



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude expérimentale des écoulements confinés à surfaces libres : application à l'interaction fluide-structure dans un compartiment de JIG artisanal

Cyriaque Donat Randrianantenaina

## ► To cite this version:

Cyriaque Donat Randrianantenaina. Contribution à l'étude expérimentale des écoulements confinés à surfaces libres : application à l'interaction fluide-structure dans un compartiment de JIG artisanal. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université du Havre; Université d'Antananarivo, 2016. Français. NNT : 2016LEHA0033 . tel-01668479

**HAL Id: tel-01668479**

**<https://theses.hal.science/tel-01668479>**

Submitted on 20 Dec 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

## THÈSE EN CO - TUTELLE INTERNATIONALE

**Pour obtenir le Diplôme de Doctorat**

**Spécialité : Hydrodynamique/Mines**

**Préparée au sein de : Université Le Havre Normandie /Université d'Antananarivo**

**« Contribution à l'étude expérimentale des écoulements confinés à Surface libre,  
Application à l'interaction fluide-structure dans un compartiment de JIG Artisanal »**

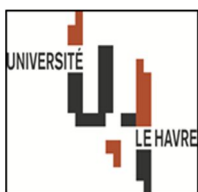
**Présentée et soutenue par  
Cyriaque Donat RANDRIANANTENAINA**

**Thèse soutenue en public le 13 décembre 2016  
devant le jury composé de**

Monsieur Gérard RAMBOLAMANANA	Professeur, Institut et Observatoires de Géophysique d'Antananarivo, (IOGA) Université d'Antananarivo	Président
Monsieur Raphaël D. RAJAONA	Professeur, Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC) Université du Havre	Directeur de thèse
Monsieur Eddy H. RASOLOMANANA	Professeur, Laboratoire de Géosciences, Université d'Antananarivo	Co-directeur de thèse
Monsieur Jacques A. ASTOLFI	Maitre de Conférences HDR, BCRM-Institut de Recherche de l'Ecole Navale (IRENav)-Brest	Rapporteur
Monsieur Adolphe RATIARISON	Professeur, Dynamique de l'Atmosphère, du Climat et des Océans (DyACO) Université d'Antananarivo	Rapporteur

Thèse dirigée par Raphaël D. RAJAONA et Eddy H. RASOLOMANANA

Laboratoires : LOMC /Géosciences





## REMERCIEMENTS

Ce travail n'a pu être réalisé sans la bénédiction de **Dieu**, je loue le seigneur pour chaque instant qu'il me donne.

❖ Mes profondes reconnaissances vont au Professeur **Raphaël Dominique RAJAONA**, de m'avoir bien voulu diriger mes travaux de recherches durant ces quatre années. Que ce soit au sein du Laboratoire des Ondes et Milieux Complexes de l'Université du Havre, que ce soit à Madagascar, vous êtes toujours disponibles pour m'encadrer. Je tiens à vous exprimer ici à travers ces pages de remerciement ma sincère gratitude pour tout ce que vous m'avez appris, pour vos multiples conseils ainsi que pour votre accueil chaleureux pendant les différents séjours successifs que j'ai effectué au LOMC.

❖ Je remercie particulièrement le Professeur **Eddy Harilala RASOLOMANANA** de l'ESPA pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer cette thèse et pour son dévouement au développement de la recherche dans le monde universitaire à Madagascar.

❖ Je tiens à remercier également Monsieur **Luc RAKOTONDRAJAONA**, Docteur à l'Institut Supérieure de Technologie d'Antananarivo, qui m'a fait part de ses précieuses aides pour mener à bout cette thèse.

Mes vifs remerciements s'adressent également à :

- ❖ L'**AUF** (Agence Universitaire de la Francophonie) qui a financée cette thèse.
- ❖ **LOMC**, représenté par son directeur **MUTABAZI Innocent**, de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire, ainsi que les équipes du laboratoire et plus particulièrement à Mr **HOUSSIN Claude** pour la réalisation des montages expérimentaux ;
- ❖ A Monsieur **Gérard RAMBOLAMANANA**, Professeur, Directeur de l'Institut et Observatoires de Géophysique d'Antananarivo, pour avoir accepté de présider cette thèse malgré ses nombreuses responsabilités ;
- ❖ A Monsieur **Jacques André ASTOLFI**, Maître de Conférences, HDR, Institut de Recherche de l'Ecole Navale de Brest, qui a aimablement accepté d'être le rapporteur de cette thèse.



❖ A Monsieur **Adolphe RATIARISON**, Professeur, **DyACO**, Faculté des Sciences Université d'Antananarivo, qui a aimablement accepté d'être le rapporteur et de siéger parmi les membres de jury ;

❖ **ASFM** (Association France- Madagascar) en la personne de Madame **Michelle RAJAONA** d'avoir bien voulu avancer mes droits d'inscription à l'Université du Havre.

❖ A Monsieur **Jean RAKOTOMALALA**, Colonel de l'armée Malgache de m'avoir fait découvrir un Jig à Ilakaka dans le sud de Madagascar ;

Merci à tous mes ami(e)s (au Havre et à Madagascar) pour vos encouragements sans faille.

Merci à toute ma famille, plus particulièrement à ma mère qui a toujours cru en moi.

**LONGUE VIE A VOUS ET QUE DIEU VOUS BENISSE**

## RESUME

Le travail réalisé dans le cadre de cette thèse en co-tutelle concerne deux domaines d'étude de l'interaction fluide-structure. Le premier relevant du Génie Minier traite de l'interaction entre une grille mobile au sein d'un sluice et de l'écoulement confiné associé. Le second relevant de l'Hydrodynamique fondamentale porte sur l'interaction d'un cylindre monté sur appuis souples et un écoulement à surface libre en présence de fond. Notre travail contribue à l'étude des écoulements confinés à surface libre par une approche expérimentale. Nous avons couplé des techniques de visualisation par caméra CCD, de mesures de champs de vitesse par PIV et d'efforts hydrodynamiques pour qualifier la dynamique des objets en mouvement dans l'écoulement.

Les méthodes et dispositifs expérimentaux sont alors appliqués à l'étude de l'écoulement autour de deux maquettes simplifiées d'un JIG à grille mobile puis à celui du cylindre vibrant sous l'effet de l'écoulement. L'acquisition par PIV suivi des traitements statistique multi-variables par POD nous a permis d'étudier l'évolution des zones de recirculation dans le compartiment ainsi que le champ de vitesse instationnaire. L'étude expérimentale a été complétée par une simulation numérique par ANSYS14.5 pour la maquette de JIG et par un modèle numérique d'oscillation du sillage pour le cylindre.

Ces travaux nous ont permis de mettre en évidence une technique simple pour mettre en mouvement, dans un sluice, un filet attaché à un cylindre et d'étudier les effets du confinement sur un cylindre vibrant en présence de surface libre.

**Mots clés :** Interaction fluide structure, Sluice, Sillage, Zone de recirculation, PIV, POD , Traînée, Portance, ANSYS, Wake Oscillator, Riffles.

## ABSTRACT

The work realized under this co-supervised thesis concerns two study areas of fluid-structure interaction. The first concerned the Mineral Engineering and deals with the interaction between a moving grate in a sluice and the confined flow associated. The second concerns the fundamental Hydrodynamics and deals with the interaction of a cylinder mounted on flexible supports and a free surface flow in presence of plane wall. Our work contributes to the study a confined free surface flow by experimental approach. We coupled techniques of CCD camera visualization, velocity fields measurements by PIV and hydrodynamic forces to qualify the dynamics of structure motion in the flow.

Experimental methods and devices are applied to the study the flow around two simplified models of a moving JIG grate and then to study a vibrating cylinder due to flow. Treatments of PIV data acquisitions by multivariable statistical POD enabled us to describe evolution of recirculation zones in the compartment and unsteady velocity field. Experimental study was completed by a numerical simulation of Jig model by using ANSYS14.5 and a numerical wake oscillator model for the case of the cylinder.

This work highlighted a simple technique to give motion, in a sluice, a attached net to a cylinder and to study effects of free surface flow confinement on a vibrating cylinder

***Keywords:* Fluid structure interaction, Sluice, Wake, Recirculation zone, PIV, POD, Drag, Lift, ANSYS, Wake Oscillator, Rifles.**

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>PARTIE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>	<b>4</b>
<b>CHAPITRE I- LE MECANISME DU JIG.....</b>	<b>5</b>
<b>I-1. INTRODUCTION.....</b>	<b>5</b>
<b>I-2. PRINCIPES DE JIGGAGE.....</b>	<b>5</b>
<b>I-3. MODELES DES PHENOMENES DE JIGGAGE .....</b>	<b>6</b>
<b>I-4.JIG A GRILLE FIXE ET A EAU PULSEE .....</b>	<b>9</b>
<b>I-5. JIG A GRILLE MOBILE .....</b>	<b>10</b>
<b>I-6. CONCLUSION.....</b>	<b>11</b>
<b>CHAPITRE II- ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ECOULEMENT AUTOUR D'UN CYLINDRE FIXE ET MOBILE .....</b>	<b>12</b>
<b>II.1 CYLINDRE FIXE .....</b>	<b>12</b>
<b>A). PERIODICITE DU DETACHEMENT TOURBILLONNAIRE.....</b>	<b>12</b>
<b>B). FORCE INDUITES PAR L'ECOULEMENT .....</b>	<b>13</b>
<b>PARTIE II : METHODE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>27</b>
<b>CHAPITRE III : MESURES ET TRAITEMENTS DES EFFORTS APPLIQUES.....</b>	<b>28</b>
<b>III.1. INTRODUCTION .....</b>	<b>28</b>
<b>III.2. MAQUETTE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>28</b>
A) SLUICE .....	28
B) PLAQUE PERFOREE MONTE SUR LE SLUICE.....	29
C) CYLINDRE MONTE SUR LE SLUICE.....	30
<b>III.3 LES ELEMENTS DU DISPOSITIF DE MESURE DES EFFORTS.....</b>	<b>31</b>
A) SOURCE DE L'ECOULEMENT.....	31
B) BALANCE HYDRODYNAMIQUE ET CAPTEUR .....	33
C) ROBOT A TROIS AXES ET LIAISON ENTRE LA MAQUETTE ET LA BALANCE HYDRODYNAMIQUE .....	34
<b>D) APPAREILLAGE DE MESURE ET CHAINE D'ACQUISITION DES DONNEES.....</b>	<b>36</b>
<b>III.4. CONDUITE DES EXPERIENCES.....</b>	<b>37</b>
A) PHASE DE CONFIGURATION DES AMPLIFICATEURS ET DE L'OSCILLOSCOPE .....	37
B) PHASE D'ETALONNAGE DU CAPTEUR DE FORCE SUIVANT LA VOIE VERTICALE .....	37
C) PHASE D'ACQUISITION DES MESURES.....	38
<b>III.5 TRAITEMENTS DES SIGNAUX BRUTS OBTENUS.....</b>	<b>39</b>

A) NATURE ET FORMAT DES SIGNAUX A TRAITER .....	39
B) CORRECTION DE LA DERIVE .....	39
C).METHODE D'INTERPOLATION SPECTRALE D'UN SIGNAL PERIODIQUE ET PSEUDO-PERIODIQUE (RD RAJAONA, P SULMONT 1985).....	41
D) TRAITEMENT DES SIGNAUX INTERMITTENTS .....	42
• MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE DU PLAN DE PHASE.....	42
• IMPLANTATION DE LA METHODE SUR MACHINE .....	44
<b>III.6 CONCLUSION .....</b>	<b>47</b>
<b>CHAPITRE IV : MESURES DES CHAMPS DE VITESSE PAR LA TECHNIQUE PIV ET TRAITEMENT PAR POD.....</b>	<b>48</b>
<b>IV.1. INTRODUCTION.....</b>	<b>48</b>
<b>IV.2 PRINCIPE DE LA PIV (PARTICLE IMAGE VELOCIMETRY) .....</b>	<b>48</b>
<b>IV.3 MATERIELS ET LOGICIELS DE LA TECHNIQUE PIV .....</b>	<b>50</b>
IV.3.1 LES ASPECTS MATERIELS.....	50
IV.3.2 CARACTERISTIQUES ET FONCTIONNEMENT DE CHAQUE APPAREIL .....	52
a) <i>Laser, boîte de commande laser et particules d'ensemencement</i> .....	52
b) <i>La caméra</i> .....	54
c) <i>Le boîtier de synchronisation EG entre la caméra et le laser</i> .....	54
IV.3.4 LES ASPECTS LOGICIELS .....	55
a) <i>Logiciels de la camera</i> .....	55
b) <i>Le logiciel du boîtier de synchronisation</i> .....	57
c) <i>Le logiciel de traitement des images enregistrées</i> .....	57
<b>IV.4 CONDUITE DE L'EXPERIENCE ET PARAMETRES CARACTERISTIQUES.....</b>	<b>58</b>
IV.4.1 MONTAGE PIV .....	58
IV.4.2 MISE AU POINT ET REGLAGE .....	59
a) <i>Alignement du Laser</i> .....	59
b) <i>Réglage de la caméra</i> .....	60
c) <i>Etalonnage géométrique</i> .....	60
d) <i>Chronogramme de synchronisation entre la caméra et le laser</i> .....	61
e) <i>Paramètres de traitements par Direct PIV</i> .....	62
<b>CHAPITRE.V: REDUCTION DU CHAMP DE VITESSE PAR LA TECHNIQUE POD .....</b>	<b>64</b>
<b>V.1 RAPPEL DE LA METHODE POD .....</b>	<b>64</b>
<b>V.2 METHODE D'APPROXIMATION.....</b>	<b>64</b>
<b>V-3 DECOMPOSITION EN VALEUR SINGULIERE .....</b>	<b>65</b>
a) <i>Valeur singulière</i> .....	65
<b>V.4 APPLICATION DE POD POUR LE CHAMP DE VITESSE EXPERIMENTAL ACQUIT PAR PIV .....</b>	<b>67</b>
<b>V.5 CONFIGURATIONS VOISINES ET SEMBLABLES .....</b>	<b>72</b>
<b>V.6 CONCLUSION.....</b>	<b>72</b>
<b>CHAPITRE VI : ECOULEMENT AUTOUR D'UNE PLAQUE PERFOREE HORIZONTALE DANS LE SLUICE .....</b>	<b>74</b>

<b>VI.I - PLAQUE PERFOREE FIXE ET EN MOUVEMENT VERTICAL DANS UN COMPARTIMENT DU SLUICE .....</b>	<b>74</b>
<b>A) GEOMETRIE DE LA PLAQUE PERFOREE .....</b>	<b>74</b>
<b>B) MESURE DES EFFORTS SUR LA PLAQUE FIXE OU EN MOUVEMENT IMPULSIONNEL.....</b>	<b>75</b>
<b>C) ANALYSE SPECTRALE DES EFFORTS HYDRODYNAMIQUES SUBIS PAR LA PLAQUE PERFOREE.....</b>	<b>75</b>
• PLAQUE FIXE .....	75
• PLAQUE EN MOUVEMENT IMPULSIONNEL .....	76
<b>VI.II. MESURE DE CHAMPS DE VITESSE EN PRESENCE D'UNE PLAQUE PERFOREE FIXE.....</b>	<b>77</b>
<b>A) SIMULATION NUMERIQUE .....</b>	<b>78</b>
<b>B) MESURE PAR PIV DU CHAMP DE VITESSE.....</b>	<b>82</b>
• PARAMETRES EXPERIMENTAUX .....	82
• ECOULEMENT ENTRE LES DEUX RIFFLES VERTICAUX ET INCLINES.....	82
• EFFET DE PROFONDEUR DE LA PLAQUE PERFOREE SUR L'ECOULEMENT .....	83
<b>VI.III CONCLUSION :.....</b>	<b>85</b>
<b>CHAPITRE VII ECOULEMENT AUTOUR D'UN FILET ENTRAINE PAR UN CYLINDRE VIBRANT .....</b>	<b>87</b>
<b>VII.1. INTRODUCTION.....</b>	<b>87</b>
<b>VII.2. GEOMETRIE DU FILET .....</b>	<b>87</b>
<b>VII.3. PARAMETRES DE L'EXPERIENCE .....</b>	<b>88</b>
<b>VII.4 RESULTATS DES MESURES POUR DEUX CONFIGURATIONS DU CYLINDRE DANS L'ECOULEMENT.....</b>	<b>88</b>
<i>a) Technique d'interprétation des résultats.....</i>	<i>88</i>
<i>b) Influence de l'angle d'inclinaison du filet en configuration inversée et pour de très faibles amplitudes du mouvement. ....</i>	<i>89</i>
<i>c) Influence de la masse embarquée dans le cylindre.....</i>	<i>90</i>
• Masse embarquée nulle .....	91
• Masse embarquée non nulle .....	91
<b>VII.6. SYNTHESE DES RESULTATS .....</b>	<b>94</b>
<b>PARTIE IV : ETUDE DE L'ECOULEMENT AUTOUR D'UN CYLINDRE VIBRANT EN MILIEU CONFINE EN PRESENCE DE SURFACE LIBRE.....</b>	<b>95</b>
<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>96</b>
<b>CHAPITRE VIII CONFIGURATIONS GEOMETRIQUES ET PLAGE DES PARAMETRES D'ETUDE .....</b>	<b>97</b>
<b>VIII.1 POSITION DU PROBLEME ET SYSTEME D'AXES .....</b>	<b>97</b>
<b>VIII-2 LES PARAMETRES DE L'ECOULEMENT.....</b>	<b>97</b>
<b>VIII.3 LES PARAMETRES GEOMETRIQUES DU CYLINDRE ET DU SLUICE.....</b>	<b>99</b>
<b>VIII.4 LA GAMME DES VALEURS DES DIFFERENTS PARAMETRES EXPLORES.....</b>	<b>101</b>

<b>VIII.5 CONDUITE DES EXPERIENCES .....</b>	<b>102</b>
<b>CHAPITRE IX : DYNAMIQUE DE L'ECOULEMENT EN MODE PENDULAIRE NORMAL .....</b>	<b>103</b>
<b>IX.1 CYLINDRE EN MOUVEMENT INTERMITTENT DANS UN ECOULEMENT A SURFACE LIBRE ET CONFINE ....</b>	<b>103</b>
A) INDICATION SUR LES FIGURES PRESENTEES .....	103
B) ANALYSE DES RESULTATS .....	105
• <i>Analyse spectrale des efforts suivant l'axe vertical.....</i>	<i>105</i>
• <i>Effets du confinement de l'écoulement sur les spectres.....</i>	<i>106</i>
• <i>Instabilité du mouvement vertical du cylindre.....</i>	<i>106</i>
• <i>Caractérisation de l'écoulement dans le compartiment et autour du cylindre suivant les configurations <math>D1/D=1, 1.75, 3.75</math> .....</i>	<i>107</i>
• <i>Déformée de la surface libre pour un cycle du mouvement du cylindre et pour <math>D1/D=1</math> .....</i>	<i>109</i>
C) SYNTHESE DES RESULTATS .....	111
<b>IX.2 CYLINDRE EN GRAND MOUVEMENT DANS LE COMPARTIMENT .....</b>	<b>111</b>
A) TOPOLOGIE DE LA SURFACE LIBRE .....	114
B) EVOLUTION INSTATIONNAIRE DU CHAMP DE VITESSE POUR $D1=0.135m, U=0.15m/s, MASSE EMBARQUEE 0.009kg$ .....	116
C) ANALYSE DU MOUVEMENT DU CYLINDRE A PARTIR DU RELEVÉ DES COORDONNÉES DE SON CENTRE .....	117
D) SYNTHESE DES RESULTATS DE L'ANALYSE .....	119
<b>CHAPITRE X : DYNAMIQUE DE L'ECOULEMENT EN MODE PENDULAIRE INVERSE .....</b>	<b>120</b>
<b>X.1 INTRODUCTION .....</b>	<b>120</b>
<b>X.2. LES PARAMETRES DES RESULTATS.....</b>	<b>120</b>
<b>X.3 ANALYSES DES RESULTATS .....</b>	<b>121</b>
<i>a)Masse embarquée 0.014kg, <math>U_{SL}=0.15m/s, D2/D=1,1.125, 4.5</math>.....</i>	<i>121</i>
<i>b) Masse embarquée 0.026kg, <math>U_{SL}=0.2m/s, D2/D=1,1.125, 4.5</math>.....</i>	<i>123</i>
<b>X.4 SYNTHESE DES RESULTATS SUR L'INFLUENCE DE LA MASSE EMBARQUEE 0.026, 0.014 KG ET SUR L'INFLUENCE DE LA VITESSE A LA SURFACE LIBRE 0.15, 0.2M/S.....</b>	<b>125</b>
<b>X.5 MASSE EMBARQUEE 0.009KG, <math>U_{SL}=0.15M/S, D2/D=1,1.125, 4.5</math> .....</b>	<b>125</b>
<b>X.6 CONCLUSION.....</b>	<b>127</b>
<b>CHAPITRE XI : OSCILLATION DE LA MASSE D'EAU EMBARQUEE .....</b>	<b>128</b>
<b>XI.1 ETUDE DE LA TRANSFORMATION CONFORME.....</b>	<b>128</b>
A) DEFINITION DE LA TRANSFORMEE CONFORME : TRANSFORMEE DIRECTE.....	128
B) DETERMINATION DE LA TRANSFORMEE INVERSE : .....	129
C) TRANSFORMEE DU DOMAINE PHYSIQUE EN UNE BANDE SEMI INFINIE .....	131
<b>XI.2 FORMULATION DU PROBLEME DE SLOSHING.....</b>	<b>133</b>
<b>XI.3 RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME .....</b>	<b>137</b>
<b>CHAPITRE XII : MODELE DU WAKE OSCILLATOR .....</b>	<b>140</b>

XII.1 MISE EN EQUATION.....	140
XII.2 COMMENTAIRES SUR LES EQUATIONS DU MODELE .....	141
XII.3 RESOLUTION DU SYSTEME COUPLE .....	142
XII.4 VALIDATION DU MODELE .....	144
XII.5 CONCLUSIONS .....	145
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	150
ANNEXE I : PUBLICATION AUX 15 <sup>EME</sup> JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE 22-24 NOVEMBRE 2016-BREST ..	157
ANNEXE II : VALIDATION DE LA METHODE EXPERIMENTALE .....	169
ANNEXE III: METHODE D'INTERPOLATION SPECTRALE .....	176



## LISTE DES FIGURES

<b>Figure.I.1</b> : Cycle de jiggage (Robert HOUOT, Robert JOUSSEMET 1991) .....	6
<b>Figure.I-2</b> : Jig Batac pour minerai de fer Miller (1991) .....	9
<b>Figure.I.3</b> : Théorie des différentes phases de classement des procédés d'après Daniel Husson .....	10
<b>Figure I.4</b> : Coupe d'un canal-Jig d'après Daniel Husson .....	11
<b>Figure.II.1</b> : Nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds (Blevins.1990).....	13
<b>Figure.II.2</b> . Coefficient de trainée en fonction du nombre de Reynolds Rajaona R.D (1987) .....	14
<b>Figure III.1</b> : Vue en perspective de la maquette du sluice TN Ramanakoto (2014) .....	29
<b>Figure III.2</b> : Photo du sluice TN Ramanakoto (2014) .....	29
<b>Figure III.3</b> : Plaque perforée montée sur le sluice .....	30
<b>Figure III.4</b> : A- Photo de la maquette expérimentale de la présente étude, B- Photo du cylindre entre les riffles verticaux, C- Photo du système de montage du cylindre sur le sluice.....	31
<b>Figure III.5</b> : Vue simplifiée en perspective de la maquette expérimentale .....	31
<b>Figure III.6</b> : Caractéristiques de la cuve à eau (Rakotondrajaona 2007) .....	32
<b>Figure III.7</b> : Photo de la cuve .....	32
<b>Figure III.8</b> : Maquette placée dans la cuve et en liaison avec la pompe .....	33
<b>Figure III.9</b> : Montage de la rondelle piézoélectrique sur la balance hydrodynamique .....	34
<b>Figure III.10</b> : Capteur de marque KISTLER .....	34
<b>Figure III.11</b> : Les axes de translation du robot .....	35
<b>Figure III.12</b> : Maquette et cuve de rétention d'eau ainsi que la balance hydrodynamique.....	35
<b>Figure III.13</b> : Chaîne d'acquisition des mesures des efforts .....	37
<b>Figure III.14.</b> : Courbe d'étalonnage pour la voie verticale de la rondelle de charge .....	38
<b>Figure III.15</b> : Signal présentant une dérive .....	40
<b>Figure III.16</b> : Signal avec la dérive corrigée.....	40
<b>Figure III.17</b> : Spectre d'un signal après application du FFT. Ce signal est enregistré suivant la direction y .....	41
<b>Figure III.18</b> : Comparaison du signal original et du signal reconstitué après application de la méthode d'interpolation spectrale et filtrage.....	42
<b>Figure III.19</b> : Illustration du calcul de l'intégrale de la vitesse numérique du signal .....	43
<b>Figure III.20</b> : Organigramme du traitement du signal intermittent dans l'espace de phase.....	45
<b>Figure III.21</b> : A-signal intermittent avec la dérive corrigée, B- plan de phase sans filtrage, C- plan de phase obtenu à partir du filtrage de la vitesse numérique et celle de la position des points de mesure lors de l'évolution du signal et on note aussi un effet d'échelle sur le plan de phase filtré .....	46
<b>Figure IV.1</b> : Pic de corrélation .....	49
<b>Figure IV.2</b> : Synthétique de la PIV .....	50
<b>Figure IV.3</b> : Matériels PIV et la maquette expérimentale .....	51
<b>Figure IV.4</b> : Connectique entre les appareils pour la mise en œuvre du PIV.....	52
<b>Figure IV.5</b> : Boîtier à Laser ICE 450 et la boîte de commande .....	53
<b>Figure IV.6</b> : Schéma du fonctionnement du laser à impulsion .....	53
<b>Figure IV.7</b> : Schéma de la synchronisation : Impulsion laser 1, impulsion laser 2, A- début d'acquisition de l'image 1, B- fin d'acquisition de l'image 1 et début d'enregistrement de l'image 2, C- fin d'acquisition de l'image 2 et début d'acquisition de l'image 3. ....	55
<b>Figure IV.8</b> : Interface du logiciel DualTap AccuPixel .....	56

<b>Figure IV.9</b> : Fenêtre principale du logiciel Hiris.....	57
<b>Figure IV.10</b> : Fenêtre principale du logiciel Diretc PIV .....	58
<b>Figure IV.11</b> : Montage PIV pour notre expérience.....	59
<b>Figure IV.12</b> : Alignement du plan laser pour la plaque perforée .....	60
<b>Figure IV.13</b> : Mire maillée en 1cmx 1cm qui sert de référence pour l'étalonnage géométrique. ....	61
<b>Figure IV.14</b> : Chronogramme de mesure $dt=5500\mu s$ , 15Hz.....	62
<b>Figure IV.15</b> : Chronogramme d'acquisition .....	62
<b>Figure IV.16</b> : En haut : Paire d'image de dimension réelle 23,06x17, 30 cm ; En bas : Champ de vitesse après traitement sur Direct PIV dans lequel les mailles utilisées sont 20x20 pixels .....	63
<b>Figure.V.1</b> : En haut décomposition réduite ; En bas décomposition pleine.....	67
<b>Figure V.2</b> : Organigramme du logiciel POD écrit avec Fortran.....	70
<b>Figure V.3</b> : A : Représentation de la zone à éliminer ; B : les valeurs singulières ; .....	71
<b>Figure VI.1</b> : Plaque perforée disposée horizontalement dans le compartiment du sluice.....	74
<b>Figure VI.2</b> : Montage de la plaque perforée : H=hauteur d'eau dans le canal, h = hauteur du riffle, e = diamètre du trou .....	75
<b>Figure.VI.3</b> : Spectres de la trainée et de la portance subies par la plaque fixe ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0.002s pour un nombre de points égal à 2048. ....	75
<b>Figure. VI. 4</b> : Spectres de la trainée et portance pour une amplitude de descente de 9,06cm ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0.002s pour un nombre de points égal à 2500, temps de descente de la plaque était 3,22s .....	76
<b>Figure.VI.5</b> : Spectres de la trainée et portance pour une amplitude de montée de 5,22cm ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0,002s pour un nombre de points égal à 2500, temps de remontée de la plaque était 1,85s .....	76
<b>Figure.VI.6</b> : Spectres de la trainée et portance pour une amplitude de montée de 11,1cm ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0,002s pour un nombre de points égal à 2500, le temps de remontée de la plaque est 3,95s .....	77
<b>Figure.VI.7</b> : Géométrie de l'étude dans ANSYS.....	78
<b>Figure.VI.8</b> : Champ de vitesse calculé avec Ansys14.5, distance fond-plaque $d = 7\text{cm}$ .....	80
<b>Figure.VI.9</b> : Champ de vitesse, distance fond-plaque $d = 3\text{ cm}$ .....	81
<b>Figure.VI.10</b> : Lignes de courant autour de la plaque pleine de longueur 0,2m et d'épaisseur 0,05m calculées par ANSYS pour les mêmes conditions de simulation soit d la distance fond-plaque.....	81
<b>Figure.VI.11</b> : Champ de vitesse (en rouge) et lignes de courant (en bleu) entre les riffles verticaux..	82
<b>Figure.VI.12</b> : Champ de vitesse entre les riffles inclinés (T. N. Ramanakoto 2014) .....	83
<b>Figure.VI.13</b> : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque, $d = 6.24\text{cm}$ .....	84
<b>Figure.VI.14</b> : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque, $d=4.15\text{cm}$ .....	84
<b>Figure.VI.15</b> : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25Distance fond-plaque, $d=3,32\text{ cm}$ .....	84
<b>Figure.VI.16</b> : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque, $d=1,82\text{ cm}$ .....	85
<b>Figure VII.1</b> : Cylindre muni du filet.....	87
<b>Figure VII.2</b> : Champ de vitesse et ligne de courant autour du cylindre (rond noir) équipé du filet (trait noir). Inclinaison du filet 2.3°. La zone de recirculation est mise en évidence par le chiffre 1 .....	90

<b>Figure VII.3</b> : Champ de vitesse et ligne de courant autour du cylindre (rond noir) équipé du filet (trait noir). Filet incliné à 7.25°. L'existence de la zone de recirculation est représentée par le chiffre 1 .....	90
<b>Figure VII.4</b> : Champ de vitesse et ligne de courant autour du cylindre (rond noir) équipé du filet (trait noir) pour $D/D_1=1.16$ et sans masse embarquée. La zone recirculation est repérée par le chiffre 1 .....	91
<b>Figure VII. 5</b> : Champ de vitesse dans le domaine fluide pour une période d'oscillation du système $T = 1,707$ s; A pour $t = 0$ ; B pour $t = T/4$ ; C pour $t = 2. T/4$ ; D pour $t = 3. T/4$ ; E pour $t = T$ ; les effets du filets sont très nets par la diminution de la "cohérence" de la zone de recirculation. Cependant, on note une grande similitude des configurations au cours de l'oscillation.....	92
<b>Figure VII.6</b> : Spectre (à gauche) et plan de phase (à droite) du mouvement .....	94
<b>Figure VIII.1</b> : Configuration du problème et système d'axe .....	97
<b>Figure VIII.2</b> : Paramètres d'écoulement, $H_{moy}$ est la hauteur moyenne d'eau mesurée, $H_{riffle}$ est la hauteur du riffle, $S$ est la section de passage du liquide au-dessus le riffle, $h$ est l'immersion du cylindre.....	99
<b>Figure VIII.3</b> : Configuration en mode normal avec les paramètres $D_1$ , angle d'inclinaison du canal $\theta$ .....	100
<b>Figure VIII.4</b> : Configuration en mode normal avec les paramètres $D_2$ , angle d'inclinaison du canal $\theta$ .....	100
<b>Figure VIII.5</b> : Représentation de l'angle d'inclinaison de la fixation du cylindre par rapport à l'horizontale $\alpha$ .....	100
<b>Figure.IX.1</b> : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesse, C-Spectre vertical, D- plan de phase, $D_1/D=1$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	104
<b>Figure.IX.2</b> : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesse, C-Spectre vertical, D- plan de phase, $D_1/D=1.75$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	104
<b>Figure.IX.3</b> : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesse, C-Spectre vertical, D- plan de phase, $D_1/D=3.75$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	105
<b>Figure.IX.4</b> : Profil de vitesse extraite sur une ligne verticale contenant 200points. $D_1/D=1$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	108
<b>Figure.IX.5</b> : Profil de vitesse extraite sur une ligne verticale contenant 200points. $D_1/D=1.75$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	109
<b>Figure.IX.6</b> : Profil de vitesse extraite sur une ligne verticale contenant 200points. $D_1/D=3.75$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	109
<b>Figure.IX.7</b> : Evolution de la surface libre pour $D_1/D=1$ , $U_{SL}=0.2$ m/s, Masse embarquée=0.026 Kg, $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ . En rouge le niveau de la surface libre, en vert les chaines de bulles au-dessus de la surface libre, en bleu le jet en raison du blocage riffle et cylindre, en jaune la poche d'air .....	111
<b>Figure IX.8</b> : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesses et lignes de courant autour du cylindre dirigé vers le bas à $t=5.28$ s, $Fr=0.029$ , C-Spectre de la force agissant sur le cylindre suivant la direction transversale, D- plan de phase de la dynamique du cylindre. $D_1/D=3.37$ , $U_{SL}=0.15$ m/s, Masse embarquée=0.009 Kg, $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	112
<b>Figure IX.9</b> : 200 points de la composante verticale de la vitesse extraite au droit du cylindre et affichés en fonction de la profondeur d'eau. $D_1/D=3.37$ , $U_{SL}=0.15$ m/s, Masse embarquée=0.009 Kg, $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	113
<b>Figure IX.10</b> : Topologie de la surface libre pour un cycle associé à 6 instants de mouvement du cylindre. Chaque couleur indique la déformée de la surface libre et la profondeur d'immersion du cylindre. $D_1/D=3.37$ , $U_{SL}=0.15$ m/s, Masse embarquée=0.009 Kg, $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	114

<b>Figure IX.11</b> : Comparaison du plan de phase pour 3 valeurs de $D1/D$ . Carré rouge $D1/D=1$ , carré vert $D1/D=3.125$ , carré jaune $D1/D=4.5$ . $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	115
<b>Figure IX.12</b> : Evolution du champ de vitesse pour deux cycles du mouvement du cylindre dans l'écoulement. Le cylindre est représenté avec le cercle vert. Les positions caractéristiques de son centre sur sa trajectoire sont les points noirs. Chaque demi-cycle est repéré par deux instants $D1/D=3.125$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	117
<b>Figure IX.13</b> : Coordonnées des points de la trajectoire du cylindre dans l'écoulement relevées sur 256 images puis affichées dans le plan (X, Y). Chaque image est séparée par un pas de temps 0.066s. $D1/D=3.125$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	118
<b>Figure IX.14</b> : Signal temporel du déplacement du cylindre reconstitué à partir de 256 images. Chaque image est séparée par un pas de temps 0.066s. $D1/D=3.125$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	118
<b>Figure IX.15</b> : Spectre du déplacement du cylindre calculé à partir du signal de la Fig IX.14. $D1/D=3.125$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	119
<b>Figure.X.1</b> : Schéma simplifié de la configuration du cylindre en mode inversé .....	120
<b>Figure.X.2</b> : En haut à gauche champ de vitesse, en bas à gauche spectre vertical, à droite le plan de phase $D2/D=1$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.014\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	121
<b>Figure.X.3</b> : En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase. $D2/D=1.125$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.014\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	122
<b>Figure.X.4</b> : En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à droite le spectre vertical, à droite le plan de phase. $D2/D=4.5$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.014\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	122
<b>Figure.X.5</b> : En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase. $D2/D=1$ , $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ , $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	123
<b>Figure.X.6</b> : En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase. $D2/D=1.125$ , $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ , $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	124
<b>Figure.X.7</b> : en haut à gauche champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase. $D2/D=4.5$ , $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ , $Re=12000$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	124
<b>Figure.X.8</b> : Spectre de l'effort vertical (à gauche) et plan de phase du mouvement (à droite). $D2/D=1$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	126
<b>Figure. X.9</b> : Spectre de l'effort vertical (à gauche) et plan de phase du mouvement (à droite). $D2/D=1.125$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	126
<b>Figure. X.10</b> : Spectre de l'effort vertical (à gauche) et plan de phase du mouvement (à droite). $D2/D=4.5$ , $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ , $Re=9642$ , $\alpha = 23^\circ$ $\theta = 4^\circ$ .....	127
<b>Figure XI.1</b> : Plan Physique      Plan Transformé.....	132
<b>FigureXII.1</b> : Comparaison expériences (en vert) vs. Modèle (en rouge) pour les valeurs de paramètres indiquées dans le tableau de droite. L'amplitude réduite $Y(t)/D$ est bien représenté de même les deux pics principaux. En B on représente dans le plan de phase le déplacement $Y(t)$ en fonction de la vitesse $\dot{Y}(t)$ .....	144
<b>Figure XII.2</b> : Comparaison des résultats numériques avec des résultats expérimentaux de Wang 2013 et Govardhan 2000. On note une corrélation raisonnable des résultats du modèle pour la branche initiale. On représente aussi les résultats de Yang (2009). La synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la vitesse réduite $U_r$ . L'évolution du rapport des fréquences $f_{osc}/f_r$ augmente avec $U_r$ et ne présente de comportement de type lock-in. La discontinuité des courbes d'amplitude et de fréquence montre un comportement de type hystérésis.....	145



## LISTE DES TABLEAUX

**Tableau VI.1** : Paramètres de la simulation

**Tableau VI.2** : Paramètres des résultats de la simulation

**Tableau VIII.1** : Gamme des principaux paramètres explorés

**Tableau IX.1** : Valeurs des paramètres explorés

**Tableau IX.2** : Fréquences des pics observées en fonction de  $D1/D$

**Tableau IX.3** : Les paramètres fixes

**Tableau IX.3** : Les différents paramètres des résultats

**Tableau XI.1** : Valeurs de la fréquence d'oscillation de la masse liquide

**Tableau XII.1** : Les paramètres principaux utilisés. La colonne Wang reprend les valeurs des expériences réalisées par Wang(2013) et les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  prenant en compte l'effet de fond sont proposées par Yiming (2016)

## NOMENCLATURE

$a$	Variable dans le plan transformé	
$A$	une matrice carrée de dimension $p \times p$	
$A_K$	amplitude complexe	
$\text{Arg}(A_K)$	phase	radian
$a_k(t)$	coefficients de projection	
$b$	Variable dans le plan transformé	
$B$	Matrice triangulaire	
$b_k$	Nombre réel	
$B^T$	Transposée de la matrice B	
$B_i$	Matrice à une colonne, composée des vecteurs vitesses $V_k(t_k)$	
$B'$	Matrice inverse de B	
$c$	Rayon du cercle	
$C_i$	Probabilité conditionnelle	
$C_{D0}$	Coefficient de trainée	
$C_L$	Coefficient de portance	
$C_A$	Coefficient de masse ajoutée	
$C_{EA}$	Coefficient de la masse ajoutée effective	
$C_y \cos \varphi$	accélération de la structure	$m/s^2$
$C(t)$	fonction du temps	
$C_l(t)$	Coefficient de portance variable avec le temps	
$D$	Diamètre du cylindre	m
$dt$	Chronogramme de mesure	$\mu s$
$E(\tau)$	Fonction du nombre d'onde	
$F_b$	Force de flottabilité et trainée	
$\sum F$	Autres forces appliquées	N
$\overline{F_D}(t)$	Valeurs moyennes de la trainée	N
$\overline{F_L}(t)$	Valeurs moyennes de la portance	N
$f_n$	Fréquence naturelle	Hz
$f_{st}$	fréquence de Strouhal	Hz
$f$	Fréquence d'oscillation du système	Hz
$g$	accélération gravitationnelle	Kg /m
$g(t)$	signal	
$\hat{g}_i$	Intégration de la vitesse numérique	
$g_1$	image à $t$	
$g_2$	image à $t + \Delta t$	
$G$	Distance cylindre-mur	
$H_{\text{riffle}}$	Hauteur du riffle	m
$H_{\text{moy}}$	Hauteur d'eau moyenne	m
$i$	indice	
$I$	matrice identité	
$i_{\text{max}}$	Nombre total d'image à traiter	
$j$	entier	
$k$	Raideur	N/kg
$k_D$	Coefficient de mélange des particules	

$l$	fenêtre d'interrogation	
$L$	longueur du cylindre	m
$L_2$	norme	
$l_{\text{canal}}$	Largeur du canal	m
$M_{\text{embarquée}}$	Masse du liquide embarquée dans le cylindre	Kg
$m$	Masse structurelle	kg
$m_A$	Masse ajoutée	kg
$M$	Taille des cellules d'interrogation en pixels.	
$N$	nombre d'échantillon	
$Nd^{3+}$	ions dans les cavités pour le cas du laser utilisé	
$(n \times m)$	Dimension de la matrice triangulaire B	
$m \times m$	Dimension de la matrice orthogonale U	
$n \times n$	Dimension de la matrice orthogonale V	
$n_{\text{min}}$	Entiers indiquant les limites inférieures et supérieures des zones à supprimer	
$n_{\text{max}}$	Entiers indiquant les limites inférieures et supérieures des zones à Supprimer	
$O_1$	Centre du cercle	
$p$	Pression du fluide	
$Q$	Débit d'écoulement	$m^3/s$
$q$	Variable d'oscillateur	
$q(t)$	Coefficient d'amplification	
$Re$	Nombre de Reynolds	
$r$	$\min(m, n)$	
$r \times r$	Dimension de la matrice rectangulaire réduite de U	
$\Phi_k(x)$	base orthonormée	
$S$	Section au-dessus du riffle	$m^2$
$St$	Nombre de Strouhal	
$SL$	Surface libre	
$T$	Durée d'observation	s
$u(x, t)$	quantité scalaire ou vectorielle physique évoluant au cours du temps et dans l'espace	
$\vec{U}$	Vecteur vitesse d'une particule du fluide dans le domaine d'étude	
$U$	Matrice orthogonale	
$\hat{U}$	Matrice rectangulaire réduite de U	
$U_r$	Vitesse réduite	
$U_{SL}$	Vitesse à la surface libre de l'écoulement	m/s
$(V_y, y)$	Espace de phase	
$V$	Matrice orthogonale	
$V_x$	Vitesse suivant l'axe ox	m/s
$V_y$	Vitesse suivant l'axe oy	m/s
$v$	vecteur propre	
$w$	Pulsation	Rad/s
$w(\tau_j)$	Fonction de pondération	
$w_i$	bruit	
$x$	Variable physique	
$y$	Variable physique	
$\ddot{y}$	Accélération dans la direction y	



$z$	Profondeur d'une particule	
$z_l: l$	vecteur colonne de valeurs complexes	
$\alpha$	Angle d'inclinaison du support du cylindre	dégré
$\Delta t$	pas de temps	s
$\Delta x$	Déplacement pour une seule particule	
$\Delta t$	intervalle de temps	
$\varepsilon$	Paramètre déterminé expérimentalement de même A	
$\xi$	Rapport d'amortissement	
$\Theta$	Angle d'inclinaison du canal	dégré
$\lambda_k$	Nombre réel	
$\lambda$	valeur propre	
$\mu_r$	Rapport de masse critique	
$\rho$	Masse volumique du fluide	Kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_i$	Valeurs singulières d'une matrice rectangulaire B	
$\Sigma$	Matrice diagonale contenant les éléments $\sigma_1, \dots, \sigma_r$	
$\hat{\Sigma}$	Matrice carrée réduite de $\Sigma$	
$\Sigma^*$	Matrice réduit du l <sup>ième</sup> premières valeurs singulières dominantes	
$\mu$	Viscosité dynamique	Po
$\nu$	Viscosité cinématique	Stokes
$\varphi$	Fonction de potentiel de courant	
$\phi_I$	Mouvement provient d'un potentiel incident	
$\Psi$	Vitesse du fluide dérive d'une potentielle de vitesse	
$\omega_k$	Nombre réel	

## INTRODUCTION GENERALE

Les techniques de tri des minéraux lourds dans le domaine de traitement des produits miniers nécessitent souvent l'emploi, soit des réactifs chimiques, soit la génération d'un écoulement capable de séparer les particules solides utiles aux non utiles (gangues). Les procédés chimiques pour extraire les minéraux précieux sont souvent inaccessibles, surtout pour les petits exploitants artisanaux, dans les pays en voie de développement comme le cas de Madagascar vu le prix qui en découlent.

Des appareils industriels ou semi-industriels existent et marchent grâce aux forces des fluides, en l'occurrence de l'eau, comme moyens de tri. Ces appareils présentent un faible coût de fonctionnement et peu onéreuse **Joussemet et al (1991)**. Le Jig fait partie de cet appareil.

Le principe du jig est basé sur la méthode de séparation gravimétrique. Cette méthode est contrôlée par la différence de masse volumique des matières particulaires dans le milieu fluide en écoulement. Le but du jiggage consiste à délayer les particules à valoriser des particules stériles grâce au mouvement d'oscillation vertical appliqué sur la pulpe (eau et particules) en écoulement horizontal. Le mouvement d'oscillation du liquide est créé soit par un piston ou par de l'air comprimé, soit par le déplacement ascendant et descendant d'un caisson de section rectangulaire à fond maillé au cours de l'écoulement de la pulpe. Ce type d'appareil est appelé Jig à grille mobile, et le canal-jig en est un exemple.

Comme le mécanisme essentiel lors de l'extraction des minerais par l'écoulement sur un jig à grille mobile, en particulier sur le canal-jig, met en œuvre le mouvement d'une structure oscillante dans une caisse compartimentée. On est donc amené à étudier l'interaction entre l'écoulement et une telle structure. Notre travail se situe ainsi aussi dans le domaine de la mécanique des fluides que dans celui de l'exploitation minière.

Plus particulièrement, les travaux préliminaires sont consacrés à l'étude expérimentale et numérique de l'interaction entre un cylindre circulaire partiellement rempli d'eau et un écoulement confiné et en présence de la surface libre. Deux cas de configuration du cylindre rempli d'eau font l'objet d'études : cylindre seul et cylindre équipé d'une maille.

Le choix de la structure cylindrique utilisée pour l'étude du comportement vibratoire de la plaque perforée associée au canal-Jig est dicté par la simplicité d'une telle structure, et par les travaux de nombreux chercheurs qui ont étudié la vibration induite par un détachement des tourbillons (Vortex Induced Vibrations) derrière une structure de forme

circulaire placée en écoulement uniforme ou non uniforme **Sarpkaya (1979)**, **Chen (1986)**, **Blevin (1990)**, **Bearman (1984)**, **Sonneville (1976)**, **Williamson (1999)**.

L'écoulement autour d'une structure cylindrique est caractérisé par la naissance d'un sillage tourbillonnaire en arrière et sur les deux côtés du cylindre. Ces tourbillons sont lâchés alternativement de part et d'autre derrière le cylindre et engendrent dans ce cas des forces oscillatoires dont la fréquence est contrôlée par le nombre de Strouhal. Ces forces peuvent être responsables de phénomènes de résonance qui mettent en vibration des structures placées dans un écoulement. Elles peuvent également causer des dégâts importants sur les structures elles-mêmes. L'étude de ces vibrations dans le domaine de l'hydrodynamique est appelée le VIV ou Vortex Induced Vibrations. Celui-là peut être aussi mis en œuvre pour récupérer de l'énergie, ou pour dimensionner une structure pour que cette dernière ne subisse pas de rupture. Dans notre cas d'étude, le phénomène de VIV est analysé dans le but de générer la vibration d'une plaque perforée qui fait office de grille mobile dans le cas du canal-Jig.

Le but de notre travail est donc de contribuer à une meilleure compréhension de l'interaction entre un fluide en écoulement dans un bac compartimenté et une structure cylindrique équipée d'une maille. Nous estimons que cela aura pour application l'amélioration des réglages des paramètres physiques qui contrôlent le rendement du Jig à grille vibrante. En particulier, la mise en évidence de l'évolution des zones recirculations du fluide sous différentes configurations, cylindre seul ou muni d'une maille dans l'écoulement ainsi que le comportement dynamique du cylindre sont investigués. Dans le cadre de la réalisation de cette thèse en cotutelle entre l'Université d'Antananarivo (Madagascar) et l'Université du Havre (France), il convient de mentionner que le cylindre et la maille constituent une version très simplifiée d'une maquette du JIG à grille mobile. La grande partie de la recherche était réalisée dans le Laboratoire Ondes et Milieux Complexes de l'Université du Havre. Le stage doctoral effectué dans ce laboratoire était financé par le projet HFSF (Horizons Francophones Sciences fondamentales) de l'AUF (Agence Universitaire de la Francophonie).

La première partie de ce travail relate les études bibliographiques. Notamment, on mentionne les modèles théoriques, empiriques utilisés pour simuler les comportements des particules solides dans le fond du Jig. On présente ensuite les caractéristiques du canal-Jig. Les recherches antérieures traitant de l'écoulement autour d'un cylindre fixe ou vibrant sont aussi rappelées.

La deuxième partie décrit, les caractéristiques de la maquette ainsi que les matériels et procédures expérimentales employées pour l'acquisition des champs de vitesse et des efforts hydrodynamiques. Le chapitre I détaille les dispositifs expérimentaux et les techniques de

traitements des signaux hydrodynamiques. Les moyens d'acquisition du champ de vitesses ainsi que la méthode de réduction POD (Décomposition Orthogonale en valeur propre) des champs obtenus sont présentés dans le chapitre II et chapitre III.

Comme le mécanisme d'un Jig met en œuvre un caisson maillé en mouvement d'oscillation verticale dans un écoulement, nous montrerons dans la troisième partie les résultats des expériences obtenues sur une plaque perforée et sur un cylindre équipé d'un filet. Notamment, on analyse dans le chapitre I l'effort vertical mesuré ainsi que les évolutions des zones de recirculation pour le cas de la plaque perforée fixe placée à différentes hauteurs et en mouvement impulsif dans l'écoulement. Le chapitre II illustre les résultats de champ de vitesse et effort vertical pour le cas du cylindre muni du filet pour deux configurations dans l'écoulement.

La partie quatre illustre les résultats des expériences sur le cylindre seul. Le chapitre I rappellera les valeurs des différents paramètres explorés avec la stratégie abordée, la façon de mener l'expérience. Le chapitre II présentera les résultats des expériences sur le cylindre en mode normal suivi du chapitre III qui concernent les résultats des expériences sur le cylindre en mode inversé. Pour ces deux chapitres, on y propose la mesure du déplacement du cylindre par visualisation. Cette partie IV se terminera par un chapitre qui décrira une synthèse de la dynamique du cylindre.

La cinquième partie sera consacrée à la partie modélisation par modèle oscillateur du sillage. Le chapitre I rappelle le phénomène de sloshing en raison du mode de réglage des conditions initiales en décrivant le modèle souvent utilisé pour traiter ce phénomène dans un canal rectangulaire pour un fluide parfait et on généralise ensuite ce modèle pour le cas d'une section circulaire. Le chapitre II concerne le modèle utilisé pour notre problème qui s'appuie sur le modèle de Yiming. Nous terminerons cette dernière partie par un chapitre qui a pour objet de comparer les résultats expérimentaux avec les résultats du modèle numérique mise en œuvre.

## **PARTIE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

## Chapitre I : Le mécanisme du jig

### I-1. Introduction

Le Jig est l'un des appareils les plus anciens utilisant la méthode gravimétrique pour la récupération des minéraux lourds. Même aujourd'hui, Il constitue la technologie la plus répandue pour la simplicité de sa mise en œuvre dans la préparation du saphir à Ilakaka au sud de Madagascar. Malgré cette simplicité, il subsiste un grand nombre de phénomènes physiques qui restent inexplicables concernant le processus de jiggage.

### I-2. Principes de jiggage

Le terme anglais JIG est traduit en français par "gigue" qui est une danse. L'action de jiggage consiste à imposer une impulsion et une succion verticales périodiques sur un mélange d'eau et de produits miniers appelé pulpe en écoulement horizontal. L'impulsion et la succion sont opérées par un dispositif situé en dessous d'un bac contenant la pulpe. Ces actions ont pour but de séparer le charbon (**Kelly and Spottiswood, 1982 ; Wills, 1982 ; Buntensch et al., 1997**) par exemple ou les minéraux plus coûteux comme le saphir ou le chrysobéryl des restes stériles. Le tri est donc effectué dans un lit de particules fluidisées en fonction de la stratification dépendant de la densité des grains. Durant un cycle de jiggage, trois phénomènes se produisent :

a) L'accélération : Une particule sphérique de diamètre  $D_p$ , de masse volumique  $\rho_p$  chutant dans un fluide visqueux de masse volumique  $\rho$  est sollicitée par trois forces que sont la gravité, dirigée vers le bas, les forces appliquées par le liquide déplacé, la poussée d'Archimède et la résistance à l'avancement, force de traînée dirigée vers le haut.-L'équation différentielle de son mouvement s'écrit :

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{(\rho_p - \rho)g}{\rho_p} \quad (I.1)$$

On constate que cette première approche est destinée pour un fluide au repos puisque la force de traînée opposée au sens de l'écoulement n'est pas prise en compte.

La relation I.1 montre que la dérivée de la vitesse est fonction de la différence entre la masse volumique de la particule et du fluide mais ne dépend pas de la taille du grain.

b) l'infiltration interstitielle : au début de la succion, le lit se compacte et les particules les plus grosses sont bloquées, seule les plus fines s'infiltreront à travers les pores

c) La sédimentation gênée : le lit dans lequel les grains tombent est constitué des grains accolés à travers lequel l'eau peut s'infiltrer causant une sédimentation gênée.

Le principe de jiggage est conditionné par ces trois phénomènes et les grains les plus lourds sont déposés en dessous des minéraux fins selon leur granulométrie. La couche du milieu est constituée par les particules de granulométrie intermédiaire.

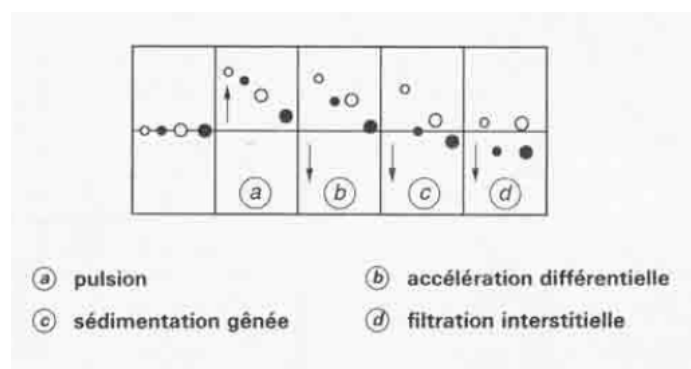


Figure.I.1 : Cycle de jiggage (Robert HOUOT, Robert JOUSSEMET 1991)

### I-3. Modèles des phénomènes de jiggage

Certains principes de bases du fonctionnement du JIG ne sont pas encore bien compris à l'heure actuelle. Le jiggage s'exécute dans un écoulement multiphasique complexe. Les différentes particules exposées aux différentes forces du fluide ont des trajectoires différentes. Plusieurs paramètres comme le débit de la pulpe, la fréquence et l'amplitude des pulsations de l'air ou de l'eau pour le jig à grille fixe ou la fréquence et l'amplitude du mouvement de la grille pour le cas du jig à grille mobile, peuvent affecter le mouvement des particules.

Plusieurs modèles sont utilisés pour comprendre le processus de jiggage. Les modèles traitants uniquement l'évolution de la trajectoire des particules au sein de la pulpe peuvent être classés en deux groupes dont : les modèles basés sur la théorie de l'énergie potentielle **Mayer (1964)**, **Tavares et King (1995)** et les modèles fondés sur la méthode d'élément discret (DEM) **Srinivasan et al (1999)**, **Mishra et Meharotra (2001)**, **Beck et Holtam (1993)**.

**Mayer** a soutenu que la séparation des particules est due à la différence de l'énergie potentielle entre l'état non stratifié et stratifié du système des particules dans le JIG. **Tavares et King** ont montré que la théorie de Mayer se limite seulement au cas où les particules ont la même taille. Cette théorie de l'énergie potentielle a été prolongée par plusieurs chercheurs. **Vetter et al (1987)** ont utilisé la théorie de dispersion de particules en suspension en incluant

l'effet de dispersion causée par la collision entre les particules. Une formulation mathématique a été ainsi proposée pour décrire la dispersion des matériaux particulaires avec des densités différentes mais de taille et forme uniforme. Le mouvement de dispersion des particules dans le lit du Jig a été modélisé d'une manière probabiliste en interprétant l'équilibre des forces hydrodynamiques agit sur une particule comme une équation différentielle stochastique prenant en compte l'interaction entre particules comme un terme de bruit blanc.

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{\partial(k_\mu(\rho_i - \bar{\rho})C_i)}{\partial y} + k_D \frac{\partial^2 C_i}{\partial t^2} \quad (I.2)$$

$C_i$  représente la probabilité conditionnelle et  $k_\mu$  est un coefficient de trainée et  $k_D$  est le coefficient de mélange des particules.

**Gaudin (1939)** est le premier à modéliser le comportement d'une particule dans un fluide parfait pour la compréhension du jiggage. **Mishra et Mehrotra (1998)**, **Beck et Holtam (1993)** ont mis en œuvre un modèle microscopique dans lequel ils ont adopté un outil numérique basé sur la méthode d'élément discret pour traiter le mouvement des matières solides. Dans leur modèle, l'effet du fluide inclut la force de trainée et la force de flottabilité. La collision entre les particules est contrôlée par le coefficient de restitution. Le coefficient de frottement permet aux particules de glisser entre elles. La position d'une particule est déterminée par son accélération. La forme du modèle est écrite comme :

$$m\ddot{y} = \sum F - F_b - F_D \quad (I.2)$$

Où  $\ddot{y}$  est l'accélération dans la direction y,  $F_b$  et  $F_D$  sont respectivement la force de flottabilité et trainée,  $\sum F$  est toutes les autres forces appliquée, telles que les forces de contact ou force des corps solides.

**Srinivasan et al (1999)** ont simulé ce même modèle en 3D. Il a été constaté que le modèle est performant pour toutes amplitudes de pulsion. **Mishra et Mehrotra (2001)** ont amélioré ensuite le même modèle en incluant une nouvelle corrélation de la force de trainée du fluide pour prendre en compte l'effet de la porosité du lit du jig. Ils ont validé leur modèle avec des données expérimentales. Dans la méthode d'élément discret, le degré de la stratification du lit en bas du jig peut être quantifié par la différence entre le centre de gravité de l'ensemble des particules de densités différentes ou par la détermination de la diminution de l'énergie potentielle du lit du jig d'après **Srinivasan et al (1999)**. Ces modèles ont été



établis sous l'hypothèse d'un écoulement uniforme et ne prennent pas en compte la possibilité d'un écoulement non uniforme qui agit sur les particules.

Pour les modèles qui se focalisent sur l'hydrodynamique du Jig, **Rong et Lyman (1991 a, b)** ont conduit des études expérimentales sur une maquette du Jig à air pulsé en faisant une analyse quantitative des données récoltées. Ils ont constaté l'influence de l'amplitude et la fréquence de la pulsion de l'air sur le processus de séparation des particules. Ils ont également observé un comportement complexe entre la pulsion de l'air et l'écoulement du fluide dans le jig. **Mishra et Mehrotra (1998)** ont affirmé que cette complexité du fluide est la cause du mouvement irrégulier des particules solides de types différentes. **Jinnouchi et al (1978, 1984)**, **Rong et Lyman (1993 a, b)** ont modélisé analytiquement le système du jig à air pulsé comme un système mécanique simple. Ils ont adopté leur modèle à partir de la théorie de dissipation d'énergie. Ils ont établi que la dimension physique du jig et les paramètres de la pulsion de la vanne d'air contrôlaient l'écoulement de la pulpe. **Galvin, (2001)** a entrepris une étude de la forme optimale d'onde de cette dernière pour la récupération du charbon.

**Karantzavelos et Frangiscos (1984)** ont effectué une analyse empirique et ont proposé un modèle pour représenter la relation entre le temps de jiggage et plusieurs paramètres du processus de jiggage. **Rong et Lyman (1991 a, b)** ont supposé que la disposition des particules dans le lit du jig est en relation directe avec les paramètres qui affectent le comportement de l'eau dans la chambre du jig. Ils ont ainsi avancé une relation empirique écrite sous forme d'une équation comportant un terme fonction de puissance qui représente l'indice de la stratification des particules et le temps de jiggage. **Vinogradav et al (1968)** ont entrepris une analyse statistique des données expérimentales tandis que **Xianguo et al (1993)** ont employé la technique de Markov pour améliorer la performance du jig.

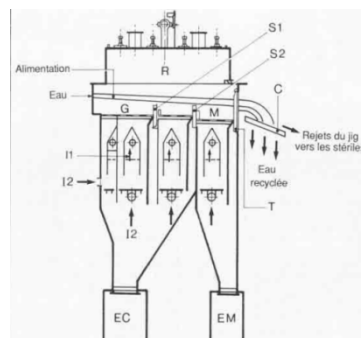
**Mishra et Adhikari (1999)** ont étudié expérimentalement le mouvement du fluide dans une maquette du Jig à grille fixe formée d'une chambre cylindrique de diamètre 15cm. Ils ont effectué des mesures de la fréquence et l'amplitude (pulsation d'air et niveau d'eau) en fonction de plusieurs formes d'onde provoquées. Ils ont montré le rôle important de ces paramètres dans le processus de jiggage

Des investigations récentes utilisant la puissance de l'ordinateur ont simulé l'interaction entre les particules solides et le mouvement du fluide dans un jig à grille fixe par l'approche CFD (Computational Fluid Dynamics). **Xia et Peng (2007)** ont notamment appliquée cette méthode pour la simulation numérique du comportement des fines particules de charbon dans un écoulement oscillant. L'étude repose sur la résolution numérique de

l'équation de Navier –Stokes moyennée en utilisant le modèle de turbulence de Baldwin-Lomax pour la phase liquide. Le mouvement des particules est calculé en tenant compte de toutes les forces concernées. L'interaction entre les particules individuelles est calculée à partir du modèle de collision de sphères solides. Ils ont mis en évidence la prépondérance de la force de traînée, de la pression et de la force de flottabilité dans la détermination du mouvement des particules. Ils ont également trouvé que l'amplitude de pulsion a moins d'effet sur l'efficacité de la séparation que la fréquence du jiggage. Finalement, ils ont noté une bonne stratification des particules associée aux valeurs d'amplitude pulsion 2cm et fréquence 3Hz.

#### I-4.JIG à grille fixe et à eau pulsée

Le principe consiste à créer la pulsion par un piston. Les concentrés sont extraits dans la huche à piston par vanne et contre –vanne. Le piston plongeur mécanique est mis en mouvement soit par de l'air comprimé pulsé distribué par des vannes rotatives, soit par un diaphragme avec réglage possible de la course et du cycle. Dans certains appareils, le "pistonnage" se fait en dessous de la grille. La grille est constituée par des barreaux parallèles les uns aux autres. Le jig de Batac est un exemple de ce type d'appareil.



- C : crible d'épouttage
- EC : élévateur à godets pour concentrés (largeur 1 m)
- EM : élévateur à godets pour mixtes (largeur 0,63 m)
- G : grille
- I1 : injection d'air et conduit d'évacuation
- I2 : injection d'eau de huche
- M : minéral à faible teneur
- R : réservoir de distribution d'air
- S1 : seuil de 16 cm (barres)
- S2 : seuil de 26 cm (barres)
- T : trappe à couteau contrôlée hydrauliquement

Jig : largeur 4,5 m; longueur 4,4 m; caisson d'entraînement 1 x 0,5 m; caisson de stratification 3 x 1 m; caisson des seuils 3 x 0,3 m.

