



HAL
open science

Simulation numérique de l'évolution d'une traînée de condensation et de son interaction avec la turbulence atmosphérique.

Ronan P Paugam

► **To cite this version:**

Ronan P Paugam. Simulation numérique de l'évolution d'une traînée de condensation et de son interaction avec la turbulence atmosphérique.. Météorologie. Ecole Centrale Paris, 2008. Français. NNT: . tel-01666360

HAL Id: tel-01666360

<https://theses.hal.science/tel-01666360v1>

Submitted on 18 Dec 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**ÉCOLE CENTRALE DES ARTS
ET MANUFACTURES
« ÉCOLE CENTRALE PARIS »**

THÈSE
présentée par

Ronan G. M. Paugam

pour l'obtention du

GRADE DE DOCTEUR

Spécialité : Mécanique des Fluides, dynamique atmosphérique

Laboratoire d'accueil : CERFACS, Toulouse – MAS, École Centrale Paris

**SUJET : Simulation numérique de l'évolution d'une traînée de condensation
et de son interaction avec la turbulence atmosphérique.**

soutenue le : 16 Mai 2008

devant un jury composé de :

M.	F. Garnier	Rapporteur	ONERA (Paris)
M.	P. Mascart	Rapporteur	Physicien à l'OMP (Toulouse)
M.	S. Candel	Examineur	Professeur à l'École Centrale (Paris)
M.	F. Magoulès	Examineur	Professeur à l'École Centrale (Paris)
M.	O. Thual	Examineur	Professeur à l'INPT (Toulouse)
M.	D. Cariolle	Directeur	CERFACS (Toulouse)

2005 - 2008

Numéro d'ordre : 2008 - 23

Remerciements

Cette thèse a été effectuée au sein de l'équipe "Aviation and Environment" du CERFACS dans le cadre d'un financement de la fondation d'entreprise EADS et sous le parrainage de Jean-Paul Domergue.

Je souhaite remercier M. Daniel Cariolle, mon directeur de thèse, qui m'a accueilli dans son équipe, et qui m'a permis de travailler librement. Je remercie aussi la fondation EADS qui a accepté de financer mes travaux pendant ces trois dernières années. Merci également à M. Roberto Paoli pour avoir participé activement au bon avancement de cette thèse.

Je tiens à remercier M. François Garnier, ingénieur-chercheur à l'ONERA, et M. Patrick Mascart, Physicien à l'Observatoire Midi-Pyrénées, qui ont bien voulu être les rapporteurs de ce travail. Merci également à Mme Corine Marizy, chercheur à AIRBUS, M. Sébastien Candel et M. Frédéric Magoulès, Professeurs à l'Ecole Centrale Paris, ainsi que M. Olivier Thual, Professeur à l'INPT, pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je remercie aussi les personnes qui ont suivi mes travaux pendant ces trois dernières années. Merci à Bénédicte Cuenot pour son aide dans le cadrage de mon sujet de thèse. Merci à toutes les personnes du CNRM qui ont répondu à mes nombreux problèmes. Merci à Christine Lac, Valérie Masson, Odile Thouron, Julien Pergaud.

Merci également à l'équipe informatique du CERFACS qui a toujours eu du panache. Merci à Isabelle d'Ast, Gérard Dejean, Fabrice Fleury, Patrick Laporte. Merci aussi à Juan Escobar du LA pour le support MesoNH.

Merci à ceux qui sont passés dans mon bureau. Merci à Hervé Leberre. Merci à Camille Vizcaino. Merci aussi à ceux qui étaient dans le bureau d'à côté et qui ont toujours répondu

à mes questions, même dominicales. Donc, merci à Roberto Paoli, et à Fred Chausson. Merci à Fred, aussi, pour avoir mis de la procrastination dans ce monde de brutes.

Merci à Joaquin Munoz pour ses investissements en bourse. Merci à Guillaume Blanchon qui, en trois ans, n'a finalement pas réussi à remplir ma boîte mail. Merci à Bernard Lenoir pour avoir sauvé un bon nombre de soirées mal embarquées.

Enfin, merci à mes parents et à toute la famille pour leur soutien.

*Since I don't believe in your God, or any God, for that matter
[...] I think that your particular inspiration is as ephemeral as the contrails I saw on my
drive from Beirut. One moment they were there, sharp and precise, [...], the next they
were thickening and drifting and eventually dissipating in the high winds.*

R. Littell, *Legends*, Penguin Books.

Abstract

Due to the rapid growth of commercial air traffic started in the 90's, the environmental impact of aircraft emissions has become now a topic of academic research and practical interest in the community of atmospheric chemistry modelers. The incorporation of these emissions into climate models is a difficult task because of the complex physical and chemical transformations occurring in the plume of the aircraft, and the large range of scales involved.

The objective of this thesis is two-fold : the first one is to contribute to the elaboration of a new parameterization that models the effect of non-linear aircraft plume NO_x chemistry on atmospheric ozone. The second objective is to evaluate the distribution of ice particles within the contrails in order to quantify their radiative impact.

To this end, we developed a numerical model of the dynamical and microphysical processes of a generic contrail, from its early phase of formation up to its interaction with the atmosphere. It is based on the MesoNH model coupled with a specific microphysical module. Afterwards, we analyzed in detail the vortex regime up to 340 s after emission time, and performed the first simulation to date of the following diffusion regime where the plume interacts with atmospheric turbulence. In the first vortex regime, the model reproduces the main features of the wake dynamics (such as formation of vorticity ring, linear growth of the short and long wavelength instabilities, formation of a secondary wake induced by the baroclinic torque) and an evolution of the ice particle distribution in good agreement with the measurements obtained for young contrail. In the diffusion regime, we force the model simulation with a synthetic sustained turbulent flow that mimics the real atmospheric turbulence at the tropopause level. The contrail simulation was run up to 30 min, and the results are in good agreement with the available experimental data, which validates, a posteriori, the simulation strategy adopted through this work. Finally, it is concluded that our model is suitable to evaluate in the future the impacts of aircraft emission on the atmospheric chemistry and radiative balance.

Résumé

Depuis les années 90, au vu de l'augmentation continue du transport commercial aérien, le problème de son impact sur le climat est devenu un sujet de recherche important. Les émissions d'un avion ne peuvent pas être prises en compte simplement dans un modèle de grande échelle, car elles subissent des transformations physicochimiques suite aux fortes interactions avec la dynamique du sillage induit par l'avion. L'utilisation de paramétrisations est donc nécessaire, et leur développement représente un réel challenge quant à la multitude des échelles mises en jeu.

L'objectif de ce travail est double. Il s'agit, d'une part, de participer au développement d'une nouvelle paramétrisation qui prend en compte l'effet de réservoir induit par le sillage sur la chimie des NO_x et les non-linéarités de la chimie de l'ozone. D'autre part, il s'agit également d'évaluer les paramètres de granulométrie des particules de glace dans le sillage en vue d'en calculer l'impact radiatif.

A cette fin, nous avons mis au point un modèle numérique capable de résoudre l'évolution de la traînée de condensation (*i.e.* contrail) formée derrière un avion depuis sa phase de formation jusqu'au régime d'interaction avec l'atmosphère en s'intéressant au couplage dynamique-microphysique. Ce modèle combine le modèle MesoNH avec un schéma microphysique spécifique à notre problème. Nous avons ainsi mené une étude détaillée de la phase de vortex de l'évolution d'un contrail, et réalisé une première simulation de la phase d'interaction avec l'atmosphère (régime de diffusion), où le forçage par la turbulence atmosphérique prédomine. Sur le régime de vortex ($t \leq 340$ s), nous avons résolu les principales caractéristiques dynamiques du sillage (*i.e.* formation des anneaux de vorticité, développement linéaire des instabilités de courte et grande longueur d'onde, formation d'un second sillage par le torque barocline) et trouvé un comportement des particules de glace proche du celui donné par les mesures effectuées sur de jeunes contrails. Ensuite, pour la phase de diffusion, la modélisation d'une atmosphère turbulente soutenue nous a permis de simuler un contrail âgé de 30 min dont les caractéristiques sont en bon accord avec les mesures expérimentales disponibles. Les résultats obtenus, notamment dans la phase de diffusion, sont originaux et confortent la méthodologie mise en oeuvre.

En conclusion, le modèle que nous avons mis au point montre donc un comportement très satisfaisant, et ouvre des perspectives très intéressantes pour évaluer l'impact des émissions d'un avion sur la chimie atmosphérique et le bilan radiatif.

Table des matières

Nomenclature	5
Introduction	9
1 Review & Objectives	15
1.1 Description of the time evolution of an aircraft wake	15
1.1.1 The jet regime	15
1.1.2 The Vortex regime	17
1.1.3 The dissipation regime	19
1.1.4 The diffusion regime : atmospheric interaction	21
1.1.5 Conclusion on the contrail evolution	24
1.2 Objectives of the present study	27
2 Le code MesoNH	33
2.1 Présentation générale de MesoNH	33
2.2 Le modèle dynamique	34
2.2.1 L'équation de Navier-Stokes et l'approximation anélastique	34

2.2.2	Paramétrisation de la turbulence	39
2.2.3	Synthèse	42
2.3	Le schéma microphysique	43
2.4	L'implémentation numérique	48
2.5	Les modifications majeures du modèle MesoNH	49
3	Simulation 2-D de la Phase de Vortex - Validation de MesoNH	53
3.1	Configuration de MesoNH, et paramètres critiques de la condition initiale .	53
3.2	Définition d'un panel de simulations tests	57
3.2.1	Simulation de référence	57
3.2.2	Simulations tests	63
3.3	Description des processus dynamique et microphysique de la phase de vortex	63
3.3.1	Descente des vortex et ses conséquences sur la dynamique	65
3.3.2	Descente des vortex et ses conséquences sur la microphysique	73
3.3.3	Synthèse	85
4	Simulation 3-D des régimes de vortex et de dissipation : Couplage dynamique-microphysique	87
4.1	Etude de la phase de Vortex	88
4.1.1	Configuration de MesoNH et conditions initiales	88
4.1.2	Impact des processus 3-D sur la dynamique	93
4.1.3	Impact des processus 3-D sur la microphysique	122
4.1.4	Etude de sensibilité de la résolution axiale	138
4.1.5	Synthèse de la phase de Vortex	139

4.2	Etude de la phase de dissipation	140
4.2.1	Configuration et conditions initiales	141
4.2.2	Résultats	142
4.3	Synthèse	154
5	Simulation du régime de diffusion : Couplage avec la dynamique atmo- sphérique	157
5.1	La turbulence atmosphérique en atmosphère libre	157
5.2	Modélisation de la turbulence atmosphérique	162
5.3	Première simulation du régime de diffusion	165
5.3.1	Configuration et condition initiale.	165
5.3.2	Validation de la dynamique	167
5.3.3	Comportement microphysique d'un contrail dans le champ lointain	173
5.4	Synthèse	187
	Conclusion	189
	Table des figures	193
	Bibliographie	205

Nomenclature

$\bar{\phi}, \phi'$	partie résolue et résiduelle de la variable ϕ dans le modèle LES
$\delta\phi$	perturbation du champ ϕ
Γ_0	circulation initiale des vortex [$m^2 s$]
λ_2	critère λ_2 (Jeong and Hussain, 1995) [-]
λ_{LW}	longueur d'onde de l'instabilité de Crow [m]
λ_{SW}	longueur d'onde de l'instabilité de courte longueur d'onde [m]
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	champ de vortacité [s^{-1}]
∂_ϕ	dérivée par rapport à la variable ϕ ($\equiv \frac{\partial}{\partial\phi}$)
Π	fonction d'Exner, $\Pi = \left(\frac{p}{p_{00}}\right)^\kappa$ avec $\kappa = R_d/C_p$ et p_{00} une pression de référence [-]
ρ	densité de l'air sec [$kg m^{-3}$]
ρ_0	profil de densité de l'air sec [$kg m^{-3}$]
ρ_i	densité de glace [$kg m^{-3}$]
ρ_v	densité de vapeur [$kg m^{-3}$]
σ_p	écart-type de la distribution spatiale des particules de glace [m]
σ_{LW}	taux de croissance de l'instabilité de Crow [s^{-1}]
σ_{SW}	taux de croissance de l'instabilité de courte longueur d'onde [s^{-1}]
τ	épaisseur optique [-]
θ	température potentielle [K]

θ_0	profil de température potentiel [K]
θ_v	température potentielle virtuelle [K]
ϱ_i	rapport de mélange de glace [-]
$\varrho_p = n_p/\rho_0$	“rapport de mélange” du nombre de particules [-]
ϱ_v	rapport de mélange de vapeur [-]
\mathbf{F}	tenseur des forces de friction [$m^2 s^{-1}$]
\mathbf{g}	champ de gravité [$m s^{-2}$]
\mathbf{u}	champ de vitesse 3-D (u, v, w) [$m s^{-1}$]
b	espacement entre les vortex au temps t [m]
b_0	espacement initial entre les vortex [m]
dt	pas de temps [s]
dx, dy, dz	résolution axiale, transverse et verticale [m]
E_k	énergie cinétique [$m^2 s^{-2}$]
E_p	énergie potentielle [K^2]
h	descente du sillage [m]
k	énergie cinétique turbulente [$m^2 s^{-2}$]
L_x, L_y, L_z	dimension axiale, transverse et verticale du domaine de calcul [m]
$M_g^{m vol}$	masse de glace par mètre de vol [$kg m^{-1}$]
N	fréquence de Brunt-Väisälä [s^{-1}]
n_p	densité de particule [m^{-3}]
$N_p^{m vol}$	nombre de particules par mètre de vol [m^{-1}]
p	champ de pression [Pa]
p_0	profil de pression [Pa]
p_a	pression à l'altitude de vol [Pa]

Q	taux de chaleur par unité de masse [$K s^{-1}$]
r_c	rayon du noyau des vortex [m]
R_d	constante des gaz parfaits pour un air sec [$m^2 s^{-2} K^{-1}$]
r_p	rayon d'une particule de glace [m]
R_v	constante des gaz parfaits pour un air humide [$m^2 s^{-2} K^{-1}$]
RH_a	humidité relative par rapport à la glace à l'altitude de vol [-]
s_I	champ de supersaturation [-]
T	température [K]
t	temps de référence qui correspond au temps écoulé depuis le début de la phase de vortex [s]
T_a	température à l'altitude de vol [K]
t_{em}	temps écoulé depuis l'émission, $t_{em} = t + 20 s$ (voir paragraphe 3.2.1) [s]
w'_{LW}	amplitude de la perturbation sinusoïdale modélisant le forçage atmosphérique lors de la phase de vortex [$m s^{-1}$]
x, y, z	direction axiale, transverse et verticale [m]
pdf	probabilité de densité de présence
Kn	nombre de Knudsen [-]
Re	nombre de Reynolds [-]
Ri	nombre de Richardson [-]

Introduction

Motivations

Since the 90's the impact of aircraft on climate has become an important topic of academic research and practical interest because of the rapid growth of commercial air traffic. The special report "Aviation and the Global Atmosphere" of the Intergovernmental Panel on Climate Change (Penner et al., 1999) gives the first global view of the environmental impact of aircraft on the atmosphere. Different aspects are considered, such as the greenhouse gases emissions, the aerosol changes, the impact on ozone chemistry, and formation of cloud. To evaluate their individual impacts on the atmosphere, the reference scale "Radiative Forcing" (RF) is introduced, which is a measure of the imbalance created by a single process on the global radiative balance of the Earth. The last updates on the evaluation of RF are reported by Sausen et al. (2005) and shown in Fig. 1. The NO_x emissions, resulting in the perturbation of atmospheric ozone and the methane cycle, and the cloud formation (contrail and cirrus in Fig. 1) appear to be of the most importance because of their potential impact and associated large uncertainties.

Any casual observer of the sky has already observed white streaks formed behind aircraft that can occasionally spread and transform to high altitude cloud like cirrus. In short, it is mainly due to water and particles emissions from aircraft engines that experience high ambient humidity (see Fig. 2). In 1942, to define this thin linear cloud, the British pilots introduced the term "contrail" for condensation trail. According to Minnis et al. (1997), contrails can be observed in the U.S. sky $\sim 10\%$ of the time on average, when the upper troposphere is not overcast by low clouds. This high occurrence of contrails,

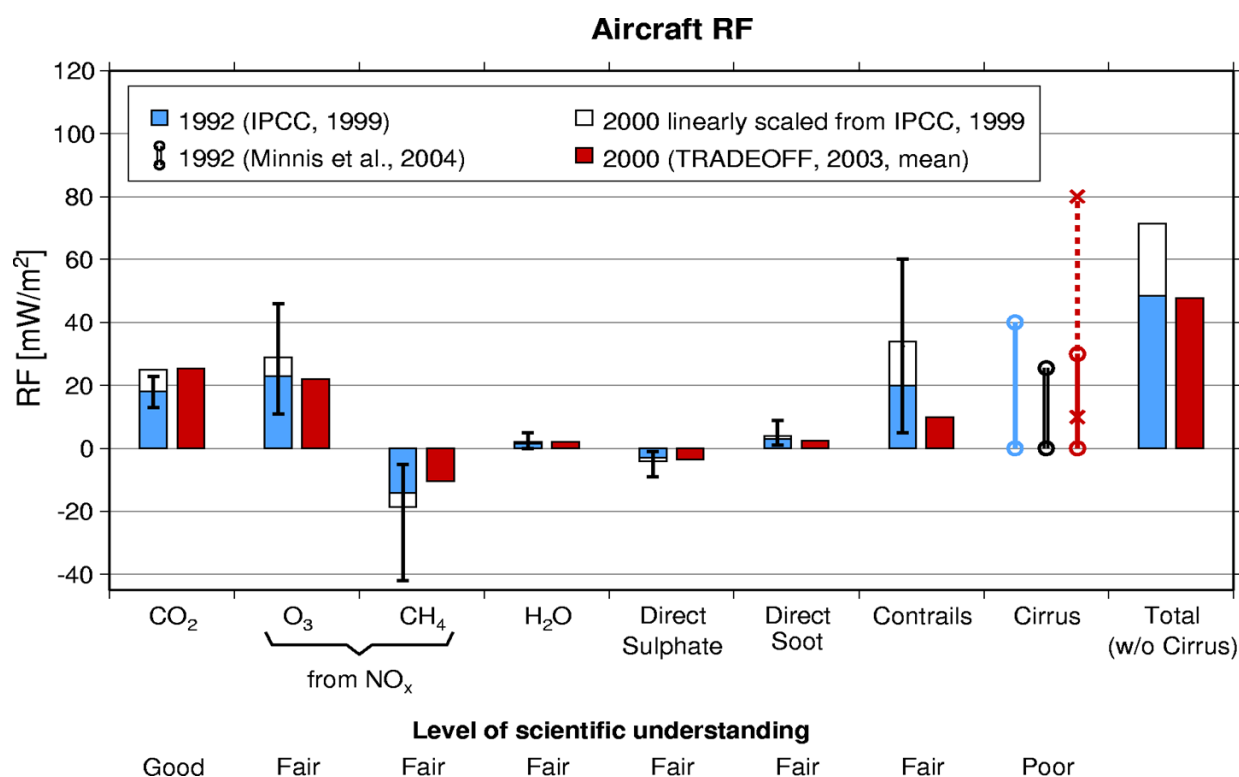
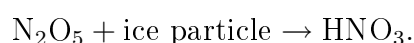


FIG. 1: Radiative forcing of the aircraft traffic for the year 2000 from Sausen et al. (2005).

especially in the vicinity of major international airports where a lot of corridors interconnect, is certainly at the origin of the chemtrail conspiracy theory. It claims that *some trails left behind aircrafts are different in appearance and quality from those of normal contrails, may be composed of harmful chemicals, and that these different contrails are being deliberately produced, and covered up by the government* (from Wikipedia). This nonsense theory eventually points out that for suitable atmospheric conditions, contrails can trigger the formation of cirrus covering very large area in locations where no natural cirrus would have grown (see Fig. 3).

The NO_x chemistry which steps in ozone and methane cycles, interacts also with ice particles by reaction of heterogeneous chemistry :



The chemistry inside the plume is thus depending of the local water content, and given the



FIG. 2: Picture of an aircraft at cruise altitude in ambient high humidity. @airliner.net

current poor level of understanding on the contrail aging process (see Fig. 1), it makes of the topic of the contrail evolution a key stone on the evaluation of the impact of aviation on the atmosphere. Furthermore, when evaluating the radiative effects of contrails as done by Minnis et al. (1997), only fresh contrails identified by their linear shape are considered, and then older contrails that degenerate in cirrus cannot be easily taken into account. Evaluating impact of aging contrail is then difficult and a challenging task because their radiative or chemical effects are certainly not negligible (*e.g.* Minnis et al. (1998) describes the extension of a cluster of contrails which spread over $\sim 35,000 \text{ km}^2$).

Due to the difficulties in direct measurements of the radiative properties and chemical effects of the contrails, numerical simulation is one possible way to obtain quantitative evaluation of the contrails formation on the global climate. However, the modeling of aircraft emissions and their transformation from the local to the global scale are still in an early stage in the atmospheric community (Petry et al., 1998 or Meijer, 2001). Indeed Figure 1 shows that the uncertainty on the radiative impact of aging contrails forming cirrus has increased between 1999 and 2005. Many studies using Global Climate Models

(GCM) (*e.g.* Ponater et al., 1996) have been performed, however current resolution of such models is too coarse to simulate the complex dispersion processes of an aircraft wake. At large scale the contrails effects on radiation and chemistry can only be parameterized. This implies that the complete evolution of an aircraft wake, *i.e.* the formation of contrail, the interaction with the ambient atmosphere, and finally its transformation to cirrus must be modeled with adequate small-scale dynamical models that take into account the relevant physical and chemical processes.

This is the main motivation of my PhD subject, and is developed all along the chapters of the present thesis with a particular emphasis on the interaction of dynamical and microphysical processes (*i.e.* the contrail evolution) from the early stage of the contrail formation up to its interaction with the atmosphere during half an hour or so. To this end, the main objective of my PhD was to develop a numerical tool suitable to model the contrail formation and evolution by its interaction with the atmosphere.



FIG. 3: Picture of spreading contrails.

Outline

The present work is organized as follows. A review of previous works on aircraft wake and contrail formation is presented in chapter 1. Chapter 2 describes the models that I have developed with an emphasis on the equations and the adapted approximations. Validations based on 2-D simulations are discussed in chapter 3. Then, using 3-D simulations, chapter 4 gives a detailed description of the early evolution of the contrail upto 340 *s* after emission time. In chapter 5, a synthetic sustained turbulent flow is modeled to mimic the typical characteristics of turbulence at the tropopause, and considering the spatial ice distribution at 340 *s* as initial conditions, a simulation of a contrail is run up to 30 *min* which constitute, to our knowledge, the first study of the impact of the atmospheric turbulence on contrail evolution. Conclusion are finally given in the last chapter.

Chapitre 1

Review & Objectives

This chapter presents in section 1.1 a comprehensive picture of the contrail evolutions as described in the literature. Section 1.2 gives the framework of my PhD thesis subject and a clear outline of the work performed is presented.

1.1 Description of the time evolution of an aircraft wake

The evolution of an aircraft wake in the atmosphere involves several physical phenomena such as jet, vortex dynamics, and atmospheric turbulence which have different characteristic scales that complicate the modeling and the numerical simulations. Based on the works of Gerz et al. (1998), Lewellen and Lewellen (2001), and Sussmann and Gierens (1999), the evolution of a plume can be qualitatively described in four successive regimes.

1.1.1 The jet regime

All aircraft, as a direct consequence of lift, sheds a wake of vorticity from the edges of their wings. This can be explained by considering the pressure field near the surface discontinuity. Using the Bernoulli's equation on a 2-D geometry wing, it can be shown

that a lifting wing generates a low pressure above (suction side), and a higher pressure below (pressure side). Then when considering a 3-D geometry, a difference of pressure exhibits at the wing tip resulting in the acceleration of the fluid from above the wing which forces the formation a vortex. Note that, this is a simplified view of reality, since multiple vortices are generated all along the wing (*e.g.* flag tip), resulting in a layer of vortices which finally gathered.

Then behind a flying aircraft, two counter rotating vortices are formed and interact with the jets from the engines. This regime ends after 20 seconds when hot exhausts released from the engines are trapped around vortex cores. As shown in Fig. 1.1, the maximum absolute temperature T_{max} gets to a minimum which is close to the ambient temperature, and the maximum concentration c_{max} of an inert gas like CO_2 ceased to decrease. Typically for a B747, at the end of the jet regime, the vortices are separated by $b_0 = 47\text{ m}$, and the cores are 4.6 m wide.

The formation of ice particles in the jet regime has been actively investigated in the 90's. Schumann (1996) summarized the formation process as : “contrails originate from the emitted water vapour leading to condensation on [cloud condensation] nuclei (CCN) preexisting or formed in the exhaust with subsequent freezing [of ambient vapor]”. The CCN sources in exhaust material include soot particles activated by sulfur gas and freshly nucleated sulfuric acid/water droplets (Karcher, 1996). Applemann (1953) defines a criterion which gives the threshold conditions of the particle formation, *i.e.* the conditions of the required water saturation. It is reached when the increase of water vapour concentration emitted by the engine exceeds the increase in saturation water concentration due to heat release. When the jet regime ends, ice particles are in equilibrium, (*i.e.* at saturation), their mean radius is about $1\text{ }\mu\text{m}$ (chapter 11.2 of Lynch et al., 2002), and the total number of particles is about $10^{11} - 10^{12}$ ice particles per meter of flight. This value remains approximatively constant all along the early evolution of the contrail (Schröder et al., 2000) before that sedimentation or homogeneous nucleation processes get preminent effects on the condensation ($t \leq 30\text{ min}$ to 1 h , Jensen et al., 1998). This means that most of the particles are formed in this first jet regime during the first seconds.

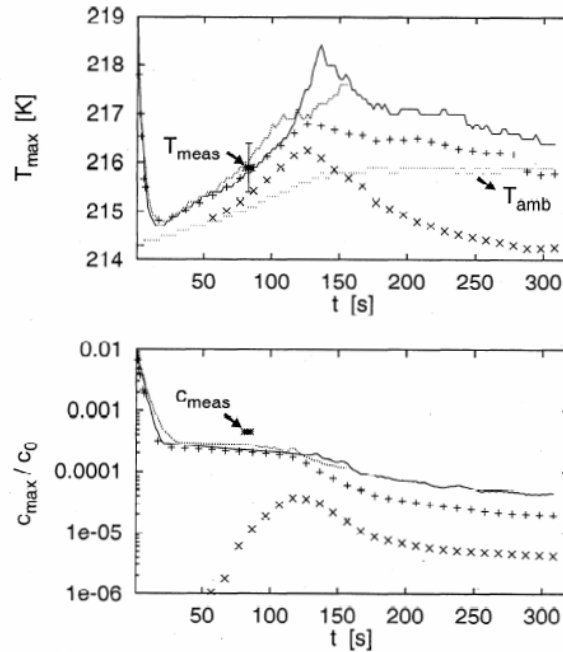


Figure 6. Time series of temperature and species concentration between 1 and 300 s. Solid (dotted) lines indicate absolute maxima of cases without (with weak) atmospheric turbulence. Maxima of data averaged in flight direction are marked by pluses (+) for primary wakes and by crosses (x) for secondary wakes. Further, the ambient temperature T_{amb} outside of the vortices and the values measured in the primary wake by the Falcon after 82 s are included.

FIG. 1.1: [Extract from Gerz et al. (1998)]

1.1.2 The Vortex regime

During the next minute, the vortices sink downward by mutual induction. This is the vortex regime. The exhaust is then entrained by the vortices and propagates below the flight level to 150 down to 300 m. As the principal vortex or primary wake falls down in a stratified environment, it leaves back a vertical “curtain” which forms a secondary wake at the flight level (Spalart, 1996). A significant part of exhaust (around 30 per cent according to Gerz et al., 1998) is then detrained from the primary wake, and experience different microphysical and dynamical processes (see Fig. 1.2). The vortex regime is also marked by the collapse of the two vortex tubes which experience a long-wave sinusoidal instability firstly explained by Crow (1970).

Based on the kinematics relation between vorticity and velocity, and the vorticity transport theorem, Crow (1970) derived a linear system for two vortex lines interacting in a stable air. Using notation of Fig. 1.3, the system is given by

$$\mathbf{U}_n(\mathbf{r}_n) = \sum_{m=1}^2 \iiint_{\Omega} \frac{\boldsymbol{\omega}_m(\mathbf{x}) \times |\mathbf{r}_n - \mathbf{x}|}{4\pi |\mathbf{r}_n - \mathbf{x}|^3} d\mathbf{x} = \sum_{m=1}^2 -\frac{\Gamma_m}{4\pi} \int_{L_m} \frac{R_{nm} \times d\mathbf{l}_m}{|R_{nm}|^3} \quad (1.1)$$

$$\partial_t \mathbf{r}_n + \mathbf{u}_n \nabla \mathbf{r}_n = \partial_t \mathbf{r}_n + u_n \partial_x \mathbf{r}_n = v_n \mathbf{e}_y + w_n \mathbf{e}_z \quad (1.2)$$

where, Ω is the whole domain, and for $n = 1, 2$, \mathbf{U}_n is the velocity of the n^{th} vorticity line, \mathbf{r}_n its displacement from its nominal position, Γ_n its strength, $R_{nm} = |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|$ the relative position to the vorticity lines, $d\mathbf{l}_m$ the unit vector tangent to the m^{th} vorticity line, and L_m its length. In addition we have :

$$\Gamma_2 = -\Gamma_1 = \Gamma_0, \quad (1.3)$$

$$R_{mn} = (x_m - x_n)\mathbf{e}_x + (s_m - s_n)\mathbf{e}_y + (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n), \quad (1.4)$$

$$s_2 = -s_1 = \frac{b_0}{2}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{U}_n + \frac{\Gamma_0}{2\pi b_0} \mathbf{e}_z = (u_n, v_n, w_n), \quad (1.6)$$

$$b = b_0 \quad \text{as the fluid is stable.} \quad (1.7)$$

Using a cut-off to eliminate the singularity in the self-induction integral, once linearized the system (1.1)-(1.2) is able to predict the growth rate σ_{Crow} and the most amplified wavelength λ_{Crow} of the instability as function of the normalized core sized r_c/b_0 . A typical value from Crow's analysis is for $r_c/b_0 = 0.098$ (*i.e.* B747 case) : the most unstable wave length is $\lambda_{Crow} \sim 8.6b_0$ and its corresponding growth rate is $\sigma_{Crow} = 0.034 \text{ s}^{-1}$ (see Widnall et al., 1971).

In case of turbulent stratified atmosphere those values are suitable for the early vortex regime, however the time scale for the instability to develop is mainly influenced by the atmospheric turbulence. The vortex regime stands until 120 s. (80 s.) for calm (weak turbulent) atmosphere conditions (see Gerz and Holzapfel, 1999). During this regime, the temperature T_{max} increases by adiabatic heating of the exhaust in the sinking vortex, and the concentration c_{max} remains almost constant (see Fig. 1.1). Actually most of the

exhaust is still caught in the vortex cores.

At the end of the vortex regime, the vortex structure collapses where the distance between the two vortices is minimum. This leads to the reconnection of the vortical tube and the formation of rings that continue their downward propagation until diffusion by turbulence, enhanced by the breaking.

During this phase, the ice particles radius growth depends on the position of the particles. If they are trapped inside the vortices, their concentration is high ($\sim 1 \cdot 10^9 m^{-3}$ Schröder et al., 2000), the vapor density is reduced to saturation, and the particles remain small ($\sim 1 \mu m$). In contrary particles are detrained from the primary vortices, condensation is influenced by ambient air condition. The formation of a visible secondary wake is then controlled by the relative humidity with respect to ice of the surrounding atmosphere RH_i , (see Sussmann and Gierens, 1999 and Gierens and Jensen, 1998). If at flight altitude $RH_i < 100 \%$, no visible secondary wake appears, if $RH_i \gtrsim 100 \%$, a gap forms between the two wakes, and finally if $RH_i > 100 \%$, a continuous plume of ice particles remains.

1.1.3 The dissipation regime

In the dissipation regime the vortices breakup and generate turbulence, which is later dissipated to background level, where the dynamics is controlled by positive buoyancy acquired from hot exhaust and ambient stratification. As shown in Fig. 1.1, the temperature T_{max} and the concentration c_{max} decrease due to mixing with the atmosphere.

The entrainment rate $\omega = -\frac{d}{dt} \ln(c_{max})$, is a measure of the variation of the concentration c relatively to its maximum value. The beginning of the dissipation regime (around 130 s on the Fig. 1.4) is marked by a great increase of ω that indicates the end of the organized vortical motion and the start of the dispersion of exhaust previously trapped inside the vortices. During this regime, the plume expands and mixes in the atmosphere under buoyancy action within one or two Brunt-Väisälä frequencies, typically for a contrail 10 min old (see Lewellen and Lewellen, 2001). Figure 1.5 shows the expansion of the plume up to 508 s.

In the dissipation regime, radius of particles among the aircraft plume is highly non

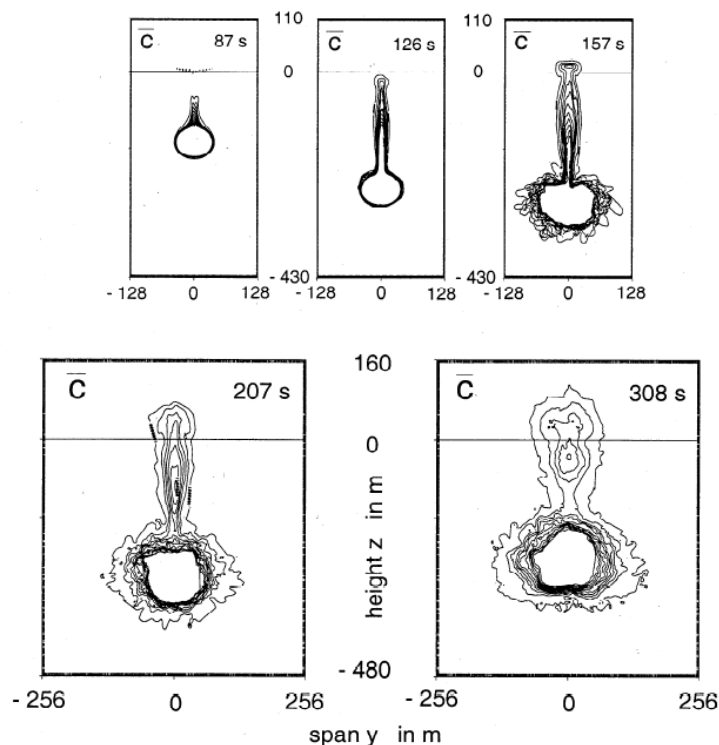


Figure 3. Exhaust concentration distribution (averaged in flight direction) at the border of the primary wake and in the secondary wake during vortex and dispersion regimes in calm atmosphere. Lengths are related to the axis of symmetry of the airplane. The horizontal lines mark the flight level. Concentration levels are plotted for $10^{-7}c_0$, in increments of $10^{-6}c_0$. Concentrations inside the vortices are not shown. All figures are in scale.

FIG. 1.2: [Extract from Gerz et al. (1998)]

homogeneous. We can identify 3 types of particles. The first group is formed by relatively small particles ($r \sim 1-10 \mu\text{m}$) with high density ($n \sim 1 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$). Indeed they have been trapped in the dying vortex ring, and forms structures of patches named “puff” by Robins and Delisi (1998) or also “cumuliform turret” by Atlas et al. (2006). A second group is composed of the particles located where the vortices collapsed. They tend to be diluted within the ambient atmosphere. And finally we can consider a third group, located in the secondary wake where particles have already been in contact with ambient humidity during the vortex regime. Compared to the particles in the ring, those in the two last groups can be either larger if $RH_i > 100\%$ or smaller and even completely evaporated if $RH_i < 100\%$.

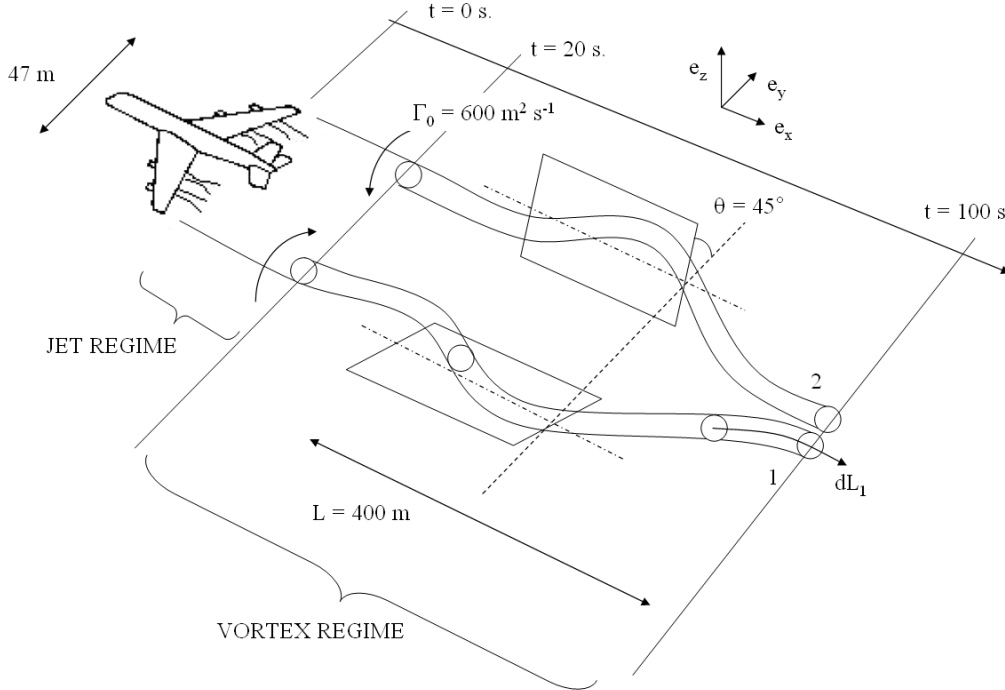


FIG. 1.3: Schematic view of the jet and vortex regimes with typical values for the case of a B747.

1.1.4 The diffusion regime : atmospheric interaction

The following diffusion regime starts when the aircraft induced motion has ceased, and the plume experiences purely atmospheric interactions. Shear, stratification and atmospheric turbulence act on the plume up to a complete mixing, basically within 2 to 12 hours (Gerz et al., 1998). Typical characteristic for atmospheric turbulence at cruising altitude are fluctuations of $\sqrt{uu} \sim \sqrt{vv} \sim 0.3 \text{ ms}^{-1}$, and $\sqrt{ww} \sim 0.1 \text{ ms}^{-1}$ on the horizontal and vertical respectively (Schumann et al., 1995). For suitable shear conditions, the plume can reach a cross stream extension of $1 \times 4 \text{ km}$ in the vertical and horizontal direction respectively (Dürbeck and Gerz, 1996).

In the early diffusion regime (after about 30 min), there is either complete evaporation of all particles in case of low humidity, or condensation with different growth rate (depending of the location of the particles) for high humidity. In the later case, using the three particules groups introduced in the previous section, we can identify (see Fig. 1.6) :

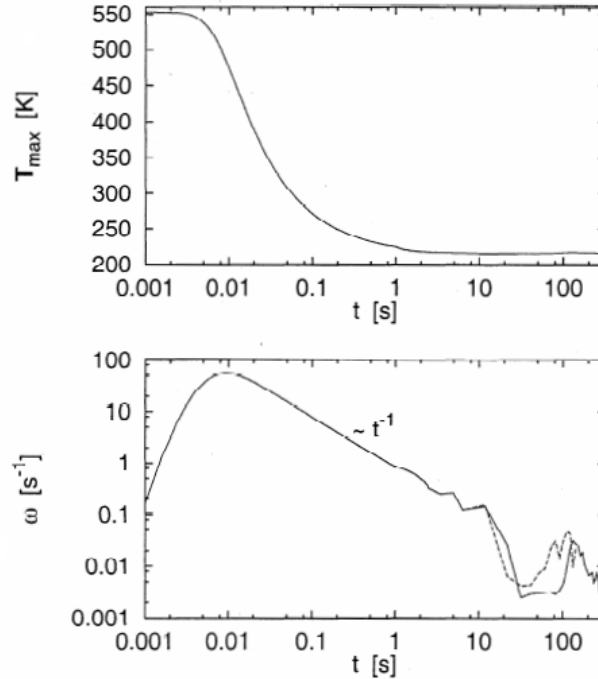


Figure 5. History of a B747 wake in terms of time series of maximum exhaust temperature T_{\max} and entrainment rate ω with the stages “jet” (until 20 s), “vortex” (until 130 s) and “dispersion” (after 130 s). Solid (dashed) lines indicate no (weak) atmospheric turbulence. (Data between 0 and 1 s from model by *Kärcher and Fabian* [1994].)

FIG. 1.4: [Extract from Gerz et al. (1998)]

- patches of particules with high density ($n \sim 10 - 200 \cdot 10^6 m^{-3}$) compared to natural cirrus cloud ($n \sim 1 \cdot 10^6 m^{-3}$), with radius of about $10 \mu m$, which expands due to atmospheric processes as shear (Dürbeck and Gerz, 1996), radiative forcing (Jensen et al., 1998), or turbulence. This corresponds to the evanescent rings described in section 1.1.3 (*i.e.* the first group).
- at the same altitude, between two patches, areas of lower density particles are formed. This zone experienced a stronger detrainment towards the secondary wake (lower density). It also mixed with the atmosphere earlier in the wake evolution (after the collapse of the primary vortices), and so bigger ice crystals, than in the previous zone, can be found within.
- and finally above the primary wake, there is a group of larger particles that can grow

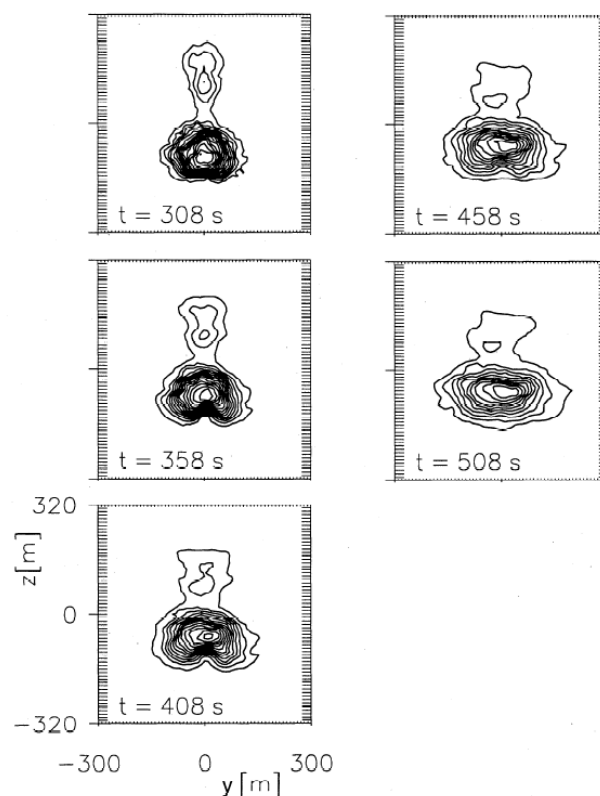


Figure 4. Evolution of an exhaust plume in a weakly turbulent atmosphere with $N = 0.014 \text{ s}^{-1}$ and $S = 0$ (vertical cross-sections). Time denotes total plume age. Only a fraction of the computational domain is shown.

FIG. 1.5: [Extract from Gerz et al. (1998)]

up to several hundred of microns (Heymsfield et al., 1998). Two mechanisms can explain this strong growth rate. One is that, at the periphery of the plume where mixing is larger, the supersaturation is larger in case of high humidity (see Petzold et al. (1997) for measurements and Chlond (1996) for simulation). Another point is that, because of the downward propagation of the primary vortices, in the opposite way of the adiabatic compression, there is an adiabatic cooling above the vortex, and then an increase in relative humidity (Jensen et al., 1998). Sedimentation is no longer negligible for such large particles, and they can fall down with a vertical velocity of about $\sim 10 \text{ cm s}^{-1}$. As discussed by Jensen et al. (1998) and also described by Atlas et al. (2006) those particules form fallstreaksthat can expand on the side of the main core of the contrail in case of cross axial horizontal shear.

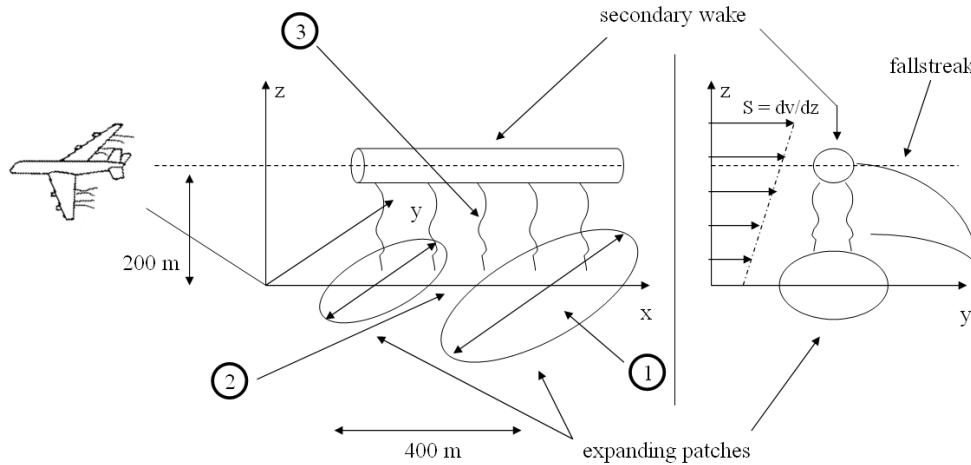


FIG. 1.6: Schematic view of the diffusion regimes with typical values for the case of a *B747*. Right and left panels are 2-D views of the aircraft wake, over longitudinal and cross axial plan, respectively. The numbers 1, 2, and 3 refer to the group of particles discussed in section 1.1.3 and 1.1.4.

Lately (after about $1 h$), in case of high ambient humidity, contrail spreads out (see contrails 3, 4, and 5 on picture 1.7). Thus the patches structure disappears, and linear shape vanishes progressively by atmospheric mixing. As shown by measurements (Minnis et al., 1998, Schröder et al. (2000), 2000) the particle concentration decreases, and the mean particle radius reaches ranges of 30 to 150 μm with the largest one reaching sizes as large as 2 mm (Strauss et al., 1997). Then, old contrails present ice particle size distributions that fall in the range of natural variability of cirrus cloud ($r \sim 40\text{-}100 \mu m$ and $n \sim 1 \cdot 10^6 m^{-3}$).

1.1.5 Conclusion on the contrail evolution

The evolution of a contrail starts and ends with different length scales, going from the centimeter to meter for the jet and vortex regimes, to tens of meters for the diffusion regime. Between these two main steps in the life of a contrail, the dissipation regime is the transition period, where the dynamics changes from vortex wake to atmospheric scale. This

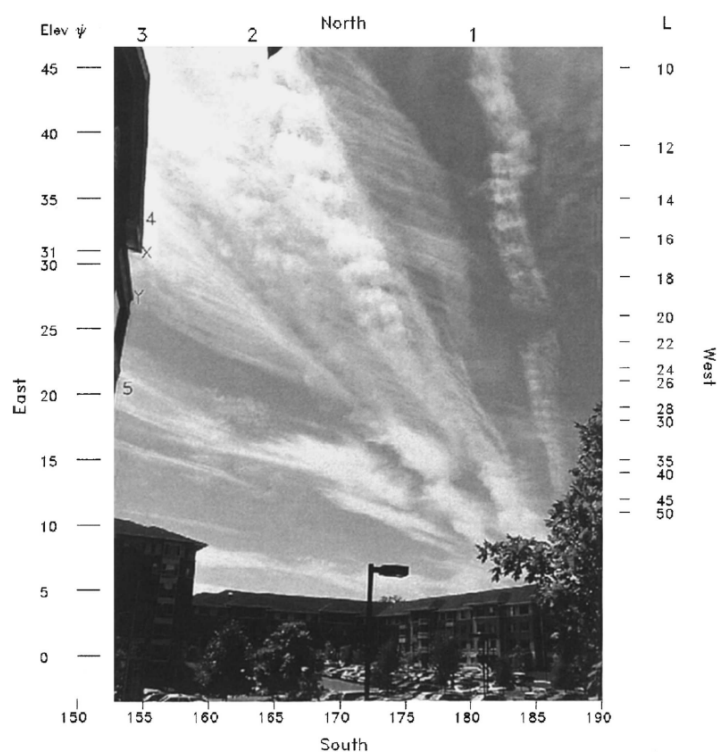


FIG. 1.7: Picture taken from Atlas et al. (2006). There are four contrails (1-4) and probably a fifth at different ages. The line 1 is the youngest contrail with a lifetime of 20 *min*, and line 2 is 2 *h* old. The author does not give any age for the others contrails, but obviously they are older.

makes of the contrail evolution a challenging task in simulation because of its large range of length scales and its highly dynamical and microphysical coupling processes. To conclude on the contrail evolution, Figure 1.8 summarizes the main dynamical characteristics of each regime, and to depict the microphysical changes within the contrail, Figure 1.9 shows the evolution of the probability of density frequency of the ice particles radius measured by Schröder et al. (2000).

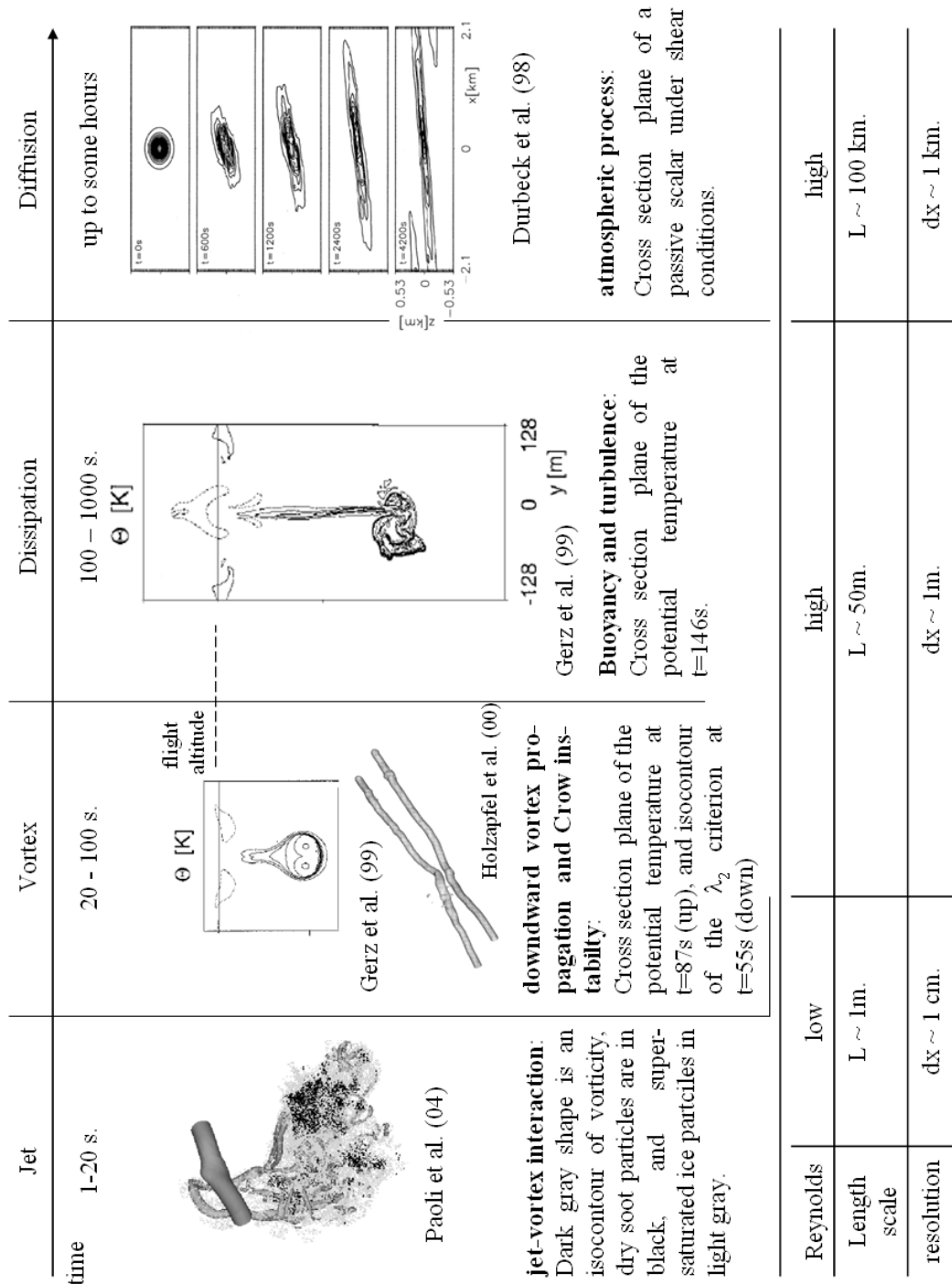


FIG. 1.8: Description of the contrail evolution based on the reference works from the literature. The upper table shows the main dynamical characteristic of each regime while, at the bottom, details of dedicated numerical simulation are gathered.

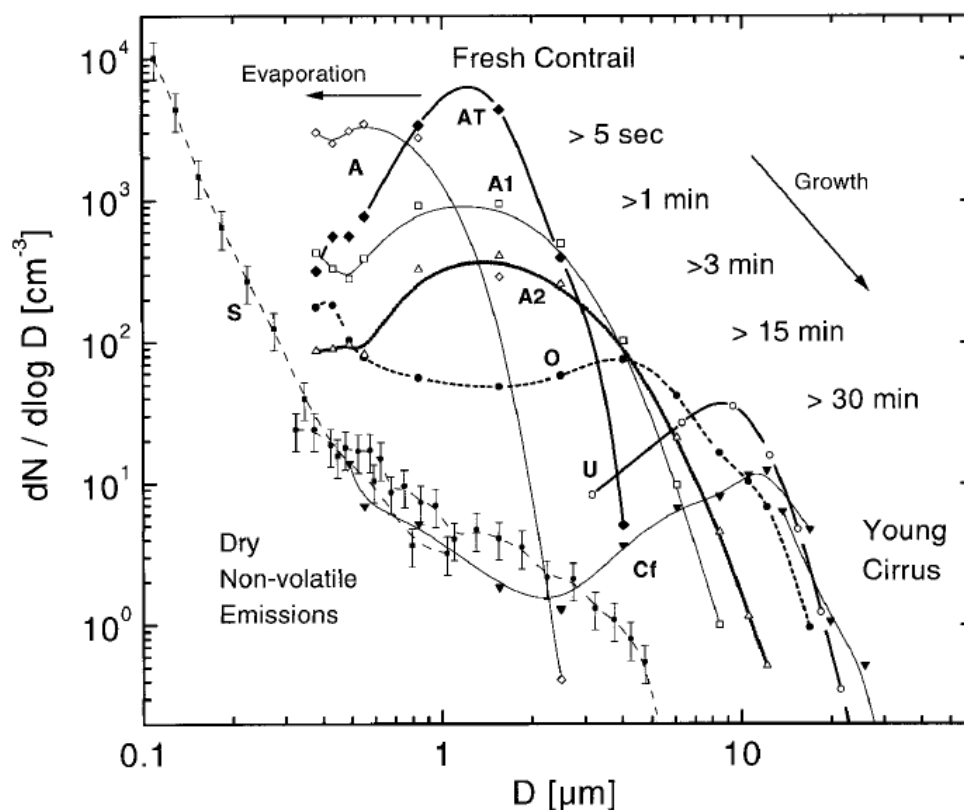


FIG. 1. Representative selection of particle concentrations illustrating the transition of contrails into cirrus clouds. Contrail cases: AT (solid diamonds), A (open diamonds, solid line), A1 (open squares, solid line), A2 (open triangles, bold dotted), O (solid circles, dashed), and U (open circles, bold line); case Cf: young cirrus cloud (solid triangles, solid line); case S: dry exhaust jet aircraft emissions (combined PCASP and FSSP-300 spectra; solid squares and circles, respectively). Error bars added to S mark the typical measurement uncertainty range of 30% representative for all distributions. For more details, see text.

FIG. 1.9: [Extract from Schröder et al. (2000)]

1.2 Objectives of the present study

As mentioned in the introduction, the main objective of my PhD thesis is the detailed study of the evolution of a contrail and its interaction with the atmosphere. Note that we call contrail the cloud formed within the aircraft wake, and that we use the term wake when just considering dynamical processes.

In that context our specific goals are :

- to determine spatial particles distribution and their corresponding radius, from the time just after the contrail formation to some hours after the emission time. Such information is necessary to evaluate the radiative forcing of old contrail and their climate impact. At that stage we assume that the radiative processes can be neglected during the contrail evolution.

A cloud basically acts on the radiative balance of the Earth in two different ways. For a given density, when a cloud is composed of small water droplets or ice crystals (*e.g.* $1 \mu m$), it forms a great surface relatively to its volume, and easily reflects and diffuses the short wave length of the sun radiation (400-800 *nm*). This leads to a cooling of the atmosphere. In the other hand, if the same cloud contains larger particles, it can absorb the long wavelength (infra red) emitted by the ground, and then induces a net warming by greenhouse effect. Hence, understanding the evolution of the particles size distribution along the plume evolution appears to be crucial to evaluate the radiative effects of the contrail. Indeed, last results (*e.g.* Travis et al., 2002 or Sausen et al., 2005) give a net global warming, but it has been shown that locally we can observe cooling of the atmosphere. Indeed, in some condition like sunrise or sunset, there is an increase of the optical thickness through the contrail, and solar energy reaching the surface may be reduced.

- to estimate a typical life time (*i.e.* *e*-folding time) in function of ambient conditions, that could be use as reference dilution time for chemical species in parameterisation of the impact of aircraft traffic. As in Gerz et al. (1998), it can be evaluate by means of the advection of a passive scalar.

Several studies adresse already the simulation of contrail formation and spreading, but with several restriction in the physical/dynamical processes description. For instance, Jensen et al. (1998) study the evolution of a contrail in supersaturated ($RH_i > 125\%$) sheared environment over time-scales of 15-180 *min* by means of 2-D LES simulations with detailed microphysics. Their conclusion is that ice condensation and contrail spreading (due to the combined effect of sedimentation, vertical mixing driven by radiative heating, and vertical shear of the horizontal wind) are the main mechanism for the contrail growth. On the same range of time scale, but taking only dynamics into account, Dürbeck and Gerz (1996) show the influence of the vertical shear, and Dörnbrack and Dürbeck (1998) study the effect of atmospheric turbulence on the contrail life time. It appears that all

the works done on the dissipation and diffusion regime ($t > 15 \text{ min}$) have been performed with idealised initial condition, *i.e.* spatial particules distribution using a gaussian shape with standard deviation taken from measurements (Schumann et al., 1995). One goal of my PhD is then to perform the first simulation of a contrail evolution from the beginning of the vortex regime up to some hours. The coupling between dynamics and microphysics should be better solved, and the specific mechanisms of the contrail evolution, as the formation of the fallstreaks (Atlas et al., 2006), can be modeled in details.

One interesting point which has not been fully investigated yet, is the role of atmospheric turbulence in the aging of contrails. For example, in their study, Jensen et al. (1998) use a slightly stable ambient profile over 2 km vertically with a lapse rate of 9.5 K km^{-1} and a shear of $6 \text{ ms}^{-1} \text{ km}$, which correspond to a Richardson number of $\text{Ri} \sim 0.59$. According to Kaltenback et al. (1994) such profiles lead in case of high order 3-D simulation to a root mean squared (rms) of the velocity over the cross direction of the shear of about $5 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$, which is one order of magnitude below the measured value of Schumann et al. (1995). Thus, another goal of my work is to better take account of the effect of atmospheric turbulence in the contrail spreading phase.

If few numerical studies exist on the interaction of the contrail with the atmosphere (*i.e.* $t > 15 \text{ min}$), the vortex regime has been studied in details because of its importance in safety procedures during take off and landing. Indeed many studies have been carried out for time scale less than 15 min : 2-D LES simulations with microphysics have been used to study the formation of the secondary wake (Sussmann and Gierens, 1999), as well as 3-D LES simulation to show the role of aircraft induced turbulence, atmospheric turbulence and ambient stratification of the vortex decay (Gerz and Holzapfel, 1999 or Holzapfel et al., 2001), and Lewellen and Lewellen (2001) lead the first study on ice formation coupled with a 3-D simulation. Using a bulk microphysics module, they give a description of the interaction of 3-D wake dynamics with ice crystal for different ambient relative humidity.

All the previous studies have therefore focussed on the early stage of the contrail formation, or have studied the aging processes with severe restrictions on the description of vortex/atmosphere interactions. Hence, my objective is to develop a numerical tool adapted for the modelisation of both the contrail formation and its aging by interaction

with atmospheric turbulence. To this end, I have used the MesoNH model developed jointly by the Centre National de Recherches Météorologique (CNRM) and the Laboratoire d'Aérodynamique (LA) (see chapter 2), as this code has already demonstrated its ability for vortex simulation (Darracq et al., 2000) and for study of atmospheric turbulence at small and mesoscale (Cuxart et al., 2000).

Based on the characteristic of the MesoNH code (see chapter 2), an integrated simulation strategy has been first developed (see the sketch in Fig. 1.10) to resolve all relevant dynamical and microphysical scales of the aircraft plume, from the near-field wake ($t \sim 20$ s) to the far field ($t \sim 1$ h).

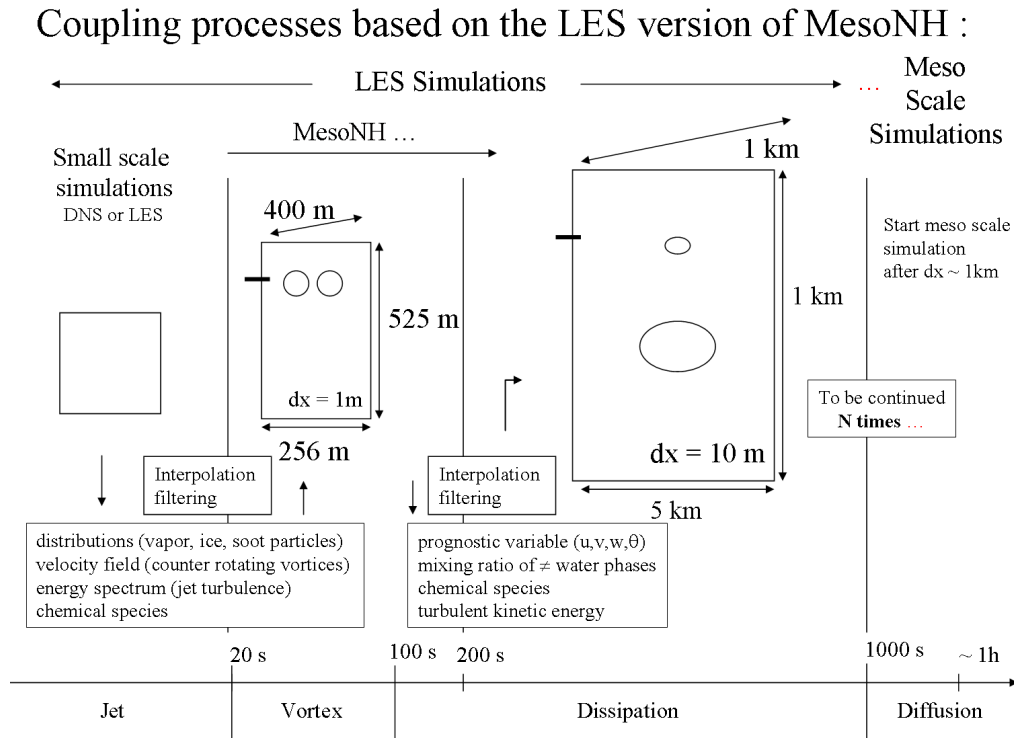


FIG. 1.10: Sketched of the integrated process of simulation domain from small scale to mesoscale.

Simulations start with a high-order LES code (NTMIX) to simulate the jet regime, *i.e.* the jet-vortex interaction and the formation of the ice crystals. This phase provides initial condition for the present study that starts with a 20 s age contrail. Like Lewellen and Lewellen (2001) or Gerz and Holzapfel (1999) 3-D temporal simulations are perfor-

med using the Taylor's hypothesis, *i.e.* if placed in the referential of the aircraft, the computational box is supposed to be advected by the aircraft velocity (250 m s^{-1}) and periodic boundary conditions are used in the axial flight direction. Then simulation restarts with MesoNH in its LES version with a $4 \times 1 \times 1 \text{ m}$ resolution in flight, cross, and vertical directions respectively. In a first strategy, the resolution is then reduced and the domain enlarged each time it is required by the spreading of the contrails. Interpolation and filtering are applied at each swap for all the prognostic fields from one domain to the larger one, up to the mesoscale ($\sim 10 \text{ km}$).

