



HAL
open science

**Etude théorique et numérique du comportement
poro-plastique endommageable non saturé des
géomatériaux : application au stockage de déchets
radioactifs**

Tuan Anh Bui

► **To cite this version:**

Tuan Anh Bui. Etude théorique et numérique du comportement poro-plastique endommageable non saturé des géomatériaux : application au stockage de déchets radioactifs. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. École Nationale des Travaux Publics de l'État [ENTPE], 2014. Français. NNT : 2014ENTP0015 . tel-01631785

HAL Id: tel-01631785

<https://theses.hal.science/tel-01631785>

Submitted on 9 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour l'obtention du grade de
Docteur de l'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat

Université de Lyon

Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : *Génie Civil*

Préparée au Laboratoire Génie Civil et Bâtiment (LTDS/UMR 5513)

Présentée et soutenue publiquement par

Tuan Anh BUI

***ETUDE THEORIQUE ET NUMERIQUE DU COMPORTEMENT
PORO-PLASTIQUE ENDOMMAGEABLE NON SATURE DES GEOMATERIAUX***

-

APPLICATION AU STOCKAGE DE DECHETS RADIOACTIFS

Soutenue le 17/11/2014 devant le jury composé de :

Président	Ahmad POUYA	Directeur de recherche, CERMES, Champs-sur-Marne
Directeur de thèse	Henry WONG	Directeur de recherche, LGCB, Vaulx-en-Velin
Rapporteurs	Albert GIRAUD	Professeur, ENSG, Nancy
Rapporteurs	Jean-Michel PEREIRA	Chercheur HDR, CERMES, Champs-sur-Marne
Examineur	Frédéric DELERUYELLE	Ingénieur Expert, IRSN, Fontenay-aux-Roses
Examinatrice	Nathalie DUFOUR	Docteur, CETE Nord Picardie, Haubourdin

Remerciements

.....

Résumé

Ce travail de thèse a pour objet l'étude du comportement hydromécanique endommageable des géomatériaux non saturés. Plus précisément, cette recherche est appliquée à l'étude du comportement de galeries de stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde.

Dans un premier temps, après avoir résumé les principaux traits du comportement hydromécanique des géomatériaux, en insistant sur l'effet de la succion et de la l'endommagement mécanique, un nouveau modèle PPE-NS couplant les aspects hydromécaniques, de plasticité et d'endommagement isotrope est présenté. Etabli dans le cadre de la thermodynamique des milieux poreux, il est basé sur le concept de contrainte effective plastique et de la pression interstitielle équivalente. Supposant une distribution bimodale de tailles des pores pour les milieux poreux endommagés, l'effet d'endommagement sur le comportement hydraulique est modélisé au moyen des fonctions phénoménologiques. L'endommagement intervient donc aussi bien sur le comportement mécanique qu'hydraulique dans ce modèle. La prise en compte des contributions à l'énergie des interfaces venant à la fois de l'interaction mécanique entre les phases solide et fluide (via la pression équivalente) et du mécanisme physico-chimique de rétention d'eau (via la fonction de rétention d'eau) permet à ce modèle de décrire de façon pertinente le couplage bilatéral entre elles.

Dans un deuxième temps, ce modèle rhéologique est appliqué pour le comportement de l'argillite du Callovo-Oxfordian, qui est potentiellement la roche hôte du stockage de déchets nucléaires en France, afin d'étudier les évolutions hydromécaniques d'une galerie type selon son cycle de vie simplifié. Tout d'abord, ce modèle est validé par des essais mécaniques et hydrauliques au laboratoires, en considérant des échantillons « homogènes ». Ensuite, l'approche analytique est utilisée pour constituer une solution exacte de référence de ce problème dans un cas limite d'une roche hôte poro-viscoplastique saturée. Cette solution permet de mieux comprendre l'effet du fluage sur le comportement de la galerie et aussi de tester la fiabilité d'autres solutions numériques complexes développées par la suite. Enfin, l'approche numérique des éléments finis est mise en œuvre afin d'implémenter le nouveau modèle PPE-NS dans un code de calcul initialement développé au LGCB (Laboratoire Génie Civil et Bâtiment). Sa validité est partiellement vérifiée en considérant le comportement « limite » en poroélasticité d'une galerie non revêtue où des solutions quasi-analytiques ont été développées. Des études paramétriques dans le cas général d'un tunnel revêtu montrent la cohérence du modèle et mettent en lumière l'influence de la désaturation sur le comportement de la galerie.

Mots-clés : couplage hydromécanique, géomatériaux non saturés fissurés, endommagement, poroplasticité, fluage, stockage de déchets radioactifs, perméabilité, courbe de rétention d'eau, approche analytique, approche numérique

Abstract

This thesis aims to study the damageable hydromechanical behavior of unsaturated geomaterials. More precisely, the research is applied to study the behavior of underground galleries of radioactive waste disposals in deep geological formations.

Firstly, after summarizing the main features of the hydro-mechanical behavior of geomaterials, emphasizing the effect of suction and damage, a new model PPE-NS coupling hydromechanical interactions with plasticity and isotropic damage is presented. Established in the framework of thermodynamics of porous media, it is based on the concept of the so called plastic effective stress and equivalent pore pressure. Assuming a bimodal pore size distribution for cracked porous media and using the concept of bundle cylindrical capillaries, damage effects on hydraulic behaviour (water retention curve and hydraulic conductivity) is modelled using phenomenological functions. The accountance of the contributions to the interfacial energy from the mechanical internations between solid and fluid phases (via the equivalent pore pressure) as well as the physico-chemical mechanism of water retention (via the water retention function) enables this model to describe in a pertinent manner bilateral couplings between them.

Secondly, this constitutive model is applied to Callovo- Oxfordian argillite, which is the potential host rock for the French nuclear waste disposal, and then to study the evolution of the hydromechanical responses of an underground gallery according to its simplified life cycle. The model is first validated against a range of mechanical and hydraulic laboratory tests, considering "homogeneous" samples. The analytical approach is then used to provide an exact reference solution of this problem in the limiting case of a saturated poro-viscoplastic host rock. This solution allows to better understand the effect of creep on the behavior of the gallery and also to test the precision of other complex numerical solutions . Finally, the numerical approach using finite elements is used to implement the new model EPP-NS in a computer code originally developed in LGCB (Laboratoire Génie Civil et Bâtiment). Its validity is partly checked by examining the poroelastic behavior of an unlined tunnel where quasi-analytical solutions have been developed. Parametric studies in the general case of a lined tunnel demonstrate the consistency of the model and highlight the influence of desaturation on the behavior of the gallery.

Keywords: hydromechanical coupling, cracked unsaturated geomaterials, damage, poroplasticity, creep, radioactive waste disposal, permeability, water retention curve, analytical modelling, numerical modelling.

Sommaire

1.	INTRODUCTION.....	35
1.1	Stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde.....	35
1.1.1	Origine et classification des déchets radioactifs	35
1.1.2	Gestion des déchets de haute activité à vie longue en France.....	36
1.1.3	Gestion des déchets de haute activité à vie longue dans d'autres pays.....	41
1.2	Problématique et objectifs du travail	42
1.2.1	Problématique.....	42
1.2.2	Objectifs	45
1.2.3	Méthodologie	46
2.	COMPORTEMENT HYDRO-MECANIQUE DES MATERIAUX POREUX.....	51
2.1	Physiques des matériaux poreux.....	51
2.1.1	Phases existantes dans les matériaux poreux et leurs états	51
2.1.2	Succion dans des matériaux non saturés	56
2.2	Aperçu du comportement des matériaux poreux et ses modélisations.....	62
2.2.1	Principaux traits sur le comportement des matériaux poreux.....	62
2.2.2	Modélisations du comportement des matériaux poreux dans la littérature	68
2.3	Propriétés hydrauliques des matériaux poreux.....	80
2.3.1	Propriétés de rétention d'eau	80
2.3.2	Transfert des fluides dans les milieux poreux	92
3.	APPROCHE ENERGETIQUE POUR LES MILIEUX NON SATURES	103
3.1	Eléments de base.....	103
3.1.1	Concept général et description cinématique.....	103
3.1.2	Lois de conservation.....	107
3.1.3	Thermodynamiques des milieux poreux.....	111
3.2	Poroélasticité des milieux poreux.....	114
3.2.1	Comportement des fluides	114
3.2.2	Comportement du squelette.....	115
3.2.3	Pression équivalente et l'énergie des interfaces.....	120
3.3	Prise en compte de la plasticité dans le comportement des matériaux poreux.....	124
3.3.1	Formulation générale du comportement Poro-Elasto-(Visco-)Plastique Non Saturé	125
3.3.2	Cas de l'élasto-plasticité (instantanée)	127
3.3.3	Cas de la visco-plasticité	129

4.	ENDOMMAGEMENT EN MILIEUX NON SATURES	137
4.1	Endommagement : de Micro à Macro.....	137
4.1.1	Physique de l'endommagement.....	137
4.1.2	Modèles micromécaniques de l'endommagement des milieux secs	140
4.1.3	Modèles phénoménologique de l'endommagement des milieux secs.....	145
4.2	Endommagement des milieux non saturés.....	158
4.2.1	Comportement hydromécanique couplé à l'endommagement	158
4.2.2	L'influence de l'endommagement sur les propriétés hydrauliques	164
5.	CADRE GENERAL DU MODELE	175
5.1	Introduction du développement d'un nouveau modèle	175
5.1.1	Résultats expérimentaux essentiels des roches argileuses.....	175
5.1.2	Résumé des points clés sur le comportement de l'argilite.....	180
5.1.3	Problématique de la modélisation hydro-mécanique	181
5.2	Formulation thermodynamique du modèle	182
5.2.1	Hypothèses principales et choix des variables d'état.....	182
5.2.2	Formulation thermodynamique	184
5.2.3	Lois d'état et lois supplémentaires.....	186
5.2.4	Quelques commentaires sur cette formulation thermodynamique	187
6.	MODELISATION DE LA PARTIE HYDRAULIQUE	191
6.1	Modélisation de la WRC et de l'énergie des interfaces.....	191
6.1.1	Hypothèses principales.....	191
6.1.2	Formulation énergétique de la fonction de rétention d'eau et l'influence de la porosité	192
6.1.3	Fonction de rétention d'eau des milieux fissurés à porosité de référence	193
6.1.4	Expression de l'énergie des interfaces.....	196
6.1.5	Fonction de rétention d'eau des milieux fissurés à porosité quelconque	197
6.2	Modélisation des lois de transfert	199
6.2.1	Lois de transfert de l'eau liquide et de l'air gazeux	199
6.2.2	Modélisation de la perméabilité à l'eau.....	200
6.2.3	Modélisation de la perméabilité au gaz.....	203
7.	MODELISATION DE LA PARTIE MECANIQUE.....	207
7.1	Formulation concrète de la partie mécanique.....	207
7.1.1	Potentiel de Gibbs - Equations poro-élastiques.....	207
7.1.2	Potentiel de dissipation plastique - Lois d'évolutions.....	209
7.1.3	Potentiel de dissipation de l'endommagement - Lois d'évolutions	214
7.2	Résumé du modèle PPE-NS	217
7.2.1	Récapitulatif du modèle de comportement PPE-NS.....	217
7.2.2	Liste des paramètres matériels.....	217

7.2.3	Equations incrémentales	222
8.	VALIDATIONS DU MODELE PAR DES ESSAIS DE LABORATOIRE.....	231
8.1	Identification des paramètres et fonctions spécifiques du modèle pour l'argilite du COX.....	231
8.1.1	Introduction du matériau utilisé dans la série d'essais simulée	231
8.1.2	Identification des paramètres mécaniques.....	232
8.1.3	Identification des paramètres hydrauliques	235
8.2	Simulations des essais au laboratoire	240
8.3	Etudes paramétriques.....	247
9.	ETUDE ANALYTIQUE DU COMPORTEMENT D'UNE CAVITE SOUTERRAINE ...	255
9.1	Généralité du problème IRSN et du modèle (semi) analytique	255
9.1.1	Problématique.....	255
9.1.2	Introduction du problème.....	256
9.1.3	Cadre théorique général.....	258
9.1.4	Méthode de résolution.....	260
9.2	Solutions pour le comportement « à court terme » de la galerie	260
9.2.1	Phase 1 : Excavation instantanée ($0 \leq t \leq t_1 = 0 +$).....	261
9.2.2	Phase 2 : Attente du revêtement ($t_1 \leq t \leq t_2$).....	262
9.2.3	Phase 3 : Exploitation de la galerie ($t_2 \leq t \leq t_3$)	266
9.3	Solutions pour le comportement « à long terme » de la galerie	271
9.3.1	Equations et résultats principaux des 3 premières phases pour $\nu = 0.5$	271
9.3.2	Comportement du remblai.....	272
9.3.3	Comportement du massif	274
9.4	Applications numériques.....	278
9.4.1	Applications pour les trois premières phases.....	278
9.4.2	Applications pour la phase de post-fermeture	293
10.	ETUDE NUMERIQUE DU COMPORTEMENT D'UNE CAVITE SOUTERRAINE.....	303
10.1	Modélisation par éléments finis.....	303
10.1.1	Formulation du problème global.....	304
10.1.2	Discrétisation.....	308
10.2	Algorithmes de calcul.....	312
10.2.1	Algorithme global et local.....	312
10.2.2	Algorithme de calcul des contraintes	316
10.3	Code de calcul « Hydromech » programmé en C++	320
10.3.1	Cadre général du code de calcul C++	320
10.3.2	Description détaillée du code.....	322
10.4	Application numérique pour le problème cavité souterraine.....	326
10.4.1	Simulation 1: cas d'une cavité non revêtue dans un massif poroélastique non saturé	327

Sommaire

10.4.2	Simulation 2 : cas d'une cavité revêtue dans un massif PPE-NS	336
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		353
BIBLIOGRAPHIE.....		361
ANNEXES.....		375

Liste des figures

Fig 1-1. Niveau de radioactivité (a) et volume (b) relatifs des déchets radioactifs par type de déchets, en France, fin 2010 (ANDRA, 2012).....	36
Fig 1-2. Installations de surface et souterraines autour des puits du laboratoire souterrain de Bure (www.andra.fr)	38
Fig 1-3. (a) Laboratoire de Bure (Bérest & Shapira, 2011)– (b) Argilites du COx	38
Fig 1-4. Schéma de principe du projet de centre industriel de stockage géologique Cigéo (ANDRA, 2009)	39
Fig 1-5. (a) Schéma d'une installation de stockage en couche géologique profonde (www.andra.fr) ; (b) Alvéole du concept tunnel court en cours d'exploitation (ANDRA, 2005)	40
Fig 1-6. Concept multi-barrières	41
Fig 1-7. Phénomènes possibles dans la phase de Post-fermeture.....	46
Fig 2-1. L'état saturé des milieux poreux (http://southwest.library.arizona.edu)	51
Fig 2-2. Le retrait progressif de l'eau dans les sols non saturés lors d'un séchage (Fredlund & Rahardjo, 1993)	52
Fig 2-3. Interprétation physique de la tension de surface (Coussy, 2010).....	53
Fig 2-4. Exemple de la nucléation des bulles d'air dans un milieu poreux par cavitation (Vincent, 2006).....	54
Fig 2-5. Illustration du phénomène de succion (Tarantino, 2010).....	56
Fig 2-6. Illustration du phénomène capillaire pour des ménisques d'eau.....	57
Fig 2-7. Capillarité dans un tube capillaire (Pereira, 2005)	58
Fig 2-8. Interaction électrostatique pour l'adsorption d'eau (Murray & Sivakumar, 2010)	59
Fig 2-9. Forces intergranulaires (illustration modifiée de la version originale de (Loret & Gajo, 2004))	62
Fig 2-10. Surface d'état de (Matyas & Radhakrishna, 1968) (citée de (Delage & Cui, 2001))	64
Fig 2-11. Essai d'effondrement œdométrique pour le lœss de Picardie (cité de (Delage & Cui, 2001))	66
Fig 2-12. Illustration de la limite de retrait (cité de (Sheng, et al., 2008))	66
Fig 2-13. Essai œdométrique à succion contrôlée (Barden, et al., 1969) (cité de (Delage & Cui, 2001))	67

Fig 2-14. Essai triaxial à succion contrôlée pour le limon de Jossigny (Cui & Delage, 1996) a) Déviateur-Déformation axiale ; b) Déformation volumique-Déformation axiale.....	68
Fig 2-15. Relation χ_s et S_w pour de différents sols (cité de (Nuth & Laloui, 2008a)).....	69
Fig 2-16. Domaine élastique de (Alonso, et al., 1990) dans a) Plan $p_c - p''$ et b) Espace $p_c - p'' - q''$	72
Fig 2-17. Surface de charge de (Cui & Delage, 1996).....	73
Fig 2-18. Surface de charge du modèle SFG (Sheng, et al., 2008).....	76
Fig 2-19. Surface de charge de (Wheeler, et al., 2003).....	78
Fig 2-20. Illustration de la WRC (modifiée de (Fredlund & Xing, 1994)).....	81
Fig 2-21. Illustration conceptuelle du BCC (Tuller & Or, 2004).....	86
Fig 2-22. PSD bimodale dans l'échelle pF du sol Polonais Baborowko (h est la succion) (Dexter, et al., 2008).....	88
Fig 2-23. a/ Tapis de Sierpinski ; b/ Eponge de Menger (wikipedia.fr).....	89
Fig 2-24. Remplissage d'un pore angulaire lors d'une imbibition (Tuller, et al., 1999).....	90
Fig 2-25. Pores elliptiques de (Tong, et al., 2012).....	91
Fig 2-26. a/ Effet de bouteille d'encre (Lu & Likos, 2004); b/ Hystérésis de l'angle de contact (Tarantino, 2010).....	92
Fig 3-1. Fractions volumiques des phases dans le milieu non saturé.....	104
Fig 3-2. Illustration du principe de superposition (cité de (Pereira, 2005)).....	104
Fig 3-3. Configuration initiale et actuelle (cité de (Coussy, 2004)).....	105
Fig 3-4. Energie des interfaces avec hystérésis capillaire (Coussy, 2004).....	123
Fig 3-5. Modèle morphologique de l'espace poral.....	123
Fig 3-6. Domaine élastique dans la théorie de la viscoplasticité.....	130
Fig 4-1. Modèle de propagation de fissure d'aile (d'après (Nemat-Nasser & Horii, 1993))..	138
Fig 4-2. Géométrie d'une microfissure.....	140
Fig 4-3. Forme ovale pour la distribution de la densité de fissuration (Lubarda & Krajcinovic, 1993).....	143
Fig 4-4. Illustration du PED (Zhang & Cai, 1995).....	149
Fig 4-5. Comparaison des principes d'équivalence dans le diagramme déformation-contrainte (Dufour, 2012).....	151
Fig 4-6. Contrainte résiduelle de (Halm & Dragon, 1996) dans le diagramme contrainte-déformation.....	154
Fig 4-7. Etat mécanique équivalent (Swoboda & Yang, 1999).....	154
Fig 4-8. Fissuration par le gradient d'humidité dans les bétons (Bazant & L'Hermite, 1988).....	159

Fig 4-9. <i>Illustration des surfaces de charge des phénomènes plastiques ayant de différents temps caractéristiques</i> (Zhou, et al., 2008).....	162
Fig 4-10. <i>Détermination de la WRC à différents états de fissuration</i> (Li, et al., 2011).....	165
Fig 4-11. <i>Décomposition des déformations</i> (Arson & Pereira, 2013)	166
Fig 4-12. <i>Evolution de la perméabilité lors d'un essai triaxial</i> (Souley, et al., 2001) <i>adaptée de</i> (Paterson, 1978)).....	167
Fig 5-1. <i>Microstructure de l'argillite COx par la SEM</i> (Wang, 2012)	175
Fig 5-2. <i>PSD de l'argilite du COx</i> (Cariou, et al., 2013).....	176
Fig 5-3. <i>WRC de l'argilite du COx</i> (Wan, et al., 2013)	176
Fig 5-4. <i>Essai triaxial à différentes teneur volumique en eau</i> (Chiarelli, et al., 2003).....	177
Fig 5-5. <i>Essai uniaxial à différents RH</i> (Pham, 2006)	177
Fig 5-6. <i>Evolution de la perméabilité pendant des essais triaxiaux</i> (Zhang, et al., 2010)	178
Fig 5-7. <i>Résistance au pic et résiduelle de l'argilite du COx</i> (Zhang & Rothfuchs, 2004).....	179
Fig 5-8. <i>Couplages possibles entre l'endommagement, le comportement mécanique et le comportement mécanique</i>	181
Fig 6-1. <i>Identification de l'énergie des interfaces par intégral par parties</i>	197
Fig 6-2. <i>Identification de la WRC à une porosité quelconque</i>	198
Fig 7-1. <i>Evolution de α_p selon la déformation axiale dans un essai triaxial</i>	212
Fig 7-2. <i>Evolution de la surface de charge dans un essai triaxial (flèche continue : écrouissage, flèche pointillée : radoucissement)</i>	212
Fig 7-3. <i>Evolution de la surface du potentiel plastique et de la direction des déformations plastiques dans un essai triaxial (flèche pointillée : sens de l'évolution)</i>	213
Fig 8-1. <i>Illustration de la détermination des modules élastiques</i>	233
Fig 8-2. <i>Illustration de la détermination de A_f et C_s</i>	234
Fig 8-3. <i>Simulation numérique de l'évolution de l'endommagement et de la relation contrainte-déformation</i>	235
Fig 8-4. <i>Fonction de PSD de l'argilite pour le réseau des pores naturels g_{1pc}</i>	238
Fig 8-5. <i>Fonction de PSD de l'argilite pour le réseau des fissures g_{2pc}</i>	238
Fig 8-6. <i>Essais de compression triaxiale à différente teneur en eau avec la pression de confinement : a) 5 MPa ; b) 2 MPa</i>	240
Fig 8-7. <i>Evolution avec les pressions de confinement de 5 MPa et 2 MPa de a) l'endommagement ; b) la porosité</i>	241
Fig 8-8. <i>Evolution de la WRC aux pressions de confinement de a) 5 MPa ; b) 2 MPa</i>	242
Fig 8-9. <i>Zoom de la Fig 8-8 (A) l'état initial ; (B) autour du pic ; (C) l'état résiduel</i>	243

Fig 8-10. Evolution de la perméabilité saturée à l'eau pendant les essais à différentes pression de confinement Traits continus : 5 MPa ; Traits pointillés : 2MPa ; Traits bleus : ce travail ; Traits rouges : Modèle de Kozeny-Carman.....	244
Fig 8-11. Evolution de la perméabilité saturée à l'eau pendant les essais selon la variable d'endommagement	245
Fig 8-12. Evolution de la perméabilité totale à l'eau (m^2) des échantillons intacts selon le degré de saturation	245
Fig 8-13. Evolution de la perméabilité totale à l'eau lors des essais triaxiaux à différents moments à la pression de confinement de 2 MPa.....	246
Fig 8-14. Influences de r_1 sur a) le comportement contrainte-déformation ; b) l'endommagement ; c) la perméabilité.....	248
Fig 8-15. Influences de b_{pl} sur a) le comportement contrainte-déformation ; b) l'endommagement ; c) la perméabilité.....	249
Fig 8-16. Influences de ζ sur a) le comportement contrainte-déformation ; b) l'endommagement ; c) la perméabilité.....	250
Fig 8-17. Influences de ζ sur la pression équivalente (traits pointillés) et sur la contribution interfaciale (traits continus).....	251
Fig 9-1. Cycle de vie simplifié d'une galerie type.....	257
Fig 9-2. Scénarios possibles pour le mouvement de différentes composantes dans la Phase 4	275
Fig 9-3. Evolution temporelle des déplacements normalisés à trois différents points $r = a$, $r = 2a$ et $r = 4a$).....	280
Fig 9-4. Profils du déplacement normalisé aux différents instants.....	280
Fig 9-5. Profils de pression d'eau normalisée aux différents instants	281
Fig 9-6. Profils des contraintes totales principales normalisées à t_2^* (pose du revêtement-traits continus) et à $t^* = 5$ (traits pontillés)	281
Fig 9-7. Evolution temporelle de la pression normalisée du soutènement.....	282
Fig 9-8. Evolution temporelle de la pression normalisée du soutènement avec de différentes viscosités	283
Fig 9-9. Evolution temporelle de la convergence normalisée selon de différentes valeurs de la viscosité a) Echelle de temps normale ; b) Echelle de temps logarithmique	284
Fig 9-10. Profils de la pression d'eau normalisée à 20 ans avec de différentes valeurs de la viscosité.....	285
Fig 9-11. Profils de la pression d'eau normalisée à 20 ans avec de différentes valeurs de t_2 (temps de pose du revêtement)	285
Fig 9-12. Evolution temporelle de la convergence normalisée avec de différentes valeurs de t_2 (temps de pose du revêtement)	286

Fig 9-13. Evolution de la pression du soutènement normalisée avec de différentes valeurs de t_2 (temps de pose du revêtement).....	286
Fig 9-14. Profils du déplacement normalisé à 100 ans avec de différentes valeurs de la conductivité hydraulique λ_h	287
Fig 9-15. Evolution de la pression d'eau normalisée à 100 ans avec de différentes valeurs de la conductivité hydraulique λ_h	287
Fig 9-16. Evolution convergence relative avec de différentes valeurs du coefficient de Poisson selon a) l'échelle de temps normale ; b) l'échelle de temps logarithmique.....	288
Fig 9-17. Evolution temporelle de la pression du soutènement normalisée avec de différentes valeurs du coefficient de Poisson.....	289
Fig 9-18. Profils de la pression d'eau normalisée à 20 ans avec de différentes valeurs du coefficient de Poisson.....	289
Fig 9-19. Evolution temporelle de la convergence : Analytique (trait continu) et Numérique (trait pointillé).....	290
Fig 9-20. Evolution temporelle de la pression du soutènement : Analytique (trait continu) et Numérique (trait pointillé)	291
Fig 9-21. Profils du déplacement par l'approche analytique (traits continus) et numérique (traits pointillés) à a) 1 jour ; b) 2 mois et 150 ans.....	292
Fig 9-22. Profils de la pression d'eau aux différents instants	292
Fig 9-23. Evolutions temporelles du déplacement normalisé à 3 endroits différents ($r = a$, $r = 2a$, $r = 4a$) a) l'échelle de temps normale ; b) l'échelle de temps logarithmique.....	293
Fig 9-24. Profils du déplacement normalisé à de différents moments	294
Fig 9-25. Déplacement en paroi du massif et du revêtement	295
Fig 9-26. Evolution temporelle de la pression d'eau normalisée en paroi du tunnel.....	295
Fig 9-27. Profils de la pression d'eau normalisée aux différents instants.....	296
Fig 9-28. Evolution temporelle de la pression du soutènement normalisée	296
Fig 9-29. Evolution temporelle de la convergence relative avec de différentes valeurs de la viscosité a) l'échelle de temps normale ; b) l'échelle de temps logarithmique	297
Fig 9-30. Evolution temporelle de la pression interstitielle en paroi du massif avec de différentes conductivités hydrauliques	298
Fig 9-31. Evolution temporelle de la convergence relative avec de différentes conductivités hydrauliques	298
Fig 9-32. Evolution temporelle de la convergence relative avec de différentes valeurs de t_3	299
Fig 10-1. Démarche-type de la méthode des éléments finis	303
Fig 10-2. Démarche de la méthode des éléments finis	304
Fig 10-3. Algorithme global.....	312

Fig 10-4. <i>Illustration de la méthode de Newton-Raphson modifié</i>	313
Fig 10-5. <i>Algorithme local (étape (3))</i>	315
Fig 10-6. <i>Illustration de la correction de contrainte</i>	317
Fig 10-7. <i>Algorithme de calcul des contraintes</i>	319
Fig 10-8. <i>Exemple de la fonction « main »</i>	320
Fig 10-9. <i>Hierrarchie des classes</i>	321
Fig 10-10. <i>Illustration de l'héritage</i>	321
Fig 10-11. <i>Eléments finis dans le code « Hydromech » (Pereira, 2005)</i>	322
Fig 10-12. <i>Fonctions d'interpolation dans le code « Hydromech » (Pereira, 2005)</i>	322
Fig 10-13. <i>Maillage du problème simplifié (Pereira, 2005)</i>	325
Fig 10-14. <i>Exemple d'un maillage du problème IRSN a) Phase 1 et 2 ; b) Phase 3</i>	326
Fig 10-15. <i>Evolution temporelle de la convergence du massif</i>	329
Fig 10-16. <i>a) Profils des déplacements à 1 jour et à 2 mois ; b)Zoom de la figure a</i>	329
Fig 10-17. <i>Profils des pressions d'eau à 1 jour et à 2 mois</i>	330
Fig 10-18. <i>Profils des contraintes totales à 2 mois</i>	331
Fig 10-19. <i>a) Profils des déplacements à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans b) Zoom de la figure a</i>	331
Fig 10-20. <i>Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi</i>	332
Fig 10-21. <i>Profils des pressions d'eau à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans</i>	332
Fig 10-22. <i>Profils des degrés de saturation à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans</i>	333
Fig 10-23. <i>Profils de la pression équivalente à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans</i>	333
Fig 10-24. <i>Profils des contraintes totales à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans a) radiale ; b) Axiale ; c) Orthoradiale</i>	334
Fig 10-25. <i>Profils des déformations volumiques à 1 jour, à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans</i>	335
Fig 10-26. <i>Evolution temporelle des des placements aux différents points du massif</i>	337
Fig 10-27. <i>a) Profils des déplacements dans le massif à 1 jour, 2 mois 1 jour, 50 ans et 150 ans ; b)Zoom de la figure a</i>	338
Fig 10-28. <i>Evolution temporelle des déplacements en deux parois du revêtement</i>	339
Fig 10-29. <i>Profils des déplacements dans le revêtement à 2 mois + 1 jour, 50 ans et 150 ans</i>	339
Fig 10-31. <i>Evolution temporelle des pressions d'eau à $R=8\text{m}$, à la paroi du soutènement et à la paroi du massif</i>	340
Fig 10-32. <i>Profils des pressions d'eau a) avant la désaturation ; b) après la désaturation</i>	341
Fig 10-33. <i>Profils des degrés de saturation à $t_2 += 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans</i>	342

Fig 10-34. Profils des perméabilités totales du revêtement à 2mois, 2mois + 1jour, 50 ans et 150 ans.....	342
Fig 10-35. Profils des perméabilités totales du massif à 1 jour, 50 ans et 150 ans.....	343
Fig 10-36. Profils des perméabilités saturées du massif initiale, à 1 jour et à 150 ans.....	343
Fig 10-37. Evolution temporelle de la perméabilité saturée en paroi du massif.....	344
Fig 10-38. Evolution temporelle de la porosité en paroi du massif.....	344
Fig 10-39. Evolution temporelle de la variable d'endommagement en paroi du massif.....	345
Fig 10-40. Profils de la variable d'endommagement à 1 jour et à 150 ans.....	345
Fig 10-41. Profils à 1 jour et à 150 ans de la a) Contrainte déviatorique effective ; b) Contrainte moyenne effective	346
Fig 10-42. Profils de la norme des déformations plastiques à 1 jour et à 150 ans.....	347
Fig 10-43. Profils de la contrainte totale radiale à 2 mois, à 2 mois + 1 jour et à 150 ans	347
Fig 10-44. Profils des contraintes totales à $t_2 += 1an + 1jour$, à 50 ans et à 150 ans a) radiale ; b) Axiale ; c) Orthoradiale.....	349

Liste des tableaux

Tableau 7-1. Liste des paramètres matériels	221
Tableau 8-1. Degrés de saturation et Succions dans les essais de (Chiarelli, 2000).....	232
Tableau 8-2. Liste des paramètres poro-mécaniques du modèle.....	232
Tableau 8-3. Liste des paramètres hydrauliques du modèle.....	237
Tableau 8-4. Valeurs des paramètres utilisés pour simulations des essais triaxiaux de (Chiarelli, 2000)	239
Tableau 9-1. Paramètres utilisés pour le problème IRSN	278
Tableau 9-2. Définitions des quantités normalisées	279
Tableau 10-1. Abcisses et Poids des Points de Gauss	324
Tableau 10-2. Données numériques pour la Simulation 1	328
Tableau 10-3. Données numériques pour la Simulation 2	337

Liste des notations

Alphabet latin

a (caractère normal) rayon de la cavité cylindrique (Chapitre 9 et 10)

a (indice) phase d'air sec

a_G paramètre dans le modèle de conductivité hydraulique de (Gardner, 1958)

a_{LA} paramètre hydraulique de (Lloret & Alonso, 1980)

A_{cap} constant de capillarité

a_1 paramètre d'endommagement (Halm & Dragon, 1996)

a_2 paramètre d'endommagement (Halm & Dragon, 1996)

A_k force thermodynamique associée à la variable d'écrouissage

b_0 coefficient de Biot du matériau non endommagé

b_{pl} coefficient de proportionnalité entre la porosité plastique et le déformation volumique plastique

b' coefficient de Biot du remblai

B_p paramètre plastique du modèle PPE-NS

B^p matrice globale des dérivées des fonctions d'interpolation (pression)

B_e^p matrice élémentaire des dérivées des fonctions d'interpolation (pression)

B^u matrice globale des dérivées des fonctions d'interpolation (déplacement)

B_e^u matrice élémentaire des dérivées des fonctions d'interpolation (déplacement)

B_0^{sk} coefficient de Skempton

B tenseur de Biot du matériau endommagé

B^i tenseur de proportionnalité entre la porosité irréversible et les déformations irréversibles ($i \in \{p, vp\}$)

B^ϕ tenseur du deuxième ordre (modèle de Dufour *et al.*, 2011)

B_0 tenseur de Biot du matériau non endommagé

$B_{0,1}^T$ premier tenseur de Biot « tangent » du matériau non endommagé

$B_{0,2}^T$ deuxième tenseur de Biot « tangent » du matériau non endommagé

C_{FX} paramètre hydraulique de (Fredlund & Xing, 1994)

C_n algorithme de Stehfest

C_p capacité calorifique volumétrique du fluide à pression constante

$C_{0,u}$ capacité calorifique non drainée

C_0 capacité calorifique du squelette à pression et déformations constantes

$C_{0,d}$ capacité calorifique drainée

\mathbb{C} tenseur de rigidité élastique tel que $\sigma_{ij} = \mathbb{C}_{ijkl} \varepsilon_{kl}$

\mathbb{C}^T tenseur de rigidité tangent

\mathbb{C}_0^T tenseur de rigidité tangent du matériau non endommagé

\mathbb{C}_0 tenseur de rigidité élastique du matériau non endommagé

D variable scalaire d'endommagement isotrope

D_v la dimension fractale de volume poreux

D variable tensorielle (ordre 2) d'endommagement anisotrope

e densité d'énergie interne totale (eulérienne) par unité de volume $d\Omega_t$

e_L épaisseur du soutènement

e_{NS} distance entre deux plaques dans le problème Navier-Stokes

- e_f^i énergie interne spécifique du fluide
 e_s^i énergie interne spécifique du squelette
 e base de logarithme naturel
 E module d'Young de la roche
 E_L module d'Young du revêtement (chapitre 9)
 $E_{nt}(\cdot)$ fonction partie entière
 E_{u_0} module d'Young non drainé du matériau non endommagé
 E^i densité d'énergie interne totale (lagrangienne) par unité de volume $d\Omega_0$
 E_v est la dimension euclidienne de l'objet fractal
 \mathcal{E} énergie interne totale du milieu poreux
 \bar{f} transformée de Laplace d'une fonction f
 $f^{Gal}(p_c)$ force de contact en fonction de la pression capillaire de (Gallipoli, et al., 2003b)
 $f_{SFG}(p_c)$ fonction de succion dans le modèle de (Sheng, et al., 2008)
 F_d fonction critère d'endommagement
 F_p fonction critère plastique
 F_{vp} fonction critère viscoplastique
 F transformation entre la configuration de référence et la configuration actuelle
 \mathbf{F} gradient de F
 \mathbf{F}^i densité volumique des efforts à distance s'exerçant sur la phase $i = \{s, f\}$
 \mathbb{F}^p vecteur de chargement hydraulique
 \mathbb{F}^u vecteur de chargement mécanique
 g l'accélération de la pesanteur
 g_f potentiel thermodynamique du fluide
 G_p potentiel plastique
 G_{vp} potentiel viscoplastique
 g_{HD} paramètre du modèle de (Halm & Dragon, 1996)
 G domaine élastique
 G_s potentiel thermodynamique du squelette
 G_s^1 potentiel thermodynamique élastique du squelette
 G_s^2 potentiel thermodynamique viscoplastique du squelette
 G_s^* potentiel thermodynamique du squelette
 G_0 module de cisaillement de Coulomb du milieu poreux non endommagé
 G' module de cisaillement de Coulomb du remblai
 h_d paramètre du modèle PPE-NS tenant compte de l'influence de l'endommagement sur les caractéristiques hydrauliques
 h_p paramètre du modèle PPE-NS tenant compte de l'influence de la porosité sur les caractéristiques hydrauliques
 h_t coefficient de tortuosité dans la perméabilité relative de (Mualem, 1976)
 H_d module d'endommagement
 H_p module plastique
 H_w charge hydraulique
 \mathbb{H} matrice d'écoulement de la phase liquide
 I_1, I_2, I_3 invariants des contraintes
 J_0 fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 de première espèce
 \mathbb{I} tenseur unité d'ordre 4
 J jacobien de F
 k_h coefficient de diffusivité hydraulique
 k_L paramètre d'endommagement (loi de Lemaitre)
 K_{u_0} module de compressibilité non drainé

- K_0 module de compressibilité du milieu poreux non endommagé
 K_f module de compressibilité du fluide
 K_{int} perméabilité intrinsèque
 K_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre)
 K_S module de compressibilité du squelette
 K_u module de compressibilité non drainé
 K_w perméabilité totale à l'eau
 K_g perméabilité totale au gaz
 K_{sw} perméabilité saturée à l'eau
 K_{sg} perméabilité saturée au gaz
 K_{rw} perméabilité relative à l'eau
 K_{rg} perméabilité relative au gaz
 K' module de compressibilité du remblai
 \mathcal{K} énergie cinétique totale du milieu poreux
 \mathcal{K}_0 fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 de deuxième espèce
 \mathcal{K}_1 fonction de Bessel modifiée d'ordre 1 de deuxième espèce
 \mathbb{K} matrice de rigidité
 l longueur du domaine maillé par éléments finis
 l_0 longueur du premier élément fini
 L travail de déformations
 L_c longueur caractéristique
 \mathcal{L} transformée de Laplace
 m_{FX} paramètre hydraulique de (Fredlund & Xing, 1994)
 m_{VG} paramètre hydraulique de (Van Genuchten, 1980)
 m_f masse de fluide contenue dans $d\Omega_t$
 m_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 M_0 module de Biot du matériau non endommagé
 \mathbf{M} vecteur lagrangien courant relatif de masse fluide
 \mathbb{M} tenseur d'ordre 4 liant la contrainte effective (au sens de l'endommagement) à la contrainte usuelle
 n porosité eulérienne
 n_A paramètre dans le modèle de conductivité hydraulique de Averjinov, 1950
 n_{BC} paramètre dans le modèle de conductivité hydraulique de (Brooks & Corey, 1964)
 n_D paramètre dans le modèle de conductivité hydraulique de (Davidson, et al., 1969)
 n_f porosité eulérienne des fissures
 n_{FX} paramètre hydraulique de (Fredlund & Xing, 1994)
 n_G paramètre dans le modèle de conductivité hydraulique de (Gardner, 1958)
 n_p porosité eulérienne des pores naturels
 n_{VG} paramètre hydraulique de (Van Genuchten, 1980)
 n_e^p nombre de nœud par élément fini hydraulique
 n_e^u nombre de nœud par élément fini mécanique
 n_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 \mathbf{n} normale d'une surface orientée
 $\tilde{\mathbf{n}}$ normale d'une surface orientée dans la configuration endommagée
 N_p nombre d'éléments hydrauliques du maillage
 N_u nombre d'éléments mécaniques du maillage
 \mathbf{N}^p matrice globale d'interpolation des valeurs nodales des pressions d'eau
 \mathbf{N}_e^p matrice élémentaire d'interpolation des valeurs nodales des pressions d'eau
 \mathbf{N}^u matrice globale d'interpolation des valeurs nodales des déplacements
 \mathbf{N}_e^u matrice élémentaire d'interpolation des valeurs nodales des déplacements

N_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 \mathcal{N} nombre entier pair (algorithme de Stehfest)
 p_c pression capillaire
 p_{csat} succion de saturation (Sheng, et al., 2008)
 p_{ce} succion d'entrée d'air
 p^c pression de référence de (Alonso, et al., 1990)
 p_α champ de pression du fluide $\alpha \in \{w, v, a, g\}$
 p_{v0} pression de vapeur de l'eau pure
 p_0 pression de préconsolidation actuelle de (Alonso, et al., 1990)
 p_0^* pression de préconsolidation à saturation complète de (Alonso, et al., 1990)
 $P_{w,e}$ vecteur élémentaire de la pression d'eau
 $P_{w,e,k}$ valeur nodale de la pression d'eau
 p_w^* champ de pression d'eau cinématiquement admissible
 p_{w0} pression d'eau initiale
 \mathbf{P}_w vecteur global du champ de pression d'eau
 \mathcal{P}_e puissance des forces extérieures
 \mathbb{P}^+ tenseur de projection d'ordre 4
 q contrainte équivalente de von Mises
 q_b variable intermédiaire telle que $q_b^2 = s/k_h$
 Q taux de chaleur reçue par le système
 \mathbb{Q} matrice de couplage
 r coordonnée radiale
 r_{cap} rayon capillaire
 r_q densité volumique de production interne de chaleur à distance
 r_0 paramètre d'endommagement du modèle PPE-NS
 r_1 paramètre d'endommagement du modèle PPE-NS
 r_2 paramètre d'endommagement du modèle PPE-NS
 r^* coordonnée radiale « adimensionnelle »
 R rayon des pores dans un milieu poreux
 R_{min} rayon minimum des pores dans un milieu poreux
 R_{max} rayon maximum des pores dans un milieu poreux
 R_u constant universel de gaz
 RH humidité relative
 \mathbb{R} matrice de couplage
 \mathcal{S}_{ads} succion adsorbée
 \mathcal{S}_{cap} succion capillaire
 \mathcal{S}_m succion matricielle
 \mathcal{S}_{os} succion osmotique
 \mathcal{S}_{tot} succion totale
 s_s entropie spécifique du squelette
 s_α entropie spécifique du fluide $\alpha \in \{w, v, a, g\}$
 s^{tot} entropie volumique du milieu poreux
 \mathbf{s} déviateur des contraintes
 S_α degré de saturation du fluide $\alpha \in \{w, v, a, g\}$
 S_r degré de saturation résiduelle de l'eau
 S_s degré de saturation saturé de l'eau
 S^* degré de saturation effectif
 \mathbf{S}_t surface orientée dans la configuration actuelle
 \mathbf{S}_0 surface orientée dans la configuration de référence
 \mathcal{S} entropie totale du milieu poreux

\mathbb{S} matrice de comportement de la phase liquide
 t variable temporelle
 t_0 instant initial du cycle de vie d'une cavité
 t_1 instant du cycle de vie d'une cavité, début de la phase (2)
 t_2 instant du cycle de vie d'une cavité, début de la phase (3)
 t_3 instant du cycle de vie d'une cavité, début de la phase (4)
 t^* temps « adimensionnel »
 T température absolue
 $T_{w/g}$ tension de surface eau/air
 T_{HM} temps caractéristique hydromécanique
 T_0 temps caractéristique de relaxation
 T_1 temps caractéristique de fluage
 T_2 temps caractéristique de relaxation prenant en compte le soutènement
 \mathbf{T} densité surfacique des efforts s'exerçant sur la frontière $\partial\Omega_t'$ du milieu \mathbf{T}^t
 u déplacement radial du squelette
 $\tilde{u}_{e,k}$ valeur nodale du déplacement
 \mathbf{u}_e vecteur élémentaire du déplacement
 \mathbf{U} vecteur global du champ de déplacement
 \mathbf{u}^* champ de déplacement cinématiquement admissible
 \mathbf{u}^s champ de déplacement du squelette
 v_{sp} volume spécifique
 v_{NS} vitesse débitante dans le problème Navier-Stokes
 v_p vitesse débitante dans la loi de Poiseuille
 \mathbf{v}^f champ de vitesse du fluide
 \mathbf{v}^r vitesse relative d'une particule fluide par rapport au squelette
 \mathbf{v}^s champ de vitesse du squelette
 V_k paramètre d'écrouissage
 \mathbf{v}_w^D vitesse de Darcy à l'eau
 \mathbf{v}_g^D vitesse de Darcy au gaz
 w_i facteur de pondération de (Durner, 1994)
 \mathbf{w} vecteur eulérien courant relatif de masse fluide
 \mathbf{x} coordonnées d'une particule matérielle dans la configuration actuelle
 x_a fraction molaire de l'air sec
 x_v fraction molaire de la vapeur d'eau
 x_k variable interne
 \mathbf{X} coordonnées d'une particule matérielle dans la configuration de référence
 \mathbf{Y} force thermodynamiquement conjuguée à la variable d'endommagement
 \mathbf{Y}^+ partie positive de \mathbf{Y}
 \mathbf{Y}_1^+ terme de \mathbf{Y}^+

Alphabet grec

α_{FX} paramètre hydraulique de (Fredlund & Xing, 1994)
 α_{VG} paramètre hydraulique de (Van Genuchten, 1980)
 $\alpha_{u,0}$ coefficient volumétrique de dilatation thermique non drainé
 α_{0th} coefficient de dilatation thermique
 $\alpha_{0,m}$ coefficient tel que $\alpha_{0,m} = \alpha_{0,\phi} + \phi\alpha_f$
 $\alpha_{0,\phi}$ coefficient volumétrique de dilatation thermique du matériau non endommagé
 $\beta(D)$ coefficient hydromécanique du matériau endommagé

β_0 coefficient hydromécanique du matériau non endommagé
 γ paramètre de (Khalili & Khabbaz, 1998)
 γ_{vp} déformation viscoplastique cumulée
 $\boldsymbol{\gamma}^i$ champ d'accélération d'une particule i
 δ raison géométrique
 δ_D scalaire tel que $\delta_D = 0$ si l'endommagement n'évolue pas, $\delta_D = 1$ sinon
 $\delta\tilde{S}$ aire telle que $\delta\tilde{S} = \delta S - \delta S_D$
 δS_D aire des microfissures
 $\boldsymbol{\delta}$ tenseur unité d'ordre 2
 ε_c déformation caractéristique
 $\boldsymbol{\varepsilon}$ tenseur des déformations
 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ déformations équivalentes (au sens de la Mécanique de l'Endommagement)
 $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ déformations élastiques
 $\boldsymbol{\varepsilon}^{ir}$ déformations irréversibles
 $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ déformations plastiques
 $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$ déformations viscoplastiques
 $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ tenseur des déformations en extension
 ε déformation volumique du squelette
 ε^{ir} déformation volumique irréversible du squelette
 η_w viscosité dynamique de l'eau
 θ scalaire (schéma de discrétisation temporelle)
 θ^{ct} angle de contact
 θ_w teneur en eau
 θ_r teneur en eau résiduelle
 θ_s teneur en eau saturée
 Θ teneur en eau normalisée
 κ pente de gonflement élastique
 λ coefficient de Lamé du matériau endommagé
 λ_{BC} coefficient de distribution porale de (Brooks & Corey, 1964)
 λ^i moyenne de la distribution porale log-normale du mode $i = \{p, f\}$
 λ_0 coefficient de Lamé du matériau non endommagé
 λ_1, λ_2 coefficients du modèle hydraulique de (McKee & Bump, 1987)
 $\lambda(p_c)$ indice de compressibilité
 λ_{vs} indice de compressibilité sous chargement hydrique (de (Sheng, et al., 2008))
 λ_{vp} indice de compressibilité sous chargement mécanique (de (Sheng, et al., 2008))
 λ_p multiplicateur plastique
 λ_g conductivité gazeuse
 λ_{LA} paramètre du modèle hydraulique de (Lloret & Alonso, 1980)
 λ_w conductivité hydraulique
 λ_T conductivité thermique
 μ coefficient de Lamé du matériau endommagé
 μ_0 coefficient de Lamé du matériau non endommagé
 ν coefficient de Poisson
 ν_0 coefficient de Poisson du matériau non endommagé
 ν_{u0} coefficient de Poisson non drainé du matériau non endommagé
 ξ_i écarte -type de la distribution porale log-normale du mode $i = \{p, f\}$.
 ρ masse volumique du milieu poreux
 ρ^α masse volumique apparente du fluide $\alpha \in \{w, v, a, g\}$
 ρ_α masse volumique intrinsèque du fluide $\alpha \in \{w, v, a, g\}$
 ρ^s masse volumique apparente du squelette

ρ_s masse volumique intrinsèque du squelette
 σ_m contrainte moyenne
 σ_c contrainte caractéristique
 σ_h contrainte mineure
 σ_H contrainte majeure
 σ_s seuil viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 σ_v contrainte verticale
 σ_0 contrainte de référence
 σ tenseur des contraintes de Cauchy
 σ'^{Biot} tenseur des contraintes effectives de Biot
 σ'^{Bishop} tenseur des contraintes effectives de Bishop
 σ'^{Ter} tenseur de contraintes effectives de Terzaghi
 σ'' tenseur de contraintes nettes
 σ^{pl} tenseur de contraintes effectives plastiques
 $\tilde{\sigma}$ contrainte effective (au sens de la Mécanique de l'Endommagement)
 Σ_0 contrainte géostatique initiale
 τ variable temporelle telle translatée (chapitre 9)
 τ_T tortuosité du problème de diffusion gazeuse
 φ pseudo-potentiel de dissipation
 φ_i pseudo-potentiel (plastique ou viscoplastique) de dissipation ($i \in \{p, vp\}$)
 φ_f expression eulérienne de la dissipation du fluide
 φ_{th} expression eulérienne de la dissipation thermique
 φ^* pseudo-potentiel de dissipation dual de φ
 φ_D^* pseudo-potentiel endommageable de dissipation
 φ_i^* pseudo-potentiel (plastique ou viscoplastique) de dissipation ($i \in \{p, vp\}$)
 φ_{vp}^* pseudo-potentiel viscoplastique de dissipation
 ϕ porosité lagrangienne
 ϕ^e porosité élastique
 ϕ^i porosité irréversible
 ϕ^p porosité plastique
 ϕ^{vp} porosité viscoplastique
 ϕ_0 porosité lagrangienne initiale
 $\phi(\cdot)$ fonction d'écoulement
 Φ dissipation totale du milieu poreux
 Φ_f expression lagrangienne de la dissipation du fluide
 Φ_{th} expression lagrangienne de la dissipation thermique
 Φ_s expression lagrangienne de la dissipation du squelette
 $\chi^R(r)$ fonction de distribution porale selon le rayon r des pores
 $\chi^p(p)$ fonction de distribution porale selon la pression p équivalente à r
 χ_s coefficient dans la contrainte effective de Bishop
 $\chi(\sigma)$ combinaison linéaire des trois invariants des contraintes
 ψ_f énergie libre spécifique du fluide
 ψ_n force de déséquilibre
 Ψ densité volumique lagrangienne d'énergie libre du milieu étudié
 Ψ_s densité volumique lagrangienne d'énergie libre du squelette
 ω variable telle que $\omega = (K + 4/3 G)/b$
 ω_v masse moléculaire de vapeur
 Ω_t volume total du milieu poreux
 Ω_t^p volume des pores à l'instant t
 Ω_0 volume total initial du milieu poreux

PREMIERE PARTIE

**GENERALITE &
ETUDES BIBLIOGRAPHIQUES**

CHAPITRE 1

Introduction

1. INTRODUCTION

Les questions liées à la sûreté nucléaire en général et à la gestion des déchets radioactifs en particulier retiennent toujours l'attention du public du fait de leur impact possible sur de nombreux aspects de la société humaine. En effet, les déchets nucléaires de haute activité peuvent émettre pendant des dizaines, voire même des centaines d'années, des rayonnements ionisants dangereux pour l'environnement. La plupart des pays concernés par cette technologie s'orientent vers la solution du stockage des déchets radioactifs qui a pour but de confiner et de retarder le retour des radioéléments à la biosphère aussi longtemps qu'ils sont dangereux. Un tel stockage est généralement envisagé en formation géologique profonde afin d'assurer la sûreté à long terme. De plus, en raison de l'importance et de la complexité du problème, des recherches scientifiques sont nécessaires pour concevoir, exécuter et exploiter un tel stockage. Ces recherches permettent d'évaluer la sûreté du stockage et d'obtenir l'adhésion de la collectivité sociale.

Cette thèse se place dans ce contexte. Elle vise à étudier, dans une approche à la fois théorique et numérique, le comportement d'une roche hôte actuellement retenue pour le projet français de stockage de déchets radioactifs. Dans ce premier chapitre, le contexte de la recherche (c.-à-d. le stockage de déchets radioactifs), la problématique et les objectifs de ce travail, ainsi que la méthodologie retenue, sont présentés.

1.1 Stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde

1.1.1 Origine et classification des déchets radioactifs

Selon l'Agence Internationale de l'Énergie Atomique (AIEA), est considérée comme déchet radioactif « toute matière pour laquelle aucune utilisation n'est prévue, et qui contient des radionucléides en concentrations supérieures aux valeurs que les autorités compétentes considèrent comme admissibles dans des matériaux propres à une utilisation sans contrôle ».

Les déchets radioactifs proviennent essentiellement de l'industrie nucléaire. Pour le reste, ils sont issus de l'utilisation d'éléments radioactifs dans les hôpitaux, les universités et certaines industries non nucléaires, ainsi que des activités liées à la défense.

A partir de critères internationalement reconnus, une classification des différents types de déchets, fondée notamment sur *le niveau de radioactivité* des substances et *la durée de leur activité radioactive*, a été définie par l'Autorité de Sûreté Nucléaire (ASN) :

- les déchets de haute activité (HA) et les déchets de moyenne activité et à vie longue (MA-VL) issus essentiellement du cœur des réacteurs nucléaires
- les déchets de faible et moyenne activité à vie courte (FMA-VC), déchets technologiques contaminés pendant leur utilisation industrielle

- les déchets de très faible activité (TFA), matériaux activés provenant du démantèlement de sites nucléaires
- les déchets de faible activité à vie longue (FA-VL), déchets radifères et graphites

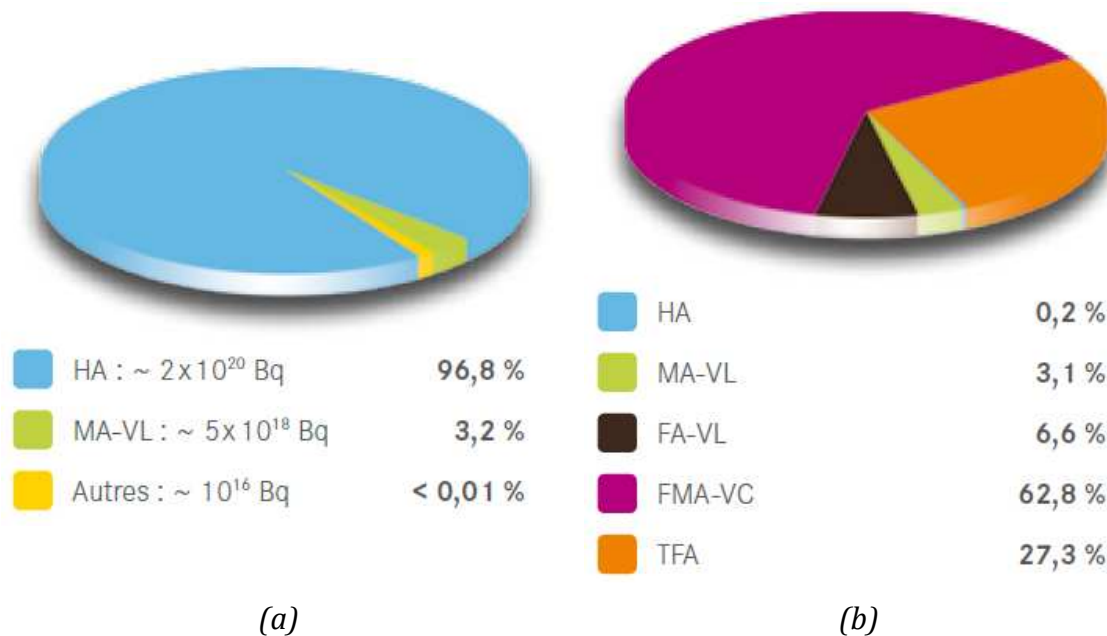


Fig 1-1. Niveau de radioactivité (a) et volume (b) relatifs des déchets radioactifs par type de déchets, en France, fin 2010 (ANDRA, 2012)

Dans cette classification, le niveau de radioactivité est caractérisé par « le nombre de désintégrations par seconde » ; cette grandeur physique s'exprime en Becquerel (Bq) (voir Fig 1-1). La durée de l'activité radioactive est définie comme la durée au bout de laquelle le déchet perd la quasi-totalité de son activité radioactive. Des déchets dits « à vie longue » ont une période d'activité supérieure à plusieurs milliers d'années.

Selon l'inventaire national des déchets radioactifs et des matières valorisables effectué par l'Andra (Agence Nationale pour la gestion des Déchets Radioactifs) (ANDRA, 2012), 44 000 m³ de déchets HA et MA-VL ont été produits à fin 2010, soit une concentration de l'essentiel de la radioactivité dans seulement 3,3% du volume total produit (Fig 1-1). De plus, d'ici à 2020, 50 000 m³ de déchets seront entreposés. Chaque déchet nécessite une gestion différente et particulièrement les plus dangereux pour l'homme, à savoir les déchets de haute activité et de moyenne activité et à vie longue. La problématique de la gestion présente et future des déchets HA et MA-VL est donc plus que jamais d'actualité.

1.1.2 Gestion des déchets de haute activité à vie longue en France

1.1.2.1 Contexte législatif français

En France, pour définir des solutions de gestion à long terme des déchets radioactifs de haute activité à vie longue, la loi du 30 décembre 1991 a retenu trois axes de

recherche : la séparation/transmutation, le stockage en couche géologique profonde et l'entreposage de longue durée en surface. L'ensemble de ces recherches a été confiée au CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique) et à l'Andra.

Pour ce qui concerne le second axe relatif au stockage géologique, un rapport a été remis au Parlement en 2005 au terme de quinze années d'études et de recherches comprenant, entre autres, la construction d'un laboratoire souterrain. Les évaluations et discussions qui ont suivi ont conduit à la loi de programme n° 2006-739 du 28 juin 2006 relative à la gestion durable des matières et déchets radioactifs. Cette loi établit un calendrier d'objectifs en vue d'une éventuelle installation de stockage souterrain, allant de recherches scientifiques amont vers des études plus appliquées, notamment d'ingénierie. Elle prévoit l'instruction d'un dossier de demande de création à l'horizon 2015 et si cette étape se concluait positivement, la mise en exploitation d'une installation de stockage pourrait intervenir à l'horizon 2025.

Dans ce cadre, l'IRSN (Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire) a pour mission d'évaluer la sûreté d'un tel stockage géologique et développe donc sa propre expertise dans ce domaine.

1.1.2.2 Laboratoire de recherche souterraine

Afin de permettre la caractérisation des couches géologiques potentiellement hôtes, d'élaborer des essais et/ou de mettre au point de nouvelles technologies adaptées aux contraintes in-situ, tous les grands programmes nationaux de stockage de déchets radioactifs prévoient la réalisation d'un ou de plusieurs laboratoires de recherche souterrains (OCDE, 2001).

Ces laboratoires souterrains peuvent être de deux types : soit ils ne serviront pas eux-mêmes d'installations de stockage mais fourniront des informations utiles pour la réalisation de celles-ci, soit ils constitueront la première étape dans le développement d'un nouveau site.

L'avantage majeur d'un laboratoire souterrain est qu'il offre un accès direct au milieu géologique dans des conditions plus ou moins représentatives de celles qui existeront dans un stockage réel. De plus, il permet d'obtenir l'adhésion du public dans la gestion des installations futures en démontrant leur faisabilité. Enfin, il peut attirer la collaboration internationale de manière bénéfique, en augmentant les compétences et les savoir-faire.

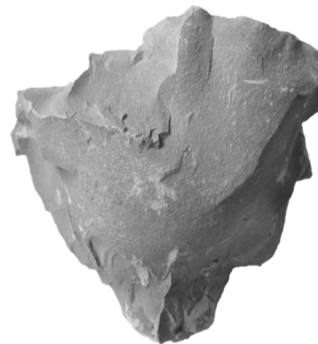
En France, c'est le laboratoire de recherche souterrain de Meuse/Haute-Marne, exploité par l'Andra qui joue ce rôle (Fig 1-2 et Fig 1-3). Situé à environ 500m de profondeur, il se situe près de la commune de Bure (Meuse). Les argilites de Bure, ou argilites du Callovo-Oxfordien (COx), dans lesquelles il est creusé, possèdent *a priori* des caractéristiques physiques, hydrauliques, chimiques et mécaniques favorables au stockage en couche géologique profonde.



Fig 1-2. Installations de surface et souterraines autour des puits du laboratoire souterrain de Bure (www.andra.fr)



(a)



(b)

Fig 1-3. (a) Laboratoire de Bure (Bérest & Shapira, 2011)– (b) Argilites du COx

En effet, les mesures (ANDRA, 2005) effectuées jusqu'à présent montrent que cette formation géologique a des propriétés intéressantes :

- une porosité très faible, de l'ordre de 15%
- une perméabilité de la roche saine comprise entre 10^{-13} et 10^{-14} m.s⁻¹

Ces mesures ont été effectuées lors des campagnes de forage successives et sur échantillons.

1.1.2.3 Concept multi-barrière

Un exemple d'architecture de stockage géologique (ANDRA, 2009) est présenté sur les Fig 1-4 et Fig 1-5. Il comporte quatre puits d'accès verticaux, une double descendrière d'environ 5 km de long, des galeries de liaison principales et secondaires dont le linéaire total atteint la centaine de kilomètres et enfin, des alvéoles de stockage (Fig 1-5b) dans lesquelles seraient stockés les déchets

radioactifs MA-VL et HA. Situées à 500 m de profondeur environ, les installations souterraines devraient s'étendre sur une surface totale de l'ordre de 15 km².

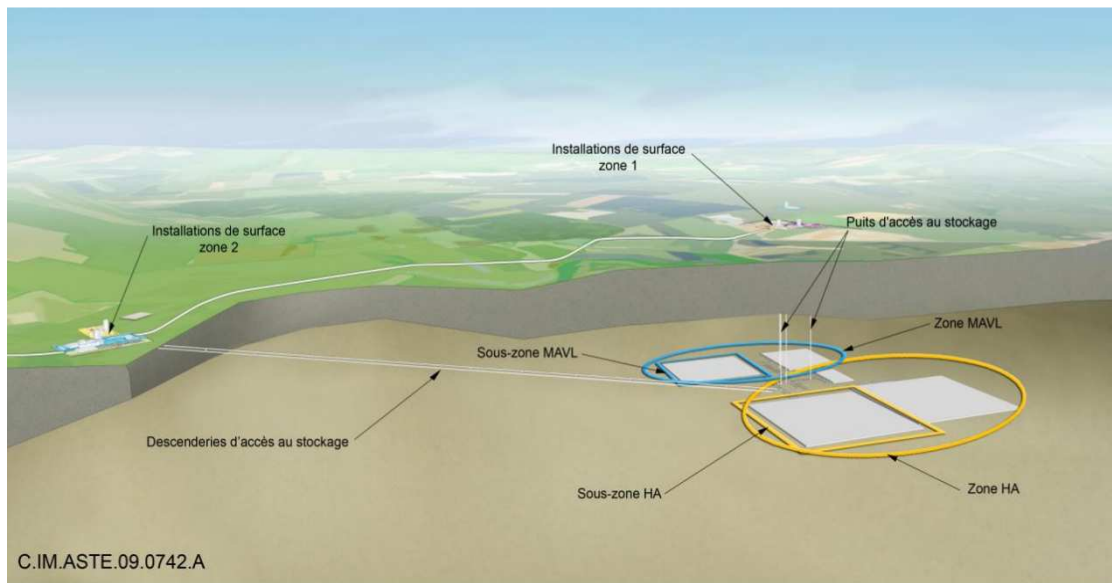


Fig 1-4. Schéma de principe du projet de centre industriel de stockage géologique Cigéo (ANDRA, 2009)

L'objectif du stockage est de confiner efficacement les éléments radioactifs afin de retarder au maximum leur retour vers la biosphère. Pour ce faire, un concept de multi-barrières (ANDRA, 2005), qui consiste à interposer entre la biosphère et les déchets radioactifs une succession d'ouvrages de confinement (Fig 1-6), est mis en œuvre :

- la vitrification des déchets : les déchets de haute activité sont enrobés dans une matrice de verre qui sera donc la première barrière ;
- les conteneurs métalliques en acier inox dans lesquels sont disposés les déchets vitrifiés constituent une seconde barrière ;
- le scellement à des emplacements ponctuels pour couper tout cheminement hydraulique possible (dans les zones endommagées par le creusement, au croisement des galeries, aux intersections entre puits et galeries...) ;
- la barrière géologique, c'est-à-dire la roche environnante du centre de stockage (roche hôte).

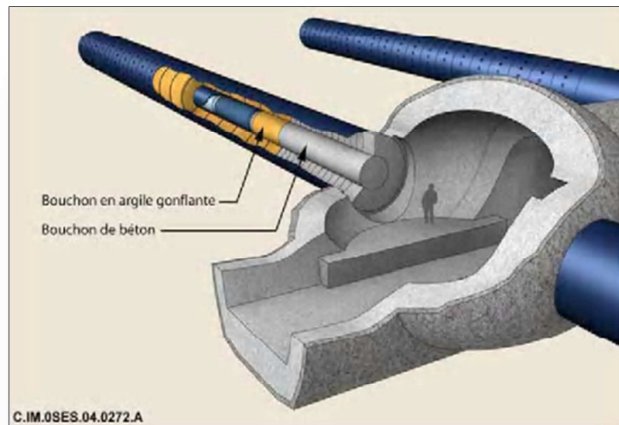
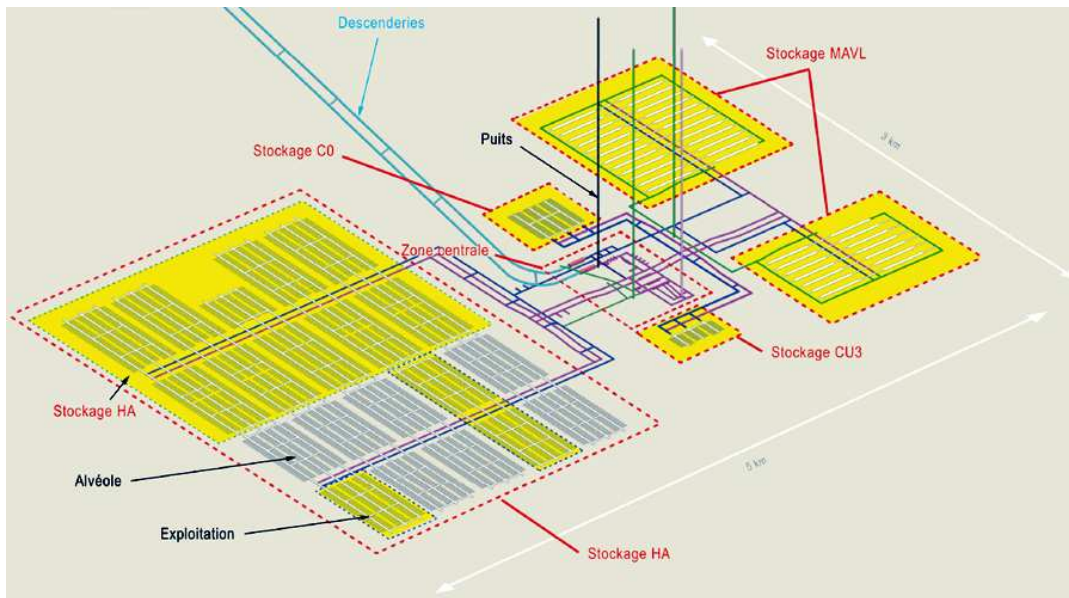


Fig 1-5. (a) Schéma d'une installation de stockage en couche géologique profonde (www.andra.fr) ;
(b) Alvéole du concept tunnel court en cours d'exploitation (ANDRA, 2005)

La barrière géologique (la roche hôte) est choisie principalement pour ses propriétés physico-chimiques favorables :

- tout d'abord, sa capacité à empêcher l'arrivée de l'eau, vecteur de migration des radionucléides et de corrosion des colis ;
- ensuite sa capacité à diffuser la chaleur émise par les colis thermiques, sa stabilité mécanique dans le temps (qui conduit à exclure les régions à risque sismique ou présentant des érosions importantes)
- enfin son faible attrait pour les générations futures (c'est-à-dire le fait qu'elle ne constituera pas une ressource minérale ou fossile exploitable).

La complémentarité des différentes barrières est censée ralentir l'ensemble des radioéléments et la redondance de celles-ci devrait permettre de pallier la

défaillance de l'une d'entre elles. En effet, les déchets contiennent différentes sortes de radioéléments dont le pouvoir de pénétration varie selon le type de barrière.

La durée de vie des barrières diffère également d'une barrière à l'autre. Par exemple, la durée de vie des conteneurs métalliques est de quelques milliers d'années, celle de la formation géologique est de quelques millions d'années.

En France, le projet de stockage élaboré par l'Andra est conçu pour être réversible pendant une centaine d'années afin de laisser aux générations futures d'importantes possibilités de choix de gestion et d'adaptation du processus de stockage compte tenu des avancées scientifiques et technologiques. Ainsi, les ouvrages sont conçus de façon à permettre une gestion progressive et flexible de la fermeture du stockage. La fermeture des installations souterraines est prévue par étape : d'abord les alvéoles, puis les galeries de manutention et de liaison, enfin les puits d'accès. La facilité à reprendre des colis diminue ainsi au fur et à mesure de l'avancement du processus de fermeture. De plus, des dispositifs d'observation de ces ouvrages sont prévus dès la conception afin de suivre l'évolution des colis, alvéoles et galeries pendant l'exploitation du stockage ainsi que sa fermeture progressive.

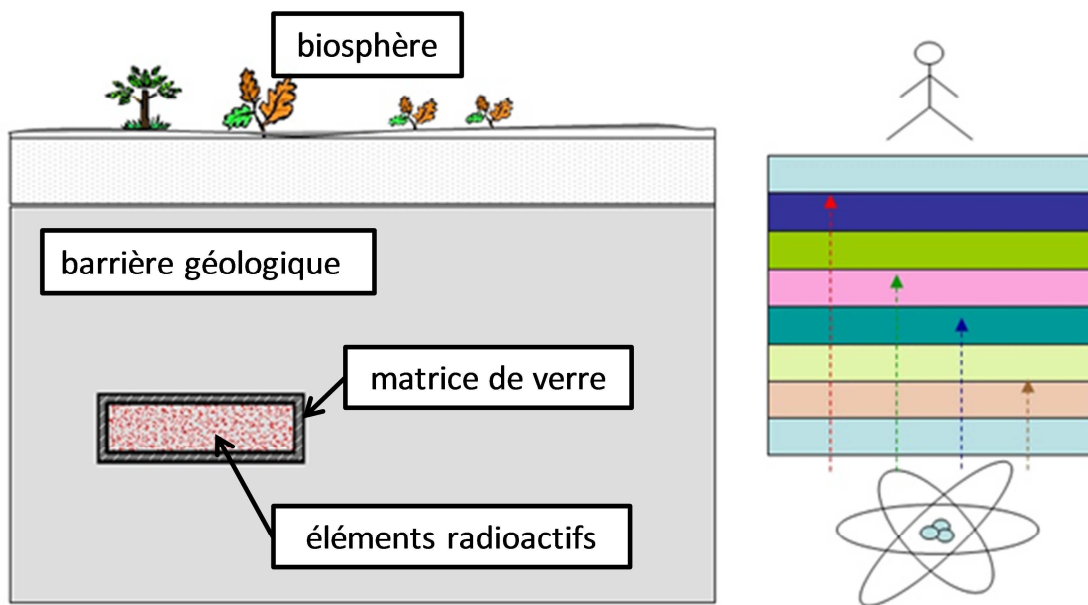


Fig 1-6. *Concept multi-barrières*

1.1.3 Gestion des déchets de haute activité à vie longue dans d'autres pays

Pour ce qui concerne la gestion des déchets radioactifs de haute activité, un consensus international émerge autour de la solution du stockage géologique profond. La plupart des pays recourant à l'énergie nucléaire sont engagés dans un processus de définition d'une solution de stockage. D'un pays à l'autre, les variantes sur les solutions étudiées sont fonction des conditions géologiques locales.

La Finlande a choisi en décembre 2000 le granite du site d'Olkiluoto pour le stockage profond définitif de tout son combustible usé.

Le Japon a promulgué une loi en juin 2000 sur le stockage final des déchets radioactifs. Il lui reste à choisir un site adapté. Des recherches sont menées sur le granite et les roches sédimentaires.

Le Canada étudie le stockage direct des combustibles usés dans le granite du Bouclier canadien.

L'Allemagne dispose de deux sites construits : Morsleben dans le sel, et Konrad dans une ancienne mine de fer. Gorleben, en formation saline, en cours de construction, fait actuellement l'objet d'un moratoire. Le site est associé à un entreposage de surface des emballages de combustibles usés et à une usine de conditionnement des assemblages combustibles, en vue de leur stockage "direct" en profondeur.

La Suède étudie aussi le stockage direct des combustibles usés dans le granite, à Aspö, au bord de la Baltique. A ce jour, une piscine souterraine permet d'accueillir le combustible pour entreposage dans l'attente du stockage définitif.

La Belgique dispose d'un laboratoire de recherche souterrain dans l'argile de Boom à Mol.

Les Etats-Unis construisent deux projets. L'un, pour les déchets issus de l'industrie de l'armement, le Waste Isolation Pilot Plant (WIPP, Nouveau Mexique), dans des couches salines, qui a accueilli son premier déchet en 1999. En mars 2004, environ 20 000 m³ y étaient déjà été stockés. L'autre, prévu initialement pour accueillir les déchets issus de l'industrie nucléaire civile, dans le tuff de Yucca Mountain (Nevada) est actuellement suspendu.

La Suisse étudie également le stockage en formation géologique dans l'argile. Les Suisses mènent leurs études dans le Jura, dans un laboratoire souterrain creusé à partir d'un tunnel routier à Mont Terri. Le granite comme roche hôte représente une option de réserve.

1.2 Problématique et objectifs du travail

1.2.1 Problématique

Au vu du panorama international relatif au stockage des déchets radioactifs qui vient d'être présenté, il semble que toutes les solutions existantes dans le monde accordent un rôle primordial à la barrière géologique. Si différentes solutions sont proposées dans différents pays en fonction des spécificités géologiques de chacun, les études de caractérisation de la formation géologique hôte sont toujours une tâche clé pour l'évaluation de la sûreté du stockage.

En parallèle des études expérimentales, *des modélisations* du comportement de la roche hôte sont indispensables pour comprendre les phénomènes intervenants et prédire leurs évolutions lors de la construction, l'exploitation et surtout la phase post-fermeture du stockage. Généralement, les facteurs suivants doivent être pris en compte dans les modélisations :

- Les déchets HA étant exothermiques (ANDRA, 2005), leur mise en place dans le stockage devrait provoquer une élévation de température de la roche environnante. Un comportement *non isotherme* doit donc être envisagé.
- L'une des spécificités fondamentales des géomatériaux est la présence en leur sein d'un espace poral plus ou moins saturé en fluides et nécessitant un modèle *poromécanique* pour les décrire. De plus, puisque que les radioéléments sont transportés par les fluides, la prise en compte des propriétés de transfert hydraulique est aussi importante.
- Des phénomènes *chimiques* tel que la recristallisation de la smectite et/ou la transformation de quartz peuvent avoir lieu (Hueckel & Pellegrini, 2002) et dans certains cas, ne peuvent pas être négligés.

En outre, un aspect très important mais difficile à prendre en compte concerne *les couplages* de ces différents phénomènes physiques. A titre d'exemple, une augmentation de la température provoque d'une part, un changement de la pression interstitielle dû aux dilatations thermiques différentielles entre le fluide et les minéraux solides et d'autre part, une interaction chimique entre minéraux (Hueckel & Pellegrini, 2002). Le premier phénomène entraîne un gradient hydraulique alors que le second modifie le comportement mécanique dans la mesure où les caractéristiques mécaniques des géomatériaux dépendent de leur composition minéralogique (Chiarelli, et al., 2003). Compte tenu du couplage hydromécanique dans les milieux poreux, ces modifications de caractéristiques mécaniques pourraient, à leur tour, modifier les propriétés hydrauliques du milieu (par exemple, une diminution de la résistance mécanique accélèrera la création de fissures ; l'endommagement induit pourrait alors affecter la perméabilité hydraulique). En tout état de cause, des *gradients hydrauliques* plus forts et une dégradation *des propriétés hydrauliques* favoriseront des écoulements susceptibles d'accélérer le transport des radioéléments. En outre, la présence de matières (minérales, organiques, biotiques...) en suspension dans l'eau interstitielle pourrait modifier la mobilité des radioéléments dissouts dans l'eau (sorption à la surface de la phase solide, mécanismes de rétention physico-chimique tels que : interaction électrostatique, interaction de Van der Waals, etc.)

Cet exemple montre que si la prise en compte des couplages multi-physiques Thermo-Hydro-Mécanico-Chimiques (THMC) constitue un enjeu majeur pour l'étude d'un stockage profond de déchets radioactifs, celle-ci devient cependant rapidement très complexe. Pour simplifier, dans chaque problème concret, la recherche des phénomènes dominants à capter et à modéliser s'impose.

En France, comme indiqué dans la section 1.1.2, l'argilite est actuellement envisagée comme formation hôte pour le stockage géologique des déchets radioactifs. C'est donc sur ce type de roche que se focalisera ce travail de thèse. L'argilite présente sur le site de Bure présente les principales caractéristiques suivantes, observées à travers des essais qui seront détaillées dans le Paragraphe 5.1 (Chapitre 5) :

- L'argilite du Callovo-Oxfordien ne se comporte pas comme un milieu poreux classique, avec une phase solide et une phase liquide, mais plutôt comme *un matériau multi-échelles* (M'Jahad, 2012) (Cariou, et al., 2013).
- Ce matériau, comme plusieurs autres types de roche, peut être *fragile* dans certaines situations (Chiarelli, et al., 2003), (Maleki, 2004), (M'Jahad, 2012)). L'apparition et le développement de microfissures sous différents types de chargement ont clairement été observés.
- A court terme, le comportement de cette roche est plutôt *élasto-plastique* alors qu'à long terme, la présence de *fluage* a été observée (Gasc-Barbier, et al., 2004), (Zhang & Rothfuchs, 2004) (Zhang, et al., 2010)). La viscosité associée à ce fluage est de l'ordre de $10^{17} Pa.s$ (Zhang, et al., 2010), ce qui conduit à un temps caractéristique de fluage élevé, c'est-à-dire que le fluage ne serait clairement observable que sur des essais longs.

A partir des remarques faites ci-dessus, il nous semble que le comportement mécanique de l'argilite nécessite le développement d'un modèle hydromécanique spécifique. En effet, dans le cas du stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde, l'échelle de temps à prendre en compte est de l'ordre de plusieurs dizaines de milliers d'années. En conséquence, le fluage de la roche apportera des influences visibles et importantes sur le comportement. Ainsi, ce comportement hydromécanique doit être couplé à l'élastoplasticité à court terme et à la viscoplasticité à long terme.

De plus, la zone de roche hôte située à proximité des ouvrages d'accès au stockage (descenderies et puits d'accès, galeries de liaison, alvéoles) peut être endommagée par le creusement et constituer une voie de passage préférentielle pour l'eau. En effet, pendant les phases d'excavation, la variation du champ de contraintes autour des galeries dû au déchargement mécanique induit une fracturation et par conséquent, une forte augmentation de la perméabilité autour des galeries (cf. chapitre 5). En 2003, des experts réunis au sein d'une conférence au Luxembourg (McEwen, 2003) ont défini la « zone endommagée » ou EDZ (Excavation Damaged Zone) comme étant la zone fracturée et microfissurée autour des ouvrages, susceptible d'impacter la sûreté du stockage. Afin de limiter l'afflux d'eau dans les galeries, l'Andra propose différentes techniques de creusement visant à réduire la formation et l'extension de la zone endommagée à court et long terme ou des techniques visant à restituer les propriétés initiales du milieu en interrompant la continuité de la zone endommagée (saignées de bentonite) (ANDRA, 2005). Ceci montre l'importance de la prise en compte de l'endommagement mécanique dans le comportement hydromécanique de la roche hôte.

Pendant la phase d'excavation, en parallèle du déchargement mécanique du massif se produit également un déchargement hydraulique de celui-ci, qui se poursuit pendant la phase d'exploitation du stockage. Dans les *ouvrages ventilés*, la paroi des cavités est en partie asséchée par la *désaturation* (Jia, et al., 2007). Ainsi, dans l'EDZ au voisinage des galeries souterraines, l'état de la roche est *partiellement saturé*.

Cette désaturation pourrait induire de l'endommagement et modifier la viscoplasticité de la roche et par conséquent, impacter significativement le comportement du stockage.

Les points énumérés ci-dessus conduisent à considérer la prise en compte des couplages entre plusieurs phénomènes comme la plasticité, le fluage, l'endommagement et la saturation partielle dans le comportement hydromécanique de la roche, notamment pour modéliser le comportement de l'EDZ.

1.2.2 Objectifs

Dans ce contexte, ce travail de thèse vise à modéliser un comportement **Poroplastique Endommageable Non Saturé (PPE-NS)** applicable au cas d'une argilite. Ce modèle tient compte des effets de l'endommagement et des déformations plastiques sur non seulement la partie mécanique mais aussi la partie hydraulique du comportement du matériau.

En effet, très peu de modèles décrivent un tel couplage dans la littérature. La majorité des modèles disponibles ne prennent en compte qu'un couplage partiel de ces phénomènes, avec par exemple prise en compte d'un effet de l'endommagement sur le comportement mécanique du matériau mais sans tenir compte des conséquences de cet endommagement sur les propriétés hydrauliques de ce matériau. Notre travail cherche à modéliser aussi l'interaction entre l'endommagement et la partie hydraulique du modèle, comme la modification des propriétés de rétention et de perméabilité du matériau. Ainsi, ce modèle devrait décrire plus complètement le comportement de la roche et permettre de *mieux comprendre le comportement de ce matériau*. **C'est le premier objectif de cette thèse.**

En outre, se plaçant dans le contexte du stockage de déchets radioactifs en France, dans un deuxième temps, ce modèle est appliqué pour *étudier le comportement post-fermeture d'un « ouvrage type » de stockage de déchets radioactifs dans une argilite*. Concrètement, cette étude vise à donner des éléments de réflexion pertinents à l'IRSN pour évaluer les propositions technico-scientifiques de l'Andra. **C'est le second objectif de cette thèse.**

Pour répondre à ce second objectif (qui sera présenté en détail au Chapitre 9), un ouvrage type (une galerie de liaison) sera examiné dans différentes phases de son cycle de vie. C'est ainsi qu'après la phase d'excavation, cette galerie sera supposée revêtue, puis mise en exploitation pendant une à deux centaines d'années, puis finalement remblayée et fermée. En effet, c'est cette dernière phase qualifiée de post-fermeture qu'il est nécessaire d'étudier pour évaluer la sûreté à long terme du stockage. En particulier, la possibilité pour le fluage de la roche de provoquer une accélération du transport des radioéléments vers la biosphère (Fig 1-7) en comprimant les cavités remblayées et saturées en eau sera examinée (cf. chapitre 9).

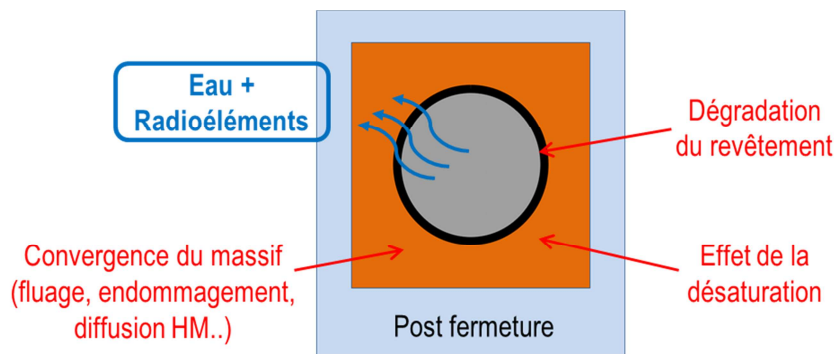


Fig 1-7. Exemple de phénomènes possibles pendant la phase Post-fermeture

Dans ce travail, nous ne nous situons pas à proximité des alvéoles de stockage de déchets exothermiques, ce qui permet de ne pas tenir en compte de l'effet de la température (*conditions isothermes*). Dans l'ensemble de ce mémoire, excepté dans la présentation générale du cadre thermodynamique au chapitre 2, les effets thermiques sont donc négligés. De plus, pour simplifier la prise en compte des couplages envisagés, les *effets chimiques sont aussi négligés*. Dans ce cadre, un comportement PPE-NS (Poro-Plastique-Endommageable-Non-Saturé) est développé dans ce travail. Au vu des résultats obtenus, ce modèle PPE-NS semble convenable pour simuler le comportement hydromécanique d'une galerie type dans une argilite.

Néanmoins, à ce stade, le modèle rhéologique PPE-NS développé dans cette thèse ne permet pas de prendre en compte le fluage et ne permet donc d'étudier que le comportement à court terme (typiquement, quelques décennies) des ouvrages. Pour une échelle de temps plus longue, un comportement du type viscoplastique doit être envisagé. Aussi, pour répondre au second objectif de cette thèse et pouvoir apporter des éléments pertinents sur le comportement post-fermeture des ouvrages, nous avons développé, en complément du modèle PPE-NS, un modèle analytique viscoplastique. Ce développement analytique procure également un cadre de réflexion permettant d'étudier la possibilité de poursuivre le développement du modèle rhéologique PPE-NS dans le domaine de la viscoplasticité.

1.2.3 Méthodologie

Pour atteindre les objectifs de cette thèse, des approches *théorique* et *numérique* seront donc utilisées. Dans un premier temps, le développement d'un nouveau modèle théorique est effectué de manière phénoménologique. Plus concrètement, le modèle sera construit sur la base des principes fondamentaux de la thermodynamique et formulé dans le cadre de la *méthode énergétique* des milieux poreux non saturés (Coussy & Dangla, 2002). Une approche micro-mécanique sera également mise en œuvre pour mieux comprendre les mécanismes physiques associés, notamment ceux liés à la prise en compte de l'endommagement.

Dans un deuxième temps, le modèle théorique développé sera implémenté dans un code de calcul (Hydromech, dont le développement a été initié au sein du laboratoire dans le cadre de la thèse (Pereira, 2005)) afin d'étudier le comportement d'une galerie type en tenant compte d'un cycle de vie défini au chapitre 9. Ce code de

calcul, basé sur la méthode des éléments finis, est écrit en langage *C++*. Des tests numériques seront réalisés pour en vérifier la validité.

Cependant, ainsi que souligné précédemment, le modèle PPE-NS ne permet pas encore de prendre en compte le fluage de la roche et à ce stade, le comportement viscoplastique de la roche est étudié de manière *analytique*. Cette approche permet d'obtenir des solutions explicites dans des cas limites où le comportement de la roche est plus simple et linéaire. L'intérêt d'une solution analytique est multiple : elle permet d'obtenir très rapidement des éléments de compréhension et de pré-dimensionnement des ouvrages (Subrin, 2002) ; son processus d'élaboration est totalement vérifiable et transparent, les liens de causalité entre paramètres entrants et sortants étant clairement mis en évidence (Bérest, 1989) ; ces solutions analytiques permettent également de tester la validité de solutions numériques plus complexes et fortement non linéaires, comme par exemple le modèle (Dufour, 2012) (voir paragraphe 9.4).

Ce mémoire de thèse organise les éléments précédemment cités en *3 parties comprenant 11 chapitres*. **La première partie (études bibliographiques)** comprend l'introduction générale (ce chapitre 1), des études bibliographiques du comportement des milieux poreux non saturés (chapitre 2), sa modélisation par une approche énergétique (chapitre 3) et son couplage avec l'endommagement (chapitre 4). Dans le chapitre 2, un bref rappel des phénomènes physiques et des différentes approches de modélisation mécanique des milieux non saturés précède une étude bibliographique de leurs caractéristiques hydrauliques.

Le chapitre 3 présente en détail l'approche énergétique choisie dans cette thèse. La théorie de l'élasto-plasticité et celle de la viscoplasticité des matériaux monophasiques sont aussi présentées puis élargies au cas multiphasique. Le chapitre 4 présente une étude bibliographique relative à l'endommagement et à son influence sur le comportement des milieux poreux, notamment sur leurs propriétés hydrauliques. L'endommagement est étudié d'un point de vue micro- et macroscopique en se basant sur la Mécanique de l'Endommagement (*Continuum Damage Mechanics CDM*) initialement établie pour les matériaux secs (c.-à-d. monophasiques). L'influence de l'endommagement sur des propriétés hydrauliques telles que la rétention de l'eau ou la perméabilité sont également abordées et révisées.

La **deuxième partie (études théoriques)** présente le développement du modèle PPE-NS. Après avoir rappelé les principaux traits du comportement mécanique et hydraulique des roches argileuses, le chapitre 5 présente un cadre général basé sur des études présentées aux chapitres 3 et 4 appliquées à ce type de comportement. Dans le chapitre 6, l'influence de l'endommagement sur les propriétés de transferts (courbe de rétention d'eau (*Water retention curve WRC*), énergie des interfaces et perméabilité) est étudiée. Cette étude est réalisée par des analyses à l'échelle microscopique en milieux poreux microfissurés et inspirée par les études présentées au chapitre 2 (partie hydraulique) pour formuler une relation fonctionnelle de type

mixte (micro-macro). La formulation complète du modèle PPE-NS est présentée au chapitre 7 ; elle s'appuie sur des résultats des chapitres 5 et 6 ainsi que sur des équations d'états (partie réversible) et des lois supplémentaires (partie irréversible) présentées dans ce chapitre 7. Du fait de la complexité du modèle, ses principales équations sont récapitulées en fin de chapitre.

Enfin, des applications numériques sont présentées dans la **troisième partie (études numériques)** de ce mémoire. Le chapitre 8 présente tout d'abord des validations numériques du modèle PPE-NS réalisées à l'échelle d'essais de laboratoire, aussi bien en mécanique qu'en hydraulique. Des études numériques relatives au stockage de déchets radioactifs sont présentées aux chapitres 9 et 10. Le chapitre 9 présente de façon détaillée la solution analytique développée dans un cas limite où le comportement de la roche hôte est supposé poroviscoplastique saturé ; la solution est complète pour l'ensemble du cycle de vie considéré d'une cavité souterraine, incluant notamment la phase de post-fermeture dont l'intérêt peut s'étendre sur des centaines, voire des centaines de milliers d'années. Dans le chapitre 10, ce même problème est abordé de manière numérique mais en se limitant au comportement à court terme (des dizaines d'années) ; la mise en équations, leurs discrétisations par la méthode des éléments finis, la programmation en C++ et les résultats numériques obtenus sont présentés. La cohérence des résultats obtenus en fonction des couplages privilégiés est également mise en lumière par une analyse comparative et une étude paramétrique. Les conclusions et perspectives sont présentées au chapitre 11.

Dans l'ensemble de ce mémoire, la convention de la Mécanique des Milieux Continus MMC (contrainte positive en traction, déformation positive en extension) est utilisée. La convention de la Mécanique des Sols n'est utilisée que dans quelques cas spécifiques et sera alors clairement précisée. Les quantités vectorielles et tensorielles sont notées en caractères gras ; leurs composantes sont notées en caractères ordinaires.

CHAPITRE 2

**Comportement
hydro-mécanique
des matériaux poreux**

2. COMPORTEMENT HYDRO-MECANIQUE DES MATERIAUX POREUX

Dans ce chapitre, une étude bibliographique sur les comportements des matériaux poreux, ainsi que leurs modélisations sera présentée. Il mérite de souligner que « milieu poreux » est une notion très large et dans cette partie seules les caractéristiques fondamentales des sols et roches couramment rencontrés dans le domaine du génie civil sont présentées.

2.1 Physiques des matériaux poreux

2.1.1 Phases existantes dans les matériaux poreux et leurs états

2.1.1.1 Phases principales dans les matériaux poreux

Un matériau poreux est composé d'une matrice solide et d'un espace poreux. Le dernier se compose d'un système des pores où contiennent un ou plusieurs fluides. Deux types de fluides souvent rencontrés dans des pores sont celui dit « mouillant » dont l'eau liquide est un représentant typique, et celui dit « non mouillant » étant normalement air. C'est-à-dire un matériau poreux est souvent un milieu multiphasique également. Quand l'espace des pores est entièrement rempli d'un liquide (c'est normalement l'eau), on est en présence de l'état saturé et le matériau est biphasique. Par contre, s'il y a plus qu'un fluide dans les pores, il s'agit alors de l'état non saturé dont l'état saturé n'est qu'un cas particulier. Très souvent, un matériau non saturé en génie civil (comme les sols, les roches...) est caractérisé par la présence simultanée de trois phases : solide (grains), liquide (eau interstitielle) et gazeuse (air) (voir Fig 2-1).

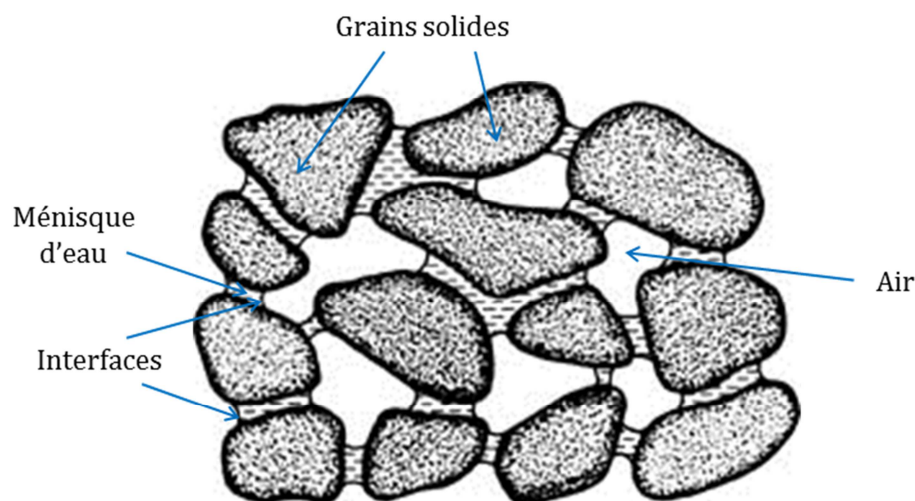


Fig 2-1. L'état saturé des milieux poreux (<http://southwest.library.arizona.edu>)

Il est intéressant de rappeler ici des états de l'eau dans les géomatériaux non saturés. L'eau dans des milieux poreux peut se présenter sous 3 formes principales :

l'eau libre qui peut circuler librement sous l'effet de gravité ou de gradient de pression interstitielle ; *l'eau adsorbée* déposée sur la surface des particules solides ; et *l'eau liée* qui fait partie de la composition chimique des particules argileuses. Lors d'un processus de séchage, l'eau est progressivement retirée, d'abord dans des grands pores, ensuite dans des pores plus petits. Des interfaces air-eau apparaissent (Fig 2-2) et deviennent des *ménisques d'eau* (voir Fig 2-1) lorsque le matériau est suffisamment sec. Normalement, l'eau libre sera retirée d'abord, puis l'eau adsorbée sera progressivement enlevée. L'eau liée, pour la plupart des sols et des roches, reste comme partie intégrante du squelette solide, et dans un processus hydromécanique normal (sans effets chimiques), ne pourrait pas être enlevée.

A l'état totalement saturé, l'eau a normalement une pression positive répartie de façon hétérogène qui cause sa circulation (l'eau libre) dans le milieu ainsi qu'une compression sur la paroi solide. Par contre, à l'état suffisamment sec, la plupart de l'eau n'existe qu'à l'état adsorbée. L'eau dans ce cas ne « pousse » plus la paroi solide. Au contraire, elle est retenue par des particules solides grâce à une force d'adhésion, et sa pression est alors négative (c'est-à-dire un état de tension). La capacité de rétention d'eau (qui sera précisée dans la suite) joue un rôle important sur le comportement hydromécanique. Pour sa description, on définit deux grandeurs physiques : *la teneur (volumique) en eau* θ_w (la proportion entre le volume poreux occupé par l'eau et le volume total de l'échantillon) et *le degré de saturation* S_w (la proportion entre le volume occupé par l'eau et le volume poreux total).

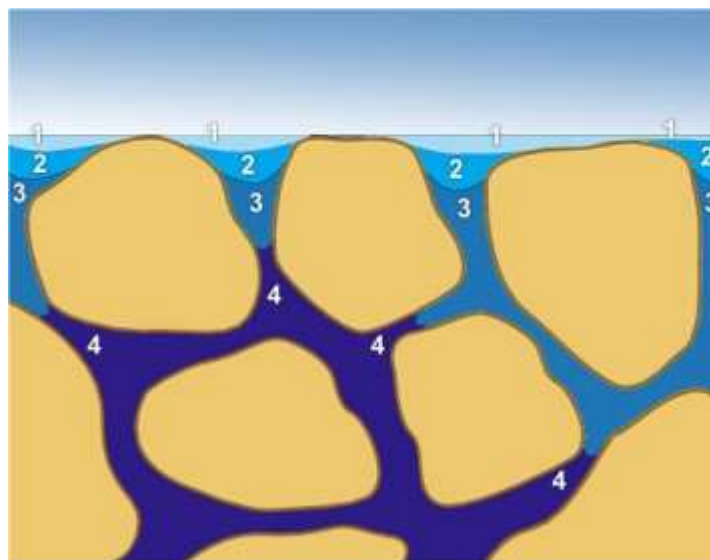


Fig 2-2. Le retrait progressif de l'eau dans les sols non saturés lors d'un séchage (Fredlund & Rahardjo, 1993)

D'un point de vue mécanique, en plus des trois phases mentionnées ci-dessus, certains auteurs préconisent d'inclure une quatrième phase: les interfaces entre ces trois phases principales (gazeuse-liquide, liquide-solide, solide-gazeuse) (Fredlund & Rahardjo, 1993), (Dormieux, et al., 2006), (Coussy & Dangla, 2002). Cette quatrième phase comprend donc des couches superficielles très minces séparant des phases liquide-solide-gazeuse l'un à l'autre (Fig 2-1). En raison de l'épaisseur

négligeable de ces membranes, cette phase est considérée comme sans volume ni masse. Cependant, il existe des forces de tension exercées sur sa surface ainsi que des énergies superficielles, dues au phénomène de tension de surface. Ces forces surfaciques ont une influence importante sur le comportement des matériaux poreux, comme sera indiqué dans les sections suivantes.

Il est donc intéressant de parler plus en détails de la tension de surface, qui est un phénomène fondamental de la physique et de la mécanique. Bien qu'une formulation dans le cadre de la mécanique de fluides soit disponible depuis longtemps et ait été utilisée dans de nombreux travaux (voir par exemple (Pereira, 2005) (Morvan, 2010)), une description du point de vue énergétique semble la plus appropriée.

En effet, chaque molécule d'eau, dû à sa polarité, est liée à d'autres molécules d'eau autour d'elle par des forces de cohésion. Pourtant, par rapport aux molécules à l'intérieur de la masse d'eau, des molécules d'eau à l'interface eau-air ont moins de molécules d'eau autour d'elles comme l'illustre Fig 2-3. Elles sont donc soumises à moins de forces de cohésion. A la place de celles-ci, elles sont soumises aux forces d'adhésion avec des molécules d'air. Ces dernières sont toutefois négligeables devant des forces de cohésion, car la densité des molécules d'air est très petite. Ainsi, toutes les molécules d'eau à la surface sont soumises à une force d'attraction nette vers l'intérieur. Cette force est équilibrée par la résistance du liquide de compression. En plus, puisque les molécules d'eau à l'interface ont moins de forces d'attraction, leur énergie potentielle est plus élevée que celle des molécules à l'intérieur de la masse d'eau. Parce qu'à l'équilibre, le système des molécules d'eau ont toujours la tendance de minimiser son énergie (Coussy, 2010), le nombre des molécules d'eau à l'interface sont spontanément minimisées. Cela correspond à une minimisation de la surface des interfaces. Autrement dit, des interfaces se comportent *comme des membranes élastiques tendues*, pour que leur surface soit toujours minimale. Le concept de la " tension de surface" permet une description cohérente des phénomènes tout en assurant la validité de ce principe.

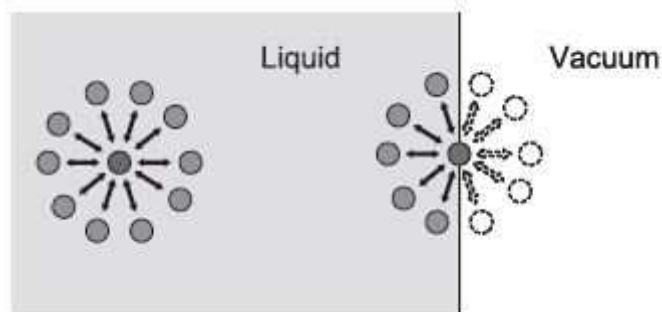


Fig 2-3. *Interprétation physique de la tension de surface* (Coussy, 2010)

2.1.1.2 *Changements de phase*

Il est important de souligner que des phases principales dans un milieu poreux, dans une situation physique quelconque, pourraient se transformer de l'un à l'autre. En

effet, le liquide (le plus souvent de l'eau) peut se transformer en gaz par l'évaporation. Ce processus est un moyen important pour le transfert de masse dans les matériaux poreux. Quand un milieu non saturé est assez sec (à faible degré de saturation) et l'air des pores forme un réseau continu avec l'atmosphère, la pression de vapeur est petite et le taux massique de l'évaporation est relativement faible et ne sature pas l'air. Comme la pression de vapeur est plus petite que celle saturante, l'équilibre n'est pas atteint. Le système continue donc à évoluer, ce qui maintient le transport de masse et le changement de phase en cours. La pression de vapeur augmente avec la montée de la température, diminue avec l'accroissement de la dépression de l'eau interstitielle et elle est également influencée par des solutés dans le liquide poral (Murray & Sivakumar, 2010).

Inversement, la vapeur peut se transformer en phase liquide par la condensation. Celle-ci intervient quand la pression partielle de la vapeur est plus élevée que celle de la vapeur saturante. Un autre mécanisme permettant le changement de phase est la dissolution. Une partie de l'air peut effectivement dissoudre dans l'eau. Un tel changement de phase influencera l'état de l'air, en premier lieu sa pression, dans les milieux poreux non saturés comme sera montré ci-dessous.

En effet, l'air dans les milieux non saturés existe soit sous forme d'un réseau continu en contact avec l'atmosphère, soit sous forme des bulles d'air occluses. Dans ce dernier cas, des phénomènes complexes peuvent intervenir et modifier le comportement du matériau. La nucléation, le développement ou la dégradation des bulles d'air sont liés à un processus de cavitation, étant à l'origine de la surchauffe ou de l'effet de la pression.

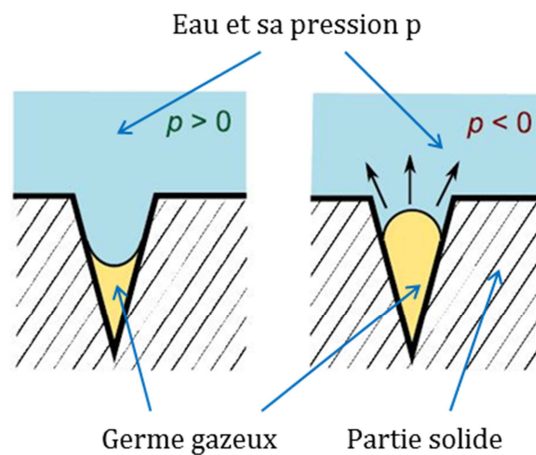


Fig 2-4. Exemple de la nucléation des bulles d'air dans un milieu poreux par cavitation (Vincent, 2006)

Concentrant notre attention sur l'origine mécanique de ce phénomène, il est montré que c'est la pression d'air (et de vapeur), par rapport à la pression d'eau, qui contrôle le processus de dissolution/ dégazement d'air. Les phénomènes de l'adhésion eau-solide et de la tension de surface entraînent une forme particulière de l'interface eau-air au produit de courbures négatif lorsque la bulle est en contact

avec le solide ou au contraire une bulle d'air d'une courbure unique lorsqu'elle n'est pas en contact avec une particule solide.. La forme des ménisques d'eau dans le premier cas peut être facilement expliqué par la loi de Laplace (phénomène capillaire-voir la Section suivante). Néanmoins, la création initiale des bulles par nucléation est effectivement compliquée. Dans des géomatériaux, la présence préalable des impuretés et des gaz dissous dans l'eau ou attachés aux particules solides constitue un facteur majeur pour la nucléation des bulles d'air (Murray & Sivakumar, 2010), (Vincent, 2006), (Laloui, 2010). Des germes gazeux forment des bulles d'air, comme l'indique la Fig 2-4. Il est souligné que la pression d'eau dans des milieux non saturés est souvent négative.

Plus concrètement, la cinétique de dégazement dépend de l'état de sur-saturation de l'air dissous dans l'eau. À une pression d'air donnée, l'eau est dite « saturée » en air si la concentration de l'air dissous est en équilibre thermodynamique avec l'air sous forme gazeuse, « sur-saturée » si elle est supérieure à la concentration d'équilibre, et « sous-saturée » dans le cas contraire (Vincent, 2006). Les observations expérimentales montrent qu'à l'équilibre, la concentration est approximativement proportionnelle à la pression de gaz (*loi de Henry*). La notion de l'état de sur-saturation ci-dessus peut s'exprimer à l'idée une relation entre la "*pression d'air dissous*" (un paramètre artificiel qui traduit la concentration de l'air dissous) et la pression d'air dans des bulles (Murray & Sivakumar, 2010). Si l'eau est sur-saturée, alors la pression de l'air dissous est plus grande que celle dans des bulles et l'air dissous est prêt d'être libéré et entre dans les bulles. Dans ce cas-là, des bulles se développent. Inversement, si l'eau est sous-saturée, des bulles pourraient se dissoudre.

En plus, comme déjà dit, la taille des bulles dépend de l'effet capillaire et la pression d'air dans des bulles selon la loi de Laplace. Ainsi, une grosse bulle a normalement une pression d'air plus petite que celle de l'air dissous, si celle-ci est en équilibre avec des bulles de plus petites tailles. Une grosse bulle aurait donc la tendance à se développer (Murray & Sivakumar, 2010) aux dépens des petites bulles.

Une autre forme possible du changement de phase entre liquide et solide est le processus de gel ou dégel, provoqué par une variation de température. Ce phénomène amène plusieurs effets influençant les matériaux poreux. Par exemple, le gel qui s'accompagne d'une dilatation volumique de l'eau des pores peut provoquer la fissuration du matériau solide. Cette pression de cristallisation de l'eau est amplifiée par le phénomène de cryosuction, où l'eau dans la zone pas encore gelée est aspirée vers les cristaux de glace dans la zone gelée. Ce mécanisme pourrait être expliqué par la présence d'un gradient du potentiel chimique dans ces deux zones (Fabbri, 2006).

Encore une fois, il importe de souligner qu'un matériau poreux est souvent également multiphasique. Dans beaucoup de cas, à l'état non saturé, il est triphasique avec les phases solide, liquide et gazeuse. Les interfaces sont éventuellement prise en compte en tant que la quatrième phase, en raison de sa

contribution énergétique non-négligeable au bilan global. Le changement de phase est un phénomène physique complexe et important qui peut conditionner le comportement des matériaux poreux.

2.1.2 Succion dans des matériaux non saturés

2.1.2.1 Définition générale de la succion

Pour des matériaux poreux à un état non saturé, la succion peut avoir une grande influence sur le comportement mécanique. D'un point de vue théorique, la succion peut être défini et interprété d'un point de vue purement mécanique. Toutefois, il est possible et même utile d'analyser cette grandeur du point de vue physique et thermodynamique. Selon la seconde approche, *la succion caractérise la capacité du matériau poreux d'adsorber et de retenir de l'eau* (Murray & Sivakumar, 2010), et peut être définie comme *le potentiel thermodynamique (énergie libre) de l'eau par rapport à une valeur de référence, qui est prise comme le potentiel de l'eau pure*. L'eau pure est définie comme celle qui n'est soumise à aucune force extérieure autre que sa gravité, ne contient aucun soluté dissous et n'a aucune interaction avec d'autres phases influant des interfaces eau-air (Lu & Likos, 2004). La détermination de la succion amène donc à la détermination de la différence entre l'énergie libre de l'eau de pore et celui de l'eau libre.

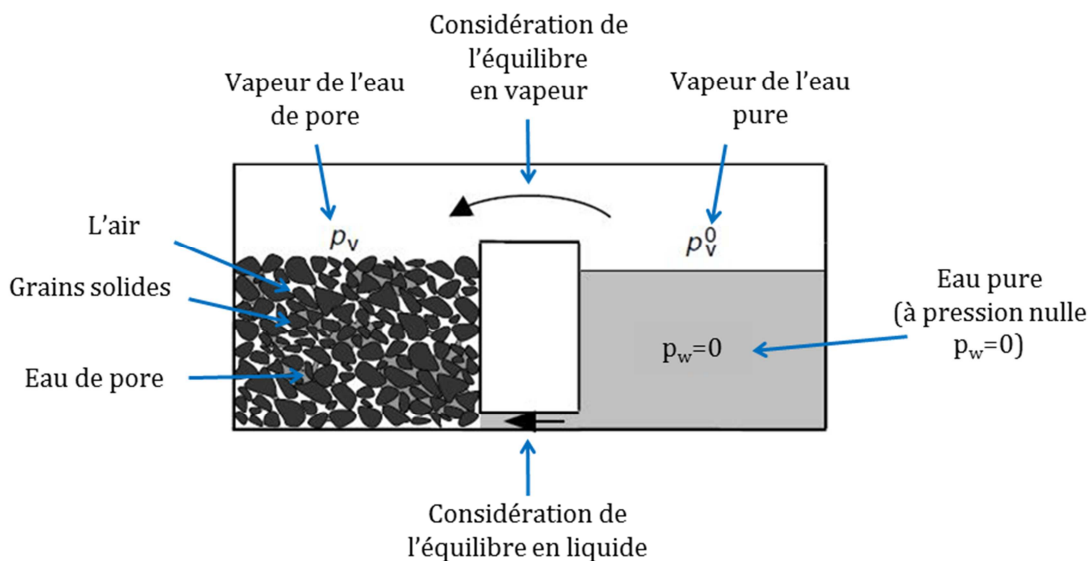


Fig 2-5. Illustration du phénomène de succion (Tarantino, 2010)

En se référant à la Fig 2-5, le phénomène de succion est étudié en considérant soit un équilibre via la phase liquide soit celui via la phase vapeur (Tarantino, 2010). Dans un premier temps, on considère d'abord l'équilibre en phase vapeur. Il est constaté que la vapeur de l'eau est en équilibre thermodynamique avec sa phase liquide. Ainsi, l'énergie libre de l'eau des pores peut s'exprimer en fonction de la pression partielle de la vapeur selon l'équation de Kelvin (Fredlund & Rahardjo, 1993):

$$s_{tot} = -\frac{R_u T \rho_w}{\omega_v} \ln(RH) \quad (2-1)$$

Où s_{tot} est la valeur de la succion totale (kPa) ; R_u est le constant universel de gaz, $R_u = 8.31432 J.mol^{-1}.K^{-1}$; T est la température absolue (K) ; ρ_w est la masse volumique de l'eau, $\rho_w = 998 kg/m^3$ à $20^\circ C$; ω_v est la masse molaire de la vapeur d'eau, $\omega_v = 18.016 g/Mol$; et l'humidité relative RH est définie par :

$$RH = \frac{p_v}{p_{v0}} \quad (2-2)$$

Avec p_v et p_{v0} sont respectivement la pression actuelle de la vapeur dans les pores et celle lorsque la vapeur atteint sa concentration de saturation. Ce ratio est généralement une fonction de la température. Ainsi, cette formule (2-1) nous permet d'estimer la succion totale en mesurant l'humidité relative. Celle-ci est basée sur basée sur l'équilibre thermodynamique entre vapeur d'eau et eau liquide.

Nous procédons dans un deuxième temps en considérant l'équilibre de la phase liquide. En effet, quand l'eau est attirée par une particule solide tout en étant en contact avec la phase gazeuse, son état d'énergie libre (potentiel thermodynamique) va changer. L'équilibre mécanique et thermodynamique est supposé vérifié à tout moment et en tout point. Les mécanismes suivants alors interviennent : effet capillaire, interactions électriques et effet osmotique. D'un point de vue énergétique, et compte tenu de sa nature additive, la succion totale (l'inverse de l'énergie potentielle) est calculée comme la somme de ses composantes : la *succion capillaire* s_{cap} , la *succion d'adsorption (de nature électrique)* s_{ads} et la *succion osmotique* s_{os} . Dans ce qui suit, on va étudier tour à tour ces composantes pour mieux comprendre des phénomènes à l'origine de la succion dans le milieu poreux.

2.1.2.2 Effet capillaire

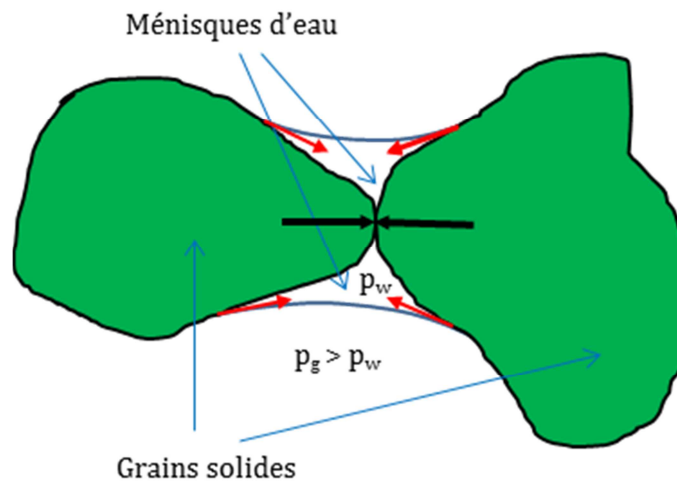


Fig 2-6. Illustration du phénomène capillaire pour des ménisques d'eau

Le phénomène de capillarité est largement connu dans la mécanique des fluides et la mécanique des sols, pour expliquer la création de la surface à l'interface entre deux

milieux non miscibles, en raison de la tension de surface. La loi de Laplace régit la relation entre la différence en pression de ces deux milieux, la tension de surface à leur interface et la géométrie (rayons de courbure) de la surface. Cette loi est démontrée facilement en se basant sur l'équilibre mécanique d'un élément de surface du ménisque. La démonstration peut être trouvée dans une variété des documents (par exemple (Lu & Likos, 2004)). Cela explique la création des ménisques d'eau dans des milieux non saturés comme mentionné dans la Section précédente : l'interface eau-air se comporte comme une membrane élastique, et elle devient concave vers l'eau dû à l'excès de la pression d'air (Fig 2-6).

L'effet capillaire joue un rôle important pour le comportement mécanique des matériaux poreux (voir plus en détail dans la section 2.2.1). Une des influences directes vient de la formation des ménisques d'eau. Comme illustré dans la Fig 2-6, l'effet capillaire provoque des forces de tension surfaciques, qui, à leur tour, resserrent des grains solides et augmentent des forces de contact entre ces grains. Ces ponts d'eau agissent comme une « colle » entre les grains et à l'échelle macroscopique, elles se manifestent par une augmentation de la résistance au cisaillement et de la rigidité apparente du matériau (Boutonnier, 2007). Cet effet émane de la présence simultanée des deux phases liquide-gazeuse, c'est une particularité des milieux non saturés.

L'effet capillaire aide au matériau poreux de retenir de l'eau à travers un mécanisme de changement de la courbure de l'interface eau-air. Ce changement de la courbure (par rapport à l'eau pure) amène l'apparition d'un potentiel, qui résulte la succion capillaire. En déterminant ce potentiel (Lu & Likos, 2004), la succion capillaire s_{cap} , autrement appelée la pression capillaire p_c est démontrée égale à la différence entre la pression de gaz p_g et de l'eau liquide p_w , c'est-à-dire $p_c = p_g - p_w$.

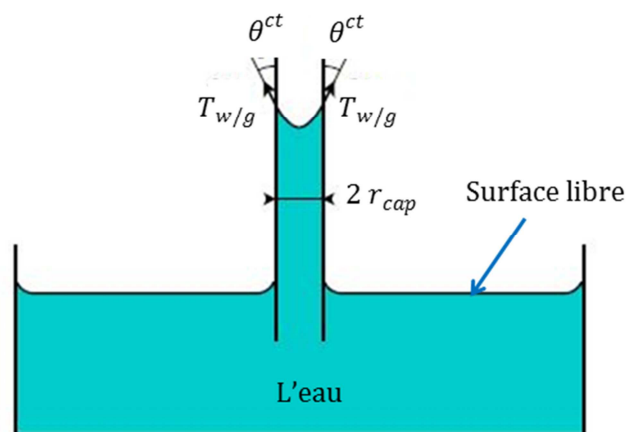


Fig 2-7. Capillarité dans un tube capillaire (Pereira, 2005)

Si l'on considère un cas particulier d'un ménisque d'eau situé dans un tube cylindrique, la loi de Laplace connue dans la littérature se simplifie en la loi de Jurin et donne (Delage & Cui, 2000):

$$p_c = \frac{2T_{w/g} \cos \theta^{ct}}{r_{cap}} \quad (2-3)$$

Où $T_{w/g}$ signifie la tension de l'interface en générale entre 2 milieux mouillant (liquide) et non mouillant (gaz), ici on ne s'intéresse qu'au cas le plus populaire entre l'eau (*water*) et l'*air*, à 20°C on a $T_{w/g} = 72,75 \cdot 10^{-3} N/m$; θ^{ct} représente l'angle de contact, pour des matériaux propres (comme les roches par exemple) saturés par l'eau et le l'air, la mouillabilité est considérée parfaite et $\theta^{ct} = 0$ (Coussy, 2004); r_{cap} est le rayon du cylindre capillaire. Cette loi s'utilise initialement pour expliquer la montée de l'eau (par rapport à la surface libre) dans un tube capillaire (Fig 2-7).

2.1.2.3 Effet d'adsorption par des interactions de nature électrique et effet osmotique chimique

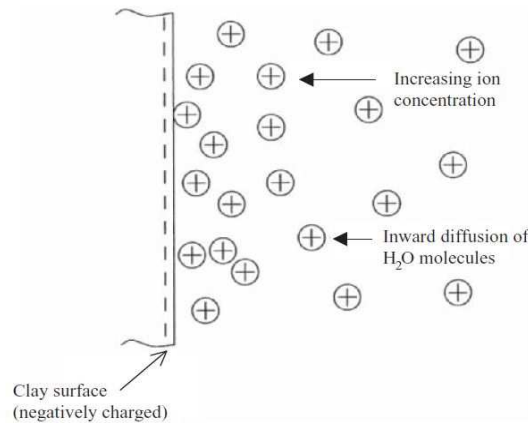


Fig 2-8. Interaction électrostatique pour l'adsorption d'eau (Murray & Sivakumar, 2010)

Des interactions de nature électrique jouent le rôle d'attirer et d'adsorber des molécules d'eau sur des interfaces solide-eau. Ainsi, elles contribuent également à la « suction » du point de vue énergétique, même si leur nature est électrique mais pas mécanique comme l'effet capillaire. Deux types d'interaction de base sont responsables de générer la suction d'adsorption de nature électrique s_{ads} :

- Interaction électrostatique (i.e. entre 2 ions ou entre un ion et undipôle) : elle intervient dans plusieurs types des sols, par exemple dans des sols argileux, où il y a des particules d'argile dont la surface est chargée négativement. Cette surface attire des cations (Fig 2-8) qui amènent avec eux des molécules d'eau et cela génère donc une couche d'eau adsorbée sur la surface de solide (Murray & Sivakumar, 2010) (Lu & Likos, 2004) (Tarantino, 2010). Du fait que ce mécanisme d'adsorption d'eau amène un changement de la concentration ionique, il est appelé dans quelques travaux (par exemple (Tarantino, 2010)) effet osmotique. Dans ce cas-là, cette terminologie doit être bien distinguée avec l'effet osmotique chimique présenté dans la suite.

- Interaction de Van der Waals, entre des particules solides et des particules liquides. Ce mécanisme pourrait se passer non seulement dans des matériaux argileux mais dans tout type de géomatériaux (Lu & Likos, 2004). Identiquement à l'interaction électrostatique, cette interaction n'apparaît que dans un voisinage très proche de la surface solide et négligeable au-delà. L'épaisseur de la couche d'eau adsorbée est probablement de quelques Å à quelques *nm*.

Le changement énergétique dû à ces effets correspond à une composante de la succion s_{ads} . En outre, une autre manière pour changer l'état énergétique dans l'eau de pore est de créer des gradients de concentration des solutés dans l'eau. Des solutés peuvent venir des processus naturels extérieurs, comme le lessivage naturel (Lu & Likos, 2004). Par des processus physico-chimique, par exemple l'hydratation ou la solvataion, la concentration de ces solutés change et crée donc un gradient de concentration (Lu & Likos, 2004). Un cas couramment rencontré est la présence de différents sels dans l'eau. Les molécules d'eau dans les régions de moins fortes concentrations de soluté sont attirées vers les régions avec une plus forte concentration (Pereira, 2005). Cet effet est dit osmotique et correspond à la composante dite succion osmotique s_{os} .

Ces effets peuvent exister à la fois dans les milieux non saturés et saturés. En anticipant le rôle de la succion s_{ads} et s_{os} dans ce travail de thèse (qui concentre sur le comportement hydromécanique) et en raison de la complication de la quantification de ces quantités, le calcul de ces composantes n'est pas explicité ici. Ces détails peuvent être trouvés dans d'autres travaux (par exemple (Lu & Likos, 2004)).

2.1.2.4 *Succion matricielle et succion osmotique*

Les parties précédentes nous présentent des mécanismes cruciaux impactant la succion dans les milieux non saturés. La succion capillaire résulte de la formation des ménisques d'eau aux alentours des grains solides. La succion de nature électrique est liée à l'adsorption de l'eau sur la surface des solides, elle provient de l'attraction entre des molécules solides et liquides. La succion osmotique (chimique) est pour origine des solutés dans l'eau. On se rend compte que la présence de la phase solide est indispensable pour les deux premières. Sans elle, des ménisques d'eau ne peuvent pas se former, et des interactions électriques ne peuvent pas non plus avoir lieu. La somme de toutes ces deux composantes est donc appelée la *succion matricielle*. La dernière, au contraire, ne dépend que des constituants dans les phases fluides, mais n'est aucunement liée à la présence de la matrice solide. Elle est appelée la succion osmotique. Ainsi, la succion totale, calculée d'après (2-1), est la somme de la succion matricielle et la succion osmotique :

$$s_{tot} = (s_{cap} + s_{ads}) + s_{os} = s_m + s_{os} \quad (2-4)$$

Où $s_m = s_{cap} + s_{ads}$ est la succion matricielle. Cet énoncé est largement validé par de nombreux auteurs (Fredlund & Rahardjo, 1993) (Lu & Likos, 2004) (Tarantino, 2010) (Murray & Sivakumar, 2010) (Verbrugge & Fleureau, 2002).

En effet, la succion osmotique généralement ne devient significative qu'en cas de la présence des substances dissoutes en relation avec des réactions chimiques affectant la matrice solide (par exemple dans des problèmes de transfert réactif comme ceux de pollution/dépollution des sites). Dans la géotechnique classique, la succion osmotique est beaucoup moins importante que la succion matricielle (Murray & Sivakumar, 2010). En outre, ce qui nous intéresse pour étudier le comportement des géomatériaux n'est pas forcément la valeur absolue des grandeurs physiques, mais plutôt *leur changement lors du changement des sollicitations extérieures*. Dans bon nombre de cas dans la pratique, sous l'effet des sollicitations extérieures (y compris des sollicitations chimiques naturelles comme la dissolution), la variation de la succion matricielle est beaucoup plus forte que celle de la succion osmotique (par exemple le cas de l'argile de Regina compactée (Fredlund & Rahardjo, 1993)).

Ainsi, dans beaucoup d'applications du génie civil, la non-prise en compte du phénomène d'osmose peut être considérée comme une hypothèse valable (Fredlund & Rahardjo, 1993) (Verbrugge & Fleureau, 2002), même si cette hypothèse peut être mise en défaut dans des cas particuliers comme celui reporté dans (Soler, 2001). De façon générale, cette hypothèse doit être bien vérifiée selon le cas considéré. Une fois cette hypothèse est validée, la succion totale et la succion matricielle peuvent être confondues, c'est à dire $s_{tot} = s_m$.

Considérons maintenant la succion matricielle, comprenant la succion capillaire et la succion d'adsorption. Du point de vue mécanique, l'effet capillaire semble être celui le plus influent pour le comportement des géomatériaux (Pereira, 2005). C'est une hypothèse provenant du fait que la succion d'adsorption n'intervient que dans une couche très mince dans le voisinage de la surface solide, et chute rapidement à zéro lorsqu'on s'éloigne de celles-ci. En conséquence, comme une première approximation, l'influence des interactions électriques n'est significative qu'à faible (même à très faible) degré de saturation (Lu & Likos, 2004) (Tarantino, 2010). Si cette hypothèse est valable, on en déduit que la succion matricielle se réduit à la succion capillaire : $s_m = s_{cap}$.

Dans ce travail, on admet également ces deux hypothèses, *de sorte que l'on considère désormais la succion comme la pression capillaire* $s_{tot} = s_m = p_c$. Dans ce cas, l'équation de Kelvin (2-1) se réécrit :

$$p_c = -\frac{R_u T \rho_w}{\omega_v} \ln(RH) \quad (2-5)$$

2.2 Aperçu du comportement des matériaux poreux et ses modélisations

2.2.1 Principaux traits sur le comportement des matériaux poreux

2.2.1.1 Eléments de base en milieux saturés

Dans des matériaux saturés, les facteurs les plus influents sur le comportement hydromécanique sont évidemment la contrainte et la pression d'eau, qui gouvernent la relation de base contrainte-déformation. Quand le matériau est soumis à un état de contrainte totale, une partie de cette contrainte s'applique sur la partie solide, et une autre partie exerce sur la partie liquide. Bien que la réalité physique pourrait être plus compliquée, ce concept nous donne une vue intuitive sur le comportement des sols saturés.

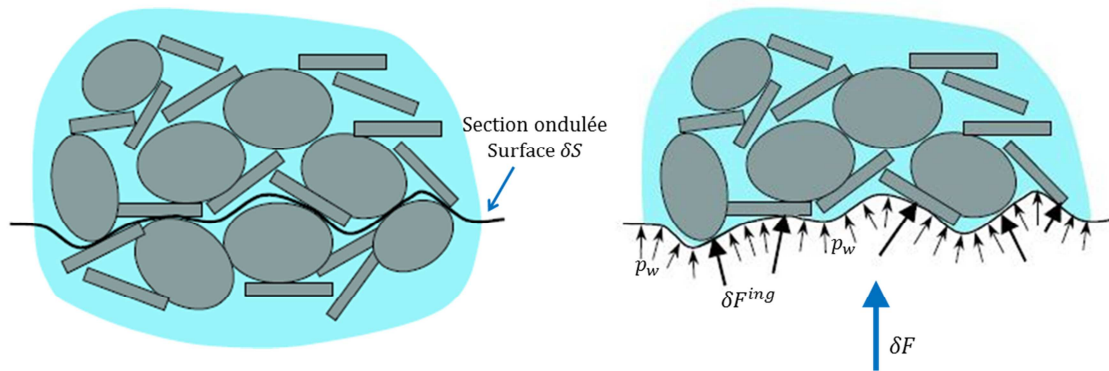


Fig 2-9. Forces intergranulaires

(illustration modifiée de la version originale de (Loret & Gajo, 2004))

Ce concept a initialement été établi par Terzaghi, pour la consolidation (primaire) des sols. Le comportement du squelette solide est schématisé par le modèle d'un ressort baigné dans l'eau. Elargissant cette illustration conceptuelle pour le cas général, Terzaghi, dans son travail pionnier sur la mécanique des sols, a défini la contrainte effective comme « une fonction de la contrainte totale et de la pression interstitielle de l'eau, qui contrôle les effets mécaniques dus à une modification de l'état de contrainte auquel est soumis un élément de sol » (voir (Delage & Cui, 2001)).

