



HAL
open science

Reconstruction de l'atmosphère turbulente à partir d'un lidar doppler 3D et étude du couplage avec Meso-NH

Lucie Rottner

► **To cite this version:**

Lucie Rottner. Reconstruction de l'atmosphère turbulente à partir d'un lidar doppler 3D et étude du couplage avec Meso-NH. Probabilités [math.PR]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2015. Français. NNT : 2015TOU30373 . tel-01635354

HAL Id: tel-01635354

<https://theses.hal.science/tel-01635354>

Submitted on 15 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *02/12/2015* par :

Lucie ROTTNER

**Reconstruction de l'atmosphère turbulente à partir d'un
lidar Doppler 3D et étude du couplage avec Meso-NH**

JURY

JEAN-MARC AZAIS	Université Toulouse III	Président du jury
MIREILLE BOSSY	INRIA Sophia Antipolis	Rapporteur
ERIC BLAYO	Université Grenoble I	Rapporteur
KOMLA DOMELEVO	Université Toulouse III	Directeur
CHRISTOPHE BAEHR	Université Toulouse III	Directeur
DIDIER AUROUX	Université de Nice	Examineur
ETIENNE MEMIN	INRIA Rennes	Examineur
MARIE LOTHON	Université Toulouse III	Examineur

École doctorale et spécialité :

MITT : Domaine Mathématiques : Mathématiques appliquées

Unité de Recherche :

CNRM GAME (UMR 3589)

Directeur(s) de Thèse :

Komla DOMELEVO et Christophe BAEHR

Rapporteurs :

Mireille BOSSY et Eric BLAYO

Résumé

Ces travaux s'articulent autour de la détection et de la prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique. Nous proposons tout d'abord une méthode stochastique innovante de reconstruction locale de l'atmosphère turbulente. Cette méthode de reconstruction repose sur un filtre à particules : le système de particules est utilisé pour modéliser l'écoulement atmosphérique et sa variabilité interne. L'évolution temporelle des particules est donnée par un modèle lagrangien stochastique. La mise à jour des particules et l'apprentissage des paramètres turbulents se font à l'aide d'observations mesurées par un lidar Doppler 3D.

Nous présentons ensuite une nouvelle méthode de descente d'échelle stochastique pour la prévision de la turbulence sous-maille. A partir du modèle météorologique non-hydrostatique en points de grille Meso-NH, nous forçons un système de particules qui évolue à l'intérieur des mailles. La descente d'échelle s'effectue à la fois spatialement et temporellement. Notre méthode de descente d'échelle permet de modéliser des champs sous-maille cohérents avec le modèle en points de grille.

Dans un chapitre intermédiaire, nous présentons une étude préliminaire concernant l'advection de structures turbulentes au sein d'un système de particules. Nous montrons la capacité des particules à advecter une structure turbulent fine qui est soit apprise grâce à des observations, soit apparue sous maille suite à un forçage de grande échelle.

Dans un dernier temps nous introduisons les problèmes de remontée d'échelle. La reconstruction de l'atmosphère modélise la turbulence dans un volume restreint qui couvre au plus quelques mailles des modèles météorologiques en points de grille. L'objectif de la remontée d'échelle est de construire une méthode d'assimilation de l'atmosphère reconstruite. En utilisant l'algorithme de nudging direct et rétrograde, nous explorons les problèmes liés à la taille du domaine observé. Nous proposons finalement un algorithme de nudging avec apprentissage de paramètre, illustré sur un cas simple.

Remerciements

Table des matières

Résumé	iii
Remerciements	v
Table des matières	vii
Introduction	1
1 Les enjeux	1
2 Reconstruction de l’atmosphère	3
3 Méthodes de descente d’échelle	5
4 Méthodes de remontée d’échelle	8
5 Guide de lecture du manuscrit	11
6 Production scientifique	12
I Reconstruction 3D de l’atmosphère turbulente	15
1 Observation et acquisition d’un champ de vent	17
1 La délicate nature de l’observation	17
2 Notations et définitions	19
2.1 Processus d’acquisition	19
2.2 Processus d’acquisition le long d’un chemin	21
2.3 Acquisition d’un milieu le long d’un chemin en temps discret	23
3 Filtrage d’observations de vent	26
2 Reconstruction de l’atmosphère	29
1 La technologie Lidar	29
1.1 La mesure Lidar	29
1.2 La géométrie du WindCube	30
1.3 Les données	32
2 Filtrage non-linéaire	32
2.1 Petit historique	32
2.2 Filtre à particules	33
3 A propos des moyennes	35
4 Mesure de la turbulence	37
5 Algorithme de filtrage pour l’estimation de la turbulence	38

5.1	Mise à jour des particules	39
5.2	Le modèle lagrangien stochastique	41
5.3	Le calcul des fonctions de structure	43
6	De l’algorithme mathématique à la programmation	45
6.1	Le conditionnement au domaine	46
6.2	Le ré-échantillonnage	47
3	Les expériences numériques	49
1	Cas d’un lidar plan	49
1.1	Configuration de l’expérience	49
1.2	Les données utilisées	50
1.3	Résultats	51
2	Cas d’un lidar 3D	59
2.1	Configuration de l’expérience	59
2.2	Les données utilisées	60
2.3	Résultats	60
3	Conclusion des expériences numériques ”jouet”	67
4	Configuration réelle : lidar Windcube	69
1	Configuration de l’expérience	69
1.1	Dispositif d’observation	69
1.2	Les données	71
1.3	Vent horizontal à partir des observations	73
2	Un paramètre pour l’éolien : l’intensité turbulente	74
3	Restitution du vent et des paramètres turbulents	74
3.1	Expérience préliminaire	74
3.2	Reconstruction du vent	76
3.3	Les paramètres turbulents : TKE et EDR	82
3.4	Intensité turbulente	86
4	Discussion et conclusions	90
5	Application de la reconstruction	95
II	Couplage avec un modèle en points de grille	97
6	Modélisation de la turbulence	99
1	Les simulations numériques directes	99
2	Les simulations avec paramétrisations	99
3	Les simulations avec particules	100
3.1	Les simulations Euler-Lagrange	100
3.2	Les méthodes PIC et FLIP	101

7	Descente d'échelle	103
1	Introduction	103
2	Cadre de travail	105
2.1	La campagne BLLAST	105
2.2	L'expérience réalisée	106
3	Les modèles	107
3.1	Le modèle en point de grille : Meso-NH	107
3.2	Les simulations Meso-NH	108
3.3	Le système de particules	110
3.4	Le modèle lagrangien stochastique	111
3.5	L'opérateur de moyenne locale	112
4	Forcer un système de particules	114
4.1	La méthode de forçage	114
4.2	Gestion du système de particules	115
4.3	L'algorithme séquentiel	117
5	L'énergie cinétique turbulente	118
5.1	La TKE dans Meso-NH	118
5.2	La TKE modélisée par le système de particules	119
6	Résultats	119
6.1	Le vent 3D	120
6.2	Densités spectrales de puissance	126
6.3	Anomalies de vent	133
6.4	Energie cinétique turbulente	136
7	Discussion et conclusions	138
8	Advection d'information dans un système de particules	141
1	Rappel des expériences précédentes	141
1.1	Reconstruction de l'atmosphère	141
1.2	Descente d'échelle	142
2	Système de particules libres versus système de particules par maille .	143
2.1	Présentation de l'expérience	143
2.2	Résultats	144
3	Perspectives	148
9	Remontée d'échelle	149
1	Le principe du nudging	149
2	Le nudging direct et rétrograde	150
2.1	Formulation de l'algorithme	150
3	Le nudging BFN avec apprentissage de paramètre	152
3.1	π -BFN avec apprentissage de paramètre	152

3.2	Algorithme π -BFN pour un système linéaire d'équations différentielles ordinaires	153
4	Résultats de convergence pour l'algorithme π -BFN	157
4.1	Convergence pour une étape avec forte relaxation	157
4.2	Convergence de l'algorithme π -BFN	159
5	Application	164
5.1	Assimilation sur un sous domaine	164
5.2	Algorithme π -BFN : observation de la vitesse	165
6	Résultats	167
6.1	Influence de la répartition des observations avec une condition initiale nulle	167
6.2	Influence de la répartition des observations avec une condition initiale exacte	183
6.3	Apprentissage de la vitesse d'advection : cas constant	192
6.4	Apprentissage de la vitesse d'advection : cas constant en espace, variable en temps	195
7	Discussion et conclusions	199
	Conclusion	201
	Bibliographie	205
	Acronymes et abbréviations	217

Introduction

Cette thèse est à la confluence de deux domaines : d'un côté l'observation et la modélisation de l'atmosphère et de l'autre les mathématiques appliquées, et plus particulièrement les probabilités. Ce travail s'attache à montrer l'apport des probabilités pour résoudre les problèmes actuels en physique de l'atmosphère. Nous nous intéressons plus particulièrement aux phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique.

1 Les enjeux

La couche limite atmosphérique constitue la partie de l'atmosphère directement influencée par la présence de la surface terrestre : c'est la couche de l'atmosphère proche du sol dans laquelle nous vivons. Par conséquent, la turbulence dans la couche limite atmosphérique a un impact direct sur divers secteurs industriels. Sur aéroport par exemple, les phénomènes turbulents à basse altitude peuvent compromettre la sécurité des personnes, à la fois lors de l'embarquement (risque d'effondrement des passerelles mobiles) et du décollage (fort cisaillement de vent, tourbillon de sillage, etc...). Le trafic aérien est régulièrement perturbé par de tels phénomènes météorologiques qui retardent les décollages et les atterrissages. L'industrie éolienne est également concernée : la turbulence atmosphérique augmente l'usure des éoliennes, et, dans des cas extrêmes, peut menacer leur intégrité.

La réponse à ces problèmes industriels et économiques passe par une meilleure prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite. Pour y parvenir, plusieurs difficultés sont à résoudre.

Les échelles caractéristiques. Les phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique ont des échelles caractéristiques pouvant aller de quelques dizaines de mètres au kilomètre et des durées de vie assez variables (de quelques minutes à quelques heures). Les capteurs in-situ effectuent des mesures ponctuelles : les phénomènes turbulents sont observés uniquement s'ils se produisent au point de mesure. Les observations télé-détectées couvrent un volume plus important, mais les mesures sont souvent intégrées en temps. Leur résolution temporelle s'en trouve dégradée ce qui limite l'observation des phénomènes à courte durée de vie. En raison

des petites échelles qui les caractérisent, l'étude de ces phénomènes turbulents est délicate et nécessite des campagnes de mesures appropriées.

La modélisation de la turbulence. A cause de leur taille réduite, la modélisation et la prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique figurent parmi les défis en météorologie. La physique de la turbulence dans la couche limite est encore à l'étude car toujours mal comprise. La modélisation de la turbulence est donc limitée aux plus grandes échelles présentes dans la couche limite. En dehors de la compréhension des phénomènes, la modélisation de la turbulence se trouve également limitée par la résolution des modèles météorologiques. Les modèles opérationnels ont une résolution kilométrique et, par conséquent, ne peuvent pas résoudre les échelles de la turbulence qui nous intéressent.

Pour améliorer la connaissance des phénomènes turbulents nous disposons aujourd'hui d'une palette variée d'outils, allant de l'instrumentation aux nouvelles techniques de modélisation.

Les lidars Doppler. Le développement des lidars ouvre une toute nouvelle voie pour l'étude de l'atmosphère turbulente par télé-détection. Les résolutions spatiales et temporelles des lidars sont variables suivant les instruments et les domaines pour lesquels ils ont été développés. Les lidars les plus précis ont une résolution spatiale d'une vingtaine de mètres, et une résolution temporelle de l'ordre de la seconde. Ces lidars Doppler mesurent le vent en une dizaine de points situés dans l'axe de visée du faisceau laser. La disposition et la résolution des observations permettent donc d'observer et de suivre l'évolution des phénomènes turbulents dans la couche limite.

La modélisation à l'aide de système de particules. Les systèmes de particules sont une méthode stochastique de modélisation sans maillage adaptée à la modélisation des processus intermittents ou variations rapides. Dans le cas d'un fluide turbulent, les particules sont capables de reproduire l'évolution spatiale et temporelle des tourbillons présents dans l'écoulement.

La puissance de calcul. La modélisation d'un fluide à l'aide de systèmes de particules est très coûteuse en temps de calcul. Si, aujourd'hui, les particules ne sont employées que dans le domaine de la recherche, l'augmentation constante de la puissance des calculateurs et la parallélisation des modèles particulières permettront d'élargir les domaines d'application dans un futur proche.

Pour relever ces défis météorologiques autour de la turbulence, nos travaux utilisent les outils que nous venons de citer. Même si toutes les difficultés ne sont pas résolues, les travaux présentés ici s'inscrivent dans une démarche globale qui vise à

créer une nouvelle méthode de prévision de la turbulence, reposant à la fois sur l'observation, l'assimilation, et la modélisation particulière des phénomènes turbulents.

Cette thèse comporte trois volets qui s'articulent autour des phénomènes turbulents de petite échelle. Le premier volet est consacré à la reconstruction de l'atmosphère turbulente et à l'estimation des paramètres turbulents à partir de mesures de lidar Doppler.

Les deux autres volets de cette thèse développent les questions de modélisation sous-maille de l'atmosphère turbulente et d'assimilation de données sous-maille dans un modèle en points de grille. Ces deux volets, appelés respectivement descente et remontée d'échelle, permettent de valoriser et d'exploiter au mieux les informations obtenues par reconstruction de l'atmosphère.

2 Reconstruction de l'atmosphère

En reconstruction de l'atmosphère, nous nous intéressons à la détection en temps réel des phénomènes turbulents à partir d'observations de vent. Le temps réel renvoie ici à la fréquence d'observation. Le but est de mettre à jour notre connaissance de l'atmosphère à chaque nouvelle observation. Ces travaux ont été rendus possibles par l'alliance des techniques instrumentales et des méthodes de filtrage non-linéaire.

Travaux précédents en reconstruction de l'atmosphère. Les travaux ont débuté par la reconstruction de l'atmosphère à partir d'observations de vent ponctuelles, et en trois dimensions [11]. L'objectif était d'estimer la turbulence à partir de mesures anémométriques. Le cadre théorique associé a été décrit avec précision par Baehr [12]. La méthode d'estimation de la turbulence qu'il présente fait intervenir les processus de Markov à champ moyen. Dans le cas général décrit par Del Moral, l'algorithme de filtrage d'un processus à champ moyen utilise des îles de particules [39]. La convergence de ces algorithmes a été démontrée très récemment par Ichard et Vergé [64]. Dans le cadre de l'estimation de la turbulence, les liens physiques entre le modèle et l'observation nous permettent d'utiliser un algorithme plus simple qui ne fait pas intervenir d'îles de particules.

Les travaux de Baehr soulèvent également des questions autour du point de vue à adopter (lagrangien ou eulérien). Les réponses apportées mènent naturellement au filtrage de mesures obtenues à l'aide de capteurs mobiles [12]. Ce domaine d'application est particulièrement porteur, puisque les plateformes de mesures mobiles sont de plus en plus régulièrement mises en œuvre pour les campagnes d'étude des processus atmosphériques. En effet, les ballons captifs ou les drones viennent souvent compléter les mâts de mesure et les stations au sol, car ils permettent d'observer facilement l'atmosphère à différentes altitudes. Cependant, de telles plateformes

évoluent suivant une dynamique qui n'est pas connue et qui dépend du milieu (influence du vent sur la trajectoire de la plateforme par exemple). Cette dynamique doit être filtrée pour ne pas perturber l'estimation du vent et de la turbulence. Pour pallier le manque d'information sur la dynamique de la plateforme, un algorithme de filtrage combinant filtre de Rao-Blackwell et optimisation variationnelle a été développé [14]. Les résultats obtenus ont démontré la pertinence de cette méthode.

Sur les exemples donnés jusqu'à présent la turbulence était estimée à l'aide de mesures in-situ. Ces techniques d'estimation s'appliquent également aux observations télé-détectées. Dans le cadre de cette thèse on s'intéressera tout particulièrement aux observations lidar.

L'utilisation de lidar pour l'observation de l'atmosphère remonte à la fin des années 1960, avec les premières observations d'aérosols [55]. Depuis, la technologie lidar s'est développée et permet d'observer d'autres paramètres atmosphériques tels que le vent [101], l'humidité [30], ou le contenu en cendres volcaniques [59]. Les lidars sont aujourd'hui déployés sur tout type de plate-forme, du sol aux satellites [1]. Ils mesurent le vent par effet Doppler, grâce à un laser infrarouge. Pour chaque tir de laser, le lidar restitue des observations en plusieurs points de l'axe de visée. En fonction du laser utilisé, cet instrument a une portée allant de quelques centaines de mètres à quelques kilomètres, avec une fréquence de mesure de l'ordre du hertz. Il restitue donc une information haute fréquence sur le vent dans la couche limite atmosphérique. Suivant l'angle d'élévation du laser, le système lidar permet d'observer les vents horizontaux, verticaux ou obliques. En utilisant les mêmes techniques que pour les mesures anémométriques, on peut exploiter ces observations pour estimer la turbulence et le vent.

L'exploitation des capacités des lidars Doppler pour mesurer la turbulence intéresse de près les producteurs d'énergie éolienne [115] [61]. Les travaux que nous présentons apportent de nouveaux outils qui pourront répondre aux besoins de l'industrie éolienne.

Notre approche. L'ensemble des travaux présentés en reconstruction de l'atmosphère repose sur une modélisation de l'atmosphère à l'aide de systèmes de particules. Les systèmes de particules sont à la base des techniques de filtrage non-linéaire mises en œuvre en reconstruction de l'atmosphère et en estimation des paramètres turbulents.

Comme nous le verrons de manière détaillée, les particules ont deux interprétations en reconstruction de l'atmosphère. Les particules sont tout d'abord des particules stochastiques qui évoluent avec un modèle stochastiques et qui modélisent un état en échantillonnant sa fonction de densité de probabilité.

Les particules ont ici également une interprétation fluide. Elles modélisent l'écoulement

atmosphérique turbulent. La cohérence de l'écoulement modélisé avec la physique de l'atmosphère est assurée par l'observation. La méthode de reconstruction de l'atmosphère utilise un filtre non-linéaire pour sélectionner les particules en fonction de leur vraisemblance par rapport à l'observation. Les particules modélisent ainsi l'atmosphère autour de l'observation. En utilisant leur interprétation mathématique, nous obtenons une estimation de la variabilité locale de l'atmosphère en calculant la variabilité interne au système de particules. C'est l'apport novateur de la méthode de reconstruction : les paramètres turbulents peuvent être calculés à chaque nouvelle observation en utilisant le système de particules. Nous verrons également plus loin l'apport de la modélisation par systèmes particuliers dans les problèmes de descente d'échelle et de modélisation sous-maille.

Une fois l'atmosphère reconstruite et la turbulence estimée en temps réel, il vient naturellement l'envie d'exploiter ces informations pour améliorer la modélisation et la prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite. Cette valorisation de la reconstruction de l'atmosphère passe par un couplage entre le modèle physique utilisé en reconstruction et un modèle météorologique. La reconstruction de l'atmosphère ouvre la voie à une modélisation du vent et de la turbulence totalement nouvelle, en terme d'échelles spatiales et temporelles. Compte-tenu de ces échelles, la reconstruction de l'atmosphère est sous-maille par rapport au modèle météorologique.

Le couplage est composé de deux phases. Tout d'abord, on effectue une descente d'échelle, allant du modèle météorologique vers le modèle utilisé en reconstruction. La seconde étape consiste à utiliser l'information sous-maille pour corriger le modèle météorologique : c'est la remontée d'échelle.

3 Méthodes de descente d'échelle

La méthode de descente d'échelle que nous proposons consiste à forcer le modèle sous-maille avec les champs issus d'un modèle météorologique à mailles "larges". Ici, ce qualificatif a une valeur relative. Le modèle en points de grille large que nous utilisons est un modèle de meso-échelle. Par rapport aux modèles opérationnels, notre modèle large est en fait un modèle à très haute résolution. Nous adoptons ici une autre échelle. Le modèle météorologique de meso-échelle est considéré comme le modèle basse résolution. Un second modèle, à haute résolution, est utilisé pour modéliser la dynamique de l'atmosphère turbulente sous-maille.

Du point de vue du modèle sous-maille, les champs du modèle basse résolution sont vus comme des champs moyens. L'objectif de la descente d'échelle est d'obtenir une modélisation sous-maille cohérente avec le forçage moyen du modèle météorologique basse résolution tout en ayant une résolution spatiale et temporelle plus fine que celle

du modèle utilisé pour le forçage.

Notre méthode de descente d'échelle permet de modéliser et donc de prévoir le vent et les paramètres de la turbulence sous-maille. Ce type d'information peut être valorisé dans de nombreux domaines d'applications. Nous pensons particulièrement à une gestion plus sûre des plate-formes aéroportuaires, ou au développement de méthodes d'exploitation en temps réel et à courte échéance des champs d'éoliennes.

Quelques modèles existants. Notre méthode stochastique de descente d'échelle vient compléter la liste de techniques développées pour répondre aux besoins de modélisation à haute résolution en géo-sciences. Parmi ces techniques, on trouve les méthodes à maillage adaptatif employées pour les modélisations océaniques [18] [79] et de la couche limite atmosphérique [2]. Les modèles LES (Large Eddy Simulation) figurent également parmi les outils de modélisation à haute résolution [112]. Ils sont fréquemment utilisés pour la modélisation et l'étude des processus turbulents dans la couche limite atmosphérique. Ce type de modèle a été employé dans plusieurs campagnes de mesures pour l'étude de la couche limite convective. Par exemple, dans la campagne BLLAST, les modèles Meso-NH [73], DALES [60], et NCAR-LES [108] ont permis de compléter les observations et de modéliser les processus de transition de fin d'après-midi. Les modèles LES sont également très souvent utilisés pour étudier l'écoulement atmosphérique en terrain complexe, que ce soit un champ d'éoliennes [105], une zone urbaine [126], ou une vallée alpine [129].

L'approche stochastique que nous proposons adopte un autre point de vue : au lieu d'affiner le maillage, nous modélisons l'atmosphère sous-maille à l'aide de systèmes de particules. Par rapport à la reconstruction de l'atmosphère, les particules sont utilisées de manière légèrement différente. En reconstruction, les particules vivent à l'intérieur du volume observé et elles sont sélectionnées pour rester cohérentes avec l'observation. En descente d'échelle, elles sont forcées par le modèle à maille large. Le système de particules vit à l'intérieur des mailles du modèle. Le modèle d'évolution des particules contient deux paramètres de contrôle : le forçage consiste à fixer leur valeur en fonction des champs issus du modèle en points de grille.

La modélisation sous-maille à l'aide de systèmes de particules a déjà été utilisée précédemment par l'équipe TOSCA de l'INRIA. Cette équipe a développé une méthode de descente d'échelle stochastique en vue de l'appliquer au modèle météorologique non-hydrostatique à aire limitée MM5 (développé par le NCAR et la Penn State University) [110] [15] [16]. Ces travaux, comme les nôtres, ont pour objectif de modéliser le vent à fine échelle et sur une aire limitée. Les modèles stochastiques qui décrivent l'évolution des particules sont dans les deux cas des modèles lagrangiens inspirés des travaux de Pope sur la turbulence [103] [104]. Une étude

très complète a été menée sur ce modèle. Les algorithmes que nous avons développés profitent de l'assurance du bon comportement de ce modèle à champ moyen montré dans l'article de Bossy et al. [23].

Dans les travaux menés par l'équipe TOSCA, la descente d'échelle se fait en fixant les conditions aux bords du domaine de simulation d'après le modèle eulérien de grande échelle. Ce forçage aux bords assure la cohérence entre le système de particules et le modèle de grande échelle. Il permet également de conserver les particules à l'intérieur du domaine : le forçage induit une réflexion des particules sur les bords du domaine. Ces travaux traitent également des questions posées par l'incompressibilité du fluide et des conséquences sur la gestion du système de particules [27]. Le modèle lagrangien d'évolution des particules est piloté par deux paramètres de contrôle. Ces paramètres sont déduits à l'aide de schéma de fermeture.

Notre méthode. Nous proposons dans ce manuscrit une démarche alternative. Le forçage du système de particules se fait par l'intermédiaire des paramètres de contrôle du modèle d'évolution. En utilisant les champs en points de grille du modèle de grande échelle, nous forçons les particules maille par maille. Notre méthode de descente d'échelle laisse les particules libres à l'intérieur du domaine simulé. Les particules peuvent passer d'une maille du modèle à une autre. Lorsque l'écoulement pousse les particules à l'extérieur, nous les remplaçons à l'intérieur du domaine et nous leur attribuons de nouvelles vitesses, cohérentes avec les valeurs du champ en points de grille. Les particules évoluent avec un pas de temps plus court que celui du modèle. A chaque nouveau pas de temps du modèle grande échelle les forçages sont actualisés.

Cette méthode de descente d'échelle a été construite pour s'adapter aux modèles atmosphériques de fine échelle, tels que les modèles LES. Pour valider les champs sous-maille modélisés par les systèmes de particules, nous avons utilisé le modèle de recherche Meso-NH. Ce modèle non-hydrostatique est développé conjointement par le CNRM et le LA. Nos expériences utilisent les simulations haute résolution effectuées pour la campagne BLLAST.

A partir des simulations et des observations effectuées durant cette campagne, nous montrons la capacité des particules à modéliser l'atmosphère turbulente sous-maille. Nous travaillons plus particulièrement sur le vent et l'énergie cinétique turbulente reproduits par les particules lorsqu'elles sont forcées par un champ de grande échelle. Le vent et l'énergie cinétique turbulente modélisés par les particules sous-maille sont validés par comparaison avec les simulations Meso-NH à haute résolutions.

Advection de structures turbulentes. Les travaux sur la reconstruction de l'atmosphère et sur la descente d'échelle ont mis en lumière la capacité des systèmes

de particules (dont l'évolution est décrite par notre modèle lagrangien) à advecter l'information apprise par l'observation ou le forçage en amont de l'écoulement. Par exemple, supposons qu'une structure turbulente soit observée en amont de l'écoulement. Grâce à l'observation, elle est donc modélisée par le système de particules. Le modèle turbulent permet de faire vivre cette structure et de l'advecter suivant l'écoulement jusqu'à l'observation suivante. Si la structure est toujours présente, l'observation confirmera son existence et le système de particules continuera à la modéliser. Si par contre elle s'est atténuée avant d'arriver au point d'observation, la mise à jour des particules permettra de modéliser la dissipation.

Nous présenterons la synthèse des résultats obtenus en reconstruction de l'atmosphère et en descente d'échelle pour illustrer ce point tout à fait nouveau. Cette capacité à modéliser l'advection de structures turbulentes pourra se décliner en diverses applications pour la dispersion de polluant [92], ou l'étude de site pour l'implantation d'éoliennes et la prévention de l'usure prématurée des turbines [42] [134].

4 Méthodes de remontée d'échelle

Nous venons d'introduire la reconstruction locale de l'atmosphère qui est un outil de détection en temps réel des phénomènes turbulents, ainsi que notre méthode de descente d'échelle stochastique qui permet, quant à elle, la prévision de ces phénomènes. Pour compléter le cycle, nous avons besoin d'une méthode de remontée d'échelle pour assimiler l'atmosphère reconstruite et corriger le modèle qui sera utilisé comme forçage en descente d'échelle.

La méthode de reconstruction de l'atmosphère proposée dans ce manuscrit modélise le vent et la turbulence de manière nouvelle : nous avons maintenant accès à des échelles spatiales et temporelles fines, de l'ordre de la dizaine de mètres et de quelques secondes. Il n'existe donc pas pour le moment de technique d'assimilation de données permettant de corriger un modèle météorologique à l'aide d'observations disponibles aux résolutions spatiales et temporelles accessibles en reconstruction de l'atmosphère.

Les enjeux. Pour comprendre les enjeux et les difficultés liés à la remontée d'échelle, il est intéressant de comparer les échelles accessibles par la reconstruction de l'atmosphère, à celles représentées dans les modèles météorologiques à haute résolution. Les phénomènes modélisés par la reconstruction de l'atmosphère ont des longueurs caractéristiques de quelques dizaines à une centaine de mètres. Les modèles météorologiques opérationnels ont à l'heure actuelle une résolution allant de quelques kilomètres (2.5km pour le modèle français AROME, très prochainement 1.3km) à une dizaine de kilomètres (10km sur la France métropolitaine pour ARPEGE). Les prochains

développements permettront une modélisation plus fine sur des zones d'intérêt telles que les aéroports. Une version du modèle AROME à 500m de résolution horizontale a déjà été testée [54]. Comme nous pouvons le constater, l'atmosphère est reconstruite par notre algorithme de manière très locale et à des échelles très fines par rapport à la résolution des modèles opérationnels, ou prochainement opérationnels.

Les difficultés liées à la remontée d'échelle. La remontée d'échelle de l'atmosphère reconstruite vers un modèle opérationnel en points de grille est un problème qui dépasse le cadre de l'assimilation de données. Les champs de vent et d'énergie cinétique turbulente reconstruits couvrent au mieux quelques mailles des modèles à haute résolution. L'assimilation de données ne pourra donc se faire que sur une partie très restreinte du domaine modélisé. La première question à laquelle nous devons répondre concerne l'impact de cette assimilation de données partielle sur la qualité de la simulation dans son ensemble. En effet, si l'assimilation ne permet de corriger le modèle que très localement, il faudra s'interroger sur l'intérêt de la procédure.

La deuxième question à laquelle il faudra répondre porte sur les variables à assimiler. Les champs issus de la reconstruction de l'atmosphère sont d'échelle spatio-temporelle très inférieure à celles des modèles opérationnels. Ils ne peuvent donc être assimilés directement sans introduire des modes trop fins ou trop rapides pour être représentés par le modèle météorologiques. Par conséquent, pour éviter les problèmes d'instabilité, ces modes sont automatiquement filtrés. L'idée est plutôt d'assimiler la moyenne du vent, sa variance, ou tout autre fonction de structure présente dans les équations du modèle à corriger.

Cette question sur la façon d'assimiler les variables sous maille revient également à s'interroger sur la représentativité des observations assimilées dans les modèles. Les champs reconstruits peuvent être considérés comme des observations enrichies. La question est de savoir s'il est correct de corriger une atmosphère moyenne par maille à l'aide d'observations qui représentent l'atmosphère à une échelle très locale. La réponse complète à cette question dépasse largement le cadre de cette thèse. Nous verrons cependant que les expériences menées en descente d'échelle apportent quelques idées pour débiter les travaux sur ce sujet.

L'association de la remontée et de la descente d'échelle amène au couplage interactif de deux modèles. Les problèmes concernant la taille du domaine modélisé finement ont déjà été soulevés par l'expérience de Moeng et al. [93]. Cette expérience consiste à utiliser le modèle WRF (développé par le NCAR) pour réaliser un couplage interactif entre deux simulations LES dont les domaines sont imbriqués. L'étude met en avant les problèmes rencontrés lorsque la grille la plus fine ne couvre qu'une petite partie de la grille large. Elle présente également les difficultés liées à la remontée de

la turbulence sous-maille dans le modèle à grille large. La réalisation d'un tel couplage interactif à l'aide de méthodes variationnelles (4DVar) a été décrite de manière théorique puis appliquée à un modèle de shallow water 2D par Simon et al. [119]. L'ensemble de ces travaux ouvrent la voie au couplage interactif mais la question liée à la représentation des phénomènes sous-maille dans le modèle à maille large reste ouverte.

Une première approche : le nudging. La remontée doit être le trait d'union entre la modélisation de l'atmosphère par les particules lagrangiennes et le modèle en point de grille eulérien. Cet aspect important figure parmi les perspectives de nos travaux. Nous nous sommes principalement concentrés sur la réponse à la première question introduite plus tôt : quel est l'impact sur l'ensemble de la simulation de l'assimilation de données sur une sous partie du domaine ?

Pour étudier cet impact, nous nous sommes tournés vers une méthode d'assimilation de données simple, appelée nudging, qui a été testée et utilisée en météorologie ou en océanographie [19]. L'algorithme du nudging classique consiste à ajouter aux équations du modèle un terme de relaxation vers l'observation pour corriger les simulations. Le nudging a été développé par les météorologues et repris ensuite par les océanographes [3] [128]. Il permet de corriger l'état simulé à un instant donné à l'aide des observations passées. Les récents développements autour du nudging permettent aujourd'hui de corriger également l'état simulé par le modèle au début de la période d'assimilation [6]. Cette version récente de l'algorithme de nudging est appelé nudging direct et rétrograde. Dans le sens direct, un nudging classique est effectué. C'est le sens rétrograde qui permet de corriger un état à l'aide d'observations "futurs". Le nudging direct et rétrograde peut être comparé à la méthode variationnelle 4DVar. Le 4DVar permet de corriger la trajectoire complète des états simulés durant la période d'assimilation, en utilisant l'ensemble des observations disponibles sur la période [41]. Le nudging direct et rétrograde et le 4DVar ont été testés et comparés sur le modèle de shallow water [4]. Les deux méthodes d'assimilation donnent des résultats similaires. Toutefois, le nudging présente le net avantage de ne pas utiliser de modèle adjoint. Il est par conséquent plus simple à implémenter que le 4DVar.

Nos travaux sur le nudging et la remontée d'échelle ne comportent pour le moment que des expériences préliminaires visant à valider le principe et l'intérêt du nudging direct et rétrograde pour notre problème. Dans un cas 1D simple, nous avons tout d'abord comparé les effets du nudging pour deux répartitions différentes des observations. Dans la majorité des applications décrites dans la littérature, les observations couvrent l'ensemble du domaine simulé, ou à défaut sont réparties de manière régulière sur le domaine [5]. Dans nos travaux, les observations couvrent une sous-partie compacte du domaine. Nous comparons l'apprentissage par nudging

direct et rétrograde suivant la répartition (compacte ou régulière) des observations.

Dans un second temps, nous proposons une nouvelle extension de l'algorithme de nudging. L'objectif est d'exploiter la répartition compacte des observations pour apprendre les paramètres du modèle d'évolution. Nous appliquons le nudging avec apprentissage de paramètre à un cas simple, basé sur l'équation d'advection pure.

5 Guide de lecture du manuscrit

Ce manuscrit est composé de deux parties principales qui traitent de la reconstruction de l'atmosphère et du couplage de la méthode de reconstruction avec un modèle en points de grille. La première partie est la plus aboutie. Nous y présentons à la fois des expériences "jouet" et des résultats obtenus à partir de données réelles.

La deuxième partie regroupe des travaux éloignés des considérations opérationnelles. La résolution des modèles opérationnels est pour le moment inférieure à la résolution des simulations utilisées en descente d'échelle. Les travaux effectués sur la remontée d'échelle sont uniquement prospectifs. Il faut également noter que les modèles prochainement opérationnels (AROME Aéroport) pour lesquels nous souhaitons développer la remontée d'échelle ne possèdent pour le moment pas de système d'assimilation de données. Avant de mettre en application la remontée d'échelle, un système d'assimilation propre au modèle haute résolution devra être créé.

Le sens de lecture de ce manuscrit ne doit pas nécessairement suivre la numérotation des chapitres. Toutefois les cinq chapitres sur la reconstruction de l'atmosphère gagnent à être parcourus dans l'ordre croissant. Les chapitres sur la descente et la remontée d'échelle sont relativement indépendants du reste. Nous tenons à préciser que la méthode de descente d'échelle sera plus facile à aborder après lecture du chapitre 2 où certains points sont détaillés.

Nous avons ajouté aux deux parties du manuscrit un chapitre qui regroupe des résultats obtenus à la fois en reconstruction et en descente d'échelle. L'objectif est de montrer la capacité des systèmes de particules à créer des structures turbulentes de fines échelles et à modéliser leur advection (à partir d'observations ou de forçage).

Le schéma de lecture du manuscrit est présenté par la figure 1. Nous y avons également indiqué l'aboutissement relatif des travaux.

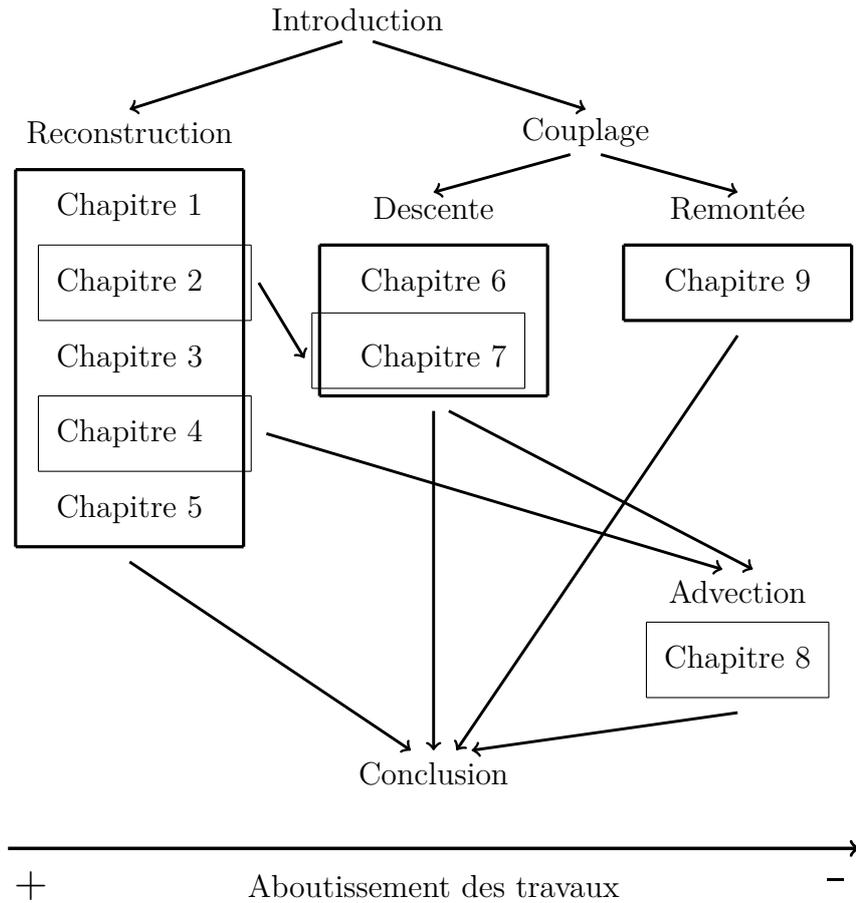


FIGURE 1 – Dépendance entre les chapitres et indication de l’aboutissement des travaux dans les différents domaines.

6 Production scientifique

Les travaux concernant la reconstruction de l’atmosphère turbulente ont fait l’objet de présentations lors de conférences et de groupes de travaux internationaux. Avec Toulouse Tech Transfer nous réfléchissons actuellement à la possibilité de valoriser la reconstruction de l’atmosphère par le dépôt d’un brevet. Les publications sur le sujet resteront donc en suspens jusqu’à ce que les restrictions liées au brevet potentiel soient levées.

Pour la descente d’échelle, un article décrivant les expériences menées et les résultats obtenus est en préparation. Nous souhaitons contribuer avec cet article à une édition spéciale sur la campagne BLLAST.

Les travaux sur le nudging donneront lieu à un compte-rendu à l’Académie des Sciences et à un article qui présenteront notamment le nudging direct et rétrograde avec apprentissage de paramètre.

Production scientifique

Articles dans les revues internationales à comité de relecture

- 1 *A New Method for Turbulence Estimation from Doppler Lidar Measurements*, soumission à Atmospheric Measurement Techniques reportée en raison du dépôt de brevet.
- 2 *Nonlinear Filter for Dynamics of Uncontrolled Moving Measurement Platforms*, soumis à IEEE Transactions on Automation Science and Engineering.
- 3 *Particle modelization of sub-grid turbulence : application to Meso-NH simulation for the BLLAST campaign* en préparation pour l'édition spéciale BLLAST de Atmospheric Chemistry and Physics et Atmospheric Measurement Techniques.
- 4 *Nudging method for sub-grib data assimilation*, en préparation.

Article pour conférences internationales

- 1 Real Time Turbulence Estimation using Doppler Lidar Measurements, proposé pour 27th International Laser Radar Conference.

Groupe de travail européen

- 1 Real Time Turbulence Estimation using 3D Doppler Lidar Observations, groupe de travail COST TOPROF, février 2015, Helsinki.

Communications lors de conférences nationales ou internationales

- 1 *Reconstruction 3D de l'atmosphère turbulente* Ateliers Expérimentation et Instrumentation, novembre 2014, Toulouse.
- 2 *3D Wind Reconstruction and Turbulence Estimation in the Boundary Layer from Doppler Lidar Measurements using Particle Method*, American Geophysical Union Fall Meeting, décembre 2014, San Francisco.

Codes Scilab

- 1 Code Scilab pour la reconstruction de l'atmosphère comprenant un programme principal et l'ensemble des fonctions nécessaires.
- 2 Code Scilab pour la descente d'échelle comprenant un programme de lecture des simulations Meso-NH et l'algorithme de forçage.
- 3 Code Scilab pour le nudging avec apprentissage de paramètres à partir d'observations sur une sous partie compacte incluant un programme de test du nudging suivant la répartition des observations

Activités d'encadrement

- 1 Projet modélisation de l'Ecole Nationale de la Météorologie (Master 1) *Etude numérique de la descente d'échelle entre un modèle non-hydrostatique et des systèmes particuliers sous-maille pour la turbulence*, de janvier à février 2013.
- 2 Projet modélisation de l'Ecole Nationale de la Météorologie (Master 1) *Etude de systèmes particuliers en interaction avec les modèles en point de grille*, pas d'encadrement direct mais une interaction régulière avec les stagiaires accueillis par l'équipe GMEI/TRAMM, de janvier à février 2015.

Première partie

Reconstruction 3D de
l'atmosphère turbulente

Chapitre 1

Observation et acquisition d'un champ de vent

La reconstruction de l'atmosphère repose sur un ingrédient essentiel : l'observation. Cette observation est garante du caractère physique de l'atmosphère reconstruite. Ce chapitre présente le cadre théorique de l'observation de l'atmosphère turbulente, considérée comme un milieu aléatoire. Dans nos travaux, les observations du vent sont fournies par un lidar Doppler.

Pour reconstruire l'atmosphère turbulente, nous nous intéressons à des observations réparties sur un chemin, plus précisément, sur l'axe de visée d'un lidar. Le volume observé par le lidar évolue au cours du temps, notamment suivant le vent à l'échelle très locale. En l'absence d'information à des échelles aussi fines, le chemin d'observation sera considéré fixe. D'un point de vue théorique, il se pose donc la question de l'observation d'un milieu aléatoire suivant un chemin.

1 La délicate nature de l'observation

En physique, il existe deux types de représentation d'un fluide : la représentation lagrangienne et la représentation eulérienne. Le point de vue lagrangien consiste à suivre l'évolution d'un volume de fluide élémentaire transporté par le flot. Le point de vue eulérien consiste quant à lui à observer l'évolution du fluide en un point fixe. Baehr dans [12] présente le cas très intéressant de la mesure mobile. Si l'on observe le fluide en un point qui se déplace indépendamment du flot, le point de vue n'est ni lagrangien ni eulérien. Ces travaux s'appliquent directement à la mesure à l'aide de plate-formes mobiles (ballons captifs, drones, avions etc...).

En toute rigueur, leur domaine d'application est plus vaste : ils peuvent également s'appliquer aux mesures télé-détections. En télé-détections, les mesures sont intégrées en temps, il en résulte une intégration spatiale. Les mesures télé-détections représentent donc un volume qui varie suivant les propriétés de l'atmosphère. Par exemple, les points de mesures des lidars observent des volumes qui se déforment suivant la force

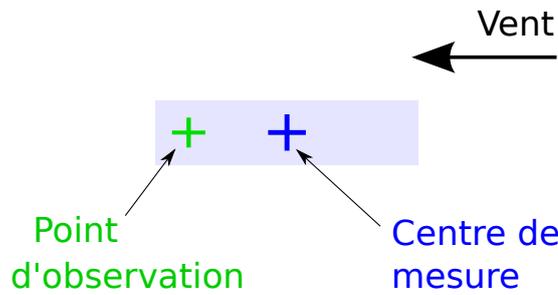


FIGURE 1.1 – Volume réellement observé en fonction du vent. Le volume observé est représenté par la zone bleue. Le point d’observation est en vert, le centre du volume observé en bleu.

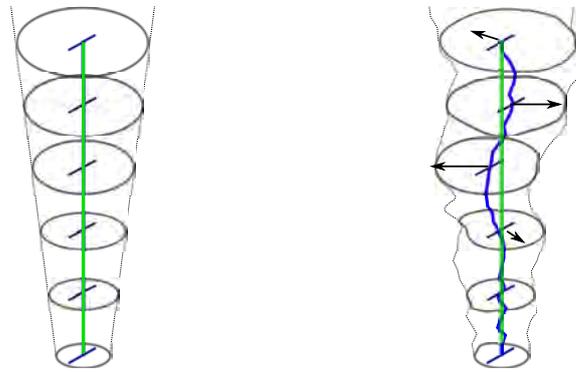


FIGURE 1.2 – Déformation du volume mesuré par le lidar en fonction du vent. A gauche, le volume théoriquement observé par le tir lidar en vert. A droite, le volume réellement observé en fonction du vent. Les centres des volumes observés par chaque point de mesure du lidar sont reliés par la ligne brisée bleue.

et la direction du vent (figure 1.1). Le chemin d’observation formé par les points centraux des volumes observés est donc sensible aux propriétés de l’atmosphère locale (illustration figure 1.2). Il varie dans le temps, sans être pour autant transporté par le flot. On ne se trouve donc ni dans un cas lagrangien, ni dans un cas eulérien.

Dans les travaux présentés nous n’avons pas accès *a priori* aux paramètres locaux de l’atmosphère qui influencent le chemin d’observation. Par défaut, cette trajectoire sera donc supposée fixe. En chaque point de mesure, on retrouve donc un point de vue eulérien. La figure 1.2 illustre la différence entre la trajectoire fixe et une trajectoire influencée par les paramètres locaux de l’atmosphère. Le formalisme introduit dans [12] sera repris et appliqué aux observations lidar, c’est-à-dire au cas d’observations réparties le long d’un axe fixe.

2 Notations et définitions

2.1 Processus d'acquisition

Dans [10] et [12], Baehr introduit de nouveaux outils pour décrire l'observation d'un champ. Il présente les notions de système et de processus d'acquisition d'un champ de vecteurs aléatoire. Avant de les appliquer aux observations de vent par un lidar, nous rappelons les définitions dans le cas général.

Définition 1.1 (Système d'acquisition).

Soit $E \subset \mathbb{R}^d$, $d \in \mathbb{N}^$, un espace métrique localement compact muni de la tribu \mathcal{E} . E est appelé espace physique. Soit $E' \subset \mathbb{R}^{d'}$, $d' \in \mathbb{N}^*$, un espace vectoriel muni de la tribu \mathcal{E}' . On appellera E' espace des phases. On se donne également un espace de probabilité filtré complet $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$.*

Soit $T < \infty$ un réel. Soit $x \in E$ un point de l'espace physique. Soit X_t la famille de variables aléatoires sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t)$ à valeurs dans (E, \mathcal{E}) indexée par le temps $t \in [0, T]$, et soit $X'_{t,x}$ la famille de variables aléatoires sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t)$ à valeurs dans (E', \mathcal{E}') indexée par le temps $t \in [0, T]$ et le point $x \in E$.

Le couple d'applications \mathcal{F}_t -mesurables $(X_t, X'_{t,x})$ est appelé système d'acquisition du champ de vecteurs aléatoire X'_t .

Le processus X_t est appelé trajectoire d'acquisition et la famille $X'_{t,x}$ est le champ d'acquisition.

C'est le couplage entre X_t et $X'_{t,x}$ qui donne du sens au système d'acquisition. L'idée est de relever au cours du temps les valeurs du champ $X'_{t,x}$ le long de la trajectoire X_t . Ce relevé est appelé processus d'acquisition.

Définition 1.2 (Processus d'acquisition).

Soit $(X_t, X'_{t,x})$ un système d'acquisition sur l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ à valeurs dans $((E, \mathcal{E}) \times (E', \mathcal{E}'))$. On définit pour tout temps $t \in [0, T]$ le processus d'acquisition A_t sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t)$ à valeurs dans (E', \mathcal{E}') par

$$A_t = X'_{t, X_t}$$

Pour illustrer la définition du processus d'acquisition, on peut se placer en un point fixe X de E . On prend comme chemin d'acquisition le processus stationnaire $X_t = X$ pour tout temps t . Dans ce cas le système d'acquisition est $(X, X'_{t,x})$ et le processus d'acquisition $A_t = X'_{t,X}$ est un processus d'acquisition eulérien.

Les processus d'acquisition permettent de relever la valeur d'un champ en un point à chaque instant. La connaissance spatiale du champ ainsi obtenue est donc limitée. A partir de ces informations locales, il n'est pas possible de reconstituer

l'ensemble du champ. Cependant, suivant les propriétés du champ, le relevé en un point peut être représentatif d'une partie plus vaste. Si le champ est localement homogène en loi, l'acquisition du champ en un point apporte une information sur la loi du milieu autour de ce point. Le qualificatif "en loi" permet de distinguer l'homogénéité au sens des probabilités de l'homogénéité au sens physique. Pour un milieu localement homogène en loi, Baehr introduit les processus d'acquisition localement homogènes :

Définition 1.3 (Processus d'acquisition localement homogène).

Pour tout temps $t \in [0, T]$, soit $(X_t, X'_{t,x})$ un système d'acquisition sur l'espace produit $(E \times E')$ et $A_t = X'_{t,X_t}$ le processus d'acquisition de ce système. On dira que le système d'acquisition est localement homogène en loi si :

- E est un espace localement convexe métrisable possédant un recouvrement convexe $\mathcal{A} = \bigcup_{i \in I} \mathcal{A}_i$, I étant un ensemble d'indices.
- $\forall t \in [0, T]$ et $\forall x \in E$, il existe $\varepsilon_t > 0$ et $i \in I$ tels que $B(x, \varepsilon_t) \subset \mathcal{A}_i$ avec $B(x, \varepsilon_t) = \{z \in E, |x - z| \leq \varepsilon_t\}$ et $\forall y \in B(x, \varepsilon_t) = B_t^\varepsilon$ on a pour tout $a \in E'$,

$$\mathbb{P}(A_t \in da \mid X_t = x) = \mathbb{P}(A_t \in da \mid X_t = y)$$

Pour l'acquisition A_t associée à ce système on appellera cette probabilité la loi de A_t sachant que X_t appartient à la boule B_t^ε , notée $\text{Loi}(A_t \mid X_t \in B_t^\varepsilon)$.

La notion de milieu localement homogène est importante, car c'est une hypothèse nécessaire pour que la reconstruction de milieu ait un sens. Nous verrons comment cette hypothèse est utilisée dans le chapitre 2 qui expose notre méthode de reconstruction de l'atmosphère.

2.2 Processus d'acquisition le long d'un chemin

Baehr a défini les processus d'acquisition de manière ponctuelle. A chaque instant, on relève la valeur du champ en un point. Ces définitions peuvent naturellement s'étendre à chemin, aléatoire ou non. Comme nous l'avons déjà évoqué, dans notre travail les observations sont données par un lidar. Elles sont donc réparties le long du chemin d'observation aléatoire. Nous allons maintenant présenter l'extension des processus d'acquisition ponctuels aux processus d'acquisition le long d'un chemin.

Définition 1.4 (Système d'acquisition le long d'un chemin).

Soit $E \subset \mathbb{R}^d$, $d \in \mathbb{N}^*$, un espace métrique localement compact muni de la tribu \mathcal{E} . E est appelé espace physique. Soit $E' \subset \mathbb{R}^{d'}$, $d' \in \mathbb{N}^*$, un espace vectoriel muni de la tribu \mathcal{E}' . On appellera E' espace des phases. On introduit $\Gamma(E) = \mathcal{C}^0([0, 1], E)$ l'espace des chemins injectifs dans E , muni de la tribu \mathcal{E}_Γ , et $\Gamma(E') = \mathcal{C}^0([0, 1], E')$ l'espace des chemins injectifs dans E' muni de la tribu \mathcal{E}'_Γ . On se donne un espace de probabilité filtré complet $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$.

Soit $T < \infty$ un réel, et soit $\zeta \in \Gamma(E)$ un chemin dans l'espace physique. Soit γ_t la famille de variables aléatoires sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t)$ à valeurs dans $(\Gamma(E), \mathcal{E}_\Gamma)$ indexée par le temps $t \in [0, T]$, et soit $X'_{t,\zeta}$ la famille de variables aléatoires sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t)$ à valeurs dans $(\Gamma(E'), \mathcal{E}'_\Gamma)$ indexée par le temps $t \in [0, T]$ et le chemin $\zeta \in \Gamma(E)$.

Le couple d'applications \mathcal{F}_t -mesurables $(\gamma_t, X'_{t,\zeta})$ est appelé système d'acquisition le long d'un chemin aléatoire du champ de vecteurs aléatoire X'_t .

Le processus γ_t est appelé trajectoire du chemin d'acquisition et la famille $X'_{t,\zeta}$ est le champ d'acquisition.

De même, on généralise la notion de processus d'acquisition le long d'un chemin.

Définition 1.5 (Processus d'acquisition le long d'un chemin).

Soit $(\gamma_t, X'_{t,\zeta})$ un système d'acquisition le long d'un chemin sur l'espace de probabilité

$(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ à valeurs dans $(\Gamma(E), \mathcal{E}_\Gamma) \times (\Gamma(E'), \mathcal{E}'_\Gamma)$. On définit pour tout temps $t \in [0, T]$ le processus d'acquisition le long d'un chemin A_t sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t)$ à valeurs dans $(\Gamma(E'), \mathcal{E}'_\Gamma)$ par

$$A_t = X'_{t,\gamma_t}$$

Le milieu observé est supposé localement homogène dans l'ensemble des travaux présentés. La définition des processus d'acquisition localement homogènes est aussi généralisée à un chemin d'observation.

Définition 1.6 (Processus d'acquisition le long d'un chemin localement homogène).

Pour tout temps $t \in [0, T]$, soit $(\gamma_t, X'_{t,\zeta})$ un système d'acquisition sur l'espace produit $(\Gamma(E) \times \Gamma(E'))$ et $A_t = X'_{t,\gamma_t}$ le processus d'acquisition de ce système. On dira que le système d'acquisition est localement homogène en loi si :

— $\Gamma(E)$ est un espace localement convexe métrisable possédant un recouvrement convexe $\mathcal{A} = \bigcup_{i \in I} \mathcal{A}_i$, I étant un ensemble d'indices.

— $\forall t \in [0, T]$ et $\forall \gamma \in \Gamma(E)$, il existe $\varepsilon_t > 0$ et $i \in I$ tels que $B(\gamma, \varepsilon_t) \subset \mathcal{A}_i$ avec

$B(\gamma, \varepsilon_t) = \{\zeta \in \Gamma(E), \|\gamma - \zeta\|_{TV} \leq \varepsilon_t\}$ et $\forall \zeta \in B(\gamma, \varepsilon_t) = B_t^\varepsilon$ on a pour tout $a \in \Gamma(E')$,

$$\mathbb{P}(A_t \in da \mid \gamma_t = \gamma) = \mathbb{P}(A_t \in da \mid \gamma_t = \zeta)$$

où $\|\gamma - \zeta\|_{TV} = \sup_{x,y} \{|\gamma(x) - \zeta(y)|\}$ représente la variation totale. Pour l'acquisition A_t associé à ce système on appellera cette probabilité la loi de A_t sachant que γ_t appartient à la boule B_t^ε , notée $Loi(A_t \mid \gamma_t \in B_t^\varepsilon)$.

Dans un milieu localement homogène, l'apprentissage du milieu passe par le calcul de l'espérance conditionnelle $\mathbb{E}(f(\gamma_t, A_t) \mid \gamma_t \in B_t^\varepsilon)$ où f est mesurable et bornée de $\Gamma(E) \times \Gamma(E')$ dans \mathbb{R} .

On a :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(f(\gamma_t, A_t) \mid \gamma_t \in B_t^\varepsilon) &= \int_{\Gamma(E) \times \Gamma(E')} f(\zeta, a) p^{A_t \mid \gamma_t \in B_t^\varepsilon}(a \mid \zeta) d\zeta da \\ &= \int_{\Gamma(E) \times \Gamma(E')} f(\zeta, a) \frac{1_{B_t^\varepsilon}(\zeta) p^{\gamma_t, A_t}(\zeta, a)}{\int_{\Gamma(E)} 1_{B_t^\varepsilon} p^{\gamma_t}(\zeta) d\zeta} d\zeta da \end{aligned}$$

$$= \frac{\mathbb{E}(f(\gamma_t, A_t)1_{B_t^\varepsilon}(\gamma_t))}{\mathbb{E}(1_{B_t^\varepsilon}(\gamma_t))} \quad (1.1)$$

On peut étendre cette définition à la trajectoire de γ_t . On note $\gamma_{[0,t]} = \{\gamma_s, s \in [0, t]\}$ la trajectoire de γ_t entre 0 et t , et on suppose que cette trajectoire est continue. De même, on note $B_{[0,t]} = \bigcup_{s \in [0,t]} B_s^\varepsilon$ l'enveloppe des boules $(B_s^\varepsilon)_{s \leq t}$.

La reconstruction d'un milieu aléatoire consiste à estimer l'espérance de l'acquisition le long

$$\mathbb{E}(f(X_k, A_k) | X_k \in B_k^\varepsilon(Z_k)) = \frac{\mathbb{E}(f(X_k, A_k)1_{B_k^\varepsilon(Z_k)}(X_k))}{\mathbb{E}(1_{B_k^\varepsilon(Z_k)}(X_k))}$$

de la trajectoire $\gamma_{[0,t]}$. On définit la mesure de probabilité χ_t telle que pour toute fonction mesurable bornée f , on a :

$$\chi_t(f) = \mathbb{E}(f(\gamma_t, A_t) | \gamma_{[0,t]} \in B_{[0,t]})$$

La clé de la reconstruction d'un milieu est de proposer une méthode adaptée pour estimer χ_t . Pour se rapprocher de la reconstruction de l'atmosphère à partir d'observations lidar, nous allons maintenant nous intéresser à un système d'acquisition localement homogène le long d'un chemin fixe en temps discret.

2.3 Acquisition d'un milieu le long d'un chemin en temps discret

A partir de cette section, nous allons étudier les processus d'acquisition en temps discret, et plus précisément, les processus d'acquisition localement homogènes le long d'un chemin en temps discret. Nous allons suivre la démarche proposée par Baehr qui est détaillée dans [12]. Pour estimer l'espérance du processus d'acquisition connaissant le chemin d'acquisition, il utilise un algorithme séquentiel. Comme nous le verrons par la suite, l'algorithme débute par une étape d'évolution *a priori* du milieu suivie d'une étape de conditionnement du processus d'acquisition au chemin d'acquisition noté Z_k .

L'algorithme proposé par Baehr couple deux systèmes d'acquisitions. Le premier système permet d'obtenir une acquisition lagrangienne du champ le long d'un chemin γ_k . Le chemin d'acquisition γ_k est donc transporté par le flot. On note le système lagrangien (γ_k, X'_k) . Le second système est le système d'acquisition le long du chemin Z_k dont la trajectoire est indépendante du flot. On note ce système (Z_k, A_k) .

On suppose que le couple (γ_k, X'_k) est markovien. Son évolution est alors décrite par le noyau de transition à champ moyen :

$$M_{k+1, \eta_k}((x, x'), d(z, z')) = \mathbb{P}((\gamma_{k+1}, X'_{k+1}) \in d(z, z') | (\gamma_k, X'_k) = (x, x'))$$

où η_k est la loi de probabilité de (γ_k, X'_k) . Dans l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère, nous retrouverons ce noyau de transition à l'étape de prédiction. Nous verrons alors que la propriété de champ moyen est utilisée dans le modèle d'évolution local.

Nous pouvons également introduire deux mesures de probabilité χ_k et $\hat{\chi}_k$ définies par :

$$\begin{aligned}\hat{\chi}_k(f) &= \mathbb{E}(f(\gamma_k, A_k) \mid \gamma_0 \in B_0^\varepsilon(Z_0), \dots, \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k)) \\ \chi_k(f) &= \mathbb{E}(f(\gamma_k, A_k) \mid \gamma_0 \in B_0^\varepsilon(Z_0), \dots, \gamma_k \in B_{k-1}^\varepsilon(Z_{k-1}))\end{aligned}$$

où $B_k^\varepsilon(Z_k) = \{\gamma \in \Gamma(E), \|\gamma - Z_k\|_{TV} \leq \varepsilon_k\}$.

En s'inspirant du calcul 1.1, on obtient les expressions suivantes pour $\hat{\chi}_k$ et χ_k :

$$\begin{aligned}\hat{\chi}_k(f) &= \frac{\mathbb{E}(f(\gamma_k, A_k) \prod_{p=0}^k 1_{B_p^\varepsilon(Z_p)}(\gamma_p))}{\mathbb{E}(\prod_{p=0}^k 1_{B_p^\varepsilon(Z_p)}(\gamma_p))} \\ \chi_k(f) &= \frac{\mathbb{E}(f(\gamma_k, A_k) \prod_{p=0}^{k-1} 1_{B_p^\varepsilon(Z_p)}(\gamma_p))}{\mathbb{E}(\prod_{p=0}^{k-1} 1_{B_p^\varepsilon(Z_p)}(\gamma_p))}\end{aligned}$$

La structure des termes de droite confère aux deux mesures la forme de distribution de Feynman-Kac, telle que définie dans [38], ayant pour potentiel $G_p(\gamma_p) = 1_{B_p^\varepsilon(Z_p)}(\gamma_p)$.

On peut étendre la définition du potentiel de la boule $B_p^\varepsilon(Z_p)$ au potentiel du cylindre $B_p^\varepsilon(Z_p) \times \Gamma(E')$ et définir le potentiel pour le couple (γ_p, X'_p) :

$$G_p(\gamma_p, X'_p) = 1_{B_p^\varepsilon(Z_p) \times \Gamma(E')}(\gamma_p, X'_p)$$

A partir de ce potentiel on construit un noyau de sélection S_{p, χ_p}^Z :

$$S_{p, \chi_p}^Z((x, x'), d(y, y')) = G_p(x, x') \delta_{(x, x')} (d(y, y')) + [1 - G_p(x, x')] \frac{G_p(y, y') \chi_p(d(y, y'))}{\chi_p(B_p^\varepsilon(Z_p) \times \Gamma(E'))}$$

où $\chi_p(d(y, y')) = \mathbb{P}((\gamma_p, X'_p) \in d(y, y') \mid \gamma_0 \in B_0^\varepsilon(Z_0), \dots, \gamma_k \in B_{k-1}^\varepsilon(Z_{k-1}))$.

En utilisant la nature multiplicative des distributions de Feynman-Kac, on obtient alors le système dynamique :

$$\chi_{k+1} = \hat{\chi}_k M_{k+1, \eta_k} = \chi_k S_{k, \chi_k}^Z M_{k+1, \eta_k}$$

L'état initial χ_0 est donné par $\chi_0(d(x, x')) = \mathbb{P}((\gamma_0, X'_0) \in d(x, x'))$. Ces égalités peuvent être traduites par la procédure séquentielle :

$$(\gamma_k, X'_k) \xrightarrow{\text{Sélection}} (\hat{\gamma}_k, \hat{X}'_k) \xrightarrow{\text{Prédiction}} (\gamma_{k+1}, X'_{k+1})$$

Cependant comme le potentiel G_k peut s'annuler, le noyau de sélection S_k^Z n'est pas un noyau de Markov [38]. L'évolution que l'on vient de décrire ne conserve donc pas le caractère markovien du processus (γ_k, X'_k) . Pour rétablir la propriété

de Markov, nous allons appliquer la solution proposée dans [12] : le noyau de prédiction est restreint au cylindre $B_k^\varepsilon(Z_k) \times \Gamma(E')$. Nous supposons tout d'abord que $M_{k+1,\eta_k}(1_{B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times \Gamma(E')})(x, x') > 0$, c'est-à-dire que la probabilité d'atteindre la boule $B_k^\varepsilon(Z_k)$ en partant de x est non nulle. Nous pouvons alors définir un nouveau noyau de transition :

$$\tilde{M}_{k+1,\eta_k}((x, x'), d(y, y')) = \frac{M_{k+1,\eta_k}((x, x'), d(y, y')) 1_{B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times \Gamma(E')}(y, y')}{M_{k+1,\eta_k}(1_{B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times \Gamma(E')})(x, x')}$$

On redéfinit en conséquence le potentiel :

$$\tilde{G}_{k+1}(x, x') = M_{k+1,\eta_k}(1_{B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times \Gamma(E')})(x, x')$$

Le noyau \tilde{M}_{k+1,η_k} représente la prédiction restreinte à la boule $B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1})$. Le potentiel \tilde{G}_{k+1} évalue ensuite les chances de rester dans $B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times \Gamma(E')$. Les mesures χ_k et $\hat{\chi}_k$ associées au processus restreint seront notées χ_k^B et $\hat{\chi}_k^B$. Dans la suite, l'exposant B traduit la restriction au cylindre $B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times \Gamma(E')$.

Le noyau de sélection associé au potentiel \tilde{G}_k est simplement donné par :

$$\tilde{S}_{k,\chi_k^B}((x, x'), d(y, y')) = \tilde{G}_k(x, x') \delta_{(x,x')}(d(y, y')) + [1 - \tilde{G}_k(x, x')] \frac{\tilde{G}_k(y, y') \chi_k^B(d(y, y'))}{\chi_k^B(B_k^\varepsilon(Z_k) \times \Gamma(E'))}$$

A l'instant initial, le processus (γ_0, X'_0) de loi η_0 vit dans le cylindre $B_0^\varepsilon(Z_0) \times \Gamma(E')$. On note χ_0^B la distribution initiale. L'évolution de la mesure χ_k que l'on cherche à estimer est donnée par la multiplication des noyaux :

$$\chi_{k+1}^B = \hat{\chi}_k^B \tilde{M}_{k+1,\eta_k} = \chi_k^B \tilde{S}_{k,\chi_k^B} \tilde{M}_{k+1,\eta_k}$$

D'un point de vue algorithmique on a :

$$(\gamma_k^B, X'_k{}^B) \xrightarrow{\text{Sélection}} (\hat{\gamma}_k^B, \hat{X}'_k{}^B) \xrightarrow{\text{Prédiction restreinte à } B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1})} (\gamma_{k+1}^B, X'_{k+1}{}^B)$$

L'évolution ainsi décrite conserve le caractère markovien du processus. La restriction du processus d'acquisition à la boule $B_k^\varepsilon(Z_k)$ est l'étape importante de cet algorithme. D'un point de vue théorique, la restriction permet de définir la sélection comme un noyau de Markov. D'un point de vue pratique, elle met en évidence le fait que l'acquisition du milieu a lieu dans une boule qui n'est pas transportée par le flot lagrangien.

Dans le chapitre suivant, l'algorithme composé d'une sélection et d'une prédiction restreinte est appliqué à la reconstruction de l'atmosphère à partir d'observations lidar. Le chemin d'acquisition est alors donné par le chemin d'observation. Comme nous n'avons pas accès à l'évolution temporelle du chemin d'observation, il sera

supposé fixe. La restriction autour du chemin d'acquisition est faite de manière identique au cas du chemin mobile. Dans le chapitre 2, nous présentons l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère, et les noyaux d'évolution et de sélection sont donnés de manière explicite. Les lois transportées par ces noyaux sont décrites à l'aide d'approximations particulières.

3 Filtrage d'observations de vent

Dans la section précédente, nous avons présenté les processus d'acquisition d'un milieu aléatoire le long d'un chemin d'observation. Nous appliquons maintenant ces processus à l'acquisition d'un champ de vent $X'_{k,x}$ observé par un lidar. Les observations de vent à l'instant k sont notées Y_k . Nous rappelons que γ_k désigne le chemin d'observation à l'instant k . Ce chemin correspond au faisceau du lidar. Le processus d'acquisition le long de γ_k est noté A_k , en accord avec les notations introduites à la section 2.2. Le problème de filtrage d'observations s'écrit comme l'estimation de la loi à priori :

$$\nu_k(f) = \mathbb{E}(f(\gamma_k, A_k) \mid \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k))$$

et de la loi à posteriori :

$$\hat{\nu}_k(f) = \mathbb{E}(f(\gamma_k, A_k) \mid \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k), Y_k = y_k)$$

où f est une fonction mesurable et bornée, Z_k le chemin d'observation à l'instant k , et $B_k^\varepsilon(Z_k)$ est la boule localement homogène introduite à la section 2.3

$B_k^\varepsilon(Z_k) = \{\gamma \in \Gamma(E), \|\gamma - Z_k\|_{TV} \leq \varepsilon\}$. Dans les travaux présentés ici, nous ne nous intéressons en fait qu'à l'espérance du processus d'acquisition A_k . Nous utilisons alors une régularisation faible de la mesure de Dirac pour approcher l'espérance recherchée. Cette approche a été décrite Baehr [10] [12].

