



HAL
open science

Optimisation d'un instrument de musique de type cuivre basée sur des simulations sonores par modèle physique

Robin Tournemenne

► To cite this version:

Robin Tournemenne. Optimisation d'un instrument de musique de type cuivre basée sur des simulations sonores par modèle physique. Acoustique [physics.class-ph]. École centrale de Nantes, 2017. Français. NNT : 2017ECDN0015 . tel-01631438v2

HAL Id: tel-01631438

<https://theses.hal.science/tel-01631438v2>

Submitted on 9 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat

Robin Tournemenne

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de Docteur de l'École Centrale de Nantes
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire*

École doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Discipline : Acoustique

Unité de recherche : Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)

Soutenue le 14 juin 2017

Optimisation d'un instrument de musique de type cuivre basée sur des simulations sonores par modèle physique

JURY

Président: **Saïd MOUSSAOUI**, Professeur des Universités, École Centrale de Nantes

Rapporteurs : **Christophe VERGEZ**, Directeur de Recherche CNRS, LMA, Marseille
Jean-Loïc LE CARROU, Maître de Conférences HDR, UPMC, Paris

Examineur : **Joël BENSOAM**, Chargé de recherche, IRCAM, Paris

Invitée : **Marthe CURTIT**, Ingénieure d'études, ITEM, Le Mans

Directeur de thèse : **Jean-François PETIOT**, Professeur des Universités, École Centrale de Nantes

Co-directeur de thèse : **Joël GILBERT**, Directeur de recherche CNRS, LAUM, Le Mans

Thèse de Doctorat

Robin Tournemenne

Optimisation d'un instrument de musique de type cuivre basée
sur des simulations sonores par modèle physique

Brass instrument optimization Using Physics-Based Sound
Simulations

Résumé

Le travail présenté dans cette thèse s'intéresse à l'optimisation de la géométrie interne (la perce) des instruments de musique à vent de la famille des cuivres.

L'originalité de l'approche repose sur l'utilisation de simulations sonores par modèle physique pour déterminer la perce optimisant des qualités sonores telles que la justesse ou le timbre de l'instrument.

Le modèle physique utilisé, représentant le fonctionnement de l'excitateur, du résonateur et du couplage entre ces deux éléments, permet d'obtenir des sons représentatifs de leur interaction.

La méthode de simulation utilisée est l'équilibrage harmonique, qui produit des simulations sonores en régime permanent, représentatives de la perce et des paramètres de contrôle du musicien virtuel.

Différents problèmes d'optimisation sont formulés, pour lesquels la fonction objectif à minimiser et les contraintes représentent des attributs de la qualité des notes, la variable d'optimisation étant les dimensions géométriques de la perce.

Étant donné les coûts de calcul et l'indisponibilité des dérivées de la fonction objectif, une méthode d'optimisation par recherche directe assistée de métamodèles est choisie (MADS).

Deux exemples d'optimisation de la justesse ou du timbre d'une trompette, avec 2 et 5 variables d'optimisation, valident l'approche. Les résultats montrent que la méthode optimise la justesse globale de l'instrument de manière robuste, pour un coût raisonnable. Enfin, deux études perceptives étudient, d'une part, la capacité du modèle physique à produire des sons perceptivement différents entre des instruments différents, et, d'autre part, comment les différences entre un instrument nominal et un instrument optimisé sont perçues.

Mots clés

Optimisation, Acoustique, Études perceptives

Abstract

This thesis presents a method for design optimization of brass wind instruments. The shape of a trumpet's bore is optimized to improve intonation or the instrument timbre using a physics-based sound simulation model. This physics-based model consists of an acoustic model of the resonator, a mechanical model of the exciter and a model of the coupling between the exciter and the resonator. The simulation uses the harmonic balance technique to compute sounds in permanent regime, representative of the shape of the resonator according to control parameters of the exciter (virtual musician).

Optimization problems are formulated, in which the objective function to be minimized and the constraints define features of the instrument's quality regarding the different playable notes. The design variables are the physical dimensions of the resonator. Given the computationally expensive function evaluation and the unavailability of gradients, a surrogate-assisted optimization framework is implemented using the mesh adaptive direct search algorithm (MADS).

Two examples (with two and five design optimization variables) demonstrate the validity of the approach. Results show that significant improvement of intonation can be robustly achieved at reasonable computational cost.

At last, two perceptive studies are carried out in order to confirm, on the one hand, the capacity of the physics-based model to elicit differences between the instruments and, on the other hand, the capacity of the optimization method to propose perceptually distinct instruments.

Key Words

Optimization, Acoustics, Perceptive studies

REMERCIEMENTS

Jean-François Petiot et Joël Gilbert sont des amis de longue date. Des passionnés aussi, qui n'hésitent pas à mettre la main à la pâte lorsque le besoin se fait sentir. J'ai donc eu droit à un encadrement d'une qualité exemplaire entre les réunions bi-mensuelles, les conseils avisés de chevronnés de la recherche, et j'en passe et des meilleurs.

La patience et la rigueur de Jean-François n'ont d'égal que l'inspiration et la passion de Joël. C'est cette complémentarité qui m'a toujours poussé à me dépasser dans les moments les plus compliqués de ces trois années. Je leur serai donc éternellement reconnaissant de m'avoir fait confiance durant cette aventure qui nous a menés dans des contrées encore inexplorées de la facture instrumentale. J'espère de tout coeur avoir la chance de continuer à collaborer avec vous ici ou ailleurs.

Ensuite, sans aucun doute, viennent Bastien Talgorn et Michael Kokkolaras, là-bas, loin, au Québec. Que dire de ce voyage d'étude de 2 mois sans lequel ce document n'existerait pas ? J'étais arrivé avec un problème, et ils m'ont accueillis avec une solution. Michael a su orienter les objectifs et m'offrir un cadre de travail incroyable. Bastien s'est révélé être un grand frère hors norme, me faisant grandir tant sur le plan scientifique et technique que sur le plan personnel. Je suis fier de pouvoir le compter aujourd'hui au nombre de mes amis. J'espère que nos élucubrations scientifiques continueront pour de longues années à trouver auditeurs au sein de la communauté scientifique. À bientôt, autour d'un barbecue.

Je remercie Jean Loïc Le Carrou et Christophe Vergez qui auraient peut-être préféré ne pas avoir à lire ces élucubrations. En tant que rapporteurs vous m'avez apporté un regard nouveau et très approfondis sur ce travail et vos remarques seront sans aucun doute intégrées dans les développements futurs. Je remercie aussi tout particulièrement Christophe qui m'a accueilli quelques jours au LMA pour me faire découvrir la décomposition modale, MORESSC, sa vision de la recherche, et Fabrice Silva en qui j'ai trouvé un scientifique passionné et passionnant.

De la même manière je remercie Saïd Moussaoui, Joël Bensoam et Marthe Curtit, pour avoir participé à mon jury de thèse et qui, par leurs questions et remarques, ont attiré mon attention sur des aspects auxquels mon esprit ne s'était pas attardé.

Les derniers mois de ce travail de thèse se sont déroulés en parallèle d'une charge d'enseignement à temps plein au sein de l'équipe ADTSI dont je remercie tous les membres que j'ai côtoyés et qui m'ont donné une image j'espère fidèle du métier d'enseignant-chercheur : Sébastien Bourguignon, Éric Le Carpentier, Saïd Moussaoui, Olivier Roux, Sophie Sakka, Sébastien Levilly, Bérenger Recoules, Mathieu Lagrange.

Alexia la stagiaire aux nombreux talents ! Je suis très heureux d'avoir pu avancer dans la psychoacoustique avec toi et j'ai été très impressionné d'observer que malgré le peu d'appétence que tu as pour la programmation, tu t'es retroussée les manches pour produire un travail d'une qualité indéniable. Le quatrième Chapitre de cette thèse t'es dédié et j'espère que tu intégreras un orchestre symphonique à ton niveau !

Même si nos sujets n'étaient pas les mêmes, vos travaux Lionel et Grégoire, de par les liens qu'ils partageaient avec les miens, m'ont permis de garder le cap en me disant qu'on était tous dans le même bateau, et ce fut un plaisir de partager des moments de détente avec vous.

Trois ans et demi dans le même bureau et je pense que ces heures à refaire le monde m'auront changé à vie ! J'espère que l'on se croiera de nouveau Farouk, et merci pour la stabilité que tu as toujours su apporter au bureau.

3 ans à tisser des liens ça fait beaucoup de personnes. Tout d'abord je pense à Marie avec qui j'ai passé d'innombrables moments inoubliables. J'espère que l'on continuera de près ou de loin à échanger sur tout et surtout n'importe quoi. Ensuite, l'association des doctorants nouvellement ACDC et anciennement AED que nous avons eu le plaisir de faire vivre avec les copains : Marie, Marie, Maïté, Anass, Matthieu, Louis et Louis. C'était vraiment sympa et je ne regrette pas les innombrables heures à faire le site web ! Je remercie aussi tous les amis avec qui j'ai passé du bon temps pendant ces trois années qui resteront gravées dans ma mémoire (la liste ne pouvant pas être exhaustive, pas de liste !).

Je remercie les proches de Montréal avec qui j'ai vécu deux mois magnifiques : Jack et Maxime. Je remercie 1000 fois les colocs de l'hôpital qui ont véritablement formé une seconde famille pendant ces 3 années : Corentin, Clément, Joseph, Vincent, Léa, Marion, Polo, Radolf, Raphael, Kate, Zip, Nico, Mério et Marie !

Enfin je remercie ma famille, tatie, tonton, Michou, René, papa, maman et Flo pour être là et toujours dispo.

Je voulais aussi remercier les gens qui m'ont lentement porté au point où je suis maintenant. Avant la thèse j'étais à l'institut Pasteur où Alexandre Dufour m'a ouvert l'esprit sur le métier de chercheur. Deux années auparavant, Slim Essid à Télécom ParisTech m'a fait découvrir le monde de la recherche. Encore avant, le TIPE au Centre d'Étude Nucléaire de Bordeaux-Gradignan (CENBG) m'a fait découvrir une nouvelle espèce : le «doctorant » (dédicace à Agathe, Mathieu et surtout Laurent). Pour finir, ou bien commencer, le stage de troisième toujours au CENBG m'émerveilla à l'âge de 15 ans par son château rempli de passionnés travaillant sur des sujets à vous donner le tournis.

*Volevo dirti come ti voglio bene, ma Gassman mi ha soffiato le parole : L'amore è come la tosse,
non si può nascondere.*

PUBLICATIONS

Les travaux réalisés dans cette thèse ont donné lieu aux publications suivantes.

Liste de publications dans une revue à comité de lecture

- Tournemenne, R., Petiot, J.-F., & Gilbert, J. (2016). The capacity for simulation by physical modeling to elicit perceptual differences between trumpet sounds. *Acta Acustica united with Acustica*, 102(6), 1072–1081.
- Tournemenne, R., Petiot, J.-F., Talgorn, B., Kokkolaras, M., & Gilbert, J. (2017). Brass instruments design using physics-based sound simulation models and surrogate-assisted derivative-free optimization. *Journal of Mechanical Design*, 139(4), 041401.

Liste de publications en congrès international

- Tournemenne, R., Petiot, J.-F., & Gilbert, J. (2014). Study of perceived differences between simulated and real trumpets sounds. *Proceedings International Symposium on Musical Acoustics 2014, Le Mans, France*.
- Tournemenne, R., Petiot, J.-F., & Gilbert, J. (2015). Inharmonicity of a trumpet with a variable depth mouthpiece. In *Proceedings of the third vienna talk on music acoustics* (pp. 21–21). Vienna, Austria : Institute Of Music Acoustics (Wiener Klangstil).
- Tournemenne, R., Petiot, J.-F., Talgorn, B., & Kokkolaras, M. (2016). Brass instruments design using physics-based sound simulation models and surrogate-assisted derivative-free optimization. In *Proceedings of asme 2016 international design engineering technical conference and the computer and information in engineering conference (idetc/cie), charlotte, usa* (Vol. Volume 2B : 42nd Design Automation Conference).

Liste de publications en congrès national

- Tournemenne, R., Petiot, J.-F., & Gilbert, J. (2016). Optimisation de la géométrie d'une trompette à partir de simulations par modèle physique. In *Proceedings of 13ème congrès français d'acoustique, le mans, france*.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
PUBLICATIONS	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES ANNEXES	xiv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	6
2.1 Résumé	6
2.2 Modèles acoustiques des cuivres et simulations	6
2.2.1 De la naissance de l'organologie à l'étude de la physique des cuivres, bref historique	6
2.2.2 La physique des instruments à vent contrôlés en pression	9
2.2.3 Modèles d'excitateur	12
2.2.4 Description du résonateur	19
2.2.5 Méthodes de simulation sonore	24
2.2.6 Méthode et paramètres choisis	31
2.3 Problèmes d'optimisation	34
2.3.1 Définition d'un problème d'optimisation	34
2.3.2 Généralités sur les méthodes d'optimisation	35
2.3.3 Caractérisation du problème traité	41
2.3.4 MADS assisté par des métamodèles	44
2.4 Optimisation de la perce des instruments à vent	47
2.4.1 Reconstruction d'instruments à partir de l'impédance	48
2.4.2 Perfectionnement des performances	48
2.5 Conclusion	50
CHAPITRE 3 OPTIMISATION À PARTIR DE SIMULATIONS SONORES : MÉTHODE	

ET APPLICATIONS	52
3.1 Résumé	52
3.2 Étude des simulations par modèle physique en régime permanent	52
3.2.1 Simulation dans l'espace des paramètres du masque	52
3.2.2 Différence entre un masque "quelconque" et un masque "musicien"	57
3.3 Définition des problèmes d'optimisation	59
3.3.1 Variable d'optimisation	62
3.3.2 Fonctions objectif	63
3.3.3 Viabilité du problème d'optimisation	65
3.3.4 Définition des ensembles Λ_k et modélisation de ψ	66
3.3.5 Résumé de la procédure d'optimisation complète	74
3.3.6 Les trois mécanismes de résolution du problème	75
3.4 Application	76
3.4.1 Résumé introductif	76
3.4.2 Introduction	78
3.4.3 Trumpet Modeling	80
3.4.4 Optimization Problem Formulation	85
3.4.5 Surrogate-assisted derivative-free optimization methodology	88
3.4.6 Exemples	92
3.4.7 Conclusions	98
3.4.8 Acknowledgment	99
3.4.9 Erratum et étude additionnelle sur le timbre	101
3.5 Conclusion	106
CHAPITRE 4 VALIDATIONS PERCEPTIVES	109
4.1 Résumé	109
4.2 Etude de la capacité du modèle physique à discriminer des instruments	109
4.2.1 Résumé introductif	109
4.2.2 Introduction	111
4.2.3 Background on the physical modeling of a trumpet	113
4.2.4 Material and methods	118
4.2.5 Results and Discussion	126
4.2.6 Conclusions	131
4.3 Étude des différences perceptives entre les perces optimales et des perces courantes	132
4.3.1 Introduction	132
4.3.2 Contexte et objectifs	133

4.3.3	Matériel et méthode	138
4.3.4	Résultats	144
4.3.5	Conclusion	149
CHAPITRE 5 CONCLUSION ET PERSPECTIVES		151
5.1	Conclusion générale	151
5.2	Perspectives générales	154
RÉFÉRENCES		157
ANNEXES		174

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Liste des paramètres et de leurs valeurs	32
Tableau 3.1	Exemple d'une liste de sons en régime permanent initiaux.	55
Tableau 3.2	Valeurs des paramètres de contrôle du masque	85
Tableau 3.3	Liste des métamodèles	90
Tableau 3.4	Valeurs des variables d'optimisation et de la fonction objectif	106
Tableau 4.1	Valeurs des paramètres de contrôle du masque	115
Tableau 4.2	Valeurs des rayons de la branche d'embouchure	117
Tableau 4.3	Valeurs des paramètres de conception des trois trompettes	134
Tableau 4.4	Paires présentées aux sujets	139
Tableau 4.5	<i>d'</i> moyens de l'expérience perceptive	145
Tableau 4.6	ANOVA inter-instruments	149
Tableau G.1	Paires présentées aux sujets	219
Tableau G.2	Fréquences de jeu des stimuli	219
Tableau G.3	<i>d'</i> moyens de l'expérience perceptive	221
Tableau G.4	ANOVA intra-instrument fréquence de jeu	225
Tableau G.5	ANOVA intra-instrument spectre	227
Tableau I.1	<i>d'</i> de tous les participants musiciens	241
Tableau I.2	<i>d'</i> de tous les participants non-musiciens	242

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Anche libre	8
Figure 2.2	La trompette	10
Figure 2.3	Section d'une embouchure montée dans le boisseau de la trompette	10
Figure 2.4	Schéma bloc exposant le fonctionnement des cuivres	11
Figure 2.5	Oscillateur à une masse	13
Figure 2.6	Anatomie de l'écoulement de l'air	16
Figure 2.7	Aire d'ouverture des lèvres en fonction de l'ouverture des lèvres	18
Figure 2.8	Impédance d'entrée	21
Figure 2.9	Les notes du doigté à vide	21
Figure 2.10	Template de trompette	23
Figure 2.11	Calcul de $\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}})$	29
Figure 2.12	Fonctionnement de la méthode de l'équilibrage harmonique	31
Figure 2.13	Représentation du modèle physique entier	32
Figure 2.14	Type de problèmes d'optimisation	36
Figure 2.15	Procédure générale du calcul de la fonction objectif	43
Figure 2.16	Itération de la sonde locale	46
Figure 3.1	Schéma-bloc équilibrage harmonique	53
Figure 3.2	Choix des fréquences des sons initiaux	55
Figure 3.3	Exploration Ω_{M_a}	57
Figure 3.4	Spectres moyens des notes	58
Figure 3.5	Schéma-bloc de la procédure d'optimisation	61
Figure 3.6	Template d'une perce	62
Figure 3.7	Schéma représentant les 5 étapes du pré-traitement	68
Figure 3.8	Exploration des Λ_k	71
Figure 3.9	Modélisation par mélange gaussien	73
Figure 3.10	Schéma-bloc décrivant la procédure d'optimisation complète	77
Figure 3.11	Impédance d'entrée	79
Figure 3.12	La trompette	81
Figure 3.13	Template de trompette	82
Figure 3.14	Notes de musique considérées	84
Figure 3.15	Schéma-bloc de la procédure d'optimisation	86
Figure 3.16	Étape de sonde locale de MADS	89
Figure 3.17	Trompettes du problème 2D	93

Figure 3.18	Surface des valeurs de la fonction objectif	94
Figure 3.19	Évolution de la fonction objectif du problème 2D	95
Figure 3.20	Détail de la fonction objectif du problème 2D	96
Figure 3.21	Évolution de la fonction objectif du problème 5D	97
Figure 3.22	Détail de la fonction objectif du problème 5D	98
Figure 3.23	Choix des métamodèles de l'ensemble de modèles	100
Figure 3.24	Erratum de la surface de l'article	101
Figure 3.25	Discrétisation des valeurs du CGS du 4ème régime	103
Figure 3.26	Espace admissible du problème sous contrainte	104
Figure 3.27	Perce essayées par la procédure d'optimisation	105
Figure 3.28	Évolution du CGS du problème sous contrainte	107
Figure 4.1	La trompette	116
Figure 4.2	La branche d'embouchure	116
Figure 4.3	Impédances d'entrée des trois trompettes	118
Figure 4.4	Interface du test perceptif	119
Figure 4.5	Spectres des stimuli	120
Figure 4.6	Paires présentées aux sujets	124
Figure 4.7	Matrice de confusion	125
Figure 4.8	Position des résultats sons bruts dans l'espace ROC	127
Figure 4.9	Position des résultats sons normalisés dans l'espace ROC	128
Figure 4.10	Sensibilité en fonction des fréquences de jeu	129
Figure 4.11	Position des résultats dynamique variable dans l'espace ROC	130
Figure 4.12	Début de la perce des trois trompettes	135
Figure 4.13	Détail de la fonction objectif des trois trompettes	136
Figure 4.14	Fréquences de jeu d'une population de sons	140
Figure 4.15	Spectres d'une population de sons	141
Figure 4.16	Interface de l'expérience perceptive	142
Figure 4.17	Matrice de confusion	143
Figure 4.18	Performances des sujets	145
Figure 4.19	d' du test inter-instruments	146
Figure A.1	Schéma du système BIAS	174
Figure A.2	Photo du système BIAS	175
Figure A.3	Schéma du système de l'Univ. du Maine	176
Figure A.4	Photo du système de l'Univ. du Maine	177
Figure B.1	Schéma d'un cylindre	178
Figure B.2	Schéma d'un cône	180

Figure B.3	Schéma d'une jonction	181
Figure C.1	Modification de l'impédance par l'hypothèse multi-modale	184
Figure C.2	Effet de la suppression des pertes visco-thermiques	185
Figure C.3	Estimation de la conversion de mode dans le pavillon	185
Figure C.4	Schéma des frontières des éléments finis	186
Figure D.1	Principe des simulations temporelles	191
Figure D.2	Exemple de DWG dans un cylindre	198
Figure D.3	Décomposition modale filtre par filtre	202
Figure D.4	Décomposition modale finale	203
Figure D.5	Maillage de la méthode des différences finies	207
Figure D.6	Onde de choc	210
Figure E.1	Modèle de la SDT	214
Figure F.1	Performance d'un musicien	216
Figure F.2	Performance d'un non-musicien	217
Figure G.1	Spectres des stimuli	220
Figure G.2	d' du test intra-instrument sur les fréquences de jeu	222
Figure G.3	d' du test intra-instrument sur les spectres	223
Figure H.1	Courbes ROC	229

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Mesure de l'impédance d'entrée	174
Annexe B	Matrices de transmission en ondes planes	178
Annexe C	Calcul d'impédance d'entrée en tenant compte du mode plan et des modes supérieurs	183
Annexe D	Méthodes de simulation temporelle	191
Annexe E	Points clés sur la théorie de détection du signal (SDT : <i>signal detection theory</i>) et le calcul de l'indice d'	213
Annexe F	Performances typiques des participants	216
Annexe G	Expérience perceptive intra-instrument	218
Annexe H	Espaces ROC	228
Annexe I	d' des participants	241

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Les instruments de musique font partie des systèmes mécaniques complexes et subtils fabriqués par l'homme. Ce sont des sujets d'étude pour les physiciens et les acousticiens depuis plusieurs siècles. Les études théoriques fondamentales (xix^e et première moitié du xx^e siècle) ont été enrichies par le calcul numérique de grande envergure avec l'avènement de l'ordinateur. La modélisation numérique des instruments de musique est, de nos jours, une pierre angulaire des travaux en acoustique musicale. Le travail présenté dans ce document s'inscrit dans cette discipline, et le thème abordé est la mise en oeuvre de simulations numériques pour assister la conception d'instruments de musique de la famille des cuivres.

Le perfectionnement des instruments de musique est, généralement, le fruit des expérimentations du facteur d'instrument qui, au fur et à mesure de ses créations, modifie successivement les paramètres de conception qu'il juge opportun. Par exemple, lorsque le facteur travaille sur des cuivres, il ajuste le profil géométrique interne de l'instrument, la perce, afin d'atteindre le son recherché. Bien que les résultats de ce procédé soient directement observables en fabriquant l'instrument, chaque tentative nécessite la fabrication d'un instrument et d'un outillage coûteux, ne permettant que d'explorer un nombre limité de possibilités. Dans ce contexte, les méthodes de simulations numériques peuvent apporter une aide précieuse. En effet, elles permettent d'explorer un grand nombre d'axes de perfectionnement de la perce, grâce au faible coût de calcul lié à la modélisation des instruments. Pour que les simulations numériques soient une aide à la conception, il est nécessaire de s'assurer que les modèles physiques mis en oeuvre soient suffisamment précis, pour représenter les différentes dimensions sur lesquelles repose la qualité perçue des instruments. Enfin, pour implémenter des procédures d'optimisation basées sur des simulations numériques, il faut identifier clairement les éléments sur lesquels repose la qualité des instruments.

Ces dimensions peuvent être divisées en 2 groupes : celles déterminant la qualité des sons produits et celles définissant le confort de jeu. Le second groupe répond à un premier niveau d'exigence lié à la qualité générale d'un instrument : est-il manipulable ? Est-il facile de produire un son ? L'instrument est-il globalement juste dans son interaction avec le musicien ?

L'étude des caractéristiques sonores fait intervenir des considérations esthétiques et subjectives variant d'un musicien à l'autre selon ses sensations, ses goûts et ses préférences. Deux types d'exams s'efforcent de traiter ces aspects. D'une part, les sons peuvent être évalués par des auditeurs au cours d'expériences perceptives (qualité subjective) [Fritz et Dubois, 2015]. Lors de ces tests, il est nécessaire de contrôler l'environnement écologique dans lequel l'auditeur répond aux tâches demandées, et de maîtriser les paramètres de variations des sons examinés.

D'autre part, la qualité sonore des instruments peut être estimée à partir d'études de critères objectifs [Campbell, 2004]. Une partie de ces travaux se concentre sur les mesures d'instruments réels : enregistrements et analyses de sons enregistrés [Bertsch *et al.*, 2005; Petiot et Gilbert, 2013], mesures directes des grandeurs mécaniques et acoustiques des instruments [Braden, 2007; Muñoz Arancón *et al.*, 2016]. L'autre partie prend racine dans la modélisation physique à partir de la théorie acoustique : modélisation des grandeurs mécaniques et acoustiques des instruments [Kausel, 2001; Noreland *et al.*, 2010; Braden, 2007; Macaluso et Dalmont, 2011], simulations sonores par modèle physique [Petiot et Gilbert, 2013].

C'est cette seconde partie qui motive le travail de thèse. Les recherches antérieures concernant l'optimisation des cuivres se sont focalisées sur la modélisation de la réponse en oscillations forcées de l'instrument, appelée impédance d'entrée du résonateur. En supposant, en première approximation, que la réponse du résonateur influence directement le son produit, il est possible de déduire des métriques de la qualité sonore de l'instrument (justesse, facilité de jeu, etc.). Parallèlement, la théorie acoustique permet de calculer, à partir de la perce, l'impédance d'entrée du résonateur [Caussé *et al.*, 1984]. Certains auteurs, partant de ces techniques, ont produit des perces en optimisant des métriques déduites de l'impédance d'entrée du résonateur [Kausel, 2001; Noreland *et al.*, 2010; Braden, 2007; Poirson *et al.*, 2007; Macaluso et Dalmont, 2011].

Cependant, ces métriques sont difficiles à formuler, étant donné les liens complexes entre l'impédance et les sons produits par l'instrument. Enfin, la caractérisation de la qualité de l'instrument par l'étude du résonateur seul peut être vu comme insuffisante : le musicien n'est pas pris en compte.

Les travaux présentés dans cette thèse visent à combler cette lacune. La tâche n'est cependant pas aisée, car, bien que les connaissances accumulées sur l'acoustique des tuyaux et résonateurs soient nombreuses, l'étude de la production de son par l'interaction entre l'instrument et le musicien fait intervenir des notions complexes encore mal maîtrisées. Cette difficulté est due à l'abondance des paramètres de contrôle liés au musicien, ainsi qu'aux difficultés théoriques liés à la modélisation de l'interaction musicien/instrument (système auto-oscillant). Sachant cela, la méthode élaborée dans cette thèse s'appuie sur un modèle physique complet, volontairement minimal afin de maîtriser au mieux les paramètres. Ce modèle physique représente le fonctionnement de l'excitateur (le musicien), du résonateur et du couplage entre ces deux éléments. Le résonateur est supposé linéaire, et le modèle minimal utilisé est basé sur l'étude de [Elliott et Bowsher, 1982]. Ce modèle minimal est activement étudié à l'heure actuelle, il est notamment à la base des simulations sonores de la thèse de Lionel Velut [Velut, 2016], qui lui ont notamment permis d'examiner les sons multiphoniques du trombone. Le modèle n'inclut pas les effets de propagation non linéaires dans le résonateur, qui sont responsables de la couleur dite "cuivrée" des sons joués *fortissimo* [Hirschberg *et al.*, 1996; Myers *et al.*, 2012].

Une fois ce modèle défini, de nombreuses méthodes permettent de produire des simulations sonores [Välimäki *et al.*, 2005; Borin *et al.*, 1992]. L'inclusion du musicien dans la procédure de contrôle permet donc d'étudier directement les caractéristiques sonores du couplage musicien/instrument. Par exemple, dans [Petiot et Gilbert, 2013], les auteurs analysent, à l'aide de simulations sonores, les différences entre 3 instruments différents selon plusieurs descripteurs.

Dans ce cadre, la problématique spécifique de la thèse est la caractérisation et l'optimisation des qualités sonores (justesse, timbre) des instruments de type cuivre, à partir de critères basés sur des simulations sonores par modèle physique.

Cette problématique est novatrice car, à la connaissance de l'auteur, l'inclusion du musicien au coeur même d'une procédure d'optimisation n'a jamais été abordée en profondeur¹. En outre, la méthode pourrait être adaptée aux instruments à vent en général et aux cordes.

La méthode de simulation utilisée est l'équilibrage harmonique, qui produit des simulations sonores en régime permanent, représentatives de la perce et des paramètres de contrôle du musicien virtuel. Par conséquent, les simulations sonores permettent d'accéder à la fréquence de jeu et au contenu spectral. La variable d'optimisation représente certaines dimensions géométriques de la perce. Différents problèmes d'optimisation sont formulés, pour lesquels la fonction objectif à minimiser et les contraintes définissent des attributs de la qualité des notes² jouables. Par exemple, il est possible d'étudier la justesse de l'instrument, à partir des fréquences de jeu des sons produits et d'une échelle musicale. Des critères basés sur les données spectrales peuvent être définis selon les besoins du facteur. On peut aussi optimiser des critères dépendant du geste instrumental : minimiser la différence de justesse entre une note jouée *piano* ou *forte*. Ces exemples donnent un aperçu des maintes possibilités offertes par l'optimisation basée sur des simulations sonores.

La thèse a deux objectifs distincts :

- élaborer et implémenter une méthode d'optimisation de la perce basée sur des simulations sonores par modèle physique,
- concevoir et entreprendre des expériences perceptives afin d'étudier la capacité du modèle physique à simuler des sons perceptivement différents.

1. Il semblerait qu'Alexis Guilloteau [Guilloteau, 2015] ait défini dans le cadre des instruments à anche (clarinette logique) des fonctions objectif basées sur des fréquences de jeu estimées grâce à une formulation simplifiée de l'excitateur et une estimation du couplage non linéaire entre l'excitateur et le résonateur.

2. Le terme note est ambigu. Notre définition de "note" est : un son déterminé par son nom dans l'échelle musicale. Par exemple, un musicien jouant un do 3 puis un la 4 joue deux notes différentes, alors que deux musiciens différents, jouant un do3, jouent la même note. Pour rappel, chaque note jouable de la trompette correspond à un pic de l'impédance d'entrée, et donc à un régime d'auto-oscillations. Par conséquent, à chaque note correspond un régime.

Ce document est une thèse sur article. Les deux articles qui ont été publiés dans le cadre de ce travail de thèse sont reproduits aux chapitres 3 et 4. Le premier est une application de la procédure d'optimisation [Tournemenne *et al.*, 2017] et le second est une expérience perceptive visant à juger du caractère représentatif du modèle physique minimal employé [Tournemenne *et al.*, 2016a].

Le document est décomposé comme suit. Le second chapitre expose le contexte scientifique de la thèse. Tout d'abord, les différents modèles physiques décrivant le musicien, puis les modèles de résonateurs sont détaillés. Ensuite, la méthode de l'équilibrage harmonique, qui est la méthode de simulation employée, est exposée. Ces éléments présentés, le modèle choisi dans cette étude est énoncé formellement, ainsi que les valeurs utilisées pour les différents paramètres de contrôle du musicien. Une attention particulière est dédiée à la justification et l'explication des choix formulés. Une synthèse des méthodes d'optimisation permet de placer les différents algorithmes de la littérature par rapport à la nature des problèmes d'optimisation auxquels ils s'adressent. Les propriétés générales des problèmes étudiés dans la thèse permettent alors de sélectionner un groupe de méthode d'optimisation, l'optimisation sans gradient, et une méthode en particulier, l'algorithme MADS (Mesh Adaptive Direct Search) assisté de métamodèles. La méthode d'optimisation sélectionnée est alors présentée en détail.

Un voyage d'étude de deux mois (été 2015) à Montréal à l'université Mc Gill dans l'équipe *Systems Optimization Lab* (SOL) dirigée par Michael Kokkolaras en collaboration avec le laboratoire du GERAD³, nous a permis de travailler directement avec les chercheurs développant la méthode.

Le troisième chapitre élabore la procédure d'optimisation envisagée et présente des cas d'applications. Tout d'abord, une étude des simulations sonores par modèle physique est établie. Cela permet de définir formellement le cadre dans lequel les simulations sonores sont réalisées. Ces précisions sur les simulations sonores faites, la procédure d'optimisation est présentée. Le cadre général est posé et les espaces de conception ainsi que les fonctions objectif sont définis.

Trois exemples de problèmes d'optimisation qui concernent l'optimisation d'une perce de trompette, sont présentés afin d'étudier les performances de la procédure. Les deux premiers exemples sont présentés par l'intermédiaire de l'article [Tournemenne *et al.*, 2017]. Le premier exemple concerne un problème à deux dimensions optimisant un critère de justesse. Cet exemple permet de vérifier sur un problème simple que la méthode fonctionne de manière performante. Le second exemple, traite un problème à cinq dimensions optimisant lui aussi la justesse. Ce problème ne peut être résolu par une exploration exhaustive de l'espace de conception étant donné sa dimension. Enfin, le troisième exemple présente le même problème à deux dimensions avec cette fois

3. Centre de recherche inter-universitaire créé en 1979, subventionné par le FRQNT et regroupant près de soixante-dix spécialistes de méthodes quantitatives en gestion, chercheurs opérationnels, informaticiens théoriques, mathématiciens et ingénieurs mathématiciens, principalement issus de HEC Montréal, Polytechnique Montréal, l'Université McGill et l'Université du Québec à Montréal.

une fonction objectif basée sur le contenu spectral sous contrainte de justesse. Ce problème illustre une des contributions majeures de la thèse : la création de problèmes d'optimisation comportant des fonctions objectif et contraintes liées au timbre de l'instrument. Les résultats montrent que la méthode optimise la justesse globale de l'instrument de manière robuste, pour un coût raisonnable. Des problèmes pertinents restent à déterminer pour les études basées sur le timbre.

Le quatrième chapitre présente deux études perceptives. La première cherche à évaluer la capacité du modèle physique à produire des sons perceptivement différenciés entre des instruments différents. La seconde cherche à déterminer comment les différences entre un instrument nominal, un instrument de faible qualité au sens de la fonction objectif et un instrument optimisé sont perçues. La première étude perceptive est présentée dans l'article [Tournemene *et al.*, 2016a] qui est reproduit en intégralité. La seconde étude a été conçue, mise en place et réalisée en collaboration avec Alexia Chabot, future doctorante à l'École Centrale de Nantes.

Le corps du document est complété par 9 annexes :

- L'annexe A détaille les moyens de mesure de l'impédance d'entrée.
- L'annexe B expose le calcul des matrices de transmission d'éléments simples utilisé pour le calcul des impédances d'entrée.
- L'annexe C évoque le calcul de l'impédance d'entrée en prenant en compte le mode plan et les modes supérieurs.
- L'annexe D présente les méthodes de simulations sonores temporelles des instruments de la famille des cuivres.
- L'annexe E expose les bases de la théorie de la détection du signal. Elle complète le chapitre 4.
- L'annexe F présente des courbes de performance liées à l'étude perceptive sur les optima de la procédure d'optimisation. Elle complète le chapitre 4.
- L'annexe G détaille la partie de cette même expérience perceptive, qui valide les représentants sonores utilisés. Elle complète le chapitre 4.
- L'annexe H présente l'ensemble des résultats de tous les sujets pour toutes les épreuves de la même expérience perceptive sous la forme d'espaces ROC (Receiver Operating Characteristic).
- L'annexe I présente l'ensemble des critères d' de cette même expérience perceptive, qui permettent de déterminer si le sujet a réussi les tâches de discrimination.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Résumé

Ce chapitre place la thèse dans son contexte scientifique. Il se découpe en trois parties, l'acoustique des instruments à vent, des généralités sur l'optimisation, et l'optimisation appliquée aux instruments de type cuivre.

Les simulations sonores étant la base de la méthodologie développée tout au long de cette thèse, il faut choisir minutieusement le modèle physique et la méthode de simulation. Après un bref retour sur l'histoire de l'étude des instruments de musique, le principe général de fonctionnement des instruments de la famille des cuivres est énoncé. Par la suite, les modèles physiques décrivant l'excitateur puis le résonateur sont décrits (voir 2.2.2, pour plus d'explications quant à ce paradigme). Les diverses méthodes de simulation, qui reposent sur différentes approches du modèle décrivant le résonateur, sont résumées. La méthode de l'équilibrage harmonique, qui est la méthode de simulation fréquentielle utilisée, est détaillée. Enfin, le modèle physique utilisé dans cette étude est précisé, ses variables d'intérêt sont explicitées, et les valeurs employées sont justifiées.

La thèse traitant la question de la caractérisation et de l'optimisation de la qualité des cuivres, les méthodes d'optimisation sont présentées dans leur globalité. Ensuite, les propriétés des problèmes d'optimisation examinés dans la thèse sont analysées. L'algorithme d'optimisation le plus adapté est alors choisi et détaillé.

Finalement, une revue exhaustive des différentes approches et applications d'optimisation des instruments de type cuivre est faite, permettant de dégager des verrous sur l'optimisation appliquée aux cuivres, et de formuler ainsi une problématique de recherche innovante pour cette thèse.

2.2 Modèles acoustiques des cuivres et simulations

2.2.1 De la naissance de l'organologie à l'étude de la physique des cuivres, bref historique

L'organologie est l'étude des instruments de musique. Cette branche de la musicologie rassemble aussi bien la facture et le fonctionnement physique des instruments de musique, que la connaissance des techniques instrumentales. C'est sous le prisme de la physique que nous aborderons ce sujet. Au début du xvii^e siècle, Michael Praetorius, compositeur et théoricien Allemand, écrit *Syntagma Musicum* [Praetorius, 1619], le premier pilier de l'organologie. Après un premier volume traitant de la composition, Praetorius décrit et catégorise les instruments de musique dont il a connaissance. En France, ce seront Pierre Trichet et Marin Mersenne, qui donneront leurs lettres de noblesse à la dis-

cipline, toujours au début du xvii^e siècle. Pierre Trichet, par son *Traité des Instruments de Musique* [Trichet, 1640], décrit l'histoire, la facture et les techniques de jeu des instruments de son époque. Marin Mersenne traite aussi de la mécanique et des règles d'écriture dans son ouvrage fondateur, *l'harmonie universelle* [Mersenne, 1636]. Cette œuvre regroupe la plupart des connaissances de l'époque, tant sur le plan physique, que sur la description des instruments et sur les techniques de jeu. Après eux, D'Alembert et ses disciples se plongeront dans la théorie et la pratique de la facture instrumentale, en quête de la plus grande exactitude possible, afin de rédiger l'encyclopédie [Diderot et d'Alembert, 1751]. Ce sont les fruits de véritables enquêtes, qui permettront de catégoriser, classifier et détailler chaque instrument dans les articles de l'encyclopédie. C'est cependant au xix^e siècle, que naquit l'organologie en tant que discipline à part entière. En effet, suite à la première révolution industrielle, les expositions universelles et la presse spécialisée seront deux médias de choix pour la diffusion de cette science, alors en pleine expansion. François-Joseph Fétis est un représentant majeur de cette période, notamment par ses publications dans l'hebdomadaire *la Revue Musicale* [Gétreau, 2006]. Tout en décrivant le fonctionnement des instruments anciens, il soutient les meilleures innovations techniques, alors très polémiques, telles que le piano droit de Roller et Blanchet, la harpe à double mouvement de Erard ou encore les inventions de Sax. Enfin, Constant Pierre, secrétaire du conservatoire de Paris à la fin du xix^e siècle, signa des analyses sur les avancées et les nouveautés, qui restent de nos jours des textes de référence [Gétreau, 2006]. En parallèle, la physique continue son périple. En 1865, Helmholtz écrit le livre qui sera la base de toute la recherche en acoustique musicale moderne [von Helmholtz, 1865]. Le chapitre 5 de son livre décrit les principes physiques régissant les instruments. Concernant les instruments à vent, il savait qu'il fallait distinguer la partie résonante (guide d'onde), de la partie émettant le son (excitateur). Il savait aussi, que le principe physique de ces instruments dépendait de deux moyens d'émission : oscillation d'une valve régulée en pression ou oscillation d'un jet d'air autour d'une singularité. Le second fonctionnement correspond aux flûtes et tuyaux d'orgue, alors que le premier correspond aux autres instruments à vent, possédant une anche ou une embouchure. En effet, pour les instruments fonctionnant à partir d'une valve, c'est bien la mise en vibration de l'anche, des anches ou des lèvres qui produit le son se propageant le long du guide d'onde. Le vocabulaire est ambigu en français, puisqu'on utilise les dénominations bois pour tous les instruments possédant un biseau, une anche ou plusieurs anches, et cuivre pour les instruments à embouchure. Ce classement ne les distingue donc pas selon leur mode de fonctionnement. En Allemand, Helmholtz lève cette ambiguïté par le terme "Zungenpfeifen", émetteur de son par langues, la langue correspondant à la valve (et non pas à la langue de l'être humain). Ainsi, Helmholtz définit une catégorie contenant tous les instruments à vent contrôlés en pression, qu'ils aient une anche(s) ou une embouchure.

Helmholtz distingue alors 3 sous-catégories :

- les langues en métal des harmoniums (anches libres, voir Figure 2.1),
- les langues en bois des instruments à anche simple ou double,
- les langues de type membrane telles que les lèvres pour tous les instruments à embouchure ou les cordes vocales pour les chanteurs.

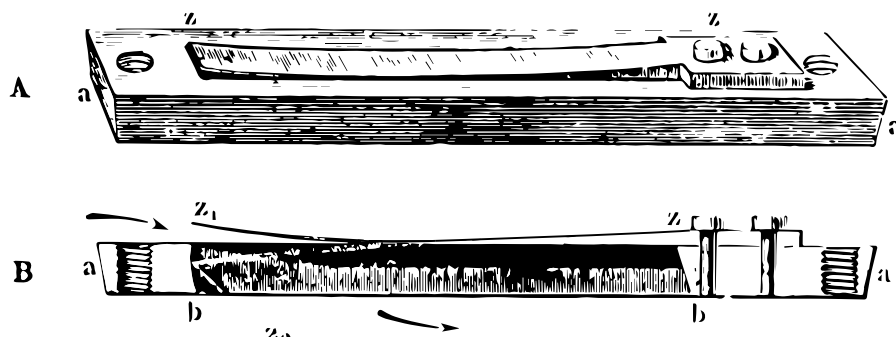


Figure 2.1 Anche libre. L’harmonium met en pression la partie supérieure du mécanisme, provoquant ainsi l’oscillation de la lame métallique. Les lignes de courant de l’air suivent les flèches de la coupe B. Les dimensions de la lame métallique sont prévues afin de fermer complètement l’ouverture à un certain moment de l’oscillation. Figure empruntée à [von Helmholtz, 1865]

Par définition, les bois, dépourvus des flûtes et tuyaux d’orgue, sont les instruments possédant au moins une anche. Ils correspondent donc à la catégorie des langues en métal et en bois ; les cuivres sont les instruments possédant une embouchure ils appartiennent par conséquent à la catégorie des membranes. Dans sa description qualitative du fonctionnement des instruments de type membrane, c’est à dire des cuivres, Helmholtz précise que la production du son n’est possible que dans certaines configurations de jeu. Ces configurations permettent au musicien d’émettre un son correspondant aux fréquences de résonance du guide d’onde. Il était donc déjà conscient du principe de régénération, ne permettant à l’instrument d’être joué que dans certaines conditions, et du besoin d’une source externe entretenant le son. Au même moment, Lord Rayleigh rassembla dans le vade mecum *The theory of sound* [Rayleigh, 1896] l’ensemble des connaissances en acoustique de son temps. Au niveau de l’acoustique musicale, ce sont ses contributions en dynamique non linéaire qui passeront à la postérité. On y compte notamment la linéarisation de l’expérience de Melde, exhibant alors des bifurcations de Hopf [Rayleigh, 1883], son travail sur l’instabilité des jets d’air [Rayleigh, 1878, 1879], à la base du fonctionnement des flûtes et des orgues, ainsi que son extension des découvertes de Rankine et de Hugoniot [Rayleigh, 1910] à propos des ondes de choc présentes lors de la production de sons très forts, dits cuivrés. Après les théorisations de ces

deux géants de l'acoustique, Bouasse participera au début du xx^e siècle en France à la diffusion du savoir par l'écriture d'un grand nombre de traités. Les écrits d'intérêt dans notre contexte sont notamment le traité décortiquant l'oeuvre d'Helmholtz ainsi que l'ouvrage *Tuyaux et Résonateurs. Introduction à l'étude des instruments à vent* [Bouasse, 1929] dans lequel Bouasse rapporte une quantité importante d'expériences menées sur les instruments à vent.

2.2.2 La physique des instruments à vent contrôlés en pression

Contexte et anatomie de la trompette

Comme nous venons de le voir, les instruments à anche et les instruments à embouchure fonctionnent selon le même principe physique. Par conséquent, bien que cette étude se concentre sur la trompette, des travaux similaires pourraient être menés avec n'importe quel autre instrument répondant au même fonctionnement physique. Par ailleurs, le fait que ces instruments puissent être de matériaux différents, bois ou métal, être de longueur différente, ou encore disposer de divers mécanismes, trous, clés, valves ou pistons, ne représente que des différences mineures au niveau de la modélisation physique. Ainsi, on pourrait modéliser de manière similaire les clarinettes, les saxophones, les hautbois, les bassons, les bombardes, les trompettes, les trombones, les saxhorns, les tubas, les cors, les didgeridoos etc. .

L'équipe encadrante possédant une expertise conséquente sur les trompettes, l'étude porte exclusivement sur cet instrument. La trompette (voir Figure 2.2) est constituée de quatre parties, que nous présentons en partant des lèvres :

l'embouchure pièce amovible d'environ 8 cm de long, constituée d'un bord où le musicien pose ses lèvres, et d'un cône qui permet l'adaptation dans l'instrument,

la branche d'embouchure tube de section variable d'environ 22 cm de long,

la partie centrale cylindre contenant les pistons, qui permettent d'allonger le résonateur par la création de dérivations augmentant la longueur,

le pavillon évasement permettant de rayonner le son à son extrémité.

La trompette et l'embouchure sont généralement en laiton, alliage de cuivre et de zinc, qui est utilisé pour son compromis entre ductilité et résistance. Le profil interne de l'instrument est appelé la perce : on constate qu'elle a une influence majeure sur le comportement acoustique de l'instrument en situation de jeu. L'instrument étant axisymétrique pour des raisons de fabrication, la perce est finalement caractérisée par le rayon le long de l'axe de l'instrument.

L'embouchure, siège de l'excitation, est une pièce d'une très grande importance dont la forme et le montage sont précisés Figure 2.3.

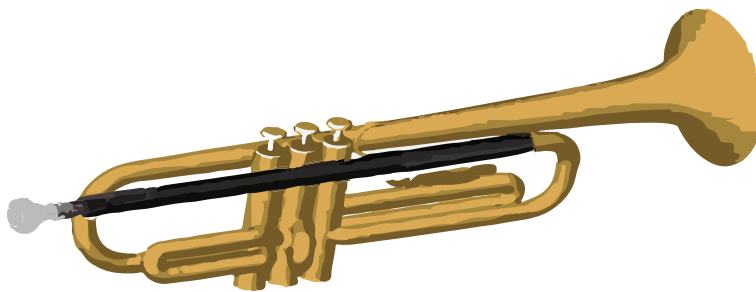


Figure 2.2 Définition des parties principales de la trompette : l'embouchure en gris, la branche d'embouchure en noir, le corps cylindrique de l'instrument, les pistons et le pavillon en jaune.

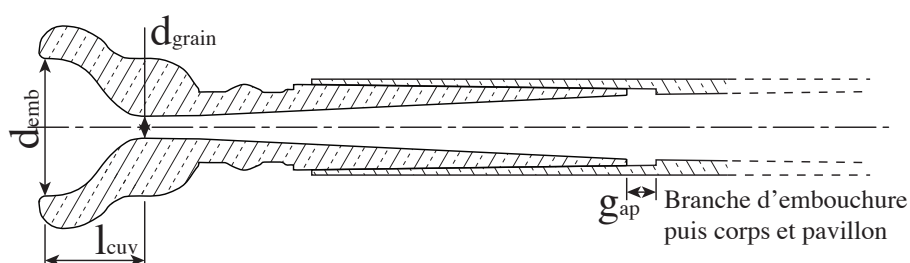


Figure 2.3 Section d'une embouchure montée dans le boisseau de la trompette. Les mesures représentées sont le diamètre de bord intérieur d_{emb} , la profondeur de l'embouchure l_{cuv} , le diamètre de grain d_{grain} , et la longueur de gap g_{ap} .

La cuvette de l'embouchure est caractérisée par sa forme interne (hémisphérique, conique, en U, en V), son diamètre de bord intérieur d_{emb} et sa profondeur l_{cuv} . Le rayon interne connectant la cuvette à la queue s'appelle le diamètre de grain d_{grain} . Pour assurer un contact franc de l'embouchure sur le cône d'adaptation (montage sans jeu), cela nécessite un jeu entre la queue de l'embouchure et le début du profil interne appelé "gap" (ce gap est réglable sur certains instruments).

Parmi les propriétés principales, on peut noter que la plupart des embouchures sont axisymétriques pour des raisons de facilité de fabrication, mais certains modèles ne le sont pas (embouchure signée "Maurice André" de la marque Selmer par exemple). Il existe des milliers de références d'embouchures, et elle est un élément crucial pour le musicien, qui est toujours à la recherche de l'embouchure idéale...

Fonctionnement acoustique général

Les modèles physiques que nous présentons, regroupent tous les instruments à vent fonctionnant selon l'excitation d'une valve contrôlée en pression, couplée à un résonateur (guide d'onde).

Nous cherchons volontairement à rester le plus général possible dans la description des modèles physiques. Par conséquent, les paragraphes suivants sont valables pour tous les instruments à vent contrôlés en pression, sauf si une mention à un instrument particulier est faite. Le lecteur pourra remplacer à sa guise le mot valve par anche(s) ou lèvres, pour illustrer le propos.

La valve est excitée par une pression d'air continue appliquée par le musicien, la surpression dans la bouche P_b . Elle oscille, générant ainsi une onde qui parcourt l'instrument dans les deux sens. À son retour, l'onde influence le mouvement de la valve. Ainsi, pour certains jeux de paramètres, cette influence est en phase avec l'oscillation de la valve, ce qui en renforce le mouvement. Ce phénomène est appelé auto-oscillation ou encore régénération.

Le système est composé de deux éléments, voir Figure 2.4 :

- l'excitateur non linéaire composé d'une valve contrôlée en pression,
- le résonateur, considéré linéaire, aussi appelé guide d'onde.

L'excitateur se divise en deux parties conjointes :

- l'oscillation de la valve,
- l'écoulement de l'air dans la colonne d'air du musicien.

Le phénomène physique complet est représenté par 3 grandeurs, voir Figure 2.4 :

- la surpression dans l'embouchure $p(t)$,
- le débit volumique dans l'embouchure $u(t)$,
- la position de la valve $h(t)$, dont la forme sera précisée dans les paragraphes suivants.

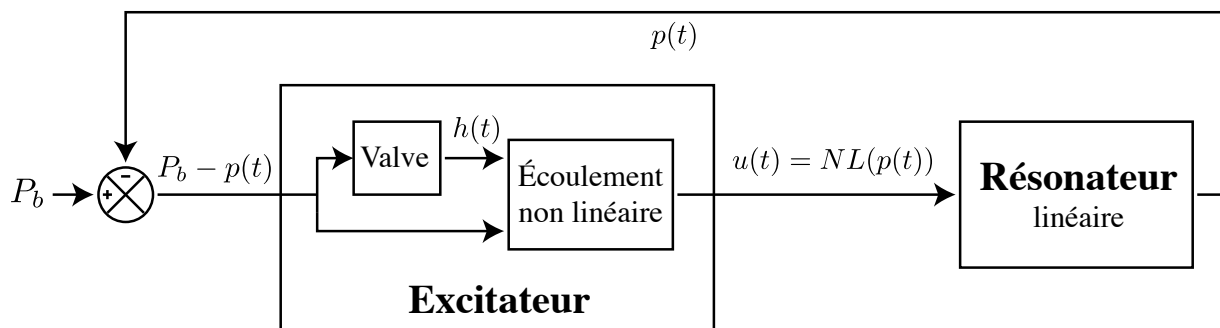


Figure 2.4 Schéma bloc exposant le fonctionnement des cuivres. Figure empruntée à [Velut, 2016].

Le couplage entre le résonateur et l'excitateur est représenté sur la Figure 2.4 par une rétroaction. Il intervient physiquement à la jonction entre la valve et le guide d'onde, c'est à dire dans le bec ou l'embouchure selon l'instrument choisi (nous utiliserons le mot embouchure, si besoin est, dans le reste du document). La non linéarité de l'excitateur étant localisée, il est possible de coupler le résonateur à l'excitateur par une fonction non linéaire NL , représentant le comportement de l'excitateur entier (oscillation de la valve + écoulement non linéaire), voir Figure 2.4. NL évalue le débit volumique $u(t)$ dans l'embouchure par la surpression $p(t)$ dans l'embouchure [McIntyre *et al.*, 1983; Schumacher, 1981] :

$$u(t) = NL(p(t)) . \quad (2.1)$$

Le résonateur est considéré linéaire et temporellement invariant (LTI). Par conséquent, il est complètement caractérisé par sa réponse impulsionnelle $g(t)$ à l'entrée de l'instrument [Campbell, 2004; Smith, 2008] :

$$p(t) = (g * u)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau)u(\tau)d\tau . \quad (2.2)$$

Les équations 2.1 et 2.2 représentent la structure couplée la plus épurée des modèles physiques des instruments à vent contrôlés en pression, décrivant leur comportement dans l'embouchure. Cet aperçu qualitatif du phénomène permet d'étudier les divers modèles proposés dans la littérature, en détaillant d'abord l'excitateur puis le résonateur.

2.2.3 Modèles d'excitateur

Bien que l'art de la modélisation prenne racine dans la caractérisation de la nature des phénomènes physiques sous-jacents, la qualité d'un modèle se reconnaît à la justesse des simplifications et approximations choisies. Les quelques lignes qui vont suivre décrivent les diverses avancées, entreprises en vue de décrire la physique de l'excitateur. Le but est donc de déterminer une expression analytique de la fonction NL de l'Équation 2.1.

Une étude exhaustive, de tous les modèles imaginés durant ces 50 dernières années, sort du cadre de cette thèse de par la quantité des travaux traitant ce problème. Cependant, les variations utiles à la compréhension du modèle choisi dans cette étude sont présentées.

Oscillation de la valve

Système oscillant

La modélisation la plus classique d'un système vibratoire est l'oscillateur mécanique à un degré de liberté, parfois appelé modèle à une masse. La dynamique de l'ouverture de la valve $h(t)$, représentée Figure 2.5, suit l'équation :

$$\frac{d^2h}{dt^2} + \frac{\omega_l}{Q_l} \frac{dh}{dt} + \omega_l^2(h - H_0) = \chi_{\text{src}}, \quad (2.3)$$

avec Q_l le facteur de qualité, $f_l = \omega_l/2\pi$ la fréquence de résonance de la valve, H_0 l'ouverture de la valve au repos et χ_{src} un terme source.

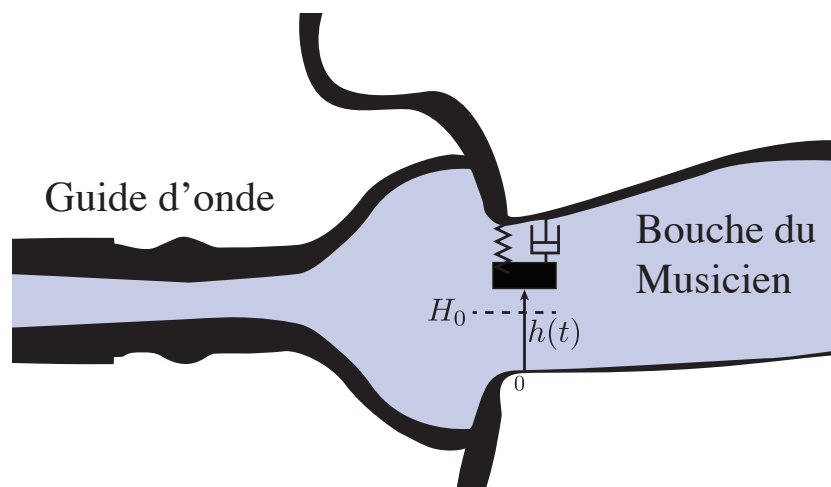


Figure 2.5 Schéma représentant la modélisation des lèvres du musicien par un oscillateur mécanique à un degré de liberté. L'embouchure et la bouche du musicien sont représentées. La partie bleue symbolise la colonne d'air.

Ce système, de par sa généralité et son caractère ponctuel, est couramment utilisé, pour modéliser la physique de tous les instruments à vent fonctionnant selon l'excitation d'une valve contrôlée en pression. Les instruments à anche simple [Schumacher, 1981], double [Barjau et Agulló, 1989], et les cuivres [Saneyoshi *et al.*, 1987] peuvent donc être modélisés par l'oscillateur à une masse.

Les coefficients Q_l et ω_l peuvent être fixés, à partir de mesures disponibles dans la littérature, ou bien issus de simplifications de modèles plus compliqués [Van Walstijn, 2002]. Ils peuvent aussi être variables, ce qui permet de régler la raideur et les frottements du système vibratoire selon sa configuration [Barjau et Agulló, 1989].

Les vibrations de la valve répondent donc à une équation linéaire. Cependant, pour les grands déplacements, les contraintes physiques de la valve produisent des non linéarités. Dans notre cas, si $h(t) = 0$ alors la valve est fermée, voir Figure 2.5. L'équation à une masse ne limitant pas l'amplitude de h , il faut déterminer une condition dite de non-battement (non-beating reed).

3 solutions sont envisageables :

- on force $h(t) > 0$ ce qui rend la dynamique de la valve non linéaire [Gilbert *et al.*, 1989],
- lorsque $h(t) < 0$ alors $u(t) = 0$ ce qui concentre les non linéarités dans le modèle d'écoulement [Guillemain *et al.*, 2005],
- on définit ex nihilo des raideurs et frottements variables selon la valeur de $h(t)$ [Barjau et Agulló, 1989; Schumacher, 1978b].

Vincent Fréour s'est intéressé à un modèle à une masse bidimensionnel [Fréour, 2013]. Par rapport au modèle à une masse monodimensionnel, cette hypothèse ne change pas la forme de l'équation, mais le mouvement longitudinal de la lèvres produit des écoulements additionnels, qu'il faut alors considérer.

Par ailleurs, le modèle peut être simplifié, si la fréquence de jeu est très inférieure à la fréquence de résonance de la valve, car la dynamique de la valve est alors dirigée par sa raideur. Ceci simplifie l'Équation 2.3 en :

$$(h(t) - H_0) \propto \chi_{\text{src}} \quad (2.4)$$

On a alors une formule instantanée, reliant le comportement de la source à celui de l'ouverture de la valve. Par conséquent, l'excitateur peut être réduit à une équation liée à l'écoulement [Vergez, 2010]. Ce cas de figure est commun aux instruments à anche, car le roseau, matériau standard de fabrication de l'anche, possède une fréquence de résonance élevée.

Source des oscillations

Le terme χ_{src} de l'Équation 2.3 permet de relier la variation d'ouverture de la valve h à la variation de pression Δp , à l'interface entre le musicien et l'instrument. Son unité est le $N.kg^{-1}$.

Dans le contexte de l'oscillateur à une masse, l'expression de χ_{src} dépend d'une des 3 configurations envisageables de la valve [Fletcher, 1993; Fréour, 2013] :

- la valve s'ouvre vers l'extérieur,
- la valve s'ouvre vers l'intérieur,
- la valve s'ouvre dans les deux sens (valve transverse).

Le premier cas correspond aux instruments à embouchure puisque lorsque l'on souffle les lèvres s'ouvrent vers l'extérieur. Le second cas correspond aux instruments à anche qui se ferment lorsque l'on souffle. Le troisième cas peut être considéré pour des modèles plus complexes.

Le modèle à une masse décrivant la dynamique des lèvres pour un cuivre s'écrit :

$$\frac{d^2h}{dt^2} + \frac{\omega_l}{Q_l} \frac{dh}{dt} + \omega_l^2(h - H_0) = \frac{P_b(t) - p(t)}{\mu_l}, \quad (2.5)$$

avec $P_b(t)$ la pression dans la bouche du musicien, $p(t)$ la pression dans l'embouchure et μ_l la masse surfacique de la partie mobile de la valve.

Enfin, en considérant que la valve a une épaisseur, une force verticale, appelée force de Bernoulli peut être considérée [Schumacher, 1981; Barjau et Agulló, 1989; Adachi et Sato, 1995; Fréour, 2013; Worman, 1971]

Perspectives

Cet aperçu permet de saisir la réalité de la modélisation physique de la dynamique de la valve. Des hypothèses simplificatrices sont faites, mais elles permettent de conserver le sens physique du geste instrumental. En effet, ces modèles ont permis à nombre de travaux, de produire des simulations sonores convaincantes des instruments à vent concernés. Il faut cependant évaluer les limites de ces modèles.

En 2007, Newton, Campbell et Gilbert [Newton *et al.*, 2008] entreprennent une étude mécanique sur de vrais musiciens et sur un système de lèvres artificielles, afin de déterminer la nature de la dynamique de la valve (à savoir des lèvres dans ce cas précis). Le résultat montre que deux résonances semblent diriger les lèvres : une première résonance forte qui répond au modèle "vers l'extérieur" formulé précédemment, mais aussi une résonance plus faible et plus haute fréquence, qui correspond à un modèle vers l'intérieur. Ceci semble indiquer que la formule de l'oscillateur à une masse devrait être perfectionnée, au profit d'un oscillateur à deux masses. Une réticence certaine accompagne cette constatation, car bien que la réalité nous invite à perfectionner le mo-

dèle, la compréhension de ce phénomène est encore obscure et requiert divers approfondissements. En effet, même s'il est possible de définir mathématiquement un oscillateur à deux masses sans difficultés majeures, il serait épineux de choisir judicieusement les valeurs des paramètres.

Par ailleurs, l'expression du terme source, lié à la description géométrique de la valve, est aussi discutable. Le modèle utilisé pour les cordes vocales de Lous et Al. [Lous *et al.*, 1998] permettrait de décrire une géométrie des lèvres plus réaliste, tout en implémentant un modèle à deux masses. On pourrait aussi quitter la mécanique du solide, pour rejoindre le contexte plus réaliste, mais compliqué, de la mécanique des milieux continus, en considérant la valve déformable (comme le sont les lèvres).

Finalement, modifier le modèle tout en conservant une compréhension claire du phénomène repose sur des observations du mouvement instrumental, observations qui restent à faire à l'heure actuelle.

Écoulement non linéaire

L'excitateur est aussi défini par l'écoulement du fluide le long de la colonne d'air du musicien (player acoustic column, PAC). La Figure 2.6 présente les 5 parties distinctes de l'écoulement étudié.

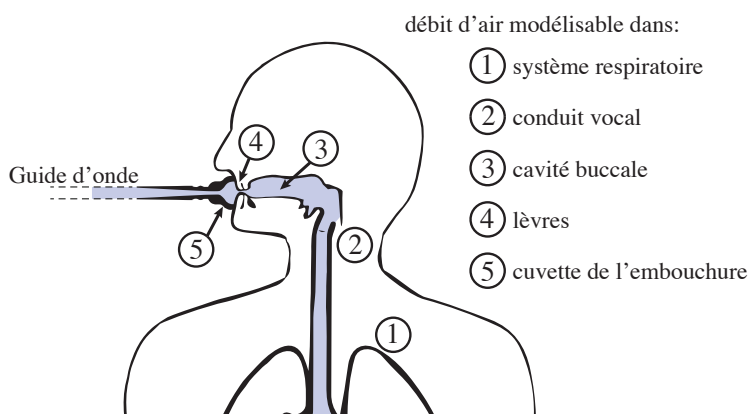


Figure 2.6 Anatomie de l'écoulement de l'air en situation de jeu, pour un instrument de la famille des cuivres.

Afin de simplifier le problème d'écoulement, une grande partie de la littérature suppose que la pression d'alimentation est constante : le musicien fournit une pression $P_b(t) = P_b$ constante au niveau de la cavité buccale. Les influences du conduit vocal, où se trouvent les cordes vocales, ainsi que du système respiratoire sont alors négligées.

Nous présentons d'abord les éléments du système simplifié, avant d'évoquer la prise en compte du

conduit vocal et du système respiratoire.

Cavité buccale et valve

En supposant le fluide localement incompressible, irrotationnel, parfait, en régime stationnaire et laminaire, on peut appliquer la relation de Bernoulli sur une ligne de courant, entre un point de la cavité buccale et l'interface instrument/musicien. L'application de cette relation amène à l'Équation 2.6 :

$$u(t) = S_{\text{eclt}}(t) \operatorname{sgn}(P_b - p(t)) \sqrt{\frac{2|P_b - p(t)|}{\rho}}, \quad (2.6)$$

avec ρ la masse volumique de l'air et $S_{\text{eclt}}(t)$ la surface d'ouverture de la valve.

Cette équation caractérise, dans une grande partie de la littérature, l'écoulement de l'air [Saneyoshi *et al.*, 1987; Guillemain *et al.*, 2005; Fréour, 2013; Guillemain et Silva, 2010; Gazengel *et al.*, 1995; Vergez et Rodet, 1997].

Une première évolution possible de ce modèle consiste à adapter l'expression de la surface $S_{\text{eclt}}(t)$. En première approximation on choisit simplement une surface d'ouverture rectangulaire, $S_{\text{eclt}}(t) = bh(t)$, avec b la largeur de l'ouverture des lèvres. Cependant, les mesures *in vivo* montrent que $S_{\text{eclt}}(t)$ suit une loi de puissance [Bromage *et al.*, 2010; Stevenson, 2009] :

$$S_{\text{eclt}}(t) \propto h(t)^n. \quad (2.7)$$

À partir d'enregistrements vidéo du mouvement instrumental observé à travers des embouchures transparentes sur un trombone et un cor, Stevenson découvre que n serait compris entre 1 et 2 et que sa valeur dépend de l'action de la valve (ouverture ou fermeture) et du musicien, voir Figure 2.7.

Bromage *et al.* [Bromage *et al.*, 2010] étendent ces mesures à plusieurs notes et nuances du trombone.

Une autre évolution consiste à considérer l'écoulement induit par l'oscillation de la valve. Cet écoulement dépend de la vitesse d'oscillation de la valve :

$$u_{\text{valve}} = S_{\text{canal}} \frac{dh}{dt}. \quad (2.8)$$

Par conséquent, le débit total à considérer à l'entrée du résonateur est :

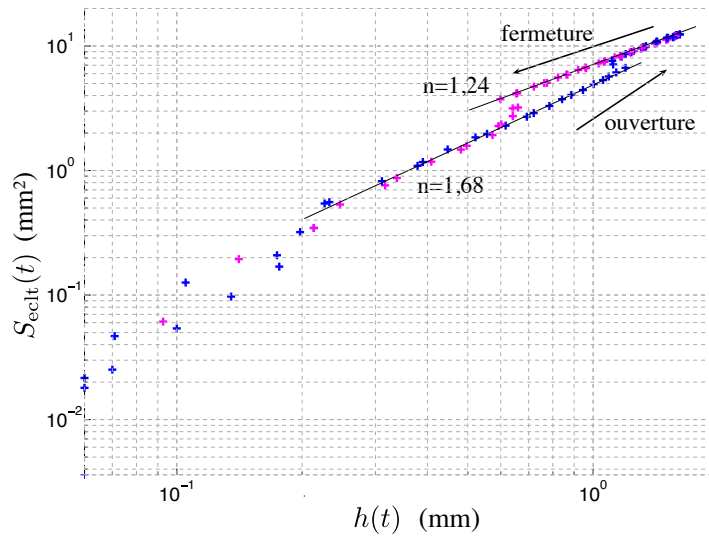


Figure 2.7 Aire d'ouverture des lèvres en fonction de l'ouverture des lèvres. Les points sont obtenus en observant un musicien jouant un Fa3 sur un cor. Le bleu correspond au mouvement d'ouverture des lèvres, et le magenta au mouvement de fermeture. Figure empruntée à [Stevenson, 2009].

$$u_{total} = u + u_{valve}. \quad (2.9)$$

Finalement, l'hypothèse d'écoulement laminaire en sortie de la valve est discutable, sachant que, d'après [Adachi et Sato, 1995], le nombre de Reynolds dépasse 1000 à la sortie des lèvres. À la connaissance de l'auteur, Adachi et Sato [Adachi et Sato, 1995] se sont intéressés à l'écoulement turbulent en sortie de la valve.

Conduit vocal et système respiratoire

Tous les modèles présentés précédemment reposent sur l'hypothèse d'une pression dans la bouche P_b constante. Ceci revient à négliger la partie en amont de la cavité buccale. Cependant, même si cette influence a été débattue [Backus, 1985], il semble avéré que la production de sons soit dépendante de la colonne d'air du musicien [Fréour, 2013; Benade, 1985; Fritz *et al.*, 2005; Fritz et Wolfe, 2005].

2.2.4 Description du résonateur

Représentation générale du résonateur

Comme il a déjà été écrit au paragraphe 2.2.2 le phénomène physique et le calcul du signal sonore ont lieu dans l'embouchure, à l'entrée de l'instrument. Il s'agit donc de déterminer l'influence de l'instrument (supposé LTI) sur $p(t)$ et $u(t)$ dans l'embouchure ¹.

Deux paradigmes équivalents sont à disposition :

- les variables de Kirchhoff qui représentent le lien entre les grandeurs $p(t)$ et $u(t)$,
- les variables d'onde qui sont les ondes $p^+(t)$ partant de l'embouchure allant vers le pavillon et $p^-(t)$ se propageant dans le sens opposé.

La variable de Kirchhoff naturelle est la réponse impulsionnelle à l'entrée de l'instrument $g(t)$ déjà introduite Équation 2.2 :

$$p(t) = (g * u)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau)u(\tau)d\tau. \quad (2.10)$$

Cette quantité lie $u(t)$ à $p(t)$ et possède par définition son pendant fréquentiel : l'impédance d'entrée $Z(j\omega)$ qui n'est autre que la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle,

$$P(j\omega) = Z(j\omega)U(j\omega), \quad (2.11)$$

avec $P(j\omega)$ et $U(j\omega)$ les représentations fréquentielles de $p(t)$ et $u(t)$.

En ce qui concerne les variables d'ondes, les différentes variables sont reliées comme suit :

$$p(t) = p^+(t) + p^-(t), \quad (2.12)$$

$$u(t) = \frac{1}{Z_c}(p^+(t) - p^-(t)), \quad (2.13)$$

avec $Z_c = \rho c/S$ l'impédance caractéristique à l'entrée de l'instrument, c étant la vitesse du son dans l'air et S la section du guide d'onde. L'intérêt de la décomposition de l'onde sonore en une onde progressive et une onde régressive réside dans l'expression de la causalité entre les ondes incidentes et les ondes réfléchies et transmises [Välimäki *et al.*, 2005]. Elle convient donc à des méthodes de simulation temporelle telles que la fonction de réflexion, les guides d'onde numériques ou les

1. nous pouvons d'ores et déjà avertir le lecteur que ce travail utilise l'hypothèse d'onde plane, bien que la méthodologie n'en dépende pas

filtres d'onde numériques (voir Annexe D).

La première conclusion découlant de ces deux paradigmes concerne la nature des simulations sonores :

- la représentation fréquentielle de l'instrument, l'impédance d'entrée, est utilisée pour obtenir le spectre du son en régime permanent,²,
- les simulations temporelles calculant les échantillons de $p(t)$ au cours du temps reposent sur une représentation temporelle du résonateur soit par la réponse impulsionnelle $g(t)$, soit par une décomposition modale de l'impédance d'entrée, soit par une description du système reposant sur les variables d'onde $p^+(t)$ et $p^-(t)$.

Comme justifié au paragraphe 2.2.6, cette thèse se base exclusivement sur des simulations fréquentielles par la méthode de l'équilibrage harmonique, le résonateur est donc représenté par l'impédance d'entrée $Z(j\omega)$. L'équation caractérisant l'influence du résonateur dans le modèle physique est alors :

$$P(j\omega) = Z(j\omega)U(j\omega). \quad (2.14)$$

Il convient maintenant de détailler la nature de l'impédance d'entrée et ses moyens d'obtention.

L'impédance d'entrée

Son importance et ses caractéristiques

Le comportement acoustique des instruments à vent est essentiellement caractérisé par l'impédance d'entrée du résonateur [Campbell, 2004]. Elle représente l'amplitude de sa réponse acoustique en oscillations forcées. Elle est notée $Z(j\omega)$ et dépend de la fréquence. Elle peut être mesurée ou calculée analytiquement ou numériquement en utilisant un modèle acoustique [Caussé *et al.*, 1984]. Par ailleurs, elle dépend principalement du profil interne de l'instrument (la perce). La Figure 2.8 présente un exemple typique d'impédance d'entrée de trompette. On distingue des pics sur la représentation du module de l'impédance, qui correspondent aux résonances de l'instrument (aussi appelés régimes d'oscillation).

Lorsque le musicien joue, il produit un son dont la fréquence fondamentale (dite la fréquence de jeu) est proche de la fréquence de résonance d'un pic [Benade, 1966; Eveno *et al.*, 2014]. Par ailleurs, Fletcher [Fletcher, 1979] a déterminé que pour un modèle "vers l'extérieur" de l'excitateur

2. d'autres paradigmes ne s'appuyant pas sur l'impédance d'entrée existent pour la simulation de sons en régime permanent tels que la collocation [Doedel, 2007] et le *shooting* [Nayfeh et Balachandran, 2008; Peeters *et al.*, 2009]

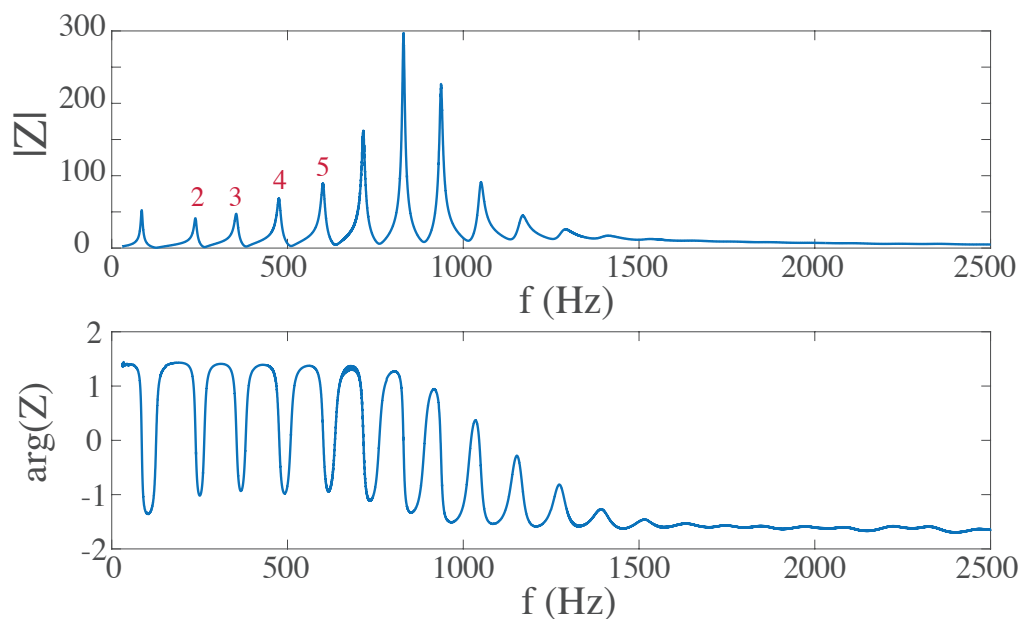


Figure 2.8 Impédance typique Z d'une trompette en si bémol (amplitude puis phase) montrant les résonances 2, 3, 4 et 5 de l'instrument.

(que nous utilisons dans cette étude), la fréquence de jeu est forcément supérieure à la fréquence de résonance du pic concerné, ceci dans le cas limite du seuil de l'oscillation.

Les fréquences de résonance dépendent de la perce qui, une fois ajustée par l'expertise du facteur, permet de générer une série de notes musicales (registres). La Figure 2.9 présente les 7 premiers registres d'une trompette en si bémol jouée avec un doigté "à vide" (pas d'appui sur les pistons). En pratique, on constate que la série des résonances de l'instrument doit être proche d'une série harmonique afin qu'il soit juste.



Figure 2.9 Les 7 notes correspondant aux résonances 2 à 8 d'une trompette en si bémol (doigté à vide). La première résonance (note pédale), non représentée sur la Figure, ne fait pas partie des notes usuelles de la tessiture.

Afin d'obtenir un instrument chromatique (les 12 notes d'une octave et ceci sur plusieurs octaves), le musicien utilise les pistons. Les pistons décalent vers les graves les fréquences de résonance de la trompette, en allongeant la perce de l'instrument.

Par ailleurs, la hauteur et la largeur des pics sont aussi des paramètres que le facteur peut adapter afin de modifier le timbre de l'instrument. En effet, on peut imaginer qu'en accentuant la hauteur des pics 4, 6 et 8, la note associée à la seconde résonance en sera affectée, car ses harmoniques seront favorisés par la courbe d'impédance. Cependant, le système couplé (excitateur et résonateur) étant fortement non linéaire, il n'existe pas, à la connaissance de l'auteur, d'étude détaillée de l'influence de la forme des pics sur le timbre de l'instrument. On peut citer tout de même les travaux sur le lien entre impédance et facilité de jeu [Chaigne et Kergomard, 2016] ainsi que les travaux de Braden qui traitent cet aspect [Braden, 2007]. Pour le lecteur intéressé, les méthodes de mesure de l'impédance sont détaillées Annexe A.

Méthodes de calcul de l'impédance

Les modélisations d'impédance d'entrée sont au centre de cette étude. Pour chaque perce mise à l'épreuve, il faut obtenir l'impédance d'entrée associée, afin de pouvoir simuler des sons en régime permanent.

Il faut donc adopter une méthode de calcul de l'impédance à partir de représentations géométriques de la perce. La perce des instruments à vent est généralement axisymétrique, on peut donc définir un rayon le long de l'axe x de l'instrument. On définit mathématiquement la perce par une fonction R définissant le rayon telle que :

$$\begin{aligned} R &: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto R(x) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Il existe alors une fonction qui, à chaque perce associe une impédance d'entrée

$$\begin{aligned} \Phi &: \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \rightarrow \mathbb{C}^{\mathbb{R}} \\ R(x) &\mapsto Z(j\omega) \end{aligned} \quad (2.16)$$

La fonction Φ ne peut pas être connue analytiquement, mais, en supposant certaines hypothèses et en employant une équation adaptée de propagation des ondes, on peut évaluer l'impédance d'entrée d'un instrument à partir de sa perce.

Plusieurs méthodes d'obtention de l'impédance d'entrée existent. Par exemple, il est possible de calculer la réponse impulsionnelle de l'instrument à partir d'une méthode de simulation temporelle. Il suffit alors d'évaluer la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle pour obtenir l'im-

impédance d'entrée [Bilbao, 2011; Bilbao et Chick, 2013; van Walstijn et Campbell, 2003; Martínez *et al.*, 1988; Scavone et Smith, 1997; Barjau *et al.*, 1999].

Ces méthodes, s'appuyant sur un modèle numérique du résonateur, sont généralement utilisées afin de valider la méthode de simulation.

En réalité, la méthode des lignes de transmission est la plus employée lorsqu'il s'agit de calculer l'impédance d'entrée d'un résonateur. Cette méthode calcule analytiquement l'impédance d'entrée d'une perce $R(x)$ continue par morceau, à partir d'un modèle de propagation des ondes.

Lignes de transmission

Le principe des lignes de transmission repose sur l'approximation de la perce $R(x)$ en une fonction continue par morceaux, définie par des tronçons de cylindres, de cônes, de fonctions de Bessel cylindriques ou de fonctions exponentielles cylindriques (voir Figure 2.10). Cette approximation n'est pas critique puisque, dans le cas des instruments réels, on ne mesure généralement la fonction $R(x)$ qu'en quelques points, reliant ainsi ces points par les fonctions énoncées précédemment. Par ailleurs, Noreland a démontré [Noreland, 2003a] que l'impédance d'entrée, calculée à partir d'une discrétisation de la perce en cônes de longueur égale, tend vers l'impédance d'entrée de la perce réelle, lorsque le nombre de cônes tend vers l'infini.

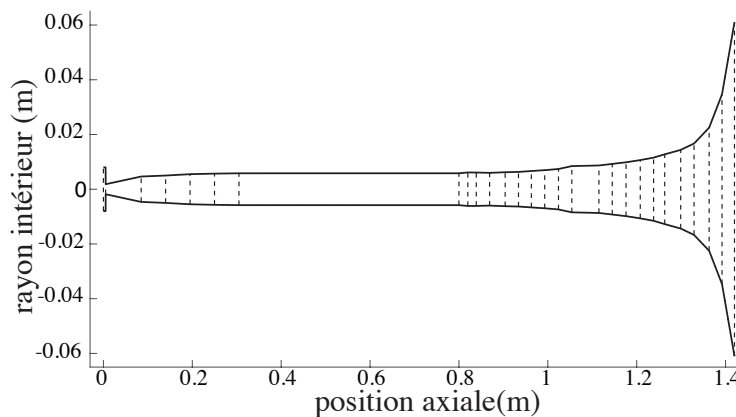


Figure 2.10 Discretisation de la perce $R(x)$ par des tronçons de cônes et de cylindres.

L'étude de la propagation des ondes dans ces éléments simples permet de relier l'impédance d'entrée Z_0 de l'élément à son impédance de sortie Z_1 de la manière suivante :

$$Z_0 = \frac{aZ_1 + b}{cZ_1 + d}, \quad (2.17)$$

voir l'Annexe B pour des exemples concrets sur le cylindre et le cône.