This strategy has shown its limits as explained in chapter 4, and a second strategy has been developed where simulations in two successive steps are preferred. First, a simulation is performed for the vortex regime until the complete decay of the vortex structure ($t \sim 15 \text{ min}$). Then, the prognostic fields, excepting the velocity field, are extrapolated, and simulation restarts in a larger domain. Gierens and Jensen (1998) use the same strategy, and the results of Lewellen and Lewellen (2001) confirm that all the dynamics induced by the aircraft vanishes after the vortex regime.

The layout of the thesis is as follows.

- In chapter 3 we describe the validation of MesoNH for 2-D wake dynamics and microphysical processes in the vortex regime.
- In chapter 4, the dynamical processes for 3-D simulation of the vortex and dissipation regimes are presented along with the ice crystals behavior within the plume.
- In chapter 5 we discuss the characteristics of turbulence in free atmosphere, develop a mechanism to maintain the typical velocity and potential temperature fluctuations measured by Schumann et al. (1995) for time simulation of some hours, and describe the effects of such a turbulence on contrails spreading.
- Finally, conclusions on the present study are drawn in last chapter.

Chapitre 2

Le code MesoNH

Dans les premières sections de ce chapitre, nous présentons le code MesoNH avec les équations de la dynamique et de la microphysique qui ont été choisies pour le cas particulier de notre étude d'un sillage d'avion en mode de croisière. Les schémas numériques utilisés dans MesoNH sont ensuite donnés ainsi qu'une description des modifications que j'ai apportées au code afin de pouvoir prendre en compte les spécificités de notre étude.

2.1 Présentation générale de MesoNH

Le modèle atmosphérique MesoNH (Lafore et al., 1998), acronyme pour Méso-échelle Non Hydrostatique, est né d'un effort commun d'intégration de modèles préexistants du Centre National de Recherches Météorologiques (Météo-France/CNRS) et du Laboratoire d'Aérodynamique (UPS/CNRS). Il s'agit d'un système de simulation atmosphérique expérimental en constante évolution, servant tant pour la recherche que pour le domaine opérationnel. Il est par exemple à la base de la partie "physique" du nouveau modèle opérationnel de prévision météorologique français AROME.

Contrairement à ce que pourrait laisser entendre son nom, l'un des atouts majeurs de MesoNH repose sur sa faculté à simuler les écoulements depuis la petite-échelle (résolution de l'ordre du mètre) jusqu'à l'échelle synoptique (résolution de quelques dizaines de kilomètres). Une de ses forces est aussi la richesse de sa "physique". Il possède dans sa

garde robe un module de microphysique traitant jusqu'à 7 rapports de mélange correspondants à autant de phases différentes de l'eau : vapeur, eau liquide nuageuse, eau de pluie, glace nuageuse, neige, grésil, et grêle. On trouve également un module de cinétique chimique permettant de traiter une grande partie des espèces chimiques atmosphériques, et un schéma radiatif adapté de celui du modèle ECMWF. De plus, un module d'aérosols a été récemment implémenté (Tulet et al., 2005). Ceci fait de MesoNH un code très complet et applicable à des sujets très différents.

Dans le cadre de notre étude, nous utiliserons MesoNH avec le modèle dynamique basé sur le système d'équations anélastiques de Lipps and Hemler (1982) (paragraphe 2.2.1), la version LES (Large Eddy Simulation) du schéma de turbulence (paragraphe 2.2.2) et un modèle microphysique spécifique que j'ai développé pour décrire l'accrétion de la glace sur les particules de suie émises par les réacteurs (paragraphe 2.3).

Pourquoi MesoNH ?

Une des spécificités de l'évolution du sillage d'un avion est le spectre très large des échelles mises en jeu. On a ainsi besoin de résolution allant de l'ordre du mètre pour la phase de vortex jusqu'à la dizaine de mètres pour la phase de dissipation. La capacité de MesoNH à s'adapter à des échelles très différentes a été un atout majeur qui a permis de se limiter à l'utilisation d'un seul code.

2.2 Le modèle dynamique

2.2.1 L'équation de Navier-Stokes et l'approximation anélastique

La vitesse maximale du sillage lors de son évolution au cours des 3 régimes qui nous intéressent, est de l'ordre de grandeur ou inférieure à la vitesse tangentielle d'un vortex au temps $t = 0$,

$$u_0^{max} = \frac{\Gamma_0}{2\pi \sigma_0} \approx 20 \text{ m.s}^{-1}$$

où $\Gamma_0 = 600 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ est la circulation initiale, et $\sigma_0 = 4.6 \text{ m}$ est le rayon initial du noyau d'un vortex. u_0^{max} étant nettement inférieure à la vitesse du son, la dynamique de notre système correspond donc à un écoulement non stationnaire, incompressible et visqueux, défini par l'équation de Navier-Stokes (2.1), l'équation de continuité (2.2), ou de conservation de la masse, et l'équation de conservation de l'énergie (2.3) :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \frac{\mathbf{F}}{\rho}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{Q}{C_p \Pi} \quad (2.3)$$

où $\mathbf{u} = (u, v, w)$ est le champ de vitesse, ρ la densité de l'air sec, $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ la gravité, p le champ de pression, \mathbf{F} un tenseur représentant les forces de friction, θ la température potentielle, Q le taux de chaleur par unité de masse, et $\Pi = T/\theta$ la fonction d'Exner.

Nous allons procéder maintenant à la simplification de ce système. On fait ainsi l'hypothèse que les variables thermodynamiques ρ , p , et θ restent proches d'un état d'équilibre hydrostatique et stationnaire noté ρ_0 , p_0 , et θ_0 respectivement. Ces variables peuvent donc être écrites sous la forme générale

$$() = ()_0 + \delta() \quad (2.4)$$

où $()_0$ est une fonction de z uniquement et $\delta()$ est une perturbation si bien que l'on a $\delta()/()_0 \ll 1$. L'équation de continuité (2.2) peut alors être réécrite sous la forme

$$\underbrace{\rho_0 \nabla \mathbf{u}}_{(1)} + w \partial_z \rho_0 + \underbrace{\delta \rho \nabla \mathbf{u}}_{(2)} + \underbrace{\left(\partial_t \delta \rho + \mathbf{u} \cdot \nabla \delta \rho \right)}_{(3)} = 0. \quad (2.5)$$

On fait l'hypothèse supplémentaire que les variations relatives en temps et en espace des perturbations de densité ne sont pas plus grandes que celles du champ de vitesse. On considère donc que le terme (3) est du même ordre de grandeur voir inférieur au terme (2). Vu que $\delta \rho \ll \rho_0$, il apparaît donc que les termes (2) et (3) sont négligeables devant

le terme (1) et l'équation de continuité peut se réduire à

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) = 0. \quad (2.6)$$

Nous nous intéressons maintenant à l'équation des moments (2.1). Dans un premier temps, on se restreint ici à un écoulement non visqueux. Le terme de diffusion \mathbf{F}/ρ sera traité à la fin de ce paragraphe. D'après (2.4), les 2 composantes horizontales peuvent facilement se simplifier en

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p \simeq -\frac{1}{\rho_0} \nabla_H \delta p \quad (2.7)$$

où $\mathbf{v} = (u, v)$, et $\nabla_H = (\partial_x, \partial_y)$. La composante verticale, quant à elle, demande un peu plus d'attention. Toujours d'après (2.4) et en utilisant le fait que l'état de référence est en équilibre hydrostatique ($\partial_z p_0 = -\rho_0 g$), on peut écrire

$$\begin{aligned} \partial_t w + \mathbf{u} \cdot \nabla w &= -g - \frac{1}{\rho} \partial_z p \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \partial_z \delta p - g \frac{\delta \rho}{\rho_0} \\ &= -\partial_z \left(\frac{\delta p}{\rho_0} \right) - \frac{\delta p}{\rho_0} \partial_z (\ln \rho_0) - g \frac{\delta \rho}{\rho_0}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Par définition, la température potentielle est reliée à la pression et à la température par

$$\theta = \frac{T}{\Pi} = T \left(\frac{p}{p_{00}} \right)^{-\kappa} \quad (2.9)$$

où T est la température, p_{00} une pression de référence (par exemple au sol) et $\kappa = R_d/c_p$, R_d et c_p étant respectivement la constante des gaz parfaits pour un air sec et la capacité calorifique à pression constante. La différentielle du logarithme de l'équation (2.9) donne

$$c_p d \ln \theta = c_v d \ln p - c_p d \ln \rho \quad (2.10)$$

où c_v est la capacité calorifique à volume constant. Pour une variable donnée $f(\mathbf{x}) =$

$f_0(z) + \delta f(\mathbf{x})$ avec $\delta f \ll f_0$, on a $d(\ln f) = df/f \approx \delta f/f_0$. D'après (2.10), il vient alors

$$c_p \frac{\delta \theta}{\theta_0} \simeq c_v \frac{\delta p}{p_0} - c_p \frac{\delta \rho}{\rho_0}. \quad (2.11)$$

Pour la même variable f , on peut également écrire que $d(\ln f_0) = d/dt(\ln f_0) dt = w \partial_z(\ln f_0) dt$. Appliqué à l'équation (2.9), on obtient

$$\partial_z \ln \theta_0 = \partial_z \left[\frac{1}{\gamma} \ln p_0 - \ln \rho_0 \right] \quad (2.12)$$

où $\gamma = c_p/c_v$. A partir des équations (2.11) et (2.12), on peut finalement réécrire la composante verticale de l'équation des moments (équation 2.8) sous la forme

$$\partial_t w + \mathbf{u} \cdot \nabla w = -\partial_z \left(\frac{\delta p}{\rho_0} \right) + \frac{\delta p}{\rho_0} \partial_z (\ln \theta_0) + g \frac{\delta \theta}{\theta_0}. \quad (2.13)$$

Nous allons maintenant montrer que le terme en $\ln \theta_0$ peut être négligé. Tout d'abord, définissons la fréquence de Brunt-Väisälä N comme

$$N^2 = g \frac{\partial}{\partial z} \ln \theta_0. \quad (2.14)$$

On a alors

$$\frac{\left| \frac{\delta p}{\rho_0} \partial_z \ln \theta_0 \right|}{\left| \partial_z \frac{\delta p}{\rho_0} \right|} \sim \frac{\left| \frac{\delta p}{\rho_0} \right| \frac{N^2}{g}}{\left| \frac{\delta p}{\rho_0} \right| \frac{1}{D}} = \frac{N^2 D}{g} \sim 10^{-3} \quad (2.15)$$

où $N \sim 1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, $g = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et où $D \sim 400 \text{ m}$ représente la hauteur caractéristique de l'écoulement.

Concernant l'équation (2.3), *i.e.* l'équation de conservation de l'énergie, on décide de ne faire aucune approximation supplémentaire. Le terme source Q sera développé dans la section 2.3. En résumé, le système d'équation (2.1)-(2.3) est devenu :

$$\partial_t(\rho_0 \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\rho_0 \nabla \left(\frac{\delta p}{\rho_0} \right) + \rho_0 \mathbf{g} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} + \frac{\rho_0}{\rho} \mathbf{F} \quad (2.16)$$

$$\partial_t \theta + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{Q}{C_p \Pi} \quad (2.17)$$

où \otimes est un produit tensoriel. Notons que l'équation de continuité a été introduite dans les équations des moments et de la température potentielle. Notons également que le tenseur des forces de friction \mathbf{F} a été réintroduit.

Soit \mathbf{S} le tenseur des déformations, dans l'hypothèse d'un fluide newtonien, on a alors $\mathbf{F} = \nabla \cdot (2\nu\rho\mathbf{S})$ où $S_{ij} = 1/2(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$ et où $\nu \sim 3.7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ est la viscosité cinématique de l'air à l'altitude de vol que l'on suppose constante. Si l'on compare ce terme au terme d'advection $\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u} \otimes \mathbf{u})$ on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\rho_0}{\rho} \mathbf{F}}{\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u} \otimes \mathbf{u})} &= \frac{\frac{\nu\rho_0}{\rho} \nabla \cdot ((\rho_0 + \delta\rho)2\mathbf{S})}{\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u} \otimes \mathbf{u})} = \frac{\nu\rho_0 \left[\frac{\rho_0}{\rho} \nabla^2 u_j + \frac{1}{\rho} (2 S_{ij} \partial_i \delta\rho + \partial_z \rho_0 \partial_z u_j) \right]}{\partial_i (\rho_0 u_i u_j)} \\ &\sim \frac{\nu\rho_0 \left[\nabla^2 u_j + \frac{1}{\rho_0} \partial_z \rho_0 \partial_z u_j \right]}{\partial_i (\rho_0 u_i u_j)} \sim \frac{\nu}{UL} = \frac{1}{\text{Re}} \end{aligned}$$

où U et L sont respectivement la vitesse et la longueur caractéristique de l'écoulement. Que l'on se place dans le régime de vortex ($U = 10 \text{ m s}^{-1}$ et $L = 100 \text{ m}$) ou dans le régime de diffusion ($U = 1 \text{ m s}^{-1}$ et $L = 1 \text{ km}$), on a donc un nombre de Reynolds Re de l'ordre de 10^8 . Les forces de friction sont donc négligeables, ce qui donne finalement pour la dynamique de notre écoulement le système d'équations suivant :

$$\partial_t(\rho_0 \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\rho_0 \nabla \left(\frac{\delta p}{\rho_0} \right) + \rho_0 \mathbf{g} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} \quad (2.18)$$

$$\partial_t \theta + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{Q}{C_p \Pi}. \quad (2.19)$$

Ce système d'équations correspond à l'approximation anélastique. Il est régulièrement utilisé dans des codes de dynamique atmosphérique afin de s'affranchir de la balance hydrostatique. Cela permet en effet de mieux résoudre les petites échelles, vu que le champ de pression n'est plus directement défini par des considérations de grandes échelles.

Pour notre étude qui relève de la petite échelle, l'approximation de Boussinesq est plus couramment utilisée que ce soit dans la phase de vortex (Lewellen and Lewellen, 2001 ou Sussmann and Gierens, 1999), ou dans la phase de diffusion (Chlond, 1996). La grande différence avec l'approximation anélastique est l'hypothèse d'une densité de référence constante $\rho_0(z) = \rho_0 = \text{cte}$. Le développement des équations reste identique.

Dans notre étude, étant données les variations relatives de densité à l'altitude de croisière sur la hauteur caractéristique d'un sillage $D \sim 400 \text{ m}$, l'approximation de Boussinesq apparaît justifiable. Néanmoins, l'approximation anélastique étant généralement utilisée dans la communauté MesoNH, notre choix s'est porté sur cette dernière.

Dans ce paragraphe, nous avons montré que le système (2.18)-(2.19) est applicable à des écoulements pour des échelles de l'ordre du mètre jusqu'à la dizaine de mètres tant que les fluctuations relatives de densité restent faibles. Ce schéma peut donc être utilisé pour étudier l'évolution d'un sillage depuis sa phase de vortex jusqu'à celle de diffusion.

2.2.2 Paramétrisation de la turbulence

Si l'on regarde maintenant le système d'équations précédent d'un point de vue numérique, il est intéressant de considérer chaque champ prognostique ϕ comme la somme d'un champ résolu par la maille du domaine $\bar{\phi}$, et d'un champ résiduel ϕ' non résolu qu'il nous faut définir par un modèle de sous maille (*i.e.* schéma LES). On a ainsi $\phi = \bar{\phi} + \phi'$, où $\bar{\phi}$ est formellement défini par un filtre G représentant la coupure dans l'échelle de résolution due à la taille de la maille, c'est à dire

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}) = \iiint G(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \Delta) \phi(\mathbf{r} - \mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

où Δ est la résolution. Afin de pouvoir appliquer ce filtre aux équations de Navier-Stokes, G doit satisfaire les 3 propriétés suivantes :

- la commutation avec les opérateurs de dérivation,

$$\overline{\partial_\nu \phi} = \partial_\nu \bar{\phi} \quad \text{où } \nu = t, \mathbf{x},$$

elle est assurée si le filtre est homogène, *i.e.* G indépendant de \mathbf{x} . On notera alors que le filtre est désormais équivalent à un produit de convolution.

- la conservation des constantes,

$$\text{pour une constante } \zeta, \text{ on a } \bar{\zeta} = \zeta \text{ si } \iiint G(\mathbf{r}, \Delta) d\mathbf{r} = 1.$$

- la linéarité,

$$\overline{\phi + \xi} = \bar{\phi} + \bar{\xi}, \text{ satisfaite par les propriétés du produit de convolution.}$$

Un filtre du type boîte, $G(r; \Delta) = \frac{1}{\Delta} H(\Delta/2 - |r|)$ où H est la fonction d'Heaviside, satisfait ces conditions. En l'appliquant au système (2.18)-(2.19), on obtient alors un nouveau système pour les champs résolus $\bar{\mathbf{u}}$ et $\bar{\theta}$,

$$\partial_i(\rho_0 \bar{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot (\rho_0 \bar{\mathbf{u}} \otimes \bar{\mathbf{u}}) = -\rho_0 \nabla \frac{\bar{\delta} p}{\rho_0} + \rho_0 g \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{\theta_0} \mathbf{k} - \nabla \cdot (\rho_0 \overline{\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'}), \quad (2.20)$$

$$\partial_i(\rho_0 \bar{\theta}) + \nabla \cdot (\rho_0 \bar{\mathbf{u}} \bar{\theta}) = \rho_0 \frac{\bar{Q}}{C_p \Pi_0} - \nabla \cdot (\rho_0 \overline{\mathbf{u}' \theta'}) \quad (2.21)$$

où $\bar{\delta} p$ est la perturbation de pression filtrée, et \bar{Q} le terme source de chaleur filtrée. On fait ici l'approximation que $\Pi \sim \Pi_0$ dans le terme de droite de l'équation de l'énergie, et $Q' \ll \bar{Q}$, c'est à dire que le terme source de chaleur de sous maille est négligeable devant le terme résolu. Les 2 termes de droite de chacune des équations (2.20) et (2.21) représentent la partie résiduelle du filtre appliquée au terme d'advection, c'est à dire

$$\begin{aligned} \partial_i(\rho_0 \overline{u'_i u'_j}) &= \partial_i(\rho \overline{u_i u_j}) - \partial_i(\rho_0 \bar{u}_i \bar{u}_j) \\ \partial_i(\rho_0 \overline{u'_i \theta'}) &= \partial_i(\rho_0 \overline{u_i \theta}) - \partial_i(\rho_0 \bar{u}_i \bar{\theta}). \end{aligned}$$

Pour fermer le système (2.20)-(2.21), les termes $\overline{u'_i u'_j}$ Reynolds (appelé tenseur de Reynolds par référence à la décomposition proposée par 1894) et $\overline{u'_i \theta'}$ (*i.e.* le flux turbulent de température potentielle) doivent alors être définis en fonction des champs résolus à l'aide d'un modèle de sous maille. Le modèle proposé dans MesoNH est celui de Redelsperger and Sommeria (1981). Il est basé sur le transport de l'énergie cinétique turbulente moyenne \bar{k} , nommée ultérieurement TKE pour "turbulent kinetic energy". Le fait de transporter la TKE permet de garder une information de la turbulence au cours de l'intégration en temps. De plus, cela permet également de prendre en compte la stratification dans la détermination des flux turbulents par sa présence dans l'équation de transport de la TKE. Par définition, $\bar{k} = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$, ce qui permet d'écrire le tenseur de Reynolds comme

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{k} + \tau_{ij}$$

où τ_{ij} est la partie anisotropique restant à modéliser et δ_{ij} le symbole de Kronecker. En dérivant une forme simplifiée des équations pour les moments d'ordre 2, il est possible de développer un système algébrique pour les termes τ_{ij} et $\overline{u'_i \theta'}$, qui tient compte de

l'anisotropie des échanges turbulents pour un fluide stratifié (voir Sommeria, 1976). On en déduit alors

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{k} - \frac{4}{15} \frac{L}{C_m} \bar{k}^{\frac{1}{2}} \left(\partial_i \bar{u}_j + \partial_j \bar{u}_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \partial_m \bar{u}_m \right), \quad (2.22)$$

$$\overline{u'_i \theta'} = -\frac{2}{3} \frac{L}{C_s} \bar{k}^{\frac{1}{2}} \partial_i \bar{\theta} \phi_i \quad (2.23)$$

où $C_m = C_s = 4$ sont des constantes, ϕ_i est une fonction de stabilité dépendant du nombre de Richardson, et L est l'échelle de longueur de la turbulence, ou longueur de mélange. J'ai utilisé ici les mêmes notations que Redelsperger and Sommeria (1981) et je renvoie à leur article pour plus de détails sur les constantes C_m , C_s et la fonction ϕ_i . On retiendra ici que la fermeture du système (2.20)-(2.21) est donc maintenant conditionnée par la donnée de L et de \bar{k} .

L'équation de transport de la TKE : L'équation d'évolution de \bar{k} est donnée par Redelsperger and Sommeria (1981),

$$\partial_t \bar{k} = - \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \partial_i (\rho_0 \bar{k} \bar{u}_i)}_{(1)} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \partial_i \bar{u}_j}_{(2)} + \underbrace{\frac{g}{\theta_0} \overline{u'_3 \theta'}}_{(3)} + \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \partial_i \left(C_{2m} \rho_0 L \bar{k}^{\frac{1}{2}} \partial_i \bar{k} \right)}_{(4)} - \underbrace{C_E \frac{\bar{k}^{\frac{3}{2}}}{L}}_{(5)} \quad (2.24)$$

où $C_{2m} = 0.2$, $C_E = 0.7$ sont 2 constantes. Dans cette équation, (1) représente le terme de transport advectif, (2) la production de TKE par le cisaillement, (3) la production par le terme de flottabilité, (4) la diffusion, et (5) le terme de dissipation. Cette équation vient donc se rajouter aux 2 autres équations (2.20) et (2.21) pour former un système complet où seul L reste à déterminer.

La longueur de mélange : La longueur de mélange L est directement définie par la taille de la maille Δ de notre domaine, $L = \Delta$. On considère en effet que l'on utilise une assez forte résolution pour que Δ soit assez éloigné du régime inertiel de notre écoulement.

Pour plus d'information, on peut trouver une description complète du schéma de turbulence de MesoNH dans Cuxart et al. (2000).

2.2.3 Synthèse

Nous avons montré dans ce paragraphe que le modèle dynamique de MesoNH que nous avons choisi, à savoir le système de Lipps and Hemler (1982) avec le schéma de turbulence de Redelsperger and Sommeria (1981), est valable pour l'étude des phases de vortex, de dissipation et de diffusion de l'évolution d'un contrail. Le modèle transporte 5 variables prognostiques $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{\theta}, \bar{k})$ définies par

$$\partial_t(\rho_0 \bar{u}_j) = -\partial_i(\rho_0 \bar{u}_i \bar{u}_j) - \rho_0 \partial_j(C_p \theta_0 \delta \bar{\Pi}) + \rho_0 g \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{\theta_0} \delta_{j3} - \partial_i(\rho_0 \overline{u'_i u'_j}), \quad (2.25)$$

$$\partial_t(\rho_0 \bar{\theta}) = -\partial_i(\rho_0 \bar{u}_i \bar{\theta}) + \rho_0 \frac{\bar{Q}}{C_p \Pi_0} - \partial_i(\rho_0 \overline{u'_i \theta'}), \quad (2.26)$$

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{k} - \frac{L}{15} \bar{k}^{\frac{1}{2}} \left(\partial_i \bar{u}_j + \partial_j \bar{u}_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \partial_m \bar{u}_m \right), \quad (2.27)$$

$$\overline{u'_i \theta'} = -\frac{L}{6} \bar{k}^{\frac{1}{2}} \partial_i \bar{\theta} \phi_i, \quad (2.28)$$

$$\partial_t \bar{k} = -\frac{1}{\rho_0} \partial_i(\rho_0 \bar{k} \bar{u}_i) - \overline{u'_i u'_j} \partial_i \bar{u}_j + \frac{g}{\theta_0} \overline{u'_3 \theta'} + \frac{1}{\rho_0} \partial_i \left(0.2 \rho_0 L \bar{k}^{\frac{1}{2}} \partial_i \bar{k} \right) - 0.7 \frac{\bar{k}^{\frac{3}{2}}}{L} \quad (2.29)$$

où ϕ_i est une fonction connue dépendant du nombre de Richardson (Redelsperger and Sommeria, 1981), \bar{Q} est le terme de source de chaleur qui matérialise le couplage entre dynamique et microphysique (voir paragraphe 2.3), et $\bar{\Pi} = \left(\frac{\bar{p}}{\rho_0} \right)^{\frac{R_d}{C_p}}$ est la fonction d'Exner. Dans l'équation (2.25), Π a remplacé la pression. En effet, en décomposant $\bar{\Pi} = \bar{\Pi}_0 + \delta \bar{\Pi}$ en fonction de \bar{p}_0 et $\delta \bar{p}$, il découle facilement que $\nabla \left(\frac{\delta \bar{p}}{\rho_0} \right) = \nabla(C_p \theta_0 \delta \bar{\Pi})$.

L'équation (2.25) est balancée à chaque temps t par la détermination de $\delta \bar{\Pi}$. En prenant la divergence de (2.25), on peut dériver une équation de Poisson pour l'inconnue $\delta \bar{\Pi}$ qui donne

$$\nabla \cdot (C_p \theta_0 \delta \bar{\Pi}) = \nabla \cdot \left[-\partial_i(\rho_0 \bar{u}_i \bar{u}_j) + \rho_0 g \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{\theta_0} \delta_{j3} - \partial_i(\rho_0 \overline{u'_i u'_j}) \right] \quad (2.30)$$

où tout le terme de droite est connu au temps t .

On peut également rajouter l'équation d'un scalaire passif c . En partant de la définition d'un scalaire passif $\frac{d}{dt}c = 0$, où d/dt est une dérivée lagrangienne, et en suivant les mêmes

développements que dans les deux paragraphes précédents, on obtient

$$\partial_t(\rho_0 \bar{c}) = -\partial_i(\rho_0 \bar{u}_i \bar{c}) - \partial_i(\rho_0 \overline{u'_i c'}), \quad (2.31)$$

$$\overline{u'_i c'} = -\frac{L}{6} \bar{k}^{-1} \partial_i \bar{c} \phi_i. \quad (2.32)$$

Les équations (2.25)-(2.29) couplées avec l'équation de Poisson (2.30) et l'équation du scalaire passif (2.31) forment alors un système fermé qui représente le modèle dynamique de toutes nos simulations.

2.3 Le schéma microphysique

Bien que MesoNH possède un schéma microphysique très complet, nous avons assez rapidement choisi de développer notre propre modèle. La raison principale a été un problème de simplicité. En effet, comme on va le voir dans ce paragraphe, le schéma que l'on veut utiliser ne nécessite pas tout l'habillage MesoNH. Comme dans les travaux de référence sur les simulations de contrail (Lewellen and Lewellen, 2001), (Karcher, 1996) ou encore (Sussmann and Gierens, 1999), le schéma que j'ai développé est un schéma à deux espèces, glace et vapeur, où les processus microphysiques se limitent à la condensation, l'évaporation, et la sédimentation.

Les particules de glace sont supposées être formées pendant le régime de jet. Ainsi pendant la phase d'interaction entre le jet et le vortex, il y a formation des noyaux de nucléation où la vapeur d'eau émise par l'avion se condense jusqu'à atteindre un équilibre où la température T est de l'ordre de grandeur de la température ambiante (voir paragraphe 1.1.1). Au début de la phase de vortex, les particules de glace ainsi formées possèdent alors un rayon caractéristique de l'ordre du micron, $r_{init} \sim 1 \cdot 10^{-6} m$ (Schröder et al., 2000). La condition initiale de nos simulations contient donc déjà tous les noyaux de condensation, et on ne simule alors, pendant les phases de vortex, dissipation et diffusion, que le taux de croissance des particules de glace. Les phénomènes de coagulation et de nucléation restent en effet négligeables au regard du grand nombre de particules formées à la fin de la phase de jet ($N_p^m \sim 10^{11} - 10^{12} m^{-1}$).

Dans ce paragraphe, nous allons développer les équations et nous nous rapporterons aux chapitres 3 et 4 pour une description plus complète de la “physique”.

La loi de condensation que l’on a choisie est celle utilisée par Karcher (1996)

$$\frac{d}{dt}r_p = D G_\alpha(r_p) \frac{s_I}{r_p} \quad (2.33)$$

où

- r_p est le rayon de la particule considérée,
- s_I est la supersaturation locale de la vapeur par rapport à la glace ; elle est définie par

$$s_I = \frac{\varrho_v}{\varrho_v^{sat/glacé}} - 1$$

où ϱ_v est le rapport de mélange de vapeur, et $\varrho_v^{sat/glacé}$ son équivalent à la saturation par rapport à la glace. Ce dernier, que l’on va désormais noter ϱ_v^{sat} pour simplifier les formules, est relié à la fraction molaire X^{sat} par $\varrho_v^{sat} = (X^{sat} W_{vap}) / ((1 - X^{sat}) W_{air})$ où $W_{air} = 28.85 \text{ g/mol}$ et $W_{vap} = 18.01 \text{ g/mol}$ sont les masses molaires de l’air et de la vapeur. X^{sat} est estimée à partir de la formule proposée par Sonntag (1994),

$$p^{sat} = p X^{sat} = \exp\left(-\frac{6024.5282}{T} + 29.32707 + 1.0613868 \cdot 10^{-2} T - 1.3198825 \cdot 10^{-5} T^2 - 0.49382577 \ln T\right),$$

- $D = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ est la diffusivité de la vapeur moléculaire,
- et $G_\alpha(r_p)$ est une fonction paramétrisant le passage du régime cinétique au régime de diffusion. On a

$$G_\alpha(r) = \left(\frac{1}{1 + \text{Kn}} + \frac{4 \text{Kn}}{3\alpha} \right)^{-1}$$

où $\alpha = 0.1$ est le coefficient de déposition (on utilise ici la valeur proposée par Karcher, 1996), et $\text{Kn} = \frac{\lambda}{r}$ est le nombre de Knudsen, caractérisant le passage du régime cinétique ($\text{Kn} \rightarrow +\infty$) au régime de diffusion ($\text{Kn} \rightarrow 0$). λ représente le libre parcours moyen des molécules de vapeur dans l’air. Il est, par définition, inversement proportionnel à la densité de molécule, ce qui permet d’écrire en utilisant l’équation

d'état des gaz parfaits,

$$\frac{\lambda}{\lambda_{00}} = \frac{T}{T_{00}} \frac{p_{00}}{p} \quad (2.34)$$

où l'état $()_{00}$ est un état de référence connu [$\lambda_{00} = 6.6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$, $T_{00} = 293.15 \text{ K}$, $p_{00} = 1.01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$]. Si l'on prend les valeurs caractéristiques de pression et de température à l'altitude de vol [$T = 220 \text{ K}$, $p = 2.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$], on trouve alors un nombre de Knudsen de l'ordre de $\text{Kn} \sim 0.1$, soit une valeur proche de la valeur limite du régime de diffusion. Cependant, on utilisera la formule (2.34) pour déterminer la valeur locale de la fonction G_α , afin de prendre en compte les perturbations de pression et de température, notamment pendant la phase de vortex.

Toujours dans un souci de simplicité, nous nous sommes tournés vers une approche *bulk*, ou à un moment, comme Lewellen and Lewellen (2001). En effet, le couplage d'une simulation 3-D à haute résolution et d'un schéma microphysique demande un certain compromis par rapport au temps CPU. On s'est donc restreint, au moins dans un premier temps,¹ à ne transporter que le nombre de particules de glace (la quantité réellement transportée étant $\varrho_p = np/\rho_0$), le rapport de mélange de glace ϱ_i , et le rapport de mélange de vapeur ϱ_v . En utilisant la densité de particules n_p et la définition des rapport de mélange de glace et de vapeur $\varrho_\phi = \frac{\rho_\phi}{\rho_{air}} = \frac{\rho_\phi}{\rho_0}$ avec ρ_ϕ et $\rho_{air} = \rho_0$, les densités de l'espèce ϕ et de l'air sec, on peut écrire

$$\varrho_i = \frac{4/3 \pi \bar{r}_p^3 n_p \rho_{ice}}{\rho_0} \quad (2.35)$$

où \bar{r}_p est le rayon moyen local des particules dans une maille donnée, et $\rho_{ice} = 0.92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ est la densité de la glace. En utilisant (2.35), et la loi de condensation (2.33), on obtient

¹les équations d'un schéma à deux moments ont été développées mais pas implémentées dans Me-soNH faute de temps.

alors le système suivant

$$\frac{d}{dt}\varrho_i = (4\pi n_p)^{\frac{2}{3}} D G_\alpha(r) s_I \varrho_v^{sat} \left[\frac{3 \varrho_i \rho_0}{\rho_{ice}} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (2.36)$$

$$\frac{d}{dt}\varrho_v = -\frac{d}{dt}\varrho_i, \quad (2.37)$$

$$\frac{d}{dt}\varrho_p = 0 \quad (2.38)$$

où on suppose que le nombre de particules reste constant. En effet, on considère que le lessivage des noyaux de nucléations (désactivation des particules de suies par un flux UV) se produit sur des échelles de temps beaucoup plus longue que celle qui nous intéresse ici ($\sim 1/2 h$).

Pour prendre en compte les effets de la sédimentation, notamment dans la phase de diffusion, on rajoute un terme source dans l'équation d'évolution du rapport de mélange de glace, on a alors

$$\frac{d}{dt}\varrho_i = S_{cond} + S_{sedi}(\varrho_i), \quad (2.39)$$

$$\frac{d}{dt}\varrho_v = S_{cond}, \quad (2.40)$$

$$\frac{d}{dt}\varrho_p = S_{sedi}(\varrho_p) \quad (2.41)$$

où S_{cond} est le terme de droite de l'équation (2.36), et $S_{sedi}(\varrho_\phi)$ est défini par,

$$S_{sedi}(\varrho_\phi) = \frac{1}{\rho_0} \partial_z \left[v_{fall} (\rho_0 \varrho_\phi) vol_{mesh} \right]. \quad (2.42)$$

vol_{mesh} représente le volume d'une maille, et v_{fall} est la vitesse de chute des particules de glace donnée par la paramétrisation de Heymsfield and Iaquina (1999)

$$v_{fall} = 3.09 \cdot 10^3 D^{1.26} \quad \text{si } D < 490 \mu m, \quad (2.43)$$

$$= 5.38 \cdot 10^2 D^{0.68} \quad \text{si } D > 490 \mu m \quad (2.44)$$

où D est la longueur caractéristique de la particule définie par sa masse m_p de telle sorte

que

$$D = 0. \quad \text{si } D < 10\mu m, \quad (2.45)$$

$$= \left(\frac{m_p}{1.649 \cdot 10^{-3}} \right)^{1/2.20} \quad \text{si } D > 10\mu m. \quad (2.46)$$

$$(2.47)$$

On se rapportera à la fin du paragraphe 4.2.2 pour une analyse détaillée de l'influence de la sédimentation sur notre écoulement.

Le terme \bar{Q} de l'équation (2.26) représente le couplage entre la microphysique et la dynamique. Il prend en compte les effets diabatiques des changements de phase, *i.e.* la chaleur latente. La quantité de chaleur localement dégagée par la condensation d'une certaine quantité de glace est donnée par

$$\bar{Q} = -\frac{L}{\Pi_0 C_p} \partial_t \varrho_i \quad (2.48)$$

où $L = L(T, p)$ est la chaleur latente de sublimation de la vapeur. On a fait ici l'hypothèse que $\Pi \sim \Pi_0$. Cette approximation permet de découpler le problème de la pression de celui de la thermodynamique, et donc de simplifier grandement la résolution du terme \bar{Q} tout en conservant une bonne représentation des phénomènes physiques.

Pour en finir avec le schéma microphysique, il reste à prendre en compte la présence de l'eau dans le terme de flottabilité S_{flot} de l'équation (2.25),

$$S_{flot} = \rho_0 g \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0}.$$

En effet, plus on a de vapeur à un endroit donné plus l'air est léger (O_2 est remplacé par H_2O) et inversement pour la glace, plus il y a de particules plus l'air va avoir tendance à descendre. Pour paramétriser ces phénomènes, on remplace dans le terme S_{flot} la température potentielle θ par la température potentielle virtuelle θ_v ,

$$\theta_v = \theta \frac{1 + R_v/R_d \varrho_v}{1 + \varrho_v + \varrho_i} \quad (2.49)$$

où R_d (R_v) est la constante des gaz parfaits pour un air sec (humide). Le terme de flottabilité devient alors

$$S_{flot} = \rho_0 g \frac{\theta_v - \theta_{0v}}{\theta_{0v}}. \quad (2.50)$$

Les équations (2.39), (2.40) et (2.41) avec les relations (2.48) et (2.50) représentent ainsi notre schéma microphysique. Il garde suffisamment de simplicité pour nous permettre de développer MesoNH avec un coût CPU “raisonnable” et en faire un outil adapté à l’étude de l’évolution d’un contrail jusque dans le champ lointain lors de la phase d’interaction avec la turbulence atmosphérique.

2.4 L’implémentation numérique

Dans ce paragraphe, nous ne rentrerons pas dans les détails de l’implémentation numérique des schémas de MesoNH. On se rapportera au chapitre 3 et 4 de la documentation scientifique pour plus d’information². Nous ne donnons ici que les caractéristiques importantes pour le cas de notre étude.

Le schéma numérique de MesoNH est un schéma centré d’ordre 2, basé sur une grille de type C pour la discrétisation spatiale, et un schéma “leapfrog” muni d’un filtre d’Asselin pour l’avancement en temps. C’est un schéma qui conserve la masse puisque, dans une maille, les flux sont directement évalués sur les parois. Par contre, son ordre peu élevé en fait un schéma quelque peu dissipatif.

Le maillage peut être cartésien ou suivre une topographie. Dans ce dernier cas, la coordonnée verticale est alors définie par la loi de Gal-Ghen and Sommerville (1975). La grille peut également être étirée suivant la verticale, mais reste homogène suivant l’horizontale.

La résolution du terme de pression (voir équation 2.30) est assurée par des solveurs différents suivant le maillage employé. Dans le cas d’une grille cartésienne, une inversion de matrice est utilisée, alors que dans le cas non cartésien, le solveur est basé sur la

²la documentation scientifique de MesoNH est accessible via l’adresse, <http://mesonh.aero.obs-mip.fr/mesonh/>

méthode des résidus conjugués.

2.5 Les modifications majeures du modèle MesoNH

Je n'ai, en fait, effectué qu'une modification majeure sur le modèle MesoNH. En effet, en dehors du schéma microphysique et de multiples modifications mineures, je n'ai vraiment touché dans le coeur de MesoNH que le terme de correction qui permet au schéma d'advection de rester défini positif.

Dans la configuration de MesoNH que nous utilisons, en plus du schéma d'advection traditionnel du second ordre, pour toutes les quantités positives (*e.g.* température potentielle, scalaire passif, rapport de mélange) un terme de correction est évalué suivant l'approche de Smolarkiewicz and Grabowski (1990), appelé schéma de Transport de Flux Corrigés (noté FCT pour "Flux Corrected Transport").

Si l'on s'intéresse à un problème 1D, le terme d'advection pour un scalaire ϕ s'écrit

$$\partial_t(\rho_0\phi) = -\partial_x(F) \quad (2.51)$$

où $F = \rho_0 u\phi$. Une fois discrétisée (voir figure 2.1), l'équation (2.51) devient

$$\phi_i^{t+dt} = \phi_i^{t-dt} - 2 dt \frac{dt}{\rho_0 dx} (F_{i+1} - F_i) \quad (2.52)$$

où $2 dt$ est le pas de temps, dx est la taille de la maille, et $F_i = \rho_0 u_i \frac{\phi_{i-1} + \phi_i}{2}$. Cette formulation n'est pas assurée de conserver la positivité. Il faut donc corriger F_i . Pour cela, on peut toujours réécrire l'équation (2.52) sous la forme

$$\phi_i^{t+dt} = \phi_i^{t-dt} - 2 dt \frac{dt}{\rho_0 dx} (F_i^{out} - F_i^{in}) \quad (2.53)$$

avec

$$F_i^{out} = |\min(F_i, 0)| + |\max(F_{i+1}, 0)|, \quad (2.54)$$

$$F_i^{in} = |\max(F_i, 0)| + |\min(F_{i+1}, 0)|. \quad (2.55)$$

La positivité est respectée si

$$\phi_i^{t+dt} = \phi_i^{t-dt} - 2 dt \frac{dt}{\rho_0 dx} (F_i^{out} - F_i^{in}) \geq \min(\phi^{t-dt}) = \phi_{min}^{t-dt}.$$

Une condition suffisante est alors

$$\beta_i = \frac{\phi_i^{d-dt} - \phi_{min}^{d-dt}}{2 dt \frac{dt}{\rho_0 dx} (F_i^{out})} \geq 1.$$

Ainsi le schéma de transport de flux corrigé consiste à calculer normalement l'advection si $\beta_i \geq 1$, et dans le cas contraire, le rapport β_i est utilisé pour maintenir $\phi_i^{t+dt} \geq \phi_{min}^{t-dt}$. D'une manière générale, F_i est alors défini par

$$F_i = \min(1, \beta_{i-1}) \max(0, F_i) + \min(1, \beta_i) \min(0, F_i). \quad (2.56)$$

Dans MesoNH, F représente les flux résolus. Ainsi, les flux turbulents ne sont pas pris

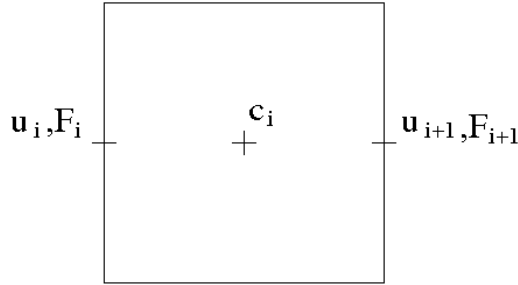


FIG. 2.1: Schéma de la maille de MesoNH en version 1-D.

en compte dans le schéma FCT. Un point particulier de notre écoulement, par rapport aux utilisations habituelles de MesoNH, est la forte génération de turbulence lors de l'éclatement du système de vortex. A ce moment là, les flux turbulents peuvent être de l'ordre de grandeur des flux résolus. Pour conserver la positivité, j'ai alors généralisé le schéma FCT à $\mathbf{F} = \rho_0 \bar{\mathbf{u}}\bar{\phi} + \rho_0 \overline{\mathbf{u}\phi}$. Toutes les simulations effectuées ont été réalisées avec cette modification.

Après avoir décrit, dans ce chapitre, le modèle MesoNH et ses approximations, ainsi que le schéma microphysique que nous avons spécialement développé pour cette étude, nous allons maintenant vérifier leurs comportements dans plusieurs cas tests réalisés à l'aide de simulations 2-D (chapite 3), avant de passer à des simulations 3-D plus avancées (chapitre 4).

Chapitre 3

Simulation 2-D de la Phase de Vortex - Validation de MesoNH

Ce chapitre est consacré à une étude 2-D de la phase de vortex. Dans un premier temps (paragraphe 3.1) nous définirons les caractéristiques d'une simulation type, c'est à dire la configuration de MesoNH, et les paramètres critiques de la condition initiale. Dans le paragraphe 3.2 on évaluons ces paramètres pour une simulation de référence ainsi que pour un panel de simulations tests qui nous permettra de valider le choix de nos modèles. Basé sur ces simulations, le paragraphe suivant sera dédié à une description détaillée des processus dynamiques et microphysiques de la phase de vortex. Nos résultats seront ensuite comparés aux travaux de la littérature.

3.1 Configuration de MesoNH, et paramètres critiques de la condition initiale

Afin d'apporter des modifications au code MesoNH sans se soucier de la configuration utilisée (2-D, ou 3-D), nous avons choisi de définir la configuration 2-D à partir d'une configuration 3-D où le nombre de points, suivant la direction de vol, est ramené au nombre de points minimum que MesoNH peut accepter, soit 5 points avec une résolution

de 1 m et des conditions périodiques sur les parois. Lors des simulations “2-D”, on fera donc toujours attention à ce que la vitesse suivant l’axe reste négligeable. En pratique, on observe des vitesses inférieures de 5 ordres de grandeur à la vitesse dans le plan transverse.

Le domaine est orienté tel que x représente la direction de vol, y la direction transverse, et z la direction verticale. Dans un cas 2-D, le champ de vitesse est donc défini par (v, w) , et l’axe x n’a pas de signification physique. Par la suite, lorsque les coordonnées cylindriques (r, θ) sont utilisées, elles correspondent au plan (y, z) .

Comme décrit dans le chapitre 1, toute la phase de jet pendant laquelle les vortex se forment, et interagissent avec les émissions des réacteurs, est en dehors du cadre de notre étude. Ainsi, on considère comme conditions initiales 2 vortex contra-rotatifs distants de b_0 et modélisés par 2 tourbillons de Lamb-Oseen comme Garten et al. (1998) ou Holzapfel et al. (2001). Par construction, un Lamb-Oseen est solution des équations de Navier-Stokes. Il est défini par sa circulation asymptotique Γ_0 et par le rayon de son noyau r_c . La distribution de vorticité pour un tel vortex est alors donnée par

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{r^2}{2r_c^2}} \quad (3.1)$$

avec $\Gamma_0 = \iint \omega r dr d\theta = 2\pi r_c^2 \omega_0$. Dans le cas de notre système de deux vortex contra-rotatifs, on a donc

$$\omega(y, z)|_{t=0} = \omega_0 \left[e^{-\frac{(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}{2r_c^2}} - e^{-\frac{(y-y_2)^2+(z-z_2)^2}{2r_c^2}} \right] \quad (3.2)$$

où (y_1, z_1) et (y_2, z_2) sont respectivement les centres des vortex droit et gauche tel que $b_0 = y_2 - y_1$ et $\omega_0 > 0$. Initialement, les vortex sont placés tels que $z_1 = z_2 = \frac{4}{5}L_z$, et $y_1 = \frac{L_y}{2} - \frac{b_0}{2} = y_2 - b_0$, où L_z est la hauteur du domaine. La superposition des deux vortex de Lamb-Oseen n’est plus solution de Navier-Stokes, et n’est également pas à divergence nulle. Afin d’avoir une condition initiale plus physique et surtout numériquement acceptable, on ajoute alors une condition supplémentaire de divergence nulle à l’équation (3.2). Le

champ de vitesse initiale est alors défini par

$$\begin{aligned} v(y, z)|_{t=0} = & -\frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{(z - z_1)}{(y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \left(1 - e^{-\frac{(y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{2r_c^2}}\right) \\ & + \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{(z - z_2)}{(y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \left(1 - e^{-\frac{(y-y_2)^2 + (z-z_2)^2}{2r_c^2}}\right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} w(y, z)|_{t=0} = & \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{(y - y_1)}{(y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \left(1 - e^{-\frac{(y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{2r_c^2}}\right) \\ & - \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{(y - y_2)}{(y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \left(1 - e^{-\frac{(y-y_2)^2 + (z-z_2)^2}{2r_c^2}}\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Le système s'équilibrera de lui même sur les premiers pas de temps afin de vérifier les équations de Navier-Stokes.

On considère que toutes les particules de glace sont formées à $t = 0$, qu'elles sont à l'équilibre (*i.e.* à saturation) et possèdent le même rayon r_p (Lewellen and Lewellen, 2001). Elles sont distribuées radialement à l'aide d'une gaussienne centrée sur le rayon du noyau r_c de chacun des vortex avec un écart type σ_p . Cette modélisation est applicable au cas d'un quadriréacteur comme le *B747* car le réacteur de bout d'aile est suffisamment près du vortex pour que ses émissions pénètrent dans le tourbillon. Dans le cas d'un biréacteur, une tout autre distribution devrait être prise en compte. Soit n_p la densité de particules, on a donc

$$n_p(\mathbf{r}) = n_p^{max} \sum_{i=1}^2 e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|^2 - r_c^2}{\sigma_p^2}} \quad (3.5)$$

où $\mathbf{r}_i = (y_i, z_i)$ pour $i = 1, 2$, et n_p^{max} est défini par la donnée du nombre de particules par mètre de vol $N_p^{m vol}$ tel que

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} n_p(\mathbf{r}) r dr d\theta = N_p^{m vol}. \quad (3.6)$$

Les conditions atmosphériques ambiantes sont telles que la pression est à l'équilibre hydrostatique, la stratification est donné par la fréquence de Brunt-Väisälä N , et l'humidi-

dité est fixée de telle manière que le profil de vapeur d'eau soit directement proportionnel à la vapeur de saturation par rapport à l'eau liquide (Sussmann and Gierens, 1999). A l'altitude de vol, on fixe une pression $p_a = 230 \text{ hPa}$, une température $T_a = 220 \text{ K}$ et on garde, en tant que paramètre, l'humidité relative par rapport à la glace RH_a .

D'après Holzapfel et al. (2001), l'effet de la turbulence, qu'elle soit induite par l'interaction jet-vortex ou par l'atmosphère, n'est à prendre en compte que pour les processus dynamiques 3-D (*e.g.* instabilité de (Crow, 1970)) qui rentrent en jeu dans l'effondrement du système de vortex. Dans ce chapitre, on considère donc que l'atmosphère est au repos, et aucune perturbation n'est ajoutée aux 2 vortex de Lamb-Oseen.

On notera ainsi que les résultats obtenus dans le cas de configuration 2-D ne peuvent être pleinement commentés pour des temps de simulations $t \geq 80 \text{ s}$ (temps caractéristique de l'instabilité de Crow). En effet, étant donné que l'effondrement de la structure du sillage n'est pas résolu, on ne peut donner un sens physique qu'au début de la phase de vortex. Les simulations seront néanmoins intégrées sur 100 s , afin de comparer nos résultats avec ceux de Sussmann and Gierens (1999) ou Robins and Delisi (1998).

Le domaine numérique est un rectangle de dimension $L_y \times L_z$ avec une résolution homogène $dy = dz$. Les conditions aux limites sont ouvertes suivant l'axe y , et de type "rigid lid" en haut et en bas du domaine. L_y et L_z sont choisis de telle manière que les vortex restent loin des parois tout au long de la simulation. Que ce soit en flux rentrant ou sortant, la condition ouverte consiste alors à extrapoler les champs pronostiques depuis l'intérieur. L'expérience montre que la dynamique aux bords du domaine est suffisamment faible pour conserver un schéma numérique stable. Le pas de temps dt est choisi afin de conserver la stabilité de MesoNH. L'expérience montre que dans le cas d'une dynamique de vortex, un pas de temps 4 fois plus petit que la condition de CFL est nécessaire.

Pour résumer ce paragraphe, les paramètres de la condition initiale d'une simulation 2-D sont reportés dans le tableau 3.1.

Symbole	Paramètre
dt	pas de temps
dy, dz	résolution
L_y, L_z	taille du domaine
b_0	distance initiale entre les 2 vortex
r_c	rayon du noyau du vortex
Γ_0	circulation initiale d'un vortex
$N_p^{m\ vol}$	nombre de particules par mètre de vol
r_p	rayon des particules de glace identique pour toutes les particules
σ_p	écart type de la distribution de densité de particules
N	fréquence de Brunt-Väisälä
RH_a	humidité relative à l'altitude de vol

TAB. 3.1: Liste des paramètres de la condition initiale d'une simulation 2-D.

3.2 Définition d'un panel de simulations tests

Dans ce paragraphe, on va tout d'abord définir la condition initiale d'une simulation de référence, c'est-à-dire expliciter nos choix des paramètres du tableau 3.1. Puis, afin d'évaluer l'influence de chaque paramètre, tout un ensemble de simulations tests va être mis au point.

3.2.1 Simulation de référence

Dans la littérature, le cas habituellement choisi comme étant le plus représentatif pour l'étude de l'évolution d'un contrail est un *B747* en mode de croisière dans une atmosphère légèrement supersaturée (Lewellen and Lewellen, 2001 ou Sussmann and Gierens, 1999). En d'autres termes, cette configuration consiste à choisir l'avion le plus fréquemment rencontré dans les couloirs aériens transcontinentaux, dans des conditions atmosphériques où un cirrus naturel ne peut pas se développer, c'est à dire le cas le plus fréquent, et aux conséquences sur l'atmosphère les plus importantes. Le mécanisme de nucléation homogène nécessaire à la formation de cirrus naturels demande une humidité relative supérieure à 140% (Koop et al., 2000). On choisit alors comme condition atmosphérique une humidité

relative de $RH_a = 130\%$, et un sillage défini par $b_0 = 47 \text{ m}$, $\frac{r_c}{b_0} = 0.098$, et $\Gamma_0 = 600 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (valeurs typiques pour un B747).

La répartition de la glace à l'instant initial est pleinement définie par la donnée du nombre de particules par mètre de vol $N_p^{m \text{ vol}}$, du rayon des particules r_p , et de l'écart type de la distribution de la densité de particules σ_p . Aucune valeur exacte n'existe pour ces paramètres, cependant en utilisant la conservation de la masse d'eau émise par l'avion et quelques approximations, on peut en déduire des valeurs proches des ordres de grandeur attendus, soit $N_p^{m \text{ vol}} \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ m}^{-1}$, $r_p \sim 1 \text{ }\mu\text{m}$ et $\rho_p \sim 10^9 \text{ m}^{-3}$ (paragraphe 1.1.1).

Pour la suite de notre étude, on définit le temps t_{em} comme le temps écoulé depuis l'émission, alors que le temps t est le temps écoulé par rapport au début de notre simulation, c'est à dire que $t = 0$ correspond à $t_{em} = 20 \text{ s}$ (durée de la phase de jet).

Le régime de jet peut être découpé schématiquement en deux phases. Dans un premier temps, lorsque le jet se dilate, la vapeur d'eau émise par le réacteur va se condenser sur les CCN présents jusqu'à obtenir un équilibre (*i.e.* saturation) à $t_{em} = 1 \text{ s}$ où l'on considère que toutes les particules sont formées. Ensuite, le vortex va entraîner les particules de glace, pour finir, à $t_{em} = 20 \text{ s}$, par les concentrer autour du rayon de son noyau (voir figure 3.1). En utilisant le rapport de mélange de la vapeur à la sortie d'un réacteur $\varrho_v^{emis} = 2.10^{-2} \text{ kg/kg}$ (Garnier and Baudouin, 1997), et le rayon du jet $r_j = 0.3 \text{ m}$ (Jacquin and Garnier, 1996), on trouve que la masse d'eau émise par mètre de vol pour un réacteur est de l'ordre de $M_{H_2O}^{avion} = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$. Si r_{Ka} est le rayon du jet à $t_{em} = 1 \text{ s}$, la conservation de la masse d'eau implique

$$(\rho_v^{sat} + \rho_i)|_{t_{em}=1s} \pi r_{Ka}^2 = M_{H_2O}^{avion} + \rho_v^{atm} \pi r_j^2 \quad (3.7)$$

où ρ_v^{sat} et ρ_i sont respectivement la densité de vapeur, et de glace, à la saturation dans le jet à $t_{em} = 1 \text{ s}$, et ρ_v^{atm} est la densité de vapeur de l'atmosphère à l'altitude de vol. On a fait ici les hypothèses qu'à la fin de la première phase du régime de jet, à $t_{em} = 1 \text{ s}$ (schéma du centre de la figure 3.1),

- la température du jet est de l'ordre de grandeur de la température ambiante, *i.e.* $\rho_v^{sat} = \rho_v^{sat}(T_a)$,
- la vapeur de l'air ambiant n'a pas été entraînée dans le jet. On utilise ainsi le rayon

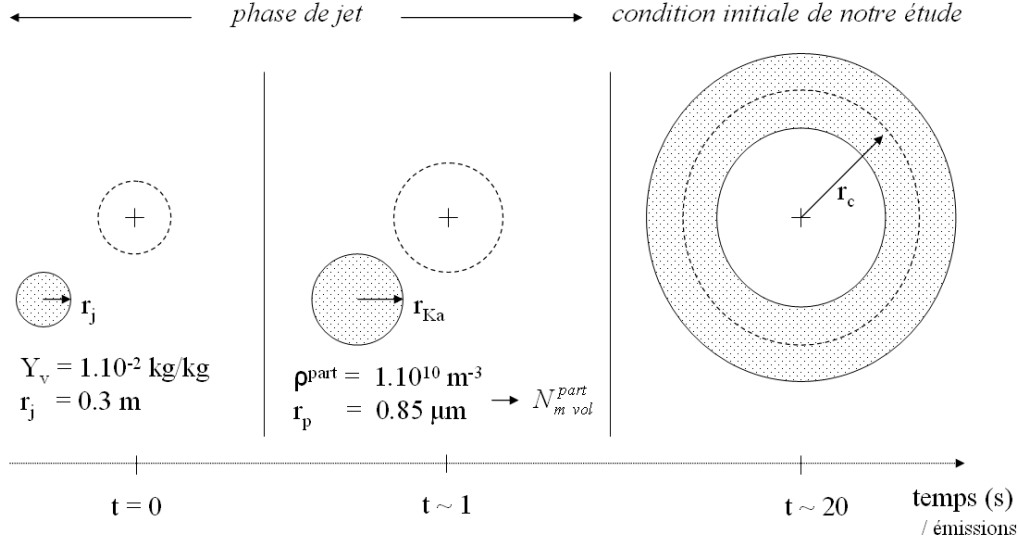


FIG. 3.1: Vue schématique du régime de jet. A noter que les longueurs ne sont pas à l'échelle.

du jet, r_j , dans le membre de droite de l'équation (3.7).

De plus, Karcher (1996) a montré à l'aide d'un modèle 0- D que pour une densité initiale de CCN de 10^9 (10^{11}) m^{-3} , les particules de glace atteignent un état d'équilibre environ 1 seconde après l'émission avec un rayon $r_p = 1.15$ (0.5) μm . En prenant une valeur moyenne par rapport aux valeurs de Karcher (1996) (*i.e.* $n_p = 10^{10} m^{-3}$ et $r_p = 0.85 \mu m$), on peut estimer à $t_{em} = 1 s$ que $\rho_i = 2.36 \cdot 10^{-5} kg m^{-3}$. Ce qui implique, d'après l'équation (3.7), $r_{Ka} = 3.14 m$, soit finalement en considérant le cas d'un gros porteur (4 réacteurs), un nombre de particules par mètre de vol, $N_p^{m vol} = 1.54 \cdot 10^{12} m^{-1}$.

De récentes simulations de l'interaction jet-vortex sur des échelles de temps de l'ordre d'une dizaine de secondes (simulations réalisées dans la suite des travaux de Paoli et al. (2004), communication privée), laissent penser que l'étalement des particules à $t_{em} = 20 s$ autour du rayon du noyau des vortex est de l'ordre de grandeur du rayon du noyau du vortex. Ainsi en utilisant $\sigma_p = r_c = 4.6 m$, et en utilisant la valeur précédente de $N_p^{m vol} = 1.54 \cdot 10^{12} m^{-1}$, l'équation (3.6) donne un maximum pour la densité de particules n_p de $n_p^{max} = 3.2 \cdot 10^9 m^{-3}$.

A $t_{em} = 20 s$, on suppose que l'on est toujours à la saturation et que toutes les particules

ont le même rayon r_p . En utilisant la conservation de la masse d'eau, on peut estimer r_p en tenant compte du mélange qui s'est produit lors de l'interaction entre le jet et le vortex (schéma de droite de la figure 3.1). On trouve alors avec les valeurs précédentes, un rayon initial pour les particules de glace de $r_p = 1.5 \mu m$, valeur du même ordre de grandeur que celle donnée par Schumann pour un contrail du même âge (1-20 s) dans le chapitre 11.2 de (Lynch et al., 2002).

La figure 3.2 résume la façon dont la glace est distribuée pour notre condition initiale, elle représente une coupe transverse de la densité de particules ρ_p et du rayon moyen r_p pour chaque point de grille à l'altitude de vol à $t = 0$.

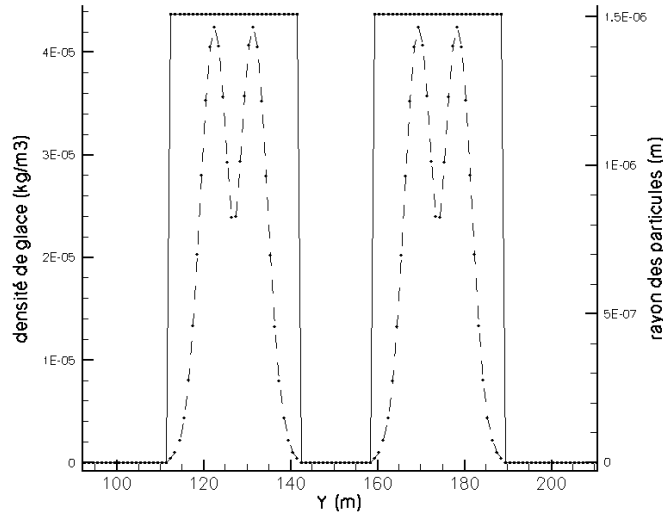


FIG. 3.2: Coupe transverse de la densité de particules n_p (ligne discontinue) et du rayon moyen r_p (ligne continue) à l'altitude de vol à $t = 0$.

Outre les paramètres de nature numérique, pour définir notre condition initiale de référence, il reste à choisir une fréquence de Brunt-Väisälä représentative des conditions de vol à l'altitude de croisière. Les avions actuels volent généralement en haut de la troposphère, aux environs de 10 km d'altitude. Les études réalisées sur la dynamique de la tropopause comme celle de Birner (2006), montrent que la fréquence de Brunt-Väisälä passe d'une valeur de $\sim 0.01 s^{-1}$ pour des altitudes inférieures à 9 km, à $\sim 0.02 s^{-1}$ pour des altitudes supérieures à 14 km. A l'instar de Gerz and Holzapfel (1999),

on choisit $N = 0.014 \text{ s}^{-1}$ comme valeur de référence. Pour résumer l'état de l'atmosphère ambiante à $t = 0$, les profils de pression, température, et supersaturation par rapport à la glace sont regroupés dans la figure 3.3.

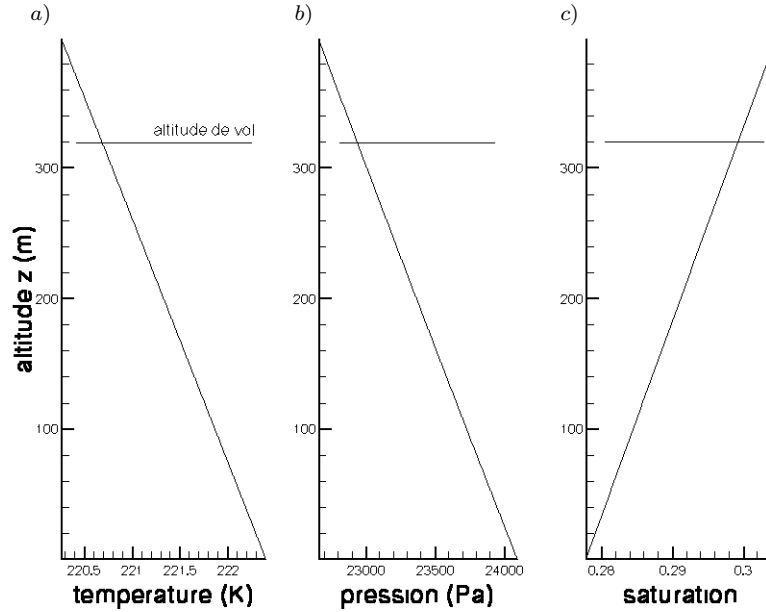


FIG. 3.3: Profil vertical de la pression (a), de la température (b), et de la supersaturation par rapport à la glace (c) pour notre condition de référence à $t = 0$.

Le tableau 3.2 donne les caractéristiques des simulations de référence de la littérature appliquées au problème du régime de vortex. Dans la plupart de ces travaux, le schéma d'advection est du second ordre comme celui dont on dispose dans MesoNH, et les résolutions vont de 4 à 1 m pour la géométrie qui nous intéresse ici (simulation 2-D). En prenant en compte la capacité des machines à notre disposition, et la prolongation de notre travail vers des configurations 3-D, le choix pour la simulation de référence s'est arrêté sur une résolution de 1 m , et un domaine de 300x400 m suivant les directions horizontale et verticale, respectivement.

Afin de résumer nos choix, les paramètres de la condition initiale de notre simulation de référence sont rappelés dans le tableau 3.3.

	schéma d'advection	type de simulation	résolution dans le plan transverse
Lewellen and Lewellen (2001)	ordre 2	3-D	1.2;1.7
Holzapfel et al. (2001)	ordre 2	3-D	1
Gerz and Holzapfel (1999)	ordre 2	3-D	1
Sussmann and Gierens (1999)	ordre 2	2-D	4
Gierens and Jensen (1998)	ordre 2	2-D	4
Robins and Delisi (1998)	Fourier (horizontal) ordre 6 (vertical)	3-D	3.6
nos simulations de référence	ordre 2	2-D/ 3-D	1

TAB. 3.2: Caractéristiques des simulations de référence de la littérature sur le problème du régime de vortex.