Notons K^δ un noyau de régularisation faible de classe C^∞ de la mesure de Dirac, où δ est la longueur de coupure. L'espérance $\mathbb{E}(f(A_k) \mid \gamma_k, Y_k = y_k)$ est approchée par :

$$\mathbb{E}^\delta(f(A_k) \mid \gamma_k, Y_k = y_k) = \int_{\Gamma(E) \times \Gamma(E')} f(a) K^\delta(\gamma_k, z) p^{A_k \mid \gamma_k, Y_k}(a \mid z, y) da dz$$

où $p^{A_k \mid \gamma_k, Y_k}(a \mid z, y)$ est la loi conditionnelle de A_k sachant X_k à Y_k fixé. On a alors,

$$\mathbb{E}(f(A_k) \mid \gamma_k, Y_k = y_k) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \mathbb{E}^\delta(f(A_k) \mid \gamma_k, Y_k = y_k)$$

En utilisant cette définition, le problème de filtrage étudié revient à estimer les

deux lois de probabilité suivantes :

$$\begin{aligned}\eta_k(f) &= \mathbb{E}(f(A_k) \mid \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k)) \\ \hat{\eta}_k(f) &= \mathbb{E}(f(A_k) \mid \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k), Y_k = y_k)\end{aligned}$$

Nous pouvons expliciter l'écriture de la loi à posteriori $\hat{\eta}_k$:

$$\begin{aligned}\hat{\eta}_k(f) &= \mathbb{E}[f(A_k) \mid \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k), Y_k = y_k] \\ &= \int_{\Gamma(E')} f(a) p^{A_k|\gamma_k, Y_k}(a|\gamma, y) da \\ &= \int_{\Gamma(E')} f(a) \frac{p^{Y_k|\gamma_k, A_k}(y|\gamma, a)}{p^{Y_k|\gamma_k}(y|\gamma)} p^{A_k|\gamma_k}(a|\gamma) da \\ &= \int_{\Gamma(E')} f(a) \frac{p^{Y_k|\gamma_k, A_k}(y|\gamma, a)}{\int_{\Gamma(E')} p^{Y_k|A_k}(y|\gamma, a) p^{A_k}(a|\gamma) da} p^{A_k|\gamma_k}(a|\gamma) da \\ &= \frac{\mathbb{E}[f(A_k) G(A_k, Y_k) 1_{B_k^\varepsilon(Z_k)}(\gamma_k)]}{\mathbb{E}[G(A_k, Y_k) 1_{B_k^\varepsilon(Z_k)}(\gamma_k)]}\end{aligned}$$

Dans ce calcul, nous voyons apparaître la vraisemblance de l'observation Y_k par rapport à l'état du système A_k . A partir de cette vraisemblance nous introduisons une fonction de potentiel, noté $G(A_k, Y_k)$. Ce potentiel est utilisé pour définir le noyau de sélection qui permet la mise à jour du système de particules :

$$S_{k, \eta_k}^Y(a, dx) = G(a, Y_k) \delta_a(dx) + [1 - G(a, Y_k)] \frac{G(x, Y_k) \eta_k(dx)}{\eta_k(G)}$$

où $\eta_k(dx) = \mathbb{P}(A_k \in dx \mid \gamma_k \in B_k^\varepsilon(Z_k))$.

De plus, nous considérons que le processus étudié est un processus de Markov, dont le noyau d'évolution est noté M_{k+1, η_k} . Comme nous le verrons dans le chapitre 2, c'est un noyau de Markov à champ moyen, qui peut être décrit par un système dynamique. Le problème de filtrage sur lequel repose la reconstruction de l'atmosphère turbulente s'illustre par le schéma séquentiel

$$\hat{\eta}_k \xrightarrow{M_{k+1, \hat{\eta}_k}} \eta_{k+1} \xrightarrow{S_{k+1, \eta_{k+1}}^Y} \hat{\eta}_{k+1}$$

et se résume alors par le système dynamique stochastique suivant :

$$\eta_{k+1} = \eta_k S_{k, \eta_k}^Y M_{k+1, \hat{\eta}_k}$$

Le chapitre suivant présente l'application du filtrage à la reconstruction de l'atmosphère turbulente. Il décrit en détails l'étape de prédiction, associée au noyau $M_{k+1, \hat{\eta}_k}$, et de sélection, associée à S_{k, η_k}^Y .

Chapitre 2

Reconstruction de l'atmosphère

La méthode de reconstruction présentée dans ce chapitre s'appuie sur la théorie de l'observation pour reconstruire le vent et estimer la turbulence en temps réel. La caractérisation de la turbulence dans la couche limite atmosphérique est un des enjeux actuels de la météorologie, notamment pour la gestion de parcs éoliens et du trafic sur aéroport. Nos travaux n'ont traité que d'observations de vent et par conséquent, la reconstruction de l'atmosphère se limite pour le moment à l'estimation de la turbulence. À terme, les méthodes de reconstruction pourraient inclure d'autres observations : par exemple, en observant le contenu en aérosols de l'atmosphère, nous pourrions utiliser les méthodes de reconstruction pour répondre aux problématiques sur la qualité de l'air.

Ce chapitre débute par la présentation du lidar Doppler et des données utilisées. La méthode de reconstruction proprement dite est ensuite décrite en détails, de l'algorithme de filtrage aux questions soulevées par son implémentation.

1 La technologie Lidar

1.1 La mesure Lidar

Après avoir introduit le cadre théorique de la reconstruction d'un milieu aléatoire, intéressons-nous au dispositif de mesure utilisé. L'exemple du lidar Doppler illustre efficacement le principe de reconstruction à partir d'observations télé-détectées, mais il faut garder à l'esprit que les travaux de reconstruction ont un champ d'application large. Ils peuvent s'appuyer sur d'autres instruments et être appliqués à d'autres paramètres que le vent et la turbulence.

Le lidar utilise l'effet Doppler pour mesurer le vent suivant l'axe de visée du lidar. Dans ce cadre, on considère que les aérosols présents dans l'atmosphère se déplacent à la même vitesse que le vent. Les observations obtenues sont donc des observations de vent projeté sur l'axe de visée. Le faisceau lidar est un laser infrarouge, dont la

portée est variable. A chaque émission du faisceau, le lidar mesure le vent radial en plusieurs points, répartis entre le sol et la portée du laser.

Les observations utilisées dans les expériences numériques qui suivront sont obtenues à partir de mesures hétérodynes. Le laser émet un signal $S_0(t) = E_0 \sin(2\pi f_0 t)$ qui est rétro-diffusé par les aérosols. Le mouvement des aérosols modifie légèrement la fréquence du signal rétro-diffusé $S_{retro}(t) = E_{retro} \sin(2\pi(f_0 + \Delta f_{Doppler})t)$. Le récepteur mesure l'intensité de la somme du signal rétro-diffusé et du signal émis : c'est là le principe de la mesure hétérodyne. L'intensité mesurée est de la forme $I = (S_0 + S_{retro})^2 = S_0^2 + S_{retro}^2 + 2S_0 S_{retro}$. Le terme intéressant est le produit $S_0 S_{retro}$ qui, après calcul, a pour expression :

$$S_0 S_{retro} = \frac{1}{2} E_0 E_{retro} \left[\cos(2\pi \Delta f_{Doppler} t) - \cos\left(2\pi(2f_0 + \Delta f_{Doppler})t\right) \right]$$

Comme $\Delta f_{Doppler}$ est négligeable devant f_0 , on a $2f_0 + \Delta f_{Doppler} \simeq 2f_0$. Le second cosinus de l'expression ci-dessus est donc un terme haute-fréquence. A l'aide d'un filtre passe-bas on peut récupérer le décalage Doppler $\Delta f_{Doppler}$ et en déduire la vitesse radiale des aérosols par la relation $\Delta f_{Doppler} = \frac{2v_r}{\lambda}$, où λ est la longueur d'onde du signal.

La vitesse radiale v_r est la projection du vent sur l'axe de visée du lidar :

$$v_r(\theta) = u \cos(\theta) \sin(\phi) + v \sin(\theta) \sin(\phi) + w \cos(\phi)$$

où le vent en trois dimensions est noté (u, v, w) , θ la longitude et ϕ la colatitude. Pour reconstruire le vent en trois dimensions, trois observations sont donc nécessaires. Le choix de ces observations et les hypothèses qui en découlent seront présentés ultérieurement.

1.2 La géométrie du WindCube

La reconstruction du vent et l'estimation des paramètres turbulents nécessitent des observations de vent de bonne qualité et disponibles à haute fréquence (de l'ordre de quelques hertz). Nous utilisons ici des observations provenant d'un lidar Doppler WindCube. Le WindCube est un lidar hétérodyne muni de cinq axes de visée : un vertical et quatre obliques, inclinés de 28° par rapport à l'axe vertical. La figure 2.1 illustre la géométrie du WindCube. Les récentes améliorations apportées au WindCube par LEOSPHERE ont permis d'obtenir un instrument relativement petit et facile à déplacer. Le WindCube V2 occupe une surface au sol de $1m^2$ pour un poids de de 45kg. La portée du WindCube est de 200m. Sur chacun des axes de visée, le lidar mesure le vent en 10 points espacés de 20m. Les mesures sont effectuées axe après axe, et une révolution complète du lidar dure environ 4 secondes. Grâce à ses caractéristiques, le WindCube fournit des observations du vent dans le bas de la couche limite atmosphérique avec une répartition dans l'espace et une fréquence

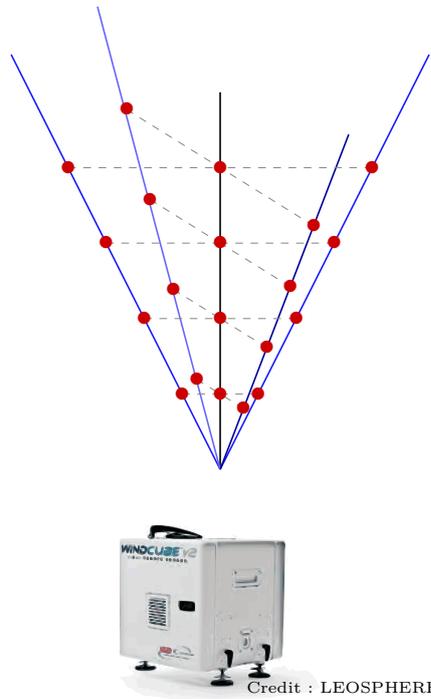


FIGURE 2.1 – Lidar WindCube : 1 vertical line of sight and 4 oblique lines.

suffisantes pour observer les phénomènes turbulents de petite taille.

La vitesse mesurée par effet Doppler correspond donc à la vitesse du vent projeté sur l’axe de visée du lidar. La vitesse ainsi mesurée est couramment appelée vitesse radiale. Pour reconstruire le vent en trois dimensions, trois observations suivant des axes différents sont nécessaires. Des travaux précédents ont comparé la mesure de vent réalisée en utilisant trois lidars se croisant en un point à celle réalisée par un anémomètre sonique placé à proximité [90]. Ces travaux ont comparé la mesure volumique du lidar à la mesure ponctuelle de l’anémomètre et démontré la faisabilité de la mesure de la turbulence 3D avec des lidars. Nous avons opté pour une configuration différente : les lidars ne se croisent pas mais couvrent un volume conique. A la place des trois observations co-localisées, nous utilisons trois observations situées à la même altitude. Par exemple, dans le chapitre 4 nous prenons deux observations obliques consécutives et l’observation sur l’axe vertical. Le choix des observations induit une hypothèse sur le milieu observé : pour reconstruire l’atmosphère, nous supposons que l’écoulement atmosphérique est homogène entre les trois observations utilisées durant une révolution complète (4 secondes pour le WindCube). C’est l’hypothèse d’atmosphère localement homogène.

Le volume observé est découpé en boîtes. Chaque boîte contient les observations de vent radial nécessaires à la reconstruction de l’atmosphère turbulente. L’atmosphère à l’intérieur des boîtes est donc supposée homogène. Nous verrons que cette partition du volume observé est utilisée dans l’implémentation de l’algorithme de reconstruction.

Le tableau suivant récapitule les principales caractéristiques du lidar WindCube.

Visée verticale	1
Visées obliques	4
Angle d'élévation	28 °
Résolution spatiale	20 m
Portée maximale	200 m
Nombre d'observations par axe	10
Période de révolution	4 s
Longueur d'onde	1543 nm

1.3 Les données

Dans les différentes expériences sur la reconstruction de l'atmosphère turbulente nous utilisons un jeu de données gracieusement fourni par LEOSPHERE. Ce jeu de données est constitué de 7 jours d'observations obtenues avec le WindCube, accompagnées de mesures anémométriques moyennées sur 10 minutes.

Les données proviennent d'une campagne de mesure destinée à tester le lidar WindCube V2 en terrain moyennement escarpé. La campagne a eu lieu du 18/08/2010 au 01/11/2010 sur un site situé à 100km au Sud-Est d'Athènes. Les données dont nous disposons couvrent la période du 20 au 27 août. Le site de mesure est plutôt venté, avec un vent annuel moyen d'environ 7m/s à une altitude de 80m (vent mesuré par un anémomètre à coupelle placé sur un mât).

2 Filtrage non-linéaire

2.1 Petit historique

Depuis les premiers travaux de Kalman en 1960 [71], le filtre de Kalman a été développé et adapté à des applications variées. Le filtre de Kalman (KF) classique est l'estimateur optimal lorsque le processus étudié est linéaire et gaussien. Il a rapidement été étendu à l'étude de processus non-linéaires. Le filtre de Kalman étendu (EKF) utilise la linéarisation du modèle d'évolution du processus. Grâce à la linéarisation, l'EKF ramène le problème non-linéaire à problème linéaire qui peut donc être traité par le filtre de Kalman simple. La description de l'EKF et ses applications sont décrites dans [47], [58], [131]. L'utilisation de l'EKF présente cependant deux difficultés. Tout d'abord l'implémentation de ce filtre est délicate à cause du processus de linéarisation. De plus, quand le modèle d'évolution est fortement non-linéaire, les estimations obtenues avec l'EKF ne sont pas fiables. Ces deux aspects ont conduit à développer d'autres adaptations du filtre de Kalman qui évitent l'étape de linéarisation. La première idée a été d'utiliser un ensemble déterministe de points pour calculer les statistiques d'une variable aléatoire qui évoluent suivant un modèle

non-linéaire. De cette idée est né le filtre de Kalman "Unscented Kalman Filter" (UKF) [70]. Une seconde adaptation, plutôt inspirée des méthodes de Monte-Carlo a suivi : le filtre de Kalman d'ensemble (EnKF) [46]. Contrairement à l'UKF, l'EnKF repose sur un ensemble de points choisis aléatoirement [48]. Même si ce filtre est un outil fréquemment utilisé en assimilation de données, ses faiblesses ont été étudiées et démontrées. Comme pour ses prédécesseurs, les problèmes apparaissent dans les cadres fortement non-linéaires. Les études de convergence ont montré que l'EnKF ne converge pas vers la même limite que les filtres bayesiens usuels lorsque la dynamique du processus est fortement non-linéaire [80]. Des alternatives à l'UKF sont encore à l'étude, comme l'"Unscented/Ensemble transform Variational Filter" pour les problèmes non-linéaires de grandes dimensions [81]. Le filtre de Kalman et ses différentes adaptations sont donc des outils efficaces lorsque le modèle étudié est linéaire ou faiblement non-linéaire. Avec les modèles non-linéaires on arrive cependant à leur limite.

En parallèle de ces travaux sur les filtres de Kalman, une toute autre sorte de filtres a été développée spécifiquement pour les problèmes non-linéaires ou non-gaussiens. Ces filtres sont appelés filtres à particules (PF). Ils sont largement décrits dans les travaux de Gordon [51], et de Del Moral [37]. Les PF sont aussi connus sous le nom de filtres de Monte-Carlo. L'innovation majeure apportée par ce type de filtre est d'approcher les densités de probabilité recherchées par un ensemble de leurs réalisations. Les densités de probabilité, qui décrivent l'état du processus, sont souvent compliquées voire inaccessibles. L'ensemble de réalisations utilisé est appelé ensemble de particules. Les particules évoluent avec le modèle du processus étudié. Les statistiques de ce processus sont ensuite calculées directement à partir de l'ensemble de particules. Dans le cas où le processus est linéaire gaussien, les deux premiers moments suffisent à le décrire. Par contre pour un processus non-linéaire non-gaussien, il peut être nécessaire de connaître les moments d'ordres supérieurs. Ils sont calculés sans difficulté en utilisant l'ensemble de particules. Pour les processus non-linéaires non-gaussiens, il a été démontré que les filtres à particules sont les filtres les plus adaptés [31]. On peut cependant remarquer que contrairement au cas linéaire gaussien, il n'existe pas d'estimateur optimal pour les processus non-linéaires non-gaussiens.

Dans les travaux présentés ici, nous cherchons à estimer l'état de l'atmosphère turbulente. Le processus étudié est le vent. Le modèle d'évolution est par conséquent particulièrement non-linéaire [49]. Nous privilégierons donc par la suite l'usage du filtre à particules, malgré la popularité des filtres de Kalman.

2.2 Filtre à particules

L'objectif des travaux sur la reconstruction de l'atmosphère est d'estimer en temps réel le vent et la turbulence atmosphérique. La reconstruction est obtenue

à l'aide d'un filtre à particules. La description complète et la démonstration de la convergence du filtre à particules sont données par Del Moral [37]. Nous rappelons ici le principe du filtrage particulaire ainsi que l'algorithme associé.

Dans le cas général, lorsqu'on collecte un jeu de données, on cherche à en extraire les caractéristiques du signal observé. Cependant, les observations sont souvent entachées d'erreurs dues, par exemple, aux imperfections de l'instrument de mesure. Le problème classique consiste à débruiter ces observations. La question est donc d'estimer le signal réel à partir des observations perturbées.

A chaque instant k , on note ξ_k le vecteur d'état du système et y_k l'observation du système. La dimension du vecteur y_k est parfois inférieure à celle du vecteur d'état ξ_k . Dans ce cas, certaines composantes de ξ_k sont cachées pour l'observation. La question de l'observabilité du système doit alors être étudiée. L'équation d'observation est donnée par :

$$y_k = H(\xi_k) + W_k^y$$

où H est l'opérateur d'observation. Dans le cas de l'observation lidar, H est l'opérateur de projection sur l'axe de visée. En supposant que ξ_k est un processus de Markov et que le bruit d'observation est une variable aléatoire, le problème de filtrage se résume au calcul de la fonction de densité de probabilité (pdf) :

$$p(\xi_k | y_{1:k}) = \frac{p(y_k | \xi_k) \cdot p(\xi_k | y_{1:k-1})}{p(y_k | y_{1:k-1})}$$

avec la récursion temporelle suivante, liée à la propriété de Markov :

$$p(\xi_k | y_{1:k-1}) = \int p(\xi_k | \xi_{k-1}) p(\xi_{k-1} | y_{1:k-1}) d\xi_{k-1}.$$

Nous voyons ici apparaître les deux étapes séquentielles du filtre : une prédiction suivie d'une mise à jour qui utilise la dernière observation y_k . Dans un filtre à particules, les pdf sont décrites par des approximations particulières. Pour cela, les deux étapes sont appliquées à un ensemble de particules. Les particules sont donc des échantillons des pdf successives. L'approximation particulaire de la pdf de l'état étudié à l'instant k est donné par :

$$p^N(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\xi - \xi_k^i)$$

où N est le nombre de particules, et ξ_k^i désigne la particule i à l'instant k .

Le filtre à particules est décrit de manière algorithmique dans l'algorithme 1. Les étapes de sélection et de prédiction y sont clairement indiquées. La sélection, que nous appelons aussi mise à jour, évalue la vraisemblance de chaque particule connaissant l'observation. En utilisant la vraisemblance $p(y_k | y_{1:k-1}, \xi_k^i)$ on attribue

Algorithme 1 Particle Filter

Require: $p(\xi_0)$.

Ensure: Particle approximation of $p(\xi_k | y_{1:k})$.

For the system :

$$\begin{cases} \xi_{k+1} &= F_k(\xi_k) + G_k^N(\xi_k) \cdot W_k \\ y_k &= H(\xi_k) + W_k^y \end{cases}$$

where $W_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$, and $W_k^y \sim \mathcal{N}(0, Q_k^y)$.

1. **INITIALIZATION** = 0

for $i = 1, \dots, M$ **do**

 Sample $\hat{\xi}_0^i \sim p(\xi_0)$.

end for

$k = 1$

2. **UPDATE**

The selection keep most likely particles.

for $i = 1, \dots, M$ **do**

 Evaluate the importance weights $w_k^i = p(y_k | y_{1:k-1}, \bar{\xi}_k^i)$,

$w_k^i \sim \mathcal{N}(H(\bar{\xi}_k^i), Q_k^y)$.

end for

for $i = 1, \dots, M$ **do**

 Normalize the importance weights $\tilde{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{j=1}^M w_k^j}$.

end for

Multiply (respectively suppress) samples $\bar{\xi}_k^i$ with high (low) importance weights \tilde{w}_k^i to obtain M samples $\hat{\xi}_k^i$.

3. **PREDICTION**

Time prediction of the state vector.

for $i = 1, \dots, M$ **do**

$\bar{\xi}_{k+1}^i = F_k(\hat{\xi}_k^i) + G_k^N(\hat{\xi}_k^i) \cdot W_k^i$

 where $W_k^i \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$.

end for

$k \leftarrow k + 1$ go to step 2.

à chaque particule ξ_k^i un poids w_k^i . On sélectionne ensuite les particules suivant leur poids. Ce point précis sera détaillé ultérieurement dans la section 5.1. La sélection permet de ré-échantillonner la pdf du système. Ce type de ré-échantillonnage est appelé ré-échantillonnage par importance. Pour l'étape de prédiction, on utilise un modèle physique d'évolution du vecteur d'état. Ce modèle, présenté à la section 5.2 préserve le caractère markovien du processus ξ_k .

3 A propos des moyennes

Dans nos travaux, plusieurs types de moyennes interviennent. Elles sont associées à des manières différentes de décrire le fluide étudié. Avant de rentrer dans le vif sujet avec la mesure et l'estimation de la turbulence, nous introduisons ici les notations utilisées.

La description eulérienne. La description eulérienne consiste à étudier les modifications du fluide en un point donné, invariant dans le temps. Le paramètre étudié devient donc une fonction de l'espace et du temps, nous le notons $Q(x, t)$ où Q

représente un paramètre physique.

Pour un champ de processus aléatoires eulériens, nous définissons pour chaque temps t et chaque point x du domaine la distribution de probabilité $P_{t,x}^E$. Cette probabilité permet de calculer les moyennes eulériennes en tous points du champ pour une quantité $Q_{t,x}$:

$$\mathbb{E}^E(Q_{t,x}) = \bar{Q}_{t,x} = \int q_{t,x} P_{t,x}^E(dq_{t,x})$$

où $q_{t,x}$ est la densité associée à $Q_{t,x}$.

La description lagrangienne. Pour représenter l'évolution d'un fluide, il est possible d'opter pour un autre point de vue, celui de la particule élémentaire de fluide se déplaçant dans le milieu. C'est la description lagrangienne qui consiste à observer les modifications des propriétés d'une particule de fluide en mouvement que l'on suit. Cette description permet d'avoir des informations sur les modifications locales à l'intérieur du fluide en point X au temps t . La description lagrangienne nécessite donc la connaissance de la fonction de transport, le long du flot, de la condition initiale. Dans cette description, les quantités lagrangiennes considérées Q_t sont toujours associées aux positions des particules X_t .

Les positions X_t évoluent le long du flot en intégrant la vitesse eulérienne U_{t,X_t} sur ce flot. Nous voyons alors que U_{t,X_t} est l'acquisition de la vitesse eulérienne par la particule eulérienne. Cette remarque nous donne un moyen de calculer les moyennes eulériennes lorsque l'on a une description lagrangienne. Ce calcul est présenté à la section 5.3.

La description eulérienne permet une observation macroscopique du fluide alors que la description lagrangienne permet une observation microscopique du fluide (observation de la particule de fluide). Les modifications physiques au sein de la particule de fluide sont beaucoup plus rapides que celles qui apparaissent à l'échelle macroscopique du fluide. C'est ce constat qui a été utilisé pour bâtir les équations du mouvement des particules de fluide.

La moyenne locale. Dans les équations qui régissent l'évolution temporelle des particules du fluide, une moyenne eulérienne apparaît. Comme nous le verrons, cette moyenne n'est pas accessible directement. Pour l'approcher, nous utilisons une moyenne lagrangienne localisée calculée à l'aide du système de particules. Nous la notons $\langle \cdot \rangle$. Le calcul de cette moyenne est présenté à la section 5.3.

La moyenne temporelle. En temps discret, la moyenne temporelle sur un intervalle de longueur T est notée $\langle \cdot \rangle_T$.

4 Mesure de la turbulence

Pour mesurer la turbulence, de nombreux paramètres peuvent être calculés [114]. Dans ces travaux, nous avons fait le choix de nous concentrer principalement sur l'estimation de l'énergie cinétique turbulente (ou Turbulent Kinetic Energy (TKE)). La TKE est définie de façon similaire à l'énergie cinétique, à partir des fluctuations du vent autour d'une moyenne locale. Notons $\mathbf{V} = (u, v, w)$ le vecteur vent. En utilisant la décomposition de Reynolds le vent \mathbf{V} s'écrit :

$$\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \mathbf{V}'$$

où $\bar{\mathbf{V}}$ est la composante moyenne du vent au sens eulérien, et \mathbf{V}' la fluctuation de la vitesse autour de cette moyenne. Grâce à cette décomposition, nous pouvons définir deux types d'énergie cinétique :

$$\text{MKE} = \frac{1}{2}(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)$$

$$\text{TKE} = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

MKE désigne l'énergie cinétique de la composante moyenne du vent. La seconde équation définit la TKE comme l'énergie cinétique de la composante turbulente du vent. Le calcul de la TKE fait intervenir la variance du vent. En théorie la variance devrait être calculée en utilisant une moyenne d'ensemble. En pratique, la moyenne d'ensemble n'est pas accessible et elle est remplacée par une moyenne temporelle. Pour que cet échange soit valide, l'atmosphère est supposée stationnaire et ergodique. Sous ces hypothèses la TKE est donnée par :

$$\text{TKE} = \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{V}'(t))^2 dt \quad (2.1)$$

Lenschow s'est intéressé à l'erreur induite par l'utilisation de la moyenne temporelle et à la durée d'intégration T [82]. Pour la mesure de la turbulence à partir d'observations lidar, la durée d'intégration varie suivant les études. Pichugina suggère d'utiliser pour les couches limites stables des durées d'intégration comprises entre 10 et 15 minutes [102]. Pour les couches limites convectives, O'Connor utilise des périodes plus courtes, allant de 3 à 5 minutes [98]. Pour le calcul de la TKE suivant la méthode usuelle nous avons pour notre part choisi une durée d'intégration de 10 minutes. La TKE ainsi obtenue est considérée comme une donnée de référence dans nos travaux. La nouvelle méthode d'estimation que nous présentons ici est, quant à elle, basée sur une moyenne d'ensemble. La TKE est estimée en temps réel en utilisant la moyenne d'ensemble calculée à l'aide du système de particules. Ce calcul est détaillé dans les sections suivantes. Dans le chapitre 4, consacré aux données du lidar WindCube, nous illustrerons la différence entre les deux moyennes.

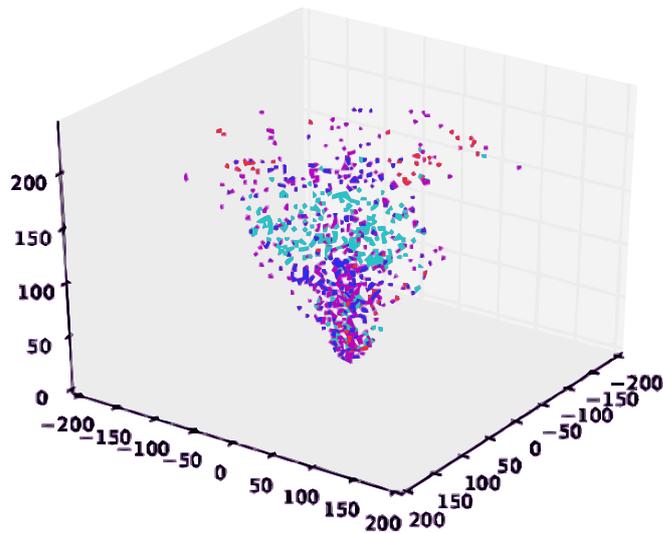


FIGURE 2.2 – Illustration d’un système particulaire dans un volume conique. Les points colorés représentent les particules numériques. Les couleurs sont fonction de la vitesse des particules.

5 Algorithme de filtrage pour l’estimation de la turbulence

Les lidars sont souvent utilisés pour obtenir des profils de vent. Comme ils sont capables d’observer l’atmosphère à haute fréquence, ils font partie des instruments de prédilection pour l’étude de la turbulence atmosphérique. Entre l’augmentation du trafic sur les aéroports et le développement des champs éoliens, l’intérêt pour les estimations de la turbulence en temps réel dans la couche limite est de plus en plus marqué. Les recherches sur l’estimation de la turbulence à l’aide de lidar Doppler se sont d’ailleurs multipliées ces dernières années [52], [53], [125], [124], [116], [67], [62], [87]. La démarche proposée dans cette thèse se démarque cependant des approches qui ont été proposées jusqu’ici.

Notre nouvelle approche consiste à coupler un filtre à particules aux observations lidar. Il est ainsi possible d’estimer les caractéristiques de l’atmosphère turbulente (vent, énergie cinétique turbulente, etc...) en temps réel en utilisant les particules. Cette méthode a dans un premier temps été appliquée au cas réel du lidar vertical 1D [13] et au cas simulé du lidar scannant 2D [123]. Ce travail de thèse étend l’exemple du lidar 1D à l’estimation de la turbulence en 3D en utilisant un lidar WindCube. Le volume observé est rempli de particules numériques. Ces particules sont portées par le vent et transportent avec elles les caractéristiques locales de l’atmosphère. Le système de particules évolue grâce à un filtrage particulaire. Quand de nouvelles observations sont disponibles, les particules sont mises à jour. On procède ensuite à l’évolution temporelle du système en utilisant un modèle local de turbulence. A chaque instant le système de particules occupe le volume observé, comme

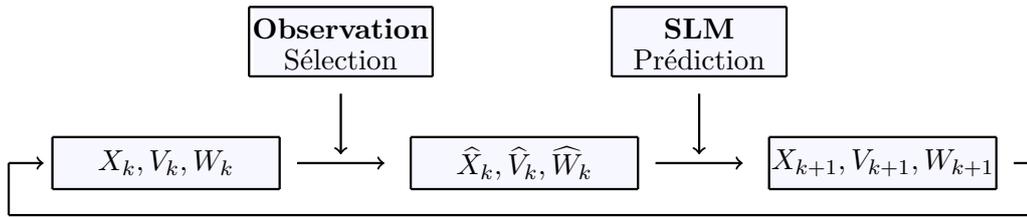


FIGURE 2.3 – Algorithme du filtre à particules pour la reconstruction de milieu. Le schéma présente deux étapes : une mise à jour (sélection) suivie d’une évolution temporelle (prédiction). La reconstruction de l’atmosphère et l’estimation des paramètres turbulents sont faites à partir des quantités mises à jour, marquées d’un chapeau.

illustré sur la figure 2.2. Chaque particule est une réalisation possible du fluide qui l’entoure. Si le nombre de particules est suffisamment grand, on peut ainsi accéder aux propriétés locales de l’atmosphère à l’intérieur du volume observé. Les particules agissent en quelque sorte comme des observations numériques. Elles complètent l’observation du lidar en représentant la variabilité spatiale de l’atmosphère locale. On peut ainsi calculer les fonctions de structure qui décrivent l’état de l’atmosphère directement en utilisant les particules.

L’algorithme de filtrage pour la reconstruction de l’atmosphère permet de coupler les observations lidar au système de particules. Dans un premier temps les vitesses des particules sont comparées aux observations du lidar. Les particules sont sélectionnées suivant leur vraisemblance. De cette façon, les particules consistantes avec l’observation sont mises en avant. C’est à partir de ces particules sélectionnées que les paramètres turbulents sont calculés. Vient ensuite l’étape de prédiction. L’évolution temporelle de la position et de la vitesse des particules se fait suivant un modèle de turbulence local, appelé modèle lagrangien stochastique (SLM pour stochastic Lagrangian Model). La figure 2.3 résume les deux étapes de l’algorithme.

5.1 Mise à jour des particules

L’objectif de la mise à jour, ou sélection, est de mettre à jour le système de particules en favorisant les particules qui représentent le mieux le milieu environnant. Pour mettre à jour les particules, nous avons choisi une sélection génétique avec une étape d’acceptation/rejet suivie d’un bootstrap pour les particules rejetées. Ce type d’algorithme génétique a été introduit par Del Moral [40]. En pratique, les particules sont aléatoirement sélectionnées ou rejetées en fonction de leur vraisemblance par rapport aux observations. Des poids sont calculés à partir des vraisemblances. Plus la vraisemblance d’une particule est élevée, plus son poids est élevé. Pour chaque particule, nous effectuons un tirage aléatoire. Si le poids de la particule est supérieur au tirage, alors la particule est sélectionnée. Dans le cas contraire, elle est rejetée

et remplacée par une autre particule qui est choisie aléatoirement. En procédant de cette façon, les particules cohérentes avec le milieu ont plus de chances d'être sélectionnées que les autres, sans pour autant tuer totalement la diversité des valeurs portées par les particules. Cette diversité est bénéfique pour le filtre : une particule improbable à un instant peut devenir, après évolution temporelle, représentative du milieu à l'instant suivant.

La procédure de sélection est décrite dans l'algorithme 2. Elle fait intervenir une fonction de potentiel G . Cette fonction est donnée par la vraisemblance des particules sachant l'observation. La fonction de potentiel G est donc donnée par la forme du bruit d'observation. Dans ce travail nous cherchons à reconstruire le vent en trois dimensions. Nous devons donc utiliser trois observations, faites selon des directions indépendantes, pour évaluer la vraisemblance d'une particule. Le potentiel global G de la particule ξ_k^i est le produit des $G_j(i)$:

$$G(i) = \prod_{j=1}^3 G_j(i)$$

où $G_j(i)$ est le potentiel associé à l'observation Y_k^j pour la particule ξ_k^i

Nous supposons ici que le bruit d'observation est gaussien, la fonction de potentiel est donc décrite par l'exponentielle suivante :

$$G_j(i) = \exp\left(-\frac{\|H_j(\mathbf{V}_k^i) - Y_k^j\|^2}{2 \times e}\right)$$

où \mathbf{V}_k^i est la vitesse de la particule ξ^i à l'instant k , Y_k^j dénote le vecteur d'observation, H_j est l'opérateur d'observation associé à l'observation Y_k^j , et e est la covariance du bruit d'observation.

Algorithme 2 Update : likelihood with respect to the observations

Let \mathcal{B} be a volume including three observations Y_1, Y_2, Y_3 .

Let H_j be the observation operator associated to the observation Y_i .

Let \mathbf{V} be the matrix of particle velocities.

Inside \leftarrow Particles inside \mathcal{B}

for $j = 1 : 3$ **do**

$$G_j(\textit{Inside}) = \exp\left(\frac{-\|H_j(\mathbf{V}(\textit{Inside})) - Y_j^j\|^2}{2 \times e}\right)$$

end for

$$G(\textit{Inside}) = G_1(\textit{Inside}) \times G_2(\textit{Inside}) \times G_3(\textit{Inside})$$

$$\textit{Rej} = \textit{find}(\textit{rand}(1, \textit{length}(\textit{Inside}), 'uniform') \geq G(\textit{Inside}))$$

for *particle* in *Rej* **do**

particle \leftarrow one *Inside* particle randomly picked

end for

Quand la mise à jour est terminée, toutes les particules $\hat{\xi}_k^i$ sont des tirages

équiprobables de la pdf de l'atmosphère locale sachant les observations :

$$p^N(\xi|y_{1:k}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\xi - \hat{\xi}_k^i)$$

Les caractéristiques du milieu sont calculées à partir des particules mises à jour $\hat{\xi}_k^i$. Par exemple, le vent estimé $\hat{\mathbf{V}}_k$ à l'instant k est donné par l'espérance suivante :

$$\hat{\mathbf{V}}_k = \mathbb{E}(\mathbf{V}_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{V}}_k^i$$

où \mathbf{V}_k^i est la vitesse de la particule $\hat{\xi}_k^i$.

Le calcul des fonctions de structure qui décrivent l'atmosphère turbulente (moyenne, variance, et moments d'ordres supérieurs) est détaillé dans la section 5.3. Intéressons nous maintenant au modèle de turbulence local utilisé pour la prédiction.

5.2 Le modèle lagrangien stochastique

Pour faire évoluer le système de particules dans le temps, la prédiction utilise un modèle physique de turbulence, appelé modèle lagrangien stochastique (ou Stochastic Lagrangian Model (SLM)). Ce modèle fournit une description locale du fluide compatible avec les lois de Kolmogorov K41. Le SLM a été construit à partir de travaux de Pope et de Das et Durbin [35], [103], [104]. Il a été introduit par Baehr pour l'estimation de la turbulence dans [12]. Les travaux Bossy et al. ont montré que, dans une version simplifiée, ce modèle de Pope est bien posé [23]. Le SLM permet de faire évoluer la position et la vitesse de chaque particule.

Pour chaque particule, la position évolue par intégration de la vitesse. L'équation d'évolution de la vitesse comporte plusieurs termes. La vitesse est pilotée par des termes moyens qui sont le gradient horizontal de pression $\nabla_x \bar{p}$ ou l'incrément de vitesse verticale $\Delta_k W$ et le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε (en anglais Eddy Dissipation Rate (EDR)). Ces termes moyens, appelés paramètres de contrôle, peuvent être interprétés comme un forçage externe du système. Suivant les domaines d'application, ils peuvent par exemple être fournis par un modèle météorologique.

Dans cette partie sur la reconstruction de l'atmosphère, les observations sont notre seule source d'information. Les paramètres de contrôle sont par conséquent déduits de ces observations. Les autres termes qui composent l'équation d'évolution de la vitesse sont un terme de fluctuation autour de la moyenne eulérienne (approchée par une moyenne lagrangienne localisée $\langle . \rangle$), et un terme de dispersion sous la forme d'un processus de Wiener ΔB^\bullet (normalisé par le pas de temps). A cause de la nature lagrangienne des particules, le calcul de la moyenne eulérienne n'est pas trivial. Dans la section 5.3 nous suggérons une solution pour l'approcher.

Maintenant que chaque terme a été introduit, découvrons le système d'équation du modèle SLM :

$$\begin{cases} X_{k+1} &= X_k + \mathbf{V}_k \Delta t + \sigma^X \Delta B_{k+1}^X \\ V_{k+1} &= V_k - \nabla_x \bar{p} \Delta t - C_1 \frac{\varepsilon_k}{K_k} [V_k - \langle V \rangle] \Delta t + \sqrt{C_0 \cdot \varepsilon_k} \Delta B_{k+1}^V \\ W_{k+1} &= W_k + \Delta_k W - C_2 \frac{\varepsilon_k}{K_k} [W_k - \langle W \rangle] \Delta t + \sqrt{C_0 \cdot \varepsilon_k} \Delta B_{k+1}^W \end{cases}$$

où Δt désigne la durée d'un pas de temps, C_0 est la constante de Kolmogorov et $C_1 = C_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0$ comme suggéré par Pope [103]. Dans l'équation d'évolution de la position, le processus de Wiener est un terme de diffusion, d'écart-type σ^X . L'énergie cinétique turbulence (ou TKE), notée K dans le système, est le paramètre turbulent que nous utilisons pour estimer la turbulence. Son taux de dissipation ε apparaît à deux reprises dans les équations : une fois devant le terme de fluctuation et une autre dans la variance du terme de dissipation. L'apprentissage en temps réel du taux de dissipation permet de relier directement la dispersion des particules à la turbulence instantanée.

Pour obtenir les paramètres de contrôle nous utilisons les propriétés statistiques des équations du SLM. En prenant l'espérance de la vitesse horizontale, on obtient :

$$\mathbb{E}(V_{k+1} - V_k) = -\nabla_x \bar{p} \Delta t$$

Le gradient de pression peut donc être assimilé à un incrément de vitesse moyenne, ce qui explique également la présence de l'incrément de vitesse verticale moyen $\Delta_k W$ dans l'équation d'évolution de la vitesse verticale.

Contrairement à la majorité des applications, le calcul de l'EDR ne nécessite pas ici de schéma de fermeture, telle que la célèbre fermeture $K - \varepsilon$ par exemple ([69], [78]). Pour calculer ε_k nous utilisons la variance de l'incrément de vitesse $dV_k = V_k - V_{k-1}$. Nous obtenons ainsi :

$$\varepsilon_k = \frac{\text{var}(dV_k)}{\Delta t \times C_0}$$

Nous obtenons la même expression pour le calcul de l'EDR sur la verticale en utilise la vitesse verticale W à la place de la vitesse horizontale V .

Pour la vitesse qui apparaît dans le calcul des paramètres, nous utilisons le vent qui a été reconstruit par notre algorithme à partir des observations aux pas de temps précédents. Les paramètres de contrôle sont déduits du vent reconstruit. Ils provient donc indirectement des observations, ce qui assure le sens physique du système.

5.3 Le calcul des fonctions de structure

Dans cette section nous allons décrire la méthode employée pour calculer la moyenne eulérienne locale ainsi que les fonctions de structure qui en découlent (variance et moments d'ordre supérieur). Les particules utilisées pour reconstruire l'atmosphère offrent une description lagrangienne du fluide. C'est pourquoi la moyenne eulérienne n'est pas directement accessible.

La moyenne eulérienne locale qui intervient dans l'évolution de la vitesse doit donc être approchée à l'aide d'une moyenne lagrangienne. Le calcul direct de cette espérance pose problème. En effet la probabilité lagrangienne est une probabilité conjointe entre la position et la vitesse. Le conditionnement revient à placer un Dirac sur la position. L'intégrale devient alors singulière. Pour pouvoir la calculer, il faut régulariser le Dirac en l'approchant par une famille de fonctions paramétrées.

Notons Q une grandeur physique. Nous désignons $Q_{k,x}$ sa représentation eulérienne au point x et au temps k , et $(X_k = x, Q_k)$ sa représentation lagrangienne au même point x . Pour calculer l'espérance eulérienne de Q au point x et au temps k nous utilisons l'espérance lagrangienne régularisée de Q_k conditionnée au point x :

$$\bar{Q}_{k,x} \simeq \mathbb{E}^L(Q_k | X_k = x) = \int v G^\delta(X_k, x) p^L(dx, dv)$$

où p^L est la probabilité jointe de la quantité Q et de la position

$$p^L(dx, dv) = \mathbb{P}(X_k \in dx, Q_k \in dv)$$

et G^δ est la gaussienne de régularisation donnée par $G^\delta(X_k, x) = e^{-\frac{(X_k - x)^2}{2\delta^2}}$. La moyenne eulérienne est ainsi remplacée par une moyenne lagrangienne calculée en un point.

En reconstruction de l'atmosphère la quantité Q est représentée par le système de particules. Nous n'avons donc qu'une représentation discrète de Q sur des points (les particules) irrégulièrement espacés. Le calcul de la moyenne lagrangienne en un point est compliqué par cette représentation particulière du champ de vent. Pour réaliser le calcul de la moyenne locale, notée $\langle . \rangle$, nous utilisons la longueur caractéristique δ , introduite dans la régularisation gaussienne G^δ . Cette longueur est une longueur d'homogénéité du milieu. La fonction de régularisation attribue un poids à chaque particule qui dépend de sa distance par rapport point de calcul. La moyenne locale est ensuite approchée par la moyenne pondérée. Nous avons choisi de représenter la fonction de régularisation G^δ par une gaussienne centrée au point de calcul. La quantité δ fait alors référence à l'écart-type de la gaussienne.

D'un point de vue physique, la longueur δ est intimement liée à l'homogénéité du milieu. En effet dans un milieu homogène, la moyenne locale peut être confondue avec la moyenne globale et δ peut ainsi prendre de grandes valeurs. Par contre en milieu non homogène, la moyenne locale s'écarte de la moyenne globale, et seules les

particules proches du point de calcul doivent être utilisées pour évaluer la moyenne locale. La longueur δ doit par conséquent être faible.

Ici l'hypothèse d'homogénéité que nous avons faite est liée à la géométrie de l'instrument utilisé. Dans notre cas, la longueur δ ne dépend donc pas de la physique de l'atmosphère et nous pouvons nous inspirer de la géométrie du dispositif d'observation pour fixer la longueur δ . En utilisant un WindCube pour estimer la turbulence, nous faisons implicitement l'hypothèse que le flot atmosphérique est homogène dans un volume de 20m de haut entourant le point d'observation. En première approche, nous pourrions fixer δ à 20m. Cependant, pour améliorer le calcul de la moyenne locale, nous suggérons d'utiliser des longueurs de régularisation différentes sur l'horizontale et la verticale. Nous avons choisi $\delta_v = 20m$ sur la verticale et $\delta_h = 100m$ sur l'horizontale.

L'algorithme 3 décrit explicitement l'implémentation de la fonction G^δ et le calcul de la moyenne locale.

Algorithme 3 Local average computation

Let $(\xi^i = (\mathbf{X}^i, \mathbf{V}^i))_{i=1}^N$ be the particles inside the observed volume.

for $i = 1 : N$ **do**

for $j = i : N$ **do**

$$G^\delta(i, j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^j)^2}{2\delta}\right)$$

end for

end for

The local averaged velocity around the particle i is obtained following :

$$\langle \mathbf{V}^i \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{G^\delta(i, j)}{\sum_{k=1}^N G^\delta(i, k)} \mathbf{V}^j.$$

Maintenant que l'opérateur de moyenne locale a bien été défini, nous pouvons nous intéresser au calcul des fonctions de structure. En estimation de la turbulence les fonctions de structure usuelles sont les variances, et de rares fois des moments d'ordres supérieurs [83]. Nous insistons sur le fait que, grâce au système de particules toutes les fonctions de structures sont directement accessibles. A chaque pas de temps, nous pouvons calculer la variance de la vitesse, et donc obtenir des estimations instantanées des paramètres turbulents tels que la TKE ou la matrice d'auto-covariance. Nous pouvons également calculer des paramètres définis à partir de moyennes ou de variances temporelles.

A partir de la définition de la moyenne locale, nous obtenons les fonctions de structure en suivant l'algorithme 4.

Dans ces travaux nous avons choisi de nous intéresser principalement à l'estimation de la TKE. Ce choix est motivé par l'importance de ce paramètre qui apparaît dans le modèle SLM. Il nous a donc semblé primordial de nous assurer de la qualité des estimations de la TKE. Toutefois, dans les équations du SLM, c'est l'estimation

Algorithme 4 Local structure functions computation

Let $\langle \cdot \rangle$ be the average defined in the algorithm 3, and \mathcal{B} an homogenous volume.

Assuming N particles are inside \mathcal{B} , the n th structure function of the wind in \mathcal{B} is given by :

$\mathbf{E}((V - \langle V \rangle)^n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle (V^i - \langle V^i \rangle)^n \rangle$, where V^\bullet are the particle velocity vectors.

instantanée de TKE qui intervient. Comme les méthodes usuelles ne permettent pas d'évaluer la turbulence en temps réel, les estimations instantanées n'ont pu être validées qu'en comparaison avec une TKE calculée à partir d'une variance temporelle.

Les différences entre les deux méthodes de calcul de la TKE seront présentées chapitre 4, section 3.3. Pour vérifier la cohérence de notre méthode, nous avons également comparer l'intensité turbulente obtenue avec le vent reconstruit à l'intensité turbulente calculée à partir des observations. Ce travail de validation de l'algorithme de reconstruction est présenté au chapitre 4.

6 De l'algorithme mathématique à la programmation

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, l'étude théorique de l'observation fait apparaître une particularité dans la définition du noyau de prédiction. D'un point de vue théorique, le processus étudié est défini comme vivant uniquement dans une boule autour de l'observation. La prédiction est par conséquent restreinte à cette boule. Pour décrire l'évolution du processus (γ_k^B, X_k^B) nous avons abouti à un algorithme mathématique en deux étapes :

$$(\gamma_k^B, X_k^B) \xrightarrow{\text{Sélection}} (\hat{\gamma}_k^B, \hat{X}_k^B) \xrightarrow{\text{Prédiction restreinte à } B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1})} (\gamma_{k+1}^B, X_{k+1}^B)$$

En pratique, l'implémentation de la restriction du noyau de prédiction nécessite une étape à part entière. Nous appelons cette étape un conditionnement au domaine observé. Le conditionnement traduit donc la restriction du noyau de transition M_{k,η_k} au cylindre $B_{k+1}^\varepsilon(Z_{k+1}) \times E'$. Il met également en lumière le caractère local de la reconstruction de milieu.

L'algorithme est basé sur l'approximation particulière des fonctions de densités de probabilité (pdf). Le système de particules que nous utilisons contient N particules. Les particules vivent sur l'ensemble du domaine observé. Ce domaine est artificiellement découpé en boîtes contenant chacune les observations nécessaires pour reconstruire le vent. Dans les chapitres sur les applications numériques, les découpages utilisés sont à chaque fois précisés. Dans tous les cas, ces découpages ne sont pas hermétiques, les particules peuvent notamment passer d'une boîte à une

autre. Initialement, la boîte j contient N_j particules. Suivant les applications, N_j peut être constant ou bien, par exemple, dépendre de l'altitude à laquelle se trouve la boîte j . Chaque particule est un couple position-vitesse noté $\xi^i = (\mathbf{X}^i, \mathbf{V}^i)$. Dans nos travaux, X^i et V^i sont de dimension 2 ou 3 suivant l'expérience considérée. A l'instant k , on notera la particule $\xi_k^i = (\mathbf{X}_k^i, \mathbf{V}_k^i)$.

L'étape de sélection est effectuée boîte par boîte. A chaque pas de temps k , toutes les particules présentes dans la boîte j sont sélectionnées par rapport aux observations Y_k^j relatives à cette boîte. Pour l'étape de prédiction nous procédons différemment : cette étape est faite sur l'ensemble du système de particules, indépendamment du découpage en boîtes. Il est nécessaire de vérifier qu'après la prédiction, les particules se trouvent toujours dans le domaine observé. Les particules qui en sortent sont remises à l'intérieur en privilégiant les zones à faible densité de particules : c'est l'étape de conditionnement au domaine. Pour que les pdf soient correctement représentées par les particules, il est nécessaire que chaque boîte contienne un nombre minimal de particules. Pour s'assurer que ce critère est bien respecté, nous ajoutons une étape supplémentaire à l'algorithme. Cette étape est un ré-échantillonnage qui enlève des particules dans les boîtes où la densité est trop élevée et qui en ajoute dans le cas contraire. Ce ré-échantillonnage est purement dû à la représentation discrète du milieu par les particules.

L'algorithme est donc composé des deux étapes classiques de sélection et de prédiction auxquelles nous ajoutons une étape de conditionnement au domaine pour s'assurer que les particules restent dans le domaine, et une étape de ré-échantillonnage pour maintenir dans chaque boîte un nombre minimal de particules. Du côté programmation, l'algorithme de reconstruction est donc décrit par l'enchaînement des quatre étapes, successivement appliquées au système de particules $(\xi_k^i)_{i=1}^N$:

$$(\xi_k^i)_{i=1}^N \xrightarrow{\text{Sélection}} (\hat{\xi}_k^i)_{i=1}^N \xrightarrow{\text{Prédiction}} (\bar{\xi}_{k+1}^i)_{i=1}^N \xrightarrow{\text{Conditionnement au domaine}} (\tilde{\xi}_{k+1}^i)_{i=1}^N \xrightarrow{\text{Ré-échantillonnage}} (\xi_{k+1}^i)_{i=1}^N$$

Nous allons maintenant décrire l'implémentation des étapes de conditionnement et de ré-échantillonnage.

6.1 Le conditionnement au domaine

L'étape de conditionnement au domaine permet de maintenir les particules dans le domaine observé. Le nombre total de particules reste ainsi constant. Nous tenons à souligner que cette contrainte n'est pas anodine et le conditionnement doit être réalisé avec soin.

Le principe du conditionnement au domaine est simple : si une particule sort du domaine d'intérêt, elle est remise dans une boîte sélectionnée par tirage aléatoire.

Le tirage s'effectue suivant la densité de particule dans chaque boîte. Les boîtes à faible densité sont privilégiées.

Après avoir choisi la boîte de remise, il faut affecter à la particule un nouveau couple position-vitesse représentatif du milieu qui l'entoure. Nous avons fait le choix de tirer la nouvelle position de la particule de manière uniforme dans la boîte. Si la boîte de remise n'est pas vide, nous choisissons une particule au hasard à l'intérieur de la boîte et nous attribuons sa vitesse à la nouvelle particule.

Par contre, si la boîte de remise est vide, les seules informations sur le milieu dont nous disposons sont données par les observations. Nous affectons alors à la nouvelle particule une vitesse reconstruite à partir des observations.

6.2 Le ré-échantillonnage

L'étape de ré-échantillonnage a pour but de maintenir dans chaque boîte un nombre minimal de particules. En effet, nous devons éviter que certaines boîtes se vident, puisque sans particule il n'est plus possible d'estimer le vent ou à la turbulence. Cependant, le ré-échantillonnage n'égalise pas le nombre de particules dans chaque boîte. Pour pouvoir représenter les zones de convergence et divergence à l'intérieur du fluide le nombre de particules par boîte doit pouvoir varier dans une certaine mesure.

La fonction de ré-échantillonnage est composée de deux parties. La première boucle s'assure que les boîtes ne contiennent pas trop de particules. Pour ce faire, nous avons fixé un seuil maximal par boîte $B_{sup} \times N_j$, où B_{sup} est une constante choisie expérimentalement. Quand une boîte contient plus de particules que le seuil défini, nous pondérons les boîtes de manière à favoriser les boîtes déficitaires, et nous tirons aléatoirement suivant ces poids une boîte de remise. Ensuite, comme pour le conditionnement au domaine, nous différencions les cas pour lesquels la boîte de remise est vide ou non.

La seconde boucle s'assure que chaque boîte contient suffisamment de particules. Le seuil minimal de chaque boîte est noté $B_{inf} \times N_j$. Quand une boîte est déficitaire, nous pondérons les boîtes de manière à favoriser les boîtes excédentaires, et nous tirons aléatoirement suivant ces poids une boîte dans laquelle on prélève une particule. Là encore la remise s'effectue différemment suivant que la boîte déficitaire est vide ou non.

Chapitre 3

Les expériences numériques

Les travaux sur l'estimation de la turbulence à l'aide d'un lidar ont débuté par la reprise du cas 1D déjà présenté par Suzat [123]. Ensuite, nous avons utilisé successivement plusieurs configurations éloignées de toute réalité technique pour augmenter progressivement le nombre de dimensions. Parmi ces configurations, nous présentons ici les deux expériences ayant permis d'aboutir à la configuration réelle du lidar WindCube. Dans ce chapitre, les géométries des systèmes d'observation ne sont pas réalistes. Ces géométries ont été choisies pour faciliter l'application de l'algorithme de reconstruction, notamment en évitant les effets de bord. Le terme "dispositif d'observation" ne se rapporte donc pas à un instrument, mais simplement au choix d'une configuration numérique.

1 Cas d'un lidar plan

Dans cette première expérience nous cherchons à reconstruire l'atmosphère turbulente en deux dimensions. Les observations sont réparties sur un plan formé par une direction horizontale et la direction verticale. Le but est d'estimer le vent à l'aide de l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère et à partir des observations lidar.

1.1 Configuration de l'expérience

Pour cette expérience nous avons choisi comme dispositif d'observation un ensemble de sept lidars : six lidars à visée oblique et un lidar à visée verticale. Les lidars obliques sont équitablement répartis de chaque côté du lidar vertical (illustration figure 3.1). On note α l'angle qui sépare deux lidars consécutifs. Les observations sont réparties par niveau vertical. Ici, nous avons choisi de travailler avec seulement cinq niveaux pour limiter le temps de calcul. La hauteur séparant deux niveaux verticaux est notée H .

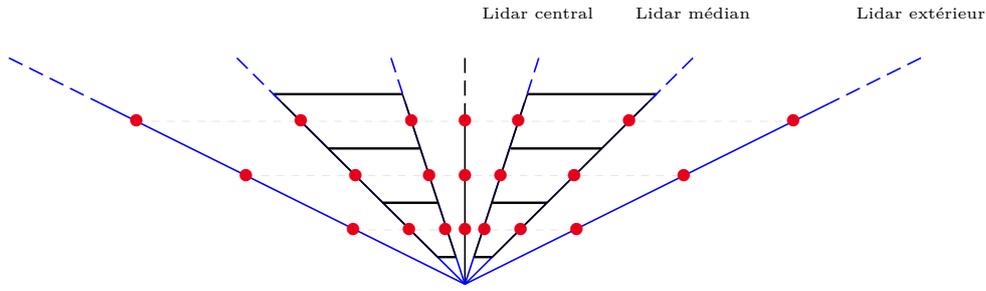


FIGURE 3.1 – Géométrie du dispositif d’observation : un lidar vertical en noir, et trois lidars obliques en bleu de chaque côté. Les points de mesure sont représentés en rouge. Nous avons représenté en noir deux groupes de boîtes utilisées dans l’algorithme de reconstruction de milieu.

Pour appliquer l’algorithme de reconstruction de l’atmosphère, nous avons découpé la surface observée en boîtes contenant chacune deux observations faites suivant des directions différentes. Le découpage est fait de manière à ce que l’ensemble de la surface soit couvert. Pour avoir le découpage le plus fin possible, une observation peut se situer en bord de boîte et donc appartenir à deux boîtes à la fois. L’espace couvert par les boîtes est conique et s’étend sur la verticale entre $H_{min}=30\text{m}$ et $H_{max}=130\text{m}$. Les limites horizontales du domaine sont données par les droites formant les angles $-\alpha_{sup}$ et α_{sup} par rapport à la verticale. Cette géométrie a été choisie pour avoir une surface observée importante et ainsi limiter le nombre de boîtes situées en bord de domaine. Les estimations faites dans les boîtes du bord sont de moindre qualité car ces boîtes servent en quelque sorte à initialiser les particules. Les particules et les informations qu’elles portent sont ensuite advectées vers les autres boîtes.

Les informations sur la géométrie du dispositif d’observation sont résumées dans le tableau suivant :

Nombre de lidars obliques	6
Nombre de lidars verticaux	1
Nombre de niveaux de mesure	5
H	20m
H_{min}	30m
H_{max}	130m
α	$\frac{\pi}{8}$
α_{sup}	$\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{16}$

1.2 Les données utilisées

Les données utilisées comme référence dans cette expérience sont des mesures effectuées avec un lidar WindCube par LEOSPHERE. Le WindCube est un dispositif d’observation mesurant le vent suivant quatre directions obliques auxquelles s’ajoute

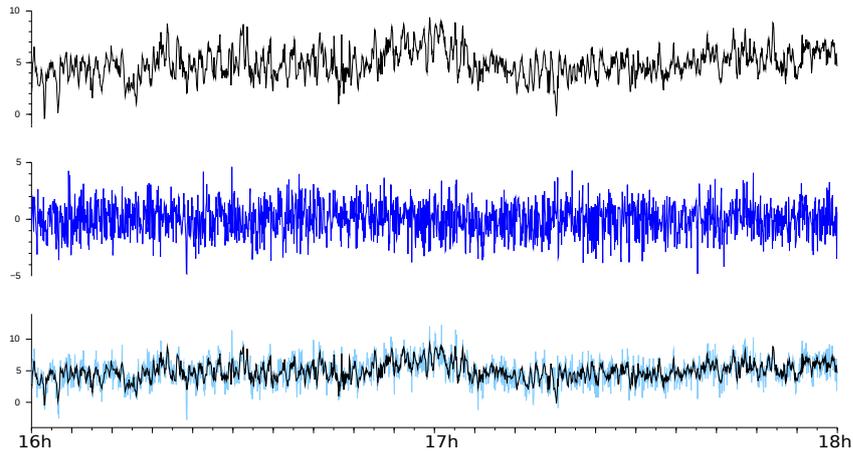


FIGURE 3.2 – Processus de construction du signal bruité : l’observation de référence (en noir, en haut), le bruit blanc ajouté (au milieu), le signal bruité obtenu (en bas, en bleu clair). Nous avons superposé le signal de référence en noir au signal bruité. Exemple pour une série temporelle de 2h avec un pas de temps de 4s.

la verticale.

De ce WindCube nous ne gardons ici que trois directions, deux obliques et la direction verticale, toutes situées dans un même plan. A partir des mesures effectuées par les trois tirs lidar, nous construisons des mesures sur les six lidars obliques de l’expérience en considérant que sur chaque moitié du domaine le vent est homogène sur chacun des niveaux verticaux. Ensuite, nous construisons artificiellement des observations bruitées à partir de ces mesures, en y ajoutant un bruit blanc Gaussien de variance $2m^2/s^2$ (illustration figure 3.2). C’est à partir de ces observations bruitées que nous allons tester l’efficacité de l’algorithme de reconstruction. Pour l’algorithme, le but est de retrouver le vent de référence à partir des observations bruitées.

1.3 Résultats

Dans cette section nous présentons d’abord les résultats concernant le vent radial, puis nous montrerons que le vent a bien été reconstruit en deux dimensions suivant les directions usuelles. Le but de cette expérience est d’illustrer la capacité de l’algorithme à retrouver un vent de référence à partir d’un vent bruité dans une configuration à deux dimensions.

Vent radial

La première étape est de vérifier que les vents radiaux (projetés sur les axes de visée des lidars) sont bien reconstruits. Les figures 3.3 et 3.4 montrent les séries temporelles du vent radial suivant l’axe des lidars médians (voir figure 3.1). Nous remarquons que les séries temporelles des vents reconstruits sont cohérentes avec

celles des vents de référence. Le bruit ajouté pour former l'observation semble avoir été correctement filtré. La reconstruction des séries temporelles est donc très satisfaisante.

Vent vertical

Sur les figures 3.5 et 3.6 nous avons tracé le vent vertical de référence (en noir) et le vent reconstruit (en rouge) pour les boîtes représentées sur la figure 3.1. L'observation du vent radial par le lidar médian a été ajoutée en bleu pour rappeler que le vent vertical est reconstruit à partir d'observations radiales. Pour faciliter la lecture des résultats, les graphiques ne comportent que les trois niveaux de mesure situés au milieu du domaine : nous considérons que le premier et le dernier niveau vertical servent de zone d'initialisation pour les particules qui rentrent par le haut ou le bas du domaine.

Comme en attestent les deux figures, le vent vertical est également très bien reconstruit dans les boîtes qui ne sont pas attenantes au lidar vertical.

Vent horizontal

Pour le vent horizontal nous avons tracé uniquement le vent de référence et le vent reconstruit. Les figures 3.7 à 3.8 représentent ces séries temporelles pour les deux groupes de boîtes représentés sur l'illustration 3.1. Comme pour le vent vertical, nous avons choisi de ne représenter que les 3 niveaux verticaux du milieu du domaine. Nous pouvons remarquer que, là encore, le vent reconstruit est très proche du vent de référence.

D'après l'allure des séries temporelles, notre algorithme est capable de restituer le vent en deux dimensions dans le domaine observé à partir d'observations bruitées. Cette validation porte uniquement sur l'allure temporelle des vents. Intéressons-nous maintenant à la structure énergétique des vents reconstruits.

Densité spectrale de puissance

La Densité Spectrale de Puissance (DSP) d'un signal décrit la puissance associée à chaque fréquence. Ici le signal est la série temporelle de vent. D'après les lois de Kolmogorov K41 [72], la densité spectrale du vent dans la zone inertielle de la turbulence a une structure bien spécifique : tracée avec une échelle log-log, la densité spectrale de puissance suit une pente en $-5/3$. Sur les figures 3.9 à 3.10 nous avons représenté les densités spectrales de puissance des vents verticaux pour chacun des demi-domaines. On remarque que dans les deux cas, l'observation a la

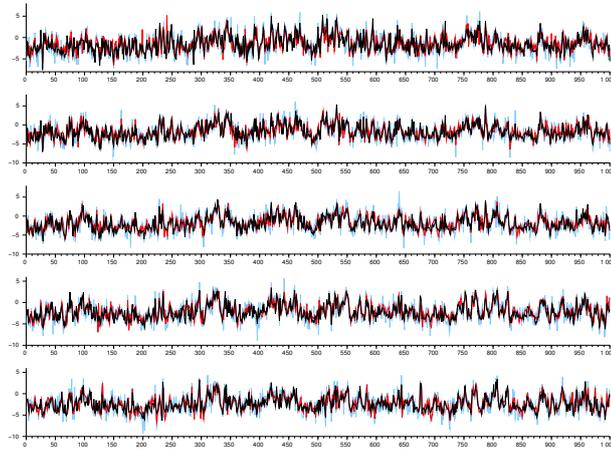


FIGURE 3.3 – Vent radial de référence (en noir), observé (en bleu) et estimé (en rouge) sur le premier lidar médian. Les 5 niveaux verticaux de mesure sont représentés.

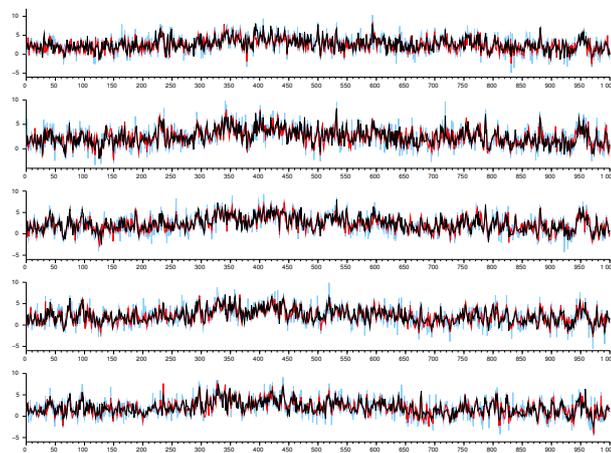


FIGURE 3.4 – Vent radial de référence (en noir), observé (en bleu) et estimé (en rouge) sur le second lidar médian. Les 5 niveaux verticaux de mesure sont représentés.

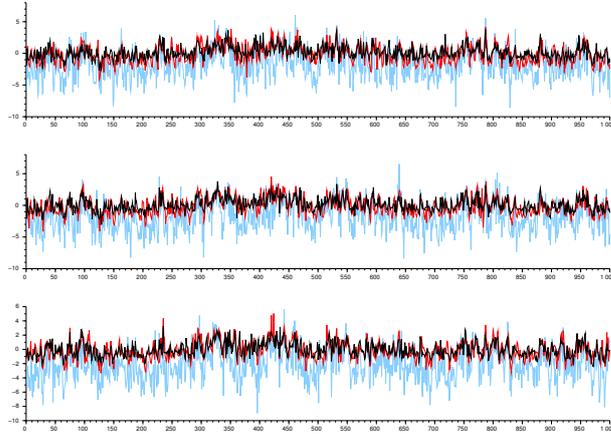


FIGURE 3.5 – Vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la première moitié du domaine. En bleu, le vent radial observé pour le lidar médian. Seuls les 3 niveaux centraux de mesure sont représentés.

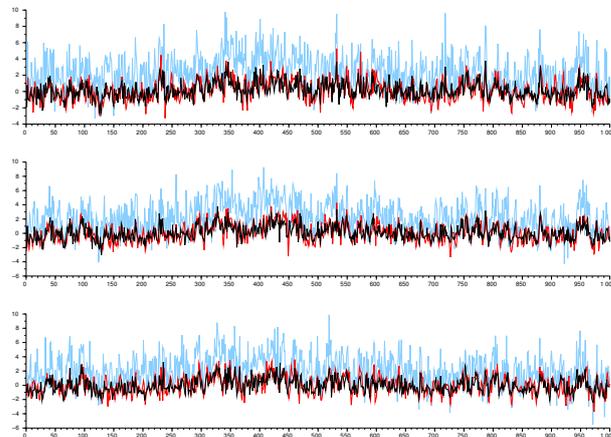


FIGURE 3.6 – Vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la seconde moitié du domaine. En bleu, le vent radial observé pour le lidar médian. Seuls les 3 niveaux centraux de mesure sont représentés.

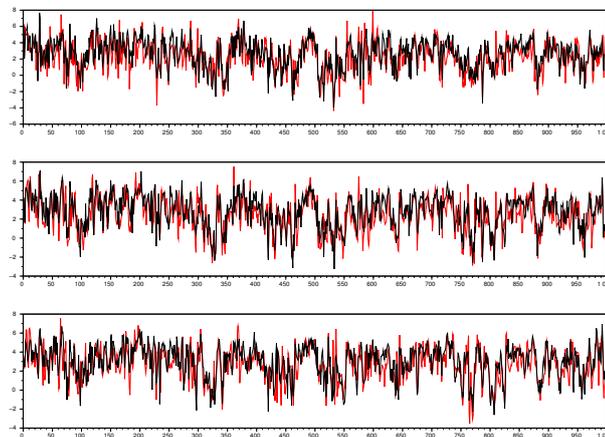


FIGURE 3.7 – Vent horizontal de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la première moitié du domaine. Seuls les 3 niveaux centraux de mesure sont représentés.

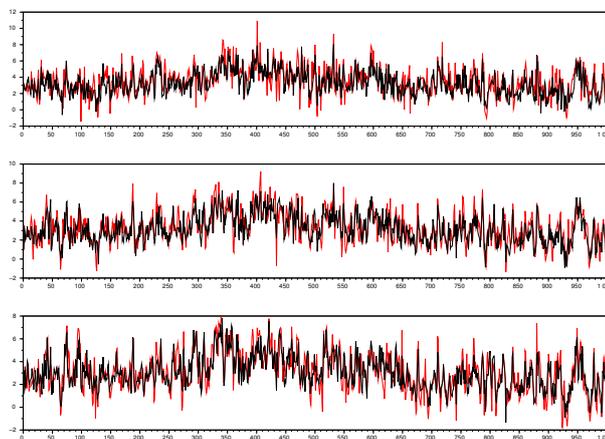


FIGURE 3.8 – Vent horizontal de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la seconde moitié du domaine. Seuls les 3 niveaux centraux de mesure sont représentés.

signature énergétique du bruit blanc, c'est-à-dire une courbe plate qui associe la même puissance à toutes les fréquences. Par contre, le vent de référence et le vent vertical reconstruit suivent la pente en $-5/3$. D'après les figures 3.11 et 3.12, nous pouvons formuler les mêmes remarques pour le vent horizontal.