Dans le cas où toutes les phases solide et liquide dans le sol sont incompressibles, des résultats expérimentaux mettent en évidence que la contrainte effective proposée par Terzaghi conformément à l'illustration ci-dessus est bien valable. En respectant la convention de signe en Mécanique des Milieux Continus (MMC) où la contrainte positive en traction, cette contrainte effective de Terzaghi est définie par :

$$\sigma'^{Ter} = \sigma + p_w \delta \quad (2-6)$$

Avec σ'^{Ter} la contrainte effective de Terzaghi, σ la contrainte totale, p_w la pression d'eau et δ le tenseur d'identité d'ordre 2. Dans les matériaux granulaires, cette contrainte effective est traduit à l'échelle macroscopique l'intensité des forces de

contact intergranulaire entre les grains solides (Skempton, 1984). Comme l'indique la Fig 2-9, nous considérons un élément d'un matériau poreux granulaire. Sous un chargement, la sollicitation est transmise par l'eau (générant la pression d'eau p_w) et par des contacts entre les grains solides. S'intéressant à des forces de contact, à la place de considérer une section horizontale comme d'habitude, nous envisageons ici une section ondulée (approximative à la section horizontale) passant les contacts entre les grains. La valeur de la contrainte totale (selon la direction de la force exercée sur la section) est définie par le rapport entre cette force et la surface (moyenne) de la section $\frac{\delta F}{\delta S}$. La force δF comprend la composante δF^{ing} des forces de contact exercées sur la surface des contacts δS^{ct} et la composante contribué par la pression d'eau p_w exercée sur la surface $(\delta S - \delta S^{ct})$. Ainsi, nous en déduisons l'équation $\frac{\delta F}{\delta S} = \frac{\delta F^{ing}}{\delta S} + p_w \frac{\delta S - \delta S^{ct}}{\delta S}$. Supposant que la surface de contact δS^{ct} est très petit devant la surface totale : $\delta S^{ct} \ll \delta S$, l'équation précédente peut être réécrite : $-\frac{\delta F^{ing}}{\delta S} = -\frac{\delta F}{\delta S} + p_w$. Comparant avec la définition (2-6) et utilisant la convention de signe MMC, le second membre représente la contrainte effective. Cela peut se traduire (de façon macroscopique) que la contrainte effective représente la force de contact moyenne dans une unité de surface totale.

L'interprétation microscopique ci-dessus n'est valable que si la surface des contacts des grains est négligeable, si l'eau et les grains sont incompressibles et si les forces de contact sont purement mécaniques (Delage & Cui, 2001). En effet, comme déjà introduit dans la section 2.1.2, les effets de « suction » comme l'adsorption électrique et l'effet osmotique peuvent se passer même dans les milieux totalement saturés. Ils provoquent donc des forces d'attraction supplémentaires modifiant la contrainte intergranulaire donc la contrainte effective. Si c'est le cas, une telle relation peut être trouvée dans des ouvrages de la mécanique des sols, comme par exemple (Mitchell & Soga, 2005). Cette interprétation est alors plutôt valable pour les sols granulaires. Pour les sols fins, bien que l'interprétation à l'échelle microscopique n'est à revoir, le concept de contrainte effective a été bien validé par des résultats expérimentaux (Delage & Cui, 2001).

La validité du concept de contrainte effective montre que la sollicitation en milieux saturés transmet à travers les grains et de l'eau, ce qui est intuitivement compréhensible. Par contre, dans les milieux non saturés, le mécanisme semble être plus compliqué dû à la présence du gaz, qui fait que la phase liquide peut ne pas être continue. Et la suction exerce une grande influence sur le comportement mécanique. Négligeant désormais les composantes de suction d'adsorption et osmotique, le mot « suction » ici signifie la *suction capillaire*.

2.2.1.2 Effets de la suction sur le comportement en condition non saturée

L'influence de la suction est incontestable et se présente dans tous les aspects les plus importants du comportement des matériaux non saturés : *comportement hydrique, comportement volumique et résistance au cisaillement*.

On parle du comportement hydrique lorsqu'on considère un processus de dessiccation ou humidification, i.e. une évolution de l'humidité dans le milieu. Puisque la succion est intrinsèquement liée à la capacité de rétention d'eau d'un sol, il existe une fonction appelée la fonction de rétention, liant la succion à la quantité d'eau qu'un sol retient (qui s'exprime par la teneur en eau ou le degré de saturation). Comme l'abaissement de la succion induit une augmentation de la teneur en eau (mouillage), cette fonction est monotone décroissante. La courbe tracée de cette fonction est nommée la courbe de rétention d'eau WRC (*Water Retention Curve*). Une propriété importante est que cette courbe expose éventuellement des hystérésis : le drainage (diminution de la quantité de l'eau) et l'imbibition (augmentation de la quantité de l'eau) suivent des trajets différents. Cette courbe est importante pour la compréhension et l'analyse du comportement des matériaux non saturés et ses caractéristiques seront présentées en détail dans la section 2.3.

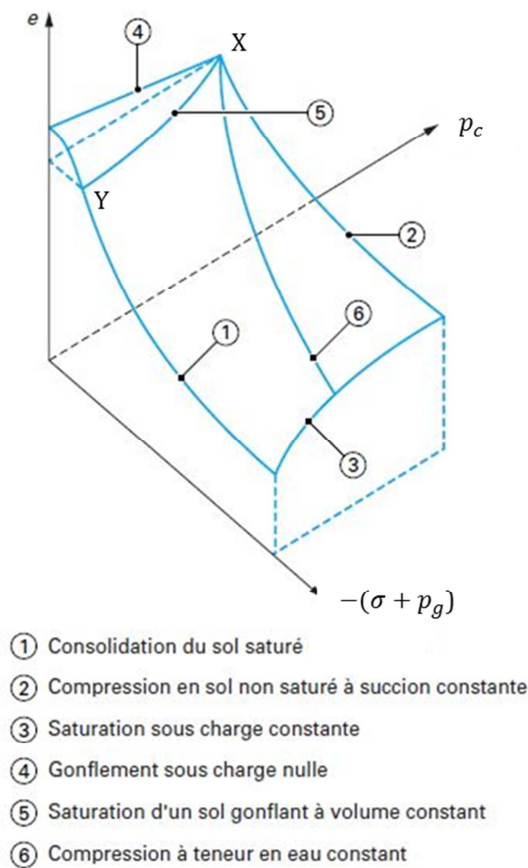


Fig 2-10. Surface d'état de (Matyas & Radhakrishna, 1968)
 (citée de (Delage & Cui, 2001))

En effet, lors d'un processus de drainage ou d'imbibition, non seulement la quantité de l'eau (ou le volume d'eau) change, mais le volume total du matériau change aussi. Autrement dit, la succion influence directement le comportement volumique. Cette influence, ainsi que le comportement volumique ont été bien résumés dans la Fig 2-10 (principalement pour les sols, mais valable aussi pour d'autres géomatériaux). Cette figure (Delage & Cui, 2001) montre une surface d'état (initialement établie par (Matyas & Radhakrishna, 1968)) de l'indice des vides e (représentant la

déformation volumique, car les grains solides sont normalement supposés incompressibles) selon différents chemins de compression isotrope monotone $\{-(\sigma + p_g); p_c\}$, où σ est la contrainte totale, p_g est la pression de gaz, et p_c est la succion (pression capillaire). La contrainte $\sigma + p_g$ est, dans le cas général, la contrainte moyenne du tenseur σ'' de contrainte dite « nette », définie par (convention MMC) :

$$\sigma'' = \sigma + p_g \delta \quad (2-7)$$

Notons que quand le gaz dans les sols est en contact avec l'air ambiant, la pression de gaz identique à la pression atmosphérique est prise égale à zéro comme une valeur de référence. Dans ce cas-là, la contrainte nette a un rôle identique à la contrainte totale.

Le chemin (1) correspond au cas où $p_c = 0$, i.e. une consolidation en condition saturée. Une augmentation de la contrainte de compression (isotrope) engendre une diminution du volume du sol. Ce résultat classique est étendu pour une consolidation à succion constante à l'état non saturé où $p_c = \text{const} > 0$ (chemin (2)). Il est observé que la compressibilité non saturée est moins importante que celle en condition saturée, ce qui est expérimentalement prouvé (Delage & Cui, 2001) (Verbrugge & Fleureau, 2002). Cela peut être expliqué par le fait que l'effet de la succion (capillaire) « serre » les grains solides (comme déjà dit dans la section 2.1.2.2 avec la Fig 2-6) et entraîne que le sol devient plus rigide et sa structure est plus dense.

Le chemin (3) et (4) montrent les essais de humidification à contrainte totale constante. Sous charge nulle (chemin (4)), le sol gonfle légèrement. Ce phénomène est tout à fait compréhensible, parce qu'une diminution de la succion desserre les grains solides, et le sol gonfle légèrement. La réponse du sol diffère si la charge appliquée est grande (chemin (3)). Dans ce cas, le sol se contracte fortement au lieu de gonfler (Alonso, et al., 1990) (Delage & Cui, 2001). *L'effondrement*, trouvé dans non seulement les sols mais aussi dans les roches poreuses (Romero, 1982), est donc un des phénomènes importants des matériaux non saturés. Il est toutefois important de souligner que le mécanisme d'effondrement des roches est un peu différent, où la destruction des joints des grains sous la compression amène à l'effondrement des pores (*pore collapse*) (Bérest et al, 2000).

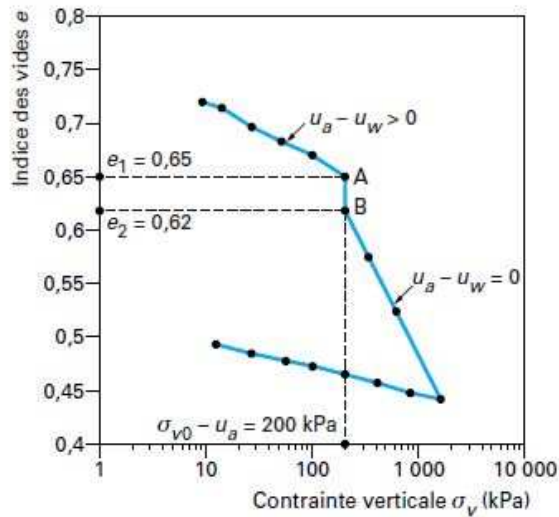


Fig 2-11. Essai d'effondrement œdométrique pour le lœss de Picardie (cité de (Delage & Cui, 2001))

La Fig 2-11 montre le résultat de l'essai d'effondrement pour le lœss de Picardie où la contraction significative entre les points A et B fait remarquer l'effondrement du sol. Ce phénomène paradoxal était l'un des plus grandes préoccupations de la Mécanique des sols non saturés.

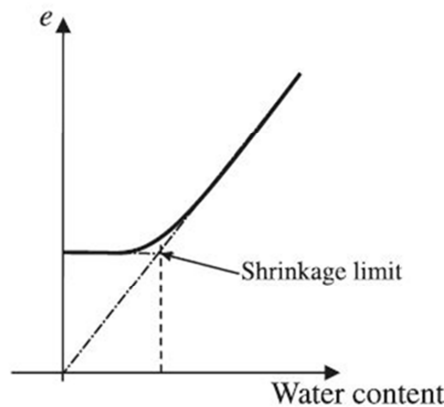


Fig 2-12. Illustration de la limite de retrait (cité de (Sheng, et al., 2008))

Il est intéressant de noter que, tandis que les trajets (3) et (4) amènent des réponses différentes, une inversion de ces parcours, i.e. un drainage à sollicitation constante, conduisent à des réponses similaires. Plus précisément, une dessiccation amène toujours à un retrait progressif du sol (Alonso, et al., 1990) (Pereira, 2005) (Sheng, et al., 2008) sans un saut brutal. Lors d'un essai de séchage, une limite de retrait a été aussi observée. Cette limite correspond au point où la vitesse de changement volumique dû au séchage diminue fortement (voir Fig 2-12). Cela pourrait être expliqué par le fait que quand la succion est très grande (matériau très sec), la force intergranulaire entre les grains est si importante qu'elle empêche le réarrangement dans le sol (Pereira, 2005).

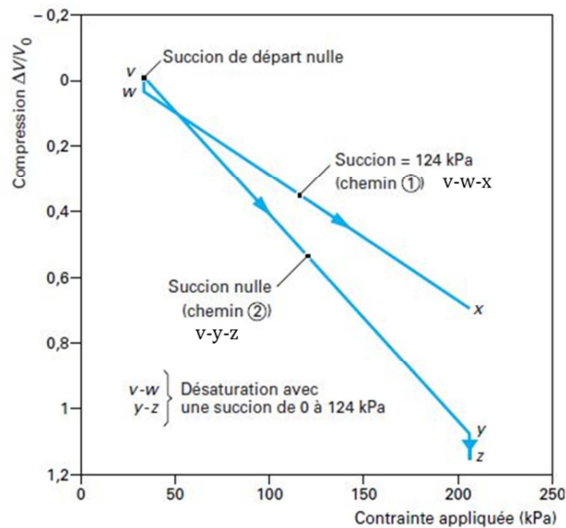


Fig 2-13. Essai œdométrique à succion contrôlée (Barden, et al., 1969)
(cité de (Delage & Cui, 2001))

Partant également du point X comme le chemin (4), mais le chemin (5) se fait à la condition de volume constant. L'enlèvement de la succion fait relâcher le sol et engendre une tendance au gonflement qui est empêchée. Ce gonflement empêché génère logiquement une contrainte de compression (point Y).

Le chemin (6) représente un essai classique à teneur (massique) en eau constante. Puisque la quantité d'eau reste inchangée ainsi que le volume des grains, une diminution du volume des pores sous une contrainte de compression entraîne une augmentation du degré de saturation donc une diminution de la succion.

A partir de la figure de la surface d'état ci-dessus, on peut trouver l'influence des chemins de sollicitation sur le comportement volumique, confirmé par des résultats expérimentaux (Delage & Cui, 2001), comme montré dans Fig 2-13 . On peut y observer que pour un même chargement la variation volumique dépend très fortement de l'état hydrique du sol. Ce point est essentiel pour comprendre et pour prédire le comportement des milieux non saturés.

Au-delà de la rigidité, la succion influence également la résistance au cisaillement. Cependant, une règle simple de portée générale n'est pas encore trouvée pour tout type de sols. Quelques résultats expérimentaux semblent suggérer une indépendance de l'angle de frottement dans les sols (Pereira, 2005). Néanmoins, il est généralement observé que la succion augmente la résistance au cisaillement des géomatériaux. L'aspect physique de ce phénomène est toujours le supplément de force normale de contact intergranulaire induite par la succion. Cette force normale accrue empêche le glissement entre des grains et renforce donc la résistance au cisaillement du matériau. Cui et Delage (Cui & Delage, 1996) ont réalisé des essais de compression triaxiaux à différentes succions sur le limon de Jossigny et ont montré clairement que la résistance à la rupture et le module initial (la pente initiale dans la partie linéaire) sont d'autant plus grands que la succion est élevée (Fig 2-14a). En

plus, le pic de déviateur apparaît plus nettement à plus forte succion. Cette dernière implique par ailleurs un accroissement de la fragilité du sol.

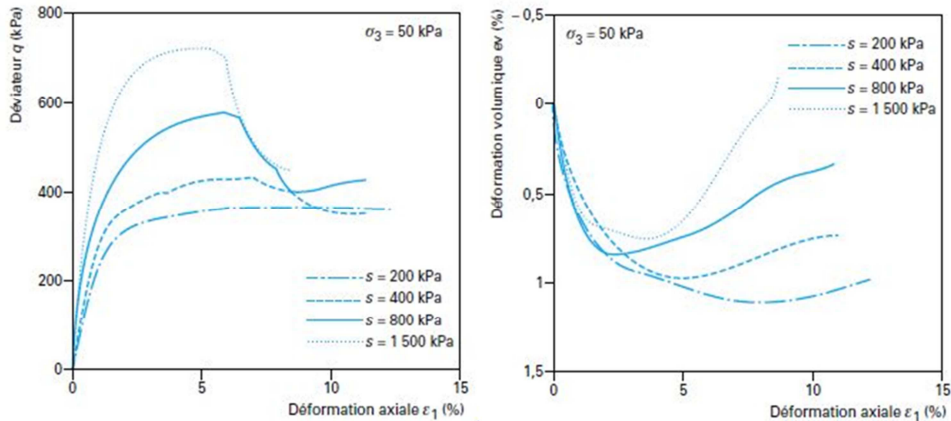


Fig 2-14. Essai triaxial à succion contrôlée pour le limon de Jossigny (Cui & Delage, 1996)

a) Déviateur-Déformation axiale ; b) Déformation volumique-Déformation axiale

Dans ce même essai, le comportement volumique (Fig 2-14b) est initialement contractant, puis d'autant plus dilatant que la succion est grande. Dans ce cas, l'influence de la succion est à ce titre opposée à celle de la pression de confinement.

2.2.2 Modélisations du comportement des matériaux poreux dans la littérature

Ce paragraphe résume les approches de modélisations du comportement des matériaux poreux. Il est noté qu'on n'aborde dans ce travail que les approches plutôt phénoménologiques (pouvant éventuellement être combinées avec des analyses micromécaniques). Les approches purement micromécaniques ne sont pas l'objet de cette étude.

2.2.2.1 Approche d'utilisation une variable de contrainte effective unique

La modélisation du comportement des matériaux poreux a une longue histoire, qui a débuté apparemment depuis la parution du concept de contrainte effective de Terzaghi pour les milieux saturés (Section 2.2.1.1). Ce concept a été largement appliqué avec succès dans la Mécanique des Sols. Biot (Biot, 1941) a élargi ce concept en prenant en compte la compressibilité de la phase solide dans le milieu et en complétant le cadre général tridimensionnel. La contrainte effective de type Biot s'exprime sous la forme :

$$\sigma'^{Biot} = \sigma + Bp_w \quad (2-8)$$

Où B est appelé le tenseur de Biot (d'ordre 2), représentant la compressibilité des grains solides par rapport à celle du milieu poreux. Sous l'hypothèse de l'isotropie, ce tenseur s'écrit sous la forme $B = b\delta$ où $b = 1 - \frac{K}{K_s}$ est le coefficient de Biot, K est le module de compressibilité du milieu poreux en condition drainée, K_s est le

module de compressibilité de la matrice solide. On rappelle que la contrainte effective de Terzaghi fonctionne très bien pour la majorité des sols dont les grains solides sont incompressibles par rapport au squelette, alors que l'extension de Biot est significative au cas des roches, où la compressibilité apparente du milieu dans son ensemble n'est plus négligeable devant celle de la matrice solide.

Les résultats expérimentaux avaient mis en évidence la validité de toutes les deux contraintes effectives (2-6) et (2-8) pour les matériaux saturés. Concernant les milieux non saturés, il était espéré qu'un tel concept pouvait aussi marcher pour modéliser leur comportement. Dans cette circonstance, Bishop (Bishop, 1959) avait proposé une généralisation de la contrainte effective de Terzaghi (dont le domaine de validité est plutôt pour les sols) :

$$\sigma'^{Bishop} = \sigma'' + \chi_s p_c \delta \quad (2-9)$$

Où σ'' est la contrainte nette définie dans (2-7) et χ_s est une fonction du degré de saturation $\chi_s = \chi_s(S_w)$. Le dernier doit satisfaire simultanément : $0 \leq \chi_s \leq 1$, $\chi_s(0) = 0$ et $\chi_s(1) = 1$.

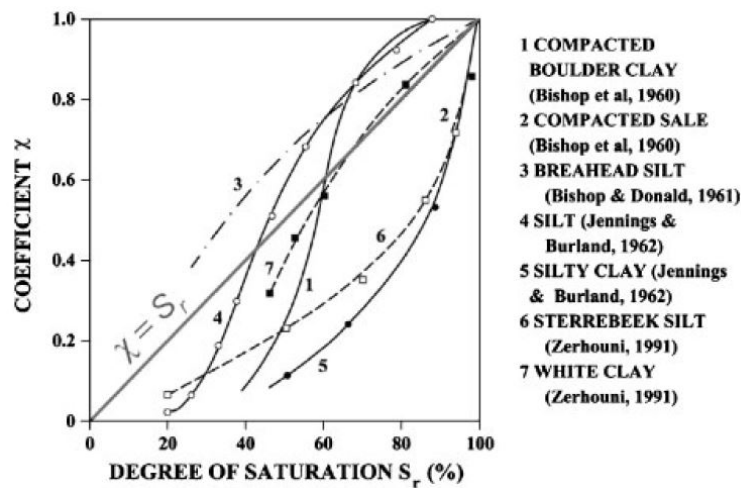


Fig 2-15. Relation χ_s et S_w pour de différents sols (citée de (Nuth & Laloui, 2008a))

Dans un but de simplification, nombres d'auteurs prennent $\chi_s = S_w$ (par exemple (Bolzon, et al., 1996)). Dans ce cas simple, la contrainte effective de Bishop prend la forme $\sigma'^{Bishop} = \sigma + p^* \delta$, où $p^* = S_w p_w + (1 - S_w) p_g$ joue le rôle d'une pression moyenne des fluides saturant l'espace poreux. Cette contrainte est donc considérée comme un cas généralisé de la contrainte de Terzaghi (2-6) et est nommée la *contrainte moyenne du squelette* par nombres d'auteurs (par exemple (Gallipoli, et al., 2003b)).

En effet, la forme simple $\chi_s = S_w$ est discutable. Des études expérimentales ont réalisées pour mesurer le paramètre χ_s pour plusieurs types de sols (Fig 2-15). Il paraît que l'expression $\chi_s = S_w$ ne permet pas de modéliser le comportement hors de la zone $S_w = 20 - 80\%$ (Nuth & Laloui, 2008a).

De plus, il semble que, à part S_w , ce paramètre dépend aussi de l'état et l'histoire de contrainte. Khalili et Khabbaz (Khalili & Khabbaz, 1998) ont proposé donc une forme unique pour χ_s en fonction de la succion p_c et de la succion d'entrée d'air p_{ce} :

$$\chi_s = \begin{cases} 1 & \text{si } p_c \leq p_{ce} \\ \left(\frac{p_c}{p_{ce}}\right)^{-\gamma} & \text{si } p_c > p_{ce} \end{cases} \quad (2-10)$$

Ces mêmes auteurs suggèrent par ailleurs une valeur unique du paramètre $\gamma = 0.55$ indépendamment du sol. La succion d'entrée d'air est définie comme la succion au-delà de laquelle la saturation en eau liquide diminue visiblement lors d'un drainage. Le paramètre γ est déterminé à partir d'une campagne expérimentale. Il est à noter que l'identification (2-10) devient identique à la relation $\chi_s = S_w$ dans le cas où la fonction de rétention est prise par l'équation de (Brooks & Corey, 1964) dont le paramètre de distribution porale coïncide au paramètre γ . Cependant, cette remarque ne peut être faite que sur le plan purement mathématique puisqu'il ne s'agit aucunement de la démarche des auteurs ci-dessus pour aboutir à l'identification de χ_s à partir uniquement des données expérimentales sur la résistance au cisaillement (Pereira, 2005).

En tous cas, l'approche d'une variable de contrainte effective unique présente deux avantages principaux : la simplicité, et la possibilité de concilier avec le cadre de la mécanique des sols saturés. Néanmoins, jusqu'à maintenant, la majorité des chercheurs en géomécanique ont admis qu'une seule variable d'état de contrainte n'est pas suffisante pour décrire l'ensemble des réponses d'un sol non saturé soumis à différents trajets de sollicitations hydromécaniques.

D'abord, il semble que ce concept ne soit pas capable de modéliser le phénomène d'effondrement des sols non saturés (chemin (3) dans la Fig 2-10). Lors d'un mouillage, la succion décroît ce qui implique une décroissance de la contrainte effective selon (2-9). Ainsi, le concept de contrainte effective ne permet d'expliquer que le relâchement (léger gonflement) du sol à faible contrainte totale (chemin (4) Fig 2-10), mais pas le phénomène d'effondrement où le sol diminue significativement son volume à contrainte totale importante. En effet, des travaux ultérieurs ont suggéré que l'effondrement provient probablement du phénomène plastique (voir (Nuth & Laloui, 2008a)). Par conséquent, l'origine de cette limitation semble émaner plutôt de la nature réversible ou irréversible du comportement que le choix des variables d'état de contrainte. De toute manière, il paraît que l'utilisation d'une seule variable de contrainte serait capable de modéliser l'effondrement à condition que cette contrainte effective prenne une forme beaucoup plus compliquée que celles existant dans la littérature.

Ensuite, on a dit dans le commentaire de la Fig 2-14 que l'influence de la succion est opposée à celle de la pression de confinement pour le comportement volumique dans l'essai de (Cui & Delage, 1996). En conséquence, une augmentation de la succion doit amener à une diminution de la contrainte effective (2-9). Cela met en

défaut le concept de contrainte effective, ou bien une forme plus compliquée de la contrainte effective devrait être envisagée.

En fin, comme abordé plus haut, le comportement des sols non saturés dépend du chemin de chargement. Plus concrètement, le comportement dépend de l'évolution de chaque composante de chargement (comme la contrainte totale et la succion). Si une seule contrainte effective est utilisée, ce serait difficile à modéliser tous des chemins possibles de sollicitation. Tout cela évoque la nécessité d'utiliser deux variables d'état de contrainte, afin d'assurer un niveau de généralité suffisant aux modélisations.

2.2.2.2 Approche d'utilisation deux variables d'état de contrainte indépendantes

Pour mieux modéliser le comportement des géomatériaux non saturés, certains chercheurs préconisent l'utilisation de deux variables de contrainte indépendantes. Fredlund et Morgenstern (Fredlund & Morgenstern, 1977) ont montré qu'il y avait trois couples possibles, correspondant aux combinaisons de la contrainte nette σ'' , de la contrainte effective du liquide ($\sigma + p_w \delta$) et de la succion p_c .

Le couple couramment choisi est celui de la contrainte nette (tenseur) et la succion (scalaire). La contrainte nette, comme déjà mentionné, jouent un rôle équivalent à la contrainte totale, alors que la succion a une grande influence sur le comportement non saturé et a un lien direct avec le degré de saturation. C'est pourquoi, un tel choix des variables de contrainte porte un avantage important.

Formulant par ce couple de variables, le modèle de base de Barcelone BBM (*Barcelona Basic Model*), proposé par (Alonso, et al., 1990) semble le premier qui fournit un cadre élastoplastique complet pour modéliser les sols non saturés et qui a en particulier modélisé avec succès l'effondrement. Ce modèle est effectivement une extension du modèle de Cam-Clay pour les sols non saturés. Le cœur du modèle est la construction d'un plan $p_c - p''$ avec p'' est la contrainte nette moyenne et p_c la succion. Dans ce plan, le domaine élastique est limité par la ligne SI (*Suction Increase*) et LC (*Loading Collapse*) (Fig 2-16). Tandis que la ligne SI est définie simplement par $p_c = p_{c0}$ où p_{c0} est un seuil plastique de succion, la ligne LC est donnée par une équation plus compliquée :

$$\frac{p_0}{p^c} = \left(\frac{p_0^*}{p^c} \right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(p_c)-\kappa}} \quad (2-11)$$

Dans cette équation, p_0 et p_0^* sont respectivement la contrainte de préconsolidation à succion p_c (état actuel) et à succion nulle (saturation complète) ; $\lambda(p_c)$ et $\lambda(0)$ sont respectivement la pente de consolidation normale à succion p_c et à succion nulle ; κ est la pente de la ligne de rebond élastique (ligne déchargement-rechargement) ; et p^c est une pression de référence à laquelle le volume spécifique $v_{sp} = 1 + e$ prend la valeur $N(p_c)$ sur la ligne de consolidation normale. Il est rappelé qu'une ligne de consolidation normale (à succion constante) est définie par sa pente et un point de

passage $\{p^c, N(p_c)\}$. Dans ce modèle, $\lambda(p_c)$ est une fonction monotone décroissante représentant l'effet de rigidification par la succion, alors que κ est supposé constant.

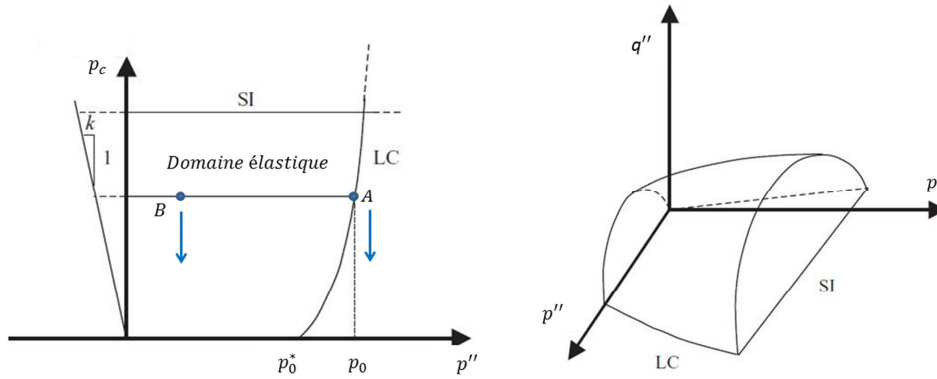


Fig 2-16. *Domaine élastique de (Alonso, et al., 1990) dans a) Plan $p_c - p''$ et b) Espace $p_c - p'' - q''$*

Sous une sollicitation importante (p'' grande), le point A sur LC, lors d'un processus de remouillage, se déplace vers l'extérieur du domaine élastique et engendre des déformations plastiques contractantes calculées par la loi d'écoulement qui n'est pas précisée ici (voir (Alonso, et al., 1990) pour plus de détails). Il faut noter que la variable p_0^* (jouant le rôle d'une variable d'écoulement) évolue selon la succion actuelle et donc LC se déplace aussi de sorte que le point A se situe toujours sur la LC actuelle (loi d'écoulement). Ces déformations contractantes sont dominantes par rapport à celles élastiques dilatantes dues à la réduction de la succion et conduisent à l'effondrement (forte contraction plastique). Par contre, sous contrainte mécanique, une diminution de la succion ne provoque pas des déformations plastiques (point B n'atteint pas la surface de charge LC) et le sol gonfle un peu.

Développant l'idée clé d'Alonso *et al* sur la ligne LC, nombres de modèles ultérieurs ont été développés dans le cadre de l'élastoplasticité (Cui & Delage, 1996) (Blatz & Graham, 2003). Cui et Delage (Cui & Delage, 1996) ont développé un modèle pour les sols compactés dont le comportement est anisotrope. La surface de charge dans le plan $p_c - p''$ est gardée identique que celle du modèle BBM, mais la surface de charge (forme elliptique) dans le plan $q'' - p''$ est tournée d'un angle pour représenter l'anisotropie du comportement (Fig 2-17).

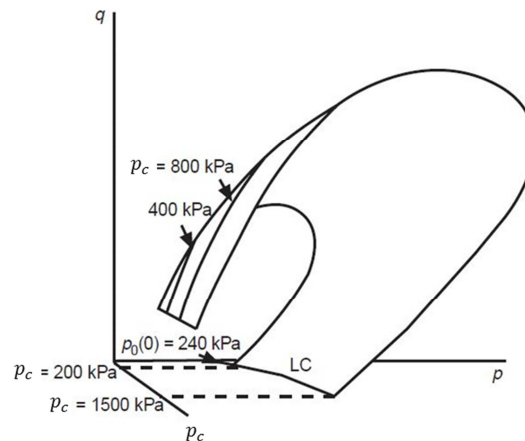


Fig 2-17. Surface de charge de (Cui & Delage, 1996)

Dans l'effort de remédier ces points faibles, Wheeler et Sivakumar (Wheeler & Sivakumar, 1995) ont proposé un nouveau modèle élastoplastique basé sur une campagne expérimentale. Cette campagne d'essais permet de interpoler des paramètres en fonction de la succion et donc de s'approcher au mieux au comportement réel du matériau. En particulier $N(p_c)$ est déduit des résultats expérimentaux, à la place de déterminer p^c comme le modèle d'Alonso *et al.* La surface de charge ne comporte pas la ligne SI. Les auteurs ont aussi pris en compte l'évolution de la pente de la ligne d'état critique selon la succion, alors que cette pente dans le modèle BBM est supposée constante. Soulignons ici que l'évolution de la pente de la ligne d'état critique avec la succion n'est pas être cohérente avec les constats expérimentaux ; ce point important a été discuté en détail dans Khalili et Khabbaz () et Nuth et Laloui (2008a).

L'approche d'utilisation de deux variables de contrainte indépendantes a été largement utilisée dans la modélisation, dû à la simplicité et à l'efficacité dans la modélisation des milieux poreux. Cependant, il existe toujours des limitations remarquables (voir (Gens, et al., 2006) (Nuth & Laloui, 2008a)). La première limitation est la discontinuité possible à la transition de l'état non saturé à l'état saturé. Puisque l'état saturé est juste un cas limite de l'état non saturé, idéalement, les modèles en non saturé devraient être capable de modéliser facilement le cas saturé. Cependant, quand la succion devient nulle (saturé), le comportement est alors gouverné par la contrainte nette (ou de façon équivalente la contrainte totale) mais pas la contrainte effective de Terzaghi (ou de Biot).

La deuxième limitation majeure est la capacité limitée de prendre en compte l'hystérésis capillaire dans le comportement hydromécanique. A la même valeur de la succion, le degré de saturation peut être différent, en fonction de l'histoire du chargement hydrique, représentée par différentes courbes dans le plan $p_c - S_w$: les branches principales et les *scanning curves* en drainage et en imbibition (ces courbes seront présentées dans la partie 2.4). Autrement dit, la relation $p_c - S_w$ n'est pas bijective, et le comportement hydraulique est plutôt *irréversible*. De plus, le degré de saturation peut influencer le comportement mécanique indépendamment de l'état

de contrainte totale et celui de la succion, comme montré dans (Wheeler, et al., 2003). En conséquence, l'utilisation de deux variables de contrainte indépendantes pourrait rencontrer des difficultés en modélisant cet effet car un changement de l'état hydraulique ne peut pas être directement pris en compte dans le comportement mécanique.

Concernant cette dernière limitation, plusieurs travaux ont cherché à coupler le comportement hydraulique dans la partie mécanique dans les modélisations pour traiter l'irréversibilité hydraulique dans le plan $p_c - S_w$. Une méthode couramment adoptée est d'introduire deux lignes supplémentaires, à part LC, constituées la surface de charge dans le plan $p_c - p''$. Ces lignes s'appellent SI (*Suction Increase*) et SD (*Suction Decrease*) qui définissent la valeur de la succion où des variations irréversibles du degré de saturation sont générées. (Vaunat, et al., 2000) ont utilisé cette approche pour coupler le comportement hydraulique et mécanique, en se basant sur le modèle BBM. Cependant, dans le modèle de Vaunat et al., ces lignes ne sont pas couplées à la ligne LC, et par conséquent, le couplage n'est pas complet. Un couplage plus complet de ces lignes est abordé dans le modèle de (Wheeler, et al., 2003), mais il n'est pas formulé par la méthode des variables de contraintes indépendantes, et sera présenté ultérieurement.

Il faut remarquer que cette ligne SI ne devrait pas être confondue avec son homonyme SI dans la Fig 2-16, qui représente l'effet irréversible en déformation mécanique. En général, ces noms SI et SD (utilisés dans le sens du comportement hydraulique) devraient être distingués avec les notions SI et SD qui ont paru pour la première fois dans (Alonso, et al., 1999) pour traiter l'irréversibilité du gonflement des sols gonflants.

Récemment, une autre approche en variables de contrainte indépendantes a été proposée par (Sheng, et al., 2008), nommée SFG selon les initiales du nom des auteurs, pour surmonter les limitations abordées ci-dessus. Le comportement volumique isotrope est d'abord supposé :

$$dv_{sp} = -\lambda_{vp} \frac{dp''}{p'' + f_{SFG}(p_c)} - \lambda_{vs} \frac{dp_c}{p'' + f_{SFG}(p_c)} \quad (2-12)$$

Où la fonction $f_{SFG}(p_c)$ prend la forme simple $f_{SFG}(p_c) = p_c$ dans la version initiale (Sheng, et al., 2008), ensuite elle est améliorée et prend la forme $f_{SFG}(p_c) = S_w p_c$ (Sheng, 2011); λ_{vp} est la pente de la ligne de consolidation normale, supposée indépendante de la succion; et λ_{vs} est la pente de la ligne $v_{sp} - \ln(p_c)$ ou la rétrécissabilité du sol. Ce dernier paramètre est calculé par :

$$\lambda_{vs} = \begin{cases} \lambda_{vp} & \text{si } p_c \leq p_{csat} \\ \lambda_{vp} \frac{p_{csat}}{p_c} & \text{si } p_c > p_{csat} \end{cases} \quad (2-13)$$

Avec p_{csat} est la succion de saturation, i.e. la succion maximale à l'état de saturation complète. Cette pression est égale à la pression d'entrée d'air si le sol est séché de

l'état saturé, mais normalement inférieure à la valeur d'entrée d'air si le sol est mouillé de l'état non saturé (processus de décroissement en succion). Il est à remarquer que la succion de saturation peut évoluer selon l'état de contrainte du sol (un état plus compacté conduit à une succion de saturation plus élevée). L'équation (2-13) peut se comprendre que la compressibilité par rapport à un chargement hydrique est égale à la compressibilité mécanique si le matériau est saturé (i.e. $p_c \leq p_{csat}$) et elle est plus petite dans le cas contraire. La présence de la fonction $f_{SFG}(p_c)$ et de l'expression (2-13) permettent à (2-12) de recouvrir facilement le comportement saturé quand $p_c \leq p_{csat}$, bien que la formulation soit faite sur des variables de contrainte indépendantes. En outre, cette équation peut décrire la ligne de consolidation normale comme une courbe plutôt qu'une ligne droite comme dans les autres modèles. Ceci est conforme aux résultats expérimentaux (Sheng, et al., 2008).

Un autre point remarquable dans cette approche est la forme de la ligne LC. Il est connu que dans le modèle BBM (et ses homologues) la contrainte de préconsolidation apparente (limite élastique) augmente avec la succion. Dans le modèle SFG, cette affirmation n'est pas toujours vérifiée. En effet, à l'état saturé, un changement de la pression d'eau a une signification identique à un changement de la contrainte totale. Ainsi, dans un modèle non saturé, un changement de la succion dans le domaine saturé ($p_c \leq p_{csat}$) doit être équivalent à un changement de la contrainte nette. L'influence de la succion est d'autant moins grande que la succion est élevée (i.e. que le matériau est sec). Autrement dit, la ligne LC d'abord fait un angle de 135° , jusqu'à la valeur p_{csat} , ensuite sa courbure diminue graduellement.

La Fig 2-18 montre un exemple de la surface de charge du modèle SFG dans le plan $p_c - p''$, avec $p_{csat} = 100 \text{ kPa}$. La ligne LC initiale correspond à un état du sol qui n'a jamais été consolidé. Cette zone s'étend lorsque le sol est consolidé et la ligne LC actuelle dans cette figure correspond à la contrainte nette moyenne de 500 kPa à succion nulle. La valeur de la contrainte limite élastique varie de $p''_0(p_c)$ à $p''_y(p_c)$. Dans les deux cas, la pente de la ligne LC est de 135° quand $p_c \leq p_{csat}$, puis elle diminue selon p_c . Quand cette pente est de 90° , la succion correspondante est appelé la succion minimale d'effondrement. L'effondrement n'a lieu que lorsque le sol est remouillé d'une succion supérieure à cette succion. Le modèle SFG essaye aussi de tenir compte de l'hystérésis capillaire dans le comportement. C'est pourquoi, à part des lignes LC, la zone élastique est également limitée par deux lignes SI et SD. S'inspirant de (Wheeler, et al., 2003), ces deux lignes sont supposées horizontales parallèles à l'axe p'' .

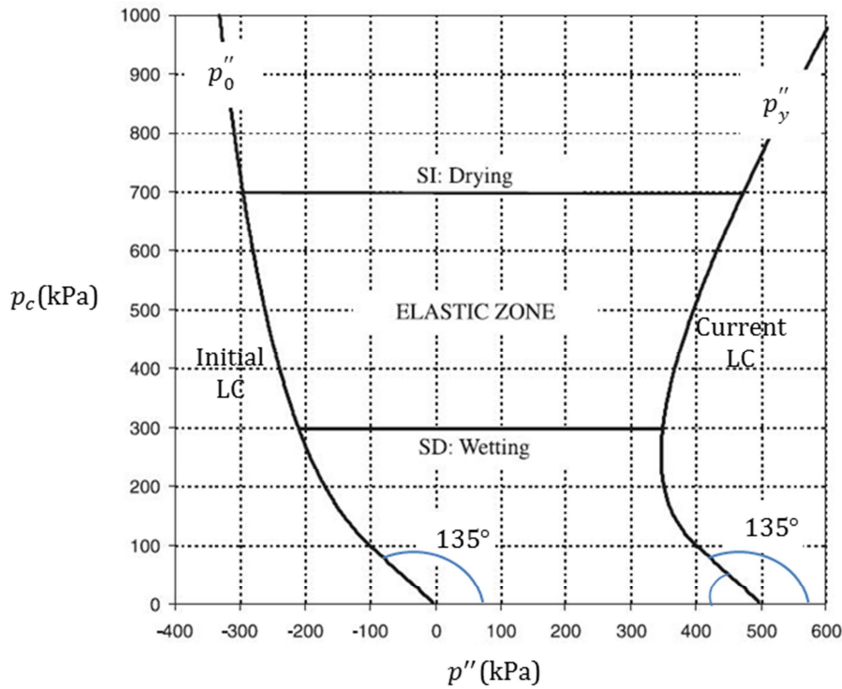


Fig 2-18. Surface de charge du modèle SFG (Sheng, et al., 2008)

2.2.2.3 Approche d'utilisation d'une variable de contrainte effective combinant avec une seconde variable d'état de contrainte

Malgré des améliorations, il paraît que l'approche avec deux variables de contrainte indépendantes présente encore des limitations pour quelques problèmes géomécaniques. Dans ce cas, l'utilisation d'une variable de contrainte effective combinant avec une seconde variable de contrainte est préconisée.

Comme déjà dit dans la section 2.2.2.1, une seule contrainte effective ne peut pas décrire totalement le comportement hydromécanique. Aussi fait-on appel à une deuxième variable de contrainte pour remédier cette insuffisance. Ces deux variables ne sont toutefois pas indépendantes mais il y a une corrélation entre elles. En effet, la seconde variable de contrainte est généralement la succion, ou une fonction de la succion et d'autres variables éventuellement, tandis que la première variable (la contrainte effective) est normalement une fonction des variables indépendantes dans l'approche précédente (contrainte nette, pression d'eau, succion...).

Deux sous catégories des modélisations par cette méthode peuvent être classifiées (Gens, et al., 2006) : Catégorie 1 où la contrainte effective dépend de la succion mais pas du degré de saturation, et Catégorie 2 où la contrainte effective est une fonction de la succion et également du degré de saturation. Très souvent dans la littérature, la contrainte effective de type de Bishop (2-9) est utilisée. Cette utilisation peut faire partie de la catégorie 1 si le paramètre χ_s est représenté comme une fonction de la succion ; elle appartient à la catégorie 2 si χ_s dépend du degré de saturation.

Un modèle type de la catégorie 1 est celui de Loret et Khalili (Loret & Khalili, 2002). Les auteurs ont défini une variable de contrainte effective de type de Bishop, où la

forme du paramètre χ_s est prise par (2-10) (fonction de la succion). Une autre forme pour la contrainte effective de catégorie 1 a été postulée dans (Kohgo, et al., 1993). Après avoir considéré des analyses à l'échelle microscopique, les auteurs ont proposé la contrainte effective en fonction de la succion effective, qui est la partie positive de l'excès de la succion par rapport à la succion d'entrée d'air, en remarquant que le comportement dans le domaine saturé $p_c \leq p_{ce}$ est gouverné par le principe de contrainte effective de Terzaghi. Dans (Loret & Khalili, 2002) et (Kohgo, et al., 1993), le cadre élasto-plastique est formulé en se basant sur le modèle de Cam-Clay modifié pour les sols saturés, utilisant le principe d'état critique.

Il est observé que la contrainte effective de catégorie 1 peut recouvrir la contrainte effective de Terzaghi quand le matériau évolue de l'état non saturé à l'état saturé. Pourtant, à l'instar de l'approche de deux variables d'état de contrainte indépendantes, la contrainte effective de catégorie 1 ne peut pas non plus coupler la partie hydraulique dans la formulation. Une modification de l'état hydraulique n'induit pas directement une modification des deux variables de contrainte, comme elles ne dépendent pas du degré de saturation. Il est surtout difficile quand l'hystérésis capillaire est pris en compte, parce que la relation entre l'incrément du degré de saturation et celui de la succion est compliquée.

Dans ce contexte, nombres d'auteurs préfèrent utiliser la contrainte effective de catégorie 2 dans leurs formulations. Bolzon *et al* (Bolzon, et al., 1996) ont utilisé la contrainte effective de Bishop (2-9) où le paramètre χ_s est pris égal au degré de saturation $\chi_s = S_w$ (*contrainte moyenne du squelette*), plus la succion, comme deux variables d'état de contrainte. Ce couple de variables est largement utilisé dans d'autres modèles, comme (Sheng, et al., 2004) (Sun, et al., 2010). Gallipoli *et al* (Gallipoli, et al., 2003b) ont également utilisé la même contrainte effective, mais ils ont introduit la variable $s^{Gal} = f^{Gal}(p_c)(1 - S_w)$ comme la deuxième variable d'état contrainte, au lieu de la succion. Cette variable représente l'effet de joint au niveau des contacts inter-particulaires, dont deux contributions sont supposées : la force de contact $f^{Gal}(p_c)$ due au ménisque d'eau créé par la succion (revoir la Fig 2-6) ; et le nombre de ménisques d'eau, représenté par le terme $(1 - S_w)$. Le nombre de ménisques est d'autant plus grand que le matériau est sec. La fonction $f^{Gal}(p_c)$ utilisée dans le modèle de (Gallipoli, et al., 2003b) est déduite du cas spécifique où le ménisque est formé autour du contact entre deux particules sphériques identiques.

Bien que la majorité des modèles cités ci-dessus ne prennent pas en compte les variations hydrauliques dans leur formulation, la capacité de prendre en compte un couplage hydromécanique par cette approche (contrainte effective de catégorie 2) est prometteur, car le degré de saturation est introduit dans la variable de contrainte effective. Wheeler *et al* (Wheeler, et al., 2003) ont utilisé cette approche pour modéliser un couplage hydromécanique complet, qui tient compte aussi de l'hystérésis capillaire dans les sols. Les auteurs ont aussi utilisé la contrainte moyenne du squelette comme la première variable de contrainte, alors que la succion modifiée $s^* = np_c$, où n est la porosité, a été choisie comme la deuxième variable d'état de contrainte.

Ce modèle, se basant sur le travail de (Dangla, et al., 1997), prend en compte l'hystérésis par une approche type l'élasto-plasticité. Les branches principales en séchage et en mouillage sont considérées comme l'enveloppe d'un domaine d'évolutions réversibles, à l'intérieur duquel les « scanning curve » sont considérés comme les lignes de déchargement-rechargement réversibles. Le couplage hydromécanique a été fait en incorporant les surfaces SI $s^* = s_I^*$ et SD $s^* = s_D^*$ précédemment utilisées par (Vaunat, et al., 2000) (déjà introduit dans le paragraphe 2.2.2.2). Ces deux surfaces définissent la variation plastique du degré de saturation et sont couplées avec la surface LC, qui est supposée être parallèle à l'axe s^* dans le plan $s^* - p^*$, où p^* est la contrainte moyenne du tenseur de contrainte moyenne du squelette (Fig 2-19). Dans le cadre du comportement isotrope volumique, l'incrément du degré de saturation plastique dS_r^p et l'incrément de déformation volumique $d\varepsilon_v^p$ sont calculés selon une loi d'écoulement associée.

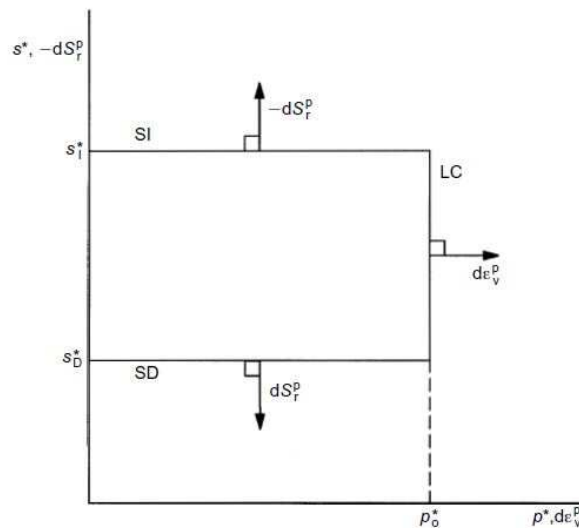


Fig 2-19. Surface de charge de (Wheeler, et al., 2003)

Succédant ce modèle, plusieurs modèles postérieurs ont réussi à coupler l'hystérésis capillaire dans le comportement élasto-plastique (toujours formulant par la contrainte effective de catégorie 2) (Sheng, et al., 2004), (Sun, et al., 2010) (Morvan, et al., 2011). Ces modèles traitent non seulement le cas isotrope comme celui de (Wheeler, et al., 2003), mais aussi un comportement tridimensionnel. L'approche de la contrainte effective en catégorie 2 a donc des avantages visibles. Evidemment, ces avantages sont accompagnés par une complexité majorée, et des améliorations sont toujours exigées pour atteindre l'efficacité espérée pour les modélisations.

2.2.2.4 Cadre thermodynamique et l'approche énergétique

A travers les parties précédentes, il est trouvé que le premier pas pour les modélisations des milieux poreux est le choix des variables d'état de contrainte. Une question est donc soulevée : quels sont les critères d'un tel choix ?

Le premier critère est la simplicité et l'applicabilité dans la pratique. Le choix des variables d'état de contrainte est quelque peu subjectif. Le nombre de paramètres

devrait être optimisé, et la compatibilité avec les procédures expérimentales et avec les codes de calcul numérique devraient être prise en compte. A titre d'exemple, Sheng *et al* (Sheng, et al., 2004) ont argumenté pour leur choix (*contrainte moyenne du squelette et succion*) en disant que ce choix est simple et efficace pour implémenter dans des codes d'éléments finis existants.

En outre, le cadre thermodynamique devrait aussi être pris en compte comme un critère principal pour le choix des variables d'état. En tous cas, ce serait mieux si le comportement peut à la fois reproduire les résultats expérimentaux et vérifie les principes thermodynamiques. Houlsby (Houlsby, 1997) a établi une forme explicite du travail de déformation d'un milieu non saturé comme suit :

$$\dot{L} = -np_c \dot{S}_w + (\boldsymbol{\sigma}'' + S_w p_c \boldsymbol{\delta}) \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = p_c (-n \dot{S}_w - S_w \dot{\epsilon}) + \boldsymbol{\sigma}'' \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (2-14)$$

Où L est le travail de déformation, ϵ est la déformation volumique et \dot{A} représente la vitesse de la quantité A (tensorielle ou scalaire). L'expression (2-14) suggère que la contrainte moyenne du squelette ($\boldsymbol{\sigma}'' + S_w p_c \boldsymbol{\delta}$) et la succion modifiée np_c sont conjuguées à la déformation $\boldsymbol{\epsilon}$ et au degré de saturation S_w , respectivement. De façon identique, la contrainte nette $\boldsymbol{\sigma}''$ et la succion p_c sont respectivement conjuguées à la déformation $\boldsymbol{\epsilon}$ et au degré de saturation modifié nS_w , à condition que les grains sont incompressibles (avec cette condition, on a $\dot{\epsilon} = \dot{n}$).

L'expression de Houlsby fournit une suggestion des variables d'état en conformité avec les principes thermodynamique. Wheeler *et al* (Wheeler, et al., 2003) ont suivi ce raisonnement pour postuler leur choix des variables de contrainte ($\boldsymbol{\sigma}'' + S_w p_c \boldsymbol{\delta}$) et np_c . Il faut d'abord remarquer que cette expression ne donne que des options thermodynamiquement consistentes, mais pas une obligation pour le choix des variables d'état de contrainte. Ensuite cette expression s'est établie sous l'hypothèse que les phases solides et liquides sont incompressibles. Enfin, elle ne tient pas compte de l'énergie des interfaces dans le milieu poreux, en négligeant la conteneue énergétique des ménisques d'eau par rapport à celles des phases occupant des volumes non nulls.

De toute manière, il est trouvé que la thermodynamique pourrait fournir un cadre théorique utile pour la modélisation des milieux poreux. En effet, un tel cadre s'est déjà révélé efficace dans l'étude des comportements des milieux monophasiques (solides, solides poreux secs). Dans ce cas, le postulat de l'état local est largement utilisée pour modéliser les comportements des matériaux solides (voir (Lemaitre & Chaboche, 2001)). Ce postulat consiste à supposer qu'un processus thermodynamique est considéré comme une succession des états d'équilibre. Cette approche suit un procédé de 3 étapes :

- *Choix des variables d'état*: ce sont des variables décrivant l'état thermodynamique du système (et devant être distinguées avec les variables d'état de contrainte abordées ci-dessus).
- *Choix d'un potentiel thermodynamique*: cette étape conduit à des lois d'état (réversibles).

- *Choix d'un potentiel de dissipation* : cette étape traite la partie irréversible du comportement et conduit à des lois supplémentaires.

Cette méthode pourrait aussi être applicable aux milieux poreux. La démarche suivie et les détails techniques peuvent être trouvés dans Coussy (Coussy, 1991). Ses travaux sont d'abord dévoués aux milieux saturés, ensuite élargis aux milieux non saturés (Coussy & Dangla, 2002) (Coussy, 2004).

Ces travaux sont la base pour *l'approche énergétique* de modélisation des milieux poreux. Cette approche est macroscopique, mais sa pertinence a été vérifiée par la théorie des mélanges au niveau microscopique (Coussy, et al., 1998). Son principe a été utilisé dans des travaux précédents (Pereira, 2005) (Morvan, 2010).

En plus, malgré sa complexité, cette approche apporte de gros avantages. Premièrement, elle fournit un cadre mathématique très rigoureux et thermodynamiquement consistant. Deuxièmement, elle permet un couplage hydromécanique direct, y compris l'hystérésis capillaire. Troisièmement, elle donne un chemin de modélisation flexible qui permet de prendre en compte d'autres phénomènes complexes (endommagement, température, fluage...). Par exemple, l'application de cette approche dans la modélisation de la variété des problèmes géotechniques complexes, comme le problème d'érosion interne, a été effectuée (Wong, et al., 2013) (Zhang, et al., 2013). La flexibilité s'exprime aussi sur le point que la modélisation du comportement hydromécanique peut se faire souvent sur la notion de contrainte effective mais une utilisation des variables de contrainte indépendante est aussi possible.

C'est pour ces raisons que *l'approche énergétique est choisie pour la modélisation dans ce travail de thèse*. Les éléments fondamentaux de cette approche sont présentés en détail dans le Chapitre 3.

2.3 Propriétés hydrauliques des matériaux poreux

Dans les problèmes géomécaniques, le besoin d'assurer la stabilité des ouvrages oblige à s'intéresser naturellement au comportement mécanique. Cependant, le comportement hydraulique est également incontournable, en raison de son couplage avec la partie mécanique mais aussi pour d'autres raisons techniques (nécessité d'assurer un environnement de travail sec, objectif de confinement des déchets donc limiter l'écoulement d'eau) . Dans cette section, les propriétés hydrauliques les plus importantes du point de vue du comportement des milieux poreux sont présentées : la rétention d'eau (ou le comportement hydrique au sens large) et le transfert des fluides.

2.3.1 Propriétés de rétention d'eau

2.3.1.1 Introduction de la rétention d'eau

La propriété de rétention d'eau dans les milieux poreux non saturés sous l'effet de la succion s'exprime par la courbe de rétention WRC (*Water retention Curve* en

anglais). Comme la succion peut varier dans une large fourchette de valeur, l'axe de succion est souvent représentée à l'échelle logarithmique. La fonction représentant la WRC est appelée la *fonction de rétention d'eau* qui exprime la relation entre la succion p_c et la teneur en eau θ_w ou avec le degré de saturation S_w .

Dans le cas le plus général, la WRC est l'ensemble des lignes dans le plan $p_c - \theta_w$ (ou $p_c - S_w$): branches principales en drainage (désorption) et en imbibition (adsorption), branches secondaires (scanning curves) (Fig 2-20). Quelques notions élémentaires seront rappelées dans la suite.

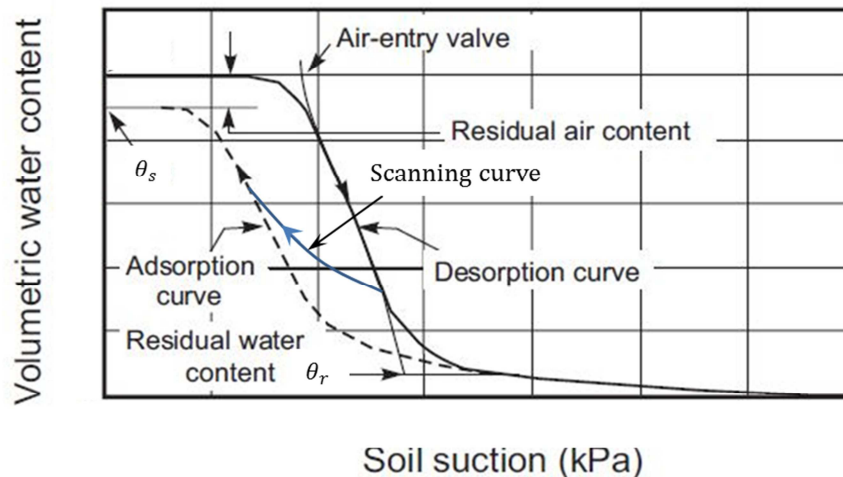


Fig 2-20. Illustration de la WRC (modifiée de (Fredlund & Xing, 1994))

Même à l'état dit saturé, l'eau peut éventuellement ne pas occuper tout l'espace poreux, dû à la quantité de l'air résiduel dans le matériau sous forme occlus. A cet état, la teneur en eau saturée θ_s est donc éventuellement inférieure à la porosité, en d'autres termes le degré de saturation $S_s \leq 1$. En effet S_s ne peut atteindre la valeur de 1 que lorsque tous les pores sont connectés et remplis d'eau, et aucun air est piégé dans l'espace poral. Lorsqu'on fait un drainage en partant d'un état totalement saturé (branche principale en drainage), le degré de saturation reste presque inchangé jusqu'à la valeur d'entrée d'air de la succion p_{ce} , (préalablement introduite dans l'expression (2-10)). Au-delà de cette valeur, l'air commence à pénétrer dans le milieu. Quand la succion augmente à une valeur très grande, la teneur en eau atteint sa valeur minimale (résiduelle) θ_r (i.e. S_w atteint au degré de saturation résiduel S_r). A cet état, il y a une petite quantité d'eau qu'il faut une succion très grande pour l'enlever.

A cet état, si le matériau est remouillé, on va suivre la branche principale en imbibition. Dans certains cas, cette branche se confond avec la branche en drainage. Le comportement $p_c - \theta_w$ est alors (quasi-) réversible, une seule fonction de rétention d'eau est suffisante pour modéliser la rétention d'eau.

Pourtant, il est observé que le comportement en drainage et en imbibition n'est généralement pas pareil (*hystérésis capillaire*). Dans ce cas, si le processus

d'imbibition est effectué avant que la teneur en eau atteigne sa valeur résiduelle, on va suivre la scanning curve dont la pente est inférieure à celle des branches principales. Ainsi, le comportement dans le premier cycle de drainage-imbibition (branches principales) est différent de celui dans les processus ultérieurs (branches secondaires). Le comportement hydrique est donc irréversible.

La rétention d'eau est influencée par plusieurs facteurs. Comme l'eau réside dans l'espace poreux, les caractéristiques de la rétention d'eau dépendent intrinsèquement de la structure porale du matériau. En général, on peut décrire la structure de l'espace poreux par son volume, représenté par la porosité ou l'indice des vides, et sa géométrie, représentée par la distribution de tailles des pores PSD. En outre, d'autres facteurs peuvent aussi avoir des influences sur la propriété de rétention d'eau, par exemple la température, la nature physique des phases (surtout la phase solide et liquide) ou la granulométrie, comme expérimentalement montré dans (Salager, 2007) (Yang, et al., 2004).

La WRC peut être mesurée en laboratoire. Dû à la variété des géomatériaux, de tels essais exigent une consommation importante de temps et donc coûtent cher. Ainsi, en pratique, on dispose des formules empiriques simples qui permettent de modéliser la fonction de rétention d'eau en se basant sur un minimum d'essais. Ces formules de nature explicite facilitent aussi leur implémentation dans les codes de calcul hydro-mécanique. La modélisation de la rétention d'eau est une thématique importante dans la géomécanique.

2.3.1.2 Modélisation de la rétention d'eau : formules empiriques

L'approche phénoménologique est largement utilisée dans la modélisation de la fonction de rétention d'eau. Très souvent, la courbe de rétention s'exprime sous la forme d'une expression explicite : $\theta = \theta(p_c)$, où θ est la teneur en eau normalisée définie par :

$$\theta = \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2-15)$$

Cette grandeur prend en compte θ_r et θ_s comme deux paramètres d'entrée. De façon équivalente, on peut aussi représenter la fonction de rétention sous la forme $S^* = S^*(p_c)$, où le degré de saturation effectif S^* est défini par :

$$S^* = \frac{S_w - S_r}{S_s - S_r} \quad (2-16)$$

Comme le rapport entre la teneur volumique en eau et le degré de saturation en tout état est toujours la porosité du matériau, il est facile à trouver que $S^* = \theta$.

Brooks et Corey (Brooks & Corey, 1964) semblent les premiers qui ont établi avec succès un modèle simple et efficace pour la fonction de rétention d'eau. En se basant sur les observations expérimentales, ils ont proposé :

$$S^* = \begin{cases} 1 & \text{si } p_c \leq p_{ce} \\ \left(\frac{p_{ce}}{p_c}\right)^{\lambda_{BC}} & \text{si } p_c > p_{ce} \end{cases} \quad (2-17)$$

Où p_{ce} est la pression d'entrée d'air, λ_{BC} est le coefficient de distribution porale. Malgré son utilité et sa popularité dans la géomécanique, cette équation présente un inconvénient du fait de la discontinuité dans la zone proche de l'état saturé (zone quasi-saturée), tandis qu'une courbure graduelle dans cette zone est expérimentalement montrée pour de nombreux types de sols, surtout des sols fins (Fredlund & Xing, 1994). Le modèle de (McKee & Bump, 1987) permet de remédier ce point :

$$S^* = \frac{1}{1 + e^{(p_c - \lambda_1)/\lambda_2}} \quad (2-18)$$

Avec λ_1 et λ_2 sont des paramètres d'ajustement des WRC.

La formule la plus célèbre dans ce domaine semble celle de (Van Genuchten, 1980) :

$$S^* = \left[\frac{1}{1 + (\alpha p_c)^n} \right]^{m_{VG}} \quad (2-19)$$

Où $m_{VG} > 0$, $n_{VG} > 1$, et α_{VG} sont des paramètres du modèle, calibrés à partir des résultats expérimentaux. Selon l'auteur, pour obtenir une équation de forme fermée (*closed-form equation*), la condition de (Mualem, 1976) $m_{VG} = 1 - \frac{1}{n_{VG}}$ doit être prise en compte. Cette condition diminue le nombre de paramètres, mais en même temps, limite la flexibilité de l'expression par rapport à la version originale dans (2-19). Cette expression est aussi considérée comme une forme plus générale que celle de (Gardner, 1958).

D'après (Fredlund & Xing, 1994), l'expression (2-19) semble être non appropriée pour la WRC de certains sols dans la zone de succion élevée. Les auteurs ont constaté que cette expression conduit à une chute de la teneur en eau à zéro dans une fourchette étroite de la succion (à peu près $10^3 - 10^4 \text{ kPa}$), alors que les résultats expérimentaux ont mis en évidence une baisse graduelle de la teneur en eau parfois jusqu'à la valeur de 10^6 kPa de la succion. Les auteurs ont proposé donc une formule empirique qui peut régler ce point :

$$S^* = C_{FX}(p_c) \left[\frac{1}{\ln[e + (\alpha_{FX} p_c)^{n_{FX}}]} \right]^{m_{FX}} \quad (2-20)$$

Où e est la base du logarithme naturel et $C_{FX}(p_c)$ est un facteur de correction de Fredlund et Xing, défini par :

$$C_{FX}(p_c) = 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{p_c}{p_{cr}}\right)}{\ln\left(1 + \frac{10^6}{p_{cr}}\right)} \quad (2-21)$$

Notons que dans (2-21) l'unité de p_c est kPa . Ce facteur de correction assure un résultat expérimental que pour ces sols la teneur en eau atteint la valeur résiduelle quand la succion s'approche à $10^6 kPa$ (car $C_{FX}(10^6) = 0$). Ceci est cohérent avec les conditions thermodynamiques. En effet, la loi de Kelvin (2-5) montre que cette valeur de $10^6 kPa$ correspond à une humidité relative d'à peu près 0.01%, c'est-à-dire le sol est déjà très sec et est considéré comme à l'état résiduel de la saturation.

Dans l'objectif de bien modéliser la rétention d'eau, d'autres nombres formules ont été proposées dans la littérature. Des récapitulatifs intéressants peuvent être trouvés dans (Fredlund & Xing, 1994) (Leong & Rahardjo, 1997) (Cornelis, et al., 2005). De façon remarquable, Leong et Rahardjo (Leong & Rahardjo, 1997) ont récapitulé plusieurs formules de la fonction de rétention d'eau par une équation générale :

$$a_1(S^*)^{b_1} + a_2e^{[a_3(S^*)^{b_1}]} = a_4(p_c)^{b_2} + a_5e^{[a_6(p_c)^{b_2}]} + a_7 \quad (2-22)$$

Par exemple, en prenant $a_2 = a_5 = a_7 = 0$, $b_1 = 1$, $b_2 = -\lambda$ et $\frac{a_4}{a_1} = p_{ce}^\lambda$, l'équation (2-17) est retrouvée. Si $a_2 = a_4 = 0$, $a_1 = a_7$, $b_1 = -1$, $b_2 = 1$, $a_6 = \frac{1}{\lambda_2}$ et $\frac{a_5}{a_1} = e^{-\lambda_1/\lambda_2}$, l'expression (2-18) est obtenue. Quand $a_2 = a_5 = 0$, $a_1 = a_7$, $\frac{a_4}{a_1} = \alpha^n$, $b_1 = \frac{-1}{m}$, $b_2 = n$, on tire la formule de Van Genuchten (2-19). Lorsque $a_1 = a_5 = 0$, $a_3 = 1$, $b_1 = \frac{-1}{m_1}$, $\frac{a_7}{a_2} = e$, $b_2 = n_1$, $\frac{a_4}{a_2} = e$, $\alpha_1^{n_1}$, on obtient alors l'équation de (Fredlund & Xing, 1994) (2-20) mais sans le facteur de correction $C_{FX}(p_c)$.

Dans les modèles empiriques ci-dessus, les paramètres sont ajustés des résultats expérimentaux et ne sont pas directement liés aux propriétés physiques du matériau. Comme ces caractéristiques physiques s'attachent à l'état des matériaux et peuvent évoluer lors des chargements. A titre d'exemple, pour les sols déformables, la porosité change au cours du chargement et conduit au changement de la fonction de rétention. Il est espéré donc que la fonction de rétention d'eau tient compte de ces propriétés physiques des géomatériaux.

En effet, cette idée a été étudiée par nombreux d'auteurs. Pour la porosité, Pham et Fredlund (Pham & Fredlund, 2008) ont proposé une équation ajustée des résultats expérimentaux bien adaptée aux sols déformables et ont montré sa supériorité par rapport aux équations destinées aux sols à faible compressibilité. Dans (Gallipoli, et al., 2003a) et (Jacinto, et al., 2009), la dépendance du paramètre α dans le modèle de Van Genuchten (2-19) sur l'indice des vides a été établie via des études expérimentales. La dépendance de la pression d'entrée d'air p_{ce} sur l'indice des vides a été proposée dans (Morvan, et al., 2011) ou (Nuth & Laloui, 2008b). Masin (Masin, 2010) a utilisé le concept de contrainte effective pour faire dépendre la succion d'entrée d'air p_{ce} et aussi le paramètre λ dans l'équation (2-17) de Brooks et Corey sur l'indice des vides. Pour ce faire, l'auteur a couplé le modèle hydraulique de Brooks et Corey avec le modèle mécanique utilisant la contrainte effective de type de Bishop (2-9) où χ_s prend la forme de (Khalili & Khabbaz, 1998) présentée dans (2-10).

D'autres caractéristiques physiques ont été aussi prises en compte dans les modèles empiriques de la fonction de rétention d'eau. La dépendance du paramètre α de Van Genuchten sur la température et également sur la porosité a été suggérée dans (Jacinto, et al., 2009). D'autres modélisations prenant en compte l'influence de la température sur la rétention d'eau peuvent être trouvées dans (Bachman & Van der Ploeg, 2002). Aubertin *et al* (Aubertin, et al., 2003) ont utilisé le diamètre hydraulique équivalent des pores pour évaluer la fonction de rétention des caractéristiques physiques du sol comme l'indice des vides et la granulométrie (via le coefficient d'uniformité D_{60}/D_{10}). Dans (Satyanaga, et al., 2013), la WRC a été construite directement par la courbe de granulométrie des sols. Zhou (Zhou, 2013) a envisagé l'influence de l'angle de contact solide-liquide dans le modèle de la rétention d'eau.

En effet, la méthode empirique se base sur les observations expérimentales combinant avec des hypothèses simplificatrices. En dépit de son efficacité, il est toujours nécessaire d'établir un cadre théorique pour systématiser et faciliter les modélisations. Les concepts théoriques souvent utilisés seront présentés dans la suite.

2.3.1.3 Modélisations de la rétention d'eau : méthode conceptuelle BCC et la PSD

Le concept BCC (*Bundle of Cylindrical Capillaries*) suppose que l'espace poral est composé des faisceaux de pores cylindriques connectés (Fig 2-21). Une autre hypothèse clé est qu'un pore est rempli soit par l'eau liquide soit par le gaz. Pour voir si le pore est saturé par l'eau ou par le gaz, on reprend ici l'équation (2-3), sachant que l'angle de contact et la tension de surface (qui est supposée ne dépendre que de la température) sont supposés inchangés :

$$p_c = \frac{A_{cap}}{r_{cap}} \quad (2-23)$$

Où A_{cap} est un constant. Ainsi, à chaque niveau donné de la pression capillaire p_c correspond un rayon capillaire seuil r_{cap} . Grace aux hypothèses ci-dessus, il est trouvé que tous les pores dont le rayon est inférieur au rayon capillaire seuil $r \leq r_{cap}$ sont saturés par l'eau liquide (la succion est suffisamment forte pour garder de l'eau dans ces pores), alors que les autres pores plus grands sont remplis par l'air.

De ces remarques, il en découle que la courbe de rétention d'eau dépend de la distribution porale PSD (Pore Size Distribution). Pour déterminer la fonction de rétention d'eau, il faut d'abord déterminer la PSD du matériau. La géométrie de l'espace poreux est généralement compliquées. Cependant, du point de vue probabiliste, la taille de pores pourrait être considérée comme une variable aléatoire obéissant à une distribution statistique.

Une des approches les plus connues pour estimer la distribution de tailles des pores est la Porosimétrie par Intrusion au Mercure (PIM). Son principe repose sur l'injection de mercure (fluide non mouillant) dans le matériau poreux, et cela sous

des pressions d'injection croissantes. La teneur du mercure envahi dans des pores est mesurée selon chaque palier de pression (M'Jahad, 2012). La PSD est ensuite interprétée des résultats obtenus par cette méthode.

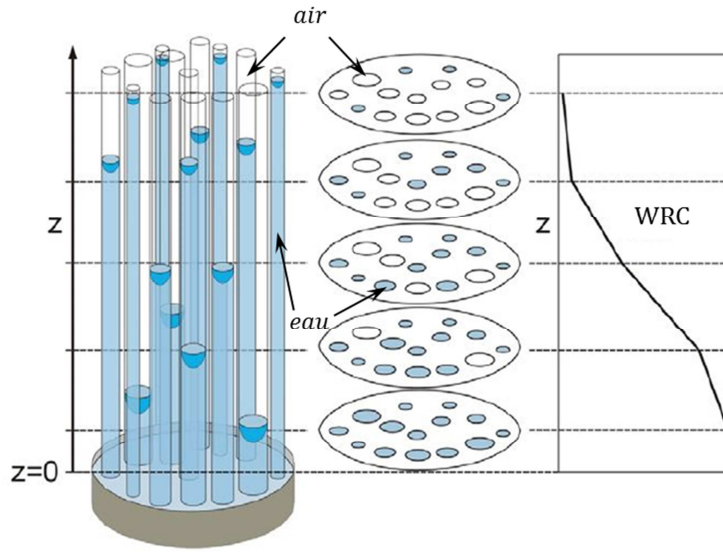


Fig 2-21. Illustration conceptuelle du BCC (Tuller & Or, 2004)

Cette interprétation se base également sur ce concept BCC : les pores sont cylindriques et sont remplis soit par le liquide soit par le gaz. La distribution des tailles des pores se réduit donc à la distribution des rayons des pores. Ce concept permet de traduire la pression d'injection selon des rayons des pores accessibles au mercure par la loi de capillarité (2-23). Une courbe qui présente le spectre de porosité $\frac{dV_v}{d(\lg r)}$ selon le rayon des pores r , est établie, où V_v est le volume des vides accessibles au mercure. Il en est déduit que dans un VER, la fréquence de la teneur en eau selon le rayon des pores dans l'échelle logarithmique $\frac{d\theta_w}{d(\lg r)}$ est définie. Cette fonction $\frac{d\theta_w(r)}{d(\lg(r))}$ évalue la fréquence de volume poreux, i.e. la contribution volumique des pores de rayon r , et elle (et sa courbe) est souvent utilisée comme une estimation de la PSD. Un exemple de la courbe PSD de l'argilite du COx a été présenté dans la Fig 5-2. Parce que le rayon est inversement proportionnel à la succion selon (2-23), la courbe PSD peut être représentée dans la pratique selon l'unité $pF = \lg(p_c)$ au lieu de $\lg(r)$.

Il est donc équivalent de représenter la PSD par une fonction de type $\chi^R(r) = \frac{d\theta_w}{dr}$ dans l'échelle linéaire normale. Si cette fonction de la fréquence est connue (par la courbe PSD tirée du résultat de l'essai PIM), la fonction de rétention peut être facilement déterminée. La formulation théorique peut être trouvée dans (Fredlund & Xing, 1994) ou (Kosugi, 1994). En effet, la teneur en eau θ_w à un rayon R donné est calculée par :

$$\theta_w(R) - \theta_r = \int_{R_{min}}^R \chi^R(r) dr \quad (2-24)$$

Où R_{min} est le rayon minimum des pores dans le milieu (trouvé à partir de la courbe PSD). Dans (2-24), lorsque $R = R_{max}$ (le rayon maximum des pores dans la PSD), on obtient l'expression de la teneur en eau saturée $\theta_s = \theta_w(R_{max})$:

$$\theta_s - \theta_r = \int_{R_{min}}^{R_{max}} \chi^R(r) dr \quad (2-25)$$

Il est observé que le second membre de (2-25) est l'aire du diagramme de la PSD et peut être considéré comme un constant (ne dépend pas du rayon R). Appelons ce constant $\int_{R_{min}}^{R_{max}} \chi^R(r) dr = A^{PSD}$

Compte-tenu de (2-23), le degré de saturation effectif est calculé à une pression capillaire p_c donnée, selon un processus de changement de la variable d'intégration:

$$S^*(p_c) = \frac{\int_{p_c}^{p_{cmax}} \chi^p(p) dp}{A^{PSD}} \quad (2-26)$$

Où p est la variable d'intégration représentant la succion, $p_{cmax} = \frac{A_{cap}}{R_{min}}$ et $\chi^p(p) = \chi^R\left(\frac{A_{cap}}{p}\right) \frac{A_{cap}}{p^2}$ est la représentant de la fonction de fréquence χ^R selon la variable de la succion.

La formule (2-26) permet de déterminer la fonction de rétention d'eau selon la fonction représentant la PSD (χ^R ou χ^p). Le modèle connu de (Kosugi, 1994) a été proposé en se basant sur cette théorie. L'auteur a supposé la distribution log-normale (qui est un type de distribution souvent rencontrée) pour la PSD (i.e. pour la fonction χ^R).

Le concept BCC et sa formulation de la relation entre la PSD et la WRC permet aussi d'analyser les modèles empiriques présentés dans le paragraphe précédent 2.3.1.2. Par ce concept, Durner (Durner, 1994) a constaté que l'équation de Van Genuchten (2-19) correspond à une distribution porale continue, unimodale, et asymptotique à zéro vers des pores fins et larges. En plus, il trouve que dans cette équation, α estime la position où la fréquence est maximum (le rayon dont la famille des pores contribue le plus au volume poreux), pendant que m et n représentent la « largeur de la distribution ».

En effet, similaire à l'équation de Van Genuchten, la plupart des modèles empiriques présentés ci-dessus reflètent les PSD unimodales (i.e. les distributions porale ayant un seul pic). Néanmoins, dans la pratique, la distribution des tailles des pores peuvent éventuellement être bimodales, même multimodales (voir par exemple la Fig 2-22). C'est le cas des sols très hétérogènes, ou les roches fissurées (Durner, 1994). Le cadre théorique par le BCC permet de construire des modèles WRC pour les matériaux ayant la PSD multimodale.

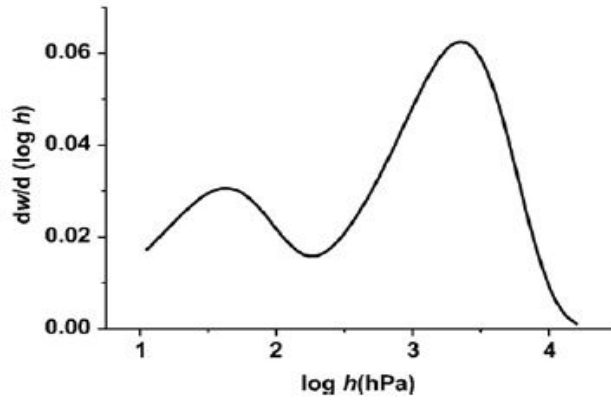


Fig 2-22. PSD bimodale dans l'échelle pF du sol Polonais Baborowko
(h est la succion) (Dexter, et al., 2008)

S'inspirant de cette idée, Zhang et Fredlund (Zhang & Fredlund, 2003) ont proposé un modèle de la fonction de rétention, supposant la distribution de type log-normal de tous les 2 modes (pores naturels et microfissures) pour la PSD bimodale des roches fissurées. Leur équation s'écrit :

$$S^* = \frac{n_p}{n} \Phi \left(\frac{\ln \frac{A_{cap}}{p_c} - \lambda_p}{\xi_p} \right) + \frac{n_f}{n} \Phi \left(\frac{\ln \frac{A_{cap}}{p_c} - \lambda_f}{\xi_f} \right) \quad (2-27)$$

où Φ est la fonction de répartition (cumulative) de la loi log-normal, λ_i , ξ_i , n_i sont respectivement la moyenne, l'écart-type (de la variable $\ln(r)$), et la porosité de la partie $i = \{p, f\}$, (p pour pores naturels et f pour fissures). On a aussi $n = n_p + n_f$. Dans cette expression (2-27), des porosités interviennent comme des paramètres fixés, mais pas comme des variables. En plus cette expression n'a pas encore montré l'évolution de la fonction de rétention d'eau quand la fissuration évolue. Cette formule suggère que la fonction de rétention d'eau d'un milieu endommagé est la somme des fonctions de rétention des pores et des fissures, pondérées par leurs porosités partielles.

La même idée de la linéarité des modèles multimodaux (utilisant des facteurs de pondération) est trouvée dans (Durner, 1994) qui généralise l'équation (2-19) :

$$S^* = \sum_{i=1}^k w_i \left[\frac{1}{1 + (\alpha_i p_c)^{n_i}} \right]^{m_i} \quad (2-28)$$

où α_i , n_i , m_i sont des paramètres de (Van Genuchten, 1980), et w_i est le facteur de pondération, du sous-réseau i parmi k modes de la PSD. Le même principe de superposition des modes dans une PSD bimodale a été aussi utilisé dans le modèle WRC bimodal de (Dexter, et al., 2008)

2.3.1.4 Autres approches de modélisation de la rétention d'eau

A part l'approche empirique et l'approche et phénoménologique et l'approche utilisant le concept BCC, il existe d'autres méthodes de modélisation, basées essentiellement sur la description de la structure des milieux poreux.

Méthode de la représentation fractale des milieux poreux

Cette méthode a été développée depuis des années 1980 pour les milieux poreux, comprenant les géomatériaux comme les sols ou les roches (Ghanbarian-Alavijeh, et al., 2011). Cette approche se base sur un outil mathématique complexe : la géométrie fractale. Dans la géométrie fractale, la description d'un objet dépend de l'échelle d'observation et de mesure. Puisque tous les objets dans la réalité sont géométriquement très complexes, la géométrie fractale permet de les étudier de façon plus précise que la géométrie euclidienne. Différemment à la dimension euclidienne, la dimension fractale peut être non entière.

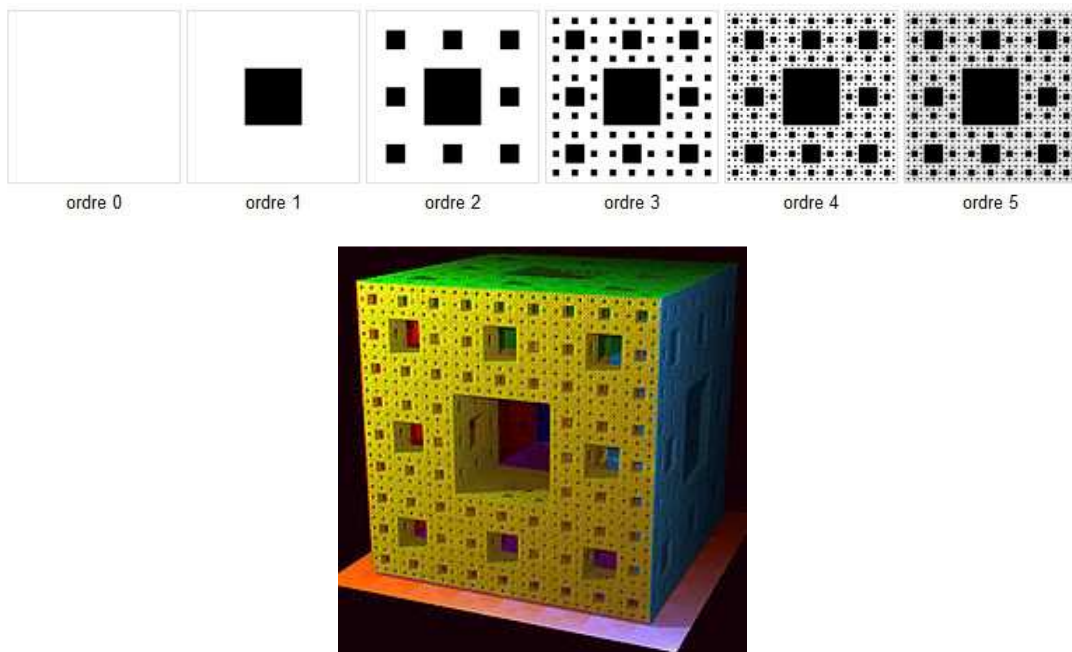


Fig 2-23. a/ Tapis de Sierpinski ; b/ Eponge de Menger
(wikipedia.fr)

Mathématiquement, les objets fractals sont les systèmes très complexes mais hiérarchiques qui sont générés par les algorithmes itératifs obéissant à des règles de changement d'échelle. En d'autres termes, la structure des objets fractals est invariante en changement d'échelle.

La Fig 2-23 illustre un objet fractal connu : le tapis de Sierpinski (a) et sa version 3D : l'éponge de Menger (b). Le tapis de Sierpinski est généré d'un initiateur solide de dimension L (ordre 0). Dans la première itération, un carré de dimension $l = L/b$ est enlevé, avec $b = 3$ dans la version originale de Sierpinski. Ce processus continue et un espace poreux est créé progressivement.

Il est intéressant de noter que la structure de certains sols est hiérarchique au niveau microscopique et compatible avec des descriptions fractales (Gimenez, et al., 1997). La théorie fractale est donc applicable à la description de la structure poreuse des sols et aide à modéliser la WRC. Cependant, il faut remarquer que cette description fractale ne convient aux sols que sur l'aspect probabiliste (Dathe, et al., 2001).

L'application de cette approche donne les résultats intéressants. Dans le modèle de Tyler et Wheatcraft (voir (Ghanbarian-Alavijeh, et al., 2011)), la fonction de rétention à l'itération i est :

$$S_w = \left(\frac{p_{ce}}{p_{ci}} \right)^{E_v - D_v} \quad (2-29)$$

où E_v est la dimension euclidienne de l'objet fractal utilisé dans la modélisation, et D_v est la dimension fractale de volume poreux, déterminée expérimentalement par des essais d'analyse d'image pour chaque type de sol (Gimenez, et al., 1997), (Dathe, et al., 2001). Cette formule (2-29) est analogue à l'équation de rétention d'eau de (Brooks & Corey, 1964) (2-17). D'autres modèles fractals plus physiques et plus avancés peuvent être trouvés dans (Gimenez, et al., 1997) (Ghanbarian-Alavijeh, et al., 2011).

Méthode de la représentation physique de la géométrie porale

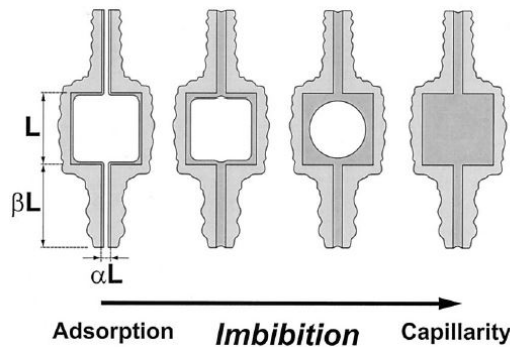


Fig 2-24. Remplissage d'un pore angulaire lors d'une imbibition (Tuller, et al., 1999)

Outre des modèles mathématiques ci-dessus, certains auteurs ont cherché à modéliser la géométrie des pores de façon plus physique. Tuller *et al* (Tuller, et al., 1999) ont proposé un modèle conceptuel de modélisation des pores par la morphologie angulaire. Les pores peuvent être modélisés par les polygones et la distribution de leur taille caractéristique obéit à la loi de distribution de Gama. La loi de Laplace est modifiée pour prendre en compte l'effet d'adsorption dans la suction. Ce concept est évidemment plus physique que le BCC, par contre il conduit à des calculs beaucoup plus complexes. La Fig 2-24 montre une illustration conceptuelle de l'imbibition dans le cas où les pores sont rectangulaires. On constate que les pores sont progressivement remplis, contrairement au concept BCC où les pores sont soit entièrement remplis par l'eau soit totalement secs.

Un autre modèle qui a cherché à considérer la morphologie des pores de façon plus physique est celui de (Tong, et al., 2012). Ces auteurs ont modélisé les pores par les ellipses (Fig 2-25) et l'existence des bulles d'air est aussi prise en compte. Pourtant ce modèle ne considère qu'une distribution isotrope et cette hypothèse semble assez forte pour bien représenter les phénomènes physiques dans la réalité.

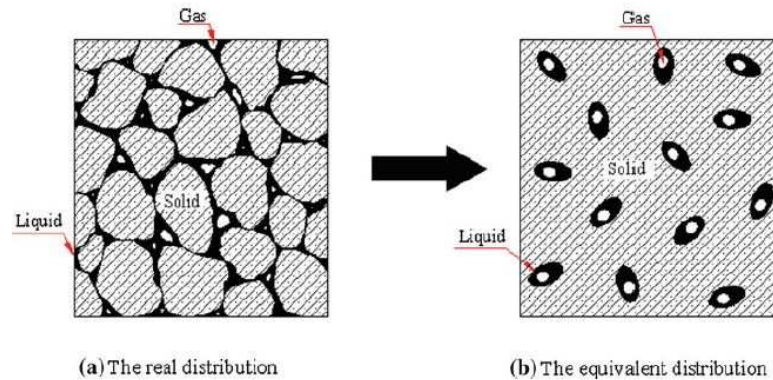


Fig 2-25. Pores elliptiques de (Tong, et al., 2012)

2.3.1.5 Modélisation de l'hystérésis capillaire

La majorité des modèles de la rétention d'eau cités plus haut n'abordent pas le phénomène d'hystérésis. Dans la pratique, l'hystérésis capillaire est un phénomène important et peut être expliqué physiquement par l'effet de bouteille d'encre et par l'effet hystérétique de l'angle de contact (Lu & Likos, 2004) (Tarantino, 2010).

La Fig 2-26 illustre ces deux phénomènes hystérétiques. Dans l'effet de bouteille d'encre, il est observé qu'en drainage, la pression capillaire est en équilibre avec le rayon capillaire du petit pore (*pore neck* pour distinguer avec *pore body* de rayon R) de rayon r au-dessus (selon la loi (2-23)). Au contraire, en imbibition, cette succion est équilibrée avec le rayon r mais du *pore neck* en bas. Le degré de saturation en drainage est donc plus élevé que celui en imbibition à la même succion. L'effet hystérésis de l'angle de contact a lieu quand la surface est inclinée. L'angle de contact en drainage décroît par rapport au cas normal. Grosso modo, l'hystérésis se passe en raison de la géométrie des pores (dans le premier cas) ou de la rugosité du milieu.

L'hystérésis peut être modélisée par tous les approches empirique ainsi que théorique préalablement présentées. Le représentant typique de l'approche théorique est le modèle de Mualem (Mualem, 1973) (Mualem, 1974). Il a construit un modèle conceptuel utilisant le concept « domaine indépendant » des milieux poreux, qui affirme que chaque pore est vidé ou rempli (par l'eau) à deux succions différentes, et les pores se comportent indépendamment. Ce concept peut être considéré du point de vue du rayon *neck* et *body* comme dans la Fig 2-26a. Mualem a fait appel à l'hypothèse de similarité, qui découple la distribution probabiliste de ces deux types de la succion (et de façon équivalente la distribution des rayons *neck* et *body*) pour simplifier et construire son modèle d'hystérésis

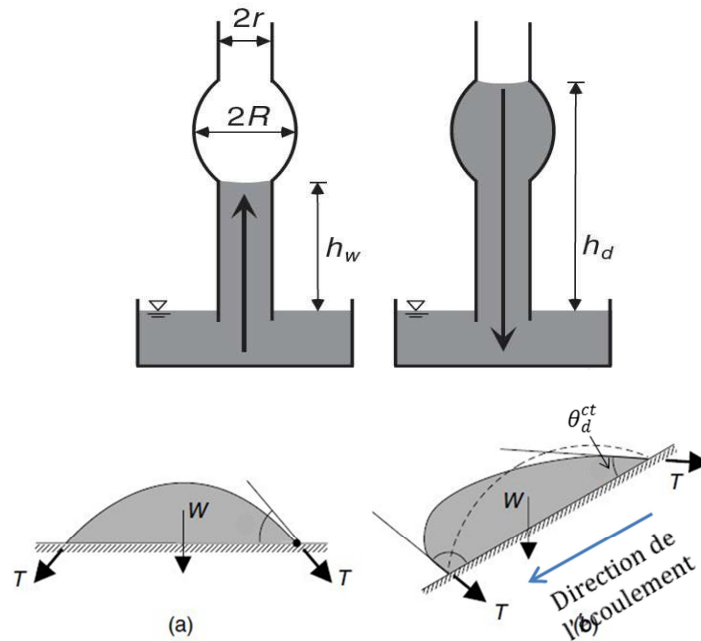


Fig 2-26. a/ Effet de bouteille d'encre (Lu & Likos, 2004);
 b/ Hystérésis de l'angle de contact (Tarantino, 2010)

Parallèlement à l'approche physique, de divers modèles empiriques ont été proposés. Kool et Parker (Kool & Parker, 1987) ont proposé un modèle empirique de l'hystérésis fondé sur la fonction de Van Genuchten (2-19). Tous les paramètres θ_s , θ_r , n sont supposés identiques en drainage et en imbibition, sauf que α en drainage est plus petit qu'en imbibition (les auteurs ont imposé la condition de Mualem et alors $m = 1 - 1/n$). Le rapport de α en drainage et celui en imbibition est pris approximativement une moitié, dû aux résultats expérimentaux. Les auteurs ont aussi suggéré que θ_s devrait être différent en mouillage et en séchage. D'autres expressions empiriques peuvent être trouvées dans le récapitulatif des modèles hystérétiques de Pham *et al* (Pham, et al., 2005) qui ont fait une étude comparative de nombreux modèles dans la littérature.

A part des modélisations de la fonction de rétention, l'hystérésis est envisagée dans le couplage hydromécanique, en raison des difficultés qu'elle pose pour la modélisation du comportement mécanique. Comme mentionné avant, l'hystérésis capillaire invoque un comportement irréversible et plusieurs modèles ont cherché à la décrire par l'élastoplasticité (Dangla, et al., 1997) (Wheeler, et al., 2003) (Nuth & Laloui, 2008b) (Sun, et al., 2010).

2.3.2 Transfert des fluides dans les milieux poreux

Cette partie présente quelques problèmes fondamentaux des lois de transfert des fluides dans les milieux non saturés, comprenant la phase liquide (eau) et la phase gazeuse.

2.3.2.1 Equations principales de transfert de l'eau liquide

Analogue au cas saturé, l'écoulement de l'eau liquide dans les milieux non saturés est généralement décrit par la loi de Darcy généralisée (voir par exemple (Delage & Cui, 2000) (Fredlund & Rahardjo, 1993):

$$\mathbf{v}_w^D = -K_w \mathbf{grad}(H_w) \quad (2-30)$$

Où \mathbf{v}_w^D est la vitesse de Darcy de l'eau liquide, également appelée le vecteur de filtration, qui représente le vecteur flux volumique de l'eau ; K_w est la perméabilité à l'eau (un tenseur dans le cas général anisotrope, un coefficient scalaire dans le cas isotrope présenté ici) ; et H_w est la charge hydraulique. Cette charge hydraulique est déduite du potentiel de l'eau et est calculée par :

$$H_w = \frac{p_w}{\rho_w g} + z \quad (2-31)$$

Avec g est l'accélération de la pesanteur et z est la coordonnée verticale (ascendante). La pression d'eau p_w peut être remplacée par la succion p_c dans le cas où la pression d'air est prise zéro comme une référence atmosphérique (l'air continu en contact avec l'atmosphère).

Cette loi de Darcy (2-30) est plutôt empirique mais peut être justifiée thermodynamiquement et s'écrit d'une façon plus générale (Chapitre 3). La généralisation de cette loi (pour le cas non saturé) peut être fondée sur l'observation physique que l'eau ne s'écoule que dans les pores remplis par l'eau, alors que les pores remplis par l'air sont non conducteurs et se comportent hydrauliquement comme la phase solide. Ainsi, l'écoulement d'eau dans un milieu non saturé est envisagé comme dans un milieu saturé avec la teneur en eau plus petite (Fredlund & Rahardjo, 1993).

La perméabilité K_w est décomposée comme suit :

$$K_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} K_{rw} K_{int} \quad (2-32)$$

Où η_w est la viscosité (dynamique) de l'eau, K_{rw} (qui varie entre 0 et 1) est la perméabilité relative à l'eau, en fonction de l'état de saturation de l'eau dans le milieu, et K_{int} est la perméabilité intrinsèque du matériau. La perméabilité relative reflète le rapport entre la perméabilité à condition saturée et celle à saturation complète. Autrement dit, dans le cas saturé, la perméabilité se réduit à $\frac{\rho_w g}{\eta_w} K_{int}$.

De (2-32), il est observé que la perméabilité des géomatériaux dépend à la fois du fluide (via sa viscosité η_w), de l'état hydraulique (via K_{rw}) et du squelette solide (via K_{int}). Ce constat est évidemment physique. En effet, la linéarité dans la loi de Darcy est obtenue du point de vue microscopique en supposant que le liquide est visqueux et de type Newtonien (voir (Dormieux, et al., 2006)). Une autre hypothèse

importante est que l'écoulement est laminaire, ce qui est vrai pour de nombreux cas en géotechnique où la vitesse du fluide n'est pas élevée.

La perméabilité intrinsèque dépend des caractéristiques intrinsèques du squelette, notamment sa structure poreuse (Coussy, 2004). La perméabilité relative, par définition, dépend donc de l'état de saturation, et se représente en fonction de la variable du degré de saturation ou de la teneur en eau. Il paraît que cette perméabilité est gouvernée par la structure porale des pores connectés et contenant du liquide (Romero, et al., 1999).

Une autre équation importante pour le liquide est l'équation de continuité, qui traduit la conservation de la masse liquide :

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_w^D) = 0 \quad (2-33)$$

Elle sera facilement démontrée dans le chapitre 3 sous le cadre de la Poromécanique.

La combinaison des lois (2-30) et (2-33) donne l'équation de Richard :

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \text{div} \left(K_w \frac{\partial H}{\partial \theta_w} \mathbf{grad}(\theta_w) \right) \quad (2-34)$$

Cette dernière équation non linéaire aux dérivées partielles montre la dépendance de l'écoulement de la WRC, en raison du terme $\frac{\partial H}{\partial \theta_w} = \frac{1}{\rho_w g} \left(\frac{\partial p_c}{\partial \theta_w} \right) + \frac{\partial z}{\partial \theta_w}$, où $\frac{\partial p_c}{\partial \theta_w}$ est la pente de la WRC.

Il est important de noter que ces équations sont la description macroscopique de l'écoulement des fluides. Pour décrire complètement l'écoulement du liquide au niveau microscopique, à part la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement, il faut également le comportement contrainte-déformation (contrainte-vitesse est plus utilisé dans la mécanique des fluides). La combinaison de ces lois conduit à l'équation de Navier-Stokes dont la dérivation est classique (Viollet, et al., 1998).

Cette équation est non linéaire et est considérée comme un grand obstacle des mathématiques. Par contre, la solution analytique peut être obtenue dans quelques cas simplifiés. Au cas où un seul fluide newtonien incompressible s'écoule dans le sens x entre deux plans parallèles dont la distance est de e_{NS} (indice NS pour Navier-Stokes), on obtient le champ de vitesse dans ce sens x dont le profil est parabolique. La vitesse est zéro à la surface des plans et est maximum au milieu de la distance entre ces deux plans. La vitesse débitante (la valeur moyenne de ce profil) s'écrit :

$$v_{NS} = - \frac{1}{12} \frac{e_{NS}^2}{\eta_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (2-35)$$

Ce qui indique la relation entre la perte de charge (le gradient hydraulique) avec le débit.

Une autre solution analytique de l'équation de Navier-Stokes est l'équation dite de Poiseuille pour l'écoulement du même type de fluide mais dans un tube circulaire et parallèle à l'axe du cylindre. Cette loi de Poiseuille donne aussi un profil de vitesse parabolique identique à celui du cas précédent. La vitesse moyenne est calculée cette fois ci par :

$$v_P = -\frac{1}{8} \frac{r_P^2}{\eta_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (2-36)$$

Avec r_P est le rayon du cylindre (indice P pour Poiseuille).

Pour un écoulement macroscopique (ce qui intéresse les géotechniciens), la détermination de la perméabilité joue un rôle crucial. On concentre dans la suite la modélisation de la fonction de perméabilité.

2.3.2.2 Détermination de la fonction de perméabilité : méthode empirique

La modélisation de la fonction de perméabilité intrinsèque (saturée) et relative (non saturée) a été réalisée d'abord par l'approche empirique. La perméabilité intrinsèque est un paramètre du matériau et peut être normalement déterminée expérimentalement. Cependant, comme ce paramètre est influencé par les facteurs de la structure poreuse qui peuvent changer au cours de chargement, la modélisation décrivant la dépendance de cette perméabilité sur ces facteurs est favorisée. En particulier, de nombreux modèles ont considéré la relation entre la perméabilité intrinsèque et la porosité (ou l'indice des vides). Par exemple, Yang et Aplin (Yang & Aplin, 2010) ont supposé empiriquement que le logarithme de la perméabilité est une somme des fonctions puissances de l'indice des vides.

La modélisation concentre alors sur la perméabilité relative, qui est une fonction de l'état de saturation de l'eau dans le matériau. La majorité des modèles dans la littérature sont isotropes, et ils sont représentés normalement comme une fonction soit de la teneur volumique en eau θ_w , soit du degré de saturation effectif S^* , soit de la succion p_c . En tous cas, il faut qu'à saturation complète ($S^* = 1$, $\theta_w = \theta_s$ ou $p_c = 0$) la perméabilité relative $K_{rw} = 1$, et à l'état complètement sec, ($S^* = 0$, $\theta_w = \theta_r$ ou $p_c = \infty$) la perméabilité relative $K_{rw} = 0$.

Averjanov en 1950 (voir (Mualem, 1986) ou (Fredlund, et al., 1994)) a proposé une formule simple de type puissance entre la perméabilité relative et le degré de saturation effectif :

$$K_{rw} = (S^*)^{n_A} \quad (2-37)$$

Dans son travail, l'auteur a défini le constant $n_A = 3.5$.

Davidson *et al* (Davidson, et al., 1969) ont suggéré une loi exponentielle pour la relation entre K_{rw} et θ_w :

$$K_{rw} = e^{n_D(\theta_w - \theta_s)} \quad (2-38)$$

Avec n_D un paramètre du matériau.

En termes de la succion, Gardner (Gardner, 1958) a proposé une équation de la perméabilité relative conformément à son modèle de la WRC :

$$K_{rw} = \frac{1}{1 + a_G(p_c)^{n_G}} \quad (2-39)$$

Brooks et Corey, dans leur même article célèbre (Brooks & Corey, 1964) qui a présenté leur modèle de la fonction de rétention (2-17), ont proposé une formule pour la perméabilité relative :

$$K_{rw} = \begin{cases} 1 & \text{si } p_c \leq p_{ce} \\ \left(\frac{p_{ce}}{p_c}\right)^{n_{BC}} & \text{si } p_c > p_{ce} \end{cases} \quad (2-40)$$

Brooks et Corey ont combiné leur modèle de la rétention d'eau (2-17) avec la formulation conceptuelle de (Burdine, 1953) (qui sera présentée plus en détails dans le paragraphe suivant) et ont généralisé le résultat obtenu pour déduire l'expression (2-40).

D'autres modèles connus dans la littérature peuvent être trouvés dans (Mualem, 1986) ou (Fredlund, et al., 1994).

2.3.2.3 Détermination de la fonction de perméabilité : méthode conceptuelle

Similaire à la modélisation des courbes de rétention, la fonction de perméabilité peut être formulée en modélisant l'espace poral par une géométrie simple. Très souvent, le concept BCC (paragraphe 2.3.1.3) est utilisé pour décrire l'espace des pores dans les milieux poreux pour les problèmes hydrauliques (la rétention d'eau et également la perméabilité). Pour la perméabilité intrinsèque, ce type de modélisation géométrique a été utilisé dans le modèle bien connu de Kozeny-Carman qui fait dépendre la perméabilité de la porosité :

$$K_{int} = K_{int,0} \left(\frac{n}{n_0}\right)^3 \left(\frac{1-n_0}{1-n}\right)^2 \quad (2-41)$$

où K_{int} et $K_{int,0}$ sont respectivement la perméabilité intrinsèque à la porosité n et n_0 .

Cette approche par le BCC est largement utilisée pour prévoir la perméabilité relative. Mualem (Mualem, 1986) a résumé le cadre général de cette approche appliquée à la modélisation de la perméabilité :

- on suppose que la PSD est connue et est caractérisée par la fonction $\chi^R(r)$ (fonction de fréquence volumique) du rayon des pores. Grâce aux hypothèses

du concept BCC, la fréquence surfacique est supposée pareille pour toute section et égale à la fréquence volumique $\chi^R(r)$.

- La loi de Poiseuille (2-36) est valable pour chaque pore (cylindrique) et utilisée pour estimer la conductivité hydraulique de chaque pore individuel (niveau microscopique). Au niveau macroscopique, l'équation de l'écoulement est dérivée donc de l'intégration de tous les pores saturés (par l'eau).
- La combinaison de cette loi de l'écoulement hydraulique macroscopique avec la loi de Darcy donne la perméabilité totale. Cette perméabilité est une fonction du rayon des pores et peut être représentée soit par la teneur en eau en raison de la relation (2-24), soit par la succion dû à la loi de capillarité (2-23). Particulièrement, la perméabilité relative est déduite de la comparaison entre cette perméabilité avec la perméabilité à saturation complète, ou plus simple, de la comparaison entre l'intégration sur les pores saturés et l'intégration sur tous les pores dans le milieu.

La différence des modèles conceptuels dans cette approche repose sur l'interprétation différente de la géométrie porale et surtout sur l'estimation statistique différente pour la contribution de chaque pore dans la conductivité hydraulique totale (ce qui conduit à des intégrations différentes).

Un développement typique (Purcell, 1949) de la démarche ci-dessus est présenté dans la suite. Considérons un Volume Élémentaire Représentatif VER. Comme la fréquence surfacique est aussi $\chi^R(r)$, la fraction surfacique des pores de rayon $r \rightarrow r + dr$ est $\chi^R(r)dr$. Le débit d'eau (de type Poiseuille) passant des pores $r \rightarrow r + dr$ est donc $d\mathcal{V}_p = -\frac{1}{8} \frac{r^2}{\eta_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \chi^R(r)dr$ (équation (2-36)). Le débit macroscopique est calculé par l'intégration de l'incrément $d\mathcal{V}_p$ jusqu'au rayon capillaire R correspondant à la succion macroscopique dans un sens x quelconque (en supposant que tous les gradients hydrauliques locaux sont égaux à celui global) :

$$\mathcal{V}_p = -\frac{1}{8} \frac{\partial p_w}{\eta_w \partial x} \int_{R_{min}}^R r^2 \chi^R(r) dr \quad (2-42)$$

Il faut que cette vitesse débitante correspond à la vitesse de Darcy dans (2-30). Faisant appel la relation (2-23), on trouve la perméabilité une fonction de la succion :

$$K_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} \frac{1}{8} \int_{R_{min}}^R r^2 \chi^R(r) dr \quad (2-43)$$

Cette dernière expression peut s'écrire comme une fonction de p_c et de $d\theta_w$ à l'aide de (2-23) et en remarquant que $\chi^R(r)dr = d\theta_w$. On en déduit la perméabilité intrinsèque (Purcell, 1949):

$$K_{int} = \frac{A_{cap}^2}{8} \int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{1}{p_c^2} d\theta_w \quad (2-44)$$

Où p_c est une fonction de θ_w selon la fonction de rétention d'eau. La perméabilité relative est calculée par :

$$K_{rw} = \frac{\int_{\theta_r}^{\theta_w} \frac{1}{p_c^2} d\theta}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{1}{p_c^2} d\theta} \quad (2-45)$$

Avec θ est la variable d'intégration. Il est observé que la perméabilité déterminée par (2-44) et (2-45) est basée sur la connaissance de la fonction de rétention d'eau de type $p_c = p_c(\theta_w)$.

Burdine (Burdine, 1953) a ajouté dans l'équation (2-45) un facteur de correction prenant en compte la tortuosité dans le milieu :

$$K_{rw} = (S^*)^2 \frac{\int_{\theta_r}^{\theta_w} \frac{1}{p_c^2} d\theta}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{1}{p_c^2} d\theta} \quad (2-46)$$

Le modèle de Burdine a été largement utilisé et a donné des résultats plus précises que (2-45) (Mualem, 1986).

Childs et Collis-George (Childs & Collis-George, 1950) ont étudié le problème de façon plus compliquée en considérant la probabilité de la connexion des pores de deux sections juxtaposées. Ils ont trouvé une équation d'intégration pour la perméabilité, en fonction des fonctions de distribution porale. Mualem (Mualem, 1976) a démontré une solution analytique de cette équation écrite sous la forme :

$$K_{rw} = \frac{\int_{\theta_r}^{\theta_w} \frac{\theta_w - x}{p_c^2} dx}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{\theta_s - x}{p_c^2} dx} \quad (2-47)$$

avec x la variable d'intégration. Ce modèle a été exploité dans d'autres travaux ultérieurs, comme (Fredlund, et al., 1994) ou (Huang, et al., 1998)

Un autre modèle souvent utilisé dans la littérature est celui de (Mualem, 1976). Le concept du modèle est similaire à celui de (Childs & Collis-George, 1950), mais d'autres hypothèses simplificatrices sur la configuration des pores sont supposées. Le modèle de (Mualem, 1976) s'écrit :

$$K_{rw} = (S^*)^{n_M} \left(\frac{\int_{\theta_r}^{\theta_w} \frac{1}{p_c} d\theta}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{1}{p_c} d\theta} \right)^2 \quad (2-48)$$

Où n_M est le coefficient de tortuosité de Mualem. En étudiant plusieurs types de sols, l'auteur a suggéré que $n_M = 0.5$.

2.3.2.4 Equations principales de transfert de la phase gazeuse

Pour le gaz, l'écoulement dans les milieux non saturés est également décrit par la loi de Darcy généralisée, comme pour le liquide :

$$\mathbf{v}_g^D = -K_g \mathbf{grad}(H_g) \quad (2-49)$$

Où \mathbf{v}_g^D vecteur de filtration du gaz ; K_g est la perméabilité au gaz (un tenseur dans le cas général anisotrope, un coefficient scalaire dans le cas isotrope présenté ici) ; et H_g est la charge gazeuse.

La perméabilité au gaz peut être décomposée comme pour l'eau (dans (2-32)) :

$$K_g = \frac{\rho_g g}{\eta_g} K_{rg} K_{int} \quad (2-50)$$

La perméabilité au gaz peut être modélisée en fonction de la perméabilité relative au gaz par les approches comme pour la phase liquide présentée plus haut. Burdine (Burdine, 1953) a proposé une forme conformément à son modèle de la perméabilité à l'eau :

$$K_{rg} = (1 - S^*)^2 \frac{\int_{\theta_w}^{\theta_s} \frac{1}{p_c^2} d\theta}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{1}{p_c^2} d\theta} \quad (2-51)$$

Utilisant l'équation de Burdine, Brooks et Corey (Brooks & Corey, 1964) ont déduit de son modèle de la rétention d'eau et de la perméabilité à l'eau la formule suivante pour la perméabilité au gaz :

$$K_{rg} = \begin{cases} 0 & \text{si } p_c \leq p_{ce} \\ \frac{\left[1 - \left(\frac{p_{ce}}{p_c}\right)^\lambda\right]^2}{\left(1 - \left(\frac{p_{ce}}{p_c}\right)^{2+\lambda}\right)} & \text{si } p_c > p_{ce} \end{cases} \quad (2-52)$$

Avec λ est le coefficient dans le modèle de rétention d'eau (2-17).

La perméabilité au gaz peut être aussi déterminée par l'expression empirique de (Lloret & Alonso, 1980) :

$$K_g = \frac{\rho_g g}{\eta_g} a_{LA} [e(1 - S_w)]^{\lambda_{LA}} \quad (2-53)$$

Où a_{LA} et λ_{LA} sont deux constants du matériau. Cette expression permet de prendre en compte directement l'influence de la porosité dans la perméabilité.

En effet, l'équation (2-50) aide à évaluer le volume de gaz qui s'écoule à travers une unité de surface dans une unité de temps. Dans le cas où le gaz est un mélange de plusieurs espèces, l'évaluation du vecteur de filtration de chaque composante exige la connaissance de la vitesse de filtration relative entre elles. Il s'agit de la loi de Fick dont la formulation dans le cas où le gaz est un mélange parfait de l'air sec et de la vapeur d'eau s'écrit par (voir (Coussy, 2004)):

$$\mathbf{v}_v^D - \mathbf{v}_a^D = -(n_g \tau_T D_{va}) \frac{\mathbf{grad}(x_v)}{x_v x_a} \quad (2-54)$$

Où x_v et x_a sont respectivement la fraction molaire de la vapeur d'eau et de l'air sec ; \mathbf{v}_v^D et \mathbf{v}_a^D sont respectivement le vecteur de filtration de la vapeur et de l'air ; n_g est la porosité du gaz, τ_T est le coefficient de tortuosité et D_{va} est la diffusivité air-vapeur. Pour un mélange parfait de la vapeur et de l'air, on a (selon la loi de Henry) $x_v = \frac{p_v}{p_g}$, $x_a = \frac{p_a}{p_g}$ et $p_v + p_a = p_g$ et on en déduit : $x_v + x_a = 1$. Cette expression (2-54) peut être justifiée thermodynamiquement (voir chapitre 3). La relation de ces deux vecteurs de filtration \mathbf{v}_v^D et \mathbf{v}_a^D avec \mathbf{v}_g^D est suivante :

$$\mathbf{v}_g^D = x_v \mathbf{v}_v^D + x_a \mathbf{v}_a^D \quad (2-55)$$

C'est-à-dire \mathbf{v}_g^D est le débit moyen (au sens molaire) des composantes d'air et de vapeur. Les expressions (2-49), (2-54) et (2-55) permettent donc de définir les vecteurs de filtration de tous les composants dans le mélange.

CHAPITRE 3

**Approche énergétique pour les
milieux non saturés**

3. APPROCHE ENERGETIQUE POUR LES MILIEUX NON SATURES

Ce paragraphe présente la poromécanique formulée par (Coussy & Dangla, 2002) (Coussy, 2004). Puisque l'objectif de cette étude est la modélisation d'un comportement partiellement saturé, seule la mécanique des milieux non saturés est présentée ci-dessous. Remarquons que dans ce paragraphe, toutes les notations sont réexpliquées, pour avoir une présentation claire et unifiée pouvant servir les parties suivantes de la thèse.

3.1 Eléments de base

3.1.1 Concept général et description cinématique

Comme déjà présenté, un milieu non saturé se compose d'une matrice solide et d'un espace poreux. Ce dernier est rempli par deux fluides notés par les indices $\alpha = \{w, g\}$, où w et g désignent le fluide mouillant liquide (eau) et le fluide non mouillant (gaz), respectivement. Le réseau poreux est constitué par des pores connectés (des vides occlus considérés comme une partie du squelette solide). Dans un volume élémentaire représentative VER, à l'instant t , la fraction entre le volume actuel de ce réseau $d\Omega_t^p$ et le volume total actuel de ce VER $d\Omega_t$ est appelée la porosité totale eulérienne $n = \frac{d\Omega_t^p}{d\Omega_t}$.

Chaque phase de fluide a une pression notée par p_w et p_g , et occupe un espace poreux différent. A l'instant t , la fraction volumique entre ces espaces et le volume total actuel de l'élément du milieu $d\Omega_t$ sont notés n_w et n_g (nommées les porosités eulériennes partielles). Autrement dit, le volume actuel de la phase liquide et gazeuse est respectivement $d\Omega_t^w = n_w d\Omega_t$ et $d\Omega_t^g = n_g d\Omega_t$, et on en déduit que $n_w + n_g = n$. La phase solide a donc le volume $d\Omega_t^s(1 - n)d\Omega_t$. Comme on a introduit avant, à part ces trois phases les interfaces doivent être considérées comme la quatrième phase car elles sont des zones de concentration énergétique malgré leurs volumes nuls. Toutes ces phases et leurs volumes sont décrits dans la Fig 3-1.

Parallèlement à des quantités eulériennes introduite ci-dessus, les quantités lagrangiennes sont définies de façon analogue, sauf qu'elles se réfèrent au volume total initial $d\Omega_0$ à la place du volume total actuel $d\Omega_t$. Plus concrètement, on a la porosité lagrangienne totale et partielles définies respectivement par : $\phi = \frac{d\Omega_t^p}{d\Omega_0}$,

$$\phi_w = \frac{d\Omega_t^w}{d\Omega_0} \text{ et } \phi_g = \frac{d\Omega_t^g}{d\Omega_0}. \text{ On a évidemment : } \phi_w + \phi_g = \phi.$$

Le degré de saturation pour chaque fluide est défini par sa fraction volumique dans l'espace poreux, c'est-à-dire $S_w = \frac{d\Omega_t^w}{d\Omega_t^p} = \frac{\phi_w}{\phi} = \frac{n_w}{n}$ et $S_g = \frac{d\Omega_t^g}{d\Omega_t^p} = \frac{\phi_g}{\phi} = \frac{n_g}{n}$. Ainsi, on obtient la relation évidente $S_w + S_g = 1$. Le degré de saturation de l'eau liquide S_w est spécifiquement important pour évaluer l'état hydraulique du milieu et est souvent appelé d'une façon raccourcie le degré de saturation. L'état hydraulique du

milieu peut aussi être examiné au moyen de la teneur volumique en eau $\theta_w = \frac{d\Omega_t^w}{d\Omega_t} = n_w$. On constate une simple relation entre le degré de saturation et la teneur volumique en eau : $\theta_w = S_w n$.

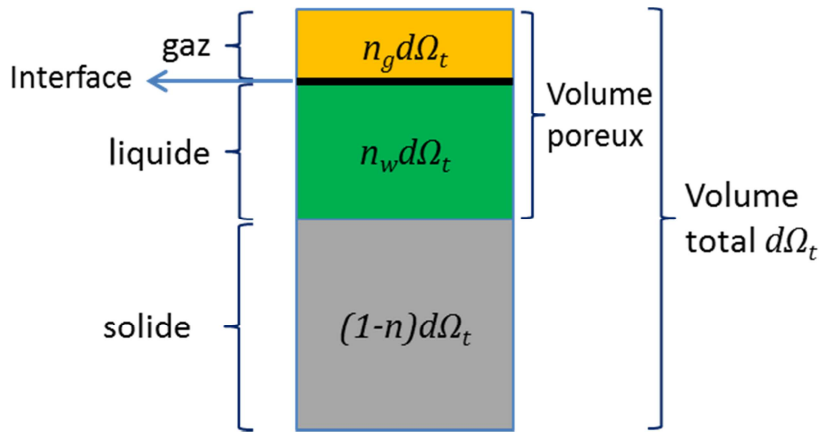


Fig 3-1. Fractions volumiques des phases dans le milieu non saturé

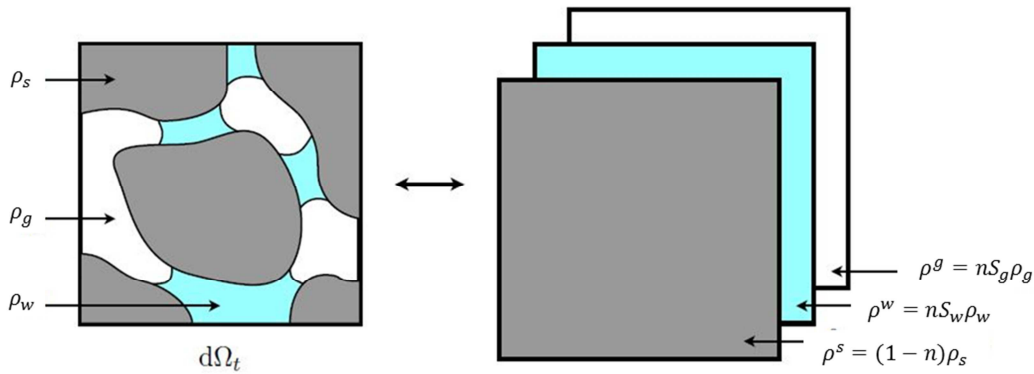


Fig 3-2. Illustration du principe de superposition (citée de (Pereira, 2005))

Comme on a abordé dans la Section 2.1.1, des changements de phase sont possibles dans les milieux non saturés. Dans cette section, seul le changement de phase liquide – vapeur, qui est souvent rencontré dans la pratique, sera pris en compte. L'eau peut se trouver soit en phase vapeur, composante de l'air gazeux, soit en phase liquide. On suppose que la vapeur (notée par l'indice v) et l'air sec (noté par l'indice a) constituent un mélange parfait et forment la particule gazeuse. Cette hypothèse implique donc que les particules de vapeur et d'air occupent le même volume et que la somme de leurs pressions donne la pression de la phase gazeuse. On a donc $\phi_a = \phi_v = \phi_g$ et $p_g = p_v + p_a$.

Le cœur de cette approche est le principe de superposition (Fig 3-2). Ce principe suppose que le comportement macroscopique d'un milieu multiphasique est semblable à la superposition des milieux continus composés de ses phases composantes. Pour éclaircir ce principe, on envisage un VER poreux de volume $d\Omega_t$, repéré dans la coordonnée macroscopique par le vecteur \mathbf{x} . A ce même point \mathbf{x} , on imagine qu'il y a trois éléments de milieu continu (solide, liquide, gazeuse) ayant le même volume $d\Omega_t$ qui coexistent. Dans cette approche, à la place d'étudier le VER poreux réel, on traite la superposition de ces trois éléments continus imaginaires.

Ainsi, les éléments fondamentaux de la MMC sont totalement utilisables. Il est noté que pour assurer l'équivalence de la masse, ces trois éléments imaginaires ont des masses volumiques apparentes ρ^α de sorte que $\rho^\alpha d\Omega_t = \rho_\alpha d\Omega_t^\alpha$, avec $\alpha = \{w, g, s\}$, et ρ_α est la masse volumique intrinsèque de la phase α . On en déduit que $\rho^w = n_w \rho_w \forall \alpha = \{w, g\}$ et $\rho^s = (1 - n) \rho_s$. Les masses volumiques apparentes « lagrangienne » sont définies de manière équivalente mais dans la configuration initiale, i.e. $m_\alpha d\Omega_0 = \rho^\alpha d\Omega_t \forall \alpha = \{w, g, s\}$, il est déduit que $m_\alpha = \phi_\alpha \rho_\alpha \forall \alpha = \{w, g\}$ et $m_s = (1 - \phi) \rho_s$.

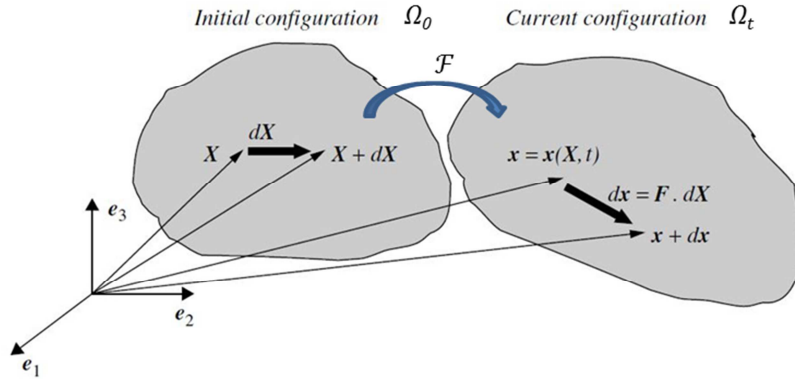


Fig 3-3. Configuration initiale et actuelle (citée de (Coussy, 2004))

On s'intéresse notamment au squelette solide, qui joue le rôle essentiel pour le comportement des géomatériaux. Traitant ce squelette comme un milieu continu, on distingue sa configuration initiale de volume Ω_0 où les particules sont repérées par la coordonnée \mathbf{X} et la configuration actuelle Ω_t où les particules sont repérées par la coordonnée \mathbf{x} . Il vaut la peine de rappeler que la notion « particule » est privilégiée pour les milieux continus, à la place de la notion VER qui est utilisée pour les milieux poreux (normalement hétérogène).

Il est supposé comme dans la MMC (Royis, 2000) qu'il existe une transformation continument différentiable \mathcal{F} entre ces deux configurations (Fig 3-3). Son gradient, aussi nommé le gradient de déformation, est généralement un tenseur de deuxième ordre défini par $\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{grad}_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ i.e. $F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$. Ce tenseur de gradient permet donc de transformer un vecteur matériel $d\mathbf{X}$, après un temps t , à son vecteur transformé $d\mathbf{x}$ d'après la relation $d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X}$. Il faut remarquer que pour la partie solide, la description lagrangienne (la configuration initiale est choisie comme la configuration de référence) est normalement préférée. Il est noté qu'une grandeur physique est écrite en description lagrangienne lorsqu'elle est une fonction de \mathbf{X} .

Il est facile de démontrer que le jacobien de transformation $J(\mathbf{X}, t) = \det \mathbf{F}$ est le rapport entre le volume d'une particule à la configuration actuelle $d\Omega_t$ son homologue à l'état initial $d\Omega_0$, c'est-à-dire : $J = \frac{d\Omega_t}{d\Omega_0}$. D'où on déduit la relation entre la porosité lagrangienne et celle eulérienne :

$$\phi = Jn \quad (3-1)$$

Pour les fluides, il est important de décrire leur cinématique du mouvement. La vitesse relative du fluide α par rapport au squelette est notée $\mathbf{v}^{r,\alpha}$ et donnée par :

$$\mathbf{v}^{r,\alpha}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}^\alpha(\mathbf{x}, t) - \mathbf{v}^s(\mathbf{x}, t) \quad (3-2)$$

Avec $\mathbf{v}^\alpha(\mathbf{x}, t)$ est la vitesse absolue de la particule fluide α et $\mathbf{v}^s(\mathbf{x}, t)$ est la vitesse réelle du squelette solide. Il est intéressant d'insister que pour les fluides, la description eulérienne est privilégiée (la configuration actuelle est choisie comme la configuration de référence). Dans ce cas, les grandeurs sont représentées comme les fonctions de \mathbf{x} .

On définit également un vecteur courant relatif de masse fluide \mathbf{w}^α pour chaque phase fluide (sans sommation selon α) :

$$\mathbf{w}^\alpha(\mathbf{x}, t) = \rho^\alpha(\mathbf{x}, t)\mathbf{v}^{r,\alpha}(\mathbf{x}, t) \quad (3-3)$$

Compte-tenu de la définition du vecteur $\mathbf{w}^\alpha(\mathbf{x}, t)$, la quantité $\mathbf{w}^\alpha(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{S}_t \cdot dt$ correspond à la masse du fluide α qui traverse, pendant l'intervalle de temps dt , un élément de surface orienté $d\mathbf{S}_t$ que l'on suit dans le mouvement du squelette. Son homologue lagrangien \mathbf{M}^α peut être défini comme suit :

$$\mathbf{M}^\alpha(\mathbf{X}, t) = J(\mathbf{X}, t)\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{X}, t) \cdot \mathbf{w}^\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (3-4)$$

De telle sorte que $\mathbf{M}^\alpha(\mathbf{X}, t) \cdot d\mathbf{S}_0 = \mathbf{w}^\alpha(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{S}_t$, où $d\mathbf{S}_0$ est l'homologue de $d\mathbf{S}_t$ dans la configuration initiale. De la définition du vecteur courant relatif, il est constaté que le volume du fluide α passant une unité de surface dans une unité de temps est donné par $\frac{\mathbf{w}^\alpha(\mathbf{x}, t)}{\rho_\alpha}$. Cette grandeur est le vecteur de filtration (Darcy) \mathbf{v}_α^D (pour $\alpha = \{w, g\}$) mentionné dans le paragraphe 2.3.2 dans les problèmes de transfert. On a la relation :

$$\mathbf{v}_\alpha^D = n_\alpha \mathbf{v}^{r,\alpha} \quad (3-5)$$

Dans cette dernière équation, on ne fait pas la sommation avec α .

Remarquons que si l'hypothèse de *transformation infinitésimale* (ou *hypothèse de petites perturbations* HPP), la configuration initiale et actuelle se confondent. Dans ce cas, le tenseur de petites déformations et de grandes déformations se confondent et la déformation volumique est calculée par :

$$\epsilon = tr(\boldsymbol{\epsilon}) = J - 1 \quad (3-6)$$

Il est intéressant de rappeler la relation connue entre la variation de la porosité et de la porosité et de la déformation volumique :

$$\epsilon = (1 - \phi_0)\epsilon_{s_0} + \Delta\phi \quad (3-7)$$

Avec ϕ_0 est la porosité initiale, $\Delta\phi = \phi - \phi_0$ est la variation de la porosité, et ϵ_{s_0} est la déformation volumique de la phase solide seule.