Symbole	valeur	Paramètre
dt	0.025 s	pas de temps
dy, dz	1 m	résolution
L_y, L_z	300x400 m	taille du domaine
b_0	47 m	distance initiale entre les 2 vortex
r_c	4.6 m	rayon du noyau du vortex
Γ_0	600 $m^2 s$	circulation initiale d'un vortex
$N_p^{m\ vol}$	$1.54 \cdot 10^{12} m^{-3}$	nombre de particules par mètre de vol
r_p	1.5 μm	rayon des particules de glace
σ_p	4.6 m	écart type de la distribution de densité de particules
N	$1.4 \cdot 10^{-2} s$	fréquence de Brunt-Väisälä
RH_a	130 %	humidité relative à l'altitude de vol

TAB. 3.3: Liste des paramètres de la condition initiale de la simulation de référence 2-D.

3.2.2 Simulations tests

Dans le but de tester le comportement des modèles dynamique et microphysique, un panel de conditions initiales a été élaboré afin d'effectuer une étude de sensibilité des différents paramètres introduits dans le paragraphe précédent. L'objectif premier est de tester la robustesse de notre code, mais nous profiterons également de ces simulations pour évaluer les paramètres critiques qui feront l'objet de nos simulations 3-D futures.

Parmi les grandeurs du tableau 3.1, celles relatives à la dynamique des vortex, (*i.e.* b_0 , r_c , et Γ_0) ont déjà fait l'objet de nombreuses études (*e.g.* (Robins and Delisi, 1998), (Lewellen and Lewellen, 1996), (Holzapfel et al., 2001), (Spalart, 1996)). On choisit donc ici de se restreindre au cas d'un B747, c'est-à-dire de fixer ces valeurs et de porter notre attention sur l'influence de :

- la largeur de la distribution spatiale des particules de glace (σ_p),
- la résolution (dy, dz),
- l'humidité relative (RH_a),
- la stratification (N),
- le nombre de particule par mètre de vol ($N_p^{m vol}$).

L'ensemble des conditions initiales est reporté dans le tableau 3.4. Ceci correspond ainsi à un total de 18 simulations qui ont été effectuées sur le *Cray XD1* du Cerfacs.

3.3 Description des processus dynamique et microphysique de la phase de vortex

En se basant sur l'ensemble des simulations présentées précédemment, nous allons étudier dans ce paragraphe l'évolution des processus dynamique et microphysique de la phase de vortex. On s'intéressera particulièrement à la répartition de la glace entre le premier et second sillage, ce point représentant la conséquence majeure de la phase de vortex sur l'évolution d'un contrail (voir la figure 1.8 du chapitre 1).

L'ensemble des simulations, sur lequel on se base, a été réalisé pour une configuration 2-Dafin de pouvoir effectuer de multiples tests dans des temps *CPU* raisonnables. Cepen-

nom de la simulation	paramètre critique	valeur	schéma micro φ (o/n)	commentaire
<i>Ref</i>			o	simulation de référence (voir paragraphe 3.2.1)
<i>D1</i>	σ_p (m)	2.5	o	$dy = dz = 0.5$ m
<i>D2</i>		5	o	$dy = dz = 1$ m
<i>R1, R2</i>	dy, dz (m)	0.5	o,n	
<i>R3</i>		1	n	
<i>R4, R5</i>		2	o,n	
<i>R6</i>		4	n	
<i>S1, S2, S3</i>	RH_a (%)	98, 100.8, 109	o	cas de Sussmann and Gierens (1999)
<i>S4</i>		117	o	
<i>S5</i>		125	o	
<i>St</i> {1, 2}	N ($10^{-2}s^{-1}$)	2.16, 1.08	n	cas de Robins and Delisi (1998) (<i>i.e.</i> $Fr = 2, 4$)
<i>N1</i>	$N_p^{m vol}$	$2.3 \cdot 10^{11}$	o	densité de CCN minimum utilisée par Karcher (1996) à $t_{em} = 1$ s
<i>N2</i>		$1.0 \cdot 10^{13}$	o	<i>i.e.</i> N1, mais valeur maximum

TAB. 3.4: Liste des simulations tests effectuées dans le cas d'une configuration 2-D.

dant dans une telle configuration, le nombre de particules entraînées dans le second sillage est sous-évalué. En effet, l'instabilité 3-D de Crow (1970) agit directement sur l'intensité de la vorticité dans le second sillage, par le biais du rapprochement des vortex primaires et induit *in fine* l'effondrement de la structure dynamique du premier sillage. On se gardera donc de porter des conclusions généralistes sur ces simulations 2-D, toutefois le comportement général et l'effet des paramètres listés dans le paragraphe 3.2.2 peuvent déjà être observés avant de poursuivre l'analyse par des simulations 3-D très consommatrices en moyen de calcul.

Nous allons donc nous intéresser, dans un premier temps, à la descente des vortex et à ses conséquences sur la dynamique (*i.e.* compression adiabatique et formation d'un second sillage), puis nous étudierons les résultats du schéma microphysique, c'est-à-dire l'évolution de la densité de particules, de la supersaturation, de la masse de glace et du rayon des particules.

3.3.1 Descente des vortex et ses conséquences sur la dynamique

Robins and Delisi (1998) ont observé pour 100 s de simulation, dans une configuration 2-D, une descente linéaire du système de vortex de $h = 185\text{ m}$ qui reste indépendante de la stratification lorsque $N < 0.04\text{ s}^{-1}$ (*i.e.* $Fr = 1$) (voir le panel de gauche de la figure 3.4). La stabilité de l'atmosphère intervient cependant plus visiblement dans l'évolution de l'espacement entre les vortex, b . En effet, plus la fréquence de Brunt-Väisälä est élevée, plus b diminue rapidement (panel de droite de la figure 3.4). Les auteurs trouvent ainsi, dans le cas $N = 0.0108\text{ s}^{-1}$, $b = 39\text{ m}$   $t = 100\text{ s}$. En localisant la position des vortex à l'aide d'une moyenne pondérée des 20 premiers minimums du critère λ_2 , on trouve, dans le cas de notre simulation de référence après 100 secondes de simulation, que les 2 vortex contra-rotatifs sont descendus de 190 m avec une vitesse quasi constante de 1.85 ms^{-1} sur les 90 premières secondes, et sont espacés de $b = 34\text{ m}$ (voir figure 3.5). Le critère λ_2 est une mesure des minimums locaux du champ de pression introduite par Jeong and Hussain (1995), et est couramment utilisé dans le cas de dynamique tourbillonnaire (*e.g.* Holzapfel et al., 2001). Robins and Delisi (1998) utilisent un schéma d'advection beaucoup plus précis que celui utilisé dans MesoNH (tableau 3.2). Afin de pouvoir comparer les résultats de la simulation de référence avec ceux de Robins and Delisi (1998), nous allons

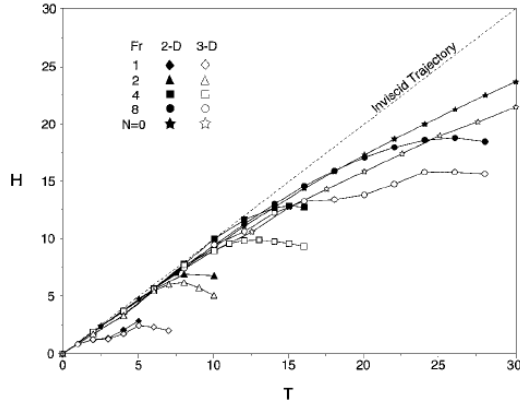


Fig. 1 Normalized vertical migration distance H vs normalized time T for two-dimensional and three-dimensional vortices for $Fr = 1, 2, 4, 8,$ and infinity ($N = 0$). The dashed line represents $H = T$.

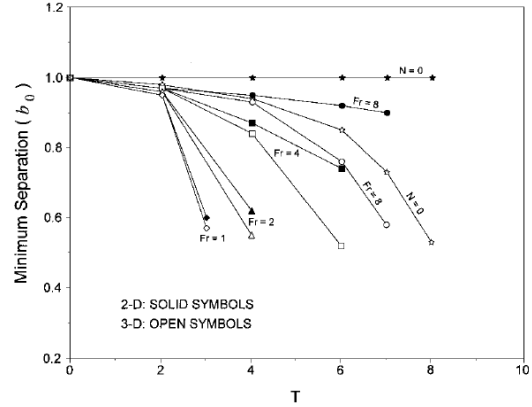


Fig. 3 Minimum vortex separation, normalized by the initial separation, vs normalized time for two-dimensional and three-dimensional vortices for $Fr = 1, 2, 4, 8,$ and infinity ($N = 0$).

FIG. 3.4: [Extrait de Robins and Delisi (1998)]. Les échelles de temps et de distance sont adimensionnées. Dans le cas d'un B747 à l'altitude de croisière, on a $T = t/T_0$ avec $T_0 = 23.4$ s et $H = h/b_0$ avec $b_0 = 47$ m.

étudier la sensibilité de la résolution et de la stratification sur la descente et l'espacement des vortex.

Effet de la résolution

La figure 3.6 montre les résultats de simulations où l'on a fait varier la résolution ($dy = dz = 0.5, 1, 2,$ et 4 m) pour une fréquence de Brunt-Väisälä donnée $N = 0.014$ s⁻¹ [simulation R{2, 3, 5, 6}]. On observe alors qu'à partir de 2 m de résolution, la dynamique est correctement résolue par le modèle. En effet, la descente des vortex h est similaire pour les cas $2, 1,$ et 0.5 m de résolution, et les variations de l'espacement b restent de l'ordre de grandeur de la taille de la maille. Par rapport au schéma de Robins and Delisi (1998), une résolution au moins 2 fois plus forte est donc nécessaire.

Effet de la stratification

Robins and Delisi (1998) ont montré que, sur 100 s de simulation, la descente des vortex n'est que faiblement altérée par l'effet de la stratification (figure 3.4). Seul le cas $Fr = 1$

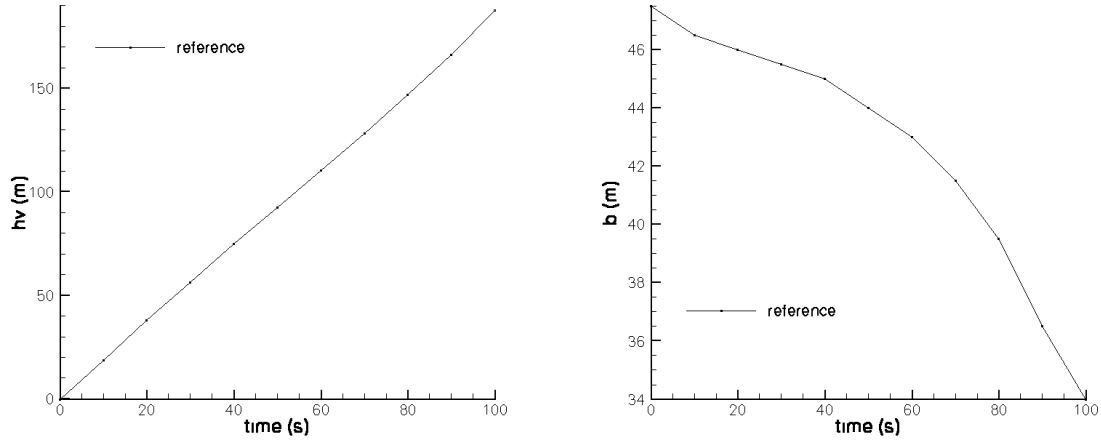


FIG. 3.5: Evolution de la descente des vortex h (gauche) et de leur espacement b (droite) pour la simulation de référence 2-D.

(*i.e.* $N = 0.043 \text{ s}^{-1}$) est fortement ralenti. Dans notre étude, on s'intéresse au régime de croisière, c'est-à-dire à la haute troposphère où les valeurs de la fréquence de Brunt-Väisälä sont de l'ordre de $N = 0.01 - 0.02 \text{ s}^{-1}$. On se restreint donc au cas $Fr = 2, 4$. La figure 3.7 montre les résultats des simulations $St\{1, 2\}$ où l'on a fait varier la stratification ($N = 0.0216, 0.0108 \text{ s}^{-1}$) pour une résolution donnée de 1 m . Pour le cas $N = 0.0108 \text{ s}^{-1}$, à $t = 100 \text{ s}$, l'espacement entre les vortex vaut $b = 37 \text{ m}$. On retrouve ici un résultat similaire au 39 m de Robins and Delisi (1998). De même, on observe que l'effet de la stratification pour des valeurs typiques de la haute troposphère est plus significatif sur les mouvements horizontaux. Que ce soit pour la descente ou l'espacement des vortex, on retrouve donc les mêmes comportements que Robins and Delisi (1998) dans des conditions identiques. Ceci nous permet ainsi une première validation de l'utilisation de MesoNH sur la dynamique de la phase de vortex.

On observe sur les simulations $Ref, St2, R\{2, 3, 5, 6\}$ que les vortex descendent à une vitesse relativement constante (figures 3.7 et 3.6), il faut donc que l'accélération due au rapprochement des vortex soit contre-balançée par d'autres phénomènes que sont la flotabilité et surtout la formation d'un second sillage.

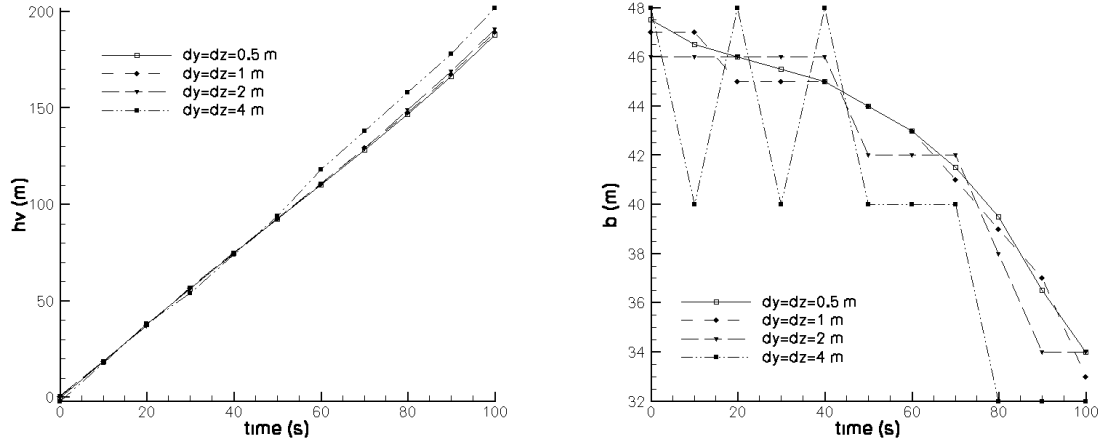


FIG. 3.6: Evolution de la descente des vortex h (gauche) et de leur espacement b (droite) pour différentes résolutions : simulations $R\{2, 3, 5, 6\}$.

Formation d'un second sillage

La descente des vortex se produit par interaction mutuelle des deux tourbillons. La vitesse de descente v_d pour un milieu non stratifié est donc de l'ordre de

$$v_d = \frac{\Gamma_0}{2\pi b_0} \sim 2.0 \text{ ms}^{-1} \quad (3.8)$$

où l'on a utilisé les valeurs de référence pour Γ_0 , et b_0 . Un déplacement de $\sim 200 \text{ m}$, au lieu de 185 m , aurait donc du être atteint au bout de notre simulation de référence. Cette différence est due à la présence d'un environnement stratifié. En effet, si l'on s'intéresse à l'équation de Navier-Stokes sous sa formulation en vorticité ($\omega_x = \partial_y w - \partial_z v$), pour un fluide 2-D, incompressible et non visqueux, on a, au premier ordre,

$$\frac{D\omega_x}{Dt} \sim \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla p. \quad (3.9)$$

On voit alors apparaître un terme source de vorticité dès lors que les gradients de pression et de densité ne sont plus parallèles. Ceci se produit principalement à la frontière entre l'air entraîné par les vortex et l'air ambiant qui est plus lourd. De ce fait, lors de la descente, il y a création de vorticité positive sur la droite du système de vortex (*i.e.* $\partial_y \rho \partial_z p > 0$)

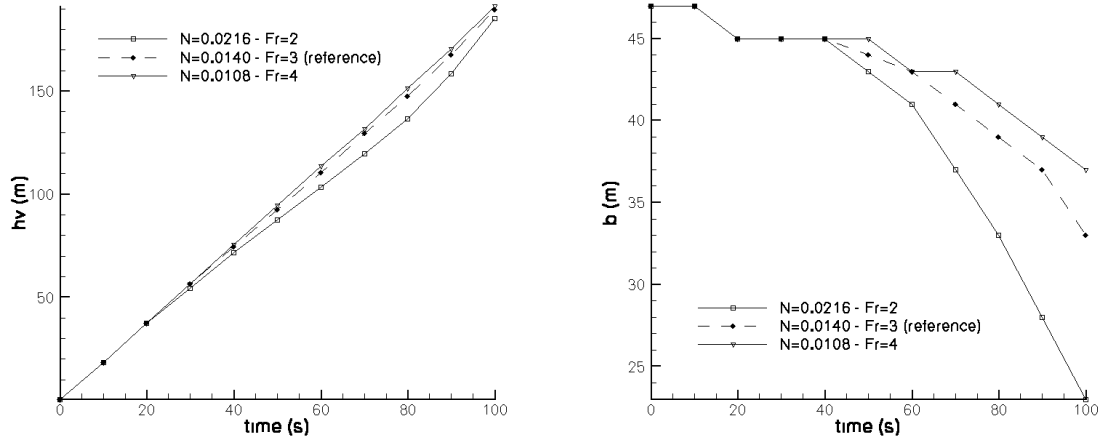


FIG. 3.7: Evolution de la descente des vortex h (gauche) et de leur espacement b (droite) pour différentes stratifications : simulations $St\{1,2\}$.

et inversement sur la gauche. La structure ainsi créée porte le nom de torque barocline et peut être observée sur la figure 3.8 qui montre l'évolution du champ de vorticité pour notre simulation de référence. Cette vorticité ainsi crée est advectée par l'écoulement engendré par les 2 vortex initiaux, et s'accumule à leurs sommets jusqu'à posséder assez d'intensité pour libérer une partie du fluide entraîné par les vortex initiaux. Il y a alors formation d'un système secondaire piloté par la poussée d'Archimède et par le nouveau système de vortex contra-rotatifs, qui remonte vers le niveau de vol (voir la figure 3.8 aux temps $t = 60, 80,$ et $100 s$). Par la suite, cette partie du sillage est appelée le second sillage. D'un point de vue microphysique ou chimique, il est un phénomène non négligeable car une partie des émissions y est entraînée, et évolue alors dans des conditions (*e.g.* température, humidité relative) différentes de celles restées dans le premier sillage.

Dans notre cas modérément stratifié ($Fr = 3$), l'évolution de la circulation dans le second sillage est telle que l'intensité des vortex initiaux diminue (conservation de la circulation totale) et balance l'accélération due au rapprochement des vortex. On observe alors une descente quasi linéaire (figure 3.5). Mais ceci ne reste pas vrai si la stratification augmente. En effet, on remarque sur la figure 3.7 que dans le cas $N = 0.0216 s^{-1}$ (simulation $St1$), les vortex observent une légère décélération suivie d'une accélération aux alentours de $t = 80 s$. La formation du second sillage n'apparaît pas comme un ph -

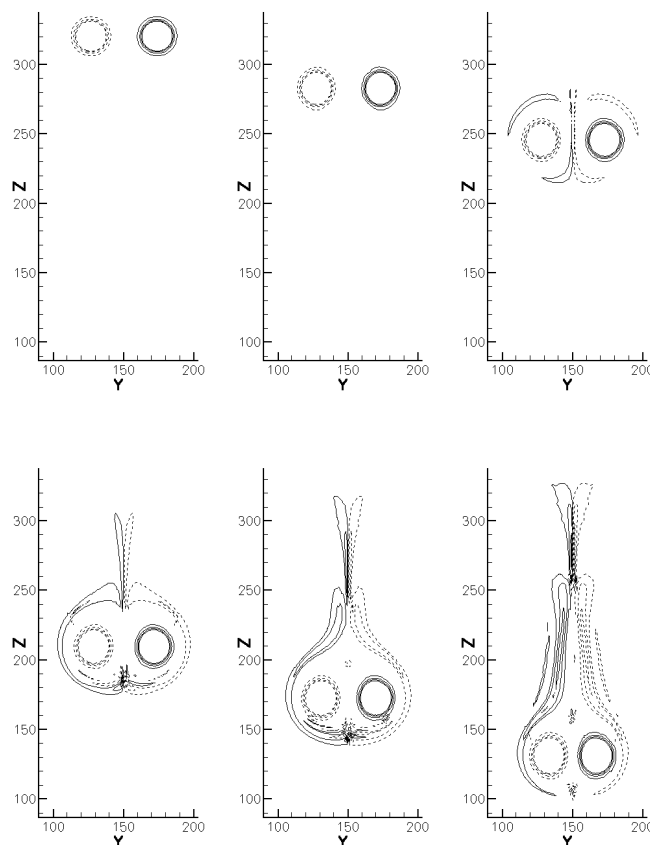


FIG. 3.8: Iso-contours de vorticité à $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et 100 s. Les valeurs des iso-contours sont comprises entre -0.3 et 0.3 s^{-1} , et les valeurs négatives sont représentées par des lignes discontinues. Les extremums sont localisés au centre de chaque vortex et varient pendant les 100 s de simulation entre $|4.4|$ et $|3.9|$ s^{-1} .

nomène constant au cours du temps, et plus N est grand, plus l'initialisation du second sillage agit sur la descente des vortex. Ce phénomène est également observé par Garten et al. (1998). Notre étude se focalise sur des altitudes de croisière situées dans le haut de la troposphère, $N = 0.0216$ s^{-1} correspond donc à une valeur peu réaliste. Une étude plus poussée de ce dernier cas (et notamment dans des configurations 3-D) pourrait être intéressante en vue des projets de réalisation de nouveaux avions qui seraient appelés à voler dans la stratosphère. Cependant, dans la suite de cette étude, on se restreindra au cas de la haute troposphère avec une valeur de référence $N = 0.014$ s^{-1} .

Compression adiabatique

Durant le régime de vortex, pendant que le second sillage se forme et remonte à l'altitude de vol, le premier sillage (*i.e.* le système de vortex primaire) connaît une augmentation de température due à la compression adiabatique imposée par sa descente (figure 3.9). Sur les 100 secondes de notre simulation de référence, l'augmentation de tempéra-

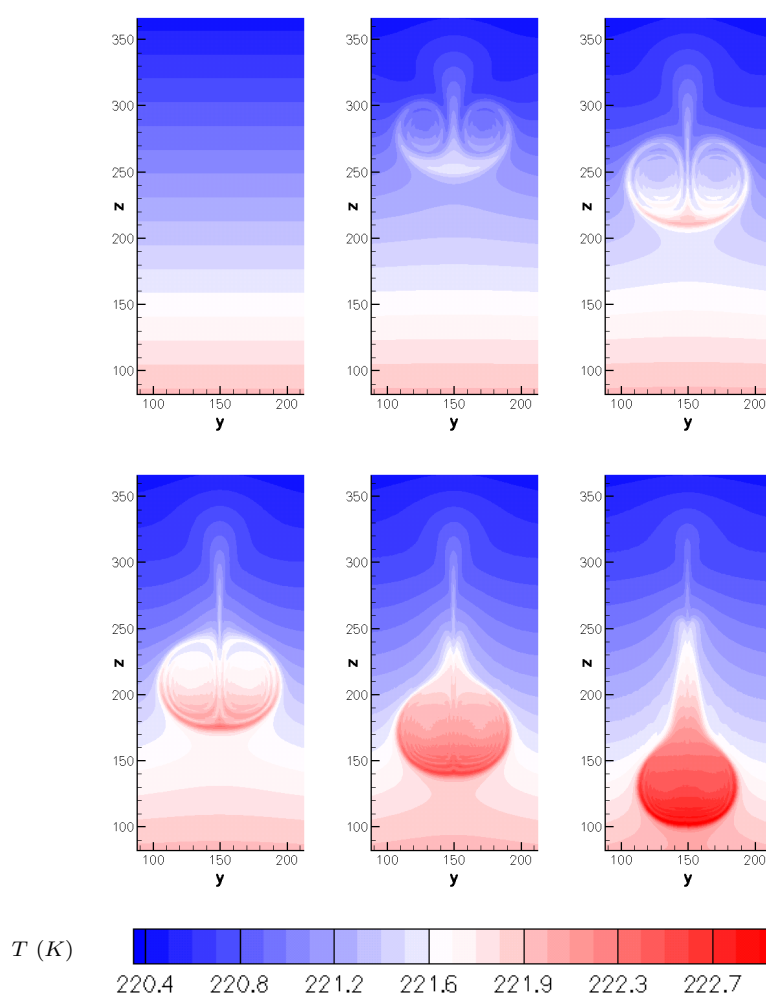


FIG. 3.9: Evolution du champ de température à $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et 100 s pour la simulation de référence.

ture est de l'ordre de $1.7(1.1)$ K dans le premier (second) sillage (figure 3.10). Pour s'en assurer, on peut recalculer le champ de température à un temps t en ne prenant en compte

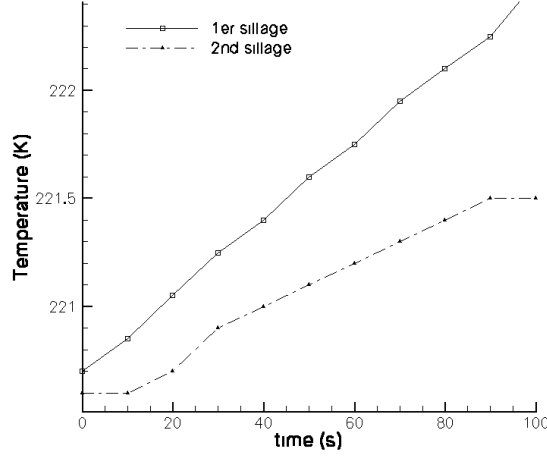


FIG. 3.10: Evolution de la température moyenne dans le premier et second sillage sur les 100 s de la simulation de référence.

que la compression due à la descente des vortex dans le champ de pression hydrostatique ($\partial_z p(z) = -\rho_0(z)g$). On considère un fluide adiabatique ($p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = cte$), et la descente de chaque point de l'écoulement est déterminée à partir du champ de température potentielle virtuelle, utilisé comme traceur passif. La figure 3.11 montre la différence entre ce champ de température recalculé T_c et le champ de température réelle (*i.e.* celui en sortie de notre modèle). On voit alors que l'essentiel de l'augmentation de température est due à la compression adiabatique. Seule apparaît une différence de $0.14 K$ en faveur du champ recalculé localisé au centre des vortex et constante au cours du temps. Cette anomalie est due à la détente imposée par les vortex pour compenser la force centrifuge. En effet, pour une circulation de $\Gamma = 600 m^2 s^{-1}$ et un rayon de $r_c = 4.6 m$, un tourbillon de Lamb-Oseen forme une dépression de $\Delta p = 50 Pa$ ¹, soit une diminution de température de

$$\Delta T = \frac{2}{7} \frac{\Delta p}{R\bar{\rho}_0} = 0.14 K$$

¹A noter que la distribution de vorticité que l'on utilise n'est pas exactement celle d'un Lamb-Oseen. En effet, au lieu d'avoir une vitesse tangentielle donnée par $v_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} (1 - e^{\beta(\frac{r}{r_c})^2})$ avec $\beta = 1.2564$, on a choisi comme Garten et al. (1998) $\beta = 0.5$. Ceci explique la différence entre notre Δp et celui de Gerz and Holzapfel (1999), $\Delta p = 120 Pa$.

où l'on fait l'approximation d'un fluide adiabatique avec une densité moyenne de l'ordre de $\bar{\rho}_0|_z = 0.35 \text{ kg m}^{-3}$.

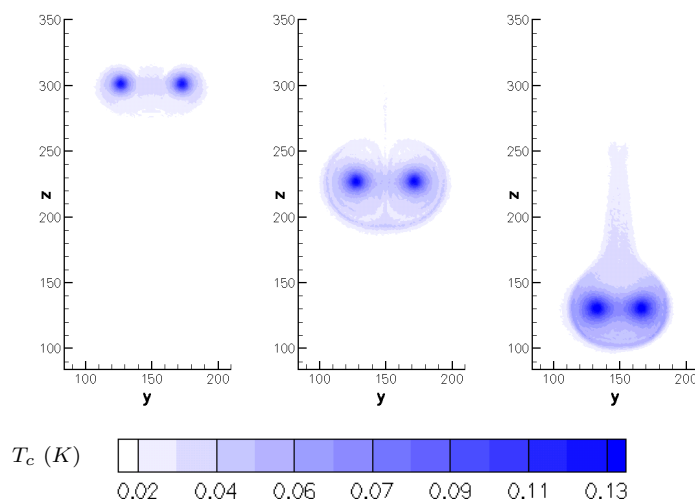


FIG. 3.11: Evolution de la différence entre les deux champs de température T_c (recalculée) et T (réelle) à $t = 10, 50$, et 100 s .

3.3.2 Descente des vortex et ses conséquences sur la microphysique

Comme indiqué dans l'introduction du paragraphe 3.3, le but majeur de cette étude 2-D est d'étudier comment la phase de vortex agit sur la répartition de la masse de glace entre premier et second sillage et quels en sont les paramètres critiques. La formulation bulk de notre schéma microphysique (voir le système d'équations (2.36) - (2.38)) donne une importance toute particulière aux grandeurs tels que la densité de particules, la supersaturation, et la densité de glace. Nous allons donc nous intéresser à l'évolution de chacun de ces champs.

Evolution du nombre de particules

Dans notre schéma microphysique, on fait l'hypothèse de la conservation du nombre de particules $\frac{d}{dt}n_p = 0$, c'est-à-dire que l'on considère qu'une particule reste activée même si son rayon devient très faible. La résolution, de par son effet sur la diffusivité du schéma d'advection, est alors un paramètre d'importance pour le transport de la densité de particules n_p .

Dans le cas d'une configuration 2-D, la majeure partie des particules reste autour des vortex lors de leur descente. On peut le vérifier sur le panneau de gauche de la figure 3.13 où l'on voit, pour le cas de la simulation de référence, la répartition du nombre de particules entre trois zones situées autour des vortex, dans le reste du premier sillage, et dans le second sillage. On définit une particule comme

- appartenant au second sillage si elle est distante de l'altitude de vol de plus de trois fois le rayon du noyau des vortex (voir figure 3.12),
- étant autour des vortex si elle est distante de moins de 2 fois l'écart type σ_p du rayon des vortex.

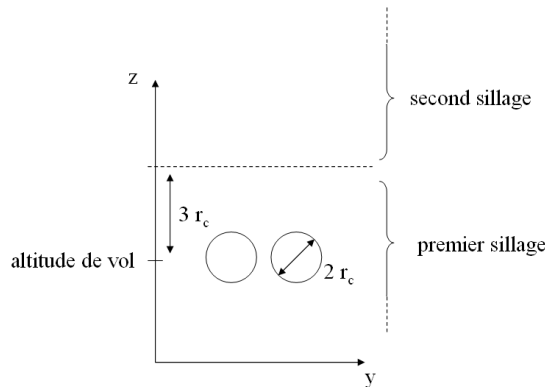


FIG. 3.12: Localisation du premier et du second sillage.

Afin d'étudier la diffusivité de notre schéma d'advection, on choisit de se restreindre à la zone située autour des vortex, et on s'intéresse à la variation du nombre de particules en fonction de la résolution. On n'attend pas qu'il y ait conservation du nombre de particules car même s'il est faible, le second sillage participe à un entraînement des particules. Le

panneau de droite de la figure 3.13 montre les variations du nombre de particules pour trois résolutions différentes, $dy = dz = 0.5, 1,$ et $2 m$ (simulation $R2, Ref, R4$). Lorsque la résolution est multipliée par 2, la perte du nombre de particules autour des vortex est également multipliée par 2. L'écoulement reste donc dépendant de la grille jusqu'à $0.5 m$ de résolution. Ceci est dû à l'ordre peu élevé de notre schéma. Le cas $1 m$ apparaît donc comme un bon compromis entre la taille mémoire et la précision du schéma d'advection.

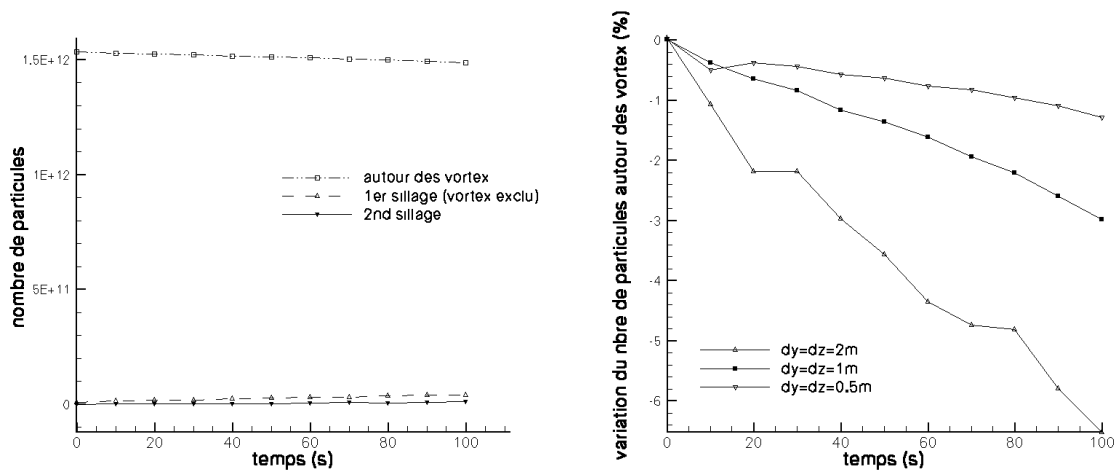


FIG. 3.13: Etude de sensibilité de la résolution sur le transport des particules de glace. Le panneau de droite montre l'évolution du nombre de particules autour des vortex, dans le reste du premier sillage, et dans le second sillage pour le cas de référence. Le panneau de gauche montre la variation au cours du temps du nombre de particules autour des vortex pour 3 résolutions différentes $dy = dz = 0.5, 1, 2 m$ (simulations $R1, Ref$ et $R4$).

Nous allons maintenant nous intéresser à l'influence de l'écart type de la distribution initiale des particules (σ_p) sur l'évolution de la densité de particules. Etant donnée la valeur importante de la circulation des vortex pendant la phase de jet $\Gamma \sim 600m^2s^{-1}$, des valeurs de σ_p supérieures au rayon des vortex semblent peu probables. On choisit alors deux valeurs $\sigma_p = 2.5$ et $4.6 m$ que l'on teste avec deux résolutions différentes. Ce qui fait quatre simulations ($D1, D2 Ref,$ et $R1$) pour lesquelles l'évolution de la densité moyenne des particules dans tout le sillage est représentée sur la figure 3.14. On constate, en premier lieu, que plus σ_p est petit, plus la densité moyenne est forte. Ceci est une simple conséquence du fait que l'on a conservé le même nombre total de particules dans les 4 simulations. Comme on l'a vu précédemment, une grande partie des particules reste

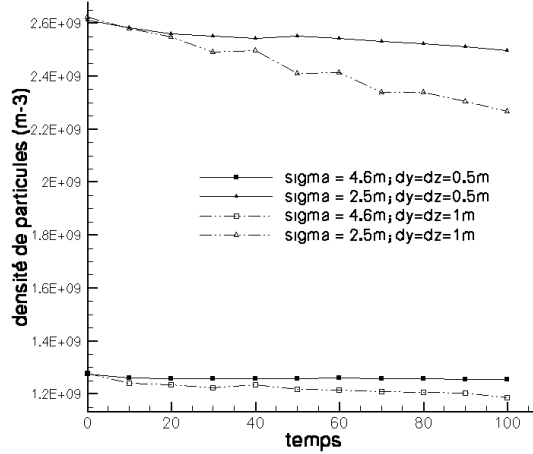


FIG. 3.14: Evolution de la densité moyenne des particules dans le sillage entier sur 100 s de simulation pour un écart type de la distribution spatiale des particules $\sigma_p = 2.5$, et 4.6 m pour une résolution de 1 m (simulations *D2*, *Ref*) et une résolution de 0.5 m (simulations *D1*, *R1*).

autour des vortex, si bien que pour les cas $\sigma_p = 2.5$ (4.6) m sur les 100 s de simulation, on a une densité moyenne dans tout le sillage de l'ordre de $\bar{n}_p = 1.3$ (2.5) 10^9 m^{-3} qui reste donc relativement constante au cours du temps. On remarque néanmoins que l'utilisation d'une résolution de 1 m pour le cas $\sigma_p = 2.5$ m entraîne une forte diffusion du schéma d'advection, ce qui plaide pour une résolution de 0.5 m pour ce dernier cas.

D'après les mesures de Schröder et al. (2000), entre 1 et 2 min après l'émission, soit $t \sim 40\text{-}100$ s, la densité de particules est de l'ordre de 1.10^9 m^{-3} . Pour la configuration 2-D que l'on utilise dans ce chapitre de validation, on sait que la densité des particules dans le premier sillage est surestimée puisque la formation du second sillage n'est pas correctement résolue. Il est donc difficile de tirer des conclusions sans prendre en compte les résultats de simulation 3-D (voir chapitre 4). Cependant plus σ_p est faible, plus les particules ont tendance à rester autour des vortex même dans une configuration 3-D. Or la valeur moyenne de la densité de particules pour le cas $\sigma_p = 2.5$ m est plus de deux fois supérieure à la valeur expérimentale de Schröder et al. (2000). De plus, des tests 3-D avec une résolution de 0.5 m sont difficilement réalisables. On choisit donc de se limiter, par la suite, à une valeur de $\sigma_p = 4.6$ m, tout en vérifiant sur les futures simulations 3-D, que la densité moyenne de particules pendant la phase de vortex est toujours de l'ordre de

grandeur de celle mesurée par Schröder et al. (2000).

Evolution du champ de supersaturation

Quand il n'est pas précisé, le terme saturation correspond à la saturation par rapport à la glace. Par conséquent, la supersaturation s_I doit être comprise comme supersaturation par rapport à la glace, et est définie par

$$s_I = \frac{\varrho_v}{\varrho_v^{sat}} - 1 \quad (3.10)$$

où ϱ_v est le rapport de mélange de vapeur, et ϱ_v^{sat} son équivalent à la saturation. Une définition détaillée de ϱ_v^{sat} a été donnée dans le paragraphe 2.3, on retiendra ici simplement que ϱ_v^{sat} est une fonction de la pression et de la température, $\varrho_v^{sat}(p, T)$. s_I est un terme essentiel du schéma microphysique puisqu'il définit localement s'il y a évaporation ou condensation, et est fortement couplé à la dynamique de notre écoulement, ainsi qu'au champ de vapeur ϱ_v . La figure 3.15 montre l'évolution du champ de supersaturation sur 100 secondes de simulation pour le cas de référence. Quatre zones peuvent être mises en évidence.

- Au niveau du noyau de chaque vortex, on remarque une légère et constante sous-saturation (zone blanche sur la figure 3.15). Malgré la chute de température lors de la descente des vortex, le grand nombre de particules de glace entraînées par les tourbillons permet de rester près de l'état d'équilibre (saturation).
- Sur les bords du premier sillage se trouve une zone où il y a relativement peu de particules (par rapport à la zone des vortex). Le champ de supersaturation est alors essentiellement dépendant de la quantité de vapeur d'eau et des variations locales de températures. La vapeur d'eau entraînée est principalement située à son extrémité, c'est-à-dire à une distance $b/2$ du centre de chaque vortex. Pour le cas de référence, la quantité de vapeur est alors suffisante pour atteindre une légère supersaturation. Ensuite, plus on se rapproche du noyau de chaque vortex, plus l'effet de la compression adiabatique devient important si bien que, juste autour de chaque vortex, on trouve une zone de sous-saturation (zone bleue sur la figure 3.15).
- Dans le second sillage, la vapeur d'eau subit une détente due à sa remontée vers le niveau de vol et connaît donc une diminution de température par rapport à son

passage dans le premier sillage. Dans le cas de référence, la quantité de vapeur entraînée par les vortex permet d'en libérer assez pour y obtenir une légère supersaturation.

- Enfin on voit qu'une zone de supersaturation se forme initialement au-dessus des vortex pour finalement enrober le second sillage. En effet, juste après le début de la descente, en réaction à l'augmentation de température, il se produit un refroidissement au-dessus des vortex qui se maintient à l'altitude de vol (figure 3.9). La recirculation du second sillage entraîne alors cet air froid plus bas, ce qui forme finalement une zone de supersaturation autour du second sillage (zone orange sur la figure 3.15).

Le champ de température et le nombre de particules ont donc des conséquences logiques sur l'évolution de la supersaturation. Dans le but de poursuivre la validation de notre schéma microphysique, nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution de la masse de glace.

Evolution de la masse de glace

Les travaux les plus récents sur l'étude de la répartition de la glace pendant le régime de vortex sont ceux de Sussmann and Gierens (1999) (étude 2-D) et ceux de Lewellen and Lewellen (2001) (étude 3-D). Etant limité dans ce chapitre à une configuration 2-D, nous allons ici seulement comparer nos résultats avec ceux de Sussmann and Gierens (1999). Le point marquant de leur travaux est une étude de sensibilité sur l'humidité relative qui a permis de retrouver, dans le cas des avions gros porteurs, les trois scénarios types mis à jour sur la base d'observations, à savoir :

- scénario 1 : Formation d'un contrail visible jusqu'à 1.5 - 2 *min* après le passage de l'avion. Il n'y a pas formation de second sillage, et toute la glace s'évapore à la fin du régime de vortex ($RH_a < 100\%$).
- scénario 2 : Comme dans le scénario 1, le premier sillage s'évapore après la fin de la phase de vortex mais, dans ce cas, il y a formation d'un second sillage déconnecté du premier qui persiste après 2 *min* ($RH_a \sim 100\%$).
- scénario 3 : Formation d'un sillage persistant où les 2 sillages sont connectés ($RH_a \gg 100\%$).

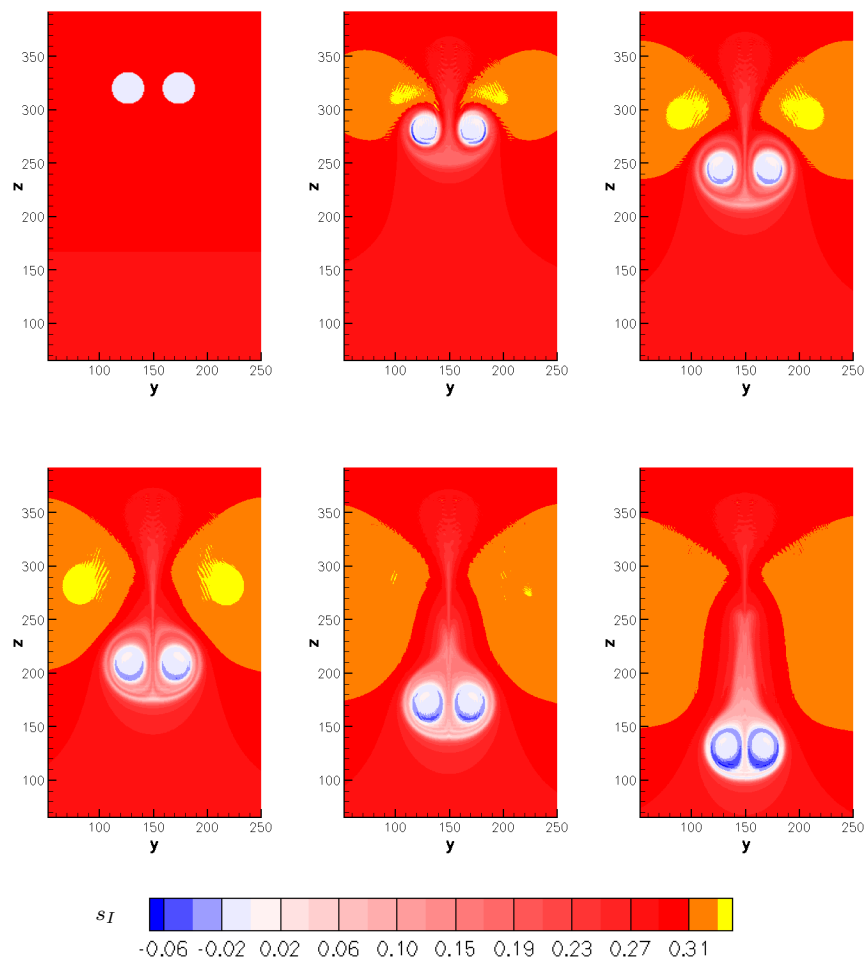


FIG. 3.15: Evolution du champ de supersaturation à $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et $100 s$.

Avant de s'intéresser à l'influence de l'humidité relative, nous avons reporté sur la figure 3.16 l'évolution de la densité de glace pour le cas de la simulation de référence ($RH_a = 130\%$). On retrouve les deux zones situées autour des vortex décrites précédemment pour le champ de supersaturation, *i.e.* une densité quasi constante autour des tourbillons, et une zone concentrique plus éloignée avec très peu de glace. Ensuite, plus on s'écarte des vortex, plus l'humidité relative ambiante devient importante, et on retrouve alors dans notre cas ($RH_a = 130\%$) une zone avec plus de glace, mais aucun second sillage notable n'est observé.

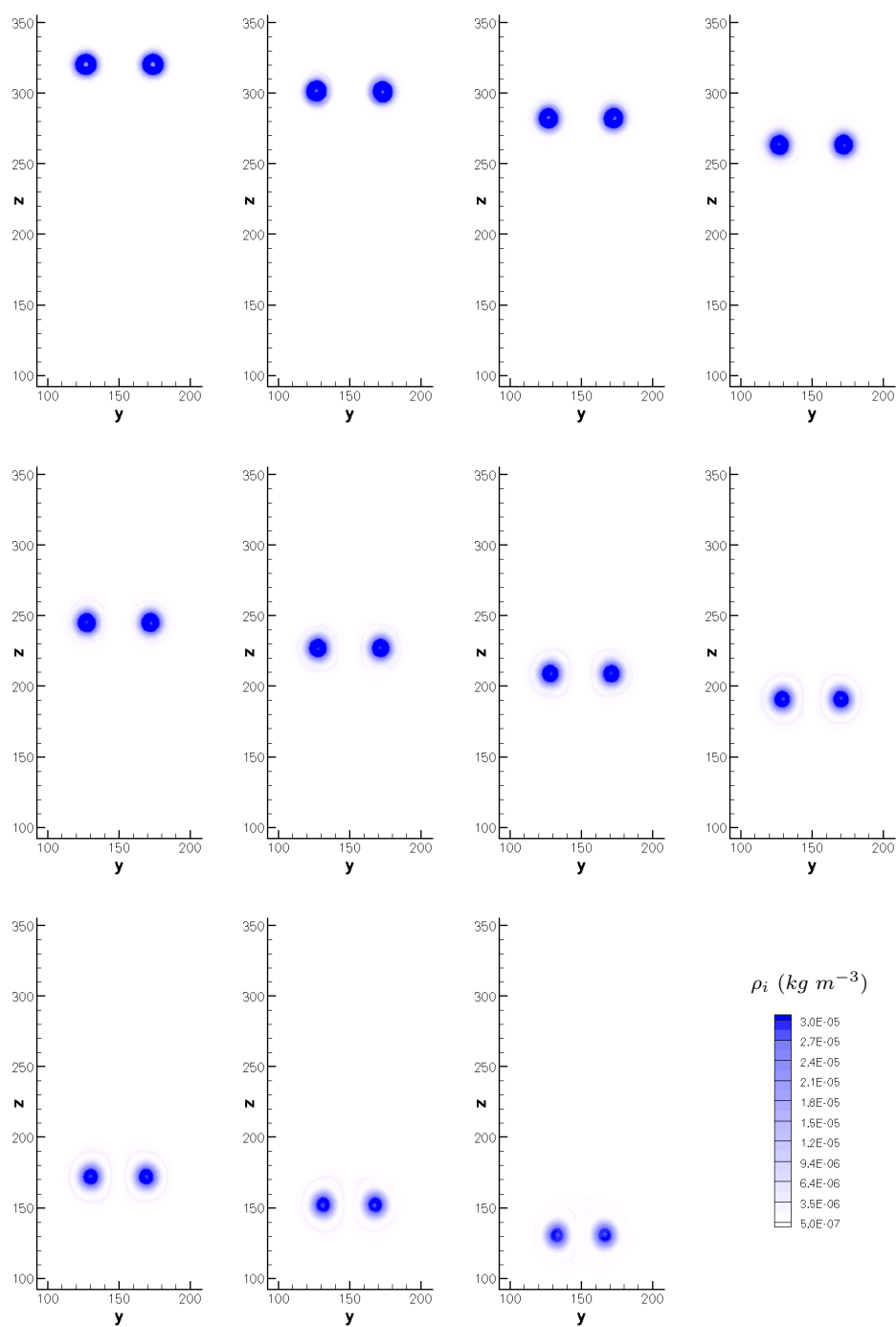


FIG. 3.16: Evolution de la densité de glace à $t = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90,$ et 100 s.

Les simulations $S1$, $S2$, et $S3$ reprennent les mêmes conditions que celles utilisées par Sussmann and Gierens (1999), soit $RH_a = 98, 100.8, 109\%$, auxquelles on rajoute trois autres simulations $S4$, $S5$ et Ref où $RH_a = 117, 125, 130\%$. La figure 3.17 reporte l'évolution de la masse de glace dans le premier et le second sillage pour chacun de ces cas. Sussmann and Gierens (1999) obtiennent un second sillage persistant pour le cas

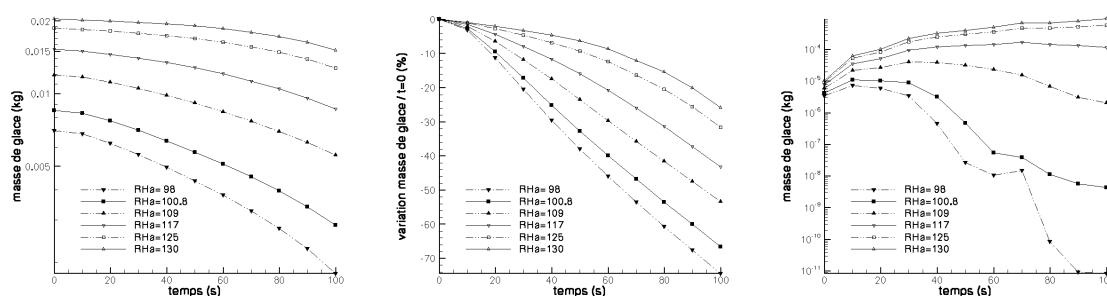


FIG. 3.17: Evolution de la masse de glace (échelle logarithmique) dans le premier (gauche) et second (droite) sillage pour différentes humidités relatives. Le panneau du centre représente les variations de la masse de glace dans le premier sillage par rapport à $t = 0$.

$RH_a = 100.8\%$ (scénario 2), et un sillage entier persistant pour $RH_a = 109\%$ (scénario 3). Le panneau de droite de la figure 3.17 montre que nous n'avons un second sillage qui ne s'évapore pas, que lorsque $RH_a > 125\%$, et celui ci reste très faible avec une masse de quatre ordres de grandeur inférieure à celle du premier sillage. Les résultats que nous obtenons s'avèrent donc très différents. Cependant les sorties graphiques de Sussmann and Gierens (1999) laissent penser qu'ils utilisent une distribution spatiale initiale des particules très étendue autour des vortex, si bien qu'une partie des particules n'est pas entraînée lors de la descente des vortex et reste à l'altitude de vol, favorisant ainsi la création d'un second sillage persistant. Ceci met en évidence l'importance de la distribution spatiale initiale des particules, et nous pensons à ce sujet que notre choix est le plus justifiable. Pour rappel, au début du régime de vortex, les particules sont distribuées sur des gaussiennes centrées sur le rayon des tourbillons (étude non encore publiée de la phase de jet étendue pour un quadri-moteurs de Roberto Paoli), la valeur de l'écart type étant ensuite calibrée pour retrouver l'ordre de grandeur des densités de particules mesurées par Schröder et al. (2000). Pour ce qui concerne la masse de glace autour des vortex (panneau de droite et du centre de la figure 3.17), on constate que les variations sont fortement dépendantes de l'humidité relative. Dans le cas $RH_a = 98\%$, on

a une perte de 73% de la masse initiale alors que dans le cas $RH_a = 130\%$ on observe une perte de 24%.

La dépendance du schéma microphysique à l'humidité relative RH_a est donc satisfaisante, et on note qu'une étude similaire dans une configuration 3-D s'avère nécessaire pour observer l'impact de la vapeur d'eau ambiante sur le second sillage afin de poursuivre ainsi les travaux initiés par Sussmann and Gierens (1999). Il faut remarquer qu'initialement il y a une différence de masse de glace entre les différents cas de la figure 3.17. Ceci tient au fait qu'à $t = 0$ on prend en compte l'entraînement de la vapeur d'eau atmosphérique qui s'est produit pendant la fin de la phase de jet. Ainsi, plus l'humidité relative est importante, plus le rayon initial des particules est grand.

La valeur de référence du nombre de particules par mètre de vol que nous utilisons est $N_p^{m\ vol} = 1.54 \cdot 10^{12} \ m^{-1}$. Cette valeur a été définie en utilisant la conservation de la masse d'eau totale, c'est-à-dire l'eau émise par l'avion plus l'eau présente dans l'atmosphère (paragraphe 3.2.1). Dans les années 90, une valeur de $1 \cdot 10^{13} \ m^{-1}$ était communément utilisée, (Gierens and Jensen, 1998), (Sussmann and Gierens, 1999) ou (Lewellen and Lewellen, 2001). Cependant, plus récemment Schröder et al. (2000) ont mesuré des valeurs plus basses de l'ordre de $1 \cdot 10^{12} \ m^{-1}$, qui corroborent la démarche que nous avons suivie. Néanmoins, afin d'étudier l'influence de ce paramètre sur le schéma microphysique, nous avons reporté sur la figure 3.18 l'évolution de la masse de glace entre le premier et le second sillage pour 2 valeurs de $N_p^{m\ vol}$ correspondant aux valeurs extrêmes proposées par Karcher (1996), $N_p^{m\ vol} = 2.3 \cdot 10^{11}$, et $1.0 \cdot 10^{13} \ m^{-1}$. On constate que plus $N_p^{m\ vol}$ est grand, plus la masse de glace est proportionnellement importante dans le second sillage, avec à $t = 100 \ s$ une différence de l'ordre de 6% entre les 2 cas. Dans le cas d'une simulation 3-D, l'effet du nombre de particules par mètre de vol pourrait être amplifié avec un second sillage mieux résolu, ce qui fait de $N_p^{m\ vol}$ un paramètre non négligeable. Notre choix $N_p^{m\ vol} = 1.54 \cdot 10^{12} \ m^{-1}$ étant suffisamment justifié pour s'y restreindre, nous conserverons cette valeur pour la suite de notre étude.

Evolution du rayon des particules de glace

Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi de développer, en premier lieu, un schéma microphysique simple de type *bulk*, c'est à dire un schéma monodisperse où le

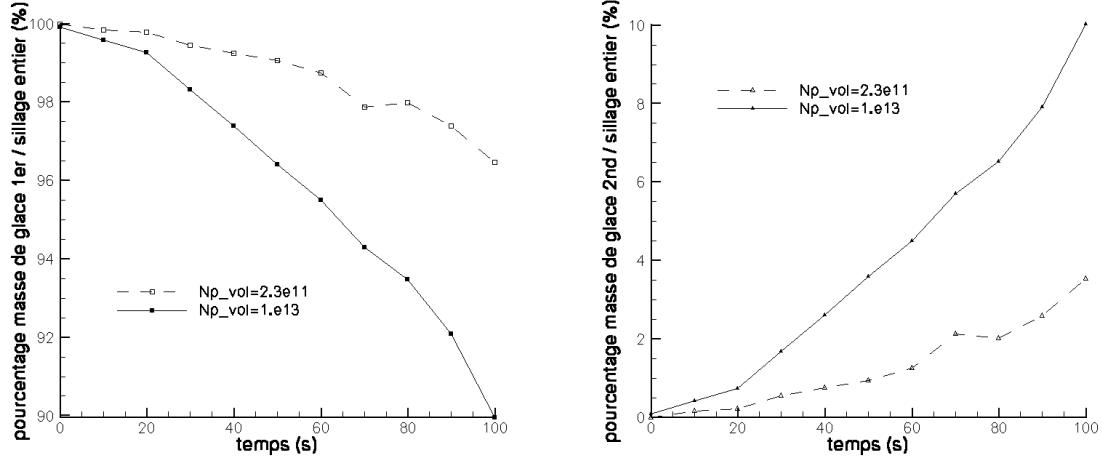


FIG. 3.18: Evolution du pourcentage de la masse de glace dans le premier (gauche) et le second (droite) sillage pour 2 valeurs du nombre de particules par mètre de vol $N_p^{m\ vol} = 2.3 \cdot 10^{11}$, et $1.0 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-1}$.

rayon des particules de glace n'est pas transporté mais diagnostiqué pour chaque point de grille à partir de la densité de glace et de la densité de particules. On parle donc de rayon moyen. La figure 3.19 montre l'évolution de ce dernier pour le cas de la simulation de référence. On remarque que les plus grandes variations se situent dans le second sillage où l'on observe une valeur moyenne du rayon à $t = 100 \text{ s}$ de $r_p = 3.5 \mu\text{m}$, et qu'au contraire, autour des vortex, les particules conservent un rayon proche de leur valeur initiale $\bar{r}_p = 1.4\text{-}1.5 \mu\text{m}$ (figure 3.20). Ceci est en accord avec la description que l'on a faite du champ de supersaturation au paragraphe 3.3.2, et l'on peut également constater que la probabilité de densité de présence (*pdf*) du rayon, reportée sur la figure 3.21, vérifie les ordres de grandeur et la forme de celle établie sur les mesures de Schröder et al. (2000) (figure 1.9). Néanmoins, on peut faire une remarque sur la valeur moyenne du rayon, $r_p = 1.5 \mu\text{m}$ (notons que comme Schröder et al. (2000), sur la figure 3.21, la *pdf* est en fonction du diamètre $D = 2 r_p$). Elle est, en effet, presque deux fois plus élevée que celle de Schröder et al. (2000). Cependant il faut prendre en compte que la *pdf* de leur étude a été réalisée sur des mesures où l'humidité relative par rapport à la vapeur est de l'ordre de $RH_v = 50\text{-}60\%$, ce qui correspond à une humidité relative par rapport à la glace $RH_a \leq 100\%$. De plus, une des mesures de Schröder et al. (2000) effectuée dans une atmosphère fortement humide ($RH_v = 80\%$) et non utilisée dans leur *pdf*, donne un

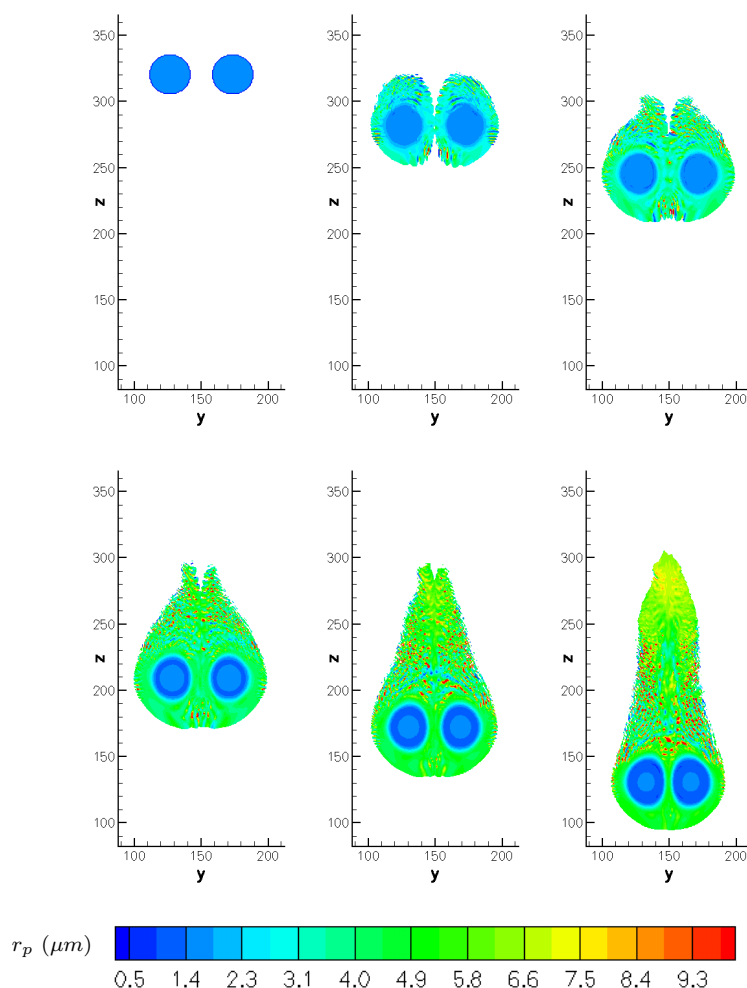


FIG. 3.19: Evolution du rayon des particules de glace à $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et $100 s$.

rayon moyen de $1.8 \mu m$ pour un contrail âgé de $t_{em} = 120 s$ ($t \sim 100 s$). Cette mesure est celle qui se rapproche le plus de notre cas de référence ($RH_a = 130\%$, soit $RH_v = 77\%$). Un rayon moyen des particules de glace $r_p = 1.5 \mu m$ paraît donc pleinement justifié. Ces considérations valident donc les choix que nous avons fait sur le modèle microphysique et nous constatons que, même avec un schéma très simplifié, nous réussissons à résoudre l'essentiel de la physique de la phase de vortex.

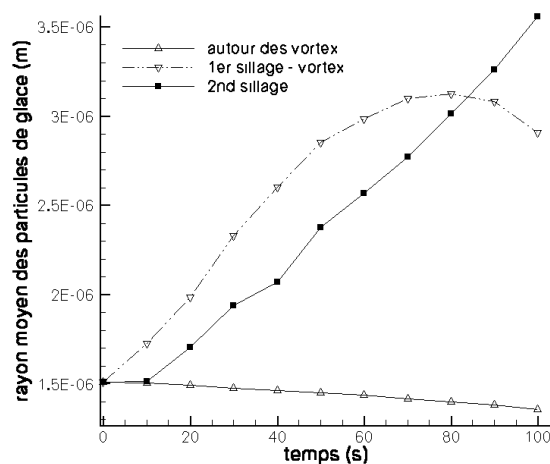


FIG. 3.20: Evolution du rayon des particules de glace autour des vortex, dans le reste du premier sillage et dans le second sillage pour le cas de la simulation de référence.

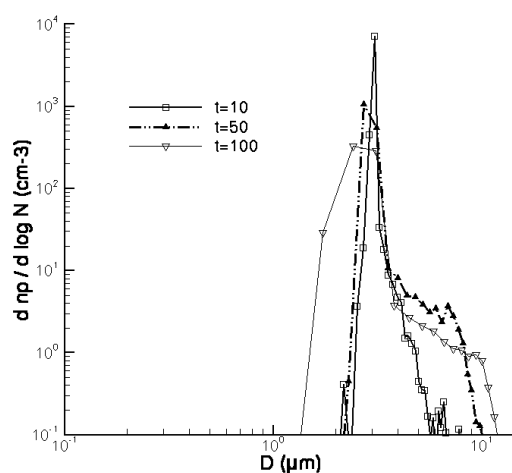


FIG. 3.21: Probabilité de densité de présence des particules de glace en fonction de leurs diamètres D .

3.3.3 Synthèse

Avant de passer à l'utilisation d'une configuration 3-D, nous résumons ici les différents points majeurs que nous avons pu mettre en évidence dans le cas d'une configuration 2-D.

- La largeur de la distribution initiale (paramètre σ_p) influe fortement sur la masse de

glace entraînée dans le second sillage. Par comparaison avec les mesures de Schröder et al. (2000), une valeur de $\sigma_p = 4.6 m$ a été retenue.

- La résolution est un paramètre clef du schéma microphysique de par son influence sur le schéma d'advection. Sur un compromis entre la taille mémoire et la diffusivité du schéma d'advection, notre choix s'est arrêté sur $dy = dz = 1 m$.
- L'influence de l'humidité relative demande à être étudiée à l'aide d'une configuration 3-D afin d'observer, plus en détail, son impact sur la formation du second sillage.

Chapitre 4

Simulation 3-D des régimes de vortex et de dissipation : Couplage dynamique-microphysique

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la phase de vortex et à la phase de dissipation de l'évolution d'un contrail dans le but d'établir une distribution de particules de glace qui pourra être utilisée dans le chapitre 5 en vue d'étudier l'influence de la turbulence atmosphérique dans le champ lointain. Nous cherchons donc à simuler l'évolution d'un contrail jusqu'à un âge où la turbulence atmosphérique n'est plus négligeable devant la dynamique induite par le sillage. D'après Lewellen and Lewellen (2001) ceci correspond à un temps de 5 à 10 minutes après le passage de l'avion. Sur ce laps de temps, les processus dynamiques 3-D ont une grande importance (Gerz and Holzapfel, 1999), et l'idée de ce chapitre est donc de mener une étude des phases de vortex et de dissipation, à partir de simulations 3-D à haute résolution.