Grâce à l'algorithme d'apprentissage et au modèle physique utilisé, il est donc possible de reconstruire en deux dimensions des vents en accord avec les lois K41 sur la turbulence à partir d'observations très bruitées.

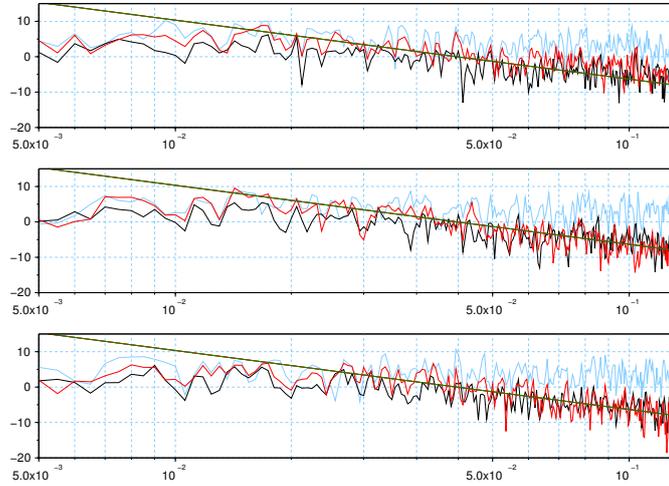


FIGURE 3.9 – DSP du vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la première moitié du domaine. En bleu, la DSP du vent radial mesuré par le lidar médian. En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les niveaux centraux sont représentés.

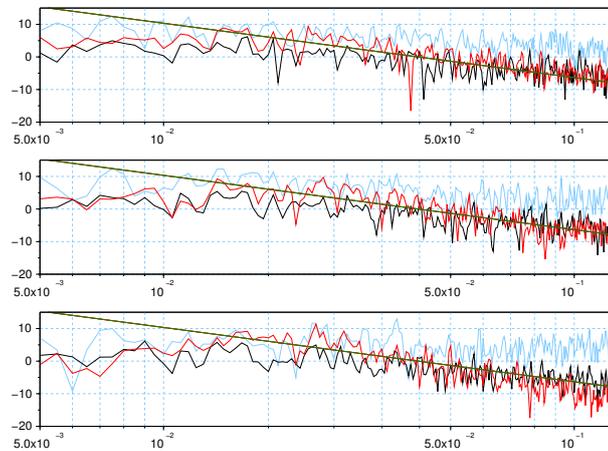


FIGURE 3.10 – DSP du vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la seconde moitié du domaine. En bleu, la DSP du vent radial mesuré par le lidar médian. En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les niveaux centraux sont représentés.

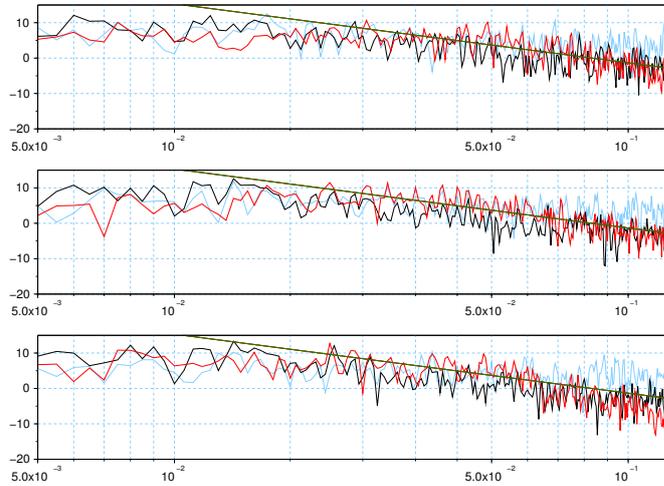


FIGURE 3.11 – DSP du vent horizontal de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la première moitié du domaine. En bleu, la DSP du vent radial mesuré par le lidar médian. En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les niveaux centraux sont représentés.

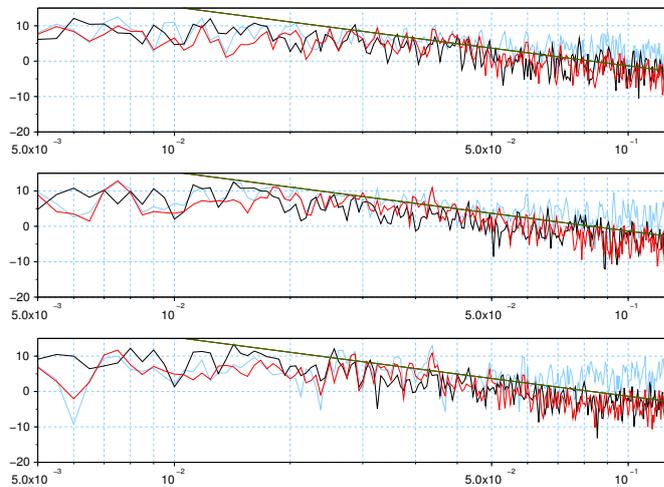


FIGURE 3.12 – DSP du vent horizontal de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour la seconde moitié du domaine. En bleu, la DSP du vent radial mesuré par le lidar médian. En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les niveaux centraux sont représentés.

2 Cas d'un lidar 3D

Dans cette expérience nous nous intéressons à un cône ayant pour axe la direction verticale. Le but est d'estimer, à partir d'observations lidar, les vents en trois dimensions.

2.1 Configuration de l'expérience

Pour cette expérience nous avons choisi comme dispositif d'observation un ensemble de lidars : 12 lidars à visée oblique et 1 lidar à visée verticale. Les lidars obliques sont équitablement répartis de chaque côté du lidar vertical dans deux plans perpendiculaires (illustration figure 3.13). On note α l'angle qui sépare deux lidars consécutifs. Les observations sont réparties par niveau vertical. Ici, nous avons choisi de travailler avec seulement 4 niveaux pour limiter le temps de calcul. On note H la hauteur séparant deux niveaux verticaux. Nous rappelons encore une fois que ce dispositif d'observation n'a pas vocation à être réaliste.

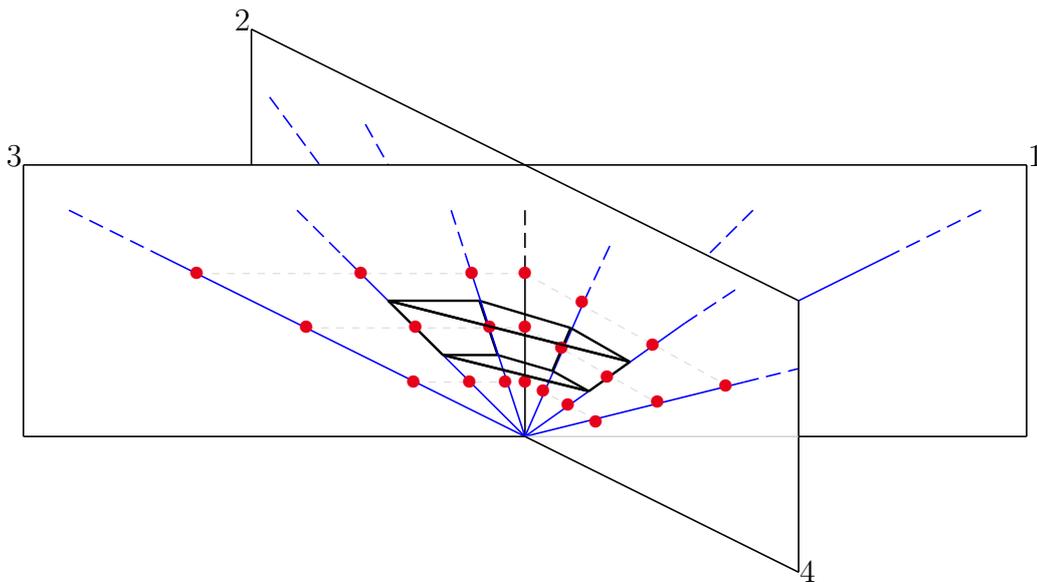


FIGURE 3.13 – Géométrie du dispositif d'observation : un lidar vertical en noir, et trois lidars obliques en bleu sur chaque demi-plan. Les points de mesure sont représentés en rouge. Le lidar vertical est commun à l'ensemble des demi-plans (numérotés de 1 à 4). Une des boîtes utilisées par l'algorithme est représentée en noir.

Comme pour la configuration en deux dimensions, nous avons découpé le volume observé en boîtes. Chaque boîte contient quatre observations, alors que trois observations seulement sont nécessaires pour reconstruire le vent. Nous avons choisi de sélectionner chaque particule par rapport aux trois observations de sa boîte dont elle est la plus proche. L'espace couvert par les boîtes est conique et s'étend sur la

verticale entre $H_{min}=30\text{m}$ et $H_{max}=110\text{m}$. Les limites horizontales du domaine sont données par les droites formant l'angle α_{sup} par rapport à la verticale.

Nombre de lidars obliques	12
Nombre de lidars verticaux	1
Nombre de niveaux de mesure	4
H	20m
H_{min}	30m
H_{max}	110m
α	$\frac{\pi}{8}$
α_{sup}	$\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{16}$

2.2 Les données utilisées

Nous utilisons ici le même jeu de données que pour le lidar 2D, à savoir des mesures faites avec un lidar WindCube et fournies par LEOSPHERE. Nous utilisons les cinq directions du WindCube pour construire des mesures sur les douze lidars obliques de l'expérience en considérant que sur chaque quart du domaine le vent est homogène sur chacun des niveaux verticaux.

A partir de ces mesures, que nous prenons comme référence, nous construisons les observations en y ajoutant un bruit blanc Gaussien.

2.3 Résultats

Nous nous intéressons dans un premier temps à l'estimation du vent radial. Suivront ensuite les résultats sur l'estimation du vent en trois dimensions. Cette expérience a été réalisée sur 4 niveaux verticaux. Dans cette section, seuls les deux niveaux centraux sont représentés. Nous limiterons également la représentation des résultats aux boîtes comprises entre les lidars centraux et médians (voir figure 3.13).

Vent Radial

Comme pour le cas 2D, nous comparons les vents radiaux estimés au vents de référence. D'après les figures 3.14 à 3.17, les séries temporelles des vents radiaux sont très bien reconstruites par notre algorithme. Le bruit de mesure que nous avons ajouté est correctement filtré.

Vent vertical

Dans cette expérience numérique, le vent reconstruit semble beaucoup plus turbulent que le vent vertical de référence. Comme nous pouvons le voir sur les figures 3.18 à 3.21, le vent vertical est moins bien reconstruit que dans l'expérience 2D. Nous pensons que cette dégradation des résultats peut être due à la méthode de

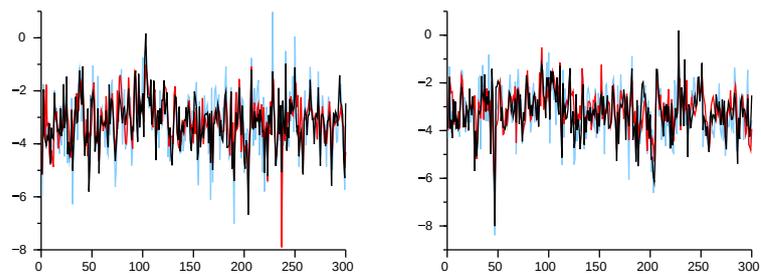


FIGURE 3.14 – Vent radial de référence (en noir), observé (en bleu) et estimé (en rouge) sur le lidar médian du demi-plan 1. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

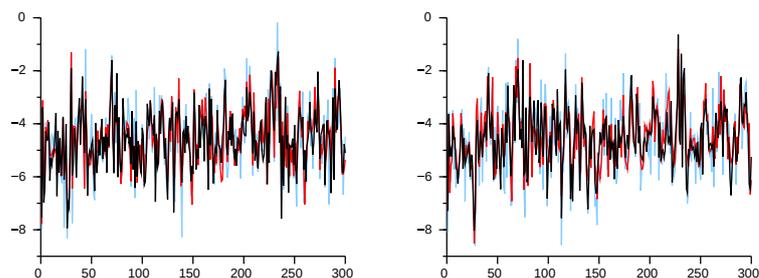


FIGURE 3.15 – Vent radial de référence (en noir), observé (en bleu) et estimé (en rouge) sur le lidar médian du demi-plan 2. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

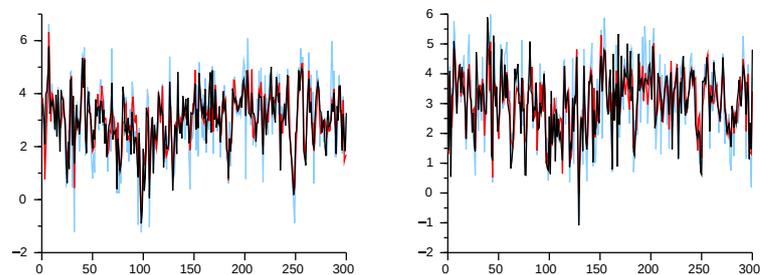


FIGURE 3.16 – Vent radial de référence (en noir), observé (en bleu) et estimé (en rouge) sur le lidar médian du demi-plan 3. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

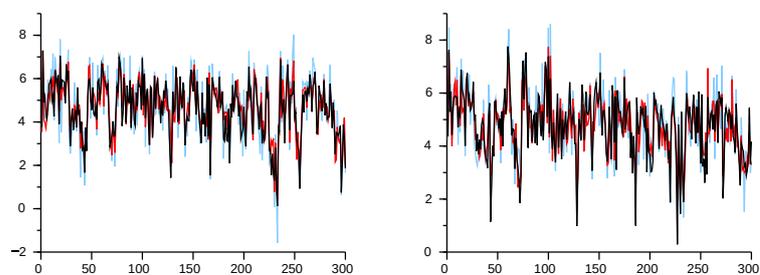


FIGURE 3.17 – Vent radial de référence (en noir), observé (en bleu) et estimé (en rouge) sur le lidar médian du demi-plan 4. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

construction des observations. En effet cette méthode repose sur deux hypothèses : toutes les observations sont réalisées au même instant, et pour un niveau vertical donné, le vent est homogène sur chaque quart du domaine. Les observations ainsi construites ne représentent donc pas les variations et les corrélations spatiales du vent réel. L'écart entre le vent reconstruit et le vent de référence peut s'expliquer par le fait que notre méthode de construction des observations tend à uniformiser le vent, alors que le modèle lagrangien stochastique modélise un vent turbulent.

Vent horizontal

Dans le cas du vent horizontal, pour simplifier la lecture des résultats nous avons choisi de ne montrer les graphiques que pour deux groupes de boîtes, les autres étant tout à fait similaires. Les figures 3.22 à 3.25 illustrent la reconstruction des composantes horizontales du vent pour deux groupes diamétralement opposés, pour les boîtes comprises entre les lidars centraux et médians. Pour le vent horizontal la reconstruction est plus fidèle au vent de référence que pour le vent vertical. Nous pouvons tout de même remarquer que le vent reconstruit semble légèrement plus turbulent que le vent de référence.

Densité spectrale de puissance

Les figures 3.26 à 3.29 représentent les DSP du vent vertical pour les quatre boîtes comprises entre les lidars centraux et médians. Comme pour le cas 2D, l'observation a une signature énergétique proche de celle d'un bruit blanc. Les DSP du vent vertical confirment que le vent reconstruit est plus turbulent que le vent de référence.

Pour le vent horizontal, la reconstruction est de meilleure qualité. Les DSP du vent horizontal suivent correctement la cascade d'énergie (figures 3.30 à 3.33). Comme pour les séries temporelles, les graphiques représentant les DSP du vent horizontal sont limités à deux boîtes.

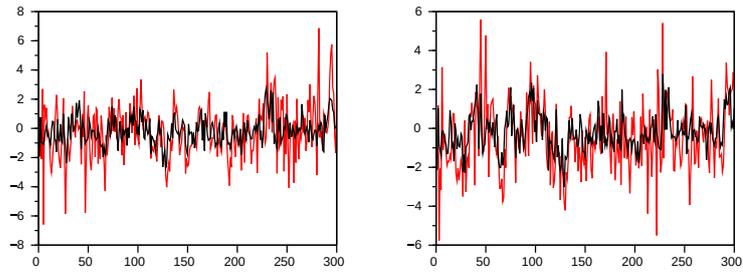


FIGURE 3.18 – Vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 1 et 2. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

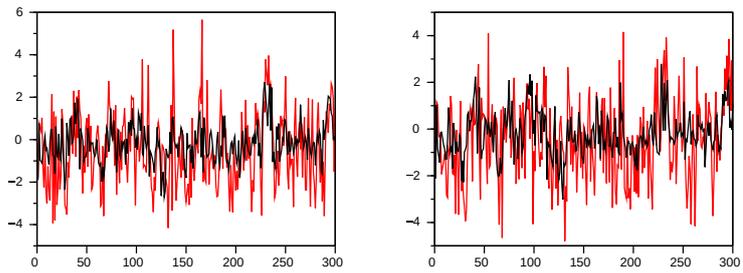


FIGURE 3.19 – Vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 2 et 3. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

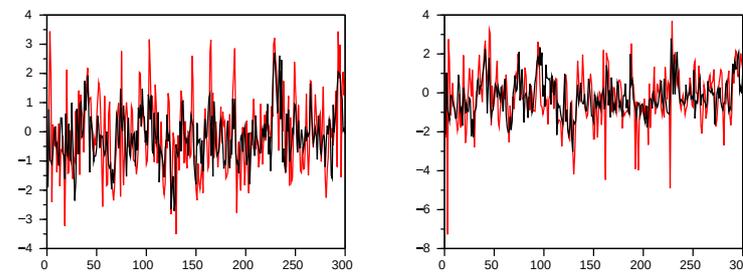


FIGURE 3.20 – Vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 3 et 4. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

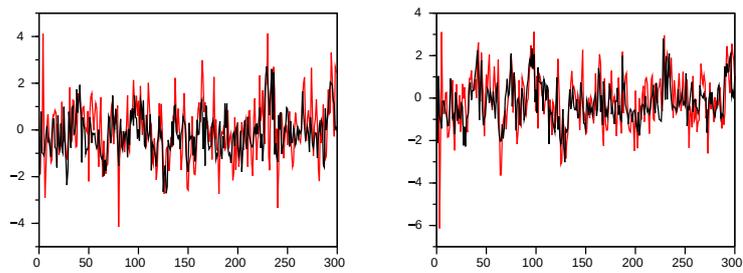


FIGURE 3.21 – Vent vertical de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 4 et 1. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

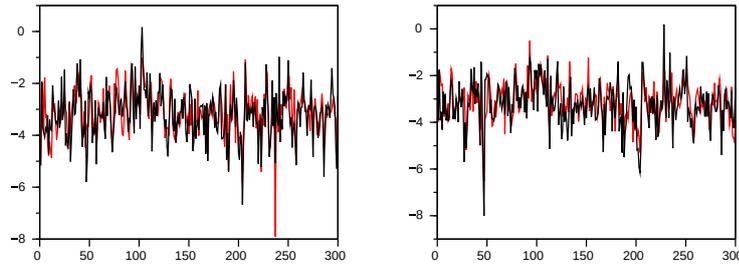


FIGURE 3.22 – Vent méridien de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 1 et 2. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

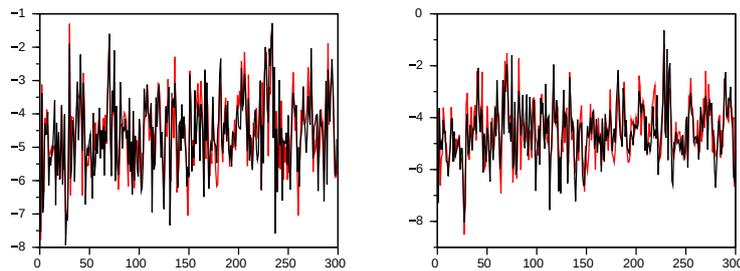


FIGURE 3.23 – Vent zonal de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 1 et 2. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

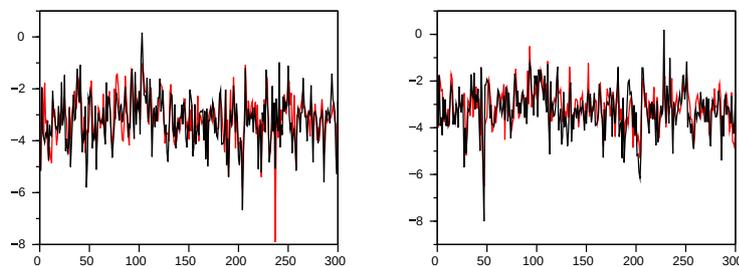


FIGURE 3.24 – Vent méridien de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 3 et 4. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

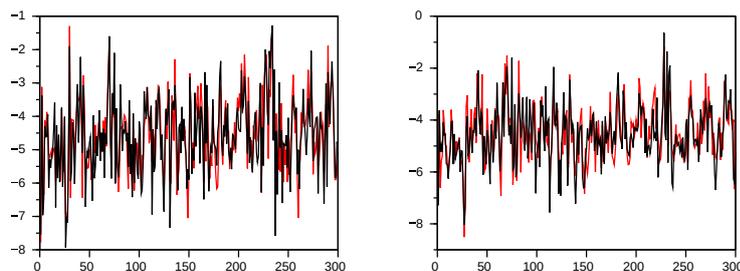


FIGURE 3.25 – Vent zonal de référence (en noir) et estimé (en rouge) pour les boîtes comprises entre le lidar central et le lidar médian formées par les demi-plans 3 et 4. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

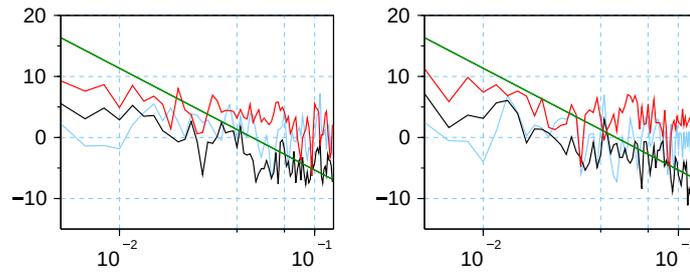


FIGURE 3.26 – Vent vertical des demi-plans 1-2 : DSP du vent vertical observé (en bleu), de référence (en noir) et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

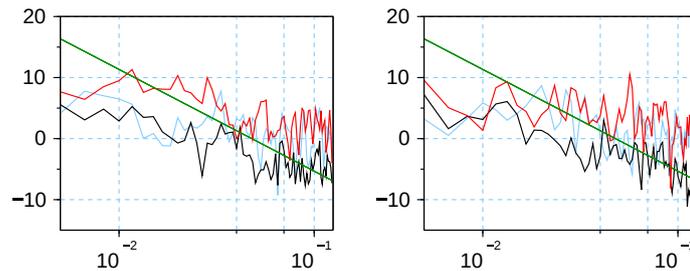


FIGURE 3.27 – Vent vertical des demi-plans 2-3 : DSP du vent vertical observé (en bleu), de référence (en noir) et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

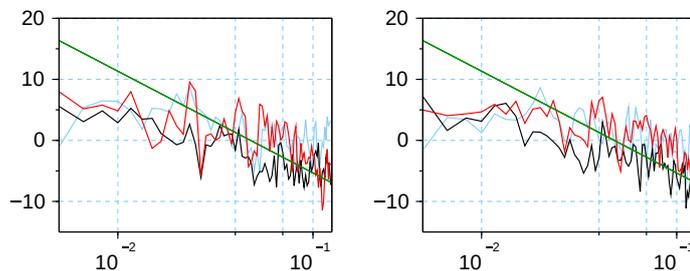


FIGURE 3.28 – Vent vertical des demi-plans 3-4 : DSP du vent vertical observé (en bleu), de référence (en noir) et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

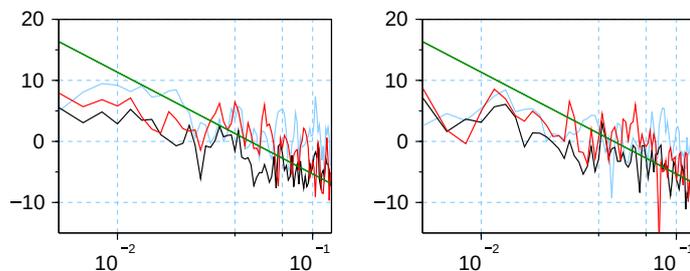


FIGURE 3.29 – Vent vertical des demi-plans 4-1 : DSP du vent vertical observé (en bleu), de référence (en noir) et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

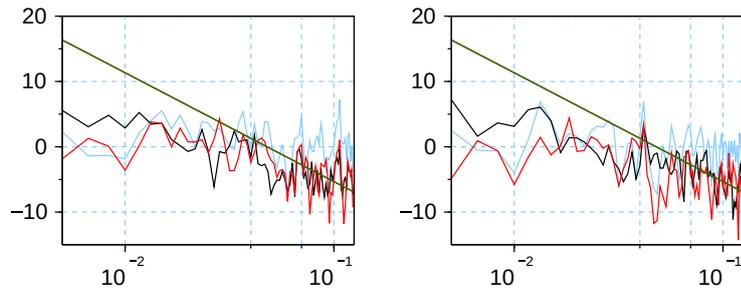


FIGURE 3.30 – Vent méridien des demi-plans 1-2 : DSP du vent observé (en bleu), de référence (en noir), et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

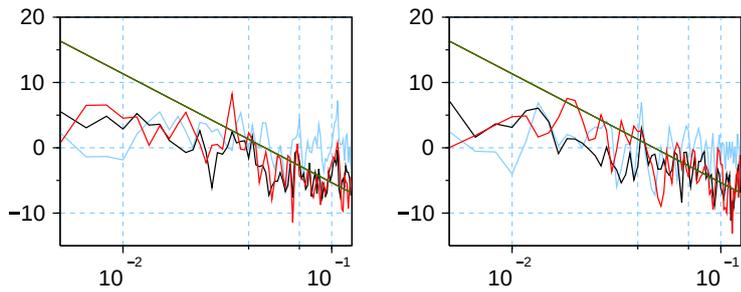


FIGURE 3.31 – Vent zonal des demi-plans 1-2 : DSP du vent observé (en bleu), de référence (en noir), et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

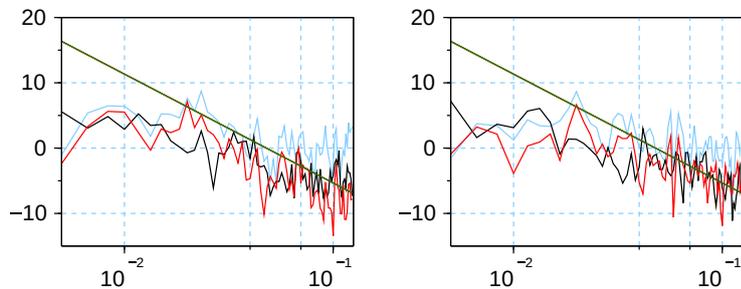


FIGURE 3.32 – Vent méridien des demi-plans 3-4 : DSP du vent observé (en bleu), de référence (en noir), et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

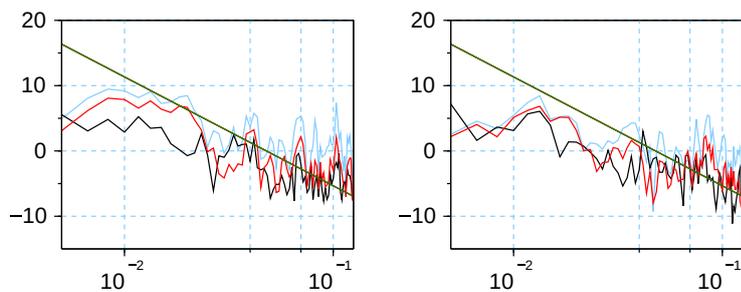


FIGURE 3.33 – Vent zonal des demi-plans 3-4 : DSP du vent observé (en bleu), de référence (en noir), et estimé (en rouge). En vert la droite théorique du spectre de Kolmogorov. Seuls les deux niveaux verticaux d’observation du milieu du domaine sont représentés.

3 Conclusion des expériences numériques ”jouet”

Dans ce chapitre nous avons détaillé les deux expériences que nous avons réalisées à but pédagogique. Elles nous ont permis d’appréhender les difficultés liées aux géométries des dispositifs d’observations.

Tout d’abord, nous avons été confrontés à de nombreux problèmes d’implémentation liés au fait que les particules vivent librement dans le domaine observé : il est notamment nécessaire de maintenir un nombre minimal de particules par boîte pour pouvoir estimer le vent et les paramètres turbulents tout en préservant les zones de convergences et de divergences de l’écoulement atmosphérique.

La géométrie conique des systèmes d’observation nous oblige également à augmenter le nombre moyen de particules par boîtes avec l’altitude. Ce point rejoint le précédent, ils sont d’ailleurs tous les deux traités dans la fonction de ré-échantillonnage décrite à la section 6.2.

Le découpage du volume observé en plusieurs boîtes soulève également des questions quant à la méthode de conditionnement des particules au domaine. Le point difficile est de s’assurer de la représentativité de la particule que l’on remet dans le domaine, suivant la boîte dans laquelle on l’ajoute.

En implémentant les algorithmes 2D et 3D nous avons été confrontés au choix de la longueur δ dans la fonction de régularisation : cette longueur est liée au caractère localement homogène (en loi) de l’atmosphère, elle définit aussi la zone d’influence d’une particule.

Il a également fallu déterminer quelles observations choisir lors de la sélection. Nous avons fait le choix d’utiliser les 2 ou 3 observations les plus proches suivant le nombre de dimensions traitées.

Pour ce qui est de l’implémentation, les problèmes liés au temps de calcul sont très vite apparus. La programmation sous Scilab n’est pas des plus efficaces, mais des efforts ont été faits pour limiter le temps de calcul.

Enfin, comme nous travaillons sur des séries temporelles de vent sur un nombre important de boîtes, la visualisation des résultats est particulièrement délicate. Dans le chapitre suivant, les différentes représentations graphiques que nous avons utilisées seront illustrées. Cependant, comme le lecteur pourra le constater, la visualisation des résultats reste compliquée.

Chapitre 4

Configuration réelle : lidar Windcube

Ce chapitre est l'aboutissement du travail sur la reconstruction de l'atmosphère à partir d'observations lidar. Nous présentons ici l'application de l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère à un jeu de données réel, obtenu avec un instrument déjà commercialisé. Dans cette expérience on cherche d'abord à reconstruire le vent en trois dimensions, puis à estimer les paramètres de la turbulence. Nous allons principalement travailler sur l'énergie cinétique turbulence TKE ainsi que sur l'intensité turbulente. Comme lors des expériences numériques "jouet", nous nous intéressons particulièrement aux vents 3D restitués dans les directions classiques (méridienne, zonale et verticale). Pour les paramètres turbulents, les résultats sont présentés à la fois sous forme de séries temporelles, mais également sous forme de profils verticaux ou par classe de vitesse de vent.

1 Configuration de l'expérience

1.1 Dispositif d'observation

Pour cette expérience nous avons choisi comme dispositif d'observation un lidar WindCube : quatre tirs de lidar obliques et un vertical. Le lidar effectue un tour en quatre secondes et les tirs obliques sont inclinés de $\alpha = 28$ degrés par rapport à la verticale. Les tirs obliques sont effectués dans les directions Est, Nord, Ouest et Sud. Les observations sont réparties par niveau vertical. On note $H=20\text{m}$ la hauteur séparant deux niveaux verticaux.

Dans cette expérience, nous disposons de 10 observations par tir lidar. A cause de la puissance de calcul limitée (liée à l'utilisation de Scilab), nous nous sommes concentrés sur 3 niveaux (60m, 80m et 100m). A ces altitudes nous disposons en plus d'observations d'anémomètres à coupelles. Comme nous le verrons, la comparaison entre instruments permet de valider partiellement l'algorithme de reconstruction.

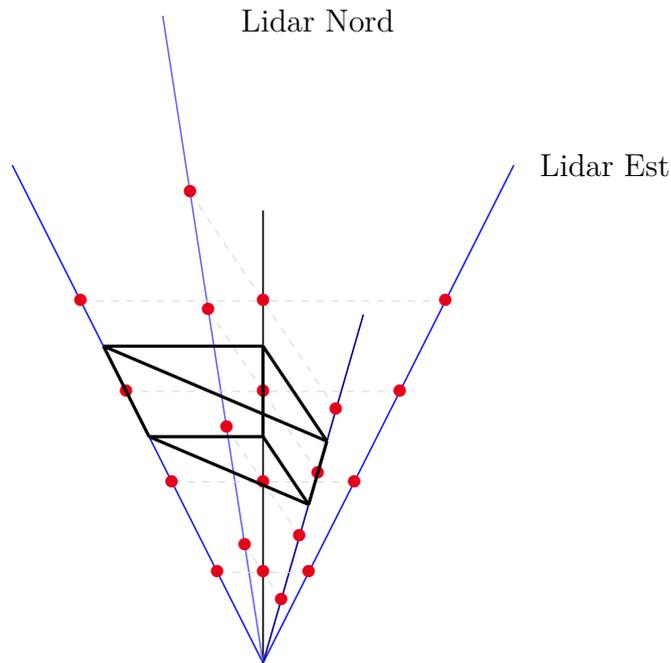


FIGURE 4.1 – Géométrie du dispositif d’observation : un tir lidar vertical en noir, et quatre tirs lidar obliques en bleu. Les points de mesure sont représentés en rouge (4 niveaux verticaux seulement sont représentés). En noir, nous avons représenté une des boîtes utilisées lors de l’implémentation de l’algorithme.

Comme le lidar ne fournit qu’une observation radiale, trois observations suivant trois directions différentes sont nécessaires pour reconstruire le vent. Dans le chapitre 2 nous avons déjà discuté des hypothèses induites par le choix de ces trois observations : l’atmosphère est supposée homogène entre ces trois observations. De plus les observations sont considérées comme étant réalisées au même instant, nous supposons donc que l’écoulement turbulent est stationnaire durant les quatre secondes que dure la révolution complète du lidar. Pour implémenter l’algorithme le volume observé est partagé en boîtes, contenant chacune les trois observations nécessaires à la reconstruction. Les boîtes sont construites de manière à couvrir entièrement le volume décrit par les tirs lidar. L’espace couvert par les boîtes est donc conique et s’étend sur la verticale entre $H_{min}=50\text{m}$ et $H_{max}=110\text{m}$. Les limites horizontales du domaine sont données par les droites formant l’angle α_{sup} par rapport à la verticale.

Nombre de tirs lidar obliques	4
Nombre de tirs lidar verticaux	1
Nombre de niveaux de mesure	3
Résolution spatiale H	20m
H_{min}	50m
H_{max}	110m
α	28°
α_{sup}	$\alpha + \alpha/2$

1.2 Les données

Les données utilisées ont été gracieusement fournies par LEOSPHERE. Les données comportent à la fois des observations de vent du lidar WindCube V2 et des observations d'anémomètres à coupelles. Pour les habitués du WindCube, les données lidar proviennent directement des fichiers WLS7-95_2010_08_2X_00_00_00.rtd et .rtdw où X varie de 0 à 7. Les données anémométriques sont des observations de vent horizontal moyennées sur dix minutes, ainsi que les écart-types du vent observé (également calculés par intervalle de dix minutes). Comme nous le verrons ultérieurement, les observations anémométriques sont principalement utilisées pour valider les estimations d'intensité turbulente.

Qualité des observations lidar

L'algorithme de reconstruction de l'atmosphère est basé sur l'observation du vent à haute fréquence. Pour que les quantités estimées aient un sens, il est primordial que l'observation soit de très bonne qualité. Nous nous sommes donc assurés de la qualité des observations du WindCube.

Un critère classique pour évaluer la mesure lidar est la valeur du Carrier-to-Noise Ratio (CNR). Le CNR est défini par le rapport de la puissance moyenne du signal reçu sur la puissance du bruit. Sur la figure 4.2 nous avons représenté les CNR associés aux observations situées à 40m, 60m, 80m et 100m d'altitude. Pour évaluer la qualité des données, nous avons tracé sur la figure 4.3 la courbe de fiabilité de l'observation en fonction du CNR d'après les travaux de Dabas [32]. D'après cette courbe, les données sont de bonne qualité si le CNR est supérieur à -23dB. D'après la figure 4.2 les CNR associés aux observations du WindCube sont supérieurs à ce seuil pour la journée du 26/08/2010. Pour les autres journées, les CNR étaient également bons.

Les CNR particulièrement élevés indiquent aussi que les mesures ont été perturbées. Comme très peu de données semblent douteuses, nous considérons que les observations disponibles sont de bonne qualité. De plus nous verrons dans la partie résultats que l'algorithme est capable de filtrer une observation bruitée.

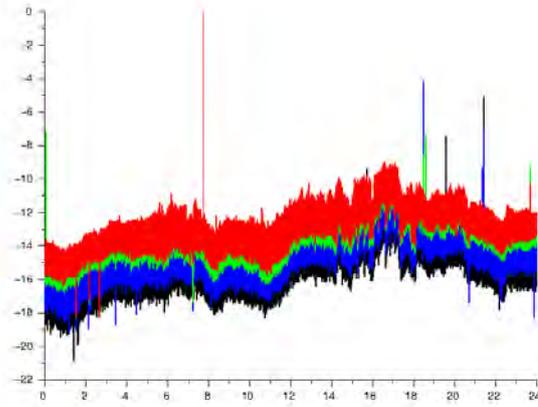


FIGURE 4.2 – CRN associés aux observations lidar pour les altitudes suivantes : 40m (noir), 60m (bleu), 80m (vert) et 100m (rouge). Journée du 26/08/2010.

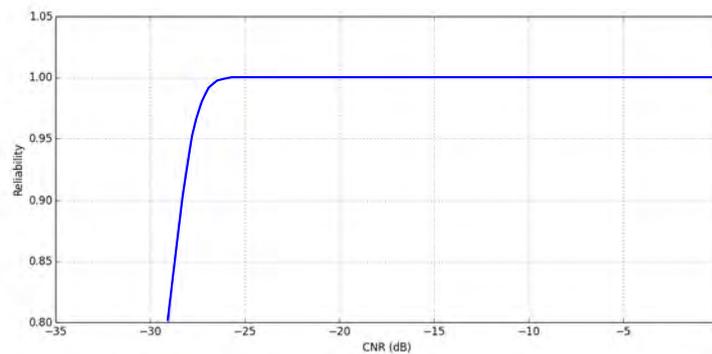


FIGURE 4.3 – Fiabilité d’une observation lidar en fonction du CNR associé. A partir de -23dB, les observations sont considérées totalement fiables.

1.3 Vent horizontal à partir des observations

Le vent horizontal joue un rôle particulier dans nos expériences. Contrairement au vent vertical, le vent horizontal n'est pas directement observé. Pour obtenir une référence et évaluer le vent reconstruit, il faut donc reconstruire le vent horizontal à l'aide de considérations géométriques. Le vent horizontal intervient également dans le calcul de l'intensité turbulente, qui est l'un de paramètres turbulents étudiés. En effet, le calcul de l'intensité turbulente utilise les observations de l'anémomètre à coupelles, seul le module du vent horizontal est donc pris en compte.

Dans les fichiers de données fournis par LEOSPHERE, le vent observé par le tir vertical est orienté positivement dans le sens de la gravité. Le vent vertical, au sens météorologique, est donc l'opposé du vent vertical observé. L'expression du vent projeté sur l'axe du LIDAR est donc :

$$Vent_{radial} = U_h * \sin(\alpha) - W * \cos(\alpha)$$

avec U_h le vent horizontal et W le vent vertical au sens météorologique. Nous avons fait le choix classique d'orienter positivement les composantes du vent horizontal dans les directions Est et Nord.

Pour obtenir le vent horizontal à partir des observations radiales, nous considérons le vent homogène sur le domaine. Nous reconstruisons tout d'abord un vent horizontal par tir oblique, à chaque instant k (soit toutes les 4 secondes) et pour chaque niveau l :

$$W = -lidar_{vertical}(k, l)$$
$$U_h(k, l) = \frac{Vent_{radial}(k, l) + W(k, l)\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

A partir des vents U_h reconstruits grâce aux tirs Est et Ouest, on peut retrouver un vent zonal moyen :

$$U(k, l) = mean(U_{h, Est}(k, l), -U_{h, Ouest}(k, l))$$

Nous procédons de même pour le vent méridien, avec les tirs Nord et Sud :

$$V(k, l) = mean(U_{h, Nord}(k, l), -U_{h, Sud}(k, l))$$

La vitesse horizontale du vent est alors donnée par :

$$Vitesse(k, l) = \sqrt{U(k, l)^2 + V(k, l)^2}$$

Cette méthode de construction du vent horizontale est extrêmement simple. L'hypothèse d'homogénéité qu'elle implique est couramment faite avec ce type d'instru-

ment.

2 Un paramètre pour l'éolien : l'intensité turbulente

L'Intensité Turbulente (IT) est un paramètre essentiellement utilisé pour caractériser la turbulence à proximité des champs d'éoliennes. Les standards internationaux ont défini différents critères pour s'assurer de l'intégrité des éoliennes même en cas de conditions très turbulentes. Les champs éoliens doivent être adaptés à différentes classes d'intensité turbulente [65]. Les lidars Doppler tels que le WindCube couvrent le bas de la couche limite atmosphérique et peuvent donc mesurer le vent et l'IT à l'altitude appropriée. Les standards définissent l'intensité turbulente à partir de mesures de vent réalisées avec un anémomètre à coupelles. L'inconvénient de l'observation in-situ est qu'elle nécessite l'installation de mât de mesures. Les lidars ont l'avantage d'être plus faciles à déployer, et, par la suite, nous allons montrer sur un jeu de données réelles que la mesure d'intensité turbulente à partir d'observation lidar est équivalente à la mesure par anémomètres.

L'intensité turbulente est définie par :

$$IT = \frac{\sigma(\mathbf{V}_h)}{\langle \mathbf{V}_h \rangle_T}$$

où le vent horizontal est noté \mathbf{V}_h , σ représente l'écart-type et $\langle . \rangle_T$ la moyenne du vent horizontal sur l'intervalle T . Comme définie par l'IEC [66], l'intensité turbulente est d'ordinaire calculée par intervalle de dix minutes.

Dans les travaux présentés ici, nous comparons l'IT calculée à partir des mesures lidar brutes à l'IT calculée à partir du vent reconstruit avec notre algorithme particulaire. Nous appliquons ainsi la définition usuelle de l'intensité turbulente. Grâce à l'algorithme de reconstruction, nous pourrions également calculer une intensité turbulente instantanée en utilisant la variance du système de particules à la place de la variance sur dix minutes.

3 Restitution du vent et des paramètres turbulents

3.1 Expérience préliminaire

Avant de nous intéresser aux résultats obtenus à partir des observations du WindCube, nous avons testé l'efficacité de l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère dans la configuration réelle. Ce test consiste simplement à vérifier que

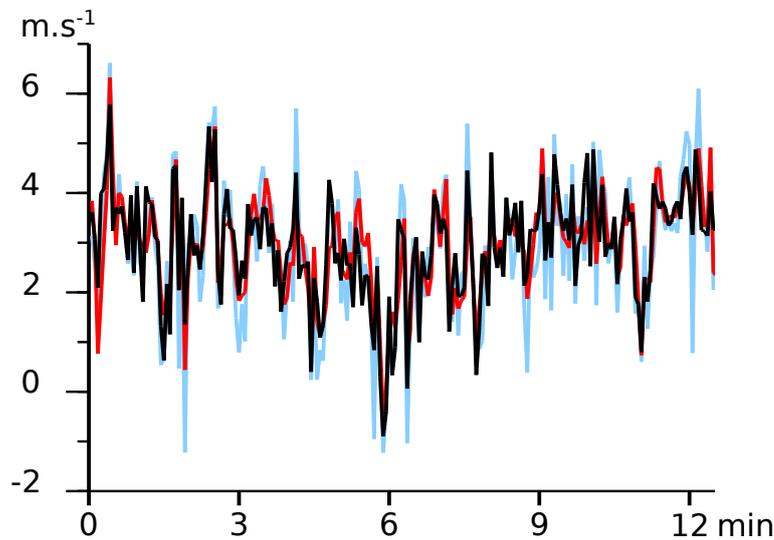


FIGURE 4.4 – Séries temporelles du vent radial : en noir le vent observé par un tir lidar du WindCube, en bleu le vent artificiellement bruité et en rouge le vent reconstruit à partir du vent bruité.

l’algorithme est capable de filtrer un bruit blanc ajouté aux observations. Le processus de construction du signal bruité a déjà été illustré par la figure 3.2. Dans cette section, et uniquement dans cette section, l’algorithme devra reconstruire le vent observé par le WindCube à partir des données bruitées (obtenues par l’ajout d’un bruit blanc).

La figure 4.4 représente les séries temporelles de l’observation de référence, du signal bruité et du vent reconstruit. Nous pouvons remarquer que le vent reconstruit est très proche du vent observé. Dans le signal bruité, nous observons des pics qui ont totalement été supprimés par l’algorithme de reconstruction. En effet, aucun de ces pics n’est présent dans le vent reconstruit. Les séries temporelles indiquent donc que l’algorithme a filtré le bruit ajouté artificiellement aux données. Ce résultat est confirmé par les densités spectrales de puissance (figure 4.5). Le spectre du signal bruité a une allure proche de celle d’un bruit blanc, c’est-à-dire avec une pente faible (en valeur absolue). Le spectre du vent reconstruit suit aussi bien la cascade d’énergie de Kolmogorov que le spectre du vent observé par le WindCube.

Ces deux figures montrent que l’algorithme de filtrage pour la reconstruction de l’atmosphère peut retrouver un vent de référence à partir d’observations très bruitées. L’algorithme semble robuste face aux problèmes de bruit d’observation. Nous pouvons donc considérer que la reconstruction de vent est fiable. Nous allons maintenant appliquer l’algorithme de reconstruction directement aux données brutes du WindCube.

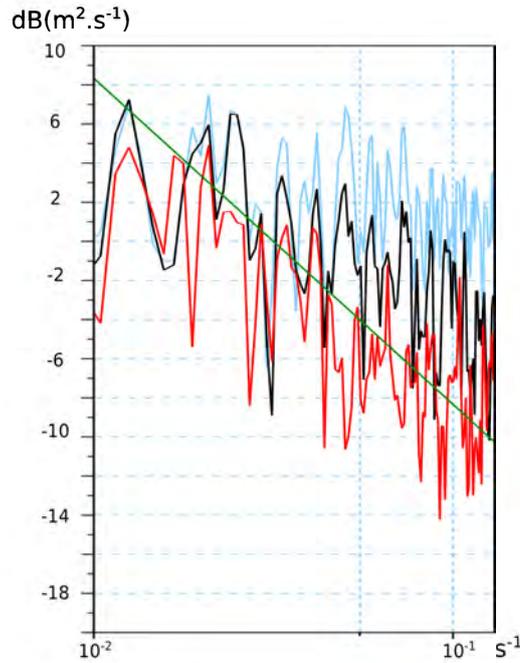


FIGURE 4.5 – Densités spectrales de puissance du vent radial : en noir le spectre du vent observé, en bleu le spectre du vent bruité, et en rouge le spectre du vent reconstruit. La cascade d’énergie de Kolmogorov est tracée en vert.

3.2 Reconstruction du vent

Dans cette partie, nous appliquons l’algorithme particulière introduit au chapitre 2 aux observations du WindCube brutes. L’objectif est d’obtenir une reconstruction du vent et de l’atmosphère turbulente dans le volume conique décrit par le WindCube. Nous rappelons que, comme trois observations sont nécessaires pour reconstruire le vent, nous supposons que l’atmosphère est homogène dans chaque boîte utilisée pour implémenter l’algorithme.

Les données fournies par LEOSPHERE couvrent une période de plusieurs jours. Pour la reconstruction du vent et l’estimation des paramètres turbulents, nous avons essayé de simplifier la lecture des graphiques. Nous présentons le plus souvent les résultats sur une période de deux heures (de 16h à 18h, heure locale). Comme pour les expériences précédentes, nous illustrons les résultats à l’aide des séries temporelles et des densités spectrales de puissance. Les séries temporelles du vent sont représentées dans le repère classique (vent zonal, méridien et vertical). Les observations du WindCube sont obtenues par la construction géométrique précédemment décrite. Dans un souci perpétuel de simplification, les résultats sont dans un premier temps illustrés pour une boîte, et uniquement pour la composante méridienne du vent. Ensuite nous montrerons les résultats complets pour les trois boîtes formées par les lidars Ouest et Sud.

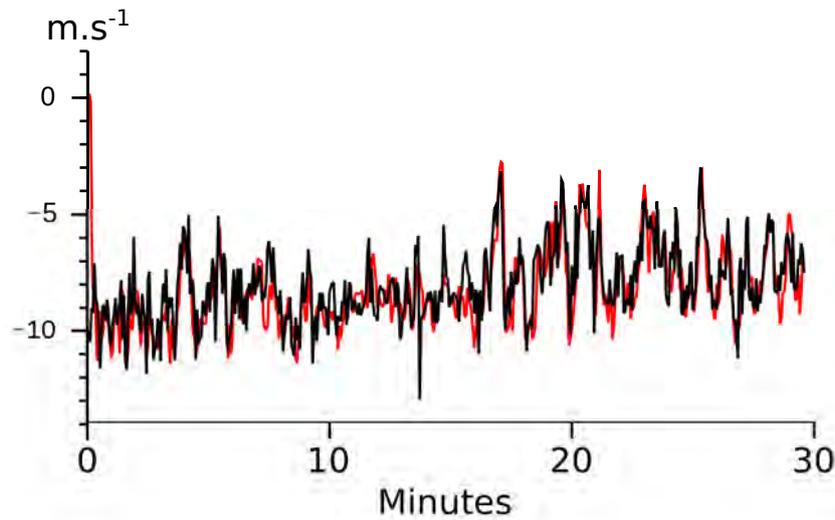


FIGURE 4.6 – Séries temporelles du vent zonal : en noir le vent observé par le WindCube, et en rouge le vent reconstruit à partir des observations. Séries de 30min avec un pas de temps de 4s.

Résultats pour une boîte

La figure 4.6 montre les séries temporelles du vent observé et du vent reconstruit sur une période de 30min avec un pas de temps de 4s. Les séries temporelles illustrent la cohérence du vent reconstruit avec le vent observé par le WindCube. En effet, nous pouvons constater que les deux vents sont à peine distinguables l'un de l'autre. Regardons maintenant l'allure des DSP présentées figure 4.7. Pour augmenter le nombre de points utilisés dans le calcul des spectres, les DSP représentées ont été calculées sur 24h de données. Les spectres du vent observé et du vent reconstruit suivent tous les deux la cascade d'énergie de Kolmogorov pour le domaine inertiel de la turbulence. Avec une échelle log-log, la cascade d'énergie est donnée par une pente en $-5/3$, tracée en vert.

D'après ces résultats partiels, le vent reconstruit est parfaitement cohérent avec le vent observé.

Résultats à partir des observations des lidars Ouest et Sud

Nous présentons maintenant les résultats pour les trois composantes du vent pour les trois boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud. La comparaison de deux vents tri-dimensionnels en plusieurs points n'est pas facile à illustrer. Nous proposons deux approches : d'une part nous présentons les séries temporelles et les DSP pour chacune des composantes du vent et pour chaque boîte, et d'autre part nous donnons un exemple de coupe pour représenter le vent horizontal sur les quatre boîtes d'un niveau vertical.

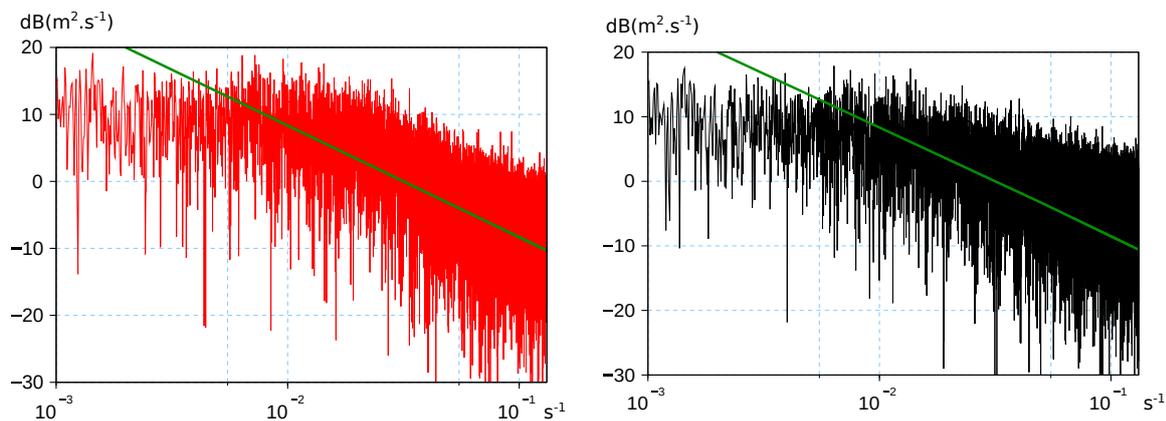


FIGURE 4.7 – Densités spectrales de puissance du vent zonal : en noir le spectre du vent observé, et en rouge le spectre du vent reconstruit. La cascade d'énergie de Kolmogorov est tracée en vert. Pour obtenir ces spectres, nous avons utilisé 24h de données.

Les séries temporelles du vent méridien, zonal et vertical sont représentées sur les figures 4.8 à 4.10. Pour chaque composante nous avons représenté les résultats pour trois altitudes (60m, 80m et 100m). Comme pour les résultats précédents, le vent reconstruit sur les trois composantes est si proche du vent observé qu'il est difficile de les distinguer. Les séries temporelles montrent donc une bonne reconstruction du vent quelle que soit la composante regardée.

Sur les figures 4.11 à 4.13 nous avons représenté les densités spectrales de puissance pour chaque composante du vent observé et du vent estimé. On remarque immédiatement que le signal du vent estimé est moins énergétique que le signal du vent observé. De plus, les vents observés semblent parfois s'écarter légèrement de la cascade d'énergie (représentée par la droite verte), avec une énergie trop importante associée aux hautes fréquences. Dans l'ensemble le vent reconstruit suit la cascade d'énergie atmosphérique, avec cependant un niveau énergétique plus faible que le vent observé. Le vent reconstruit semble plutôt sous-estimer l'énergie associée aux hautes fréquences. L'allure des DSP du vent observé peut s'expliquer par la méthode géométrique de construction du vent observé suivant les directions classiques mais ce problème n'a pas été traité de manière plus approfondie. La sous-estimation constatée dans les spectres reconstruits semble due aux nombres de particules utilisés pour reconstruire le vent. En effet nous avons été limités par l'espace mémoire disponible dans Scilab. En moyenne, les boîtes contiennent une centaine de particules. A titre indicatif, certaines applications en modélisation peuvent utiliser plusieurs dizaines de milliers de particules.

La deuxième représentation possible du vent reconstruit est donnée figure 4.14.

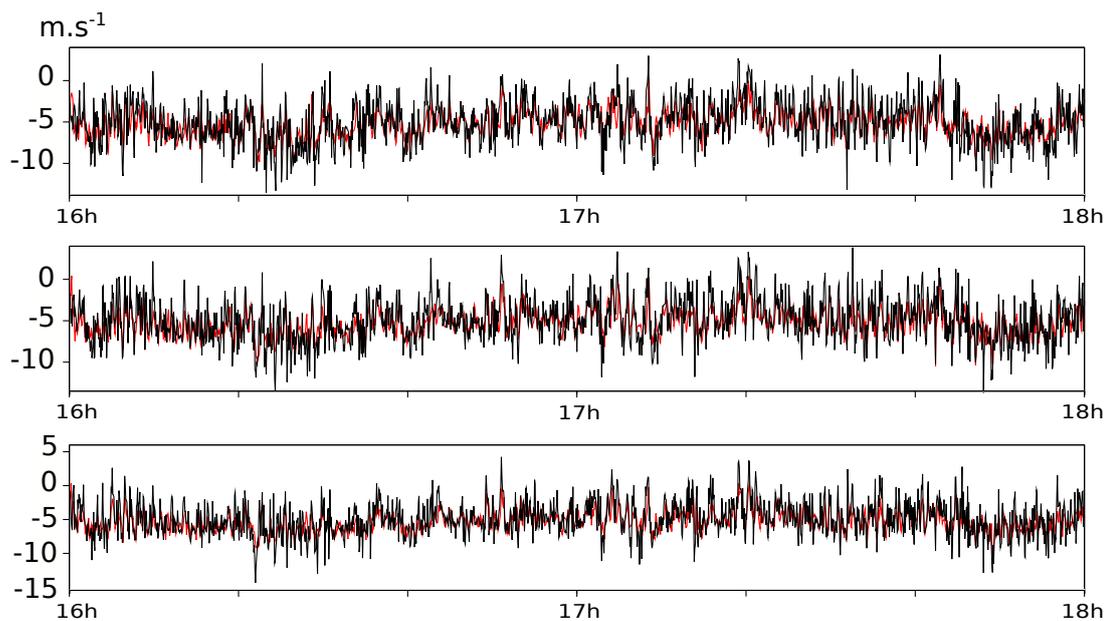


FIGURE 4.8 – Séries temporelles du vent zonal estimé (rouge) et observé (noir) sur 3 niveaux verticaux (de 60 à 100m, de haut en bas) pour les boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud.

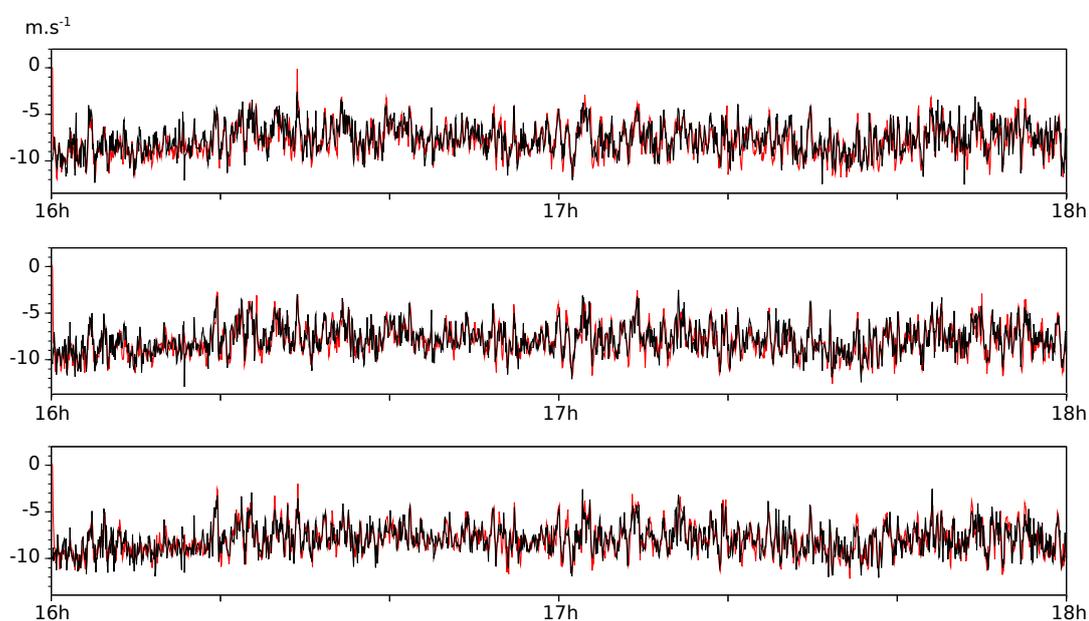


FIGURE 4.9 – Séries temporelles du vent méridien estimé (rouge) et observé (noir) sur 3 niveaux verticaux (de 60 à 100m, de haut en bas) pour les boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud.

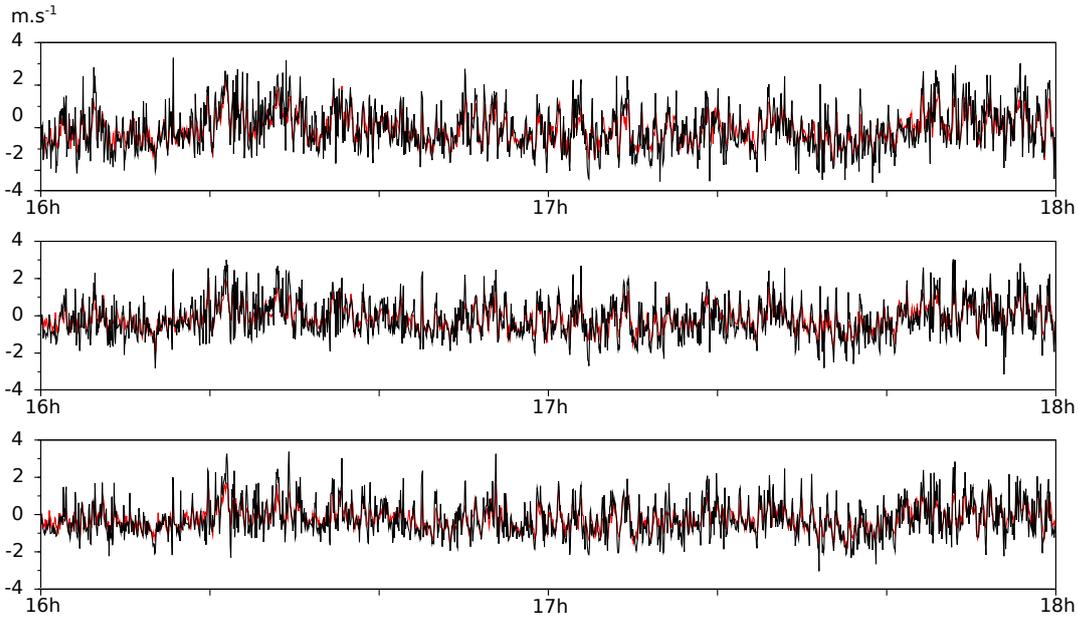


FIGURE 4.10 – Séries temporelles du vent vertical estimé (rouge) et observé (noir) sur 3 niveaux verticaux (de 60 à 100m, de haut en bas) pour les boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud.

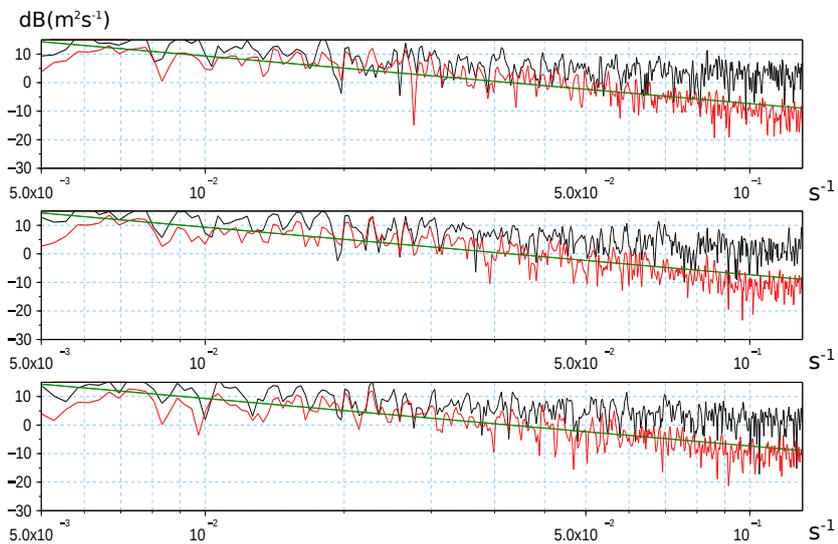


FIGURE 4.11 – Densité spectrale de puissance du vent zonal, sur 3 niveaux verticaux pour les boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud. En rouge le vent estimé, en noir le vent observé. La droite verte représente la pente en $-5/3$ de la cascade d'énergie.

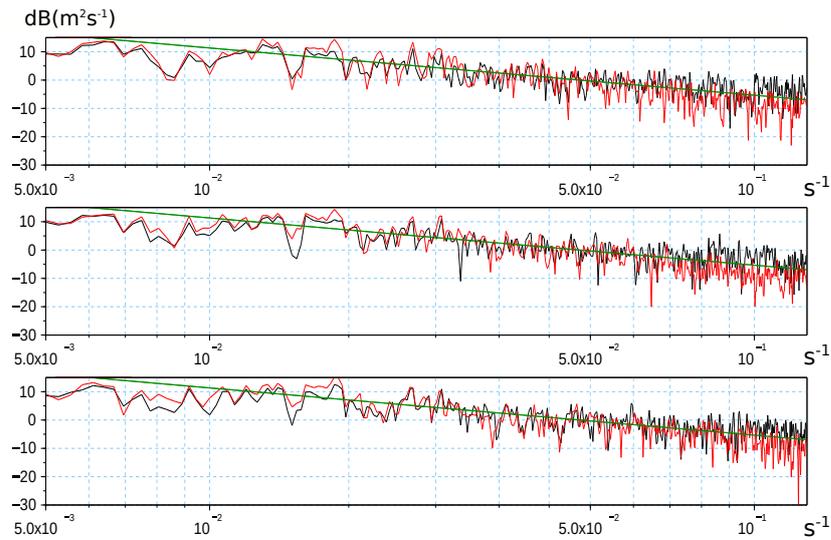


FIGURE 4.12 – Densité spectrale de puissance du vent méridien, sur 3 niveaux verticaux pour les boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud. En rouge le vent estimé, en noir le vent observé. La droite verte représente la pente en $-5/3$ de la cascade d'énergie.

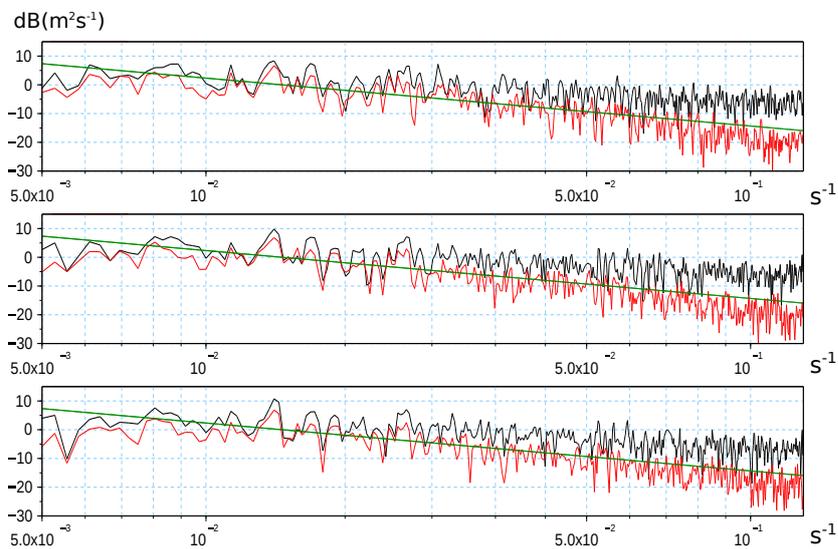


FIGURE 4.13 – Densité spectrale de puissance du vent vertical, sur 3 niveaux verticaux pour les boîtes comprises entre les lidars Ouest et Sud. En rouge le vent estimé, en noir le vent observé. La droite verte représente la pente en $-5/3$ de la cascade d'énergie.

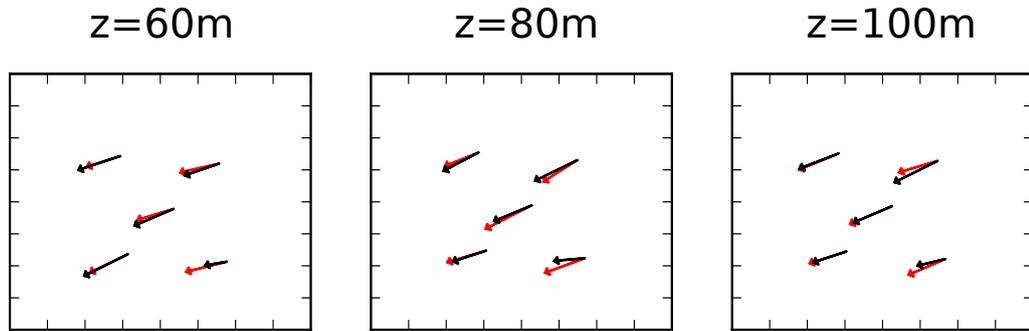


FIGURE 4.14 – Vent horizontal instantané sur 3 niveaux de mesures du WindCube, de 60 à 100m. En rouge le vent estimé, en noir le vent observé. Au milieu, nous avons représenté le vent au point de mesure du tir lidar vertical.

La figure montre les vecteurs des vents horizontaux observés et estimés à un instant donné sur 3 niveaux verticaux (de 60 à 100m) pour les quatre séries de boîtes formées par les tirs lidar du Windcube. Nous y avons ajouté le vent horizontal au centre du domaine. Ce vent est obtenu à partir des particules proches du lidar vertical. Sur cette figure nous retrouvons sur toute la verticale la cohérence entre l'estimation et l'observation. Nous constatons cependant un léger écart entre l'estimation et l'observation sur les boîtes situées au vent du domaine. L'amélioration de la reconstruction dans les boîtes sous le vent du domaine montre que les particules advectent l'information apprise dans les boîtes au vent. L'advection d'information grâce au système de particules permet donc de reconstruire partiellement le champ de vent entre les observations. Notre méthode semble ainsi reconstruire le champs de vent plus finement que les observations.

Le vent reconstruit semble donc cohérent avec les observations du WindCube. L'allure réaliste des séries temporelles est validée par les DSP qui suivent les lois de Kolmogorov. Maintenant que la reconstruction du vent en trois dimensions est validée, nous allons nous intéresser à l'estimation des paramètres turbulents. Ces estimations utilisent directement le vent reconstruit, et sa variance (calculée sur le système de particules).