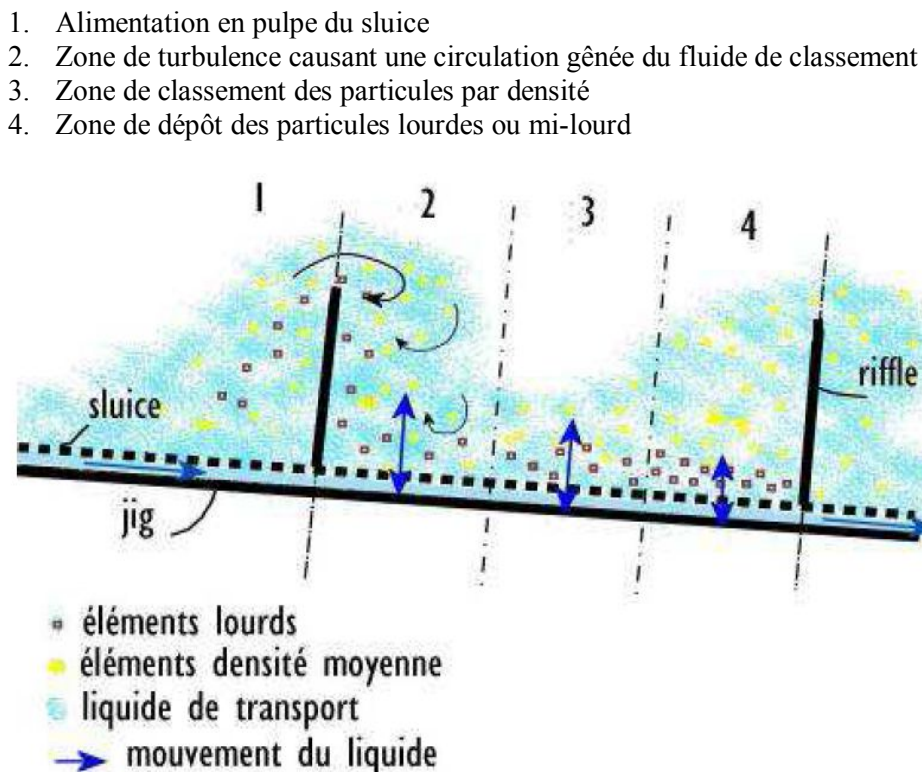
Grille: plaque d'acier inoxydable; perforations carrées de 20 mm; taux d'ouverture de 40%; épaisseur de plaque 5 mm.

Figure.I-2 : Jig Batac pour minerai de fer Miller (1991)

### I-5. JIG à grille mobile

Une caisse fixe compartimentée dans laquelle se déplace verticalement un caisson muni d'un fond perforé appelé grille constitue le Jig à grille mobile. Les produits évoluent sous l'effet du mouvement du caisson et de l'écoulement de la pulpe. Les plus lourds chutent en premier et traversent la grille puis sont récupérés une fois passé le fond du compartiment. Les particules de taille intermédiaire se trouvent dans les compartiments suivants, tandis que les plus légères sont rejetées au bout du bac. Le Jig Hancock et le canal-jig en sont des exemples.

Le principe du canal jig repose sur l'utilisation conjointe et simultanée de la concentration des particules par nappes, effet "sluice" et l'accélération effet « jig ». Le fond du sluice est constitué d'une grille perforée. Le jig est ici un couloir de section rectangulaire venant englober le sluice. Il est animé de mouvements verticaux par un système de leviers. L'écart entre les fonds du sluice et le jig est réglable. Chaque espace inter-riffle est divisé arbitrairement en trois zones d'après **Daniel Husson**, comme indiqué sur la Fig.I.3.



**Figure.I.3** : Théorie des différentes phases de classement des procédés d'après Daniel Husson

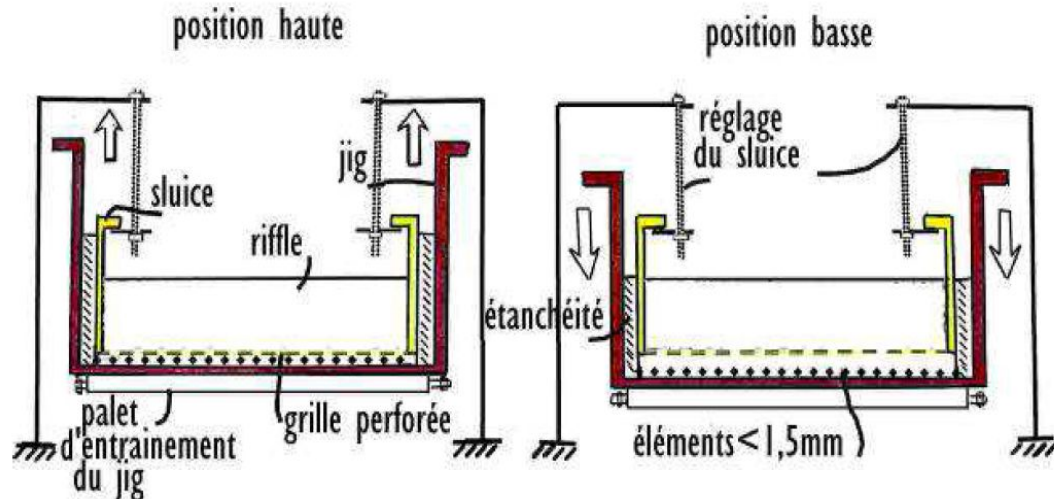


Figure I.4 : Coupe d'un canal-Jig d'après Daniel Husson

Le système mis en œuvre dans le canal-jig est une amélioration des systèmes existants dans les autres appareils. L'effet du jiggage que subit la pulpe évolue entre chaque espace inter-riffle et chaque espace inter-riffle constitue un jig. Ce mouvement génère à lui seul un premier tri par effet gravimétrique. On combine une dynamique verticale (suction et pulsion de l'eau) et une dynamique longitudinale à chaque riffle, d'après Daniel Husson.

## I-6. Conclusion

Pour conclure ce chapitre, nous avons mis en relief quelques apports entrepris par différents chercheurs sur les approches de la modélisation du mécanisme du jig. On constate que peu d'auteurs ont abordé le problème posé par l'écoulement dans le jig d'un point de vue "hydrodynamique». En particulier, on n'a pas trouvé d'articles proposant une étude sur l'hydrodynamique sur le Jig à grille mobile.

## Chapitre II : Etude bibliographique sur l'écoulement autour d'un cylindre fixe et mobile

### II.1 Cylindre fixe

Le cylindre à section circulaire placé perpendiculairement dans un écoulement est un obstacle non profilé à courbure progressive. La forme de cette dernière crée un décollement de l'écoulement à la paroi. Ce décollement est dicté par la courbure de la paroi et par le comportement de la couche limite sujette à un gradient de pression. On perçoit ainsi la complexité et le caractère instationnaire de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds.

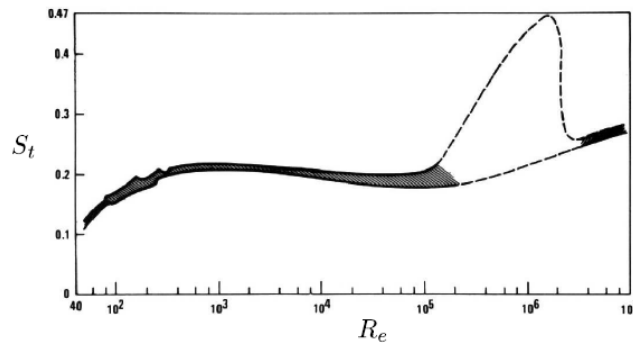
$$Re = \rho \frac{UD}{\mu} \quad (\text{II.1})$$

#### a). Périodicité du détachement tourbillonnaire

Les études menées expérimentalement sur l'écoulement autour d'un cylindre fixe ont montré que pour une plage étendue du nombre de Reynolds, le sillage engendré est composé de tourbillons qui sont lâchés alternativement à l'aval du cylindre. Ce lâcher alterné génère des efforts hydrodynamiques instationnaires sur l'obstacle. Pour caractériser ce caractère alterné du lâcher des tourbillons, on introduit le nombre de Strouhal qui est défini de la façon suivante

$$St = \frac{f_0 D}{U} \quad (\text{II.2})$$

Ce nombre adimensionnel est associé à la fréquence  $f_0$ , appelée fréquence de Strouhal, qui caractérise la fréquence dominante des lâchers des tourbillons. Ce nombre est essentiellement fonction du nombre de Reynolds comme le montre la Fig. II.1.



**Figure.II.1** : Nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds (Blevins.1990).

### b). Force induites par l'écoulement

L'effort exercé par l'écoulement sur le cylindre se projette dans le sens de l'écoulement constituant la traînée et dans le sens perpendiculaire la portance. La traînée est la composante des efforts qui s'oppose au mouvement relatif du cylindre, elle est due à la viscosité du fluide, à la quantité de mouvement du fluide déplacé et aussi aux fluctuations de pression générées par les tourbillons présents dans le sillage. Quant à la portance, elle doit sa création pour une grande part, à la dissymétrie du sillage proche. C'est pourquoi, la formation des tourbillons créés par l'écoulement, peut donner des informations précieuses sur les fluctuations de la portance.

Une analyse dimensionnelle sur les forces hydrodynamiques et sur les caractéristiques principales de l'écoulement permet de modéliser les valeurs moyennes de la traînée  $\widehat{F}_D(t)$  et de la portance  $\widehat{F}_L(t)$  par les relations (I-II.3) et (II-II.4). **Rajaona R.D. (1987)**

$$\widehat{F}_D(t) = \frac{1}{2} C_{D0} \rho L D U^2 \quad (\text{II.3})$$

$$\widehat{F}_L(t) = \frac{1}{2} C_L \rho L D U^2 \quad (\text{II.4})$$

où L et D sont les dimensions du cylindre, U la vitesse de l'écoulement,  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $C_{D0}$  et  $C_L$  sont des paramètres adimensionnels dépendant de l'organisation et de la turbulence du sillage. La Fig. I.II.3. montre l'évolution du coefficient de traînée  $C_{D0}$  en fonction du nombre de Reynolds Re.

Nous pouvons remarquer une différence notable sur le comportement du coefficient de traînée  $C_{D0}$  : il est fortement décroissant lors du régime critique et il augmente sensiblement

lors du régime supercritique. Cette différence est prise en compte comme la séparation entre les régimes critique et supercritique.

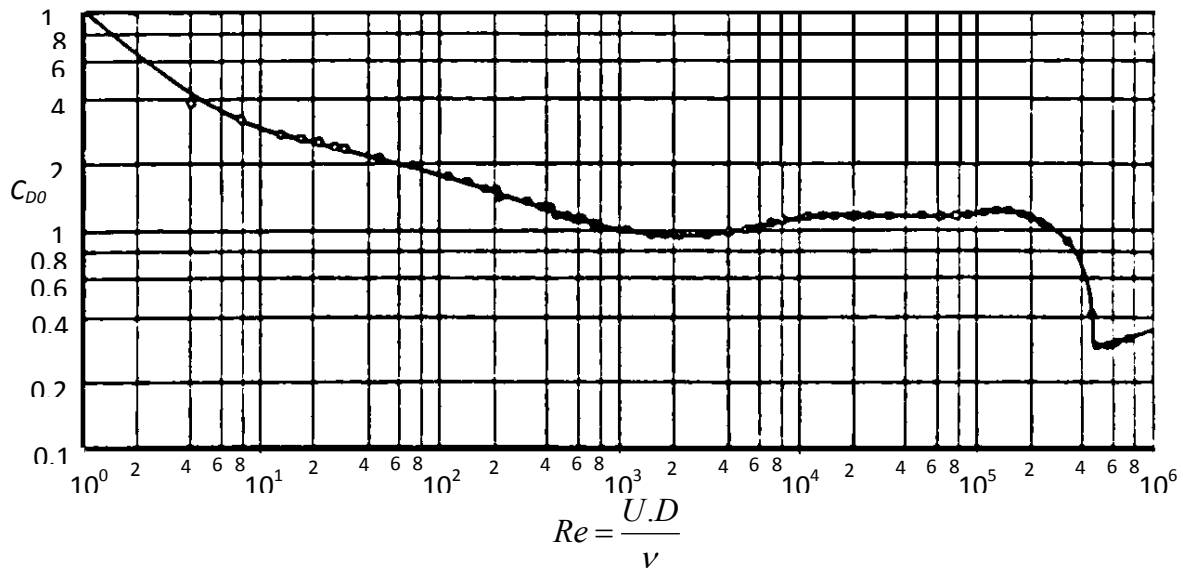


Figure.II.2. Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds Rajaona R.D (1987)

## II.2.Cylindre mobile

### II.2.1 Introduction

L'étude de l'écoulement autour d'un cylindre de section circulaire placé horizontalement dans un écoulement et animé d'un mouvement d'oscillation libre dans le plan transverse (déplacement suivant Y) du fluide a été l'objet de nombreuses publications. Comme rappelé précédemment, l'écoulement est caractérisé par le lâcher alterné des tourbillons s'établissant derrière le cylindre. Les investigations de ces dernières décennies ont donné lieu particulièrement à l'étude du phénomène vibratoire engendré par l'émission des tourbillons sur un tel cylindre circulaire et sur la compréhension de la physique du phénomène qui s'observent dans le domaine du sillage proche.

L'une des caractéristiques principales de ces vibrations est le phénomène de synchronisation "lock-in" ou l'entrée en phase de résonance entre la fréquence de la force du fluide et la fréquence de la vibration du cylindre. Dans cette zone dite de synchronisation, une augmentation importante de l'amplitude de l'oscillation est observable d'après **Sarpkaya, (1995), Khalak et Williamson (1999)**. L'ancienne définition du phénomène de Lock-in est proposée par **Bishop et Hassan (1964), Feng (1968), Blevin (1990)** qui stipule que le VIV correspond à une synchronisation de la fréquence de vibration du cylindre et la force du fluide à la fréquence naturelle du cylindre qui se manifeste seulement pour une grande valeur du

rapport de masse, rapport entre la masse mobile et la masse mobile ajoutée de celle de l'eau déplacée. Nous présentons dans ce qui suit un bref rappel bibliographique du VIV. Les paramètres d'analyses sont rappelés aux paragraphes II.2.2, II.2.3, II.2.4. Le paragraphe II.2.5 porte sur les modèles de la dynamique du couplage fluide/cylindre circulaire classiquement utilisés par les chercheurs. Les principaux résultats répertoriés dans la littérature sont énumérés dans le paragraphe II.2.6. Nous parlerons plus particulièrement des résultats de recherches des autres auteurs sur les oscillations induites par vortex (VIV) pour le cas d'un cylindre circulaire, placé de façon horizontale, et libre d'osciller verticalement sous la surface libre et en présence d'une limite inférieure plane.

### II.2.2 Les paramètres associés aux conditions d'apparition du VIV

Les paramètres fondamentaux du VIV utilisés sont les paramètres liés à la structure (Vandiver, 1993 ; Khalak et Williamson, 1999) et les paramètres associés à l'écoulement.

Les paramètres structurels sont :

- Le rapport de masse  $\mu$  entre la masse  $m$  du cylindre de diamètre  $D$  plus l'effet inertiel du fluide ( $m_A$  ou masse ajoutée) subi par la structure et la masse du fluide déplacé en présence de la structure.

$$\mu = \frac{m + m_A}{\frac{\pi}{4} \rho L D^2} \quad (\text{II.5})$$

$$m_A = C_M \frac{\pi}{4} \rho L D^2 \quad (\text{II.6})$$

- Le rapport d'amortissement  $\xi$  de la structure qui compare l'amortissement effectif  $r$  et l'amortissement critique  $r_c$ .  $\xi$  est donc le rapport d'amortissement caractéristiques d'un système dynamique oscillant de raideur  $k$ , d'amortissement  $r$  et de pulsation  $\omega$

$$\xi = \frac{r}{r_c} \quad (\text{II.7})$$

$$r_c = 2 \omega r \quad (\text{II.8})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{II.9})$$

- La fréquence naturelle  $f_n = \omega/2\pi$ . Elle se mesure dans le milieu fluide ou dans l'air

Les paramètres associés à l'écoulement de viscosité cinématique  $\nu$  sont :

- La vitesse en amont  $U$  de l'écoulement
- le nombre de Reynolds  $R_e$  qui définit le régime de l'écoulement généré

$$R_e = \frac{UD}{\nu} \quad (\text{II.10})$$



- Le nombre adimensionnel de Strouhal caractérisant la périodicité des lâchers des tourbillons à l'aval du cylindre. Ce nombre est obtenu, comme nous l'avons dit, en adimensionnant la fréquence des émissions des tourbillons  $f_0$  par rapport au temps d'advection du fluide autour du diamètre  $D$  du cylindre. Ce nombre est proche de 0.2 dans un régime subcritique correspondant à la gamme du nombre de Reynolds compris entre  $300 < R_e < 150000$

$$S_t = f_0 \frac{D}{U} \quad (\text{II.11})$$

### II.2.3. Les paramètres adimensionnels associés à la réponse du cylindre dû aux VIV sans effet de la surface libre

Les résultats des investigations du VIV sont interprétés habituellement en fonction des paramètres adimensionnels ci-après :

- La vitesse réduite qui est obtenue en adimensionnant la fréquence naturelle de la structure  $f_n$  par rapport au temps d'advection du fluide le long du diamètre du cylindre

$$U^* = \frac{1}{f_n} \frac{U}{D} \quad (\text{II.12})$$

- L'amplitude de l'oscillation adimensionnée par rapport au diamètre du cylindre

$$\frac{A}{D} \quad (\text{II.13})$$

- Le rapport entre la fréquence naturelle du cylindre et la fréquence du sillage est la fréquence réduite

$$f_{réduite} = \frac{f_n}{f_0} \quad (\text{II.14})$$

### II.2.4 Les paramètres additionnels du phénomène de VIV avec effet de la surface libre

En présence de la surface libre, deux autres paramètres complémentaires sont considérés pour prendre en compte l'effet de celui-ci sur le phénomène de VIV :

- La profondeur d'immersion du cylindre mesurée entre le niveau moyen de la surface libre et la partie supérieure du cylindre. Cette distance est adimensionnée par rapport au diamètre de ce dernier.

$$\frac{H}{D} \quad (\text{II.15})$$

- Le nombre de Froude qui caractérise l'influence de l'onde de la surface libre sur l'écoulement en général et sur le sillage proche derrière le cylindre en particulier. Ce nombre

est sans dimension et obtenu par la relation entre la vitesse de l'écoulement  $U$ , l'accélération gravitationnelle  $g$  et la dimension caractéristique  $L$  de la structure.

Si la dimension caractéristique est le diamètre du cylindre alors :

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gD}} \quad (\text{II.16})$$

Si la dimension caractéristique est la profondeur d'immersion du cylindre alors :

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gH}} = \frac{U}{\sqrt{gD}} \sqrt{\frac{D}{H}} \quad (\text{II.17})$$

## II.2.5. Modèles dynamiques du couplage fluide-structure :

### Cas d'un cylindre vibrant transversalement sous l'effet des lâchers des tourbillons

#### a) Modèle classique

L'Eq II.18 décrit la dynamique du cylindre. Le couplage est pris en compte en écrivant les effets du lâcher via le terme source  $F$ , technique couramment utilisée pour étudier le VIV d'un cylindre en oscillation verticale.

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \quad (\text{II.18})$$

Où  $m$  est la masse structurelle,  $c$  l'amortissement structurel,  $k$  la constante de raideur du système et  $F$  la force du fluide dans la direction transversale. La réponse du système dans la direction transversale induite par  $F$  est représentée par  $y$ . Si la fréquence de la structure est en synchrone avec la fréquence du sillage ou de la force fluide induite, on peut approximer  $F$  et  $y$  par les expressions suivantes :

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{II.19})$$

$$y(t) = y_0 \sin \omega t \quad (\text{II.20})$$

Où  $\omega = 2\pi f_n$  et  $f_n$  est la fréquence d'oscillation de la structure pendant le VIV. Les réponses en amplitude et en fréquence sont obtenues à partir de les relations II.19 et II.20 **Khalak et Williamson (1999)** proposaient l'amplitude réduite et la fréquence réduite, avec leurs notations, suivante.

$$A^* = \frac{y_0}{D} = \frac{1}{4\pi^3} \frac{C_Y \sin \varphi}{(m^* + C_A)\xi} \left(\frac{U^*}{f^*}\right)^2 f^* \quad (\text{II.21})$$

$$f^* = \frac{f}{f_n} = \sqrt{\frac{m^* + C_A}{m^* + C_{EA}}} \quad (\text{II.22})$$

Où  $C_A$  est le coefficient de masse ajoutée qui est égale à 1 pour un cylindre circulaire dans un fluide parfait. Mais dans un fluide réel, ce coefficient dépend du régime de l'écoulement et son historique.  $C_{EA}$  est le coefficient de la masse ajoutée effective incluant l'effet apparent dû à la force transversale totale du fluide en phase avec l'accélération de la structure  $C_y \cos \varphi$

$$C_{EA} = \frac{1}{2\pi^3} \frac{C_y \cos \varphi}{A^*} \left( \frac{U^*}{f^*} \right)^2 \quad (\text{II.23})$$

### b) Modèle de force décomposée

Le modèle élaboré par **Lighthill (1986)** consiste à décomposer la force hydrodynamique  $F$  en somme de deux forces dues à l'inertie et aux lâchers des tourbillons. L'équation (5) peut s'écrire dans ce cas sous la forme

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m_A\ddot{y} + F_{lacher}(y) \quad (\text{II.24})$$

$$(m + m_A)\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_{lacher}(y) \quad (\text{II.25})$$

Où  $F_{lacher}(y)$  représente la force induite par le sillage dans la direction transversale appliquée sur le cylindre et  $-m_A\ddot{y}$  la masse ajoutée

### c) Modèle oscillateur fluide (Wake oscillator)

Le modèle de l'oscillateur fluide a pour objet de représenter la force  $F_{lacher}$  due au lâcher de tourbillon. Son principe repose sur l'établissement d'un modèle mathématique représentant la non linéarité et le caractère autolimité et autoentretenu de la dynamique du cylindre. **Bishop et Hassan(1964)** conceptualise ainsi la dynamique du sillage du cylindre comme un oscillateur non linéaire et **Hartlen et Currie (1970)** introduit l'équation de Van der Pol qui prend en compte cette non linéarité Eq. II.26.

$$\ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$F_{lacher}(y) = \frac{A}{D} q(t) \quad (\text{II.27})$$

où  $\varepsilon$  est un paramètre déterminé expérimentalement de même  $A$ . L'équation de Van der Pol caractérise un phénomène autoentretenu où le coefficient d'amortissement est positif si  $q$  est assez grand puis devient négatif si  $q$  est en dessous d'un seuil. La variable  $q$  de l'oscillateur est fonction du paramètre de l'écoulement. Les travaux de **Hartlen et Currie(1970)** ont considéré l'amplitude du coefficient de portance subis par la structure en fonction du temps

comme variable phénoménologique. **Iwan et Blevins (1974)** ont étudié le sillage et ils sont arrivés à une même conclusion. **Blevins (1990)** a regardé le comportement transversal instantané de la force du fluide. Pour **Krenk et Nielsen (1999)**, **Noack et al (1991)**  $q$  est respectivement la composante verticale du champ de vitesse instantanée du sillage proche et le mouvement transverse instantané du sillage proche par rapport à sa position moyenne.

Plus récemment  $q$  a été considéré comme un coefficient d'amplification obtenu en faisant le rapport

$$q(t) = C_l(t)/C_{l0}$$

où  $C_l(t)$  est un coefficient de portance variable avec le temps et  $C_{l0}$  est le coefficient de portance en écoulement uniforme, comme cela a été proposé par **Facchinetti (2009)**.

## II.2.6. Les principaux résultats

En conclusion on retient que lorsque le cylindre est placé dans un écoulement uniforme, il s'établit dans son sillage une allée tourbillonnaire quand le nombre de Reynolds se trouve dans la gamme subcritique. Le mécanisme du lâcher tourbillonnaire dans cette gamme présente les caractéristiques d'un décollement laminaire oscillant à la fréquence de Strouhal. Ce lâcher induit des efforts oscillatoires sur un cylindre et susceptible de provoquer un mouvement plus ou moins périodique appelé VIV ou Vortex Induced Vibrations. Certains aspects fondamentaux de ce phénomène ont été rapportés par des auteurs comme **Sarpkaya (1979)**, **Griffin et Ramberg (1982)**, **Bearman (1984)**, **Parkinson(1989)**, **King(1977)**. Dans le cas d'un cylindre monté sur appuis souples, les effets de la VIV peut être représentée par un modèle dit oscillateur fluide ou wake oscillator model.

### a) VIV dans le cas d'un cylindre sans effet de la surface libre

Les résultats généraux trouvés par différents chercheurs sur le VIV pour un cylindre monté sur support élastique, en vibration transversale libre, et sans effet de la surface libre peuvent être déclinés comme suit:

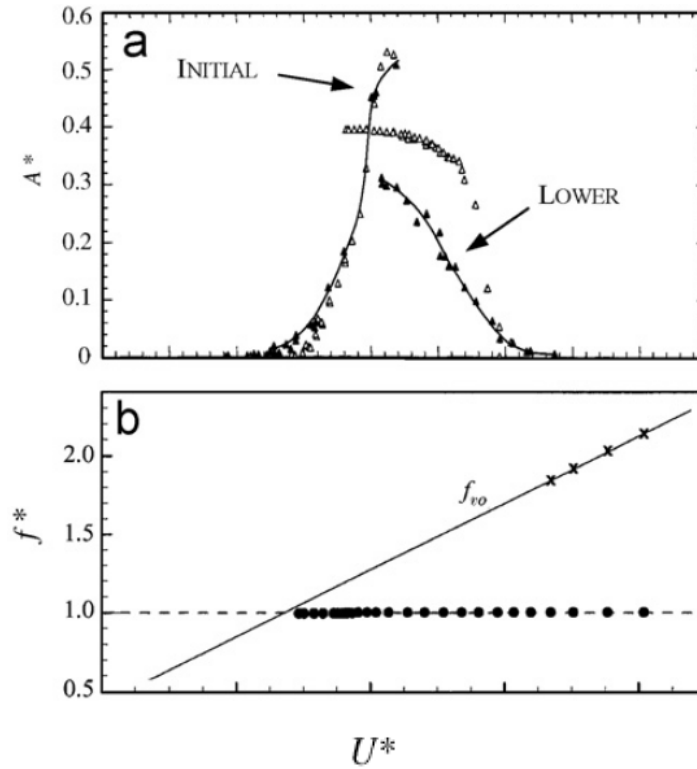
- L'existence de la zone de synchronisation, la largeur de la plage de synchronisation, l'amplitude maximale du mouvement sont fonction du taux d'amortissement. A faible taux d'amortissement, une vibration synchronisée de la structure à la fréquence réduite égale à 1 se produit pour une gamme de vitesses associée à une borne inférieure sensiblement égale à 5

- Le caractère limitatif de l'amplitude de vibration est de l'ordre du diamètre  $D$  du cylindre quel que soit l'amortissement.
- Les modes de formation des tourbillons dans le sillage proche dépendent du comportement du paramètre amplitude de l'oscillation en fonction de la vitesse réduite.

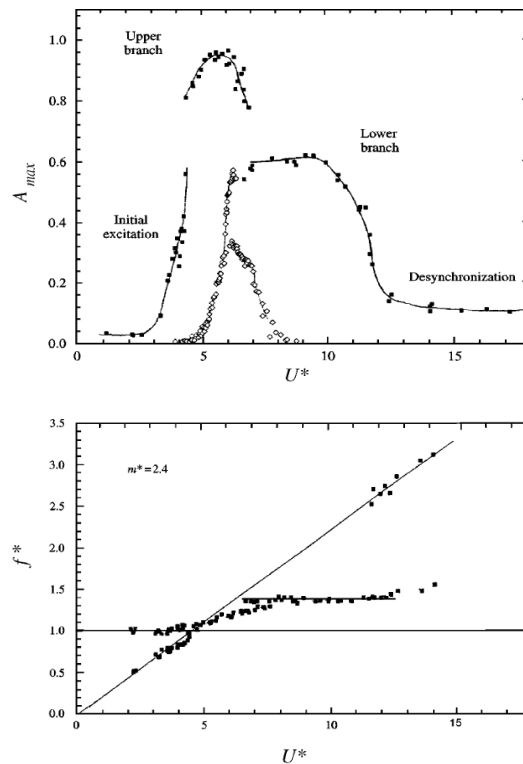
En particulier, le travail de **Feng (1968)** sur la mesure de l'amplitude d'un cylindre en oscillation et monté élastiquement dans l'air, correspondant aux paramètres  $\mu=320$ ,  $U^* = [5 - 8]$ , démontrait conjointement l'apparition du lock-in et l'existence de deux branches en mode discontinu de l'amplitude réduite.

**Khalak et Williamson (1996,1997 a,b, 1999), Govardhan et Williamson (2000)** ont présenté les liens entre l'organisation du sillage proche du cylindre dans l'eau et les différentes branches observées sur la réponse de l'amplitude adimensionnée du mouvement transversale du cylindre en fonction de la vitesse réduite . Leurs travaux ont été réalisés pour un faible rapport de masse  $\mu=2.4$  et d'amortissement. Ils ont trouvés trois branches, nommées respectivement, la branche initiale, branche supérieure et la branche inférieure. En relation avec ces trois branches observées, ils ont noté une fréquence réduite égale à  $\frac{f}{f_n} = 1.4$  où  $f$  représente la fréquence d'oscillation du système. La branche supérieure n'existait pas dans le résultat de **Feng (1968)**. Ils ont également rapporté que chaque branche est associée à une configuration particulière des émissions des tourbillons que **Brika et Laneville(1993, 1995)** ont mis en évidence. La branche initiale correspond aux lâchers de deux tourbillons par cycle, configuration (2S), tandis que les branches inférieure et supérieure sont associées aux lâchers de type deux paires de tourbillons par cycle (2P). **Williamson et Govardhan (2004)** ont montré que la transition entre la branche initiale et la branche supérieure est de type hystérétique tandis que celle entre la branche supérieure et la branche inférieure présente les caractéristiques d'un saut intermittent Le changement de l'organisation des émissions des tourbillons explique le caractère discontinu de l'amplitude d'oscillation d'après **Williamson et Roskho (1988)**.

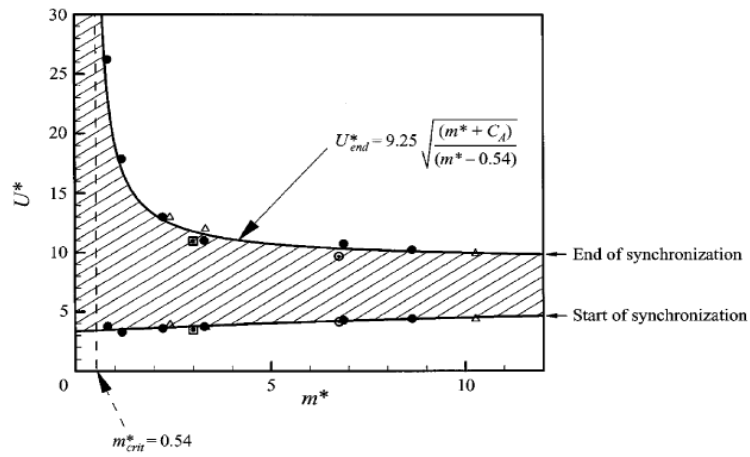
L'existence d'un rapport de masse critique  $\mu_r = 0.54$  sous laquelle l'oscillation du système devient explosive et la branche inférieure cesse d'exister ont été mise en évidence par **Govardhan et Williamson (2000)**



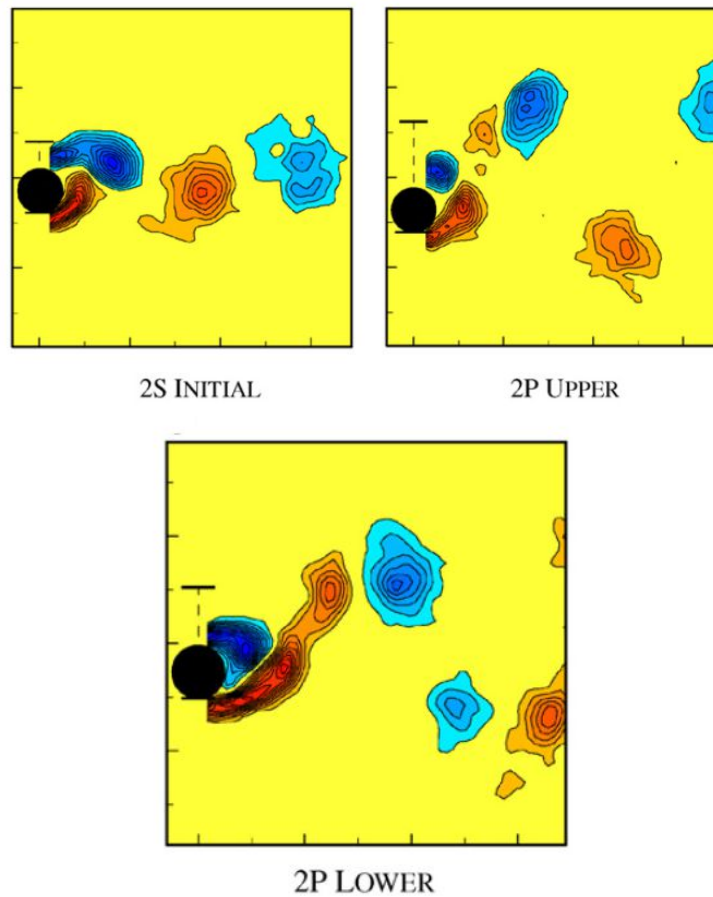
**Figure II.3 :** Résultat de Feng (1968) :a) les deux branches initiale et inférieure, b) fréquence de synchronisation correspondant à 1



**Figure II.4 :** Comparaison des résultats de Khalak et Williamson (1997b) et de Feng (1968) avec le symbole ouvert correspondant à une valeur élevée du taux de masse en haut. Fréquence de vibration associée à un faible rapport de masse en bas. Williamson et Govardhan (2000)



**Figure.II.5 :** Existence de la masse critique. La plage du régime de synchronisation devient infini quand la masse critique se rapproche 0.54 d'après Williamson et Govardhan (2000).



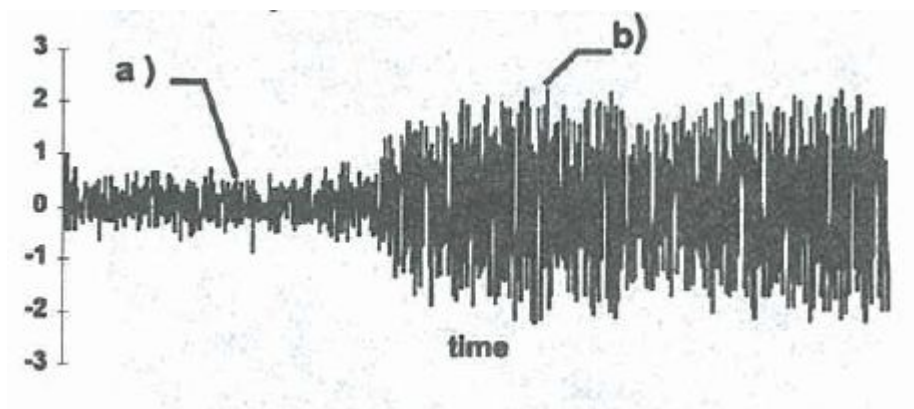
**Figure.II.6 :** Organisation du lâcher de deux tourbillons en mode (2S) pour la branche initiale (en haut à gauche) et en mode (2P) pour les branches supérieure (en haut à droite) et inférieure (en bas). Govardhan et Williamson (2000)

**b). Cylindre en oscillation avec effet de la surface libre**

Carberry et al.(2004) ont mené une investigation sur la variation de la force transversale ainsi que l'organisation de la structure du sillage proche avec la fréquence d'oscillation du cylindre et la position celui-ci par rapport à la surface libre. Les paramètres d'études correspondants sont :

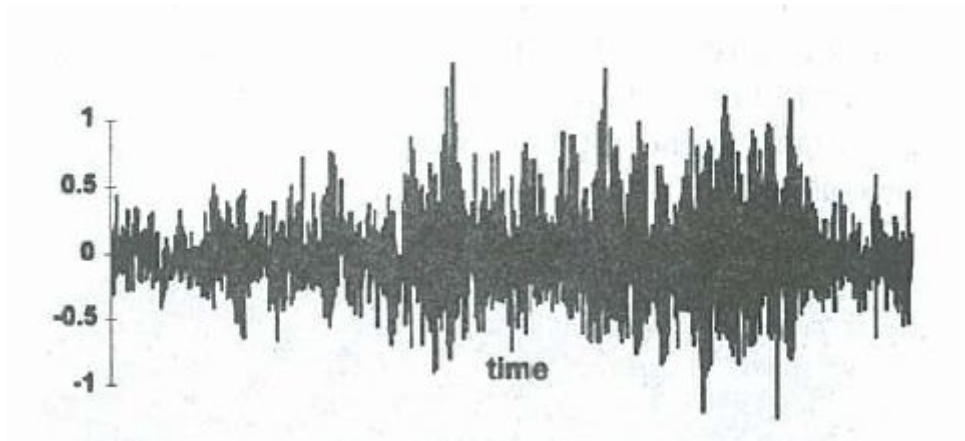
$$U = 0.09m/s, \frac{A}{D}=0.5, F_r = 0.166, \frac{H}{D} = \frac{3}{16}, \frac{3}{8}, 10 \quad 0.76 < \frac{f_f}{f_n} < 1.05$$

Les conclusions qu'ils ont tirées sont les suivantes : l'oscillation du cylindre loin de la surface libre montre deux configurations distinctes de sillage : faible et haute fréquence. Quand le cylindre oscille près de la surface libre, plusieurs caractéristiques de la configuration de ces sillages sont toujours observables. Notamment, l'empêchement, mais sans les éliminer totalement, des lâchers des tourbillons. La transition entre les deux états de sillage correspond à un saut de phase du coefficient de portance à la fréquence  $\frac{f_f}{f_n} = 0.82$  et à un changement du sillage proche. Dans tous les cas de configuration, ils ont rapporté que le coefficient de portance possède une valeur négative



**Figure II.7 :** Variation du coefficient  $C_L = \frac{2F_L}{\rho U^2 DL}$  de portance montrant la transition entre la faible a) et la forte b) valeur de la force de portance pour un cylindre oscillant loin de la surface libre, taux de fréquence  $\frac{f_f}{f_n} = 0.93$ .  $F_L$  est la force de portance subie par le cylindre, L la longueur du cylindre et  $\rho$  la densité du fluide d'après Carberry et al.1998.





**Figure II.8 :** Variation du coefficient  $C_L = \frac{2L}{\rho U^2 D l}$  de portance sur un cylindre oscillant à proximité de la surface libre  $\frac{H}{D} = \frac{3}{16}$  montrant une transition intermittente entre la faible et la forte valeur de la force de portance, taux de fréquence  $\frac{f_f}{f_n} = 0.84$ , Carberry et al.1998.

#### d) VIV d'un cylindre à proximité de la surface libre

**Bernitsas et al.(2007)** ont conduit des expériences en laboratoire dans le but d'analyser l'effet de la surface libre sur le VIV pour une large gamme du nombre de Reynolds [8000, 150000] Les paramètres de leurs expériences sont :

$\frac{H}{D} = [4 - 0.19]$ ;  $F_r = [0 - 1.46]$ , rapport de masse  $\mu = [1 - 3.14]$ , produit du rapport de masse et du rapport d'amortissement  $\mu\xi = [0.14 - 0.26]$  et  $U = [0.35 - 0.15]m/s$ , rapport de la longueur du cylindre sur le diamètre  $\frac{L}{D} = [6 - 36]$ . Les auteurs ont mis en évidence que la proximité de la surface libre a pour effets :

1. Réduction de la gamme de la vitesse réduite correspondant aux lâchers des tourbillons.
2. Réduction de l'amplitude réduite  $\frac{A}{D}$
3. La fréquence de synchronisation se produit en dessus de la fréquence de Strouhal
4. Ne supprime pas les lâchers des tourbillons mais le phénomène de synchronisation apparait quand la fréquence de vibration est égale à la fréquence naturelle du cylindre. Ils ont mentionné par contre que du sillage n'affecte pas la fréquence de synchronisation
5. La variation de l'amplitude réduite de l'oscillation se manifestent progressivement mais pas par saut comme celui d'un cylindre en oscillation loin de la surface

**Chung et al (2016)** ont simulé numériquement l'effet de la surface libre sur le phénomène de VIV pour un cylindre en mouvement transversale et longitudinale. Les

paramètres de simulations sont associés à un faible rapport de masse et d'amortissement, un nombre de Reynolds 200, nombre de Froude = 0.2, 0.8 et une vitesse réduite entre 1 à 16 et pour différentes valeurs de H/D. Ils ont conclu que la proximité de la surface libre renforce et supprime la vibration dues à l'émission des tourbillons respectivement pour une faible et forte valeur du nombre de Froude, augmente la modulation d'amplitude des efforts. Ils ont également observé une amélioration de la valeur moyenne du coefficient de portance qui est souvent négative. Le saut de phase du coefficient de portance dépend de la profondeur d'immersion et du nombre de Froude toujours d'après les auteurs. Ils ont en même temps noté une trajectoire régulière du cylindre correspondant à une position du cylindre loin de la surface ou pour une faible amplitude de vibration. Pour une valeur élevée du nombre de Froude, le sillage proche est caractérisé par un mélange de jet provenant de la surface libre avec tourbillons formés dans la partie inférieure du cylindre.

#### e). Influence du confinement du fluide sur le VIV d'un cylindre

En définissant le paramètre  $G$  qui indique la distance du centre du cylindre par rapport à la paroi inférieure, **Yang et al (2006)** ont noté une augmentation de l'amplitude de vibration du cylindre fixe quand on réduit  $G$ . Ils ont indiqué notamment que la taille de la zone de synchronisation et l'amplitude de vibration s'accroissent avec une faible valeur de  $G$ . **Raghavan et al (2009)** ont entrepris une étude expérimentale à haut nombre de Reynolds ( $8000 < R_e < 150000$ ) correspondant à l'influence d'une limite inférieure sur le VIV d'un cylindre fixe. Ils ont rapporté que le VIV à proximité d'un mur de fond plan est fonction du nombre de Reynolds et de la couche limite s'établissant sur cette paroi inférieure. Ils ont observé un effet négligeable du mur de fond sur le VIV tant que  $G/D > 3$ . Pour  $0.6 < G/D < 3$  la plage de synchronisation n'est pas affectée tandis que l'amplitude de vibration diminue en raison de l'amoindrissement de la force engendrée par les tourbillons proches du fond. Et pour  $G/D < 0.65$ , l'amplitude de vibration augmente. Le début du lock-in se décale vers une grande valeur de la vitesse réduite. Cela est dû à l'amoindrissement de la force due aux tourbillons ou au non génération des tourbillons en dessous du cylindre. Ils ont rapporté également que l'effet du mur a pour effet de décaler la fin de la zone de synchronisation vers les plus faibles valeurs de la vitesse réduite. **Zhao et Cheng (2011)**, **Wang et al (2013)** ont montré que le confinement du cylindre dans l'écoulement ne permet pas la formation des tourbillons de type 2P. D'autres études rapportent une cessation des lâchers des tourbillons à cause de la proximité du mur de fond.

L'effet d'un mur de fond plan sur un cylindre en oscillation libre est étudié numériquement par **Chung et al (2016)** pour un faible nombre de Reynolds. Leurs résultats se résument comme suit :

- La largeur de la zone de synchronisation augmente et l'amplitude de vibration diminue quand  $G$  est faible.
- La vitesse réduite associée à une amplitude maximale de l'oscillation prend une grande valeur quand on réduit  $G$
- La présence du mur supprime la borne supérieure de la vitesse réduite indiquant le début de la synchronisation
- Avec une petite valeur de  $G$ , la fréquence de vibration du cylindre dans le fluide est largement supérieure à la fréquence naturelle du cylindre.
- Le coefficient de portance moyenne est positif.

### **II.2.7 Conclusion**

L'étude de l'interaction entre un fluide et une structure cylindrique met en œuvre les paramètres liés à la dimension et la position physique du cylindre d'une part et aux conditions aux limites de l'écoulement d'autre part. Ce rappel bibliographique relate quelques apports réalisés par différents chercheurs sur les problèmes associés à l'interaction entre un cylindre horizontal rigide oscillant dans un écoulement confiné entre la surface libre et une paroi inférieure plane. Pour notre contribution, nous nous penchons sur l'étude de l'interaction entre un cylindre horizontal oscillant de façon pendulaire et un écoulement à surface libre confiné entre deux parois verticales et un fond.

**PARTIE II : METHODE EXPERIMENTALE**

## Chapitre III : Mesures et traitements des efforts appliqués

### III.1. Introduction

La manipulation expérimentale portant sur la mesure des efforts appliqués sur le cylindre vibrant qui représente la maquette du jig à grille mobile, et sur la visualisation de l'écoulement au cours de son mouvement dans le canal compartimenté a été réalisée au Laboratoire Ondes et Milieux complexes de l'Université du Havre (France). Le laboratoire est équipé d'une manière à travailler selon la géométrie de la maquette à étudier. Dans le deuxième paragraphe de ce chapitre, on décrit la maquette expérimentale. L'objet du troisième paragraphe est la description des équipements, et instrumentation qui ont permis de réaliser la mesure des efforts hydrodynamiques. Le paragraphe qui suit montre les appareillages de mesure et chaîne d'acquisition. Le cinquième paragraphe met l'accent sur la conduite des expériences. Les trois derniers paragraphes concernent les traitements apportés aux signaux.

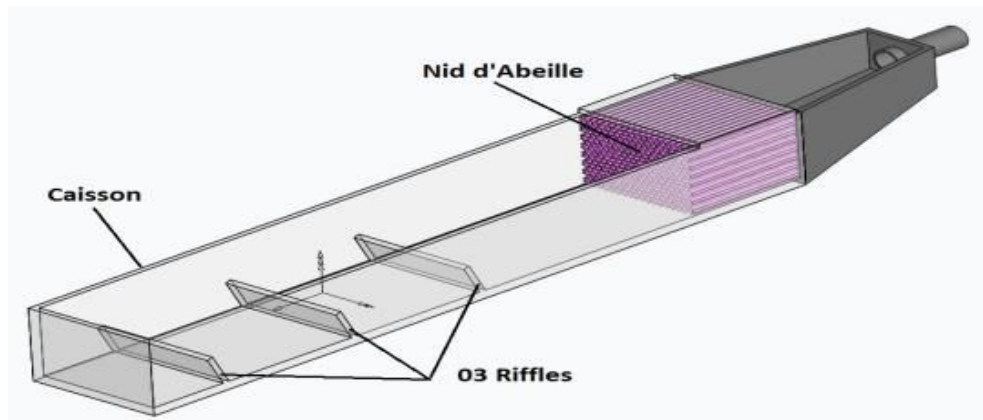
### III.2. Maquette expérimentale

La maquette est constituée d'une plaque perforée installée au-dessus du sluice et d'un cylindre monté également sur le sluice Fig III.3, III.4. Le sluice Fig. III.1 a fait l'objet d'une thèse en 2014 (**T.N Ramanakoto**). Nous avons redressé à la verticale les riffles du sluice. On a ensuite équipé le même sluice avec un cylindre circulaire de manière à fabriquer une maquette qui pourrait reproduire le mécanisme principal du jig à grille mobile.

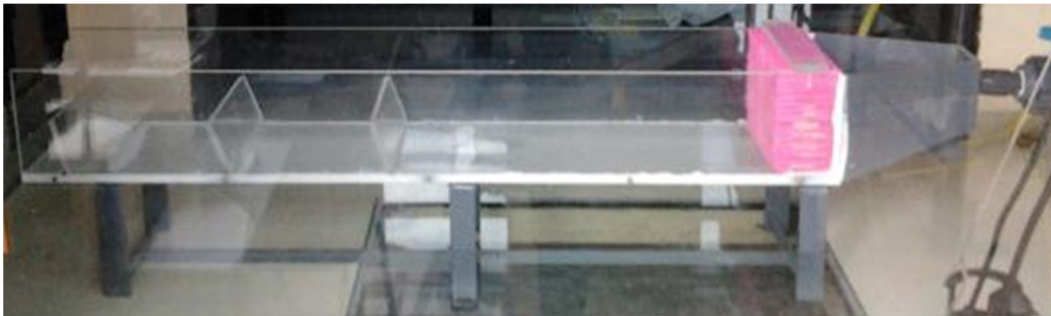
#### a) Sluice

Un sluice est un canal de section rectangulaire compartimenté par des obstacles qu'on appelle riffles Fig.III.1, III.2. Les riffles peuvent être droits ou inclinés. Pour le cas de notre maquette expérimentale, le sluice mesure au total 1.50 m de longueur. Il est constitué d'un caisson, de trois riffles droits qui forme les compartiments, et d'un nid d'abeille. Le caisson mesure 1.20m de longueur, 0.20 m de largeur et 0.15m de hauteur. Il est fabriqué avec du plexiglass transparent de 0.02m d'épaisseur pour avoir une bonne visibilité de l'écoulement. Le premier riffle se place à 0.6m en partant de l'entrée du caisson. La distance inter-riffle est de 0.25m. Le nid d'abeille composé des tubes cylindriques en plastique, de diamètre 0.005m, empilés suivant la direction de l'écoulement et disposé à l'entrée du caisson possède une

longueur de 0.20m. Ce système est couramment utilisé par les chercheurs en mécanique des fluides appliquées car il permet de rendre moins turbulents l'écoulement et minimiser la perte charge dans le compartiment car le fluide arrive par jet à l'entrée du caisson.



**Figure III.1** : Vue en perspective de la maquette du sluice TN Ramanakoto (2014)



**Figure III.2** : Photo du sluice TN Ramanakoto (2014)

### **b) Plaque Perforée monté sur le sluice**

Une plaque rectangulaire en plastique transparente de 0.005 m d'épaisseur, 0.18m de largeur, 0.2m de longueur est suspendue à la balance hydrodynamique au moyen de quatre tiges rigides verticales. Chaque paire de tige est fixée de part et d'autre du côté de la longueur de la plaque. La plaque est disposée horizontalement dans le premier compartiment du sluice et sa position par rapport au fond de ce dernier est réglable. Elle est percée au milieu suivant sa longueur par 4 trous circulaires de diamètre respectifs 0.02 m. L'entraxe entre les trous est 0.04m. Nous avons animé la plaque trouée d'un mouvement vertical vers le bas et vers le haut lors de l'écoulement dans le sluice.



Figure III.3 : Plaque perforée montée sur le sluice

### c) Cylindre monté sur le sluice

Un cylindre en PVC (Polyvinyl chloride) creux de longueur 0.15m et de diamètre 0.04m est placé horizontalement dans le premier compartiment du caisson, mais orienté d'une manière perpendiculaire par rapport à la direction de l'écoulement dans le sluice Fig III.4\_B. Le cylindre est relié par ses deux extrémités à l'aide de deux tiges en acier de longueur 0.21m qui sont à son tour pivotent autour d'un axe horizontal. L'axe lui-même est monté perpendiculairement à la limite supérieure du caisson. L'emplacement de l'axe de pivotement est ajustable grâce à un système coulissant réglé par pas de vis Fig. III.4\_C. Ce système permet également de modifier la pente des deux tiges précédentes pour le positionnement du cylindre par rapport à la profondeur du compartiment. Le cylindre vibre sous l'effet de l'écoulement dans le compartiment.





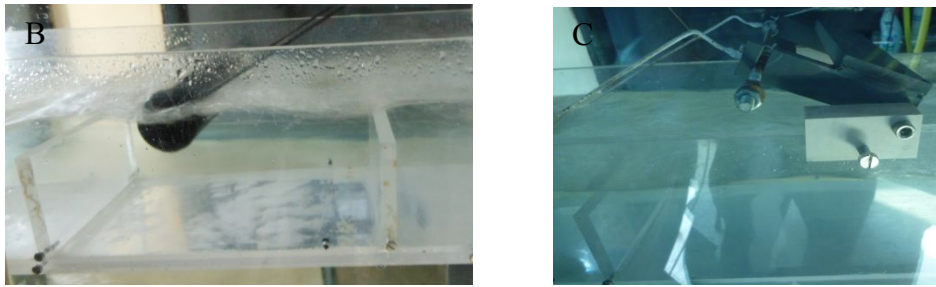


Figure III.4 : A- Photo de la maquette expérimentale de la présente étude, B- Photo du cylindre entre les rifflés verticaux, C- Photo du système de montage du cylindre sur le sluice

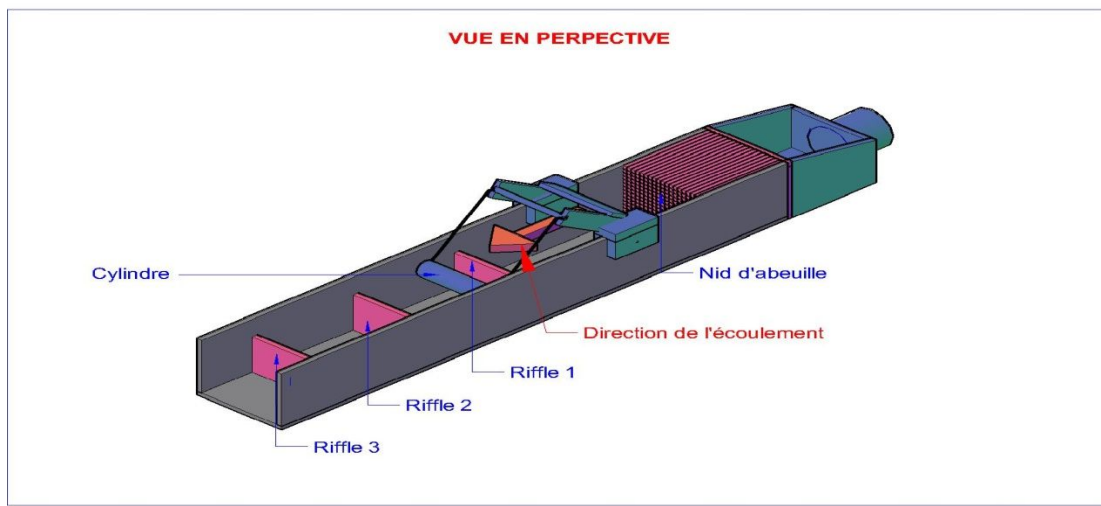


Figure III.5 : Vue simplifiée en perspective de la maquette expérimentale

### III.3 Les éléments du dispositif de mesure des efforts

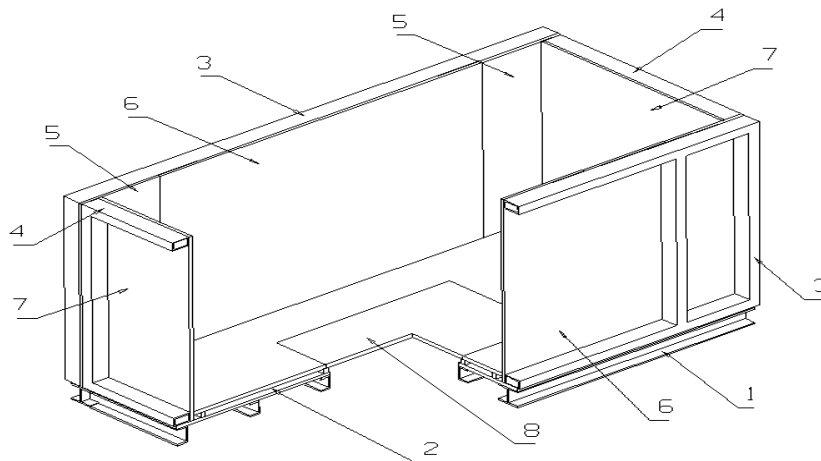
Nous avons décrit au paragraphe précédent les éléments de la maquette, notamment la configuration du cylindre dans le sluice. Ce paragraphe concerne la description des matériels et appareillages de mesure des forces hydrodynamiques sur l'élément de ce cylindre de longueur  $L$  et de diamètre  $D$  sous l'effet de l'écoulement dans le sluice.

#### a) Source de l'écoulement

- **Cuve à eau**

La maquette présentée au-dessus est placée horizontalement et près de la paroi d'une cuve de réservoir d'eau. L'écoulement étudié dans la maquette est ensuite puisé dans cette cuve. Les parois de celle-ci sont fabriquées en verre transparente et le fond est équipé d'une lumière de verre rectangulaire. La cuve a pour dimensions : 2m de longueur, 1m de largeur et 1m de hauteur.





1	Châssis	Acier profilé mécano soudé
2	Double fond	PVC
3	Cadre latéral	Profilé creux 80x50
4	Cadre transversal	Profilé creux 80x50
5	Paroi latérale	PVC épaisseur 15 mm
6	Paroi vitrée	Glace claire épaisseur 15 mm
7	Paroi vitrée	Glace claire épaisseur 15 mm
8	Fond transparent	Triplex épaisseur 19 mm

Figure III.6 : Caractéristiques de la cuve à eau (Rakotondrajaona 2007)

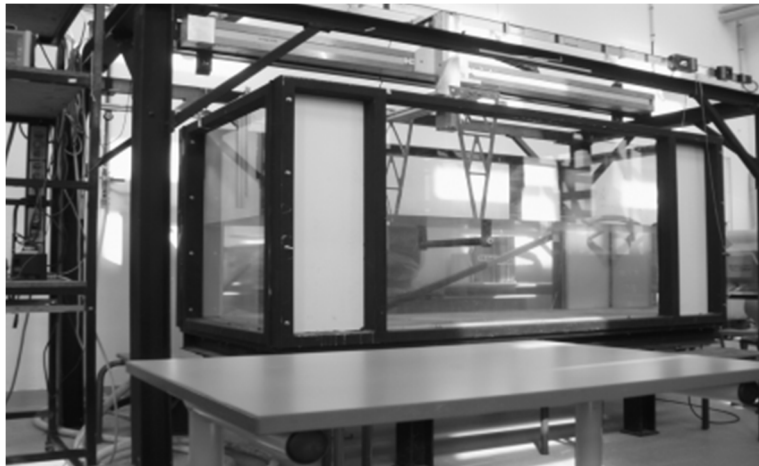


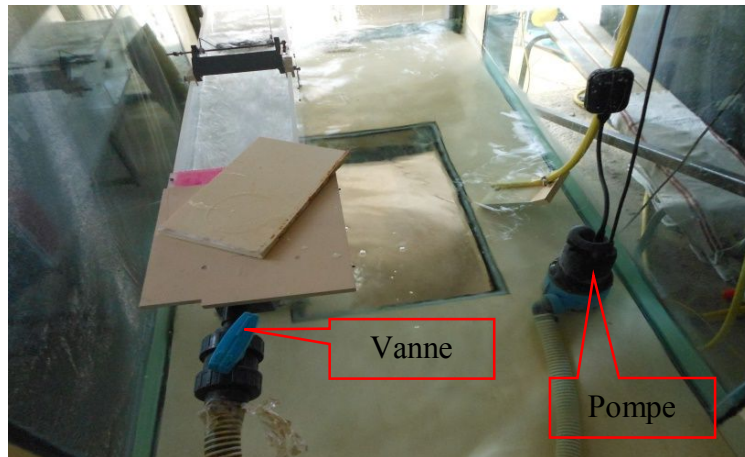
Figure III.7 : Photo de la cuve

- **Pompe à eau**

Une électropompe immergée dans l'eau contenue dans la cuve alimente l'écoulement dans la maquette. L'entrée de ce dernier est reliée à la pompe par un tuyau au bout duquel une vanne est installée pour le réglage du débit entrant. La circulation de l'écoulement forme donc un boucle fermé car la pompe aspire l'eau dans la cuve, ensuite l'achemine dans la maquette puis l'eau se déverse dans la cuve pour être réutiliser.

- Equipement : flotteur et 10 m de câble

- Dimensions :  $\varnothing$  190mm
- Puissance : 0.3KW
- Hauteur de refoulement maximal : 7m
- Pression maximale : 0.7bar
- Débit : 7200 l/h
- Profondeur d'immersion maximale : 3m



**Figure III.8 :** Maquette placée dans la cuve et en liaison avec la pompe

### b) Balance hydrodynamique et capteur

La mesure des efforts sur l'élément du cylindre est effectuée à partir d'une balance hydrodynamique qui est un barreau rigide de forme cylindrique ayant 0.04m de diamètre et une longueur 0,685m. Cette balance est maintenue horizontalement au-dessus de la cuve à eau par deux montants verticaux qui sont fixés dans leur partie supérieure à un profilé en aluminium Bosch. Elle est équipée à l'une de ses extrémités d'un capteur de charge de marque KISTLER référencé 9117A. L'iso statisme du montage Fig.III.9 est obtenu par des rotules en plastique qui supportent la balance à chacune de ses extrémités. La répartition des efforts sur la balance hydrodynamique est prise en compte par la symétrie des deux appuis. Ainsi, si on veut avoir les efforts globaux sur la balance, les efforts sont multipliés par deux. La rigidité du montage assure l'élimination des efforts d'origine non hydrodynamique.

Le capteur est un capteur à charge permettant de mesurer les charges de l'ordre de millivolt sur des commutateurs miniatures Fig. III.10. Ce capteur à quartz contient trois rondelles de charge piézoélectrique en cristal qui sont montées entre deux plaques en acier dans son boîtier. Le cristal est couvert par un boîtier inoxydable et maintenu étanche. Ces trois rondelles sont sensibles respectivement aux contraintes imposées suivant les directions  $F_x, F_y, F_z$

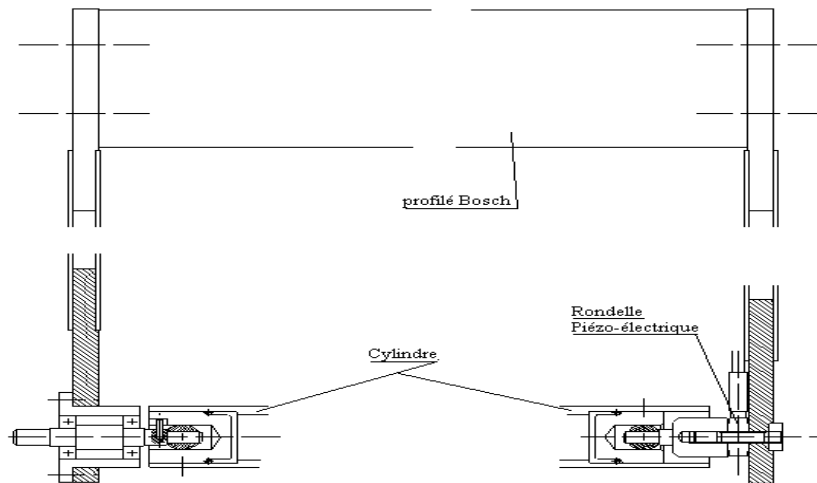


Figure III.9 : Montage de la rondelle piézoélectrique sur la balance hydrodynamique



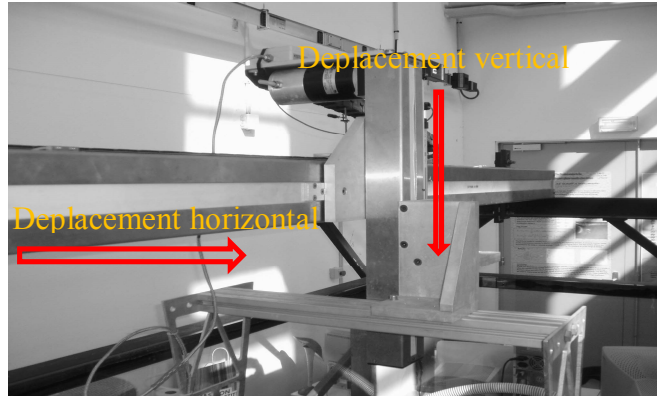
Figure III.10 : Capteur de marque KISTLER

### c) Robot à trois axes et liaison entre la maquette et la balance hydrodynamique

Un système d'entraînement constitué d'un robot à trois axes permet de déplacer la balance hydrodynamique dans les directions souhaitées. Les deux axes se placent sur un portique qui les maintient au-dessus du réservoir d'eau. Le robot donne en même temps à la balance un mouvement de translation maximum correspondant à 0,33m, suivant la verticale et 2,5m dans la direction horizontale et un mouvement de rotation. Les deux axes de translation du robot Fig III.11 se posent sur la poutre centrale du portique. L'entraînement de chaque axe est obtenu par une chaîne mono-réductrice qui se constitue d'un moteur pas à pas (un pas en  $X = 0,10mm$  et un pas en  $Y = 0,125mm$ ), d'un réducteur à engrenage, d'un système poulie/courroie crantée et d'une platine guidée en translation sur deux guides. Les axes de translation du robot sont également entretenus par des cartes en puissance placées dans une commande numérique, qui est elle-même contrôlé par un ordinateur de type PC. Ce système est construit plus particulièrement pour générer différents types d'écoulements dans l'eau au repos dans la cuve.