Dans une première approche nous avons évalué la possibilité de réaliser une succession de simulations en élargissant le domaine dès lors que le sillage se rapproche des frontières du domaine de calcul (*e.g.* Lewellen and Lewellen, 2001). Ceci permet d'économiser des points de grille, mais des problèmes sur l'extrapolation des champs de vitesse, notamment au niveau du second sillage, nous ont obligés à abandonner cette voie. En effet, par défaut

MesoNH ne peut pas utiliser une grille non régulière suivant l'horizontale, ce qui empêche de repousser les bords du domaine loin du sillage. Même si elle reste très faible, la vitesse près des bords n'est donc pas nulle, et l'extrapolation de ces champs crée des structures non physiques qui perturbent la suite de la simulation. Nous avons alors décidé de considérer le problème en deux étapes. On effectue dans un premier temps une étude où l'on se restreint à la phase de vortex (paragraphe 4.1). Puis, en s'appuyant sur cette première approche 3-D, on optimise certains paramètres de manière à construire une simulation englobant les phases de vortex et de dissipation (paragraphe 4.2).

4.1 Etude de la phase de Vortex

4.1.1 Configuration de MesoNH et conditions initiales

Dans un milieu non stratifié, un système de vortex contra-rotatifs peut développer deux types d'instabilités 3-D, celle à grande longueur d'onde, et celle à courte longueur d'onde. L'instabilité à grande longueur d'onde (instabilité LW pour *long wave*), ou instabilité de Crow (1970), est une déformation sinusoïdale symétrique du noyau des vortex, induite par la turbulence atmosphérique ambiante. D'après la théorie basée sur une approche linéaire, développée par Crow (1970), la longueur d'onde qui possède le taux de croissance le plus important dépend de la taille du rayon des noyaux des vortex et de leur espacement (voir paragraphe 1.1.2 pour plus de détails). Widnall et al. (1971) propose une étude de stabilité approfondie sur les paires de vortex, qui reprend le travail de Crow (1970). Dans notre cas ($r_c/b_0 = 0.098$), ils donnent une longueur d'onde pour l'instabilité de Crow de $\lambda_{LW} = 8.6 b_0 = 404 m$, et un taux de croissance de $\sigma_{LW} = 0.034 s^{-1}$. A de plus petites échelles, on trouve l'instabilité de courte longueur d'onde (instabilité SW pour *short wave*). C'est une instabilité anti-symétrique sinusoïdale du noyau des vortex. Pour notre cas ($r_c/b_0 = 0.098$), en se référant toujours aux travaux de Widnall et al. (1971), on trouve que l'instabilité à courte longueur d'onde a une longueur d'onde $\lambda_{SW} = 0.41 b_0 \sim 20 m$, et un taux de croissance de $\sigma_{SW} = 0.041 s^{-1}$. Dans un milieu stratifié ces considérations restent qualitativement vraies, à la précision que l'espacement entre les vortex n'est plus constant mais diminue par action du torque barocline (paragraphe 3.3.1). Plusieurs travaux ont été réalisés sur la dynamique 3-D d'une paire de vortex en milieu stratifié. On peut ainsi

se référer aux articles de Robins and Delisi (1998) et Garten et al. (2001) pour ce qui concerne l'instabilité de Crow ou au travail de Nomura et al. (2006) pour ce qui concerne l'instabilité de courte longueur d'onde. Des études sur l'interaction entre ces deux types d'instabilité ont également été réalisées par Gerz and Holzapfel (1999), Laporte and Corjon (2000) et Holzapfel et al. (2001).

D'un point de vue numérique, par rapport au travail effectué dans le chapitre précédent, pour passer à une configuration 3-D, il suffit d'augmenter le nombre de points qui avait été fixé préalablement au nombre minimum de 5 et, afin de pouvoir effectuer une longue intégration en temps avec une forte résolution, une intégration temporelle est choisie. On fait ainsi l'approximation que deux structures du sillage espacées d'une longueur d'onde λ_{LW} évoluent quasi simultanément, si bien que l'on utilise des conditions aux limites périodiques suivant l'axe. En effet, un avion en croisière vole à une vitesse de 250 m s^{-1} , et deux structures consécutives sont donc décalées d'un temps de 1.6 s , ce qui peut être négligé devant la durée de la phase de vortex, d'environ 100 s . On définit donc notre domaine numérique comme une boîte de $L_x = 400 \text{ m}$ de long avec, dans le plan transverse, des caractéristiques semblables à la configuration 2-D, c'est-à-dire une largeur $L_y = 270 \text{ m}$, et une hauteur $L_z = 542 \text{ m}$. On a fait ici l'approximation $L_x = 400 \sim \lambda_{LW} = 404 \text{ m}$. On estime qu'une erreur de 1% sur λ_{LW} est sans grande conséquence sur la dynamique, ce qui nous permet alors de simplifier le problème d'un point de vue numérique. Dans la suite, on pose $\lambda_{LW} = 400 \text{ m}$.

A la lumière des conclusions de notre approche 2-D, une résolution de 1 m est choisie dans le plan transverse, avec l'ajout de deux zones utilisant des résolutions verticales réduites en haut et en bas du domaine afin de repousser les parois loin du sillage. Suivant la direction de vol, le pas d'espace est laissé comme paramètre, variant entre $dx = 4$ (valeur de référence) et 8 m . Ainsi le nombre de points varie entre 5.4 et 10.8 millions suivant la résolution axiale choisie. Le pas de temps est fixé pour toutes les simulations à $dt = 25 \text{ ms}$.

Pour ce qui concerne la condition initiale, on utilise les mêmes paramètres que ceux des simulations de la configuration 2-D. Ainsi, l'atmosphère ambiante est à l'équilibre hydrostatique, la stratification est donnée par la fréquence de Brunt-Väisälä N , et l'humidité est définie de telle sorte que le profil de vapeur d'eau est proportionnel à la vapeur

de saturation par rapport à l'eau liquide. A l'altitude de vol, on fixe alors une pression $p_a = 230 \text{ hPa}$, une température $T_a = 220 \text{ K}$, et une humidité relative par rapport à la glace RH_a que l'on garde en tant que paramètre. Le sillage est constitué de deux tubes de vorticité, uniformes suivant l'axe x , espacés de $b_0 = 47 \text{ m}$, avec une circulation $\Gamma_0 = 600 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ et un noyau de rayon $r_c = 4.6 \text{ m}$. Les particules de glace sont réparties à l'aide d'une distribution de densité n_p de forme gaussienne centrée sur le rayon du noyau de chacun des vortex avec un écart type $\sigma_p = 4.6 \text{ m}$, et un maximum n_p^{max} choisi tel que le nombre de particules par mètre de vol soit égal à $N_p^{m \text{ vol}} = 1.54 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-1}$. Le rayon initial des particules de glace est choisi identique pour chaque particule, soit $r_p = 1.5 \text{ }\mu\text{m}$. Il est défini par conservation de la somme de la masse de glace émise par l'avion et de celle déjà présente dans l'atmosphère. On se r f rera aux paragraphes 3.1 et 3.2 pour plus de détails sur l'initialisation du sillage. Il reste alors, dans le cas de la configuration 3-D, à discuter l'initialisation des phénomènes turbulents qui vont pouvoir déclencher les instabilités présentées précédemment. Deux sources de turbulence sont à prendre en compte, celle d'origine atmosphérique et celle formée par le fuselage de l'avion. Dans les deux cas on choisit d'opter pour des modélisations simplifiées.

Tout d'abord, on considère à l'altitude de croisière que l'atmosphère est un milieu turbulent où le mode correspondant à l'instabilité de Crow a toutes les chances d'être présent. Etant donnée la longueur d'onde qui se développe le plus rapidement, et au vu des résultats de Gerz and Holzapfel (1999), on fait alors l'approximation de simplifier le forçage d'un champ atmosphérique turbulent par le seul mode de Crow. En effet, Gerz and Holzapfel (1999) observent le développement rapide de l'instabilité de Crow par rapport à tous les autres modes dès lors qu'ils activent un forçage turbulent. Ce dernier est modélisé par un champ anisotropique analytique basé sur des variances de champ de vitesse horizontale et verticale mesurées par Schumann et al. (1995), c'est-à-dire en terme de déviation standard, $\sqrt{u^2} = \sqrt{v^2} = 0.38 \text{ m s}^{-1}$ suivant l'horizontale, et $\sqrt{w^2} = 0.21 \text{ m s}^{-1}$ suivant la verticale. On fait donc l'hypothèse que pendant le régime de vortex, la dynamique induite par l'atmosphère reste négligeable devant celle du sillage, et on réduit le rôle de la turbulence atmosphérique au seul forçage du mode de Crow. On suit ici la même démarche que Robins and Delisi (1998), qui équivaut donc à ajouter, au champ de vitesse

verticale w , une perturbation sinusoïdale w' de longueur d'onde λ_{LW}

$$w' = w'_{LW} V_c B(x, y) \cos \left[\left(\frac{2}{\lambda_{LW}} x + 1 \right) \pi \right] \quad (4.1)$$

où $B(x, y)$ est une fonction égale à 1 dans le noyau de chacun des vortex et nulle ailleurs, $V_c = 12.1 \text{ m s}^{-1}$ la vitesse maximale induite par le système de vortex, et w'_{LW} un paramètre modélisant l'intensité de la perturbation. Gerz and Holzapfel (1999) estiment l'intensité de leur forçage turbulent à 3% et 1.7% de V_c suivant l'horizontale et la verticale respectivement. On choisit alors comme valeur de référence $w'_{LW} = 0.02$. On s'intéressera cependant dans le paragraphe 4.1.2, à faire varier ce paramètre, afin d'estimer la sensibilité de la dynamique de la phase de vortex par rapport à l'intensité de la turbulence atmosphérique.

Pour ce qui concerne la turbulence produite par le fuselage de l'avion, on choisit d'utiliser un bruit blanc que l'on ajoute au champ de vitesse (u, v, w) dans une fenêtre de 30 m de côté située autour de chaque vortex. L'amplitude de cette perturbation est choisie égale à 1% de la vitesse locale, ce qui correspond à une valeur comprise dans la fourchette proposée par Holzapfel et al. (2001). Dans la suite de notre étude, on décide de fixer cette amplitude au vu de son influence mineure sur l'écoulement (Holzapfel et al., 2001).

Par rapport à la configuration 2-D, on accroît la représentation de la microphysique en activant au sein de notre schéma les modules de sédimentation et de chaleur latente présentés dans le paragraphe 2.3.

On définit alors pour l'étude de la phase de vortex, une simulation de référence à l'aide des paramètres listés dans le tableau 4.1, ainsi qu'un panel de simulations tests (tableau 4.2) permettant de s'intéresser à l'influence de :

- la résolution axiale dx ,
- l'humidité RH_a ,
- l'intensité du forçage du mode Crow w'_{LW} .

Ce qui fait un total de 8 simulations réalisées sur le super ordinateur *NEC - SX8* de Météo-France. Le temps *CPU* dépendant du nombre de points, il est de 63 h pour la simulation *Rx*, et de 126 h pour chacune des autres simulations.

Symbole	valeur	Paramètre
dt	0.025 s	pas de temps
dy, dz	1 m	résolution transverse
dx	4 m	résolution axiale
L_x, L_y, L_z	400x270x540 m	taille du domaine
b_0	47 m	distance initiale entre les 2 vortex
r_c	4.6 m	rayon du noyau du vortex
Γ_0	600 $m^2 s$	circulation initiale d'un vortex
w'_{LW}	0.02	intensité du forçage de l'onde Crow
$N_p^{m\ vol}$	$1.54 \cdot 10^{12} m^{-1}$	nombre de particules par mètre de vol
r_p	1.5 μm	rayon des particules de glace
σ_p	4.6 m	écart-type de la distribution de densité de particules
N	$1.4 \cdot 10^{-2} s$	fréquence de Brunt-Väisälä
RH_a	130 %	humidité relative à l'altitude de vol

TAB. 4.1: Liste des paramètres de la condition initiale de la simulation de référence 3-D pour l'étude de la phase de vortex.

nom de la simulation	paramètre critique	valeur	schéma micro φ (o/n)	commentaire
$Cr1$	w'_{LW}	0.07	o	
$Cr2$		0.15	o	
Rx	dx (m)	8	o	
$RH1$	RH_a (%)	84	o	mesure de Schröder et al. (2000)
$RH2$		100.8	o	mesure de Sussmann and Gierens (1999)
$RH3$		109	o	mesure de Sussmann and Gierens (1999)
$RH4$		117	o	
$N0$	N (s^{-1})	0	n	

TAB. 4.2: Liste des simulations tests effectuées en configuration 3-D dans le cadre de l'étude de la phase de vortex.

4.1.2 Impact des processus 3-D sur la dynamique

Le rôle des processus 3-D sur l'évolution de la phase de vortex est une question qui a déjà été plusieurs fois abordée dans la littérature. Citons les travaux de Lewellen and Lewellen (1996) (impact des conditions initiales, de la turbulence, et du cisaillement de vent), Holzapfel et al. (2001) (interaction des instabilités de courte et grande longueur d'onde), Garten et al. (2001) (stratification et instabilité de Crow) et Nomura et al. (2006) (stratification et instabilité SW). Le but de ce paragraphe est de comparer nos résultats avec ces travaux afin de poursuivre la validation de nos simulations en configuration 3-D. En s'appuyant sur la simulation de référence *Ref* et les simulations tests *N0*, *Cr1*, et *Cr2* définies précédemment, nous allons nous intéresser à l'évolution dynamique du premier et second sillage définis dans le chapitre 3, et discuter leurs comportements.

Une vue générale du sillage

La figure 4.1 montre l'évolution de l'isosurface du critère λ_2 dans le cas de la simulation de référence, pour $\lambda_2 = -0.05$ de $t = 20$ à 140 s (les isocontours entre 20 et 100 s ne sont pas montrés car sur ce laps de temps la descente des vortex est semblable au cas 2-D). Le paramètre λ_2 , introduit par Jeong and Hussain (1995), est une mesure des minimums locaux du champ de pression. Il correspond à la seconde valeur propre du tenseur $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ où \mathbf{S} et $\mathbf{\Omega}$ sont les parties symétrique et antisymétrique du tenseur des déformations. Il met ainsi en valeur les structures tourbillonnaires, et est défini de telle sorte que plus λ_2 est petit, plus le minimum de pression est fort. Cette valeur $\lambda_2 = -0.05$ a été choisie de manière à visualiser l'ensemble des deux sillages. On peut ainsi observer qu'à partir de 120 s le premier sillage devient fortement turbulent, et que l'évolution du second sillage après 100 s ne suit pas un processus aussi laminaire que dans le cas 2-D. On constate donc que l'ajout des processus 3-D a fortement bouleversé le comportement du sillage et nous allons nous intéresser, dans un premier temps, au changement que cela implique sur le sillage primaire, puis étudier les modifications du second sillage.

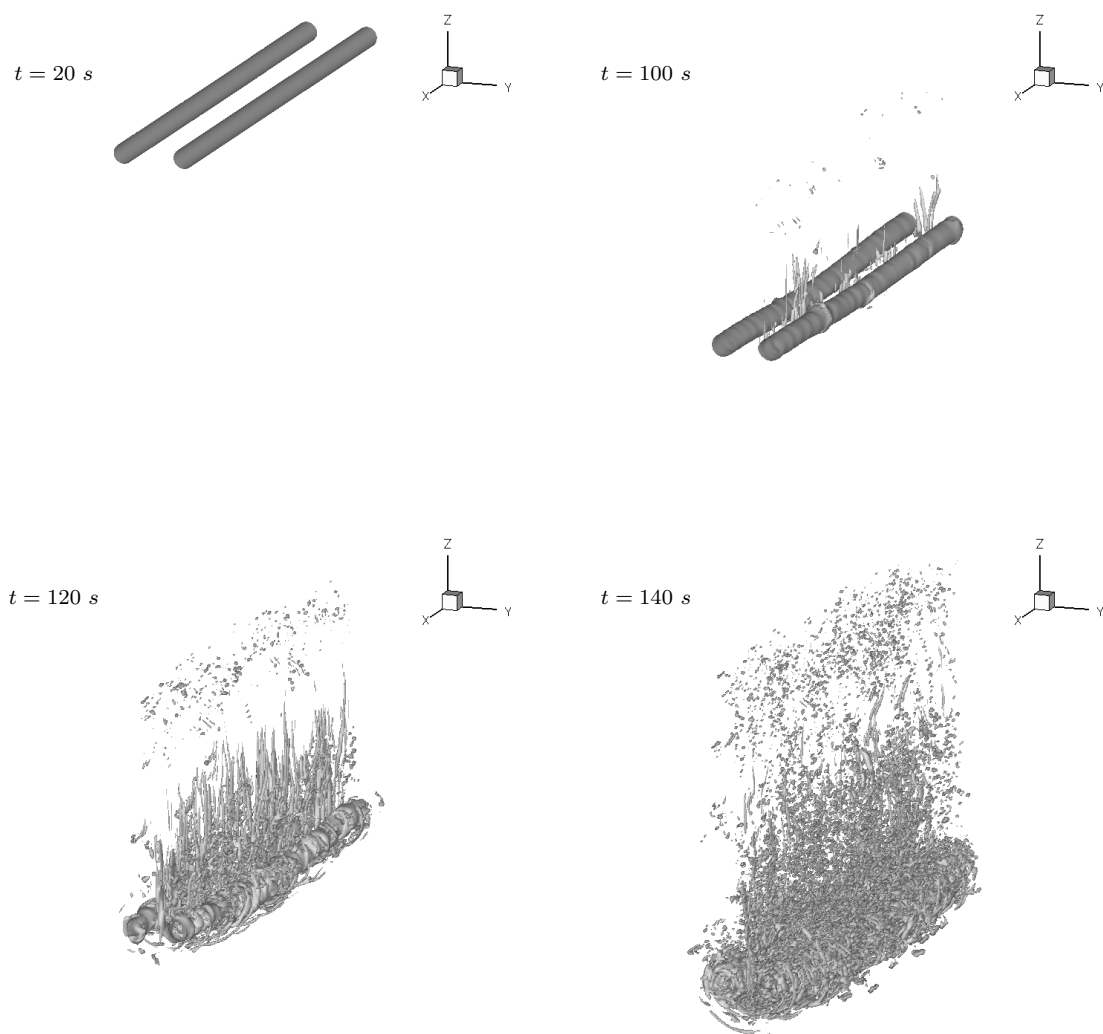


FIG. 4.1: Isosurface du critère λ_2 ($\lambda_2 = -0.05$) à $t = 20, 100, 120,$ et 140 s pour la simulation de référence.

Le premier sillage

Le comportement turbulent du premier sillage est dû, en partie, aux développements des deux types d'instabilités présentées au paragraphe 4.1.1 : les instabilités de courte et grande longueur d'onde. Afin de valider les paramètres de notre configuration 3-D (en particulier la résolution axiale) ainsi que nos choix concernant la modélisation des sources des phénomènes turbulents, nous nous proposons, en premier lieu, de vérifier que les longueurs d'onde et taux de croissance de ces deux instabilités (Widnall et al., 1971) sont

correctement résolus dans nos simulations au cours de l'évolution du sillage.

Les instabilités d'un système de vortex contra-rotatifs. La théorie développée par Widnall et al. (1971) est basée sur une approche linéaire pour un milieu non stratifié. En premier lieu, nous allons donc nous intéresser à la simulation *N0* où l'on a choisi une fréquence de Brunt-Väisälä nulle.

On définit l'énergie cinétique moyenne suivant l'axe dans l'espace de Fourier comme

$$E_k = \frac{1}{Ly} \frac{1}{Lz} \int_{Ly} \int_{Lz} \sum_{j=1}^3 \hat{u}_j \hat{u}_j^* dydz \quad (4.2)$$

où

$$\hat{u}_j(k_x, y, z, t) = \frac{1}{Lx} \int u_j e^{-i k_x x} dx. \quad (4.3)$$

Dans l'approximation de régime linéaire, on peut développer u_j en

$$u_j = u_j^0 + \sum_{k_x > 0} u_j^{k_x} e^{\sigma_{k_x} t} e^{i k_x x}$$

où u_j^0 est la contribution de l'écoulement de référence (distribution de Lamb-Oseen), $u_j^{k_x} e^{\sigma_{k_x} t}$ la contribution du mode k_x , et $i^2 = -1$. On a alors, pour $k_x > 0$,

$$E_k(k_x) = \frac{1}{Ly} \frac{1}{Lz} \int_{Ly} \int_{Lz} \sum_{j=1}^3 (u_j^{k_x})^2 e^{2\sigma_{k_x} t} dydz \quad (4.4)$$

$$= \left[\frac{1}{Ly} \frac{1}{Lz} \int_{Ly} \int_{Lz} \sum_{j=1}^3 (u_j^{k_x})^2 dydz \right] e^{2\sigma_{k_x} t}. \quad (4.5)$$

Si l'on reste dans un régime linéaire, on observe alors que, pour chacune des deux instabilités, le taux de croissance σ_{k_x} ($k_x = k_{LW}, k_{SW}$) est donné par

$$\sigma_{k_x} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \ln E_k(k_x). \quad (4.6)$$

La figure 4.2 montre l'évolution du spectre de E_k à différents temps de la phase de vortex

pour la simulation $N0$. On voit que le mode de Crow $k_{LW} = \frac{2\pi}{\lambda_{LW}} = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$ initialement forcé croît au cours de la simulation, et l'on observe également l'apparition du mode de l'instabilité de courte longueur d'onde pour $k = k_{SW} = \frac{2\pi}{\lambda_{SW}} = 0.3 \text{ m}^{-1}$ qui devient un maximum local à partir de $t = 100 \text{ s}$.

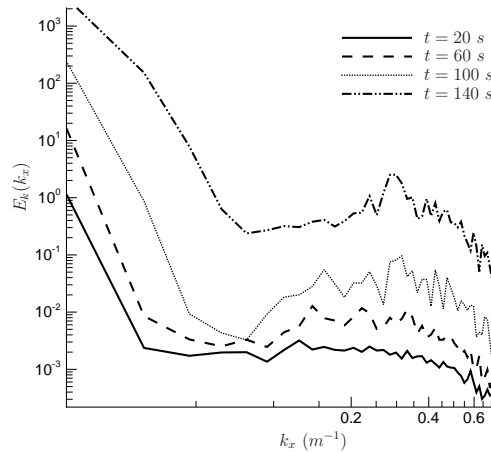


FIG. 4.2: Spectre de l'énergie cinétique moyenne suivant l'axe E_k à $t = 20, 60, 100,$ et 140 s .

L'évolution au cours du temps de chacun de ces deux modes est reportée sur la figure 4.3. L'influence de la turbulence atmosphérique a été simplifiée au forçage unique de l'onde de Crow, et on vérifie alors que ce mode s'adapte rapidement (moins de 20 secondes) et suit un régime linéaire avec un taux de croissance proche de la valeur théorique $\sigma_{LW} = 0.034 \text{ s}^{-1}$. Au contraire, le mode de courte longueur d'onde n'atteint son régime linéaire qu'après un temps $t \sim 80\text{-}100 \text{ s}$ où il suit un taux de croissance proche de la valeur théorique $\sigma_{SW} = 0.041 \text{ s}^{-1}$. Un temps d'adaptation de 115 secondes est également observé par Laporte and Corjon (2000). Ils associent ce temps aux deux phénomènes que sont, d'une part, les interactions non linéaires dus à l'initialisation du forçage du mode SW par un bruit blanc (initialisation identique à celle que nous avons utilisée), et d'autre part à l'effet de la dissipation sur la distribution initiale de vorticité, *i.e.* sur les deux vortex de Lamb-Oseen contra-rotatifs. Ce couple de vortex est initialement non solution des équations de Navier Stokes, et requiert donc un temps d'adaptation avant de vérifier une solution stationnaire. Pendant ce laps de temps, la dynamique est purement 2-D, et principalement dépendante de la viscosité. Dans notre étude, nous utilisons une distribution

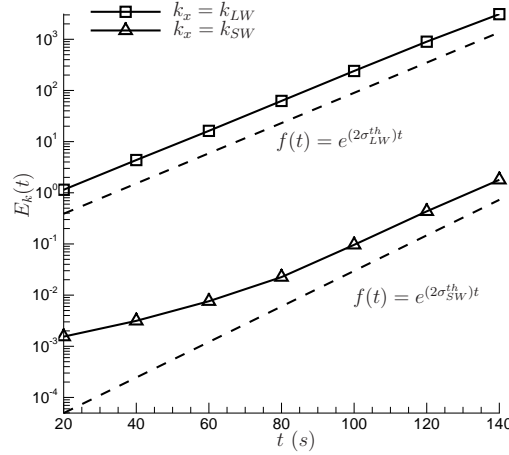


FIG. 4.3: Séries temporelles des modes de courte (SW) et longue (LW) longueur d’onde de la simulation de référence, et les comportements attendus en fonction des taux de croissance théoriques σ_{SW} et σ_{LW} .

équivalente mais avec un modèle théoriquement moins dissipatif. En effet Laporte and Corjon (2000) basent leur étude sur une approche DNS (“Direct Numerical Simulation”) avec un nombre de Reynolds $Re = \frac{\Gamma}{\nu} = 2400$, alors que notre modèle possède un schéma LES (voir chapitre 2). Nous devrions donc nous attendre à avoir moins d’effet dû à la dissipation et un temps d’adaptation plus court. Cependant, il faut prendre en compte le nombre de Reynolds effectif de notre modèle $Re_{eff} = \frac{\Gamma}{\nu_t}$ (où ν_t est la viscosité turbulente) et non le nombre de Reynolds dû à la viscosité physique ($\nu_{phy} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) qui, lui, est quasi infini. Pour ce faire, nous établissons alors la viscosité turbulente ν_t de notre modèle à l’aide de la diffusion du rayon du noyau (Le Dizès and Laporte, 2002) qui est donnée de manière théorique (exacte pour un vortex isolé) par

$$r_c(t; \nu_t) = \sqrt{r_c^2(t=0) + 4\nu_t t} \quad (4.7)$$

où l’on a fait l’approximation $\nu_t \gg \nu_{phy}$ que l’on vérifiera a posteriori. La figure 4.4 montre l’évolution du rayon du noyau des vortex r_c pour deux simulations dans un milieu non stratifié en configuration 2-D et configuration 3-D (simulations $N0$ dans les deux cas), ainsi que l’évolution théorique pour $Re = 4 \cdot 10^4$, et $2 \cdot 10^5$. La différence notable entre ces deux simulations est l’absence de forçage turbulent pour le cas 2-D, cette simulation

reste alors dans un régime laminaire. Pour le cas 3-D, le rayon du noyau des vortex est représenté pour les deux cas extrêmes situés là où les vortex sont le plus proches (dénommé ultérieurement centre) et là où ils sont le plus éloignés (*i.e.* dans les anneaux, en référence à la formation des structures de “puff” évoquée au paragraphe 1.1.3). On constate ainsi

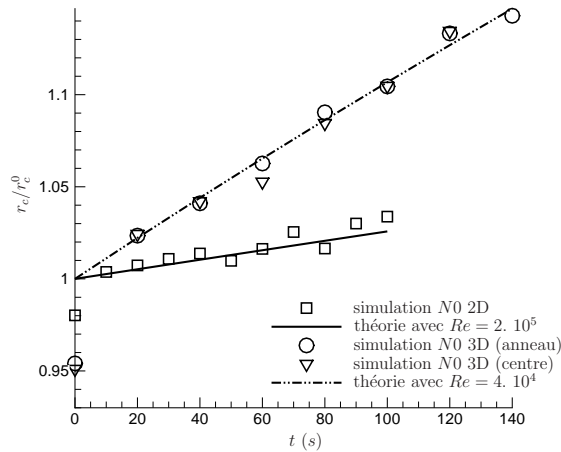


FIG. 4.4: Série temporelle du rayon du noyau des vortex pour les deux configurations 2-D, et 3-D.

que l’on a modélisé un écoulement qui est moins dissipatif que celui de Laporte and Corjon (2000) mais, néanmoins, même dans un régime laminaire (simulation 2-D), on obtient des valeurs de viscosité turbulente supérieures à la viscosité physique

$$Re = 2 \cdot 10^5 \rightarrow \nu_t = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Cette valeur est toutefois largement acceptable au regard de la finesse de notre modèle LES. On peut citer ici Le Dizès and Laporte (2002) qui, à l’aide d’un modèle LES très raffiné, retrouvent, dans le cadre d’une étude de vortex co-rotatifs, une croissance du rayon du vortex calquée sur la viscosité physique au cours du régime linéaire.

Dans notre cas, nous pouvons donc considérer facilement que les phénomènes dissipatifs dus au modèle ($Re = 2 \cdot 10^5$) sont négligeables devant la dissipation induite par le forçage turbulent ($Re = 4 \cdot 10^4$). Les cent secondes nécessaires au mode de courte longueur d’onde pour atteindre son régime linéaire sont donc principalement dues aux interactions non-linéaires déclenchées par la turbulence induite par le fuselage de l’avion, et le temps de

latence, bien que très similaire au temps trouvé par Laporte and Corjon (2000), a une explication quelque peu différente, que l'on retiendra alors comme physiquement plus justifiable.

Les comportements des deux modes LW et SW sont donc convaincants et montrent que les choix de modélisation de la turbulence induite par l'avion (bruit blanc) et par l'atmosphère (forçage unique de Crow) déclenchent bien les phénomènes attendus, et l'on vérifie donc qu'une résolution axiale de $dx = 4 \text{ m}$ est suffisante pour résoudre l'instabilité de plus petite échelle.

La stratification. D'après Nomura et al. (2006), la stratification agit sur l'instabilité de courte longueur d'onde uniquement par le biais de la distance entre les vortex, b . Les auteurs montrent que la théorie développée dans un cas non stratifié (Widnall et al., 1971) où b est une constante, reste vraie dans un cas stratifié si l'on tient compte des variations de b . Les résultats de l'analyse de stabilité de Widnall et al. (1971) donnent pour l'instabilité SW une longueur d'onde λ_{SW} et un taux croissance σ_{SW} définis en fonction du rapport r_c/b tel que

$$\lambda_{SW} = b \lambda_{SW}^*(r_c/b), \quad (4.8)$$

$$\sigma_{SW} = \frac{\Gamma}{2\pi b^2} \sigma_{SW}^*(r_c/b) \quad (4.9)$$

où λ_{SW}^* et $\sigma_{SW}^*(r_c/b)$ sont des fonctions non dimensionnées. Les variations de r_c sont contrôlées par les phénomènes visqueux, alors que celles de b dépendent de la stratification. Dans le cas de référence, l'expérience montre que le rapport r_c/b varie en majeure partie suivant b et atteint ses valeurs minimum et maximum entre 0.1 et 0.2. Dans la suite, on considère alors r_c comme constant ($r_c \sim 5 \text{ m}$), ce qui revient à négliger les effets de la viscosité devant ceux de la stratification. D'après Widnall et al. (1971) pour $0.1 < r_c/b < 0.2$, on peut approximer les fonctions non dimensionnées par,

$$\lambda_{SW}^*(r_c/b) = 4.18 \frac{r_c}{b}, \quad (4.10)$$

$$\sigma_{SW}^*(r_c/b) = 0.82 \neq f(b) \rightarrow \sigma_{SW}^*(r_c/b) = \sigma_{SW}^{N=0,*}. \quad (4.11)$$

On a alors

$$\lambda_{SW} = 4.18 r_c \neq f(b) \text{ et } r_c \sim \text{cte} \rightarrow \lambda_{SW} = \lambda_{SW}^{N=0}, \quad (4.12)$$

$$\sigma_{SW} = \frac{\Gamma}{2\pi b^2} \sigma_{SW}^{N=0,*}. \quad (4.13)$$

Le taux de croissance $\sigma_{SW}^{N=0}$ pour le cas non stratifié est donné par

$$\sigma_{SW}^{N=0} = \frac{\Gamma_0}{2\pi b_0^2} \sigma_{SW}^{N=0,*} \left(\frac{r_c}{b_0} \right) = \text{cte}$$

car Γ , b , et r_c sont des constantes (aux effets de dissipation près). Dans un milieu stratifié nous avons vu en 2-D (chapitre 3 figure 3.5) que la vitesse de descente V due à l'induction mutuelle des deux vortex reste constante. Ceci reste vrai lors du passage en 3-D. En effet, le mode de Crow n'affecte que localement le déplacement vertical du premier sillage, et l'altitude moyenne du premier sillage est toujours régie par les mêmes processus qu'en 2-D (dans la limite du régime linéaire). On a donc, $V = \frac{\Gamma}{2\pi b} = \frac{\Gamma_0}{2\pi b_0} = \text{cte}$, si bien que l'on a, au premier ordre,

$$\sigma_{SW} = \sigma_{SW}^{N=0} \frac{b_0}{b}.$$

En résumé, on a donc dans un milieu stratifié une longueur d'onde de l'instabilité de courte longueur d'onde λ_{SW} qui reste inchangée par rapport au cas non stratifié, et un taux de croissance qui dépend de l'évolution de b .

Nomura et al. (2006) mentionnent également dans leurs travaux qu'à l'opposé de ce qui a été fait dans le cas non stratifié, l'énergie cinétique moyenne suivant l'axe ne peut plus être utilisée pour mesurer les caractéristiques des instabilités des vortex primaires. En effet, dans le plan transverse, la présence du torque barocline a généré des structures supplémentaires, *i.e.* le second sillage. Dans le cas stratifié, les longueurs d'onde et taux de croissance sont alors évalués à partir de la position du centre des vortex. Soit ξ_i la projection de cette dernière sur le plan horizontal pour les vortex $i = 1, 2$ (respectivement gauche et droite), a des constantes près et d'après ce que l'on a vu auparavant, on a donc

$$\xi = \sin(k_{SW}x)e^{\sigma_{SW}t} + \sin(k_{LW}x)e^{\sigma_{LW}t} \quad (4.14)$$

où l'on a ajouté également le mode de Crow. Dans notre cas, il faut noter que b n'est pas une fonction seulement du temps comme pour Nomura et al. (2006) mais aussi de x étant donné que l'on force le mode de Crow. Cependant, pour le cas de référence (amplitude du forçage de Crow $w'_{LW} = 2\%$), les effets de l'instabilité de Crow sur les variations de b sont du second ordre devant la stratification, et on peut donc considérer, en première approximation, que ξ est donné dans l'espace de Fourier par

$$\widehat{\xi}(k_x) = \delta(k_x - k_{SW}^{N=0})e^{(\sigma_{SW}^{N=0} \frac{b_0}{b})t} + \delta(k_x - k_{LW})e^{\sigma_{LW}t}. \quad (4.15)$$

Concernant l'instabilité de Crow, Garten et al. (2001) montrent que pour des nombres de Froude $Fr > 2$ et $w'_{LW} = 5\%$ (ils utilisent également un forçage à une seule onde), la longueur d'onde λ_{LW} et le taux de croissance σ_{LW} restent sensiblement inchangés par rapport au cas sans stratification. Ceci peut se comprendre par des considérations assez simples d'échelle de grandeur. Pour notre système, l'échelle de longueur caractéristique des phénomènes dus à la stratification est donnée par la taille du torque barocline, soit $l_S \sim b_0$, et l'échelle de temps est fixée par la fréquence de Brunt-Väisälä, soit $t_S = 2\pi/N \sim 600$ s. L'instabilité de Crow, comme on l'a vu dans le cas non stratifié, a une longueur d'onde de $\lambda_{LW}^{N=0} = 8.6 b_0$ et un temps caractéristique $(\sigma_{LW}^{N=0})^{-1} = 290$ s. Contrairement à l'instabilité de courte longueur d'onde ($\lambda_{SW}^{N=0} = 0.41 b_0 \sim l_S$, $(\sigma_{LW}^{N=0})^{-1} = 240$ s), le mode de Crow n'est alors que très peu influencé par la stratification moyenne rencontrée à l'altitude de croisière. On retient donc qu'au premier ordre

$$\lambda_{LW} = \lambda_{LW}^{N=0} \quad (4.16)$$

$$\sigma_{LW} = \sigma_{LW}^{N=0} \quad (4.17)$$

En résumé, cette approche basée sur les résultats de Garten et al. (2001) et Nomura et al. (2006) prévoit donc, pour un milieu stratifié, un développement des instabilités des vortex primaires tel que

$$\widehat{\xi}(k_x) = \delta(k_x - k_{SW}^{N=0})e^{(\sigma_{SW}^{N=0} \frac{b_0}{b})t} + \delta(k_x - k_{LW}^{N=0})e^{\sigma_{LW}^{N=0}t}. \quad (4.18)$$

Avant de s'intéresser au comportement de la simulation de référence, on a reporté sur les figures 4.5 et 4.6 les spectres et taux de croissance évalués à partir de ξ_i pour la simulation

N0. Par comparaison avec les figures 4.2 et 4.3, on constate que le comportement général des deux instabilités est toujours bien évalué à partir de la position du centre du noyau des vortex. Il existe néanmoins quelques différences entre les vortex gauche et droit. Ceci est dû en partie à la sensibilité du système de vortex par rapport aux conditions initiales (Nomura et al., 2006) mais aussi à certaines faiblesses de notre approche. En effet, il faut prendre en compte la faible résolution du mode de courte longueur d'onde (λ_{SW} contient 4 points dans notre cas pour 14 points dans les simulations de Nomura et al. (2006)), et également le faible nombre de points dont on dispose pour nos séries temporelles. Le but de notre étude étant majoritairement axé sur le couplage avec la microphysique, pour des raisons de stockage et de temps *CPU*, nous avons donc dû nous limiter. Ainsi, on notera qu'une étude plus précise sur le problème des instabilités des vortex primaires demanderait au moins d'améliorer ces deux points. Dans la suite, nous nous limiterons donc à des considérations qualitatives afin de vérifier que le développement des instabilités de courte et grande longueur d'onde respecte l'équation 4.18. La figure 4.7 montre les spectres de la

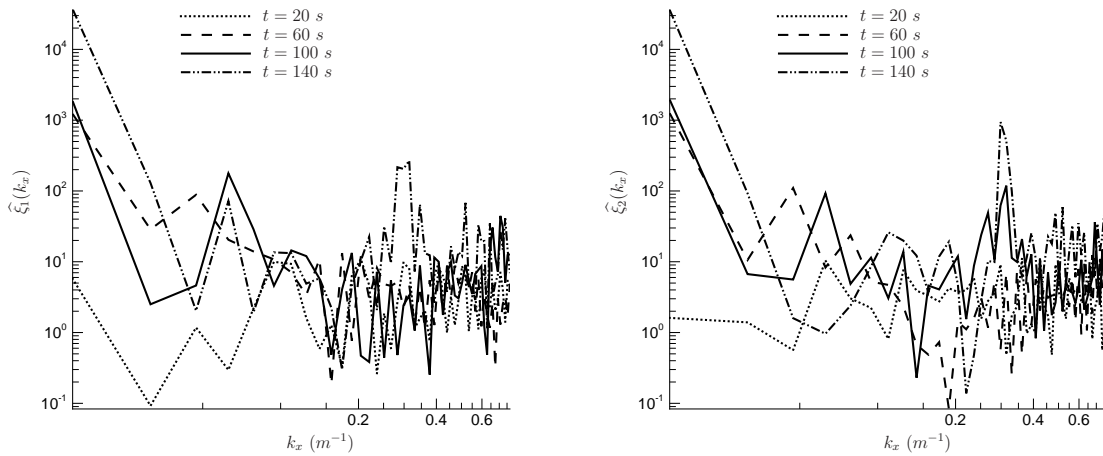


FIG. 4.5: Spectre de la position des vortex ξ_1 (gauche) et ξ_2 (droite) à $t = 20, 60, 100,$ et 140 s pour la simulation *N0*.

position du centre de chacun des deux vortex ξ_i à différents stades de la simulation *Ref*. Si l'on observe un comportement similaire avec le cas non stratifié (figure 4.5) pour $t < 100$ s, c'est-à-dire un mode de Crow démarqué du reste du spectre (*e.g.* $t = 80$ s), on constate qu'après $t = 100$ s il s'opère une homogénéisation rapide du spectre, avec néanmoins l'apparition du mode de courte longueur d'onde ($k_{SW} = 0.3$ m^{-1}) sur le vortex de gauche

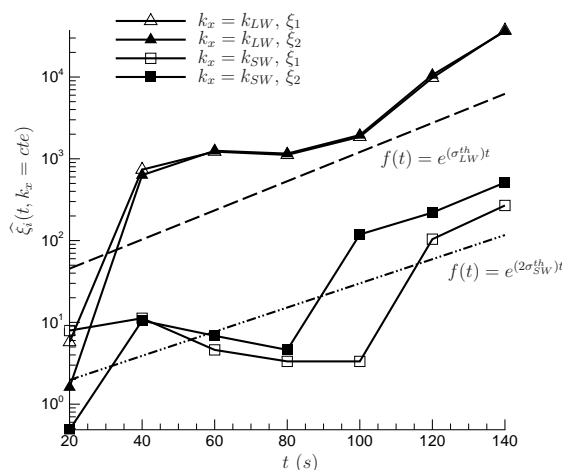


FIG. 4.6: Séries temporelles des modes de courte (SW) et longue (LW) longueur d'onde de la simulation *N0*, et les comportements attendus en fonction des taux de croissance théoriques σ_{SW} et σ_{LW} .

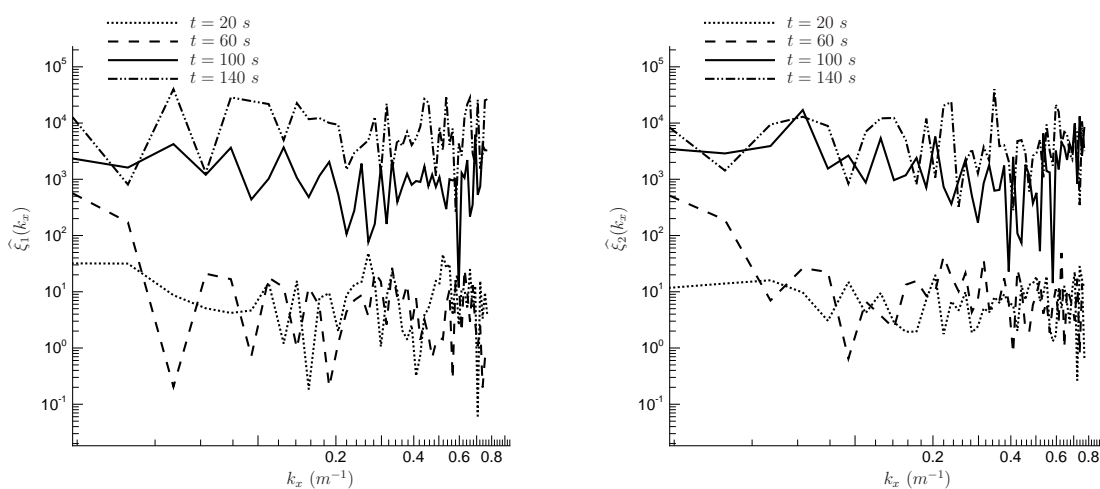


FIG. 4.7: Spectre de la position des vortex ξ_1 (gauche) et ξ_2 (droite) à $t = 20, 60, 100,$ et 140 s pour la simulation *Ref*.

à $t = 120$ s (voir le spectre de ξ_1 sur la figure 4.8 où le temps $t = 120$ s a été rajouté par rapport à la figure 4.7). La figure 4.9 montre l'évolution temporelle des modes $k = k_{SW}$ et k_{LW} sur les 140 s de simulation. Malgré une approche grossière, on retrouve ici un comportement proche du régime linéaire explicité par l'équation (4.18). En effet, on peut

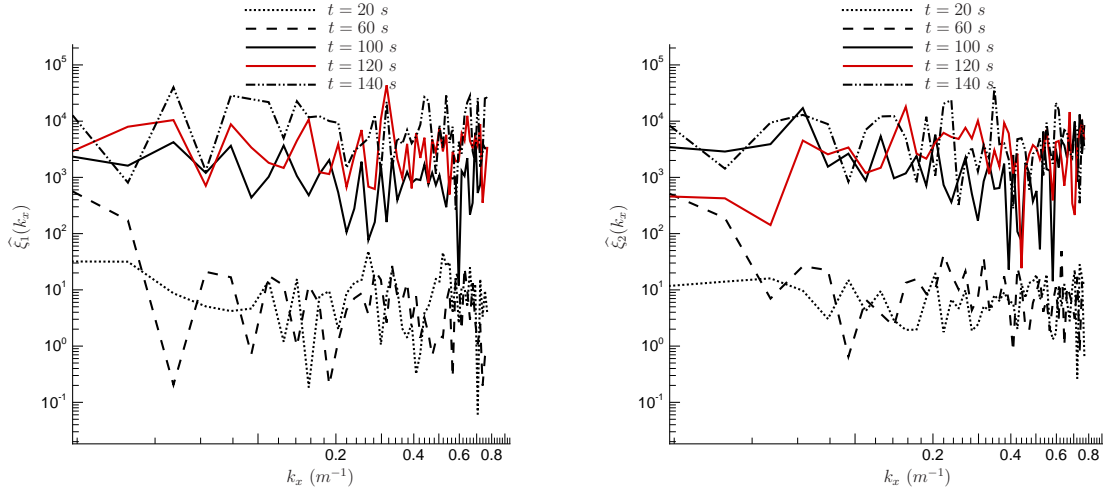


FIG. 4.8: idem figure 4.7 avec le temps $t = 120$ s en plus.

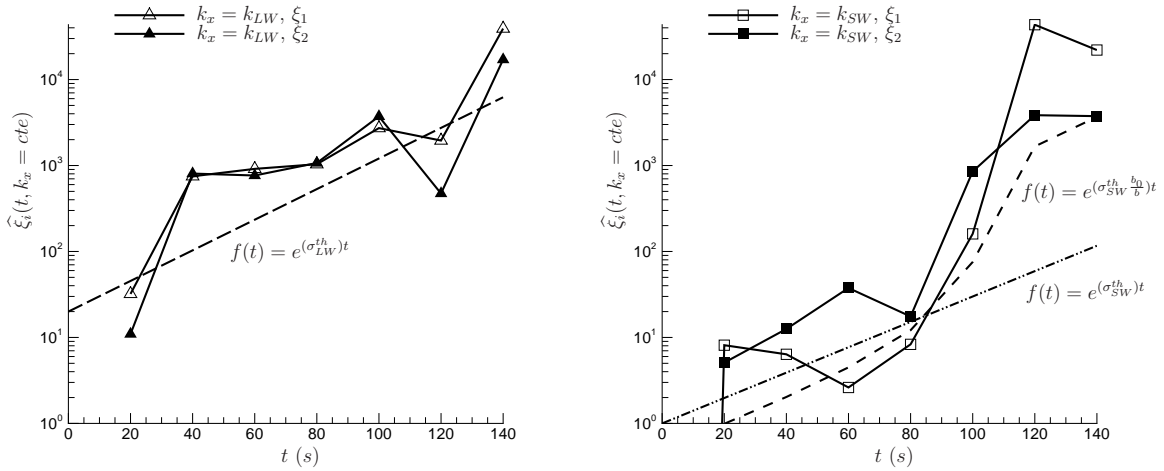


FIG. 4.9: Séries temporelles des modes de courte (à droite) et longue (à gauche) longueur d'onde pour la simulation *Ref*, et les comportements attendus en fonction des taux de croissance théoriques corrigés σ_{SW} et σ_{LW} .

observer que le mode de Crow a une évolution similaire au régime linéaire de la théorie non stratifiée, et que le taux de croissance du mode de courte longueur d'onde montre une dépendance en $\frac{1}{b}$ voisine de celle attendue, $\sigma_{SW} = \sigma_{SW}^{N=0} \frac{b_0}{b}$. Les deux instabilités suivent donc des comportements que l'on peut considérer comme ceux de régime linéaire. Et pourtant à partir de $t = 100$ s, une grande partie du spectre est déjà excitée. La transition

vers la turbulence ne semble donc pas être basée sur les seuls phénomènes d’instabilité sinusoïdale. En effet, comme l’expliquent Holzapfel et al. (2001), il faut tenir compte de la présence du torque barocline que l’on a introduit au paragraphe 3.3.1. Le mécanisme de couplage proposé par Holzapfel et al. (2001) est le suivant : le torque formé à cause du gradient de densité interagit avec les instabilités de courte longueur d’onde et crée des structures en forme de côte autour des vortex primaires (figure 4.10,a). Ces dernières induisent la formation de stries de vorticité entre les vortex (figure 4.10,b) favorisant la décroissance de la circulation de chaque vortex (figure 4.11) par échange de vorticité au travers du plan médian. Ces stries finissent par entourer tout le système initial (figure 4.10,c), et on aboutit finalement à la destruction des deux vortex initiaux (figure 4.12).

On peut donc résumer les processus 3-D présents lors de la descente du sillage dans un milieu stratifié par l’interaction de trois phénomènes que sont l’instabilité de courte longueur d’onde, celle de grande longueur d’onde, et le torque barocline. La figure 4.13,a met en évidence ces trois mécanismes. Elle montre l’isosurface du critère λ_2 de la simulation de référence au temps $t = 120$ s pour $\lambda_2 = -0.7$. Cette nouvelle valeur, plus faible que celle choisie pour la figure 4.1, permet de se focaliser sur le sillage primaire. On voit alors apparaître

- le mode de Crow ($\lambda_{LW} = 400$ m) qui possède une longueur d’onde égale à la taille du domaine comme initialement forcée,
- le mode de courte longueur d’onde qui se superpose au mode de Crow ($\lambda_{SW} = 21$ m) ; à noter sur la figure 4.13,b, le comportement axi symétrique caractéristique de l’instabilité de courte longueur d’onde,
- des structures induites par le torque barocline situées entre les vortex.

Dans le chapitre 3, on a montré qu’une résolution de 1 m, dans le plan transverse, est suffisante pour résoudre la formation du torque barocline, et on a vu, précédemment, que pour une résolution axiale de 4 m, l’instabilité de courte longueur d’onde montre un comportement convaincant dans un milieu stratifié par rapport à une théorie “non stratifiée” corrigée. On a également montré que l’instabilité de Crow suit un régime linéaire assez rapidement après le début de nos simulations avec un taux de croissance et une longueur d’onde qui satisfont également la même théorie “non stratifiée” corrigée.

Maintenant, pour finaliser la validation dynamique de nos simulations 3-D, il nous reste à discuter la modélisation de nos sources de turbulence. On a vu que les deux sources de

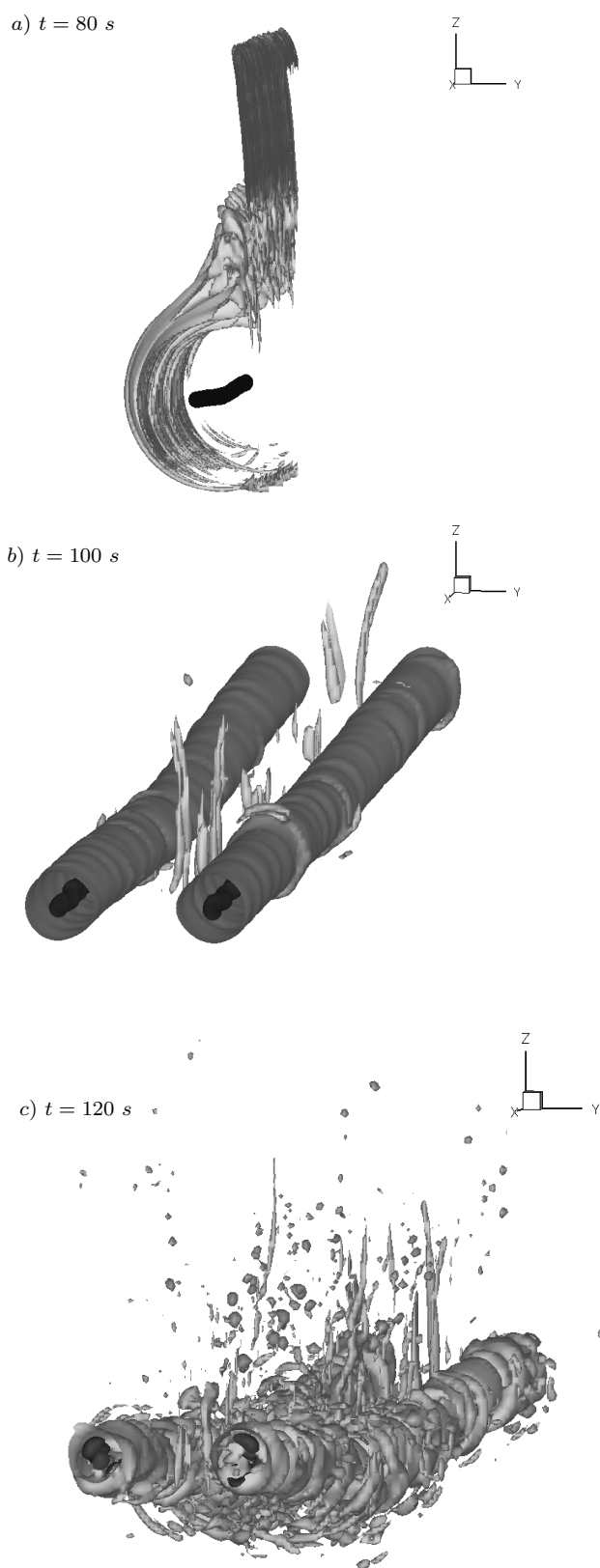


FIG. 4.10: Mise en évidence du comportement du torque barocline pour la simulation de référence. *a)* vue en perspective à $t = 80 \text{ s}$ des isosurfaces de vorticité du vortex de gauche pour $\omega = -2.8 \text{ s}^{-1}$ (noyau, en noir sur la figure) et $\omega = 0.06 \text{ s}^{-1}$ (structure en forme de côtes, en gris sur la figure); *b)* vue en perspective à $t = 100 \text{ s}$ des isosurfaces du critère λ_2 pour $\lambda_2 = -2$ (noyau, noir) et $\lambda_2 = -0.1$ (structure en forme de stries, gris); *c)* vue en perspective à $t = 120 \text{ s}$ des isosurfaces du critère λ_2 pour $\lambda_2 = -2$ (noyau, noir) et $\lambda_2 = -0.3$ (structure en forme de stries, gris)

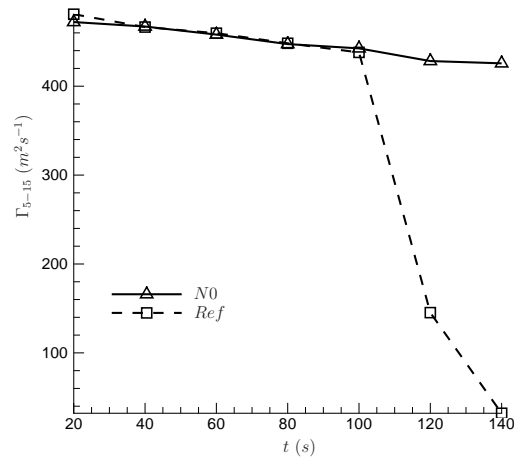


FIG. 4.11: Série temporelle de la circulation autour de chaque vortex. La circulation est calculée de la même manière que pour la figure 6 de Holzapfel et al. (2001).

turbulence forcent les bonnes instabilités, reste donc à étudier leur déclenchement relatif, et les paramètres qui y participent.

Le choix d'un bruit blanc pour modéliser la turbulence induite par l'avion ne pose

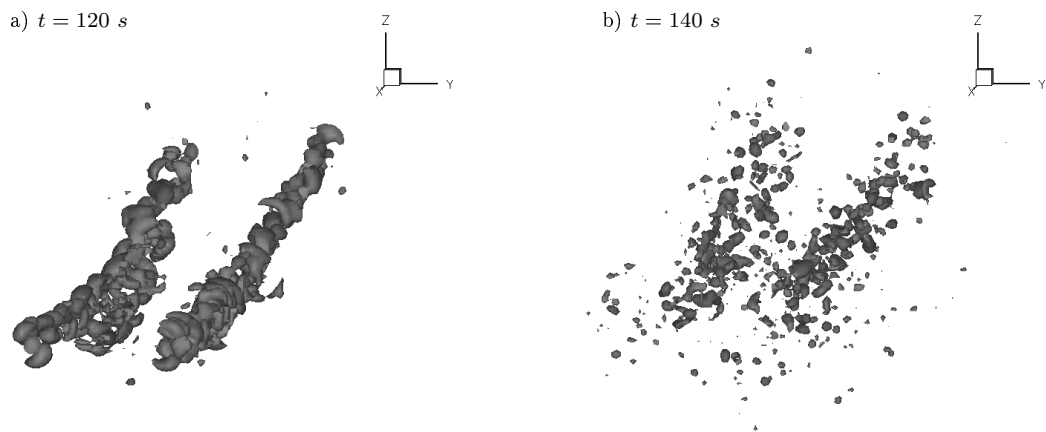


FIG. 4.12: Suite de la figure 4.11, c. On montre ici l'effondrement de la structure de vortex pour la simulation de référence, avec les vues en perspective à $t = 120$ s (a) et à $t = 140$ s (b) de l'isosurface du critère λ_2 pour $\lambda_2 = -2$.

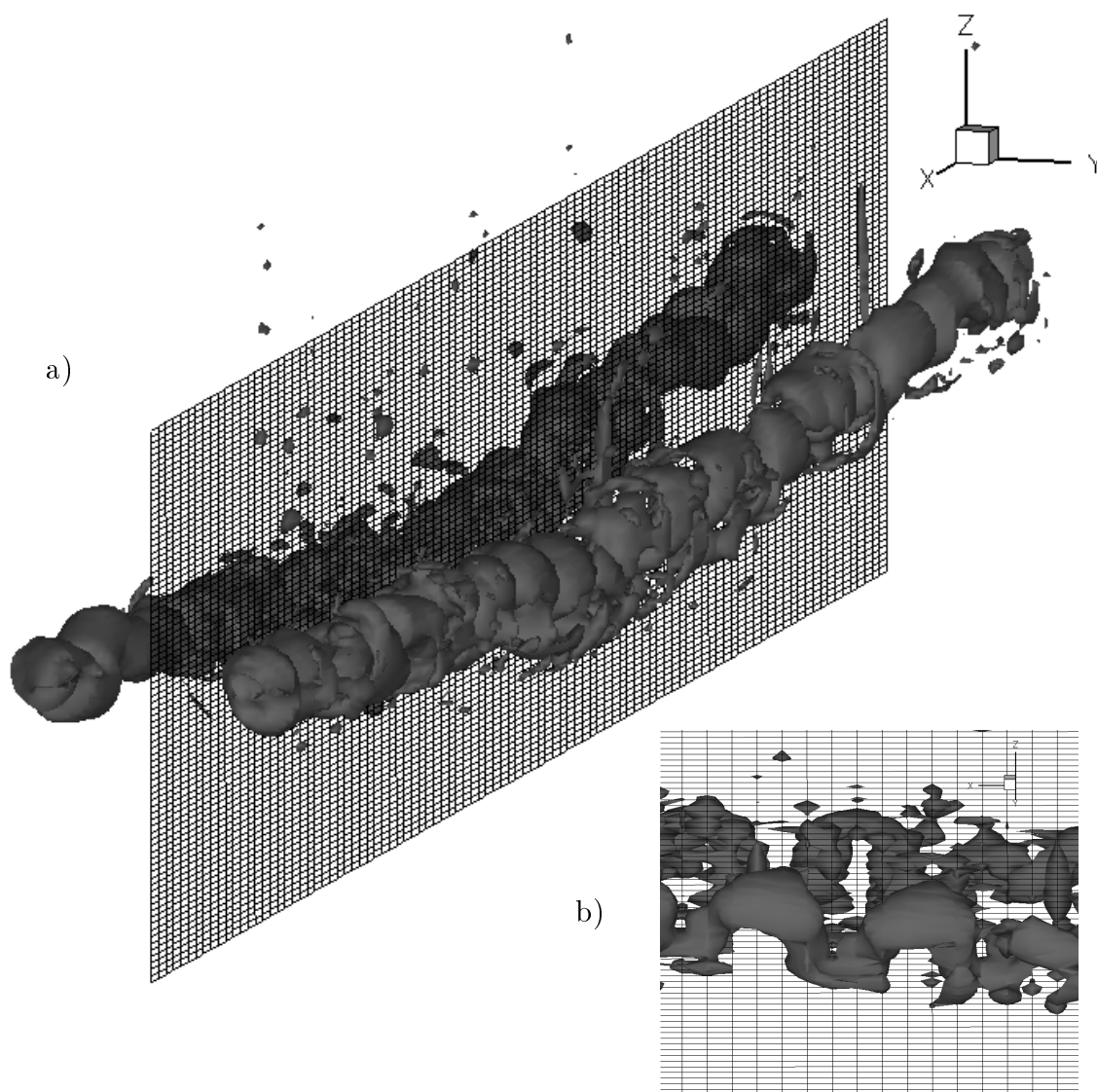


FIG. 4.13: Isosurface du critère $\lambda_2 = -0.7$ à $t = 120$ s pour la simulation de référence. Le panel b est un zoom du panel a sur un plan transverse xz . La grille du domaine est montrée pour le plan médian xz .

pas de problème majeur. Holzapfel et al. (2001) montrent que son amplitude a très peu d'influence sur l'évolution du sillage, et on a vu que, pour une amplitude de 1% de la vitesse locale, le déclenchement du régime linéaire se fait après 100 s dans un milieu non stratifié et après environ 80 s pour $N = 0.014$ s⁻¹ (figure 4.9). On retrouve ici, comme Nomura et al. (2006), une réduction du temps de latence en présence de stratification, ce que

l'on peut expliquer par le fait que la stratification a tendance à atténuer les phénomènes turbulents comme les non linéarités induites par le bruit blanc. Le modèle du forçage de la turbulence atmosphérique est par contre un problème nettement plus délicat (voir conclusion de Garten et al., 2001).

La turbulence atmosphérique. Par rapport à Gerz and Holzapfel (1999), Holzapfel et al. (2001) ou Lewellen and Lewellen (1996), nous avons fait un choix très simpliste, en ramenant le forçage d'un champ turbulent à une unique onde possédant la longueur d'onde du mode de Crow. Etant surtout intéressés par l'interaction avec la turbulence atmosphérique dans le champ lointain (chapitre 5), nous avons décidé de simplifier le forçage initial en nous basant sur les résultats de Robins and Delisi (1997). Ils montrent, en effet, que pour un milieu stratifié et une condition initiale comportant un forçage composé de plusieurs ondes appliquées sur l'axe des vortex avec des longueurs d'ondes différentes centrées autour de λ_{LW} et une énergie répartie suivant une loi en $k_x^{-5/3}$, le mode de Crow est alors celui qui se développe le plus rapidement. Ce résultat corrobore le comportement du mode de grande longueur d'onde explicité précédemment par la théorie non stratifiée corrigée (faible dépendance par rapport à la stratification), et conforte notre choix de réduire le spectre de forçage au seul mode de Crow.

Parmi les travaux de la littérature, le cas *A* de Gerz and Holzapfel (1999) (figure 4.14) représente l'étude la plus proche de notre cas de référence à la différence près du forçage atmosphérique. On notera ainsi que Holzapfel et al. (2001) utilisent une circulation $\Gamma = 565 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ plus faible que la nôtre pour une distance initiale entre les vortex identique, et que Robins and Delisi (1998) comme Lewellen and Lewellen (1996) et Lewellen and Lewellen (2001) n'utilisent pas de forçage pour le mode de courte longueur d'onde (*i.e.* pas de modélisation de la turbulence induite par l'avion). Le cas *A* de Gerz and Holzapfel (1999) donne ainsi sur notre échelle de temps (décalage de 20 *s*) à $t = 140 \text{ s}$, une descente du premier sillage de 240 *m* sous le niveau de vol et on observe la transition de l'écoulement 2-D initial vers un écoulement 3-D ($O(u_{max}) \sim O(v_{max}, w_{max})$) à $t = 60 \text{ s}$. Le passage d'une dynamique 2-D à une dynamique 3-D marque symboliquement la fin de la phase de vortex, il correspond au début de la désintégration du système de vortex. La figure 4.15 reprend les mêmes informations que la figure 4.14 pour les deux simulations *Ref*, et *Cr2*. On observe alors pour le cas de référence, une descente du premier sillage de

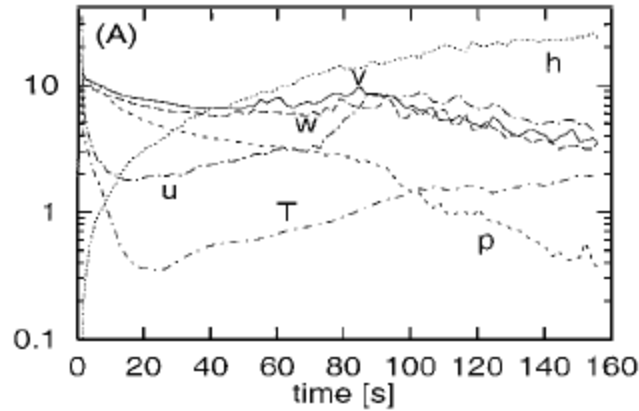


FIG. 4.14: [Extrait de Gerz and Holzapfel (1999)]. Série temporelle de variables issues de l'évolution de la phase de vortex et de jet, pour le cas *A* de l'étude de Gerz and Holzapfel (1999). Les variables représentées sont les maximums de vitesses u, v, w ($m s^{-1}$), le minimum des fluctuations de pression $p(< 0)$ ($10 Pa$), la descente des vortex h ($10 m$), et le maximum des fluctuations de température absolue T (K).