3.3 Les paramètres turbulents : TKE et EDR

Les paramètres turbulents EDR et TKE sont des variables du modèle lagrangien stochastique utilisées pour l'étape de prédiction. De manière classique, ces paramètres sont estimés en temps long : on utilise une moyenne temporelle sur plusieurs minutes. Dans nos travaux, les paramètres turbulents sont calculés en temps réel en utilisant le système de particules. Une moyenne spatiale instantanée remplace donc la moyenne temporelle. Les méthodes de calcul de l'EDR et de la TKE ont été introduites au chapitre 2. Dans ces travaux, nous nous sommes concentrés sur la validation

des estimations de TKE. Les estimations d'EDR ne seront que brièvement illustrées.

Les estimations usuelles de la TKE à partir d'observations de vent utilisent deux hypothèses physiques. La turbulence est supposée stationnaire et ergodique [133]. Sous ces hypothèses la moyenne spatiale et la moyenne temporelle sont équivalentes [88]. Par conséquent, l'énergie cinétique turbulente est calculée en utilisant la variance du vent \mathbf{V} en trois dimensions sur un intervalle de plusieurs minutes T . Pour chaque boîte contenant trois observations du WindCube, la TKE classique est donnée par :

$$\text{TKE} = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (\mathbf{V}_k - \langle \mathbf{V} \rangle_T)^2$$

où $\langle . \rangle_T$ est la moyenne temporelle et \mathbf{V}_k le vecteur vent à l'instant k .

Comme les particules transportent les propriétés physiques de l'atmosphère, la moyenne et la variance spatiales du vent peuvent être estimées à chaque pas de temps. Notre méthode de calcul présente donc l'avantage d'alléger les contraintes de stationnarité et d'ergodicité. Au lieu de supposer l'atmosphère turbulente stationnaire durant dix minutes, nous supposons la stationnarité par intervalle de quatre secondes seulement. A chaque instant, la variabilité spatiale du vent est représentée par le système de particules, la TKE peut donc être calculée de la manière suivante :

$$\text{TKE}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle (\mathbf{V}_k^i - \langle \mathbf{V}_k \rangle)^2 \rangle$$

où N désigne le nombre de particules par boîte, et $\langle . \rangle$ représente la moyenne spatiale approchée par la moyenne sur les particules. Cette estimation de la TKE est calculée à chaque pas de temps k et dans chaque boîte en utilisant le vent reconstruit et les particules mises à jour. Nous avons donc accès à la fois à la variabilité temporelle, mais également à la variabilité spatiale de la turbulence.

Pour comprendre l'apport des techniques particulières, les estimations de TKE obtenues avec les deux méthodes sont présentées sur la figure 4.15. La figure illustre la TKE estimée sur une période de deux heures pour une boîte. La TKE classique est obtenue avec une moyenne temporelle sur dix minutes. La TKE estimée à partir du système de particules est quant à elle représentée avec le pas de temps de quatre secondes. La TKE classique est donc représentée par des paliers longs de dix minutes alors que la TKE estimée avec les particules est faite de pics. Cette figure illustre clairement l'apport de l'algorithme de reconstruction : la TKE ainsi estimée décrit finement la variabilité temporelle de la turbulence. Ce niveau de précision n'est pas accessible par la méthode classique. L'intermittence de la turbulence montrée par la TKE particulière semble réaliste. Cependant, l'information supplémentaire apportée par la reconstruction particulière nécessite d'être validée.

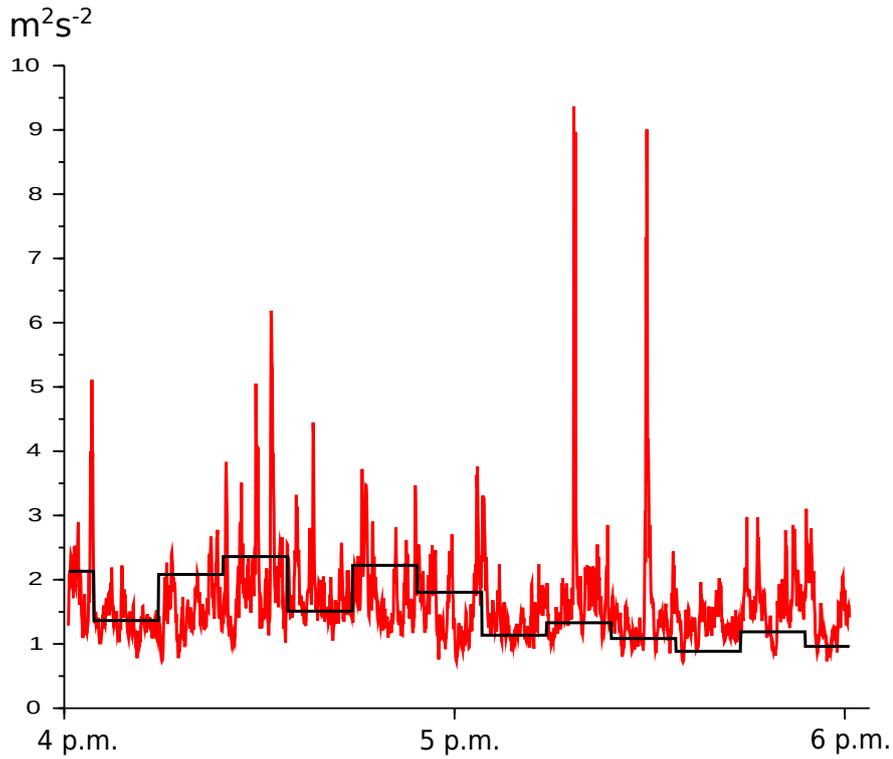


FIGURE 4.15 – Séries temporelles de la TKE classique (noir) et estimée par l’algorithme de reconstruction (rouge), pour la journée du 26/08/2010 de 16h à 18h. La TKE classique est calculée par intervalle de 10 minutes.

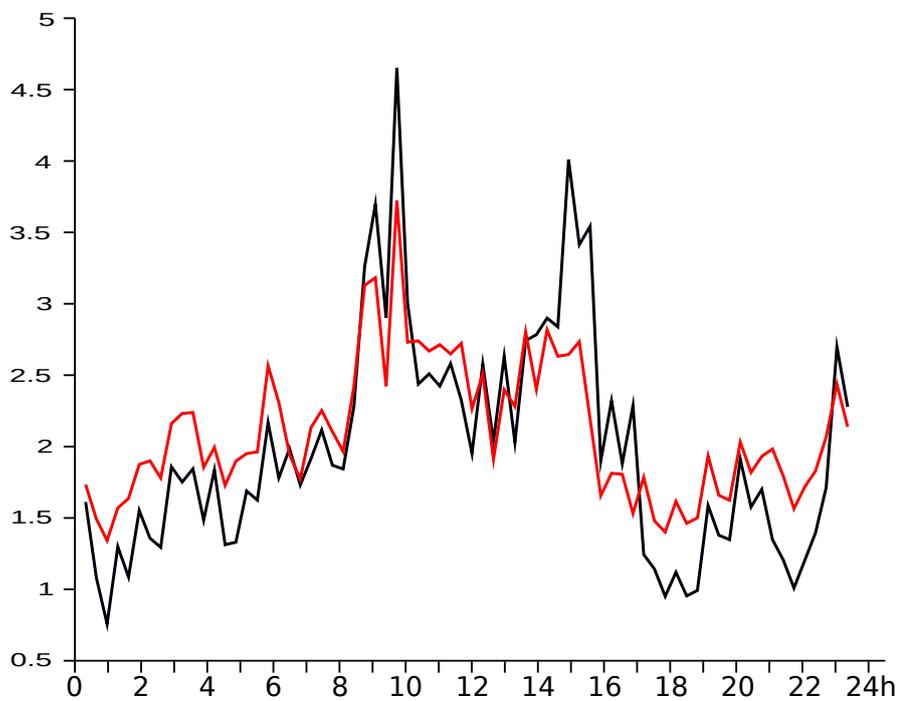


FIGURE 4.16 – Séries temporelles de TKE pour la journée complète du 26/08/2010 : en noir la TKE classique, en rouge la moyenne par intervalle de 10 minutes de la TKE estimée par la méthode de reconstruction de l’atmosphère turbulente.

L'approche naturelle pour valider notre estimation de la TKE est de moyenner les estimations instantanées par intervalle de dix minutes, et de comparer ces moyennes aux estimations classiques. La figure 4.16 illustre cette comparaison. Les estimations de TKE sont représentées pour un cycle diurne complet, sur la journée du 26/08/2010. Il y a deux éléments importants à remarquer sur cette figure. Tout d'abord, sur la période nocturne, nous remarquons une nette surestimation de la TKE par l'algorithme de reconstruction. Cette surestimation s'explique par le modèle lagrangien stochastique utilisé pour l'évolution temporelle des particules. Ce modèle est un modèle local de turbulence qui n'est pas adapté à la modélisation des écoulements peu turbulents. Quand la turbulence n'est pas développée, le modèle a tendance à en créer artificiellement. Par contre, en journée (grossièrement de 8h à 18h, heure locale) les deux estimations de la TKE sont tout à fait cohérentes. Quand le régime turbulent est bien installé, l'algorithme de reconstruction est capable d'estimer correctement la turbulence moyenne. Nous pouvons d'ailleurs remarquer que la TKE particulière est parfois inférieure à la TKE classique, ce qui éloigne les questions sur le biais des estimations à partir du système de particules qui auraient pu naître à la vue des résultats nocturnes.

En moyenne, la TKE particulière est donc cohérente avec la TKE classique. Cependant cette validation moyenne n'est pas suffisante pour valider l'allure très intermittente des estimations instantanées. Comme cette variabilité n'est pas accessible avec les méthodes usuelles de mesure de la turbulence, nous n'avons pas pu aller plus avant dans la validation des estimations en temps réel.

Remarque sur l'anisotropie de la turbulence

De nombreux travaux ont démontré le caractère anisotrope de la turbulence dans la couche limite atmosphérique [85]. Si l'anisotropie de la turbulence est un phénomène bien connu, sa modélisation demeure difficile.

Le modèle physique utilisé pour l'évolution temporelle des particules est un modèle local de turbulence, localement cohérent avec les lois de Kolmogorov K41. Ces lois ont été établies pour la turbulence homogène et isotrope. Le modèle lagrangien stochastique que nous avons choisi a été développé pour modéliser une atmosphère turbulente stratifiée [35]. Ici nous appliquons le modèle physique de manière locale en nous appuyant partiellement sur le découpage en boîtes. Pour rester proches du domaine de validité du modèle nous l'appliquons à chaque fois à des volumes restreints. Cette application locale du modèle a l'avantage d'autoriser l'écoulement turbulent à varier à la fois sur l'horizontale et sur la verticale.

Si le modèle lagrangien stochastique ne modélise pas directement l'anisotropie de la turbulence, la mise à jour des particules par l'observation nous assure de la cohérence des estimations avec la physique de l'atmosphère. L'algorithme de reconstruction de l'atmosphère devrait donc être capable de représenter l'anisotropie de la

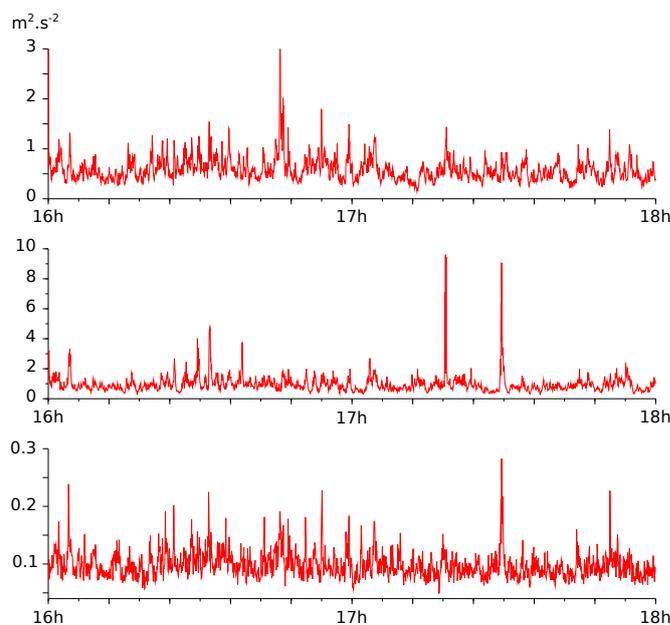


FIGURE 4.17 – Séries temporelles des trois composantes de la TKE pour une boîte. Les deux premiers graphiques représentent les composantes horizontales. Le graphique du bas représente la contribution de la vitesse verticale à la TKE.

turbulence.

Pour le vérifier, nous avons tracé sur la figure 4.17 la contribution des trois composantes du vent à la TKE. Nous remarquons que la contribution de la vitesse verticale est nettement inférieure à celles des composantes horizontales. Cette différence se retrouve également sur le tracé de l'EDR. La figure 4.18 représente l'EDR associée aux trois composantes du vent : l'ordre de grandeur de l'EDR pour la vitesse verticale est inférieur d'un facteur dix à l'EDR pour la vitesse horizontale. L'algorithme de reconstruction de l'atmosphère permet donc la modélisation de la turbulence anisotrope à partir d'observations provenant d'un lidar Doppler 3D.

3.4 Intensité turbulente

Dans cette partie, nous comparons l'intensité turbulente (IT) calculée à partir des observations à l'intensité turbulente calculée à partir du vent reconstruit. Nous avons choisi deux approches : dans un premier temps nous étudions l'évolution temporelle du profil vertical d'intensité, puis nous nous intéresserons à l'IT moyenne en fonction des classes de vitesses de vent. Ces deux approches ont pour but de progresser dans la validation de l'algorithme de reconstruction tout en étudiant les capacités d'un instrument de télédétection tel que le lidar à mesurer l'intensité turbulente.

L'évolution des profils verticaux de IT est présentée sur la figure 4.19. La partie haute représente l'IT calculée toutes les 10 minutes à partir des observations du

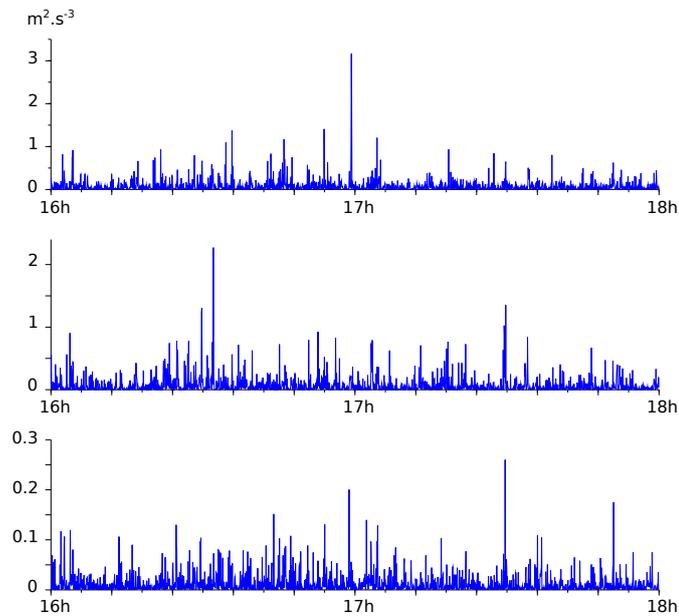


FIGURE 4.18 – Séries temporelles des trois composantes de l’EDR pour une boîte. Les deux premiers graphiques représentent les composantes horizontales. Le graphique du bas représente la contribution de la vitesse verticale à l’EDR.

WindCube, entre 16h et 18h pour la journée du 26/08/2010. Sur la partie basse nous avons représenté l’IT calculée à partir du vent reconstruit pour la même période. Globalement, l’intensité estimée semble plus faible que celle calculée directement à partir des observations. Par contre, les mêmes structures turbulentes apparaissent dans l’évolution temporelle des deux IT.

Pour vérifier la cohérence entre l’intensité turbulente calculée et celle estimée nous avons tracé sur la figure 4.20 l’évolution temporelle de l’intensité turbulente à 100m, calculée cette fois-ci avec des moyennes glissantes. A la place d’obtenir une valeur d’IT toutes les dix minutes, nous recalculons la moyenne et la variance du vent (sur 10 minutes) à chaque nouvelle observation. L’IT ainsi obtenue présente des variations temporelles plus rapides qui vont mettre en lumière le bon accord entre l’IT calculée à partir des observations et celle obtenue avec le vent reconstruit. Comme constaté sur les profils verticaux, l’IT estimée est plus faible que l’IT observée. Cependant nous remarquons que les périodes de croissance et de décroissance des deux courbes concordent. Les variations rapides sont identiques d’une courbe à l’autre, nous remarquons notamment la présence de pics communs aux deux courbes.

Ces comparaisons montrent que l’algorithme de reconstruction restitue correctement la variabilité temporelle du vent, avec cependant une intensité inférieure à celle des observations brutes. Nous allons maintenant comparer nos estimations d’IT à des valeurs de référence.

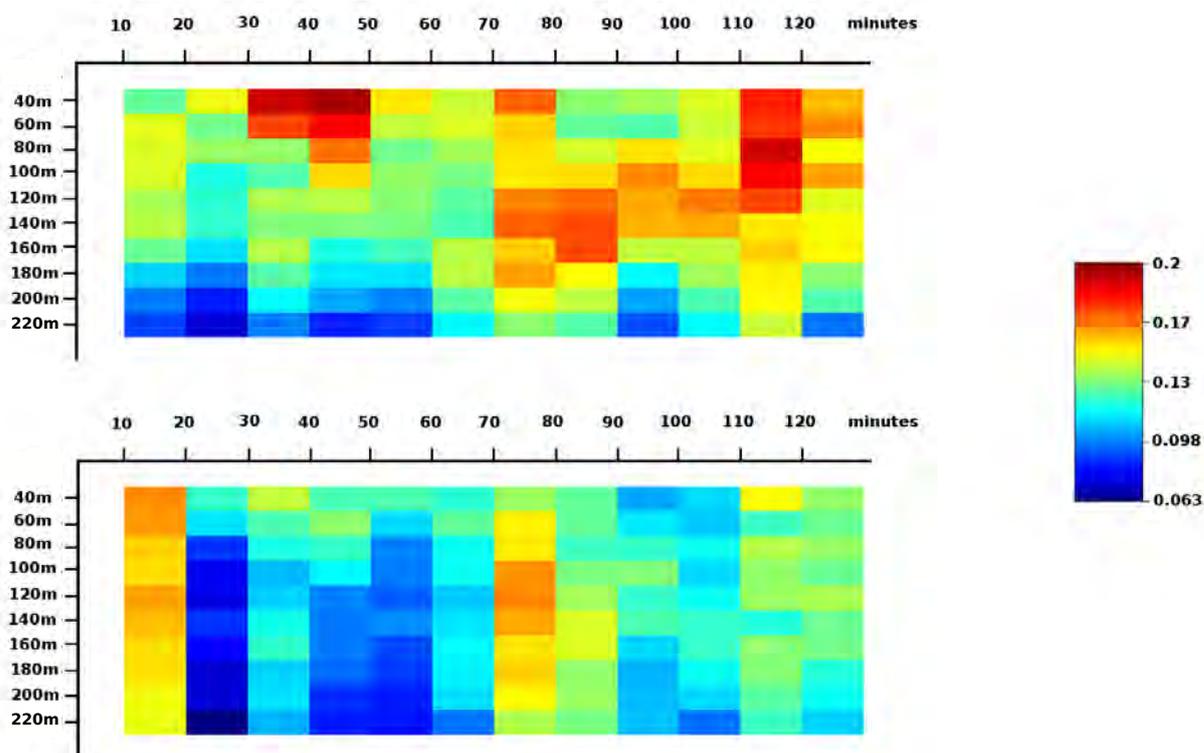


FIGURE 4.19 – Profil vertical d'intensité turbulente par intervalle de 10 minutes. En haut, les profils verticaux calculés directement à partir des observations, en bas les profils calculés à partir du vent reconstruit par notre algorithme.



FIGURE 4.20 – En rouge l'intensité turbulente estimée, en noir l'intensité turbulente calculée, pour un niveau vertical (100m) au cours du temps (2h).

Les standards éoliens définissent l'intensité turbulente à partir de mesures d'anémomètres à coupelles. L'usage d'anémomètres à coupelles pour la mesure de la turbulence peut être remis en question. Cependant, ici nous considérerons l'IT mesurée avec ces anémomètres comme une référence.

Par rapport à un anémomètre, le WindCube a l'avantage de restituer des observations de vent à plusieurs altitudes, réparties dans un volume. En utilisant un WindCube, il est donc possible d'évaluer la turbulence en plusieurs points. Toutefois l'intensité turbulente calculée à partir des observations brutes du WindCube est souvent surestimée [132].

Nous comparons ici trois IT :

- l'IT de référence, calculée à partir des mesures anémométriques,
- l'IT calculée à partir des observations du WindCube brutes,
- l'IT calculée à partir du vent reconstruit par notre algorithme.

Ces trois intensités sont calculées de manière indépendante, sur la période du 20/08/2010 au 27/08/2010. En utilisant les sept jours de données, nous avons calculé les intensités moyennes par classe de vent.

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.21. Nous remarquons que l'IT calculée avec les observations WindCube est significativement plus élevée que l'IT de référence. L'IT calculée avec le vent reconstruit est quant-à elle plus proche de la référence pour les classes de vent supérieures à $9m.s^{-1}$. Cependant, il faut souligner que les résultats se dégradent pour les classes de vent faible. Cette dégradation s'explique par une particularité du jeu de données. Durant la période d'observation, les occurrences de vent faible ont essentiellement lieu de nuit. Les vents faibles sont donc associés à des périodes où la turbulence est peu développée. Comme précédemment pour l'estimation de la TKE, nous sommes donc face aux difficultés du modèle lagrangien stochastique à modéliser des écoulements laminares. Cette surestimation n'est pas liée directement à la vitesse du vent, et ne devrait donc pas apparaître si nous appliquions l'algorithme à un jeu d'observations plus varié.

En regardant les écart-types associés aux intensités moyennes, nous constatons encore une fois que l'IT estimée avec le vent reconstruit est de très bonne qualité pour les classes de vent fort : elle concorde presque parfaitement avec l'IT de référence.

D'après ces résultats, l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère turbulente permet d'améliorer considérablement les estimations d'intensité turbulente à partir d'observations du WindCube. Grâce à l'algorithme nous pouvons restituer une intensité turbulente cohérente avec l'intensité de référence, en nous affranchissant des contraintes liées aux mesures in-situ.

Averaged Turbulent Intensity

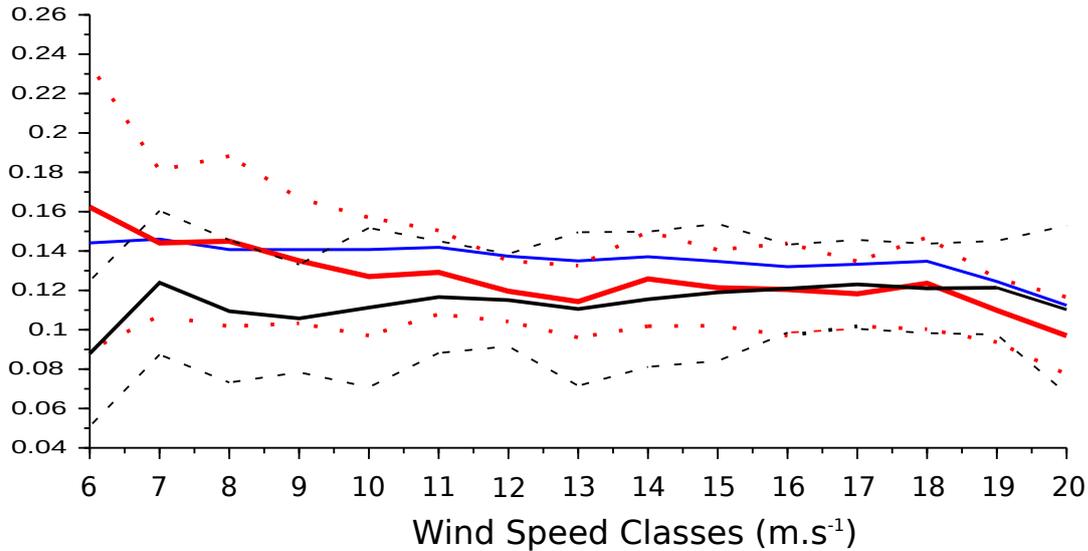


FIGURE 4.21 – Intensité turbulente moyenne par classe de vent : en noir l’intensité turbulente de référence obtenue à partir de mesures d’anémomètres à coupelles, en bleu l’intensité obtenue à partir des observations du WindCube brutes, et en rouge l’intensité obtenue à partir du vent reconstruit. Les lignes en pointillés représentent les écart-types autour des intensités moyennes.

4 Discussion et conclusions

Discussion

La caractérisation de la turbulence dans la couche limite atmosphérique est un des enjeux actuels des sciences de l’atmosphère. Le problème ne se réduit pas à la compréhension des processus physiques, l’objectif est également de répondre aux questions industrielles et écologiques qui y sont liées. La turbulence soulève de nombreuses questions, de la définition des paramètres turbulents aux méthodes d’évaluation du niveau de turbulence. De manière classique, les paramètres turbulents sont définis à partir de moyennes et de variances temporelles. Ces définitions ont été adoptées pour pallier l’absence d’information sur la variabilité spatiale du vent. Ces définitions s’appliquent à un écoulement stationnaire et ergodique, et fournissent des estimations de la turbulence en temps long. Pour obtenir des estimations en temps réel des paramètres turbulents, nous sommes revenus à leur première définition et nous avons utilisé une approximation particulière de la moyenne d’ensemble.

La méthode de reconstruction de l’atmosphère que nous proposons offre une vision totalement nouvelle de l’estimation de la turbulence atmosphérique. Nous utilisons des techniques stochastiques pour reconstruire le champ de vent turbulent à partir d’observations de lidar Doppler 3D. Pour valider la reconstruction nous avons

dans un premier temps comparé les vents reconstruits aux vents observés. Nous avons ensuite validé en moyenne les estimations instantanées de TKE en comparant les estimations moyennées par intervalle de 10 minutes à la TKE calculée par la méthode classique. Cette comparaison a démontré la cohérence en moyenne de la TKE estimée avec la TKE classique.

Pour poursuivre la validation des résultats nous suggérons plusieurs approches. La première idée serait de comparer des estimations instantanées de TKE réalisées avec différents instruments. Par exemple, nous pourrions comparer les estimations faites à partir d'observations provenant d'un WindCube aux estimations réalisées à partir d'observations anémométriques (à l'aide d'anémomètres soniques sur mât, et/ou sous ballon captif).

Une autre approche possible basée sur l'expérimentation est inspirée de l'expérience de Mann et al. [90] : nous pourrions utiliser trois lidars pointant sur un anémomètre sonique. En disposant de mesures anémométriques à 100Hz, il serait possible de calculer des estimations moyennes de TKE par intervalle de 5 secondes. Compte-tenu des fréquences d'observation, les estimations toutes les 5 secondes pourraient être considérées comme des estimations en temps long pour l'anémomètre tout en étant comparables aux estimations instantanées déduites des observations lidar. Nous disposerions ainsi d'une méthode de validation des estimations instantanées entièrement basée sur l'observation.

La dernière approche que nous suggérons est, contrairement à la précédente, complètement numérique. Nous envisageons de poursuivre la validation de l'algorithme et des estimations à haute fréquence dans un environnement simulé. L'idée est d'utiliser une simulation à très fine échelle comme "réalité". Des observations lidar seraient simulées dans cet environnement numérique, puis nous appliquerions l'algorithme de reconstruction aux observations simulées. Nous pourrions ensuite comparer l'atmosphère reconstruite à l'atmosphère "réelle" numérique.

Ce type d'expérience serait également intéressant pour travailler sur l'advection de structures turbulentes. En effet, comme la figure 4.14 l'a déjà montré, l'algorithme de reconstruction semble capable d'advecter les structures turbulentes apprises grâce aux observations précédentes. Le système de particules modélise et fait donc vivre des structures plus fines que celles qui peuvent être déduites des observations d'après le théorème d'échantillonnage de Shannon [118]. Nous verrons dans la seconde partie de ce mémoire les résultats des toutes premières expériences menées dans ce domaine.

La capacité du système de particules à advecter des structures précédemment apprises amène également à s'interroger sur la résolution spatiale du champ de vent reconstruit à l'aide des particules. Nous n'avons pas encore apporté de réponse à cette question, mais nous verrons qu'elle apparaît également dans les expériences de descente d'échelle.

Les expériences numériques permettraient aussi d'affiner le choix de la longueur d'homogénéité δ utilisée dans l'implémentation de la moyenne locale (voir section

5.3). Pour le moment nous l'avons fixée d'après la géométrie du WindCube. La relation qui lie la longueur δ et l'espacement des observations pourrait être précisée. Nous pourrions également regarder l'influence des autres variables sur la longueur d'homogénéité. La longueur δ pourrait par exemple dépendre de la densité des particules ou de la turbulence instantanée. Les études nécessaires pour affiner le choix de la longueur d'homogénéité devront être menées pas à pas pour trouver le meilleur compromis entre les difficultés de modélisation et l'amélioration des estimations.

Comme les résultats sur les estimations de la TKE l'ont montré, le modèle lagrangien stochastique n'est pas adapté à la modélisation des vents laminaires. En vue de pouvoir reconstruire des cycles diurnes complets, il faudra adapter nos travaux aux régimes non turbulents ou faiblement turbulents. Nous devons associer au modèle turbulent SLM un modèle stochastique pour les écoulements laminaires. Nous serons alors confrontés au problème du changement de modèle : comment passer d'un modèle à l'autre lorsque la turbulence se développe en début de journée ou meurt à la fin du cycle diurne ? Ce point est d'autant plus délicat que la croissance et la décroissance de la turbulence sont des phénomènes physiques encore à l'étude. Il existe des solutions mathématiques pour passer d'un modèle à un autre. Elles ont majoritairement été développées pour la poursuite de cibles [50]. Ces solutions pourraient être adaptées à notre cadre de travail, mais nous suggérons de débiter par une solution simple qui consisterait à faire évoluer chaque particule par l'un des deux modèles choisi aléatoirement à chaque pas de temps. Cette méthode nécessiterait probablement un grand nombre de particules et nous n'avons pas étudié son efficacité potentielle. Son principal atout est d'être facile et rapide à implémenter.

Les problèmes de surestimation de l'intensité turbulente pour les classes de vent faible demandent également des recherches supplémentaires. Nous devons tout d'abord nous assurer qu'ils sont liés à la particularité du jeu de données dont nous disposons (les vents faibles apparaissent majoritairement de nuit quand la turbulence n'est pas développée). Nous devons donc tester l'algorithme sur un jeu de données plus varié. Puis, lorsque nous aurons ajouté un modèle laminaire en complément du modèle turbulent, nous pourrions nous assurer que la surestimation constatée ici n'apparaît pas dans les IT calculées avec le nouvel algorithme.

L'étape de mise à jour du filtre à particules utilise une fonction de potentiel dont la forme est donnée par la vraisemblance de l'observation sachant l'état prédit $p(y_k | y_{1:k-1}, \xi_k^i)$. Dans ces travaux, nous avons choisi de modéliser les erreurs d'observations par des gaussiennes. Ce choix classique a été fait pour faciliter l'implémentation, mais tout autre fonction de densité de probabilité pourrait être utilisée à la place.

Le dernier point que nous voulons évoquer dans cette discussion est relatif à l'ob-

servation lidar elle-même. Le lidar fournit une observation de vent qui est intégrée sur le volume de mesure (implicitement décrit par l'espacement vertical des observations). Pour le moment nous avons ignoré cet aspect volumique des observations. Les observations lidar étaient considérées comme des réalisations bruitées de la pdf du vent. Pour avancer sur ce point, nous pensons, là encore, travailler sur la comparaison entre lidars et anémomètres soniques.

Conclusion

Nous avons proposé une nouvelle méthode d'estimation de la turbulence. L'algorithme de reconstruction de l'atmosphère donne accès à une représentation fine du vent en trois dimensions, qui permet d'estimer la turbulence au travers de différents paramètres tels que l'énergie cinétique turbulente ou l'intensité turbulente. L'application de l'algorithme à des données réelles montre le grand potentiel des méthodes de reconstruction pour l'estimation de la turbulence. La validation de ces résultats a débuté, et plusieurs pistes ont été proposées pour poursuivre.

Notre méthode de reconstruction repose sur des outils stochastiques pour le moment peu répandus dans le domaine de la technologie de la mesure. L'estimation de la turbulence passe par la reconstruction du vent en trois dimensions à l'aide d'un filtre à particules. Ici les particules sont à la fois des particules fluides et des particules stochastiques. Leur sens physique facilite leur représentation : elles peuvent être vues comme un nuage de points qui évolue avec le vent. Nous utilisons leur caractère stochastique pour calculer les estimations des paramètres turbulents en temps réel.

Nous avons appliqué l'algorithme de reconstruction à des mesures réelles faites avec un lidar WindCube. Cet instrument a été choisi pour sa géométrie conique qui permet d'observer le vent dans un volume et suivant plusieurs directions. Grâce aux différentes directions d'observation, il est donc possible de reconstruire le champ de vent en trois dimensions et d'estimer les paramètres turbulents dans le volume observé.

Pour valider notre algorithme, nous avons comparé le vent reconstruit au vent observé. Les résultats montrent le très bon accord de la reconstruction avec l'observation. Nous avons ensuite travaillé sur l'estimation de deux paramètres turbulents : l'énergie cinétique turbulente et l'intensité turbulente. La reconstruction de l'atmosphère apporte une amélioration significative dans l'estimation d'intensité turbulente. Grâce à notre algorithme, il est possible d'utiliser un WindCube pour estimer l'intensité turbulente, tout en obtenant des estimations comparables aux intensités mesurées par les anémomètres à coupelles sur mât. Pour ce qui est de l'estimation de l'énergie cinétique turbulente, nous avons montré que la reconstruction de l'atmosphère apporte une information complètement nouvelle sur la turbulence

en temps réel.

En associant les observations haute fréquence aux méthodes particulières nous avons proposé un algorithme de reconstruction de l'atmosphère turbulente locale. Nous avons ainsi accès à des estimations fines de la turbulence dans le volume observé. Les expériences menées à partir de données réelles montrent des résultats très prometteurs, mais la question de la validation des estimations instantanées reste ouverte.

Chapitre 5

Application de la reconstruction

L'algorithme de reconstruction de l'atmosphère que nous avons développé permet d'accéder en temps réel à la variabilité spatiale du vent et de la turbulence dans les premières centaines de mètres de la couche limite. La reconstruction offre un nouvel outil d'étude des processus atmosphériques. Même si les travaux que nous avons présentés sont du domaine de la recherche et restent loin du domaine opérationnel, plusieurs perspectives d'application se dessinent déjà.

La première application de la reconstruction de l'atmosphère se ferait dans le cadre du projet SkyScanner. Ce projet est défini dans le contexte du chantier *Micro Air Vehicles Research Center*. Il vise à développer des drones de très longue endurance, et à les mettre en œuvre au sein d'une flotte pour améliorer la compréhension fine des mécanismes physiques se produisant dans la couche limite atmosphérique, et en particulier au sein des nuages. Il intègre des recherches pluridisciplinaires et fondamentales sur les sciences de l'atmosphère, sur la conception de drones innovants capables de détecter et d'exploiter les perturbations aérologiques, sur la commande de tels drones, et sur la conduite d'une flotte de drones au sein de larges volumes dans lesquels les flux aérologiques sont mal connus. Les méthodes de reconstruction de l'atmosphère turbulente en temps réel pourrait aider à adapter les trajectoires des drones mais également fournir une information sur la turbulence dans les zones qui ne seront pas couvertes par la flotte de drones. Notre contribution au projet SkyScanner interviendrait fin 2016 ou courant 2017.

Nous avons présenté nos travaux sur la reconstruction de l'atmosphère à partir d'observations lidar dans le cadre d'un groupe de travail de l'action européenne COST (european COoperation in Science and Technology). Ce groupe de travail, nommé TOPROF (Towards Operational ground-based PROFiling with ceilometers, doppler lidars and microwave radiometers), s'intéresse à la caractérisation de la couche limite atmosphérique à partir de mesures télé-détectées. L'objectif de ce groupe est principalement d'améliorer la mesure des profils de vent, de température,

d'humidité et de contenu aérosols en vue de les assimiler dans les modèles météorologiques les plus récents. La capacité des méthodes particulières à reconstruire les champs de vent a vivement intéressé les participants au groupe de travail. De plus, la possibilité de détecter les rafales de vent pourrait venir compléter les études sur les rafales menées en collaboration avec l'industrie éolienne [122].

Comme nous l'avons vu au travers des résultats, le système de particules utilisés pour reconstruire l'atmosphère est capable d'advecter des structures turbulentes observées en amont de l'écoulement. Ce point est intéressant non seulement pour l'étude des futurs sites éoliens mais aussi pour l'étude de l'impact des champs d'éoliennes sur l'écoulement dans la couche limite atmosphérique. Les poursuites envisagées aux travaux sur l'advection que nous avons présentées à la réunion TO-PROF ont suscité plusieurs propositions de partenariat, notamment du Finnish Meteorological Institute et du Risø (laboratoire de l'université technique du Danemark).

Les divers aspects de la reconstruction de l'atmosphère qui intéressent l'industrie éolienne peuvent également être adaptés aux problématiques de gestion du trafic sur aéroport. Dans le cadre du projet européen SESAR, les grands aéroports seront dotés de lidars pour améliorer la détection des cisaillements de vent et de la turbulence. LEOSPHERE et le WindCube 200S sont notamment impliqués dans le projet. Notre méthode de reconstruction pourra donc être appliquée d'ici quelques années sur plusieurs plate-formes aéroportuaires et contribuer ainsi à l'amélioration de la sécurité des passagers et de la fluidité du trafic.

Dans la même gamme d'idée, la reconstruction numérique de l'atmosphère pourrait venir en complément des méthodes PIV (Particle image velocimetry) pour les études préliminaires à la construction d'ouvrages exceptionnels, tels que les viaducs ou les gratte-ciels.

A plus long terme, nous pourrions compléter la reconstruction de l'atmosphère par de nouvelles observations. Les lidars aérosols pourront notamment être utilisés pour observer le contenu en aérosols de la couche limite et ainsi étudier et détecter les épisodes de pollution intense.

Deuxième partie

Couplage avec un modèle en points de grille

Chapitre 6

Modélisation de la turbulence

Ce chapitre présente une courte revue des méthodes de modélisation de la turbulence, utilisées dans divers domaines de la physique. Cette introduction sur la modélisation de la turbulence décrit le contexte général dans lequel nos travaux de descente d'échelle se placent.

1 Les simulations numériques directes

La simulation numérique directe (Direct numerical simulation (DNS)) est une méthode de simulation en mécanique des fluides numérique qui résout les équations de Navier-Stokes sans utiliser de modèle de turbulence. Toutes les échelles spatiales et temporelles de la turbulence sont explicitement calculées. Pour les résoudre, la grille employée dans la simulation directe doit être extrêmement fine : tous les tourbillons présents dans l'écoulement y sont représentés. Par conséquent, les DNS requièrent une importante puissance de calcul qui limite strictement leur usage au domaine de la recherche.

En modélisation de la turbulence dans la couche limite, quelques expériences de laboratoire utilisant des DNS ont été menées pour étudier les écoulements proches d'une surface [95] [36]. Plus récemment, les DNS ont également été utilisées pour étudier la transition d'un écoulement turbulent vers un écoulement laminaire [127].

L'utilisation des DNS serait très intéressante pour compléter et valider la méthode de descente d'échelle stochastique décrite dans le chapitre suivant. Le coût de calcul associé à ces simulations est malheureusement prohibitif. Les modèles que nous utilisons ne résolvent pas toutes les échelles de l'écoulement. A la place, ils utilisent des modèles de turbulence simplifiés pour simuler les échelles non résolues.

2 Les simulations avec paramétrisations

A l'opposé des simulations numériques directes, on trouve les simulations basées sur les équations de Navier-Stokes moyennées (Reynolds averaged Navier-Stokes

(RANS)). Ces équations permettent de modéliser les écoulements en moyenne. Les fluctuations autour de l'écoulement moyen sont représentées par un tenseur, appelé le tenseur de Reynolds. Pour fermer les équations RANS, un modèle supplémentaire qui décrit l'évolution du tenseur est donc nécessaire.

Différents modèles de turbulence sont utilisés pour fermer les équations RANS. Parmi eux, nous pouvons citer le très classique modèle $k - \varepsilon$ [26], ou des modèles plus récents qui font intervenir la diffusion turbulente [130].

Les simulations RANS, employées pour décrire les écoulements moyens, présentent l'avantage d'être peu coûteuses. Elles sont donc plus faciles à mettre en œuvre dans un cadre industriel ou opérationnel que les DNS.

Entre la turbulence entièrement résolue des DNS et la turbulence paramétrée des simulations RANS, les modèles Large Eddy Simulation (LES) proposent de limiter l'usage des paramétrisations à la modélisation des très fines échelles. Cette solution intermédiaire a été proposée pour la première fois en 1963 par Smagorinsky [120]. Les simulations LES consistent à appliquer un filtre passe-bas aux équations de Navier-Stokes pour filtrer les petites échelles contenues dans la solution. Comme les moyennes et grandes échelles sont résolues, les simulations LES sont plus précises que les simulations RANS [28]. La résolution d'une simulation LES est liée à la grille utilisée, et dépend donc des ressources de calcul disponibles.

En descente d'échelle, les simulations basse et haute résolution sont effectuées avec le modèle LES Meso-NH [73]. Nous utiliserons également le modèle LES développé par le NCAR. Nous comparerons alors la résolution effective des modèles à la résolution des grilles utilisées.

3 Les simulations avec particules

En mécanique des fluides le concept de "particule" est utilisé dans plusieurs types de simulations. Nous allons les décrire brièvement et ensuite positionner nos méthodes particulières par rapport à ce cadre.

3.1 Les simulations Euler-Lagrange

Intéressons nous tout d'abord aux simulations Euler-Lagrange. Ce type de simulation est adapté pour décrire l'écoulement de fluides diphasiques (écoulement dispersé par exemple) avec interaction entre les deux phases [74].

Les simulations Euler-Lagrange utilisent les particules pour décrire une des deux phases du fluide. Les particules sont des particules fluides ou physiques qui sont soumises aux lois de la mécanique des fluides.

Les équations de la première phase, en formulation eulérienne, sont résolues avec une méthode classique, de type volumes finis par exemple. Les équations d'évolution

des particules, en formulation lagrangienne, décrivent l'évolution de la deuxième phase. Dans les simulations Euler-Lagrange, les particules sont un outil qui permet d'adopter le point de vue le plus approprié pour décrire une des phases. Ce type de méthode est fréquemment utilisé en mécanique ou en combustion pour décrire les mélanges de gaz et de liquide [117] [56]. Par contre, les simulations Euler-Lagrange ne font pas encore partie de la boîte à outils du météorologue pour décrire les écoulements turbulents dans l'atmosphère.

3.2 Les méthodes PIC et FLIP

Les méthodes Particle-in-cell (PIC) sont des méthodes semi-lagrangiennes, introduites en 1955 puis développées par Harlow [57]. Elles font aujourd'hui parties des outils classiques en astrophysique pour la simulation de plasmas [75].

Comme leur nom l'indique, les méthodes PIC utilisent une simulation sur grille et des particules pour représenter le milieu à l'intérieur des mailles de la grille. Les particules et la simulation sur grille évoluent avec le même pas temps. La première phase de la simulation PIC consiste à faire évoluer le modèle eulérien en point de grille. Dans un second temps, l'advection est modélisée par l'évolution lagrangienne des particules. Le modèle d'évolution utilise notamment l'interpolation des champs eulériens en points de grille. Les champs eulériens sont ensuite corrigés pour prendre en compte l'advection à l'aide des valeurs moyennes des particules par maille [45].

La version originale des méthodes PIC est peu employée, principalement parce que la diffusion numérique (liée aux interpolations et aux moyennes utilisées) est trop importante. Pour la modélisation des fluides, la méthode a été corrigée : c'est la méthode FLIP [24].

Les méthodes Fluid-Implicit Particle (FLIP) utilisent des particules purement lagrangiennes pour supprimer la diffusion numérique [25]. Elles limitent l'utilisation de l'interpolation des champs en points de grille. Avec les méthodes PIC, les valeurs des particules sont à chaque pas de temps remplacées par les interpolations des champs en points de grille. Avec les méthodes FLIP, on ajoute aux valeurs des particules une fluctuation qui a été calculée sur la grille, puis interpolée [113].

Les méthodes PIC et FLIP font partie du groupe plus vaste des méthodes numériques sans maillage [84]. Différentes méthodes d'interpolation ont été développées pour reconstruire les champs en tout point à partir des représentations sans maillages. Pour la plupart, elles utilisent des noyaux de régularisation ou le principe des moindres carrés.

Notre méthode de descente d'échelle stochastique est basée sur une modélisation particulière des champs sous-maille à partir d'un modèle en points de grille. Le principe est similaire aux méthodes PIC : les particules vivent librement à l'intérieur

du domaine simulé, qui peut être composé de plusieurs mailles du modèle en points de grille.

Nos expériences de descente d'échelle portent à la fois sur une augmentation de la résolution spatiale et de la résolution temporelle. Les particules évoluent donc à une échelle temporelle plus fine que le modèle en points de grille, ce qui constitue une première différence avec les méthodes PIC et FLIP.

Une autre différence importante porte sur l'évolution des particules. Dans les méthodes PIC et FLIP, l'évolution des particules repose en partie sur une interpolation des champs en points de grille. Notre méthode est quant à elle basée sur un forçage par maille des particules qui sera décrit en détails dans le chapitre 7. L'évolution des particules ne nécessite ici qu'une reconstruction constante par maille. Comme nos travaux se limitent à la descente d'échelle, il n'y a pas encore d'assimilation des champs sous-maille.

Pour le moment nous n'avons donc pas mis en place de méthode de correction des champs en points de grille. À terme, les techniques d'interpolation développées pour les méthodes sans maillage pourront intervenir dans la méthode d'assimilation.

Chapitre 7

Descente d'échelle

Dans ce chapitre nous allons présenter une méthode de descente d'échelle depuis un modèle en point de grille, Meso-NH, vers un système de particules qui vit à l'intérieur de la grille. Cette descente d'échelle est proposée pour deux raisons. La première est la poursuite du travail de validation des méthodes de reconstruction de l'atmosphère turbulente que nous avons présentées dans la première partie du mémoire. La seconde motivation est de proposer une modélisation sous-maille du vent et de la turbulence en vue, par exemple, d'améliorer les paramétrisations sous-maille de la turbulence dans les futurs modèles météorologiques opérationnels.

Dans ce chapitre nous allons tester la capacité d'un système de particules à modéliser la turbulence sous-maille. Le système de particules est forcé par un modèle météorologique de grande échelle et les champs reconstruits sont comparés à un modèle haute résolution. Les modèles et la simulation que nous avons utilisés sont d'abord introduits. La méthode de forçage du système de particules et les résultats obtenus sont ensuite décrits et discutés.

1 Introduction

Dans le sillage de l'augmentation de la puissance des supercalculateurs, le degré de résolution des modèles météorologiques a constamment augmenté ces dernières années. Cette amélioration de la résolution spatiale et temporelle nécessite une modélisation de plus en plus fine des processus atmosphériques, qui est intimement liée à une meilleure compréhension de la physique de l'atmosphère. Dans ce contexte, la largeur des mailles des modèles diminue et les questions autour de la modélisation des paramètres sous-maille semblent de plus en plus importantes. Les problèmes de modélisation sous-maille touchent de nombreux domaines de recherche en météorologie, de la modélisation du manteau neigeux à la modélisation de la couverture nuageuse. Un point particulièrement délicat est la modélisation de la turbulence sous-maille dans la couche limite. En effet, à fine échelle, l'influence de la turbulence sur l'évolution des autres variables est importante et le choix de la paramétrisation

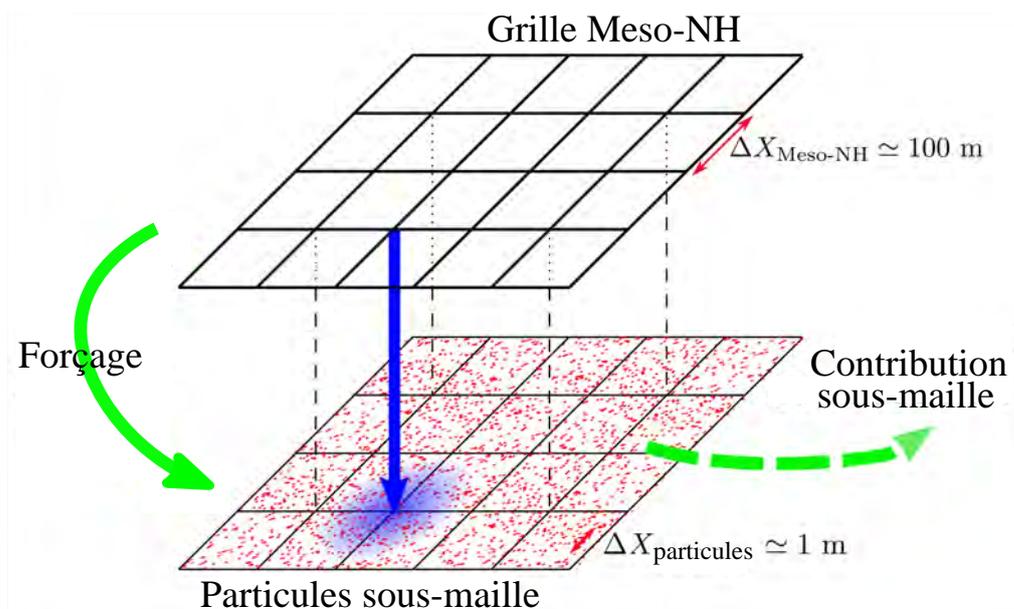


FIGURE 7.1 – Descente d’échelle depuis un modèle en points de grille vers un système de particules sous-maille. Les particules sont forcées par le modèle en points de grille. Elles restituent ensuite la pdf du vent sous-maille.

impacte la représentation sous-maille des autres variables. Par exemple, des travaux ont montré l’influence de la paramétrisation de la turbulence sur la formation de stratocumulus dans un modèle régional de climat [97], ou sur la modélisation des nuages en région tropicale [89]. Plusieurs campagnes de mesures ont participé à l’étude des processus turbulents sur la météorologie locale et le climat des vallées alpines [109], [43], [99]. La campagne menée à Passy (Haute-Savoie) durant l’hiver 2014/2015 vise à améliorer notre compréhension de la dynamique atmosphérique des épisodes de pollution lors des situations anticycloniques hivernales. Dans les vallées encaissées, la turbulence atmosphérique joue, par exemple, un rôle important dans la dissipation ou la persistance des masses d’air froid en hiver. Quand elle est suffisamment développée, elle participe également à la dispersion des polluants.

A cause de leur variabilité et de leur sensibilité aux conditions locales (conditions météorologiques, couverts végétaux, reliefs,...), les phénomènes turbulents de petite échelle sont difficiles à modéliser. Nous suggérons une approche qui repose, non pas sur la diminution de la largeur de la grille du modèle, mais sur un nouveau type de modélisation sous-maille. Nous présentons dans ces travaux une approche stochastique pour la descente d’échelle. Notre méthode utilise un système de particules qui vit dans la grille du modèle. La figure 7.1 illustre le cadre générale de notre travail. Les particules sont pilotées par un modèle local de turbulence et permettent de décrire la fonction de densité de probabilité (pdf) du vent sous-maille. La nécessité de décrire les processus sous-maille par leur pdf est apparue dès 1977 avec les travaux de Sommeria et Deardorff [121]. L’approximation gaussienne qu’ils ont faite

pour décrire le contenu en eau liquide de l'air a été étendue à d'autres variables. La description des processus turbulents sous-maille sous forme de pdf gaussienne (ou assimilée) est aujourd'hui répandue [76], [77], [20]. Dans notre approche, la pdf du vent sous-maille n'est pas supposée d'une forme particulière. La pdf est échantillonnée par les particules et évolue dans le temps.

Pour que le comportement moyen des particules soit cohérent avec le modèle en point de grille, nous utilisons certains de ses champs pour forcer le système particules. Le vent sous-maille n'est pas directement forcé. Le forçage externe est fait sur les paramètres de contrôle du modèle physique utilisé pour l'évolution des particules. Le forçage est constant pendant chaque pas de temps du modèle en points de grille. Les particules évoluent quant à elles avec un pas de temps plus court.

Le modèle en points de grille utilisé ici est le modèle de recherche français Meso-NH. Nous avons choisi des simulations faites sur les cas intéressants de la campagne BLLAST. Nous disposons donc à la fois de simulations et d'observations de la couche limite turbulente. La méthode de descente d'échelle que nous proposons est adaptée à la modélisation de la turbulence sur une aire limitée, et ne dépend pas du caractère stable ou convectif de la couche limite. Si ces travaux se limitent à des expériences sur un domaine réduit, ils ouvrent une nouvelle voie pour améliorer la compréhension et la modélisation de la turbulence sous-maille.

2 Cadre de travail

2.1 La campagne BLLAST

La campagne BLLAST (Boundary Layer Late Afternoon and Sunset Turbulence) a eu lieu du 14 juin au 8 juillet 2011 autour de la plate-forme de mesures de Lannemezan dans le Sud-Ouest de la France. Cette campagne est le fruit de la collaboration de plusieurs laboratoires européens orchestrée par le Laboratoire d'Aérodynamique. L'objectif de la campagne est l'étude de la transition de fin d'après-midi dans la couche limite [87].

Les différentes sources de turbulence dans la couche limite sont à l'étude. Les mesures effectuées au sol couvrent des terrains hétérogènes, elles sont complétées par des mesures faites par avion, drone et sous ballon captif lors des périodes d'observations intensives [100]. En complément de la grande variété des mesures effectuées, plusieurs modèles ont été utilisés pour simuler la couche limite. La capacité des différents modèles à modéliser la turbulence a ainsi pu être étudiée [68].

La campagne BLLAST regroupe de nombreuses problématiques allant de la compréhension du phénomène physique de décroissance de la turbulence à la dispersion des polluants ou à l'usure des éoliennes [34], [96]. Les diverses observations et simulations disponibles, ainsi que le dynamisme de la communauté BLLAST nous ont conduits à choisir des cas BLLAST pour nos premières expériences de descente

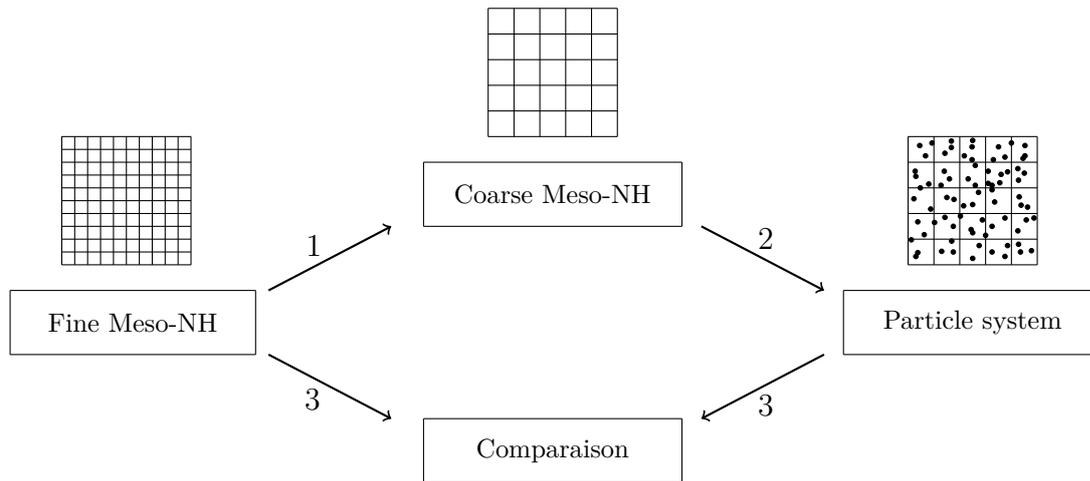


FIGURE 7.2 – Schéma de l’expérience réalisée. A partir d’une simulation fine nous construisons une simulation dégradée (1). Les particules sont forcées par la simulation dégradée (2) et modélisent les processus qui sont sous-maille pour la simulation dégradée. Puis les champs reconstruits par les particules sont comparés à la simulation fine (3).

d’échelle.

2.2 L’expérience réalisée

L’expérience que nous avons réalisée est une première étape dans le couplage d’un système de particules avec un modèle en points de grille. Ici nous travaillons uniquement sur la partie descente d’échelle du couplage. L’information ne circule donc que du modèle en points de grille vers les particules.

Nous avons utilisé des simulations de couche limite convective pour forcer les particules et ainsi modéliser la turbulence sous-maille. Les particules sont forcées par des champs issus d’un modèle de grande échelle. Nous verrons plus précisément par la suite à quoi se réfère le terme ”grande échelle” dans nos travaux. Notre objectif est de comparer les champs turbulents sous-maille modélisés par les particules aux mêmes champs issus d’une simulation en points de grille à haute résolution.

L’expérience présentée tient en trois étapes, décrites par la figure 7.2. Dans un premier temps nous avons réalisé une simulation haute résolution de la couche limite convective avec le modèle Meso-NH. Cette simulation est la description de la couche limite la plus fine que nous ayons, elle est donc considérée comme référence. Elle ne servira pas directement pour le forçage du système de particules, mais elle permettra d’évaluer la reconstruction particulière des champs sous-maille.

A partir de la simulation de référence, nous construisons une simulation dégradée, c’est-à-dire de plus grande échelle, qui servira à forcer les particules. Nous avons choisi de moyennner la simulation fine sur plusieurs mailles pour obtenir des champs à une résolution plus faible mais en accord avec les champs haute résolution. Pour

conserver une cohérence entre les échelles spatiales et temporelles, nous avons également effectué une moyenne temporelle des champs sur plusieurs pas de temps. La simulation dégradée ainsi obtenue a donc une grille plus large et un pas de temps plus long que la simulation de référence.

Dans chaque maille de la grille large et durant tout un pas de temps de la simulation dégradée, nous forçons le comportement moyen des particules. Si la méthode de forçage fonctionne, non seulement la moyenne des particules devrait permettre de retrouver les champs dégradés, mais en plus les particules devraient fournir une représentation des processus sous-maille. Dans ce cas, les champs reconstruits par les particules devraient être comparables à la simulation haute résolution utilisée comme référence.

Pour valider la méthode de descente d'échelle nous présenterons les comparaisons des champs de vent et d'énergie cinétique turbulente ou TKE. Comme nous le verrons à la section 4.1, aucune de ces deux variables n'est directement forcée par le modèle dégradé, dit de grande échelle.

3 Les modèles

Maintenant que le cadre général est posé, nous allons présenter le modèle en points de grille utilisé, le système de particules ainsi que son modèle d'évolution. Ces deux derniers points ont déjà été introduits dans la première partie du mémoire au chapitre 2. Nous avons pris le parti de les rappeler pour préserver l'indépendance des deux parties. Nous soulignerons ici les différences entre la reconstruction de l'atmosphère à partir d'observation et la modélisation des processus sous-maille.

3.1 Le modèle en point de grille : Meso-NH

Pour les simulations en points de grille de la couche limite nous avons utilisé le modèle Meso-NH. Meso-NH est un modèle non-hydrostatique développé de manière conjointe par le Laboratoire d'Aérodynamique et le CNRM-GAME [73]. Ce modèle comprend un système d'équations non-hydrostatiques pour modéliser l'atmosphère de l'échelle synoptique à des échelles fines. Il dispose en outre d'un jeu très complet de paramétrisations physiques pour modéliser les processus sous-maille. Meso-NH est l'outil de référence pour la modélisation de la turbulence. Il a, entre autre, déjà été utilisé pour évaluer la représentation de la turbulence dans les modèles à maille kilométrique [63].

Le système d'équations résolu dans Meso-NH est une approximation anélastique du système pseudo-incompressible de Durran [44]. Meso-NH est un modèle eulérien qui utilise un schéma d'advection centré d'ordre quatre pour les moments et une méthode en volume fini appelée PPM (Piecewise Parabolic Method) pour l'advection

de variables météorologiques (température et TKE par exemple) [29]. Pour filtrer les modes associés aux très courtes longueurs d'onde, le modèle est muni d'un schéma de diffusion du quatrième ordre qui est appliqué uniquement aux fluctuations du vent.

Pour les simulations BLLAST, nous utilisons dans Meso-NH un schéma de turbulence 3D avec une fermeture à l'ordre un et demi (la TKE est une variable prognostique, alors que la longueur de mélange est diagnostique). La longueur de mélange et la longueur de dissipation sont calculées séparément, comme suggéré par Redelsperger et al. [106]. La longueur de mélange est donnée par la largeur de la maille. Cependant elle est limitée par la distance au sol et par la longueur de mélange définie par Sommeria et Deardorff dans le cas stable [121].

Nous avons utilisé ici la version 4.9 de Meso-NH. On peut noter qu'il existe aujourd'hui des versions plus récentes du modèle (actuellement, la version 5.1 est disponible), mais les simulations BLLAST ont toutes été réalisées avec cette version.

3.2 Les simulations Meso-NH

Comme Meso-NH est un modèle de recherche adaptable à des configurations variées, la largeur de sa grille et son pas de temps varient d'une application à l'autre. Dans la simulation haute résolution que nous utilisons, la grille a une largeur horizontale de $\Delta_x = 40\text{m}$ et une hauteur de $\Delta_z = 12\text{m}$. Comme l'expérience de descente d'échelle demande un temps de calcul considérable (3 jours de calcul pour modéliser l'atmosphère sous maille durant 5 minutes), nous avons limité la durée de la simulation utilisée. Nous nous sommes servis de 25 minutes de simulation, avec un pas de temps de 5 secondes.

Malgré ces efforts pour limiter le temps de calcul, nous avons été réduits à n'utiliser qu'une petite partie du domaine disponible dans les champs Meso-NH haute résolution. Ce domaine comprend $256 \times 256 \times 256$ mailles. Nous n'avons gardé que $8 \times 8 \times 4$ maille. Nous les avons sélectionnées au milieu de la couche limite atmosphérique, pour éviter les problèmes de modélisation près du sol. Le premier niveau vertical se trouve à une altitude de 360 mètres. Dans ce chapitre, les simulations de ce Meso-NH haute résolution servent de référence. Nous parlerons des champs haute résolution ou fins. Ces champs nous permettront d'évaluer les champs reconstruits par les particules.

Pour forcer les particules nous avons construit une simulation dégradée. Pour cela, nous avons moyenné les champs haute résolution pour obtenir des champs dits larges ou basse résolution. Nous avons choisi de moyenné les champs fins sur des groupes de $4 \times 4 \times 2$ mailles et sur 12 pas de temps du modèle fin. Le modèle large a donc une résolution spatiale de $160\text{m} \times 160\text{m} \times 24\text{m}$ et un pas de temps d'une minute.

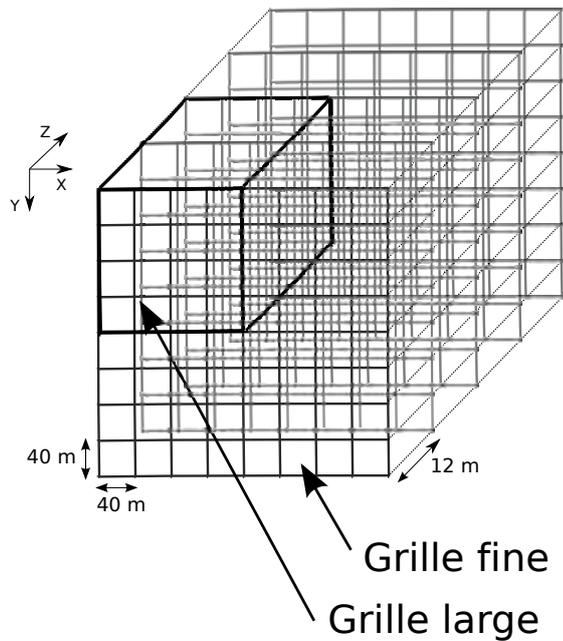


FIGURE 7.3 – Comparaison des grilles utilisées. La grille large correspond à la moyenne de la grille fine sur un groupe de $4 \times 4 \times 2$ mailles. Ce schéma n'est pas à l'échelle.

Les champs ainsi construits sont de résolution inférieure aux champs fins tout en restant cohérents avec eux.

	Modèle fin	Modèle large
Nombre de mailles	$8 \times 8 \times 4$	$2 \times 2 \times 2$
Largeur des mailles	40m	160m
Hauteur des mailles	12m	24m
Pas de temps	$\delta t = 5s$	$\Delta t = 1min$

Nous avons choisi une simulation allant de 13h55 à 14h20 pour la journée du 20/06/2011. Parmi les nombreuses variables disponibles en sortie de Meso-NH, nous avons extrait de la simulation fine la pression atmosphérique, les trois composantes du vent, l'énergie cinétique turbulente (TKE) et son taux de dissipation (EDR). Nous avons appliqué la moyenne que nous venons de décrire à ces champs pour obtenir les champs larges. Ce sont les champs larges uniquement qui serviront pour forcer le système de particules. La simulation fine n'est utilisée que pour valider les champs sous-maille reconstruits par les particules.

Les simulations haute résolution de Meso-NH ont elles-mêmes été comparées aux simulations d'un autre modèle LES pour s'assurer de leur cohérence avec le cas réel qu'elles modélisent. Ce travail de validation a été réalisé par Darbieu en utilisant le

modèle LES du NCAR [33].

3.3 Le système de particules

Pour modéliser les processus sous-maille nous avons utilisé un outil emprunté aux mathématiques appliquées : la description d'une fonction de densité de probabilité par un système de particules. La modélisation à l'aide de systèmes de particules est déjà répandue dans certains domaines de recherche tels que la modélisation des systèmes mécaniques (industrie automobile, aéronautique, etc). En modélisation de l'atmosphère son usage est beaucoup plus récent. Cette section est en partie un rappel de la présentation que nous avons faite des systèmes de particules dans la première partie du mémoire.

Le système de particules est utilisé ici pour décrire la pdf des processus sous-maille. Les particules sont des réalisations de l'atmosphère simulée environnante. Elles transportent les caractéristiques locales du fluide. Suivant la complexité du modèle d'évolution, les particules peuvent transporter des vitesses, des concentrations, une température ou un taux d'humidité. Dans ces travaux sur la descente d'échelle, le modèle d'évolution est simple et ne décrit que l'évolution de la position et de la vitesse du vent. Les particules sont donc des couples position/vitesse en trois dimensions. En plus d'être des particules fluides, les particules utilisées sont également stochastiques. La représentation particulaire du vent sous-maille permet donc de calculer les statistiques du vent, et notamment sa variance. A partir du champ de vent particulaire nous avons donc directement accès à la TKE.

De précédentes études ont déjà exploré les méthodes de descente d'échelle stochastiques, d'un modèle en points de grille vers un système de particules. Nous pensons par exemple aux travaux de Bernardin et al. [15], [17]. L'approche que nous proposons est cependant différente. Nous avons choisi de forcer les particules maille par maille en utilisant les champs de grande échelle, mais nous n'imposons pas de condition aux bords des mailles ou du domaine. Les particules vivent librement à l'intérieur du domaine et peuvent passer d'une maille à l'autre. Le système de particules contient ainsi des informations relatives aux différentes échelles, des composantes locales du champ sous-maille aux composantes moyennes des grandes échelles apportées par le forçage et également résolue par le modèle en points de grille.

Le système de particules fournit une représentation discrète du champ de vent sous-maille. Pour le comparer à un champ un point de grille, nous moyennons les valeurs des particules qui sont contenues dans chaque maille. En moyennant sur une maille large, nous pouvons comparer le champ particulaire au champ du modèle

large et ainsi valider le comportement moyen des particules. En moyennant par maille fine, nous pouvons comparer le champ particulaire au champ haute résolution de référence. Par exemple, le vent \mathbf{V}_k dans une maille à l'instant k est donné par l'espérance suivante :

$$\mathbf{V}_k = \mathbb{E}(\mathbf{V}_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{V}_k^i$$

où N est le nombre de particules présentes dans la maille et \mathbf{V}_k^i représente la vitesse de la particule i .

3.4 Le modèle lagrangien stochastique

Pour que les particules soient des réalisations de l'atmosphère turbulence environnante, il faut décrire leur évolution temporelle par un modèle physique. Leur évolution est donnée par un modèle local de turbulence. Nous utilisons le modèle lagrangien stochastique SLM déjà présenté dans le chapitre 2, section 5.2. Ce modèle est inspiré des travaux de Pope [104] et de Das et Durbin [35]. Il a été étudié en détails par Bossy et al., qui ont notamment démontré qu'il était bien posé [23]. Le SLM a été introduit par Baehr en estimation de la turbulence [12], nous allons l'utiliser ici de manière un peu différente : les paramètres de contrôle ne seront plus appris de l'observation, mais donnés par le modèle en point de grille.

Le modèle SLM est cohérent avec les lois K41 de Kolmogorov pour la turbulence du domaine inertiel [72]. Il décrit l'évolution de la position X et de la vitesse des particules en trois dimensions. La position évolue par intégration de la vitesse. L'évolution de la vitesse n'est pas régie par les mêmes équations sur l'horizontale et sur la verticale. La vitesse est donc séparée en deux composantes, la vitesse horizontale 2D, V , et la vitesse verticale W . L'évolution de la vitesse dépend à la fois des propriétés moyennes et des propriétés locales de l'atmosphère. Dans les équations d'évolution, on trouve tout d'abord l'influence moyenne des grandes échelles à travers le gradient de pression $\nabla_x \bar{p}$ (pour la vitesse horizontale) et l'incrément moyen de vitesse verticale $\Delta_k W$. Un opérateur de moyenne locale, noté $\langle . \rangle$ apparaît dans les équations. On le retrouve dans le second terme des équations, qui représente la fluctuation locale du vent autour de sa moyenne. Le calcul de la moyenne locale sera rappelé à la section suivante. Pour la vitesse verticale on trouve ensuite un terme de flottabilité. Le dernier terme des deux équations est un terme de dispersion représenté par un processus de Wiener. Ce processus de Wiener, noté ΔB^\bullet est normalisé par le pas de temps.