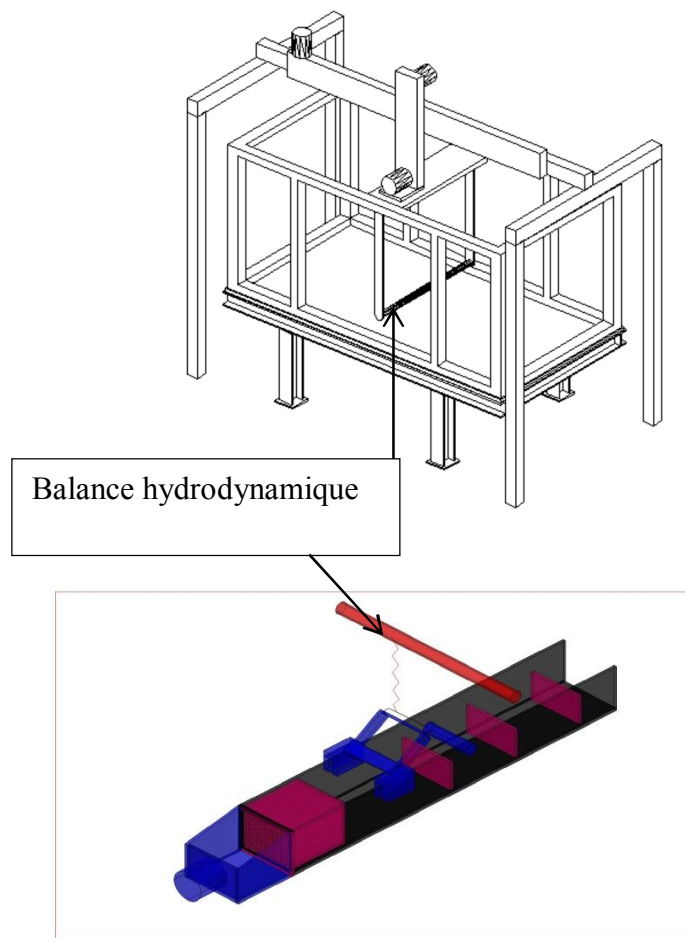
Pour notre manipulation, le robot est utilisé pour positionner la balance au-dessus de la maquette expérimentale. Par ailleurs, un ressort en élastique de raideur 16,35 N/m qui relie la

balance hydrodynamique à l'une des tiges supportant le cylindre placé dans le sluice permet de transférer les efforts de l'écoulement subis par le cylindre à la balance hydrodynamique. La configuration du ressort pour notre étude donne notamment une bonne sensibilité du signal force suivant la direction verticale.



**Figure III.11** : Les axes de translation du robot

Les figures suivantes montrent les schémas simplifiés du portique, de la balance hydrodynamique, de la maquette expérimentale et la cuve dans leurs emplacements respectifs.



**Figure III.12** : Maquette et cuve de rétention d'eau ainsi que la balance hydrodynamique.

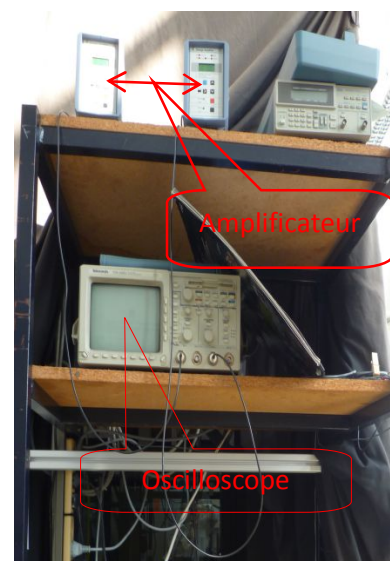
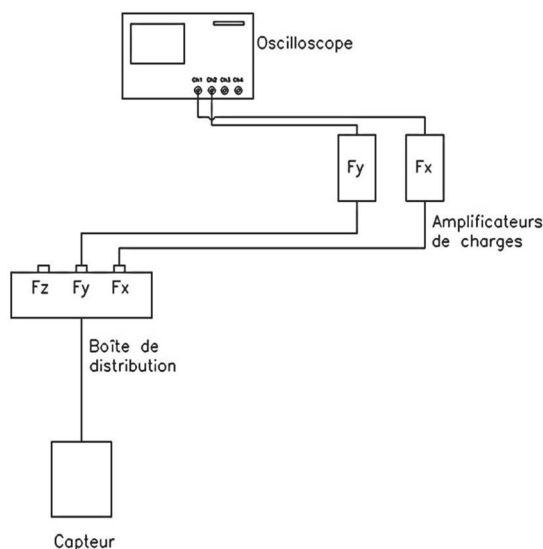
Cette maquette est placée dans la cuve. Le cylindre est ensuite relié à la balance au moyen d'un élastique qui fait office de ressort.

### d) Appareillage de mesure et chaîne d'acquisition des données

Ainsi que nous avons mentionné dans les paragraphes précédents, nous allons mesurer les efforts exercés par le fluide sur l'élément du cylindre monté sur le sluice à partir des tensions délivrés par le capteur à quartz fixé à l'extrémité de la balance hydrodynamique. Le capteur délivre des petites charges de courants de l'ordre de pico-coulomb qui passe par un câble jusqu'à une boîte de distribution KISTLER type 5429. Cette dernière répartit les charges suivant les trois directions des efforts  $F_x, F_y, F_z$  aux amplificateurs de charge.

Ces tensions ont de niveau faible et pour avoir un niveau de tension exploitable, suffisamment élevé, on amplifie la tension qui sort du boîtier de répartition par des amplificateurs de charge KISTLER de référence 5011B. Une fois amplifiée, on échantillonne les signaux correspondants à l'aide d'un oscilloscope TEKTRONIX TDS 420A à quatre voies. Des câbles connecteurs relient les amplificateurs et l'oscilloscope. Le nombre d'échantillon, le pas de temps et la sensibilité de chaque voie sont définis au niveau de l'oscilloscope avant l'acquisition des signaux. Les signaux sont ensuite récupérés dans l'oscilloscope au moyen d'une disquette. Après, les signaux sont stockés puis traités dans un ordinateur de bureau de marque DELL.

Pour la présente étude, nous avons utilisé les deux voies de l'oscilloscope associées à la composante des efforts suivant l'axe (oy) et (ox), mais seule la force de portance a fait l'objet d'analyse. Les séries de figures suivantes montrent les photos de l'oscilloscope et des amplificateurs et une partie du maillon de la chaîne de mesure.



**Figure III.13** : Chaîne d'acquisition des mesures des efforts

### III.4. Conduite des expériences

#### a) Phase de configuration des amplificateurs et de l'oscilloscope

Pour toutes les données acquises, l'amplificateur est réglé de la façon suivante :

Pour  $F_y$  on a  $T = 1.13E+3$  et  $S = 1.00E-3$ , et pour  $F_x$  on a  $T = 2.90E+3$  et  $S = 1.00E-3$  où

$T$  : Transducer Sensitivity (picoCoulomb/Newton) représente la sensibilité du transducteur et  $S$  : Scale (Newton/Volt).

L'oscilloscope est configuré d'une façon à obtenir un signal qui possède le plus de lisibilité possible.

- Pour les signaux correspondants à 500points : Le signal est échantillonné à un pas de temps à 0.1s entre deux points d'acquisitions. La durée d'acquisition est de 5s et la sensibilité verticale de l'oscilloscope est réglée à 50mV par division.

- Pour les signaux contenant 2500points, la base de temps est de 25s, le pas d'échantillonnage est 0.1s et la sensibilité verticale de l'oscilloscope est 500mv par division.

#### b) Phase d'étalonnage du capteur de force suivant la voie verticale

Pour la mesure de la force de portance, pour l'oscillation du cylindre, nous avons étalonné la rondelle de charge piézométrique suivant sa composante verticale. La technique d'étalonnage consiste à soumettre à la balance hydrodynamique cinq masses que nous avons choisi dont les valeurs sont préalablement connues ( $m=100g, 200g, 300g, 400g, 500g$ ). Puis, d'en déduire les tensions électriques correspondantes afin d'établir une relation entre la force et la tension électrique.

Pratiquement, nous avons lié, de façon verticale, la balance hydrodynamique et un plateau par un fil de pêche. Ensuite, on pose quatre fois successifs une masse sur le plateau pour avoir une valeur moyenne de l'équivalence entre la masse ajoutée et la tension électrique mesurée. On effectue la même procédure pour toutes les masses utilisées. En fonction d'une masse imposée, la tension électrique délivrée par le capteur se diffère. Le tracé de la courbe d'étalonnage permet d'établir ensuite la relation entre la tension mesurée et la grandeur physique. Le principe fondamental de la dynamique  $f = m \times g$  permet de trouver l'équivalence entre les tensions mesurées et les forces dans la direction verticale où  $m$  est les masses solide déposées sur le plateau et  $g$  l'accélération gravitationnelle.

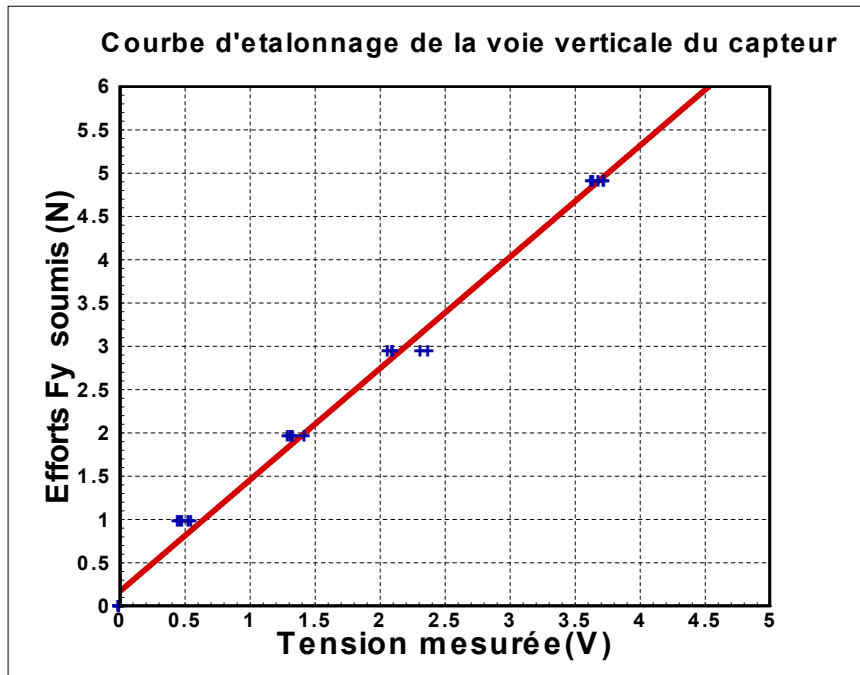


Figure III.14. : Courbe d'étalonnage pour la voie verticale de la rondelle de charge

La Fig III.14 montre le tracé des efforts imposés sur le système de mesure en fonction des tensions mesurées sur la voie verticale. L'offset à zéro est ici expliqué par l'effet de la droite de régression linéaire. On peut par contre observer le comportement linéaire du capteur suivant cette voie. Le coefficient de la droite de régression linéaire en ligne rouge qui approxime les nuages des points de mesure en symbole + en bleu est  $A=1.28$  Newton/Volt. Cette valeur est retenue comme coefficient d'étalonnage du capteur pour la mesure de la force de portance.

### c) Phase d'acquisition des mesures

Une fois les réglages nécessaires des appareils sont effectués, on remplit la cuve avec de l'eau jusqu'à une hauteur qui immerge la pompe. On génère l'écoulement par l'alimentation en courant électrique de la pompe. Quand le canal contient assez d'eau, on arrête l'écoulement. On met ensuite le cylindre dans le premier compartiment du canal.

Comme le cylindre est creux et en PVC, il flotte à la surface libre, nous avons donc injectée de l'eau dans le cylindre au moyen d'une seringue médicale de 70 cc. La quantité d'eau injectée conditionne la profondeur initiale d'immersion du cylindre par rapport à la surface libre. Quand le niveau d'immersion désiré est atteint, on réalimente le canal en écoulement.



L'expérience consiste donc à afficher sur l'écran de l'oscilloscope l'oscillation du signal correspondant à l'effet de l'écoulement sur l'élément du cylindre dans le premier compartiment.

### III.5 Traitements des signaux bruts obtenus

Nous avons détaillé les matériels de mesure des efforts dans le chapitre précédent. Dans ce chapitre nous expliquons les étapes à suivre concernant le traitement temporel et fréquentielle des points de mesure. Nous proposons en particulier une méthode linéaire de filtrage du signal à basse fréquence.

#### a) Nature et format des signaux à traiter

L'analyse d'un phénomène à partir d'expériences ou de résultats d'un calcul numérique fait recours à une discrétisation d'un signal séparé par un pas de temps constant. Les signaux délivrés par les appareils de mesure des efforts hydrodynamiques sont alors de nature numérique et de durée finie dans le temps. Les signaux sont enregistrés dans l'oscilloscope puis transférés dans la station de travail sous format.dat avec l'initial « TEKxxxxxx ». Ils sont structurés en deux colonnes dont le signal délivré par le capteur suivant les directions (ox), (oy). Ce sont des successions des nombres en millivolt. Avant d'analyser ces signaux, des prétraitements s'imposent. Nous présentons dans ce qui suit les traitements préliminaires appliqués aux signaux numériques obtenus expérimentalement avant de les analyser.

#### b) Correction de la dérive

La dérive est due, soit aux contraintes thermiques du laboratoire, soit au mauvais fonctionnement du capteur de charge. Les signaux que nous avons enregistrés ont tendance à suivre une ligne oblique que nous considérons comme effet de la dérive. Nous avons mis en œuvre un outil numérique pour avoir le signal souhaité, c'est -à-dire sans dérive. L'outil consiste à ramener le signal dans une position horizontale centrée en zéro volt. Pour cela, nous avons relevé les coefficients de la droite de régression linéaire du signal avec dérive. La différence des points de mesure du signal avec dérive et les points de la droite de régression linéaire correspondante nous a permis de rectifier la dérive.

Soit donc le signal temporel enregistré avec dérive  $g(t)$  et  $D(t) = At + B$  la droite de régression linéaire associée à  $g(t)$ . L'équation (1) suivante permet de corriger la dérive de  $g$



$$g(t)_{\text{corrigé}} = g(t) - D(t) \quad (\text{III.1})$$

Les figures suivantes présentent le signal avec dérive et sans dérive.

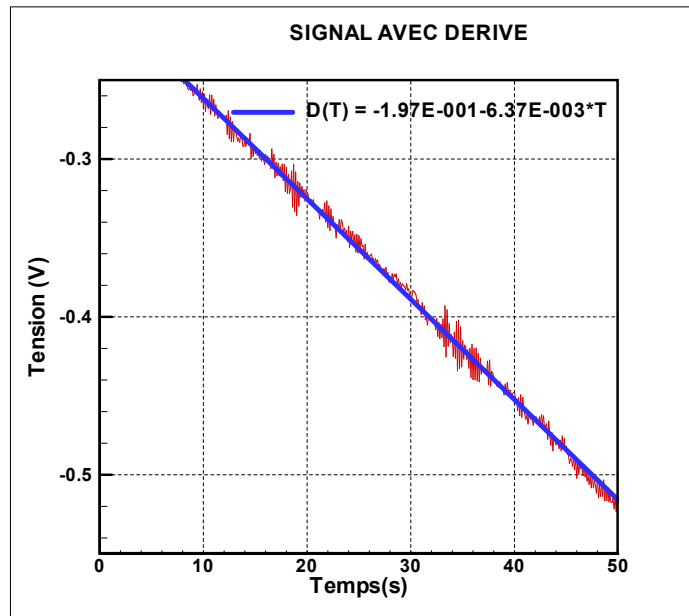


Figure III.15 : Signal présentant une dérive

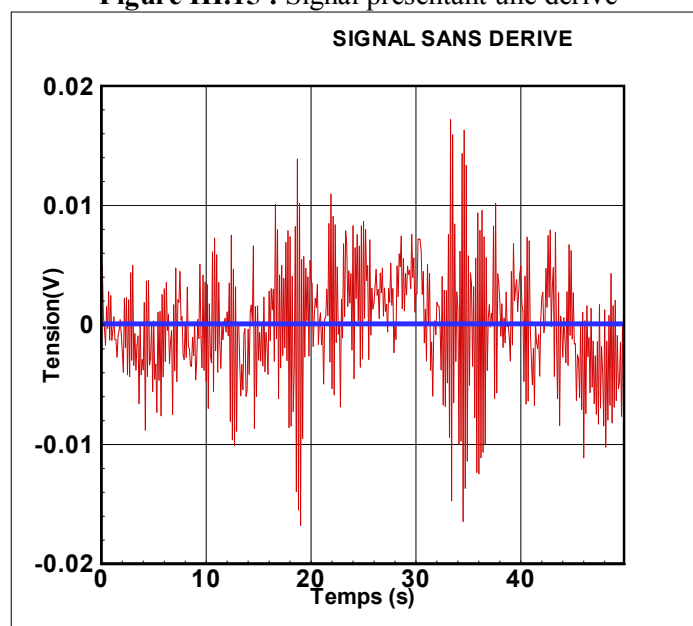


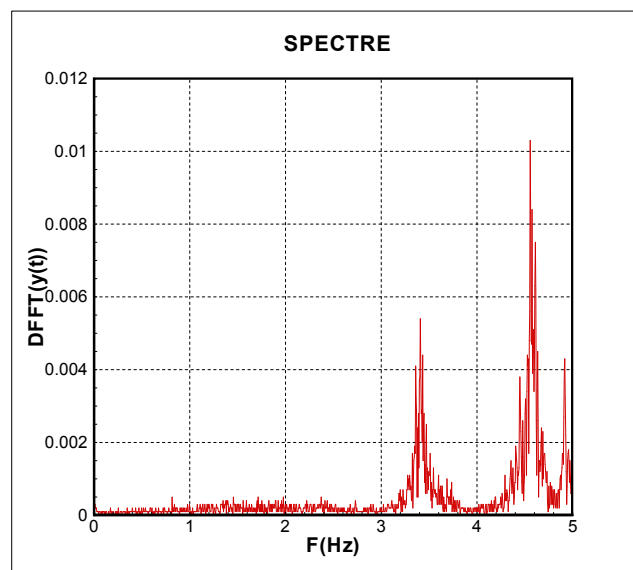
Figure III.16 : Signal avec la dérive corrigée

**c).Méthode d'interpolation spectrale d'un signal périodique et pseudo-périodique (RD Rajaona, P Sulmont 1985)**

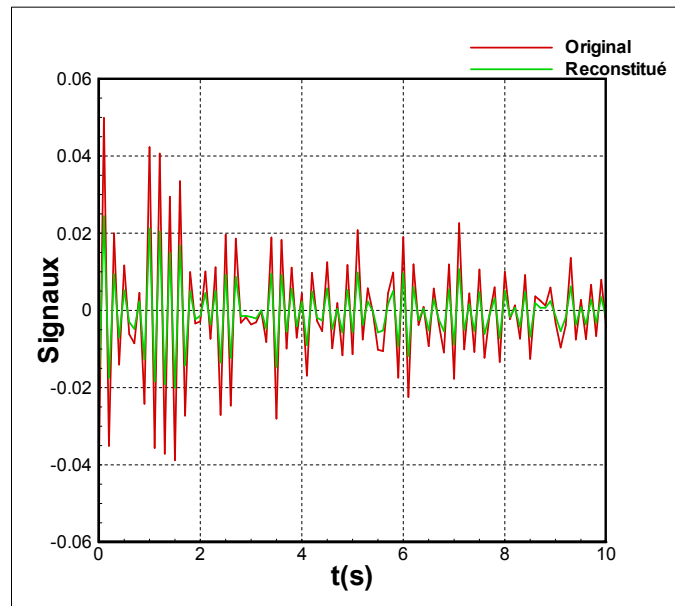
L'analyse de phénomènes physique, notamment les phénomènes hydrodynamiques nécessitent des calculs de composantes périodiques ou presque périodiques de signaux enregistrés par des appareils de mesure. Une quantité de valeurs discrètes en fonction d'un pas de temps constant associée à l'évolution du phénomène doit être analysé

Une méthode d'interpolation spectrale à partir de la transformée de Fourier discrète calculée par un algorithme de FFT (« Fast Fourier Transform ») a été mise en œuvre par **RD Rajaona et P Sulmont, 1985** pour traiter les signaux périodiques, pseudopériodiques rencontrés en hydrodynamique. La méthode est élaborée dans le but de palier à l'étalement des raies des pics souvent observé par la méthode classique de FFT en déterminant un paramètre qu'ils ont appelé « paramètre de glissement ».

La méthode des séries de Fourier est performante à condition que le signal est typiquement périodique, or ce n'est pas toujours le cas pour les signaux réels. Notre signal est pseudopériodique, voir même intermittent, nous sommes amené alors à appliquer la méthode d'interpolation spectrale fondée sur l'analyse des pics d'un spectre discret (**Rajaona R.D.et Sulmont P., 1985**). La méthode a été en adaptée au cas de phénomène vibratoire observé sur un obstacle qui oscille sous l'effet des lâchers de tourbillons d'un écoulement instationnaire et confiné dans lesquelles la fréquence varie en fonction du temps. L'application de la méthode d'interpolation spectrale permet de reconstituer très fidèlement les tendances du phénomène initial comme on peut le voir sur les Figs III.17, III.18



**Figure III.17 :** Spectre d'un signal après application du FFT. Ce signal est enregistré suivant la direction y



**Figure III.18** : Comparaison du signal original et du signal reconstitué après application de la méthode d'interpolation spectrale et filtrage.

#### **d) Traitement des signaux intermittents**

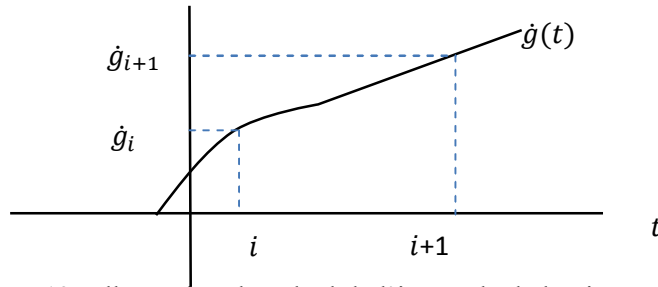
Lors de la mesure des efforts appliqués sur la maquette, nous avons rencontré différents comportements des signaux enregistrés en fonction des paramètres d'études correspondants. Les signaux sont périodiques, pseudopériodiques et intermittents. Pour l'analyse des signaux pseudopériodiques, nous avons appliqué la méthode d'interpolation spectrale présentée dans le paragraphe précédent. Pour les signaux intermittents, on est amené à les analyser par la méthode du plan de phase.

La méthode du plan de phase est une méthode qualitative pour étudier le système de dimension 2. Généralement, on utilise la trajectoire de phase issue de cette méthode pour représenter graphiquement l'évolution d'une quantité physique en fonction de sa dérivée. Le plan constituant la quantité physique et sa dérivée par rapport au temps s'appelle le plan de phase. L'ensemble des trajectoires de phases associées aux diverses conditions initiales constitue le portrait de phase

- **Mise en œuvre de la méthode du plan de phase**

Nous présentons dans ce paragraphe le schéma de la dérivée numérique du signal pour la constitution de la trajectoire de phase filtrée.

On part de l'intégrale de la vitesse  $\dot{g}(t)$  qui n'est que le signal  $g(t)$  d'après la définition de l'intégrale d'une vitesse



**Figure III.19** : Illustration du calcul de l'intégrale de la vitesse numérique du signal  
L'aire élémentaire entre  $\dot{g}(t)$ , le pas de temps  $(i + 1) - i = \Delta t$  et  $\dot{g}_{i+1}$  et  $\dot{g}_i$  définie  $g(t)$  et vaut

$$g_i = \frac{\dot{g}_i + \dot{g}_{i+1}}{2} \Delta t \quad (III.2)$$

En appliquant le schéma de dérivation numérique suivante

$$\dot{g}_i = \frac{g_{i+1} - g_i}{2\Delta t} \quad (III.3)$$

On peut reconstituer l'Eq III.2 à partir de l'Eq III.3 et Eq III.4

Soit

$$\dot{g}_{i+1} = \frac{g_{i+2} - g_{i+1}}{2\Delta t} \quad (III.4)$$

La somme de l'Eqs III.3 et III.4 donne

$$\dot{g}_i + \dot{g}_{i+1} = \frac{g_{i+1} - g_i}{2\Delta t} + \frac{g_{i+2} - g_{i+1}}{2\Delta t} = \frac{1}{2\Delta t} (g_{i+2} - g_i) \quad (III.5)$$

L'Eq III.2 devient dans ce cas

$$\frac{\dot{g}_i + \dot{g}_{i+1}}{2} \Delta t = \frac{1}{4} (g_{i+2} - g_i) \cong \hat{g}_i \quad (III.6)$$

En itérant l'indice  $i$  dans l'Eq III.6, on en déduit que

$$\begin{aligned} g_3 - g_1 &= 4\hat{g}_1 \text{ soit } g_1 = 4\hat{g}_1 + g_3 \\ g_4 - g_2 &= 4\hat{g}_2 \text{ soit } g_2 = 4\hat{g}_2 + g_4 \end{aligned} \quad (III.7)$$

.....

La formule III.6 montre comment la composante basse fréquence est filtrée. En effet on peut noter que :

$$\begin{aligned} g_{i+1} &= g_{i+1}^{Filtré} + w_{i+1} \\ g_i &= g_i^{Filtré} + w_i \end{aligned} \quad (III.8)$$

Et donc

$$g_{i+1} - g_i = g_{i+1}^{Filtré} - g_i^{Filtré} + (w_{i+1} - w_i) \quad (III.9)$$

Où l'Eq III.10 ci-dessous représente physiquement un bruit

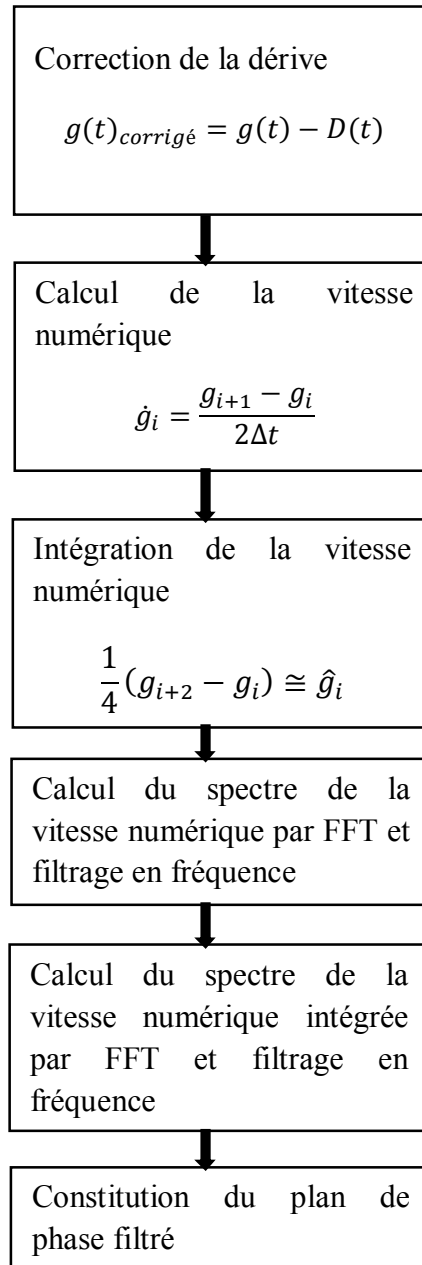
$$w_{i+1} = w_i \text{ au second ordre} \quad (III.10)$$

- **Implantation de la méthode sur machine**

L'implantation de la méthode sur la machine comporte

- Correction de la dérive du signal brut par l'Eq III.1
- Calcul de la vitesse numérique par l'Eq III.3
- Intégration de la vitesse numérique par l'Eq III.6
- Calcul du spectre de la vitesse numérique par FFT et filtrage en fréquence
- Calcul du spectre de la vitesse numérique intégrée par FFT et filtrage en fréquence
- Constitution du plan de phase filtré

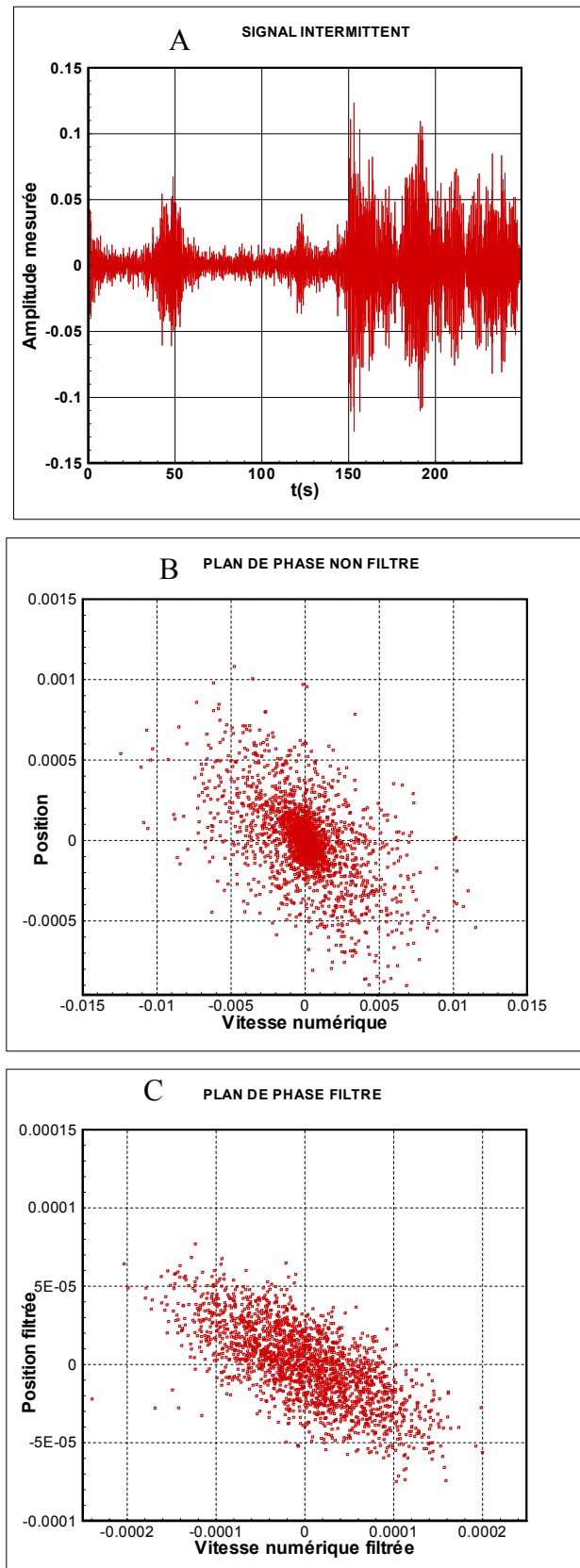
Chaque calcul associé à la mise en œuvre de la méthode est synthétisé dans l'organigramme ci-dessous.



**Figure III.20** : Organigramme du traitement du signal intermittent dans l'espace de phase

- **Performance de la méthode**

Pour illustrer l'efficacité de la méthode, nous présentons une série de figure du plan de phase d'un signal intermittent non filtré et filtré par la méthode proposée. Les figures suivantes illustrent la contribution de la méthode concernant notamment le niveau de lissage du plan de phase.



**Figure III.21** : A-signal intermittent avec la dérive corrigée, B- plan de phase sans filtrage, C- plan de phase obtenu à partir du filtrage de la vitesse numérique et celle de la position des points de mesure lors de l'évolution du signal et on note aussi un effet d'échelle sur le plan de phase filtré

### III.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de décrire en détails la maquette, les matériels et appareillages de mesures des signaux rencontrés dans nos études. Nous avons utilisé une méthode spectrale développée par **R.D Rajaona et al** qui permet de calculer les composantes périodiques d'un signal pseudopériodique. Cette méthode est basée sur l'utilisation de la transformée de Fourier discrète d'un signal calculé par un algorithme de FFT.

Pour le traitement des signaux intermittents, on 'a proposé une méthode temporelle fondée sur un schéma de dérivation numérique. Cette méthode est une combinaison linéaire des points de mesures permettant de lisser les composantes du plan de phase. Nous avons montré à travers une série de figure du plan de phase l'efficacité de la méthode. Toutes les méthodes mises en œuvre sont traduites en code numériques avec le langage Fortran 77 et implantées sur un ordinateur destiné à la station de travail.

Le chapitre suivant de cette deuxième partie, nous décrirons d'abord les matériels et techniques de visualisation de l'écoulement dans le domaine fluide. Ensuite nous développons la technique POD pour la réduction de champ de vitesses. Enfin, le deuxième chapitre se termine par la notion de configuration voisine et configuration semblable des champs des vitesses.



## Chapitre IV : Mesures des champs de vitesse par la technique PIV et traitement par POD

### IV.1. Introduction

Nous avons décrit dans le chapitre I précédent les dispositifs expérimentaux pour les mesures des efforts engendrés par l'écoulement dans le canal sur la maquette et les méthodes adoptées pour traiter les signaux hydrodynamiques enregistrés. Ce chapitre concerne le principe de base de la mesure optique de l'écoulement par la technique PIV, suivi des matériels complémentaires pour la mise en œuvre de cette métrologie fluidique. Pour terminer ce chapitre, nous appliquons la méthode POD (Proper orthogonal décomposition ou décomposition orthogonale en valeurs propre) pour la réduction du champ de vitesse dans le but de caractériser l'écoulement autour du cylindre au cours de son mouvement.

La vitesse est le paramètre le plus important pour caractériser un fluide en mouvement. La PIV (Particle Image Velocimetry ou Velocimétrie par Image de Particules) est l'une des techniques couramment utilisées actuellement pour mesurer le champ de vitesse d'écoulement d'un fluide sans le perturber. La mise en œuvre de la technique PIV nécessite l'installation de matériels sophistiqués comme un laser, une caméra, des outils de synchronisation et des logiciels d'acquisitions d'images ainsi que des particules à ensemençer dans le fluide

### IV.2 Principe de la PIV (Particle Image Velocimetry)

Le principe de base de la PIV est fondé sur la photographie instantanée de l'évolution de particules introduites dans un écoulement. La technique de la prise des photos s'effectue par paire d'images successives à des instants rapprochés. La détermination du déplacement moyen de particules est obtenue à partir de l'inter-corrélation entre les deux prises de vues qui se succèdent **Keane et Adrian (1991)**. Le déplacement des particules sont convertis en vitesse et censées représenter la cinématique du fluide.

Théoriquement pour une seule particule, le déplacement de celle-ci représentée par  $\Delta x$ , et l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre les deux images permettent de trouver la vitesse par la relation

$$\bar{V}(x, t) = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} \quad (\text{IV.1})$$

Comme il s'agit d'un grand nombre de particules ensemençées, le calcul de leurs déplacements moyens fait appel à un découpage des images en cellule d'investigation sous forme de grille rectangulaire. Les cellules sont identifiées par leurs coordonnées  $(i,j)$  sur la grille. Le calcul du déplacement moyen des traceurs cellule par cellule peut s'établir par trois fonctions. Soit la fonction d'autocorrélation dans le cas de l'enregistrement multiple sur une image **Andrian (1989)**, soit la fonction d'inter-corrélation dans le cas de l'enregistrement sur une image consécutive **Willert et Gharib (1998)** soit par la méthode de frange d'Young.

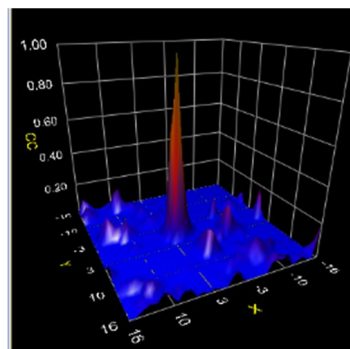
Le procédé de corrélation est le plus utilisé et permet d'afficher un plan de corrélation entre les cellules d'investigation de la paire d'image. Sur ce plan, un pic maximum Fig.IV.1 est associé au déplacement moyen en pixel des particules dans les petites fenêtres d'interrogation.

La fonction d'auto corrélation est représentée par la formule

$$\phi_{cor}(m, n) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g_1(i, j) g_2(i + m, j + n) \quad (IV.2)$$

Où  $g_1$  est l'image à  $t$  et  $g_2$  est l'image à  $t + \Delta t$  et  $M$  et  $N$  sont les tailles des cellules d'interrogation en pixels. La vitesse d'écoulement dans la fenêtre d'interrogation s'obtient en divisant le déplacement effectué entre les deux images par le pas de temps entre celles-ci

Pour la méthode qui fait appel à la fonction d'inter-corrélation, le calcul met en œuvre la Transformé de Fourier Rapide d'image (FFT). Pour cela, les images sont maillées en pixels de  $2^n$ . L'évolution spatiale des particules dans la fenêtre d'interrogation pour une paire d'images est dans ce cas représentée par deux fonction  $f(l,k)$  à l'instant  $t$  et  $g(k,l)$  à l'instant suivant. La Transformée de Fourier Rapide de ces deux fonctions permet de réaliser un spectre croisé et ensuite l'opération inverse appliquée à celle-ci donne un pic indiquant le déplacement moyen des particules dans la maille de calcul. La Fig. IV.2 résume le synoptique de la PIV.



**Figure IV.1** : Pic de corrélation

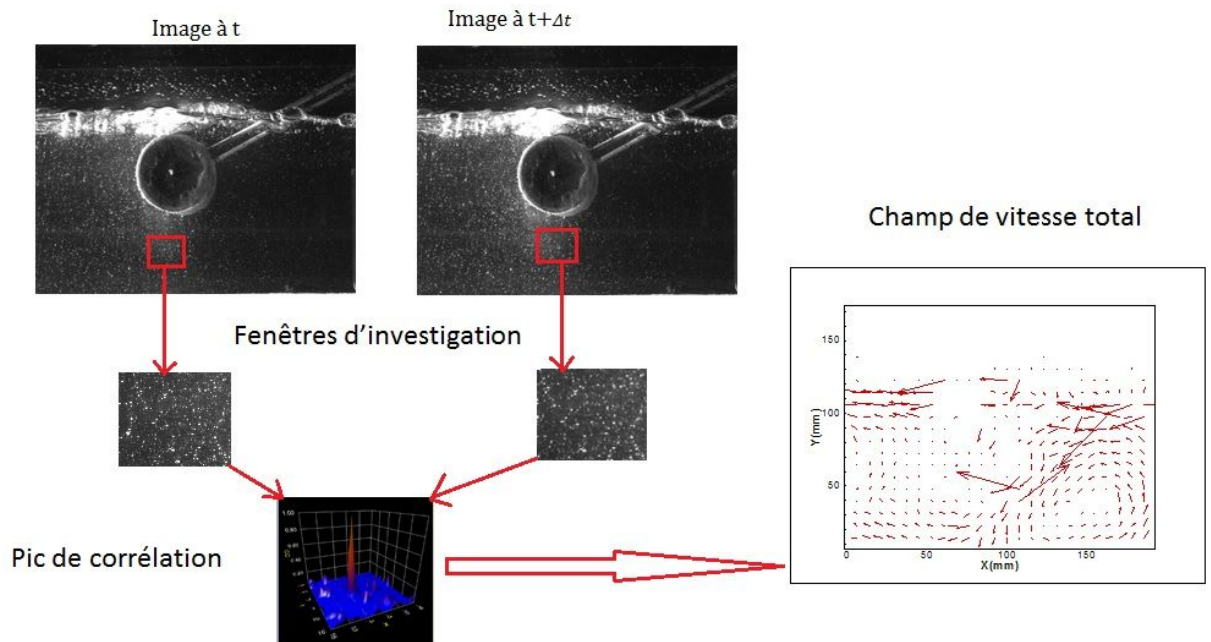


Figure IV.2 : Synoptique de la PIV

### IV.3 Matériels et logiciels de la technique PIV

#### IV.3.1 Les aspects matériels

Dans ce paragraphe, nous n'allons plus décrire la maquette expérimentale du jig à grille mobile qui est déjà détaillée dans le chapitre antérieur. Nous passons directement aux aspects matériels et logiciels pour la mise en œuvre de la PIV. Les matériels sont composés des matériels standards destinés à la mise en œuvre de la technique de mesure par PIV. Ce sont :

- Le matériel pour la source d'éclairage qui est constitué de deux têtes laser
- Le matériel pour la capture des images qui est assuré par une caméra CCD
- Le matériel de synchronisation des différents appareils qui comporte un boîtier EG
- La station d'acquisition et l'ordinateur de commande

Ces matériels sont interconnectés entre eux et constituent une chaîne de mesure pour réussir la prise de mesure par PIV. Le boîtier de synchronisation est piloté par un ordinateur de type PC muni par des logiciels Dual Tap AccuPIXEL, Hiris. Un logiciel de générateur d'impulsion synchronise l'ordre de fonctionnement de chaque appareil. Les figures suivantes montrent les appareils utilisés durant l'expérience.



Têtes laser



Camera



Deux boîtiers à charge du laser



Boîtier de synchronisation



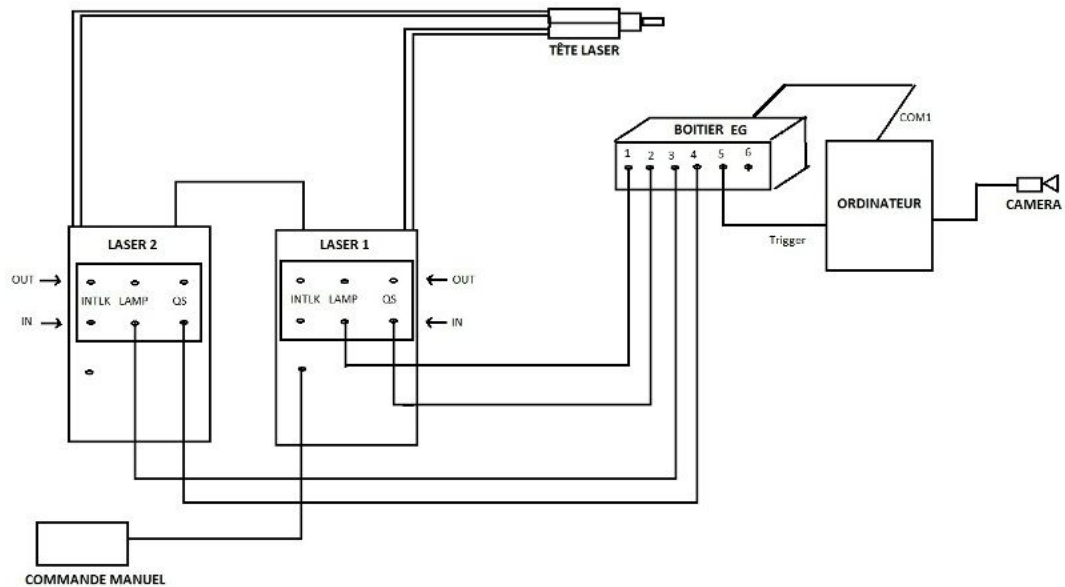
Station d'acquisition du champ de vitesse



L'ensemble de la maquette expérimentale

**Figure IV.3** : Matériels PIV et la maquette expérimentale

L'écoulement induit par la présence du cylindre en oscillation dans le premier compartiment du sluice est enregistré instantanément en deux dimensions à partir de ces matériels. La figure suivante illustre un schéma simplifié de la liaison entre ces différents matériels.



**Figure IV.4** : Connectique entre les appareils pour la mise en œuvre du PIV

### IV.3.2 Caractéristiques et fonctionnement de chaque appareil

#### a) Laser, boîte de commande laser et particules d'ensemencement

Le laser produit un plan lumineux qui éclaire l'écoulement en présence de particules. La lumière émise est obtenue par la stimulation d'ions  $\text{Nd}^{3+}$  dans les cavités pour le cas du laser utilisé. La lumière est ensuite transformée en tranche laser au moyen d'une lentille cylindrique installée à la sortie du faisceau laser.

Lors de l'éclairage, les particules contenues dans le plan laser diffusent de la lumière et deviennent visibles. Les particules utilisées sont des particules de polyamide appelées « rilsan ». Ces particules ont une forme sphérique dont le diamètre est de 80 à 160  $\mu\text{m}$ . La densité du rilsan est de 1,06. Elle est très proche de celle de l'eau. Ce qui permet aux particules de suivre le mouvement du fluide et leur taille est suffisamment petite pour éviter la sédimentation et assure en même temps une diffusion de lumière acceptable pour obtenir un enregistrement correct de l'image de l'écoulement.

Pour notre cas, la source d'éclairage est produite par un laser à impulsion issue des systèmes Nd : YAG double impulsion modèle Quantel Twins BSL de longueur d'onde 532nm et constitué de 2 cavités identiques montées en parallèle. Ces dernières sont alimentées en charge par 2 boîtiers à de charge Laser ICE 450, BIG SKY Laser Quantel, et pilotées par une boîte de commande. Le fonctionnement du laser à impulsion est conditionné par la durée d'éclairage, entre 6 à 10ns, et l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre chaque impulsion de la cavité Fig. IV.6. L'ensemble des deux têtes laser a une masse de 15kg, leurs caractéristiques sont :

- 356 x 133 x 457 mm (HxLxW) ;



- Poids : 13.2Kg (29lbs) ;
- Voltage universel : 85/ 240V ;
- Fréquence maximale 15Hz ;
- Puissance 120mJ

La boîte de commande sert à spécifier le fonctionnement de chaque cavité. C'est à partir de cette boîte qu'on indique l'option d'impulsion d'un seul tête laser ou les deux têtes lasers, ceci dépend du type de mesure à effectuer. Elle permet aussi de régler les paramètres des boîtiers de charges comme la puissance de décharge, la fréquence, l'acquisition automatique ou manuel.



Boitier de Charge à Laser vue de devant (A) et vue de derrière (B)

Figure IV.5 : Boitier à Laser ICE 450 et la boîte de commande

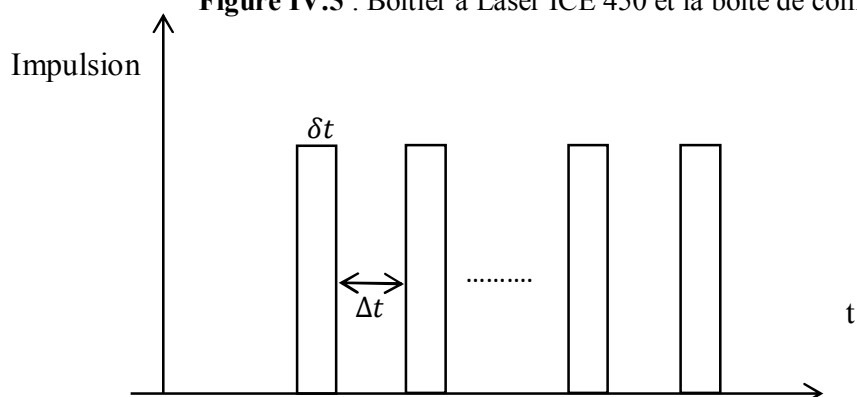


Figure IV.6 : Schéma du fonctionnement du laser à impulsion

## b) La caméra

Lors de l'éclairage périodique par le laser, les particules se trouvant sur la nappe laser diffusent de la lumière, capturée par l'objectif de la camera, puis focalisée par le capteur sensible du CCD dont tous les éléments sont excités et éclairés à des niveaux différents. Suivant l'intensité lumineuse collectée par les pixels du capteur, une charge électrique proportionnelle sera retournée. Les images sont numérisées en fonction du pixel du capteur. Chaque élément de la matrice est associé à un niveau de gris (intensité) de chaque pixel qui forme l'image numérisée. La fréquence de capture d'image dépend du type d'écoulement et de la fréquence d'impulsion du laser.

Dans notre étude, l'acquisition des images est assurée par une caméra CCD (Charge Couple Devices) de marque PULNIX DualTap AccuPIXEL, RM-6740. Cette caméra a pour caractéristiques suivantes :

- Scanner progressif monochrome CCD ;
- 7.4 $\mu$ m carré pixel, et 200 hz ;
- 640(H) x 480(V) haute résolution camera ;
- Caméra dual tap digitale avec sortie (8-bit / 10-bit) et une sortie analogique ;
- Dimension (H x W x L) : 51 x 51 x 73 mm ;
- Mode PIV ;
- GUI ou ordres série pour le contrôle externe ;
- Objectif de 25mm.

## c) Le boîtier de synchronisation EG entre la caméra et le laser

Le boîtier EG, fabriqué par la société R&D Vision joue le rôle de synchronisateur. Il génère des signaux (TTL ou Transistor -Transistor Logic) qui permet de commander le laser et la caméra par le biais d'un chronogramme établi grâce à un logiciel, à savoir, EG (Event Generator ou générateur d'événement). Pour effectuer le chronogramme, le synchronisateur délivre un signal pour l'acquisition des images par la caméra et des signaux qui pilotent l'allumage des lampes et les cellules Pockels (Q-Switch) de chaque cavité laser.

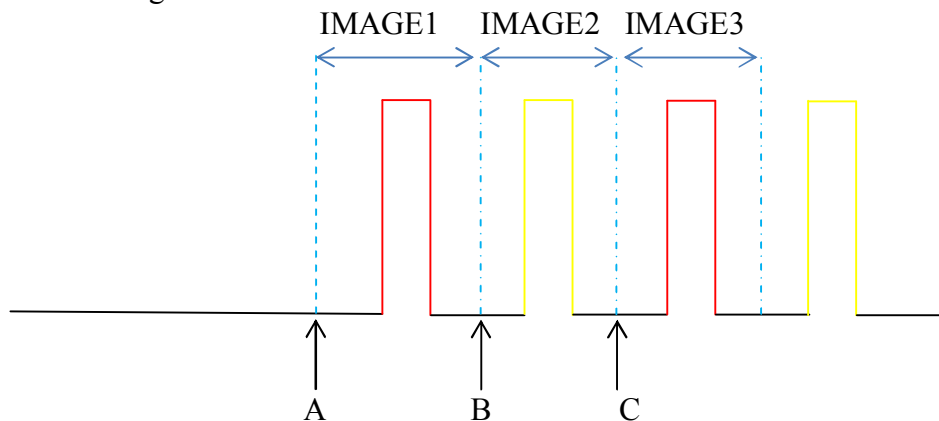
Le mécanisme de la synchronisation dans la technique PIV est organisé comme suit :

- Le premier éclairage du laser doit se tenir à la fin du temps de la capture de la première image par la caméra Fig. IV.7.
- La deuxième impulsion laser est réalisée juste au début du temps d'enregistrement de l'image suivante Fig IV.7.

De cette manière, on a deux images successives avec un intervalle de temps le plus faible possible. Dans ce cas, il est aisé de réaliser le calcul du déplacement des particules entre deux images consécutives et d'en évaluer le champ de vitesse de l'écoulement comme nous avons rappelé dans le paragraphe .1

Le d'événement que nous avons utilisé possède les caractéristiques suivantes :

- 01 entrée trigger et 01 entrée inhibit
- 06 sorties TLL (0-5V)
- Résolution temporelle 500ns
- Fréquence maximum 200KHz
- Pilotage via R232



**Figure IV.7** : Schéma de la synchronisation : — Impulsion laser 1, — impulsion laser 2, A- début d'acquisition de l'image 1, B- fin d'acquisition de l'image 1 et début d'enregistrement de l'image 2, C-fin d'acquisition de l'image 2 et début d'acquisition de l'image 3.

#### IV.3.4 Les aspects logiciels

Quatre logiciels nécessaires au déroulement du pilotage de l'expérience PIV et aux mesures du champ sont utilisés : DualTap AccuPixel, HIRIS, EG et Direct-PIV

##### a) Logiciels de la camera

L'application DualTap AccuPixel installée sur l'ordinateur de commande contrôle les paramètres de la caméra, à savoir, le gain, la taille, la résolution numérique, le taux de contraste, et le mode d'acquisition. Ce programme assure l'interface entre la caméra et l'ordinateur de commande





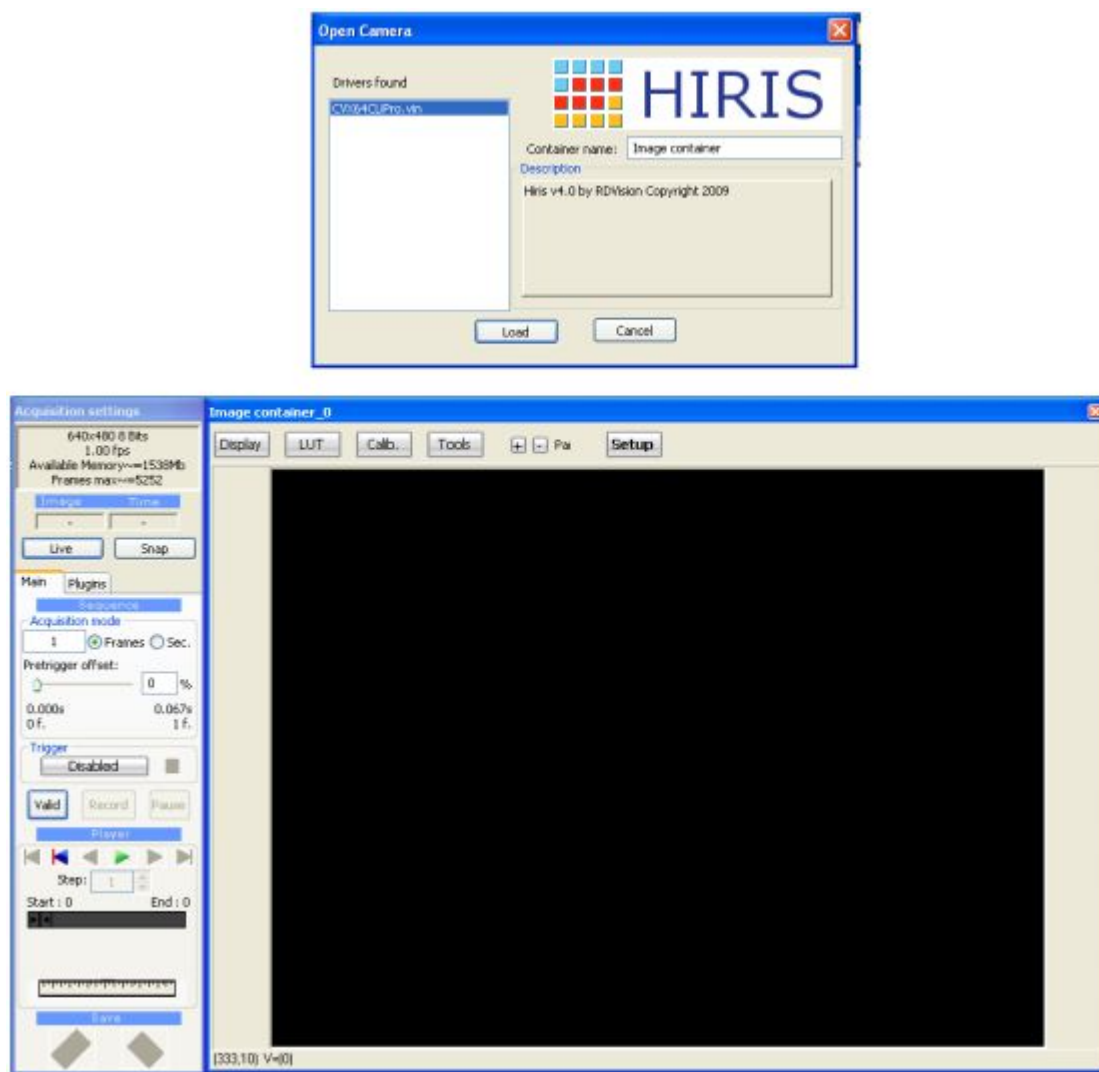


Figure IV.9 : Fenêtre principale du logiciel Hiris

### b) Le logiciel du boîtier de synchronisation

Le EG joue le rôle d'interface entre le boîtier synchronisateur et l'ordinateur de commande. Les paramètres permettant de créer le chronogramme qui commande les événements de l'impulsion du laser et la capture de la camera sont introduits dans le EG lorsque le mode d'acquisition est en PIV. C'est un logiciel commercial qui accompagne le boîtier EG fabriqué par la société R&D vision.

### c) Le logiciel de traitement des images enregistrées

Nous avons utilisé le logiciel Direct PIV, développé par la société R&D Vision, pour l'analyse des images PIV obtenues durant l'expérience. Ce logiciel permet de définir la taille des fenêtres de corrélation, d'effectuer les calculs avancés de la corrélation des images associées aux fenêtres d'interrogation, de visualiser en 3D le pic de la corrélation. Les procédés de prétraitement comme la

correspondance pixel-longueur, le pas de temps, l'étalonnage géométrique sont réalisable dans Direct PIV. Le logiciel effectue des filtrages (local, global, interpolation) du champ aberrant à la phase du post traitement, calcule les quantités dérivées comme la vorticité et la circulation.- Il est également possible de réaliser dans direct PIV un traitement par lots pour l'analyse et post traitement à partir d'une paire d'images qui sert de modèle. Direct PIV enregistre les champs traités (vorticité ou vitesse) sous format « .dat » pour l'exportation dans un fichier en vue d'un traitement par Fortran ou Matlab.

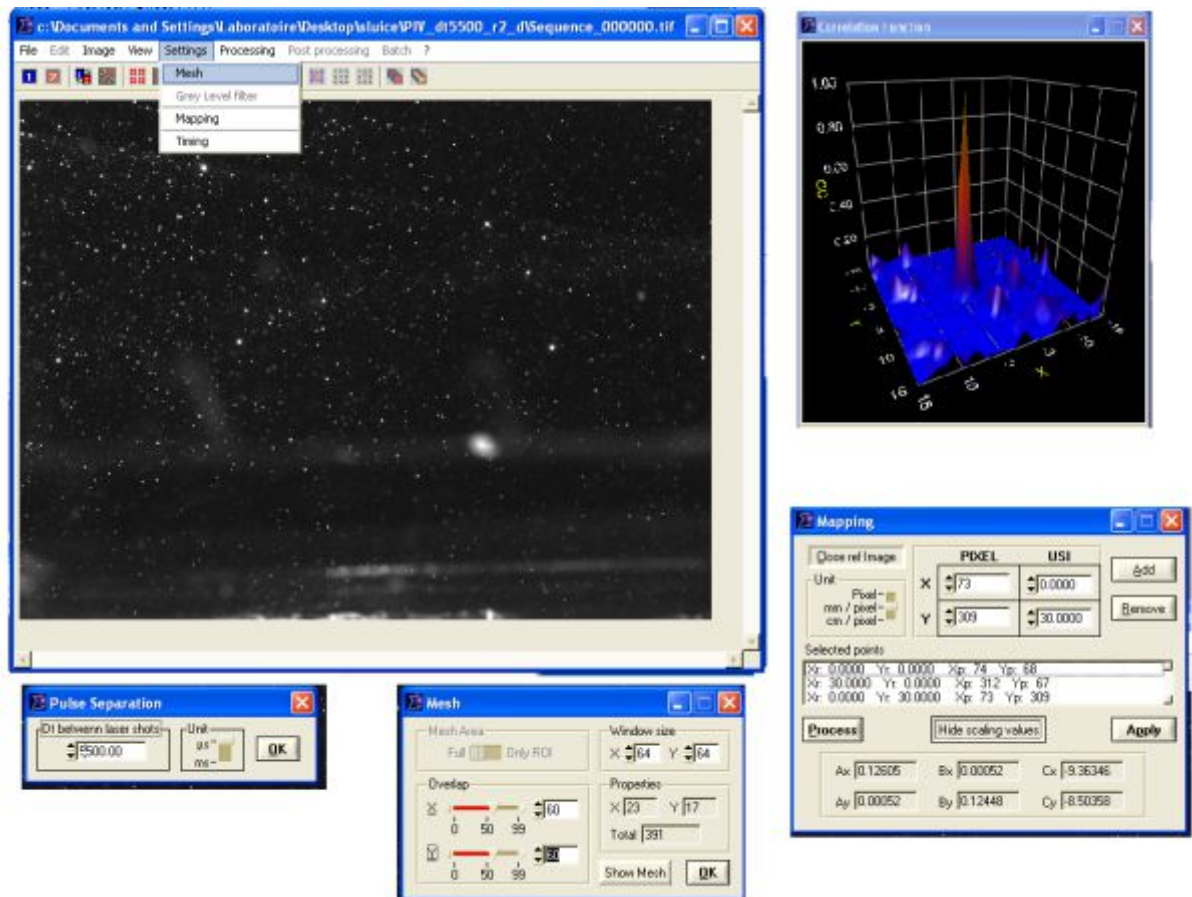


Figure IV.10 : Fenêtre principale du logiciel Direct PIV

#### IV.4 Conduite de l'expérience et paramètres caractéristiques

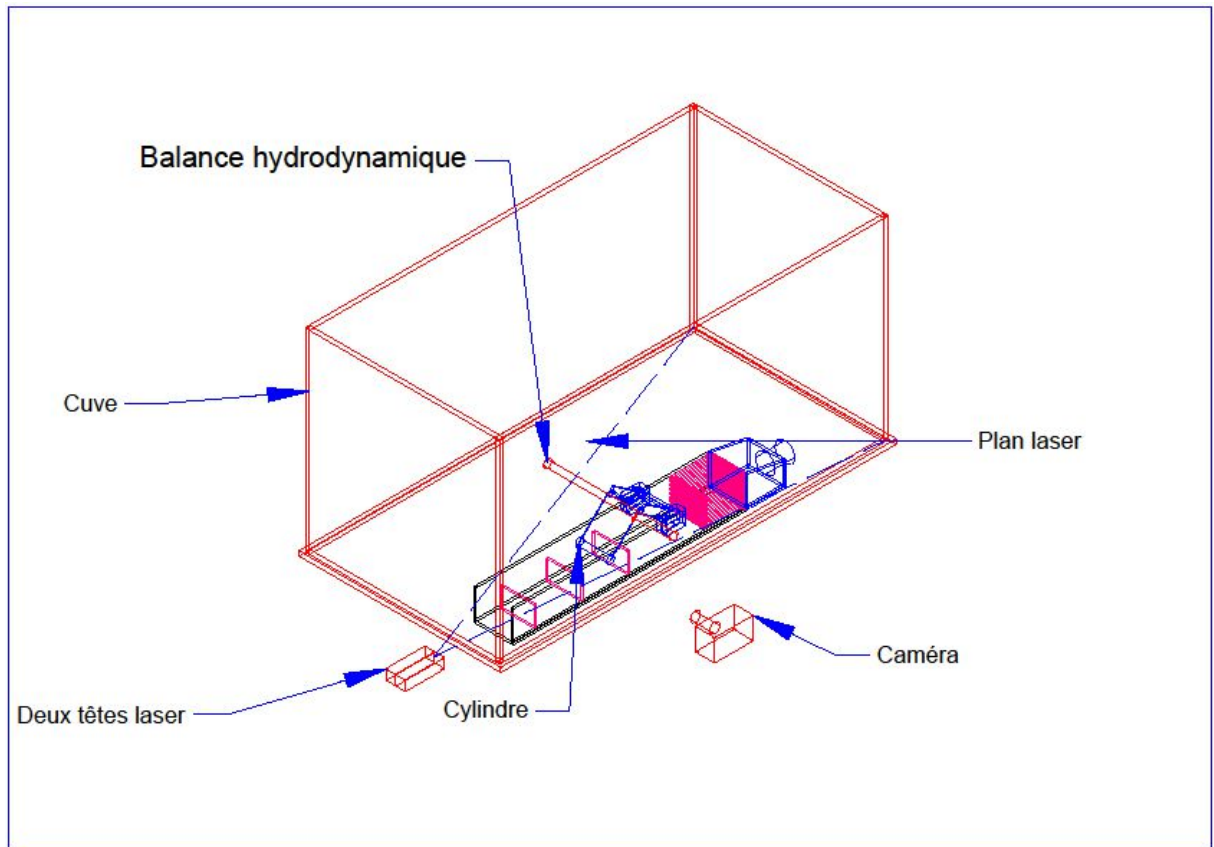
Ce paragraphe porte sur le mode opératoire et le choix des paramètres caractéristiques de la manipulation expérimentale par PIV pour le cas notre étude.

