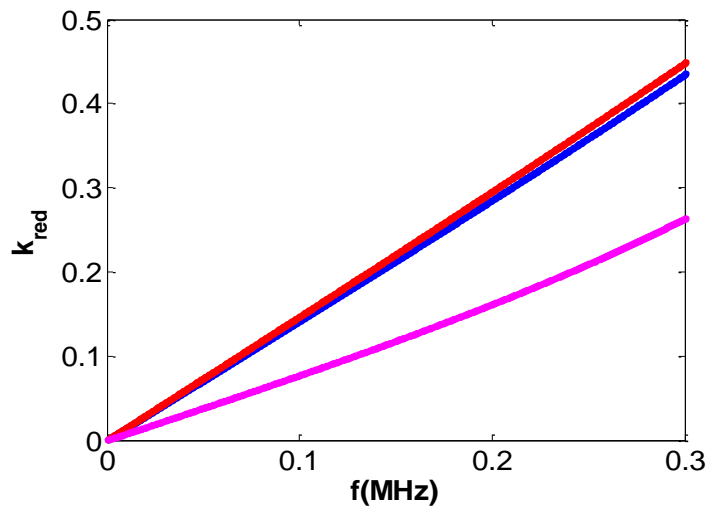


Figure A5.2 Branches linéaires de la structure de bandes en basses fréquences, couches piézoélectriques en circuit ouvert (bleu), connectées à une capacité de 50 nF (rouge), connectées à une capacité négative de 9 nF (magenta).

2.2- Cas d'une charge inductive

Si une inductance est connectées aux couches piézoélectriques, un gap d'hybridation apparait dans la structure de bandes, ce dernier dépend de la valeur de l'inductance utilisée. Lorsque ce gap arrive

dans la bande passante de la structure, on constate que la structure de bande peut présenter deux branches linéaires à vitesses différentes.

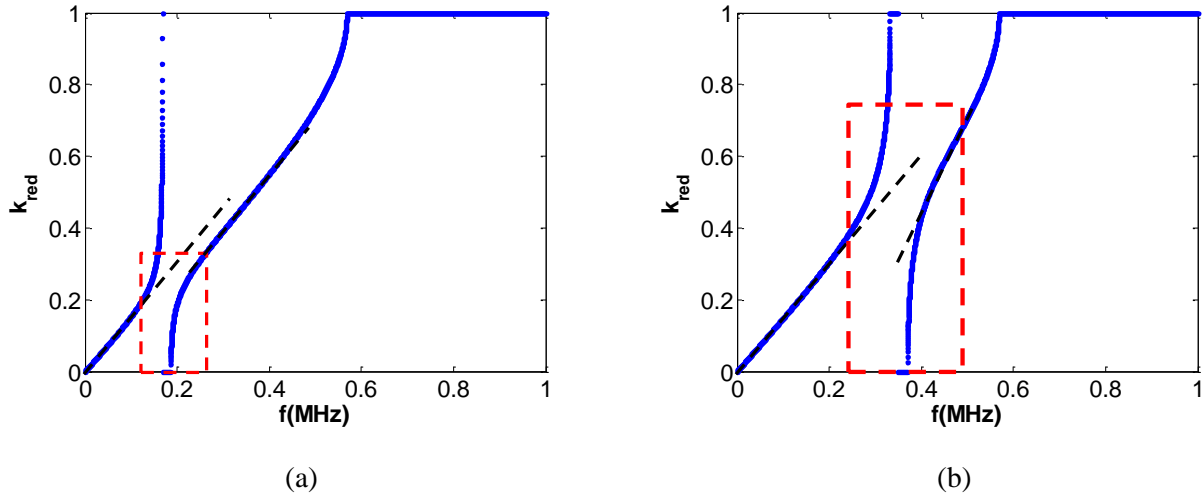


Figure A5.3 Gap d'hybridation, (a) pour une inductance de 40 μH , (b) pour une inductance de 10 μH .

La Figure A5.3 montre les structures de bandes pour deux valeurs d'inductances. Pour $L_a = 40 \mu\text{H}$ (Figure A5.3 (a)), le gap d'hybridation arrive en basse fréquence autour de 200 kHz, on remarque qu'autour de ce gap, la structure présente deux branches linéaires de pentes égales. Si on considère une inductance de 10 μH , le gap d'hybridation arrive autour de 380 kHz proche de du gap de Bragg 568 kHz. Pour cette valeur d'inductance, la structure de bandes présente deux droites de pentes différentes, les ondes acoustiques se propagent alors à des vitesses moyennes différentes autour de cette résonance. Nous n'avons pas déterminé une relation donnant cette vitesse en fonction de l'inductance ajoutée.