Les équations du modèle SLM sont donc données par :

$$\begin{cases} X_{k+1} &= X_k + \mathbf{V}_k \delta t + \sigma^X \Delta B_{k+1}^X \\ V_{k+1} &= V_k - \nabla_x \bar{p} \delta t - C_1 \frac{\varepsilon_k}{K_k} [V_k - \langle V \rangle] \delta t + \sqrt{C_0 \varepsilon_k} \Delta B_{k+1}^V \\ W_{k+1} &= W_k + \Delta_k W - C_2 \frac{\varepsilon_k}{K_k} [W_k - \langle W \rangle] \delta t + \frac{g}{\beta} \Gamma_k^\theta \delta t + \sqrt{C_0 \varepsilon_k} \Delta B_{k+1}^W \end{cases}$$

où δt est le pas de temps du modèle haute résolution, g est la constante de gravité, ε est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, abrégé EDR, et K est l'énergie cinétique turbulente (TKE). Du côté des constantes, C_0 est la constante de Kolmogorov, et nous avons choisi $C_1 = C_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0$ comme suggéré par Pope [103]. Dans l'équation d'évolution de la position, le processus de Wiener est un terme de diffusion, d'écart-type σ^X .

Le terme de flottabilité $\frac{g}{\beta}\Gamma_k^\theta$ est ici modélisé par une variable gaussienne centrée. C'est un choix simple qui introduit un peu de variabilité. Une des prochaines étapes pour compléter le modèle SLM sera d'ajouter une équation d'évolution de la température. Les effets liés à la flottabilité seront ainsi mieux modélisés.

Le modèle SLM a deux paramètres de contrôle par équation sur la vitesse : ε et $\nabla_x \bar{p}$ pour la vitesse horizontale et ε , et $\Delta_k W$ pour la vitesse verticale. En reconstruction de l'atmosphère, ces paramètres étaient calculés à l'aide du vent reconstruit. En descente d'échelle, la source d'information extérieure au système de particules utilisée pour fermer les équations du SLM est le modèle de grande échelle.

Nous avons calculé le gradient de pression $\nabla_x \bar{p}$ à partir du champ de pression en sortie du Meso-NH à maille large. Pour l'EDR nous avons utilisé la variable "taux de dissipation" de Meso-NH. Nous avons utilisé cette variable parce qu'elle était directement disponible. Cependant, comme l'EDR est une variable diagnostique, obtenue à l'aide d'un schéma de fermeture, ce choix est discutable. L'EDR apparaît à deux reprises dans les équations : une fois devant le terme de fluctuation et une autre dans la variance du terme de dissipation. Ce paramètre de contrôle a donc une influence directe sur la dispersion du système de particules. Ici nous considérons que l'énergie se dissipe de manière isotrope, l'EDR est le même sur les trois composantes du vent. En reconstruction de l'atmosphère nous n'avons pas d'hypothèse d'isotropie, et l'EDR variait d'une composante à l'autre.

Pour l'énergie cinétique turbulente K qui apparaît dans les équations, nous voulons souligner que la TKE utilisée dans le modèle SLM ne vient pas du modèle en points de grille. Nous utilisons la TKE calculée sur le système de particules. Dans ce calcul l'opérateur de moyenne locale intervient.

3.5 L'opérateur de moyenne locale

Dans le terme de fluctuation du modèle SLM, la moyenne qui apparaît est en théorie une moyenne eulérienne. Comme les particules n'offrent qu'une description lagrangienne du fluide, nous avons construit une approximation de la moyenne eulérienne par une moyenne lagrangienne locale. L'ensemble de la démarche est présentée au chapitre 2, section 5.3. L'idée est de calculer la moyenne lagrangienne du vent en chaque point.

Avec notre méthode de descente d'échelle, et comme en reconstruction de l'at-

mosphère, les processus sont modélisés par le système de particules. Nous n'avons donc qu'une représentation discrète des champs sur des points (les particules) irrégulièrement espacés. Le calcul de la moyenne lagrangienne en un point est compliqué par cette représentation particulière du champ de vent. Pour réaliser le calcul de la moyenne locale, notée $\langle . \rangle$, nous avons introduit une longueur caractéristique notée δ . Cette longueur est une longueur d'homogénéité du milieu, utilisée pour définir une fonction de régularisation appelée G^δ . Cette fonction attribue un poids à chaque particule en fonction de sa distance par rapport point de calcul. La moyenne locale est ensuite approchée par la moyenne pondérée. Nous avons choisi de représenter la fonction de régularisation G^δ par une gaussienne centrée au point de calcul. L'exposant δ fait alors référence à l'écart-type de la gaussienne.

D'un point de vue physique, la longueur δ est intimement liée à l'homogénéité du milieu. En effet dans un milieu homogène, la moyenne locale peut être confondue avec la moyenne globale et δ peut ainsi prendre de grandes valeurs. Par contre en milieu non homogène, la moyenne locale s'écarte de la moyenne globale, et seules les particules proches du point de calcul doivent être utilisées pour évaluer la moyenne locale. δ doit par conséquent être faible.

Pour valider notre méthode de descente d'échelle, nous allons comparer les champs particuliers aux champs produits par le Meso-NH haute résolution. Dans un modèle en points de grille, la longueur caractéristique des processus turbulents modélisés est au moins deux fois supérieure à la maille du modèle d'après le théorème de Shannon [118]. La largeur de la maille peut donc être assimilée à la longueur caractéristique de l'homogénéité des champs modélisés. A partir de ce constat, nous avons choisi de fixer la longueur δ à la largeur de la maille du modèle haute résolution. Par ce choix nous cherchons à favoriser la variabilité sous-maille et à limiter l'homogénéité des champs reconstruits en espérant qu'ils seront ainsi comparables aux champs haute résolution. Puisque le maillage est plus fin sur la verticale que sur l'horizontale, nous avons choisi $\delta_v = 12m$ sur la verticale et $\delta_h = 40m$ sur l'horizontale.

L'algorithme 5 décrit explicitement l'implémentation de la fonction G^δ et le calcul de la moyenne locale.

A partir de cet opérateur de moyenne locale, nous pouvons calculer les fonctions de structure. A chaque pas de temps, nous pouvons notamment calculer la variance de la vitesse, et donc obtenir un champ de TKE. Les fonctions de structure s'obtiennent en suivant l'algorithme 6.

Les calculs de fonction de structure sont totalement indépendants de la grille du modèle utilisé pour le forçage. Le système de particules est considéré dans son ensemble, la moyenne locale peut faire intervenir des particules qui se trouvent dans différentes mailles.

Algorithm 5 Local average computation

Let $(\xi^i = (\mathbf{X}^i, \mathbf{V}^i))_{i=1}^N$ be the particles inside the observed volume.

for $i = 1 : N$ **do**

for $j = i : N$ **do**

$$G^\delta(i, j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{X}^i - \mathbf{X}^j)^2}{2\delta}\right)$$

end for

end for

The local averaged velocity around the particle i is obtained following :

$$\langle \mathbf{V}^i \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{G^\delta(i, j)}{\sum_{k=1}^N G^\delta(i, k)} \mathbf{V}^j.$$

Algorithm 6 Local structure functions computation

Let $\langle . \rangle$ be the average defined in the algorithm 3, and \mathcal{B} an homogenous volume.

Assuming N particles are inside \mathcal{B} , the n th structure function of the wind in \mathcal{B} is given by :

$$\mathbf{E}((V - \langle V \rangle)^n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle (V^i - \langle V^i \rangle)^n \rangle, \text{ where } V^\bullet \text{ are the particle velocity vectors.}$$

Si toutes les fonctions de structure sont accessibles grâce au système de particules, nous ne présenterons que les résultats concernant le vent et l'énergie cinétique turbulente.

A partir de la moyenne locale, nous calculons la TKE associée à chaque particule. Pour obtenir les champs sous-maille de TKE, nous moyennons par maille les TKE des particules. C'est cette TKE moyenne qui est comparée aux champs en points de grille.

4 Forcer un système de particules

4.1 La méthode de forçage

L'objectif de nos travaux sur descente d'échelle est de forcer un système de particules avec des champs issus d'un modèle à maille large et d'étudier le comportement des particules et leur capacité à modéliser les processus sous-maille. Le modèle à maille large est construit à partir du modèle fin en moyennant les champs fins à la fois en temps et en espace.

Le point de départ est d'avoir une simulation large sur un domaine 3D suffisamment grand. Nous notons N_c le nombre de mailles du domaine large et Δt son pas de temps. Les particules évoluent librement dans l'ensemble des N_c mailles avec un pas de temps δt inférieur à Δt .

La méthode de descente d'échelle suit alors les étapes suivantes :

1. nous initialisons les particules présentes dans chaque maille à l'aide des paramètres ε , $\nabla_x \bar{p}$ and ΔW donnés par les champs en sortie du Meso-NH basse

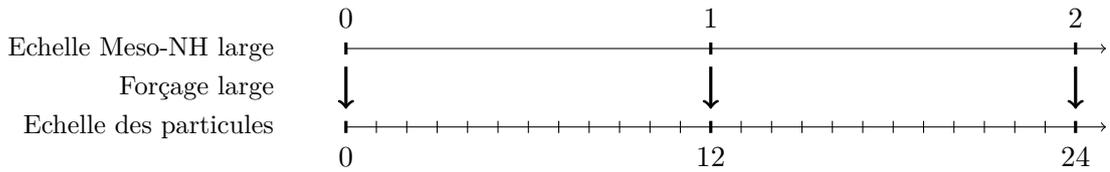


FIGURE 7.4 – Deux échelles temporelles sont utilisées dans cette expérience. Les champs utilisés pour le forçage évoluent avec le pas de temps long. Entre deux pas de temps longs, les particules évoluent avec un pas de temps court et représentent les champs sous-maille.

résolution,

2. nous faisons évoluer les positions et les vitesses des particules en utilisant le modèle SLM avec le pas de temps δt ,
3. nous calculons le vent et les paramètres turbulents sous-maille,
4. si le temps Δt est atteint, nous mettons à jour les valeurs des paramètres forcés ε , $\nabla_x \bar{p}$ et ΔW , sinon retour à l'étape 2.

A l'échelle des particules, les champs en points de grille larges correspondent à des forçages moyens. Nous tenons à souligner que le vent horizontal n'est pas directement forcé par le champ de vent large. Nous forçons uniquement les deux paramètres de contrôle moyennés sur une minute et plusieurs mailles de la grille fine. Pour la vitesse horizontale nous forçons donc les particules avec un gradient de pression et un taux de dissipation. Pour la vitesse verticale, le forçage est un peu différent : il se fait sur l'incrément moyen de vitesse (basse résolution) et non sur la pression.

Durant 12 pas de temps fins, les particules évoluent avec un forçage constant. Les étapes 2 et 3 sont répétées en boucle. Puis, quand le pas de temps du modèle large est atteint, les forçages sont actualisés pour les 12 pas de temps fins suivants. Les deux échelles temporelles utilisées sont représentées schématiquement sur la figure 7.4.

4.2 Gestion du système de particules

Conditionnement au domaine

Dans la méthode de descente d'échelle que nous proposons, les particules évoluent librement avec le modèle SLM, et suivent l'écoulement sans être contraintes à rester dans une maille donnée. Par conséquent, à chaque pas de temps fin δt des particules sortent du domaine de la simulation. Nos simulations se faisant à nombre de particules constant, nous devons replacer les particules sorties à l'intérieur du domaine. Comme pour la reconstruction de l'atmosphère, nous avons ajouté une étape dans l'algorithme de descente d'échelle qui gère la remise des particules qui se trouvent à l'extérieur du domaine. Cette étape est appelée un conditionnement au domaine. L'idée est à la fois de remettre la particule dans une maille du modèle qui contient

un nombre de particules inférieur à la moyenne, et de donner une nouvelle valeur à la particule en accord avec les champs à l'intérieur de sa nouvelle maille.

Le principe du conditionnement au domaine est simple : si une particule sort du domaine d'intérêt, elle est remise dans une maille sélectionnée par tirage aléatoire. Le tirage s'effectue suivant la densité de particules dans chaque maille. Les mailles à faible densité sont privilégiées.

Après avoir choisi la maille de remise, il faut affecter à la particule un nouveau couple position-vitesse représentatif du milieu qui l'entoure. Nous avons fait le choix de tirer la nouvelle position de la particule de manière uniforme dans la maille. Si la maille de remise n'est pas vide, nous choisissons une particule au hasard à l'intérieur de la maille et nous attribuons sa vitesse à la nouvelle particule.

Par contre dans le cas très rare où la maille de remise est vide, les seules informations dont nous disposons sont données par le forçage et les champs basse résolution. Nous affectons alors à la nouvelle particule la vitesse donnée par ces champs, à laquelle nous ajoutons un petit bruit blanc pour modéliser la variabilité sous-maille.

Nous avons fait le choix de gérer les remises des particules sorties plutôt que de les contraindre à rester dans le domaine. Nous aurions pu, par exemple, considérer les bords du domaine comme des parois matérielles. Nous aurions alors vu apparaître un phénomène de réflexion des particules sur les parois qui nous a semblé peu physique. Nous avons considéré qu'il était préférable que les particules soient laissées libres de sortir, ce qui correspond à des conditions aux limites transparentes.

Ré-échantillonnage des particules

La libre circulation des particules conduit également à l'apparition de zones de convergence et de divergence dans l'écoulement global, ce qui induit un déséquilibre dans la répartition par maille des particules. Pour modéliser l'atmosphère sous-maille dans l'ensemble du domaine, il faut s'assurer que chaque maille fine contient un nombre suffisamment élevé de particules, tout en préservant les zones de convergence ou de divergence. Après l'étape de conditionnement qui remet l'ensemble des particules dans le domaine simulé, nous avons ajouté une étape dite de ré-échantillonnage qui lisse le nombre de particules par maille sans l'égaliser brutalement.

Nous devons éviter que certaines mailles ne se vident, puisque sans particule il n'est plus possible de reconstruire le vent et la turbulence sous-maille. Cependant, le ré-échantillonnage n'égalise pas le nombre de particules dans chaque maille. Pour pouvoir représenter les zones de convergence et divergence à l'intérieur du fluide le nombre de particules par maille doit pouvoir varier dans une certaine mesure.

La fonction de ré-échantillonnage est composée de deux parties. La première boucle s'assure que les mailles ne contiennent pas trop de particules. Pour ce faire,

nous avons fixé un seuil maximal par maille $B_{sup} \times N_j$, où B_{sup} est une constante choisie expérimentalement. Quand une maille contient plus de particules que le seuil défini, nous pondérons les mailles de manière à favoriser les mailles déficitaires, et nous tirons aléatoirement suivant ces poids une maille de remise. Ensuite, comme pour le conditionnement au domaine, nous différencions les cas suivant que la maille de remise est vide ou non.

La seconde boucle s'assure que chaque maille contient suffisamment de particules. Le seuil minimal de chaque maille est noté $B_{inf} \times N_j$. Quand une maille est déficitaire, nous pondérons les mailles de manière à favoriser les mailles excédentaires, et nous tirons aléatoirement suivant ces poids une maille dans laquelle on prélève une particule. Là encore la remise s'effectue différemment suivant que la maille déficitaire est vide ou non.

Dans nos travaux, la densité des particules est constante sur le domaine étudié, mais pas forcément sur l'ensemble des mailles fines à l'intérieur de ce domaine. Contrairement aux travaux de Rousseau et al. [110], nous autorisons le système à s'écarter très localement de l'hypothèse d'incompressibilité faite dans le modèle utilisé pour le forçage.

4.3 L'algorithme séquentiel

La méthode de descente d'échelle stochastique que nous proposons est composée de quatre étapes. Les trois principales se succèdent à chaque pas de temps δ_t . Tout d'abord une prédiction qui permet l'évolution temporelle du système de particules sous-maille. Puis une étape de conditionnement au domaine qui s'assure que l'ensemble des particules est à l'intérieur du domaine de simulation. Enfin une étape de ré-échantillonnage qui maintient un nombre minimal de particules dans chaque maille.

Ces trois étapes sont similaires à celles présentes dans l'algorithme de reconstruction de l'atmosphère. En descente d'échelle, il n'y a par contre pas d'étape de sélection des particules suivant leur vraisemblance. Le système de particules vit donc librement, avec comme seule contrainte le forçage moyen donné par les champs en points de grille.

L'actualisation du forçage constitue la quatrième étape de l'algorithme de descente d'échelle. Il a lieu tous les Δ_t . Les quatre étapes de l'algorithme de descente d'échelle sont présentées schématiquement par la figure 7.5.

Le comportement du système de particules sous-maille n'a jusqu'ici pas été étudié en l'absence de sélection des particules ou de forçage de petite échelle. Si le modèle SLM n'est pas compatible avec le forçage venant du modèle Meso-NH basse résolution, la turbulence sous-maille modélisée par les particules pourrait soit explo-

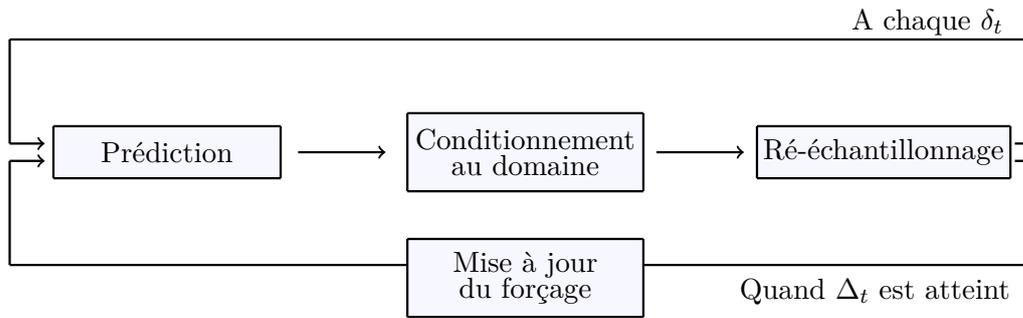


FIGURE 7.5 – Schéma de l’algorithme de forçage d’un système de particules. Le forçage est actualisé tous les Δ_t . Entre temps les particules évoluent avec le pas de temps δ_t , avec un forçage constant.

ser soit s’atténuer. Les résultats que nous présenterons par la suite sont entièrement nouveaux et montrent la très bonne compatibilité des deux modèles.

5 L’énergie cinétique turbulente

5.1 La TKE dans Meso-NH

Pour caractériser la turbulence, l’énergie cinétique turbulente TKE et le taux de dissipation EDR sont les deux paramètres les plus régulièrement utilisés. La TKE est l’énergie cinétique associée aux structures turbulentes de petites échelles présentes dans les écoulements. L’EDR quantifie quant à lui le transfert d’énergie des grandes vers les petites échelles.

Dans nos travaux, les deux paramètres jouent des rôles bien distincts. L’EDR est utilisé pour forcer le système de particules alors que la TKE sert à valider les champs reconstruits. Comme nous l’avons déjà introduit, l’EDR est obtenu à partir de la TKE sous-maille à l’aide d’une fermeture par la longueur de mélange. Nous présentons ici le calcul de la TKE dans Meso-NH.

Dans Meso-NH la TKE est composée de deux termes : la TKE résolue et la TKE sous-maille. La TKE résolue est une variable diagnostique, elle est calculée à partir du champ de vent (u, v, w) en points de grille :

$$K_{res} = \frac{1}{2}(\overline{(u - \bar{u})^2} + \overline{(v - \bar{v})^2} + \overline{(w - \bar{w})^2})$$

où la barre est la moyenne sur l’ensemble de du domaine.

La TKE sous-maille, e , est une variable pronostique de Meso-NH qui fait l’objet d’une paramétrisation. Sans donner l’équation pronostique en détails, elle contient des termes d’advection, de production liée au cisaillement et à la flottabilité, de diffusion et de dissipation.

Dans Meso-NH, la TKE totale pour la maille j est donnée par la somme de la

TKE résolue et de la TKE sous-maille :

$$K^j = K_{res} + e^j$$

où e^j représente la TKE sous-maille pour la maille j . Dans les simulations Meso-NH que nous utilisons, les échelles sont relativement fines et la TKE est en grande partie résolue. Nous verrons dans la partie résultat les ordres de grandeurs associées aux deux composantes de la TKE.

5.2 La TKE modélisée par le système de particules

Le système de particules modélise ici le champ de vent 3D sous-maille. Comme nous l'avons déjà montré en reconstruction de l'atmosphère, à partir vent modélisé par les particules nous pouvons calculer directement la TKE totale (résolue et sous-maille). La TKE associée à la particule i est calculée comme suit à chaque pas de temps :

$$K^i = \frac{1}{2} \langle (u^i - \langle u \rangle)^2 + (v^i - \langle v \rangle)^2 + (w^i - \langle w \rangle)^2 \rangle$$

où $\langle . \rangle$ représente la moyenne locale calculée sur l'ensemble de particules et définie à la section 3.5. Pour comparer le champ de TKE représenté par les particules à un champ en points de grille, nous moyennons les TKE des particules contenues dans chaque maille. Pour la maille j , la TKE est donnée par :

$$K^j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K^i$$

où N est le nombre de particules dans la maille j . Nous pouvons ainsi nous adapter à la largeur de la grille, et comparer les champs reconstruits par les particules à des champs basse ou haute résolution. Par nature, la TKE modélisée par les particules contient donc à la fois la contribution des grandes échelles (résolues dans Meso-NH) et des petites échelles (paramétrées dans Meso-NH). Il faudra en tenir compte lors des comparaisons.

6 Résultats

L'algorithme de descente d'échelle que nous proposons a été décrit en détails. Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus. Pour valider le comportement des particules sous-maille, nous comparerons les champs de vent 3D et les champs de TKE reconstruits par les particules aux champs Meso-NH. Pour chaque variable, nous comparerons les champs d'abord sur la grille large, puis sur la grille fine. Nous présenterons également les densités spectrales des différents champs.

Dans ce chapitre, l'ensemble des résultats est obtenu avec initialement 75 parti-

cules par maille fine, soit un total de 19200 particules sur l'ensemble du domaine. Les particules évoluent librement dans le domaine, et peuvent passer d'une maille (fine ou large) à une autre. Par conséquent le nombre exact de particules par maille varie à chaque pas de temps. L'étape de ré-échantillonnage nous assure tout de même que chaque maille contient suffisamment de particules.

6.1 Le vent 3D

La validation des champs de vent basse résolution est illustrée sur l'ensemble du domaine à maille large. En effet, le nombre réduit de mailles nous autorise à montrer l'ensemble des résultats. Par contre, pour les champs haute résolution, le nombre de maille est trop élevé pour que nous puissions montrer les résultats par maille. Pour faciliter la lecture des résultats sur la grille fine nous avons choisi de nous concentrer sur niveau vertical, avec un zoom sur une maille en particulier.

Champs de vent larges

Pour modéliser le champ sous-maille, les particules ont été forcées par les champs larges de taux de dissipation, de gradient de pression et d'incrément moyen de vitesse verticale. Pour valider notre méthode de descente d'échelle, la première étape est de vérifier que les particules modélisent un champ de vent compatible avec le champ Meso-NH large. Cette vérification est importante tout particulièrement pour la vitesse horizontale, qui n'est pas directement forcée par le champ large de vitesse.

Sur les figures 7.9 à 7.11 nous avons représenté les vents méridiens, zonaux, et verticaux issus de la simulation Meso-NH large et reconstruits par les particules. Pour obtenir les champs particuliers à la même résolution que les champs en points de grille, nous moyennons les vitesses des particules contenues dans chaque maille large.

Sur ces figures nous remarquons que le vent horizontal reconstruit suit bien le vent basse résolution. Pour la composante verticale, le vent reconstruit semble un peu plus turbulent, mais nous retrouvons dans l'ensemble les variations présentes dans le vent vertical basse résolution. Les champs de vent reconstruits semblent donc tout à fait cohérents avec les champs de la simulation basse résolution.

Champs de vent fins

Intéressons nous maintenant aux comportements des particules à fine échelle. Cette fois-ci nous moyennons les vitesses des particules par maille fine pour obtenir des champs de même résolution que la simulation Meso-NH de référence. Les particules ayant été forcées exclusivement par des champs basse résolution, les champs qu'elles modélisent pourraient s'écarter des champs de référence. En effet, les résultats que nous présentons ici sont issus de la première étude portant sur la

Premier niveau vertical de la grille large

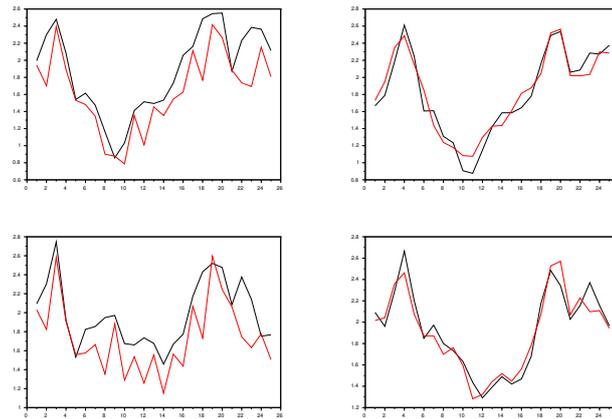


FIGURE 7.6 – Vent zonal ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille large : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH basse résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles larges.

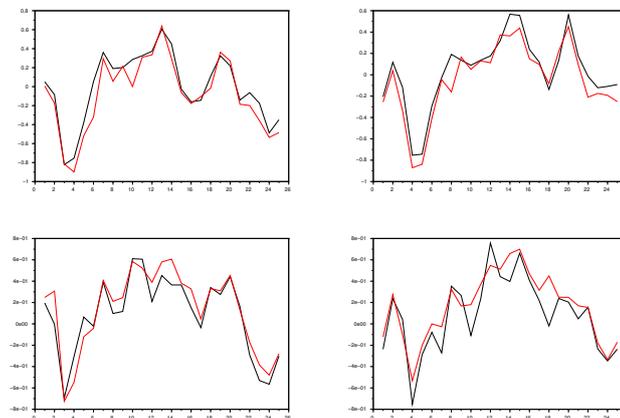


FIGURE 7.7 – Vent méridien ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille large : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH basse résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles larges.

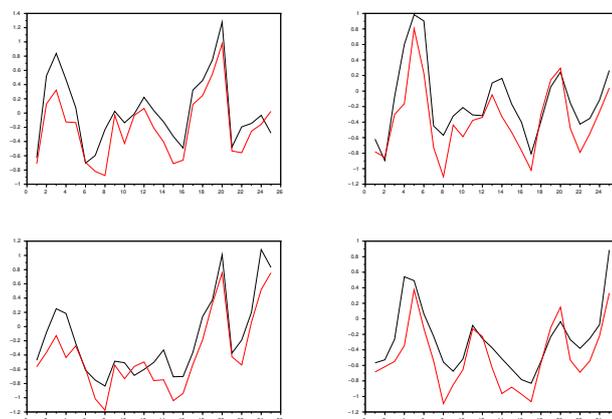


FIGURE 7.8 – Vent vertical ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille large : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH basse résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles larges.

Second niveau vertical de la grille large

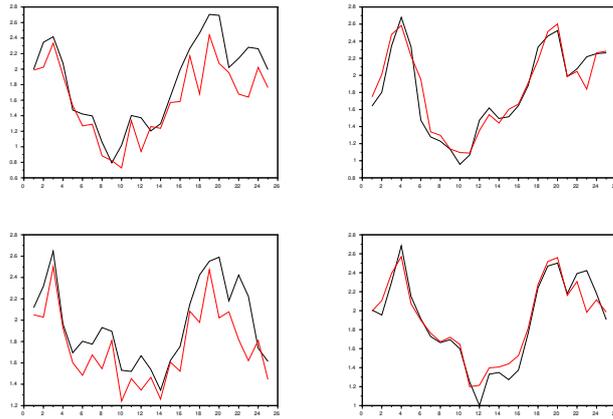


FIGURE 7.9 – Vent zonal ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille large : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH basse résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles larges.

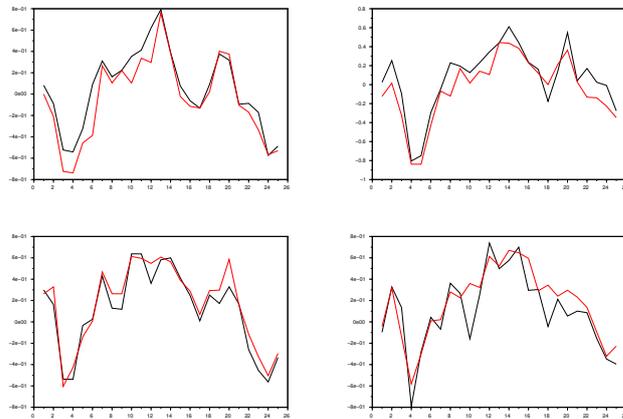


FIGURE 7.10 – Vent méridien ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille large : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH basse résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles larges.

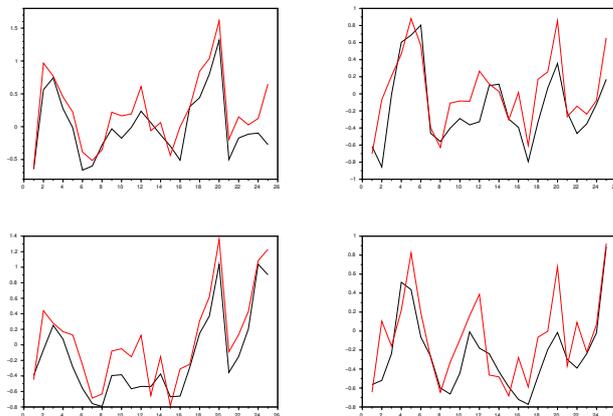


FIGURE 7.11 – Vent vertical ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille large : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH basse résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles larges.

compatibilité du modèle SLM avec le modèle Meso-NH. Si les deux modèles sont compatibles et que le forçage fonctionne, les champs reconstruits par les particules sur la grille fine seront similaires aux champs Meso-NH haute résolution.

Les trois composantes du vent sont représentées pour un niveau vertical (le deuxième de la grille fine, sur quatre au total) sur les figures 7.12 à 7.14. La première chose qui apparaît sur ces figures est que l'allure du vent reconstruit par les particules est nettement plus turbulente que celle du vent haute résolution modélisé par Meso-NH. En effet, le vent Meso-NH a un aspect relativement lisse, alors que le vent reconstruit présente plus de variabilité. Les champs haute résolution sont représentés avec un pas de temps de 5 secondes. Dans la partie sur la reconstruction de l'atmosphère, nous avons montré des séries temporelles de vent observé toutes les 4 secondes (figure 4.6 par exemple). En comparant les vents haute résolution à ces observations, il apparaît que les champs Meso-NH sont plus lisses que les vents observés. L'aspect turbulent du vent reconstruit semble quant à lui assez cohérent avec la structure d'un vent observé à la même fréquence. Pour avancer sur ce point, nous présenterons dans la section 6.3 l'étude des anomalies du vent.

Nous pouvons tout de même relever que le vent reconstruit semble suivre les variations du vent Meso-NH haute résolution. Pour le vérifier, nous avons appliqué un filtre passe-bas aux champs reconstruits par les particules pour en supprimer les variations rapides. L'objectif est d'évaluer l'information basse fréquence contenue dans le vent reconstruit. Nous avons choisi d'appliquer un filtre passe-bas elliptique d'ordre 2 qui figure dans la bibliothèque Scilab.

Les résultats filtrés sont présentés sur les figures 7.15 à 7.17. Grâce au filtre passe-bas, nous pouvons comparer plus facilement les séries temporelles. La composante basse fréquence du vent reconstruit présente les mêmes variations que le vent haute résolution de Meso-NH. Nous pouvons remarquer, en outre, que sur les figures la colonne de gauche est systématiquement moins bien reconstruite que les autres. La reconstruction s'améliore en allant vers la droite. Le vent horizontal moyen étant orienté vers la droite, nous en déduisons que la modélisation sous-maille est meilleure sous le vent du domaine qu'au vent.

D'après ces résultats, il semble donc que le vent reconstruit par les particules contienne la même information basse fréquence que le vent haute résolution de Meso-NH. La méthode de forçage que nous proposons a donc bien fonctionné. Par rapport à Meso-NH, les particules modélisent en plus une variabilité haute fréquence. La question est de savoir si ces variations rapides sont un simple bruit ou bien si elles décrivent les toutes petites structures du vent. Avant d'essayer de répondre à cette question, nous allons d'abord poursuivre la validation de la descente d'échelle par l'étude des densités spectrales de puissance.

Deuxième niveau vertical de la grille fine

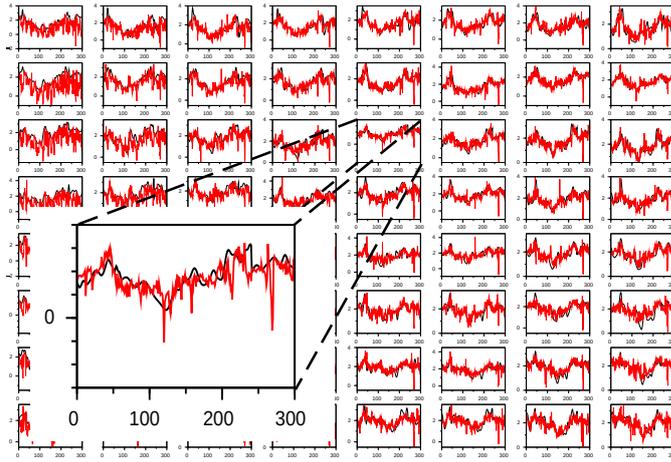


FIGURE 7.12 – Vent zonal ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille fine : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles fines.

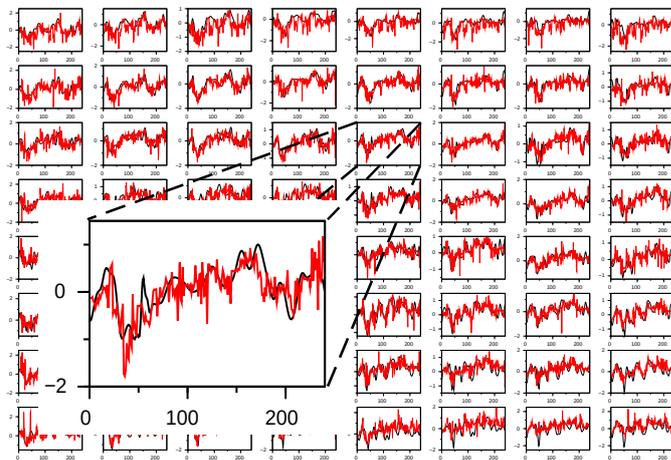


FIGURE 7.13 – Vent méridien ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille fine : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles fines.

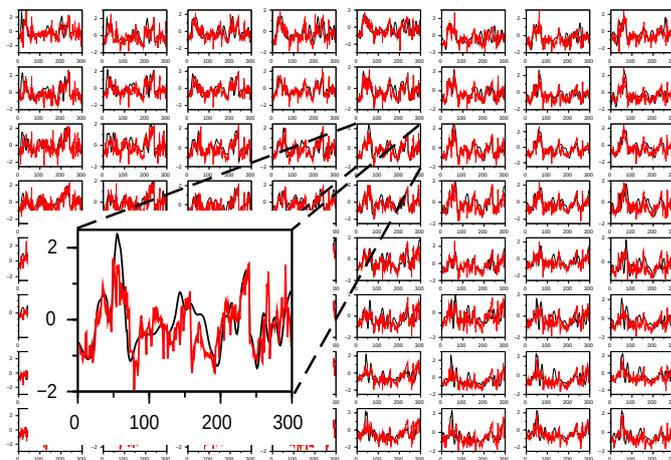


FIGURE 7.14 – Vent vertical ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille fine : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution, en rouge le vent reconstruit par les particules sur les mailles fines.

Deuxième niveau vertical de la grille fine, après ajout d'un filtre
passe-bas

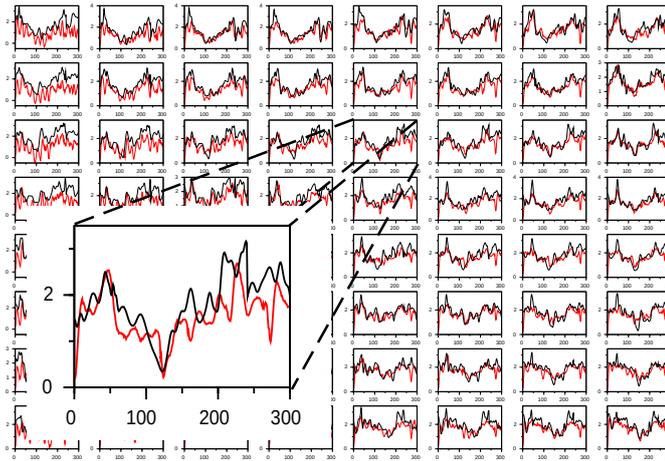


FIGURE 7.15 – Vent zonal ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille fine : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution, en rouge la composante basse fréquence du vent reconstruit par les particules sur les mailles fines.

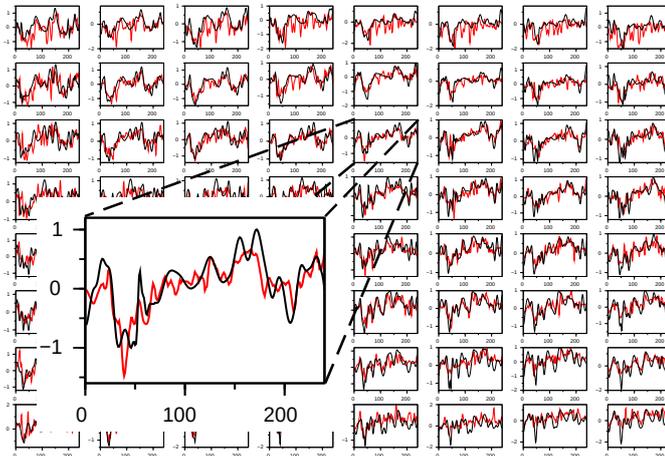


FIGURE 7.16 – Vent méridien ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille fine : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution, en rouge la composante basse fréquence du vent reconstruit par les particules sur les mailles fines.

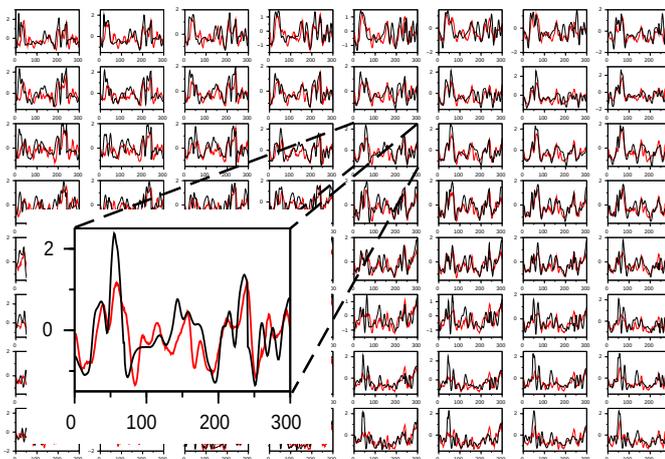


FIGURE 7.17 – Vent vertical ($m.s^{-1}$) en fonction du pas de temps sur la grille fine : en noir le vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution, en rouge la composante basse fréquence du vent reconstruit par les particules sur les mailles fines. 125

6.2 Densités spectrales de puissance

Nous avons montré que les séries temporelles du vent reconstruit par les particules sont cohérentes avec celles du vent haute résolution modélisé par Meso-NH. Nous allons maintenant nous intéresser à la structure énergétique de ces vents en comparant leur densité spectrale de puissance (DSP).

Les DSP utilisées

La DSP d'un signal décrit la puissance associée à chaque fréquence. Ici le signal est la série temporelle de vent, ou le champ en espace de vent. D'après les lois de Kolmogorov K41 [72], la densité spectrale du vent dans la zone inertielle de la turbulence a une structure bien spécifique : tracée avec une échelle log-log, la densité spectrale de puissance suit une pente en $-5/3$.

Pour avancer dans la comparaison du vent haute résolution de Meso-NH et du vent reconstruit par les particules nous avons tracé deux types de DSP. Dans un premier temps nous avons comparé les DSP des séries temporelles des vents. Nous avons ensuite étudié le vent haute résolution sous un autre angle : nous avons tracé ses DSP en espace et non plus en temps.

DSP temporelle : Comme les séries temporelles sont courtes, nous calculons des DSP moyennes en utilisant plusieurs points de grille. Pour chaque niveau vertical de la grille fine, les DSP sont calculées en utilisant des groupes de 4x4 mailles. Nous avons choisi ces groupes de mailles parce qu'ils correspondent à la grille utilisée pour le forçage du système de particules. Les vents reconstruits dans les mailles d'un même groupe ont donc été obtenus avec le même forçage. Nous appliquons une transformation de Fourier aux séries temporelles de chaque maille. Nous moyennons ensuite les coefficients de Fourier pour les 4x4 mailles d'un même groupe pour obtenir la DSP moyenne. En suivant ce procédé, nous obtenons quatre DSP par niveau vertical de la grille fine.

DSP spatiale : Les DSP en espace sont calculées à un instant donné en utilisant toutes les mailles d'un niveau vertical de la grille fine. Les DSP sont calculées soit suivant les lignes (selon l'axe des abscisses), soit suivant les colonnes (selon l'axe des ordonnées). Comme pour les DSP temporelles, les DSP spatiales sont calculées en utilisant des moyennes de coefficients de Fourier. Nous appellerons "DSP suivant l'axe de abscisses" les DSP obtenues par moyenne des coefficients de Fourier des lignes. Respectivement, les DSP obtenues par moyenne des coefficients de Fourier des colonnes sont appelées "DSP suivant l'axe des ordonnées".

La figure 7.18 résume les méthodes de calcul des DSP en temps et en espace. Appliquons maintenant nos deux outils aux différents champs de vent simulés sur la

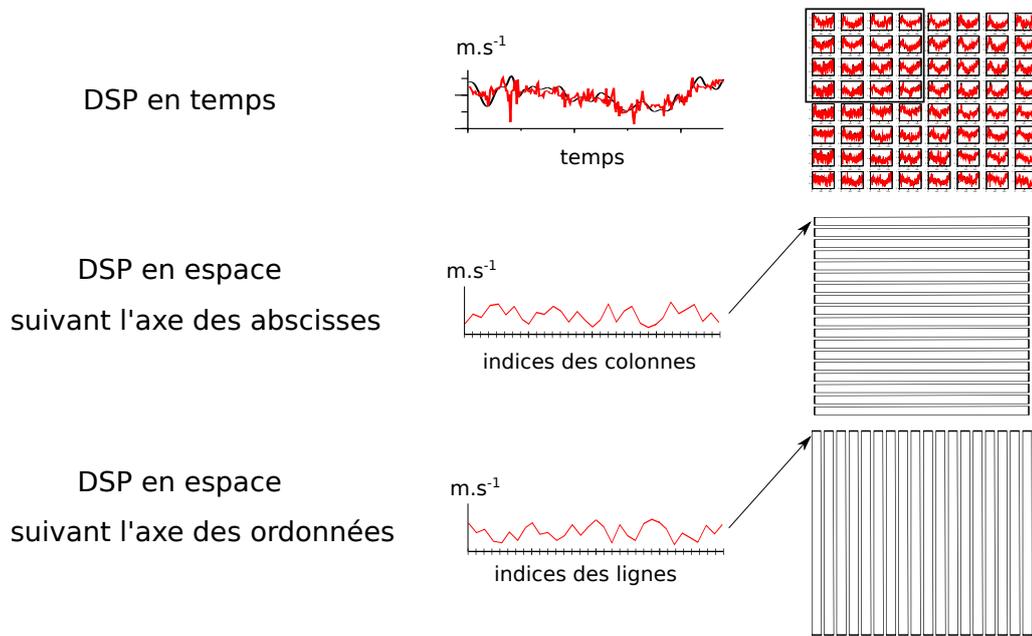


FIGURE 7.18 – Illustration du calcul des densités spectrales de puissance en temps et en espaces. La DSP en temps est calculée en utilisant les transformées de Fourier des séries temporelles de groupe de 4x4 mailles. Les DSP en espaces sont calculées en utilisant les transformées de Fourier des lignes ou des colonnes, à un instant donné.

grille fine.

DSP des séries temporelles du vent

Dans ce paragraphe, nous présentons les densités spectrales de puissance du vent issu de la simulation Meso-NH haute résolution et du vent modélisé par le système de particules. L'objectif est de regarder si les deux vents ont une structure cohérente avec les lois de Kolmogorov K41.

Nous avons représenté sur les figures 7.19 à 7.21 les DSP des trois composantes du vent haute résolution et du vent reconstruit par les particules. Le premier point qui apparaît immédiatement est que ni les spectres du vent Meso-NH ni les spectres du vent reconstruits ne suivent parfaitement la cascade d'énergie, représentée par la pente en $-5/3$.

Nous pouvons ensuite remarquer que les spectres du vent modélisé par les particules ont une pente régulière. Même si cette pente est moins raide que la cascade d'énergie, sa régularité est un bon point pour valider le champ de vent sous-maille et les fluctuations rapides que nous avons relevées précédemment. En effet, cette pente régulière indique les composantes du vent reconstruit associées aux hautes fréquences suivent la même cascade d'énergie que les composantes associées aux échelles supérieures (basse fréquence).

A la différence des vents reconstruits, les spectres du vent haute résolution issu de

Deuxième niveau vertical de la grille fine

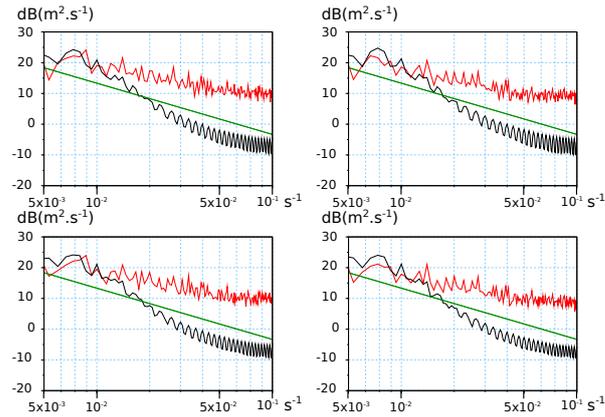


FIGURE 7.19 – Densités spectrales de puissance en temps du vent zonal Meso-NH haute résolution (en noir) et du vent zonal reconstruit par les particules sur la grille fine (en rouge). Les DSP sont calculées sur des groupes de 4x4 mailles. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

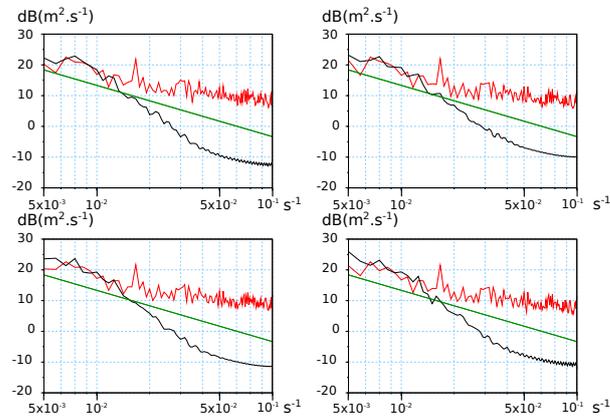


FIGURE 7.20 – Densités spectrales de puissance en temps du vent méridien Meso-NH haute résolution (en noir) et du vent méridien reconstruit par les particules sur la grille fine (en rouge). Les DSP sont calculées sur des groupes de 4x4 mailles. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

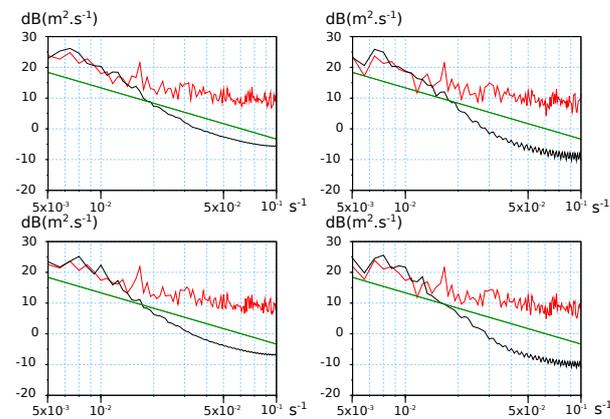


FIGURE 7.21 – Densités spectrales de puissance en temps du vent vertical Meso-NH haute résolution (en noir) et du vent vertical reconstruit par les particules sur la grille fine (en rouge). Les DSP sont calculées sur des groupes de 4x4 mailles. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

Meso-NH ont une allure particulière, en forme de cuillère. Ils présentent tout d'abord une pente en $-5/3$ pour les plus basses fréquences, puis les pentes s'écroulent, avant terminer pour les hautes fréquences par une droite presque horizontale. Les spectres montrent donc que les structures associées aux basses fréquences sont bien modélisées dans Meso-NH. La modélisation se dégrade avec l'augmentation des fréquences. Pour les plus hautes fréquences, les spectres ont une allure de bruit blanc très peu énergétique. Meso-NH ne modélise donc pas les composantes haute fréquence du vent. Le vent haute résolution que nous avons utilisé pour valider le vent reconstruit par les particules ne contient pas d'information haute fréquence, ce qui explique les différences constatées sur les séries temporelle.

L'analyse spectrale des séries temporelles a clarifié le domaine de validité (en fréquence) des deux simulations. Elle a également permis de visualiser les limites du modèle en points de grille pour la modélisation des composantes du vent associées aux hautes fréquences. Nous allons maintenant étudier la résolution spatiale de Meso-NH dans sa configuration haute résolution.

DSP spatiales : Meso-NH vs LES NCAR

Sur les DSP temporelles nous avons relevé l'allure irrégulière des spectres du vent modélisé par Meso-NH. Suite à ce constat, nous allons répondre aux questions sur la résolution spatiale de Meso-NH et sur sa capacité à modéliser les processus de très fine échelle.

Dans ce paragraphe, nous ne pourrons pas comparer les spectres de Meso-NH à ceux des particules. En effet, le domaine utilisé en descente d'échelle ne contient pas assez de mailles, les DSP spatiales ne peuvent pas être calculées sur le vent reconstruit. Pour avoir un élément de comparaison et pour pouvoir évaluer la qualité des spectres du vent Meso-NH, nous allons les comparer aux spectres du vent issu d'une autre simulation effectuée sur le même cas BLLAST. Cette simulation utilise le modèle LES du NCAR [94]. Nous ne sommes pas les auteurs de cette simulation, les champs nous ont gentiment été fournis par Clara Darbieu [34].

Dans un premier temps, nous avons comparé les spectres des vents issus des deux modèles sur l'ensemble des mailles d'un niveau vertical au milieu de la couche limite atmosphérique (le deuxième niveau de la grille fine en l'occurrence). Les figures 7.22 à 7.24 présentent les DSP spatiales que nous avons obtenues suivant les deux directions (selon les abscisses ou les ordonnées) et pour les trois composantes du vent. Les spectres de Meso-NH comme du modèle LES du NCAR suivent parfaitement la cascade d'énergie pour les basses et les moyennes fréquences. Pour les hautes fréquences leurs comportements divergent.

Le modèle LES du NCAR présente une fréquence de coupure nette qui est justement liée au caractère LES du modèle. Cette fréquence spatiale est légèrement supérieure à $8.10^{-3}m^{-1}$.

Les spectres issus de Meso-NH présentent quant à eux une décroissance progressive. La modélisation se dégrade parfois un peu plus tôt qu'avec le modèle LES, mais dans l'ensemble les résolutions spatiales des deux modèles sont similaires. En utilisant la fréquence de coupure du modèle LES, il semble que la résolution spatiale effective de Meso-NH soit d'environ 125m, ce qui est équivalent à un peu plus de $3.\Delta x$. Cette évaluation de la résolution effective de Meso-NH est cohérente avec les résultats d'autres études qui attribuent au modèle une résolution légèrement inférieure, de l'ordre de 4 à 6 Δx [107].

Les spectres sur l'ensemble du domaine ont montré que Meso-NH modélise très bien la variabilité spatiale du vent avec une résolution de $3.\Delta x$. Dans nos expériences, seule une petite partie du domaine est utilisée. Nous devons donc nous assurer que les spectres du vent pris sur un sous-domaine suivent eux aussi la cascade d'énergie. Le domaine utilisé en descente d'échelle ne contient pas assez de mailles pour que le calcul des DSP ait un sens. Même si c'est encore bien supérieur au domaine utilisé, nous allons vérifier l'allure des spectres sur un quart de la grille.

Les figures 7.25 à 7.27 représentent les spectres calculés sur un quart de la grille, soit 123x123 mailles. Les spectres des deux modèles sont encore une fois très proches pour les basses et les moyennes fréquences. Nous retrouvons les mêmes différences pour les hautes fréquences. La fréquence de coupure est toujours la même. Tous ces éléments montrent que la variabilité spatiale du vent est correctement simulée, même sur un sous domaine. Ils confirment également la résolution spatiale de Meso-NH et ses limites pour la modélisation de processus de très fine échelle.

Deuxième niveau vertical de la grille fine, 256x256 mailles

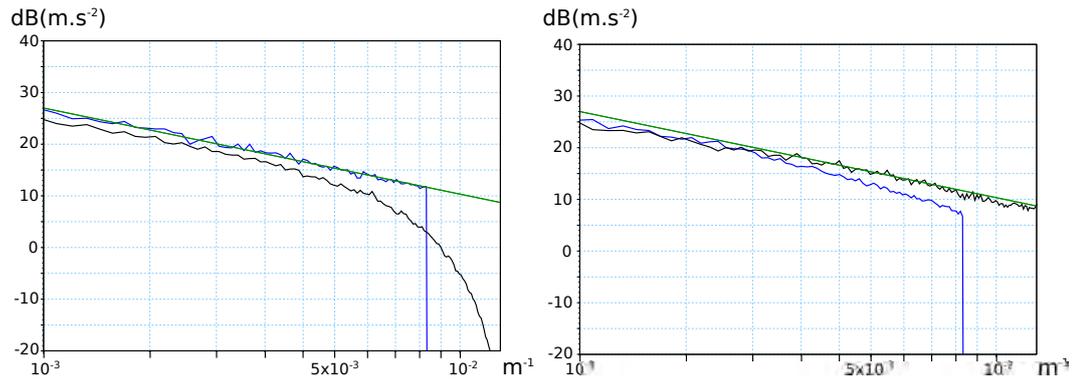


FIGURE 7.22 – Densités spectrales de puissance du vent zonal selon l'axe des abscisses (à gauche) et selon l'axe des ordonnées (à droite) sur 256x256 mailles. La DSP du vent Meso-NH est en noir, celle du LES du NCAR en bleu. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

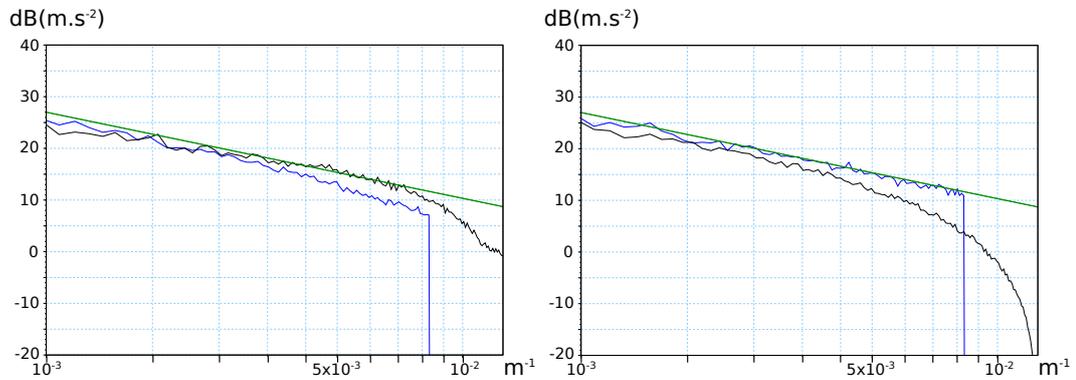


FIGURE 7.23 – Densités spectrales de puissance du vent méridien selon l'axe des abscisses (à gauche) et selon l'axe des ordonnées (à droite) sur 256x256 mailles. La DSP du vent Meso-NH est en noir, celle du LES du NCAR en bleu. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

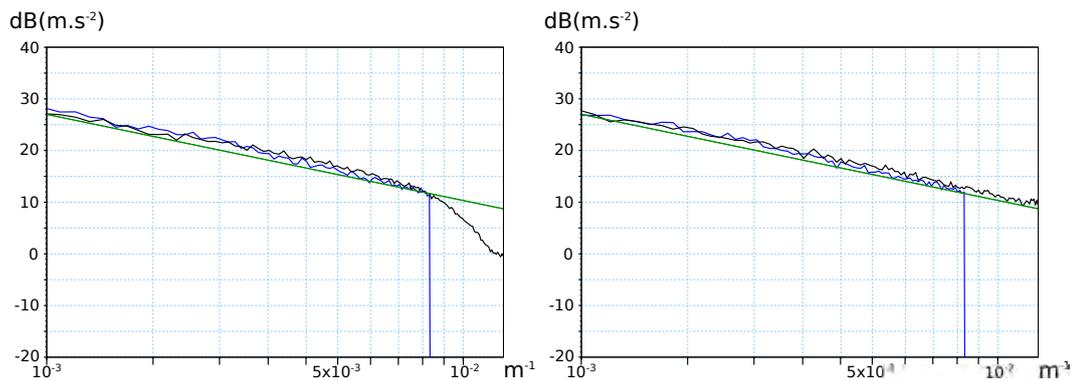


FIGURE 7.24 – Densités spectrales de puissance du vent vertical selon l'axe des abscisses (à gauche) et selon l'axe des ordonnées (à droite) sur 256x256 mailles. La DSP du vent Meso-NH est en noir, celle du LES du NCAR en bleu. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

Deuxième niveau vertical de la grille fine, 123x123 mailles

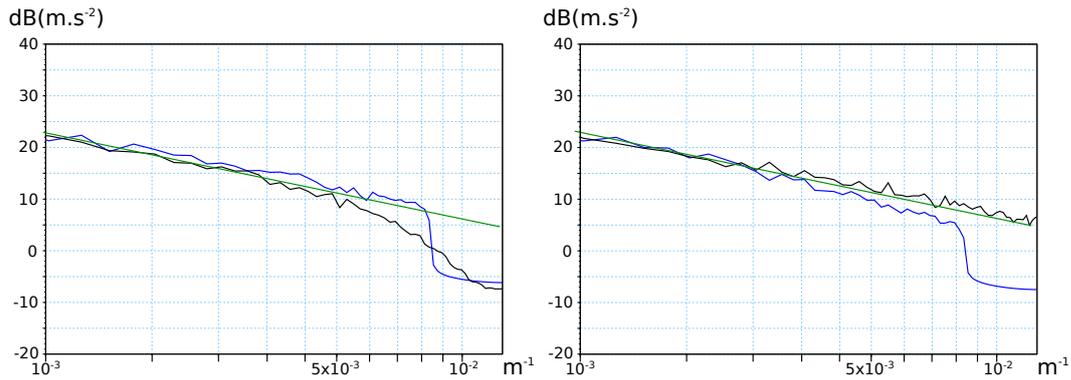


FIGURE 7.25 – Densités spectrales de puissance du vent zonal selon l'axe des abscisses (à gauche) et selon l'axe des ordonnées (à droite) sur 123x123 mailles. La DSP du vent Meso-NH est en noir, celle du LES du NCAR en bleu. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

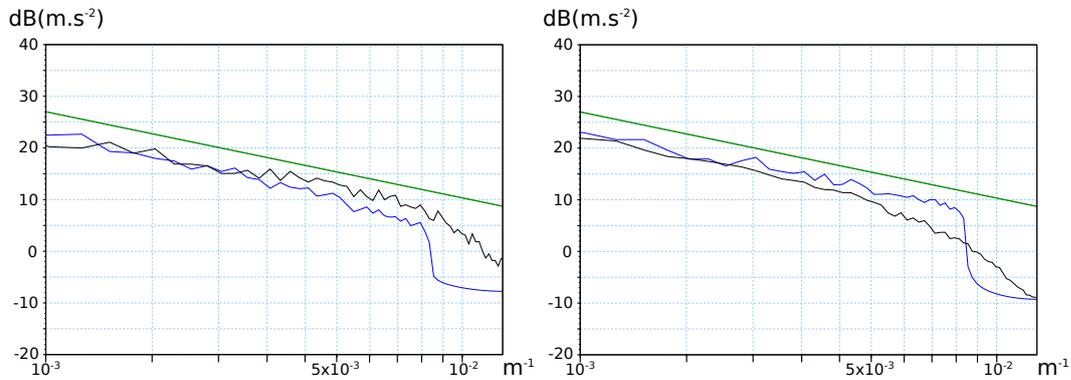


FIGURE 7.26 – Densités spectrales de puissance du vent méridien selon l'axe des abscisses (à gauche) et selon l'axe des ordonnées (à droite) sur 123x123 mailles. La DSP du vent Meso-NH est en noir, celle du LES du NCAR en bleu. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

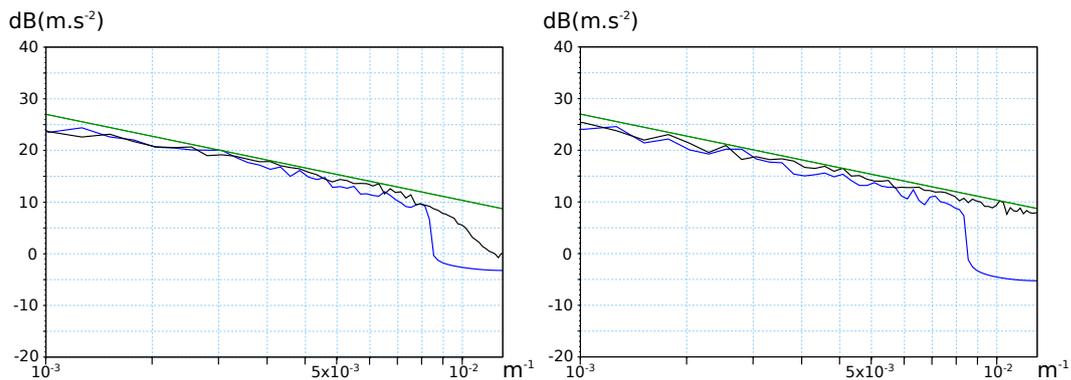


FIGURE 7.27 – Densités spectrales de puissance du vent vertical selon l'axe des abscisses (à gauche) et selon l'axe des ordonnées (à droite) sur 123x123 mailles. La DSP du vent Meso-NH est en noir, celle du LES du NCAR en bleu. La pente en $-5/3$ donnée par les lois K41 est en vert.

6.3 Anomalies de vent

Dans cette section nous proposons d'étudier les anomalies de vent, c'est-à-dire, les différences entre le vent modélisé par les particules et sa composante basse-bas.

Séries temporelles des anomalies de vent

Nous avons montré que la composante basse-bas du vent reconstruit est cohérente avec le vent haute-résolution simulé par Meso-NH. Nous allons poursuivre la validation du vent sous-maille modélisé par les particules par l'étude de ses fluctuations rapides. Nous appelons anomalie la fluctuation du vent sous-maille par rapport à sa composante basse-bas. Les figures 7.28 à 7.30 représentent les séries temporelles de ces anomalies pour chaque composante du vent et pour un niveau vertical donné.

D'après leur allure, les anomalies ne semblent pas incohérentes. Elles ne présentent notamment pas de biais notable. Cependant il est difficile de se prononcer sur leur validité d'un point de vue physique à partir des séries temporelles. Nous allons donc nous intéresser à leur densité spectrale de puissance.

DSP des anomalies de vent

Les densités spectrales présentées dans ce paragraphe sont des DSP temporelles, calculées en moyenne sur des groupes de 4x4 mailles fines. Les DSP des anomalies des trois composantes du vent sont représentées sur les figures 7.31 à 7.33. Nous constatons que les spectres des anomalies suivent la cascade d'énergie décrite par les lois de Kolmogorov K41. Les anomalies du vent sous-maille ont donc une structure cohérente avec la physique de l'atmosphère. Le système de particules apporte une information haute fréquence qui ne peut être réduite à un bruit blanc que l'on aurait ajouté à une composante basse-fréquence similaire au vent issu Meso-NH.

Ces résultats nous amènent à conclure que le vent sous-maille reconstruit par les particules est réaliste. Il contient des structures de plus fine échelle que le vent Meso-NH haute-résolution, d'où les différences constatées précédemment. A partir d'un forçage moyen, la méthode de descente d'échelle permet donc de modéliser un vent très-haute résolution cohérent avec les grandes échelles.

Deuxième niveau vertical de la grille fine, anomalies par rapport à la
composante basse-fréquence du vent.

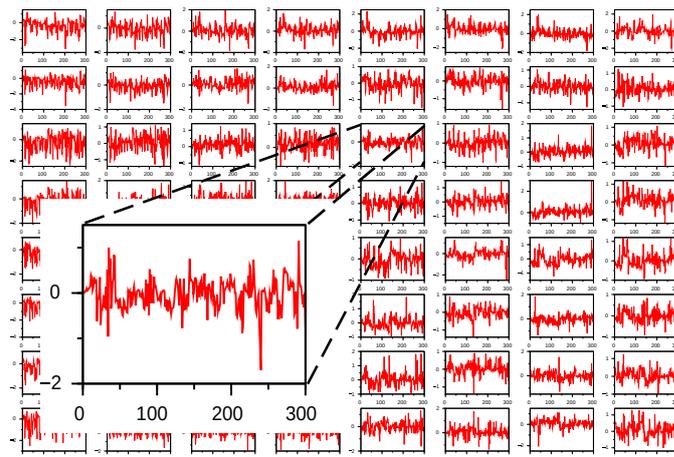


FIGURE 7.28 – Séries temporelles des anomalies de vent zonal modélisé par les
particules par rapport à sa composante basse fréquence.

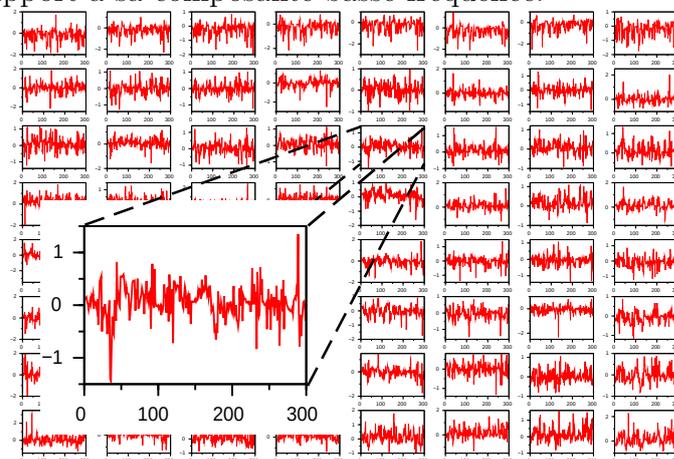


FIGURE 7.29 – Séries temporelles des anomalies de vent méridien modélisé par les
particules par rapport à sa composante basse fréquence.

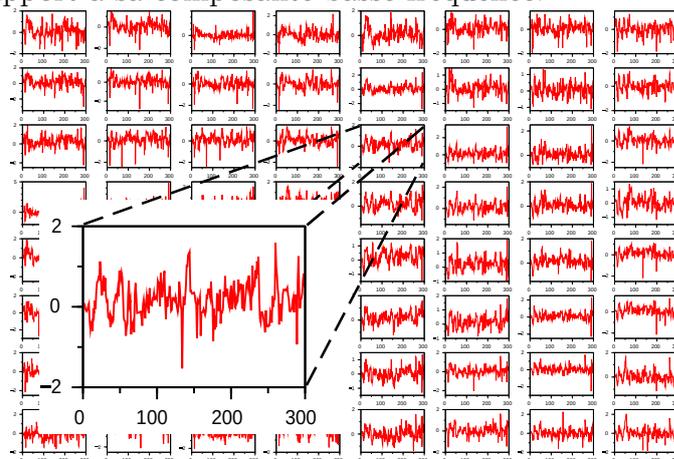


FIGURE 7.30 – Séries temporelles des anomalies de vent vertical modélisé par les
particules par rapport à sa composante basse fréquence.

Deuxième niveau vertical de la grille fine, DSP temporelles des anomalies.

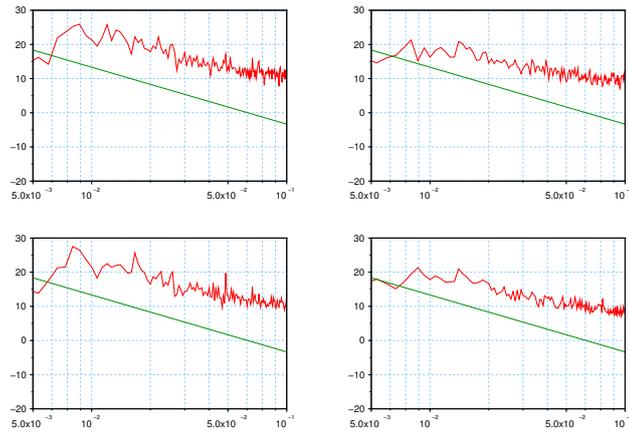


FIGURE 7.31 – Densités spectrales de puissance temporelles des anomalies du vent zonal en rouge, calculées sur des groupes de 4x4 mailles. En vert on a représenté la cascade d'énergie (pente en $-5/3$).