##### IV.4.1 Montage PIV

La mesure du champ de vitesse autour du cylindre dans le premier compartiment du sluice, la disposition de la caméra et du laser par rapport à la maquette sont décrites ici :

Les deux têtes lasers sont placées dans la partie aval du sluice et à l'extérieur de la cuve de rétention pour éviter le contact avec l'eau. Comme la cuve et le sluice sont respectivement en verre et en plexiglas, la nappe laser arrive facilement à éclairer l'écoulement dans la zone qui nous intéresse.

La caméra est installée d'une manière perpendiculaire au plan d'écoulement éclairé par le laser. La zone de visualisation pour toute l'expérience est l'écoulement entre deux premiers riffles



**Figure IV.11** : Montage PIV pour notre expérience

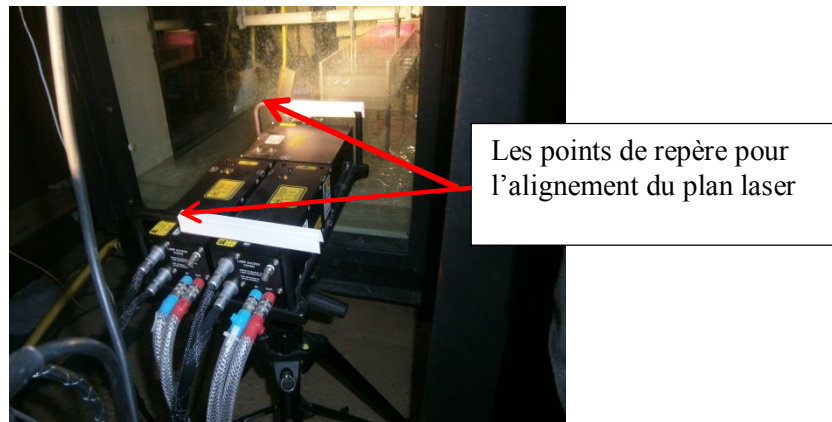
#### IV.4.2 Mise au point et réglage

##### a) Alignement du Laser

L'alignement du laser est repéré par rapport au milieu de la section du caisson de manière à obtenir un plan laser parallèle aux parois du sluice. Pour ce, faire on a placé verticalement au milieu du caisson et dans le premier compartiment une plaque mince de 0,5 cm d'épaisseur, 16cm de longueur et 12cm de hauteur qui sert de repère. Ensuite, comme le laser est supporté par un trépied réglable, on ajuste la hauteur, l'horizontalité du plan laser par rapport à la position de la plaque de référence à partir de la lentille cylindrique fixée à sa sortie et au moyen des vis de fixations du laser sur le trépied.

Pour le cas de la plaque perforée, l'axe du laser est réglé de façon à ce qu'il passe par les centres des quatre trous. Pour cela on repère quatre points distincts et aligné sur les têtes lasers pour effectuer

l'alignement de son axe. Le premier point est la petite rondelle qui se trouve sur les têtes laser, les deuxièmes et troisièmes points sont relevés sur les deux crochets servant à porter le laser Fig. IV.12



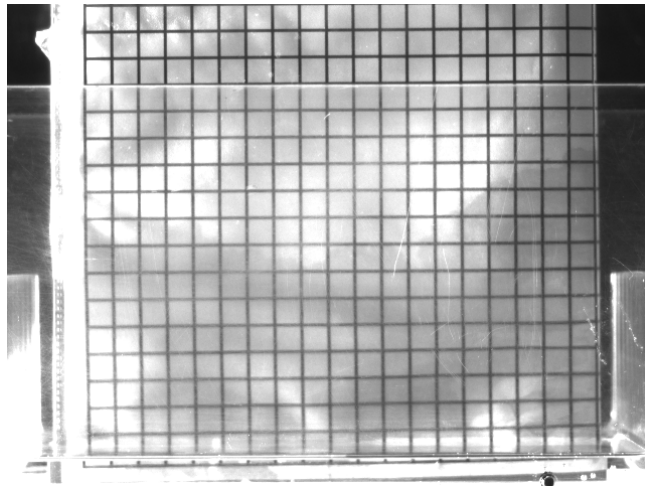
**Figure IV.12** : Alignement du plan laser pour la plaque perforée

### **b) Réglage de la caméra**

La perpendicularité de l'objectif de la caméra par rapport au plan de la nappe laser est obtenue à partir des niveaux à bulles intégrés dans le trépied supportant la caméra. Le réglage de sa hauteur s'effectue également au moyen du trépied. La plaque posée au milieu du caisson sert d'image de référence en ce qui concerne la netteté des images à acquérir. Ceci est obtenu en réglant l'objectif de la caméra.

### **c) Etalonnage géométrique**

Cette étape s'effectue au niveau du logiciel Direct PIV. Elle consiste à transformer la dimension pixel de l'image en une dimension de longueur. Pour cela, on filme une image de référence maillée dont la taille de chaque maille est de 1cm x1cm. Ensuite, dans le menu mapping du Direct PIV, on repère puis on relève les coordonnées en pixel de trois points piqués sur la l'image de la mire. Les deux points choisis sont placés sur les extrémités d'une diagonale à la mire. Les coordonnées en pixels et réels de ces points sont connus au préalable respectivement grâce à la résolution de la caméra et à la mire graduée. Le coefficient de proportionnalité, calculé dans le menu mapping, permet d'obtenir la correspondance entre la dimension du pixel et celle de la dimension en longueur.



**Figure IV.13 :** Mire maillée en 1cmx 1cm qui sert de référence pour l'étalonnage géométrique. La netteté de l'image s'opère en ajustant l'ouverture et le contraste de la caméra

#### **d) Chronogramme de synchronisation entre la caméra et le laser**

Le chronogramme mis en œuvre dans notre expérience est le même que celui utilisé par **TN Ramanakoto (2014)** pour sa thèse sur la caractérisation de l'écoulement à surface libre dans le sluice. Ce choix est dicté par l'utilisation des mêmes matériels et dispositif expérimental d'une part et par le voisinage de la plage de valeur du débit de l'écoulement mesuré d'autre part.

L'ordre de fonctionnement de la caméra et des deux têtes lasers est présenté dans la Fig. IV.14, Fig. IV.15. Dans le chronogramme, chaque front montant définit un mode ON de chaque matériel. La sortie est associée au canal du boîtier de synchronisation pour le pilotage de chaque appareil. Le chronogramme constitue 5 sorties, à savoir, 1, 2, 3, 4 et 5 liées respectivement à la lampe L1, Qswitch Q1, lampe L2, Qswitch Q2 et la caméra. Cam1 et Cam2 sont identifiées par une seule caméra.

- 1) Chaque pulse est périodique et correspond à une fréquence de 15Hz
- 2) A l'instant initial, allumage de la première lampe L1 et dure  $4678\mu\text{s}$ , et se remet à 0
- 3) Après  $678\mu\text{s}$  compté à partir de l'instant initial, la cavité du laser Q1 s'ouvre (Q switch).
- 4) L'allumage de la deuxième lampe L2 est en avance de  $678\mu\text{s}$  par rapport à l'ouverture de la cavité Q2

5) la cavité Q2 s'ouvre à son tour après  $5500\mu\text{s}$  par rapport à la fermeture de la cavité Q1. Ceci définit le pas de temps pour le calcul de la vitesse par le logiciel Direct PIV

- 6) La caméra1 et camera 2 fonctionne respectivement  $100\mu\text{s}$  avant la cavité Q1 et Q2

La camera a une fréquence maximale 30Hz associée à une paire d'image à chaque  $0,066\text{s}$ , soit la fréquence de capture d'une image par la caméra est  $0,033\text{s}$ . En d'autre terme la caméra enregistre deux images pour un cycle d'impulsion des têtes lasers.



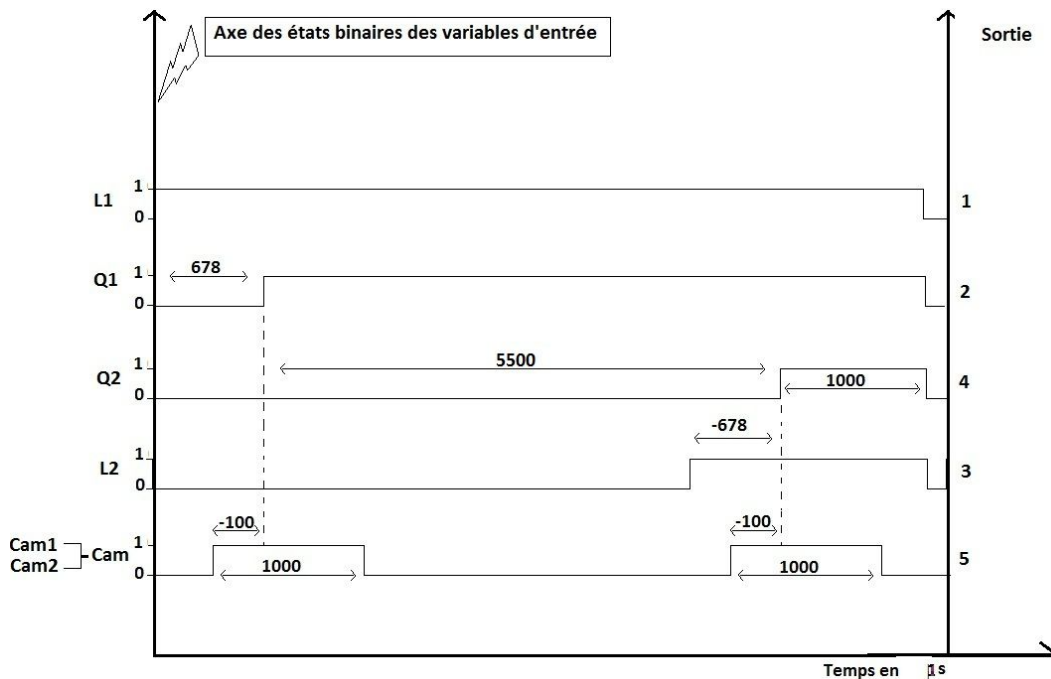


Figure IV.14 : Chronogramme de mesure  $dt=5500\mu s$ , 15Hz

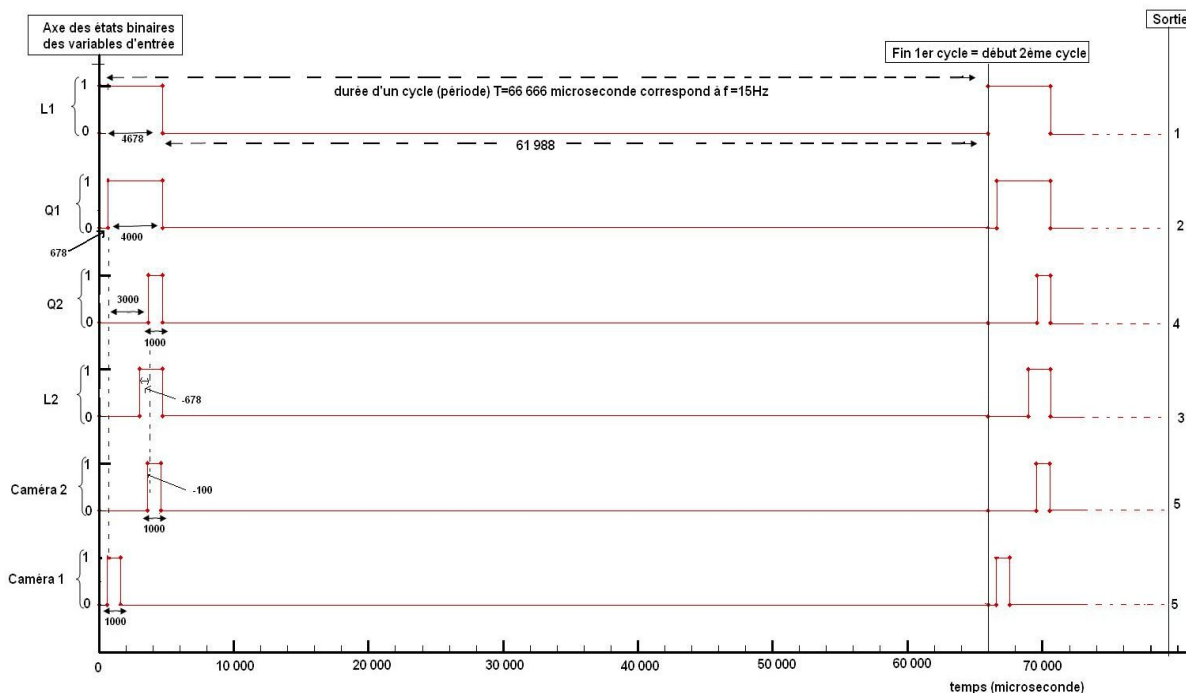


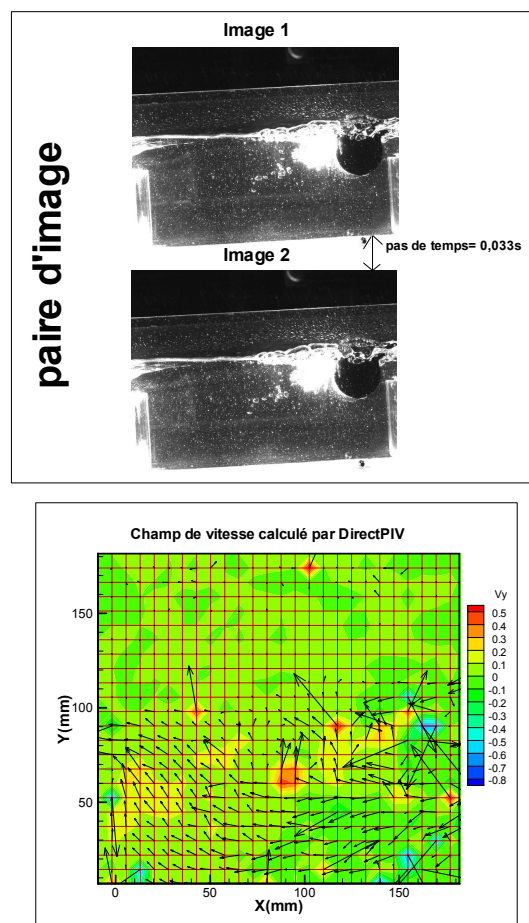
Figure IV.15 : Chronogramme d'acquisition

**e) Paramètres de traitements par Direct PIV**

Lors de calcul du champ vitesse par le logiciel Direct PIV, on procède d'abord à l'analyse d'une paire d'image de référence. Cette paire sert à fixer tous les paramètres de traitement de l'ensemble de l'image pour chaque série d'expérience.

Nous avons utilisé un chronogramme, associé à un pas de temps  $5500\mu\text{s}$ , commun à toutes les expériences. La taille des fenêtres de corrélation sont dimensionnées en fonction de la pertinence de la corrélation entre le couple de séquence d'image de référence et par rapport à la densité des particules d'ensemencement dans l'écoulement. Ces fenêtres correspondent, en pixel, à  $32\times 32$ ,  $25\times 25$  et  $20\times 20$

L'agrandissement de l'image est fonction de la distance entre la caméra et la zone d'étude. Le nombre d'image acquit puis traité est 800 images, soit 400 paires de séquences. La durée d'acquisition de ces images est de 32s. Durant la phase de posttraitement, le modèle d'image de référence subit un filtre global. La validation d'un modèle de référence s'effectue par une visualisation sur le logiciel Tecplot du profil du champ de vitesse créée. Le modèle est validé quand le profil et la topologie présente une régularité. Au terme des traitements d'ensemble des paires d'images, à chaque deux paires d'images produit un champ de vitesse en deux dimensions. Le nombre de colonnes et de lignes sont définis par rapport aux nœuds lors du maillage. Chaque donnée constitue "X", "Y", "Vx", "Vy", "SNR", "Norme", "Vorticity", "Circulation", et "Status". Le nombre de colonnes et lignes affectés sont marqués dans chaque donnée.



**Figure IV.16** : En haut : Paire d'image de dimension réelle  $23,06\times 17,30$  cm ; En bas : Champ de vitesse après traitement sur Direct PIV dans lequel les mailles utilisées sont  $20\times 20$  pixels



## Chapitre.V: Réduction du champ de vitesse par la technique POD

Pour analyser l'évolution instationnaire du champ de vitesse pendant la durée de visualisation, nous avons utilisé la technique de réduction de donnée basée sur la décomposition orthogonale aux valeurs propre. Cette technique permet d'extraire la structure cohérente et permanente dans l'écoulement dans les 400 paires d'images représentant instantanément l'évolution de l'écoulement dans la zone d'étude.

### V.1 Rappel de la méthode POD

Le POD est une méthode d'approximation dans le but réduire la dimension d'un modèle en mécanique des fluides et qui est couramment mis en œuvre depuis son introduction par **Lumley (1967)**. La méthode repose sur un processus linéaire de recherche de base de modes propres orthogonaux caractéristiques des réalisations le plus plausible. La résolution de l'équation intégrale de Fredholm dont les noyaux sont des données issues d'une simulation numérique ou des résultats expérimentaux permet d'avoir les modes propres. La variante de la méthode est la méthode classique de **Lumley (1967)** ou la méthode du snapshot de **Sirovich (1987)**. La méthode du snapshot consiste à identifier les vecteurs propres d'un opérateur spatial de corrélation du champ de vitesse. Une fois les valeurs propres et les vecteurs propres trouvés, on retient les plus significatifs. C'est pourquoi cette technique permet d'approximer un système de dimension élevée par un autre système de dimension nettement plus faible.

### V.2 Méthode d'approximation

L'idée de base de l'approximation est de représenter une quantité scalaire ou vectorielle physique évoluant au cours du temps et dans l'espace par une somme finie de termes s'écrivant comme un produit de deux fonctions à variables séparées du type :

$$u(x, t) \simeq \sum_{k=1}^K a_k(t) \Phi_k(x) \quad (\text{V.1})$$

Une des méthodes d'approximation la relation (V.1) revient à minimiser la relation (V.2) au sens du moindre carré

$$\min \sum_{i=1}^n \left\| u(x, t_i) - \sum_k^K (u(x, t_i), \Phi_k(x)) \Phi_k(x) \right\|_2^2 \quad (\text{V.2})$$

Où  $\{\Phi_k(x)\}_{k=1}^K$  avec  $K \leq n$  est une base orthonormée et  $a_k(t)$  les coefficients de projection et la norme est celle de  $L_2$ . La résolution de ce problème de minimisation peut s'obtenir en représentant  $u(x, t)$  sous forme de matrice Eq. V.3 et ensuite d'effectuer une décomposition en valeur singulière de  $(x, t)$ . Le rang de la matrice ainsi construite est maximal si les données sont linéairement indépendantes.

$$A = \begin{pmatrix} u(x_1, t_1) & u(x_1, t_2) & \cdots & u(x_1, t_{n-1}) & u(x_1, t_n) \\ u(x_2, t_1) & u(x_2, t_2) & \cdots & u(x_2, t_{n-1}) & u(x_2, t_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ u(x_m, t_1) & u(x_m, t_2) & \cdots & u(x_m, t_{n-1}) & u(x_m, t_n) \end{pmatrix} \quad (\text{V.3})$$

$\in \mathbb{R}^{m \times n}$

### V-3 Décomposition en valeur singulière

#### a) Valeur singulière

Soit

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & \cdots & a_1^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_p^1 & \cdots & a_p^p \end{pmatrix} \text{ une matrice carrée de dimension } p \times p \quad (\text{V.4})$$

Par définition, un vecteur propre  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix}$  définit une direction propre associée à une valeur propre  $\lambda$  si l'on a :

$$\begin{pmatrix} a_1^1 & \cdots & a_1^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_p^1 & \cdots & a_p^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix} \quad (\text{V.5})$$

Les valeurs propres  $\lambda_i$  d'une matrice  $A$  sont les racines, avec leur multiplicité, du polynôme caractéristique :

$$|A - \lambda I| = \det(A - \lambda I) = 0 \quad (\text{V.6})$$

Où  $I$  est la matrice identité. Sous format matriciel, on a :

$$\left| \begin{pmatrix} a_1^1 & \cdots & \cdots & a_1^p \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_p^1 & \cdots & \cdots & a_p^p \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0 \quad (V.7)$$

Si A est une matrice symétrique réelle, les valeurs singulières de A sont les valeurs absolues de ses valeurs propres

$$\sigma_i = |\lambda_i| \quad (V.8)$$

Pour une matrice triangulaire B de dimension (n x m), les valeurs singulières se calculent autrement : Les valeurs singulières  $\sigma_i$  d'une matrice rectangulaire B sont les racines carrées des valeurs propres de  $B \times B^T$ .

Pour la décomposition en valeur singulière d'une matrice réelle quelconque, la technique que nous avons adoptée est celle de **Golub et Van Loan (1989)**.

Soit A une matrice réelle de dimension  $m \times n$  alors la décomposition aux valeurs singulières de A est la factorisation.

$$A = U \Sigma V^T \quad (V.9)$$

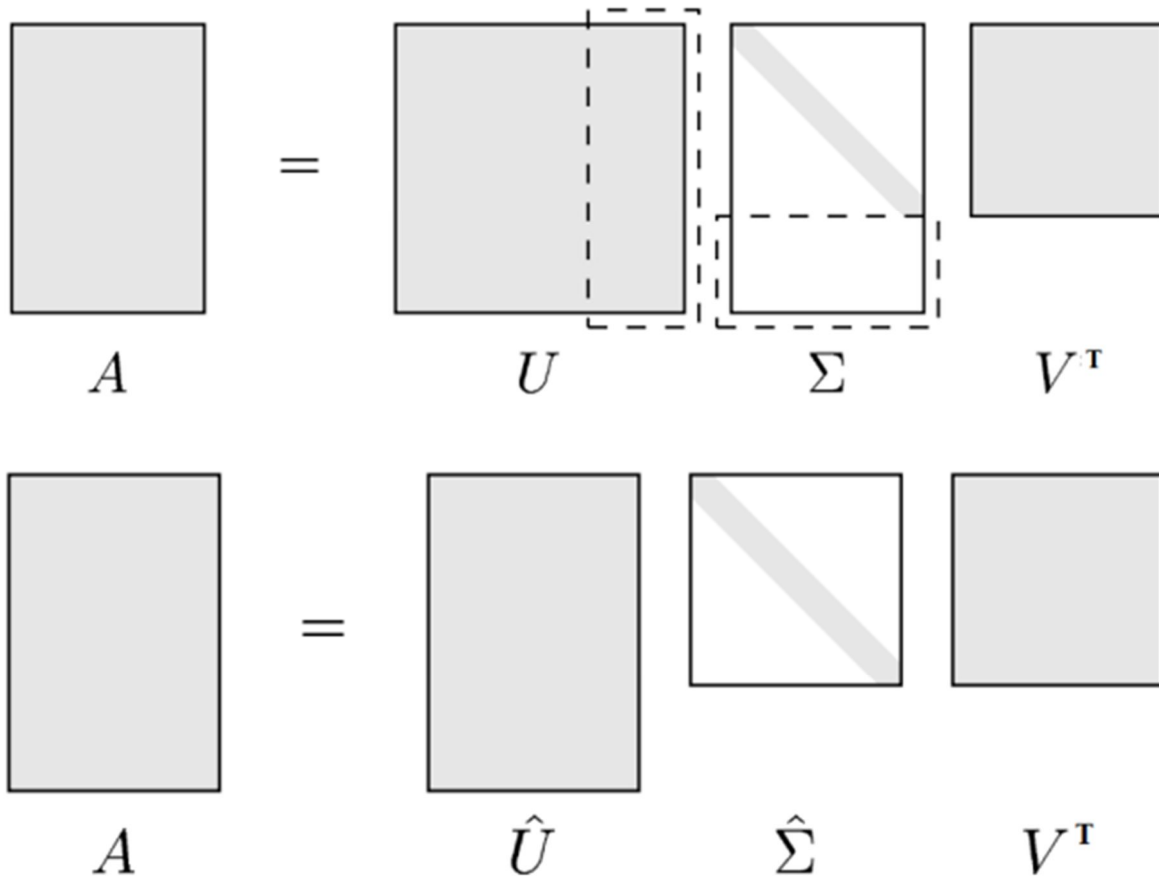
où

- U et V sont des matrices orthogonales, respectivement de dimension  $m \times m$  et  $n \times n$ .
- $\Sigma$  est une matrice diagonale contenant les éléments  $\sigma_1, \dots, \sigma_r$ , appelés valeurs singulières de A (et de  $A^T$ ), telles que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$  où  $r = \min(m, n)$ . Le rang de la matrice A est égal au nombre de valeurs singulières non nulles que possède la matrice A.

Par ailleurs, les r premières colonnes respectivement de  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  et de  $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$  sont appelées vecteurs singuliers droit et gauche de A. Enfin, puisque les valeurs singulières de A sont rangées en ordre décroissant, l'index i associé est appelé numéro d'ordre de valeurs singulières.

En notant  $\hat{U}$  la matrice rectangulaire réduite de U, sa dimension est  $m \times n$   
 $\hat{\Sigma}$  est une matrice carrée réduite de  $\Sigma$ , sa dimension est de  $r \times r$ . La Fig. V.1 présente un schéma simplifié de SVD d'une matrice rectangulaire.

Le calcul direct des valeurs singulières  $\sigma_i$  et vecteurs singuliers  $U$  et  $V$  associés est souvent fastidieux, et il est préférable de les déterminer par la résolution de problèmes aux valeurs propres équivalentes



**Figure.V.1 :** En haut décomposition réduite ; En bas décomposition pleine

#### V.4 Application de POD pour le champ de vitesse expérimental acquis par PIV

L'objectif souhaité dans l'application de la méthode POD sur nos données de champ de vitesse est de d'obtenir des champs de vitesse facilement interprétable. Pour cela, nous adoptons les phases de traitements présentées suivant :

La première étape avant l'application de la POD proprement dite est l'analyse structurelle des données PIV. Celle-ci permet de définir le domaine fluide qui nous intéressent, à savoir, l'écoulement entre les riffles qui a pour limite supérieur la surface libre. Cette étape consiste donc à repérer la hauteur de la surface libre et de supprimer la zone non utile se trouvant au-dessus de celle-ci. Cette hauteur indique la limite supérieure des données pour la mise œuvre de la POD. Cette délimitation se fait par l'annulation des positions et

numéros des nœuds appartenant à la zone à supprimer, Fig V.3 en haut, et varie en fonction du maillage et de la dimension géométrique des séquences.

La deuxième étape porte sur la mise en œuvre numérique de l'approche POD snapshot pour la réduction du champ de vitesse. Un code numérique traduit en Fortran a été élaboré pour permettre de réaliser cette réduction des données acquit par PIV. L'algorithme du programme qu'on 'a conçu s'articule de la façon suivante :

- Déclaration des variables et conditions initiales, dont le nombre d'image contenant le champ de vitesse, le nombre de colonne et ligne formant les données.
- Création d'une matrice qui filtre les nœuds où la composante de la vitesse n'est pas nulle. C'est une matrice A de valeur, soit 1 ou 0.

$$A = (a_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } n_{min} \leq k \leq n_{max} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (V.10)$$

Où k est le numéro du nœud.

$n_{min}$  et  $n_{max}$  sont des entiers indiquant les limites inférieures et supérieures des zones à supprimer.  $n_{min}$  et  $n_{max}$ . Les composantes de la vitesse dont  $V_x$  (vitesse suivant l'axe  $ox$ ) et  $V_y$  (vitesse suivant l'axe  $oy$ ) sont extraites une à une pour chaque donnée. L'extraction est réalisée par la matrice filtre A. Lorsque  $a_k = 1$ , on extrait les vitesses correspondantes au numéro k :

$$V_k(t_k) = \begin{pmatrix} V_{xk} \\ V_{yk} \end{pmatrix} \quad (V.11)$$

le  $k^{ième}$  vecteur vitesse à l'instant  $t_k$ .

- Lecture des snapshots et création de la matrice B :

On construit une matrice à une colonne  $B_i$  composée des vecteurs vitesses  $V_k(t_k)$ . La matrice  $B_i$  renferme des informations spatiales sur un temps  $t_i$  bien déterminé durant l'expérimentation.

$$B_i = \begin{pmatrix} V_1(t_i) \\ \vdots \\ V_m(t_i) \end{pmatrix} \quad (V.12)$$

Chaque  $B_i$  correspond à un champ de vitesse dans une image à l'instant i, dans ce cas  $i_{max}$  correspond aux nombre total d'image à traiter. Pour notre cas  $i_{max} = 400$

$$B = [B_1 \dots \dots \dots B_{i_{max}}] = \begin{bmatrix} V_1(t_1) & \dots & V_1(t_{i_{max}}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_m(t_1) & \dots & V_m(t_{i_{max}}) \end{bmatrix} \quad (V.13)$$

On obtient ainsi une matrice dont les éléments sont constitués de champ de vitesses de tous les instants de mesure pendant une durée d'acquisition et de visualisation. Le nombre de colonne de la matrice B correspond au nombre d'image et le nombre de ligne est lié à la dimension des mailles utilisée dans le Direct PIV.

- Décomposition par SVD

On décompose ensuite la matrice B par SVD en appliquant le modèle présenté au paragraphe V.3 et on possède après différentes valeurs singulières de la matrice B.

$$B = \begin{pmatrix} U_{11} & \dots & \dots & U_{m1} \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ U_{1m} & \dots & \dots & U_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & \dots & \dots & \sigma_r \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & \dots & v_{i_{max} 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1 i_{max}} & \dots & v_{i_{max} i_{max}} \end{pmatrix}^T \quad (V.14)$$

$$B = U \Sigma V^T \quad (V.15)$$

Où B est une matrice rectangulaire dont les lignes correspond au nombre de nœuds et les colonnes au nombre des séquences, U est une matrice carrée dont les éléments sont les données spatiales,  $\Sigma$  est la matrice des valeurs singulières d'ordre r avec  $r \leq i_{max}$ , sa dimension,  $V^T$  contient les informations temporelles et formée d'une matrice carrée

- Visualisation des valeurs singulières :

Cette étape concerne le choix des valeurs singulières significatives ou porteuses d'information qui met en évidence la structure cohérente de l'écoulement.

- Réduction du modèle à partir des valeurs singulières pertinentes.

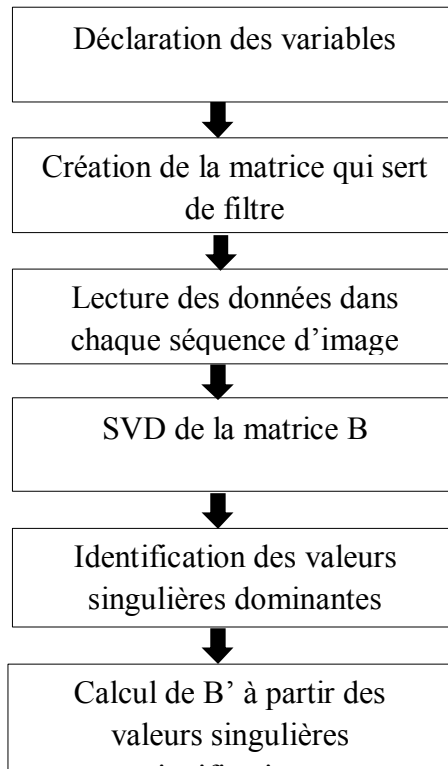
Quand les valeurs singulières dominantes sont identifiées, on réalise la réduction et approximation de la matrice initiale B. L'opération inverse de celle-ci permet d'obtenir une matrice B' qui est une approximation de la matrice B par les valeurs singulières significatives.

$$B' = U \Sigma^* V^T \quad (V.16)$$

Où  $\Sigma^*$  est la matrice réduit des l<sup>ième</sup> premières valeurs singulières dominantes et  $l < r$ .

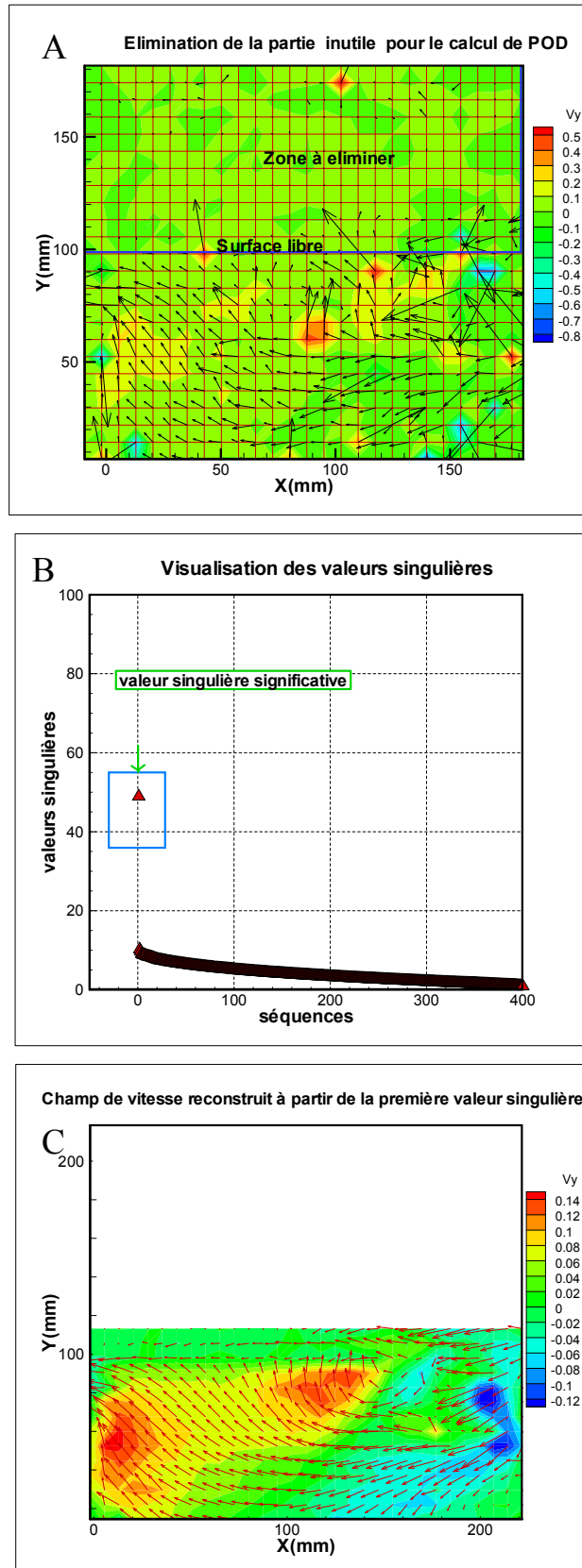
$$\Sigma^* = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & & \\ \vdots & \ddots & \sigma_l & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (V.17)$$

La matrice B' contient le champ de vitesse approximer à partir de la POD. Ce champ ainsi reconstruit permettra d'analyser comportement global de l'écoulement entre les riffles et autour du cylindre. Ci-dessus l'organigramme du logiciel POD :



**Figure V.2** : Organigramme du logiciel POD écrit avec Fortran

Les séries de figures suivantes mettent en évidence l'apport de la méthode POD sur un champ de vitesse acquit par PIV. Ces données sont les mêmes que celles présentées à la Fig V.16 du chapitre précédent.



**Figure V.3** : A : Représentation de la zone à éliminer ; B : les valeurs singulières ; C : résultat après traitement par POD



### V.5 Configurations voisines et semblables

Afin de proposer une interprétation du champ de vitesse instationnaire dans le cas du cylindre oscillant à une période ou pseudo période donnée, nous avons introduit la notion de configurations voisines. Ce voisinage est à prendre au sens d'un voisinage temporel. Ainsi pour des positions du cylindre aux amplitudes maximales par exemple, il est utile d'avoir deux ou trois champs de vitesse donnés par la PIV. En faisant une moyenne de ces champs temporellement voisins on effectue un premier lissage. Par la suite on repère toutes les configurations de l'ensemble de l'expérience correspondant aux amplitudes maximales qui auront été au préalable lissées et nous en faisons une moyenne d'ensemble, donc une moyenne spatiale. Cette façon d'opérer permet donc d'effectuer à la fois une moyenne temporelle et une moyenne spatiale pour arriver à une configuration qui aura été doublement filtrée et plus facilement interprétable.

### V.6 Conclusion

Nous avons décrit d'une part la méthode et les matériels expérimentaux de la PIV pour nos travaux de recherche. Cela nous a permis de mesurer le champ de vitesse autour d'une plaque perforée fixe et autour du cylindre en mouvement dans un écoulement confiné entre les deux riffles. La méthode a l'avantage d'être non intrusive et offre la possibilité d'effectuer une mesure du champ de vitesse en temps réel de la cinématique d'écoulement grâce au support des logiciels commerciaux fourni par la société R&D vision. Nous avons pu enregistrer et traiter 400 paires d'image contenant le champ de vitesse de l'écoulement.

D'autre part, pour améliorer la topologie du champ calculé par la méthode PIV, on a décrit puis écrit un code numérique de la méthode de réduction du champ de vitesse par POD. La méthode de POD est basée sur la décomposition en valeurs singulières de la matrice dont la colonne est le nombre total de la paire d'image et les lignes sont les composantes du vecteur vitesse associée aux nœuds de maillage. Les résultats obtenus montrent un champ de vitesse lissé ce qui facilite largement son interprétation.

La suite du manuscrit porte sur l'application de la méthode expérimentale décrite précédemment à la caractérisation de l'écoulement dans un modèle simplifié de JIG artisanal. On étudiera en particulier le champ de vitesse et les efforts appliqués dans le cas d'une plaque perforée et d'un cylindre vibrant muni d'un filet

**PARTIE III : ETUDE DE L'ÉCOULEMENT DANS UN MODELE SIMPLIFIE DE  
JIG ARTISANAL**

## Chapitre VI : Ecoulement autour d'une plaque perforée horizontale dans le sluice

La mise en place d'une plaque perforée au sein du compartiment a constitué une première approche pour qualifier l'écoulement dans un JIG. La mise en vibration de cette plaque n'a pu être effective car une panne du robot trois axes est survenue. Cependant il a été possible de mettre la plaque en mouvement en lui faisant subir une impulsion verticale

### VI.1 - Plaque perforée fixe et en mouvement vertical dans un compartiment du sluice

#### a) Géométrie de la plaque perforée

Une plaque rectangulaire en plastique transparente de 0.005 m d'épaisseur, 0.18m de largeur, 0.2m de longueur est suspendue à la balance hydrodynamique au moyen de quatre tiges rigides verticales de longueur respectives 14cm, voir Fig.VI.1. Chaque paire de tiges est fixée de part et d'autre du côté de la longueur de la plaque. La plaque est disposée horizontalement dans le premier compartiment du sluice et sa position par rapport au fond de ce dernier est réglable. Elle est percée au milieu suivant sa longueur par 4 trous circulaires de diamètre respectifs 0.02 m. L'entraxe entre les trous est 0.04m. Nous avons déplacé la plaque verticalement vers le bas et vers le haut lors de l'écoulement dans le sluice au moyen du système d'asservissement du mouvement vertical du robot à trois axes.

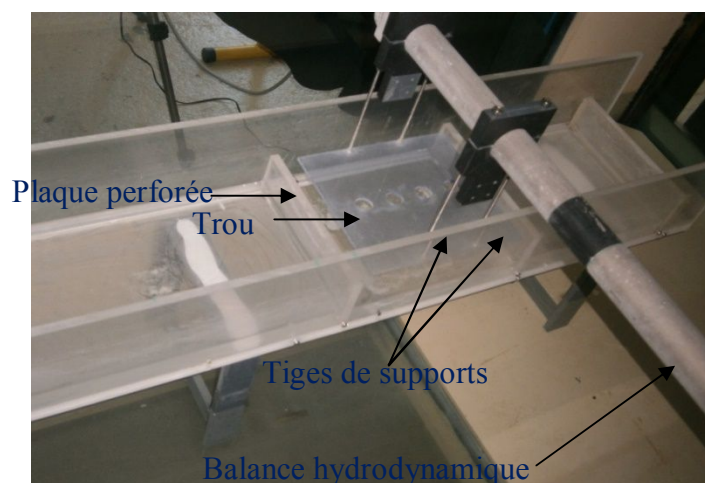
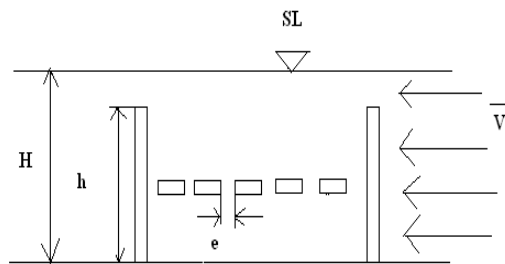


Figure VI.1 : Plaque perforée disposée horizontalement dans le compartiment du sluice



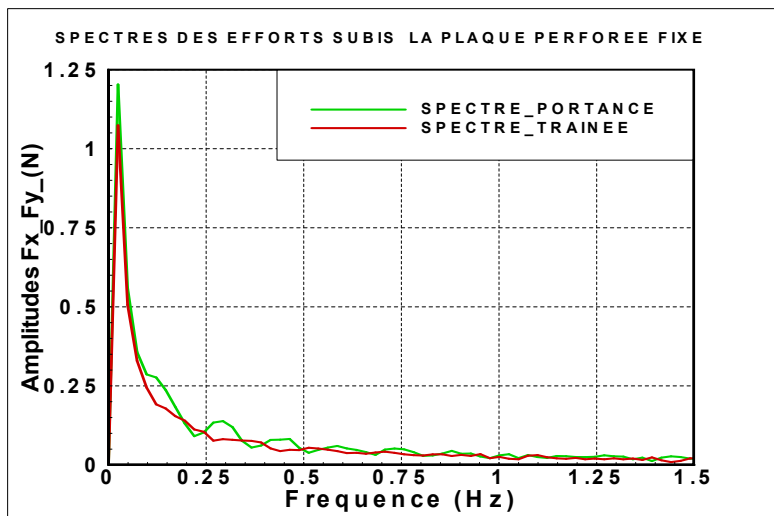
**Figure VI.2 :** Montage de la plaque perforée : H=hauteur d'eau dans le canal, h = hauteur du riffle, e = diamètre du trou

**b) Mesure des efforts sur la plaque fixe ou en mouvement impulsionnel**

On mesure la force de portance et de trainée subies par la plaque perforée fixe, puis lors de son mouvement impulsionnel descendant et ascendant pour un écoulement donné. On relève les positions extrêmes entre la position 1 de la plaque lorsque sa partie inférieure affleure la surface libre et la position 2 correspondant au point d'arrêt. Même mode opératoire pour le mouvement ascendant. La vitesse de montée et de descente de la plaque est de l'ordre de 0.0281m/s. Pour positionner la plaque à la hauteur voulue, on ramène la distance parcourue au nombre de pas du moteur d'entrainement du robot qui correspond à 0.125 mm suivant l'axe vertical. On déduit des efforts hydrodynamiques obtenus leur transformée de Fourier discrète selon le logiciel utilisé dans la partie II.

**c) Analyse spectrale des efforts hydrodynamiques subis par la plaque perforée**

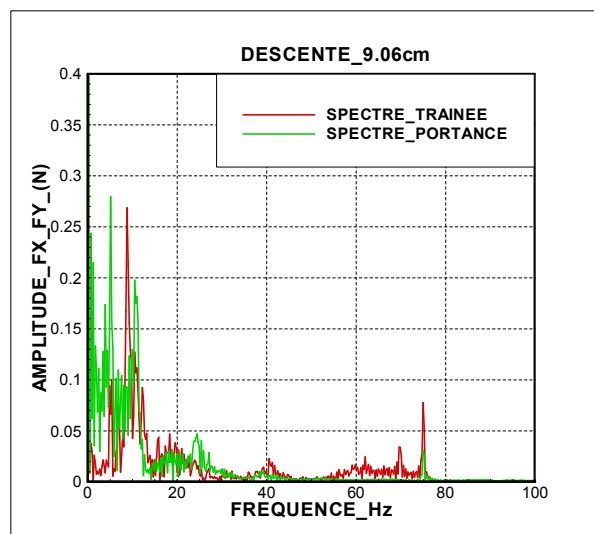
- **Plaque fixe**



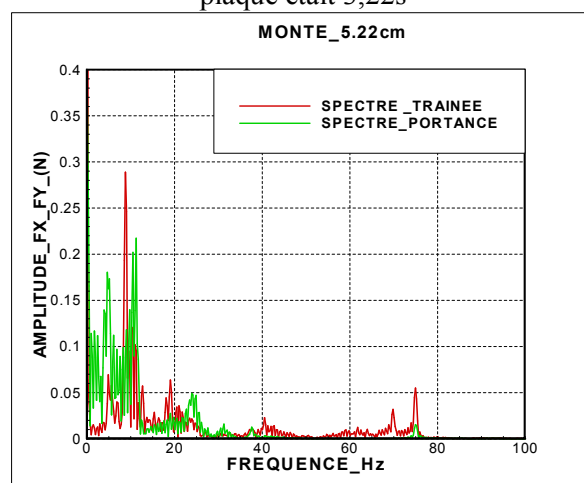
**Figure.VI.3 :** Spectres de la trainée et de la portance subies par la plaque fixe ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0.002s pour un nombre de points égal à 2048.

Nous observons sur la Fig.VI.3 l'évolution des spectres d'amplitude de la force de portance et trainée appliquées sur la plaque perforée fixe placé dans l'écoulement. On constate une gamme de fréquence prédominante inférieure à 1Hz. On note également la prépondérance d'un pic fondamental à forte amplitude pour les deux efforts hydrodynamiques. Pour la force de portance, on observe une diminution progressive des hauteurs des pics jusqu'à la fréquence 0.75Hz

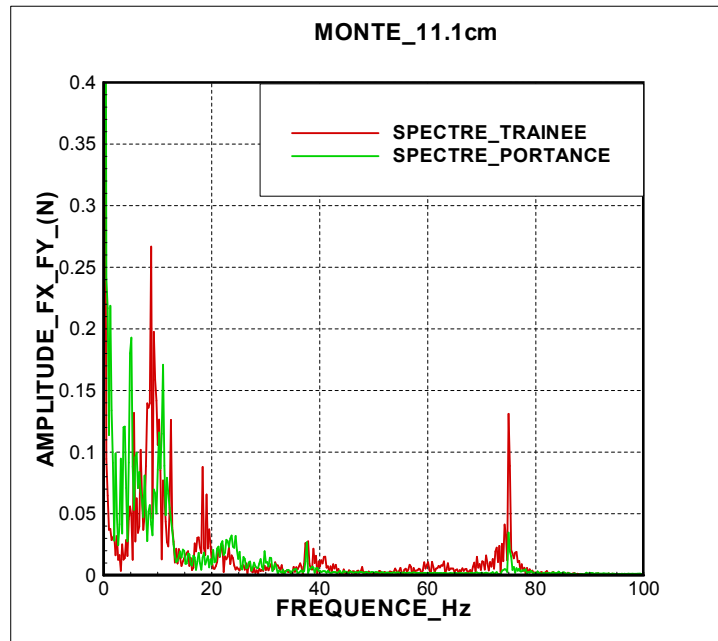
- **Plaque en mouvement impulsif**



**Figure. VI. 4** : Spectres de la trainée et portance pour une amplitude de descente de 9,06cm ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0.002s pour un nombre de points égal à 2500, temps de descente de la plaque était 3,22s



**Figure.VI.5** : Spectres de la trainée et portance pour une amplitude de montée de 5,22cm ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0,002s pour un nombre de points égal à 2500, temps de remontée de la plaque était 1,85s



**Figure.VI.6** : Spectres de la trainée et portance pour une amplitude de montée de 11,1cm ; le pas de temps d'échantillonnage était de 0,002s pour un nombre de points égal à 2500, le temps de remontée de la plaque est 3,95s

Pour le cas de la plaque en mouvement impulsif, le pic du spectre de la force de trainée observée sur les Fig.VI.4, 5, 6 lors de son mouvement suivant les deux directions dans l'écoulement peut être divisées en deux parties : un pic à forte amplitude associé à une fréquence 8,73 Hz autour duquel des pics secondaires s'étalent et dont leurs amplitudes décroissent en fréquence, puis un pic à une fréquence 18,29 Hz. Ce dernier augmente en amplitude avec l'augmentation de l'amplitude du mouvement ascendant de la plaque. Il est attribué à la raideur des barres supports.

Pour la force de portance, on observe des dédoublements multiples des pics du spectre caractérisant l'instationnarité de l'effort transversal. On note également la prépondérance de l'amplitude de la force de portance en phase de descente Fig.VI.4. Le pic à 18,29 Hz remarqué sur la force de trainée est aussi présent sur la force de portance.

## VI.II. Mesure de champs de vitesse en présence d'une Plaque perforée fixe

Après quelques illustrations des résultats de mesure d'effort, nous nous proposons d'analyser le champ de vitesse dans le compartiment. Pour cela nous aurons recours à une simulation numérique par FLUENT dans ANSYS. Puis, ces résultats seront confrontés aux images obtenues par la PIV.

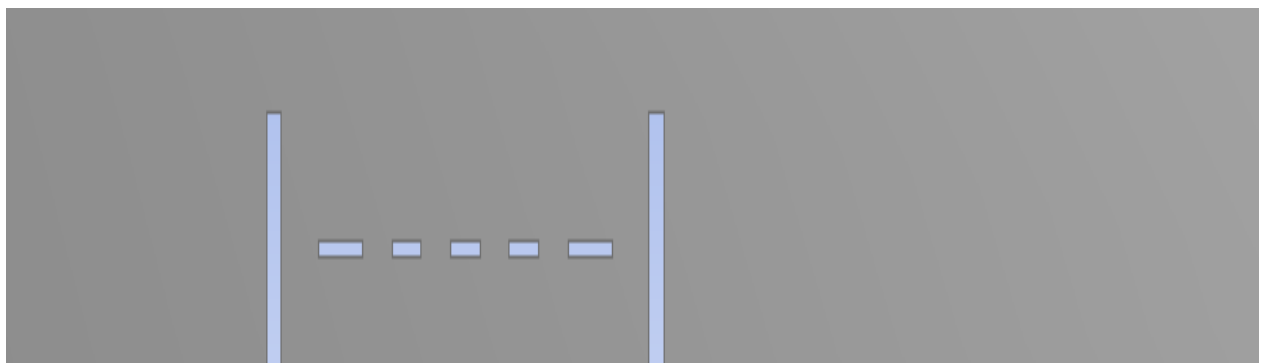
**a) Simulation numérique**

Une simulation numérique de l'écoulement en présence de la plaque perforée a été effectuée en utilisant le logiciel industriel Ansys14.5. C'est un logiciel destiné à la mécanique des fluides numériques. L'ensemble de résolution des systèmes mécaniques des fluides est constitué de cinq modules :

- 1) Le module DesignModeler permet de dessiner le système étudié soit en 2D ou en 3D,
- 2) Le module Meshing (ANSYS ICEM CFD) est destiné au maillage du domaine fluide et à la définition des conditions aux limites du système étudié,
- 3) Le module solver Fluent résout numériquement l'équation de Navier-Stokes. Ces modules sont reliés par le module WORKBENCH. Les paramètres de simulation sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Physique de préférence	CFD
Solveur	FLUENT
Mailles	structurées
Activité	Proximité de courbure
Centre de pertinence	fin
Lissage	fin
Taille minimale	0,00005 m
Mode	Stationnaire
Vitesse d'entrée du fluide	0.1m/s
Fond	Mur
Toit	Mur-pression de sortie
Longueur de référence	0.2m (longueur de la plaque)

**Tableau VI-1** : Paramètres de la simulation



**Figure.VI.7** : Géométrie de l'étude dans ANSYS

## b) Les équations du mouvement

L'approche par simulation numérique consiste à incorporer un modèle d'écoulement à travers Fluent dans le but de reconstruire le modèle obtenu expérimentalement. Les conditions initiales sont introduites préalablement avant le choix de modèle de résolution et le type de régime d'écoulement. Pour chaque compilations, Fluent résout l'équation de conservation de la masse et de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{v}) = S_m \quad (\text{VI.1})$$

Où  $S_m$  : la masse ajoutée

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (\text{VI.2})$$

Où  $p$  est la pression statique,  $(\bar{\tau})$  est le tenseur,  $\rho \vec{g}$  et  $\vec{F}$  sont respectivement la force de gravitation et la force externe.

Les paramètres et caractéristiques choisies sont les suivantes :

- Résolution à base de pression et de la vitesse absolue ;
- Ecoulement transitoire (temps variable) ;
- Ecoulement à deux phases (eau-air) ;
- Viscosité laminaire ;
- Modèle VOF pour la surface libre ;
- En 2D du type « Planar ».

Prise en compte de la présence de la surface libre sur notre système, nous avons pris un algorithme de résolution d'interface entre deux fluides nommé Volume Of Fluid VOF. Le modèle VOF est une technique de suivi d'interface appliquée à une maille Eulérienne fixe.

Cette méthode est basée sur la résolution d'une équation simple conservation de masse et le suivi des fractions de volume de chacun des fluides (Eq VI.3). La formulation de VOF se base sur le fait que deux fluides (phases) ne s'interpénètrent pas. Pour cela, chaque cellule (ou fraction) dans le système est affecté d'une variable conditionné par :

- $\alpha_q = 0$  : la cellule est vide ou autrement contenant de l'air ;
- $\alpha_q = 1$  : la cellule est pleine, ou rempli d'eau ;
- $0 < \alpha_q < 1$  : la cellule est l'interface entre les deux fluides.



$$\frac{1}{\rho_e} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_e \rho_e) + \nabla \cdot (\alpha_a \rho_a \vec{V}_a) \right] = S_{\alpha_e} + \sum_{e=1}^n (\dot{m}_{ea} - \dot{m}_{ae}) \quad (VI.3)$$

$\dot{m}_{ae}$  est le transfert de masse de la phase eau-air ;

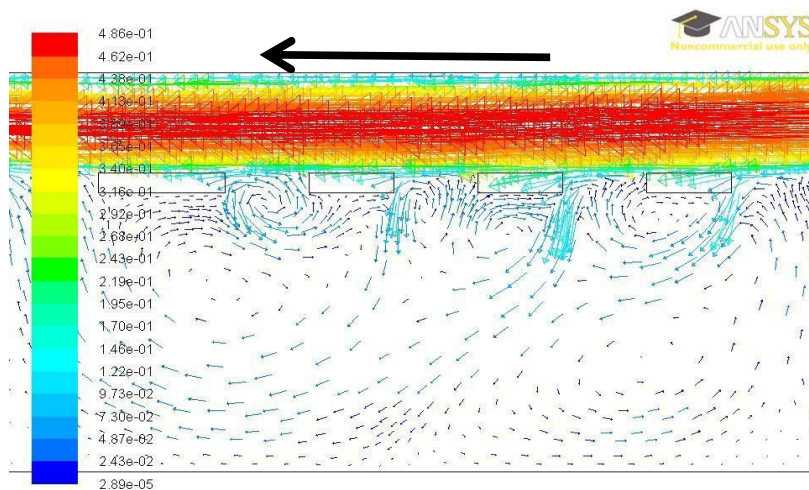
$\dot{m}_{ea}$  est le transfert de masse de la phase air-eau ;

$S_{\alpha_e}$  a une valeur par défaut 0, mais on pourra le spécifié en fonction des conditions initiales des masses dans chaque phases. Nous avons gardé ces valeurs par défaut.

Les résultats de la simulation numérique présentés correspondent à trois valeurs de  $d$  et pour deux valeurs de la porosité. Ces valeurs sont reportées sur le Tab.VI.2.

Taux de porosité(%)	Distance plaque-fond (cm)	Nombre de Reynolds	Figures
3,84	7	466	Fig.VI.8
3,84	3	466	Fig.VI.9
0	7	466	Fig.VI.10

**Tableau VI.2 :** Paramètres des résultats de la simulation numérique



**Figure.VI.8 :** Champ de vitesse calculé avec Ansys14.5, distance fond-plaque  $d = 7\text{cm}$

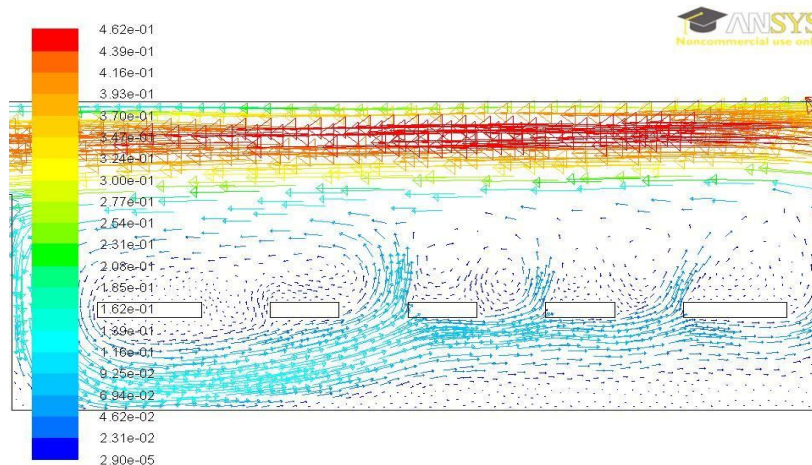


Figure.VI.9 : Champ de vitesse, distance fond-plaque  $d = 3$  cm

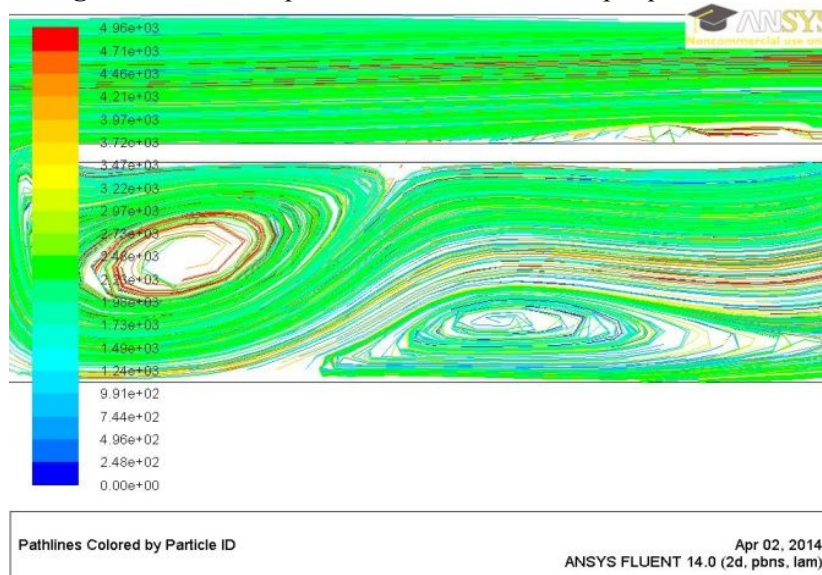


Figure.VI.10 : Lignes de courant autour de la plaque pleine de longueur 0,2m et d'épaisseur 0,05m calculées par ANSYS pour les mêmes conditions de simulation soit  $d$  la distance fond-plaque

Sur les Fig. VI.8, 9 est présenté l'effet de la profondeur d'immersion de la plaque perforée simulé avec le logiciel ANSYS 14.5. La formation des petits tourbillons qui se forment aux niveaux des quatre trous pour  $d = 7$ cm (Fig.VI 8) est mise en évidence. On note également sur la Fig.VI. 8 une forte vitesse de l'écoulement entre la plaque et la surface libre. Pour le cas de la valeur de  $d = 3$ cm (FigVI.9), on remarque que la recirculation de l'écoulement arrive à passer au-dessous de la plaque et la structure tourbillonnaire au quatrième trou est complètement dissout.

La Fig.VI.10 montre l'influence du taux de porosité 0%, c'est- à -dire une plaque pleine sur l'écoulement. La présence de deux tourbillons contrarotatifs est mise en évidence par les lignes de courant.

Ces résultats de simulation donnent une première idée sur les zones favorable aux dépôts de particules solides sous une plaque perforée et non perforée placées dans un écoulement.

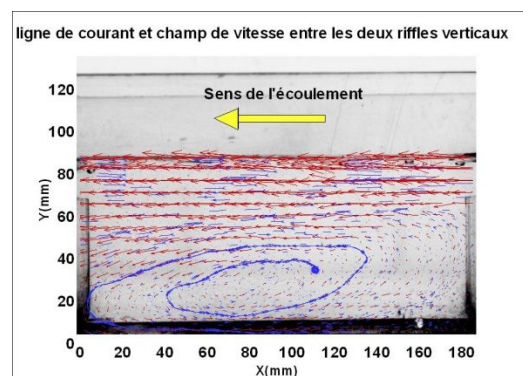
## b) Mesure par PIV du champ de vitesse

- **Paramètres expérimentaux**

Nous avons entrepris des séries de mesures de champs de vitesse autour de la plaque perforée fixe. La vitesse moyenne de l'écoulement mesurée dans la section de passage entre le dessus des riffles et la surface libre est de 0,080 m/s et le nombre de Reynolds calculé à partir de la longueur de plaque est 14285. La hauteur d'eau maximale dans le canal est de  $H = 8,5\text{cm}$ . Le taux de porosité, mesuré par le rapport de la surfaces des quatre trous sur la surface de la plaque est 3,48%.

Nous avons superposé le champ de vitesse et ligne de courant, après traitement par POD, sur la séquence d'images correspondante. Des figures illustrant l'allure des lignes de courant, des champs de vitesses entre les deux riffles verticaux sans la plaque, et sous la plaque perforée pour trois écarts entre celle-ci et le fond du sluice, à savoir,  $d = 6,28\text{ cm}$ ,  $4,15\text{ cm}$ ,  $3,24\text{ cm}$  et  $1,82\text{cm}$  sont présentées.

- **Écoulement entre les deux riffles verticaux et inclinés**



**Figure.VI.11** : Champ de vitesse (en rouge) et lignes de courant (en bleu) entre les riffles verticaux. La maille utilisée était 20x20, hauteur d'eau=8,5cm.

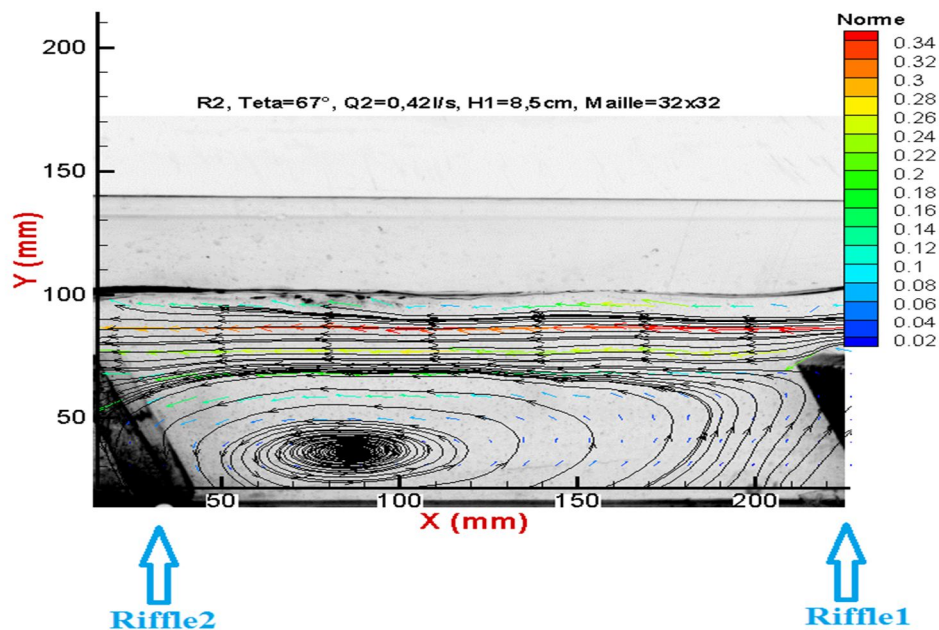


Figure.VI.12 : Champ de vitesse entre les riffles inclinés (T. N. Ramanakoto 2014)

Afin de valider le champ de vitesse mesuré entre les riffles pour la configuration sans plaque, nous avons confronté le champ de vitesse entre les riffles verticaux Fig.VI.11 et le champ de vitesse entre les riffles inclinées Fig.VI.12 pour la même hauteur d'eau ( $H=8,5\text{cm}$ ). On observe, pour les deux paramètres géométriques des riffles une forte vitesse de l'écoulement à la surface libre et une zone à faible vitesse au fond du sluice. La zone de recirculation présent dans la Fig.VI.11 est également observable pour le cas notre étude et est mise en évidence par les lignes en bleu de la Fig.VI.11. La différence entre la Fig.VI.11 et Fig.VI.12 se situe au niveau de topologie de la surface libre. En effet, on note une allure faiblement ondulée de celle-ci sous l'effet de la pente des riffles pour la Fig.VI.12 et une allure relativement rectiligne pour les riffles verticaux

- **Effet de profondeur de la plaque perforée sur l'écoulement**

Les séries de figures suivantes illustrent l'influence de la profondeur d'immersion sur la configuration du champ de vitesse et des lignes de courant. Le paramètre  $d$  indique la distance entre le fond du sluice et le dessous de la plaque perforée fixe dans l'écoulement.