Sachant que $Z = P/U$, on a alors la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} P_0 \\ U_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = T_0 \begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

où T_0 est appelée la matrice de transmission de l'élément considéré.

L'impédance de sortie de l'élément courant est l'impédance d'entrée de l'élément suivant. Par conséquent, pour deux éléments accolés avec Z_0 l'impédance d'entrée du premier, Z_1 l'impédance d'entrée du second et Z_2 l'impédance de sortie du second, on a :

$$\begin{pmatrix} P_0 \\ U_0 \end{pmatrix} = T_0 T_1 \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

En suivant ce principe, la formule pour N_e éléments est :

$$\begin{pmatrix} P_0 \\ U_0 \end{pmatrix} = \prod_{i=0}^{N_e-1} T_i \begin{pmatrix} P_{N_e} \\ U_{N_e} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Après définition d'une impédance de rayonnement à la sortie de l'instrument Z_r , on obtient :

$$\begin{pmatrix} P_0/U_{N_e} \\ U_0/U_{N_e} \end{pmatrix} = \prod_{i=0}^{N_e-1} T_i \begin{pmatrix} Z_r \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Le calcul des matrices de transmission du cylindre et du cône est exposé Annexe B. La principale limitation de la méthode analytique décrite précédemment est l'hypothèse des ondes planes. En effet, au niveau du pavillon cette hypothèse est abusive, et il faut alors décomposer l'onde sur une base de fonctions orthogonales à sa direction de propagation. Bien que le travail présenté dans cette thèse utilise l'hypothèse d'onde plane, le lecteur intéressé pourra lire l'Annexe C qui donne un aperçu des méthodes d'obtention de l'impédance dans le contexte multi-modal.

2.2.5 Méthodes de simulation sonore

Généralités

Les modèles physiques envisageables sont forcément non linéaires à cause de l'écoulement dans la colonne d'air du musicien, et il n'est pas possible de trouver des solutions analytiques à ces modèles. Par conséquent, l'usage de méthode de simulation est obligatoire afin de trouver des

solutions à ce système. On ne peut donc pas, a priori, anticiper les sons produits. Ceci a un impact important sur la procédure d'optimisation puisque les propriétés des fonctions objectif, que l'on construit à partir des sons produits, sont inconnues.

Les méthodes de simulation sont basées sur un schéma numérique permettant de calculer un signal sonore. Il s'agit donc, une fois les modalités du modèle choisies, **de résoudre le système d'équation en trouvant l'expression de la pression acoustique p dans l'embouchure**. Deux types de simulation sont alors possibles :

- les simulations fréquentielles en régime permanent périodique, consistant à identifier la fréquence de jeu et le contenu spectral du son,
- les simulations temporelles, calculant le signal de pression au cours du temps, échantillon après échantillon, ce qui permet non seulement d'avoir accès au régime permanent, mais aussi aux régimes transitoires.

Comme le souligne [Borin *et al.*, 1992], on privilégie les méthodes de simulation fréquentielle lorsque le système est linéaire et les méthodes de simulation temporelle pour un système fortement non linéaire. En effet, lorsque le système est linéaire, on peut isoler la contribution de chaque harmonique et appliquer le théorème de superposition, alors que dans le cas d'un système non linéaire les contributions des harmoniques sont couplées, voir notamment [Benade et Gans, 1968].

Les modèles concernant ce document sont considérés fortement non linéaires, ce qui explique très certainement la différence entre le nombre de méthodes de simulation fréquentielles et le nombre de méthodes de simulation temporelle. En effet, à la connaissance de l'auteur, en 2016, il existe 11 méthodes de simulation sonore des instruments de la famille des cuivres : 4 méthodes fréquentielles et 7 méthodes temporelles.

Ces méthodes de simulation ne sont pas dépendantes du modèle physique choisi. Chacune de ces méthodes se distingue par une approche différente du résonateur linéaire.

Le paragraphe expliquant la modélisation du résonateur souligne que son comportement acoustique est supposé linéaire, modélisé par l'équation de Webster [Chaigne et Kergomard, 2016]. Il est cependant possible, en suivant ce modèle, d'intégrer l'instrument dans des schémas numériques bien différents. Alors que les méthodes fréquentielles reposent exclusivement sur l'impédance d'entrée $Z(j\omega)$, les méthodes temporelles s'appuient sur diverses représentations de l'instrument.

Les deux courants majeurs des méthodes de simulation temporelle sont la convolution utilisant la fonction de réflexion [McIntyre *et al.*, 1983; Gazengel *et al.*, 1995; Schumacher, 1981; Barjau et Agulló, 1989; Adachi et Sato, 1995] et la théorie des guides d'onde numériques [Van Walstijn, 2002; Ducasse, 1990; Martínez *et al.*, 1988; Smith, 1986, 1992, 1996; Välimäki et Karjalainen,

1994], qui décomposent l'onde sonore en une onde transmise et une onde réfléchiée à chaque discontinuité de la perce. D'autres méthodes de simulation implémentent les différences-finies au sein de l'instrument [Bilbao et Chick, 2013; Bilbao, 2009, 2011], définissent le filtre numérique correspondant [Guillemain *et al.*, 2005] ou établissent une décomposition modale de l'impédance d'entrée [Silva *et al.*, 2014]. On peut aussi trouver des méthodes de synthèse plus musicales mais moins proches de la physique, se basant sur un simple système source-filtre, qui ne seront pas abordées dans cette thèse.

Comme justifié au paragraphe 2.2.6, **nos travaux reposent sur la méthode fréquentielle dite de l'équilibrage harmonique, que nous présentons donc en détail.** Les méthodes de simulations temporelles sont exposées dans l'Annexe D pour le lecteur intéressé.

L'équilibrage harmonique

L'équilibrage harmonique permet d'obtenir la fréquence de jeu et le spectre de la pression dans l'embouchure, pour n'importe quel nombre d'harmoniques N . Une version de cette méthode voit le jour en acoustique musicale avec Schumacher [Schumacher, 1978b,a], qui la nomme alors méthode intégrale, mais ce sera Gilbert *et al.* [Gilbert *et al.*, 1989] qui la développeront formellement, à partir des travaux de Nakhla [Nakhla et Vlach, 1976]. Elle est utilisée et perfectionnée dans de nombreux articles, notamment [Farner *et al.*, 2006; Fritz *et al.*, 2004; Cochelin et Vergez, 2009; Karkar, 2012].

Comme nous l'avons décrit précédemment, le résonateur étant linéaire, il peut être décrit par sa réponse impulsionnelle, l'excitateur étant symbolisé par une fonction non linéaire NL .

On a alors :

$$p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau)NL(p(\tau))d\tau , \quad (2.22)$$

ce que Schumacher [Schumacher, 1978b] qualifie d'équation de point fixe non linéaire de type Hammerstein [Dolph, 1949]. En effet, le signal de pression reste inchangé après son passage dans le système couplé.

On cherche des solutions en régime permanent, par conséquent :

$$p(t) = \sum_{n=-N}^N P_n e^{jn\omega t} = P_0 + \sum_{n=1}^N 2\text{Re}(P_n)\cos(n\omega t) + 2\text{Im}(P_n)\sin(n\omega t) . \quad (2.23)$$

Les inconnues sont donc la fréquence de jeu $f = \omega/2\pi$, P_0 et les parties réelles et imaginaires des amplitudes des harmoniques ($2N + 3$ inconnues).

Le principe consiste à trouver les points fixes des amplitudes de chaque harmonique, c'est pourquoi on parle d'équilibrage harmonique.

On définit alors le vecteur d'inconnues :

$$\mathbf{X} = (Re(P_0), \dots, Re(P_N), Im(P_0), \dots, Im(P_N)) , \quad (2.24)$$

de taille $2N + 2$, et l'opérateur :

$$F = (F_{R_{P_0}}, \dots, F_{R_{P_N}}, F_{I_{P_0}}, \dots, F_{I_{P_N}}) : \mathbb{R}^{2N+2} \rightarrow \mathbb{R}^{2N+2} , \quad (2.25)$$

$$\mathbf{X} \mapsto F(\mathbf{X}) ,$$

correspondant au calcul de l'intégrale 2.22 en régime permanent. F est une application à $2N + 2$ composantes calculant chacune la partie réelle ou imaginaire d'un certain harmonique. Par exemple, l'image de $F_{R_{P_1}}$ correspond à la partie réelle du fondamental de la pression, obtenue par le calcul de l'intégrale 2.22 .

Ainsi, en régime permanent la fréquence de jeu f étant connue, chercher une solution à 2.22 est équivalent à chercher un vecteur \mathbf{X} solution de :

$$\mathbf{X} = F(\mathbf{X}) . \quad (2.26)$$

Cependant, le système n'est pas en régime forcé mais bien en auto-oscillation donc la fréquence f est une inconnue. On aurait alors $2N + 3$ inconnues et seulement $2N + 2$ composantes pour F , ce qui ne permet pas de trouver de solutions. Par conséquent, il est nécessaire de supprimer un degré de liberté. On fixe alors la phase du fondamentale de la pression à 0, ainsi $Im(P_1) = 0$. Cette hypothèse ne restreint pas le problème, car, en régime permanent, les phases des harmoniques sont relatives les unes aux autres.

Ainsi, on peut définir un nouveau vecteur d'inconnues faisant intervenir la fréquence :

$$\tilde{\mathbf{X}} = (Re(P_0), \dots, Re(P_N), Im(P_0), f, Im(P_2), \dots, Im(P_N)) , \quad (2.27)$$

et l'opérateur :

$$\tilde{F} = (\tilde{F}_{R_{P_0}}, \dots, \tilde{F}_{R_{P_N}}, \tilde{F}_{I_{P_0}}, \dots, \tilde{F}_{I_{P_N}}) : \mathbb{R}^{2N+2} \rightarrow \mathbb{R}^{2N+2} , \quad (2.28)$$

$$\tilde{\mathbf{X}} \mapsto \tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}}) ,$$

tel que $\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}}) = F(\mathbf{X})$.

On cherche alors $\tilde{\mathbf{X}}$ tel que :

$$\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{X} . \quad (2.29)$$

Cependant, la fréquence étant maintenant prise en compte, $\tilde{\mathbf{X}} = 0$ est une solution triviale. Afin de remédier simplement à ce problème, on choisira plutôt de résoudre l'équation :

$$\frac{\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}})}{Re(P_1)} = \frac{\mathbf{X}}{Re(P_1)} . \quad (2.30)$$

Finalement, le schéma numérique permettant d'obtenir l'image de $\tilde{\mathbf{X}}$ par l'opérateur \tilde{F} est décrit par la Figure 2.11 : les grandeurs issues des parties linéaires du modèle sont calculées dans le domaine fréquentiel, alors que la partie non linéaire est calculée pour une période du signal temporel. Le modèle physique de l'excitateur associé à ce calcul est basé sur l'équation à une masse et une formule instantanée de l'écoulement, mais rien n'empêche de complexifier le modèle en adaptant le processus. Pour rappel, l'oscillateur à une masse est une expression entre la différence de pression $P_b - p(t)$ et l'ouverture de la valve $h(t)$ dans l'embouchure. L'écoulement permet d'obtenir le débit $u(t)$ à partir de $p(t)$ et $h(t)$. Tout d'abord les amplitudes du spectre Y_l ($y_l(t) = h(t) - H_0$) de l'ouverture de la valve sont calculées. Ensuite, on calcule les transformées inverses, sur une période, de y_l et de la pression p , obtenues respectivement à partir de Y_l et \mathbf{X} . Le nombre de points utilisés sur la période détermine la propension du signal reconstitué à souffrir du repliement spectral. Plus le nombre de points est grand, moins le risque de repliement spectral est présent. Le signal temporel du débit u est calculé par l'équation non linéaire de l'écoulement de l'air. Après avoir appliqué la transformée de Fourier à u , on calcule les amplitudes du spectre en pression obtenu par le résonateur, ce qui correspond à $\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}})$.

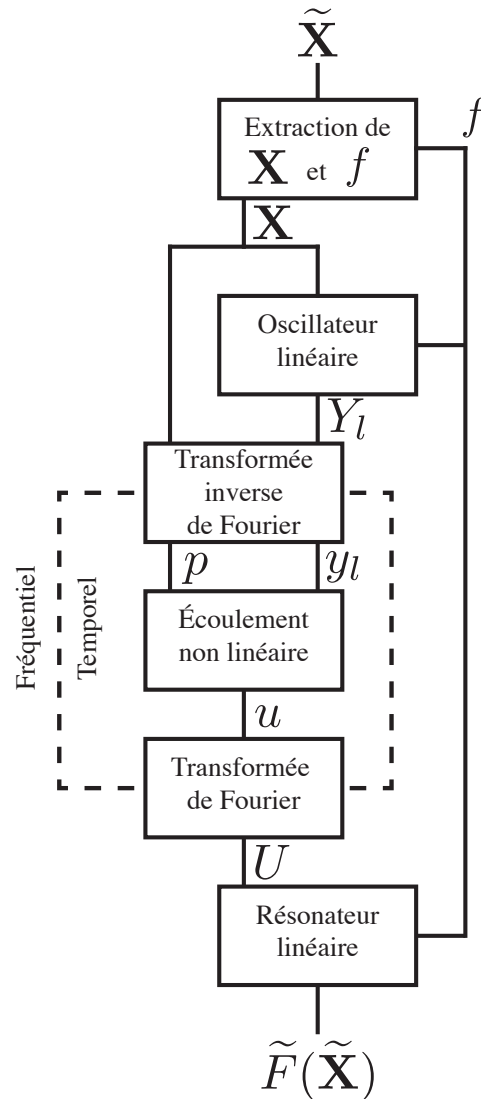


Figure 2.11 détail du calcul de $\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}})$, d'après [Gilbert *et al.*, 1989]

La présentation de la méthodologie générale de l'équilibrage harmonique appliqué à un système auto-entretenu étant terminée, présentons la méthode de recherche de solution. Il existe plusieurs méthodes de recherche de points fixes [Bastien et Martin, 2003]; la méthode itérative de Newton-Raphson est utilisée dans le cas présent. On définit :

$$\tilde{G} = \frac{\mathbf{X}}{Re(P_1)} - \frac{\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}})}{Re(P_1)}, \quad (2.31)$$

tel que :

$$\tilde{G} = (\tilde{G}_{R_{P_0}}, \dots, \tilde{G}_{R_{P_N}}, \tilde{G}_{I_{P_0}}, \dots, \tilde{G}_{I_{P_N}}) \quad (2.32)$$

À l'itération i , la méthode de Newton-Raphson propose le candidat suivant :

$$\tilde{\mathbf{X}}_{i+1} = \tilde{\mathbf{X}}_i - [J_{\tilde{G}}^i]^{-1} \tilde{G}(\tilde{\mathbf{X}}_i) \quad (2.33)$$

Avec $J_{\tilde{G}}^i$ est la matrice jacobienne de \tilde{G} évaluée à l'itération i :

$$J_{\tilde{G}} = \frac{1}{Re(P_1)} \begin{bmatrix} 1 - \frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_0}}}{\partial Re(P_0)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_0}}}{\partial Re(P_1)} - \frac{\tilde{G}_{R_{P_0}}}{Re(P_1)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_0}}}{\partial Re(P_2)} & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_0}}}{\partial Im(P_0)} & 0 & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_0}}}{\partial Im(P_N)} \\ -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_1}}}{\partial Re(P_0)} & 1 - \frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_1}}}{\partial Re(P_1)} - \frac{\tilde{G}_{R_{P_1}}}{Re(P_1)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_1}}}{\partial Re(P_2)} & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_1}}}{\partial Im(P_0)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_1}}}{\partial f} & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_1}}}{\partial Im(P_N)} \\ -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_2}}}{\partial Re(P_0)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_2}}}{\partial Re(P_1)} - \frac{\tilde{G}_{R_{P_2}}}{Re(P_1)} & 1 - \frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_2}}}{\partial Re(P_2)} & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_2}}}{\partial Im(P_0)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_2}}}{\partial f} & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{R_{P_2}}}{\partial Im(P_N)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\partial \tilde{F}_{I_{P_N}}}{\partial Re(P_0)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{I_{P_N}}}{\partial Re(P_1)} - \frac{\tilde{G}_{I_{P_N}}}{Re(P_1)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{I_{P_N}}}{\partial Re(P_2)} & \dots & -\frac{\partial \tilde{F}_{I_{P_N}}}{\partial Im(P_0)} & -\frac{\partial \tilde{F}_{I_{P_N}}}{\partial f} & \dots & 1 - \frac{\partial \tilde{F}_{I_{P_N}}}{\partial Im(P_N)} \end{bmatrix}$$

La Figure 2.12 résume le fonctionnement global de l'algorithme : en partant d'un vecteur $\tilde{\mathbf{X}}$ initial, on calcule $\tilde{F}(\tilde{\mathbf{X}})$. Si l'équilibrage est atteint l'algorithme s'arrête en renvoyant la valeur de $\tilde{\mathbf{X}}_i$, sinon on propose un nouveau vecteur de pression $\tilde{\mathbf{X}}_{i+1}$, grâce à la méthode de Newton-Raphson. La condition d'arrêt est basée sur les moindres carrés :

$$(\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_i)(\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_i)^T < \epsilon \quad (2.34)$$

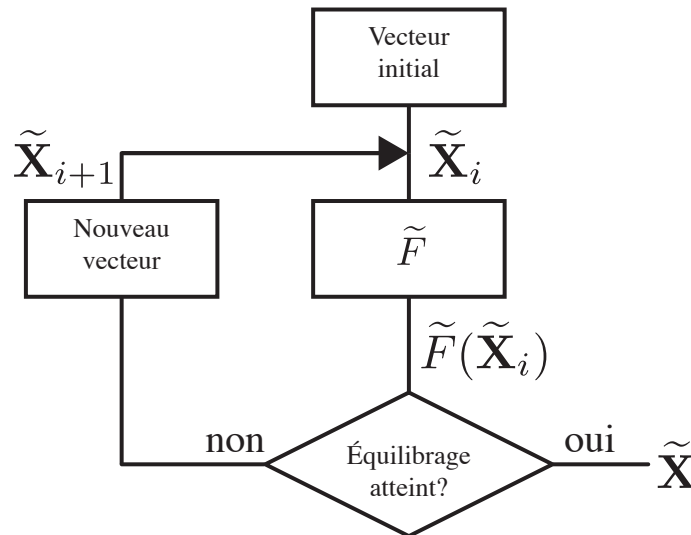


Figure 2.12 Fonctionnement global de l’algorithme de l’équilibrage harmonique.

Le désavantage de la méthode de Newton-Raphson est son besoin d’un vecteur initial, voir Figure 2.12. Afin d’obtenir un vecteur initial permettant de faire converger la méthode de Newton-Raphson, Schumacher [Schumacher, 1978b] utilise la méthode de simulation fréquentielle de l’approximation de Galerkin [Worman, 1971; Fletcher, 1976a,b; Thompson, 1979; Grand *et al.*, 1997; Kergomard *et al.*, 2000]. Cette méthode de simulation lui permet d’obtenir une estimation de la fréquence de jeu et des trois premiers harmoniques du signal sonore ce qui constitue le vecteur initial. Malheureusement l’approximation de Galerkin est une méthode très lourde et d’autres méthodes seront proposées au Chapitre 3. Par ailleurs, une autre limitation inhérente à la méthode de l’équilibrage harmonique est le fait que l’on résout un problème limité au nombre d’harmoniques N considérés. L’avantage principal de l’équilibrage harmonique est la convergence quadratique de l’algorithme de Newton-Raphson au voisinage de la solution (si convergence il y a).

2.2.6 Méthode et paramètres choisis

Le modèle physique utilisé dans ce document représente le système complet, constitué de l’excitateur et du résonateur. Par souci de simplicité, afin de limiter les difficultés liées aux simulations, l’oscillateur à une masse ainsi qu’un écoulement suivant le théorème de Bernoulli ont été sélectionnés, voir Figure 2.13. Rien n’empêche de raffiner le modèle a posteriori car la procédure d’optimisation, centrale aux objectifs de cette thèse, n’en dépend pas.

En résumé, le modèle physique sélectionné, à la base des simulations sonores, est décrit par le

système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\omega_l}{Q_l} \frac{dh}{dt} + \omega_l^2 (h - H_0) = \frac{P_b - p(t)}{\mu_l} \\ h(t) < 0 \Rightarrow u(t) = 0 \\ u(t) = h(t)b \operatorname{sgn}(P_b - p(t)) \sqrt{\frac{2|P_b - p(t)|}{\rho}} \\ p(j\omega) = Z(j\omega)u(j\omega) \end{array} \right. \quad (2.35)$$

La première équation représente l'oscillateur à une masse, la seconde la condition de non-battement, la troisième l'écoulement et la dernière la relation donnée par le résonateur.

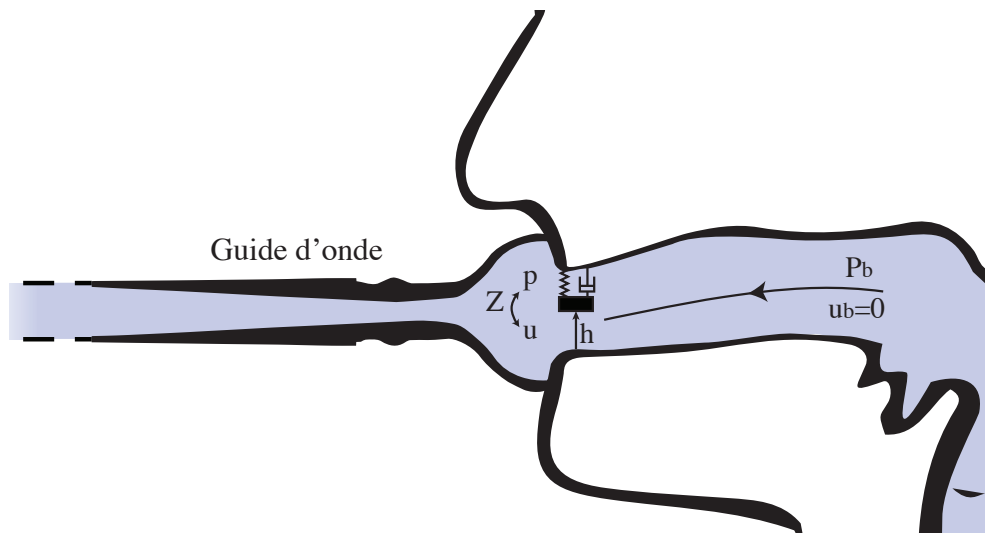


Figure 2.13 Représentation du modèle à une masse avec les grandeurs mise en jeu.

Le Tableau 2.1 détaille les paramètres et les valeurs utilisées.

Tableau 2.1 Liste des paramètres et de leurs valeurs

Définition	Notation	Valeurs
Fréquence de résonance des lèvres	$f_l = \omega_l / 2\pi$ (Hz)	100 - 700
Masse surfacique des lèvres	μ_l (kg/m ²)	0,5 - 6
Pression dans la bouche	P_b (Pa)	1000 - 12000
Longueur des lèvres	b (mm)	10
Ouverture des lèvres au repos	H_0 (mm)	0,1
Facteur de qualité des lèvres	Q_l	3

Ces 6 paramètres définissent l'action du musicien selon notre modèle.

Dans la réalité, on peut imaginer que le musicien adapte ses muscles faciaux, sa langue et sa respiration, afin d'obtenir des valeurs de ces paramètres permettant de produire des sons. Pour rappel, ce jeu de paramètres du musicien s'appelle le masque du musicien et correspond, pour les simulations sonores, aux valeurs données à chacun des 6 paramètres du modèle physique. **Les paramètres de contrôle sont donc régulièrement nommés les paramètres du masque.**

Pour la suite de ce travail, les paramètres b , H_0 et Q_l ont été choisis comme fixes, et f_l , μ_l et P_b ont été choisis comme paramètres de contrôle, variables. Nous ne choisissons pas 6 paramètres de contrôle afin de maintenir un problème de taille raisonnable. Les deux principaux paramètres de contrôle utilisés dans ce travail sont la pression dans la bouche et la fréquence de résonance des lèvres. Ceci se justifie par le fait que ces paramètres ont une influence majeure sur le résultat sonore : la pression dans la bouche P_b est la source des oscillations auto-entretenues qui représente la dynamique de l'instrument : plus P_b est élevé, plus le musicien joue fort, et vice versa. La fréquence de résonance des lèvres f_l permet, notamment, de sélectionner le régime du résonateur (et donc la note jouée).

Les valeurs choisies sont un compromis entre des données expérimentales et des données permettant l'existence d'auto-oscillations.

L'intervalle de valeur pour P_b correspond notamment aux mesures de Fletcher et Tarnopolsky [Fletcher et Tarnopolsky, 1999]. Les valeurs de f_l sont déterminées selon la note à simuler. Les coefficients b , H_0 , Q_l et μ_l ont été adaptés à partir des données de l'article [Velut *et al.*, 2017].

L'impédance d'entrée Z est calculée à partir de la perce de l'instrument. Ce calcul est effectué par la théorie des lignes de transmission, sous l'hypothèse d'ondes planes avec pertes visco-thermiques.

Le modèle exprime les grandeurs dans l'embouchure, alors que cette étude s'intéresse au son rayonné en sortie du pavillon. Plusieurs moyens permettent de passer de $p(t)$, la pression à l'embouchure, à $p_{\text{pav}}(t)$ la pression rayonnée en sortie de l'instrument. Par exemple, Guillemain *et al.* [Guillemain *et al.*, 2005] estime la pression rayonnée par $p_{\text{pav}}(t) = \frac{d(p(t)+u(t))}{dt}$. Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter [Levine et Schwinger, 1948; Scavone, 1999].

Le travail de cette thèse repose sur l'utilisation d'une fonction de transfert H_{instru} entre pression rayonnée et pression dans l'embouchure :

$$P_{\text{pav}}(j\omega) = H_{\text{instru}}(j\omega)P(j\omega), \quad (2.36)$$

avec H_{instru} un filtre passe-haut, déterminé à partir de mesures faites en chambre anéchoïque sur une trompette (modèle Yamaha 6335). Ces mesures sont réalisées en imposant un signal chirp de

pression à l’embouchure (voir Annexe A), et en enregistrant simultanément le signal de pression à la sortie du pavillon. Le rapport des 2 signaux permet d’obtenir H_{instru} , dont le module est modélisé par une fonction linéaire par morceau de valeur 0 à 0 Hz et 1 à partir de 1400 Hz, et ce, jusqu’à l’infini.

La méthode de simulation sonore sélectionnée est l’équilibrage harmonique. Il s’agit d’une méthode fréquentielle reconnue qui calcule le spectre du son dans l’embouchure en régime permanent. Elle a été privilégiée sur les méthodes de simulation temporelle, car il est plus difficile de définir des paramètres menant à des auto-oscillations en simulation temporelle. En effet, les simulations temporelles dépendent des conditions initiales du système, et les paramètres de contrôle peuvent varier au cours du temps. Il est donc logique d’aborder ce problème par des simulations en régime permanent.

2.3 Problèmes d’optimisation

Le but de cette partie est de placer la classe de problèmes d’optimisation étudiée dans le paysage de tous les problèmes d’optimisation, afin de sélectionner une méthode de résolution. Cette méthode de résolution est alors présentée en détail. Tout d’abord, le cadre mathématique est exposé, puis une revue générale des problèmes et des méthodes associées est faite. Enfin, au vu de la classe de problèmes abordée dans cette thèse (présentée tout au long du chapitre 3), la méthode MADS (Mesh Adaptive Direct Search) assistée de métamodèles (surrogates) est sélectionnée, puis présentée en détail.

2.3.1 Définition d’un problème d’optimisation

Optimiser consiste à trouver le minimum d’une fonction objectif $J(\mathbf{x})$ et la valeur de la solution \mathbf{x} associée à ce minimum. \mathbf{x} peut être multidimensionnel et correspondre à un vecteur de variables d’optimisation. Par exemple, \mathbf{x} peut être un vecteur de scalaires, un vecteur d’entiers naturels, un vecteur de booléens, ou encore un ensemble de catégories de données nominales. J est une fonction scalaire quelconque, partant de l’ensemble de définition de \mathbf{x} à valeurs dans l’ensemble \mathbb{R} . Les algorithmes d’optimisation sont des méthodes itératives, permettant de se rapprocher d’un \mathbf{x} optimal, qui sera nommé \mathbf{x}^* . La solution \mathbf{x} est soumise la plupart du temps à des contraintes définissant l’ensemble des solutions admissibles.

Plus formellement, on définit l’ensemble $\Omega = \mathbb{A}_1^{N_1} \times \mathbb{A}_2^{N_2} \times \dots \times \mathbb{A}_n^{N_n}$ comme l’ensemble de définition de \mathbf{x} , les ensembles \mathbb{A}_i étant de natures différentes. Ω représente l’ensemble de toutes les solutions, quel que soit leur intérêt. \mathbf{x} possède donc $N_1 \times N_2 \times \dots \times N_n$ composantes et un $\mathbf{x} = (x_{11}, \dots, x_{1N_1}, x_{21}, \dots, x_{nN_n})$ correspond à une certaine solution. La fonction objectif $J : \Omega \mapsto \mathbb{R}$,

qui pour toute solution \mathbf{x} associe une valeur réelle, définit la grandeur d'intérêt de l'étude (coût, qualité, ...).

Chercher un optimum au problème d'optimisation revient donc à chercher :

$$\mathbf{x}^* = \underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\operatorname{argmin}} J(\mathbf{x}) . \quad (2.37)$$

\mathbf{x} peut être aussi soumis à des contraintes de deux types : $g(\mathbf{x}) = 0$, $h(\mathbf{x}) < 0$. Ces contraintes réduisent l'ensemble de définition de \mathbf{x} à un ensemble de solutions admissibles $\Omega_a \subset \Omega$. Par ailleurs, dans les paragraphes suivants, $\Omega = \mathbb{R}^n$, afin de simplifier les formulations et de se rapprocher du problème étudié dans ce document.

2.3.2 Généralités sur les méthodes d'optimisation

Contexte pratique

Tout d'abord, il n'existe pas d'algorithme d'optimisation meilleur que les autres en général. En effet, l'article de Wolpert et Macready [Wolpert et Macready, 1997] montre, par les théorèmes NFL (No Free Lunch), que quel que soit l'algorithme d'optimisation choisi, sa réponse moyenne face à tous les problèmes d'optimisation possibles et imaginables sera la même que n'importe quel autre algorithme. On en déduit la caractéristique contre intuitive suivante que, en moyennant sur tous les problèmes d'optimisation possibles, un algorithme sélectionnant des candidats \mathbf{x} au hasard obtiendrait, en moyenne, des résultats équivalents à une méthode bien plus élaborée.

Cette remarque préliminaire permet d'insister sur le fait que la méthode d'optimisation idéale est fortement liée au problème étudié. Il faut donc, d'une part, étudier les propriétés de la fonction objectif et des contraintes, et, d'autre part, prendre en compte les intentions de l'étude.

Concernant les propriétés de la fonction objectif, on peut tout d'abord catégoriser les problèmes selon la difficulté croissante suivante : linéaire, quadratique, convexe, différentiable mais non convexe, non différentiable et non convexe. La Figure 2.14 expose ces 5 cas de figure en une dimension.

Par ailleurs, la valeur de $J(\mathbf{x})$ peut être perturbée rendant l'accès au gradient impossible. Dans le cas général, cela revient à écrire :

$$J(\mathbf{x}) = J_{\text{th}}(\mathbf{x}) + \phi , \quad (2.38)$$

où J_{th} est la fonction objectif que l'on voudrait évaluer, et ϕ la perturbation qui diffère à chaque évaluation de J indépendamment de \mathbf{x} .

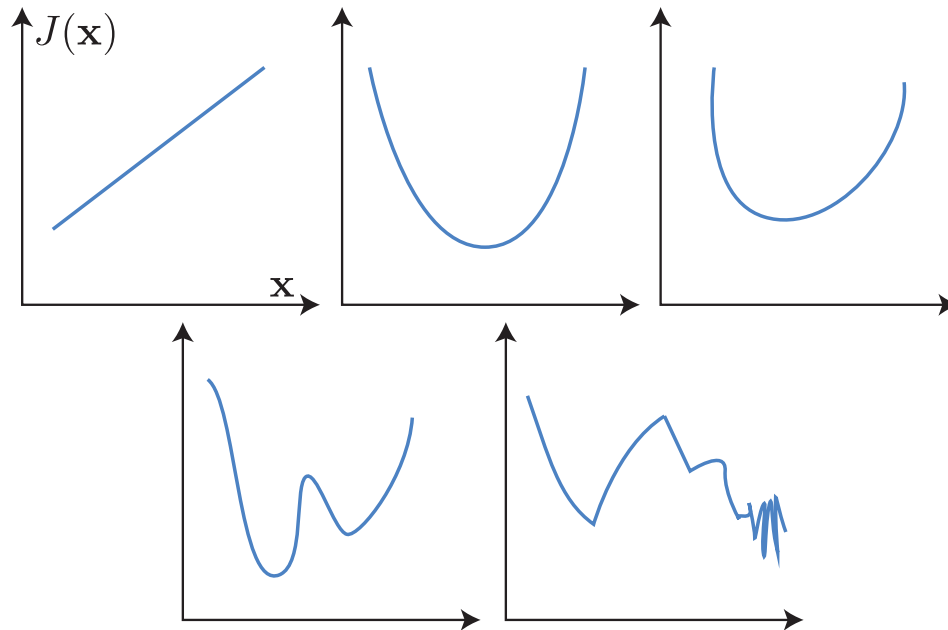


Figure 2.14 De gauche à droite et de haut en bas, une fonction linéaire, quadratique, convexe, différentiable mais non convexe, non différentiable et non convexe.

Enfin, l'obtention de J peut être particulièrement coûteuse en temps de calcul si le calcul fait intervenir des simulations numériques. On parle alors de boîte noire, car l'algorithme d'optimisation n'a pas accès à la formule analytique de J .

Les besoins de l'étude orientent aussi le choix de la méthode. En effet, si on désire améliorer une solution \mathbf{x} existante, sachant que l'optimum est proche de la solution courante, on optera pour une méthode d'optimisation locale. Si, au contraire, on souhaite explorer le champ des possibles afin d'obtenir une solution pertinente, on s'orientera vers des méthodes d'optimisation globales. L'équilibre entre exploration et exploitation du problème est un paramètre clé des méthodes d'optimisation qui doit être contrôlé finement. En outre, certaines situations requièrent la solution exacte du problème d'optimisation, alors que dans d'autres cas une solution quasi-optimale est acceptable (méthodes heuristiques).

Méthodes d'optimisation

Une revue exhaustive de toutes les méthodes d'optimisation sort complètement du cadre de cette thèse. Cependant, on cherchera à donner une image raisonnablement fidèle des méthodes associées à chaque problème décrit précédemment.

Si le problème est linéaire, la méthode pionnière du simplexe inventée par Dantzig en 1947 [Dant-

zig, 1990] se révèle très performante. Les méthodes de points intérieurs [Mehrotra, 1992] concurrencent la méthode du simplexe depuis les années 80. Les problèmes d'optimisation linéaires sont souvent confrontés à des espaces Ω de plusieurs milliers de dimensions.

Les problèmes quadratiques et convexes sont majoritairement traités par un des deux paradigmes suivants : la recherche linéaire ou les régions de confiance [Nocedal et Wright, 2006]. Ce sont tous deux des groupes de méthodes partant d'une solution \mathbf{x}_0 initiale, qui évoluent itérativement vers la solution \mathbf{x}^* . La différence réside dans la façon dont l'on passe de la solution courante \mathbf{x}_k à la solution suivante \mathbf{x}_{k+1} .

La recherche linéaire impose une direction p dans l'espace Ω , puis recherche le pas optimal minimisant au mieux la fonction J dans cette direction. La direction choisie doit être une direction de descente de J , et chaque méthode de recherche linéaire s'appuie sur une direction de descente différente.

La méthode la plus connue est celle de la plus grande pente. En supposant que l'on a un problème différentiable de dérivée continue, on peut calculer le gradient de J : ∇J . Si on linéarise la fonction objectif par son développement de Taylor à l'ordre 1, la direction de plus grande pente à l'itération k , p_k est :

$$p_k = -\nabla J(\mathbf{x}_k) / \|\nabla J(\mathbf{x}_k)\| . \quad (2.39)$$

La prochaine solution \mathbf{x}_{k+1} suivra donc la direction p_k :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k p_k . \quad (2.40)$$

La méthode de Newton repose sur le développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction objectif (il faut donc que la matrice hessienne de J existe) :

$$J(\mathbf{x} + p) \approx J(\mathbf{x}) + p^T \nabla J(\mathbf{x}) + 1/2 p^T \nabla^2 J(\mathbf{x}) p = \Lambda_{\mathbf{x}\nabla^2}(p) . \quad (2.41)$$

La direction minimisant $\Lambda_{\mathbf{x}\nabla^2}(p)$ est la direction de Newton :

$$p_k = -(\nabla^2 J(\mathbf{x}_k))^{-1} \nabla J(\mathbf{x}_k) . \quad (2.42)$$

Par ailleurs, étant donné le modèle $\Lambda_{\mathbf{x}\nabla^2}(p)$ sur lequel s'appuie cette direction, le pas naturel α_k de l'Équation 2.40 est de longueur 1.

Cette méthode souffre du besoin de connaître la matrice hessienne de J . Or, si elle n'est pas inver-

sible ou mal conditionnée, il peut être trop coûteux d'obtenir avec fiabilité p_k . Dans les années 50, Davidon eut besoin de dépasser cette difficulté, compte tenu des faibles performances des ordinateurs de l'époque. Il initia alors les méthodes dites de quasi-Newton [Davidon, 1991] qui estiment à chaque itération une matrice B_k , à partir du gradient de J , qui partage un certain nombre de propriétés avec la matrice $\nabla^2 J(\mathbf{x}_k)$. Ainsi, la direction p_k prend la forme :

$$p_k = -(B_k)^{-1} \nabla J(\mathbf{x}_k) . \quad (2.43)$$

Cette méthode donna naissance à trois algorithmes de référence : la méthode BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno), la méthode SR1 (symmetric rank 1) et la méthode DFP (Davidon, Fletcher, Powell) [Nocedal et Wright, 2006].

Par ailleurs, on peut noter que certaines méthodes de quasi-Newton essaient plutôt de définir $H_k = B_k^{-1}$, afin de ne pas avoir à inverser B_k pour trouver la direction p_k .

Enfin, la méthode du gradient conjugué non linéaire [Nocedal et Wright, 2006] est un pan incontournable de l'optimisation des fonctions quadratiques, permettant par conséquent de résoudre des systèmes linéaires immenses très rapidement. En effet, minimiser le problème quadratique suivant :

$$\min_{\mathbf{x} \in \Omega} J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T A \mathbf{x} - b^T \mathbf{x} , \quad (2.44)$$

revient à résoudre $\nabla J = 0 \Leftrightarrow A\mathbf{x} - b = 0 \Leftrightarrow A\mathbf{x} = b$.

La direction de descente de la méthode du gradient conjugué est :

$$p_k = -\nabla J(\mathbf{x}_k) + \beta_k p_{k-1} , \quad (2.45)$$

où β_k est un scalaire choisi de telle sorte que p_k et p_{k-1} soient conjuguées, c'est à dire :

$$p_k A p_{k-1} = 0 . \quad (2.46)$$

Pour ces quatre méthodes de la plus grande pente, de Newton, de quasi-Newton, et du gradient conjugué, il faut résoudre un problème d'optimisation subalterne afin de déterminer le pas α_k à chaque itération. En effet, une fois la direction p_k choisie, il faut trouver :

$$\alpha_k = \underset{\alpha \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} J(\mathbf{x}_k + \alpha p_k) . \quad (2.47)$$

Pour cela, on peut par exemple chercher à respecter la condition de Wolfe ou de Goldstein, et

approcher une solution α_k acceptable avec l'algorithme de backtracking [Nocedal et Wright, 2006].

A contrario, les méthodes basées sur les régions de confiance recherchent, tout d'abord, une distance maximale Δ_k entre la prochaine solution \mathbf{x}_{k+1} et la solution courante \mathbf{x}_k . Ensuite, ces méthodes résolvent le sous-problème homologue à celui décrit par l'équation 2.47, concernant cette fois-ci la direction optimale :

$$p_k = \underset{p \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} \Lambda_{\mathbf{x}_k B}(p), \quad \|p\| < \Delta_k, \quad (2.48)$$

avec $\Lambda_{\mathbf{x}_k B}$ le modèle choisi pour décrire la fonction objectif.

Le rayon maximal Δ_k est déterminé par l'étude du ratio :

$$\rho_k = \frac{J(\mathbf{x}_{k-1}) - J(\mathbf{x}_{k-1} + p_{k-1})}{\Lambda_{\mathbf{x}_{k-1} B}(0) - \Lambda_{\mathbf{x}_{k-1} B}(p_{k-1})}. \quad (2.49)$$

Ce ratio compare la réduction réelle de la fonction objectif par rapport à la réduction du modèle $\Lambda_{\mathbf{x}_k B}$, obtenue à l'itération courante. Si le ratio est proche de 1, alors le modèle est jugé fiable et on peut choisir un rayon maximal Δ_k large autour de la solution courante \mathbf{x}_k .

La classe des problèmes non convexe, non différentiable est considérée comme la plus difficile à traiter, car aucune information autre que la valeur de J n'est accessible, et le risque lié au blocage de l'algorithme itératif dans une zone peu pertinente est important.

En pratique, une fonction objectif peut être considérée non différentiable pour trois raisons :

- sa formule analytique est non différentiable,
- le gradient est trop coûteux à calculer (boîte noire, procédés numériques longs ou complexes),
- la mesure de la fonction objectif est perturbée à cause de mesures expérimentales ou de simulations stochastiques.

Il existe trois grandes familles d'algorithmes d'optimisation sans gradient :

- la recherche directe,
- les modèles de la fonction objectif,
- les métaheuristiques inspirées par la nature (naturally-inspired metaheuristic).

Recherche directe

À une certaine itération, la plupart des algorithmes de recherche directe construit une liste de directions autour de l'actuelle meilleure solution x^* . Les prochaines solutions testées s'appuient sur une de ces directions. Après un certain nombre d'essais, si une solution améliore la valeur de la fonction objectif, alors l'algorithme se recentre sur cette nouvelle solution et recommence l'étape de recherche, en agrandissant la distance de recherche. Au contraire, si aucune solution améliore la fonction objectif, la distance de recherche est réduite et on itère de nouveau.

Parmi les méthodes de recherche directe, on compte l'algorithme "coordinate search" [Gill *et al.*, 1981; Fletcher, 1987]. Les directions sélectionnées par cet algorithme sont les vecteurs d'une base orthonormale de Ω . L'algorithme de recherche aléatoire [Rastrigin, 1964] sélectionne des directions aléatoires sur une hypersphère centrée sur l'optimum courant. Les algorithmes dits "pattern search" déterminent un ensemble de directions pouvant varier au cours des itérations [Hooke et Jeeves, 1961; Lewis et Torczon, 1999; Audet et J. E. Dennis, 2006; Lewis *et al.*, 2007]. L'algorithme de Nelder-Mead repose sur l'évolution d'un simplexe dans l'espace Ω . Sa forme varie selon les moins bonnes valeurs de la fonction objectif associées à ses angles. Les algorithmes Branch-and-bound [Pintér, 2013] et DIRECT [Jones *et al.*, 1993] travaillent sur des partitions du domaine Ω .

Modèle de la fonction objectif

Le fonctionnement général des méthodes par modèle de la fonction objectif repose sur 4 étapes :

- la fonction objectif est modélisée de manière interpolante ou non à partir de quelques évaluations de la fonction objectif sur le domaine Ω ,
- un problème d'optimisation associé au modèle est défini, afin de déterminer la prochaine solution à évaluer,
- la fonction objectif est évaluée sur cette nouvelle solution proposée,
- le modèle de la fonction objectif est actualisé avec la nouvelle valeur, et les quatre étapes sont répétées.

Powell [Powell, 1994] introduit une méthode d'optimisation basée sur des régions de confiance modélisant la fonction objectif par une fonction linéaire. Il existe des travaux similaires basés sur des fonctions quadratiques [Powell, 2002, 2006; Conn *et al.*, 1997b,a]. Les méthodes d'implicit filtering cherchent à modéliser le gradient de la fonction objectif [Gilmore et Kelley, 1995; Winslow *et al.*, 1991]. Le krigeage [Matheron, 1963] et la méthode EGO [Jones *et al.*, 1998; Schonlau, 1998; Morgans *et al.*, 2007; Davins-Valldaura *et al.*, 2017], faisant partie des méthodes de surfaces de réponse, modélisent la fonction objectif à partir de processus gaussiens. Les méthodes de surfaces de réponse sont nombreuses, on peut encore citer les surfaces de réponse polynomiales [Hosder *et al.*, 2001] et les bases de fonctions radiales [Powell, 1999].

Métaheuristiques inspirées par la nature

Ces méthodes se basent sur une métaphore empruntée à un procédé observé dans la nature, afin de dériver des algorithmes d'optimisation sans gradient [Dréo *et al.*, 2006].

Elle se divisent en deux grandes catégories :

- l'évolution d'une solution,
- l'évolution d'une population de solutions.

La méthode du recuit simulé [Khachaturyan *et al.*, 1979] est la méthode basée sur l'évolution d'une solution la plus connue. Concernant les algorithmes basés sur l'évolution d'une population, ce sont les algorithmes génétiques [Whitley, 1994] et les algorithmes de nuées de particules [Kennedy, 2011] qui sont les plus utilisés. Malheureusement, cette dernière famille d'algorithme a besoin d'un très grand nombre d'évaluations de la fonction objectif pour arriver à un résultat convaincant. Par conséquent, elles se détachent des deux autres classes qui sont particulièrement adaptées aux problèmes où peu d'itérations sont possibles.

2.3.3 Caractérisation du problème traité

Les problèmes d'optimisation traités dans ce document concernent la perce des instruments de type cuivre. La dimension de la variable d'optimisation dépend de la complexité de l'espace de conception étudié. On peut cependant d'ores et déjà affirmer que nous nous intéresserons à des problèmes de moins de 10 variables pour cette preuve de concept. Les fonctions objectif envisagées sont construites à partir de caractéristiques sonores des sons en régime permanent obtenus par la méthode de l'équilibrage harmonique. Des notes d'intérêt sont choisies et, pour chaque perce étudiée, les caractéristiques sonores de chaque note sont évaluées. Cependant, dans le cas étudié dans la thèse, la perce n'est pas la seule variable du problème. En effet, pour obtenir des simulations

sonores, il faut choisir des masques du musicien qui sont représentés par les trois paramètres de contrôle variables (P_b, μ_l, f_l).

La difficulté majeure est de savoir quel(s) masque(s) choisir pour représenter "correctement" les caractéristiques sonores correspondant à la perce de l'instrument. "Correctement" doit être compris ici comme "fidèle à ce qu'un panel représentatif de musiciens réels obtiendrait si il jouait réellement l'instrument". On aurait pu dans ce travail déterminer une procédure permettant de déterminer le masque unique permettant de générer un son pour une perce donnée. La difficulté est de savoir comment déterminer ce masque, quels critères mettre en oeuvre pour trouver la valeur des paramètres. Devant la difficulté d'une telle procédure, ce n'est pas l'approche que nous avons retenue. Nous avons préféré utiliser une approche statistique qui consiste, pour une perce donnée, à déterminer un ensemble de masques qui conduisent à l'auto-oscillation, et de travailler avec la moyenne des caractéristiques sonores des sons produit par ces masques.

Il faut noter que le problème serait exactement le même si l'on souhaitait déterminer le son représentatif d'un instrument réel donné. Faut-il prendre un seul musicien? Comment le choisir? Faut-il prendre un panel de musiciens représentatif? Nous nous sommes orientés vers l'approche considérant un panel de musiciens.

Il faut donc tenir compte de cette variabilité de masques pour calculer les caractéristiques sonores de chaque note. Le parti pris de cette thèse est de construire la fonction objectif à partir des caractéristiques sonores moyennes issues des sons simulés par un ensemble de masques.

Ce parti pris entraîne une seconde difficulté car l'ensemble des masques qui conduisent à l'auto-oscillation est a priori infini, les paramètres de contrôle variant sur des intervalles continus. Il est donc nécessaire d'effectuer une estimation des valeurs moyennes sur un échantillon de masques, la loi des grands nombres nous indiquant que la moyenne sur l'échantillon est un estimateur convergent de l'espérance.

Cet échantillon de masques peut être choisi dans un ensemble fini ou déterminé par tirage aléatoire. La détermination, quelle que soit la perce de l'espace de conception, d'une liste finie de masques conduisant à l'auto-oscillation est un problème extrêmement complexe, aucune approche théorique n'est disponible. De nombreux essais ont montré que dès que la perce change, l'échantillon de masque doit changer aussi. Pour cette raison, pour chaque perce étudiée, nous avons choisi de mettre en oeuvre un tirage aléatoire des masques pour constituer l'échantillon.

Le tirage aléatoire des masques s'effectue ainsi par une méthode de Monte Carlo, pour calculer les valeurs moyennes des caractéristiques sonores de l'échantillon, afin d'obtenir la fonction objectif. La conséquence est que la fonction objectif n'est pas déterministe, elle est stochastique : deux évaluations de la fonction objectif pour la même perce donnent des valeurs différentes des moyennes

des caractéristiques sonores.

La Figure 2.15 résume le calcul de la fonction objectif, le chapitre 3 étant dédié à la formalisation détaillée de la procédure d'optimisation.

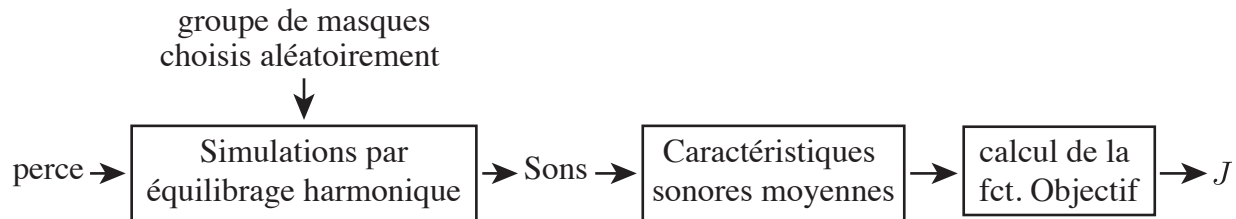


Figure 2.15 Schéma détaillant le calcul de la fonction objectif.

Le caractère stochastique de la fonction objectif, inhérent à notre approche, élimine les méthodes du gradient car il n'est pas possible de l'estimer convenablement. Nous nous orientons donc vers des méthodes sans gradient.

En outre, afin d'obtenir des estimations acceptables des valeurs de la fonction objectif J , une grande quantité de simulations sont nécessaires. Par conséquent, une évaluation de la fonction objectif est coûteuse en ressource machine : les métaheuristiques basées sur la nature sont à proscrire.

Par ailleurs, comme expliqué au début du paragraphe 2.2.5, la méthode d'obtention des valeurs de la fonction objectif, basée sur le résultat de simulations sonores, ne nous permet pas de faire des hypothèses sur les propriétés de la fonction J (régularité, convexité, continuité,...).

Enfin, il se peut que l'évaluation de la fonction J pour une perce x soit manquante, étant donné que l'on ne sait pas prédire l'existence de solutions du système auto-oscillant. Il faut donc une méthode de simulation qui puisse prendre en compte ce cas de figure.

En résumé, la fonction objectif J possède les caractéristiques suivantes :

- la fonction objectif J étant stochastique, ses dérivées sont inaccessibles,
- une évaluation de J (boîte noire) est potentiellement coûteuse en temps de calcul machine,
- aucune hypothèse ne peut être faite sur les propriétés de la fonction objectif (convexité, régularité, ...),
- l'évaluation de la fonction objectif d'une perce quelconque peut ne pas aboutir.

Au vu des contraintes imposées par les problèmes d'optimisation étudiés, la méthode de recherche directe MADS (Mesh adaptive direct search) assistée de métamodèles de la fonction objectif (surrogates) est sélectionnée (la méthode est présentée au paragraphe suivant). Ainsi, nous obtenons la

flexibilité requise pour l'étude des problèmes d'optimisation envisagés, tout en profitant de l'efficacité de la méthode hybride (métamodèle + recherche directe) implémenté dans le logiciel NOMAD [Le Digabel, 2011]. En effet, MADS est un algorithme de recherche directe qui n'a donc pas besoin des dérivées de la fonction objectif. MADS assisté de métamodèle a été spécialement conçu pour traiter les problèmes où la fonction objectif est très coûteuse en temps de calcul. La recherche directe ainsi que les métamodèles n'ont besoin d'aucune hypothèse sur les propriétés de la fonction objectif. Par ailleurs, les métamodèles permettent d'explorer l'espace de conception, afin d'éviter le plus possible la convergence vers des minima locaux. Le logiciel NOMAD sait gérer les évaluations de la fonction objectif ne renvoyant aucun résultat.

Un voyage d'étude de deux mois (été 2015) à Montréal à l'université Mc Gill dans l'équipe *Systems Optimization Lab* (SOL) dirigée par Michael Kokkolaras en collaboration avec le laboratoire du GERAD³, nous a permis de travailler directement avec les chercheurs développant la méthode⁴. Cette collaboration est prolifique puisque, pour le moment, un article de congrès international et un article de revue à comité de lecture ont été publiés [Tournemene *et al.*, 2016b, 2017].

2.3.4 MADS assisté par des métamodèles

Fonctionnement général

Cet algorithme se base sur les deux premières familles de méthodes sans gradient présentées précédemment : la recherche directe et les modèles de la fonction objectif.

De par sa nature hybride, l'algorithme se déroule en deux étapes :

- l'étape de recherche où le modèle de la fonction objectif est actualisé et consulté,
- l'étape de sonde locale qui évalue des solutions candidates à partir de directions définies sur un maillage.

L'étape de recherche est optionnelle et permet d'accélérer la convergence de l'algorithme alors que l'étape de sondage est obligatoire. L'étape de recherche est définie par l'utilisateur, et, dans notre étude, elle utilise des modèles de la fonction objectif. Il s'agit de la seconde famille d'algorithmes sans gradient décrite dans les paragraphes précédents, qui, à partir d'un modèle de la fonction objectif, résout un problème d'optimisation permettant d'obtenir des solutions prometteuses. De plus, ce modèle ordonne les solutions proposées par l'étape de sonde locale. L'Algorithme 1 décrit

3. Centre de recherche inter-universitaire créé en 1979, subventionné par le FRQNT et regroupant près de soixante-dix spécialistes de méthodes quantitatives en gestion, chercheurs opérationnels, informaticiens théoriques, mathématiciens et ingénieurs mathématiciens, principalement issus de HEC Montréal, Polytechnique Montréal, l'Université McGill et l'Université du Québec à Montréal.

4. Nous remercions en particulier, Sébastien Talgorn et Michael Kokkolaras sans qui ce travail n'aurait pas pu voir le jour.

le comportement général de la méthode.

Algorithm 1 MADS assisté par des métamodèles

```

1: procedure INITIALISATION( $\mathbf{x}_0$ )
2: while  $k < k_{\max}$  do
3:   procedure RECHERCHE(facultatif)
4:     actualiser le modèle de la fonction objectif
5:     sélectionner un nombre fini de solutions
6:     évaluer de manière opportuniste les solutions
7:   procedure SONDE LOCALE
8:     construire une liste de solutions
9:     ordonner la liste de solutions par le modèle
10:    évaluer de manière opportuniste les solutions
11:  procedure ACTUALISATION
12:    if succès then
13:       $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow$  solution retenue.
14:      augmenter la distance de la sonde locale
15:    else
16:       $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \mathbf{x}_k$ 
17:      diminuer la distance de la sonde locale
18:     $k \leftarrow k + 1$ 

```

Les itérations sont dites opportunistes, car, dès qu'une solution améliore la valeur de la fonction objectif, on arrête d'évaluer les solutions restantes et on passe à la partie actualisation. Si une itération ne permet pas d'obtenir de meilleures solutions, la distance de recherche de la sonde locale est diminuée, sinon elle est augmentée. Le critère d'arrêt est un nombre d'évaluation de la fonction objectif maximal. Les métamodèles utilisés durant l'étape de recherche étant particuliers au problème d'optimisation traité, cette étape est décrite dans la partie application de la thèse 3.4.5.

L'étape de sonde locale

À chaque itération k , les points proposés par l'étape de sonde locale reposent forcément sur un maillage M_k de telle sorte que :

$$M_k = \{\mathbf{x} + \Delta_k^m D \mathbf{z} : \mathbf{z} \in \mathbb{N}_D^n, \mathbf{x} \in \mathbf{X}_k\}, \quad (2.50)$$

avec Δ_k^m la taille du maillage, $D \in \mathbb{R}^{n \times n_D}$ une matrice dont les colonnes forment les n_D directions de construction du maillage dans \mathbb{R}^n [Le Digabel, 2011] et $\mathbf{X}_k = \{x_1, x_2, \dots, x_p\} \subset \mathbb{R}^n$ les solutions déjà évaluées par le modèle. Généralement $D = [I, -I]$ avec I la matrice identité de $\mathbb{R}^{n \times n}$.

La liste de solutions de la sonde locale est alors $P_k = \{\mathbf{x}_k + \Delta_k^m \mathbf{d} : \mathbf{d} \in D_k\}$, avec D_k un ensemble générateur positif de \mathbb{R}^n , construit par combinaison linéaire des vecteurs de D . Un ensemble générateur de direction est positif, si chaque vecteur peut être exprimé comme une somme positive des autres [Audet, 2011]. La construction de P_k impose que les points de la sonde locale se situent sur le maillage défini précédemment $P_k \subset M_k$. Les solutions générées par P_k sont construites de telle sorte, que leur distance avec le centre de la sonde locale \mathbf{x}_k est inférieure à la taille de la sonde locale Δ_k^p . Un aspect fondamental de l'algorithme de la sonde locale réside dans le fait que, lorsque les solutions proposées par l'algorithme n'améliorent pas la valeur de la fonction objectif, la taille du maillage Δ_k^m diminue plus vite que la taille de la sonde locale Δ_k^p . La Figure 2.16 illustre le fonctionnement de l'étape de sonde locale sur deux itérations qui échouent. Entre chaque sélection P_k de la Figure 2.16, la taille de la sonde locale diminue et la taille du maillage diminue plus vite, augmentant de ce fait le nombre de directions possibles.

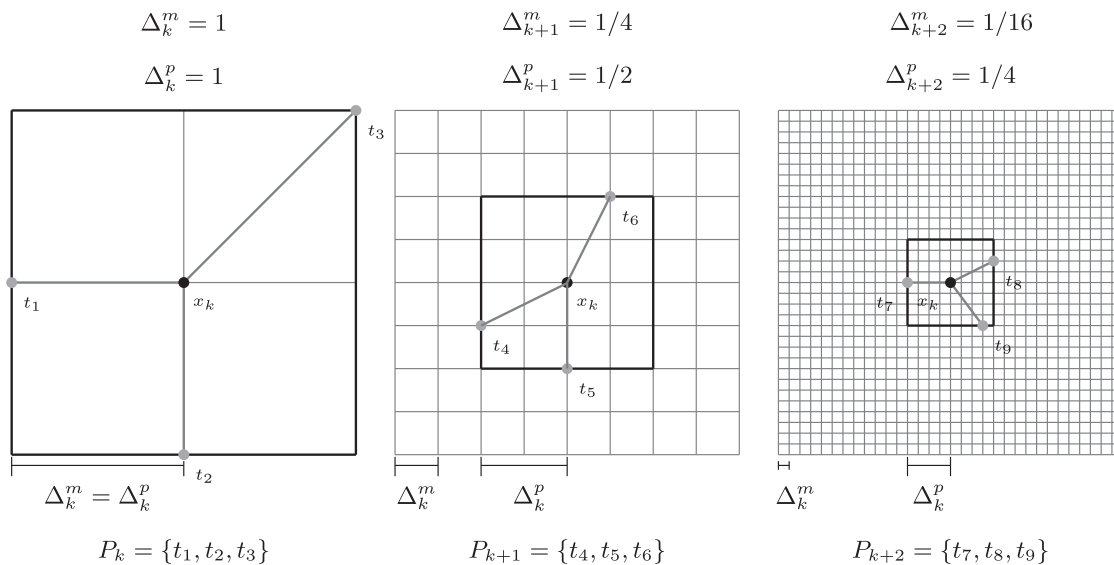


Figure 2.16 Trois itérations de la sonde locale où aucun point de P_k et P_{k+1} n'améliore la valeur de la fonction objectif. Par conséquent la taille de la sonde diminue ainsi que la taille du maillage. On a alors accès à plus de directions. Figure empruntée à [Le Digabel, 2011]

L'analyse de la convergence de MADS [Audet et J. E. Dennis, 2006; Audet *et al.*, 2008] repose sur le calcul de Clarke pour les fonctions non lisses [Clarke, 1983]. On peut prouver la convergence locale selon n'importe quel point initial à partir d'hypothèses simples. Le principe de la preuve réside dans le fait que Δ_k^m diminue bien plus vite que Δ_k^p . Ainsi, les directions de recherche normalisées deviennent denses sur l'hypersphère unitaire de \mathbb{R}^n .

L'implémentation NOMAD propose des paramètres initiaux et des paramètres d'évolution de Δ_k^m et Δ_k^p ainsi que des méthodes de définition des directions D_k connues sous les noms GPS, LT-MADS, OrthoMADS. Le lecteur est invité à consulter [Le Digabel, 2011] pour obtenir de plus amples détails.

Enfin, l'adaptation de la sonde locale en fonction de contraintes est implémentée par la méthode *Progressive Barrier* détaillée dans [Audet et Dennis Jr, 2009].

2.4 Optimisation de la perce des instruments à vent

Afin de placer notre étude dans le paysage des travaux relatifs à l'optimisation de la perce des instruments à vent, nous proposons de faire une synthèse de l'état de l'art sur les méthodes existantes pour l'optimisation de perces des instruments à vent.

À la connaissance de l'auteur, toutes les méthodes d'optimisation de la perce des instruments à vent développées jusqu'à aujourd'hui se basent sur l'impédance d'entrée. Ces études ne prennent pas en compte le musicien au sein du processus d'optimisation. Le travail de cette thèse, qui se propose d'inclure le musicien dans la boucle d'optimisation, est donc en rupture avec les études existantes.

Le calcul de l'impédance d'entrée, à partir d'une représentation de la perce des instruments, est possible grâce aux modèles présentés au paragraphe 2.2.4. Il est alors possible de construire des fonctions objectif associant des critères aux impédances d'entrée calculées. Ainsi, on peut caractériser, à partir de ces critères, la qualité d'une perce.

Deux classes de problèmes sont abordées par ces méthodes :

- la reconstruction de la perce (dit problème inverse, voir Annexe A),
- le perfectionnement des caractéristiques de la perce.

Le premier type de problème cherche à approcher une impédance d'entrée cible. La perce optimale est obtenue par minimisation d'une fonction objectif estimant l'erreur avec le module de l'impédance cible.

Le second type de problème peut, par exemple, perfectionner la justesse de l'instrument, en ajustant la position fréquentielle des pics de l'impédance par rapport à une certaine échelle musicale. En effet, en première approximation [Eveno *et al.*, 2014], la fréquence de jeu de l'instrument est proche des fréquences des pics de l'impédance d'entrée.

2.4.1 Reconstruction d'instruments à partir de l'impédance

L'étude pionnière de Kausel [Kausel, 2001] pose les bases de l'optimisation de la perce des instruments basée sur l'impédance d'entrée. Sa variable d'optimisation est une liste de rayons associés à certaines positions de l'axe de l'instrument. L'impédance est alors calculée à partir du modèle des lignes de transmission (Cf. paragraphe 2.2.4), et une fonction objectif pondérée de type moindres carrés compare point par point le module de l'impédance calculée avec le module d'une impédance cible. Une étude comparative de différentes versions de l'algorithme génétique et de l'algorithme de Rosenbrock (recherche directe) [Kausel, 2001] permet de mettre en lumière l'intérêt des algorithmes de recherche directe dans la résolution de ce type de problèmes d'optimisation. Dans [Kausel, 2004], Kausel exploite la même méthode appliquée à d'autres exemples. Il la compare alors à la méthode de réflectométrie d'impulsion, qui reconstruit la perce directement par déconvolution de la réponse impulsionnelle [Rosenhouse *et al.*, 1995]. Malgré les résultats convaincants obtenus, il est difficile de reconstruire une perce entière. Kausel propose de limiter la reconstruction à l'instrument privé de son pavillon, en mesurant a priori l'influence du rayonnement et du pavillon sur l'impédance d'entrée de l'instrument [Kausel, 2010].

Les études de Braden [Braden, 2007, 2005; Braden *et al.*, 2009] sont dans la lignée de Kausel, mais utilisent les lignes de transmission dans un contexte multi-modal. Cette modélisation de l'impédance d'entrée décrit plus précisément la propagation acoustique dans le pavillon. Par ailleurs, afin d'éviter d'obtenir des perces peu régulières, comme dans les études de Kausel, Braden implémente des modèles plus complexes de matrices de transmission : fonction de Bessel cylindrique, fonction exponentielle cylindrique. Ainsi, il est capable de limiter le nombre de dimensions de la variable d'optimisation. En choisissant une fonction objectif similaire à Kausel pour la reconstruction de perces, il obtient des résultats convaincants par l'algorithme de Rosenbrock [Rosenbrock, 1960; Kowalik et Osborne, 1968; Palmer, 1969].

Hélie et Gandolfi [Hélie et Gandolfi, 2014] proposent une méthode d'optimisation du même type que Kausel, mais sur des résonateurs très simples. La dimension de la variable d'optimisation est inférieure à 10.

2.4.2 Perfectionnement des performances

L'étude pionnière de Kausel [Kausel, 2001] aborde aussi la question de la justesse de l'instrument, en dérivant une fonction objectif basée sur la position fréquentielle des pics de l'impédance. Cette fonction objectif calcule les écarts en cents entre les fréquences attendues selon le tempérament égal et les fréquences des pics de l'impédance. La perce de toute une trompette selon tous les doigtés et notes possibles est optimisée par l'algorithme de Rosenbrock.

Noreland obtient le gradient d'une fonction objectif basée sur la justesse à partir d'un modèle d'impédance par ligne de transmission [Noreland, 2003a]. Cette approche lui permet d'implémenter des algorithmes d'optimisation basés sur le gradient. Par ailleurs, il étudie des méthodes permettant de limiter le caractère discontinu des perces optimisées. En effet, à partir de contraintes sur l'espace de conception, ou de méthodes de lissage effectuant un changement de variable d'optimisation, il réduit les discontinuités de la perce optimale. On peut noter aussi l'étude de Bångtsson et Noreland [Bångtsson *et al.*, 2003], qui optimisent la forme d'un pavillon seul, à partir de simulations sonores par éléments finis. La fonction objectif ne repose pas cette fois sur l'impédance d'entrée du pavillon, mais sur la minimisation de la fonction de réflexion en entrée du pavillon. Par l'équation de l'adjoint, le gradient de la fonction objectif est accessible et l'algorithme d'optimisation est une méthode de quasi-Newton de type BFGS.

Les deux études précédentes sont combinées par Noreland *et al.*, afin de proposer une méthode hybride d'optimisation de la perce par calcul d'impédance d'entrée [Noreland *et al.*, 2010]. En effet, le paradigme des lignes de transmission repose sur l'hypothèse d'ondes planes (ou sphériques) à l'intérieur du résonateur. Cependant, cette hypothèse n'est plus respectée lorsque les variations de la section de la perce sont grandes, c'est à dire dans le pavillon. On a alors l'apparition de modes supérieurs, que la méthode des éléments finis retranscrit directement. En séparant le calcul de l'impédance d'entrée entre la partie de la perce de faible rayon et le pavillon, la perce complète est optimisée à partir d'une fonction objectif basée sur la justesse.

Noreland *et al.* [Noreland *et al.*, 2013] proposent une méthode d'optimisation de la perce et de la position des trous d'une clarinette. En utilisant le calcul de l'impédance d'entrée à partir des lignes de transmissions, une fonction objectif basée sur la justesse optimise la perce et la position des trous latéraux, par un algorithme estimant le gradient de la fonction objectif. Récemment, Alexis Guilloteau [Guilloteau, 2015] a continué à travailler sur cette même clarinette en proposant des procédures d'optimisation basées sur des fonctions objectif cherchant à se rapprocher de cibles ayant un sens musical. Par exemple, il a cherché à se rapprocher du comportement d'un instrument de référence et il a dérivé des fréquences de résonance cible permettant d'obtenir certaines fréquences de jeu.

Les travaux de Braden [Braden, 2005, 2007] font aussi état de perfectionnement des performances de l'instrument. Les fonctions objectif prennent en compte la justesse des pics ou la hauteur des pics de l'impédance. En modélisant l'impédance d'entrée par des lignes de transmission multimodales, il optimise certaines caractéristiques du trombone, jugées faibles, par l'algorithme de Rosenbrock. Par exemple, les trombones ténor sont souvent équipés d'une clé de pouce, permettant de diminuer d'une quarte la tessiture de l'instrument. Ce dispositif modifie la justesse du second pic de l'impédance, que Braden corrige par sa procédure d'optimisation.

Poirson et al. [Poirson *et al.*, 2007; Poirson, 2005] optimisent aussi la perce de la trompette à partir d'impédances d'entrée. L'originalité réside dans la prise en compte de l'avis de musiciens, sur la justesse d'un panel de trompettes. À partir de ces mesures subjectives et de mesures objectives sur le panel de trompettes, 5 intervalles cibles entre les positions fréquentielles des pics de l'impédance sont déduits. Par exemple, il est déterminé que le rapport "idéal" selon l'étude subjective entre la fréquence du second pic et celle du troisième pic de l'impédance est de 1,52. La variable d'optimisation est constituée de trois rayons, situés sur la branche d'embouchure de la trompette. La méthode d'optimisation résout le problème multiobjectif constitué des 5 objectifs grâce à un algorithme génétique.

Macaluso et Dalmont [Macaluso et Dalmont, 2011] se sont intéressés à la production d'un pavillon de trompette, permettant d'obtenir un instrument dont l'impédance d'entrée présente des pics quasi-harmoniques. La variable d'optimisation contient un ensemble de perturbations de la perce au niveau du pavillon. À partir d'une modélisation de l'impédance d'entrée par des lignes de transmission composées de cylindres, ils optimisent une fonction objectif réduisant l'inharmonicité des 13 premiers pics. Après fabrication les mesures d'impédance de la trompette présentent bien des résonances quasi-harmoniques.

2.5 Conclusion

Ce chapitre justifie le modèle physique choisi, la méthode de simulation employée et l'algorithme d'optimisation utilisé. Enfin, il revient sur les méthodes d'optimisation de la perce des instruments à vent déjà entreprises.

Cette thèse se concentre sur les simulations d'un modèle physique représentant le phénomène physique entier, c'est à dire l'excitateur, le résonateur et le couplage entre les deux. Par souci de simplicité, afin de limiter les difficultés liées aux simulations, l'oscillateur à une masse ainsi qu'un écoulement suivant le théorème de Bernoulli ont été sélectionnés pour décrire l'influence de l'excitateur. Le résonateur est représenté par l'impédance d'entrée de l'instrument. La procédure d'optimisation présentée dans cette thèse ne dépend pas du modèle physique. Par conséquent, des modèles plus réalistes pourraient être envisagés dans le futur. À la connaissance de l'auteur, la principale limitation de ce modèle réside dans l'hypothèse linéaire du résonateur. En effet, les sons de fortes amplitudes, dits cuivrés dans le cas des instruments à embouchure, nécessitent la formulation d'un modèle du résonateur non linéaire, voir Annexe D.

La méthode de simulation employée est la méthode de l'équilibrage harmonique qui permet d'obtenir des sons en régime permanent, décrits par une fréquence de jeu et les amplitudes complexes du spectre. Cette méthode est très peu coûteuse en temps de calcul et ne nécessite pas d'établir une

implémentation numérique du modèle physique, comme pour les méthodes de simulation temporelle, voir Annexe D. De plus, cette méthode étant fréquentielle, les difficultés liées aux conditions initiales des méthodes de simulation temporelle n'influent pas sur nos simulations. De même que pour le modèle physique, la procédure d'optimisation présentée dans la thèse peut s'adapter à toute méthode de simulation, tant que celle-ci produit un son suffisamment vite à partir d'une perce et d'un masque (en moins d'une minute).

Au vu des problèmes d'optimisation présentés au paragraphe 2.3.3 et détaillés dans le chapitre suivant, la méthode d'optimisation MADS assistée de métamodèles est choisie. Cette méthode s'adapte aux 4 caractéristiques de nos problèmes d'optimisation : dérivées de la fonction objectif indisponibles, temps de calcul de la fonction objectif long, aucune propriété de la fonction objectif connue, possibilité d'échec du calcul de la fonction objectif (contraintes cachées). On pourrait peut être envisager d'utiliser d'autres algorithmes d'optimisation basés sur les méthodes de recherche directe et de métamodèles, mais la méthode choisie à l'avantage d'être activement maintenue et améliorée par le laboratoire du GERAD à Montréal. De toute façon, à la connaissance de l'auteur, tant qu'aucune propriété de la fonction objectif n'est connue et que l'évaluation de la fonction objectif est coûteuse en temps de calcul, les deux meilleures méthodes d'optimisation sont la recherche directe et les modèles de substitution de la fonction objectif.

Enfin, comme le montre la revue des optimisations de la perce des instruments à vent déjà entreprises, à la connaissance de l'auteur, aucun problème d'optimisation de la perce basé sur un modèle physique complet, prenant en compte l'excitateur et le résonateur, n'a encore été entrepris. L'intérêt de la méthode envisagée est d'introduire directement des sons produits par le couple perce/masque. Les critères évalués seront donc liés aux sons perçus par l'auditeur. La principale difficulté est la prise en compte du musicien dans la procédure d'optimisation.

CHAPITRE 3 OPTIMISATION À PARTIR DE SIMULATIONS SONORES : MÉTHODE ET APPLICATIONS

3.1 Résumé

Ce chapitre se divise en trois parties. Tout d'abord, une analyse des simulations sonores par équilibrage harmonique est faite, afin de bien cerner les caractéristiques et les difficultés liées à ces simulations. Ensuite, la méthodologie employée pour l'optimisation est présentée en détail. La troisième partie concerne les applications de la méthode. Deux cas d'application sont présentés au travers de la publication à la revue *Journal of Mechanical Design*, présentée in extenso [Tournemenne *et al.*, 2017]. Une étude additionnelle clôt le chapitre.

3.2 Étude des simulations par modèle physique en régime permanent

Dans cette première partie, on considère que la perce est fixée et on étudie l'influence des paramètres du masque sur les simulations sonores. Tout d'abord, un cadre formel est précisé et le comportement des auto-oscillations en fonction des paramètres du masque est étudié.

3.2.1 Simulation dans l'espace des paramètres du masque

Approche "boîte noire" des simulations par équilibrage harmonique

Le schéma de la Figure 3.1 résume le fonctionnement des simulations sonores par équilibrage harmonique. Pour que la méthode produise un son en régime permanent, il faut lui fournir une impédance d'entrée $Z(j\omega)$, calculée à partir de la perce \mathbf{x} par les modèles de lignes de transmission. De plus, les paramètres du masque doivent être définis $(P_b, \mu_l, f_l, H_0, b, Q_l)$. Enfin, une liste de sons initiaux doit être donnée, voir paragraphe 2.2.5.

Dans cette étude, trois paramètres sont considérés fixes (H_0, b, Q_l) , les trois autres étant des paramètres de contrôle du masque (P_b, μ_l, f_l) (Cf. 2.2.6). Par conséquent, $M_a = (P_b, \mu_l, f_l) \in \mathbb{R}^3$ définit le masque du musicien. L'ensemble possibles des masques du musicien, défini par :

$$\Omega_{M_a} = \{(P_b, \mu_l, f_l) \in [1000, 12000] \times [0, 5, 6] \times [100, 700]\} , \quad (3.1)$$

correspond aux intervalles de valeurs que peuvent prendre les paramètres P_b, μ_l, f_l , présentés dans le tableau 2.1, paragraphe 2.2.6.

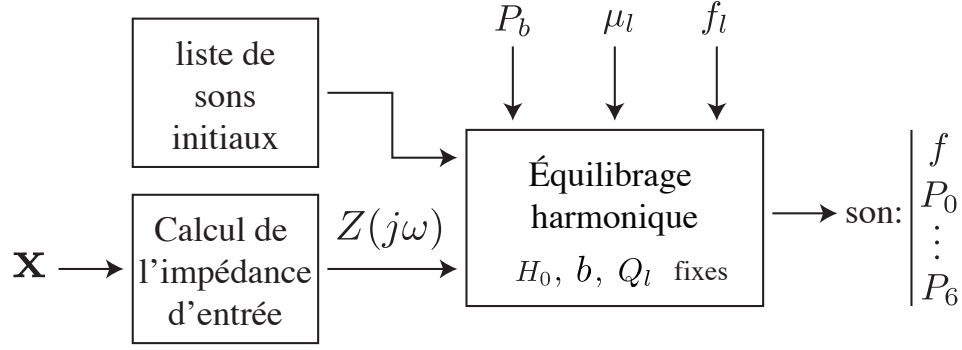


Figure 3.1 Schéma-bloc représentant le processus de simulations sonores.

Un son initial est requis par la méthode de l'équilibrage harmonique afin de converger, le cas échéant, vers un son en régime permanent. Pour rappel, les sons en régime permanent¹ sont décrits par un vecteur contenant une fréquence de jeu f et les amplitudes complexes des harmoniques P_n , de telle sorte que :

$$p(t) = \sum_{n=-N}^N P_n e^{jn\omega t} = P_0 + \sum_{n=1}^N 2\text{Re}(P_n) \cos(n\omega t) - 2\text{Im}(P_n) \sin(n\omega t). \quad (3.2)$$

P_0 correspond à la moyenne du signal, P_1 à l'amplitude du fondamental, et P_n , en général, à l'amplitude de l'harmonique n .

Dans cette étude, la méthode de l'équilibrage harmonique se limite à $N = 6$ harmoniques. Les simulations sonores fournissent en sortie un vecteur de 1+7 composantes complexes (le premier élément étant nécessairement réel, car il s'agit de la fréquence de jeu).

Ce choix de 6 harmoniques est arbitraire et est lié au contexte logistique de cette thèse. Il faudrait dans un futur proche déterminer la sensibilité de l'oreille au nombre d'harmoniques retenus par une expérience psychoacoustique.

Formellement, la modélisation du résonateur par les lignes de transmission, suivie de la méthode de l'équilibrage harmonique, définissent une fonction ψ donnée par :

$$\begin{aligned} \psi = (\psi_f, \psi_{P_0}, \dots, \psi_{P_6}) & : \Omega \times \Omega_{M_a} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{C}^7 \\ (\mathbf{x}, M_a) & \mapsto \psi(\mathbf{x}, M_a). \end{aligned} \quad (3.3)$$

1. L'expression simulation sonore est un synonyme de son en régime permanent, obtenu par la méthode de l'équilibrage harmonique.

ψ est la représentation mathématique des simulations sonores données en Figure 3.1.

La difficulté principale de l'équilibrage harmonique réside dans la définition du son initial. Nous exposons une stratégie empirique permettant de faire converger l'équilibrage harmonique, lorsque l'impédance et les paramètres du masque le permettent. L'idée est de proposer un son dont la fréquence de jeu est proche de la fréquence de la note recherchée. **De manière générale, plus le son initial proposé est proche du son final, plus la méthode de l'équilibrage harmonique converge facilement.**

D'après Fletcher [Fletcher, 1979], pour un modèle "vers l'extérieur" de la valve, au seuil d'oscillation, la fréquence de jeu f doit être supérieure à la fréquence de résonance f_r d'intérêt de $Z(j\omega)$. Par ailleurs, la fréquence de résonance des lèvres f_l doit être inférieure à la fréquence de résonance d'intérêt de $Z(j\omega)$.

On a alors :

$$f_l < f_r < f . \quad (3.4)$$

Cette inégalité nous indique que, globalement, la fréquence de résonance des lèvres contraint la note jouée.

Par conséquent, pour une fréquence de résonance des lèvres f_l donnée, on cherche un son associé aux deux premiers régimes dont les fréquences de résonance f_{r1} et f_{r2} sont supérieures à f_l . Afin de limiter la liste de candidats possibles, les sons proposés comme son initial de l'équilibrage harmonique ont été choisis avec une fréquence f située entre f_{r1} et l'antirésonance suivante ainsi que f_{r2} et l'antirésonance suivante. En pratique, ces deux intervalles de fréquences sont échantillonnés par pas de 2 Hz. La Figure 3.2 illustre ce choix de fréquences de jeu initiales.

Finalement, ces sons initiaux ont été choisis avec un seul harmonique non nul : la partie réelle du premier harmonique qui est égal à $P_b/2$. Par exemple, dans le cas de la Figure 3.2, avec $P_b = 7000$ Pa, la liste des sons en régime permanent proposée est montrée Tableau 3.1.

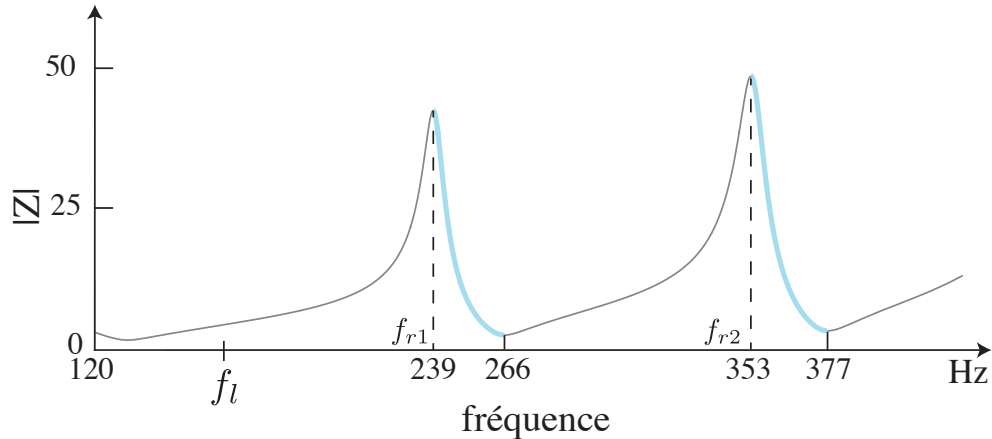


Figure 3.2 Schéma illustrant la stratégie de choix des fréquences des sons initiaux. Les parties cyan de la courbe sont les fréquences des sons initiaux que l'on peut proposer à l'équilibrage harmonique.