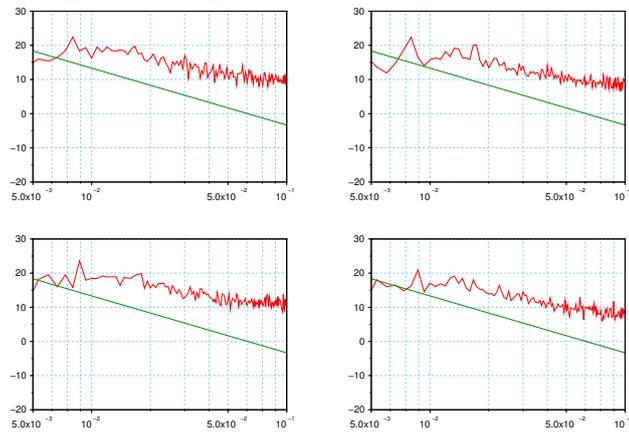


FIGURE 7.32 – Densités spectrales de puissance temporelles des anomalies du vent méridien en rouge, calculées sur des groupes de 4x4 mailles. En vert on a représenté la cascade d'énergie (pente en $-5/3$).

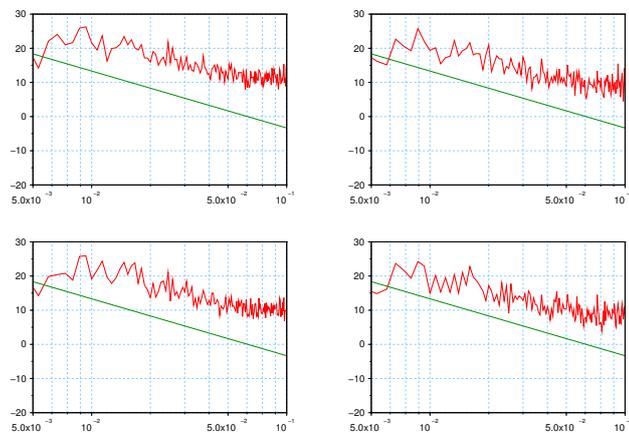


FIGURE 7.33 – Densités spectrales de puissance temporelles des anomalies du vent vertical en rouge, calculées sur des groupes de 4x4 mailles. En vert on a représenté la cascade d'énergie (pente en $-5/3$).

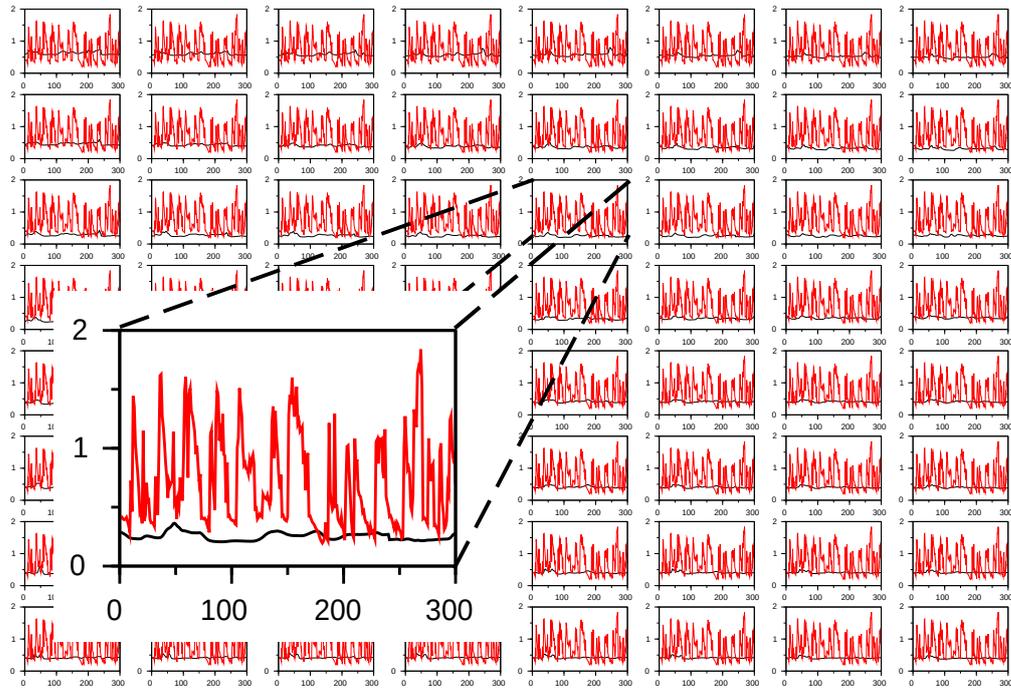


FIGURE 7.34 – Énergie cinétique turbulente totale modélisée par Meso-NH haute résolution en noir et par les particules en rouge, pour le second niveau vertical de la grille fine.

6.4 Energie cinétique turbulente

Après avoir présenté le vent sous-maille modélisé par le système de particules, nous nous intéressons maintenant à l'énergie cinétique turbulente. La TKE n'est pas directement forcée par les champs Meso-NH basse résolution. La TKE sous-maille modélisée par le système de particules est calculée à chaque pas de temps en utilisant la variance spatiale des particules. Cette TKE sous-maille est comparée à la TKE issue des simulations Meso-NH haute-résolution, introduite à la section 5.1.

Les résultats sont présentés pour un niveau vertical de la grille fine sur la figure 7.34. Nous constatons que la TKE modélisée par les particules est environ deux fois plus élevée que la TKE simulée par Meso-NH. Le système de particules modélise également une importante variabilité temporelle de la TKE. En comparaison, la TKE Meso-NH fluctue très peu. Le système de particules simule donc plus de turbulence sous-maille que le modèle Meso-NH haute résolution. Nous retrouvons ainsi les différences déjà constatées entre le vent sous-maille et le vent Meso-NH haute résolution.

Pour avancer dans la validation de la modélisation sous-maille de la turbulence à l'aide de système de particule, nous allons comparer les TKE modélisées aux TKE observées durant la campagne BLLAST. Une première étude de Lothon et al. introduit l'évolution diurne de la TKE durant la campagne [86]. En milieu d'après-

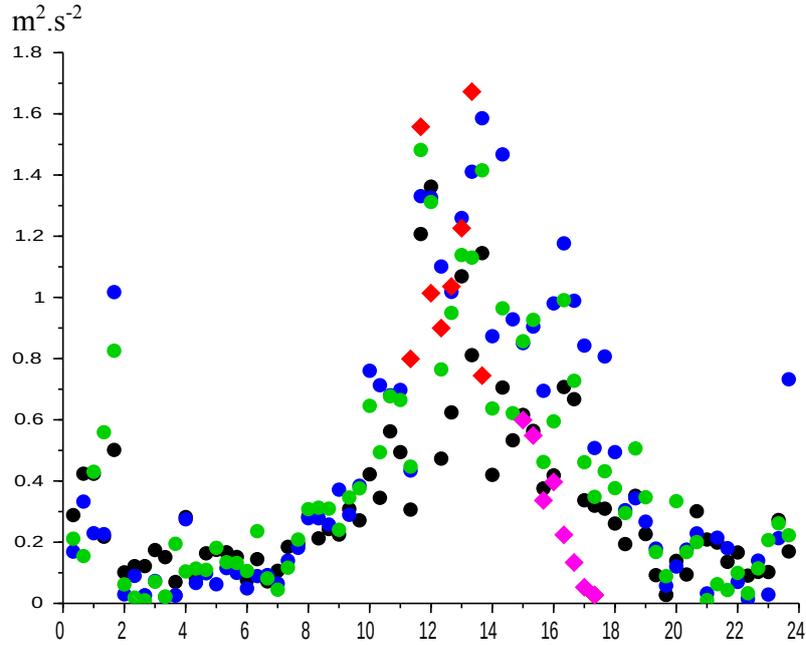


FIGURE 7.35 – Énergie cinétique turbulente observée à l’aide d’anémomètres soniques placés sur un mât (à 30m en noir, à 45m en bleu, à 60m en vert) et sous un ballon captif (à 75m en rouge et à 550m en magenta). Le temps est exprimé en heure UTC.

midi, l’ordre de grandeur des TKE observées se situe autour de $1m^2/s^2$, avant de décroître en fin de journée. Pour la journée que nous avons étudiée, les observations de TKE obtenues par Guylaine Canut (CNRM / 4M) atteignent les mêmes valeurs. Elles sont représentées sur la figure 7.35. Pour forcer le système de particules nous avons choisi des champs situés à une altitude comprise entre 360 et 400 mètres aux alentours de 14h UTC. Nous ne disposons malheureusement pas d’observations situées à une altitude similaire, mais seulement d’observations sur un mât à 30m, 45m, et 60m et d’observations sous ballon captif à 75m de 12h à 14h et à 550m de 15h à 18h. En comparant la TKE sous-maille aux observations de début et de milieu d’après-midi, nous remarquons que la descente d’échelle stochastique nous permet de modéliser un champ d’énergie cinétique turbulente en très bon accord avec les observations dont nous disposons. La simulation haute-résolution de Meso-NH, quant à elle, tend à sous-estimer la turbulence. Cette sous-estimation avait déjà été décrite par Darbieu [34].

Les résultats obtenus en comparaison avec les observations montrent la capacité d’un système de particules à modéliser efficacement la turbulence à très fine échelle. Ces résultats sont très encourageants, cependant notre méthode de descente d’échelle devra être appliquée à un plus grand domaine et à d’autres campagnes avant d’être

validée.

7 Discussion et conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté une nouvelle méthode de descente d'échelle stochastique. Elle permet de modéliser les champs sous-maille en utilisant un système de particules. Un des avantages de cette méthode est qu'elle utilise un modèle physique simple, contrairement aux modèles LES ou aux simulations DNS.

L'expérience que nous avons réalisée est limitée à un petit domaine de simulation, et nous avons utilisé peu de particules. Ces deux contraintes sont liées aux temps de calcul, qui sont encore longs malgré la configuration allégée. Le domaine de simulation couvre tout de même 256 mailles de la grille du modèle Meso-NH haute résolution, ce qui est suffisant pour un premier test de notre méthode. Une des prochaines étapes sera d'augmenter à la fois le domaine simulé, la durée de la simulation et le nombre de particules. Nous limiterions ainsi les effets dûs aux bords du domaine. Les densités spectrales de puissance obtenues permettraient également de déterminer la résolution spatiale des champs simulés par les particules.

Dans nos travaux, les champs basse-résolution sont obtenus en moyennant les champs Meso-NH haute-résolution. Dans une expérience plus aboutie, les champs basse-résolution pourraient provenir directement d'une vraie simulation Meso-NH basse résolution du cas BLLAST étudié. Pour compléter la modélisation sous-maille, il serait intéressant d'ajouter au modèle SLM une équation d'évolution de la température. La flottabilité sous-maille pourrait ainsi être modélisée et comparée aux simulations Meso-NH haute-résolution.

Parmi les travaux à venir, l'adaptation de la descente d'échelle en terrain complexe sera une étape importante. Il sera alors possible d'utiliser notre méthode stochastique en complément des simulations et des observations, par exemple pour les campagnes de mesures dans les vallées encaissées. Cette voie a été ouverte par Bossy et al. dans le cadre d'un écoulement autour d'une colline idéalisée [22].

L'ensemble des résultats présentés est très prometteur et prouve la pertinence de la méthode de forçage que nous avons employée. Le forçage des particules s'est avéré simple. Les champs sous-maille modélisés sont à la fois cohérents avec les champs de grande échelle et les observations. Ces résultats valident également l'utilisation du modèle SLM en reconstruction de l'atmosphère.

A long terme nous envisageons d'utiliser cette méthode de descente d'échelle pour tester les schémas de turbulence sous-maille et les paramétrisations employés dans les modèles haute-résolution (opérationnels ou de recherche). La descente d'échelle stochastique apporte en effet un outil permettant de comparer les hypothèses de fermeture présentes dans les schémas de turbulence. Dans Meso-NH plusieurs solutions

sont proposées. Il serait intéressant de les tester sur le cas BLLAST.

Les travaux menés en descente d'échelle montrent la compatibilité du modèle SLM avec un forçage issu de Meso-NH. Inversement, nous pourrions à terme essayer de corriger les champs de TKE et de taux de dissipation simulés par Meso-NH à l'aide des champs modélisés par les particules sous-maille. Ce serait une approche possible pour aborder le travail sur l'assimilation de données sous-maille.

Chapitre 8

Advection d'information dans un système de particules

Les travaux de reconstruction de l'atmosphère et de descente d'échelle ont permis d'étudier le comportement d'un système de particules dont l'évolution temporelle est guidée par notre modèle lagrangien stochastique. Dans ce chapitre, nous travaillons sur la capacité du système de particules à advecter les informations apprises. Dans un premier temps nous rappelons brièvement les résultats obtenus dans les travaux précédents. Nous présentons ensuite une toute nouvelle expérience qui illustre l'advection de structures turbulentes par les particules.

Ce court chapitre est à la fois une synthèse des travaux déjà réalisés et une introduction des perspectives sur l'advection d'information au sein d'un système particulaire.

1 Rappel des expériences précédentes

Même si l'advection d'information par les particules n'était pas au cœur des expériences réalisées précédemment, nous avons déjà souligné cet aspect lors de l'interprétation des résultats. Nous rappelons ici les graphiques qui nous ont amenés à travailler sur ce point.

1.1 Reconstruction de l'atmosphère

Pour faciliter la visualisation des résultats en reconstruction de l'atmosphère, nous avons choisi des graphiques portant essentiellement sur la reconstruction temporelle du vent et sur l'estimation en temps réel de la turbulence. Pour illustrer la reconstruction du vent dans l'espace, nous nous sommes uniquement intéressés au vent horizontal 2D. Le graphique 8.1 présente trois coupes horizontales du vent observé et du vent reconstruit. Sur chaque coupe, on trouve le vent reconstruit dans les quatre boîtes du niveau vertical regardé, ainsi qu'une estimation par interpolation

du vent au centre du volume d'observation (voir chapitre 2, section 1.2 pour plus de précisions sur les boîtes et la géométrie du dispositif d'observation).

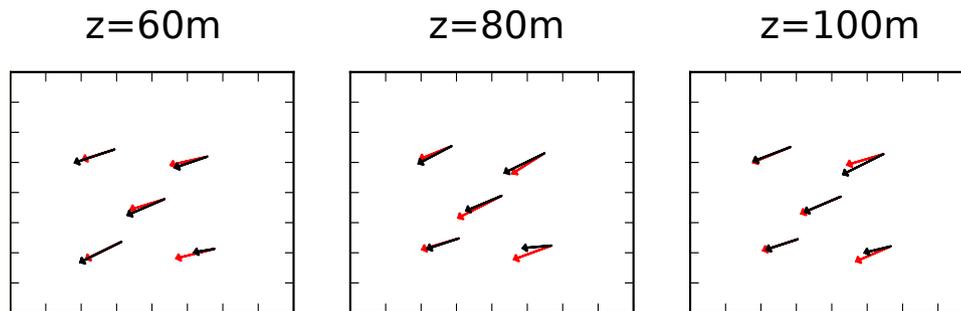


FIGURE 8.1 – Reconstruction de l'atmosphère : coupes horizontales du vent pour trois altitudes données, en cinq points du volume observé à un instant donné. Le vent observé est en noir, le vent reconstruit est en rouge.

Sur les trois coupes horizontales nous constatons que le vent horizontal reconstruit est très proche du vent observé dans les boîtes sous le vent du volume observé. Par contre, nous pouvons remarquer que le vent reconstruit s'écarte du vent observé dans les boîtes situées au vent du volume.

D'après ces résultats, la reconstruction de l'atmosphère fonctionne mieux dans la partie aval du volume observée. Le système de particule semble être initialisé avec les observations dans la partie amont. L'information apprise lors de l'initialisation est ensuite advectée par le système vers la partie aval, où elle est mise à jour grâce aux nouvelles observations. Nous voyons ici apparaître la possibilité d'advecter avec un système de particules une information apprise en amont de l'écoulement.

1.2 Descente d'échelle

En descente d'échelle nous avons travaillé sur des domaines largement plus étendus que ceux utilisés en reconstruction de l'atmosphère. La capacité du système de particules à advecter l'information apparaît donc plus nettement.

La méthode de descente d'échelle que nous avons élaborée consiste à forcer un système de particules sous-maille avec des champs en points de grille. La direction principale du vent simulé par le modèle en points de grille est parallèle à l'axe des abscisses de la grille. L'advection d'information par le système particulaire peut donc être facilement évaluée en comparant la qualité de la modélisation du vent sous-maille en amont du domaine à la qualité du vent sous-maille obtenu en aval. Sans advection des structures apprises en aval, la modélisation du vent sous-maille devrait être de qualité semblable sur l'ensemble du domaine.

Nous avons extrait des résultats présentés en descente d'échelle un groupe de mailles situées dans l'alignement du vent. Pour chacune de ces mailles nous avons représenté sur la figure 8.2 les séries temporelles du vent modélisé par un modèle

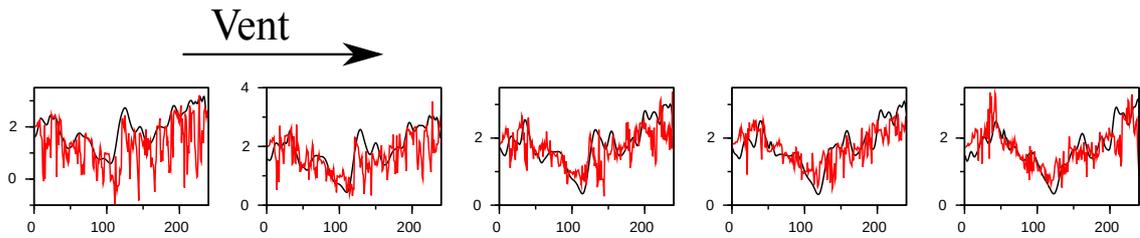


FIGURE 8.2 – Descente d’échelle : séries temporelles du vent modélisé par le modèle Meso-NH haute résolution (noir) et par les particules (rouge), pour cinq mailles de la grille haute résolution.

haute résolution en point de grille et du vent modélisé par les particules. Sur cette figure il apparaît très clairement que le vent simulé par les particules dans la première maille en amont du domaine est trop turbulent. Nous pouvons ensuite constater que le vent modélisé par les particules se rapproche du vent issu du modèle en points de grille à mesure que l’on s’écarte du bord amont.

Ce résultat obtenu en descente d’échelle illustre l’amélioration de la représentation du vent par les particules en allant vers la partie aval du domaine. Le système de particules sous-maille semble donc capable d’advecter des structures fines créées grâce au forçage.

Cette conclusion concorde avec les résultats obtenus en reconstruction de l’atmosphère. Pour travailler sur la capacité du système de particules à advecter les structures turbulentes de fines échelles, nous construisons une expérience spécifique, présentée dans la section suivante.

2 Système de particules libres versus système de particules par maille

2.1 Présentation de l’expérience

L’expérience que nous présentons ici est à la croisée des chemins entre la reconstruction de l’atmosphère et la descente d’échelle. Pour étudier l’advection de structures turbulentes par un système de particules, l’idéal serait de disposer d’observations couvrant un domaine large. En l’absence de telles données, nous avons réalisé une expérience de reconstruction de l’atmosphère à partir de la simulation Meso-NH haute résolution du cas BLLAST étudié en descente d’échelle (chapitre 7). Dans les travaux présentés ici, les champs de vent Meso-NH haute-résolution jouent donc le rôle d’observations utilisées pour piloter le système de particules.

Pour étudier l’advection de structures turbulentes par les particules, nous avons réalisé deux expériences légèrement différentes. Dans les deux expériences les particules sont utilisées pour reconstruire l’atmosphère à partir des champs de vent

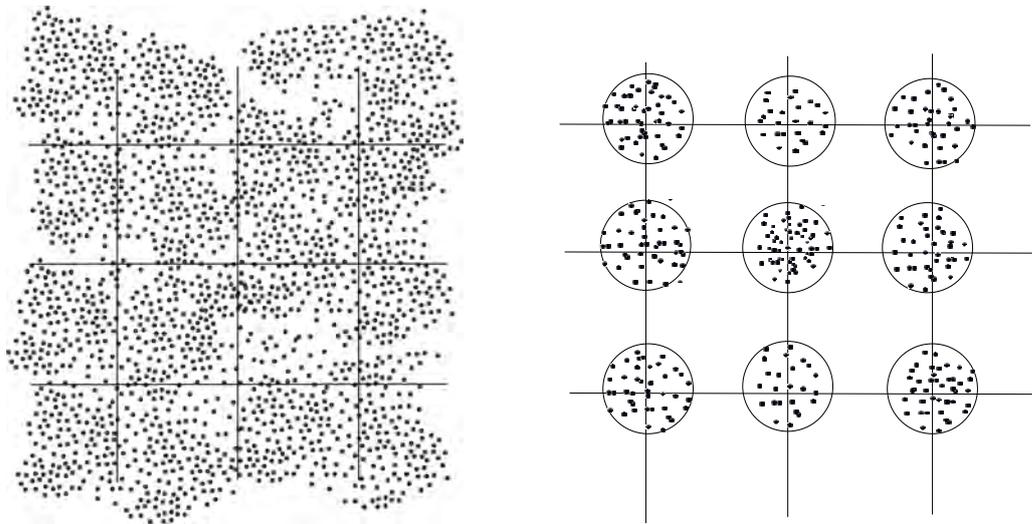


FIGURE 8.3 – A gauche l’expérience 1 : les particules sont laissées libres dans le domaine. A droite l’expérience 2 : les particules vivent autour d’un point de grilles, sans possibilité de changer de maille.

Meso-NH, dans un domaine de 4x4 mailles placées dans un plan horizontal. L’unique différence entre les deux expériences porte sur la liberté qui est laissée aux particules dans l’espace.

Dans la première expérience les particules sont laissées libres dans le domaine. Elles peuvent notamment passer d’une maille à l’autre, ce qui autorise l’advection de structures turbulentes à travers le domaine.

Dans la seconde expérience chaque maille est couverte par un système de particules. Les particules sont contraintes à rester dans la maille. Il n’y a donc pas d’échange d’information d’une maille à l’autre, si ce n’est par l’intermédiaire du champ Meso-NH utilisé pour sélectionner les particules dans le processus de reconstruction.

Les configurations associées aux deux expériences sont présentées schématiquement sur le figure 8.3. On y voit clairement la différence entre un milieu continu et un milieu découpé en mailles indépendantes (schématisées ici par des boules). Ces expériences ont été proposées dans le cadre d’un projet de modélisation (deuxième année du cycle ingénieur de l’Ecole Nationale de la Météorologie). Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus pour les deux configurations.

2.2 Résultats

Les travaux sur l’advection de structures turbulentes par un système de particules débutent seulement. Nous présentons ici des résultats préliminaires concernant la TKE estimée par la méthode de reconstruction de l’atmosphère.

Intéressons tout d’abord à la figure 8.4. Nous y avons représenté le champ de TKE à quatre instants différents pour les deux configurations précédemment décrites.

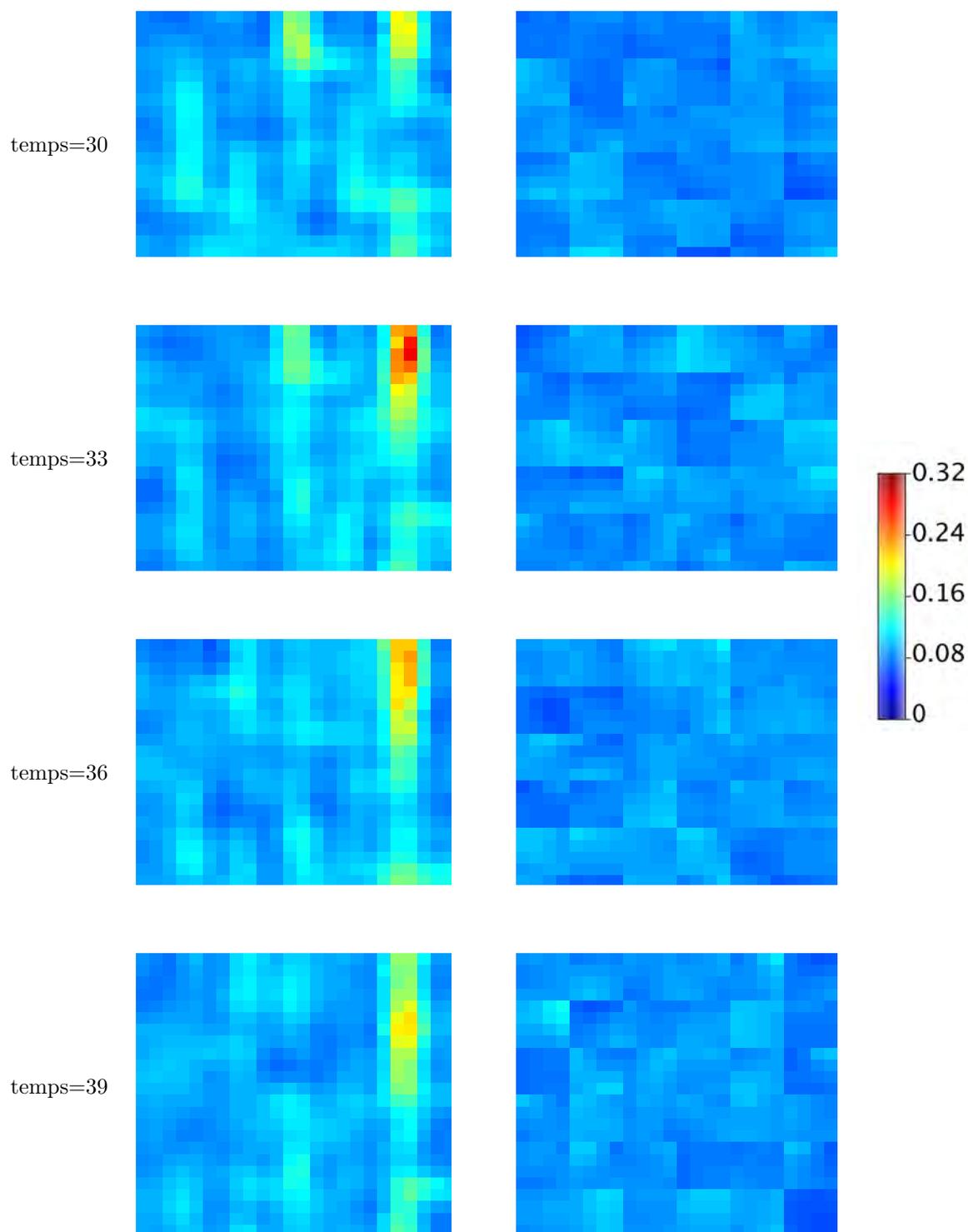


FIGURE 8.4 – Expérience de reconstruction du vent à partir d'un champs Meso-NH. A gauche, l'énergie cinétique turbulente (TKE) pour l'expérience 1 (particules libres dans le domaine), à droite la TKE pour l'expérience 2 (particules contraintes par maille).

Pour mieux visualiser la variabilité spatiale de la TKE, nous avons utilisé une subdivision de la grille Meso-NH qui a permis de calculer une valeur de TKE moyenne dans chaque sous-maille.

Les champs de TKE issus de l'expérience 1 se trouvent sur la colonne de gauche. Nous pouvons y voir l'apparition puis l'advection d'une zone de forte TKE qui progresse du haut vers le bas de l'image. Cette structure est créée en limite de mailles, ce qui suggère que le champ de vent en points de grille varie rapidement.

Sur la colonne de droite, nous avons représenté aux mêmes instants les champs de TKE issus de l'expérience 2. Ces champs ne présentent pas de structures particulières, la TKE est relativement uniforme sur l'ensemble du domaine. De manière générale, la TKE est inférieure à la TKE retrouvée dans l'expérience 1. Au cours du temps, nous ne voyons pas apparaître de zone de turbulence et les faibles variations de TKE présentes ne semblent pas se propager d'une maille à l'autre. Les reconstructions indépendantes de l'atmosphère dans chaque maille montrent donc que le champ de vent Meso-NH ne modélise pas directement la structure de forte TKE vue sur les résultats de l'expérience précédente.

D'après les différences constatées entre ces deux expériences, il semble que l'apparition de la structure turbulente soit liée à la prise en compte de la continuité du milieu. L'apparition et l'advection de cette structure ne sont pas directement présentes dans le champ de vent Meso-NH. Elles ne sont rendus possibles que par l'utilisation d'un système de particules libres pour représenter l'atmosphère de manière continue.

La figure 8.5 représente les coupes dans les champs de TKE dans l'axe de propagation de la structure turbulente. Pour l'expérience 1 nous voyons clairement la structure apparaître puis progresser en s'atténuant. Par contre, pour l'expérience 2 aucun signal ne semble se propager.

Ces résultats indiquent que le système de particules libres est capable de modéliser des structures turbulentes à partir d'observations ponctuelles réparties sur le domaine (au centre de chaque maille). L'advection des particules permet dans un second temps de propager les structures dans l'espace.

A la lumière du théorème de Shannon [118], la présence de structures plus fines que la maille du champ de vent peut sembler suspecte. Pour comprendre leur existence, il faut s'intéresser aux propriétés spatiales mais aussi temporelles de l'atmosphère reconstruite par les particules. Une structure créée par l'observation d'un fort gradient dans le champ de vent à un instant donné est advectée par les particules. Comme à chaque instant, les particules sont mises à jour, la structure ne subsiste aux instants suivants que si elle est à nouveau observée. C'est donc la fréquence temporelle des observations qui permet l'existence des structures fines.

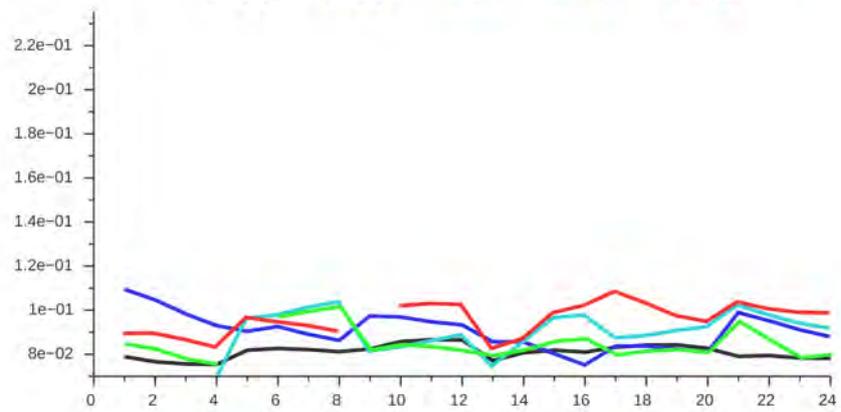
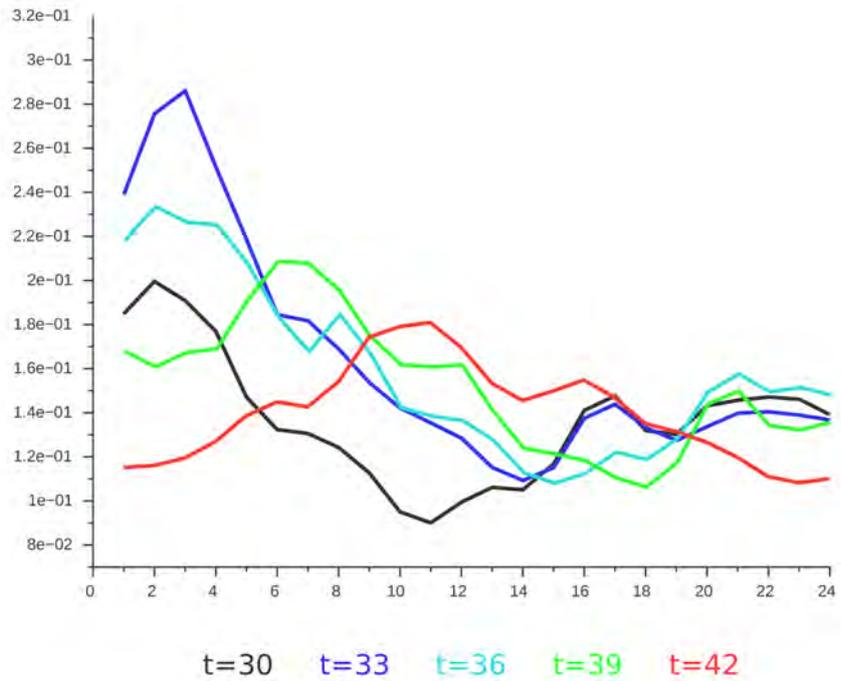


FIGURE 8.5 – Coupes des champs de TKE dans l'axe de propagation de la structure turbulente, pour l'expérience 1 en haut, et pour l'expérience 2 en bas.

3 Perspectives

Ces résultats ouvrent la voie à de nombreuses expériences sur l'advection de structures turbulentes au sein d'un système de particules. A la place d'un champ issu de Meso-NH, il serait intéressant d'utiliser des observations. Cependant, cette option est coûteuse puisqu'elle nécessite de réaliser une campagne de mesure spécifique.

Une alternative, plus facilement réalisable, serait de tester l'advection de particules dans un environnement entièrement numérique. A partir d'une simulation à très haute résolution considérée comme la réalité, nous pourrions créer un ensemble d'observations disposées de manière adéquate. La méthode de reconstruction de l'atmosphère permettra ensuite de modéliser et d'advecter des structures turbulentes. Ces structures seront ensuite validées ou invalidées par comparaison avec la réalité numérique.

Cette expérience pourra être menée en marge du travail de thèse de Thomas Rieutord qui a pour objectif de valider les résultats haute fréquence accessibles grâce à la reconstruction de l'atmosphère.

Après avoir réalisé ces expériences, l'advection d'information au sein du système de particules pourra donner lieu à diverses applications. La reconstruction de l'atmosphère à partir d'observations de lidar scannant horizontaux pourra tout particulièrement tirer parti de la capacité des systèmes de particules à advecter les structures turbulentes. Ce type de lidar est utilisé pour observer le vent à proximité des champs éoliens. Une meilleure connaissance de la turbulence advectée est un enjeu important dans ce domaine.

Chapitre 9

Remontée d'échelle

Les nouveaux outils de reconstruction de l'atmosphère donnent aujourd'hui accès à des observations de vent et à des estimations de la turbulence à haute résolution dans la couche limite atmosphérique. La reconstruction de l'atmosphère modélise des processus qui sont sous-maille pour les modèles météorologiques actuels. La valorisation des méthodes de reconstruction nécessite maintenant le développement de méthodes de remontée d'échelle qui permettront d'assimiler les quantités sous-maille estimées dans les modèles météorologiques.

Le développement de telles méthodes a seulement débuté. Les travaux présentés dans ce chapitre explorent essentiellement les possibilités d'une méthode d'assimilation simple et bien connue, appelée nudging. Nous verrons l'apport potentiel de cette méthode pour la remontée d'échelle.

1 Le principe du nudging

Le nudging est une méthode d'assimilation de données facile à implémenter et plus économique que les méthodes variationnelles. Le nudging est apparu pour la première fois en 1974, sous le nom de relaxation newtonienne, pour corriger des simulations météorologiques par des observations [3]. La simplicité de la méthode et son caractère économe en temps de calcul ont ensuite séduit l'océanographie et plus largement l'ensemble des géosciences. Le principe du nudging est d'utiliser l'observation pour corriger le modèle. Pour cela, la méthode de nudging consiste à ajouter à l'équation d'évolution un terme de rappel à l'observation, d'où l'appellation relaxation newtonienne.

Considérons un système dynamique de la forme suivante :

$$\frac{dX}{dt} = F(X)$$

avec $0 < t < T$ et $X(0) = x_0$. Si on note H l'opérateur d'observation et $K \in \mathbb{R}^+$ le coefficient de rappel (aussi appelé coefficient de nudging), le nudging consiste à

forcer le modèle avec un terme de rappel à l'observation Y_{obs} :

$$\frac{dX}{dt} = F(X) + K(Y_{obs} - H(X))$$

L'impact du terme de rappel à l'observation dépend du coefficient K . Ce coefficient caractérise le temps de relaxation. Sa valeur est choisie expérimentalement pour que le terme de rappel soit faible par rapport aux autres termes de l'équation, mais toutefois suffisamment élevé pour forcer le modèle.

2 Le nudging direct et rétrograde

La méthode de nudging a fait l'objet de développements récents pour exploiter au mieux les observations. L'idée est de débiter par un nudging classique, appelé nudging direct, puis d'appliquer un nudging rétrograde qui remonte le temps et corrige l'état initial avec l'ensemble des observations. L'algorithme de nudging direct et indirect permet donc de prendre en compte les observations futures pour corriger l'état à un instant donné.

2.1 Formulation de l'algorithme

L'algorithme de nudging direct et rétrograde, appelé en anglais Back and Forth Nudging (BFN), a été introduit par Auroux et Blum [6]. La première étape de l'algorithme BFN consiste à résoudre les équations directes du modèle avec le terme de rappel à l'observation à partir de l'état initial. Dans un second temps, le nudging rétrograde résout les mêmes équations de façon rétrograde, en choisissant comme point de départ l'état final du nudging direct. Une fois la résolution rétrograde effectuée, on obtient ainsi une estimation de l'état initial. On peut ensuite répéter ce procédé de façon itérative jusqu'à convergence de l'état initial [7].

Comme pour l'algorithme de nudging classique, nous considérons le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = F(X) & 0 < t < T \\ X(0) = x_0 \end{cases}$$

Notons H l'opérateur d'observation, $K \in \mathbb{R}^+$ le coefficient de rappel, Y_{obs} l'observation. Le problème de nudging direct consiste à résoudre le système :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = F(X) + K(Y_{obs} - H(X)), & 0 < t < T \\ X(0) = x_0 \end{cases}$$

La version rétrograde du système dynamique s'écrit simplement de la façon sui-

vante :

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{X}}{dt} = F(\tilde{X}), & T > t > 0 \\ \tilde{X}(T) = \tilde{x}_T \end{cases}$$

Le nudging rétrograde consiste à résoudre ce système, avec ajout du terme de rappel. Pour que le problème soit bien posé, le signe du terme de rappel est inversé par rapport à la résolution directe :

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{X}}{dt} = F(\tilde{X}) - \tilde{K}(Y_{obs} - H(\tilde{X})), & T > t > 0 \\ \tilde{X}(T) = \tilde{x}_T \end{cases}$$

où $\tilde{K} \in \mathbb{R}^+$ est le coefficient de nudging rétrograde. L'état final obtenu par la résolution de ce système est une estimation de l'état à $t = 0$. Le nudging rétrograde permet donc d'obtenir une estimation des conditions initiales, c'est-à-dire des conditions au début de la période d'assimilation.

L'algorithme de nudging BFN consiste à itérer les résolutions directes et rétrogrades jusqu'à convergence. L'état initial du nudging direct est l'état final de l'itération précédente du nudging rétrograde. De manière symétrique, l'état initial du nudging rétrograde est l'état final de la dernière itération du nudging direct.

$$\begin{aligned} k \geq 1 & \begin{cases} \frac{dX_k}{dt} = F(X_k) + K(Y_{obs} - H(X_k)) \\ X_k(0) = \tilde{X}_{k-1}(0) \end{cases} \\ k \geq 1 & \begin{cases} \frac{d\tilde{X}_k}{dt} = F(\tilde{X}_k) - \tilde{K}(Y_{obs} - H(\tilde{X}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) = X_k(T) \end{cases} \end{aligned}$$

Dans le cas général, les coefficients K et \tilde{K} sont des matrices qui dépendent à la fois du temps et de l'espace. Si les observations sont disponibles à chaque instant et en tout point, les matrices sont non nulles. Par contre, elles s'annulent si les observations ne sont disponibles que sur une partie du domaine, ou qu'à des instants donnés.

Dans cette perspective, l'algorithme BFN a d'abord été démontré et appliqué à des modèles linéaires (équation d'advection) [6], puis il a été étendu aux modèles comportant des termes de diffusion [9], [5]. Son principal avantage par rapport aux méthodes variationnelles est qu'il ne nécessite pas de linéarisation du modèle rétrograde.

L'algorithme BFN a été testé en comparaison avec la méthode 4DVar pour l'assimilation de vent dans un modèle de meso-échelle à haute résolution [21]. Le même type d'étude a été mené avec un modèle océanographique [111]. Tous ces travaux arrivent à la même conclusion : les deux méthodes d'assimilation montrent des

résultats similaires, alors que le BFN est plus facile à implémenter que le 4DVar. Les performances du nudging BFN et sa simplicité d'implémentation font donc de cet algorithme un outil de choix pour nos travaux sur la remontée d'échelle.

3 Le nudging BFN avec apprentissage de paramètre

Nous présentons ici un nouveau développement apporté à l'algorithme de nudging BFN : l'algorithme BFN avec apprentissage de paramètre (π -BFN). Le problème de modélisation étudié dans cette section dépend d'un paramètre pour lequel nous ne disposons ni de modèle d'évolution, ni d'observation directe. L'algorithme π -BFN a été conçu pour répondre à ce manque d'information.

3.1 π -BFN avec apprentissage de paramètre

Rappelons d'abord le problème du nudging BFN classique introduit à la section 2. Le modèle étudié est le suivant :

$$\partial_t X = F(X), 0 < t < T, X(0) = x_0.$$

où T est la durée de simulation. L'algorithme BFN permettant d'assimiler l'observation X_{obs} s'écrit, pour l'itération $k \geq 1$:

$$\begin{cases} \partial_t X_k &= F(X_k) + K(X_{obs} - H(X_k)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0) \\ \partial_t \tilde{X}_k &= F(\tilde{X}_k) - \tilde{K}(X_{obs} - H(\tilde{X}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \end{cases}$$

où $\tilde{X}_0 := x_0$, $K \in \mathbb{R}^+$ et $\tilde{K} \in \mathbb{R}^+$ sont respectivement les coefficients de nudging direct et rétrograde, et H est l'opérateur d'observation.

Nous supposons maintenant que le modèle dynamique étudié dépend d'un paramètre, noté a . Le modèle s'écrit alors :

$$\partial_t X = F(a, X), \quad 0 < t < T, \quad X(0) = x_0.$$

Le paramètre a peut dépendre à la fois du temps et de l'espace. Dans le cas général, a peut être un vecteur de paramètres.

Nous nous plaçons ici dans le cas où le modèle d'évolution du paramètre a est inconnu. Par défaut, nous avons choisi d'utiliser un modèle constant, $\partial_t a = 0$, corrigé uniquement par le terme de nudging. Le problème avec apprentissage de paramètre s'écrit donc de manière similaire à celui étudié dans le cas classique :

$$\partial_t X = F(X, a), \quad \partial_t a = 0, \quad 0 < t < T, \quad X(0) = x_0, \quad a(0) = a.$$

De plus, nous supposons qu'il existe deux opérateurs d'observation, notés H_1 et H_2 , associés respectivement à l'état du système X et au paramètre a . L'algorithme π -BFN étend l'algorithme BFN à la variable (X, a) . Il s'écrit naturellement, pour tout $k \geq 1$,

$$\begin{cases} \partial_t X_k &= F(X_k, a_k) + K_1(X_{obs} - H_1(X_k)) \\ \partial_t a_k &= K_2(a_{obs} - H_2(a_k)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0), \\ a_k(0) &= \tilde{a}_{k-1}(0), \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \partial_t \tilde{X}_k &= F(\tilde{X}_k, \tilde{a}_k) - \tilde{K}_1(X_{obs} - H_1(\tilde{X}_k)) \\ \partial_t \tilde{a}_k &= -\tilde{K}_2(a_{obs} - H_2(\tilde{a}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \\ \tilde{a}_k(T) &= a_k(T) \end{cases}$$

où $\tilde{X}_0(0) := x_0$ et $\tilde{a}(0) := a_0$. Le problème du nudging π -BFN porte sur l'absence d'observation directe du paramètre a . En pratique, la quantité a_{obs} est déduite de l'observation de l'état X_{obs} . Formellement, on a $a_{obs} := \mathcal{A}(X_{obs}, \partial_t X_{obs}, \dots)$, ce qui complique l'analyse du problème, et peut également avoir des répercussions sur la stabilité du schéma numérique.

3.2 Algorithme π -BFN pour un système linéaire d'équations différentielles ordinaires

Nous nous plaçons maintenant dans le cas le plus simple où la fonction $F(\cdot, a)$ introduite à la section précédente est une matrice $A(a)$ dont les coefficients dépendent d'un seul paramètre réel $a \in \mathbb{R}$. En pratique le paramètre a pourra dépendre du temps. Nous supposons de plus que cette dépendance est linéaire, c'est-à-dire que $A(a) = A_0 + aA_1$, où A_0 et A_1 sont à coefficients constants. Le problème devient alors :

$$d_t X = (A_0 + aA_1)X, \quad d_t a = 0, \quad 0 < t < T, \quad X(0) = x_0, \quad a(0) = a_0$$

ce qui peut aussi s'écrire sous forme compacte :

$$d_t \begin{pmatrix} X \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ a \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ a \end{pmatrix}$$

Malgré la simplicité du modèle dynamique choisi, nous remarquons l'apparition d'un terme *non-linéaire* impliquant le produit $a.X$ des deux inconnues. Le problème de

nudging associé s'écrit :

$$\begin{cases} d_t X_k &= (A_0 + a_k A_1) X_k + K_1(X_{obs} - H_1(X_k)) \\ d_t a_k &= K_2(a_{obs} - H_2(a_k)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0), \\ a_k(0) &= \tilde{a}_{k-1}(0), \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= (A_0 + \tilde{a}_k A_1) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1(X_{obs} - H_1(\tilde{X}_k)) \\ d_t \tilde{a}_k &= -\tilde{K}_2(a_{obs} - H_2(\tilde{a}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \\ \tilde{a}_k(T) &= a_k(T) \end{cases}$$

En utilisant l'aspect itératif de l'algorithme de nudging π -BFN, il est possible de linéariser le système à chaque itération. En notant \bar{a}_k la valeur du paramètre a apprise lors de l'itération k , le système direct est donné par :

$$\begin{cases} d_t X_k &= (A_0 + \bar{a}_{k-1} A_1) X_k + K_1(X_{obs} - H_1(X_k)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0) \end{cases}$$

De manière similaire, on a pour le sens rétrograde,

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= (A_0 + \bar{a}_{k-1} A_1) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1(X_{obs} - H_1(\tilde{X}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) &= \tilde{X}_k(T) \end{cases}$$

La mise à jour de \bar{a}_k s'écrit quant à elle comme une fonction de la valeur précédente du paramètre et de l'observation, $\bar{a}_k = \mathcal{F}(\bar{a}_{k-1}, a_{obs})$.

La fonction \mathcal{F} dépend des hypothèses faites sur a . Les développements qui suivent présentent différentes possibilités. Le choix de la valeur \bar{a}_k doit être consistant avec le modèle original. On peut par exemple choisir :

- i. la valeur de $a_k(t)$ obtenue à la fin de chaque itération (ou demi-itération) de l'algorithme de nudging BFN,
- ii. une valeur moyenne de $a_k(t)$ sur l'intervalle de simulation.

Dans les travaux qui suivent, nous retenons la première option. Nous considérons en effet que la meilleure estimation de a_k est la valeur issue de la dernière itération (ou demi-itération) de nudging. Le système précédent est résolu avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} a_k(0) &= \bar{a}_{k-1} \\ d_t a_k &= K_2(a_{obs} - H_2(a_k)) \\ \tilde{a}_k(T) &= a_k(T) \\ d_t \tilde{a}_k &= -\tilde{K}_2(a_{obs} - H_2(\tilde{a}_k)) \\ \bar{a}_k &= \tilde{a}_k(0) \end{cases}$$

L'intégration de $d_t a_k = K_2(a_{obs} - H_2(a_k))$ sur l'intervalle $[0, T]$ avec $a_k(0) = \bar{a}_{k-1}$

et $H_2 = Id$. Nous obtenons alors les valeurs de $a_k(T)$ et de $\tilde{a}_k(0)$:

$$a_k(T) = e^{-K_2 T} \bar{a}_{k-1} + K_2 \int_0^T e^{-K_2(T-s)} a_{obs}(s) ds \quad (9.1)$$

$$\tilde{a}_k(0) = e^{-\tilde{K}_2 T} a_k(T) + \tilde{K}_2 \int_0^T e^{-\tilde{K}_2(T-s)} a_{obs}(T-s) ds \quad (9.2)$$

En substituant l'équation (9.1) dans l'équation (9.2), nous obtenons :

$$\tilde{a}_k(0) = e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T} \bar{a}_{k-1} + \int_0^T (K_2 e^{-\tilde{K}_2 T} e^{K_2 s} + \tilde{K}_2 e^{-\tilde{K}_2(T-s)}) a_{obs}(T-s) ds \quad (9.3)$$

A partir de l'équation (9.3) il est possible de définir une valeur moyenne de l'observation \bar{a}_{obs} qui simplifie l'écriture du problème sans introduire d'erreur liée à cette simplification. En définissant la valeur moyenne appropriée comme suit,

$$\bar{a}_{obs} := \left(1 - e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T}\right)^{-1} \int_0^T (K_2 e^{-\tilde{K}_2 T} e^{K_2 s} + \tilde{K}_2 e^{-\tilde{K}_2(T-s)}) a_{obs}(T-s) ds \quad (9.4)$$

nous pouvons en effet écrire la valeur moyenne de a_k sur l'intervalle de simulation sous la forme suivante :

$$\bar{a}_k := \tilde{a}_k(0) = e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T} \bar{a}_{k-1} + \left(1 - e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T}\right) \bar{a}_{obs}$$

L'algorithme de nudging π -BFN présente plusieurs variantes suivant les simplifications utilisées pour l'assimilation du paramètre a . Dans les développements qui vont suivre, nous supposons que le paramètre peut être parfaitement déduit de l'observation X_{obs} , $a_{obs} := \mathcal{A}(X_{obs})$, où \mathcal{A} est l'opérateur d'observation du paramètre a . Il est important de remarquer que le problème de nudging π -BFN est système triangulaire. En effet, l'apprentissage de a_k est indépendant de l'apprentissage de X_k . Cette remarque permet de montrer la convergence de l'algorithme. La démonstration sera présentée à la section 4.

Nous présentons maintenant plusieurs versions de l'algorithme π -BFN, suivant les hypothèses faites sur le paramètre a_k . Nous commencerons par un cas simple où la valeur choisie pour a_k est constante en temps et en espace, et identique pour les étapes directes et rétrogrades. Après avoir détaillé un cas intermédiaire, nous terminons par le cas général où le paramètre a_k varie dans le temps.

π -BFN-1 : Le paramètre a_k est constant en temps et en espace, et identique pour l'étape directe et l'étape rétrograde, $a_k(t) = \tilde{a}_k(t) := \bar{a}_k \in \mathbb{R}$. Sous ces hypothèses, la mise à jour du paramètre est donnée par :

$$\bar{a}_k := \tilde{a}_k(0) = e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T} \bar{a}_{k-1} + \left(1 - e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T}\right) \bar{a}_{obs}$$

Le problème de nudging s'écrit pour l'étape directe,

$$\begin{cases} d_t X_k &= (A_0 + \bar{a}_{k-1} A_1) X_k + K_1 (X_{obs} - H_1(X_k)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0), \end{cases}$$

et pour l'étape rétrograde,

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= (A_0 + \bar{a}_{k-1} A_1) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1 (X_{obs} - H_1(\tilde{X}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T), \end{cases}$$

En résumé, lorsque nous choisissons d'utiliser une valeur constante pour le paramètre a_k , l'algorithme π -BFN-1 permet de mettre à jour de la valeur \bar{a}_k indépendamment des étapes directes et rétrogrades réalisées pour l'apprentissage de X_k et \tilde{X}_k .

Nous allons maintenant considérer le cas où la valeur du paramètre a_k change entre les étapes directes et rétrogrades.

π -BFN-2 : Le paramètre a_k prend deux valeurs constantes en temps, une pour l'étape directe $a_k(t) := a_k \in \mathbb{R}$, et une pour l'étape rétrograde, $\tilde{a}_k(t) := \tilde{a}_k \in \mathbb{R}$. En utilisant les équations (9.1) et (9.2), nous pouvons définir deux valeurs moyennes de l'observation, \bar{a}_{obs} et $\tilde{\bar{a}}_{obs}$, telles que

$$\begin{aligned} a_k(T) &= e^{-K_2 T} \bar{a}_{k-1} + (1 - e^{-K_2 T}) \bar{a}_{obs} \\ \tilde{a}_k(0) &= e^{-\tilde{K}_2 T} a_k(T) + (1 - e^{-\tilde{K}_2 T}) \tilde{\bar{a}}_{obs} \end{aligned}$$

Le paramètre est mis à jour entre l'étape directe et l'étape rétrograde, et le problème est décrit par le couple de systèmes suivant :

$$\begin{cases} d_t X_k &= (A_0 + \tilde{a}_{k-1} A_1) X_k + K_1 (X_{obs} - H_1(X_k)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0) \\ a_k &= e^{-K_2 T} \tilde{a}_{k-1} + (1 - e^{-K_2 T}) \bar{a}_{obs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= (A_0 + a_k A_1) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1 (X_{obs} - H_1(\tilde{X}_k)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \\ \tilde{a}_k &= e^{-\tilde{K}_2 T} a_k + (1 - e^{-\tilde{K}_2 T}) \tilde{\bar{a}}_{obs} \end{cases}$$

Ces deux systèmes décrivent donc le problème de nudging π -BFN lorsque l'on choisit de mettre à jour la valeur du paramètre a_k utilisée dans l'apprentissage de X_k entre l'étape directe et l'étape rétrograde.

Dans les deux cas présentés ci-dessus, seules des valeurs moyennes en temps du paramètre a sont utilisées. Plus tard, lorsque nous traiterons un problème d'advection, les algorithmes seront donc particulièrement adaptés au cas d'une vitesse

d'advection a constante. Nous nous intéressons maintenant au cas plus compliqué où la vitesse a et son observation a_{obs} varient dans le temps.

π -BFN-3 : Nous nous plaçons ici dans le cas général où le paramètre a_k évolue au cours du temps et est mis à jour entre l'étape directe, $a_k := a_k(t)$, et l'étape rétrograde, $\tilde{a}_k := \tilde{a}_k(t)$. Notons $a_{obs} := a_{obs}(t)$ l'observation de a . Le problème considéré s'écrit :

$$\begin{cases} d_t X_k(t) &= (A_0 + a_k(t)A_1)X_k(t) + K_1(X_{obs}(t) - H_1(X_k(t))) \\ d_t a_k(t) &= K_2(a_{obs}(t) - H_2(a_k(t))) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0), \\ a_k(0) &= \tilde{a}_{k-1}(0), \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k(t) &= (A_0 + \tilde{a}_k(t)A_1)\tilde{X}_k(t) - \tilde{K}_1(X_{obs}(t) - H_1(\tilde{X}_k(t))) \\ d_t \tilde{a}_k(t) &= -\tilde{K}_2(a_{obs}(t) - H_2(\tilde{a}_k(t))) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \\ \tilde{a}_k(T) &= a_k(T) \end{cases}$$

Pour simplifier les notations, nous nous plaçons dans le cas où les opérateurs d'observation sont parfaits, c'est-à-dire $H_1 = Id$ et $H_2 = Id$. Nous avons alors le couple de systèmes suivant :

$$\begin{cases} d_t X_k(t) &= (A_0 + a_k(t)A_1)X_k(t) + K_1(X_{obs}(t) - X_k(t)) \\ d_t a_k(t) &= K_2(a_{obs}(t) - a_k(t)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0) \\ a_k(0) &= \tilde{a}_{k-1}(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k(t) &= (A_0 + \tilde{a}_k(t)A_1)\tilde{X}_k(t) - \tilde{K}_1(X_{obs}(t) - \tilde{X}_k(t)) \\ d_t \tilde{a}_k(t) &= -\tilde{K}_2(a_{obs}(t) - \tilde{a}_k(t)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \\ \tilde{a}_k(T) &= a_k(T) \end{cases}$$

Dans la suite des travaux, nous choisirons des opérateurs d'observations parfaits.

Maintenant que le problème de nudging avec apprentissage de paramètre a été décrit, nous allons nous intéresser à la convergence des trois algorithmes proposés.

4 Résultats de convergence pour l'algorithme π -BFN

4.1 Convergence pour une étape avec forte relaxation

Dans le cas limite où les coefficients de nudging K_1 et K_2 sont très élevés, nous allons nous assurer formellement que chaque étape (directe ou rétrograde) converge

vers un algorithme de nudging classique.

Tout d'abord intéressons nous au cas où K_2 est très élevé. Nous noterons abusivement ce cas $K_2 = +\infty$. L'étude des solutions de l'équation différentielle ordinaire $d_t a_k = K_2(a_{obs} - a_k)$ montre la convergence du paramètre a_k vers a_{obs} lorsque K_2 est très élevé. On obtient alors les algorithmes simplifiés suivants :

π -BFN-1 : $K_2 = +\infty$ Le paramètre a_k et son observation \bar{a}_{obs} sont constants et identiques pour l'étape directe et l'étape rétrograde. Le système s'écrit :

$$\begin{cases} d_t X_k &= (A_0 + \bar{a}_{obs} A_1) X_k + K_1 (X_{obs} - X_k) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0), \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= (A_0 + \bar{a}_{obs} A_1) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1 (X_{obs} - \tilde{X}_k) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T), \end{cases}$$

π -BFN-2 : $K_2 = +\infty$ Le paramètre a_k prend deux valeurs constantes en temps, une pour l'étape directe, a_k , et une pour l'étape rétrograde, \tilde{a}_k . Les observations moyennes de a sont notées \bar{a}_{obs} et $\tilde{\bar{a}}_{obs}$:

$$\begin{cases} d_t X_k &= (A_0 + \bar{a}_{obs} A_1) X_k + K_1 (X_{obs} - X_k) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0), \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= (A_0 + \tilde{\bar{a}}_{obs} A_1) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1 (X_{obs} - \tilde{X}_k) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T), \end{cases}$$

π -BFN-3 : $K_2 = +\infty$ Dans le cas général où le paramètre a_k évolue au cours du temps et est mis à jour entre l'étape directe et l'étape rétrograde. L'observation a_{obs} dépend du temps, mais pas de l'itération ni du sens de l'étape.

$$\begin{cases} d_t X_k(t) &= (A_0 + a_{obs}(t) A_1) X_k(t) + K_1 (X_{obs}(t) - X_k(t)) \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k(t) &= (A_0 + a_{obs}(t) A_1) \tilde{X}_k(t) - \tilde{K}_1 (X_{obs}(t) - \tilde{X}_k(t)) \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \end{cases}$$

En résumé, il apparaît que lorsque K_2 tend vers l'infini, l'algorithme π -BFN converge vers l'algorithme BFN classique.

Dans le cas où le coefficient K_1 est très élevé, l'étude des solutions de l'équation différentielle ordinaire $d_t X_k = (A_0 + a A_1) X_k + K_1 (X_{obs} - X_k)$ montre la convergence de X vers X_{obs} . Nous avons donc pour les trois algorithmes π -BFN,

π -BFN-1-2-3 : $K_1 = +\infty$

$$\begin{aligned} X_k(t) &= X_{obs}(t) \\ \tilde{X}_k(t) &= X_{obs}(t) \end{aligned}$$

Il apparaît donc que pour une itération donnée, les algorithmes π -BFN convergent vers les observations lorsque le coefficient de nudging K_1 tend vers l'infini. Nous allons maintenant étudier la convergence de l'algorithme en fonction du nombre d'itérations.

4.2 Convergence de l'algorithme π -BFN

Pour étudier la convergence de l'algorithme π -BFN, nous nous plaçons dans le cas de l'algorithme π -BFN-1 où le paramètre $a_k := \bar{a}_k$ est constant dans le temps et l'espace, mais dépend de l'itération k .

Théorème 1. (*Convergence de l'algorithme π -BFN-1*) Soit le paramètre constant en temps $a \in \mathbb{R}$. Soient $K_1, K_2, \tilde{K}_1, \tilde{K}_2$ des réels strictement positifs. On suppose que les opérateurs d'observation H_1 et H_2 sont les opérateurs identité. L'algorithme π -BFN-1 converge vers le couple (X_∞, a_∞) où

$$a_\infty = a$$

et

$$\begin{aligned} X_\infty(0) &= (I - e^{-(K_1 + \tilde{K}_1)T})^{-1} \\ &\quad \times \int_{s=0}^T \left\{ K_1 e^{-(K_1 + \tilde{K}_1)T} e^{(K_1 I - A_\infty)s} + \tilde{K}_1 e^{-(\tilde{K}_1 I + A_\infty)s} \right\} X_{obs}(s) ds \end{aligned}$$

avec $A_\infty = A_0 + a_\infty A_1 = A(a)$. Finalement, on a pour tout $t \in [0, T]$,

$$X_\infty(t) = e^{-(K_1 I - A_\infty)t} X_\infty(0) + K_1 \int_{s=0}^t e^{-(K_1 I - A_\infty)(t-s)} X_{obs}(s) ds.$$

Démonstration. Rappelons tout d'abord la définition de \bar{a}_k :

$$\bar{a}_k := e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T} \bar{a}_{k-1} + (1 - e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T}) \bar{a}_{obs}$$

En introduisant la notation $\beta_2 = e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T}$, nous obtenons une définition compacte :

$$\bar{a}_k := \beta_2 \bar{a}_{k-1} + (1 - \beta_2) \bar{a}_{obs}$$

où \bar{a}_{obs} est le paramètre observé. Les coefficients de nudging K_2 et \tilde{K}_2 étant strictement positifs, nous avons $0 < \beta_2 < 1$. De plus, comme \bar{a}_{obs} ne dépend pas de l'itération k , \bar{a}_k converge à une vitesse exponentielle vers $\bar{a}_{obs} = a$. Plus précisément, nous

avons :

$$\bar{a}_k = \beta_2^k \bar{a}_0 + (1 - \beta_2^k) \bar{a}_{obs}$$

Rappelons maintenant le problème π -BFN-1. Notons $A_k := A_0 + \bar{a}_k A_1$. Étant donné \bar{a}_{k-1} , la k ème itération de l'algorithme est obtenue de la manière suivante :

$$\begin{cases} d_t X_k &= A_{k-1} X_k + K_1 (X_{obs} - X_k) \\ &= (A_{k-1} - K_1 I) X_k + K_1 X_{obs} \\ X_k(0) &= \tilde{X}_{k-1}(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_k &= A_{k-1} \tilde{X}_k - \tilde{K}_1 (X_{obs} - \tilde{X}_k) \\ &= (A_{k-1} + \tilde{K}_1 I) \tilde{X}_k - \tilde{K}_1 X_{obs} \quad . \\ \tilde{X}_k(T) &= X_k(T) \end{cases}$$

La solution explicite de ce système est donnée par :

$$\begin{aligned} X_k(T) &= e^{-(K_1 I - A_{k-1})T} X_k(0) + K_1 \int_{s=0}^T e^{-(K_1 I - A_{k-1})(T-s)} X_{obs}(s) ds \\ \tilde{X}_k(0) &= e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})T} \tilde{X}_k(T) + \tilde{K}_1 \int_{s=0}^T e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})(T-s)} X_{obs}(T-s) ds \\ &= e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})T} \tilde{X}_k(T) + \tilde{K}_1 \int_{s=0}^T e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})s} X_{obs}(s) ds \end{aligned}$$

De plus, comme $X_{k+1}(0) = \tilde{X}_k(0)$ et $\tilde{X}_k(T) = X_k(T)$, on peut exprimer $X_{k+1}(0)$ en fonction de $X_k(0)$,

$$\begin{aligned} X_{k+1}(0) &= e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})T} \\ &\quad \times \left\{ e^{-(K_1 I - A_{k-1})T} X_k(0) + K_1 \int_{s=0}^T e^{-(K_1 I - A_{k-1})(T-s)} X_{obs}(s) ds \right\} \\ &\quad + \tilde{K}_1 \int_{s=0}^T e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})s} X_{obs}(s) ds \\ &= e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})T} e^{-(K_1 I - A_{k-1})T} X_k(0) \\ &\quad + K_1 e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})T} e^{-(K_1 I - A_{k-1})T} \int_{s=0}^T e^{(K_1 I - A_{k-1})s} X_{obs}(s) ds \\ &\quad + \tilde{K}_1 \int_{s=0}^T e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})s} X_{obs}(s) ds \\ &= e^{-(K_1 + \tilde{K}_1)T} X_k(0) \\ &\quad + \int_{s=0}^T \left\{ K_1 e^{-(K_1 + \tilde{K}_1)T} e^{(K_1 I - A_{k-1})s} + \tilde{K}_1 e^{-(\tilde{K}_1 I + A_{k-1})s} \right\} X_{obs}(s) ds \end{aligned}$$

La suite $(X_k(0))_k$ suit donc une relation de récurrence arithmético-géométrique. On peut également noter que comme nous utilisons la même matrice A_{k-1} pour l'étape directe et l'étape rétrograde, la matrice A_{k-1} apparaît uniquement dans l'intégrale et non comme un facteur de $X_k(0)$. Notons $\beta_1 := \exp(-(K_1 + \tilde{K}_1)T)$, l'égalité précédente s'écrit :

$$X_{k+1}(0) = \beta_1 X_k(0) + \int_{s=0}^T \{K_1 \beta_1 B_{k-1}(s) + \tilde{K}_1 \tilde{B}_{k-1}(s)\} X_{obs}(s) ds$$

où les matrices $B_k(s)$ et $\tilde{B}_k(s)$ sont données par

$$\begin{aligned} B_k(s) &:= e^{(K_1 I - A_k)s} = e^{(K_1 I - A_0 - \bar{a}_k A_1)s} \\ \tilde{B}_k(s) &:= e^{-(\tilde{K}_1 I + A_k)s} = e^{-(\tilde{K}_1 I + A_0 + \bar{a}_k A_1)s} \end{aligned}$$

En utilisant la convergence de \bar{a}_k , nous obtenons alors

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow +\infty} B_k(s) &= \exp((K_1 I - A(a))s) := B_\infty \\ \lim_{k \rightarrow +\infty} \tilde{B}_k(s) &= \exp(-(\tilde{K}_1 I + A(a))s) := \tilde{B}_\infty \end{aligned}$$

Nous en déduisons alors la convergence de X_k vers le point fixe de

$$\begin{aligned} X_{k+1}(0) &= \beta_1 X_k(0) + \int_{s=0}^T \{K_1 \beta_1 B_\infty(s) + \tilde{K}_1 \tilde{B}_\infty(s)\} X_{obs}(s) ds \\ &= \beta_1 X_k(0) + (1 - \beta_1) X_\infty(0) \end{aligned}$$

où par définition :

$$X_\infty(0) := (1 - \beta_1)^{-1} \int_{s=0}^T \{K_1 \beta_1 B_\infty(s) + \tilde{K}_1 \tilde{B}_\infty(s)\} X_{obs}(s) ds$$

En d'autres termes, X_∞ satisfait la relation suivante pour tout $t \in [0, T]$,

$$X_\infty(t) = B_\infty(t) X_\infty(0) + K_1 \int_{s=0}^T B_\infty(T-s) X_{obs}(s) ds$$

ce qui est le résultat annoncé.

Lorsque a_k est mis à jour entre l'étape directe et l'étape rétrograde, on montre que a_k et \tilde{a}_k convergent tous les deux vers a_{obs} . La démonstration de la convergence de l'algorithme π -BFN se fait ensuite de manière similaire. On démontre donc facilement le théorème suivant.

Théorème 2. (Convergence de l'algorithme π -BFN-2) Soit le paramètre constant en temps $a \in \mathbb{R}$. Soient $K_1, K_2, \tilde{K}_1, \tilde{K}_2$ des réels strictement positifs. On suppose que les opérateurs d'observation H_1 et H_2 sont les opérateurs identité. L'algorithme π -BFN-2 converge vers le couple (X_∞, a_∞) introduit dans le théorème 1.

Lorsque le paramètre a dépend du temps, la convergence de l'algorithme est donnée par le théorème suivant.

Théorème 3. (Convergence de l'algorithme π -BFN-3) Supposons donnée $a := a(t)$ une fonction continue sur $[0, T]$. Soient $K_1, K_2, \tilde{K}_1, \tilde{K}_2$ des réels strictement positifs. On suppose que les opérateurs d'observation H_1 et H_2 sont les opérateurs identité.

L'algorithme π -BFN-3 converge alors vers (X_∞, a_∞) où d'une part $a_\infty(t)$ satisfait

$$\begin{aligned} a_\infty(0) &= \bar{a}_{obs} \\ \forall t \in [0, T], a_\infty(t) &= e^{-K_2 t} a_\infty(0) + K_2 \int_0^t e^{-K_2(t-s)} a_{obs}(s) ds \end{aligned}$$

où \bar{a}_{obs} est donnée par la formule (9.4) du manuscrit. D'autre part la trajectoire limite $X_\infty(t)$, définie sur $[0, T]$ est déterminée de manière unique par le point fixe $(X_\infty(t), \tilde{X}_\infty(t))$ de l'algorithme de nudging limite suivant :

$$\begin{cases} d_t X_\infty &= A_\infty X_\infty + K_1(X_{obs} - X_\infty) \\ X_\infty(0) &= \tilde{X}_\infty(0) \end{cases} \quad \begin{cases} d_t \tilde{X}_\infty &= A_\infty \tilde{X}_\infty - \tilde{K}_1(X_{obs} - \tilde{X}_\infty) \\ \tilde{X}_\infty(T) &= X_\infty(T) \end{cases}$$

Démonstration. La différence par rapport aux deux algorithmes précédents est la dépendance en temps du paramètre $a(t)$. Les paramètres appris $a_k(t)$ lors des itérations directe et rétrograde sont donc les solutions d'un problème de nudging semblable à celui que nous venons de traiter pour $X_k(t)$ pour les deux résultats précédents. En effet, une intégration de l'algorithme sur une itération se trouve dans la formule (9.3) du manuscrit, à savoir

$$a_k(0) = e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T} a_{k-1}(0) + (1 - e^{-(K_2 + \tilde{K}_2)T}) \bar{a}_{obs}.$$

En d'autres termes la relation de récurrence pour $a_k(0)$ lorsque $a(t)$ dépend du temps est la même que la relation de récurrence que nous avons obtenue pour \bar{a}_k dans l'algorithme π -BFN-1, ceci à condition de définir la moyenne pondérée \bar{a}_{obs} de manière adéquate (formule (9.4)). Il s'ensuit que $a_k(0)$ converge \bar{a}_{obs} .