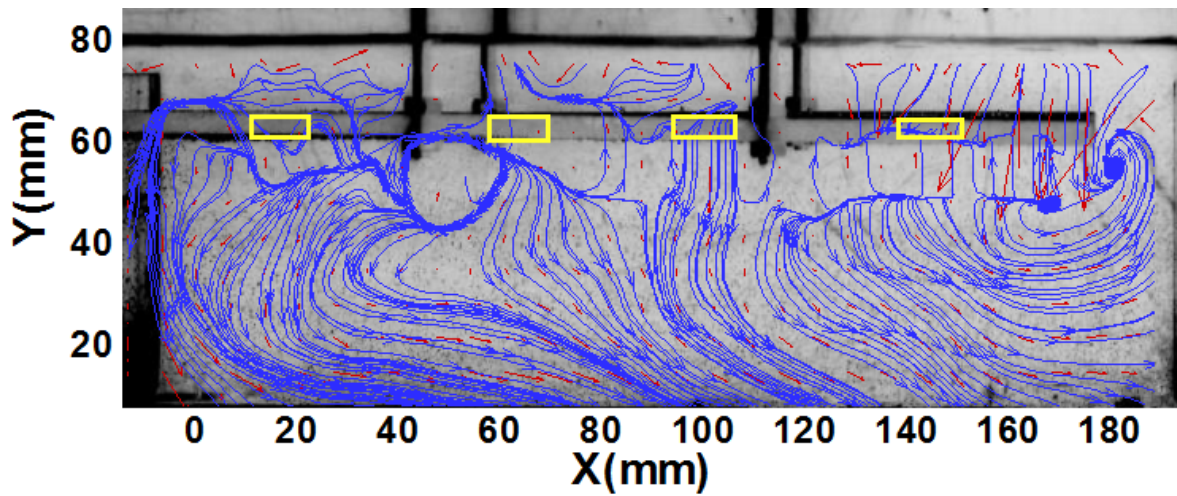


Figure.VI.13 : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque,  $d = 6.24\text{cm}$

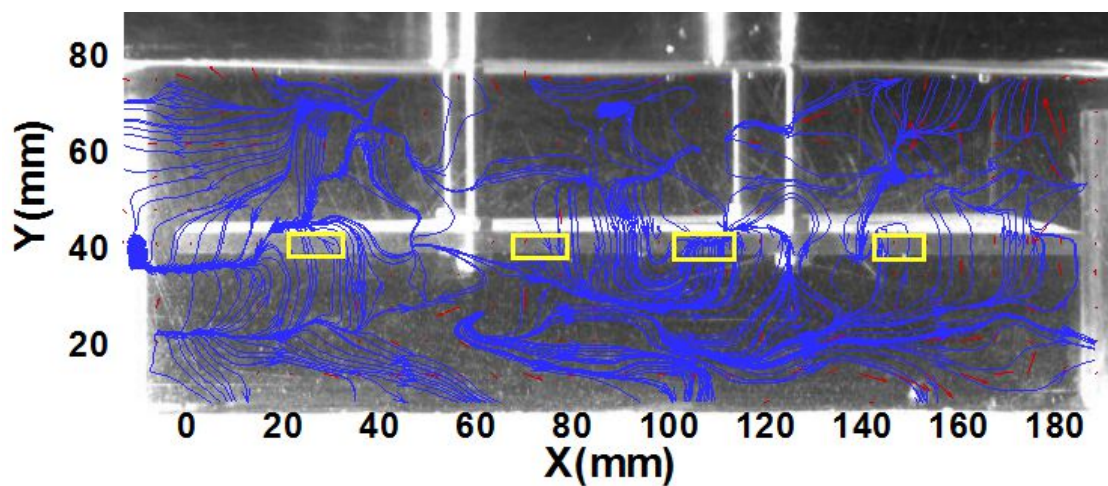


Figure.VI.14 : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque,  $d=4.15\text{cm}$

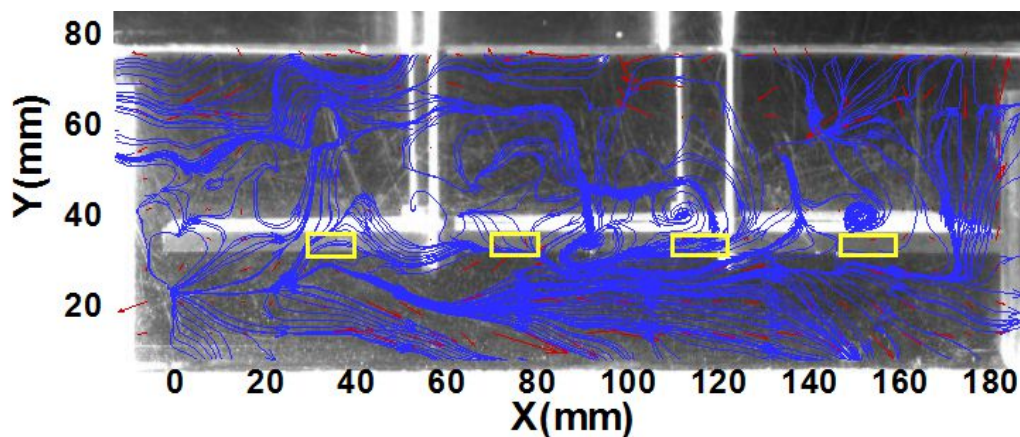
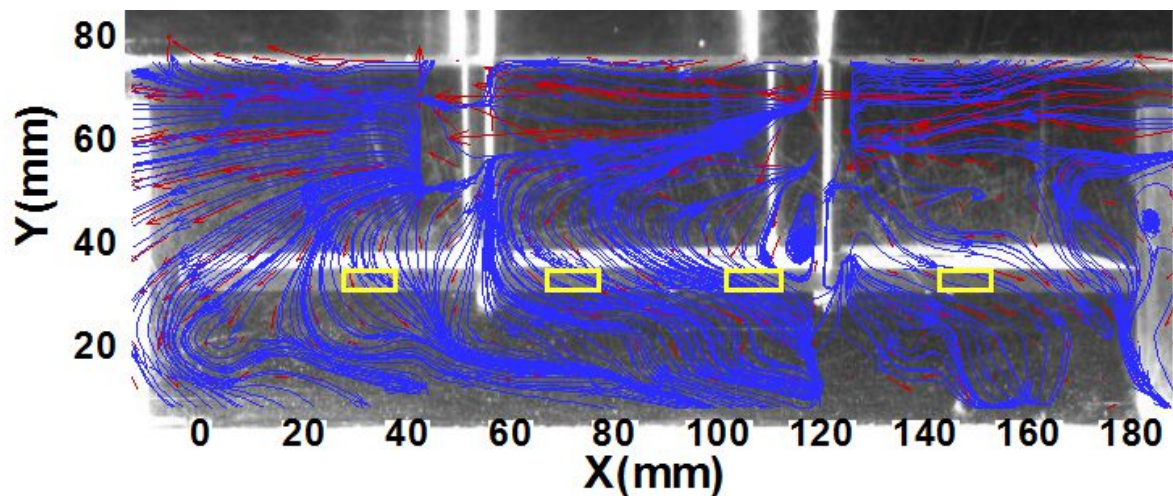


Figure.VI.15 : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque,  $d=3,32\text{ cm}$



**Figure.VI.16** : En rouge le champ de vitesse, en bleu les lignes de courant, en jaune les positions des trous. La maille utilisée était 25x25. Distance fond-plaque,  $d=1,82$  cm

L'effet de la porosité de la plaque et l'influence de la distance entre celle-ci et le fond du sluice sont ici présentées pour trois valeurs associées à  $d= 6,24$  4,14 3,32 1,82 cm. On constate que la direction des lignes de courant est vers le bas en traversant les trous pour les deux valeurs extrêmes associées à  $d=6,24$ cm (Fig.VI.13) et  $d=1,82$ cm (Fig.VI.16). Cela s'explique par la présence d'une zone de dépression causé par un large écart respectivement illustrés par  $d=6,24$  cm et  $d= 1,82$ cm, en dessous et au-dessus de la plaque perforée. Le vide créé par les trous produit une zone tourbillonnaire de petite taille qui s'interfère à la grande zone de recirculation induite par l'effet des deux riffles verticaux.

Pour des valeurs intermédiaires de  $d=4,14$  et 3,32, les lignes de courant deviennent désordonnées mais arrivent toujours à passer en dessous de la plaque perforée pour ressortir vers le haut aux niveaux des trous. On remarque également la dissolution de la zone de recirculation observée pour ces valeurs de  $d$ .

### VI.III Conclusion :

Pour conclure ce chapitre sur la plaque perforée fixe ou en mouvement impulsif dans un écoulement. La fréquence dominante de la force de portance et trainée dans le cas de la plaque fixe se trouve dans la gamme inférieure à 1Hz. Ce résultat révèle que le caractère stationnaire de l'écoulement n'engendre qu'un effet à basse fréquence.

Pour le cas du mouvement impulsif, l'effet de la rigidité des supports de la plaque donne lieu à un pic à plus haute fréquence pour les deux efforts transversaux. La fréquence

dominante de la force de trainée se situe à 8,73Hz. Les pics de la force de portance présentent des dédoublements multiples.

Par ailleurs, la configuration des champs de vitesses simulés sur ANSYS 14.5 pour différentes valeurs de l'écart entre la plaque et le fond en régime stationnaire est retrouvée dans les résultats expérimentaux même si l'écoulement dans le cas expérimental correspond à un nombre de Reynolds plus élevé. Les résultats de la PIV corroborent ainsi aux résultats de la simulation numérique pour les champs de vitesse et lignes de courant.

## Chapitre VII Ecoulement autour d'un filet entraîné par un cylindre vibrant

### VII.1. Introduction

Nous avons vu que l'utilisation d'une grille vibrante peut améliorer le tri de minéraux lourds. Il nous a fallu trouver une manière simple d'actionner une grille dans un écoulement pour avoir une première approche de l'étude de l'écoulement autour d'une grille mobile. Nous avons dit précédemment dans la partie bibliographique qu'un cylindre monté sur appuis souples placé dans un écoulement peut entrer en vibration sous l'effet des détachements tourbillonnaires lâchés dans son sillage.

Compte tenu du mécanisme dans un JIG à grille mobile qui est principalement fondé sur l'oscillation verticale d'un caisson maillé dans un écoulement, nous avons eu l'idée d'équiper le cylindre d'un filet. De cette manière, le cylindre a pour rôle de générer le mouvement oscillatoire, le filet jouant le rôle de la grille mobile. Le dispositif est facilement mis en œuvre en fixant le filet suivant l'envergure du cylindre et permet ainsi de proposer en laboratoire une approche du mécanisme principal d'un JIG à grille mobile.

C'est pourquoi, le présent chapitre est consacré à l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre équipé d'un filet. Nous focalisons le travail sur l'étude de la configuration du champ de vitesse et des spectres des efforts mesurés.

### VII.2. Géométrie du filet

Le filet est fabriqué avec du fil de fer de diamètre 0,023 mm et constitué par des mailles carrées 5 mm de côté. Ce qui correspond à une surface de  $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$  adaptée à la taille des particules à trier. Un cadre rectangulaire de longueur 0.14m et largeur 0.11m maintient le filet rigide. Un côté du cadre est fixé le long de l'envergure du cylindre et le côté opposé est relié, par deux tiges, aux supports du cylindre (voir Fig. VII.1). L'angle d'inclinaison du filet par rapport à la direction d'écoulement en amont est réglable.

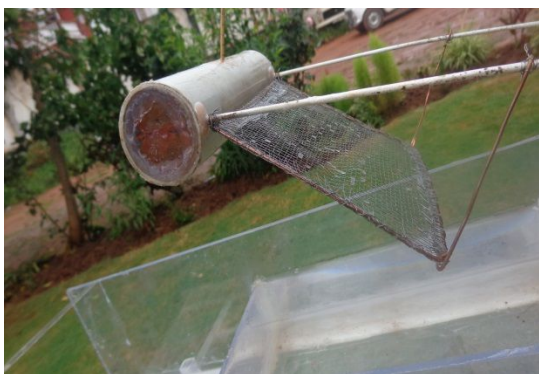


Figure VII.1 : Cylindre muni du filet



### VII.3. Paramètres de l'expérience

L'étude de l'écoulement autour du cylindre en présence du filet a été réalisée pour les paramètres suivants :

- La vitesse d'écoulement moyenne en amont  $V$
- La distance entre le riffle amont et le cylindre muni du filet en mode normal  $D_1$
- La distance entre le riffle aval et le cylindre en mode inversé  $D_2$
- La profondeur initiale du cylindre par rapport à la surface libre  $h$
- L'angle d'inclinaison du canal (ou du sluice) par rapport à l'horizontal  $\theta$
- L'angle d'inclinaison du support du cylindre par rapport à l'horizontal  $\alpha$
- La hauteur d'eau moyenne dans le sluice  $H$
- La masse embarquée dans le cylindre  $M_{embarqué}$
- La masse du cylindre  $M$
- L'inclinaison de la maille  $\gamma$

Les résultats présentés correspondent aux valeurs des paramètres fixes suivant :

$$\alpha = 23 \text{ degré}, \theta = 23 \text{ degré}, M = 0,33\text{kg}, V = 0.15\text{m/s.}$$

Les autres paramètres prennent les valeurs suivantes :

$$D1 = [0.16, 0.18] \text{ en m}$$

$$D2 = [0.16, 0.18] \text{ en m}$$

$$h = [0, 0.04] \text{ en m}$$

$$H = [0.075, 0.1] \text{ en m}$$

$$M_{embarqué} = [0.009, 0.97] \text{ en kg}$$

### VII.4 Résultats des mesures pour deux configurations du cylindre dans l'écoulement

#### a) Technique d'interprétation des résultats

Il s'est avéré qu'au cours du travail, deux configurations étaient possibles, le mode normal ou le mode inversé. Les valeurs de  $D1$  et  $D2$  considérées sont supérieures ou égales à la longueur du cadre du filet afin d'éviter qu'une partie du filet ne sorte de la zone de visualisation de la caméra durant la mise en œuvre de la PIV. Enfin les conditions initiales seront modifiées en injectant une masse d'eau dans le cylindre creux.

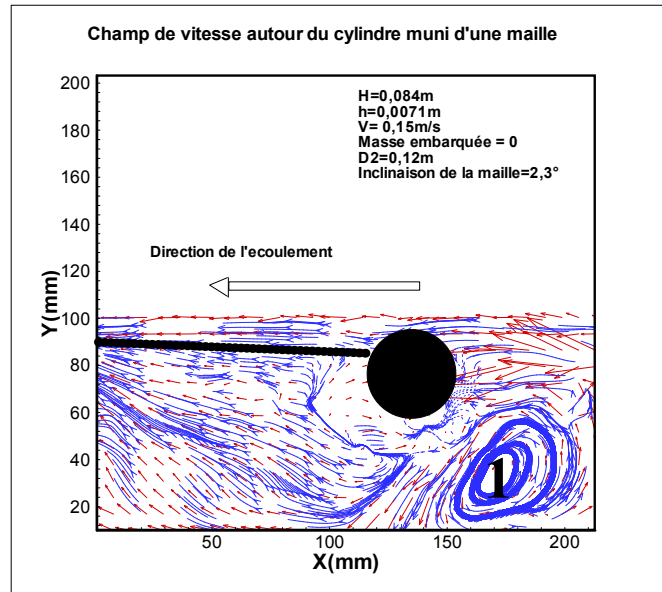
Afin de quantifier l'effet du confinement sur la dynamique du système cylindre-filet nous procédons de la manière suivante. Les effets des parois latérales ou riffles sont pris en compte par les différentes valeurs du rapport  $D1/D$  ou  $D2/D$ , les effets du fond par

l'orientation du filet. Ces effets seront analysés par la présence ou non de zone de recirculation dans le compartiment du sluice, notamment pour des très faibles valeurs de l'amplitude de vibration où l'écoulement pourra être assimilé à un écoulement quasi stationnaire. Pour les plus grandes valeurs d'amplitude, il nous sera possible de mesurer les efforts subits ; on choisira alors de donner les caractéristiques fréquentielles par la confrontation d'une technique d'analyse d'images avec la FFT des efforts mesurés et leurs trajectoires dans le plan de phase.

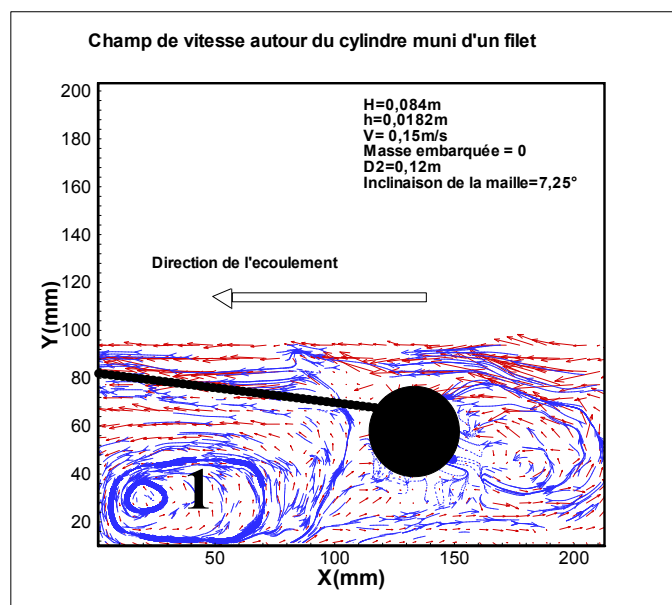
**b) Influence de l'angle d'inclinaison du filet en configuration inversée et pour de très faibles amplitudes du mouvement.**

Les Fig. VII.2, 3 illustrent l'effet de l'inclinaison du filet sur le champ de vitesse global entre les deux riffles pour un rapport fixe  $D2/D=1.16$  et sans liquide embarqué. L'ensemble est monté en mode inversé, c'est-à-dire que le cylindre est placé devant le filet. Les angles d'inclinaison retenus sont  $7.25^\circ$  (Fig. VII. 3) et  $2.3^\circ$  (Fig. VII. 2). On constate que si le filet est disposé horizontalement dans l'écoulement la zone de recirculation est située près du fond entre le riffle amont et le cylindre (Fig. VII. 2). En augmentant l'angle d'incidence du filet, on observe sur la Fig. VII.3 que la zone de recirculation a lieu sous le filet et entre le riffle aval et le cylindre. Il est clair que les conditions initiales du mouvement sont différentes dans les deux cas car quand le filet est incliné dans l'écoulement, le cylindre est immergé au début de l'expérience. On pourrait donc attribuer la modification de la position du centre de la zone de recirculation au fond du compartiment soit à la présence du cylindre et à un "effet de barrage" soit au filet et à un effet "d'emprisonnement". Nous éluciderons cette question lors de l'étude du cylindre seul.

Par ailleurs, nous n'avons pas pu mesurer les efforts hydrodynamiques car l'amplitude du mouvement pour l'ensemble de ces paramètres reste très faible. Le mouvement peut être considéré comme quasiment stationnaire.



**Figure VII.2** : Champ de vitesse et ligne de courant autour du cylindre (rond noir) équipé du fillet (trait noir). Inclinaison du fillet  $2.3^\circ$ . La zone de recirculation est mise en évidence par le chiffre 1



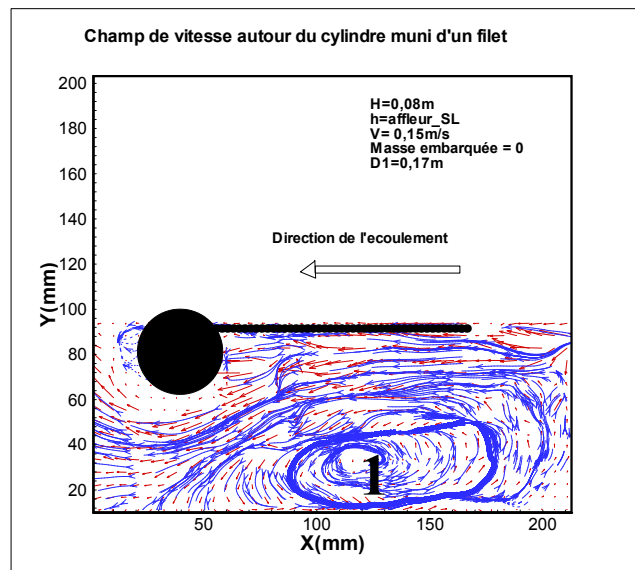
**Figure VII.3** : Champ de vitesse et ligne de courant autour du cylindre (rond noir) équipé du fillet (trait noir). Fillet incliné à  $7.25^\circ$ . L'existence de la zone de recirculation est représentée par le chiffre 1

### c) Influence de la masse embarquée dans le cylindre

Pour la suite de l'étude, le système fonctionne en mode normal, c'est-à-dire que l'écoulement vient du côté du fillet. Le système considéré fonctionne comme un pendule non inversé.

- **Masse embarquée nulle**

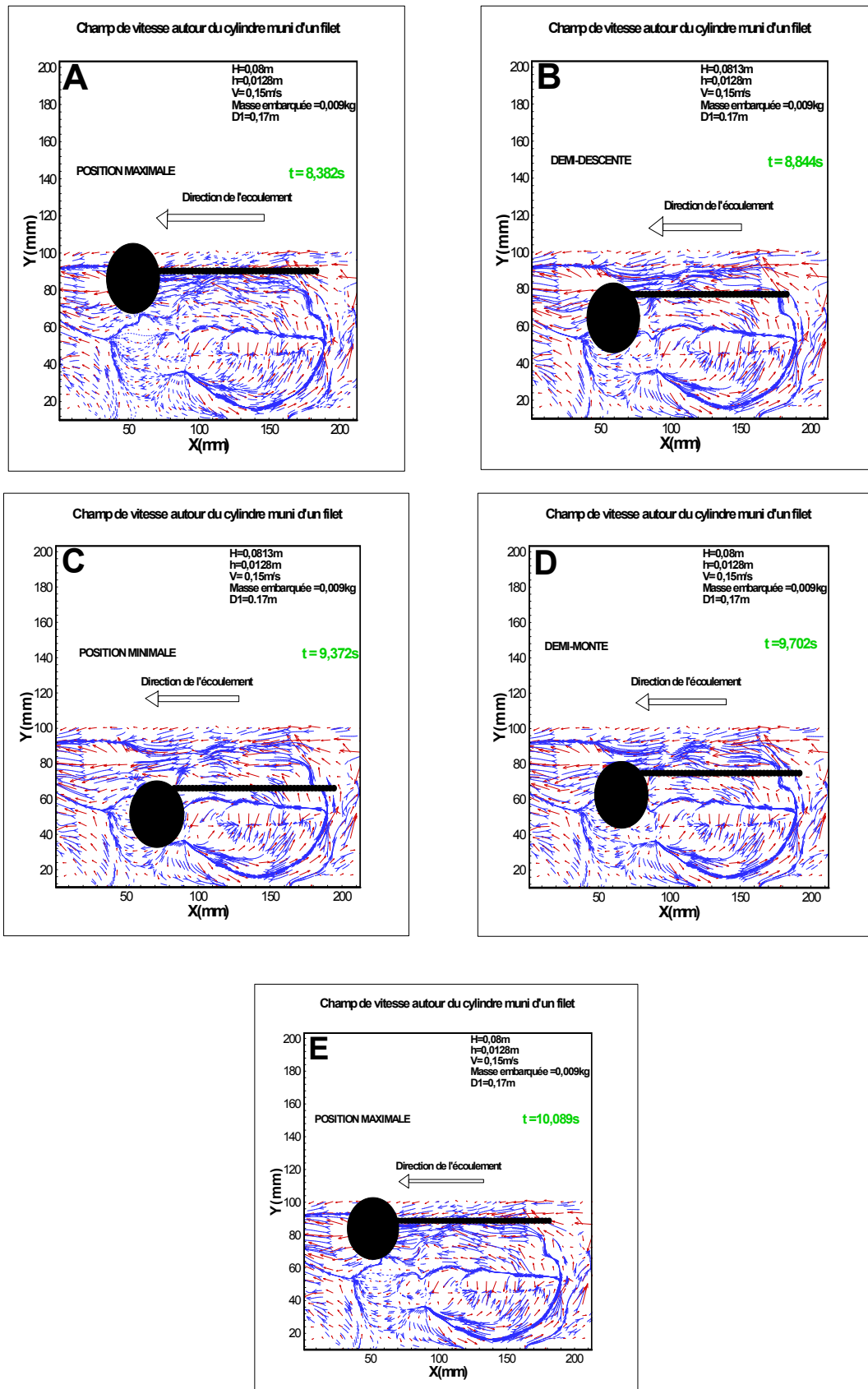
La Fig.VII.4 illustre le fonctionnement de l'ensemble pour  $D1/D=1.16$  et pour les valeurs des paramètres reportés sur cette figure. En position initiale le filet affleure la surface libre et le cylindre est partiellement immergé dans l'écoulement. On note un effet de blocage du cylindre et l'existence d'une zone de recirculation sous le filet et entre le cylindre et le riffle amont. Nous ne disposons pas des mesures des efforts pour cette expérience car les amplitudes du mouvement sont faibles et le mouvement est quasi stationnaire comme dans le cas du paragraphe précédent.



**Figure VII.4** : Champ de vitesse et ligne de courant autour du cylindre (rond noir) équipé du filet (trait noir) pour  $D/D1=1.16$  et sans masse embarquée. La zone recirculation est repérée par le chiffre 1

- **Masse embarquée non nulle**

La masse injectée  $0.009\text{kg}$  dans le cylindre modifie les conditions initiales, notamment la masse mobile et les paramètres mécaniques correspondants comme la fréquence propre du système et cela a pour effet pour la vitesse retenue ( $Re = 9600$ ) d'accentuer les amplitudes du mouvement pendulaire du système.



**Figure VII. 5 :** Champ de vitesse dans le domaine fluide pour une période d'oscillation du système  $T = 1,707 s$ ; A pour  $t = 0$ ; B pour  $t = T/4$ ; C pour  $t = 2. T/4$ ; D pour  $t = 3. T/4$ ; E pour  $t = T$ ; les effets des filets sont très nets par la diminution de la "cohérence" de la zone de recirculation. Cependant, on note une grande similitude des configurations au cours de l'oscillation.

La Fig VII.5 illustre le champ de vitesse global observé dans l'écoulement au cours d'une oscillation. Les paramètres correspondants sont :  $D/D_1=1.16$ , la profondeur initiale du cylindre  $h=0.0128\text{m}$  sous la surface libre et la hauteur d'eau dans le canal  $H=0.08\text{m}$ , le nombre de Reynolds  $Re=9600$ .

Nous illustrons les deux positions maximales voisines, associées à  $t=8,382\text{s}$  et  $t=10,089\text{s}$  du cylindre ainsi que le champ de vitesse et ligne de courant dans les Figs.VII.5.A, E. L'écart de temps entre ces deux instants représente la période du mouvement du système, qui est de  $1,707\text{ s}$ . Les Figs. VII.5 B, D représentent le champ de vitesse et ligne de courant pour deux configurations voisines choisies au cours de la phase de descente et montée du système, c'est-à-dire  $t = T/4$  et  $t = 3T/4$ . La Fig.VII.5.C montre le champ de vitesse autour du système dans sa position minimale, c'est-à-dire au voisinage de la vitesse nulle ou  $t = T$ .

Pour l'ensemble de la Fig.VII.5 on observe que la présence du filet fait disparaître la formation de la zone recirculation que nous avons observée dans le cas où le système est quasi stationnaire (voir Figs.VII.2 et 3). Ce phénomène peut être expliqué par l'influence de la maille du filet sur l'écoulement global. On note également l'absence des lâchers des tourbillons derrière le cylindre sans doute due à la perte de cohérence de l'écoulement incident.

Nous avons comparé la fréquence du mouvement du cylindre équipé du filet obtenue par le relevé des instants correspondants aux images constituant une période à celle de la fréquence du mouvement calculée par FFT du signal mesuré. La figure VII.6 (à gauche) illustre l'évolution fréquentielle de l'amplitude du mouvement. On remarque la présence de deux pics nets sur le spectre : un pic à forte amplitude à la fréquence  $0.64\text{ Hz}$  et un deuxième pic à faible amplitude à la fréquence  $4,53\text{Hz}$ . La valeur  $0,64\text{ Hz}$  associée au premier pic est celle de la fréquence du mouvement du cylindre muni du filet. Cette valeur est en accord avec la fréquence  $0,6\text{Hz}$  trouvée par la technique des relevés des instants associés aux images. La fréquence  $4,53\text{ Hz}$  fera objet d'une étude particulière dans le chapitre traitant la modélisation de la dynamique du cylindre.

Pour le plan de phase de la dynamique du système cylindre-filet, la Fig. VII.6 (à droite) illustre l'évolution spatiale du système en fonction de ses vitesses. On observe le nuage de points s'organise autour d'une trajectoire fermée de géométrie proche d'une courbe fermée. Le caractère fermé de la disposition des nuages des points du plan de phase confirme également l'existence d'une certaine périodicité du mouvement du système.

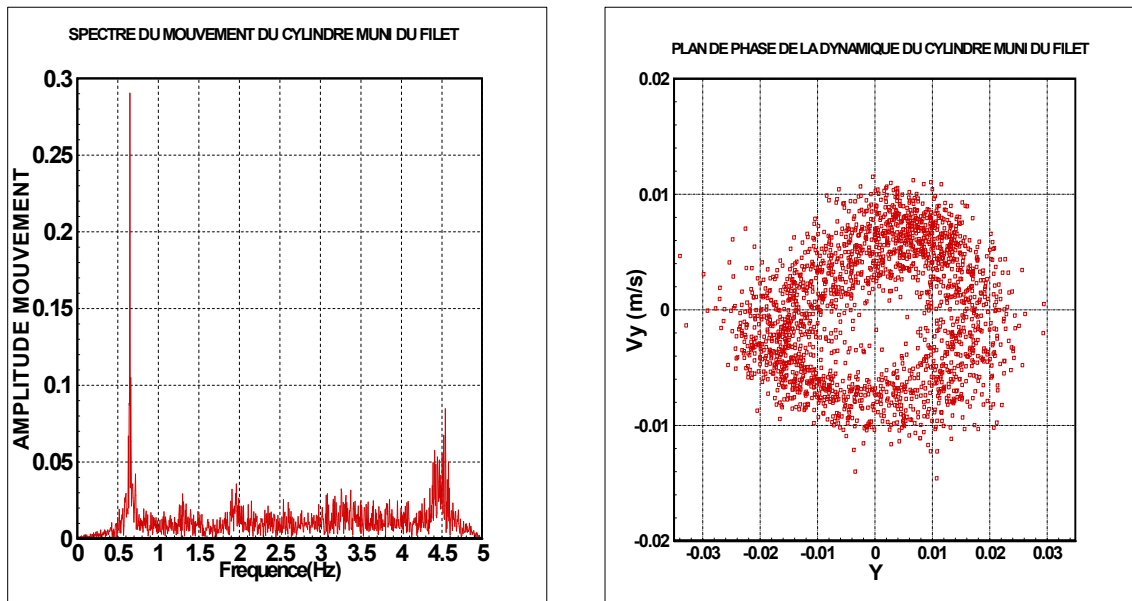


Figure VII.6 : Spectre (à gauche) et plan de phase (à droite) du mouvement

## VII.6. Synthèse des résultats

Nous avons mis en évidence l'effet de l'angle d'incidence du filet par rapport à la direction de l'écoulement sur l'organisation de la zone de recirculations dans le canal pour le cas de la configuration en mode inversé. L'influence de la masse embarquée dans le cylindre muni du filet a été mise en avant dans le cas d'un fonctionnement en mode normal. Il apparaît que ces deux configurations donnent lieu à la formation d'une zone de recirculation nettement observable s'installant à un emplacement bien distinct dans le domaine fluide à condition que le système soit faiblement en mouvement.

L'injection d'une masse liquide dans le cylindre permet de générer un mouvement oscillatoire du filet. Nous avons pu valider la fréquence d'oscillation du système en confrontant la fréquence d'oscillation obtenue à partir de la technique de relevé d'instant des images pour une période du mouvement et celle calculée par FFT du signal. Il semble qu'au cours du mouvement du système cylindre et filet, les mailles de ce dernier suppriment l'organisation de la recirculation dans l'espace confiné du fluide, et annule en même temps les lâchers des tourbillons derrière le cylindre.

Nous montrerons ultérieurement, en modélisant numériquement la fréquence du sloshing du liquide embarqué dans le cylindre, pourquoi il y a l'apparition d'un pic à 4,53 Hz dans le spectre du mouvement du système.

**PARTIE IV : ETUDE DE L'ECOULEMENT AUTOUR D'UN  
CYLINDRE VIBRANT EN MILIEU CONFINE EN PRESENCE  
DE SURFACE LIBRE**



## **Introduction**

La méthode expérimentale décrite dans la seconde partie de ce travail a pu être appliquée au cas d'un modèle très simplifié d'un JIG à grille mobile. Ce modèle comme nous l'avons vu est très limité par ses performances car il n'a pas été possible d'analyser le champ de vitesse et de mesurer les efforts pour une grille réaliste. Néanmoins nous avons donné des résultats illustrant les effets de la porosité dans le cas où la grille est rigide et fixe et nous avons mis en évidence la possibilité de faire fonctionner la grille montée sur un cylindre vibrant soit dans un sens où le filet est en aval ou en amont de ce cylindre. Il semble utile de proposer une analyse pour laquelle le cylindre est seul dans le compartiment. Cette configuration correspond à l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre vibrant sous une surface libre dans un compartiment limité par deux baffes et un fond.

C'est l'objet de cette dernière partie de la thèse. Elle sera divisée en deux chapitres, le premier concerne l'application de la méthode expérimentale à l'étude du cylindre vibrant, le second à une simulation numérique fondée sur un modèle de la littérature appelé, modèle d'oscillateur du sillage ou wake oscillator. Ce modèle quoique relativement classique et ancien a été appliqué à des cas actuels de l'ingénierie océanique. Nous tentons de l'appliquer ici à une configuration utilisée dans le génie minier. Le modèle que nous préconisons est issu de celui proposé par Yiming en 2016.

## Chapitre VIII Configurations géométriques et plage des paramètres d'étude

### VIII.1 Position du problème et système d'axes

La configuration d'ensemble du problème à étudier est représentée par la Fig. VIII.1 pour le mode normal. Le cylindre relié à un support élastique est en mouvement pendulaire autour de l'axe de rotation dans un écoulement confiné entre deux riffles verticaux. L'axe de référence que nous utilisons pour les illustrés les expérimentaux sont l'axe horizontale  $x$  et l'axe verticale  $y$

Notre but est de caractériser expérimentalement le champ de vitesse autour du cylindre et sa dynamique à travers l'analyse spectrale de l'effort et à partir de l'espace de phase du déplacement suivant l'axe vertical  $y$  en fonction des paramètres d'écoulements et paramètres géométriques.

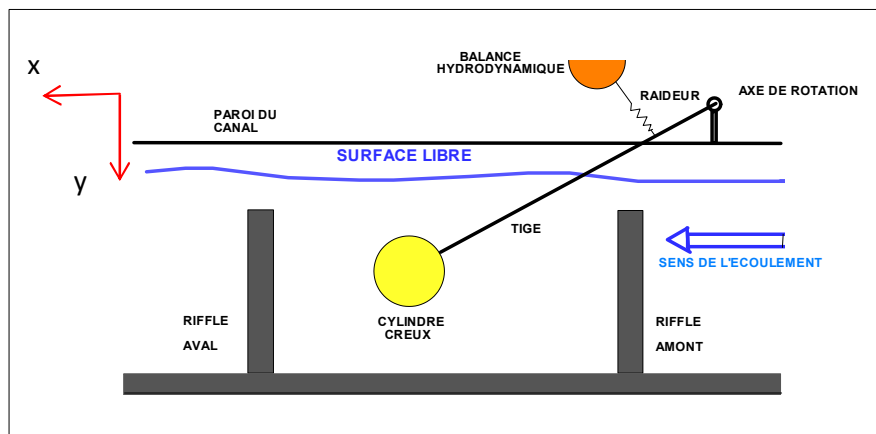


Figure VIII.1 : Configuration du problème et système d'axe

### VIII-2 Les paramètres de l'écoulement

L'écoulement est caractérisé par le débit estimé expérimentalement. A partir de la valeur du débit estimé, nous avons déduit la vitesse d'écoulement à la surface libre et le nombre de Reynolds. L'influence de la surface libre est considérée par le nombre de Froude

- **Estimation du débit de l'écoulement dans le sluice**

L'estimation du débit repose sur le principe de la conservation du débit dans le canal. Pratiquement, nous avons chronométré le temps que met le fluide pour remplir un récipient à au déversoir à l'aval du sluice, puis on procède à la pesée de l'eau dans le récipient. Comme

1kg d'eau représente 1l, on converti le poids du liquide en en volume pour obtenir le volume d'eau par seconde représentant le débit d'écoulement.

Pour avoir plus de précision sur l'estimation du débit, nous avons répété dix fois chaque phase d'estimation et on effectue la moyenne d'ensemble.

- **Estimation de la vitesse à la surface libre**

Le calcul de la vitesse à la surface libre est basé sur la prise en compte de la tranche de fluide traversant la section au-dessus du riffle. Comme nous avons mesuré la hauteur moyenne du liquide  $H_{moy}$  puis estimé le débit de l'écoulement, le calcul ci-après permet d'évaluer la vitesse à la surface libre.

Soit  $S$  la section au-dessus du riffle,  $l_{canal}$  la largeur du canal,  $Q$  le débit d'écoulement,  $H_{riffle}$ . La hauteur du riffle (voir Fig.VIII.2) alors :

$$S = (H_{moy} - H_{riffle}) \times l_{canal} \quad (VIII.1)$$

$$U_{SL} = \frac{Q}{(H_{moy} - H_{riffle}) \times l_{canal}} \quad (VIII.2)$$

Où  $U_{SL}$  désigne la vitesse à la surface libre

- **Calcul du nombre de Reynolds et Froude**

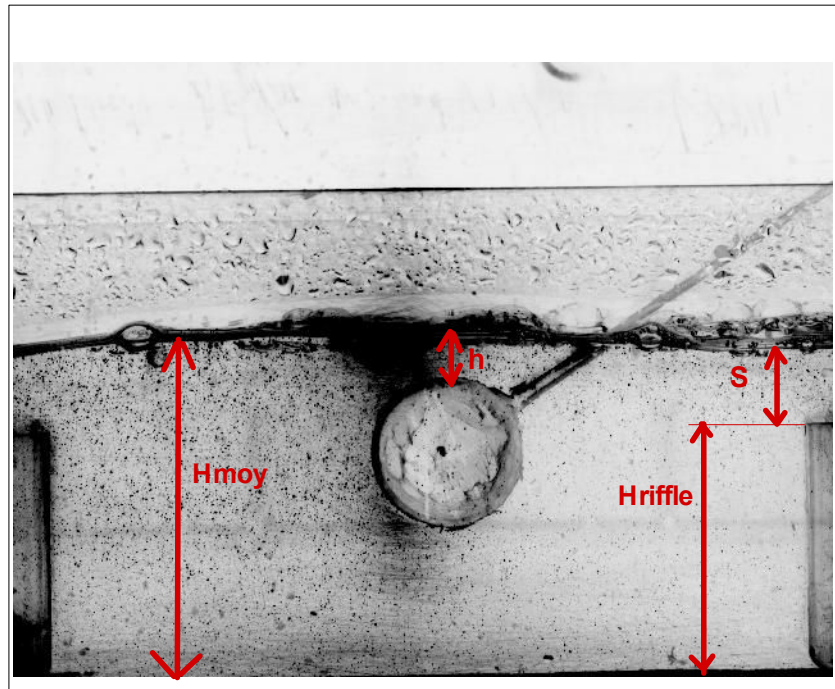
Le nombre de Reynolds est calculé à partir du diamètre  $D$  du cylindre par la relation (Eq.VIII.3) et le nombre de Froude est pris en compte à partir de la profondeur d'immersion  $h$  du cylindre par rapport à la surface libre (Eq.VIII.4).

$$Re = \frac{U_{SL} D}{\nu} \quad (VIII.3)$$

$$Fr = \frac{U_{SL}}{\sqrt{gh}} = \frac{U_{SL}}{\sqrt{gD}} \sqrt{\frac{D}{h}} \quad (VIII.4)$$

Où  $U_{SL}$  est la vitesse à la surface libre,  $g$  l'accélération gravitationnelle,  $D$  le diamètre du cylindre,  $h$  la profondeur d'immersion du cylindre.

La Fig. VIII.2 ci-dessous illustre les paramètres de l'écoulement.



**Figure VIII.2 :** Paramètres d'écoulement,  $H_{moy}$  est la hauteur moyenne d'eau mesurée,  $H_{riffle}$  est la hauteur du riffle,  $S$  est la section de passage du liquide au-dessus du riffle,  $h$  est l'immersion du cylindre

### VIII.3 Les paramètres géométriques du cylindre et du sluice

Les paramètres géométriques pris en compte lors de l'expérience sont identiques pour les deux configurations considérées du cylindre dans la zone d'investigation, à savoir : l'inclinaison d'angle  $\theta$  du canal par rapport à l'horizontal (voir Figs.VIII.3,VIII.4) et l'angle d'inclinaison de la fixation du cylindre par rapport à l'horizontale  $\alpha$  (voir Fig.VIII.4), la masse du système en mouvement  $M_{système}$  sans le liquide embarqué et la raideur du ressort  $k$  qui relie le système en mouvement à la balance hydrodynamique. Notons que les riffles sont fixés verticalement pour toutes les expériences.

Rappelons que la configuration est dite en "mode normal" et caractérisée par l'écart entre le cylindre et le riffle amont D1 si l'axe de rotation du mouvement est placé en amont du cylindre (voir Fig. VIII.3). Dans ce cas en effet le cylindre fonctionne comme un pendule simple. La configuration est en "mode inversé" et représentée par la distance entre le cylindre et le riffle aval D2 si l'axe de rotation du mouvement du cylindre est situé en aval du cylindre (voir Fig.VIII.4). Les valeurs de D1 et D2 sont réglables en faisant coulisser le système de fixation des bras supportant le cylindre le long de la paroi du canal (voir Fig. VIII.5).

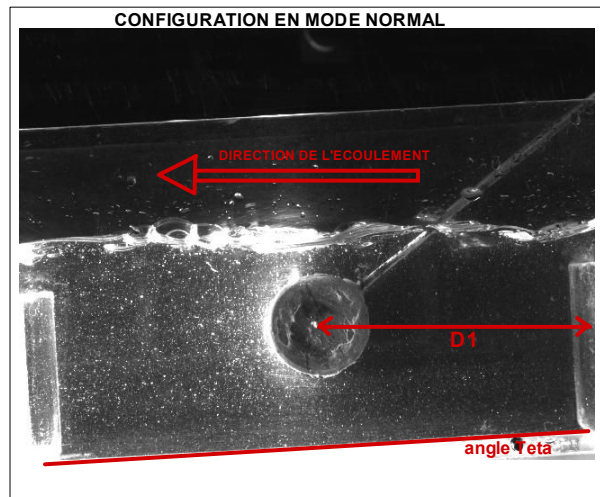


Figure VIII.3 : Configuration en mode normal avec les paramètres  $D1$ , angle d'inclinaison du canal  $\theta$

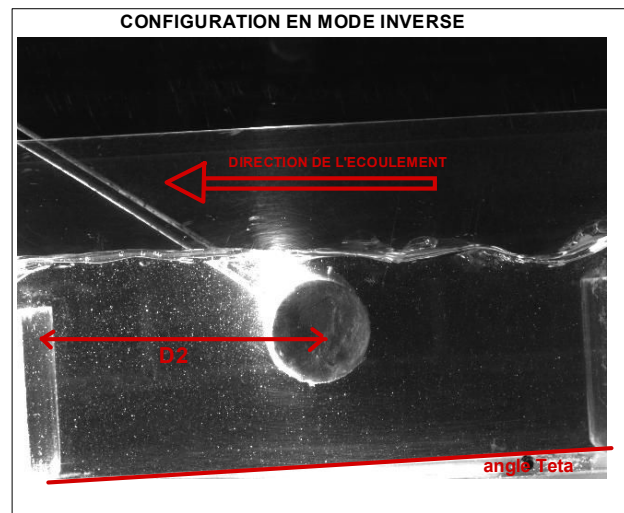


Figure VIII.4 : Configuration en mode normal avec les paramètres  $D2$ , angle d'inclinaison du canal  $\theta$

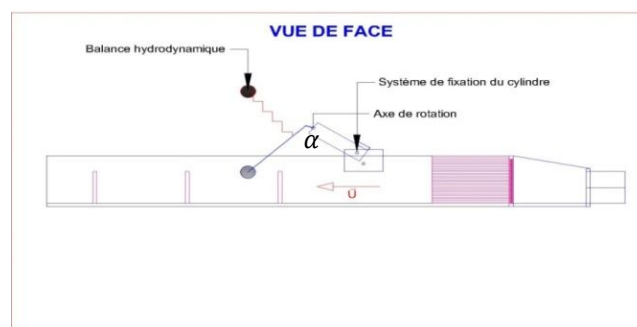


Figure VIII.5 : Représentation de l'angle d'inclinaison de la fixation du cylindre par rapport à l'horizontale  $\alpha$

- **La masse d'eau injectée**

Afin de régler la flottabilité du cylindre dans l'écoulement au début de chaque phase d'expérience, nous avons introduit une masse liquide de valeur connue préalablement dans le cylindre au moyen d'une seringue graduée. L'eau dans le cylindre est représentée par le paramètre masse embarquée ( $M_{\text{embarquée}}$ ). Le mouvement du liquide interne est considéré dans ce cas comme une source d'excitation du cylindre. Les fréquences d'excitation correspondantes seront calculées spécifiquement en présentant un chapitre sur le sloshing dans un réservoir cylindrique.

#### VIII.4 La gamme des valeurs des différents paramètres explorés

L'étude paramétrique a été réalisée sur les efforts mesurés et sur le champ de vitesse autour du cylindre associé aux deux configurations citées ci-dessus. Les plages des valeurs des paramètres sont reportées sur le tableau VIII.1. Pour chaque configuration, des mesures des efforts hydrodynamiques et champ de vitesse sont effectués en fonction des paramètres d'écoulement et en fonction des paramètres géométriques du cylindre et du sluice afin de mettre en évidence leurs influences respectives.

Paramètres	Symboles	Gammes explorés	Unités
Débit	Q	[0.26-0.98]	l/s
Vitesse à la surface libre	$U_{SL}$	[0.1-0.3]	m/s
Hauteur d'eau	$H_{moy}$	[0.075-0.1]	m
Immersion du cylindre	h	[0-0.04]	m
Nombre de Reynolds	Re	[9000-18000]	
Nombre de Froude	Fr	[0-0.4]	
Masse du système en mouvement	$M_{\text{sys}}$	0.13	kg
Inclinaison du canal	$\theta$	[0-4]	degré
Inclinaison du support du cylindre	$\alpha$	[8-23]	degré
Raideur du ressort	K	0.0015	N/kg
Masse embarquée	$M_{\text{embarquée}}$	[0.009-0.097]	kg
Ecart cylindre –riffle amont	D1	[0.04-0.18]	m
Ecart cylindre –riffle aval	D2	[0.04-0.18]	m

**Tableau VIII.1** : Gammes des Principaux paramètres expérimentaux

### VIII.5 Conduite des expériences

La technique abordée pour mener les mesures des efforts et champ de vitesse lors du mouvement du cylindre seul dans l'écoulement s'articule comme suit :

1-A chaque valeur du débit exploré :

- a) On note les paramètres géométriques ( $\theta, \alpha$ ), puis on règle la condition initiale (masse d'eau injectée).
- b) On fait varier D1 et à chaque valeur du paramètre D1, des mesures simultanément des efforts et champ de vitesse sont effectués.
- c) On laisse fixe la valeur du débit et les conditions initiales mais on change la configuration en mode inversée puis on procède aux mesures simultanées des efforts et champ de vitesse pour D2 variable.

2-Quand on change les conditions initiales pour le même débit, on répète l'opération b) et c)

Dans le but de faciliter l'interprétation des résultats obtenus sur le cylindre seul et afin de procéder à une éventuelle corrélation entre les champs de vitesse et les efforts mesurés sur chaque cas d'étude paramétrique, les résultats concernant le champ de vitesse et les efforts seront affichés simultanément.

Après avoir décrit les différents paramètres expérimentaux mis en œuvre pour l'étude du champ de vitesse et efforts subis par le cylindre en mouvement pendulaire dans un écoulement confiné à partir de deux configurations (en mode normal et inversé), nous présentons l'ensemble des résultats sur le cylindre seul en mode normal et puis en mode inversé.

## Chapitre IX : Dynamique de l'écoulement en mode pendulaire normal

Dans le Chapitre VIII précédent, nous avons décrit les gammes des paramètres expérimentaux associés aux deux configurations du cylindre dans l'écoulement. Ce chapitre concerne les résultats obtenus pour le cas où le cylindre est dans la configuration normale.

Les expériences liées à la configuration en mode normale nous a permis d'identifier deux comportements paramétriques de la dynamique du cylindre que sont : le cylindre en grand mouvement et le cylindre en mouvement intermittent. Présentons maintenant les résultats en rapport avec ces deux types de mouvement rencontrés.

### IX.1 Cylindre en mouvement intermittent dans un écoulement a surface libre et confine

Le mouvement intermittent est obtenu pour les paramètres suivants : débit associé à une vitesse à la surface libre égale 0.2m/s, distance entre le centre du cylindre et le riffle amont  $D1=0.04\text{m}$ ,  $0.07\text{m}$ ,  $0.15\text{m}$ , masse d'eau embarquée dans le cylindre 0.026kg. Les autres paramètres sont définis dans le tableau.1 ci-dessous et restent fixes.

Nous allons présenter les résultats de l'étude des spectres et plan de phase de l'effort vertical senti par le cylindre ainsi que le champs de vitesse autour du mouvement intermittent du cylindre en fonction des paramètres adimensionnels issus du rapport  $D1/D=1- 1.75- 3.75$  où D est le diamètre du cylindre

D (m)	Hmoy(m)	U <sub>SL</sub> (m/s)	h (m)	M_embrq (kg)	Re	$\theta$ (degré)	$\alpha$ (degré)
0.04	0.107	0.2	0	0.026	12000	4	23

Tableau IX1 : Valeurs des paramètres fixes

#### a) Indication sur les figures présentées

Les lettres A, B, C, D désignent respectivement, pour le cas des Figs IX.1, IX.2, IX.3, la configuration du cylindre, le champ de vitesse obtenu, le spectre de l'effort vertical subis par le cylindre, la visualisation de la dynamique du cylindre dans le plan de phase (y, V<sub>y</sub>). Ainsi, le paramètre  $D1/D$  varie uniquement d'une figure à une autre



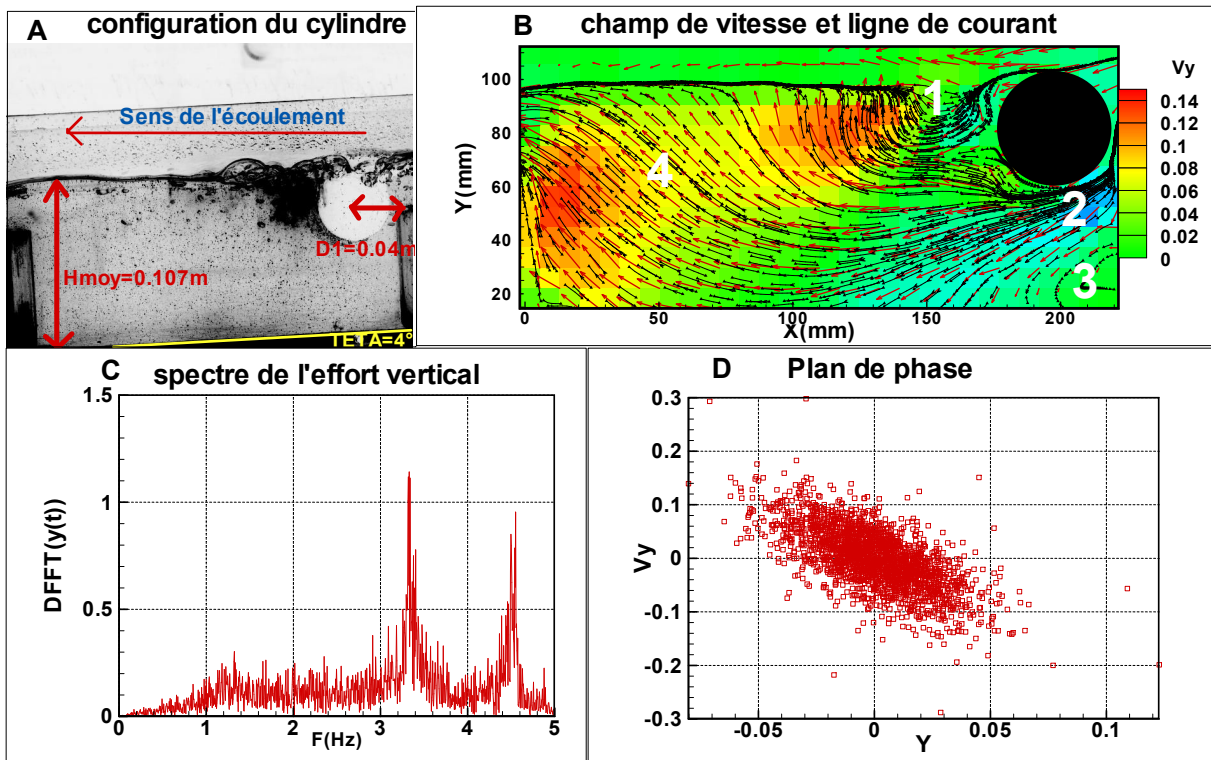


Figure.IX.1 : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesse, C-Spectre vertical, D- plan de phase,  $D1/D=1$ ,  $U_{SL}=0.2m/s$ , Masse embarquée=0.026 Kg,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

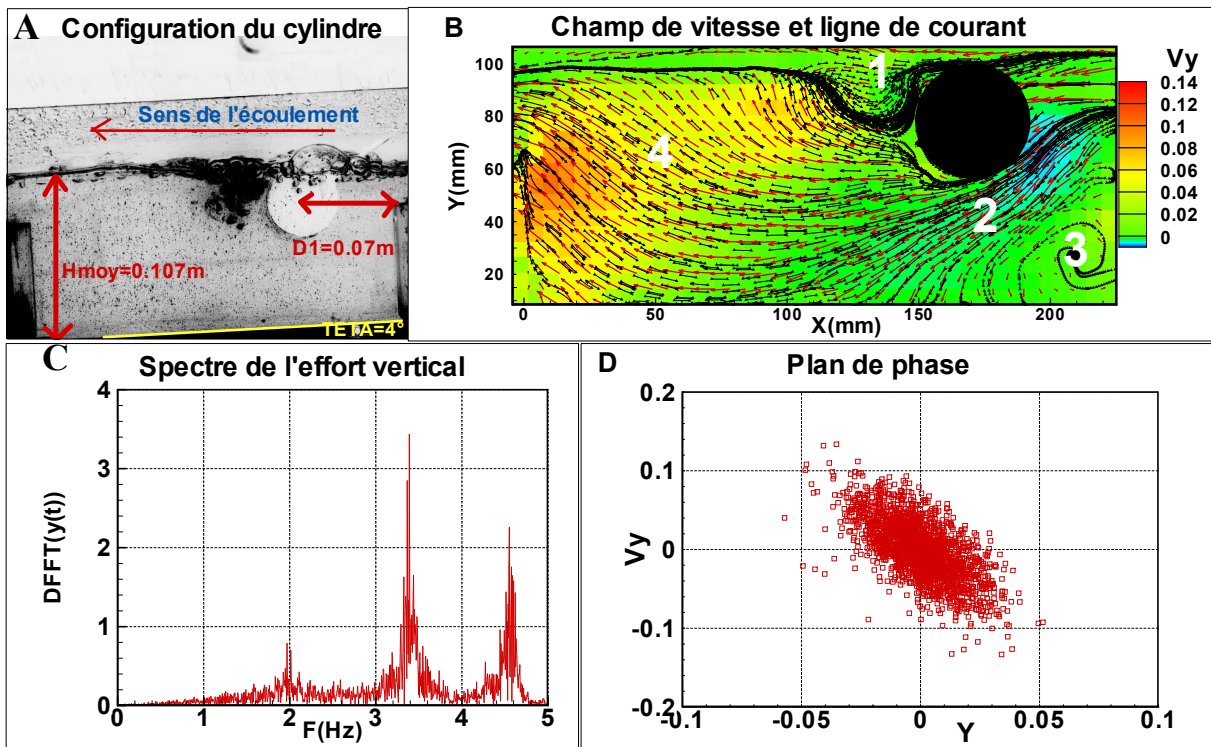
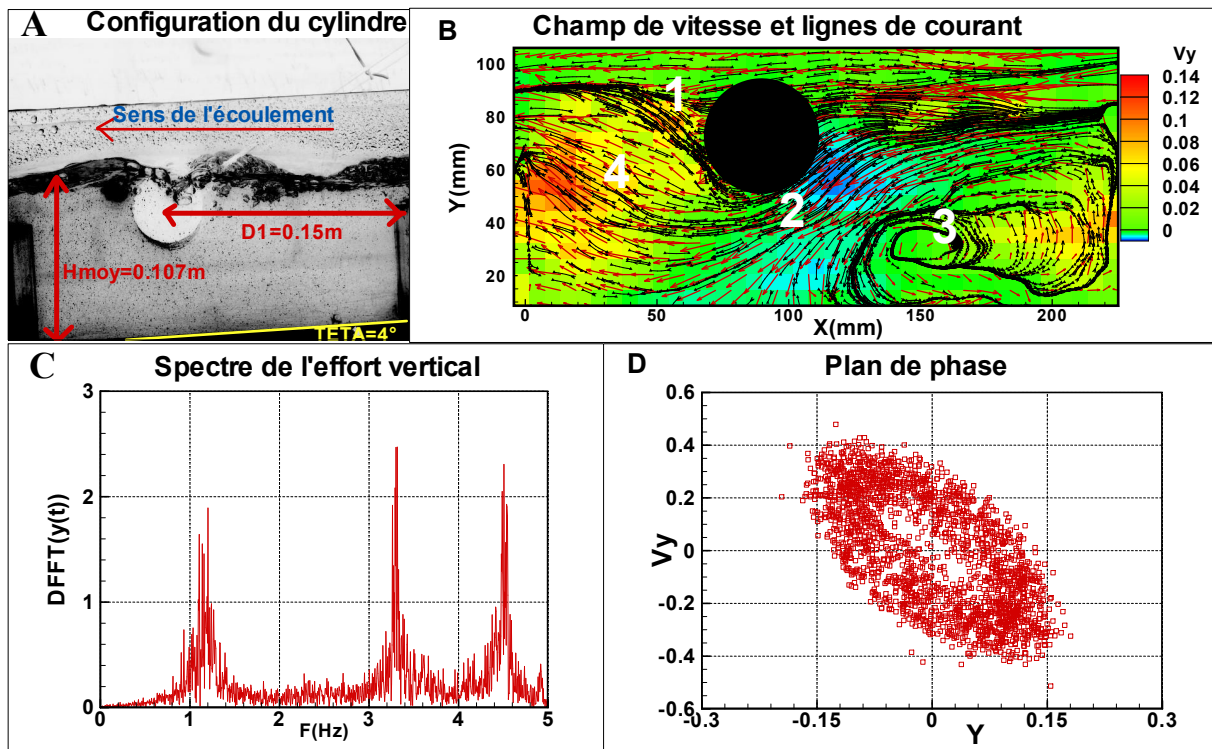


Figure.IX.2 : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesse, C-Spectre vertical, D- plan de phase,  $D1/D=1.75$ ,  $U_{SL}=0.2m/s$ , Masse embarquée=0.026 Kg,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.IX.3** : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesse, C-Spectre vertical, D- plan de phase,  $D1/D=3.75$ ,  $U_{SL}=0.2m/s$ , Masse embarquée=0.026 Kg,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

## b) Analyse des résultats

Nous avons classé les commentaires des résultats en trois catégories : La première concerne l'analyse spectrale de l'effort suivant l'axe transversal et la seconde caractérise l'écoulement dans le domaine fluide par l'analyse du champ de vitesse. Les tracés du profil de vitesse au droit du cylindre pour les configurations, à savoir  $D1/D=1, 1.75, 3.75$ , accompagnent la caractérisation de l'écoulement. Nous avons discuté également l'instabilité du mouvement du cylindre correspondant à chaque configuration  $D1/D$ . La troisième catégorie montre la déformée de la surface libre pour une configuration du cylindre associée à  $D1/D=1$ .

- **Analyse spectrale des efforts suivant l'axe vertical**

Nous nous proposons d'établir les analyses spectrales des efforts subis par le cylindre dans la direction verticale. Les tracés de ces spectres sont repérés dans chaque Fig IX.1, IX.2, IX.3 par la lettre C. Les paramètres de l'analyse sont déjà évoqués précédemment. Le pas d'échantillonnage d'acquisition du signal est 10 échantillons par seconde. Les signaux comportent 2500 points. Nous reportons les valeurs de la fréquence des pics observés dans le

tableau ci- dessous. Ce tableau contient quatre colonnes. La première colonne correspond aux paramètres  $D1/D$ , les trois dernières colonnes renferment respectivement la fréquence du premier, deuxième, et troisième pic en rapport avec le positionnement du cylindre dans le canal.

$D1/D$	1 <sup>ère</sup> pic (Hz)	2 <sup>ème</sup> pic (Hz)	3 <sup>ème</sup> pic (Hz)
1	1.30	3.31	4.53
1.75	2	3.37	4.53
3.12	1.14	3.31	4.51

**Tableau IX.2** : Fréquences des pics observés en fonction de  $D1/D$

- **Effets du confinement de l'écoulement sur les spectres**

Nous avons procédé à l'analyse des spectres présents. La fréquence du premier pic correspondant à  $D1/D=1.75$  est supérieur de l'ordre de 2Hz que celle des premiers pics des autres paramètres  $D1/D$ . Les deuxièmes et troisièmes pics ont des fréquences voisines dans la gamme de 3Hz à 5Hz.

On observe également un étalement des pics des spectres autour des trois pics principaux et ceci pour toutes les valeurs du paramètre  $D1/D$  considérés. Le dédoublement multiple de ces pics associé à chaque fréquence reste observable et illustre la quasi-périodicité du signal mesuré. Ce phénomène met en évidence le caractère intermittent de l'effort transversal pour toutes les configurations du cylindre. Les spectres obtenus montrent aussi un deuxième pic à la fréquence moyenne 3.36Hz possédant une forte hauteur pour toutes les configurations du cylindre. La fréquence de la masse embarquée dans le cylindre est en même temps mesuré que l'effort transversal. Nous pensons que la masse du liquide dans le cylindre contribue à la présence de ce pic à 3.36 Hz sur tous les spectres obtenus. Nous tentons d'expliquer ce pic à 3.36Hz dans la partie V du manuscrit.