Tableau 3.1 Exemple d'une liste de sons en régime permanent initiaux.

f	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
239	0	3500	0	0	0	0	0
241	0	3500	0	0	0	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
265	0	3500	0	0	0	0	0
353	0	3500	0	0	0	0	0
355	0	3500	0	0	0	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
377	0	3500	0	0	0	0	0

Pour un masque donné et une perce donnée, chaque son initial de la liste est essayé par la méthode de l'équilibrage harmonique. Pour chaque tentative, la méthode de Newton-Raphson de l'équilibrage harmonique itère au maximum 30 fois, à la suite de quoi, elle renvoie un échec si elle ne converge pas. Ce nombre d'itérations est critique puisque la méthodologie proposée dans cette thèse se base sur des centaines de simulations. Il faut donc limiter le temps machine utilisé pour des jeux de paramètres non viables, qui ne peuvent pas faire converger l'équilibrage harmonique. Ainsi, d'après l'exemple donné au Tableau 3.1, si le couple perce/masque envisagé ne peut pas mener à la convergence de la méthode de l'équilibrage harmonique, alors, 25 sons initiaux \times 30 itérations de

l'algorithme de l'équilibrage harmonique =750 évaluations sont entreprises². En temps machine, sur un processeur Intel Core i7 de 4ème génération³, cela prend environ une minute de temps CPU.

Dès qu'un son initial mène à la convergence de la méthode, la procédure s'arrête et le son final est sauvegardé.

Par conséquent, si on veut tester 400 simulations sonores, il faut maximum 6 heures et 40 minutes de calcul (environ 400 minutes). En pratique, ce temps de calcul est bien plus court (de l'ordre de 20 minutes pour 400 simulations), car les couples perce/masque que l'on veut simuler peuvent généralement mener à la convergence de l'équilibrage harmonique.

Cependant, si après avoir essayé tous les sons initiaux, l'équilibrage harmonique ne renvoie aucun résultat, cela ne veut pas dire que la perce et le masque évalués ne peuvent pas produire une auto-oscillation. En effet, peut-être qu'il existe un son initial, malheureusement inconnu, permettant de faire converger la méthode de Newton-Raphson de l'équilibrage harmonique.

Une forme analytique des solutions du système de l'Équation 2.35 n'existant pas, il faut se contenter de cette méthode numérique pour déterminer les sons initiaux.

Simulation d'une perce x sur l'ensemble Ω_{M_a}

La Figure 3.3 présente un échantillonnage fin de l'espace Ω_{M_a} . Les simulations sonores ont été obtenues pour la perce x présentée au paragraphe 3.4.6. Les masques symbolisés par des points gris n'ont pas permis la convergence de la méthode de l'équilibrage harmonique, alors que les points de couleur ont produit un son (convergence). Chaque couleur représente une note différente. On distingue 7 régimes différents le long de l'axe f_l (du régime 1 au régime 7). Cette représentation montre que l'équilibrage harmonique est capable de simuler des sons pour plusieurs régimes. On note que les régimes supérieurs convergent pour un intervalle plus restreint des paramètres de contrôle du masque P_b et μ_l . Ceci correspond à l'expérience du musicien, qui pourra jouer plus facilement les premiers régimes que les régimes supérieurs, où il devra réduire les marges de variation de son masque.

Les spectres moyens des sons obtenus pour les régimes 2 à 6 sont donnés à titre indicatif Figure 3.4.

2. $25=(266-239)/2+(377-353)/2$

3. Intel Core i7-4650U (Haswell) bicœur avec 4 Mo de mémoire cache L3 de 1,7 GHz, 8 Go de mémoire DDR3L SDRAM cadencée à 1 600 MHz (MacBook Air mi-2013)

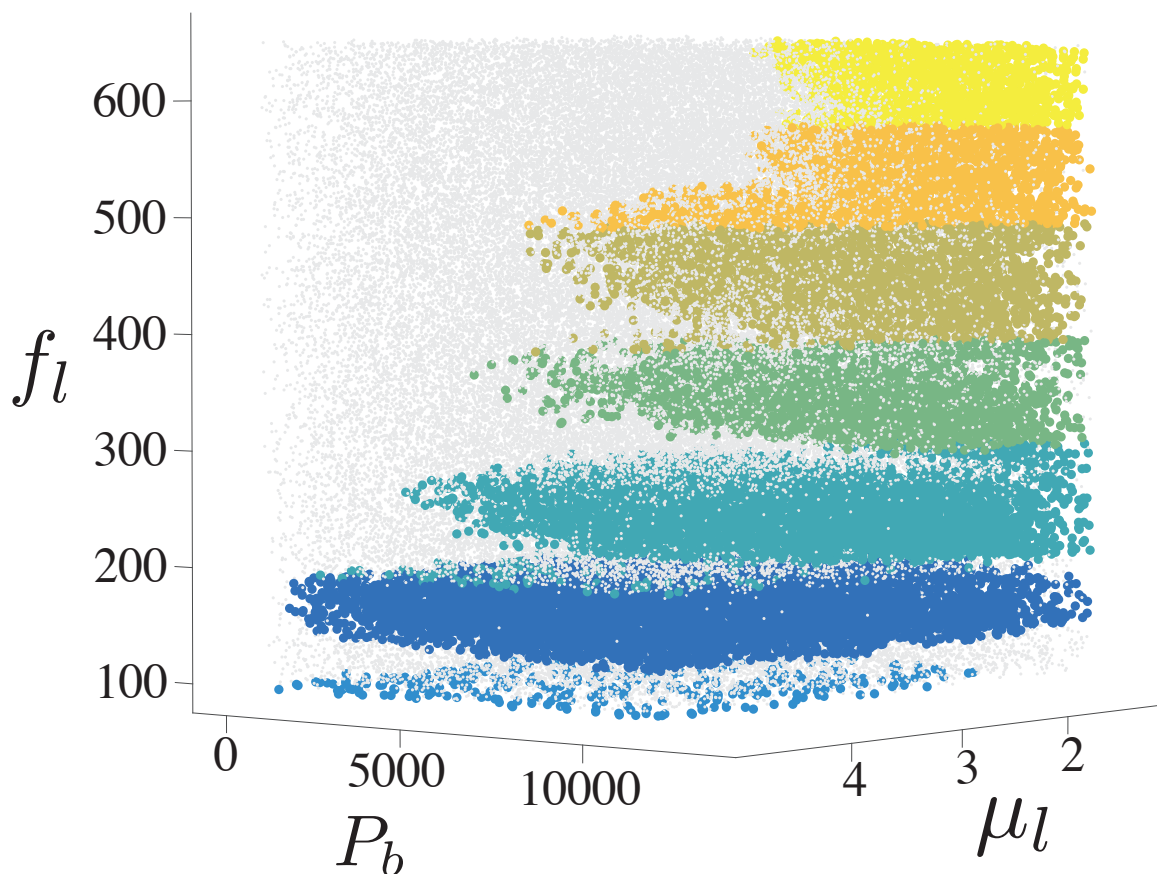


Figure 3.3 Masques simulés lors d'un échantillonnage de Ω_{M_a} . Les points gris sont des masques qui n'ont pas produit de simulation sonore, les points de couleur ont produit un son, et la couleur représente la note jouée. Les notes se superposent par rapport au paramètre f_l : en bas se trouve le régime 1 et en haut le régime 7. 7 régimes sont simulés (le premier régime correspond au léger tapis de points bleus foncés en bas du nuage).

3.2.2 Différence entre un masque "quelconque" et un masque "musicien"

Lors de l'analyse des sons produits, on observe que les fréquences de jeu peuvent aller jusqu'aux anti-résonances de la courbe d'impédance. Ceci va à l'encontre de l'observation expérimentale qui indique que les fréquences de jeu sont très proches des fréquences de résonances de l'impédance d'entrée [Eveno *et al.*, 2014].

En réalité, il manque à ce niveau un critère pour décider à partir de quand un son obtenu en auto-oscillation est recevable pour caractériser l'instrument. Ce problème serait d'ailleurs similaire si l'on souhaitait caractériser un instrument réel en prenant une population de participants tirés au hasard pour jouer l'instrument, la majorité ne sachant pas jouer de trompette. Il faudrait déterminer

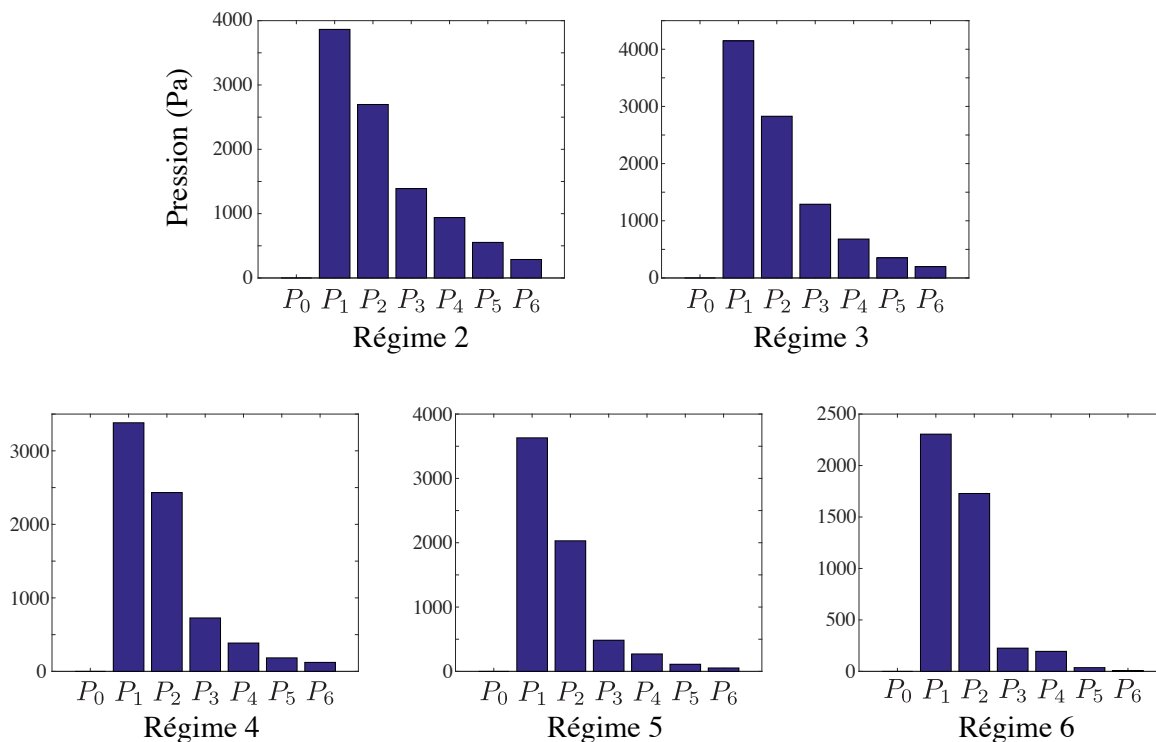


Figure 3.4 Pour chaque régime, module moyen de l'amplitude de chaque harmonique. Les moyennes sont calculées à partir de tous les sons obtenus par échantillonnage de Ω_{M_a} .

un critère pour décider à partir de quand un son est recevable.

Ce problème se pose de la même façon pour les simulations sonores par équilibrage harmonique : des masques peu réalistes du point de vue du jeu de la trompette peuvent tout de même produire des sons en auto-oscillation.

Il faut donc construire un critère qui permet de différencier les masques dit "musiciens" (correspondant à des sons de trompette "réalistes") et des masques "quelconques", produisant des sons "exotiques".

Nous définissons un **critère de facilité de jeu**, qui doit être supérieur à un certain seuil pour que le masque soit considéré comme étant un masque "musicien" :

$$\frac{\sqrt{\sum_{k=1}^6 |P_k|^2}}{P_b} \geq \text{seuil.} \quad (3.5)$$

Ce ratio compare la pression dans la bouche P_b , source des auto-oscillations, avec la pression produite par les harmoniques du son produit. Ainsi, un masque produisant un son dont le critère est trop

faible est rejeté. Ce critère représente en quelque sorte le "rendement" du couple perce/musicien : seuls les sons avec un niveau sonore suffisant, étant donné la pression dans la bouche, sont sélectionnés. La définition des seuils est détaillée au paragraphe 3.3.4.

3.3 Définition des problèmes d'optimisation

Formellement, les problèmes d'optimisation basés sur des simulations sonores par modèle physique peuvent se diviser en deux thématiques :

- optimiser des masques par rapport à un instrument donné,
- optimiser un instrument par rapport à des masques donnés.

En ce qui concerne le premier thème, on pourrait optimiser le masque en vue d'obtenir des caractéristiques sonores idéales. Par exemple, Vergez et al. [Vergez et Tisserand, 2005] conçoivent un instrument virtuel jouant des simulations sonores par modèle physique. Leur procédure d'optimisation détermine des paramètres du masque optimaux, menant à une fréquence de jeu cible. Ainsi, les fréquences de jeu de l'instrument virtuel sont contrôlées.

On pourrait aussi imaginer développer, dans un futur proche, des applications pédagogiques. En définissant, pour une trompette donnée, les valeurs idéales des paramètres du masque selon une certaine métrique, le musicien réel pourrait approcher ces masques "idéaux" dans le but de perfectionner sa pratique. Le défi de ce cas d'application réside dans la relation entre les paramètres du masque d'un modèle physique et la réalité : à quoi correspondent réellement ces paramètres, et comment les mesurer en situation de jeu ? Le perfectionnement des trompettes instrumentées qui s'évertuent à mesurer ces grandeurs va indéniablement dans le sens de ces axes de recherche [Velut, 2016; Velut *et al.*, 2016].

Les travaux présentés dans ce document sont centrés sur la seconde thématique de conception : le perfectionnement de l'instrument, à partir de masques donnés. Par conséquent, nous cherchons la perce idéale \mathbf{x}^* telle que :

$$\mathbf{x}^* = \underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\operatorname{argmin}} J(\mathbf{x}), \quad (3.6)$$

avec \mathbf{x} une solution représentant une perce définie par ses paramètres de conception, Ω l'ensemble des perces possibles (appelé dorénavant espace de conception), et J une fonction objectif construite à partir des simulations sonores par modèle physique.

Grâce aux simulations sonores, il est possible d'étudier directement des métriques liées aux sons

produits. Cependant, cet avantage s'accompagne d'une difficulté supplémentaire : la prise en compte de la variabilité des masques du musicien.

Deux possibilités s'offrent à nous :

- optimiser la perce à partir d'un masque "idéal",
- optimiser la perce à partir d'un ensemble de masques.

Dans le premier cas, pour chaque trompette, il faut identifier le masque "idéal" de chaque note d'intérêt. La fonction objectif est ensuite calculée, par l'intermédiaire des sons produits par ces masques "idéaux". En quelque sorte, il s'agit de l'optimisation de l'instrument à partir de sons produits par un trompettiste expert (masques "idéaux"). Devant la difficulté de déterminer objectivement le masque "idéal", unique, pour chaque perce et chaque régime, nous n'avons pas cherché à implémenter cette approche. Elle reste ouverte pour de futurs développements.

Les travaux présentés dans cette thèse s'organisent autour du second cas. La trompette est alors optimisée en tenant compte d'un ensemble de masques qualifiés de "musicien".

Au vu du paragraphe 3.2.2, pour une perce donnée et pour chaque note k , un ensemble de masques "musicien" est celui qui produit des sons dont le critère de facilité de jeu est supérieur à un certain seuil (voir paragraphe 3.2.2). Ainsi, pour chaque note k , l'ensemble des couples perce/masque "musicien" est Λ_k :

$$\Lambda_k = \left\{ \mathbf{x} \in \Omega, M_a = (P_b, \mu_l, f_l) \in \Omega_{M_a} : \psi_f(\mathbf{x}, M_a) \in \text{Notes}(k), \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^6 |\psi_{P_i}(\mathbf{x}, M_a)|}}{P_b} > s_k \right\}, \quad (3.7)$$

avec $\text{Notes}(k)$ l'ensemble des sons correspondant à la note k , et s_k le seuil en dessous duquel les couples perce/masque ne sont pas "musicien". Les valeurs des seuils sont définies au paragraphe 3.3.4.

On a, pour toute note k , $\Lambda_k \subset \Omega \cup \Omega_{M_a}$. Par conséquent, Si $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ alors $\Lambda_k \subset \mathbb{R}^{n+3}$. C'est donc un ensemble englobant tous les masques "musicien" de toutes les perces possibles⁴. Pour chaque perce \mathbf{x} , on définit l'ensemble $\Lambda_k(\mathbf{x})$ qui est **l'ensemble de masques "musicien" de la perce \mathbf{x}** ($\Lambda_k(\mathbf{x}) \subset \Lambda_k \cap \Omega_{M_a} \subset \mathbb{R}^3$). C'est donc l'ensemble de jeux de paramètres (P_b, μ_l, f_l) qui, pour la perce \mathbf{x} et la note k , produisent des sons validant le critère de facilité de jeu, Équation 3.5.

Pour une perce \mathbf{x} donnée, la valeur de la fonction objectif J est calculée à partir de caractéristiques

4. On pourrait aussi le définir comme toutes les perces "musicien" de tous les masques possibles.

moyennes des $\Lambda_k(\mathbf{x})$. Elle correspond à un attribut de de type justesse, timbre, etc. (voir paragraphe 4.3.2). Les caractéristiques moyennes sont estimées par une méthode de Monte-Carlo : à l'itération i de l'algorithme d'optimisation, pour une note k , l'ensemble $\Lambda_k(\mathbf{x}_i)$ est échantillonné aléatoirement, et, après simulation, la moyenne des caractéristiques sonores est estimée. La fonction objectif J est calculée à partir de ces valeurs moyennes. L'ensemble des masques échantillonnés est nommé φ_i ($\varphi_i \subset \bigcup_k \Lambda_k(\mathbf{x})$).

Cette procédure d'optimisation recherche la trompette qui correspond au minimum de J selon un ensemble de masques "musicien". En d'autres termes, on recherche un instrument dont une caractéristique sonore est optimisée pour un ensemble de masques "musiciens".

Cette approche requiert un certain nombre d'informations, notamment une estimation des ensembles Λ_k , détaillée au paragraphe 3.3.4. Il s'agit bien des ensembles définis sur toutes les perces. En effet, pour chaque perce \mathbf{x} , les ensembles $\Lambda_k(\mathbf{x})$ sont obtenus directement à partir d'une restriction des ensembles Λ_k à la perce \mathbf{x} .

En pratique, la procédure d'optimisation se déroule comme suit : à l'itération i , l'impédance d'entrée $Z(j\omega)$ est calculée à partir de la solution \mathbf{x}_i grâce aux lignes de transmission. \mathbf{x}_i étant fixé, φ_i est construit en échantillonnant $\Lambda_k(\mathbf{x}_i)$. Les simulations de K notes sont obtenues à partir des masques de φ_i et de l'impédance. Pour chaque note, les caractéristiques moyennes sont calculées, et la fonction objectif est évaluée à partir de ces caractéristiques moyennes. Enfin, la valeur de la fonction objectif est renvoyée au logiciel NOMAD, qui propose une nouvelle solution \mathbf{x}_{i+1} pour la prochaine itération, en utilisant l'algorithme MADS assisté de métamodèles.

La Figure 3.5 décrit l'enchaînement des différentes étapes de la procédure d'optimisation.

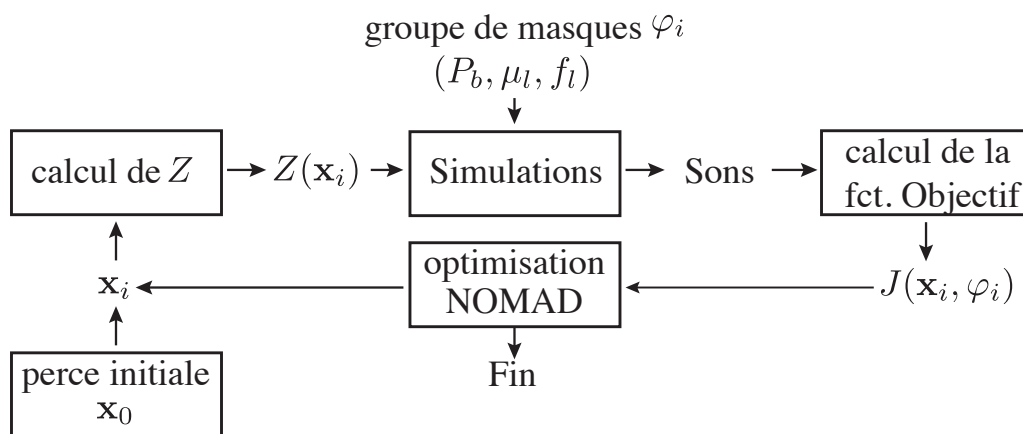


Figure 3.5 Schéma-bloc décrivant la procédure d'optimisation.

Dans le reste de cette partie, la définition de l'espace de conception est précisée, les différentes fonctions objectifs possibles sont abordées, les analyses préliminaires sont évoquées et l'estimation des Λ_k est détaillée.

3.3.1 Variable d'optimisation

Dans cette étude, les modèles de résonateur, permettant d'obtenir l'impédance d'entrée à partir de la perce, sont les lignes de transmission sous l'hypothèse d'ondes planes, cf 2.2.4. Par conséquent, l'instrument est défini par une suite d'éléments simples : des cylindres et des cônes. Chaque élément est défini par un rayon d'entrée, un rayon de sortie et une longueur. Par conséquent, les variables d'optimisation sont construites à partir de ces longueurs et rayons.

Par exemple, la Figure 3.6 donne un aperçu d'un problème à deux dimensions, où $\mathbf{x} = (R_1, R_2)$ représente les valeurs de deux rayons situés de part et d'autre d'un cône sur la branche d'embouchure.

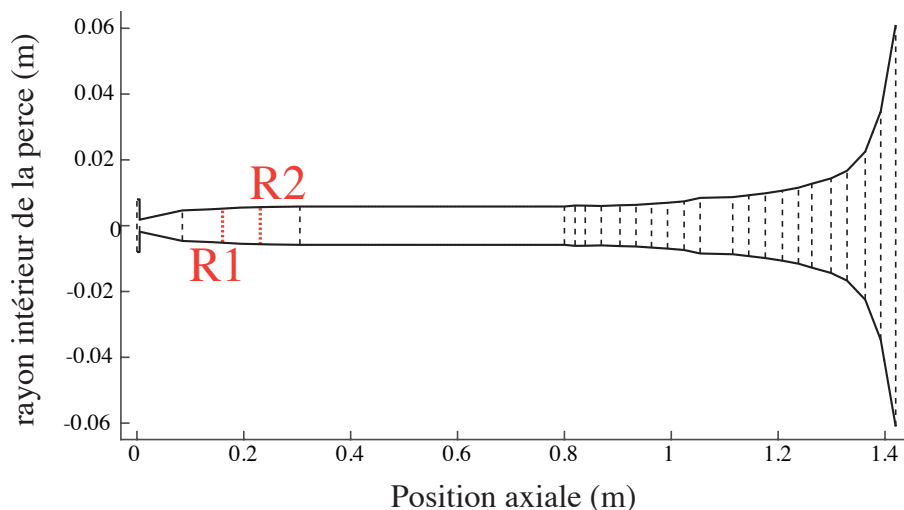


Figure 3.6 Exemple de discrétisation d'une perce en éléments simples. Les deux rayons R_1 et R_2 sont les 2 variables d'optimisation, définissant l'espace de conception.

D'un point de vue pratique, la méthode d'optimisation employée, MADS assisté de métamodèles, permet d'étudier des problèmes pouvant aller jusqu'à une vingtaine de dimensions [Le Digabel, 2011]. D'après Kausel, ceci serait largement suffisant, si l'on considère que les facteurs s'intéressent à des éléments particuliers lors de l'optimisation [Kausel, 2010]. Par ailleurs, Braden optimise des perces décrites elles aussi par des lignes de transmission contenant peu d'éléments.

L'exemple traité au chapitre 5 de sa thèse [Braden, 2007] contient 14 éléments définis par 22 paramètres.

3.3.2 Fonctions objectif

Notre travail s'intéresse uniquement aux problèmes d'optimisation de la perce.

Trois types de fonctions objectif sont définis dans notre étude :

- des critères de justesse obtenus à partir des fréquences de jeu des simulations sonores,
- des critères basés sur le spectre des simulations sonores,
- des critères basés sur l'évolution de la justesse ou du contenu spectral selon une variation des paramètres du masque.

Justesse

Afin d'étudier la justesse d'un instrument, il faut décider d'une échelle musicale. De part sa large diffusion dans la musique occidentale, nous choisissons d'étudier le problème de justesse relativement au tempérament égal. Rien n'empêche de reproduire cette étude en utilisant une autre échelle, mais ceci sort du cadre de la thèse. L'unité de mesure de justesse utilisée est le cent défini tel qu'une différence de n cents entre deux fréquences f_a et f_b s'écrit :

$$f_b = f_a 2^{\frac{n}{1200}} \quad (3.8)$$

Selon la gamme au tempérament égal, un demi ton quel qu'il soit correspond à un écart de 100 cents. Afin de calculer ce descripteur, une note de référence parmi les notes jouables de la trompette est sélectionnée. Les trompettistes accordant leur instrument sur le 4ème régime de la trompette doigté à vide (si bémol 4), nous sélectionnons cette note comme note de référence.

La justesse d'une note k de la trompette est alors calculée par le descripteur ETD (Equally Tempered Deviation) :

$$\text{ETD}(\mathbf{x}, k, \varphi) = \alpha_{\text{ref} \rightarrow k} - 1200 \log_2 \left(\frac{\overline{F}_k(\mathbf{x}, \varphi)}{\overline{F}_{\text{ref}}(\mathbf{x}, \varphi)} \right), \quad (3.9)$$

avec $\alpha_{\text{ref} \rightarrow k}$ la différence (en cent) entre la note de référence ref et la note d'intérêt k , obtenue à partir de la gamme au tempérament égal (-500 cents serait, par exemple, la différence entre un si bémol 4 et un fa 4, soit une quarte juste descendante). La fréquence moyenne $\overline{F}_k(\mathbf{x}, \varphi)$ est obtenue en faisant la moyenne de toutes les fréquences de jeu des sons simulés de la note k .

$$\overline{F}_k(\mathbf{x}, \varphi) = \frac{1}{\text{Card}(\varphi(k))} \sum_{M_a \in \varphi(k)} \psi_f(\mathbf{x}, M_a), \quad (3.10)$$

avec $\varphi(k)$ les masques de φ produisant la note k .

La fonction objectif $J(\mathbf{x}, \varphi)$ pour l'instrument entier est la moyenne de la valeur absolue des déviations des $(K - 1)$ notes, car la déviation entre la note de référence et elle-même est toujours nulle :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = \frac{1}{K - 1} \sum_{k \in \text{Notes}} |\text{ETD}(\mathbf{x}, k, \varphi)|. \quad (3.11)$$

Contenu spectral

Les simulations sonores par équilibrage harmonique fournissent le spectre des sons produits. Par conséquent, il est possible de construire des fonctions objectif liées au timbre de l'instrument. Il ne semble pas y avoir de consensus clair quant à l'étude du timbre des trompettes et des instruments de musique en général. On sait, cependant, que le centre de gravité spectral (CGS) est un critère caractéristique d'une des dimensions du timbre [McAdams *et al.*, 1995]. Le centre de gravité spectral employé dans cette étude est défini par la moyenne pondérée des amplitudes des harmoniques.

Pour une simulation à partir d'une perce \mathbf{x} et d'un masque M_a , on a :

$$\text{CGS}(\mathbf{x}, M_a) = \frac{\sum_{i=1}^6 |i \psi_{P_i}(\mathbf{x}, M_a)|}{\sum_{i=1}^6 |\psi_{P_i}(\mathbf{x}, M_a)|}. \quad (3.12)$$

Dans notre cas, travaillant avec 6 harmoniques, le CGS est compris entre 1 et 6 et n'a pas d'unité. Plus le CGS est grand, plus l'importance des harmoniques supérieurs est élevée [Schubert et Wolfe, 2006]. En terme sonore, les auditeurs ont tendance à dire que, plus le CGS d'un son de trompette est grand, plus ce son est brillant.

Les CGS moyens doivent être calculés note par note, car ils dépendent de la note jouée.

Une première fonction objectif naturelle est de chercher à atteindre un CGS cible pour chaque note considérée :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = \sum_{k \in \text{Notes}} |\overline{\text{CGS}}_k(\mathbf{x}, \varphi) - \text{CGS}_{c,k}|, \quad (3.13)$$

avec $\text{CGS}_{c,k}$ le CGS cible associé à la note k et $\overline{\text{CGS}}_k$ le CGS moyen de l'ensemble $\varphi(k)$.

Par ailleurs, on peut aussi chercher à maximiser la somme des CGS :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = - \sum_{k \in \text{Notes}} \overline{\text{CGS}}_k(\mathbf{x}, \varphi) . \quad (3.14)$$

Ou pourrait aussi chercher à le minimiser, ou bien à définir d'autres fonctions objectif basées sur le CGS ou d'autres descripteurs du contenu spectral, selon les besoins du facteur. Ceci n'influence pas la procédure d'optimisation.

Évolution des paramètres du masque

Il est possible d'utiliser la variabilité de l'espace des masques Ω_{M_a} dans l'expression de la fonction objectif. Par exemple, l'optimisation pourrait chercher la perce qui maximise l'augmentation du CGS, avec la variation de pression dans la bouche P_b . Ainsi, l'instrument optimal serait celui possédant la plus grande variation de la brillance.

Le paramètre P_b devient alors, à la fois un paramètre du masque des simulations et un paramètre de contrôle de la fonction objectif.

Ainsi, pour chaque note k , il faut définir un CGS lié aux dynamiques faibles, $\text{CGS}_{p,k}$ (p pour *piano*), et un CGS lié aux dynamiques fortes, $\text{CGS}_{f,k}$ (f pour *forte*).

Le CGS *piano* est obtenu en échantillonnant des masques "musicien" dans des ensembles spécifiques aux dynamiques faibles, appelés $\Lambda_{p,k}$ (respectivement $\Lambda_{f,k}$ pour les dynamiques fortes).

La fonction objectif est alors :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = - \sum_{k \in \text{Notes}} |\overline{\text{CGS}}_{p,k}(\mathbf{x}, \varphi) - \overline{\text{CGS}}_{f,k}(\mathbf{x}, \varphi)| . \quad (3.15)$$

Ce type de fonction est seulement exposé à titre indicatif car il n'est pas développé plus en profondeur dans le reste du document (pas d'exemple d'application).

3.3.3 Viabilité du problème d'optimisation

Avant même de lancer la procédure d'optimisation, il faut s'assurer en amont que le problème d'optimisation envisagé est censé, c'est à dire que la fonction objectif peut être calculée sur l'espace de conception. En effet, il faut vérifier que les perces produites par le problème puissent jouer toutes les notes nécessaires au calcul de la fonction objectif. Cette tâche représente une large portion du travail de recherche, car l'utilisateur doit enquêter en produisant des simulations de manière semi-automatique puis conclure sur la viabilité du problème.

En pratique, dans la thèse, Ω est toujours choisi comme l'union d'intervalle de \mathbb{R} . Par conséquent, s'il y a n variables d'optimisation, alors Ω est un hypercube de \mathbb{R}^n . Les perces les plus extrêmes de l'espace de conception sont situées aux angles de l'hypercube. L'utilisateur va donc choisir en priorité ces perces extrêmes, et essayer de simuler toutes les notes utiles pour le calcul de la fonction objectif. Pour cela, 4 couples (P_b, μ_l) représentatifs sont choisis $((4000, 1), (4000, 2,5), (9000, 1), (9000, 2,5))$. Pour chacune des perces extrêmes et chacun de ces quatre couples, on essaie de simuler par la méthode de l'équilibrage harmonique tous les f_l (de 100 à 700 Hz) par pas de 5 Hz. Enfin, l'utilisateur constate si les perces extrêmes ont réussi à simuler des sons pour les notes d'intérêt, selon les 4 couples (P_b, μ_l) . S'il juge que les perces extrêmes simulent correctement toutes les notes, alors il considère l'espace de conception Ω valide, sinon, il peut essayer d'autres perces de Ω moins extrêmes et, si les difficultés de simulation persistent, modifier l'espace de conception.

Les difficultés peuvent provenir d'un problème mal posé. Par exemple, fréquemment, les simulations des régimes cinq et supérieurs ne sont possibles que sur un sous-espace trop étroit de l'espace de conception Ω . Cependant, la fonction objectif peut nécessiter ces régimes. Le problème est alors peu intéressant puisque l'espace de conception initialement choisi est fortement réduit. Par ailleurs, le modèle des lignes de transmission peut se révéler difficile à régler, et un ajustement des discrétisations de la perce en éléments simples, au cas par cas, doit être mené afin de s'assurer de la robustesse de l'entreprise.

3.3.4 Définition des ensembles Λ_k et modélisation de ψ

Une fois l'espace de conception Ω défini, il faut déterminer, pour chaque note k , l'ensemble Λ_k . En d'autres termes, il faut apprendre à l'ordinateur à jouer de la trompette quelle que soit la perce (c'est-à-dire trouver le(s) masque(s) qui condui(en)t à un son en auto-oscillation dont le critère de facilité de jeu est suffisant). En résumé, pour chaque problème, des milliers de simulations sonores sont produites en parcourant $\Omega \cup \Omega_{Ma}$ (Ω_{Ma} est l'ensemble des masques possibles, voir paragraphe 3.2.1), afin d'estimer les ensembles Λ_k . Par ailleurs, on profite de ces milliers de simulations pour modéliser la fonction ψ , afin de fournir des sons initiaux, les plus pertinents possibles, à la méthode de l'équilibrage harmonique.

Cette procédure se divise en 5 étapes pour chaque note :

1. estimation grossière des zones de $\Omega \cup \Omega_{Ma}$ menant à des auto-oscillations,
2. déduction des seuils s_k de l'Équation 3.7,
3. exploration fine des ensembles Λ_k ,
4. modélisation des ensembles Λ_k .
5. modélisation de ψ ,

Cette procédure constitue un "pré-traitement" des données préalable à l'optimisation. La Figure 3.7 schématise les 5 étapes.

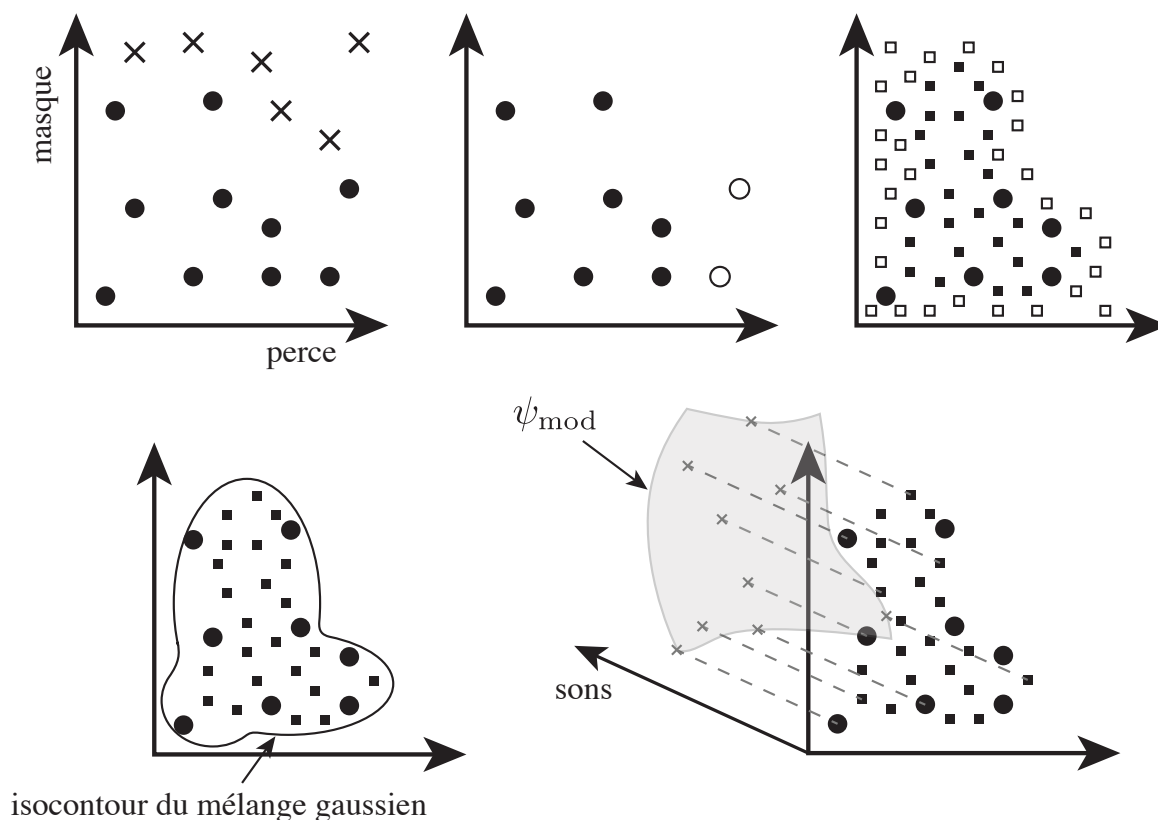


Figure 3.7 Schéma représentant les 5 étapes du pré-traitement. Par souci de simplicité, les Figures supposent qu'il n'y a qu'une dimension décrivant l'espace de conception et qu'une dimension décrivant l'espace des masques (alors qu'en réalité nous avons trois paramètres de contrôle du masque). Par ailleurs, elles ne représentent qu'une note. En haut à gauche, estimation grossière des couples perce/masque produisant des sons. Les ronds noirs sont des couples produisant un son contrairement aux croix noires. En haut au milieu, le filtrage par les seuils s_k . Les couples perce/masque symbolisés par un rond blanc ne produisent pas de son dont la valeur du critère de facilité de jeu dépasse le seuil. En haut à droite, exploration fine des espaces de masques "musicien". Les carrés noirs sont les couples perce/masque produisant un son dont la valeur du critère de facilité de jeu dépasse le seuil (contrairement aux carrés blancs). En bas à gauche, modélisation par un mélange gaussien des couples perce/masque "musicien", utilisée pour l'échantillonnage aléatoire des masques "musicien" lors de l'optimisation. En bas à droite, modélisation des sons en fonction des couples perce/masque à partir de surfaces de réponse (création de ψ_{mod}). Ce dernier schéma est une vue de l'esprit puisqu'il faut en fait 15 surfaces de réponse comme celle dessinée pour représenter un son (la fréquence et 7 amplitudes d'harmonique $\times 2$).

Étape 1 : exploration de $\Omega \cup \Omega_{Ma}$

La première partie consiste à explorer l'ensemble $\Omega \cup \Omega_{Ma}$. Les points de cet ensemble sont des couples perce/masque. Il n'est pas utile d'explorer avec un maillage fin cet ensemble à ce stade, étant donné qu'il y a ensuite une procédure de "filtrage" qui rejetterait la majorité des sons. En effet, une seconde exploration fine des zones dont les sons ont une valeur du critère de facilité de jeu suffisante permet d'obtenir les informations requises au bon déroulement de l'optimisation.

En pratique, pour une variable d'optimisation de dimension 5 ($\dim(\Omega)=5$), on entreprend un échantillonnage de 40 000 points par hypercube latin de l'espace $\Omega \cup \Omega_{Ma}$ (de dimension $\dim(\Omega)+3 = 8$). Un échantillonnage par hypercube latin (*Latin Hypercube Sampling* LHS) permet d'explorer un ensemble en s'assurant que les points de l'exploration soient suffisamment espacés les uns des autres [McKay *et al.*, 1979]. Ce chiffre de 40 000 est arbitraire et est lié à l'expertise de l'utilisateur.

Pour chaque point de cet échantillonnage, la méthode de l'équilibrage harmonique essaie de produire un son à partir de sons initiaux obtenus par la stratégie décrite au paragraphe 3.2.1. Dès qu'il y a convergence, l'exploration passe au point suivant. Au total, une dizaine d'heures CPU sur un processeur Intel Core i7 de 4ème génération⁵ sont nécessaires pour étudier toutes les notes. On obtient alors un nuage de points similaire à celui de la Figure 3.3, mais augmenté des dimensions de Ω . Le schéma en haut à gauche de la Figure 3.7 représente cette première exploration grossière (attention dans cette Figure le masque n'est représenté que par une variable pour simplifier les schémas).

Étape 2 : détermination des s_k

La seconde étape détermine pour chaque note le seuil s_k du critère de facilité de jeu.

On détermine la valeur de s_k comme étant la valeur du critère correspondant au 90ème percentile de la distribution des couples perces/masque qui ont convergé.

En d'autres termes, on isole pour chaque note k tous les couples perce/masque ayant produit un son à l'étape précédente. Ensuite, on ordonne, dans une liste, les couples selon leur valeur du critère de facilité de jeu. Enfin, on qualifie de "musicien" les couples perce/masque dont la valeur du critère de facilité de jeu fait partie des 10 premiers % de cette liste (ayant le critère de facilité de jeu le plus élevé). s_k est alors la plus petite valeur du critère de facilité de jeu des sons de ces couples perce/masque "musicien". C'est donc une borne inférieure en dessous de laquelle les sons ne sont pas considérés dans le calcul de la fonction objectif (raisonnement min-max).

Le pourcentage de 10% est choisi arbitrairement afin d'avoir un bon compromis entre variabilité

5. Intel Core i7-4650U (Haswell) bicœur avec 4 Mo de mémoire cache L3 de 1,7 GHz, 8 Go de mémoire DDR3L SDRAM cadencée à 1 600 MHz (MacBook Air mi-2013)

des sons produits et précision des moyennes calculées.

Ce seuil est déterminé en considérant toutes les perces de l'espace de conception. Ainsi sont directement exclues de l'espace de conception les perces ne produisant pas de sons dont le critère de facilité de jeu est supérieur aux seuils s_k correspondants. Ceci permet d'assurer un critère de qualité initial des perces étudiées. Le schéma en haut au milieu de la Figure 3.7 représente le filtrage des couples perce/masque (auxquels correspond un son) par le critère de facilité de jeu.

Étape 3 : Exploration fine des ensembles Λ_k

La première étape permet d'identifier grossièrement les zones menant aux auto-oscillations, la seconde étape détermine les seuils s_k . Il faut maintenant explorer finement les ensembles Λ_k pour deux raisons :

- afin de déterminer plus précisément, pour toute perce \mathbf{x} , les limites des paramètres des masques "musicien",
- afin d'obtenir, pour toute valeur des couples perce/masque, une liste de sons qui ont convergé vers l'auto-oscillation. Cette procédure permet de proposer des solutions initiales adaptées pour l'équilibrage harmonique, et ainsi accélérer la simulation lors de l'optimisation.

Pour chaque note k , l'ensemble Λ_k regroupe tous les sons dont le critère dépasse le seuil s_k . Les couples perce/masque "musicien" définis à l'étape précédente font donc partie de ces ensembles Λ_k . Par conséquent, on explore Λ_k en partant de ces couples.

Pour cela, on détermine un hypercube dans l'espace $\Omega \cup \Omega_{M_a}$, contenant l'ensemble des couples perce/masque "musicien" définis à l'étape précédente. Cet hypercube est échantillonné par un hypercube latin et les sons issus de ces couples perce/masque échantillonnés sont simulés. En pratique, pour un espace de conception Ω de dimension 5, les ensembles Λ_k sont échantillonnés par 2000 points. Ce chiffre de 2000 est lui aussi déterminé par l'expertise de l'utilisateur. De la finesse de cet échantillonnage dépendra la viabilité et la rapidité de l'optimisation. Il ne faut donc pas hésiter à dépenser un nombre conséquent de ressources à cette étape. La Figure 3.8 montre la projection d'une exploration des ensembles Λ_k sur Ω_{M_a} .

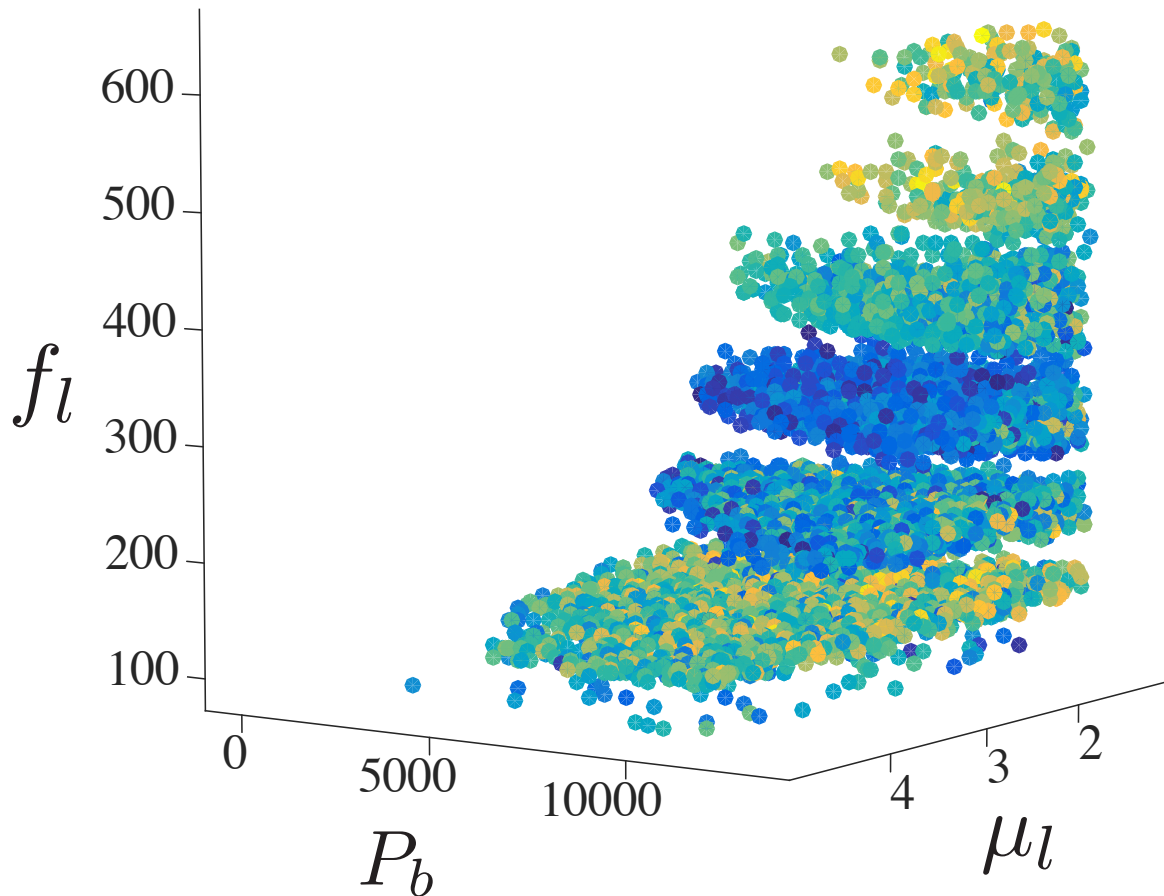


Figure 3.8 Exploration des ensembles Λ_1 à Λ_7 projeté sur Ω_{M_a} . Chaque nuage de points correspond à la projection d'un Λ_k . La couleur représente la position dans l'espace projeté, Ω .

Le schéma en haut à droite de la Figure 3.7 symbolise cette seconde exploration fine. Les carrés noirs sont les couples perce/masque qui mènent à des sons dépassant les seuils s_k .

Nous allons maintenant expliquer la méthode d'obtention de la forme des Λ_k . Ensuite, nous expliquerons comment la procédure de l'équilibrage harmonique, ψ , est accélérée durant l'optimisation, grâce à la modélisation de ψ (modèle supplémentaire à la modélisation de la fonction objectif J utilisée par l'algorithme d'optimisation). Il faut noter que cette dernière étape est spécifique à la méthode de simulation utilisées dans cette thèse. Elle n'aurait certainement pas été entreprise si une autre méthode de simulation avait été choisie.

Étape 4 : modèle de la surface des Λ_k

La connaissance d'un certain nombre de points appartenant à Λ_k , grâce à l'exploration de l'étape précédente, ne permet pas de construire φ directement⁶. En effet, φ est construit par un échantillonnage de l'ensemble $\Lambda_k(\mathbf{x})$ ⁷, or il est fort probable qu'aucun point de l'exploration des Λ_k n'appartienne à $\Lambda_k(\mathbf{x})$, car la perce \mathbf{x} n'a pas été visitée. De plus, si on pouvait construire φ à partir de l'exploration Λ_k , cela voudrait dire que, pour toute perce \mathbf{x} , suffisamment de masques "musicien" ont été simulés. L'optimisation n'aurait pas de sens et on pourrait conclure directement sur la perce optimale. Malheureusement, si Ω est défini à partir de 5 variables d'optimisation, alors il faut explorer des sous-ensembles de \mathbb{R}^8 (3 paramètres de contrôle du masque et 5 variables d'optimisation). Étant donné les temps de calcul, il est hors de question d'entreprendre une telle exploration. En d'autres termes, le "pré-traitement" présenté dans ce paragraphe et les paragraphes précédents vise notamment à lutter efficacement contre le fléau de la dimensionnalité.

Par conséquent, afin de construire φ pour toute perce \mathbf{x} , il faut modéliser la surface des ensembles Λ_k . Cette modélisation permet, à chaque itération de l'algorithme d'optimisation, de tirer aléatoirement des masques "musicien" dans les $\Lambda_k(\mathbf{x})$ pour construire φ .

La forme de Λ_k est modélisée par une méthode créée spécialement pour ce problème par l'auteur. Une méthode simple serait d'estimer l'enveloppe convexe des ensembles Λ_k , construite à partir des points de l'exploration des Λ_k . Cependant, la pratique montre que l'enveloppe convexe obtenue est trop large : une partie trop importante du volume de l'enveloppe n'appartient pas à Λ_k (bien que l'expérience montre que les ensembles sont simplement connexes, c'est à dire "sans trous"). En effet, pour une perce \mathbf{x} , un nombre important de simulations de masques tirés au hasard dans l'ensemble défini par l'enveloppe convexe, ne convergent pas ou convergent vers des sons ne dépassant les seuils s_k . Bien que ce problème n'empêche pas de construire φ , il ralentirait beaucoup trop la procédure d'optimisation.

Il faut donc une méthode qui épouse mieux les formes du nuage de points obtenu par l'exploration précédente. Nous nous sommes donc orientés vers des modèles de mélanges gaussiens. Ces modèles servent à estimer une distribution en la modélisant comme une somme de plusieurs gaussiennes. La variance, la moyenne et l'amplitude de chaque gaussienne étant déterminées via l'algorithme espérance-maximisation (EM). Cet algorithme nécessite un mélange initial de gaussiennes, ce qui influence le mélange final.

Afin de définir l'enveloppe du nuage de point on cherche de manière semi-automatique la valeur du mélange gaussien qui permet d'englober tous les couples perce/masque. On obtient finalement une

6. Pour rappel, selon une perce \mathbf{x} donnée, φ est l'ensemble de masques à simuler pour estimer les caractéristiques sonores utilisées lors du calcul de la fonction objectif J .

7. Pour rappel, les ensembles $\Lambda_k(\mathbf{x})$ sont la restriction des ensembles Λ_k à \mathbf{x}

isosurface délimitant les couples perce/masque "musicien". La Figure 3.9 présente une projection sur Ω_{M_a} d'une modélisation du nuage. En pratique, l'utilisateur lance plusieurs fois l'algorithme d'espérance-maximisation jusqu'à ce qu'il estime que la projection de l'isosurface sur Ω_{M_a} englobe le nuage de points. L'auteur est conscient de la difficulté opérationnelle de cette étape et l'a rendu automatique grâce à un autre processus existant dans les développements les plus récents du travail. Cette méthode automatique repose sur la distance moyenne entre les voisins du nuage de point.

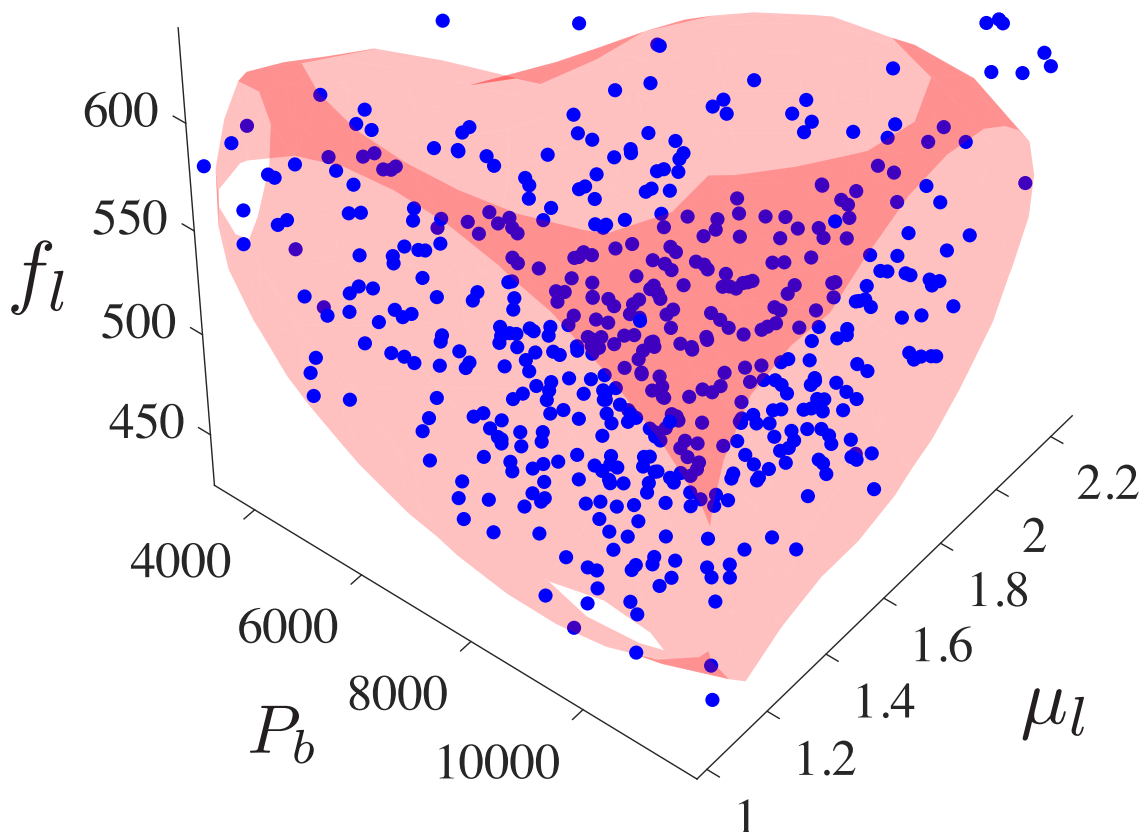


Figure 3.9 Modélisation de Λ_6 par un mélange gaussien. La limite du mélange gaussien entre les couples perce/masque "musicien" et perce/masque "quelconque" est symbolisée par la surface rouge. Les points bleus correspondent aux masques "musicien" obtenus par l'exploration de Λ_6 . Tout comme pour la figure 3.8, on observe la projection du mélange et des points sur l'espace Ω_{M_a} .

Le schéma en bas à gauche de la Figure 3.7 représente l'isocontour obtenu par le mélange de gaussiennes qui délimite l'ensemble de couples perce/masque "musicien".

Étape 5 : modélisation de ψ

La modélisation consiste à déterminer une fonction ψ_{mod} qui prédit le son obtenu à partir d'une perce \mathbf{x} et d'un masque M_a . C'est donc une fonction en tout point similaire à ψ définissant la méthode de l'équilibrage harmonique.

Le modèle est créé à partir de surfaces de réponse, de manière supervisée. Dans notre cas, le but des surfaces de réponse est de prédire un son en fonction d'un couple perce/masque. C'est une méthode dite supervisée. Il faut donc fournir un ensemble d'apprentissage constitué de couples perce/masque et des sons associés. Cet ensemble d'apprentissage permet de construire les surfaces de réponse, afin que, pendant la procédure d'optimisation, elles fournissent le son initial à l'équilibrage harmonique le plus juste possible en fonction d'un couple perce/masque.

En pratique, chaque composante de ψ_{mod} ($\psi_{\text{mod } f}$, $\psi_{\text{mod } P_1}$, ..., $\psi_{\text{mod } P_6}$) est modélisée de manière indépendante par une surface de réponse polynomiale d'ordre 2 (on modélise de manière indépendante les parties réelles et imaginaires des amplitudes P_i). Ainsi, pour chaque note k , on construit $1+7 \times 2 = 15$ surfaces de réponse. L'ensemble d'apprentissage contient les couples perce/masque et les sons associés obtenus lors de l'étape précédente (exploration des Λ_k). Chacune de ces surfaces de réponse est construite par la méthode OLS (Ordinary Least Square) décrite au paragraphe 3.4.5.

La surface de réponse polynomiale d'ordre 2 a été sélectionnée à la suite d'une validation croisée "leave-one-out", entre toutes les surfaces de réponse disponibles, voir paragraphe 3.4.5.

Le schéma en bas à droite de la Figure 3.7 représente une des 15 surfaces de réponse utilisées pour modéliser le son à partir des couples perce/masque.

3.3.5 Résumé de la procédure d'optimisation complète

Toutes les étapes de la procédure d'optimisation ayant été présentées en détail, le schéma complet est reconstitué ci-après.

Tout d'abord, un problème d'optimisation est formulé de manière théorique en spécifiant l'espace de conception puis la fonction objectif et les contraintes. La viabilité du problème est vérifiée pour savoir si les perces produites sont jouables à tous les régimes d'intérêt, par la méthode décrite au paragraphe 3.3.3.

Les seuils s_k sont déterminés, et les ensembles Λ_k sont peuplés par des explorations basées sur des échantillonnages par hypercube latin. Cette exploration permet de créer un modèle ψ_{mod} qui propose des sons initiaux à la méthode de l'équilibrage harmonique. Elle permet aussi de modéliser la surface des ensembles Λ_k afin de pouvoir construire φ .

Ensuite, l'optimisation à proprement parler commence en proposant une perce \mathbf{x}_0 initiale. À chaque

itération i , pour chaque note k , à partir de la perce \mathbf{x}_i , un masque M_a est tiré aléatoirement dans l'ensemble $\Lambda_k(\mathbf{x}_i)$. À partir du modèle ψ_{mod} , on détermine un son initial connaissant \mathbf{x}_i et M_a . Si la simulation par équilibrage harmonique échoue, alors les sons des 5 plus proches voisins du couple (\mathbf{x}_i, M_a) dans l'ensemble des couples perce/masque obtenus lors de l'exploration de Λ_k sont proposés. Si, de nouveau, ces 5 sons initiaux ne permettent pas de faire converger la méthode de l'équilibrage harmonique, alors on utilise la stratégie décrite au paragraphe 3.2.1.

Cette opération est répétée jusqu'à ce que l'ensemble φ_i soit complet. En pratique, pour chaque note, on souhaite obtenir les sons de 100 masques "musicien" afin d'estimer convenablement la valeur des caractéristiques sonores.

Lorsque φ_i est complet, les caractéristiques moyennes, nécessaires aux calculs de la fonction objectif et des contraintes, sont évaluées, puis la fonction objectif et les contraintes sont calculées. Leurs valeurs sont renvoyées au logiciel NOMAD qui propose alors une nouvelle solution x_{i+1} .

La Figure 3.10 résume sous forme de schéma bloc cette procédure.

3.3.6 Les trois mécanismes de résolution du problème

Cette méthodologie complexe repose sur l'usage concomitant de trois processus imbriqués les uns dans les autres. Ces trois processus sont :

- la discrétisation fine de l'espace perce/masque,
- les métamodèles des sons (ψ_{mod}) et de la fonction objectif,
- la recherche directe (MADS).

Il est important de comprendre que si chaque processus seul est conduit jusqu'à son terme, le problème d'optimisation est résolu. En effet :

- si la discrétisation est suffisamment fine, il est alors possible de calculer la fonction objectif pour toute perce de l'espace de conception, permettant ainsi de trouver la solution au problème. Malheureusement, le fléau de la dimensionnalité, lié à l'augmentation du nombre de variables d'optimisation, interdit une telle discrétisation.
- si les métamodèles sont suffisamment précis, la position de l'optimum est alors connue. Malheureusement, la définition d'un métamodèle suffisamment précis nécessite beaucoup d'effort et dépend du problème étudié.
- si les ressources disponibles pour la résolution du problème sont suffisantes, la recherche directe MADS sans aucun pré-traitement obtiendra l'optimum.

Étant donné qu'aucun de ces 3 processus ne peut être employé seul, une combinaison est entreprise :

- l'exploration de l'espace perce/masque permettant d'obtenir la "silhouette" du problème,

- la modélisation pour "préciser" la forme du problème,
- la recherche directe pour "exploiter" le problème et obtenir l'optimum.

Enfin, selon les objectifs d'optimisation de chacun et les ressources disponibles pour les pré-traitements, il est possible de modifier l'usage de chacun de ces processus. Seul la rapidité de convergence en est affecté et non le résultat.

3.4 Application

3.4.1 Résumé introductif

Cette partie reprend un article publié dans le *Journal of Mechanical Design*, co-signé avec Bastien Talgorn, Jean-François Petiot, Michael Kokkolaras et Joël Gilbert : "Brass instruments Design Using Physics-Based Sound Simulation Models and Surrogate-Assisted Derivative-Free Optimization" [Tournemene *et al.*, 2017].

Deux cas d'application de la méthode décrite en détail précédemment sont présentés. Après une introduction recentrant l'objectif et les contributions de la méthode d'optimisation développée, le modèle physique, la formulation du problème d'optimisation et la méthodologie employée sont décrits. Ensuite, la méthode MADS est résumée et les différents modèles de l'étape de recherche de l'algorithme sont décrits en détail (voir paragraphe 3.4.5). On produit alors 4 versions différentes de l'algorithme d'optimisation possédant chacune une étape de recherche différente.

Deux exemples d'application, concernant l'optimisation de la perce d'une trompette, sont présentés. L'espace de conception du premier problème est de dimension 2, correspondant aux deux rayons situés à un tiers et deux tiers de la branche d'embouchure (voir Figure 3.6). L'espace de conception du second problème est de dimension 5, la première dimension étant la profondeur de l'embouchure, et les 4 autres les rayons également répartis sur la branche d'embouchure. La fonction objectif étudiée pour ces deux problèmes est la justesse des régimes 2 à 5 de la trompette jouée à vide.

La procédure d'optimisation est lancée 20 fois pour chaque algorithme d'optimisation afin de tester la robustesse de la méthode. Les résultats montrent que la méthode minimise efficacement la fonction objectif aussi bien pour le problème à 2 variables que le problème à 5 variables.

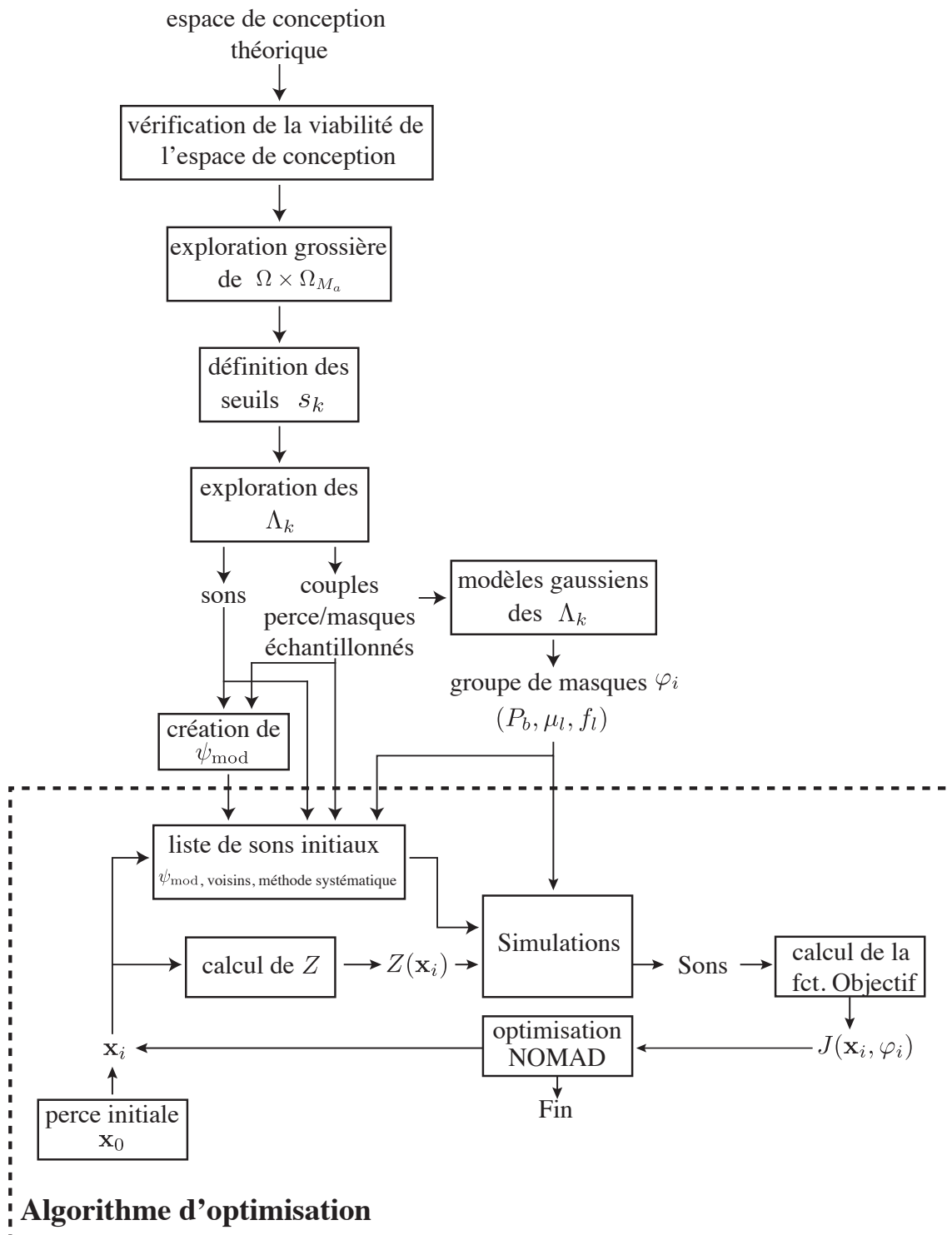


Figure 3.10 Schéma-bloc décrivant la procédure complète.

Brass instruments Design Using Physics-Based Sound Simulation Models and Surrogate-Assisted Derivative-Free Optimization

Robin Tournemenne, Bastien Talgorn, Jean-François Petiot,
Michael Kokkolaras, Joël Gilbert

3.4.2 Introduction

The study of sound quality and playing properties of musical instruments is critical to improving the design of the latter. This is not a trivial task because sound quality is influenced by objective acoustic characteristics of the instrument and subjective criteria related to players' feelings, tastes and preferences. Two main kinds of studies aim at addressing this issue. On one hand, the quality can be assessed by listeners or players (subjective quality) during evaluation tests [Fritz et Dubois, 2015]. When conducting this kind of tests, it is necessary for the researchers to control precisely the design parameters of the instrument and the testing environment, to assess the reliability of the evaluations, and to define how to deal with inter-individual differences. On the other hand, the quality can be quantified by physical measurements on the instruments (objective quality) [Campbell, 2004].

For the brass instruments considered in this paper, the single most important physical measurement that characterizes behavior is the acoustic input impedance of the resonator [Campbell, 2004] : it yields the magnitude of the acoustic response to a forced oscillation. It can be either measured or computed with an acoustic model [Caussé *et al.*, 1984], and is a function of the inner shape of the pipe (called the “bore”). For example, the typical input impedance of a trumpet presents several peaks of impedance that represent the acoustic resonances of the pipe (see Figure 3.11).

When playing, the musician produces a sound whose frequency (i.e., the playing frequency) is close to the resonance frequency of an impedance peak [Benade, 1966]. At first approximation, the playing frequency (which influences intonation) is then mainly governed by the corresponding peak of impedance. The challenge for an instrument maker is to define a bore that will produce notes with precise intonation.

With this in view, many researchers have used an optimization approach to design an instrument's inner shape with a given set of properties concerning input impedance. Kausel used genetic algorithms and the Rosenbrock minimization procedure to optimize the intonation of brass instru-

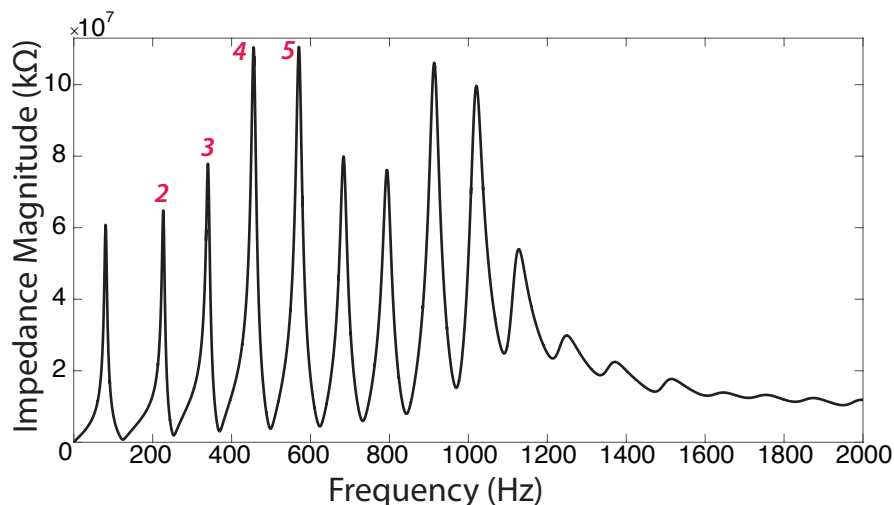


Figure 3.11 Typical input impedance Z of a Bb trumpet (magnitude), showing the resonances 2, 3, 4, 5 of the instrument

ments [Kausel, 2010]. Different criteria for bore optimization of the trombone can be found in [Braden *et al.*, 2009]. Noreland used gradient-based algorithms to optimize the intonation of horns using a model for impedance calculation that combines a one-dimensional transmission line model with a two-dimensional finite element model [Noreland, 2003a]. Poirson *et al.* propose the integration of subjective and objective assessments of designs into the optimization process [Poirson *et al.*, 2007]. A perceptual study has been conducted on a set of trumpets to define the target frequency ratio for the resonances of impedance.

However, even if valuable, these approaches focus only on the performance of the instrument alone, neglecting a crucial element in playing an instrument : the musician. The studies of Eveno *et al.* showed in particular that the relations between the resonance frequencies of the impedance and the actual frequencies of the sounds played by musicians can be significantly different [Eveno *et al.*, 2014]. Although interesting information can be given by the impedance concerning the intonation of an instrument, it is still very difficult to predict the “playability” and sound qualities of brass only based on the impedance.

A second approach in the characterization of a musical instrument is the use of a physics-based model that models not only the instrument, but also its interaction with the musician. In this context, sound simulations by physics-based modeling are interesting because they can simulate the function of instruments in a realistic way, as far as the underlying physics are captured adequately [Petiot *et al.*, 2013]. For example, time domain simulations are presented in [Woodhouse *et al.*, 2012], where the authors investigate perceptual differences between simulated guitar sounds obtained by modifications of the mechanical parameters of the body. Sound simulations by physics-based mo-

deling constitute a promising means to study and improve the function of musical instruments, but their use is limited when it comes to instrument design [Campbell, 2004].

The main objective of this work is to present a new paradigm for the design and optimization of brass musical instruments. The novelty of the approach lies in the integration of sound simulations, obtained from a physics-based model that takes into account the interaction of the instrument with a virtual musician, into the optimization process. To illustrate the approach, we will demonstrate it on a particular brass instrument, the trumpet. The implemented simulation method (the harmonic balance technique [Gilbert *et al.*, 1989]) allows the computation of sounds in a permanent regime (auto-oscillations), which is representative of the shape of the resonator according to control parameters of the virtual musician embouchure (the mechanical parameters of the excitatory system). Playing frequencies and the spectra of different notes of the tessitura of a trumpet can then be characterized using these simulations. Various virtual embouchures, that lead to convergence of the system toward auto-oscillations, are considered to produce simulations that are representative of the resonator. Due to the high computational cost of this approach and the difficulty to estimate gradients due to the stochastic nature of the objective function of the optimization problem, a surrogate-assisted optimization framework that utilizes the derivative-free Mesh-Adaptive Direct Search (MADS) algorithm is adopted.

The paper is organized as follows. We first present extended details about the trumpet's function, the physics-based brass model and the simulation technique to clarify the sound simulation method. We then formulate the optimization problem and describe the principles of the MADS algorithm and the framework for surrogate-assisted optimization. Finally, we conduct two case studies concerning the shape optimization of trumpets with two and five design variables, respectively, and draw conclusions.

3.4.3 Trumpet Modeling

Brass instruments are wind instruments that produce sounds by the coupling of an excitor (the lips of the musician) to a resonator (the body of the instrument). The main parts of the resonator are the mouthpiece (a short removable piece of metal on which the musicians place their lips), the leadpipe (a roughly conical part, essential to the intonation of the instrument), and the flaring bell (see Figure 3.12). Three valves are necessary to adjust the length of the resonator and to obtain chromatic scales.

The characteristics of a played note and its timbre depend mainly on the inner shape of the resonator (the bore) and, of course, on the musician's technical ability and skill. From a pressure P_m in the mouth of the musician (typical values measured on trumpet players are from 1 kPa to about 12 kPa), the lips act as a vibrating valve that modulates the air flow into the instrument [Campbell,

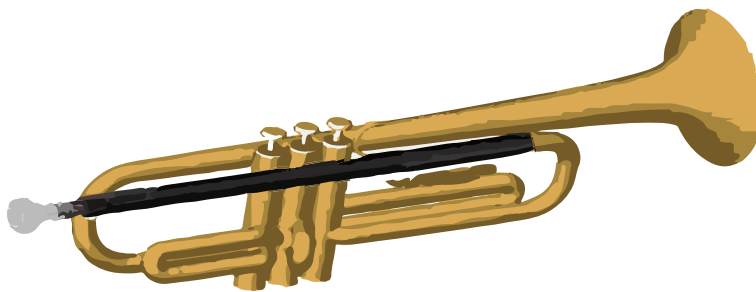


Figure 3.12 Definition of the main parts of the trumpet : the mouthpiece (in grey), the leadpipe (in black) and the flaring bell

2004]. The column of air in the instrument vibrates, according to the resonance frequencies of the resonator. A regime of oscillations is created as a result of the complex coupling between the resonator and the lips. It is important to mention that this coupling is the result of the reaction of the resonator on the lips : vibrations of the lips are facilitated at frequencies which correspond to the resonance frequencies of the bore. With the same bore, several notes can be obtained, corresponding to different regimes of oscillations governed by the resonance frequencies. To obtain a chromatic scale (all 12 possible notes included in an octave), the musician uses valves that change the bore length, thus the resonance frequencies.

From an acoustic point of view, the resonator alone can be characterized by its input impedance Z , showing the resonance frequencies of the bore (see Figure 3.11). It represents the response of the instrument in forced oscillations for a given frequency range and shows several peaks (corresponding to resonances) that are used to play the different notes. Z can be either measured on a real instrument [Dalmont et Le Roux, 2008] or modeled using an acoustic model of the wave propagation in the resonator. From the definition of the geometry of the resonator, the input impedance can be computed using the transmission line modeling [Caussé *et al.*, 1984]. This model considers the inner shape of the instrument as a concatenation of simple geometries as cylinders, cones, Bessel horns, exponential horns and discontinuities (see Figure 3.13 for an example of the bore geometry of a trumpet), for which the expressions of the input impedance are explicit with a transfer matrix modeling. The input impedance of the entire instrument is finally computed by taking the product of the matrices of all the elements (transfer matrix of a horn). The model considered in this paper takes into account plane-wave propagation and visco-thermal losses, but more advanced models with bents, wall energy losses, and multi-modal approaches for flaring-bells could be utilized.

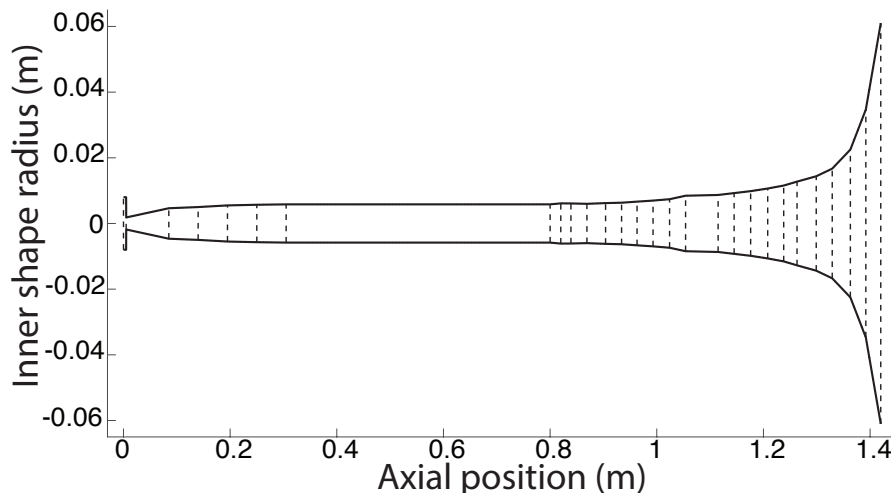


Figure 3.13 Bore geometry of a trumpet, described as a series of conical and cylindrical segments

Physics-based Model

The physics-based model of brass instruments available in the literature is given by

$$p(j\omega) = Z(j\omega)v(j\omega), \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2H(t)}{dt^2} + \frac{2\pi f_l}{Q_l} \frac{dH(t)}{dt} + (2\pi f_l)^2(H(t) - H_0) = \frac{P_m - p(t)}{\mu_l}, \quad (3.17)$$

$$\text{and } v(t) = bH(t) \sqrt{\frac{2(P_m - p(t))}{\rho}}. \quad (3.18)$$

While this work considers trumpets, the same model can be employed for any reed instrument. In general, the input impedance paradigm is commonly used for wind instruments. Moreover, this approach can be extended to any auto-oscillating musical instrument, such as bowed strings, flutes/organs, human voices, and, of course, other brass and reed instruments. These three equations represent the behavior of the different parts of the system [Campbell, 2004]. They couple three time-varying variables : the opening height $H(t)$ of the two lips, the volume flow $v(t)$ and the pressure $p(t)$, in the mouthpiece. Equation (3.16), with the frequency domain notation, describes the acoustic behavior of the resonator. It represents the impedance Z of the instrument, defined as the ratio of acoustic pressure in the mouthpiece $p(j\omega)$ to the acoustic volume flow $v(j\omega)$ entering the instrument. Equation (3.17) describes the mechanical behavior of the lips of the musician considered as a mechanical oscillator with one degree of freedom. Said degree of freedom is the opening height $H(t)$ between the two lips ($H(t) = 0$ is numerically imposed if $H(t) < 0$). Equation (3.18) describes the coupling between the lips and the trumpet. Obtained by expressing the Ber-

noulli theorem, it represents a nonlinear coupling between the pressure in the mouthpiece $p(t)$, the opening height of the lips $H(t)$, and the volume flow $v(t)$.

While more elaborate models may be developed by refining the description of the system, the model presented above is sufficient to characterize the underlying physics and the sound perception of brass instruments. [Petiot et Gilbert, 2013] and [Tournemenne *et al.*, 2016a] examine the perceptual differences in the simulated sound of different trumpets, producing sounds using the model of Equations (3.16), (3.17) and (3.18). When the dimensions of two instruments differ significantly (order of millimeters), human participants are able to distinguish among simulated sounds. When the dimensions are very similar (order of some tenths of mm), different simulated sounds can not be distinguished by the participants.

Several parameters are introduced in this model : (1) the parameters concerning the musician's embouchure are P_m (the pressure in the mouth), f_l (the resonance frequency of the lips), μ_l (the area density of the lips), b (the width of the lips), H_0 (the rest value of the opening height of the lips), Q_l (the quality factor of the resonance of the lips); (2) the input impedance Z of the trumpet and (3) the air density ρ . Numerical solutions $p(t)$ of this system of equations can be computed to simulate the sound created by a given trumpet (defined by its input impedance Z) and for a given "virtual musician embouchure" (defined by its control parameters).

Simulations Using the Harmonic Balance Technique

The harmonic balance technique is a particular method used to obtain numerical solutions of the physics-based model described above. This technique simulates sounds in a permanent regime (steady state) in the frequency domain. The principle is to compute (if it exists) a converging periodic solution of the pressure $p(t)$ of the system, taking into account a given finite number N of harmonics in a truncated Fourier series (Equation (4.4)) :

$$p(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi n F t + \varphi_n). \quad (3.19)$$

Assuming that the solution $p(t)$ of the system of equations is harmonic, the unknown values of the simulations are the amplitudes of the harmonics A_n , the phases φ_n , and the playing frequency F . A numerical solution $p(t)$ of the auto-oscillating system satisfying the equations (3.16), (3.17) and (3.18) can be defined if the system converges towards a stable solution (more details can be found in [Gilbert *et al.*, 1989]).

Control Parameters of the Simulations

To perform a sound simulation, it is necessary to define the relevant values (i.e., the values that lead to a convergence towards a steady-state sound for a given note) for the parameters of the musician embouchure (in other words, it is necessary to “teach” the computer how to play the trumpet). For a given note, the experience shows that many embouchures may lead to a steady-state note. The choice of the ranges of the parameters is based both on numerical tests of the simulations and on measurements on real trumpet players. In this study the values of b , Q_l , H_0 are considered as fixed [Cullen *et al.*, 2000]. The three variables P_m , μ_l and f_l are considered as control parameters of the simulations, and constitute the virtual embouchure. As for a real trumpet player, the pressure P_m in the mouth influences mainly the dynamics of a simulated sound. Since experimental measurements on real musicians provided maximum values around 12 kPa for the pressure in the mouth [Fletcher et Tarnopolsky, 1999], the range of values selected in this study runs from 6 kPa to 9 kPa which corresponds roughly to mezzoforte (*mf*) dynamics. The values of μ_l range from 1 to 6 kg/m² [Cullen *et al.*, 2000]. Finally, the frequency of the lips f_l is the parameter that allows the selection of the played regime (note) : the higher the value of f_l , the higher the simulated regime. Exploration tests led to a range for f_l that spans from 130 Hz to 480 Hz to simulate the 2nd, 3rd, 4th and 5th regime of the Bb trumpet with no valve pressed, the regimes considered in this study. These regimes correspond to the musical notes Bb3, F4, Bb4, D5 – concert-pitch, see Figure 3.14.