3- Impédance acoustique effective

L'étude de l'impédance électrique dans un multicouche piézoélectrique (Figure A5.4 (a)) a montré que l'impédance électrique d'une couche piézoélectrique varie en fonction des connexions électriques périodique sur les autre couches piézoélectriques. Ces variations peuvent être interprétées par des variations de l'impédance acoustique vue par la couche piézoélectrique. Le reste de la structure se comporte alors comme un milieu équivalent (Figure A5.4 (b)) dont les paramètres effectifs varient en fonction des conditions aux limites électriques.

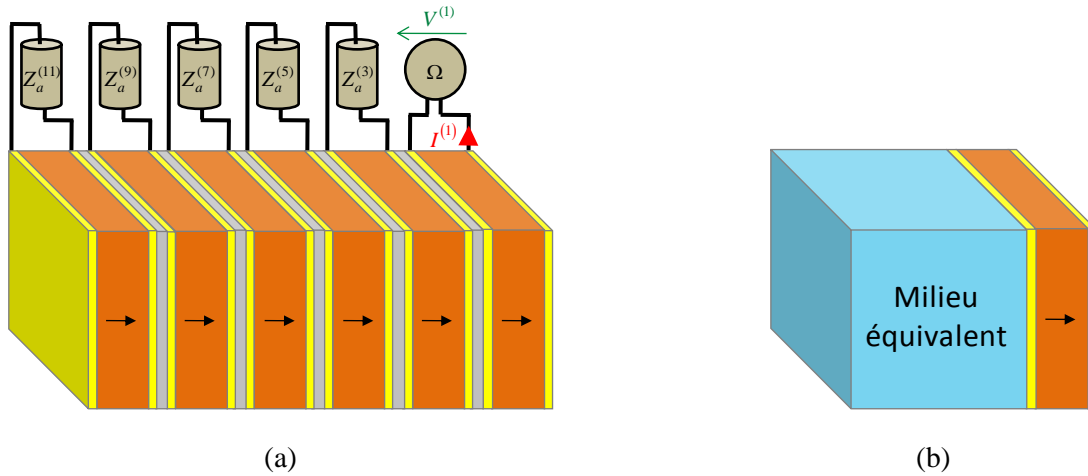


Figure A5.4 Gap d'hybridation, (a) pour une inductance de 40 μH , (b) pour une inductance de 10 μH .

En utilisant les notations du chapitre 3, l'impédance acoustique équivalente vue à l'entrée de la première couche est donnée par :

$$Z_{ac} = -\frac{T_3^{(1)}(h_1)}{j\omega u_3^{(1)}(h_1)}. \quad (\text{A5.2})$$

Où $T_3^{(1)}$ et $u_3^{(1)}$ sont respectivement la contrainte et le déplacement de la première couche pour la propagation des ondes acoustiques selon son épaisseur. L'impédance acoustique peut se mettre sous la forme suivante:

$$Z_{ac} = -\frac{1}{j\omega} \frac{jk^{(1)} c_{33}^{D,(1)} (c_1 e^{jk^{(1)} h_1} - c_2 e^{-jk^{(1)} h_1}) - h_{33}^{(1)}}{c_1 e^{jk^{(1)} h_1} + c_2 e^{-jk^{(1)} h_1}}. \quad (\text{A5.3})$$

L'impédance acoustique équivalente est présentée dans la Figure A5.5. Lorsque les couches piézoélectriques sont en circuit ouvert (Figure A5.5 (a)), on remarque que l'impédance acoustique présente trois maximum jusqu'à 400 kHz. Pour chaque maxima, la partie réelle de l'impédance électrique présente également un maximum. Lorsque l'impédance acoustique devient comparable à celle de la couche piézoélectrique, la transmission des ondes acoustiques est alors possible. Le nombre d'extremum augmente si on considère une charge inductive de $L_a = 40 \mu\text{H}$ (Figure A5.5). Ainsi, on arrive à contrôler l'impédance acoustique d'entrée du cristal phononique. Ce contrôle est plus significatif en utilisant une charge inductive, il est effectif notamment en basses fréquences correspondant à la résonance du circuit électrique $L_a C_0$.