- **Instabilité du mouvement vertical du cylindre**

Nous proposons maintenant d'observer l'instabilité du mouvement vertical du cylindre. Pour cela, on' a tracé dans le plan  $(y(t), V_y(t))$  les vitesse instantanées. Les Figs IX.1\_D, Fig IX.2\_D, Fig.IX.3\_D, affichent les tracés du plan de phase correspondants à chaque configuration du cylindre. Sur l'axe des abscisses, on reporte les points de déplacement

suivant la direction transversale, l'axe des ordonnées comportent les composantes verticales des points de vitesse.

La distribution des points présentés dans les Figs IX.1\_D, Fig IX.2\_D, Fig.IX.3\_D ci-dessus sont formés d'un nuage de points représentant les positions du cylindre en fonction de sa vitesse au cours du temps. On observe que plus on éloigne le cylindre du riffle, plus l'organisation de ce nuage de points présente une forme elliptique traduisant l'existence d'une pseudo-périodicité du mouvement. La concentration des points dans une zone au voisinage d'une vitesse nulle confirme le caractère intermittent de la dynamique du cylindre. Le phénomène d'intermittence est faible quand le cylindre se place au milieu des deux riffles. En effet, le portrait de phase correspondant à  $D1/D=3.75$  permet d'imaginer l'existence d'un cycle limite mais difficilement identifiable. Lorsqu'on rapproche le cylindre du riffle aval ou du riffle amont, le nuage de points met en évidence une dynamique instable du cylindre qui est caractérisé par la concentration de plusieurs points d'équilibre.

- **Caractérisation de l'écoulement dans le compartiment et autour du cylindre suivant les configurations  $D1/D=1, 1.75, 3.75$**

Le champ de vitesse obtenu correspondant aux paramètres d'études est présenté dans les Figs IX.1\_B, Fig IX.2\_B, Fig.IX.3\_B. Pour déterminer l'influence du paramètre géométrique  $D1/D$  sur l'écoulement global, nous avons classé le champ de vitesse et lignes de courant sur chaque Fig IX.1\_B, Fig. IX.2\_B, Fig. IX.3\_B en quatre zones d'observations numérotées de 1 à 4,

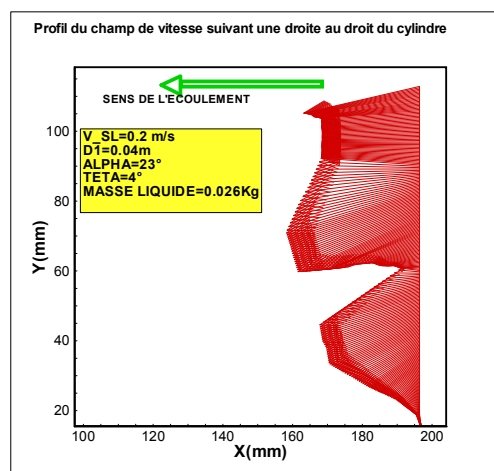
Nous constatons sur chaque figure qu'une zone de recirculation suivant un sens contraire d'une aiguille d'une montre et présentant une géométrie difficilement identifiable (zone 3) se forme. Elle évolue dans la partie inférieure en amont du cylindre et le riffle amont.

La mesure du diamètre relatif de cette zone de recirculation est représentée par le paramètre  $L$ . Nous obtenons les valeurs de  $L$  suivantes :  $D1/D=1$  donne  $L=0.035m$ ,  $D1/D=1.75$  correspond à  $L=0.063m$  et  $D1/D=3.75$  associé à  $L= 0.143m$ . Ainsi, nous déduisons que le diamètre de cette cellule de recirculation augmente de façon linéaire avec le paramètre  $D1/D$ . Le déplacement du point de séparation (dans la zone 2) des lignes de courant vers l'aval de l'écoulement justifie aussi cette constatation.

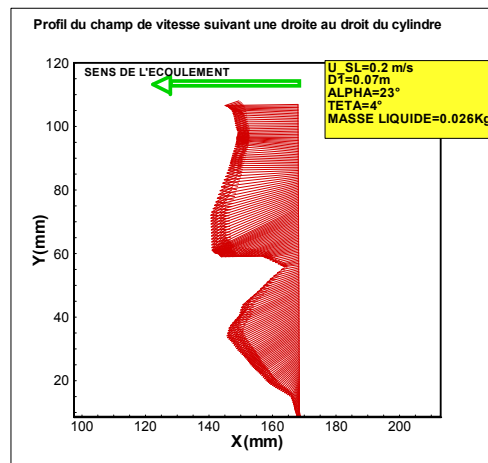
Le point de la zone 2 divise les lignes de courant en trois directions : Lignes de courant contribuant à la formation de la zone3, lignes de courant qui participent à la naissance des tourbillons de la zone 1 et lignes de courant qui se dirigent vers la surface libre.

La zone 1 est située derrière le cylindre sous la surface libre. Cette cellule est induite par l'impact d'un jet du fluide qui pénètre la surface libre. La présence d'un tel jet est créé par l'obstacle riffle amont d'abord et par l'obstacle cylindre ensuite. Le jet donne lieu, à l'aval proche du cylindre, à la formation d'une poche d'air engendrant un tourbillon de même sens qu'une aiguille d'une montre. Son centre est situé au cœur de la bulle. Cependant, pour  $D1/D = 3.75$ , le tourbillon existe mais de petite taille pour que nous puissions l'identifier sur la carte du champ de vitesse. La zone 4 montre une forte composante verticale du champ de vitesse dirigée généralement vers la surface libre.

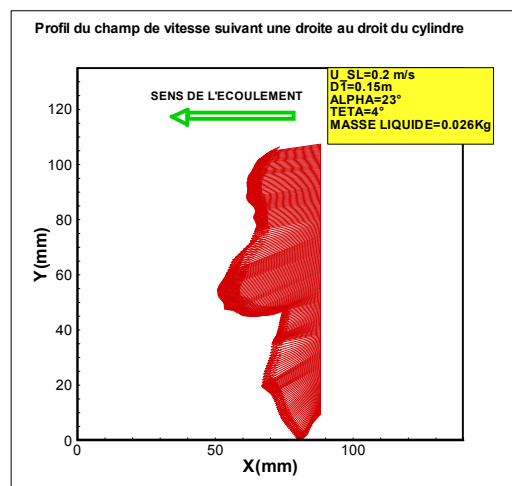
Nous avons tracé le profil de vitesse suivant une ligne perpendiculaire à la direction de l'écoulement située à l'aplomb du cylindre pour chaque paramètre  $D1/D=1.75, D1/D=1, D1/D=3.75$ . Les Figs IX.4, IX.5, IX.6 ci-dessous exhibent les résultats. La remarque générale que l'on peut tirer est la forte vitesse de l'écoulement au-dessus du cylindre. Ceci est accompagné d'un jet avec une forte pente pour le cas de  $D1/D=1$  (Fig IX.4, cylindre proche riffle amont). La pente est moins intense quand on s'éloigne du riffle amont. Le point de séparation des lignes de courant en dessous du cylindre décrit dans le paragraphe précédent est bien représenté par une faible intensité des profils de vitesse.



**Figure.IX.4** : Profil de vitesse extraite sur une ligne verticale contenant 200points.  $D1/D=1$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ ,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.IX.5** : Profil de vitesse extraite sur une ligne verticale contenant 200points.  $D1/D=1.75$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.026 Kg,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.IX.6** : Profil de vitesse extraite sur une ligne verticale contenant 200points.  $D1/D=3.75$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.026 Kg,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

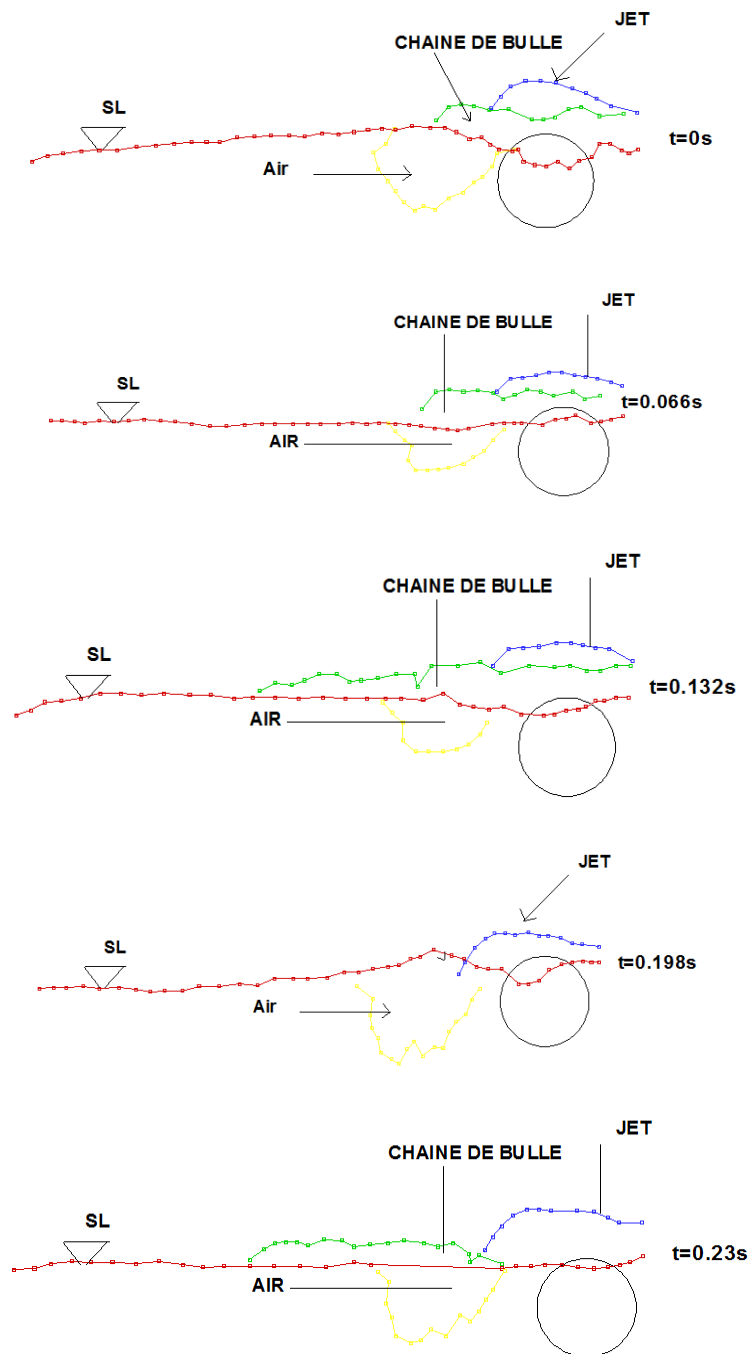
- **Déformée de la surface libre pour un cycle du mouvement du cylindre et pour  $D1/D=1$**

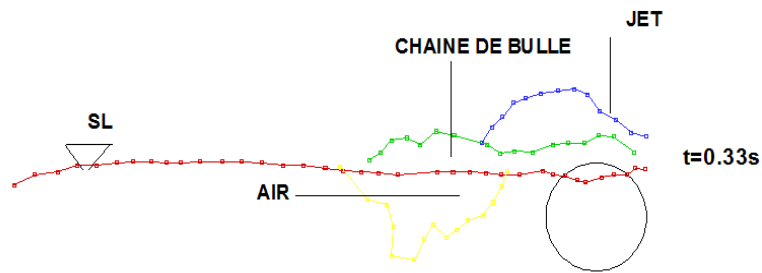
Afin de prendre en compte la présence de la surface sur la dynamique du cylindre, on s'intéressait à sa déformée, pour six instants, entre l'instant 0 s et 0.33s, et pour un pas de temps 0.066s associé au paramètre  $D1/D=1$  (proche du riffle aval). La série de figure de la Fig.IX.7 en dessous présente l'évolution instationnaire de la topologie de la surface libre liée au premier cycle du mouvement du cylindre dans l'écoulement. La position maximale du cylindre est à l'instant 0s et 0.33s, tandis que celle de sa position minimale est à 0.132s. La montée du cylindre est repérée par les instants 0.198s, 0.23s.

On constate que le profil général de la surface libre change à chaque instant considéré du mouvement du cylindre. On observe que le cylindre coupe toujours la surface libre à la fin



de la phase ascendante, ce qui explique la présence d'un jet due à l'effet d'obstacle du cylindre et riffle aval. Nous constatons également une diminution de la taille de la bulle et une diminution du niveau de la surface quand le cylindre est dans la phase de descente. Le phénomène inverse se produit quand le cylindre regagne en hauteur. La chaîne de bulle observée sur la surface libre n'est pas observée quand le cylindre se trouve dans sa position minimale.





**Figure.IX.7** : Evolution de la surface libre pour  $D1/D=1$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ ,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$ . En rouge le niveau de la surface libre, en vert les chaînes de bulles au-dessus de la surface libre, en bleu le jet en raison du blocage riffle et cylindre, en jaune la poche d'air

### c) Synthèse des résultats

Nous avons présenté l'analyse des résultats des mesures du champ de vitesse et effort transversal subi par un cylindre présentant un mouvement intermittent et rempli partiellement de liquide dans un écoulement à sillage tourbillonnaire pleinement turbulent, et à surface libre confiné. L'observation des figures obtenue est axée sur l'influence du paramètre  $D1/D$  sur l'écoulement global et sur la composante fréquentielle de l'effort transversal mesuré. La FFT mis en évidence trois pics. L'intermittence et l'instabilité du mouvement est caractérisé par le dédoublement multiple des pics observés et par la concentration des points autour d'une valeur nulle de la vitesse instantanée dans son espace de phase

Pour l'investigation du champ de vitesse, nous avons identifié trois zones privilégiées de la direction de l'écoulement. Nous avons constaté que la longueur de la zone recirculation varie linéairement en fonction du paramètre  $D1/D$ . La présence du riffle aval et la pente du caisson favorisent le non uniformité de l'écoulement. Les tracés des profils de vitesse au droit du cylindre permettent de constater également un profil de vitesse non uniforme et une forte vitesse au voisinage de la surface libre. La topologie de cette dernière varie instantanément en fonction de la phase du mouvement du cylindre pendant un cycle. En particulier, la chaîne de bulle caractérisant la turbulence de l'écoulement n'apparaît pas quand le cylindre est dans sa position minimale. La présence d'obstacle riffle aval et cylindre accentue l'intensité du jet. Ce dernier donne lieu naissance à une zone tourbillonnaire de taille évoluant au cours du temps dans le sillage proche du cylindre.

## IX.2 Cylindre en grand mouvement dans le compartiment

Le cas du cylindre en grand mouvement a été observé pour le cas où la vitesse à la surface libre est  $0.15\text{m/s}$  et la masse embarquée est  $0.009\text{kg}$  et pour  $D1=0.04\text{m}$ ,  $0.125\text{m}$ ,  $0.135\text{m}$ ,



0.18m. Cette observation est mise en évidence par la similarité du plan de phase correspondant à ces paramètres.

Nous avons choisi de focaliser nos analyses sur le paramètre  $D1/D=3.375$ . Pour cela, nous comparons le spectre du déplacement vertical du cylindre avec ce obtenu par le relevé image par image de la position du cylindre au cours de son mouvement. On présente ensuite la topologie de la surface libre ainsi que le profil de la composante verticale du champ de vitesse au droit du cylindre. Une analyse instationnaire du champ de vitesse de l'écoulement au cours du grand mouvement du cylindre complète les résultats présentés.

Le tableau ci-dessous résume les paramètres des résultats associés à  $D1/D=3.375$

D1/D	D (m)	Hmoy (m)	Vmoy (m/s)	h (m)	M <sub>cyl</sub> (kg)	M <sub>embrq</sub> (kg)	Re	Teta (degré)	Alpha (degré)
3.37	0.04	0.087	0.15	0.0204	0.33	0.009	9642	4	23

Tableau IX.3 : Les paramètres fixes des résultats

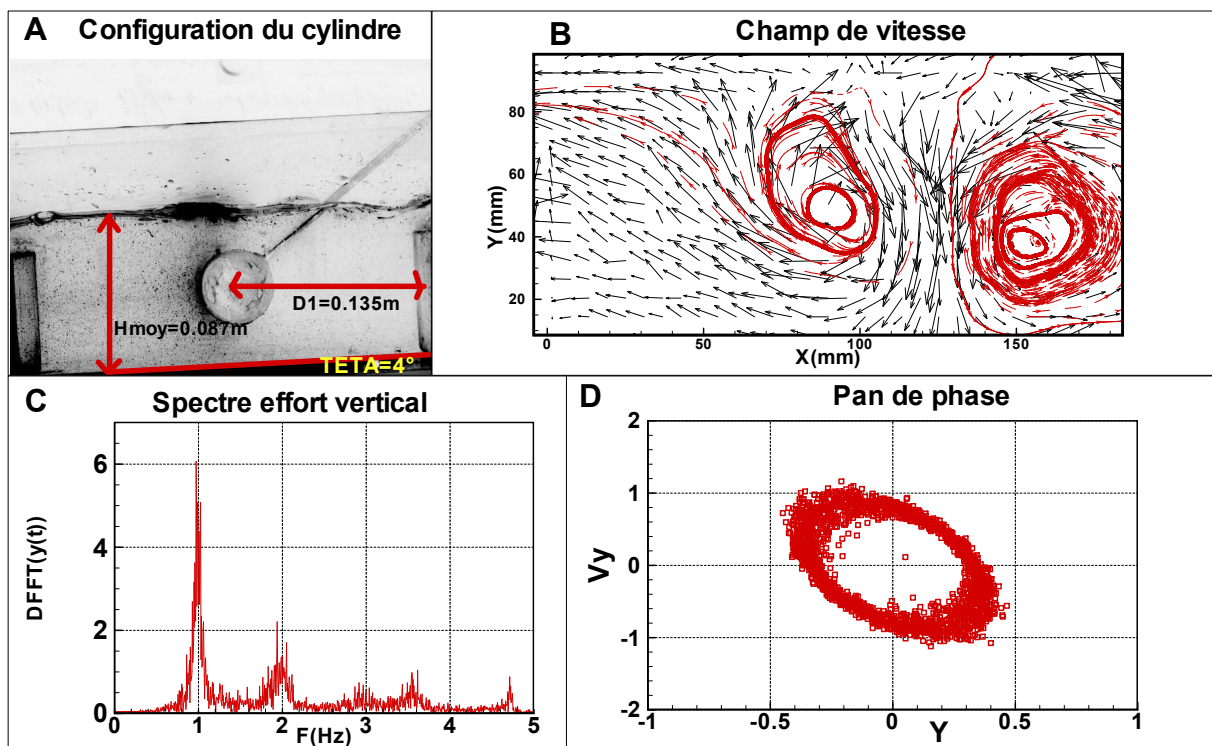


Figure IX.8 : A-Configuration du cylindre, B-Champ de vitesses et lignes de courant autour du cylindre dirigé vers le bas à  $t=5.28\text{s}$ ,  $Fr=0.029$ , C-Spectre de la force agissant sur le cylindre suivant la direction transversale, D- plan de phase de la dynamique du cylindre.  $D1/D=3.37$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

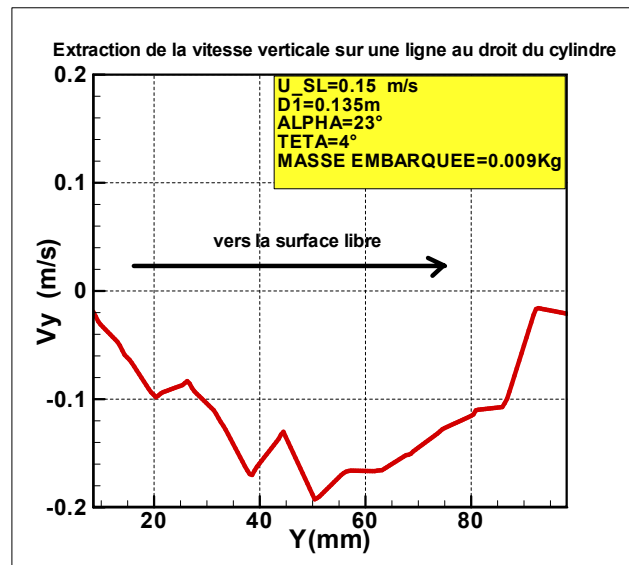
La Fig.IX.8\_B montre deux formations tourbillonnaires en amont et en aval du cylindre. Le gap entre le riffle et le cylindre explique la présence de la structure tourbillonnaire à l'amont de celui-ci. Quant à la structure derrière le cylindre, ceci résulte de l'interaction entre la dynamique du fluide et celle du cylindre.

La Fig.IX.8\_C met en évidence un pic dominant de l'ordre de 1Hz. Le deuxième pic de petite taille est voisin de 2Hz. Nous expliquons la présence de ces deux pics dans le paragraphe portant sur la mesure par image du déplacement du cylindre.

La Fig.IX.8\_D met en évidence le plan de phase de la dynamique du cylindre. Le nuage des points fermés justifie la stabilité du mouvement. Cette stabilité du mouvement est conservée pour trois valeurs différentes de  $D1=0.04, 0.125, 0.18$  et sera illustrée par la Fig IX.11

#### a) Profil de vitesse vertical extrait à partir du champ de vitesse obtenu par PIV

Afin de donner une explication de la pseudo-périodicité du mouvement du cylindre dans le compartiment, nous avons tracé le profil de vitesse verticale à l'aplomb du cylindre pour un instant donné. La Fig.IX.9 suivante montre le tracé de ce profil de vitesse



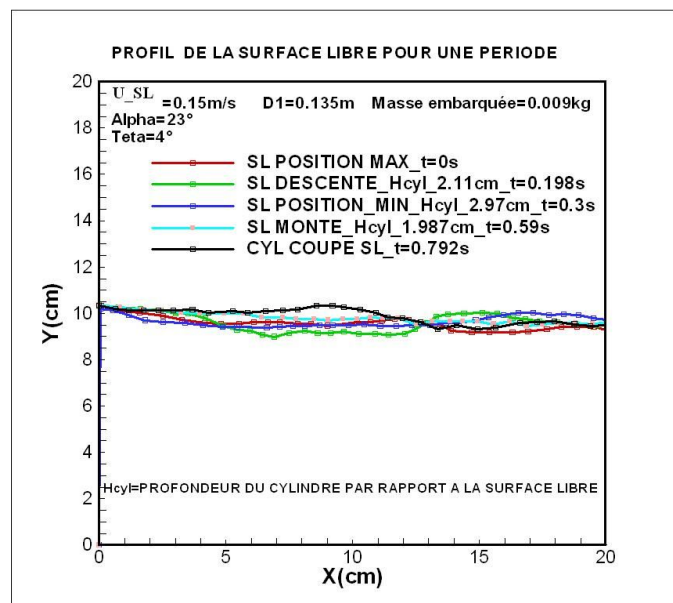
**Figure IX.9** : 200 points de la composante verticale de la vitesse extraite au droit du cylindre et affichés en fonction de la profondeur d'eau.  $D1/D=3.37$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

Cette courbe de la Fig.IX.9 est obtenue avec le logiciel tecplot. Ce logiciel de visualisation des données permet en même temps d'extraire et d'afficher les points d'une variable en fonction d'une autre variable suivant une direction préalablement tracée dans la carte de champ de vitesse grâce à l'option «extract data». Nous avons utilisé cette technique

pour afficher le profil de la vitesse verticale dans le domaine fluide pour les paramètres affichés dans Fig.IX.9. Une ligne droite transversale partant de la surface libre et traversant le cylindre jusqu'au fond du canal a été dessinée dans le domaine fluide. Nous avons ensuite définis le nombre de point à extraire de la composante verticale de la vitesse. La Fig.IX.9 montre une forte vitesse verticale observée à la surface libre et au fond du canal pour un instant que nous avons choisi pour la représentation du profil de vitesse. La valeur de la composante de la vitesse verticale plus prononcée au fond du canal peut être expliquée par l'existence d'une zone recirculation engendré par le confinement de l'écoulement.

### a) Topologie de la surface libre

Nous représentons la topologie de la surface libre sur la Fig IX.10 ci-dessous.



**Figure IX.10** : Topologie de la surface libre pour un cycle associé à 6 instants de mouvement du cylindre. Chaque couleur indique la déformée de la surface libre et la profondeur d'immersion du cylindre.  $D1/D=3.37$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ ,  $\text{Masse embarquée}=0.009\text{ Kg}$ ,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

La Fig IX.10 montre l'évolution instationnaire de la topologie de la surface libre pour un cycle de durée  $t=0.792\text{s}$  du mouvement du cylindre. Le cylindre affleure la surface libre au début de l'instant de l'enregistrement de l'image ( $t=0\text{s}$ , trait rouge).

La déformée de la surface libre pour une profondeur du cylindre  $h= 2.11\text{cm}$  dans sa phase de descente par rapport à la surface libre et à  $t=0.198\text{s}$  est mis en évidence par la couleur de trait vert. Le nombre de Froude correspondant à cette topologie est  $Fr= 0.033$ . Pour cette

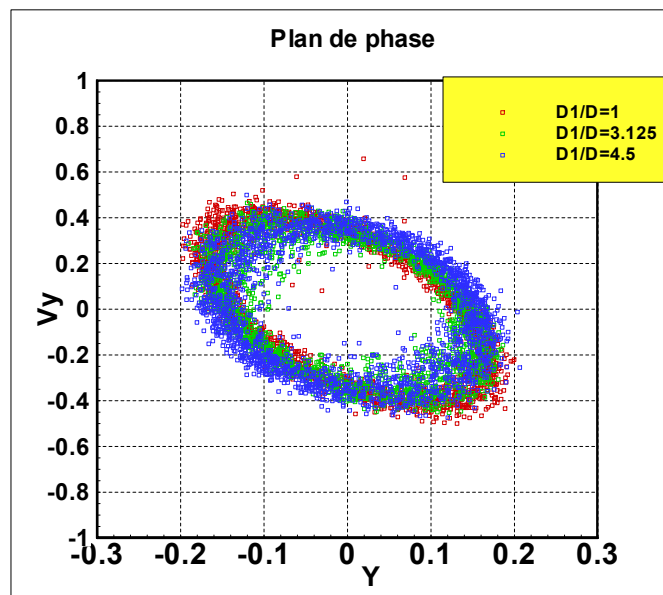
configuration, on observe un faible niveau de la surface libre mais fortement perturbée pour cette configuration.

Quand le cylindre est dans sa position minimale,  $t=0.3s$  et  $Fr= 0.027$ , on constate que la surface libre est faiblement ondulée (couleur bleu foncée) et se met à un niveau plus élevé que celle de la phase de descente.

Quand le cylindre est dans une position à la moitié de la phase ascendante (trait bleu clair),  $Fr=0.034$ ,  $t= 0.59s$ , l'onde de la surface libre se rapproche de celle d'une onde plane.

Lorsque le cylindre coupe la surface à  $t=0.792s$ , le niveau de cette dernière est maximal. Ceci est causé par la présence du cylindre qui fait office de barrage à l'écoulement. La Fig IX.10 met en évidence également pour les quatre topologies instationnaires de la surface libre l'existence d'un nœud juste après le riffle amont. Nous pensons que la présence des tiges supportant le cylindre explique ce phénomène.

La Fig IX.11 compare les plans de phase pour les valeurs des paramètres  $D1/D$  énoncés précédemment. Cette figure met en évidence le caractère pseudo-périodique avec une grande amplitude du mouvement du cylindre associé à la vitesse à la surface libre  $0.15m/s$  et pour une masse embarquée  $0.009kg$ .



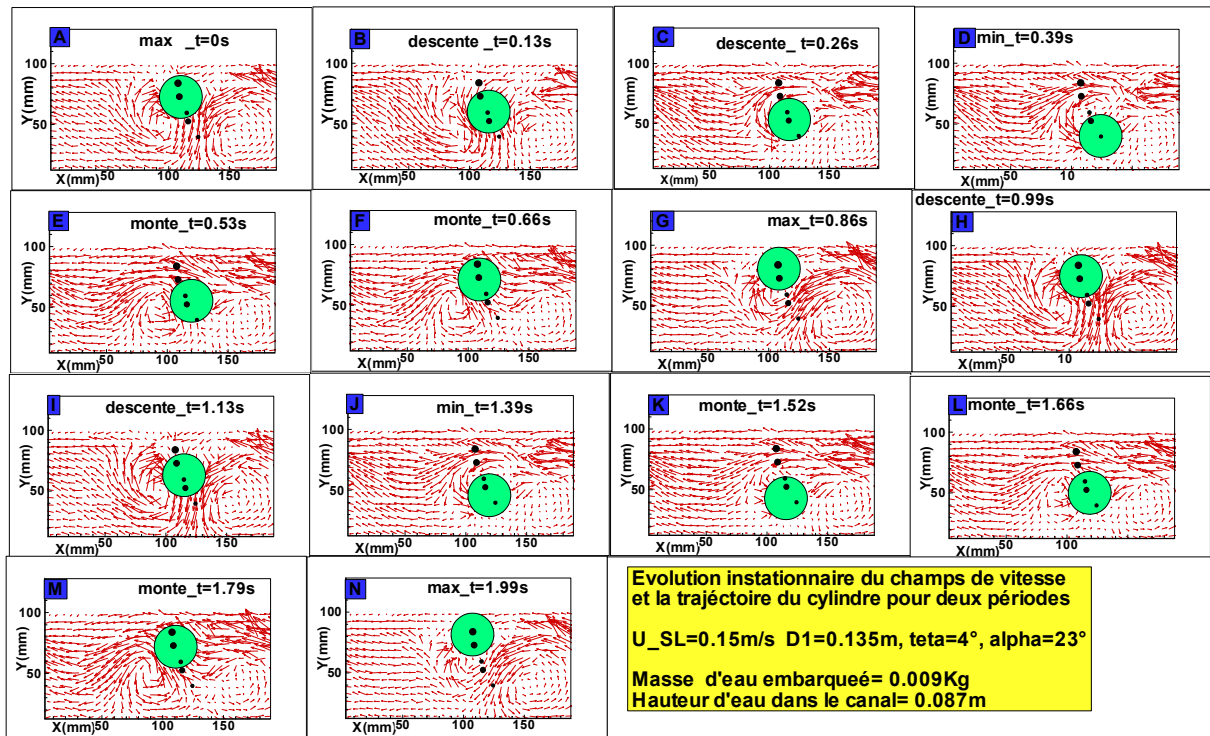
**Figure IX.11** : Comparaison du plan de phase pour 3 valeurs de  $D1/D$ . Carré rouge  $D1/D=1$ , carré vert  $D1/D=3.125$ , carré bleu  $D1/D=4.5$ .  $U_{SL}=0.15m/s$ , Masse embarquée= $0.009 Kg$ ,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   
 $\theta = 4^\circ$

**b) Evolution instationnaire du champ de vitesse pour  $D1=0.135\text{m}$ ,  $U=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée  $0.009\text{kg}$** 

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que la configuration du cylindre associée aux paramètres  $D1=0.135\text{m}$ , vitesse à la surface libre  $U=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée  $0.009\text{kg}$  donne lieu à un grand mouvement du cylindre avec un fort pic de la fréquence principale mesurée et correspondant à  $1\text{Hz}$ . Cette valeur sera confirmée par une autre technique de mesure de déplacement du cylindre dans le paragraphe suivant.

Ce paragraphe concerne l'analyse instantanée du mouvement du cylindre et du champ de vitesse de l'écoulement à partir du paramètre correspondant au grand mouvement. Une carte du champ de vitesse associée à deux cycles du mouvement du cylindre est présentée à la Fig IX.12. Dans celle-ci, les lettres A, G, N représentent le champ de vitesse autour d'une position maximale voisine du cylindre. Les lettres D, J illustrent le champ de vitesse autour du cylindre dans sa position minimale voisine. La configuration voisine associée à la phase de descente est repérée par les lettres B, C et H, I et celle associée à la phase de montée est indiquée par les lettres E, F et K, L, M.

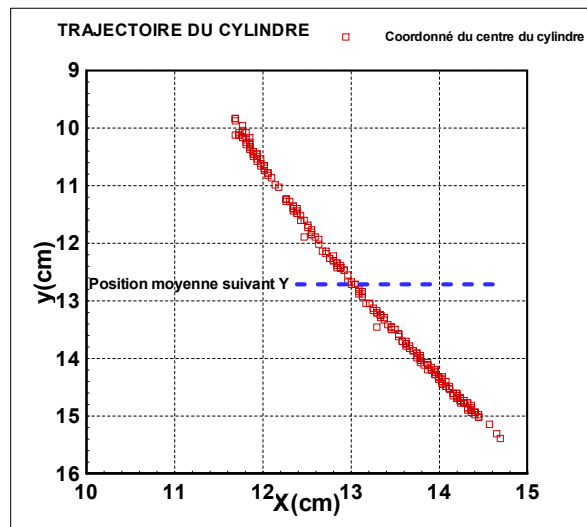
Observons maintenant la Fig IX.12. On constate qu'à chaque phase de montée, le lâcher de tourbillon se situe dans la partie inférieure du cylindre. Ceci est expliqué par la proximité de la surface qui supprime le lâcher de tourbillon dans la partie supérieure du cylindre comme cela a été constaté par les simulations numériques effectuées par **Chung (2016)**. On note également l'absence de l'allée de type Von Karman dans le sillage du cylindre en raison du riffle aval et la présence une zone recirculation dans la partie inférieure en amont du cylindre à cause du riffle amont. Le calcul de la fréquence du mouvement à partir des instants des positions voisines donne une valeur de  $0.98\text{Hz}$ .



**Figure IX.12** : Evolution du champ de vitesse pour deux cycles du mouvement du cylindre dans l'écoulement. Le cylindre est représenté avec le cercle vert. Les positions caractéristiques de son centre sur sa trajectoire sont les points noirs. Chaque demi-cycle est repéré par deux instants  $D1/D=3.125$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ ,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

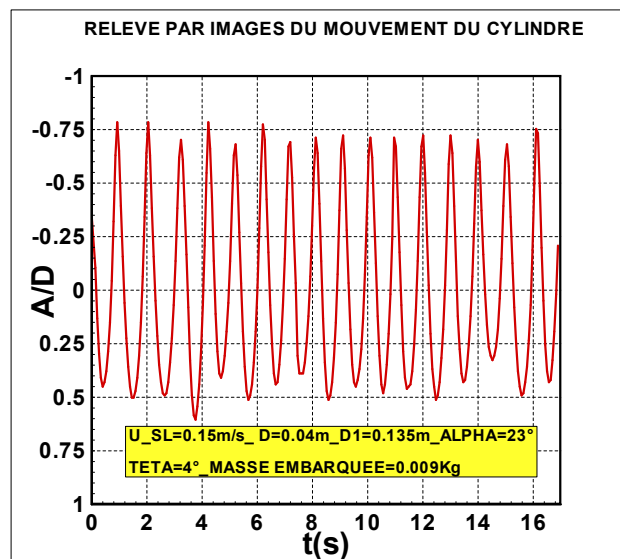
### c) Analyse du mouvement du cylindre à partir du relevé des coordonnées de son centre

Nous avons relevé les coordonnées du centre du cylindre dans le plan (X, Y) à partir du logiciel IMAGEJ. Pour cela, il est nécessaire de faire la correspondance entre les coordonnées pixels et les coordonnées réels d'une image de référence. Comme on connaît la dimension réelle de la maquette, il suffit de choisir sur l'image un élément de la maquette qui sert d'image de référence pour l'étalonnage. Une fois l'image est étalonnée, on procède à une mesure directe d'une quelconque distance sur l'image (comme la profondeur du cylindre dans l'écoulement dans notre cas). La corrélation entre l'image composée de pixel et de l'image en dimension réelle permet d'estimer le déplacement réel du cylindre. La position (X=0, Y=0) du logiciel Image J se trouve à l'angle en haut à gauche.



**Figure IX.13** : Coordonnées des points de la trajectoire du cylindre dans l'écoulement relevés sur 256 images puis affichées dans le plan (X, Y). Chaque image est séparée par un pas de temps 0.066s.  $D1/D=3.125$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

La Fig IX.13 montre la trajectoire du cylindre obtenue en relevant les coordonnées du centre du cylindre sur chaque image. On observe une portion d'arc de cercle illustrant le mouvement pendulaire du cylindre.

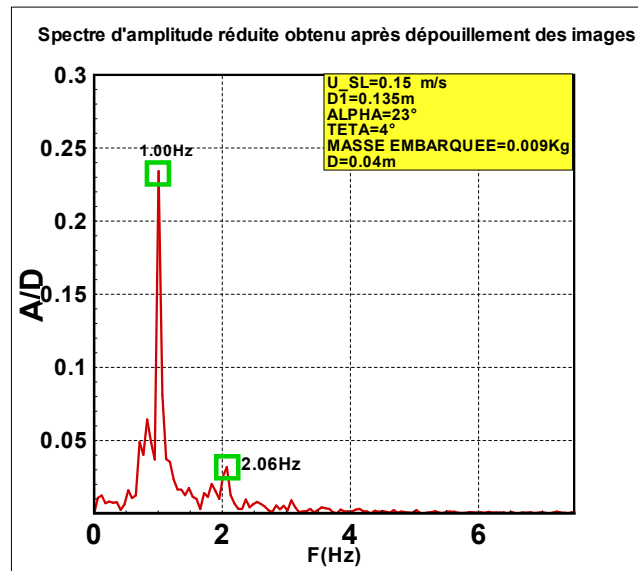


**Figure IX.14** : Signal temporel du déplacement du cylindre reconstitué à partir de 256 images. Chaque image est séparée par un pas de temps 0.066s.  $D1/D=3.125$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

La Fig IX.14 montre le signal brut du mouvement du cylindre. On constate que la technique de relevé des points de la trajectoire atténue les niveaux de bruits du signal. Le mouvement est stable et on note que le cylindre met plus de temps à remonter qu'à descendre. Le cylindre monte avec une grande amplitude de l'ordre  $A/D=0.75$ , ceci peut s'expliquer par



la forte vitesse à la surface libre créant une zone dépression. Ensuite, le cylindre redescend rapidement dû à son impact sur la surface libre.



**Figure IX.15** : Spectre du déplacement du cylindre calculé à partir du signal de la Fig IX.14.  $D1/D=3.125$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , Masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

Nous avons appliqué la FFT sur le signal temporel de déplacement issu de la technique de relevé d'images. La Fig IX.15 montre le spectre du mouvement du cylindre. La représentation fréquentielle de l'amplitude réduite A/D exhibe une fréquence nette à 1Hz, le deuxième pic est à 2Hz avec une valeur de A/D=0.03. Ce résultat est conforme à celui décrit dans la figure la Fig IX.8.

#### d) Synthèse des résultats de l'analyse

Nous résumons l'essentiel des résultats de l'analyse sur le cylindre en grand mouvement dans l'écoulement. La dynamique du cylindre présente un plan de phase caractérisé par un nuage de points s'organisant autour d'une géométrie de forme elliptique et par une fréquence de mouvement mesurée voisine de 1Hz. Cette fréquence est retrouvée grâce à la technique qui met œuvre une mesure de déplacement du cylindre sur chaque images PIV. La fréquence d'oscillation de la masse embarquée supposée à 3.36Hz dans le cas du mouvement intermittent n'est pas présente dans le cas du cylindre en grand mouvement. Ceci est expliqué par la différence des valeurs des paramètres expérimentaux utilisés. Le lâcher du tourbillon a eu lieu dans la partie inférieur et en aval du cylindre.



## Chapitre X : Dynamique de l'écoulement en mode pendulaire inversé

### X.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre IX précédent la dynamique de l'écoulement autour du cylindre associé à la configuration en mode normal. Nous avons étudié d'une part les spectres de l'effort vertical mesuré par les deux techniques mises en œuvre et d'autre part nous avons caractérisé l'écoulement à travers l'analyse instationnaire du champ de vitesse, de la topologie de la surface libre et du profil du champ de vitesse à la verticale du cylindre. Notre objectif dans ce chapitre est de présenter les résultats se rapportant à la dynamique de l'écoulement en mode pendulaire inversé. Rappelons que pour cette configuration, l'axe de rotation du mouvement du cylindre est situé à l'aval de ce dernier. Nous analyserons plus particulièrement les spectres et les plans de phase correspondants aux paramètres avec lesquels nous avons observé un grand mouvement du cylindre pour la configuration de celui-ci en mode normal

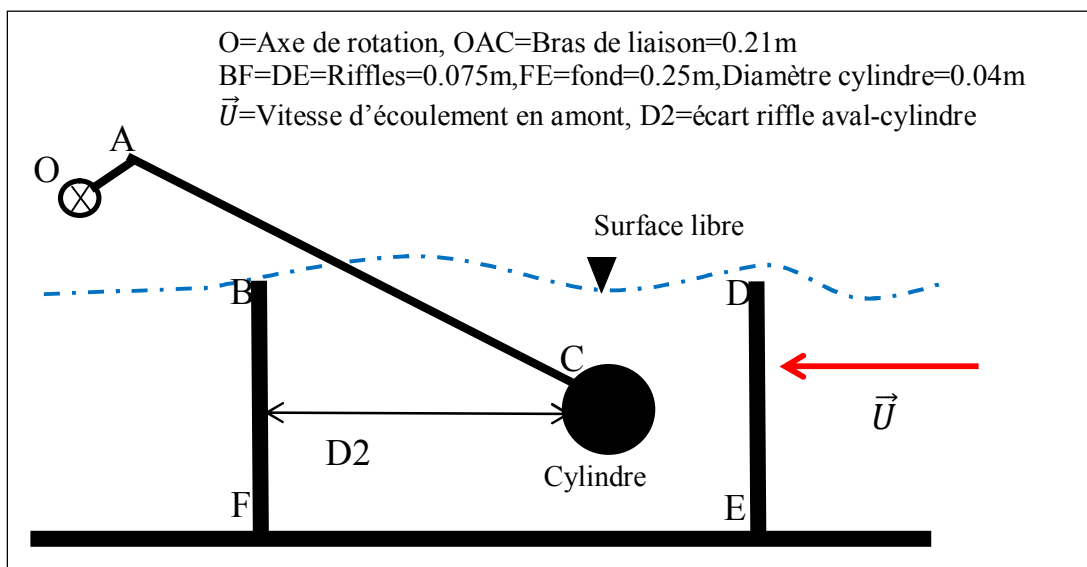


Figure.X.1 : Schéma simplifié de la configuration du cylindre en mode inversé

### X.2. Les paramètres des résultats

Comme nous avons expliqué dans la section concernant la conduite des expériences, les paramètres explorés pour les deux configurations rencontrées sont principalement les mêmes, seul le paramètre du confinement de l'écoulement  $D2/D$  qui différencie les deux configurations du cylindre. Nous résumons dans le tableau ci-dessous l'essentiel des valeurs des paramètres pour la présentation des résultats. Les autres paramètres, notamment les

paramètres géométriques du canal restent fixent comme dans le cas de la configuration du cylindre en mode normal.

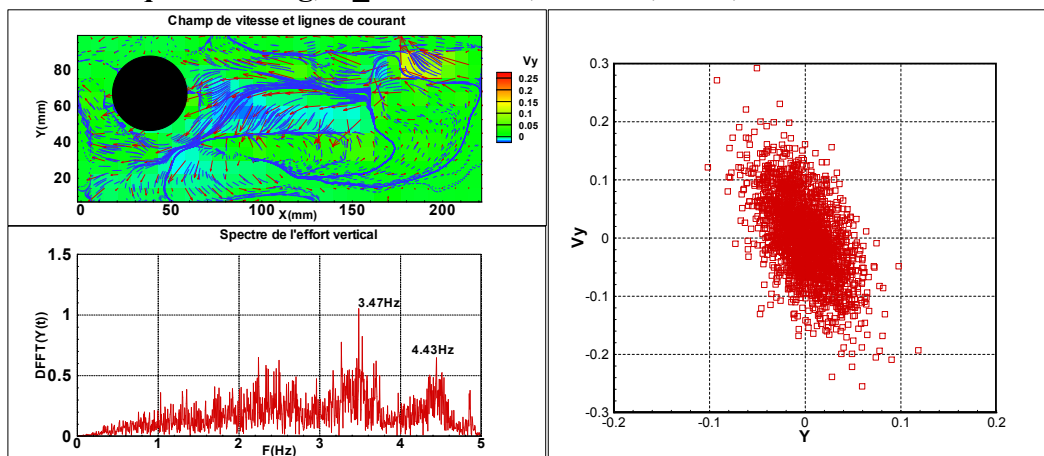
D2/D	1,1.125, 4.5
U_SL	0.15, 0.2 (m/s)
Masse embarquée	0.009,0.014, 0.026 (kg)

**Tableau X.1** : Les différents paramètres des résultats

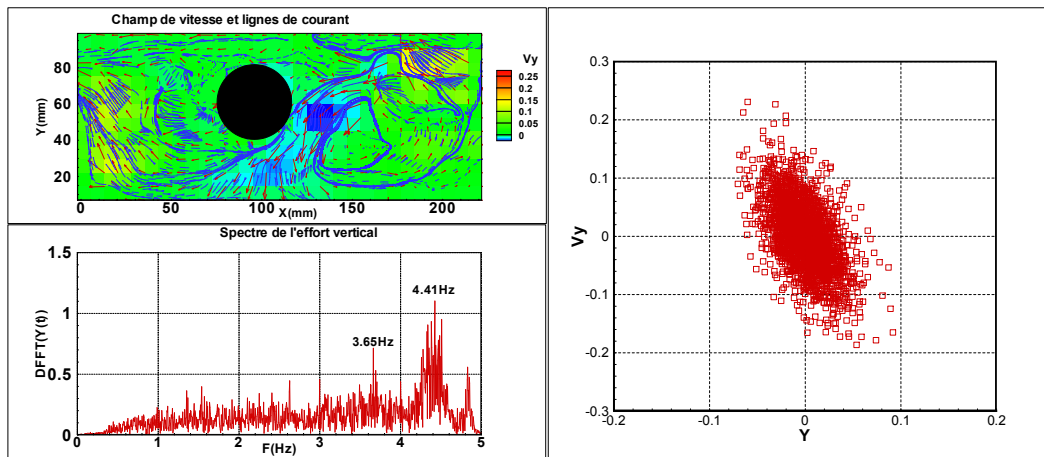
### X.3 Analyses des résultats

L'analyse des résultats concerne l'influences de la vitesse de l'écoulement à la surface et l'effet de la masse embarquée dans le cylindre sur la configuration du champ de vitesse et sur la dynamique du cylindre pour trois valeurs fixent du gap cylindre –riffle aval  $D2/D=1, 1.125, 4.5$ .

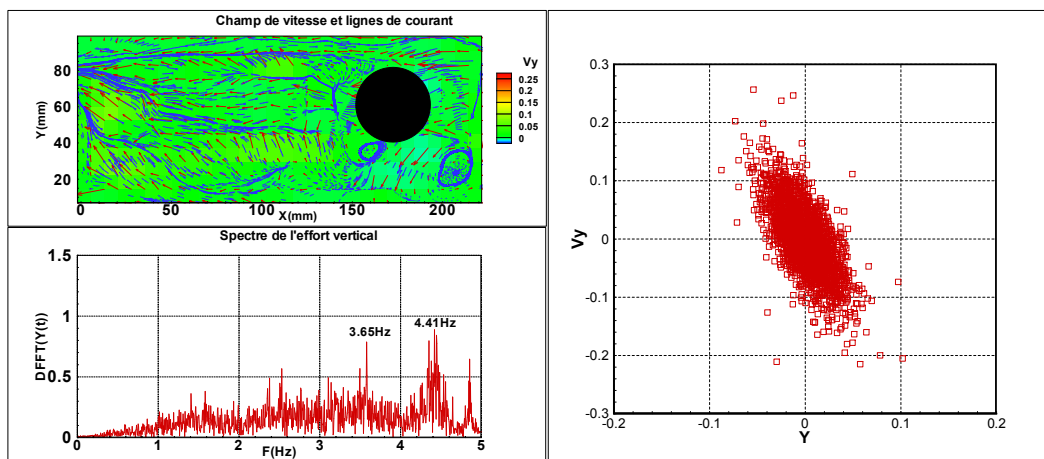
#### a) Masse embarquée 0.014kg, $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , $D2/D=1,1.125, 4.5$



**Figure.X.2** : En haut à gauche champ de vitesse, en bas à gauche spectre vertical, à droite le plan de phase  $D2/D=1$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée=0.014 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.X.3 :** En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase.  $D2/D=1.125$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée=0.014 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.X.4 :** En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à droite le spectre vertical, à droite le plan de phase.  $D2/D=4.5$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée=0.014 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

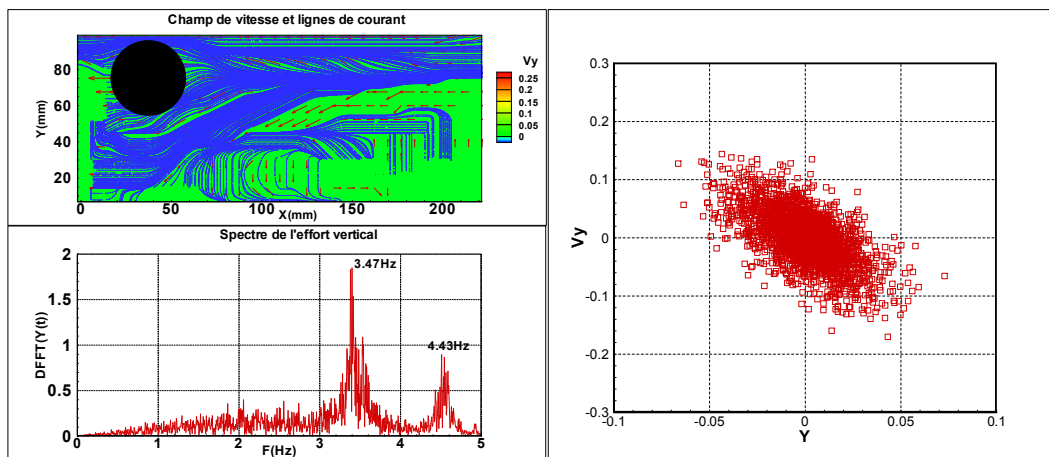
La Fig X.2 illustre l'influence de la masse embarquée 0.014 kg et l'effet de la vitesse à la surface libre 0.15m/s associées au paramètre adimensionnel  $D2/D=1$  (proche du riffle aval). On note un effet de barrage du cylindre sur l'écoulement. Cet effet est mis en évidence par la zone de recirculation se formant dans le domaine fluide en amont du cylindre. Le spectre du mouvement vertical pour ces paramètres est caractérisé par deux pics de faible amplitude se trouvant à une fréquence 3.47Hz et 4.53Hz. Le mouvement du cylindre semble intermittent et faible. Cette constatation est illustrée par les valeurs des points de la composante verticale du champ de vitesse qui se concentrent au voisinage d'une valeur nulle

La Fig X.3 représente l'influence de la masse embarquée et l'influence de la vitesse à la surface libre 0.15m/s associée à la position du cylindre au milieu des deux riffles. On constate la même configuration du champ de vitesse et le même comportement du spectre et plan de phase du mouvement du cylindre que ce observées sur la Fig X.2. On remarque par

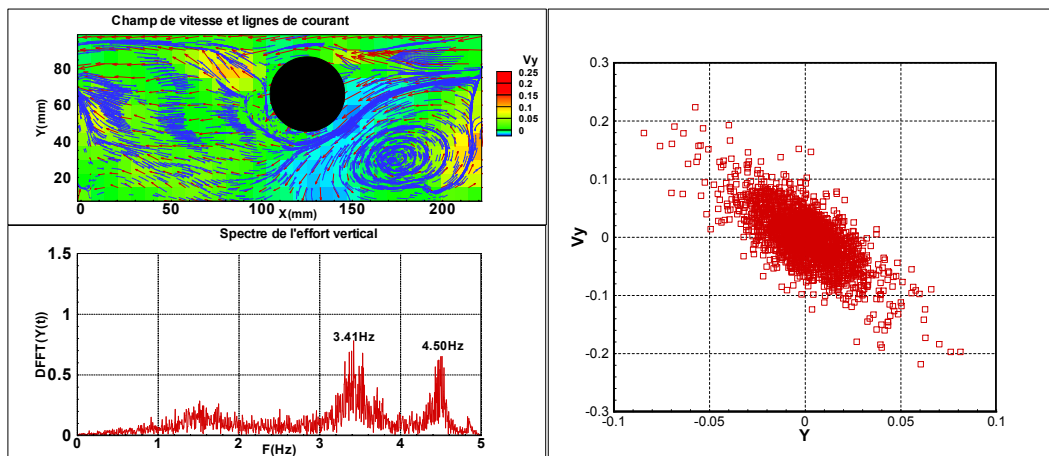
contre l'augmentation de l'écart entre le riffle aval et le cylindre ne donne pas lieu à une recirculation. Ceci est sans doute dû à l'absence d'interaction forte entre le mouvement du cylindre et l'écoulement. Dans la zone du sillage du cylindre, l'écoulement est dirigé directement vers la surface libre en raison de la présence du riffle aval.

La Fig X.4 montre le champ de vitesse de l'écoulement, spectre et plan de phase du mouvement correspondant à la position du cylindre loin du riffle aval pour une vitesse à la surface libre 0.15m/s. Concernant la configuration du champ de vitesse correspondant à ces paramètres, on retrouve ici l'effet du riffle amont relaté dans le chapitre IX. Le grand écart du paramètre  $D2/D$  génère en outre un petit tourbillon qui se détache dans la partie inférieure en amont et en aval du cylindre. On constate également la présence de deux pics dans le spectre du mouvement et des valeurs de vitesse verticale quasiment nulle dans l'espace de phase.

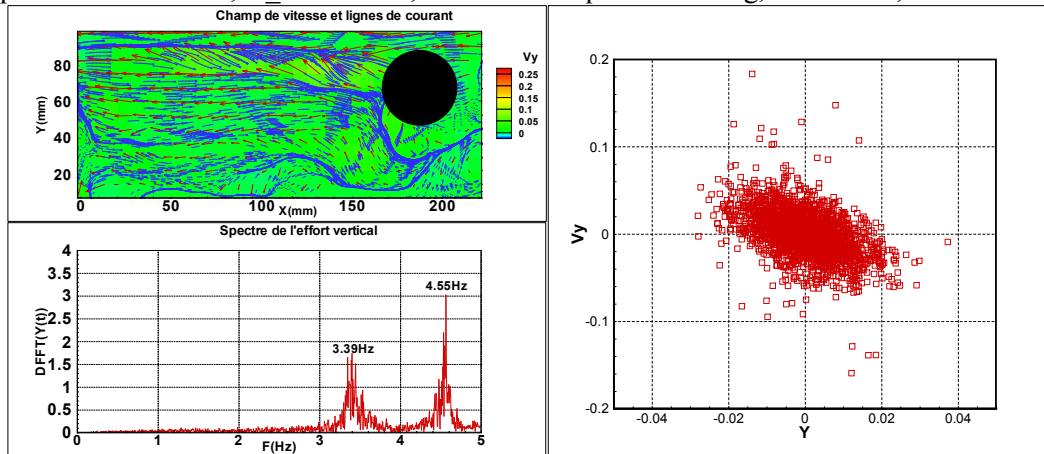
**b) Masse embarquée 0.026kg,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ ,  $D2/D=1,1.125, 4.5$**



**Figure.X.5 :** En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase.  $D2/D=1$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , masse embarquée=0.026 Kg,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.X.6 :** En haut à gauche le champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase.  $D2/D=1.125$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ ,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure.X.7 :** en haut à gauche champ de vitesse, en bas à gauche le spectre vertical, à droite le plan de phase.  $D2/D=4.5$ ,  $U_{SL}=0.2\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.026\text{ Kg}$ ,  $Re=12000$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

Les Figs X.5, 6, 7 illustrent les résultats associés à la valeur de la masse embarquée dans le cylindre  $0.026\text{kg}$  et la valeur de la vitesse écoulement à la surface libre  $0.2\text{m/s}$ . Nous avons augmenté les valeurs de ces paramètres pour voir leurs influences sur le champ de vitesse et effort vertical correspondant aux paramètres  $D2/D=1, 1.125, 4.5$ .

Sur la Fig X.5 est représentée l'effet de la masse embarquée  $0.026\text{ kg}$  et l'effet de vitesse à la surface libre  $0.2\text{m/s}$  pour  $D2/D=1$ . On constate la faible composante de la valeur de la vitesse verticale. Les lignes de courant en bleu contournent le cylindre comme dans celui du cas d'un écoulement stationnaire. La zone de recirculation dans l'espace en amont du cylindre reste observable également comme celui observé sur les figures précédentes. Le mouvement du cylindre se comporte d'une manière intermittente et faible. Le spectre mesuré met en évidence également deux pics associés aux fréquences à  $3.43\text{ Hz}$  et  $4.47\text{ Hz}$  entourés des multiples pics à faible hauteur.

La Fig X.6 met évidence le champ de vitesse et spectre de l'effort vertical correspondant à  $D2/D=1.125$ , masse embarquée  $0.0026\text{kg}$  et vitesse de l'écoulement à la surface libre  $0.2\text{m/s}$ . On observe une zone recirculation de taille importante entre le cylindre et le riffle amont. Ceci est dû sans doute à l'influence de la vitesse de l'écoulement en amont et à la présence du confinement entre le cylindre et le riffle amont. L'absence de la zone recirculation entre le riffle aval et le cylindre malgré la présence du riffle aval reste toujours observable. Le comportement du spectre de l'effort vertical est similaire à celui constaté sur les figures précédentes.

La Fig X.7 montre le champ de vitesse et spectre associés aux paramètres masse embarquée 0.026kg, vitesse à la surface libre 0.2m/s et  $D2/D=4.5$ . On constate que la zone recirculation entre le riffle amont et le cylindre observée sur les figures précédentes semble n'avoir pas lieu. La forte vitesse de l'écoulement pourrait être l'explication de ce phénomène l'absence de la zone recirculation dans le sillage du cylindre est également constaté. Le spectre et plan de phase sont similaires à ceux observés sur les figures présentées auparavant.

#### **X.4 Synthèse des résultats sur l'influence de la masse embarquée 0.026, 0.014 kg et sur l'influence de la vitesse à la surface libre 0.15, 0.2m/s**

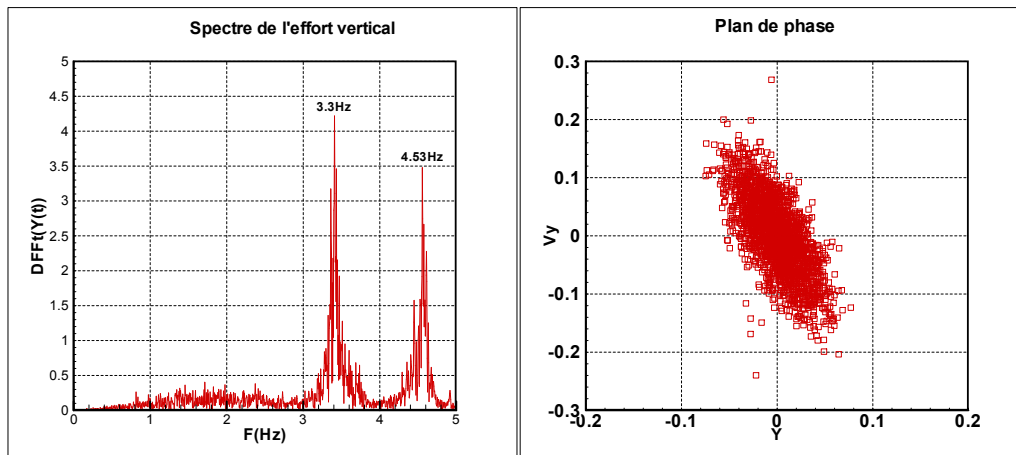
Les résultats que nous avons présentés se rapportant à l'influence de la masse embarquée (0.026,0.014kg) et à l'influence de la vitesse à la surface libre (0.5, 0.2m/s) pour la configuration du cylindre en mode inversé mettent en évidence le caractère intermittent et faible du mouvement du cylindre pour les trois valeurs du paramètre  $D2/D$ . Les spectres mesurés semblent identiques tant sur les fréquences que sur les amplitudes. Même constatation également sur les points de la composante verticale du plan de phase se regroupant au voisinage d'une valeur nulle. Le champ de vitesse observé semble complexe, mais en général, nous avons pu constater l'absence de la zone recirculation dans le sillage du cylindre et le caractère confiné de l'écoulement entre le riffle amont et le cylindre.

#### **X.5 Masse embarquée 0.009kg, $U_{SL}=0.15m/s$ , $D2/D=1,1.125, 4.5$**

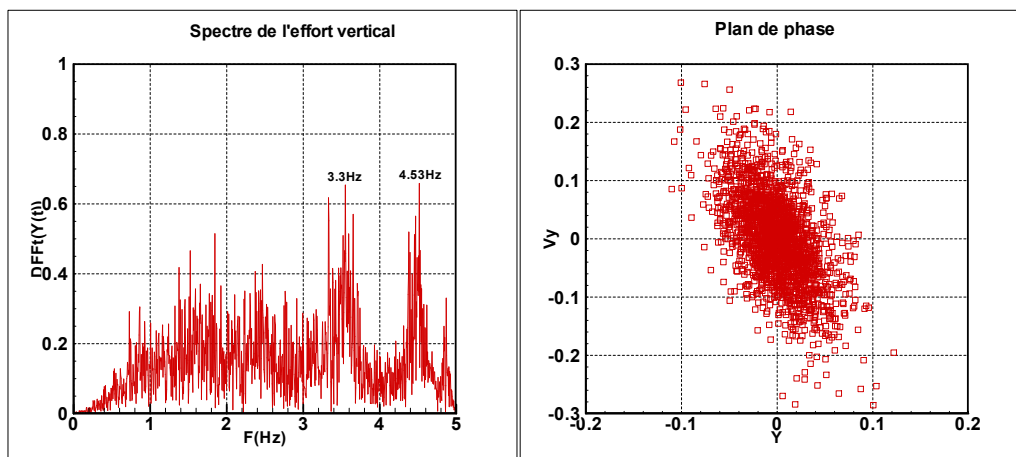
Afin de confronter les résultats concernant la dynamique du cylindre associé aux deux configurations étudiés (mode normal et inversé), nous avons analysé les spectres et plans de phase obtenus sur la configuration en mode inversé pour les paramètres masse embarquée 0.009kg, vitesse à la surface libre 0.15m/s. Nous rappelons que avec ces mêmes paramètres, on a constaté un grand mouvement du cylindre avec une fréquence fondamentale correspondant à 1Hz pour le cas de la configuration en mode normale. Voyons si ce comportement est conservé pour le cas de la configuration en mode inversé.

Les Fig X,8 9,10 présentent les plans de phase et spectres mesurés pour trois valeurs de l'écart cylindre –riffle aval  $D2/D=1,1.25, 4.5$ . Pour l'ensemble de ces figures, on note la prépondérance des deux pics à 3.30Hz et 4.53 Hz. On note par contre une forte amplitude de ces spectres comparée à celle obtenue dans le cas de la configuration en mode normal. Le

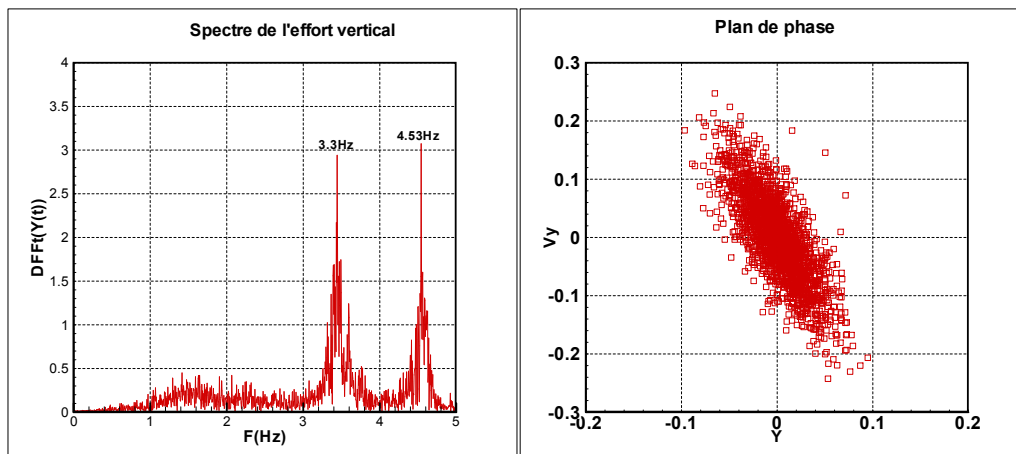
comportement de la composante de la vitesse verticale dans le plan de phase exhibe l'intermittence du mouvement du cylindre.