Figure 3.14 Musical notation of the notes Bb3, F4, Bb4 and D5 of the Bb trumpet that are simulated in this study

A summary of the values of the control parameter considered in this study are given in Table 4.1. These values were selected because they generally lead to a convergence of the auto-oscillations toward a periodic solution.

Given that the impedance model is limited in frequency (see Figure 3.11), it is not relevant to consider many harmonics for the sound simulation. Above 3000 Hz, the magnitude of the impedance is flat and no difference between trumpets is noticeable. Therefore, the number N of harmonics considered for the simulations has been bounded to 3000 Hz. For the two highest notes, Bb4 (466.16 Hz) and D5 (587.33 Hz), this allows roughly the computation of 5 or 6 harmonics. All the sounds have thus been simulated with $N=6$ harmonics. In conclusion, for a given trumpet (characterized

Tableau 3.2 Values of the control parameters for the simulations considered in the study (virtual musician embouchure)

Definition	Notation	Value
Resonance frequency of the lips	f_l (Hz)	130 to 480
Mass per area of the lips	μ_l (kg/m^2)	1 to 6
Pressure in the mouth	P_m (kPa)	6 to 9
Width of the lips	b (mm)	10
Rest value of the opening height	H_0 (mm)	0.1
Quality factor of the resonance	Q_l	3

by its input impedance Z) and for a virtual musician embouchure (characterized by the parameters P_m , μ_l , f_l , b , H_0 and Q_l), the simulations generate 1 note, corresponding to one of the regimes 2, 3, 4 and 5 of the trumpet. Each note is characterized by its playing frequency F and by the amplitudes and phases of its 6 first harmonics.

3.4.4 Optimization Problem Formulation

The design optimization problem of an instrument can be formulated as

$$\min_{\mathbf{x} \in \Omega} J(\mathbf{x}), \quad (3.20)$$

where $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ is the objective function, and \mathbf{x} represents the design parameters of the instrument. The design space Ω is a subset of \mathbb{R}^n delimited by box (bound) constraints. Specifically, the optimization variables are the geometric parameters that define the inner shape of the bore (see Figure 3.13). To facilitate the input impedance calculations, the bore is approximated by a series of conical and cylindrical waveguide segments. Consequently, \mathbf{x} is a vector of geometric quantities such as the lengths and radii of cylinders or cones. Ω corresponds to constraints applied on \mathbf{x} to obtain viable trumpet shapes.

In this work, we estimate the quality of an instrument by its intonation. Other possible descriptors (based on timbre or volume) can be found in the literature; however, there is no consensus in the community regarding the quality of sounds. These disagreements notwithstanding, there is strong consensus that a trumpet playing in tune is desirable. Therefore, our objective function J is a descriptor of the instrument's intonation : it is computed from the playing frequencies F produced by the simulations for the different regimes of the instrument (see Figure 3.15).

Computation of the Objective Function

The flowchart of the process for optimizing the shape of a trumpet bore using physics-based sound simulations is depicted in Figure 3.15. The input impedance is computed based on the design vec-

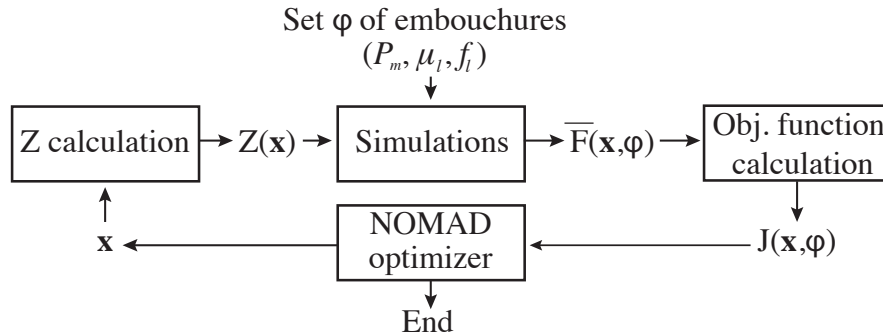


Figure 3.15 Flowchart of the optimization process

tor \mathbf{x} representing the resonator's geometry. The harmonic balance technique simulates P different notes based on the calculated input impedance $Z(\mathbf{x})$ and some virtual embouchures chosen in a set φ of possible embouchures (see next paragraph for their definition). While various virtual embouchures are considered, only the ones that lead to convergence of the system toward auto-oscillations are selected. This selection process is a crucial step in the method and is described in more detail in the next paragraph.

For each note i , the average (across different embouchures) playing frequency $\bar{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$ is computed. The intonation of the note is assessed by the deviation of the expected playing frequency from the actual playing frequency as simulated using the physics-based model. To compute this deviation, the cent logarithmic unit is used because it is standard to compare musical pitches (there are no scaling issues), given that human perception of pitches is based on frequency ratios (one cent corresponds to a frequency ratio equal to a hundredth of a semitone). To compute this deviation, a reference (tuning) note and a reference scale (considered as the correct intonation) are necessary. Trumpet players tune generally their instrument on the 4th regime of the trumpet with no valve pressed (Bb4, concert pitch), so it is used as the reference note.

The equal-tempered scale (which means that the octave is divided in 12 equal semi-tones) is chosen as the reference scale given its worldwide use in occidental music. While it is possible to consider customized musical temperament for a particular trumpet player, such consideration is beyond the scope of this paper. For every note i , the equal-tempered deviation between the average frequency

of the i^{th} note, $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$, and the reference frequency $\overline{F}_{ref}(\mathbf{x}, \varphi)$ is given by

$$\text{ETD}(\mathbf{x}, i, \varphi) = \alpha_{ref \rightarrow i} - 1200 \log_2 \left(\frac{\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)}{\overline{F}_{ref}(\mathbf{x}, \varphi)} \right), \quad (3.21)$$

where $\alpha_{ref \rightarrow i}$ is the difference between the reference note *ref* and the targeted note *i* given by the equal-tempered scale (-500 cents for example between Bb4 and F4 between which the interval is a descending fourth). The objective function $J(\mathbf{x}, \varphi)$ for the whole instrument is the average of the absolute deviation across the ($P-1$) notes (note that the deviation between the reference note and the 4th note is always equal to zero) :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = \frac{1}{P-1} \sum_{i \in \text{Notes}} |\text{ETD}(\mathbf{x}, i, \varphi)|. \quad (3.22)$$

The main challenge in the proposed approach lies in the convergence of the simulations toward auto-oscillations. This refers to the instability of nonlinear systems for which no theoretical solutions are available. For a given instrument geometry, appropriate virtual embouchures must be selected to ensure that the simulations converge toward a sound in a permanent regime. Furthermore, similar to an inexperienced player that would blow a trumpet with a terrible sound, the virtual embouchure must be carefully selected in order to produce realistic sounds. A preprocessing of the simulations is thus necessary to obtain, for different geometries of instruments, a set of appropriate embouchures that converge toward realistic sounds. To that end, a criterion has been defined to represent the amplitude of the simulated sound relatively to the pressure in the mouth. If the amplitudes of the harmonics are large enough relative to the mouth pressure P_m produced by the virtual musician, the embouchure is considered appropriate. For a given note, a sound is considered realistic if

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^6 A_i^2}}{P_m} \geq \text{Threshold}. \quad (3.23)$$

An exploration of the design space according to the embouchure parameters is carried out to determine the threshold for each note and to build a map of appropriate embouchure–geometry couples. If \mathbf{x} is in \mathbb{R}^2 , the space to explore has 5 dimensions : 2 geometric variables and 3 embouchure variables (P_m, μ_t, f_t). To explore this space, a five-dimensional Latin hypercube is built and every sample is simulated. This constitutes the preprocessing of the parameters of the simulations. The thresholds are adjusted to select 10% of the simulated sounds for a given note. A map of appropriate embouchure–geometry couples is drawn from the previously selected sounds (using a Gaussian mixture model that fits the distribution).

It is important to mention that the average playing frequency $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$ is an average value across a

finite set of embouchures. Furthermore, this set of embouchures is not deterministic, given that the preprocessing determination of appropriate embouchures is stochastic (random sampling using the Gaussian mixture model). The consequence is that the objective function $J(\mathbf{x})$ is not deterministic (two consecutive calculations may give different results). In practice, a set of 100 embouchures is simulated to provide an estimation of $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$ for one note.

3.4.5 Surrogate-assisted derivative-free optimization methodology

Since the objective function is the result of a stochastic simulation, derivatives are not available and cannot be approximated reliably. Therefore, we use a rigorous derivative-free algorithm with convergence properties, MADS [Audet et Dennis, Jr., 2006; Audet *et al.*, 2014; Le Digabel, 2011], available via the NOMAD software. This algorithm is based on the search-and-poll paradigm introduced in [Booker *et al.*, 1999]. The search step can implement any user-defined method to obtain promising candidates. The poll step determines candidates around the incumbent solution; it ensures the convergence of the algorithm towards a local optimum. In this work, we use a variation of the surrogate-assisted optimization framework proposed in [Talgorn *et al.*, 2015]. The basic idea is that we use surrogate models of the “true” physics-based sound simulation model to i) formulate and solve a surrogate problem in the search step to obtain a promising candidate and ii) rank-order the candidates generated by the poll step. We then use the “true” physics-based sound simulation model to evaluate opportunistically all these candidates in order to determine the next iterate.

Mesh Adaptive Direct Search

At each iteration k of the MADS algorithm, the trial points must lie on a mesh M_k defined as

$$M_k = \{\mathbf{x} + \Delta_k^m D\mathbf{z} : \mathbf{z} \in \mathbb{N}^{n_D}, \mathbf{x} \in \mathbf{X}_k\} \subset \mathbb{R}^n, \quad (3.24)$$

where Δ_k^m is the mesh size parameter, the columns of $D \in \mathbb{R}^{n \times n_D}$ form a positive spanning set of n_D directions in \mathbb{R}^n [Le Digabel, 2011], and $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p\} \subset \mathbb{R}^n$ denotes the set of points already evaluated.

During each search step, an ensemble of surrogate models of the “true” physics-based sound simulation model use to evaluate the objective function J is built using previous evaluations. The considered ensemble of surrogate models is described in the next section. The best surrogate model is selected, and a second instance of MADS is used to obtain the design that minimizes it. This instance of MADS uses two starting points : the incumbent solution of the problem, and (if available) the point returned by the previous search. This design is then projected on the mesh M_k and evaluated using the “true” physics-based sound simulation model. If this candidate leads to an

improvement of the solution, the surrogate model ensemble is updated, and the search is repeated. Otherwise, the algorithm continues with the poll step.

During each poll step, the poll set is defined as $P_k = \{\mathbf{x}_k + \Delta_k^p \mathbf{d}, \mathbf{d} \in D_k\}$, where D_k is a set of normalized directions such that these directions are positively spanning of \mathbb{R}^n such that $P_k \subset M_k$; the interested reader can refer to [Audet et Dennis, Jr., 2006] for details. The poll set is then sorted using the surrogate model, and the points are evaluated using the “true” physics-based sound simulation model in an opportunistic manner, which means that the evaluation of P_k is interrupted if a candidate leads to an improvement of the solution. In this case, the mesh and poll size parameters are increased so that the algorithm progresses faster toward a better solution. Otherwise, these parameters are reduced, which means that the next poll will look for trial points in a closer neighborhood. A fundamental aspect of the MADS algorithm is that the mesh size decreases faster than the poll size, which means that the set of polling direction becomes dense in \mathbb{R}^n once normalized (see Figure 3.16).

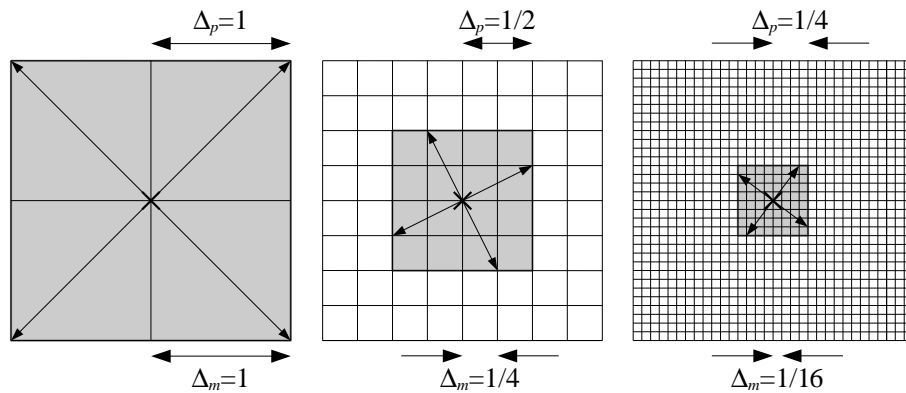


Figure 3.16 MADS poll and mesh sizes for a two-dimensional problem

Surrogate Models

To build a robust and accurate surrogate model of the “true” objective function, we rely on an ensemble of surrogate models [Goel *et al.*, 2007; Viana *et al.*, 2008; Acar et Rais-Rohani, 2008]. At the beginning of each search step, 17 different surrogate models (see Table 3.3) are built. For each of these models, an error metric is computed to enable the selection of the best model at the beginning of each search or poll step. The selected model is then used in the search step to provide an interesting candidate and in the poll step to order the poll candidates. An alternative to the use of ensembles of surrogates is the selection of one type of model and the optimization of its parameters. The selection of the best surrogate type, however, can be difficult to do in advance : in part because of the variety of options available, and in part because the most suitable type may change as the

optimization process unfolds. Moreover, the optimization of the parameters of the surrogate may be computationally expensive. In [Audet *et al.*, 2016], we showed that the use of ensembles of models is a robust and efficient approach for surrogate-assisted optimization.

Tableau 3.3 List of surrogate models built during the search step

#	Model type	Degree	Ridge param. r	Shape param. λ	Kernel $\phi(d)$
1	PRS	1	0	N.A.	N.A.
2		1	0.001		
3		2	0		
4		2	0.001		
5		3	0		
6		6	0.001		
7	KS	N.A.	N.A.	0.1	$e^{-\lambda^2 d^2}$
8				0.3	
9				1.0	
10				3.0	
11				10.0	
12	RBF	1	0.001	0.3	$e^{-\lambda^2 d^2}$
13				1.0	
14				3.0	
15				10.0	
16				N.A.	
17				N.A.	$d \log(d)$

The rationale behind updating all surrogates at every iteration is that the best model can vary. The surrogates are built using three different modeling techniques : Polynomial Response Surfaces (PRSs) [Acar et Rais-Rohani, 2008; Müller et Piché, 2011; Queipo *et al.*, 2005], Kernel Smoothing (KS) [Acar et Rais-Rohani, 2008; Hastie *et al.*, 2001], and Radial Basis Functions (RBFs) [Buhmann, 2003; Acar et Rais-Rohani, 2008; Viana *et al.*, 2013; Müller et Piché, 2011; Queipo *et al.*, 2005]. For each of these modeling methods, previously generated data $[\mathbf{X}, J(\mathbf{X})]$ are used to build a surrogate \hat{J} of the function J .

Polynomial Response Surfaces A PRS model is a linear composition of polynomial basis functions

$$\hat{J}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^q c_j h_j^{PRS}(\mathbf{x}), \quad (3.25)$$

where the coefficients $\mathbf{c} = \{c_j\}_{j=1,\dots,q} \in \mathbb{R}^q$ are computed by Ordinary Least Squares (OLS)⁸ to minimize

$$\sum_{i=1}^p \left(J(\mathbf{x}_i) - \hat{J}(\mathbf{x}_i) \right)^2 + r \sum_{j=1}^q c_j^2, \quad (3.26)$$

where r is a ridge parameter (typically, $r = 0.001$), which allows to regularize the OLS system, especially when the number of training points is smaller than the number of basis functions⁹. The degree of the PRS defines the maximum degree of the polynomials $\{h_j^{PRS}\}_{j=1,\dots,q}$, which are chosen to form a basis of the polynomial vector space for that given degree.

Since the objective function is not smooth, a PRS of high degree may have a tendency to over-fit the data. In other words, a higher PRS degree may lead to a higher cross-validation error. The ridge parameter can be fine-tuned to minimize cross-validation error, but this process is time-expensive. In this study, the accuracy of the surrogate is attained by building several models rather than by fine-tuning their parameters. For this reason, surrogates 1-6 in Table 3.3) are PRS models of various degrees and ridge parameter values.

Radial Basis Functions RBF models are linear combinations of PRS basis functions and radial basis functions

$$\hat{J}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{q^{PRS}} c_j^{PRS} h_j^{PRS}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{q^{RBF}} c_j^{RBF} h_j^{RBF}(\mathbf{x}). \quad (3.27)$$

Unlike most RBF model formulations [Buhmann, 2003; Acar et Rais-Rohani, 2008; Viana *et al.*, 2013], q^{RBF} is chosen so that $q^{RBF} + q^{PRS} \leq p$ which means that there is not one radial basis function per training point, and that this model does not necessarily match the value of J at the training points. However, this allows to limit the number of basis functions and the time necessary to compute the coefficients of the model. As for PRS models, these coefficients are computed by minimizing the error described in Equation (3.26). In particular, when the number of training points is smaller than the number of basis functions, the regularization term is required to build the model. Consequently, for RBF models, the ridge parameter and the degree of the PRS must be specified as parameters of the model (see Table 3.3). In this work, the degree of the PRS in an RBF model is always 1. The functions h_j^{RBF} are radial basis functions of the form $h_j^{RBF}(\mathbf{x}) = \phi(\|\mathbf{x}, \mathbf{x}_j^s\|)$ where the points $\{\mathbf{x}_j^s\}_{j=1,\dots,q^{RBF}}$ are a subset of \mathbf{X} selected greedily to maximize the distance between the points within this subset. The function $\phi(d)$ is either a Gaussian kernel of shape parameter λ , (models 7 to 10) or an harmonic spline of order 1 or 2 (models 11 and 12, respectively) [Buhmann, 2003].

8. formellement, c'est une régression multilinéaire (avec un paramètre de ridge) décrivant les variations de la variable aléatoire expliquée $\hat{J}(\mathbf{x})$ par rapport aux variables aléatoires explicatives $h_j^{PRS}(\mathbf{x})$

9. Dans le cas où le degré du modèle polynomiale est supérieur au nombre de données, il existe une infinité de polynôme interpolant les données, le paramètre de ridge r permet de limiter la grandeur des coefficient c_j . En effet, ceci permet alors d'obtenir le polynôme le plus "lisse" possible.

Kernel Smoothing The Kernel Smoothing prediction in \mathbf{x} is a weighted average of all observations $J(\mathbf{X})$, where the weight assigned to an observation decreases when its distance from \mathbf{x} increases. Formally, we have

$$\hat{J}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{j=1}^p w_j(\mathbf{x})J(\mathbf{x}_j)}{\sum_{j=1}^p w_j(\mathbf{x})}, \text{ where } w_j(\mathbf{x}) = \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|_2). \quad (3.28)$$

As for some of the RBF models, ϕ is a Gaussian kernel $\phi(d) = \exp(-\lambda^2 d^2)$, where λ is a shape parameter that controls the amount of smoothing in the model.

Selection of the Best Surrogate Model Two error metrics are considered in this work to select the best surrogate model. The first metric is the Leave-One-Out Cross-Validation Root Mean Square Error (also named PRESS [Goel et Stander, 2009; Varma et Simon, 2006; Viana *et al.*, 2009]) :

$$E_{PRESS} = \sqrt{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \left(J(\mathbf{x}_i) - \hat{J}^{(-i)}(\mathbf{x}_i) \right)^2}, \quad (3.29)$$

where $\hat{J}^{(-i)}$ is the model built by leaving out the observation $[\mathbf{x}_i, J(\mathbf{x}_i)]$. This error metric allows to quantify not only the error of the model on the training point but also its predictive error. The second error metric, proposed by [Audet *et al.*, 2016], is the Leave-One-Out Cross-Validation Order Error (OECV) which is based on the assumption that the error between y and \hat{J} is less important than the ability of the model to correctly order two candidates. This metric is defined as

$$E_{OECV} = \frac{1}{p^2} \sum_{i,j} \left(J(\mathbf{x}_i) \leq J(\mathbf{x}_j) \text{ xor } \hat{J}^{(-i)}(\mathbf{x}_i) \leq \hat{J}^{(-j)}(\mathbf{x}_j) \right), \quad (3.30)$$

where xor is the logical “exclusive or” operator. In other words, the error will be high if there are many couples $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ for which the sign of $J(\mathbf{x}_i) - J(\mathbf{x}_j)$ is different from that of $\hat{J}^{(-i)}(\mathbf{x}_i) - \hat{J}^{(-j)}(\mathbf{x}_j)$. The value of E_{OECV} is bounded by $[0, 1]$. We observe that if $E_{OECV} > 1/2$, then \hat{J} is less accurate than its opposite function.

3.4.6 Examples

Two design problems are considered : one with two design optimization variables (2-d) and one with five (5-d). For the 2-d problem, an exhaustive computation of the objective function on a fine discretization of the design space is tractable. It is therefore possible to assess the quality of the optimal solution with respect to the global optimum obtained using the exhaustive enumeration. The 5-d problem corresponds to a more realistic design problem. For both problems, the initial

guess \mathbf{x}_{init} corresponds to the geometry of the Yamaha 6335 trumpet (measured using balls and calipers). The optimal bores are compared to this geometry to assess the quality of the results. However, the exact bore geometry of the Yamaha trumpet is not available due to proprietary issues. The comparison is thus made relative to an approximate measurement of this trumpet. Each problem is solved with a budget of 100 objective function evaluations, using the “true” physics-based sound simulation model to investigate the performance of the optimization methodology at reasonable computational cost (approximately 5 CPU hours per run on a 3.4 Ghz Intel Core i7-2600 with 16 Gbytes of RAM). Moreover, to allow for a reliable quantification of the efficiency of the optimization methods, each problem is solved 20 times with each of the 4 solvers¹⁰.

Design Optimization Problem with 2 Variables

The design variables concern two diameters of the leadpipe of a Bb trumpet, an important part of the bore that connects the mouthpiece to the tuning slide (see Figure 3.12). This part, roughly conical, has a significant influence on the intonation and timbre of the instrument [Petiot et Gilbert, 2013]. The impact of the two design variables on the geometry of the bore is illustrated in Figure 3.17. The first adjustable radius (axial position of 0.16m) spans from 4mm to 5.8mm while the second

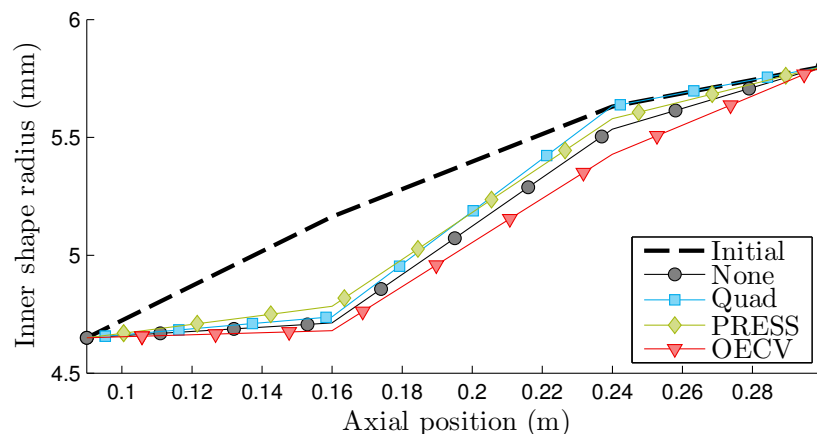


Figure 3.17 Representation of the leadpipe inner radius along the instrument axis ; the black dotted line to the initial geometry (measured on the Yamaha trumpet); each other line corresponds to the best design found by one of the 4 methods over 20 runs

(axial position of 0.24m) spans from 4.8mm to 6.6mm. The rest of the trumpet corresponds to

10. Nous nous permettons d’insister sur le côté pratique afin de clarifier la compréhension des résultats par la suite : 4 versions différentes de l’algorithme d’optimisation sont mises à l’épreuve : None, Quad, PRESS, OECV. Chacune d’entre elle est lancée 20 fois sur le même ordinateur. Chaque lancement du problème d’optimisation s’arrête au bout de la 100ième évaluation de la fonction objectif. On pourrait donc dire, bien que cela n’ait qu’un intérêt explicatif, que chaque algorithme évalue 2000 fois la fonction objectif.

measurements made on a Yamaha 6335 trumpet with a Yamaha 15C4 mouthpiece (see Figure 3.13 for the complete bore profile)¹¹.

A single evaluation of the objective function $J(\mathbf{x})$ over the entire discretized design space (with a granularity of 0.01mm) is plotted in Figure 3.18¹². The objective function has a global optimum

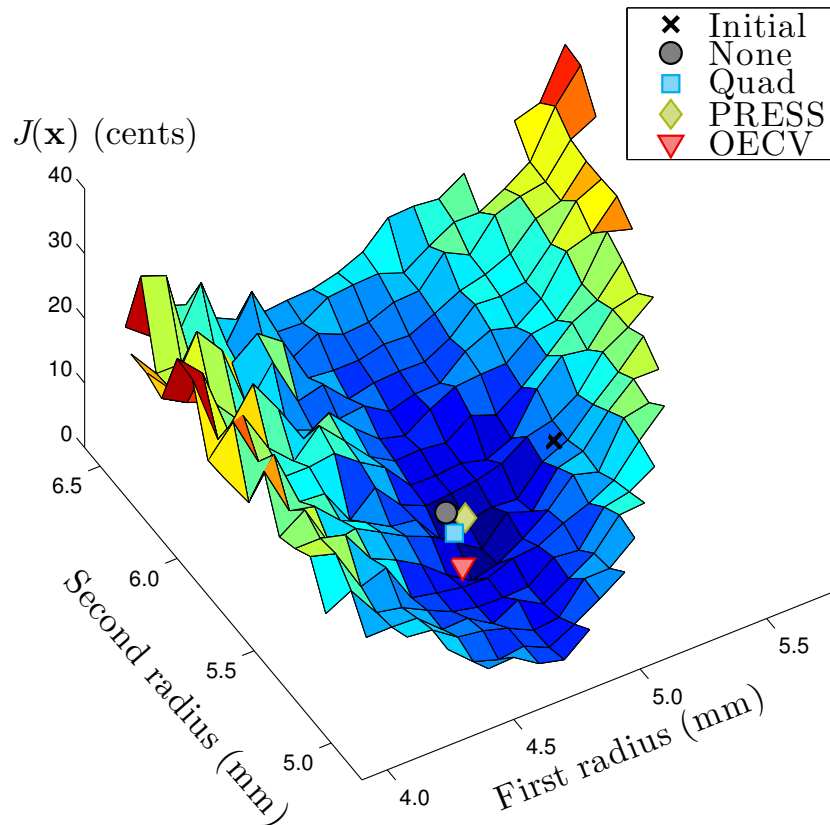


Figure 3.18 Exhaustive computation of the objective function for the two-dimensional design example; the black cross denotes the initial geometry; the other dots denote the best solutions of the 4 employed strategies

of 3 cents at $\mathbf{x} = [4.8 \ 5.5]$ (in mm). The maximum of $J(\mathbf{x})$ in the design space is 27 cents. The leadpipe geometry corresponding to the initial point (Yamaha trumpet) is represented by a black dotted line in Figure 3.17. Its position on the objective function surface is denoted by the black cross on Figure 3.18.

Four optimization strategies are tested. The ones nicknamed “None” and “Quad” use the official

11. Les paramètres géométriques de l’embouchure ont été déterminés grâce à un moulage de celle-ci puis une série de mesures avec un pied à coulisse. La mesure de la géométrie de la perce de la trompette a été obtenue à l’aide de billes insérées par le pavillon de l’instrument s’arrêtant lorsque le diamètre du tube est suffisamment petit. Des jauges de profondeur mesurent alors l’enfoncement de la bille le long de l’axe de la perce. Le diamètre de la bille étant connu on reconstruit $R(l)$

12. la Figure est fautive voir paragraphe 3.4.9

NOMAD release 3.7.2 where the search step is omitted or where it employs local quadratic surrogate models¹³, respectively. The strategies based on the use of the ensemble of surrogates tested with the two error metrics are named after the error metric, i.e., PRESS and OECV¹⁴.

The history plot of the objective function for each optimization strategy is shown in Figure 3.19.

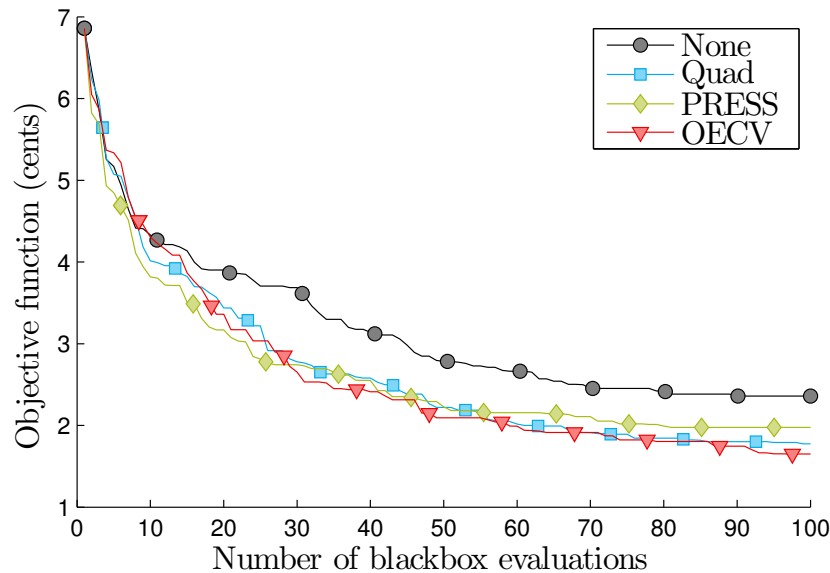


Figure 3.19 Evolution of the objective in the 2-d problem

On average, the best objective is obtained using OECV : detailed intonation improvements obtained with this strategy are shown in Figure 3.20¹⁵. The optimal objective function value for the best run of OECV is 0.9 cents at $\mathbf{x} = [4.68 \ 5.43]$ (in mm). The average intonation improvement is 5.4 cents, which is above the just noticeable difference (JND) in pitch (5 cents).

Note that the deviation of the 4th note is zero because this note is chosen as the tuning reference.

Design Optimization Problem with 5 Variables

The five design variables concern the leadpipe and the mouthpiece. On the leadpipe, five parts of equal length ($l=44\text{mm}$) are considered. The design variables are the inner radii of the leadpipe at the connection between two parts (4 variables out of 6 control points because the initial and last

13. La formulation None de NOMAD utilise l'algorithme MADS seul sans métamodèles. La formulation Quad utilise la méthode officielle, non détaillée dans l'article, basée sur un modèle quadratique local [Audet *et al.*, 2009].

14. La formulation de NOMAD nommée PRESS utilise l'algorithme MADS et un métamodèle construit itération après itération grâce à la métrique PRESS (décrite au paragraphe précédent). Cette métrique sélectionne un certain modèle PRS, RBF ou KS. La formulation nommée OECV est basée sur la métrique OECV (aussi décrite au paragraphe précédent).

15. une petite erreur s'est glissée dans la Figure : WTD est en réalité ETD. Remarque similaire pour la figure 3.22

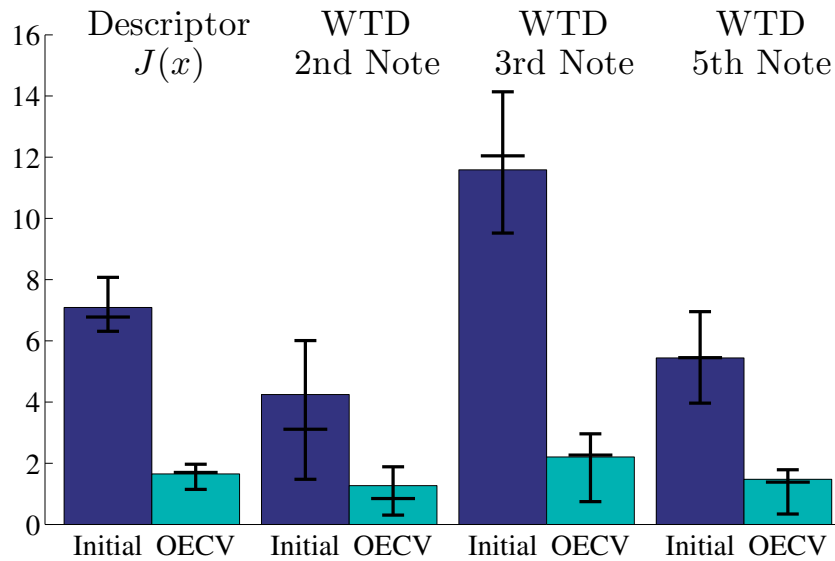


Figure 3.20 Details of the intonation improvements obtained using the OECV method for the 2-d case : the dark blue columns correspond to the initial geometry, while the cyan columns correspond to the optimum; the left column is the objective function mean value while the 4 other columns represent the detailed mean absolute value of the ETDs; the black bars on each column correspond from bottom to top to the first quartile the median and the third quartile of distributions of the 20 runs

control points are respectively fixed to 4.8 and 5.6mm). This 4 inner radii values span from 3.8 to 6.6 mm. The last variable corresponds to the depth of the mouthpiece (length of the cylinder before the cup of the mouthpiece) which spans from 0 to 6mm. The rest of the trumpet is as in the 2-d example.

The performance of the 4 strategies is presented in Figure 3.21 as for the 2-d problem. On average, the OECV strategy yields the best design. The average optimal objective value is 1.5 cents, improving the overall intonation by 5.8 cents. The detailed intonation improvements obtained with this method are shown in Figure 3.22, and the final best optimum of the OECV strategy is $\mathbf{x}=[2.3 \ 6.48 \ 4.13 \ 5.41 \ 6.42]$ (in mm).

When the PRESS metric is used, the selected model error varies between 0.23 and 7.9, with an average of 3.1. For the OECV metric, the select model error varies between 0 and 0.41, with an average of 0.27. For the OECV and PRESS strategies, we define the “model selection map” $S_{i,k}$ as the number of times that the model k (among the 17 models listed in Table 3.3) was selected at blackbox evaluation i over the 20 runs. Figure 3.23 depicts the selection maps for these two strategies.

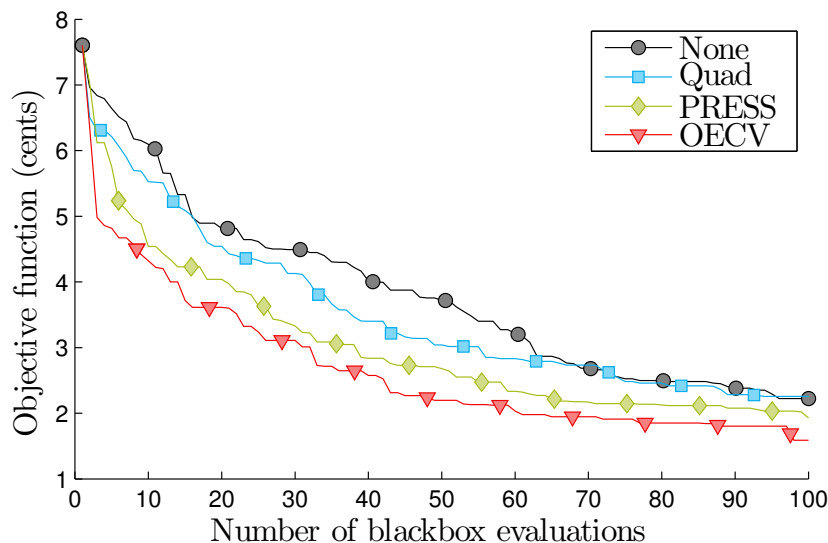


Figure 3.21 Evolution of the objective in the 5-d problem

Discussion

The results are very promising and show significant improvements in the intonation of the instrument in both cases. The solution of the 2-d problem improves the objective by up to 75% (average value for the OECV solver). For the 5-d problem the objective is improved by up to 79% (average value for the OECV solver). The optimal designs of the 2-d problem are close to the global minimizer as can be seen in Figure 3.18. This demonstrates that the algorithm formulations converge toward the minimum (recall that the computation budget was limited to 100 “true” model function evaluations). The ensemble surrogate strategy with OECV is the most successful in both cases, though this advantage is very mild for the 2-d problem. From an acoustic point of view, it is worth noting that both for the 2-d and for the 5-d problem, the optimum improves the intonation of every note. The optimal designs for the 2-d problem are plausible. For the 5-d problem, the optimum (best design of the OECV method over 20 runs) is counterintuitive since the leadpipe does not have a positive slope along the whole trumpet axis (the diameter at the first control point, 6.48mm, is larger than at the previous and next control point, respectively 4.8mm and 3.95mm). This kind of form for a leadpipe is not common among trumpets because they are very difficult to manufacture. We see thus that the optimization algorithm was able to explore the design space in order to find exotic designs which significantly improve instrument intonation. Finally, the 3 additional degrees of freedom considered in the 5-d problem improve the capability of the algorithm to find a slightly better optimum.

From an optimization point of view, it is interesting to observe that the PRESS and OECV metrics

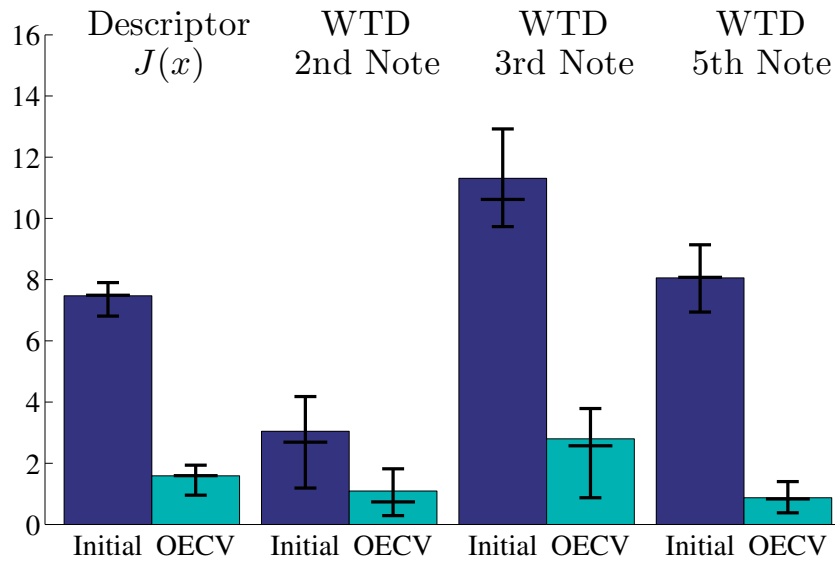


Figure 3.22 Details of the intonation improvements obtained using the OECV method for the 5-d case : the dark blue columns correspond to the initial geometry while, the cyan columns correspond to the optimum; the left column is the objective function mean value while the 4 other columns represent the detailed mean absolute value of the ETDs; the black bars on each column correspond from bottom to top to the first quartile the median and the third quartile of distributions of the 20 runs

lead to different models being selected¹⁶. The use of the PRESS metric strongly favors the PRS models of degree 1 and 2 with regularization and the models KS 1 and KS 3. The OECV metrics favors a more diverse model selection, i.e., the use of Kernel Smoothing with a high shape parameter (KS 10), and the use of RBF models, which are nearly ignored when the PRESS metric is used. It is also interesting to see that, for both metrics, the shape parameter of the selected Kernel Smoothing models tends to increase, which implies the ability to model more local variations as the number of data points increases. The fact that OECV metric leads to a more diverse model selection and to more efficient optimization makes it an interesting option for surrogate-assisted optimization.

3.4.7 Conclusions

This work proposes a new paradigm for design optimization of brass instruments. The originality of the approach lies in the fact that the objective function is not limited to a characterization of the instrument alone, but is based on the complex interaction between the instrument and the musician. The main challenge consists in the integration of physics-based simulations in an iterative optimi-

16. voir Figure 3.23

zation loop, which requires that simulations converge toward auto-oscillations for every considered point of the design space. This property is ensured by means of a pre-processing step of the virtual embouchures of the musician and a stochastic approach that assesses the objective function using a Monte Carlo method. The sound simulations are conducted using a physics-based model that relies on the harmonic balance technique. This allows to define the objective function by computing the global instrument's intonation for a set of different virtual embouchure. The MADS optimization algorithm is used, and different formulations of the surrogate-based search step have been tested to improve its efficiency. The results are encouraging both from an acoustics and from an algorithmic point of view. The intonation improvements are significant, and the obtained optimal designs are rational.

This work can be extended in many directions. Regarding acoustics, more design variables can be considered, in particular with respect to the mouthpiece. One could modify its thinnest radius and the length proportion between the hemisphere and the divergent cone. Another direction considers the objective function. Since a sound in a permanent regime provides us with the amplitudes of the harmonics, objective functions based on the instrument timbre can be formulated. The influence of some embouchure parameters on the optimal solutions can also be considered, for example the intonation variations under a modification of the embouchure's dynamics. As several sound quality descriptors are available, a bi-objective optimization or an optimization of one descriptor subject to constraints based on some other descriptors would be a natural consideration. In particular, it would be interesting to investigate a timbre descriptor under an intonation constraint, because trumpeters may be able to accept a slightly out-of-tune trumpet if its "global" sound is outstanding. Concerning the optimization process, it may be interesting to use the two metrics "PRESS" and "OECV" for aggregating different models instead of selecting only one. Moreover, if constrained problems are considered, an ensemble of models may be very effective for selecting different surrogates for different functions (objective and constraints).

3.4.8 Acknowledgment

The authors are grateful to the NOMAD team (Prof. Charles Audet, Prof. Sébastien Le Digabel and Dr. Christophe Tribes), Prof. Saïd Moussaoui for his help with the optimization problem formulation and Prof. Jean-Pierre Dalmont for his precious help with the input impedance models. B. Talgorn and M. Kokkolaras are grateful for the partial support of FRQNT grant 2015-PR-182098; this support does not constitute an endorsement of the opinions expressed in this paper.

3.4.9 Erratum et étude additionnelle sur le timbre

Le complément d'étude, présenté ci-dessous, étend l'analyse du problème à 2 dimensions de l'article. Tout d'abord, une correction est nécessaire, puis, un autre problème d'optimisation, basé sur le même espace de conception, est défini.

Erratum

Une erreur mineure a été commise, lors du calcul de la discrétisation de la fonction objectif sur l'espace de conception. Les valeurs de la fonction objectif montrées par cette surface ont été obtenues en prenant pour référence le régime 5 de la trompette au lieu du régime 4. Par conséquent, la surface présentée à la Figure 3.18 de l'article est fautive. Plusieurs facteurs concomitants nous ont empêché d'identifier l'erreur jusqu'à aujourd'hui.

La Figure 3.24 présente, cette fois-ci, la bonne discrétisation de la fonction objectif.

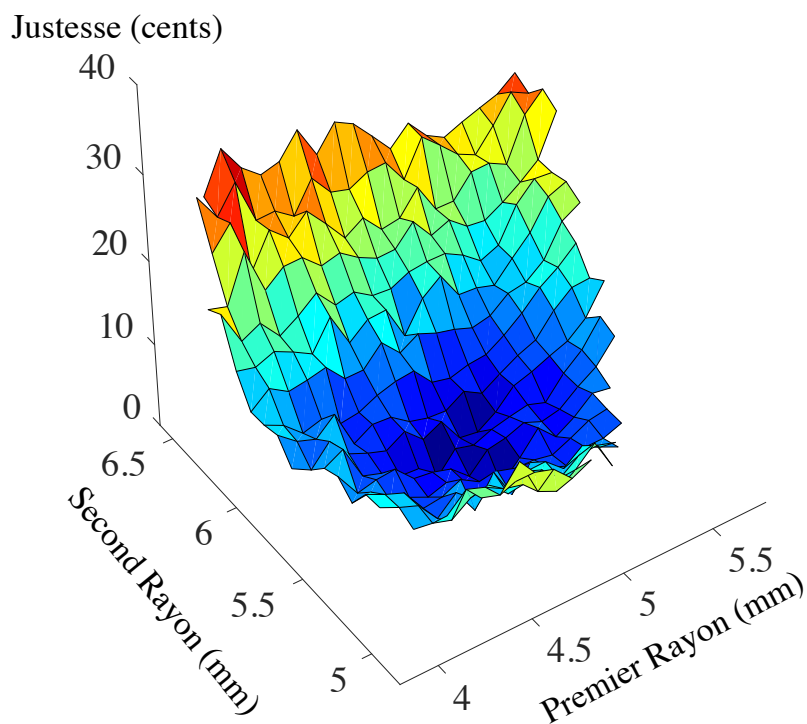


Figure 3.24 Valeurs de la justesse calculées à partir d'une discrétisation de l'espace de conception.

Cette erreur n'a pas été détectée notamment car elle ne change rien aux conclusions de l'article. En effet, bien que les surfaces sont, d'apparence, différentes, le minimum des deux se situe au même endroit et présente une valeur de la fonction objectif quasi identique. De même, la perce initiale présente une valeur de la fonction objectif quasi identique. Les différences, entre les deux surfaces,

important néanmoins dans le complément d'étude car la justesse est une contrainte du problème d'optimisation.

Optimisation d'une fonction objectif basée sur un critère spectral

Définition du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation additionnel étudie une fonction objectif basée sur un critère spectral sous contrainte de justesse. L'espace de conception est le même que celui du problème de dimension 2 présenté dans l'article précédent.

L'objectif arbitraire choisi est de maximiser le CGS du 4ème régime seulement :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = -\overline{\text{CGS}}_4(\mathbf{x}, \varphi) \quad (3.31)$$

Ce type de fonctions objectif semble réaliste et pourrait être étudié par un facteur, du fait de l'importance du CGS dans la caractérisation du timbre de l'instrument. Les autres régimes n'ont pas été considérés pour simplifier le problème.

Travaillant dans un espace de dimensions 2 de taille raisonnable, il est possible de discrétiser les valeurs de la fonction objectif sur tout l'espace de conception, afin de visualiser les résultats et ainsi estimer le minimum global. Une surface similaire à celle de la Figure 3.24 est alors produite, voir Figure 3.25.

Il faut noter que l'intérêt en terme de facture instrumentale de ce problème précis reste limité car l'intervalle de variation du CGS, sur l'espace de conception, est étroit. En effet, la Figure 3.25 indique que l'intervalle des CGS possibles oscille entre 2,011 et 2,134 ce qui représente une amplitude de 0,12.

Nous rajoutons à cette fonction objectif une contrainte de justesse. En effet, il est envisageable qu'un musicien soit prêt à faire un léger compromis sur la justesse si le timbre de l'instrument est perfectionné. Ce compromis est envisageable car le musicien peut adapter son masque en situation de jeu afin de corriger la fréquence de jeu des notes produites.

La contrainte h est la fonction décrivant la justesse par les ETD présentée dans l'article :

$$h(\mathbf{x}, \varphi) = \frac{1}{3} \sum_{i=2}^5 |\text{ETD}(\mathbf{x}, i, \varphi)|. \quad (3.32)$$

L'auteur est bien conscient que ce problème reste d'un intérêt limité pour la facture instrumentale, mais il permet de montrer les capacités de la méthode à, d'une part, traiter un problème basé sur le

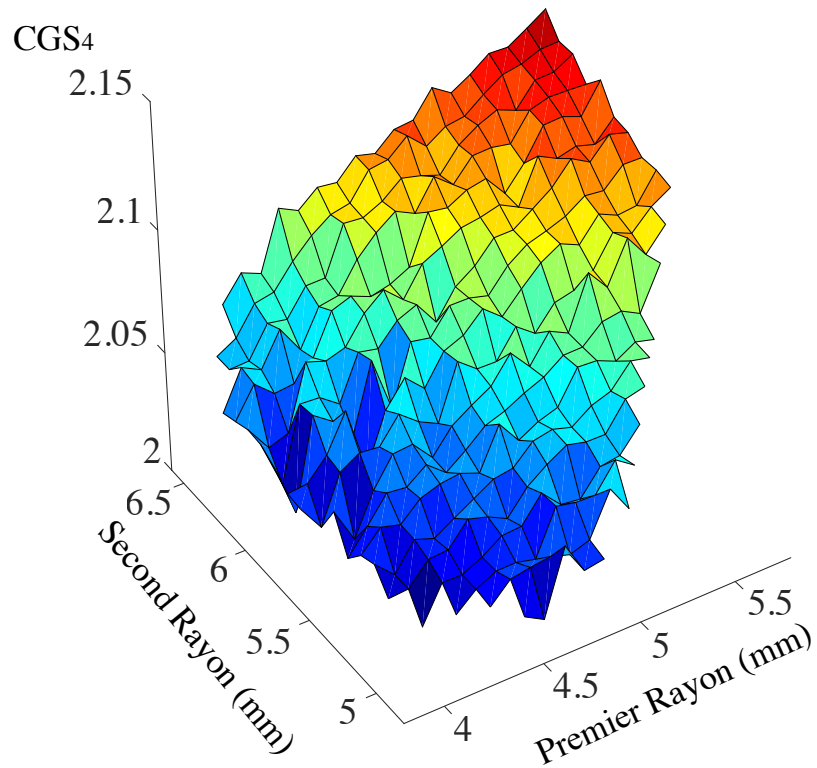


Figure 3.25 Valeurs du CGS du régime 4 de la trompette jouée à vide, calculées à partir d'une discrétisation de l'espace de conception.

contenu spectral des simulations, et, d'autre part, à optimiser un problème sous contrainte.

Nous décidons arbitrairement d'accepter les perces dont le critère de justesse est inférieur à 12 cents. Cette valeur est raisonnable puisqu'elle est à peine au dessus de la valeur limite des 5 cents, valeur moyenne usuelle du seuil de perception des différences de hauteur.

Ainsi le problème d'optimisation est :

$$\min_{\mathbf{x} \in \Omega} J(\mathbf{x}, \varphi), \quad h(\mathbf{x}, \varphi) < 12 \quad (3.33)$$

Résultats

L'optimisation a été faite 10 fois en utilisant la méthode MADS assistée de l'ensemble de métamodèles de type OECV (méthode la plus performante de l'article [Tournemene *et al.*, 2017]). L'implémentation de la contrainte suit la méthode de la *Progressive Barrier* [Audet et Dennis Jr, 2009]. L'optimisation s'arrête après 100 itérations (les 10 lancements représentent donc 1000 itérations). La perce initiale est la même que celle utilisée dans l'article : $\mathbf{x} = [5, 16 \quad 5, 63]$ (en mm).

La Figure 3.26 donne un aperçu des valeurs de la fonction objectif sur l'espace de conception admissible, c'est à dire le sous ensemble de l'espace de conception où la contrainte est vérifiée. Cet espace de conception admissible a été estimé à la main à partir des valeurs de la discrétisation du critère de justesse, visible sur la Figure 3.27.b . Il n'est de toute façon pas possible de le déterminer analytiquement, car les valeurs de la discrétisation du critère de justesse sont estimées par les ensembles de masques "musicien" φ . Nous n'avons pas accès à la valeur théorique du critère de justesse.

Étant donné que l'on veut maximiser le CGS, tout en restant à l'intérieur de la zone délimitée par la courbe noire, une estimation de la position du maximum de J est présentée Figure 3.26. On observe que la contrainte est active étant donné que le maximum du CGS est situé sur le bord de l'espace des perces admissibles.

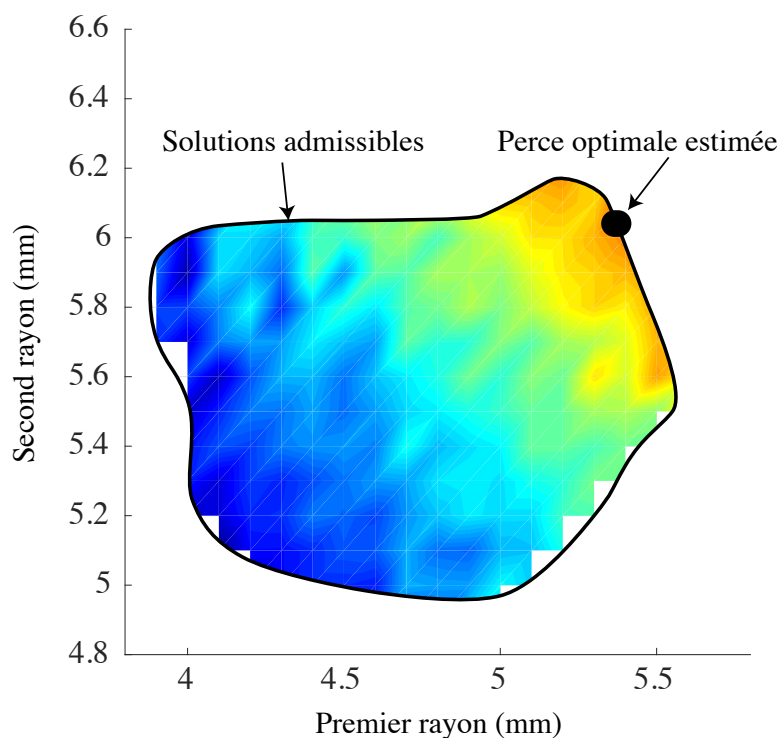


Figure 3.26 Représentation de l'espace admissible contenant les perces dont le descripteur de justesse est inférieur à 12 cents. Le dégradé de couleur correspond aux valeurs de la fonction objectif (vue de dessus de la Figure 3.25). Le point noir correspond à l'estimation de la position de la perce pour l'optimum de J .

La position estimée est $\mathbf{x} = [5,35 \quad 6,03]$ pour une valeur estimée du CGS de 2,099. Il s'agit bien d'une estimation car les valeurs de J et h sont obtenues en estimant les moyennes des caractéris-

tiques d'intérêt par l'intermédiaire de l'ensemble de masques φ .

La Figure 3.27 donne un aperçu d'une des dix répétitions de la procédure d'optimisation. La Figure 3.27.a représente la fonction J sur l'espace de conception et les différentes perces testées à chaque itération de l'algorithme validant la contrainte. La Figure 3.27.b représente aussi les perces testées mais comparées aux valeurs de la contrainte.

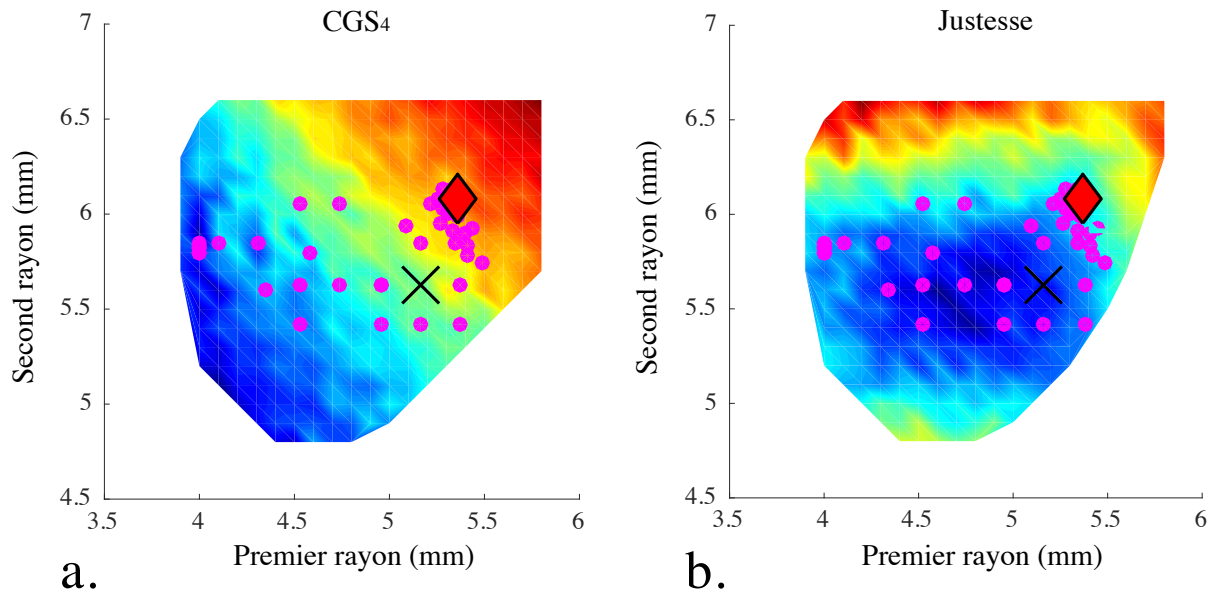


Figure 3.27 À gauche, valeurs de la fonction objectif sur une discrétisation de l'espace de conception (vue de dessus de la Figure 3.25). À droite, valeurs de la contrainte (vue de dessus de la Figure 3.24). Les points magenta sont les perces évaluées pendant l'optimisation pour lesquelles la contrainte est validée. Sur chaque Figure, la perce initiale est symbolisée par une croix noire et la perce optimale par un diamant rouge.

Le Tableau 3.4 montre les valeurs de la perce et de la fonction objectif pour la perce initiale, la perce correspondant au minimum global estimé et la perce obtenue par la procédure d'optimisation.

Tableau 3.4 Valeurs des variables de conception de la perce et des valeurs de la fonction objectif de la perce initiale, de la perce correspondant au minimum global estimé et de la perce optimale obtenue à partir de 10 répétitions de la procédure d'optimisation. Les valeurs sont données avec un intervalle de confiance si elles sont obtenues par les 10 répétitions de la procédure d'optimisation.

	perce initiale	optimiseur global estimé	optimum des procédures d'optimisation
R1 (mm)	5,16	5,35	5,32 ± 0.095
R2 (mm)	5,63	6,03	6,05 ± 0,081
<i>J</i>	2,0738 ± 0,0037	2,099	2,103 ± 0,0039

Le diamant rouge de la Figure 3.27.a (optimum de la procédure d'optimisation) est presque superposé au point noir de la Figure 3.26 (minimum global estimé), ce qui se traduit numériquement par des valeurs très proches dans le Tableau 3.4. Ceci confirme le fait que les solutions convergent vers l'optimum global au fil des itérations. Par ailleurs, les solutions proposées par l'algorithme MADS assisté de métamodèles représentent un compromis convaincant, entre exploration de l'espace de conception et exploitation des solutions performantes. En effet, les points magenta de la Figure 3.27 sont répartis sur tout l'espace de conception admissible traduisant le caractère exploratoire de l'algorithme. De plus, on constate un amas de point autour de l'optimum caractérisant l'exploitation de solution prometteuses.

Le Figure 3.28 présente la performance de l'algorithme tout au long des itérations (Figure équivalente aux Figures 3.19 et 3.21 de l'article). Le gain après 60 itérations est important, puis il tend vers une valeur limite sur les 40 dernières itérations.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté comment, nous nous sommes appropriés la méthode de simulation par modèle physique, à partir de résonateurs modélisés, afin de maîtriser la production de sons à tous les régimes d'intérêt. La définition d'un descripteur décrivant la facilité de jeu des couples perce/masque permet d'entreprendre la procédure d'optimisation à partir de groupe de musiciens. L'influence de la fréquence de résonance des lèvres dans la production de la note recherchée est clairement identifiée, permettant une maîtrise fine de la création de la liste de sons initiaux pour la méthode de l'équilibrage harmonique.

Ensuite, une méthode d'optimisation de la perce basée sur des simulations sonores par modèle physique est élaborée et implémentée. Des fonctions objectif basées sur la justesse et des caractéristiques du spectre de l'instrument sont présentées et utilisées dans les applications. La méthode se base sur l'optimisation d'un instrument pour un groupe de musiciens. Afin de mener à bien

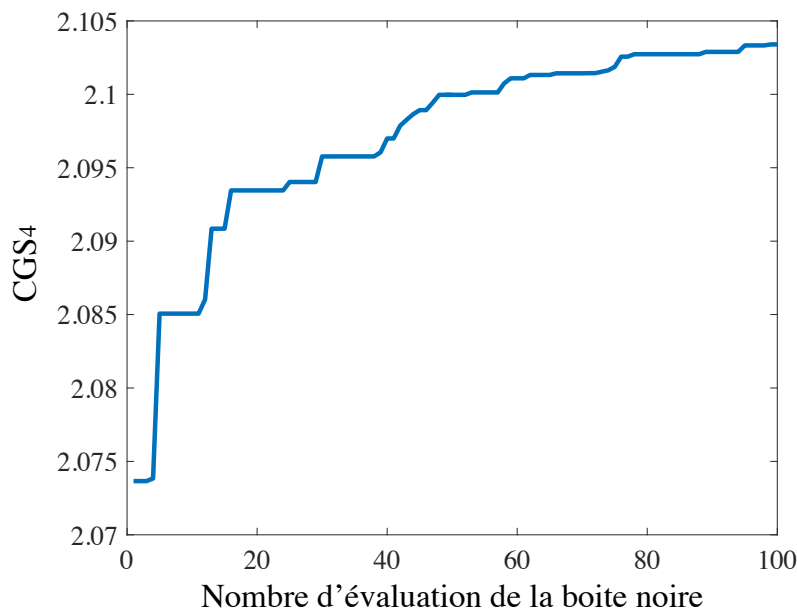


Figure 3.28 Évolution de la fonction objectif du problème basé sur le CGS obtenu à partir des 10 optimisations.

l'optimisation, un pré-traitement est nécessaire. Ce pré-traitement permet de modéliser les espaces de couples perce/masque "musicien" pour chaque note. Par ailleurs, l'exploration de ces couples permet d'accélérer le calcul des sons par la méthode de l'équilibrage harmonique. En effet, un modèle des sons sur l'espace perce/masque "musicien" propose à l'équilibrage harmonique des sons initiaux.

Le pré-traitement est primordial afin d'aborder nos problèmes d'optimisation basés sur des simulations dépendant de paramètres de contrôle variables. Nous avons réussi à proposer une méthode générale ne dépendant que de deux paramètres arbitraires, la méthode de définition des seuils s_k et la définition des mélanges de gaussienne pour segmenter les ensembles de couples perce/masque "musicien". Concernant les seuils, des enregistrements de musiciens réels jouant sur une trompette de référence vont nous permettre dans un futur proche d'obtenir une valeur des seuils justifiable. Par ailleurs, les mélanges de gaussienne seront aussi abandonnés dans un futur proche afin d'utiliser une méthode basée sur les distances moyennes entre les points des nuages. Ainsi, le pré-traitement sera complètement automatisé sans paramètres utilisateurs nécessitant une expertise. Les deux paramètres définissant le nombre de couples perce/masque à simuler pour chaque exploration doit rester arbitraire car ce paramètre n'influe que sur la rapidité de la procédure d'optimisation. En effet, si l'utilisateur décide de ne pas explorer suffisamment les ensembles de couples perce/masque "musicien", alors la procédure d'optimisation fera converger difficilement les simulations. Cepen-

dant, ceci n'influe pas sur le résultat final de la procédure.

La souplesse apportée par l'algorithme d'optimisation hybride, MADS assisté de métamodèles, montre la robustesse de la procédure ainsi que sa faculté à explorer et exploiter les problèmes d'optimisation.

Deux exemples d'application, à 2 et 5 dimensions optimisant la justesse de l'instrument, sont présentés par l'intermédiaire d'une publication dans la revue *Journal of Mechanical Design* [Tourne-
menne *et al.*, 2017]. Enfin, le chapitre est clos par une étude additionnelle, sur le même problème à 2 dimensions, optimisant cette fois-ci une fonction objectif basée sur le contenu spectral des simulations sonores, sous contrainte de justesse. Ces exemples ont montré que la méthode était robuste, car en répétant l'optimisation, on tend toujours vers des perces similaires malgré le caractère stochastique de la fonction objectif. La méthode peut être adaptée à différents critères de conception, car on peut traiter sans difficulté additionnelle des problèmes optimisant la justesse, des caractéristiques du timbre, et ce, avec ou sans contrainte. Enfin, à l'heure actuelle et compte tenu de la méthode d'optimisation employée, on se contente de considérer des problèmes ayant au maximum 10 variables d'optimisation. Des développements futurs plus "opérationnels" pourraient surement permettre d'augmenter ce chiffre à une 20aine/30aine de variables.

CHAPITRE 4 VALIDATIONS PERCEPTIVES

4.1 Résumé

Dans un premier temps, ce chapitre présente in extenso la publication [Tournemenne *et al.*, 2016a]. Cette étude préliminaire cherche à évaluer la capacité du modèle physique à produire des différences perceptibles entre des instruments différents. En comparant les résultats d'une tâche de discrimination entre des sons réels enregistrés et des sons simulés par la méthode de l'équilibrage harmonique, issus des mêmes trompettes, cela permet d'estimer la qualité du modèle physique à représenter des différences existantes entre des instruments réels.

Une fois les aptitudes du modèle physique examinées, une méthode de validation perceptive des perces optimales présentées au chapitre 3 (perces de trompettes, cas 2D et 5D) est proposée¹.

Afin de valider² les perces optimales produites, une première partie de l'expérience perceptive cherche à quantifier les différences perçues entre l'instrument optimal issu de l'optimisation par simulations sonores et d'autres instruments de l'espace de conception. La seconde partie de l'expérience valide sous un certain angle les sons représentant chaque note de chaque instrument.

4.2 Etude de la capacité du modèle physique à discriminer des instruments

4.2.1 Résumé introductif

Cette partie reprend un article publié dans *Acta Acustica united with Acustica*, co signé avec Jean-François Petiot et Joël Gilbert : "The Capacity for Simulation by Physical Modeling to Elicit Perceptual Differences Between Trumpet Sounds" [Tournemenne *et al.*, 2016a].

Cet article est basé sur une étude objective de la qualité de trompettes présentée dans [Petiot et Gilbert, 2013]. Cette étude objective examine les sons de 3 trompettes possédant des branches d'embouchure différentes dont les différences sont très faibles (quelques 10^{ème} de mm de différences de perce au rayon). Ces sons sont issus d'enregistrements (joués par un vrai musicien) et de simulations par la méthode de l'équilibrage harmonique. Les différences entre les fréquences de jeu des sons simulés et des sons enregistrés sont analysées. Deux descripteurs basés sur le timbre sont aussi examinés de la même manière. L'article conclut que les simulations sonores sont capables de produire des différences, comparables aux différences obtenues par les sons enregistrés, et ce,

1. Le travail présenté dans ce chapitre a été réalisé en étroite collaboration avec Alexia Chabot, étudiante en dernière année à l'École Centrale de Nantes, que nous remercions chaleureusement.

2. valider dans le sens où "le son produit par la perce optimale est perceptivement différencié de celui produit par un instrument ayant une perce nominale"

pour les fréquences de jeu et une des deux métriques spectrales. Ceci semble confirmer la capacité du modèle physique à produire des sons représentatifs de l'instrument simulé, et ce, pour des instruments très proches. Objectivement, la fiabilité du modèle semble satisfaisante.

Cependant, une différence objective n'est pas forcément perçue par l'auditeur. En effet, on sait, par exemple, qu'en moyenne une différence de hauteur inférieure à 5 cents entre deux sons purs n'est pas perceptible par l'auditeur [Rossing *et al.*, 2002]. L'article présenté ci-après cherche à savoir si le seuil de discrimination entre les sons simulés par modèle physique et les sons enregistrés est comparable. On parle bien de seuil de discrimination, car les différences entre les 3 trompettes sont fines. L'examen consiste à savoir si les différences sonores objectives sont perçues à l'écoute. Pour cela, les différences perçues entre les 3 trompettes de l'étude objective sont collectées et analysées, à la fois par les sons enregistrés et les sons simulés.

Un test d'écoute par paire a été soumis à un panel de 24 sujets. Ce test demande aux sujets, pour chaque paire écoutée, si les sons sont identiques ou différents. Les paires sont constituées de sons simulés ou de sons enregistrés, normalisés ou non en fréquence (afin d'étudier les différences liées au timbre). Les résultats sont analysés à l'aide d'indicateurs de spécificité et de sensibilité dans l'espace ROC (Receiver Operating Characteristic). Si les sons enregistrés de deux trompettes différentes sont discernables par les sujets, mais que les sons simulés de ces deux mêmes trompettes ne sont pas discernables par les sujets, alors on peut remettre en cause la fiabilité du modèle à produire un seuil de discrimination réaliste entre des instruments différents.

L'article conclut que l'étude des sons simulés présente les mêmes résultats que l'étude des sons enregistrés en ce qui concerne les différences fréquentielles. Par contre, les différences de timbre entre les sons simulés des différentes trompettes ne sont pas perçues, et ce, quel que soit le couple d'instruments étudiés, alors que des différences sont perçues entre les sons enregistrés.

Ceci indique que la capacité des simulations par modèle physique à distinguer des instruments proches est bonne en ce qui concerne la fréquence de jeu, elle reste imparfaite en ce qui concerne le timbre des sons. Ceci peut s'expliquer par le fait que le modèle physique ne prend pas en compte le phénomène de propagation non linéaire au sein du résonateur, responsable du son "cuiivé".

The Capacity for Simulation by Physical Modeling to Elicit Perceptual Differences Between Trumpet Sounds

Robin Tournemenne, Jean-François Petiot, Joël Gilbert

4.2.2 Introduction

Investigating physical models of musical instruments is an interesting way of raising knowledge about their functioning, and may provide better assistance in their design. Yet, assistance in instrument design using physical modeling simulations is still at an early stage [Campbell, 2004] and further work is still necessary to enhance its reliability. An interesting comparison of the sounds of reed instruments of different types (single or double reed) is made using time domain simulations in [Carral et Chatziioannou, 2011]. With huge variations in the bore of the instrument (two instruments of different families), the results show that simulated sounds and real sounds exhibit the same differences. Time domain simulations are also described in [Woodhouse *et al.*, 2012] to investigate perceptual differences between guitar sounds with psychoacoustical testing. These experiments investigate just noticeable differences between simulated sounds from different guitars, even if the "virtual" modifications of the instrument are not necessarily realistic and cannot be manufactured. The ability for sound simulations to predict the sound characteristics of a real instrument through physical modeling is an interesting challenge for the computer-aided design of instruments. It needs to integrate different phases to confirm that simulations can represent the sounds of real instruments. The first phase consists in choosing a relevant physical model to represent the functioning of the instrument [Adachi et Sato, 1996], [Välimäki *et al.*, 2005]. Then, once a physical model simulating sounds is chosen, a second phase consists in defining to what extent the simulated sounds are in agreement with their equivalent real sounds played by "real" musicians on real instruments [Carral et Chatziioannou, 2011]. In [Petiot et Gilbert, 2013], the authors focused their work on how simulations by physical modeling could be used to predict certain characteristics of trumpet sounds like the playing frequency, the spectral centroid and the spectral irregularity. These objective measurements are interesting for instrument comparisons, but perceptual aspects of the sounds must be addressed to consider simulations as an aided design tool. A third phase then concerns the study of the agreement between simulations and real sounds from a perceptual point of view. [Tournemenne *et al.*, 2014] presents a first study on the noticeable differences between sounds, whether they be simulated or real. The present paper is in the continuum of this work and focuses on perceptual aspects. While based on the same experimental data as [Tournemenne *et al.*, 2014], the present paper undertakes a more complete analysis of the perceptual differences between sounds. Like in previous papers, the harmonic balance technique [Gilbert *et al.*, 1989] is used to simulate the sounds,

with different control parameters for the simulation. Likewise, small variations in the internal geometry of the trumpet are made by controlling the geometry of the leadpipe, an important part of the bore connecting the mouthpiece to the tuning slide. The general aim of this paper is to study whether simulations through physical modeling are able to produce perceptible differences between instruments. An additional objective is to compare the perceptive differences obtained with the simulations to those obtained with a real trumpeter playing the instruments. The present study does not focus on the nature of the perceptive differences, but focuses only on a first step in their magnitude. For this reason, the perceptual test considered in this study is a discrimination test that aims to study whether differences between sounds are detected. Different protocols can be proposed for a discrimination test, like the ABX test [Boley et Lester, 2009] or the 2 AFC (2 alternative forced choice) protocol [Bi, 2008]. The latter is generally used when the underlying dimension can be specified. Given that the differences between the sounds proposed in the experiments are extremely subtle, according to timbre and pitch, the present study considers a simple protocol called the same-different test, or AX test [Lawless, 2013] : a pair of sounds is presented, the participant is simply asked to indicate if the two sounds are different or the same. This protocol, simpler than the ABX test because only two sounds are played before the decision of the participant, is retained for the simplicity of its implementation. The paper focuses on two aspects of discrimination : (1) discrimination between different instruments, obtained by small variations of the geometry of the resonator. In this case, pairs of sounds include two sounds generated by different instruments ; (2) discrimination between different dynamics of the same instrument, obtained by varying the control parameters of the simulations, or the instructions given to the trumpeter. In this case, pairs of sounds include two sounds generated by the same instrument. Two categories of sounds are proposed for the discrimination tests : simulated sounds, obtained by simulations by physical modeling, and real sound, obtained by the recording of a real trumpeter. It is important to note that the protocol for the test will never mix a simulated sound and a real sound to constitute a pair (these two categories of sounds being very different) : the pairs are either simulated or real. The results expected from this study concern the abilities of simulations to introduce changes in the timbre or pitch of an instrument, and an assessment of how these changes are perceptible. An additional result concerns the indirect comparison of the results of the discrimination tests for the simulated sounds, and the real sounds. Section 2 provides details on the physical model of trumpets, the simulation method and its parameters and the description of the instruments used in the experiments. Section 3 describes the material and methods of the experiments, through the presentation of the same-different test, the design of the stimuli used for instrument and dynamics discrimination and the data analysis method. Section 4 describes the results and a discussion about the abilities of simulation to elicit perceptual differences between trumpet sounds. The main conclusions of this study are drawn in Section 5.

4.2.3 Background on the physical modeling of a trumpet

Physical model and harmonic balance technique

The trumpet is a wind instrument that produces sounds by a coupling of an excitor, the lips of the musician, to a resonator, the body of the instrument. The characteristics of the played note (frequency, timbre) depend on the inner shape of the resonator (called the "bore") and of course on the musician's ability. From an overpressure P_m in the mouth of the musician (from 1 kPa to about 10 kPa), the lips act as a vibrating valve that modulates the air flow into the instrument [Campbell, 2004]. The column of air in the instrument vibrates, according to the resonance frequencies of the resonator. A regime of oscillations is created, result of a coupling between the resonator and the lips. It is important to mention that this coupling is the result of the reaction of the resonator on the lips : vibrations of the lips are facilitated at frequencies which correspond to the resonance frequencies of the bore. With the same bore, several notes can be obtained, corresponding to the different resonance frequencies. To obtain a chromatic scale, the musician uses valves changing the bore length, thus the resonance frequencies. The main measurement characterizing the resonance frequencies of the resonator alone is the input impedance Z (Figure 4.3). It represents the response of the instrument in forced oscillations for a given frequency range and shows several peaks (corresponding to resonances) that are used to play the different notes. The basic physical model of the trumpet is described by three equations (Eq. (4.1), (4.2), (4.3)) that represent the behavior of the different parts of the system. See for example, [Campbell, 2004].

$$p(j\omega) = Z(j\omega)v(j\omega), \quad (4.1)$$

$$\frac{d^2H(t)}{dt^2} + \frac{2\pi f_l}{Q_l} \frac{dH(t)}{dt} + (2\pi f_l)^2(H(t) - H_0) = \frac{P_m - p(t)}{\mu_l}. \quad (4.2)$$

$$v(t) = bH(t) \sqrt{\frac{2(P_m - p(t))}{\rho}}, \quad (4.3)$$

These three equations associate three time-varying variables : the opening height $H(t)$ of the two lips, the volume flow $v(t)$ and the pressure in the mouthpiece $p(t)$. Equation (4.1), with the frequency domain notation, describes the acoustical behavior of the resonator. It represents the impedance Z of the instrument, defined as the ratio of acoustic pressure in the mouthpiece $p(j\omega)$ to the acoustic volume flow $v(j\omega)$ entering the instrument (frequency domain notation). Equation (4.2) describes the mechanical behavior of the lips of the musician, considered as a one degree of freedom mechanical oscillator that controls the opening height $H(t)$ between the two lips ($H(t) = 0$ is numerically imposed if $H(t) < 0$). Equation (4.3) describes the coupling between the lips and the trumpet. Obtained by expressing the Bernoulli theorem, it represents a non-linear coupling bet-

ween the pressure in the mouthpiece $p(t)$, the opening height of the lips $H(t)$ and the volume flow $v(t)$. Of course more complex models can be developed by refining the description of the system but this basic model is sufficient to represent the underlying physics of brass instruments. Several parameters are introduced in this model : (1) parameters concerning the "virtual musician" : P_m (pressure in the mouth), f_l (resonance frequency of the lips), μ_l (mass per area of the lips), b (width of the lips), H_0 (rest value of the opening height of the lips), Q_l (quality factor of the resonance of the lips); (2) the input impedance Z of the trumpet and (3) the air density ρ . Numerical solutions $p(t)$ of this system of equations can be computed to simulate the sound created by a trumpet, given by its input impedance Z , for a given virtual musician defined by its control parameters.

The harmonic balance technique is utilized to simulate sounds. It simulates sounds in permanent regime (steady state) in the frequency domain. This technique is a numerical method computing converging periodic solutions of the pressure $p(t)$ of the system taking into account a given finite number N of harmonics in a truncated Fourier series (Equation (4.4)) :

$$p(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi n F_0 t + \varphi_n) \quad (4.4)$$

Assuming that the solution $p(t)$ of the system of equations is harmonic (Equation (4.4)), the unknowns of the simulations are the amplitudes of the harmonics A_n , the phases φ_n and the playing frequency F_0 . A numerical solution $p(t)$ satisfying equations (4.1), (4.3), (4.2) can be defined if the system converges towards a stable solution (more details can be found in [Gilbert *et al.*, 1989]). From the values of the amplitudes A_n , the phases φ_n and the playing frequency F_0 , a steady state sound can then be synthesized by additive synthesis.

Let us not forget that the approached solution $p(t)$ computed from the elementary model corresponds to an acoustic pressure inside the instrument mouthpiece. In order to obtain the acoustic pressure outside the resonator, at the level of the bell, a spectrum transformation function is used, according to the works of Benade [Benade, 1966]. The resonator is considered in this case as a high pass filter, the filter's envelope corresponding to the transfer function of the instrument. In practice, given that the instruments considered in the study are very similar, the same filter (cutoff frequency = 2000 Hz) is used for every instrument (computations show that differences between the transfer function of the different instruments are negligible). The amplitude of the harmonics of the external sound are computed by multiplying directly the magnitude of each harmonic A_n by the filter's magnitude response. This generates the amplitudes a_n of the harmonics ($n = 1$ to N) characterizing the external sound of the trumpet.

Control parameters of the simulations

To simulate sounds, it is necessary to define relevant values (values that lead to a convergence towards a steady state sound) for the parameters of the virtual musician. These values are obtained from [Cullen *et al.*, 2000] and by a systematic exploration of the parameters' space [Petiot et Gilbert, 2013] that ensures convergence of the numerical model. One particular note, Bb4 (concert-pitch, $F_0 = 466.16$ Hz), located in the middle of the range of the trumpet, was chosen as a target sound for the experiments. This note corresponds to the fourth oscillation regime of the trumpet. Two virtual musicians *vm1* and *vm2* are considered in this study to simulate this note. The values of the control parameters of the simulations, that lead to a convergence toward a periodic solution, are given in Table 4.1. We are aware that the values of the pressure in the mouth P_m are not realistic for a real musician (they are too high). But these values are necessary to create the oscillations with the chosen (minimal) physical model.

Definition	Notation	Value	
		<i>vm1</i>	<i>vm2</i>
Resonance frequency of the lips	f_l (Hz)	400	412
Mass per area of the lips	μ_l (kg/m^2)	0.5	0.33
Pressure in the mouth	P_m (Pa)	16 000	
Width of the lips	b (mm)	10	
Rest value of the opening height	H_0 (mm)	0.5	
Quality factor of the resonance	Q_l	5	

Tableau 4.1 Values of the control parameters for the simulations (virtual musician)

Given that the impedance measurement is limited in frequency (Figure 4.3), it is unnecessary to take into account many harmonics for the computation of the simulated sounds. Above 2500Hz, the magnitude of the impedance is flat and no difference between trumpets is noticeable. For this reason, the number N of harmonics considered for the simulations was limited to not exceed 2500Hz. For the note Bb4 (466.16 Hz), this corresponds roughly to $N = 6$ harmonics. All the sounds were then simulated with $N=6$ harmonics (examples of spectra of raw simulated sounds are given in Figure 4.5). In conclusion, for a given trumpet, characterized by its input impedance Z , the simulations give the playing frequency of the sound, the amplitudes and phases of its first six harmonics, according to the set of parameters describing the virtual musician ($P_m, \mu_l, f_l, b, H_0, Q_l$). **Raw simulated sounds**, corresponding to the pressure at the bell of the instrument, can then be synthesized by additive synthesis for a given duration.

Parameterized leadpipe

The different instruments considered in this study are obtained by small variations in the inner shape of the trumpet, called the bore. These variations concern a tube called the leadpipe, an important part of the bore that connects the mouthpiece to the tuning slide. This part, roughly conical, has a great influence on the intonation and the timbre of the instrument (Figure 4.1) [Petiot et Gilbert, 2013].

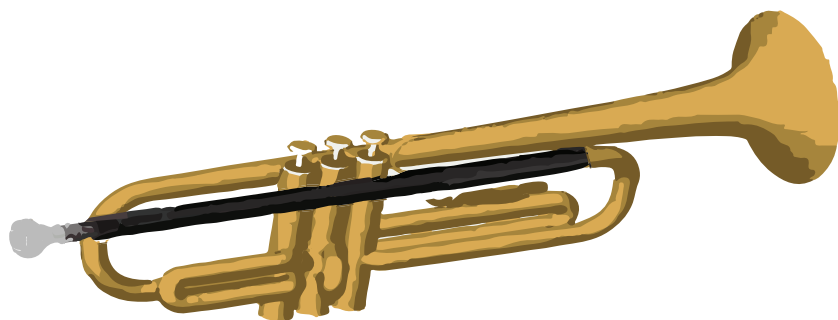


Figure 4.1 Location of the trumpet leadpipe (in black) in the whole trumpet.