3.1.2 Lois de conservation

3.1.2.1 Outils mathématiques importants

Les équations de conservation sont indispensables pour tout système hydromécanique. Auparavant, nous rappelons les outils mathématiques permettant d'établir ces équations.

L'écriture des lois de conservation est effectuée en se basant sur la notion de *dérivée particulaire* qui est la dérivée par rapport au temps en suivant la particule dans son mouvement. Cette dérivée, dite particulaire, sera notée respectivement $\frac{d^s}{dt}$ ou $\frac{d^\alpha}{dt}$ selon que la particule suivie est une particule représentant le squelette ou le fluide $\alpha = \{w, g\}$.

Notons que, pour une grandeur donnée, décrite par un champ eulérien $b(\mathbf{x}, t)$, il est possible d'introduire un représentant lagrangien $B(\mathbf{X}, t)$ de ce champ dont la définition repose sur la bijection entre les descriptions lagrangienne et eulérienne. Ce représentant est défini par l'identité suivante :

$$B(\mathbf{X}, t) = b(\mathbf{F}(\mathbf{X}, t), t) \quad (3-8)$$

Considérons un champ lagrangien $B(\mathbf{X}, t)$ représentant une grandeur physique donnée. La dérivée particulaire en suivant le squelette est simplement donnée par :

$$\frac{d^s}{dt} B(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial}{\partial t} B(\mathbf{X}, t) \quad (3-9)$$

Pendant ce temps, la dérivée particulaire en suivant le squelette d'un champ eulérien $b(\mathbf{x}, t)$ est :

$$\frac{d^s}{dt} b(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} b(\mathbf{x}, t) + \mathbf{grad}(b(\mathbf{x}, t)) \cdot \mathbf{v}^s(\mathbf{x}, t) \quad (3-10)$$

La dérivée particulaire en suivant le fluide α d'un champ eulérien $b(\mathbf{x}, t)$ est :

$$\frac{d^\alpha}{dt} b(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} b(\mathbf{x}, t) + \mathbf{grad}(b(\mathbf{x}, t)) \cdot \mathbf{v}^\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (3-11)$$

A l'aide de la définition (3-2), les deux dernières dérivées (3-10) et (3-11) ont la relation suivante :

$$\frac{d^\alpha}{dt} b(\mathbf{x}, t) = \frac{d^s}{dt} b(\mathbf{x}, t) + \mathbf{grad}(b(\mathbf{x}, t)) \cdot \mathbf{v}^{r,\alpha}(\mathbf{x}, t) \quad (3-12)$$

On considère maintenant une grandeur physique représentée par une densité volumique $b(\mathbf{x}, t)$. La quantité \mathcal{Z} de cette grandeur contenue dans Ω_t est donnée par $\mathcal{Z} = \int_{\Omega_t} b(\mathbf{x}, t) d\Omega$. La dérivée particulaire de cette quantité en suivant le mouvement du milieu $j = \{s, w, g\}$ est calculée par :

$$\frac{d^j \mathcal{Z}}{dt} = \int_{\Omega_t} \left(\frac{\partial b}{\partial t} + \text{div}(b\mathbf{v}^j) \right) d\Omega \quad (3-13)$$

Ou de façon identique, en utilisant (3-10) et (3-11) :

$$\frac{d^j \mathcal{Z}}{dt} = \int_{\Omega_t} \left(\frac{d^j b}{dt} + b \text{div}(\mathbf{v}^j) \right) d\Omega \quad (3-14)$$

Dans le cas où la variation d'une grandeur donnée est étudiée sur *le milieu poreux dans son ensemble*, il est intéressant d'introduire la dérivée matérielle de cette grandeur, notée $\frac{D}{Dt}$. Dans ce cas, il faut éventuellement prendre en compte le changement de phase liquide – gazeuse.

On considère une grandeur physique extensive dont les densités par unité de volume de squelette et de fluide sont données respectivement par $b^s(\mathbf{x}, t)$ et $b^\alpha(\mathbf{x}, t)$ avec $\alpha = \{w, g\}$ ou $\alpha = \{w, v, a\}$ selon le contexte. La quantité \mathcal{Z} de cette grandeur contenue dans le domaine est alors donnée par la somme des contributions de chacune des composantes \mathcal{Z}^j ($j = \{s, w, g\}$ ou $j = \{s, w, v, a\}$) étant définies par $\mathcal{Z}^j = \int_{\Omega_t} b^j d\Omega$. Ainsi, la dérivée matérielle de \mathcal{Z} est :

$$\frac{D\mathcal{Z}}{Dt} = \frac{d^s \mathcal{Z}^s}{dt} + \sum_{\alpha} \frac{d^{\alpha} \mathcal{Z}^{\alpha}}{dt} \quad (3-15)$$

avec $\alpha = \{w, g\}$ ou $\alpha = \{w, v, a\}$.

Après avoir rappelé les outils mathématiques importants ci-dessus, nous étudions dans la suite *les conservations de la masse*. Pour prendre en compte le changement de phase, on introduit $\dot{m}_{\rightarrow\beta}$ le taux massique de changement de phase β (où $\beta = \{v, w\}$ selon que l'on considère la vapeur ou l'eau liquide) par unité de volume du milieu poreux dans la configuration de référence. Par conséquent, $\dot{m}_{\rightarrow\beta} d\Omega_0 dt$ est la masse β créée dans le volume $d\Omega_t$ pendant l'intervalle de temps dt par le changement de phase.

3.1.2.2 Conservation de la masse

La conservation de la masse solide dans un milieu poreux (niveau global) est donnée par :

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^s d\Omega_t = 0 \quad (3-16)$$

L'équation au niveau local est trouvée au moyen des outils mathématiques ci-dessus :

$$\frac{\partial(1-n)\rho_s}{\partial t} + \text{div}((1-n)\rho_s \mathbf{v}^s) = 0 \quad (3-17)$$

Introduisons la grandeur lagrangienne de ρ^s , appelée m_s (i.e. $\rho^s d\Omega_t = m_s d\Omega_0$). Par cette grandeur, la conservation de la masse solide se réécrit $\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_0} m_s d\Omega_0 = 0$ et au niveau local :

$$\frac{d^s m_s}{dt} = 0 \quad (3-18)$$

La conservation de la masse des fluides, dans le cas général avec le changement de phase liquide-vapeur, s'exprime pour $\alpha = \{w, v, a\}$:

$$\frac{d^\alpha}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^\alpha d\Omega_t = \int_{\Omega_0} \dot{m}_{\rightarrow\alpha} d\Omega_0 \quad (3-19)$$

Les formules de la dérivée particulaire aident de formuler (3-19) au niveau local :

$$\frac{\partial n_\alpha \rho_\alpha}{\partial t} + \text{div}(n_\alpha \rho_\alpha \mathbf{v}^\alpha) = \frac{\dot{m}_{\rightarrow\alpha}}{J} \quad (3-20)$$

Il faut noter que la composante d'air sec ne manifeste pas de changement de phase, donc $\dot{m}_{\rightarrow a} = 0$ et on ne considère que le changement entre le liquide et la vapeur : $\dot{m}_{\rightarrow\beta}$, avec $\beta = \{v, w\}$. Comme le changement de phase ne peut pas affecter la masse totale du fluide $\{v, w\}$, on obtient :

$$\sum_{\beta \in \{w, v\}} \dot{m}_{\rightarrow\beta} = 0 \quad (3-21)$$

En introduisant les grandeurs lagrangienne : $m_\alpha d\Omega_0 = \rho^\alpha d\Omega_t$ et utilisant les formules de dérivé particulaire, l'équation (3-20) peut également écrite sous la forme lagrangienne :

$$\frac{d^s m_\alpha}{dt} + \text{Div} \mathbf{M}^\alpha = \dot{m}_{\rightarrow\alpha} \quad (3-22)$$

Où *Div* représente l'opérateur de divergence selon la variable spatiale dans la configuration initiale. A partir de (3-4), il est démontré que $\text{Div} \mathbf{M}^\alpha = J \text{div} \mathbf{w}^\alpha$ (voir (Coussy, 2004). Il est remarqué que sous l'hypothèse de petites perturbations HPP, $J \approx 1$ et (3-22) devient (pour $\alpha = \{w, v, a\}$) :

$$\frac{d^s m_\alpha}{dt} + \text{div} \mathbf{w}^\alpha = \dot{m}_{\rightarrow\alpha} \quad (3-23)$$

3.1.2.3 Conservation de la quantité de mouvement

On note $\boldsymbol{\gamma}^i$ l'accélération d'une particule du milieu $i \in \{s, w, g, v, a\}$: $\boldsymbol{\gamma}^i = \frac{d^i \mathbf{v}^i}{dt}$. Pour un fluide α donné, l'accélération d'une particule peut également être exprimée en fonction de la dérivée particulaire en suivant le solide :

$$\boldsymbol{\gamma}^\alpha = \frac{d^s \mathbf{v}^\alpha}{dt} + \text{grad} \mathbf{v}^\alpha \cdot \mathbf{v}^{r,\alpha} \quad (3-24)$$

La formulation des équations de conservation de la quantité de mouvement est identique à la démarche utilisée dans la MMC. La loi de conservation est d'abord établie au niveau global. Les forces extérieures comprennent : les forces volumiques supposées dans ce travail (comme dans la plupart des applications en génie civil) étant la force gravitaire \mathbf{g} ; et les forces surfaciques $\mathbf{T} = \sum \mathbf{T}^\alpha$, $\alpha \in \{s, w, v, a\}$, avec \mathbf{T}^α sont les forces surfaciques partielles appliquées sur un VER du milieu poreux. Au niveau local, la loi de conservation de la quantité de mouvement est déduite par l'opérateur de dérivée matérielle. Les développements précis peuvent être trouvés dans (Pereira, 2005). Cette loi locale s'écrit comme suit :

$$\mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho^s(\mathbf{g} - \boldsymbol{\gamma}^s) + \rho^\alpha(\mathbf{g} - \boldsymbol{\gamma}^\alpha) = \frac{\dot{m}_{\rightarrow\alpha}}{J} \mathbf{v}^\alpha \quad (3-25)$$

L'équation (3-25) décrit une conservation pour le VER poreux (multiphasique). Pour chaque phase, la conservation peut également construite par le principe action-réaction en introduisant la densité volumique \mathbf{F}_α^{int} des actions exercées sur la phase α par les autres phases :

$$\mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}^\alpha) + \rho^\alpha(\mathbf{g} - \boldsymbol{\gamma}^\alpha) + \mathbf{F}_\alpha^{int} = \frac{\dot{m}_{\rightarrow\alpha}}{J} \mathbf{v}^\alpha \quad (3-26)$$

Le principe action-réaction impose que $\sum \mathbf{F}_\alpha^{int} = \mathbf{0}$.

Dans cette dernière formule, $\boldsymbol{\sigma}^\alpha$ est le tenseur de contrainte partielle de la phase $\alpha \in \{s, w, v, a\}$ et on a $\boldsymbol{\sigma} = \sum \boldsymbol{\sigma}^\alpha$. Une remarque importante est que les tenseurs de contrainte partielle, autrement appelés les tenseurs de contrainte apparente, représentent l'état de contrainte dite « apparente » en un point, qui doit être distinguée avec l'état de contrainte dite « intrinsèque ». En effet, la contrainte intrinsèque de la composante α est la force exercée sur une unité de surface de cette même composante, alors que la contrainte apparente de α est la force exercée sur une unité de surface totale du milieu. Les tenseurs de contrainte apparente sont donc les tenseurs de contrainte des particules « apparentes » superposées dans la Fig 3-2.

Pour un fluide $\alpha \in \{w, v, a\}$ ou $\alpha \in \{w, g\}$ selon le contexte, le tenseur de contrainte est isotrope et représenté via son pression interstitielle p_α . Le tenseur de contrainte intrinsèque est $(-p_\alpha \boldsymbol{\delta})$, alors que le tenseur de contrainte apparente est défini par :

$$\boldsymbol{\sigma}^\alpha = -n_\alpha p_\alpha \boldsymbol{\delta} \quad (3-27)$$

D'où, il est constaté que le tenseur $\boldsymbol{\sigma}^s$ doit être clairement distingué avec le tenseur de contrainte effective. A titre d'exemple, *dans le cas saturé*, le tenseur de contrainte effective (2-6) défini par Terzaghi (approximativement la force intergranulaire entre les grains solides) est nettement différent du tenseur de contrainte apparente $\boldsymbol{\sigma}^s = \boldsymbol{\sigma} + n_\alpha p_\alpha \boldsymbol{\delta}$.

3.1.3 Thermodynamiques des milieux poreux

Nous avons vu dans la section précédente les lois de conservation. En effet, il reste deux concepts importants sur la conservation en thermodynamique que nous allons étudier maintenant : conservation de l'énergie (Premier principe) et conservation de l'entropie (Deuxième principe) de la thermodynamique.

Le premier principe affirme que l'énergie dans un système (fermé) est conservée. Le deuxième principe affirme la non-décroissance de l'entropie d'un système isolé sans échange de masse ou d'énergie avec l'extérieur pendant tout processus thermomécanique. Dans la suite, on va formuler les formes mathématiques dans chaque cas particulier.

3.1.3.1 Thermodynamique pour le fluide seul et équations d'état du fluide

Avant de présenter la thermodynamique des milieux poreux, on rappelle les équations importantes de la thermodynamique du fluide. En supposant la réversibilité thermodynamique du fluide $\alpha \in \{w, v, a\}$ ou $\alpha \in \{w, g\}$, la combinaison du premier et du deuxième principe conduit à :

$$de_{\alpha}^{in} = -p_{\alpha}d\left(\frac{1}{\rho_{\alpha}}\right) + Td(s_{\alpha}) \quad (3-28)$$

Avec e_{α}^{in} et s_{α} sont respectivement l'énergie interne spécifique et l'entropie spécifique du fluide α , et T est la température absolue. En introduisant l'énergie libre spécifique $\Psi_{\alpha} = e_{\alpha}^{in} - Ts_{\alpha}$, l'enthalpie libre spécifique $g_{\alpha} = \Psi_{\alpha} + \frac{p_{\alpha}}{\rho_{\alpha}}$, et puis l'enthalpie spécifique $h_{\alpha} = e_{\alpha}^{in} + \frac{p_{\alpha}}{\rho_{\alpha}}$, l'expression (3-28) peut s'écrire selon les manières équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned} dg_{\alpha} &= \frac{1}{\rho_{\alpha}} dp_{\alpha} - s_{\alpha} dT \\ dh_{\alpha} &= \frac{1}{\rho_{\alpha}} dp_{\alpha} + T ds_{\alpha} \end{aligned} \quad (3-29)$$

Ces équations nous permettent de déduire les lois d'état fondamentales du comportement des fluides :

$$\frac{1}{\rho_{\alpha}} = \frac{\partial g_{\alpha}}{\partial p_{\alpha}}; s_{\alpha} = -\frac{\partial g_{\alpha}}{\partial T} \quad (3-30)$$

3.1.3.2 Deux principes de la thermodynamique des milieux poreux et Inégalité de Clausius-Duhem

Le premier principe est un cas particulier du principe de la conservation de l'énergie, appliqué aux processus thermomécaniques. Au niveau globale, ce premier principe est représenté par :

$$\frac{D}{Dt}(E^{in} + K) = P_e + Q \quad (3-31)$$

Où :

- E^{in} est l'énergie interne du système, $E^{in} = \int_{\Omega_t} e^{in} d\Omega$, avec e^{in} est l'énergie interne volumique $e^{in} = \rho^s e_s^{in} + \rho^\alpha e_\alpha^{in}$, où e_s^{in} et e_α^{in} sont respectivement l'énergie interne spécifique du solide et du fluide α .
- K est l'énergie cinétique due aux mouvements « macroscopiques », $K = \int_{\Omega_t} \left(\frac{1}{2} \rho^s \mathbf{v}^s \cdot \mathbf{v}^s + \frac{1}{2} \rho^\alpha \mathbf{v}^\alpha \cdot \mathbf{v}^\alpha \right) d\Omega$, avec \mathbf{v} la vitesse du système.
- P_e est la puissance des forces extérieures, $P_e = \int_{\Omega_t} (\rho^s \mathbf{v}^s + \rho^\alpha \mathbf{v}^\alpha) \mathbf{g} d\Omega + \int_{\partial\Omega_t} (\mathbf{T}^s \mathbf{v}^s + \mathbf{T}^\alpha \mathbf{v}^\alpha) dS$, avec $\partial\Omega_t$ est la surface du domaine Ω_t
- Q : chaleur reçue par le système, $Q = Q_{cd} + Q_{ra}$, avec $Q_{cd} = - \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS$ la chaleur reçue par conduction (\mathbf{q} est le flux de chaleur et \mathbf{n} la normale extérieure), et $Q_{ra} = \int_{\Omega_t} r d\Omega$ la chaleur reçue par radiation (r est une source de chaleur répartie à l'intérieur du corps).

La technique de la dérivée matérielle (3-15) est ensuite utilisée pour tirer de cette équation globale une équation locale pour le milieu poreux. Dans le cas général, les développements et les résultats sont longs et peuvent être trouvés dans (Pereira, 2005). Comme dans beaucoup d'application en géotechnique, on s'intéresse surtout les processus quasi-statique avec la transformation infinitésimale. Dans ce cas, l'équation locale du premier principe s'écrit :

$$\frac{de^{in}}{dt} = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} + \sum_{\alpha} \mathbf{w}^\alpha \mathbf{g} - \frac{1}{2} \dot{m}_{\rightarrow\alpha} \mathbf{v}^{r,\alpha} \cdot \mathbf{v}^{r,\alpha} - \text{div}(\mathbf{q} + h_\alpha \mathbf{w}^\alpha) + r \quad (3-32)$$

Le deuxième principe de la thermodynamique sur la non décroissance de l'entropie est représenté globalement par :

$$\frac{D}{Dt} S^{Tot} \geq \int_{\Omega_t} \frac{r}{T} d\Omega - \int_{\partial\Omega_t} \frac{\mathbf{q}}{T} \mathbf{n} dS \quad (3-33)$$

Avec S^{Tot} est l'entropie total du système, $S^{Tot} = \int_{\Omega_t} s^{tot} d\Omega$, où l'entropie volumique est calculée par $s^{tot} = \rho^s s_s + \rho^\alpha s_\alpha$ avec s_s et s_α sont respectivement l'entropie spécifique du solide et du fluide α .

La forme locale de (3-33) est obtenue après les développements de la dérivée matérielle :

$$\frac{d}{dt} s^{Tot} + \text{div} \left(s_\alpha \mathbf{w}^\alpha + \frac{\mathbf{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \geq 0 \quad (3-34)$$

La combinaison des deux principes (3-32) et (3-34) avec l'équation de conservation de la masse (3-23) amène à l'inégalité fondamentale de Clausius-Duhem, qui dit que dans tout processus, la dissipation totale doit être non négative. En introduisant

l'énergie libre spécifique $\psi = e^{in} - Ts^{tot}$ Cette inégalité s'écrit sous la forme suivante d'une somme des dissipations :

$$\Phi_{int} + \Phi_{\rightarrow} + \Phi_f + \Phi_{th} \geq 0 \quad (3-35)$$

Où chaque terme est une dissipation ayant lieu au sein du milieu, défini comme suit :

- La dissipation intrinsèque Φ_{int} (paraître de façon spontanée)

$$\Phi_{int} = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} + g_\alpha \frac{dm_\alpha}{dt} - s^{tot} \frac{dT}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \quad (3-36)$$

- La dissipation due au changement de phase Φ_{\rightarrow}

$$\Phi_{\rightarrow} = -g_\alpha \dot{m}_{\rightarrow\alpha} - \frac{1}{2} \dot{m}_{\rightarrow\alpha} \mathbf{v}^{r,\alpha} \cdot \mathbf{v}^{r,\alpha} \quad (3-37)$$

- La dissipation due au transport des fluides Φ_f

$$\Phi_f = -\mathbf{w}^\alpha [s_\alpha \mathbf{grad}(T) + \mathbf{grad}(g_\alpha) - \mathbf{g}] \quad (3-38)$$

- La dissipation thermique Φ_{th}

$$\Phi_{th} = -\frac{1}{T} \mathbf{q} \mathbf{grad}(T) \quad (3-39)$$

En raison de la nature distincte des dissipations ci-dessus, on suppose que chaque non seulement leur somme est supérieure ou égale à zéro (3-35), mais aussi *chacune d'elles doit être non négative* :

$$\Phi_{int} \geq 0; \Phi_{\rightarrow} \geq 0; \Phi_f \geq 0; \Phi_{th} \geq 0 \quad (3-40)$$

3.1.3.3 Analyses des dissipations

La non négativité de Φ_{int} est le cœur du comportement mécanique et sera étudié dans la Section 3.2. Dans cette partie, les trois autres dissipations sont considérées.

Dissipation Φ_{\rightarrow}

Envisageons la dissipation Φ_{\rightarrow} , due aux processus de changement de phase. En se limitant dans le changement liquide-vapeur (évaporation), la relation (3-21) est valable. Utilisant (3-21) et supposant que la partie $\dot{m}_{\rightarrow\alpha} (\mathbf{v}^{r,\alpha})^2$ est négligeable devant d'autres termes dans (3-37) (Pereira, 2005), l'équilibre thermodynamique entre l'eau liquide et sa vapeur implique :

$$g_w = g_v \quad (3-41)$$

L'égalité des enthalpies (3-41) peut conduire à l'équation de Kelvin (2-1) (voir (Coussy & Dangla, 2002)).

Dissipation Φ_f

Le mouvement des fluides est un autre phénomène dissipatif. Nous calculons d'abord le gradient de l'enthalpie g_α en utilisant le théorème de fonction implicite et l'équation d'état du fluide (3-30) :

$$\mathbf{grad}(g_\alpha) = -s_\alpha \mathbf{grad}(T) + \frac{1}{\rho_\alpha} \mathbf{grad}(p_\alpha) \quad (3-42)$$

Injectant (3-42) dans (3-38) et remarquant que $\mathbf{g} = -gz\mathbf{i}_3 = -\mathbf{grad}(gz)$ (où \mathbf{i}_3 est le vecteur unitaire de l'axe vertical dans la base orthonormée), la dissipation due au transport de matières fluide est donc calculée par :

$$\Phi_f = -\mathbf{v}_\alpha^D [\mathbf{grad}(p_\alpha) + \rho_\alpha \mathbf{grad}(gz)] \quad (3-43)$$

Dans la plupart des cas, la masse volumique ρ_α et g sont considérées constantes (ou on peut dire que leur variation est trop petite devant celle de l'altitude z et celle de la pression p_α), on réécrit (3-43) sous la forme suivante :

$$\Phi_f = -p_\alpha g \mathbf{v}_\alpha^D (\mathbf{grad} H_\alpha) \quad (3-44)$$

Avec $H_\alpha = \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha g} + z$. Il est évident que les lois de Darcy généralisées (2-30) et (2-49) présentées dans le chapitre 2 assurent la non négativité de Φ_f selon (3-44). Dans le cas général anisotrope, de cette dernière expression, la condition de la non négativité de Φ_f conduit que la loi de transfert des fluides peut être représentée sous la forme $\mathbf{v}_\alpha^D = -\mathbf{K}_\alpha \mathbf{grad}(H_\alpha)$, avec \mathbf{K}_α est un tenseur symétrique défini positif de la perméabilité anisotrope.

Dissipation Φ_{th}

Cette dissipation existe lors d'un processus de transfert thermique et implique la loi de conduction thermique (loi de Fourier). Identique à la loi de transfert des fluides, cette loi établit la relation entre le flux thermique \mathbf{q} et le gradient de la température :

$$\mathbf{q} = -K^{th} \mathbf{grad}(T) \quad (3-45)$$

Où K^{th} est la conductivité thermique (positive).

3.2 Poroélasticité des milieux poreux

3.2.1 Comportement des fluides

Envisageons d'abord le comportement des fluides seuls. Sa base thermodynamique a été formulée dans la section 3.1.3.1. En tenant compte des relations de Maxwell et en différentiant l'équation d'état (3-30), on obtient les expressions explicites des équations d'état régissant le comportement du fluide :

$$\frac{d\rho_\alpha}{\rho_\alpha} = \frac{dp_\alpha}{\mathcal{K}_\alpha} - 3\alpha_\alpha dT \quad (3-46)$$

$$ds_\alpha = -3\alpha_\alpha \frac{dp}{\rho_\alpha} + C_{p\alpha} \frac{dT}{T} \quad (3-47)$$

Avec α_α coefficient volumétrique de dilatation thermique du fluide α , \mathcal{K}_α le module de compressibilité du fluide et $C_{p\alpha}$ la capacité calorifique volumétrique du fluide à pression constante.

En combinant (3-46) et (3-47) et en utilisant la relation $m_\alpha = \phi_\alpha \rho_\alpha$, on en déduit :

$$d\phi_\alpha = \frac{dm_\alpha}{\rho_\alpha} - \phi \frac{dp_\alpha}{\mathcal{K}_\alpha} + 3\alpha_\alpha dT \quad (3-48)$$

$$d(m_\alpha s_\alpha) = s_\alpha dm_\alpha - 3\phi\alpha_\alpha dp_\alpha + \frac{m_\alpha C_{p\alpha}}{T_0} dT \quad (3-49)$$

3.2.2 Comportement du squelette

Pour le comportement des milieux poreux, on suppose dans la suite que *le changement de phase est négligé*. La phase gazeuse se compose d'un seul fluide et l'indice α désigne $\alpha \in \{w, g\}$.

3.2.2.1 Dissipation intrinsèque

Définissant l'entropie volumique et énergie libre volumique du squelette :

$$s_{sq} = s^{Tot} - m_\alpha s_\alpha; \quad \psi_{sq} = \psi - m_\alpha \psi_\alpha \quad (3-50)$$

et utilisant la relation d'état du fluide (3-29) on peut reformuler la dissipation intrinsèque (3-36) sous la forme suivante :

$$\Phi_{int} = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} + p_\alpha \frac{d\phi_\alpha}{dt} - s_{sq} \frac{dT}{dt} - \frac{d\psi_{sq}}{dt} \quad (3-51)$$

L'équation (3-51) est l'expression de base pour déterminer la *loi de comportement à potentiel*, c'est-à-dire les relations sollicitations-réponse dérivées des potentiels thermodynamiques.

Pour obtenir une formulation pratique, cette dernière relation est réécrite à l'aide de la relation entre les porosités partielles, des degrés de saturation et de la succion :

$$\Phi_{int} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p^* \dot{\phi} - \phi p_c \dot{S}_w - s_{sq} \dot{T} - \dot{\Psi}_{sq} \quad (3-52)$$

Où la *pression moyenne des fluides* p^* est définie par :

$$p^* = p_w S_w + p_g S_g = p_w + (1 - S_w) p_c \quad (3-53)$$

Il est important de rappeler qu'avec l'hypothèse de petites perturbations on peut noter $\frac{d^s A}{dt} = \frac{dA}{dt} \approx \frac{\partial A}{\partial t}$ noté \dot{A} pour toute grandeur A .

L'avantage de la représentation (3-52) est qu'on peut travailler avec des variables couramment utilisées dans la pratique : la pression moyenne des fluides (comme utilisé dans la contrainte effective de Bishop), et le degré de saturation de l'eau liquide S_w . Il est physiquement trouvé que $\boldsymbol{\varepsilon}$, ϕ , S_w et T sont les variables décrivant

l'état thermomécanique de matériau. Ces variables sont donc couramment choisies comme les variables d'état. Il faut noter que tout choix des variables d'état doit assurer l'indépendance entre ces variables.

Dans la poroélasticité, le comportement est réversible, et la dissipation est donc nulle $\Phi_{int} = 0$. Dans une loi de comportement à potentiel, il est constaté de (3-52) que le choix d'un potentiel thermodynamique directement par l'énergie libre du squelette Ψ_{sq} est raisonnable et efficace. Il faut donc écrire Ψ_{sq} comme une fonction des variables : la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$, la porosité ϕ et le degré de saturation S_w . On étudie dans la suite la fonction $\Psi_{sq}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, S_w, T)$.

3.2.2.2 Séparation énergétique

L'énergie libre du squelette, du point de vue physique, est contribué par une composante énergétique émanant de la partie solide et une autre provenant des interfaces entre les phases (i.e. la contribution énergétique de la 4^{ème} phase présentée dans la section 3.1.1). En d'autres termes, on écrit : $\Psi_{sq} = \psi_{so} + \phi U$, où ψ_{so} est l'énergie libre volumique purement de la phase solide et U est l'énergie des interfaces rapportée sur une unité de volume poreux $\phi d\Omega_t$ (alors ϕU est cette énergie rapportée sur une unité de volume total $d\Omega_t$).

L'état énergétique de la partie solide pourrait être dérivé de l'état déformé du squelette et également de l'espace poreux, i.e. il dépend des déformations totales $\boldsymbol{\varepsilon}$ et de la porosité totale ϕ . En plus la température T affecte physiquement l'énergie du solide. On suppose que l'état des fluides dans le milieu n'influence pas la partie solide, ainsi l'énergie ψ_{so} ne dépend pas du degré de saturation. Par conséquent, on écrit $\psi_{so} = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, T)$.

Concernant l'énergie des interfaces, il est intéressant de présenter d'abord sa nature microscopique. Si l'on suppose que énergie de surface ne dépend que de la température, elle est éventuellement identifiée selon la tension de surface exercée le long des interfaces : solide-liquide, liquide-gaz et gaz-solide (Coussy, 2004). On utilise l'état complètement saturé comme une référence pour définir l'énergie des interfaces. Autrement dit, $U = 0$ à saturation complète. Ainsi, dans une unité de volume du milieu, l'énergie totale des interfaces est calculée par (voir (Coussy & Dangla, 2002) (Coussy, 2004)) :

$$\phi U = \gamma_{s,w} \omega_{s,w} + \gamma_{w,g} \omega_{w,g} + \gamma_{g,s} \omega_{g,s} - \gamma_{s,w} \omega_s \quad (3-54)$$

où $\omega_{\alpha,\beta}$ et $\gamma_{\alpha,\beta}$ sont respectivement l'aire spécifique (i.e. l'aire par une unité de volume du VER) et énergie par unité de surface de l'interface (α, β) , avec $\alpha, \beta \in \{s, w, g\}$, alors que $\omega_s = \omega_{s,w} + \omega_{g,s}$ est l'aire totale de la paroi solide intérieure du milieu poreux (par unité de volume). A saturation complète, $\omega_{g,s} = \omega_{w,g} = 0$ et $\omega_{s,w} = \omega_s$, ainsi $U = 0$ comme prévu.

Comme la tension de surface ne dépend que de la nature de chaque phase, on constate que l'énergie des interfaces ne dépend que de l'aire des interfaces, qui

appartient du réseau poreux. En conséquence, au niveau macroscopique, on suppose l'indépendance de cette énergie sur la déformation totale, et U ne dépend que des phénomènes se passant dans l'espace poreux, représentés par les variables d'état ϕ et S_w . La température influence aussi cette énergie via la tension de surface. On écrit donc $U = U(\phi, S_w, T)$

Les arguments ci-dessus amènent à l'affirmation suivante de la séparation énergétique :

$$\Psi_{sq} = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, T) + \phi U(\phi, S_w, T) \quad (3-55)$$

3.2.2.3 Equations d'état des milieux poreux

La séparation (3-55) permet de réécrire (3-52), utilisant la condition de la réversibilité élastique $\Phi_{int} = 0$ et l'indépendance des variables d'état, sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \pi_{eq} \dot{\phi} - \phi \left(p_c + \frac{\partial U}{\partial S_w} \right) \dot{S}_w - s_{so} \dot{T} - \dot{\psi}_{so} = 0 \quad (3-56)$$

Avec la pression dite « équivalente » π_{eq} définie par :

$$\pi_{eq} = p^* - \frac{\partial(\phi U)}{\partial \phi} \quad (3-57)$$

Et l'entropie (volumique) de la partie solide s_{so} est définie par :

$$s_{so} = s_{sq} + \phi \frac{\partial U}{\partial T} \quad (3-58)$$

parce que l'entropie des interfaces $-\phi \frac{\partial U}{\partial T}$ a été enlevée de l'entropie du squelette.

Considérons les processus réversibles isothermes (évidemment $\dot{T} = 0$), où $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{0}$ et $\dot{\phi} = 0$ (c'est-à-dire le cas d'un milieu indéformable), alors que $\dot{S}_w \neq 0$. Dans les tels processus, remarquant que ψ_{so} ne dépend pas du degré de saturation, on déduit de (3-56) l'équation $p_c = -\frac{\partial U}{\partial S_w}$ qui définit la courbe de rétention (Section 2.3.1) $p_c = p_c(S_w)$ à porosité et température constante. Dans ce cas-là, la succion ne dépend que du degré de saturation de l'eau liquide.

Puisque $U = U(\phi, S_w, T)$, pensons maintenant à généraliser cette relation pour le cas général (déformable et non isotherme), donc :

$$p_c = -\frac{\partial U(\phi, S_w, T)}{\partial S_w} \quad (3-59)$$

Cette équation met en évidence que la fonction de rétention est liée à l'énergie des interfaces. De plus, comme l'énergie des interfaces $U = U(\phi, S_w, T)$ pour le cas général des matériaux déformables non isothermes, il est trouvé que la fonction de rétention est non seulement une fonction du degré de saturation, mais aussi de la

porosité et de la température : $p_c = p_c(\phi, S_w, T)$. Supposons que S_w varie entre S_r à l'état sec et S_s à l'état totalement saturé (le cas couramment rencontré dans la pratique est $S_r = 0$ et $S_s = 1$). Rappelons qu'à $S_w = S_s$ l'énergie des interfaces est prise zéro comme la valeur de référence. Ainsi, cette énergie peut être dérivée de la fonction de rétention à travers une relation intégrale simple :

$$U = \int_{S_w}^{S_s} p_c(\phi, s_w, T) ds_w \quad (3-60)$$

Les expressions (3-59) et (3-60) montrent que la connaissance de l'énergie des interfaces permet la détermination de la fonction de rétention d'eau, *et vice versa*.

Substituant l'expression (3-59) dans (3-56), on obtient :

$$\sigma : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \pi_{eq} \dot{\phi} - s_{so} \dot{T} - \dot{\psi}_{so} = 0 \quad (3-61)$$

Imaginons que les fluides saturant l'espace poreux du milieu sont remplacés par un fluide unique avec la pression π . Dans ce cas fictif, le comportement devient saturé et (3-61) se réduit à $\sigma : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \pi_{eq} \dot{\phi} - s_{sq} \dot{T} - \dot{\psi}_{sq} \geq 0$, qui est similaire à la formulation énergétique pour le cas saturé (Coussy, 2004), en remplaçant la pression d'eau par la pression π_{eq} . C'est la raison pour laquelle on appelle π_{eq} la pression équivalente.

Jusqu'à maintenant, l'expression (3-61) donne la possibilité de formuler les équations constitutives à travers des variables d'état, y compris la porosité totale ϕ , en postulant un potentiel thermodynamique, normalement choisi comme l'énergie libre de la partie solide ψ_{so} . Comme d'habitude, dans les problèmes géotechniques, nous préférons travailler avec des « variables de force » tels que la pression, à la place de la porosité, ce qui est normalement plus difficile à mesurer et à contrôler. Ainsi, on effectue une démarche de transformation traditionnelle pour pouvoir utiliser la pression équivalente π_{eq} à une variable, au lieu de la porosité. Comme cette transformation est souvent faite appel pour le cas saturé, une telle technique pour ce cas non saturé assure la conformité entre ces deux cas. Par conséquent, la transformée de Legendre est appliquée :

$$G_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}, \pi_{eq}, T) = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, T) - \pi_{eq} \phi \quad (3-62)$$

où G_{so} est appelé le potentiel de Gibbs associé à l'énergie libre de la phase solide ψ_{so} . L'expression (3-61) est ensuite reformulée en termes de ce potentiel :

$$\left(\sigma - \frac{\partial G_{so}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \left(\phi + \frac{\partial G_{so}}{\partial \pi_{eq}} \right) \dot{\pi}_{eq} - \left(s_{so} + \frac{\partial G_{so}}{\partial T} \right) \dot{T} = 0 \quad (3-63)$$

Remarquant l'indépendance des variables d'état, cette dernière équation conduit classiquement aux équations d'état :

$$\sigma = \frac{\partial G_{so}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}; \quad \phi = - \frac{\partial G_{so}}{\partial \pi_{eq}}; \quad s_{so} = - \frac{\partial G_{so}}{\partial T} \quad (3-64)$$

Les équations (3-59) et (3-64) sont suffisantes pour modéliser le comportement poroélastique. Il est évident que ces lois d'état sont totalement définies à condition que l'énergie des interfaces U et l'énergie de Gibbs de la phase solide G_{so} soient identifiées.

Considérons le cas où les grains solides sont incompressibles (par rapport au milieu poreux), c'est-à-dire $\epsilon_{so} = 0$. A partir de (3-7) il est facile de trouver que :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\phi} \quad (3-65)$$

La relation (3-61) se réécrit :

$$(\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - s_{so} \dot{T} - \dot{\psi}_{so} = 0 \quad (3-66)$$

Où $(\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta})$ est la contrainte effective non saturée (conformément à la contrainte effective saturée de Terzaghi). L'équation (3-66) conduit aussi à des lois d'état gouvernées par la contrainte effective. En conséquence, le comportement non saturé formulé par cette approche énergétique peut être aussi basé sur la notion de contrainte effective. Comme cette contrainte effective est dépendante de l'énergie des interfaces, qui est une fonction du degré de saturation (selon (3-60)), elle est plutôt de catégorie 2 selon la classification de Gens (section 2.2.2.3).

3.2.2.4 Formes explicites des équations principales en poroélasticité

L'identification de l'énergie des interfaces est liée à la WRC et sera étudiée dans la section suivante. Une fois cette énergie est déterminée, la pression équivalente sera définie. Il reste d'explicitier les lois d'état (3-64). Par la même démarche en poromécanique saturée, mais remplaçant la pression d'eau par la pression équivalente, ces équations sont semblables aux équations au cas saturé (les calculs indicieux sont préférés à la place des calculs matriciels pour éviter les ambiguïtés) :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \mathbb{C}_{0ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - B_{0ij} \dot{\pi}_{eq} - \mathbb{C}_{0ijkl} \alpha_{0th,kl} \dot{T} \quad (3-67)$$

$$\dot{\phi} = B_{0ij} \dot{\epsilon}_{ij} + \beta_0 \dot{\pi}_{eq} - 3\alpha_{0,\phi} \dot{T} \quad (3-68)$$

$$\dot{s}_{so} = \mathbb{C}_{0ijkl} \alpha_{0th,kl} \dot{\epsilon}_{kl} - 3\alpha_{0,\phi} \dot{\pi}_{eq} + C_p \frac{\dot{T}}{T_0} \quad (3-69)$$

où \mathbb{C}_0 le tenseur d'ordre 4 de rigidité élastique, $\alpha_{0,\phi}$ et $\alpha_{0th,kl}$ les coefficients de dilatation thermique liée à la porosité et du squelette et C_p la capacité calorifique du squelette à pression et déformations constantes, sont des coefficients dits « drainés » car ils peuvent être déterminés par des mesures dans le cadre d'expériences à pression d'eau constante. \mathbf{B}_0 est le tenseur de Biot tandis que β_0 traduit la compressibilité des pores par rapport à une variation de la pression d'eau interstitielle. L'indice 0 fait référence aux valeurs des paramètres du matériau sain initial (non endommagé) pour distinguer avec le cas endommageable présenté dans la suite de la thèse.

Un cas couramment rencontré dans la pratique est que le comportement des matériaux est isotrope. L'hypothèse d'isotropie implique que les coefficients \mathbb{C}_{0ijkl} , B_{0ij} et $\alpha_{0th,ij}$ prennent les formes suivantes :

$$\mathbb{C}_{0ijkl} = \left(K_0 - \frac{2G_0}{3} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G_0 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3-70)$$

$$B_{0ij} = b_0 \delta_{ij} \quad (3-71)$$

$$\alpha_{0th,ij} = \alpha_{0th} \delta_{ij} \quad (3-72)$$

où b_0 le coefficient de Biot, K_0 le module de compressibilité volumétrique drainé et G_0 le module de cisaillement de Coulomb, avec :

$$K_0 = \frac{E_0}{3(1-2\nu_0)}; \quad G_0 = \frac{E_0}{2(1+\nu_0)} \quad (3-73)$$

Avec les expressions (3-70)-(3-72), on réécrit des équations (3-67)-(3-69) selon la forme connue suivante :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(K_0 - \frac{2G_0}{3} \right) \dot{\epsilon} \delta_{ij} + 2G_0 \dot{\epsilon}_{ij} - b_0 \dot{\pi}_{eq} \delta_{ij} - 3\alpha_{0th} K_0 \dot{T} \delta_{ij} \quad (3-74)$$

$$\dot{\phi} = b_0 \dot{\epsilon} + \beta_0 \dot{\pi}_{eq} - 3\alpha_{0,\phi} \dot{T} \quad (3-75)$$

$$\dot{S}_s = 3\alpha_{0th} K_0 \dot{\epsilon} - 3\alpha_{0,\phi} \dot{\pi}_{eq} + C_p \frac{\dot{T}}{T_0} \quad (3-76)$$

Les paramètres hydromécaniques b_0 et β_0 peuvent être reliés aux caractéristiques des constituants du milieu poreux par :

$$b_0 = 1 - \frac{K_0}{K_s}; \quad \beta_0 = \frac{b_0 - \phi_0}{K_s} \quad (3-77)$$

où K_s désigne le module de compressibilité volumique du matériau solide constitutif du squelette. Lorsque la phase solide est incompressible ($K_s \rightarrow \infty$), on a : $b_0 = 1$ et $\beta_0 = 0$ et la relation (3-77) implique alors que toute variation volumique globale du milieu vient totalement de celle des pores.

3.2.3 Pression équivalente et l'énergie des interfaces

Le potentiel de Gibbs est une grandeur thermodynamique classique et a été largement abordée dans les travaux précédents. Par contre, l'énergie des interfaces est rarement étudiée et prise en compte dans les modélisations antérieures (voir section 2.2). Cette énergie est liée à la pression équivalente jouant un rôle central dans le comportement des milieux non saturés. On étudie dans ce chapitre ces deux quantités clés.

3.2.3.1 Analyse micro-macro de la pression équivalente

Dans cette partie, la méthode multi-échelles est utilisée pour examiner la pression équivalente à l'échelle microscopique (Coussy & Dangla, 2002).

Nous considérons un VER du volume $d\Omega$. L'échelle macroscopique est représentée par la coordonnée \mathbf{x} (qui est utilisé pour repérer la position du VER), tandis que chaque point dans le VER est repéré par la coordonnée \mathbf{z} . Par conséquent, le VER est composé d'un sous-domaine $d\Omega_s$ de la phase solide dans lequel un champ de contrainte microscopique $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{z})$ est exercée, et de deux sous-domaines de fluide dans le système poreux, de liquide et de gaz dans lesquelles les champs de pression homogènes p_w et p_g sont exercés. En outre, il existe des interfaces entre ces sous-domaines dont l'aire est $d\omega$, sur lesquelles les forces de membrane s'appliquent et sont représentés par un tenseur $\gamma\boldsymbol{\delta}^\omega$, où γ est la tension de surface et $\boldsymbol{\delta}^\omega$ est le tenseur d'identité du plan tangent à l'interface. Ce dernier est calculé par :

$$\boldsymbol{\delta}^\omega = \boldsymbol{\delta} - \mathbf{n}^\omega \otimes \mathbf{n}^\omega \quad (3-78)$$

avec $\boldsymbol{\delta}$ est le tenseur d'identité du second ordre (base orthonormée), \mathbf{n}^ω est le vecteur unitaire normal à l'interface, et \otimes désigne l'opérateur de produit dyadique. La technique d'homogénéisation nous permet d'identifier la relation entre le champ de contrainte macroscopique, qui évolue en fonction de la variable d'espace \mathbf{x} , avec ceux microscopiques (Coussy & Dangla, 2002) (Dormieux, et al., 2006) :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = (1 - \phi)\langle \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{z}) \rangle_{d\Omega_s} - (\phi_w p_w + \phi_g p_g)\boldsymbol{\delta} + \frac{1}{d\Omega} \int_{d\omega} \gamma \boldsymbol{\delta}^\omega ds \quad (3-79)$$

Où $\langle f \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V f dv$ désigne la moyenne de la quantité f dans le volume V .

Comme déjà mentionné, du point de vue macroscopique, l'équivalence énergétique pourrait être assurée si nous remplaçons tous les fluides dans le milieu poreux par un seul fluide liquide de pression équivalente π_{eq} . Dans ce cas, le milieu est saturé par ce fluide fictif de pression π_{eq} et (3-79) est modifiée comme suit :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = (1 - \phi)\langle \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{z}) \rangle_{d\Omega_s} - \phi \pi_{eq} \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{d\Omega} \gamma_{s,w} \int_{d\omega_s} \gamma \boldsymbol{\delta}^\omega ds \quad (3-80)$$

On espère que ce remplacement peut aussi assurer l'interprétation microscopique, i.e. il peut fournir le même champ de contrainte macroscopique (homogénéisé). Par conséquent, (3-79) et (3-80) devraient être équivalentes et on en déduit :

$$\pi_{eq} \boldsymbol{\delta} = (S_w p_w + S_g p_g)\boldsymbol{\delta} - \frac{1}{\phi d\Omega} \left(\int_{d\omega} \gamma \boldsymbol{\delta}^\omega ds - \gamma_{s,w} \int_{d\omega_s} \gamma \boldsymbol{\delta}^\omega ds \right) \quad (3-81)$$

Le dernier terme sur le côté droit de (3-81) représente la contribution de l'effet d'interface sur la pression équivalente. Parce que tous les autres termes de (3-81) sont des tenseurs isotropes, cette contribution doit être un tenseur isotrope, noté par \mathbf{T} . Notons que $tr(\mathbf{n}^\omega \otimes \mathbf{n}^\omega) = 1$, on déduit de (3-78) que $tr(\boldsymbol{\delta}^\omega) = 2$. Après avoir calculé la trace de ce tenseur \mathbf{T} , on obtient donc :

$$\mathbf{T} = \frac{2}{3\phi} (\gamma_{s,w} \omega_{s,w} + \gamma_{w,g} \omega_{w,g} + \gamma_{g,s} \omega_{g,s} - \gamma_{s,w} \omega_s) \boldsymbol{\delta} \quad (3-82)$$

La combinaison de la définition microscopique (3-54) avec (3-81), utilisant l'expression de T dans (3-82) amène à la détermination de la pression équivalente :

$$\pi_{eq} = p^* - \frac{2}{3}U \quad (3-83)$$

Cette expression est clairement plus simple que la définition macroscopique (3-57). La dépendance de cette pression sur la contribution énergétique des interfaces montre que la contrainte effective ($\sigma + \pi_{eq}\delta$) est plus générale que la contrainte effective de Bishop (rappelons que dans le cas courant $\chi_s = S_w$, la contrainte effective de Bishop $\sigma^{Bishop} = \sigma + p^*\delta$). L'importance de la prise en compte de la contribution des interfaces a été expérimentalement démontrée dans les travaux de (Coussy, 2004) (Coussy & Dangla, 2002).

3.2.3.2 Energie des interfaces et courbe de rétention

Cette énergie, comme montrée précédemment, assure la cohérence de la formulation, et surtout les aspects physiques dans les milieux poreux. Elle intervient dans la formule de la pression équivalente (3-83) qui est une grandeur gouvernant le comportement hydromécanique.

Cette énergie des interfaces a une relation directe avec la courbe de rétention (équation (3-60)). Comme la pression équivalente a été calculée par deux manières différentes : macroscopique (3-57) et microscopique (3-83), il est espéré que ces deux formules sont équivalentes. Cette équivalence permet d'écrire $\frac{\partial(\phi U)}{\partial\phi} = \frac{2}{3}U$ et on en déduit :

$$U(\phi, S_w, T) = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-1/3} U_r(S_w, T) \quad (3-84)$$

Avec $U_r(S_w, T) = U(\phi_r, S_w, T)$ est l'énergie des interfaces à la porosité de référence ϕ_r quelconque.

En combinant la dernière équation avec (3-59), la fonction de rétention peut se représenter comme suit :

$$p_c(\phi, S_w, T) = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-\frac{1}{3}} p_{cr}(S_w, T) \quad (3-85)$$

Avec $p_{cr}(S_w, T)$ est la fonction de rétention d'eau à porosité ϕ_r . La relation (3-85) fournit une approximation pour la dépendance de la fonction de rétention d'eau sur la porosité.

La détermination de l'énergie des interfaces peut être effectuée directement via la courbe de rétention par (3-60). Cependant, dans le cas où la WRC manifeste des hystérésis, la fonction de rétention n'est pas unique et une telle identification est difficile. On ne peut que montrer que dans ce cas-là l'énergie des interfaces est comprise entre l'énergie du processus d'imbibition et l'énergie du processus de

drainage Fig 3-4. Dans cette figure, $p_c^{IM}(S_w)$ et $p_c^{DR}(S_w)$ sont des fonctions de rétention d'eau pour les branches principales en respectivement imbibition et drainage à porosité et température constante. Mathématiquement, on écrit :

$$\int_{S_w}^{S_s} p_c^{IM}(\phi, s_w, T) ds_w \leq U \leq \int_{S_w}^{S_s} p_c^{DR}(\phi, s_w, T) ds_w \quad (3-86)$$

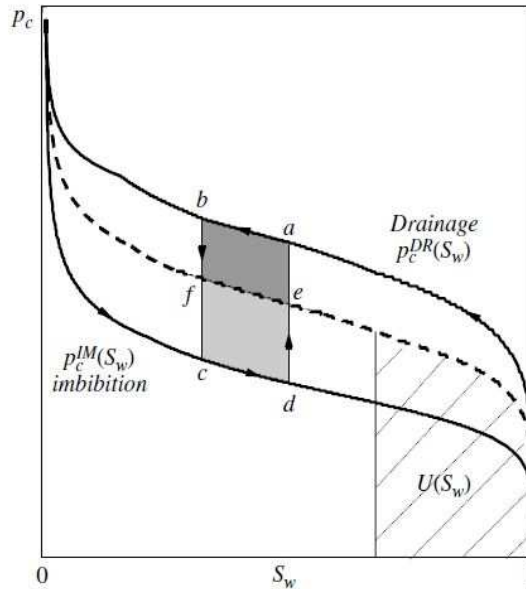


Fig 3-4. Energie des interfaces avec hystérésis capillaire (Coussy, 2004)

Par conséquent, avec l'hystérésis, l'identification de l'énergie des interfaces est généralement difficile car elle exige des informations microscopiques est la modélisation de l'hystérésis capillaire (Coussy & Dangla, 2002). Pour cette modélisation, les auteurs ont d'abord utilisé un modèle morphologique de l'espace poral avec les *pores neck cylindriques de rayon r_i* et les *pores body sphériques de rayon R_i* (voir ces notions dans section 2.3.1.5). Une hypothèse forte est faite, c'est que les pores body sont connectés de l'ordre décroissant de rayon (Fig 3-5). Un tel modèle a été utilisé pour étudier l'hystérésis capillaire dans des travaux précédents, comme (Chateau & Dormieux, 2002) par l'approche micromécanique.

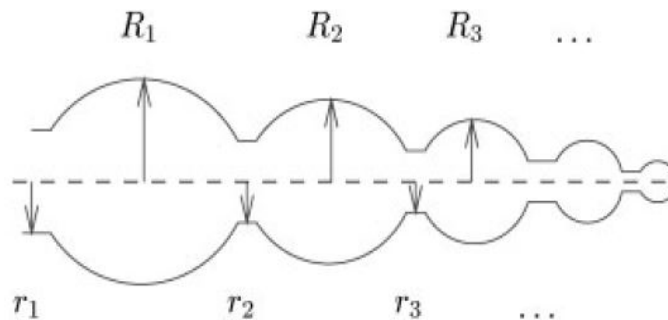


Fig 3-5. Modèle morphologique de l'espace poral

Dans ce modèle, les pores neck sont supposés très petits devant les pores body sphériques $r_i \ll R_j \forall i, j$. Identique aux modèles hydrauliques classiques, un pore (body) est supposé soit rempli par l'eau soit vide. En supposant supplémentaiement que l'angle de contact solide-liquide est nul et que les pores body se déforment de façon homothétique, les auteurs ont obtenu l'identification de l'énergie des interfaces à l'aide de la fonction de rétention en imbibition suivant la relation :

$$U = \frac{3}{2} \int_{S_w}^{S_s} p_c^{IM}(\phi, s_w, T) ds_w \quad (3-87)$$

Il faut remarquer que le modèle du système poral utilisé dans ce développement est strictement lié à la structure morphologique particulière des pores. L'hypothèse que les pores sont connectés suivant l'ordre monotone de rayon est normalement restrictive.

3.3 Prise en compte de la plasticité dans le comportement des matériaux poreux

Comme déjà montré précédemment, le comportement des géomatériaux est normalement et la prise en compte de la plasticité est effectivement nécessaire pour mieux décrire les phénomènes typiques des matériaux poreux.

Dans ce paragraphe, toujours par l'approche énergétique, on va prendre en compte la plasticité dans le cadre de la poroélasticité établi dans la section 3.2. Il est important de noter que *la terminologie « plasticité » dans cette partie comprend deux types de comportement plastique :*

- Plasticité instantanée (ne dépend pas du temps) (parfois appelée simplement plasticité pour alléger les phrases)
- Viscoplasticité (ne dépend pas du temps)

Il est souligné que dans cette partie, on concentre sur la partie du couplage hydromécanique avec la plasticité et les phénomènes thermiques sont négligés. Autrement dit, on ne considère qu'un *comportement isotherme*.

Il faut aussi insister qu'il n'y a pas beaucoup de modèles Poro-Elasto-(Visco-)Plastique Non saturés dans la littérature. Dans la version originale de l'approche énergétique (Coussy & Dangla, 2002) (Coussy, 2004), la poromécanique non saturée n'étudie que la partie réversible du comportement. Les modèles plastiques fondés sur cette méthode ont été ensuite proposés (Bourgeois, et al., 2002) (Coussy, 2007) (Coussy, et al., 2010).

3.3.1 Formulation générale du comportement Poro-Elasto-(Visco-)Plastique Non Saturé

Etudions maintenant le comportement des matériaux poro-elasto-(visco-)plastiques (Wong, et al., 2011). Contrairement au cas de la poroélasticité, les déformations ε et la porosité totale ϕ ne suffisent pas à caractériser le comportement poro-élasto-plastique (ou poro-élasto-viscoplastique), dû à la présence des parties irréversibles. Comme les phénomènes dans ce cas sont dissipatifs, le comportement dépend non seulement de l'état actuel du matériau, mais aussi de l'histoire passée de l'état hydromécanique. Il est donc nécessaire d'ajouter deux variables internes supplémentaires : les déformations irréversibles (plastiques ou viscoplastiques) ε^{ir} et la porosité irréversible (plastique ou viscoplastique) ϕ^{ir} qui correspondent au changement irréversible du volume poreux par unité de volume initial.

Les taux irréversibles $\dot{\varepsilon}^i$ et $\dot{\phi}^i$ sont définis par l'hypothèse de partition comme suit :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{ir} ; \dot{\phi} = \dot{\phi}^e + \dot{\phi}^{ir} \quad (3-88)$$

où ε^e sont les déformations élastiques et ϕ^e est la porosité élastique. Les déformations irréversibles ε^{ir} prendront les noms de déformations plastiques ε^p dans le cas d'un comportement plastique et de déformations viscoplastiques ε^{vp} dans le cas d'un comportement viscoplastique. De manière analogue ϕ^{ir} correspondra à la porosité plastique dans le cas d'un comportement poro-plastique (ϕ^p) et à la porosité viscoplastique dans le cas d'un comportement poro-viscoplastique (ϕ^{vp}). Ainsi :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{ir} \text{ et } \Delta\phi = \phi - \phi_0 = \phi^e + \phi^{ir} \quad (3-89)$$

L'évaluation de la porosité irréversible est généralement difficile. Il est démontré que dans le cas des sols, en raison des faibles contraintes rencontrées, les évolutions plastiques sont essentiellement causées par le glissement relatif des grains les uns contre les autres, les grains eux-mêmes étant peu déformés. Ainsi, les variations volumiques irréversibles du squelette sont approximativement égales à la porosité irréversible (Coussy, 2004) :

$$\varepsilon^{ir} = \phi^{ir} \quad (3-90)$$

L'équation (3-56) s'écrit dans ce cas isotherme irréversible :

$$\sigma : \dot{\varepsilon} + \pi_{eq} \dot{\phi} - \phi \left(p_c + \frac{\partial U}{\partial S_w} \right) \dot{S}_w - \dot{\psi}_{so} \geq 0 \quad (3-91)$$

Il est observé que les variables d'état pour décrire le comportement comprennent : ε , ϕ , S_w (variables observables) et ε^{ir} , ϕ^{ir} , V_k (variables internes) avec V_k sont des variables d'écrouissage (scalaires ou tensorielles) caractérisant la plasticité. Dans le cas général, il est supposé que l'énergie libre du squelette dépend de toutes ces variables. En effet, l'énergie des interfaces, selon les arguments dans la formulation poroélastique, devrait être toujours en fonction de ϕ et S_w . Pourtant, l'énergie libre de la partie solide est généralement supposée en fonction de $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^{ir}$ à la place

de $\boldsymbol{\varepsilon}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}^{ir}$, et $\phi^e = \Delta\phi - \phi^{ir}$ à la place de ϕ et ϕ^{ir} . C'est-à-dire $\psi_{so} = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{V}_k)$. Ce choix simplifié est couramment adopté dans l'approche thermodynamique des matériaux solides (Lemaitre & Chaboche, 2001). Son but est de rendre l'utilisation directe de cette énergie comme le potentiel thermodynamique pour traiter la partie réversible du comportement.

Il faut remarquer que ce chemin thermodynamique n'est pas unique. Par exemple, on peut exploiter directement (3-51), et choisir une autre forme appropriée de ψ_{so} en fonction de ϕ_w^e et ϕ_g^e (Coussy, 2007) (Coussy, et al., 2010). Cela met en évidence la flexibilité de cette approche énergétique. Cependant, dans cette présentation bibliographique, on choisit d'utiliser le cadre (3-91) avec le choix $\psi_{so} = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{V}_k)$ pour assurer une formulation unifiée par rapport au cas poroélastique.

On suppose la validité de (3-59) et (3-60). Par le même raisonnement, l'expression (3-63) est reformulée dans ce cas :

$$\left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial G_{so}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e}\right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir} - \left(\phi^e + \frac{\partial G_{so}}{\partial \pi_{eq}}\right) \dot{\pi}_{eq} + \pi_{eq} \dot{\phi}^{ir} - \frac{\partial G_{so}}{\partial \mathbf{V}_k} : \dot{\mathbf{V}}_k \geq 0 \quad (3-92)$$

Avec G_{so} est l'énergie de Gibbs de la partie solide, obtenue par la transformée de Legendre :

$$G_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi, \mathbf{V}_k) = \varphi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{V}_k) - \pi \phi^e \quad (3-93)$$

Par la démarche connue de considération des processus indépendants particuliers réversibles (comme le cas poroélastique dans la section 3.2.2.3), cette dernière inégalité conduit aux lois d'état suivantes :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial G_{so}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e}; \quad \phi^e = -\frac{\partial G_{so}}{\partial \pi_{eq}} \quad (3-94)$$

Remarquons que ces lois d'état sont supposées d'être aussi valables lors des évolutions irréversibles (Coussy, 2004). Ainsi, l'inégalité de dissipation (3-92) se réduit à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir} + \pi \dot{\phi}^{ir} + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{V}}_k \geq 0 \quad (3-95)$$

Avec :

$$\mathbf{A}_k = -\frac{\partial G_{so}}{\partial \mathbf{V}_k} \quad (3-96)$$

Où \mathbf{A}_k sont des forces thermodynamiques associées aux variables d'érouissage \mathbf{V}_k .

Reste à définir l'évolution des variables internes : les variables d'érouissage \mathbf{V}_k , les déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^{ir}$ et porosité ϕ^{ir} irréversibles. Dans le cas général, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation φ_{ir}^* qui dépend, *a priori* des variables

duales σ , π_{eq} et \mathbf{A}_k . Les lois supplémentaires montrent l'évolution des variables flux $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}$, $\dot{\phi}^{vp}$ et \dot{V}_k en fonction des variables duales :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir} = \frac{\partial \varphi_{ir}^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}}; \quad \dot{\phi}^{ir} = \frac{\partial \varphi_{ir}^*}{\partial \pi_{eq}}; \quad \dot{V}_k = \frac{\partial \varphi_{ir}^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (3-97)$$

Si on envisage le cas des sols où (3-90) est valable, (3-95) peut s'écrire :

$$(\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + \mathbf{A}_k : \dot{V}_k \geq 0 \quad (3-98)$$

Par conséquent, le potentiel de dissipation pourrait être formulé selon la variable de contrainte effective $(\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta})$ et \mathbf{A}_k et on a :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir} = \frac{\partial \varphi_{ir}^*}{\partial (\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta})}; \quad \dot{\phi}^{ir} = tr(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir}); \quad \dot{V}_k = \frac{\partial \varphi_{ir}^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (3-99)$$

En tous cas, ce potentiel φ_{ir}^* devrait assurer en même temps la convexité, la non négativité et la valeur nulle à l'origine (Lemaitre & Chaboche, 2001). Sa forme dépend de chaque mécanisme particulier du phénomène dissipatif (instantané ou visqueux) qui sera étudié dans la suite.

3.3.2 Cas de l'élasto-plasticité (instantanée)

Par définition, la plasticité est un comportement irréversible dont la dissipation est non nulle mais pour lequel les déformations irréversibles se produisent de façon instantanée. On considère d'abord la théorie originale de la plasticité en milieux monophasiques.

Comme on l'a vu précédemment, le cadre général de la thermodynamique postule l'existence d'un potentiel de dissipation φ_p^* (noté au lieu de φ_r^*) tel que (3-97) (ou (3-99)) s'applique. Dans la théorie originale en milieux monophasiques $\varphi_p^* = \varphi_p^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$ (il n'y a pas de pression des fluides). Toutefois, dans le cas de la plasticité instantanée, cette fonction n'est pas dérivable.

Considérons alors une fonction critère $F_p(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$ convexe, telle que :

$$\begin{cases} \varphi_p^* = 0 & \text{si } F_p < 0 \\ \varphi_p^* = +\infty & \text{si } F_p = 0 \end{cases} \quad \text{alors} \quad \begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ip} = \mathbf{0} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ip} \neq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3-100)$$

La dissipation est nulle à l'intérieur du domaine élastique et est infinie à l'extérieur.

En général, le comportement plastique exige la connaissance de :

- Une *critère de plasticité* F_p ci-dessus : qui définit l'instant où se produisent les déformations plastiques, c'est-à-dire où la phase élastique se termine (domaine élastique)
- Une *loi d'écoulement* qui donne l'orientation et la norme de ces déformations.

- Et éventuellement *une loi d'écoulement* qui donne l'évolution des variables d'écoulement (ce qui contrôle l'évolution du domaine élastique)

La loi d'écoulement est liée généralement à l'existence d'un potentiel plastique $g_{ip}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$, qui détermine l'évolution des déformations plastiques à travers un multiplicateur plastique λ_p . L'expression (3-100) peut s'écrire alors avec la loi d'écoulement :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \mathbf{0} & \text{si } F_p < 0 \text{ ou si } F_p = 0 \text{ et } \dot{F}_p < 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} & \text{si } F_p = 0 \text{ et } \dot{F}_p = 0 \end{cases} \quad (3-101)$$

Le multiplicateur λ_p et la fonction de charge doivent vérifier les conditions de Kuhn-Tucker, à savoir :

$$\dot{\lambda}_p \geq 0 \quad F_p \leq 0 \quad \dot{\lambda}_p F_p = 0 \quad (3-102)$$

Le potentiel plastique fournit donc la direction de la déformation plastique (dans l'espace des contraintes) et λ_p définit son intensité. Si $G_p = F_p$, la loi d'écoulement est dite associée, le matériau est dit « standard » et il obéit au *principe de travail plastique maximal de Hill*. La loi d'écoulement est dite « non associée » dans le cas contraire.

Dans le cas particulier de la plasticité parfaite, la zone élastique reste inchangée et il n'y a pas d'intervention de la variable d'écoulement. Dans le cas général, la zone élastique est dépendante de la variable d'écoulement, la loi d'écoulement est nécessaire pour décrire complètement le comportement. On parle de l'écoulement isotrope si cette variable est scalaire et l'écoulement cinématique si elle est un tenseur. Dans un cas simple, la loi d'écoulement peut être définie par le potentiel plastique :

$$\dot{\mathbf{V}}_k = \frac{\partial G_p}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (3-103)$$

Le comportement plastique est donc déterminé si l'on connaît la fonction de charge F_p , le potentiel plastique G_p , et la loi d'écoulement. Une fois ces relations sont identifiées, l'expression de $\dot{\lambda}_p$ est déterminée à partir de la condition de consistance :

$$\dot{F}_p = 0 \quad (3-104)$$

soit :

$$\frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{A}_k} : \dot{\mathbf{A}}_k = 0 \quad (3-105)$$

Dans le cas d'un pilotage par contrainte, à l'aide de la loi d'écoulement, ceci conduit à :

$$\dot{\lambda}_p = \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} / H_p \quad (3-106)$$

où le module d'écroûissage ou module plastique H_p est donné par :

$$H_p = -\frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{A}_k} : \frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial \mathbf{v}_k} : \frac{\partial G_p}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (3-107)$$

Dans le cas d'un pilotage par déformation, on trouve après quelques substitutions :

$$\dot{\lambda}_p = \frac{\frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}}{H_p + \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (3-108)$$

La loi de comportement est alors donnée par :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}^T : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3-109)$$

avec \mathbb{C}^T la matrice de rigidité tangente et \mathbb{C} la matrice de rigidité élastique (d'ordre 4) :

$$\mathbb{C}_0^T = \mathbb{C}^T - \frac{\mathbb{C} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \otimes \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}}{H_p + \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (3-110)$$

Application aux milieux poreux

Dans le cadre de la poromécanique, cette théorie de la plasticité est généralisée de façon unifiée et simple. A partir du cadre thermodynamique (3-95) ou (3-98), on peut postuler une fonction de charge F_p , et un potentiel plastique g_{ip} , mais cette fois ci en fonction des variables $\boldsymbol{\sigma}$, π et \mathbf{A}_k ou $(\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta})$ et \mathbf{A}_k selon le cas. Dans le cas saturé, cette démarche a été largement utilisée, par exemple dans le modèle de Cam-Clay.

Pour les milieux poreux non saturés, les travaux de (Bourgeois, et al., 2002) (Jia, 2006) sont des exemples d'application typiques.

3.3.3 Cas de la visco-plasticité

Par définition, le matériau est dit viscoplastique si la dissipation n'est pas instantanée mais dépendante du temps. En termes plus physiques, une invariance de contrainte implique une invariance des déformations dans un matériau plastique mais pas dans un matériau viscoplastique. Avant d'étudier la viscoplasticité dans le couplage avec la poromécanique non saturée, on étudie d'abord son influence dans les matériaux secs.

Il existe plusieurs théories de la viscoplasticité (monophasique) qui nous donnent des formes concrètes des lois d'écoulement. Une des théories les plus connues est celle de (Perzyna, 1966) qui est retenue ici.

Cette théorie respecte la partition (3-88) et (3-89) (sans la partie de la porosité car on est en train de parler du cas monophasique). Sans les éléments « poreux », (3-95) se réduit à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{V}}_k \geq 0 \quad (3-111)$$

qui conduit aux lois supplémentaires identiques :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}}; \quad \dot{\mathbf{V}}_k = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (3-112)$$

sauf que le potentiel de dissipation s'écrit maintenant : $\varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$.

D'après Perzyna, les déformations viscoplastiques apparaissent lorsque les contraintes dépassent un seuil « viscoplastique » représenté géométriquement par un sous-domaine dans l'espace des contraintes, noté \mathbb{G}_{vp} (Fig 3-6). Ce domaine \mathbb{G}_{vp} peut être fixe ou au contraire évoluer avec l'histoire de chargement (phénomène d'érouissage).

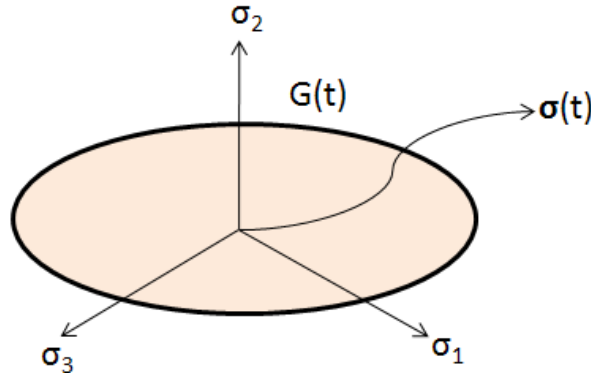


Fig 3-6. Domaine élastique dans la théorie de la viscoplasticité

Dans ce cas, la notion de surface de charge n'est plus nécessaire comme en plasticité. Elle est remplacée par une famille de surfaces équipotentielles en chaque point desquelles la dissipation est la même. La surface de potentiel nul correspond à la surface limitant le domaine d'élasticité. On se limite au cas où le comportement est élastique sans phénomène visqueux si la charge est à l'intérieur de cette surface.

Par ailleurs, en plasticité, les contraintes ne peuvent franchir le domaine élastique \mathbb{G}_{ip} , défini par une fonction critère convexe f_{ip} tel que : $\mathbb{G}_{ip}(t) = \{\boldsymbol{\sigma}(t), f_{ip}(\boldsymbol{\sigma}(t)) \leq 0\}$. En revanche, dans le cas d'un matériau viscoplastique décrit par exemple par la théorie de Perzyna, fondée sur la notion de « surcontrainte », le franchissement du domaine élastique est autorisé. Autrement dit, $f_{vp}(\boldsymbol{\sigma}) > 0$ est possible et la vitesse des déformations viscoplastiques $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}$ est d'autant plus grande que $\boldsymbol{\sigma}(t)$ est loin de la frontière du domaine élastique. La direction de $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}$ est souvent définie à l'aide d'un potentiel viscoplastique g_{vp} de telle sorte que $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}$ soit parallèle à son gradient $\frac{\partial g_{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$.

La loi d'écoulement dans la théorie de Perzyna s'écrit de façon générale suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{1}{\eta_{vp}} \langle \phi_{EC}(F_{vp}(\boldsymbol{\sigma})) \rangle \frac{\partial G_{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3-113)$$

Dans cette relation, η_{vp} est un paramètre de viscosité du matériau, $F_{vp}(\boldsymbol{\sigma})$ est la fonction de charge et $\phi_{EC}(F_{vp}(\boldsymbol{\sigma}))$ une fonction scalaire, appelée fonction d'écoulement, qui traduit l'effet de l'intensité des contraintes sur la vitesse des déformations viscoplastiques. Le symbole $\langle . \rangle$ désigne les crochets de Macaulay définis par $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|)$.

Remarquons que si $F_{vp}(\boldsymbol{\sigma}) = G_{vp}(\boldsymbol{\sigma})$, l'inégalité de Clausius-Duhem est automatiquement vérifiée. C'est le cas dans la version originale de la théorie de Perzyna avec une loi associée (Boidy, 2002). On présente dans la suite quelques lois viscoplastiques connues dans la littérature.

Loi de Lemaitre

Un exemple d'une loi viscoplastique typique est celle de Lemaitre (Lemaitre & Chaboche, 2001) initialement développée pour représenter le comportement des matériaux métalliques est de plus en plus souvent utilisée en géomécanique.

Dans le cadre de la théorie de Perzyna, la fonction d'écoulement $\phi_{EC}(f_{vp}(\boldsymbol{\sigma}))$ est choisie telle que :

$$\phi_{EC}(F_{vp}(\boldsymbol{\sigma})) = \left(\frac{F_{vp}(\boldsymbol{\sigma})}{\sigma_0} \right)^{n_L} \quad (3-114)$$

avec $n_L \geq 1$ une constante rhéologique, et σ_0 , une contrainte de référence fixée, permettant de rendre le quotient $\frac{F_{vp}(\boldsymbol{\sigma})}{\sigma_0}$ adimensionnel.

La fonction de charge adoptée s'écrit $F_{vp} = q$, où q est la contrainte équivalente de Von Mises, définie par $q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}$ avec $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$, le déviateur des contraintes. Ainsi, seules les contraintes déviatoires sont responsables du phénomène de fluage dans la loi de Lemaitre. En outre, la loi d'écoulement est associée. La vitesse des déformations viscoplastiques est orthogonale à la surface de charge. Le potentiel d'écoulement s'identifie alors avec la fonction de charge : $G_{vp} = F_{vp}$.

L'équation (3-113) se simplifie de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{vp} \frac{\mathbf{s}}{q} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_{vp} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}} \quad (3-115)$$

Et on en déduit :

$$\dot{\gamma}_{vp} = \frac{1}{\eta_{vp}} \left(\frac{q - \sigma_s}{\sigma_0} \right)^{n_L} \gamma_{vp}^{m_L} \quad (3-116)$$

$\dot{\gamma}_{vp}$ étant la vitesse de déformation viscoplastique équivalente, σ_s le seuil de déclenchement de la viscoplasticité et m_L une constante négative telle que $1 - n_L < m_L < 0$.

L'équation (3-115) nous renseigne sur la direction de $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}$ qui est colinéaire au tenseur de contrainte déviatoire \boldsymbol{s} et par conséquent $\dot{\epsilon}^{vp} = 0$. Les déformations viscoplastiques se font donc à volume constant. La relation (3-116), quant à elle, indique l'amplitude de $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}$ en fonction de la surcontrainte $q - \sigma_s$ et des déformations viscoplastiques déjà produites. La valeur négative de la constante m_L dans (3-116) traduit le fait que la déformation viscoplastique déjà produite dans le passé tend à freiner son accroissement présent. L'application d'une contrainte constante conduirait donc à une vitesse de fluage décroissante dans le temps. Ce type de comportement est couramment connu sous le nom du « *fluage primaire* », qui est bien décrit par la loi de Lemaître.

On peut également donner la vitesse de déformation viscoplastique à partir d'un potentiel viscoplastique φ_{vp}^* de dissipation qui soit conforme au deuxième principe de la thermodynamique (Lemaitre & Chaboche, 2001). En se limitant au cas particulier d'une loi viscoplastique sans seuil, c'est-à-dire $\sigma_s = 0$, son expression est la suivante :

$$\varphi_{vp}^* = \frac{1}{\eta_{vp}} \frac{\gamma_{vp}^{m_L} \sigma_0}{n_L + 1} \left(\frac{q}{\sigma_0} \right)^{n_L + 1} \quad (3-117)$$

ce qui peut amène à la loi d'écoulement (3-115) à l'aide des lois supplémentaires (3-112).

Loi de Norton-Hoff

La loi de Norton-Hoff constitue un cas particulier de la loi viscoplastique de Lemaitre en choisissant $\sigma_s = m_L = 0$. Elle s'exprime donc de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{vp} \frac{\boldsymbol{s}}{q} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_{vp} = \frac{1}{\eta_{vp}} \left(\frac{q}{\sigma_0} \right)^{n_L} \quad (3-118)$$

Ou à travers d'un potentiel de dissipation :

$$\varphi_{vp}^* = \frac{\sigma_0}{\eta_{vp}(n_L + 1)} \left(\frac{q}{\sigma_0} \right)^{n_L + 1} \quad (3-119)$$

L'effet d'écrouissage est dans ce cas absent. Un état de contrainte constant induit une vitesse de déformation viscoplastique constante ; ce qui correspond au *fluage secondaire* (Boidy, 2002).

Application aux milieux poreux

Considérons maintenant l'application de cette théorie viscoplastique dans les milieux poreux. Similaire à la loi poro-plastique, la loi de comportement poro-viscoplastique peut être construite en postulant les formes explicites appropriées de

la fonction critère f_{vp} et du potentiel viscoplastique g_{vp} . Les deux fonctions sont dans ce cas formulées dans l'espace des contraintes et de pression d'eau, ou dans l'espace des contraintes effectives. Une autre manière possible est de postuler le potentiel de dissipation φ_{vp}^* (en fonction des contraintes et des pressions des fluides, ou en fonction des contraintes effectives) et puis déduire les équations par les lois supplémentaires (3-97) ou (3-99).

Cette démarche a été utilisée dans les milieux saturés, par exemple (Dufour, 2012) qui a retenu la loi de Lemaitre dans son modèle. Le même chemin de modélisation est trouvé dans les modèles en milieux non saturés dans la littérature, par exemple (Zhang, et al., 2013)

CHAPITRE 4

**Endommagement en
milieux non saturés**

4. ENDOMMAGEMENT EN MILIEUX NON SATURÉS

L'endommagement est un phénomène complexe et sa complexité est multiple lorsqu'on considère son couplage avec d'autres phénomènes comme le fluage et le comportement hydromécanique. Dans ce chapitre, l'endommagement est d'abord étudié dans les milieux secs, ensuite dans les milieux poreux.

4.1 Endommagement : de Micro à Macro

4.1.1 Physique de l'endommagement

L'endommagement dans les solides, dans le sens physique, correspond à la création et au développement à l'échelle microscopique, de microfissures, qui sont discontinues, dans un milieu considéré continu à l'échelle plus élevée (Lemaitre & Desmorat, 2005). Le mécanisme en jeu peut être la nucléation de micro-cavités ou la décohésion de grains constituant la matrice solide.

Le mécanisme de l'endommagement est normalement lié à l'apparition des déformations plastiques au niveau microscopique (Lemaitre, 1992). Le glissement (principal mécanisme de la plasticité) provoque le décollement qui pourrait conduire à la création et au développement des fissures. A l'inverse, comme l'endommagement correspond aux décollements au niveau microscopique (par exemple entre l'agrégat et le ciment dans les bétons), le glissement le long des surfaces de décohésion est favorisé. Par conséquent, l'endommagement est généralement couplé aux déformations plastiques.

L'endommagement peut s'observer à plusieurs échelles (Lemaitre, 1992). La géométrie des microfissures est regardée à l'échelle *microscopique*. A l'échelle du VER dite « *mésoscopique* », les fissures sont étudiées dans leur ensemble pour établir des équations constitutives. Ces équations permettent d'étudier l'influence de l'endommagement sur les structures en ingénierie, i.e. à l'échelle *macroscopique*. A cette échelle, les impacts de l'endommagement sont observés de façon phénoménologique.

La fissuration, au niveau microscopique, peut avoir des origines physiques diverses. Mécaniquement, une fissure fermée s'ouvre toujours sous une sollicitation de type tension. Cette tension peut être provoquée par une variation de contrainte mécanique, de succion ou de température (Arson, 2009).

Plus généralement, dans la Mécanique de la rupture, on constate trois modes principaux pour la propagation des fissures : ouverture ou traction (mode I), glissement (mode II) et vissage (mode III). Quoiqu'à l'échelle microscopique, les fissures s'ouvrent sous la tension, la propagation des fissures peut avoir lieu sous la sollicitation macroscopique de compression. Ce paradoxe peut s'expliquer par le modèle de fissure d'aile glissante (*sliding wing crack model*) (Nemat-Nasser & Horii, 1993). Ce modèle montre la propagation possible des fissures sous la compression triaxiale macroscopique montrée dans la Fig 4-1. Dans ce modèle la propagation des

fissures est gouvernée par la contrainte déviatoire et est influencée par la pression de confinement (Nemat-Nasser & Horii, 1993) (Shao & Rudnicki, 2000). Il faut remarquer que cette contrainte déviatoire macroscopique engendre la fissuration en créant des contraintes de traction locale (mode I) plutôt que des contraintes de cisaillement (mode II).

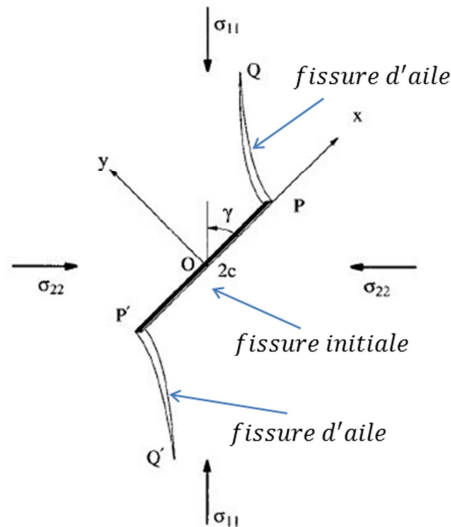


Fig 4-1. Modèle de propagation de fissure d'aile
(d'après (Nemat-Nasser & Horii, 1993))

Il est facile à trouver que l'endommagement est un phénomène dissipatif et fortement non linéaire. Ce phénomène, bien qu'il prenne ses origines microscopiques, a des incidences sur les propriétés macroscopiques des matériaux (Cordebois & Sidoroff, 1982). Plusieurs effets de l'endommagement ont été observés sur les propriétés mécaniques.

Premièrement, les contraintes se concentrent dans les parties encore saines du matériau dont les surfaces effectives se réduisent, ce qui se traduit par une augmentation des déformations et une réduction de la raideur et de la résistance de celui-ci. La relation contrainte-déformation devient non linéaire.

Deuxièmement, le seuil de plasticité diminue aussi sous l'interaction entre l'endommagement comme dit précédemment. A long terme, on observe un passage du fluage secondaire au fluage tertiaire lors de l'apparition des microcavités aux points de joint triples du système polycristalline, ce qui entraîne un affaiblissement de la résistance au fluage (Cordebois & Sidoroff, 1982).

Troisièmement, l'anisotropie peut être induite par l'endommagement (Bazant & Ozbolt, 1990). Comme la distribution des microfissures est généralement anisotrope, un matériau initialement isotrope deviendra éventuellement anisotrope après avoir endommagé.

Finalement, le comportement en compression et en traction peut être différent, dû à l'effet unilatéral. Cet effet est à l'origine de la fermeture possible des fissures lors de la compression.

A côté des effets mécaniques, l'endommagement impacte également aux propriétés hydrauliques. L'ouverture de fissures augmente le volume de l'espace poreux, ce qui transforme les modalités de transfert des fluides dans le milieu (Zhang & Fredlund, 2003). La présence des fissures change la structure porale qui joue le rôle déterminant sur les caractéristiques de rétention d'eau. Dans nombre de géomatériaux, comme la taille des fissures sont normalement grande par rapport à celle des pores, ces microfissures peuvent constituer un système des canaux d'écoulement principal qui contribue à la conductivité hydraulique.

L'endommagement est effectivement un phénomène complexe et abstrait. La théorie de l'endommagement a pour vocation la description de l'évolution des phénomènes entre l'état vierge et l'état endommagé d'un matériau. Par définition un matériau est dit vierge de tout endommagement s'il est dépourvu de microfissures ou de microcavités. Le stade final de l'endommagement correspond à la rupture de l'élément de volume. Il est caractérisé par l'existence d'une fissure à l'échelle mésoscopique de la taille du VER.

La Mécanique de l'Endommagement (*Continuum Damage Mechanics* CDM) est considérée comme une branche de la mécanique dans laquelle les effets des microcavités et des microfissures sont inclus dans les équations constitutives du matériau dans une approche type milieux continus et non pas dans les conditions limites du domaine d'étude (mécanique de la fissuration).

Depuis, deux approches ont été envisagées pour modéliser l'endommagement : une approche micromécanique qui étudie l'endommagement à l'échelle microscopique et mésoscopique, et une approche phénoménologique qui se place, elle, à l'échelle macroscopique. Cette dernière approche, que nous privilégierons dans la suite de ce mémoire, s'inscrit dans le cadre plus large de la thermodynamique des processus irréversibles (Lemaitre & Chaboche, 2001) où les évolutions dissipatives (comme l'évolution de l'endommagement) sont abordées à l'aide de variables dites internes dont la valeur à l'instant t résume et condense la réponse non élastique du matériau.

Cependant, en raison de la nature « micro » de l'endommagement, cette approche risque de ne pas pouvoir décrire correctement la réalité physique à l'échelle mésoscopique ou microscopique. Ainsi, bien que ce travail de thèse vise à étudier le comportement du point de vue phénoménologique, les études sur la micromécanique sont indispensables pour mieux comprendre et modéliser le comportement de l'endommagement. Par conséquent, à côté des modèles phénoménologiques, quelques résultats importants de la micromécanique de l'endommagement seront également présentés dans la suite, sans entrer en détails des techniques de calcul.

4.1.2 Modèles micromécaniques de l'endommagement des milieux secs

Dans la majorité des modèles mécaniques, l'endommagement est représenté par la densité de fissuration. Du point de vue mécanique, chaque fissure est décrite géométriquement par un disque (*penny-shaped crack*) caractérisé par son ouverture e_f , son rayon r et le vecteur normal \mathbf{n} à son plan principal (Fig 4-2). Dans un VER, la distribution des fissures (selon la direction \mathbf{n}) est aléatoire. Cette forme géométrique pourrait être considérée comme sphéroïdale. La cinématique des fissures peut être décrite plus précisément : une fissure se compose de deux faces, chacun est décrit par un vecteur de déplacement \mathbf{u}^+ et \mathbf{u}^- . La différence vectorielle de ces deux vecteurs $\mathbf{j}^f = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ est appelée le saut de déplacement et représente l'ouverture de la fissure (Oda, et al., 1984) (Shao, et al., 2006).

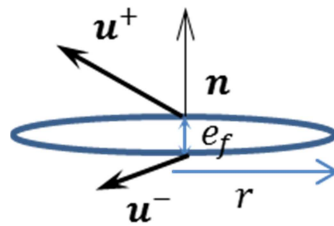


Fig 4-2. Géométrie d'une microfissure

Pour évaluer l'endommagement dans les solides, on définit la *densité de fissuration* comme une variable mesurant le niveau de fissuration du matériau (au sein d'un VER). Cette variable est souvent évaluée par la fraction volumique des fissures selon toutes les directions dans un VER. De différentes formes explicites ont été proposées afin qu'elle puisse représenter mieux l'état endommagé des matériaux. Ces définitions seront étudiées en détails dans la suite.

En tous cas, cette variable dépend d'un paramètre de distribution de la densité de fissuration. Ce paramètre est une fonction de la direction des fissures, noté par $\omega_f(\mathbf{n})$, qui estime la fissuration dans le sens \mathbf{n} .

4.1.2.1 Modèles d'endommagement isotrope

Du point de vue micromécanique, l'endommagement est considéré isotrope si la fonction de distribution de la fissuration $\omega_f(\mathbf{n})$ est constante ou évolue faiblement selon \mathbf{n} . On peut effectivement écrire $\omega_f(\mathbf{n}) = \omega_0 \forall \mathbf{n}$. La densité de fissuration ω^f est calculée par la moyenne de l'intégral de cette distribution à travers l'angle solide entier (sphère unitaire) $\mathcal{A} = 4\pi$ (Lubarda & Krajcinovic, 1993) :

$$\omega^f = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{4\pi} \omega_f(\mathbf{n}) d\mathcal{A} = \omega_0 \quad (4-1)$$

Ce paramètre ω^f représente donc la densité de fissuration et peut être dérivée facilement de la distribution ω_0 qui est supposée expérimentalement déterminée. Cette équation (4-1) n'envisage pas la géométrie des fissures, qui est prise en compte dans le paramètre ω_0 .

La définition la plus utilisée du paramètre de densité de fissuration appartient peut-être de (Budiansky & O'Connell, 1976). Par les analyses propabilistes et géométriques, en supposant que les fissures prennent la forme elliptique (dans son plan principal), Budiansky et O'Connell ont établi l'équation suivante pour la densité des fissures ayant la distribution isotrope :

$$\omega^f = \frac{2}{\pi} N^f \left\langle \frac{S_f^2}{P_f} \right\rangle_{VER} \quad (4-2)$$

Où N^f désigne la densité volumique des fissures, c'est-à-dire *le nombre des fissures dans une unité de volume VER*, alors que $\left\langle \frac{S_f^2}{P_f} \right\rangle_{VER}$ est la moyenne de $\frac{S_f^2}{P_f}$ dans le VER, avec S_f est l'aire de la fissure et P_f est son périmètre. Dans le cas des fissures circulaires, cette équation se réduit à la forme suivante :

$$\omega^f = N^f \langle r^3 \rangle_{VER} \quad (4-3)$$

La densité de fissuration dans la formule (4-3) a été largement exploitée dans la littérature (Dormieux & Kondo, 2005), surtout pour étudier les propriétés élastiques des solides fissurés. Il est trouvé que ω^f (dans l'expression de Budiansky et O'Connell) est *sans dimension*. Utilisant ce paramètre et supposant la forme géométrique sphéroïdale des fissures, la porosité des fissures (fraction volumique des fissures dans le VER) est exprimée par :

$$\phi_f = \frac{4}{3} \pi X^f \omega^f \quad (4-4)$$

Avec X^f est le rapport d'aspect défini par :

$$X^f = \frac{e_f}{2r} \quad (4-5)$$

C'est-à-dire il est le rapport entre le rayon polaire $\frac{e_f}{2}$ et le rayon à l'équateur r du sphéroïde. Dans les modélisations micromécanique, ce rapport est supposé très petit devant 1 : $X^f \ll 1$. Dans plusieurs modèles ce rapport est supposé constant pour toutes les fissures. Cela peut s'appuyer sur quelques résultats expérimentaux. Par exemple, Oda (Oda, 1984) a cité les résultats expérimentaux pour des granites japonais et a constaté que e_f varie linéairement avec r et X^f peut être considéré constant. *Avec cette hypothèse, la porosité des fissures ϕ_f évolue linéairement avec la densité de fissuration ω^f et peut être évaluée par ce paramètre, selon l'équation (4-4).*

L'objectif important de la micromécanique est de trouver les propriétés mécaniques des solides microfissurés. Les résultats ont été dérivés par les différentes techniques d'homogénéisation. Dans le cas où l'on envisage un *schéma de distribution isotrope diluée des fissures (par la méthode d'auto cohérente)*, la relation suivante entre le module de compressibilité du matériau endommagé et celui du matériau sain est obtenue (voir (Budiansky & O'Connell, 1976) (Dormieux, et al., 2006)) :

$$K_{dil}^{hom} = K_0(1 - Q\omega^f) \quad (4-6)$$

Avec :

$$Q = \frac{16}{9} \frac{1 - \nu_0^2}{1 - 2\nu_0^2} \quad (4-7)$$

Où K_0 et ν_0 sont le module de compressibilité et le coefficient de Poisson du solide intact et K_{dil}^{hom} est le module de compressibilité homogénéisé du solide fissure obtenu par ce schéma de concentration diluée.

Si on utilise le schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka (voir par exemple (Nemat-Nasser & Horii, 1993)), le résultat suivant est trouvé (Dormieux, et al., 2006) :

$$K_{MT}^{hom} = K_0 \frac{1}{1 + Q\omega^f} \quad (4-8)$$

Avec Q est toujours calculé par (4-7).

Dans ces résultats ci-dessus, la distribution des fissures est toujours isotrope et le solide est aussi initialement isotrope. On trouve que la fissuration diminue clairement le module de compressibilité, selon (4-6) et (4-8).

Il est observé que dans le cas isotrope, l'état de fissuration peut être gouverné par un seul paramètre scalaire ω^f . Ce paramètre peut être considéré comme la *variable d'endommagement* des modèles microscopique. Cette variable a une nature microscopique et doit être distinguée avec la *variable d'endommagement macroscopique* qui sera présentée dans la section 4.1.3.

D'autres modèles microscopique isotrope (tenant compte d'autres phénomènes complexes comme d'autres types de distribution ou de la percolation) peuvent être trouvés dans (Nemat-Nasser & Horii, 1993) ou (Krajcinovic, 1996).

4.1.2.2 Modèles d'endommagement anisotrope

Dans le cas général, l'endommagement est anisotrope et est caractérisé par une distribution anisotrope de densité de fissuration. C'est-à-dire la fonction de distribution des fissures $\omega_f(\mathbf{n})$ varie selon la direction \mathbf{n} . Il est évident que la densité de fissuration doit être représentée par un tenseur au lieu d'un scalaire. Plusieurs auteurs ont cherché à construire ce tenseur de la densité de fissuration de sorte qu'il puisse décrire l'état d'endommagement des matériaux et intervenir dans les formulations des propriétés mécaniques dégradées par la fissuration.

Selon (Lubarda & Krajcinovic, 1993), pour un solide initialement isotrope, la densité de fissuration serait normalement maximum dans la direction de la contrainte principale maximale et minimum dans la direction de la contrainte principale minimale. Il est donc approprié de modéliser la distribution de cette densité par une courbe ovale (Fig 4-3).

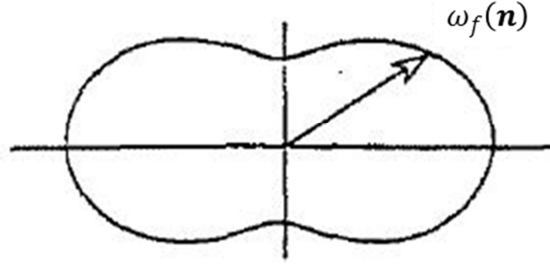


Fig 4-3. Forme ovale pour la distribution de la densité de fissuration
(Lubarda & Krajcinovic, 1993)

On suppose que cette fonction est associée au vecteur \mathbf{n} par une fonction quadratique des composantes de \mathbf{n} . On adopte donc une hypothèse qu'il existe un tenseur de deuxième ordre \mathbf{d}_f tel que :

$$\omega_f(\mathbf{n}) = \mathbf{d}_f : (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (4-9)$$

On définit un tenseur de densité de fissuration en fonction de la fonction de distribution $\omega_f(\mathbf{n})$. Comme ce tenseur peut être souvent choisi comme la variable d'endommagement microscopique (ce problème sera précisé plus tard), on le note \mathbf{D}^{mic} . Conformément au cas isotrope (formule (4-1)), on calcule ce tenseur de densité de fissuration par la moyenne :

$$\mathbf{D}^{mic} = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{4\pi} \omega_f(\mathbf{n})(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) d\mathcal{A} \quad (4-10)$$

Dans la version originale de (Lubarda & Krajcinovic, 1993), ce tenseur est calculé sans le terme $\frac{1}{\mathcal{A}}$ (i.e. c'est la densité totale de fissuration à la place d'une quantité moyenne). En faisant les développements mathématiques pour cette forme de la distribution, Lubarda et Krajcinovic ont montré la relation suivante entre le tenseur d'endommagement et la distribution $\omega_f(\mathbf{n})$:

$$\omega_f(\mathbf{n}) = \frac{15}{2} \mathbf{D}^{mic} : (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) - \frac{3}{2} tr(\mathbf{D}^{mic}) \quad (4-11)$$

Ce tenseur d'endommagement est d'ordre 2 et est de nature purement microscopique et, comme le cas isotrope, devrait être distingué avec le tenseur d'endommagement macroscopique de même ordre \mathbf{D} (ici c'est d'ordre 2). Il est intéressant de noter que l'utilisation de ce tenseur comme une variable d'endommagement dans des modèles microscopique peut conduire aux résultats conformément aux formulations macroscopiques. A titre d'exemple, Shao *et al* (Shao, et al., 2005) ont calculé le potentiel thermodynamique élastique d'un solide endommagé. Dans ce modèle, Shao *et al* n'ont considéré que les solides isotropes à l'état sain dont toutes les fissures sont ouvertes et n'interagissent pas. Le potentiel a été d'abord calculé pour une famille des fissures parallèles, ensuite étendu pour toutes les familles de fissures en utilisant la distribution (4-9) et la relation (4-11) :

$$\psi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D}^{mic}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} : \mathbb{S}_0 : \boldsymbol{\sigma} + a_1 tr(\mathbf{D}^{mic}) [tr(\boldsymbol{\sigma})]^2 + a_2 tr(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}^{mic}) + a_3 tr(\boldsymbol{\sigma}) tr(\mathbf{D}^{mic} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + a_4 tr(\mathbf{D}^{mic}) tr(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \quad (4-12)$$

Où \mathbb{S}_0 est le tenseur de souplesse du matériau intact, qui est l'inverse du tenseur de rigidité intacte \mathbb{C}_0 . En remplaçant \mathbf{D}^{mic} par \mathbf{D} , cette énergie est totalement identique à celle de (Hayakawa & Murakami, 1997) qui est déduite d'une formulation purement macroscopique.

Un autre exemple est le modèle micromécanique de (Levasseur, et al., 2011). Par la même démarche, les auteurs ont montré que l'énergie potentiel thermodynamique (formulée en déformation) dérivée des calculs micromécaniques par le schéma d'homogénéisation de concentration diluée est similaire à la forme macroscopique proposée par (Halm & Dragon, 1996).

En effet, par de différentes conditions, la conformité entre la distribution de la densité de fissuration et les directions principales des contraintes appliquées (comme la Fig 4-3) n'est pas toujours vérifiée, et l'utilisation d'un tenseur d'endommagement dont l'ordre plus grand que 2 est nécessaire (Lubarda & Krajcinovic, 1993). La variable tensorielle d'ordre 4 et sa relation avec la distribution de la densité de fissuration peut être aussi construite par la même démarche de (4-9) à (4-11).

En effet le calcul basé sur la définition (4-10) exige la validité de (4-9) comme une hypothèse. En plus, comme le cas isotrope, ce type de définition ne prend pas en compte la géométrie des fissures. D'autres auteurs ont proposé des définitions pour la variable d'endommagement (densité de fissuration) qui tient compte de la géométrie des fissures et ne dépend pas de cette hypothèse. Oda (Oda, 1984) a proposé une définition de la variable d'endommagement par la notion d'un « *fabric tensor* » pour les fissures de forme de disque. Ce tenseur peut prendre l'ordre de 0, 2, 4 ou même plus élevé. Il s'écrit dans le cas général :

$$\mathbf{D}^{mic} = \frac{2}{\pi} N^f \int_0^\infty \int_{4\pi} r^3 \omega_f^{Oda}(\mathbf{n}, r) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \otimes \dots \otimes \mathbf{n} d\mathcal{A} dr \quad (4-13)$$

Où la fonction de distribution probabiliste d'Oda $\omega_f^{Oda}(\mathbf{n}, r)$ est en fonction de la direction et du rayon des fissures. La symétrie de cette fonction est supposée, i.e. $\omega_f^{Oda}(\mathbf{n}, r) = \omega_f^{Oda}(-\mathbf{n}, r)$, qui conduit que le tenseur \mathbf{D}^{mic} a l'ordre pair (0, 2, 4...).

Dans le cas isotrope, ce tenseur devient un scalaire qui est identique au paramètre ω^f (4-3) de (Budiansky & O'Connell, 1976). Dans le cas d'ordre 2, Oda *et al* (Oda, et al., 1984) ont montré que les caractéristiques mécaniques des solides endommagés peuvent être formulées en termes de cette variable. C'est pour ça ce tenseur peut être considéré comme la variable d'endommagement anisotrope gouvernant le comportement avec endommagement. Il est remarqué que ce résultat est obtenu en supposant que le saut de déplacement de chaque fissure \mathbf{j}^f est colinéaire à la contrainte localement appliquée sur cette fissure-là.

Dans la même direction de recherche, Kachanov (Kachanov, 1992) a trouvé un résultat plus général. Il a d'abord proposé une forme générale tensorielle de 2^{ème} ordre pour la variable d'endommagement :

$$\mathbf{D}^{mic} = \frac{1}{V_{VER}} \sum_{k=1}^N r_k^3 (\mathbf{n}^k \otimes \mathbf{n}^k) \quad (4-14)$$

Avec V_{VER} est le volume occupé par le VER, qui est parcouru par N microfissures planaires, chaque microfissure k est de dimension caractéristique r_k et de vecteur normal \mathbf{n}^k . Il a supposé que les fissures n'interagissent pas. Ce tenseur est une forme généralisée du cas isotrope de (Budiansky & O'Connell, 1976). Kachanov a constaté que sans l'hypothèse de la colinéarité entre \mathbf{j}^f et la contrainte appliqués sur la fissure faite par (Oda, et al., 1984), le potentiel thermodynamique dépend non seulement de \mathbf{D}^{mic} mais aussi un autre terme tensoriel d'ordre 4 de la fissuration. L'auteur a prouvé que la contribution énergétique de ce terme est petit devant celle de \mathbf{D}^{mic} . Ça veut dire que la caractérisation de l'endommagement par \mathbf{D}^{mic} de 2^{ème} d'ordre est une bonne approximation pour les modélisations.

4.1.3 Modèles phénoménologique de l'endommagement des milieux secs

Par rapport à la mécanique des milieux continus classique, la mécanique de l'endommagement nécessite la *définition d'une variable d'endommagement macroscopique* et la prise en compte de *l'effet de l'endommagement sur les lois constitutives* régissant le comportement du matériau. De plus, le phénomène d'endommagement étant dissipatif, la *loi d'évolution de la variable correspondante* doit compléter les équations utiles. Les paragraphes suivants permettront d'illustrer ces trois caractéristiques.

4.1.3.1 Variables d'endommagement macroscopique

Il est important de distinguer la variable d'endommagement macroscopique et la variable d'endommagement microscopique présentée ci-dessus. En effet, la variable macroscopique est introduite sous forme d'une variable interne (n'étant pas observable au niveau macroscopique) qui représente *l'influence de la microfissuration* sur le comportement. Elle a donc *une relation mais indirecte avec la microfissuration elle-même* représentée par la variable d'endommagement microscopique comme abordé dans les paragraphes précédents.

Historiquement, la CDM s'est d'abord appuyée sur une variable scalaire caractérisant un endommagement isotrope (Kachanov, 1958) que l'on notera dans la suite D . Considérons un VER, soit δS l'aire de la section de l'élément de volume représentée par sa normale \mathbf{n} et δS_D , l'aire de l'ensemble des microfissures dans cette même section. Par définition la variable scalaire d'endommagement est définie par :

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} \quad (4-15)$$

La valeur de l'endommagement, qui dépend de la direction et du point considéré, est donc comprise entre 0 et 1 : $D = 0$ correspond à l'état non endommagé du VER ; $0 < D < 1$ caractérise l'état endommagé ; $D = 1$ correspond à la rupture du VER en deux parties selon un plan normal à \mathbf{n} .

Cette définition est plutôt au niveau du VER (mésoscopique). Plus généralement, dans les modèles phénoménologique, une variable d'endommagement isotrope décrit une influence isotrope (identique dans tous les sens) de la fissuration sur le comportement du matériau. Correspondant à la variable microscopique de fissuration ω^f , la variable D montre un état de fissuration dont les fissures sont uniformément réparties dans toutes les directions. Ainsi un seul scalaire caractérise entièrement l'état d'endommagement du matériau.

La physique et la micromécanique de l'endommagement, comme présentée dans la partie 4.1.1 et 4.1.2, ont montré que l'endommagement est généralement anisotrope. Dans ce cas, une variable tensorielle (d'ordre normalement pair) est nécessaire pour décrire les effets mécaniques de l'endommagement. Plus grand l'ordre de ce tenseur est, plus précisément il décrit le comportement du matériau. Dans le cas particulier d'un endommagement induit orthotrope, qui permet tout de même de couvrir bon nombre d'applications pratiques, un tenseur d'ordre deux est suffisant. Cette affirmation est aussi soutenue par les résultats micromécaniques présentés dans la section précédente 4.1.2.2.

Comme on a déjà dit, dans ce cas on introduit une variable tensorielle de 2^{ème} ordre \mathbf{D} . Par définition, le tenseur d'endommagement est symétrique défini positif, il admet donc une décomposition spectrale (Ortiz, 1985) qui s'écrit :

$$\mathbf{D} = \sum_{k=1}^3 D_k \mathbf{e}_k^d \otimes \mathbf{e}_k^d \quad (4-16)$$

Où \mathbf{e}_k^d sont les vecteurs unitaires propres et D_k sont les valeurs propres du tenseur d'endommagement. Le choix d'une variable tensorielle d'ordre deux pour décrire l'endommagement revient à supposer implicitement que les effets de toute distribution de microfissures sont équivalents à ceux produits par trois familles orthogonales de microfissures parallèles caractérisées par un vecteur normal \mathbf{i}_k . L'anisotropie induite par l'endommagement se réduit à une orthotropie (Kachanov, 1992) (Halm & Dragon, 1996) (Shao & Lydzba, 1999). Autrement dit, les directions d'orthotropie se confondent avec les directions principales du tenseur d'endommagement.

4.1.3.2 Notion de contrainte effective de l'endommagement

Après avoir défini la variable d'endommagement, il faut étudier son influence sur les lois constitutives. Une des premières approches est l'utilisation des principes d'équivalence. Avant de les présenter, il est nécessaire d'introduire d'abord la notion

de la contrainte effective de l'endommagement (distinguée avec la contrainte effective hydromécanique) et parallèlement la déformation effective.

Il est énoncé qu'un matériau endommagé, hétérogène, obéit à la même loi de comportement mécanique que son équivalent sain, mais son état de contrainte et de déformation sont des grandeurs effectives (Hajdu, 2003). En effet, la notion de la contrainte effective est plus utilisée que celle de déformation effective.

On commence avec l'endommagement isotrope. Intuitivement, dans un VER, cette contrainte est la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement $\delta\tilde{S} = \delta S - \delta S_D$ (Lemaitre & Desmorat, 2005) avec le même chargement macroscopique. Ça signifie que $\tilde{\sigma}\delta\tilde{S} = \sigma\delta S$. A partir de (4-15), il est facile d'établir, dans le cas uniaxial, que :

$$\tilde{\sigma} = (1 - D)^{-1}\sigma \quad (4-17)$$

Dans le cas multiaxial, cette dernière relation s'applique à toutes les composantes du tenseur de contrainte et cela permet de généraliser (4-17) :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (1 - D)^{-1}\boldsymbol{\sigma} \quad (4-18)$$

Il est rappelé que (4-18) (ainsi que la définition (4-15)) ne donne qu'une idée intuitive de l'endommagement. Comme la fissuration provoque d'autres phénomènes plus complexes (que la réduction de la surface résistante), la variable d'endommagement macroscopique n'est introduite que comme une variable interne et la notion de contrainte effective de l'endommagement est généralement (et classiquement) postulée sous une loi de transformation de type $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{M}(\boldsymbol{\sigma}, D)$. Un type de la loi de transformation couramment utilisé est :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{M}(D):\boldsymbol{\sigma} \quad (4-19)$$

avec \mathbb{M} un tenseur d'ordre 4 dépendant de l'endommagement, opérateur de transformation linéaire. Par exemple, l'équation (4-19) peut se mettre sous la forme (4-18) en choisissant $\mathbb{M}(D) = (1 - D)^{-1}\mathbb{I}$ où \mathbb{I} est le tenseur d'identité d'ordre 4. Plus généralement, (Ju, 1990) a montré que la loi de transformation permettant de décrire un endommagement isotrope pouvait se mettre sous la forme :

$$\mathbb{M}(D) = a\mathbb{I} + b\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta} \quad (4-20)$$

avec a et b deux variables scalaires dépendantes de D telles que $a \geq 1$ et $-1/3 \leq b \leq 0$ afin d'assurer la positivité du tenseur de rigidité. En tous cas il faut $\mathbb{M}(0) = \mathbb{I}$.

Il est trouvé que le choix $\mathbb{M}(D) = (1 - D)^{-1}\mathbb{I}$ assure la symétrie du tenseur de contrainte effective de l'endommagement. Pourtant, notons que pour un choix quelconque de \mathbb{M} , la contrainte effective est généralement non symétrique. Il est alors nécessaire de s'appuyer sur des théories plus complexes pour formuler les équations constitutives d'un modèle. Une symétrisation de la contrainte effective est

effectuée afin de rester dans le cadre classique de la MMC (Voyiadjis & Kattan, 2005).

Pour le cas anisotrope, la forme générale (4-19) a aussi été retenue :

$$\tilde{\sigma} = \mathbb{M}(\mathbf{D}) : \sigma \quad (4-21)$$

La première idée pour la forme de la loi de transformation repose sur la généralisation de (4-18) par (Murakami & Ohno, 1981) :

$$\tilde{\sigma} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \sigma \quad (4-22)$$

Comme cette forme de la loi de transformation n'assure pas la symétrie du tenseur de contrainte effective de l'endommagement, ces auteurs ont aussi proposé une modification de la dernière équation :

$$\tilde{\sigma} = 1/2[(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \sigma + \sigma \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1}] \quad (4-23)$$

Betten (Betten, 1983) a suggéré une autre loi de transformation :

$$\tilde{\sigma} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \sigma \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1} \quad (4-24)$$

Lu et Chow (Lu & Chow, 1990) ont quant à eux suggéré une contrainte effective sous une forme exponentielle :

$$\tilde{\sigma} = \exp(\mathbf{D}/2) \cdot \sigma \cdot \exp(\mathbf{D}/2) \quad (4-25)$$

Une forme de la loi de transformation souvent utilisée dans la littérature appartient de (Cordebois & Sidoroff, 1982) :

$$\tilde{\sigma} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \sigma \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \quad (4-26)$$

4.1.3.3 Principes d'équivalence

A l'aide de la notion de contrainte effective de l'endommagement, plusieurs principes d'équivalence ont été postulés. Ces principes permettent normalement de trouver les caractéristiques mécaniques, surtout les propriétés élastiques des matériaux endommagés.

Principe d'Equivalence en Déformation PED par Lemaitre en 1971 (voir (Lemaitre & Chaboche, 2001))

« Tout comportement à la déformation unidimensionnel ou tridimensionnel, d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement du matériau vierge dans lesquels on remplace la contrainte usuelle par la contrainte effective (de l'endommagement) »

Autrement dit, le comportement du matériau, uniaxial ou multiaxial, sain ou endommagé peut être décrit par la même fonctionnelle en remplaçant la contrainte usuelle par la contrainte effective au sens de la Mécanique de l'Endommagement

(Fig 4-4). Dans ce cas, le comportement du matériau dépend de la contrainte effective (au sens de l'endommagement) $\tilde{\sigma}$ et de la déformation réelle ε . On peut aussi énoncer que la déformation effective $\tilde{\varepsilon}$ est dans ce cas égale à celle réelle ε .

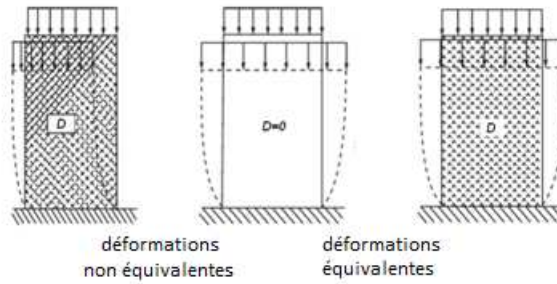


Fig 4-4. Illustration du PED (Zhang & Cai, 1995)

Il est à noter que ce principe n'a pu être démontré que dans quelques cas particuliers grâce à des méthodes d'homogénéisation (Lemaitre, 1992). Il repose sur l'hypothèse selon laquelle les différents comportements d'un matériau (élasticité, plasticité, viscoplasticité) sont affectés de la même manière par l'endommagement. Ce qui peut ne pas toujours être le cas. Cependant sa simplicité permet d'établir un formalisme cohérent et efficace (Lemaitre, et al., 2000) notamment pour coupler les comportements plastiques ou viscoplastiques à l'endommagement.

Un principe complémentaire au précédent est le *Principe d'Equivalence en Contrainte PEC* qui suppose que :

« La contrainte associée à l'état endommagé sous la déformation réelle est équivalente à la contrainte associée à l'état fictif non endommagé soumis à la déformation effective »

Utilisant ce principe, le comportement élastique endommageable peut être défini (pour le cas général anisotrope) comme suit. On suppose qu'à l'état intact, le comportement élastique s'écrit classiquement :

$$\sigma = \mathbb{C}_0 : \varepsilon \quad (4-27)$$

Où le tenseur de rigidité (d'ordre 4) \mathbb{C}_0 est un constant élastique. Cette propriété se dégrade avec la variable de l'endommagement de sorte que pour le matériau endommagé :

$$\sigma = \mathbb{C}(D) : \varepsilon \quad (4-28)$$

Où $\mathbb{C}(0) = \mathbb{C}_0$. En tous cas, dans la mécanique des solides classique, ces tenseurs de rigidité doivent être symétriques (car ils sont thermodynamiquement dérivés des lois à potentiel).

Avec la contrainte effective de l'endommagement et le PED, on écrit :

$$\tilde{\sigma} = \mathbb{C}_0 : \varepsilon \quad (4-29)$$

Ce qui permet de déduire, à travers l'écriture générale de la loi de transformation (4-21) :

$$\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 \quad (4-30)$$

Pour l'endommagement isotrope prenant la loi de transformation (4-18), (4-30) conduit bien à la symétrie du tenseur de rigidité endommagé. Par contre, dans le cas général, (4-30) implique une restriction forte de $\mathbb{M}(\mathbf{D})$ pour que $\mathbb{C}(\mathbf{D})$ reste symétrique (Cordebois & Sidoroff, 1982). En outre, le PED a d'autres limitations dans le cas de l'endommagement anisotrope (Zhang & Cai, 1995) (Swoboda & Yang, 1999). Dans la pratique, le PED est utilisé essentiellement dans les modèles isotropes plutôt que ceux anisotropes (Zhang & Cai, 1995).

Pour éviter les limitations du PED, un autre principe d'équivalence a été postulé.

Principe d'équivalence en énergie élastique PEEE

« L'énergie de déformation élastique de l'état endommagé est supposée être égale à l'énergie de déformation élastique de l'état sain avec la déformation effective »

En d'autres termes :

$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbb{C}_0 : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4-31)$$

On peut aussi énoncer d'une manière basée sur la contrainte effective, sous le nom du *Principe d'Énergie Élastique Complémentaire* :

« L'énergie de déformation élastique complémentaire de l'état endommagé est supposée être égale à l'énergie de déformation élastique complémentaire de l'état sain avec la contrainte effective »

En d'autres termes :

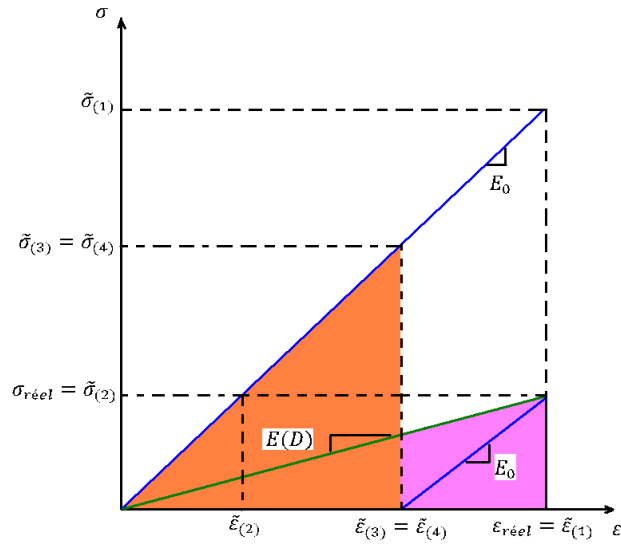
$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} : \mathbb{C}^{-1}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0^{-1} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (4-32)$$

Reprenons la démarche de (4-27) à (4-30), le résultat suivant est obtenu en appliquant le PEEE :

$$\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D}) \quad (4-33)$$

Dans le cas du PEEE, la symétrie de $\mathbb{C}(\mathbf{D})$ est *a priori* respectée par construction. La différence entre ces hypothèses est illustrée dans (Dufour, 2012) basé sur l'illustration de (Hansen & Schreyer, 1994) (voir la Fig 4-4). Dans celle-ci, l'indice (1) fait référence à l'équivalence des déformations, l'indice (2) à l'équivalence des contraintes, l'indice (3) à l'équivalence des énergies élastiques et l'indice (4) à l'équivalence des énergies élastiques complémentaires. L'aire orange correspond à l'énergie élastique équivalente du matériau non endommagé et l'aire rose à l'énergie élastique équivalente du matériau endommagé. A partir de cette figure, nous

pouvons constater que la contrainte effective dans le cas du principe d'équivalence en déformation a une valeur bien plus grande que dans le cas du principe d'énergie élastique équivalente.



- (1) Equivalence des déformations
- (2) Equivalence des contraintes
- (3) Equivalence des énergies élastiques
- (4) Equivalence des énergies élastiques complémentaires

Fig 4-5. Comparaison des principes d'équivalence dans le diagramme déformation-contrainte (Dufour, 2012)

Plus généralement, les concepts d'équivalence ont été généralisés par :

Principe d'équivalence généralisé PEG (Zheng & Betten, 1996)

« Un matériau endommagé soumis à une contrainte usuelle σ a le même comportement que le même matériau sain soumis à une contrainte effective $\tilde{\sigma}$ à travers un ensemble de fonctions \mathcal{B} comprenant les équations constitutives et les lois d'évolutions »

En d'autres termes :

$$\forall \mathbb{F} \in \mathcal{B}, \quad \mathbb{F}(\sigma, \mathbf{D}, \dots) = \mathbb{F}(\tilde{\sigma}, \mathbf{0}, \dots) \tag{4-34}$$

La fonction \mathbb{F} est une des lois d'état ou supplémentaires. Par exemple, (4-28) peut être réécrite sous la forme $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{F}(\sigma, \mathbf{D}) = \mathbb{C}^{-1}(\mathbf{D}) : \sigma$. Le PED formulé selon le PEG dit que : $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{F}(\sigma, \mathbf{D}) = \mathbb{F}(\tilde{\sigma}, \mathbf{0})$ et on en déduit $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C}^{-1}(\mathbf{0}) : \tilde{\sigma}$, i.e. l'équation (4-29). Identiquement, le PEEE (sous la forme (4-32)) est aussi un cas particulier du PEG si l'on considère $\mathbb{F}(\sigma, \mathbf{D}) = \frac{1}{2} \sigma : \mathbb{C}^{-1}(\mathbf{D}) : \sigma$.

4.1.3.4 Thermodynamique des milieux endommageables et les lois de comportement

Bien que les caractéristiques élastiques puissent être déterminées par les principes d'équivalence, les lois constitutives endommageables nécessitent encore un cadre de

formulation générale. Comme d'autres phénomènes dissipatifs, l'endommagement peut être envisagé dans le cadre thermodynamique des solides. La formulation dans ce cas est classique et peut se faire comme dans le chapitre 3, mais en enlevant la partie poreuse et en introduisant la variable d'endommagement comme une variable d'état (interne). Une démonstration détaillée peut être trouvée dans (Hansen & Schreyer, 1994) (Lemaitre & Chaboche, 2001) ou (Lemaitre & Desmorat, 2005).

Formulation générale

Se limitant dans le cas isotherme (et sec), on écrit ici l'inégalité de C-D sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\Psi} \geq 0 \quad (4-35)$$

D'où l'énergie libre Ψ est une fonction des variables d'état $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{ir}$, \mathbf{V}_k , \mathbf{D} , avec \mathbf{V}_k sont des variables d'écrouissage liées au phénomène plastique irréversible caractérisant par $\boldsymbol{\varepsilon}^{ir}$ (plastique ou viscoplastique selon le cas). En faisant l'hypothèse classique de la dépendance de Ψ sur la partie élastique des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ir}$ (la validité de l'hypothèse de partition comme dans (3-89) est adoptée), on déduit l'équation d'état après une démarche connue :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (4-36)$$

L'équation (4-36) permet d'écrire les dissipations à partir de (4-35) :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir} + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{V}}_k + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (4-37)$$

Où les forces thermodynamiques des phénomènes d'écrouissage \mathbf{A}_k sont classiquement définies par $\mathbf{A}_k = -\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{V}_k}$ et la force thermodynamique de l'endommagement est définie de façon analogue par :

$$\mathbf{Y} = -\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{D}} \quad (4-38)$$

L'équation (4-37) amène aux lois supplémentaires montrant l'évolution de $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{ir}$, $\dot{\mathbf{V}}_k$ et $\dot{\mathbf{D}}$ à l'aide un potentiel de dissipation φ_{ir}^* (voir 3.3.1) qui est convexe, défini positif et nulle à l'origine. Souvent, par le souci de simplicité, deux mécanismes de dissipation, plasticité et endommagement, sont supposés découplés (comme les formulations de (Hansen & Schreyer, 1994) (Hayakawa & Murakami, 1997), parmi beaucoup d'autres) : $\varphi_{ir}^* = \varphi_{pl}^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k, \mathbf{D}) + \varphi_D^*(\mathbf{Y}; \mathbf{D})$. Concentrons sur la partie de l'évolution de l'endommagement, cela implique :

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \varphi_D^*}{\partial \mathbf{Y}} \quad (4-39)$$

Il faut donc étudier le potentiel thermodynamique ψ (équations d'état), le potentiel dissipation plastique φ_{pl}^* (écoulement plastique), et le potentiel de dissipation de l'endommagement φ_D^* (évolution de l'endommagement).

Forme de ψ et équations d'état

Si l'on connaît la forme explicite de ψ (en fonction de \mathbf{D}), la loi d'état est directement déduite par (4-36). En effet, dans le cas du comportement élastique endommageable, cette loi (4-36) peut conduire à l'équation élastique (4-28), qui peut être dérivée directement d'une loi de transformation $\mathbb{M}(\mathbf{D})$ et d'un principe d'équivalence. Dans le cas d'un comportement plus complexe, la loi d'état (4-36) est beaucoup plus compliquée que (4-28). L'utilisation des principes d'équivalence avec la loi de transformation ne fournit que quelques caractéristiques élastiques contribuant à la construction de la loi d'état, mais ne peut pas remplacer le rôle du potentiel ψ . Par ailleurs, ψ influence aussi la force thermodynamique conjuguée à l'endommagement selon (4-38). Ainsi, dans ces couplages complexes, il faut éventuellement proposer et utiliser tous les trois outils : potentiel thermodynamique, principe d'équivalence et la loi de transformation (Arson, 2009) (Dufour, 2012).

On cite ici quelques formes connues du potentiel thermodynamique. S'inspirant sur le PED et l'expression (4-18), Ju (Ju, 1989) a postulé une forme simple pour le modèle d'endommagement isotrope :

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \mathbf{V}_k, D) = (1 - D)\psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \mathbf{V}_k, 0) \quad (4-40)$$

Comme déjà dit dans le paragraphe 4.1.2.2, Hayakawa et Murakami (Hayakawa & Murakami, 1997) ont proposé une forme explicite formulée en contrainte de ψ pour l'endommagement anisotrope. Cette forme est totalement identique que (4-12) mais la variable d'endommagement macroscopique \mathbf{D} est utilisée au lieu de la variable microscopique \mathbf{D}^{mic} .

Une autre expression de ψ largement connue est celle de (Halm & Dragon, 1996) :

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}) = \frac{1}{2}\lambda_0 tr(\boldsymbol{\varepsilon})^2 + \mu_0 tr(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + a_1 tr(\boldsymbol{\varepsilon})tr(\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + 2a_2 tr(\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + g_{HD} tr(\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (4-41)$$

λ_0 et μ_0 sont les coefficients de Lamé élastiques du matériau sain ; a_1 , a_2 et g_{HD} sont des paramètres du matériau. Le paramètre g_{HD} est une particularité du modèle, tenant compte de la contrainte résiduelle (et correspondamment la déformation résiduelle) due à l'ouverture des microfissures. Autrement dit, dans ce modèle, l'endommagement provoque non seulement la dégradation des modules élastiques, mais aussi la déformation résiduelle (Fig 4-6). Cette contrainte $\boldsymbol{\sigma}^{res}$ est supposée dans ce modèle d'être linéaire avec la variable d'endommagement $\boldsymbol{\sigma}^{res} = g_{HD}\mathbf{D}$.

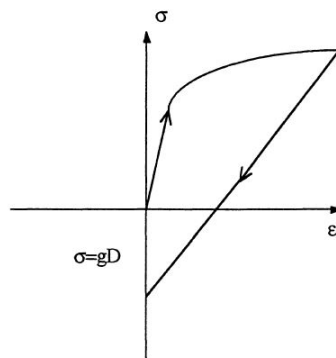


Fig 4-6. *Contrainte résiduelle de (Halm & Dragon, 1996) dans le diagram contrainte-déformation*

Il est intéressant de souligner que l'existence de cette contrainte $\sigma^{res} = gD$ est conformément au concept d'état mécanique équivalent de (Swoboda & Yang, 1999). Ce concept, inspiré du modèle de fissure d'aile glissante (voir la Fig 4-1), suggère que les fissures préexistantes initiales peuvent être remplacées par les forces de traction locale appliquée sur les fissures d'aile. Au lieu d'étudier l'état mécanique réel (a) d'un matériau à l'état d'endommagement D sous la contrainte macroscopique σ , les auteurs ont considéré un état fictif dit « équivalent » (c) où le matériau est soumis à la contrainte $\sigma + \tilde{\tau}$ et l'état de fissuration est \tilde{D} (Fig 4-7). L'état équivalent (c) comprend des fissures équivalentes constituées des fissures d'aile, dont les contraintes de traction locale τ (i.e. la contrainte de glissement dans la fissure initiale préexistante) sont homogénéisées et représentées par un seul champ de contrainte de traction mésoscopique (échelle du VER) $\tilde{\tau} = gD$, qui amène à une formulation identique que celle avec la contrainte résiduelle de (Halm & Dragon, 1996).

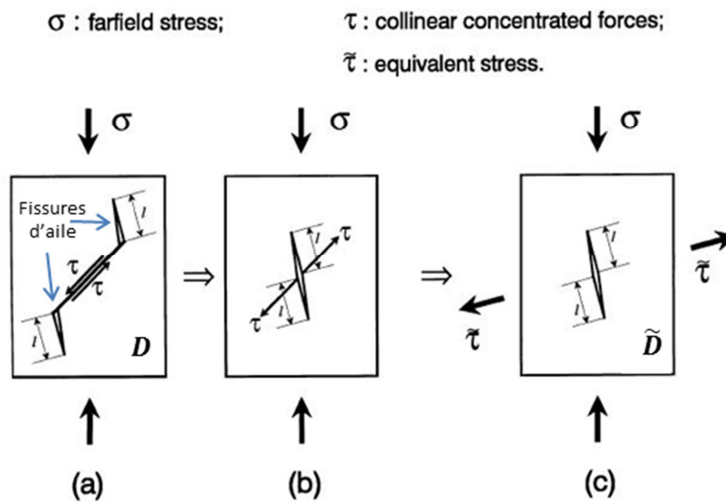


Fig 4-7. *Etat mécanique équivalent (Swoboda & Yang, 1999)*

Il est noté que la notion « équivalent » provient du postulat que la déformation de ces deux états sont équivalents. Swoboda et Yang ont déduit la relation entre l'énergie libre de ces deux états (initial et équivalent) comme suit :

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}) = \tilde{\psi}(\boldsymbol{\varepsilon}, \tilde{\mathbf{D}}) - g\tilde{\mathbf{D}} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4-42)$$

Forme de φ_{pl}^* et équations supplémentaires

L'écoulement plastique est dérivé du potentiel $\varphi_{pl}^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k, \mathbf{D})$. Comme discuté dans la section 3.3 (paragraphe 3.3.2 et 3.3.3), la recherche directe de ce potentiel est suffisante au cas de viscoplasticité. Par contre, au cas de plasticité instantanée, cette recherche repose sur la recherche d'une fonction critère f_{ip} et éventuellement d'un potentiel plastique g_{ip} en cas d'une loi non associée.

Plusieurs formes de ce potentiel ont été postulées dans la littérature, en faisant intervenir la variable d'endommagement dans leurs formes explicites. On cite comme un exemple la fonction critère de plasticité (instantanée) de (Salari, et al., 2004) de type Drucker-Prager mais prenant en compte la variable d'endommagement :

$$f_{ip} = 3\alpha\sigma_m + \frac{q}{\sqrt{3}} - k_{Sa}(1 - D) \quad (4-43)$$

Où $\sigma_m = \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})$ est la contrainte moyenne, q est la contrainte équivalente de Von Mises, et k_{Sa} est un paramètre d'endommagement du matériau, déterminé de la résistance en compression et traction simple.