**Figure.X.8** : Spectre de l'effort vertical (à gauche) et plan de phase du mouvement (à droite).  $D_2/D=1$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure. X.9** : Spectre de l'effort vertical (à gauche) et plan de phase du mouvement (à droite).  $D_2/D=1.125$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée=0.009 Kg,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$



**Figure. X.10 :** Spectre de l'effort vertical (à gauche) et plan de phase du mouvement (à droite).  
 $D2/D=4.5$ ,  $U_{SL}=0.15\text{m/s}$ , masse embarquée= $0.009\text{ Kg}$ ,  $Re=9642$ ,  $\alpha = 23^\circ$   $\theta = 4^\circ$

## X.6 Conclusion

Nous avons présenté quelques résultats concernant l'étude de la dynamique de l'écoulement associée à la configuration en mode inversé du cylindre. Nous avons mis en évidence les deux pics de spectres du mouvement et le caractère intermittent de la dynamique du cylindre pour les valeurs des paramètres  $D2/D$  explorés. Nous avons comparé les résultats des efforts verticaux et les plans de phase obtenus pour les deux configurations correspondant à la masse embarquée  $0.009\text{kg}$  et vitesse à la surface libre  $0.15\text{m/s}$ . Il s'est avéré que le grand mouvement observé dans le cylindre dans la configuration en mode normale n'est pas retrouvé dans la configuration en mode inversé.



## Chapitre XI : Oscillation de la masse d'eau embarquée

### XI.1 Etude du sloshing dans un réservoir cylindrique horizontal

Lors de l'étude du comportement dynamique du cylindre en mouvement pendulaire, il a été nécessaire, comme on l'a vu, d'y introduire une quantité d'eau pour régler les conditions initiales de l'expérience. Cette eau embarquée se comporte comme une carène liquide et prend donc un mouvement de sloshing. C'est pourquoi, il a fallu trouver une méthode numérique capable de prédire les fréquences d'excitation due à la présence de cette eau.

La méthode décrite dans **McIver (1989)** a été retenue. Des publications plus récentes ont fait appel à ce travail qui est fondé sur l'étude du mouvement d'un fluide isovolume sans viscosité dans un réservoir de section circulaire. La technique consiste à transformer le secteur circulaire en une bande semi infinie dans laquelle les conditions aux limites sont plus faciles à prendre en compte.

Nous rappelons la transformée conforme qui est classiquement appelée la transformation bipolaire.

### XI.1 Etude de la transformation conforme

#### a) Définition de la transformée conforme : transformée directe

$$x + iy = a \operatorname{th} \frac{1}{2}(\alpha + i\beta)$$

$x$  et  $y$  sont les variables physiques et  $\alpha$  et  $\beta$  les variables dans le plan transformé.  $a$  représente une caractéristique géométrique de la section circulaire. Pour avoir l'expression explicite de  $x$  et  $y$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  il suffit de chercher la partie réelle et imaginaire du membre de droite. On a:

$$x + iy = a \frac{e^{\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)} - e^{-\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)}}{e^{\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)} + e^{-\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)}}$$

$$x + iy = a \frac{e^{\frac{\alpha}{2}} \left[ \cos \frac{\beta}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \right] - e^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \cos \frac{\beta}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \right]}{e^{\frac{\alpha}{2}} \left[ \cos \frac{\beta}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \right] + e^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \cos \frac{\beta}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \right]}$$

soit encore

$$x + iy = a \frac{\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2}}$$

Rendons la fraction rationnelle :

$$x + iy = a \frac{[\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2}][\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2}]}{[\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2}][\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2}]}$$

$$x + iy = a \frac{[\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2}][\cos \frac{\beta}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2}]}{[\cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}]}$$

On en déduit la partie réelle :

$$x = a \frac{\cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}} = a \frac{\operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Soit encore

$$x = \frac{a}{2} \frac{\operatorname{sh} \alpha}{\cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{2} \frac{\operatorname{sh} \alpha}{1 + \cos \beta + 2 \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{2} \frac{\operatorname{sh} \alpha}{\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta} \quad (\text{XI.1})$$

De même

$$y = \frac{a}{2} \frac{\sin \beta}{\cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{2} \frac{\sin \beta}{\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta} \quad (\text{XI.2})$$

### b) Détermination de la transformée inverse :

Il sera nécessaire au cours de l'étude de faire appel à la transformée inverse qui exprime  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

On a donc :

$$x + iy = a \frac{e^{\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)} - e^{-\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)}}{e^{\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)} + e^{-\frac{1}{2}(\alpha+i\beta)}} = a \frac{e^{(\alpha+i\beta)} - 1}{e^{(\alpha+i\beta)} + 1}$$

On en déduit :

$$\left[ \frac{x}{a} + \frac{iy}{a} \right] [e^{(\alpha+i\beta)} + 1] = e^{(\alpha+i\beta)} - 1$$

On pose

$$Z = \left[ \frac{x}{a} + \frac{iy}{a} \right]$$

Il vient :

$$e^{(\alpha+i\beta)}(Z - 1) = -[Z + 1]$$

D'où :

$$e^{(\alpha+i\beta)} = -\frac{Z + 1}{Z - 1} = -\frac{\left(\frac{x}{a} + 1\right) + iy/a}{\left(\frac{x}{a} - 1\right) + iy/a}$$

Rendons rationnel le dénominateur :

$$e^{(\alpha+i\beta)} = -\frac{\left[\left(\frac{x}{a} + 1\right) + i\frac{y}{a}\right]\left[\left(\frac{x}{a} - 1\right) - i\frac{y}{a}\right]}{\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2}$$

Développons le numérateur :

$$e^{(\alpha+i\beta)} = -\frac{\left[\left(\frac{x}{a} + 1\right)\left(\frac{x}{a} - 1\right) + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right] + i\frac{y}{a}\left[\left(\frac{x}{a} - 1\right) - \left(\frac{x}{a} + 1\right)\right]}{\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2}$$

Soit :

$$e^{(\alpha+i\beta)} = -\frac{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right] - i\frac{2y}{a}}{\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2}$$

On développe maintenant le membre de gauche :

$$e^{\alpha}(\cos\beta + i\sin\beta) = -\frac{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right] - i\frac{2y}{a}}{\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2}$$

D'où :

$$e^{\alpha} \cos\beta = -\frac{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]}{\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2}$$

Et

$$e^{\alpha} \sin \beta = -\frac{-\frac{2y}{a}}{\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2}$$

En élevant au carré et en sommant on obtient :

$$e^{2\alpha} = \frac{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]^2 + \frac{4y^2}{a^2}}{\left[\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right]^2}$$

On fait maintenant le rapport :

$$\tan \beta = \frac{-\frac{2y}{a}}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]}$$

On en déduit finalement la transformée inverse :

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{Ln} \frac{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]^2 + \frac{4y^2}{a^2}}{\left[\left(\frac{x}{a} - 1\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right]^2} \quad (\text{XI.3})$$

$$\beta = \operatorname{Arc} \tan \frac{-\frac{2y}{a}}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]} \quad (\text{XI.4})$$

### c) Transformée du domaine physique en une bande semi infinie

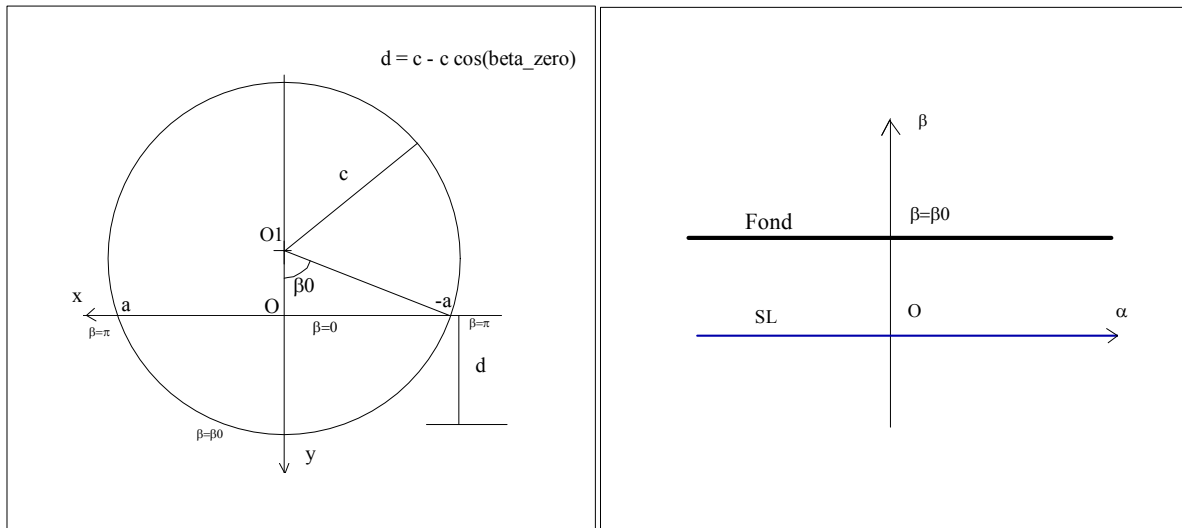
Etudions maintenant la transformée du domaine physique représenté sur la Fig. XI 1 constitué pour un domaine fluide épousant un secteur circulaire :

Le repère est  $R = \{O; \vec{x}, \vec{y}\}$   $\vec{y}$  est dirigé vers le bas;

$O$  se situe sur la surface libre;  $O_1$  est le centre du cercle

$c$  représente le rayon du cercle;

$d$  représente la distance entre le fond de la cuve et la surface libre



**Figure XI.1 :** Plan Physique

Plan Transformé

On cherche la transformée du domaine physique occupé par le fluide dans la cuve circulaire. On voit d'après l'Eq. XI 2 que si  $\beta=0$  on retrouve la surface libre SL car  $y=0$  quel que soit  $x$ . On appelle  $\beta_0$  l'angle représenté sur la Fig.XI.1.c représente le rayon du cercle,  $d$  représente la profondeur d'eau. On montre facilement que

$$\cos \beta_0 = 1 - \frac{d}{c} \quad (XI.5)$$

Pour vérifier que l'image de l'arc de cercle est une droite dans le plan transformé, on effectue les calculs suivants. Rappelons que le plan transformé est appelé plan des coordonnées bi polaires, "bi polaire" car les deux variables utilisées dans ce plan représentent deux angles  $\alpha$  et  $\beta$ .

L'équation cartésienne du cercle est :

$$x^2 + (y + (c - d))^2 = c^2$$

Partons de la relation 4 dans laquelle on remplace  $\beta$  par  $\beta_0$ ; il vient :

$$\tan \beta_0 = \frac{-\frac{2y}{a}}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]}$$

soit :

$$\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right] \sin \beta_0 = -\frac{2y}{a} \cos \beta_0$$

Multiplions par  $a^2$

$$x^2 + y^2 - a^2 = -\frac{2ay}{\sin\beta_0} \cos\beta_0 = -2y(-d + c)$$

On a en remplaçant dans le triangle rectangle  $a^2 = c^2 - (c - d)^2$  il vient :

$$x^2 + y^2 + 2y(c - d) + (c - d)^2 = c^2$$

Soit encore :

$$x^2 + (y + (c - d))^2 = c^2$$

Ce qui montre que, dans le plan transformé, le fond de la cuve est transformé en la droite horizontale

$$\beta = \beta_0$$

## XI.2 Formulation du problème de sloshing

On considère un fluide parfait isovolume occupant le secteur représenté sur la Fig. XI 1 limité sur sa partie supérieure par une surface libre SL et contenu dans la cuve de section circulaire de profondeur maximum  $d$ . Le cylindre a un rayon  $c$ . La surface libre occupe le segment  $[-a, a]$ .

Les équations du mouvement du liquide satisfait le système d'équations aux dérivées partielles suivantes. Elles tiennent compte de la condition d'incompressibilité Eq. XI 6, de la condition de glissement sur la paroi du cylindre Eq.XI.7 et la condition de surface libre exprimant que la surface libre est une surface de courant. On a donc :

$$\Delta\varphi = 0 \text{ dans le domaine D1} \quad (\text{XI.6})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \text{ sur le fond} \quad (\text{XI.7})$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - g\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0 \text{ sur la surface libre} \quad (\text{XI.8})$$

On admet que le potentiel comporte un terme fonction du temps périodique avec la pulsation  $\omega$  et la relation (XI.8) devient :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\omega^2}{g}\varphi = 0 \text{ pour M sur la surface libre} \quad (\text{XI.9})$$

Comme la transformation choisie est conforme la fonction de potentiel  $\varphi$  est aussi harmonique dans le plan transformé. Les relations précédentes deviennent alors :

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2} = 0 \text{ dans le demi plan D2} \quad (\text{XI.10})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\beta} = 0 \text{ sur la droite d'équation } \beta = \beta_0 \quad (\text{XI.11})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} \frac{\partial\alpha}{\partial y} + \frac{\partial\varphi}{\partial\beta} \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\omega^2}{g} \varphi = 0 \text{ pour } \beta = 0 \quad (\text{XI.12})$$

La méthode de séparation des variables revient à poser  $\varphi = A(\alpha)B(\beta)\cos(\omega t + C)$  et l'Eq.XI.10 devient :

$$\frac{A''}{A} = -\frac{B''}{B} = -\tau^2$$

D'après le comportement physique de la quantité d'eau seul la variable  $\alpha$  varie sur la surface libre.  $A(\alpha)$  doit donc être périodique en  $\alpha$ . Cela permet de trouver une solution pour  $A(\alpha)$  et avec  $B(\alpha)$  l'Eq.XI.11 ; soit :

$$A(\alpha) = E(\tau)\sin\tau\alpha$$

$$B(\beta) = ch\tau(\beta - \beta_0)$$

Notons que nous étudions la seule solution antisymétrique. Cela explique la présence du terme en sinus et l'absence du terme en cosinus. La solution générale qui satisfait les Eqs.XI.10 et XI.11 s'écrit alors :

$$\varphi(\alpha, \beta, t) = \int_0^\infty E(\tau) ch\tau(\beta - \beta_0)\sin\tau\alpha \cos(\omega t + C) d\tau \quad (\text{XI.13})$$

$\tau$  a la dimension d'un nombre d'onde et la solution antisymétrique représente le balancement de la masse d'eau dans la cuve ; la solution symétrique serait plutôt du type "bouillonnement" et non balancement.  $E(\tau)$  est une fonction du nombre d'onde.

Donnons maintenant la nouvelle expression de l'Eq. XI.12.

D'après la relation (XI.3) on montre très facilement que  $\frac{\partial\alpha}{\partial y} = 0$  sur la surface libre ; il nous reste à calculer la contribution de  $\frac{\partial\beta}{\partial y} = 0$  lorsque  $\beta = 0$ . On pose :

$$u = \frac{-\frac{2y}{a}}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 - 1\right]}$$

On montre facilement que :

$$\frac{\partial \beta}{\partial y} = \frac{2 \left( \frac{x}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{a} \right)^2 - 1}{a \left[ \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{a} \right)^2 - 1 \right]^2} \frac{1}{1 + u^2}$$

Sur la surface libre  $u$  et  $y$  sont nuls ; d'où :

$$\left. \frac{\partial \beta}{\partial y} \right|_{\beta=0} = \frac{2 \left( \frac{x}{a} \right)^2 - 1}{a \left[ \left( \frac{x}{a} \right)^2 - 1 \right]^2} = \frac{1}{a} \frac{2}{\left( \frac{x}{a} \right)^2 - 1}$$

Et d'après la relation (XI.1) et pour  $\beta = 0$  :

$$\left. \frac{x}{a} \right|_{\beta=0} = \frac{1}{2} \frac{sh\alpha}{ch\alpha + 1}$$

Il est facile de montrer que :

$$\left( \frac{x}{a} \right)^2 - 1 = -\frac{1}{ch^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right)}$$

Et

$$\frac{\partial \beta}{\partial y} = \frac{2 \square ch^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right)}{a} = \frac{1 + ch\alpha}{a}$$

Soit

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \beta} \frac{1 + ch\alpha}{a} + \frac{\omega^2}{g} \varphi = 0 \quad \text{pour } \beta = 0$$

Finalement, l'équation de la surface libre dans le plan transformé s'écrit :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \beta} + \frac{a\omega^2}{g(1 + ch\alpha)} \varphi = 0 \quad \text{pour } \beta = 0 \quad (XI.14)$$

La solution du sloshing est donc obtenue si on tient compte des Eqs. XI.13 et XI.14 ; soit en reportant dans l'Eq.XI.14 l'expression de  $\varphi(\alpha, \beta, t)$  de l'Eq.XI.13 il vient successivement :

$$\left. \frac{\partial \varphi(\alpha, \beta, t)}{\partial \beta} \right|_{\beta=0} = - \int_0^{\infty} \tau \cdot E(\tau) sh\tau \beta_0 \sin\tau \alpha \cos(\omega t + C) d\tau$$

$$\frac{a\omega^2}{g(1 + ch\alpha)} \varphi = \frac{a\omega^2}{g(1 + ch\alpha)} \int_0^{\infty} E(\tau) ch\tau \beta_0 \sin\tau \alpha \cos(\omega t + C) d\tau$$

On en déduit en prenant la transformée de Fourier sinus de l'équation en fonction de  $\alpha$ , on a pour le premier terme



$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\alpha \left[ \int_0^\infty \tau \cdot E(\tau) \operatorname{sh}\tau\beta_0 \sin\tau\alpha d\tau \right] \sin\tau'\alpha &= \int_0^\infty \tau \cdot E(\tau) \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0 \left[ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sin\alpha\tau \cdot \sin\alpha\tau' d\alpha \right] d\tau \\ &= \int_0^\infty \tau \cdot E(\tau) \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0 \delta(\tau - \tau') d\tau = \tau' \cdot E(\tau') \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 \end{aligned}$$

Et le second terme :

$$\frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty E(\tau) \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0 \left[ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin\alpha\tau \cdot \sin\alpha\tau'}{1 + \operatorname{ch}\alpha} d\alpha \right] d\tau$$

L'Eq. XI.14 devient :

$$\tau' \cdot E(\tau') \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty E(\tau) \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0 \left[ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin\alpha\tau \cdot \sin\alpha\tau'}{1 + \operatorname{ch}\alpha} d\alpha \right] d\tau$$

On a alors d'après McIver:

$$I_E(\tau, \tau') = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin\alpha\tau \cdot \sin\alpha\tau'}{1 + \operatorname{ch}\alpha} d\alpha = \frac{\tau - \tau'}{\operatorname{sh}(\tau - \tau')\pi} - \frac{\tau + \tau'}{\operatorname{sh}(\tau + \tau')\pi}$$

L'Eq. XI.14 s'écrit encore dans ces conditions :

$$\tau' \cdot E(\tau') \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty E(\tau) \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0 I_E(\tau, \tau') d\tau$$

Afin d'assurer le conditionnement numérique de cette équation et d'avoir des nombres réels pour les valeurs propres de la matrice associée, on effectue un changement de variable et on pose :

$$B(\tau) = (\tau \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0)^{\frac{1}{2}} \cdot E(\tau) \text{ et donc aussi } E(\tau) = (\tau \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot B(\tau)$$

On reporte dans l'équation intégrale précédente, il vient successivement :

$$\tau' \cdot (\tau' \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau'\beta_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot B(\tau') \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty (\tau \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot B(\tau) \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0 I_E(\tau, \tau') d\tau$$

$$\tau' B(\tau') \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty \left( \frac{\tau' \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau'\beta_0}{\tau \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot B(\tau) \cdot \operatorname{ch}\tau\beta_0 I_E(\tau, \tau') d\tau$$

$$B(\tau') = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty \left( \frac{\operatorname{ch}\tau\beta_0 \cdot \operatorname{ch}\tau'\beta_0}{\tau\tau' \cdot \operatorname{sh}\tau'\beta_0 \cdot \operatorname{sh}\tau\beta_0} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot B(\tau) I_E(\tau, \tau') d\tau$$

qui s'écrit encore :

$$B(\tau') = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty B(\tau) \cdot (\tau' \tau \cdot th\tau' \beta_0 \cdot th\tau \beta_0)^{-1/2} I_E(\tau, \tau') d\tau$$

Finalement :

$$B(\tau') = \frac{a\omega^2}{g} \int_0^\infty B(\tau) \cdot K_A(\tau, \tau') \cdot d\tau \quad \text{avec } 0 < \tau' < \infty \quad (\text{XI.15})$$

Avec comme noyau de l'équation intégrale :

$$K_A(\tau, \tau') = (\tau' \tau \cdot th\tau' \beta_0 \cdot th\tau \beta_0)^{-1/2} \cdot I_E(\tau, \tau') \quad (\text{XI.16})$$

On voit bien que de cette façon la symétrie du noyau assure l'existence de valeurs propres réelles.

En résumé, la solution de l'équation intégrale (XI.15) permet de calculer la fonction  $B(\tau)$  qui permet ensuite de calculer  $E(\tau)$  que nous reportons dans l'Eq. XI.13 et le système d'équation aux dérivées partielles est alors entièrement résolu.

### XI.3 Résolution Numérique du Problème

Une solution analytique de ce problème ne peut être obtenue, on cherche donc une solution numérique.

Les longueurs d'onde dans la cuve ne présentent pas de valeurs discrètes privilégiées associées aux dimensions de la cuve comme on peut le voir dans le problème décrit dans le plan transformé. Les valeurs des longueurs d'onde d'oscillation dans la cuve varient de 0 à l'infini. On réduit en pratique cet intervalle sur une plage de largeur finie. On approxime donc l'intégrale de Fredholm homogène. On sait que cette intégrale n'a de solution que si le déterminant de la matrice associée est nul.

L'équation (XI.14) s'écrit donc :

$$\frac{1}{\lambda} B(\tau') - \int_0^\infty B(\tau) \cdot K_A(\tau, \tau') \cdot d\tau = 0 \quad \text{avec } \lambda = \frac{a\omega^2}{g} \quad (\text{XI.17})$$

Soit encore



On alors le tableau suivant :

n	$Kc = n(n + 1)/2$	$\omega^2$	$\omega$	f (Hz)
1	1	490,5	22,1472346	3,52483362
2	3	1471,5	38,3601356	6,10519092
3	6	2943	54,249424	8,63404379

**Tableau XI.1** : Les valeurs de la fréquence d'oscillation de la masse liquide

Ce tableau montre que les fréquences les plus basses d'oscillation de la masse embarquée se situent entre 3 et 10 Hz. Cela a été vérifié par les résultats expérimentaux.

## Chapitre XII : Modèle du Wake Oscillator

### XII.1 Mise en équation

Au vu de la géométrie du système de fixation, le mouvement vertical est prédominant par rapport au mouvement horizontal. Nous avons donc dans cette modélisation numérique réduit le champ d'investigation de la dynamique du cylindre en mouvement pendulaire aux seules contributions des oscillations verticales.

La modélisation numérique est fondée sur une extension du modèle de l'oscillateur de sillage. Cette extension consiste à prendre en compte le profil de vitesses obtenu par PIV à la verticale du cylindre. Une seconde extension tient compte de la présence du fond rigide et ses effets modifient l'évolution du terme d'amplification. La prise en compte de l'action de la raideur  $k$ , du frottement  $r$  est classique. Plus délicate est la modélisation de l'effet de la masse d'eau embarquée.

L'étude du sloshing dans un réservoir cylindrique horizontal de section circulaire a été présentée en particulier par **MacIver (1989)**. Dans le cadre d'un fluide parfait isovolume, la méthode consiste à utiliser une transformée conforme qui transforme le domaine fluide en une bande semi infinie. La condition de surface libre est par la suite affichée dans le plan transformé sur un plan horizontal parallèle au fond. A partir d'une solution qui satisfait la condition de fond écrite sous forme d'une intégrale, la condition de surface libre prend la forme d'une équation intégrale de Fredholm homogène dont le noyau est symétrique. L'intégrale continue est ensuite approximé par une série numérique dans laquelle les fréquences d'oscillation apparaissent comme les valeurs propres de la matrice des coefficients de la série. Il est clair que la relation de dispersion est plus complexe que dans le cas d'un réservoir rectangulaire. Une autre approche consiste à considérer que la masse d'eau embarquée se déplace comme un film d'eau le long de la paroi du cylindre. Ce film se comporte alors comme une masse d'eau oscillant dans un tube. Dans ce cas la longueur de la paroi mouillée seule intervient dans le calcul de la fréquence d'oscillation. Le mode d'oscillation retenu est le mode antisymétrique. Dans le cadre des approximations consenties, nous avons adopté la deuxième technique. Nous avons en particulier admis que l'amplitude des efforts induits par le mouvement de la masse d'eau embarquée dépend de l'amplitude du mouvement du cylindre et la fréquence est inversement proportionnelle à la racine carrée de la longueur du "film fluide".

Nous avons donc les deux équations couplées entre le mouvement du cylindre, le mouvement du liquide embarqué et l'effet du lâcher de tourbillon et la vitesse du courant :

$$\begin{aligned} \left(m_s + \frac{\pi}{4} L \rho D^2 C_{m0}\right) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U(y)\right) \frac{\partial y}{\partial t} + h y \\ = \frac{\rho L D}{4} U^2(y) C_{l0} q + B \cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi\right) \end{aligned} \quad (\text{XII.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \varepsilon \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right] (1 - q^2) \frac{\partial q}{\partial t} + \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right]^2 q \\ + \alpha \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right] f_n q^2 = \beta \frac{A}{D} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (\text{XII.2})$$

où:

$y$  est la position du cylindre ;  $h$  est la raideur du ressort

$m_s$  la masse de la structure ;  $C_{m0}$  la masse ajoutée du cylindre ;  $r_s$  l'amortissement structurel

$C_d$  le coefficient de traînée ;  $U(y)$  la vitesse horizontale au droit du cylindre;

$C_{l0}$  le coefficient de portance dans le cas stationnaire ;

$q$  le facteur d'amplification rapport entre le coefficient de portance instantané  $C_l(t)$  et  $C_{l0}$ ;

$l$  la longueur mouillée occupée par la masse d'eau embarquée ;

$\varphi$  la phase du mouvement ;  $B$  est un paramètre qui représente l'amplitude de la force interne

$S_t$  le nombre de Strouhal, voisin de 0.2 pour un nombre de Reynolds de 10000

$\varepsilon$  est un paramètre voisin de 0.3 qui prend en compte l'effet d'auto limitation du mouvement due au lâcher tourbillonnaire ;

$f_n$  est la fréquence propre d'oscillation du système mécanique dans l'eau.

$\alpha$  est le coefficient qui tient compte de la présence de la surface libre supposée rigide comme montré dans Yiming ;  $A$  prend la valeur 12 en l'absence de surface libre ;

$\beta$  prend la valeur 1 en l'absence de surface libre, autrement elle prend en compte la présence de la surface libre.

## XII.2 Commentaires sur les équations du modèle

L'Eq.XII.1 représente l'équation du mouvement du cylindre. Ce dernier est soumis aux effets purement mécaniques comme la raideur du ressort  $h$  , l'amortissement structurel  $r_s$ . Les efforts hydrodynamiques apparaissent dans le terme de masse ajoutée de coefficient  $C_{m0}$ , de

traînée  $C_d$ , du lâcher tourbillonnaire  $C_{l0}$ . L'inconnue  $q$  est le rapport du coefficient de portance instationnaire sur le coefficient de portance en régime stationnaire. Il est classiquement appelé le coefficient d'amplification. Ce terme apparait dans le second membre comme un terme d'excitation du cylindre. Un deuxième terme apparait contenant le coefficient  $B$  et la fréquence circulaire  $\sqrt{2g/l}$ . Comme discuté dans le paragraphe précédent, ces deux termes prennent en compte le mouvement d'oscillation du liquide embarqué. Dans le modèle présenté  $B$  a la dimension d'une force, nous avons fait l'hypothèse que ce paramètre dépend de  $\dot{y}$  la vitesse verticale du cylindre.

L'Eq XII.2 représente l'évolution du facteur d'amplification  $q = 2C_l(t)/C_{l0}$ . Le terme  $2\pi S_t U(y)/D$  représente la fréquence angulaire du lâcher de tourbillon. Le second terme représente l'amortissement qui peut changer de signe selon l'amplitude de l'oscillation. Il amortit le mouvement si la valeur de  $q$  est suffisante, sinon il en augmente l'amplitude de telle sorte que le mouvement est autoentretenu. Le troisième terme représente le terme de raideur. Le quatrième terme représente l'effet de voisinage d'une paroi rigide c'est-à-dire le fond (**Yiming 2016**).

### XII.3 Résolution du système couplé

Le système couplé des équations (XII.1) et (XII.2) est du second degré en temps. On le transforme en système du premier degré d'ordre 4 en posant  $Y(1) = y(t)$ ;  $Y(2) = y'(t)$ ;  $Y(3) = q(t)$ ;  $Y(4) = q'(t)$ . On obtient alors les équations suivantes :

$$Y'(1) = Y(2) \quad (\text{XII.3})$$

$$Y'(2) = -\frac{1}{m} \left( r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U \right) Y(2) - \frac{h h Y(1)}{m} + \frac{1}{m} \frac{\rho L D}{4} U^2 C_{l0} Y(3) + \frac{B}{m} \cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi\right) \quad (\text{XII.4})$$

$$Y'(3) = Y(4) \quad (\text{XII.5})$$

$$Y'(4) = +\varepsilon \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] (1 - q^2) Y(4) - \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right]^2 Y(3) - \alpha \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] f_n Y(3)^2 + \beta \frac{A}{D} Y(2) \quad (\text{XII.6})$$

Les valeurs initiales sont données en fonction de la position du cylindre au départ des expériences, on a en particulier à  $t=0$   $Y(1)=0.02$ ,  $Y(2)=Y(3)=Y(4)=0$ . Les équations sont

ensuite transformées en un système pour lequel on peut utiliser la méthode de Petzold-Gear BDF. Il suffit pour cela de poser :

$$G(1) = -Y'(1) + Y(2) = 0$$

$$G(2) = -Y'(2) - \frac{1}{m} \left( r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U \right) Y(2) - \frac{\square Y(1)}{m} + \frac{1}{m} \frac{\rho L D}{4} U^2 C_{l0} Y(3) + \frac{B}{m} \cos \left( \sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi \right) = 0$$

$$G(3) = -Y'(3) + Y(4) = 0$$

$$G(4) = -Y'(4) + \varepsilon \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] (1 - q^2) Y(4) - \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right]^2 Y(3) - \alpha \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] f_n Y(3)^2 + \beta \frac{A}{D} Y(2) = 0$$

Les valeurs des différents paramètres du modèle son données dans le tableau 1

Paramètres	Symb ole	Définition	Valeur	Wang (2013)	Unités
Amplitude réduite	A*	A/D			Sans dimension
Coefficient trainée	Cd	2F <sub>x</sub> /(ρU <sup>2</sup> DL)			Sans dimension
Diamètre cylindre	D		40	20	mm
Fréquence propre	f <sub>N</sub>		3.34	4.91	Hz
Fréq Vibration	f <sub>osc</sub>				Hz
Fréq. de lâcher	f <sub>V</sub>		1.04		Hz
Rapp. de fréquence	f*	f <sub>osc</sub> /f <sub>N</sub>			Sans dimension
Rapport de masse	m*	4m/(ρπD <sup>2</sup> L)	0.2122	1.	Sans dimension
Reynolds	Re	UD/ν	9000	3000-13000	Sans dimension
Gap ratio	e/D			0.05-2.5	Sans dimension
Strouhal	St	fD/U	0.176		Sans dimension
Nombre de Froude	Fr	U/√gD	0.48		Sans dimension
Vitesse Réduite	U*	U/(f <sub>N</sub> D)	3.90-5.02	1.53-6.62	Sans dimension
Amortissement réduit	ζ	c/2√k/(m + mA)		0.0173	Sans dimension
Effet de fond (Yiming 2016)	α	-1.66e/D - 0.218m * e/D + 1.04			Sans dimension
Effet de fond (Yiming 2016)	β	-0.044e/D - 0.581m * e/D + 1.34			Sans dimension

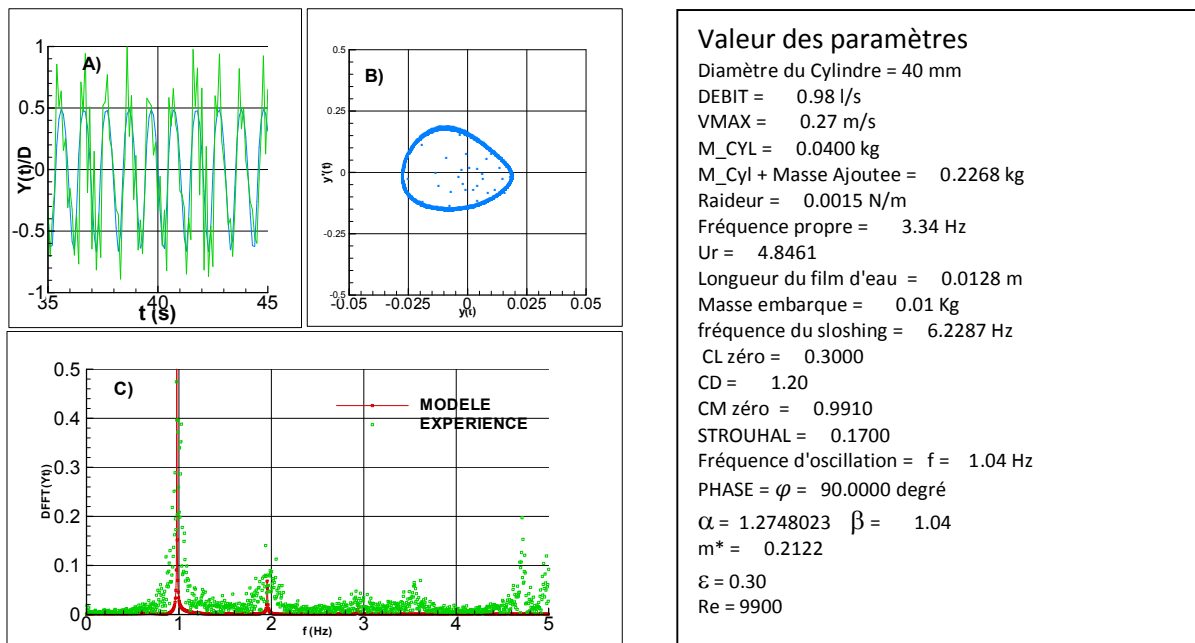
**Tableau XII.1 :** Les paramètres principaux utilisés. La colonne Wang reprend les valeurs des expériences réalisées par Wang(2013) et les valeurs de α et β prenant en compte l'effet de fond sont proposées par Yiming (2016).



## XII.4 Validation du modèle

Pour valider le modèle, nous avons, dans un premier temps, comparé nos résultats expérimentaux correspondants aux paramètres représentés dans le tableau à droite de la Fig XII.1 avec ceux du modèle. Dans un second temps nous avons modélisé les expériences réalisées par **Wang (2013)**, **Govardhan (2000)** et **Yiming (2016)** et comparé les résultats en faisant varier la vitesse réduite et en observant le comportement en amplitude et fréquence du système.

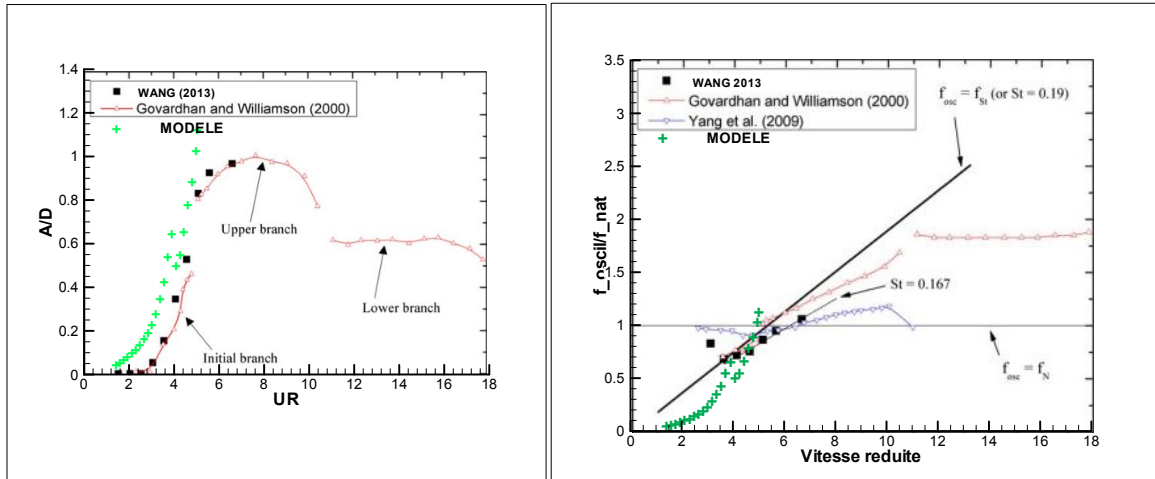
La Fig.XII.1 représente une comparaison des résultats du modèle actuel avec l'expérience réalisée au LOMC pour les valeurs de vitesse maximale de 0.27 m/s. On note une bonne représentation des fréquences d'oscillation  $f_{osc}$  attribués au lâcher de tourbillon et ceux attribués aux effets de traînée. Les expériences réalisées pour différentes positions du cylindre entre les deux riffles montrent que les deux pics compris entre 4 et 5 Hz sont dues aux effets de surface libre.



**FigureXII.1** : Comparaison expériences (en vert) vs. Modèle (en rouge) pour les valeurs de paramètres indiquées dans le tableau de droite. L'amplitude réduite  $Y(t)/D$  est bien représenté de même les deux pics principaux. En B on représente dans le plan de phase le déplacement  $Y(t)$  en fonction de la vitesse  $\dot{Y}(t)$ .

La Fig. XII.2 a pour objet de comparer les résultats numériques actuels avec des résultats expérimentaux donnés par Wang (2013). Le modèle prédit bien la synchronisation en représentant  $A/D$  en fonction de la vitesse réduite. On note un comportement similaire pour la branche dite initiale. Cependant la synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la

vitesse réduite 3.5 à 4 par rapport aux expériences de Govardhan. On observe sur figure de droite la fréquence réduite  $f_{osc}/f_n$  en fonction de la vitesse réduite. L'absence de lock-in est attribuée au confinement. La discontinuité observée semble montrer un comportement de type hystérésis. Notons que sont aussi représentés les résultats expérimentaux donnés par **Govardhan et Williamson (2000)** et **Yang (2009)**.



**Figure XII.2** : Comparaison des résultats numériques avec des résultats expérimentaux de Wang 2013 et Govardhan 2000. On note une corrélation raisonnable des résultats du modèle pour la branche initiale. On représente aussi les résultats de Yang (2009). La synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la vitesse réduite  $UR$ . L'évolution du rapport des fréquences  $f_{osc}/f_n$  augmente avec  $UR$  et ne présente de comportement de type lock-in. La discontinuité des courbes d'amplitude et de fréquence montre un comportement de type hystérésis.

## XII.5 Conclusions

Nous avons étudié le comportement dynamique d'un cylindre monté sur appuis souples placé en dessous d'une surface libre et en présence de fond et de raffles. La position initiale du cylindre ainsi que sa masse réduite ont été fixées en injectant de l'eau dans le cylindre. La méthode expérimentale retenue met en œuvre la technique PIV complétée d'une réduction des données par POD pour analyser l'évolution du champ de vitesse au voisinage de la synchronisation. De façon générale nous avons observé des mouvements pseudo périodiques ou intermittents en représentant la trajectoire du cylindre dans le plan de phase. Afin de mettre en évidence les paramètres significatifs de la dynamique du cylindre, nous avons proposé un modèle de type wake oscillator prenant en compte le fond en introduisant les paramètres proposés par **Yiming (2016)**. La présence de la surface libre et des parois latérales ont été prises en compte en introduisant un profil de vitesse variable avec la position du cylindre. La présence du fond a été prise en compte en introduisant les termes complémentaires dans les équations du couplage, termes introduits par Yiming, notamment.

Les principaux résultats sont reportés ci-dessous :

- La déformée de la surface libre est très fortement dépendante de la distance entre le cylindre et les riffles, de même elle dépend du fonctionnement pendulaire en mode "normal" (axe de rotation en amont du cylindre) ou mode "inversé" (axe de rotation en aval du cylindre).

- Le mouvement du cylindre provoque un blocage pour les grandes valeurs de la flottabilité (cylindre évoluant près de la surface libre). Pour les valeurs plus faibles, un écoulement de type jet prend place alternativement au-dessus et en dessous du cylindre. Le jet inférieur est moins intense que le supérieur.

- Aux grandes Amplitudes réduites  $A/D$ , la surface libre provoque un rebond du cylindre vers le bas.

- Le mouvement du cylindre est pseudo périodique (presque périodique, chaotique et/ou intermittent). Par l'analyse des champs de vitesses correspondant à des positions caractéristiques du cylindre sur sa trajectoire on fait apparaître les structures organisées du sillage proche et des zones de recirculation dans le compartiment associé.

- Les pics dominants du spectre proviennent a) du mouvement d'oscillation de la masse d'eau embarquée, b) de l'interaction du cylindre avec l'écoulement externe, du profil de la vitesse verticale et d) des caractéristiques géométriques et mécaniques du montage.

- Le modèle numérique mis sous la forme d'un système différentiel d'ordre quatre (issu d'une équation de Van der Pol modifiée couplée avec l'équation différentielle du mouvement du cylindre) est résolu en utilisant une méthode de Petzold-Gear BDF incluant de la méthode de Newton et de Runge-Kutta. Elle permet de représenter de façon satisfaisante le comportement du cylindre au voisinage et lors de la synchronisation. Les résultats sont comparables à ceux réalisés par Wang pour un cylindre en présence d'un fond. Cependant, les pics du spectre des résultats expérimentaux correspondant aux fréquences les plus élevées ne sont observables qu'en utilisant des valeurs de paramètres assez différents de ceux du modèle expérimental.

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

### CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous avons conçu un dispositif simple du Jig artisanal qui permet de générer un mouvement oscillatoire d'une structure rectangulaire mince et maillée. Ce dispositif est constitué d'un canal rectangulaire compartimenté appelé sluice sur lequel un cylindre muni d'un filet vibre sous l'effet de l'écoulement à surface libre confiné. Une étude préliminaire axée sur la configuration du champ de vitesse d'écoulement autour d'une plaque perforée en mouvement impulsionnel précède l'analyse de l'écoulement autour de cette maquette Jig artisanal. Notre contribution principale dans cette thèse a porté sur l'étude de l'interaction entre une structure cylindrique remplie partiellement d'eau animée d'un mouvement pendulaire et un écoulement confiné. Nous pensons que les résultats obtenus amélioreront la connaissance du mécanisme d'un Jig à grille mobile

Nous avons appliqué deux approches pour la réalisation de nos travaux : une approche expérimentale et deux approches numériques. Dans un premier temps, une simulation numérique sur le logiciel Ansys nous a permis d'effectuer une comparaison du champ de vitesse de l'écoulement autour d'une plaque perforée fixe avec celle mesurée expérimentalement. Dans un second temps, la mise en œuvre du modèle numérique d'oscillateur fluide nous a permis de modéliser la dynamique de l'interaction entre le cylindre en mouvement pendulaire et l'écoulement confiné. L'étude de la fréquence de ballotement du liquide dans un cylindre à partir du modèle **Maclver** complète l'approche numérique

Concernant l'approche expérimentale, nous avons effectué des mesures de forces de l'écoulement subi par le cylindre au moyen d'un ensemble de matériels destinés à mesurer les signaux hydrodynamique. La mesure du champ de vitesse autour du cylindre lors de son mouvement dans l'écoulement a été réalisée à travers les différents matériels et techniques PIV.

Les traitements des données expérimentales, notamment les signaux des forces hydrodynamiques nous ont permis de proposer une méthode de filtrage temporelle du signal à basse fréquence. Ceci couplée avec la méthode d'interpolation spectrale développée par **Rajaona et al** permet de lisser les points de la composante verticale du mouvement du cylindre dans l'écoulement. Afin de mieux interpréter le champ de vitesse issu de la technique PIV, nous avons réduit la dimension de la matrice du champ au moyen de la méthode POD.

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Sur le plan fondamental, ce travail nous a permis d'étudier un modèle de calcul numérique couramment utilisée dans le domaine maritime pour calculer la fréquence d'oscillation d'une carène liquide dans une section cylindrique. Nous avons pu valider la fréquence trouvée expérimentalement dans les spectres grâce au résultat du calcul numérique obtenu par ce modèle. Nous avons également appliqué un modèle numérique du couplage fluides-structure basé sur le modèle d'oscillateur fluide pour prendre en compte la dynamique de l'interaction entre le cylindre et l'écoulement confiné. Nous avons pu valider le modèle en comparant nos résultats avec ceux des résultats de **Govardhan** et **Wang**. Nous avons trouvé une bonne corrélation concernant notamment la branche initiale associée à l'évolution de la vitesse réduite en fonction de l'amplitude du mouvement.

Les principaux résultats expérimentaux que nous avons obtenu se rapportent essentiellement d'une part sur l'organisation de la zone de recirculation observée sur une plaque perforée en mouvement impulsif dans l'écoulement et d'autre part sur la caractérisation de l'écoulement dans le compartiment ainsi que sur l'analyse spectrale de l'effort vertical subi par le cylindre équipé d'un filet puis seul au cours de son mouvement.

Nous avons montré que la présence du filet anéantit la naissance de la zone de recirculation et que la configuration en mode inversé du cylindre ne donne pas lieu ni à un grand mouvement du cylindre, ni à une zone de recirculation de l'écoulement qui est susceptible de happer les particules lourdes puisque que le jig est principalement utilisé pour récupérer les minéraux lourds.

Par contre, grâce au réglage des paramètres de la masse embarquée dans le cylindre et la vitesse à la surface libre, il est possible de générer un mouvement quasi-périodique du système cylindre - masse embarquée. Nous jugeons que ce résultat est important pour le dimensionnement d'un prototype du jig artisanal dont la conception est basée sur la maquette expérimentale de notre étude.

Le code numérique développé pour la réduction du champ de vitesse par POD permet de traiter des données avec un format simple sous forme des colonnes et des lignes, il peut être utilisé par quiconque pour réduire des données autre que du champ de vitesse, il serait donc intéressant de l'appliquer pour les données de sondage dans le domaine minier par exemple puisque que la seule entrée dans le code est le nombre de ligne et le nombre de colonne.

Notons pour terminer que ce présent travail financé par l'AUF s'est focalisé seulement sur l'écoulement dans le compartiment et sur la vibration verticale d'une structure dans un

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

écoulement sans prendre en compte la cinématique d'une particule solide. Une autre perspective intéressante serait alors d'étudier dans un premier temps la vibration horizontale de la maquette jig puis dans un deuxième temps d'analyser le mouvement d'un ensemble de particule au sein de l'écoulement confiné afin de valider l'hypothèse qui stipule que les zones recirculations sont les zones les plus favorables aux dépôts des minéraux lourds

### Références bibliographiques

- Adrian, R.J., (1991).** Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. Annual Rev Fluid Mechs 23 : 261-304
- Adrian R.J., (1989).** “Engineering applications of particle image velocimeters”, ICALEO’89, Optical Methods in Flow and Particle Diagnostics, pp. 56-71.
- Beck, A.J.G., Holtam, P.N., 1993.** Computer simulation of particle stratification in two dimensional batch jig. Miner. Eng. 6,523.
- Blevins, R.D., 1990.** Flow-Induced Vibrations. Van Nostrand Reinhold, New York.
- of Vortex-Induced Vibration. J. Sound Vib. 329, 5452–5473.
- Bearman, P.W., 1984.** Vortex shedding from oscillating bluff bodies. Annu. Rev. Fluid Mech. 16, 195-222.
- Bearman, P.W., Zdravkovich, M.M., 1978.** Flow around a circular cylinder near a plane boundary. J. Fluid Mech. 89, 33–47.
- Bernitsas, M.M., Raghavan, K., Maroulis, D., 2007.** Effect of free surface on VIV for energy harnessing at  $8 \times 10^3 < Re < 1.5 \times 10^5$ . Offshore Mech. Arct. Eng.
- Bishop, R.E.D., Hassan, A.Y., 1964.** The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. Proc.R.Soc.London Ser . A (277), 51-57.
- Blevins, R.D., 1990.** Flow-Induced Vibrations. Van Nostrand Reinhold, New York.
- Brika,D., Laneville, A., 1993.** Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder.J. Fluids Mech. 250, 481-508.
- Brika,D., Laneville, A., 1995.** An experimental study of a aeolian vibrations of a flexible circular cylinder at different incidences. J. Fluids Struct. 9, 371-391.
- Buntenbach, S., Petit, E., Hoberg, H., 1997.** Aufber-Tech. 38, 130-138.
- Carberry, J., Sheridan, J., Lin, J.C., Rockwell, D.O., 1998.** Cross-stream oscillations of cylinder adjacent to a free-surface : Flow patterns and loading . 13<sup>th</sup> Australian. Fluids Mech Conf.
- Chami, A., 1997 :** Etude numérique et expérimentale de l’écoulement accéléré autour d’un cylindre circulaire. Thèse de doctorat, Université du Havre, Laboratoire de Mécanique
- Chung Meng-Hsuan, 2016,** Two-degree-of-freedom vortex induced vibration of low-mass horizontal circular cylinder near a free surface at low Reynolds number , International Journal of Heat and Fluid Flow 57 (2016) 58–78

- Chung, M.-H., 2016.** Two-degree-of- freedom vortex induced vibration of low-mass horizontal circular cylinder near a free surface at low Reynolds number. *J.Heat fluids flow.* 57, 56-57.
- Chung, M.-H., 2016.** Tansverse vortex-induced vibration of spring-supported circular cylinder translating near a plane wall. *Eur. J. Mech B* : 55, 88-103.
- Carberry, J., Sheridan, J., Rockwell, D.O., 2004.** Cylinder oscillations beneath free-surface. *Eur. J. Mech B* : 23, 81-88.  
oscillating circular and D-section cylindres, Master's thesis, University of British Columbia, Vancouver BC, Canada.
- Facchinetti, M.L., De Langre, E., Biolley, F., 2004.** Coupling of structure and wake oscillators in Vortex-Induced Vibrations. *J. Fluids Struct.* 19, 123–140.
- Fredsoe, J., Sumer, B., Andersen, J., Hansen, E., 1987.** Transverse vibrations of a cylinder very close to a plane wall. *J. Offshore Mech. Arct. Eng.* 109, 52–60
- Feng, C.C., 1968** The measurement of vortex-induced effects on past stationnary and oscillating circular and D-section cylindres, Master's thesis, University of British Columbia, Vancouver BC, Canada.
- Gaudin, A.M., 1939.** Principles of Mineral Dressing. McGraw-Hill, New York, Chap. 12.
- Golub G.H., Van Loan C.F., (1989),** “Matrix Computations” – Baltimore, Lonfon: The Johns Hopkins University Press.
- Govardhan, R., Williamson, C.H.K., 2000,** Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Jornal of Fluid Mechanics* 420, 85-130
- Govardhan, R., Williamson, C.H.K., 2000.** Modes of vortex formation and frequency response for freely vibrating cylinder. *J.Fluids Mech.* 420, 85-130.
- Griffin,O.M., Ramberg, S.E., 1982.** Some recent studies of vortex shedding with application to marine tubulars and risers. *Trans. ASME J ; Energy Ressour. Technol.* 104, 2-13
- Houot, R., Joussemet, R., 1991.** Concentration gravimétrique. *Tech.Ing.*
- Hartlen, R. T., Currie, I. G., 1970.** Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. *J.Eng Mech Div.* 96, 577-591.
- Husson, D., canal-jig.** [daniel.husson1@libertysurf.fr](mailto:daniel.husson1@libertysurf.fr)
- Iwan, R.D., Blevins, R.D., 19974.**A model for vortex of vortex-induced oscillation of structure. *J. Appl Mech. Trans. ASME.* 96, 581-586.
- Jinnouchi, Y., Kawashima, S., 1979.** How to predict and optimize the pulsation in the air-pulsated jig. 8th Int. Coal. Prep Cong. 157, Paper B5.



- Jinnouchi, Y., Kita, S., Tanaka, M., Sawada, Y., 1984.** New trends in theory and technology of the air pulsated jigs in Japan. *Miner Metall. Process.* 1, 76.
- Karantzavelos, G.E., Frangicos, A.Z., 1984.** Contribution to the modeling of jiggling process. *Control 84 Min. Metal. Process, AIME, NY.* 97, Chapter 12.
- Kelly, E.G., Spottiswood, D.J., 1982.** Introduction to Mineral Processing. John Wiley and Sons. 250-254.
- Khalak, A., Williamson, C.H.K., 1997a.** Fluid forces and dynamics of a hydroelastic structure with very low mass and damping. *J. Fluids Struct.* 11, 973-982.
- Khalak, A., Williamson, C.H.K., 1997b.** Investigation of relative effects of mass and damping in vortex-induced vibration of a circular cylinder. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 69-71, 341-350.
- Khalak, A., Williamson, C.H.K., 1999.** Motions, Forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. *J. Fluids Struct.* 13, 813-851.
- Khalak, A., Williamson, C.H.K., 1996.** Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. *J. Fluids Struct.* 10, 455-472.
- King, R., 1977.** A review of vortex shedding research and its applications. *Ocean. Eng.* 4, 141-171.
- Krenk, S., Nielsen, S., 1999.** Energy balanced double oscillator model for vortex-induced vibrations. *J. Eng Mech.* 125 (3), 263-271.
- Li, X., Abbott, J., 1993.** Simulation of jiggling process. *Coal. Prep.* 13, 197-207.
- Lighthill, J., 1986.** Fundamentals concerning wave loading on offshore structures. *J. Fluid Mech.* 173, 667-681.
- Mayer, F.W., 1964.** Fundamentals of a potential theory of the jiggling process. *Proc. of 7th Int. Miner. Proc. Cong. Gordon & Breach, New York.* 75, Part 2.
- Miller, D. J., 1991.** Design and operating experience with goldsworthy Mining Limited batac jig and spiral separator iron ore beneficiation plant. *International Symposium of Gravity Separation Technology. Miner Eng.* 4,3-4.
- Mishra, B.K., Mehtotra, S.P., 1998.** Modelling of Particle Stratification in Jigs by The Discrete Element Method. *Miner. Eng.* 6, 511-522.
- Mishra, B.K., Adhikari, B., 1999.** analysis of fluid motion during Jiggling. *Miner Eng.* 12, 1469-1477.
- Mishra, B.K., Mehtotra, S.P., 2001.** A Jig Model Based on Discrete Element Method and its Experimental Validation. *Int. J. Miner. Process.* 63, 177-189.

- McIver, P.**, 1989, Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth, *Journal of Fluid Mechanics*, 201, 243-257
- Noack, B., Ohle, F., Eckelmann, H.**, 1991. On cell formation in vortex streets. *J. Fluids Mech.* 227, 293-308.
- Newman, D.J., Karniadakis, G.E.**, 1997. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *J. Fluid Mech.* 344, 95–136.
- Ogink, R.H.M., Metrikine, A.V.**, 2010. A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling.
- Pantazopoulos, M.S.**, 1994. Vortex-Induced Vibration parameters: Critical Review. American Society
- Parkinson, G.V.**, 1989. Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of bluff bodies. *Prog. Aerosp. Sci.* 26, 169-224.
- Payne F., Lumley J.**, (1967), “Large eddy structure of the turbulent wake behind a Circular cylinder”, *Phys. Fluid*, Vol. S 194.
- Raffel, M., Willert, C., kompenhans, J.** (1998) *Particule Image Velocimetry, A Practical Guide*, Springer-Verlag, Berlin.
- Raghavan, K., Bernitsas, M.M., Maroulis, D.**, 2007. Effect of bottom boundary on VIV for energy harnessing at  $8 \times 10^3 < Re < 1.5 \times 10^5$ , *ASME J. Offshore Mech. Arct. Eng.* 13, 3.
- Rajaona, R. D. et Sulmont P.**, (1985), « A method of Spectral Analysis Applied to Periodic and Pseudoperiodic Signals », *Journal of Computational Physics*, Vol 61, pp. 186-193.
- Rajaona, R.D.**, 1987: Phénomènes pseudopériodiques et écoulements autour d’un cylindre circulaire. Thèse de doctorat d’état, Ecole Nationale Supérieure de Mécaniques de Nantes.
- Rajaona R.D. et Ramanakoto T.**, (2013), « On the intrinsic mechanism of wakes interferences past two cylinders towed beneath free surface », *Proceedings of the ASME 2013, 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE2013*, Nantes, France.
- Ramanakoto, T.N.**, (2014) « Contribution à l’étude expérimentale des écoulements à Surface libre, Application à l’interaction de sillages et à l’écoulement dans un sluice artisanal » ; These de doctorat à l’Univesité du Havre ;
- Rong, R.X., Lyman, G.J.**, 1991a. The mechanical behavior of water and gas phases in a pilot scale baum jig. *Coal Prep.* 9, 85.
- Rong, R.X., Lyman, G.J.**, 1991b. Modelling jig bed stratification in a pilot scale baum jig. *Min. Eng.* 4, 611.

- Rong, R.X., Lyman, G.J., 1993a.** A new energy dissipation theory for jig bed stratification: Part 1. *Int. J. Miner. Process.* 37, 165.
- Rong, R.X., Lyman, G.J., 1993b.** A new energy dissipation theory for jig bed stratification: Part 2. *Int. J. Miner. Process.* 37, 189
- Sarpkaya, T., 1979.** Vortex-induced oscillations, a selective review. *ASME J. Appl. Mech.* 46, 241-258.
- Sarpkaya, T., 1995.** Hydrodynamic damping, Flow-induced oscillations, and biharmonic response. *ASME J. Offshore Mech. Arctic Eng.* 117, 232-238.
- Sirovich L., (1987),** "Turbulence and the dynamics of coherent structures part 1: coherent structures", *Quarterly of Applied Mathematics XLV Vol. 3*, pp 561-571.  
y of Mechanical Engineers, New York, United States
- Srinivasan, R., Mishra, B.K., Mehrotra, S.P., 1999.** Simulation of particle stratification in jigs. *Coal Prep.* 20, 55.
- Stepanova, A.G., Gurvich, G.M., 1968.** New trends in theory and technology of jiggling the minerals. *Proc. 8th Int. Min. Process. Cong, Leningrad, C2.*
- Tavares, L.M., King, R.P., 1995.** A useful model for the calculation of the performance of batch and continuous jigs. *Coal Prep.* 15, 99.
- Vandiver, J.K., 1993.** Dimensionless parameters important to prediction of vortex
- Vetter, D.A., Brouckaert, C.J., Wright, D.W., 1987.** A dispersion model of particle separation, with specific applications to the batch jiggling of particles. *APCOM 87, Proc. Twentieth Symp. On Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries. Metallurgy, vol. 2. SAIMM, Johannesburg, p. 127.*
- Vinogradav, N.N., Rafales-Ramarka, E.E., Kollody, K.K., Egorov, N.S., Melik-**  
-induced vibration of long flexible cylinders in ocean currents. *J. Fluids Struct.* 7, 423-455.
- Wang, X.K., Hao, Z., Tan, S.K., 2013.** Vortex-induced vibrations of a neutrally buoyant circular cylinder near a plane wall, *J. Fluids Struct.* 39, 188-2004.
- Williamson, C.H.K. , Govardhan, R., 2004.** Vortex Induced vibrations. *Annu. Rev Mech.* 36, 413-455.
- Williamson, C.H.K., Roshko, A., 1988.** Vortex formation in the wake of oscillating cylinder. *J. Fluids Struct.* 2, 355-381.
- Xia, Y.K., Peng, F.F., 2007.** Numerical simulation of fine coal in oscillatory flows. *Miner. Eng.* 20, 113-123.

**Yang, B. , Gao, F.P., Wu, Y.X., Li, D.H., 2006** Experimental study on vortex-induced vibrations of submarine pipeline near seabed boundary in ocean currents, *China Ocean Eng.* 20(1), 113-121.

**Yiming, J. , Ping, D., 2016.** A novel Wake Oscillator Model for simulation of cross-flow vortex induced vibrations of a circular cylinder close to a plane boundary , *Ocean Engineering*,117,57-6

**Yang, B., Gao, F., Jeng, D.S., Wu, Y., 2009.** Experimental study of Vortex-Induced Vibrations of a cylinder near a rigid plane boundary in steady flow. *Acta Mech. Sin.* 25, 51–63.

**Zhao, M., Cheng, L., 2011.** Numerical simulation of two-degree-of-freedom VortexInduced Vibration of a circular cylinder close to a plane boundary. *J. Fluids Struct.* 27, 1097–1110.

ANNEXES

**ANNEXES**

ANNEXE I : PUBLICATION AUX 15<sup>ème</sup> JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE  
22-24 NOVEMBRE 2016-BREST



**en oscillation pendulaire dans un écoulement confiné en dessous d'une  
Surface Libre**

***Dynamical behaviour of a partially filled cylinder oscillating in pendular  
motion in a confined flow beneath a free surface***

**D.R. Rajaona, C.D. Randrianantenaina<sup>(1)</sup>**

**T. Ramanakoto, L. Rakotondrajaona, E. Rasolomanana<sup>(2)</sup>**

<sup>(1)</sup> Université de Normandie, Le Havre Université, LOMC, UMR CNRS 6492,

<sup>(2)</sup> Université d'Antananarivo, ESPA, Laboratoire de Géosciences.

**Résumé**

Le comportement dynamique d'un cylindre creux monté sur appuis souples est présenté. Le cylindre ( $m=50g$ ,  $D=4$  cm,  $L=25$  cm) oscille en mode pendulaire dans un domaine fluide limité par la surface libre (SL), le fond du canal rempli d'eau ( $l=2m$ ,  $b=0.30$  m,  $H=0.15$  m) et deux parois verticales entièrement immergées appelées ripples ( $h=0,10$  m,  $e=0.01$  m) distantes de  $d=0.25m$ . Le système oscille de façon chaotique ou presque périodique selon la vitesse du courant  $U$ , l'orientation du support des ressorts  $\alpha$ , la distance cylindre-ripple  $D1$ , la masse réduite  $m^*$ . De plus le champ de vitesses dans le sillage proche est mesuré en utilisant une technique PIV et permet de quantifier le profil de vitesse au droit du cylindre dont la flottabilité est ajustée en y injectant de l'eau. Une balance hydrodynamique permet en outre de mesurer les efforts appliqués sur les ressorts et par suite le déplacement du cylindre. Enfin une méthode numérique fondée sur le modèle d'un oscillateur de sillage est généralisée pour permettre de prendre en compte les effets de confinement subis par cylindre, notamment les interactions entre le système et le fluide et la proximité du fond décrit dans Yiming (2016), le rapport  $D1/d$  et la quantité d'eau embarquée.

**Summary**

The dynamical behaviour of an elastically mounted hollow cylinder is studied. The cylinder ( $m=50g$ ,  $D=4$  cm,  $L=25$  cm) oscillates as a pendulum in a fluid domain limited by the Free Surface (SL), the bottom of a water channel ( $l=2m$ ,  $b=0.30$  m,  $H=0.15$  m) and two immersed vertical walls the so called ripples ( $h=0, 10$  m,  $e=0.01$  m) distant each other from  $d=25$  cm. The system shows oscillating or pseudo periodic motions depending upon the flow velocity  $U$ , the spring support orientation  $\alpha$ , the cylinder-ripple distance  $D1$ , the reduced mass  $m^*$ . Indeed, the velocity field in the near wake is measured by using a Particle Image Velocimetry technique and allows the quantification of the velocity profile above the cylinder for which the flottability value is adjusted by injection of water. A 3D force transducer is used to measure the forces acting onto the spring support and as a consequence the cylinder displacement. At last a numerical method inspired by the wake

oscillator model as described in Yiming (2016) is used accounting for the cylinder confinement due to the bottom proximity, the mass of additional water, the ratio  $D1/d$  and the fluid cylinder interaction.

## 1- Introduction

Les écoulements autour du cylindre circulaire ont été longuement étudiés dans la littérature. Le paradoxe entre la simplicité de la géométrie du cylindre et la complexité des phénomènes générés a été une des raisons de cet engouement. D'un point de vue plus pragmatique, le cylindre est un élément de structure que l'on rencontre très fréquemment dans l'ingénierie océanique, Bearman (1978), Fredsoe (1987).