A parameterized leadpipe was designed, divided into 4 parts of equal length ($l=55\text{mm}$), corresponding to a quarter of the length of a standard one (Figure 4.2).

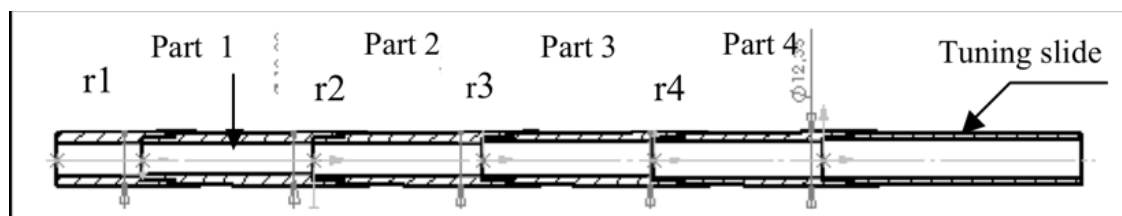


Figure 4.2 Dimensions of the parameterized leadpipe and definition of the four radii r_1 , r_2 , r_3 , r_4 .

The parts were manufactured with various internal input and output radii. Given that we only consider continuous leadpipe profiles (the output radius of the $n - 1$ part is equal to the input radius of the n part), the leadpipe is parameterized by 4 radii r_1 , r_2 , r_3 , r_4 .

Three leadpipes, named A, B, C, were considered for the study. Table 4.2 shows the radii values of these leadpipes.

Leadpipes B and C are very similar, with variations in the order of some tenths of mm. Leadpipe C corresponds roughly to the shape of the standard one provided with the trumpet. Leadpipe A presents significant variations in the inner shape (in the order of a millimeter compared with the

	Part 1	Part 2	Part 3	Part 4	
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
A	4.64	4.64	4.64	4.64	5.825
B	4.64	5.45	5.50	6.00	5.825
C	4.64	5.00	5.50	5.70	5.825

Tableau 4.2 Description of the dimensions (in mm) of the three leadpipes A, B, C of the study. N. B. : The radius of the last part r_5 is not a parameter, it is constant for all the leadpipes and corresponds to the cylindrical bore radius of the trumpet (*Bach* trumpet Medium Large (ML) bore, .459")

two others). Next, these leadpipes are assembled with the rest of the trumpet (a Bb trumpet, *Bach* model Vernon, bell 43). The trumpets are named A, B, C in the rest of the paper for simplicity. It is interesting to mention that trumpets B and C are very similar when played (trumpeters are generally unable to distinguish them in a blind test), while trumpet A is very different to the two others (players always recognize this leadpipe), due to intonation and timbral characteristics. Using the same mouthpiece (*Yamaha* 15B4), the input impedances Z of these three trumpets were measured with an impedance sensor developed by Dalmont and Le Roux [Dalmont et Le Roux, 2008] in an anechoic chamber. This measurement is the input of the sound simulations described in the previous section. To visualize the importance of the differences between the three trumpets, the magnitude of Z is presented in Figure 4.3.

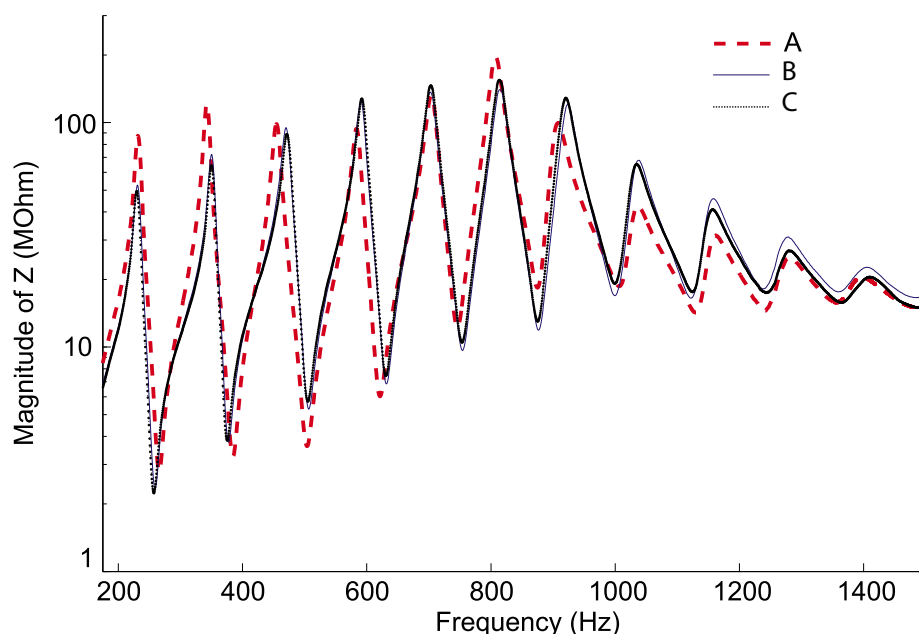


Figure 4.3 Input Impedance Z (magnitude) of the three trumpets A, B, C. The lowest resonance of Z (first regime), not played in the current trumpet tessitura, is not shown on this Figure. The fourth peak (corresponding thus to the third maximum), is located around 460 Hz.

One notices that the differences between the trumpets concerning impedance are in agreement with the difference concerning the geometry : B and C are very close, while A is distinct from B and C.

4.2.4 Material and methods

Description of the perceptual tests

A same-different test [Lawless, 2013] was implemented to study instrument discrimination and dynamics discrimination. The principle of this paired test is straightforward : in a single trial, a single pair of same or different sounds is presented ; the participant is invited to indicate whether the two sounds are the same or different. The participant could play a pair several times and had to listen to it at least once. Headphones (identical for every participant, Beyerdynamic DT 990) and a computer interface were used to play the pairs. The participant was free to adjust the audio volume of the stimuli. The graphical interface for the test is given in Figure 4.4 for information.

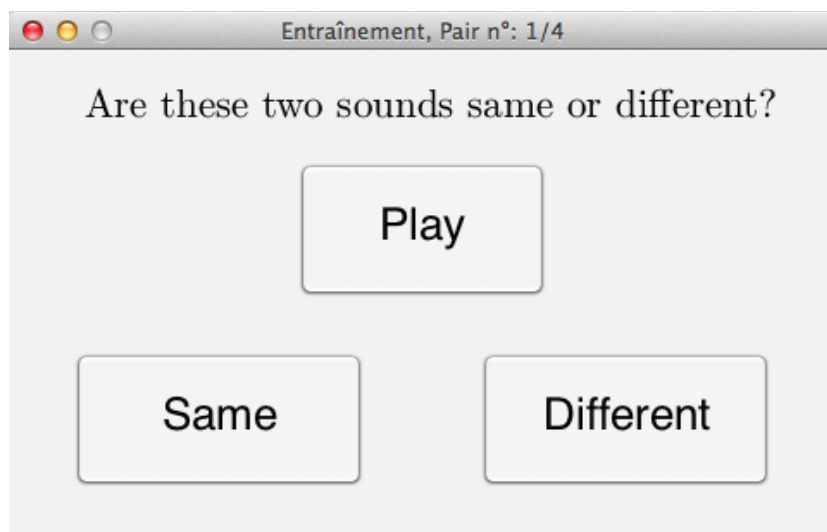


Figure 4.4 Description of the interface for the same-different test.

The pairs of sounds were constituted of two either simulated or real sounds. Simulated and real sounds are never associated in the same pair, given that they are very different in timbre (simulated sounds have only 6 harmonics - played sounds have 15 harmonics, see Figure 4.5).

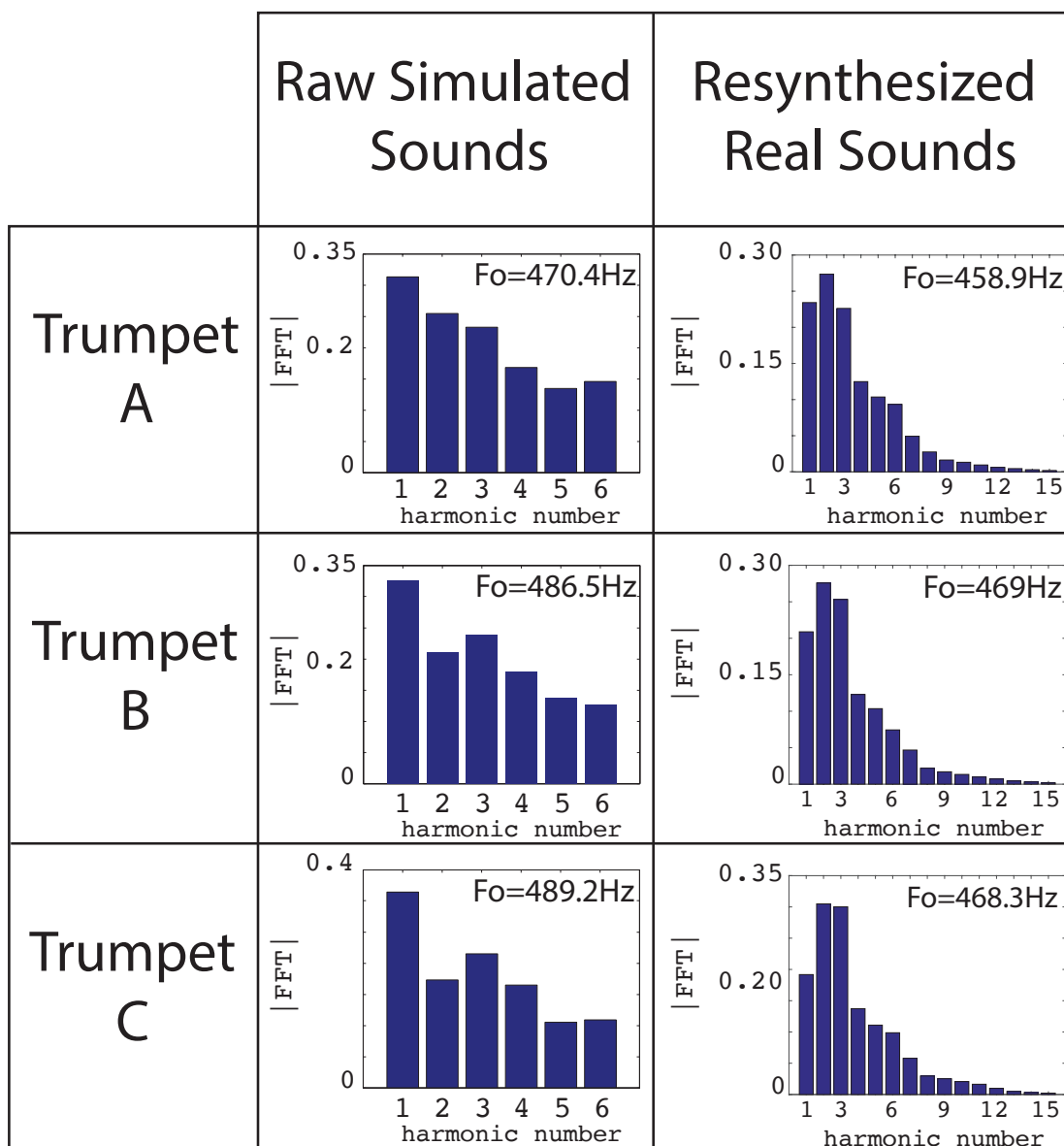


Figure 4.5 Spectra of the sounds listened to by the participants with 6 (resp. 15) harmonics for the raw simulated sounds (resp. resynthesized real sounds). The fundamental frequency of the sound is written in top right corner of each plot.

A detailed description of the pairs presented to the participants is given in the next section. 24 participants (9 women and 15 men - ages spanned from 20 to 23 years old) took part in the hearing experiment. All participants, engineering students, had normal hearing and a regular practice of a musical instrument. For instrument discrimination, two playing instances of the same instrument were included in the test in order to increase the diversity of sounds. Concerning simulated sounds, these two instances correspond to the two virtual musicians *vm1* and *vm2*. Regarding real sounds,

they correspond to two distinct recordings of the instrument. The panel of subjects were divided in 2 groups of 12 participants. For simulated sounds, the first group (respectively the second group) listened to sounds generated by the virtual musician *vm1* (respectively *vm2*) and for processed real sounds, the first group (resp. the second group) listened to real sounds played by a musician in a first recording (resp. in a second recording). Given that the results of the tests for the two groups were similar, in the end, all the data for the two groups were gathered.

Definition of the sound stimuli

For every experiment, the note generated to constitute the stimuli was a Bb4 (concert pitch) corresponding to the fourth regime of the trumpet, with no valve pressed. The tuning slide of the trumpet was adjusted to the same position (pulled 1cm) for all the measurements (impedance measurements - recording of the notes). The three trumpets A, B, C were considered for instrument discrimination, and only trumpet C was considered for dynamics discrimination. Every sound of the study were generated by additive synthesis (described thoroughly in this section) and their duration was the same (0.75s). A 50ms linear envelope slope was added at the beginning and end of each sound. Every sound was normalized in amplitude so that the peak amplitude of the pressure remains in the interval (-1 , +1). Eventually, pairs of sounds were constituted of two sounds, separated by a 250ms space.

Instrument discrimination

The objective of this first experiment is to study whether the differences between the sounds of the three trumpets A, B, C are perceptible, the sounds being either played by a musician or simulated with the harmonic balance technique. Since there are 3 instruments, 3 comparisons are considered for the same-different test (A versus B, B versus C and A versus C). For each comparison, pairs of sounds coming from different categories are considered in the test. These categories are described thereafter.

Simulated sounds : This category corresponds to sounds obtained by simulations of the physical model. For each trumpet, and each virtual musician *vm1* and *vm2* (see Table 4.1), the playing frequency F_0 , the amplitude a_n , and phases φ_n of the six first harmonics representing the pressure at the bell of the instrument were computed. The sounds were next generated by additive synthesis (duration = 0.75s). This set is called **raw simulated sounds**. The spectra of the trumpets for the virtual musician *vm1* are plotted in Figure 4.5 (left column) for information.

Resynthesized Real sounds : This category corresponds to sounds played by a musician. For the 3 trumpets, the same note Bb4 was recorded with the same musician. All the recordings

(sampling frequency 44100Hz, 16 bits) were made in the same room with a Shure SM 58 microphone. The microphone was placed in the axis of the bell (distance = 10 cm) and connected to a pre-amplifier Canford 20-266 and a Digigram Vx pocket V2 soundcard. The musician was asked to play a mezzo forte (*mf*) dynamics. Two repetitions of the note were recorded. In order to limit the variability inherent to the musician as much as possible, he was asked to play the note in the easiest and most natural way (without trying to adjust the pitch or the timbre of the notes). However, these real sounds were too easily distinguishable in a same-different test because of the inherent impossibility of the trumpeter to produce sounds with a constant envelope, pitch, intensity and spectral content. For this reason, these sounds were resynthesized in permanent regime. The sounds were windowed to suppress the transient part of the signal. With the remaining part (considered as permanent regime), a Fourier analysis (FFT algorithm) was made to extract the playing frequency F_0 and the magnitude of the harmonics. In practice, only the first 15 harmonics were considered, the amplitudes of the harmonics above the 15th being negligible. In the end, the sounds were resynthesized by additive synthesis, using the playing frequency F_0 and the amplitude of the 15 harmonics (duration = 0.75s). Two different recordings were made in order to constitute two different instances of the real trumpet sound providing different sounds to each group of participants. The spectra of the 3 trumpets corresponding to the first repetition are presented in Figure 4.5 (right column) for information. This set is called **resynthesized real sounds**.

Frequency normalization : The simulated and recorded sounds of the different trumpets present important differences in terms of playing frequencies. It is however interesting to study how the discrimination between the instruments changes when these playing frequency differences are removed. These frequency differences are even meaningless for instrument discrimination because one can tune the instrument to get the same pitch (by adjusting the tuning slide). An objective frequency normalization of the sounds is done to overcome this tuning problem and to assess how instruments are discriminated according to timbral characteristics only. Of course this tuning could be done by the musician, but this process is subjective, and furthermore solves only the problem for the "real sounds" category, not for the simulations. A target frequency was preferred to normalize the sounds in an objective way. 480Hz was the target frequency (corresponding roughly to the average playing frequency of every Bb4 sound). All the sounds (simulated - resynthesized real sounds) were re-generated by additive synthesis (sum of the contribution of the harmonics) at a fundamental frequency of 480Hz (duration = 0.75s). Consequently, two more sets of sounds with normalized playing frequencies (480Hz) were added to the two initial sound categories (simulated and resynthesized real sounds). These two new sets are called respectively **normalized simulated sounds** and **normalized resynthesized real sounds**. To sum up, the 2 initial sets of sounds are doubled

producing 4 sets which are used to assess instrument discrimination).

Dynamics discrimination

The objective of this second experiment is to study whether the differences between the dynamics of the same trumpet are perceptible, the sounds either being played by a musician or simulated. It is important to mention that the effect of the dynamics concerns only the timbre and playing frequency of the notes (sound amplitude is normalized in order to avoid the discrimination linked to sound loudness). According to the dynamics indication used in music, seven levels were considered to define the stimuli. Only one instrument is considered in this study : trumpet C (standard leadpipe).

Simulated sounds : Previous studies showed that the main control parameter that governs the dynamics of a simulated sound is the mouth pressure P_m (the physical model behaves actually in agreement with a real player) [Petiot et Gilbert, 2013]. Seven increasing levels of the mouth pressure P_m were chosen to represent the evolution of simulated sounds dynamics (increasing from d1, $P_m = 8000 Pa$, to d7, $P_m = 20000 Pa$ by a step of $2000 Pa$). The lowest level corresponds to the minimum pressure necessary to obtain convergence of the simulation (regime of oscillation), the highest level corresponds to the value of the pressure from which there is no spectral enrichment anymore. The other values of the parameters of the virtual musician are chosen in order to obtain convergence of the simulations ($f_l = 400 Hz$, $\mu_l = +0,66 kg/m^2$). These sounds are normalized in amplitude to prevent sound intensity difference (see below the normalization process). This set is named **Simulated sound dynamics**.

Resynthesized Real sounds : The same resynthesis described above over 7 gradual dynamics (spanning from pianissimo *pp* to fortississimo *fff*) played by the same musician formed a last set called **Resynthesized Real sound dynamics**.

It is important to mention that no frequency normalization was undertaken for dynamics discrimination because these sounds relate to the same instrument (C). Indeed, frequency differences are meaningful to represent dynamics differences (in other words, it would be totally irrelevant to change the tuning of an instrument according to the dynamic played).

Experimental design

This section describes the design of the pairs for the same-different test. Regarding instrument discrimination, for each considered set, every pair of instruments is presented as well as the pairs made of the same instrument, which produces 6 pairs (A/B, A/C, B/C, A/A, B/B, C/C). Concerning dynamics discrimination, it is useless to compare two dynamics that are too far from each other as the differences are easily audible (pilot tests showed a 100% success rate in the discrimination).

Consequently, the dynamics discrimination is studied within three ranges $R1=\{d1, d2, d3\}$ (*low*), $R2=\{d3, d4, d5\}$ (*middle*), $R3=\{d5, d6, d7\}$ (*high*), producing pairs as follows : $d1/d2, d2/d2, d2/d3$. This process produces 9 pairs for each concerned set (Figure 4.6).

		Instrument discrimination					
		Instruments					
		A		B		C	
		vm1	vm2	vm1	vm2	vm1	vm2
A	vm1	xx		xx		xx	
	vm2		xx		xx		xx
B	vm1			xx		xx	
	vm2				xx		xx
C	vm1					xx	
	vm2						xx

		dynamics discrimination						
		dynamics						
instr.	C	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7
d1			x					
d2			x	x				
d3					x			
d4					x	x		
d5							x	
d6							x	x
d7								

Figure 4.6 Definition of the pairs presented in the experimental design for the listening test (simulated sounds). On the left, pairs presented to each participant regarding instrument discrimination involving two virtual musicians, *vm1* and *vm2*. Pairs were repeated for this test (xx stands for a pair presented twice). On the right, pairs of sounds regarding dynamics discrimination (x stands for a pair presented). 7 dynamics levels were proposed, from d1 (low dynamics) to d7 (high dynamics).

For the instrument discrimination, sets of pairs were heard twice by the participant in order to have an insight into participant answer consistency. Dynamics discrimination pairs were not repeated so as to shorten the test duration as much as possible in order to keep participant concentration in this difficult test. Figure 4.6 summarizes the pairs proposed to the participants regarding instrument discrimination (left) and dynamics discrimination (right) in the case of simulated sounds. Identical tables can be drawn for resynthesized real sounds. Since the dynamics discrimination does not concern normalized sounds, only the table on the left can be reproduced for normalized synthesized sounds and normalized resynthesized real sounds. Each participant listened to a total of 66 pairs ($2(\text{repetitions}) \times (6(\text{simu}) + 6(\text{real}) + 6(\text{normalized simu}) + 6(\text{normalized real})) + 1(\text{repetition}) \times (9(\text{simu}) + 9(\text{real}))$). Before the test, a short training introduced the task. The pairs were presented in a random order to each participant to control a possible order effect in the assessment. Furthermore, the sound order in the pair was also randomized to prevent an order effect. The participant listened to a pair and provided his/her answer ("same" or "different") interacting with the graphical interface (see Figure 4.4). The average duration of the test was about 20 minutes.

Data analysis

The answers gathered by the same-different tests are analyzed using the confusion matrices [Boley et Lester, 2009]. These 2x2 matrices summarize the choices of the participants according to the nature of the pairs presented (see Figure 4.7).

		Condition	
		different (B/C)	same (B/B - C/C)
participants answers	Different	true positive (TP) 43	false alarm (FP) 19
	Same	omission (FN) 3	true negative (TN) 73
		Sensitivity $\frac{TP}{FN+TP} = 0,93$	Specificity $\frac{TN}{FP+TN} = 0,79$

Figure 4.7 Example of a confusion matrix of the same-different test regarding instrument B/C comparison using normalized simulated sounds. Furthermore, sensitivity and specificity are defined.

The columns represent the condition ("are the sounds of the presented pair different or the same?"), and the lines represent the participants' answers. The numbers reported in the different cells comprise individual judgments from participants, including repeated trials for the instrument discrimination conditions. There are as many matrices as experimental contexts, namely 3 instrument discriminations (A/B, A/C, B/C) x 4 sets (simulated sounds, normalized simulated sounds, resynthesized real sounds, normalized resynthesized sounds) plus 3 dynamics ranges (R1, R2, R3) x 2 sets (simulated sounds, resynthesized real sounds), giving a total of 18 confusion matrices. Figure 4.7 presents an example of the confusion matrix for the instrument B/C comparison in the case of normalized simulated sounds. From these matrices two main indices assess the quality of the discrimination : sensitivity and specificity [Altman et Bland, 1994]. The first one provides a fraction describing the subjects' ability to differentiate sounds and the second one a fraction describing the subjects' ability to detect similar pairs.

4.2.5 Results and Discussion

Discrimination between instruments

The results of the confusion matrices for each experimental condition are represented with a common plot in signal detection theory, the ROC plot (Receiver Operating Characteristic)[O'Mahony et Hautus, 2008]. This graphical plot represents the sensitivity (true positive rate) according to (1-specificity), i.e. the false positive rate. Each confusion matrix is represented by a point in the ROC space. A perfect detection is represented by the (0, 1) point, and a random detection is located along the diagonal line. The relevance of the discrimination can be assessed on this plot by the distance of the point above the diagonal : the greater this distance, the more relevant the discrimination. To qualify the performance in the detection relatively to random choices in the same-different test, an independence test using the Binomial Distribution is proposed [Boley et Lester, 2009]. From the Binomial Distribution, with a specific number of trials, and an observed number of correct identifications, a p-value can be calculated. This value represents the false rejection probability of the null hypothesis H_0 : subjects answered randomly to the tests. A threshold of 5% is considered for the significance test, allowing the computation of threshold values for true positive (TP) and true negative (TN). These thresholds allow the plotting of a 95% confidence limits on the ROC space, for sensitivity (lower bound) and specificity (upper bound). These limits are a first indicator helping us to estimate the subjects' answers reliability.

Figure 4.8 and Figure 4.9 summarize the results of the same-different tests and show the positions of the pairs of sounds in the ROC space.

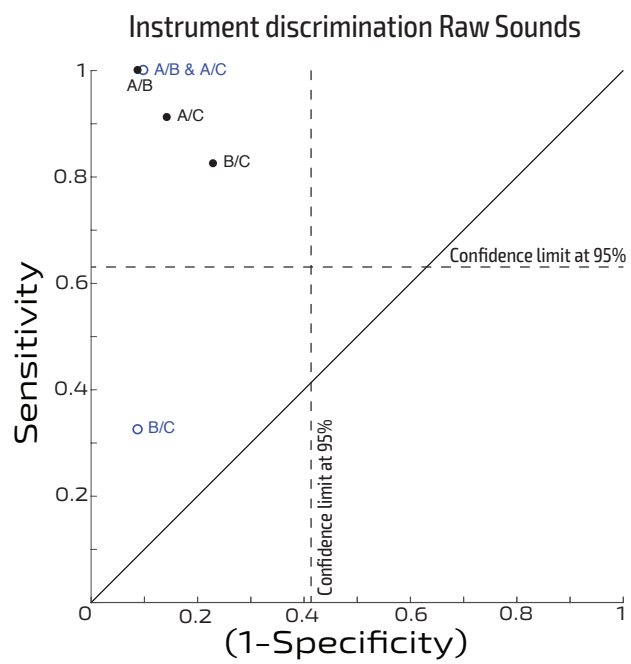


Figure 4.8 Instrument pair positions in the ROC space for simulated sounds (○) and resynthesized real sounds (●).

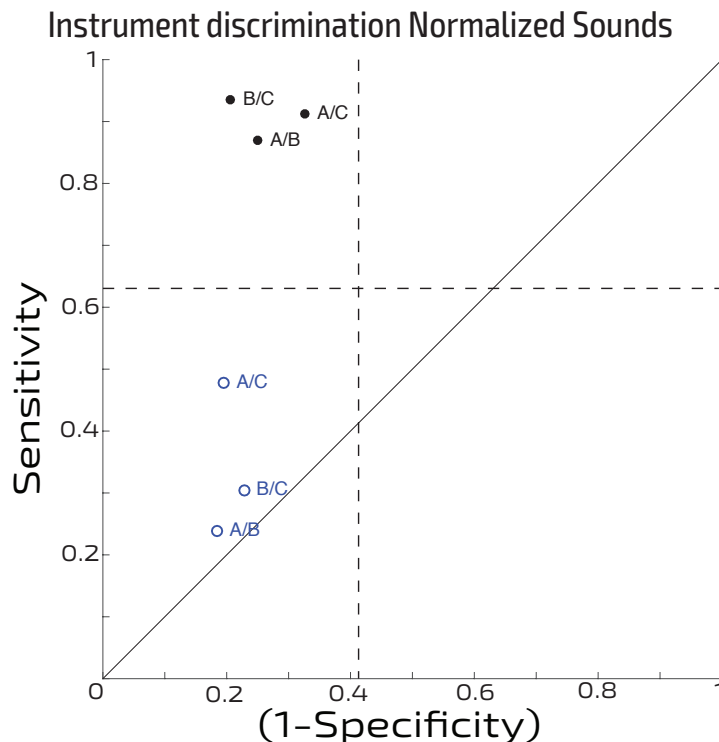


Figure 4.9 Instrument pair positions in the ROC space for normalized simulated sounds (○) and normalized resynthesized real sounds (●).

The "raw" sounds (simulated sounds and resynthesized real sounds) are represented in Figure 4.8, while the normalized sounds (normalized simulated sounds and normalized resynthesized real sounds) are represented in Figure 4.9.

In Figure 4.8, for raw simulated sounds, the sensitivity of the detection is the weakest for the pair B/C (0.32). Furthermore, this pair is below the sensitivity confidence limit emphasizing how the participants miss the difference between the 2 instruments. We can conclude that the difference between the instrument B and C is almost inaudible, while differences for the two other pairs A/B and A/C are more audible (sensitivity > 0.8) and of the same magnitude. Concerning resynthesized real sounds, even if the pair B/C scores higher than its simulated counterpart, its discrimination is not as good as the one of the two other pairs. These observations are in agreement with the amplitude of the differences between the instruments. Indeed, the instruments B and C have a very similar geometry while A is more different to B and C. When the difference between instruments is important enough (A/B or A/C), the physical model is then able to generate perceptible differences between the instruments' sounds.

In Figure 4.9, concerning normalized simulated sounds, the sensitivity is very low : each couple

(A/B, A/C, B/C) is under the 95% confidence limit and has a sensitivity inferior to 0.5. When pitch differences are removed, the timbre differences between simulations are too small to be audible. Yet the detection for resynthesized real sounds is better (sensitivity > 0.8), every pair being above the two confidence limits and the pairs of instruments are not differentiated in the same way as raw sounds. The conclusion is that the physical model is not able to grasp timbre differences between instruments, while resynthesized real sounds are better discriminated. This could also be the result of the substantial difference between the spectra of the two sets of sounds. Indeed, simulated sounds contain six harmonics while real sounds contain fifteen harmonics leading to a greater timbre flexibility. This is the first limit of the physical model. The comparison of Figure 4.8 and Figure 4.9 indicates that the quality of the discrimination is always better when the sounds are not normalized in frequency. This result, in agreement with the expectations, is an indication on the validity of the test. Indeed, the difference between playing frequencies seems to be the main factor driving instrument discrimination, the timbre having a lesser importance in this experiment. To visualize the correlation between the sensitivity and the playing frequency differences for the different pairs of sounds, a scatter plot is shown in Figure 4.10 : the larger the playing frequency difference, the more sensitive the instrument discrimination.

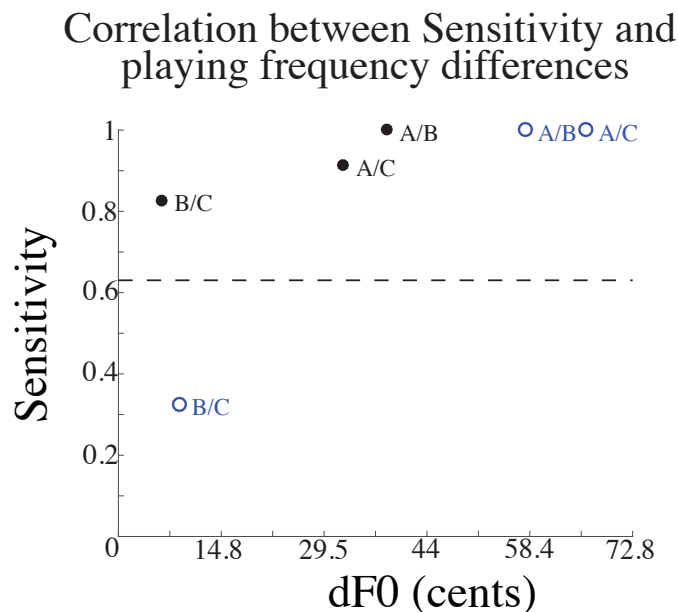


Figure 4.10 Scatter plot of sensitivity according to playing frequency differences for the different pairs of sounds (simulated sounds (○) and resynthesized real sounds (●)).

Discrimination between dynamics

Figure 4.11 shows the discrimination between dynamics in the ROC space.

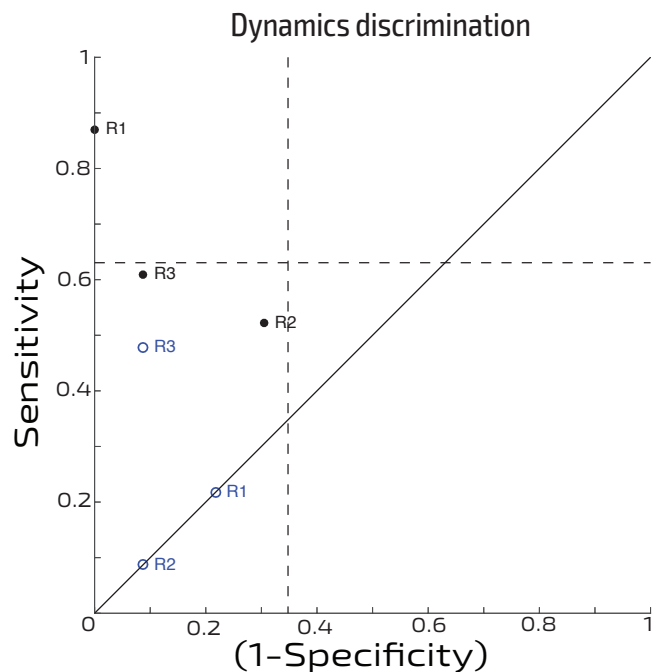


Figure 4.11 Position of triplets of dynamics (R1 low dynamics, R3 high dynamics) in the ROC space for the simulated sounds (○) and the resynthesized real sounds (●).

Simulated sounds are harder to discriminate than resynthesized real sounds. Globally, only the R1 dynamics range of the resynthesized real sounds is above both confidence limits while all the other points are under the sensitivity confidence limit meaning the omission rates are too high. The position of the dynamics R1(d1d2d3) and R2(d3d4d5) on the diagonal line of the ROC space indicates that the detection is random for the simulation. Another general conclusion is the difficulty to perceive differences between mezzo piano, mezzo forte (R2={d3, d4, d5}) sounds for both sound categories. Regarding the low simulated sounds performance, a possible explanation is that the physical model used to simulate sounds does not enrich the sound spectrum enough while increasing dynamics because it does not take into account the preponderant non-linear effect of high dynamics [Norman *et al.*, 2010]. According to the confidence limits, the range that is the most discriminated is the pianissimo to mezzo piano resynthesized real sounds R1 with a sensitivity better than any other pair (sensitivity=0.88). One explanation could be that the spectral enrichment of the trumpet is very important in the low dynamics for the 7 to 15 first harmonics since these harmonics are not

shared between simulated and resynthesized real sounds.

4.2.6 Conclusions

The perceptual same-different test undertaken over simulated and resynthesized real sounds in permanent regime confirms the capability of the harmonic balance technique to represent coherent differences between instruments. Regarding raw sounds, the results show that the simulations are able to generate reliable differences between trumpets when the differences between the instruments are sufficient (A/B - A/C). This is in accordance with the results with the "real" musician. When the differences are small (pair B/C), the differences between simulated sounds are not audible whereas they are with a "real" musician. This can be due to the musician, but additional tests should be carried out to confirm it (or an artificial mouth should be used [Petiot *et al.*, 2003]). Yet, the normalized sounds analysis shows that the physical model synthesizes too small timbre differences given the leadpipe modifications while the resynthesized real normalized sounds are more discriminable. This shows one limit of the model regarding the very small leadpipe differences. Besides, since the spectra of the resynthesized real sounds contain fifteen harmonics against six for the simulated sounds this may lead to greater timbre differences for the resynthesized real sounds. Concerning the dynamics, the mezzo piano to mezzo forte range is hard to discriminate, particularly for simulated sounds. The protocol selecting recorded sounds for dynamics discrimination should be modified classifying a priori sounds according to some descriptors related to loudness. The discrimination tasks are difficult for the subjects and the leadpipe modifications were too small to be perceptible in general. Consequently, one primary approach would be to refine our geometrical variables in order to objectively produce sharper sound differences. Furthermore, truncating the signal taking only the permanent regime is simplistic and temporal simulation will be studied in the future to provide more perceptually representative simulations. It is worth mentioning that deeper longer tests with many repetitions, assessing carefully the musician effect should be undertaken in order to seize more information in a near future.

Acknowledgments

Acknowledgments to the 24 subjects who took part in the perceptual tests with great care and patience.

4.3 Étude des différences perceptives entre les perces optimales et des perces courantes

4.3.1 Introduction

L'étude subjective, présentée ci-après, est une étape complémentaire à la procédure d'optimisation. En effet, la procédure optimise une fonction objectif (la justesse) basée sur des critères calculés à partir de simulations sonores, ce critère est donc objectif. Or, in fine, c'est l'auditeur qui juge le son de l'instrument, sur une base de critères subjectifs. Il est donc légitime de se demander si les différences entre les perces optimales et des perces courantes sont perceptibles, pour justifier l'intérêt de l'optimisation.

Par conséquent, l'étude subjective présentée ci-après cherche à évaluer si les différences de sons simulés entre les perces optimales et des perces courantes de l'espace de conception, sont effectivement perceptibles. Ce test est crucial, car si les différences n'étaient pas perçues, cela signifierait que l'optimisation joue de manière marginale sur la perce, et que les modifications sont inférieures au seuil de discrimination. L'optimisation n'aurait alors pas grand intérêt.

La question traitée est : l'auditeur distingue-t-il la trompette optimale d'autres trompettes d'intérêt de l'espace de conception ? En d'autres termes, la question est donc de déterminer si, étant donné l'espace de conception, la trompette optimale diffère d'autres trompettes admissibles d'intérêt.

La préférence pour un instrument ou un autre n'est pas évaluée dans cette expérience perceptive. En effet, avant de s'intéresser à quel instrument est meilleur qu'un autre, il faut déterminer si l'on distingue les instruments entre eux (tâche de discrimination).

En pratique, l'expérience perceptive, présentée ci-après, est basée sur la trompette optimale et la trompette de référence du problème à 5 dimensions de [Tournemene *et al.*, 2016b] présentées au chapitre 3. Cet article est en tout point similaire à [Tournemene *et al.*, 2017], mis à part le fait que la robustesse de la procédure d'optimisation n'avait pas encore été mise à l'épreuve. Bien que la démarche décrite dans ce chapitre soit appliquée à cette procédure d'optimisation précise, on pourrait tout aussi bien l'appliquer de nouveau à un autre problème d'optimisation caractérisé par un tout autre espace de conception ainsi qu'une autre fonction objectif.

Les différences perceptives entre trois trompettes d'intérêt sont étudiées : la trompette optimale, la trompette de référence (trompette initiale lors de la procédure d'optimisation), et une trompette élémentaire (trompette admissible, mais dont la valeur de la fonction objectif est faible). La comparaison trompette optimale/trompette élémentaire permet d'estimer si l'espace de conception produit des trompettes présentant des différences perceptibles. La comparaison trompette optimale/trompette de référence permet d'estimer si la procédure d'optimisation a produit un instrument perceptivement différent.

L'expérience perceptive se divise en 2 épreuves :

- l'évaluation des différences perceptives entre les 3 instruments étudiés,
- l'évaluation des différences perceptives entre différents sons du même instrument.

Afin de traiter ces 2 épreuves, 32 participants ont répondu à un test d'écoute par paires (dit "same-different"), similaire à celui de l'étude précédente, voir paragraphe 4.2. Les paires contiennent deux sons différents ou deux sons identiques et le participant doit déterminer la nature (sons différents ou identiques) de la paire entendue. Les résultats de chaque participant, à chaque famille de sons, sont classés dans des matrices de confusion [Boley et Lester, 2009] équivalentes à des relevés de notes, comptabilisant les réponses des sujets selon la nature de la paire.

Ensuite, ces matrices sont étudiées par l'intermédiaire de critères de discrimination, desquels émergent les conclusions de l'étude.

Le contexte de l'optimisation est rappelé dans les paragraphes suivants. Ensuite, le test perceptif est présenté et les résultats sont discutés.

4.3.2 Contexte et objectifs

Rappel sur le problème optimisation

L'espace de conception considéré dans ce chapitre est celui décrit au paragraphe 3.4.6. Il est défini par 5 variables : 1 variable est la profondeur de l'embouchure et les 4 autres sont des rayons de la branche d'embouchure.

La fonction objectif est le descripteur de justesse présenté au paragraphe 3.4.4. Ce descripteur est la moyenne des écarts au tempérament égal de chaque régime considéré par rapport à un régime de référence. 4 régimes sont considérés dans cette étude (2, 3, 4, 5), le 4ème régime étant celui de référence pour l'accord de l'instrument. Les écarts au tempérament égal, pour une perce \mathbf{x} et chaque régime i , sont :

$$ETD(\mathbf{x}, i, \varphi) = \alpha_{ref \rightarrow i} - 1200 \cdot \log_2 \left(\frac{\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)}{F_{ref}(\mathbf{x}, \varphi)} \right), \quad (4.5)$$

où \overline{F}_i est la fréquence de jeu moyenne du régime i . $\alpha_{ref \rightarrow i}$ est l'écart en cent attendu, entre le régime de référence et le régime considéré. Cet écart théorique est comparé à l'écart mesuré entre les simulations des deux régimes. φ représente la population de sons permettant de calculer les valeurs moyennes. Par conséquent, la fonction objectif a la forme décrite par l'Équation 4.6.

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = \frac{|ETD(\mathbf{x}, 2, \varphi)| + |ETD(\mathbf{x}, 3, \varphi)| + |ETD(\mathbf{x}, 5, \varphi)|}{3}. \quad (4.6)$$

Trompettes considérées et valeurs de la fonction objectif

Les impédances des trompettes sont calculées par la méthode des lignes de transmission. Trois trompettes sont considérées dans notre expérience perceptive :

- une modélisation en éléments géométriques simples de la trompette de référence (désignée par le label T_{ref} par la suite) correspondant à la perce de la Yamaha 6335 (mesurée par nos soins³) avec une embouchure de dimensions correspondant à la Yamaha 15C4 (mesurée également par nos soins),
- la trompette optimale obtenue en partant de la trompette de référence lors de la procédure d'optimisation sur le cas d'étude à 5 variables (T_{opt}),
- une trompette "élémentaire" choisie arbitrairement dans l'espace de conception T_{ele} . Cette trompette a été choisie, car elle présente une valeur forte de la fonction objectif (trompette plutôt fausse), voir Figure 4.13.

Les trois trompettes sont identiques en tout point sauf selon la profondeur de l'embouchure et les 4 rayons définissant la branche d'embouchure. Le Tableau 4.3 résume les valeurs des variables de chaque trompette et leur profil est dessiné Figure 4.12.

Les fonctions objectif caractérisant l'écart au tempérament égal et leur décomposition sur chaque régime de chacune des trompettes sont présentées Figure 4.13 (les valeurs sont obtenues à partir des fréquences de jeu moyennes de 1000 simulations par régime par trompette, voir paragraphe 4.3.3). L'instrument optimal a une différence moyenne de 6,7 cents par rapport à l'instrument de référence. Pour les régimes 3 et 5 cette différence est marquée (10,3 et 7,3 cents de moins respectivement). Cependant, le régime 2 étant déjà suffisamment "juste" pour l'instrument de référence,

3. Les paramètres géométriques de l'embouchure ont été déterminés grâce à un moulage de celle-ci puis une série de mesures avec un pied à coulisse. La mesure de la géométrie de la perce de la trompette a été obtenue à l'aide de billes insérées par le pavillon de l'instrument s'arrêtant lorsque le diamètre du tube est suffisamment petit. Des jauges de profondeur mesurent alors l'enfoncement de la bille le long de l'axe de la perce. Le diamètre de la bille étant connu on reconstruit $R(l)$

Tableau 4.3 valeurs des 5 paramètres géométriques de chaque perce : la profondeur de l'embouchure L1 et les 4 rayons consécutifs de la branche d'embouchure R1 à R4

en mm	L1	R1	R2	R3	R4
T_{ele}	3,5	5,63	6	6,1	6,2
T_{ref}	2,3	4,93	5,3	5,58	5,72
T_{opt}	2,62	5,93	3,95	5,97	6

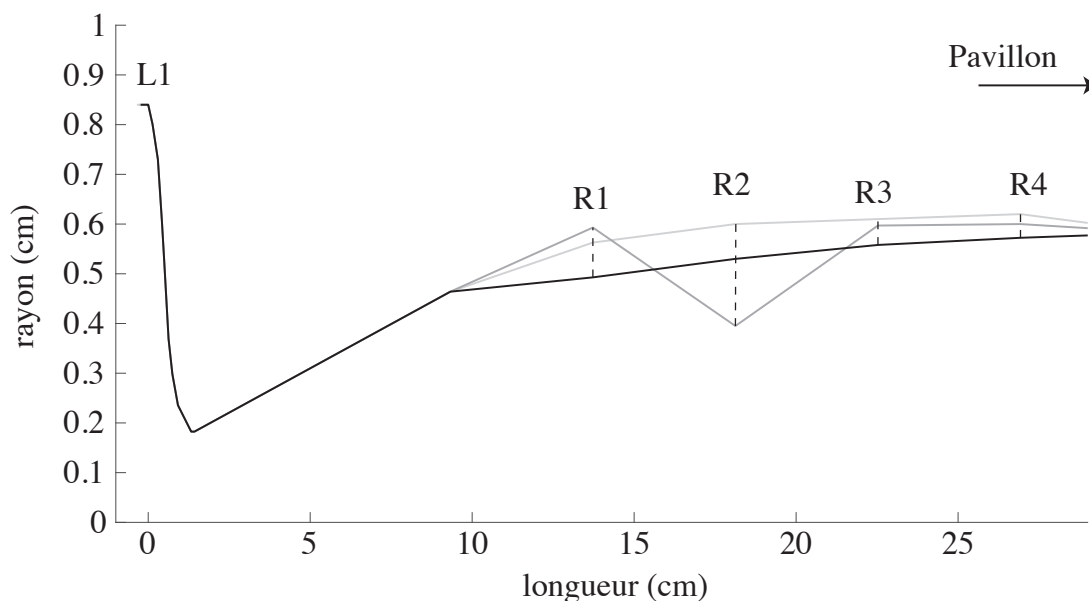


Figure 4.12 définition géométrique de chaque perce permettant d'observer les paramètres L1, R1, R2, R3, R4. Chaque nuance de gris correspond à une perce : noir trompette de référence, gris foncé trompette optimale et gris clair trompette élémentaire.

on constate que l'optimisation n'a que peu amélioré la justesse. À moins que, par hasard, le timbre de l'instrument optimal soit fort différent de l'instrument de référence, il y a peu de chance que les participants entendent une différence entre les deux sons du deuxième régime. La trompette élémentaire est moins "juste" que la trompette de référence sur tous les régimes sauf le 5. Le régime 5 étant relativement "juste", il est peu probable que les sujets puissent distinguer l'instrument optimal de l'instrument élémentaire à ce régime. Ces graphiques nous laissent présager des différences perceptives, que les tâches de discriminations vont permettre de conforter et de quantifier.

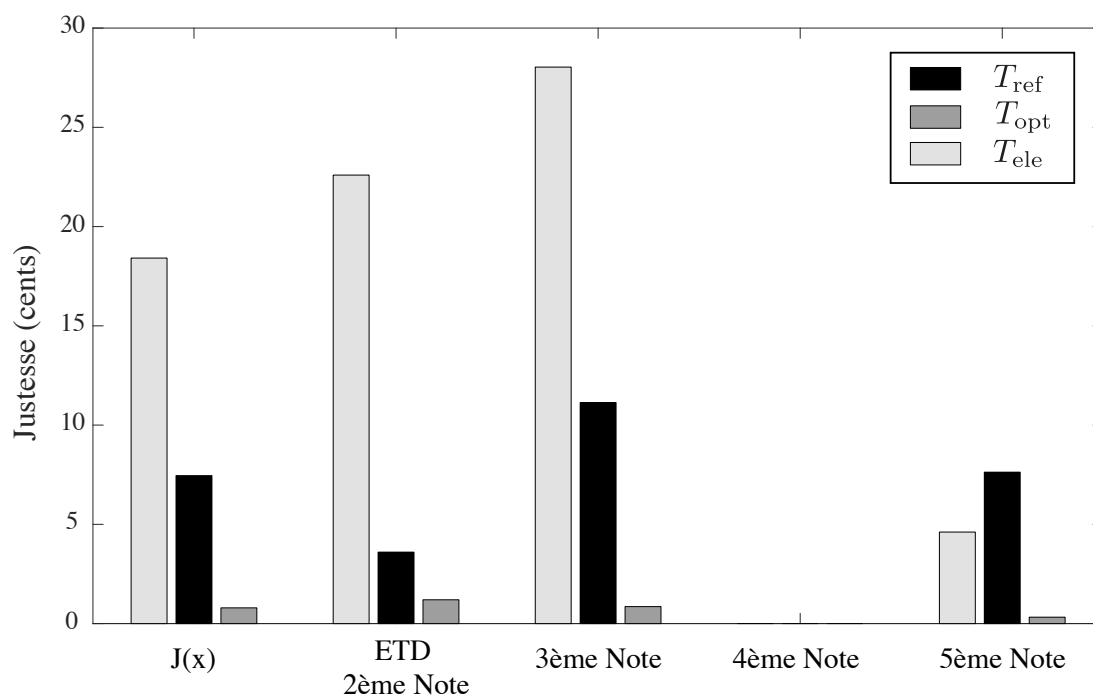


Figure 4.13 Détail de la fonction objectif (colonnes de gauche nommée $J(\mathbf{x})$) et de chacun des ETDs (autres colonnes). Chaque couleur correspond à une perce : noir, trompette de référence, gris foncé, trompette optimale et gris clair, trompette élémentaire.

Objectifs de l'étude perceptive

Les différences objectives de justesse entre les trois trompettes ont été présentées. Il convient maintenant de déterminer si ces différences sont perçues ou non. Ainsi, pour les deux couples, instrument optimal et instrument élémentaire, instrument optimal et instrument de référence, un test perceptif de discrimination étudie les différences perçues pour chaque régime d'intérêt. Les régimes d'intérêt sont les régimes 2, 3 et 5 puisque le régime 4 est celui de référence servant d'accord aux trois instruments. Ces tests perceptifs entrepris sur les deux couples pour les trois régimes permettront de conclure de l'intérêt de l'optimisation basée sur des simulations sonores par modèle physique et de la pertinence de l'espace de conception. Ils sont nommés test inter-instruments. Des différences perçues entre l'instrument optimal et l'instrument élémentaire signifieront que l'espace de conception est assez large pour présenter des différences perceptibles. Des différences entre l'instrument optimal et l'instrument de référence confirmeront l'intérêt global des optimisations fines de la perce et du problème d'optimisation. L'intérêt de l'épreuve de discrimination entre l'instrument de référence et l'instrument optimal est double, puisque l'instrument de référence est la représentation d'une trompette du commerce (Yamaha 6335, embouchure 15C4). Ceci nous permet de savoir si notre méthodologie pourrait faire évoluer un instrument réel.

Le protocole mis en place ne permet pas de juger de la qualité finale des instruments optimisés : pour cela il faudrait construire les instruments optimaux, et vérifier qu'ils sont effectivement perçus par des musiciens comme plus justes que des instruments de référence.

Comme expliqué au paragraphe 3.3, chaque régime k de chaque instrument est représenté par une multitude de sons issus des ensembles de masques musiciens Λ_k . Ces sons permettent alors de déduire des valeurs moyennes de fréquence de jeu, afin de calculer la fonction objectif de justesse. L'expérience perceptive de discrimination ne considère qu'un échantillon sonore par régime et par instrument. C'est pourquoi, pour chaque régime k et chaque instrument, nous nous appuyons sur le son moyen, synthétisé à partir d'un ensemble de sons, obtenu par un échantillonnage de Λ_k . Ce choix étant naturel mais arbitraire, il faut s'assurer qu'il représente largement les sons dont il est issu. C'est pourquoi la seconde partie du test perceptif, dit intra-instrument, compare le son moyen à certains représentants de la population de sons simulés. Ces représentants se distinguent du son moyen selon leur fréquence de jeu ou leur contenu spectral. Le test de discrimination cherchera à savoir, si, à un régime donné, le son moyen est suffisamment proche perceptivement des autres échantillons sonores représentant la population. En effet, cela justifierait le choix du son moyen comme unique échantillon sonore représentant l'instrument. Si, pour les échantillons sonores les plus extrêmes de la population de sons, une différence est perçue, cela confirmera aussi l'intérêt de la méthode d'optimisation basée sur un groupe de masques d'intérêt. En effet, cela voudra dire que bien que la variabilité induite par les différents masques est maîtrisée, certains masques d'intérêt

produisent tout de même une diversité perceptible.

La partie de l'expérience concernant le test intra-instrument n'existe que pour s'assurer de la validité du test inter-instruments. Par conséquent, sa définition et ses résultats sont présentés dans l'Annexe G. Pour la suite de ce chapitre, au vu des résultats du test intra-instrument, on peut considérer que les sons moyens sont de bons représentants de chaque régime de chaque instrument.

4.3.3 Matériel et méthode

Description du test perceptif

Le test perceptif est un test dit "Same-Different" [Lawless, 2013]. Il présente les sons au sujet sous forme de paires. Une paire peut comporter deux sons identiques ou deux sons différents. L'objectif du participant est alors d'indiquer si les deux sons entendus sont identiques ou différents. Concernant les tests inter-instruments pour chacune des deux comparaisons (optimal contre élémentaire, optimal contre référence) les paires sont construites pour les régimes 2, 3 et 5. Chacune des paires contient deux sons moyens (voir paragraphe précédent), représentant les instruments au régime donné.

Quatre paires sont construites, pour chaque comparaison entre l'instrument A et B de chaque régime :

- la paire contenant le son moyen de l'instru. A puis le son moyen de l'instru. B,
- la paire contenant le son moyen de l'instru. B puis le son moyen de l'instru. A,
- la paire contenant deux fois le son moyen de l'instrument A,
- la paire contenant deux fois le son moyen de l'instrument B.

L'expérience est donc équilibrée entre paires de sons différents et paires de sons identiques, et chaque paire est répétée quatre fois, voir Tableau 4.4. L'instrument optimal est présent dans les deux comparaisons. Par conséquent, la paire son moyen instrument optimal - son moyen instrument optimal est présente dans les deux comparaisons. Il est donc inutile de la faire écouter 8 fois : on peut utiliser pour les deux comparaisons les 4 mêmes écoutes de la paire. Ainsi, les tests inter-instruments font intervenir $(4 \text{ paires} \times 3 \text{ régimes} \times 2 \text{ comparaisons inter-instruments} \times 4 \text{ répétitions}) - (1 \text{ paire} \times 3 \text{ régimes} \times 4 \text{ répétitions}) = 84 \text{ paires}$.

Tableau 4.4 Définition des paires de sons moyens présentées pour un test inter-instrument au régime 2. Les paires sont répétées 4 fois, ce qui est représenté par 4 "x". En reproduisant ce tableau par 3 régimes (2, 3, 5), on obtient bien $(7 \times 4) \times 3 = 84$ paires.

Régime2	T_{opt}	T_{ref}	T_{ele}
T_{opt}	xxxx	xxxx	xxxx
T_{ref}	xxxx	xxxx	
T_{ele}	xxxx		xxxx

Par ailleurs, le test intra-instrument présente 144 paires, voir Annexe G. Par conséquent, chaque sujet doit évaluer 228 paires de sons (84+144). Pour chaque participant les 228 paires sont présentées aléatoirement ce qui contrôle l'effet d'ordre.

Stimuli : les sons moyens

Comme indiqué précédemment, seuls les régimes 2, 3 et 5 sont présentés dans le test, car le régime 4 sert de note d'accord des trompettes. Pour les trois régimes d'intérêt, un son moyen est retenu pour chaque trompette : ces sons serviront pour le test inter-instrument et intra-instrument.

Les sons moyens sont obtenus grâce à la simulation de 1000 sons pour chacun des régimes 2, 3, 4, et 5 par la méthode décrite dans le paragraphe 3.3.4. Chaque groupe de 1000 sons est appelé population. Un exemple de population pour le régime 2 de la trompette de référence est donné Figure 4.14 et Figure 4.15.

La fréquence moyenne de jeu et l'amplitude moyenne des harmoniques sont calculées à un régime donné, à partir des 1000 simulations. La fréquence de jeu du régime 4 de l'instrument de référence est la fréquence d'accord. Par conséquent, pour l'instrument optimal et l'instrument élémentaire, les fréquences des régimes 2, 3 et 5 sont accordées du nombre de cents entre la fréquence du régime 4 de l'instrument considéré et celle de l'instrument de référence. Un son d'une durée de 0,75 seconde est finalement créé par synthèse additive. Il est complété par des transitoires d'attaque et d'extinction de 50 ms afin d'éviter des effets non linéaires de la membrane des haut-parleurs provoquant des craquements. C'est ainsi que sont créés les 9 sons moyens (3 instruments x 3 régimes).

Déroulement du test

Avant de répondre au test, ses objectifs et son déroulement sont expliqués aux participants. Les participants s'exercent à l'aide de 4 paires en marge des 228 paires du test perceptif : la première comprend un écart de fréquence de jeu, la seconde est une paire de sons identiques, la troisième

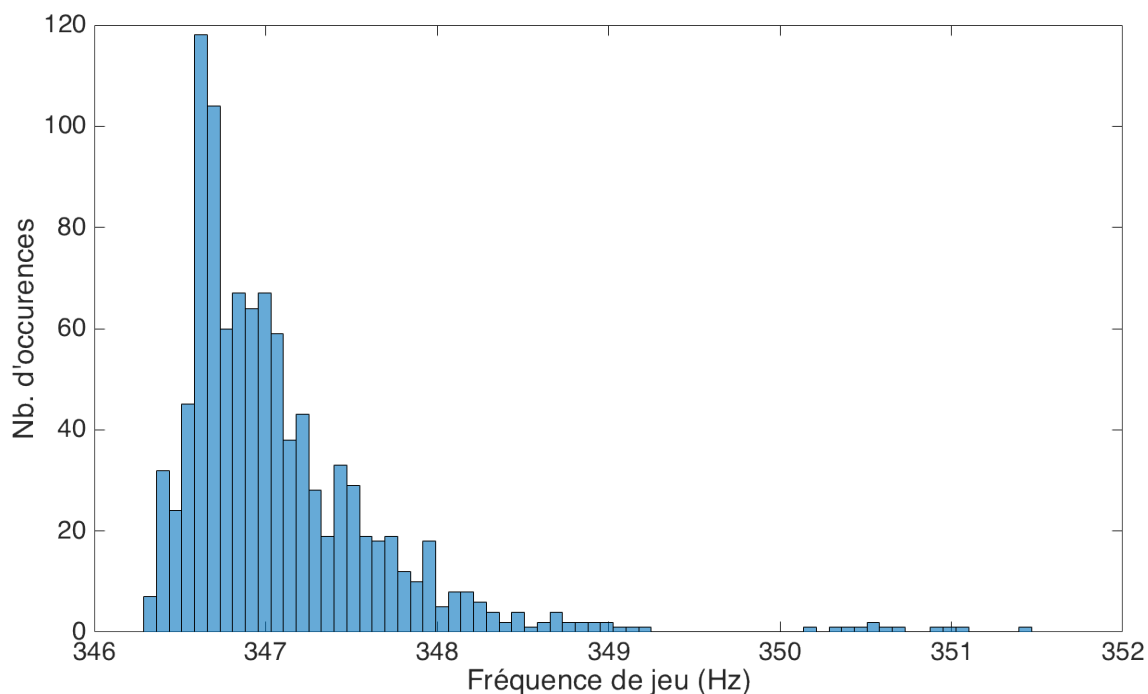


Figure 4.14 Cet histogramme représente l'ensemble des 1000 fréquences de jeu de la population du régime 3 de la trompette de référence

comprend un écart d'intensité et la quatrième un écart de timbre. Ensuite, les 228 paires sont présentées aléatoirement, et sont évaluées l'une après l'autre par le sujet. Le test dure approximativement 40 minutes, avec une pause obligatoire d'environ 5 minutes après la 114ème paire, soit à la moitié du test. Le participant peut écouter une paire autant de fois qu'il le désire avant de se prononcer. Il lui est cependant conseillé d'écouter au maximum 3 fois la paire avant de répondre. Le test se déroule dans des lieux calmes sélectionnés par les organisateurs selon les possibilités des sujets. Le matériel utilisé durant l'expérience est un ordinateur portable avec une carte son externe et des écouteurs Beyerdynamic DT 990 PRO. Le test et son analyse sont programmés sur Matlab, voir Figure 4.16. À chaque écoute, les deux sons d'une paire sont entrecoupés d'une pause de 0,25 seconde.

32 participants ont pris part à l'expérience perceptive :

- 9 filles, 23 garçons,
- 16 non-musiciens (personne n'ayant jamais appris d'instrument de musique), 16 musiciens (personne pratiquant un instrument depuis plus de 10 ans).

Les résultats de tous les participants ont été conservé (pas d'*outliers*).

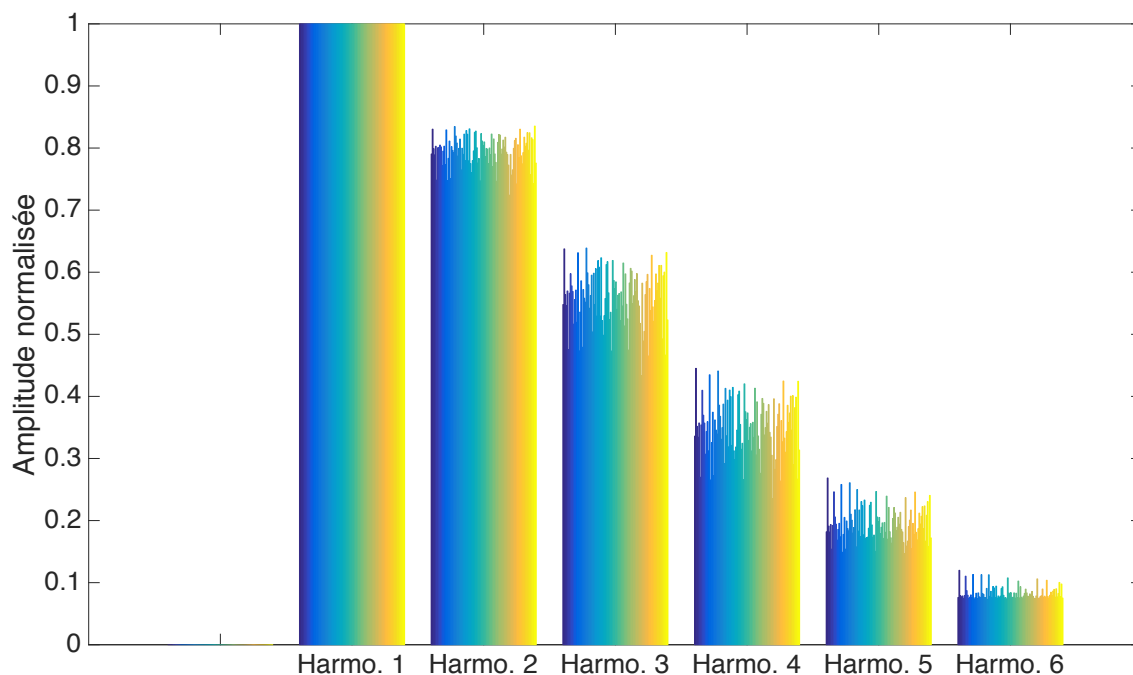


Figure 4.15 Spectres de 100 sons pris au hasard dans la population des 1000 sons du régime 3 de la trompette de référence T_{ref} . Chaque couleur du dégradé correspond à un des 100 sons. Les spectres sont tous normalisés selon le premier harmonique et les simulations par équilibrage harmonique produisent 6 harmoniques, voir paragraphe 3.2.1.

Méthode d'analyse

La méthode d'analyse des résultats est similaire à celle utilisée par [Agus *et al.*, 2010]. Les résultats du test "Same-Different" sont examinés à l'aide de matrices de confusion (voir Figure 4.17) [Boley et Lester, 2009].

Les matrices de confusion de notre étude, de taille 2×2 , résument les choix des participants selon la nature des paires présentées. Il y a autant de matrices que de comparaisons/épreuves présentées, soit 24 matrices dans notre cas ((2 comparaisons inter + 4 comparaisons intra) \times (3 régimes + tous régimes confondus)). Les matrices tous régimes confondus sont construites en agrégeant les résultats de chaque régime. Les colonnes de la matrice de confusion représentent la condition, c'est-à-dire la nature des sons présentés ; les lignes représentent la réponse du participant. Les matrices de confusion permettent notamment d'identifier les fausses alarmes et les omissions. Les fausses alarmes : lorsque le participant répond qu'une paire contient deux sons différents alors qu'ils sont identiques - case en haut à droite de la matrice. Les fausses alarmes sont aussi appelées des fausses détections. Les omissions : lorsque le participant considère les sons identiques alors qu'ils diffèrent - case en bas à gauche des matrices. Étant donné que chaque paire est présentée 4 fois, et qu'il y a 2 jeux de paires de sons différents (A-B, B-A) et 2 jeux de paires de sons identiques (AA - BB), les

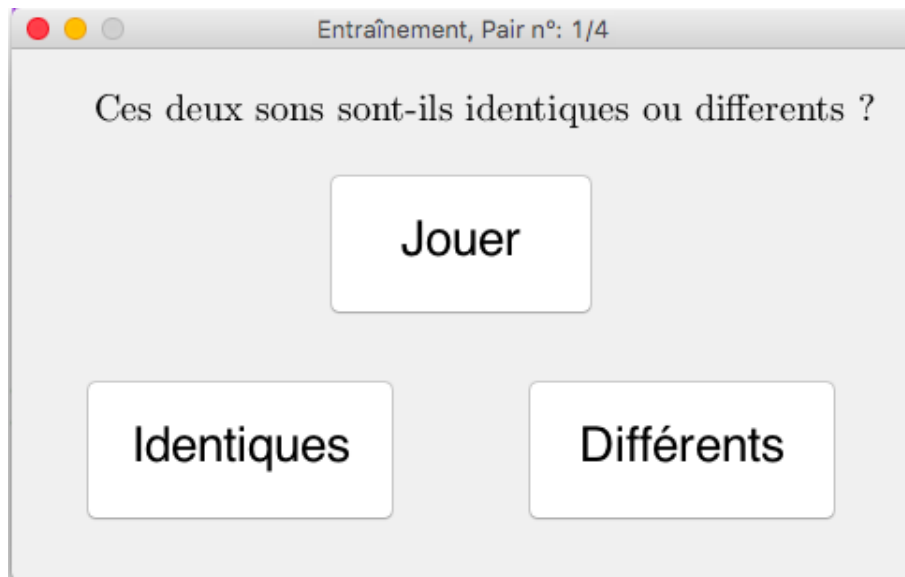


Figure 4.16 Interface du test "same-different".

scores possibles dans chaque case de chaque matrice de confusion vont de 0 à 8.

De ces fausses alarmes et omissions sont calculés :

- la sensibilité (H), qui est la capacité à identifier les paires de sons différents,

$$H = \frac{VP}{VP + FN} , \quad (4.7)$$

- le ratio de fausses alarmes (RFA), qui représente le biais du sujet,

$$\text{RFA} = \frac{FP}{VN + FP} . \quad (4.8)$$

Les indices de sensibilité et le ratio de fausses alarmes sont représentés dans des espaces ROC (Receiver Operating Characteristic) avec la sensibilité (H) en ordonnée et le ratio de fausses alarmes (RFA) en abscisse, voir Annexe H. Le ratio de fausses alarmes correspond à ce que l'on appelle le biais du sujet. Plus ce biais est élevé, plus le sujet est enclin à répondre différent à une paire de sons identiques.

Par ailleurs, on utilise l'indice de discrimination d' qui juge de la facilité avec laquelle le sujet a détecté la nature de chaque paire. Plus d' est élevé, plus le sujet identifie bien chaque paire. Cet indice de discrimination est issu de la théorie de détection du signal (SDT *signal detection theory*). La théorie de détection du signal est présentée dans l'Annexe E avec le détail de l'obtention de d' .

		paires		
		différent	identique	
réponses participants	différent	vrai positif (VP) 7	fausse alarme (FP) 2	
	identique	omission (FN) 1	vrai négatif (VN) 6	
		Sensibilité (H) $\frac{VP}{FN+VP}=0,875$	Ratio fausses alarmes (RFA) $\frac{FP}{FP+VN}=0,25$	$d' = Z(H) - Z(RFA)$ 1,82

Figure 4.17 Exemple d'une matrice de confusion du test "same-different" pour une des 24 comparaisons de cette expérience. La sensibilité, le ratio de fausses alarmes et d' sont calculés.

L'Annexe E explique que d' est calculé pour chaque épreuve de chaque sujet à partir des Z-scores de H et de RFA (fonction de répartition inverse de la loi normale centrée réduite) :

$$d' = Z(H) - Z(RFA) \quad (4.9)$$

Dans les cas de non-définition des Z-scores, par exemple lorsque la sensibilité vaut 1, la méthode de calcul de d' suit [Snodgrass et Corwin, 1988] dont la méthode a été validée par [Hautus, 1995]. Dans un cadre général, un sujet dont les performances sont excellentes ($H=0.99$ et $RFA=0.01$) a un d' égal à 4.65. En pratique, les d' sont généralement inférieurs à 2 [Macmillan et Creelman, 2004]. Si un sujet réussit à identifier 69% des paires de sons différents et 69% des paires de sons identiques alors $d' = 1$.

Pour cette étude perceptive, nous considérons que le participant distingue les sons d'une épreuve si d' est supérieur à 1 [Zatorre, 1985; O'Mahony *et al.*, 2003].

Finalement, pour chaque épreuve, la performance de chaque sujet est mesurée par deux éléments :

- l'indice d' ,
- la position dans l'espace ROC donné par H et RFA.

La position dans l'espace ROC n'apporte que des confirmations qualitatives des résultats. C'est pourquoi les espaces ROC sont placés dans l'Annexe H.

4.3.4 Résultats

Performances des groupes de participants

Dans un premier temps, nous analysons les taux de bonnes réponses des participants séparés en deux groupes, musiciens et non-musiciens. Nous proposons un indicateur de performance dynamique constatant une éventuelle amélioration ou dégradation des réponses des participants au cours du test. Cet indicateur représente le taux de bonnes réponses au test en fonction du nombre de questions initiales non considérées (Figure 4.18 et Figure F.1). Ainsi un score de 62% à l'abscisse 6 signifie que le participant obtient 62% de bonnes réponses au test privé de ses 6 premières questions. Cet indicateur, qui paraît contre intuitif, car supprimant les premières réponses, permet d'observer le comportement des sujets sur la première partie du test. Cet indicateur permet d'identifier les phénomènes d'apprentissage ou de chute de performance. Par exemple, si un effet d'apprentissage est constaté, alors les mauvaises premières réponses ne seront plus considérées à partir d'un certain point, ce qui augmentera le pourcentage de bonnes réponses. La diminution du nombre de questions considérées suivant l'axe des abscisses rend l'indicateur instable lorsque le nombre de paires initiales enlevées augmente. Au vu des courbes obtenues, nous jugeons l'indicateur non pertinent à partir de 160 questions initiales non considérées (équivalent à 68 questions finales considérées). Nous sommes bien conscients de l'imperfection de ce descripteur, notamment du fait qu'à chaque abscisse le nombre de questions considérées change. Cependant, pour l'expérience perceptive étudiée, il est révélateur de la différence entre sujets musiciens et non-musiciens. La Figure 4.18 indique, pour tous les sujets non-musiciens (figure de gauche) et musiciens (figure de droite) le pourcentage de bonnes réponses au test en fonction du nombre de paires enlevées : lorsqu'aucune paire n'est enlevée (0), les non-musiciens ont un taux de bonnes réponse d'environ 57%, les musiciens obtiennent de meilleures performances avec un taux moyen de 66%. La Figure indique également que quelle que soit la catégorie, musicien ou non-musicien, l'effet d'apprentissage ou de chute de performance peut être négligé en général, car les courbes sont plutôt stables dans l'ensemble.

Cette figure montre deux sujets atypiques dans le cas des musiciens, obtenant soit des performances nettement moins bonnes (courbe bleue inférieure) soit nettement meilleures (courbe beige supérieure) que le panel. Cet indicateur nous permet donc d'observer qualitativement que les musiciens se distinguent des non-musiciens. Des tests utilisant l'analyse de la variance (ANOVA) effectuées sur la mesure de d' confirmeront par la suite l'impact de ce facteur "musicien". Les résultats seront donc distingués entre musiciens et non-musiciens pour le reste de l'étude.

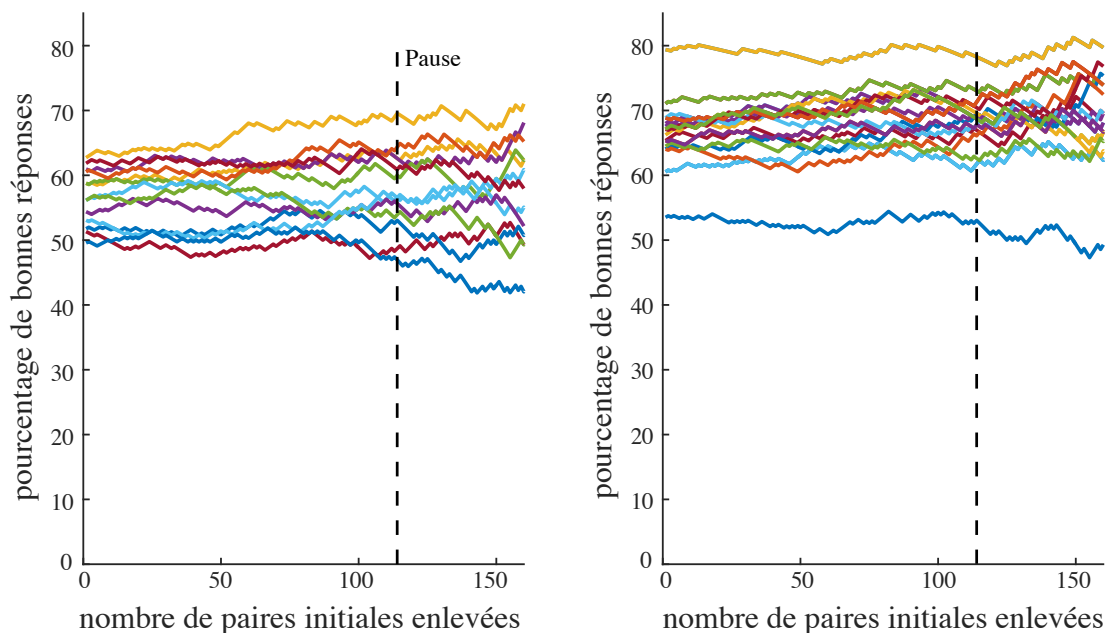


Figure 4.18 À gauche les performances du groupe non-musicien. À droite les performances du groupe musicien. L'axe des abscisses représente le nombre de questions initiales non considérées dans le pourcentage de bonne réponse. Les musiciens semblent globalement plus performants que leurs homologues non-musiciens.

Analyse des données

Les d' , toutes comparaisons et tous participants confondus, sont présentés en Annexe I. Les indices d' moyennés sur les sujets appartenant au groupe musicien ou non-musicien, selon les épreuves, sont répertoriés dans le Tableau 4.5.

Tableau 4.5 d' moyens de chaque épreuve selon les régimes et la catégorie musicien, non-musicien. Les d' supérieurs ou très proches de 1 sont en gras.

		Tous Régimes	Régime 2	Régime 3	Régime 5
$T_{\text{opt}} / T_{\text{ref}}$	musicien	1,52	1,04	1,74	1,78
	non-musicien	0,79	0,45	0,76	1,17
$T_{\text{opt}} / T_{\text{ele}}$	musicien	1,86	1,91	2,2	1,48
	non-musicien	1,26	1,53	1,63	0,61

Les courbes ROC associées à chaque comparaison du Tableau 4.5 sont présentées dans l'Annexe H. Pour chaque facteur expérimental, tous participants confondus, la Figure 4.19 compare la distribution des d' des épreuves inter-instruments entre tous les régimes. Ce graphique sert à observer

la position des d' autour de la droite horizontale $d' = 1$. Si la boîte à moustaches est sensiblement au-dessus de 1, alors on peut conclure que les deux sons de la comparaison ont été bien discriminés.

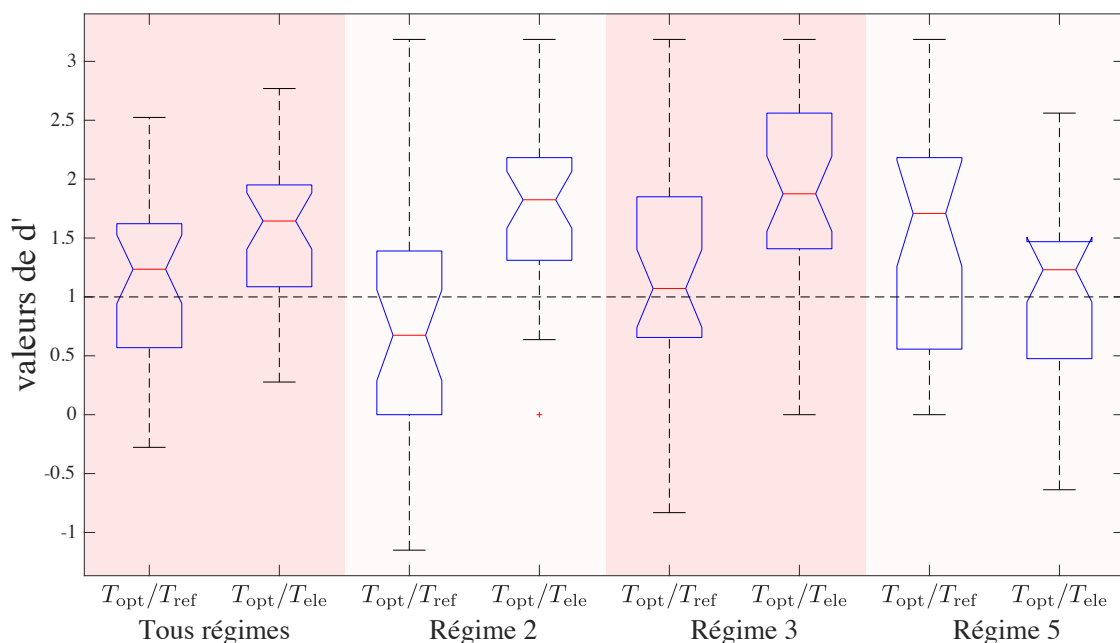


Figure 4.19 Boîte à moustaches des d' liés aux comparaisons inter-instruments selon les régimes sans distinction musiciens/non-musiciens. Les lignes horizontales dans la boîte correspondent au premier quartile, à la médiane et au troisième quartile. Les moustaches montrent l'étendue des données. Leurs longueurs sont de 1,5 fois l'écart inter-quartile. Les données aberrantes sont les croix rouges. Les encoches au milieu des boîtes donnent une estimation robuste de l'incertitude sur les médianes. La ligne horizontale noire en pointillé correspond au seuil de détection de d' qui est de 1.

Détection inter-instruments

Dans un premier temps, la Figure 4.19 indique que les instruments ont été assez bien distingués. En effet, tous régimes confondus, les d' médians de tous les sujets sont majoritairement au-dessus de la limite $d' = 1$. Pour chaque régime, on se rend compte qu'il y a une différence entre l'épreuve de discrimination T_{opt} / T_{ele} et T_{opt} / T_{ref} . En effet, les boîtes à moustaches des comparaisons entre T_{opt} et T_{ele} sont sensiblement plus hautes que celles des comparaisons entre T_{opt} et T_{ref} sauf pour le régime 5. Les sujets auraient donc en général mieux distingué T_{ele} de T_{opt} que T_{ref} de T_{opt} . Ceci n'est pas étonnant étant donné que T_{ele} a été choisie de façon à obtenir une valeur de la fonction objectif faible, voir Figure 4.13.

Le Tableau 4.5, permet d'observer la différence entre les d' obtenus à partir du groupe musicien et

du groupe non-musicien. Une différence notable est observée pour l'épreuve de discrimination entre T_{opt} et T_{ref} : les musiciens sont sensiblement plus performants que les non-musiciens à distinguer les sons.

Nous présentons, tout d'abord, une analyse détaillée de la Figure 4.19 et du Tableau 4.5, soutenue par une ANOVA afin de confirmer l'impact du facteur "musicien" et la différence entre $T_{\text{opt}} / T_{\text{ele}}$ et $T_{\text{opt}} / T_{\text{ref}}$.

Analyse des d'

Comparaison entre T_{opt} et T_{ele}

En ce qui concerne la comparaison entre T_{opt} et T_{ele} , la Figure 4.19 montre que la plupart des d' des sujets se situe au-dessus de la valeur 1, identifiée par la ligne noire pointillée. Plus précisément, tous régimes confondus, les deux instruments sont nettement distingués car même le 3ème quartile est au-dessus de $d' = 1$ (deuxième boîte à moustaches en partant de la gauche). Il en va de même pour les régimes 2 et 3. Par contre, le régime 5 n'est pas bien distingué entre ces deux instruments.

Le Tableau 4.5, permet de distinguer les différences entre le groupe musicien et le groupe non-musicien. On observe que les d' moyens tous régimes confondus ($d' = 1,86$ musicien (M) et $d' = 1,26$ non-musicien (N-M)), régime 2 (**1,91 M 1,53 N-M**) et régime 3 (**2,2 M 1,63 N-M**) sont supérieurs à 1 quel que soit le groupe considéré. On note toutefois que les musiciens ont toujours des scores supérieurs aux non-musiciens. Par ailleurs, cette différence est particulièrement observable pour le régime 5 (**1,48 M 0,61 N-M**), où seul le groupe musicien a en moyenne un d' supérieur à 1. Cette différence entre groupe musiciens et groupe non-musiciens est confirmée par l'ANOVA au paragraphe suivant.

Les espaces ROC présentés dans l'Annexe H, permettent d'observer la performance de tous les sujets de manière globale et de confirmer les conclusions obtenues.

Ainsi, les instruments T_{opt} et T_{ele} semblent être bien distingués. Les résultats de l'épreuve perceptive de chaque régime correspondent aux différences observées par le descripteur de justesse Figure 4.13 : il y a une grande différence entre les deux instruments aux régimes 2 et 3 (>20 cents et >25 cents) mais une différence faible au régime 5 (<5 cents). Enfin, le fait que les régimes 2 et 3 présentent des différences nettement perceptibles, nous assure que l'espace de conception utilisé permet de créer des perces dont les qualités sonores sont distinguables.

Comparaison entre T_{opt} et T_{ref}

En ce qui concerne les épreuves entre l'instrument optimal et l'instrument de référence, la Figure

4.19 présente des différences moins nettes. En effet, quel que soit le régime observé, les boîtes à moustaches sont toutes nettement à cheval sur la ligne $d' = 1$.