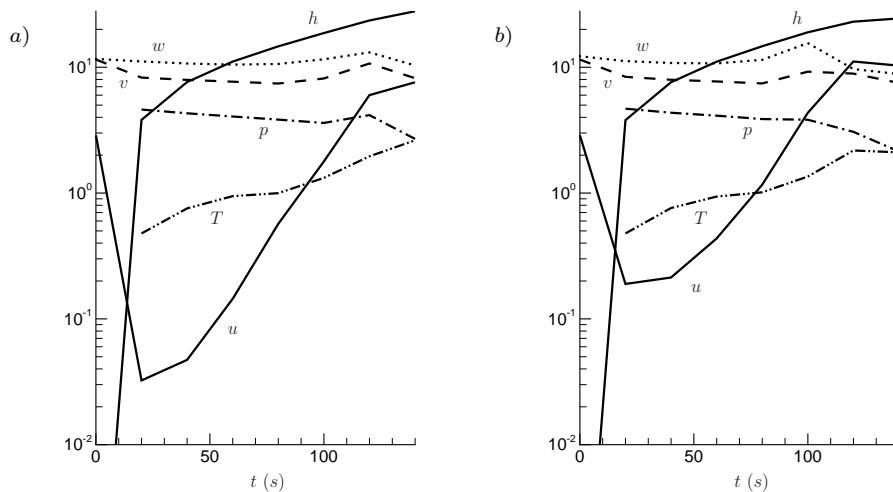


FIG. 4.15: Série temporelle de la descente des vortex h (m), du maximum des vitesses $u_{max}, v_{max}, w_{max}$ ($m s^{-1}$), du minimum des fluctuations de pression $p(< 0)$ ($10 Pa$), et du maximum des fluctuations de température absolue T (K) pour les deux simulations *a*) *Ref*, et *b*) *Cr2*.

$h = 270 m$ sous le niveau de vol sur $140 s$, et un passage à un écoulement 3-D à $t = 120 s$. Lorsque l'on augmente l'amplitude initiale du mode Crow, $w'_{LW} = 15 \%$, on obtient une

descente du sillage équivalente, et une légère diminution du temps de la transition vers un écoulement 3-D, qui reste de l'ordre de $t = 100$ s. On observe donc un retard de 60 s dans l'établissement des fluctuations 3-D, et une étalement vertical du sillage augmenté de presque 10%.

L'allongement du temps de descente des vortex se traduit par une compression adiabatique plus forte. Dans notre cas, on observe alors une augmentation du maximum des fluctuations de température à la fin de la phase de vortex ($t = 120$ s) de près de 2 K supérieure à celle de Gerz and Holzapfel (1999). Il faut toutefois noter qu'il est peut être rapide d'attribuer cette différence uniquement à la compression adiabatique car, avec un tel raisonnement, on ne prend pas en compte le mélange induit par le forçage turbulent utilisé par Gerz and Holzapfel (1999). Il reste, néanmoins, qu'à la fin de la phase de vortex, on a belle et bien une température plus élevée. Du côté de la pression, les variations restent similaires à celles enregistrées par Gerz and Holzapfel (1999). Jusqu'à la fin de la phase de vortex, les tourbillons gardent ainsi une intensité comparable. Il faut remarquer que les fluctuations de température et pression n'ont quasi aucune dépendance par rapport à w'_{LW} .

Il faut aussi noter que par rapport à Gerz and Holzapfel (1999), à $t = 140$ s le premier sillage dans les trois cas *Ref*, *Cr1*, et *Cr2* possède encore des structures tourbillonnaires permettant la poursuite d'une propagation verticale. Ainsi, dans le cas de référence, bien que fortement turbulents les vortex initiaux ont encore une certaine cohérence (figure 4.16,a) et dans le cas d'une forte turbulence $w'_{LW} = 15$ %, l'instabilité de Crow a eu le temps d'atteindre son régime turbulent, si bien qu'il y a alors reconnexion des deux vortex, et on peut ainsi voir la formation d'un anneau de vorticité (figure 4.16,c) qui va continuer de descendre. Ceci conduit à penser que le fait de retarder l'établissement des perturbations turbulentes 3-D doit avoir pour conséquence de surestimer la descente des vortex, et par conséquent d'y augmenter la température. Mais l'erreur commise est relativement difficile à évaluer. En effet Gerz and Holzapfel (1999) arrêtent leur simulation à $t = 140$ s, et d'après l'évolution temporelle de la descente de leur sillage, il semble qu'il n'ait pas encore atteint un point d'équilibre. Dans la suite de notre étude, nous garderons donc à l'esprit que l'on a certainement tendance à surestimer la descente des vortex, et nous tenterons d'évaluer plus précisément notre erreur lors de l'étude de la phase de dissipation (paragraphe 4.2).

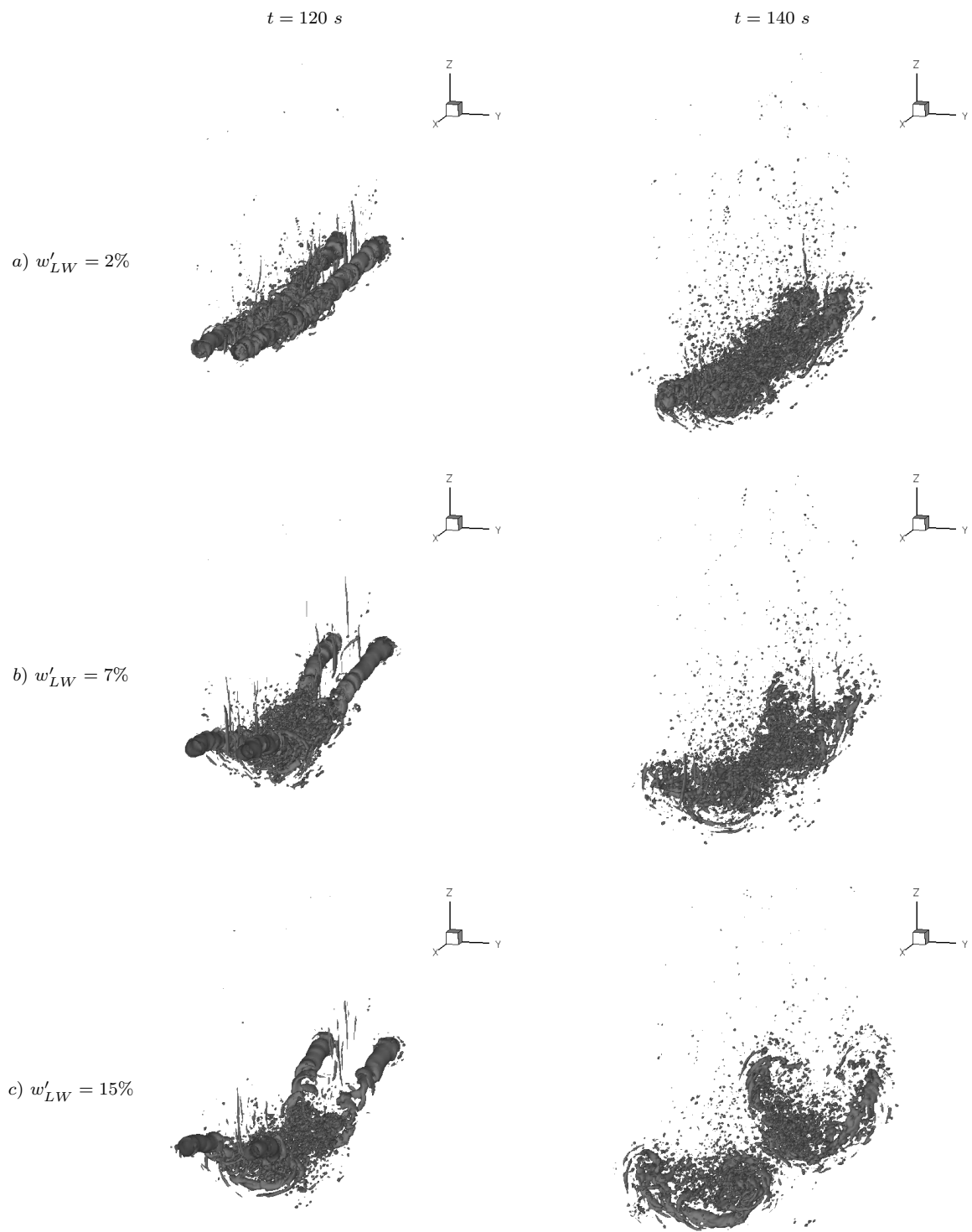


FIG. 4.16: Isosurface du critère $\lambda_2 = -0.3$ à $t = 120$, et 140 s pour les simulations *Ref* (a), *Cr1* (b), et *Cr2* (c).

Néanmoins, on peut déjà noter que ce retard de 60 s sur la transition vers un écoulement 3-D est de toute évidence à mettre sur le compte du choix de notre forçage atmosphérique. Une étude comparative avec un forçage équivalent à celui de Gerz and Holzapfel (1999) (champ turbulent 3-D) apparaît donc comme nécessaire, mais par faute de temps nous n'avons pas pu approfondir ce point.

Intéressons nous maintenant à l'influence de l'amplitude initiale du mode de Crow sur le développement du mode SW. A partir de $t = 100$ s, pour les deux cas $w'_{LW} = 7$ et 15 %, les variations de b induites par l'interaction du mode de Crow et du torque barocline ne sont plus négligeables devant celles imposées par la stratification (figure 4.17). Etant basées sur des perturbations sinusoïdales, les considérations précédentes sur les longueurs d'onde et taux de croissance des deux instabilités SW et LW ne sont alors plus applicables. Cependant, de manière qualitative, on peut retrouver localement les mêmes comportements que dans le cas de référence. Sur la figure 4.17, on voit ainsi que, plus les variations de b sont localement fortes (grande valeur de w'_{LW}), plus l'instabilité de courte longueur d'onde est visible. Bien que ceci ne soit pas une condition nécessaire et suffisante, on retrouve bien l'idée que le taux de croissance est une fonction inversement proportionnelle à b . Pour que le raisonnement soit complet, il faudrait vérifier, localement, que l'amplification du mode de courte longueur d'onde n'est pas due à un forçage initial plus important, induit par le torque barocline par exemple. Il faut noter que, dans le cas de référence, jusqu'à $t = 140$ s les effets de l'instabilité de Crow sur l'évolution de b restent bien minimes, les deux vortex restant quasiment parallèles.

Pour une stratification donnée $Fr = 3$, et dans l'hypothèse où l'on admet que la turbulence induite par l'avion est validée (Holzapfel et al., 2001), et que le forçage atmosphérique est physiquement acceptable, l'amplitude initiale du mode de Crow *i.e.* le niveau de turbulence, joue un rôle important dans l'interaction entre les deux instabilités SW et LW. La figure 4.16 montre que plus w'_{LW} est grand, plus l'impact du mode de Crow est prépondérant sur l'évolution future du sillage. Ainsi, si le forçage atmosphérique est faible, le mode SW a le temps d'atteindre son régime linéaire. Dans un milieu stratifié, son taux de croissance est alors amplifié par le torque barocline (dépendance en $\frac{1}{b}$), et il prend le dessus sur le mode de Crow. On aboutit alors à la destruction des vortex initiaux en conservant un sillage homogène suivant l'axe. Dans le cas contraire où le niveau de turbulence atmosphérique est plus élevé, le mode SW n'a pas le temps de se développer, et

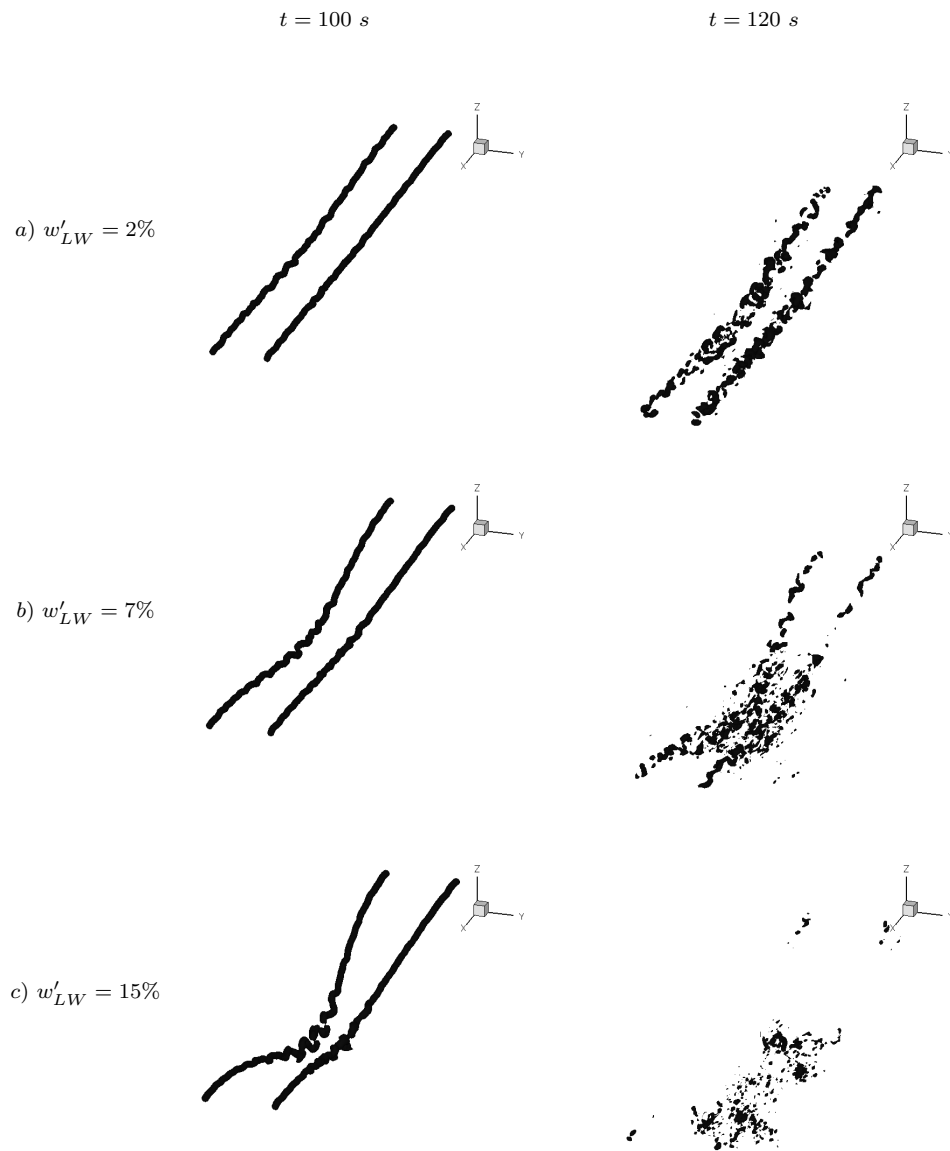


FIG. 4.17: Isosurface du critère $\lambda_2 = -1$ à $t = 100$, et 120 s pour la simulation de *Ref* (a), la simulation *Cr1* (b), et la simulation *Cr2* (c).

on assiste à la formation d’anneaux de vorticité par reconnexion des vortex qui, à terme, génèrent les structures de ”puffs” mises en évidence pour la première fois par Lewellen and Lewellen (1996). Dans ce cas, le sillage devient inhomogène suivant l’axe, et on aboutit alors à la conclusion que sur la phase de vortex, plus on est turbulent, plus le sillage est inhomogène, ce qui, au premier abord, n’est pas clairement intuitif pour une variable scalaire. On retrouve ici le comportement mis en avant par Holzapfel et al. (2001), à la précision que ces derniers donnent à l’endroit où les vortex se rapprochent (par interaction entre le torque barocline et l’instabilité de Crow) un rôle de source dans la génération du mode de courte longueur d’onde qui se propage ensuite le long des vortex. Notre approche, elle, laisse penser que le rapprochement ne joue que sur le taux de croissance. Il faut noter également également que Holzapfel et al. (2001) obtiennent dans les deux cas, avec ou sans forçage atmosphérique, une destruction des vortex par le mode SW. Dans leur cas, ils n’observent alors jamais la formation d’anneaux de vorticité bien marqués, contrairement à d’autres études comme Lewellen and Lewellen (1996). Ils attribuent ce point au fait qu’ils sont les seuls à coupler le forçage des deux instabilités de courte et grande longueur d’onde. Une étude plus évoluée de l’impact du niveau de turbulence du forçage d’un champ atmosphérique 3-D serait alors intéressante à mener pour tirer des conclusions précises. Néanmoins, notre étude de la dynamique de la phase de vortex laisse déjà penser que le niveau de turbulence joue un rôle dans la formation des anneaux de vorticité au même titre que la stratification. Robins and Delisi (1998) et Garten et al. (2001) montrent en effet que, plus l’atmosphère est stratifiée (*e.g.* $Fr \geq 2$), plus le torque barocline va accélérer le mode de Crow, et donc favoriser l’établissement d’anneaux de vorticité. Il faut alors remarquer que la variabilité météorologique de la turbulence et de la stratification à l’altitude de vol pourrait donner une idée de l’importance respective de ces deux phénomènes sur la formation des anneaux de vorticité.

On peut résumer notre approche de l’étude du comportement dynamique du premier sillage avec les considérations suivantes :

- au cours de l’évolution du sillage d’un avion, le régime de vortex est fortement influencé par la stratification et la turbulence atmosphérique par le biais du couplage au niveau des vortex primaires du torque barocline et des instabilités de courte et grande longueur d’onde,
- pour une stratification donnée, l’écart entre les durées des régimes linéaires de chacun

des deux modes SW et LW agit sur l'évolution ultérieure du sillage par la formation ou non d'anneaux de vorticité,

- le choix dans notre modèle de ne forcer que le mode de Crow est responsable de l'allongement de la durée de la phase de vortex d'une soixantaine de secondes, ce qui se traduirait par une extension verticale du sillage plus importante. Ceci demanderait néanmoins à être vérifié plus précisément.

Le second sillage

La formation du second sillage est un phénomène théoriquement 2-D, induit par le torque barocline. Son comportement général est donc identique à ce que l'on a explicité dans le chapitre précédent (figure 3.8). Cependant, dès lors que les perturbations 3-D induites par les vortex primaires ne sont plus négligeables (*i.e.* $t > 100$ s), il est alors fortement contraint par les conséquences des instabilités, et connaît une forte variabilité suivant l'axe de vol. (figure 4.18). Au premier ordre, le torque barocline qui représente le terme source de l'équation de la vorticité ( quation 3.9) peut être ramené à

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla p &= \frac{1}{\rho_0^2} \nabla \left(\frac{p}{RT} \right) \times \nabla p \\
&= \frac{1}{\rho_0^2} \nabla \left(\frac{p}{R\theta} \frac{1}{(p/p_{00})^\kappa} \right) \times \nabla p \\
&= \frac{1}{R\rho_0^2} \frac{p}{(p/p_{00})^\kappa} \nabla \left(\frac{1}{\theta} \right) \times \nabla p \quad (4.19) \\
&= \frac{1}{R\rho_0^2} \frac{p}{(p/p_{00})^\kappa} \left[\partial_y \left(\frac{1}{\theta} \right) \partial_z p \right] \mathbf{e}_x \\
&= -\frac{g}{R\rho_0} \frac{p}{(p/p_{00})^\kappa} \partial_y \left(\frac{1}{\theta} \right) \mathbf{e}_x
\end{aligned}$$

où l'on a utilisé la loi des gaz parfaits, la définition de la température potentielle ( quation 2.9), et l'approximation hydrostatique. La figure 4.19 montre alors l'évolution du terme $\partial_y(1/\theta)$ ainsi que la position des maximums de vorticité dans le second sillage entre 60 et 120 secondes. Au début de la phase de vortex ($t < 100$ s), la vorticité cr e e par le torque barocline (maximum du terme source sur les bords gauche et droit à $t = 60$ et 80 s) s'accumule au sommet des vortex initiaux jusqu'à former un nouveau système de vortex contra-rotatif ascendant assez intense pour s'extraire de l'écoulement formé par le premier

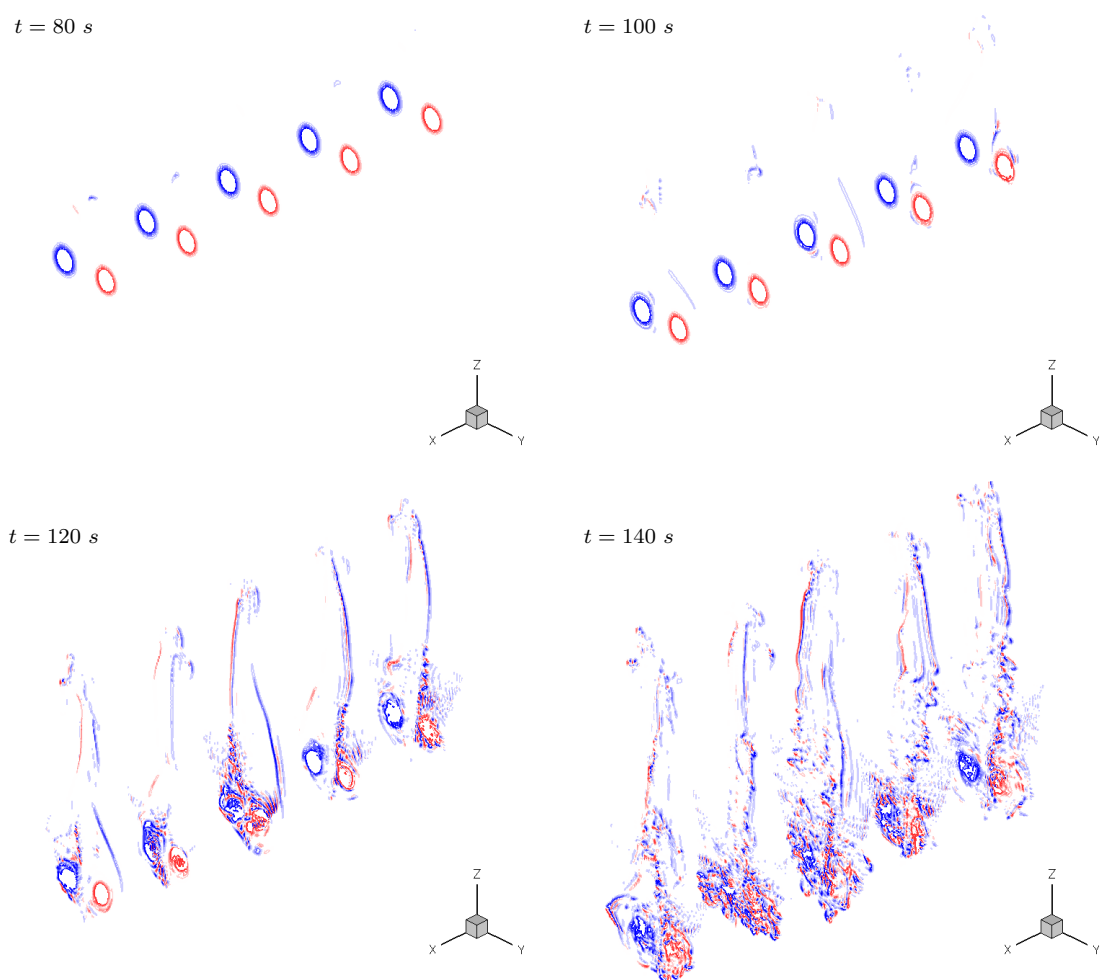


FIG. 4.18: Isocontours de la vorticité axiale $\omega_x = \partial_y w - \partial_z v$ à $t = 80, 100, 120,$ et 140 s pour la simulation de référence. Les isocontours rouges (bleus) correspondent à $\omega_x = +1(-1)\text{ s}^{-1}$.

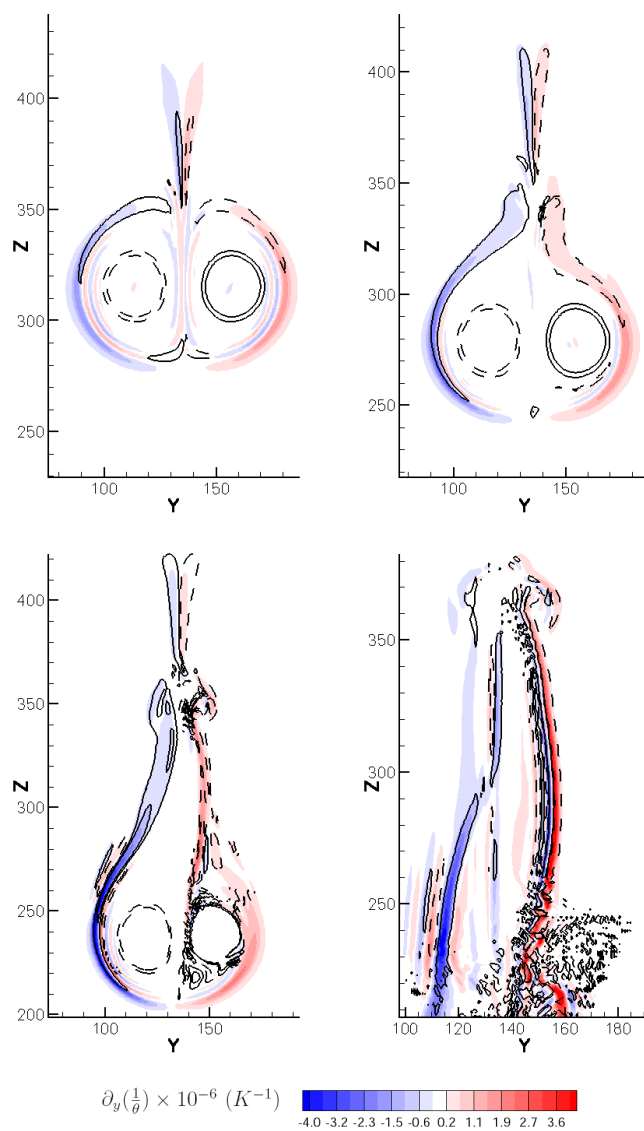


FIG. 4.19: Isocontours du terme $\partial_y \frac{1}{\theta}$ avec les isolignes de la vorticité axiale $\omega_x = \partial_y w - \partial_z v$ à $t = 60, 80, 100$, et 120 s pour la simulation de référence en $x = 200$ m là où les deux vortex se rapprochent. Les isolignes sont comprises entre -0.5 et 0.5 s^{-1} , et sont en pointillés si $\omega_x < 0$. A $t = 120$ s, afin de mettre en évidence le terme source de vorticité dans le second sillage, seul ce dernier est montré.

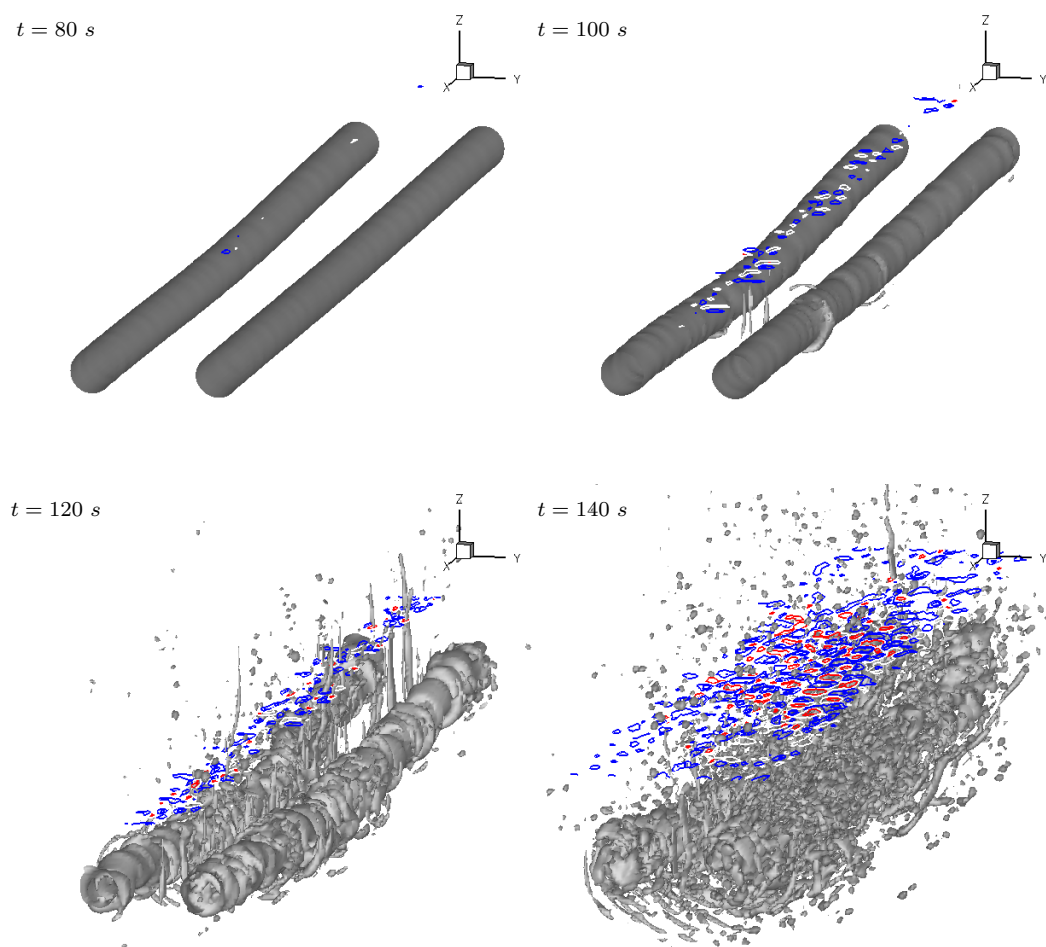


FIG. 4.20: Isosurface du critère $\lambda_2 = -0.3$ et isocontours de la vorticité verticale $\omega_z = \partial_x v - \partial_y u$ à $t = 80, 100, 120$, et 140 s pour la simulation de référence. Les isocontours rouges (bleus) correspondent à $\omega_z = +1(-1)s^{-1}$.

sillage ($t \sim 80$ s). La densité du fluide qui remonte est plus faible que celle de l'air ambiant, et on observe alors la prolongation du torque barocline sur les bords du second sillage. Il y a, ainsi, création de nappes de vorticité contra-rotatives ($t = 100$ s) qui accélèrent la remontée du fluide en s'ajoutant à la poussée d'Archimède. A partir de $t = 100$ s, les fluctuations engendrées par le premier sillage génèrent de fortes perturbations 3-D dans le second sillage (*e.g.* création de vorticité verticale à la base du second sillage, figure 4.20). Le champ de densité n'est alors plus laminaire, et l'on observe des gradients de densité au sein même du second sillage (*i.e.* $\partial_y(\frac{1}{\rho}) \neq 0$) qui forment des sources de vorticité amplifiant à leur tour le comportement non-linéaire. Le mouvement ascendant du second sillage est

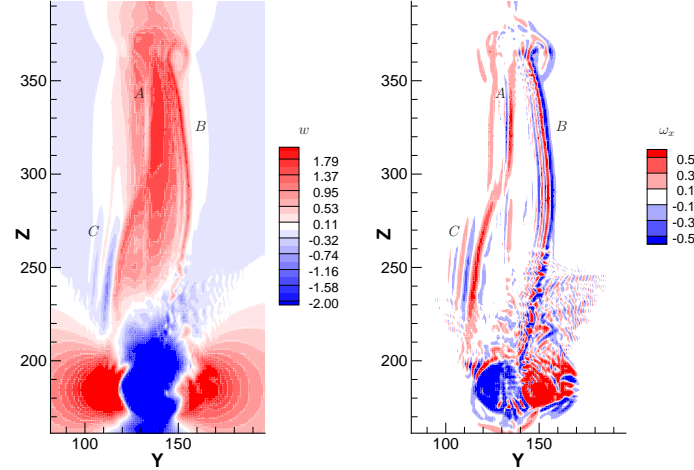


FIG. 4.21: A gauche : Isocontours de la vitesse verticale w dans le second sillage entre 0 et 2 ms^{-1} à $t = 120 \text{ s}$ pour la simulation de référence. A droite : Isocontours de la vorticité pour le même temps de la même simulation, avec en rouge (bleu) $\omega_x > 0$ (< 0). En A , on peut observer deux nappes de vorticité contra-rotative descendante, et en B deux nappes de vorticité contra-rotative cette fois-ci ascendante. A la hauteur du point C , on remarque également la génération d'une onde de gravité (voir aussi figure 4.22).

cependant principalement contrôlé par la poussée d'Archimède. La figure 4.21 montre en effet qu'à $t = 120 \text{ s}$, le champ de vitesse verticale w dans le second sillage affiche une faible dépendance par rapport la vorticité axiale ω_x . En $x = 200 \text{ m}$, on peut ainsi observer l'influence locale de deux nappes de vorticité contra-rotative ascendantes au point B qui engendrent un maximum de la vitesse verticale w , alors qu'au point A , la présence de deux nappes de vorticité contra-rotative descendantes génèrent un minimum local de vitesse verticale. Les gradients présents dans le champ de densité sont également la source d'ondes de gravité comme on peut le voir au niveau du point C (voir également la figure 4.22,a qui montre la dérivée transverse de la vitesse verticale $\partial_y w$). A la base du second sillage, la remontée d'air moins dense et la présence de perturbations engendrées par le premier sillage favorisent la formation d'ondes de gravité qui se déplacent ensuite horizontalement. La figure 4.22 montre l'importance des fluctuations 3-D dans ce processus. En effet, dans le cas d'une configuration 2-D, même s'il existe aussi une remontée d'air moins dense, on n'observe quasiment aucune onde de gravité.

Par rapport au cas 2-D, la dynamique du second sillage apparaît donc nettement moins

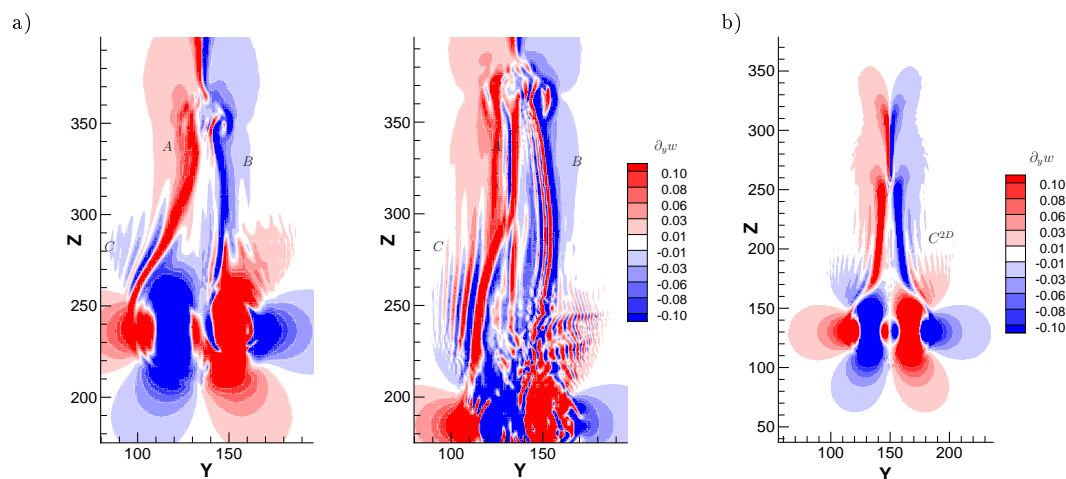


FIG. 4.22: En haut (a) : même vue que pour la figure 4.21 avec les isocontours de la dérivée transverse de la vitesse verticale $\partial_y w$ dans le second sillage entre -1 et 1 ms^{-1} à $t = 100 \text{ s}$ et $t = 120 \text{ s}$ pour la simulation de référence. En bas (b) : isocontours de la dérivée transverse de la vitesse verticale $\partial_y w$ pour le cas de la simulation de référence de la configuration 2-D à $t = 100 \text{ s}$.

laminaire. Les non linéarités qui s’y développent sont principalement dues aux perturbations présentes dans le champ de densité induites par la dynamique 3-D du premier sillage. La taille des structures ainsi générées dans le second sillage ($\sim 10 \text{ m}$) indique une certaine dépendance par rapport aux fluctuations générées par le fuselage de l’avion. Dans notre cas idéalisé où le forçage de la turbulence atmosphérique est ramené au seul mode de Crow, la dépendance est évidente. Cependant, ceci demanderait à être précisé en réalisant une simulation sans turbulence provenant de l’avion avec un forçage atmosphérique qui soit plus réaliste que celui que nous utilisons.

Si l’on résume l’évolution du second sillage dans le cas d’une dynamique 3-D, il apparaît que le comportement général reste le même que pour le cas 2-D, c’est-à-dire qu’il est caractérisé par une remontée vers le niveau de vol ($y = 425 \text{ m}$) principalement contrôlée par la poussée d’Archimède.

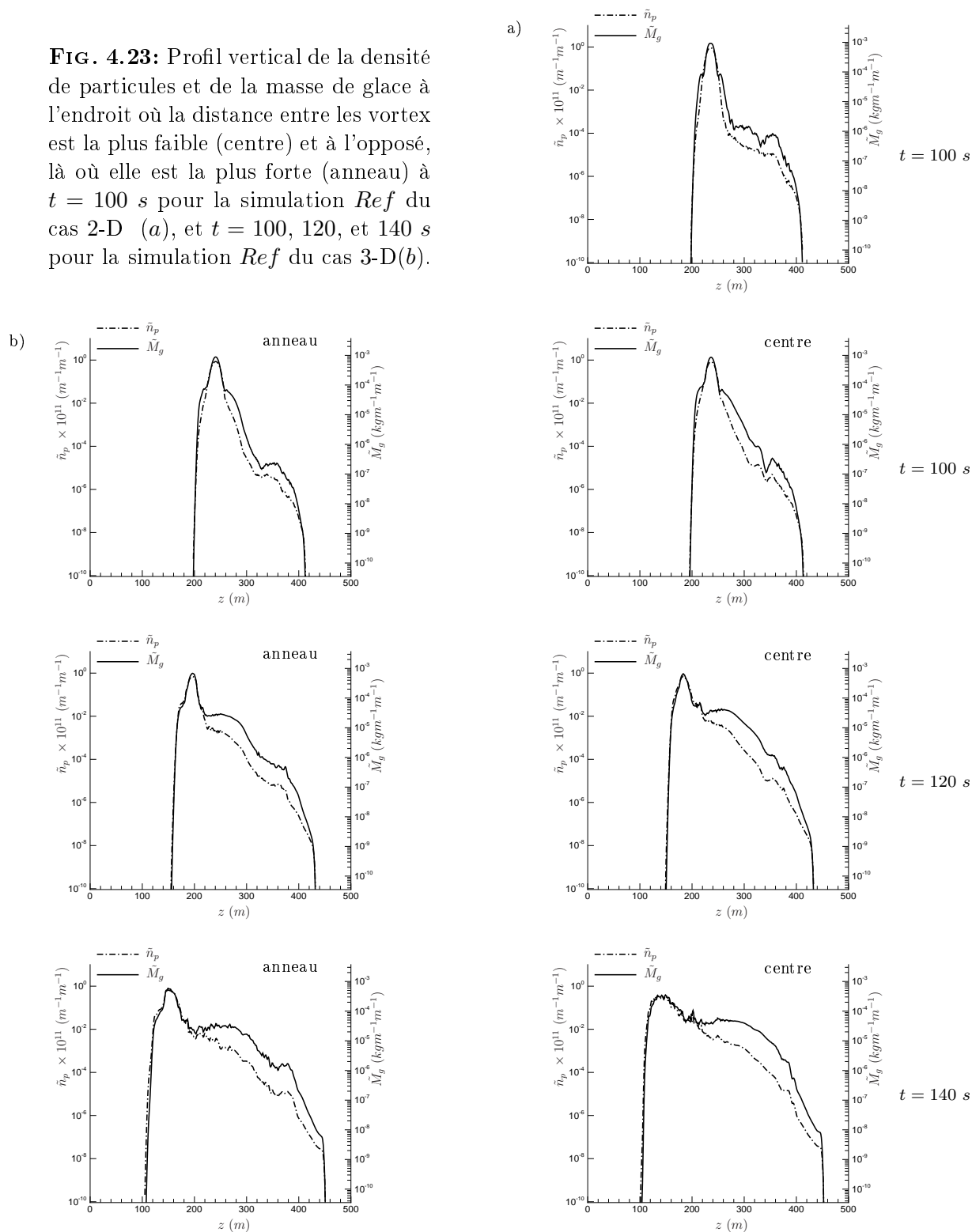
4.1.3 Impact des processus 3-D sur la microphysique

Nous avons précédemment observé le comportement dynamique du sillage sur la phase de vortex, et nous allons nous intéresser maintenant à l'évolution de la glace. Le schéma microphysique que nous utiliserons est le même que celui de nos simulations 2-D (voir chapitre 2 pour une description détaillée du schéma et chapitre 3 pour sa validation en configuration 2-D). Ce paragraphe est décomposé en deux parties avec, en premier lieu, une description générale du comportement des particules de glace basée principalement sur la simulation de référence où un effort particulier est porté sur l'impact de la dynamique 3-D, en second lieu, une partie dédiée à la comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature.

Description générale

Densité de particules. La figure 4.23 illustre le comportement des particules de glace au cours de la phase de vortex. Elle montre l'évolution des deux variables transportées par notre modèle qui caractérisent la distribution de glace, *i.e.* la densité de particules et la densité de glace, en fonction de l'altitude entre $t = 100$ et 140 s. Jusqu'à $t = 100$ s, que l'on soit en configuration 2-D ou 3-D, les profils sont très semblables. Les considérations du paragraphe 3.3.2 restent donc valables pour le début de la simulation 3-D-*Ref.* Après $t = 100$ s, la simulation 2-D n'a pas été poursuivie car aucun changement radical n'était attendu pour les particules de glace alors emprisonnées dans les vortex. Au contraire, dans le cas de la configuration 3-D, l'effondrement de la structure initiale de vortex, induit par le jeu des instabilités déclenchées par différentes sources de turbulence (avion et atmosphère), favorise la remontée des particules de glace dans le second sillage. Le retour vers le niveau de vol est principalement dicté par la différence de densité entre l'air initialement entraîné dans les vortex et l'air ambiant à l'altitude où les vortex se cassent (paragraphe 4.1.2). Ainsi pour la simulation de référence, on constate entre $t = 100$ et 140 s que le nombre de particules de glace dans le second sillage augmente de près d'un facteur dix (figure 4.24).

FIG. 4.23: Profil vertical de la densité de particules et de la masse de glace à l'endroit où la distance entre les vortex est la plus faible (centre) et à l'opposé, là où elle est la plus forte (anneau) à $t = 100$ s pour la simulation *Ref* du cas 2-D (a), et $t = 100, 120,$ et 140 s pour la simulation *Ref* du cas 3-D(b).



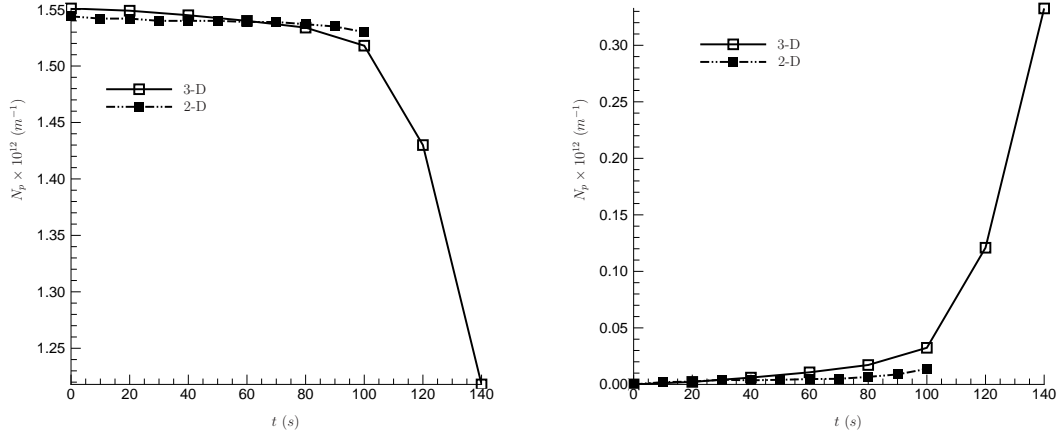


FIG. 4.24: Série temporelle du nombre de particules par mètre de vol dans le premier sillage (gauche), et dans le second sillage (droite) pour la simulation de référence.

Champ de supersaturation. Avant de nous intéresser au problème de la densité de glace (figure 4.23), nous allons étudier l'évolution du champ de supersaturation qui contrôle en grande partie le comportement du schéma microphysique en regroupant les effets de la dynamique (*i.e.* les variations locales de la température et de la pression), et les effets physiques basés sur la répartition de l'eau entre les deux espèces du modèle : vapeur et glace. Pour $t < 80$ s, l'humidité relative connaît le même comportement que dans le cas 2-D, et on retrouve ainsi les quatre zones décrites dans le paragraphe 3.3.2 (figure 4.25). A partir de $t = 100$ s, la zone de sous-saturation autour du noyau des vortex devient de plus en plus forte, notamment sous les vortex où la compression adiabatique est la plus intense, et finit à $t = 120$ s par gagner une grande partie du premier sillage. A la fin de la phase de vortex, lorsque les tourbillons disparaissent, le premier sillage commence à se mélanger avec l'air ambiant riche en vapeur d'eau dans le cas de référence, et on observe alors un retour progressif vers l'équilibre. A $t = 140$ s, au niveau du centre, le premier sillage est ainsi déjà presque revenu à la saturation (pour mémoire à $t = 0$ s les particules de glace sont à la saturation). Dans le second sillage, l'air reste légèrement sur-saturé de la même manière que dans le cas 2-D. Vers la fin de la simulation ($t \sim 120$ s), le second sillage s'élargit, et l'humidité de la zone de sur-saturation, qui entoure le sommet du contrail, peut alors se condenser sur les particules de glace comme on peut le voir sur la figure 4.26 où l'on observe entre 120 et 140 secondes la diminution de cette zone

de sur-saturation matérialisée par l'isosurface de supersaturation $s_I = 0.307$. Sur cette même figure, à partir de $t = 100$ s, on voit également apparaître les ondes de gravité déjà introduites dans le paragraphe 4.1.2. En effet, les mouvements verticaux induits par les ondes à la base du second sillage produisent localement des maximums de sur-saturation lorsque de l'air humide remonte en suivant une détente adiabatique. Au cours de la phase

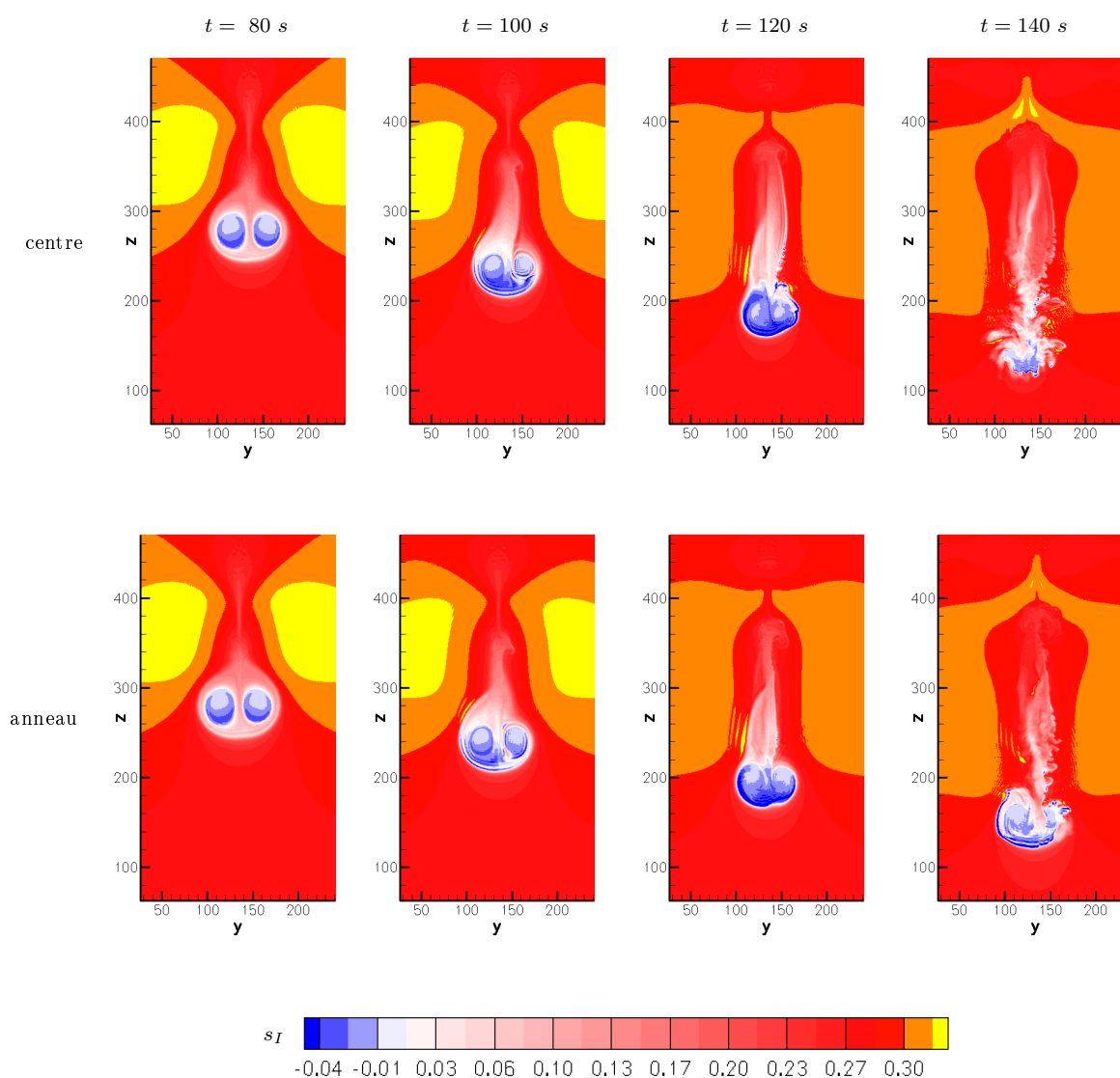


FIG. 4.25: Coupe transverse du champ de supersaturation s_I à l'endroit où la distance entre les vortex est la plus faible (*i.e.* $x = 200$ m ; centre) et à l'opposé là où elle est la plus forte (*i.e.* $x = 0$ m ; anneau) pour la simulation de référence.

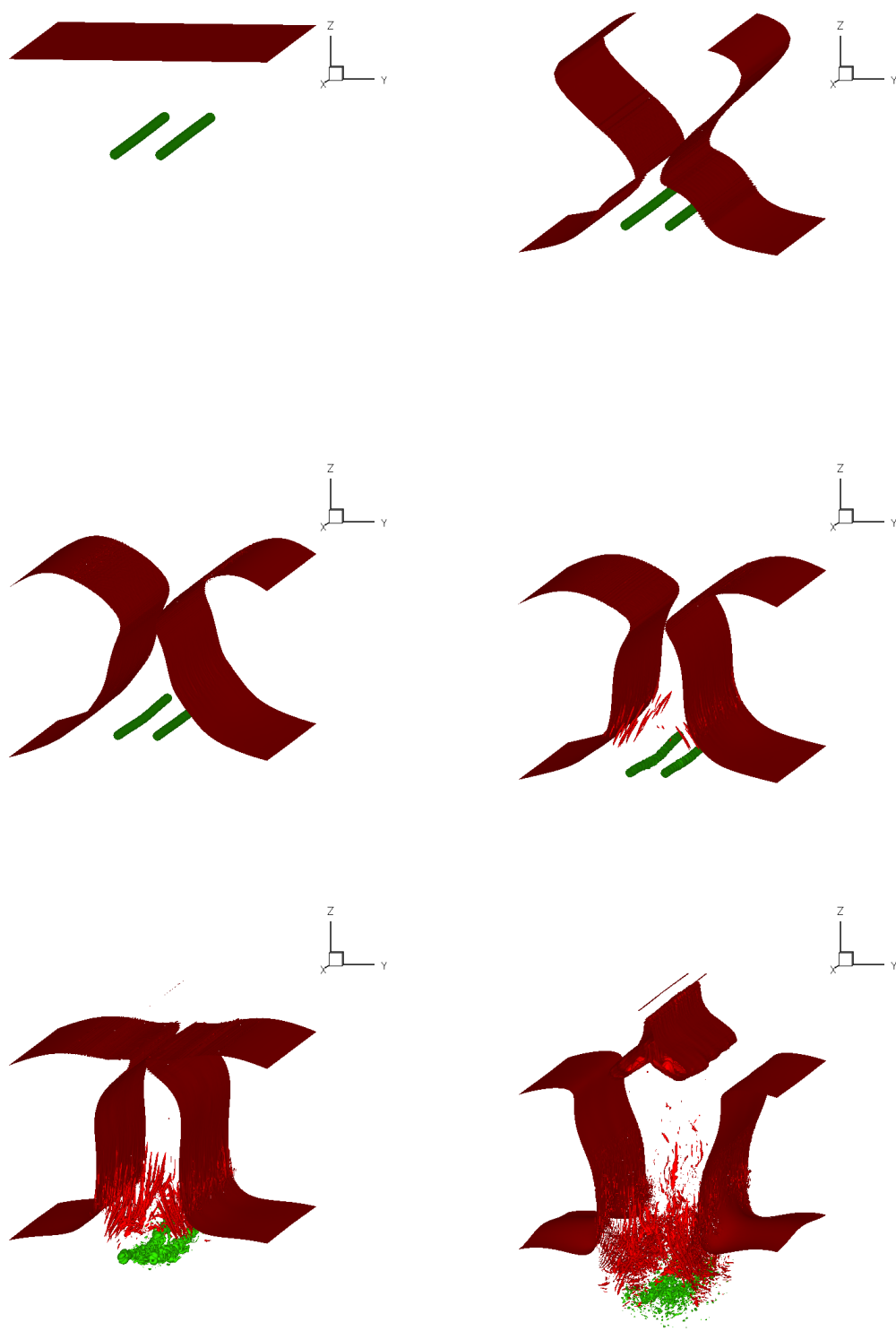


FIG. 4.26: Vue en perspective de l'isosurface du critère $\lambda_2 = -1$ (position du sillage), et de l'isosurface de la supersaturation $s_I = 0.307$ pour la simulation de référence à $t = 0, 40, 80, 100, 120,$ et 140 s.

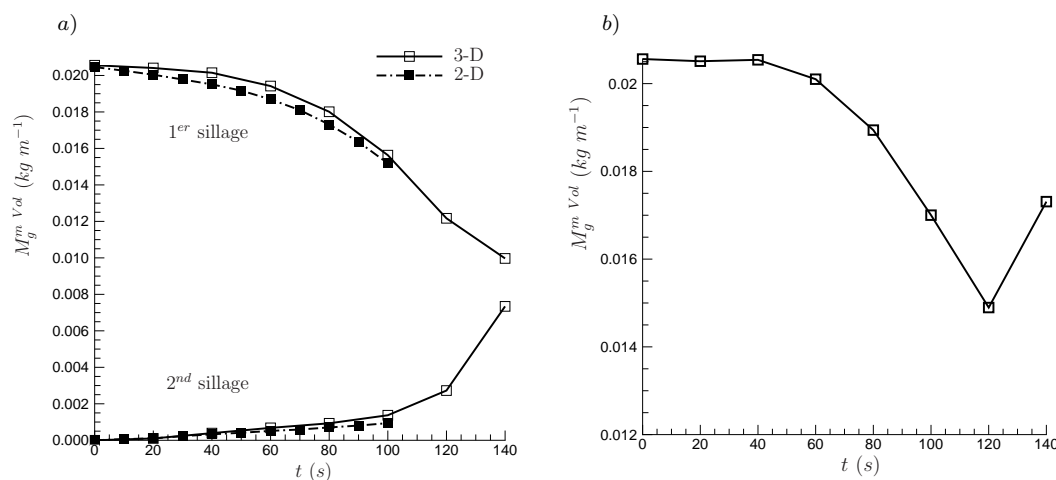


FIG. 4.27: Série temporelle de la masse de glace par mètre de vol pour le cas de la simulation de référence : répartition par sillage (a), et masse totale (b).

de vortex, cette zone de forte sur-saturation ainsi créée reste à l'extérieur du contrail où il n'y a que très peu de particules, et n'a donc pratiquement aucun effet sur l'évolution de la masse de glace. Par contre, après l'effondrement de la structure initiale de vortex, des particules de glace pourront atteindre cette zone, et il sera alors intéressant d'y observer leurs comportements lors de l'étude de la phase de dissipation.

Evolution de la masse de glace. La description précédente du champ de supersaturation nous permet maintenant de comprendre l'évolution du profil de la masse de glace de la figure 4.23 où l'on retrouve l'influence des noyaux des vortex maintenus proches de la saturation et un second sillage sur-saturé à cause de sa remontée vers le niveau de vol. La même masse de glace est également intégrée pour chaque sillage et leurs évolutions sont rapportées sur la figure 4.27 pour les deux configurations 2-D et 3-D. Comme nous avons déjà pu le remarquer précédemment, pour $t < 100$ s les deux configurations donnent des comportements comparables. Ainsi dans les deux cas, pour une masse de glace initiale par mètre de vol de $M_g^{m vol} = 20 \text{ gm}^{-1}$, à $t = 100$ s, on a dans le premier sillage une perte de $\sim 5 \text{ gm}^{-1}$, et la création de $\sim 1 \text{ gm}^{-1}$ dans le second sillage (on définit l'appartenance d'une particule au premier ou au second sillage en reprenant la définition de la figure 3.12). Par la suite ($t > 100$ s), alors que les effets de la dynamique 3-D deviennent importants, la tendance précédente s'accroît, et à $t = 140$ s on comptabilise alors une perte

de 10 gm^{-1} dans le premier sillage, et un gain de 8 gm^{-1} dans le second sillage. Ainsi, bien que l'on soit dans un environnement sur-saturé, le contrail expérimente une perte nette de masse sur l'ensemble de la phase de vortex (figure 4.27,b). Cependant, sur les dernières 20 secondes, la tendance globale s'inverse et la masse de glace totale du contrail croît pour la première fois depuis le début de la simulation. Cette première augmentation de masse est induite uniquement par la remontée des particules dans le second sillage car, comme nous avons déjà pu le constater précédemment, la glace ne subit globalement que de l'évaporation dans le premier sillage. La simulation n'a pas été menée assez loin pour pouvoir observer l'impact du mélange du premier sillage avec l'air ambiant. L'étude de la phase suivante (phase de dissipation, chapitre 5) sera donc intéressante de ce point de vue.

Rayon des particules de glace. Notre schéma microphysique est basé sur une approche *bulk*, c'est-à-dire que le rayon des particules de glace est estimé comme un rayon moyen dans une cellule donnée du domaine. Il est donc directement proportionnel au produit de la densité de particules et de la racine cubique de la densité de glace. Il n'apporte donc pas plus d'informations par rapport à ce qui a déjà été dit. Néanmoins, il représente le terme de couplage principal avec les problématiques de transfert radiatif et de chimie hétérogène qui sont la finalité du présent travail. Ainsi, il est donc intéressant d'insister sur le fait qu'au cours de la phase de vortex, la glace formée à partir de l'air sur-saturé du second sillage est condensée sur un nombre de particules nettement plus faible que celui présent dans le premier sillage, et a pour conséquence de former des particules plus grosses. La figure 4.28 résume ainsi l'évolution de la taille des particules à l'aide d'une vue en perspective de l'isosurface de densité de glace $\rho_i = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ où le rayon des particules est affiché en sur-imposition. On observe à $t = 140 \text{ s}$ au sommet du contrail, des particules quatre fois plus grosses que celles situées dans le premier sillage.

Influence de la turbulence atmosphérique. Pour terminer la description du système microphysique de la simulation de référence, nous allons étudier la distribution axiale des particules de glace et, notamment, sa dépendance par rapport à la turbulence atmosphérique.

La figure 4.29 montre ainsi la distribution de particules de glace suivant la direction de

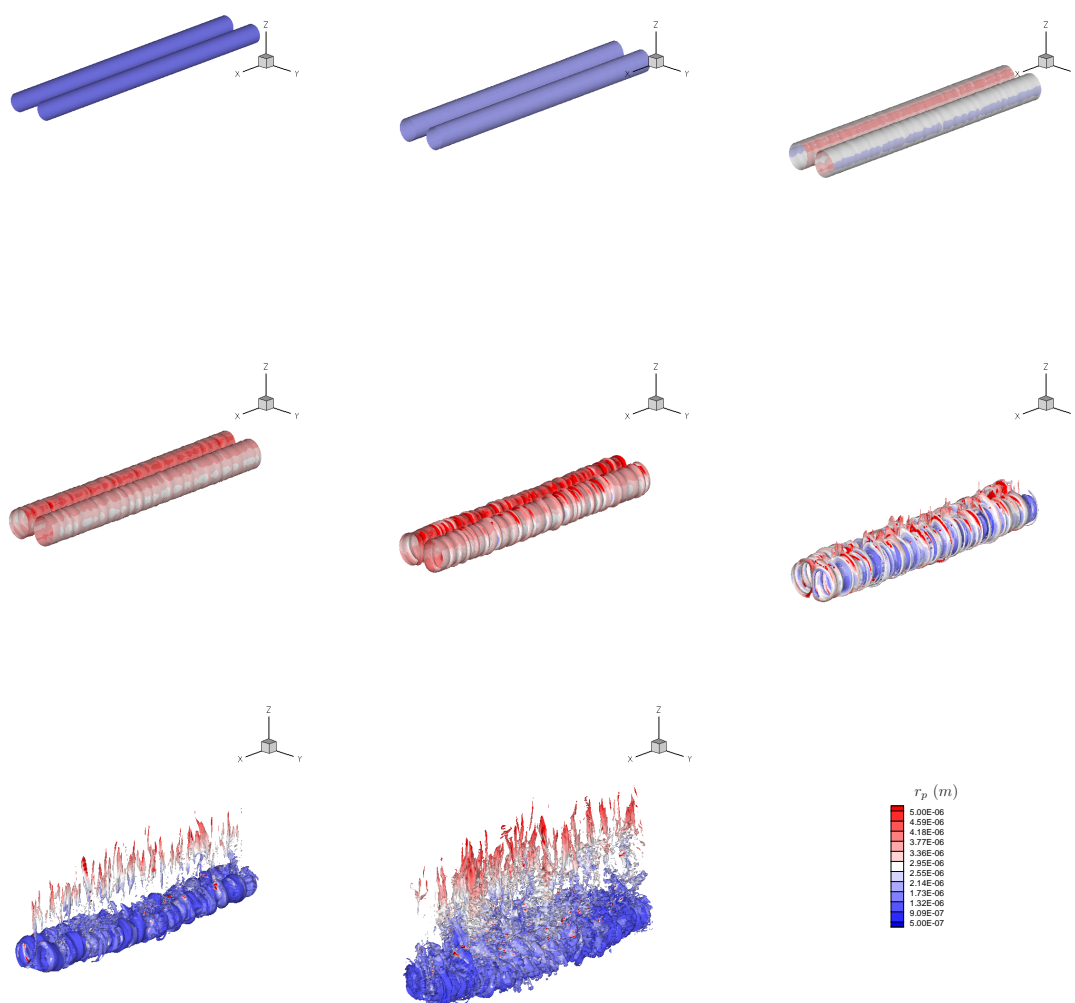


FIG. 4.28: Vue en perspective de l'isosurface de densité de glace $\rho_i = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ pour la simulation de référence avec le rayon des particules affiché en sur-imposition à $t = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140 \text{ s}$. La valeur de la densité de glace $\rho_i = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ est située initialement sur les bords extérieurs du sillage, et son évolution nous informe donc sur le comportement global du contrail (premier et second sillage). On peut noter à $t = 140 \text{ s}$, que sur la même isosurface de densité de glace, les particules dans le haut du second sillage sont quatre fois plus grosses que celles qui sont localisées autour des vortex primaires.

vol, pour deux niveaux de turbulence atmosphérique $w'_{LW} = 0.02$ (simulation de référence) et $w'_{LW} = 0.15$ (simulation *Cr2*). Dans le cas de faible turbulence, la répartition des particules dans le second sillage est quasi uniforme suivant l'axe x . On a vu précédemment que la dynamique 3-D du second sillage est fortement non laminaire, cependant le fait que

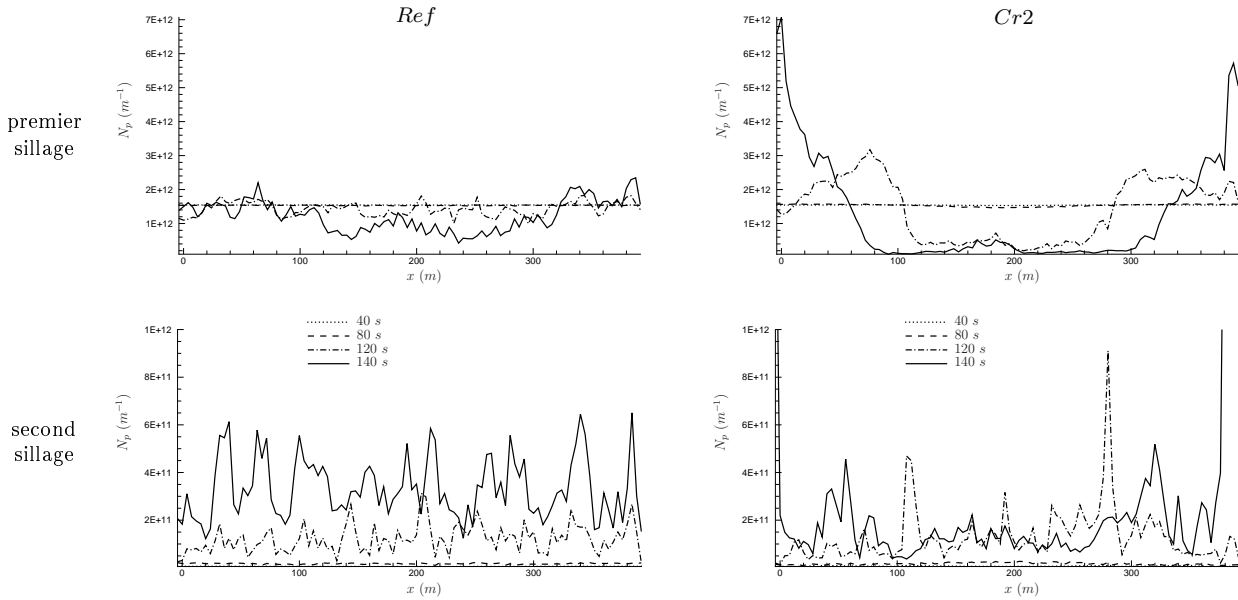


FIG. 4.29: Distribution du nombre de particules par mètre de vol dans le premier (haut) et le second (bas) sillage suivant l'axe de vol au temps $t = 40, 80, 120,$ et 140 s pour la simulation *Ref* (gauche) et *Cr2* (droite).

la distribution soit très bruitée est certainement lié à la faible résolution que l'on utilise suivant la direction de vol, *i.e.* $dx = 4$ m. Il serait intéressant de réaliser une simulation plus résolue suivant l'axe mais, devant ce problème de second ordre, le coup *CPU* d'une telle simulation reste trop important. Les particules que l'on peut donc ainsi compter dans le second sillage proviennent majoritairement du centre du domaine, là où la structure de vortex a cassé en premier lieu (instabilité de Crow). En effet, on observe une perte de particules au niveau du premier sillage uniquement au centre. Ainsi, lorsque le niveau de turbulence augmente, la perte de particules au centre du premier sillage s'amplifie. On observe alors une baisse de l'entraînement des particules dans le second sillage où elles restent relativement uniformément réparties, et une forte augmentation de leur densité au niveau des anneaux dans le premier sillage. Nous avons déjà vu précédemment qu'une atmosphère turbulente favorise le développement du mode de Crow et, par la suite, la formation d'anneaux de vortécité qui amplifient localement l'extension verticale du sillage (paragraphe 4.1.2). A cela on peut donc rajouter la concentration du nombre de particules au niveau des anneaux. La formation des structures de *puffs* introduites au paragraphe 4.1.2, et leur visualisation en tant que tourette de glace (Atlas et al., 2006) est donc un

phénomène lié en partie au niveau de turbulence atmosphérique.