Quoi que la dépendance de φ_{pl}^* sur l'endommagement puisse être postulée de façon explicite en se basant sur la forme du potentiel non endommageable, un choix plus répandu est l'utilisation la contrainte effective avec le PEG : $\varphi_{pl}^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k, \mathbf{D}) = \varphi_{pl}^*(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}_k, \mathbf{0})$ avec le second membre est préalablement connu pour les matériaux intacts. Cette approche permet de faire dépendre facilement l'endommagement dans les fonctions critères fondamentales des matériaux solides à travers la contrainte effective de l'endommagement. De très nombreux travaux ont été formulés par cette démarche (voir (Ju, 1989), (Hansen & Schreyer, 1994), (Zhu & Cescotto, 1995) (Hayakawa & Murakami, 1997), (Abu Al-Rub & Voyiadjis, 2003) parmi beaucoup d'autres).

Forme de φ_D^* et loi d'évolution de l'endommagement

Dans la majorité des géomatériaux fragiles, l'endommagement est considéré comme un phénomène dissipatif instantané. Dans ce cas, la recherche de φ_D^* amène à la recherche de la fonction critère de l'endommagement f_d (car φ_D^* n'est pas différentiable).

Théoriquement, comme $\varphi_D^* = \varphi_D^*(\mathbf{Y}; \mathbf{D})$, la fonction critère s'écrit également $f_d = f_d(\mathbf{Y}; \mathbf{D})$. Similaire à la loi d'écoulement de plasticité (instantanée) (3-101), la loi d'évolution de l'endommagement est ensuite déduite par une loi de type associé :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{0} & \text{si } f_d < 0 \text{ ou si } f_d = 0 \text{ et } \dot{f}_d < 0 \\ \dot{\mathbf{D}} = \lambda_D \frac{\partial f_d}{\partial \mathbf{Y}} & \text{si } f_d = 0 \text{ et } \dot{f}_d = 0 \end{cases} \quad (4-44)$$

Où le multiplicateur de l'endommagement λ_D satisfait les conditions de Kuhn-Tucker comme (3-102).

Des formes explicites de f_D ont été postulées dans des travaux précédents. Par exemple, Lemaitre a proposé la forme suivante pour l'endommagement isotrope (voir (Lemaitre & Desmorat, 2005)) :

$$f_D(Y; D) = \frac{S_L}{(S_L + 1)(1 - D)} \left(\frac{Y}{S_L} \right)^{S_L + 1} \quad (4-45)$$

Avec S_L et s_L sont des paramètres du matériau dans ce modèle de Lemaitre. Ici, l'auteur a étudié l'endommagement dans le couplage plasticité-endommagement, avec l'écroutissage plastique isotrope est contrôlé par la déformation plastique équivalente γ_{vp} (voir (3-115)). À l'aide des observations expérimentales et physiques (voir aussi le paragraphe 4.1.1) il a supposé que l'évolution de l'endommagement est aussi gouvernée par les déformations plastiques et donc $\lambda_D = \lambda_{ip}$.

Dans le cas anisotrope, si on calcule \mathbf{Y} par sa définition originale thermodynamique, i.e. par la dérivée du potentiel thermodynamique qui est généralement compliqué pour les couplages complexes du comportement, cette force moteur de l'endommagement présente des complexités importantes. En plus, malgré sa cohérence thermodynamique, cette force ne pourrait pas, dans plusieurs cas, décrire correctement le mécanisme physique de l'endommagement. Par exemple, l'endommagement est plutôt favorisé sous chargement de traction ou sous la compression déviatorique, mais pas sous la compression isotrope, alors que normalement la forme thermodynamique de \mathbf{Y} ne différencie pas le comportement en compression et en traction. On cherche donc à remplacer sa forme thermodynamique par une forme plus pratique et proche à la réalité expérimentale.

Shao et Lydzba (Shao & Lydzba, 1999) ont proposé un critère faisant intervenir la partie positive de la force thermodynamiquement associée à l'endommagement \mathbf{Y}^+ :

$$f_D = f_D(\mathbf{Y}^+ | \mathbf{D}) = \sqrt{\mathbf{Y}^+ : \mathbf{Y}^+} - (r_0 + r_1 \text{tr}(\mathbf{D})) \quad (4-46)$$

r_0 et r_1 sont des paramètres caractéristiques du matériau. r_0 est le seuil initial d'endommagement du matériau sain et r_1 caractérise l'influence de l'endommagement déjà produit sur l'évolution actuelle de l'endommagement (i.e. « écroutissage de d'endommagement »). Plus le matériau est endommagé, plus les déformations de traction doivent être grandes pour qu'il soit d'avantage endommagé. La partie positive \mathbf{Y}^+ est définie par la décomposition spectrale suivante :

$$\mathbf{Y}^+ = \sum_{k=1}^3 \langle Y_k \rangle \mathbf{e}_k^Y \otimes \mathbf{e}_k^Y \quad (4-47)$$

Y_k est la k-ième valeur propre du tenseur \mathbf{Y} et \mathbf{e}_k^Y le k-ième vecteur propre correspondant.

En effet, des observations microscopiques des géomatériaux (plutôt fragiles) ont permis de mettre en évidence le fait que, sous différents chemins de chargement, l'évolution de l'endommagement était liée aux déformations en extension. Pour cette raison, (Mazars, 1984) introduit pour les bétons une déformation équivalente $\hat{\varepsilon} = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+}$, moteur de l'évolution de l'endommagement qui correspond à la norme euclidienne du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$. Ce dernier désigne ici les déformations en extension données par la décomposition spectrale identique que (4-47) :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \sum_{k=1}^3 \langle \varepsilon_k \rangle \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_k \quad (4-48)$$

ε_k est la k-ième valeur propre du tenseur des déformations et \mathbf{e}_k le k-ième vecteur propre correspondant.

Cette grandeur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ peut également être définie à l'aide d'un tenseur \mathbb{P}^+ de projection positive d'ordre 4 (Ortiz, 1985) (Ju, 1989), non linéaire, dont le rôle est de construire un tenseur des déformations positives à partir du tenseur des déformations :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \mathbb{P}^+ : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4-49)$$

Par exemple, à partir d'un tenseur des déformations exprimé dans son repère principal $\boldsymbol{\varepsilon} = \text{diag}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ on obtient le tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_1 \rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle \varepsilon_2 \rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle \varepsilon_3 \rangle \end{bmatrix} \quad (4-50)$$

L'endommagement apparaît lorsque la déformation positive équivalente atteint un certain seuil, lui-même dépendant de l'endommagement déjà produit. Ainsi, le critère d'endommagement f_D ne dépend plus rigoureusement de la variable force thermodynamiquement associée à l'endommagement \mathbf{Y} mais de $\boldsymbol{\varepsilon}^+$, i.e. $f_D = f_D(\boldsymbol{\varepsilon}^+, \mathbf{D})$. Il est à noter que dans ce cas, la positivité de la dissipation intrinsèque et notamment du produit $\mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}}$ n'est pas assurée *a priori*, mais qu'elle devra être vérifiée *a posteriori* (à chaque pas de chargement, lors de la mise en œuvre numérique par exemple).

S'inspirant sur (4-46), Chiarelli (Chiarelli, 2000) a proposé une forme pratique de $f_D(\boldsymbol{\varepsilon}^+, \mathbf{D})$, largement utilisée pour l'endommagement des argillites (Aublivié-Conil, 2003) (Maleki & Pouya, 2010) (Dufour, 2012):

$$f_D(\boldsymbol{\varepsilon}^+, \mathbf{D}) = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+} - (r_0 + r_1 \text{tr}(\mathbf{D})) \quad (4-51)$$

r_0 et r_1 sont dans cette formule des paramètres d'endommagement sans unité. Cette surface de charge correspond à un huitième de sphère dans l'espace des valeurs principales du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ (Arson, 2009).

Halm & Dragon (1998) ont proposé un critère similaire déduit de son modèle thermodynamique (4-41). Ils ont constaté que la force moteur de l'endommagement ne dépend que de la partie positive de la \mathbf{Y}_1 , notée par \mathbf{Y}_1^+ , avec \mathbf{Y}_1 est la composante liée aux effets résiduels de la force thermodynamique conjuguée \mathbf{Y} . On déduit de (4-41) que :

$$\mathbf{Y}_1^+ = g_{HD} \boldsymbol{\varepsilon}^+ \quad (4-52)$$

Et le critère de (Halm & Dragon, 1996) s'écrit :

$$f_D(\mathbf{Y}_1^+, \mathbf{D}) = \sqrt{\mathbf{Y}_1^+ : \mathbf{Y}_1^+ + Btr(\mathbf{Y}_1^+ \cdot \mathbf{D})} - (r_0 + r_1 tr(\mathbf{D})) \quad (4-53)$$

Il est observé que ce critère est effectivement un critère selon $\boldsymbol{\varepsilon}^+$, comme (4-51). Le terme supplémentaire $Btr(\mathbf{Y}_1^+ \cdot \mathbf{D})$ permet la rotation des axes principaux du tenseur d'endommagement de manière non brutale. En absence de ce terme, (4-53) s'écrit :

$$f_D(\mathbf{Y}_1^+, \mathbf{D}) = g\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+} - (r_0 + r_1 tr(\mathbf{D})) \quad (4-54)$$

Ce dernier critère est apparemment semblable que (4-51). Néanmoins, comme g porte une unité de contrainte, les coefficients r_0 et r_1 dans (4-54) doivent prendre également cette unité, ce qui devrait être distingué avec les coefficients sans unité dans (4-51).

4.2 Endommagement des milieux non saturés

4.2.1 Comportement hydromécanique couplé à l'endommagement

4.2.1.1 Analyses physiques et micromécaniques du couplage hydromécanique-endommagement

Considérons maintenant l'endommagement dans le couplage : Poromécanique + phénomènes plastiques + Endommagement. L'interaction entre de différents phénomènes : le comportement du solide, la pression des fluides, la succion, la (visco) plasticité et la fissuration est effective très complexe. La corrélation entre la (visco-)plasticité et la fissuration a été mentionnée plus haut (section 4.1.1). Ce paragraphe s'intéresse à parler de l'influence de la succion (ou l'état de saturation) sur la microfissuration, *et vice versa*.

L'influence des chargements hydriques sur la fissuration a été largement observée dans la pratique. Particulièrement, le retrait causé par séchage (*drying shrinkage*) peut conduire à l'initiation et le développement des micro- (et aussi macro-) fissures. Ce phénomène est très connu dans les géomatériaux fragiles, comme les bétons (Bazant & L'Hermite, 1988) et les roches (Bérest et al, 2000).

Le mécanisme physique de la fissuration en séchage est effectivement compliqué mais peut généralement être expliqué par le changement volumique empêché entraînant des contraintes de traction qui font ouvrir les fissures. Deux types d'empêchement sont soulevés pour les géomatériaux : empêchement externe et empêchement interne (Wang, 2012). Les empêchements externes proviennent des liaisons externes des structures. Les empêchements internes proviennent des phénomènes plus complexes : l'hétérogénéité et le gradient d'humidité. Pour le premier, le retrait différent des composantes de la matrice solide provoque des empêchements relatifs pour les variations volumiques causées du drainage (Lagier, et al., 2011) (Wang, 2012). Pour le dernier, une humidité non uniforme engendre un retrait non uniforme et donc une fissuration possible. Ce dernier phénomène est illustré par la Fig 4-8 (Bazant & L'Hermite, 1988). Dans cette figure, le gradient

d'humidité relative dans un mur en béton (a) entraîne des changements volumiques différents des couches (imaginées) si elles ne sont pas liées (b). En réalité, elles sont évidemment liées et les fissures sont générées par les contraintes de retrait.

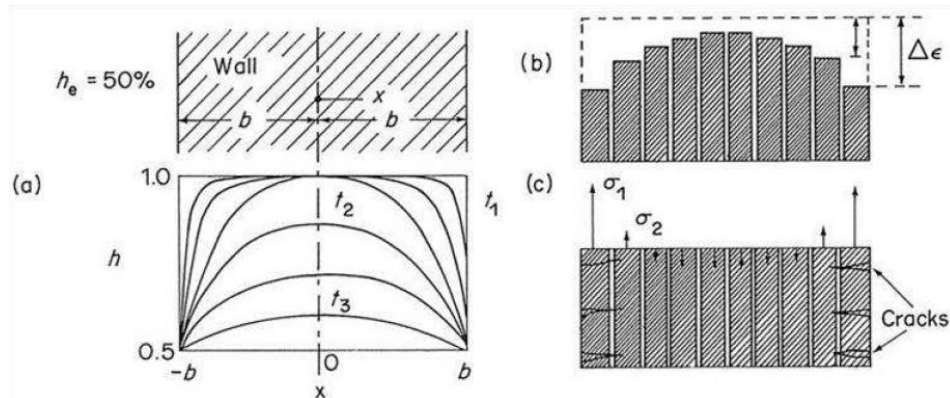


Fig 4-8. Fissuration par le gradient d'humidité dans les bétons
(Bazant & L'Hermite, 1988)

Une autre cause possible de la fissuration par retrait de séchage a été soulevée par (Shin & Santamarina, 2011) pour les géomatériaux granulaires. L'invasion de l'air dans les grands pores lors d'un séchage est responsable de l'endommagement. La membrane des interfaces eau-air repousse alors des particules des pores envahis, ce qui crée des fissures.

Pour évaluer le risque de fissuration par séchage de l'argillite COx, les analyses micromécaniques ont aussi été exécutées. Dans les articles de (Pichler, et al., 2009) (Pichler & Dormieux, 2010a) (Pichler & Dormieux, 2010b), un modèle microporoélastique endommageable non saturé a été formulé, en supposant que les fissures sont sphéroïdales, parallèles et distribuent dans une direction unique. Les pores naturels sont supposés sphériques et à l'échelle plus petite que les microfissures. La propriété de rétention d'eau dans les fissures et les pores est supposée d'obéir l'équation de Van Genuchten (2-19). La variation de l'endommagement est représentée par la variation de l'ouverture des fissures. Par l'approche multi-échelle, ces travaux ont suggéré, en étudiant le critère de propagation des fissures, que la possibilité de fissuration est plus élevée si la taille initiale des fissures est plus grande. En plus, ils ont constaté qu'il est généralement facile de désaturer les fissures (par une légère diminution de l'humidité relative), et donc ces fissures pourraient être considérées comme sèches dans beaucoup d'applications en génie civil (non saturées).

En effet, comme la succion a l'effet de compression des grains (paragraphe 2.1.2.2), une augmentation de la succion (séchage) engendre non seulement une contrainte de traction de retrait, mais aussi une contrainte de compression au sein des matériaux. La possibilité de fissuration est donc une compétition entre ces deux contraintes. Pour une conclusion plus claire de l'influence du séchage sur l'endommagement, il faudra avoir des résultats expérimentaux plus concrets et précis sur ce problème.

Bien que l'endommagement soit plutôt lié au retrait par séchage, les résultats expérimentaux récents ont mis en évidence que l'humidification pourrait aussi engendrer la fissuration. Particulièrement pour argillite du Cox, Wang (Wang, 2012) a donné une explication possible pour cet effet. En se basant sur la structure hétérogène de l'argillite composée d'une matrice solide avec les inclusions minérales, il a expliqué que l'humidification provoque une contrainte de cisaillement importante à l'interface matrice-inclusion, surtout au niveau de surface libre (notons que les observations expérimentales ont été réalisées à ce niveau des échantillons). C'est cette contrainte de cisaillement amènerait à la fissuration, car elle tend à tirer l'inclusion de la matrice solide.

Dans le sens inverse, l'influence de l'endommagement sur l'état de saturation est toujours un sujet ouvert. Une idée intuitive essentielle est que des fissures créent des chemins préférentiels pour le transfert de l'eau. Un matériau endommagé serait peut-être séché plus rapidement qu'un matériau sain. Ce sujet sera discuté plus en détails dans la section 4.2.2.

4.2.1.2 Modélisation phénoménologique du couplage hydromécanique-endommagement isotrope

La modélisation du couplage hydromécanique – endommagement, notamment lorsqu'on considère d'autres effets comme la plasticité ou la viscoplasticité, n'est pas un problème simple. Pour le comportement hydromécanique non saturé, la prise en compte de l'endommagement est pour l'instant préférée dû à la simplicité. Beaucoup de modèles phénoménologiques pour principalement les bétons et les roches argilleuses ont tenu compte de l'endommagement en introduisant une variable scalaire D dans des lois constitutives.

Shao *et al* (Shao, et al., 2006) ont proposé un modèle élastoplastique non saturé endommageable. Le comportement élastique est étendu du cadre de (Coussy, 2004) (équation (3-67), mais supprimant la partie thermique et l'influence de l'énergie des interfaces) en faisant dépendre le tenseur de rigidité élastique sur la variable d'endommagement $\mathbb{C}(D)$ par une relation linéaire simple. D'autres paramètres hydromécaniques (comme le coefficient de Biot) sont supposés indépendants de D . La partie plastique est modélisée en termes de la contrainte nette et la succion (donc un choix des variables d'état de contrainte indépendantes) en proposant une forme explicite de la fonction critère dépendante de ces deux variables de contrainte et de la variable D également.

Dans les travaux succédants de (Jia, et al., 2007), le comportement de la partie élastique est toujours une extension simple de l'équation (3-67) en fonction de l'endommagement isotrope), mais la formulation élasto-plastique est fondée sur la notion de contrainte effective plastique :

$$\sigma^{pl} = \sigma + b^p p^* \delta \quad (4-55)$$

Où p^* est la pression moyenne des fluides définie dans (3-53), et b^p est le paramètre plastique traduisant l'influence des fluides interstitielles sur des déformations plastiques. Dans cet article de (Jia, et al., 2007), l'endommagement a été pris en compte en généralisant la contrainte effective plastique (4-55) pour le cas endommageable :

$$\tilde{\sigma}^{pl} = \frac{\sigma_m^{pl} \delta}{1 - \mathcal{h}(D)} + \frac{\mathbf{s}^{pl}}{1 - D} \quad (4-56)$$

Avec $\tilde{\sigma}^{pl}$ est le tenseur de contrainte effective plastique endommageable, σ_m^{pl} et \mathbf{s}^{pl} sont respectivement la contrainte moyenne et le déviateur du tenseur de contrainte $\boldsymbol{\sigma}^{pl}$, et $\mathcal{h}(D)$ est une fonction de la variable de l'endommagement, prenant en compte de la différence éventuelle de l'endommagement sur le comportement isotrope et déviatorique. Dans ce modèle-là $\mathcal{h}(D) = \mathcal{H}(\epsilon)D$, où $\mathcal{H}(\epsilon)$ désigne la fonction Heaviside de la déformation volumique ϵ . L'équation (4-56) est inspirée du PED de Lemaitre dans le cas isotrope (comme équation (4-18)), mais tient compte de l'effet unilatéral de l'endommagement sur le module de compressibilité à travers le terme $\mathcal{h}(D)$. Par le Principe d'Equivalence Généralisé PEG (présenté dans partie 4.1.3.3), le comportement irréversible (plastique) a été ensuite formulé selon cette contrainte effective (4-56) (i.e. la fonction de charge et le potentiel de dissipation sont en fonction de cette variable de contrainte). Ça signifie que tous les effets hydromécaniques (la succion) et de l'endommagement sont exprimés indirectement dans le comportement plastique à l'aide de la contrainte effective $\tilde{\sigma}^{pl}$.

Chen (Chen, et al., 2009) a continué ce chemin de modélisation et a proposé un modèle pour les bétons non saturés endommageables en se basant également sur la contrainte effective plastique (4-55). La prise en compte de l'endommagement isotrope a été effectuée, cependant, en faisant dépendre linéairement des paramètres de la fonction critère et du potentiel plastique sur la variable d'endommagement. En conséquence, la contrainte effective de l'endommagement (4-56) n'est pas utilisée.

Il est intéressant de remarquer que le paramètre b^p dans l'équation (4-55) est supposé constant dans le modèle initial de (Jia, et al., 2007), mais est en fonction de l'état de contrainte et l'état de saturation, dans le modèle de (Chen, et al., 2009). Tous ces modèles ci-dessus font l'appel (entièrement ou partiellement) l'approche énergétique de (Coussy & Dangla, 2002) (Coussy, 2004).

Un autre modèle poro plastique non saturé endommageable a été proposé récemment par (Le Pen, 2013). Ce modèle a été formulé utilisant la forme simplifiée de la contrainte effective de l'endommagement $\tilde{\sigma}^{pl}$ définie dans (4-56), avec le coefficient plastique $b^p = 1$ et $\mathcal{h}(D) = D$. La loi de comportement est une extension du modèle BBM pour les matériaux non endommageables, mais la contrainte effective de l'endommagement est utilisée à la place de la contrainte nette. C'est-à-dire l'approche de contrainte effective (voir la section 2.2.2.3) est utilisée.

Pour prendre en compte le fluage de l'argillite à long terme, en gardant toujours les éléments du comportement plastique (instantané) à court terme, Zhang *et al* (Zhang, et al., 2013) ont modélisé un couplage complexe hydromécanique non saturé plastique-viscoplastique-endommagement dans une seule loi de comportement. En se basant sur les travaux de (Jia, 2006) et (Zhou, et al., 2008), les auteurs ont proposé une approche unifiée pour le comportement élasto-plastique-viscoplastique, fondée sur la théorie de Perzyna (section 3.3.3). Ils ont considéré que sous un chargement quelconque, le matériau manifeste simultanément une déformation plastique instantanée et une déformation viscoplastique. En effet, des déformations plastiques sont activées instantanément par les contraintes appliquées, alors que des déformations viscoplastiques sont considérées comme celles plastiques différées qui évoluent progressivement avec le temps.

Ce concept peut être s'appliquer à non seulement pour le couplage plastique-viscoplastique, mais aussi pour le couplage des phénomènes plastiques se passant à différentes échelles de temps (différents temps caractéristiques). L'illustration des surfaces de charge de ces mécanismes plastiques est donnée dans la Fig 4-9. L'indice « p », « vp1 » et « vp2 » représente respectivement le mécanisme instantané, celui visqueux à court terme et à plus long terme. Quand l'état de contrainte (chargement instantané) atteint la surface de charge plastique instantané, des déformations plastiques apparaît. A ce moment-là, les mécanismes visqueux ont été activés, mais ils n'ont pas suffisamment de temps pour produire des déformations viscoplastiques. Puis, avec le temps, le mécanisme « vp1 » commence de produire rapidement des déformations irréversibles plus grandes que le mécanisme « vp2 » en raison d'une viscosité moins importante (temps caractéristique plus petit). Le modèle est construit afin que les surfaces de charge visqueuses s'approchent la surface plastique instantanée selon le temps, par l'écroutissage. Le fluage est alors plutôt primaire. Comme ça, après un temps défini, la surcontrainte par rapport à la surface « vp1 » devient nulle et le fluage entre dans l'état stationnaire. Pendant ce temps, le mécanisme « vp2 » continue à évoluer et après un temps plus long, sa surface atteint aussi la surface « p ».

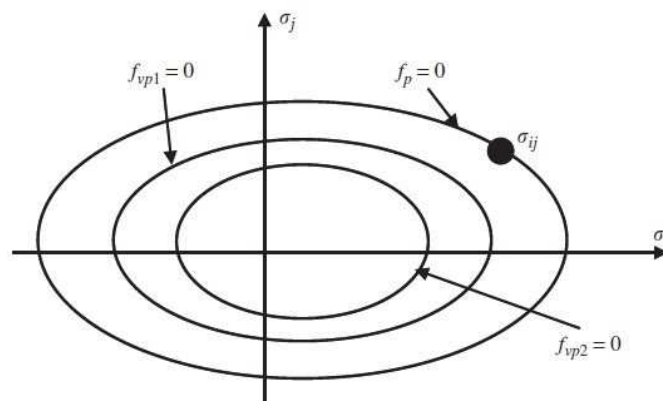


Fig 4-9. Illustration des surfaces de charge des phénomènes plastiques ayant de différents temps caractéristiques (Zhou, et al., 2008)

La prise en compte de l'endommagement dans ce modèle de (Zhang, et al., 2013) est réalisée en introduisant la variable D directement dans les paramètres des fonctions de charge et des potentiels plastiques. La formulation est faite dans l'espace de la contrainte nette et la succion. Ce modèle prend en compte également l'influence de la succion sur les caractéristiques mécaniques comme le module de compressibilité et de cisaillement, d'après les travaux expérimentaux de (Pham, 2006).

Ce modèle de (Zhang, et al., 2013) a effectivement tenu compte plusieurs particularités importantes de l'argillite. Cependant, similaire aux modèles présentés au-dessus, le couplage entre l'endommagement et les propriétés hydrauliques n'est pas encore considéré. Le comportement ne traite donc que la partie mécanique, ce qui doit être complété par la partie hydraulique pour avoir un comportement plus complet.

4.2.1.3 Modélisation phénoménologique du coulage hydromécanique-endommagement anisotrope

Il y a effectivement très peu de modèles hydromécaniques couplés à l'endommagement anisotrope pour les géomatériaux non saturés. Le premier travail qui a introduit l'endommagement anisotrope dans le comportement non saturé est peut-être (Shao, et al., 2005). Ce modèle ne s'intéresse qu'à un comportement élastique, i.e. il n'y a pas de plasticité là-dedans. Le modèle est toujours basé sur l'approche énergétique (chapitre 3), mais la formulation est un peut différente. L'énergie libre du squelette (potentiel thermodynamique) est supposée d'avoir la forme $\Psi_{sq}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi_g, \phi_w, \mathbf{D})$ et d'être décomposée en deux parties :

$$\Psi_{sq}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi_g, \phi_w, \mathbf{D}) = \Psi_{sq}^{pe}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi_g, \phi_w) + \Psi_{sq}^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}) \quad (4-57)$$

La partie poroélastique Ψ_{sq}^{pe} prend la forme connue de la poroélasticité non saturée (Coussy, 2004), tandis que la partie élastique endommageable est donnée par la forme de (Halm & Dragon, 1996) (équation (4-41)). Similaire à tous les modèles cités du début de la partie 4.2.1, l'énergie des interfaces n'est pas prise en compte. L'expression (4-57) permet de déduire facilement les équations constitutive de la loi d'état contrainte-déformation.

Un autre modèle non saturé d'endommagement anisotrope appartient de (Arson, 2009). Ce modèle vise à modéliser un comportement poroélastique non saturé endommageable non isotherme. La formulation est effectuée par le choix connu de deux variables de contraintes indépendantes : la contrainte nette et la succion. Arson a supposé une décomposition des déformations en trois partie : déformation mécanique $\boldsymbol{\varepsilon}_M$, déformation due à la succion $\boldsymbol{\varepsilon}_S = \frac{1}{3}\boldsymbol{\varepsilon}_S \boldsymbol{\delta}$ et déformation thermique $\boldsymbol{\varepsilon}_T = \frac{1}{3}\boldsymbol{\varepsilon}_T \boldsymbol{\delta}$, où les deux dernières sont isotropes. Chaque partie est ensuite supposée d'avoir deux composantes : une composante élastique récupérée sous le déchargement ($\boldsymbol{\varepsilon}_M^e, \boldsymbol{\varepsilon}_S^e, \boldsymbol{\varepsilon}_T^e$) et une composante résiduelle due à l'ouverture des fissures ($\boldsymbol{\varepsilon}_M^d, \boldsymbol{\varepsilon}_S^d, \boldsymbol{\varepsilon}_T^d$), ce qui est conformément au modèle de (Halm & Dragon, 1996) (voir la Fig 4-6).

Ce modèle est fondé principalement sur le concept d'état mécanique équivalent (Swoboda & Yang, 1999) précédemment présenté (voir la Fig 4-7). En utilisant la variable d'endommagement homogénéisée, i.e. $\mathbf{D} = \tilde{\mathbf{D}}$ et en généralisant la relation (4-42), le potentiel thermodynamique s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}_M, \boldsymbol{\varepsilon}_S, \boldsymbol{\varepsilon}_T, \mathbf{D}) = & \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_M : \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}_M + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_S C_S(\mathbf{D}) \boldsymbol{\varepsilon}_S + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_T C_T(\mathbf{D}) \boldsymbol{\varepsilon}_T \\ & - g_M \mathbf{D} : \boldsymbol{\varepsilon}_M - g_S \mathbf{D} : \boldsymbol{\varepsilon}_S - g_T \mathbf{D} : \boldsymbol{\varepsilon}_T \end{aligned} \quad (4-58)$$

Où $C_S(\mathbf{D})$ et $C_T(\mathbf{D})$ sont la rigidité endommagée liée respectivement à la succion et à l'effet thermique ; g_M , g_S et g_T sont le coefficient de contrainte résiduelle de Halm et Dragon, généralisé respectivement pour la partie mécanique, la succion et l'effet thermique. La formulation thermodynamique de (Arson, 2009) a établi ensuite les lois d'état qui s'écrit que la contrainte nette est conjuguée à $\boldsymbol{\varepsilon}_M$, la succion est conjuguée à $\boldsymbol{\varepsilon}_S$ et la force thermique est conjuguée à $\boldsymbol{\varepsilon}_T$. Ces équations d'état sont explicitées au moyen de (4-58). Le comportement de l'espace poreux (la porosité) est dérivé directement du comportement du squelette par l'hypothèse des grains incompressibles.

Comme ce modèle prend en compte la déformation résiduelle, la fonction de charge de l'endommagement reprend la forme de (Halm & Dragon, 1996) présentée dans (4-54). L'influence de l'endommagement sur la conductivité hydraulique est aussi prise en compte en se basant sur les travaux de (Shao, et al., 2005).

4.2.2 L'influence de l'endommagement sur les propriétés hydrauliques

4.2.2.1 L'influence de l'endommagement sur la rétention d'eau

Comme l'on a abordé dans les paragraphes 4.1.1 et 4.2.1.1, la fissuration modifie le réseau des pores et pourrait causer des changements sur les propriétés hydrauliques comme la rétention d'eau et la perméabilité.

Concernant la rétention d'eau, des résultats expérimentaux ont montré que la fissuration a des impacts sur la courbe de rétention (Azam, et al., 2013) (Enssle, et al., 2011). Elle peut quand même changer de « unimodal » à « bimodal », par exemple pour les sols de surface à Saskatchewan, Canada (Azam, et al., 2013). En général, il est observé que la même succion correspond à une valeur plus petite du degré de saturation. Ceci pourrait s'expliquer par le fait que la taille des fissures est quelques ordres de grandeurs plus grande que la taille des pores naturels (Maleki, 2004) (Pichler, et al., 2009) (M'Jahad, 2012) (Arson & Pereira, 2013) (Hoang, et al., 2013). La structure porale des milieux est donc plus hétérogène avec la distribution des tailles des pores PSD est généralement bimodale (Arson & Pereira, 2013). En plus, la capacité de rétention d'eau des fissures est donc moins importante que celle des pores. Cela peut être expliqué intuitivement selon la loi de Laplace (2-3), ainsi que micromécaniquement selon par exemple les travaux de (Pichler & Dormieux, 2010b). Par conséquent, l'existence des fissures facilite le drainage dans les matériaux sous des chargements hydriques.

En termes des modélisations, très peu de modèles abordent l'influence de la fissuration sur la rétention d'eau. Comme la structure porale des milieux fissurés sont bimodale, la fonction multimodale de (Durner, 1994) (équation (2-28)) peut être une suggestion pour les modélisations. Comme présenté avant (paragraphe 2.3.1.3), la formule de (Zhang & Fredlund, 2003) (équation (2-27)) a modélisé la rétention pour les roches fissurées. Dans cette modélisation de Zhang et Fredlund, la fonction de rétention est considérée comme une superposition des fonctions rétention de chaque mode dans l'espace poreux bimodal : les fissures et les pores, mais elles sont pondérées par les fractions volumiques des modes (porosité des fissures et des pores).

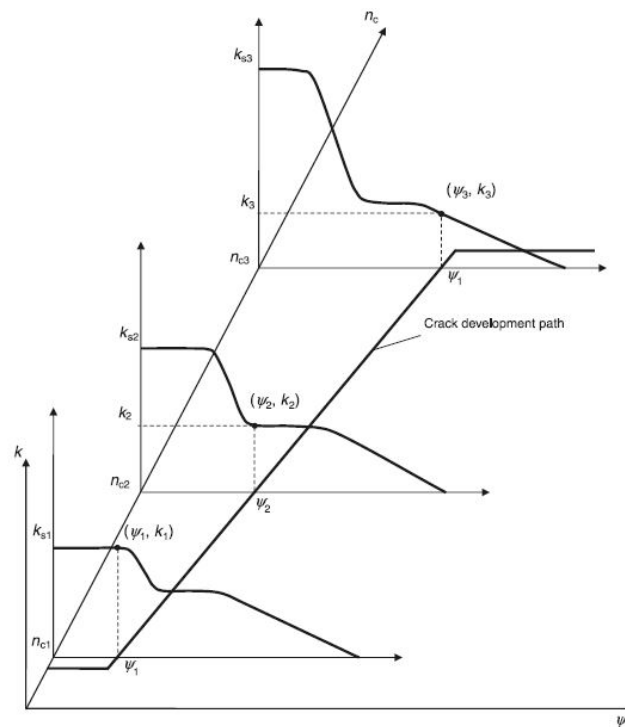


Fig 4-10. Détermination de la WRC à différents états de fissuration (Li, et al., 2011)

L'équation (2-27) de (Zhang & Fredlund, 2003), cependant, ne prend pas en compte l'évolution de l'endommagement. Elle ne peut donc pas prévoir la variation des propriétés de rétention lors des chargements qui fait évoluer l'état de fissuration des matériaux. Pour améliorer, (Li, et al., 2011) ont proposé une approche de détermination de la WRC en fonction de l'évolution du volume des fissures. La fonction de rétention est d'abord établie pour un état de référence spécifique, par la même méthode de (Zhang & Fredlund, 2003). Considérant seulement le cas où les fissures se développent *par séchage*, la relation entre le volume des fissures et la succion est ensuite établie expérimentalement et représentée dans le plan : porosité des fissures n_c – succion p_c . En se basant sur des résultats expérimentaux, Li *et al* ont supposé une forme linéaire pour cette relation. La WRC est en fin déterminée par les surfaces d'état dans l'espace : $n_c - p_c - \theta_w$ (Fig 4-10).

Il est important de remarquer que le modèle de (Li, et al., 2011) est limité à la fissuration par séchage. Dans le cas général, l'endommagement peut paraître sous différents impacts et il faut évidemment considérer le comportement mécanique pour trouver l'évolution du volume des fissures. Cela met en évidence que la modélisation de la rétention en fonction de la fissuration doit être envisagée dans le couplage avec les comportements mécaniques, ce qui est absolument difficile.

Il paraît que le modèle de (Pereira & Arson, 2013) est le seul disponible dans la littérature traitant l'influence de l'endommagement sur la WRC dans le couplage avec la loi de comportement mécanique. Les auteurs ont considéré la rétention d'eau dans les géomatériaux élastiques endommageables. Le comportement mécanique est modélisé par l'approche phénoménologique avec une variable tensorielle de deuxième ordre \mathbf{D} . Similaire au travail précédent sur la perméabilité au cas saturé (Arson & Pereira, 2013)), Pereira et Arson, dans cet article, ont supposé que la déformation totale se compose d'une partie purement élastique $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ (si l'état de fissuration reste inchangé) et d'une partie due à la croissance de la fissuration $\boldsymbol{\varepsilon}^d$. La dernière comprend la déformation résiduelle par l'ouverture irréversible des fissures (de type de (Halm & Dragon, 1996)) et la déformation due à la dégradation de la rigidité (Fig 4-11).

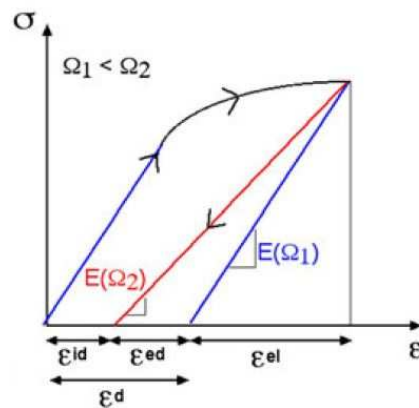


Fig 4-11. Décomposition des déformations (Arson & Pereira, 2013)

Lors d'un incrément de chargement, la loi de comportement mécanique macroscopique donne l'évolution de l'endommagement $d\mathbf{D}$ et on en déduit facilement les déformations incrémentales $d\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ et $d\boldsymbol{\varepsilon}^d$. Il est ensuite supposé que seule la déformation $d\boldsymbol{\varepsilon}^d$ est responsable du volume des fissures. On dérive donc le volume des fissures et également des pores après cet incrément de chargement, en considérant le cas où la partie solide est incompressible. Ce pas de calcul est la transition du niveau macroscopique au niveau microscopique. En utilisant le concept BCC (voir partie 2.3.1.3), les auteurs ont supposé que l'espace poral est bimodal, où la distribution probabiliste des pores est de type log-normal et celle des fissures est de type exponentiel (selon les suggestions de (Maleki, 2004)). La fonction de fréquence volumique $\chi^R(r)$ (voir le paragraphe 2.3.1.3) représentant la PSD est obtenue pour chaque mode (fissures et pores) en multipliant correspondamment ces distributions probalistes avec le nombre de des fissures N^c et des pores N^p . Le nombre des pores est en plus supposé inchangé lors du chargement. La

connaissance du volume des pores et des fissures après le chargement permet de mettre à jours les paramètres microscopiques (N^c et les paramètres des fonctions probabilistes). Finalement, la rétention d'eau est identifiée par une démarche classique du concept BCC.

Ce modèle de (Pereira & Arson, 2013) présente un chemin mixte macro-micro pour calculer la rétention d'eau. D'où, quelques commentaires peuvent être soulevés. Premièrement, malgré la présence de la succion pour la modélisation de la rétention d'eau, l'effet hydraulique (et hydrique) est totalement découplé du comportement mécanique. Ainsi, les phénomènes, comme la fissuration par les chargements hydriques, ne peut pas être pris en compte. Deuxièmement, ce modèle fournit un algorithme de calcul, mais pas une forme fonctionnelle. Autrement dit, la variable d'endommagement intervient de façon « très » implicite dans la fonction de rétention d'eau, et cela entraine des difficultés lorsqu'on considère la rétention d'eau dans le couplage hydromécanique complet. Cependant, en tous cas, ce modèle donne une idée intéressante pour les modélisations micro-macro de la rétention d'eau.

4.2.2.2 L'influence de l'endommagement sur la perméabilité à l'eau

La perméabilité affectée par l'endommagement est un sujet beaucoup exploité dans la littérature. Ce phénomène est aussi souvent observé dans les autres roches fragiles, et son origine est souvent attribuée au développement des fissures au sein des matériaux (Shao, et al., 2005). A titre d'exemple, la perméabilité de l'échantillon après la rupture lors des essais triaxiaux augmente environ 2 ordres de grandeurs pour les granites de Westerly (Mitchell & Faulkner, 2008), 2-3 ordres de grandeurs pour les granites d'Inada (Oda, et al., 2002) et les granites de Lac du Bonnet (Souley, et al., 2001), 4 ordres de grandeurs pour les roches sels (Schulze, et al., 2001).

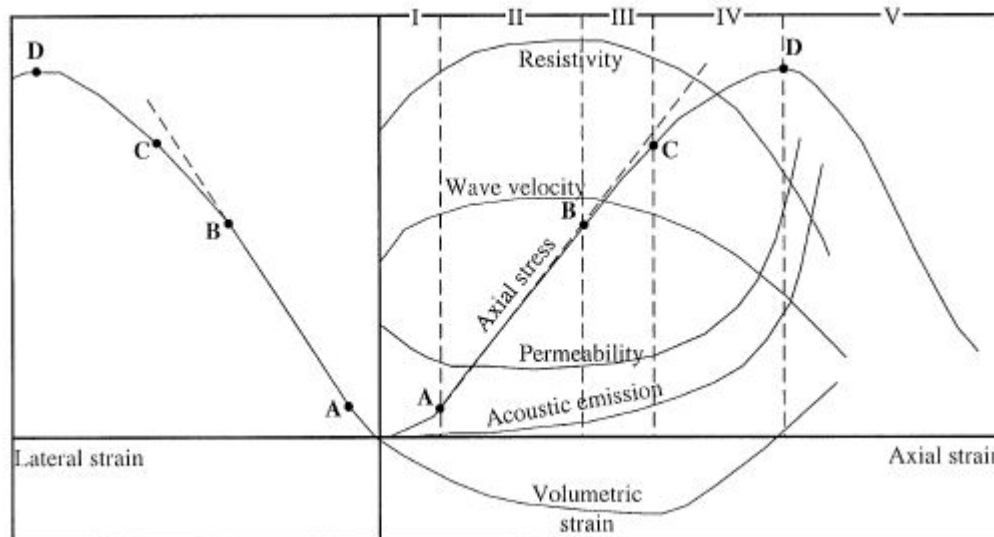


Fig 4-12. Evolution de la perméabilité lors d'un essai triaxial
(Souley, et al., 2001) adaptée de (Paterson, 1978))

L'illustration de ce phénomène est présentée dans la Fig 4-12. La perméabilité initialement diminue due à la compression des pores, reste inchangée pendant la

phase du comportement élastique (linéaire), ensuite elle augmente légèrement quand le comportement commence à être non linéaire, lié à l'endommagement induit. Lorsque la fissuration est plus importante, le comportement est fortement non linéaire, et la perméabilité augmente vite jusqu'à la rupture de l'échantillon. Cette augmentation continue pendant la phase post-pic du comportement.

Plusieurs approches ont été utilisées pour modéliser la perméabilité dans les milieux fissurés (saturés ou non saturés), comprenant l'approche empirique (Chen, et al., 2000) (Jiang, et al., 2010), l'approche statistique (Lee, et al., 1995) (Oda, et al., 2002) (Pan, et al., 2010), l'approche micromécanique (Dormieux & Kondo, 2004), ou l'approche numérique (Maleki, 2004) (Hoang, et al., 2013).

Parmi les travaux cités ci-dessus, la majorité des modèles décrivent la perméabilité à un état donné de la fissuration et la découple avec le comportement mécanique. Comme le problème de la rétention d'eau, la perméabilité devrait être considérée dans le couplage hydromécanique pour voir son évolution au cours des chargements. Dans les travaux de (Maleki & Pouya, 2010), le modèle de la perméabilité (cas saturé) est couplé au modèle élastique endommageable basé sur le modèle de (Halm & Dragon, 1996). Cette loi de comportement mécanique permet de faire lier les sollicitations avec la variable d'endommagement macroscopique \mathbf{D} . Utilisant des simulations numériques, la perméabilité est d'abord proposée en fonction du tenseur d'endommagement microscopique \mathbf{D}^{mic} de (Oda, 1984) présenté dans (4-13) (cas d'ordre 2). Ce tenseur, ainsi que le tenseur \mathbf{D} , est écrit comme un produit de sa trace et un tenseur de direction. Etudiant trois cas de chargement : compression simple, extension uniaxiale, extension isotrope, une relation linéaire entre le tenseur de direction de \mathbf{D}^{mic} et celui de \mathbf{D} est supposée. Par conséquent, l'évolution de la perméabilité des matériaux fissurés peut être dérivée pour un processus mécanique donné.

Ce modèle de (Maleki & Pouya, 2010) donne des résultats intéressants sur la relation entre la perméabilité et la fissuration (tenseur \mathbf{D}^{mic}). La relation entre le tenseur de direction de l'endommagement microscopique et macroscopique est aussi remarquable. Cependant, comme la relation entre la trace de \mathbf{D}^{mic} et \mathbf{D} n'a pas été explicitée fonctionnellement, le modèle ne fournit qu'un cadre de modélisation plutôt qu'un modèle spécifique pour les géomatériaux.

Shao *et al* (Shao, et al., 2005) a proposé un modèle micromécanique saturé de la perméabilité anisotrope, qui peut prendre en compte l'évolution de la perméabilité avec le comportement mécanique. Le modèle d'endommagement est décrit par la variable tensorielle d'ordre 2 de type (4-14). Les auteurs ont supposé que cette variable peut être également représentée selon la forme de (Lubarda & Krajcinovic, 1993) présentée dans (4-10) et (4-11). Comme le modèle a été formulé sur une variable microscopique, en fonction des rayons des fissures, un critère d'endommagement en fonction de ces rayons et de l'état de contrainte a été postulé. La loi d'état macroscopique est dérivée du potentiel thermodynamique correspondant (4-12). A partir des informations microscopiques mises à jour après

chaque chargement (application des contraintes), la variable d'endommagement peut être calculée. Parallèlement, la perméabilité (représentée par un tenseur) est supposée de se composer de deux parties : la perméabilité initiale (du matériau vierge) et la perméabilité due aux fissures. La dernière est calculée par la somme des contributions de toutes les fissures, où la contribution de chaque fissure est dérivée de l'équation (2-35) (une forme particulière de l'équation Navier-Stokes) en considérant l'écoulement dans la fissure comme l'écoulement de l'eau entre deux plans parallèles dont la distance est égale à l'ouverture de la fissure. La forme explicite est :

$$\mathbf{K}_w = \mathbf{K}_{w0} + N^f \frac{\lambda^{cd} \pi}{12} \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{4\pi} R^{cn}(\mathbf{n}) [e_f(\mathbf{n})]^3 [r(\mathbf{n})]^2 (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) d\mathcal{A} \quad (4-59)$$

Avec \mathbf{K}_{w0} est la perméabilité vierge, N^f est la densité des fissures, λ^{cd} est un coefficient tenant compte du fait que les fissures (due à la rugosité) n'est pas parfaitement conductrice, $R^{cn}(\mathbf{n})$ est un paramètre quantifiant le degré de connectivité des fissures de normale \mathbf{n} à l'ensemble du réseau conducteur, $\mathcal{A} = 4\pi$ est l'angle solide entier.

Cette approche de modélisation a été étendue pour les milieux poreux non saturés dans la thèse de doctorat de (Arson, 2009). Elle a supposé que la perméabilité relative (scalaire) ne dépend toujours que du degré de saturation. La variable d'endommagement entre seulement dans le tenseur de perméabilité intrinsèque, qui est calculé par (4-59). La différence est qu'Arson a travaillé avec la variable d'endommagement homogénéisée représentant par seulement trois familles orthogonales des fissures. L'intégral dans (4-59) a été donc remplacé par la somme de la contribution de ces trois familles.

Une autre relation entre la perméabilité et la fissuration a été établie par (Li, et al., 2009) pour le cas saturé. La perméabilité d'un matériau endommagé est proposée d'être en fonction de la porosité des fissures n_c . Ce modèle a été élargi pour les sols non saturés par (Li, et al., 2011), dans le même article abordant la modélisation de la rétention d'eau (voir le paragraphe précédent 4.2.2.1). La perméabilité, dans ce cas, est dépendante de la succion et de n_c . Par la même approche pour la rétention d'eau (voir la Fig 4-10), la perméabilité est déterminée par des surfaces d'état, mais cette fois-ci dans l'espace $n_c - p_c - k_w$.

Pereira et Arson, dans leur même recherche de la rétention d'eau (Pereira & Arson, 2013) (présentée dans la section précédente 4.2.2.1), ont proposé par la même approche la façon de calculer la perméabilité. Après avoir calculé les grandeurs macroscopiques $d\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ et $d\boldsymbol{\varepsilon}^d$, puis les informations microscopiques (volume des fissures, volume des pores, le nombre des fissures et les paramètres de la PSD), la perméabilité en est déduite par l'équation (2-43), basée toujours sur le concept BCC.

DEUXIEME PARTIE

DEVELOPPEMENT DU MODELE PPE-NS

CHAPITRE 5

Cadre général du modèle

5. CADRE GENERAL DU MODELE

5.1 Introduction du développement d'un nouveau modèle

Ce travail de thèse vise à modéliser le comportement hydromécanique des géomatériaux, surtout des roches afin d'appliquer aux argilites du COX. Pour ce faire, on résume les principales particularités des roches en général, les argilites en particulier. Ces observations expérimentales seront la base pour le développement du nouveau modèle.

5.1.1 Résultats expérimentaux essentiels des roches argileuses

L'argilite est composée de 3 types de minéraux : *les minéraux argileux*, *les tectosilicates (quartz et feldspath)* et *les carbonates (calcite)* dont la composition varie avec l'épaisseur de la couche. La composition moyenne de l'argilite du COx comporte, en termes de teneur volumique, 20 à 50% d'argile, 10 à 40% de quartz et de feldspath, 22 à 37% de carbonates et 2 à 3% de matière organique (M'Jahad, 2012). Plus précisément, les travaux de (Wang, 2012) ont montré, par la Microscopie électronique à balayage (*Scanning Electron Microscopy SEM*) que la composante solide de l'argillite est constitué d'une matrice solide continue ayant des inclusions minérales (quartz et carbonate) comme l'indique la Fig 5-1.

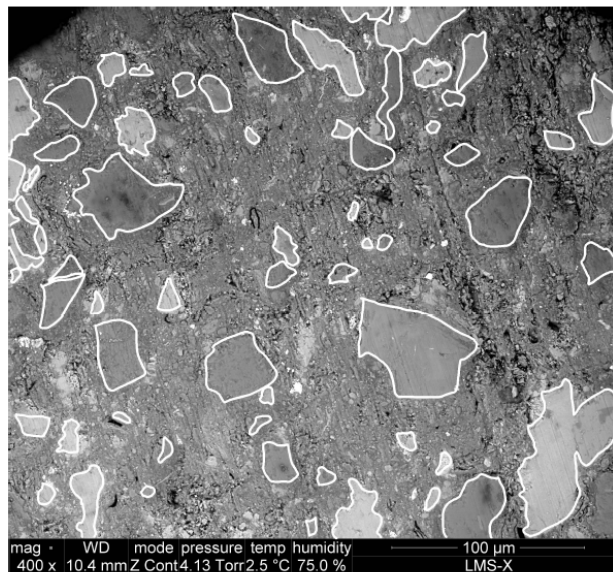


Fig 5-1. Microstructure de l'argillite COx par la SEM (Wang, 2012)

Il est rappelé qu'au niveau microscopique, l'argilite n'est pas un matériau poreux classique avec une matrice solide et un réseau poreux, mais plutôt *un matériau multi-échelles* (M'Jahad, 2012) (Cariou, et al., 2013). A l'état (relativement) intact, sa distribution de tailles des pores PSD (*Pore Size Distribution*), déterminée par la méthode de porosimétrie au mercure MIP (*Mercury Intrusion Porosimetry*), est présentée dans la Fig 5-2. Le rayon moyen des pores est d'environ 10 – 20nm.

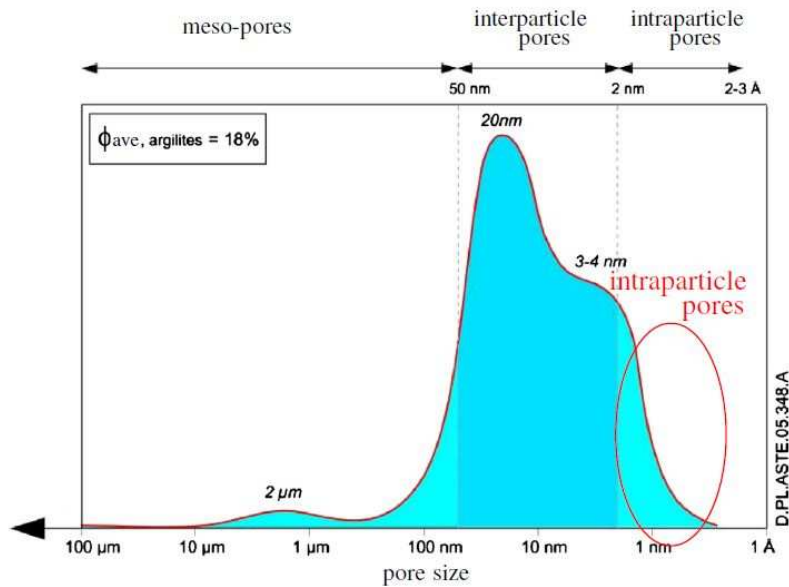


Fig 5-2. PSD de l'argilite du COx
(Cariou, et al., 2013)

Comme d'autres géomatériaux, l'eau dans l'argilite se présente sous 3 formes principales (M'Jahad, 2012) : l'eau libre, l'eau adsorbée et l'eau liée. En effet, à l'état non saturé lorsque la roche est relativement sèche, l'eau n'est retenue que dans des petits pores par l'action capillaire. Le rayon des pores naturels sont petits, de l'ordre une dizaine de nanomètres. La constitution poreuse pourrait expliquer (partiellement) une faible perméabilité dans ce matériau, de l'ordre de 10^{-20} m^2 (Charlier, et al., 2013).

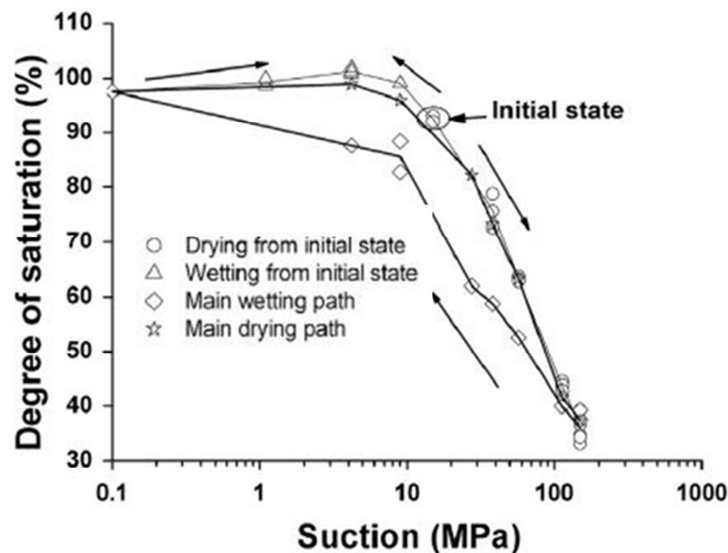


Fig 5-3. WRC de l'argilite du COx
(Wan, et al., 2013)

Comme les autres géomatériaux, le comportement hydrique des roches argileuses manifeste des hystérésis. La WRC de l'argilite du COx est montrée dans la Fig 5-3. Dans cet essai, la teneur en eau initiale mesurée est 7.3%. Généralement, à l'état

naturel (*in situ*), la teneur volumique en eau est d'environ 6-8% (Zhang, et al., 2010), et le matériau est en état quasi-saturé (avec un degré de saturation plus que 90%).

Analogue aux sols et aux autres géomatériaux poreux dont les caractéristiques sont résumées dans la section précédente, les roches ont un comportement dépendant du chemin de sollicitation (en non saturé) et exposant un renforcement sous l'effet de la succion, sur la déformabilité ainsi que la résistance. Ces caractéristiques sont expérimentalement montrées. La Fig 5-4 (Chiarelli, et al., 2003) et la Fig 5-5 (Pham, 2006) représentent des essais triaxiaux et uniaxiaux à différentes valeurs de l'humidité relative. Ils mettent en évidence que la résistance est d'autant plus élevée que l'humidité relative est faible (i.e. la succion est élevée et la teneur en eau est faible).

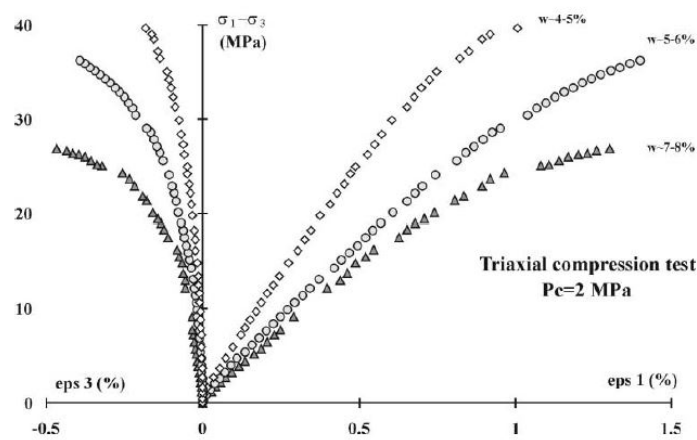


Fig 5-4. Essai triaxial à différentes teneur volumique en eau (Chiarelli, et al., 2003)

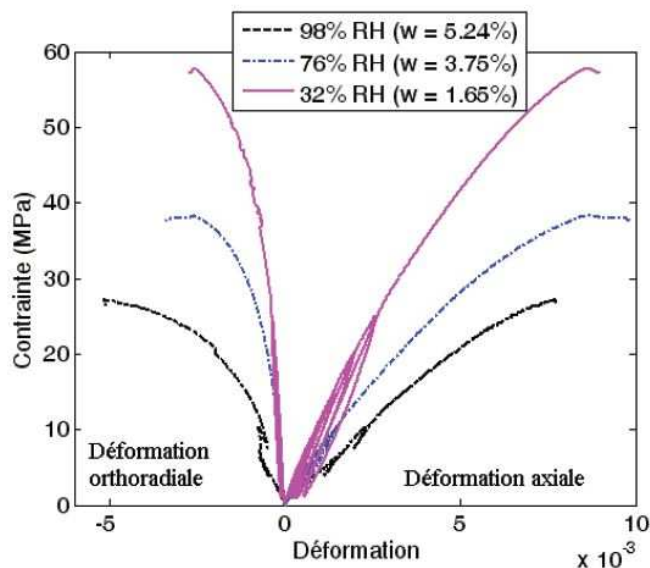


Fig 5-5. Essai uniaxial à différents RH (Pham, 2006)

Les essais de compression hydrostatique (Chiarelli, 2000) (Zhang, et al., 2010) montrent également que le comportement volumique est généralement élastique. En

plus, aucun résultat œdométrique disponible ne montre l'effondrement dans l'argilite (Moharejani, et al., 2011).

Lors des essais triaxiaux, une transition de la contractance plastique à la dilatance plastique est aussi observée, surtout proche du point de pic. La fissuration semble être responsable de cette transition, car le volume des fissures augmente.

En plus, une particularité spécifique des roches en général (argilite en particulier) est la fragilité. Cela implique que les roches sont normalement endommageable. La microfissuration dans l'argilite a été observée et démontrée dans plusieurs travaux précédents (Chiarelli, et al., 2003) (Maleki, 2004) (Zhang, et al., 2010) (M'Jahad, 2012). Les dimensions des fissures sont de l'ordre de quelques dizaines de μm (Maleki, 2004), *beaucoup plus grand que celles des pores à l'état intact*. Cependant, il n'y a pas encore une description précise sur les dimensions des fissures et les expérimentations sont toujours nécessaires dans ce domaine.

L'endommagement conduit à un adoucissement dans les roches. Cela affecte le comportement mécanique, comme indiqué dans (Chiarelli, et al., 2003). Une dégradation des propriétés élastiques de l'argilite du Cox est observée. A l'état sain, l'argilite peut être considérée comme isotrope (Zhang & Rothfuchs, 2004), bien qu'il n'y ait pas encore de consensus dans cette affirmation, car l'isotropie transverse est aussi considérée par certains auteurs, par exemple (Cariou, et al., 2013). L'anisotropie peut cependant être induite par la fissuration.

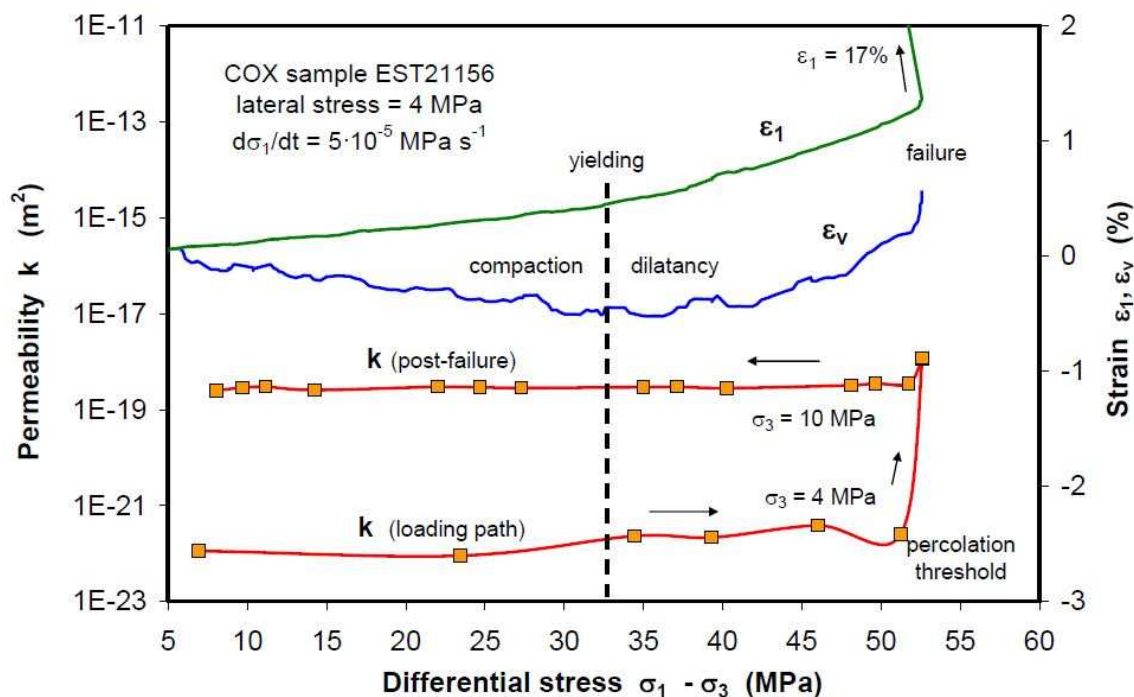


Fig 5-6. Evolution de la perméabilité pendant des essais triaxiaux (Zhang, et al., 2010)

Identique aux autres géomatériaux fragiles, à côté des caractéristiques mécaniques, les propriétés hydrauliques sont aussi affectées par l'endommagement (voir le

paragraphe 4.2.2). La perméabilité de l'argilite du COX augmente jusqu'à 3-4 ordres de grandeurs lors des essais triaxiaux, surtout après la rupture de l'échantillon (Zhang, et al., 2010). Cette évolution semble identique à l'évolution typique des roches comme présentée dans la Fig 4-12 (voir Section 4.2.2.2). En plus, elle est dépendante de la pression de confinement. A faible confinement, la variation de la perméabilité est plus visible (Fig 5-6).

Par ailleurs, une autre particularité importante dans les roches est le fluage, largement connu dans la mécanique des roches (Bérest et al, 2000). Pour l'argilite, ce phénomène est observé à travers des essais de fluage uniaxiaux ou triaxiaux (Pham, 2006) (Zhang, et al., 2010) ou des essais *in situ* (Kazmierczak, et al., 2007). Il paraît que le seuil de fluage est très petit, voir négligeable pour ce matériau, comme indiqué par (Zhang, et al., 2010) et (Pham, 2006). Ces auteurs ont également montré que la viscosité de la roche semble être indépendante des contraintes et le fluage semble insensible à la direction de sollicitation. Le dernier implique que l'anisotropie a peu d'influence sur le fluage. En plus la vitesse du fluage secondaire évolue quasi-linéairement avec la contrainte déviatorique dans les essais de fluage uniaxial.

En général, des essais de fluage classiques montrent une évolution typique de trois étapes : fluage primaire, secondaire et tertiaire. Le comportement de fluage des argilites est aussi influencé par la succion. Le seuil de fluage augmente avec la succion, alors qu'une tendance inverse est observée pour l'amplitude du fluage primaire et la vitesse du fluage secondaire. Tout cela affirme l'effet de renforcement de la succion sur le comportement mécanique du matériau, à court terme ainsi qu'à long terme.

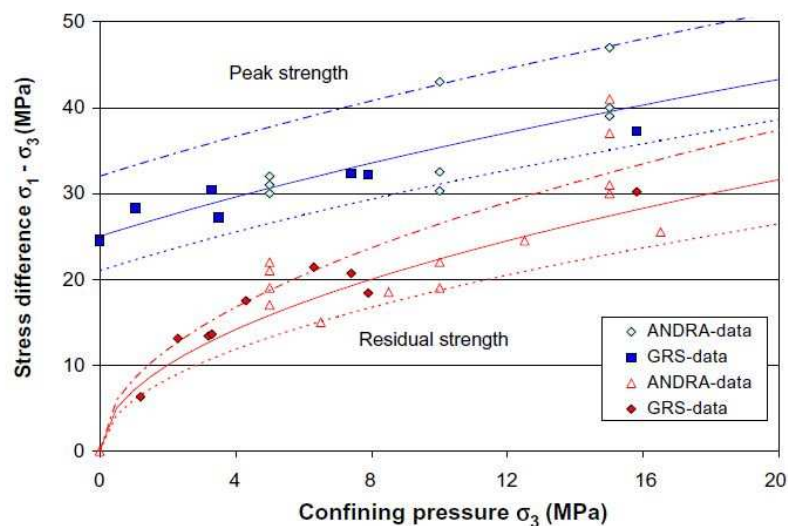


Fig 5-7. Résistance au pic et résiduelle de l'argilite du COx (Zhang & Rothfuchs, 2004)

En fin, les roches sont sensibles à la contrainte moyenne. La résistance à la compression (le pic) augmente avec la pression de confinement (Zhang, et al., 2010). Après un pic de contrainte, le comportement post-pic peut éventuellement continuer

avec une résistance résiduelle d'environ 40-50% de la résistance au pic. La Fig 5-7 montre l'évolution de ces résistances en fonction de la pression de confinement selon le critère de Hoek-Brown (Zhang & Rothfuchs, 2004).

5.1.2 Résumé des points clés sur le comportement de l'argilite

L'argilite du COX a généralement des caractéristiques semblables aux autres géomatériaux, comme présenté dans la partie 2.2.1. En plus, ce matériau possède des particularités remarquables suivantes :

- Le comportement mécanique à court terme sous chargement triaxial est typiquement élastoplastique fragile, et est sensible à la pression de confinement, qui augmente la résistance, élargit le domaine élastique et limite l'endommagement du matériau. Une transition de la contractance plastique à la dilatance plastique est observée près de la rupture des échantillons.
- Le comportement sous chargement hydrostatique est quasi élastique. Cela évoque que la plasticité n'est générée que par la contrainte déviatorique et que la surface de charge ne coupe pas l'axe de la contrainte moyenne (classiquement pour des sols, comme dans le modèle de Cam-Clay, la surface de charge rencontre cet axe à la pression de préconsolidation).
- Le comportement à long terme est viscoplastique. A l'état *naturel* (quasi saturé), le seuil de fluage est très petit, voire négligeable.
- Le comportement mécanique à court terme ainsi qu'à long terme est affecté par l'état de saturation en eau. La succion renforce la résistance à court terme, et diminue la vitesse de fluage.
- Le matériau sain est quasi-isotrope. L'anisotropie a peu d'influence sur le comportement différé.
- La structure porale à l'état intact est unimodal, avec les tailles de pores très petites, ce qui amène à une conductivité hydraulique très faible du matériau.
- Le comportement hydrique exhibe l'hystérésis capillaire. La courbe de rétention d'eau est unimodal et influencée par la porosité.
- Sous différents chargements, les fissures sont créées au sein du matériau. Elles ont les dimensions beaucoup plus grandes que les pores naturels. La PSD devient progressivement bimodale.
- Sous l'effet de l'endommagement, les caractéristiques hydrauliques sont affectées. La perméabilité augmente quelques ordres de grandeur, alors que la capacité de rétention semble diminuer. Il est à souligner que le changement de la perméabilité a été mis en évidence par des résultats expérimentaux, alors que ce n'est pas tout à fait le cas pour la rétention d'eau.

5.1.3 Problématique de la modélisation hydro-mécanique

A partir des études bibliographiques (Chapitre 1-3) et du résumé des particularités du comportement des roches argileuses ci-dessus, on constate que :

- Le comportement mécanique de l'argilite, comme beaucoup d'autres roches, peut être modélisé convenablement par un comportement élasto plastique endommageable non saturé.
- L'endommagement a non seulement de l'influence sur la partie mécanique, mais aussi la partie hydraulique du comportement.

Les couplages possibles entre les phénomènes : Comportement mécanique – Endommagement - Comportement hydraulique sont représentés dans la Fig 5-8. Ils peuvent être illustrés par les observations physiques et expérimentales ci-dessous :

- (1a) dégradation des propriétés élastiques ainsi que le seuil de plasticité dûe à la fissuration
- (1b) création et développement des fissures dûs à des évolutions mécaniques, par exemple aux déformations plastiques (Lemaitre, 1992)
- (2a) changement de la perméabilité et de la rétention d'eau dû au changement de l'espace poreux causé par fissuration
- (2b) endommagement induit par dessiccation (dû à un changement de la propriété de rétention d'eau)
- (3a) changement de la perméabilité sous le chargement mécanique (par exemple par le changement de la porosité)
- (3b) influence de l'état de saturation sur le comportement mécanique (même à la même succion) (Wheeler, et al., 2003)

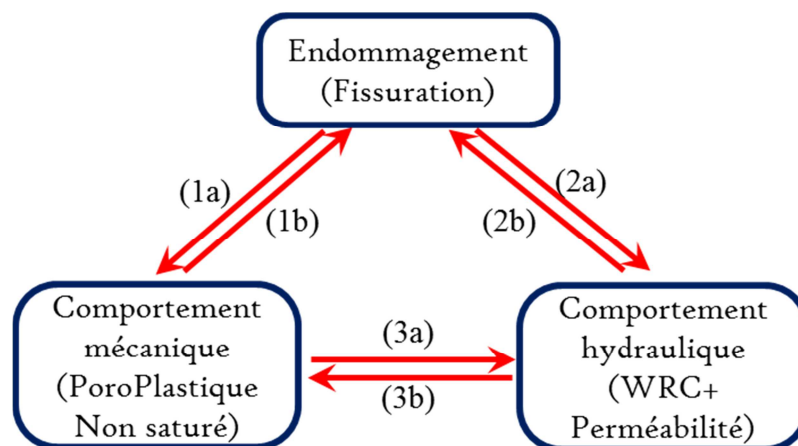


Fig 5-8. Couplages possibles entre l'endommagement, le comportement mécanique et le comportement mécanique

Par conséquent, l'étude de l'impact de l'endommagement à la fois sur le comportement mécanique et hydraulique est une tâche importante dans de nombreuses applications d'ingénierie, par exemple, l'analyse d'infiltration dans l'extraction du pétrole et du gaz et de l'ingénierie de réservoir (Li, et al., 2008) (Arson & Pereira, 2013) (Maleki & Pouya, 2010), ou l'évaluation de sécurité du stockage des déchets radioactives (voir (Souley, et al., 2001) (Peters & Klavetter, 1988) ainsi que le chapitre de l'Introduction).

Les études bibliographiques dans la Première Partie ont aussi montré que la plupart des modèles disponibles dans la littérature concentrent l'attention sur l'impact de l'endommagement soit sur les propriétés mécaniques (cas (1a) et (1b)) (Shao, et al., 2006) (Jia, et al., 2007) (Jia, et al., 2010) (Zhang, et al., 2013) (Le Pen, 2013), soit sur les propriétés hydrauliques (cas (2a) et éventuellement (2b)) (Peters & Klavetter, 1988) (Oda, et al., 2002) (Schulze, et al., 2001) (Zhang & Fredlund, 2003) (Hoang, et al., 2013), mais pas tous les deux dans un modèle entièrement couplé. En d'autres termes, il y a très peu de modèles étudiant simultanément les influences de l'endommagement sur les caractéristiques mécaniques et hydrauliques (i.e. (1) et (2) ensemble). On peut rappeler ici les travaux de (Souley, et al., 2001) (Shao, et al., 2006) (Maleki & Pouya, 2010) (Pereira & Arson, 2013), déjà présentés dans le Chapitre 4. Cependant, il est important de noter que ces contributions ne considèrent l'influence de l'endommagement que dans un modèle mécanique simple : Elastique monophasique, où les effets de succion, de pression d'eau et de plasticité ne sont pas pris en compte.

Il est aussi important de souligner que la relation (3b) est rarement considérée dans les modèles ci-dessus. C'est-à-dire seule l'influence de la partie mécanique sur la partie hydraulique est considérée. Pour être plus réaliste, un couplage fort tenant compte de l'effet bilatéral entre ces deux parties devrait être considéré.

Dans ce travail de thèse, un nouveau modèle rhéologique PoroPlastique Endommageable Non Saturé isotrope sera construit en tenant compte du couplage fort présenté ci-dessus. Ce chapitre présente le cadre théorique général du nouveau modèle développé. L'approche thermodynamique (Chapitre 3) est l'outil principal pour la modélisation. L'endommagement sera considéré dans le couplage hydromécanique par l'approche phénoménologique (thermodynamique des processus dissipatif – paragraphe 4.1.3).

5.2 Formulation thermodynamique du modèle

5.2.1 Hypothèses principales et choix des variables d'état

On admet dans un premier temps *l'hypothèse de petites perturbations (HPP)*. Cette hypothèse induit :

- de petites transformations du squelette $\|\text{grad}(u^s)\| \ll 1$
- de petits déplacements du squelette $\|u^s\|/L \ll 1$

- de petites variations de porosité $|n - n_0| \ll 1$.

On se met aussi dans le cas des *conditions isothermes*. Ces premières hypothèses sont en effet utilisées dans le Chapitre 3, qui est la base théorique de la formulation actuelle.

Le matériau est supposé de se comporter *de façon isotrope* à son état intact de référence. Cette hypothèse est acceptable au vu des observations expérimentales.

En plus, par souci de simplicité, *l'hystérésis capillaire n'est pas considérée*. Le comportement hydrique en drainage et en imbibition est supposé identique.

Il est bien connu que dans cette approche énergétique, l'état hydro-mécanique d'un milieu est totalement décrit par les variables d'état (Lemaitre & Chaboche, 2001). En poromécanique, la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$, la porosité totale ϕ et le degré de saturation S_w sont souvent utilisés comme les variables d'état observables (ou externes). Ces variables permettent de caractériser l'état déformé du squelette, l'altération de l'espace poreux et des fractions volumique de chaque constituants des phases.

Il est clair que les variables externes peuvent décrire l'état actuel du comportement mais pas son histoire passé, ce qui caractérise les phénomènes dissipatifs. Les variables internes doivent être introduites pour représenter ces deux phénomènes dissipatifs pris en compte dans ce modèle : la plasticité et l'endommagement.

Pour la plasticité, la déformation plastique $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ et la porosité plastique ϕ^p sont utilisées comme les variables internes. En supposant un écrouissage isotrope, une variable scalaire γ_p est utilisée pour décrire l'écrouissage du matériau.

À propos de l'endommagement, sa nature est physiquement attachée à l'initiation et au développement de microfissures. Or, au niveau microscopique, la variable d'endommagement est choisie de telle sorte qu'elle puisse représenter l'état de fissuration du matériau et il est généralement déduit de la distribution des fissures (paragraphe 4.1.2). Ainsi, la variable d'endommagement est généralement tensorielle. Néanmoins, ce travail met l'accent sur des couplages entre l'endommagement et le comportement hydromécanique, seul donc est considéré ici un endommagement isotrope pour des raisons de simplicité. Par conséquent, une variable interne scalaire D est utilisée pour représenter l'endommagement macroscopique.

En résumé, les variables d'état choisies sont :

- Variables observables (externes) : $\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, S_w$
- Variables internes: $\boldsymbol{\varepsilon}^p, \phi^p, \gamma_p, D$

On admet également l'hypothèse de partition (3-89) comme déjà postulée au paragraphe 3.3. Elle est rappelée comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \text{ et } \Delta\phi = \phi - \phi_0 = \phi^e + \phi^p \quad (5-1)$$

5.2.2 Formulation thermodynamique

En considérant maintenant la base thermodynamique des milieux poreux non saturés présentée dans le chapitre 3, la thermodynamique des fluides (paragraphe 3.1.3.1) et celle du squelette (paragraphe 3.1.3.2) sont toujours valable. En particulier, en considérant l'inégalité de Clausius-Duhem qui impose la non-négativité des dissipations et en limitant notre attention à la dissipation intrinsèque du squelette dans le cas isotherme, nous pouvons réécrire l'équation (3-52) comme suit :

$$\Phi_{int} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p^* \dot{\phi} - \phi p_c \dot{S}_w - \dot{\Psi}_{sq} \quad (5-2)$$

Dans cette approche, les équations constitutives sont dérivées de l'énergie libre du squelette Ψ_{sq} . On adopte toujours la séparation énergétique (3-55) $\Psi_{sq} = \psi_{so} + \phi U$, mais ici élargie pour prendre en compte à la fois la plasticité et l'endommagement.

Concrètement, on suppose que $\Psi_{sq} = \Psi_{sq}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, S_w, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \phi^p, D, \gamma_p)$, ce potentiel est donc une fonction de toutes les variables d'état, pour pouvoir tenir compte de toutes les influences des phénomènes physiques considérés.

L'état énergétique de la partie solide ψ_{so} pourrait être déduit de l'état déformé du squelette et de la partie poreuse, c'est-à-dire cette énergie dépend de la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$ et de la porosité totale ϕ , ainsi que les variations irréversibles $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ et ϕ^p . Très souvent, on suppose que l'énergie de la partie solide dépend seulement des variations réversibles $(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p)$ et $(\phi - \phi_0 - \phi^p)$, au lieu de $(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^p)$ et (ϕ, ϕ^p) .

Étant donné que le mécanisme d'écrouissage concerne physiquement la microstructure de la composante solide, γ_p devrait être une variables de ψ_{so} . Spontanément, cette énergie dépend également de la variable d'endommagement, qui est liée à l'initiation et au développement des microfissures au sein de la phase solide.

Il est bien connu que l'effet de succion n'est pas limité à la modification de l'état global de contrainte. Elle renforce en outre la structure du squelette solide par effet de collage, comme indiqué dans (Gallipoli, et al., 2003b). Dans de nombreux géomatériaux (par exemple, les roches soumises à une grande gamme de succion), l'expansion ou contractance possible de la matrice solide n'est peut-être pas négligeable lors des changements de saturation (Van Den Abeele, et al., 2002), parce que la compressibilité de la matrice solide est du même ordre que celle du milieu poreux. D'autres phénomènes complexes observés dans les géomatériaux pourraient expliquer la sensibilité à l'eau de la microstructure de la matrice solide (Montes, et al., 2004). Il semble donc physique d'affirmer que l'énergie stockée dans la matrice solide est influencée par le degré de saturation, comme précédemment supposé dans (Coussy, 2010) (Coussy, et al., 2010).

Par conséquent, nous pouvons écrire $\psi_{so} = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, S_w, D, \gamma_p)$. De toute évidence, cette déclaration couvre le cas le plus général pour la forme mathématique possible de ψ_{so} .

En termes de l'énergie des interfaces, comme l'endommagement modifie la structure poreuse du milieu (par exemple il peut créer des interfaces avec le même teneur en eau), la dépendance de U sur la variable d'endommagement semble naturel. La séparation énergétique (3-55) conduit dans ce cas (isotherme, plastique endommageable) à poser :

$$\Psi_{sq} = \psi_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, S_w, D, \gamma_p) + \phi U(\phi, S_w, D) \quad (5-3)$$

En injectant (5-3) dans (5-2), on obtient :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \pi_{eq} \dot{\phi} - \phi \left(p_c + \frac{\partial U}{\partial S_w} \right) \dot{S}_w - \frac{\partial(\phi U)}{\partial D} \dot{D} - \dot{\psi}_{so} \geq 0 \quad (5-4)$$

où la pression équivalente π_{eq} toujours définie par (3-57) est ici étendue au cas endommageable, s'écrit :

$$\pi_{eq} = p^* - \frac{\partial(\phi U)}{\partial \phi} \quad (5-5)$$

En supposant que toutes les fissures créées sont connectés au réseau poreux initial (des pores naturels), les pores et fissures forment un système poreux unique, l'analyse micromécanique de (Coussy & Dangla, 2002) présentée dans le paragraphe 3.2.3.1 reste alors applicable pour ce cas endommageable. En conséquence, la relation (3-83) est toujours valable dans cette formulation actuelle. On la réécrit :

$$\pi_{eq} = p^* - \frac{2}{3} U \quad (5-6)$$

De (5-5) et (5-6), la relation (3-84) est retrouvée pour le cas d'un matériau endommageable :

$$U(\phi, S_w, D) = \left(\frac{\phi}{\phi_r} \right)^{-1/3} U(\phi_r, S_w, D) \quad (5-7)$$

où ϕ_r est la porosité de référence. Il est alors constaté que pour trouver l'expression générale de l'énergie interfaciale, il suffit de la déterminer à la porosité de référence.

Pour obtenir une formulation cohérente avec le cadre théorique des milieux saturé, nous définissons G_s le potentiel de Gibbs associée à l'énergie libre de la phase solide $G_{so} = \psi_{so} - \pi_{eq} \phi^e$. L'inégalité (5-4) est alors transformée à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \phi^e \dot{\pi}_{eq} - \phi \left(p_c + \frac{\partial U}{\partial S_w} \right) \dot{S}_w + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \pi_{eq} \dot{\phi}^p - \frac{\partial(\phi U)}{\partial D} \dot{D} - G_{so} \geq 0 \quad (5-8)$$

En supposant que l'hystérésis capillaire est négligée, les trois premiers termes de (5-8) représentent des processus réversibles, alors que les trois prochains décrivent les évolutions irréversibles.

5.2.3 Lois d'état et lois supplémentaires

De (5-8) les lois d'état pour les évolutions réversibles sont déduites du potentiel de Gibbs comme suit :

$$p_c = -\frac{\partial U}{\partial S_w} - \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_{so}}{\partial S_w} \quad (5-9)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial G_{so}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (5-10)$$

$$\phi^e = -\frac{\partial G_{so}}{\partial \pi_{eq}} \quad (5-11)$$

Ces équations d'état (5-9)-(5-11) signifient également que G_{so} , similaire à ψ_{so} , doit être postulée comme une fonction de S_w , $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, et π_{eq} ainsi que D et γ_p . Parmi ces équations, les deux derniers définissent le comportement poroélastique, alors que le premier décrit l'évolution de la pression capillaire p_c avec le degré de saturation S_w (courbe de rétention WRC) prenant en compte d'autres impacts, tels que les déformations du squelette, la porosité et l'endommagement. Ce dernier est l'un des points clés de l'étude et sera examiné plus détaillé dans le chapitre suivant.

Ces équations sont supposées d'être aussi valables pour les évolutions irréversibles (Coussy, 2004). L'inégalité (5-8) se réduit alors à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \pi_{eq} \dot{\phi}^p + Y_d : \dot{D} + \alpha_p : \dot{\gamma}_p \geq 0 \quad (5-12)$$

Ici, Y_d et α_p sont les forces thermodynamiques associées aux variable d'endommagement et d'écrouissage, définies par :

$$Y_d = -\frac{\partial(G_{so} + \phi U)}{\partial D} = -\frac{\partial(\psi_{sq} - \pi_{eq} \phi^e)}{\partial D} \quad (5-13)$$

$$\alpha_p = -\frac{\partial G_{so}}{\partial \gamma_p} \quad (5-14)$$

On trouve que : $\boldsymbol{\sigma}$, ϕ^e , α_p sont déterminés à travers *le potentiel de Gibbs de la partie solide* ($\psi_{so} - \pi_{eq} \phi^e$), alors que Y_d est déterminé par *le potentiel de Gibbs du squelette* ($\psi_{sq} - \pi \phi^e$). Cela vient de l'hypothèse que les changements de la pression des fluides, des déformations et de l'écrouissage sont des phénomènes propres à la partie solide, tandis que l'endommagement influence aussi la matrice solide que les interfaces.

Pour satisfaire la condition thermodynamique (5-12), on suit la méthode présentée dans le paragraphe 3.3 : construire un potentiel de pseudo-dissipation convexe, non-négative φ^* en fonction des variables conjuguées $\boldsymbol{\sigma}$, π_{eq} , Y_d , α_p et éventuellement des variables d'état $\boldsymbol{\varepsilon}^p$, ϕ^p , D , γ_p , S_w qui interviennent comme les paramètres de la fonction. Etant donné qu'il est généralement difficile d'évaluer la porosité plastique, l'hypothèse suivante est adoptée (Coussy, 2004) :

$$\phi^p = b_{pl} \epsilon^p \quad (5-15)$$

Où b_{pl} est un paramètre matériel et $\epsilon^p = tr(\boldsymbol{\epsilon}^p)$ est la déformation volumique viscoplastique. Dû à cette hypothèse, l'inégalité (5-12) devient :

$$\boldsymbol{\sigma}^{pl} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p + Y_d : \dot{D} + \alpha_p : \dot{\gamma}_p \geq 0 \quad (5-16)$$

où le tenseur de contraintes effectives plastiques $\boldsymbol{\sigma}^{pl}$ est défini comme

$$\boldsymbol{\sigma}^{pl} = \boldsymbol{\sigma} + b_{pl} \pi_{eq} \boldsymbol{\delta} \quad (5-17)$$

On constate que cette variable de l'état de contrainte a la forme semblable à la contrainte effective de Biot dans les milieux saturés (2-8) (dans le cas isotrope). En général, il n'existe aucune évidence d'une relation directe entre b_{pl} et le coefficient de Biot b_0 , sauf dans certains cas particuliers, par exemple lorsque la matrice solide est plastiquement incompressible par rapport au milieu poreux où nous avons $\phi^p = \epsilon^p$ et $b_{pl} = b_0 = 1$. Dans ce cas, la contrainte effective plastique se réduit à $\boldsymbol{\sigma} + \pi_{eq} \boldsymbol{\delta}$, qui devient la contrainte effective de Bishop (2-9) lorsque $U = 0$. En d'autres termes, la prise en compte de l'énergie interfaciale rend la formulation plus générale que celle classique de Bishops.

De (5-16), le potentiel de pseudo de dissipation φ^* pourrait être construit en fonction de la contrainte effective plastique, c'est-à-dire $\varphi^* = \varphi^*(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, Y_d, \alpha_p; \boldsymbol{\epsilon}^p, D, \gamma_p, S_w)$. Par souci de simplicité, nous adoptons une autre hypothèse sur le découplage entre les deux mécanismes de dissipation : la plasticité et l'endommagement. En d'autres termes, nous écrivons :

$$\varphi^* = \varphi_p^*(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; \boldsymbol{\epsilon}^p, D, \gamma_p, S_w) + \varphi_d^*(Y_d; D, S_w) \quad (5-18)$$

Les lois complémentaires pour les évolutions irréversibles sont ensuite dérivées de ce potentiel de dissipation :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \frac{\partial \varphi_p^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \quad (5-19)$$

$$\dot{\gamma}_p = \frac{\partial \varphi_p^*}{\partial \alpha_p} \quad (5-20)$$

$$\dot{D} = \frac{\partial \varphi_d^*}{\partial Y_d} \quad (5-21)$$

L'équation (5-19) décrit l'évolution de la vitesse des déformations plastiques, (5-20) montre la loi d'érouissage, tandis que (5-21) représente l'évolution de l'endommagement.

5.2.4 Quelques commentaires sur cette formulation thermodynamique

La loi de comportement est totalement définie par l'évolution de la pression capillaire (ou propriété de rétention d'eau) (5-9), les lois d'état (5-10) et (5-11) (équations poro-élastiques), et les lois complémentaires (5-19)-(5-21) (effets

dissipatifs: plasticité et endommagement), à condition que la forme mathématique de l'énergie des interfaces U , du potentiel de Gibbs G_s et du potentiel de dissipation φ_p^* et φ_d^* sont connus.

Cette formulation énergétique suggère que la fonction de rétention d'eau (5-9) est influencée par la déformation, la porosité et l'endommagement. On peut voir aussi que l'énergie des interfaces joue le rôle de liaison entre partie hydraulique et la partie mécanique du comportement, parce qu'elle intervient à la fois dans la relation de rétention (5-9) et dans la contrainte effective plastique (via la pression interstitielle équivalente) (5-17) qui gouverne la loi de comportement. Autrement dit, cette énergie peut rendre compte du *couplage bilatéral* entre la partie hydraulique et la partie mécanique.

Elle suggère aussi que le potentiel de Gibbs dépend généralement de l'état de fissuration et de la saturation. Ainsi, l'endommagement et la saturation d'eau devraient s'impliquer dans les paramètres poro-élastiques du modèle. Le premier est souvent considéré dans les modélisations de l'endommagement, tandis que le dernier est très rarement mentionné dans la littérature (un seul exemple trouvé est le modèle de (Zhang, et al., 2013)). En effet, la majorité des modèles existants supposent une indépendance des modules élastiques avec la saturation ou la succion, ce qui semble acceptable pour les sols, mais parfois est contradictoire avec les résultats expérimentaux des roches (Chiarelli, 2000) (Pham, 2006). Cette formulation présentée plus haut a montré que nous pouvons modéliser ce phénomène d'une façon thermodynamiquement cohérente.

En outre, le fait que les potentiels de dissipation dépendent de S_w permettra de modéliser l'effet de saturation par une variable additionnelle indépendante de la contrainte effective. Cela pourrait justifier que l'approche de l'utilisation d'une variable de contrainte effective en parallèle à une deuxième variable représentant l'état de saturation (Paragraphe 2.2.2.3) est conformément avec les principes fondamentaux de la thermodynamique.

Dans les chapitres suivants, nous allons étudier les formes spécifiques des fonctions énergétiques pour le comportement des roches, surtout pour l'argilite du COX.

CHAPITRE 6

**Modélisation de la partie
hydraulique**

6. MODELISATION DE LA PARTIE HYDRAULIQUE

Dans ce chapitre, une étude sur les propriétés hydrauliques des milieux poreux non saturés fissurés sera présentée. Il est à rappeler que l'énergie interfaciale est liée non seulement à la courbe de rétention d'eau, mais aussi au comportement mécanique à travers la pression équivalente. Sa détermination sera donc importante et sera également étudiée dans ce chapitre.

6.1 Modélisation de la WRC et de l'énergie des interfaces

6.1.1 Hypothèses principales

La modélisation des propriétés de transfert dont l'étude bibliographique a été présentée dans le chapitre 2 (paragraphe 2.3) est généralement basée sur des hypothèses de la géométrie de l'espace poreux. Dans ce modèle actuel, s'appuyant sur des résultats expérimentaux de l'argilite et des géomatériaux similaires (roches fragiles ou semi-fragiles), les hypothèses suivantes sont adoptées :

- (1) *Toutes les cavités interstitielles, comprenant à la fois les pores naturels et les fissures générées lors des chargements, sont connectées et forment un espace poreux unique.* Cette hypothèse permet aussi de relier les données expérimentales de PSD tirées des essais (par exemple MIP...) à la géométrie de l'espace poreux.
- (2) *Les deux types de vides composant l'espace poreux : les pores naturels et les microfissures, ont la géométrie cylindrique.* Cette hypothèse est largement utilisée et permet d'appliquer le concept de BCC et des résultats déjà obtenus.
- (3) *Les vides sont soit remplis d'eau soit d'air.* Celle-ci est aussi conforme au concept de BCC.
- (4) *La taille des fissures est un ou plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle des pores naturels et le matériau est considéré comme un milieu de double porosité.* Cette hypothèse a été largement utilisée pour géomatériaux fracturées (Peters & Klavetter, 1988) (Pereira & Arson, 2013) (Zhang & Chen, 2005). Elle est aussi conforme aux observations expérimentales sur les argilites résumées dans le chapitre précédent (paragraphe 5.1.2)
- (5) *L'espace poreux est totalement rempli d'eau à succion nulle (ou très petite) et totalement rempli par l'air à grande succion élevée.* Cela amène à poser $S_r = 0$ et $S_s = 1$. Cette hypothèse n'est pas toujours valable avec une succion d'entrée d'air élevée, mais permet de simplifier un problème compliqué avec de nombreux couplages.

A partir de ces hypothèses, on en déduit que la géométrie de l'espace poral est semblable à celle classiquement décrite dans le concept de BCC, mais avec une distribution de tailles des pores de type bimodal. En plus, avec ces hypothèses, le

degré de saturation effectif S^* se confond avec le degré de saturation en eau liquide S_w .

Dans la suite, on considère la relation de rétention d'eau d'abord du point de vue macroscopique (en suivant les développements énergétiques dans le chapitre précédent), ensuite du point de vue microscopique en se basant sur les hypothèses géométriques ci-dessus.

6.1.2 Formulation énergétique de la fonction de rétention d'eau et l'influence de la porosité

La fonction de rétention d'eau est déterminée via l'équation (5-9) qui montre que son identification demande la connaissance de l'énergie des interfaces et du potentiel de Gibbs. En conséquence, elle est également influencée par des effets mécaniques qui se produisent au sein du squelette solide. La modification du degré de saturation peut provoquer non seulement le changement de la répartition spatiale de l'état hydrique et de la courbure des interfaces, mais également la déformation du squelette solide.

Cependant, dans le cas général, il est considéré que la contribution du potentiel de Gibbs à la propriété de rétention n'est généralement pas important. Dans la pratique, le degré de saturation ou la succion intervient dans l'énergie de Gibbs via les propriétés poro-élastiques (Coussy, 2010). Par conséquent, en vertu de l'hypothèses de petites perturbations, la dérivée partielle du potentiel thermodynamique par rapport à S_w implique des termes pratiquement négligeables (par exemple $(\epsilon^e)^2$ ou $(e_{ij}^e)^2$) (Coussy, 2010). L'influence du deuxième terme sur le côté droit de (5-9) semble être seulement remarquable à une basse gamme de la succion (ce qui est le côté gauche de (5-9)) et peut être négligé pour la fourchette principale considérée de valeur de la succion.

Néanmoins, il semble difficile de parvenir à une telle conclusion sans tenir compte de chaque cas particulier. Par souci de simplicité, dans ce travail, on admet l'hypothèse que : « G_{so} ne dépend pas de S_w » couramment adopté dans les modélisations des géomatériaux. Avec cette hypothèse, (5-9) se réduit, sans aucune autre considération, à :

$$p_c = - \frac{\partial U(\phi, S_w, D)}{\partial S_w} \quad (6-1)$$

Autrement dit, la fonction de rétention est liée exclusivement à l'énergie interfaciale dans ce modèle. En outre, compte tenu de choix des variables indépendantes de l'énergie interfaciale $U = U(\phi, S_w, D)$, la pression capillaire dépend non seulement du degré de saturation, mais également de la porosité et de la variable d'endommagement $p_c = p_c(\phi, S_w, D)$. C'est-à-dire que la fonction de rétention ou la WRC, à travers l'énergie interfaciale, dépend à la fois de la porosité et surtout de l'endommagement. Compte tenu des hypothèses et discussions précédentes,

l'énergie interfaciale peut être exprimée suivant la fonction de rétention à travers une relation intégrale simple :

$$U = \int_{S_w}^1 p_c(\phi, \tilde{s}_w, D) d\tilde{s}_w \quad (6-2)$$

avec \tilde{s}_w est la variable d'intégration.

L'équation (6-1) et (6-2) soulignent que la connaissance de la WRC dans le cas général (à toute porosité et à tout état de fissuration) conduit à la détermination de l'énergie interfaciale. Inversement, la WRC peut être identifiée si l'énergie interfaciale est connue. En outre, nous tirons à partir de l'expression (5-7) sur la relation entre l'énergie des interfaces avec la porosité, et la relation d'état (6-1) :

$$p_c(\phi, S_w, D) = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-1/3} p_c(\phi_r, S_w, D) \quad (6-3)$$

Cette dernière équation, qui résulte de l'analyse thermodynamique, montre comment la porosité influe le comportement de rétention d'eau. On observe que l'influence de la porosité est découplée d'autres effets (endommagement, degré de saturation) ; de ce constat, il suffit d'étudier la fonction de rétention d'eau à la porosité de référence.

Il est à noter que la prise en compte de la porosité à travers le terme $\left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-1/3}$ dans la fonction de rétention d'eau (6-3) a été mentionnée dans les travaux précédents (Grgic, et al., 2005). L'exposant $(-1/3)$ garantit la cohérence thermodynamique, mais semble trop restrictif pour décrire la propriété de rétention d'eau. Par conséquent, l'expression suivante est proposée comme une généralisation de (6-3) :

$$p_c(\phi, S_w, D) = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-h_p} p_c(\phi_r, S_w, D) \quad (6-4)$$

où h_p est un paramètre du modèle, à déterminer par expériences, qui évalue l'influence de la porosité sur la rétention d'eau. Notons qu'ici, la porosité intervient dans la WRC de la façon identique que (Jacinto, et al., 2009).

Pour être compatible avec (6-2), la relation (5-7) doit être modifiée comme suit :

$$U(\phi, S_w, D) = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-h_p} U(\phi_r, S_w, D) \quad (6-5)$$

Il ne reste qu'à étudier la fonction de rétention d'eau et l'énergie des interfaces à une porosité de référence constante.

6.1.3 Fonction de rétention d'eau des milieux fissurés à porosité de référence

Les hypothèses précédentes permettent de considérer la PSD des géomatériaux fissurés comme continue et bimodale. En utilisant le concept BCC présenté dans la

partie 2.3.1.3, la fonction de rétention d'eau pour les milieux fissurés est étendue ci-après.

Avec l'hypothèse que $S_r = 0$, on peut écrire (2-24) comme suit :

$$\theta_w(R) = \int_{R_{min}}^R \chi^R(r) dr \quad (6-6)$$

Comme $S_s = 1$ on dérive que $\theta_w(R_{max}) = \phi$. Autrement dit l'air du diagramme de la PSD (voir partie 2.3.1.3) $A^{PSD} = \phi$. Comme $S^* = S_w$, (2-26) peut être modifiée de façon suivante :

$$\theta_w(p_c) = \int_{p_c}^{p_{cmax}} \chi^p(p) dp \quad (6-7)$$

Avec p est la variable d'intégration, $\chi^p(p) = \chi^R \left(\frac{A_{cap}}{p} \right) \frac{A_{cap}}{p^2}$ comme définie dans (2-26), p_{cmax} est la valeur maximum de la succion, correspondant au pore le plus petit : $p_{cmax} = \frac{A_{cap}}{R_{min}}$. En adoptant une hypothèse supplémentaire que $R_{min} \rightarrow 0$, on a $p_{cmax} \rightarrow \infty$, c'est-à-dire la succion peut varier dans une fourchette de valeur très large.

De (6-7), on peut définir une fonction dite de PSD $g(p)$ telle que:

$$S_w(p_c) = \int_{p_c}^{\infty} g(p) dp \quad (6-8)$$

On trouve que $g(p) = \frac{\chi^p(p)}{\phi}$. Il est aisé de voir que : $S_w(p_{cmin}) = S_s = 1$. En effet, la valeur minimum de la succion p_{cmin} peut être confondue à la succion d'entrée d'air p_{ae} .

L'équation (6-8) montre que la fonction de rétention $S_w(p_c)$ pourrait être obtenue si la fonction de PSD $g(p)$, déduite de la fonction de distribution statistique de la PSD $\chi^R(r)$. Inversement, la fonction de PSD peut être aussi déduite lorsqu'on connaît préalablement la fonction de rétention d'eau selon l'équation suivante :

$$g(p_c) = -\frac{\partial S_w(p_c)}{\partial p_c} \quad (6-9)$$

Considérons maintenant un milieu fissuré (bimodal). Supposant que la fonction de PSD de chaque mode du milieu (pores préexistants et fissures) est $g_p(p)$ (pour pores) et $g_c(p)$ (pour fissures). Par la même démarche, le résultat suivant est obtenu :

$$S_w(p_c) = \frac{\phi_p}{\phi_r} \int_{p_c}^{\infty} g_p(p) dp + \frac{\phi_c}{\phi_r} \int_{p_c}^{\infty} g_c(p) dp \quad (6-10)$$

où ϕ_p et ϕ_c sont les porosities partielles du mode "pore" et du mode "fissure", satisfaisant $\phi_p + \phi_c = \phi_r$. Utilisant (6-8), cette dernière équation peut s'écrire :

$$S_w(p_c) = \frac{\phi_p}{\phi_r} S_{w1}(p_c) + \frac{\phi_c}{\phi_r} S_{w2}(p_c) \quad (6-11)$$

où $S_{w1}(p_c)$ et $S_{w2}(p_c)$ sont respectivement la fonction unimodale de rétention d'eau pour chaque mode « pore » et « fissure ».

Le dernier résultat est construit à l'aide de l'analyse de la structure microscopique de l'espace poreux des milieux fissurés. Plus général, en élargissant (6-10) et en s'inspirant des travaux de (Durner, 1994) (l'expression (2-28)), l'équation suivante est postulée :

$$S_w(p_c) = (1 - h_d) S_{w1}(p_c) + h_d S_{w2}(p_c) \quad (6-12)$$

où h_d est un facteur de pondération pour le mode de fissures, remplissant la condition $0 \leq h_d \leq 1$. En général h_d doit être considéré comme un paramètre empirique.

L'équation (6-12) est valable pour tout état donné de fissuration et elle dispose d'une fonction de rétention bimodale à une valeur constante de la variable d'endommagement. Néanmoins, lorsque l'endommagement évolue (l'état de fissuration change), le facteur de pondération et la PSD pour chaque mode ainsi que chaque fonction unimodale de rétention d'eau vont changer. Autrement dit, h_d , S_{w1} et S_{w2} devraient être en fonction de l'état de fissuration.

Par souci de simplicité, nous supposons que la PSD partielle de chaque mode reste inchangée lorsque l'état de fissuration évolue, donc les fonctions S_{w1} et S_{w2} ne dépendent pas de variable d'endommagement. Par contre, h_d est supposé dépendre de l'état de fissuration du matériau.

On suppose que l'évolution de la variable d'endommagement macroscopique peut refléter les principaux effets hydromécaniques dus au développement des fissures. En réalité, les phénomènes physiques peuvent être plus complexe (dans certains cas, de nouvelles fissures créées pourraient être trop petites pour affecter réellement le comportement macroscopique, ou dans d'autres cas, ils sont isolés de sorte que leur contribution à la conductivité hydraulique est négligeable). La variable d'endommagement macroscopique est supposée être en mesure de tenir compte des changements de la microstructure et surtout de leurs conséquences sur les propriétés hydromécaniques. Cette hypothèse permet de représenter les effets de fissuration sur les fonctions hydrauliques utilisant la variable d'endommagement macroscopique D . Plus précisément, le facteur de pondération est une fonction de la variable d'endommagement, c'est à dire $h_d = h_d(D)$.

Cette fonction $h_d(D)$ est importante pour évaluer la WRC des milieux fissurés. Cependant, il est à noter que cette fonction modélise la partie hydraulique via une variable d'endommagement phénoménologique. Comme cette variable macroscopique D est gouvernée par des lois d'évolution hydromécanique complexes, elle ne peut pas être déterminée à ce stade, quand le comportement mécanique n'est pas encore précisé. *Elle ne pourra être déterminée que dans le chapitre suivant, après la formulation du comportement mécanique.*

La fonction de rétention d'eau est ensuite mathématiquement réécrite à partir de (6-12) :

$$f(p_c, D) = [1 - h_d(D)]S_{w1}(p_c) + h_d(D)S_{w2}(p_c) \quad (6-13)$$

où $f(p_c, D)$ représente la fonction de rétention d'eau à la porosité de référence (i.e. le cas non déformable). En d'autres termes, on a $f(p_c, D) = p_c(\phi_r, S_w, D)$ et la fonction de rétention dans le cas général (déformable) peut être déduite à l'aide de (6-4) et (6-13).

6.1.4 Expression de l'énergie des interfaces

A la porosité de référence, l'énergie des interfaces peut se réduire de (6-2) :

$$U_r = U(\phi_r, S_w, D) = \int_{S_w}^1 p_c(S_w, D) ds_w \quad (6-14)$$

Cette définition est opérationnelle à condition que la fonction $p_c = p_c(S_w, D)$ soit connue.

Toutefois, nous n'avons pour l'instant que la fonction de rétention sous la forme $S_w(p_c, D) = f(p_c, D)$ (équation (6-13)). Il faut donc déterminer la fonction inverse $p_c = f^{(-1)}(S_w, D)$, en résolvant l'équation $S_w = f(p_c, D)$.

En effet, la fonction $f(p_c, D)$ est définie à partir des fonctions $h_d(D)$, $S_{w1}(p_c)$ et $S_{w2}(p_c)$. Au vu des formes possibles de $S_{w1}(p_c)$ et $S_{w2}(p_c)$ ainsi que les fonctions de PSD dans la littérature, la fonction $f(p_c, D)$ est généralement complexe. Une solution explicite de l'équation $S_w = f(p_c, D)$ selon la variable p_c semble impossible.

Par conséquent, on suit plutôt une approche indirecte pour calculer l'énergie interfaciale. On utilise alors une intégration par parties sur l'équation (6-14). Notant que $p_c = 0$ lorsque $S_w = 1$, il vient :

$$U_r = -p_c S_w + \int_0^{p_c} f(p, D) dp \quad (6-15)$$

Cette formule (6-15) peut être illustrée sur la Fig 6-1, dans laquelle la courbe bleue représente la WRC, correspondant à une fonction $S_w(p_c)$ ou de manière équivalente $p_c(S_w)$ à un état donné de D et à la porosité de référence. L'énergie interfaciale, défini dans (6-14) comme l'intégrale de S_w à 1 de $p_c(S_w)$, pourrait être

calculée comme étant l'excédent de l'intégrale de S_w à p_c de $S_w(p_c)$ (zone verte) sur le produit $p_c S_w$ (rectangle rempli par des lignes horizontales en pointillés).

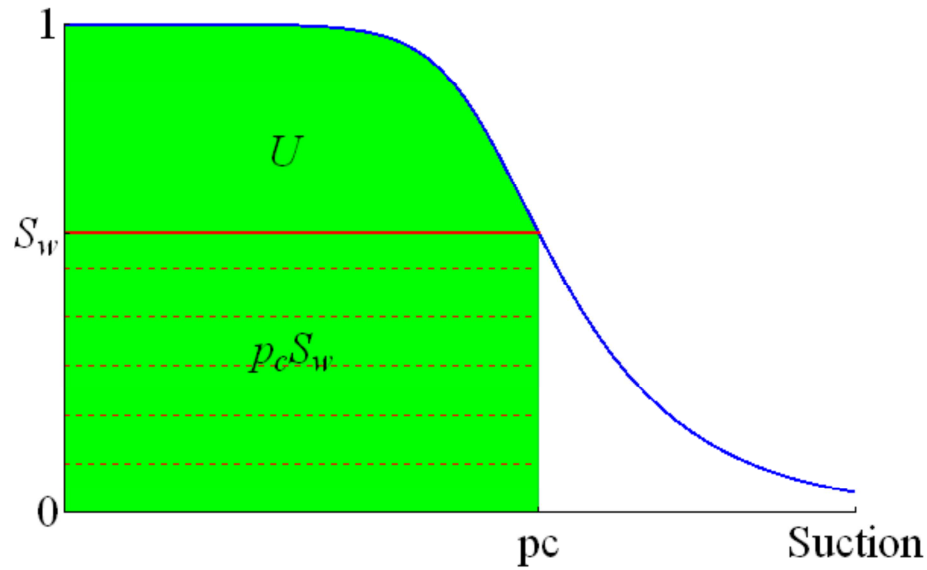


Fig 6-1. Identification de l'énergie des interfaces par intégral par parties

On observe que dans (6-15), l'énergie des interfaces est représentée par une forme explicite, mais par la pression capillaire à la place du degré de saturation. En fait, comme l'hystérésis capillaire est négligée, il existe une bijection entre p_c et S_w . Cela permet de représenter tous les champs hydromécaniques en fonction de la succion au lieu du degré de saturation. En d'autres termes, le choix entre la pression capillaire ou le degré de saturation comme une variable d'état est tout à fait arbitraire et équivalent.

Utilisant (6-5) et (6-15), l'énergie des interfaces est ensuite exprimée par :

$$U(\phi, p_c, D) = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-h_p} \left(-S_w p_c + \int_0^{p_c} f(p, D) dp\right) \quad (6-16)$$

6.1.5 Fonction de rétention d'eau des milieux fissurés à porosité quelconque

Après l'obtention de la forme analytique de U dans le cas général, il est également intéressant de généraliser la fonction de rétention d'eau pour le cas général déformable. Cela pourrait nous aider à élucider l'impact de l'endommagement et de la porosité sur la WRC.

En outre, la forme générale de la fonction de rétention joue un rôle dans la procédure de calcul. En effet, certaines quantités dans notre modèle de comportement sont formulées en fonction du degré de saturation, tandis que d'autres sont représentées suivant la variable de la pression capillaire. La relation entre la succion et le degré de saturation est donc nécessaire pour l'implémentation du modèle. Pour ce faire, la relation (6-13) sera généralisée pour toute valeur de la porosité pour obtenir la forme $S_w = S_w(\phi, p_c, D)$.

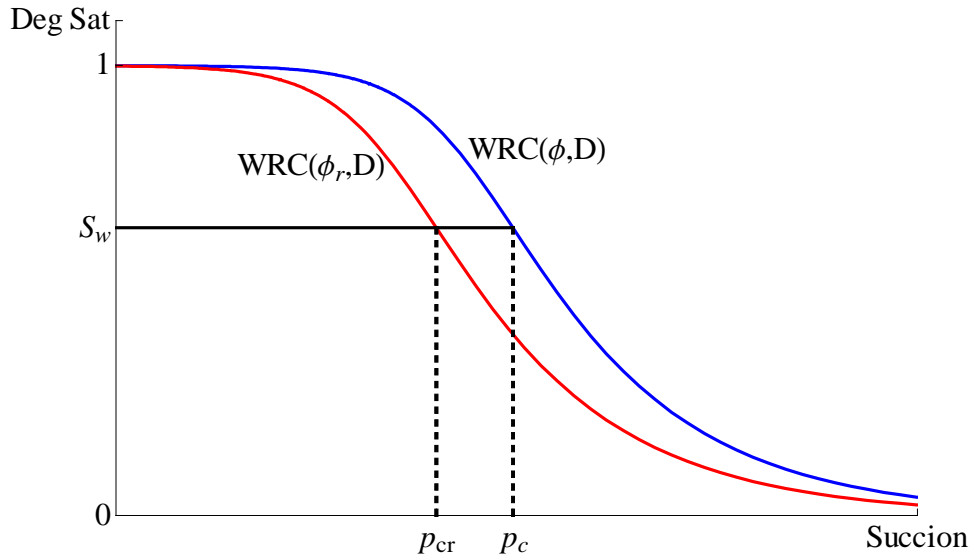


Fig 6-2. Identification de la WRC à une porosité quelconque

La procédure de généralisation est illustrée dans la Fig 6-2, dans laquelle la courbe de rétention à l'état de référence ϕ_r et à une porosité quelconque ϕ . Ces WRCs sont représentées comme des fonctions de entre p_c et S_w . Remarquons que ces deux WRC sont tracées à un même état de fissuration (même valeur de D). Alors une valeur quelconque du degré de saturation S_w correspond à une valeur p_c en confrontant sur la WRC(ϕ, D). En considérant la WRC(ϕ_r, D), cette même valeur du degré de saturation correspond à une autre valeur p_{cr} de la succion. Il est à noter que WRC(ϕ_r, D) est représentée par la fonction $f(p_c, D)$ définie à l'état de référence (équation (6-13)). Autrement dit, une valeur S_w peut être évaluée par deux méthodes :

$$S_w = S_w(\phi, p_c, D) = f(p_c, D). \quad (6-17)$$

Inversement, la succion peut aussi être représentée comme une fonction du degré de saturation : $p_c = p_c(\phi, S_w, D)$. Identiquement on a $p_{cr} = p_c(\phi_r, S_w, D)$. A partir de (6-4), on en déduit que :

$$p_{cr} = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{h_p} p_c \quad (6-18)$$

On peut donc écrire la fonction de rétention selon (6-17) et (6-18) comme suit :

$$S_w = S_w(\phi, p_c, D) = f\left(\left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{h_p} p_c, D\right) \quad (6-19)$$

La dernière équation nous donne la WRC dans le cas général, à tout état de fissuration et à toute porosité.

6.2 Modélisation des lois de transfert

A part la propriété de rétention d'eau, les lois de transfert sont également très importantes pour le comportement hydraulique des géomatériaux non saturés. Elles ont été résumées dans le paragraphe 2.3.2. Dans la suite, on va les étendre pour le cas des milieux fracturés.

6.2.1 Lois de transfert de l'eau liquide et de l'air gazeux

On rappelle ici les lois de transfert de l'eau liquide et de l'air gazeux, élargies pour le cas endommageable. On suppose deux hypothèses que : **le changement de phase liquide-gazeuse est négligé.**

A partir de ces deux hypothèses, le gaz est donc considéré comme homogène et n'a pas de vapeur d'eau. La loi de Fick (2-54) n'est donc pas nécessaire.

La loi de transfert de l'air est rappelée à partir de la loi de Darcy (2-49) :

$$\mathbf{v}_g^D = -K_g \mathbf{grad}(H_g) \quad (6-20)$$

Avec H_g est la charge gazeuse et K_g est la perméabilité au gaz, calculée par (voir (2-50)) :

$$K_g = \frac{\rho_g g}{\eta_g} K_{rg} K_{int} \quad (6-21)$$

Avec la perméabilité intrinsèque K_{int} dépendant de la structure porale du matériau, et la perméabilité relative K_{rg} en fonction du degré de saturation du gaz.

La loi de transfert de l'eau liquide est aussi gouvernée par la loi de Darcy :

$$\mathbf{v}_w^D = -K_w \mathbf{grad}(H_w) \quad (6-22)$$

Avec H_w est la charge hydraulique et K_w est la perméabilité à l'eau liquide, calculée par (voir (2-32)) :

$$K_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} K_{rw} K_{int} \quad (6-23)$$

où K_{rw} est la perméabilité relative à l'eau.

Il est important de remarquer que (6-21) et (6-23) sont basées sur la notion de la perméabilité intrinsèque, qui dépend seulement de la structure du matériau poreux et est indépendante du fluide considéré. Cela conduit au fait que la perméabilité intrinsèque peut être mesurée (ou calculée) soit pour l'eau à saturation complète, ou pour l'air à l'état totalement sec. Un tel concept n'est pas tout à fait expérimentalement vérifié. A titre d'exemple pour les argillites de COX, la perméabilité à l'eau à saturation complète est deux ordres de grandeurs de moins que celle à l'air à l'état totalement sec (Cariou, et al., 2012) (Charlier, et al., 2013). Par conséquent, il vaut mieux d'introduire la perméabilité « saturée » à chaque fluide

(Charlier, et al., 2013), à la place de la perméabilité intrinsèque. On réécrit les fonctions de perméabilité (6-21) et (6-23) comme suit :

$$K_g = \frac{\rho_g g}{\eta_g} K_{rg} K_{sg} \quad (6-24)$$

$$K_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} K_{rw} K_{sw} \quad (6-25)$$

où la perméabilité K_{sg} et K_{sw} sont les fonctions de perméabilité à l'état où le gaz et l'eau sature complètement le matériau.

En définissant la conductivité gazeuse et hydraulique :

$$\lambda_g = \frac{1}{\eta_g} K_{rg} K_{int} \quad (6-26)$$

$$\lambda_w = \frac{1}{\eta_w} K_{rw} K_{sw} \quad (6-27)$$

Et en supposant que les masses volumiques intrinsèques des fluides sont homogènes $\mathbf{grad}(\rho_w) = \mathbf{grad}(\rho_g) = \mathbf{0}$, une autre écriture des lois de transfert (6-20) et (6-22) est :

$$\mathbf{v}_g^D = -\lambda_g \mathbf{grad}(p_g + \rho_g g z) \quad (6-28)$$

$$\mathbf{v}_w^D = -\lambda_w \mathbf{grad}(p_w + \rho_w g z) \quad (6-29)$$

La modélisation des lois de transfert dans les milieux poreux fissurés revient à la modélisation de ces perméabilités en fonction de l'endommagement.

6.2.2 Modélisation de la perméabilité à l'eau

La WRC a été modélisée par le concept de BCC dans le paragraphe précédent. Cette méthode statistique sera aussi utilisée pour les perméabilités. Une telle modélisation permettra de construire un modèle hydraulique cohérent et unifié. Cette approche a été résumée dans (Mualem & Dagan, 1978). Toutes les hypothèses présentées ci-dessus sont toujours valables.

Similaire aux principes présentés dans le chapitre 2, chaque pore individuel est vu comme un tube dans lequel l'écoulement d'eau obéit la loi de Poiseuille (2-36) :

$$v_p = -\frac{1}{8} \frac{r^2}{\eta_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (6-30)$$

Où r est le rayon du pore, et le coefficient $\frac{1}{8}$ représente l'effet de la géométrie du pore (un cylindre dans ce cas).

On considère maintenant un incrément Δx d'un milieu poreux. Cet incrément est limité par deux faces parallèles qui sont normales à la direction de l'écoulement. Par le concept de BCC, cette configuration actuelle de cet incrément peut être représentée de façon équivalente par des pores cylindriques parallèles (comprenant

des pores préexistants et des fissures). Considérant un rayon r d'une face de l'incrément et un rayon r de l'autre face de cet incrément. La contribution à l'écoulement à travers l'incrément Δx due à la connexion entre des pores de rayon $r \rightarrow r + dr$ de la première face et ceux de rayon $r \rightarrow dr$ est calculée en se basant sur (6-30) :

$$d\mathcal{V}_P = -F_{Sw} r_e^2 a_e dr dr \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (6-31)$$

Avec F_{ws} (*shape factor*) est un coefficient prenant en compte les effets qui ne sont pas considérés dans la configuration conceptuelle : la géométrie (plus complexe que les cylindres), la connectivité globale (pas simplement les pores parallèles) et la tortuosité de l'espace poral. En outre, la perméabilité semble dépendre des interactions entre la matrice solide et le fluide, que seule la viscosité dynamique ne peut pas totalement représenter. Par conséquent, on suppose que F_{ws} prend en compte aussi cet effet, et il dépend aussi du fluide considéré. Ainsi, on le note par l'indice «ws» pour montrer qu'il s'agit du coefficient pour le cas de l'eau.

Dans (6-31) $a_e = a_e(r, r, \theta_w)$ est « l'air effectif » de cette contribution de l'écoulement, représentant la probabilité de connexion entre un pore de rayon r et un pore de rayon r (dans ces deux faces de l'incrément Δx), de sorte que $a_e dr dr$ est l'air total de l'écoulement (incrémental) ; r_e est le rayon « effectif » hydraulique, c'est-à-dire le rayon hydraulique d'un pore capillaire équivalent quand on remplace ces pores connectés (réels) par ce pore. Le dernier devrait être en fonction des rayons r et r , ainsi que le teneur en eau $r_e = r_e(r, r, \theta_w)$. En supposant que le gradient hydraulique local est uniforme et donc égal à celui global, le débit total est calculé par :

$$\mathcal{V}_P = -F_{Sw} \left(\iint_{\substack{\text{pores} \\ \text{saturés}}} r_e^2 a_e dr dr \right) \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (6-32)$$

Où le terme « pores saturés » est compris comme les pores remplis par l'eau. En comparant (6-20) avec (6-32) la perméabilité à l'eau peut être calculée par :

$$K_w = F_{Sw} \left(\iint_{\substack{\text{pores} \\ \text{saturés}}} r_e^2 a_e dr dr \right) \quad (6-33)$$

Les modèles statistiques se distinguent principalement par la façon d'évaluation les quantités a_e et r_e . Ces différentes formes dans de différents modèles ont été résumées par (Mualem & Dagan, 1978).

Dans ce chapitre on suit la méthode de (Mualem, 1976) pour modéliser les fonctions de conductivités. Supposant un caractère aléatoire complet entre des pores de deux côtés de l'incrément Δx , et remarquant qu'avec le concept de BCC, la fréquence volumique se confond à la fréquence surfacique $\chi^R(r)$

$$a_e(r, r, \theta_w) = a_w(\theta_w) \chi^R(r) \chi^R(r) \quad (6-34)$$

Où $a_w(\theta_w)$ représente la corrélation partielle sous l'effet de la saturation partielle, supposée de dépendre seulement de θ_w (Mualem, 1976). Il est à noter qu'à saturation complète, $a_w(\theta_w)$ devrait être unité.

Cette forme (6-34) est plus générale que celle présentée dans le chapitre 2 (modèle de (Purcell, 1949)). Il est prouvé (Mualem, 1976) que (6-34) est valable si l'incrément du milieu poreux considéré est beaucoup plus grand que les dimensions des pores, c'est-à-dire $\Delta x \gg R_{max}$.

Dans le modèle de (Mualem, 1976), en supposant une configuration spécifique de la géométrie des pores, où le r_e est le rayon équivalent d'un paire des tubes capillaires dont la longueur est proportionnelle au rayon, la forme suivante est trouvée pour le rayon effectif :

$$r_e = \sqrt{r r} \quad (6-35)$$

Injectant (6-34) et (6-35) dans (6-33), on obtient la perméabilité à l'eau :

$$K_w = F_{sw} a_w(\theta_w) \left(\int \chi^R(r) r dr \right) \left(\int \chi^R(r) r dr \right) \quad (6-36)$$

En appliquant (2-23) and remarquant que $\chi^R(r) dr = d\theta_w$, la dernière equation devient :

$$K_w = F_{ws} a_w(\theta_w) A_{cap}^2 \phi^2 \left(\int_0^{s_w} \frac{1}{p_c} ds_w \right)^2 \quad (6-37)$$

où s_w est la variable d'intégration (de degré de saturation). Dans cette équation, la succion s'écrit comme une fonction du degré de saturation. La perméabilité saturée à l'eau est déduite en remplissant la condition $S_w = 1$:

$$K_{sw} = F_{ws} A_{cap}^2 \phi^2 \left(\int_0^1 \frac{1}{p_c} ds_w \right)^2 \quad (6-38)$$

Dans cette dernière équation, il se rend compte que :

- Le terme ϕ^2 représente l'influence de la porosité sur la perméabilité. De façon *implicite*, ce terme représente aussi l'influence de l'endommagement.
- Le terme $\left(\int_0^1 \frac{1}{p_c} ds_w \right)^2$ représente l'influence de la PSD. Il est rappelé que dans notre modèle hydraulique (préalablement appliqué à la WRC), la PSD est fortement affectée par l'endommagement. Concrètement, p_c est en fonction de la variable d'endommagement et de la porosité. Ça signifie que ce terme montre de façon *explicite* l'influence le l'endommagement sur la perméabilité intrinsèque.

- Le coefficient F_{wS} , comme précédemment indiqué, prend en compte l'influence la géométrie, la connectivité, la tortuosité, et l'effet d'interaction entre fluide et solide sur la perméabilité du milieu poreux. Quand la fissuration a lieu, la probabilité de connexion entre les pores pourra augmenter. Il est donc physique de faire dépendre ce coefficient de la variable d'endommagement. Pourtant, dans ce travail, par souci de simplicité, ce facteur est supposé indépendant de l'endommagement et il est donc considéré comme un constant du matériau.

L'équation (6-38) permet de calculer la fonction de perméabilité intrinsèque à partir des données de la WRC sous la forme $p_c = p_c(\phi, S_w, D)$ (par une intégrale selon la variable de degré de saturation). Comme mentionné avant, une telle représentation fonctionnelle est très compliquée. En effet, seule la fonction de type $S_w = S_w(\phi, p_c, D)$ est obtenue (l'équation (6-19)). Ainsi, l'équation (6-38) est représentée de façon équivalente comme suit :

$$K_{sw}(\phi, D) = F_{wS} A_{cap}^2 \phi^2 \left(\int_{\infty}^0 \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2 \quad (6-39)$$

où p est la variable d'intégration de succion, à la place de celle de degré de saturation. Il se rend compte que la perméabilité intrinsèque dépend de deux variables d'état : la porosité et l'endommagement.

A partir de (6-37) et (6-39), en supposant que $a_w(\theta_w)$ est une fonction puissance du degré de saturation (voir (Burdine, 1953) et (Mualem, 1976)), la perméabilité relative à l'eau est exprimée par la fonction suivante :

$$K_{rw}(\phi, p_c, D) = S_w^{h_{tw}} \frac{\left(\int_{\infty}^{p_c} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2}{\left(\int_{\infty}^0 \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2} \quad (6-40)$$

avec h_{tw} est un paramètre matériel, tenant compte de l'effet de tortuosité des pores remplis par l'eau.

6.2.3 Modélisation de la perméabilité au gaz

La même démarche est applicable à la perméabilité à l'air. Dans ce cas, l'équation (6-33) est réécrite en prenant l'intégration sur les pores remplis par le gaz :

$$K_g = F_{gS} \left(\iint_{\substack{\text{pores} \\ \text{non saturés}}} r_e^2 a_e dr dr \right) \quad (6-41)$$

Le terme « pores non saturés » est compris comme les pores remplis par l'air. Le coefficient F_{gS} représente les mêmes effets que F_{wS} , mais dans le cas où le fluide considéré est le gaz. En outre, dans ce problème de transport de l'air, la fonction

représentant la corrélation partielle sous l'effet de la saturation partielle de gaz devrait plutôt être en fonction de degré de saturation d'air $(1 - S_w)$, c'est-à-dire on a $\alpha_g = \alpha_g(1 - S_w)$. En plus, à saturation complète de l'air $S_w = 0$, ce terme doit être unité, i.e. $\alpha_g(1) = 1$.

La démarche de calcul ci-dessus amène alors à la même équation que (6-39) :

$$K_{sg}(\phi, D) = F_{gs} A_{cap}^2 \phi^2 \left(\int_{\infty}^0 \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2 \quad (6-42)$$

Il est remarqué que cette perméabilité saturée au gaz est généralement différent de celle à l'eau, en raison de la différence entre F_{gs} et F_{ws} . Cela est plus réaliste que le concept de perméabilité intrinsèque. Comme ces coefficients n'interviennent que dans les conductivités à l'état de référence et donc ils peuvent être calibrés des résultats expérimentaux.

En plus, il est important de noter que cette étude met accent sur le changement de la perméabilité dû à la fissuration. Cet impact est pris en compte à travers la fonction de rétention d'eau $S_w(\phi, p_c, D)$ dans (6-39) et (6-42).

En supposant également une forme puissance de la fonction $\alpha_g(1 - S_w)$, la perméabilité relative à l'air ensuite déduite :

$$K_{rg}(\phi, p_c, D) = (1 - S_w)^{h_{tg}} \frac{\left(\int_{p_c}^0 \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2}{\left(\int_{\infty}^0 \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2} \quad (6-43)$$

où h_{tg} est un paramètre tenant compte de l'effet de tortuosité des pores remplis par l'air.

Il est observé que les perméabilités (6-39), (6-40), (6-42) et (6-43) sont dépendantes de l'endommagement. Ceci correspond aux observations physiques car ces perméabilités dépendent de la structure de l'espace poreux total ainsi que l'espace poreux connecté rempli par le fluide (Coussy, 2004) (Romero, et al., 1999), ce qui est modifié quand l'endommagement se produit.

Il est à noter que tous les effets de l'endommagement sur la WRC et sur les perméabilités sont introduits exclusivement par la fonction $h_d(D)$, introduite dans (6-13). En d'autres termes, cette fonction est le pont entre les effets mécaniques et hydrauliques en raison de l'endommagement. Une autre remarque est que le terme sous intégrale dans les formules de perméabilité (6-39), (6-40), (6-42) et (6-43) peut être indéterminé lorsque la variable d'intégration est nulle $p = 0$. Afin d'assurer la convergence des calculs, l'intégration doit être effectuée à partir d'une petite valeur (positive) de la pression d'entrée d'air p_{ce} , au lieu de partir de zéro (Vogel, et al., 2001) (Schaap & Van Genuchten, 2006). Cette valeur sera discutée ultérieurement dans le chapitre 8.

CHAPITRE 7

Modélisation de la partie mécanique

7. MODELISATION DE LA PARTIE MECANIQUE

Le comportement hydraulique et l'énergie interfaciale ont été traités dans le dernier chapitre. Le comportement mécanique sera présenté ici. Il est important de souligner que la particularité principale de cette méthode de modélisation proposée dans ce travail de thèse est l'influence simultanée de l'endommagement sur la partie mécanique et celle hydraulique, ainsi que le lien bilatéral entre ces deux parties. L'utilisation de la même approche de la modélisation, le couplage entre le modèle hydraulique décrit précédemment avec d'autres modèles mécaniques peuvent être effectués selon des procédures similaires.

7.1 Formulation concrète de la partie mécanique

Comme mentionné précédemment, le modèle rhéologique développé ici vise spécifiquement à décrire le comportement des roches, surtout de l'argilite du COX. En se basant sur les remarques des résultats expérimentaux (paragraphe 5.1.1 et 5.1.2), un modèle poro-élastoplastique endommageable non saturé semble pouvoir décrire correctement le comportement du matériau, au moins à court terme. Comme les roches dans des structures souterraines sont généralement soumises à des contraintes de compression (Shao, et al., 2006) (Shao & Rudnicki, 2000), ce modèle mécanique proposé ci-après est conçu pour caractériser le comportement essentiellement sous ce type de chargement. Ce modèle est inspiré des travaux précédents sur le comportement mécanique des argilites (Shao, et al., 2006) (Jia, et al., 2007) (Jia, et al., 2010).