Le Tableau 4.5 permet d'obtenir plus d'information quant à cette incertitude : les musiciens ont bien mieux répondu à ces épreuves que les non-musiciens. En effet, tous régimes confondus (**1,52** M et 0,79 N-M), au régime 2 (**1,04** M et 0,45 N-M) et au régime 3 (**1,74** M et 0,76 N-M), les non-musiciens présentent des d' moyens inférieurs à 1, alors que les musiciens obtiennent des d' moyens supérieurs à 1. Le régime 5, par contre, présente des d' moyens supérieurs à 1 pour les deux groupes (**1,78** M et **1,17** N-M). Ces différences sont confirmées par l'ANOVA au paragraphe suivant.

Ainsi, les instruments T_{opt} et T_{ele} semblent être bien distingués par les musiciens et presque pas distingués pour les non-musiciens (les sons du régime 5 sont distingués). Le fait que les performances sont moins bonnes que pour le couple d'instruments T_{opt} / T_{ele} est logique puisque T_{ref} est plus proche objectivement de T_{obj} que T_{ele} . Ceci sera vérifié par l'ANOVA présentée au paragraphe suivant. La comparaison avec le descripteur de justesse régime par régime est cependant moins évidente (voir Figure 4.13). En effet, le régime 2 présentait une différence de moins de 5 cents (le seuil de discrimination entre deux sons purs [Rossing *et al.*, 2002]) entre les deux trompettes, et pourtant, les musiciens ont réussi à distinguer ces sons. Cela laisse supposer qu'il y aurait des différences de timbre qui, s'additionnant à la différence de fréquence de jeu, permettent aux auditeurs musiciens de percevoir une différence de qualité sonore.

Par ailleurs, la différence de fréquence de jeu des instruments au régime 3 est plus grande que celle du régime 5 (toutes deux supérieures à 5 cents), on s'attend donc à ce que les non-musiciens, qui ont distingué les deux trompettes au régime 5, les distinguent au régime 3. Malgré tout, ce n'est pas le cas, ce qui semble sous-entendre que les différences de timbre entre les instruments est plus grande au régime 5 qu'au régime 3. Il faut, cependant, nuancer cette observation, car le groupe musicien a détecté les différences entre les régimes 3 et 5 de la même manière ($d' = 1,74$ et $d' = 1,78$). Pour lever, cette ambiguïté, il faudrait faire plus de répétitions pour chaque paire présentée.

Finalement, les différences perceptives observées (tous les régimes pour les musiciens et le régime 5 pour les non-musiciens) atteste de l'intérêt qu'ont les optimisations de la perce par simulations sonores.

ANOVA inter-instrument

Afin de confirmer que les d' moyens sont meilleurs pour les musiciens et moins bons pour la comparaison entre T_{opt} et T_{ref} , une ANOVA à deux facteurs avec interaction a été effectuée pour chaque régime et pour tous les régimes confondus, Tableau 4.6. Le premier facteur est le groupe de participants, les deux valeurs qu'il peut prendre, appelée niveaux, sont musiciens ou non-musiciens.

Le second facteur est la comparaison étudiée, les deux niveaux sont donc épreuve T_{opt} / T_{ele} et épreuve T_{opt} / T_{ref} .

Tableau 4.6 ANOVA comparaison inter-instruments. "Facteur" détermine le facteur de variation des données. SS est la somme des carrés due au facteur, df est le degré de liberté du facteur, MS est la moyenne des carrés due au facteur, F est la F-statistique et P est la "p-value".

	Facteur	SS	df	MS	F	P
Tous Régimes	musicien/non-musicien	2,615	1	2,615	8,483	0,005
	comparaison inter-ins.	7,110	1	7,110	23,06	1,0e-5
	interaction	0,058	1	0,058	0,187	0,667
Régime 2	musicien/non-musicien	15,11	1	15,11	25,42	4,5e-6
	comparaison inter-ins.	3,783	1	3,783	6,365	0,014
	interaction	0,185	1	0,185	0,311	0,579
Régime3	musicien/non-musicien	7,075	1	7,075	12,83	0,0006
	comparaison inter-ins.	9,657	1	9,657	17,52	9,4e-5
	interaction	0,634	1	0,634	1,149	0,288
Régime 5	musicien/non-musicien	2,874	1	2,874	4,743	0,033
	comparaison inter-ins.	8,685	1	8,685	14,33	0,0004
	interaction	0,256	1	0,256	0,422	0,518

Il y a une différence significative, entre les groupes musiciens et non-musiciens, ainsi qu'entre les deux comparaisons, et ce, quel que soit le régime considéré (toutes les p-value sont au moins inférieures à 0.014). Ce test supplémentaire confirme que les musiciens discriminent mieux les instruments. Il confirme aussi que la discrimination entre instrument optimal et instrument de référence est plus difficile que celle entre instrument optimal et instrument élémentaire.

4.3.5 Conclusion

Ce chapitre cherche, d'une part, à évaluer la fiabilité du modèle physique, et d'autre part, à valider l'intérêt de l'espace de conception et des optima obtenus par la procédure d'optimisation présentée au chapitre 3.

L'article [Tournemene *et al.*, 2016a], écrit au cours de cette thèse, traite du premier point et conclut que le modèle est capable de retranscrire les différences perçues entre les sons enregistrés de différents instruments, dont les perçes sont proches. Il semble tout de même que les différences liées au timbre soient difficiles à retranscrire, mais des études plus approfondies sont nécessaires afin de

confirmer et quantifier ces observations. Par ailleurs, la limitation des simulations sonores à 6 harmoniques est peut-être réductrice et il faudrait réaliser une expérience perceptive pour déterminer l'influence de ce nombre sur la perception de l'auditeur.

La seconde partie est traitée par la mise en place et la réalisation d'une expérience perceptive, où les sons de trois trompettes T_{opt} , T_{ref} et T_{ele} sont évalués. Les différences perçues par les sujets confirment l'intérêt de l'espace de conception, ainsi que l'intérêt du résultat de la procédure d'optimisation. On pourrait perfectionner cette étude perceptive afin de la rendre systématique à chaque problème d'optimisation traité. Cette première étape, visant à savoir si nous percevons des différences entre les instruments produits par l'optimisation, ayant passé l'épreuve de l'expérience, on pourrait maintenant s'intéresser à des tests de préférence. En effet, pour valider l'intérêt de l'optimum, il faut vérifier que la qualité sonore optimisée soit perçue comme telle par les auditeurs. Enfin, la perspective majeure de cette seconde partie est la mise en place d'expériences perceptives sur des sons issus des instruments réels. La difficulté principale, outre la fabrication des trompettes, est la mise en place d'un protocole prenant en compte la variabilité des musiciens réels.

CHAPITRE 5 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

5.1 Conclusion générale

Les travaux présentés dans cette thèse visent à optimiser la perce des instruments de la famille des cuivres à partir de simulations sonores par modèle physique. L'approche utilisée consiste à rechercher la trompette qui correspond au minimum d'une fonction objectif, basée sur des sons simulés, pour un ensemble de masques correspondant aux musiciens "virtuels".

Les apports de ce travail se répartissent en trois catégories qui concernent :

- l'acoustique musicale et la facture instrumentale,
- les méthodes d'optimisation basées sur des simulations,
- la psychoacoustique, afin de déterminer le pouvoir discriminant du modèle physique employé et l'intérêt des optima obtenus.

Au niveau acoustique, nous avons implémenté une méthode d'optimisation originale de la perce des instruments à vent de la famille des cuivres. En effet, les simulations sonores permettent d'accéder à des fonctions objectif d'un nouveau genre directement basées sur des caractéristiques sonores de l'instrument. On peut s'intéresser à la justesse de l'instrument, non pas par la mesure de l'impédance d'entrée, mais directement par les sons qu'il génère. D'ailleurs, il serait intéressant de comparer les optima que nous avons obtenus, par notre procédure d'optimisation basée sur les simulations sonores (voir paragraphe 3.4.6), avec les optima équivalents obtenus par une procédure d'optimisation basée sur l'impédance d'entrée seule. Si les perces obtenues sont suffisamment différentes, on pourrait directement conclure que notre méthode présente un intérêt sur l'aspect justesse. Cependant, la justesse ne représente qu'une partie de toutes les fonctions objectif que l'on peut produire par la méthode présentée dans la thèse. En effet, le contenu spectral des sons simulés permet d'accéder à des fonctions objectif liées au timbre de l'instrument, ce qui n'a jamais été entrepris auparavant. Cependant, de plus amples études utilisant ce type de fonctions objectif sont nécessaires, afin de déterminer si les simulations sonores par le modèle physique utilisé permettent bien de travailler avec le contenu spectral. Enfin, les sons en régime permanent ne permettent d'accéder qu'au contenu spectral de l'instrument : il faudrait travailler avec des simulations sonores temporelles, afin d'avoir accès à d'autres aspects du timbre tels que les transitoires (d'attaque ou d'extinction).

Nous avons montré dans ce travail comment intégrer des simulations sonores dépendant de paramètres de contrôle dans une procédure d'optimisation. L'optimisation basée sur des simulations est un champ en plein développement grâce à l'augmentation des capacités de calcul des ordina-

teurs. Dans notre cas, les simulations utilisées dépendent de paramètres de contrôle dont il faut tenir compte (les masques du musicien). L'approche employée repose sur un ensemble de jeux de paramètres de contrôle qui permet de déduire des performances moyennes de la fonction objectif. La force de cette approche réside dans l'obtention de perces basées sur une moyenne pour tout un ensemble de masques du musicien. On pourrait cependant imaginer une méthode qui chercherait à optimiser la trompette pour un masque par note produisant un son "optimal". Il s'agirait donc de deux procédures d'optimisation imbriquées l'une dans l'autre. La boucle extérieure itère sur les perces, et la boucle intérieure cherche, pour chaque perce, le musicien "optimal" pour chaque note. L'avantage certain de cette approche réside dans le peu d'informations préliminaires requises afin de mener à bien l'optimisation. La difficulté est néanmoins de savoir comment définir le masque "optimal".

Les résultats obtenus, notamment pour le problème à deux dimensions (voir paragraphe 3.4.6) permettent de conclure que la méthode d'optimisation implémentée a le potentiel d'obtenir le minimum global de la fonction objectif. Dans le cas général, ne possédant aucune information sur les propriétés de la fonction objectif, on ne peut qu'espérer que la méthode donne réellement l'optimum global. Cependant, pour le facteur, l'optimum n'est peut être pas d'un intérêt crucial, et une amélioration significative serait déjà appréciable.

Par ailleurs, l'auteur a dépensé une large partie de ses ressources à l'implémentation de pré-traitements préalables pour faire converger les solutions en auto-oscillation, réduisant ainsi le plus possible les étapes les plus coûteuses de la procédure d'optimisation. Ainsi, sur un processeur Intel Core i7 de 4ème génération¹, la procédure obtient des résultats concluant en moins d'une journée de calcul pour des problèmes de dimension inférieure à 10. Au niveau informatique, la méthode est parallélisable à presque tous les niveaux, car, la majeure partie du temps, il faut simuler indépendamment des milliers de sons. Par conséquent, un facteur, qui aurait accès à un ordinateur professionnel, pourrait facilement traiter beaucoup plus rapidement les mêmes problèmes. La vitesse de convergence de nos problèmes en fonction du nombre de variables d'optimisation n'est pas encore connue car nous sommes au début de l'implémentation de ce genre de méthode. Par ailleurs, bien que la méthode soit complexe, la majeure partie du travail est automatisée. Finalement, assez peu d'expertise est requise au niveau de l'optimisation pour obtenir des résultats. La vraie difficulté repose sur la définition de problèmes d'optimisation pertinents :

- il faut savoir quelles sont les variables d'optimisation d'intérêt (difficulté commune à n'importe quelle autre méthode d'optimisation),
- il faut déterminer la fonction objectif (difficulté elle aussi générale),

1. Intel Core i7-4650U (Haswell) bicœur avec 4 Mo de mémoire cache L3 de 1,7 GHz, 8 Go de mémoire DDR3L SDRAM cadencée à 1 600 MHz (MacBook Air mi-2013)

- il faut réussir à produire des simulations sonores à toutes les notes d'intérêt sur l'espace de conception envisagé.

Comme on peut le remarquer, seule la 3ème de ces difficultés est liée à la procédure d'optimisation par simulations sonores. La méthode de simulation sonore employée (dans notre cas, l'équilibrage harmonique) doit donc être maîtrisée, afin de s'assurer d'une production fiable de sons. Cet aspect a été longuement étudié dans la thèse. En effet, dans le cas de l'équilibrage harmonique, cette production de simulations passe par la proposition d'un son initial menant à l'auto-oscillation. Cette question est abordée par 3 méthodes différentes dans la thèse (voir paragraphe 3.2.1, 3.3.4). Cependant, ces 3 méthodes ne permettent pas d'obtenir systématiquement un résultat. L'existence d'une méthode systématique est même discutable dans le cas des auto-oscillations, les aspects théoriques étant, à l'heure actuelle, non maîtrisés. Par exemple, lorsqu'aucune auto-oscillation n'est obtenue, pour une perce et un masque donnés, nous n'avons pas la certitude qu'il est impossible d'obtenir un son. Peut-être, tout simplement, n'avons nous pas fourni le bon son initial. Par conséquent, l'étude des paramètres menant à des auto-oscillations est primordiale pour améliorer la procédure d'optimisation envisagée dans cette thèse.

Une fois le problème d'optimisation défini, l'obtention des informations préliminaires à l'optimisation est quasi automatique. Une fois ces ensembles définis et exploités, la procédure d'optimisation en elle-même est assez basique. En effet, à chaque itération :

- un certain nombre de masques "musicien" sont simulés en tenant compte des informations préliminaires récupérées en amont,
- la fonction objectif est calculée à partir de ces simulations,
- la valeur de la fonction objectif est donnée au logiciel NOMAD qui fournit une nouvelle perce solution.

On pourrait imaginer, dans un futur proche, fournir une version utilisateur clé en main de la procédure d'optimisation implémentée dans cette thèse. Pour l'utilisateur, il suffirait de définir une discrétisation en éléments géométriques simples de la perce (cylindres, cônes), de définir les variables d'optimisation géométriques et de définir une fonction objectif et des contraintes. Mise à part la discrétisation en éléments géométriques simples, les deux autres étapes sont communes à n'importe quelle autre méthode d'optimisation.

Finalement, cette méthode est générique à toute procédure d'optimisation basée sur des simulations dépendantes de paramètres de contrôle. Par conséquent, rien ne nous empêche d'implémenter une procédure équivalente pour n'importe quel instrument, dont on peut obtenir des simulations par modèle physique pour un faible coût de calcul. On pourrait même généraliser cette méthode à tout système produisant des simulations dépendant de paramètres de contrôle. Le lecteur est invité à envisager d'autres contextes d'application.

Le dernier apport essentiel de cette thèse concerne la fiabilité du modèle et des optima par des expériences perceptives basées sur des simulations sonores par équilibrage harmonique. Ces expériences perceptives permettent de prendre du recul sur les résultats des études objectives. En effet, prétendre qu'un instrument est meilleur qu'un autre, par de simples critères basés sur des simulations sonores, n'a de sens que si l'auditeur est en accord avec les résultats. Il faut donc soumettre l'auditeur à des tests perceptifs, afin de vérifier le bien-fondé des conclusions basées sur les simulations sonores. Dans le cadre de la thèse, deux études perceptives ont été entreprises. La première cherche à déterminer la capacité du modèle à simuler des différences perceptibles entre plusieurs trompettes. La seconde cherche à savoir si l'optimum trouvé lors d'une application de la procédure d'optimisation est bien perçu différemment de trompettes courantes. Cette étude est réalisée uniquement avec des sons simulés. Les conclusions ont montré les capacités du modèle à produire des différences perceptibles. Les résultats sur les différences du spectre des sons nécessitent d'autres études.

La principale difficulté de ces expériences réside dans le choix des stimuli. En effet, étant donné que les simulations sonores dépendent de paramètres de contrôle, une infinité de possibilités est envisageable. Tout comme la procédure d'optimisation, le parti pris a été d'utiliser des sons moyens (pour la seconde expérience perceptive). Ce choix naturel n'en est pas moins arbitraire, et peut-être que l'on pourrait imaginer d'autres tests, afin de prendre en compte de manière plus réaliste la variabilité des sons qu'une même trompette peut produire.

Par ailleurs, la thèse ne s'intéresse qu'à des épreuves de discrimination. Ce passage obligé n'est qu'une première étape, et il faudrait dans un futur proche s'intéresser à la préférence des auditeurs, afin de déterminer si les optima trouvés sont bel et bien perçus "meilleurs" (plus "justes", ou plus "brillants", ...) que d'autres trompettes de l'espace de conception.

Enfin, la vérification finale concerne les sons que produirait un instrument réel. Par conséquent, une fois la perce optimale obtenue, il faudrait la construire, afin de la faire évaluer par un panel de musiciens pour déterminer son caractère optimal.

5.2 Perspectives générales

La thèse peut être étendue autour de 4 axes de recherche.

Sur le plan de la physique, il faut continuer à perfectionner la compréhension et la finesse du modèle physique. En effet, comme il a été dit plus haut, les procédures d'optimisation basées sur des simulations sonores ont besoin d'être capables de produire des sons de manière réaliste. Pour cela, il faut connaître au mieux les valeurs des paramètres de contrôle menant aux auto-oscillations. On pourrait imaginer des méthodes numériques permettant de déterminer les ensembles de paramètres

de contrôle menant à des auto-oscillations en fonction de la forme de l'impédance d'entrée. Par exemple, la méthode de décomposition modale de l'impédance permet de maîtriser le nombre, la position, la largeur et la hauteur des pics de l'impédance. En observant les variations de l'ensemble des paramètres de contrôle menant aux auto-oscillations en fonction de la forme de l'impédance d'entrée, on pourrait trouver des relations entre ces ensembles et l'impédance d'entrée. Des études théoriques sur la forme des solutions en régime permanent, basées par exemple sur l'analyse de stabilité linéaire [Velut, 2016], pourrait aussi permettre de trouver les limites des paramètres de contrôle menant aux auto-oscillations. Par ailleurs, d'après les conclusions de la première étude perceptive, il semble que le modèle physique peine à exprimer les différences de timbre entre des instruments proches pourtant discernables dans la réalité. Bien que ces résultats restent à confirmer et à approfondir par des études de plus grande ampleur, on peut tout de même supposer que des modèles plus fins permettraient d'outrepasser cette difficulté. Par exemple, on sait déjà que l'hypothèse du résonateur linéaire du modèle minimal est un premier axe envisageable d'évolution. Le problème principal lié à un raffinement du modèle physique réside dans l'expression de paramètres de contrôle portant un sens physique clair.

Sur le plan de l'optimisation, la méthode peut être améliorée dans trois directions. Tout d'abord, bien que l'étude parle de caractéristiques moyennes estimées par une méthode de Monte Carlo, un contrôle de l'incertitude liée à l'échantillonnage aléatoire des masques "musicien", serait fortement souhaitable pour accélérer la procédure et assoir un peu plus la robustesse de la méthode. Les incertitudes des fonctions objectif sont déterminées par des calculs de propagation d'incertitude qui suivent une méthodologie précise [des Poids et Mesures *et al.*, 1995]. Cette direction a déjà commencé à être traitée par l'auteur et mérite encore des développements. La seconde direction concerne l'amélioration de la procédure utilisant les métamodèles. Deux métamodèles sont construits durant la procédure : un métamodèle des sons produits par l'équilibrage harmonique, permettant de déterminer des sons initiaux pour la méthode de l'équilibrage harmonique, et un métamodèle pour la fonction objectif. Cependant, la fonction objectif est calculée à partir des sons produits par l'équilibrage harmonique. On pourrait donc utiliser le métamodèle des sons afin de modéliser la fonction objectif. Le métamodèle propre à la fonction objectif serait donc supprimé. L'avantage réside dans l'usage de connaissances plus précises. En effet, les métamodèles des sons se construisent à partir de milliers d'instances alors que le métamodèle de la fonction objectif n'utilise que les points de la fonction objectif déjà évalués (autant de points que d'itération de la procédure d'optimisation). Cette approche est nommée boîte grise, car au lieu de n'utiliser que les valeurs de la fonction objectif pour proposer des solutions à chaque itération (boîte noire), on utilise de l'information en amont du calcul de la fonction objectif pour modéliser son comportement. L'auteur a déjà testé avec succès cette méthode, pouvant quadrupler les vitesses de convergence, mais la robustesse mérite d'être testée sur d'autres exemples. Cette méthode pourrait aussi servir à

déterminer la perce initiale utilisée au début de la procédure d'optimisation. Enfin, le logiciel NOMAD étant entretenu par le GERAD à Montréal, la recherche sur l'optimisation de métamodèles et de proposition de nouvelles solutions est en constante évolution. Le simple fait de mettre à jour l'algorithme d'optimisation permettrait d'améliorer la convergence de la procédure d'optimisation.

Sur le plan industriel, il serait intéressant de définir des cas d'application concrets liés aux contraintes de la facture instrumentale car il est difficile pour un chercheur de savoir quelle partie de l'instrument optimiser et selon quelle fonction objectif. Les milliers de simulations d'impédance faites durant cette thèse ont permis d'identifier l'impact immense de la forme de l'embouchure sur le comportement de l'instrument. Cependant, il faudrait travailler avec des facteurs pour définir des espaces de conception appropriés. Par ailleurs, les possibilités de définitions de la fonction objectif et des contraintes sont infinies. Il faudrait, là aussi, identifier des caractéristiques clés à optimiser, permettant de perfectionner de manière probante les perces des cuivres. En outre, les simulations sonores en régime permanent ne représentent qu'une partie de la réalité d'un son : l'attaque du son n'est pas accessible et la variation des paramètres du masque de musicien au cours du temps non plus. Il faudrait donc, dans un futur proche, travailler avec des simulations temporelles. Cela permettrait, notamment, d'ajouter un nouveau type de fonctions objectif basé sur le geste instrumental : variation du timbre durant un *crescendo*, influence du *vibrato*, du *growl* etc. .

Sur le plan psychoacoustique, il faut persévérer dans l'analyse subjective des simulations par modèle physique, dans la compréhension des capacités de discernement de l'auditeur et dans l'identification des besoins subjectifs du musicien. La première direction consiste à analyser la capacité des simulations par modèle physique à reproduire des différences discernables entre des sons issus d'instruments réels, et ce pour différents types de modèles physiques. L'objectif de ce genre d'étude est de juger du réalisme d'un modèle physique : est-il capable de simuler des sons réalistes au vu des sons réels ? La seconde direction consiste à déterminer les seuils de discrimination entre deux sons différents . En effet, tout comme la limite de discrimination moyenne de 5 cents pour les différences de hauteur entre 2 sons, il faut déterminer des seuils de discrimination de différences liées au timbre. Enfin, la troisième direction, à l'image des travaux de Poirson [Poirson, 2005], vise à étudier la préférence des musiciens selon tel ou tel instrument. Dans un futur proche, on pourrait imaginer être capable de relier des préférences à des critères objectifs grâce à ce type d'études perceptives.

RÉFÉRENCES

- ACAR, E. et RAIS-ROHANI, M. (2008). Ensemble of metamodels with optimized weight factors. *In Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences*.
- ADACHI, S. et SATO, M.-A. (1995). Time-domain simulation of sound production in the brass instrument. *J. Acoust. Soc. Am.*, 97(6):3850–3861.
- ADACHI, S. et SATO, M.-a. (1996). Trumpet sound simulation using a two-dimensional lip vibration model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(2):1200–1209.
- ADRIEN, J.-M. (1991). The missing link : Modal synthesis. *In Representations of musical signals*, pages 269–298.
- ADRIEN, J. M. et DUCASSE, E. (1989). Dynamic modeling of vibrating structures for sound synthesis, modal synthesis. *In Audio Engineering Society Conference : 7th International Conference : Audio in Digital Times*.
- AGUS, T. R., THORPE, S. J. et PRESSNITZER, D. (2010). Rapid formation of robust auditory memories : insights from noise. *Neuron*, 66(4):610–618.
- ALTMAN, D. G. et BLAND, J. M. (1994). Statistics notes : Diagnostic tests 1 : sensitivity and specificity. *British Medical Journal*, 308:1552.
- AMIR, N., PAGNEUX, V. et KERGOMARD, J. (1997). A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. part II. results. *J. Acoust. Soc. Am.*, 101(5):2504–2517.
- AUDET, C. (2011). A short proof on the cardinality of maximal positive bases. *Optim. Lett.*, 5(1):191–194.
- AUDET, C., CUSTÓDIO, A. L. et J. E. DENNIS, J. (2008). Erratum : Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *SIAM J. Optim.*, 18(4):1501–1503.
- AUDET, C. et DENNIS, JR., J. E. (2006). Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 17(1):188–217.
- AUDET, C. et DENNIS JR, J. E. (2009). A progressive barrier for derivative-free nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*, 20(1):445–472.
- AUDET, C., IANNI, A., LE DIGABEL, S. et TRIBES, C. (2014). Reducing the Number of Function Evaluations in Mesh Adaptive Direct Search Algorithms. *SIAM Journal on Optimization*, 24(2):621–642.
- AUDET, C. et J. E. DENNIS, J. (2006). Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *SIAM J. Optim.*, 17(1):188–217.

- AUDET, C., KOKKOLARAS, M., LE DIGABEL, S. et TALGORN, B. (2016). Order-based error for managing ensembles of surrogates in derivative-free optimization. Rapport technique G-2016-36, Les cahiers du GERAD.
- AUDET, C., LE DIGABEL, S. et TRIBES, C. (2009). NOMAD user guide. Rapport technique G-2009-37, Les cahiers du GERAD.
- BACKUS, J. (1985). The effect of the player's vocal tract on woodwind instrument tone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 78:17–20.
- BÄNGTSSON, E., NORELAND, D. et BERGGREN, M. (2003). Shape optimization of an acoustic horn. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 192(11–12):1533–1571.
- BARJAU, A. et AGULLÓ, J. (1989). Calculation of the starting transients of a double-reed conical woodwind. *Acta Acustica united with Acustica*, 69(5):204–210.
- BARJAU, A. et GIBIAT, V. (1997). Study of woodwind-like systems through nonlinear differential equations. part II. real geometry. *J. Acoust. Soc. Am.*, 102(5):3032–3037.
- BARJAU, A., KEEFE, D. H. et CARDONA, S. (1999). Time-domain simulation of acoustical waveguides with arbitrarily spaced discontinuities. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(3):1951–1964.
- BASTIEN, J. et MARTIN, J.-N. (2003). *Introduction à l'analyse numérique : applications sous Matlab*. Dunod.
- BENADE, A. H. (1966). Relation of Air-Column resonances to sound spectra produced by wind instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 40(1):247–249.
- BENADE, A. H. (1985). Air column, reed, and player's windway interaction in musical instruments. *Vocal Fold Physiology*, pages 425–452.
- BENADE, A. H. et GANS, D. J. (1968). Sound production in wind instruments. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 155(1):247–263.
- BERJAMIN, H., LOMBARD, B., VERGEZ, C. et COTTANCEAU, E. (2017). Time-Domain numerical modeling of brass instruments including nonlinear wave propagation, viscothermal losses, and lips vibration. *Acta Acustica united with Acustica*, 103(1):117–131.
- BERNARDINI, A., WERNER, K. J., SARTI, A. et III, J. O. S. (2016). Modeling nonlinear wave digital elements using the lambert function. *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.*, 63(8):1231–1242.
- BERNERS, D. P. (1999). *Acoustics and signal processing techniques for physical modeling of brass instruments*. Thèse de doctorat, Stanford University.
- BERNERS, D. P. et SMITH, III, J. O. (1995). Super-spherical wave simulation in flaring horns. *In Int. Computer Music Conf.*
- BERTSCH, M., WALDHERR, K. et KAUSEL, W. (2005). Sensory evaluation testing of trumpets and correlation with acoustic measurements. *In Forum Acusticum*.

- BI, J. (2008). *Sensory discrimination tests and measurements : statistical principles, procedures and tables*. John Wiley & Sons.
- BILBAO, S. (2009). *Numerical Sound Synthesis : Finite Difference Schemes and Simulation in Musical Acoustics*. John Wiley & Sons.
- BILBAO, S. (2011). Time domain simulation of brass instruments. *In Forum Acusticum*.
- BILBAO, S. et CHICK, J. (2013). Finite difference time domain simulation for the brass instrument bore. *J. Acoust. Soc. Am.*, 134(5):3860–3871.
- BOLEY, J. et LESTER, M. (2009). Statistical analysis of abx results using signal detection theory. *In Audio Engineering Society Convention 127*.
- BOOKER, A. J., DENNIS, JR., J. E., FRANK, P. D., SERAFINI, D. B., TORCZON, V. et TROSSET, M. W. (1999). A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 17(1):1–13.
- BORIN, G., DE POLI, G. et SARTI, A. (1992). Algorithms and structures for synthesis using physical models. *Computer Music Journal*, 16(4):30–42.
- BORIN, G., POLI, G. D. et ROCCHESO, D. (2000). Elimination of delay-free loops in discrete-time models of nonlinear acoustic systems. *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Processing*, 8(5):597–605.
- BOUASSE, H. P. M. (1929). *Tuyaux et résonateurs : introduction à l'étude des instruments à vent ; suivi de Critique et réfutation*. A. Blanchard.
- BRADEN, A. C. P. (2005). Optimisation techniques for solving design problems in modern trombones. *In Forum Acusticum*, pages 557–562.
- BRADEN, A. C. P. (2007). *Bore optimisation and impedance modelling of brass musical instruments*. Thèse de doctorat, University of Edinburgh.
- BRADEN, A. C. P., NEWTON, M. J. et CAMPBELL, D. M. (2009). Trombone bore optimization based on input impedance targets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(4):2404–2412.
- BROMAGE, S., CAMPBELL, M. et GILBERT, J. (2010). Open areas of vibrating lips in trombone playing. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(4):603–613.
- BUHMANN, M. (2003). *Radial Basis Functions : Theory and Implementations*. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics. Cambridge University Press.
- CAMPBELL, M. (2004). Brass instruments as we know them today. *Acta Acustica united with Acustica*, 90(4):600–610.
- CARRAL, S. et CHATZIOANNOU, V. (2011). Single vs double reed conical woodwind sounds : Where does the difference lie ? *In Forum Acusticum*, pages 551–556. European Acoustics Association.

- CAUSSÉ, R., KERGOMARD, J. et LURTON, X. (1984). Input impedance of brass musical instruments—comparison between experiment and numerical models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 75(1):241–254.
- CAUSSE, R. E., BENSOAM, J. et ELLIS, N. (2011). Modalys, a physical modeling synthesizer : More than twenty years of researches, developments, and musical uses. *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(4): 2365–2365.
- CHAIGNE, A. et KERGOMARD, J. (2016). *Acoustics of Musical Instruments* :. Modern Acoustics and Signal Processing. Springer New York.
- CLARKE, F. H. (1983). Nonsmooth analysis and optimization. *In International Congress of Mathematicians (Helsinki, 1978)*, pages 847–853.
- COCHELIN, B. et VERGEZ, C. (2009). A high order purely frequency-based harmonic balance formulation for continuation of periodic solutions. *J. Sound Vib.*, 324(1–2):243–262.
- CONN, A. R., SCHEINBERG, K. et TOINT, P. L. (1997a). On the convergence of derivative-free methods for unconstrained optimization. *Approximation theory and optimization : tributes to MJD Powell*, pages 83–108.
- CONN, A. R., SCHEINBERG, K. et TOINT, P. L. (1997b). Recent progress in unconstrained nonlinear optimization without derivatives. *Math. Program.*, 79(1-3):397.
- COOK, P. R. (1988). *Implementation of single reed instruments with arbitrary bore shapes using digital waveguide filters*. CCRMA, Department of Music, Stanford University.
- COOK, P. R. (1992). A meta-wind-instrument physical model, and a meta-controller for real-time performance control. *In Int. Computer Music Conf.*
- CULLEN, J., GILBERT, J. et CAMPBELL, M. (2000). Brass instruments : Linear stability analysis and experiments with an artificial mouth. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(4):704–724.
- DALMONT, J. P. et LE ROUX, J. C. (2008). A new impedance sensor for wind instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(5):3014–3014.
- DANTZIG, G. B. (1990). *A History of Scientific Computing*, chapitre Origins of the Simplex Method, pages 141–151. ACM, New York, NY, USA.
- DAVIDON, W. C. (1991). Variable metric method for minimization. *SIAM J. Optim.*, 1(1):1–17.
- DAVINS-VALLDAURA, J., MOUSSAOUI, S., PITA-GIL, G. et PLESTAN, F. (2017). Parego extensions for multi-objective optimization of expensive evaluation functions. *Journal of Global Optimization*, 67(1-2):79–96.
- de BRUIN, G. et van WALSTIJN, M. (1995). Physical models of wind instruments : A generalized excitation coupled with a modular tube simulation platform. *Journal of New Music Research*, 24(2):148–163.

- DEBUT, V. (2004). *Deux études d'un instrument de musique de type clarinette : analyse des fréquences propres du résonateur et calcul des auto-oscillations par décomposition modale*. Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée-Aix-Marseille II.
- DEBUT, V. et KERGOMARD, J. (2005). Calcul des auto-oscillations par décomposition modale pour les instruments à anche. *In XVIIème Congrès Français de Mécanique*.
- des Poids et MESURES, B. I., électrotechnique INTERNATIONALE, C. et internationale de NORMALISATION, O. (1995). *Guide to the expression of uncertainty in measurement*. International Organization for Standardization.
- DIDEROT, D. et D'ALEMBERT, J. (1751). *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*. Chez Briasson.
- DOEDEL, E. J. (2007). Lecture notes on numerical analysis of nonlinear equations. *Numerical Continuation Methods for dynamical systems*, pages 1–49.
- DOLPH, C. L. (1949). Nonlinear integral equations of the hammerstein type. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 66(2):289–307.
- DRÉO, J., PÉTROWSKI, A., SIARRY, P. et TAILLARD, E. (2006). *Metaheuristics for hard optimization : methods and case studies*. Springer Science & Business Media.
- DUCASSE, E. (1990). Modélisation d'instruments de musique pour la synthèse sonore : application aux instruments à vent. *Le Journal de Physique Colloques*, 51:837–840.
- DUCASSE, E. (2001). *Modélisation et simulation dans le domaine temporel d'instruments à vent à anche simple en situation de jeu : méthodes et modèles*. Thèse de doctorat, Le Mans.
- DUCASSE, E. (2002). An alternative to the traveling-wave approach for use in two-port descriptions of acoustic bores. *J. Acoust. Soc. Am.*, 112(6):3031–3041.
- DUCASSE, E. (2003). A physical model of a Single-Reed wind instrument, including actions of the player. *Computer Music Journal*, 27(1):59–70.
- EARNSHAW, S. (1857). On the mathematical theory of sound. *Proc. R. Soc. Lond.*, 9:590–591.
- ECKEL, G., IOVINO, F. et CAUSSÉ, R. (1995). Sound synthesis by physical modelling with modalys. *In International Symposium on Musical Acoustics*, pages 479–482.
- ELLIOTT, S. et BOWSER, J. (1982). Regeneration in brass wind instruments. *Journal of Sound and Vibration*, 83(2):181–217.
- ENGQUIST, B. et MAJDA, A. (1977). Absorbing boundary conditions for numerical simulation of waves. *Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, 74(5):1765–1766.
- EVENO, P., PETIOT, J.-F., GILBERT, J., KIEFFER, B. et CAUSSÉ, R. (2014). The relationship between bore resonance frequencies and playing frequencies in trumpets. *Acta Acustica united with Acustica*, 100(2):362–374.

- FARNER, S., VERGEZ, C., KERGOMARD, J. et LIZÉE, A. (2006). Contribution to harmonic balance calculations of periodic oscillation for self-sustained musical instruments with focus on single-reed instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119(3):1794–1804.
- FLETCHER, N. H. (1976a). Sound production by organ flue pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60(4):926–936.
- FLETCHER, N. H. (1976b). Transients in the speech of organ flue pipes - a theoretical study. *Acta Acustica united with Acustica*, 34(4):224–233.
- FLETCHER, N. H. (1979). Excitation mechanisms in woodwind and brass instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 43(1):63–72.
- FLETCHER, N. H. (1993). Autonomous vibration of simple pressure-controlled valves in gas flows. *J. Acoust. Soc. Am.*, 93(4):2172–2180.
- FLETCHER, N. H. et TARNOPOLSKY, A. (1999). Blowing pressure, power, and spectrum in trumpet playing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(2):874–881.
- FLETCHER, R. (1987). *Practical methods of optimization*. John Wiley & Sons.
- FRÉOUR, V. (2013). *Acoustic and respiratory pressure control in brass instrument performance*. Thèse de doctorat, McGill University.
- FRITZ, C., CAUSSÉ, R., KERGOMARD, J. et WOLFE, J. (2005). Experimental study of the influence of the clarinetist's vocal tract. *In Forum Acusticum*.
- FRITZ, C. et DUBOIS, D. (2015). Perceptual evaluation of musical instruments : State of the art and methodology. *Acta Acustica United with Acustica*, 101(2):369–381.
- FRITZ, C., FARNER, S. et KERGOMARD, J. (2004). Some aspects of the harmonic balance method applied to the clarinet. *Appl. Acoust.*, 65(12):1155–1180.
- FRITZ, C. et WOLFE, J. (2005). How do clarinet players adjust the resonances of their vocal tracts for different playing effects? *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(5):3306–3315.
- GAZENDEL, B. (1994). *Caractérisation objective de la qualité de justesse, de timbre et d'émission des instruments à vent à anche simple*. Thèse de doctorat, Université du Maine.
- GAZENDEL, B., GILBERT, J. et AMIR, N. (1995). Time domain simulation of single-reed wind instruments. from the measured input impedance to the synthesis signal. *Acta Acustica*, 3:445–472.
- GÉTREAU, F. (2006). Histoire des instruments et représentations de la musique en France : une perspective disciplinaire dans le contexte international.
- GEYER, C. B., VIENNA, P. A. et KAUSEL, W. (2013). An open-source framework for time-domain simulations. *In Stockholm Music Acoustics Conference & Sound and Music Computing Conference*.

- GILBERT, J., KERGOMARD, J. et NGOYA, E. (1989). Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86(1):35–41.
- GILBERT, J., MENGUY, L. et CAMPBELL, M. (2008). A simulation tool for brassiness studies. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(4):1854–1857.
- GILL, P. E., MURRAY, W. et WRIGHT, M. H. (1981). *Practical optimization*. Academic Press.
- GILMORE, P. et KELLEY, C. T. (1995). An implicit filtering algorithm for optimization of functions with many local minima. *SIAM J. Optim.*, 5(2):269–285.
- GOEL, T., HAFTKA, R. T., SHYY, W. et QUEIPO, N. V. (2007). Ensemble of surrogates. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 33(3):199–216.
- GOEL, T. et STANDER, N. (2009). Comparing three error criteria for selecting radial basis function network topology. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(27-29):2137–2150.
- GRAND, N., GILBERT, J. et LALOË, F. (1997). Oscillation threshold of woodwind instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 83(1):137–151.
- GUILLEMAIN, P., KERGOMARD, J. et VOINIER, T. (2005). Real-time synthesis of clarinet-like instruments using digital impedance models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(1):483–494.
- GUILLEMAIN, P. et SILVA, F. (2010). De l'utilisation de la décomposition modale pour la synthèse sonore temps réel : écueils et solutions. *In Congrès Français d'Acoustique*.
- GUILLOTEAU, A. (2015). *Conception d'une clarinette logique*. Thèse de doctorat, Aix-Marseille.
- HASTIE, T., TIBSHIRANI, R. et FRIEDMAN, J. (2001). *The Elements of Statistical Learning*. Springer Series in Statistics. Springer New York Inc., New York, NY, USA.
- HAUTUS, M. J. (1995). Corrections for extreme proportions and their biasing effects on estimated values of d' . *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 27(1):46–51.
- HÉLIE, T. et GANDOLFI, G. (2014). Optimization of smooth bores of idealized wind instruments with respect to basic acoustic features. *In International Symposium on Musical Acoustics*, pages 15–20.
- HILLER, L. et RUIZ, P. (1971a). Synthesizing musical sounds by solving the wave equation for vibrating objects : Part 1. *J. Audio Eng. Soc.*, 19(6):462–470.
- HILLER, L. et RUIZ, P. (1971b). Synthesizing musical sounds by solving the wave equation for vibrating objects : Part 2. *J. Audio Eng. Soc.*, 19(7):542–551.
- HIRSCHBERG, A., GILBERT, J., MSALLAM, R. et WIJNANDS, A. P. J. (1996). Shock waves in trombones. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99(3):1754–1758.

- HIRSCHMAN, S. E. (1991). *Digital waveguide modeling and simulation of reed woodwind instruments*. Stanford University.
- HOEKJE, P. L. (1986). *Intercomponent Energy Exchange and Upstream/downstream Symmetry in Nonlinear Self-Sustained Oscillations of Reed Instruments*. Thèse de doctorat, Case Western Reserve University.
- HOEKJE, P. L. (1993). Transient behavior of time-domain wind instrument models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 94(3):1833–1833.
- HOOKE, R. et JEEVES, T. A. (1961). "direct search" solution of numerical and statistical problems. *J. ACM*, 8(2):212–229.
- HOSDER, S., WATSON, L. T., GROSSMAN, B., MASON, W. H., KIM, H., HAFTKA, R. T. et COX, S. E. (2001). Polynomial response surface approximations for the multidisciplinary design optimization of a high speed civil transport. *Optim. Eng.*, 2(4):431–452.
- INÁCIO, O., HENRIQUE, L. et ANTUNES, J. (2003). Simulation of the oscillation regimes of bowed bars : a non-linear modal approach. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 8(2):77–95.
- JACKSON, A. C., BUTLER, J. P., MILLET, E. J., HOPPIN, Jr, F. G. et DAWSON, S. V. (1977). Airway geometry by analysis of acoustic pulse response measurements. *J. Appl. Physiol.*, 43(3):523–536.
- JONES, D. R., PERTTUNEN, C. D. et STUCKMAN, B. E. (1993). Lipschitzian optimization without the lipschitz constant. *J. Optim. Theory Appl.*, 79(1):157–181.
- JONES, D. R., SCHONLAU, M. et WELCH, W. J. (1998). Efficient global optimization of expensive Black-Box functions. *J. Global Optimiz.*, 13(4):455–492.
- KALMAN, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *J. Basic Eng*, 82(1):35–45.
- KARKAR, S. (2012). *Méthodes numériques pour les systèmes dynamiques non linéaires : application aux instruments de musique auto-oscillants*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille.
- KAUSEL, W. (2001). Optimization of brasswind instruments and its application in bore reconstruction. *Journal of New Music Research*, 30(1):69–82.
- KAUSEL, W. (2003). *A Musical Acoustician's Guide to Computational Physics, Concepts, Algorithms & Applications*. Institut für Wiener Klangstil (Musikalische Akustik), Universität für Musik und darstellende Kunst Wien.
- KAUSEL, W. (2004). Bore reconstruction of tubular ducts from its acoustic input impedance curve. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 53(4):1097–1105.
- KAUSEL, W. (2010). Optimisation of wind instruments revisited. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86(1):35–41.

- KAUSEL, W. et GEYER, C. B. (2013). Time domain simulation of standing waves in brass wind instruments taking non-linear wave steepening into account. *In Stockholm Music Acoustics Conference*.
- KEEFE, D. H. (1984). Acoustical wave propagation in cylindrical ducts : Transmission line parameter approximations for isothermal and nonisothermal boundary conditions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 75(1):58–62.
- KEEFE, D. H. (1992). Physical modeling of wind instruments. *Computer Music Journal*, 16(4):57–73.
- KEMP, J. A. (2002). *Theoretical and experimental study of wave propagation in brass musical instruments*. Thèse de doctorat, University of Edinburgh.
- KENNEDY, J. (2011). Particle swarm optimization. *In Encyclopedia of Machine Learning*, pages 760–766. Springer US.
- KERGOMARD, J., OLLIVIER, S. et GILBERT, J. (2000). Calculation of the spectrum of Self-Sustained oscillators using a variable truncation method : Application to cylindrical reed instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(4):685–703.
- KHACHATURYAN, A. G., SEMENOVSKAYA, S. V. et VAINSTEIN, B. (1979). A Statistical-Thermodynamic approach to determination of structure amplitude phases. *Sov. Phys. Crystallogr.*, 24:519–524.
- KOWALIK, J. S. et OSBORNE, M. R. (1968). *Methods for unconstrained optimization problems*. North-Holland.
- LAWLESS, H. T. (2013). *Quantitative sensory analysis : Psychophysics, models and intelligent design*. John Wiley & Sons.
- LE DIGABEL, S. (2011). Algorithm 909 : NOMAD : Nonlinear optimization with the MADS algorithm. *ACM Trans. Math. Softw.*, 37(4):44 :1–44 :15.
- LE ROUX, J. C., DALMONT, J.-P. et GAZENGEL, B. (2008). A new impedance tube for large frequency band measurement of absorbing materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(5):3119.
- LEVINE, H. et SCHWINGER, J. (1948). On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, 73(4):383–406.
- LEWIS, R. M., SHEPHERD, A. et TORCZON, V. (2007). Implementing generating set search methods for linearly constrained minimization. *SIAM J. Sci. Comput.*, 29(6):2507–2530.
- LEWIS, R. M. et TORCZON, V. (1999). Pattern search algorithms for bound constrained minimization. *SIAM J. Optim.*, 9(4):1082–1099.
- LOUS, N. J. C., HOFMANS, G. C. J., VELDHUIS, R. N. J. et HIRSCHBERG, A. (1998). A symmetrical Two-Mass Vocal-Fold model coupled to vocal tract and trachea, with application to prosthesis design. *Acta Acustica united with Acustica*, 84(6):1135–1150.

- MACALUSO, C. A. et DALMONT, J.-P. (2011). Trumpet with near-perfect harmonicity : design and acoustic results. *J. Acoust. Soc. Am.*, 129(1):404–414.
- MACMILLAN, N. A. et CREELMAN, C. D. (2004). *Detection theory : A user's guide*. Psychology press.
- MAPES-RIORDAN, D. (1993). Horn modeling with conical and cylindrical transmission-line elements. *J. Audio Eng. Soc.*, 41(6):471–484.
- MARTÍNEZ, J., AGULLÓ, J. et CARDONA, S. (1988). Conical bores. part ii : Multiconvolution. *J. Acoust. Soc. Am.*, 84(5):1620–1627.
- MATHERON, G. (1963). Principles of geostatistics. *Econ. Geol.*, 58(8):1246–1266.
- McADAMS, S., WINSBERG, S., DONNADIEU, S., SOETE, G. et KRIMPHOFF, J. (1995). Perceptual scaling of synthesized musical timbres : Common dimensions, specificities, and latent subject classes. *Psychological research*, 58(3):177–192.
- McINTYRE, M. E., SCHUMACHER, R. T. et WOODHOUSE, J. (1983). On the oscillations of musical instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 74(5):1325–1345.
- McINTYRE, M. E. et WOODHOUSE, J. (1979). On the fundamentals of Bowed-String dynamics. *Acta Acustica united with Acustica*, 43(2):93–108.
- McKAY, M. D., BECKMAN, R. J. et CONOVER, W. J. (1979). Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21(2):239–245.
- MEHROTRA, S. (1992). On the implementation of a Primal-Dual interior point method. *SIAM J. Optim.*, 2(4):575–601.
- MENGUY, L. (2001). *Propagation acoustique non linéaire dans les guides monodimensionnels*. Thèse de doctorat, Université du Maine.
- MERSENNE, M. (1636). *Harmonie universelle : contenant la théorie et la pratique de la musique*, volume 2. Hachette Livre BNF.
- MORGANS, R., HOWARD, C., ZANDER, A., HANSEN, C. et MURPHY, D. (2007). Derivative free optimization in engineering acoustics. *In International Congress on Sound and Vibration*. AAS.
- MSALLAM, R., DEQUIDT, S., CAUSSÉ, R. et TASSART, S. (2000). Physical model of the trombone including nonlinear effects. application to the sound synthesis of loud tones. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(4):725–736.
- MÜLLER, J. et PICHÉ, R. (2011). Mixture surrogate models based on dempster-shafer theory for global optimization problems. *Journal of Global Optimization*, 51(1):79–104.
- MUÑOZ ARANCÓN, A., GAZENGEL, B., DALMONT, J.-P. et CONAN, E. (2016). Estimation of saxophone reed parameters during playing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 139(5):2754–2765.

- MYERS, A., PYLE JR, R. W., GILBERT, J., CAMPBELL, D. M., CHICK, J. P. et LOGIE, S. (2012). Effects of nonlinear sound propagation on the characteristic timbres of brass instruments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(1):678–688.
- NAKHLA, M. et VLACH, J. (1976). A piecewise harmonic balance technique for determination of periodic response of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 23(2):85–91.
- NAYFEH, A. H. et BALACHANDRAN, B. (2008). *Applied nonlinear dynamics : analytical, computational and experimental methods*. John Wiley & Sons.
- NEWTON, M. J., CAMPBELL, M. et GILBERT, J. (2008). Mechanical response measurements of real and artificial brass players lips. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(1):EL14–20.
- NOCEDAL, J. et WRIGHT, S. (2006). *Numerical Optimization*. Springer Science & Business Media.
- NORELAND, D. (2002). A numerical method for acoustic waves in horns. *Acta Acustica united with Acustica*, 88(4):576–586.
- NORELAND, D. (2003a). A gradient based optimisation algorithm for the design of brass-wind instruments. Information Technology Scientific Report, Uppsala University.
- NORELAND, D. (2003b). Ill-posedness of absorbing boundary conditions applied on convex surfaces. Information Technology Scientific Report, Uppsala University.
- NORELAND, D. (2003c). Impedance boundary conditions for acoustic waves in a duct with a step discontinuity. Information Technology Scientific Report, Uppsala University.
- NORELAND, D., KERGOMARD, J., LALOË, F., VERGEZ, C., GUILLEMAIN, P. et GUILLOTEAU, A. (2013). The logical clarinet : Numerical optimization of the geometry of woodwind instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 99(4):615–628.
- NORELAND, J. O. D., UDAWALPOLA, M. R. et BERGGREN, O. M. (2010). A hybrid scheme for bore design optimization of a brass instrument. *J. Acoust. Soc. Am.*, 128(3):1391–1400.
- NORMAN, L., CHICK, J., CAMPBELL, D., MYERS, A. et GILBERT, J. (2010). Player control of 'brassiness' at intermediate dynamic levels in brass instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(4): 614–621.
- O'MAHONY, M. *et al.* (2003). Discrimination testing : a few ideas, old and new. *Food Quality and Preference*, 14(2):157–164.
- O'MAHONY, M. et HAUTUS, M. (2008). The signal detection theory roc curve : Some applications in food sensory science. *Journal of Sensory Studies*, 23(2):186–204.
- PAGNEUX, V., AMIR, N. et KERGOMARD, J. (1996). A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. part i. theory and validation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100(4):2034–2048.

- PALMER, J. (1969). An improved procedure for orthogonalising the search vectors in rosenbrock's and swann's direct search optimisation methods. *The Computer Journal*, 12(1):69–71.
- PARK, M. et KEEFE, D. H. (1988). Woodwind instrument simulation in real-time. *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(S1):S120–S120.
- PEETERS, M., VIGUIÉ, R., SÉRANDOUR, G., KERSCHEN, G. et GOLINVAL, J.-C. (2009). Nonlinear normal modes, part ii : Toward a practical computation using numerical continuation techniques. *Mechanical systems and signal processing*, 23(1):195–216.
- PETIOT, J. F. et GILBERT, J. (2013). Comparison of trumpets' sounds played by a musician or simulated by physical modelling. *Acta Acustica united with Acustica*, 98:475–486.
- PETIOT, J.-F., TEISSIER, F., GILBERT, J. et CAMPBELL, M. (2003). Comparative analysis of brass wind instruments with an artificial mouth : First results. *Acta Acustica united with Acustica*, 89(6):974–979.
- PINTÉR, J. D. (2013). *Global Optimization in Action : Continuous and Lipschitz Optimization : Algorithms, Implementations and Applications*. Springer Science & Business Media.
- POIRSON, E. (2005). *Prise en compte de l'utilisateur en conception de produit. Application aux instruments de musique de type cuivre*. Thèse de doctorat, École Centrale de Nantes.
- POIRSON, E., PETIOT, J.-F. et GILBERT, J. (2007). Integration of user perceptions in the design process : Application to musical instrument optimization. *Journal of Mechanical Design*, 129(12):1206–1214.
- POLACK, J. D., MEYNIAL, X., KERGOMARD, J., COSNARD, C. et BRUNEAU, M. (1987). Reflection function of a plane sound wave in a cylindrical tube. *Ann. Readapt. Med. Phys.*, 22(5):331–337.
- POWELL, M. (1994). A direct search optimization method that models the objective and constraint functions by linear interpolation. *In Advances in optimization and numerical analysis*, pages 51–67. Springer.
- POWELL, M. J. D. (1999). Recent research at cambridge on radial basis functions. *In New Developments in Approximation Theory*, pages 215–232. Birkhäuser, Basel.
- POWELL, M. J. D. (2002). UOBYQA : unconstrained optimization by quadratic approximation. *Math. Program.*, 92(3):555–582.
- POWELL, M. J. D. (2006). The newuoa software for unconstrained optimization without derivatives. *In Large-Scale Nonlinear Optimization*, pages 255–297. Springer US.
- PRAETORIUS, M. (1619). *Syntagma musicum, 3 vols*. Bärenreiter Verlag, Kassel.
- QUEIPO, N., HAFTKA, R., SHYY, W., GOEL, T., VAIDYANATHAN, R. et TUCHER, P. (2005). Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, 41(1):1–28.

- RABENSTEIN, R. et TRAUTMANN, L. (2003). Digital sound synthesis of string instruments with the functional transformation method. *Signal Processing*, 83(8):1673–1688.
- RASTRIGIN, L. A. (1964). Convergence of random search method in extremal control of many-parameter system. *Autom. Remote Control*, 24(11):1337.
- RAYLEIGH, L. (1878). On the instability of jets. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 1(1):4–13.
- RAYLEIGH, L. (1879). On the capillary phenomena of jets. *In Proc. R. Soc. London*, volume 29, pages 71–97.
- RAYLEIGH, L. (1883). On maintained vibrations. *Philosophical Magazine Series 5*, 15(94):229–235.
- RAYLEIGH, L. (1896). *The theory of sound*, volume 2. Macmillan.
- RAYLEIGH, L. (1910). Aerial plane waves of finite amplitude. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 84(570):247–284.
- RENDÓN, P. L., EZETA, R. et PÉREZ-LÓPEZ, A. (2013). Nonlinear sound propagation in trumpets. *Acta Acustica united with Acustica*, 99(4):607–614.
- RIENSTRA, S. W. S. et HIRSCHBERG, A. A. (2004). *An introduction to acoustics*. Technische Universiteit Eindhoven.
- RISSET, J.-C. et MATHEWS, M. V. (1969). *Analysis of Musical-instrument Tones*. American Institute of Physics.
- ROSENBROCK, H. (1960). An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *The Computer Journal*, 3(3):175–184.
- ROSENHOUSE, G., AMIR, N. et SHIMONY, U. (1995). A discrete model for tubular acoustic systems with varying cross section—the direct and inverse problems. part 2 : experiments. *Acustica*, 81: 463–474.
- ROSSING, T. D., MOORE, F. R. et WHEELER, P. A. (2002). *The science of sound*, volume 3. Addison Wesley San Francisco.
- SANEYOSHI, J., TERAMURA, H. et YOSHIKAWA, S. (1987). Feedback oscillations in reed woodwind and brasswind instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 62(3):194–210.
- SCAVONE, G. P. (1997). *An acoustic analysis of single-reed woodwind instruments with an emphasis on design and performance issues and digital waveguide modeling techniques*. Thèse de doctorat, Stanford University.
- SCAVONE, G. P. (1999). Modeling wind instrument sound radiation using digital waveguides. *In Int. Computer Music Conf.*

- SCAVONE, G. P. et SMITH, III, J. O. (1997). Digital waveguide modeling of woodwind toneholes. *In Int. Computer Music Conf.*
- SCHONLAU, M. (1998). *Computer experiments and global optimization*. Thèse de doctorat, University of Waterloo.
- SCHUBERT, E. et WOLFE, J. (2006). Does timbral brightness scale with frequency and spectral centroid? *Acta acustica united with acustica*, 92(5):820–825.
- SCHUMACHER, R. T. (1978a). Self-Sustained oscillations of organ flue pipes : An integral equation solution. *Acta Acustica united with Acustica*, 39(4):225–238.
- SCHUMACHER, R. T. (1978b). Self-Sustained oscillations of the clarinet : An integral equation approach. *Acta Acustica united with Acustica*, 40(5):298–309.
- SCHUMACHER, R. T. (1981). Ab initio calculations of the oscillations of a clarinet. *Acta Acustica united with Acustica*, 48(2):71–85.
- SILVA, F., VERGEZ, C., GUILLEMAIN, P., KERGOMARD, J. et DEBUT, V. (2014). MoReeSC : A framework for the simulation and analysis of sound production in reed and brass instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 100(1):126–138.
- SMITH, J. O. (1986). Efficient simulation of the reed-bore and bow-string mechanisms. *In Int. Computer Music Conf.*
- SMITH, J. O. (1991). Waveguide simulation of non-cylindrical acoustic tubes. *In Int. Computer Music Conf.*
- SMITH, J. O. (1992). Physical modeling using digital waveguides. *Computer Music Journal*, 16(4):74–91.
- SMITH, J. O. (1996). Discrete-time modeling of acoustic systems with applications to sound synthesis of musical instruments. *In Nordic Acoustical Meeting, Helsinki*, pages 21–32.
- SMITH, J. O. (2008). *Introduction to Digital Filters : With Audio Applications*. Julius Smith.
- SNODGRASS, J. G. et CORWIN, J. (1988). Pragmatics of measuring recognition memory : applications to dementia and amnesia. *Journal of Experimental Psychology : General*, 117(1):34.
- SOMMERFELDT, S. D. et STRONG, W. J. (1988). Simulation of a player–clarinet system. *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(5):1908–1918.
- SRIKANTHA PHANI, A. et WOODHOUSE, J. (2007). Viscous damping identification in linear vibration. *J. Sound Vib.*, 303(3–5):475–500.
- STEVENSON, A. F. (1951). Exact and approximate equations for wave propagation in acoustic horns. *J. Appl. Phys.*, 22(12):1461–1463.

- STEVENSON, S. D. F. (2009). *Experimental investigations of lip motion in brass instrument playing*. Thèse de doctorat, University of Edinburgh.
- STEWART, S. E. et STRONG, W. J. (1980). Functional model of a simplified clarinet. *J. Acoust. Soc. Am.*, 68(1):109–120.
- TAFLOVE, A. et HAGNESS, S. C. (2005). *Computational electrodynamics*. Artech house.
- TALGORN, B., LE DIGABEL, S. et KOKKOLARAS, M. (2015). Statistical surrogate formulations for simulation-based design optimization. *Journal of Mechanical Design*, 137(2):1–18.
- THOMPSON, M. W. et STRONG, W. J. (2001). Inclusion of wave steepening in a frequency-domain model of trombone sound production. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110(1):556–562.
- THOMPSON, S. C. (1979). The effect of the reed resonance on woodwind tone production. *J. Acoust. Soc. Am.*, 66(5):1299–1307.
- TOURNEMENNE, R., PETIOT, J. et GILBERT, J. (2014). Study of perceived differences between simulated and real trumpets sounds. *Proceedings International Symposium on Musical Acoustics 2014, Le Mans, France*.
- TOURNEMENNE, R., PETIOT, J. F. et GILBERT, J. (2016a). The capacity for simulation by physical modeling to elicit perceptual differences between trumpet sounds. *Acta Acustica united with Acustica*, 102(6):1072–1081.
- TOURNEMENNE, R., PETIOT, J.-F., TALGORN, B., KOKKOLARAS, M. et GILBERT, J. (2017). Brass instruments design using physics-based sound simulation models and surrogate-assisted derivative-free optimization. *Journal of Mechanical Design*, 139(4):041401.
- TOURNEMENNE, R., TALGORN, B., PETIOT, J. et KOKKOLARAS, M. (2016b). Brass instruments design using physics-based sound simulation models and surrogate-assisted derivative-free optimization. *In International Design Engineering Technical Conferences*.
- TRAN, D.-M. (2009). Component mode synthesis methods using partial interface modes : Application to tuned and mistuned structures with cyclic symmetry. *Comput. Struct.*, 87(17–18):1141–1153.
- TRICHET, P. (1640). *Traité des instruments de musique*. Minkoff Reprint.
- VÄLIMÄKI, V. (1995). *Discrete-time modeling of acoustic tubes using fractional delay filters*. Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology.
- VÄLIMÄKI, V. et KARJALAINEN, M. (1994). Digital waveguide modeling of wind instrument bores constructed of conical bores. *In Int. Computer Music Conf.*
- VÄLIMÄKI, V., KARJALAINEN, M. et LAAKSO, T. I. (1993). Modeling of woodwind bores with fingerholes. *In Int. Computer Music Conf.*

- VÄLIMÄKI, V., PAKARINEN, J., ERKUT, C. et KARJALAINEN, M. (2005). Discrete-time modelling of musical instruments. *Rep. Prog. Phys.*, 69(1):1.
- VAN WALSTIJN, M. (2002). *Discrete-time modelling of brass and reed woodwind instruments with application to musical sound synthesis*. Thèse de doctorat, University of Edinburgh.
- van WALSTIJN, M. et CAMPBELL, M. (2003). Discrete-time modeling of woodwind instrument bores using wave variables. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113(1):575–585.
- van WALSTIJN, M. et SCAVONE, G. P. (2000). The wave digital tonehole model. *In Int. Computer Music Conf.*
- van WALSTIJN, M. et SMITH, J. O. (1998). Use of truncated infinite impulse response (TIIR) filters in implementing efficient digital waveguide models of flared horns and piecewise conical bores with unstable one-pole filter elements. *In International Symposium on Musical Acoustics*, pages 309–314.
- van WALSTIJN, M. et VÄLIMÄKI, V. (1997). Digital waveguide modeling of flared acoustical tubes. *In Int. Computer Music Conf.*
- VARMA, S. et SIMON, R. (2006). Bias in error estimation when using cross-validation for model selection. *BMC Bioinformatics*, 7:91.
- VELUT, L. (2016). *Contrôle par le musicien des régimes d'oscillation des instruments de la famille des cuivres*. Thèse de doctorat, AMU-Aix Marseille Université.
- VELUT, L., VERGEZ, C., GILBERT, J. et DJAHANBANI, M. (2017). How well can linear stability analysis predict the behaviour of an Outward-Striking valve brass instrument model? *Acta Acustica united with Acustica*, 103(1):132–148.
- VELUT, L., VERGEZ, C., GILBERT, J. et SANCHEZ, P. (2016). Une trompette instrumentée pour caractériser le jeu de différents trompettistes. *In Congrès Français d'Acoustique*.
- VERGEZ, C. (2010). Analyse du fonctionnement des instruments de musique à vent.
- VERGEZ, C. et RODET, X. (1997). Model of the trumpet functioning : Real-time simulation and experiments with an artificial mouth. *International Symposium on Musical Acoustics*, pages 425–432.
- VERGEZ, C. et RODET, X. (2000). New algorithm for nonlinear propagation of a sound wave, application to a physical model of a trumpet. *J. Signal Process. Syst.*, 4(1):79–87.
- VERGEZ, C. et TISSERAND, P. (2005). The brass project, from physical models to virtual musical instruments : Playability issues. *In International Symposium on Computer Music Modeling and Retrieval*, pages 24–33. Springer.
- VIANA, F. A., HAFTKA, R. T. et WATSON, L. T. (2013). Efficient global optimization algorithm assisted by multiple surrogate techniques. *Journal of Global Optimization*, 56(2):669–689.

- VIANA, F. A. C., HAFTKA, R. T., STEFFEN, J. V., BUTKEWITSCH, S. et LEAL, M. F. (2008). Ensemble of surrogates : a framework based on minimization of the mean integrated square error. *In 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials*.
- VIANA, F. A. C., PICHENY, V. et HAFTKA, R. T. (2009). Conservative prediction via safety margin : Design through cross-validation and benefits of multiple surrogates. *In International Design Engineering Technical Conferences*.
- VON HELMHOLTZ, H. (1865). *Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Springer-Verlag.
- WARE, J. A. et AKI, K. (1969). Continuous and discrete Inverse-Scattering problems in a stratified elastic medium. i. plane waves at normal incidence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 45(4):911–921.
- WERNER, K. J., NANGIA, V., SMITH, J. O. et ABEL, J. S. (2015). A general and explicit formulation for wave digital filters with multiple/multiport nonlinearities and complicated topologies. *In IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA)*, pages 1–5.
- WHITLEY, D. (1994). A genetic algorithm tutorial. *Stat. Comput.*, 4(2):65–85.
- WINSLOW, T. A., TREW, R. J., GILMORE, P. et KELLEY, C. T. (1991). Simulated performance optimization of GaAs MESFET amplifiers. *In IEEE/Cornell Conference on Advanced Concepts in High Speed Semiconductor Devices and Circuits*, pages 393–402.
- WOLPERT, D. H. et MACREADY, W. G. (1997). No free lunch theorems for optimization. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 1(1):67–82.
- WOODHOUSE, J., MANUEL, K. Y., SMITH, A., WHEBLE, A. J. C. et FRITZ, C. (2012). Perceptual thresholds for acoustical guitar models. *Acta Acustica united with Acustica*, 99(4):629–641.
- WORMAN, W. E. (1971). *Self-Sustained Nonlinear Oscillations of Medium Amplitude in Clarinet-Like Systems*. Thèse de doctorat, Case Western Reserve University.
- YEE, K. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 14(3):302–307.
- ZATORRE, R. J. (1985). Discrimination and recognition of tonal melodies after unilateral cerebral excisions. *Neuropsychologia*, 23(1):31–41.
- ZORUMSKI, W. E. (1973). Generalized radiation impedances and reflection coefficients of circular and annular ducts. *J. Acoust. Soc. Am.*, 54(6):1667–1673.

ANNEXE A Mesure de l'impédance d'entrée

À la connaissance de l'auteur, il existe 3 systèmes de mesure de l'impédance d'entrée commercialisés :

- le système BIAS (Brass Instrument Analysis System),
- le système développé à l'Université du Maine,
- la réflectométrie d'impulsion acoustique (acoustic pulse reflectometry).

Le système BIAS [Kausel, 2003] est basé sur des capillaires, transmettant le son issu d'une enceinte source produisant un signal chirp, voir Figure A.1.

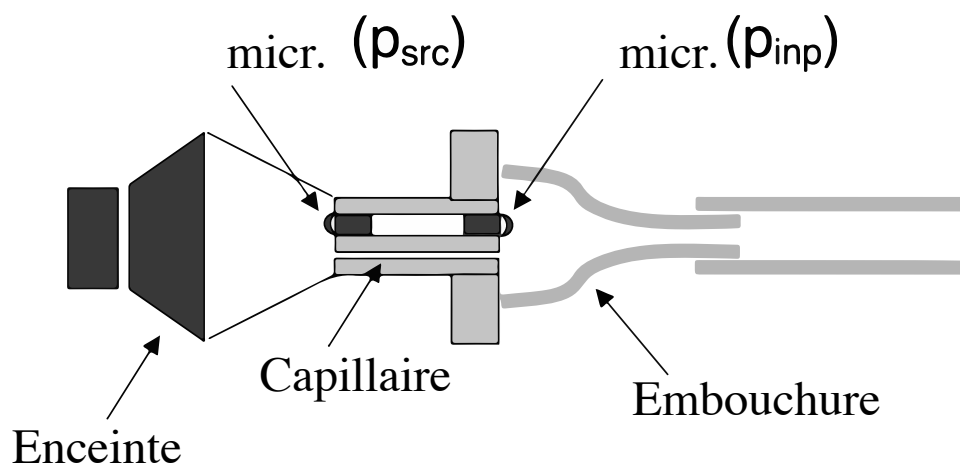


Figure A.1 Schéma du système BIAS. Figure empruntée à [Kausel, 2003].

Deux microphones enregistrent simultanément la pression du côté de l'enceinte p_{src} et du côté de l'embouchure p_{inp} . La formule de calcul de l'impédance d'entrée Z est :

$$Z(j\omega) = \frac{A(j\omega) \frac{P_{inp}(j\omega)}{P_{src}(j\omega)}}{1 - B(j\omega) \frac{P_{inp}(j\omega)}{P_{src}(j\omega)}}, \quad (\text{A.1})$$

où A et B sont obtenus à partir de deux calibrations.

Le système développé à l'Université du Maine [Le Roux *et al.*, 2008] est basé sur une source piézoélectrique, séparant une enceinte fermée et l'enceinte de l'embouchure, voir Figure A.3.



Figure A.2 Photo du système BIAS. La partie principale est à droite. On distingue sur le dessus, les trous des 3 capillaires. A gauche se trouve des pièces d'adaptation. Figure empruntée à [Kausel, 2003].

La pression p_1 , mesurée par le microphone 1 situé à l'intérieur de la cavité fermée, est proportionnelle, au premier ordre, au débit induit U par la source piezo-électrique. Par conséquent, l'impédance d'entrée $Z(j\omega) = P_2/U$ est proportionnelle à :

$$Z(j\omega) \propto \frac{P_2(j\omega)}{P_1(j\omega)} \quad (\text{A.2})$$

Les fréquences mesurées par ces systèmes couvrent les principales fréquences d'intérêts des impédances d'entrée. Par exemple, l'appareil développé à l'Université du Maine mesure les fréquences de 20 à 4000 Hz par pas de 0,2 Hz, ce qui semble raisonnable au vu de la Figure 2.8. Les valeurs associées aux fréquences supérieures ou inférieures sont généralement obtenues par extrapolation de la courbe.

La troisième méthode n'est pas une mesure directe dans le domaine fréquentiel. En effet, la réflectométrie d'impulsion consiste à mesurer la réponse impulsionnelle de l'instrument dans diverses conditions ; on mesure donc un signal temporel. Le résonateur étant considéré LTI, on sait que la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle est égale à l'impédance d'entrée. Cet usage

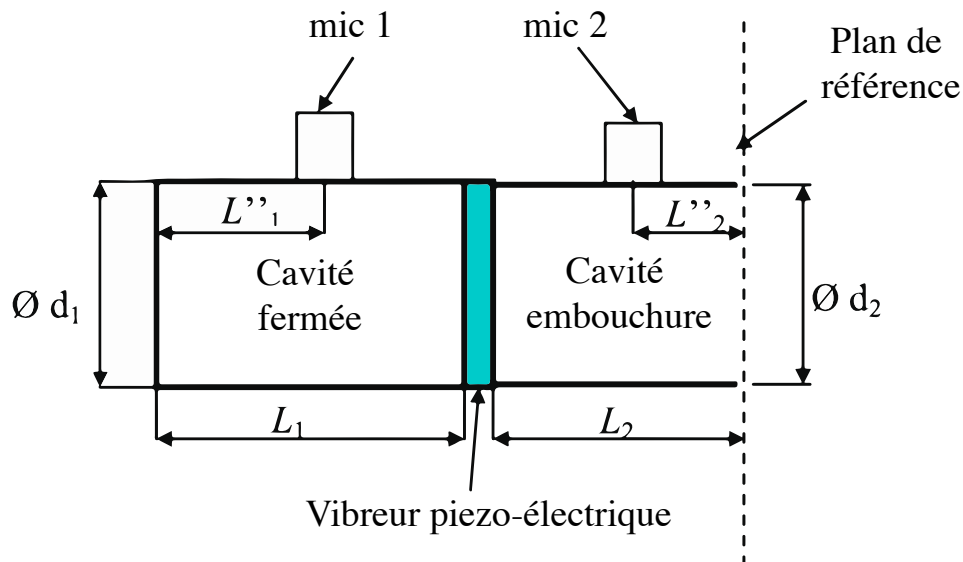


Figure A.3 Schéma de fonctionnement du système de l'Université du Maine. Figure empruntée à [Le Roux *et al.*, 2008].

de la réflectométrie d'impulsion est cependant auxiliaire [Kemp, 2002], car la méthode est utilisée pour reconstruire la perce à partir de mesures acoustiques [Rosenhouse *et al.*, 1995]. Cette méthode est aussi très développée pour la caractérisation des sols en géologie [Ware et Aki, 1969], et en médecine pour les cartographies de la colonne d'air du patient [Jackson *et al.*, 1977]. Il s'agit du problème inverse, où, connaissant la réponse impulsionnelle, on reconstruit la géométrie du guide d'onde.



Figure A.4 Photo du système de mesure de l'Université du Maine. La partie principale est celle de droite. Les pièces de gauche sont des pièces d'adaptation. Figure empruntée à [Le Roux *et al.*, 2008].

ANNEXE B Matrices de transmission en ondes planes

Matrice de transmission du cylindre en onde plane

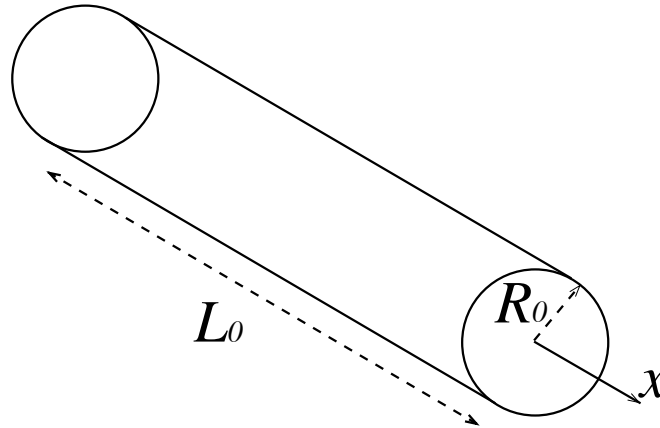


Figure B.1 Schéma d'un cylindre de longueur L_0 et de rayon R_0 . Figure empruntée à [Braden, 2007].

L'équation de propagation, à une dimension dans un guide d'onde de section variable sans perte, est l'équation de Webster, qui s'écrit :

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} . \quad (\text{B.1})$$

Nous considérons un cylindre de rayon R_0 et de longueur L_0 . L'équation de Webster se résume alors à l'équation de d'Alembert à une dimension. La solution générale est donc la somme d'une onde plane progressive se propageant selon les x positifs et une selon les x négatifs. L'étude fréquentielle se concentre sur les ondes planes harmoniques, ce qui implique :

$$P(j\omega, x) = Ae^{-jkx} + Be^{jkx} , \quad (\text{B.2})$$

avec k le nombre d'onde : $k = \omega/c$.

Par le principe fondamental de la dynamique, on calcule la transformée de Fourier de la vitesse :

$$V(j\omega, x) = \frac{k}{\rho\omega} (Ae^{-jkx} - Be^{jkx}) . \quad (\text{B.3})$$

On en déduit que l'impédance de sortie $Z_1 = P/VS$ est égale à :

$$Z_1 = Z_c \frac{Ae^{-jkx_1} + Be^{jkx_1}}{Ae^{-jkx_1} - Be^{jkx_1}} . \quad (\text{B.4})$$

Or l'expression de l'impédance d'entrée Z_0 est :

$$Z_0 = Z_c \frac{Ae^{-jk(x_1-L_0)} + Be^{jk(x_1-L_0)}}{Ae^{-jk(x_1-L_0)} - Be^{jk(x_1-L_0)}} , \quad (\text{B.5})$$

ce qui permet d'obtenir la relation :

$$Z_0 = \frac{\cos(kL_0)Z_1 + jZ_c \sin(kL_0)}{Z_c^{-1} j \sin(kL_0)Z_1 + \cos(kL_0)} . \quad (\text{B.6})$$

On obtient donc la matrice de transmission sans pertes visco-thermiques suivante :

$$T_0 = \begin{pmatrix} \cos(kL_0) & jZ_c \sin(kL_0) \\ Z_c^{-1} j \sin(kL_0) & \cos(kL_0) \end{pmatrix} . \quad (\text{B.7})$$

D'après [Keefe, 1984], l'inclusion des pertes visco-thermiques dans ce modèle revient à remplacer les valeurs du nombre d'onde k et de l'impédance caractéristique Z_c par :

$$Z_c^* = Z_c [(1 + 0,369r_v^{-1}) - j0,369r_v^{-1}] , \quad (\text{B.8})$$

$$k^* = k [1,045r_v^{-1} + j(1 + 1,045r_v^{-1})] , \quad (\text{B.9})$$

$$\text{avec } r_v = \sqrt{\frac{\rho\omega S}{\eta\pi}} .$$

En effet, r_v représentant le ratio entre la section du cylindre et la couche limite, si cette dernière tend vers 0, alors il s'agit du cas sans pertes et $Z_c^* = Z_c$, $k^* = jk$.

Les matrices de transmission en ondes planes sont détaillées dans [Mapes-Riordan, 1993].

Matrice de Transmission du cone en onde sphérique

L'équation de Webster est maintenant utilisée dans son plein potentiel, puisque la section varie le long de l'axe de propagation des ondes.

Ainsi :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial P}{\partial x} + k^2 P = 0 . \quad (\text{B.10})$$

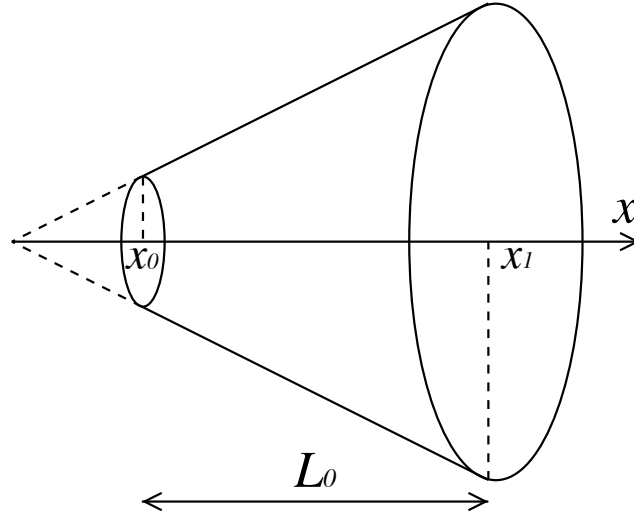


Figure B.2 Schéma d'un tronçon de cône débutant à x_0 de longueur L_0 . Figure empruntée à [Braden, 2007].

Après résolution :

$$P(j\omega, x) = A \frac{e^{-jkx}}{x} + B \frac{e^{jkx}}{x} . \quad (\text{B.11})$$

Par le principe fondamental de la dynamique on peut démontrer, de la même manière que pour le cylindre, que :

$$Z_0 = \frac{\left(\frac{x_1}{x_0} \cos(kL_0) - \frac{1}{kx_0} \sin(kL_0) \right) Z_1 + jZ_c \frac{x_0}{x_1} \sin(kL_0)}{jZ_c^{-1} \left[\left(\frac{1}{k^2 x_0^2} + \frac{x_1}{x_0} \right) \sin(kL_0) - \frac{L_0}{kx_0^2} \cos(kL_0) \right] Z_1 + \frac{x_0}{x_1} \left(\frac{1}{kx_0} \sin(kL_0) + \cos(kL_0) \right)}$$

Ce qui donne, en appliquant le modèle de pertes visco-thermiques précédent, et en supposant que la section moyenne est $S_{\text{moy}} = \pi(R_0 + R_1)^2/4$:

$$Z_0 = \frac{\left(\frac{x_1}{x_0} \cosh(k^* L_0) - \frac{1}{k^* x_0} \sinh(k^* L_0) \right) Z_1 + jZ_c^* \frac{x_0}{x_1} \sinh(k^* L_0)}{jZ_c^{*-1} \left[\left(\frac{x_1}{x_0} - \frac{1}{k^* 2x_0^2} \right) \sinh(k^* L_0) - \frac{L_0}{k^* x_0^2} \cosh(k^* L_0) \right] Z_1 + \frac{x_0}{x_1} \left(\frac{1}{k^* x_0} \sinh(k^* L_0) + \cosh(k^* L_0) \right)}$$

Noreland [Noreland, 2003a] démontre que, sous l'hypothèse d'ondes planes, l'impédance d'entrée d'un résonateur, dont la perce a été simplifiée par des tronçons de cônes, tend vers l'impédance d'entrée de ce même résonateur, lorsque le nombre de cônes tend vers l'infini.

L'hypothèse d'ondes sphériques dans le cône est étonnamment simple, car, par l'équation de d'Alembert en 3 dimensions, on déduit une équation identique à B.10 en remplaçant x par la coordonnée sphérique r associée au rayon de l'onde. La seconde modification concerne la surface de la section d'onde qui est alors égale à $S = 2\pi rh$, avec $h = r - \sqrt{r^2 - R(x)^2}$.

La prise en compte d'ondes sphériques dans le cylindre pose tout de même le problème dit des volumes manquants. En effet, à la jonction entre deux tronçons de cône d'angles croissants, une partie du volume du résonateur n'est considérée par aucun des deux cônes, ce qui fausse le calcul de l'impédance [Van Walstijn, 2002; Braden, 2007]. On peut se soustraire à ce problème en discrétisant finement la perce, limitant ainsi la différence d'angle entre deux tronçons de cône adjacents ¹.

Jonctions et impédance de rayonnement en onde plane

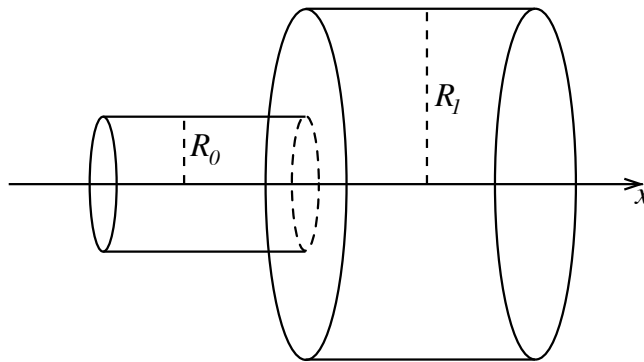


Figure B.3 Schéma d'une jonction entre deux cylindres de rayon respectif R_0 et R_1 . Figure empruntée à [Braden, 2007].