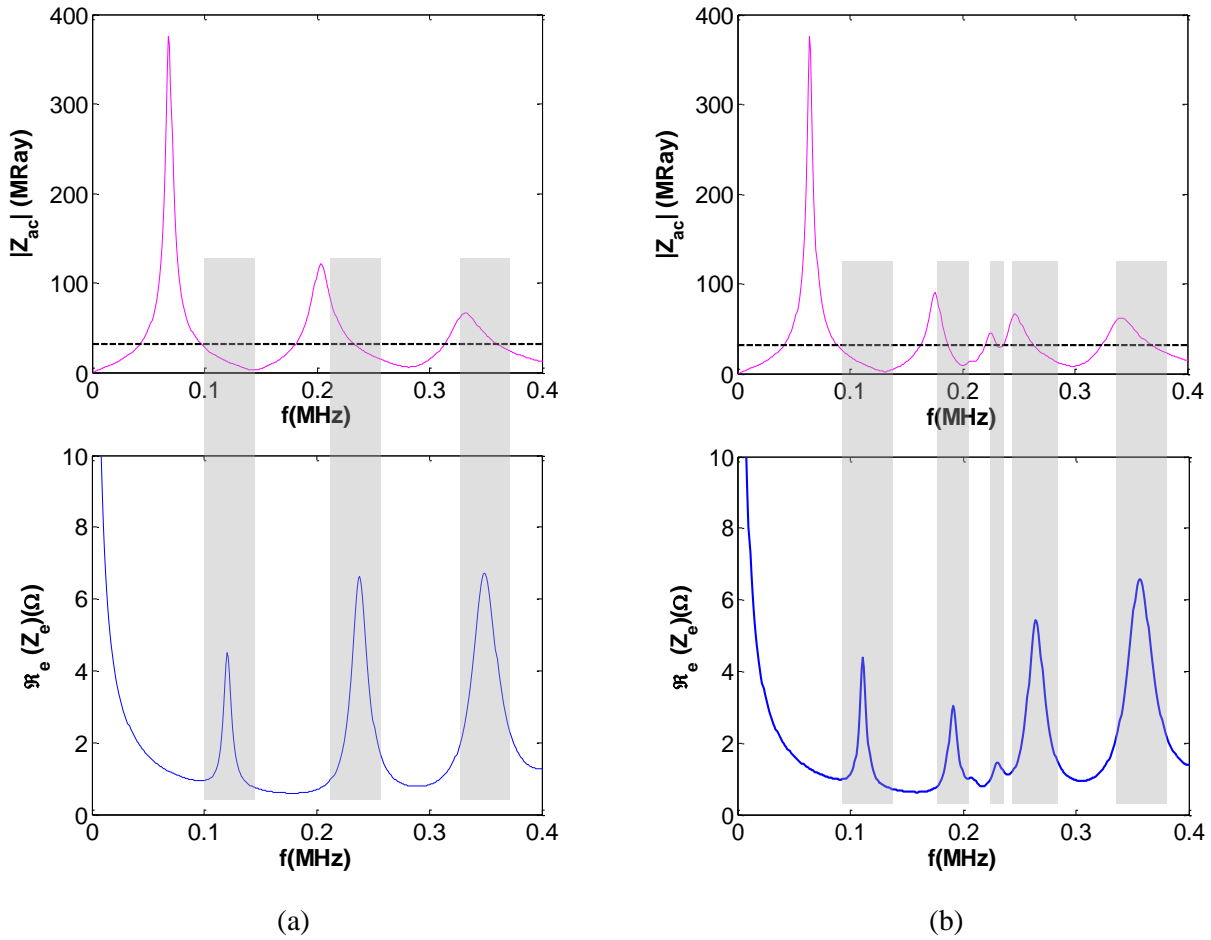


Figure A5.5 Impédance acoustique équivalente calculée comparée à la partie réelle de l'impédance électrique, (a) lorsque les couches piézoélectriques sont en circuit ouvert, (b) lorsque les couches piézoélectriques sont connectées à une inductance de $40 \mu\text{H}$, la ligne horizontale (noir) en pointillés représente l'impédance acoustique du diélectrique.

4- Conclusion

Une étude de paramètres effectifs d'un cristal phononique a été développée dans cette année. La vitesse de propagation moyenne des ondes acoustiques dans la structure est déterminée en basses fréquences. La variation de la vitesse moyenne est analysée pour le cas d'une charge capacitive, la vitesse moyenne présente alors une grande variation pour le cas d'une capacité négative (7000 m/s). Cependant, la possibilité d'avoir cette variation suppose la simulation de grandes valeurs de capacités négative par rapport à la capacité bloquée C_0 . Le cas d'une charge inductive présente aussi une variation de la vitesse moyenne des ondes acoustiques, notamment lorsque le gap d'hybridation se rapproche de la première borne du gap de Bragg. L'impédance acoustique équivalente d'un cristal phononique est également présentée en utilisant les résultats du Chapitre 3. La correspondance entre la partie réelle et l'impédance acoustique équivalente est présentée, elle permet d'analyser l'effet des conditions aux limites électriques sur la variation de l'impédance acoustique équivalente présentée par la structure. La possibilité de contrôler l'impédance acoustique équivalente a été démontrée notamment pour le cas d'une charge inductive.