Comme déjà dit dans le chapitre 5, le comportement mécanique du matériau peut être modélisé en étudiant les potentiels G_s , φ_p^* et φ_d^* . Ces fonctions énergétiques seront analysées dans la suite.

7.1.1 Potentiel de Gibbs - Equations poro-élastiques

D'abord, on rappelle que le potentiel de Gibbs $G_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi_{eq}, D, V_k, S_w)$ a été supposé de ne pas dépendre du degré de saturation, comme énoncé dans le paragraphe 6.1.2 dans le chapitre précédent. C'est-à-dire on peut écrire $G_{so} = G_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi_{eq}, D, V_k)$.

Ensuite, pour simplifier, on suppose un découplage entre l'effet de la plasticité et celui des autres phénomènes (déformations élastiques, pressions d'eau et de gaz) :

$$G_{so}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi_{eq}, D, V_k) = G_{so}^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi_{eq}, D) + G_{so}^2(V_k, D) \quad (7-1)$$

Cette hypothèse simplificatrice est classique et a été aussi utilisée dans des travaux précédents (Shao, et al., 2006) (Dufour, 2012). Elle nous permet de déduire les lois d'état (5-10) et (5-11) seulement par le potentiel de Gibbs des milieux poreux élastique endommageable non saturé $G_{so}^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi_{eq}, D)$. Dans ce travail, le potentiel de Gibbs des milieux isotropes non saturés (équations (3-74)-(3-76), ou voir dans (Coussy, 2004)) est étendu pour le cas endommageable. En tenant compte des valeurs initiales non nulles des contraintes, de la pression équivalente et de la

porosité, notées respectivement par σ_0 , π_0 et ϕ_0 , cette partie du potentiel de Gibbs G_{So}^1 peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} G_{So}^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \pi_{eq}, D) &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbb{C}(D) : \boldsymbol{\varepsilon}^e - (b(D)\pi_{eq} - b_0\pi_{eq0})\varepsilon^e - \frac{1}{2}\beta(D)\pi_{eq}^2 \\ &+ \sigma_0 : \boldsymbol{\varepsilon}^e - \phi_0\pi_{eq} + \beta_0\pi_{eq0}\pi_{eq} - \frac{1}{2}\beta_0\pi_{eq0}^2 \end{aligned} \quad (7-2)$$

Où $\mathbb{C}(D)$, $b(D)$ et $\beta(D)$ sont respectivement le tensor de rigidité, le coefficient de Biot et le coefficient de compressibilité des pores des milieux fissurés.

Le tensor de rigidité des matériaux endommagés est ensuite décomposable en deux parties, une sphérique et une déviatorique :

$$\mathbb{C}(D) = 3K(D)\mathbb{J} + 2G(D)\mathbb{K} \quad (7-3)$$

Où \mathbb{K} et \mathbb{J} sont la partie déviatorique et isotrope du tensor d'identité d'ordre 4, définies par :

$$\mathbb{J} = \frac{1}{3} \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta}; \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}; \quad \mathbb{I}_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (7-4)$$

On rappelle que \mathbb{I} et $\boldsymbol{\delta}$ sont les tenseurs d'identité de quatrième et de second ordre, respectivement. Dans (7-3), $K(D)$ et $G(D)$ sont le module de compressibilité et de cisaillement des matériaux fissurés, étant en fonction de la variable d'endommagement. Ils seront définis ultérieurement.

L'expression (7-2) du potentiel de Gibbs permet de préciser les équations d'état (5-10) et (5-11) :

$$\sigma - \sigma_0 = K(D)\varepsilon^e - b(D)\pi_{eq} + b_0\pi_{eq0} \quad (7-5)$$

$$\mathbf{s} - \mathbf{s}_0 = 2G(D)\mathbf{e}^e \quad (7-6)$$

$$(\phi - \phi_0)^e = b(D)\varepsilon^e + \beta(D)\pi_{eq} - \beta_0\pi_{eq0} \quad (7-7)$$

Ces équations sont effectivement une extension des équations d'état des milieux non saturés isotrope (3-74)-(3-76), pour le cas isotherme et en prenant en compte l'influence de l'endommagement. Dans ces équations, notons que σ est la contrainte moyenne, \mathbf{s} le tenseur deviateur des contraintes, \mathbf{e}^e le tenseur deviateur des déformations élastiques, et que toutes des indices $_0$ dénote les valeurs initiales.

Finalement, pour compléter les relations (7-5)-(7-7), il reste la préciser les formes explicites des paramètres hydromécaniques $K(D)$, $G(D)$, $b(D)$ et $\beta(D)$. Pour ce faire, on utilisera un des principes d'équivalence (voir la section 4.1.3.3). Le concept d'équivalence en déformation PED, qui a été validé dans les modèles d'endommagement isotrope, sera utilisé. Les expressions simples suivantes sont proposées pour les modules de compressibilité et de cisaillement :

$$K(D) = K_0(1 - D) \quad (7-8)$$

$$G(D) = G_0(1 - D) \quad (7-9)$$

Avec K_0 et G_0 sont le module de compressibilité et de cisaillement du matériau intact en condition drainée, défini à travers le module de Young E_0 et le coefficient de Poisson ν_0 comme dans (3-73). Il est à noter que ce travail concentre essentiellement sur les couplages endommagement-hydraulique-mécanique, l'effet unilatéral de la fermeture des fissures (Halm & Dragon, 1996) (Zhu, et al., 2008) est donc négligé.

Pour les paramètres de couplage hydromécanique $b(D)$ et $\beta(D)$, on va les étendre au cas endommageable en utilisant (7-8) et leur définitions représentées dans (3-77). En effet, le coefficient de Biot, selon (3-77), indique le rapport entre la compressibilité du milieu poreux et celle de la phase solide. En même temp, Le paramètre β relie la variation des pressions interstitielles à celle de la porosité à déformation constante (compressibilité des pores). Ceci est physiquement dû à la compressibilité des grains solides, et mathématiquement (voir (3-77)) au coefficient de Biot. On suppose que la fissuration change le comportement du matériau poreux dans son ensemble, mais n'affecte pas celui de la matrice solide. En conséquence, la compressibilité de la phase sodie K_s est insensible à l'endommagement. Par contre, la compressibilité du milieu poreux est influencée par l'endommagement selon la relation (7-8). On a donc :

$$b(D) = 1 - \frac{K(D)}{K_s} = 1 - \frac{K_0}{K_s}(1 - D) \quad (7-10)$$

Par conséquent, la compressibilité des pores est calculée par :

$$\beta(D) = \frac{b(D) - \phi_0}{K_s} \quad (7-11)$$

Ces expressions sont cohérentes avec celles proposées par (Shao, 1998), mais simplifiées pour le cas isotrope.

7.1.2 Potentiel de dissipation plastique - Lois d'évolutions

7.1.2.1 Introduction

Les évolutions plastiques (5-19) et (5-20) sont déduites de la connaissance du potentiel de dissipation plastique $\varphi_p^*(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; \boldsymbol{\varepsilon}^p, D, \gamma_p, S_w)$. On suppose aussi que les évolutions plastiques ne dépendent pas de l'état de saturation partielle qu'à travers la contrainte effective plastique $\boldsymbol{\sigma}^{pl}$.

Comme déjà introduit dans le chapitre 3 (partie 3.3.2), le mécanisme élastoplastique est considéré comme instantané et le potentiel de dissipation n'est pas dérivable. Ainsi, les équations plastiques ne peuvent pas être déduites directement de φ_p^* . Selon la théorie introduite dans le paragraphe 3.3.2, une fonction de critère plastique $F_p(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; \boldsymbol{\varepsilon}^p, D, \gamma_p)$, une fonction d'écrouissage α_p et un potentiel

plastique $G_p(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; \boldsymbol{\varepsilon}^p, D, \gamma_p)$ sont postulés, à la place du seul potentiel de dissipation φ_p^* .

Il est à noter que ces fonctions (fonction de charge et potentiel plastique) ne dépendent pas explicitement du degré de saturation ou de succion ; l'état de saturation partielle n'intervient que via la contrainte effective plastique. Ça signifie que le comportement est essentiellement gouverné par une seule variable de contrainte effective. En effet, une telle formulation est généralement insuffisante pour modéliser le comportement des géomatériaux soumis à un chargement hydromécanique quelconque, l'utilisation d'une deuxième variable de contrainte, prenant en compte de l'état de saturation, est généralement préconisée. Néanmoins, cette prise en compte pourrait être négligée due à deux raisons suivantes :

- Pour l'argilite de COX, les résultats expérimentaux (résumés dans 5.1.2) ont montré un comportement plutôt élastique sous le chargement isotrope. En plus, l'effondrement n'a pas encore été démontré sous chargement hydrique. Par conséquent, si l'on considère par exemple la succion comme une autre variable de contrainte comme dans le modèle de (Alonso, et al., 1990), l'existence de la ligne LC (voir Fig 2-16) est discutable. Comme l'existence de la ligne SI est aussi discutable (voir paragraphe 2.2.2), on pourrait se permettre de ne pas considérer cette deuxième variable.
- La non prise en compte de la deuxième variable est donc une hypothèse pour diminuer la complexité du modèle. En outre, on s'intéresse, dans les essais au laboratoire ainsi que dans les applications d'ingénierie (voir les chapitres 8 et 10), notamment le chemin de chargement purement mécanique sans variation de la succion. On se limite dans ce travail à ce type de chargement.

Ces arguments ci-dessus nous permettent de considérer seulement le comportement sous chargement purement mécanique gouverné par une variable de contrainte effective plastique.

7.1.2.2 Formulation spécifique

Dans ce travail, on choisit d'abord la variable d'érouissage isotrope. Basé sur les travaux précédents (Chiarelli, et al., 2003) (Jia, et al., 2007) (Conil, et al., 2004), la distorsion plastique généralisée est choisie selon l'expression suivante :

$$\gamma_p = \int_0^t \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}{\xi_p} d\tau; d\gamma_p = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} d\boldsymbol{\varepsilon}^p : d\boldsymbol{\varepsilon}^p}{\xi_p}; \xi_p = \left(\frac{\langle -\sigma^{pl} \rangle + P_r}{P_r} \right)^{\beta_p} \quad (7-12)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ désigne la partie déviatorique du tenseur de déformation plastique ; $\sigma^{pl} = \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma}^{pl})$ la contrainte effective plastique moyenne ; $\langle . \rangle$ le crochet de Macaulay, défini comme $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|)$; et $P_r = 1MPa$ la pression de référence. Le paramètre ξ_p est introduit pour tenir compte de la dépendance possible du mécanisme d'érouissage sur la pression de confinement (Jia, et al., 2010), à travers

le paramètre β_p . Il est à noter que cette variable d'écroûissage est souvent utilisée lorsque les phénomènes plastiques sont causés essentiellement par le frottement (Conil, et al., 2004).

La variable de force thermodynamique α_p conjuguée à la variable d'écroûissage est théoriquement tirée de la relation (5-14). Compte-tenu de (7-1), on écrit :

$$\alpha_p = -\frac{\partial G_{so}^2(\gamma_p, D)}{\partial \gamma_p} \quad (7-13)$$

Basé sur le travail de (Shao, et al., 2006), la forme suivante est suggérée :

$$\alpha_p(\gamma_p, D) = (1 - D) \frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} \quad (7-14)$$

avec B_p un paramètre contrôlant la cinématique de l'écroûissage. Il est observé que α_p est une fonction croissante avec γ_p et décroissante selon la variable d'endommagement D . En plus, cette fonction peut varier entre 0 et 1. Elle est nulle quand $\gamma_p = 0$, et s'approche à $(1 - D) < 1$ lorsque $\gamma_p \gg B_p$.

La fonction de charge est ensuite postulée, en s'inspirant sur des travaux de (Jia, et al., 2007) (Jia, et al., 2010) :

$$F_p(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; D) = q^{pl} - \alpha_p(\gamma_p, D) R_c \sqrt{A_f \left(C_s - \frac{\sigma^{pl}}{R_c} \right)} \leq 0 \quad (7-15)$$

où R_c , C_s et A_f sont respectivement la résistance en compression uniaxiale, le coefficient de cohésion et la courbure de la surface de rupture, tous sont définis en condition saturée ; $q^{pl} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s}^{pl} : \mathbf{s}^{pl}}$ est la contrainte équivalente effective plastique de Von-Misès ; and $\sigma^{pl} = \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma}^{pl})$ est la contrainte effective plastique moyenne.

Ce type de fonction de charge est initialement conçu pour les bétons (Pietruszczak, et al., 1988).

Analysant (7-14) et (7-15), on trouve que le domaine élastique élargit ou diminue en fonction de α_p . En d'autres termes, la variable d'écroûissage γ_p durcit le matériau, alors que l'endommagement provoque le radoucissement, lequel induit la rupture de l'échantillon sous chargement mécanique. En confrontant avec les résultats expérimentaux des argilites (voir 5.1.1), ainsi que le schéma-type du comportement triaxial des roches (voir (Bérest et al, 2000) ou la Fig 4-12 dans le chapitre 4), il semble pertinent de concevoir une loi d'évolution de l'endommagement dont la cinématique est plus lente que celle de l'écroûissage. Dans un premier temps, l'écroûissage est dominant et α_p augmente. Quand l'endommagement est plus important, α_p atteint son pic et diminue ensuite, ce qui amorce le comportement post-pic du matériau.

Ces phénomènes sont illustrés dans les Fig 7-1 et Fig 7-2. Pendant un essai triaxial, la compétition entre l'écroutissage et l'endommagement conduit à une variation la fonction α_p d'abord montante et ensuite descendante. Au parallèle, le domaine élastique (dans le plan $q^{pl} - \sigma^{pl}$ de l'espace de contrainte effective plastique) s'élargit dû à l'écroutissage, puis se rétrécit avec l'endommagement. Dans la Fig 7-2, la ligne noire montre la surface de charge à faible chargement, la ligne rouge correspond à l'état de rupture, alors que la ligne bleue indique représente l'état résiduel.

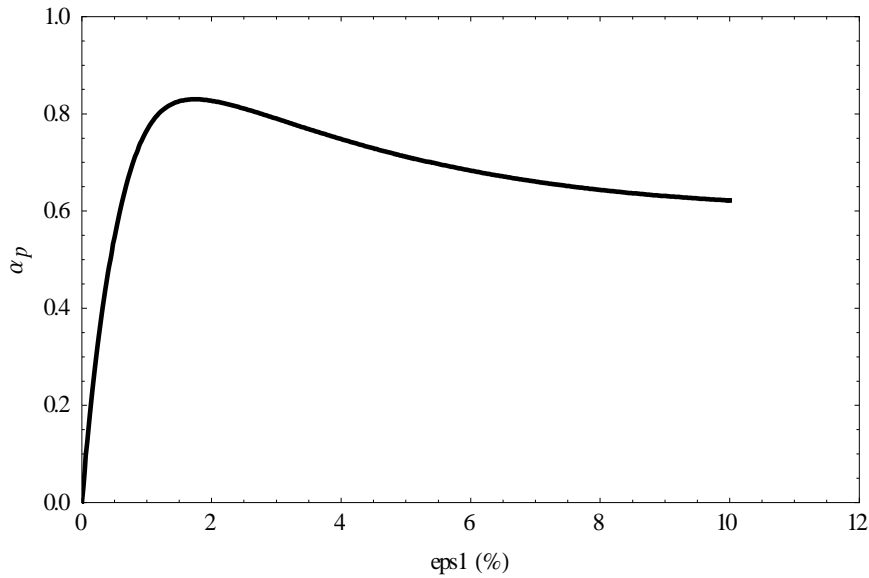


Fig 7-1. Evolution de α_p selon la déformation axiale dans un essai triaxial

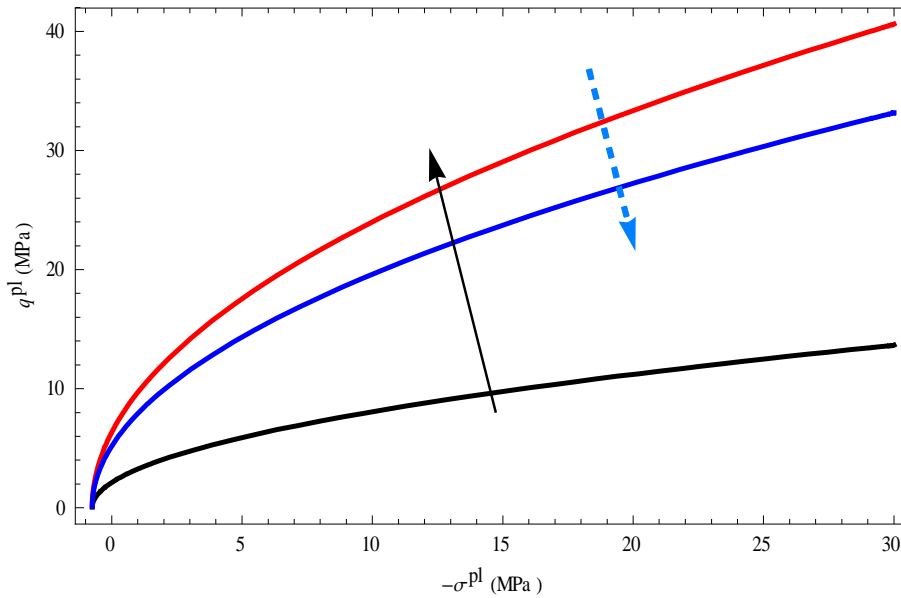


Fig 7-2. Evolution de la surface de charge dans un essai triaxial (flèche continue : écroutissage, flèche pointillée : radoucissement)

On se rend compte que tous les paramètres rhéologiques peuvent être déterminés en état saturé. L'effet de succion intervient seulement dans la contrainte effective plastique. Ce point est différent des autres modèles non saturés pour l'argilite du

COX, où la contrainte nette et la succion ont été utilisées (Jia, et al., 2010) (Zhang, et al., 2013). En fait, l'utilisation d'une contrainte effective dans le modèle présent émane d'un point de vue thermodynamique cohérent décrit précédemment. On rappelle que cela apporte des avantages par rapport à la contrainte nette : la transition continue entre le comportement saturé et non saturé, et l'absence du besoin d'ajouter et d'identifier d'autres paramètres en tenant compte de l'effet de succion.

Il est connu que dans la plupart des sols et roches, une loi d'écoulement non associée est préférée, surtout pour décrire la transition de la contractance à la dilatance plastique, comme montrée expérimentalement dans le paragraphe 5.1. Ainsi, s'inspirant des travaux de (Jia, et al., 2010), le potentiel plastique suivant est proposé :

$$G_p(\sigma^{pl}, \alpha_p; D) = q^{pl} - [\alpha_p(\gamma_p, D) - \alpha_p^{cd}(1 - D)](C_s R_c - \sigma^{pl}) \quad (7-16)$$

où α_p^{cd} est un paramètre matériel définissant la transition de la contractance plastique à la dilatance plastique. Utilisant (7-14), la dernière équation peut être écrite de façon plus explicite comme suit :

$$G_p(\sigma^{pl}, \alpha_p; D) = q^{pl} - (1 - D) \left(\frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} - \alpha_p^{cd} \right) (C_s R_c - \sigma^{pl}) \quad (7-17)$$

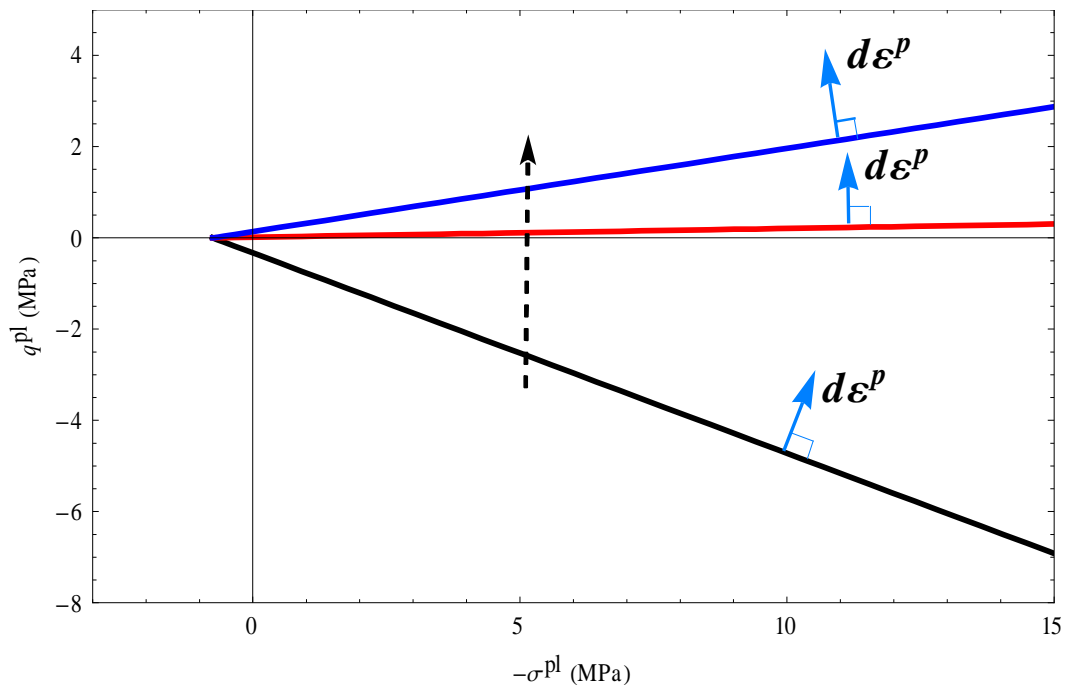


Fig 7-3. Evolution de la surface du potentiel plastique et de la direction des déformations plastiques dans un essai triaxial (flèche pointillée : sens de l'évolution)

Parce que la fonction $\frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p}$ croît avec γ_p , la pente de la surface du potentiel plastique change de signe de négative à positive. Ceci conduit au changement du signe de la

déformation plastique volumique, comme l'indique de la Fig 7-3. La ligne noire correspond à un faible chargement (contractance), la ligne rouge représente un état proche de la rupture (un peu de dilatance) et celle bleue est à l'état résiduel (très dilatant dû à la fissuration importante).

L'évolution des déformations plastiques est classiquement déduite selon (3-101) et (3-102). Ces équations sont réécrites ici en adaptant les notations dans le modèle actuel :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \mathbf{0} & \text{si } F_p < 0 \quad \text{ou si } F_p = 0 \text{ et } \dot{F}_p < 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \lambda_p \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^p} & \text{si } F_p = 0 \text{ et } \dot{F}_p = 0 \end{cases} \quad (7-18)$$

Le multiplicateur λ_{ip} et la fonction de charge doivent vérifier les conditions de Kuhn-Tucker, à savoir :

$$\lambda_p \geq 0 \quad F_p \leq 0 \quad \lambda_p F_p = 0 \quad (7-19)$$

Ce multiplicateur est déterminé selon la condition de consistance plastique.

7.1.3 Potentiel de dissipation de l'endommagement - Lois d'évolutions

7.1.3.1 Introduction

En principe, l'évolution de l'endommagement (5-21) est déduite du potentiel de dissipation de l'endommagement $\varphi_d^*(Y_d; D, S_w)$. En effet, l'influence du degré de saturation (ou de la succion) dans l'évolution de l'endommagement a été mise en évidence par les observations expérimentales, récapitulées dans le paragraphe 4.2.1. Une prise en compte explicite de S_w (ou de p_c) est donc thermodynamiquement et physiquement cohérente.

Cependant, dans cette thèse, on suppose, identique à la formulation de la plasticité ci-dessus, que S_w n'intervient pas directement dans la formulation. Comme expliqué dans le paragraphe précédent, on s'intéresse dans ce travail de recherche plutôt le comportement sous chargement mécanique que sous chargement hydrique. En outre, S_w peut aussi être pris en compte implicitement dans la formulation via la force de moteur de l'endommagement Y_d . En tous cas, la formulation se simplifie à trouver une forme convenable de type $\varphi_d^*(Y_d; D)$.

En plus, on adopte une autre hypothèse que **le mécanisme de l'endommagement est instantané**, bien que l'effet différé du mécanisme de l'endommagement a été déjà mentionné dans quelques (peu) travaux précédents (Shao, et al., 2003). En effet, cette hypothèse a été largement utilisée dans les modèles d'endommagement (Halm & Dragon, 1996) (Aublivié-Conil, 2003) (Dufour, 2012). Avec celle-là, l'évolution de l'endommagement peut être modélisée en utilisant les éléments de la plasticité qui est également un mécanisme dissipatif instantané.

Il faut à présent définir une surface de charge pour l'endommagement, c'est-à-dire une fonction (scalaire) critère de l'endommagement $F_d = F_d(Y_d; D)$, et une loi d'évolution. Supposant que l'évolution de l'endommagement obéit la loi de normalité, ce qui est acceptable pour ce cas actuel unidimensionnel, la fonction de charge et le potentiel d'endommagement se confondent et F_d est une seule fonction à déterminer.

En effet, une fonction de charge de type $F_d = F_d(Y_d; D)$ ainsi qu'une loi d'évolution associée a été largement utilisée dans la littérature (Shao, et al., 2006) (Jia, et al., 2010) (Mazars, 1984) (Salari, et al., 2004) (Le Pense, 2013). On va discuter dans la suite les conditions mathématiques nécessaires de cette fonction, en considérant du point de vue théorique.

L'endommagement va avoir lieu si sa force motrice atteint la surface de charge $F_d = 0$. La loi d'évolution de l'endommagement est décrite par :

$$\dot{D} = \lambda_d \frac{\partial F_d}{\partial Y_d} \quad (7-20)$$

où à l'instar de (7-19) le multiplicateur de l'endommagement satisfait aussi la condition de Kuhn-Tucker :

$$\lambda_d \geq 0 \quad F_d \leq 0 \quad \lambda_d F_d = 0 \quad (7-21)$$

Ce multiplicateur peut être déterminé à partir de la condition de consistance de l'endommagement. Comme l'endommagement devrait être non décroissant (l'effet de fermeture des fissures n'est pas considéré ici), on a :

$$\dot{D} \geq 0 \quad (7-22)$$

De (7-20), (7-21) et (7-22), on déduit que la dérivée $\frac{\partial F_d}{\partial Y_d}$ devrait être non négative :

$$\frac{\partial F_d}{\partial Y_d} \geq 0 \quad (7-23)$$

En outre, la condition de consistance s'écrit :

$$dF_d = \frac{\partial F_d}{\partial Y_d} \dot{Y}_d + \frac{\partial F_d}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (7-24)$$

Il faut garder à l'esprit que (7-24) est étudiée seulement si la force Y_d atteint la surface de charge $F_d(Y_d; D) = 0$, c'est-à-dire l'endommagement se développe lors d'un chargement en raison de l'augmentation de Y_d . Généralement, comme $\dot{Y}_d \geq 0$, les conditions (7-22), (7-23) et (7-24) conduit à :

$$\frac{\partial F_d}{\partial D} \leq 0 \quad (7-25)$$

Les conditions (7-23) et (7-25) devraient être prises en compte lorsqu'on propose les formes possibles pour la fonction $F_d(Y_d; D)$. La plupart des travaux cités ci-

dessus garantissent ces conditions. En particulier, la condition (7-25) rend la variable d'endommagement joue un rôle comme une variable d'écroutissage dans la théorie de plasticité. Cette variable élargit le domaine élastique dans l'espace de la force d'endommagement.

7.1.3.2 Formulation spécifique

Regardant les formes existant dans la littérature de $F_d(Y_d; D)$ (Shao, et al., 2006) (Jia, et al., 2010) (Mazars, 1984) (Salari, et al., 2004) (Le Pense, 2013), on constate qu'elles remplissent aussi les conditions (7-23) et (7-25). En plus, ces fonctions sont souvent écrites sous une forme simple que l'on utilise dans le modèle actuel :

$$F_d = F_d^1(Y_d) + F_d^2(D) \quad (7-26)$$

En s'inspirant des travaux précédents (Mazars, 1984) (Le Pense, 2013) (Shao, et al., 2006), la forme suivante est proposée pour la fonction « d'écroutissage » $F_d^2(D)$:

$$F_d^2(D) = r_0 D \quad (7-27)$$

Afin de proposer une forme appropriée pour la fonction $F_d^1(Y_d)$, il faut définir préalablement la force de moteur Y_d . En effet, cette variable de force peut être déterminée selon sa définition thermodynamique (5-13) :

$$Y_d = -\frac{\partial G_{so}^1}{\partial D} - \frac{\partial G_{so}^2}{\partial D} - \frac{\partial(\phi U)}{\partial D} \quad (7-28)$$

Une telle détermination a des inconvénients majeurs :

- Une très grande complexité de Y_d , en raison des fonctions compliquées préalablement déterminées G_{so}^1 , G_{so}^2 et U .
- En raison des fonctions G_{so}^1 , G_{so}^2 et U déjà choisies, on peut trouver que le comportement même en compression isotrope est endommageable. En effet, considérons le cas saturé donc $U = 0$. Dans ce cas, toutes les parties déviatoriques des déformations s'annulent. En raison de la forme parabolique de G_{so}^1 selon la déformation volumique (voir (7-2)), la force Y_d définie par (7-28) pourrait être positive et d'autant plus grande que la pression hydrostatique est grande. Cela signifie que *la risque de fissuration existe même en compression isotrope*. Ceci est contradictoire avec les résultats expérimentaux (paragraphe 5.1) ainsi que les observations physiques (Nemat-Nasser & Horii, 1993).

Compte tenu de ces observations, une forme plus simple, pratique et physique de la force motrice Y_d sera proposée. Du point de vue physique, il est bien connu que la fissuration dans les roches sous des contraintes de compression est étroitement liée aux déformations plastiques (Lemaitre, 1992). Plus précisément, la propagation des fissures dans les roches comprimées pourrait être expliquée par le glissement dit le modèle de fissure de l'aile (Nemat-Nasser & Horii, 1993), où mécanisme de

fissuration est régi par des contraintes (ou des déformations) déviatoriques et empêché par des pressions de confinement (présenté dans le paragraphe 4.1.1). Les raisons ci-dessus conduisent au fait que la force d'entraînement de l'endommagement pourrait également être choisi par la déformation plastique de cisaillement équivalente (distorsion plastique), identique à la variable d'écoulement plastique. Inspiré des travaux précédents (Jia, et al., 2007) (Zhang, et al., 2013), la formule suivante est suggérée :

$$Y_d = \int_0^t \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \dot{e}^p : \dot{e}^p}}{\xi_d} d\tau; d\gamma_p = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} de^p : de^p}}{\xi_d}; \xi_d = \left(\frac{\langle -\sigma^{pl} \rangle + P_r}{P_r} \right)^{\beta_d} \quad (7-29)$$

où ξ_d est introduit pour prendre en compte l'influence de la pression de confinement sur l'endommagement, à travers le paramètre β_d .

D'où, en se basant sur les travaux de (Jia, et al., 2010) (Zhang, et al., 2013), la forme suivante de la fonction critère de l'endommagement est proposée :

$$F_d(Y_d; D) = r_2 - \frac{1}{e^{r_1 Y_d}} - r_0 D \quad (7-30)$$

Cette formule satisfait aux conditions (7-23) et (7-25). En outre, à l'état initial où il n'y a pas de déformations plastiques ni d'endommagements pré-existants, $Y_d = D = 0$ et $F_d = r_2 - 1$. Il est prévu qu'à cet état, le matériau est toujours dans la zone élastique et nous devrions avoir $F_d \leq 0$. Par conséquent, le paramètre r_2 doit satisfaire à la condition:

$$r_2 \leq 1 \quad (7-31)$$

On voit également que lorsque $r_2 \leq 0$, F_d est toujours négative et l'endommagement ne peut pas se produire.

L'évolution de l'endommagement est ensuite dérivée de (7-20) et (7-21).

7.2 Résumé du modèle PPE-NS

7.2.1 Récapitulatif du modèle de comportement PPE-NS

Le modèle est formulé par l'approche thermodynamique. Les équations constitutives sont dérivées des potentiels (fonctions énergétiques) : l'énergie des interfaces U , le potentiel de Gibbs G_{so} , le potentiel de dissipation plastique φ_p^* (remplacé dans ce cas par la fonction critère plastique F_p et le potentiel plastique G_p) et le potentiel de dissipation de l'endommagement φ_p^* (remplacé dans ce cas par la fonction critère de l'endommagement F_d).

Le modèle de comportement complet se compose des parties suivantes :

- Evolutions poro-élastiques

- Evolutions poro-plastiques
- Evolution de l'endommagement
- Evolution de la WRC
- Evolution des perméabilités

Les équations poro-élastiques (7-5)-(7-7) sont rappelées ici :

$$\sigma - \sigma_0 = K(D)\epsilon^e - b(D)\pi_{eq} + b_0\pi_{eq0} \quad (7-32)$$

$$\mathbf{s} - \mathbf{s}_0 = 2G(D)\mathbf{e}^e \quad (7-33)$$

$$(\phi - \phi_0)^e = b(D)\epsilon^e + \beta(D)\pi_{eq} - \beta_0\pi_{eq0} \quad (7-34)$$

où les paramètres hydromécaniques sont précisés dans les équations de (7-8)-(7-11) :

$$K(D) = K_0(1 - D) \quad (7-35)$$

$$G(D) = G_0(1 - D) \quad (7-36)$$

$$b(D) = 1 - \frac{K(D)}{K_s} = 1 - \frac{K_0}{K_s}(1 - D) \quad (7-37)$$

$$\beta(D) = \frac{b(D) - \phi_0}{K_s} \quad (7-38)$$

alors que la pression interstitielle équivalente est calculée selon (5-6) :

$$\pi_{eq} = p^* - \frac{2}{3}U \quad (7-39)$$

Dans (7-39), la pression équivalente se compose de deux contributions, la première provenant des pressions (pression moyenne p^* , définie dans (3-53)) et la deuxième émanant de l'énergie des interfaces U (définie dans (6-16)):

$$p^* = p_w S_w + p_g S_g = p_w + (1 - S_w)p_c \quad (7-40)$$

$$U = \left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{-h_p} \left(-S_w p_c + \int_0^{p_c} f(p, D) dp\right) \quad (7-41)$$

où f est la fonction de rétention à la porosité de référence ϕ_r , proposée dans l'équation (6-13) :

$$f(p_c, D) = [1 - h_d(D)]S_{w1}(p_c) + h_d(D)S_{w2}(p_c) \quad (7-42)$$

Il est remarqué que le calcul de U dans (7-41) exige aussi la connaissance de S_w , i.e. **l'évolution de la WRC**, qui a été explicitée dans (6-19) :

$$S_w = f\left(\left(\frac{\phi}{\phi_r}\right)^{h_p} p_c, D\right) \quad (7-43)$$

avec la fonction f déterminée par (7-42).

Les évolutions plastiques dépendent du critère plastique (7-15) :

$$F_p(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; D) = q^{pl} - \alpha_p(\gamma_p, D) R_c \sqrt{A_f \left(C_s - \frac{\sigma^{pl}}{R_c} \right)} \leq 0 \quad (7-44)$$

où la fonction d'écroissance α_p donnée dans (7-14) :

$$\alpha_p(\gamma_p, D) = (1 - D) \frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} \quad (7-45)$$

Avec la variable d'écroissance définie par (7-12) :

$$\gamma_p = \int_0^t \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \dot{\mathbf{e}}^p : \dot{\mathbf{e}}^p}}{\xi_p} d\tau; d\gamma_p = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} d\mathbf{e}^p : d\mathbf{e}^p}}{\xi_p}; \xi_p = \left(\frac{\langle -\sigma^{pl} \rangle + P_r}{P_r} \right)^{\beta_p} \quad (7-46)$$

L'évolution des déformations plastiques est calculée par (7-18) :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \quad (7-47)$$

avec le multiplicateur plastique déterminé de la condition de consistance plastique, tandis que le potentiel plastique est donné par (7-17) :

$$G_p(\boldsymbol{\sigma}^{pl}, \alpha_p; D) = q^{pl} - (1 - D) \left(\frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} - \alpha_p^{cd} \right) (C_s R_c - \sigma^{pl}) \quad (7-48)$$

L'évolution de la porosité plastique est déduite des déformations plastiques à l'aide de l'hypothèse (5-15) :

$$\phi^p = b_{pl} \epsilon^p \quad (7-49)$$

L'évolution de l'endommagement dépend du critère de l'endommagement (7-30) :

$$F_d(Y_d; D) = r_2 - \frac{1}{e^{r_1 Y_d}} - r_0 D \leq 0 \quad (7-50)$$

où la force motrice de l'endommagement est calculé par (7-29) :

$$Y_d = \int_0^t \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \dot{\mathbf{e}}^p : \dot{\mathbf{e}}^p}}{\xi_d} d\tau; dY_d = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} d\mathbf{e}^p : d\mathbf{e}^p}}{\xi_d}; \xi_d = \left(\frac{\langle -\sigma^{pl} \rangle + P_r}{P_r} \right)^{\beta_d} \quad (7-51)$$

L'évolution de la variable d'endommagement obéit la loi associée (7-20) :

$$\dot{D} = \dot{\lambda}_d \frac{\partial F_d}{\partial Y_d} \quad (7-52)$$

avec le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}_d$ es calculé selon la condition de consistance de l'endommagement.

Pour compléter, **les perméabilités** sont calculées selon la WRC et l'évolution de l'endommagement. Les perméabilités (à l'eau et à l'air) sont calculées par un produit de la perméabilité saturée et la perméabilité relative d'après (6-24) et (6-25) :

$$K_g = \frac{\rho_g g}{\eta_g} K_{rg} K_{sg} \quad (7-53)$$

$$K_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} K_{rw} K_{sw} \quad (7-54)$$

Les perméabilités saturées sont les fonctions de la porosité et de la variable d'endommagement (6-39) et (6-42) :

$$K_{sw}(\phi, D) = F_{ws} A_{cap}^2 \phi^2 \left(\int_{\infty}^{p_{ce}} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2 \quad (7-55)$$

$$K_{sg}(\phi, D) = F_{gs} A_{cap}^2 \phi^2 \left(\int_{\infty}^{p_{ce}} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2 \quad (7-56)$$

Les perméabilités relatives sont les fonctions de la porosité, de la variable d'endommagement et également de la succion (mais pas de S_w comme le cas classique) (6-40) et (6-43) :

$$K_{rw}(\phi, p_c, D) = S_w^{htw} \frac{\left(\int_{\infty}^{p_c} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2}{\left(\int_{\infty}^{p_{ce}} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2} \quad (7-57)$$

$$K_{rg}(\phi, p_c, D) = (1 - S_w)^{htg} \frac{\left(\int_{p_c}^{p_{ce}} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2}{\left(\int_{\infty}^{p_{ae}} \frac{1}{p} \frac{\partial S_w}{\partial p} dp \right)^2} \quad (7-58)$$

7.2.2 Liste des paramètres matériels

Le modèle traite en même temps le comportement mécanique et hydraulique. Les paramètres poromécaniques et ceux hydrauliques récapitulés dans le Tableau 7-1.

Tous les paramètres mécaniques peuvent être déterminés à partir des essais mécaniques à l'état saturé.

Il est à noter que les paramètres hydrauliques de $S_{w1}(p_c)$, $S_{w2}(p_c)$ et $h_d(D)$ ne sont pas encore explicités. En effet, toutes ces fonctions ne sont pas encore fixées, mais elles peuvent varier selon le matériau étudié. Cela pourrait s'expliquer que ces fonctions dépendent de la microstructure et la structure porale du matériau (par exemple la PSD du matériau), ce qui devrait être déterminé pour chaque matériau spécifique. Cependant, il faut remarquer que cela n'influence pas la procédure de calcul. En général, une fois les fonctions spécifiques pour un matériau sont définies,

elles peuvent être implémentées directement dans les calculs, sans affecter d'autres étapes de calculs. Par conséquent, ce point augmente la flexibilité du modèle.

Paramètres poro-mécaniques			Paramètres hydrauliques
Poro-élastique	Poro-plastique	Endommagement	
ϕ_0 Porosité initiale	R_c Résistance en compression simple	r_0 Paramètre d'«écrouissage» de l'endommagement	ϕ_r Porosité de référence
K_0 Module de compressibilité	B_p Cinématique de l'écouissage	r_1 Cinématique de l'endommagement	$S_{w1}(p_c)$ Paramètres de la WRC du mode « des pores »
G_0 Module de cisaillement	C_s Coefficient de cohésion	r_2 Seuil initial de l'endommagement	$S_{w2}(p_c)$ Paramètres de la WRC du mode « des fissures »
K_s Module de compressibilité des grains	β_p Dépendance de l'écrouissage sur pression de confinement	β_d Dépendance de l'endommagement sur pression de confinement	F_{ws} et F_{gs} Facteur de connectivité et de géométrie
	A_f Courbure de la surface de rupture		h_t L'influence de la tortuosité
	α_p^{cd} Transition contractance-dilatance plastique		$h_d(D)$ L'influence de l'endommagement sur la WRC
	b_{pl} Coefficient H-M plastique		h_p L'influence de la porosité
			p_{ce} pression d'entrée d'air

Tableau 7-1. Liste des paramètres matériels

En outre, on remarque aussi que dans le Tableau 7-1, la porosité initiale ϕ_0 est classée dans le groupe Poro-élastique, alors que la porosité de référence ϕ_r est dans le groupe des paramètres hydrauliques. En effet, ces deux grandeurs ont la même nature physique, et cette classification est simplement basée sur leur utilisation : ϕ_0 intervient essentiellement dans les équations poro-mécaniques, tandis que ϕ_r paraît dans les équations hydrauliques.

7.2.3 Equations incrémentales

7.2.3.1 Equations incrémentales dans le cas général

Les équations incrémentales sont dérivées dans ce paragraphe. On admet d'abord une hypothèse simplificatrice pour les calculs : « **l'air de pore reste en contact permanent avec l'air ambiant, de sorte que sa pression reste toujours constante et égale à la pression atmosphérique $p_g = p_{atm} \approx 0.1 \text{ MPa}$** ». Cette hypothèse permet de calculer l'incrément de la pression d'eau comme suit :

$$dp_w = -dp_c \quad (7-59)$$

Les équations élastiques (7-32)-(7-34), combinant avec la partition des déformations et de la porosité (5-1) ainsi que l'hypothèse (7-49), sont écrites sous la forme incrémentale :

$$d\sigma = K(D)(d\epsilon - d\epsilon^p) - b(D)d\pi_{eq} - K_s K_\pi dD \quad (7-60)$$

$$ds = 2G(D)(de - de^p) - 2G_0 e^e dD \quad (7-61)$$

$$d\phi = b(D)d\epsilon + (b_{pl} - b(D))d\epsilon^p + \beta(D)d\pi_{eq} + K_\pi dD \quad (7-62)$$

avec $K_\pi = \frac{K_0}{K_s} \left(\epsilon^e + \frac{\pi_{eq}}{K_s} \right)$. Il est aussi utile d'écrire ces équations sous la forme tensorielle comme suit :

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}(D)(d\boldsymbol{\epsilon} - d\boldsymbol{\epsilon}^p) - b(D)\boldsymbol{\delta}d\pi_{eq} + \frac{\partial \mathbb{C}(D)}{\partial D} : \boldsymbol{\epsilon}^e dD - \frac{\partial b(D)}{\partial D} \boldsymbol{\delta}\pi_{eq} dD \quad (7-63)$$

$$d\phi = b(D)\boldsymbol{\delta} : d\boldsymbol{\epsilon} + (b_{pl} - b(D))\boldsymbol{\delta} : d\boldsymbol{\epsilon}^p + \beta(D)d\pi_{eq} + K_\pi dD \quad (7-64)$$

Pour expliciter ces dernières équations, il faut expliciter les quantités hydromécaniques, surtout la pression équivalente, ce qui est dans notre modèle en fonction de la succion, de la porosité et de l'endommagement. Les formes explicites des paramètres hydromécaniques (7-35)-(7-38) conduisent aux calculs de leur dérivée :

$$\frac{\partial \mathbb{C}(D)}{\partial D} = -\mathbb{C}_0; \quad \frac{\partial b(D)}{\partial D} = \frac{K_0}{K_s}; \quad \frac{\partial \beta(D)}{\partial D} = \frac{K_0}{K_s^2} \quad (7-65)$$

La pression moyenne, à l'aide de (7-59), s'écrit incrémentalement :

$$dp^* = -p_c dS_w + S_w dp_w \quad (7-66)$$

L'incrément du degré de saturation et de l'énergie des interfaces sont représentés d'une façon classique :

$$\begin{aligned} dS_w &= S_D dD + S_\phi d\phi + S_p dp_c \\ dU &= U_D dD + U_\phi d\phi + U_p dp_c \end{aligned} \quad (7-67)$$

Où les dérivées partielles S_j et U_j , avec $j = \{D, \phi, p_c\}$ sont les fonctions d'état de $\{D, \phi, p_c\}$. Combinant (7-66) et (7-67), l'incrément de la pression équivalente s'écrit :

$$d\pi_{eq} = \pi_D dD + \pi_\phi d\phi - \pi_p dp_w \quad (7-68)$$

Où $\pi_D = -p_c S_D - \frac{2}{3} U_D$; $\pi_\phi = -p_c S_\phi - \frac{2}{3} U_\phi$; $\pi_p = -S_w - p_c S_p - \frac{2}{3} U_p$ sont les dérivées partielles de π_{eq} selon les variables d'état $\{D, \phi, p_c\}$.

En substituant (7-66) dans les équations d'état (7-63)-(7-64), on obtient un système d'équations liant $\{d\sigma, d\phi\}$ avec $\{d\epsilon, dp_w, d\epsilon^p, dD\}$. Ce système ne peut être résolu si $d\epsilon^p$ et dD peut être représentés selon les autres variables. L'équation d'évolution plastique (7-47) est utilisée :

$$d\epsilon^p = d\lambda_p \frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \quad (7-69)$$

Il est à noter que l'incrément de la variable d'érouissage peut être aussi représenté à travers le multiplicateur plastique :

$$d\gamma_p = H_p d\lambda_p; \quad H_p = \frac{1}{\xi_p} \sqrt{\frac{2}{3} \left(\mathbb{K} : \frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right) : \left(\mathbb{K} : \frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)} \quad (7-70)$$

Identiquement, l'incrément de la variable d'endommagement peut être calculé par $d\lambda_p$:

$$dD = - \left(\frac{\partial F_d / \partial Y_d}{\partial F_d / \partial D} \right) dY_d; \quad dY_d = H_d d\lambda_p; \quad H_d = \frac{1}{\xi_d} \sqrt{\frac{2}{3} \left(\mathbb{K} : \frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right) : \left(\mathbb{K} : \frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)} \quad (7-71)$$

La détermination de $d\lambda_p$ est donc un point essentiel des calculs incrémentaux. Il se fait par la condition de consistance plastique :

$$dF_p = \frac{\partial F_p}{\partial \sigma^{pl}} : d(\sigma + b_{pl} \pi_{eq} \delta) + \frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \left(\frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} d\gamma_p + \frac{\partial \alpha_p}{\partial D} dD \right) + \frac{\partial F_p}{\partial D} dD = 0 \quad (7-72)$$

Utilisant (7-69)-(7-72), on peut déduire $d\lambda_p$ selon $\{d\sigma, d\phi\}$ et résoudre le système d'équation. Ce schéma de calculs sera utilisé pour modéliser les essais au laboratoire (supposés homogènes). Pour les calculs par éléments finis, les algorithmes plus pertinents seront présentés dans le chapitre 10.

Il est aussi important de souligner que toutes les quantités dans ce modèle sont en fonction des variables d'état, comprenant la succion p_c , alors que les équations incrémentales sont représentées selon l'incrément de la pression d'eau dp_w . En effet, une représentation incrémentale utilisant dp_w est plus avantageuse pour les applications d'ingénierie, et notamment ceci permet de traiter le cas non saturé ainsi que le cas saturé (comme un cas limite) dans une même formulation. Une fois la

pression d'eau p_w est trouvée, la succion peut être calculée facilement par $p_c = p_g - p_w$.

Cependant, il faut remarquer que les fonctions typiques du comportement non saturé (par exemple $U(\phi, p_c, D)$ ou $S_w(\phi, p_c, D)$) ne sont significatives qu'avec la variable $p_c \geq 0$. Dans le cas saturé, la pression capillaire est physiquement $p_c = 0$ et donc la formule $p_c = p_g - p_w$ n'est plus valable. Pour être cohérent, on met dans les calculs :

$$p_c = \langle p_g - p_w \rangle \quad (7-73)$$

7.2.3.2 Equations incrémentales dans un cas particulier indéformable

Dans le cadre général ci-dessus, on constate que les calculs sont hyper complexes, en raison d'un couplage fort entre les quantités. En particulier, le système d'équation obtenu en substituant (7-68) dans (7-63) et (7-64) est très complexe (mais évidemment faisable). En effet, ce système est utilisé pour simuler les essais au laboratoire supposés « homogènes ».

On s'intéresse, dans les calculs plus complexes des structures, à un cas particulier indéformable. En se basant sur des résultats expérimentaux (Chiarelli, 2000) (Zhang, et al., 2010), on se rend compte que la déformation volumique des échantillons à la rupture est très petite, à peu près 1%. Il est donc prévu que la variation (relative) de la porosité semble très petite aussi, voir négligeable. La dépendance de la WRC et de l'énergie des interfaces sur la porosité peut être donc négligée. Cela sera mis en évidence par les simulations des essais au laboratoire dans le chapitre 8 suivant.

On va établir les équations incrémentales pour ce cas particulier. Ceci est équivalent au fait qu'on prend $h_p = 0$. Les équations (7-67) se réduisent à :

$$\begin{aligned} dS_w &= S_D dD + S_p dp_c \\ dU &= U_D dD + U_p dp_c \end{aligned} \quad (7-74)$$

L'équation (7-68) devient :

$$d\pi_{eq} = \pi_D dD - \pi_p dp_w \quad (7-75)$$

où $\pi_D = -p_c S_D - \frac{2}{3} U_D$ et $\pi_p = -S_w - p_c S_p - \frac{2}{3} U_p$. Remarquons que dans le cas complètement saturé, on a $p_w \geq 0$, et selon (7-73) on obtient $p_c = 0$, ce qui implique (voir (7-41)-(7-43)) que $U = U_p = U_D = 0$, $S_w = 1$, $S_p = S_D = 0$. Ainsi, $\pi_D = 0$ et $\pi_p = -1$, à savoir $d\pi_{eq} = dp_w$, ce qui est permet une transition continue de non saturé à saturé.

En injectant (7-75) dans (7-63) et (7-64), et combinant avec (7-65), on obtient :

$$d\sigma = \mathbb{C}(D):d\varepsilon + b(D)\pi_p \delta dp_w - \mathbb{C}(D)d\varepsilon^p - A^\sigma dD \quad (7-76)$$

$$d\phi = b(D)\delta:d\varepsilon - \beta(D)\pi_p \delta dp_w + (b_{pl} - b(D))\delta:d\varepsilon^p + A^\phi dD \quad (7-77)$$

Avec :

$$\mathbf{A}^\sigma = b(D)\delta\pi_D + \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{K_0}{K_s} \pi_{eq} \boldsymbol{\delta} \quad (7-78)$$

$$A^\phi = K_\pi + \beta(D)\pi_D \quad (7-79)$$

De (7-71) on écrit :

$$dD = A_D d\lambda_p; \quad A_D = \begin{cases} -\left(\frac{\partial F_d / \partial Y_d}{\partial F_d / \partial D}\right) H_d & \text{si } D \text{ évolue} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7-80)$$

C'est-à-dire dans le cas où il n'y a pas d'évolution de l'endommagement, on écrit simplement $A_D = 0$. La condition de consistance (7-72), combinant avec (7-76) et (7-75), peut être développée comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} : \left(\mathbb{C}(D) : d\boldsymbol{\varepsilon} + b(D)\pi_p \boldsymbol{\delta} dp_w - \mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} d\lambda_p - \mathbf{A}^\sigma A_D d\lambda_p \right. \\ \left. + b_{pl} \boldsymbol{\delta} (\pi_D A_D d\lambda_p - \pi_p dp_w) \right) + \frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \left(\frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} H_p + \frac{\partial \alpha_p}{\partial D} A_D \right) d\lambda_p = 0 \end{aligned} \quad (7-81)$$

Cette dernière équation permet de calculer le multiplicateur plastique selon :

$$d\lambda_p = \frac{\mathbf{A}^\varepsilon : d\boldsymbol{\varepsilon} + A^w dp_w}{A^\lambda} \quad (7-82)$$

Avec :

$$\mathbf{A}^\varepsilon = \mathbb{C}(D) : \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \quad (7-83)$$

$$A^w = \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} : \boldsymbol{\delta} (b(D) - b_{pl}) \pi_p \quad (7-84)$$

$$\begin{aligned} A^\lambda = \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} : \mathbf{A}^\sigma A_D + \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} : \mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} - \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} : \boldsymbol{\delta} b_{pl} \pi_D A_D \\ - \frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \left(\frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} H_p + \frac{\partial \alpha_p}{\partial D} A_D \right) \end{aligned} \quad (7-85)$$

En injectant (7-82)- (7-85) dans (7-76) et

(7-77), on obtient les équations suivantes :

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^\varepsilon : d\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{C}^w dp_w \quad (7-86)$$

$$d\phi = \mathbf{B}^\varepsilon : d\boldsymbol{\varepsilon} + B^w dp_w \quad (7-87)$$

où :

$$\mathbb{C}^\varepsilon = \mathbb{C}(D) - \frac{1}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \otimes \left(\mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} + \mathbf{A}^\sigma A_D \right) \quad (7-88)$$

$$\mathbf{C}^w = b(D)\pi_p \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{A^\lambda} A^w \left(\mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} + \mathbf{A}^\sigma A_D \right) \quad (7-89)$$

$$\mathbf{B}^\varepsilon = b(D)\boldsymbol{\delta} + \frac{1}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \left[(b_{pl} - b(D)) \boldsymbol{\delta} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} + A^\phi A_D \right] \quad (7-90)$$

$$B^w = -\beta(D)\pi_p + \frac{1}{A^\lambda} A^w \left[(b_{pl} - b(D)) \boldsymbol{\delta} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} + A^\phi A_D \right] \quad (7-91)$$

Les équations incrémentales (7-86) et (7-87) sont celles de base pour tous les calculs numériques. Il est à noter que les éléments de rigidité sont définis dans le cas général (couplage plasticité-endommagement) dans (7-88)-(7-91). Dans les cas particuliers, les calculs deviennent plus simples. Concrètement, on a :

- Pour le chargement poro-élastique (sans endommagement, sans plasticité) :

$$\begin{aligned} \mathbb{C}^\varepsilon &= \mathbb{C}(D); & \mathbf{C}^w &= b(D)\pi_p \boldsymbol{\delta}; \\ \mathbf{B}^\varepsilon &= b(D)\boldsymbol{\delta}; & B^w &= -\beta(D)\pi_p; \end{aligned} \quad (7-92)$$

- Pour le chargement poro-plastique (sans endommagement) :

$$\begin{aligned} A^\lambda &= \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} : \mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} - \frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} H_p \\ \mathbb{C}^\varepsilon &= \mathbb{C}(D) - \frac{1}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \otimes \left(\mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \right) \\ \mathbf{C}^w &= b(D)\pi_p \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{A^\lambda} A^w \left(\mathbb{C}(D) : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \right) \\ \mathbf{B}^\varepsilon &= b(D)\boldsymbol{\delta} + \frac{1}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \left[(b_{pl} - b(D)) \boldsymbol{\delta} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \right] \\ B^w &= -\beta(D)\pi_p + \frac{1}{A^\lambda} A^w \left[(b_{pl} - b(D)) \boldsymbol{\delta} : \frac{\partial G_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{pl}} \right] \end{aligned} \quad (7-93)$$

TROISIEME PARTIE

APPLICATION NUMERIQUES

CHAPITRE 8

**Validations numériques par
des essais de laboratoire**

8. VALIDATIONS DU MODELE PAR DES ESSAIS DE LABORATOIRE

8.1 Identification des paramètres et fonctions spécifiques du modèle pour l'argilite du COX

8.1.1 Introduction du matériau utilisé dans la série d'essais simulée

Dans ce chapitre on va utiliser le modèle développé pour modéliser le comportement de l'argilite du COX. Il s'agit de simuler une série des essais standards au laboratoire en condition non saturée, réalisés par (Chiarelli, 2000).

Ces essais ont été effectués à différentes pressions de confinement et à différentes gammes de teneur en eau massique. Pour obtenir de différentes teneurs en eau, les échantillons sont exposés sous de différentes humidités relatives, ce qui provoque de différentes succions appliquées. En plus, ces essais triaxiaux effectués étaient en condition drainée, ce qui implique que les essais sont quasiment sous succions restent quasiment constantes.

En outre, on suppose que les échantillons sont initialement non endommagés. Négligeant la fissuration possible pendant le transport ou l'échantillonnage, cette hypothèse provient du fait que l'argilite du COX, à l'état *in situ*, est soumis à un état de contrainte faiblement *in situ* anisotrope. En effet, Wileveau *et al.* (Wileveau, et al., 2007) ont caractérisé expérimentalement le champ de contrainte actuel de la roche hôte dans le laboratoire de Bure. Ainsi, à 490 m de profondeur, dans la couche d'argilite, les contraintes principales ont été mesurées :

- la contrainte verticale $\sigma_v = 12.7 \text{ MPa}$,
- la contrainte horizontale mineure $\sigma_h = 12.4 \text{ MPa} \approx \sigma_v$,
- la contrainte horizontale majeure $\sigma_H = 16.12 \text{ MPa} \approx 1.3\sigma_v$.

Ces mesures impliquent que l'état de contrainte est quasiment isotrope, ou au moins, il a une contrainte déviatorique si faible (avec une pression de confinement si grande) que la fissuration ne peut pas être activée. Il est rappelé que l'endommagement est (physiquement) activé que sous l'effet des contraintes déviatoriques et empêché sous les pressions de confinement. On rappelle aussi que ce point est expérimentalement observé, et est bien pris en compte dans ce modèle développé.

Selon les données fournies dans (Chiarelli, 2000), les différentes gammes de teneur en eau massique correspondent aux différents degrés de saturation et aux différentes succions (Tableau 8-1). Il est à noter que les valeurs des degrés de saturation sont tirées de la thèse de (Chiarelli, 2000), alors que les succions correspondantes sont déduites de la courbe de rétention d'eau pour argilite intact (Charlier, et al., 2013).

Il est à noter que cette série est purement poro-mécanique. Cependant, le modèle actuel est capable de modéliser à la fois la partie mécanique et la partie hydraulique. Pour bien montrer cette particularité, on essaie aussi de simuler l'évolution des propriétés hydrauliques. Les résultats obtenus seront comparés partiellement avec les données expérimentales fournies par des autres séries d'essais, mais sur le même matériau.

Teneur en eau massique (Chiarelli, 2000)	Degré de saturation (Chiarelli, 2000)	Succion déduite de (Charlier, et al., 2013)
$w \approx 7 - 8\%$	$S_w \approx 93 - 100\%$	$p_c \approx 0 \text{ MPa}$
$w \approx 5 - 6\%$	$S_w \approx 70 - 75\%$	$p_c \approx 20 \text{ MPa}$
$w \approx 4 - 5\%$	$S_w \approx 60 - 63\%$	$p_c \approx 36 \text{ MPa}$

Tableau 8-1. Degrés de saturation et Succions dans les essais de (Chiarelli, 2000)

Pour pouvoir faire des simulations, il faut d'abord déterminer les paramètres matériels du modèle.

8.1.2 Identification des paramètres mécaniques

Tous les paramètres du modèle ont été résumés dans le Tableau 7-1. Le Tableau 8-2 rappelle ces paramètres à déterminer.

Paramètres poro-mécaniques		
Poro-élastique	Poro-plastique	Endommagement
ϕ_0	R_c	r_0
K_0	B_p	r_1
G_0	C_s	r_2
K_s	β_p	β_d
	A_f	
	α_p^{cd}	
	b_{pl}	

Tableau 8-2. Liste des paramètres poro-mécaniques du modèle

Comme déjà dit dans le paragraphe 7.3.2, ces paramètres mécaniques peuvent être déterminés par les essais triaxiaux standards à l'état saturé. Dans cette série, comme les échantillons dans les essais à $w \approx 7 - 8\%$ sont à l'état quasi-saturés (en effet, l'humidité relative prescrite est $\approx 100\%$), on les utilise pour déterminer ces paramètres mécaniques.

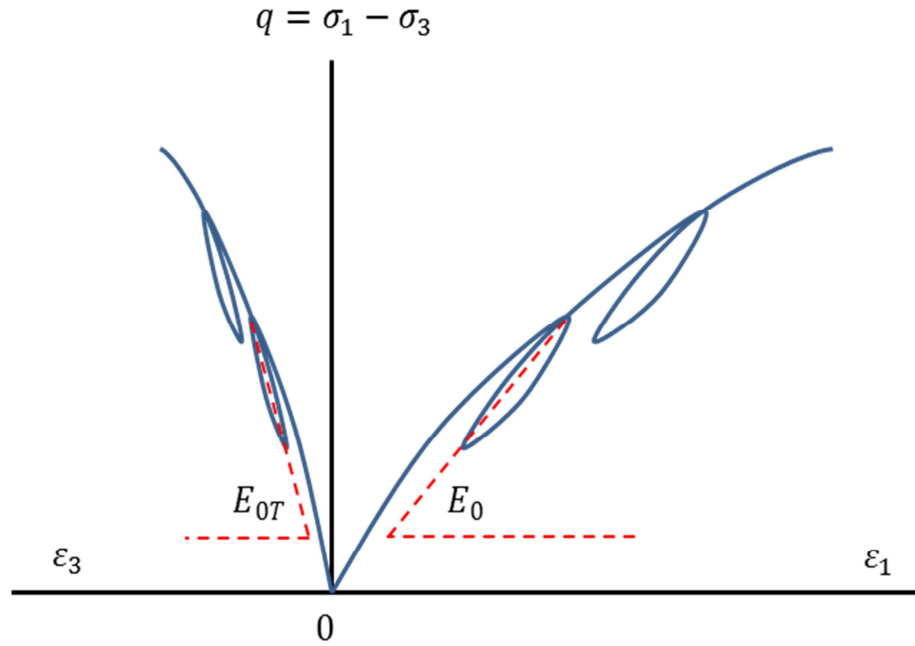


Fig 8-1. Illustration de la détermination des modules élastiques

Les paramètres poro-élastiques drainés K_0 et G_0 sont déterminés du module de Young E_0 et le coefficient de Poisson ν_0 des matériaux intacts, qui sont définis du premier cycle de chargement-déchargement des essais triaxiaux. Concrètement, le module de Young vertical E_0 est la pente de la ligne $q - \varepsilon_1$ du premier cycle de chargement-déchargement, alors que le module Young transversal E_{0T} est la pente de la ligne $q - \varepsilon_3$ de ce cycle (voir Fig 8-1). Le coefficient de Poisson ν_0 est identifié par: $\nu_0 = \frac{E_0}{E_{0T}}$.

La porosité initiale ϕ_0 est mesurée dans les travaux de (Chiarelli, 2000). La valeur initiale du coefficient de Biot b_0 est prise comme des travaux de (Ecoffier, et al., 2001). Connaissant la valeur de b_0 et de K_0 , le module de compressibilité des grains solides K_s est calculé selon (3-77). D'où, le paramètre β_0 peut être facilement calculé de (3-77), à l'aide de la connaissance de b_0 , ϕ_0 et K_s .

Concernant les paramètres plastiques, la résistance en compression simple R_c est définie par le pic de la courbe $q - \varepsilon_1$ en essais de compression uniaxiale.

Les paramètres C_s et A_f sont déterminés à travers la surface de rupture. En effet, comme à la rupture le matériau est bien plastique et l'état de contrainte se trouve sur la surface de charge. De (7-44) on a :

$$q^{pl} - \alpha_p(\gamma_p, D)R_c \sqrt{A_f \left(C_s - \frac{\sigma^{pl}}{R_c} \right)} = 0 \quad (8-1)$$

En plus, la variable d'endommagement peut être mesurée à chaque point de rupture en calculant le rapport entre le module de Young à ce point (ligne de déchargement) avec le module de Young initial. Il est à noter qu'à la rupture, le domaine élastique

atteint sa position la plus large, donc la fonction α_p atteint sa valeur maximale, et normalement on a $\frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} \approx 1$. La valeur de α_p à la rupture peut être donc calculée facilement. Les valeurs A_f et C_s sont donc calibrés en traçant la surface de charge passant les points représentant l'état de contrainte à la rupture (Fig 8-2).

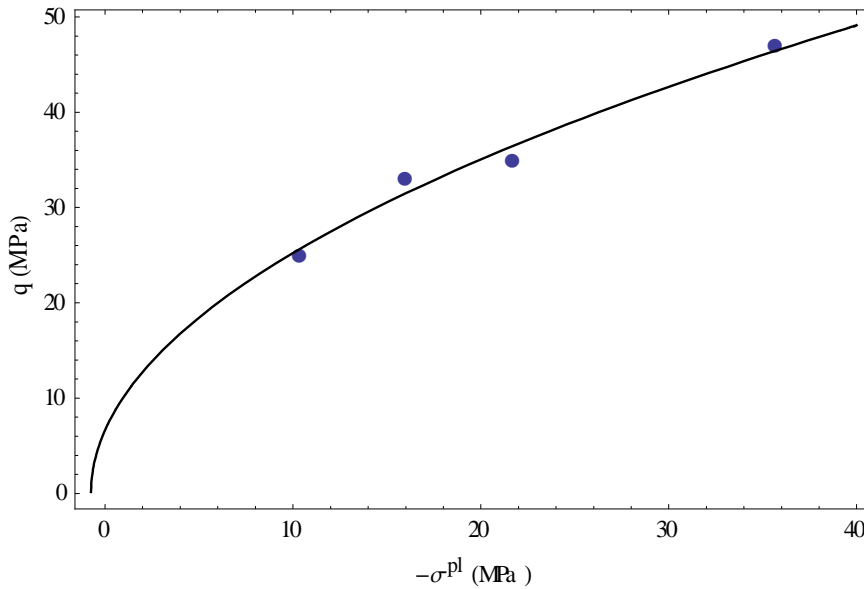


Fig 8-2. Illustration de la détermination de A_f et C_s

Comme l'influence de la pression de confinement sur l'écrouissage n'est pas visible dans cette série d'essais, on prend simplement $\beta_p = 0$. En général, il semble qu'une valeur négative de β_p devrait être prévue, parce que l'écrouissage est plutôt accéléré si la pression de confinement augmente.

La variable d'écrouissage peut être donc calculée facilement des courbes expérimentales $q - \varepsilon_q^p$, avec $\varepsilon_q^p = \varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p$ est la déformation déviatorique plastique, ce qui correspond aussi à la distorsion plastique. Sauf le premier cycle de chargement-déchargement, les autres cycles sont supposés de se passer quand le matériau est déjà plastique. En plus, à ces points de déchargement, la valeur de la variable d'endommagement peut être déterminée. Aussi à ces points, la valeur de la fonction α_p peut être définie à l'aide de l'équation (8-1) (sachant que les paramètres R_c , A_f et C_s ont été définis). Ainsi, le paramètre B_p est calé en traçant le diagramme $\alpha_p - \gamma_p$ selon (7-45).

Ensuite, le paramètre α_p^{cd} peut être calibré à la transition contractance-dilatance plastique (remarquante que B_p a été déterminé). Le paramètre b_{pl} est calibré de des résultats expérimentaux à la pression de confinement de 5 MPa et à différents teneurs en eau.

Concernant les paramètres d'endommagement, selon la condition (7-31) et remarquant que si $r_2 \leq 0$ l'endommagement ne peut pas se produire, il faut donc $0 \leq r_2 \leq 1$. En absence des résultats expérimentaux du début de l'endommagement, on choisit $r_2 = 1$ en supposant que l'endommagement démarre dès le début du chargement.

Le paramètre r_2 peut être déterminé par le comportement post-pic (Jia, et al., 2010). A ce stade, la variable d'endommagement tend à sa valeur ultime $D_c = 1/r_0$. Le paramètre ξ_d est pris $\xi_d = 1$ pour des raisons de simplicité. Enfin, à chaque point du trajet de déchargement, la valeur actuelle de la variable d'endommagement et, en conséquence, la force de moteur de l'endommagement Y_d peut être calculée. A partir de ça, le paramètre r_1 est déterminé.

8.1.3 Identification des paramètres hydrauliques

À partir des observations in situ dans l'EDZ (Enssle, et al., 2011) et des essais en laboratoire (Chiarelli, 2000), le changement de la porosité lors de la microfissuration est si petit qu'il est raisonnable de prendre $\phi_r = \phi_0$. Ce constat sera aussi prouvé par les calculs numériques dans le paragraphe suivant.

En raison de l'absence de preuves expérimentales, le coefficient représentant l'influence de la porosité sur la WRC (équation (7-43)) est pris $h_p = 1/3$ selon sa valeur initialement définie par les conditions thermodynamiques (équation (6-3)). Les coefficients h_{tw} et h_{tg} sont choisis, par souci de simplicité, $h_{tw} = h_{tg} = -1$, selon la suggestion de (Schaap & Leij, 2000). Ce choix sera discuté plus en détail à travers des résultats numériques ci-après.

Le paramètre $h_d(D)$ qui traduit l'effet de l'endommagement sur le comportement hydraulique doit être déterminé en tenant compte de l'évolution de la variable d'endommagement. La Fig 8-3 montre une simulation numérique particulière du modèle. On observe que l'évolution de l'endommagement par rapport à celle de la courbe contrainte-déformation des essais de compression triaxiale Fig 4-12 (ou dans (Bérest et al, 2000)).

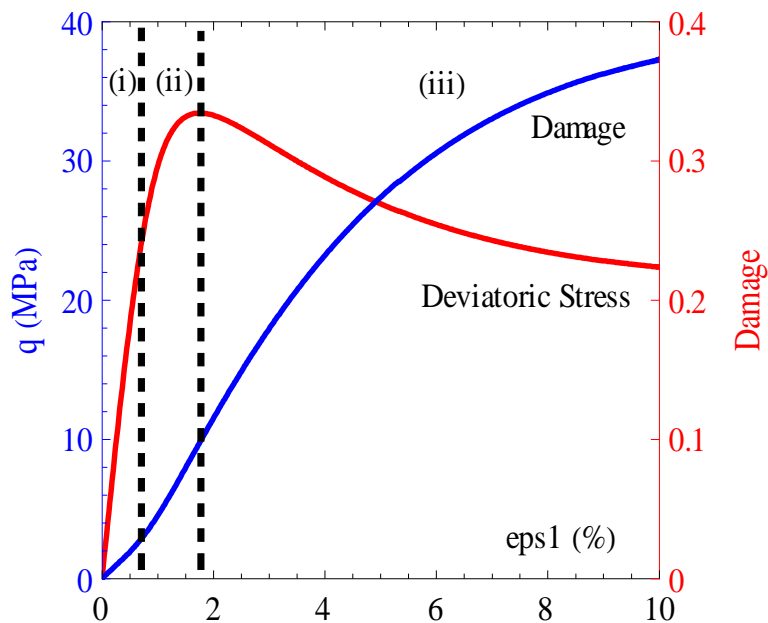


Fig 8-3. Simulation numérique de l'évolution de l'endommagement et de la relation contrainte-déformation

En outre, confrontant à l'évolution de la perméabilité lors d'un essai de compression triaxiale schématisée dans la Fig 4-12, trois grandes étapes correspondantes de l'évolution de l'endommagement dans la Fig 8-3 peuvent être distinguées (la phase initiale de fermeture de fissure, comme précédemment prévue, n'est pas considérée dans cette étude) :

- (i) La croissance de l'endommagement est initialement stable (taux de l'évolution de l'endommagement est faible). Ceci correspond à l'initiation de la microfissuration, et coïncide avec une faible variation de la perméabilité, c'est-à-dire les zones II et III dans la Fig 4-12.
- (ii) La croissance de l'endommagement est instable (taux de l'évolution de l'endommagement est plus grande). Ceci conduit à la rupture (macroscopique) en raison de la coalescence des fissures. Ce développement des fissures amène à une modification importante de la perméabilité, correspondant à la zone IV dans la Fig 4-12.
- (iii) L'endommagement continue de se développer de façon très importante et la macrofissuration se développe. Ceci conduit à un comportement post-pic (radoucissement du matériau). En conséquence, la perméabilité continue d'augmenter énormément, ce qui correspond à la zone V dans la Fig 4-12.

La correspondance entre l'évolution de l'endommagement, la courbe contrainte-déformation et l'évolution de la perméabilité, tirée de l'observation physique et expérimentale (Fig 4-12) et de la modélisation, évoque que la variable d'endommagement phénoménologique peut refléter les effets hydrauliques et mécaniques dû aux changements de la microstructure. En outre, puisque le modèle d'endommagement dans ce travail est dépendent de la pression de confinement, on s'attend au fait que l'utilisation de cette variable peut décrire raisonnablement l'effet de fissuration sur la perméabilité, car le changement de la perméabilité dû à la fissuration est également dépendent de la pression de confinement (Shao, et al., 2005) (Zhang, et al., 2010).

Notons que l'évolution de la perméabilité dans ce modèle avec l'endommagement est uniquement introduite via la fonction $h_d(D)$. La tendance observée ci-dessus de la relation évolutive perméabilité-endommagement suggère la loi de puissance suivante pour la fonction $h_d(D)$:

$$h_d(D) = \zeta D^\tau \quad (8-2)$$

où ζ et τ sont deux paramètres du modèle qui devraient généralement être identifiés à partir des expériences.

Dans ce modèle, en première approximation, nous prenons $\tau = 2$, à savoir la perméabilité évolue avec l'endommagement selon une fonction parabolique. Faute des données expérimentales, le paramètre ζ peut être identifié selon (6-11), qui suggère $h_d(D)$ comme la porosité des fissures d'un milieu fracturé. A partir des

simulations numériques (Maleki & Pouya, 2010) (Hoang, 2012), la valeur moyenne de la porosité des fissures proche de la rupture fragile (après le seuil de percolation) est d'environ 0,015. En outre, la valeur moyenne de la dégradation de la rigidité dans cette série d'essais triaxiaux simulée à la rupture est d'environ 10%, ce qui peut être interprété de façon cohérente par une valeur de la variable d'endommagement (modélisée dans ce modèle) d'environ 0,1. On en déduit que ζ peut prendre la valeur $\zeta = 1.5$.

Notons que, avec ces valeurs, la fonction $h_d(D)$ satisfait les conditions aux limites importantes suivantes :

- $h_d(0) = 0$, parce qu'à l'état sain du matériau $f(p_c, 0) = S_{w1}(p_c)$
- $h_d(D_c) < 1$. Cela montre que, à tout état d'endommagement, l'influence des pores existants sur la fraction volumique des volume poreux remplis d'eau ne peut pas être négligée, compte-tenu de la porosité initiale, qui ne vient qu'à des pores naturels.
- $\frac{\partial h_d}{\partial D} > 0$. Quand l'endommagement augmente, le matériau est plus fissuré et l'influence des fissures sur les caractéristiques hydrauliques est plus importante.

Pour les fonctions $S_{w1}(p_c)$ et $S_{w2}(p_c)$, on peut les choisir sans aucune restriction, à partir des fonctions de rétention d'eau unimodales ou des données de PSD. Dans ce travail, on choisit à la fois pour $S_{w1}(p_c)$ et $S_{w2}(p_c)$ par l'expression répandue de Van Genuchten (VG) (2-19) (dans lequel la condition de Mualem (proposée par (Van Genuchten, 1980) pour l'appliquer au modèle de conductivité hydraulique de (Mualem, 1976)) est également appliquée) :

$$S_{w1}(p_c) = \left[\frac{1}{1 + (\alpha_1 p_c)^{n_1}} \right]^{1 - \frac{1}{n_1}} ; S_{w2}(p_c) = \left[\frac{1}{1 + (\alpha_2 p_c)^{n_2}} \right]^{1 - \frac{1}{n_2}} \quad (8-3)$$

Après avoir explicité tous les paramètres des fonctions h_d , S_{w1} et S_{w2} , le liste des paramètres hydrauliques sont résumé dans le Tableau 8-3.

Paramètres hydrauliques		
ϕ_r	α_1	h_t
F_{ws}	n_1	ζ
F_{gs}	α_2	h_p
	n_1	p_{ce}

Tableau 8-3. Liste des paramètres hydrauliques du modèle

Les paramètres hydrauliques de VG dans les fonctions (8-3) seront déterminés dans la suite. D'abord, les paramètres α_1, n_1 , correspondant à un réseau de pores naturels

dans l'argilite du COX, sont calibrés des résultats expérimentaux de la WRC. On reprend les valeurs déjà utilisées dans la littérature pour la WRC de ce matériau (Enssle, et al., 2011) (Charlier, et al., 2013) : $\alpha_1 = \frac{1}{15} MPa^{-1}$; $n_1 = 1.49$.

Il est important de rappeler que dans ce modèle la fonction de rétention peut être liée à la fonction de PSD par les relations (6-8) et (6-9). Avec les valeurs précédemment choisies pour α_1 et n_1 , la fonction de PSD $g_1(p_c)$ pour le réseau des pores naturels est représentée dans la Fig 8-4 (où la fréquence est représentée selon la succion). En combinant avec (2-23), on en déduit que le rayon le plus représentatif des pores naturels est environ 20 nm et la fourchette principale des rayons est de 2 nm à 1.5 μm . Ce résultat correspond bien aux données expérimentales de l'argilite du COX (à l'état sain) comme l'indique la Fig 5-2.

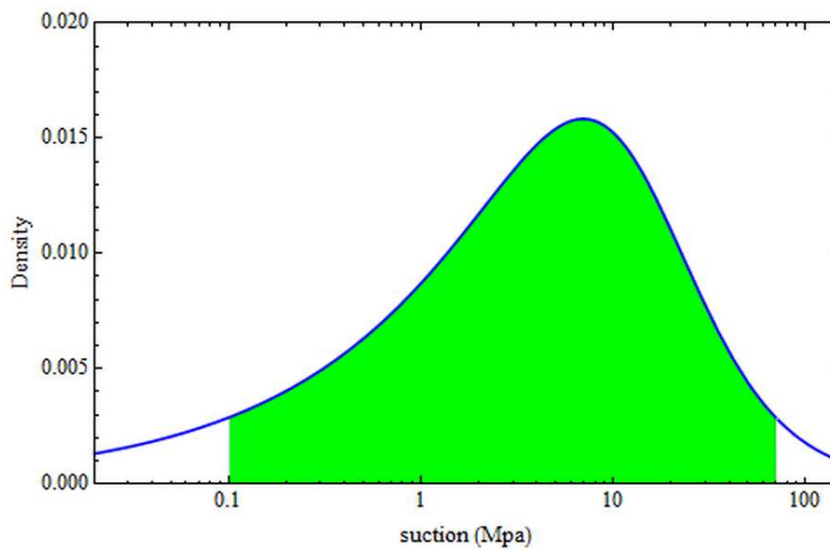


Fig 8-4. Fonction de PSD de l'argilite pour le réseau des pores naturels $g_1(p_c)$

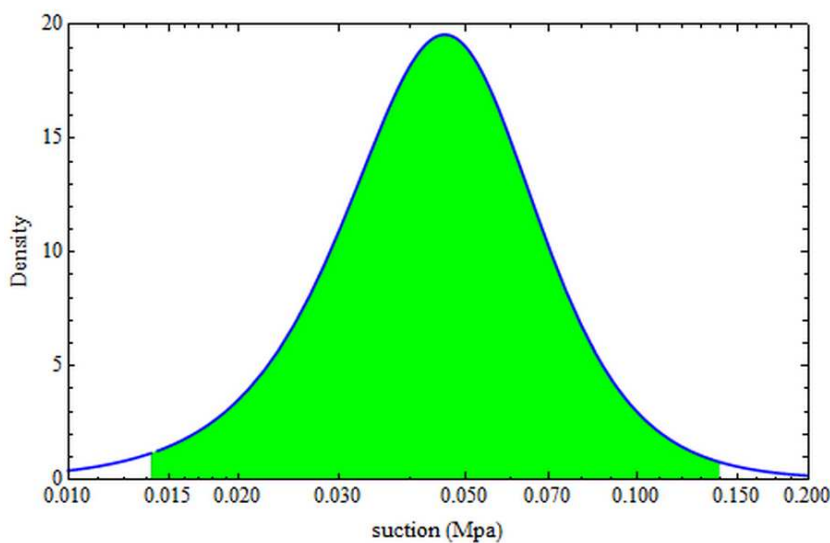


Fig 8-5. Fonction de PSD de l'argilite pour le réseau des fissures $g_2(p_c)$

Les paramètres de VG α_2, n_2 pour la fonction de rétention d'eau $S_{w2}(p_c)$ du réseau des fissures sont plus difficiles à définir en raison de l'absence des données

expérimentales. De la relation analytique entre $S_{w2}(p_c)$ et $g_2(p_c)$, on se rend compte que α_2 déciderait l'espérance et n_2 influencerait l'écart-type de la PSD des fissures, ce qui a aussi été soulevé par (Durner, 1994). Pour l'argilite du COX, les observations de la microstructure (Maleki, 2004) ont montré que le rayon des fissures est normalement borné de $r_{cmin} = 1\mu m$ à $r_{cmax} = 10\mu m$. On s'attend également que la taille dominante des fissures serait de plusieurs centaines de fois plus grande que celle des pores naturels. Basé sur le raisonnement ci-dessus, nous choisissons $\alpha_2 = 20.4 MPa^{-1}$ et $n_2 = 4.2$.

A partir de ces valeurs choisies, la fonction de PSD du réseau des fissures $g_2(p_c)$ peut être représentée dans la Fig 8-5. Au moyen de (2-23), on en déduit que la fourchette essentielle de distribution du rayon des fissures se situe entre environ $1\mu m$ et $10\mu m$, avec le rayon le plus représentatif est de $3.7\mu m$, environ 200 fois plus grand que celle des pores naturels.

Les coefficients de tortuosité F_{ws} et F_{gs} sont calibrés de la mesure expérimentale des perméabilités saturées à l'eau et à l'air. En se basant sur les résultats expérimentaux résumés dans (Charlier, et al., 2013), on prend $K_{sw} = 2 \cdot 10^{-20} m^2$ et $K_{sg} = 10^{-18} m^2$. D'où, on peut calculer facilement F_{ws} et F_{gs} .

Paramètres poro-mécaniques			Paramètres hydrauliques
Poro-élastique	Poro-plastique	Endommagement	
$\phi_0 = 0.18$ $K_0 = 2604.17 MPa$ $G_0 = 2118.64 MPa$ $K_s = 6510.42 MPa$ (déduit de $E = 5000 MPa$ $\nu = 0.18$ $b_0 = 0.6$) conduisant à $\beta_0 = 6.45 \cdot 10^{-5} MPa^{-1}$	$R_c = 25 MPa$ $B_p = 9 \cdot 10^{-4}$ $C_s = 0.03$ $\beta_p = 0$ $A_f = 3.7$ $\alpha_p^{cd} = 0.7$ $b_{pl} = 0.3$	$r_0 = 2.5$ $r_1 = 250$ $r_2 = 1$ $\beta_d = 1$	$\phi_r = 0.18$ $n_1 = 1.49;$ $\alpha_1 = 0.068 MPa^{-1}$ $n_2 = 4.2$ $\alpha_2 = 20.4 MPa^{-1}$ $F_{ws} = 0.00676$ $F_{gs} = 0.338$ $h_t = -1$ $\zeta = 1.5$ $h_p = 1/3$ $p_{ce} = 0.015 MPa$

Tableau 8-4. Valeurs des paramètres utilisés pour simulations des essais triaxiaux de (Chiarelli, 2000)

Enfin, la valeur de l'entrée d'air est prise $p_{ce} = 0.015 MPa$, en fonction des données de tailles des pores décrites ci-dessus (correspondant au rayon maximum des pores et des fissures). Il est important de noter que le modèle hydraulique original de VG-Mualem est assez instable dans la zone proche de la saturation complète (Schaap & Van Genuchten, 2006) (Vogel, et al., 2001), en particulier pour les géomatériaux ayant la texture fine (représentée par un paramètre de VG $n < 2$ (Vogel, et al., 2001)

(Ippisch, et al., 2006). C'est exactement le cas de l'argilite du COX étudié ici et l'introduction de cette valeur d'entrée d'air est donc nécessaire. Il est crucial de noter que cette valeur très faible a un effet significatif sur la conductivité hydraulique mais elle n'affecte presque pas la WRC (Vogel, et al., 2001). Par conséquent, le modèle de rétention d'eau peut être toujours décrit par les fonctions originales de VG, sans considération de cette pression d'entrée d'air. Toutes les valeurs des paramètres hydromécaniques sont résumées dans le Tableau 8-4.

8.2 Simulations des essais au laboratoire

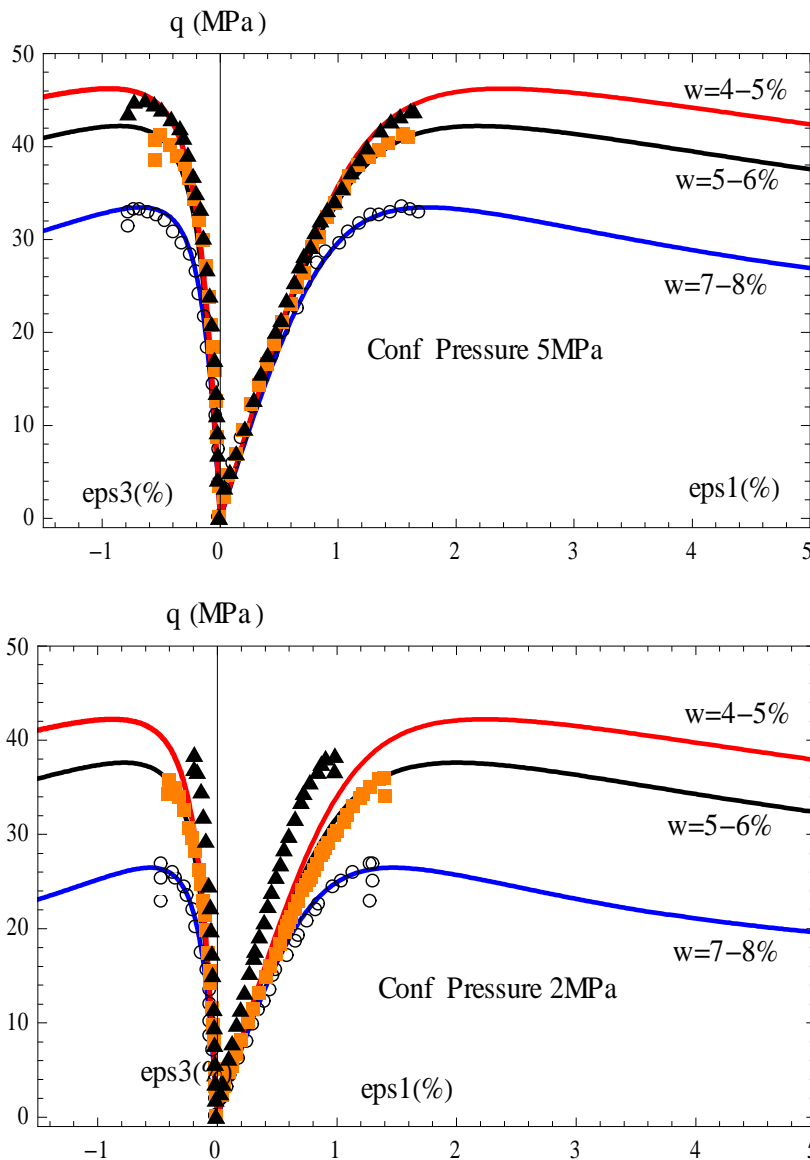


Fig 8-6. Essais de compression triaxiale à différente teneur en eau avec la pression de confinement : a) 5 MPa ; b) 2 MPa

Les Fig 8-6(a, b) montrent les résultats des essais triaxiaux sur l'argilite et leur simulations numériques par ce modèle PPE-NS à différents états hydriques et à deux valeurs de pression de confinement (2 MPa et 5 MPa). Un bon accord est observé entre les données expérimentales et résultats numériques pour les essais à pression de confinement élevée (5 MPa). A la pression de confinement plus faible (2 MPa),

certaines écarts sont observés, en particulier pour le test à $w = 4-5\%$, où la dispersion est plus visible. Il est prévu que ces écarts peuvent être remédiés en tenant compte de l'influence des modules élastiques sur la saturation, comme théoriquement indiqué dans le paragraphe 2, et par l'amélioration de la loi cinématique de l'évolution de l'endommagement (surtout après la rupture). Il convient également de souligner que la rupture des échantillons de roche dans des essais de compression est souvent précédée par une certaine forme de localisation et est difficile à contrôler (également affecté par les dispositifs). Cette particularité est certainement une source possible de divergence entre les résultats expérimentaux et théoriques, car une approche purement continue de modélisation a été utilisée dans ce travail. Néanmoins, on voit que le modèle est capable de décrire qualitativement les caractéristiques de base du comportement de la roche : adoucissement dû à l'endommagement, écrouissage plastique et l'effet de la succion. Ses prédictions quantitatives restent tout à fait acceptables dans le domaine pré-pic. La performance du modèle mécanique (ce qui prend en compte la tension de surface et un couplage hydromécanique fort) a été démontrée.

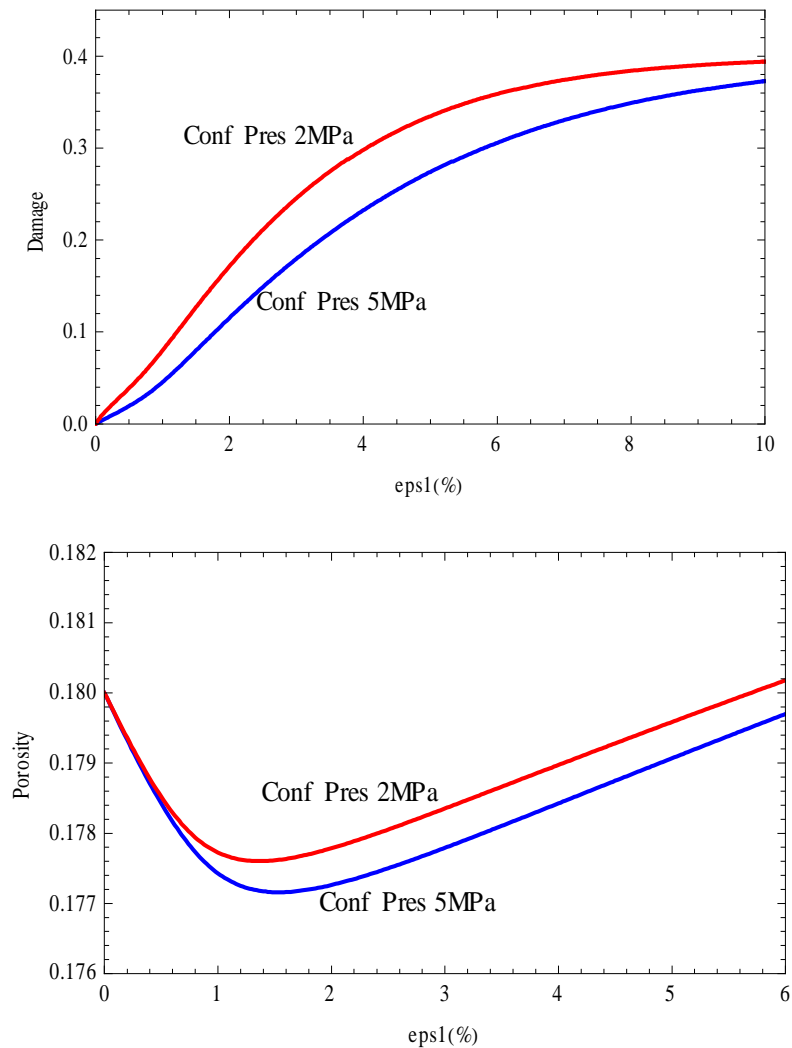


Fig 8-7. Evolution avec les pressions de confinement de 5 MPa et 2 MPa de
 a) l'endommagement ; b) la porosité

L'évolution de la porosité et de l'endommagement au cours des essais (par rapport à la contrainte axiale) à $w = 7 - 8\%$ (l'état quasi saturé) pour les pressions de confinement de 2 MPa et 5 MPa est présentée dans la Fig 8-7. On voit que la vitesse de l'endommagement augmente de manière importante près et surtout après la rupture (dans le comportement post-pic). La porosité diminue dans un premier temps, mais rebondit ensuite avec l'augmentation de la contrainte axiale. Cela peut s'expliquer par deux raisons : d'une part le passage de la contractance à la dilatance plastique ; d'autre part la macrofissuration qui s'accélère à l'état résiduel. On observe également que la pression de confinement empêche la dilatation de l'espace poreux (ce qui est exprimé par le fait que la porosité est d'autant plus petite que la pression de confinement est plus grande) et tend logiquement à ralentir la croissance de l'endommagement.

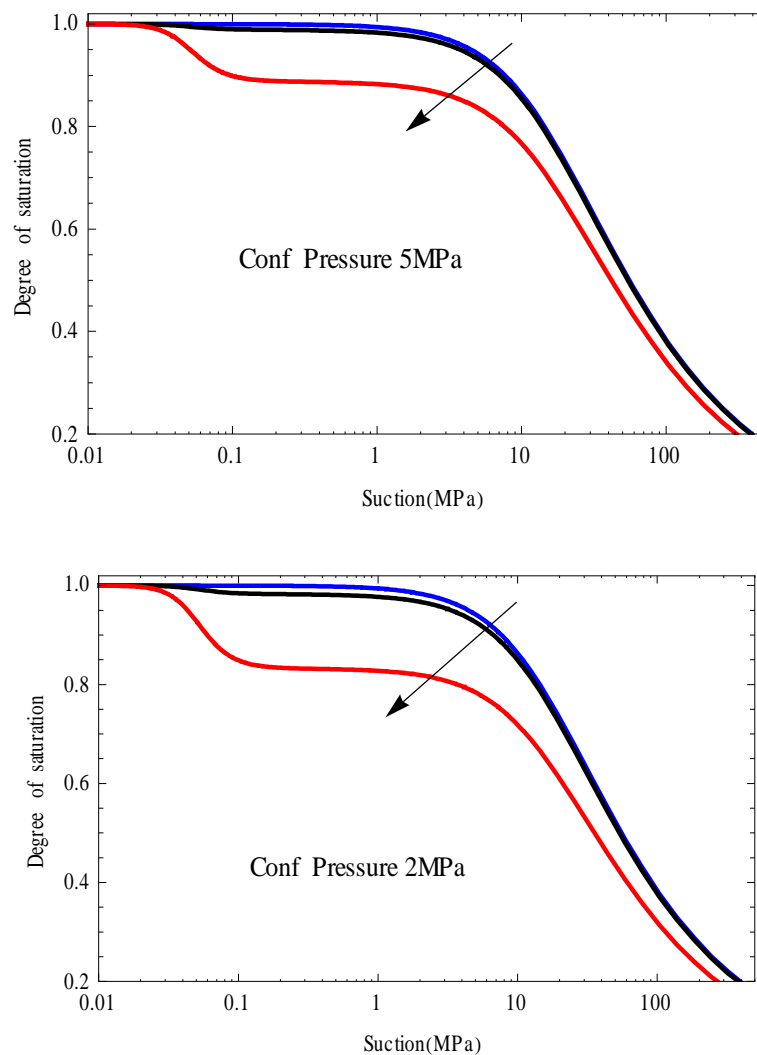


Fig 8-8. Evolution de la WRC aux pressions de confinement de
a) 5 MPa ; b) 2 MPa

Il est également observé que la variation de porosité (en valeur absolue) est en effet très faible par rapport à sa valeur initiale. Autrement dit, la variation de la porosité est négligeable, même après la rupture. Il est alors possible de négliger l'influence de la porosité sur les grandeurs hydromécaniques comme la courbe de rétention ou les

perméabilités dans les calculs des structures (chapitre 10). C'est-à-dire que le paramètre h_p peut prendre la valeur nulle.

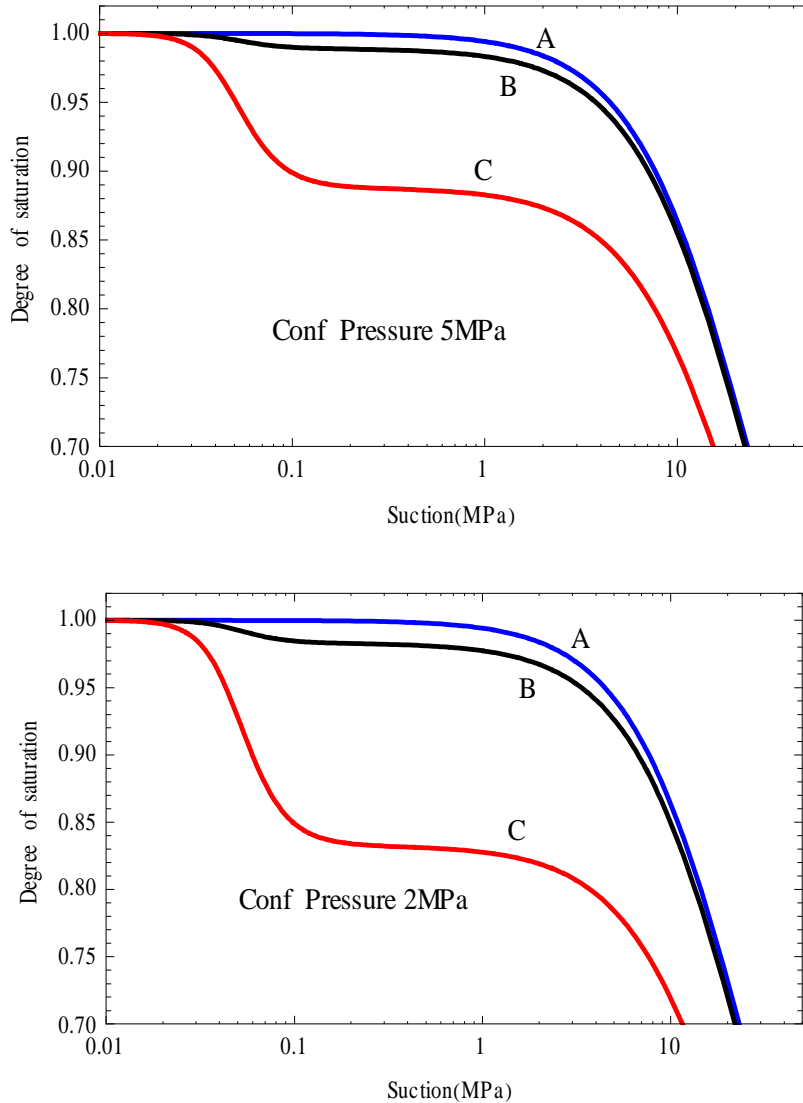


Fig 8-9. Zoom de la Fig 8-8
 (A) l'état initial ; (B) autour du pic ; (C) l'état résiduel

Il est important de souligner le fait que l'une des principales caractéristiques de ce modèle est de simuler simultanément des comportements mécaniques et hydrauliques couplés. La capacité de simuler l'évolution de la propriété de rétention d'eau est démontrée dans les Fig 8-8 et Fig 8-9 (a, b). La Fig 8-8 montre la WRC des échantillons quasi saturés ($w = 7-8\%$) à trois états différents lors des essais de compression triaxiale à la pression de confinement de 2 MPa et 5 MPa. Ce sont : (A) état initial (sain) $\varepsilon_1 = 0\%$; (B) autour du pic de contrainte $\varepsilon_1 \approx 1 - 1.5\%$; et (C) l'état résiduel (échantillons macrofissurés) $\varepsilon_1 \approx 5 - 6\%$. Ces différents états peuvent être vus plus facilement sur la Fig 8-9 (a, b) qui sont les zooms de la Fig 8-8. Nous pouvons voir que les courbes de rétention initiales représentent des courbes en forme typique (forme de la lettre S) pour la PSD unimodale de l'argilite du COX intact (Charlier, et al., 2013). Pendant les essais, l'endommagement se produit (voir

Fig 8-7a) et provoque les changements de la PSD en raison du développement des microfissures. Ainsi, les courbes de rétention deviennent de plus en plus bimodales comme représenté sur la Fig 8-8. Ce passage est plus visible pour la pression de confinement de 2 MPa (par rapport à 5 MPa) car l'endommagement est moins important à la pression de confinement supérieure.

Parallèlement à la WRC, l'évolution de la perméabilité au cours de ces essais triaxiaux est également étudiée. Il est observé (Fig 8-10) que la perméabilité saturée à l'eau augmente de façon importante au cours de l'essai, en raison de l'effet de l'endommagement (jusqu'à quatre ordres de grandeur). En outre, la pression de confinement a la tendance de réduire l'altération de la perméabilité. Ces résultats sont qualitativement en bon accord avec les observations expérimentales (Zhang, et al., 2010). La vitesse d'augmentation de la perméabilité est nettement plus élevée près de la rupture, ce qui correspond à la zone (ii) dans la Fig 8-3, en raison de l'évolution plus rapide de l'endommagement.

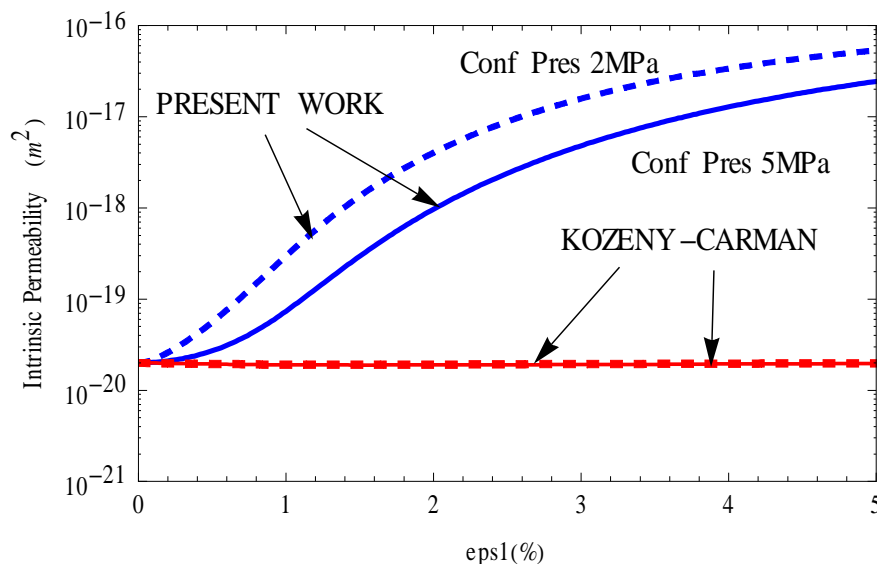


Fig 8-10. Evolution de la perméabilité saturée à l'eau pendant les essais à différentes pression de confinement

Traits continus : 5 MPa ; Traits pointillés : 2MPa ;

Traits bleux : ce travail ; Traits rouges : Modèle de Kozeny-Carman

Dans la Fig 8-10, les comparaisons entre ce travail et les résultats obtenus par le modèle de Kozeny-Carman sont également effectuées. Comme on le sait, la formule de Kozeny-Karman (2-41) ne prédit que des changements de la perméabilité dus à l'évolution de la porosité. En fait, plusieurs travaux ont essayé d'utiliser ce modèle pour tenir compte de l'influence de l'endommagement sur la perméabilité d'une manière indirecte. Dans les roches sous contraintes de compression (comme dans les essais triaxiaux), l'endommagement se propage par le modèle de fissure de l'aile (voir Fig 4-1) et il peut se développer rapidement tandis que le changement de porosité est peu. Cette évolution est sensible à des pressions de confinement. Les résultats indiqués dans la Fig 8-10 montrent que le modèle actuel, où

l'endommagement est directement introduit dans la fonction de perméabilité, est plus cohérent avec les observations expérimentales.

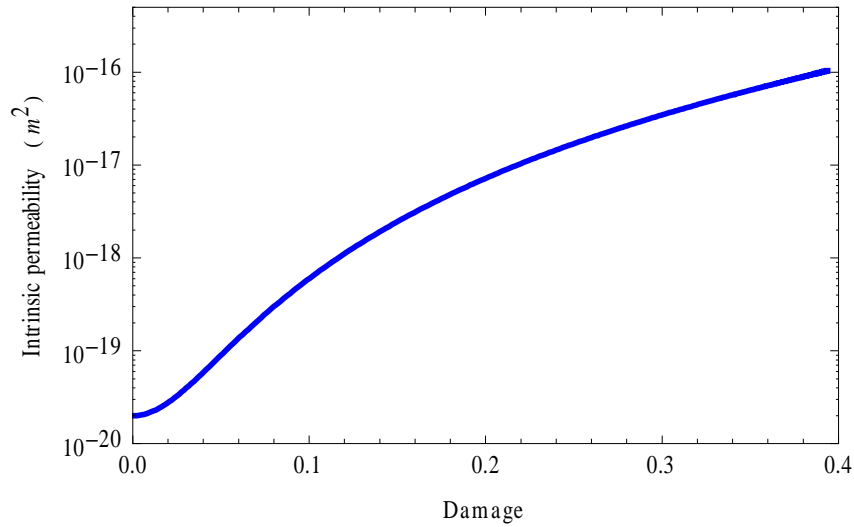


Fig 8-11. Evolution de la perméabilité saturée à l'eau pendant les essais selon la variable d'endommagement

L'évolution de la perméabilité selon la variable d'endommagement est montrée dans la Fig 8-11. On trouve que cette évolution est similaire à celle de l'endommagement (Fig 8-7) et indépendante de la pression de confinement. Cela s'explique par le fait que l'effet de la pression de confinement est totalement reflété par l'endommagement. La perméabilité est d'autant plus élevée que le matériau est fissuré.

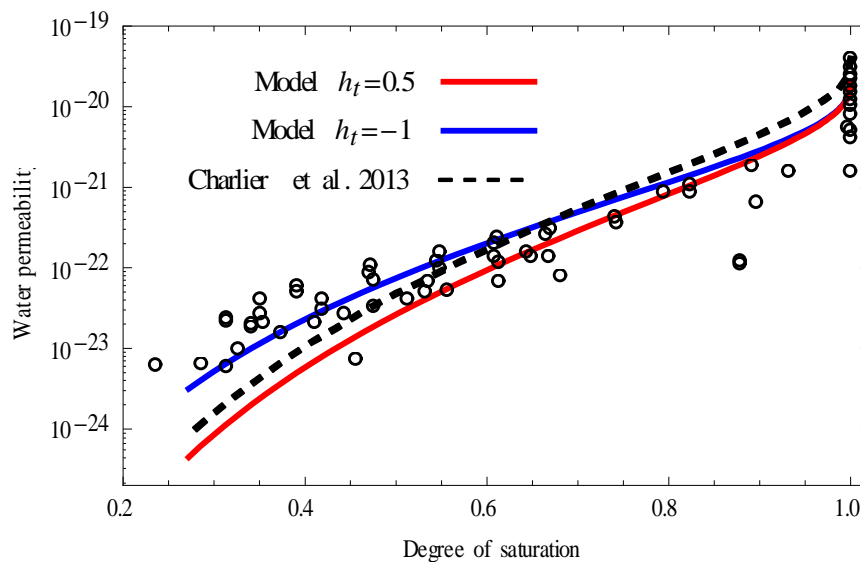


Fig 8-12. Evolution de la perméabilité totale à l'eau (m^2) des échantillons intacts selon le degré de saturation

L'évolution de la perméabilité totale à l'eau pour la roche intacte selon le degré de saturation est tracée sur la Fig 8-12. Nous comparons les simulations numériques de notre modèle avec celle de (Charlier, et al., 2013) ainsi qu'avec des données expérimentales. Notons que semblable au modèle actuel dans cette thèse, le modèle utilisé par Charlier et al pour l'argilite intacte est également basé sur le modèle VG-Mouallem. La différence est sur les 2 paramètres K_{sw} (de la perméabilité à saturation totale) et h_t (coefficient de tortuosité), qui sont deux paramètres sensibles des modèles de type VG-Mualem (Schaap & Van Genuchten, 2006). Plus précisément, nous comparons les performances du modèle de conductivité hydraulique VG-Mualem avec :

- $h_t = 0.5, K_{sw} = 4.10^{-20} \text{ m}^2$ (Charlier, et al., 2013)
- $h_t = 0.5, K_{sw} = 2.10^{-20} \text{ m}^2$ (notre travail)
- $h_t = -1, K_{sw} = 2.10^{-20} \text{ m}^2$ (notre travail)

On constate que la troisième simulation donne un résultat meilleur que les deux premiers (Fig 8-12). La valeur $K_{sw} = 2.10^{-20} \text{ m}^2$ peut décrire mieux la perméabilité à saturation complète. Plus spécialement, la valeur $h_t = -1$, comme suggérée par (Schaap & Leij, 2000), semble plus utile que celle traditionnellement utilisée $h_t = 0.5$.

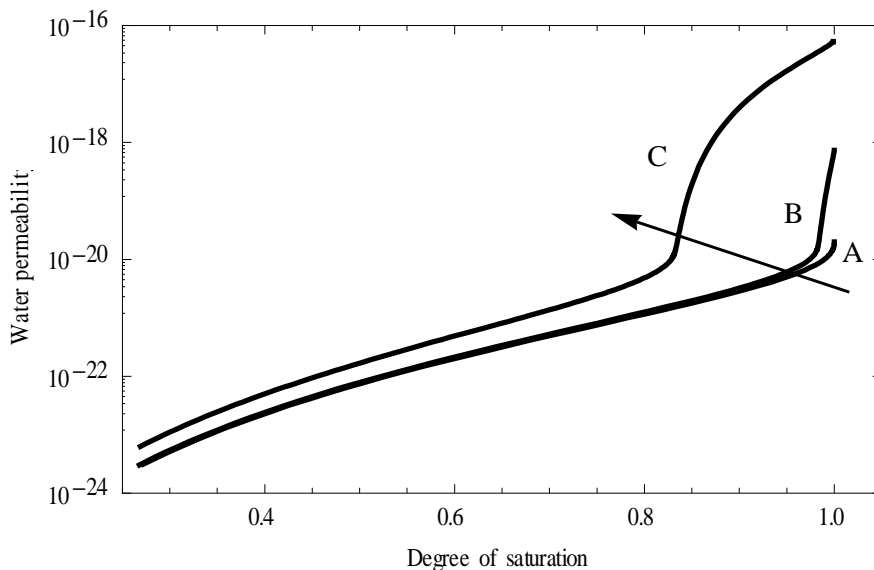


Fig 8-13. Evolution de la perméabilité totale à l'eau lors des essais triaxiaux à différents moments à la pression de confinement de 2 MPa

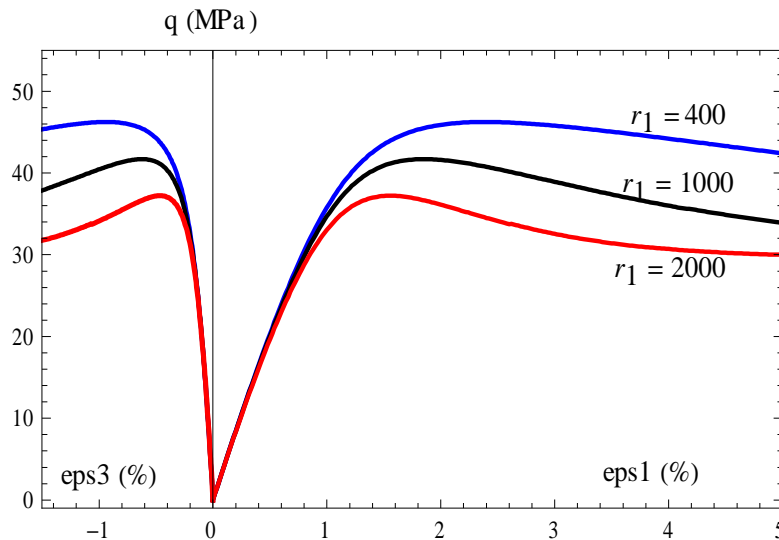
En utilisant ces valeurs mieux ajustés ($h_t = -1, K_{w0} = 2.10^{-20} \text{ m}^2$) la perméabilité lors des tests triaxiaux de pression de confinement 2 MPa est représentée sur la Fig 8-13 en fonction du degré de saturation à trois moments : (A) état initial non endommagé ; (B) autour de la rupture ; et (C) l'état résiduel (échantillons macrofissuré). On observe bien que l'influence de l'endommagement est beaucoup plus visible à haute saturation. Ce point est physiquement cohérent, parce qu'à faible

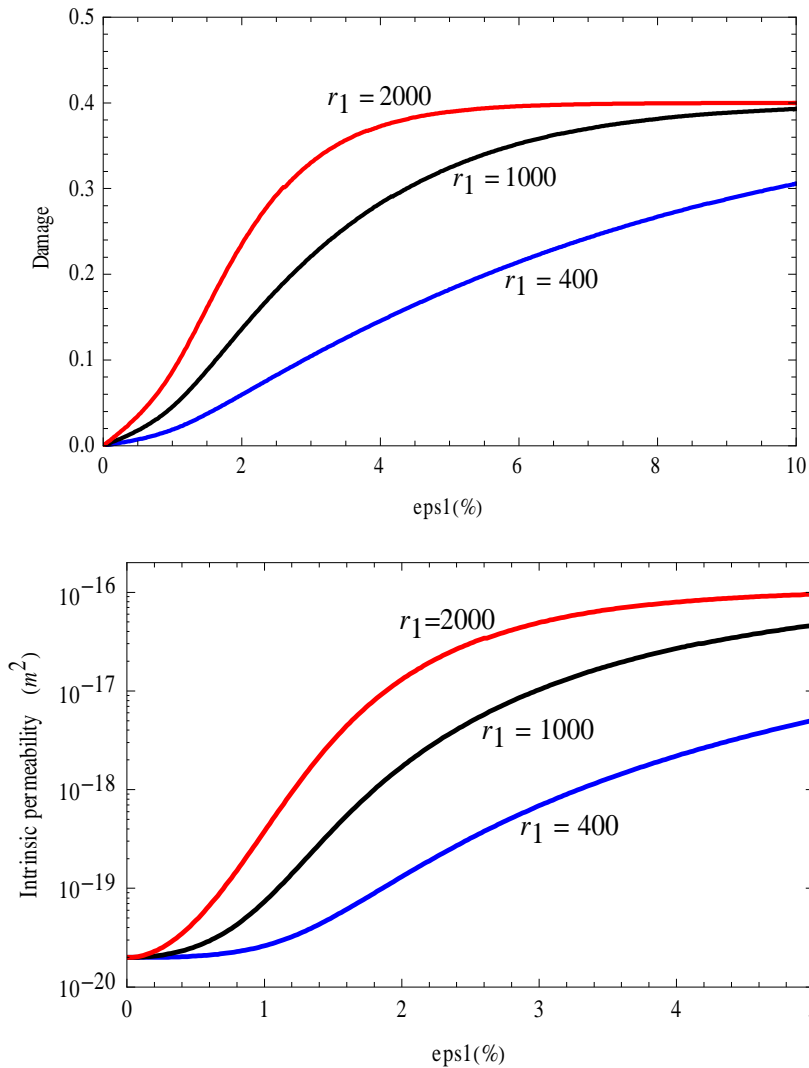
saturation, l'eau réside essentiellement dans de petits vides (pores naturels) et l'influence des fissures sur la perméabilité n'est pas vraiment significative. En revanche, à saturation élevée, l'eau entre dans de grands vides (fissures) dont la capacité de transport est beaucoup plus grande. En tous cas, la perméabilité est augmentée en raison de la fissuration comme la contribution d'un grand pore au débit d'écoulement d'eau est beaucoup plus importante que celle d'un petit pore. En outre, à un niveau élevé de l'endommagement, la dépendance de la perméabilité sur la saturation présente une forme bimodale, similaire aux résultats expérimentaux pour les tufs très fracturés à la Montagne de Yucca (Peters & Klavetter, 1988).

8.3 Etudes paramétriques

Bien que ce modèle contient un certain nombre de paramètres, la plupart d'entre eux sont classiques et ont une signification physique claire. Ainsi, il est assez facile de les identifier à partir des essais mécaniques. Nous avons choisi de montrer ici quelques études paramétriques pour trois paramètres importants : r_1 qui contrôle la cinématique de l'évolution de l'endommagement, b_{pl} qui contrôle le couplage entre les déformations plastiques et comportement hydraulique et ζ qui est introduit pour tenir compte de l'influence de l'endommagement sur la WRC. Dans ces études ci-après, seuls ces trois paramètres évoluent, tandis que les autres prennent leurs valeurs "de référence" qui ont rapporté dans le Tableau 8-4. Le test de "référence" ici est l'essai triaxial à $w = 4-5\%$ à une pression de confinement de 5 MPa.

Les influences de r_1 sont présentés sur la Fig 8-14 (a, b, c). On voit que lorsque r_1 augmente, l'endommagement augmente avec un taux plus élevé (Fig 8-14 b). Par conséquent, le matériau atteint rapidement la rupture (il devient plus fragile) et il tend plus rapidement à l'état résiduel (le comportement post-pic). En conséquence, le changement de la perméabilité est aussi plus grand et plus rapide. Dans tous les cas, la variable d'endommagement tend asymptotiquement vers une valeur ultime, défini par le paramètre r_0 comme indiqué précédemment. Il est conclu que ce paramètre d'endommagement affecte de manière importante à la fois les réponses mécaniques et hydrauliques.




 Fig 8-14. Influences de r_1 sur

a) le comportement contrainte-déformation ; b) l'endommagement ; c) la perméabilité

Les influences du paramètre b_{pl} sont illustrées sur la Fig 8-15 (a, b, c). Les trois valeurs choisies pour les études paramétriques sont la valeur de référence $b_{pl} = 0.3$; la valeur étant égale au coefficient de Biot $b_{pl} = 0.6$ (la contrainte effective plastique σ^{pl} devient identique à la contrainte effective de Biot) ; et $b_{pl} = 1$ (la contrainte effective plastique σ^{pl} ainsi que la contrainte effective de Biot sont identiques à contrainte effective de Terzaghi). Comme on s'y attendait, une valeur plus élevée de b_{pl} conduit à une valeur algébrique plus négative de la contrainte moyenne effective (plus de compression), et cela fait élargir la zone élastique. Ce point est conformément à la fonction de charge (7-44). Comme l'endommagement est couplé au comportement plastique, ce paramètre a également un impact sur évolution de l'endommagement (Fig 8-15b). En outre, puisque la réponse hydraulique est couplé avec le comportement mécanique, la perméabilité intrinsèque est également affectée (Fig 8-15c).

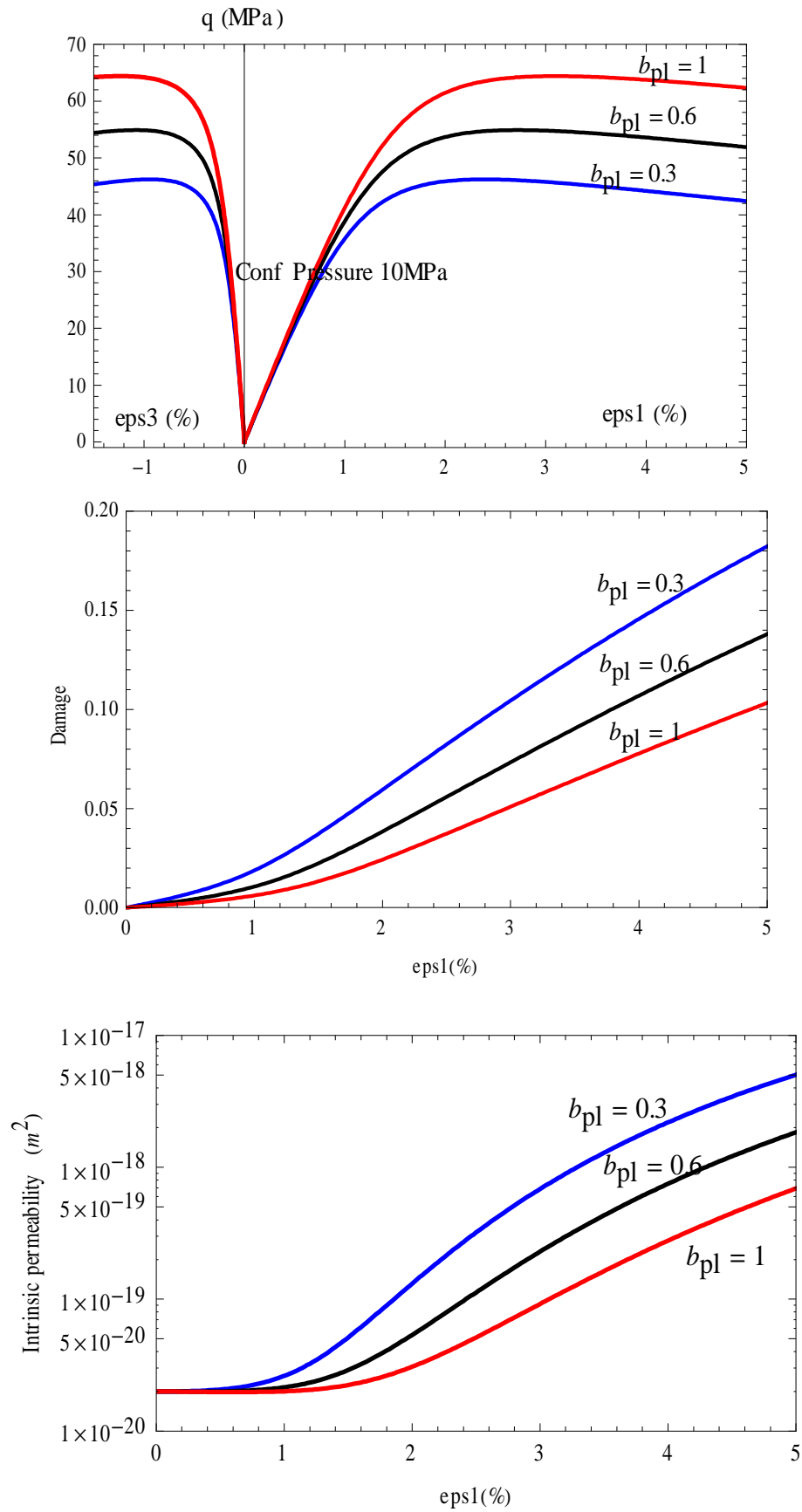


Fig 8-15. Influences de b_{pl} sur
 a) le comportement contrainte-déformation ; b) l'endommagement ; c) la perméabilité

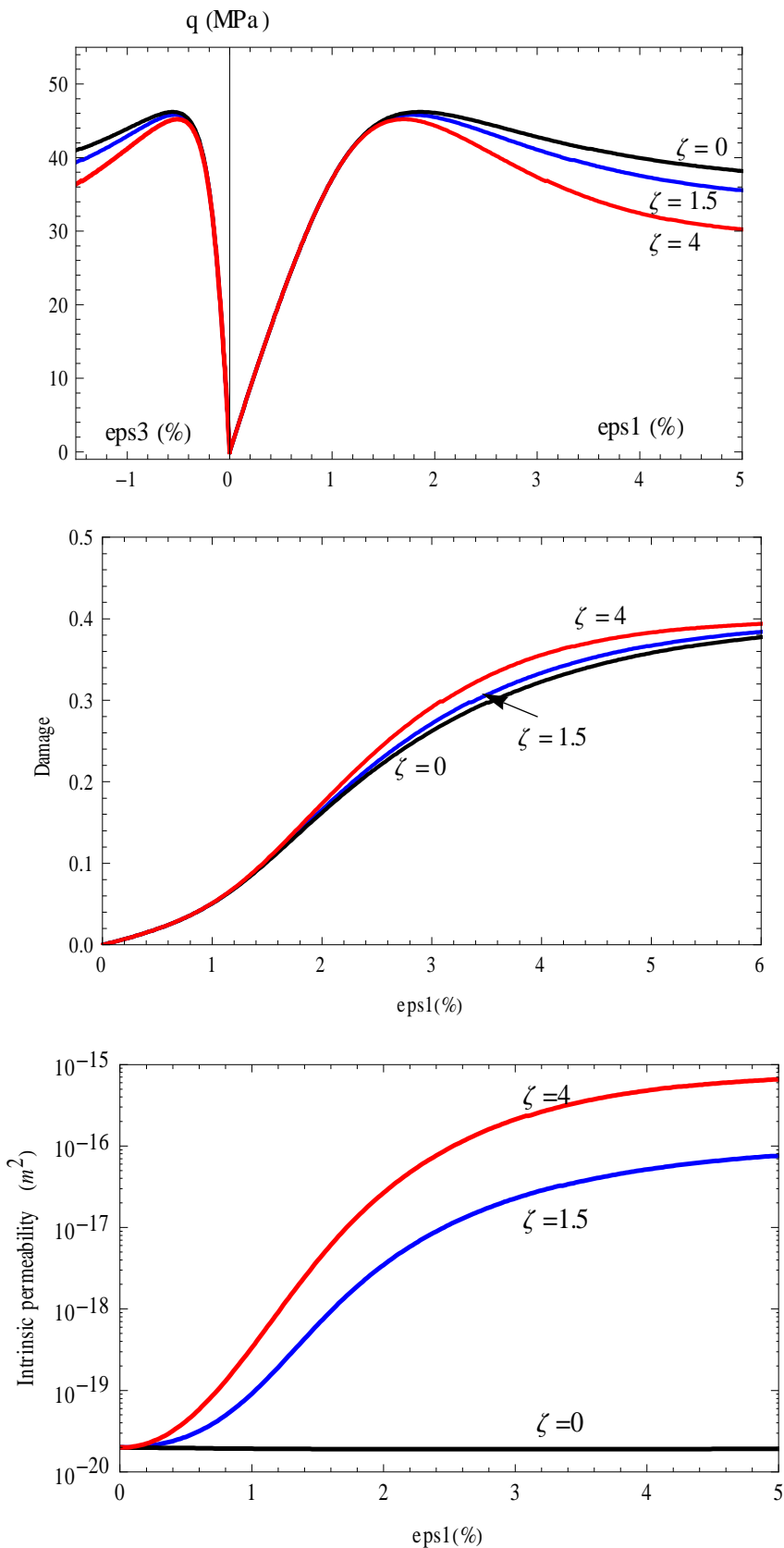


Fig 8-16. Influences de ζ sur

a) le comportement contrainte-déformation ; b) l'endommagement ; c) la perméabilité

Le paramètre important ζ dans la fonction $h_d(D)$ qui relie la partie hydraulique et de la partie mécanique de la loi de comportement est examiné dans la Fig 8-16.

L'influence de ζ sur les propriétés hydrauliques est direct et évident. En outre, ζ est attaché avec la variable d'endommagement qui influe sur le comportement mécanique par la pression équivalente (en particulier par sa composante de l'énergie interfaciale). Il est reconnu qu'une valeur plus élevée (mais toujours réaliste) de b_{pl} et r_1 (c'est-à-dire l'influence plus grande de la pression et de l'endommagement sur le comportement mécanique équivalent) serait plus efficace de montrer l'impact de ζ . Par conséquent, nous choisissons $b_{pl} = 0.6$ et $r_1 = 2000$ (qui ont été utilisés dans les simulations paramétriques ci-dessus) dans cette étude paramétrique actuelle.

Les Fig 8-16 (a, b, c) montrent des résultats numériques pour les cas $\zeta = 0$, $\zeta = 1.5$ et $\zeta = 4$. Il est à noter que ces valeurs choisies répondent toujours la condition limite pour $h_a(D)$ précédemment présentés à la section 8.1. On se rend compte que, lorsque ζ augmente, le matériau est soumis à une fissuration plus élevée (Fig 8-16 b) et est donc affaibli (Fig 8-16 a). Cependant, l'influence de ζ sur l'évolution de l'endommagement n'est pas claire. Au contraire, son impact sur la perméabilité est nettement perceptible (Fig 8-16 c).