Par continuité, la pression et le débit doivent être égaux de part et d'autre de la discontinuité :

$$P^{(0)} = P^{(1)} ,$$

$$U^{(0)} = U^{(1)} .$$

Par conséquent, en suivant l'hypothèse d'ondes planes, on a nécessairement une égalité de l'impédance de part et d'autre d'une discontinuité de la section :

$$Z^{(0)} = Z^{(1)} .$$

1. bien que cela multiplie le nombre de volumes manquants

L'impédance de rayonnement est celle du modèle présenté dans [Levine et Schwinger, 1948] :

$$Z_r = 0,5 \frac{\omega^2 \rho}{\pi c} + 0,6133 j \frac{\omega \rho}{\pi R} .$$

ANNEXE C Calcul d'impédance d'entrée en tenant compte du mode plan et des modes supérieurs

Une fois les pertes prises en compte, la principale limitation de la méthode analytique décrite précédemment est l'hypothèse des ondes planes. En réalité, dans un cadre plus général, l'onde peut se décomposer sur une base de fonctions orthogonales à sa direction de propagation. Ces fonctions, appelées modes, sont par conséquent dites transversales, et l'élément le plus simple de cette base caractérise l'onde plane.

L'hypothèse d'onde plane est généralement acceptable, car les modes supérieurs se propagent uniquement à partir d'une certaine fréquence de coupure. Les fréquences avec lesquelles nous travaillons étant suffisamment basses, il est d'usage de considérer qu'aucun mode autre que l'onde plane se propage. Cependant, lorsque la variation de la section de la perce est grande, l'énergie de l'onde plane est partiellement transmise aux modes supérieurs, donnant naissance à des ondes évanescentes (phénomène de conversion de mode).

Ce phénomène se retrouve dans le pavillon du résonateur, dont la section varie rapidement selon l'axe de l'instrument.

Inclure la propagation multimodale dans le calcul de l'impédance d'entrée est donc un atout permettant de se rapprocher d'une modélisation complète de l'impédance d'entrée des instruments à vent.

Il existe, à la connaissance de l'auteur, deux méthodes incluant ces effets dans le calcul de l'impédance d'entrée du résonateur :

- la modélisation par éléments finis bidimensionnels du pavillon du résonateur, à partir de l'équation générale de propagation sans frottement [Noreland, 2002; Noreland *et al.*, 2010],
- l'étude analytique de la propagation multimodale au sein d'éléments simples, afin d'utiliser une ligne de transmission multimodale [Braden, 2007; Kemp, 2002; Pagneux *et al.*, 1996; Amir *et al.*, 1997].

La Figure C.1 offre un aperçu des effets dus à la prise en compte des modes. La hauteur des pics de l'impédance n'est que peu affectée par cette modification, mais la position fréquentielle varie d'une dizaine de cents selon le pic considéré. Par ailleurs, la différence entre onde plane (1 mode) et 2 modes est marquée, alors que les différences obtenues par l'ajout de modes additionnels sont plus ténues.

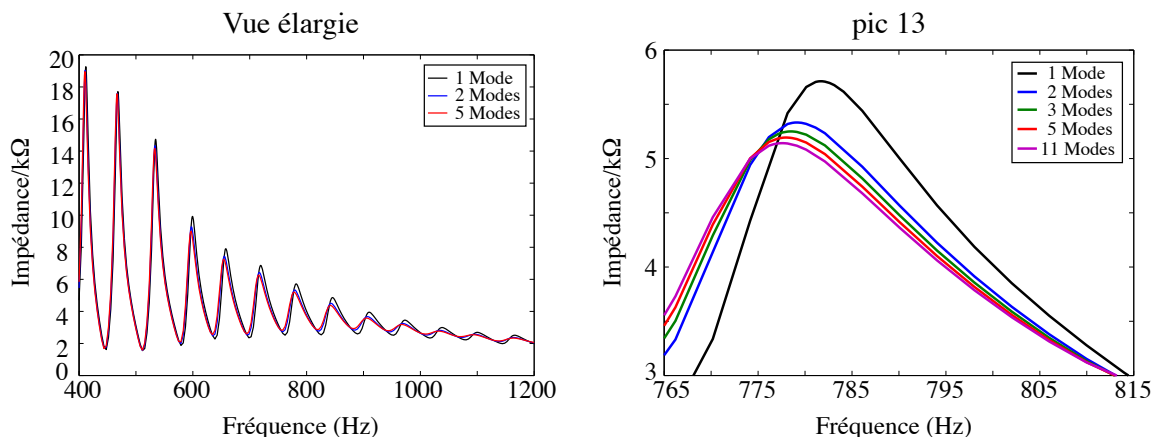


Figure C.1 À gauche, 3 calculs de la même impédance en prenant en compte 1 mode (onde plane), 2 modes ou 5 modes. À droite, un agrandissement sur le pic 13. Figure empruntée à [Braden, 2007]

Éléments finis en 2 dimensions

La stratégie mise en place, pour inclure des modes dans le calcul de l'impédance d'entrée, repose sur la distinction entre la propagation avant le pavillon et dans le pavillon.

La partie située en amont du pavillon est traitée selon l'hypothèse des ondes planes, soumises à des pertes visco-thermiques. La propagation au sein du pavillon, faisant intervenir la conversion de mode, est traitée par une méthode des éléments finis, basée sur l'équation de propagation classique sans pertes (pour limiter les temps de calcul).

La définition du commencement du pavillon étant ambiguë, Il faut déterminer à quel endroit les deux hypothèses suivantes sont vérifiées :

- la prise en compte des pertes visco-thermiques dans la partie en aval de l'instrument est négligeable,
- la conversion de mode est négligeable dans la partie en amont de l'instrument.

Concernant les pertes visco-thermiques, en utilisant les lignes de transmission, Noreland étudie le décalage maximum de la position fréquentielle des pics, selon le pourcentage de fin de la perce nous soumise aux pertes visco-thermiques, voir Figure C.2.

Plus la différence est grande, plus l'importance des pertes visco-thermiques dans la partie en aval de l'instrument est importante. Le taux de conversion de mode est estimé en étudiant le ratio entre le second mode et le premier mode sphérique, voir Figure C.3. Plus le ratio est grand plus le second mode à une influence notable par rapport au premier mode, et, par conséquent, l'hypothèse d'ondes

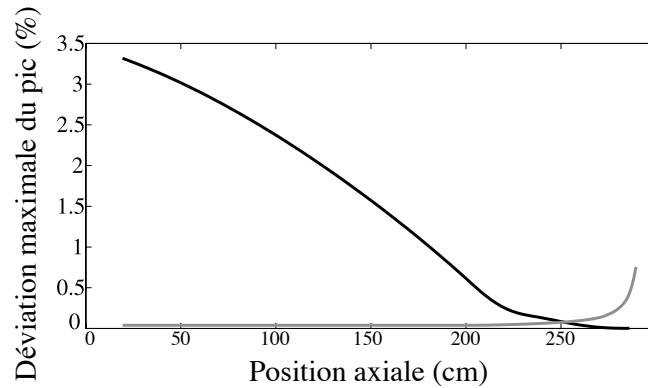


Figure C.2 L'effet de la suppression des pertes visco-thermiques dans le pavillon en noir. La perce est tracée en comparaison en gris. Figure empruntée à [Noreland, 2002].

planes n'est plus valable.

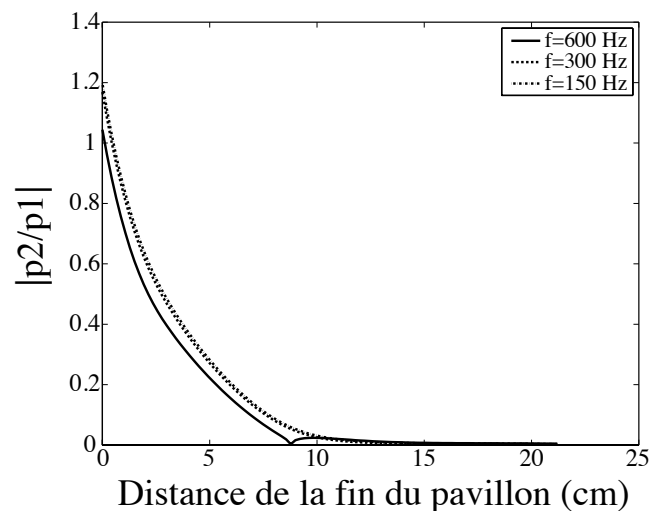


Figure C.3 Estimation de la conversion de mode dans le pavillon. Figure empruntée à [Noreland, 2002].

L'étude de ces deux graphiques montre que, idéalement, les pertes visco-thermiques ont un impact négligeable sur les 15 derniers centimètres environ, ce qui correspond à la distance où occure la conversion de mode.

Suite à cette analyse, la relation entre l'impédance d'entrée de l'instrument et l'impédance de sortie de la première partie est obtenue via les lignes de transmission présentées précédemment, en discrétisant le résonateur par des éléments simples :

$$\begin{pmatrix} p_0/u_{pav} \\ u_0/u_{pav} \end{pmatrix} = T_{plane} \begin{pmatrix} Z_{pav} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (C.1)$$

L'impédance d'entrée de la seconde partie Z_{pav} (qui correspond à l'impédance de sortie de la première partie) est obtenue par la méthode des éléments finis.

Dans ces premiers articles, Noreland semble privilégier la méthode des différences finis [Noreland, 2002], qu'il abandonne pour les éléments finis [Noreland *et al.*, 2010; Bångtsson *et al.*, 2003] sur-ement à cause de difficultés liées à la stabilité par rapport aux conditions aux frontières [Noreland, 2003b,c].

La méthode des éléments finis en 2 dimensions est appliquée pour une géométrie similaire à celle de la Figure C.4 :

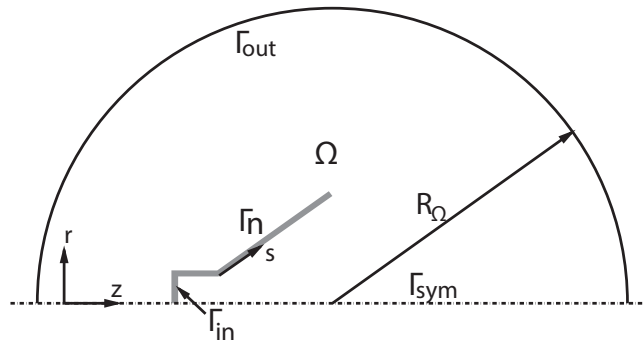


Figure C.4 Schéma du domaine modélisé par la méthode des éléments finis, pour le calcul de la propagation dans le pavillon. Figure empruntée à [Noreland *et al.*, 2010].

L'espace extérieur au résonateur est délimité par la frontière Γ_{out} , où une condition artificielle de Engquist-Madja est choisie [Engquist et Majda, 1977]. Par ailleurs, l'hypothèse d'onde plane est valide à la frontière d'entrée Γ_{in} . Par conséquent, on impose une onde plane d'amplitude A sortant de l'instrument et une onde réfléchie entièrement absorbée. La paroi du résonateur Γ_n est considérée rigide. Ainsi, le problème se pose de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + k^2 P &= 0 \quad \text{sur } \Omega, \\ \left(jk + \frac{1}{R_\Omega} \right) P + \frac{\partial P}{\partial n} &= 0 \quad \text{sur } \Gamma_{out}, \\ jkP + \frac{\partial P}{\partial n} &= 2jkA \quad \text{sur } \Gamma_{in}, \\ \frac{\partial P}{\partial n} &= 0 \quad \text{sur } \Gamma_n. \end{aligned} \quad (C.2)$$

Ce problème est traité par un maillage triangulaire non structuré [Noreland *et al.*, 2010].

Finalement, l'impédance d'entrée du pavillon Z_{pav} est déterminée par le ratio $P_{in}(j\omega)/(S_{in}V_{in}(j\omega))$, où P_{in} et V_{in} sont respectivement la représentation fréquentielle de la pression et du débit sur la frontière Γ_{in} . L'impédance d'entrée du système se déduit de l'Équation C.1.

Lignes de transmission modales

L'étude mathématique de la décomposition modale permet de définir analytiquement la forme des modes dans le cas du cylindre, des discontinuités de la perce et de l'impédance de rayonnement. Ces expressions sont à l'étude depuis 1951 [Stevenson, 1951], mais ce sont Pagneux, Amir et Kergomard qui développent les principaux résultats [Pagneux *et al.*, 1996; Amir *et al.*, 1997]. Enfin les expressions de [Kemp, 2002] et plus précisément de [Braden, 2007] sont présentées ci-après.

Propagation modale dans un cylindre

L'équation de propagation en trois dimensions sans pertes est :

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} . \quad (\text{C.3})$$

L'opérateur laplacien scalaire peut être divisé en une partie axiale et une partie transversale :

$$\Delta = \Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} . \quad (\text{C.4})$$

En coordonnées cylindriques la partie transversale s'écrit :

$$\Delta_{\perp} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) . \quad (\text{C.5})$$

La décomposition modale implique que :

$$p(r, \theta, x, t) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} P_{\alpha}(x) \Psi_{\alpha}(r, \theta) e^{j\omega t} , \quad (\text{C.6})$$

$$v_x(r, \theta, x, t) = \frac{1}{S_0} \sum_{\alpha=0}^{\infty} U_{\alpha}(x) \Psi_{\alpha}(r, \theta) e^{j\omega t} . \quad (\text{C.7})$$

Ainsi, en remplaçant ces expressions dans l'Équation C.3, on obtient :

$$\frac{1}{\Psi_\alpha} \Delta_\perp \Psi_\alpha + \frac{1}{P_\alpha} \frac{\partial^2 P_\alpha}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2 e^{j\omega t}} \frac{\partial^2 e^{j\omega t}}{\partial t^2} \quad (\text{C.8})$$

Ces trois termes dépendant de variables différentes, ils sont chacun égaux à une constante, ce qui nous permet d'écrire que :

$$\frac{\partial^2 P_\alpha(x)}{\partial x^2} = -k_{\parallel\alpha}^2 P_\alpha(x), \quad (\text{C.9})$$

et :

$$\Delta_\perp \Psi_\alpha(r, \theta) = -k_{\perp\alpha}^2 \Psi_\alpha(r, \theta). \quad (\text{C.10})$$

Sachant que $k = w/c$, on obtient que

$$k^2 = k_{\parallel\alpha}^2 + k_{\perp\alpha}^2. \quad (\text{C.11})$$

En considérant des parois rigides, on a :

$$\left. \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial r} \right|_{r=R_0} = 0. \quad (\text{C.12})$$

De plus, la relation d'orthogonalité entre les modes donne :

$$\int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \Psi_\alpha \Psi_\beta r d\theta dr = \delta_{\alpha\beta} = \langle \Psi_\alpha, \Psi_\beta \rangle. \quad (\text{C.13})$$

En résolvant l'Équation C.10 on obtient alors :

$$\Psi_\alpha(r, \theta) = A_\alpha J_m \left(\frac{\gamma_{mn} r}{R_0} \right) \sin \left(m\theta + \frac{\sigma\pi}{2} \right), \quad (\text{C.14})$$

$$A_\alpha = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{S_0 J_0^2(\gamma_{0n})}} \\ \frac{1}{\sqrt{(S_0/2)(1-m^2/\gamma_{mn}^2) J_m^2(\gamma_{0n})}} \end{cases}, \quad (\text{C.15})$$

avec J_m fonction de Bessel de première espèce d'ordre m , γ_{mn} est le $(n+1)$ ème zéro de J'_m et σ un indice à fixer à 0 ou 1.

L'analyse détaillée de cette formule sortant du contexte de cette thèse, on peut tout de même dire que chaque α correspond à un mode, auquel on peut associer un doublet (m, n) . m est le nombre de

diamètres de noeuds et n le nombre de cercles de noeuds. Le mode $(0, 0)$ est donc le mode associé à l'onde plane.

On définit les notations matricielles :

$$p = \Psi^T \mathbf{P} , \quad (\text{C.16})$$

$$v_x = \frac{1}{S_0} \Psi^T \mathbf{U} , \quad (\text{C.17})$$

ainsi que la matrice d'impédance \mathbf{Z} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{Z} \mathbf{U} . \quad (\text{C.18})$$

Les coefficients de cette matrice d'impédance représentent le couplage entre le débit associé à un mode α sur le signal de pression d'un mode β . Le coefficient $(0, 0)$ correspond donc au mode plan.

En développant la conservation de la masse et le principe fondamentale de la dynamique, on retrouve notamment l'équation de Ricatti de [Pagneux *et al.*, 1996]. Cette équation est cependant inutile dans le cas du cylindre, où l'on peut déterminer directement la relation, entre la matrice d'impédance d'entrée \mathbf{Z}_0 et la matrice d'impédance de sortie \mathbf{Z}_1 :

$$\mathbf{Z}_0 = (\mathbf{I} - \mathbf{E})(\mathbf{I} + \mathbf{E})^{-1} \mathbf{H}^{-1} , \quad (\text{C.19})$$

avec $\mathbf{E} = \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{H})^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{Z}_1 \mathbf{H})\mathbf{D}$. Les matrices \mathbf{H} et \mathbf{D} sont construites notamment à partir des nombres d'onde k et $k_{\parallel\alpha}$.

Le détail de ces calculs est exposé au chapitre 3 de [Braden, 2007].

Pour inclure des pertes il suffit de modifier la condition aux bords associée à la base Ψ_α :

$$\left. \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial r} \right|_{r=R_0} = -\frac{jk}{k_{*\perp\alpha}} \epsilon_\alpha \Psi_\alpha , \quad (\text{C.20})$$

avec ϵ_α l'admittance de la frontière du mode α . Cette formule permet de trouver des nombres d'onde axiaux et transverses incluant les pertes visco-thermiques. Une étude détaillée est présentée dans [Braden, 2007].

Discontinuité de la perce

Seul les formules finales seront écrites, le détail est aussi accessible au chapitre 3 de [Braden, 2007]. En définissant $\mathbf{Z}^{(0)}$ la matrice d'impédance de la section en amont de la discontinuité et $\mathbf{Z}^{(1)}$ la matrice d'impédance en aval de la discontinuité, on a :

$$\mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{F}\mathbf{Z}^{(1)}\mathbf{F}^T, \quad (\text{C.21})$$

avec :

$$F_{\alpha\beta} = \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \Psi_{\alpha}^{(0)}\Psi_{\beta}^{(1)} r d\theta dr. \quad (\text{C.22})$$

Impédance de rayonnement et obtention de la courbe d'impédance

C'est le modèle de Zorumski [Zorumski, 1973] qui est utilisé, détaillé lui aussi dans [Braden, 2007]. L'expression est suffisamment compliquée pour qu'elle ne soit pas recopiée dans cette thèse. La méthode propose de calculer l'influence de chaque mode, considéré comme source, sur la propagation de chaque mode à une distance h dans l'espace extérieur au résonateur. La formule initiale à résoudre est :

$$Zr_{\alpha\beta} = \frac{j\omega\rho}{2\pi S_0^2} \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \Psi_{\alpha}(R, \Theta)\Psi_{\beta}(r, \theta) r R d\theta d\Theta dr dR. \quad (\text{C.23})$$

Il y a une intégrale double pour le mode source et une intégrale double pour le mode étudié, ce qui donne une intégrale quadruple.

Finalement, le principe d'obtention de l'impédance d'entrée est très similaire à celui des lignes de transmission. En effet, on définit la perce $R(x)$ comme une suite de cylindres concaténés. En partant alors de l'expression de l'impédance de rayonnement de Zorumski, on remonte chaque jonction et chaque cylindre par les formules explicitées précédemment, afin d'obtenir la matrice d'impédance d'entrée du résonateur. Enfin, en supposant une propagation plane à l'entrée du résonateur, on déduit que l'impédance d'entrée est le coefficient $(0, 0)$ de la matrice d'impédance d'entrée.

ANNEXE D Méthodes de simulation temporelle

L'objectif des simulations temporelles est d'établir un schéma numérique permettant de calculer cycliquement les échantillons d'un signal temporel. Le modèle acoustique étant fixé, un modèle discret est conçu à partir de techniques numériques du traitement du signal, afin de calculer des simulations temporelles, voir Figure D.1.

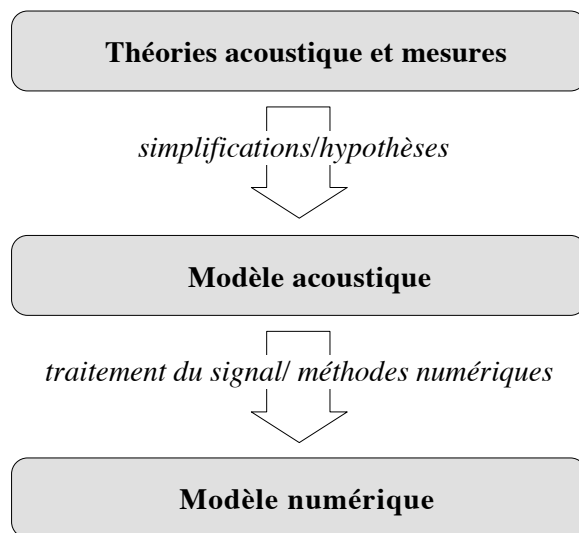


Figure D.1 Partant de la théorie acoustique et de mesures, des modèles acoustiques de l'instrument sont produits à partir de simplifications et hypothèses. Enfin, une fois le modèle de l'instrument défini, des méthodes de traitement du signal proposent une version discrète de l'instrument pour les simulations temporelles. Figure empruntée à [Van Walstijn, 2002].

F_e et T_e étant respectivement la fréquence et la période d'échantillonnage, il faut évaluer à l'aide de relations de récurrence l'échantillon de pression à l'embouchure p à l'instant nT_e à partir du passé du système. Il s'agit donc de déterminer la suite $(p(nT_e))_{n \in \mathbb{Z}}$. Par souci de simplicité, T_e sera omis par la suite, et nous nous référerons à $p[n]$ afin de parler de l'échantillon de pression à l'instant nT_e .

Tout d'abord, il faut étudier le modèle acoustique afin de déterminer les propriétés générales de sa version échantillonnée.

L'excitateur est constitué de deux équations :

- la dynamique de la valve, qui fait intervenir des dérivées liant les échantillons courants et passés de la hauteur d'ouverture de la valve $(h(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ à la pression $(p(n))_{n \in \mathbb{Z}}$,
- l'écoulement de l'air, qui peut être une équation instantanée ou dynamique, utilisant donc

les termes courants et passé des suites $(h(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ et $(p(n))_{n \in \mathbb{Z}}$, afin de déterminer l'échantillon courant de la suite $(u(n))_{n \in \mathbb{Z}}$.

Par analogie avec l'Équation 2.1 on peut résumer le comportement général de l'excitateur par :

$$u[n] = NL((p(k))_{k \leq n}) . \quad (\text{D.1})$$

Du fait des multiples réflexions de l'onde à chaque discontinuité de la perce, le signal de pression au sein du résonateur linéaire est dépendant de l'élément courant et du passé de la suite $(u(n))_{n \in \mathbb{Z}}$. On a donc par analogie à l'équation 2.2, la relation générale défini par un opérateur linéaire L_{in} :

$$p[n] = L_{in}((u(k))_{k \leq n}) . \quad (\text{D.2})$$

L_{in} représente donc le modèle numérique du résonateur. L'observation de ce système de deux équations révèle une boucle sans retard ("delay free loop") typique des systèmes auto-oscillants : p doit être connu à l'instant nT_e afin de calculer u à l'instant nT_e via D.1, et de la même façon, u doit être connu à l'instant nT_e afin de calculer p à l'instant nT_e par D.2.

En réalité, bien que le principe de causalité est inhérent à notre système physique, il n'apparaît pas directement dans les équations précédentes. Les méthodes de simulation temporelle proposent diverses façons de l'exprimer directement en utilisant différentes formulations du résonateur. En effet, le résonateur est distribué dans l'espace ce qui permet de décomposer la propagation de l'onde sonore et donc d'explicitier le principe de causalité [Välimäki *et al.*, 2005].

L'excitateur n'est pas au coeur de ces méthodes, car le résonateur n'est pas forcément étudié en régime d'auto-oscillation. Par exemple, après avoir proposé un modèle numérique du résonateur, on peut étudier sa réponse impulsionnelle afin d'en déterminer l'impédance d'entrée [Bilbao et Chick, 2013].

Le modèle numérique du résonateur peut être obtenu à l'aide :

- de la réponse impulsionnelle à l'entrée de l'instrument, qui correspond aux échos successifs obtenus en réaction à une impulsion,
- des variables d'onde au sein de l'instrument, qui correspondent aux ondes incidentes et réfléchies (l'une étant la cause de l'autre).

Pour plus de détails sur ce sujet, le lecteur est invité à lire la monographie de Välimäki *et al.* [Välimäki *et al.*, 2005] ainsi que l'introduction de [Borin *et al.*, 2000].

Une fois que l'opérateur L_{in} est défini, des méthodes numériques déterminent les solutions du système auto-oscillant décrit par les Équations D.1 et D.2.

À la connaissance de l'auteur, il existe trois méthodes :

- la recherche d'un point fixe,
- l'utilisation d'une méthode d'intégration numérique à partir d'une représentation d'état,
- la méthode K.

En résumé, les méthodes de simulation temporelles comportent deux étapes, l'obtention de l'expression numérique du résonateur, puis la résolution du système entier auto-oscillant.

Les différentes méthodes, présentées dans les paragraphes suivants, sont caractérisées par leur simplicité, leur vitesse de traitement ou leur modularité. Tout d'abord les 7 méthodes d'obtention du modèle numérique du résonateur sont présentées, puis les 3 méthodes numériques de calcul des solutions en auto-oscillation sont évoquées.

Bien que ce travail se concentre sur un modèle linéaire du résonateur, les modèles non linéaires sont un champs d'étude actif, car ils correspondent aux sons dits "cuivrés" que le musicien obtient en jouant fortissimo. C'est pourquoi, le dernier paragraphe de cette partie évoque les simulations temporelles basées sur des hypothèses non linéaires du résonateur.

Convolution par la réponse impulsionnelle et la fonction de réflexion

Réponse impulsionnelle

Le résonateur étant considéré linéaire, le premier réflexe consiste à considérer sa réponse impulsionnelle, pour le calcul de simulations temporelles, ce qui correspond à la relation initiale 2.2 :

$$p(t) = (g * u)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau)u(\tau)d\tau . \quad (\text{D.3})$$

Le système étant physique, la réponse impulsionnelle est causale ($g(t) = 0, t < 0$), on a donc :

$$p(t) = \int_0^{\infty} g(\tau)u(t - \tau)d\tau . \quad (\text{D.4})$$

On retrouve l'affirmation précédente : pour calculer p à l'instant t il faut connaître u à l'instant t et aux instants précédents.

En réalité, la réponse impulsionnelle est un signal discret, connu et considéré négligeable après un

certain instant nT_e , on a alors :

$$p[n] = \sum_{k=0}^N g[k]u[n-k] . \quad (\text{D.5})$$

On peut séparer cette somme en deux termes :

$$p[n] = g[0]u[n] + \sum_{k=1}^N g[k]u[n-k] . \quad (\text{D.6})$$

Le premier terme correspond à la réflexion instantanée de l'onde dans l'instrument. Si l'instrument a une entrée parfaitement cylindrique $g[0] = Z_c$, Z_c étant l'impédance caractéristique à l'entrée de l'instrument. En général, dans le cas de la trompette, la cuvette de l'embouchure ayant une forme relativement hémisphérique ou conique, on obtient une réflexion instantanée de l'ordre de grandeur de Z_c . Le second terme correspond au passé du système, c'est à dire aux échos provenant de parties plus en aval de l'instrument.

Par conséquent, le second terme ne pose pas de problème sur le plan numérique, puisqu'il s'obtient à partir des échantillons passés de $(u(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ et sera noté p_{hist} .

Finalement,

$$p[n] = g[0]u[n] + p_{\text{hist}} . \quad (\text{D.7})$$

Le couplage avec l'excitateur fait intervenir l'équation non linéaire D.1 :

$$u[n] = NL((p(k))_{k \leq n}) = NL(p[n], (p(k))_{k < n}) . \quad (\text{D.8})$$

C'est à dire :

$$u[n] = NL(g[0]u[n] + p_{\text{hist}}, (p(k))_{k < n}) . \quad (\text{D.9})$$

Les échantillons $(p(k))_{k < n}$ étant déjà connus à l'instant nT_e , il s'agit d'une équation de point fixe en $u[n]$. Si l'expression de NL est simple, on peut espérer trouver une formule analytique pour $u[n]$ puis en déduire $p[n]$ [Guillemain *et al.*, 2005]. Si l'expression est compliquée, il est d'usage d'utiliser la méthode de Newton-Raphson [Gazengel *et al.*, 1995], qui obtient le point fixe en quelques itérations en partant de l'échantillon précédent.

L'intérêt de cette méthode est son extrême simplicité, son plus grand défaut étant son manque de

modularité. En effet, généralement, on obtient la réponse impulsionnelle par transformée inverse de l'impédance d'entrée. Si on veut modifier l'instrument en changeant sa forme, il faut donc obtenir de nouveau l'impédance d'entrée puis la réponse impulsionnelle. Par ailleurs, cette méthode est la plus coûteuse en temps machine à cause de la convolution discrète qui s'étend sur tout le support de la réponse impulsionnelle. Cette méthode est utilisée notamment dans [Sommerfeldt et Strong, 1988].

Fonction de réflexion

L'utilisation des variables d'onde permet aussi d'appliquer une méthode basée sur la convolution, mais en utilisant la fonction de réflexion. En effet, en décomposant p et u par une onde progressive p^+ et une onde régressive p^- , on obtient :

$$p(t) = p^+(t) + p^-(t) , \quad (\text{D.10})$$

$$u(t) = \frac{1}{Z_c}(p^+(t) - p^-(t)) . \quad (\text{D.11})$$

Ceci permet non plus de travailler avec la réponse impulsionnelle g mais la fonction de réflexion r :

$$p^-(t) = (r * p^+)(t) , \quad (\text{D.12})$$

r étant défini comme la transformée de Fourier inverse de R :

$$R(j\omega) = \frac{Z(j\omega) - Z_c}{Z(j\omega) + Z_c} \quad (\text{D.13})$$

Il est plus intéressant d'utiliser la fonction de réflexion que la réponse impulsionnelle, car elle a un support bien plus court et donc des temps de calcul réduits. Cela est dû à la définition même de la fonction de réflexion, qui considère que l'entrée de l'instrument est anéchoïque ($r(0) = 0$). Ceci implique qu'une quantité moindre d'écho est considéré par cette méthode. Le chapitre 3 de [Van Walstijn, 2002] traite notamment de ces propriétés.

En combinant les Équations D.10, D.11 et D.12 on obtient :

$$p(t) = Z_c u(t) + p_{\text{hist}}(t) , \quad (\text{D.14})$$

avec :

$$p_{\text{hist}}(t) = 2p^-(t) = 2(r * p^+)(t) . \quad (\text{D.15})$$

Lorsqu'on considère le système discret, on peut montrer qu'étant donné que $r(0) = 0$, $p_{\text{hist}}[n]$ n'est calculé qu'à partir d'échantillon passé du système.

Par conséquent, on retrouve la même configuration que pour la méthode précédente, il faut résoudre :

$$u[n] = NL(Z_c u[n] + p_{\text{hist}}, (p(k))_{k < n}) . \quad (\text{D.16})$$

Cette méthode a été très largement utilisée et étudiée dans la littérature [McIntyre *et al.*, 1983; Schumacher, 1981; McIntyre et Woodhouse, 1979; Barjau et Agulló, 1989; Adachi et Sato, 1995; Gazengel *et al.*, 1995; Vergez et Rodet, 1997; Keefe, 1992; Park et Keefe, 1988; Polack *et al.*, 1987; Gazengel, 1994; Hoekje, 1986, 1993]. L'avantage majeur est la rapidité des simulations du fait du support très court de la fonction de réflexion. La difficulté majeure réside dans l'estimation de la fonction de réflexion. En effet, l'opération de transformée de Fourier inverse n'est pas anodine, et ,selon les paramètres considérés, des défauts apparaissent menant à des simulations erronées [Gazengel *et al.*, 1995].

Guides d'onde numériques et Filtres d'onde numériques

Ces deux techniques sont parmi les plus diffusées dans le monde de la simulation sonore par modèle physique tout instrument confondu. Elles tirent leur célébrité de leur capacité à décrire les instruments explicitement par une approche modulaire. Ainsi, à l'issue de combinaisons judicieuses de ces deux méthodes on pourra assembler des instruments virtuels pièce par pièce.

Leurs formulations sont quasi équivalentes. Elles se distinguent principalement par le type d'éléments traités :

- les guides d'ondes numériques simulent des éléments d'au moins une dimension comme les cylindres, les cônes ainsi que les jonctions entre éléments,
- les filtres d'ondes numériques simulent des éléments que l'on peut considérer ponctuels (lumped element), c'est à dire les éléments petits devant la longueur d'onde considérée (petits volumes, clés, pistons, jonctions).

Seul les guides d'ondes numériques sont présentés succinctement ci-après.

Introduit par Julius Smith [Smith, 1986], cette méthode construit des modèles numériques de guides

d'onde. L'objectif est de déterminer explicitement l'évolution de l'onde sonore, en tout point de l'instrument. C'est la double périodicité temporelle et spatiale des ondes qui permet d'obtenir l'évolution du signal sonore au cours du temps.

La propagation d'ondes planes dans un cylindre infini sans perte permet d'appréhender la méthode. Ce guide d'onde, dont l'axe est défini selon x , est régi par l'équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} . \quad (\text{D.17})$$

Les solutions de cette équation, trouvées par d'Alembert en 1747, sont de la forme :

$$p(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{c}\right) . \quad (\text{D.18})$$

f_1 est une onde se propageant selon les x positifs et f_2 selon les x négatifs. Les deux ondes se déplacent à la vitesse c . Par ailleurs, on observe que pour l'onde f_1 (respectivement l'onde f_2) un événement en x à l'instant t se reproduit exactement en $x + l$ (respectivement $x - l$) à l'instant $t + l/c$ (respectivement $t - l/c$). Ce sont donc des retards purs qui décrivent l'évolution de l'onde au sein du cylindre.

Les simulations temporelles calculant des échantillons au cours du temps, la fréquence d'échantillonnage f_e définit deux périodes :

- une période temporelle $T_e = 1/f_e$,
- une période spatiale $X_e = cT_e$.

Ainsi, à la fréquence d'échantillonnage f_e , on obtient des échantillons aux instants $t = nT_e$ et aux positions $x = mX_e$.

La modèle discret du guide d'onde calcule donc la suite $(p(n, m))_{(n, m) \in \mathbb{Z}}$ où :

$$p(n, m) = f_1((n - m)T_e) + f_2((n + m)T_e) . \quad (\text{D.19})$$

Ceci permet de définir les deux suites $(p^+(n, m))_{(n, m) \in \mathbb{Z}}$ et $(p^-(n, m))_{(n, m) \in \mathbb{Z}}$ telles que :

$$p^+(n, m) = f_1((n - m)T_e) , \quad (\text{D.20})$$

$$p^-(n, m) = f_2((n + m)T_e) . \quad (\text{D.21})$$

On retrouve le paradigme des variables d'onde :

$$p(n, m) = p^+(n, m) + p^-(n, m) . \quad (\text{D.22})$$

Finalement, les propagations des deux ondes p^+ et p^- sont modélisées à l'aide de deux lignes à retard, voir Figure D.2.

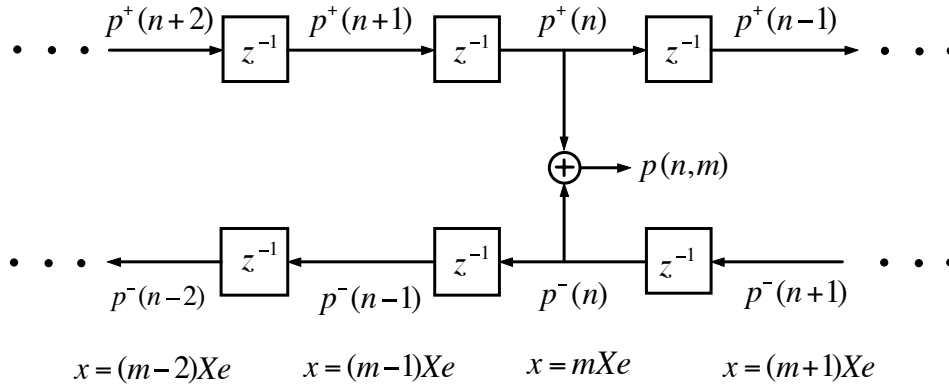


Figure D.2 Modèle numérique d'un cylindre infini à partir d'une ligne à retard bidirectionnelle. Le bloc z^{-1} représente un délai pur. Figure empruntée à [Van Walstijn, 2002].

Par ailleurs, la terminaison de l'instrument est caractérisée par une fonction de réflexion R_f , qui relie les deux lignes à retard. À l'entrée de l'instrument, ce modèle numérique du résonateur est relié au modèle de l'excitateur.

Le modèle numérique est réalisable grâce aux retards présents dans les deux lignes. En effet, lorsque le modèle numérique de l'instrument est correctement implémenté, c'est à dire en évitant les boucles sans retard, les échantillons passés de l'onde p^+ à l'entrée de l'instrument permettent d'obtenir l'échantillon courant de p^- à l'entrée de l'instrument.

De cet exemple simple, on observe que selon la fréquence d'échantillonnage le modèle calcule les échantillons à certains instants et certains points du guide d'onde. La longueur du guide d'onde est donc limitée à des multiples de la période spatiale X_e . Afin de pouvoir décrire des éléments de n'importe quelle longueur, on a recours à des filtres à retard fractionnaire (fractional delay filter, FD filter), intercalés dans les lignes à retard.

La prise en compte des pertes visco-thermiques se traduit par des impédances caractéristiques Z_c^* et des nombres d'onde k^* complexes dépendant de la fréquence. Ce phénomène peut être isolé mathématiquement du retard induit par l'élément. Ceci réduit l'influence des pertes, à des filtres numériques insérés dans la ligne à retard.

Une fois que les deux lignes à retard sont construites, il est possible par commutativité de regrouper les termes afin de limiter le nombre de filtres à définir.

Pour plus de détails sur la méthode, le lecteur est invité à consulter [Smith, 1992, 1996].

En conclusion, les méthodes des guides d'ondes numériques et des filtres d'ondes numériques permettent d'obtenir des modèles numériques de résonateurs présentant une grande modularité. Ces méthodes sont utilisées dans de maintes études [Van Walstijn, 2002; Stewart et Strong, 1980; Ducasse, 1990; van Walstijn et Campbell, 2003; Martínez *et al.*, 1988; Barjau *et al.*, 1999; Smith, 1986; de Bruin et van Walstijn, 1995; Scavone, 1997; Smith, 1991; Välimäki, 1995; Välimäki et Karjalainen, 1994; van Walstijn et Smith, 1998; van Walstijn et Välimäki, 1997; Berners et Smith, 1995; Välimäki *et al.*, 1993; van Walstijn et Scavone, 2000; Hirschman, 1991; Cook, 1988; Berners, 1999; Kausel et Geyer, 2013; Geyer *et al.*, 2013; Ducasse, 2001, 2003]. Par ailleurs, si les filtres sont suffisamment simples, les méthodes peuvent être implémentées en temps-réel [Cook, 1992]. Les derniers travaux de perfectionnement de ces méthodes concernent notamment l'application aux systèmes non linéaires [Werner *et al.*, 2015; Bernardini *et al.*, 2016]. Les difficultés majeures concernent la complexification des éléments basiques. En effet, les jonctions entre cônes sont instables par nature dans l'hypothèse d'ondes planes sphériques, et même si Ducasse [Ducasse, 2002] propose une solution pour résoudre ce problème, des efforts sont encore nécessaires. Enfin, il faut rappeler que les guides d'ondes numériques sont aussi utilisés pour les simulations temporelles d'autres instruments ce qui en fait une des méthodes de simulation majeure de l'acoustique musicale.

Filtres numériques

Comme pour toutes les autres méthodes de simulations temporelles, le but est d'obtenir un modèle numérique de l'instrument. Par la suite, ce modèle de résonateur est couplé à l'excitateur, et des solutions explicites sont calculées par les méthodes présentées au paragraphe D.

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.2.4, l'impédance d'entrée d'un instrument peut être calculée analytiquement, à partir de la perce de l'instrument en se basant sur la théorie acoustique. En utilisant les matrices de transmissions d'éléments simples décrivant la perce, on construit alors un filtre analogique $Z(j\omega)$ dont on connaît l'expression analytique.

Ensuite, on peut chercher à synthétiser un filtre numérique $\tilde{Z}(z)$, approchant la réponse temporelle et fréquentielle du filtre analogique $Z(j\omega)$. Si le filtre analogique est un quotient de polynômes en $s = j\omega$, alors on utilise des correspondances entre la variable de Laplace s et z .

Lorsque le filtre analogique est plus compliqué, deux méthodes sont possibles :

- on synthétise des filtres numériques approchant des éléments du filtre analogique, puis on en

déduit l'expression globale du filtre numérique,

- on optimise les coefficients d'un filtre numérique judicieusement choisi, afin que sa réponse fréquentielle corresponde à celle du filtre analogique.

Les méthodes de synthèse sont donc nombreuses et chaque cas de figure, donc chaque perce, doit être traité à part. On pourrait cependant sans doute imaginer des méthodes générales, permettant de synthétiser un filtre numérique pour toutes les perces possibles, en traitant chaque type de matrice de transmission, mais ce travail n'a encore jamais été entrepris.

Une fois le filtre numérique synthétisé, on obtient une formule de récurrence entre p et u :

$$\frac{P(z)}{U(z)} = \tilde{Z}(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^N a_i z^{-i}}, \quad (\text{D.23})$$

avec $a_0 = 1$.

On obtient :

$$\sum_{i=0}^N P a_i z^{-i} = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} \Leftrightarrow p[n] = \sum_{i=0}^M u[n-i] b_i - \sum_{i=1}^N p[n-i] a_i \quad (\text{D.24})$$

On isolant les échantillons connus liés aux événements passés dans la variable p_{hist} , on obtient :

$$p[n] = u[n] b_0 + p_{\text{hist}}, \quad (\text{D.25})$$

avec :

$$p_{\text{hist}} = \sum_{i=1}^M u[n-i] b_i - \sum_{i=1}^N p[n-i] a_i. \quad (\text{D.26})$$

Le couplage avec l'excitateur est donné, comme pour les méthodes précédentes, par D.1 :

$$u[n] = NL((p(k))_{k \leq n}) = NL(p[n], (p(k))_{k < n}). \quad (\text{D.27})$$

Il faut donc résoudre :

$$u[n] = NL(b_0 u[n] + p_{\text{hist}}, (p(k))_{k < n}). \quad (\text{D.28})$$

Cette équation du point fixe se résout en utilisant les mêmes outils que les autres méthodes de simulations temporelles.

Cette méthode est efficace sur le plan numérique car, si le filtre $\tilde{Z}(z)$ est suffisamment simple, elle peut être implémentée en temps-réel.

À la connaissance de l'auteur, seul Philippe Guillemain et al. [Guillemain *et al.*, 2005] ont utilisé cette méthode de synthèse de filtre numérique, pourtant extrêmement diffusé dans le domaine du traitement du signal, afin de produire des simulations temporelles.

Le lecteur intéressé est invité à consulter l'article [Guillemain *et al.*, 2005] pour le détail du calcul de $Z(z)$.

Décomposition modale de l'impédance d'entrée

La décomposition modale consiste à décrire un système linéaire par ses modes de vibration. Les instruments de musique sont très souvent considérés linéaires, sous l'influence d'excitations faibles et la décomposition modale est une pratique largement développée [Adrien, 1991; Adrien et Ducasse, 1989; Eckel *et al.*, 1995; Rabenstein et Trautmann, 2003]. Cependant, assez peu d'études ont été menées à propos des instruments auto-oscillants [Inácio *et al.*, 2003; Causse *et al.*, 2011; Barjau et Gibiat, 1997; Debut, 2004; Debut et Kergomard, 2005; Silva *et al.*, 2014].

Fabrice Silva et al. [Silva *et al.*, 2014] ont développé une approche modale, pour les instruments à valve contrôlés en pression, qui permet de représenter le système entier dans l'espace d'état. Ces représentations, développées par Kalman dans les années soixantes [Kalman, 1960], sont un standard de l'automatique, permettant ainsi d'étudier et de simuler n'importe quel système dynamique avec des outils génériques.

Comme il a déjà été énoncé plusieurs fois, le résonateur étant considéré linéaire, son comportement est entièrement défini par son impédance d'entrée. L'étude de l'impédance d'entrée montre que la perce favorise la production du son à quelques fréquences de résonance, correspondant à la position des pics de l'impédance, voir Figure 2.8.

L'idée de la décomposition modale, comme elle est formulée dans [Silva *et al.*, 2014], est d'estimer chacun des pics d'impédance par 2 filtres du premier ordre.

On essaie donc d'obtenir :

$$Z(s) = \frac{P(s)}{U(s)} = \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{C_n}{s - s_n}, \quad (\text{D.29})$$

ce qui est équivalent dans le domaine temporel à :

$$p(t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} p_n(t), \quad (\text{D.30})$$

avec :

$$\frac{dp_n}{dt} = C_n u(t) + s_n p_n(t). \quad (\text{D.31})$$

On peut obtenir les coefficients C_n et s_n de trois manières différentes :

- analytiquement pour des modèles idéaux,
- par une identification à partir de courbes d'impédance,
- par des observations directes à partir d'analyse modale.

Le cas le plus courant est celui de l'identification présenté Figure D.3 et D.4. Chaque mode décrit l'influence d'un pic de l'impédance (Figure 35) et la somme de ces modes approche assez précisément le courbe d'impédance (Figure 36).

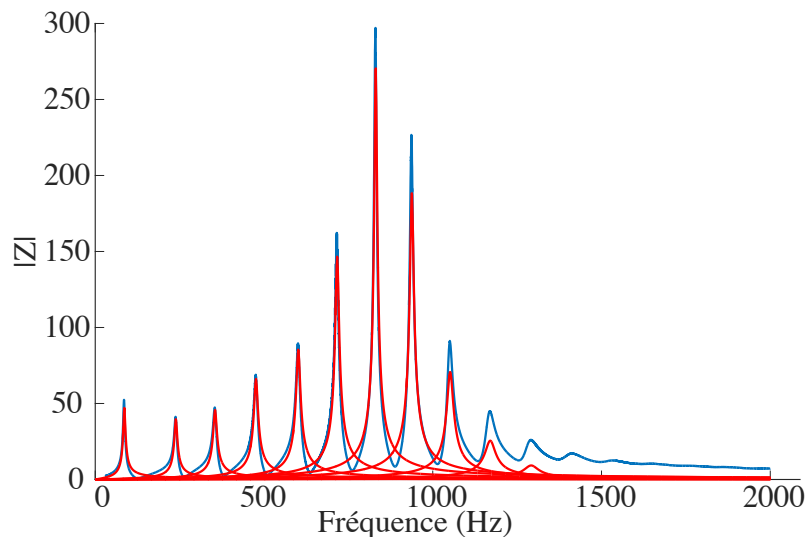


Figure D.3 En bleu le module de la courbe d'impédance à décomposer. En rouge, les 11 filtres du second ordre approchant l'impédance.

Une simplification du calcul de la pression totale est possible, grâce aux modes dont les pôles sont complexes conjugués. En effet, ils contribuent de manière égale à la pression totale : si α et β sont deux modes dont les pôles sont complexes conjugués, alors la contribution de chaque pôle

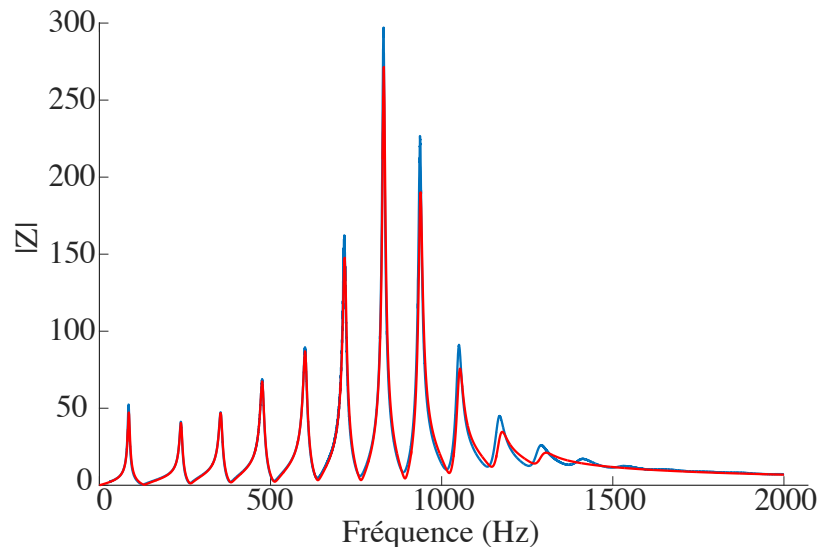


Figure D.4 En bleu le module de la courbe d'impédance à décomposer. En rouge, la décomposition modale, addition de 11 filtres du premier ordre.

à la pression totale est $Re(p_\alpha(t))$. Par conséquent, on ne s'intéresse qu'aux pôles dont la partie imaginaire est positive ou nulle :

$$p(t) = \sum_{Im(s_n) > 0} 2Re(p_n(t)) + \sum_{Im(s_n) = 0} p_n(t) . \quad (D.32)$$

Ainsi, X_{ac} est le vecteur d'état partiel défini tel que :

$$X_{ac} = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_{N_{mod}} \end{pmatrix} , \quad (D.33)$$

$$\frac{dX_{ac}}{dt} = \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{N_{mod}} \end{pmatrix} u(t) + diag(s_n) X_{ac} . \quad (D.34)$$

Les composantes de X_{ac} sont les contributions des modes, dont la partie imaginaire du pôle est positive ou nulle, et N_{mod} le nombre de modes retenus. Le choix de N_{mod} , qui représente la troncature de la somme infinie de l'équation D.29, est délicat. Par exemple Figure D.3, N_{mod} est fixé à 11 car 11 pics d'impédance se démarquent de la courbe. Cependant, la courbe d'impédance semble faire

intervenir des modes de faible amplitude pour des fréquences au-dessus de 1400 Hz. Quelle est alors la bonne valeur de N_{mod} ? Cette question est un champs actif de recherche [Srikantha Phani et Woodhouse, 2007; Tran, 2009], et des termes correctifs ont été proposés dans le cas des perces cylindriques [Guillemain et Silva, 2010].

La décomposition modale a donc permis d'obtenir le modèle numérique du résonateur, défini par l'équation D.34, sous la forme d'une représentation d'état. Le vecteur d'état totale X est obtenu en complétant le vecteur d'état partiel X_{ac} grâce au couplage avec l'excitateur.

Sans rentrer dans la description fine de l'excitateur, il faut cependant détailler la relation D.1 trop générale pour cette analyse.

Quelle que soit la précision choisie, l'excitateur est décrit par :

- la dynamique de la valve (relation entre l'ouverture de la valve $h(t)$ et la pression $p(t)$),
- le couplage non linéaire (relation entre $h(t)$, $p(t)$ et $u(t)$).

En supposant que la dynamique de la valve est représentée par un équation différentielle linéaire, on a :

$$\frac{(H - H_0)(s)}{(P - P_b)(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{N_1} a_i s^i}{\sum_{i=0}^{N_2} b_i s^i}, \quad (\text{D.35})$$

avec H_0 l'ouverture de la valve au repos et P_b la pression d'alimentation de la valve.

On sait alors qu'en définissant le vecteur d'état partiel X_m défini tel que :

$$X_m = \begin{pmatrix} h \\ \vdots \\ \frac{d^{N_1-1}h}{dt^{N_1-1}} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.36})$$

On peut définir une fonction F_{meca} à partir des a_i , b_i telle que :

$$\frac{dX_m}{dt} = F_{\text{meca}}(X_m, p(t)) \quad (\text{D.37})$$

Le débit $u(t)$ est lié à $h(t)$ et $p(t)$ par une relation non linéaire. Si cette relation fait intervenir des dérivées de $u(t)$, alors on définit X_f vecteur d'état partiel construit à partir de $u(t)$. Si la relation est instantanée, il suffit de calculer $u(t)$ à partir de $h(t)$ et $p(t)$ directement et X_f est vide.

Finalement on peut construire le vecteur d'état total $X_{\text{sys}} = (X_m, X_f, X_{ac})^T$ tel que :

$$\frac{dX_{\text{sys}}}{dt} = S_{\text{yst}}(X, \Theta), \quad (\text{D.38})$$

S_{yst} représentant toutes les relations construites précédemment et Θ tous les paramètres du système.

Des méthodes d'intégration numérique, telles que la méthode d'Euler, Runge-Kutta et consort permettent alors d'estimer les trajectoires de $p(t)$, $h(t)$ et $u(t)$. On peut aussi remarquer, que cette décomposition modale permet de déduire un filtre analogique en quotient de polynôme en s . Il suffit pour cela de réduire au même dénominateur la relation D.29. Ensuite, en choisissant une correspondance entre la variable de Laplace s et z , on obtient un filtre numérique, et ainsi, une relation de récurrence entre $p(t)$ et $u(t)$. Ceci revient à la méthode présentée au paragraphe D.

Méthode des différences finies

Les méthodes des différences finis dans le domaine temporel, (Finite difference time Domain, FDTD) sont très populaires dans le domaine de l'électromagnétisme [Yee, 1966; Taflove et Hagness, 2005]. Elles sont apparus dans les années soixante en acoustique musicale par les travaux de Hiller et Ruiz sur la corde de piano [Hiller et Ruiz, 1971a,b].

Stefan Bilbao [Bilbao, 2009; Bilbao et Chick, 2013; Bilbao, 2011] a développé cette méthode, dans le cadre des instruments à vent, fonctionnant par une valve contrôlée en pression. Ainsi, la suite temporelle $(p(n))_{n \in \mathbb{Z}}$, de la pression à l'entrée de l'instrument, est calculée en discrétisant les équations de propagation des ondes dans l'instrument.

Dans le domaine fréquentiel, sous l'hypothèse d'onde plane se propageant dans une perce de section variable d'axe x , on a :

$$\frac{\partial P}{\partial x} + ZV = 0, \quad (\text{D.39})$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} + YP = 0, \quad (\text{D.40})$$

avec $V(j\omega, x)$ et $P(j\omega, x)$ les transformées de Fourier de la vitesse du fluide et de la pression.

Afin de prendre en compte les pertes visco-thermiques, on définit l'approximation suivante, issue des résultats de Kirchoff [Bilbao et Chick, 2013; Keefe, 1984] :

$$Z = \rho\omega \left(j + \frac{2j^{1/2}}{r_v} + \frac{3}{r_v^2} \right), \quad (\text{D.41})$$

$$Y = \frac{\omega}{\rho c^2} \left(j + \frac{2(\gamma - 1)j^{1/2}}{r_t} \right), \quad (\text{D.42})$$

avec $r_v = \sqrt{\frac{\rho\omega S}{\eta\pi}}$, $r_t = vr_v$.

c est la vitesse du son, ρ la masse volumique de l'air, γ la constante des gaz parfaits associée à l'air, S la section du tube, η la viscosité dynamique et ν^2 le nombre de Prandtl.

Ainsi, on obtient les deux relations temporelles suivantes, sous l'hypothèse d'onde plane dans une perce de section variable avec pertes visco-thermiques :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + qv + f \frac{\partial^{1/2} v}{\partial t^{1/2}} = 0, \quad (\text{D.43})$$

$$\frac{S}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S v}{\partial x} + g \frac{\partial^{1/2} p}{\partial t^{1/2}} = 0, \quad (\text{D.44})$$

avec $f = \frac{2\rho^{1/2}\eta^{1/2}}{a}$, $q = \frac{3\eta}{a^2}$, $g = \frac{2(\gamma-1)\eta^{1/2}\pi a}{\nu c^2 \rho^{3/2}}$.

On remarque qu'en supprimant les pertes on retrouve l'équation de Webster. Le modèle acoustique du résonateur étant fixé, on applique la méthode des différences finis afin d'obtenir un modèle numérique de l'instrument.

Pour cela, la symétrie des deux équations suggère d'utiliser le maillage Figure D.5. Cette grille permet d'exprimer les deux équations aux croisements entre les grilles définis par v et par p .

Soit $e_{t+}g_l^n = g_l^{n+1}$, $e_{t-}g_l^n = g_l^{n-1}$, $e_{x+}g_l^n = g_{l+1}^n$, $e_{x-}g_l^n = g_{l-1}^n$,

on peut alors définir les opérateurs suivants : $\delta_{t+} = \frac{1}{k}(e_{t+} - 1)$, $\delta_{t-} = \frac{1}{k}(1 - e_{t-})$, $\delta_{z+} = \frac{1}{h}(e_{z+} - 1)$, $\delta_{z-} = \frac{1}{h}(1 - e_{z-})$,

ainsi que les opérations de moyennage suivantes : $\mu_{t+} = \frac{1}{2}(e_{t+} + 1)$, $\mu_{t-} = \frac{1}{2}(1 + e_{t-})$,

Le schéma numérique est :

$$\rho \delta_{t-} v + \delta_{z+} p + q \mu_{t-} v + f \frac{\partial^{1/2} \mu_{t-} v}{\partial t^{1/2}} = 0, \quad (\text{D.45})$$

$$\frac{\bar{S}}{\rho c^2} \delta_{t+} p + \delta_{z-} (S v) + g \frac{\partial^{1/2} \mu_{t+} p}{\partial t^{1/2}} = 0, \quad (\text{D.46})$$

avec \bar{S} l'approximation de S entre deux points de la grille.

Après approximation de la dérivée fractionnaire, on obtient une expression explicite de p et v au sein de la perce. Ensuite, il faut traiter à part les conditions au bord en $x = 0$ et $x = L$, pour intégrer l'excitateur et la fonction de rayonnement à la fin de l'instrument. La production de simulations en auto-oscillation est implémentée par les mêmes méthodes que précédemment, car il faut résoudre la boucle sans retard à l'embouchure de la même manière.

Il peut être coûteux d'obtenir des simulations robustes avec cette méthode (grandes fréquences

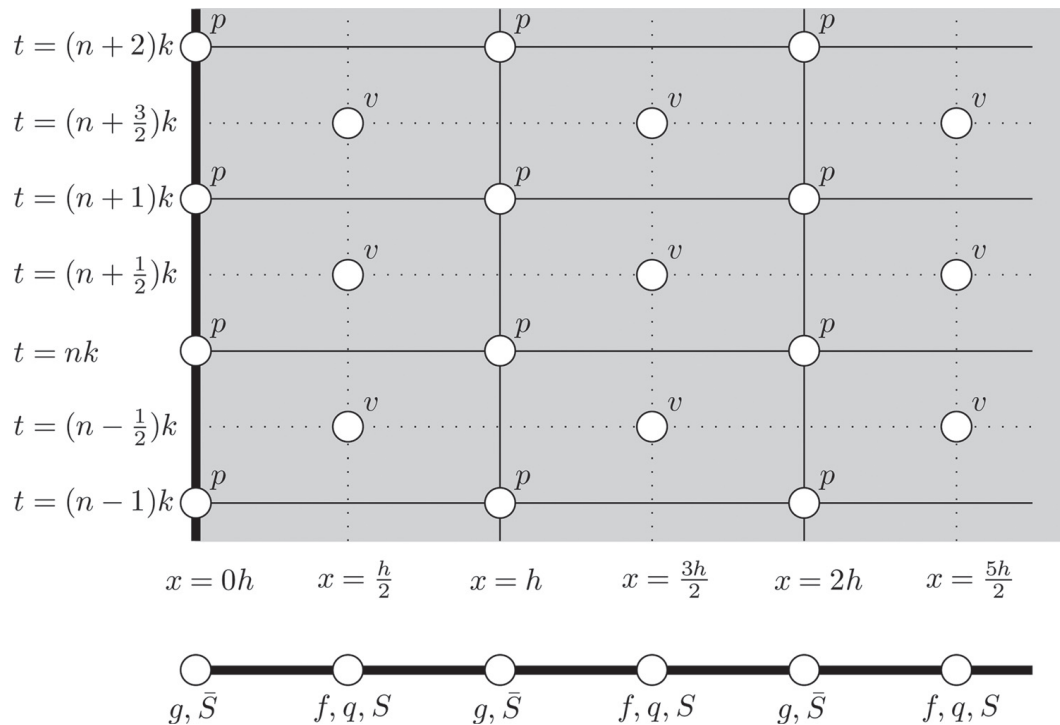


Figure D.5 Représentation des maillages des grandeurs p et v . On observe qu'ils consistent en deux maillages entrelacés. Ce décalage permet d'écrire les équations aux intersections entre les maillages. Figure empruntée à [Bilbao et Chick, 2013].

d'échantillonnage). Cependant, la formulation du problème est simple ce qui permet de modifier les paramètres aisément. Par exemple, la nature des parties de la perce (cylindres, cônes...) n'a aucune importance, puisque l'on travaille avec les équations d'une perce de section variable. Par ailleurs, la discrétisation du pavillon en éléments finis de Noreland [Noreland *et al.*, 2010] est en lien avec cette catégorie de simulations.

Méthodes d'obtention des solutions en auto-oscillation

Les 7 méthodes détaillées précédemment permettent d'obtenir un modèle numérique du résonateur. Ce modèle peut directement être étudié en régime forcé, afin de déterminer la réponse impulsionnelle du système. En effet, en fixant la suite temporelle du débit à l'entrée de l'instrument, les divers modèles numériques déterminent la suite temporelle de la pression à l'entrée de l'instrument. Si ce débit est une impulsion de Dirac alors la suite $(p(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ est la réponse impulsionnelle du système, ce qui, après transformée de Fourier, correspond à l'impédance d'entrée de l'instrument.

Cependant, cette étude s'intéresse aux simulations temporelles du système entier défini par le

résonateur, mais aussi l'excitateur. Il a été montré au paragraphe 2.2.2 que ce système est auto-oscillant, ce qui se traduit numériquement par une boucle sans retard entre le modèle numérique du résonateur et celui de l'excitateur, voir les Équations D.1 et D.2.

Après obtention du modèle numérique du résonateur linéaire, deux cas de figure sont possibles :

- le résonateur est décrit par un filtre numérique et donc une équation de récurrence entre les suites $(p(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ et $(u(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ à l'entrée de l'instrument,
- le résonateur est décrit par une variable d'état partiel.

Dans le premier cas, nous avons vu que l'on peut toujours se ramener à une relation de type :

$$p[n] = Au[n] + p_{\text{hist}} , \quad (\text{D.47})$$

A dépendant de la modélisation, et p_{hist} du passé du système.

À la connaissance de l'auteur, il existe alors deux méthodes de résolution de la boucle sans retard :

- résoudre analytiquement ou numériquement l'équation du point fixe $u[n] = NL(Au[n] + p_{\text{hist}}, (p(k))(k < n))$,
- utiliser la méthode K développée par Borin et de Poli [Borin *et al.*, 2000] basée sur le théorème de la cartographie implicite (implicit mapping theorem).

Les résolutions numériques de l'équation du point fixe utilisent majoritairement la méthode de Newton-Raphson déjà présentée paragraphe.

Dans le second cas, si le résonateur est décrit par une variable d'état partiel, on complète la représentation d'état avec l'excitateur comme décrit paragraphe D.

On obtient alors la relation D.38 qui permet d'utiliser les méthodes d'intégration classiques comme la méthode d'Euler explicite, les méthodes de Runge-Kutta explicites... Dans leur étude Silva et Al. [Silva *et al.*, 2014] utilisent les algorithmes VODE et LSODA implémentés en Fortran et entretenus par le LLNL (Lawrence Livermore National Laboratory).

Ces algorithmes utilisent les échantillons calculés aux instants précédents contrairement aux méthodes classiques, et elles sont d'ordre et de pas variables. Elles sont basées sur l'algorithme implicite d'Adams-Moulton et les formules de différenciation arrière (Backward differentiation formulas, BDF) selon la raideur locale du problème.

Résonateur non linéaire pour la simulation de sons cuivrés

Ce paragraphe est dédié aux simulations sonores basées sur un modèle non linéaire du résonateur. Ces simulations sont certes en marge du travail présenté ici, mais l'importance de la non linéarité dans la propagation du son à fortes amplitudes, nous incite à en relater les principaux développements. Ce sont Risset et Mathews [Risset et Mathews, 1969] qui, les premiers, ont remarqué l'enrichissement haute fréquence des sons joués à forte dynamique, dits "cuivrés". Il faudra attendre les observations de Hirschberg et Al. [Hirschberg *et al.*, 1996], sur le trombone, pour avoir la certitude que la formation d'ondes de choc au sein de l'instrument est à l'origine des sons cuivrés (observation notamment confirmée par [Rendón *et al.*, 2013]). L'onde de choc est causée par l'accumulation des déformations de la forme d'onde au cours de la propagation. Une certaine distance est donc nécessaire, afin d'observer ce phénomène, ce qui correspond à l'hypothèse de l'acoustique faiblement non linéaire. Dans ce cadre la formulation non linéaire des équations de l'acoustique est adoptée, en considérant cependant le nombre de Mach acoustique très petit devant 1. Ceci revient à supposer que la vitesse du fluide est très petite devant la vitesse du son [Menguy, 2001].

La méthode des caractéristiques [Menguy, 2001; Chaigne et Kergomard, 2016; Rienstra et Hirschberg, 2004] permet d'obtenir la propagation d'ondes simples planes progressives, en supposant que l'air est un gaz parfait :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u + c) \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (\text{D.48})$$

avec u la vitesse du fluide se propageant selon la direction x et c la célérité de l'onde.

L'Équation D.48 est une équation de Burgers. Une observation géométrique montre que, dans le plan (x, t) , la grandeur u est constante le long des courbes définies par :

$$\frac{dx}{dt} = u + c. \quad (\text{D.49})$$

Cette grandeur est appelée invariant de Riemann.

Par ailleurs, Earnshaw [Earnshaw, 1857] a montré que dans le cas du gaz parfait, on a la relation :

$$c = \frac{\gamma - 1}{2} u + c_0, \quad (\text{D.50})$$

avec c_0 la vitesse moyenne de propagation et γ le rapport des chaleurs spécifiques.

La combinaison des Équations D.50 et D.48 donne alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{\gamma+1}{2}u + c_0\right)\frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (\text{D.51})$$

Une analyse géométrique similaire montre que la vitesse du fluide u est constante le long des courbes définie par :

$$\frac{dx}{dt} = c_0 + \frac{\gamma+1}{2}u. \quad (\text{D.52})$$

Par conséquent, un observateur se déplaçant à la vitesse $c_0 + \frac{\gamma+1}{2}u$ mesurera une vitesse u constante. Cette vitesse de déplacement de l'observateur dépend linéairement de la vitesse du fluide u , ce qui permet d'affirmer que les parties du fluide de vitesse u rapides rattrapent les parties lentes. Ceci entraîne donc une déformation de la forme d'onde comme le montre la Figure D.6.

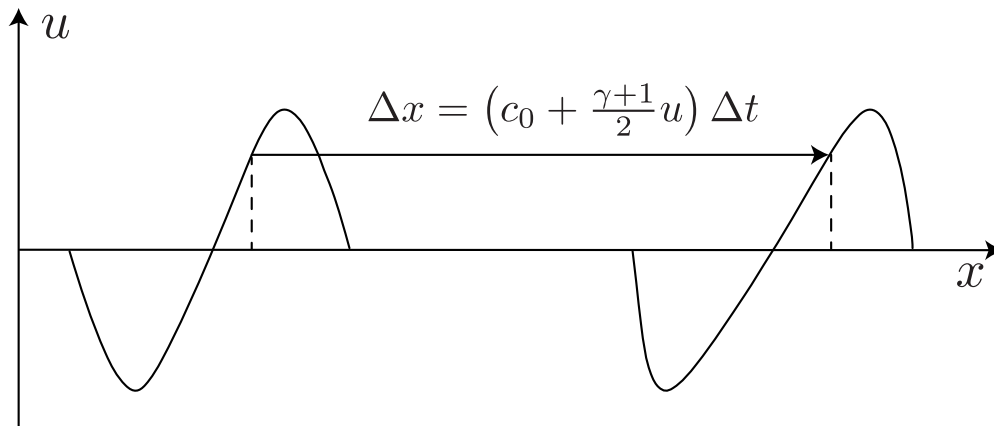


Figure D.6 Déformation d'une onde sinusoïdale par l'invariant de Riemann. L'onde se transforme progressivement en dent de scie ou N. Figure empruntée à [Chaigne et Kergomard, 2016].

La Figure D.6 permet d'observer une propriété essentielle : les non linéarités génèrent des hautes-fréquences. Par ailleurs, on note que ces équations ne comportent pas de pertes.

Vergez et Rodet [Vergez et Rodet, 2000] et Msallam et al. [Msallam *et al.*, 2000] ont su profiter de la simplicité de l'invariant de Riemann, afin de simuler la propagation d'ondes non linéaire dans un résonateur. En effet, sachant que chaque point $u(t)$ se propage sur une longueur L_0 à la vitesse $c_0 + \frac{\gamma+1}{2}u$, on en déduit un retard de l'arrivée de chaque point de l'onde en L_0 . En usant de cette stratégie, on peut alors définir des lignes à retard, comme pour la théorie des guides d'onde numériques. Il suffit pour cela de prendre en compte les ondes incidentes et réfléchies tout au long de l'instrument, lui-même approché par une concaténation de cylindre ou de fonctions de transfert

pour les parties peu régulières (pavillon du trombone). Enfin en raccordant ce modèle numérique du résonateur à un modèle de l'excitateur, on peut obtenir des simulations sonores en auto-oscillation, en utilisant par exemple les méthodes présentées au paragraphe D. Le modèle de Msallam et al. fait intervenir des pertes visco-thermiques aux parois.

Ces simulations pâtissent d'un défaut inhérent à la formulation du modèle de propagation : il n'y a pas de pertes volumiques. Or, dans un modèle de propagation non linéaire, l'absence de pertes volumiques mène inéluctablement à des solutions non-physique [Thompson et Strong, 2001]. En effet, rien n'empêche les points les plus rapide de dépasser les points les plus lents. Dans leur formulation numérique, Christophe Vergez et Régis Msallam ont tout deux eu recours à une contrainte de non dépassement arbitraire.

Menguy et Gilbert [154,161,162] se sont intéressés à des équations de Burgers généralisées, augmentant l'Équation D.51 de trois termes [Berjamin *et al.*, 2017] :

$$\frac{\partial u^\pm}{\partial t} + \left(\frac{\gamma + 1}{2}u^\pm \pm c_0\right)\frac{\partial u^\pm}{\partial x} \pm \frac{c_0}{S}\frac{dS}{dx}u^\pm = \pm\Phi\frac{\partial^{1/2}}{\partial t^{1/2}}\frac{\partial u^\pm}{\partial x} + \Psi\frac{\partial^2 u^\pm}{\partial x^2}, \quad (\text{D.53})$$

avec Φ un coefficient basé sur la dissipation dans la couche limite et Ψ un coefficient basé sur la diffusion volumique.

Cette équation fait apparaître les pertes volumiques dues aux frictions à l'intérieur du fluide par le terme $\Psi\frac{\partial^2 u^\pm}{\partial x^2}$, les pertes visco-thermiques aux parois $\Phi\frac{\partial^{1/2}}{\partial t^{1/2}}\frac{\partial u^\pm}{\partial x}$ et la variation de la section du résonateur par $\frac{c_0}{S}\frac{dS}{dx}u^\pm$.

Cette équation est valable pour les ondes incidentes et réfléchies selon le choix de signes. Un résultat majeur de cette formulation réside dans le fait, que deux ondes planes se propageant dans la même direction, mais de sens opposé, ne sont pas couplées entre elles, ce qui, dans un contexte non linéaire, n'est pas trivial.

A l'aide de la méthode des échelles multiples (MEM), opérant un changement de variables permettant de distinguer les termes séculaires (c'est à dire prenant de l'importance au fur et à mesure de la propagation), Gilbert et al. [Gilbert *et al.*, 2008] simulent des sons en régime permanent, en discrétisant le résonateur par la méthode des différences finis. Thompson et Strong [Thompson et Strong, 2001] ont aussi réalisé des simulations en régime permanent, mais leur modèle était plus simple, discrétisant le résonateur en portion de cylindre, considérant des jonctions basées sur le modèle linéaire et traitant seulement les ondes sortantes par le modèle non linéaire.

Dernièrement Berjamin et Al. [Berjamin *et al.*, 2017] ont produit des simulations temporelles en utilisant cette même équation de Burgers généralisée. Afin de surmonter la difficulté de la dérivée non entière introduite par les pertes visco-thermiques, la résolution de l'équation de Burgers géné-

ralisée est divisée en deux étapes. Une étape de propagation dont le calcul est basé sur un schéma TVD (Total Variation Diminishing), et une étape de relaxation calculée de manière exacte.

En conclusion, les simulations de propagation non linéaire des ondes sonores soulignent l'importance des non linéarités dans l'enrichissement du spectre des sons de forte amplitude. Ainsi, il faut s'attendre à ce que cette caractéristique limite le modèle linéaire utilisé dans cette étude.

ANNEXE E Points clés sur la théorie de détection du signal (SDT : *signal detection theory*) et le calcul de l'indice d'

Une mesure numérique permettant de juger la capacité du sujet à répondre correctement à une épreuve de type "same-different" doit prendre en compte la sensibilité et le biais du sujet. La théorie de détection du signal (Signal Detection Theory, SDT) que nous exposons brièvement répond à ce besoin [Macmillan et Creelman, 2004].

Cette théorie propose un modèle décrivant la façon dont répond un sujet à une épreuve de choix binaire. Selon ce modèle, le sujet juge si une paire est faite de sons différents à partir d'une variable aléatoire continue correspondant à son jugement subjectif. Plus la valeur de la variable aléatoire est grande, plus le jugement subjectif du sujet penche pour une paire de sons différents. Par exemple, après avoir écouté une paire de sons objectivement très différents, le sujet peut mentalement donner une note de 13 à la paire. 13 est alors la valeur de la variable aléatoire représentant son jugement subjectif. Si, par ailleurs, ce sujet estime qu'une valeur au-dessus de 10 est suffisante pour définir la paire comme étant différente, alors il répond à l'épreuve que la paire est différente. Dans ce cas, il a raison. Cette valeur, ici 10, est appelée le seuil de détection (T). Ensuite, ce même sujet écoute une paire de sons différents mais extrêmement proches selon des mesures objectives. Le sujet donne alors une note subjective de 9. Le seuil à partir duquel il répond différent étant 10, il répondra "identiques" alors que les deux sons sont différents ! Dans ce cas, il se trompe.

Par cet exemple, on se rend compte que, selon le "jugement subjectif", les paires de sons identiques sont distribuées autour de valeur faible, et les paires de sons différents sont distribuées autour de valeur forte. La théorie de détection du signal, comme nous l'appliquons, suppose que la distribution des paires de sons identiques, selon la variable aléatoire "jugement subjectif", suit une distribution normale d'écart type égal à 1. Il en est de même avec la distribution des paires de sons différents. La moyenne de la distribution de paires de sons différents est plus élevée que la moyenne de la distribution des paires de sons identiques. La Figure E.1 résume ce concept.

Pour chaque sujet et chaque épreuve, les distributions ainsi que le seuil de détection T, ont un certain placement selon le jugement subjectif du sujet. Le seuil T traduit la stratégie du sujet : s'il est conservateur, son seuil T sera haut, et il répondra souvent identique à des paires faites de sons, en réalité, différents. Au contraire, s'il est audacieux, son seuil sera bas, et il jugera beaucoup de paires de sons identiques comme étant des paires de sons différents.

La mesure d' caractérise, pour chaque épreuve et chaque sujet, la propension d'une paire de sons différents à être jugée différente. En d'autres termes, plus d' est grand, plus la paires de sons dif-

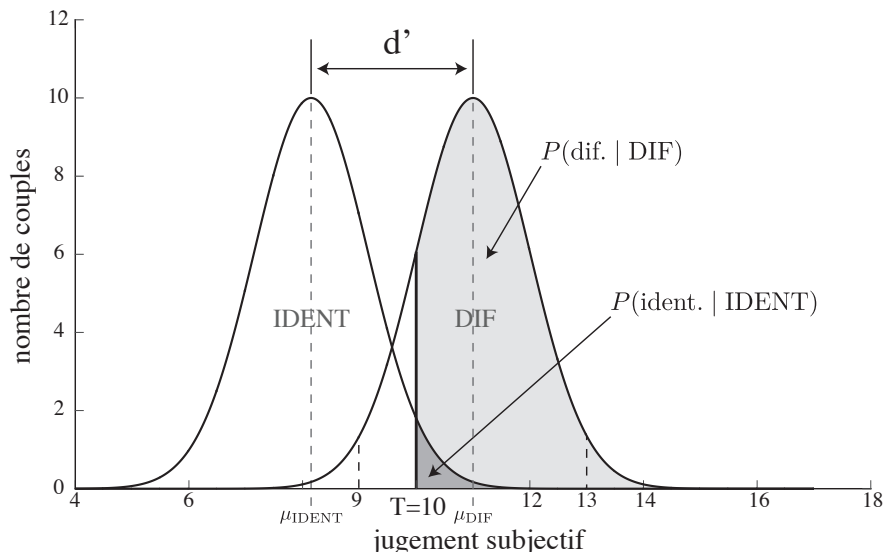


Figure E.1 Distributions des couples identiques (IDENT) et différents (DIF), selon la variable aléatoire "jugement subjectif" d'un sujet, pour une épreuve selon la théorie de détection du signal (SDT). La distribution DIF correspond à tous les couples de sons différents, et la distribution IDENT correspond à tous les couples de sons identiques. Le seuil de détection du sujet est T . La sensibilité (H) et le ratio de fausses alarmes (RFA) sont représentés, respectivement, par les aires en gris clair et gris foncé. μ_{IDENT} représente la moyenne de la distribution IDENT et μ_{DIF} la moyenne de la distribution DIF. La distance entre les distributions d' caractérise, pour le sujet considéré, l'intensité de la différence des sons des paires de sons différents.

férents est jugée différente. Au contraire, si les deux distributions se superposent (d' faible, voir nul), cela veut dire que les sujets ne sont pas capable de distinguer les paires de sons différents, des paires de sons identiques.

La sensibilité est égale à la probabilité de répondre différent lorsque la paire présente bien des sons différents :

$$H = P(\text{dif.} \mid \text{DIF}) . \quad (\text{E.1})$$

Connaissant le seuil T du sujet, on a alors :

$$H = P(\text{dif.} \mid \text{DIF}) = -F_{DIF}(T) , \quad (\text{E.2})$$

avec F_{DIF} la fonction de répartition de la distribution des paires de sons différents.

De même, pour le ratio de fausses alarmes :

$$RFA = P(\text{ident.} \mid \text{IDENT}) = -F_{\text{IDENT}}(T) , \quad (\text{E.3})$$

avec F_{IDENT} la fonction de répartition de la distribution des paires de sons identiques.

Par les lois de répartition inverse, on retrouve la valeur du seuil T de 2 manières différentes :

$$T = -F_{\text{DIF}}^{-1}(H) , \quad (\text{E.4})$$

$$T = -F_{\text{IDENT}}^{-1}(RFA) . \quad (\text{E.5})$$

Par ailleurs, on a supposé que les deux distributions avait le même écart type égal à 1. On peut donc utiliser le Z-score ($Z = F_{N(0,1)}^{-1}$ qui est la fonction de répartition inverse de la loi normale centrée réduite) :

$$T = -Z(H) + \mu_{\text{DIF}} = -Z(RFA) + \mu_{\text{IDENT}} . \quad (\text{E.6})$$

La théorie nous donne $d' = (\mu_{\text{DIF}} - \mu_{\text{IDENT}})/\sigma$, avec $\sigma = 1$ l'écart type. On obtient donc :

$$d' = Z(H) - Z(RFA) . \quad (\text{E.7})$$

Dans les cas de non-définition des Z-scores, par exemple lorsque la sensibilité vaut 1, la méthode de calcul de d' suit [Snodgrass et Corwin, 1988] dont la méthode a été validée par [Hautus, 1995].

L'indice d' décrit donc la facilité avec laquelle le participant a détecté la nature de chaque paire. Dans un cadre général, un sujet dont les performances sont excellentes ($H=0.99$ et $RFA=0.01$) a un d' égal à 4.65. En pratique, les d' sont généralement inférieurs à 2 [Macmillan et Creelman, 2004]. Si un sujet réussit à identifier 69% des paires de sons différents et 69% des paires de sons identiques alors $d' = 1$.

ANNEXE F Performances typiques des participants

L'indicateur présenté par les deux courbes suivantes est le taux de bonnes réponses au test en fonction du nombre de questions initiales non considérées. Ainsi un score de 62% à l'abscisse 6 signifie que le participant obtient 62% de bonnes réponses au test privé de ses 6 premières questions.

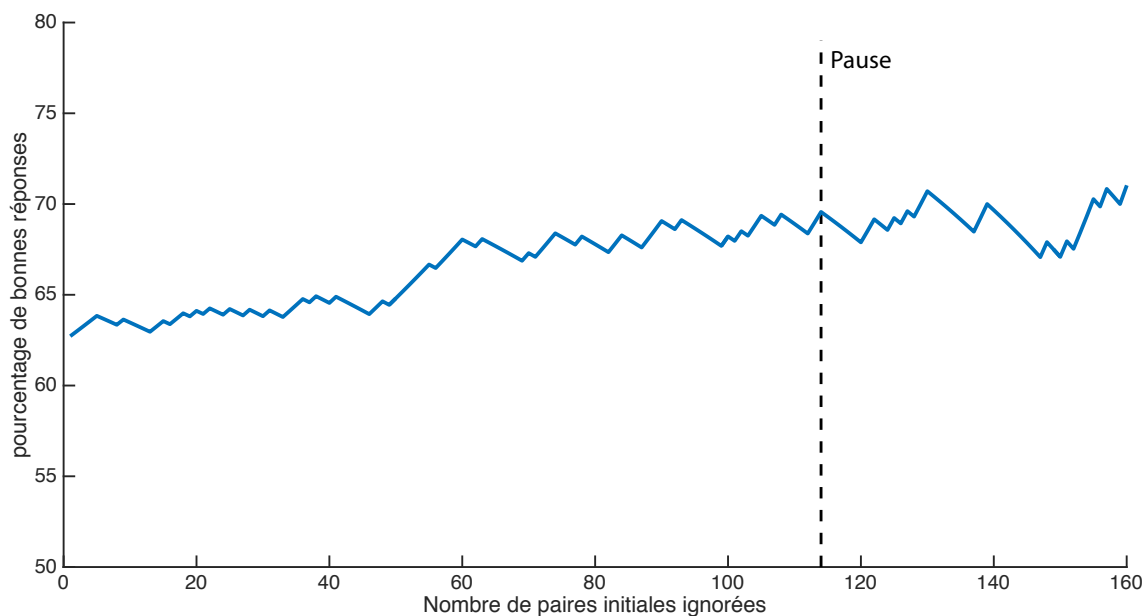


Figure F.1 Indicateur de performance d'un musicien. La courbe augmente en moyenne tout le long du test.