Références

- [1] S.A. Mansoura, P. Maréchal, B. Morvan and B. Dubus, "Analysis of a phononic crystal constituted of piezoelectric layers using electrical impedance measurement," *Physics Procedia* **70** (2015) 283-286.
- [2] S.A. Mansoura, B. Morvan, A.-C.Hladky-Hennion, B. Dubus, "Study of an hybridization gap in a one dimesional piezoelectric crystal," *Physics Procedia* **70** (2015) 279-282.

Contrôle de la propagation des ondes ultrasonores dans des cristaux phononiques piézoélectriques

Le contrôle de la propagation des ondes acoustiques connaît ces dernières années des applications potentielles notamment en réalisation de filtres électriques, mais aussi dans le contrôle de la vibration des structures mécaniques et l'isolation sonore. Le principe général de ce contrôle est d'attribuer aux ondes acoustiques des propriétés de propagation pouvant être modulées par une action extérieure. Dans ce contexte, l'étude menée au cours de cette thèse porte sur la possibilité de contrôler la propagation des ondes acoustiques en utilisant des matériaux piézoélectriques. Ces matériaux présentent des propriétés élastiques qui sont couplées aux grandeurs électriques à l'issue de leur processus de fabrication.

La vibration d'une couche piézoélectrique est affectée par les conditions aux limites électriques imposées au niveau de ses électrodes. Un moyen simple d'imposer des conditions aux limites électriques à ce type de matériau est de connecter une impédance de charge (capacité positive, capacité négative, inductance) à ses électrodes. Les fréquences de résonances caractéristiques de la couche piézoélectrique sont alors affectées selon la nature de cette charge. Une capacité positive permet de diminuer la fréquence de résonance parallèle d'une couche piézoélectrique pour atteindre sa fréquence de résonance série. En revanche, une capacité négative donne la possibilité d'augmenter la fréquence de résonance parallèle de la couche piézoélectrique offrant la possibilité d'utiliser le matériau piézoélectrique loin de la fréquence fondamentale de son mode en épaisseur.

Le cas particulier d'une charge inductive offre une large possibilité de contrôler la propagation des ondes acoustiques à travers le CP piézoélectrique. Il permet d'ouvrir un gap d'hybridation dans une structure piézoélectrique unidimensionnelle ; de contrôler sa position en fréquence pour provoquer l'ouverture d'une bande passante au sein du gap de Bragg ; d'atténuer les ondes acoustiques dans une bande passante notamment en basses fréquences.

Control of propagation of ultrasonic waves in a piezoelectric phononic crystal

The ability to control the propagation of acoustic waves knows in recent years potential applications especially on the manufacture of electrical filter, but also in controlling the mechanical vibration of structures and sound insulation. To achieve this control, the properties of propagations can be changed by an external load. The aim of this work, is to achieve the control of acoustic waves in phononic crystal using piezoelectric materials. These materials have elastic properties coupled to the electrical properties resulting from their manufacturing process.

The vibration of a piezoelectric layer is affected by the electrical boundary conditions imposed on its electrodes. A simple way to consider an electric boundary conditions on piezoelectric material is to connect an external impedance load (positive capacitance, negative capacitance, inductance) to its electrodes. The resonance frequencies of the piezoelectric layer are then affected differently according to the nature of external electric load. The positive capacitance allows to reduce the parallel resonance frequency of a piezoelectric layer to reach its series resonance frequency. A negative capacitance makes it possible to increase the parallel resonance frequency of the piezoelectric layer, giving the ability to use the piezoelectric material away from its fundamental resonance frequency.

The particular case of an inductive load has a wide possibility to control the propagation of acoustic waves through a piezoelectric PC. We demonstrate that the use of this inductive load opens a hybridization gap in a one-dimensional piezoelectric structure and enable to control the frequency position of this gap. As a result, the hybridization gap causes the opening of a bandwidth within the gap Bragg. The hybridization gap can also cause a high attenuation of acoustic waves in a pass band especially at low frequencies.