En effet, on peut montrer qu'une forte densité de particules dans les anneaux est une condition nécessaire à la visualisation des structures de *puffs*. Ceci n'était pas évident au premier abord, car la densité de particules comme la densité de glace ne sont pas suffisantes pour modéliser le rendu visuel d'un contrail. Plusieurs paramètres doivent être pris en compte comme les conditions d'illumination, la distance au contrail, ou encore l'angle de vue. Karcher (1996) propose, comme critère de visibilité, d'utiliser l'épaisseur optique τ , définie par

$$\tau(t) = \pi r_p^2(t) Q_{ext}(r) n_p l_c \quad (4.20)$$

où $0 < Q_{ext} < 4$ est l'extinction efficace, et l_c la largeur du contrail. En première approximation, les variations de τ sont saisies par celles de la densité de surface $\tilde{s} = r_p n_p$ (Lewellen and Lewellen, 2001), et on peut donc associer la visualisation de *puffs* à une grande valeur de \tilde{s} au niveau des anneaux, ce qui peut être alors ramené à un grand nombre de particules. En effet, dans le cas contraire où une grande valeur de \tilde{s} serait assurée par de grosses particules, il faudrait alors une grande inhomogénéité dans le champ d'humidité relative pour favoriser la croissance des particules dans les anneaux. Or, si cette inhomogénéité existe, elle a plutôt tendance à se positionner dans le sens opposé : lorsque les vortex restent cohérents plus longtemps (formation des anneaux de vorticité), la compression adiabatique va continuer à agir, renforçant alors la zone de sous-saturation située dans le premier sillage.

Comparaison avec les travaux de la littérature

Nous avons montré, jusqu'à maintenant, que le comportement de notre modèle 3-D est physiquement acceptable. Pour valider complètement notre étude de la phase de vortex, il faudrait pouvoir confronter nos résultats à des mesures expérimentales. Cependant à l'heure actuelle, il n'y a pas, à notre connaissance, de mesures qui pourraient valider l'étude que nous avons réalisée sur l'interaction dynamique microphysique. La principale information qui existe est la *pdf* évaluée par Schröder et al. (2000) mais elle ne donne qu'une information globale sur l'évolution du rayon des particules. Avant de s'intéresser

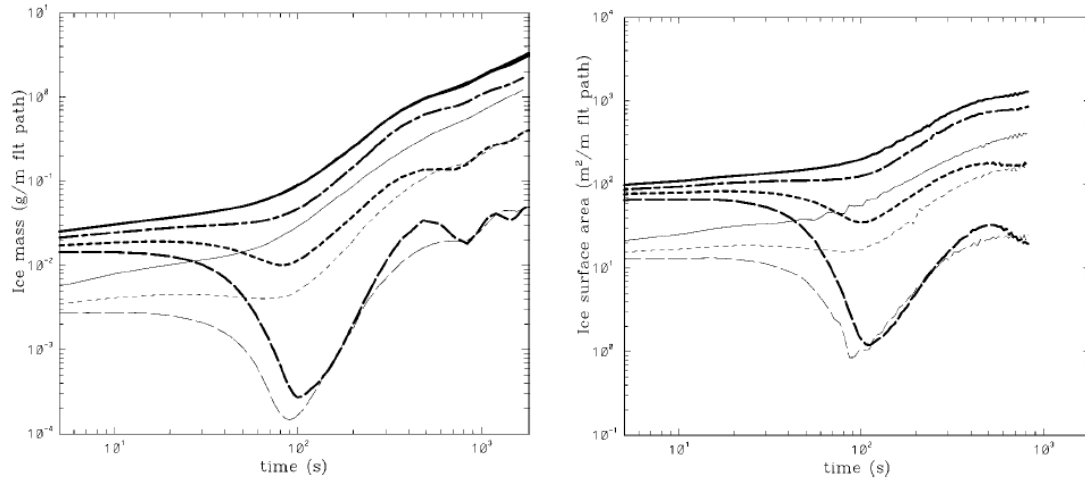


FIG. 4.30: [Extrait de Lewellen and Lewellen (2001)] Série temporelle de la masse de glace (gauche) et de la densité de surface (droite) par mètre de vol pour $RH_a = 130\%$ (ligne continue), $RH_a = 120\%$ (poitillé court-long), $RH_a = 110\%$ (poitillé court), $RH_a = 102\%$ (poitillé long) pour deux types d'avion : quadri-réacteur *e.g.* B747 (trait épais), et bi-réacteur *e.g.* B737 (trait fin).

à ces mesures (voir paragraphe 4.2), nous allons d'abord comparer nos résultats aux travaux de Lewellen and Lewellen (2001) et Sussmann and Gierens (1999) qui représentent les approches numériques les plus détaillées sur le sujet de l'interaction dynamique microphysique dans la phase de vortex.

Première étude 3-D de la formation d'un contrail. Lewellen and Lewellen (2001) présentent à ma connaissance la seule étude 3-D de l'évolution de la phase de vortex couplant dynamique et microphysique. Ils utilisent une condition initiale typique de la fin du régime de jet, et simulent, pour deux types d'avions (petit et gros porteur) et plusieurs valeurs d'humidité relative ambiante, le comportement des particules de glace sur 1000 s dans un champ turbulent 3-D non soutenu, modélisant le forçage atmosphérique. Ils proposent alors des séries temporelles de l'évolution de la masse de glace par mètre de vol et de la surface de glace par mètre de vol qui sont reportées sur la figure 4.30. De la même manière, dans le cadre de nos simulations (*Ref*, *RH1*, *RH2*, *RH3*, et *RH4*), ces deux mêmes grandeurs sont présentées sur la figure 4.31. A première vue, les résultats semblent fortement différents. En effet, si on s'intéresse à l'évolution de la masse de glace pour le cas $RH_a = 130\%$, on constate que Lewellen and Lewellen (2001) observent une

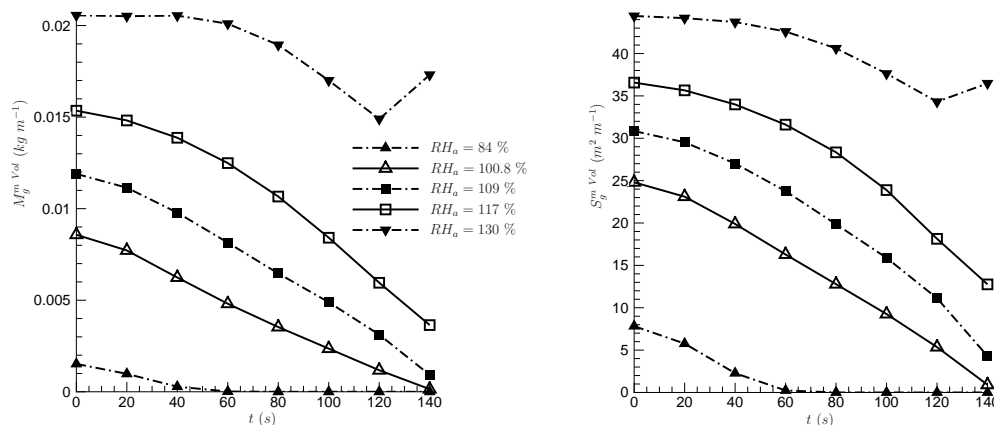


FIG. 4.31: idem figure 4.30 pour le seul cas d'un quadri-réacteur pour les humidités relatives $RH_a = 84, 100.8, 109, 117,$ et 130% des simulations $RH1, RH2, RH3, RH4,$ et Ref respectivement.

augmentation sur toute la phase de vortex, alors que dans notre cas (simulation Ref) comme nous l'avons déjà montré dans le paragraphe 4.1.3, à $t = 140 s$, nous avons une perte nette avec, néanmoins, une légère réorientation à la hausse à partir de $t = 120 s$.

Cette divergence de l'évolution de la masse de glace repose sur des choix de conditions initiales différentes. Un premier point tient à l'état initial des particules. En effet, contrairement à Lewellen and Lewellen (2001) qui introduisent les particules de glace en contact direct avec le milieu ambiant, nous considérons dans nos simulations que les particules de glace sont à la saturation à $t = 0 s$ (paragraphe 3.1). Par la suite, dans notre cas, pendant la descente des vortex, les particules n'ont alors que peu de contact avec l'air ambiant et subissent fortement les effets de la compression adiabatique, alors que, dans le cas de Lewellen and Lewellen (2001), l'air ambiant sur-saturé, qui est entraîné avec les particules dans les vortex, atténue l'impact de l'augmentation de température. Cette différence leur permet donc dans le cas $RH_a = 130\%$, d'éviter toute perte de masse. Par contre, dans le cas $RH_a = 110\%$, l'eau apportée par le milieu ambiant n'est plus suffisante, et ils observent une diminution de masse pendant la phase de vortex ($t < 100 s$). A cela, il faut également ajouter une deuxième différence notable entre nos conditions initiales. Même si nous disposons d'une masse initiale de glace semblable à celle de Lewellen and Lewellen (2001), ceux-ci utilisent un nombre de particules par mètre de vol $N_p^m vol = 10^{13} m^{-1}$ qui

est supérieur d'un ordre de grandeur à notre valeur $N_p^{m\ vol} = 1.54 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-1}$. Dans leur cas, le second sillage contient alors plus de particules, ce qui favorise l'augmentation de la masse totale de glace, car à l'inverse, les particules situées dans le premier sillage ont plutôt tendance à s'évaporer au cours du régime de vortex. En comparaison avec Lewellen and Lewellen (2001), notre condition initiale est donc moins favorable à une augmentation de masse si bien que le cas de référence ($RH_a = 130\%$) qui a initialement une masse de glace équivalente à celle utilisée par Lewellen and Lewellen (2001), connaît une évolution qui serait relativement proche d'un cas où $102 < RH_a \leq 110\%$ (perte maximum de $\sim 5 \text{ gm}^{-1}$). Ce constat est d'autant plus important lorsque l'on choisit une humidité relative faible. En effet, d'un côté on peut noter que, plus RH_a est petit, moins l'air ambiant fournit de vapeur pendant la phase de jet, et donc plus la masse de glace est faible à $t = 0 \text{ s}$ (figure 4.31). D'un autre côté, étant donné que l'augmentation de température imposée par la compression adiabatique est intrinsèque à la descente des vortex, les variations de température au sein du sillage, pendant la phase de vortex, sont indépendantes de l'humidité relative RH_a . Si on a initialement moins d'eau, on va alors avoir une perte plus importante pendant la phase de vortex (réaction typique d'un phénomène à seuil).

Pour expliquer la perte de masse pendant la régime de vortex, on peut également penser à l'augmentation de température de plus de 2 K observée par rapport à la simulation du cas *A* de Gerz and Holzapfel (1999) (a priori liée à l'allongement de 60 s de la phase de vortex). Cependant, si elle jouait un rôle majeur dans l'évolution de la masse de glace, avant $t = 60 \text{ s}$, on devrait alors avoir un comportement équivalent à celui de Lewellen and Lewellen (2001)¹, or on observe déjà globalement une évaporation.

Pour ce qui est de la densité de surface, les mêmes remarques restent valables. Il faut noter que Lewellen and Lewellen (2001) obtiennent des niveaux de densité de surface plus élevés. Ceci s'explique par leur choix d'un nombre de particules par mètre de vol plus important ($N_p^{m\ vol} = 10^{13} \text{ m}^{-1}$).

Le nombre de particules et leur état initial par rapport au milieu ambiant à la sortie de la phase de jet sont donc des paramètres importants pour l'évolution de la glace pendant le régime de vortex. Cependant, les dernières mesures effectuées par Schröder et al. (2000)

¹On considère ici que Lewellen and Lewellen (2001) et Gerz and Holzapfel (1999) observent des comportements identiques lors de la phase de vortex. En effet malgré le peu d'informations données par Lewellen and Lewellen (2001), on estime la fin de leur phase de vortex vers $t = 70\text{-}80 \text{ s}$.

justifient notre choix du nombre de particules par mètre de vol, et si on s'intéresse à une échelle de temps plus longue (*e.g.* étude de la transition contrail-cirrus), la turbulence atmosphérique va imposer un mélange avec l'air ambiant, et la quantité d'eau introduite (ou non) dans les vortex à $t = 0$ s deviendra alors négligeable. Seule la répartition du nombre de particules suivant la verticale est finalement une donnée importante de la fin de la phase de vortex. Il importe donc de savoir comment la valider.

La visualisation d'un contrail. A ce titre, Sussmann and Gierens (1999) montrent une image lidar d'un contrail âgé de 50 secondes évoluant dans une atmosphère proche de la saturation. Ceci correspond à un temps $t = 30$ s sur notre échelle de temps (on retire les 20 s de la phase de vortex), et on peut déjà y apercevoir une présence notable de particules de glace au niveau de l'altitude de vol, ce qui est impossible dans nos simulations même lorsque $RH_a = 130\%$. Sussmann and Gierens (1999) proposent également une classification des contrails en trois scénarios à partir d'une étude statistique réalisée sur l'observation de plus de cent avions en condition de croisière (voir paragraphe 3.3.2 pour plus de détails). A la fin de la phase de vortex, dès lors que la supersaturation ambiante est positive (scénarios 2 et 3), ils établissent que le second sillage a une apparence visible.

En utilisant l'épaisseur optique τ définie par l'équation (4.20) et une valeur moyenne de l'extinction efficace $Q_{ext} = 2$ (moyenne acceptable pour le visible), on montre sur la figure 4.32 le rendu visuel en vue de côté (plan xz) et vue de dessous (plan xy) d'un contrail à $t = 140$ s pour les trois simulations *Ref*, *RH3*, et *RH4*. Seul le cas $RH_a = 130\%$ permet d'observer un second sillage légèrement visible et non connecté à l'altitude de vol. Le seuil de visibilité est donnée à $\tau = 0.03$ (nuage transparent), et pour une valeur $\tau = 1$ on peut regarder le soleil à travers un nuage sans s'abîmer les yeux.

Dans leur étude 2-D, pour des cas sur-saturés à l'altitude de vol, Sussmann and Gierens (1999) trouvent une répartition de la masse de glace à la fin de la phase de vortex qui montrent une certaine cohérence avec les scénarios 2 et 3, c'est-à-dire la formation d'un second sillage persistant connecté ou non au premier sillage suivant que $RH_a \geq 100\%$ ou $RH_a \sim 100\%$, et cela malgré l'utilisation d'un modèle 2-D qui retient une partie des particules dans le premier sillage. Cependant, il faut également noter l'utilisation de plusieurs paramètres qui favorisent grandement la formation de la glace dans le second

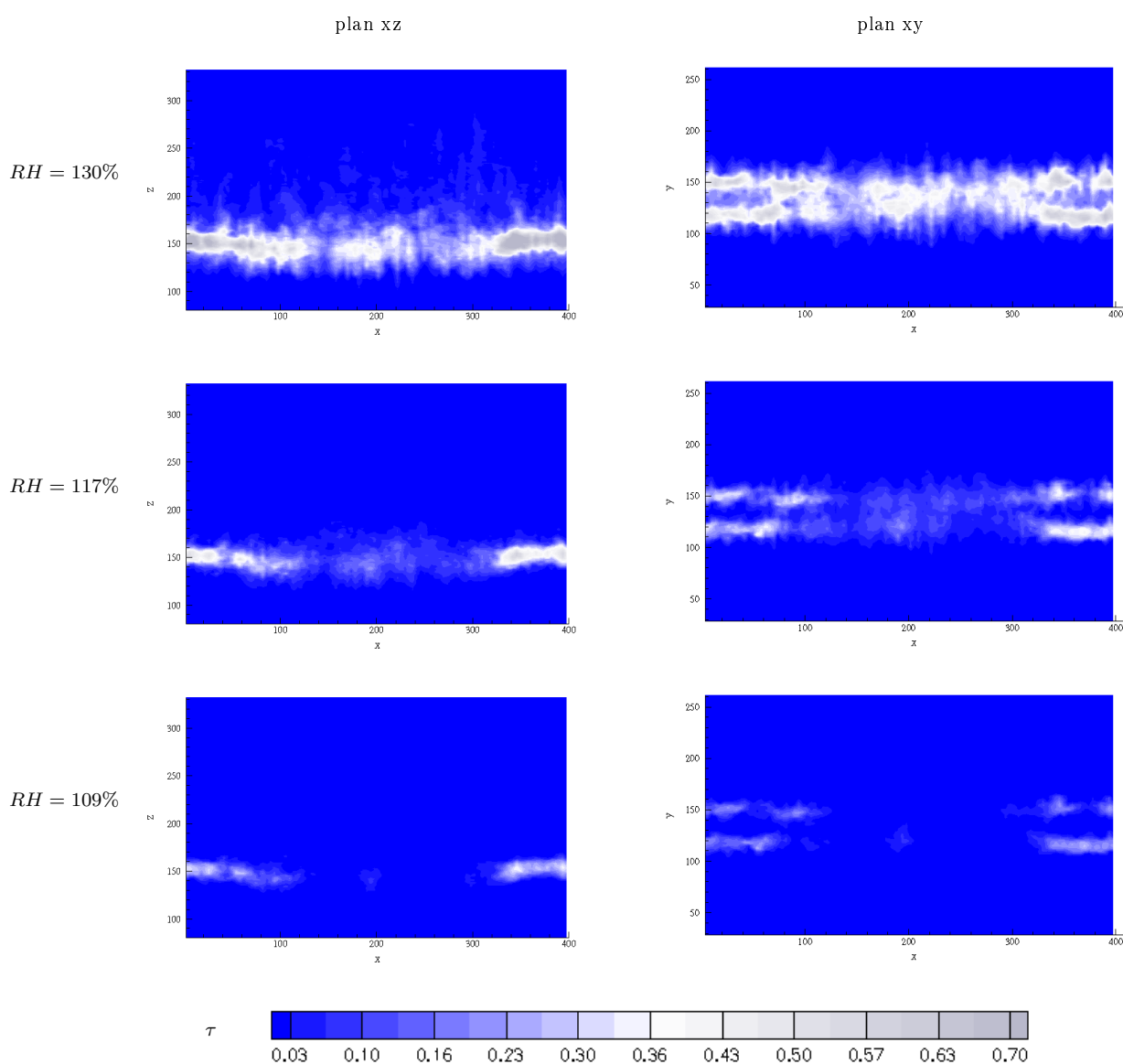


FIG. 4.32: Vues 2-D de l'épaisseur optique intégrée sur la direction transverse (gauche) et la direction verticale (droite) à $t = 140$ s pour les simulations *Ref* (haut), *RH4* (milieu) et *RH3* (bas).

sillage, *e.g.* une résolution de 4 m, un nombre de particules par mètre de vol $N_p^{m Vol} = 1 \cdot 10^{13} m^{-1}$, et une distribution initiale des particules bien plus étendue que la nôtre.

Pour revenir à nos simulations, on peut constater que d'un point de vue microphysique, le premier sillage semble avoir un comportement correct avec l'intensification de l'épaisseur

optique au niveau des anneaux qui laisse prévoir le début de la formation des structures de *puffs* (figure 4.32). Par contre, l'intensité du second sillage semble sous-évaluée lors de nos simulations. En se basant sur le rendu visuel à la fin de la phase de vortex, il n'est pas possible de conclure si le problème vient d'une sous-évaluation du nombre de particules ou d'une sous-estimation de leurs tailles (*i.e.* de l'entraînement de vapeur d'eau dans le second sillage). La poursuite de notre étude vers le champ lointain (régime de dissipation) et le mélange avec la vapeur ambiante permettrait de donner plus de précision. En effet, dans un cas de forte humidité relative, l'apport initial de vapeur d'eau lié à la phase de vortex est a priori négligeable, et donc si τ reste faible en sommet du contrail lors du mélange avec l'air ambiant, ceci signifierait alors une sous-évaluation du nombre de particules dans la second sillage.

Avant de pouvoir éclaircir ce point, nous pouvons déjà noter que si l'on admet que le nombre de particules par mètre de vol est un paramètre bien connu (Schröder et al., 2000), alors plusieurs points peuvent être discutés, notamment :

- la distribution initiale qui, si elle est plus étendue, peut laisser une partie des particules à l'altitude de vol (Gerz and Ehret, 1997),
- le rôle des aérosols présents dans le milieu ambiant (Gierens and Ström, 1998),
- le forçage atmosphérique turbulent qui dans le cas d'un champ 3-D peut agir sur le mélange du second sillage avec l'air supersaturé qui l'entoure. Sa structure dynamique étant moins cohérente que celle du premier sillage (vortex primaire), il est plus rapidement sensible à la dynamique atmosphérique,
- le forçage atmosphérique encore, mais cette fois-ci pour son rôle dans l'effondrement des vortex primaires. Des comparaisons avec des travaux de la littérature ont en effet montré que l'utilisation d'un champ 3-D influe sur la durée de la phase de vortex (paragraphe 4.1.2). Si le passage à un écoulement 3-D apparaît plutôt au cours de l'évolution du sillage, on peut alors avoir plus de particules dans le second sillage (plus facile de s'extraire du premier sillage), et un contrail moins étendu (effondrement plus rapide des vortex primaires par action des fluctuations turbulentes).

4.1.4 Etude de sensibilité de la résolution axiale

Jusqu'à maintenant nous nous sommes restreints à une résolution de $4 m$ suivant l'axe de vol. Ce choix est un compromis entre le coût *CPU* et la taille du domaine que nécessite l'extension du sillage pendant la phase de vortex. Nous avons montré que cette résolution de $4 m$ est suffisante pour résoudre l'instabilité de courte longueur d'onde qui représente le phénomène de plus petite échelle pour notre système. Cependant, dans la configuration actuelle de la simulation de référence, le sillage s'est trop rapproché des bords pour pouvoir continuer l'intégration en temps, et l'extrapolation des champs pronostiques sur un domaine plus large n'est pas une solution acceptable au vu des contraintes du code MesoNH (voir introduction du présent chapitre). L'idée est donc de réaliser une simulation qui englobe les deux phases de vortex et de dissipation, en optimisant la taille du domaine et sa résolution.

Après l'étude 2-D du chapitre 3, nous avons conclu à la nécessité de l'utilisation d'une résolution de $1 m$ dans le plan transverse. Nous proposons donc ici de vérifier si l'utilisation d'une résolution de $8 m$ suivant l'axe n'est pas suffisante pour résoudre les principales caractéristiques de la phase de vortex. Avec moins de trois points pour résoudre l'instabilité de courte longueur d'onde, nous n'espérons pas effectivement capter les détails des ondes de gravité à la base du second sillage. Cependant, dans le but de poursuivre notre étude et de nous intéresser au problème de la transition contrail-cirrus, on peut considérer que notre modèle résout correctement la phase de vortex à l'aide de différents critères comme :

- le temps nécessaire à l'établissement d'un écoulement 3-D (durée de la phase de vortex),
- l'extension verticale du sillage,
- le profil de la densité de particules suivant la verticale (*i.e.* proportion de particules dans le second sillage).

Les figures 4.33 et 4.34 montrent ces trois quantités pour une résolution $dx = 4 m$ (simulation *Ref*) et $dx = 8 m$ (simulation *Rx*). L'utilisation d'une résolution de $8 m$ apparaît alors pleinement satisfaisante, que ce soit pour l'évolution de la dynamique, ou pour la répartition des particules de glace à la fin de la phase de vortex.

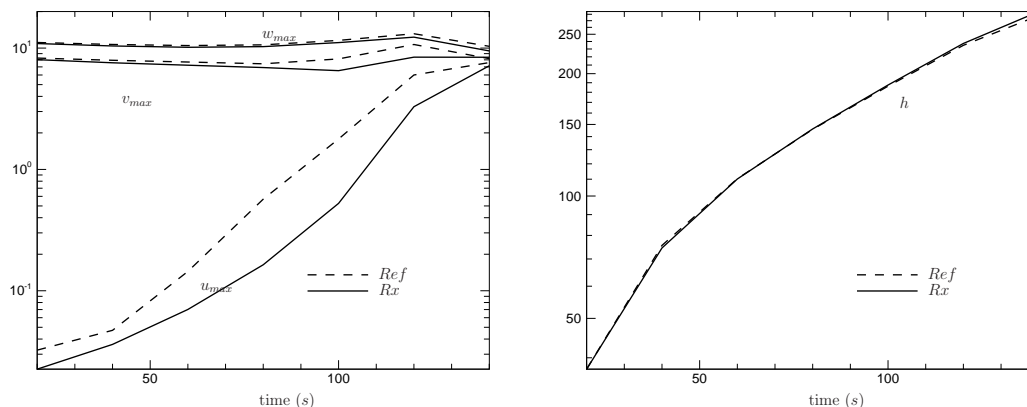


FIG. 4.33: Série temporelle du maximum des vitesses $u_{max}, v_{max}, w_{max}$ (ms^{-1}), (gauche) et de la descente des vortex h (m) (droite), pour les deux simulations *Ref* et *Rx*.

4.1.5 Synthèse de la phase de Vortex

Nous avons réalisé, dans ce paragraphe, une étude aussi exhaustive que possible, de la dynamique du sillage d'un avion à l'altitude de croisière et de son rôle au niveau de l'évolution des particules de glace. Une des principales conclusions de notre approche est d'avoir montré que la compétition entre les régimes linéaires des deux instabilités de courte et grande longueur d'onde joue un rôle dans la création des anneaux de vorticité qui peuvent se former à la fin de la phase de vortex. En comparant nos résultats avec les travaux de la littérature, nous avons mis en évidence les limites de notre choix du forage atmosphérique qui induit une augmentation de ~ 60 s sur l'établissement des fluctuations 3-D. Nous nous sommes également intéressés à la dynamique du second sillage qui apparaît principalement dictée par la poussée d'Archimède. D'un point de vue microphysique, nous avons mis en évidence l'importance de la distribution verticale de particules à la sortie de la phase de vortex, et nous avons modélisé le rendu visuel d'un contrail, ce qui nous a amenés à nous poser des questions sur l'intensité du second sillage. En effet, même s'il est plus intense que dans le cas de la configuration 2-D, il reste relativement faible et, à ce titre, la simulation de la phase de dissipation devrait nous permettre d'apporter quelques précisions.

Pendant la phase de vortex, en première approximation, on peut ainsi considérer que les fluctuations 3-D n'ont pas d'impact direct sur la formation de la glace mais seulement

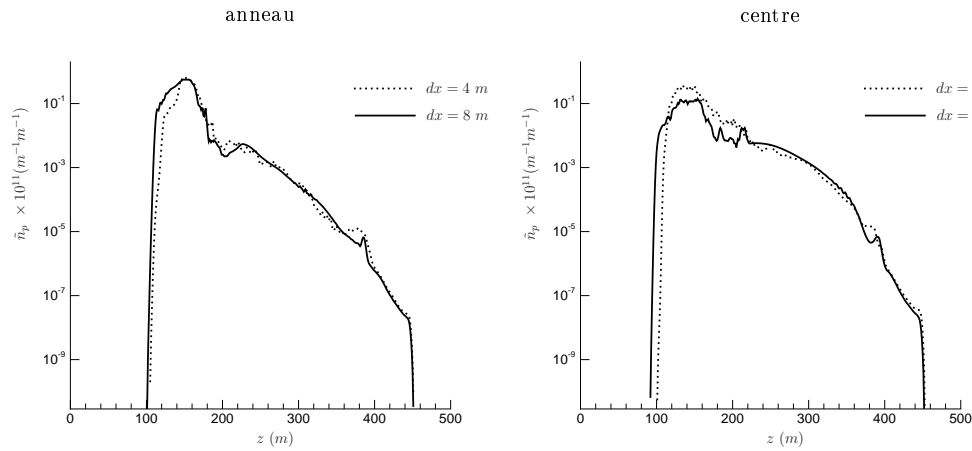


FIG. 4.34: Distribution du nombre de particules pour les deux simulation *Ref* et *Rx* là où les vortex sont le plus éloignés (anneau) et, à l’opposé, là où ils sont le plus proches (centre).

un impact indirect par le jeu des instabilités menant à l’effondrement du premier sillage. Une dynamique 3-D entraîne ainsi, dans le second sillage, plus de particule qui vont alors connaître une évolution différente de celles restées dans le premier sillage. A terme, dans le champ lointain d’un contrail, les processus 3-D peuvent alors avoir des conséquences sur le bilan radiatif, ainsi que sur l’évolution de la chimie hétérogène.

4.2 Etude de la phase de dissipation

Le but de ce chapitre est de définir une distribution réaliste des particules de glace au sein d’un contrail à un stade où sa dynamique devient du même ordre de grandeur que celle de l’atmosphère, soit un temps compris entre 5 et 10 minutes (Lewellen and Lewellen, 2001). A l’aide de la précédente étude de la phase de vortex, nous allons définir une nouvelle configuration permettant de simuler l’ensemble de l’évolution du sillage d’un avion entre le début du régime de vortex, et la fin de la phase de dissipation. Nous discuterons ensuite les résultats obtenus.

4.2.1 Configuration et conditions initiales

Nous avons montré lors de l'étude de la phase de vortex, que le choix d'une résolution de 8 m suivant l'axe de vol et de 1 m dans le plan transverse est suffisant pour résoudre correctement les principales conséquences de l'effondrement des vortex. En partant de ce point, nous proposons de reprendre la configuration de la simulation *Rx* en augmentant la taille du plan transverse afin de pouvoir prendre en compte l'étalement du sillage lors de la phase de dissipation. Ainsi, il nous sera alors possible de réaliser une intégration en temps plus longue. Les caractéristiques de cette nouvelle simulation (*Big*) sont données dans le tableau 4.3. Pour plus de détails concernant le choix de ces paramètres, l'initialisation du

Symbole	valeur	Paramètre
dt	0.025 s	pas de temps
dy, dz	1 m	résolution transverse
dx	8 m	résolution axiale
L_x, L_y, L_z	400x600x1000 m	taille du domaine
b_0	47 m	distance initiale entre les 2 vortex
r_c	4.6 m	rayon du noyau du vortex
Γ_0	600 m^2s	circulation initiale d'un vortex
w'_{LW}	0.02	intensité du forçage de l'onde Crow
$N_p^{m\ vol}$	$1.54 \cdot 10^{12} \ m^{-1}$	nombre de particules par mètre de vol
r_p	1.5 μm	rayon des particules de glace
σ_p	4.6 m	écart-type de la distribution de densité de particules
N	$1.4 \cdot 10^{-2} \ s$	fréquence de Brunt-Väisälä
RH_a	130 %	humidité relative à l'altitude de vol

TAB. 4.3: Liste des paramètres de la condition initiale de la simulation *Big* comprenant les deux régimes de vortex et de dissipation.

sillage et les conditions atmosphériques, on se rapportera aux paragraphes 3.1 et 4.1.1. Il faut noter que, comme précédemment, le modèle microphysique comprend un module de sédimentation et de la chaleur latente.

Le comportement général du modèle est déjà validé pour $t < 140 \ s$ avec la simulation *Rx*. Dans la suite de l'évolution du contrail, pour $t > 140 \ s$, la dynamique est essentiellement contrôlée par la flottabilité, et l'on fait confiance à la robustesse maintenant

prouvée de notre schéma microphysique. Toute la partie complexe de l'écoulement est donc concentrée dans les 140 premières secondes, et la nouvelle simulation *Big* ne présente donc pas de difficultés dans la représentation de la dynamique. Le point délicat est ici principalement numérique. La simulation *Big* représente un coup *CPU* de 687 heures de calcul sur le *NEC – SX8* de Météo France, monopolisant plus 20 Giga de mémoire pour 22 millions de points. Pour ces raisons, une seule simulation sur 320 s a été réalisée en conservant le niveau de turbulence et l'humidité relative ambiante de la simulation de référence de l'étude de la phase de vortex.

Perte des particules de glace. Il faut noter que nous n'avons pas pris en compte dans notre modèle microphysique la possibilité de perdre des particules de glace, c'est-à-dire de supprimer les noyaux de nucléation (CCN) lorsqu'ils ont été complètement évaporés. En effet, si l'on considère que les CCN peuvent être désactivés sur la durée de notre simulation, la re-condensation de vapeur sur un CCN nu demanderait des conditions de supersaturation qui ne sont plus présentes après la phase de jet. Dans cette hypothèse, pour $RH_a \sim 100\%$, Lewellen and Lewellen (2001) obtiennent ainsi un nombre de particules perdues, après l'effondrement de la phase de vortex, qui n'est plus négligeable devant le nombre de particules initiales. L'hypothèse de conservation que l'on a choisie ($d/dt n_p = 0$), demanderait donc à être justifié plus précisément, notamment dans les cas des simulations *Cri* ($i = 1, 4$). Cependant, dans le cas qui nous intéresse, $RH_a = 130\%$, notre hypothèse de conservation est également vérifiée par (Lewellen and Lewellen, 2001).

4.2.2 Résultats

Comparer à la phase de vortex, l'étude du régime de dissipation d'un contrail est un sujet moins traité dans la littérature. Il existe néanmoins des travaux comme les études de Gerz et al. (1998), de Lewellen and Lewellen (1996) et l'approche microphysique de Lewellen and Lewellen (2001) que nous avons déjà citée abondamment pour le problème de la phase de vortex. Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser, dans un premier temps, au comportement de la dynamique du sillage, c'est-à-dire à la transition entre une dynamique tourbillonnaire et un écoulement stratifié. L'évolution de la glace sera ensuite discutée afin de valider la donnée d'une distribution de particules de glace pour un contrail

âgé de 320 s .

Evolution de la dynamique

La présentation détaillée de la dynamique du sillage sur les temps $0 < t \leq 100$ s , à été faite au paragraphe 4.1.2, ainsi qu'au paragraphe 4.1.4 pour la validation de la configuration de la simulation *Big* sur ce régime. Dans la suite de l'évolution du sillage, pour $100 \leq t < 320$ s , l'écoulement passe d'un régime contrôlé par les vortex générés par l'avion, à une dynamique de plus en plus contrainte par la stratification du milieu ambiant. Cette zone de transition, avant le contrôle complet par la dynamique atmosphérique, est essentiellement pilotée par la flottabilité engendrée par la descente des vortex dans un air stratifié.

La figure 4.14 que nous avons introduite au paragraphe 4.1.2 est extraite des travaux de Gerz and Holzapfel (1999). Elle concerne l'évolution de plusieurs quantités reliées à la dynamique du sillage (u, v, w, p, T, h) sur les 160 s de simulation de leur cas *A*. La figure 4.35 montre l'évolution des mêmes quantités pour le cas de la simulation *Big*, et représente donc le prolongement de la figure 4.15 (simulation *Ref*). Le temps de passage à un écoulement 3-D, se produit à $t = 120$ s de la même manière que pour la simulation *Ref*, et est donc équivalent pour Gerz and Holzapfel (1999) à $\tilde{t} = 120 - 60 + 20 = 80$ s à cause du décalage dû au choix de notre forçage atmosphérique et à la correction due à l'utilisation d'échelles de temps différentes². On peut donc comparer les séries temporelles de la figure 4.14 pour $\tilde{t} > 80$ s avec celles de la figure 4.35 pour $t > 120$ s . On remarque alors un comportement relativement similaire entre les deux simulations, avec toutefois un effondrement des vortex plus marqué dans le cas de la simulation *Big*. Entre $t = 120$ et $t = 180$ s le minimum des fluctuations de pression augmente brusquement, et les fluctuations de vitesse baissent plus fortement que dans le cas de Gerz and Holzapfel (1999). Les fluctuations de température restent quasi constantes entre $t = 140$ et $t = 220$ s , avant de chuter légèrement pour $t > 220$ s . On assiste ainsi à la dissipation de la dynamique induite par les vortex et l'on peut remarquer que la flottabilité ne prend vraiment le dessus sur la dynamique évanescence des vortex qu'à partir de $t = 220$ s . En effet, après ce temps, on peut observer une remontée du premier sillage (voir l'évolution de θ sur la figure 4.36)

²Pour Gerz and Holzapfel (1999), $t = 0$ s correspond au temps de passage de l'avion.

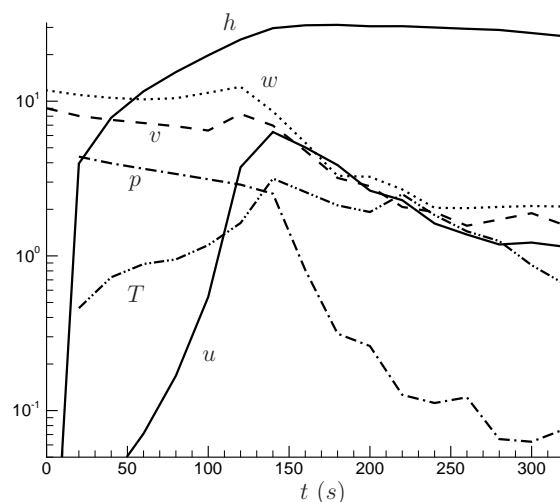


FIG. 4.35: Série temporelle du maximum des vitesses $u_{max}, v_{max}, w_{max}$ (ms^{-1}), du minimum des fluctuations de pression $p(< 0)$ ($10 Pa$), la descente des vortex h ($10 m$), et le maximum des fluctuations de température absolue T (K) pour la simulation *Big*.

qui, par détente adiabatique, a alors tendance à abaisser la température dans le contrail. Cette remontée est également visible avec la diminution de h sur la figure 4.35 à la fin de la simulation.

Dans le paragraphe 4.1.2, nous avons laissé en attente le problème de la descente du sillage. En effet, sur l'étude de la phase de vortex $t < 140 s$, il était difficile de savoir si le sillage avait fini sa descente ou non, et la comparaison avec la simulation du cas *A* de Gerz and Holzapfel (1999) était alors délicate. Avec la nouvelle simulation *Big*, et la simulation de la phase de dissipation, on s'aperçoit que le sillage arrête sa descente aux alentours de $t = 140 s$, et atteint donc une altitude similaire à celle de Gerz and Holzapfel (1999) dans le même temps, et ceci malgré un retard non négligeable de $60 s$ sur le passage d'un écoulement 2-D à un écoulement 3-D. Tout se passe comme si la descente des vortex restait un mécanisme 2-D, même dans le cas où la vitesse axiale devient du même ordre de grandeur que celles du plan transverse. La mise au point d'un forçage atmosphérique similaire à celui utilisé par Gerz and Holzapfel (1999) apparaît donc comme un point intéressant à approfondir afin de pouvoir comprendre plus précisément l'interaction entre la descente du sillage et les processus 3-D qui contrôlent l'effondrement des vortex.

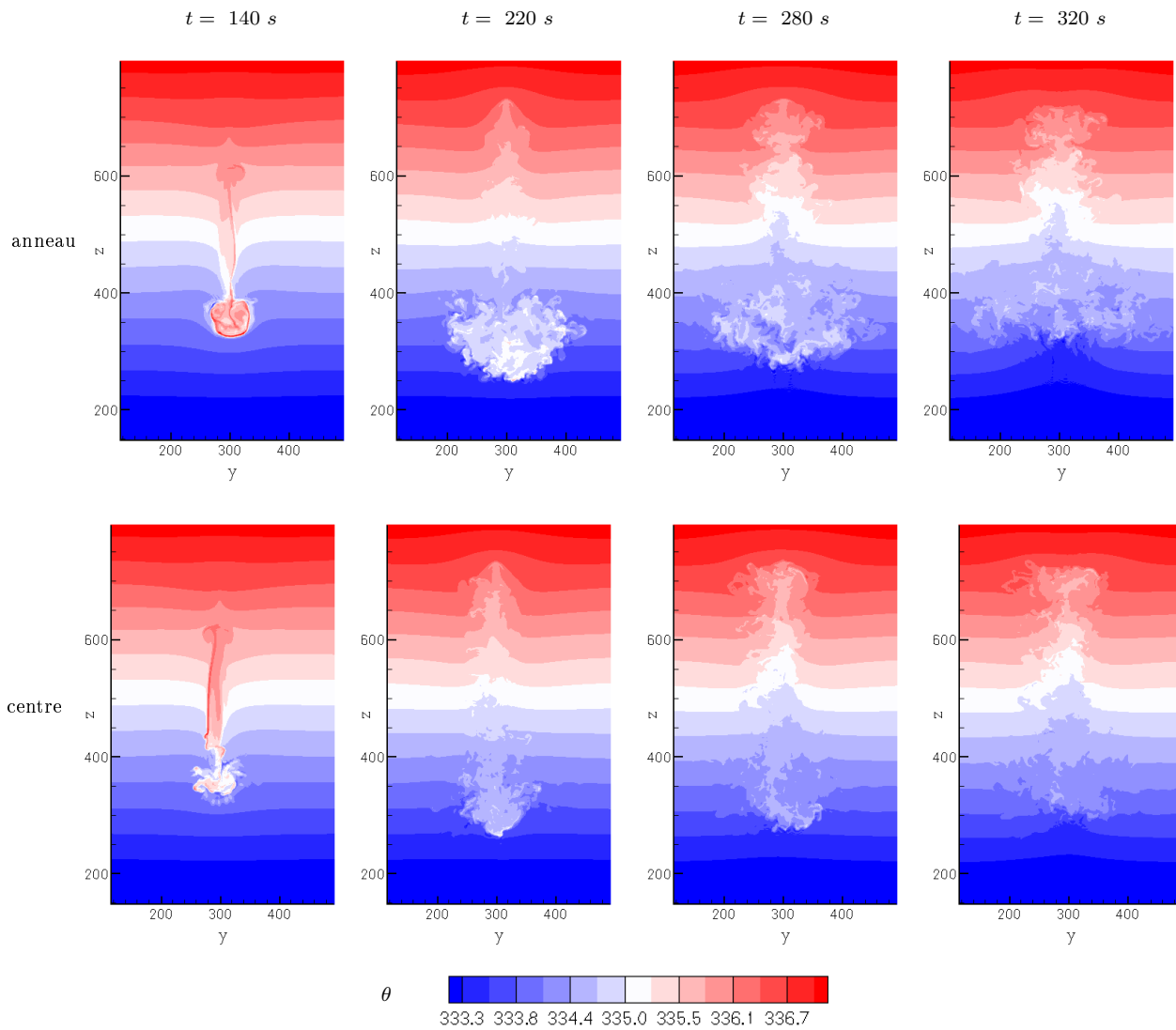


FIG. 4.36: Coupe transverse de la température potentielle θ pour la simulation *Big* là où les vortex sont le plus proches (centre), et là où ils sont le plus éloignés (anneau), pour les temps $t = 140, 220, 280,$ et 320 s.

Nous avons montré que les fluctuations de température et de pression chutent à la fin de la simulation. Ceci laisse donc entrevoir le passage au régime suivant (phase de diffusion) où les fluctuations induites par la dynamique atmosphérique ne sont plus négligeables. L'énergie potentielle présente dans l'atmosphère à l'altitude de vol est de l'ordre de $E_p^{Atmos} = 1/2 \overline{\theta'^2} = 5 \cdot 10^{-3} K^2$ où l'on a utilisé une valeur typique, à ces altitudes, de la déviation standard de la température potentielle $\sqrt{\overline{\theta'^2}} = 0.1 K$ (Dürbeck and Gerz, 1996). La figure 4.37 reporte l'évolution de l'énergie potentielle du sillage au cours des 320 s de la simulation *Big*. Il apparaît alors clairement qu'à partir de 320 s la dynamique

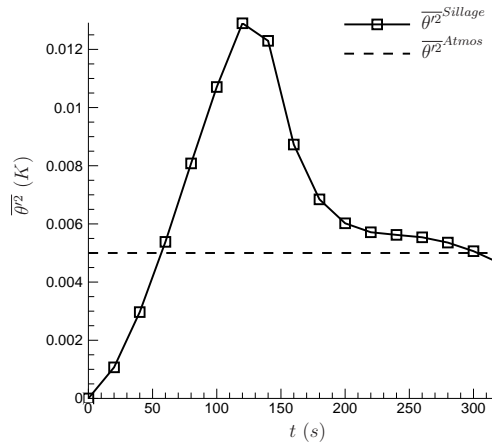


FIG. 4.37: Série temporelle de l'énergie potentielle E_p induite par la dynamique du sillage.

du sillage peut être influencée par l'atmosphère ambiante. Le temps de 10 minutes proposé par Lewellen and Lewellen (2001) semble ici quelque peu surestimé. Avant de passer au problème de la dynamique atmosphérique nous allons nous intéresser au comportement de la glace sur la phase de dissipation.

Evolution de la glace

L'évolution de la masse de glace par mètre de vol pour la simulation *Big* est reportée sur la figure 4.38. On retrouve une perte de masse pour le sillage entier pendant la phase de vortex $t < 120 s$ comme dans le paragraphe 4.1.3, puis une forte augmentation après l'effondrement des vortex et la mise en contact avec l'air ambiant. A $t = 320 s$, on a

ainsi une masse de glace $M_g^{m\ vol} = 0.4\ kg\ m^{-1}$, ce qui est proche de la valeur obtenue par Lewellen and Lewellen (2001) pour le même temps (*i.e.* $\Delta t = 320 - 140 = 180\ s$ après le minimum de masse de glace), $M_g^{m\ vol} \sim 0.45\ kg\ m^{-1}$. Malgré un nombre de particules par

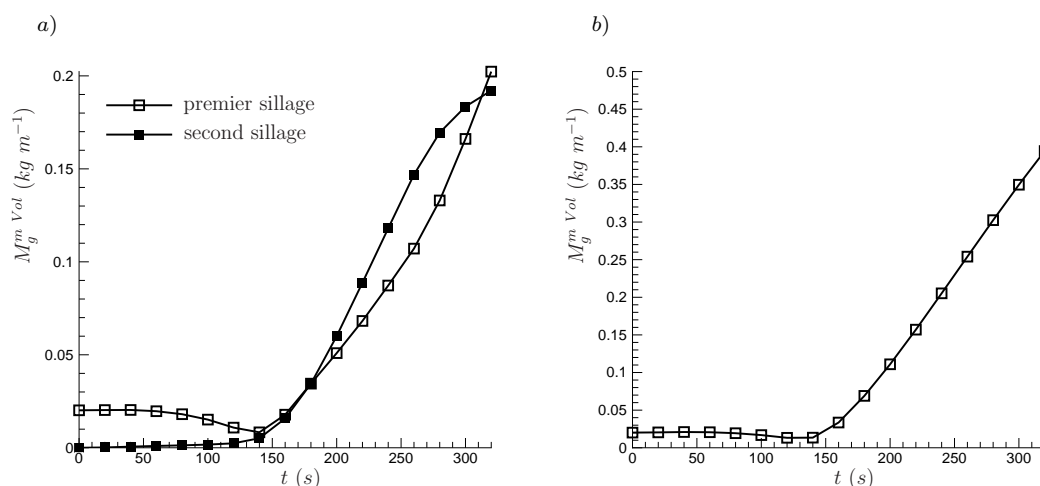


FIG. 4.38: Série temporelle de la masse de glace par mètre de vol pour le cas de la simulation *Big* : répartition par sillage (a), et masse totale (b).

mètre de vol différent d'un ordre de grandeur, et un forçage atmosphérique moins réaliste, notre modèle semble résoudre le mélange avec l'air ambiant de la même manière que celui de Lewellen and Lewellen (2001). La répartition de la glace entre les deux sillages (figure 4.38,a) montre que très rapidement après l'effondrement des vortex, la masse de glace s'uniformise au sein du contrail bien que le nombre de particules dans le second sillage reste toujours inférieur à celui du premier sillage (figure 4.39, $N_p^{Sill.2}/N_p^{tot} < 50\%$). Les plus grosses particules sont donc toujours situées dans la partie supérieure du contrail comme pendant la phase de vortex. Il faut noter de surcroît qu'à partir de 250 s, on enregistre une diminution de la proportion de particules dans le second sillage. Ceci s'explique par la remontée du premier sillage que l'on a déjà pu observer dans le paragraphe précédent, et qui englobe alors plus de particules. La figure 4.40 montre de manière plus précise la répartition du nombre de particules suivant la verticale à $t = 320\ s$. On observe une différence d'environ un à deux ordres de grandeur entre le haut et le bas du contrail, tandis que Lewellen and Lewellen (2001) obtiennent toujours au même temps une densité similaire dans les anneaux et dans le second sillage, et presque plus aucune particule

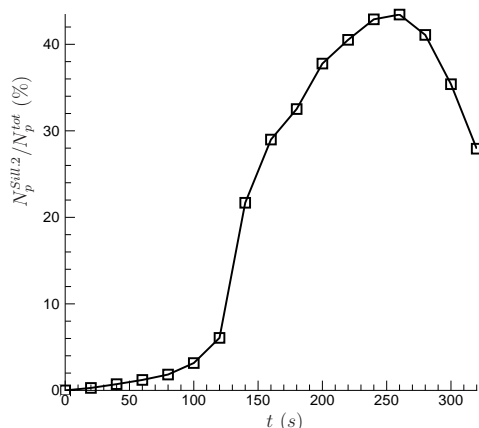


FIG. 4.39: Série temporelle du pourcentage du nombre de particules par mètre de glace entraîné dans le second sillage pour la simulation *Big*.

au centre³. Ce déficit de particules dans le second sillage se retrouve également dans le problème du rendu visuel. Dans la continuité de la figure 4.32, la figure 4.41 montre l'épaisseur optique intégrée sur la direction transverse (plan xz), et également sur la direction verticale (plan xy) entre les temps $t = 140$ et 320 s de la phase de dissipation. Dans un environnement sur-saturé, la configuration de la simulation *Big* ne nous permet donc pas d'obtenir le rendu visuel typique d'un contrail à un stade où il n'a pas encore été diffusé par l'atmosphère (figure 4.42). Par rapport à la question abordée à la fin de l'étude de la phase de vortex, sur le problème de la formation de la glace dans le second sillage, nous pouvons donc répondre ici que la faible intensité du second sillage vient du peu de particules qui y est entraînée. Les raisons peuvent en être multiples, et d'autres simulations demanderaient donc à être réalisées. Néanmoins, au vu des hypothèses que nous avons pu émettre, dans les conclusions du paragraphe 4.1, le problème du forçage atmosphérique semble être un point particulier qu'il faudrait approfondir.

Même si la distribution verticale des particules est incertaine (car non comparable à des mesures), le modèle se comporte tout de même correctement. Ainsi, si nous nous intéressons à la densité de probabilité de présence (*pdf*) du rayon des particules de glace (figure 4.43) nous pouvons observer une cohérence avec les mesures de Schröder et al.

³Sur la phase de vortex, les informations données par Lewellen and Lewellen (2001) ou Lewellen and Lewellen (1996) ne nous permettaient pas d'estimer correctement la distribution des particules.

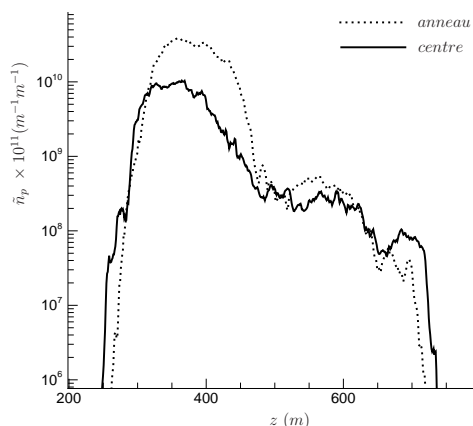


FIG. 4.40: Distribution verticale du nombre de particules à $t = 320$ s pour la simulation *Big* dans les deux plans transverses là où les vortex sont le plus proches (centre), et là où ils sont le plus éloignés (anneau).

(2000) (voir figure 1.9). Avant l'effondrement des vortex ($t < 120$ s), le rayon moyen des particules diminue à cause de la compression adiabatique, puis, dans un second temps, on enregistre une augmentation progressive du rayon moyen couplé avec une diminution de l'intensité de la *pdf* due à la diffusion du sillage. Sur la fin du régime de dissipation ($t > 240$ s), on observe également l'apparition aux alentours de $r_p = 15 \mu m$ d'un pic secondaire. En observant la distribution spatiale du rayon des particules de glace (figure 4.44) on peut identifier ce pic à la création de nouvelles grosses particules, sur les bords du premier sillage, qui sont dues à des zones de sur-saturation induites par le mélange du sillage avec l'air ambiant. Ce phénomène est également accentué sur la fin de la simulation à cause de la remontée du second sillage qui produit une détente adiabatique sous le sillage et forme alors une zone de sur-saturation à un endroit où la densité de particules est forte (voir figure 4.45). A noter aussi, la différence d'amplitude des rayons entre les mesures de Schröder et al. (2000) et nos calculs. Comme nous l'avons déjà expliqué ceci est dû au fait que les mesures proposées par Schröder et al. (2000) ont été réalisées dans des conditions faiblement humides ($RH^{vap} = 50 - 60\%$).

Avant de conclure ce chapitre, intéressons nous rapidement à l'influence de la sédimentation. Contrairement à Lewellen and Lewellen (2001) nous avons voulu développer un modèle plus réaliste tiré de la paramétrisation de Heymsfield and Iaquinata (1999).

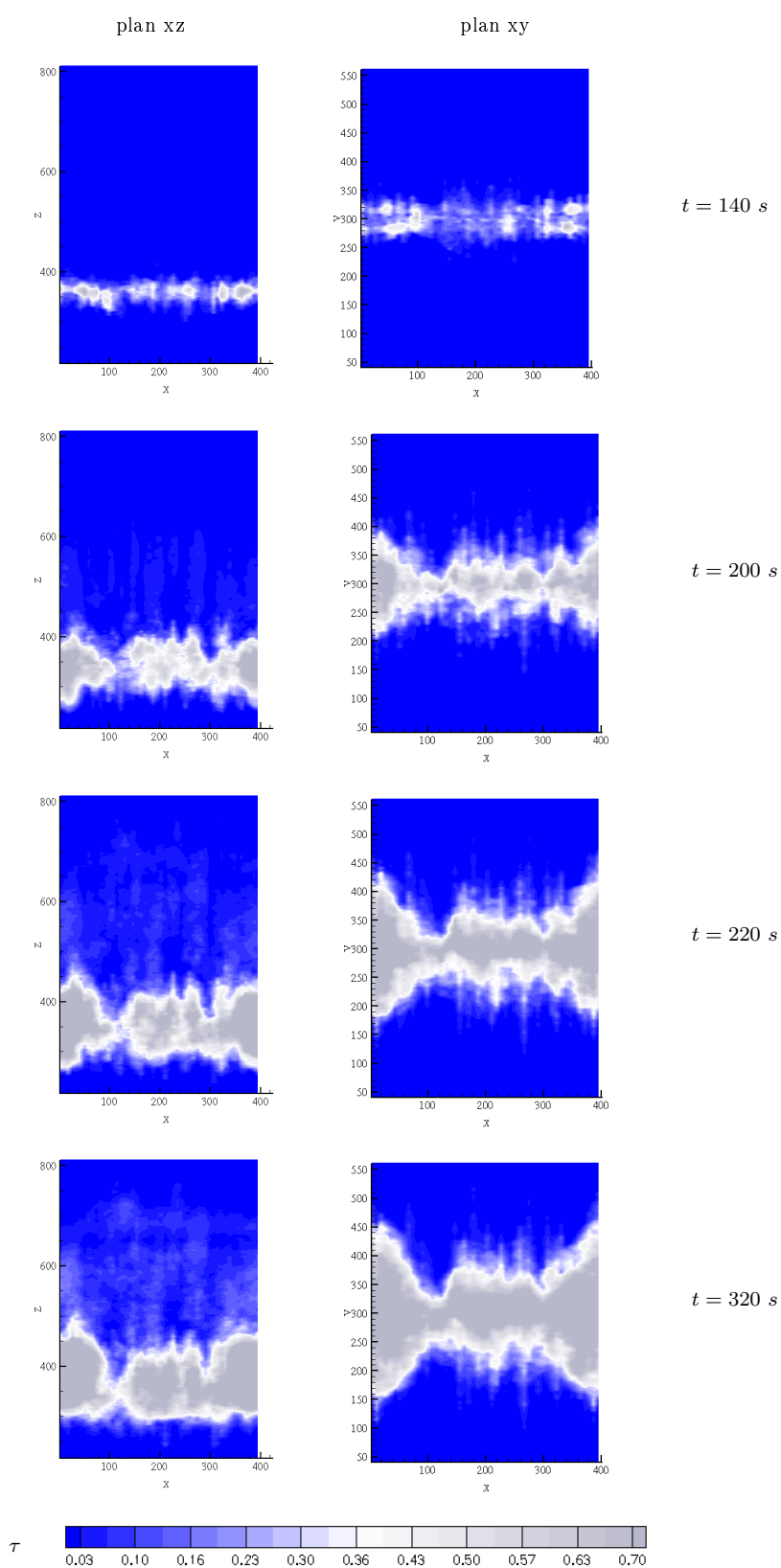


FIG. 4.41: Vues 2-D de l'épaisseur optique τ intégrée sur la direction transverse (gauche) et la direction verticale (droite) à $t = 140$, 200, 220, et 320 s pour la simulation *Big* (suite de la figure 4.32).



FIG. 4.42: Photographie d'un contrail à un âge estimé entre 5 et 10 minutes dans une atmosphère visiblement fortement sur-saturée.

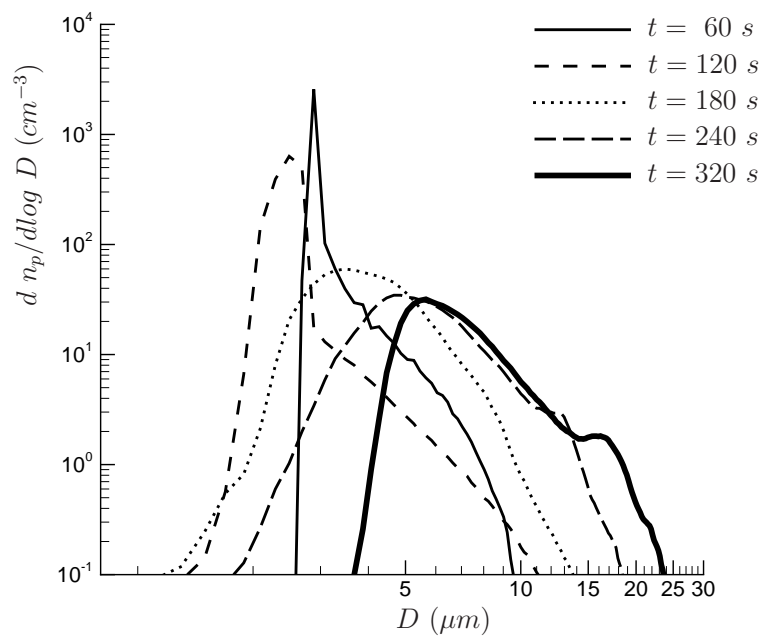


FIG. 4.43: Densité de probabilité de présence des particules de glace en fonction de leurs diamètres $D = 2 r_p$ pour la simulation *Big*.

Ainsi, on considère les particules de glace comme des sphères pour ce qui concerne la loi de condensation, et d'un autre côté comme des plaquettes lorsque l'on s'intéresse à

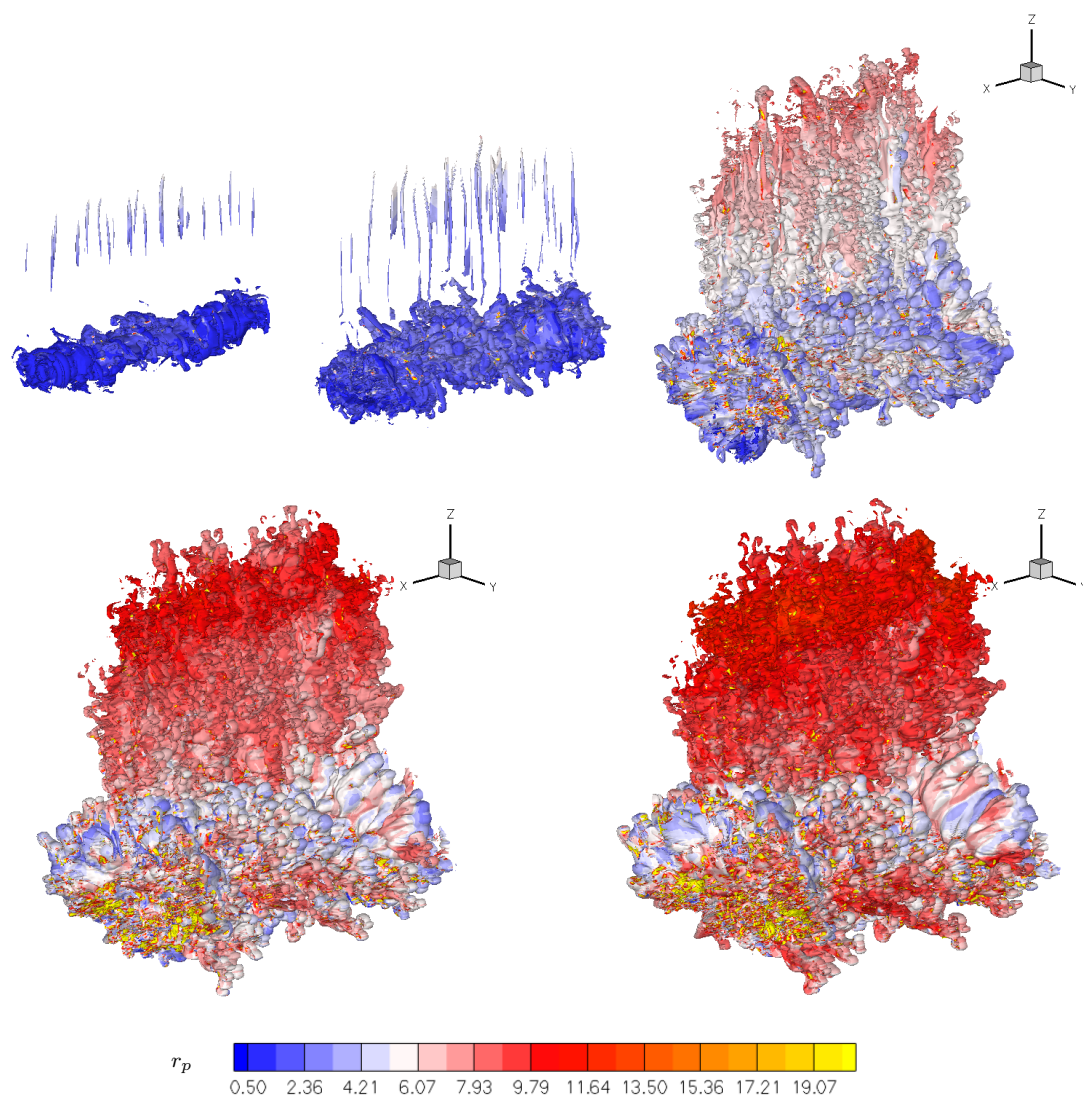


FIG. 4.44: Vue en perspective de l'isosurface de densité de glace $\rho_i = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ pour la simulation de référence avec le rayon des particules affiché en sur-imposition à $t = 140, 160, 220, 280, 320$ s. Cette figure est la suite de la figure 4.28 avec une valeur de ρ_i légèrement plus grande et un changement d'échelle pour le rayon des particules.