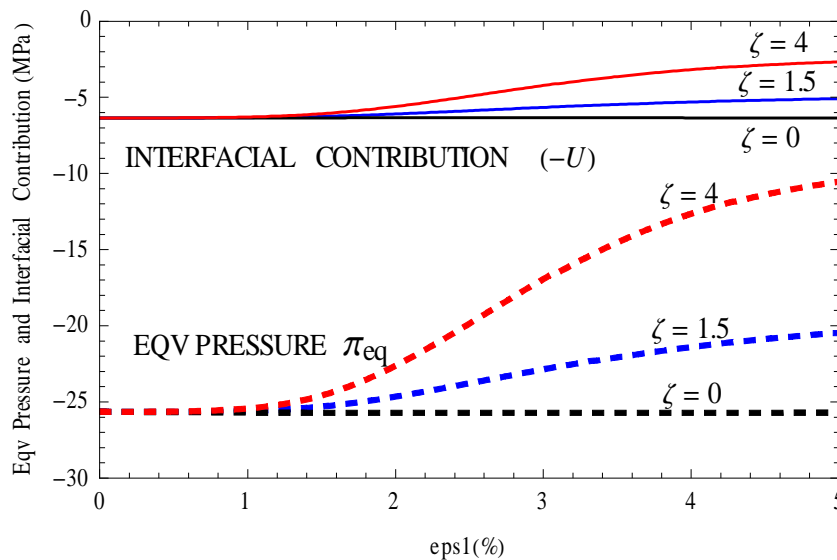


Fig 8-17. Influences de ζ sur la pression équivalente (traits pointillés) et sur la contribution interfaciale (traits continus)

La Fig 8-17 explique plus clairement comment ζ influence le comportement mécanique lors des essais de compression triaxiale, ce qui est implicite et assez difficile à comprendre. En effet, ce paramètre peut être considéré comme une mesure de l'influence de l'endommagement sur la WRC. Par conséquent, le degré de saturation diminue à la même valeur de la succion, comme indiqué théoriquement dans (7-42) et (7-43), ainsi que numériquement sur la Fig 8-8. La même évolution est observée pour l'énergie des interfaces (en valeur absolue) sur Fig 8-17. Ainsi, le paramètre ζ agit à la fois sur la pression moyenne de fluide p^* (par l'intermédiaire S_w) et sur l'énergie des interfaces U . Par conséquent, il influe sur la pression équivalente, comme illustré sur la Fig 8-17. Le fait que la pression équivalente diminue (en valeur absolue) avec ζ donne une explication pour

l'affaiblissement du matériau, comme l'indique la Fig 8-16 a. Egalement de cette figure, on se rend compte que l'influence de la pression moyenne semble être plus dominante de l'énergie interfaciale. Cependant, cette figure indique aussi que la contribution de la tension de surface sur le comportement mécanique n'est pas si petite que l'on peut la négliger.

CHAPITRE 9

**Etude analytique du
comportement d'une cavité
souterraine**

9. ETUDE ANALYTIQUE DU COMPORTEMENT D'UNE CAVITE SOUTERRAINE

9.1 Généralité du problème IRSN et du modèle (semi) analytique

9.1.1 Problématique

D'après (ANDRA, 2009), le stockage de déchets radioactifs en couche géologique profonde prévu en France, pourrait être composé de différentes voies d'accès (puits et descenderie), de galeries de liaison reliant les galeries d'accès aux sites de stockage proprement dits et enfin des alvéoles de stockage dans lesquelles seraient mis en place les déchets de moyenne et haute activité (voir aussi le chapitre 1 de l'introduction). Un problème posé par l'IRSN est de caractériser le comportement hydromécanique d'une galerie de type « liaison » selon son cycle de vie.

Le comportement d'une galerie de liaison dépend intrinsèquement du comportement de la roche hôte autour d'elle. Ce comportement est généralement complexe et non linéaire. L'étude de la cavité est donc souvent réalisée par l'approche numérique (voir par exemple (Boidy, 2002) (Shao, et al., 2005) (Arson, 2009) (Dufour, 2012), etc) en modélisant cette roche par de différentes lois de comportement. Le modèle PVPE-NS développé dans la Deuxième Partie, qui prend en compte des particularités essentielles du comportement de l'argillite du COx, sera aussi utilisé pour la modélisation numérique de la cavité dans le chapitre suivant.

Un des problèmes rencontrés dans des études numériques est que leur précision n'est pas facile à contrôler. D'une part, la complexité des modèles rhéologiques ainsi que l'échelle de temps du problème (de l'ordre des milliers d'années) entraînent des difficultés majeures pour les validations expérimentales. D'autre part, les calculs numériques, eux-même, ont éventuellement des incertitudes.

Il est donc nécessaire de résoudre ce problème IRSN par l'approche analytique qui est plus fiable, dans les cas simples du comportement de la roche hôte. Ceci constituera des solutions de référence, autrement dit des benchmarks utiles, qui serviront la validation des solutions numériques complexes. La fiabilité des telles solutions provient de deux facteurs. Le premier est que ces solutions visent à tenir compte des comportements assez simples qui ont déjà été validés expérimentalement. Le deuxième est qu'elles se basent sur les calculs analytiques exacts et clairs, avec un cadre théorique classique largement admis dans la littérature. C'est pourquoi, la fiabilité des solutions analytiques (ou semi-analytiques) est généralement assurée, même si ces solutions nécessitent éventuellement quelques hypothèses (raisonnables).

En effet, le comportement d'une cavité souterraine profonde a été étudié par l'approche analytique dans les travaux précédents. Le comportement post fermeture de la cavité a été résolu pour le cas d'une roche hôte poro-élastique ou poro-viscoélastique dans (Wong, et al., 2008a) (Wong, et al., 2008b) (Dufour, et al., 2009). Une solution pour le cycle de vie complet d'une galerie souterraine dans un massif

poroélastique a été effectuée par (Dufour, et al., 2012). Des déformations inélastiques du massif sous le chargement ont aussi été prises en compte par (Carranza-Torres & Zhao, 2009), mais en concentrant uniquement sur les conditions aux limites hydrauliques et sans tenir compte des effets transitoires.

Comme déjà dit dans le paragraphe 2.2.1.3, le fluage est généralement rencontré dans les roches argileuses. La prise en compte de ce phénomène est donc raisonnable et notamment nécessaire pour étudier le comportement à long terme des galeries de stockage de déchets nucléaires. Cependant, très peu d'études analytiques l'ont fait dans la littérature. À la connaissance de l'auteur, Pouya (Pouya, 1991) a fourni une solution analytique approchée dans le cas d'un tunnel sans soutènement creusé dans un massif rocheux sec (monophasique) obéissant à la loi de fluage de Norton-Hoff et étant élastiquement incompressible (coefficient de Poisson $\nu = 0.5$). Cosenza et Ghoreychi (Cosenza & Ghoreychi, 1999) ont aussi traité analytiquement du comportement à long terme d'une cavité sphérique à l'intérieur d'un massif poro-visco-plastique saturé dans le cas limite de l'état stationnaire, en négligeant les phases de transition.

Ce chapitre présente les solutions (semi) analytiques pour le comportement d'une cavité cylindrique souterraine dans un massif poro-viscoplastique saturé. En effet, le problème a été initialement traité pour le cas d'un massif viscoplastique monophasique, dont les résultats ont été publiés dans (Deleruyelle, et al., 2014). La démarche a été ensuite étendue pour le cas biphasique dans la publication suivante (Bui, et al., 2014). Dans ce chapitre, seul le cas plus général du massif poro-viscoplastique (biphasique) sera présenté.

9.1.2 Introduction du problème

Nous considérons le problème d'une galerie cylindrique, long et profond, dans un champ des contraintes initialement homogène. Cette galerie est creusée dans un massif poreux saturé dont le comportement est différé et est modélisé par une loi poro-viscoplastique saturé. En général, un comportement non linéaire est très difficile à résoudre par l'approche analytique. Dans ce modèle, on va modéliser donc ce comportement viscoplastique par une version « linéaire » particulière qui rend le problème réalisable par la méthode (semi) analytique. Cette version de la loi de comportement sera décrite en détail dans la suite. Il faut remarquer que le fait qu'on ne traite un cas particulier « linéaire » de la loi viscoplastique ne diminue point l'utilité de cette solution en raison de sa nature « de référence ».

En raison de l'échelle de temps considérée (de l'ordre des milliers d'années), on schématisera les phases de travaux à court terme en ne gardant que les événements qui auront un impact essentiel vis-à-vis de l'évolution des champs hydromécaniques à long terme. Le cycle de vie d'une telle cavité souterraine peut être schématiquement décomposé en quatre étapes, illustrées par la Fig 9-1 :

- l'équilibre hydromécanique du domaine considéré constituant l'état initial de l'étude,

- l'excavation de la cavité dans la roche et la pose d'un revêtement afin d'assurer la stabilité du massif,
- la phase d'exploitation et enfin
- la fermeture de la cavité par la mise en place d'un remblai.

Plus précisément, à l'instant initial $t = t_0 = 0$, le milieu est supposé être en équilibre avec la pression géostatique et la pression hydrostatique. Des déplacements et déformations sont initialement nuls. La première phase correspond à l'excavation d'un tunnel circulaire de rayon a dans un milieu infini viscoplastique caractérisé par le module de Young E , le coefficient de Poisson ν , la viscosité η de la roche et la conductivité hydraulique λ_h . Comme le temps nécessaire à l'excavation est généralement très faible par rapport au temps caractéristique de fluage, cette étape est supposée d'être instantanée et elle se termine à $t = t_1 = 0^+$. Elle est ensuite suivie par la deuxième phase (attente du revêtement) au cours de laquelle le tunnel reste sans revêtement avec une convergence induite par fluage se produit. Cette étape se termine quand le revêtement est installé à $t = t_2$. Dans la troisième phase, à partir de t_2 , la réaction du revêtement sur la paroi du tunnel ralentit la convergence induite par fluage. En fin, la quatrième phase (post-fermeture) démarrante quand le tunnel est remblayé ($t = t_3$) devrait être envisagée. C'est cette phase qui attire l'attention de l'IRSN pour le souci de la sûreté à long terme. Pendant cette étape, l'eau entre progressivement dans la cavité sous l'effet de la pression d'eau, alors que la convergence induite par fluage peut éventuellement comprimer le remblai et provoque des écoulements divergents (comme mentionné dans la Fig 1-7).

Parmi ces quatre phases, les trois premières sont considérées « à court terme » dans la comparaison avec la phase de post-fermeture, qui est considérée « à long terme ». Dans toutes les phases, la roche hôte, ainsi que les autres composantes comme le revêtement et le remblai sont supposées totalement saturées. Par souci de la simplicité, ces matériaux sont supposés isotropes.

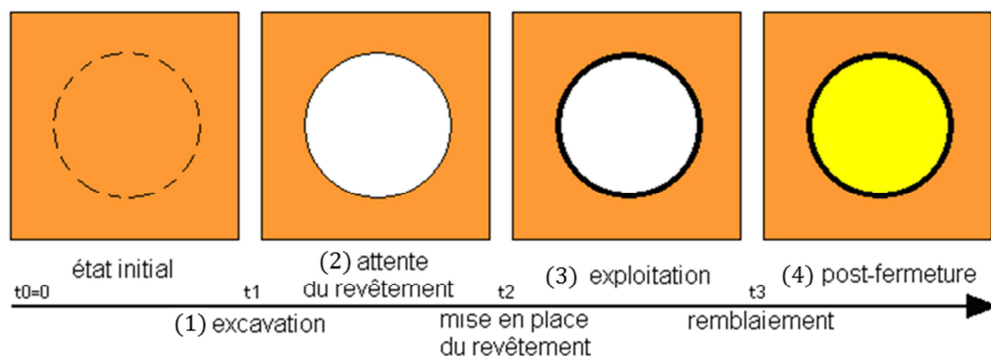


Fig 9-1. Cycle de vie simplifié d'une galerie type

On vise à résoudre ce problème par un modèle analytique. Pour ce faire, le cadre général de la poromécanique saturé couplée à la viscoplasticité sera présenté dans la suite.

9.1.3 Cadre théorique général

La géométrie du problème sera simplifiée par les hypothèses d'axisymétrie et de déformations planes afin de faciliter la recherche des solutions analytiques. Grâce à ces hypothèses, le problème ne dépend que de deux variables: r , la distance de l'axe du tunnel et t , le temps. En plus, des conditions isothermes et l'hypothèse de petites perturbations sont supposées ; l'effet de gravité est négligé, de sorte que les forces volumétriques ne sont pas prises en compte.

Concentrons sur des évolutions hydromécaniques au sein du massif. Puisque le problème est axisymétrique, les coordonnées cylindriques sont utilisées. Dans ce système des coordonnées, grâce aux hypothèses ci-dessus, le champ de contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ et de déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont diagonaux alors que le champ de déplacement \mathbf{u} est purement radial :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r & & \\ & \sigma_\theta & \\ & & \sigma_z \end{bmatrix} ; \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & & \\ & \frac{u}{r} & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (9-1)$$

Où $u = u(r, t)$ est le déplacement radial. La déformation volumique ϵ est liée à cette seule composante non nulle du vecteur de déplacement selon la relation :

$$\epsilon = tr(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \quad (9-2)$$

L'équation d'équilibre (3-25) est reformulée dans ce cas (quasi-statique, saturé, effet de gravité négligé) devient simplement $\mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{0}$. De (9-1), la seule équation non triviale tirée de cette équation est :

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \quad (9-3)$$

Afin de représenter le comportement hydromécanique de la roche, la déformation et la porosité sont considérées comme des variables d'état comme dans (Coussy, 2004). La variation de la porosité $(\phi - \phi_0)$ et la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont classiquement décomposées en partie élastique et partie viscoplastique (comme (3-89)) :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \text{ et } \Delta\phi = \phi - \phi_0 = \phi^e + \phi^{vp} \quad (9-4)$$

Dans le cas d'un comportement saturé, on a $U = p_c = 0$, et on en déduit que $\psi_{so} = \psi_{sq}$ et $\pi_{eq} = p_w$ (selon (3-53)). Ainsi, (3-91) devient :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p_w \dot{\phi} - \dot{\psi}_{sq} \geq 0 \quad (9-5)$$

Des équations d'état (3-74)-(3-76) se simplifient donc dans le cas d'un comportement saturé isotrope isotherme comme suit :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \frac{1}{3K_0} \dot{\sigma}'_m \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2G_0} \dot{\mathbf{s}} \quad (9-6)$$

$$\dot{\phi}^e = b_0 \dot{\epsilon}^e + \beta_0 \dot{p}_w \quad (9-7)$$

Où $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + bp_w \boldsymbol{\delta}$ est le tenseur de contrainte effective (de Biot) ; $\sigma'_m = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}') = \sigma_m + bp_w$ est la contrainte effective moyenne ; \mathbf{s} est le tenseur déviateur de contrainte, qui est dans ce cas diagonal avec 3 composantes s_r, s_θ, s_z correspondantes à ses axes principaux. Il est noté que $\mathbf{s}' \equiv \boldsymbol{\sigma}' - \sigma'_m \boldsymbol{\delta} = \mathbf{s}$. En absence de l'endommagement, tous les paramètres hydromécaniques sont supposés constants, ce qui a pour but de linéariser le problème.

Ces équations permettent de calculer la déformation élastique et la porosité élastique par la contrainte totale et la pression interstitielle. Pour compléter la loi de comportement du matériau, la déformation viscoplastique et la porosité viscoplastique doivent également être définies par des lois complémentaires. Comme la variation de la porosité viscoplastique est difficile à évaluer, l'hypothèse suivante est reprise (Coussy, 2004) :

$$\phi^{vp} = b \epsilon^{vp} \quad (9-8)$$

D'où, l'inégalité (9-5) devient : $\boldsymbol{\sigma}' : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} + \mathbf{A}_k \dot{\mathbf{V}}_k \geq 0$, avec \mathbf{V}_k et \mathbf{A}_k décrivent l'érouissage. Pour décrire le comportement au fluage, la loi viscoplastique de Norton-Hoff est adoptée (voir le paragraphe 3.3.3). Cette loi ne considère par l'érouissage, \mathbf{V}_k et \mathbf{A}_k sont donc négligées. Par une démarche connue adoptée pour les milieux poreux (paragraphe 3.3.3), le potentiel de dissipation est formulé en fonction de la contrainte effective : $\varphi_{vp}^* = \varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}')$. Comme mentionné, on concentre sur la version linéaire de cette loi pour assurer la faisabilité analytique du problème. Ainsi, la puissance n_L dans l'équation (3-119) est choisie : $n_L = 1$ et la vitesse des déformations viscoplastiques est calculée par :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} = \frac{3}{2\eta} \mathbf{s} \quad (9-9)$$

Il est important de souligner que dans ce cas particulier, la vitesse de la déformation viscoplastique volumique est nulle $\dot{\epsilon}^{vp} = 0$. Des déformations viscoplastiques n'induisent donc aucun changement de volume.

Les équations (9-6) et (9-9) amènent à l'expression suivante des déformations totales :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{3K_0} \dot{\sigma}'_m \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2G_0} \dot{\mathbf{s}} + \frac{3}{2\eta} \mathbf{s} \quad (9-10)$$

Parallèlement, la combinaison de l'hypothèse (9-8), l'équation (9-7), la conservation de la masse fluide (3-20) (pour le cas saturé et donc sans changement de phase) et la loi de Darcy (2-30) conduit à l'équation connue de diffusion :

$$b\dot{\epsilon} = -\frac{1}{M}\dot{p}_w + \lambda_h\Delta p_w \quad (9-11)$$

Où M est le module de Biot tel que $\frac{1}{M} = \beta + \frac{\phi_0}{\mathcal{K}_w}$, avec \mathcal{K}_w est le module de compressibilité de l'eau liquide et $\Delta = \nabla \cdot \nabla$ désigne l'opérateur de Laplace. Les équations (9-10) et (9-11) sont 2 équations fondamentales pour résoudre le problème.

9.1.4 Méthode de résolution

Nous utilisons la transformée de Laplace définie par :

$$\bar{f}(r, s) = \mathcal{L}(f) = \int_0^{\infty} f(r, t)e^{-st} dt \quad (9-12)$$

Cette approche est classiquement utilisée pour transformer des équations de dérivées partielles dans le domaine temporel en des équations différentielles ordinaires dans le domaine de transformée.

Il est à noter que la fonction $f(r, t)$ est définie sur l'intervalle de temps $t \in [0, \infty)$. Le système d'équations différentielles ordinaires est résolu dans le *domaine s* et la solution dans le domaine de temps peut alors être trouvée par la transformée de Laplace inverse. Cependant, l'inversion analytique n'est pas possible lorsque les fonctions sont trop complexes, ce qui est le cas ici. Dans de tels cas, une inversion numérique, selon l'algorithme de Stehfest (Stehfest, 1970) par exemple, peut être appliquée :

$$f(r, t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{f}(r, s)] \cong \frac{\ln 2}{t} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} C_n \bar{f}\left(n \frac{\ln 2}{t}\right) \quad (9-13)$$

$$C_n = (-1)^{n+\frac{\mathcal{N}}{2}} \sum_{k=\text{Int}\left(\frac{n+1}{2}\right)}^{\min\left(n, \frac{\mathcal{N}}{2}\right)} \frac{k^{\frac{\mathcal{N}}{2}} (2k)!}{\left(\frac{\mathcal{N}}{2} - k\right)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} \quad (9-14)$$

où $\text{Int}(x)$ désigne la partie entière de x , et \mathcal{N} est un nombre entier positif pair. La validité de cet outil numérique a déjà été vérifiée (Wong, et al., 2008a) (Wong, et al., 2008b) (Dufour, et al., 2012) (Deleruyelle, et al., 2014). En raison de cette inversion numérique, la solution est appelée "quasi-analytique".

9.2 Solutions pour le comportement « à court terme » de la galerie

Comme expliqué, l'évolution de 3 premières phases est envisagée comme « à court terme » dans le cycle de vie de la galerie, bien qu'elle dure pendant des centaines d'années. Les résultats de cette partie ont été publiés dans (Bui, et al., 2014).

9.2.1 Phase 1 : Excavation instantanée ($0 \leq t \leq t_1 = 0^+$)

9.2.1.1 Conditions initiales et aux limites

La première étape du cycle de vie est l'excavation instantanée du tunnel dans le milieu poro-viscoplastique. Comme la viscosité et la conductivité hydraulique sont finies, des déformations de fluage et le transport de l'eau dans un temps infinitésimal doit être infinitésimaux. Au contraire, les déformations élastiques apparaissent instantanément en raison des modifications du champ de contraintes, ce qui suit les conditions aux limites. Par conséquent, dans cette première étape, le comportement de l'agent peut être considéré comme poroélastique et non drainée.

L'état initial à $t = t_0 = 0$ est en équilibre hydromécanique et caractérisé par des champs homogènes de pression interstitielle et de contrainte géostatistique. En outre, les déplacements les déformations initiaux et sont nuls :

$$\boldsymbol{\sigma}(r, 0) = -P_\infty \boldsymbol{\delta}; \quad \mathbf{u}(r, 0) = \mathbf{0}; \quad \boldsymbol{\varepsilon}(r, 0) = \mathbf{0}; \quad p_w(r, 0) = p_{w0} \quad (9-15)$$

La première égalité dans (9-15) constitue une approximation de la réalité observée pour certaines galeries du laboratoire souterrain de Bure.

Par conséquent, le champ de contrainte initial autour des galeries orientées dans la direction de la contrainte majeure est quasiment isotrope alors que le champ de contrainte autour des galeries orientées selon la direction de la contrainte mineure est anisotrope. On choisira le cas isotrope dans ce chapitre pour décrire les conditions initiales (9-15).

Deux conditions aux limites mécaniques doivent être prises en compte : la contrainte totale radiale en paroi du tunnel ($r = a$) décroît de la valeur géostatistique à zéro (excavation), tandis que les déplacements loin de la paroi du tunnel reste nuls à tout moment :

$$\sigma_r(a, 0^+) = 0; \quad u(\infty, t) = 0 \quad (9-16)$$

9.2.1.2 Résolution analytique de la phase 1

Les hypothèses ci-dessus conduisent au problème d'un tunnel instantanément creusé dans un milieu poroélastique en conditions non drainées. Au cours d'une évolution non drainée, comme aucun transport de l'eau n'a lieu, des pressions interstitielles changent conformément au changement de volume de la particule élémentaire de l'élément solide poreux. Dans le cas présent, (Dufour, et al., 2012) ont mis en évidence que les déformations volumiques sont nulles, et des pressions interstitielles restent constantes. La solution complète de ce problème peut être trouvée dans (Dufour, et al., 2012) et est rappelée ici :

$$u(r, 0^+) = -\frac{P_\infty a^2}{2G r}; \quad p_w(r, 0^+) = p_{w0}$$

$$\sigma_r(r, 0^+) = -P_\infty \left[1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right]; \quad \sigma_\theta(r, 0^+) = -P_\infty \left[1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2\right]; \quad \sigma_z(r, 0^+) = -P_\infty \quad (9-17)$$

$$s_r(r, 0^+) = P_\infty \left(\frac{a}{r}\right)^2; \quad s_\theta(r, 0^+) = -P_\infty \left(\frac{a}{r}\right)^2; \quad s_z(r, 0^+) = 0$$

9.2.2 Phase 2 : Attente du revêtement ($t_1 \leq t \leq t_2$)

9.2.2.1 Conditions initiales et aux limites

Cette phase démarre immédiatement après l'excavation (à $t = t_1 = 0^+$). A ce stade, le tunnel est encore sans revêtement, et l'eau qui pénètre dans la cavité est supposée être totalement évacuée, de sorte que la paroi du tunnel est en contact avec l'air ambiant à la pression atmosphérique (prise égale à zéro).

Les conditions initiales à $t = t_1 = 0^+$ sont définies par la continuité avec la solution de la phase précédente (voir (9-17)). Les conditions aux limites en paroi du tunnel sont présentés ci-après à la fois dans le domaine temporel réel et dans l'espace de transformée. En paroi de la galerie non revêtue, la contrainte radiale totale et la pression d'eau sont nulles :

$$\sigma_r(a, t) = 0; \quad \bar{\sigma}_r(a, s) = 0 \quad (9-18)$$

$$p_w(a, t) = 0; \quad \bar{p}_w(a, s) = 0 \quad (9-19)$$

Loin du tunnel, des pressions interstitielles et des déplacements sont supposés de ne pas être affectés :

$$u(\infty, t) = 0; \quad \bar{u}(\infty, s) = 0 \quad (9-20)$$

$$p_w(\infty, t) = p_{w0}; \quad \bar{p}_w(\infty, s) = \frac{p_{w0}}{s} \quad (9-21)$$

9.2.2.2 Résolution semi analytique de la phase 2

Prenant la trace de l'équation tensorielle (9-10) et combinant la avec la condition initiale à $t = t_1 = 0^+$, on obtient:

$$\sigma'_m(r, t) = K\epsilon(r, t) - P_\infty + b p_{w0}(r, t) \quad (9-22)$$

Cette expression nous permet de réécrire (9-10) :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{3} \dot{\epsilon} \mathbf{1} + \frac{1}{2G} \dot{\mathbf{s}} + \frac{3}{2\eta} \mathbf{s} \quad (9-23)$$

La composante zz de (9-23) s'écrit :

$$\dot{s}_z + \frac{1}{T_0} s_z = -\frac{2G}{3} \dot{\epsilon} \quad (9-24)$$

Où le temps caractéristique de relaxation T_0 est défini par $T_0 = \frac{\eta}{3G}$. Tenant compte de la condition initiale $s_z(r, 0^+) = 0$, on trouve la solution de s_z :

$$s_z(r, t) = -\frac{2G}{3} e^{-\frac{t}{T_0}} k_\epsilon(r, t) \quad (9-25)$$

$$k_\epsilon(r, t) = \int_0^t e^{\frac{t'}{T_0}} \dot{\epsilon}(r, t') dt' \quad (9-26)$$

Par la même procédure appliquée à la composante $\theta\theta$ de (9-23), l'expression de s_θ est déterminée :

$$s_\theta(r, t) = e^{-\frac{t}{T_0}} \left[2G \left(k_u(r, t) - \frac{1}{3} k_\epsilon(r, t) \right) - P_\infty \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \quad (9-27)$$

$$k_u(r, t) = \frac{1}{r} \int_0^t e^{\frac{t'}{T_0}} \dot{u}(r, t') dt' \quad (9-28)$$

Du à la relation $tr(\mathbf{s}) = s_r + s_\theta + s_z = 0$ on a :

$$s_r(r, t) = e^{-\frac{t}{T_0}} \left[2G \left(\frac{2}{3} k_\epsilon(r, t) - k_u(r, t) \right) + P_\infty \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \quad (9-29)$$

Substituant (9-22), (9-27) et (9-29) dans l'équation d'équilibre (9-3), on obtient l'égalité suivante, après quelques manipulations :

$$e^{\frac{t}{T_0}} \left[K \frac{\partial \epsilon(r, t)}{\partial r} - b \frac{\partial p_w(r, t)}{\partial r} \right] + 2G \left[\left(\frac{k_\epsilon(r, t) - 2k_u(r, t)}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2}{3} k_\epsilon(r, t) - k_u(r, t) \right) \right] = 0 \quad (9-30)$$

Prenant la dérivée temporelle de (9-30), et tenant compte de la définition de ϵ , k_ϵ , et k_u dans (9-2), (9-26) et (9-28) respectivement, l'équation suivante est obtenue :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{K}{T_0} \epsilon(r, t) + \left(K + \frac{4G}{3} \right) \frac{\partial \epsilon(r, t)}{\partial t} - b \left(\frac{p_w(r, t)}{T_0} + \frac{\partial p_w(r, t)}{\partial t} \right) \right] = 0 \quad (9-31)$$

Invoquant les conditions aux limites (9-20) et (9-21), la dernière équation devient :

$$\frac{\partial \epsilon(r, t)}{\partial t} + \frac{\epsilon(r, t)}{T_1} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial p_w(r, t)}{\partial t} + \frac{p_w(r, t) - p_{w0}}{T_0} \right) \quad (9-32)$$

Où $\omega = \frac{K + \frac{4G}{3}}{b}$ et le temps caractéristique de fluage T_1 est défini par $T_1 = T_0 \frac{K + \frac{4G}{3}}{K}$.

On a évidemment $T_1 > T_0$, ce qui est conformément aux résultats classiques. Deux équations (9-12) et (9-32) forment un système de 2 équations aux dérivées partielles. Appliquant la transformée de Laplace, ce système devient :

$$\bar{\epsilon}(r, s) = \frac{1}{\omega} \left(\frac{s + 1/T_0}{s + 1/T_1} \right) \left(\bar{p}_w(r, s) - \frac{p_{w0}}{s} \right) \quad (9-33)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_w(r, s)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}_w(r, s)}{\partial r} - \Omega^2(s) \bar{p}_w(r, s) = -\frac{\Omega^2(s)}{s} p_{w0} \quad (9-34)$$

$$\text{Avec } \Omega(s) = \sqrt{\frac{s}{\lambda_h} \left[\frac{1}{M} + \left(\frac{b^2}{K + \frac{4G}{3}} \right) \left(\frac{s+1/T_0}{s+1/T_1} \right) \right]}$$

La solution générale de (9-34) est classiquement connue : $\bar{p}_w(r, s) = A(s)K_0[\Omega(s)r] + B(s)I_0[\Omega(s)r] + \frac{p_{w0}}{s}$, où I_0 et K_0 sont des fonctions de Bessel modifiées de l'ordre zéro, de première et de deuxième espèce, respectivement. Prenant en compte deux conditions aux limites hydrauliques (9-19) et (9-21), remarquant que $\lim_{x \rightarrow \infty} I_0(x) = \infty$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} K_0(x) = 0$, la solution pour la pression d'eau, et puis la déformation volumique, dans l'espace de transformée, sont :

$$\bar{p}_w(r, s) = \frac{p_{w0}}{s} \left[1 - \frac{K_0[\Omega(s)r]}{K_0[\Omega(s)a]} \right] \quad (9-35)$$

$$\bar{\epsilon}(r, s) = -\frac{1}{\omega} \frac{p_{w0}}{s} \left(\frac{s + 1/T_0}{s + 1/T_1} \right) \frac{K_0[\Omega(s)r]}{K_0[\Omega(s)a]} \quad (9-36)$$

La substitution de (9-36) dans l'équation différentielle (9-2), avec la prise en compte de la condition aux limites (9-20), conduit à la solution générale pour le champ de déplacement :

$$\bar{u}(r, s) = \frac{1}{\omega \cdot \Omega(s)} \frac{p_{w0}}{s} \left(\frac{s + 1/T_0}{s + 1/T_1} \right) \frac{K_1[\Omega(s)r]}{K_1[\Omega(s)a]} + \frac{C(s)}{r} \quad (9-37)$$

Où K_1 est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1 et de deuxième espèce. Il reste de déterminer $C(s)$ selon la condition aux limites de contrainte radiale (9-18). À cette fin, nous exprimons la contrainte radiale totale en paroi du tunnel dans l'espace de transformée :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r(a, s) &= K\bar{\epsilon}(a, s) + \frac{bp_{w0} - P_\infty}{s} \\ &+ 2G \left[\frac{2}{3} \mathcal{L} \left\{ e^{-\frac{t}{T_0}} k_\epsilon(a, t) \right\} - \mathcal{L} \left\{ e^{-\frac{t}{T_0}} k_u(a, t) \right\} \right] + \frac{P_\infty}{s + 1/T_0} \end{aligned} \quad (9-38)$$

En utilisant (9-18), (9-38) et les résultats (A3) et (A4) dans l'annexe A, après quelques développements, nous obtenons l'expression du déplacement en paroi dans l'espace de transformée :

$$\bar{u}(a, s) = -\frac{P_\infty a}{2G s} \left(\frac{s + 1/T_0}{s} \right) \quad (9-39)$$

Utilisant (9-39), $C(s)$ dans (9-37) peut être déterminé. D'où, la solution du champ de déplacement en toute position dans le massif s'écrit :

$$\bar{u}(r, s) = -\frac{P_\infty a^2}{2Gs} \frac{(s + 1/T_0)}{s} + \frac{1}{\omega \Omega K_0 [\Omega(s)a]} \frac{p_{w0}}{s} \frac{(s + 1/T_0)}{(s + 1/T_1)} \left[K_1[\Omega(s)r] - \frac{a}{r} K_1[\Omega(s)a] \right] \quad (9-40)$$

Les expressions de la pression interstitielle (9-35), de la déformation volumique (9-36), et du déplacement (9-40) permettent de déterminer la contrainte moyenne et les contraintes déviatoriques à l'aide de (9-22), (9-25), (9-27) et (9-29). Après quelques développements, la solution complète pour les contraintes dans cette phase peut être déterminée dans l'espace de transformée :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r(r, s) &= -\frac{P_\infty}{s} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{2G}{r} \frac{1}{\omega \Omega K_0 [\Omega(s)a]} \frac{p_{w0}}{(s + 1/T_1)} \left[K_1[\Omega(s)r] - \frac{a}{r} K_1[\Omega(s)a] \right] \\ \bar{\sigma}_\theta(r, s) &= -\frac{P_\infty}{s} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{2G}{\omega} \frac{p_{w0}}{s + 1/T_1} \frac{K_0[\Omega(s)r]}{K_0[\Omega(s)a]} + \frac{2G}{r} \frac{1}{\omega \Omega K_0 [\Omega(s)a]} \frac{p_{w0}}{(s + \frac{1}{T_1})} \left[K_1[\Omega(s)r] - \frac{a}{r} K_1[\Omega(s)a] \right] \\ \bar{\sigma}_z(r, s) &= \frac{2G}{\omega} \frac{p_{w0}}{s + 1/T_1} \frac{K_0[\Omega(s)r]}{K_0[\Omega(s)a]} - \frac{P_\infty}{s} \end{aligned} \quad (9-41)$$

Les solutions de (9-35), (9-36), (9-40) et (9-41) dans le domaine temporel réel sont obtenues en utilisant l'algorithme d'inversion numérique de Stehfest décrit ci-dessus (voir les équations (9-13) et (9-14)). Cependant, les résultats en paroi du tunnel sont des informations très intéressantes et, dans ce cas particulier ($r = a$), les inversions analytiques sont possibles. Les solutions dans le domaine temporel en paroi du tunnel sont ainsi :

$$\begin{aligned} u(a, t) &= -\frac{P_\infty a}{2G} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) \\ p_w(a, t) &= 0 \\ \epsilon(a, t) &= -\frac{p_{w0}}{\omega} \left[e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{(K + \frac{4G}{3})}{K} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \right] \\ \sigma_r(a, t) &= 0 \\ \sigma_\theta(a, t) &= -P_\infty + 2G \frac{p_{w0}}{\omega} e^{-\frac{t}{T_1}} \\ \sigma_z(a, t) &= -P_\infty + 2G \frac{p_{w0}}{\omega} e^{-\frac{t}{T_1}} \end{aligned} \quad (9-42)$$

L'expression du déplacement est remarquable. Il montre que l'évolution du déplacement de la paroi du tunnel est indépendante du champ de pression d'eau et est donc identique au cas d'un massif sec (Deleruyelle, et al., 2014), en dépit du couplage hydromécanique. Des effets du couplage hydromécanique sont bien

présents et des pressions interstitielles modifient des déplacements partout mais sauf à la paroi du tunnel ! Après une chute initiale en raison de l'excavation, le déplacement en paroi évolue linéairement avec le temps, dû au fluage. Dans le cas limite de poroélasticité (η tend vers l'infini), le déplacement en paroi du tunnel, selon (9-42), devient $-\frac{P_{\infty}a}{2G}$, qui est conforme à (Dufour, et al., 2012).

En outre, contrairement au cas de la roche sèche (Deleruyelle, et al., 2014), (9-42) montre que dans le cas général d'un milieu compressible ($\nu \neq 0.5$), la déformation volumique (sous l'hypothèse de symétrie cylindrique) est non-nulle ($\epsilon \neq 0$). Il est important de noter que dans le cas de symétrie cylindrique, le couplage hydromécanique ne peut être mise en évidence qu'en considérant un milieu élastique compressible ($\nu \neq 0.5$), ce qui justifie les développements complexes exposés dans ce document. Dans le cas particulier d'incompressibilité élastique (c'est-à-dire $\nu = 0.5$), K et ω tend vers l'infini, ce qui conduit à $\epsilon = 0$ (selon (9-36)). Dans ce cas, les seconds termes dans les expressions des déplacements et des contraintes dans (40) et (41) disparaissent, et ces champs seraient alors partout identique au cas de la roche sèche. En d'autres termes, les grandeurs mécaniques seraient alors découplées du champ de pression de pores. Cette propriété peut être utilisée pour obtenir une solution analytique dans le cas particulier de $\nu = 0.5$.

9.2.3 Phase 3 : Exploitation de la galerie ($t_2 \leq t \leq t_3$)

9.2.3.1 Conditions initiales et aux limites

La phase 3 débute à $t = t_2$ avec la mise en place du soutènement, qui s'oppose à la convergence du massif du au fluage. Initialement sans contrainte, le soutènement est considéré comme un tube poroélastique cylindrique mince (épaisseur e_L), complètement saturé et très perméable (conductivité hydraulique infinie) ; par conséquent, le champ de pression d'eau est uniforme dans le revêtement et ne dépend que de sa valeur à la paroi intérieure (condition aux limites de Dirichlet). Cette hypothèse est justifiée pour les roches qui sont beaucoup moins perméable que le revêtement (par exemple les argilites par rapport aux bétons). Analogue à la phase 2, l'eau entrant dans la cavité est supposée être évacuée. En raison de ces hypothèses, les pressions d'eau dans le revêtement et à la paroi du tunnel ($r = a$) restent nulles à tout moment. En conséquence, le soutènement ne fournit qu'une réaction élastique sur la paroi du tunnel, et est entièrement caractérisé par son module de Young E_L et le coefficient de Poisson ν_L . Cette réaction peut être calculée par l'équation suivante (voir (Panet, 1995)) :

$$p_L(t) = -K_L \left[\frac{u(a, t)}{a} - \frac{u(a, t_2)}{a} \right] \quad (9-43)$$

Où la rigidité du soutènement est donnée par :

$$K_L = \frac{E_L[a^2 - (a - e)^2]}{(1 + \nu_L)[(1 - 2\nu_L)a^2 + (a - e)^2]} \quad (9-44)$$

Les conditions initiales de cette phase sont données par continuité avec les solutions de la phase 2 à $t = t_2$. Cependant, en raison de l'impossibilité d'inverser analytiquement les solutions dans l'espace de transformée obtenues dans (9-35), (9-36), (9-40) et (9-41), les solutions approchées fournies par la formule de Stehfest sont utilisées. Par exemple, $p_w(r, t_2) \approx p_{w0} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n} \left[1 - \frac{K_0(\Omega_n r)}{K_0(\Omega_n a)} \right]$ avec $s_n = \frac{n \ln 2}{t_2}$; $\Omega_n = \Omega(s_n)$. Notons que cette expression est cohérente avec la condition à la limite (9-21) parce que les coefficients C_n définis par (9-14) assurent la condition $\sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n} \equiv 1$ pour tout nombre entier pair \mathcal{N} . A l'aide de cette propriété, les deux conditions initiales importantes qui servent les calculs de cette phase peuvent être écrites comme suit :

$$p_{w2}(r) = p_w(r, t_2) \approx p_{w0} \left[1 - \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n K_0(\Omega_n r)}{n K_0(\Omega_n a)} \right] \quad (9-45)$$

$$\epsilon_2(r) = \epsilon(r, t_2) \approx \frac{p_{w0}}{\omega} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n} \left(\frac{s_n + 1/T_0}{s_n + 1/T_1} \right) \frac{K_0(\Omega_n r)}{K_0(\Omega_n a)} \quad (9-46)$$

Les conditions initiales de cette phase sont approximativement déterminées. Toutefois, notons que les conditions initiales en paroi du tunnel pourraient être exactement calculées en prenant $t = t_2$ dans les expressions analytiques (9-42). Les conditions aux limites (9-19), (9-20) et (9-21) s'appliquent encore à cette phase, tandis que la contrainte totale radiale en paroi de la galerie n'est plus nulle, dû à la réaction du soutènement. Prenant en compte (9-43), la relation (9-18) devient :

$$\sigma_r(a, t) = -p_L(t); \quad \bar{\sigma}_r(a, s) = \frac{K_L}{a} \left[\bar{u}(a, s) - \frac{u_2(a)}{s} \right]; \quad u_2(a) = u(a, t_2) \quad (9-47)$$

Les équations (9-19), (9-20), (9-21) et (9-47) complètent les conditions aux limites de la phase 3.

9.2.3.2 Résolution semi analytique de la phase 3

Parce que toutes les évolutions hydromécaniques commencent à $t = t_2 > 0$, une translation de la variable temporelle t pour $t \geq t_2$ est nécessaire afin d'assurer des conditions d'application de la transformée de Laplace. Désignant $\tau = t - t_2$, on en déduit $\tau \in [0, \infty)$. Les champs translétés sont définis comme suit : $\hat{p}_w(r, \tau) = p_w(r, t)$; $\hat{\epsilon}(r, \tau) = \epsilon(r, t)$; $\hat{\sigma}_i(r, \tau) = \sigma_i(r, t)$; $\hat{s}_i(r, \tau) = s(r, t)$; avec $i \in \{r, \theta, z\}$.

Les relations (9-22) et (9-23) sont toujours valables. En suivant le même raisonnement de (9-23) à (9-29), les 3 composantes du tenseur de déviateur de contrainte peuvent être déterminées :

$$\begin{aligned}
 \hat{s}_z(r, \tau) &= e^{-\frac{\tau}{T_0}} \left[-\frac{2G}{3} k_\epsilon(r, \tau) + s_{z2}(r) \right] \\
 \hat{s}_\theta(r, \tau) &= e^{-\frac{\tau}{T_0}} \left[2G \left(-\frac{1}{3} k_\epsilon(r, \tau) + k_u(r, \tau) \right) + s_{\theta 2}(r) \right] \\
 \hat{s}_r(r, \tau) &= e^{-\frac{\tau}{T_0}} \left[2G \left(\frac{2}{3} k_\epsilon(r, \tau) - k_u(r, \tau) \right) + s_{r2}(r) \right]
 \end{aligned} \tag{9-48}$$

Où, pour raccourcir les notations, les valeurs initiales ont été désignées par $\hat{s}_i(r, 0) = s_i(r, t_2) = s_{i2}(r)$, $i \in \{r, \theta, z\}$. Ces valeurs initiales sont connues dans le domaine temporel par des formes approximatives, ce qui est encombrant. Cependant, par le même raisonnement qui conduit à (9-32), et en remarquant que ces fonctions indépendantes du temps disparaissent après la dérivée partielle temporelle, on obtient la même équation comme (9-32) dans la coordonnée temporelle translatée. Cette équation et (9-12) constituent les équations régissant pour la phase 3. L'application de la transformée de Laplace (ici par rapport à τ) et en tenant compte des conditions initiales (9-45) et (9-46), on obtient le système d'équations suivant :

$$\bar{\epsilon}(r, s) = \frac{1}{\omega} \left(\frac{s + 1/T_0}{s + 1/T_1} \right) \bar{p}_w(r, s) + \frac{\epsilon_2(r) - \frac{1}{\omega} \left[p_{w2}(r) + \frac{1}{T_0} \frac{p_{w0}}{s} \right]}{s + 1/T_1} \tag{9-49}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_w(r, s)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}_w(r, s)}{\partial r} - \Omega^2(s) \bar{p}_w(r, s) = \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} d_n(s) K_0(\Omega_n r) - \frac{\Omega^2(s)}{s} p_{w0} \tag{9-50}$$

Où :

$$d_n(s) = \frac{p_{w0} C_n}{\omega k} \frac{1}{n K_0(\Omega_n a)} \left[\frac{\omega}{M} + \frac{b s}{(s + 1/T_1)} + \frac{b}{T_1 (s + 1/T_1)} \frac{s_n + 1/T_0}{s_n + 1/T_1} \right] \tag{9-51}$$

En résolvant l'équation différentielle linéaire de 2^{ème} ordre (9-50) et en considérant les conditions aux limites, puis en substituant dans (9-49), on obtient les solutions :

$$\begin{aligned}
 \bar{p}_w(r, s) &= \frac{p_{w0}}{s} \left[1 - \frac{K_0[\Omega(s)r]}{K_0[\Omega(s)a]} \right] \\
 &+ \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{d_n(s)}{\Omega_n^2 - \Omega^2(s)} \left(K_0(\Omega_n r) - \frac{K_0(\Omega_n a)}{K_0[\Omega(s)a]} K_0[\Omega(s)r] \right)
 \end{aligned} \tag{9-52}$$

$$\bar{\epsilon}(r, s) = a_1(s) \cdot K_0[\Omega(s)r] + \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} a_2(n, s) \cdot K_0(\Omega_n r) \tag{9-53}$$

Où :

$$\begin{aligned}
 a_1(s) &= -\frac{1}{\omega} \left(\frac{s+1/T_0}{s+1/T_1} \right) \frac{1}{K_0[\Omega(s)a]} \left[\frac{p_{w0}}{s} + \sum_{n=1}^N \frac{d_n(s)K_0(\Omega_n a)}{\Omega_n^2 - \Omega^2(s)} \right] \\
 a_2(n, s) &= \frac{1}{\omega} \left(\frac{s+1/T_0}{s+1/T_1} \right) \frac{d_n(s)}{\Omega_n^2 - \Omega^2(s)} \\
 &\quad - \frac{p_{w0} C_n}{\omega n K_0(\Omega_n a)} \frac{1}{\left(\frac{s_n+1/T_0}{s_n+1/T_1} - 1 \right)} \frac{1}{s+1/T_1}
 \end{aligned} \tag{9-54}$$

Similaire à la phase précédente, la combinaison de (9-53) avec l'expression de la déformation volumique (9-2) conduit à une équation différentielle par rapport aux déplacements. Cette équation, en utilisant la condition à la limite (9-20), a la solution générale :

$$\bar{u}(r, s) = \frac{C_1(s)}{r} - \frac{a_1(s) \cdot K_1[\Omega(s)r]}{\Omega(s)} - \sum_{n=1}^N \frac{a_2(n, s) \cdot K_1(\Omega_n r)}{\Omega_n} \tag{9-55}$$

$C_1(s)$ peut être déterminé en tenant compte de la condition aux limites de contrainte (9-47). Pour ce faire, la contrainte totale radiale à la paroi du tunnel est représentée (en utilisant l'expression du déviateur radial de contrainte (9-48)) comme suit :

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_r(a, s) &= \left(K + \frac{4G}{3} \frac{s}{(s+1/T_0)} \right) \bar{\epsilon}(a, s) + \frac{1}{(s+1/T_0)} \left(-\frac{4G}{3} \epsilon_2(a) + s_{r2}(a) \right) \\
 &\quad - \frac{1}{(s+1/T_0)} \frac{2G}{a} (s\bar{u}(a, s) - u_2(a)) + \frac{bp_{w0}}{s} - \frac{P_\infty}{s}
 \end{aligned} \tag{9-56}$$

Remarquons que $\bar{\epsilon}(a, s)$ est calculé en prenant $r = a$ dans (9-49). La condition à la limite de la paroi du tunnel (9-42) permet de simplifier (9-56) :

$$\bar{\sigma}_r(a, s) = -\frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_0} \right)} \frac{2G}{a} (s\bar{u}(a, s) - u_2(a)) + \frac{P_\infty}{s + \frac{1}{T_0}} - \frac{P_\infty}{s} \tag{9-57}$$

Cela amène à :

$$\bar{u}(a, s) = -aP_\infty \left[\frac{(1+t_2/T_0)}{2G} \frac{1}{s} + \frac{1}{K_L} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/T_2} \right) \right] \tag{9-58}$$

Avec $T_2 = \left(1 + \frac{2G}{K_L} \right) T_0$. Ce résultat est cohérent avec le cas limite d'un soutènement infiniment rigide ($K_L \rightarrow \infty$), qui peut freiner immédiatement la convergence de la cavité. La solution complète du déplacement est donc :

$$\begin{aligned} \bar{u}(r, s) = & -\frac{a_1(s)}{\Omega(s)} \left[K_1[\Omega(s)r] - \frac{a}{r} K_1[\Omega(s)a] \right] \\ & - \sum_{n=1}^N \frac{a_2(n, s)}{\Omega_n} \left[K_1(\Omega_n r) - \frac{a}{r} K_1(\Omega_n a) \right] \\ & - \frac{a^2}{r} P_\infty \left[\frac{(1 + t_2/T_0)}{2G} \frac{1}{s} + \frac{1}{K_L} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (9-59)$$

Les deux champs hydromécaniques importants, des pressions interstitielles et des déplacements, sont maintenant connus dans l'espace de transformée par (9-52) et (9-59). De ce fait, il est long mais théoriquement n'est pas difficile de calculer les champs de contraintes. Néanmoins, les expressions qui en résultent sont trop long pour être présentées ici. Après avoir été déterminé dans l'espace de transformée, les champs hydromécaniques (des pressions interstitielles, des déplacements, des contraintes totales et effectives) sont alors définis dans le domaine réel temporel en appliquant la méthode de Stehfest ((9-13) et (9-14)). Les résultats obtenus sont quasi-analytique. Pourtant, en paroi du tunnel, le champ de déplacement peut être déterminé analytiquement à partir de (9-58) :

$$u(a, t) = \hat{u}(a, \tau) = -aP_\infty \left[\frac{(1 + t_2/T_0)}{2G} + \frac{1}{K_L} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \right]; \quad t \geq t_2 \quad (9-60)$$

On trouve que le déplacement de la paroi du tunnel peut être décomposée en deux parties : la première est seulement la valeur initiale au début de cette étape ($t = t_2$), tandis que la seconde est l'évolution du déplacement exprimant les effets simultanés du fluage et du soutènement. Le taux de convergence ralentit de façon continue et le déplacement tend vers une valeur stable finale : $aP_\infty \left[\frac{(1+t_2/T_0)}{2G} + \frac{1}{K_L} \right]$. Comme prévu, plus le revêtement est rigide, moins la paroi du tunnel converge. De plus, l'amplitude du déplacement est inversement proportionnelle à la viscosité du matériau (via T_0 et T_2). Lorsque la viscosité tend vers l'infini, le cas poroélastique est retrouvé.

Là encore, nous soulignons que le champ de déplacement est partout influencé par des pressions interstitielles sauf en paroi du tunnel, où la convergence est découplée du champ hydraulique. Ce résultat est dû d'une part à la propriété isochore de la loi de fluage (9-9) et d'autre part à la symétrie cylindrique du problème. Elle est similaire au cas de poroélasticité (Dufour, et al., 2012).

Utilisant (9-60) et (9-43), la réaction de du soutènement peut être calculée comme suit :

$$p_L(t) = P_\infty \left[1 - e^{-\frac{(t-t_2)}{T_2}} \right] \quad (9-61)$$

L'équation (9-61) montre que, sauf si $T_2 = 0$ (cas d'un massif poroélastique sans fluage), la réaction du revêtement tend toujours vers P_∞ à long terme. Cela est dû à l'hypothèse d'un seuil null dans la loi de fluage de la roche, ce qui implique que

l'équilibre statique ne peut être atteint que si la contrainte déviatorique est nulle. En conséquence, l'équilibre ne peut avoir lieu que lorsque la pression interne à la paroi du tunnel (fournie ici par le revêtement) est égale à la pression géostatistique au champ lointain.

9.3 Solutions pour le comportement « à long terme » de la galerie

Une fois trouvé la solution des trois premières phases, on s'intéresse au comportement à long terme du comportement de la galerie lors de la phase post-fermeture $t_3 \leq t < \infty$. Pendant cette phase, la présence simultanée du massif, du soutènement et du remblai (voir Fig 9-1), ainsi que le couplage hydromécanique complexe entre évolution hydraulique et le fluage, engendrent des difficultés importantes pour des conditions aux limites (en fonction des paramètres physiques du problème), ce qui amène aux développements compliqués dans le cas général. Par conséquent, seul le cas d'imcompressibilité élastique, résultant d'un choix particulier du coefficient de Poisson $\nu = 0.5$, est présenté ci-après. En plus, on ne s'intéresse qu'au cas le plus souvent rencontré dans la pratique où l'influence du fluage est généralement beaucoup plus petite par rapport à celui du phénomène hydraulique. Ce choix est effectivement raisonnable pour les paramètres réels d'entrées du problème IRSN.

9.3.1 Equations et résultats principaux des 3 premières phases pour $\nu = 0.5$

Dans ce cas limite, les équations d'équilibre restent encore valable. Par contre les équations principales concernant le comportement élastique se simplifient. En effet, puisque $K_0 \rightarrow \text{infini}$, l'équation (9-6) devient :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \frac{1}{2G_0} \dot{\mathbf{s}} \quad (9-62)$$

Ce qui conduit à : $\epsilon^e = 0$. Comme la loi de fluage (9-9) est toujours valable, on en déduit que $\epsilon = 0$ à tout moment et en tout point au sein du massif. En plus, (9-10) devient :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{2G_0} \dot{\mathbf{s}} + \frac{3}{2\eta} \mathbf{s} \quad (9-63)$$

Alors que l'équation (9-11) se modifie à :

$$-\frac{1}{M} \dot{p}_w + \lambda_h \Delta p_w = 0 \quad (9-64)$$

Ces équations simplifiées conduisent aux résultats plus simples des trois premières phases. En effet, Deleruyelle *et al* (Deleruyelle, et al., 2014) ont montré le découplage entre les champs hydrauliques et mécaniques, pas uniquement en paroi comme indiqué dans le paragraphe 9.2, mais à n'importe où au sein du massif. Ce découplage implique que l'évolution hydraulique ne dépend pas de celle mécanique, et le champ de pression d'eau peut être décrit par la même expression pour les

phases 2 et 3. Cela peut être expliqué par le fait que pendant ces deux phases, les conditions aux limites hydrauliques sont exactement identiques, alors que l'équation d'évolution reste aussi la même (Deleruyelle, et al., 2014). Ainsi, la solution dans l'espace de transformée de la pression d'eau peut être décrite par la même expression de la phase 2 comme (9-35) :

$$\bar{p}_w(r, s) = \frac{p_{w0}}{s} \left[1 - \frac{K_0[\Omega(s)r]}{K_0[\Omega(s)a]} \right] \quad (9-65)$$

Qui est clairement moins lourd que (9-52) dans le cas général $\nu \leq 0.5$ présenté plus haut. Les autres résultats sont identiques que ceux présentés dans 9.2, mais en prenant $\nu = 0.5$. Il est également intéressant de présenter la relation suivante pour le déplacement (Deleruyelle, et al., 2014) :

$$u(r, t) = U(t) \frac{a^2}{r} \quad (9-66)$$

Maintenant, pour mieux résoudre le problème, les comportements du remblai et de la roche hôte seront étudiés de manière séparée.

9.3.2 Comportement du remblai

On suppose que le remblai est un matériau poroélastique initialement saturé. Limitant notre attention pour l'instant au remblai uniquement, on imagine dans ce paragraphe un cylindre de rayon a constitué d'un matériau poro-élastique baignant dans l'eau. En plus le remblai est supposé très perméable de sorte qu'au sein duquel la pression d'eau soit homogène. L'analyse présentée ici est semblable à celle de (Dufour, et al., 2012).

Le remblai est initialement de contrainte effective et de pression d'eau nulle. Supposé saturé dès sa pose, à t_3 , instant initial de cette phase, on a dans le remblai ($0 \leq r \leq a$) :

$$\sigma_{ini}(r) = \mathbf{0}; \quad p_{wini}(r) = 0; \quad \epsilon_{ini}(r) = \mathbf{0} \quad (9-67)$$

L'équation d'équilibre (de conservation de la quantité de mouvement) (3-25) (pour le cas particulier d'un milieu saturé par un seul fluide sans changement de phase) aux instants t et t_{ini} , instant initial d'une phase quelconque du cycle de vie de la cavité, donne :

$$\text{div}(\sigma(r, t) - \sigma_{ini}(r)) = 0 \quad (9-68)$$

L'équation de Navier se déduit ensuite en injectant la relation de comportement (3-74) dans l'équation (9-68) :

$$\left(K' + \frac{4G'}{3} \right) \mathbf{grad}(\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - G \mathbf{rot}(\mathbf{rot}(\mathbf{u}(r, t))) - b' \mathbf{grad}(p(r, t) - p_{ini}(r)) = \mathbf{0} \quad (9-69)$$

Avec K' , G' et b' sont le module de compressibilité, module de cisaillement et coefficient de Biot du remblai. Dans cette étude, il n'est question que de champs de déplacement irrotationnel, c'est-à-dire $\text{rot}(u) = 0$. En se restreignant à un problème unidimensionnel, l'équation (9-69) se simplifie :

$$\mathbf{grad} \left[\left(K' + \frac{4G'}{3} \right) (\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - b' \cdot (p(r, t) - p_{ini}) \right] = \mathbf{0} \quad (9-70)$$

Par intégration suivant la seule variable d'espace, il vient :

$$\left(K' + \frac{4G'}{3} \right) (\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - b' \cdot (p(r, t) - p_{ini}) = A(t) \quad (9-71)$$

Où $A(t)$ est une fonction indépendante de r . En utilisant les conditions initiales (9-67) on en déduit :

$$\epsilon(r, t) = \frac{b'p(r, t) + A(t)}{K' + \frac{4G'}{3}} \quad (9-72)$$

En outre, en intégrant (9-2) et en tenant compte de la condition à l'origine $u(0, t) = 0$ on obtient :

$$u(r, t) = \frac{1}{r} \int_0^r \xi \epsilon(\xi, t) d\xi \quad (9-73)$$

En particulier, à $r = a$:

$$u_a(t) \equiv u(a, t) = \frac{1}{a} \int_0^a \xi \epsilon(\xi, t) d\xi \quad (9-74)$$

La substitution de (9-72) et (9-74) dans la loi de comportement (3-74) et les conditions initiales (9-67) du remblai permettent de déduire :

$$\sigma_r(a, t) = A(t) - \frac{2G'}{a^2} \int_0^a \xi \epsilon(\xi, t) d\xi \quad (9-75)$$

En combinant (9-72) et (9-75), la fonction $A(t)$ peut être explicitée comme suit :

$$A(t) = \sigma_r(a, t) \frac{K' + \frac{4G'}{3}}{K' + \frac{G'}{3}} + \frac{2G' \cdot b'}{a^2 \cdot \left(K' + \frac{G'}{3} \right)} \int_0^a \xi \cdot p(\xi, t) d\xi \quad (9-76)$$

Ce qui conduit, à partir de (9-75), à l'équation suivante :

$$\sigma_r(a, t) + \frac{2b'}{a^2} \int_0^a \xi \cdot p(\xi, t) d\xi = 2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) \frac{u_a(t)}{a} \quad (9-77)$$

Comme mentionné ci-dessus, la pression d'eau est homogène au sein du remblai : $p(\xi, t) = p(t)$, (9-77) devient :

$$\sigma_r(a, t) + b'p(a, t) = \sigma'_r(a, t) = 2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) \frac{u_a(t)}{a} = 2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) U(t) \quad (9-78)$$

Où $U(t) = \frac{u_a(t)}{a}$ est la convergence relative. Par conséquent, si la mise en pression du remblai se faisait uniquement par une augmentation de la pression d'eau (induisant une variation égale et opposée de la contrainte totale $d\sigma_{rr} = -dp_w$), on aurait alors $d\sigma'_{rr} = -(1 - b')dp_w = 2(K' + G'/3) du_a/a$, donc $du_a < 0$: c'est à dire une contraction volumique du remblai, en raison de la compressibilité de la matrice solide ($b' < 1$). Si la phase solide est incompressible, alors $b' = 1$ et le remblai reste immobile, l'équation (9-78) devient :

$$\sigma'_r(a, t) = \sigma_r(a, t) + p_w(a, t) = 2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) U(t) = K_R [U(t) - U(t_3)] \quad (9-79)$$

Avec $K_R = 2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right)$ la rigidité du remblai.

9.3.3 Comportement du massif

Pendant la phase post-fermeture, après la mise en place du remblai, on suppose qu'un décollement entre le remblai et le soutènement, et entre le soutènement et le massif, est possible. Ce type d'adhérence est conforme au « bon sens » de l'ingénieur. Dans la première étape de cette phase, l'hypothèse que l'influence du fluage du massif est beaucoup plus petite que celle de la pression hydraulique implique que la paroi du massif et le soutènement se déplacent vers l'extérieur du tunnel et donc se détache du remblai, c'est-à-dire une divergence par rapport à la phase précédente. Dans ce cas-là, après la pose du remblai, l'eau entre dans la cavité et la pression d'eau augmente dans le tunnel et donc en paroi du massif. Pour le soutènement, ce mouvement s'arrête lors de son retour à sa position d'équilibre initiale. Pour le massif, cette divergence s'arrête au moment où la pression d'eau retourne à la valeur hydrostatique partout, c'est-à-dire cette pression en paroi atteint sa valeur initiale. D'ici, l'effet hydraulique n'est plus dominant, et le fluage provoquera probablement une convergence du massif, ce qui pourra faire une montée de la pression dans la cavité.

A travers cette analyse hydromécanique, on trouve que ce cas exige des manipulations très complexes, en fonction des paramètres. On n'étudiera qu'un seul cas (1a) où la divergence du massif se termine avant le retour à la position initiale du soutènement et le remblai est toujours non chargé. Dans ce cas, il n'y aura pas de décollement entre le soutènement et le massif. Un autre cas (2) possible est que la divergence se termine après le retour à la position initiale du soutènement, et le décollement entre le soutènement et le massif aura lieu, ce qui fera changer des conditions aux limites du problème. Ces scénarios sont montrés dans la Fig 9-2.

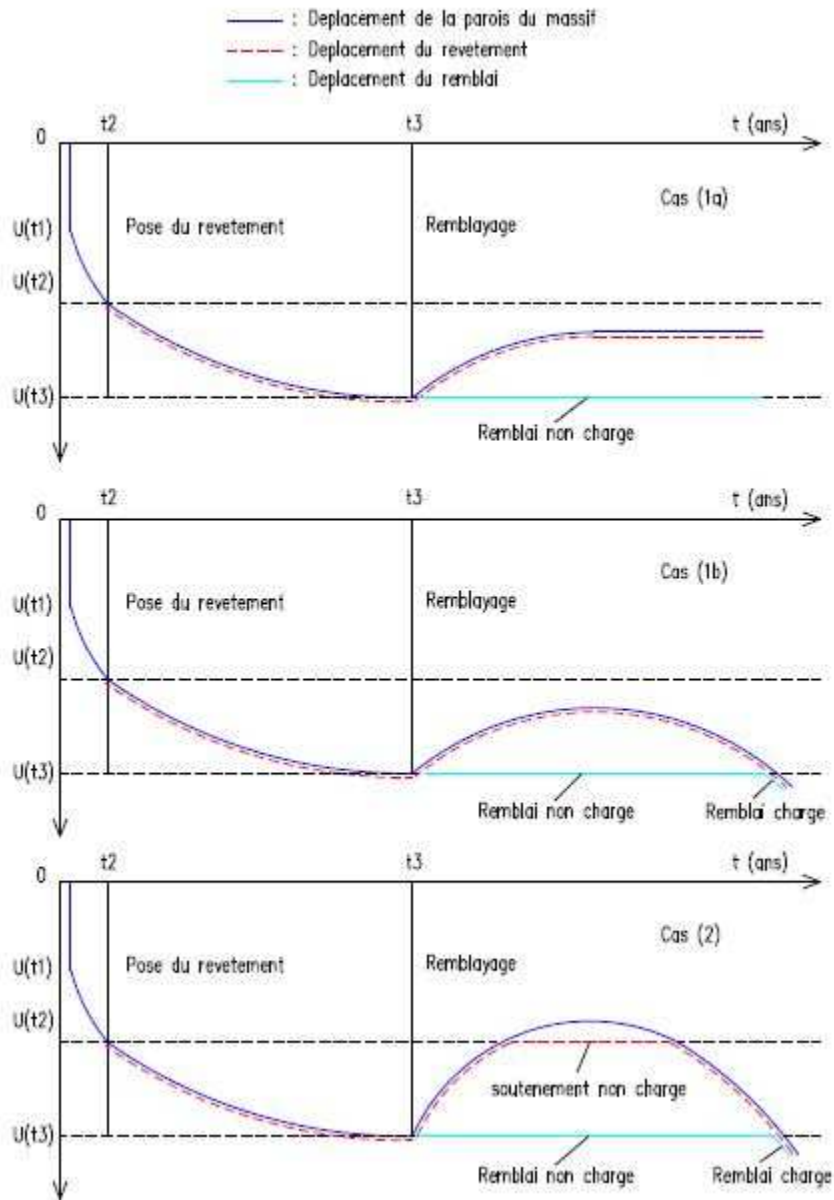


Fig 9-2. Scénarios possibles pour le mouvement de différentes composantes dans la Phase 4

9.3.3.1 Conditions initiales et aux limites

Les conditions initiales de cette phase sont toujours identifiées par continuité à l'aide des solutions de la phase précédentes, mais pour le cas particulier $\nu = 0.5$. Il est à noter que dans ce cas particulier, la condition initiale du champ de pression est déduite de (9-65), et par la même démarche dans la section 9.2.3, on obtient la condition initiale analogue à (9-45) (notons que la condition initiale (9-46) devient dans ce cas triviale parce que la déformation volumique est toujours nulle) :

$$p_{w3}(r) = p_w(r, t_3) \approx p_{w0} \left[1 - \sum_{n=1}^N \frac{C_n K_0(\Omega_n r)}{n K_0(\Omega_n a)} \right]; \Omega_n = \Omega(s_n); s_n = \frac{n \cdot \ln 2}{t_3} \quad (9-80)$$

Il est clair que dans ce cas, le remblai se baigne dans l'eau et il est subi seulement la pression d'eau. D'après l'analyse du comportement du remblai, il y a le décollement entre le remblai et le soutènement. Ainsi, dans la première étape, la paroi du massif est soumise seulement et simultanément la réaction du soutènement et la pression d'eau. De plus, comme la réaction du soutènement est toujours donnée par les formules classiques (9-43) et (9-44), la condition à la limite sur la contrainte radiale en paroi du tunnel est modifiée comme suit :

$$\sigma_r(a, t) = -p_L(t) - p_w(a, t) = K_L[U(t) - U(t_2)] - p_w(a, t) \quad (9-81)$$

En exprimant σ_r et appliquant la condition à la limite (9-81), on a :

$$\begin{aligned} \frac{-2G}{a} \int_{t_3}^t e^{\frac{t'}{T_0}} \dot{u}(a, t') dt' \\ = [K_L[U(t) - U(t_2)] - p_w(a, t) + P_\infty] e^{\frac{t}{T_0}} - e^{\frac{t_3}{T_0} - \frac{(t_3-t_2)}{T_2}} P_\infty \end{aligned} \quad (9-82)$$

La dérivation par rapport au temps pour cette dernière équation amène à :

$$\rightarrow \dot{U}(t) + \frac{1}{T_2} U(t) = \frac{K_L U(t_2) + p_w(a, t) - P_\infty}{K_L T_2} + \frac{\dot{p}_w(a, t)}{K_L + 2G} \quad (9-83)$$

Dans cette partie, afin de se conformer aux conditions d'application de la transformation de Laplace, une translation temporelle de $p_w(r, t)$, identique à celle en section 9.2.3, telle que si on pose $\tau = t - t_3$, on ait $\widehat{p}_w(r, \tau) = p_w(r, t)$ et $U(t) = \widehat{U}(\tau)$. L'équation (9-83) s'écrit dans l'espace « translaté » de transformée de Laplace de manière suivante :

$$\widehat{U}(s) = \widehat{p}_w(a, s) M(s) + N(s) \quad (9-84)$$

Où :

$$\begin{aligned} M(s) &= \left(\frac{1}{K_L T_2} + \frac{s}{K_L + 2G} \right) \left(s + \frac{1}{T_2} \right)^{-1} \\ N(s) &= \left[U(t_3) + \frac{K_L U(t_2) - P_\infty}{K_L T_2 \cdot s} \right] \left(s + \frac{1}{T_2} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (9-85)$$

La condition à la limite hydraulique à l'infini est toujours la même que (9-21), en remplaçant $p_w(r, t)$ par $\widehat{p}_w(r, \tau)$. En outre, en supposant que les différents constituants du remblai sont incompressibles (i.e. $b' = 1$), on conclut que la vitesse de déplacement de la paroi du massif doit être égale à la vitesse de Darcy (équivalence entre le volume d'eau entrant et sortant). En effet, toute convergence ou divergence de la cavité peut seulement être obtenue en expulsant ou ajoutant une quantité identique de fluide :

$$\lambda_h \frac{\partial \widehat{p_w}}{\partial r}(a, \tau) = \frac{\partial \widehat{u}}{\partial \tau}(a, \tau) \quad (9-86)$$

Ce qui se traduit dans l'espace des transformées de Laplace par :

$$\lambda_h \frac{\partial \overline{\widehat{p_w}}}{\partial r}(a, s) = a \left(s \overline{\widehat{u}}(s) - U(t_3) \right) \quad (9-87)$$

En injectant (9-84) dans (9-87), on obtient :

$$\lambda_h \frac{\partial \overline{\widehat{p_w}^{(3)}}}{\partial r}(a, s) = asM(s) \overline{\widehat{p_w}^{(3)}}(a, s) + asN(s) - aU(t_3) \quad (9-88)$$

Les équations (9-83) et (9-86), avec leurs versions transformées (9-84) et (9-87) ou (9-88), sont des conditions aux limites mécanique et hydraulique en paroi du massif. En même temps, les conditions aux limites à l'infini (9-20) and (9-21) restent toujours valables.

9.3.3.2 Résolution semi analytique de la phase 4

Parallèlement, la transformée de Laplace de l'équation de diffusion (9-64), en tenant compte de la condition initiale (9-80), s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \overline{\widehat{p_w}}(r, s)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{\widehat{p_w}}(r, s)}{\partial r} - \Omega^2(s) \overline{\widehat{p_w}}(r, s) = -\frac{p_{w0}}{\lambda_h M} \left[1 + \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n K_0(\Omega_n r)}{n K_0(\Omega_n a)} \right] \quad (9-89)$$

Par la même approche de résolution de (9-50), en prenant en compte les conditions aux limites hydrauliques à l'infini et en paroi du tunnel (équation (9-88)) on obtient la solution approximative suivante de la pression d'eau :

$$\overline{\widehat{p_w}}(r, s) = A(s) K_0[\Omega(s)r] + p_{w0} \left(\frac{1}{s} - \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n t_3}{n(st_3 - n \ln 2)} \frac{K_0(\Omega_n r)}{K_0(\Omega_n a)} \right) \quad (9-90)$$

Où :

$$\begin{aligned} A(s) = & \left[\lambda_h p_{w0} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n t_3 \Omega_n}{n(st_3 - n \ln 2)} \frac{K_1(\Omega_n a)}{K_0(\Omega_n a)} \right. \\ & - asM(s) p_{w0} \left(\frac{1}{s} - \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n t_3}{n(st_3 - n \ln 2)} \right) - asN(s) \\ & \left. + aU(t_3) \right] \left[\lambda_h \Omega(s) K_1[\Omega(s)a] + asM(s) K_0[\Omega(s)a] \right]^{-1} \end{aligned} \quad (9-91)$$

La substitution de (9-84) dans (9-90) nous donne la solution de la convergence relative dans l'espace de transformée :

$$\overline{U^{(3)}}(s) = \left[A^{(3)}(s)K_0[\Omega(s)a] + p_{w0} \left(\frac{1}{s} - \sum_{n=1}^N \frac{C_n t_3}{n(st_3 - n \ln 2)} \right) \right] M(s) + N(s) \quad (9-92)$$

La pression interstitielle et la convergence relative sont alors obtenues dans l'espace réel de temps par la formule de l'Stehfest (9-13) et (9-14).

Ensuite, à partir des expressions de $p_w(r, t)$ et $u^{(3)}(r, t)$, on peut connaître l'évolution des contraintes totales.

La modélisation analytique a ainsi permis l'établissement d'une solution quasi-explicite, facilement exploitable grâce à des outils de calculs formels comme *Mathematica*. Elle est très utile pour la compréhension des phénomènes, et une estimation rapide de l'ordre de grandeur des résultats. Elle apporte un outil de compréhension et de pré-dimensionnement aux concepteurs en se basant sur des géométries et des comportements simplifiés. Elle sert également de « benchmark » incontournable pour les développements numériques à venir.

9.4 Applications numériques

Cette partie présente les applications numériques des solutions analytiques ci-dessus. Le problème IRSN (paragraphe 9.1) sera étudié. Pour les trois premières phases, les solutions sont applicables pour n'importe quelle valeur du coefficient de Poisson. Pour la phase 4, elles ne sont valables que pour le cas $\nu = 0.5$. Ainsi, on va d'abord étudier les trois phases 1, 2, 3 (Fig 9-1) pour le cas général. La phase de post fermeture sera ensuite étudiée en mettant $\nu = 0.5$.

9.4.1 Applications pour les trois premières phases

$a = 5m$; $e = 0.5m$; $P_\infty = 12MPa$; $p_{w0} = 5MPa$;
 $E = 4000 MPa$; $\nu = 0.3$; $\eta = 2.0 \times 10^{17} Pa.s$
 $\lambda_h = 10^{-17} m^4 N^{-1} s^{-1}$; $b = 0.6$; $\phi_0 = 0.15$; $K_f = 2200 MPa$;
 $E_L = 15000MPa$; $\nu_L = 0.2$;
 $t_0 = 0$; $t_1 = 0^+$; $t_2 = 2 months$;
 Conduisant à :
 $K = 3333MPa$; $G = 1538MPa$; $K_L = 1684MPa$;
 $\frac{I}{M} = 12.2 \cdot 10^{-5} MPa^{-1}$; $\omega = 8972.8 MPa$; $k_h = 5294.7 \times 10^{-11} m^2 s^{-1}$
 $T_0 = 1.4 years$; $T_1 = 2.26 years$; $T_2 = 3.96 years$; $T_{hm} = 15.2 years$;

Tableau 9-1. Paramètres utilisés pour le problème IRSN

Les paramètres hydromécaniques sont résumés dans le Tableau 9-1. Ils sont tirés des travaux de (ANDRA, 2005) (Zhang, et al., 2010) (Wileveau & Bernier, 2008) pour le stockage de déchets radioactifs. Il faut remarquer que ces paramètres ne sont pas

exactement ce qui ont été pris pour les essais au laboratoire (chapitre 8). En effet, ces exemples numériques servent plutôt de montrer l'utilité de la solution de référence et cette petite différence n'influencerait pas cet objectif.

Pour réaliser des calculs, on définit aussi le temps caractéristique hydromécanique

$$T_{hm} = \frac{a^2}{k_h} \text{ avec } k_h = \lambda_h M \frac{K + 4G/3}{K + 4G/3 + Mb^2} \text{ est la diffusivité hydraulique.}$$

9.4.1.1 Evolutions hydromécaniques des quantités normalisées

Afin d'arriver à une présentation plus compacte pour mieux montrer l'interaction entre de divers paramètres et de mieux comprendre leur signification physique, les paramètres normalisés (notés par un exposant "*", ou un indice "hm" pour des quantités hydrauliques) seront introduits. Ils sont obtenus en se divisant par des valeurs caractéristiques. Les contraintes mécaniques et les pressions d'eau seront normalisées par la contrainte géostatique initiale P_∞ et la pression interstitielle initiale p_{w0} , respectivement. Le rapport entre la contrainte géostatistique initiale et le module de cisaillement du massif est pris comme une « déformation de référence » ε_c . Le rayon du tunnel est prise égal à la dimension caractéristique, utilisée pour normaliser les variables d'espace. Le temps caractéristique de relaxation et de couplage hydromécanique sont choisis pour normaliser la variable de temps dans les évolutions mécaniques et hydromécaniques, respectivement. Dans cette section, les évolutions des quantités normalisées seront tracées dans l'échelle normalisée (c'est-à-dire avec des variables normalisées) à la place de l'échelle dimensionnelle. Le Tableau 9-2 résume ces quantités normalisées :

$$r^* = \frac{r}{a}; \quad t^* = \frac{t}{T_0}; \quad t_1^* = \frac{t_1}{T_0}; \quad t_2^* = \frac{t_2}{T_0}; \quad t_{hm} = \frac{t}{T_{hm}}; \quad t_{1hm} = \frac{t_1}{T_{hm}}; \quad t_{2hm} = \frac{t_2}{T_{hm}};$$

$$\varepsilon_c = \frac{P_\infty}{2G}; \quad u^* = \frac{u}{a \varepsilon_c}; \quad \boldsymbol{\varepsilon}^* = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{\varepsilon_c}; \quad \boldsymbol{\sigma}^* = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{P_\infty}; \quad p_L^* = \frac{p_L}{P_\infty}; \quad p_w^* = \frac{p_w}{p_{w0}};$$

Tableau 9-2. Définitions des quantités normalisées

La Fig 9-3 montre l'évolution dans le temps des déplacements à différentes positions dans la roche hôte ($r = a$, $r = 2a$ et $r = 4a$). Les valeurs négatives correspondent à des mouvements convergents vers l'axe du tunnel. A chaque point, la valeur absolue du premier déplacement augmente instantanément, du fait de l'excavation. Après excavation et avant la mise en place du soutènement, les déplacements continuent d'augmenter (en valeur absolue) de façon plus ou moins linéaire (exactement linéaire en paroi $r = a$) avec le temps en raison du fluage. Cette convergence est ralentie après avoir la mise en place du soutènement et tend vers une valeur asymptotique qui représente l'état d'équilibre mécanique à long terme. Pour les déplacements (et pour des quantités mécaniques en général), le temps normalisé pour la pose du revêtement calculé à partir du Tableau 9-1 est $t_2^* = \frac{t_2}{T_0} \approx 0.12$.

Contrairement au cas de poroélasticité (Dufour, et al., 2012) où la paroi du tunnel était immobile après l'excavation, les déplacements ici continuent d'évoluer partout vers l'axe du tunnel avant et après la mise en place du soutènement, en raison du fluage de la roche.

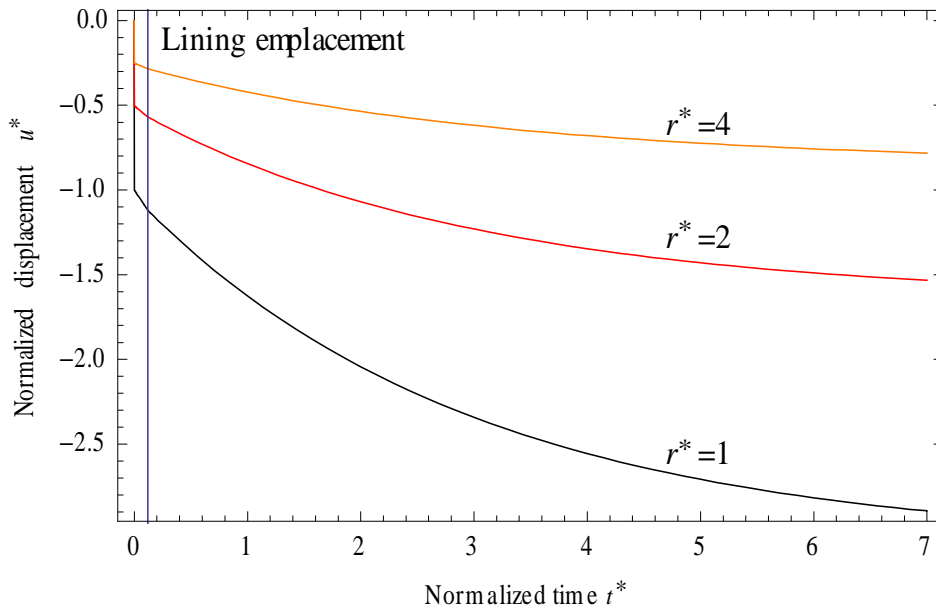


Fig 9-3. Evolution temporelle des déplacements normalisés à trois différents points $r = a$, $r = 2a$ et $r = 4a$)

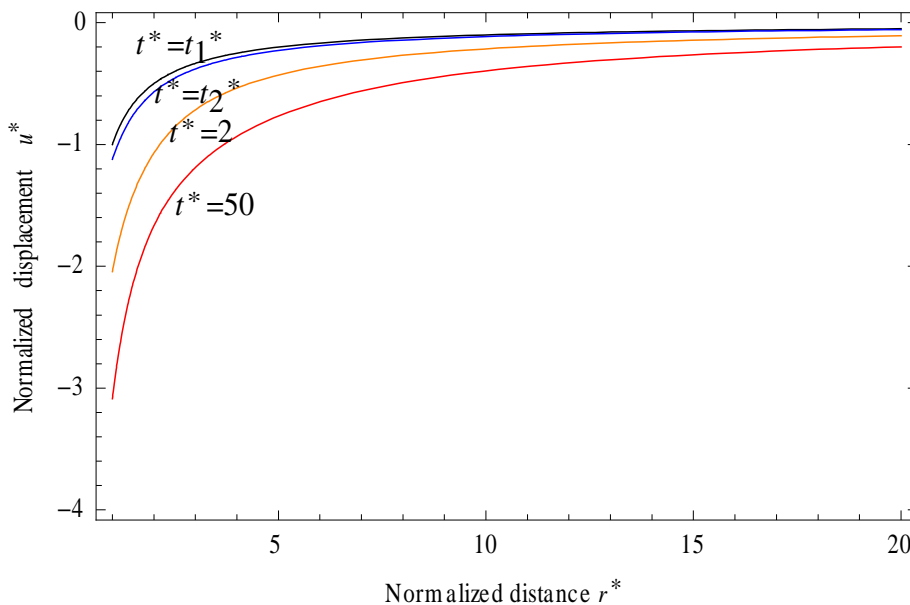


Fig 9-4. Profils du déplacement normalisé aux différents instants

Les Fig 9-4 et Fig 9-5 montrent des profils de déplacement normalisé et de pression d'eau normalisée à différents moments. Pour plus d'informations, le temps normalisé pour la mise en place du soutènement pour les quantités hydrauliques est

$$t_{2hm} = \frac{t_2}{T_{hm}} \approx 0.011. \text{ Comme prévu, les points plus proches de la paroi du tunnel}$$

présentent des déplacements plus importants. A un moment donné, le déplacement tend vers zéro et la pression des pores tend à sa valeur initiale hydrostatique (sa valeur normalisée tend vers 1) en champ lointain. Ceci est cohérent avec l'hypothèse que loin du tunnel, les perturbations hydromécaniques dues à des changements en paroi sont négligeables.

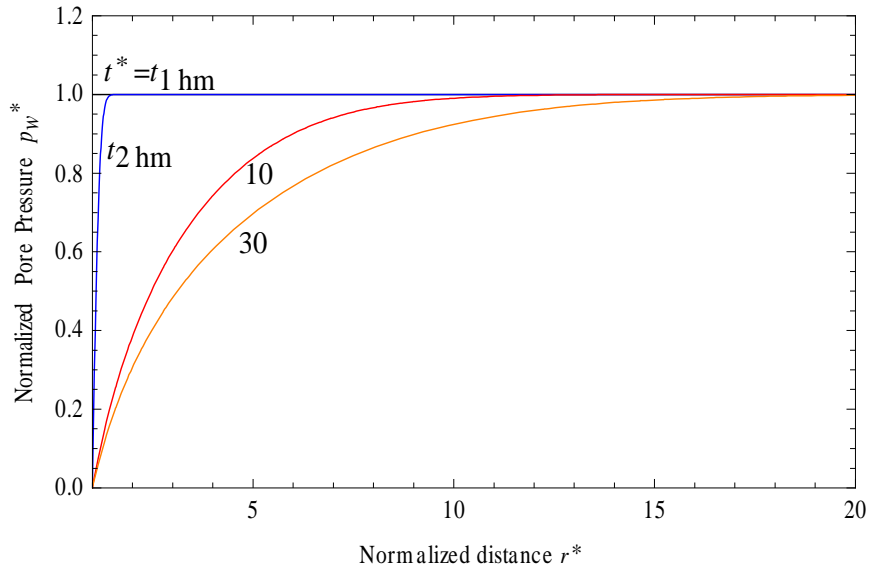


Fig 9-5. Profils de pression d'eau normalisée aux différents instants

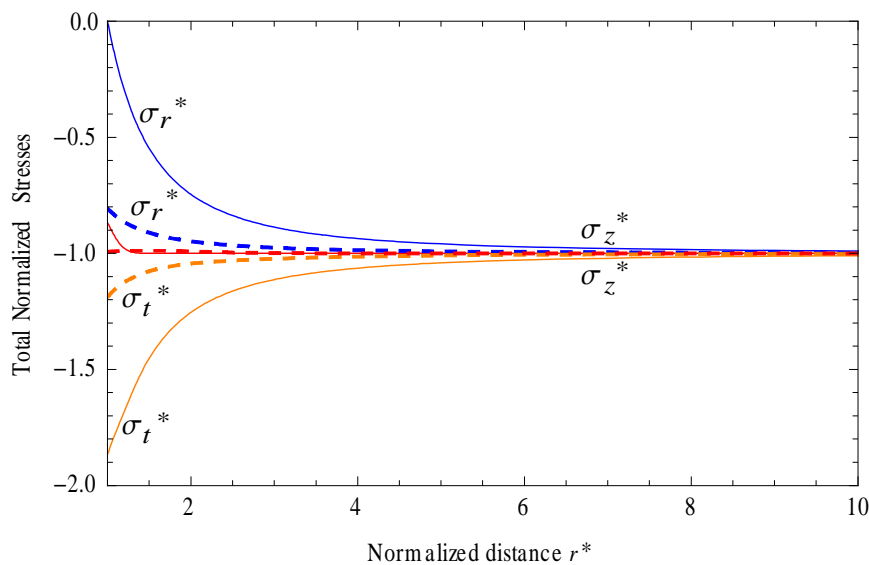


Fig 9-6. Profils des contraintes totales principales normalisées à t_2^* (pose du revêtement-traits continus) et à $t^* = 5$ (traits pointillés)

La figure 5 montre les profils des contraintes totale au moment où revêtement est mis en place $t^* = t_2^*$ (lignes continues) et à $t^* = 5$ (après avoir posé le revêtement, lignes pointillées). A $t = t_2$, la contrainte totale radiale est égale à zéro à la paroi du tunnel, qui résulte de la condition à la limite de surface libre en paroi à ce moment-là. Après la mise en place du soutènement, la contrainte totale radiale devient en

compression (avec sa valeur absolue augmente avec le temps) en raison du fluage de la roche. Loin du tunnel et quel que soit le temps, les contraintes totales restent à peu près à leur valeur initiale géostatistique. La contrainte axiale rester stationnaire presque partout et à tout moment (sauf dans une très petite zone autour de la paroi du tunnel et à t petit), et sa valeur est pratiquement égale à la surcharge géostatistique initiale. On peut voir que le champ de contrainte tend progressivement à son état initial isotrope, égale à la pression géostatistique, en raison de l'hypothèse d'un seuil fluage nul.

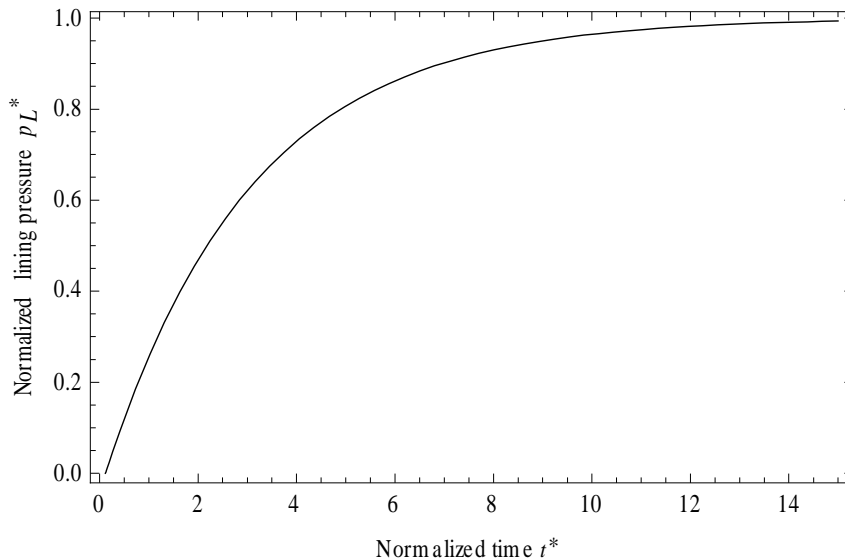


Fig 9-7. Evolution temporelle de la pression normalisée du soutènement

Enfin, l'évolution temporelle de la pression du soutènement est présentée sur la Fig 9-7. Comme on s'y attendait, à partir du moment de la mise en place du soutènement (à t_2^*), cette pression augmente avec le temps et tend à la contrainte initiale géostatistique lorsque t^* tend vers l'infini. A cette limite, le massif atteint un état d'équilibre mécanique où toutes les quantités restent constantes.

9.4.1.2 Etudes paramétriques

Cette section présente quelques études paramétriques effectuées avec les solutions analytiques et quasi-analytiques présentées ci-dessus.

La viscosité η du massif est un paramètre clé du modèle de comportement utilisé dans ce travail. Ainsi, une étude paramétrique sur l'influence de ce paramètre sera présentée ci-après. Etant donné que la charge sur le soutènement dépend aussi de l'instant où il est mis en place, une étude paramétrique sur cet instant t_2 a également été réalisée. En outre, une étude paramétrique de la conductivité hydraulique λ_h a été effectuée pour illustrer les couplages hydromécaniques du problème. Enfin, l'influence du coefficient de Poisson est examinée pour comparer cette solution avec celui montré dans un cas particulier de (Deleruyelle, et al., 2014). Cependant, comme la viscosité de la roche, la conductivité hydraulique et le coefficient de Poisson

interviennent dans l'expression du temps caractéristique de relaxation et du temps caractéristique de couplages hydromécaniques, ils interviennent également le temps normalisé. L'utilisation des variables normalisées pour présenter ces résultats peut donc causer des confusions dans les cas où la mise en place du revêtement a lieu à une date fixée "réelle". Pour cette raison, dans cette section, l'échelle de temps réel est utilisée pour tracer les figures.

L'évolution temporelle de la pression normalisée sur le soutènement avec de différentes valeurs de la viscosité de roche est tracée sur la Fig 9-8 (sur l'échelle logarithmique de temps). La valeur η_0 est donnée par la valeur de référence dans le Tableau 9-1, c'est à dire $\eta_0 = 2.0 \times 10^{17} \text{ Pa.s}$ (voir (Zhang, et al., 2010)). On constate que dans tous les cas, la pression de soutènement tend vers la valeur de la pression géostatistique initiale. Comme prévu, la plus élevée est la viscosité du massif, la plus lente est la montée de la pression de soutènement. Lorsque la viscosité du massif tend vers l'infini (ce qui signifie que la roche tend à se comporter poroélastiquement), cette pression tend à zéro, car la paroi du tunnel ne bouge plus, comme déjà mentionné dans (Dufour, et al., 2012). Dans le cas présenté ci-dessus, une incertitude d'environ d'un ordre de grandeur de la viscosité de la roche conduit à une incertitude d'environ 100 ans sur le moment où la pression de soutènement atteint sa limite asymptotique.

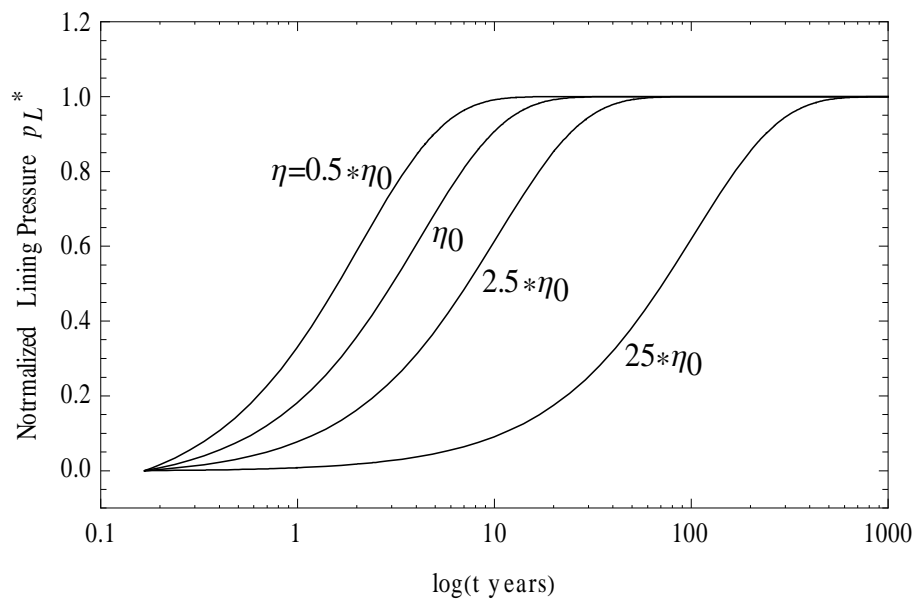


Fig 9-8. Evolution temporelle de la pression normalisée du soutènement avec de différentes viscosités

Les Fig 9-9 (a, b) montrent l'influence de la viscosité de la roche sur l'évolution temporelle de la convergence normalisée (c'est-à-dire le déplacement normalisé en paroi du tunnel $r = a$), avec l'échelle de temps normale et logarithmique. Comme

prévu, une augmentation de la viscosité de roche réduit les déformations viscoplastiques (formule (9-9)) et de ce fait, elle diminue la convergence due au fluage. Une viscosité infinie correspond au cas limite de poroélasticité. Dans tous les cas, en raison de la présence du soutènement, la convergence tend toujours à une valeur asymptotique au grand moment.

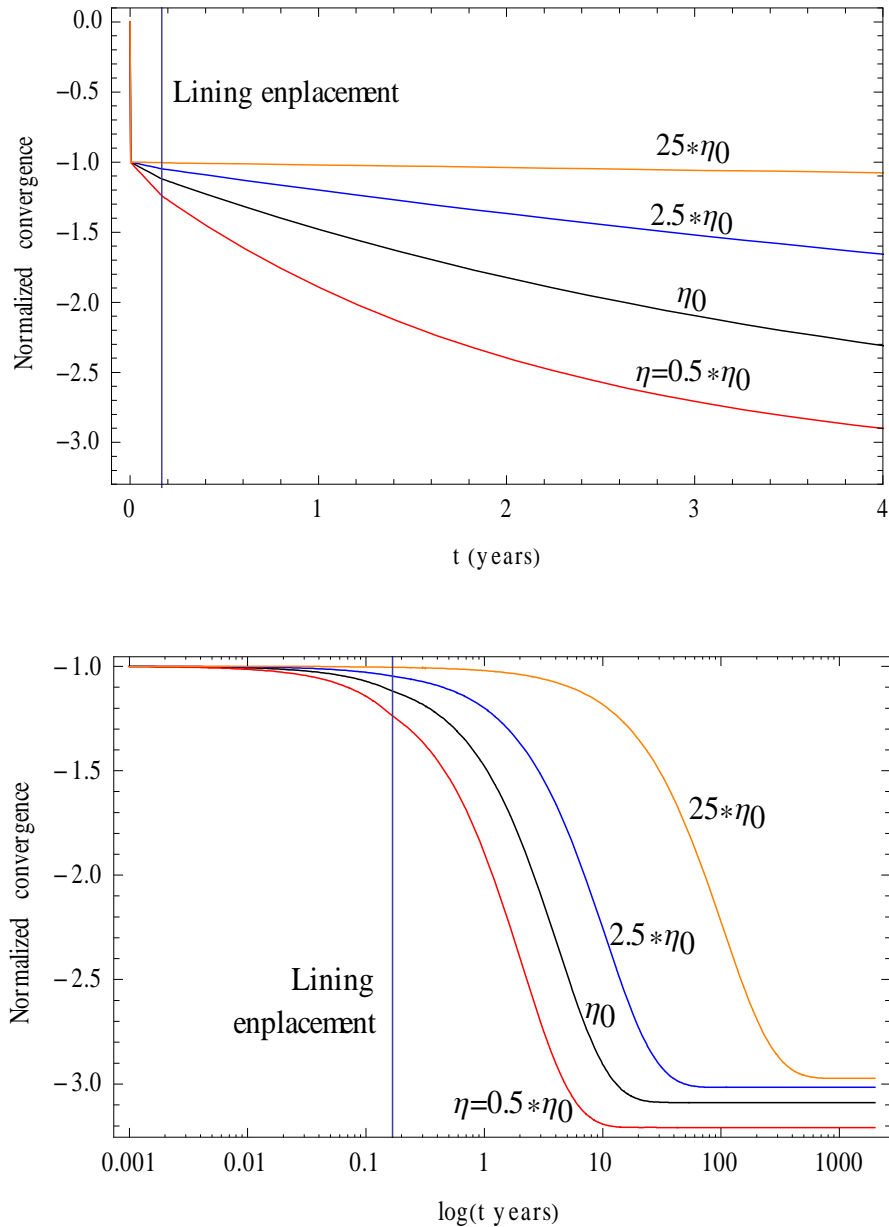


Fig 9-9. Evolution temporelle de la convergence normalisée selon de différentes valeurs de la viscosité
 a) Echelle de temps normale ; b) Echelle de temps logarithmique

La Fig 9-10 montre que la viscosité de la roche, comme définie dans cette étude, a très peu d'influence sur les pressions interstitielles. De même, l'influence de l'instant de la mise en place du revêtement sur la pression d'eau est également très faible, comme indiqué sur la Fig 9-11.

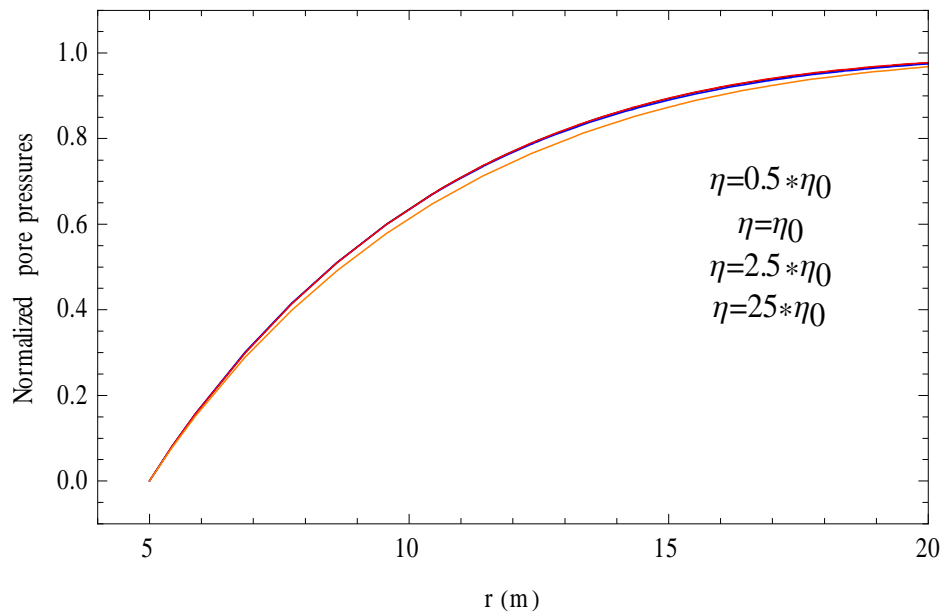


Fig 9-10. Profils de la pression d'eau normalisée à 20 ans avec de différentes valeurs de la viscosité

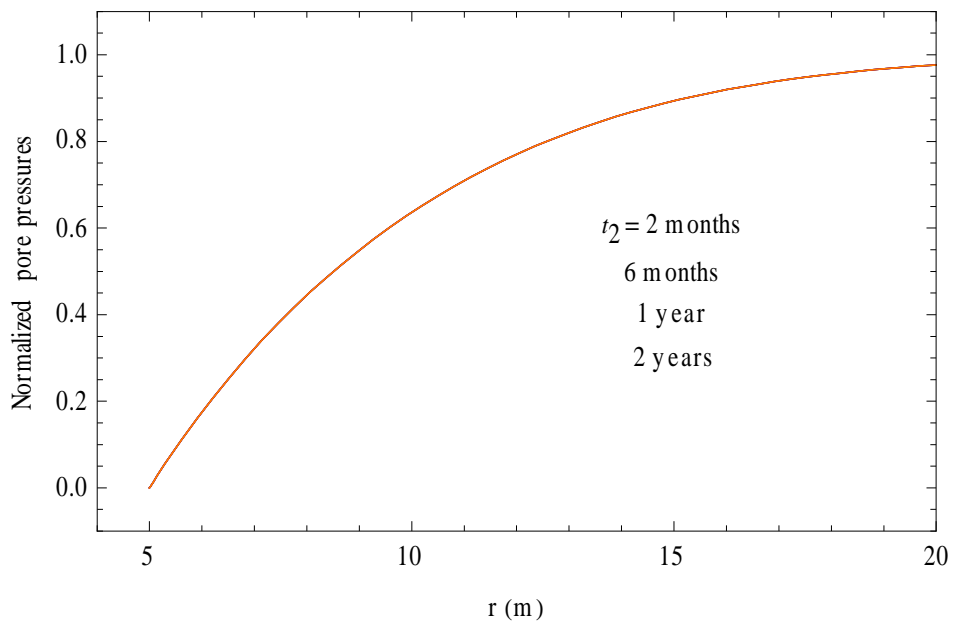


Fig 9-11. Profils de la pression d'eau normalisée à 20 ans avec de différentes valeurs de t_2 (temps de pose du revêtement)

Les Fig 9-12 et Fig 9-13 montrent l'influence de l'instant de la mise en place du soutènement t_2 sur déplacement radial en paroi du tunnel et sur la pression du revêtement. La Fig 9-12 montre que plus la mise en place du soutènement est retardé (t_2 grand), plus la convergence est grand, à un moment donné.

Comme prévu, la Fig 9-13 montre que, à un moment donné, le revêtement est moins chargé si elle avait été mise en place à un temps t_2 plus grand. Cependant, aux grands moments, cette influence diminue, ce qui est cohérent avec l'équation (9-61).

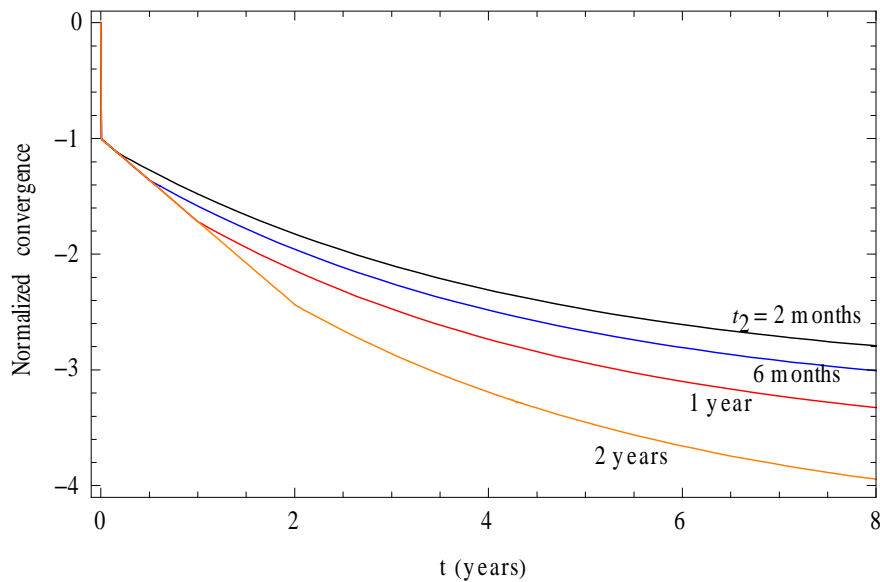


Fig 9-12. Evolution temporelle de la convergence normalisée avec de différentes valeurs de t_2 (temps de pose du revêtement)

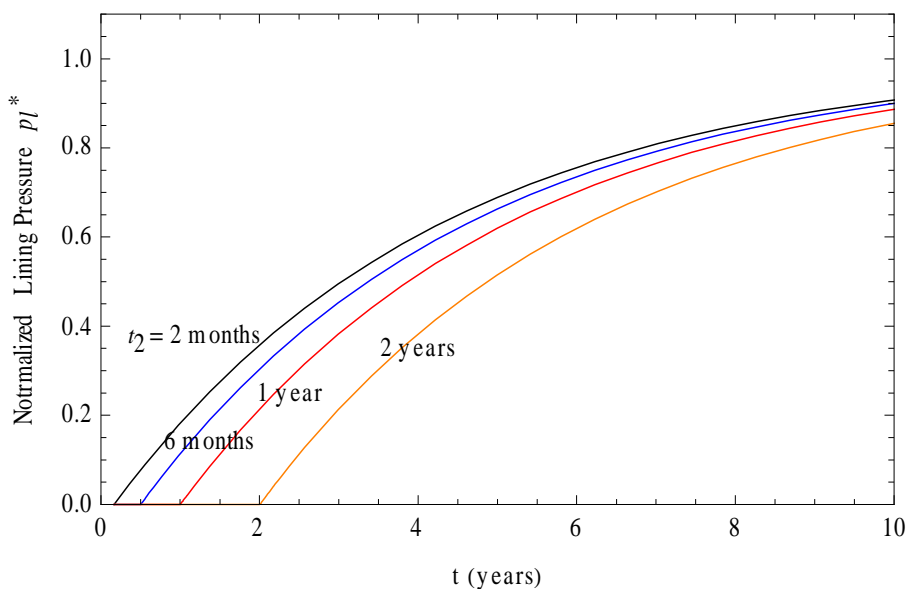


Fig 9-13. Evolution de la pression du soutènement normalisée avec de différentes valeurs de t_2 (temps de pose du revêtement)

L'influence de la conductivité hydraulique est illustrée sur les Fig 9-14 et Fig 9-15. Pour information, la valeur de référence est $\lambda_0 = 10^{-17} m^4 N^{-1} s^{-1}$ (voir Tableau 9-1). Il est montré que la conductivité hydraulique n'affecte pas seulement les champs hydrauliques (Fig 9-15), mais aussi les champs mécaniques (Fig 9-14). D'après la Fig 9-14, il est facile de voir que le déplacement en paroi du tunnel ($r = a = 5$ m dans le cas présent) n'est pas affecté par la conductivité hydraulique, comme représenté en (9-42) et (9-60). À d'autres moments, le déplacement diminue lorsque la conductivité hydraulique augmente. En outre, la Figure 14 montre que la plus grande est la conductivité hydraulique, la plus petite serait la pression interstitielle.

Cela signifie que la dissipation hydraulique se produit rapidement lorsque la conductivité hydraulique est élevée, ce qui est cohérent avec des observations physiques.

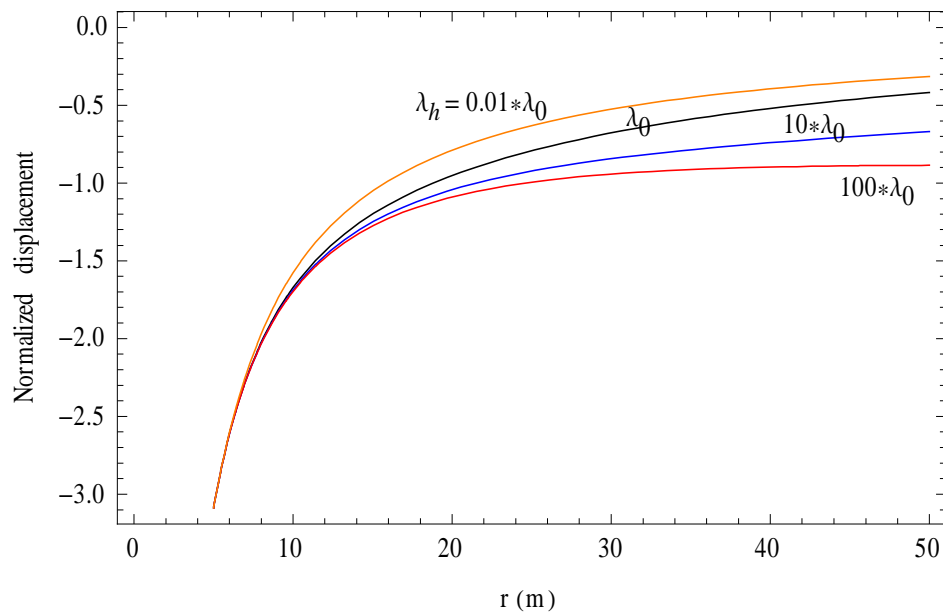


Fig 9-14. Profils du déplacement normalisé à 100 ans avec de différentes valeurs de la conductivité hydraulique λ_h

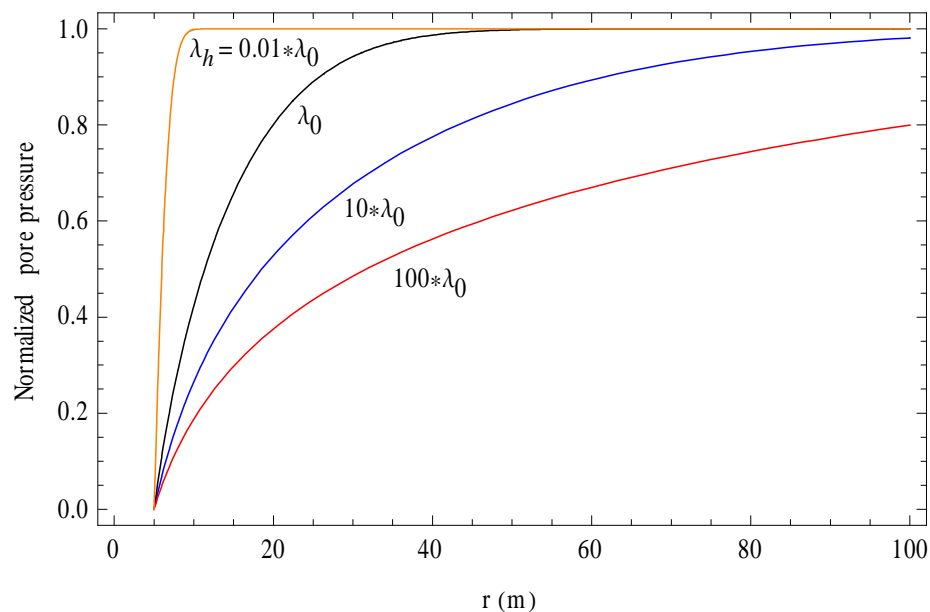


Fig 9-15. Evolution de la pression d'eau normalisée à 100 ans avec de différentes valeurs de la conductivité hydraulique λ_h

Enfin, une étude paramétrique sur le coefficient de Poisson est effectuée pour comparer ces résultats avec ceux fournis dans le cas simplifié $\nu = 0.5$ présenté dans (Deleruyelle, et al., 2014). Les Fig 9-16 (a, b) montre l'influence de ce paramètre sur la convergence (déplacement en paroi du tunnel). Pour mieux illustrer cette influence, une "convergence relative" $U(t)$ est définie par le déplacement de la paroi

du tunnel par rapport à son rayon : $U(t) \equiv \frac{u(a,t)}{a}$. Comme prévu, les résultats tendent à la solution obtenue dans (Deleruyelle, et al., 2014) lorsque le coefficient de Poisson tend vers 0.5.

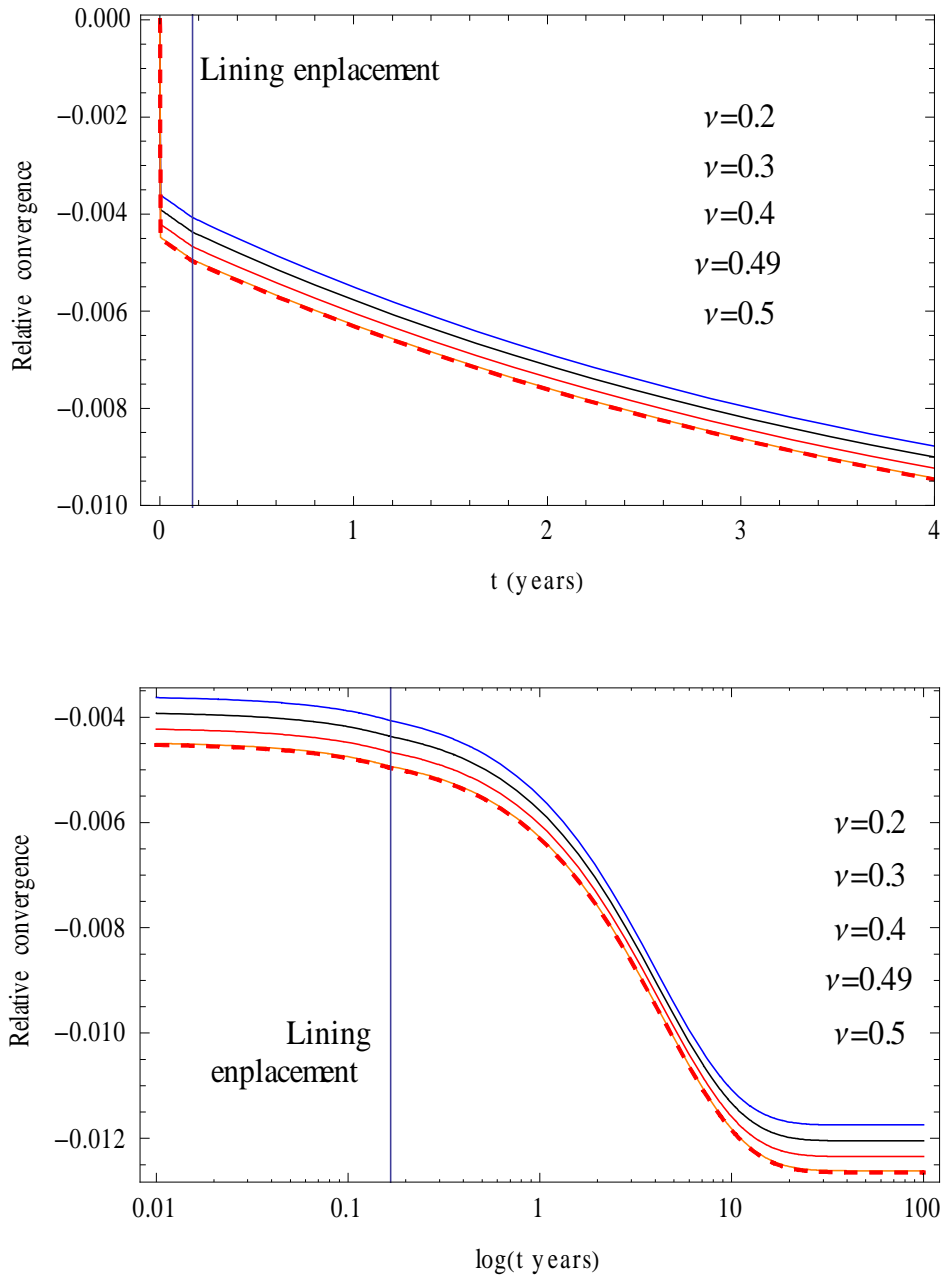


Fig 9-16. Evolution convergence relative avec de différentes valeurs du coefficient de Poisson selon a) l'échelle de temps normale ; b) l'échelle de temps logarithmique

La Fig 9-17 montre que la pression du soutènement est peu sensible aux changements du coefficient de Poisson. Avec l'ensemble des valeurs considérées ici (Tableau 9-1), cela peut être mis en évidence par l'inspection de l'équation (9-61). La Fig 9-18 montre que la pression des pores diminue quand ν augmente.

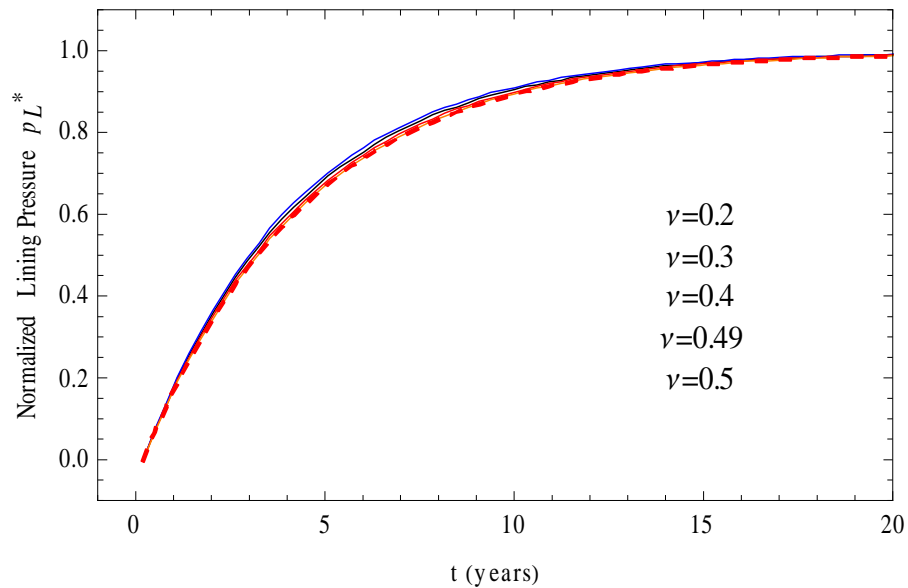


Fig 9-17. Evolution temporelle de la pression du soutènement normalisée avec de différentes valeurs du coefficient de Poisson

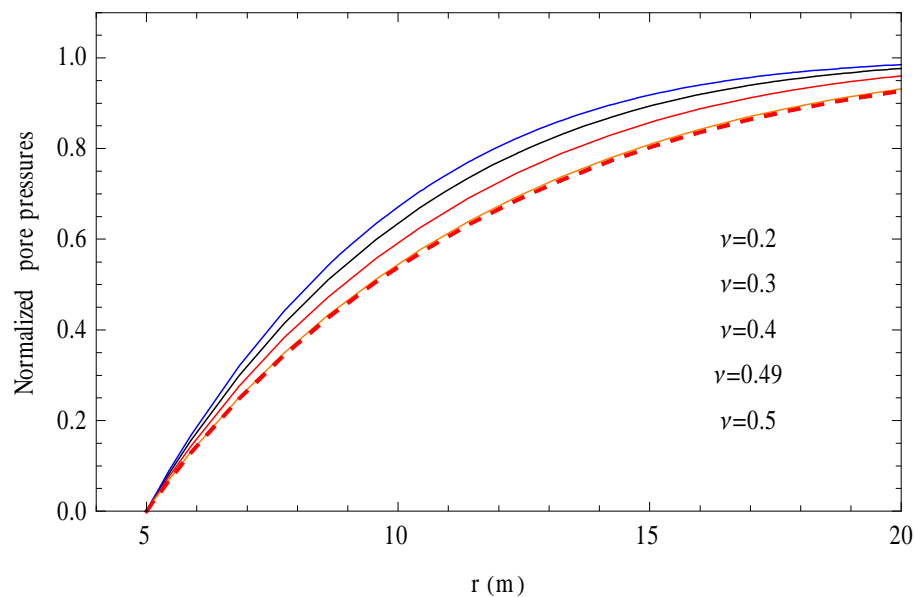


Fig 9-18. Profils de la pression d'eau normalisée à 20 ans avec de différentes valeurs du coefficient de Poisson

9.4.1.3 Comparaisons avec les simulations numériques

L'un des principaux avantages de cette solution (quasi-)analytique est qu'elle peut servir comme une référence pour valider d'autres simulations numériques, qui sont généralement complexes et pas facile à vérifier. Afin d'éclaircir cette utilité, d'une simulation numérique a été réalisée en utilisant la méthode des éléments finis et les résultats ont été comparés à ceux obtenus par la solution (quasi-)analytique.

La simulation numérique est effectuée par un code unidimensionnel d'éléments finis en C ++, initialement programmé par (Pereira, 2005), puis amélioré par (Dufour,

2012). Ce code de calcul sera aussi utilisé pour étudier numériquement le problème IRSN par la loi de comportement PPE-NS établie dans la Deuxième Partie. Il est donc présenté de façon détaillée dans le chapitre 10 suivant. Dans ce paragraphe, notre but principal est de montrer l'utilité de la solution analytique, et nous ne présentons que les résultats numériques obtenus, sans entrer dans les détails de l'implémentation et de la programmation.

On choisit de tester un modèle de comportement non linéaire complexe formulé par (Dufour, 2012) dans les trois premières phases (à court terme). Ce modèle, intitulé PVPE, décrit un comportement Poro-ViscoPlastique Endommageable saturé. Dans ce modèle-là, l'endommagement est anisotrope et représenté par un tenseur d'ordre 2, alors que la loi de fluage est de type de Lemaitre (voir le paragraphe 3.3.3). En mettant les paramètres convenables, cette loi de comportement devient un comportement poro-viscoplastique de type Norton-Hoff identique à celui utilisé dans le modèle analytique présent (présenté dans le paragraphe 9.1). Ainsi, le modèle PVPE ainsi que son code de calcul devrait considérer ce modèle analytique comme un cas limite de référence.

Pour faire la comparaison, tous les paramètres utilisés prennent toujours les valeurs dans le Tableau 9-1. Pour modéliser la perméabilité du soutènement, on ajoute la valeur $\lambda_{hL} = 10^{-14} m^4 N^{-1} s^{-1}$ qui est la conductivité hydraulique du béton constituant du soutènement. Cette valeur est 1000 fois plus grande que celle de la roche, et permet d'assurer l'hypothèse d'un revêtement imperméable par rapport au massif adoptée dans le modèle analytique.

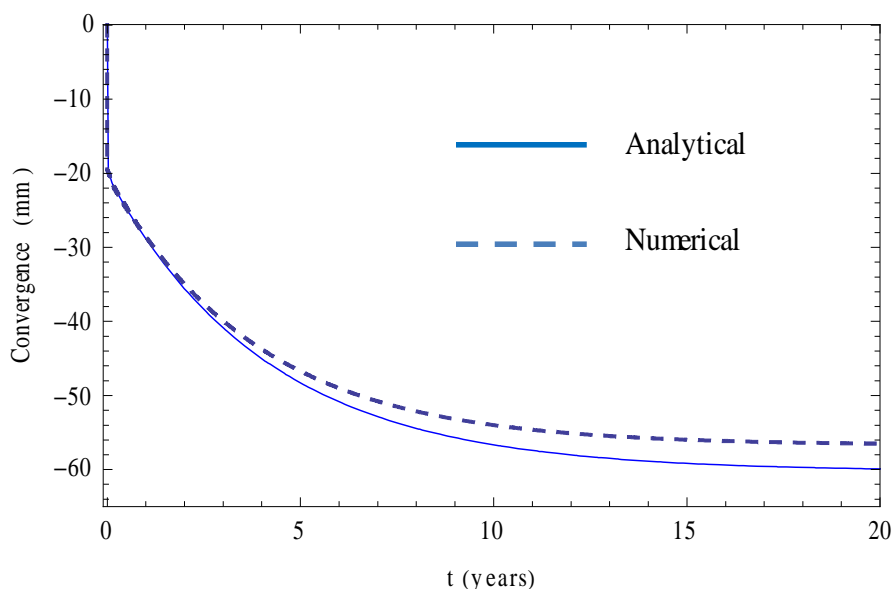


Fig 9-19. Evolution temporelle de la convergence : Analytique (trait continu) et Numérique (trait pointillé)

Les principaux résultats de la simulation sont présentés et comparés aux solutions (quasi-)analytiques dans la suite. La convergence (déplacement en paroi du tunnel) est présentée dans la Fig 9-19 Un bon accord entre les résultats numériques et

analytiques est observée dans le comportement à court terme, en particulier pour l'étape de l'excavation, qui est supposée de se passer dans une journée dans la simulation numérique. A temps long, un écart d'environ 5,7% peut être trouvé. Il est à noter que la solution en paroi du tunnel obéit une formule analytique explicite et peut donc être calculé exactement. Par conséquent, cet écart peut s'expliquer par la nature approximative itérative des calculs numériques pour un comportement poro-viscoplastique non linéaire.

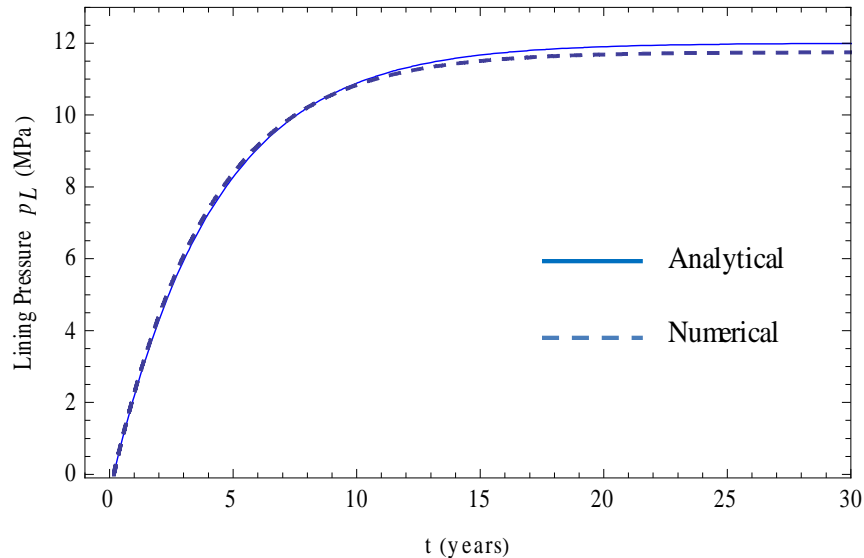


Fig 9-20. Evolution temporelle de la pression du soutènement : Analytique (trait continu) et Numérique (trait pointillé)

La Fig 9-20 montre l'évolution avec le temps de la pression du soutènement. Les résultats numériques et analytiques coïncident pour (environ) les 12 premières années, avant d'exposer une petite différence au grand moment. Tous les deux résultats tendent asymptotiquement vers la pression géostatistique, comme prévu à la section 9.4.1.1.

Les profils du déplacement prévus par les deux approches sont tracés sur les Fig 9-21 (a, b). Un très bon accord entre eux est observé à 1 jour (juste après l'excavation) et à 2 mois (temps de mise en place du soutènement), tandis qu'un petit écart apparaît à 150 ans. Dans tous les cas, une tendance logique convenable à l'intuition physique peut être observée, montrant la cohérence des deux approches.

Les profils de la pression interstitielle sont tracés sur la Fig 9-22, à 2 mois (pose du revêtement), 10 ans et 150 ans. Dans tous les cas, il n'y a qu'une très faible différence entre les résultats analytiques et numériques. Il faut également noter que le phénomène de dissipation de la pression d'eau est correctement reproduit, conformément à l'analyse théorique présentée dans les sections précédentes.

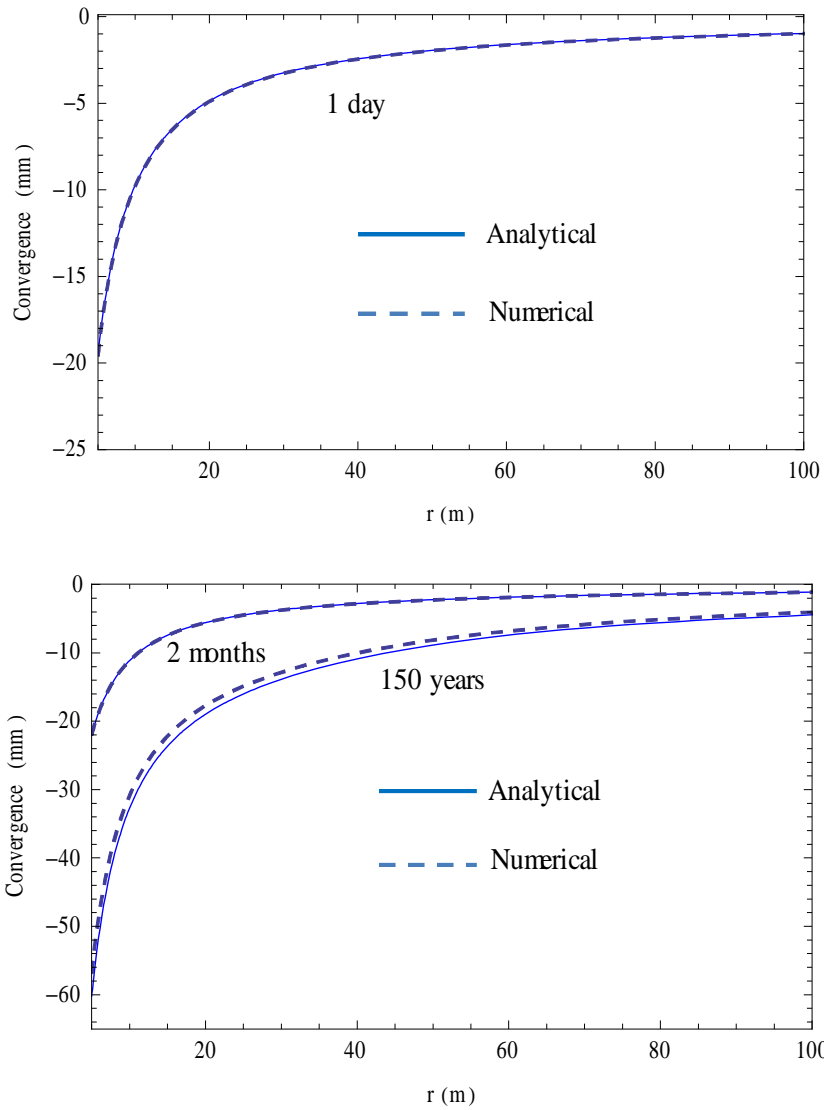


Fig 9-21. Profils du déplacement par l'approche analytique (traits continus) et numérique (traits pointillés) à a) 1 jour ; b) 2 mois et 150 ans

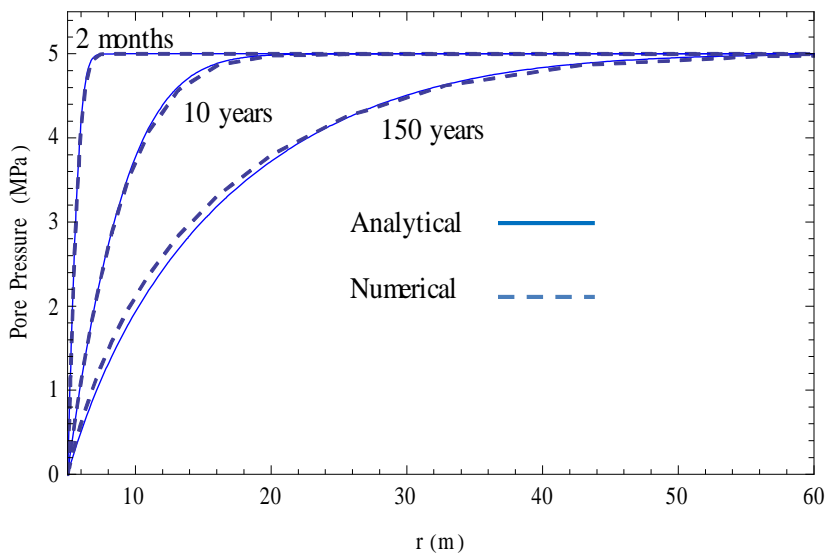


Fig 9-22. Profils de la pression d'eau aux différents instants

9.4.2 Applications pour la phase de post-fermeture

Dans cette partie, les résultats numériques pour la phase de post-fermeture seront présentés. Il est à noter que ces solutions ne sont valables qu'au cas où $\nu = 0.5$. En conséquence, tous les paramètres utilisés sont toujours donnés comme dans le Tableau 9-1, sauf que le coefficient de Poisson est modifié $\nu = 0.5$, et en ajoutant le temps de remblayage $t_3 = 100$ ans.