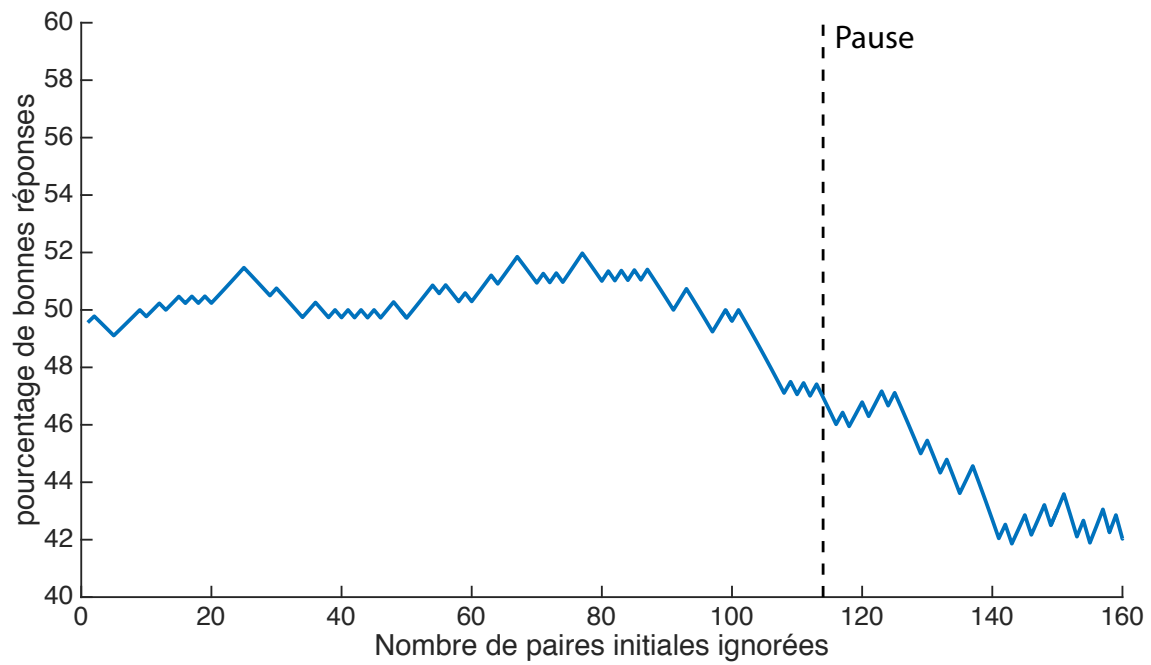


Figure F.2 Indicateur de performance d'un non-musicien. La courbe commence à diminuer avant la pause signe d'une chute de performance.

ANNEXE G Expérience perceptive intra-instrument

Cette Annexe présente la partie intra-instrument de l'expérience perceptive 4.3.

Matériel et méthode

Description du test perceptif

Le test intra-instrument, étudiant l'instrument de référence, compare à chaque régime le son moyen à quatre échantillons sonores représentant la population de sons. Parmi ces quatre échantillons, deux sont distants du son moyen de par leur fréquence de jeu uniquement. Ils sont notés F. Les deux autres diffèrent du son moyen par le contenu spectral uniquement. Ils sont notés Ai. Dans chacune des deux catégories (fréquence ou timbre), un son diffère plus que l'autre du son moyen. On ajoute le suffixe 50 pour le son qui diffère le moins et 95 pour l'autre. Les quatre représentants sont donc nommés F50, F95, Ai50, Ai95. La conception de ces sons est détaillée au paragraphe ci-dessous.

Chacune de ces quatre comparaisons entre le son moyen et un des quatre représentants est encore composée de quatre paires :

- la paire contenant le son moyen puis le représentant,
- la paire contenant le représentant puis le son moyen,
- la paire contenant deux fois le son moyen,
- la paire contenant deux fois le représentant.

De même, la paire contenant deux fois le son moyen a déjà été écoutée lors du test inter-instrument et n'est donc pas représentée de nouveau. Ces paires sont toujours répétées quatre fois, voir Tableau G.1. On a donc $3 \text{ paires} \times 3 \text{ régimes} \times 4 \text{ comparaisons intra-instrument} \times 4 \text{ répétitions} = 144 \text{ paires}$

Tableau G.1 Définition des paires de sons présentées pour le test intra-instrument au régime 2. Les paires sont répétées 4 fois, ce qui est représenté par 4 "x". La paire son moyen - son moyen n'est pas présentée dans ce test, car elle est déjà évaluée dans le test inter-instrument. En multipliant ce tableau par 4 représentants et 3 régimes, on obtient bien 144 paires.

Régime2	son moyen T_{ref}	représentant (F50,F95,Ai50,Ai95)
son moyen T_{ref}		XXXX
représentant (F50,F95,Ai50,Ai95)	XXXX	XXXX

Stimuli : les représentants des populations

Le test intra-instrument se focalise sur la trompette de référence. Pour chaque régime, quatre échantillons sonores représentant la population sont confrontés au son moyen. Ces quatre échantillons sont divisés en deux catégories qui sont définies par une distance.

La première catégorie est définie par la distance en valeur absolue entre la fréquence de jeu des sons de la population et celle du son moyen. Cette distance est calculée pour les 1000 sons de chaque population. Les 1000 sons sont ensuite triés dans une liste, selon cette distance dans l'ordre ascendant.

La fréquence de jeu du premier représentant, F50, est la fréquence de jeu du son médian de cette liste. Le spectre du représentant F50 est celui du son moyen.

La fréquence de jeu du second représentant, F95, est la fréquence de jeu du son situé au 95ème centile de cette liste. Le spectre du représentant F95 est celui du son moyen.

Ainsi, le son F50 est plus proche du son moyen, en terme fréquentiel, que le son F95. Le Tableau G.2 présente les différentes fréquences de jeu obtenues.

Fréq. de jeu	son moyen T_{ref}	F50	F95
Régime 2	230,66	229,99	233,33
Régime 3	340,28	339,81	341,53
Régime 5	583,98	583,32	587,32

Tableau G.2 Fréquences de jeu du son moyen et des sons des comparaisons F50 et F95 de la trompette de référence T_{ref} .

La seconde catégorie est obtenue à partir d'une distance basée sur le timbre des sons de la trompette de référence T_{ref} . Cette distance est la norme-2 entre les amplitudes des harmoniques du son moyen et celles des sons de la population. Afin de calculer ces normes pour chaque son, les harmoniques du spectre ont été normalisés par l'harmonique de plus haute amplitude. Cette distance est calculée pour les 1000 sons de chaque population. Les 1000 sons sont ensuite triés dans une liste selon cette distance dans l'ordre ascendant.

Le spectre du premier représentant, Ai50, est le spectre du son médian de cette liste. La fréquence de jeu du représentant Ai50 est celle du son moyen.

Le spectre du second représentant, Ai95, est le spectre du son situé au 95ème centile de cette liste. La fréquence de jeu du représentant Ai95 est celle du son moyen.

Les spectres du son moyen et des représentants Ai50 et Ai95 sont représentées Figure G.1 (régime 3 de la trompette de référence T_{ref}).

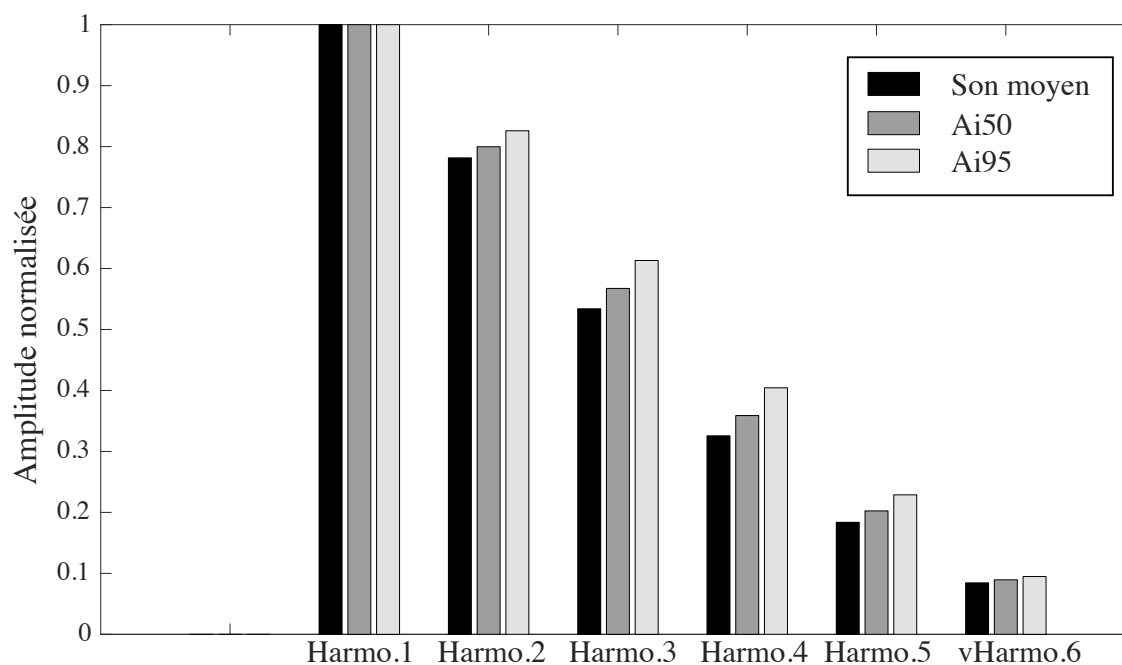


Figure G.1 Spectres du son moyen (noir), du son de la comparaison Ai50 (gris foncé) et du son Ai95 (gris clair) de la trompette de référence T_{ref} au régime 3. On pourrait tracer deux Figures similaires pour le régime 2 et 5.

Un son de 0,75 seconde est finalement créé par synthèse additive. Il est lui aussi complété par les mêmes transitoires d'attaque et d'extinction, de 0.04 seconde, ajoutés aux sons moyens. Au total 12 sons sont créés (4 échantillons x 3 régimes).

Résultats

Analyse des données

Les d' , toutes comparaisons et tous participants confondus, sont présentés en Annexe I. Les indices d' moyennés sur les sujets appartenant au groupe musicien ou non-musicien, selon les épreuves sont répertoriés dans le Tableau G.3.

Tableau G.3 d' moyens de chaque épreuve selon les régimes et la catégorie musicien, non-musicien. Les d' supérieurs ou très proche de 1 sont en gras.

		Tous Régimes	Régime 2	Régime 3	Régime 5
son moyen / F50	musicien	0,46	0,90	0,12	0,27
	non-musicien	0,1	0,28	0,08	-0,06
son moyen / F95	musicien	1,58	1,99	1,4	1,34
	non-musicien	0,72	1,04	0,32	0,78
son moyen / Ai50	musicien	0,53	0,46	-0,07	1,21
	non-musicien	0,46	0,13	0,29	0,96
son moyen / Ai95	musicien	0,47	-0,07	0,67	0,83
	non-musicien	0,22	-0,1	0,07	0,69

Les espaces ROC (Receiver Operating Characteristic) associées à chaque comparaison du Tableau G.3 sont présentées dans l'Annexe H. Pour chaque facteur expérimental, tous participants confondus, la Figure G.2 compare les distributions de d' , selon les épreuves intra-instrument portant sur la fréquence. De même, la Figure G.3 compare les distributions de d' , selon les épreuves intra-instrument portant sur le timbre. Ces 2 graphiques servent à observer la position des d' autour de la droite horizontale $d' = 1$. Si la boîte à moustaches est sensiblement au-dessus de 1, alors on peut conclure que les deux sons de la comparaison ont été bien discriminés.

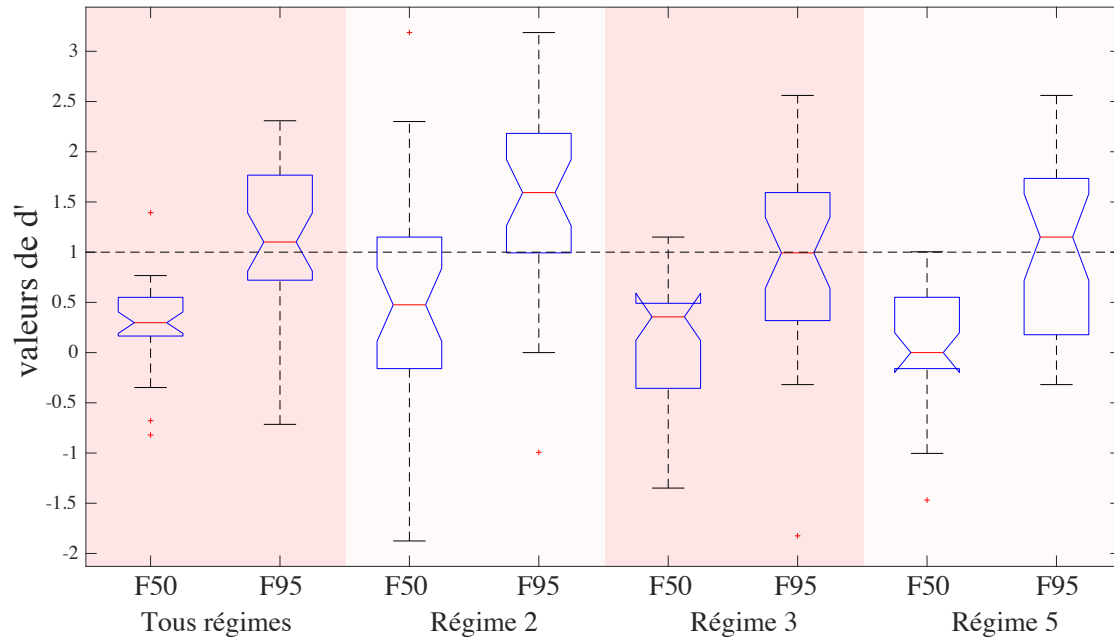


Figure G.2 Boîtes à moustaches des d' liés aux comparaisons intra-instrument selon la distance liée à la fréquence de jeu sans distinction musiciens/non-musiciens. Les lignes horizontales dans la boîte correspondent au premier quartile, à la médiane et au troisième quartile. Les moustaches montrent l'étendue des données. Leurs longueurs sont de 1,5 fois l'écart inter-quartile. Les données aberrantes sont les croix rouges. Les encoches au milieu des boîtes donnent une estimation robuste de l'incertitude sur les médianes. La ligne horizontale noire en pointillé correspond au seuil de détection de d' qui est de 1.

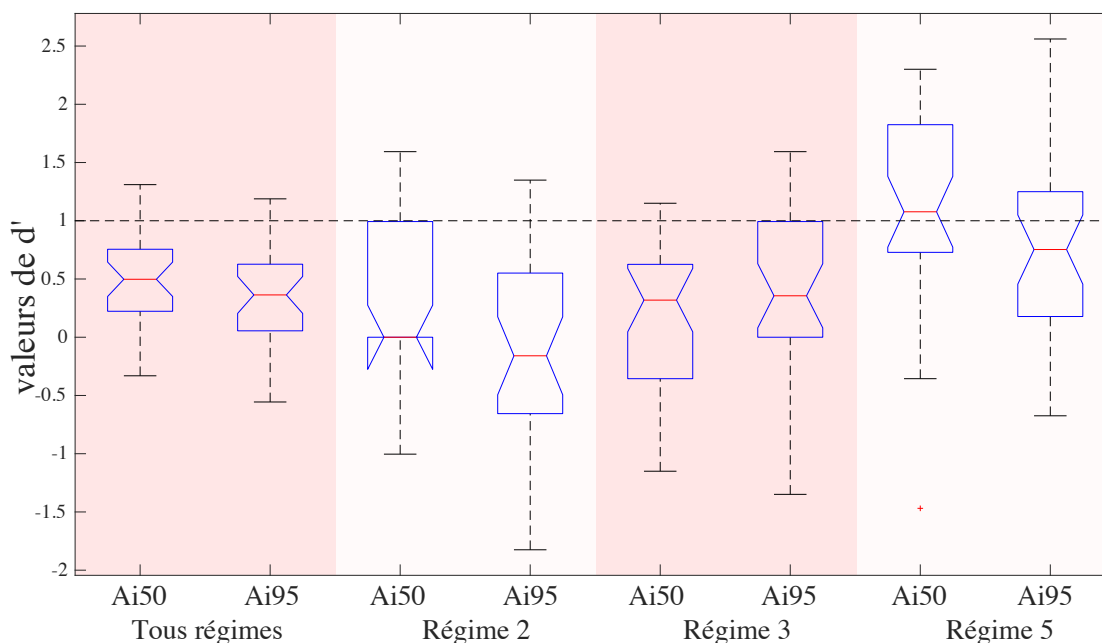


Figure G.3 Boîte à moustaches des d' liés aux comparaisons intra-instrument selon la distance liée au timbre sans distinction musiciens/non-musiciens.

Détection intra-instrument

Le but des épreuves suivantes est, d'une part, de vérifier que les sons moyens utilisés pour l'étude inter-instrument sont représentatifs des instruments et, d'autre part, de constater si les sons les plus extrêmes des populations sont suffisamment différents du son moyen.

Distance basée sur la fréquence de jeu

Pour ces épreuves il faut, tout d'abord, consulter la Figure G.2 pour voir si globalement les d' sont suffisamment bas par rapport à la droite horizontale $d' = 1$. Ensuite, il faut consulter les lignes correspondantes du Tableau G.3 pour constater une éventuelle différence entre musiciens et non-musiciens. Finalement, une ANOVA vient éventuellement confirmer des différences entre musiciens et non musiciens et entre épreuve avec F50 ou F95.

Épreuves son moyen / F50

Au vu de la Figure G.2, mise à par le régime 2, dont un quartile dépasse légèrement la limite de $d' = 1$, toutes les autres boîtes à moustaches des autres régimes sont entièrement sous la limite.

Le Tableau G.3 confirme cette absence de discrimination entre le son moyen et F50 car aucun

d' ne dépasse 1, on observe même un d' légèrement négatif pour le régime 5 du groupe non-musicien (plus de fausses alarmes que de paires de sons différents détectées). Ces observations sont confirmées par les espaces ROC de chaque épreuve, accessibles en Annexe H, puisque la plupart des points se trouve sur l'axe $x = y$. Les espaces ROC ne seront plus évoquées par la suite, le lecteur étant invité à les consulter à son bon vouloir.

Ces résultats sont rassurant car cela sous-entend que les sons moyens représentent bien (au niveau de la fréquence de jeu) les populations de sons dont ils sont issus.

Épreuves son moyen / F95

D'après la Figure G.2, pour les comparaisons entre le son moyen et F95, les boîtes à moustaches des d' du régime 3, 5 ainsi que de tous les régimes confondus sont à cheval sur la limite $d' = 1$. Les d' du régime 2 sont nettement au-dessus de la limite.

Le Tableau G.3 montre une nette différence entre les musiciens et les non-musiciens. Pour le régime 3 (**1,4** M 0,32 N-M), le régime 5 (**1,34** M 0,78 N-M) et tous les régimes confondus (**1,58** M 0,72 N-M), les musiciens semblent distinguer les deux sons de la paire, ce qui n'est pas le cas des non-musiciens. Pour le régime 2 aussi bien les musiciens que les non-musiciens ont distingué les deux sons (**1,99** M **1,04** N-M) .

Les sons moyens peuvent donc être distingués des représentants F95 par une partie des sujets. Cette observation ne remet pas en cause le caractère représentatif des sons moyens car les sons F95 sont exotiques parmi les populations de sons. Il est rassurant de constater que les ensembles de musiciens d'intérêt ne puissent pas être représenté par un seul son moyen. Ces ensembles présentent donc une variabilité perceptible, ce qui soutient le fondement de la méthode d'optimisation par ensemble de masques musiciens.

ANOVA F50 - F95

De même que pour les épreuves inter-instruments, une ANOVA à deux facteurs à deux niveaux est employée afin d'évaluer le facteur musicien et le facteur épreuve.

Tableau G.4 ANOVA comparaison intra-instrument : facteur fréquence de jeu

	Facteur	SS	df	MS	F	P
Tous Régimes	musicien/non-musicien	12,07	1	12,07	49,84	1,9e-9
	comparaisons F50/F95	5,965	1	5,965	24,63	6,06e-6
	interaction	1,006	1	1,006	4,152	0,046
Régime 2	musicien/non-musicien	13,83	1	13,83	16,519	0,0001
	comparaisons F50/F95	9,884	1	9,884	11,81	0,001
	interaction	0,411	1	0,411	0,491	0,486
Régime 3	musicien/non-musicien	8,337	1	8,337	16,85	0,0001
	comparaisons F50/F95	5,729	1	5,729	11,58	0,001
	interaction	3,613	1	3,613	7,303	0,009
Régime 5	musicien/non-musicien	14,57	1	14,57	29,71	9,9e-7
	comparaisons F50/F95	3,203	1	3,203	6,528	0,013
	interaction	0,218	1	0,218	0,444	0,508

Les différences entre musiciens, non-musiciens et F50, F95 sont complètement corroborées par l'analyse ANOVA à tous les régimes, Tableau G.4. En effet, les deux facteurs sont significatifs quel que soit le régime considéré (p-value au moins inférieures à 0,013). La Figure G.2 laissait présager de l'influence du Facteur F50, F95 étant donné la différence de hauteur entre les boîtes à moustaches.

Distance basée sur le timbre

La méthodologie employée est la même que pour l'évaluation précédente en utilisant la Figure G.3.

Épreuves son moyen / Ai50

D'après la Figure G.3, les boîtes à moustaches du régime 2, du régime 3 et de tous les régimes confondus, sont nettement sous la limite $d' = 1$. Le régime 5, par contre est à cheval sur cette limite.

Le Tableau G.3 montre que les différences entre groupe musiciens et non-musiciens s'estompent. Quel que soit le groupe, les épreuves du régime 2 (0,46 M 0,13 N-M), du régime 3 (-0,07 M 0,29 N-M) et de tous les régimes confondus (0,53 M 0,46 N-M) ne permettent pas de distinguer le son moyen de Ai50. Pour le régime 5 (**1,21 M 0,96 N-M**), les deux groupes distinguent les deux sons.

Ces résultats sont rassurants mis à part pour le régime 5, pour qui le son moyen et Ai50 sont distingués, aussi bien pour les non-musiciens que les musiciens. Cependant, les valeurs pour le

régime 5 sont proches de 1, soulignant le fait que la distinction entre le son moyen et Ai50 au régime 5 est difficile.

On peut conclure que le timbre des sons moyens est représentatif du timbre des populations de sons.

Épreuves son moyen / Ai95

D'après la Figure G.3, étonnamment, les performances des épreuves entre les sons moyens et les Ai95 ne sont pas meilleures qu'entre les sons moyens et les Ai50. Elles sont même moins bonnes.

Le Tableau G.3 confirme cette observation, car quels que soit les régimes considérés, les deux groupes n'arrivent pas à distinguer les sons moyens des Ai95.

Ces résultats sont surprenants car objectivement les sons Ai95 sont plus différents des sons moyens que les sons Ai50. Cependant, pour la distance liée au timbre, nous avons choisi une métrique agrégeant les 6 harmoniques du son. Il semblerait donc que cette métrique, dans ce cas de figure, n'est pas représentative de la qualité sonore perçue.

Par ailleurs, juger de la différence entre deux sons avec seulement 6 harmoniques est sûrement une tâche très difficile. On pourrait simuler des sons avec plus d'harmoniques pour améliorer le réalisme et les performances de cette épreuve. Finalement, le modèle physique choisi n'arrive peut être pas à exhiber des différences perceptives liées au timbre, entre deux jeux de paramètres de contrôle proches.

ANOVA Ai50 - Ai95

Une troisième et dernière ANOVA à deux facteurs évalue l'influence du facteur musicien et du facteur épreuve, dans ce cadre de comparaison intra-instrument basées sur le timbre.

Tableau G.5 ANOVA comparaison intra-instrument : facteur spectral

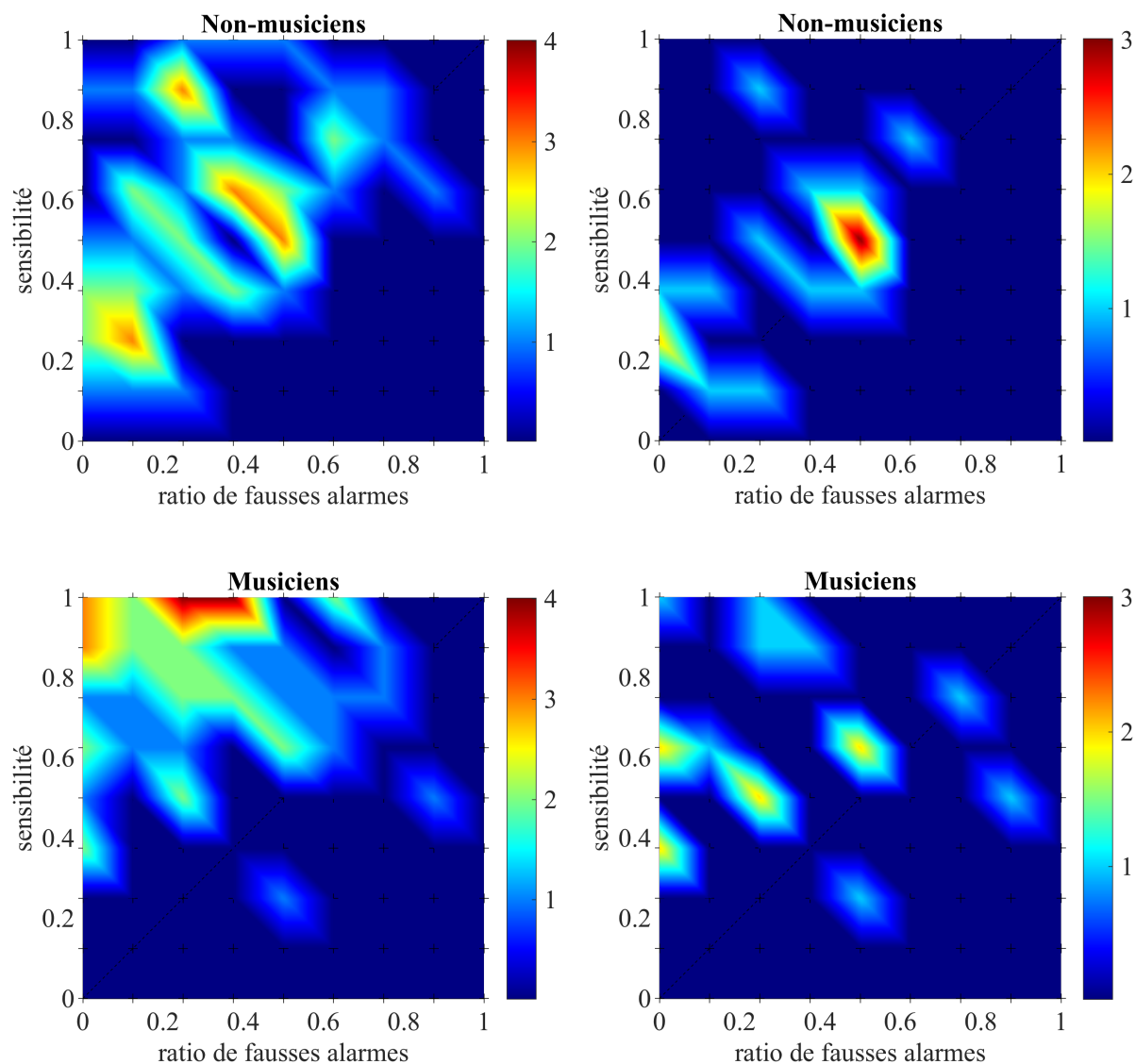
	Facteur	SS	df	MS	F	P
Tous Régimes	musicien/non-musicien	0,367	1	0,367	2,239	0,140
	comparaisons Ai50/Ai95	0,439	1	0,439	2,681	0,107
	interaction	0,138	1	0,138	0,845	0,362
Régime 2	musicien/non-musicien	2,358	1	2,358	4,906	0,031
	comparaisons Ai50/Ai95	0,524	1	0,524	1,090	0,301
	interaction	0,330	1	0,330	0,686	0,411
Régime 3	musicien/non-musicien	1,075	1	1,075	2,421	0,125
	comparaisons Ai50/Ai95	0,236	1	0,236	0,532	0,469
	interaction	3,669	1	3,669	8,265	0,006
Régime 5	musicien/non-musicien	1,737	1	1,737	2,335	0,132
	comparaisons Ai50/Ai95	0,606	1	0,606	0,814	0,370
	interaction	0,051	1	0,051	0,068	0,795

Sans grand étonnement, la plupart des p-value sont élevées, ce qui ne nous permet pas de rejeter l'hypothèse nulle sous un risque de 5%. On note, tout de même, que le facteur musicien a une influence au régime 2 (p-value=0,031), ce qui n'a aucun impact sur les conclusions précédentes, étant donné que les boîtes à moustaches, des deux comparaisons avec Ai50 ou Ai95, sont toutes deux sous la limite de $d' = 1$.

ANNEXE H Espaces ROC

Bien que l'indice d' nous renseigne sur la qualité des discriminations de chaque sujet, l'espace ROC décrit de manière graphique les résultats de tous les participants. Les indices de sensibilité et le ratio de fausses alarmes sont représentés dans des espaces ROC (Receiver Operating Characteristic) avec la sensibilité (H) en ordonnée et le ratio de fausses alarmes (RFA) en abscisse. Pour chaque épreuve, la performance de chaque sujet est donnée par H et RFA et donc un point dans l'espace ROC. Le ratio de fausses alarmes correspond à ce que l'on appelle le biais du sujet. Plus ce biais est élevé, plus le sujet est enclin à répondre différent à une paire de sons identiques. Une épreuve à laquelle le participant a répondu de manière exacte (parfaite détection) se situe dans l'angle en haut à gauche de l'espace ROC. Un point situé sur la diagonale $x = y$ représente une épreuve à laquelle le participant a répondu au hasard. Tout point sous cette diagonale correspond à une situation où le sujet répond mal à la question posée. En effet, il répond identique lorsque les sons sont différents et vice versa. Ce résultat, à première vue étrange, peut se produire à cause du peu de répétitions du test (4 répétitions). En supposant les réponses du participant équiprobables (il ne sait pas si la paire est constituée de sons identiques ou différents), les résultats convergent vers la courbe $x = y$, pour un grand nombre de répétitions.

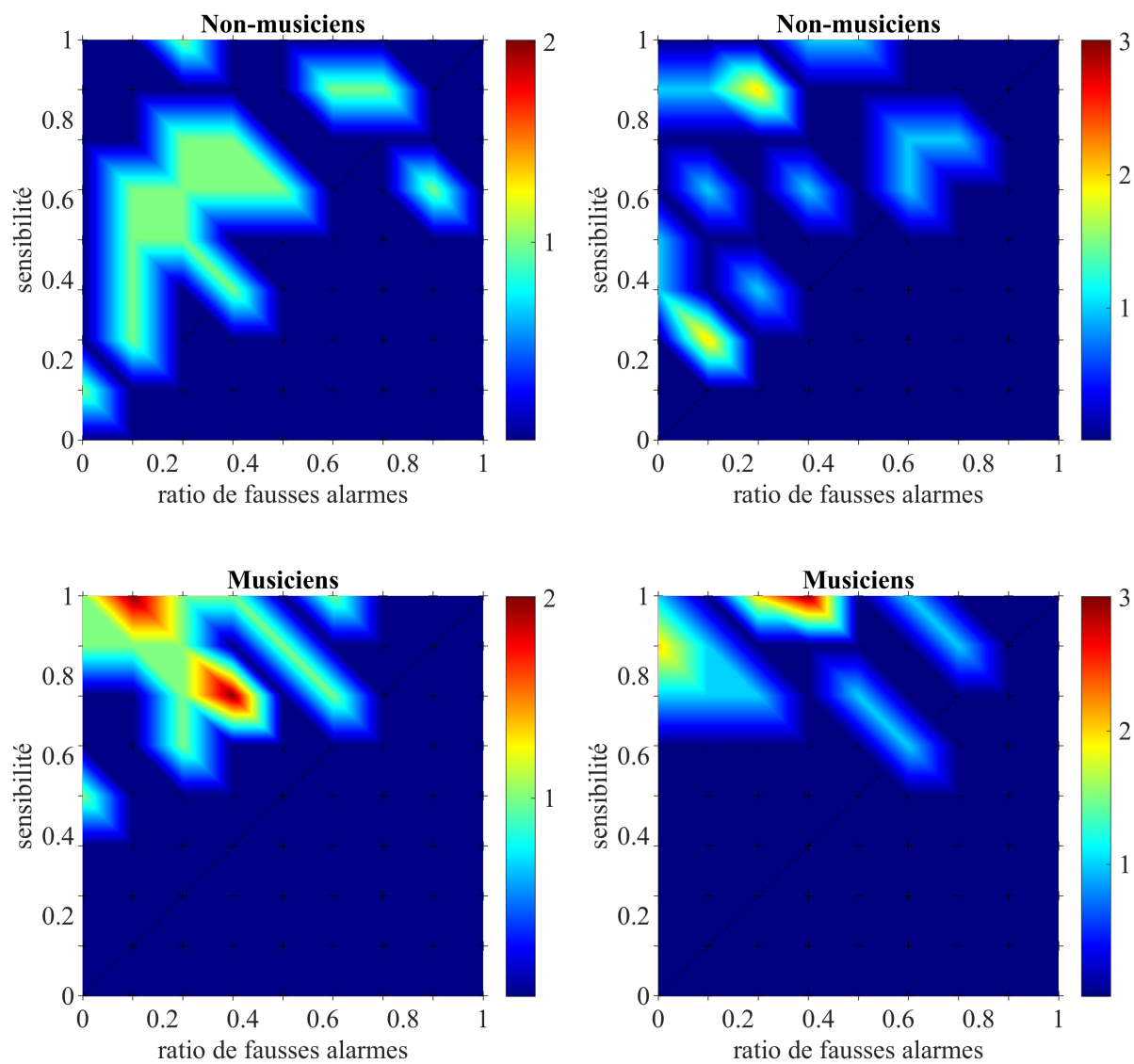
Plus les points se trouvent en haut à gauche de l'espace, meilleure est la qualité des discriminations. Les sujets ne peuvent pas se situer n'importe où sur les espaces ROC. En effet, étant donné que nous n'avons que 8 paires identiques et 8 paires différentes par épreuve, la sensibilité et le ratio de fausses alarmes ne peuvent prendre que 9 valeurs (symbolisées par les croix noires sur les Figures). Le graphique supérieur (respectivement inférieur) représente la répartition des sujets non-musiciens (respectivement musiciens). La somme des nombres de sujets de l'espace ROC vaut 16 pour les deux graphiques étant donné qu'il y a 16 sujets par groupe musicien, non-musicien. On observe que les musiciens se placent sensiblement plus en haut à gauche de l'espace ROC, ce qui signifie qu'ils détectent mieux les paires de sons différents, tout en limitant le nombre de fausses alarmes, c'est à dire de paires de sons identiques détectées comme différents.



(a) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument de référence tous régimes confondus.

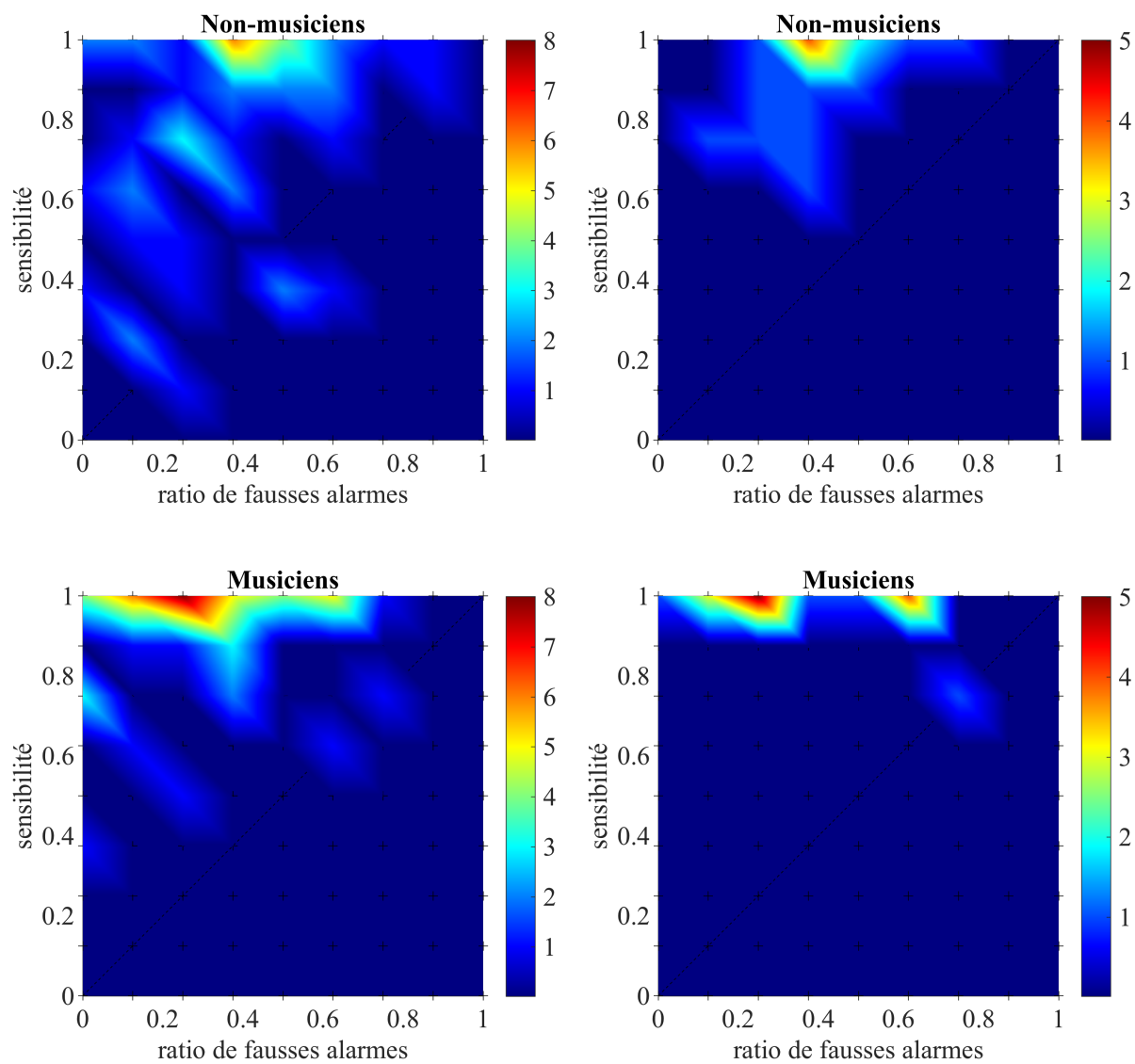
(b) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument initial au régime 2.

Figure H.1 Le graphique supérieur traduit les résultats du groupe non-musiciens tandis que le graphique inférieur traduit les résultats du groupe musiciens. La couleur correspond au nombre de sujets sur un point donné de l'espace ROC. Bien que l'on observe des dégradés de couleurs du bleu au rouge, c'est bien les couleurs aux valeurs discrètes entières qui importe.



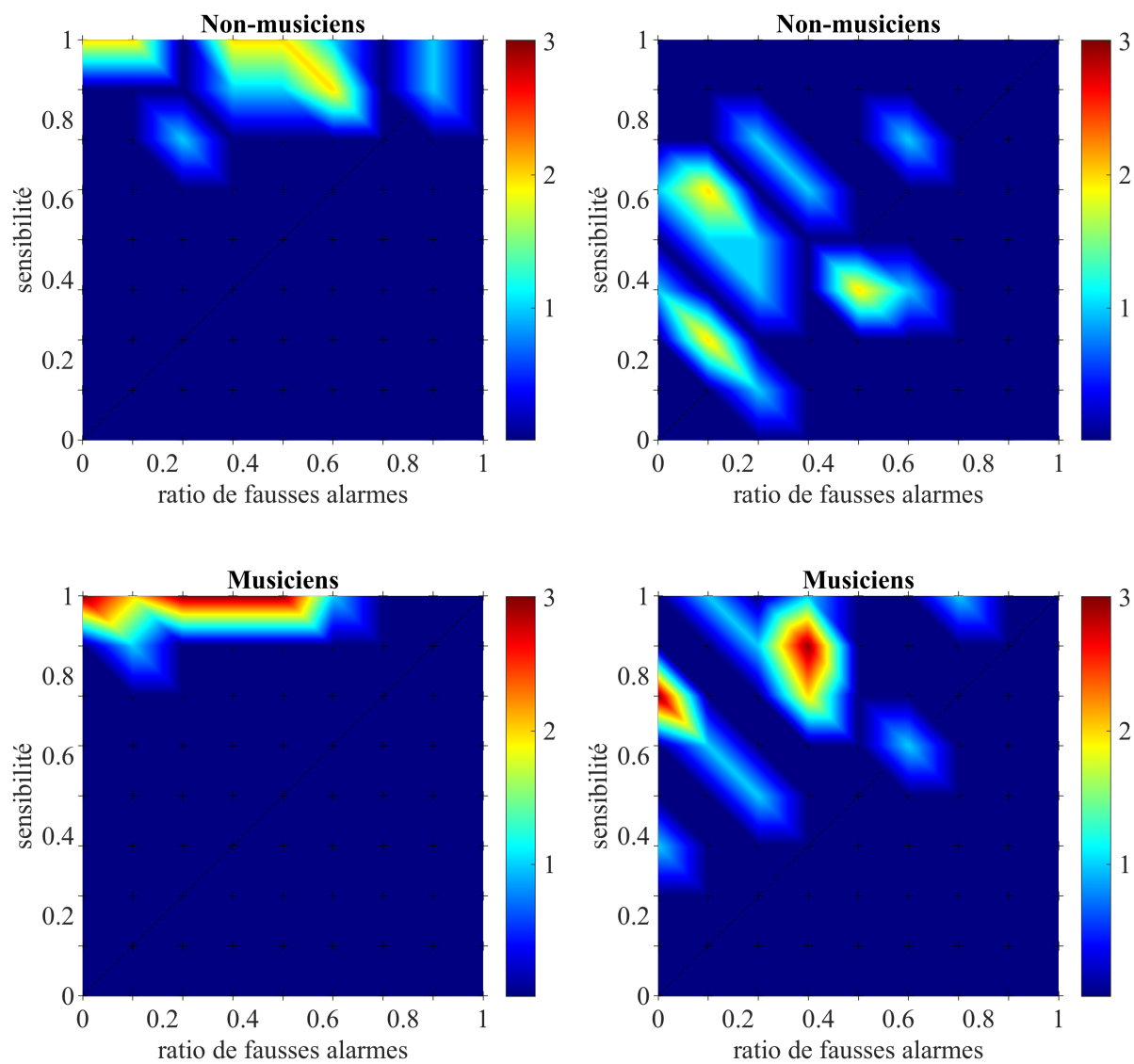
(a) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument de référence au régime 3.

(b) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument de référence au régime 5.



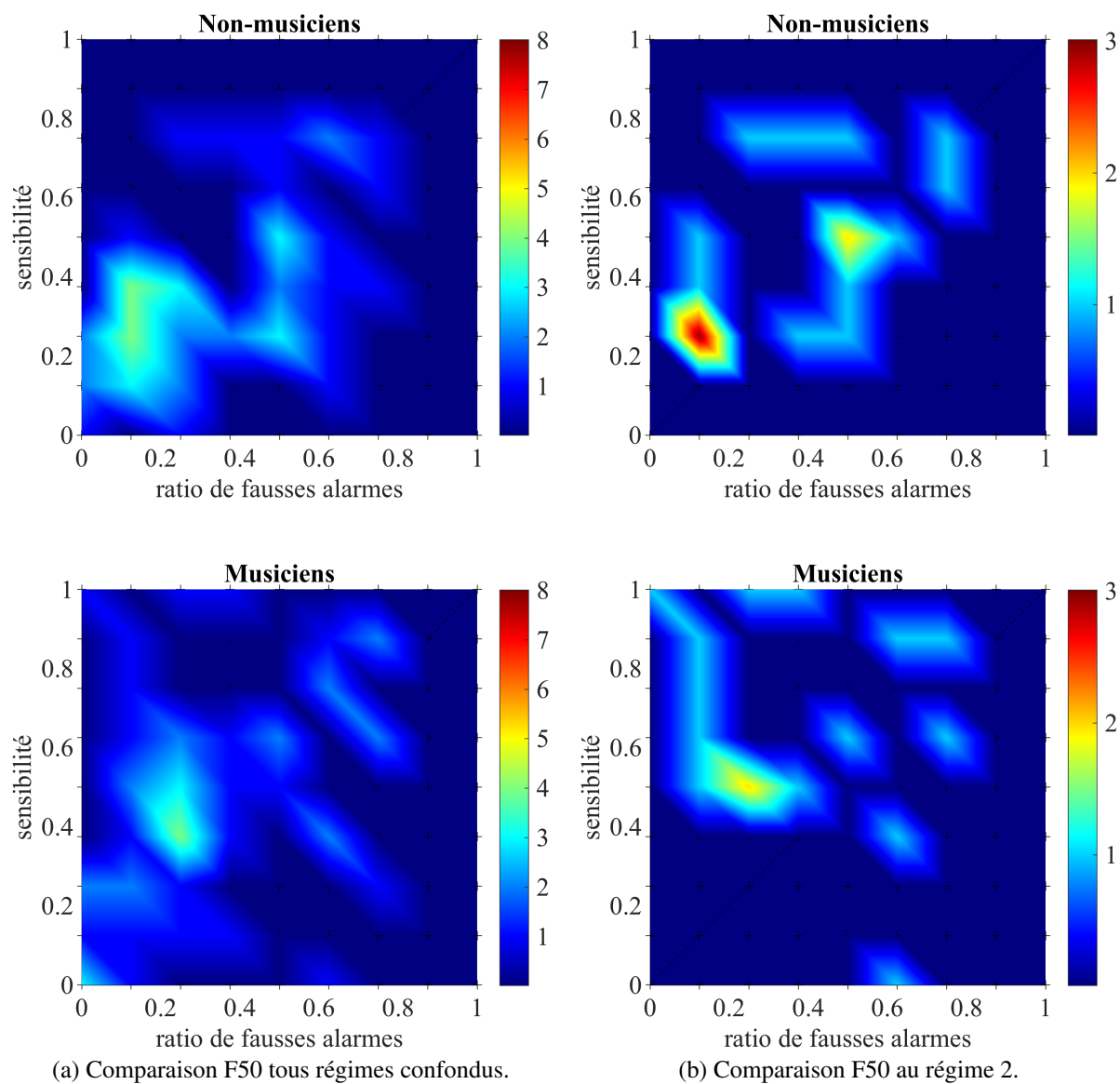
(a) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument élémentaire tous régimes confondus.

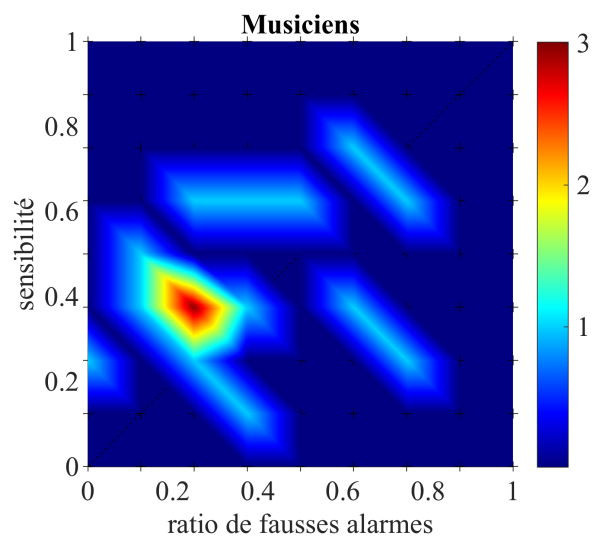
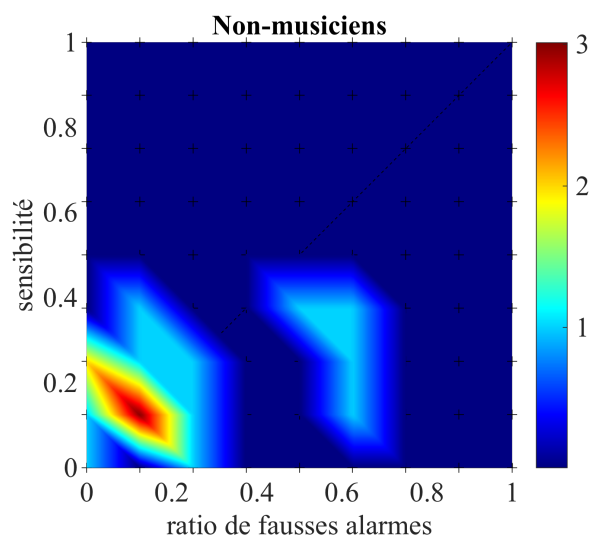
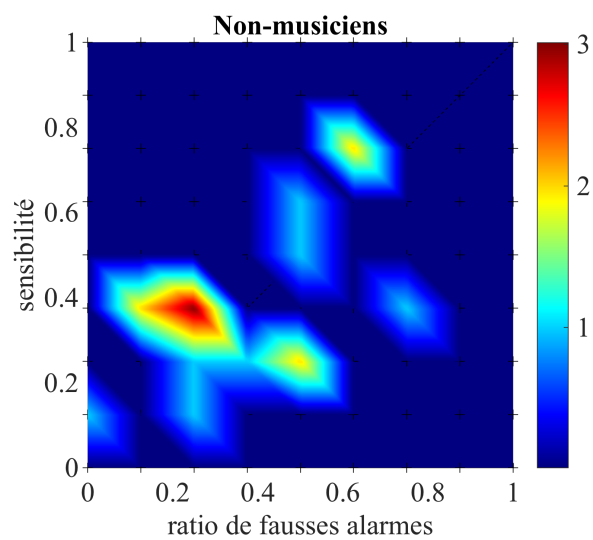
(b) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument élémentaire au régime 2.



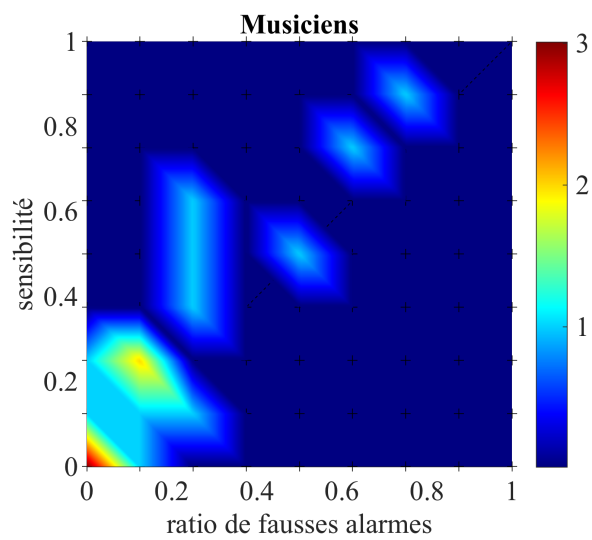
(a) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument élémentaire au régime 3.

(b) Comparaison entre l'instrument optimal et l'instrument élémentaire au régime 5.

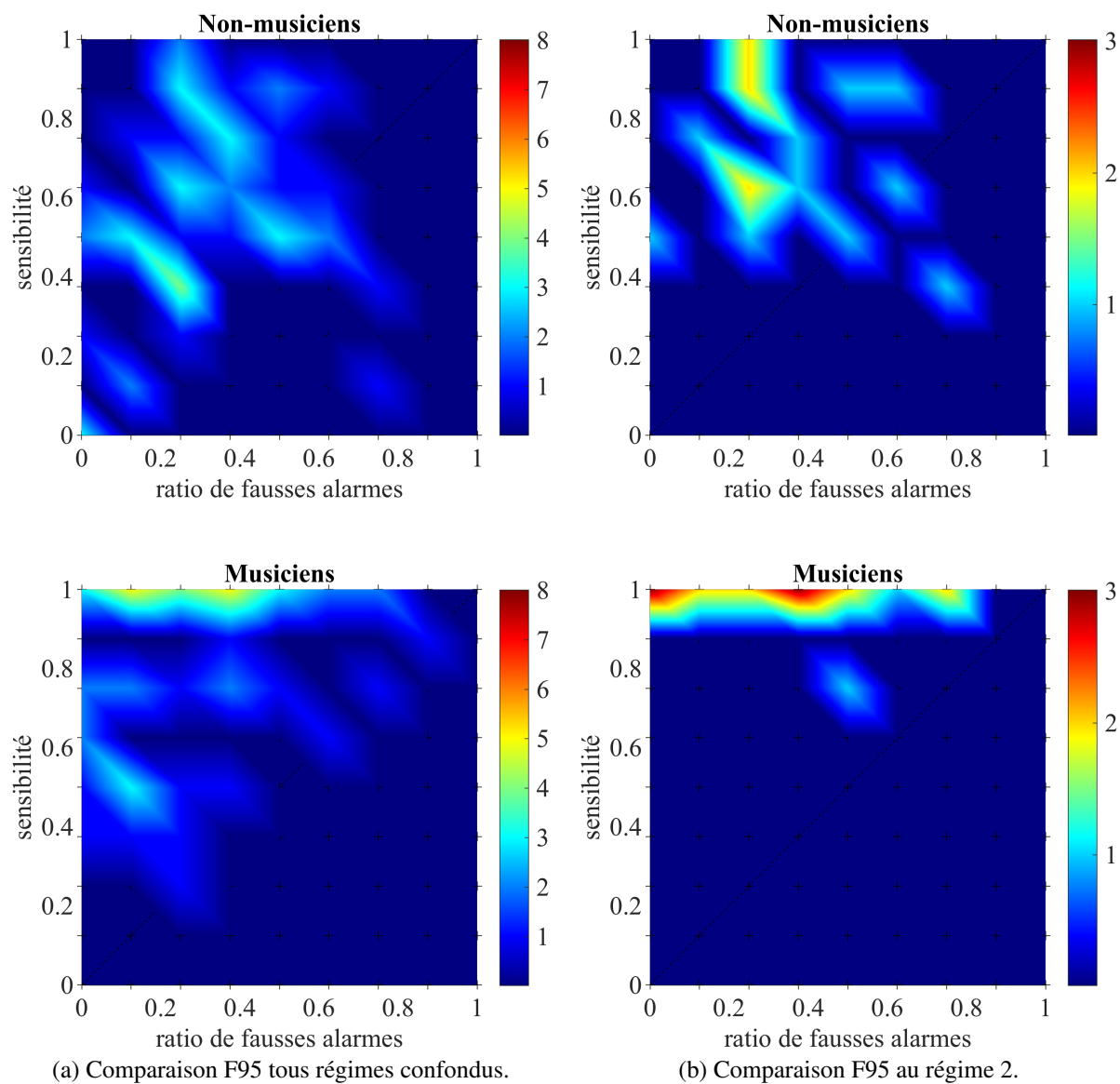


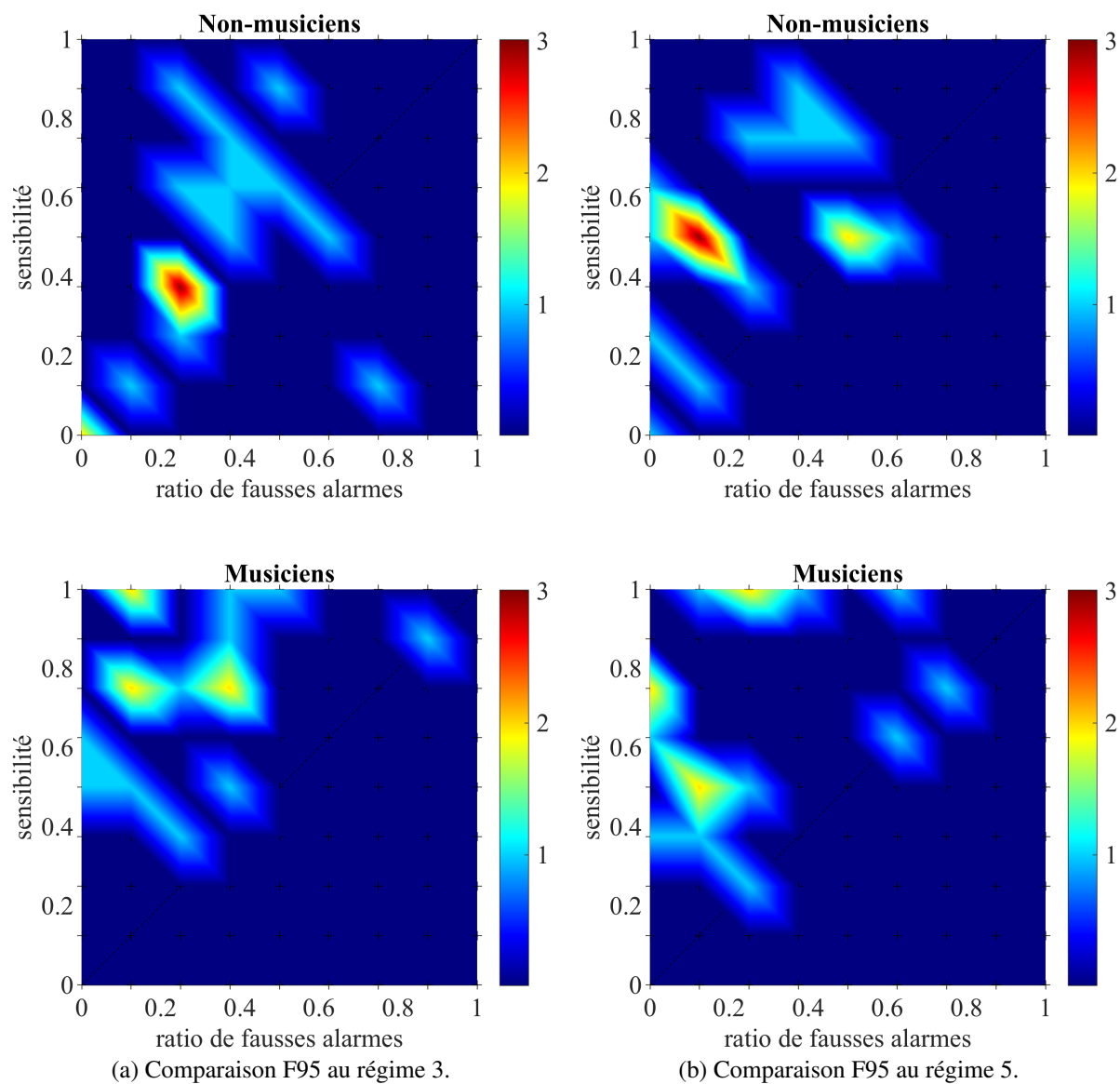


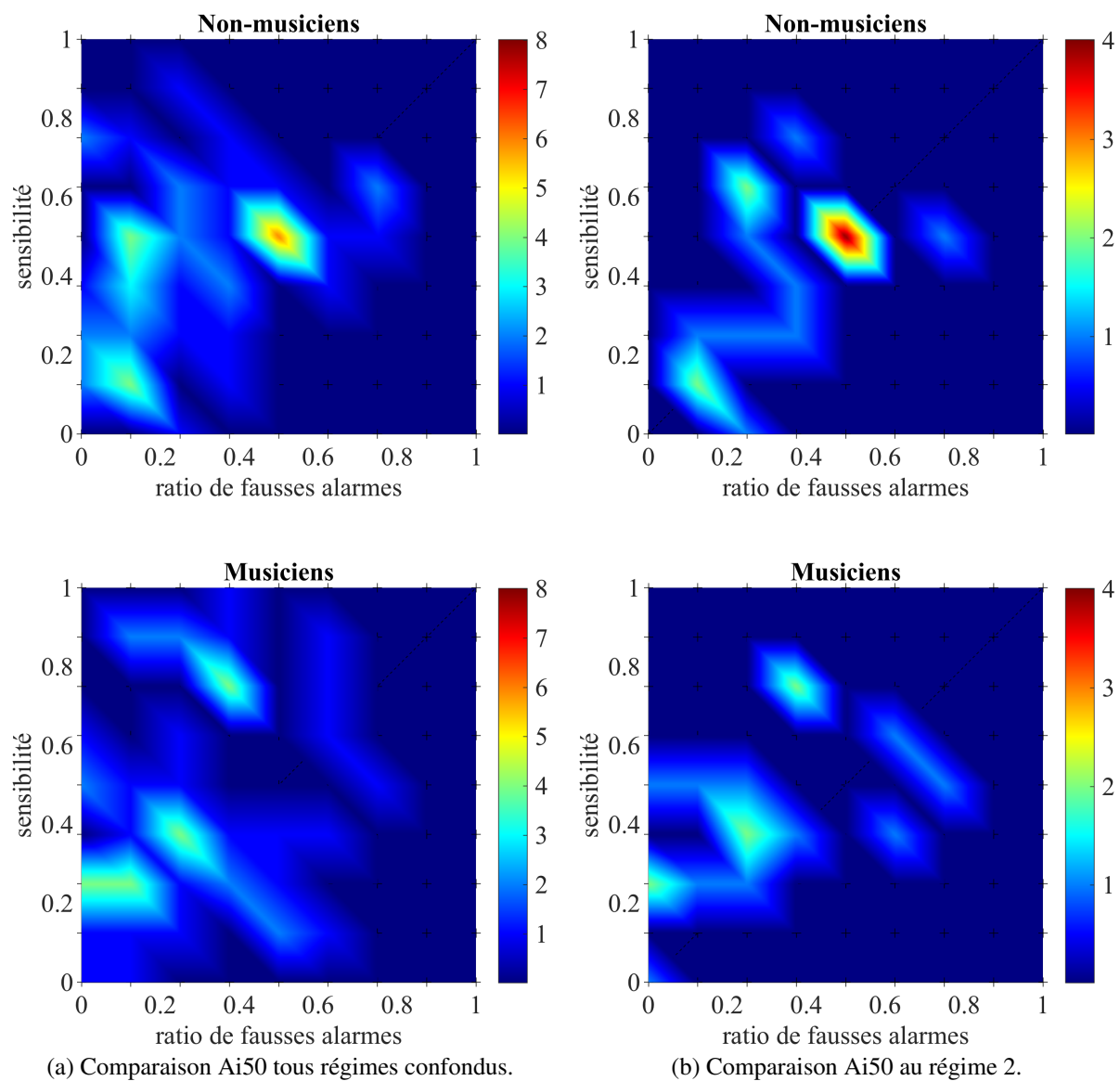
(a) Comparaison F50 au régime 3.

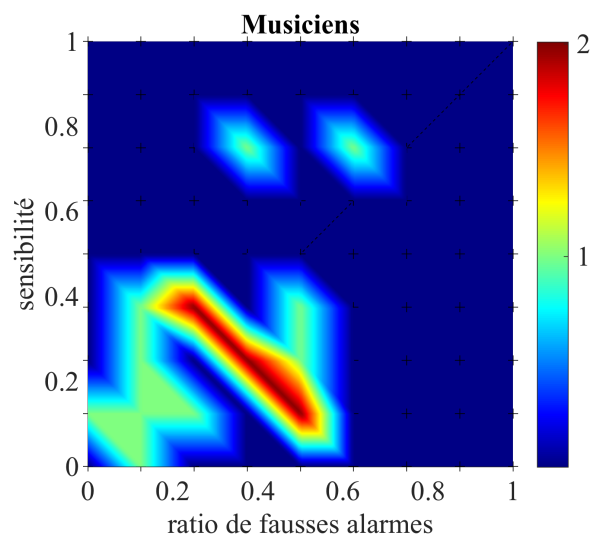
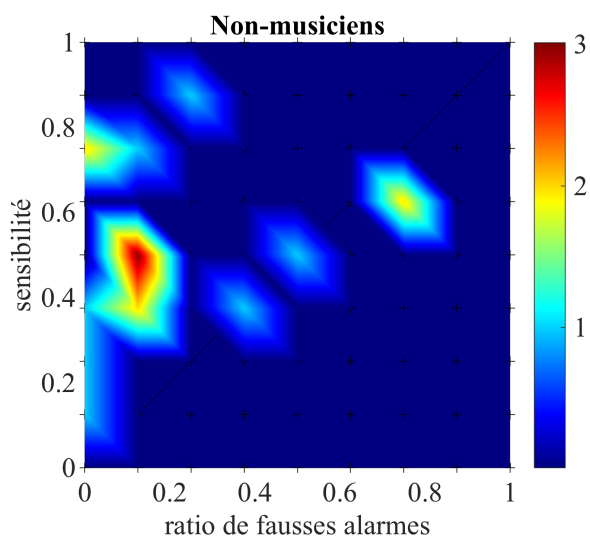
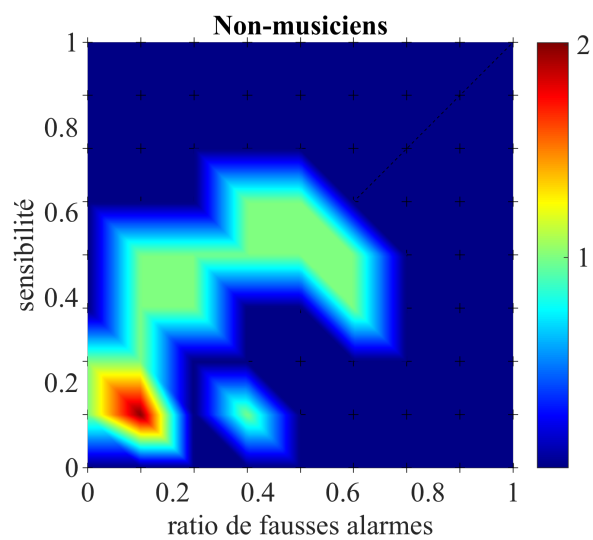


(b) Comparaison F50 au régime 5.

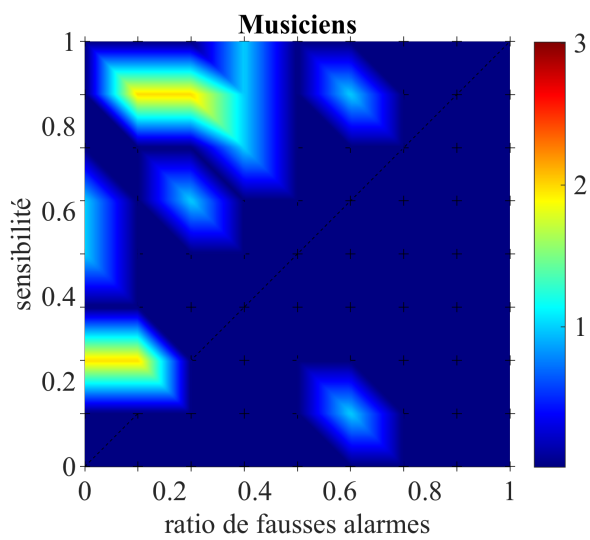




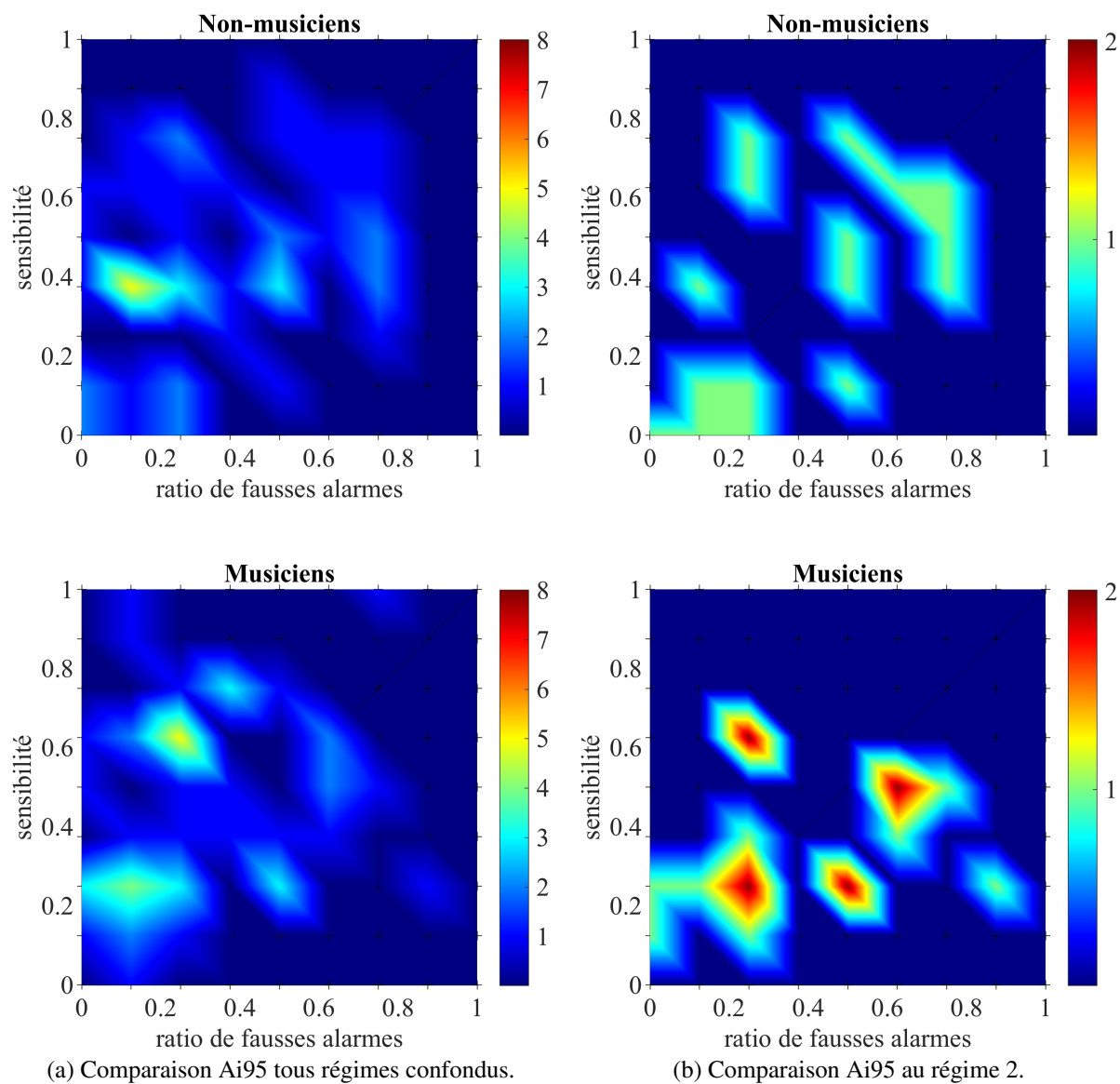


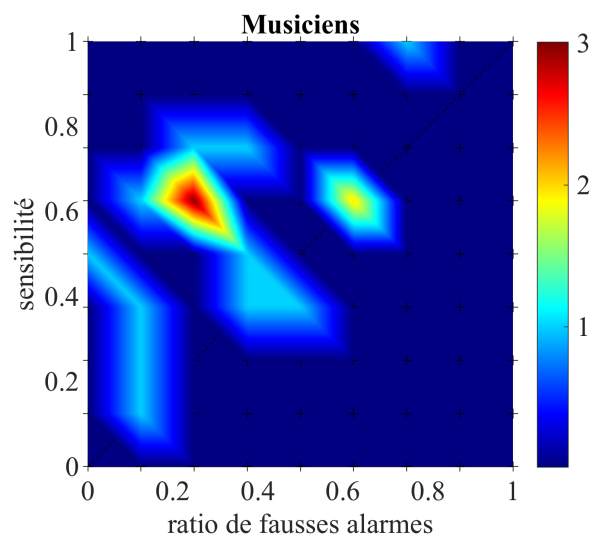
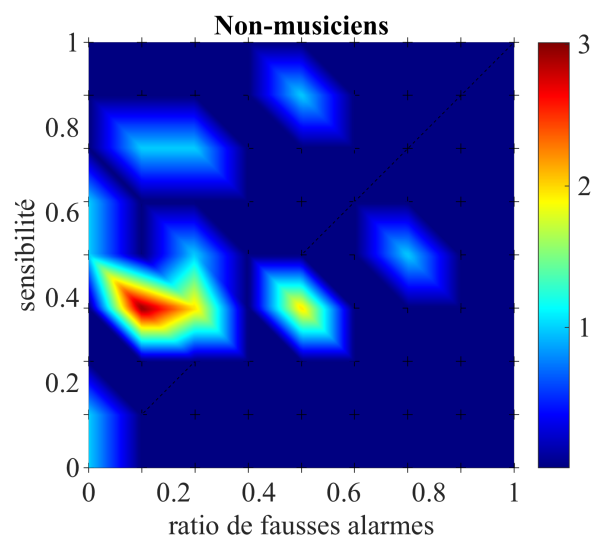
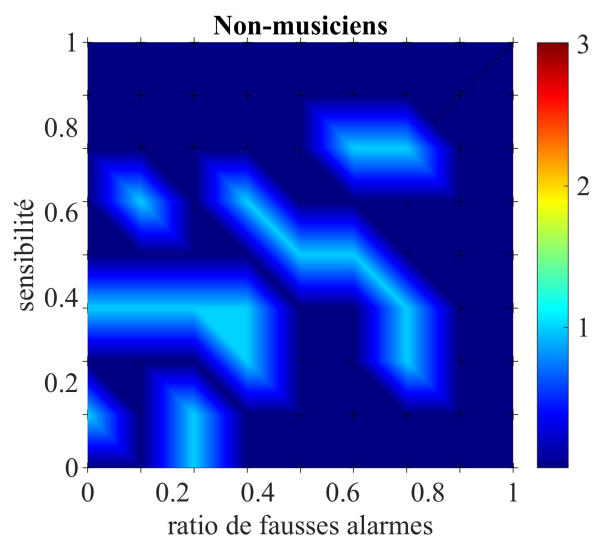


(a) Comparaison Ai50 au régime 3.

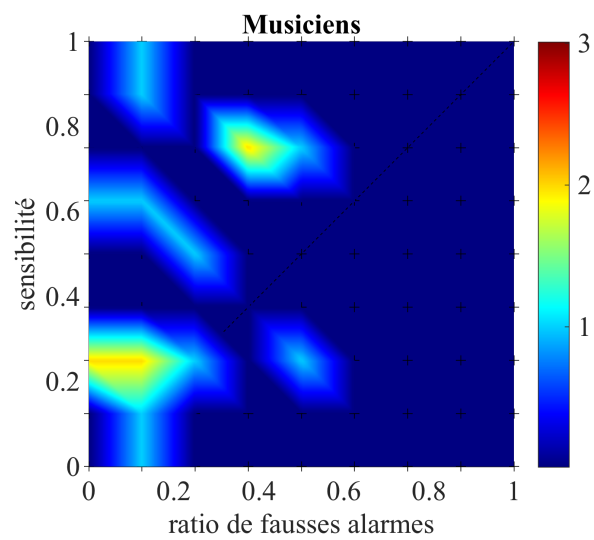


(b) Comparaison Ai50 au régime 5.





(a) Comparaison Ai95 au régime 3.



(b) Comparaison Ai95 au régime 5.

ANNEXE I d' des participants

Tableau I.1 d' de tous les participants musiciens selon chaque comparaison de chaque régime

	Régime 2						Régime 3						Régime 5					
	T_{opt}	T_{opt}	Ai50	Ai95	F50	F95	T_{opt}	T_{opt}	Ai50	Ai95	F50	F95	T_{opt}	T_{opt}	Ai50	Ai95	F50	F95
	V_s	V_s					V_s	V_s					V_s	V_s				
	T_{ref}	T_{ele}	T_{ref}	T_{ele}	T_{ref}	T_{ele}	T_{ref}	T_{ele}										
participant 1	3.19	2.56	1	0.476	2.3	2.18	2.56	1.88	-1.15	0.319	0	2.56	1.82	1.31	0.476	-0.626	-0.626	1.15
participant 2	-0.674	2.18	0	-0.476	-0.637	1.88	2.56	2.18	0.356	0.476	1.15	1.88	2.56	2.18	1	1	0	1.88
participant 3	1.31	2.18	0.674	0	0.319	3.19	2.18	2.18	0.476	0.993	0.356	0.319	2.18	0.993	0.476	1	1	1.31
participant 4	0.319	1.31	0	-0.319	0.476	1.59	0.993	1.88	0.993	1.35	0.637	1.88	0.476	1.47	-1.47	-0.674	0.356	0
participant 5	1.47	2.18	1.59	0	1.82	3.19	1.82	1.88	-0.626	0.832	0	1.82	1.35	1.47	2.3	0.993	0.476	0.832
participant 6	1.31	2.56	1	0.993	1.15	1.88	1.59	3.19	0.626	0	0.356	1.15	2.18	1.47	2.3	1.88	-0.476	1.15
participant 7	1.88	3.19	0	0.626	1.47	3.19	2.56	3.19	-0.476	1.47	0.832	1.59	0.674	0.993	1.82	1.47	0	0.674
participant 8	0	1.31	-0.674	-0.674	0.832	1.31	1.88	1.31	-0.319	0.993	0.319	0.993	1.88	1.88	1.47	0.993	0.476	1.31
participant 9	-1.15	0	-0.637	-1.82	-1.88	0.674	2.3	2.3	0.356	0.993	0.356	0.356	2.3	0.674	0.993	0	0.476	0
participant 10	2.18	1.59	1.15	0.993	3.19	2.56	1.15	2.18	-0.674	0	-1.35	0.993	3.19	2.18	1	0.476	0	2.56
participant 11	1.82	2.56	0.476	0.356	2.18	2.18	3.19	3.19	0	1.59	1	2.56	1.88	2.56	1.88	0.674	0.993	2.18
participant 12	0.674	2.18	0	-0.674	1.88	1.59	0.993	2.56	-1.15	0	-0.637	1.47	2.18	1.47	1.88	0	0.626	2.18
participant 13	1.47	1.31	0.993	-0.319	-0.356	1	1.35	1.59	0.832	0.993	0.993	1.82	2.56	2.18	1.59	0.476	0	2.18
participant 14	0.674	1.88	0.356	-0.674	0.674	1.88	0.993	2.56	-0.356	-0.319	-0.832	1.35	1.88	1.82	1.82	2.3	0.674	1.88
participant 15	1.88	2.18	0.356	1	0.674	2.56	1.31	1.59	-0.356	0	0.356	1.59	1.31	1	0.993	2.56	0.356	2.18
participant 16	0.319	1.31	0.993	-0.637	0.319	1	0.356	1.59	0.356	1	-0.356	0	0	0	0.832	0.674	0	0

Tableau I.2 d' de tous les participants non-musiciens selon chaque comparaison de chaque régime

	Régime 2						Régime 3						Régime 5					
	T_{opt}	T_{opt}	Ai50	Ai95	F50	F95	T_{opt}	T_{opt}	Ai50	Ai95	F50	F95	T_{opt}	T_{opt}	Ai50	Ai95	F50	F95
	V_s	V_s					V_s	V_s					V_s	V_s				
	T_{ref}	T_{ele}	T_{ref}	T_{ele}	T_{ref}	T_{ele}	T_{ref}	T_{ele}										
participant 17	0	1.35	-1	0	0.476	1.82	0.674	1.88	0	-0.476	0.356	0.356	1.82	-0.476	0.832	0.674	1	1.88
participant 18	0	0.637	0.993	0.674	0	0.674	1.15	1.47	0.832	1.47	0.832	0.356	0.476	0.476	0.832	0.356	0.626	1.59
participant 19	0.832	1.88	-0.356	-1	0.993	2.18	2.18	1.59	1.15	0.832	0	1.82	2.56	1.88	1.15	1.59	-0.476	1.35
participant 20	0.674	1.88	0	-0.319	-0.356	1.82	1.35	3.19	0.319	-1	-0.674	0.319	1.88	0.674	1.15	0.832	-1	0.356
participant 21	0.356	1.31	0	-0.356	0	0.637	0.319	0.626	0.674	0	0.356	0.993	1.59	0.356	2.18	1.35	0.832	0
participant 22	0	1	0.993	1.35	1.35	1.82	0	0.832	0.637	-0.319	0	0.319	0.356	-0.637	-0.356	1.15	-0.637	0
participant 23	0	1.59	0	0	-0.319	0	0.832	1.59	-0.637	-0.993	0.319	-0.319	0	0.356	-0.356	-0.674	-0.319	0.674
participant 24	-0.476	0.993	0.476	0	-0.674	0.993	0.626	2.56	1	1.31	0.626	0	0.476	1.15	1	0.626	1	0
participant 25	1.31	1.82	0	-0.476	0.476	0.993	0.637	0.832	0	0.637	0.356	0.356	1.31	1.31	0.626	0	0	1
participant 26	-0.319	1.82	0	-0.674	0	0.832	0.476	1.31	-0.319	0	-0.993	1.15	0.637	0.637	1.82	0.356	0	0.993
participant 27	1.82	1.59	0.993	0	0.674	1.15	0.993	1.15	0.319	-1.35	0.356	0.637	1.47	1.47	1.82	1.88	0	1.15
participant 28	1	2.18	0	-0.626	1.15	2.18	1.47	2.56	0.476	-0.356	-0.476	0	1.59	0.476	1.31	0.832	0	0
participant 29	1	1.88	0	0.832	0.832	1.59	0.832	1.88	0.626	0.626	0.832	0	1.82	1.35	0	-0.319	-0.993	1.47
participant 30	0.637	1.47	0	-0.993	-0.356	-0.993	0.476	1.35	0.356	0.356	0.356	0	0.356	-0.319	1.15	1.82	0.476	1.15
participant 31	0.319	1.88	0.674	-1.15	0.476	0.993	0.993	3.19	-0.832	0	-0.356	0.993	2.3	1.47	2.18	0.832	0	1.15
participant 32	0	1.15	-0.674	0.993	-0.319	0	-0.832	0	0	0.356	-0.674	-1.82	0	-0.319	0	-0.319	-1.47	-0.319