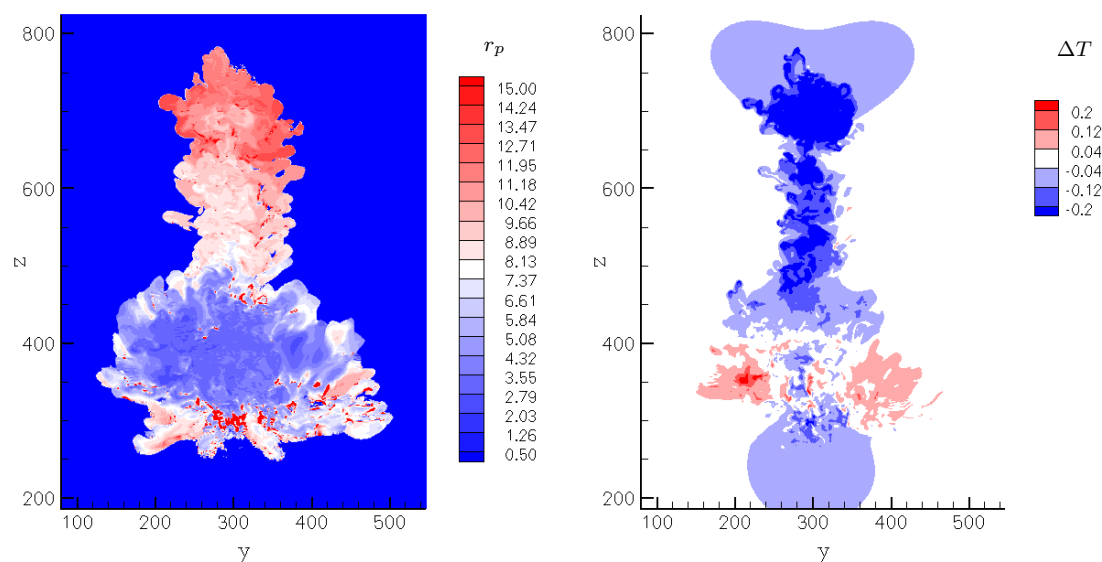


FIG. 4.45: Coupes transverses en $x = 40 \text{ m}$ de la distribution spatiale du rayon des particules de glace r_p (gauche) et des fluctuations de températures $\Delta T = T - T^{Atmos}$ (droite) à $t = 320 \text{ s}$ pour la simulation *Big*.

leurs vitesses de sédimentation. On fait alors l'hypothèse réaliste de négliger la vitesse de chute des petites particules, en utilisant un modèle plus applicable aux grosses particules ($r_p \sim 100 \mu\text{m}$). A l'opposé, Lewellen and Lewellen (2001) utilisent un modèle type aérosol qui a une plage de validité pour des rayons de particules de l'ordre du micromètre. La figure 4.46 montre la distribution de la vitesse de sédimentation pour ces deux modèles à $t = 320 \text{ s}$. On a vu précédemment à l'aide de la *pdf* de la figure 4.43 que le rayon moyen des particules est de l'ordre de la dizaine de micromètres. Les résultats donnés par les deux modèles sont donc comparables pour la taille des particules qui nous intéresse, et donnent une vitesse de chute de l'ordre de $v^{fall} \sim 1 \text{ cm s}^{-1}$ qui reste fortement négligeable devant les fluctuations induites par la dynamique évanescence du sillage ($O(u^{max}) \sim 1 \text{ m s}^{-1}$, figure 4.35). Les effets de la sédimentation restent donc très faibles sur l'ensemble des 320 premières secondes de l'évolution d'un contrail. Nous retiendrons tout de même que le modèle que nous avons choisi, est bien approprié à notre problème, puisqu'il reste valide dès lors que les particules grossissent, c'est-à-dire encore applicable au prochain régime de diffusion, là où la sédimentation peut devenir importante.

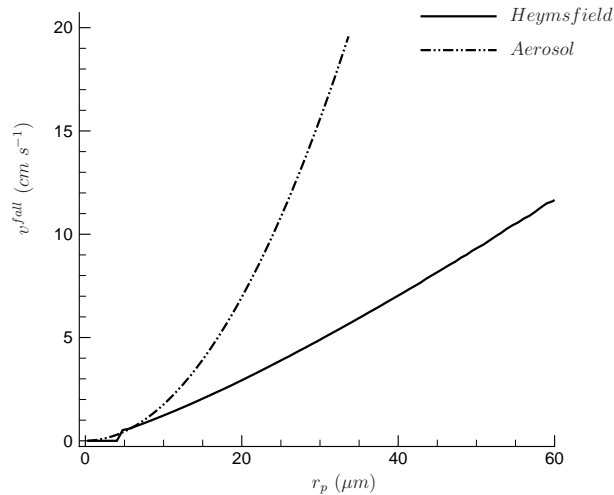


FIG. 4.46: Distribution des vitesses de sédimentation en fonction du rayon des particules de glace évaluée avec deux approches différentes (dynamique des aérosols ou paramétrisation de Heymsfield and Iaquinata (1999)) à $t = 320$ s pour la simulation *Big*

4.3 Synthèse

Nous avons abordé dans ce chapitre plusieurs problématiques des régimes de vortex et de dissipation. A l'aide du modèle MesoNH associé à un schéma microphysique relativement simple, en partant de conditions initiales dûment justifiées, nous avons réussi à retrouver les principales caractéristiques dynamiques du sillage (*i.e.* extension verticale, formation des anneaux de vorticité, développement linéaire des instabilités de courte et grande longueur d'onde, formation d'un second sillage par le torque barocline), ainsi qu'un comportement des particules de glace proche du celui donné par les mesures de Schröder et al. (2000). Nous avons mis en évidence l'importance de la compétition entre les régimes linéaires des deux instabilités dans la formation d'anneaux de vorticité, et on a explicité l'importance de la distribution verticale des particules à la fin de la phase de vortex. Ce dernier point a cependant montré une faiblesse dans notre approche en ce qui concerne le problème du forçage atmosphérique qui demandera à être approfondi. Mis à part ce problème, le modèle est maintenant correctement validé, et l'obtention de la distribution des particules de glace pour un contrail âgé de 320 s nous permet maintenant de passer à l'étape suivante qui consiste à introduire un forçage atmosphérique soutenu pour pouvoir

résoudre la transition vers un nuage de type *jeune cirrus*.

A noter qu'une utilisation plus systématique du rendu visuel permettrait de réaliser une validation plus rigoureuse de nos simulations en comparant des calculs de l'épaisseur optique avec des photographies de contrails. Des vues de côté pourraient alors nous apporter des informations intéressantes sur la formation du second sillage, et il serait intéressant d'évaluer l'importance de différents paramètres (*e.g.* distribution initiale de particules, turbulence atmosphérique, particules naturelles) sur l'extension verticale du contrail.

Chapitre 5

Simulation du régime de diffusion : Couplage avec la dynamique atmosphérique

A partir des résultats du chapitre précédent, nous proposons donc de continuer notre étude de l'évolution d'un contrail, en nous intéressant à la phase de diffusion quand la dynamique atmosphérique n'est plus négligeable. On veut simuler ici la transition entre un contrail et un nuage de type jeune cirrus. Dans un premier temps (paragraphe 5.1), nous allons restreindre le problème de la dynamique atmosphérique à la turbulence en atmosphère libre et définir ses caractéristiques. Le paragraphe 5.2 présente le modèle que j'ai développé pour simuler un tel écoulement. Et finalement, le paragraphe 5.3 montre les premiers résultats de la simulation du champ lointain d'un contrail.

5.1 La turbulence atmosphérique en atmosphère libre

Prendre en compte l'influence de l'atmosphère dans l'évolution d'un contrail n'est pas une chose facile tant les conditions rencontrées par un avion à l'altitude de croisière peuvent être multiples. La phase de diffusion comporte néanmoins des phénomènes clefs que sont l'humidité ambiante, le cisaillement de vent, le forçage radiatif ou encore la

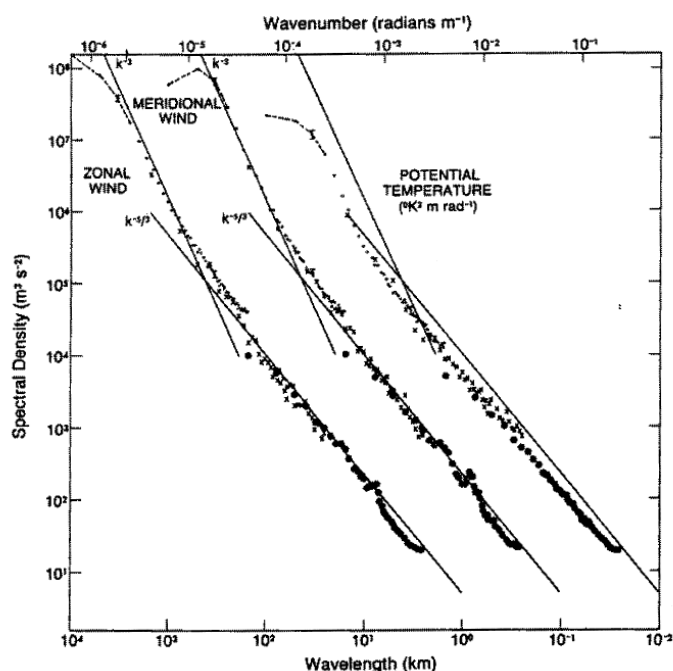


FIG. 1. Variance power spectra of wind and potential temperature near the tropopause from GASP aircraft data. The spectra for meridional wind and temperature are shifted one and two decades to the right, respectively; lines with slopes -3 and $-5/3$ are entered at the same relative coordinates for each variable for comparison. [Reproduced with permission from Nastrom and Gage (1985).]

FIG. 5.1: [Extrait de Nastrom and Gage (1985).]

turbulence atmosphérique.

Le comportement de la turbulence atmosphérique au niveau de la tropopause a été pour la première fois mis en évidence par Nastrom and Gage (1985) à l'aide de mesures effectuées dans les années 70 sur des avions de ligne dans le cadre de la campagne *GASP* (Global Atmospheric Sampling Program). Les spectres horizontaux de vitesse et de température potentielle tirés de ces mesures (figure 5.1) montrent une transition entre un régime synoptique ($\sim 1000 \text{ km}$) de pente -3 et un régime de meso échelle ($\sim 10 - 500 \text{ km}$) de pente $-5/3$. Dans le régime de grande échelle, les mesures sont en accord avec le modèle de Charney de la turbulence géostrophique, qui soutient que la stratification et la rotation forcent la dynamique à rester 2-D. Il y a alors conservation de l'énstrophie potentielle avec une cascade directe vers les petites échelles qui se traduit par une pente -3 dans le spectre de l'énergie cinétique. Pour ce qui est du régime de meso échelle, les explications sont multiples, et de nombreuses hypothèses ont été avancées depuis les vingt dernières

années. Le point assez intrigant, est que l'on trouve dans ce régime une pente typique d'une turbulence homogène isotrope, bien que l'atmosphère soit un milieu stratifié. Les derniers travaux sur ce sujet montrent qu'un milieu stratifié maintient un spectre avec une cascade directe de pente $E_{k_h} \sim k_h^{-5/3}$ suivant l'horizontale et $E_{k_v} \sim k_v^{-3}$ suivant la verticale pour des échelles caractéristiques de l'ordre de $l_h = 500 \text{ km}$ et $l_v = 1 \text{ km}$ respectivement (Lindborg, 2006). Ces considérations restent valables tant que les effets de la stratification sont importants, c'est-à-dire pour des échelles supérieures à l'échelle de Ozmidov $l_O = \frac{\epsilon^{1/2}}{N^{3/2}}$, où ϵ est le taux de dissipation et N la fréquence de Brunt-Väisälä. D'après Sharman et al. (2005), un niveau moyen de turbulence à l'altitude de croisière équivaut à $\epsilon = 3.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$. Si bien qu'avec $N = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, on a $l_O \sim 10 \text{ m}$, qui est largement inférieur à la taille caractéristique de notre écoulement pour la phase de diffusion ($\sim 100 \text{ m}$, *i.e.* largeur du sillage à $t = 320 \text{ s}$). On a donc, aux échelles qui nous intéressent, une turbulence définie par un spectre horizontal de pente $k^{-5/3}$ qui est forcée par le haut (*i.e.* k petit). Mais l'explication de ce forçage reste encore une problématique non résolue. Tulloch and Smith (2008) montrent néanmoins que ce forçage serait induit par des fluctuations de température au niveau de la tropopause, provoquées, quant à elles, par des instabilités baroclines de grand échelle. Sans rentrer dans les détails, il apparaît donc que la source de la turbulence atmosphérique réside à des échelles bien plus grandes que celle de notre écoulement. L'ordre de grandeur des fluctuations de vitesse et de température, engendrées par une telle turbulence, est donné par les mesures de Schumann et al. (1995) réalisées sur des échelles de $\sim 2 \text{ cm}$ à 2 km :

$$\sqrt{u^2} = \sqrt{v^2} = 0.3 \text{ m s}^{-1}, \quad (5.1)$$

$$\sqrt{w^2} = 0.1 \text{ m s}^{-1} < \sqrt{u^2}. \quad (5.2)$$

Il faut, également, noter les valeurs utilisées par Gerz and Holzapfel (1999),

$$\sqrt{u^2} = \sqrt{v^2} = 0.38 \text{ m s}^{-1}, \quad (5.3)$$

$$\sqrt{w^2} = 0.21 \text{ m s}^{-1}. \quad (5.4)$$

$$\sqrt{\theta^2} = 0.1 \text{ K}^{-1}. \quad (5.5)$$

Ces valeurs montrent que la turbulence atmosphérique est influencée par la stratification

($\sqrt{w^2} < \sqrt{u^2}$), mais conserve un comportement isotrope suivant l'horizontale. De plus, à l'échelle d'un contrail, la turbulence atmosphérique peut être considérée comme homogène, étant donné la différence d'échelle entre les phénomènes atmosphériques et le sillage d'un avion.

Pour en revenir au problème de la phase de diffusion d'un contrail, plusieurs études s'y sont déjà intéressées et nous pouvons ainsi citer différents travaux sur : le rôle de l'humidité relative (Gierens and Jensen, 1998), la diffusion d'un cisaillement de vent (Dürbeck and Gerz, 1996), l'effet couplé d'un cisaillement de vent et du forçage radiatif (Jensen et al., 1998), la diffusion causée par le déferlement d'ondes de gravité dans un cisaillement de vent (Dörnbrack and Dürbeck, 1998), l'influence sur le début de la phase de diffusion (entre $t = 15$ et 45 min) des effets couplés de l'humidité relative, du forçage radiatif, et d'un cisaillement de vent (Chlond, 1996). Dans l'ensemble de ces simulations numériques, le problème de la turbulence atmosphérique n'est quasiment pas abordé ou alors dans des cas très spécifiques comme le déferlement d'ondes de gravité ou des atmosphères peu stables ($\text{Ri} = 0.59^1$ pour Jensen et al., 1998). La seule étude, à ma connaissance, qui développe le problème de l'influence de la turbulence atmosphérique sur la diffusion d'un contrail est le travail de Schumann et al. (1995). Ils ont estimé des coefficients de diffusion horizontale ($D_h = 15 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) et verticale ($D_v \sim 0 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) à partir d'un modèle de panache gaussien et de mesures réalisées entre 5 et 100 *min* après le passage de l'avion.

Nous proposons, dans ce chapitre, de suivre l'approche de Schumann et al. (1995) à l'aide d'une simulation de la phase de diffusion d'un contrail ($t > 320 \text{ s}$) avec un couplage dynamique-microphysique où nous nous intéresserons tout particulièrement à l'influence de la turbulence atmosphérique. On se place donc dans un milieu sans cisaillement de vent, et on néglige les effets radiatifs. Dans leur étude 2-D, Jensen et al. (1998) montrent qu'après $t \sim 45 \text{ min}$, les particules deviennent assez grosses pour ressentir l'effet de la sédimentation, si bien que le contrail s'étend verticalement, devenant alors plus sensible à l'action d'un cisaillement de vent. De plus, ils montrent également que le contrail absorbe le rayonnement infrarouge provenant du sol. Ce réchauffement crée alors une remontée qui induit une zone de supersaturation au-dessus du contrail pouvant générer la nucléation

¹ $\text{Ri} = \frac{N^2}{S^2}$ est le nombre de Richardson où N est la fréquence de Brunt-Väisälä et S le cisaillement de vent. Des écoulements pour lesquels $\text{Ri} < 1$ sont considérés comme peu stables, et fortement instables dès lors que $\text{Ri} < 0.25$.

de nouvelles particules. Cependant, il faut noter que le cas choisi par Jensen et al. (1998) correspond à une atmosphère peu stable ($N = 4 \cdot 10^{-3} s^{-1}$) qui n'est pas représentative de la stratification moyenne à l'altitude de croisière ($N = 0.01 s^{-1}$). Schumann et al. (1995) quant à eux, montrent qu'après un temps de 1 h, dans des conditions typiques de la tropopause (*i.e.* $S = \partial_z u = 0.002 s^{-1}$, $N = 0.01 s^{-1}$), l'influence de la turbulence atmosphérique sur la dispersion du contrail devient négligeable devant le cisaillement de vent. Dans le cadre de notre approche, nous décidons alors de nous restreindre à des contrails âgés de moins de 30 min. Sur ce laps de temps, Chlond (1996) a montré, dans des conditions similaires aux nôtres, que le transfert radiatif est négligeable. Le but de notre étude est alors d'estimer l'importance de la turbulence atmosphérique sur l'intervalle de temps $t = 5-30 \text{ min}$ (*i.e.* début de la phase de diffusion).

Notons que plusieurs articles intéressants sur les mesures de la campagne SUCCESS sont regroupés dans le numéro spécial de *Geophysical Research Letters* (1998, Vol. 25, No. 8). Nous nous intéresserons ainsi, par la suite, aux mesures de Spinhirne et al. (1998) et plus précisément aux mesures qu'ils ont réalisées sur un *jeune contrail*² dont l'âge exact n'est pas donné mais doit être de l'ordre de la demie-heure comme on pourra le vérifier dans le paragraphe 5.3.3. Dans notre échelle de temps, l'expression *jeune contrail* est mal appropriée et nous parlerons, par la suite, plutôt de *jeune cirrus* dont les principales caractéristiques sont rappelées dans le tableau 5.1

	jeune cirrus ($\sim 1/2 h$)
Dimension	1000x400 m^2 [horizontale x verticale]
Rayon moyen des particules de glace	7 μm
Nombre de particules par mètre de vol	2.6 $10^{12} m^{-1}$
Masse d'eau par mètre de vol	3.4 $kg m^{-1}$
Densité moyenne de particules de glace	2.6 $10^6 m^{-3}$

TAB. 5.1: Caractéristique d'un contrail de type jeune cirrus. Mesures de Spinhirne et al. (1998).

²expression employée par Spinhirne et al. (1998)

5.2 Modélisation de la turbulence atmosphérique

Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre précédent, les phénomènes responsables de la turbulence atmosphérique résident à des échelles bien plus grandes que les dimensions du sillage d'un avion dans sa phase de diffusion. Afin de résoudre au mieux l'évolution du contrail, il nous faut donc trouver une manière de synthétiser une turbulence qui aurait des caractéristiques semblables à celles que l'on a présentées dans le paragraphe précédent, c'est-à-dire un écoulement stationnaire turbulent avec des variances de l'ordre de celles proposées par Schumann et al. (1995) et Gerz and Holzapfel (1999) (voir équation 5.2 ou 5.5) et un spectre horizontal vérifiant une pente en $-5/3$ (*i.e.* $E_{k_h} = k_h^{-5/3}$).

La seule simulation de la phase de diffusion d'un contrail réalisée dans un champ turbulent stationnaire où les fluctuations du champ de vitesse sont maintenues, est, à ma connaissance, l'approche de Dörnbrack and Dürbeck (1998). Ils utilisent le déferlement d'ondes de gravité générées par un cisaillement de vent maintenu au-dessus d'une montagne. En effet, dès lors que la vitesse de phase des ondes de gravité est supérieure à la vitesse moyenne du cisaillement (*e.g.* altitude correspondant à une vitesse nulle) les ondes déferlent. Suivant leur méthode, nous avons essayé de modéliser un écoulement turbulent susceptible d'englober, sur toute sa hauteur, le contrail issu de la phase de dissipation (*i.e.* $h = 300\text{ m}$), mais les résultats n'ont pas été concluants. Le champ obtenu est fortement non homogène, et peu étendu suivant la verticale. Cette approche ne semble donc pas être un bon moyen pour générer un champ turbulent qui ait une signification statistique des conditions à l'altitude de vol. De plus, l'utilisation d'un relief nécessite une grille non cartésienne qui implique l'utilisation d'un solveur de pression de type résidu conjugué qui est nettement plus gourmand en temps *CPU* que l'inversion de matrice utilisée dans le cas cartésien.

En gardant l'idée du cisaillement pour maintenir les fluctuations du champ de vitesse, nous avons alors pensé à nous placer dans un écoulement instable ($Ri \sim 0.1$), mais en gardant une stratification typique de la tropopause ($N = 0.014\text{ s}^{-1}$), ce qui demanderait d'avoir un cisaillement très fort et complètement irréaliste ($S = 0.04\text{ s}^{-1}$). L'idée que nous avons alors exploitée est d'utiliser la capacité du code MesoNH à gérer des domaines imbriqués, afin de pouvoir intégrer simultanément deux domaines de même taille, même résolution, et possédant la même stratification où le premier domaine (domaine père) est

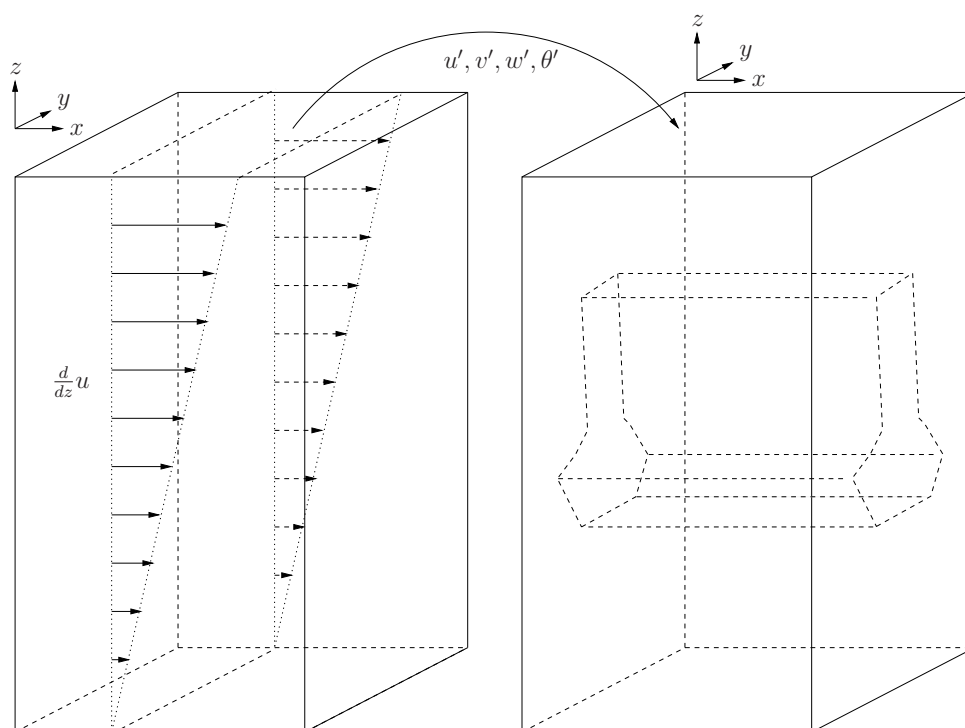


FIG. 5.2: Schéma de la configuration utilisée pour modéliser une turbulence atmosphérique synthétique. Le domaine père est à gauche et le domaine fils à droite.

considéré comme non physique avec un cisaillement de vent forcé suivant la direction x capable de maintenir des fluctuations (*i.e.* $S = 0.04 \text{ s}^{-1}$) et le deuxième domaine (domaine fils) sans cisaillement est forcé par les fluctuations du premier domaine (voir figure 5.2). Le choix de garder la même stratification dans les deux domaines tient à des raisons techniques visant à simplifier les communications. L'évolution du contrail est donc simulée uniquement dans le domaine fils où les fluctuations sont forcées aux valeurs désirées. Il faut noter, cependant, qu'avec ce type de forçage, on ne peut pas satisfaire, dans le domaine fils, le caractère isotrope de la turbulence suivant l'horizontale, car les fluctuations du domaine père sont fortement influencées par le cisaillement (élongation des tourbillons suivant la direction x , Kaltenback et al., 1994). Cependant, à terme, la turbulence finirait par homogénéiser le contrail suivant la direction de vol et, le point qui nous intéresse, en premier lieu, étant l'étalement du contrail suivant la direction transverse, et plus spécialement le rôle de la turbulence atmosphérique dans ce processus, nous avons donc décidé d'utiliser le domaine fils de telle sorte que l'on se restreint à l'étude de la

diffusion du contrail dans le plan transverse (plan yz). On prend alors comme condition initiale le sillage à $t = 320$ s moyenné suivant la direction de vol (axe x), et les termes de forçage du domaine fils sont principalement axés sur la vitesse transverse v et la température potentielle θ et sont donnés par

$$\partial_t v_{i,j,k} = \frac{1}{t_f} \left[v_{i,j,k} - \frac{\sqrt{v^2}^{th}}{v^{rms}|_{dad}} v_{i,j,k}|_{dad} \right], \quad (5.6)$$

$$\partial_t \theta_{i,j,k} = \frac{1}{t_f} \left[\theta_{i,j,k} - \frac{\sqrt{\theta^2}^{th}}{\theta^{rms}|_{dad}} \theta_{i,j,k}|_{dad} \right], \quad (5.7)$$

$$\partial_t w_{i,j,k} = \frac{1}{10. t_f} \left[w_{i,j,k} - \frac{\sqrt{w^2}^{th}}{w^{rms}|_{dad}} w_{i,j,k}|_{dad} \right], \quad (5.8)$$

$$\partial_t u_{i,j,k} = \frac{1}{100. t_f} \left[u_{i,j,k} - \frac{\sqrt{u^2}^{th}}{u^{rms}|_{dad}} u_{i,j,k}|_{dad} \right] \quad (5.9)$$

où, avec $\xi = (u, v, w, \theta)$, $\xi_{i,j,k}$ est une variable du domaine fils, $\xi_{i,j,k}|_{dad}$ son équivalent dans le domaine père, $\sqrt{\xi^2}^{th}$ la variance théorique, $\xi^{rms}|_{dad}$ la variance au temps t dans le domaine père et t_f le temps caractéristique de forçage que l'on choisit égal au pas de temps. Pour les valeurs des variances théoriques, on choisit celles proposées par Gerz and Holzapfel (1999)³ où l'on modifie néanmoins $\sqrt{u^2}$ pour tenir compte de la particularité de cette direction. En effet, vu que l'on ne s'intéresse pas à la diffusion suivant x , on pose $\sqrt{u^2} = 0 \text{ m s}^{-1}$. Cependant l'équation de continuité ($\nabla u = 0$) maintient la présence d'une vitesse axiale si bien que généralement $u^{rms}|_{son} \neq 0$.

Nous avons montré dans le paragraphe 4.2.2, qu'à partir de $t = 320$ s, la dynamique évanescence induite par le sillage génère des fluctuations de température potentielle inférieures à l'énergie potentielle atmosphérique. A partir de maintenant, on fait l'hypothèse de négliger cette dynamique, le contrail dans sa phase de diffusion est alors réduit aux seules variables microphysiques (ρ_i , p_p , et ρ_v) et une moyenne suivant la direction de vol est alors effectuée afin de conserver le nombre de particules et la masse de glace par mètre de vol.

³notre choix s'est porté sur les valeurs de Gerz and Holzapfel (1999) car Schumann et al. (1995) montrent que leurs mesures n'ont pas été effectuées dans une atmosphère turbulente soutenue. Ils observent en effet un taux de dissipation très faible, $\epsilon \sim 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$, au lieu d'une valeur typique pour la tropopause de $\epsilon \sim 10^{-5} - 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$.

L'initialisation du domaine père est effectuée de la même manière que dans les travaux de Kaltenback et al. (1994). Pour un cas correspondant à une stabilité équivalente ($Ri = 0.1$), on vérifie alors que l'on retrouve des fluctuations du champ de vitesse du même ordre de grandeur. Par la suite, nous nous intéresserons à la dynamique du domaine père, et la validation de nos choix se portera uniquement sur le bon comportement du domaine fils.

5.3 Première simulation du régime de diffusion

Pour des contraintes de temps, nous n'avons pu réaliser qu'une seule simulation de la phase de diffusion. Le choix et la mise au point de la communication entre les deux domaines père et fils ont en effet posé quelques problèmes techniques qui ont demandé un certain temps de réflexion. Ce paragraphe est donc seulement une validation de notre modèle de turbulence atmosphérique qui a pour but de montrer le bon fonctionnement du mécanisme ainsi que ses limites.

5.3.1 Configuration et condition initiale.

La configuration un peu particulière de la simulation de la phase de diffusion a déjà été introduite dans le paragraphe précédent. Ici nous allons donner des informations quantitatives (voir tableau 5.2) sur cette simulation que l'on dénommera *Turb* par la suite. Le domaine est choisi d'une longueur de $L_x = 500 \text{ m}$ pour permettre au cisaillement de vent de développer dans le domaine père des tourbillons d'une taille caractéristique de $\sim 100 \text{ m}$ correspondant à la taille typique attendue au niveau de la tropopause (Gerz and Holzapfel, 1999), et le cisaillement $S = 0.044 \text{ s}^{-1}$ est évalué de façon à obtenir un écoulement instable avec un nombre de Richardson, $Ri = 0.1$. De plus, le domaine possède des dimensions transverses $L_y \times L_z = 4 \times 1.5 \text{ km}^2$ telles que l'on puisse résoudre l'étalement du sillage dans le champ lointain (Dürbeck and Gerz, 1996). Des conditions aux limites périodiques sont appliquées dans les deux directions horizontales et des conditions de type *rigid lid* suivant la verticale. On suppose que le domaine est assez haut pour que l'effet des parois soit négligeable sur la dynamique à l'altitude du contrail. On utilise une grille cartésienne homogène et isotrope de 10 m de résolution. L'échelle de Kolmo-

Symbole	valeur	Paramètre
dt	0.1 s	pas de temps
dx, dy, dz	10 m	résolution
L_x, L_y, L_z	500x4,000x1,500 m	taille du domaine
$\sqrt{u^2}$	0. m s ⁻¹	variance de la vitesse axiale forcée
$\sqrt{v^2}$	0.38 m s ⁻¹	variance de la vitesse transverse forcée
$\sqrt{w^2}$	0.21 m s ⁻¹	variance de la vitesse verticale forcée
$\sqrt{\theta^2}$	0.1 K ⁻¹	variance de la température potentielle forcée
N	1.4 10 ⁻² s	fréquence de Brunt-Väisälä
$N_p^{m vol}$	1.54 10 ¹² m ⁻¹	nombre de particules par mètre de vol
r_p	3.7 μm	rayon des particules de glace
$M_g^{m vol.}$	0.4 kg m ⁻¹	masse de glace par mètre de vol
RH_a	130 %	humidité relative à l'altitude de vol

TAB. 5.2: Liste des paramètres de la condition initiale de la simulation *Turb* concernant l'étude de la phase de diffusion.

gorof $\eta = (\frac{\epsilon^3}{\nu})^{1/4}$ de l'écoulement atmosphérique est de l'ordre de $\eta \sim 10^{-3}$ - 10^{-2} m pour $\epsilon = 10^{-5}$ - 10^{-4} m s⁻³ et $\nu = 10^{-5}$ m²s⁻¹. En choisissant une résolution de 10 m, on laisse alors trois à quatre ordres de grandeur à résoudre par le schéma LES, ce qui correspond à une utilisation courante pour le modèle MesoNH. Un pas de temps $dt = 0.1$ s est utilisé afin de respecter la condition de *CFL* dans le domaine père (un pas de temps plus grand pourrait être choisi pour le domaine fils, mais pour des raisons de simplicité le même pas a été sélectionné dans les deux domaines).

D'un point de vue dynamique, on conserve la même stratification que dans les simulations précédentes $N = 0.014$ s⁻¹, et le forçage des fluctuations des champs de vitesse et de température potentielle, modélisant une atmosphère turbulente, est imposé par les équations (5.6)-(5.9). Pour ce qui est de la microphysique, le champ initial correspond à une moyenne axiale de la distribution de glace obtenue à la fin de la simulation *Big* à $t = 320$ s. Les principales caractéristiques en sont alors : un nombre de particules par mètre de vol de $N_p = 1.5 \cdot 10^{12}$ m⁻¹ (valeur constante tout au long de l'évolution du contrail), une masse de glace par mètre de vol de $M_g^{m vol.} = 0.4$ kg m⁻¹ et un rayon

moyen des particules de glace de $r_p = 3.7 \mu m$. Les profils de température, de pression et d'humidité relative sont conservés par rapport à la simulation *Big*, si bien que l'on a toujours une humidité relative de $RH_a = 130\%$ à l'altitude de vol.

Dans un souci de simplicité, dans cette première simulation, les modules de sédimentation et de chaleur latente n'ont pas été activés.

En terme numérique, la simulation *Turb* compte 3(x2) millions de points. Elle a été réalisée sur le *NEC-SX8* de météo France avec un temps *CPU* de 160 *h* et une mémoire de 6.8 *Giga*.

5.3.2 Validation de la dynamique

Le milieu atmosphérique que l'on cherche à modéliser est un écoulement stationnaire turbulent avec des variances de l'ordre de celles proposées par Gerz and Holzapfel (1999), avec une taille caractéristique des tourbillons de l'ordre de $l = 100 m$, un spectre horizontal vérifiant une pente en $-5/3$ (*i.e.* $E_{k_h} = k_h^{-5/3}$), un taux de dissipation correspondant à un environnement faiblement à moyennement turbulent $\epsilon = 10^{-5}-10^{-4} m^2 s^{-3}$ et un comportement relativement homogène au niveau du contrail.

La figure 5.3,a montre l'évolution de l'énergie cinétique $E_k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ et de l'énergie potentielle $E_p = \frac{1}{2}\theta'^2$ au cours de la simulation *Turb*. Malgré une légère augmentation de l'énergie potentielle, l'écoulement montre néanmoins un comportement stationnaire satisfaisant. N'ayant pas activé le module de chaleur latente, le système est adiabatique, et l'augmentation d'énergie que l'on observe vient donc sûrement d'une dérive dans le terme de production, c'est-à-dire dans les termes de forçages provenant du domaine père. A ce jour, nous n'avons pas d'explication plus détaillée. Cependant on peut considérer que cette augmentation est négligeable. Elle représente en effet 10% de l'énergie potentielle, qui correspond, quant à elle, à la moitié de l'énergie cinétique.

Sur ce dernier point, Lindborg (2006) observe un rapport $\frac{E_k}{E_p} \sim 4$, mais avec une vitesse horizontale de l'ordre de $v \sim 3 m s^{-1}$ supérieure d'un ordre de grandeur à notre valeur (figure 5.4) et une stratification légèrement plus forte, $N = 0.02 s^{-1}$. Le comportement de la dynamique du domaine fils apparaît donc cohérent avec les résultats de Lindborg

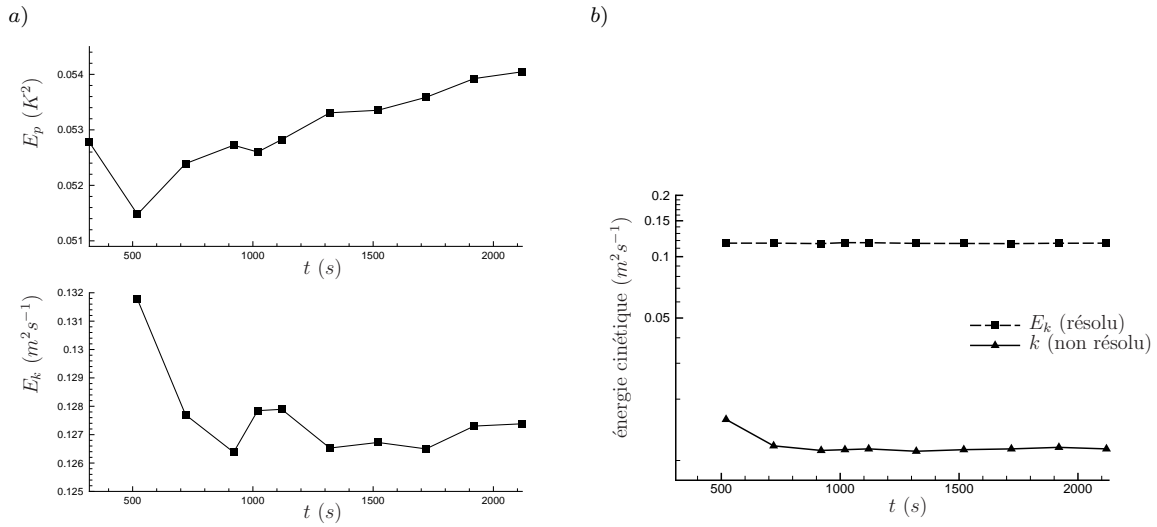


FIG. 5.3: Les séries temporelles de l'énergie cinétique E_k et de l'énergie potentielle E_p sont représentées à gauche (a). A droite (b), on montre la répartition entre énergie cinétique résolue et non résolue.

(2006) même si le forçage turbulent est différent. Il faut noter également, sur la figure 5.4, que l'on retrouve bien les valeurs des fluctuations que l'on a forcées, avec une variance de la vitesse axiale non nulle, ceci étant dû au balancement de l'équation de continuité.

La figure 5.3,b montre la répartition de l'énergie cinétique entre sa part résolue et sa part non résolue (*i.e.* le schéma LES, voir chapitre 2). Quand cela n'est pas précisé, le terme énergie cinétique rassemble les deux composantes. Ici on fait la distinction afin de s'intéresser au rôle du schéma de LES. On vérifie ainsi que la dynamique de sous maille observe également un comportement stationnaire et compte pour 10% de l'énergie cinétique résolue. La part de la dynamique non résolue reste donc dans des proportions convenables ce qui satisfait l'un des critères de Pope (2004) sur le bon fonctionnement d'un schéma LES ($\frac{k}{k+E_k} < 0.2$).

Intéressons nous maintenant au spectre de l'énergie cinétique. Les figures 5.5,a et b montrent les spectres de E_k et E_p suivant les trois directions à $t = 520$ s. On observe alors un régime inertiel bien marqué suivant la direction x , et difficilement identifiable suivant les deux autres axes. On retrouve ici un comportement semblable aux résultats de Kaltenback et al. (1994) qui notent également que leur schéma LES est moins performant dans les directions transverses que dans l'axe du cisaillement. En effet, la structure du

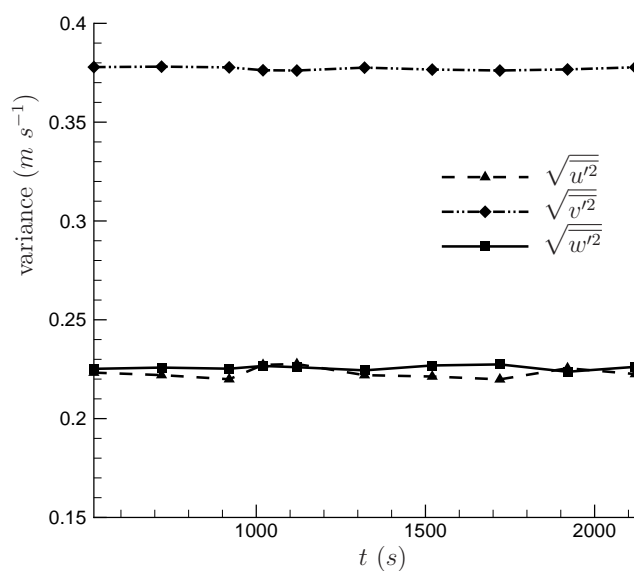


FIG. 5.4: Série temporelle des variances du champ de vitesse.

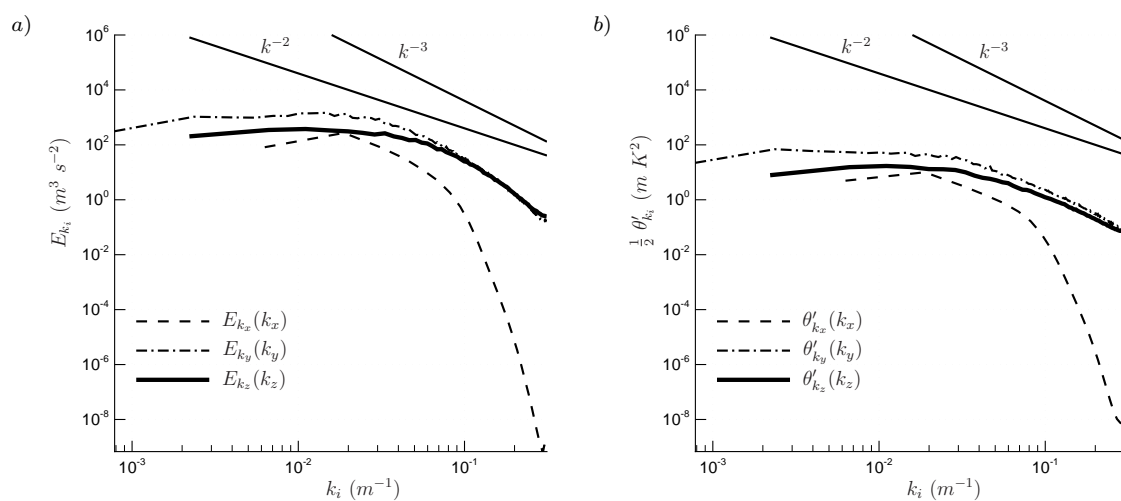


FIG. 5.5: Spectre de l'énergie cinétique E_{k_i} (a) et de l'énergie potentielle θ'_{k_i} (b) suivant les trois directions $i = x, y,$ et z à $t = 520$ s.

champ turbulent reste identique dans les deux domaines, seule l'intensité des fluctuations est altérée dans le domaine fils. Une explication qualitative serait que la production de tourbillons se faisant essentiellement dans la direction du cisaillement, la dissipation de l'énergie suivant x est alors aidée par la redistribution d'énergie induite par le terme d'advection. Par contre, dans les deux autres directions, le seul terme puits est la dissipation. Une résolution plus forte dans le plan transverse serait alors nécessaire.

En terme de pente des spectres (figure 5.5), on retrouve également des résultats semblables à ceux de Kaltenback et al. (1994), qui sont assez éloignés de la pente $-5/3$ que l'on cherchait à modéliser. Néanmoins, on reste dans des valeurs qualitativement acceptables entre -2 et -3 , dont on se contentera par la suite. Il faut noter également que les spectres de la figure 5.5 sont stationnaires (non montré). De cette discussion sur la forme des spectres, on retiendra que l'on a pu identifier un régime inertiel soutenu, ce qui nous permet de considérer que nous avons atteint un régime turbulent bien établi, même si la résolution homogène de $10 m$ que l'on utilise ne semble pas être suffisante pour résoudre correctement tout le spectre dans les trois directions.

De plus, on peut également vérifier que l'on a bien un régime de dissipation car la longueur d'Ozmidov L_O reste bien supérieure à la longueur de Kolmogorof $L_K = (\frac{\nu_t^3}{\epsilon})^{1/4}$ de notre modèle (avec ν_t la viscosité turbulente). On a en effet

$$\frac{L_O}{L_K} = \frac{(\epsilon/N^3)^{1/2}}{(\nu_t^3/\epsilon)^{1/4}} = \frac{\bar{k}^{15/16} dx^{3/8}}{N^{3/2}} \sim 30, \quad (5.10)$$

où \bar{k} est l'énergie cinétique moyenne. On vérifie ainsi la condition nécessaire de Stillinger et al. (1983) ($L_O/L_K > 10$) pour l'établissement d'une turbulence active.

Tout ceci nous permet donc de justifier le calcul d'un taux de dissipation ϵ , qui est estimé par des considérations d'échelle dans le modèle de sous maille. En effet, vu que l'on est dans un régime turbulent établi, le taux de dissipation est théoriquement le même au-dessus et au-dessous de la coupure du schéma LES. On a ainsi

$$\epsilon = \frac{\bar{k}^{3/2}}{dx}, \quad (5.11)$$

où \bar{k} est l'énergie cinétique turbulente moyenne. Pour $\bar{k} = 10^{-2} m^2 s^{-2}$ (figure 5.3) et

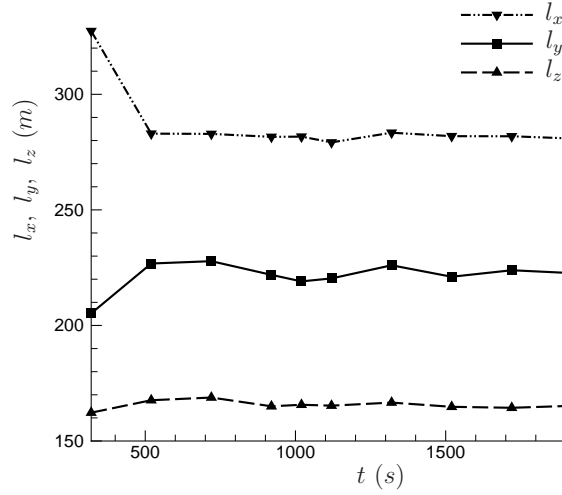


FIG. 5.6: Série temporelle de la longueur moyenne des tourbillons de plus forte énergie, suivant les trois directions x , y , et z .

$dx = 10 \text{ m}$, on a donc $\epsilon = 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$, ce qui correspond à une valeur physiquement acceptable caractérisant une atmosphère moyennement turbulente.

A partir des spectres de la figure 5.5, on peut estimer la taille caractéristique des tourbillons les plus énergétiques. On définit alors dans chaque direction une longueur caractéristique comme étant

$$l_\xi = 2\pi \frac{\int_{k_\xi} E_{k_\xi} dk_\xi}{\int_{k_\xi} k_\xi E_{k_\xi} dk_\xi} \quad (5.12)$$

où $\xi = x, y, z$. L'évolution temporelle de l_x, l_y , et l_z est alors reportée sur la figure 5.6. On constate encore une fois le bon comportement stationnaire de notre champ turbulent, ainsi que son caractère fortement anisotrope $l_x > l_y > l_z$. On a ainsi $\bar{l}_x = 280 \text{ m}$, $\bar{l}_y = 225 \text{ m}$ et $\bar{l}_z = 165 \text{ m}$ qui sont de l'ordre de grandeur de la valeur utilisée par Gerz and Holzapfel (1999), pour rappel $l \sim 100 \text{ m}$. Le confinement suivant la verticale (*i.e.* $l_y > l_z$) s'explique par le fait que l'on soit dans un milieu stratifié, et l'allongement suivant la direction x (*i.e.* $l_x > l_y$) est causé par la production d'énergie induite par le cisaillement (Kaltenback et al., 1994).

En comparaison avec les travaux de Schumann et al. (1995) et Dürbeck and Gerz (1996),

afin de poursuivre la validation de notre champ turbulent, il est également intéressant d'évaluer des coefficients de diffusion de type panache gaussien. Un modèle de panache gaussien est un modèle analytique qui donne l'étalement d'un panache en fonction du temps pour un coefficient de diffusion turbulent donné D . Dans une approche 1-D, si σ est l'écart-type de notre panache de densité

$$n(x, t) = \tilde{n}(t) e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2(t)}},$$

la résolution de l'équation de diffusion ($\partial_t n = D \partial_x^2 n$), donne

$$\sigma(t) = \sqrt{2Dt}.$$

En évaluant D a posteriori en fonction de l'évolution de $\sigma(t)$ donné par notre modèle, on peut donc estimer un coefficient de diffusion effectif dans les 2 directions y et z . La figure 5.7 montre ainsi l'évolution de σ_y^2 et σ_z^2 évalués à partir de fits de gaussien réalisés sur les profils moyens transverse et vertical de la densité de particules n_p au cours de la simulation *Turb*. On constate alors que l'on obtient des coefficients de diffusion similaires à ceux établis par Schumann et al. (1995), à savoir $D_y = 15 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et $D_z \sim 0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Il faut noter que la diffusion suivant la direction transverse met un certain temps (1300 s) avant de suivre une évolution de type panache gaussien. Ce décalage est certainement dû à l'adaptation de la distribution initiale provenant de la simulation *Big* car, comme on l'a montré précédemment, le champ turbulent possède un comportement stationnaire tout au long de la simulation *Turb*.

On a donc montré, dans ce paragraphe, que le champ turbulent que l'on a créé dans le domaine fils satisfait de manière générale les caractéristiques types de la turbulence atmosphérique de la tropopause. Il reste tout de même à en vérifier l'homogénéité, ce que l'on fera dans le paragraphe suivant, en s'intéressant au champ de supersaturation à l'altitude du contrail. Dans le modèle que l'on a mis au point, le problème de la décroissance des spectres est tout de même quelque peu mal résolu, et l'état fortement anisotrope de l'écoulement (cisaillement + stratification) ne facilite pas la tâche. Il pourrait être intéressant d'améliorer le forçage du domaine père en utilisant, à la place d'un cisaillement de vent, un bruit blanc isotrope avec un temps de rappel adéquat (Lindborg, 2006). Un tel modèle permettrait, en plus, de conserver la dynamique 3-D de la simulation *Big*.

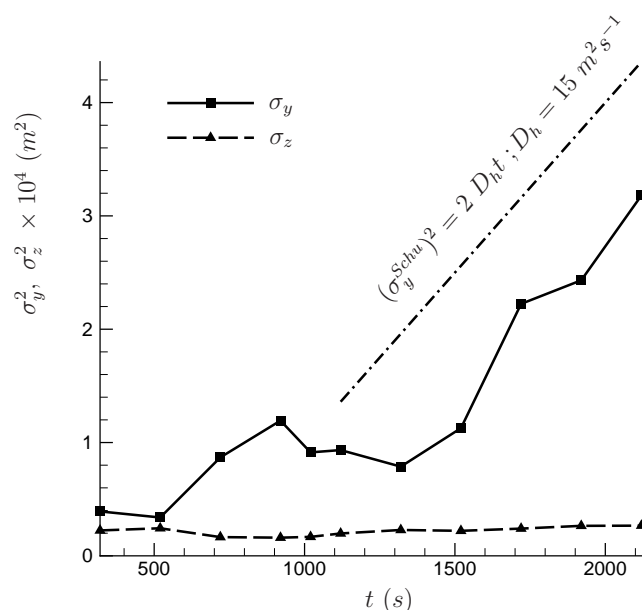


FIG. 5.7: Série temporelle de la largeur du sillage modélisé par l'écart-type d'une gaussienne, pour une comparaison avec le coefficient de diffusion horizontal proposé par Schumann et al. (1995).

5.3.3 Comportement microphysique d'un contrail dans le champ lointain

Nous allons maintenant nous intéresser au comportement de la glace et de son interaction avec la turbulence atmosphérique. En comparaison avec l'étude de la phase de vortex du chapitre 4, le couplage dynamique-microphysique du régime de diffusion est nettement plus simple. En effet les particules de glace sont maintenant advectées dans un champ turbulent anisotrope qui force essentiellement une diffusion horizontale (Schumann et al., 1995). Dans ce paragraphe, nous donnerons tout d'abord une description générale de l'évolution de la distribution des particules de glace sur les 1800 secondes la simulation *Turb*, puis nous comparerons nos résultats avec les mesures de Spinhirne et al. (1998) et Schröder et al. (2000). Finalement, nous évaluerons un temps caractéristique de dilution.

Description générale

Les figures 5.8 et 5.9 montrent l'évolution de la densité de particules et de la densité de glace. Ces deux quantités transportées par notre schéma microphysique définissent complètement la distribution de glace dans notre modèle de type *bulk*. On remarque ainsi que, d'un côté, la turbulence diffuse les particules et diminue leur densité moyenne, et que d'un autre côté, elle produit un mélange avec le milieu ambiant supersaturé qui favorise la condensation de la glace, si bien qu'il y a une augmentation de la densité de glace. Ce mélange et la condensation qui en résulte, sont également bien mis en valeur par l'évolution du champ de supersaturation des figures 5.10 et 5.11. On observe qu'au cours de la simulation *Turb*, la turbulence génère un champ ambiant homogène avec une supersaturation moyenne constante à l'altitude du contrail de $s_I \sim 0.3$. Il y a alors apport de vapeur d'eau dans le sillage qui, lui, reste près de la saturation au fur et à mesure qu'il se diffuse.

Pour continuer cette description de la phase de diffusion, on a reporté sur la figure 5.12 l'évolution du rayon r_p des particules de glace, diagnostisé à l'aide de la donnée de la densité de particules n_p et de la densité de glace ρ_i . Les forts gradients qui apparaissent montrent la limite de notre approche *bulk*. L'ajout d'un moment supplémentaire pour définir la distribution de glace (*e.g.* transport du rayon moyen) semble nécessaire dès lors que le mélange est contrôlé par la turbulence atmosphérique (turbulence soutenue) et non plus par l'effondrement du système de vortex initial (régime de transition vers la turbulence). Néanmoins, le schéma dans sa version actuelle donne déjà une idée de la distribution spatiale des particules. On constate ainsi que le passage à un régime de turbulence atmosphérique tend à homogénéiser le sillage et on ne peut plus distinguer les anciens premier et second sillages de la phase de vortex. La différence entre les particules se positionne maintenant essentiellement sur le fait qu'elles soient à l'intérieur du sillage ou sur les bords, là où le mélange est plus fort. Il faut noter que dans la simulation *Turb* le module de sédimentation n'a pas été activé. Dans une prochaine simulation avec sédimentation, on devrait alors pouvoir observer la chute des grosses particules, ce qui favoriserait la condensation des particules situées au centre du contrail, là où la densité est plus forte. Mais, dans un premier temps, intéressons nous à la comparaison des résultats de la simulation *Turb* avec des mesures expérimentales.

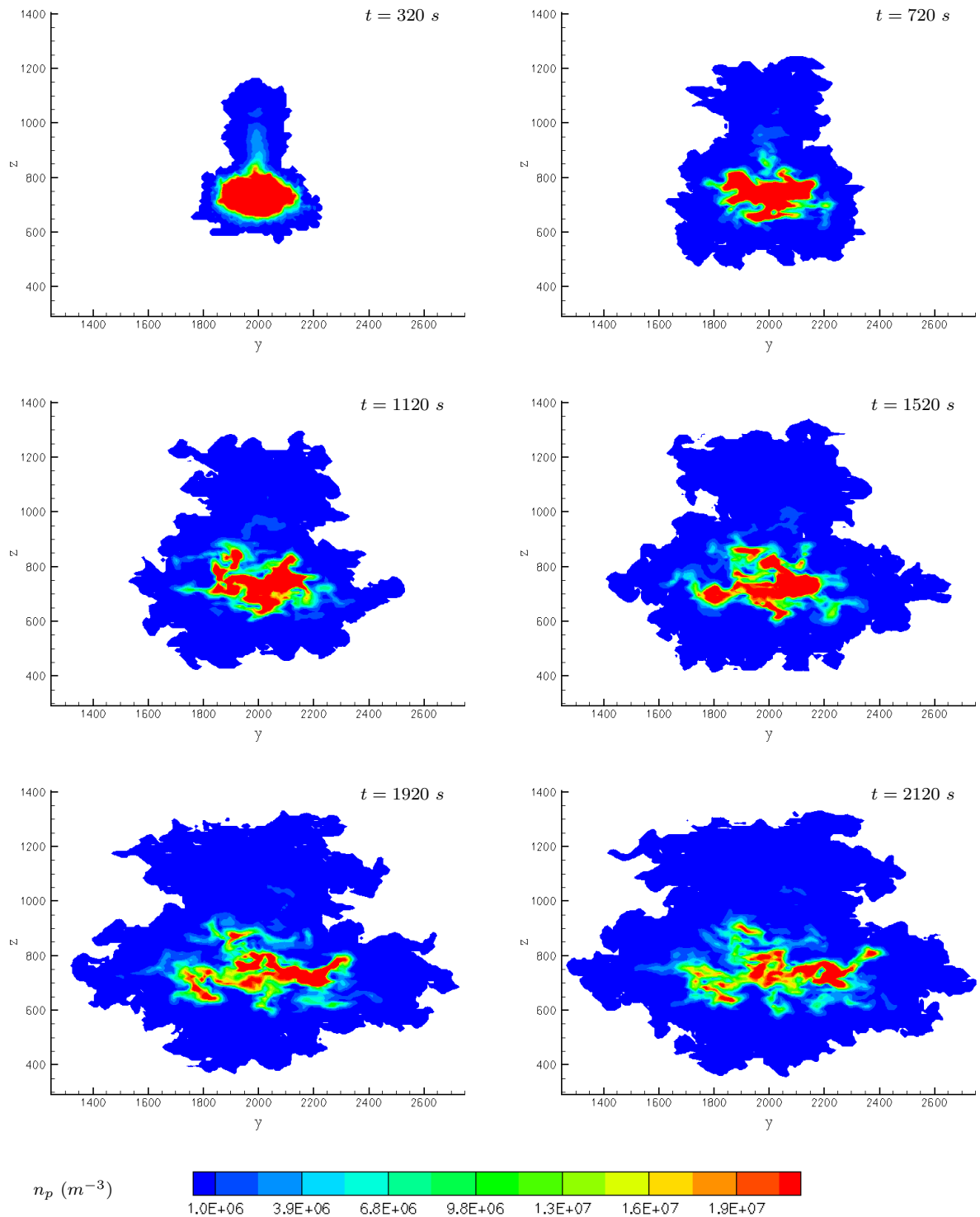


FIG. 5.8: Evolution de la densité de particules pour une coupe transverse donnée ($x = 250$ m).

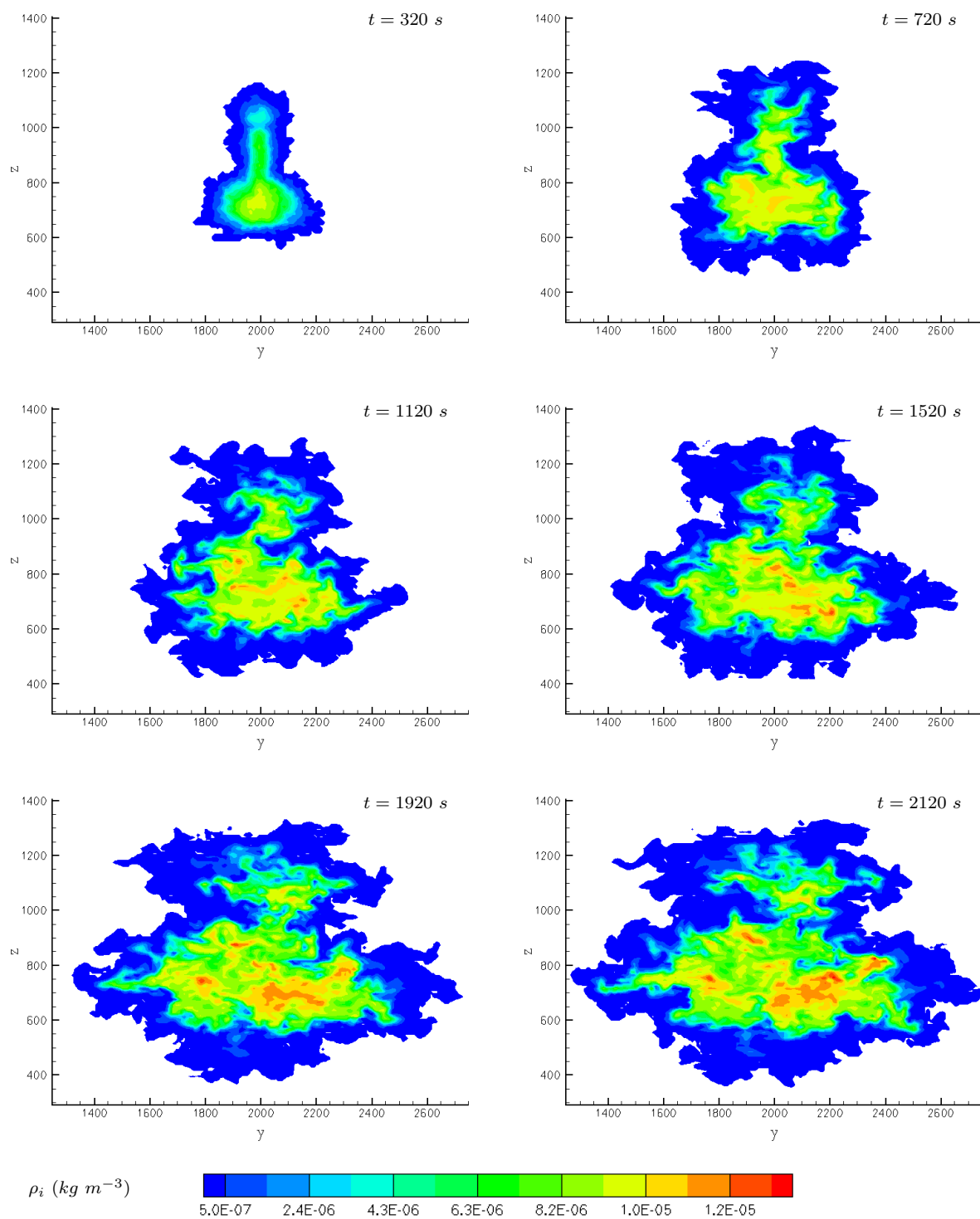


FIG. 5.9: Evolution de la densité de glace pour une coupe transverse donnée ($x = 250 \text{ m}$).

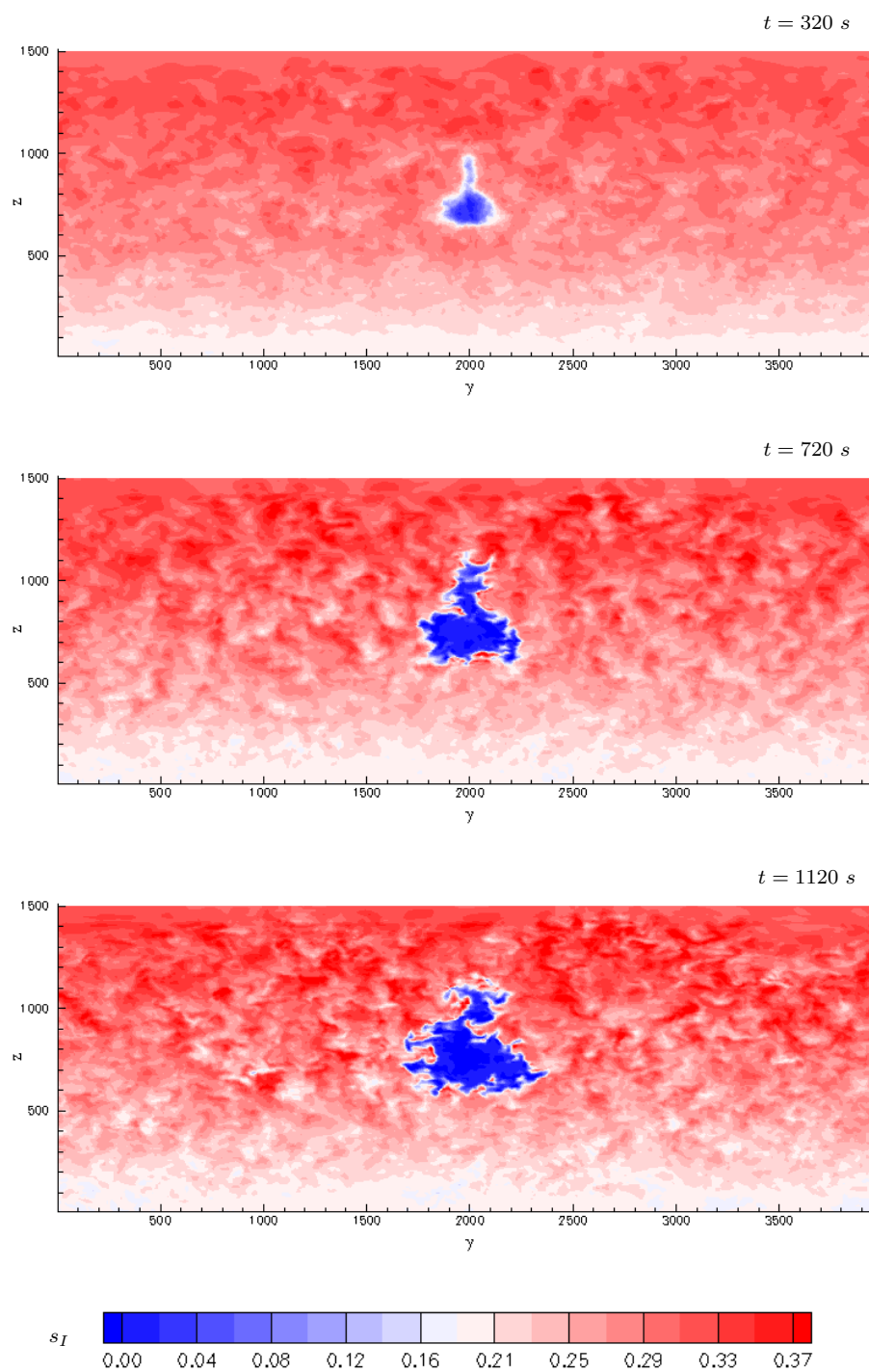


FIG. 5.10: Evolution du champ de supersaturation sur tout le domaine transverse pour $x = 250$ m.