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k(0) =: a_\infty(0) = \bar{a}_{obs}$$

On a alors immédiatement, suivant (formule (9.1) du manuscrit), la convergence de $a_k(t)$ pour tout $t \in [0, T]$ vers

$$a_\infty(t) = e^{-K_2 t} a_\infty(0) + K_2 \int_0^t e^{-K_2(t-s)} a_{obs}(s) ds$$

La preuve de la convergence de $X_k(t)$ vers une **unique** trajectoire $X_\infty(t)$ suit le même cheminement après que l'on a observé que les matrices $A_k(t)$ convergent vers $A_\infty(t) := A_0 + a_\infty(t)A_1$. En d'autres termes, $X_\infty(t)$ est donné par le point fixe $(X_\infty(t), \tilde{X}_\infty(t))$ de l'algorithme de nudging limite suivant :

$$\begin{cases} d_t X_\infty &= A_\infty X_\infty + K_1(X_{obs} - X_\infty) \\ &= (A_\infty - K_1 I) X_\infty + K_1 X_{obs} \\ X_\infty(0) &= \tilde{X}_\infty(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_t \tilde{X}_\infty &= A_\infty \tilde{X}_\infty - \tilde{K}_1(X_{obs} - \tilde{X}_\infty) \\ &= (A_\infty + \tilde{K}_1 I) \tilde{X}_\infty - \tilde{K}_1 X_{obs} \\ \tilde{X}_\infty(T) &= X_\infty(T) \end{cases} .$$

Notons $\mathcal{S}_\infty(t; s)$ et $\tilde{\mathcal{S}}_\infty(t; s)$ les semi-groupes associés respectivement aux équations $d_t X = (A_\infty - K_1 I)X$ et $d_t X = (A_\infty + \tilde{K}_1 I)X$ avec conditions initiales ou finales à l'instant s . La solution du problème de nudging limite s'obtient en intégrant successivement :

$$\begin{aligned} X_\infty(T) &= \mathcal{S}_\infty(T; 0)X_\infty(0) + K_1 \int_0^T \mathcal{S}_\infty(T; s) X_{obs}(s) ds \\ \tilde{X}_\infty(0) &= \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T)X_\infty(T) + \tilde{K}_1 \int_T^0 \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; s) X_{obs}(s) ds \end{aligned}$$

d'où il vient

$$\begin{aligned} X_\infty(0) = \tilde{X}_\infty(0) &= \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T) \left\{ \mathcal{S}_\infty(T; 0)X_\infty(0) + K_1 \int_0^T \mathcal{S}_\infty(T; s) X_{obs}(s) ds \right\} \\ &\quad + \tilde{K}_1 \int_T^0 \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; s) X_{obs}(s) ds \\ &= \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T)\mathcal{S}_\infty(T; 0)X_\infty(0) + K_1 \int_0^T \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T)\mathcal{S}_\infty(T; s) X_{obs}(s) ds \\ &\quad + \tilde{K}_1 \int_T^0 \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; s) X_{obs}(s) ds \end{aligned}$$

Il est important à ce stade de remarquer que ces deux semi-groupes font intervenir la même fonction matricielle $A_\infty(t)$ ainsi que les matrices $K_1 I$ et $\tilde{K}_1 I$ qui commutent chacune avec $A_\infty(t)$ pour tout $t \in [0, T]$. Cela suggère d'introduire le semi-groupe $\mathcal{S}_\infty^A(t; s)$ associé à l'équation $d_t X = A_\infty X$ avec conditions initiales ou finales à l'instant s . Les propriétés de commutations assurent alors

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_\infty(t; s) &= e^{-K_1(t-s)} \mathcal{S}_\infty^A(t; s) \\ \tilde{\mathcal{S}}_\infty(t; s) &= e^{+\tilde{K}_1(t-s)} \mathcal{S}_\infty^A(t; s). \end{aligned}$$

Nous avons donc pour tout $s \in [0, T]$,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T)\mathcal{S}_\infty(T; s) &= e^{-\tilde{K}_1 T} \mathcal{S}_\infty^A(0; T) e^{-K_1(T-s)} \mathcal{S}_\infty^A(T; s) \\ &= e^{-\tilde{K}_1 T} e^{-K_1(T-s)} \mathcal{S}_\infty^A(0; T) \mathcal{S}_\infty^A(T; s) \\ &= e^{-(K_1 + \tilde{K}_1)T} e^{+K_1 s} \mathcal{S}_\infty^A(0; s) \end{aligned}$$

En particulier pour $s = 0$,

$$\tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T)\mathcal{S}_\infty(T; 0) = \exp(-(K_1 + \tilde{K}_1)T).$$

Ceci permet d'en déduire la valeur de $X_\infty(0)$:

$$X_\infty(0) = (1 - e^{-(K_1 + \tilde{K}_1)T})^{-1} \left\{ K_1 \int_0^T \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; T) \mathcal{S}_\infty(T; s) X_{obs}(s) ds + \tilde{K}_1 \int_T^0 \tilde{\mathcal{S}}_\infty(0; s) X_{obs}(s) ds \right\}$$

puis la l'expression de $X_\infty(t)$ pour $t \in [0, T]$:

$$X_\infty(t) = \mathcal{S}_\infty(t; 0) X_\infty(0) + K_1 \int_0^t \mathcal{S}_\infty(t; s) X_{obs}(s) ds$$

Ceci achève la démonstration du théorème 3.

Après avoir rappelé l'algorithme de nudging BFN et proposé des algorithmes de nudging π -BFN avec apprentissage de paramètres, nous présentons maintenant deux applications. La première consiste à appliquer le nudging BFN à un problème d'advection dans lequel les observations ne recouvrent pas l'ensemble du domaine de simulation. La seconde concerne l'application de l'algorithme π -BFN à ce même problème.

5 Application

5.1 Assimilation sur un sous domaine

Les observations et les estimations des variables atmosphériques obtenues par une reconstruction de l'atmosphère locale ne couvrent qu'un volume limité en comparaison avec les grilles des modèles météorologiques. L'assimilation des observations ne peut donc se faire que sur quelques points de grille. Si nous assimilons de telles observations à l'aide de l'algorithme de nudging BFN, quel est leur impact sur la modélisation globale de l'atmosphère ?

Pour apporter une première réponse, nous nous plaçons dans un cas 1D périodique simple. Le modèle considéré est une advection pure :

$$\partial_t u + \partial_x (au) = 0 \quad (9.5)$$

où u est la quantité advectée, et a est la vitesse d'advection. Le problème de nudging direct et rétrograde que nous considérons est donc :

$$\begin{aligned} \partial_t u + \partial_x (au) &= K(u_{obs} - u) \\ \partial_t \tilde{u} + \partial_x (a\tilde{u}) &= -\tilde{K}(u_{obs} - \tilde{u}) \end{aligned} \quad (9.6)$$

où u_{obs} est l'observation de u , l'opérateur d'observation est simplement l'identité. Dans les précédents travaux, l'algorithme BFN a été appliqué au cas des observations disponibles en tout point, ou en des points équi-répartis sur le domaine de simulation

[5]. Dans notre problème les observations sont disponibles à chaque instant, mais pas sur l'ensemble du domaine. Les observations couvrent uniquement un sous domaine compact (K et \tilde{K} sont strictement positifs sur le compact observé, nuls ailleurs). De plus, nous considérerons que les observations disponibles sont parfaites.

Nous nous plaçons dans le cas où la vitesse d'advection a est constante en espace. En une dimension, nous discrétisons l'équation d'advection 9.5 en utilisant un schéma d'Euler décentré :

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + a \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = 0$$

Pour que le schéma soit stable, la vitesse d'advection a doit être positive et la condition CFL $\sigma = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$ doit être strictement inférieure à 1. La discrétisation de l'équation introduit un terme de diffusion numérique. Numériquement, nous résolvons au second ordre l'équation équivalente d'advection-diffusion suivante :

$$\partial_t u + \partial_x (au) = \nu \partial_{xx} u$$

où ν est le coefficient de diffusion numérique, supposé positif, constant en temps et en espace, et relativement faible. L'équation discrétisée est donnée par :

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + a \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = \nu \frac{u_i^n - 2u_{i-1}^n + u_{i-2}^n}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2)$$

Ce phénomène de diffusion et ce qu'il implique sur le problème de nudging BFN ont déjà été étudiés par Auroux et al [8]. Les observations utilisées pour le nudging ne proviennent pas d'une équation discrétisée, elles sont donc solution de l'équation d'advection pure :

$$\partial_t u_{obs} + \partial_x (au_{obs}) = 0$$

Après discrétisation des équations du système 9.6, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + a \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} &= K(u_{obs,i}^n - u_i^n) \\ \frac{\tilde{u}_i^{n+1} - \tilde{u}_i^n}{\Delta t} + a \frac{\tilde{u}_{i+1}^{n+1} - \tilde{u}_i^{n+1}}{\Delta x} &= -\tilde{K}(u_{obs,i}^{n+1} - \tilde{u}_i^{n+1}) \end{aligned} \quad (9.7)$$

Nous allons résoudre ce problème dans deux situations. Dans la première, les observations seront équi-réparties sur l'ensemble du domaine. Dans la seconde, elles seront placées sur un compact en amont de l'écoulement. Les deux répartitions utilisées sont représentées sur la figure 9.1.

5.2 Algorithme π -BFN : observation de la vitesse

Nous présentons ici une application de l'algorithme π -BFN. Le paramètre que nous cherchons à apprendre est la vitesse d'advection a de l'équation 9.5. Nous

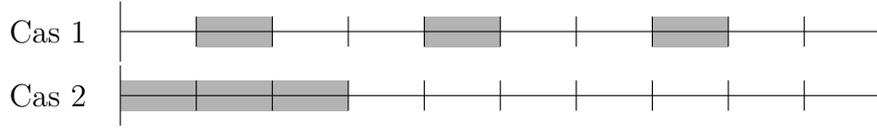


FIGURE 9.1 – Cas 1 : les observations sont équi-réparties sur le domaine de simulation. Cas 2 : les observations se situent uniquement sur un compact connexe en amont du domaine. Dans les deux cas, les mailles contenant une observation sont grisées.

considérons que les observations couvrent une sous partie compacte du domaine de simulation.

Nous supposons que la vitesse d'advection a est constante en espace sur le compact observé, noté Ω_{obs} . Les observations de u satisfont l'équation d'advection suivante

$$\partial_t u_{obs} + a_{obs} \partial_x u_{obs} = 0 \quad (9.8)$$

où a_{obs} correspond à l'observation de la vitesse de propagation de u_{obs} sur Ω_{obs} .

En intégrant l'équation 9.8 sur le compact observé Ω_{obs} nous obtenons :

$$d_t \int_{\Omega_{obs}} u_{obs}(t, x) dx + a_{obs} [u_{obs}]_{x_{obs}^-}^{x_{obs}^+} = 0 \quad (9.9)$$

Sous l'hypothèse que a est constante sur le compact observé Ω_{obs} , l'observation de a s'écrit d'après l'équation 9.9 :

$$a_{obs} = - \left(d_t \int_{\Omega_{obs}} u_{obs}(t, x) dx \right) / [u_{obs}]_{x_{obs}^-}^{x_{obs}^+} \quad (9.10)$$

Il est ainsi possible d'étendre l'apprentissage de u par nudging BFN à l'apprentissage de la vitesse d'advection a . Le problème de nudging direct avec apprentissage de la vitesse d'advection est décrit par le système suivant :

$$\begin{cases} \partial_t u + a \partial_x u &= K(u_{obs} - u) \\ a_{obs} &= - \left(d_t \int_{\Omega_{obs}} u_{obs}(t, x) dx \right) / [u_{obs}]_{x_{obs}^-}^{x_{obs}^+} \\ d_t a &= K(a_{obs} - a) \end{cases}$$

Le problème rétrograde s'écrit de manière symétrique :

$$\begin{cases} \partial_t \tilde{u} + \tilde{a} \partial_x \tilde{u} &= -K(u_{obs} - \tilde{u}) \\ a_{obs} &= - \left(d_t \int_{\Omega_{obs}} u_{obs}(t, x) dx \right) / [u_{obs}]_{x_{obs}^-}^{x_{obs}^+} \\ d_t \tilde{a} &= -K(a_{obs} - \tilde{a}) \end{cases}$$

Dans l'application numérique, une fois que les observations a_{obs} de la vitesse d'ad-

vection sont données, nous résolvons le problème π -BFN discrétisé suivant :

$$\begin{cases} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + a^n \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = K(u_{obs,i}^n - u_i^n) \\ a^{n+1} = a^n + K(a_{obs}^n - a^n) \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \frac{\tilde{u}_i^{n+1} - \tilde{u}_i^n}{\Delta t} + \tilde{a}^{n+1} \frac{\tilde{u}_{i+1}^{n+1} - \tilde{u}_i^{n+1}}{\Delta x} = -\tilde{K}(u_{obs,i}^{n+1} - \tilde{u}_i^{n+1}) \\ \tilde{a}^n = \tilde{a}^{n+1} + K(a_{obs}^{n+1} - \tilde{a}^{n+1}) \end{cases}$$

Dans les sections 6.3 et 6.4 nous appliquons ce problème à un cas simple (1D périodique). Tout d'abord, la vitesse d'advection a est supposée constante dans l'espace et dans le temps. Nous nous intéressons ensuite au cas où elle dépend du temps.

6 Résultats

6.1 Influence de la répartition des observations avec une condition initiale nulle

Pour évaluer les performances de l'algorithme BFN dans le cas où les observations ne recouvrent pas l'ensemble du domaine, nous allons comparer deux simulations : une première simulation où les observations sont équi-réparties, et une seconde dans laquelle les observations se situent sur un compact en amont du domaine. Le cas traité est simple. Nous avons choisi comme modèle l'équation d'advection pure (9.5). La quantité advectée est modélisée par un sinus. Nous nous plaçons sur un domaine périodique, représenté par le segment $[0,1]$ et discrétisé en 100 mailles. Nous notons T la durée physique des simulations ; et $\tau = \frac{L}{a}$ le temps de parcours du domaine complet de longueur L à la vitesse a , constante en espace et en temps. Dans les premiers travaux présentés, les coefficients de nudging sont fixés à $K = \tilde{K} = 4$. Ce choix est inspiré de l'article d'Auroux [5].

Pour bien mettre en évidence l'effet du nudging, nous nous plaçons dans la situation la plus pessimiste. Nous considérons qu'au début de la période d'assimilation le modèle ne représente aucun phénomène. La condition initiale est donc nulle sur l'ensemble du domaine.

Nous allons présenter les résultats de quatre expériences. L'objectif des deux premières est d'étudier l'influence de la taille du domaine observé suivant la durée de la simulation (inférieure ou supérieure au temps de parcours τ). Les expériences 3 et 4 permettent d'étudier l'influence du nombre d'itérations de l'algorithme BFN. Le tableau 9.1 résume les caractéristiques des différentes expériences.

Exp.	Observations	Durée	Nombre d'itérations	Résultats instant final	Résultats instant initial
1	10%	0.5τ	5	x	
	10%	3τ	5	x	
2	30%	0.5τ	5	x	
	30%	3τ	5	x	
3	10%	0.5τ	5	x	x
	10%	0.5τ	50	x	x
4	30%	0.5τ	5	x	x
	30%	0.5τ	50	x	x

TABLE 9.1 – Présentation des expériences réalisées. Les observations couvrent partiellement le domaine de simulation. Les simulations sont considérées courtes lorsque leur durée est inférieure au temps de parcours τ . Le nombre d'itérations correspond au nombre de fois où l'algorithme BFN est appliqué.

Expérience 1 : 10% du domaine observé, résultats pour 5 itérations du BFN

L'étude de l'influence du sous domaine observé débute par la comparaison des résultats obtenus à partir des deux répartitions possibles des observations (équi-réparties ou compactes) lorsqu'elles ne couvrent que 10% du domaine. La simulation est courte, $T = 0.5\tau$. Nous avons appliqué 5 itérations de l'algorithme BFN pour obtenir à l'instant final les courbes représentées sur la figure 9.2. Sur cette figure, comme sur les suivantes, l'écoulement se fait de la gauche vers la droite ($a > 0$). D'après ces courbes, nous pouvons voir que lorsque les observations sont placées au début du domaine, le nudging BFN apprend les variations de la partie amont du domaine et le modèle discrétisé les propage sur la partie aval. Lorsque les observations sont équi-réparties, l'apprentissage est plus régulier, mais ne permet pas de retrouver aussi bien la courbe de référence sur la partie amont.

D'après ces résultats, nous pouvons conclure que lorsque la durée physique de la simulation est courte ($T = 0.5\tau$), le nudging avec répartition compacte des observations fonctionne mieux sur la partie amont, mais l'information apprise n'a pas le temps de se propager au reste du domaine. Sur la partie aval, le nudging avec équi-répartition des observations donne logiquement de meilleurs résultats.

Nous avons ensuite réalisé la même expérience sur une durée plus importante. Pour $T = 3\tau$, les résultats à l'instant final sont présentés sur la figure 9.3. Nous constatons que dans les deux cas l'apprentissage fonctionne bien. La répartition compacte des observations semble légèrement plus efficace.

Pour mieux départager les deux types de répartitions, intéressons-nous aux erreurs commises. Sur les figures 9.4 et 9.5, nous avons tracé les erreurs moyennes (Root Mean Square Error (RMSE)) en fonction du nombre d'itérations de nudging

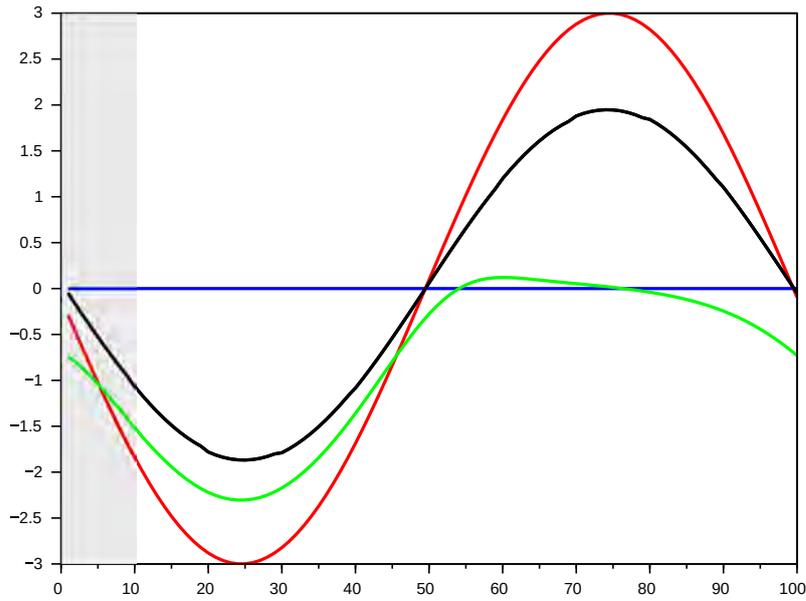


FIGURE 9.2 – Expérience 1 : 10% du domaine observé, $t=T$, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 10% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 5 itérations du BFN, à l'instant final on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

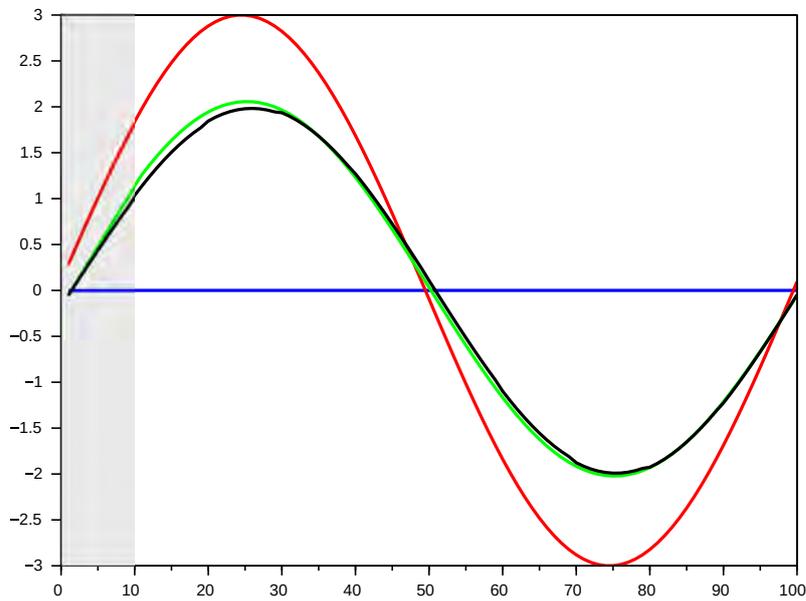


FIGURE 9.3 – Expérience 1 : 10% du domaine observé, $t=T$, durée de la simulation $T = 3\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 10% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 5 itérations du BFN, à l'instant final on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

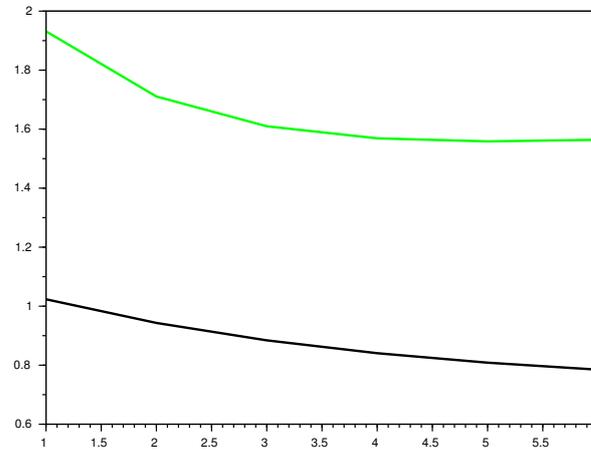


FIGURE 9.4 – Expérience 1 : RMSE en fonction du nombre d’itérations de l’algorithme BFN, avec la répartition compacte des observations en vert et l’équirépartition des observations en noir. Le domaine est observé à 10%, $T = 0.5\tau$.

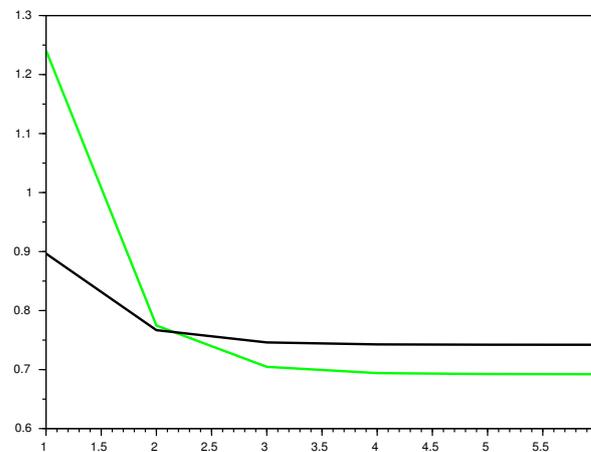


FIGURE 9.5 – Expérience 1 : RMSE en fonction du nombre d’itérations de l’algorithme BFN, avec la répartition compacte des observations en vert et l’équirépartition des observations en noir. Le domaine est observé à 10%, $T = 3\tau$.

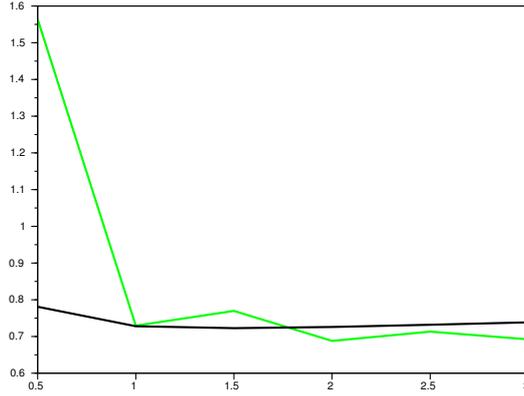


FIGURE 9.6 – Expérience 1 : RMSE en fonction de la durée de la simulation (de 0.5τ à 3τ), avec la répartition compacte des observations en vert et l'équi-répartition des observations en noir. Le domaine est observé à 10%, les erreurs sont calculées après 5 itérations de l'algorithme BFN. Pour les simulations longues, la répartition compacte permet un meilleur apprentissage qu'avec les observations équi-réparties.

pour la simulation courte ($T = 0.5\tau$) et pour la simulation longue ($T = 3\tau$).

Pour la simulation courte, le nudging BFN avec équi-répartition des observations donne des RMSE très inférieures au nudging avec répartition compacte. Pour la simulation longue, la répartition compacte est plus efficace, si l'on fait au moins une itération de nudging BFN.

Pour déterminer la durée physique de simulation à partir de laquelle la répartition compacte est la plus efficace, nous avons tracé les RMSE en fonction de la durée de simulation (figure 9.6). Nous remarquons que pour les simulations de durée supérieure à 2τ , après 5 itérations le nudging BFN donne de meilleurs résultats pour la répartition compacte des observations.

Pour les simulations longues, lorsque nous disposons de peu d'observations (10% du domaine est observé), la répartition compacte est donc plus efficace. Cependant, en pratique les phénomènes modélisés ne vivent pas sur un domaine périodique. Pour s'approcher de la réalité, nous devons nous placer dans des cas où la durée de la simulation T est inférieure au temps de parcours τ . Dans l'expérience 3, nous essayerons de compenser la durée courte de la simulation par l'augmentation du nombre d'itérations de l'algorithme BFN.

Expérience 2 : 30% du domaine observé, résultats pour 5 itérations du BFN

Cette expérience est en tout point semblable à la précédente mise à par la taille du domaine observé. Nous observons ici 30% du domaine. L'objectif de cette expérience est d'évaluer l'influence de l'augmentation de la surface du domaine observé.

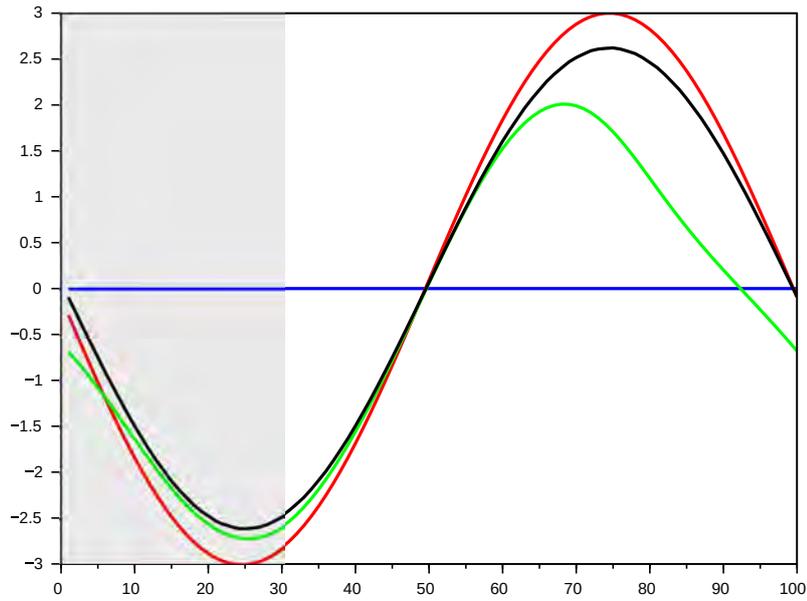


FIGURE 9.7 – Expérience 2 : 30% du domaine observé, $t=T$, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 30% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 5 itérations du BFN, à l'instant final on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

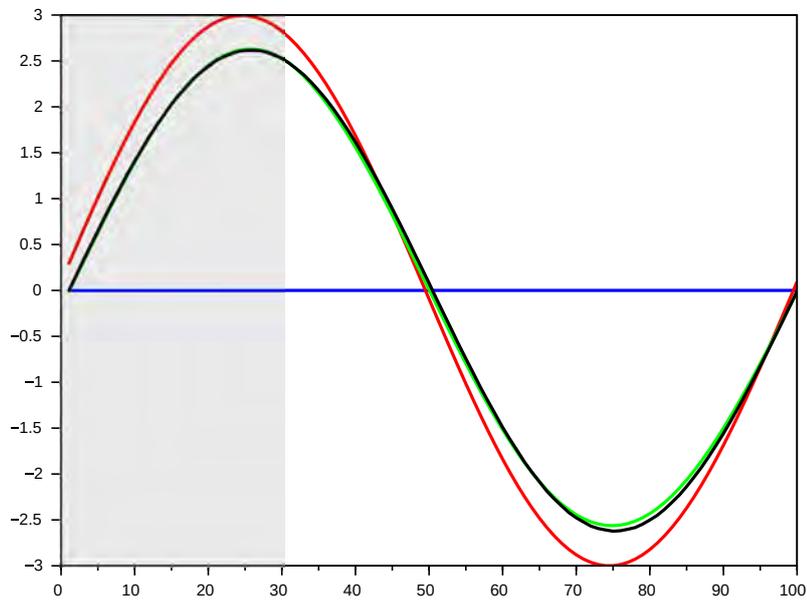


FIGURE 9.8 – Expérience 2 : 30% du domaine observé, $t=T$, durée de la simulation $T = 3\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 30% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 5 itérations du BFN, à l'instant final on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

Sur la figure 9.7 nous avons tracé les courbes obtenues pour une simulation de durée $T = 0.5\tau$, après 5 itérations du nudging BFN. Naturellement, les courbes apprises sont plus proches de la référence que dans les simulations avec seulement 10% d'observations. Avec les observations équi-réparties, l'apprentissage fonctionne bien et la courbe apprise est proche de la courbe de référence. Avec la répartition compacte des observations, l'apprentissage se fait très bien sur la partie observée. En aval des observations la courbe apprise s'écarte petit à petit de la référence. La durée de la simulation limite la propagation de l'information apprise.

La figure 9.8 présente les résultats obtenus à l'instant final dans la même configuration pour une simulation longue, $T = 3\tau$ (30% du domaine observé suivant deux répartitions différentes, et 5 itérations du BFN). Dans ce cas, l'apprentissage fonctionne presque aussi bien pour la répartition compacte que pour l'équi-répartition des observations.

Le tracé des RMSE en fonction du nombre d'itérations du BFN confirme que sur une durée courte il est plus efficace de répartir équitablement les observations que de les placer sur un compact (figure 9.9). Dans le cas de la simulation longue, nous retrouvons sur le tracé des RMSE le fait que les deux types de répartition donnent des résultats très proches. Le nudging avec observations équi-réparties présente tout de même des RMSE légèrement plus faibles.

Par rapport à l'expérience 1, nous remarquons qu'avec 30% du domaine observé, l'équi-répartition des observations est préférable, que la simulation soit courte ou longue. L'écart entre les courbes apprises à partir des deux répartitions diminue avec l'augmentation de la durée de la simulation. Dans l'expérience 4, nous regarderons l'influence du nombre d'itérations de nudging BFN pour un domaine observé à 30%, et nous verrons si les itérations ont pour effet d'augmenter artificiellement la durée de la simulation.

Expérience 3 : 10% du domaine observé, résultats pour 50 itérations du BFN

L'expérience 1 a montré que pour les simulations longues, le nudging BFN réalisé sur un domaine observé à 10% est plus efficace si les observations sont réparties sur un compact en amont du domaine. L'objectif de l'expérience 3 est d'étudier l'influence de l'augmentation du nombre d'itérations du BFN sur l'apprentissage de la courbe de référence. Nous verrons ainsi si, pour les simulations courtes, l'augmentation du nombre d'itérations peut correspondre à un allongement artificiel du temps de simulation.

Les figures 9.11 et 9.12 représentent à l'instant initial et à l'instant final, les résultats obtenus pour une simulation courte $T = 0.5\tau$ après 50 itérations du BFN.

Pour la répartition compacte des observations, nous remarquons à l'instant initial

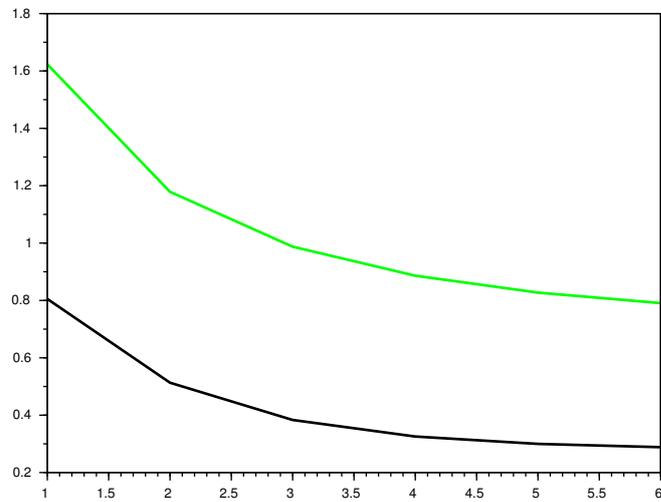


FIGURE 9.9 – Expérience 2 : RMSE en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme BFN, avec la répartition compacte des observations en vert et l'équi-répartition des observations en noir. Le domaine est observé à 30%, $T = 0.5\tau$.

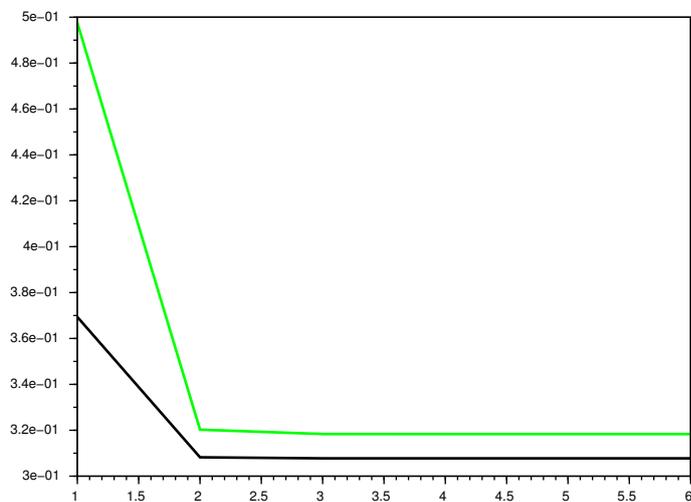


FIGURE 9.10 – Expérience 2 : RMSE en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme BFN, avec la répartition compacte des observations en vert et l'équi-répartition des observations en noir. Le domaine est observé à 30%, $T = 3\tau$.

que les itérations de l'algorithme BFN ont permis de rétro-propager l'information apprise par le nudging direct jusqu'à la condition initiale. A l'instant final, la partie amont de la courbe est correctement apprise, mais en aval l'information ne s'est pas propagée malgré le grand nombre d'itérations. A l'instant initial comme à l'instant final, la partie de la courbe qui n'a jamais traversé la zone observée est reconstruite par une approximation linéaire. Ce résultat est cohérent avec l'équation de restauration linéaire obtenue par Auroux et al [8].

Lorsque les observations sont équi-réparties, l'apprentissage donne des résultats comparables avec 50 itérations à ceux obtenus avec seulement 5 itérations du BFN, à l'instant initial comme à l'instant final.

Pour mieux qualifier l'influence du nombre d'itérations de l'algorithme sur l'apprentissage de la solution de référence, nous avons représenté les RMSE en fonction du nombre d'itérations. Sur la figure 9.13 nous avons tracé les RMSE représentant l'écart entre les courbes apprises et la courbe de référence pour l'instant initial et l'instant final. Pour la répartition régulière des observations, l'erreur diminue avec le nombre d'itérations dans les deux cas. En revanche, l'allure de l'erreur pour la répartition compacte des observations est surprenante : après une diminution pour les premières itérations, l'erreur croît avec le nombre d'itérations. Nous pouvons également remarquer que les RMSE sont identiques aux deux instants représentés. Le nudging BFN permet d'apprendre aussi bien l'état initial que l'état final.

Pour mieux comprendre cette croissance inattendue du RMSE, nous avons tracé les courbes obtenues après 5 et 50 itérations de l'algorithme pour l'instant initial et l'instant final (respectivement figures 9.14 et 9.15). A l'instant initial, nous remarquons que l'information rétro-propagée sur la partie droite de la courbe est de meilleure qualité après 50 itérations. La courbe apprise est plus proche de la courbe de référence. L'augmentation de l'erreur est liée à l'évolution de la partie gauche. Après 50 itérations elle s'écarte de la courbe initialement nulle. En accord avec l'équation de restauration linéaire [8], elle relie de manière linéaire le dernier point observé à la partie corrigée grâce à la rétro-propagation. Nous pouvons faire le même constat à l'instant final.

La croissance de l'erreur avec le nombre d'itérations est donc liée à l'erreur commise sur la partie de la courbe qui n'est pas observée durant la simulation. Cette croissance ne concerne donc pas la partie de la courbe qu'il est possible d'apprendre lors d'une simulation courte. Sur cette partie, l'augmentation du nombre d'itérations améliore les résultats. Pour les observations équi-réparties, les tracés confirment qu'un grand nombre d'itérations améliore l'apprentissage de la courbe de référence. Lorsque nous observons 10% du domaine de manière régulière sur une courte période, un grand nombre d'itérations de l'algorithme BFN améliore l'ap-

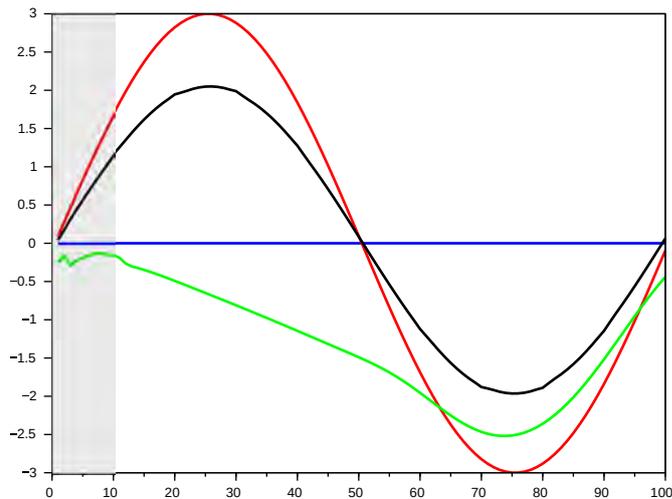


FIGURE 9.11 – Expérience 3 : à $t=0$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 10% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état initial (conditions initiales nulles).

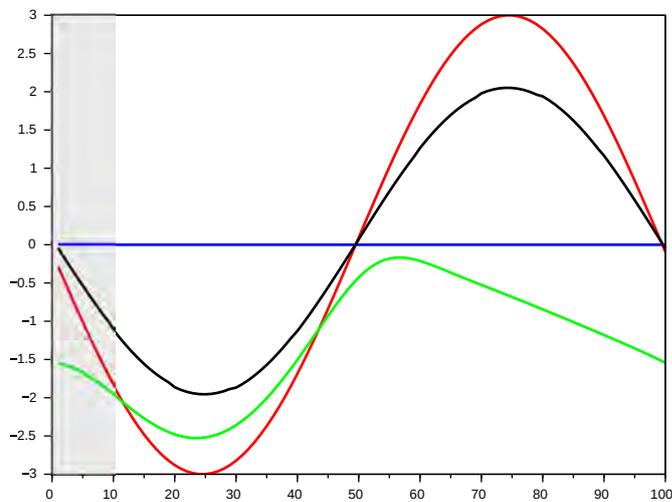


FIGURE 9.12 – Expérience 3 : à $t=T$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 10% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

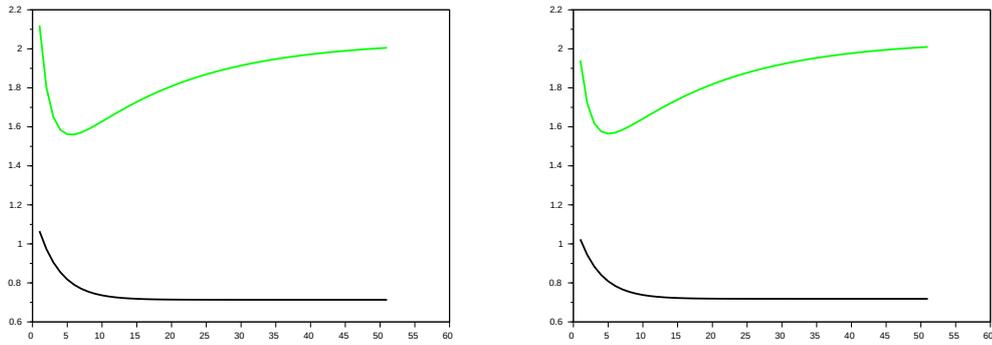


FIGURE 9.13 – Expérience 3 : RMSE en fonction du nombre d’itérations de l’algorithme BFN, avec la répartition compacte des observations en vert et l’équirépartition des observations en noir. Le domaine est observé à 10%, $T = 0.5\tau$. A droite, les RMSE à l’instant initial $t=0$, à gauche les RMSE à l’instant final $t=T$.

prentissage de la courbe de référence. Cependant, pour une répartition compacte des observations, les résultats ne sont pas équivalents à ceux obtenus lors de la simulation longue présentée dans l’expérience 1.

La comparaison des RMSE obtenues lorsque le domaine est observé à 10% est faite à l’aide du tableau 9.2. Nous constatons que dans le cas des observations régulièrement réparties, l’augmentation du nombre d’itérations de nudging est comparable, et même préférable à l’augmentation de la durée de simulation. Nous arrivons à la conclusion inverse lorsque les observations sont placées sur un compact : les erreurs associées à la simulation courte sont très supérieures à celles associées à la simulation longue. Ces différences s’expliquent par le fait que la simulation est trop courte pour que l’ensemble de la courbe soit observée dans le cas d’observations compactes.

Obs. 10%	Durée	Nombre d’itérations	RMSE instant initial	RMSE instant final
Régulière	0.5τ	50	0.713	0.718
	3.5τ	5	0.722	0.749
Compacte	0.5τ	50	2.005	2.010
	3.5τ	5	0.737	0.711

TABLE 9.2 – Expérience 3 : RMSE associées à deux simulations (une courte et une longue), pour l’état initial et l’état final. L’idée est de comparer les résultats obtenus grâce l’allongement artificiel de la durée de la simulation par les itérations de BFN aux résultats d’une simulation longue. Le domaine est observé à 10%.

Expérience 3 : Influence du nombre d'itérations de l'algorithme BFN

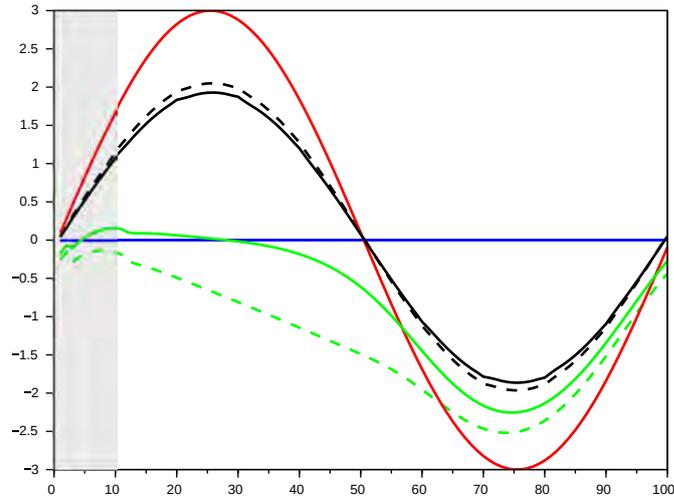


FIGURE 9.14 – Expérience 3 : Résultats après 5 itérations (trait plein) et après 50 itérations (pointillés) à $t=0$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). On a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état initial (conditions initiales nulles).

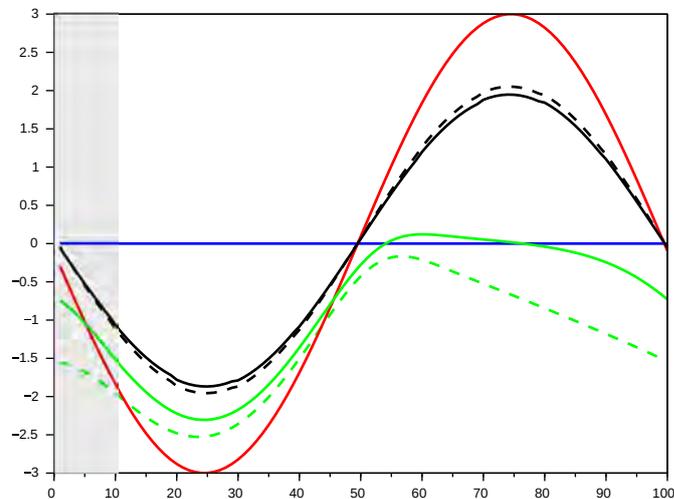


FIGURE 9.15 – Expérience 3 : Résultats après 5 itérations (trait plein) et après 50 itérations (pointillés) à $t=T$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). On a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

Expérience 4 : 30% du domaine observé, résultats pour 50 itérations du BFN

Notre étude sur l'influence de la taille et de la forme du domaine observé se termine par la comparaison de 5 et de 50 itérations du BFN sur 30% du domaine observé. Mise à part la taille du domaine observé, cette expérience est similaire à l'expérience 3.

Sur la figure 9.16 nous pouvons remarquer l'excellent apprentissage de la courbe à l'instant initial lorsque le BFN est appliqué à des observations équi-réparties. Pour l'apprentissage à partir d'observations sur un compact, nous remarquons que la rétro-propagation de l'information a très bien fonctionné. La courbe ainsi apprise est parfois meilleure que celle obtenue avec les observations équi-réparties. Comme pour les résultats de l'expérience 3, la partie de la courbe qui n'est pas observée durant la simulation est reconstruite de manière linéaire.

La figure 9.17 représente les résultats obtenus à l'instant final. L'apprentissage à partir d'observations régulièrement réparties donne de très bons résultats. Lorsque les observations sont placées sur un compact, l'algorithme BFN appliqué à ces observations fonctionne naturellement mieux sur la partie observée que la version appliquée aux observations équi-réparties. Ailleurs, l'équi-répartition des observations reste la plus efficace.

Lorsque les observations couvrent 30% du domaine, les RMSE diminuent avec l'augmentation du nombre d'itérations de nudging pour les deux modes de répartition des observations. Nous les avons représentées sur la figure 9.18 pour l'état initial et pour l'état final. Nous remarquons qu'il y a convergence de l'erreur en une dizaine d'itérations.

Lorsque le domaine est observé de manière régulière, les itérations de nudging permettent de compenser la courte durée de simulation. Par contre, lorsque les observations sont placées sur un compact, les itérations ne permettent pas d'apprendre la courbe de référence sur l'ensemble de la courbe.

La comparaison des RMSE obtenues lorsque le domaine est observé à 30% est faite à l'aide du tableau 9.3. Nous constatons que dans le cas des observations régulièrement réparties, l'augmentation des itérations de nudging est préférable à l'augmentation de la durée de simulation. Nous pouvons tirer la conclusion inverse lorsque les observations sont placées sur un compact. Comme pour l'expérience 3, ces différences s'expliquent par le fait que la simulation est trop courte pour que l'ensemble de la courbe soit observée dans le cas d'observations compactes.

Les figures 9.19 et 9.20 illustrent ces différences. Pour les observations équi-réparties nous retrouvons des résultats très proches pour les deux simulations ($T = 0.5\tau$ avec 50 itérations et $T = 3.5\tau$ avec 5 itérations). En revanche pour la répartition

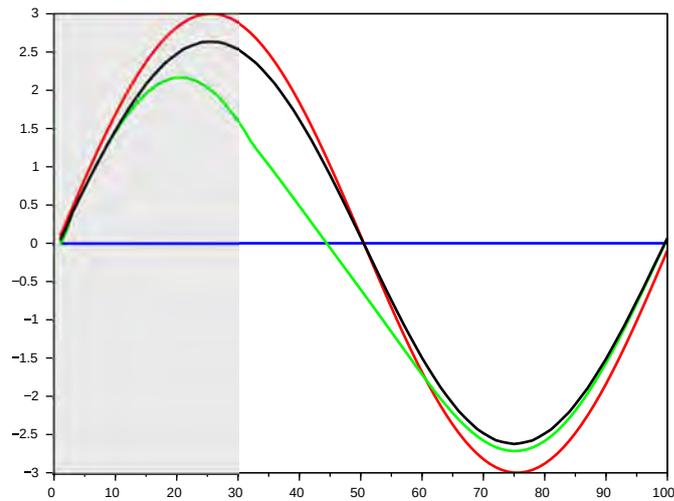


FIGURE 9.16 – Expérience 4 : à $t=0$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 30% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état initial (conditions initiales nulles).

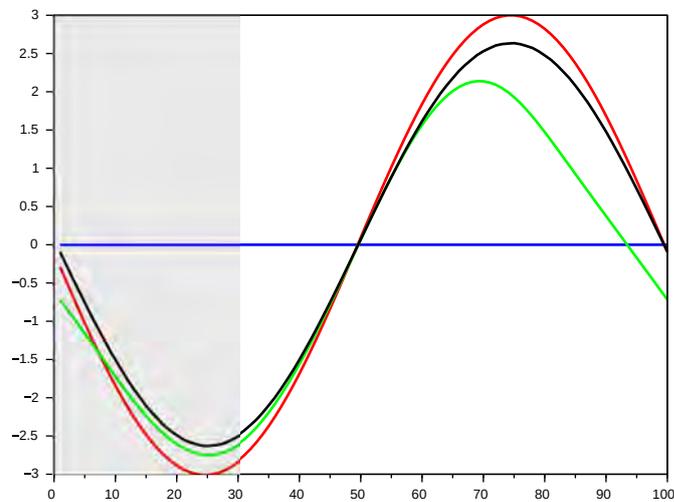


FIGURE 9.17 – Expérience 4 : à $t=T$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact couvrant 30% du domaine en amont de l'écoulement (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

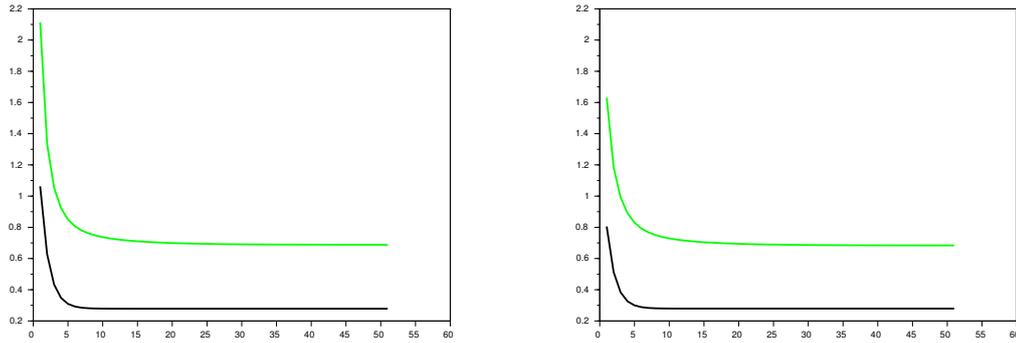


FIGURE 9.18 – Expérience 4 : RMSE en fonction du nombre d’itérations de l’algorithme BFN, avec la répartition compacte des observations en vert et l’équirépartition des observations en noir. Le domaine est observé à 30%, $T = 0.5\tau$. A droite, les RMSE à l’instant initial $t=0$, à gauche les RMSE à l’instant final $t=T$.

Obs. 30%	Durée	Nombre d’itérations	RMSE instant initial	RMSE instant final
Régulière	0.5τ	50	0.278	0.279
	3.5τ	5	0.309	0.312
Compacte	0.5τ	50	0.688	0.684
	3.5τ	5	0.366	0.324

TABLE 9.3 – Expérience 4 : RMSE associées à deux simulations (une courte et une longue), pour l’état initial et l’état final. L’idée est de comparer les résultats obtenus grâce l’allongement artificiel de la durée de la simulation par les itérations de BFN aux résultats d’une simulation longue. Le domaine est observé à 30%.

compacte des observations, les écarts sont plus marqués.

Les résultats des quatre expériences que nous avons présentés répondent à la question de l’influence de l’assimilation d’observation sur un sous-domaine, dans un cas 1D simple. L’idéal serait bien entendu d’observer l’ensemble du domaine. L’observation d’un sous-domaine s’avère moins efficace que l’observation régulière du domaine. Cependant, le nudging BFN à partir d’observations compactes montre des résultats encourageants : l’information apprise par les itérations directes est bien rétro-propagée jusqu’à l’état à l’instant initial. Il s’en suit que dans la situation la plus pessimiste (condition initiale nulle) l’apprentissage de l’état initial est aussi bon que l’apprentissage de l’état à l’issue de la période d’assimilation.

Les expériences présentées ont permis de tester le nudging à partir d’observations compactes dans des cas pessimistes non seulement à cause de la condition initiale nulle, mais également par la période d’assimilation très courte. Lorsque que $T = 0.5\tau$, seule la moitié des points de la courbe corrigée par le nudging ont effectivement

Augmentation du nombre d'itérations vs. augmentation de la durée de simulation

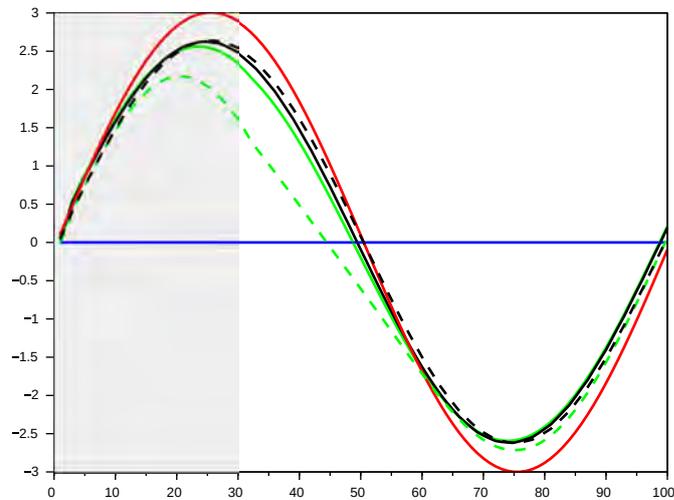


FIGURE 9.19 – Expérience 4 : Résultats pour $t = 3.5\tau$ après 5 itérations (trait plein) et pour $t = 0.5\tau$ après 50 itérations (pointillés) à $t = 0$, 30% du domaine observé. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). On a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état initial (conditions initiales nulles).

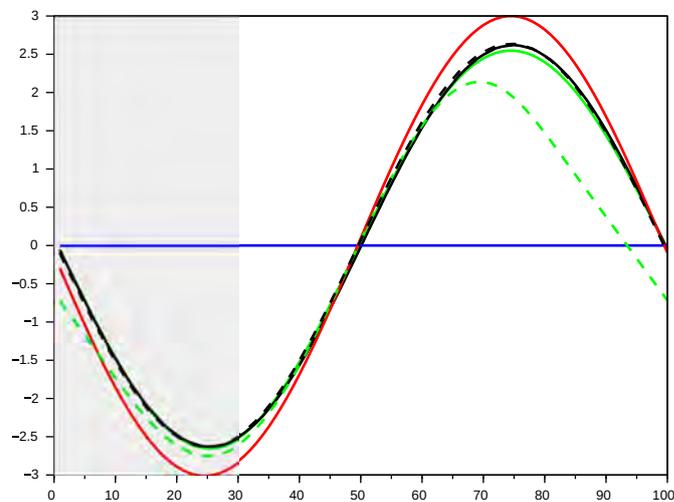


FIGURE 9.20 – Expérience 4 : Résultats pour $t = 3.5\tau$ après 5 itérations (trait plein) et pour $t = 0.5\tau$ après 50 itérations (pointillés) à $t = T$, 30% du domaine observé. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). On a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales nulles).

traversé la zone observée. L'information apprise par l'assimilation des observations n'a donc pas eu le temps de se propager à l'ensemble du domaine que nous cherchons à corriger. Nous allons maintenant étudier l'influence de la qualité de la condition initiale, dans le cas de simulations courtes.

6.2 Influence de la répartition des observations avec une condition initiale exacte

Nous avons montré que l'algorithme de nudging BFN est capable d'apprendre un état de référence en partant d'une condition initiale nulle. Nous nous intéressons maintenant à l'apprentissage par nudging dans le cas où la condition initiale est connue de manière exacte, pour les deux répartitions des observations possibles.

Pour prendre en compte la non périodicité de l'atmosphère, nous ne nous intéresserons ici qu'aux simulations courtes, c'est-à-dire de durée inférieure au temps de parcours du domaine. Les points des courbes corrigées grâce aux observations compactes traversent au plus une fois la zone observée.

Nous présentons d'abord une expérience similaire aux précédentes, avec condition initiale exacte. Nous pourrions ainsi comparer les solutions obtenues après convergence des itérations de nudging en fonction de la condition initiale.

Ensuite, nous étudierons l'influence des valeurs des coefficients de nudging. Jusqu'à présent pour toutes les expériences que nous avons montrées, K et \tilde{K} étaient égaux et constants, $K = \tilde{K} = 4$. Ces valeurs seront fixées à $K = 15$ et $\tilde{K} = 30$.

L'expérience suivante portera sur la durée de la simulation. Nous nous intéressons au cas où la période d'assimilation est égale au temps de parcours du domaine. Cette expérience représente un cas idéal : la condition initiale est parfaitement connue et la période d'assimilation est suffisamment longue pour que l'ensemble des points de la courbe à corriger ait traversé la zone observée.

La dernière expérience menée revient sur la question de la taille du domaine observé. Nous regarderons l'influence de la diminution du domaine observé, dans le cas idéal où la période d'assimilation est égale au temps de parcours du domaine.

Les paramètres associés à ces expériences sont résumés dans le tableau 9.4.

Expérience 5 : coefficients $K = \tilde{K} = 4$, 30% du domaine observé, résultats à partir d'une condition initiale exacte après 50 itérations pour $T = 0.5\tau$

Dans un premier temps, pour tester uniquement l'influence de la condition initiale, nous reproduisons la simulation réalisée dans l'expérience 4. Nous partons cette fois-ci d'une condition initiale exacte et nous nous intéressons aux résultats obtenus après 50 itérations de l'algorithme BFN. Le domaine est observé à 30%, et la durée de simulation est d'un demi temps de parcours, $T = 0.5\tau$.

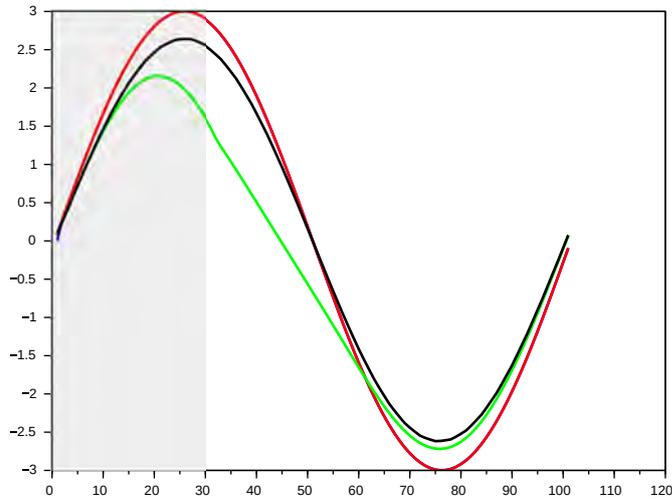


FIGURE 9.21 – Expérience 5 : $K = \tilde{K} = 4$, à $t=0$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La courbe bleue correspond à l'état initial (conditions initiales exactes).

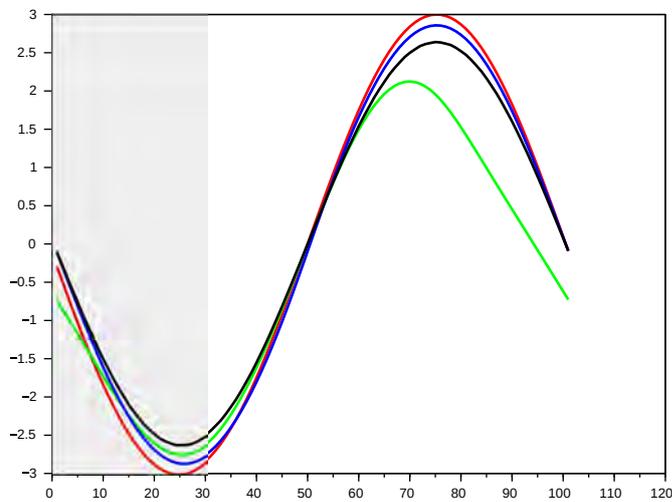


FIGURE 9.22 – Expérience 5 : $K = \tilde{K} = 4$, à $t=T$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales exactes).

Exp.	Observations	Durée	Nombre d'itérations	Condition initiale	K	\tilde{K}
5	30%	0.5τ	50	Exacte	4	4
6	30%	0.5τ	50	Exacte	15	30
7	30%	1τ	50	Exacte	15	30
8	10%	1τ	50	Exacte	15	30
					20	40

TABLE 9.4 – Expériences conditions initiales exactes. Toutes les simulations effectuées sont courtes.

Comme l'illustrent les figures 9.21 et 9.22, le nudging BFN ne permet pas de compenser l'effet de la diffusion avec une condition initiale exacte, pour $T = 0.5\tau$ et $K = \tilde{K} = 4$. L'algorithme détériore même la simulation : à la fin de la période d'assimilation de données les états appris grâce au nudging sont plus éloignés de l'état de référence que l'état final sans correction par l'observation.

En comparant les RMSE des solutions apprises par nudging BFN à partir d'une condition initiale exacte ou d'une condition initiale nulle, nous remarquons que les solutions obtenues après convergence de l'algorithme sont identiques. Le tableau 9.5 présente les erreurs moyennes associées aux solutions apprises après 50 itérations de nudging pour $K = \tilde{K} = 4$ et $T = 0.5\tau$ suivant les conditions initiales.

Obs. 30%	Durée	K	\tilde{K}	Condition initiale	RMSE instant initial	RMSE instant final
Régulière	0.5τ	4	4	Exacte	0.279	0.279
				Nulle	0.279	0.279
Compacte	0.5τ	4	4	Exacte	0.703	0.696
				Nulle	0.705	0.697
Sans observation	0.5τ			Exacte	0	0.134

TABLE 9.5 – Expérience 5 : comparaison des RMSE en fonction des conditions initiales. Le domaine est observé à 30%.

Ces résultats montrent que l'apprentissage par nudging ne dépend pas de la condition initiale. Quand la simulation ne modélise pas correctement l'état réel, la courbe apprise par nudging est plus proche de la référence que la solution diffusive. Quand la simulation est de bonne qualité (condition initiale exacte), en temps court la diffusion n'affecte que légèrement la solution non corrigée. La solution obtenue après convergence du nudging est plus éloignée de l'état réel que la solution non corrigée.

Expérience 6 : coefficients $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, 30% du domaine observé, résultats à partir d'une condition initiale exacte après 50 itérations pour $T = 0.5\tau$

Pour accroître l'effet du nudging par rapport à la diffusion numérique, nous augmentons les coefficients de rappel. Pour cette expérience et les suivantes, $K = 15$ et $\tilde{K} = 30$.

Avec une condition initiale exacte et en temps court, une forte augmentation des coefficients K et \tilde{K} est nécessaire pour que le nudging BFN permette un meilleur apprentissage de l'état de référence. D'après les figures 9.23 et 9.24, lorsque les observations sont régulièrement réparties la courbe apprise par l'algorithme est proche de la référence, à l'instant initial comme à l'instant final. La solution corrigée est toutefois similaire à la solution non corrigée.

Lorsque les observations se situent sur un compact en amont du domaine, l'augmentation des coefficients permet de mieux apprendre la partie de la courbe qui a traversé la zone observée. Par contre, la reconstruction linéaire sur la partie qui n'est jamais observée dégrade les solutions apprises à l'instant initial et à l'instant final.

D'après les RMSE présentées dans le tableau 9.6, à la fin de la période d'assimilation la solution apprise grâce au nudging et aux observations équi-réparties est plus proche de l'état de référence que la solution qui n'est pas corrigée par l'observation. L'état initial est quant à lui légèrement dégradé.

Obs. 30%	Durée	K	\tilde{K}	Condition initiale	RMSE instant initial	RMSE instant final
Régulière	0.5τ	15	30	Exacte	0.068	0.096
Compacte	0.5τ	15	30	Exacte	0.399	0.395
Sans observation	0.5τ			Exacte	0	0.134

TABLE 9.6 – Expérience 6 : comparaison des RMSE en fonction des conditions initiales. Le domaine est observé à 30%, $K = 15$, $\tilde{K} = 30$.

Pour la répartition compacte des observations, les RMSE confirment que sur une durée aussi courte par rapport au temps de parcours du domaine ($T = 0.5\tau$) le nudging ne permet pas de corriger l'ensemble de la courbe.

D'après l'expérience 6, lorsque la condition initiale est exacte, l'augmentation des coefficients de nudging ne suffit pas à l'algorithme pour corriger efficacement la solution diffusive. Ce résultat semble logique au regard de la durée de la simulation, qui ne permet pas à l'ensemble des points de traverser la compact observé.

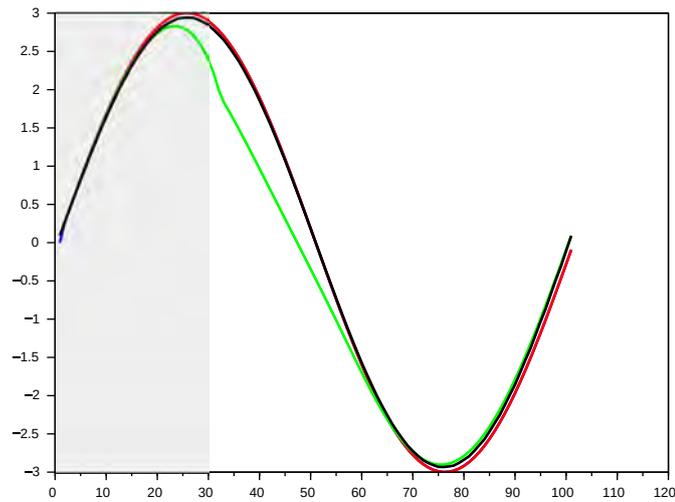


FIGURE 9.23 – Expérience 6 : $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, à $t=0$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La courbe bleue correspond à l'état initial (conditions initiales exactes).

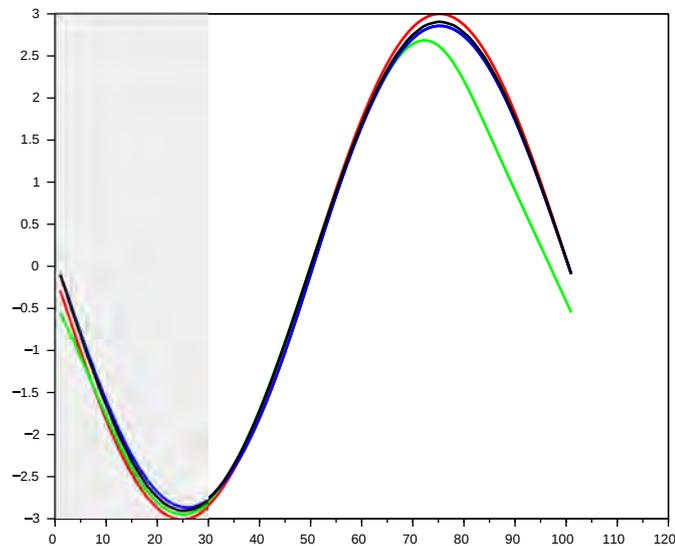


FIGURE 9.24 – Expérience 6 : $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, à $t=T$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.5\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales exactes).

Expérience 7 : coefficients $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, 30% du domaine observé, résultats à partir d'une condition initiale exacte après 50 itérations pour $T = 1\tau$

Pour l'expérience 7 nous nous plaçons dans le cas idéal où la période d'assimilation est égale au temps de parcours du domaine. Les points de la courbe corrigée ont donc tous traversé la zone observée, qui représente 30% ici du domaine.

Sur la figure 9.25 nous constatons toujours une très légère dégradation de la condition initiale liée aux itérations de nudging. La courbe apprise grâce aux observations compactes est proche de la courbe de référence, contrairement à l'expérience précédente. Nous pouvons également remarquer qu'il y a une nette amélioration de l'apprentissage de l'état final. Les courbes obtenues sont représentées sur la figure 9.26.

La comparaison des RMSE confirme que les itérations de nudging permettent d'améliorer la représentation de l'état final (tableau 9.7). Dans cette configuration ($T = 1\tau$, $K = 15$, $\tilde{K} = 30$ et domaine observé à 30%), les deux répartitions des observations donnent des résultats similaires à l'instant final. Sur la solution non corrigée, les effets de la diffusion numérique sont visibles. La correction apportée par le nudging permet de diminuer de moitié l'erreur commise à l'instant final.

Obs. 30%	Durée	K	\tilde{K}	Condition initiale	RMSE instant initial	RMSE instant final
Régulière	1τ	15	30	Exacte	0.068	0.105
Compacte	1τ	15	30	Exacte	0.151	0.115
Sans observation	1τ			Exacte	0	0.239

TABLE 9.7 – Expérience 7 : comparaison des RMSE en fonction des conditions initiales. Le domaine est observé à 30%, $K = 15$, $\tilde{K} = 30$.

Cette expérience illustre les effets du nudging lorsque la période d'assimilation est suffisamment longue pour que l'ensemble de la courbe ait traversé la zone observée. Dans ce cas, l'information apprise est bien propagée, et le nudging corrige la solution à l'instant final. Vérifions maintenant que pour un domaine observé sur une surface plus faible, ces résultats restent valables.

Expérience 8 : coefficients $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, 10% du domaine observé, résultats à partir d'une condition initiale exacte après 50 itérations pour $T = 1\tau$

Nous reproduisons ici l'expérience précédente, en observant 10% du domaine au lieu de 30%.