9.4.2.1 Evolutions hydromécaniques des quantités normalisées

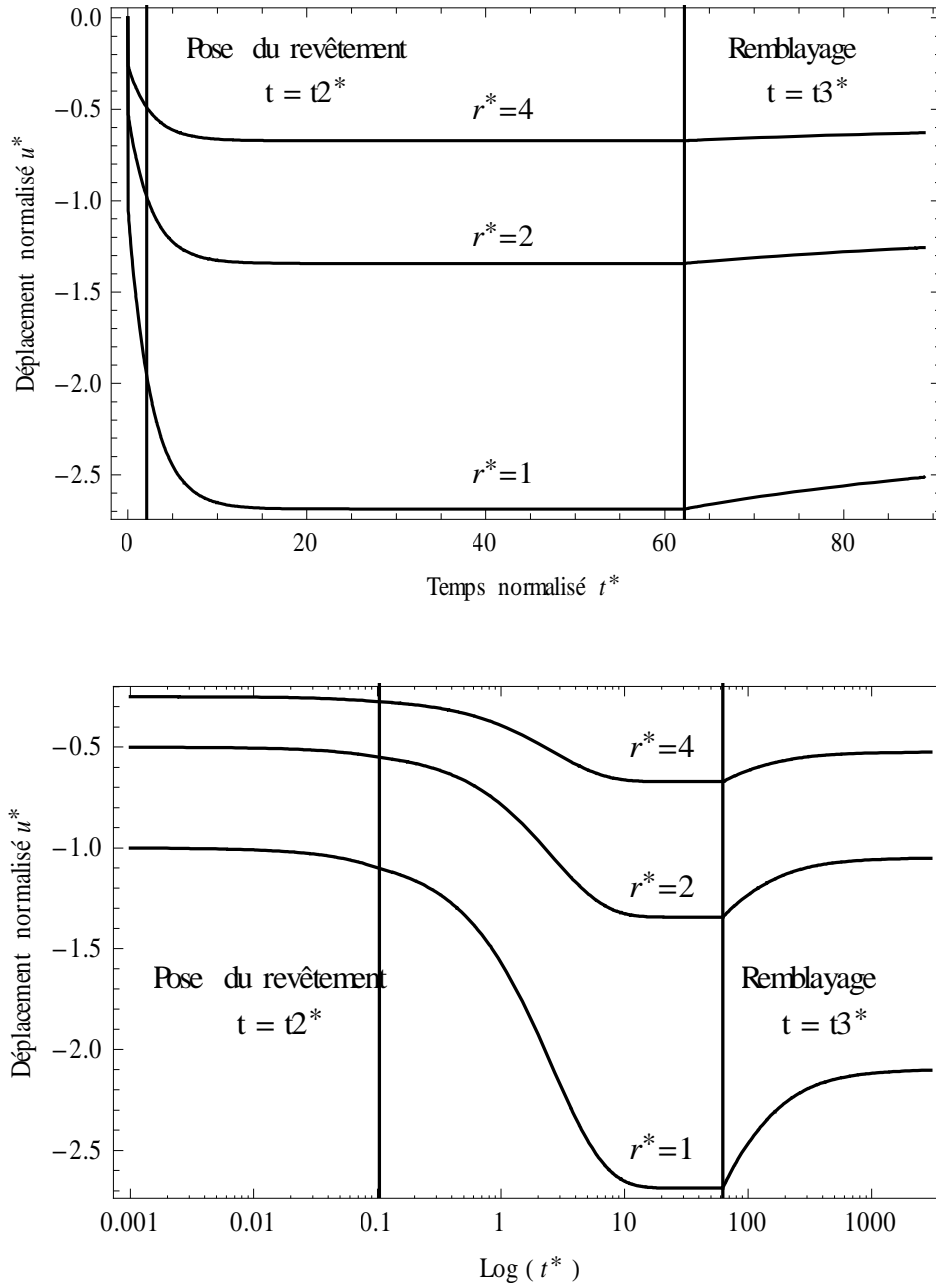


Fig 9-23. Evolutions temporelles du déplacement normalisé à 3 endroits différents ($r = a, r = 2a, r = 4a$)
 a) l'échelle de temps normale ; b) l'échelle de temps logarithmique

Les Fig 9-23 (a, b) montrent les évolutions temporelles du déplacement à différentes positions dans la roche hôte ($r = a, r = 2a$ et $r = 4a$). Après la mise en place du remblai, sous l'effet de la remontée de la pression d'eau, le massif est poussé vers l'extérieur (déplacement divergent). Suivant l'échelle de temps normale et logarithmique, on peut observer qu'après un très long temps, la divergence devient stable. Cela s'explique par le fait que le fluage est faible à cet instant, il ne pourra pas provoquer une convergence du massif.

La Fig 9-24 montre le profil du déplacement à différents moments (normalisés). Dans ce cas de référence, on l'observe aux moments : $t_1^* = 0^+, t_2^* = 2, t_3^* = 62.5$ et $t_4^* = 150$. On observe que avant la mise en place du remblai, les déplacements diminuent (sens de l'évolution selon la flèche bleue), tandis qu'après ça ils augmentent (sens de l'évolution selon la flèche rouge). Plus précisément, on trouve facilement qu'à $t_3^* = 62.5$ la convergence du massif est plus grande de celle à $t_4^* = 150$ (ligne pontillée). La raison est que la pression d'eau a provoqué une divergence du massif dans phase 4.

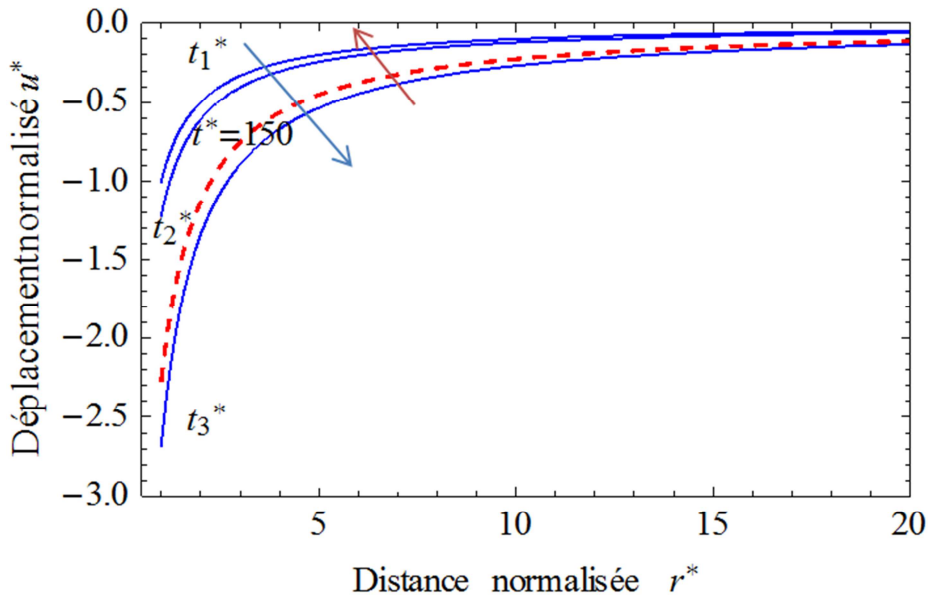


Fig 9-24. Profils du déplacement normalisé à de différents moments

La Fig 9-25 montre plus clairement le mouvement du massif en paroi (trait bleu) et du revêtement (trait rouge). Conformément à l'hypothèse initiale sur le scénario que le massif et le revêtement bougent ensemble (Fig 9-2), ces déplacements sont semblables. Ainsi, le revêtement a aussi un mouvement divergent après le remblayage.

L'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi est représentée dans la Fig 9-26. Avant la mise en place du remblai, cette pression est nulle en raison de la condition hydraulique à cette limite. Après la pose du remblai, cette pression augmente progressivement jusqu'à sa valeur hydrostatique initiale.

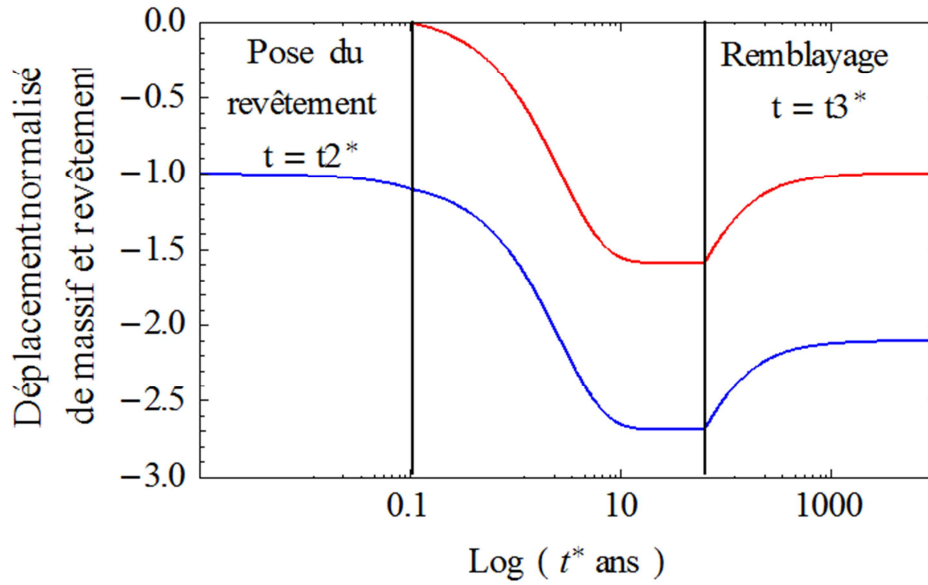


Fig 9-25. Déplacement en paroi du massif et du revêtement

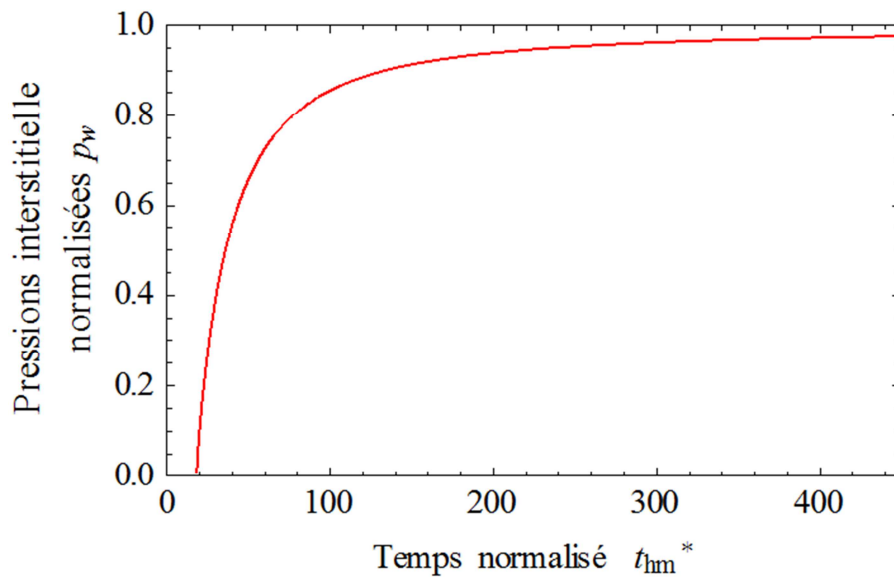


Fig 9-26. Evolution temporelle de la pression d'eau normalisée en paroi du tunnel

La Fig 9-27 montre le profil de la pression interstitielle aux différents moments (normalisés). Dans ce cas de référence, à partir des données du Tableau 9-1 et des définitions dans le Tableau 9-2, nous avons $t_{1hm} = 0^+$ et $t_{2hm} = 0.017$. A tout moment, lorsque r tend vers l'infini, la pression interstitielle tend vers sa valeur hydrostatique initiale (sa valeur normalisée tend vers 1). Ceci est cohérent avec l'hypothèse que loin du tunnel, des perturbations hydrauliques dues à des changements en paroi du tunnel sont négligeables.

Egalement sur cette figure, on peut observer facilement la dissipation de la pression d'eau avant la mise en place du remblai t_{3hm} (sens d'évolution selon la flèche bleue).

Après le remblayage, l'évolution est opposée, avec une remontée de la pression interstitielle (flèche rouge).

L'évolution temporelle de la pression (ou la réaction) du soutènement normalisée est présentée dans la Fig 9-28. Avant $t_3^* = 62.5$, cette évolution est croissante et a été présentée dans la Fig 9-7 (notons que le résultat semble insensible au coefficient de Poisson - Fig 9-17). Pendant la phase 4, cette pression est, au contraire, décroissante dû au mouvement divergent du revêtement, comme précédemment indiqué dans la Fig 9-25.

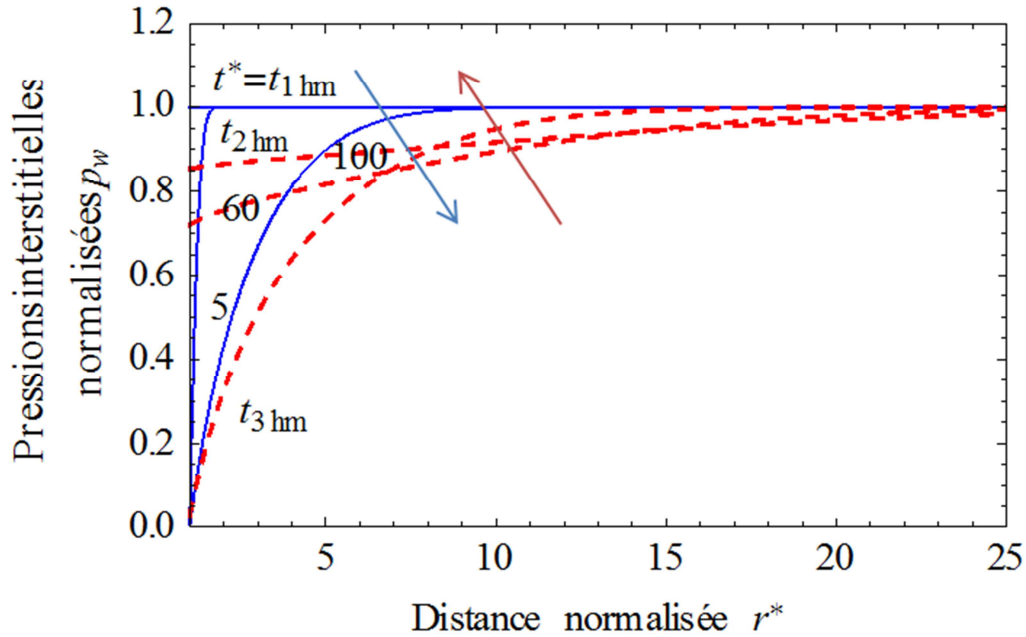


Fig 9-27. Profils de la pression d'eau normalisée aux différents instants

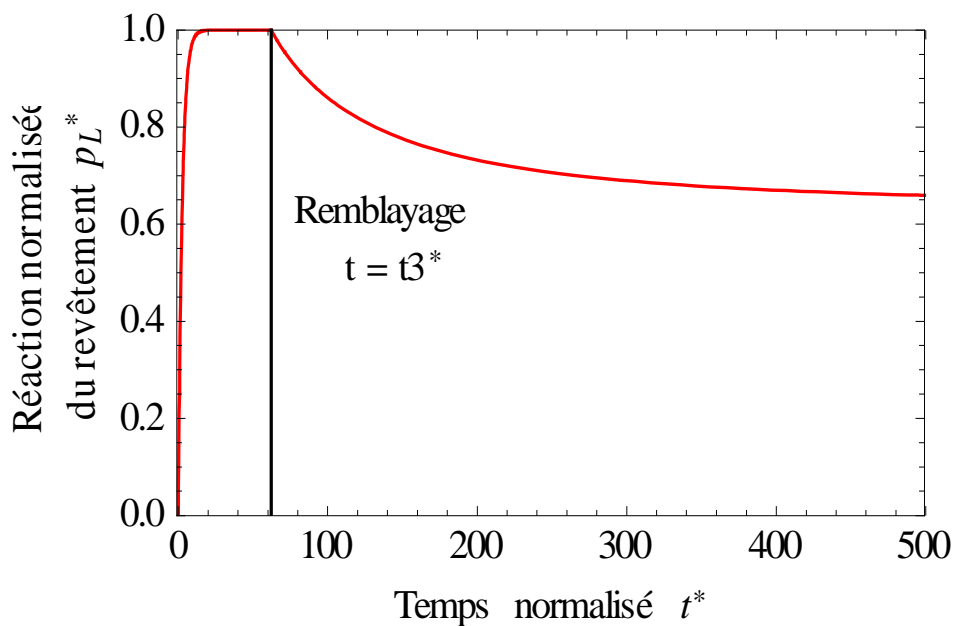


Fig 9-28. Evolution temporelle de la pression du soutènement normalisée

9.4.2.2 Etudes paramétriques

Pour cette phase 4, la viscosité du massif η , la conductivité hydraulique λ_h et le temps de pose du remblai t_3 sont choisis pour faire des études paramétriques.

D'abord on examine l'influence de la viscosité η pour la convergence du massif. Les Fig 9-29 (a, b) montrent l'influence de la viscosité sur l'évolution temporelle de la convergence relative $U(t)$, suivant l'échelle de temps normale et logarithmique. On trouve facilement qu'une augmentation de la viscosité diminue la convergence due au fluage. Cependant, on peut aussi constater que cette influence est moins importante dans la phase 4, parce que pendant cette phase, l'influence de la pression d'eau est plus dominante que celle du fluage.

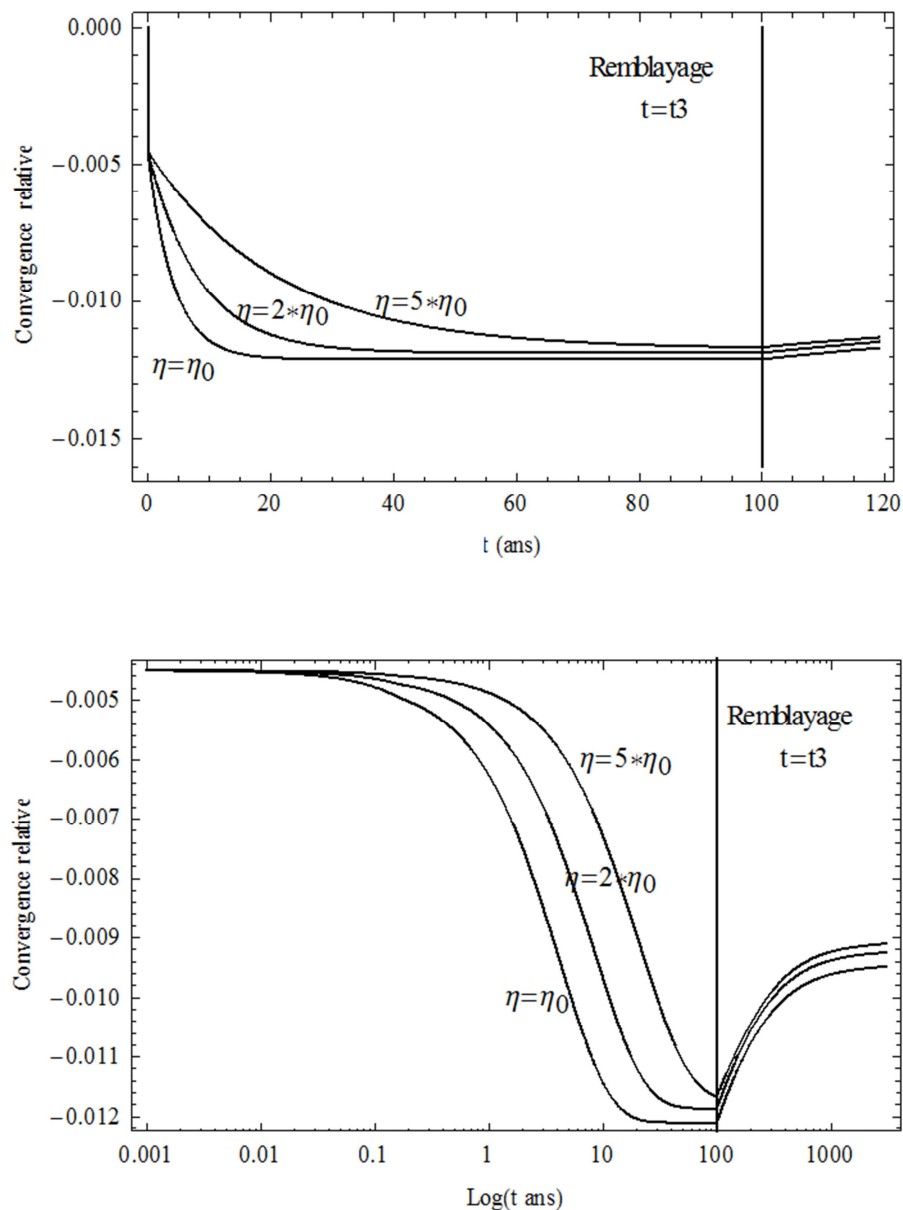


Fig 9-29. Evolution temporelle de la convergence relative avec de différentes valeurs de la viscosité
 a) l'échelle de temps normale ; b) l'échelle de temps logarithmique

Ensuite, on étudie l'influence de la conductivité hydraulique sur la pression interstitielle et sur la convergence du massif dans la phase 4. La Fig 9-30 montre qu'une augmentation de la conductivité hydraulique (ou la perméabilité) accélère la remontée de la pression d'eau dans la phase de post fermeture, ce qui est logique, parce que l'eau entre plus vite dans la cavité. De la même manière, la vitesse de la divergence de la paroi du massif est aussi majorée, comme bien illustré dans la Fig 9-31.

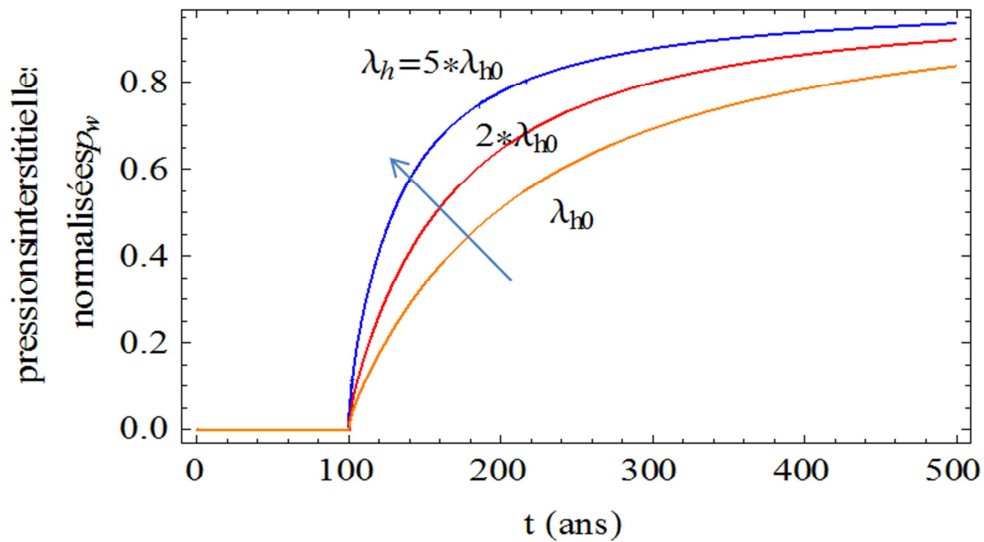


Fig 9-30. Evolution temporelle de la pression interstitielle en paroi du massif avec de différentes conductivités hydrauliques

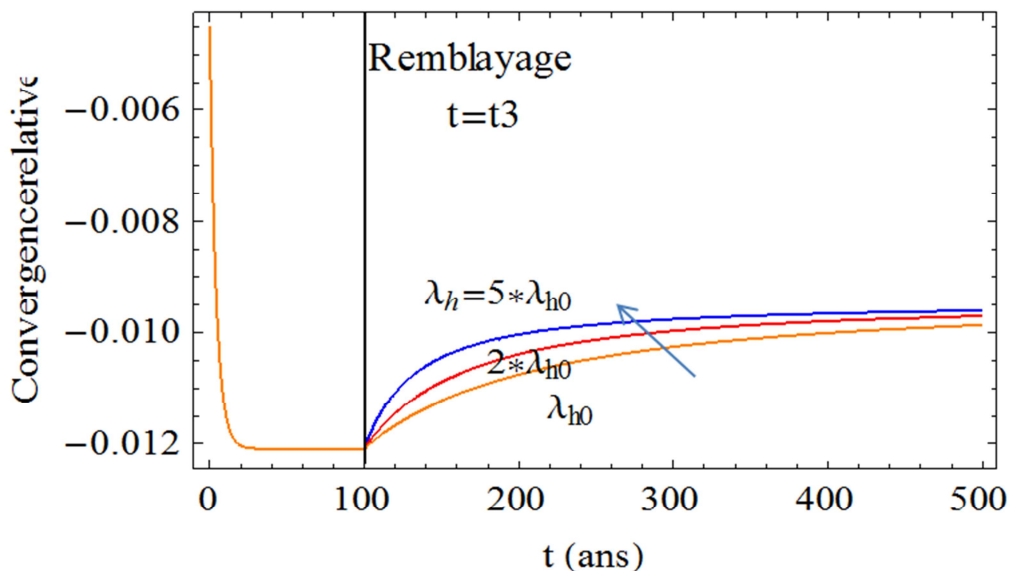


Fig 9-31. Evolution temporelle de la convergence relative avec de différentes conductivités hydrauliques

Finalement, l'influence de l'instant de remblayage t_3 est étudiée à travers Fig 9-32, où la convergence relative est tracée contre le temps sur l'échelle logarithmique. Il

est trouvé qu'à l'état final, t_3 n'influence pas le déplacement du massif. Cela peut s'expliquer par le fait qu'on a supposé que l'effet des pressions interstitielles est beaucoup plus fort que celui du fluage. Ainsi, l'état stable final de la convergence est régi plutôt par la remontée de la pression d'eau, ce qui est indépendante du temps de la mise en place du remblai. Il est à noter que ces calculs sont sensibles aux valeurs des paramètres. On peut aussi anticiper un autre scénario où l'effet de la viscosité est très lent par rapport au celui des pressions d'eau, et où on met en place le remblai assez tôt (pour que le fluage n'éteint pas encore au moment du remblayage), le mouvement du massif pourrait changer de divergent à convergent dans cette phase 4. Dans ce cas-là, on croit que t_3 aura une influence plus visible sur le comportement post-fermeture.

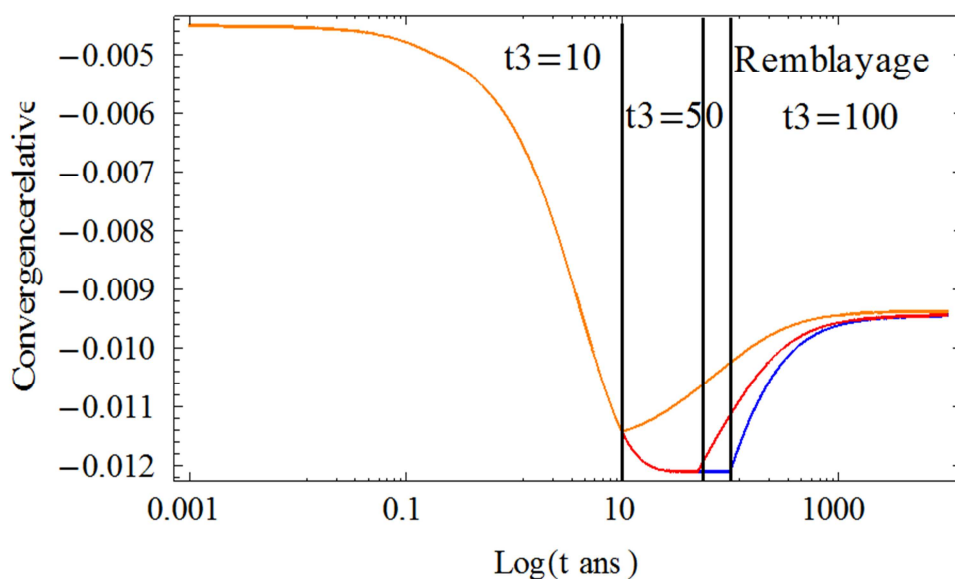


Fig 9-32. Evolution temporelle de la convergence relative avec de différentes valeurs de t_3

CHAPITRE 10

**Etude numérique du
comportement d'une cavité
souterraine**

10. ETUDE NUMERIQUE DU COMPORTEMENT D'UNE CAVITE SOUTERRAINE

Ce chapitre présente d'une étude numérique du problème IRSN sur le comportement d'une cavité du stockage de déchets radioactifs présenté dans le chapitre précédent. Cette étude est réalisée par la méthode des éléments finis et en se basant sur le modèle théorique du comportement Poro Elasto-Plastique Endommageable Non saturé développé dans la deuxième partie. Ce modèle a été validé par les essais au laboratoire (chapitre 8) pour la roche hôte du stockage de déchets nucléaires (argilite de COX). Nous allons implémenter ce modèle rhéologique dans un code de calculs par éléments finis pour étudier le comportement de la galerie.

10.1 Modélisation par éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode de résolution numérique applicable à un grand nombre de problèmes techniques qui intéressent les ingénieurs et les physiciens. Elle consiste à chercher une solution approchée du problème considéré. Cette méthode est fondée sur la théorie des méthodes variationnelles. A partir des équations générales de la mécanique et en se basant sur le principe des travaux virtuels, on peut obtenir la formulation variationnelle du problème aux limites à résoudre. La solution du problème sera celle qui minimise l'énergie du système mécanique considéré (Reddy, 2006).

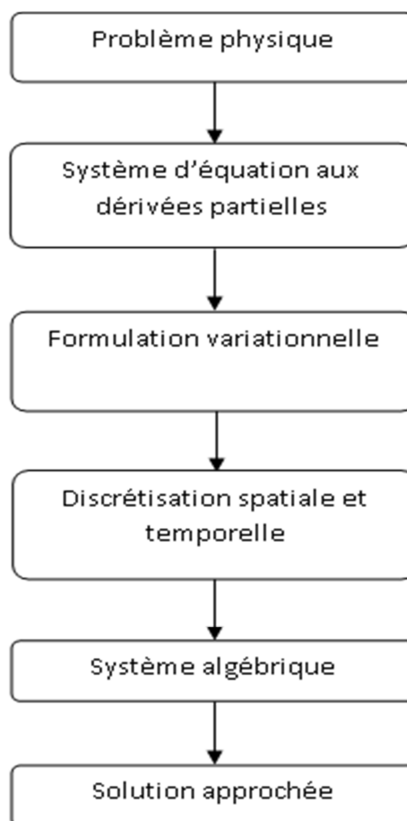


Fig 10-1. Démarche-type de la méthode des éléments finis

En pratique, une structure réelle quelconque (un domaine) est découpée en un certain nombre de morceaux de telle manière que la réunion de tous les morceaux recouvre le plus exactement possible la structure. Chaque morceau porte le nom d'« élément fini ». Chaque élément est limité par une frontière et le point de rencontre de plusieurs frontières est appelé point nodal ou nœud. C'est à ces nœuds que sont approximés les champs inconnus (Pereira, 2005). La démarche est décrite dans la Fig 10-1.

10.1.1 Formulation du problème global

10.1.1.1 Introduction du problème global de couplage hydromécanique

Considérons maintenant un milieu poreux Ω , continu, triphasique soumis à des actions mécaniques à distance par unité de masse \mathbf{g} ; des actions mécaniques et hydrauliques en surface: une densité de force surfacique \mathbf{T} sur Γ_σ et un débit hydraulique par unité de surface q_n sur Γ_q , $q_n = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$; des contraintes cinématiques et de pression: les déplacements sur Γ_u et les pressions sur Γ_p sont imposés. Ces actions sont schématisées dans la Fig 10-2.

Notons qu'en raison de la direction de la normale, le flux hydraulique q_n est positif lorsque l'eau entre dans le volume et négatif dans le cas contraire.

Il s'agit ici de déterminer l'évolution du milieu Ω dans un intervalle de temps donné $[0, T]$ à savoir l'évolution des champs inconnus de déplacement et de pression des fluides saturant le milieu poreux connecté.

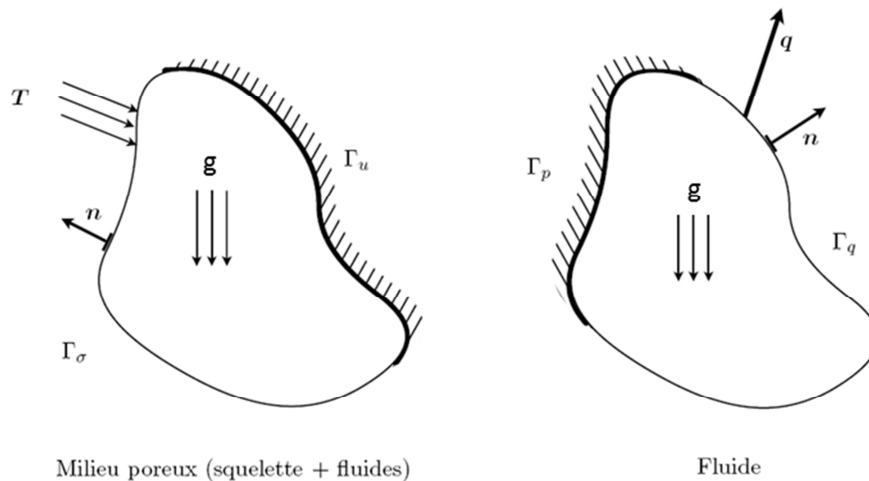


Fig 10-2. Démarche de la méthode des éléments finis

Dans la formulation du problème *quasi-statique* à trois champs, on accepte les hypothèses fondamentales citées ci-après :

- L'hypothèse de petites perturbations ($\phi \approx n$, $\frac{d^s A}{dt} \approx \frac{\partial A}{\partial t}$ noté \dot{A} , $J \approx 1$).
- L'influence des phénomènes d'origine thermique ou chimique n'est pas prise en compte.

- Les actions à distance se réduisent à la gravité
- La phase gazeuse est en équilibre permanent avec l'atmosphère (la pression de la phase gazeuse est constante et égale à la pression atmosphérique, prise comme référence ; ie. $\forall \mathbf{x} \in \Omega, \forall t \in [0, T], p_g \approx 0$).
- Les changements de phase liquide-vapeur sont négligés.

A cet effet, les variables considérées sont les suivantes :

- le déplacement du squelette u (tel que $v_s = \frac{\partial u}{\partial t} = \dot{u}$)
- la pression du liquide (eau) saturant (partiellement) l'espace poreux p_w .

Il faut maintenant établir les deux équations mécanique et hydraulique gouvernant le problème.

10.1.1.2 Formulation forte

Equation du champ mécanique

Il s'agit de l'équation de conservation de la quantité des mouvements (équation d'équilibre) (3-25), en tenant compte des hypothèses ci-dessus : $\mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0}$. On l'écrit sous la forme de vitesse suivante :

$$\mathbf{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) + \dot{\rho} \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (10-1)$$

Le terme $\dot{\rho} \mathbf{g}$ est généralement *petit devant la variation des forces extérieures* et sera donc négligé. On obtient alors :

$$\mathbf{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \mathbf{0} \quad (10-2)$$

Equation du champ hydraulique

Il s'agit de l'équation de conservation de la masse liquide (champ hydraulique) (3-20) pour le cas où il n'y a pas de changement de phase. En développant cette équation, on obtient facilement :

$$n_w \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \rho_w \frac{\partial n_w}{\partial t} + \rho_w \mathbf{div}(n_w \mathbf{v}^w) + \mathbf{grad}(\rho_w) \cdot n_w \mathbf{v}^w = 0 \quad (10-3)$$

En supposant que la masse volumique intrinsèque de l'eau ρ_w est homogène, on en déduit que $\mathbf{grad}(\rho_w) = \mathbf{0}$. En se basant sur l'équation de comportement du liquide (3-46) pour le cas présent isotherme, ainsi que la définition de la vitesse de Darcy \mathbf{v}_w^D donnée à travers (3-5) et (3-2), l'équation (10-3) se réduit à :

$$\frac{n_w}{K_w} \frac{\partial p_w}{\partial t} + \frac{\partial n_w}{\partial t} + \mathbf{grad}(n_w) \cdot \mathbf{v}^s + n_w \mathbf{div}(\mathbf{v}^s) + \mathbf{div}(\mathbf{v}_w^D) = 0 \quad (10-4)$$

En utilisant la relation $\phi_w = J n_w$, remarquant que $\frac{d^s J}{dt} = J \operatorname{div}(\mathbf{v}^s)$ (voir (Royis, 2000)) et en tenant compte de l'hypothèse HPP ci-dessus, on obtient :

$$\frac{\partial n_w}{\partial t} + \mathbf{grad}(n_w) \cdot \mathbf{v}^s + n_w \operatorname{div}(\mathbf{v}^s) = \frac{1}{J} \frac{d^s \phi_w}{dt} \approx \dot{\phi}_w \quad (10-5)$$

Utilisant la loi de conduction (6-29) et supposant que *l'influence de la force de pesanteur est négligeable*, et tenant compte de (10-5), l'équation (10-4) devient :

$$\frac{\phi_w}{\mathcal{K}_w} \dot{p}_w + \dot{\phi}_w + \operatorname{div}(-\lambda_w \mathbf{grad}(p_w)) = 0 \quad (10-6)$$

Il est préférable de représenter les equations selon les variables d'état S_w et ϕ , plutôt que la porosité partielle ϕ_w . Compte tenu de $\phi_w = S_w \phi$ et de (7-74), l'équation (10-6) devient :

$$\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} \dot{p}_w + S_w \dot{\phi} + \phi S_D \dot{D} - \phi S_p \dot{p}_w + \operatorname{div}(-\lambda_w \mathbf{grad}(p_w)) = 0 \quad (10-7)$$

La dernière équation montre le couplage fort entre la partie hydraulique et la partie mécanique, quand l'endommagement intervient dans l'équation hydraulique. A l'aide de (7-80), (7-82) et (7-87) on réécrit (10-7) :

$$\left(\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} - \phi S_p + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} A^w + S_w B^w \right) \dot{p}_w + \left(S_w \mathbf{B}^\varepsilon + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \right) : \dot{\varepsilon} + \operatorname{div}(-\lambda_w \mathbf{grad}(p_w)) = 0 \quad (10-8)$$

Problème posé

Les équations (10-2) et (10-8) forment un système d'équations à résoudre. On l'appelle la formulation forte du problème. Concrètement, le problème est énoncé comme suit, en prenant en compte la relation fondamentale entre les déformations et le déplacement (Royis, 2000) ainsi que la loi de comportement (7-86) :

Trouver $\mathbf{u}: [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$ et $p_w: [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \mathbf{0} \\ \left(\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} - \phi S_p + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} A^w + S_w B^w \right) \dot{p}_w + \left(S_w \mathbf{B}^\varepsilon + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \right) : \dot{\varepsilon} \\ \quad + \operatorname{div}(-\lambda_w \mathbf{grad}(p_w)) = 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\mathbf{grad}(\mathbf{u}) + {}^t \mathbf{grad}(\mathbf{u})) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}^\varepsilon : \dot{\varepsilon} + \mathbf{C}^w \dot{p}_w \end{array} \right. \quad (10-9)$$

Ce problème est en général très compliqué, même avec les géométries simples. Il est plutôt un problème mal posé. On appliquera la méthode variationnelle de Galerkin pour le rendre bien posé et applicable par la méthode des éléments finis.

10.1.1.3 Formulation variationnelle

La formulation variationnelle du problème, ou la formulation faible, est présentée dans la suite. La mise sous forme variationnelle du problème consiste à intégrer les équations gouvernant le problème sur le domaine Ω (Lewis & Schrefler, 1998) (Reddy, 2006), après les avoir multipliées par des fonctions tests, souvent appelées champs virtuels. Cette formulation correspond au théorème des travaux virtuels.

Des champs de déplacement \mathbf{u}^* et de pression p_w^* , cinématiquement admissibles, sont considérés. Les champs \mathbf{u}^* sont pris dans l'espace des champs cinématiquement admissibles contenant les fonctions définies sur $[0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$ et telles que $\forall t \in [0, T], \forall \mathbf{x} \in \Gamma_u, \mathbf{u}^* = \mathbf{0}$. Les champs p_w^* appartiennent à l'espace des champs cinématiquement admissibles contenant les fonctions définies sur $[0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ et telles que $\forall t \in [0, T], \forall \mathbf{x} \in \Gamma_p, p_w^* = 0$.

Effectuons le calcul à partir de l'équation mécanique (10-2). Pour ce problème, on multiplie cette équation par \mathbf{u}^* puis on intègre le résultat obtenu sur l'ensemble du domaine d'étude :

$$\int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \text{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) d\Omega = 0 \quad (10-10)$$

En utilisant le théorème de la divergence et en posant :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) = \frac{1}{2} (\mathbf{grad}(\mathbf{u}^*) + {}^t \mathbf{grad}(\mathbf{u}^*)) \quad (10-11)$$

on trouve :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \text{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) d\Omega &= \int_{\Omega} u_i^* \partial_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \partial_j \left(u_i^* \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \partial_j u_i^* \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_{\sigma}} u_i^* \frac{\partial \sigma_{ij} n_j}{\partial t} d\Gamma - \int_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}^*) d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{u}^* \cdot \dot{\mathbf{T}} d\Gamma - \int_{\Omega} {}^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega \end{aligned} \quad (10-12)$$

Ainsi :

$$\int_{\Omega} {}^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega = \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{u}^* \cdot \dot{\mathbf{T}} d\Gamma \quad (10-13)$$

Pour le problème hydraulique, on multiplie (10-8) par p_w^* puis on intègre le produit scalaire obtenu sur l'ensemble du domaine d'étude. Par le même développement que (10-12), on obtient alors :

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} p_w^* \left(\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} - \phi S_p + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} A^w + S_w B^w \right) \dot{p}_w d\Omega \\
 & + \int_{\Omega} p_w^* \left(S_w \mathbf{B}^\varepsilon + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} d\Omega \\
 & + \int_{\Omega} \mathbf{grad}(p_w^*) \lambda_w \mathbf{grad}(p_w) d\Omega + \int_{\Gamma_q} p_w^* (q_n) d\Gamma = 0
 \end{aligned} \tag{10-14}$$

La combinaison de (10-13) et (10-14) conduit à un problème suivant à résoudre :

Trouver $\mathbf{u}: [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$ et $p_w: [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ tels que $\forall \mathbf{u}^*, \forall p_w^*$ cinématiquement admissibles :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \int_{\Omega} {}^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega = \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{u}^* \cdot \dot{\mathbf{T}} d\Gamma \\
 \int_{\Omega} p_w^* \left(\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} - \phi S_p + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} A^w + S_w B^w \right) \dot{p}_w d\Omega + \\
 \int_{\Omega} p_w^* \left(S_w \mathbf{B}^\varepsilon + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} \mathbf{A}^\varepsilon \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} d\Omega + \\
 \int_{\Omega} \mathbf{grad}(p_w^*) \lambda_w \mathbf{grad}(p_w) d\Omega + \int_{\Gamma_q} p_w^* (q_n) d\Gamma = 0 \\
 \\
 {}^t \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma} \\
 \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}^\varepsilon : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{C}^w \dot{p}_w
 \end{array} \right. \tag{10-15}$$

Ce problème est généralement bien posé, et peut être résolu par la méthode des éléments finis. Pour ce faire, les procédures classiques de discrétisation seront faites dans la suite.

10.1.2 Discrétisation

10.1.2.1 Discrétisation spatiale

Pour résoudre le problème par la méthode des éléments finis, on discrétise le domaine Ω en sous-domaines élémentaires. La résolution numérique fournit alors une approximation de la solution, continue en temps, sous la forme des valeurs des champs inconnus aux nœuds de ces éléments. Il est alors possible d'avoir la valeur d'une inconnue en n'importe quel point du domaine maillé à l'aide des fonctions d'interpolation utilisant les valeurs nodales de ces inconnues.

Les matrices d'interpolation des valeurs nodales des déplacements et des pressions sont notées respectivement \mathbf{N}_e^u et \mathbf{N}_e^p . Les matrices constituées des dérivées spatiales des fonctions d'interpolation sont notées \mathbf{B}_e^u et \mathbf{B}_e^p . A un instant t donné, les déplacements \mathbf{u}_e et pressions $p_{w,e}$ en un point \mathbf{x} d'un sous-domaine élémentaire Ω_e de Ω sont donnés, à partir des valeurs aux noeuds (mécaniques ou hydrauliques selon le cas) de l'élément e correspondant, par les relations suivantes :

$$\mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{n_e^u} N_{e,k}^u \mathbf{U}_{e,k}(t) \quad (10-16)$$

$$p_{w,e}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{n_e^p} N_{e,k}^p P_{w,e,k}(t) \quad (10-17)$$

où les quantités $\mathbf{U}_{e,k}$ et $P_{w,e,k}$ représentent les valeurs nodales des déplacements et pressions de l'élément e . A ce stade de la discrétisation, ils sont des fonctions continues du temps. Les entiers n_e^u et n_e^p représentent le nombre de noeuds par élément respectivement mécanique et hydraulique. Pour simplifier l'écriture, ces équations (10-16) et (10-17) peuvent être représentées sous forme matricielle comme suit :

$$\mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t) = \mathbf{N}_e^u(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{U}_e(t) \quad (10-18)$$

$$p_{w,e}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{N}_e^p(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{P}_{we}(t) \quad (10-19)$$

avec $\mathbf{U}_e(t)$ et $\mathbf{P}_{we}(t)$ sont les matrices représentant les valeurs nodales de déplacement et de pression.

Les déformations sont quant à elles données par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_e^u(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{U}_e(t) \quad (10-20)$$

Alors que le gradient des pressions d'eau est calculé par :

$$\mathbf{grad}(p_{w,e})(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_e^p(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{P}_{we}(t) \quad (10-21)$$

Pour simplifier l'écriture, on omettra désormais volontairement la dépendance des fonctions d'interpolation \mathbf{N}_e^u , \mathbf{N}_e^p , \mathbf{B}_e^u et \mathbf{B}_e^p de la variable de l'espace \mathbf{x} . Selon la méthode de Galerkin, l'espace des fonctions test (contenant les champs cinématiquement admissibles \mathbf{u}^* et p_w^* introduits plus tôt) s'identifie à celui des fonctions de forme (fonctions d'interpolation).

Pour simplifier le calcul, des tenseurs d'ordre 2 symétriques s'écrivent sous forme d'un vecteur de 6 composantes, et les tenseurs d'ordre 4 s'écrivent sous forme des matrices 6x6, ceci pour un problème général 3D. En tenant compte des hypothèses d'axisymétrie et des déformations planes retenues ici, le tenseur de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ et celui de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont des vecteurs de 3 composantes (matrices 3x1).

On considère maintenant le problème, non plus au niveau d'un élément, mais au niveau global en considérant l'ensemble des éléments (mécaniques et hydrauliques) du maillage. On procède donc classiquement à l'assemblage des différentes matrices

élémentaires. On note \mathbf{N}^u , \mathbf{N}^p , \mathbf{B}^u et \mathbf{B}^p les matrices obtenues après assemblage des matrices élémentaires correspondantes. Sous l'hypothèse HPP, ces matrices sont supposées invariantes. Les vecteurs élémentaires des inconnues nodales sont également assemblés ; on note les vecteurs obtenus \mathbf{U} et \mathbf{P}_w .

Après assemblage, au moyen des calculs matriciels simples, l'équation (10-13) du problème mécanique peut être réécrite selon la relation (remarquant que l'équation de comportement est prise en compte) :

$$\mathbb{K} \cdot \dot{\mathbf{U}} + \mathbb{Q} \cdot \dot{\mathbf{P}}_w = \mathbb{F}^u \quad (10-22)$$

où les matrices de rigidité \mathbb{K} , de couplage hydromécanique \mathbb{Q} et le vecteur de chargement mécanique \mathbb{F}^u sont définis par :

$$\mathbb{K} = \sum_e \int_{\Omega_e} {}^t \mathbf{B}^u \mathbb{C}^\varepsilon \mathbf{B}^u d\Omega \quad (10-23)$$

$$\mathbb{Q} = \sum_e \int_{\Omega_e} {}^t \mathbf{B}^u \mathbf{C}^w \mathbf{N}^p d\Omega \quad (10-24)$$

$$\mathbb{F}^u = \sum_e \int_{\Gamma_\sigma^e} {}^t \mathbf{N}^u \dot{\mathbf{T}} d\Gamma \quad (10-25)$$

Le problème hydraulique (10-14) discrétisé spatialement s'obtient de façon similaire. Il s'écrit :

$$\mathbb{H} \cdot \mathbf{P}_w + \mathbb{S} \cdot \dot{\mathbf{P}}_w + \mathbb{R} \cdot \dot{\mathbf{U}} = \mathbb{F}^p \quad (10-26)$$

Les matrices d'écoulement de la phase liquide \mathbb{H} , de comportement de cette même phase \mathbb{S} , de couplage \mathbb{R} ainsi que le vecteur de chargement hydraulique \mathbb{F}^p sont donnés par :

$$\mathbb{H} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^p \cdot \lambda_h \cdot \mathbf{B}^p d\Omega \quad (10-27)$$

$$\mathbb{S} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{N}^p \left(\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} - \phi S_p + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} A^w + S_w B^w \right) \mathbf{N}^p d\Omega \quad (10-28)$$

$$\mathbb{R} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{N}^p \left(S_w {}^t \mathbf{B}^\varepsilon + \frac{\phi S_D A_D}{A^\lambda} {}^t \mathbf{A}^\varepsilon \right) \mathbf{B}^u d\Omega \quad (10-29)$$

$$\mathbb{F}^p = \int_{\Gamma_q} {}^t \mathbf{N}^p (-q_n) d\Gamma \quad (10-30)$$

Les systèmes d'équations (10-22) et (10-26) sont la forme discrétisée du problème initial. Tous les coefficients de ce système (des matrices de rigidité) sont indépendants de la variable d'espace.

10.1.2.2 Discrétisation temporelle

Après avoir discrétisé l'espace 2D, il convient de découper l'échelle des temps $[0, T]$ en intervalles. Pour cela, on pose $t_0 < t_1 < \dots < t_N$ une suite d'instants $t_{n,n \in \{0, \dots, N\}}$ strictement croissante, telle que $t_0 = 0$ et $t_N = T$.

Afin de discrétiser le problème dans le temps, on applique un θ -schéma. Un instant t_n , pour $n \in \{0, \dots, N-1\}$ est pris comme référence et l'on se place à un instant $t_n + \theta \Delta t$ avec θ un scalaire tel que $\theta \in [0, 1]$ et $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Cet instant est noté $t_{n+\theta}$. Une grandeur X et sa dérivée temporelle sont alors évaluées à l'instant $t_{n+\theta}$ à partir de leurs valeurs aux instants t_n et t_{n+1} pondérées par θ :

$$X_{n+\theta} = (1 - \theta)X_n + \theta X_{n+1} \quad (10-31)$$

$$\dot{X}_{n+\theta} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t} \quad (10-32)$$

Selon la valeur de θ , le schéma correspond au schéma d'Euler explicite ($\theta = 0$), au schéma d'Euler implicite ($\theta = 1$), inconditionnellement stable ou au schéma de Crank-Nicholson ($\theta = 1/2$).

Les conditions initiales étant connues, on suppose que le problème est résolu à l'instant t_n ; il est alors écrit à l'instant $t_{n+\theta}$.

En pratique, le schéma utilisé pour cette discrétisation temporelle est celui d'Euler implicite. Après avoir multiplié par Δt des équations de l'équilibre hydromécanique (10-22) et (10-26), il vient :

$$\mathbb{K}_{n+\theta} \cdot \Delta \mathbf{U} + \mathbb{Q}_{n+\theta} \cdot \Delta \mathbf{P}_w = \Delta \mathbf{F}^u \quad (10-33)$$

$$\mathbb{R}_{n+\theta} \cdot \Delta \mathbf{U} + (\mathbb{S}_{n+\theta} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{n+\theta}) \cdot \Delta \mathbf{P}_w = \Delta t \mathbb{F}_{n+\theta}^p - \Delta t \mathbb{H}_{n+\theta} \cdot \mathbf{P}_{w_n} \quad (10-34)$$

Il est possible de réécrire ces équations sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{Q} \\ \mathbb{R} & (\mathbb{S} + \theta \Delta t \mathbb{H}) \end{bmatrix}_{n+\theta} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{P}_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{F}^u \\ \Delta t \mathbb{F}^p \end{Bmatrix}_{n+\theta} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\Delta t \mathbb{H} \end{pmatrix}_{n+\theta} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P}_w \end{Bmatrix}_n \quad (10-35)$$

ou de manière plus détaillée :

$$\begin{pmatrix} \mathbb{K}_{11} & \dots & \mathbb{K}_{1N_u} & \mathbb{Q}_{11} & \dots & \mathbb{Q}_{1N_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{K}_{N_u 1} & \dots & \mathbb{K}_{N_u N_u} & \mathbb{Q}_{N_u 1} & \dots & \mathbb{Q}_{N_u N_p} \\ \mathbb{R}_{11} & \dots & \mathbb{R}_{1N_u} & \mathbb{S}_{11} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{11} & \dots & \mathbb{S}_{1N_p} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{1N_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{R}_{N_p 1} & \dots & \mathbb{R}_{N_p N_u} & \mathbb{S}_{N_p 1} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{N_p 1} & \dots & \mathbb{S}_{N_p N_p} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{N_p N_p} \end{pmatrix}_{n+\theta} \begin{pmatrix} \Delta U_1 \\ \vdots \\ \Delta U_{N_u} \\ \Delta P_1^w \\ \vdots \\ \Delta P_{N_p}^w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta F_1^u \\ \vdots \\ \Delta F_{N_u}^u \\ \Delta t F_1^p \\ \vdots \\ \Delta t F_{N_p}^p \end{pmatrix}_{n+\theta} + \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\Delta t \mathbb{H}_{11} & \dots & -\Delta t \mathbb{H}_{1N_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\Delta t \mathbb{H}_{N_p 1} & \dots & -\Delta t \mathbb{H}_{N_p N_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_{N_u} \\ P_{w,1} \\ \vdots \\ P_{w,N_p} \end{pmatrix}_n \quad (10-36)$$

Ici, N_p et N_u désignent le nombre total de nœuds respectivement hydrauliques et mécaniques utilisés pour la discrétisation spatiale de Ω . De façon représentative, le système (10-35) peut s'écrire selon la forme suivante :

$$[\mathcal{K}]_n \{\Delta \mathbf{U}\}_n = \{\Delta \mathcal{F}\}_n \quad (10-37)$$

Il est à noter que l'écriture dans (10-37) ne représente pas un schéma implicite ou explicite ; l'indice « n » ne signifie que l'incrément « n » quelconque est en train d'être étudié. On utilise le crochet $\{\mathbf{a}\}$ pour représenter l'ensemble des valeurs nodales (forme discrète) d'une quantité continue \mathbf{a} .

10.2 Algorithmes de calcul

10.2.1 Algorithme global et local

Le système d'équation (10-35) ou (10-36) permet de traiter ce problème de couplage hydromécanique par un code de calcul. Avant d'implémenter dans le code numérique, il est indispensable d'avoir un algorithme de calcul.

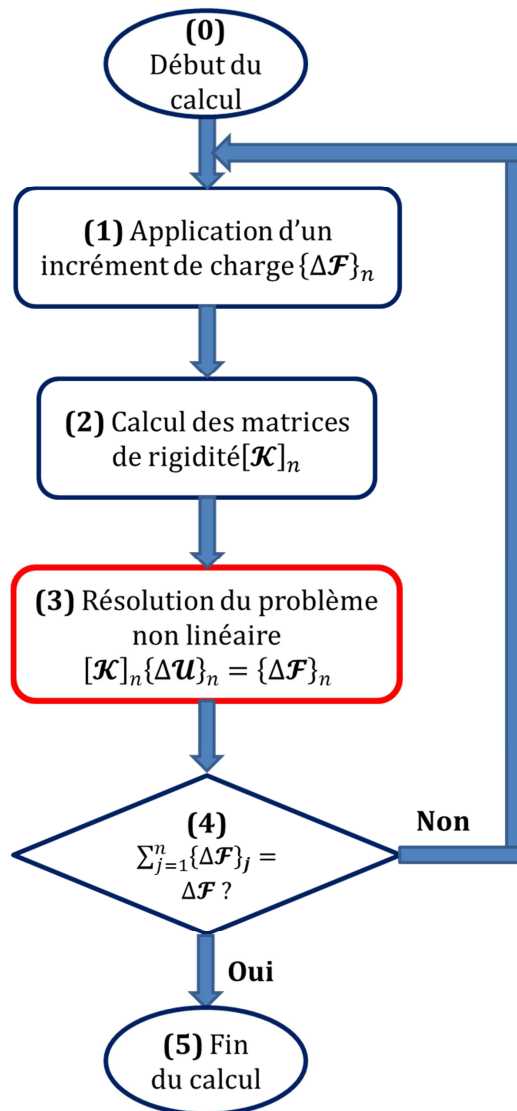


Fig 10-3. Algorithme global

Dans ce travail, l'algorithme global établi comprend 5 étapes (voir Fig 10-3) :

- (0) Début du calcul : la charge extérieure totale $\Delta\mathcal{F}$ est divisée en un nombre d'incrément.
- (1) Application d'un incrément $\{\Delta\mathcal{F}\}_n$ de charge extérieure (mécanique ou hydraulique).
- (2) Calculs des matrices de rigidité élémentaires et globales pour cet incrément $[\mathcal{K}]_n$.
- (3) Résolution du système d'équations (10-35) (ou (10-36)). Comme le problème est non linéaire, ce pas est itératif. Le résultat final de cette résolution est les incréments des déplacements et des pressions d'eau $\{\Delta\mathbf{u}\}_n$, et puis des contraintes ainsi que d'autres variables internes.
- (4) Vérifier si la charge finale $\Delta\mathcal{F}$ est atteinte. Si non, retourner à (1). Si oui, aller à l'étape (5).
- (5) Fin du calcul

Parmi les étapes de l'algorithme global, l'étape (3) joue un rôle très important et se fait par la méthode de Newton-Raphson modifiée, illustrée dans Fig 10-4. Cette étape se compose des sous-étapes et est traitée par un algorithme local qui est basé sur la loi de comportement spécifique (PPE-NS).

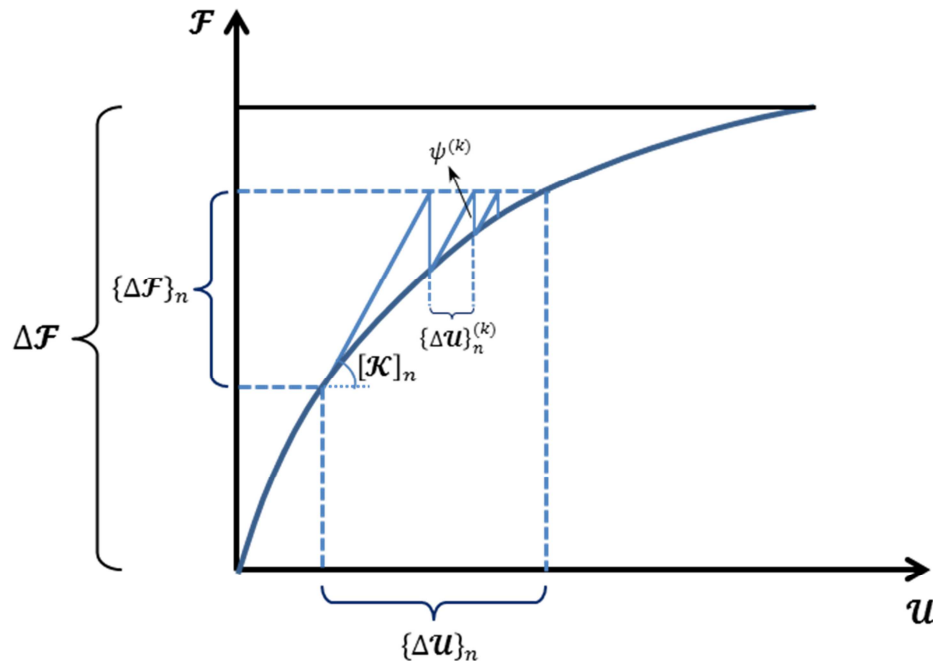


Fig 10-4. Illustration de la méthode de Newton-Raphson modifié

Pour chaque itération k , toutes les quantités hydromécaniques au début de laquelle sont supposées connues. Remarquons que le début de la première itération se confond avec le début de l'incrément.

Concrètement, l'algorithme local de l'étape **(3)** comprend :

- (i)** Résolution du système (10-37). En posant $\{\boldsymbol{\psi}\}^{(0)} = \{\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}\}_n$, ce système est initialement écrit : $[\mathcal{K}]_n \{\Delta\boldsymbol{\mathcal{U}}\}_n = \{\boldsymbol{\psi}\}^{(0)}$. Le calcul itératif amène à la mise à jour de $\{\boldsymbol{\psi}\}^{(k)}$ de l'itération k . Ainsi, ce système à résoudre est sous la forme générale :

$$[\mathcal{K}]_n \{\Delta\boldsymbol{\mathcal{U}}\}_n^{(k)} = \{\boldsymbol{\psi}\}^{(k-1)} \quad (10-38)$$

Trouver donc tous les inconnus en déplacements et en pressions d'eau $\{\Delta\boldsymbol{\mathcal{U}}\}_n^{(k)}$ (voir Fig 10-4) et mettre à jours des déplacements et des pressions d'eau.

- (ii)** Calcul de l'incrément des déformations (par (10-20)) et mise à jour des déformations :

$$\{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\}_n^{(k)} = \mathbf{B} \cdot \{\Delta\boldsymbol{\mathcal{U}}\}_n^{(k)} \quad (10-39)$$

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_n^{(k+1)} = \{\boldsymbol{\varepsilon}\}_n^{(k)} + \{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\}_n^{(k)} \quad (10-40)$$

- (iii)** Calcul des contraintes et de l'endommagement, en utilisant la prédiction élastique et la correction plastique endommageable. Le résultat obtenu de cette sous-étape est : les contraintes, l'endommagement et les déformations plastiques. Cela sera précisé dans le paragraphe 10.2.2 suivant.

- (iv)** Calcul de la force interne $\{\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}\}_{int}^{(k)}$ en équilibre avec les contraintes (selon l'équilibre mécanique du domaine Ω) et la force de déséquilibre de cette itération $\{\boldsymbol{\psi}\}^{(k)}$, puis calcul du coefficient de convergence de cette itération $CONV_k$:

$$\{\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}\}_{int}^{(k)} = \sum_e \int_{\Omega} {}^t\mathbf{B}^u \cdot (\{\boldsymbol{\sigma}\}_n^{(k+1)} - \{\boldsymbol{\sigma}\}_0) \quad (10-41)$$

$$\{\boldsymbol{\psi}\}^{(k)} = \{\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}\} - \{\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}\}_{int}^{(k)} \quad (10-42)$$

$$CONV^{(k)} = \frac{\|\{\boldsymbol{\psi}\}^{(k)}\|}{\|\{\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}\}\|} \quad (10-43)$$

Ici $\{\boldsymbol{\sigma}\}_0$ est l'écriture vectorielle nodale de la contrainte initiale $\boldsymbol{\sigma}_0$

- (v)** Vérification si des critères de convergence sont satisfaits :

$$CONV^{(k)} < CONV^{(k-1)} \quad (10-44)$$

$$CONV^{(k)} < TOL \quad (10-45)$$

Avec TOL est la tolérance.

Si oui, aller à **(vi)**.

Sinon, retourner au **(i)** avec une nouvelle itération.

- (vi)** Fin du calcul de l'étape **(3)**.

Cet algorithme de calcul est présenté dans la Fig 10-5.

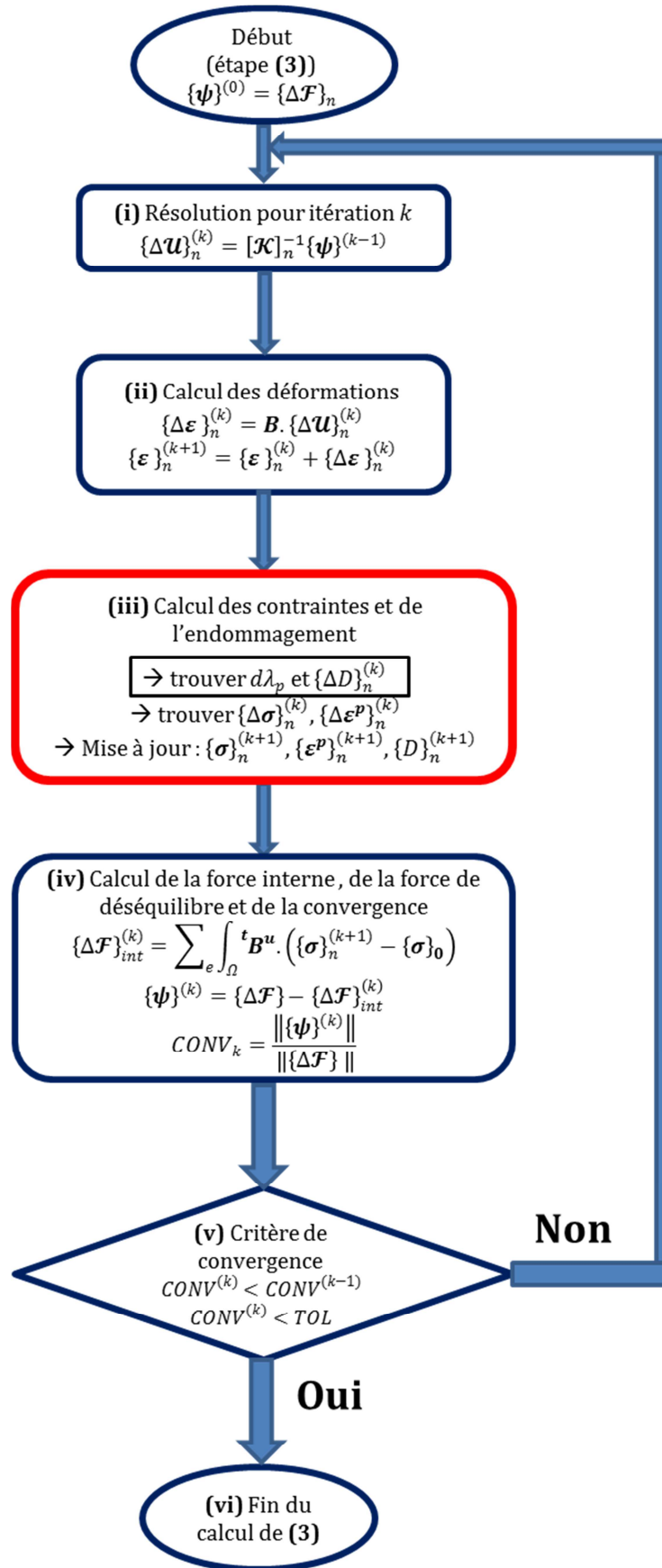


Fig 10-5. Algorithme local (étape 3)

Le point important de cet algorithme est la sous-étape **(iii)** pour calculer les contraintes. Il sera présenté concrètement dans la suite.

10.2.2 Algorithme de calcul des contraintes

Cet algorithme correspond à la sous-étape **(iii)** précédente. La démarche concrète est suivante :

(iia) Prédiction élastique :

On suppose que le chargement correspondant à $\{\Delta \mathbf{U}\}_n^k$ donne un comportement *purement poro-élastique*. L'incrément des contraintes $d\sigma_*$ est déduit de l'incrément des déformations $d\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(k)}$ (forme continue de $\{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}\}_n^k$ déterminé dans la sous-étape **(ii)** par (10-39)), en utilisant (7-86), (7-87) et (7-92). Plus précisément, on écrit :

$$d\sigma_* = \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : d\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(k)} + b(D_n^{(k)})\pi_{p,n}^{(k)}\delta dp_{w,n}^{(k)} \quad (10-46)$$

avec $\pi_{p,n}^{(k)}$ est la fonction π_p calculée avec les quantités au début de l'itération k de l'incrément n .

En se basant sur (5-17) et (7-75), la prédiction élastique σ_*^{pl} de la contrainte effective plastique est calculée par :

$$\sigma_*^{pl} = \sigma_n^{pl,(k)} + d\sigma_* + b_{pl}\delta d\pi_{eq,n}^{(k)} \quad (10-47)$$

$$d\pi_{eq,n}^{(k)} = -\pi_{p,n}^{(k)} dp_{w,n}^{(k)} \quad (10-48)$$

(iib) Vérification du critère plastique

On vérifie le critère plastique (7-44) $F_p^* = F_p(\sigma_*^{pl}, \alpha_{p,n}^{(k)}; D_n^{(k)}) \leq 0$.

Si oui (cas purement élastique), mettre la correction plastique $\delta\sigma^{pl} = \mathbf{0}$ et l'incrément de l'endommagement $dD_n^{(k)} = 0$.

Sinon, aller à l'étape (iic) suivante.

(iic) Prédiction non endommageable :

Comme $F_p > 0$, la contrainte dépasse le domaine élastique et il existe $\delta\sigma^{pl} \neq \mathbf{0}$ à corriger pour rendre l'état de contrainte sur la surface de charge Fig 10-6. Le calcul de cette correction devrait prendre en compte de l'écroutissage possible lors du chargement.

La correction est en général donnée par (voir Fig 10-6) :

$$\delta\sigma^{pl} = \sigma_*^{pl} - \sigma_n^{pl,(k+1)} = (\sigma_*^{pl} - \sigma_n^{pl,(k)}) - (\sigma_n^{pl,(k+1)} - \sigma_n^{pl,(k)}) \quad (10-49)$$

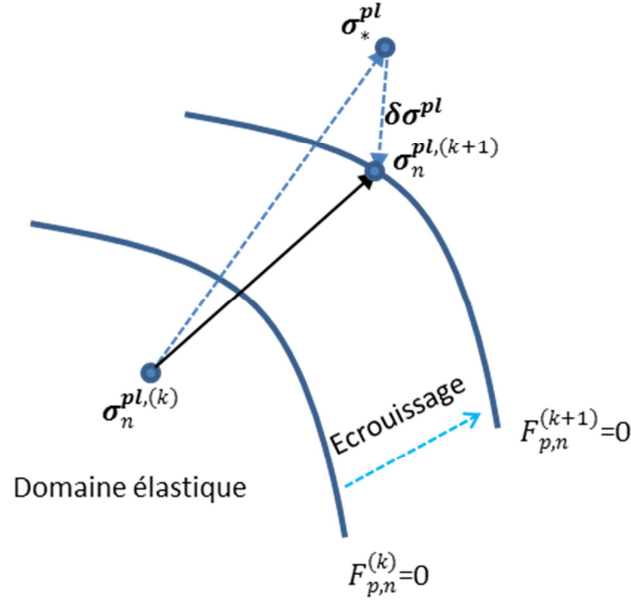


Fig 10-6. Illustration de la correction de contrainte

Il est à noter que $(\sigma_*^{pl} - \sigma_n^{pl,(k)})$ a été précisée dans (10-47) utilisant (10-46) et (10-48) :

$$\sigma_*^{pl} - \sigma_n^{pl,(k)} = \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : d\varepsilon_n^{(k)} + (b(D_n^{(k)}) - b_{pl}) \pi_{p,n}^{(k)} \delta dp_{w,n}^{(k)} \quad (10-50)$$

En se basant sur (7-76), le terme $(\sigma_n^{pl,(k+1)} - \sigma_n^{pl,(k)})$ peut être calculé par :

$$\begin{aligned} \sigma_n^{pl,(k+1)} - \sigma_n^{pl,(k)} &= \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : d\varepsilon_n^{(k)} + (b(D_n^{(k)}) - b_{pl}) \pi_{p,n}^{(k)} \delta dp_{w,n}^{(k)} \\ &\quad - \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : d\varepsilon^p - (A_n^{\sigma,(k)} - b_{pl} \delta \pi_{D,n}^{(k)}) dD_n^{(k)} \end{aligned} \quad (10-51)$$

En injectant (10-50) et (10-51) dans (10-49), on obtient :

$$\delta \sigma^{pl} = \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : d\varepsilon^p + (A_n^{\sigma,(k)} - b_{pl} \delta \pi_{D,n}^{(k)}) dD_n^{(k)} \quad (10-52)$$

Utilisant (7-47) et (7-80), la correction de contrainte peut être écrite en termes du multiplicateur :

$$\delta \sigma^{pl} = \left[\mathbb{C}(D_n^{(k)}) : \left(\frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(k)} + (A_n^{\sigma,(k)} - b_{pl} \delta \pi_{D,n}^{(k)}) A_{D,n}^{(k)} \right] d\lambda_p \quad (10-53)$$

Le calcul de cette correction s'appuie donc sur le calcul du multiplicateur plastique. En plus, on fait le développement suivant :

$$F_p(\sigma_n^{pl,(k+1)}, \alpha_{p,n}^{(k+1)}; D_n^{(k+1)}) = F_p(\sigma_*^{pl} - \delta \sigma^{pl}, \alpha_{p,n}^{(k)} + d\alpha_{p,n}^{(k)}; D_n^{(k)} + dD_n^{(k)}) \quad (10-54)$$

$$= F_p^* - \left(\frac{\partial F_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(*)} : \delta \sigma^{pl} + \left(\frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \right)_n^{(k)} d\alpha_{p,n}^{(k)} + \left(\frac{\partial F_p}{\partial D} \right)_n^{(k)} dD_n^{(k)}$$

Il est à noter que nous avons toujours $F_p(\sigma_n^{pl,(k+1)}, \alpha_{p,n}^{(k+1)}; D_n^{(k+1)}) = 0$. Combinant avec (10-53), on obtient donc :

$$d\lambda_p = \frac{F_p^*}{H_\lambda} \quad (10-55)$$

où :

$$H_\lambda = \left(\frac{\partial F_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(*)} : \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : \left(\frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(k)} - \left(\frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} \right)_n^{(k)} H_{p,n}^{(k)} \\ + \left[\left(\frac{\partial F_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(*)} : \left(\mathbf{A}_n^{\sigma,(k)} - b_{pl} \delta \pi_{D,n}^{(k)} \right) - \left(\frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial D} \right)_n^{(k)} - \left(\frac{\partial F_p}{\partial D} \right)_n^{(k)} \right] A_{D,n}^{(k)} \quad (10-56)$$

En remplaçant (10-55) dans (10-53), on peut calculer la correction de contrainte. Cependant, comme on ne sait pas encore si l'endommagement évolue dans cette itération, il faut d'abord une prédiction non endommageable. En mettant $A_{D,n}^{(k)} = 0$ dans les calculs (10-53), (10-55) et (10-56), on obtient :

$$H_\lambda^* = \left(\frac{\partial F_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(*)} : \mathbb{C}(D_n^{(k)}) : \left(\frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} \right)_n^{(k)} - \left(\frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} \right)_n^{(k)} H_{p,n}^{(k)} \quad (10-57)$$

et la prédiction non endommageable du multiplicateur $d\lambda_p^*$:

$$d\lambda_p^* = \frac{F_p^*}{H_\lambda^*} \quad (10-58)$$

On calcule ensuite la prédiction de la force de moteur de l'endommagement Y_d^* à l'aide de (7-71) :

$$Y_d^* = Y_{d,n}^{(k)} + H_{d,n}^{(k)} d\lambda_p^* \quad (10-59)$$

(iiid) Vérification du critère d'endommagement

On vérifie le critère d'endommagement (7-50) $F_d(Y_d^*; D_n^{(k)}) \leq 0$.

Si oui (cas plastique non endommageable), mettre $d\lambda_p = d\lambda_p^*$ et $dD_n^{(k)} = 0$.

Sinon, calcul de $d\lambda_p$, $\delta \sigma^{pl}$ et $dD_n^{(k)}$ dans ce cas plastique endommageable, en utilisant (10-53), (10-55) et (10-56), et en mettant $A_{D,n}^{(k)}$ selon sa définition (7-80).

(iie) Calcul et mise à jour des contraintes, des déformations plastiques et de l'endommagement

Mise à jour de l'endommagement. Calcul de la correction de contrainte selon (10-53), puis mise à jour des contraintes à l'aide de (10-49).

Ensuite, calcul des déformations plastiques selon (7-47).

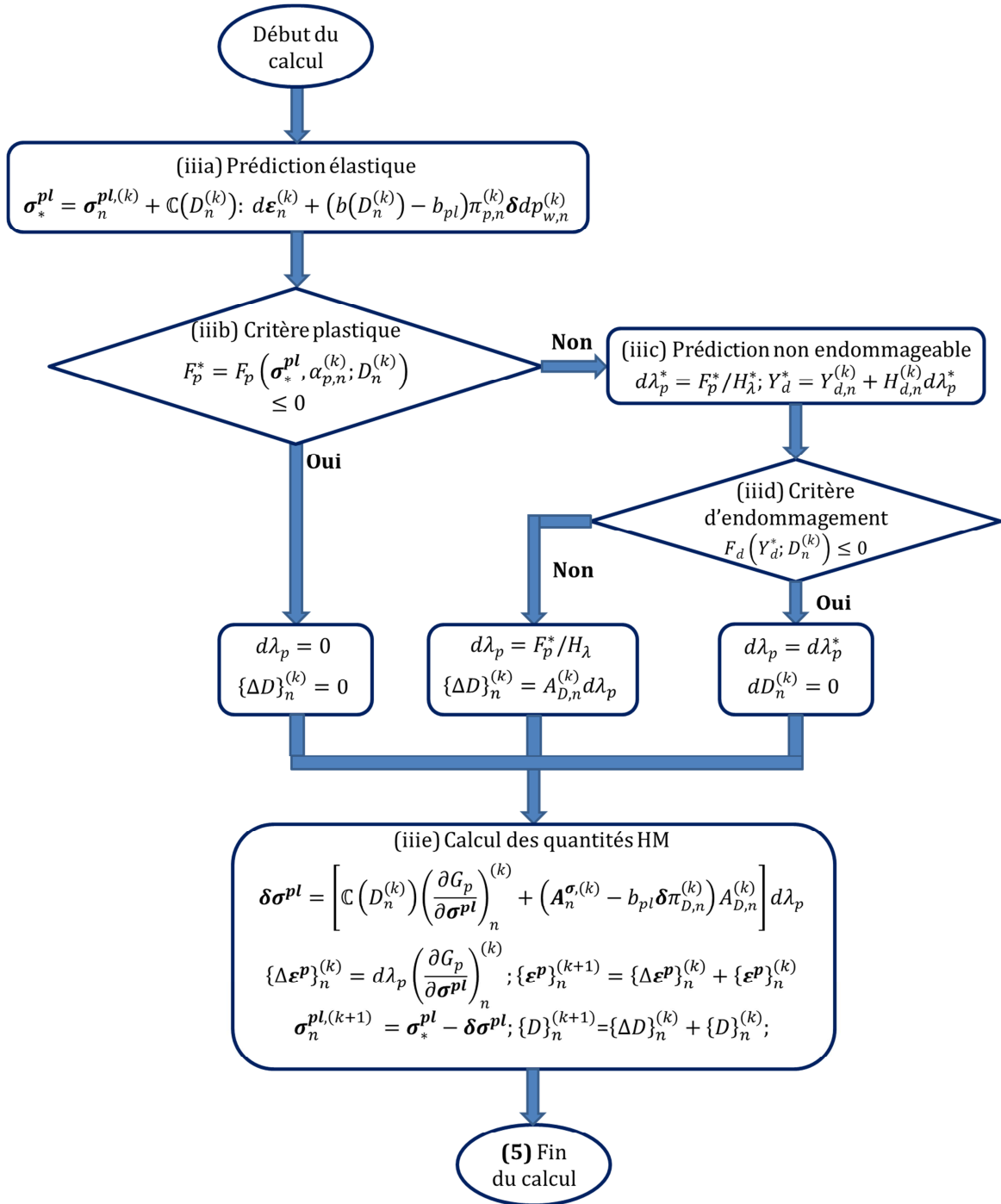


Fig 10-7. Algorithme de calcul des contraintes

Cet algorithme de calcul des contraintes est décrit en détails dans la Fig 10-7.

10.3 Code de calcul « Hydromech » programmé en C++

La résolution de ce problème s'effectue numériquement au moyen d'un programme développé nommé « Hydromech » dans le langage informatique « orienté objet » C++, initialement développé au sein du Laboratoire Génie Civil et Bâtiment par (Pereira, 2005). Plus précisément, la loi de comportement PPE-NS est implémentée dans ce code de calcul pour résoudre de problème IRSN. Ce code sera présenté en détails dans cette partie. Il est à noter que ce code a été utilisé dans le paragraphe 9.4 pour tester l'utilité de la solution analytique.

10.3.1 Cadre général du code de calcul C++

10.3.1.1 Langage de programmation C++

Ce langage de programmation présente de nombreux avantages qui vont être brièvement exposés par la suite.

D'après (Dubois-Pèlerin, 1998), le premier article faisant état d'un programme aux éléments finis s'appuyant sur un langage orienté objet a été publié par (Rehak, 1986). Depuis, l'amélioration des techniques a permis la résolution de problèmes linéaires et non linéaires.

Un programme C++, ou plus généralement un programme écrit dans un langage orienté objet, comprend des fichiers qui sont compilés puis liés entre eux dans une version exécutable. Cette action est réalisée dans notre cas au moyen du compilateur g++ intégré au logiciel Eclipse 7.0.0. Les fichiers sont les suivants:

- Le fichier source contenant la fonction *main*. Le seul rôle de cette fonction est de créer un problème à résoudre (pour nous un *domaine*) et ensuite de lui déléguer la responsabilité de résolution à travers la méthode *solveYourself*.

```
int main()
{
    Domaine* maillage;
    maillage = new Domaine();
    maillage->solveYourself();
    return 0;
}
```

Fig 10-8. Exemple de la fonction « main »

- Les fichiers .h (header file) et les fichiers sources pour chaque classe

L'ensemble des classes est présenté dans la hiérarchie des classes (Fig 10-9) qui non seulement liste l'ensemble des classes mais montre aussi les liens d'héritage. Par exemple, les classes *CamClay*, *CJS*, *Elastique*, *MohrCoulomb* ou *PVPE*, sont des classes enfants de la classe mère *Modele*.

Le principal avantage de ce type de langage est d'améliorer la flexibilité et la réutilisation du programme. Par exemple le concept d'héritage (Fig 10-10) permet de créer une nouvelle classe (une nouvelle loi de comportement dans notre cas) qui utilise des fonctions et des attributs de la classe mère (*Modele*) sans avoir à modifier la structure de l'ensemble du code.

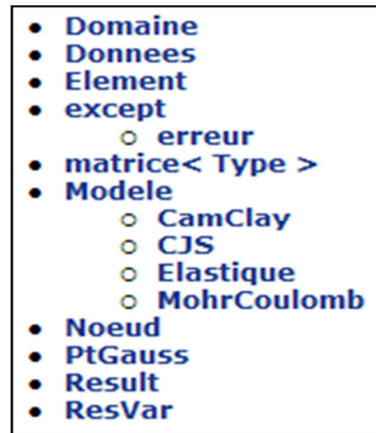


Fig 10-9. Hierrachie des classes

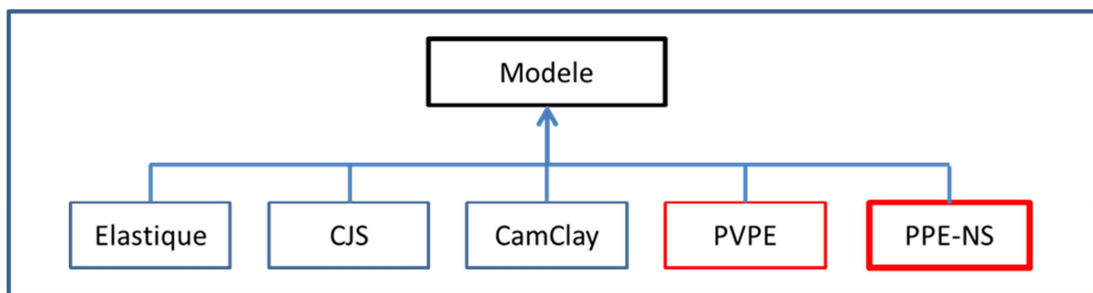


Fig 10-10. Illustration de l'héritage

10.3.1.2 Hypothèses adoptées dans le code « Hydromech »

Dans le code « Hydromech », les hypothèses de base suivante sont retenues :

- Les déformations sont supposées planes
- La condition axysymétrique

Ces hypothèses ont été adoptées dans le chapitre 9 précédent pour les solutions analytiques. Comme nous l'avons vu précédemment, sous ces hypothèses, les variables hydromécaniques du problème dépendent seulement de la coordonnée radiale r et bien sûr du temps t . Compte tenu des symétries considérées, les tenseurs des contraintes et des déformations sont diagonaux dans le repère lié à la galerie. La discrétisation spatiale du problème simplifié peut donc être réalisée à l'aide d'éléments unidimensionnels.

En outre, le milieu considéré est supposé non pesant. Ainsi en négligeant les effets de la gravité, le même programme peut modéliser le comportement de cavités horizontale ou verticale.

Ces hypothèses conduisent au fait que ce code de calcul est unidimensionnel avec des éléments finis 1D qui seront présentés en détail ci-après.

10.3.2 Description détaillée du code

10.3.2.1 Eléments finis

Le choix du type d'élément pour la discrétisation spatiale est essentiel dans l'approche numérique considérée. Comme on a mentionné, le code de calcul « Hydromech » est 1D et des éléments finis choisis sont de type unidimensionnel.

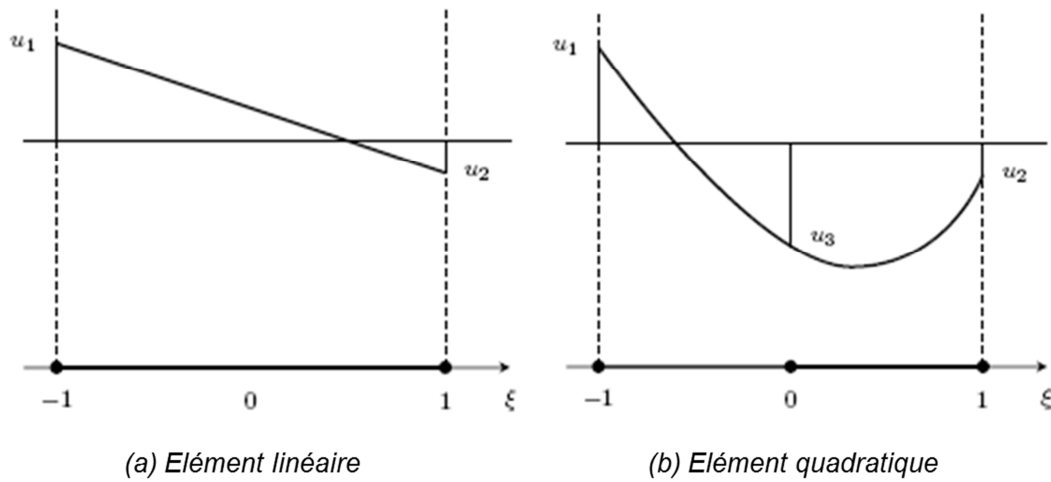


Fig 10-11. Eléments finis dans le code « Hydromech » (Pereira, 2005)

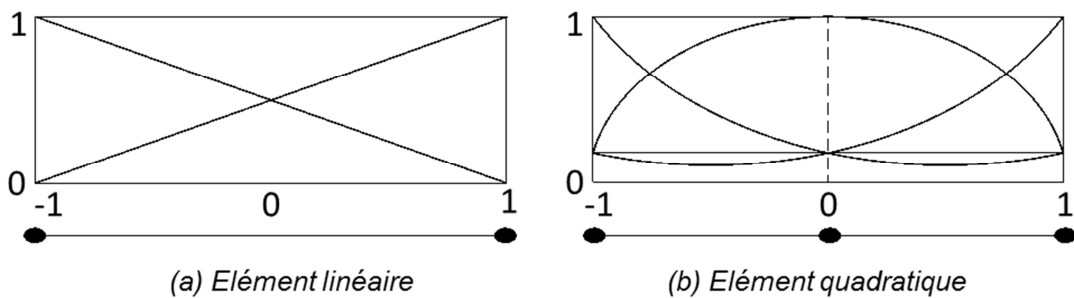


Fig 10-12. Fonctions d'interpolation dans le code « Hydromech » (Pereira, 2005)

D'après (Zienkiewicz, 1999), le degré d'interpolation pour les éléments mécaniques (interpolation de déplacements) doit être strictement supérieur à celui des éléments hydrauliques (interpolation des pressions). En outre, ce choix dépend du degré d'interpolation souhaité. Dans ce code C++ utilisé (Pereira, 2005), le problème mécanique est discrétisé à l'aide des éléments quadratiques tandis que l'on utilise les éléments linéaires pour la discrétisation spatiale du problème hydraulique. Ce

choix induit que le degré d'interpolation mécanique est strictement supérieur au degré d'interpolation hydraulique, ce qui permet d'améliorer la convergence du schéma numérique.

Les Fig 10-11 et Fig 10-12 présentent un élément à deux nœuds (interpolation linéaire) et un élément à trois nœuds (interpolation quadratique). Le nombre de nœuds mécaniques et hydraulique de chaque élément sont respectivement $n_e^u = 3$ et $n_e^p = 2$. Dans ce qui suit, on donne les fonctions de forme en coordonnées de référence (ξ). Ces fonctions, qui ont été utilisées dans la discrétisation spatiale du problème (voir Section 10.1.2.1), peuvent être explicitées pour ces types particuliers des éléments linéaires et quadratiques comme suit :

Élément linéaire ($n_e^u = 3$) :

$$\begin{aligned} N_{e,1}^p(\xi) &= \frac{1}{2}(1 - \xi) \\ N_{e,2}^p(\xi) &= \frac{1}{2}(1 + \xi) \end{aligned} \quad (10-60)$$

Élément quadratique ($n_e^p = 2$) :

$$\begin{aligned} N_{e,1}^u(\xi) &= \frac{1}{2}\xi(\xi - 1) \\ N_{e,2}^u(\xi) &= (1 + \xi)(1 - \xi) \\ N_{e,3}^u(\xi) &= \frac{1}{2}\xi(\xi + 1) \end{aligned} \quad (10-61)$$

Le passage des coordonnées de référence aux coordonnées réelles est donné par le changement de variable :

$$\xi = \frac{2r - r_i - r_f}{r_f - r_i} \quad (10-62)$$

avec r_i et r_f les coordonnées des extrémités d'un élément. Avec (10-60) et (10-61), les matrices d'interpolations \mathbf{N}_e^u et \mathbf{N}_e^p utilisées dans la discrétisation spatiale (10-18) et (10-19) peuvent se réécrire sous la forme plus explicite :

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_e^u &= [N_{e,1}^u \quad N_{e,2}^u \quad N_{e,3}^u] \\ \mathbf{N}_e^p &= [N_{e,1}^p \quad N_{e,2}^p] \end{aligned} \quad (10-63)$$

En prenant en compte les hypothèses et les simplifications apportées au problème modélisé, les déplacements et les pressions peuvent être représentés par des scalaires, les tenseurs des contraintes (totale ou effective) et des déformations par des vecteurs de dimensions 3 puisque les tenseurs correspondants sont diagonaux :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (10-64)$$

Pour calculer les champs de déformations et de gradients de pression d'eau, Les matrices constituées des dérivées spatiales des fonctions d'interpolation \mathbf{B}_e^u et \mathbf{B}_e^p , qui sont utilisées dans (10-20) et (10-21), sont explicitées :

$$\mathbf{B}_e^u(r, t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{e,1}^u}{\partial r} & \frac{\partial N_{e,2}^u}{\partial r} & \frac{\partial N_{e,3}^u}{\partial r} \\ \frac{N_{e,1}^u}{r} & \frac{N_{e,2}^u}{r} & \frac{N_{e,3}^u}{r} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} ; \mathbf{B}_e^p(r, t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{e,1}^p}{\partial r} & \frac{\partial N_{e,2}^p}{\partial r} \\ \frac{N_{e,1}^p}{r} & \frac{N_{e,2}^p}{r} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (10-65)$$

En outre, l'intégration numérique de Gauss-Legendre permet de calculer les matrices de rigidité présentées au paragraphe 10.1.2.1. Son principe est rappelé brièvement. Soit f une fonction dépendant d'une seule variable ξ . L'intégrale de cette fonction entre -1 et 1 est calculée à partir d'une somme finie de terme faisant intervenir des poids w_i et les valeurs de la fonction en des points ξ_i nommés points de gauss :

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_{i=0}^{n-1} w_i f(\xi_i) \quad (10-66)$$

En pratique, le nombre des « points de Gauss » choisi dans le code « Hydromech » pour chaque élément est 2. Les abscisses ξ_i (en coordonnées de référence) et les poids w_i à utiliser sont répertoriés dans le .

Nombre des points de Gauss	ξ_i	w_i
2	+ 0,57735 02691 89626	1,00000 00000 00000
	- 0,57735 02691 89626	1,00000 00000 00000

Tableau 10-1. Abscisses et Poids des Points de Gauss

Les points de Gauss permettent non seulement de calculer de manière approchée ces intégrales mais sont aussi les lieux de stockage des valeurs des contraintes, déformations, porosité, perméabilité...

10.3.2.2 Maillage

Le maillage unidimensionnel (Fig 10-13) réalisé peut avoir des éléments de tailles égales ou de longueur variable, augmentant selon une progression géométrique.

Dans le premier cas, si les coordonnées des nœuds d'un élément i donné sont notées r_i et r_{i+1} alors l'élément $i + 1$ est défini comme suit :

$$r_{i+2} = r_{i+1} + (r_{i+1} - r_i) \quad (10-67)$$

Autrement dit, tous les éléments ont la même longueur.

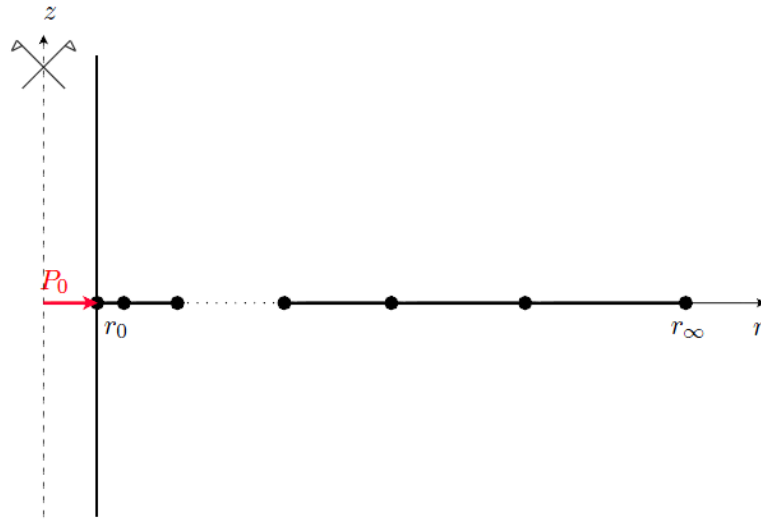


Fig 10-13. Maillage du problème simplifié (Pereira, 2005)

Dans le second cas, la raison géométrique δ est déterminée à partir de :

$$l_0 \delta^{N_i} - l \delta + l - l_0 = 0 \quad (10-68)$$

avec l_0 la longueur du premier élément (le plus petit), l la longueur du domaine d'étude et N_i le nombre d'éléments hydrauliques ($i = p$) ou mécaniques ($i = u$).

Cette équation de degré n peut être résolue en utilisant la méthode de Newton-Raphson qui donne accès à une solution approchée.

L'élément $i + 1$ est alors défini géométriquement par :

$$r_{i+2} = r_{i+1} + \delta(r_{i+1} - r_i) \quad (10-69)$$

Le premier cas est donc un cas particulier du deuxième, où $\delta = 1$.

Ce maillage est initialement appliqué à un domaine matériel homogène (dans le sens où la loi de comportement est identique pour tous les points du domaine) (Pereira, 2005). Il est à souligner que le problème IRSN traite le comportement d'une cavité suivant de différentes phases et le domaine total peut contenir plusieurs parties : le remblai, le revêtement, le massif... (voir Fig 9-1). Ainsi, chaque partie sera aussi divisée en éléments finis selon la méthode de maillage ci-dessus (Dufour, 2012).

La Fig 10-14 montre un exemple illustrant le maillage d'un domaine composé de plusieurs parties pour le problème IRSN. Afin de minimiser les effets de bord de la frontière extérieure, un grand domaine de la masse rocheuse est modélisé, de $r_2 = a$ (rayon du tunnel) à r_3 suffisamment grand (500-1000m) pour pouvoir représenter « l'infini ». L'épaisseur du revêtement e est modélisée de $r_1 = r_2 - e$ à r_2 .

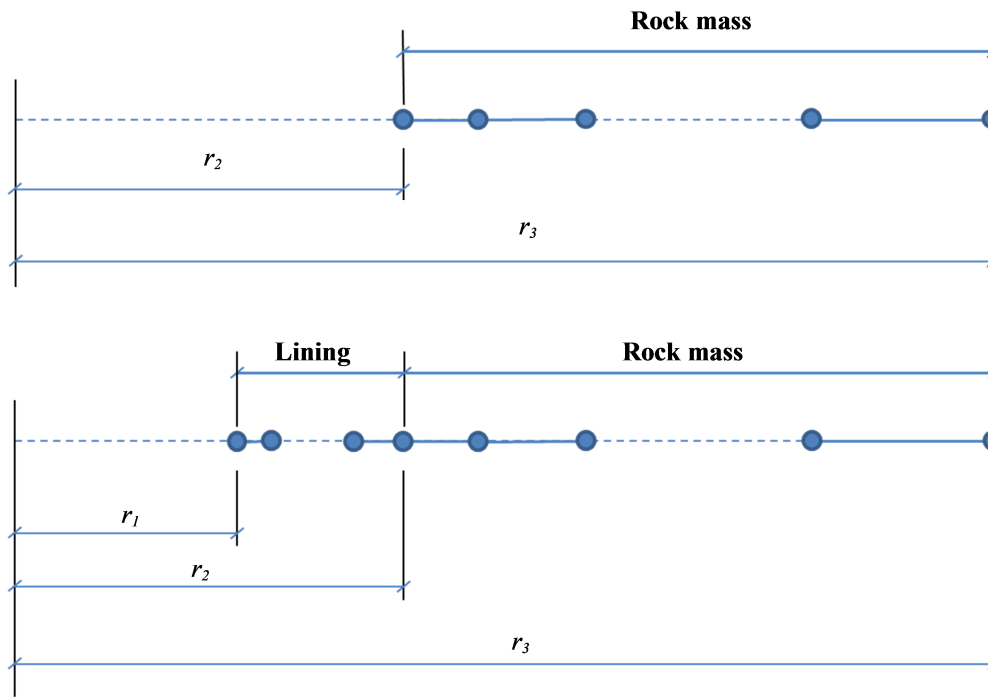


Fig 10-14. Exemple d'un maillage du problème IRSN
a) Phase 1 et 2 ; b) Phase 3

10.3.2.3 Lois de comportement et conditions aux limites

L'ensemble des lois de comportement disponible dans ce code est décrit dans la Fig 10-10. Les lois de comportement Elastique, CJS, CamClay en condition de saturation partielle ont été écrites dans la version initiale de ce code (Pereira, 2005). Le modèle PVPE d'un comportement Poro-ViscoPlastique Endommageable en condition saturée a été ensuite intégré dans le code par (Dufour, 2012). Ce modèle a été exploité pour tester l'utilité de la solution analytique (paragraphe 9.4.1.3).

Dans ce travail de thèse, le modèle développé PPE-NS d'un comportement Poro-Plastique Endommageable Non Saturé est implémenté dans ce code de calcul. La mise en équation (paragraphe 10.1) et l'algorithme de calcul (paragraphe 10.2) ont été utilisés pour cette implémentation.

Dans ce code, les conditions aux limites comprennent celles mécaniques et hydrauliques. La dimension infinie du massif peut être simulée de deux manières : soit en imposant un déplacement nul, soit en imposant une contrainte radiale égale à la contrainte *in situ* initiale en paroi externe. Les conditions limites hydrauliques peuvent porter sur le champ de pression d'eau ou sur le débit.

10.4 Application numérique pour le problème cavité souterraine

Après l'implémentation du modèle PPE-NS dans le code C++, on effectue des calculs numériques pour le problème posé par l'IRSN présenté dans le chapitre 9. Dans une première étape, on envisage d'abord un cas limite d'un massif Poro-élastique (Simulation 1) pour avoir une validation partielle du modèle de comportement et du

code de calcul. Ce cas de calcul est pour la validation plutôt que pour résoudre un problème dans la pratique. Dans une deuxième étape, le comportement d'une cavité creusé dans un massif PPE-NS sera analysé selon son cycle de vie plus réaliste (simulation 2). En fin, une simulation montrant l'effet de l'humidité relative imposée sera effectuée.

10.4.1 Simulation 1 : cas d'une cavité non revêtue dans un massif poroélastique non saturé

10.4.1.1 Conditions initiales et aux limites

Phase 1 :Excavation

Dans des calculs numériques, on suppose que l'excavation dure 1 jour de $t_0 = 0$ à $t_1 = 1$ jour. Les conditions initiales et aux limites décrites dans la solution analytique (9.2.1) sont retenues ici. A $t = t_0 = 0$ tous les champs sont en équilibre hydromécanique et caractérisés par des champs homogènes de pression interstitielle et de contrainte géostatistique. En outre, les déplacements et les déformations initiaux sont nuls :

$$\boldsymbol{\sigma}(r, 0) = -P_\infty \boldsymbol{\delta}; \quad \mathbf{u}(r, 0) = \mathbf{0}; \quad \boldsymbol{\varepsilon}(r, 0) = \mathbf{0}; \quad p_w(r, 0) = p_{w0} \quad (10-70)$$

Deux conditions aux limites mécaniques sont prises en compte : la contrainte totale radiale en paroi du tunnel ($r = a$) décroît de la valeur géostatistique à zéro (excavation), tandis que les déplacements loin de la paroi du tunnel reste nuls à tout moment :

$$\sigma_r(a, t_0) = -P_\infty \rightarrow \sigma_r(a, t_1) = 0; \quad u(\infty, t) = 0 \quad \forall t \in [t_0, t_1] \quad (10-71)$$

Les deux conditions aux limites hydrauliques (en paroi et à l'infini) sont en pression d'eau. En paroi, la pression d'eau décroît de la valeur hydrostatique initiale à zéro. A l'infini, elle reste constante à sa valeur initiale :

$$p_w(a, t_0) = p_{w0} \rightarrow p_w(a, t_1) = 0; \quad p_w(\infty, t) = p_{w0} \quad \forall t \in [t_0, t_1] \quad (10-72)$$

Phase 2 :Attente de l'exploitation

Après l'excavation, on suppose une phase d'attente où la cavité n'est pas encore en service. Cette phase démarre immédiatement après l'excavation (à $t = t_1$) et dure jusqu'à $t_2 = 2$ mois.

Les conditions initiales à $t = t_1$ sont définies par la continuité avec la solution de la phase précédente. En paroi de la galerie, la contrainte radiale totale reste toujours nulle pendant cette phase, alors que loin du tunnel, la condition mécanique est toujours un déplacement nul :

$$\sigma_r(a, t) = 0; \quad u(\infty, t) = 0 \quad \forall t \in [t_1, t_2] \quad (10-73)$$

Pour les conditions hydrauliques, en paroi l'eau qui pénètre dans la cavité est supposée être totalement évacuée, de sorte que la paroi du tunnel est en contact

avec l'air ambiant à la pression atmosphérique (prise égale à zéro). A l'infini, elle reste constante à sa valeur initiale :

$$p_w(a, t) = 0; \quad p_w(\infty, t) = p_{w0} \quad \forall t \in [t_1, t_2] \quad (10-74)$$

Phase 3 :Excavation avec désaturation

L'exploitation commence à $t = t_2$, et les conditions initiales sont prises par la phase 2 à cet instant. Un processus de désaturation par ventilation s'effectue d'abord en imposant en paroi une humidité relative $H_r < 100\%$, ce qui correspond, d'après l'équation de Kelvin (2-5), à une valeur de la succion ou une pression d'eau négative $p_w(H_r)$. Ce processus de désaturation est supposé d'avoir lieu très rapidement (comme instantanément) pendant 1 jour, de t_1 à $t_2^+ = t_2 + 1$ jour. Autrement dit, la pression d'eau en paroi diminue de zéro à $p_w(H_r) < 0$. Après, cette pression d'eau est maintenue constante. Au loin, la pression d'eau reste inchangée. On a donc les conditions aux limites hydrauliques :

$$\begin{aligned} p_w(a, t_2) = 0 &\rightarrow p_w(a, t_2^+) = p_w(H_r) < 0; \\ p_w(a, t) &= p_w(H_r) \quad \forall t \geq t_2^+ \\ p_w(\infty, t) &= p_{w0} \quad \forall t \geq t_2 \end{aligned} \quad (10-75)$$

En paroi de la galerie revêtue (paroi intérieure du revêtement), la contrainte radiale totale reste toujours nulle pendant cette phase, et loin du tunnel, la condition mécanique est un déplacement nul :

$$\sigma_r(a, t) = 0; \quad u(\infty, t) = 0 \quad \forall t \geq t_2 \quad (10-76)$$

Les données numériques pour la roche sont reprises du tableau Tableau 8-4, sauf que les paramètres plastiques et d'endommagement sont mis pour que ces phénomènes dissipatifs soient bloqués (le comportement devient Poro-Elastique non saturé). L'humidité relative utilisée dans ce calcul est $H_r = 80\%$, correspondant à une succion de 30.2 MPa. Les paramètres concernant le phasage et la géométrie et le phasage dans cette simulation sont résumés dans le Tableau 10-2. On va étudier les résultats numériques dans la suite.

$a = 3.6m$	$H_r = 80\%$
$t_0 = 0$	$t_2 = 2 \text{ mois}$
$t_1 = 1 \text{ jour}$	$t_2^+ = 2 \text{ mois} + 1 \text{ jour}$

Tableau 10-2. Données numériques pour la Simulation 1

10.4.1.2 Analyses des résultats numériques obtenus

La Fig 10-15 montre la valeur de la convergence du tunnel selon le temps. On constate une chute de déplacement de 10.196 mm due au creusement, ensuite la convergence n'évolue plus dans les phases suivantes malgré le processus de désaturation.

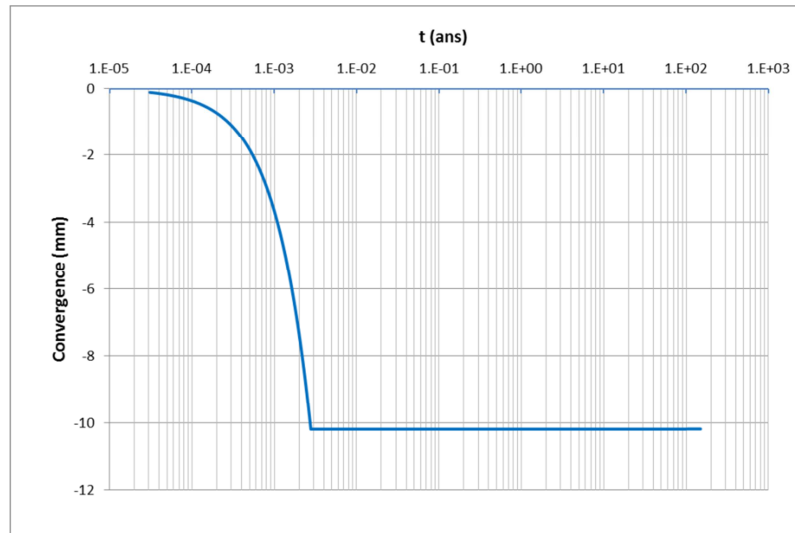


Fig 10-15. Evolution temporelle de la convergence du massif

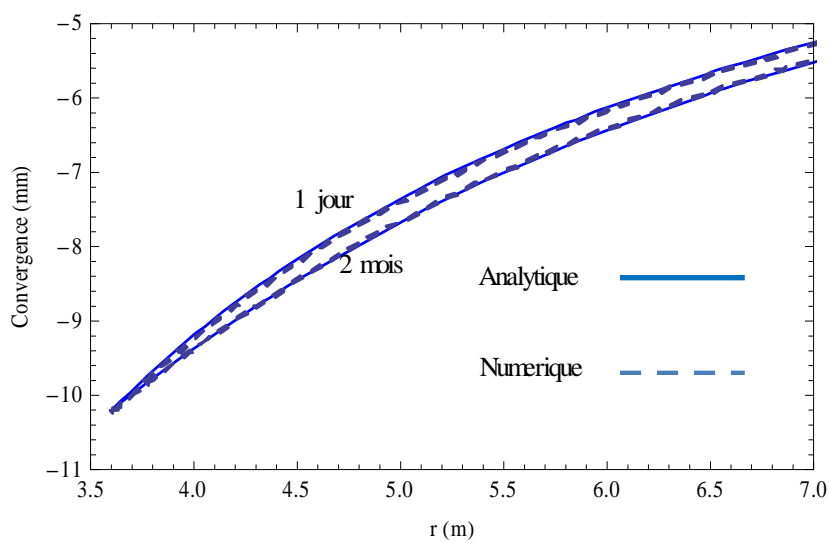
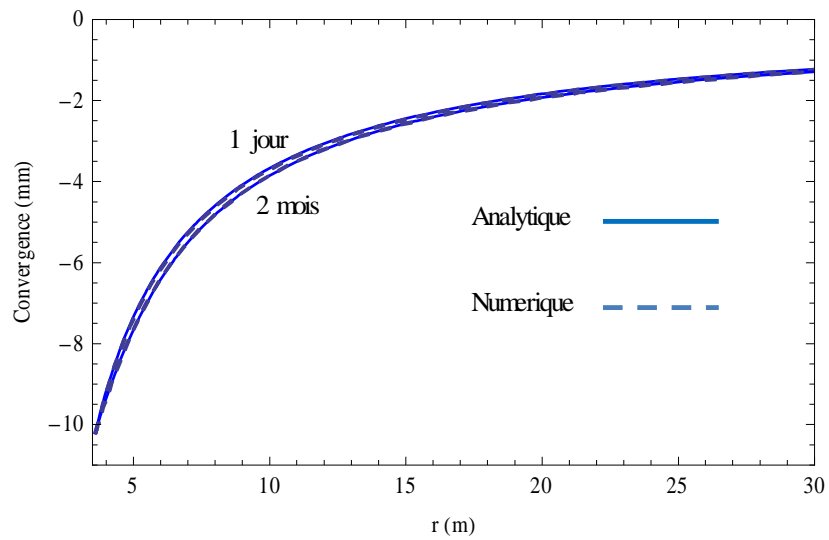


Fig 10-16. a) Profils des déplacements à 1 jour et à 2 mois ; b) Zoom de la figure a

Ce résultat est en effet conforme au résultat analytique en poroélasticité de l'Annexe B. La solution analytique montre que la convergence ne dépend que de variation de la contrainte totale radiale en paroi et peut être calculée par la formule (B9). S'appuyant sur les conditions aux limites, on trouve la valeur analytique de la convergence due à l'excavation (contrainte radiale en paroi change de $-P_\infty$ à zero) est $u(a, t_1) = -P_\infty \frac{a}{2G_0} = 10.195 \text{ mm}$. Dans les phases suivantes, comme la contrainte totale radiale en paroi est gardée inchangée, le déplacement n'évolue plus. Cela met en évidence que la solution numérique confond très bien avec celle analytique. Ce résultat est aussi en accord avec le résultat en thermoélasticité quand le tunnel est soumis à un refroidissement ou un réchauffement (Bérest & Weber, 1988).

Les profils des déplacements sont montrés dans la Fig 10-16, pour le moment d'un jour (juste après excavation) et d'un an (juste avant la désaturation). La roche à ces deux instants sont toujours dans le domaine de saturation complète, et les solutions analytiques dans ce cas sont disponibles (Dufour, et al., 2012). Les comparaisons montre un bon accord entre le résultat numérique et analytique. La tendance de l'évolution dans le massif est une augmentation des déplacements vers le tunnel, dû à une dissipation de la pression d'eau, comme l'indique de la Fig 10-17. On se rend compte que les résultats numériques coïncident ceux analytiques.

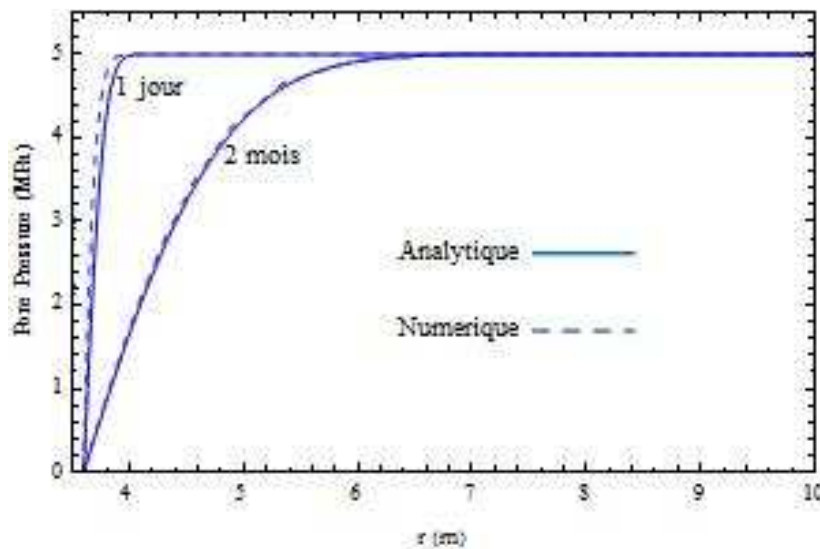


Fig 10-17. Profils des pressions d'eau à 1 jour et à 2 mois

Les résultats sur les contraintes totales sont montrés dans la Fig 10-18. Les résultats numériques et analytiques sont totalement confondus. A l'infini, ces contraintes tendent vers la valeur hydrostatique initiale. En effet, l'excavation provoque un changement des contraintes, en gardant la « symétrie » se leur profils (dans le sens où $\sigma_z = const, \sigma_r + \sigma_\theta = 2\sigma_z$) (Dufour, et al., 2012). Cette symétrie est perdue pendant la phase d'attente dû à l'effet de la dissipation de la pression d'eau.

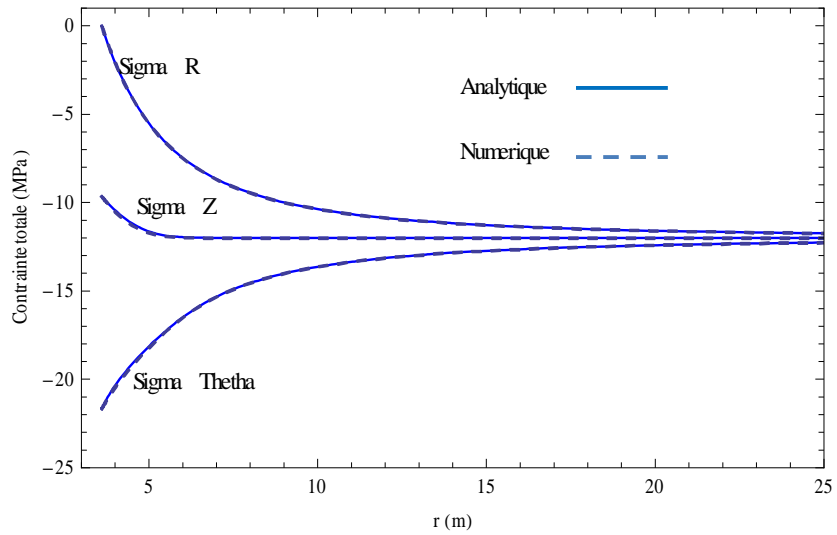


Fig 10-18. Profils des contraintes totales à 2 mois

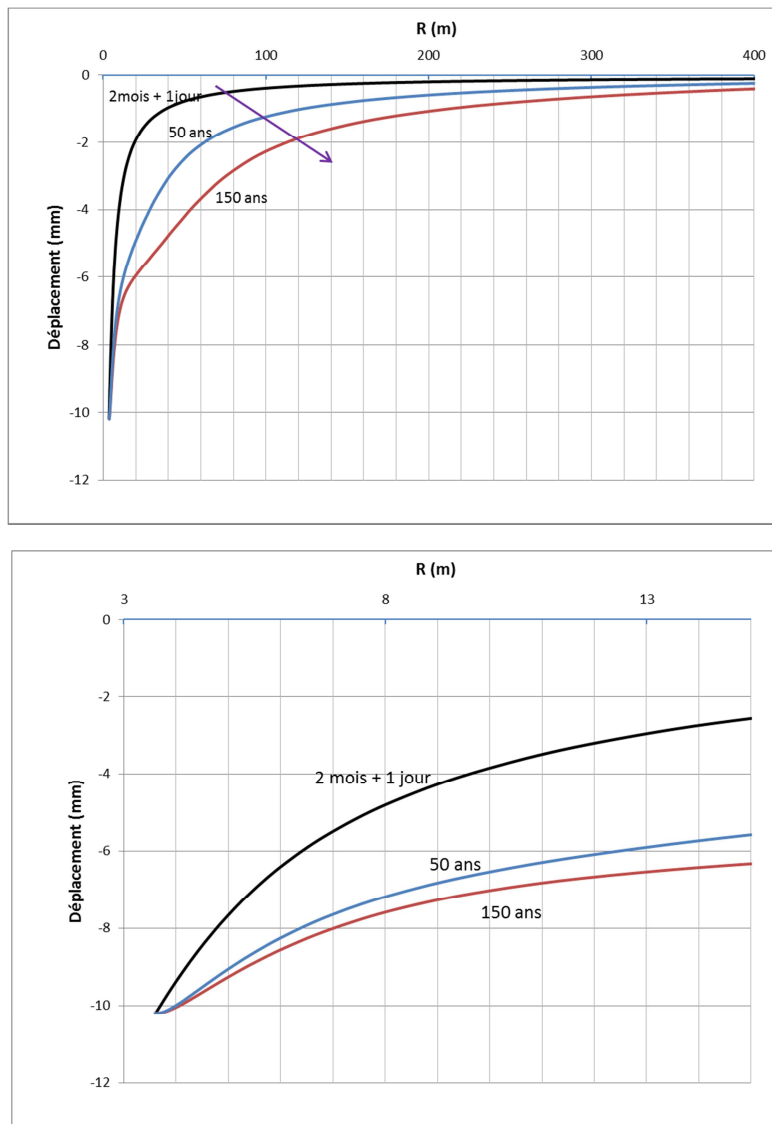


Fig 10-19. a) Profils des déplacements à $t_2^+ = 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans
b) Zoom de la figure a

Les Fig 10-19 montrent les profils des déplacements après la désaturation : à t_2^+ (juste après la désaturation), à 50 ans et à 150 ans. Dans la Fig 10-19a, il est observé que le massif continue de bouger vers le centre du tunnel, dû à l'effet de la succion. Cependant, comme déjà abordé, le déplacement en paroi et au loin est toujours nul car la contrainte totale en paroi ne change pas. La variation du déplacement *dans cette phase* est donc maximal en un point au sein du massif autre que la paroi.

En effet, en dehors du domaine saturé, on ne connaît que la solution analytique exacte pour le déplacement en paroi et une comparaison quantitative n'est pas possible pour les autres points dans le massif. Cependant, les résultats numériques ci-dessus sont qualitativement en accord avec les analyses analytiques de l'annexe B ainsi qu'avec le résultat analytique pour le problème de refroidissement d'un tunnel cylindrique (Bérest & Weber, 1988). Cela montre donc la cohérence des calculs numériques.

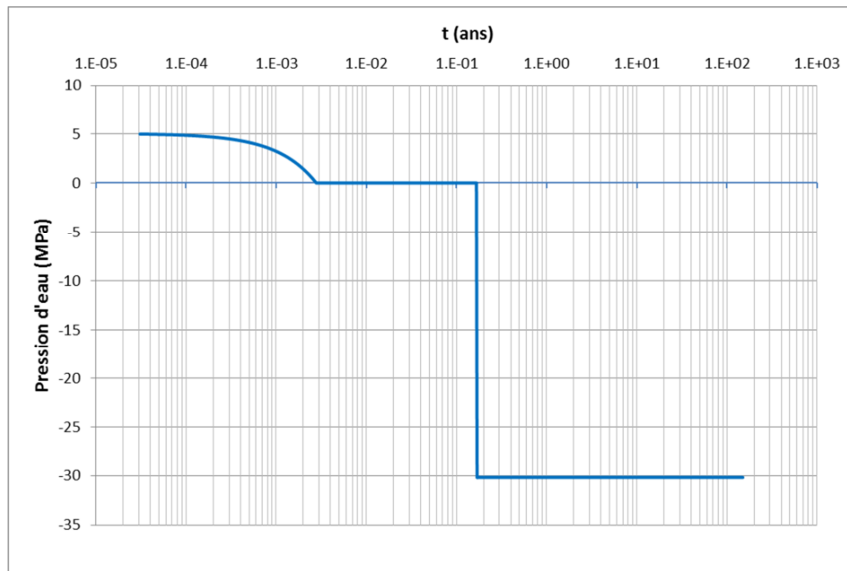


Fig 10-20. Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi

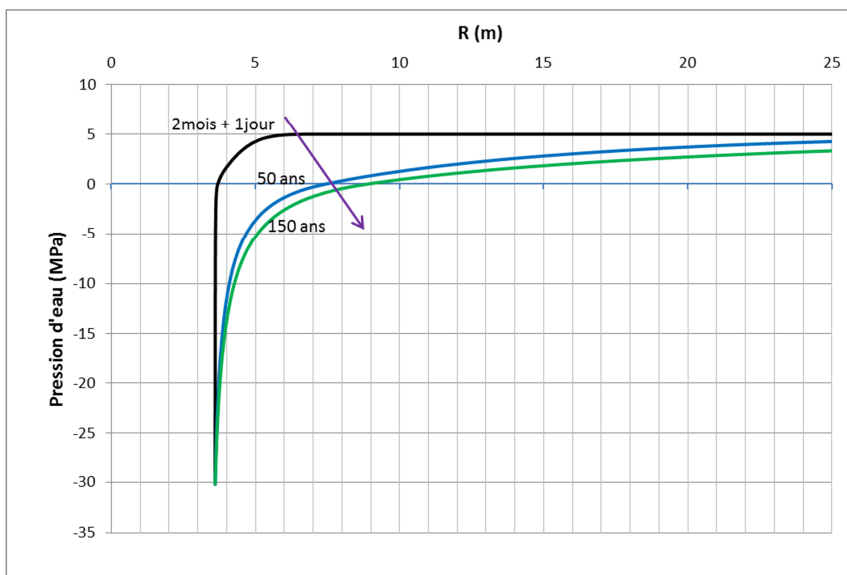


Fig 10-21. Profils des pressions d'eau à $t_2^+ = 2\text{ mois} + 1\text{ jour}$, à 50 ans et à 150 ans

Pour mieux comprendre le comportement du massif dans la phase de séchage, on regarde dans la suite les évolutions hydrauliques. L'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif est décrite dans la Fig 10-20. Cette figure montre que les conditions aux limites hydrauliques ont été correctement modélisées. La pression a une chute de valeur de 5MPa à zéro pendant le creusement, puis elle reste constante pendant la phase 2, ensuite une autre chute pendant la désaturation, et finalement elle est maintenue constante après l'application de l'humidité relative.

Les profils des pressions d'eau et des degrés de saturation sont tracés dans les Fig 10-21 et Fig 10-22. La dissipation en pression d'eau implique clairement une diminution du degré de saturation. On peut voir que la zone non saturée s'étend avec le temps (à 50 ans, cette zone a un rayon d'environ 7m). En tout cas, la pression d'eau et le degré de saturation tendent vers leurs valeurs initiales quand R tend vers l'infini.