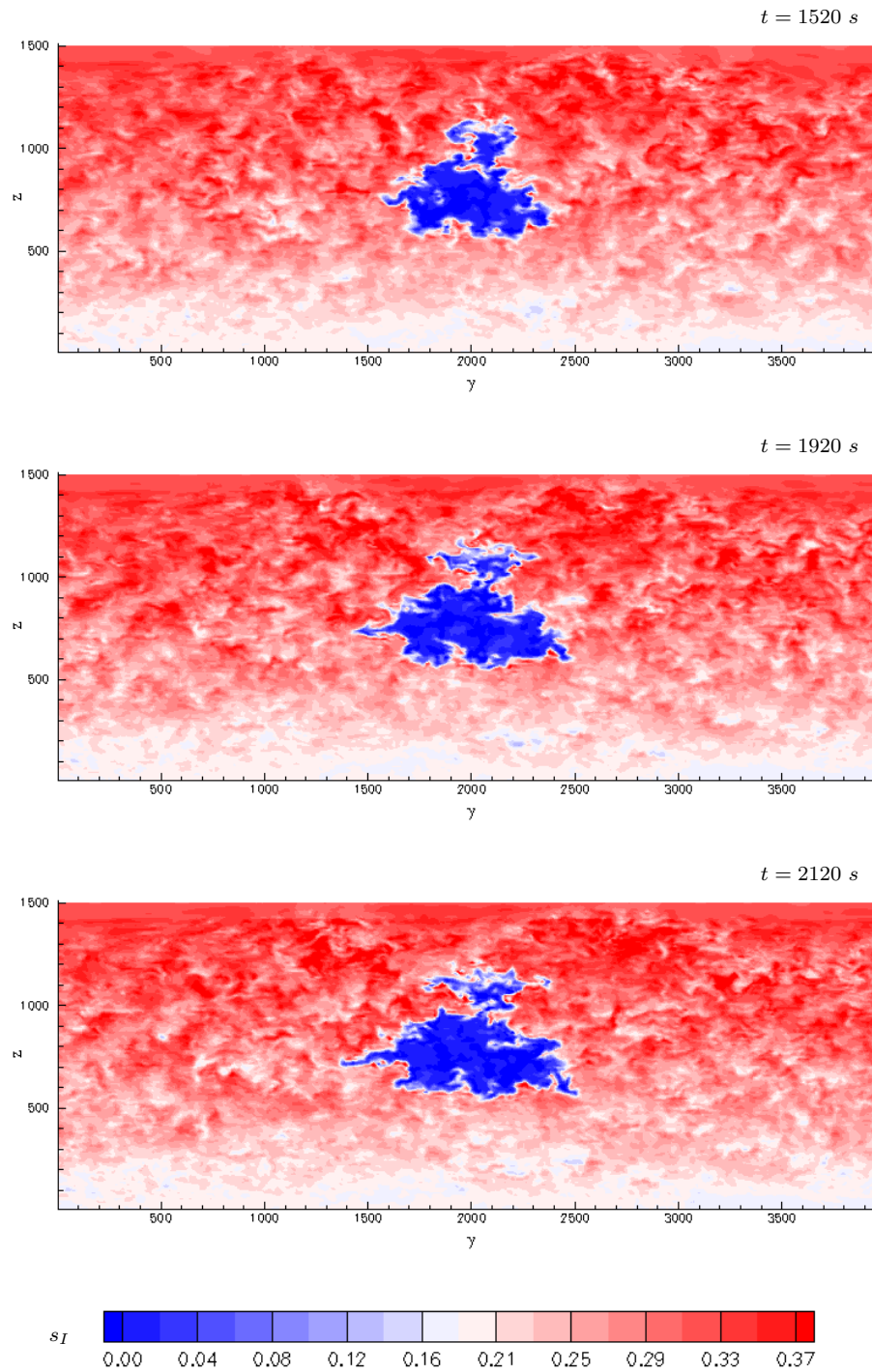


FIG. 5.11: Evolution du champ de supersaturation sur tout le domaine transverse pour $x = 250 \text{ m}$ (suite de la figure 5.10).

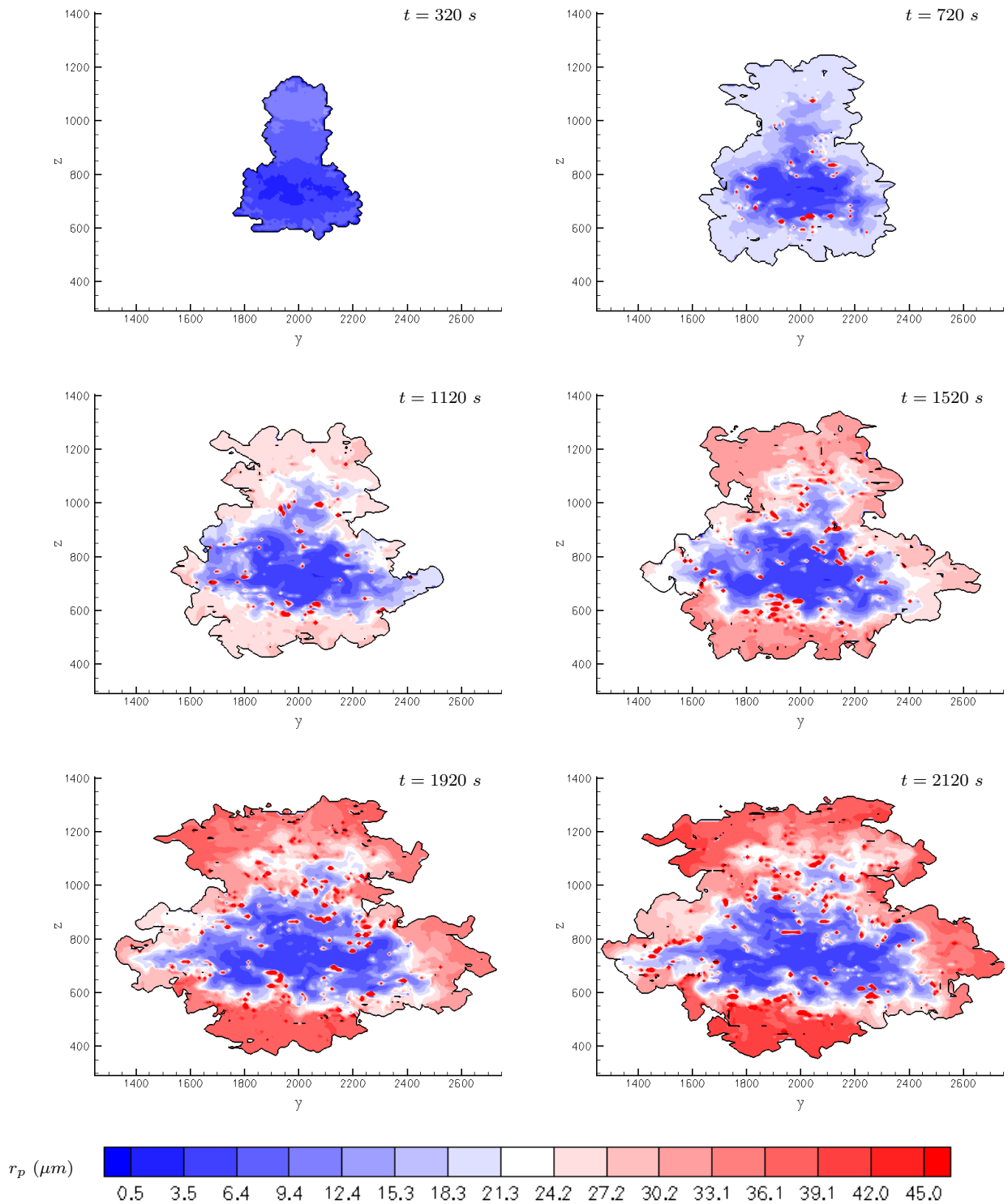


FIG. 5.12: Evolution du rayon moyen des particules de glace pour une coupe transverse donnée ($x = 250$ m).

Comparaison avec des mesures

La figure 5.13 montre l'évolution temporelle de différentes grandeurs caractéristiques du comportement de la distribution de glace sur l'ensemble des 2120 secondes des deux simulations *Big* et *Turb*. A première vue, lors de la transition entre les deux simulations à $t = 320$ s, on remarque qu'on ne conserve pas la continuité des grandeurs locales comme la densité moyenne de particules \bar{n}_p , le rayon moyen \bar{r}_p , ou encore l'épaisseur optique moyenne $\bar{\tau}$. Par contre, comme on l'avait précisé au paragraphe 5.2, la masse de glace par mètre de vol $M_g^{m\ vol}$ est bien continue (figure 5.13,c). Le problème de raccord entre les deux simulations est dû à la discontinuité de l'air transverse du sillage. On n'en conserve effectivement que la moyenne axiale et les quantités locales comme la densité de particules, sont alors modifiées par le passage au régime de diffusion (baisse d'un facteur 2 de la valeur moyenne de la densité de particules). Cependant comme on l'a déjà précisé, on a fait l'hypothèse, qu'à terme, la turbulence atmosphérique aurait agit dans ce sens (homogénéisation axiale du contrail), et l'on a choisi de s'intéresser plus particulièrement à l'expansion transverse du contrail. Moyennant cette simplification, on observe donc, tout de même, une bonne correspondance entre les différentes grandeurs de la figure 5.13, et les mesures de Spinhirne et al. (1998) (tableau 5.3). Ces auteurs ne précisent pas l'âge du contrail sur lequel ils ont effectué les mesures, mais il paraît fort probable que celui-ci ne soit que légèrement plus vieux que celui de la fin de la simulation *Turb*. En effet, à $t = 2120$ s, on obtient un contrail qui a une densité moyenne légèrement plus forte et une masse de glace un petit peu plus faible. Le comportement de la simulation est donc satisfaisant, seule la hauteur du contrail semble surestimée. On retrouve ici le point que l'on avait déjà soulevé, dans le chapitre précédent, sur le problème lié à notre forçage turbulent qui favoriserait l'étalement vertical du sillage pendant la phase de vortex (voir paragraphe 4.1.2).

Il est également intéressant de continuer la comparaison que l'on a déjà entreprise dans les chapitres précédents avec les mesures de Schröder et al. (2000) portant sur l'évolution de la densité de probabilité de présence (*pdf*) du rayon des particules de glace (voir figures 1.9 et 4.43). La figure 5.14 montre ainsi la *pdf* du rayon des particules aux temps $t = 320, 920, 2120$ s de la simulation *Tub*. On constate alors qu'au bout de $t = 2120$ s = 35 min, on trouve une gamme de rayon équivalente à celle mesurée par Schröder et al.

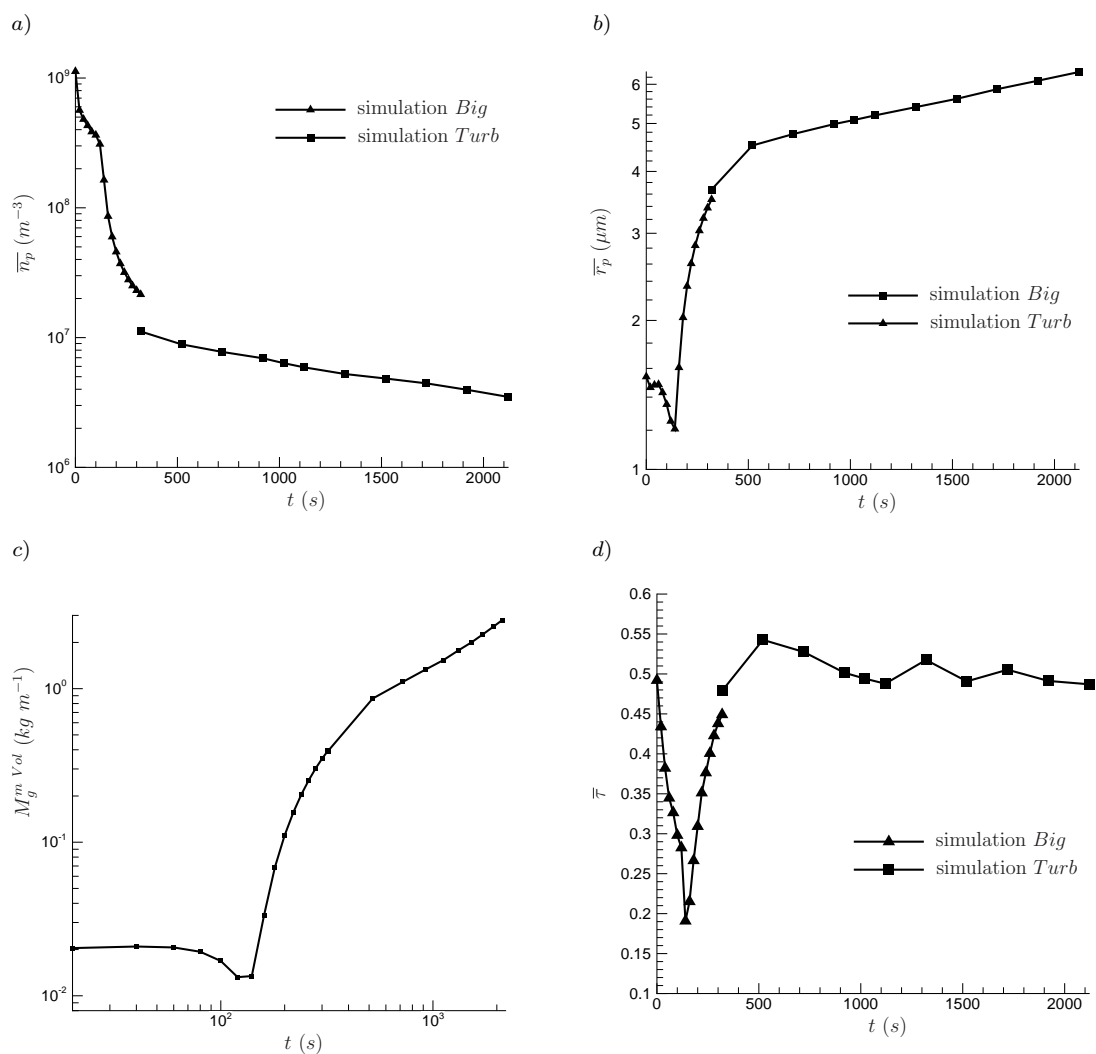


FIG. 5.13: Série temporelle de la densité moyenne des particules de glace (a), du rayon moyen des particules de glace (b), de la masse totale de glace par mètre de vol (c), et de l'épaisseur optique moyenne (d) sur l'ensemble des deux simulations *Big* et *Turb* entre $t = 0$ s et 2120 s.

	jeune cirrus mesuré par Spinhirne et al. (1998)	simulation <i>Turb</i> à $t = 2120$ s
Dimension (m^2) [horizontale x verticale]	1000x400	950x630
Rayon moyen des particules de glace (r_p μm)	7	6.3
Nombre de particules par mètre de vol ($N_p^{m\ vol} \times 10^{12} m^{-1}$)	2.6	1.52
Masse d'eau par mètre de vol ($M_g^{m\ vol} kg m^{-1}$)	3.4	2.8
Densité moyenne de particules de glace ($n_p \times 10^6 m^{-3}$)	2.6	3.7

TAB. 5.3: Comparaison entre des mesures effectuées par Spinhirne et al. (1998) sur un contrail de type jeune cirrus et le contrail obtenu à la fin de la simulation *Turb* à $t = 320$ s. Les dimensions du contrail à $t = 2120$ s sont évaluées, de telle manière, que l'intérieur du sillage est défini par une valeur critique de l'épaisseur optique $\tau > 0.05$ (Jensen et al., 1998)

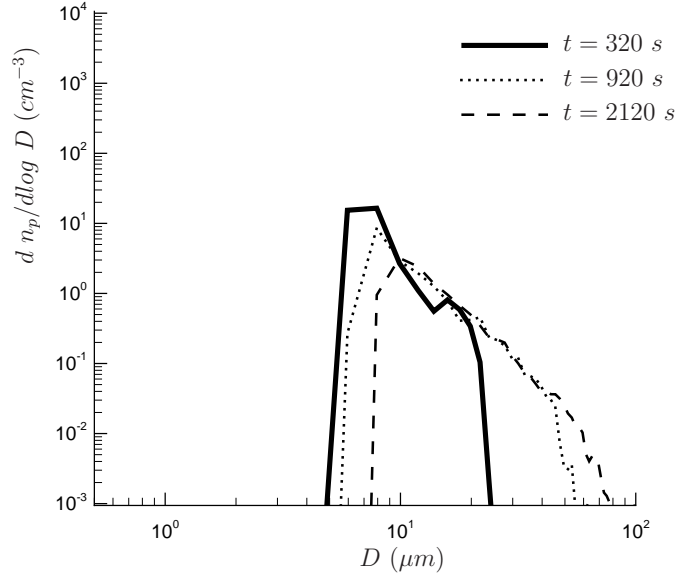


FIG. 5.14: Densité de probabilité de présence des particules de glace en fonction de leurs diamètres $D = 2 r_p$ pour la simulation *Turb*.

(2000) à un temps similaire ($t > 30 \text{ min}$, cas *U*) mais avec une probabilité plus faible d'un ordre de grandeur. Contrairement aux comparaisons que l'on a pu faire entre ces mesures et les résultats de la simulation *Big*, où l'on avait un rayon moyen plus important à cause d'une humidité relative plus forte, on a maintenant, dans le champ lointain, des particules de tailles similaires ($r_p = D/2 \sim 5 \mu\text{m}$). Cependant, le cas *U* de Schröder et al. (2000) ne possède pas une humidité relative définie, et il se pourrait donc bien qu'il corresponde à un cas fortement supersaturé comme celui que l'on a simulé (*i.e.* $RH_a = 130 \%$). Le problème de l'intensité de la *pdf* reste, quant à lui, une question ouverte. Plusieurs explications peuvent être envisagées, comme l'augmentation de la section transverse que l'on a créée lors de l'initialisation de la simulation *Turb*, ou la surestimation de la descente des vortex (à moindre ampleur, ce problème d'intensité est en effet également observable sur la simulation *Big*).

Mises à part ces considérations, le comportement général du modèle dans le champ lointain est pleinement satisfaisant. Et au problème posé par Jensen et al. (1998) sur la capacité d'un contrail à conserver une épaisseur optique constante au cours de son évolution (figure 5.13,d) au dépend de sa diffusion (*i.e.* baisse de la densité moyenne de

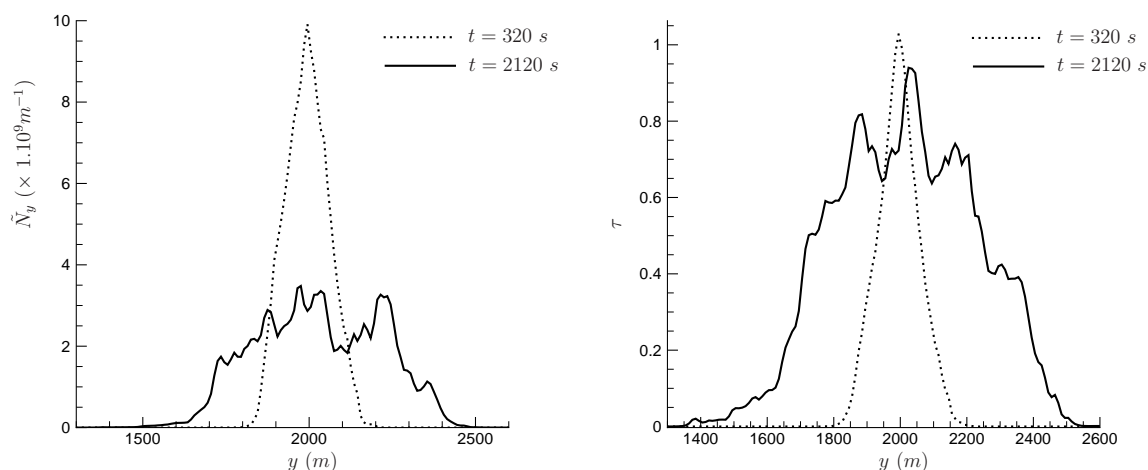


FIG. 5.15: Profil transverse du nombre de particules par mètre dans la direction transverse (gauche) et de l'épaisseur optique (droite) au début et à la fin de la simulation *Turb* à $t = 320$ et 2120 s.

particule, figure 5.13,a), on peut voir sur la figure 5.15 que la turbulence atmosphérique seule (sans sédimentation et sans forçage radiatif) est suffisante sur un laps de temps de 35 *min* pour expliquer ce phénomène. Ce résultat demanderait, cependant, à être plus détaillé avec, par exemple, une simulation de la phase de diffusion sans forçage atmosphérique, c'est-à-dire un mélange uniquement contraint par la turbulence évanescence induite par l'effondrement de la structure de vortex.

Calcul d'un temps caractéristique de dilution

Pour finir notre étude sur l'évolution d'un contrail dans le champ lointain, il est intéressant d'estimer un temps caractéristique de dilution T qui pourrait être utilisé dans des paramétrisations visant à modéliser la dilution des espèces chimiques émises par un avion afin d'étudier, à terme, l'impact du trafic aérien sur la variabilité climatique. D'un point de vue *chimique*, un contrail peut être vu comme une source qui possède un certain temps de dilution dépendant des conditions atmosphériques mais aussi des non-linéarités des réactions chimiques qui se produisent au sein même du sillage. Ici, afin de présenter cette paramétrisation et le rôle du temps de dilution, on va se restreindre au problème d'une

espèce x inerte émise par l'avion⁴ comme le CO_2 , dans des conditions atmosphériques données. On décide de suivre l'évolution du rapport de mélange r_x en faisant la différence entre la partie correspondant au milieu ambiant (r_x^a), et la partie provenant du sillage (r_x^p). En se plaçant dans un modèle de grande échelle, l'évolution du rapport de mélange de l'espèce x peut alors être définie par

$$\frac{d}{dt}(r_x^a + r_x^p) = \text{Source}(r_x^p). \quad (5.13)$$

Pour tenir compte, à ces échelles, de la dilution du sillage, on introduit un traceur passif f qui correspond à un fuel *effectif* qui relâche dans le milieu ambiant l'espèce x avec un temps caractéristique T physiquement relié à la dilution du sillage. On a donc

$$\begin{aligned} r_x^p &= EI^x r_f, \\ \frac{d}{dt} r_f &= -\frac{1}{T} r_f + \text{Source}(r_f) \end{aligned}$$

où EI^x est l'indice d'émission de l'espèce x , donnée tabulée par type de moteur. L'équation (5.13) devient alors

$$\frac{d}{dt} r_f = -\frac{1}{T} r_f + \text{Source}(r_f), \quad (5.14)$$

$$\frac{d}{dt} r_x^a = \frac{EI^x}{T} r_f. \quad (5.15)$$

Pour fermer ce système, il reste à déterminer le temps de dilution T .

En se basant sur les simulations que nous avons réalisées jusqu'à maintenant, nous pouvons estimer un temps de dilution à partir des variations de volume du sillage qui représentent une mesure de sa dilution dans le milieu ambiant. En traçant les variations de l'inverse de la section transverse moyenne \bar{A}^x (domaine quasi homogène suivant l'axe), on peut alors calculer un temps caractéristique asymptotique t^{dil} tel que $\frac{1}{\bar{A}} = e^{-t/t^{dil}}$ (figure 5.16). En utilisant plusieurs définitions de l'air transverse ou encore en se limitant aux variations de la largeur du contrail définie par sa longueur optique, on trouve un temps caractéristique $t^{dil} \sim 20 \text{ min}$. On considère que le sillage est complètement dilué

⁴voir Paoli et al. (2008) pour plus de détails, notamment sur le problème de la prise en compte des espèces non émises comme l'ozone.

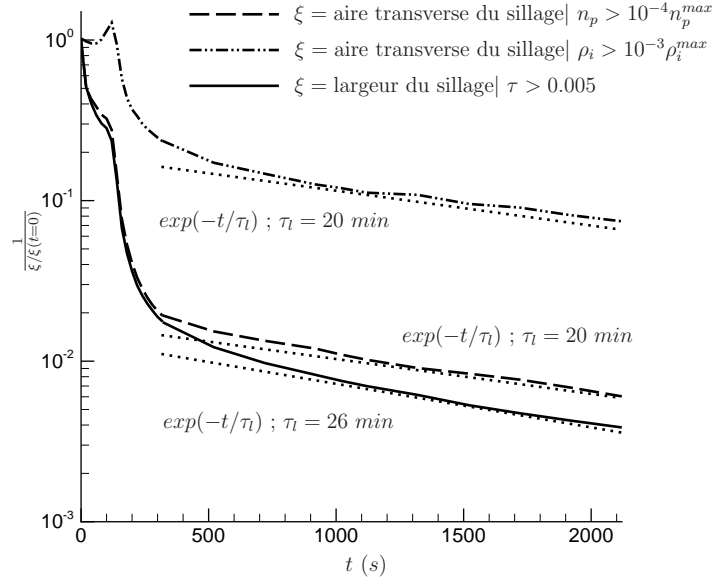


FIG. 5.16: Visualisation de l'évolution temporelle de différentes grandeurs en vue de définir un temps caractéristique de dilution.

dés lors qu'il a atteint une dilution d'un facteur 10^3 . La dilution due à la phase de vortex ($t < 320$ s) ne compte alors que pour 10% de la dilution totale (figure 5.16) et on a donc fait l'hypothèse de la négliger dans le calcul de t^{dil} . Le temps T , correspondant au temps de vie du sillage (dilution d'un facteur 10^3), peut donc finalement être estimé à partir de t^{dil} , ce qui donne

$$T = 2.3 h.$$

Cette valeur ne représente qu'un premier ordre de grandeur du temps de vie d'un contrail. En effet, des phénomènes comme les non-linéarités de la chimie de l'ozone (prise en compte, dans le contrail, de la chimie des espèces non émises par l'avion), l'intensité de la turbulence atmosphérique ou la présence d'un cisaillement de vent peuvent certainement influencer la dilution du contrail.

5.4 Synthèse

L'étude de la phase de diffusion que l'on a proposée dans ce chapitre constitue, à ma connaissance, la première simulation réaliste (distribution de glace issue de la phase de vortex) avec un couplage dynamique-microphysique de la dégénérescence d'un contrail en nuage de type jeune cirrus. Pour l'instant nous n'avons pu que valider le modèle de turbulence synthétique que nous avons mis au point, et de nombreux tests demandent maintenant à être effectués. En effet, il serait intéressant de pouvoir quantifier la sensibilité de l'évolution du contrail par rapport

- à l'intensité de la turbulence (*i.e.* intensité des fluctuations du champ de vitesse et/ou de température potentielle),
- à un cisaillement de vent dans le plan transverse,
- à la forme du sillage au début de la phase de dissipation (la forme usuellement utilisée dans la littérature est une gaussienne (Schumann et al., 1995))

ou encore, dans un futur plus lointain, par rapport au type de forçage (*i.e.* utilisation d'un bruit blanc à la place du cisaillement de vent dans le domaine père).

Conclusion

This thesis was motivated by the general concern of the environmental and climatic impact of air traffic emissions. In this context, the main goal of the study can be summarised as follows : (i) to develop a model for the simulation of the contrail evolution from its formation up to its interaction with the atmosphere ; (ii) to quantify coefficients of the parameterizations that are needed to include the aircraft emissions into large scale models ; and (iii) to predict the distribution of ice particles inside a contrail for the evaluation of its radiative impact. These objectives were achieved by carrying out numerical simulations using the MesoNH model coupled with a microphysical scheme specifically developed for this issue.

The dynamics of a contrail is controlled by the aircraft wake vortices during the initial phase of its evolution, and by the atmospheric processes in the late regime. In this study, we focused on the contrail behavior between 20 *s* and 30 *min* after emission time, *i.e.* from the formation of ice particles (end of the jet-vortex interaction) to the time when the radiative forcing on the dynamics is no longer negligible. During this period, the wake evolves through a wide range of scales, from ~ 50 *m* for the early phases (vortex and dissipation regime) to ~ 1 *km* when atmospheric processes dominate (diffusion regime). Thus, a simulation strategy based on two successive steps have been developed, with a first simulation until vortex break down ($t < 320$ *s*), followed by a second one modeling the interaction between the contrail and the atmosphere up to a contrail age of 30 *min*.

To our knowledge, current available measurements performed during the vortex regime are not sufficiently accurate to completely validate our model. However indirect validation of our simulations has been done by comparisons with previous modeling

works reported within the literature. Our modeling approach, that uses a forcing of the Crow instability, gives results in agreement with previous published works, though slightly overestimating the vortex descent, and the vertical spreading of the contrail. Nevertheless, the simulations of the vortex and dissipation regimes recover the main dynamical characteristics of the aircraft wake (*i.e.* formation of vortex ring, linear growth of the short and long wavelength instabilities, formation of a secondary wake induced by the baroclinic torque), and give an ice particles behavior consistent with the measurements performed on young contrails. Based on these results, we point out the competition between the short and long wavelength instabilities in the formation of the vortex ring, and the importance of the vertical distribution of ice particles at the end of the vortex regime. Finally, we obtain the spatial distribution of ice particles for a contrail aged of 320 s that can be used as initial condition for the following simulation of the diffusion regime.

The challenge of the diffusion regime is to model the atmospheric processes that affect the contrail evolution, such as wind shear, radiative forcing, and atmospheric turbulence. Previous works in the literature studied the impact of wind shear and radiative forcing on the contrail behavior, but less emphasis was placed on atmospheric turbulence. We therefore developed a new strategy to simulate a synthetic turbulent flow that has the same integral properties as the measured turbulence at the tropopause level. To our knowledge, our study constitutes the first simulation of the diffusion regime with an early transition of a contrail into young cirrus. For this regime there are more experimental data, and the numerical results reproduce quite well the measurements. We simulate a contrail aged of 30 *min* which has cross-sectional dimensions of the same order of magnitude than the observations, with similar ice mass per meter of flight and similar mean size of ice particles. In this case with moderate atmospheric turbulence, the contrail has a life time of about $T = 2.3$ hours.

In the future, it would be very interesting to quantify the sensitivity of the contrail evolution to the strength of the atmospheric turbulence, and to continue the simulation in the far-field regime until the complete transformation into cirrus cloud is reached. At this stage, it could be possible to evaluate the optical thickness and the radiative forcing of a contrail expanding at the scales of the global climate model. Another perspective for our study would be to implement a module of kinetic chemistry to simulate the non-

linearities of the ozone chemistry in the wake. The coefficients of the aircraft emissions parameterization in GCM should then be improved, and in particular the role of the heterogeneous chemistry acting on the ice particles.

Table des figures

1	Radiative forcing of the aircraft traffic for the year 2000 from Sausen et al. (2005).	10
2	Picture of an aircraft at cruise altitude in ambient high humidity. @airliner.net	11
3	Picture of spreading contrails.	12
1.1	[Extract from Gerz et al. (1998)]	17
1.2	[Extract from Gerz et al. (1998)]	20
1.3	Schematic view of the jet and vortex regimes with typical values for the case of a <i>B747</i>	21
1.4	[Extract from Gerz et al. (1998)]	22
1.5	[Extract from Gerz et al. (1998)]	23
1.6	Schematic view of the diffusion regimes with typical values for the case of a <i>B747</i> . Right and left panels are 2-D views of the aircraft wake, over longitudinal and cross axial plan, respectively. The numbers 1, 2, and 3 refer to the group of particles discussed in section 1.1.3 and 1.1.4.	24
1.7	Picture taken from Atlas et al. (2006). There are four contrails (1-4) and probably a fifth at different ages. The line 1 is the youngest contrail with a lifetime of 20 <i>min</i> , and line 2 is 2 <i>h</i> old. The author does not give any age for the others contrails, but obviously they are older.	25

1.8	Description of the contrail evolution based on the reference works from the literature. The upper table shows the main dynamical characteristic of each regime while, at the bottom, details of dedicated numerical simulation are gathered.	26
1.9	[Extract from Schröder et al. (2000)]	27
1.10	Sketched of the integrated process of simulation domain from small scale to mesoscale.	30
2.1	Schéma de la maille de MesoNH en version 1-D.	50
3.1	Vue schématique du régime de jet. A noter que les longueurs ne sont pas à l'échelle.	59
3.2	Coupe transverse de la densité de particules n_p (ligne discontinue) et du rayon moyen r_p (ligne continue) à l'altitude de vol à $t = 0$	60
3.3	Profil vertical de la pression (a), de la température (b), et de la supersaturation par rapport à la glace (c) pour notre condition de référence à $t = 0$	61
3.4	[Extrait de Robins and Delisi (1998)]. Les échelles de temps et de distance sont adimensionnées. Dans le cas d'un B747 à l'altitude de croisière, on a $T = t/T_0$ avec $T_0 = 23.4 s$ et $H = h/b_0$ avec $b_0 = 47 m$	66
3.5	Evolution de la descente des vortex h (gauche) et de leur espacement b (droite) pour la simulation de référence 2-D.	67
3.6	Evolution de la descente des vortex h (gauche) et de leur espacement b (droite) pour différentes résolutions : simulations $R\{2, 3, 5, 6\}$	68
3.7	Evolution de la descente des vortex h (gauche) et de leur espacement b (droite) pour différentes stratifications : simulations $St\{1,2\}$	69

3.8	Iso-contours de vorticit�� �� $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et $100 s$. Les valeurs des iso-contours sont comprises entre -0.3 et $0.3 s^{-1}$, et les valeurs n��gatives sont repr��sent��es par des lignes discontinues. Les extremums sont localis��s au centre de chaque vortex et varient pendant les $100 s$ de simulation entre $ 4.4 $ et $ 3.9 s^{-1}$	70
3.9	Evolution du champ de temp��rature �� $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et $100 s$ pour la simulation de r��f��rence.	71
3.10	Evolution de la temp��rature moyenne dans le premier et second sillage sur les $100 s$ de la simulation de r��f��rence.	72
3.11	Evolution de la diff��rence entre les deux champs de temp��rature T_c (recalcul��e) et T (<i>r��elle</i>) �� $t = 10, 50,$ et $100 s$	73
3.12	Localisation du premier et du second sillage.	74
3.13	Etude de sensibilit�� de la r��solution sur le transport des particules de glace. Le panneau de droite montre l'��volution du nombre de particules autour des vortex, dans le reste du premier sillage, et dans le second sillage pour le cas de r��f��rence. Le panneau de droite montre la variation au cours du temps du nombre de particules autour des vortex pour 3 r��solutions diff��rentes $dy = dz = 0.5, 1, 2 m$ (simulations <i>R1, Ref</i> et <i>R4</i>).	75
3.14	Evolution de la densit�� moyenne des particules dans le sillage entier sur $100 s$ de simulation pour un ��cart type de la distribution spatiale des particules $\sigma_p = 2.5,$ et $4.6 m$ pour une r��solution de $1 m$ (simulations <i>D2, Ref</i>) et une r��solution de $0.5 m$ (simulations <i>D1, R1</i>).	76
3.15	Evolution du champ de supersaturation �� $t = 0, 20, 40, 60, 80,$ et $100 s$	79
3.16	Evolution de la densit�� de glace �� $t = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90,$ et $100 s$	80

3.17	Evolution de la masse de glace (échelle logarithmique) dans le premier (gauche) et second (droite) sillage pour différentes humidités relatives. Le panneau du centre représente les variations de la masse de glace dans le premier sillage par rapport à $t = 0$	81
3.18	Evolution du pourcentage de la masse de glace dans le premier (gauche) et le second (droite) sillage pour 2 valeurs du nombre de particules par mètre de vol $N_p^{m\ vol} = 2.3 \cdot 10^{11}$, et $1.0 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-1}$	83
3.19	Evolution du rayon des particules de glace à $t = 0, 20, 40, 60, 80$, et 100 s	84
3.20	Evolution du rayon des particules de glace autour des vortex, dans le reste du premier sillage et dans le second sillage pour le cas de la simulation de référence.	85
3.21	Probabilité de densité de présence des particules de glace en fonction de leurs diamètres D	85
4.1	Isosurface du critère λ_2 ($\lambda_2 = -0.05$) à $t = 20, 100, 120$, et 140 s pour la simulation de référence.	94
4.2	Spectre de l'énergie cinétique moyenne suivant l'axe E_k à $t = 20, 60, 100$, et 140 s	96
4.3	Séries temporelles des modes de courte (SW) et longue (LW) longueur d'onde de la simulation de référence, et les comportements attendus en fonction des taux de croissance théoriques σ_{SW} et σ_{LW}	97
4.4	Série temporelle du rayon du noyau des vortex pour les deux configurations 2-D, et 3-D.	98
4.5	Spectre de la position des vortex ξ_1 (gauche) et ξ_2 (droite) à $t = 20, 60, 100$, et 140 s pour la simulation $N0$	102
4.6	Séries temporelles des modes de courte (SW) et longue (LW) longueur d'onde de la simulation $N0$, et les comportements attendus en fonction des taux de croissance théoriques σ_{SW} et σ_{LW}	103

4.7	Spectre de la position des vortex ξ_1 (gauche) et ξ_2 (droite) à $t = 20, 60, 100$, et 140 s pour la simulation <i>Ref.</i>	103
4.8	idem figure 4.7 avec le temps $t = 120$ s en plus.	104
4.9	Séries temporelles des modes de courte (à droite) et longue (à gauche) longueur d'onde pour la simulation <i>Ref.</i> , et les comportements attendus en fonction des taux de croissance théoriques corrigés σ_{SW} et σ_{LW}	104
4.10	Mise en évidence du comportement du torque barocline pour la simulation de référence. <i>a)</i> vue en perspective à $t = 80$ s des isosurfaces de vorticit� de vortex de gauche pour $\omega = -2.8$ s^{-1} (noyau, en noir sur la figure) et $\omega = 0.06$ s^{-1} (structure en forme de c�tes, en gris sur la figure); <i>b)</i> vue en perspective � $t = 100$ s des isosurfaces du crit�re λ_2 pour $\lambda_2 = -2$ (noyau, noir) et $\lambda_2 = -0.1$ (structure en forme de stries, gris); <i>c)</i> vue en perspective � $t = 120$ s des isosurfaces du crit�re λ_2 pour $\lambda_2 = -2$ (noyau, noir) et $\lambda_2 = -0.3$ (structure en forme de stries, gris)	106
4.11	S�rie temporelle de la circulation autour de chaque vortex. La circulation est calcul�e de la m�me mani�re que pour la figure 6 de Holzapfel et al. (2001).	107
4.12	Suite de la figure 4.11, c. On montre ici l'effondrement de la structure de vortex pour la simulation de r�f�rence, avec les vues en perspective � $t = 120$ s (<i>a</i>) et � $t = 140$ s (<i>b</i>) de l'isosurface du crit�re λ_2 pour $\lambda_2 = -2$. 107	
4.13	Isosurface du crit�re $\lambda_2 = -0.7$ � $t = 120$ s pour la simulation de r�f�rence. Le panel b est un zoom du panel a sur un plan transverse xz . La grille du domaine est montr�e pour le plan m�dian xz	108
4.14	[Extrait de Gerz and Holzapfel (1999)]. S�rie temporelle de variables issues de l'�volution de la phase de vortex et de jet, pour le cas <i>A</i> de l'�tude de Gerz and Holzapfel (1999). Les variables repr�sent�es sont les maximums de vitesse u, v, w (ms^{-1}), le minimum des fluctuations de pression $p(< 0)$ (10 Pa), la descente des vortex h (10 m), et le maximum des fluctuations de temp�rature absolue T (K).	110

- 4.15 Série temporelle de la descente des vortex h (m), du maximum des vitesses $u_{max}, v_{max}, w_{max}$ (ms^{-1}), du minimum des fluctuations de pression $p(< 0)$ (10 Pa), et du maximum des fluctuations de température absolue T (K) pour les deux simulations a) *Ref*, et b) *Cr2*. 110
- 4.16 Isosurface du critère $\lambda_2 = -0.3$ à $t = 120$, et 140 s pour les simulations *Ref* (a), *Cr1* (b), et *Cr2* (c). 112
- 4.17 Isosurface du critère $\lambda_2 = -1$ à $t = 100$, et 120 s pour la simulation de *Ref* (a), la simulation *Cr1* (b), et la simulation *Cr2* (c). 114
- 4.18 Isocontours de la vorticité axiale $\omega_x = \partial_y w - \partial_z v$ à $t = 80, 100, 120$, et 140 s pour la simulation de référence. Les isocontours rouges (bleus) correspondent à $\omega_x = +1(-1)s^{-1}$ 117
- 4.19 Isocontours du terme $\partial_y \frac{1}{\theta}$ avec les isolignes de la vorticité axiale $\omega_x = \partial_y w - \partial_z v$ à $t = 60, 80, 100$, et 120 s pour la simulation de référence en $x = 200$ m là où les deux vortex se rapprochent. Les isolignes sont comprises entre -0.5 et $0.5 s^{-1}$, et sont en pointillés si $\omega_x < 0$. A $t = 120$ s, afin de mettre en évidence le terme source de vorticité dans le second sillage, seul ce dernier est montré. 118
- 4.20 Isosurface du critère $\lambda_2 = -0.3$ et isocontours de la vorticité verticale $\omega_z = \partial_x v - \partial_y u$ à $t = 80, 100, 120$, et 140 s pour la simulation de référence. Les isocontours rouges (bleus) correspondent à $\omega_z = +1(-1)s^{-1}$ 119
- 4.21 A gauche : Isocontours de la vitesse verticale w dans le second sillage entre 0 et $2 ms^{-1}$ à $t = 120$ s pour la simulation de référence. A droite : Isocontours de la vorticité pour le même temps de la même simulation, avec en rouge (bleu) $\omega_x > 0$ (< 0). En A, on peut observer deux nappes de vorticité contra-rotative descendante, et en B deux nappes de vorticité contra-rotative cette fois-ci ascendante. A la hauteur du point C, on remarque également la génération d'une onde de gravité (voir aussi figure 4.22). 120

- 4.22 En haut (a) : même vue que pour la figure 4.21 avec les isocontours de la dérivée transverse de la vitesse verticale $\partial_y w$ dans le second sillage entre -1 et 1 ms^{-1} à $t = 100 \text{ s}$ et $t = 120 \text{ s}$ pour la simulation de référence. En bas (b) : isocontours de la dérivée transverse de la vitesse verticale $\partial_y w$ pour le cas de la simulation de référence de la configuration 2-D à $t = 100 \text{ s}$. 121
- 4.23 Profil vertical de la densité de particules et de la masse de glace à l'endroit où la distance entre les vortex est la plus faible (centre) et à l'opposé, là où elle est la plus forte (anneau) à $t = 100 \text{ s}$ pour la simulation *Ref* du cas 2-D (a), et $t = 100, 120,$ et 140 s pour la simulation *Ref* du cas 3-D(b). . 123
- 4.24 Série temporelle du nombre de particules par mètre de vol dans le premier sillage (gauche), et dans le second sillage (droite) pour la simulation de référence. 124
- 4.25 Coupe transverse du champ de supersaturation s_I à l'endroit où la distance entre les vortex est la plus faible (*i.e.* $x = 200 \text{ m}$; centre) et à l'opposé là où elle est la plus forte (*i.e.* $x = 0 \text{ m}$; anneau) pour la simulation de référence. 125
- 4.26 Vue en perspective de l'isosurface du critère $\lambda_2 = -1$ (position du sillage), et de l'isosurface de la supersaturation $s_I = 0.307$ pour la simulation de référence à $t = 0, 40, 80, 100, 120,$ et 140 s 126
- 4.27 Série temporelle de la masse de glace par mètre de vol pour le cas de la simulation de référence : répartition par sillage (a), et masse totale (b). . . 127
- 4.28 Vue en perspective de l'isosurface de densité de glace $\rho_i = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ pour la simulation de référence avec le rayon des particules affiché en surimposition à $t = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140 \text{ s}$. La valeur de la densité de glace $\rho_i = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ est située initialement sur les bords extérieurs du sillage, et son évolution nous informe donc sur le comportement global du contrail (premier et second sillage). On peut noter à $t = 140 \text{ s}$, que sur la même isosurface de densité de glace, les particules dans le haut du second sillage sont quatre fois plus grosses que celles qui sont localisées autour des vortex primaires. 129

- 4.29 Distribution du nombre de particules par mètre de vol dans le premier (haut) et le second (bas) sillage suivant l'axe de vol au temps $t = 40, 80, 120,$ et 140 s pour la simulation *Ref* (gauche) et *Cr2* (droite). 130
- 4.30 [Extrait de Lewellen and Lewellen (2001)] Série temporelle de la masse de glace (gauche) et de la densité de surface (droite) par mètre de vol pour $RH_a = 130\%$ (ligne continue), $RH_a = 120\%$ (poitillé court-long), $RH_a = 110\%$ (poitillé court), $RH_a = 102\%$ (poitillé long) pour deux types d'avion : quadri-réacteur *e.g.* *B747* (trait épais), et bi-réacteur *e.g.* *B737* (trait fin). 132
- 4.31 idem figure 4.30 pour le seul cas d'un quadri-réacteur pour les humidités relatives $RH_a = 84, 100.8, 109, 117,$ et 130% des simulations *RH1, RH2, RH3, RH4,* et *Ref* respectivement. 133
- 4.32 Vues 2-D de l'épaisseur optique intégrée sur la direction transverse (gauche) et la direction verticale (droite) à $t = 140$ s pour les simulations *Ref* (haut), *RH4* (milieu) et *RH3* (bas). 136
- 4.33 Série temporelle du maximum des vitesses $u_{max}, v_{max}, w_{max}$ (ms^{-1}), (gauche) et de la descente des vortex h (m) (droite), pour les deux simulations *Ref* et *Rx*. 139
- 4.34 Distribution du nombre de particules pour les deux simulation *Ref* et *Rx* là où les vortex sont le plus éloignés (anneau) et, à l'opposé, là où ils sont le plus proches (centre). 140
- 4.35 Série temporelle du maximum des vitesses $u_{max}, v_{max}, w_{max}$ (ms^{-1}), du minimum des fluctuations de pression $p(< 0)$ ($10 Pa$), la descente des vortex h (10 m), et le maximum des fluctuations de température absolue T (K) pour la simulation *Big*. 144
- 4.36 Coupe transverse de la température potentielle θ pour la simulation *Big* là où les vortex sont le plus proches (centre), et là où ils sont le plus éloignés (centre), pour les temps $t = 140, 220, 280,$ et 320 s. 145

4.37	Série temporelle de l'énergie potentielle E_p induite par la dynamique du sillage.	146
4.38	Série temporelle de la masse de glace par mètre de vol pour le cas de la simulation <i>Big</i> : répartition par sillage (<i>a</i>), et masse totale (<i>b</i>).	147
4.39	Série temporelle du pourcentage du nombre de particules par mètre de glace entraîné dans le second sillage pour la simulation <i>Big</i>	148
4.40	Distribution verticale du nombre de particules à $t = 320$ s pour la simulation <i>Big</i> dans les deux plans transverses là où les vortex sont le plus proches (centre), et là où ils sont le plus éloignés (anneau).	149
4.41	Vues 2-D de l'épaisseur optique τ intégrée sur la direction transverse (gauche) et la direction verticale (droite) à $t = 140, 200, 220,$ et 320 s pour la simulation <i>Big</i> (suite de la figure 4.32).	150
4.42	Photographie d'un contrail à un âge estimé entre 5 et 10 minutes dans une atmosphère visiblement fortement sur-saturée.	151
4.43	Densité de probabilité de présence des particules de glace en fonction de leurs diamètres $D = 2 r_p$ pour la simulation <i>Big</i>	151
4.44	Vue en perspective de l'isosurface de densité de glace $\rho_i = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ pour la simulation de référence avec le rayon des particules affiché en surimposition à $t = 140, 160, 220, 280, 320$ s. Cette figure est la suite de la figure 4.28 avec une valeur de ρ_i légèrement plus grande et un changement d'échelle pour le rayon des particules.	152
4.45	Coupes transverses en $x = 40$ m de la distribution spatiale du rayon des particules de glace r_p (gauche) et des fluctuations de températures $\Delta T = T - T^{Atmos}$ (droite) à $t = 320$ s pour la simulation <i>Big</i>	153
4.46	Distribution des vitesses de sédimentation en fonction du rayon des particules de glace évaluée avec deux approches différentes (dynamique des aérosols ou paramétrisation de Heymsfield and Iaquina (1999)) à $t = 320$ s pour la simulation <i>Big</i>	154

5.1	[Extrait de Nastrom and Gage (1985).]	158
5.2	Schéma de la configuration utilisée pour modéliser une turbulence atmosphérique synthétique. Le domaine père est à gauche et le domaine fils à droite.	163
5.3	Les séries temporelles de l'énergie cinétique E_k et de l'énergie potentielle E_p sont représentées à gauche (a). A droite (b), on montre la répartition entre énergie cinétique résolue et non résolue.	168
5.4	Série temporelle des variances du champ de vitesse.	169
5.5	Spectre de l'énergie cinétique E_{k_i} (a) et de l'énergie potentielle θ'_{k_i} (b) suivant les trois directions $i = x, y$, et z à $t = 520$ s.	169
5.6	Série temporelle de la longueur moyenne des tourbillons de plus forte énergie, suivant les trois directions x, y , et z .	171
5.7	Série temporelle de la largeur du sillage modélisé par l'écart-type d'une gaussienne, pour une comparaison avec le coefficient de diffusion horizontal proposé par Schumann et al. (1995).	173
5.8	Evolution de la densité de particules pour une coupe transverse donnée ($x = 250$ m).	175
5.9	Evolution de la densité de glace pour une coupe transverse donnée ($x = 250$ m).	176
5.10	Evolution du champ de supersaturation sur tout le domaine transverse pour $x = 250$ m.	177
5.11	Evolution du champ de supersaturation sur tout le domaine transverse pour $x = 250$ m (suite de la figure 5.10).	178
5.12	Evolution du rayon moyen des particules de glace pour une coupe transverse donnée ($x = 250$ m).	179

5.13	Série temporelle de la densité moyenne des particules de glace (<i>a</i>), du rayon moyen des particules de glace (<i>b</i>), de la masse totale de glace par mètre de vol (<i>c</i>), et de l'épaisseur optique moyenne (<i>d</i>) sur l'ensemble des deux simulations <i>Big</i> et <i>Tub</i> entre $t = 0$ s et 2120 s.	181
5.14	Densité de probabilité de présence des particules de glace en fonction de leurs diamètres $D = 2 r_p$ pour la simulation <i>Turb</i>	183
5.15	Profil transverse du nombre de particules par mètre dans la direction transverse (gauche) et de l'épaisseur optique (droite) au début et à la fin de la simulation <i>Turb</i> à $t = 320$ et 2120 s.	184
5.16	Visualisation de l'évolution temporelle de différentes grandeurs en vue de définir un temps caractéristique de dilution.	186

Bibliographie

- Applemann, H. : The formation of exhaust condensation trails by jet aircraft, *Bull. Amer. Meteorol.*, 34, 14–20, 1953.
- Atlas, D., Wang, Z., and Dupa, D. P. : Contrails to Cirrus - Morphology, Microphysics and radiative Properties, *J. Appl. Meteorol. Climatol.*, 45, 5–19, 2006.
- Birner, T. : Fine-scale structure of the extratropical tropopause region, *J. Geophys. Res.*, 111, 2006.
- Chlond, A. : Large Eddy simulation of Contrails, *J. Atmos. Sci.*, 55, 796–819, 1996.
- Crow, S. C. : Stability Theory for a Pair of Trailing Vortices, *AIAA J.*, 8, 2172–2179, 1970.
- Cuxart, J., Bougeault, P., and Redelsperger, J.-L. : A turbulence scheme allowing for mesoscale and large scale eddy simulations, *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 126, 1–30, 2000.
- Darracq, D., Corjon, A., Ducros, F., Keane, M., Buckton, D., and Redfern, M. : Simulation of wake vortex detection with airborne Doppler lidar, *J. Aircr.*, 37, 984–993, 2000.
- Dörnbrack, A. and Dürbeck, T. : Turbulent Dispersion of Aircraft Exhausts in Regions of Breaking Gravity Wave, *Atmospheric Environment*, 32, 3105–3112, 1998.
- Dürbeck, T. and Gerz, T. : Dispersion of aircraft exhausts in the free atmosphere, *J. Geophys. Res.*, 101, 26 007–26 016, 1996.
- Gal-Ghen, T. and Sommerville, R. C. J. : On the Use of Coordinate Transformation for the Solution of the Navier-Stokes Equations, *J. Comput. Phys.*, 17, 209–228, 1975.

- Garnier, F. and Baudouin, C. : Engine Emission alteration in the near field of an aircraft, *Atmos. Env.*, 31, 1767–1781, 1997.
- Garten, J. F., Arendt, S., Fritts, D. C., and Werne, J. : Dynamics of counter-rotating vortex pairs in stratified and sheared environments, *J. Fluid Mech.*, 361, 189–236, 1998.
- Garten, J. F., Werne, J., Fritts, D. C., and Arendt, S. : Direct numerical simulation of the Crow instability and subsequent vortex reconnection in a stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 426, 1–45, 2001.
- Gerz, T. and Ehret, T. : Wingtip Vortices and Exhausts Jet During the Jet Regime of Aircraft Wakes, *AeroSpace Sci. Techn.*, pp. 463–474, 1997.
- Gerz, T. and Holzappel, F. : Wing-Tip Vortices, Turbulence and the Distribution of Emissions, *AIAA J.*, 37, 1999.
- Gerz, T., Dürbeck, T., and Konopka, P. : Transport and effective diffusion of aircraft emissions, *J. Geophys. Res.*, 103, 25 905–25 914, 1998.
- Gierens, K. and Jensen, E. : A numerical study of the contrail-to-cirrus transition, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 4341–4344, 1998.
- Gierens, K. and Ström, L. : A Numerical Study of Aircraft Wake Induced Ice Cloud Formation, *J. Atmos. Sci.*, pp. 3253–3263, 1998.
- Heymsfield, A. J. and Iaquinta, J. : Cirrus Crystall Terminal Velocities, *J. Atmos. Sci.*, 57, 916–938, 1999.
- Heymsfield, A. J., Lawson, R. P., and Sachse, G. W. : Growth of ice crystals in a precipitating contrail, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1335–1338, 1998.
- Holzappel, F., Gerz, T., and Baumann, R. : The turbulent decay of trailing vortex pairs in stably stratified environments, *Aerosp. Sci. Technol.*, 5, 95–108, 2001.
- Jacquin, L. and Garnier, F. : On the dynamics of engine jets behind a transport aircraft, *AGARD-CP-584*, 1996.
- Jensen, E., Ackerman, A. S., Stevens, D. E., Tonn, O. B., and Minnis, P. : Spreading and growth of contrails in a sheared environment, *J. Geophys. Res.*, D24, 31 557–31 567, 1998.

- Jeong, J. and Hussain, F. : On the identification of a vortex, *J. Fluid Mech.*, 285, 69–94, 1995.
- Kaltenback, H.-J., Gerz, T., and Schumann, U. : Large-eddy simulation of homogeneous turbulence and diffusion in stably stratified shear flow, *J. Fluid Mech.*, 280, 1–40, 1994.
- Karcher, B. : The initial Composition of the Jet Condensation Trails, *J. Atmos. Sci.*, 73, 3066–3082, 1996.
- Koop, T., Luo, B., Tsalas, A., and Peter, T. : Water activity as the determinant for homogeneous ice nucleation in aqueous solutions, *Nature*, 406, 611–614, 2000.
- Lafore, J.-P., Stein, J., Asencio, N., Bougeault, P., Ducrocq, V., Duron, J., Fischer, C., Hérelil, P., Mascart, P., Masson, V., Pinty, J.-P., Redelsperger, J.-L., Richard, E., and de Arellano J., V.-G. : The Meso-NH Atmospheric Simulation System. Part I : adiabatic formulation and control simulations. Scientific objectives and experimental design, *Ann. Geophys.*, 16, 90–109, 1998.
- Laporte, F. and Corjon, A. : Direct numerical simulations of the elliptic instability of a vortex pair, *Phys. Fluids*, 12, 2000.
- Le Dizès, S. and Laporte, F. : Theoretical predictions for the elliptical instability in a two-vortex flow, *J. Fluid Mech.*, 471, 169–201, 2002.
- Lewellen, D. C. and Lewellen, W. S. : Large-Eddy Simulations of the Vortex-Pair Breakup in Aircraft Wakes, *AIAA J.*, 34, 2337–2345, 1996.
- Lewellen, D. C. and Lewellen, W. S. : The Effects of Aircraft Wake Dynamics on Contrail Development, *J. Atmos. Sci.*, 58, 390–406, 2001.
- Lindborg, E. : The energy cascade in a strong stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 550, 207–242, 2006.
- Lipps, F. and Hemler, R. S. : A scale analysis of deep Moist convection and some related numerical calculations, *J. Atmos. Sci.*, 39, 2192–2210, 1982.
- Lynch, D., Sassen, K., Starr, D. O., and Stephens, G. : *Cirrus*, Oxford University Press, 2002.

- Meijer, E. : Modeling the impact of subsonic aviation on the composition of the atmosphere, Ph. D. Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands, 2001.
- Minnis, P., Ayers, J. K., and Weaver, S. P. : Contrail frequency of occurrence over the U.S. from surface observation during 1993-1994, NASA RP 1404, 1997.
- Minnis, P., Young, D. F., and Garber, D. P. : Transformation of contrails into cirrus during SUCCESS, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1157–1160, 1998.
- Nastrom, G. D. and Gage, K. S. : A climatology of atmospheric wave number spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft, *J. Atmos. Sci.*, 42, 950–960, 1985.
- Nomura, K. K., Tsutsui, H., Mahoney, D., and Rottman, J. W. : Short-wavelength instability and decay of a vortex pair in a stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 553, 283–322, 2006.
- Paoli, R., J., H., and Poinso, T. : Contrails formation in aircraft wake, *J. Fluid Mech.*, 502, 361–373, 2004.
- Paoli, R., Cariolle, D., B., C., Paugam, R., and Chosson, F. : Modelling chemical reactions and emission from concentrated sources into global models, *C.R. Acad. Sci, Mécanique*, 336, 2008.
- Penner, J. E., Lister, D. H., Griggs, D. J., Dokken, D. J., and McFarland, M. : *Aviation and the Global Atmosphere*, Cambridge University Press, 1999.
- Petry, H., Hendricks, J., Möllhoff, M., Lippert, E., Meier, A., Ebel, A., and Sausen, R. : Chemical conversion of subsonic aircraft emissions in the dispersing plume : Calculation of effective emission indices, *J. Geophys. Res.*, 103, 5759–5772, 1998.
- Petzold, A., Busen, R., Schröder, P., Baumann, R., Kuhn, M., Ström, J., Hagen, D. E., Whitefield, P. D., Baumgardner, D., Arnold, F., Borrmann, S., and U., S. : Near-field measurements on contrails properties from fuels with different sulfur content, *J. Geophys. Res.*, 102, 29 867–29 881, 1997.

- Ponater, M. S., Brinkop, R., Sausen, R., and Schumann, U. : Simulating the global atmospheric response to aircraft water vapour emissions and contrails—a first approach using a GCM, *Ann. Geophys.*, 14, 941–960, 1996.
- Pope, S. B. : Ten questions concerning the large-eddy simulation of turbulent flows, *New Journal of Physics*, 6, 2004.
- Redelsperger, J.-L. and Sommeria, G. : Méthode de représentation de la turbulence d'échelle inférieure à la maille pour un modèle tri-dimensionnel de convection nuageuse, *Boundary-Layer Meteorol.*, 21, 509–530, 1981.
- Reynolds, O. : On the dynamical theory of Incompressible viscous flows and the determination of the criterion, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser., A* 186, 123–161, 1894.
- Robins, R. E. and Delisi, D. P. : Numerical Simulations of Three-Dimensional Trailing Vortex Evolution, *AIAA J.*, 35, 1552–1555, 1997.
- Robins, R. E. and Delisi, D. P. : Numerical Simulation of Three-Dimensional Trailing Vortex Evolution in Stratified Fluid, *AIAA J.*, 36, 981–985, 1998.
- Sausen, R., Isaksen, I., Grewe, V., Hauglustaine, D., Lee, D. S., Myhre, G., Köhler, M. O., Pitari, G., Schumann, U., Stordal, F., and Zerefos, C. : Aviation radiative forcing in 2000 : an update on IPCC, *Meteorol. Zeitschrift*, 14, 555–561, 2005.
- Schröder, F., Kärcher, B., Durore, C., Ström, J., Petzold, A., Gayet, J.-F., Strauss, B., Wendling, P., and Borrmann, S. : On the transition of Contrails into Cirrus Clouds, *J. Atmos. Sci.*, 57, 464–480, 2000.
- Schumann, U. : On conditions for contrails formation from aircraft exhausts, *Meteorol. Zeitschrift*, 5, 4–23, 1996.
- Schumann, U., Konopka, P., Baumann, R., Busen, R., Gerz, T., Schlager, H., Schulte, P., and Volkert, H. : Estimate of diffusion parameters of aircraft exhaust plumes near the tropopause from nitric oxide and turbulence measurements, *J. Geophys. Res.*, 100, 14 147–14 162, 1995.
- Sharman, R., Tebaldi, C., Wiener, G., and J., W. : An Integrated Approach to Mid- and Upper-Level Turbulence Forecasting, *Weather and Forecasting*, 21, 268–286, 2005.

- Smolarkiewicz, P. K. and Grabowski, W. W. : The multidimensional positive definite advection transport algorithm : nonoscillatory option, *J. Comput. Phys.*, 86, 355–375, 1990.
- Sommeria, G. : Three dimensional Simulation of Turbulent Process in an Undisturbed Trade Wind Boundary Layer, *J. Atmos. Sci.*, 33, 216–241, 1976.
- Sonntag, D. : Advancements in the field of hygrometry, *Meteorol. Zeitschrift*, 3, 51–56, 1994.
- Spalart, P. R. : On the motion of laminar wing wakes in a stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 327, 139–160, 1996.
- Spinhirne, J. D., Hart, W. D., and Duda, D. P. : Evolution of the morphology and microphysics of contrail cirrus from airborne remote sensing, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 2253–1156, 1998.
- Stillinger, D. C., Helland, K. N., and van Atta, C. W. : Experiments on the transition of homogeneous turbulence to internal waves in a stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 131, 91–122, 1983.
- Strauss, B., Meerkötter, R., Wissinger, B., Wendling, P., and Hess, M. : On the regional climatic impact of contrails : microphysical and radiative properties of contrails and natural cirrus clouds, *Ann. Geophys.*, 15, 1457–1467, 1997.
- Sussmann, R. and Gierens, K. M. : Lidar and numerical studies on the different evolution of vortex pair and secondary wake in young contrails, *J. Geophys. Res.*, 104, 2131–2142, 1999.
- Travis, D. J., Carleton, A. M., and Lauritsen, R. G. : Jet Contrails and Climate : Anomalous Increases in U.S. Diurnal Temperature Range for September 11-14, 2001, *Nature*, 418, 601, 2002.
- Tulet, P., Crassier, V., Cousin, F., Suhre, K., and R., R. : ORILAM, a three-moment lognormal aerosol scheme for mesoscale atmospheric model : Online coupling into the MesoNH-C model and validation on the Escompte campaign, *J. Geophys. Res.*, 110, 2005.

Tulloch, R. and Smith, K. S. : A baroclinic model for the atmospheric energy spectrum, J. Atmos. Sci., submitted, 2008.

Widnall, S. E., Bliss, D., and A., Z. : Aircraft Wake Turbulence and its Detection, Plenum Press, New York, 1971.