Comme pour l'expérience 7, nous constatons sur les figures 9.27 et 9.28 que les courbes apprises grâce aux deux répartitions des observations (compacte ou

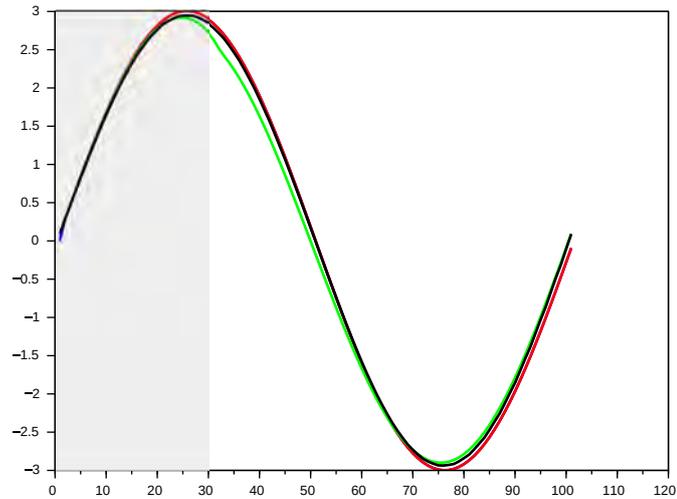


FIGURE 9.25 – Expérience 7 : $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, à $t=0$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La courbe bleue correspond à l'état initial (conditions initiales exactes).

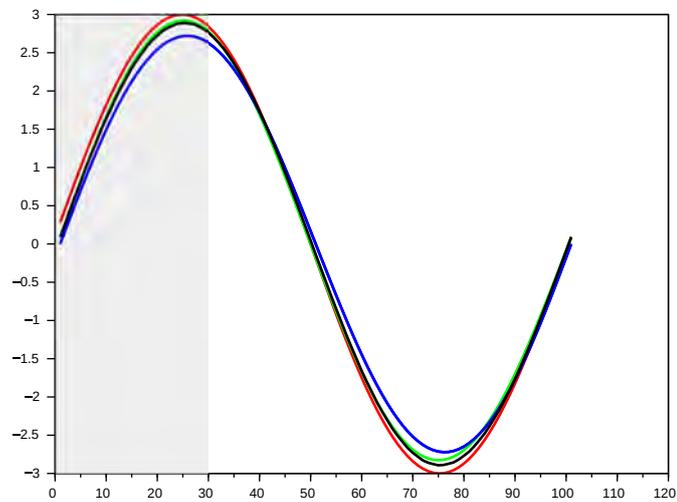


FIGURE 9.26 – Expérience 7 : $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, à $t=T$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales exactes).

régulière) sont très proches. A l’instant final, il est difficile de les différencier de la solution non corrigée.

Les RMSE confirment que les trois solutions sont similaires, lorsque $K = 15$ et $\tilde{K} = 30$. Par contre, en augmentant encore leur valeur, les erreurs commises sur les solutions corrigées diminuent. On retrouve alors un résultat proche de ceux de l’expérience 1 : lorsque le domaine est observé à 10%, la répartition compacte des observations donne de meilleurs résultats pour $T = 1\tau$.

Obs. 10%	Durée	K	\tilde{K}	Condition initiale	RMSE instant initial	RMSE instant final
Régulière	1τ	15	30	Exacte	0.166	0.226
		20	40	Exacte	0.132	0.190
Compacte	1τ	15	30	Exacte	0.213	0.221
		20	40	Exacte	0.190	0.185
Sans observation	1τ			Exacte	0	0.239

TABLE 9.8 – Expérience 8 : comparaison des RMSE en fonction des coefficients de nudging, pour $T = 1\tau$. Le domaine est observé à 10%.

Cette expérience met en avant l’importance du choix des coefficients de nudging. Lorsque les observations ne sont pas disponibles sur l’ensemble du domaine, la valeur de ces coefficients joue un rôle primordial. Si les coefficients sont trop faibles, le nudging ne permet pas de compenser la diffusion. En les augmentant, nous avons constaté qu’en moyenne, le nudging corrige la solution diffusive.

Le problème du choix optimal des coefficients K et \tilde{K} est délicat. D’après nos huit expériences, ils semblent dépendre de la durée de la simulation et de la taille du domaine observé. Nous pouvons également considérer qu’ils dépendent de la qualité de la solution initiale : quand elle est exacte, nous sommes contraints d’augmenter leur valeur pour que la correction compense la diffusion lors des itérations de l’algorithme BFN.

Nos expériences ont mis en évidence les différences entre un nudging BFN réalisé avec des observations équi-réparties et un nudging BFN réalisé avec des observations placées sur une sous-partie compacte. Lorsque le domaine est observé sur une sous-partie compacte, la période d’assimilation doit être suffisamment longue pour que la correction apportée par le nudging se propage au reste du domaine.

Contrairement à la répartition régulière, la répartition compacte des observations permet d’apprendre la vitesse de propagation comme nous l’avons introduit à la section 3. Après avoir illustré le fonctionnement du le nudging BFN lorsque les observations sont réparties sur un compact, nous allons maintenant présenter les résultats concernant l’apprentissage de la vitesse de propagation.

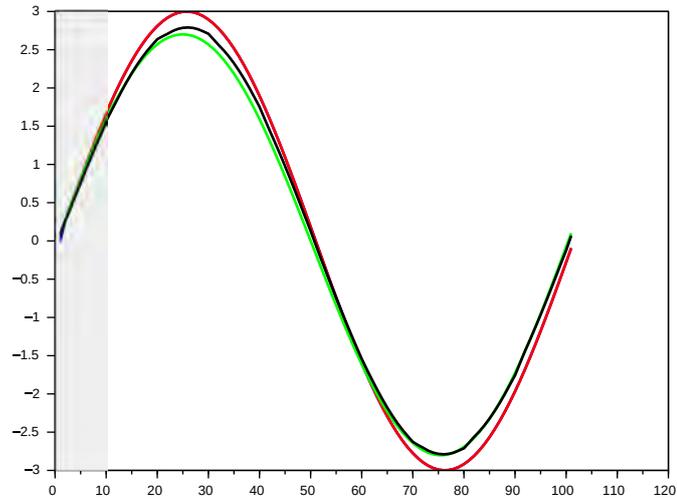


FIGURE 9.27 – Expérience 8 : $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, à $t=0$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La courbe bleue correspond à l'état initial (conditions initiales exactes).

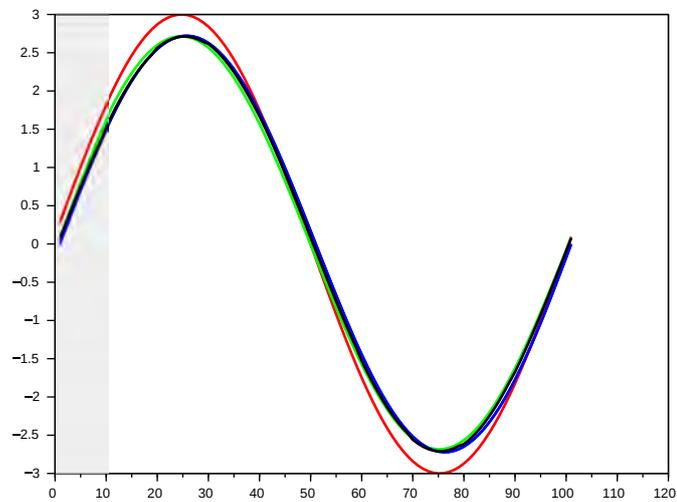


FIGURE 9.28 – Expérience 8 : $K = 15$ $\tilde{K} = 30$, à $t=T$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. Les observations sont soit équi-réparties, soit placées sur un compact (zone grisée). Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations sur un compact, en noir la courbe corrigée par les observations équi-réparties. La droite bleue correspond à l'état final sans nudging (conditions initiales exactes).

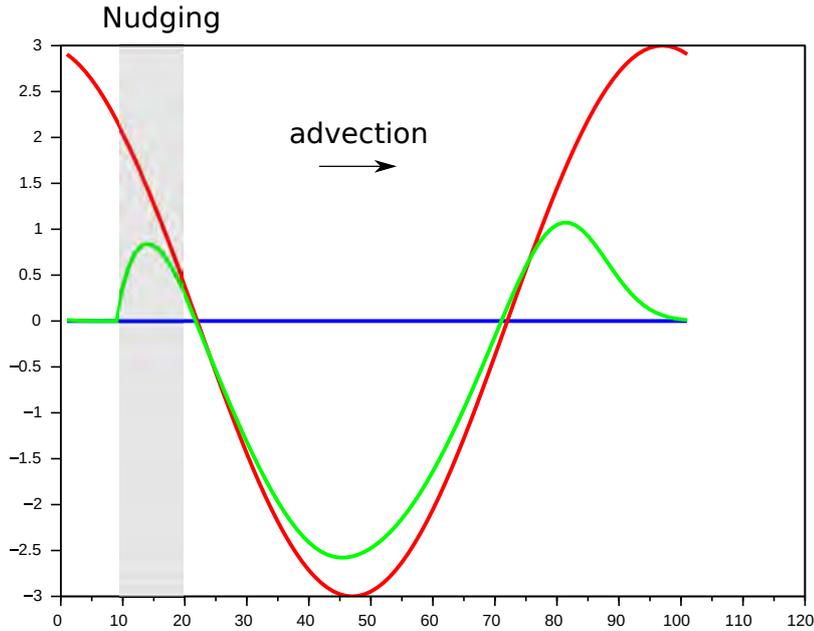


FIGURE 9.29 – Nudging sur un domaine partiellement observé. En gris la zone couverte par les observations, en rouge la courbe de référence, en bleu l'état initial, et en vert courbe approchée par le nudging.

6.3 Apprentissage de la vitesse d'advection : cas constant

Dans cette partie, nous allons utiliser les avantages apportés par la répartition compacte des observations pour apprendre la vitesse de propagation du signal. Les résultats présentés dans la section 6.2 nous ont permis de vérifier l'efficacité du nudging BFN pour une zone d'observation compacte dans le cas où la vitesse de propagation est connue. Ces résultats montrent que même si l'équi-répartition des observations est préférable, le nudging BFN permet d'apprendre le signal à partir des observations placées sur un compact.

L'avantage principal d'une répartition compacte des observations est qu'il est possible de calculer les flux en entrée et en sortie de la zone observée. A partir de ce calcul de flux, nous pouvons estimer la vitesse de propagation du signal. La méthode a été présentée à la section 3.

Dans cette partie nous allons appliquer l'apprentissage théorique de la vitesse de propagation dans le cas où la vitesse de propagation est constante en espace comme en temps.

Notre cadre de travail est simple : en partant de conditions initiales nulles, le but est d'apprendre par nudging le signal et sa vitesse de propagation (à partir d'observations placées sur une zone compacte restreinte). Les corrections apportées par les observations doivent être advectées à la vitesse apprise. Sans apprentissage de la

vitesse, le signal resterait nul en dehors de la zone observée. La figure 9.29 illustre cette propagation : on y voit l'effet de la correction sur l'amplitude du signal et la propagation du signal corrigé à une vitesse similaire à celle du signal de référence.

Pour obtenir les observations de la vitesse de propagation, nous exploitons pleinement les hypothèses faites. Comme la vitesse est constante en espace, nous utilisons à chaque pas de temps n les flux en entrée et en sortie du domaine observé pour calculer une observation de vitesse. Puis en utilisant l'hypothèse de vitesse constante en temps, nous moyennons les observations de vitesses obtenues depuis le début de la simulation pour obtenir une observation moyenne associée au pas de temps n .

Dans les expériences que nous allons présenter, la vitesse de propagation du signal étant inconnue, elle est, par défaut supposée nulle à l'instant initial. Dans un premier temps, intéressons-nous à l'apprentissage de la vitesse de propagation, notée a , lors de trois simulations de durées différentes. Nous avons choisi des durées de simulation courtes pour ne pas bénéficier de la périodicité du domaine : ce choix nous approche des situations réalistes. Dans les trois cas, la vitesse de propagation réelle et les coefficients de nudging sont identiques ($K = 20$, $\tilde{K} = 40$), et les observations couvrent 30% du domaine.

La première simulation a une durée T égale au temps de parcours du domaine τ . Comme l'indique la première partie du tableau 9.9, la vitesse observée, c'est-à-dire déduite des flux en entrée et en sortie de la zone observée, est inférieure à la vitesse réelle d'environ 3%. Après 50 itérations de l'algorithme BFN, la vitesse apprise par nudging est égale à la vitesse observée.

Les deux simulations suivantes durent respectivement 0.5τ et 0.1τ . Nous remarquons qu'après 50 itérations de l'algorithme les vitesses apprises sont toujours égales aux vitesses observées. Par contre, en cas de forte diminution de la durée de simulation, l'erreur commise sur la vitesse observée augmente : elle est de 6% pour une durée de $T = 0.1\tau$.

La seconde moitié du tableau 9.9 présente les vitesses observées et apprises lorsque le domaine est observé à 10%. Les conclusions sont identiques à celles des trois expériences précédentes : la vitesse apprise est égale à la vitesse observée quelle que soit la durée de la simulation.

La convergence de la vitesse apprise vers la valeur observée est très rapide : quelques itérations sont suffisantes. Pour la simulation la plus courte, $T = 0.1\tau$ et un domaine observé à 30%, la figure 9.30 illustre la convergence vers la vitesse observée. Dans ce cas, moins de 5 itérations sont nécessaires.

Le bon apprentissage de la vitesse de propagation est également visible lorsque l'on trace le signal corrigé. En partant de conditions initiales nulles, le nudging

Vitesse de propagation constante, 30% du domaine observé

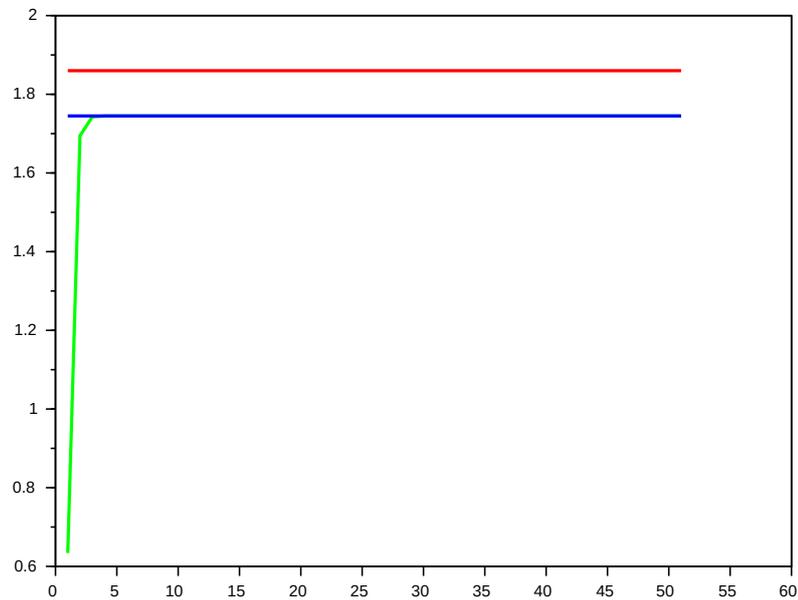


FIGURE 9.30 – Vitesse de propagation apprise en fonction du nombre d’itérations de nudging BFN en vert, pour $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 0.1\tau$. En bleu, la vitesse observée, en rouge la vitesse de référence.

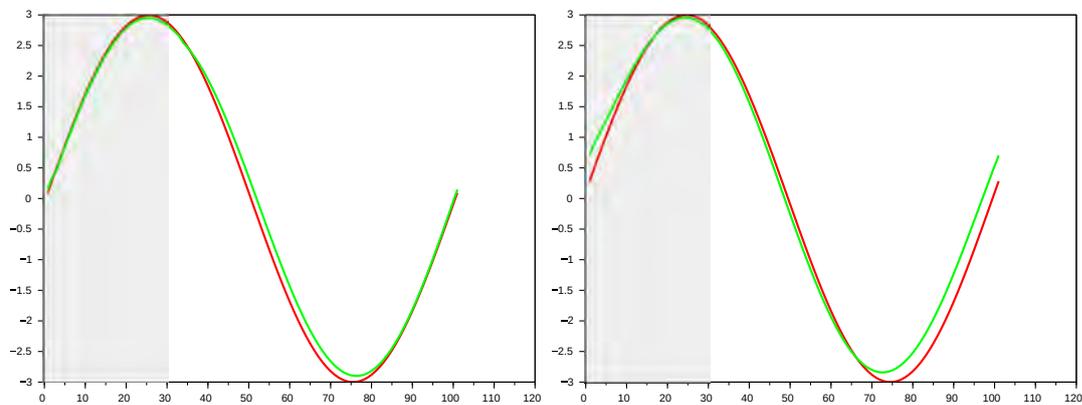


FIGURE 9.31 – Résultats pour $t=0$ à gauche et $t=T$ à droite, $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. La vitesse de propagation est initialement inconnue. Les observations couvrent la zone grisée. Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations. Les conditions initiales sont nulles.

Observation	Durée	K	\tilde{K}	a exacte	a observée	a apprise
30%	1τ	20	40	1.86	1.80	1.80
	0.5τ	20	40	1.86	1.80	1.80
	0.1τ	20	40	1.86	1.74	1.74
10%	1τ	20	40	1.86	1.81	1.81
	0.5τ	20	40	1.86	1.81	1.81
	0.1τ	20	40	1.86	1.76	1.76

TABLE 9.9 – Comparaison des vitesses observées et apprises en fonction de la durée de la simulation. Le domaine est observé à 30%. Nous effectuons 50 itérations de nudging BFN.

avec apprentissage de la vitesse montre de très bons résultats : d’après la figure 9.31 l’algorithme permet d’apprendre l’amplitude du signal et de rétro-propager les corrections jusqu’à l’instant initial. Après 50 itérations de l’algorithme BFN, les conditions initiales sont très bien retrouvées.

Le nudging avec apprentissage de paramètre permet donc d’apprendre la vitesse de propagation. La qualité de cet apprentissage est directement liée à la qualité de l’observation déduite des flux. En effet, comme nous l’avons indiqué, la vitesse de propagation apprise converge rapidement à la vitesse de propagation déduite des observations. Nous pourrions donc apprendre la vitesse de propagation dans tous les cas où le calcul de l’observation proposé est applicable.

6.4 Apprentissage de la vitesse d’advection : cas constant en espace, variable en temps

Dans cette partie, les hypothèses relatives à la vitesse de propagation sont allégées. Pour que la méthode proposée à la section 3 soit applicable, la vitesse de propagation doit être constante en espace, mais aucune hypothèse n’est formulée sur les variations en temps. Après avoir traité le cas constant, nous allons maintenant considérer que la vitesse peut varier en temps.

Nous tenons à rappeler que pour assurer la stabilité du schéma numérique, la condition CFL $\sigma = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$ doit être strictement inférieure à 1, et la vitesse de propagation doit rester positive. Il est donc nécessaire de connaître la vitesse maximale de propagation et de vérifier que, malgré ses variations, la vitesse reste positive.

Comme pour les expériences précédentes, la vitesse est constante en espace. Nous utilisons donc à chaque pas de temps n les flux en entrée et en sortie du domaine observé pour calculer l’observation de vitesse associée à ce pas de temps. Puisque la vitesse varie dans le temps, nous n’employons pas ici de moyenne temporelle. C’est l’unique différence avec le cas précédent.

Nous présentons ici deux expériences de durée $T = 1\tau$, avec les coefficients de nudging $K = 20$ et $\tilde{K} = 40$. Dans la première expérience le domaine est observé à 30%. A partir de conditions initiales nulles (en amplitude et en vitesse), le nudging BFN avec apprentissage de paramètre permet d'apprendre l'état initial et l'état final du signal (figure 9.32).

Les vitesses associées sont représentées sur la figure 9.33. Nous pouvons immédiatement remarquer que la vitesse observée présente une zone de fortes variations. Ces variations s'expliquent par les faibles valeurs prises par la différence de flux en entrée et en sortie du domaine observé. Cette différence apparaît au dénominateur du calcul de l'observation de la vitesse de propagation. Pour éviter l'explosion de la vitesse de propagation observée, nous avons mis en place une sécurité qui lui attribue par défaut une valeur nulle quand la différence de flux est inférieure à un seuil donné. Le seuil que nous avons fixé n'élimine cependant pas totalement les fortes variations. Comme en atteste le graphique de gauche (figure 9.33), l'utilisation du nudging pour l'apprentissage de la vitesse permet de lisser les fortes variations de l'observation.

Les figures 9.34 et 9.35 présentent les résultats obtenus lorsque les observations couvrent seulement 10% du domaine. Nous pouvons naturellement remarquer que le signal appris à partir des conditions initiales nulles est plus éloigné de la référence que lorsque le domaine est observé à 30%. La rétro-propagation des corrections permet toutefois d'améliorer l'état initial.

La convergence de l'erreur commise sur la vitesse de propagation est très rapide, une itération de nudging π -BFN est suffisante. La convergence de l'erreur commise sur le signal rapide. Les RMSE sur l'amplitude du signal sont tracées en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme sur la figure 9.36 pour le cas où le domaine est observé à 10%. D'après cette figure, l'erreur converge en 15 itérations environ.

D'après les résultats obtenus lorsque la vitesse de propagation varie en temps, le nudging avec apprentissage de paramètre fonctionne. Comme dans le cas constant, la qualité de l'apprentissage de la vitesse dépend de la qualité de l'observation. Ce constat, qui est toujours valable en assimilation de données, l'est d'autant plus pour l'apprentissage de la vitesse puisque ici nous ne disposons pas de modèle d'évolution pour la décrire. La vitesse évolue dans le temps uniquement grâce au terme de rappel vers l'observation.

Vitesse de propagation variable en temps, 30% du domaine observé

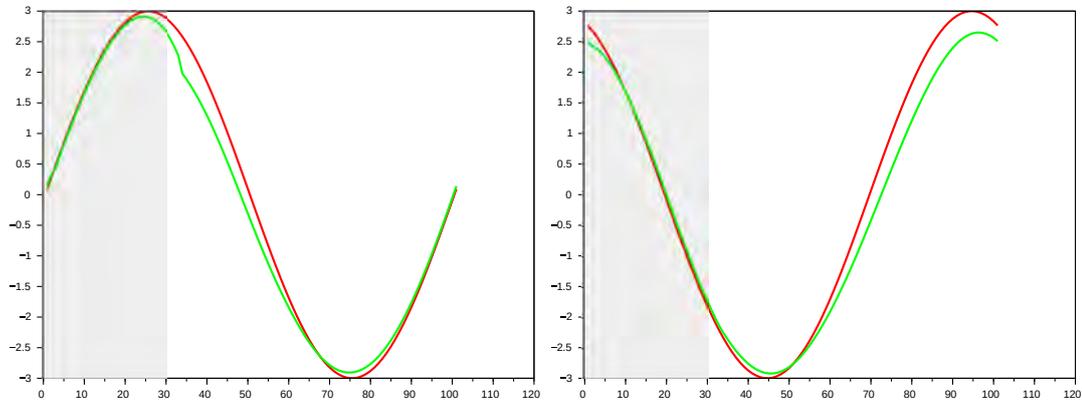


FIGURE 9.32 – Résultats pour $t=0$ à gauche et $t=T$ à droite, $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. La vitesse de propagation est initialement inconnue. Les observations couvrent la zone grisée. Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations. Les conditions initiales sont nulles.

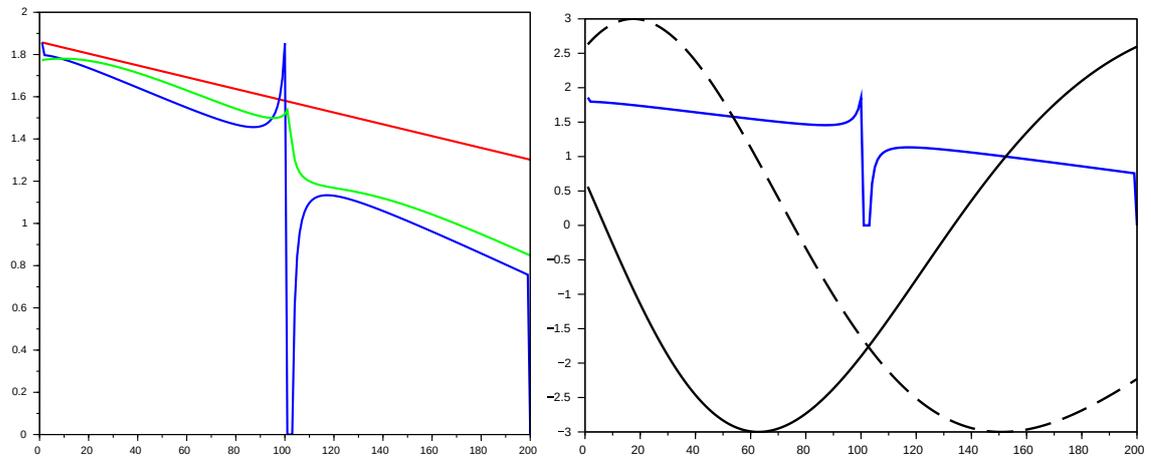


FIGURE 9.33 – A gauche : Vitesse de propagation en fonction du temps réelle en rouge, observée en bleu, et apprise en vert (50 itérations de BFN). Résultats pour une maille dans la zone d'observation, $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 30% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. A droite : Vitesse de propagation observée en bleu en fonction du temps, et variation de la quantité advectée au début de la zone corrigée (en noir, trait plein) et à la fin de la zone corrigée (en noir, pointillés).

Vitesse de propagation variable en temps, 10% du domaine observé

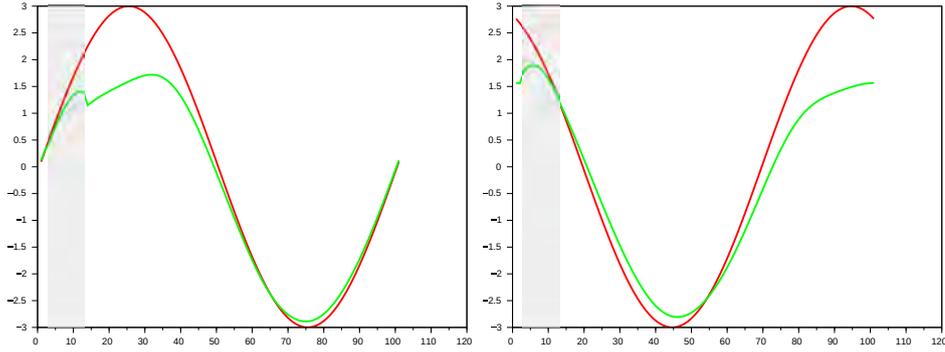


FIGURE 9.34 – Résultats pour $t=0$ à gauche et $t=T$ à droite, $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$. Les observations couvrent la zone grisée. Après 50 itérations du BFN, on a en rouge la courbe de référence qui est observée, en vert la courbe corrigée par les observations. Les conditions initiales sont nulles.

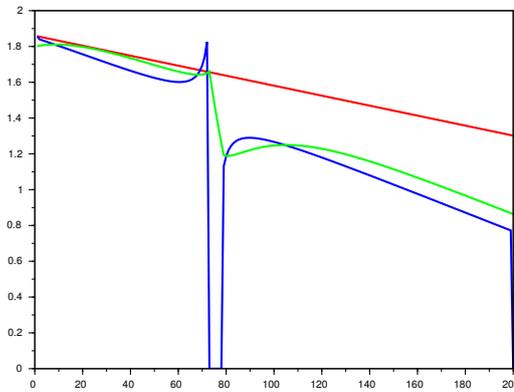


FIGURE 9.35 – Vitesse de propagation en fonction du temps réelle en rouge, observée en bleu, et apprise en vert (50 itérations de BFN). Résultats pour une maille dans la zone d'observation, $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$.

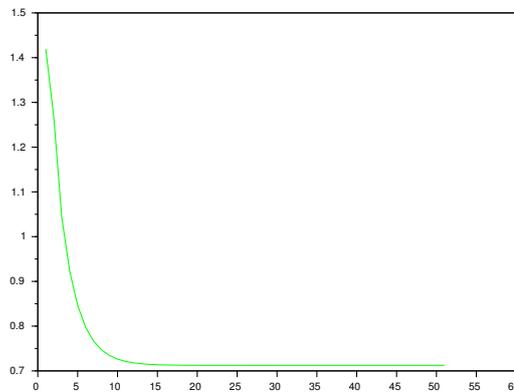


FIGURE 9.36 – RMSE commise sur l'amplitude du signal en fonction du nombre d'itérations du nudging BFN. $K = 20$ $\tilde{K} = 40$, 10% du domaine observé, durée de la simulation $T = 1\tau$.

7 Discussion et conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre une série d'expériences portant tout d'abord sur l'influence de la répartition des observations, puis sur la possibilité d'apprendre la vitesse d'advection à partir d'observations compactes.

Les résultats obtenus sur l'étude de l'influence de la répartition des observations montrent qu'il est préférable d'observer le domaine de manière équi-répartie. Cependant, le nudging à partir d'observations compactes donne des résultats très satisfaisants.

Logiquement, pour les deux répartitions possibles, plus la surface observée est importante, meilleur est l'apprentissage. La durée de la période d'assimilation joue également un rôle important quand les observations sont placées sur un compact. Lorsque la durée est trop faible, l'information apprise grâce au rappel vers l'observation n'a pas le temps de se propager sur l'ensemble du domaine de simulation. Lorsque la fenêtre d'assimilation s'approche du temps de parcours du domaine, le nudging BFN montre de très bon résultats.

Les expériences réalisées pour illustrer le nudging π -BFN avec apprentissage de paramètre portent sur l'apprentissage de la vitesse de propagation dans deux cas simples. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de la méthode proposée pour l'apprentissage du signal et de la vitesse de propagation. Cependant nous soulignons que la qualité de la vitesse apprise est très dépendante de la qualité de l'observation déduite des flux en entrée et en sortie de la zone observée.

Dans l'ensemble des expériences présentées, la zone d'observation se situe en amont du domaine de simulation. L'information apprise par nudging peut ainsi se propager avec le temps dans la partie aval. Si on se place dans un contexte réel, la zone observée peut se trouver en aval du domaine de simulation. Dans cette configuration, quelle efficacité pouvons-nous attendre du nudging? Comme les résultats l'ont montré, les corrections apportées par le nudging direct sont bien rétro-propagées jusqu'à l'instant initial grâce aux itérations de l'algorithme π -BFN. De la même manière, lorsque les observations se situent en aval du domaine, l'algorithme doit permettre une rétro-propagation des corrections.

L'assimilation d'observations sur une sous-partie du domaine à l'aide des algorithmes de nudging BFN et π -BFN est une première étape dans la construction de la remontée d'échelle. Le nudging π -BFN devra être appliqué à des modèles plus complexes que celui que nous avons employé, pour parvenir ensuite à assimiler dans un modèle en points de grille l'atmosphère reconstruite à l'aide des méthodes présentées dans la partie I de ce manuscrit. Nous nous intéresserons alors à l'assimilation des paramètres turbulents tels que l'énergie cinétique turbulente.

Conclusion

Les travaux que nous avons présentés dans ce manuscrit s'articulent autour de la détection et de la prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique. Dans ce domaine, l'enjeu est double : les outils proposés en reconstruction de l'atmosphère permettront une meilleure compréhension de la physique de la turbulence, et la reconstruction associée à la remontée et à la descente d'échelle apportera des solutions adaptées aux problèmes rencontrés, par exemple, par l'industrie éolienne.

Après avoir rappelé la théorie de l'observation, basée sur les processus d'acquisition, nous avons introduit notre algorithme de reconstruction de l'atmosphère. Les expériences présentées, et plus particulièrement l'application au lidar WindCube, ont montré le potentiel et l'aboutissement de ces travaux. La reconstruction de l'atmosphère a été appliquée à des données réelles mesurées à l'aide d'un instrument déjà commercialisé. Les lidars, que ce soient les WindCubes de LEOSPHERE ou d'autres modèles, sont en passe d'être déployés sur les grands aéroports européens. Une fois les instruments installés, puisque notre méthode n'est pas liée à un système d'observation spécifique, la reconstruction de l'atmosphère turbulente pourra être appliquée à la détection des phénomènes dangereux sur l'ensemble de ces plate-formes.

La méthode que nous avons développée pourra être adaptée aux situations peu turbulentes. Pour cela, un modèle stochastique d'écoulement laminaire devra venir compléter le modèle d'évolution turbulent SLM que nous avons présenté. Les situations peu turbulentes sont aussi les situations les moins dangereuses. L'absence de modèle laminaire approprié limite mais n'empêche donc pas la détection des phénomènes dangereux. Ses limites étant connues, l'outil de reconstruction turbulente peut d'ores et déjà être employé dans les applications qui restent dans le domaine de la recherche sur la turbulence et de l'étude de site pour l'implantation d'éoliennes.

Pour faciliter l'emploi de la reconstruction de l'atmosphère, les codes Scilab développés durant cette thèse seront rendus portables et seront parallélisés. Leur traduction en Fortran et leur parallélisation ont débuté grâce à un projet de fin d'étude réalisé de janvier à juin 2015 par Emmanuel Riggi-Carolo, élève ingénieur

à l'Ecole Nationale de la Météorologie.

La reconstruction de l'atmosphère codée en Scilab (sans parallélisation ou optimisation particulière) permet à l'heure actuelle de traiter 24h de données du WindCube en 24h de calcul. D'après les résultats obtenus récemment, le travail de traduction et de parallélisation permettra de gagner au moins un facteur 10 sur le temps de calcul.

A moyen terme, la reconstruction de l'atmosphère pourra donc être employée en temps réel, notamment lors de campagnes de mesures sur l'étude de la turbulence.

La valorisation de la reconstruction de l'atmosphère pour les applications opérationnelles passera nécessairement par le couplage avec les modèles atmosphériques en points de grille.

Pour préparer le couplage entre un système de particules et un modèle en point de grille, nous avons développé une nouvelle méthode de descente d'échelle stochastique. Les résultats obtenus sont très prometteurs. Sur un cas issu de la campagne de mesure BLLAST, nous avons montré la capacité du système de particules forcé par Meso-NH à modéliser la turbulence sous-maille.

Pour approfondir ces résultats, la méthode de descente d'échelle stochastique devra être appliquée à d'autres situations de couche limite turbulente, puis à des exemples de couche limite non turbulente. Plus précisément, quand un modèle laminaire aura été développé pour compléter la reconstruction de l'atmosphère, nous pourrons directement l'appliquer à la descente d'échelle. Nous pourrons ainsi étudier la capacité de notre méthode à modéliser finement les écoulements laminaires. A court terme, une expérience simple pour poursuivre ces travaux consisterait à appliquer la méthode de descente d'échelle aux modèles opérationnels actuels.

Les domaines d'application de la descente d'échelle sont vastes. Nous pensons notamment qu'il serait intéressant de travailler sur les méthodes de descente d'échelle en terrain à géométrie complexe, tels que les villes ou les vallées encaissées.

Dans ce manuscrit, nous ne proposons pour le moment que peu de réponses aux questions qui concernent la remontée d'échelle, du système de particules vers le modèle en points de grille. Nous nous sommes concentrés sur les aspects touchant à l'assimilation de données sur une sous-partie du domaine de simulation. Nous avons utilisé l'algorithme de nudging BFN pour étudier l'influence d'une correction partielle sur l'ensemble de la simulation. Nous avons ensuite proposé de compléter l'algorithme en vue d'apprendre la vitesse de propagation du signal. Nous n'avons traité que des cas 1D, mais les expériences menées ont permis d'aboutir à des conclusions encourageantes. Les résultats sur un domaine partiellement observé montrent qu'on peut espérer un apport d'information considérable grâce l'assimilation de données sur une aire limitée.

Les questions des quantités à assimiler et de la différence d'échelle entre le modèle

sous-maille et le modèle large n'ont pas pu être traitées. Ce travail très intéressant devra être mené pour que les recherches en assimilation de données sous-maille continuent à avancer. Nous pourrions notamment exploiter les pistes apportées par la descente d'échelle (assimilation des paramètres turbulents).

Les récents travaux de Mémin constituent également une approche très intéressante pour la remontée d'échelle vers un modèle géophysique stochastique de grande échelle [91]. La méthodologie employée nous semble tout à fait compatible avec les solutions stochastiques de modélisation fine échelle de la turbulence que nous avons développées. De futurs travaux dans ce domaine sont envisagés.

De manière globale, les perspectives envisagées s'articulent autour de deux points : l'advection des structures turbulentes à l'intérieur d'un système de particules et la mise en place du couplage entre la reconstruction de l'atmosphère et les modèles en points de grille.

D'après les résultats obtenus en reconstruction et en descente d'échelle, les particules associées au modèle lagrangien stochastique sont capables de modéliser et d'advecter des structures turbulentes de petite échelle. Cette advection permet de modéliser partiellement les phénomènes entre les observations ou entre les points de grille. C'est un des avantages majeurs des systèmes de particules. Lors de réunions de travail COST TOPROF, cet aspect a suscité l'intérêt d'autres laboratoires européens, en particulier de ceux qui collaborent avec l'industrie éolienne.

L'objectif du couplage entre la reconstruction de l'atmosphère et les modèles en points de grille est de construire une nouvelle méthode de détection et surtout de prévision à courte échéance des phénomènes turbulents. L'idée est de commencer par assimiler les observations estimées à l'aide de la reconstruction de l'atmosphère dans un modèle opérationnel à haute résolution. Les phénomènes turbulents sous-maille pourront ensuite être prévus à l'aide des méthodes de descente d'échelle.

La figure 9.37 décrit le système envisagé. A l'aide de lidars 3D placés sur une zone d'intérêt (un aéroport par exemple), la reconstruction de l'atmosphère permettra de détecter les phénomènes turbulents en temps réel, mais aussi d'estimer les divers paramètres turbulents. A intervalles réguliers, ces paramètres pourront être assimilés dans un modèle météorologique non-hydrostatique. Les prévisions corrigées grâce à l'assimilation de données seront ensuite utilisées pour forcer un système de particules sous-maille, comme nous l'avons présenté dans les travaux sur la descente d'échelle stochastique.

Pour améliorer la détection et la prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique, nous proposons d'exploiter pleinement les capacités des méthodes stochastiques modernes ainsi que celles des modèles météorologiques les plus avancés. Nos travaux sont fondés sur des allers-retours incessants entre l'observation et le modèle, qui sont, à notre avis, une voie prometteuse pour l'amélioration

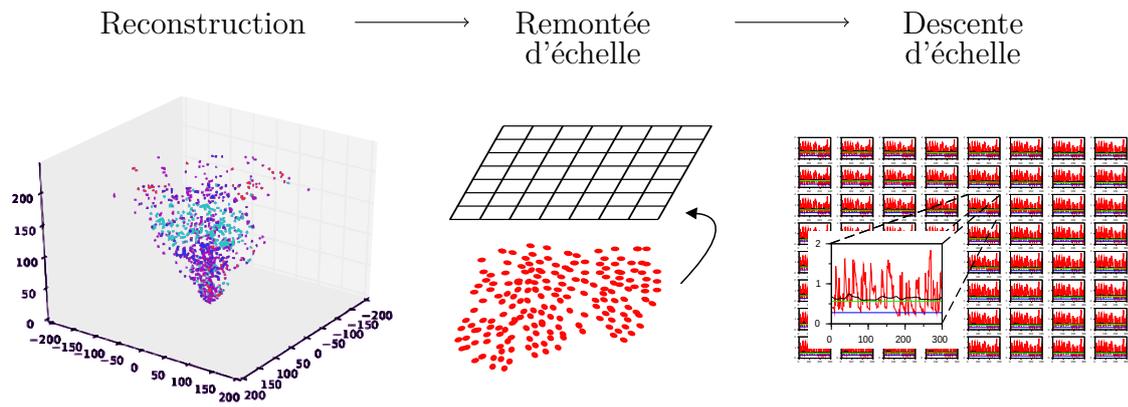


FIGURE 9.37 – Description globale du système de prévision et détection des phénomènes turbulents. La reconstruction de l’atmosphère nourrit le modèle météorologique grâce à la remontée d’échelle. Les phénomènes turbulents sont ensuite prévus à l’aide d’une descente d’échelle stochastique.

des prévisions à courte échéance et à très fine échelle spatiale.

Bibliographie

- [1] F. Amzajerjian. Role of lidar technology in future nasa space missions. In *MRS Proceedings*, volume 1076, pages 1076–K04. Cambridge Univ Press, 2008.
- [2] N. F. Andrews. *Simulating the diurnal cycle of the atmospheric boundary layer using large-eddy simulation with vertical adaptive mesh refinement*. PhD thesis, The University of Utah, 2012.
- [3] R. A. Anthes. Data assimilation and initialization of hurricane prediction models. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31(3) :702–719, 1974.
- [4] D. Auroux. The back and forth nudging algorithm applied to a shallow water model, comparison and hybridization with the 4d-var. *International journal for numerical methods in fluids*, 61(8) :911–929, 2009.
- [5] D. Auroux, P. Bansart, and J. Blum. An evolution of the back and forth nudging for geophysical data assimilation : application to burgers equation and comparisons. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 21(3) :399–419, 2013.
- [6] D. Auroux and J. Blum. Back and forth nudging algorithm for data assimilation problems. *Comptes Rendus Mathématique*, 340(12) :873–878, 2005.
- [7] D. Auroux and J. Blum. A nudging-based data assimilation method : the back and forth nudging (bfn) algorithm. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 15(2) :305–319, 2008.
- [8] D. Auroux, J. Blum, and M. Nodet. Diffusive back and forth nudging algorithm for data assimilation. *Comptes Rendus Mathématique*, 349(15) :849–854, 2011.
- [9] D. Auroux and M. Nodet. The back and forth nudging algorithm for data assimilation problems : theoretical results on transport equations. *ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 18(02) :318–342, 2012.
- [10] C. Baehr. *Modélisation probabiliste des écoulements atmosphériques turbulents afin d’en filtrer la mesure par approche particulière*. PhD thesis, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2008.
- [11] C. Baehr. Stochastic modeling and filtering of discrete measurements for a turbulent field. application to measurements of atmospheric wind. *International Journal of Modern Physics B*, 23(28-29) :5424–5433, 2009.

- [12] C. Baehr. Nonlinear filtering for observations on a random vector field along a random path. application to atmospheric turbulent velocities. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 44(05) :921–945, 2010.
- [13] C. Baehr, C. Beigbeder, F. Couvreur, A. Dabas, and B. Piguet. Retrieval of the turbulent and backscattering properties using a nonlinear filtering technique applied to doppler lidar observation. In *ISARS*, 2012.
- [14] C. Baehr and L. Rottner. Nonlinear filter for dynamics of uncontrolled moving measurement platforms. *Soumis IEEE*, 2015.
- [15] F. Bernardin, M. Bossy, C. Chauvin, P. Drobinski, A. Rousseau, and T. Salameh. Stochastic downscaling method : application to wind refinement. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23(6) :851–859, 2009.
- [16] F. Bernardin, M. Bossy, C. Chauvin, J. F. Jabir, and A. Rousseau. Stochastic Lagrangian Method for Downscaling Problems in Computational Fluid Dynamics. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 44(5) :885–920, Sept. 2010.
- [17] F. Bernardin, M. Bossy, C. Chauvin, J.-F. Jabir, and A. Rousseau. Stochastic lagrangian method for downscaling problems in computational fluid dynamics. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 44(05) :885–920, 2010.
- [18] E. Blayo and L. Debreu. Adaptive mesh refinement for finite-difference ocean models : first experiments. *Journal of Physical Oceanography*, 29(6) :1239–1250, 1999.
- [19] J. Blum, F.-X. Le Dimet, and I. M. Navon. Data assimilation for geophysical fluids. *Handbook of numerical analysis*, 14 :385–441, 2009.
- [20] P. A. Bogenschutz and S. K. Krueger. A simplified pdf parameterization of subgrid-scale clouds and turbulence for cloud-resolving models. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 5(2) :195–211, 2013.
- [21] A. Boilley and J.-F. Mahfouf. Assimilation of low-level wind in a high-resolution mesoscale model using the back and forth nudging algorithm. *Tellus A*, 64, 2012.
- [22] M. Bossy, J. Espina, C. Paris, and A. Rousseau. Modeling the wind circulation around mills with a lagrangian stochastic approach. *arXiv preprint arXiv :1404.4282*, 2014.
- [23] M. Bossy, J.-F. Jabir, and D. Talay. On conditional mckean lagrangian stochastic models. *Probability theory and related fields*, 151(1-2) :319–351, 2011.
- [24] J. Brackbill and H. Ruppel. Flip : A method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations of fluid flows in two dimensions. *Journal of Computational Physics*, 65(2) :314–343, 1986.

- [25] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, and H. M. Ruppel. Flip : A low-dissipation, particle-in-cell method for fluid flow. *Computer Physics Communications*, 48(1) :25–38, 1988.
- [26] F. A. Castro, J. Palma, and A. S. Lopes. Simulation of the askervein flow. part 1 : Reynolds averaged navier–stokes equations (k– ϵ turbulence model). *Boundary-Layer Meteorology*, 107(3) :501–530, 2003.
- [27] C. Chauvin, F. Bernardin, M. Bossy, and A. Rousseau. Wind simulation refinement : some new challenges for particle methods. In *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2008*, pages 765–770. Springer, 2010.
- [28] Y. Cheng, F. Lien, E. Yee, and R. Sinclair. A comparison of large eddy simulations with a standard k– ϵ reynolds-averaged navier–stokes model for the prediction of a fully developed turbulent flow over a matrix of cubes. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91(11) :1301–1328, 2003.
- [29] P. Colella and P. R. Woodward. The piecewise parabolic method (ppm) for gas-dynamical simulations. *Journal of computational physics*, 54(1) :174–201, 1984.
- [30] Y. Courcoux, J.-L. Baray, P. Keckhut, S. Delarue, J. Porteneuve, C. Hoareau, et al. Lidar raman pour la mesure de la vapeur d’eau dans la haute troposphère et la basse stratosphère destiné à la station du maïdo (ile de la réunion). In *Atelier Expérimentation et Instrumentation*, 2012.
- [31] J. L. Crassidis, F. L. Markley, and Y. Cheng. Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(1) :12–28, 2007.
- [32] A. Dabas. Semiempirical model for the reliability of a matched filter frequency estimator for doppler lidar. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 16(1) :19–28, 1999.
- [33] C. Darbieu, F. Lohou, F. Couvreur, M. Lothon, P. Durand, F. Guichard, and N. Patton. 7b. 1 large eddy simulations of convective boundary layer during late afternoon transition. 2012.
- [34] C. Darbieu, F. Lohou, M. Lothon, J. Vilà-Guerau de Arellano, F. Couvreur, P. Durand, D. Pino, E. G Patton, E. Nilsson, E. Blay-Carreras, et al. Turbulence vertical structure of the boundary layer during the afternoon transition. *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions*, 14(23) :32491–32533, 2014.
- [35] S. Das and P. Durbin. A lagrangian stochastic model for dispersion in stratified turbulence. *Physics of fluids*, 17 :025109, 2005.
- [36] J. C. del Alamo and J. Jimenez. Direct numerical simulation of the very large anisotropic scales in a turbulent channel. *arXiv preprint arXiv :1309.2322*, 2013.

- [37] P. Del Moral. Nonlinear filtering using random particles. *Theory of Probability & Its Applications*, 40(4) :690–701, 1996.
- [38] P. Del Moral. *Feynman-Kac formulae. Genealogical and interacting particle approximations*. Springer New York, 2004.
- [39] P. Del Moral. *Mean field simulation for Monte Carlo integration*. CRC Press, 2013.
- [40] P. Del Moral, L. Kallel, and J. Rowe. Modeling genetic algorithms with interacting particle systems revista de matematica. *Teoria y aplicaciones*, 8(2), 2001.
- [41] F.-X. L. DIMET and O. Talagrand. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : theoretical aspects. *Tellus A*, 38(2) :97–110, 1986.
- [42] M. Dörenkämper, M. Optis, A. Monahan, and G. Steinfeld. On the offshore advection of boundary-layer structures and the influence on offshore wind conditions. *Boundary-Layer Meteorology*, pages 1–24, 2015.
- [43] P. Drobinski, R. Steinacker, H. Richner, K. Baumann-Stanzer, G. Beffrey, B. Benech, H. Berger, B. Chimani, A. Dabas, M. Dorninger, et al. Föhn in the rhine valley during map : A review of its multiscale dynamics in complex valley geometry. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 133(625) :897–916, 2007.
- [44] D. R. Durran. Improving the anelastic approximation. *Journal of the atmospheric sciences*, 46(11) :1453–1461, 1989.
- [45] M. W. Evans, F. H. Harlow, and E. Bromberg. The particle-in-cell method for hydrodynamic calculations. Technical report, DTIC Document, 1957.
- [46] G. Evensen. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using monte carlo methods to forecast error statistics. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 99(C5), 1994.
- [47] G. Evensen. The ensemble kalman filter : Theoretical formulation and practical implementation. *Ocean dynamics*, 53(4) :343–367, 2003.
- [48] G. Evensen. Sampling strategies and square root analysis schemes for the enkf. *Ocean Dynamics*, 54(6) :539–560, 2004.
- [49] U. Frisch. *Turbulence : the legacy of AN Kolmogorov*. Cambridge university press, 1995.
- [50] X. Fu, Y. Jia, J. Du, and F. Yu. New interacting multiple model algorithms for the tracking of the manoeuvring target. *IET control theory & applications*, 4(10) :2184–2194, 2010.
- [51] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. Smith. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. In *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, volume 140, pages 107–113. IET, 1993.

- [52] C. J. Grund. High resolution doppler lidar measurements of wind and turbulence. In *Advances in Atmospheric Remote Sensing with Lidar*, pages 235–238. Springer, 1997.
- [53] C. J. Grund, R. M. Banta, J. L. George, J. N. Howell, M. J. Post, R. A. Richter, and A. M. Weickmann. High-resolution doppler lidar for boundary layer and cloud research. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18(3) :376–393, 2001.
- [54] S. Hagelina, L. Augera, O. Dupontb, P. Brousseaua, and P. Brovellib. Arome airport : Nowcasting with a high-resolution configuration of the operational french meso-scale arome model.
- [55] P. Hamilton. Lidar measurement of backscatter and attenuation of atmospheric aerosol. *Atmospheric Environment (1967)*, 3(2) :221–223, 1969.
- [56] G. Hannebique, P. Sierra, E. Riber, and B. Cuenot. Large eddy simulation of reactive two-phase flow in an aeronautical multipoint burner. *Flow, turbulence and combustion*, 90(2) :449–469, 2013.
- [57] F. H. Harlow. The particle-in-cell method for numerical solution of problems in fluid dynamics. Technical report, Los Alamos Scientific Lab., N. Mex., 1962.
- [58] S. Haykin. *Kalman filtering and neural networks*. Wiley Online Library, 2001.
- [59] M. Hervo, B. Quennehen, N. Kristiansen, J. Boulon, A. Stohl, P. Fréville, J.-M. Pichon, D. Picard, P. Labazuy, M. Gouhier, et al. Physical and optical properties of 2010 eyjafjallajökull volcanic eruption aerosol : ground-based, lidar and airborne measurements in france. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 12(4) :1721–1736, 2012.
- [60] T. Heus, C. Van Heerwaarden, H. Jonker, A. Pier Siebesma, S. Axelsen, K. Dries, O. Geoffroy, A. Moene, D. Pino, S. De Roode, et al. Formulation of the dutch atmospheric large-eddy simulation (dales) and overview of its applications. *Geoscientific Model Development*, 3(2) :415–444, 2010.
- [61] A. Hirsikko, E. J. O’Connor, C. R. Wood, and V. Vakkari. Characterising the effect of a variety of surface roughness on boundary layer wind and dynamics within the scanning doppler lidar network in finland. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, volume 15, page 8378, 2013.
- [62] K. Hon and P. Chan. Application of lidar-derived eddy dissipation rate profiles in low-level wind shear and turbulence alerts at hong kong international airport. *Meteorological Applications*, 21(1) :74–85, 2014.
- [63] R. Honnert, V. Masson, and F. Couvreux. A diagnostic for evaluating the representation of turbulence in atmospheric models at the kilometeric scale. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 68(12) :3112–3131, 2011.
- [64] C. Ichard and C. Vergé. Introduction to labeled island particle models and their asymptotic properties. *arXiv preprint arXiv :1503.07316*, 2015.

- [65] IEC :61400-1. Wind turbines - part 1 : Design requirements. *International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland*, 2005a.
- [66] IEC :61400-3. Offshore wind turbines - part 1 : Design requirements. *International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland*, 2005b.
- [67] G. V. Iungo and F. Porté-Agel. Multiple-lidar measurements of wind turbine wakes : effect of the atmospheric stability. In *European Geosciences Union*, number EPFL-POSTER-197703, 2013.
- [68] M. A. Jimenez, W. M. Angevine, E. Bazile, F. Couvreux, J. Cuxart, D. Pino, and M. Sastre. An intercomparison of mesoscale simulations during the boundary layer late afternoon and sunset turbulence (blast) experimental field campaign. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, volume 16, page 1629, 2014.
- [69] W. Jones and B. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International journal of heat and mass transfer*, 15(2) :301–314, 1972.
- [70] S. J. Julier and J. K. Uhlmann. A new extension of the kalman filter to non-linear systems. In *Int. symp. aerospace/defense sensing, simul. and controls*, volume 3, pages 3–2. Orlando, FL, 1997.
- [71] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Fluids Engineering*, 82(1) :35–45, 1960.
- [72] A. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds' numbers. In *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, volume 30, pages 301–305, 1941.
- [73] J. P. Lafore, J. Stein, N. Asencio, P. Bougeault, V. Ducrocq, J. Duron, C. Fischer, P. Hérelil, P. Mascart, V. Masson, et al. The meso-nh atmospheric simulation system. part i : adiabatic formulation and control simulations. In *Annales Geophysicae*, volume 16, pages 90–109. Springer, 1997.
- [74] S. Lan, D. Bröder, M. Sommerfeld, and M. Göz. Modelling hydrodynamics and turbulence in a bubble column using the euler–lagrange procedure. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(8) :1381–1407, 2002.
- [75] G. Lapenta. Particle in cell methods.
- [76] V. E. Larson, J.-C. Golaz, and W. R. Cotton. Small-scale and mesoscale variability in cloudy boundary layers : Joint probability density functions. *Journal of the atmospheric sciences*, 59(24) :3519–3539, 2002.
- [77] V. E. Larson, D. P. Schanen, M. Wang, M. Ovchinnikov, and S. Ghan. Pdf parameterization of boundary layer clouds in models with horizontal grid spacings from 2 to 16 km. *Monthly Weather Review*, 140(1) :285–306, 2012.

- [78] B. Launder and B. Sharma. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*, 1(2) :131–137, 1974.
- [79] D. Laurent, B. Eric, and B. Bernard. A general adaptive multi-resolution approach to ocean modelling : Experiments in a primitive equation model of the north atlantic. In *Adaptive Mesh Refinement-Theory and Applications*, pages 303–313. Springer, 2005.
- [80] F. Le Gland, V. Monbet, V.-D. Tran, et al. Large sample asymptotics for the ensemble kalman filter. 2009.
- [81] M. Lei and C. Baehr. Unscented/ensemble transform-based variational filter. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 246(1) :1–14, 2013.
- [82] D. Lenschow, J. Mann, and L. Kristensen. How long is long enough when measuring fluxes and other turbulence statistics? *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 11(3) :661–673, 1994.
- [83] D. H. Lenschow, V. Wulfmeyer, and C. Senff. Measuring second-through fourth-order moments in noisy data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 17(10) :1330–1347, 2000.
- [84] S. Li and W. K. Liu. *Meshfree particle methods*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [85] M. Lothon, D. H. Lenschow, and S. D. Mayor. Coherence and scale of vertical velocity in the convective boundary layer from a doppler lidar. *Boundary-layer meteorology*, 121(3) :521–536, 2006.
- [86] M. Lothon, F. Lohou, P. Durand, F. Couvreux, O. Hartogensis, D. Legain, E. Pardyjak, D. Pino González, J. Reuder, J. Vilà-Guerau de Arellano, et al. The boundary layer late afternoon and sunset turbulence 2011 field experiment (blt). 2012.
- [87] M. Lothon, F. Lohou, D. Pino, F. Couvreux, E. Pardyjak, J. Reuder, J. Vilà-Guerau de Arellano, P. Durand, O. Hartogensis, D. Legain, et al. The blast field experiment : Boundary-layer late afternoon and sunset turbulence. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 14(20) :10931–10960, 2014.
- [88] J. L. Lumley. *Stochastic tools in turbulence*. Courier Dover Publications, 2007.
- [89] L. A. Machado and J.-P. Chaboureau. Effect of turbulence parameterization on assessment of cloud organization. 2014.
- [90] J. Mann, J.-P. Cariou, M. S. Courtney, R. Parmentier, T. Mikkelsen, R. Wagner, P. Lindelöw, M. Sjöholm, and K. Enevoldsen. Comparison of 3d turbulence measurements using three staring wind lidars and a sonic anemometer. In *IOP Conference Series : Earth and Environmental Science*, volume 1, page 012012. IOP Publishing, 2008.

- [91] E. Mémin. Fluid flow dynamics under location uncertainty. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 108(2) :119–146, 2014.
- [92] T. Michioka and A. Sato. Effect of incoming turbulent structure on pollutant removal from two-dimensional street canyon. *Boundary-layer meteorology*, 145(3) :469–484, 2012.
- [93] C. Moeng, J. Dudhia, J. Klemp, and P. Sullivan. Examining two-way grid nesting for large eddy simulation of the pbl using the wrf model. *Monthly weather review*, 135(6) :2295–2311, 2007.
- [94] C.-H. Moeng. A large-eddy-simulation model for the study of planetary boundary-layer turbulence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 41(13) :2052–2062, 1984.
- [95] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $re = 590$. *Phys. Fluids*, 11(4) :943–945, 1999.
- [96] E. Nilsson, M. Lothon, F. Lohou, and L. Mahrt. Wind direction variability in afternoon and sunset turbulence. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, volume 16, page 1779, 2014.
- [97] T. O’Brien, P. Chuang, L. Sloan, I. Faloon, and D. Rossiter. Coupling a new turbulence parametrization to regcm adds realistic stratocumulus clouds. *Geoscientific Model Development*, 5(4) :989–1008, 2012.
- [98] E. J. O’Connor, A. J. Illingworth, I. M. Brooks, C. D. Westbrook, R. J. Hogan, F. Davies, and B. J. Brooks. A method for estimating the turbulent kinetic energy dissipation rate from a vertically pointing doppler lidar, and independent evaluation from balloon-borne in situ measurements. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 27(10) :1652–1664, 2010.
- [99] A. Paci and al. The passy-2015 field experiment : an overview of the campaign and preliminary results. In *International Conference on Alpine Meteorology (ICAM)*, 2015.
- [100] E. Pardyjak, D. Alexander, M. Lothon, F. Lohou, S. Derrien, J. Reuder, C. Darbieu-Biasini, D. Legain, O. Traullé, O. de Coster, et al. First results from the surface heterogeneity focus area of the boundary layer late afternoon and sunset turbulence (blast) experiment. In *AGU Fall Meeting Abstracts*, volume 1, page 0034, 2011.
- [101] Y. L. Pichugina, R. M. Banta, W. A. Brewer, S. P. Sandberg, and R. M. Hardesty. Doppler lidar-based wind-profile measurement system for offshore wind-energy and other marine boundary layer applications. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 51(2) :327–349, 2012.
- [102] Y. L. Pichugina, S. C. Tucker, R. M. Banta, W. A. Brewer, N. D. Kelley, B. J. Jonkman, and R. K. Newsom. Horizontal-velocity and variance measurements in the stable boundary layer using doppler lidar : Sensitivity to averaging

- procedures. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 25(8) :1307–1327, 2008.
- [103] S. Pope. Lagrangian pdf methods for turbulent flows. *Annual review of fluid mechanics*, 26(1) :23–63, 1994.
- [104] S. B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.
- [105] F. Porté-Agel, Y.-T. Wu, H. Lu, and R. J. Conzemius. Large-eddy simulation of atmospheric boundary layer flow through wind turbines and wind farms. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 99(4) :154–168, 2011.
- [106] J.-L. Redelsperger, F. Mahé, and P. Carlotti. A simple and general subgrid model suitable both for surface layer and free-stream turbulence. *Boundary-layer meteorology*, 101(3) :375–408, 2001.
- [107] D. Ricard, C. Lac, S. Riette, R. Legrand, and A. Mary. Kinetic energy spectra characteristics of two convection-permitting limited-area models arome and meso-nh. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 139(674) :1327–1341, 2013.
- [108] U. Rizza, M. Miglietta, G. Degrazia, O. Acevedo, and E. Marques Filho. Sunset decay of the convective turbulence with large-eddy simulation under realistic conditions. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 392(19) :4481–4490, 2013.
- [109] M. W. Rotach, P. Calanca, G. Graziani, J. Gurtz, D. G. Steyn, R. Vogt, M. Andretta, A. Christen, S. Cieslik, R. Connolly, et al. Turbulence structure and exchange processes in an alpine valley : The riviera project. 2004.
- [110] A. Rousseau, F. Bernardin, M. Bossy, T. Salameh, and P. Drobinski. Stochastic particle method applied to local wind simulation. In *ICCEP'07-International Conference for Clean Electrical Power*, pages 526–528, 2007.
- [111] G. Ruggiero, Y. Ourmières, E. Cosme, J. Blum, D. Auroux, and J. Verron. Data assimilation experiments using the diffusive back and forth nudging for the nemo ocean model. *Nonlinear Processes in Geophysics Discussions*, 1(2) :1073–1131, 2014.
- [112] P. Sagaut. *Large Eddy Simulations for Incompressible Flows*, volume 3. Springer Berlin, 2000.
- [113] F. Salomonsson. Pic/flip fluid simulation using block-optimized grid data structure. 2011.
- [114] A. Sathe and J. Mann. A review of turbulence measurements using ground-based wind lidars. *Atmospheric Measurement Techniques Discussions*, 6(4) :6815–6871, 2013.

- [115] A. R. Sathe. *Influence of wind conditions on wind turbine loads and measurement of turbulence using lidars*. TU Delft, Delft University of Technology, 2012.
- [116] D. Schlipf, D. Trabucchi, O. Bischoff, M. Hofsäß, J. Mann, T. Mikkelsen, A. Rettenmeier, J. J. Trujillo, and M. Kühn. Testing of frozen turbulence hypothesis for wind turbine applications with a scanning lidar system. 2011.
- [117] J.-M. Senoner. Simulations aux grandes échelles de l'écoulement diphasique dans un brûleur aéronautique par une approche euler-lagrange. 2010.
- [118] C. E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1) :10–21, 1949.
- [119] E. Simon, L. Debreu, and E. Blayo. 4d variational data assimilation for locally nested models : complementary theoretical aspects and application to a 2d shallow water model. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 66(2) :135–161, 2011.
- [120] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment*. *Monthly weather review*, 91(3) :99–164, 1963.
- [121] G. Sommeria and J. Deardorff. Subgrid-scale condensation in models of non-precipitating clouds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 34(2) :344–355, 1977.
- [122] I. Suomi, S.-E. Gryning, R. Floors, T. Vihma, and C. Fortelius. On the vertical structure of wind gusts. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2014.
- [123] F. Suzat, C. Baehr, and A. Dabas. A fast atmospheric turbulent parameters estimation using particle filtering. application to lidar observations. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 318, page 072019. IOP Publishing, 2011.
- [124] W. Tang, P. W. Chan, and G. Haller. Lagrangian coherent structure analysis of terminal winds detected by lidar. part i : Turbulence structures. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 50(2) :325–338, 2011.
- [125] K. Träumner, C. Kottmeier, U. Corsmeier, and A. Wieser. Convective boundary-layer entrainment : Short review and progress using doppler lidar. *Boundary-layer meteorology*, 141(3) :369–391, 2011.
- [126] B. Tremeac, P. Bousquet, C. de Munck, G. Pigeon, V. Masson, C. Marchadier, M. Merchat, P. Poeuf, and F. Meunier. Influence of air conditioning management on heat island in paris air street temperatures. *Applied Energy*, 95 :102–110, 2012.
- [127] T. Tsukahara. Dns of turbulent channel flow at very low reynolds numbers. *arXiv preprint arXiv :1406.0248*, 2014.

- [128] J. Verron and W. Holland. Impacts de données d'altimétrie satellitaire sur les simulations numériques des circulations générales océaniques aux latitudes moyennes. In *Annales geophysicae. Atmospheres, hydrospheres and space sciences*, volume 7, pages 31–46, 1989.
- [129] V. Vionnet, E. Martin, V. Masson, G. Guyomarc'h, F. Naaim-Bouvet, A. Prokopy, Y. Durand, and C. Lac. Simulation of wind-driven snow redistribution at a high-elevation alpine site using a meso-scale atmospheric model. In *AGU Fall Meeting Abstracts*, volume 1, page 0551, 2012.
- [130] D. K. Walters and D. Cokljat. A three-equation eddy-viscosity model for reynolds-averaged navier–stokes simulations of transitional flow. *Journal of Fluids Engineering*, 130(12) :121401, 2008.
- [131] G. Welch and G. Bishop. An introduction to the kalman filter, 1995.
- [132] A. Westerhellweg, B. Cañadillas, A. Beeken, and T. Neumann. One year of lidar measurements at fino1-platform : Comparison and verification to met-mast data. In *Proceedings of 10th German Wind Energy Conference DEWEK*, 2010.
- [133] E. Williams and J. H. Simpson. Uncertainties in estimates of reynolds stress and tke production rate using the adcp variance method. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 21(2) :347–357, 2004.
- [134] Y.-T. Wu and F. Porté-Agel. Atmospheric turbulence effects on wind-turbine wakes : An les study. *energies*, 5(12) :5340–5362, 2012.

Acronymes et abréviations

π -BFN BFN avec apprentissage de paramètre. 152–156, 158, 159, 161, 164, 165, 167, 196, 199

BFN Back and Forth Nudging. 150–153, 158, 164–168, 171, 173, 175, 179, 181, 183, 185, 186, 190, 192, 193, 195, 196, 199, 202

CNR Carrier-to-Noise Ratio. 71

DNS Direct numerical simulation. 99, 100

DSP Densité Spectrale de Puissance. 52, 62, 77, 78, 82, 126, 129, 133

EDR Eddy Dissipation Rate. 41, 42, 82, 83, 86, 109, 112, 118

FLIP Fluid-Implicit Particle. 101, 102

IT Intensité Turbulente. 74, 86, 87, 89, 92

LES Large Eddy Simulation. 100

pdf fonction de densité de probabilité. 34, 35, 41, 46, 93, 104, 105, 110

PIC Particle-in-cell. 101, 102

RANS Reynolds averaged Navier-Stokes. 99, 100

RMSE Root Mean Square Error. 168, 171, 173, 196

SLM Stochastic Lagrangian Model. 41, 42, 44, 92, 111, 112, 115, 117, 123, 138, 139, 201

TKE Turbulent Kinetic Energy. 37, 42, 44, 45, 69, 82, 83, 85, 86, 89, 91, 92, 107–110, 112–114, 118, 119, 136, 137, 144, 146

Reconstruction de l'atmosphère turbulente à partir d'un lidar Doppler 3D et étude du couplage avec Meso-NH

Lucie Rottner

Résumé : Ces travaux s'articulent autour de la détection et de la prévision des phénomènes turbulents dans la couche limite atmosphérique. Nous proposons tout d'abord une méthode stochastique innovante de reconstruction locale de l'atmosphère. Nous utilisons des systèmes de particules pour modéliser l'écoulement atmosphérique et sa variabilité interne. L'apprentissage des paramètres turbulents et la mise à jour des particules se font à l'aide d'observations mesurées par un lidar Doppler 3D. Nous présentons ensuite une nouvelle méthode de descente d'échelle stochastique pour la prévision de la turbulence sous-maille. A partir du modèle en points de grille Meso-NH, nous forçons un système de particules qui évolue à l'intérieur des mailles. Notre méthode de descente d'échelle permet de modéliser des champs sous-maille cohérents avec le modèle en points de grille.

Dans un troisième et dernier temps nous introduisons les problèmes de remontée d'échelle. La reconstruction de l'atmosphère modélise la turbulence dans un volume restreint qui couvre au plus quelques mailles des modèles météorologiques en points de grille. L'objectif de la remontée d'échelle est de construire une méthode d'assimilation de l'atmosphère reconstruite. En utilisant l'algorithme de nudging direct et rétrograde, nous explorons les problèmes liés à la taille du domaine observé. Nous proposons finalement un algorithme de nudging avec apprentissage de paramètre, illustré sur un cas simple.

Mots clés : Méthodes stochastiques, Estimation de la turbulence, Lidar Doppler, Modèle Meso-NH, Nudging

Abstract : Our work aims at improving the turbulent phenomena detection and forecast in the atmospheric boundary layer. First, we suggest a new stochastic method to reconstruct locally the turbulent atmosphere. Particle systems are used to model the atmospheric flow and its internal variability. To update particles and learn the turbulent parameters, 3D Doppler lidar measurements are used. Then, a new stochastic downscaling technique for sub-grid turbulence forecast is presented. Using simulations performed with the grid point model Meso-NH, a sub-grid particle system is forced. Here, the particles evolve freely in the simulated domain. Our downscaling method allows to model sub-grid fields coherent with the grid point model. Next, we introduce the upscaling issue. The atmosphere reconstruction covers at best few cells of meteorological grid point models. The issue is to assimilate the reconstructed atmosphere in such models. Using the back and forth nudging algorithm, we explore the problems induced by the size of the observed domain. Finally we suggest a new way to use the back and forth nudging algorithm for parameter identification.

Key words : Stochastic method, Turbulence estimation, Doppler lidar, Meso-NH model, Nudging

Météo-France / CNRS
CNRM /GAME UMR 3589
42 Avenue Gaspard Coriolis 31507 Toulouse Cedex 1