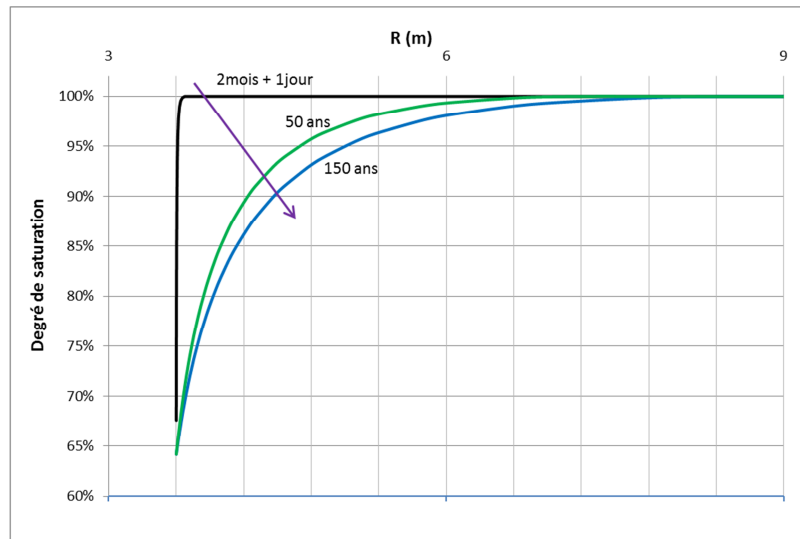


Fig 10-22. Profils des degrés de saturation à $t_2^+ = 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans

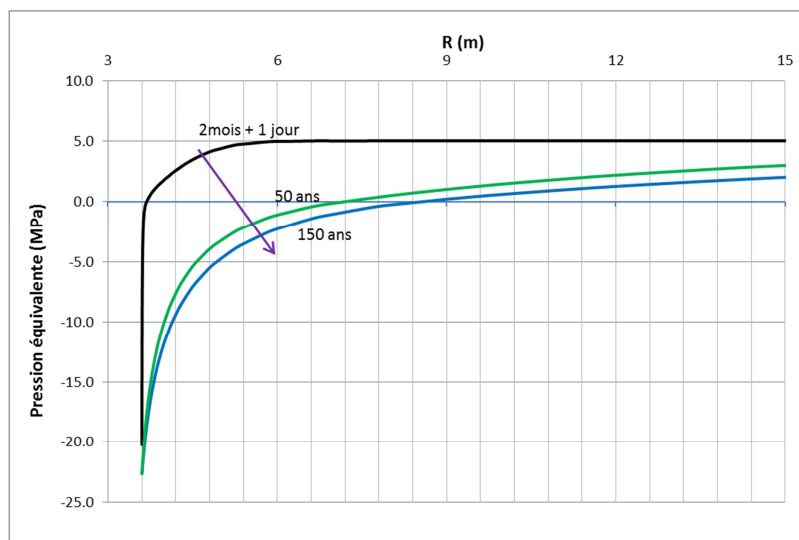


Fig 10-23. Profils de la pression équivalente à $t_2^+ = 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans

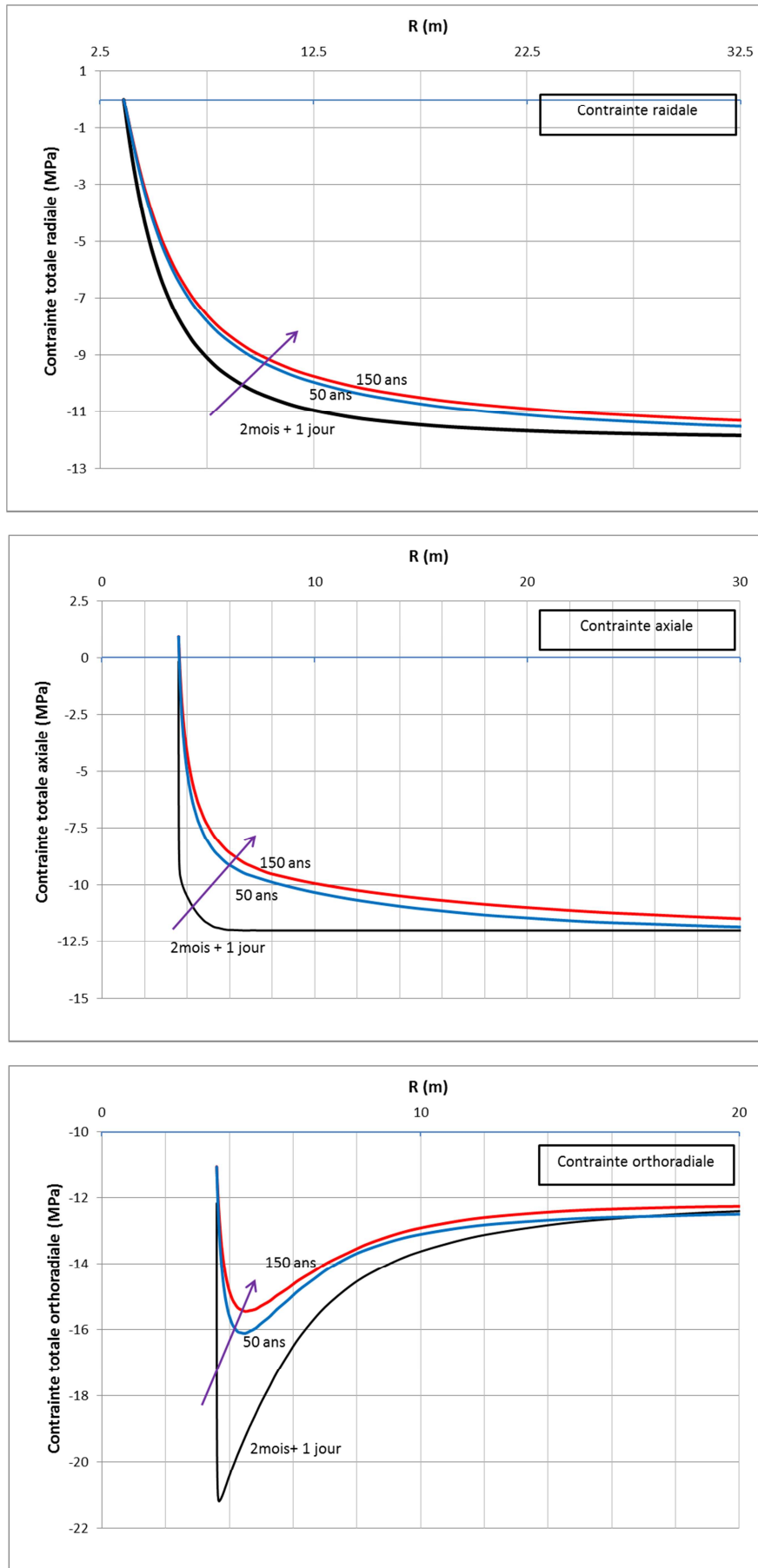


Fig 10-24. Profils des contraintes totales à $t_2^+ = 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans
 a) radiale ; b) Axiale ; c) Orthoradiale

La dissipation de la pression conduit en effet à la réduction de la pression équivalente. Ceci n'est pas toujours vérifié théoriquement, mais ça dépend de la forme concrète de la fonction de rétention d'eau. Cependant, comme montré dans l'annexe B, les paramètres de rétention pour l'argillite permettent d'affirmer que la pression équivalente diminue dans cette phase (quand p_w décroît). Cette remarque est confirmée par le résultat numérique montré dans la Fig 10-23, où la dissipation en pression équivalente est bien observée.

L'évolution de la pression équivalente, combinant avec les analyses analytiques dans l'annexe B (équation (B-11)), conduit au fait que les contraintes totales radiales et axiales devraient augmenter (plus de traction). Ses remarques théoriques sont vérifiées selon les résultats numériques des profils des contraintes totales radiales et axiales dans les Fig 10-24 (a, b). Pour les contraintes orthoradiales, il est compliqué d'analyser théoriquement leur évolution car la solution analytique du champ de pression d'eau n'est pas encore disponible. Avec les résultats numériques, on se rend compte le même phénomène que ces contraintes augmentent au cours du temps (Fig 10-24c). Dans tous les cas, les contraintes tendent vers la valeur géostatique initiale au loin du tunnel. Il est aussi à noter que la contrainte totale axiale autour de la paroi atteint une valeur positive environ 1 MPa.

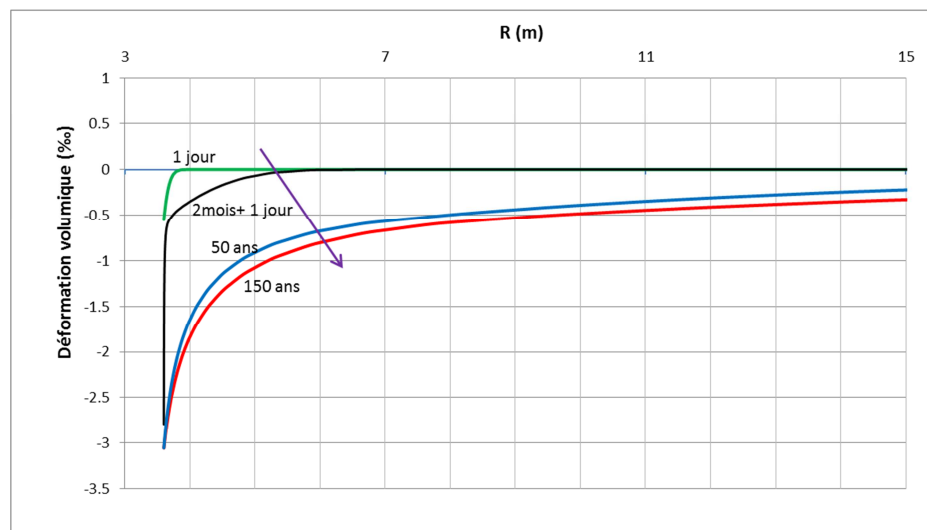


Fig 10-25. Profils des déformations volumiques à 1 jour, à $t_2^+ = 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans

Finalement, l'évolution de la déformation volumique est étudiée dans la Fig 10-25. A un jour (excavation), la déformation volumique est toujours négative, ce qui montre qu'une contraction en tous points du massif. Cela s'explique analytiquement par la formule (B-6) dans l'annexe B, parce que la pression d'eau diminue pendant cette phase. Il est à noter cette formule n'est valable que si le milieu est infini. En outre, on remarque que l'excavation crée non seulement une diminution du volume du tunnel (dû à la convergence de massif), mais aussi une contraction du milieu total. Comme le milieu a un rayon infini alors que cette contraction (diminution du volume du milieu) est finie, cela amène à un déplacement négligeable au loin du tunnel.

Egalement dans cette Fig 10-25, on observe que le milieu est de plus en plus contracté, sous l'effet de retrait par séchage. Cela est physiquement raisonnable, et peut s'expliquer théoriquement par l'évolution de la pression d'eau et celle de la pression équivalente en utilisant le résultat B-6 dans l'annexe B.

10.4.2 Simulation 2 : cas d'une cavité revêtue dans un massif PPE-NS

10.4.2.1 Conditions initiales et aux limites

Après avoir validé partiellement le calcul numérique dans le cas poroélastique, maintenant on envisage le problème plus réaliste d'une cavité souterraine du stockage de déchets nucléaires suivant un cycle de vie comme décrit dans la Fig 9-1. Similaire au cas précédent, on s'intéresse à 3 étapes : la phase 1 (excavation), la phase 2 (attente du revêtement) et des premières années de la phase 3 (exploitation). La différence est qu'en phase 3, un revêtement est mis en place et donc H_r est imposée sur la paroi du tunnel, c'est-à-dire la paroi intérieure du revêtement, mais pas celle du massif. Les conditions initiales et aux limites sont présentées plus en détail par la suite.

Phase 1 :Excavation

Les conditions initiales et aux limites sont totalement identiques que celles décrites dans le cas précédent (expressions (10-71) et (10-72)).

Phase 2 :Attente du revêtement

Les conditions initiales et aux limites sont totalement identiques que celles décrites dans le cas précédent (expressions (10-73) et (10-74)).

Phase 3 :Excavation avec désaturation

Les conditions initiales à $t = t_2$ sont définies par la continuité avec la solution de la phase précédente. A $t = t_2$, un revêtement est mis en place (supposé immédiatement). Ainsi, le domaine comprend 2 parties :

- Le massif dont le comportement est décrit par la loi PPE-NS
- Le revêtement dont le comportement est supposé poro-élastique et initialement saturé

En effet, dans la pratique on rencontre souvent le cas où le détachement entre le revêtement et la massif est possible. Dans ce cas là il faut modéliser un élément d'interface entre le revêtement et le massif. Dans ce travail, par souci de simplicité, on se limite dans le cas où ce détachement est impossible, c'est-à-dire une liaison parfaite entre le massif et le béton.

En paroi de la galerie revêtue (paroi intérieure du revêtement), la contrainte radiale totale reste toujours nulle pendant cette phase, et loin du tunnel, la condition mécanique est toujours un déplacement nul :

$$\sigma_r(a - e, t) = 0; \quad u(\infty, t) = 0 \quad \forall t \in [t_2, t_3] \quad (10-77)$$

où e est l'épaisseur du soutènement.

Pendant cette phase, de façon similaire au cas précédent, une RH est imposée en paroi du revêtement qui conduit à une chute de la pression d'eau et une désaturation du massif (entrée d'air):

$$\begin{aligned} p_w(a - e, t_2) = 0 &\rightarrow p_w(a - e, t_2^+) = p_w(H_r) < 0; \\ p_w(a - e, t) &= p_w(H_r) \quad \forall t \in [t_2^+, t_3] \\ p_w(\infty, t) &= p_{w0} \quad \forall t \in [t_2, t_3] \end{aligned} \quad (10-78)$$

Les données numériques pour la roche hôte sont reprises du Tableau 8-4. L'ensemble des paramètres hydromécaniques pour le revêtement est résumé dans le Tableau 10-3, en référant de (Gerard, et al., 2008), et en remarquant que ce comportement est de type poro-élastique non saturé non endommageable.

$a = 3.6 \text{ m}$	$e = 0.75 \text{ m}$
$\phi_L = 0.15$	$n_L = 1.54;$
$E_L = 30000 \text{ MPa}$	$\alpha_L = 0.5 \text{ MPa}^{-1}$
$\nu_L = 0.25$	$K_{wSL} = 10^{-16} \text{ m}^2$
$b_L = 0.8$	$h_t = -1$
$K_{sL} = 100000 \text{ MPa}$	$p_{ce} = 0.015 \text{ MPa}$

Tableau 10-3. Données numériques pour la Simulation 2

10.4.2.2 Analyses des résultats numériques obtenus

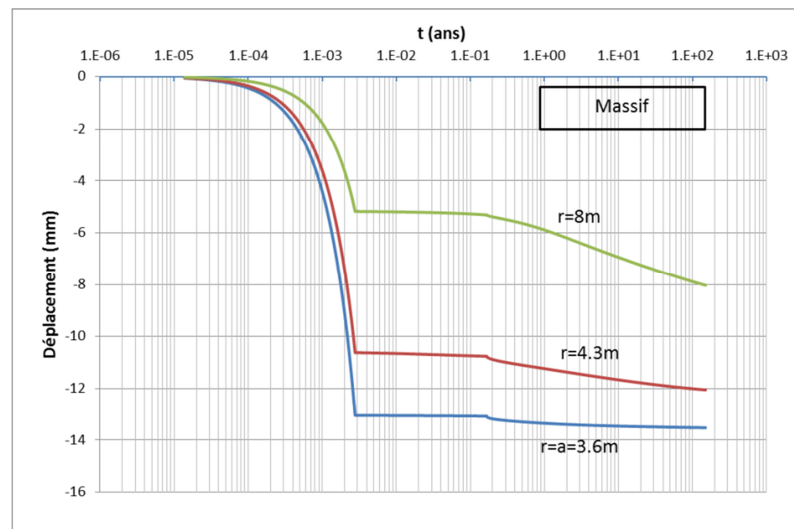
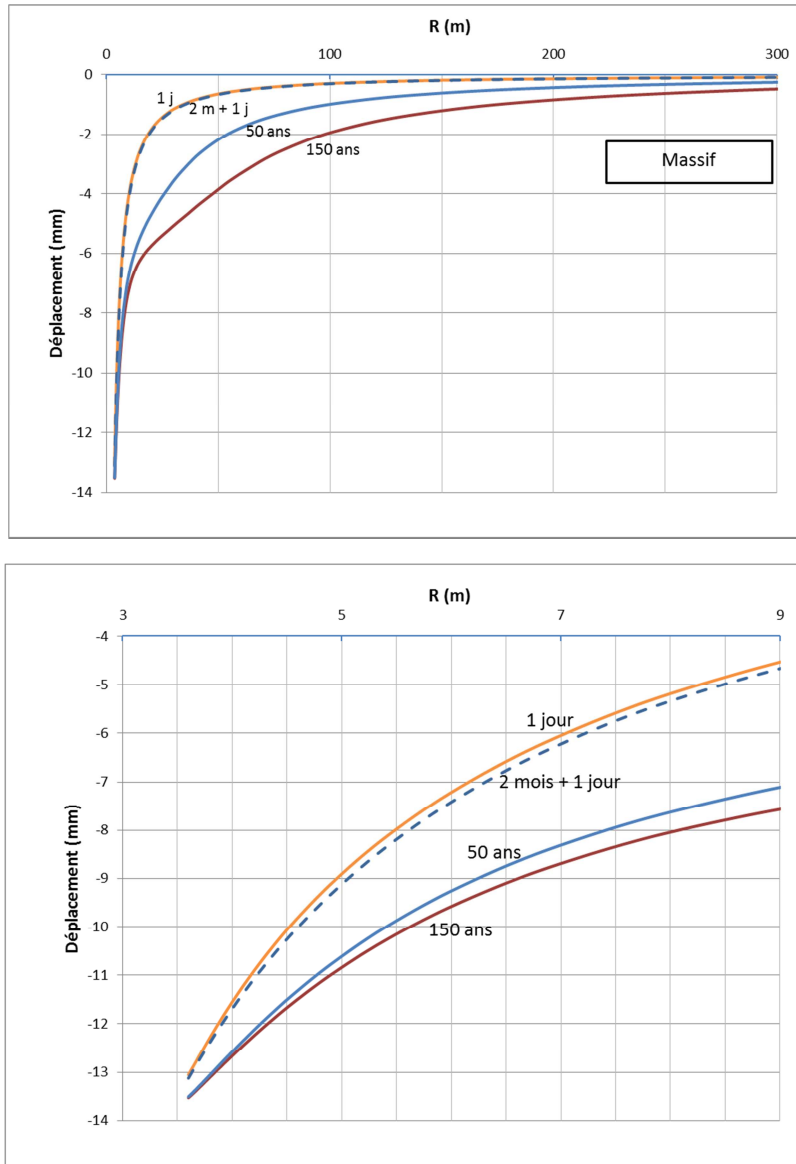


Fig 10-26. Evolution temporelle des des placements aux différents points du massif

La Fig 10-26 donne l'évolution temporelle aux différents emplacements dans le massif : $R = a = 3.6\text{m}$ (paroi du massif) ; $R = 4.3\text{m}$ et $R = 8\text{m}$. On constate en tous les trois points exhibent d'abord une convergence rapide due à l'excavation ; ensuite

une légère variation due à la dissipation de la pression d'eau dans la phase d'attente du revêtement, de façon similaire au cas de calcul précédent ; en fin une convergence plus importante qui se développe progressivement dans la phase d'exploitation. On trouve que le déplacement par excavation dans ce cas est plus important que le cas précédent (13.05 mm par rapport à 10.2 mm), ce qui met en évidence l'influence des phénomènes dissipatifs (plasticité et endommagement).



Pour les deux phases suivantes, les déplacements sont dus à l'évolution de la pression d'eau mais pas au chargement mécanique. Les déplacements en paroi sont moins importants qu'aux points au sein du massif. Ce trait est analogue au cas non revêtu poroélastique (paragraphe 10.4.1). Remarquons que dans ce cas la paroi du massif n'est plus la frontière du domaine physique de calcul en raison de la présence du soutènement. Par ailleurs, le déplacement en paroi du massif est non nul, en raison de la plasticité et de l'endommagement.

Après l'excavation, les déplacements continuent d'évoluer, mais l'évolution en paroi est moins que celle dans le massif comme le montre les Fig 10-27 (a,b).

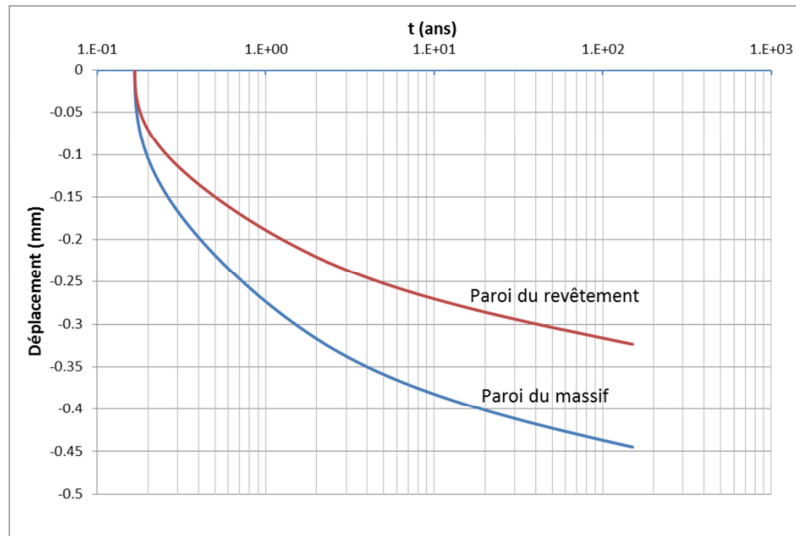


Fig 10-28. Evolution temporelle des déplacements en deux parois du revêtement

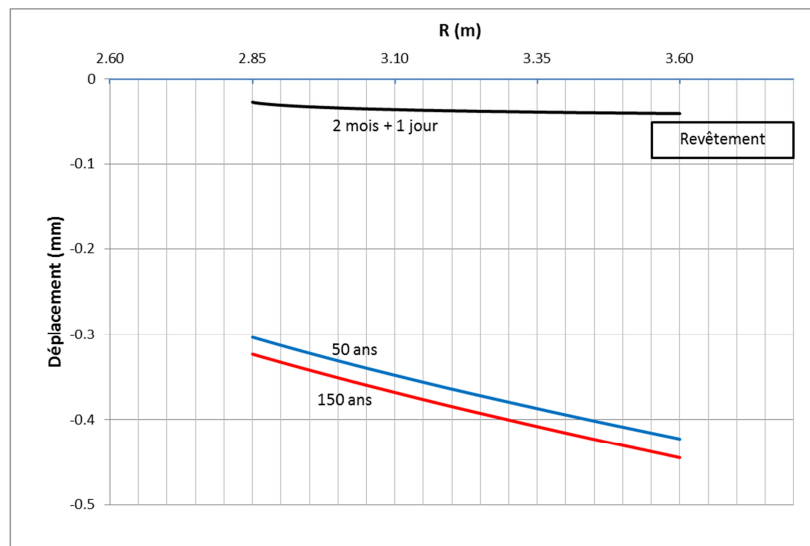


Fig 10-29. Profils des déplacements dans le revêtement à 2 mois + 1 jour, 50 ans et 150 ans

Il est intéressant d'étudier aussi le déplacement dans le revêtement. L'évolution temporelle du déplacement en paroi intérieure (paroi de la cavité) du revêtement est tracée dans la Fig 10-28, en comparaison avec le mouvement de la paroi du massif dans cette phase (à partir de t_2 , en prenant la convergence à t_2 comme la référence). On constate que l'épaisseur du revêtement diminue progressivement, en conformité avec le fait que la paroi du massif converge plus vite que l'intrados du revêtement. Sous l'effet de succion, le revêtement a tendance à plus converger que la paroi du massif malgré la raideur plus grande du béton, dû à un effet géométrique. La paroi du massif, théoriquement de dimension infini (numériquement très grand), ne manifeste qu'une faible tendance à converger du seul fait des non-linéarités du

comportement. Par opposition étant de dimension finie, l'anneau de revêtement converge davantage sous l'effet de la succion.

Ces tendances sont confirmées par les profils des déplacements (Fig 10-29). En fait, la convergence du revêtement vient du raccourcissement des fibres circonférentiels provoqué par la succion, la contrainte radiale varie de zéro en intrados à une faible valeur positive à l'extrados.

Identique au cas précédent, les évolutions des déplacements sont liées à l'évolution de la pression d'eau. Les évolutions temporelles de la pression d'eau en paroi du soutènement, en paroi du massif et à un point au sein du massif ($R=8m$) sont montrées dans la Fig 10-30. La pression d'eau est imposée sur la paroi du massif dans deux premières phases. A partir de la phase 3, cette pression est appliquée sur la paroi du revêtement. Ces conditions aux limites impliquent alors les évolutions dans les autres points du domaine, comme à $R=8m$ indiqué dans cette figure.

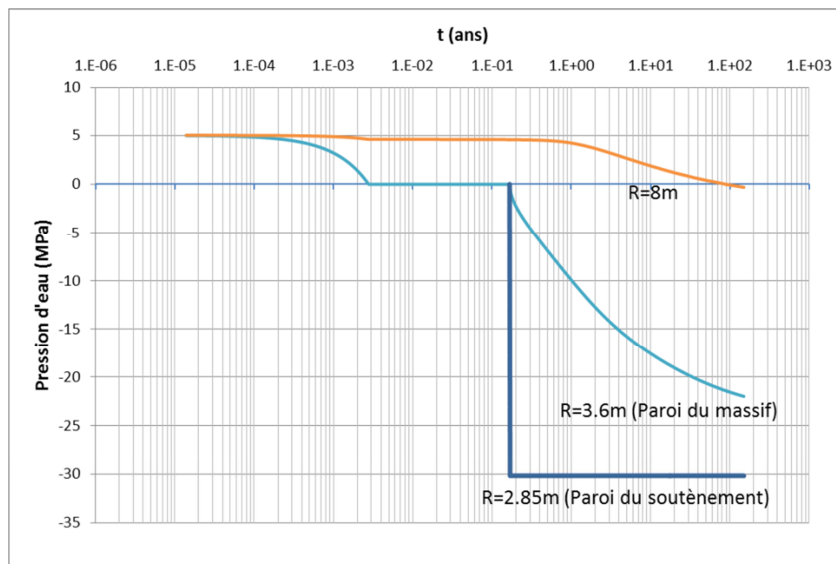


Fig 10-30. Evolution temporelle des pressions d'eau à $R=8m$, à la paroi du soutènement et à la paroi du massif

Les profils des pressions d'eau sont représentés dans les Fig 10-31 (a,b). Avant la désaturation (avant la mise en place du revêtement), on voit la dissipation progressive de la pression d'eau (Fig 10-31a), avec une valeur restant nulle en paroi, comme dans la Simulation 1. Après la désaturation, où la pression d'eau en paroi passe brusquement de zéro à une trentaine de MPa (en valeur négative), le front de dépression d'eau continue à pénétrer dans le soutènement puis le massif (Fig 10-31b). Comme la perméabilité à l'eau du béton est plus élevée que celle de la roche hôte (5000 fois plus grande à saturation complète), la dissipation dans le revêtement est beaucoup plus rapide que dans le massif. La plus grande saturation du massif par rapport au revêtement (qui favorise la conductivité hydraulique) ne compense pas ce contraste.

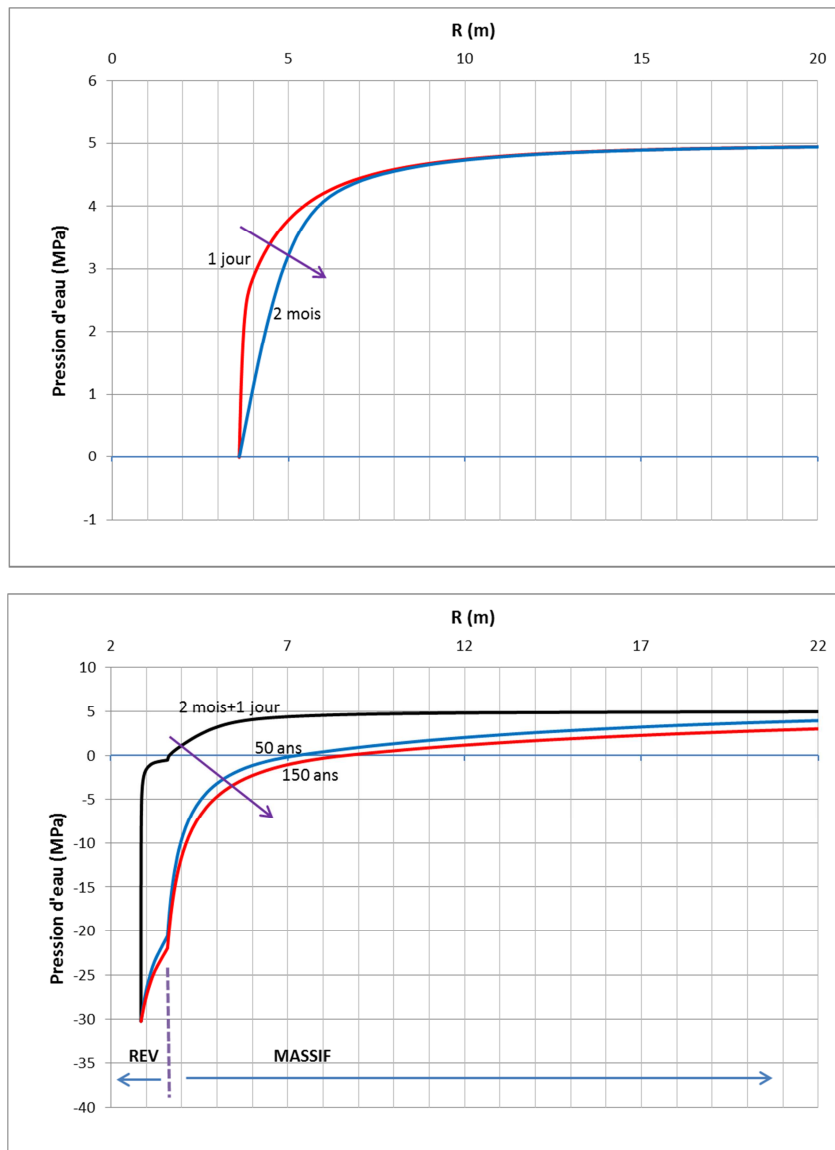


Fig 10-31. Profils des pressions d'eau
 a) avant la désaturation ; b) après la désaturation

Les remarques ci-dessus sont illustrées par les Fig 10-32, Fig 10-33 et Fig 10-34. On y voit que le degré de saturation dans le soutènement (traits pointillés) est effectivement plus petit que celui dans le massif (traits continus) (Fig 10-32). En outre, dû à une perméabilité plus grande (et une épaisseur assez petite), l'état de saturation du revêtement atteint vite un état quasi-homogène. De façon similaire à la Simulation 1, le degré de saturation dans le massif et le revêtement diminuent au cours du temps et créent une zone partiellement saturée au voisinage de la paroi. Confrontant la Fig 10-22, on constate que dans ce cas, la pénétration du front de désaturation est semblable à celle du cas précédent d'un tunnel non revêtu. La très grande perméabilité hydraulique du revêtement fait que celui-ci n'oppose que peu de "résistance" au passage de l'eau.

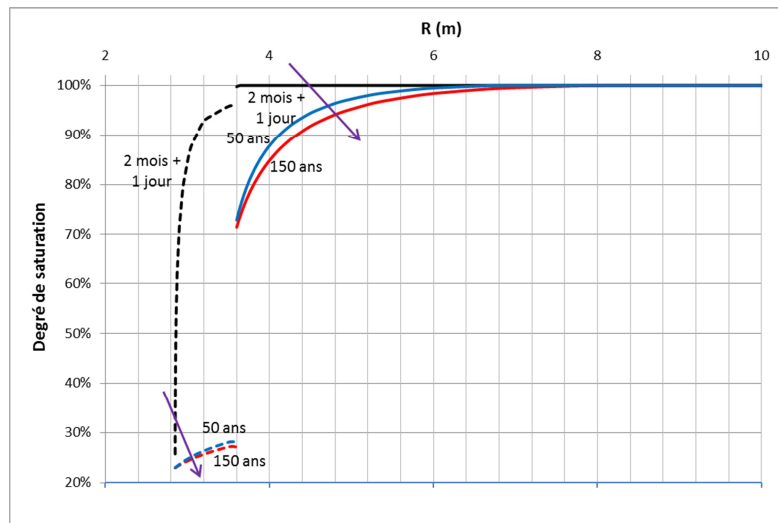


Fig 10-32. Profils des degrés de saturation à $t_2^+ = 2\text{mois} + 1\text{jour}$, à 50 ans et à 150 ans

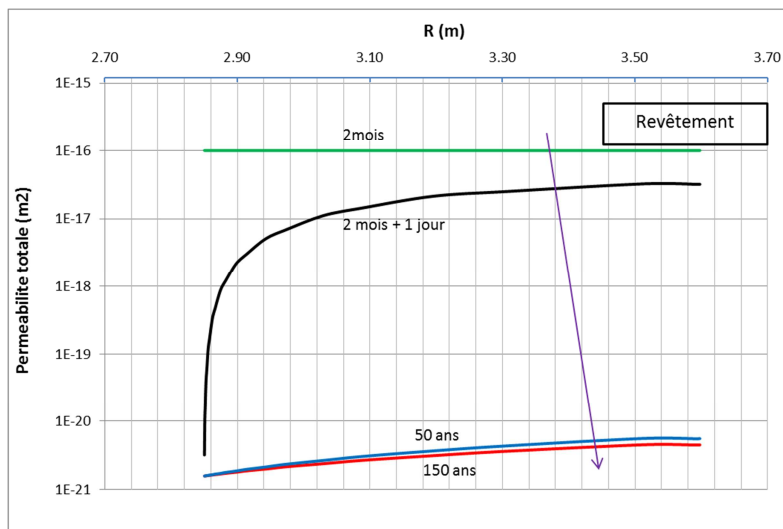


Fig 10-33. Profils des perméabilités totales du revêtement à 2mois, 2mois + 1jour, 50 ans et 150 ans

Les Fig 10-33 et Fig 10-34 apportent une illustration factuelle aux commentaires ci-dessus sur les perméabilités. Effectivement, la perméabilité du massif et le soutènement diminue avec le temps car la saturation baisse. Pour le soutènement (Fig 10-33), cette réduction de la perméabilité est plus rapide et de façon plus importante par rapport au massif, en raison du gradient hydraulique et le fait que la baisse de la perméabilité du béton ralentit le transfert de liquide donc le drainage du massif. Cependant, la perméabilité totale dans le béton est en général toujours plus élevée que dans la roche hôte au champ proche (au moins 2 fois à 150 ans, voir Fig 10-34).

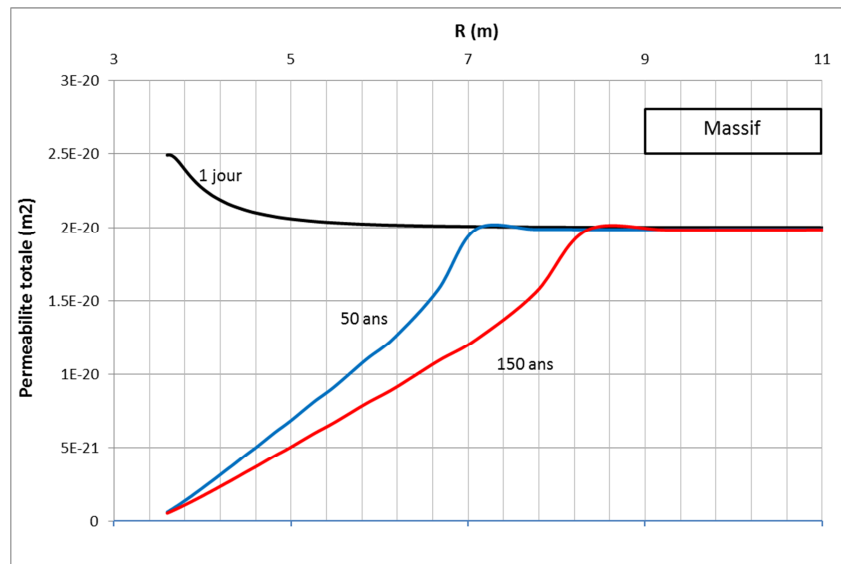


Fig 10-34. Profils des perméabilités totales du massif à 1 jour, 50 ans et 150 ans

En plus, on voit que loin de la cavité, la perméabilité dans le massif reste à sa valeur initiale car c'est la zone saturée et non perturbée par les chargements mécaniques et hydriques. Cependant, dans une zone près de la paroi du massif où passent des événements importants, on observe un accroissement (maximum d'environ 25%) de la perméabilité à 1 jour (juste après l'excavation). A ce moment-là, le massif est encore en saturation complète et l'endommagement devrait être responsable de cette augmentation. Il est important de souligner que l'augmentation de la perméabilité, notamment la perméabilité saturée, attire l'attention des gestionnaires des déchets nucléaires. En effet, c'est la perméabilité saturée qui joue le rôle décisif pour la dissémination des radioéléments dans la phase de post-fermeture où une resaturation du milieu aura lieu.

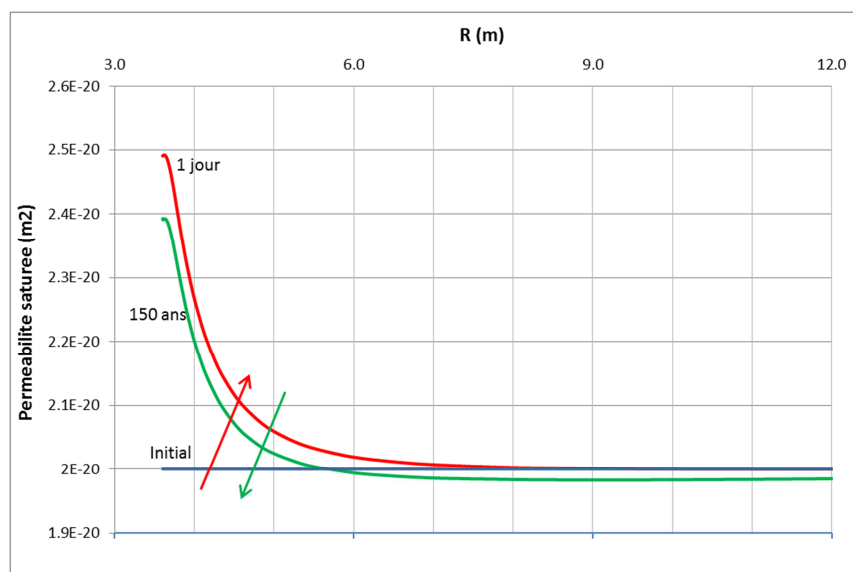


Fig 10-35. Profils des perméabilités saturées du massif initiale, à 1 jour et à 150 ans

L'évolution de la perméabilité saturée à l'eau est montrée dans la Fig 10-35. Après l'excavation, le massif reste saturé et la perméabilité croît au voisinage de la paroi du massif (sens d'évolution selon la flèche rouge), puis décroît dans la suite. Pour bien observer cette évolution non-triviale dans le temps et en vue d'une analyse plus poussée, on complète l'information de la Fig 10-35 en traçant l'évolution temporelle de la perméabilité en paroi du massif dans Fig 10-36. On y voit d'abord une croissance rapide pendant l'excavation, suivie d'une phase de stagnation, puis une décroissance dans la phase de désaturation. Pour bien expliquer cette évolution, il faut avoir en tête les évolutions des deux facteurs dominant la perméabilité saturée (revoir la formule (7-75)) : la porosité (Fig 10-37) et l'endommagement (Fig 10-38 et Fig 10-39).

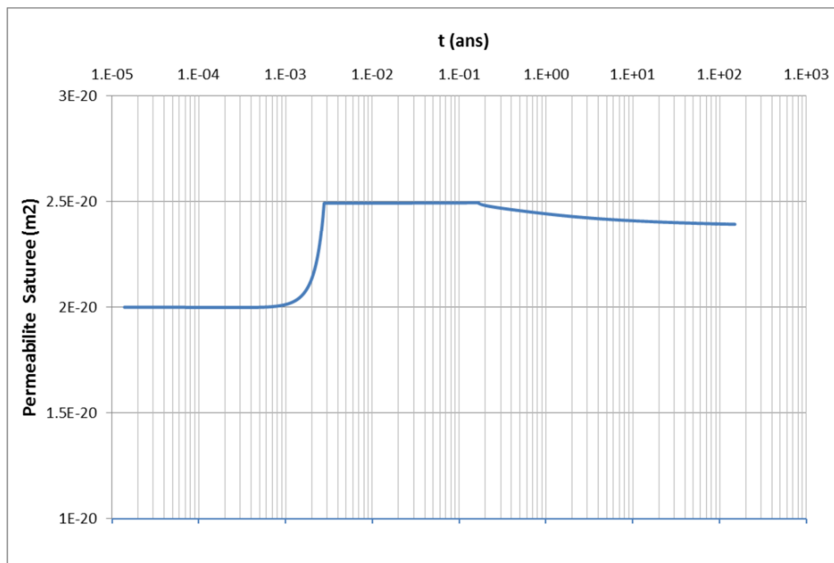


Fig 10-36. Evolution temporelle de la perméabilité saturée en paroi du massif

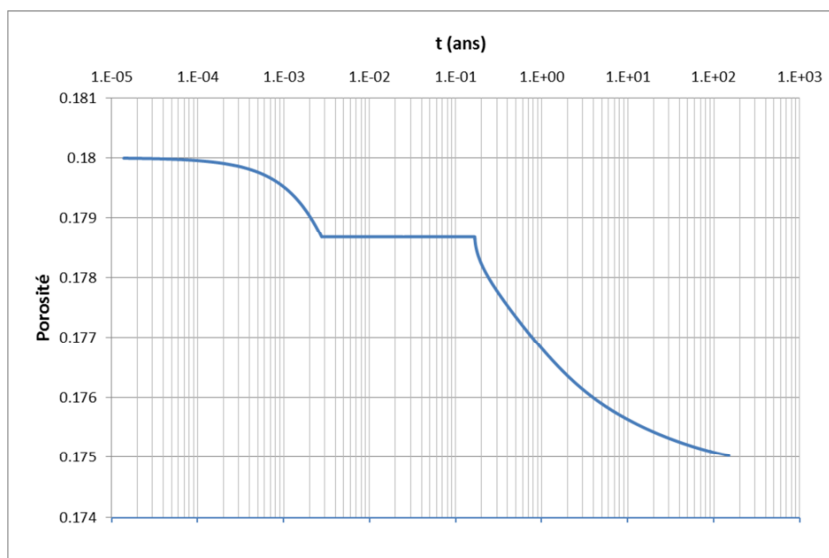


Fig 10-37. Evolution temporelle de la porosité en paroi du massif

Dans la phase d'excavation (simultanément avec une dépression), la porosité diminue et cela a tendance à diminuer la perméabilité selon (7-75). Toutefois, cet

effet est plus que contrebalancé par l'endommagement qui se produit, conduisant à une augmentation nette de la perméabilité (Fig 10-38). Il est intéressant de souligner qu'en fait le volume total des vides (pores + fissures) diminue mais les fissures créées, étant de plus grande taille, ont une tendance bénéfique à relier hydrauliquement les pores donc augmenter la connectivité donc la conductivité du réseau.

Pour la phase d'exploitation, le fait que la porosité continue de baisser (Fig 10-37) et que l'endommagement n'évolue plus (Fig 10-38, Fig 10-39) implique logiquement une diminution de la perméabilité saturée à l'eau (Fig 10-36).

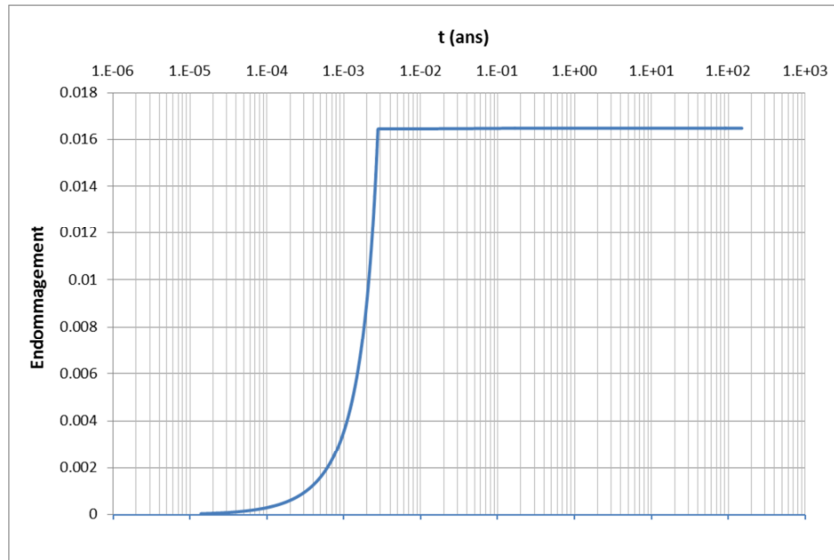


Fig 10-38. Evolution temporelle de la variable d'endommagement en paroi du massif

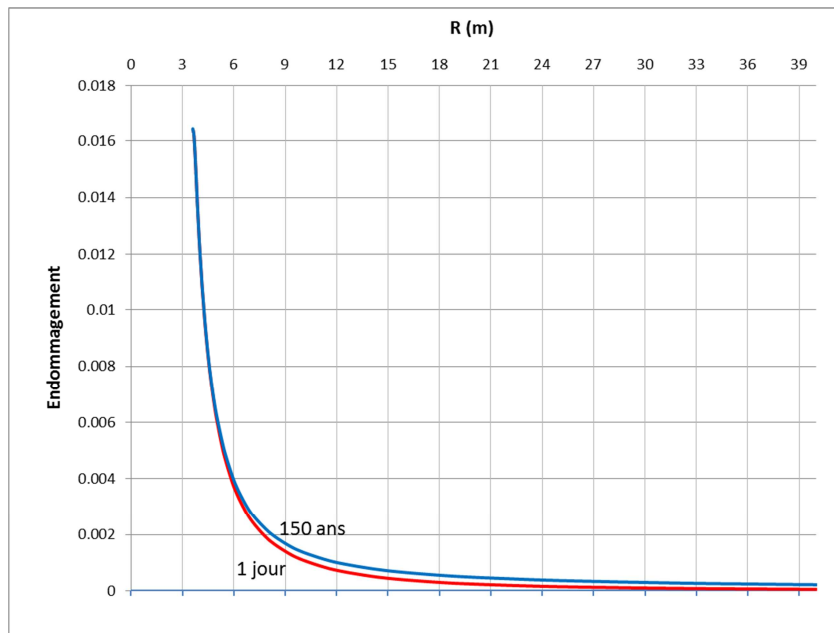


Fig 10-39. Profils de la variable d'endommagement à 1 jour et à 150 ans

La Fig 10-38 montre qu'en paroi, l'endommagement n'évolue pratiquement plus après l'excavation, en particulier le processus de désaturation n'engendre pas de

fissuration supplémentaire selon le critère utilisé dans ce mémoire. Selon la Fig 10-39, cette remarque est valable non seulement pour la paroi mais aussi pour une zone de rayon d'environ 7m (c'est à dire une zone d'épaisseur d'environ un rayon). Cette zone est aussi la zone la plus dangereuse où le niveau d'endommagement est élevée, et elle correspond à l'EDZ. Comme la variable d'endommagement est de nature phénoménologique, sa dimension estimative d'un rayon n'est pas une évaluation précise. Au-delà de cette zone l'endommagement devient très faible. A l'aide du modèle partiellement validé et compte tenu des valeurs des paramètres utilisées qui semblent réalistes, cette première étude montre que l'influence de désaturation sur l'endommagement de la cavité n'est pas remarquable.

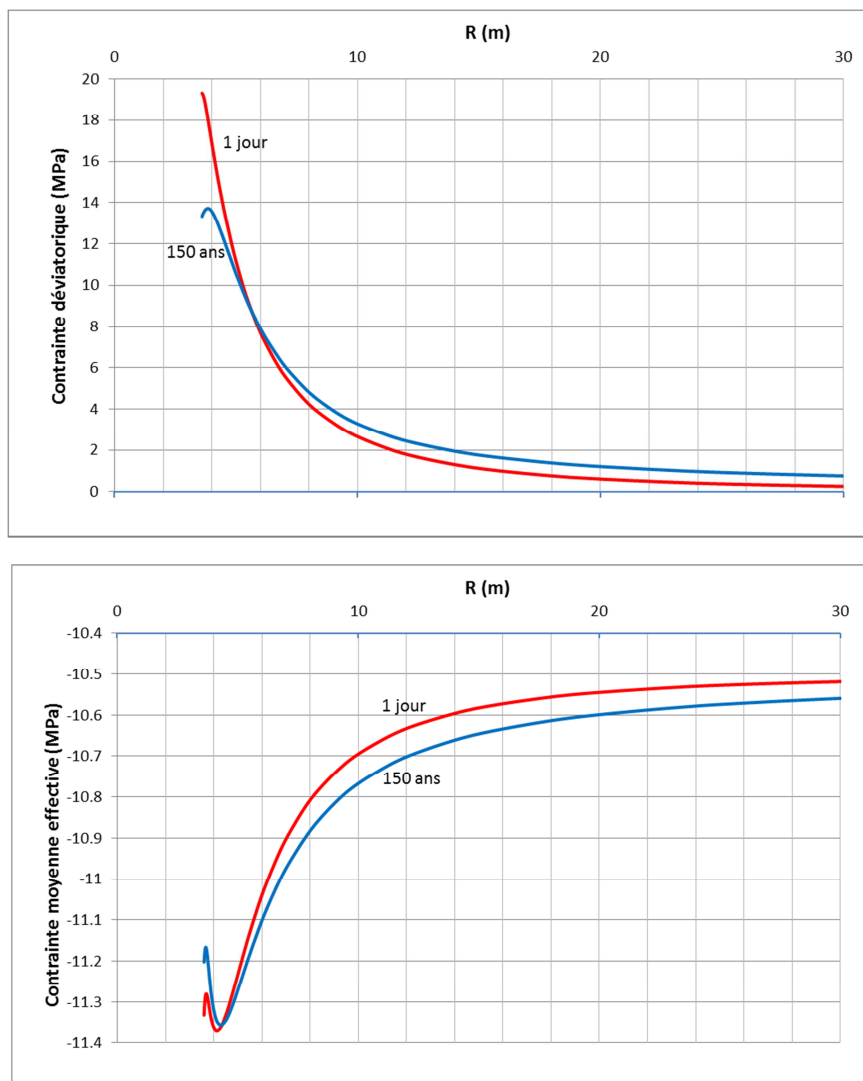


Fig 10-40. Profils à 1 jour et à 150 ans de la
 a) Contrainte déviatorique effective ; b) Contrainte moyenne effective

Bien que la variation de l'endommagement sous chargement hydraulique et hydrique n'est pas considérable pour le comportement du tunnel, il est quand même nécessaire de voir plus en détail la source de cette variation. En effet, le changement des pressions d'eau induit une redistribution des contraintes totales (que l'on a observé dans la simulation 1 - cf. Fig 10-24), et un changement des contraintes effectives. La modification des contraintes effectives est représentée dans les Fig

10-40. On constate que proche de la paroi, la contrainte déviatorique de Von-Mises et la contrainte moyenne effective plastique diminuent (en valeur absolue), mais l'amplitude de variation de la contrainte déviatorique est beaucoup plus importante. D'après (7-44), on en déduit que le comportement à ces endroits est incrémentalement élastique. Plus loin du tunnel, la contrainte déviatorique est par contre en croissance et elle peut provoquer des déformations plastiques, comme l'indique la Fig 10-41. On y observe que les déformations plastiques se produisent essentiellement proche de la paroi du massif et leur variations dues à la désaturation sont relativement petites. La zone plastique s'étend jusqu'à un rayon de 6-8m, identique à la zone dite endommagée en se basant sur la variable d'endommagement (Fig 10-39). Il faut souligner que de nombreux auteurs considèrent cette zone plastique comme l'EDZ (par exemple (Gerard, et al., 2008)), et ceci soutient l'idée dans le modèle constitutive que l'endommagement est lié à l'effet plastique.

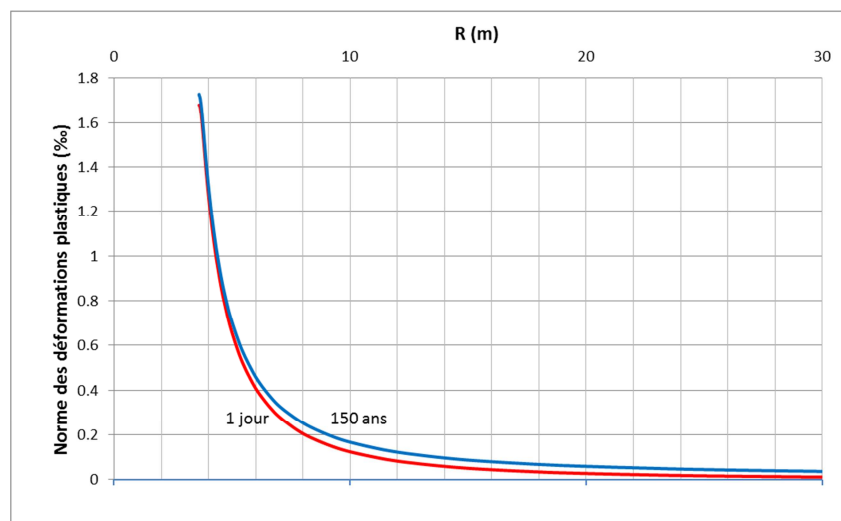


Fig 10-41. Profils de la norme des déformations plastiques à 1 jour et à 150 ans

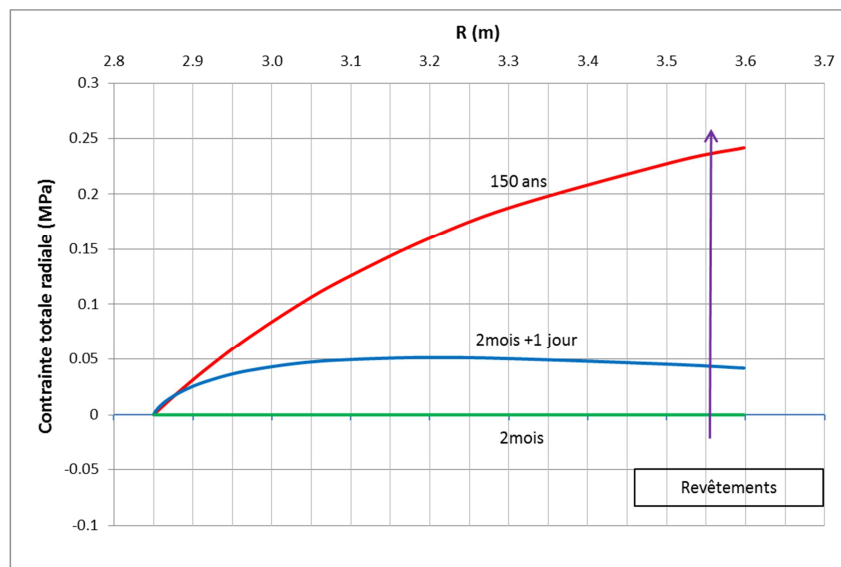
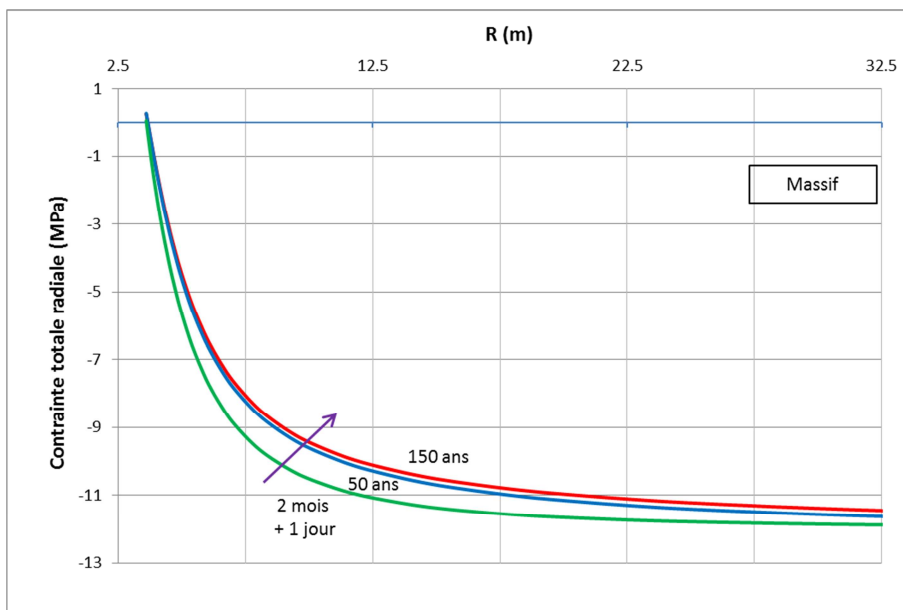


Fig 10-42. Profils de la contrainte totale radiale à 2 mois, à 2 mois + 1 jour et à 150 ans

Comme déjà abordé, les contraintes totales sont redistribuées sous l'effet de séchage. Ce phénomène a lieu dans le revêtement ainsi que dans le massif. Pour le revêtement, on concentre sur la contrainte totale radiale qui peut refléter l'effet de la contraction par séchage. La Fig 10-42 montre que la contrainte totale radiale dans le béton augmente à partir de sa valeur zéro initiale (à 2 mois). L'effet de dessiccation provoque, comme prévu, les contraintes de traction (on a vu ce phénomène dans la simulation précédente pour le massif poroélastique).

Il est intéressant à noter que si le massif est poroélastique, la contrainte totale en un point sur sa paroi (qui est la contrainte au point de contact entre le massif et le revêtement) a une relation directe avec le déplacement à ce même point, quel que soit l'évolution de la pression d'eau, selon le résultat (B-9) de l'annexe B. C'est pourquoi, un déplacement vers le centre de la cavité correspond à une variation positive de la contrainte totale radiale, c'est-à-dire dans le sens d'une contrainte de traction. Dans notre cas, le comportement du massif n'est pas purement élastique. Néanmoins comme le niveau des déformations plastiques produites dans cette phase de séchage est très faible, le comportement est quasi-élastique au sens incrémental et on peut croire que la correspondance du signe entre la contrainte totale radiale et le déplacement est respectée.

Les Fig 10-43(a, b, c) montrent les profils des contraintes totales dans le massif. Comparant avec les Fig 10-24, on trouve la même tendance où les contraintes évoluent vers la direction de la traction. Cependant, on observe aussi que ces contraintes de traction sont moins importantes que celles dans le cas précédent non revêtu. A titre d'exemple, la contrainte totale axiale à 150 ans est dans ce cas -1.25 MPa, toujours en compression, alors que celle dans le cas précédent non revêtu (Fig 10-24b) est d'environ 1 MPa, c'est-à-dire en traction.



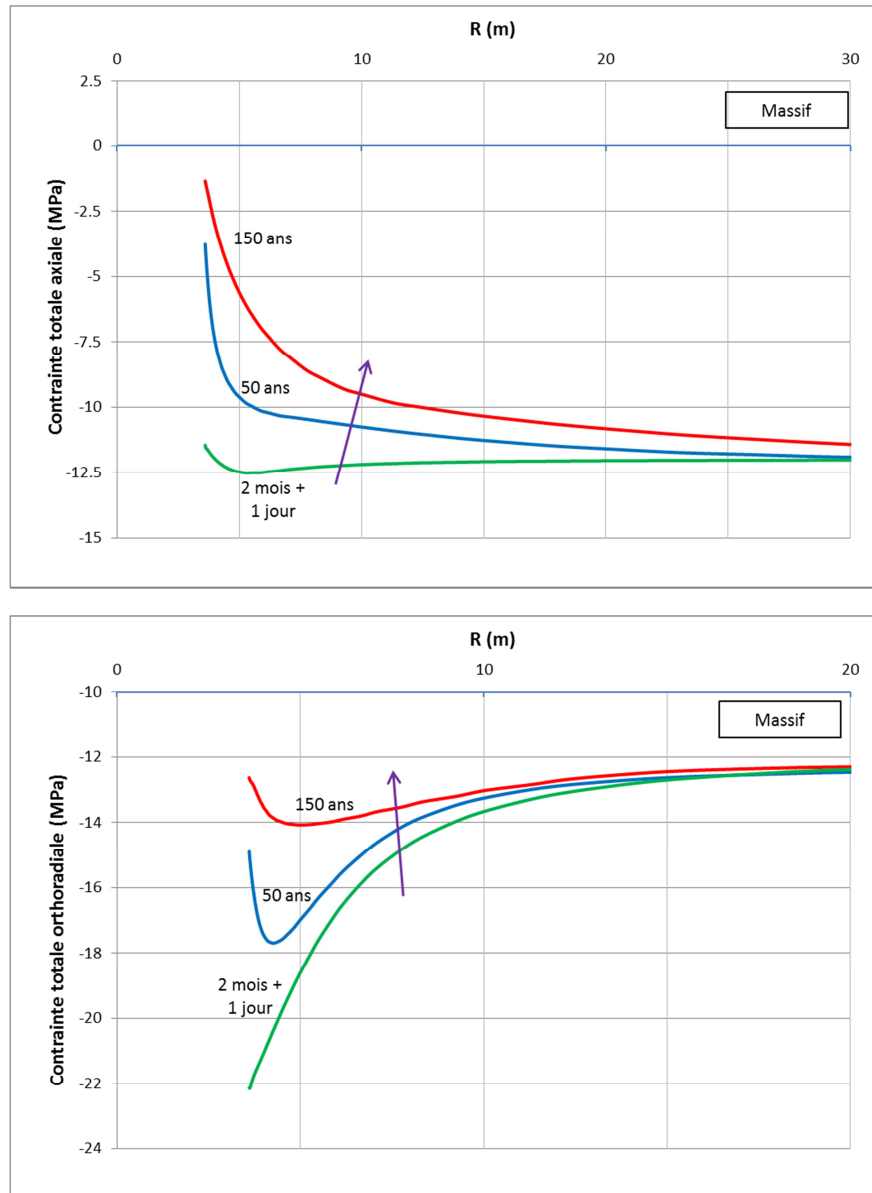


Fig 10-43. Profils des contraintes totales à $t_2^+ = 1an + 1jour$, à 50 ans et à 150 ans
 a) radiale ; b) Axiale ; c) Orthoradiale

Conclusions et Perspectives

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail de thèse a pour but de développer un nouveau modèle de comportement des géomatériaux (en particulier une argilite) puis l'appliquer pour étudier le comportement hydromécanique des ouvrages souterrains, plus particulièrement ceux au sein d'un stockage de déchets radioactifs à vie longue. En effet, les barrières de confinement sont constituées des matériaux dont le comportement exhibe un couplage complexe entre effets mécaniques (déformations plastiques instantanées, déformations viscoplastiques différées, endommagement) et hydrauliques (pressions interstitielles, succion capillaire, rétention et transfert des fluides). En outre, ces barrières sont soumises à des chargements mécaniques et hydriques en condition de saturation partielle et dans une échelle de temps très longue (des milliers d'années) où l'influence de fluage est bien visible. Il est donc nécessaire de prendre en compte l'interaction de tous ces phénomènes physiques pour mieux comprendre et prédire les évolutions hydromécaniques des ouvrages souterrains.

Dans un premier temps, une étude bibliographique assez large a été réalisée pour avoir une vue approfondie et globale sur les comportements des géomatériaux ainsi que leur modélisation. Les phénomènes complexes comme la saturation partielle et l'endommagement sont présentés aussi bien du niveau microscopique que macroscopique pour mieux comprendre leur nature physique. Les approches de modélisations phénoménologiques sont aussi revisitées, non seulement pour la partie mécanique mais aussi pour le comportement hydraulique.

Pour la partie mécanique, on s'intéresse particulièrement à l'approche thermodynamique pour les milieux continus et poreux. Les équations principales de la mécanique des milieux poreux non saturés, établies dans le cadre de cette approche, ont été récapitulées, en tenant compte de la plasticité et du fluage. Cette approche peut être aussi appliquée aux milieux endommageables pour modéliser l'endommagement, ainsi que son couplage avec les effets hydromécaniques.

Pour la partie hydraulique, les lois de transfert, et surtout les modélisations des caractéristiques importantes comme la rétention d'eau et la perméabilité ont été présentées. Parmi elles, on s'intéresse notamment à la méthode conceptuelle statistique dont l'utilité et l'applicabilité a déjà été démontrée ailleurs.

Par le biais de ces études, on se rend compte que l'endommagement est non seulement couplé aux phénomènes mécaniques (plasticité, viscoplasticité) mais aussi aux phénomènes hydrauliques. En plus, le comportement hydraulique et mécanique ont des influences réciproques, c'est-à-dire les phénomènes mécaniques peuvent modifier les propriétés hydrauliques et *vice versa*. Cependant, très peu de modèles dans la littérature décrivent l'impact de l'endommagement à la fois sur la partie hydraulique et mécanique ainsi que ce couplage bilatéral. Ceci est pourtant

important pour plusieurs applications d'ingénierie. On pense en particulier à l'EDZ autour des galeries de stockage, où l'accroissement de perméabilité induit par la fissuration peut accélérer les écoulements, provoquant un retour plus précoce des radioéléments vers la biosphère.

S'appuyant sur l'étude bibliographique et des observations expérimentales, dans un deuxième temps, un modèle de comportement poro-plastique endommageable non saturé (dit PPE-NS) a été développé. Ce modèle est construit dans le cadre de l'approche thermodynamique des milieux poreux non saturés, prenant en compte des déformations irréversibles de type plastique, de l'endommagement et de l'effet de la succion. L'endommagement isotrope est représenté par une variable interne scalaire, qui affecte les propriétés hydrauliques et mécaniques du matériau. Les équations d'état sont construites en se basant sur le concept de la pression interstitielle équivalente, où l'effet des interfaces sont également pris en compte. Cette considération est en effet soutenue par les analyses énergétiques ainsi que micromécaniques.

Après avoir modélisé la partie de comportement poroélastique, un modèle hydraulique a été proposé. Celui-ci modélise les caractéristiques hydrauliques de base comme la perméabilité, la courbe de rétention et les lois de transfert. L'espace poreux est supposé de se composer de deux parties : des pores naturels et des fissures qui sont de taille très supérieure. Autrement dit, la distribution de tailles des pores (pores naturels et fissures) est bimodale. Les propriétés hydrauliques sont modélisées par une approche statistique, en se basant sur le concept de BCC (Bundle of Cylindrical Capillary). L'influence de l'endommagement sur ces propriétés est ensuite prise en compte au moyen des fonctions phénoménologiques. En effet, les fonctions explicites de la rétention d'eau, de la perméabilité et de l'énergie des interfaces ont été proposées.

Le modèle est ensuite complété en y introduisant les évolutions mécaniques irréversibles : la plasticité et l'endommagement. Une variable de contrainte effective plastique est postulée, qui dépend de la contrainte totale et de la pression équivalente. La loi d'évolution plastique est supposée non associée et s'applique typiquement aux structures soumises aux contraintes de compression et cisaillement (le cas le plus souvent rencontré pour les ouvrages souterrains). Le mécanisme de l'écroutissage est totalement gouverné par une variable d'écroutissage isotrope qui est la déformation plastique déviatoire équivalente. L'endommagement est responsable de l'adoucissement, et son évolution est supposée couplée à la variable précédente. Etant donné que l'endommagement intervient dans les propriétés hydrauliques comme la fonction de rétention d'eau et l'énergie des interfaces, la pression interstitielle équivalente et puis la contrainte effective plastique dépendent donc aussi de l'endommagement. Cela permet de modéliser le couplage bilatéral entre la partie hydraulique et mécanique du modèle.

Finalement, les applications numériques ont été effectuées pour valider le nouveau modèle et étudier le comportement hydromécanique d'une cavité souterraine. Le

modèle est d'abord validé contre les essais aux laboratoires, mécaniques ainsi que hydrauliques, pour l'argillite de l'Est qui est le candidat pour la roche hôte du stockage de déchets radioactifs en France. Une démarche de détermination des paramètres du modèle a été présentée en se basant sur les résultats expérimentaux et les tests numériques. Les simulations des essais en supposant les échantillons « homogènes » ont été effectuées par un code de calcul écrit dans Mathematica. Les résultats numériques ont été comparés avec ceux expérimentaux. Pour les essais mécaniques (compression triaxiale à différentes succions), les résultats sont quantitativement satisfaisants. Pour les essais hydrauliques, faute des résultats expérimentaux convenables, une comparaison quantitative n'est pas possible. Cependant, les résultats numériques sont qualitativement en accord avec les observations expérimentales comme la modification de la courbe de rétention et l'augmentation de la perméabilité due à la fissuration.

Ensuite, avant d'appliquer ce modèle dans l'étude de la cavité souterraine, une étude analytique a été réalisée pour résoudre le problème d'une galerie souterraine selon un cycle de vie simplifié dans des cas limites. Cela constitue les solutions de référence permettant de valider les calculs numériques complexes et aussi de mieux comprendre physiquement le comportement de la cavité. Dans cette étude analytique, la roche hôte est supposée poro-viscoplastique et le fluage a été pris en compte en utilisant une version linéaire de la loi de Norton-Hoff. Les évolutions hydromécaniques sont d'abord trouvées dans l'espace de transformée de Laplace, ensuite dans l'espace de temps réel par l'inversion numérique de Stehfest. La solution pour les trois premières phases est complète. Pour la phase de post-fermeture, comme le comportement de la galerie est fortement dépendant des paramètres en jeu, le problème n'est résolu que dans quelques cas spécifiques d'un massif élastiquement incompressible. Les études paramétriques ont été effectuées pour montrer la cohérence des calculs analytiques. Cette résolution a été utilisée pour tester le modèle poro viscoplastique endommageable saturé de (Dufour, 2012), et montre un résultat acceptable du modèle numérique.

Après, le modèle PPE-NS a été implémenté dans un code de calcul unidimensionnel en C++, initialement développé par (Pereira, 2005). Il a ensuite été appliqué au problème d'une cavité soumise à un processus de désaturation pendant la phase d'exploitation de son cycle de vie. Les calculs ont été réalisés pour deux cas : cas d'une cavité non revêtue dans un massif poroélastique et cas d'une cavité revêtue dans un massif PPE-NS. Le premier cas de calcul est simple mais il permet de valider partiellement le modèle et le code de calcul avec les analyses analytiques disponibles. Le deuxième permet d'analyser de façon plus réaliste le comportement du tunnel. Ces calculs numériques mettent en évidence l'effet de retrait par désaturation qui peut provoquer une convergence et une contrainte de traction au sein du massif et du revêtement. L'influence du revêtement, même si le massif ne flue pas, a été démontrée lors d'un processus de séchage. L'influence de l'endommagement sur le comportement de l'EDZ a aussi été montrée.

- Le comportement de la cavité souterraine a été étudié par deux méthodes : analytique et numérique. La première approche concentre sur le comportement linéaire du massif : saturé et non endommageable, en prenant en compte l'effet d'un fluage linéaire. Cela montre qu'une convergence remarquable après une longue durée (une centaine d'années) (la désaturation n'est pas considérée). Cette convergence est freinée dû à l'opposition du soutènement, qui développe une contrainte de compression à l'interface massif-soutènement. La perméabilité et la viscosité de la roche influence nettement le comportement du tunnel.
- Le comportement post-fermeture de la galerie est dominé par l'effet hydraulique: la remontée de la pression d'eau dans la galerie génère un déplacement divergent du massif et du revêtement. Cela conduit à une diminution de la pression du soutènement, voire son annulation totale. Il faut souligner que la solution est fortement dépendante des paramètres d'entrée. Dans ce travail de thèse, la solution pour la phase de post-fermeture n'est pas encore complète et d'autres scénariis, engendrés par des paramètres différents, sont aussi possibles. En tout cas, le modèle analytique fournit une solution de référence utile pour tester les calculs numériques et pour comprendre les phénomènes physiques complexes.
- Pour appliquer l'approche numérique tenant compte de la non saturation et de l'endommagement, un nouveau modèle dit PPE-NS a été développé. Sa validation partielle a été effectuée en appuyant sur des résultats expérimentaux en laboratoire. Ce modèle peut décrire correctement le comportement à court terme de l'argillite du COX. Les phénomènes typiques peuvent être reproduits (quantitativement ou qualitativement, en fonction de l'essai considéré), en termes du comportement mécanique (écrouissage plastique, adoucissement et dégradation des propriétés élastique dû à l'endommagement, rigidification due à l'effet de la succion) ainsi que hydraulique (augmentation importante de la perméabilité due à la fissuration).
- Après une validation partielle, le modèle a été implémenté dans un code de calcul 1D, puis appliqué à l'étude du comportement hydromécanique d'une cavité souterraine. Les résultats montrent que la désaturation du massif (par une ventilation en paroi de la galerie par exemple) engendre un mouvement convergent du massif. Dans le cas limite d'une cavité non revêtue dans un massif poroélastique, les résultats numériques montrent que ce mouvement est nul en paroi du massif, ce qui est cohérent avec les analyses analytiques. Dans le cas d'une cavité revêtue dans un massif PPE-NS, le déplacement en paroi du massif n'est pas nul mais a une faible valeur. Il est important de souligner qu'en raison de la géométrie du problème (axi-symétrie, déformation plane), le déplacement maximal n'a pas lieu en paroi du massif, mais à l'intérieur du massif.

- L'état de contrainte dans le massif est modifié sous l'effet de la désaturation. En général, la monter de la succion diminue les contraintes de compression, voire même transformer des contraintes de compression en traction. Cette traction est moins importante quand le massif est revêtu, car le soutènement s'oppose à la convergence du massif en exerçant une compression sur la paroi.
- Une zone plastique et endommagée qui s'étend jusqu'à un rayon de 2-3 fois le rayon de la cavité est relevée. Elle évoque donc l'apparition d'une EDZ. Dans cette zone, les déformations plastiques, l'endommagement et la perméabilité sont élevés. La croissance de la perméabilité intrinsèque dans cette zone risque d'accélérer les écoulements divergents dans la phase post fermeture. Cette augmentation est cependant relativement faible par rapport aux observations in situ.

A partir des résultats obtenus, plusieurs améliorations pourraient être apportées à ce travail :

- Le fluage a un effet considérable pour le comportement à long terme de la cavité. La viscoplasticité, couplée à l'effet de saturation partielle devra être prise en compte dans la prochaine étape de développement.
- L'endommagement et ses effets mécaniques ainsi que hydrauliques est normalement anisotrope. La prise en compte de cette anisotropie induite est donc nécessaire. Ce point comme celui qui le précède, est envisagée dans la continuation de la collaboration ENTPE-IRSN.
- En outre, l'effet de la température sur le comportement hydromécanique de la roche hôte pourrait être introduit.
- En fin, les solutions numériques plus complètes, prenant en compte de l'élément d'interface, ainsi que la géométrie 2D et la phase post-fermeture, devraient être effectuées. Une modélisation 2D seraient souhaitable afin de mieux visualiser et étudier les effets d'un endommagement anisotrope. Parallèlement, les solutions analytiques complètes pour le cas non saturé pourraient être complétées pour avoir une référence utile pour les solutions numériques et aussi pour analyser le comportement des ouvrages souterrains.

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

- Abu Al-Rub, R. & Voyiadjis, G., 2003. On the coupling of anisotropic damage and plasticity models for ductile materials. *International Journal of Solids and Structures*, Volume 40, p. 2611–2643.
- Alonso, E., Gens, A. & Josa, A., 1990. A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, 40(3), pp. 405-430.
- Alonso, E., Vaunat, J. & Gens, A., 1999. Modelling the mechanical behaviour of expansive clays. *Engineering Geology*, Volume 54, p. 173–183.
- ANDRA, 2005. *Dossier 2005 argile. Evaluation de la faisabilité du stockage géologique en formation argileuse*, s.l.: © Andra.
- ANDRA, 2009. *Stockage réversible profond, étape 2009*, Paris: @ ANDRA.
- ANDRA, 2012. *Inventaire nationale des matières et déchets radioactifs édition 2012*, Paris: © Andra, les Essentielles.
- Arson, C., 2009. *Etude théorique et numérique de l'endommagement thermo-hydro-mécanique des milieux poreux non saturés*, Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Arson, C. & Pereira, J., 2013. Influence of damage on pore size distribution and permeability of rocks. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(8), p. 810–831.
- Aubertin, M., Mbonimpa, M., Bussière, B. & Chapuis, R., 2003. A physically-based model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 40, p. 1104–1122.
- Aublivé-Conil, N., 2003. *Modélisation du comportement mécanique des argiles raides avec prise en compte de l'endommagement : application aux argilites de l'Est*, Cergy-Pontoise: Thèse de doctorat, Université Cergy-Pontoise.
- Azam, S., Ito, M. & Khan, F., 2013. Influence of cracks on soil water characteristic curve. *Advances in Unsaturated Soils - 1st Pan-American Conference on Unsaturated Soils, Cartagena de Indias, Colombia*, pp. 217-220.
- Bachman, J. & Van der Ploeg, R., 2002. A review on recent developments in soil water retention theory: interfacial tension and temperature effects. *Journal of Plant Nutrition and Soil Science*, Volume 165, pp. 468-478.
- Barden, L., Madedor, A. & Sides, G., 1969. Volume change characteristics of unsaturated clay. *ASCE, Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division 95 (SM1)*, pp. 33-52.
- Bazant, Z. & L'Hermite, R., 1988. *Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete*. Chichester: Wiley.
- Bazant, Z. & Ozbolt, J., 1990. Nonlocal microplane model for fracture, damage, and size effect in structures. *Journal of engineering mechanics*, 116(11), pp. 2485-2505.
- Bérest et al, P., 2000. Tome 1: Fondements. Dans: *Manuel de Mécanique des roches*. Paris: Les Presses de l'École des Mines.
- Bérest, P., 1989. *Problèmes de mécanique associés au stockage souterrain*, Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Bérest, P. & Shapira, J. P., 2011. Nucléaire - Déchets. Dans: *Encyclopaedia Universalis*. s.l.:Edition numérique.
- Bérest, P. & Weber, P., 1988. *La thermomécanique des roches (cours de l'école d'été)*. s.l.:BRGM.

- Betten, J., 1983. Damage tensors in continuum mechanics. *Journal de Mécanique théorique et Appliquée*, 2(1), pp. 13-32.
- Biot, M., 1941. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of applied physics*.
- Bishop, A., 1959. The principle of effective stress. *Tecnisk Ukeblad* 106(39), pp. 859-863.
- Blatz, J. & Graham, J., 2003. Elastic-plastic modelling of unsaturated soil using results from a new triaxial test with controlled suction. *Géotechnique* 53 (1), p. 113-122.
- Boidy, E., 2002. *Modélisation numérique du comportement différé des cavités souterraines*, Grenoble, France: Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- Bolzon, G., Schrefler, B. & Zienkiewicz, O., 1996. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states. *Géotechnique*, 46(2), pp. 279-289.
- Bourgeois, F., Shao, J. & Ozanam, O., 2002. An elastoplastic model for unsaturated rocks and concrete. *Mechanics Research Communications*, Volume 29, pp. 383-390.
- Boutonnier, L., 2007. Comportement hydromécanique des sols fins proches de la saturation cas des ouvrages en terre : coefficient B, déformations instantanées et différées, retrait/gonflement. *Thèse de doctorat, INP de Grenoble*.
- Brooks, R. & Corey, A., 1964. Hydraulic properties of porous medium. *Hydrology Paper, Colorado State University*.
- Budiansky, B. & O'Connell, R., 1976. Elastic moduli of a cracked solid. *International Journal of Solids and Structures*, Volume 12, pp. 81-97.
- Bui, T. et al., 2014. Analytical modeling of a deep tunnel inside a poro-viscoplastic rock mass accounting for different stages of its life cycle. *Computers and Geotechnics*.
- Burdine, N., 1953. Relative permeability calculation from pore-size distribution data. *Petroleum Transactions, American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers*, Volume 198, pp. 71-78.
- Cariou, S., Dormieux, L. & Skoczylas, F., 2013. An original constitutive law for Callovo-Oxfordian argillite, a two-scale double-porosity material. *Applied Clay Science* 80-81, p. 18-30.
- Cariou, S., Skoczylas, F. & Dormieux, L., 2012. Experimental measurements and water transfer models for the drying of argillite. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Volume 54, p. 56-69.
- Carranza-Torres, C. & Zhao, J., 2009. Analytical and numerical study of the effect of water pressure on the mechanical response of cylindrical lined tunnels in elastic and elasto-plastic porous media. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Volume 46, p. 531-547.
- Charlier, R. et al., 2013. An unsaturated hydro-mechanical modelling of two in-situ experiments in Callovo-Oxfordian argillite. *Engineering Geology*, Volume 165, p. 46-63.
- Chateau, X. & Dormieux, L., 2002. Micromechanics of saturated and unsaturated porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 26, p. 831-844.
- Chen, L., Rougelot, T., Chen, D. & Shao, J., 2009. Poroplastic damage modeling of unsaturated cement-based materials. *Mechanics Research Communications*, Volume 36, p. 906-915.
- Chen, Z., Narayan, S., Yang, Z. & Rahman, S., 2000. An experimental investigation of hydraulic behaviour of fractures and joints in granitic rock. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Volume 37, pp. 1061-1071.
- Chiarelli, A. S., 2000. *Etude expérimentale et modélisation du comportement mécanique de l'argilite de l'est*, Lille: Thèse de doctorat, Université Lille I.
- Chiarelli, A., Shao, J. & Hoteit, N., 2003. Modelling of elastoplastic damage behaviour of a claystone. *International journal of Plasticity*, Volume 19, pp. 23-45.
- Childs, E. & Collis-George, N., 1950. The Permeability of Porous Materials. *Proceedings, Royal Society of London, series A*, Volume 201, pp. 392-405.

- Conil, N., Djeran-Maigre, I., Cabrillac, R. & Su, K., 2004. Poroplastic damage model for claystones. *Applied Clay Science*, Volume 26, pp. 473-487.
- Cordebois, J. & Sidoroff, F., 1982. Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, special issue*, pp. 45-60.
- Cornelis, W. et al., 2005. Comparison of Unimodal Analytical Expressions for the Soil-Water Retention Curve. *Soil Science Society of America Journal*, Volume 69, p. 1902–1911.
- Cosenza, P. & Ghoreychi, M., 1999. Effects of very low permeability on the long-term evolution of a storage cavern in rock salt. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Volume 36, pp. 527-533.
- Coussy, O., 1991. *Mécanique des milieux poreux*. Paris: Editions technip.
- Coussy, O., 2004. *Poromechanics*. Chichester, England: John Wiley & Sons LTd.
- Coussy, O., 2004. *Poromechanics*. s.l.:John Wiley & Sons LTd.
- Coussy, O., 2007. Revisiting the constitutive equations of unsaturated porous solids using a Lagrangian saturation concept. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(15), p. 1675–1694.
- Coussy, O., 2010. *Mechanics and Physics of Porous Solids*. s.l.:John Wiley & Sons, Ltd.
- Coussy, O. & Dangla, P., 2002. Approche énergétique des sols non saturés. Dans: *Mécanique des sols non saturés*. Paris: Hermès.
- Coussy, O., Dormieux, L. & Detournay, E., 1998. From mixtures theory to Biot's approach for porous media. *International Journal of Solids and Structures*, 35(34-35).
- Coussy, O., Pereira, J. & Vaunat, J., 2010. Revisiting the thermodynamics of hardening plasticity for unsaturated soils. *Computers and Geotechnics*, Volume 37, p. 207–215.
- Coussy, O., Pereira, J. & Vaunat, J., 2010. Revisiting the thermodynamics of hardening plasticity for unsaturated soils. *Computers and Geotechnics* 37, p. 207–215.
- Cui, Y. & Delage, P., 1996. Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt. *Géotechnique* 46 (2), p. 291 –311.
- Dangla, P., Malinski, L. & Coussy, O., 1997. Plasticity and imbibition-drainage curves for unsaturated soils: a unified approach. *Proc. 6th Int. Symp. Numer. Models Geomech. (NUMOG VI), Montreal*, pp. 141-146.
- Dathe, A., Eins, S., Niemeyer, J. & Gerold, G., 2001. The surface fractal dimension of the soil–pore interface as measured by image analysis. *Geoderma*, Volume 103, p. 203–229.
- Davidson, J., Stone, L., Nielsen, D. & Larue, M., 1969. Field Measurement and Use of Soil-Water Properties. *Water Resources Research*, 5(6), pp. 1312-1321.
- Delage, P. & Cui, Y., 2000. *L'eau dans les sols non saturé*, s.l.: Technique de l'ingénieur.
- Delage, P. & Cui, Y., 2001. *Comportement mécanique des sols non saturés*, s.l.: Tehnique de l'ingénieur.
- Deleruyelle, F., Bui, T., Wong, H. & Dufour, N., 2014. Analytical modelling of a deep tunnel in a viscoplastic rock mass accounting for a simplified life cycle and extension to a particular case of porous media. *Geological Society, London, Special Publications "Clays in Natural and Engineered Barriers for Radioactive Waste"*, Volume 400.
- Dexter, A., Czyz, E., Richard, G. & Reszkowska, A., 2008. A user-friendly water retention function that takes account of the textural and structural pore spaces in soil. *Geoderma*, Volume 143, pp. 243-253.
- Dormieux, L. & Kondo, D., 2004. Approche micromécanique du couplage perméabilité–endommagement. *C. R. Mecanique*, Volume 332, p. 135–140.
- Dormieux, L. & Kondo, D., 2005. Poroelasticity and damage theory for cracked media. Dans: L. Dormieux & F. Ulm, édés. *Applied micromechanics of porous media*. NewYork: CISM, pp. 153-186.

- Dormieux, L., Kondo, D. & Ulm, F., 2006. A micromechanical analysis of damage propagation in fluid-saturated cracked media. *Compte-Rendu Mecanique*, Volume 334, p. 440–446.
- Dormieux, L., Kondo, D. & Ulm, F., 2006. *Microporomechanics*. s.l.:John Wiley & Son.
- Dubois-Pèlerin, Y. P. P., 1998. Object-oriented programming in nonlinear finite element analysis. *Computers and structures*, 67(4), pp. 225-241.
- Dufour, N., 2012. *Comportement poro-viscoplastique endommageable des cavités souterraines : application au stockage des déchets radioactifs*, Lyon, France: Thèse de Doctorat, ENTPE.
- Dufour, N., Leo, C. J., Deleruyelle, F. & Wong, H., 2009. Hydromechanical responses of a decommissioned backfilled tunnel drilled into a poro-viscoelastic medium. *Soils and Foundations*, 49(4), pp. 495-507.
- Dufour, N., Wong, H., Deleruyelle, F. & Leo, C., 2012. Hydromechanical post-closure behaviour of a deep tunnel taking into account a simplified life cycle. *International Journal of Geomaterials*, 12(5), pp. 1-11.
- Durner, W., 1994. Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogenous pore structure. *Water Resources Research*, 30(2), pp. 211-223.
- Enssle, C., Cruchaudet, M., Croisé, J. & Brommundt, J., 2011. Determination of the permeability of the Callovo-Oxfordian clay at the metre to decametre scale. *Physics and Chemistry of the Earth*, Volume 36, p. 1669–1678.
- Escoffier, S., Homand, F., Giraud, A. & Su, K., 2001. Mesure de la perméabilité et du coefficient de Biot dans les argilites de l'Est. *XVème Congrès Français de Mécanique*.
- Fabbri, A., 2006. Physico-mécanique des matériaux cimentaires soumis au gel-dégel. *Thèse de doctorat, Univ. de Marne-La-Vallée, France*.
- Fredlund, D. & Morgenstern, N., 1977. Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, pp. 447-466.
- Fredlund, D. & Rahardjo, H., 1993. *Soil mechanics for unsaturated soils*. New York: John Wiley & Sons.
- Fredlund, D. & Xing, A., 1994. Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal* 31 (3), pp. 521-532.
- Fredlund, D., Xing, A. & Huang, S., 1994. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 31, pp. 533-546.
- Gallipoli, D., Gens, A., Sharma, R. & Vaunat, J., 2003b. An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour. *Géotechnique*, 53(1), pp. 123-135.
- Gallipoli, D., Wheeler, S. & Karstunen, M., 2003a. Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil. *Géotechnique*, 53(1), p. 105–112.
- Gardner, W., 1958. Some Steady-State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation With Application to Evaporation From A Water Table. *Soil Science*, Volume 85, pp. 228-232.
- Gasc-Barbier, M., Chanchole, S. & Bérest, P., 2004. Creep behavior of Bure clayey rock. *Applied Clay Science*, Issue 26, pp. 449-458.
- Gens, A., Sanchez, M. & Sheng, D., 2006. On constitutive modelling of unsaturated soils. *Acta Geotechnica* 1, pp. 137-147.
- Gerard, P. C. R. et al., 2008. Numerical modelling of coupled mechanics and gaz transfer around radioactive waste in long-term storage. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 38(1-2), pp. 25-44.
- Ghanbarian-Alavijeh, B., Millan, H. & Huang, H., 2011. A review of fractal, prefractal and pore-solid fractal models for parameterizing the soil water retention curve. *Canadian Journal of Soil Science*, Volume 91, pp. 1-14.

- Jimenez, D., Perfect, E., Rawls, W. & Pachepski, Y., 1997. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. *Engineering Geology*, Volume 48, pp. 161-183.
- Grgic, D., Giot, R., Homand, F. & Giraud, A., 2005. Effect of suction on the mechanical behaviour of iron ore rock. *International Journal of Numerical and Analytical Method in Geomechanics*, Volume 29, p. 789-827.
- Hajdu, A., 2003. Modélisation numérique du comportement viscoplastique endommageable des roches et application aux ouvrages souterrains de stockage. *Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier*.
- Halm, D. & Dragon, A., 1996. A model of Anisotropic Damage by Mesocrack Growth; Unilateral Effect. *International Journal of Mechanics*, Volume 5, pp. 384-402.
- Hansen, H. R. & Schreyer, H. L., 1994. A thermodynamically consistent framework for theories of elastoplasticity coupled with damage. *International Journal of Solids and Structures*, 31(3), pp. 359-389.
- Hayakawa, K. & Murakami, S., 1997. Thermodynamical modeling of elastic-plastic damage and experimental validation of damage potential. *International Journal of Damage Mechanics*, Volume 6, pp. 333-363.
- Hoang, H., 2012. *Modélisation du comportement et des couplages HMC des milieux poreux*, Orléans, France: PhD thesis, Université d'Orléans.
- Hoang, H., Hoxha, D., Belayachi, N. & Do, D., 2013. *On the impact of cracking on unsaturated hydrous properties of porous materials*. Vienna, Austria, s.n., pp. 1560-1569.
- Houlsby, G., 1997. The work input to an unsaturated granular material. *Géotechnique* 47 (1), pp. 193-196.
- Huang, S., Barbour, S. & Fredlund, D., 1998. Development and verification of a coefficient of permeability function for a deformable unsaturated soil. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 35, p. 411-425.
- Hueckel, T. & Pellegrini, R., 2002. Reactive plasticity for clays: application to a natural analog of long-term geomechanical effects of nuclear waste disposal. *Engineering Geology* 64, p. 195-215.
- Ippisch, O., Vogel, H. & Bastian, P., 2006. Validity limits for the van Genuchten-Mualem model and implications for parameter estimation and numerical simulation. *Advances in Water Resources*, Volume 29, p. 1780-1789.
- Jacinto, A., Villar, M., Gomez-Espina, R. & Ledesma, A., 2009. Adaptation of the van Genuchten expression to the effects of temperature and density for compacted bentonites. *Applied Clay Science*, Volume 42, p. 575-582.
- Jia, J., 2006. Contribution à la modélisation thermo-hydro-mécanique des roches partiellement saturées : application au stockage des déchets radioactifs. *Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille*.
- Jiang, X., Wang, X. & Wan, L., 2010. Semi-empirical equations for the systematic decrease in permeability. *Hydrogeology Journal*, Volume 18, pp. 839-850.
- Jia, Y. et al., 2010. Elastoplastic damage modeling of desaturation and resaturation in argillites. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 34, p. 187-220.
- Jia, Y. et al., 2007. Elastoplastic damage modelling of argillite in partially saturated condition and application. *Physics and Chemistry of the Earth*, Volume 32, pp. 656-666.
- Ju, J. W., 1989. On energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 25(7), pp. 803-833.
- Ju, J. W., 1990. Isotropic and anisotropic damage variable in continuum damage mechanics. *Journal of Engineering Mechanics*, 16(12), pp. 2764-2770.
- Kachanov, L. M., 1958. Time of the rupture process under creep conditions. *ISV. Akad. Nauk. SSR. Otd. Tekh. Nauk.*, Volume 8, pp. 26-31.

- Kachanov, M., 1992. Effective Elastic Properties of Cracked Solids: Critical Review of Some Basic Concepts. *Applied mechanics review*, 45(8), pp. 304-335.
- Kazmierczak, J. et al., 2007. Influence of creep on water pressure measured from borehole tests in the Meuse/Haute-Marne Callovo-Oxfordian argillites. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C* 32(8-14), pp. 917-921.
- Khalili, N. & Khabbaz, M., 1998. unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils. *Géotechnique* 48 (5), p. 681–687.
- Kohgo, Y., Nakano, M. & Miyazaki, T., 1993. Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils. *Soils and Foundations*, 33(4), pp. 49-63.
- Kool, J. & Parker, J., 1987. Development and Evaluation of Closed-Form Expressions for Hysteretic Soil Hydraulic Properties. *Water resources research*, 23(1), pp. 105-114.
- Kosugi, K., 1994. Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resources Research*, Volume 30, p. 891–901.
- Krajinovic, D., 1996. *Damage mechanics*. s.l.:s.n.
- Lagier, F. et al., 2011. Numerical strategies for prediction of drying cracks in heterogeneous materials : Comparison upon experimental results. *Engineering Structures*, Volume 33, pp. 920-931.
- Laloui, L., 2010. *Mechanics of Unsaturated Geomaterials*. s.l.:John Wiley & Sons.
- Le Pense, S., 2013. *Modélisation hydro-mécanique du couplage endommagement-plasticité dans les géomatériaux non saturés*, Paris: Thèse de doctorat, Université Paris Est.
- Lee, C., Deng, B. & Chang, J., 1995. A continuum approach for estimating permeability in naturally fractured rocks. *Engineering Geology*, Volume 39, pp. 71-85.
- Lemaitre, J., 1992. *A course on damage mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.
- Lemaitre, J. & Chaboche, J. L., 2001. *Mécanique des matériaux solides*. Paris: Dunod, 2ème édition.
- Lemaitre, J. & Chaboche, J. L., 2001. *Mécanique des matériaux solides*. s.l.:Dunod, 2ème édition.
- Lemaitre, J. & Desmorat, R., 2005. *Engineering Damage Mechanics. Ductile, creep fatigue and brittle failure*. Berlin Heidelberg: Springer - Verlag.
- Lemaitre, J., Desmorat, R. & Sauzay, C., 2000. Anisotropic damage law of evolution. *European Journal of Mechanics; A/ Solids*, Volume 19, pp. 187-208.
- Leong, E. & Rahardjo, H., 1997. Review of soil-water characteristic curve equations. *Journal of Geotechnical and GeoEnvironmental Engineering* 123 (12), pp. 1106-1117.
- Levasseur, S., Collin, F., Charlier, R. & Kondo, D., 2011. A two scale anisotropic damage model accounting for initial stresses in microcracked materials. *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 78, pp. 1945-1956.
- Lewis, R. & Schrefler, B. A., 1998. *The finite element method in static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. Chichester: John Wiley & Sons, second Edition .
- Li, J., Zhang, L. & Li, X., 2011. Soil-water characteristic curve and permeability function for unsaturated cracked soil. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 48, p. 1010–1031.
- Li, J., Zhang, L., Wang, Y. & Fredlund, D., 2009. Permeability tensor and representative elementary volume of saturated cracked soil. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 46, p. 928–942.
- Li, P. et al., 2008. Seepage analysis in a fractured rock mass: The upper reservoir of Pushihe pumped-storage power station in China. *Engineering Geology*, Volume 97, p. 53–62.
- Lloret, A. & Alonso, E., 1980. Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour. *Géotechnique*, 30(4), pp. 449-477.
- Loret, B. & Gajo, A., 2004. Constitutive equations for homoionic clays. *Courses and lectures-International centre for mechanical sciences*, pp. 165-184.

- Loret, B. & Khalili, N., 2002. An effective stress elastic–plastic model for unsaturated porous media. *Mechanics of Materials* 34, pp. 97-116.
- Lubarda, V. & Krajcinovic, D., 1993. Damage tensors and the crack density distribution. *International Journal of Solids and Structures*, 30(20), pp. 2859-2877.
- Lu, N. & Likos, W., 2004. *Unsaturated Soil Mechanics*. s.l.:John Wiley & Son.
- Lu, T. J. & Chow, C. L., 1990. On constitutive equations of inelastic solids with anisotropic damage. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Volume 14, pp. 187-218.
- Maleki, K., 2004. *Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches. Application à l'étude des ouvrages de stockage souterrain*. Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationales des Ponts et Chaussées.
- Maleki, K. & Pouya, A., 2010. Numerical simulation of damage–Permeability relationship in brittle geomaterials. *Computers and Geotechnics*, Volume 37, pp. 619-628.
- Masin, D., 2010. Predicting the dependency of a degree of saturation on void ratio and suction using effective stress principle for unsaturated soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 34, p. 73–90.
- Matyas, E. & Radhakrishna, H., 1968. Volume change characteristics of partially saturated soils. *Géotechnique* 18 (4), pp. 432-448.
- Mazars, J., 1984. *Application de la mécanique de l'endommagement non linéaire et à la rupture du béton de structure*, Paris: Thèse de doctorat de l'état, Université Pierre et Marie Curie.
- McEwen, T., 2003. *Review of the conclusions of previous EDZ workshop*. Luxembourg, s.n.
- McKee, C. & Bump, A., 1987. Flow-testing coalbed methane production wells in the presence of water and gas. *SPE Formation Evolution*, pp. 599-608.
- Mitchell, J. & Soga, K., 2005. *Fundamentals of soil behavior*. s.l.:John Wiley & Son.
- Mitchell, T. & Faulkner, D., 2008. Experimental measurements of permeability evolution during triaxial compression of initially intact crystalline rocks and implications for fluid flow in fault zones. *Journal of Geophysical Research*, 113(B11412), pp. 1-16.
- M'Jahad, S., 2012. Impact de la fissuration sur les propriétés de rétention d'eau et de transport de gaz des géomatériaux. Application au stockage profond de déchets radioactifs. *Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille*.
- Moharejani, M. et al., 2011. Oedometric compression and swelling behaviour of the Callovo-Oxfordian argillite. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 48, pp. 606-615.
- Montes, H. et al., 2004. Structural modifications of Callovo-Oxfordian argillite under hydration/dehydration conditions. *Applied Clay Science*, Volume 25, p. 187– 194.
- Morvan, M., 2010. Comportement des sols partiellement saturés sous chargements hydro-mécaniques : Approche théorique par le concept de bounding surface et approche expérimentale. *Thèse de Doctorat, ENTPE, France*.
- Morvan, M., Wong, H. & Branque, D., 2011. Incorporating porosity-dependent hysteretic water retention behavior into a new constitutive model of unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal* 48, p. 1855–1869.
- Mualem, Y., 1973. Modified approche to capillary hysteresis based on a similarity hypothesis. *Water Resources Research*, 9(5), pp. 1324-1331.
- Mualem, Y., 1974. A Conceptual Model of Hysteresis. *Water Resources Research*, 10(3), pp. 514-520.
- Mualem, Y., 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, Volume 12, p. 513–522.
- Mualem, Y., 1986. Hydraulic conductivity of Unsaturated Soils: Prediction and Formulas. Dans: A. Klute, éd. *Methods of soil analysis, Part 1, Physical and mineralogical methods*. Madison, Wisconsin: American Society of Agronomy, pp. 799-823.

- Mualem, Y. & Dagan, G., 1978. Hydraulic Conductivity of Soils: Unified Approach to the Statistical Models. *Soil Science Society of America Journal*, 42(3), pp. 392-395.
- Murakami, S. & Ohno, H., 1981. A continuum theory of creep and creep damage. *Creep in structures. IUTAM*, pp. 422-444.
- Murray, E. & Sivakumar, 2010. *Unsaturated Soils - A fundamental interpretation of soil behaviour*. Oxford: Wiley Blackwell.
- Nemat-Nasser, S. & Horii, H., 1993. *Micromechanics: Overall properties of heterogenous materials*. Amsterdam: Elsevier.
- Nuth, M. & Laloui, L., 2008a. Effective stress concept in unsaturated soils: clarification and validation of a unified framework. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (32)*, pp. 771-801.
- Nuth, M. & Laloui, L., 2008b. Advances in modelling hysteretic water retention curve in deformable soils. *Computers and Geotechnics*, Volume 35, p. 835-844.
- OCDE, 2001. *La gestion des déchets radioactifs : le rôle des laboratoires souterrains*. s.l.:OCDE 2001.
- Oda, M., 1984. Similarity rule of crack geometry in statistically homogenous rock masses. *Mechanics of Materials*, Volume 3, pp. 119-129.
- Oda, M., Suzuki, K. & Maeshibu, T., 1984. Elastic compliance for rock-like materials with random cracks. *Soils and Foundations*, 24(3), pp. 27-40.
- Oda, M., Takemura, T. & Aoki, T., 2002. Damage growth and permeability change in triaxial compression tests of Inada granite. *Mechanics of Materials*, Volume 34, pp. 313-331.
- Ortiz, M., 1985. A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete. *Mechanics of Materials*, Volume 4, pp. 67-93.
- Panet, M., 1995. *Le calcul des tunnels par la méthode convergence - confinement*. Paris: Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Pan, J. et al., 2010. Application of fracture network model with crack permeability tensor on flow and transport in fractured rock. *Engineering Geology*, Volume 116, pp. 166-177.
- Paterson, S., 1978. *Experimental deformation of rocks : the brittle field*. Berlin: Springer.
- Pereira, J. & Arson, C., 2013. Retention and permeability properties of damaged porous rocks. *Computers and Geotechnics*, Volume 48, p. 272-282.
- Pereira, J. M., 2005. *Etude des couplages hydromécaniques et effets de non-saturation sur les géomatériaux. Application aux ouvrages souterrains*. Lyon: Thèse de doctorat, INSA de Lyon.
- Perzyna, P., 1966. Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances in applied mechanics, Academic Press*, Volume 9.
- Peters, R. & Klavetter, E., 1988. A Continuum Model for Water Movement in an Unsaturated Fractured Rock Mass. *Water Resources Research*, 24(3), pp. 416-430.
- Pham, Q., 2006. Effets de la désaturation et de la resaturation sur l'argilite dans les ouvrages souterrains. *Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique*.
- Pham, Q., 2006. *Effets de la désaturation et de la resaturation sur l'argilite dans les ouvrages souterrains*, Paris: Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique .
- Pham, Q. & Fredlund, D., 2008. Equations for the entire soil-water characteristic curve of a volume change soil. *Canadian Geotechnical Journal* 45, pp. 443-453.
- Pham, Q., Fredlund, D. & Barbour, S., 2005. A study of hysteresis models for soil-water characteristic curves. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 42, p. 1548-1568.
- Pichler, B., Cariou, S. & Dormieux, L., 2009. Damage Evolution in an Underground Gallery induced by drying. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 7(2), p. 65-89.

- Pichler, B. & Dormieux, L., 2010a. Cracking risk of partially saturated porous media—Part I: Microporoelasticity model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 34, p. 135–157.
- Pichler, B. & Dormieux, L., 2010b. Cracking risk of partially saturated porous media—Part II: Application to drying shrinkage. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 34, p. 159–186.
- Pietruszczak, S., Jiang, S. & Mirza, J., 1988. An elastoplastic constitutive model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 24(7), pp. 705-722.
- Pouya, A., 1991. *Comportement rhéologique du sel gemme - Application à l'étude des excavations souterraines*, Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Purcell, W., 1949. Capillary pressures - their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom. *Petroleum Transactions, AIME*, Volume 186, pp. 39-48.
- Reddy, J., 2006. *An introduction to the Finite Element Method*. NewYork: McGrawHill.
- Rehak, D., 1986. Artificial intelligence based techniques for finite element program development. *Symposium on Reliability of Methods for Engineering Analysis*.
- Romero, E., Gens, A. & Lloret, A., 1999. Water permeability, water retention and microstructure of unsaturated compacted Boom clay. *Engineering Geology*, Volume 54, pp. 117-127.
- Romero, S., 1982. Le phénomène d'effondrement dans les roches volcaniques à forte porosité. *Revue française de Géotechnique* 20, pp. 65-77.
- Royis, P., 2000. *Mécanique des milieux continus. Cours, exercices et problèmes*. Lyon: Editions Pul.
- Salager, S., 2007. Etude de la rétention d'eau et de la consolidation de sols dans un cadre thermo-hydro-mécanique. *Thèse de doctorat, Université Montpellier 2*.
- Salari, M. et al., 2004. A coupled elastoplastic damage model for geomaterials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 193, p. 2625–2643.
- Satyanaga, A., Rahardjo, H., Leong, E. & Wang, J., 2013. Water characteristic curve of soil with bimodal grain-size distribution. *Computers and Geotechnics*, Volume 48, pp. 51-61.
- Schaap, M. & Leij, F., 2000. Improved Prediction of Unsaturated Hydraulic Conductivity with the Mualem-van Genuchten Model. *Soil Science Society of America Journal*, Volume 64, pp. 843-851.
- Schaap, M. & Van Genuchten, M., 2006. A Modified Mualem–van Genuchten Formulation for Improved Description of the Hydraulic Conductivity Near Saturation. *Vadose Zone Journal*, Volume 5, pp. 27-34.
- Schulze, O., Popp, T. & Kern, H., 2001. Development of damage and permeability in deforming rock salt. *Engineering Geology*, Volume 61, pp. 163-180.
- Shao, J., Ata, N. & Ozanam, O., 2005. Study of desaturation and resaturation in brittle rock with anisotropic damage. *Engineering Geologie*, Volume 81, pp. 341-352.
- Shao, J., Chau, K. & Feng, X., 2006. Modeling of anisotropic damage and creep deformation in brittle rocks. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Volume 43, p. 582–592.
- Shao, J. F., 1998. Poroelastic behaviour of brittle rock materials with anisotropic damage. *Mechanics of Materials*, Issue 30, 41-53.
- Shao, J. F. & Lydzba, D., 1999. Un modèle d'endommagement pour milieux poreux saturés. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, Volume 327, Série II b, pp. 1305-1310.
- Shao, J., Jia, Y., Kondo, D. & Chiarelli, A., 2006. A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions. *Mechanics of Materials*, Volume 38, pp. 218-232.
- Shao, J. & Rudnicki, J., 2000. A microcrack-based continuous damage model for brittle geomaterials. *Mechanics of Materials*, Volume 32, pp. 607-619.

- Shao, J., Zhou, H. & Chau, K., 2005. Coupling between anisotropic damage and permeability variation in brittle rocks. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 29, p. 1231–1247.
- Shao, J., Zhu, Q. & Su, K., 2003. Modeling of creep in rock materials in terms of material degradation. *Computers and Geotechnics*, Volume 30, p. 549–555.
- Sheng, D., 2011. Review of fundamental principles in modelling unsaturated soil behaviour. *Computers and Geotechnics* 38, pp. 757-776.
- Sheng, D., Fredlund, D. & Gens, A., 2008. A new modelling approach for unsaturated soils using independent stress variables. *Canadian Geotechnical Journal* 45(4), pp. 511-534.
- Sheng, D., Sloan, S. & Gens, A., 2004. A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects. *Computational Mechanics*, Volume 33, p. 453–465.
- Shin, H. & Santamarina, J., 2011. Desiccation cracks in saturated fine-grained soils: particle-level phenomena and effective-stress analysis. *Géotechnique*, 61(11), p. 961–972.
- Skempton, A., 1984. Effective stress in soils, concrete, and rocks. *Selected papers on soil mechanics*, pp. 4-16.
- Soler, J., 2001. The effect of coupled transport phenomena in the Opalinus Clay and implications for radionuclide transport. *Journal of Contaminant Hydrology* 53, p. 63–84.
- Souley, M., Homand, F., Pepa, S. & Hoxha, D., 2001. Damage-induced permeability changes in granite: a case example at the URL in Canada. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Volume 38, p. 297–310.
- Stehfest, H., 1970. Algorithm 368 : numerical inversion of Laplace transform. *Communication of the Association for Computing Machinery*, 13(1), pp. 47-49.
- Subrin, D., 2002. *Etude théorique sur la stabilité et le comportement des tunnels renforcés par boulonnage*. s.l.:Thèse de doctorat, INSA de Lyon.
- Sun, D., Sun, W. & Xiang, L., 2010. Effect of degree of saturation on mechanical behaviour of unsaturated soils and its elastoplastic simulation. *Computers and Geotechnics*, Volume 37, p. 678–688.
- Swoboda, G. & Yang, Q., 1999. An energy-based damage model of geomaterials 1. formulation and numerical results. *International Journal of Solids and Structures*, Volume 36, p. 1719–1734.
- Tarantino, A., 2010. Chapter 1. Basic Concepts in the Mechanics and Hydraulics of Unsaturated Geomaterials. Dans: *Mechanics of Unsaturated Geomaterials*. s.l.:John Wiley & Son.
- Tong, F., Jing, L. & Bin, T., 2012. A Water Retention Curve Model for the Simulation of Coupled Thermo-Hydro-Mechanical Processes in Geological Porous Media. *Transport in Porous Media*, Volume 91, p. 509–530.
- Tuller, M. & Or, D., 2004. Retention of water in soil and the soil water characteristic curve. *Encyclopedia of soils in the environment*, Volume 4, pp. 278-289.
- Tuller, M., Or, D. & Dudley, L., 1999. Adsorption and capillary condensation in porous media: Liquid retention and interfacial configurations in angular pores. *Water Resources Research*, 35(7), p. 1949–1964.
- Van Den Abeele, K., Carmeliet, J., Johnson, P. & Zinszner, B., 2002. Influence of water saturation on the nonlinear elastic mesoscopic response in Earth materials and the implications to the mechanism of nonlinearity. *Journal of Geophysical Research*, 107(B6, 2121), p. 101029–101040.
- Van Genuchten, M., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), pp. 892-898.
- Vaunat, J., Romero, E. & Jomi, C., 2000. An elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated soils. Dans: *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils*. Rotterdam: Balkema, pp. 121-138.

- Verbrugge, J. & Fleureau, J., 2002. Chapitre 2. Bases expérimentales du comportement des sols non saturés. Dans: *Mécanique des sols non saturés*. Paris: Lavoisier.
- Vincent, O., 2006. Dynamique de bulles de cavitation dans de l'eau micro-confinée sous tension. *Thèse de doctorat, Univ. de Grenoble*.
- Viollet, P., Chabard, J., Esposito, P. & Laurence, D., 1998. *Mécanique des fluides appliquée*. Paris: Presses de l'ENPC.
- Vogel, T., Van Genuchten, M. & Cislerova, M., 2001. Effect of the shape of the soil hydraulic functions near saturation on variably-saturated flow predictions. *Avances in Water Resources*, Volume 24, pp. 133-144.
- Voyiadjis, G. Z. & Kattan, P. I., 2005. *Damage mechanics*. Boca raton: Taylor & Francis.
- Wang, L., 2012. *Micromechanical experimental investigation and modelling of strain and damage of argillaceous rocks under combined hydric and mechanical loads*, Paris: Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique.
- Wan, M., Delage, P., Tang, A. & Talandier, J., 2013. Water retention properties of the Callovo-Oxfordian claystone. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 64, pp. 96-104.
- Wheeler, S., Sharma, R. & Buisson, M., 2003. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils. *Géotechnique*, 53(1), pp. 41-54.
- Wheeler, S. & Sivakumar, V., 1995. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil. *Géotechnique* 45 (1), pp. 35-53.
- Wileveau, Y. & Bernier, F., 2008. Similarities in the hydromechanical response of Callovo-Oxfordian clay and Boom Clay during gallery excavation. *Physics and Chemistry of the Earth* 33, Volume 33, p. S343-S349.
- Wileveau, Y., Cornet, F. H., desroches, J. & Blumling, P., 2007. Complete in situ stress determination in an argillite sedimentary formation. *Physics and Chemistry on the Earth*, Issue 32, pp. 866-878.
- Wong, H., Leo, C. & Dufour, N., 2011. Thermodynamics in mono and biphasic continuum mechanics. Dans: *Thermodynamics - Systems in equilibrium and non equilibrium*. Rijeka, Croatia: Intech, pp. 69-88.
- Wong, H., Morvan, M., Deleruyelle, F. & Leo, C. J., 2008a. Analytical study of mine closure behaviour in a poro-elastic media. *Computers & Geotechnics*, Volume 35, pp. 645-654.
- Wong, H., Morvan, M., Deleruyelle, F. & Leo, C. J., 2008b. Analytical study of mine closure behaviour in a poro-visco-elastic medium. *International Journal of Numerical and Analytical methods in Geomechanics*, 32(14), pp. 1737-1761.
- Wong, H., Zhang, X., Leo, C. & Bui, T., 2013. Internal Erosion of earth structures as a coupled hydromechanical process. *Applied Mechanics and Materials*, Volume 330, pp. 1084-1089.
- Yang, H., Rahardjo, H., Leong, E. & Fredlund, D., 2004. Factors affecting drying and wetting soil-water characteristic curves of sandy soils. *Canadian Geotechnical Journal*, Volume 41, p. 908-920.
- Yang, Y. & Aplin, A., 2010. A permeability-porosity relationship for mudstones. *Marine and Petroleum Geology*, Volume 27, p. 1692-1697.
- Zhang, C., Czaikowski, O. & Rothfuchs, T., 2010. Thermo-Hydro-Mechanical Behaviour of the Callovo-Oxfordian Clay Rock, Final Report 12/2010. <http://www.grs.de>.
- Zhang, C. & Rothfuchs, T., 2004. Experimental study of the hydro-mechanical behaviour of the Callovo-Oxfordian argillite. *Applied Clay Science* 26, p. 325- 336.
- Zhang, F., Jia, Y., Bian, H. & Duveau, G., 2013. Modeling the influence of water content on the mechanical behavior of Callovo-Oxfordian argillite. *Physics and Chemistry of the Earth*, Volume 65, pp. 79-89.

- Zhang, L. & Chen, Q., 2005. Predicting Bimodal Soil–Water Characteristic Curves. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131 (5), pp. 666-670.
- Zhang, L. & Fredlund, D., 2003. *Characteristics of water retention curves for unsaturated fractured rocks*. Osaka, Japan, s.n.
- Zhang, W. & Cai, Y., 1995. *Continuum Damage mechanics and numerical applications*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Zhang, X. et al., 2013. A Thermodynamics-Based Model on the Internal Erosion of Earth Structures. *Geotechnical and Geological Engineering*, Volume 31, pp. 479-492.
- Zheng, Q. S. & Betten, J., 1996. On damage effective stress and equivalence hypothesis. *International Journal of Damage Mechanics*, Volume 5, pp. 219-240.
- Zhou, A., 2013. A contact angle-dependent hysteresis model for soil–water retention behaviour. *Computers and Geotechnics*, Volume 49, pp. 36-42.
- Zhou, H., Jia, Y. & Shao, J., 2008. A unified elastic–plastic and viscoplastic damage model for quasi-brittle rocks. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 45(8), pp. 1237-1251.
- Zhu, Q., Shao, J. & Kondo, D., 2008. A micromechanics-based non-local anisotropic model for unilateral damage in brittle materials. *C.R. Mecanique*, Volume 336, pp. 320-328.
- Zhu, Y. & Cescotto, S., 1995. A fully coupled elasto-viscoplastic-damage theory for anisotropic materials. *International Journal of Solids and Structures*, 32(11), pp. 1607-1641.
- Zienkiewicz, O. C., 1999. *La méthode des éléments finis*. Paris: McGraw-Hill Inc. 3ème Edition.

Annexes

Tuan AnhANNEXES

Annexe A : Calculs explicites des dérivées partielles (cas indéformable)

Dans le paragraphe 7.2.3.2, les calculs incrémentaux (dans le cas particulier indéformable où l'on peut mettre simplement dans les calculs $h_p = 0$) peuvent être explicités si des dérivées partielles sont connues.

Compte tenu de (7-42), (7-43), (8-2) et (8-3), les dérivées partielles de la fonction de rétention dans ce cas sont :

$$S_D = \frac{\partial S_w}{\partial D} = 2\zeta D [S_{w2}(p_c) - S_{w1}(p_c)] \quad (\text{A-1})$$

$$S_p = \frac{\partial S_w}{\partial p_c} = (1 - \zeta D^2)(1 - n_1)\alpha_1^{n_1} p_c^{n_1-1} \left[\frac{1}{1 + (\alpha_1 p_c)^{n_1}} \right]^{2-\frac{1}{n_1}} \\ + \zeta D^2 (1 - n_2)\alpha_2^{n_2} p_c^{n_2-1} \left[\frac{1}{1 + (\alpha_2 p_c)^{n_2}} \right]^{2-\frac{1}{n_2}} \quad (\text{A-2})$$

A partir de (7-41), les dérivées partielles de l'énergie des interfaces sont calculées par :

$$U_D = \frac{\partial U}{\partial D} = -S_D p_c + \int_0^{p_c} S_D dp \quad (\text{A-3})$$

$$U_p = \frac{\partial U}{\partial p_c} = -S_p p_c \quad (\text{A-4})$$

A l'aide de (7-39) et (7-40), les dérivées partielles de la pression équivalente sont donc :

$$\pi_D = \frac{\partial \pi_{eq}}{\partial D} = -\frac{1}{3} p_c S_D - \frac{2}{3} \int_0^{p_c} S_D dp \quad (\text{A-5})$$

$$\pi_p = \frac{\partial \pi_{eq}}{\partial p_c} = -S_w - \frac{1}{3} p_c S_p \quad (\text{A-6})$$

A travers (7-50), les dérivées partielles de la fonction critère de l'endommagement sont facilement calculées :

$$\frac{\partial F_d}{\partial Y_d} = \frac{r_1}{e^{r_1 Y_d}} \quad (\text{A-7})$$

$$\frac{\partial F_d}{\partial D} = -r_0 \quad (\text{A-8})$$

Les dérivées partielles de la fonction d'érouissage α_p sont déduites de (7-45) :

$$\frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} = (1 - D) \frac{B_p}{(B_p + \gamma_p)^2} \quad (\text{A-9})$$

$$\frac{\partial \alpha_p}{\partial D} = -\frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} \quad (\text{A-10})$$

Les dérivées partielles de la fonction critère plastique peuvent être calculées de (7-44) :

$$\frac{\partial F_p}{\partial \sigma^{pl}} = \frac{3s^{pl}}{2q^{pl}} - \alpha_p \frac{A_f \delta}{6 \sqrt{A_f \left(C_s - \frac{\sigma^{pl}}{R_c} \right)}} \quad (\text{A-11})$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial \alpha_p} = -R_c \sqrt{A_f \left(C_s - \frac{\sigma^{pl}}{R_c} \right)} \quad (\text{A-12})$$

De façon identique, on calcule la dérivée partielle du potentiel plastique selon le tenseur de contrainte utilisant (7-48) :

$$\frac{\partial G_p}{\partial \sigma^{pl}} = \frac{3s^{pl}}{2q^{pl}} + (1 - D) \left(\frac{\gamma_p}{B_p + \gamma_p} - \alpha_p^{cd} \right) \delta \quad (\text{A-13})$$

Annexe B : Développements analytiques du problème d'un tunnel creusé dans un milieu poro-élastique non saturé

On s'intéresse à une cavité cylindrique, creusé dans un massif poroélastique non saturé, soumis à une variation de la pression d'eau (un processus de désaturation ou resaturation). Les hypothèses de déformations planes et de l'axisymétrie sont toujours supposées. Les relations (9-1) et (9-2) et l'équation d'équilibre (9-3) sont toujours respectées.

Les conditions initiales sont les déplacements et les déformations nuls, alors que $p_w = p_{w,ini}(r)$. Les conditions aux limites sont : en paroi, la pression d'eau est imposée (en fonction de l'humidité relative appliquée) et la contrainte totale radiale constante est maintenue inchangée ; au loin, les champs ne sont pas perturbés : $p_w = p_{w0}, u = 0 \forall t$.

En intégrant les équations (3-67) et (3-68) de poroélasticité isotherme, on obtient dans la coordonnée cylindrique :

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \left(K_0 - \frac{2G_0}{3}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) + 2G_0 \frac{\partial u}{\partial r} - b_0(\pi_{eq} - \pi_{eq0}) + \sigma_{r0}(r) \\ \sigma_\theta &= \left(K_0 - \frac{2G_0}{3}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) + 2G_0 \frac{u}{r} - b_0(\pi_{eq} - \pi_{eq0}) + \sigma_{\theta0}(r) \\ \sigma_z &= \left(K_0 - \frac{2G_0}{3}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) - b_0(\pi_{eq} - \pi_{eq0}) + \sigma_{z0}(r)\end{aligned}\quad (B-1)$$

En combinant les équations ci-dessus avec l'équation d'équilibre (9-3) on obtient :

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(K_0 + \frac{4G_0}{3}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) - Q_p(r, t) \right] + r \frac{\partial \sigma_{r0}(r)}{\partial r} + (\sigma_{r0} - \sigma_{\theta0}) = 0 \quad (B-2)$$

Remarquant que l'équation d'équilibre s'applique à tout moment, cette dernière équation conduit à :

$$\left(K_0 + \frac{4G_0}{3}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) - b_0(\pi_{eq} - \pi_{eq0}) = A(t) \quad (B-3)$$

Ce résultat est effectivement une extension de la solution dans le cas saturé (Dufour, et al., 2012), en remplaçant la pression d'eau par la pression interstitielle équivalente. Pour cette pression équivalente, en négligeant l'effet des interfaces et en supposant que la pression de gaz est maintenue à zéro comme référence, on peut écrire simplement $\pi_{eq} = p^* = p_w S_w$ et donc :

$$\dot{\pi}_{eq} = (S_w + p_c S_p) \dot{p}_w \text{ et } \pi_{eq} = \int_0^{p_w(r,t)} \left(S_w + p_w \frac{\partial S_w}{\partial p_w}\right) dp \quad (B-4)$$

Où S_w et $\frac{\partial S_w}{\partial p_w}$ sont les fonctions de la pression d'eau (on les représente par la pression d'eau à la place de la succion), et p est la variable d'intégration. On pose :

$$Q_p(r, t) = \pi_{eq} - \pi_{eq0} = \int_{p_{w,ini}(r)}^{p_w(r,t)} \left(S_w + p_w \frac{\partial S_w}{\partial p_w} \right) dp \quad (B-5)$$

Compte tenu de la condition hydraulique à l'infini, on peut déduire facilement $Q_p(\infty, t) = 0$. En combinant ce dernier résultat avec (B-1), on peut tirer que $A(t) = 0$ et (B-3) devient alors :

$$\epsilon = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = \frac{1}{\omega} Q_p(r, t) \quad (B-6)$$

avec $\omega = \frac{K_0 + \frac{4G_0}{3}}{b_0}$. Cette équation montre que la déformation volumique ne dépend que de l'évolution de la pression d'eau. La déformation volumique est en contraction si la pression équivalente diminue $Q_p < 0$ et elle est en extension si $Q_p > 0$. La solution de la dernière équation est connue :

$$u(r, t) = \frac{1}{r} \int_a^r \frac{r'}{\omega} Q_p(r', t) dr' + u(a, t) \frac{a}{r} \quad (B-7)$$

Ensuite on injecte (B-6) dans la première équation de (B-1) (composante rr):

$$\sigma_r(r, t) - \sigma_{r0}(r) = -2G_0 \frac{u(r, t)}{r} \quad (B-8)$$

Ce résultat montre clairement qu'à un point quelconque dans le massif, une augmentation de la contrainte radiale totale (plus de traction) va créer un déplacement de type convergent, quel que soit la variation de la pression d'eau. Au sein du massif, l'évolution de la contrainte totale est liée à celle de la pression d'eau et par conséquent on ne peut pas déduire facilement le déplacement. Par contre, en paroi, si la condition limite est connue sous forme de contrainte radiale totale, la convergence est bien connue sans connaître les autres informations.

De (B-8)(B-8), on trouve aussi la valeur de la convergence du tunnel :

$$u(a, t) = -[\sigma_r(a, t) - \sigma_{r0}(a)] \frac{a}{2G_0} \quad (B-9)$$

Substituant cette valeur dans (B-7), la solution complète du champ de déplacement s'écrit :

$$u(r, t) = \frac{1}{r} \int_a^r \frac{r'}{\omega} Q_p(r', t) dr' - [\sigma_r(a, t) - \sigma_{r0}(a)] \frac{a^2}{2rG_0} \quad (B-10)$$

La solution pour les champs des contraintes sont ensuite dérivées :

$$\begin{aligned}\sigma_r(r, t) &= \sigma_{r0}(r) - \frac{2G_0}{\omega} \frac{1}{r^2} \int_a^r r' Q_p(r', t) dr' + [\sigma_r(a, t) - \sigma_{r0}(a)] \frac{a^2}{r^2} \\ \sigma_\theta(r, t) &= \sigma_{\theta0}(r) - \frac{2G_0}{\omega} \left[Q_p(r, t) - \frac{1}{r^2} \int_a^r r' Q_p(r', t) dr' \right] \\ &\quad - [\sigma_r(a, t) - \sigma_{r0}(a)] \frac{a^2}{r^2} \\ \sigma_z(r, t) &= \sigma_{z0}(r) - \frac{2G_0}{\omega} Q_p(r, t)\end{aligned}\tag{B-11}$$

Les expressions des contraintes totales montre que leurs variations dépendent toujours de l'évolution de la pression d'eau (représentée par Q_p). Les contraintes radiales et orthoradiales dépendent en plus de la variation de la contrainte totale en paroi (condition limite mécanique en paroi). Par contre, la contrainte axiale ne dépend pas de cette condition limite et elle va rester à sa valeur initiale si la pression d'eau n'évolue pas.

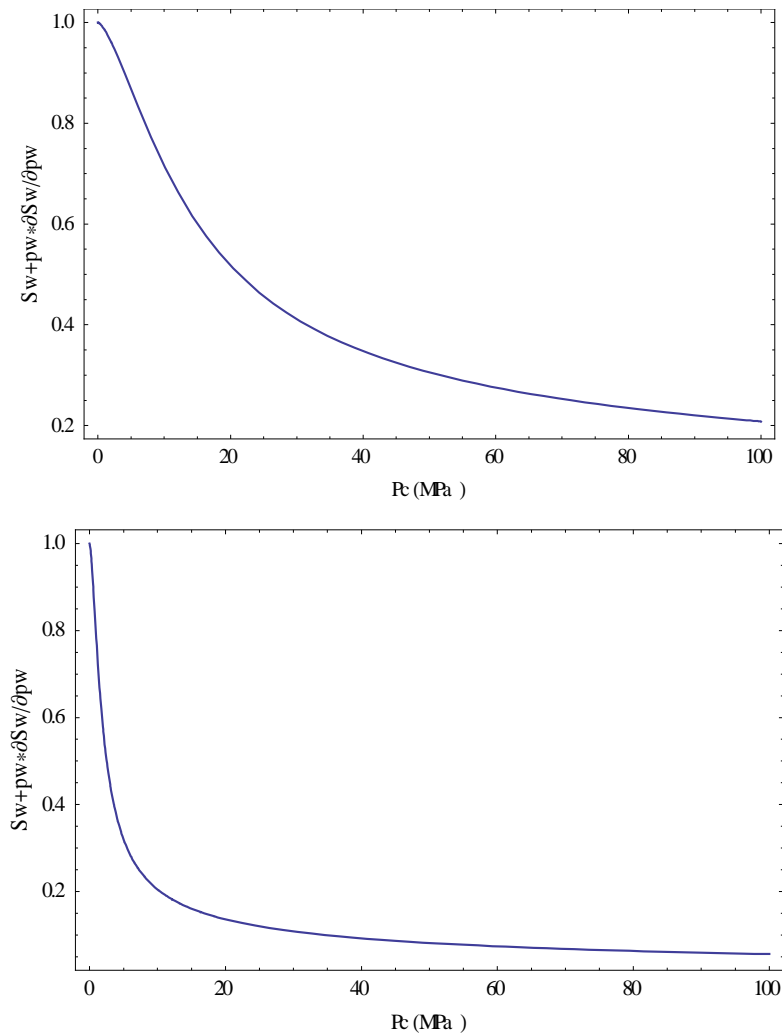


Fig B1. Le terme $S_w + p_w \frac{\partial S_w}{\partial p_w}$ dans le cas
a/Argillite ; b/Béton

Considérons le cas où la contrainte totale radiale en paroi est inchangée. Si Q_p garde le même signe, on se rend compte que l'évolution de la contrainte totale radiale et de la contrainte axiale a le signe contraire. Plus concrètement, si par exemple Q_p est toujours négatif, la contrainte totale va de plus en plus en traction. C'est le cas où on applique une succion pour un processus de désaturation. Pour démontrer cela, il faut que le terme $\left(S_w + p_w \frac{\partial S_w}{\partial p_w}\right)$ dans la formule (B-5) est toujours positif. Ceci dépend fortement des paramètres du modèle de rétention d'eau et une démonstration analytique est compliquée. Cependant, pour les matériaux utilisés dans ce travail de thèse comme l'argillite ou le béton, on peut mettre en évidence numériquement cette affirmation (Fig B1). En effet, ces matériaux ont de grande capacité de rétention d'eau (en raison de la taille faible des pores) et une variation de la pression d'eau change très peu le degré de saturation et la pente de la courbe de WRC.

En effet, pour compléter la solution, il faut la diffusion hydromécanique écrite comme l'équation (10-18), mais sans partie plastique et d'endommagement :

$$\left(\frac{S_w \phi}{\mathcal{K}_w} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial p_w} - S_w \beta_0 \pi_p\right) \dot{p}_w + S_w b_0 : \dot{\epsilon} - \lambda_w \Delta p_w = 0 \quad (\text{B-12})$$

Cette équation se simplifie dans le cas où on suppose l'eau est incompressible ($\mathcal{K}_w = \infty$) et les grains solides aussi ($\beta_0 = 0$, $b_0 = 1$). Cette dernière équation devient :

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial p_w} \dot{p}_w + S_w \dot{\epsilon} - \lambda_w \Delta p_w = 0 \quad (\text{B-13})$$

La résolution de ces équations aux dérivées partielles exige beaucoup de manipulations complexes et sera étudiée dans le futur.