La complexité de l'écoulement s'illustre d'abord par la nature du champ de pression et de vitesse autour de l'objet. Le champ de vitesse change de nature selon la vitesse de l'écoulement. Les configurations de l'écoulement dépendent du nombre de Reynolds,  $R_e = VD/\nu$  où  $V$  est la vitesse de l'écoulement externe en m/s,  $D$  le diamètre du cylindre en m,  $\nu$  la viscosité cinématique qui est le rapport entre la viscosité dynamique  $\mu$  et la masse volumique  $\rho$  du fluide. Le nombre de Reynolds  $R_e$  définit le rapport entre les efforts d'inertie et de viscosité. Au fur et à mesure que l'on augmente la vitesse de l'écoulement, ce rapport grandit et la configuration du sillage proche évolue jusqu'à l'apparition de deux zones de recirculation, conséquence du décollement de la couche limite. Pour un nombre de  $R_e$  supérieur à 40 on observe un détachement alternatif sur un côté puis sur l'autre. La fréquence  $f_0$  en Hz du lâcher tourbillonnaire est gérée par le second paramètre qui est le nombre de Strouhal  $S_t = f_0 D/V$ . Le développement de ces tourbillons lâchés dans le sillage du cylindre constitue l'allée de Von Karman.

Les deux paramètres  $R_e$  et  $S_t$  permettent de classer les configurations autour du cylindre. On distingue les régimes laminaire, subcritique, critique et supercritique. Le régime subcritique est caractérisé par un nombre de Strouhal qui évolue au voisinage de 0.2 pour une plage de  $R_e$  compris entre 40 et 300000. Dans le cas bidimensionnel une couche de cisaillement libre sépare l'écoulement en deux zones: l'une qui se rapproche de l'écoulement d'un fluide à très faible viscosité donc à potentiel de vitesse et l'autre caractérisée par la longueur  $L$  qui sépare la base du cylindre d'un point d'instabilité où se croisent les couches de cisaillement issues de chaque côté du cylindre. On montre que ce point est un point selle, il appartient à 3 zones, celles de la recirculation issues des deux côtés et celle de l'écoulement libre. La longueur  $L$  de circulation croît avec le nombre de Reynolds et sa limite supérieure indique l'instant du lâcher instationnaire décrit plus haut. Son évolution est souvent utilisée pour caractériser le taux d'instationnarité du lâcher alterné, comme dans le cas d'un écoulement stationnaire, uniformément accéléré ou impulsif. La présence d'une surface libre modifie aussi sensiblement le sillage et le caractère instationnaire. Citons l'apparition d'une anticipation du lâcher de tourbillons en présence d'une surface libre pour un cylindre en translation, anticipation attribuée à un écoulement de type jet, fortement cisailé entre SL et le côté de l'objet.

Il convient enfin de rappeler que les lâchers de tourbillons engendrent une fluctuation du champ de pression autour du cylindre et peut provoquer les vibrations de l'obstacle en particulier si celui-ci est monté sur appuis souples, Blevins (1990). De nombreuses études ont aussi été menées pour l'étude de l'interaction d'un cylindre vibrant avec l'écoulement externe, Williamson (1996) (2000), Newman (1997), Pantazopoulos (1994), Fachinetti (2004), Ogink (2010). Le phénomène appelé VIV (Vortex Induced Vibrations) est exploité dans quelques techniques de récupération de l'énergie injectée par l'écoulement sur le cylindre ou d'autres permettant d'éviter la rupture de la structure si les vibrations sont proches de la fréquence de résonance.

L'objet de l'étude présenté consiste en un cylindre monté sur appuis souples placé dans un compartiment séparé par deux obstacles fixes verticaux appelés "ruffles" au milieu d'un canal à surface libre. Ce canal à surface libre compartimenté est habituellement utilisé par les orpailleurs pour augmenter le rendement de l'exploitation. Notre étude est menée en collaboration avec une équipe du laboratoire de l'Université d'Antananarivo travaillant sur le transport de particules dans ce dispositif. C'est pourquoi ce papier est structuré de la façon suivante: dans la section 2, on pose le problème puis on décrit la technique expérimentale en section 3 et quelques résultats en section 4,

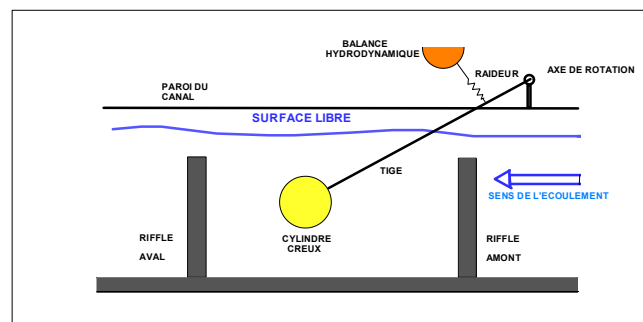
une méthode numérique fondée sur le modèle de l'oscillateur de sillage est présentée en section 5, le modèle présenté prend en compte les effets du compartimentage qui génère un profil de vitesse non uniforme et la présence d'un liquide injecté dans le cylindre qui règle sa flottabilité mais qui engendre un effet de carène liquide. Enfin le gap entre le cylindre et le fond est pris en compte comme l'ont fait plusieurs auteurs, Yang (2009), Wang (2013). La présence du fond modifie le mode de lâcher et de nouveaux modèles sont proposés dans le modèle de l'oscillateur de sillage, Yiming (2016).

## 2- Position du problème

Un canal hydrodynamique de longueur 2m, de largeur 20 cm et de profondeur 15 cm est le siège d'un écoulement à surface libre généré par une alimentation à débit réglable. Le canal est compartimenté par des cloisons verticales d'une épaisseur de 10 mm et d'une hauteur de 7 cm séparées les unes des autres de 25 cm. Un tranquilliseur de type nid d'abeilles est placé en entrée du canal pour obtenir un écoulement faiblement turbulent. Un cylindre d'une masse de 50 grammes, d'une longueur de 15 cm, d'un diamètre de 4 cm est placé entre deux compartiments et est susceptible d'osciller suivant un mouvement pendulaire. Le cylindre creux horizontal en polystyrène est relié à ses deux extrémités à un axe de rotation par deux tiges de 30 cm de long. L'axe est lui-même relié rigidement aux parois latérales du canal par une liaison réglable en translation verticale et horizontale. Cet ensemble est placé dans une cuve de visualisation qui permet d'alimenter en continu le canal hydrodynamique.

L'objectif du travail est, dans un premier temps, de caractériser expérimentalement le champ de vitesse autour du cylindre et sa dynamique en mesurant son déplacement ainsi que les efforts appliqués. Dans un second temps, on propose un modèle numérique simulant l'interaction fluide-structure issu du modèle wake oscillator. Les originalités du travail résident dans le fait que le cylindre est placé dans un écoulement confiné limité par le fond, les deux parois verticales et la surface libre et que sa position initiale est réglée par une quantité d'eau à l'intérieur.

Le schéma de principe de l'ensemble du dispositif est représenté sur la Fig. 1



**Figure 1:** Schéma de principe de l'ensemble du dispositif en mode dit "normal" (axe de rotation en amont du cylindre). Le cylindre "monté sur appuis souples" est en mouvement pendulaire autour de l'axe de rotation et placé dans l'écoulement de vitesse moyenne  $V_0$ . Les deux riffles amont et aval perpendiculaires au fond délimitent le compartiment étudié dans le dispositif PIV

## 3 - Méthode expérimentale

La méthode expérimentale permet de mesurer le mouvement du cylindre de deux façons. D'une part le support du cylindre est relié à une balance hydrodynamique que l'on positionne au moyen d'un robot trois axes. L'allongement du ressort est proportionnel au déplacement. Les efforts sont transmis par le ressort à la balance, elle-même constituée par un barreau équipé d'un capteur de force trois composantes de marque KISTLER positionné par un robot 3 axes. D'autre part un système de visualisation permet de reconstituer le déplacement du cylindre.

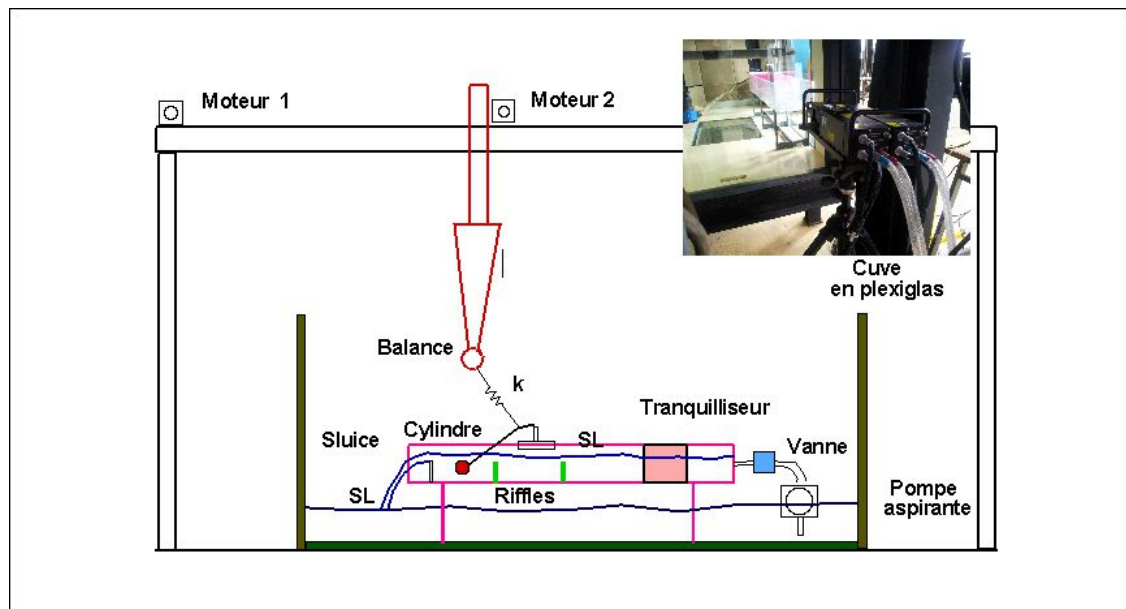


La caméra est intégrée dans un dispositif qui permet la mise en œuvre une technique PIV en vue de mesurer le champ vitesse autour du cylindre. Le traitement des paires d'images est réalisé en utilisant DIRECTPIV. La réduction des données est faite en utilisant la méthode POD. Pour régler les conditions initiales, en particulier la flottabilité du cylindre, on injecte une quantité connue d'eau via une seringue. Au cours du mouvement le liquide interne oscille (carène liquide) et génère des forces internes qui interagissent avec le mouvement propre du cylindre.

### 3.1 Dispositif expérimental

Une pompe immergée aspire l'eau de la cuve de visualisation. Cette cuve de 2m de longueur, 1m de largeur et 1m de hauteur est fabriquée en verre. La pompe possède un diamètre 0.019m et une puissance 0.3KW. La capacité d'aspiration est de 3m. Un flotteur permet de régler la hauteur d'eau. La pompe injecte l'eau aspirée dans un petit canal compartimenté de longueur 2m, largeur 0.20m et de profondeur 0.15m construit en plexiglas et placé dans la cuve. Le réglage du débit se fait par un robinet à vanne réglable. Le petit canal, placé dans la cuve de visualisation, est compartimenté par trois parois verticales d'une hauteur de 7 cm distantes de 0.25m. Des pailles circulaires de 18 cm de long sont empilées dans le sens de l'écoulement à l'entrée du canal afin de réduire l'intensité de la turbulence de l'écoulement amont. Le cylindre creux de longueur 0.15m et de diamètre 4cm en Polyvinyl chloride est placé horizontalement dans un compartiment. Les deux extrémités du cylindre sont reliées respectivement par deux tiges en acier de longueur 0.21m qui pivotent autour d'un axe horizontal. La position de l'axe de pivotement sur les bords supérieurs de la paroi du canal peut varier à l'aide d'un système coulissant. Ce système permet, de plus, de modifier la pente des deux tiges précédentes pour le positionnement du cylindre par rapport à la profondeur du compartiment au départ d'une expérience.

Le dispositif PIV consiste en une caméra CCD PULNIX DualTap AccuPIXEL, RM-6740, avec un objectif muni d'une lentille d'une focale de 25 cm ; la résolution de l'image est de 640(H) x 480(V) pixels, et la fréquence de capture est de 30Hz. Un boîtier synchronise la fréquence d'émission du faisceau laser et permet la capture des successions d'images par la caméra placée perpendiculairement au plan laser. Le pas de temps d'acquisition d'une paire d'images est de 0.033s.



**Figure 2:** Vue d'ensemble du système; les moteurs 1 et 2 permettent le réglage en position de la balance hydrodynamique; le canal à surface libre en rose est placé dans une cuve de visualisation; la photographie en encart représente l'orientation des lasers dans l'axe du canal et de la cuve

Un barreau de 0.04m de diamètre fait office de balance hydrodynamique et permet de mesurer les efforts. Il est muni à son extrémité d'un capteur de force piézométrique KISTLER à trois axes, il enregistre et délivre les efforts appliqués sous forme d'une tension amplifiée par un amplificateur de charge KISTLER. Un oscilloscope électronique TEKTRONICS à 4 voies permet une analyse en direct des efforts mesurés.

### 3.2 Traitement des mesures

#### 3.2.1-Réduction du champ de vitesse par méthode POD

La technique PIV utilisée permet d'acquérir 400 paires d'images du champ de vitesse instantanées. Le post traitement des champs de vitesse fait appel à une méthode statistique multi-variable POD souvent employée en Mécanique des fluides. Cette méthode consiste à constituer à partir des 400 paires d'images relatives à chaque pas de temps d'acquisition la matrice servant à l'analyse et ensuite de la décomposer en trois matrices par décomposition en valeurs singulières. On met ensuite en évidence les valeurs singulières les plus significatives à partir desquelles on peut recomposer la matrice servant à la réduction des données et dégager la configuration globale du champ de vitesse de l'écoulement et mettre en évidence les zones de recirculation les plus significatives. Un code numérique écrit en Fortran a été élaboré pour la mise en œuvre de la méthode.

#### 3.2.2 Relevé de la trajectoire par visualisation

Le relevé de la trajectoire du cylindre par visualisation se fait sur le logiciel Image J 14.7 version Windows 32 bits. Cette application permet de charger des séquences d'images puis d'effectuer l'étalonnage d'une image de référence, ensuite d'appliquer automatiquement le paramétrage sur l'ensemble des 400 images d'origine. Le relevé des coordonnées géométriques du centre du cylindre permet la reconstruction de sa trajectoire

#### 3.2.3 Reconstitution du signal par interpolation spectrale

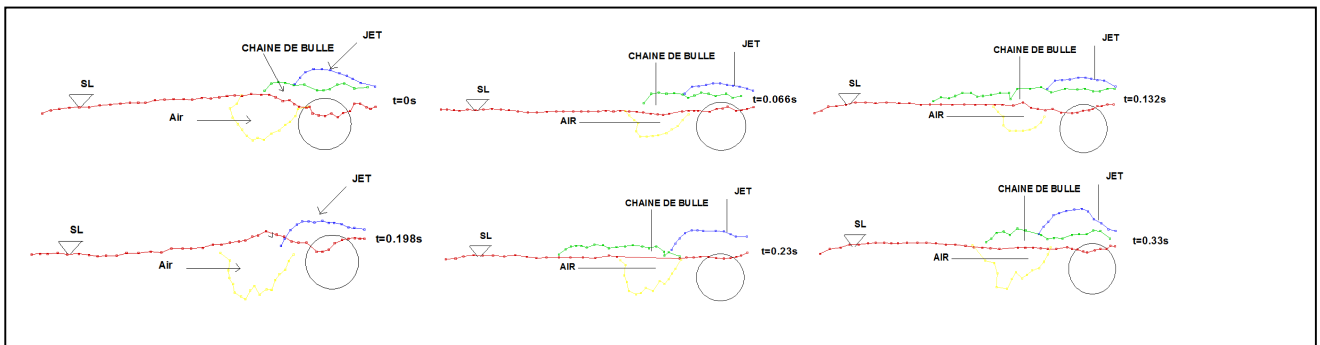
Le signal brut des efforts hydrodynamiques subis par le cylindre est constitué de 2500 points échantillonnés à un pas de temps 0.1s. La procédure de reconstruction consiste d'abord à corriger la dérive éventuelle de l'amplificateur de charge. Pour cela, on soustrait au signal brut original  $x(t)$  le signal représentant la dérive par régression linéaire. Le signal corrigé est ensuite modélisé sous la forme d'une série de composantes pseudo périodique comme indiqué dans Rajaona (1985). Cette technique met en œuvre une méthode d'interpolation spectrale qui permet de repérer les pics les plus significatifs du spectre discret calculé par un algorithme de Cooley-Tuckey.

## 4- Résultats expérimentaux

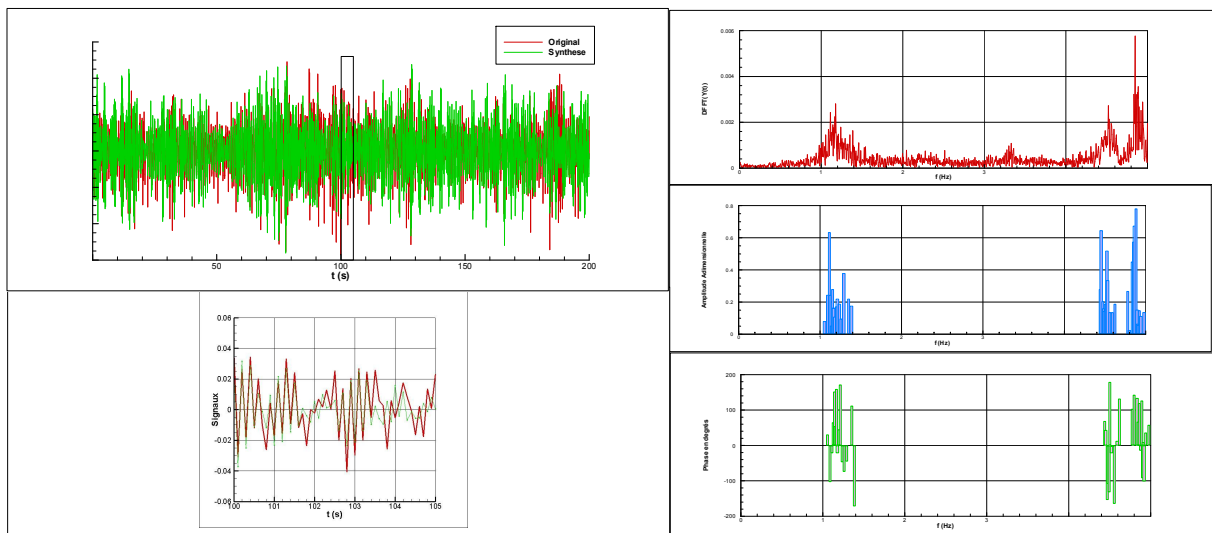
Nous nous proposons d'illustrer quelques résultats expérimentaux caractéristiques. Ils concernent l'étude de l'effet de confinement en examinant l'évolution de la surface libre, les spectres du mouvement vertical via les efforts verticaux et le champ de vitesse dans le compartiment entre les riffles. Pour différentes positions du cylindre par rapport au riffle amont, on reporte sur la Fig. 3 l'évolution de la surface libre au cours d'une oscillation du cylindre entre les instants 0 et 0.33s. On observe la présence de bulles et un creusement très prononcé de SL lorsque le cylindre est très proche du riffle  $D1=0.05$  (courbe bleue). Ce creusement disparaît lorsque l'on s'éloigne de l'obstacle  $D1=0.17$  (courbe rouge). Ce phénomène est attribué à un effet de barrage qui génère une élévation de la SL au droit du cylindre et un sillage proche très turbulent contenant des bulles d'air.

La Fig.4 illustre les performances du modèle de signal par une somme de sinusoïdes amorties ; la méthode permet de reconstituer toutes les caractéristiques de chaque composante retenue après un seuillage, dans ce cas à 10% du pic prédominant. Un zoom de la partie encadrée est représenté en

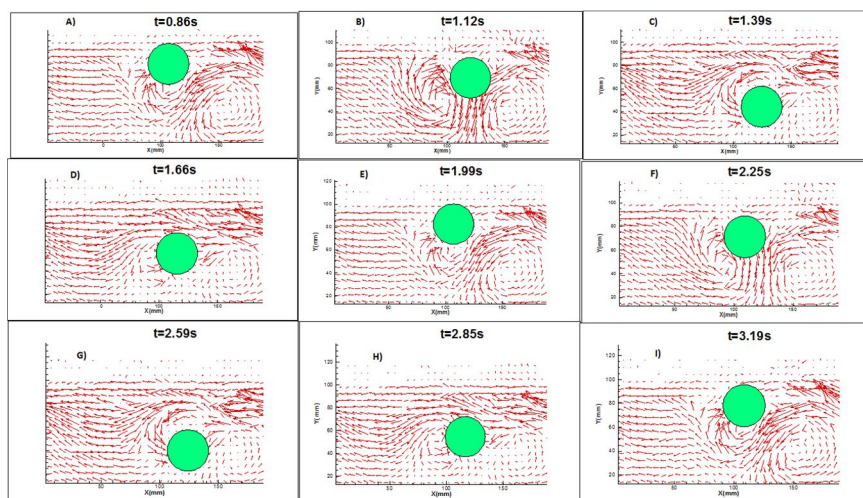
bas. Sur la droite on représente, en haut, le spectre brut, au milieu, les amplitudes des composantes en bas leurs phases.



**Figure 3:** Evolution de la surface libre. Pour chacune de 6 valeurs de t, une couleur représente la déformée de SL pour une valeur de la distance D1 entre le cylindre et le rifflé amont.



**Figure 4:** Approximation du mouvement intermittent par une somme de sinusoïdes amorties obtenue par interpolation spectrale et seuillage Rajaona (1985). Les composantes du signal reconstitué sont représentées par leur amplitude, fréquence et phase. 39 composantes sont utilisées pour le cas étudié ici. Un zoom de la partie encadrée illustre les écarts entre le signal original et le signal synthétisé.



**Figure 5:** Champ de vitesse pour les positions caractéristiques du cylindre sur sa trajectoire. Les 6 lettres A, B, C, D, E, F, correspondent aux instants que l'on peut voir sur la Fig. 3. les champs G), H), I) complètent l'illustration pour la fin d'une pseudo période.

La complexité du signal est due à la proximité des raies du spectre. Un effet de résonance localisée peut être observé lorsque la phase passe de  $+90^\circ$  à  $-90^\circ$ .

La Fig. 5 illustre l'évolution du champ de vitesse dans le compartiment au cours d'un cycle. Le lâcher de tourbillon n'a lieu que sur la partie inférieure du cylindre. On attribue ceci à la présence de la surface libre comme cela a été observé notamment par les simulations numériques de Chung (2016). Il est clair qu'une allée de type Von Karman ne peut se développer, en raison du riffle aval. Cela justifie le fait de prendre en compte le profil de vitesses au droit du cylindre dans le cadre d'une modélisation de type wake oscillateur, par exemple. C'est ce qui est présenté dans la section suivante.

## 5- Modèle numérique du couplage fluides-cylindre

### 5.1 Mise en équation

Au vu de la géométrie du système de fixation, le mouvement vertical est prédominant par rapport au mouvement horizontal. Nous avons donc dans cette modélisation numérique réduit le champ d'investigation de la dynamique du cylindre en mouvement pendulaire aux seules contributions des oscillations verticales.

La modélisation numérique est fondée sur une extension du modèle de l'oscillateur de sillage. Cette extension consiste à prendre en compte le profil de vitesses obtenu par PIV à la verticale du cylindre. Une seconde extension tient compte de la présence du fond rigide et ses effets modifient l'évolution du terme d'amplification. La prise en compte de l'action de la raideur  $k$ , du frottement  $r$  est classique. Plus délicate est la modélisation de l'effet de la masse d'eau embarquée.

L'étude du sloshing dans un réservoir cylindrique horizontal de section circulaire a été présentée en particulier par MacIver (1989). Dans le cadre d'un fluide parfait isovolume, la méthode consiste à utiliser une transformée conforme qui transforme le domaine fluide en une bande semi infinie. La condition de surface libre est par la suite affichée dans le plan transformé sur un plan horizontal parallèle au fond. A partir d'une solution qui satisfait la condition de fond écrite sous forme d'une intégrale, la condition de surface libre prend la forme d'une équation intégrale de Fredholm homogène dont le noyau est symétrique. L'intégrale continue est ensuite approximé par une série numérique dans laquelle les fréquences d'oscillation apparaissent comme les valeurs propres de la matrice des coefficients de la série. Il est clair que la relation de dispersion est plus complexe que dans le cas d'un réservoir rectangulaire. Une autre approche consiste à considérer que la masse d'eau embarquée se déplace comme un film d'eau le long de la paroi du cylindre. Ce film se comporte alors comme une masse d'eau oscillant dans un tube. Dans ce cas la longueur de la paroi mouillée seule intervient dans le calcul de la fréquence d'oscillation. Le mode d'oscillation retenu est le mode antisymétrique. Dans le cadre des approximations consenties, nous avons adopté la deuxième technique. Nous avons en particulier admis que l'amplitude des efforts induits par le mouvement de la masse d'eau embarquée dépend de l'amplitude du mouvement du cylindre et la fréquence est inversement proportionnelle à la racine carrée de la longueur du "film fluide".

Nous avons donc les deux équations couplées entre le mouvement du cylindre, le mouvement du liquide embarqué et l'effet du lâcher de tourbillon et la vitesse du courant :

$$\left(m_s + \frac{\pi}{4} L \rho D^2 C_{m0}\right) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U(y)\right) \frac{\partial y}{\partial t} + h y = \frac{\rho L D}{4} U^2(y) C_{l0} q + B \cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi\right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \varepsilon \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right] (1 - q^2) \frac{\partial q}{\partial t} + \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right]^2 q + \alpha \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right] f_n q^2 = \beta \frac{A}{D} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2)$$

où:

$y$  est la position du cylindre ;  $h$  est la raideur du ressort  
 $m_s$  la masse de la structure ;  $C_{m0}$  la masse ajoutée du cylindre ;  $r_s$  l'amortissement structural  
 $C_d$  le coefficient de traînée ;  $U(y)$  la vitesse horizontale au droit du cylindre ;  
 $C_{l0}$  le coefficient de portance dans le cas stationnaire ;  
 $q$  le facteur d'amplification rapport entre le coefficient de portance instantané  $C_l(t)$  et  $C_{l0}$  ;  
 $l$  la longueur mouillée occupée par la masse d'eau embarquée ;  
 $\varphi$  la phase du mouvement ;  $B$  est un paramètre qui représente l'amplitude de la force interne  
 $S_t$  le nombre de Strouhal, voisin de 0.2 pour un nombre de Reynolds de 10000  
 $\varepsilon$  est un paramètre voisin de 0.3 qui prend en compte l'effet d'auto limitation du mouvement due au lâcher tourbillonnaire ;  
 $f_n$  est la fréquence propre d'oscillation du système mécanique dans l'eau.  
 $\alpha$  est le coefficient qui tient compte de la présence de la surface libre supposée rigide comme montré dans Yiming ;  $A$  prend la valeur 12 en l'absence de surface libre ;  
 $\beta$  prend la valeur 1 en l'absence de surface libre, autrement elle prend en compte la présence de la surface libre.

## 5.2 Commentaires sur les équations du modèle

L'équation (1) représente l'équation du mouvement du cylindre. Ce dernier est soumis aux effets purement mécaniques comme la raideur du ressort  $h$  , l'amortissement structural  $r_s$ . Les efforts hydrodynamiques apparaissent dans le terme de masse ajoutée de coefficient  $C_{m0}$ , de traînée  $C_d$ , du lâcher tourbillonnaire  $C_{l0}$  . L'inconnue  $q$  est le rapport du coefficient de portance instationnaire sur le coefficient de portance en régime stationnaire. Il est classiquement appelé le coefficient d'amplification. Ce terme apparait dans le second membre comme un terme d'excitation du cylindre. Un deuxième terme apparaît contenant le coefficient  $B$  et la fréquence circulaire  $\sqrt{2g/l}$ . Comme discuté dans le paragraphe précédent, ces deux termes prennent en compte le mouvement d'oscillation du liquide embarqué. Dans le modèle présenté  $B$  a la dimension d'une force, nous avons fait l'hypothèse que ce paramètre dépend de  $\dot{y}$  la vitesse verticale du cylindre.

L'équation (2) représente l'évolution du facteur d'amplification  $q = 2C_l(t)/C_{l0}$ . Le terme  $2\pi S_t U(y)/D$  représente la fréquence angulaire du lâcher de tourbillon. Le second terme représente l'amortissement qui peut changer de signe selon l'amplitude de l'oscillation. Il amortit le mouvement si la valeur de  $q$  est suffisante, sinon il en augmente l'amplitude de telle sorte que le mouvement est autoentenu. Le troisième terme représente le terme de raideur. Le quatrième terme représente l'effet de voisinage d'une paroi rigide c'est-à-dire le fond (Yiming 2016).

## 5.3 Résolution du système couplé

Le système couplé des équations (1) et (2) est du second degré en temps. On le transforme en système du premier degré d'ordre 4 en posant  $Y(1)=y(t)$ ;  $Y(2)=y'(t)$ ;  $Y(3)=q(t)$ ;  $Y(4)=q'(t)$ . On obtient alors les équations suivantes :

$$Y'(1) = Y(2) \quad (3)$$

$$Y'(2) = -\frac{1}{m} \left( r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U \right) Y(2) - \frac{h Y(1)}{m} + \frac{1}{m} \frac{\rho L D}{4} U^2 C_{l0} Y(3) + \frac{B}{m} \cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi\right) \quad (4)$$

$$Y'(3) = Y(4) \quad (5)$$

$$Y'(4) = +\varepsilon \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] (1 - q^2) Y(4) - \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right]^2 Y(3) - \alpha \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] f_n Y(3)^2 + \beta \frac{A}{D} Y(2) \quad (6)$$

Les valeurs initiales sont données en fonction de la position du cylindre au départ des expériences, on a en particulier à  $t=0$   $Y(1)=0.02$ ,  $Y(2)=Y(3)=Y(4)=0$ . Les équations sont ensuite transformées en un système pour lequel on peut utiliser la méthode de Petzold-Gear BDF. Il suffit pour cela de poser :

$$G(1) = -Y'(1) + Y(2) = 0$$

$$G(2) = -Y'(2) - \frac{1}{m} \left( r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U \right) Y(2) - \frac{h Y(1)}{m} + \frac{1}{m} \frac{\rho L D}{4} U^2 C_{l0} Y(3) + \frac{B}{m} \cos \left( \sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi \right) = 0$$

$$G(3) = -Y'(3) + Y(4) = 0$$

$$G(4) = -Y'(4) + \varepsilon \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] (1 - q^2) Y(4) - \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right]^2 Y(3) - \alpha \left[ 2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] f_n Y(3)^2 + \beta \frac{A}{D} Y(2) = 0$$

Les valeurs des différents paramètres du modèle sont données dans le tableau 1

Paramètres	Symbole	Définition	Valeur	Wang (2013)	Unités
Amplitude réduite	A*	A/D			Sans dimension
Coefficient trainée	Cd	2Fx/(ρU <sup>2</sup> DL)			Sans dimension
Diamètre cylindre	D		40	20	mm
Fréquence propre	f <sub>N</sub>		3.34	4.91	Hz
Fréq Vibration	f <sub>osc</sub>				Hz
Fréq. de lâcher	f <sub>V</sub>		1.04		Hz
Rapp. de fréquence	f*	f <sub>osc</sub> /f <sub>N</sub>			Sans dimension
Rapport de masse	m*	4m/(πρD <sup>2</sup> L)	0.2122	1.	Sans dimension
Reynolds	Re	UD/ν	9000	3000-13000	Sans dimension
Gap ratio	e/D			0.05-2.5	Sans dimension
Strouhal	St	fD/U	0.176		Sans dimension
Nombre de Froude	Fr	U/√gD	0.48		Sans dimension
Vitesse Réduite	U*	U/(f <sub>N</sub> D)	3.90-5.02	1.53-6.62	Sans dimension
Amortissement réduit	ζ	c/2√k/(m + mA)		0.0173	Sans dimension
Effet de fond (Yiming 2016)	α	-1.66e/D - 0.218m * e/D + 1.04			Sans dimension
Effet de fond (Yiming 2016)	β	-0.044e/D - 0.581m * e/D + 1.34			Sans dimension

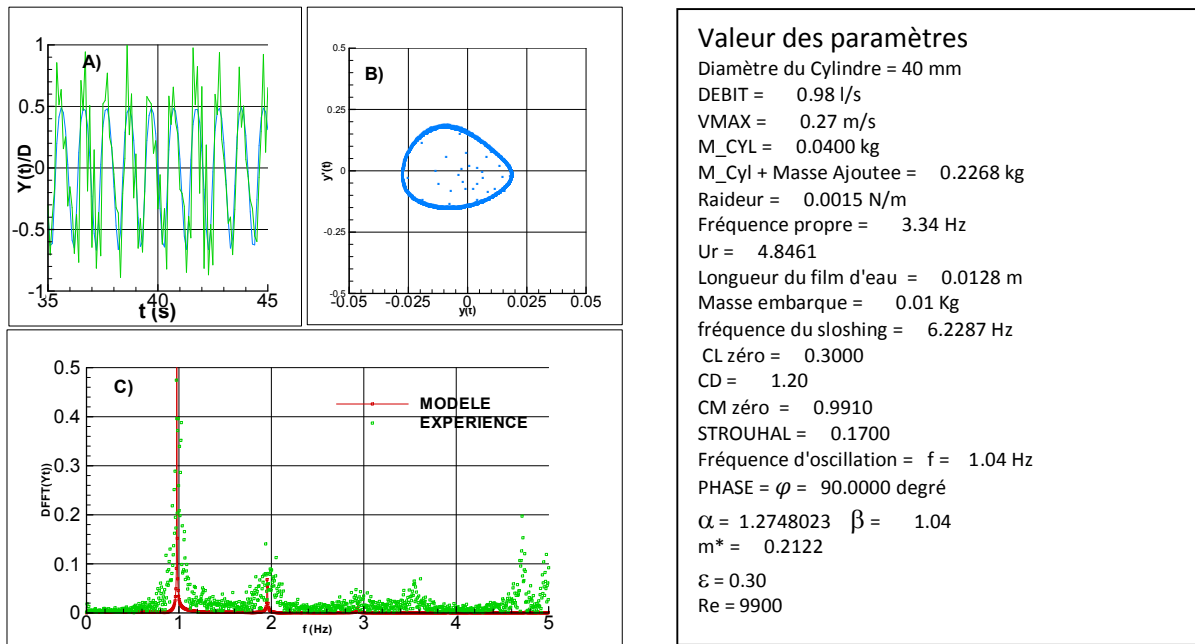
**Tableau 1:** Les paramètres principaux utilisés dans le papier présenté. La colonne Wang reprend les valeurs des expériences réalisées par Wang(2013) et les valeurs de α et β prenant en compte l'effet de fond sont proposées par Yiming (2016)

## 5.4 Validation du modèle

Pour valider le modèle, nous avons, dans un premier temps, comparé nos résultats expérimentaux correspondants aux paramètres représentés dans le tableau à droite de la Fig.6 avec ceux du modèle. Dans un second temps nous avons modélisé les expériences réalisées par Wang 2013, Govardhan 2000 et Yiming 2016 et comparé les résultats en faisant varier la vitesse réduite et en observant le comportement en amplitude et fréquence du système.

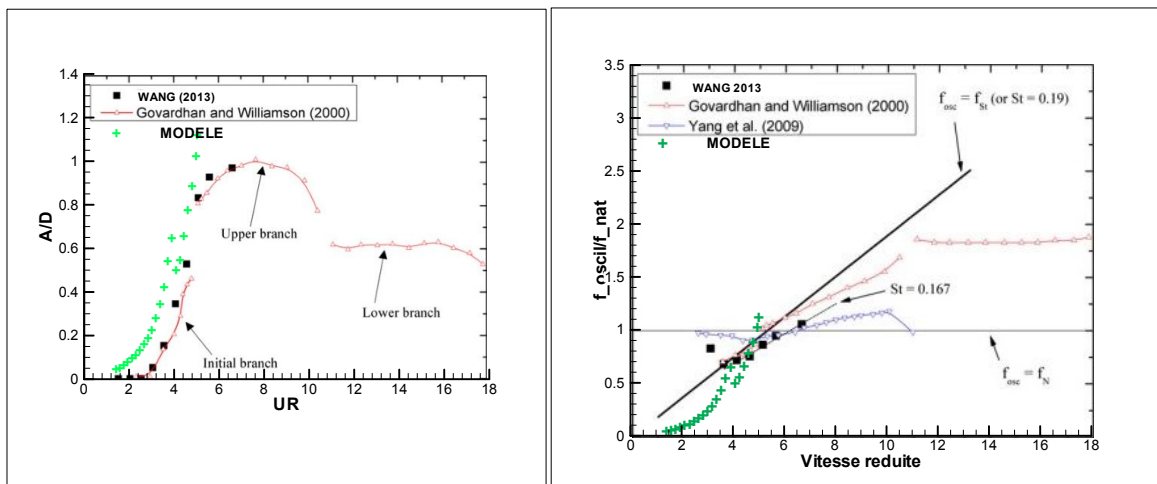
La Fig.6 représente une comparaison des résultats du modèle actuel avec l'expérience réalisée au LOMC pour les valeurs de vitesse maximale de 0.27 m/s. On note une bonne représentation des fréquence d'oscillation f<sub>osc</sub> attribués au lâcher de tourbillon et ceux attribués aux effets de trainée. Les expériences réalisées pour différentes positions du cylindre entre les deux raffles montrent que les deux pics compris entre 4 et 5 Hz sont dues aux effets de surface libre.





**Figure 6:** Comparaison expériences (en vert) vs. modèle (en rouge) pour les valeurs de paramètres indiquées dans le tableau de droite. L'amplitude réduite  $Y(t)/D$  est bien représenté de même les deux pics principaux. En B on représente dans le plan de phase le déplacement  $Y(t)$  en fonction de la vitesse  $Y(t)$ .

La Fig. 7 a pour objet de comparer les résultats numériques actuels avec des résultats expérimentaux donnés par Wang (2013). Le modèle prédit bien la synchronisation en représentant  $A/D$  en fonction de la vitesse réduite. On note un comportement similaire pour la branche dite initiale. Cependant la synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la vitesse réduite 3.5 à 4 par rapport aux expériences de Govardhan. On observe sur figure de droite la fréquence réduite  $f_{osc}/f_n$  en fonction de la vitesse réduite. L'absence de lock-in est attribuée au confinement. La discontinuité observée semble montrer un comportement de type hystérésis. Notons que sont aussi représentés les résultats expérimentaux donnés par Govardhan et Williamson (2000) et Yang (2009).



**Figure 7:** Comparaison des résultats numériques avec des résultats expérimentaux de Wang 2013 et Govardhan 2000. On note une corrélation raisonnable des résultats du modèle pour la branche initiale. On représente aussi les résultats de Yang (2009). La synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la vitesse réduite  $Ur$ . L'évolution du rapport des fréquences  $f_{osc}/f_n$  augmente avec  $Ur$  et ne présente de comportement de type lock-in. La discontinuité des courbes d'amplitude et de fréquence montre un comportement de type hystérésis.

## 6 - Conclusions

Nous avons étudié le comportement dynamique d'un cylindre monté sur appuis souples placé en dessous d'une surface libre et en présence de fond et de raffles. La position initiale du cylindre ainsi que sa masse réduite ont été fixées en injectant de l'eau dans le cylindre. La méthode expérimentale retenue met en œuvre la technique PIV complétée d'une réduction des données par POD pour analyser l'évolution du champ de vitesse au voisinage de la synchronisation. De façon générale nous avons observé des mouvements pseudo périodiques ou intermittents en représentant la trajectoire du cylindre dans le plan de phase. Afin de mettre en évidence les paramètres significatifs de la dynamique du cylindre, nous avons proposé un modèle de type wake oscillator prenant en compte le fond en introduisant les paramètres proposés par Yiming (2016). La présence de la surface libre et des parois latérales ont été prises en compte en introduisant un profil de vitesse variable avec la position du cylindre. La présence du fond a été prise en compte en introduisant les termes complémentaires dans les équations du couplage, termes introduits par Yiming, notamment.

Les principaux résultats sont reportés ci-dessous :

- La déformée de la surface libre est très fortement dépendante de la distance entre le cylindre et les raffles, de même elle dépend du fonctionnement pendulaire en mode "normal" (axe de rotation en amont du cylindre) ou mode "inversé" (axe de rotation en aval du cylindre).
- Le mouvement du cylindre provoque un blocage pour les grandes valeurs de la flottabilité (cylindre évoluant près de la surface libre). Pour les valeurs plus faibles, un écoulement de type jet prend place alternativement au-dessus et en dessous du cylindre. Le jet inférieur est moins intense que le supérieur.
- Aux grandes Amplitudes réduites  $A/D$ , la surface libre provoque un rebond du cylindre vers le bas.
- Le mouvement du cylindre est pseudo périodique (presque périodique, chaotique et/ou intermittent). Par l'analyse des champs de vitesses correspondant à des positions caractéristiques du cylindre sur sa trajectoire on fait apparaître les structures organisées du sillage proche et des zones de recirculation dans le compartiment associé voir Fig. 5.
- Les pics dominants du spectre proviennent a) du mouvement d'oscillation de la masse d'eau embarquée, b) de l'interaction du cylindre avec l'écoulement externe, c) du profil de la vitesse verticale et d) des caractéristiques géométriques et mécaniques du montage, Fig. 6.
- Le modèle numérique mis sous la forme d'un système différentiel d'ordre quatre (issu d'une équation de Van der Pol modifiée couplée avec l'équation différentielle du mouvement du cylindre) est résolu en utilisant une méthode de Petzold-Gear BDF incluant de la méthode de Newton et de Runge-Kutta. Elle permet de représenter de façon satisfaisante le comportement du cylindre au voisinage et lors de la synchronisation. Les résultats sont comparables à ceux réalisés par Wang pour un cylindre en présence d'un fond. Cependant, les pics du spectre des résultats expérimentaux correspondant aux fréquences les plus élevées ne sont observables qu'en utilisant des valeurs de paramètres assez différents de ceux du modèle expérimental.

## Remerciements

Les auteurs remercient l'Agence Universitaire de la Francophonie qui a financé une partie importante des travaux présentés par l'attribution d'une bourse de thèse débutée en 2013.

## Références

- Bearman, P.W., Zdravkovich, M.M.**, 1978. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. *J. Fluid Mech.* 89, 33–47.
- Blevins, R.D.**, 1990. *Flow-Induced Vibrations*. Van Nostrand Reinhold, New York.



- Chung Meng-Hsuan**, 2016, Two-degree-of-freedom vortex induced vibration of low-mass horizontal circular cylinder near a free surface at low Reynolds number , *International Journal of Heat and Fluid Flow* 57 (2016) 58–78
- Facchinetti, M.L., De Langre, E., Biolley, F.**, 2004. Coupling of structure and wake oscillators in Vortex-Induced Vibrations. *J. Fluids Struct.* 19, 123–140.
- Fredsoe, J., Sumer, B., Andersen, J., Hansen, E.**, 1987. Transverse vibrations of a cylinder very close to a plane wall. *J. Offshore Mech. Arct. Eng.* 109, 52–60
- Govardhan, R., Williamson, C.H.K.**, 2000, Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* 420, 85-130
- Khalak, A., Williamson, C.H.K.**, 1996. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. *J. Fluids Struct.* 10, 455–472.
- McIver, P.**, 1989, Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth, *Journal of Fluid Mechanics*, 201, 243-257
- Newman, D.J., Karniadakis, G.E.**, 1997. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *J. Fluid Mech.* 344, 95–136.
- Ogink, R.H.M., Metrikine, A.V.**, 2010. A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling of Vortex-Induced Vibration. *J. Sound Vib.* 329, 5452–5473.
- Pantazopoulos, M.S.**, 1994. Vortex-Induced Vibration parameters: Critical Review. American Society of Mechanical Engineers, New York, United States.
- Rajaona, R. D. et Sulmont P.**, (1985), « A method of Spectral Analysis Applied to Periodic and Pseudoperiodic Signals », *Journal of Computational Physics*, Vol 61, pp. 186-193.
- Rajaona R.D. et Ramanakoto T.**, (2013), « On the intrinsic mechanism of wakes interferences past two cylinders towed beneath free surface”, *Proceedings of the ASME 2013, 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE2013, Nantes, France.*
- Wang X.K., Hao Z., Tan S.K.**, 2013, Vortex-induced vibrations of a neutrally buoyant circular cylinder near a plane wall, *Journal of Fluids and Structures* 39, 188–204
- Yang, B., Gao, F., Jeng, D.S., Wu, Y.**, 2009. Experimental study of Vortex-Induced Vibrations of a cylinder near a rigid plane boundary in steady flow. *Acta Mech. Sin.* 25, 51–63.
- Zhao, M., Cheng, L.**, 2011. Numerical simulation of two-degree-of-freedom VortexInduced Vibration of a circular cylinder close to a plane boundary. *J. Fluids Struct.* 27, 1097–1110.
- Yiming, J. , Ping, D.**, 2016. A novel Wake Oscillator Model for simulation of cross-flow vortex induced vibrations of a circular cylinder close to a plane boundary , *Ocean Engineering*, 117, 57-6

**ANNEXE II : VALIDATION DE LA METHODE EXPERIMENTALE**

Le début de mon séjour doctoral a été consacré à me familiariser avec le matériel expérimental et à m'intégrer à l'équipe du LOMC. Cela a été l'occasion de valider la méthode expérimentale en apportant une contribution sur la fin du travail de thèse de Mr. Ramanakoto. Le matériel expérimental a été utilisé pour étudier le mouvement uniformément accéléré/décéléré d'un cylindre. Ce travail a été publié au 21ème Congrès Français de Mécanique à Bordeaux du 26 au 30 Aout 2013

## **Corrélation efforts/sillage proche sur un cylindre tracté en présence d'une surface libre**

**R.D. RAJAONA<sup>a</sup>, C.D. RANDRIANANTENAINA<sup>a</sup>, T.N. RAMANAKOTO**

*a. Laboratoire Ondes Et Milieux Complexes (LOMC), 53 rue de Prony, 76600 LE HAVRE*

**Résumé :**

*Un cylindre ( $D=0.04$  m;  $l/D=16$ ) est remorqué selon un mouvement accéléré/décéléré dans une cuve de visualisation remplie d'eau. Les effets des tourbillons sont observés pour dix valeurs de l'accélération et de la décélération  $a$  dans la gamme  $[0.06 - 0.15 \text{ ms}^{-2}]$  correspondants à des nombres d'accélération compris entre  $4.10^6$  et  $6.10^6$ . Les nombres de Reynolds basés sur la vitesse maximum varient entre 0 et 14000. On mesure les forces de traînée et portance. Une caméra CCD embarquée permet de visualiser le sillage. Les effets de surface libre sont étudiés en faisant varier le paramètre de profondeur  $d/D$  où  $d$  est la distance entre le dessus du cylindre principal et la surface libre de telle sorte que les nombres de Froude varient de 0.3 à 1.2. Les efforts de portance sont analysés en corrélation avec le profil de la surface libre et la configuration du sillage proche. Ce dernier est visualisé et le champ de vitesse est mesuré par une technique PIV. Pour les faibles valeurs de  $d/D$  le déferlement de la vague d'accompagnement est analysé par observation des champs de vitesses du sillage proche.*

**Abstract :**

*A cylinder ( $D=0.04$  m;  $l/D=16$ ) is towed following a uniformly accelerated and decelerated motion in a visualization water tank. The vortex effects are observed for acceleration or deceleration values in the range  $[0.06 - 0.15 \text{ ms}^{-2}]$ . The related acceleration number ranges from  $4.10^6$  and  $6.10^6$ . The Reynolds numbers based on the maximum velocity are varied from 0 to 14000. The drag and lift forces are measured. The cylinder wake pattern is visualized by an embarked CCD camera. The free surface effects are studied by varying the depth parameter  $d/D$  where  $d$  is the FS to the main cylinder top distance in such a way that the Froude numbers based upon the instantaneous velocity lie in the range 0.3 to 1.2. The lift force is analyzed in the light of the free surface profile and the near wake pattern. The near wake pattern is analyzed either by a visualization technique or a velocity field obtained by a PIV method.*

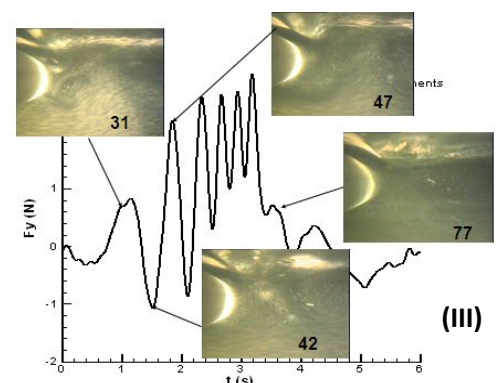
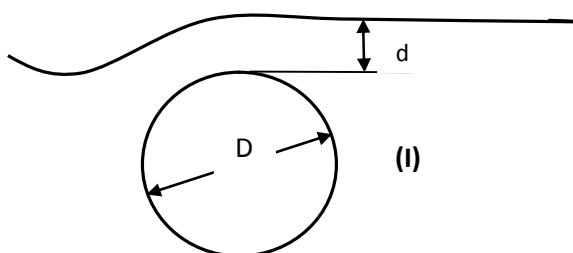
**Mots clefs :** surface libre, tourbillon, traînée, portance, déferlement, sillage, cylindre

## Introduction

Les phénomènes d'interaction entre une surface libre et un cylindre fixe ou en mouvement ont été largement étudiés dans le passé. L'interaction est responsable de diverses modifications dans les efforts subis par le cylindre en fonction de son degré d'immersion ou son orientation par rapport à l'écoulement typique d'un environnement marin. L'étude de l'écoulement en laboratoire peut alors donner des indications sur une meilleure compréhension de la dynamique des tourbillons et forces appliquées sur le corps [1][2][3](Sarpkaya 1963, Tatsuno 1971, Sulmont 1987). De plus cette interaction entre un cylindre et une surface libre concerne beaucoup d'applications dans l'ingénierie marine comme le décrivent Sheridan 1995, Oshkai 1999, Reichl 2005 [4][5][6]. Ce papier est la suite de travaux précédents [7][8][9], il présente une étude expérimentale de l'interaction entre un cylindre rigide tracté sous la surface libre (SL) et les effets de celle-ci sur les paramètres qui gouvernent les efforts appliqués. Le cylindre est équipé d'un capteur de force de type KISTLER puis entraîné dans un mouvement uniformément accéléré puis décéléré de manière à accentuer les effets des tourbillons et rendre plus aisée l'observation des phénomènes d'interaction ([8] et [9] Rajaona 2005, 2009). Il est bien connu que pour un écoulement uniforme et sur une plage du nombre de Reynolds allant de 150 à 320000 le lâcher de tourbillons est caractérisé par le nombre de Strouhal défini par  $fD/V$  qui est voisin de 0.2, où  $f$  est la fréquence de lâcher,  $D$  le diamètre et  $V$  la vitesse de l'écoulement. Le lâcher de tourbillon provoque une fluctuation des forces de pression et une oscillation des forces de portance à la fréquence  $f$  [2]. Cependant lorsque la structure est proche de la surface libre la fréquence des oscillations augmente de telle sorte que le nombre de Strouhal peut atteindre 0.3 ou 0.4 comme cela est montré Rajaona (2008)[9]. Cela est la conséquence de l'interaction avec la surface libre, le transfert de vorticité de sillage vers SL. Les vagues d'accompagnement peuvent déferler comme cela a été montré par Duncan [10](1981) sur un hydrofoil tracté sous la surface libre. Les nombres de Reynolds pour cette étude se situent dans la plage de 0 à 14000. La force de portance dépend très largement de l'immersion du cylindre. On utilise les images issues de la visualisation et de l'évolution des forces appliquées sur le cylindre au même instant. Une caméra CCD embarquée permet d'enregistrer une séquence vidéo de l'évolution du sillage proche et du profil de SL. On fait varier ainsi la profondeur d'immersion  $d/D$  de 0.37 à 5. Nous discuterons plus particulièrement des résultats concernant des coefficients de portance et de traînée et de la longueur de la zone de recirculation  $L/D$ . Enfin une technique PIV permet de faire des observations quantifiées du sillage.

## Montage expérimental

L'ensemble du montage est constitué d'un cylindre long de 0.637 m, d'un diamètre de 0.04 m placé horizontalement sous la surface libre d'une masse d'eau au repos contenue dans une cuve de visualisation de dimensions 2m x 1m 1m. Le cylindre est équipé à une extrémité d'un capteur de force KISTLER à trois composantes dont deux seules sont utilisées pour mesurer les forces horizontale et verticale exercées par le fluide sur le barreau au cours du mouvement. Le mouvement est uniformément accéléré puis décéléré pour différentes valeurs de l'accélération correspondant à des nombres d'accélération variant de  $4 \cdot 10^{-6}$  et  $6 \cdot 10^{-6}$ . Ce mouvement est obtenu par un robot permettant l'asservissement en vitesse de la maquette.



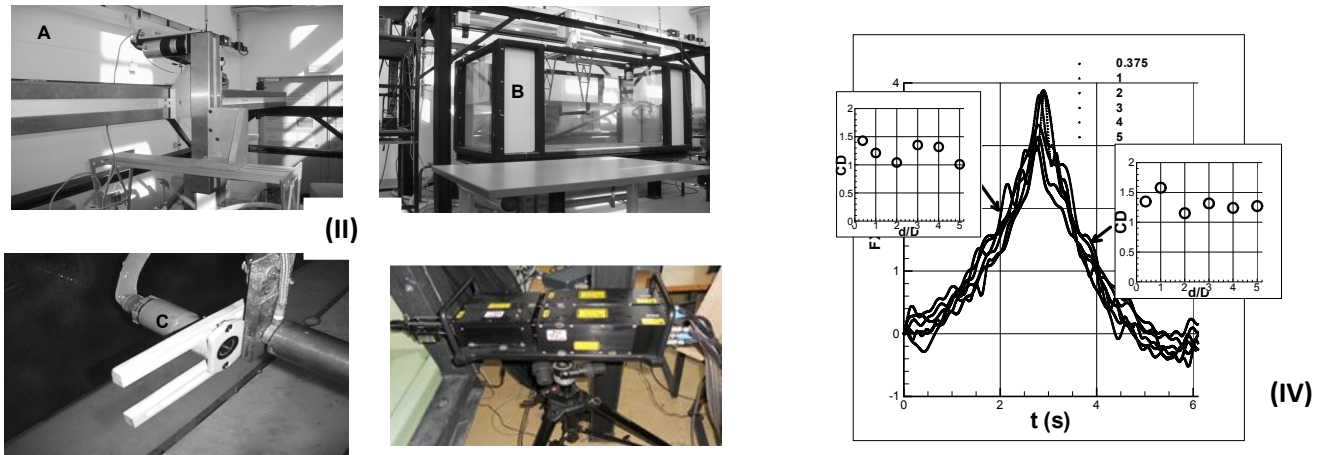


FIG. 1 – (I) Configuration étudiée ; (II) Montage expérimental A : Robot ; B : Cuve ; C Caméra embarquée D Deux têtes Lasers Quantel pour la PIV et (III) Sillages à divers instants correspondant aux numéros des images. La configuration du sillage proche lors d'un maximum ou d'un minimum de  $F_y$  est observable. La très forte distorsion du profil de surface libre est observable sur les images. (IV) Allure de la force de traînée pour les 6 profondeurs d'immersion  $0.375D$ ,  $1D$ ,  $2D$ ,  $3D$ ,  $4D$ ,  $5D$ .  $F_x(t)$  croît jusqu'à un maximum puis décroît.

## Résultats

Amplitude et fréquence de la force de portance

Le coefficient de portance est défini par la formule suivante :

$$CL_{\max} = Fy_{\max} / (1/2) \cdot \rho L D \cdot V_0^2 \quad (a); \quad \tau = \frac{tV_0}{D} \quad (b); \quad Ra = aD^3 / \nu^2 \quad (c) \quad (1)$$

Où  $Fy_{\max}$  représente le maximum local de  $Fy(t)$  et  $V_0$  la vitesse maximale pour l'accélération de  $0.15 \text{ m.s}^{-2}$ . Ce coefficient est représenté en fonction du paramètre adimensionnel  $\tau$ .

Une allure typique de la force transverse est représentée en fig. 1 (III) lorsque le cylindre est entraîné avec  $a = 0.15 \text{ m.s}^{-2}$ . On observe des maxima et des minima ainsi qu'une moyenne « mobile », c'est-à-dire évoluant au cours du mouvement. On se propose de caractériser l'amplitude et les « fréquences » de la force de portance. Le coefficient  $Cy$  est représenté par les valeurs des maxima et minima des courbes pour trois profondeurs d'immersion  $d/D = 3, 1, 0.375$ . De même une moyenne mobile des efforts de portance est observable celle-ci permet l'observation de la perte de symétrie de  $Cy(t)$ .

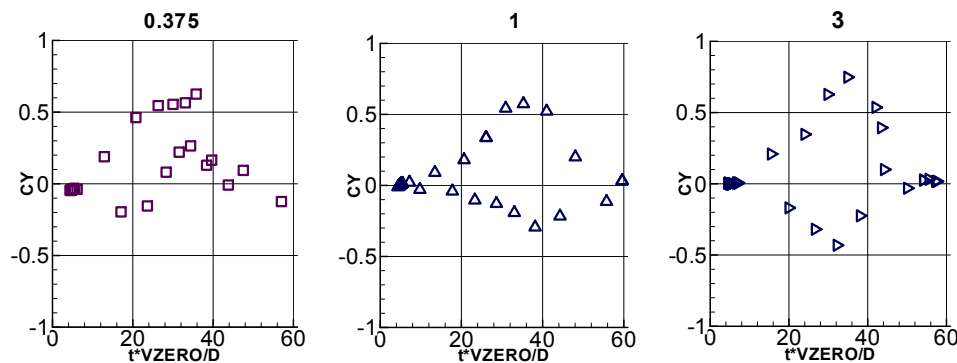


FIG. 2.a – Evolution de la force de portance en fonction du paramètre d’immersion  $d/D = 0.375, 1, 3$ . On observe l’effet de SL sur les maxima de  $C_y$ . Notamment la perte de la « symétrie » des oscillations. L’allure complète de  $C_y$  est celle de la Fig. 1.III

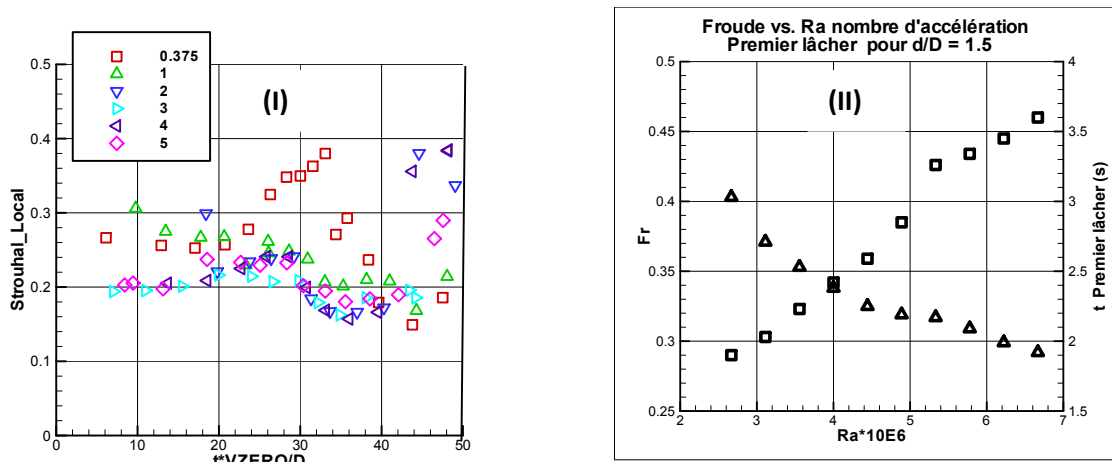


FIG. 2.b – (I) Evolution du nombre de Strouhal local pour  $d/D = 0.375, 1, 2, 3, 4$  et  $5$  et  $a=0.15 \text{ m.s}^{-2}$ . On note que ce nombre évolue au voisinage de la valeur 0.2 pour les profondeurs supérieures à 1. La proximité de SL a pour d’augmenter les valeurs de St qui peut prendre des valeurs voisines de 0.4. (II) Nombre de Froude (symbole carré) relatif à l’apparition du premier lâcher pour dix valeurs du nombre d’accélération voir formule (1-c).

Pour analyser la « fréquence » des oscillations nous représentons la force de portance en fonction du temps adimensionnel  $\tau$  et pour un nombre d’accélération de  $6.67 \cdot 10^6$ , nous mesurons la distance parcourue entre deux maxima ou deux minima successifs de la force transversale. L’écart entre deux maxima ou minima successifs permet de calculer un rapport que nous baptisons Strouhal local. On convient donc de définir ce nombre de Strouhal pour caractériser la « fréquence » des oscillations. Pour automatiser ce calcul on effectue pour cela les opérations suivantes. La dérivation numérique de la force de portance permet d’en repérer les extrema en déterminant ses zéros. Un fois ceux-ci repérés, on calcule le déplacement du cylindre entre deux maxima ou minima successifs. Cette différence est alors adimensionnée au diamètre du cylindre. On a donc de cette manière défini un nombre de Strouhal local au sens où il est défini pour des instants correspondants aux maxima ou minima de  $C_y$ . Les résultats sont représentés sur les courbes figure 2.b pour cinq profondeurs d’immersion. On constate que ce « Strouhal » est en moyenne voisin de 0.2 pour  $d/D = 5$ . Lorsque  $d/D = 0.375$  l’effet de SL est maximal; ce qui se traduit par une dispersion et une augmentation de ce Strouhal local. Il convient de remarquer que dans le cas d’un mouvement uniforme du cylindre les précédentes valeurs sont égales au nombre de Strouhal, comme cela a été montré dans Rajaona (2008).

Pour explorer plus finement les effets du caractère instationnaire de l’écoulement et voir s’il accentue sensiblement les effets des tourbillons et ainsi rendre plus facile leur observation, comme cela est montré en partie sur la Fig.1. (III), nous avons fait varier l’accélération de  $0.06$  à  $0.15 \text{ m.s}^{-2}$ . Cela permet d’explorer les nombres de Froude pour lesquels le premier lâcher de tourbillons a lieu voir Fig. 2.B(II). On constate qu’une augmentation de l’accélération a pour effet de provoquer une apparition anticipée du premier lâcher de tourbillons. Nous constatons aussi ce phénomène par la mesure de la longueur de la zone de recirculation comme cela sera analysé sur l’effet de surface libre dans le paragraphe 3.2 Fig. 3.

La force de traînée est illustrée par la Fig. 1 (IV).  $F_x(t)$  est continuellement croissante jusqu’à atteindre un maximum pour la vitesse maximum du cylindre puis la force décroît. Chaque phase

(accélération, décélération) peut être caractérisée par un coefficient de  $C_M$  de masse ajouté et un coefficient  $C_D$  défini par le modèle de l'équation (2) [3]. Ce dernier coefficient prend des valeurs comprises entre 1. et 1.5.

$$F_x(t) = C_M l \frac{\pi D^2}{4} a + C_D \frac{1}{2} \rho l D V^2(t) \quad (2)$$

On montre que ce  $C_D$  est plus sensible à l'effet de surface libre pendant la phase d'accélération.

Longueur de la zone de recirculation

La Fig. 1 (III) montre un jet qui apparaît dans le gap au-dessus du cylindre lors du déferlement de la vague d'accompagnement. Par ailleurs, cette vague déferle en même temps que la force de portance passe par un maximum ou un minimum. Une manière d'étudier les effets de surface libre est de mesurer  $L/D$  la longueur de la zone de recirculation pour différentes profondeurs d'immersion. La Fig. 3. Montre que  $L/D$  est quasiment linéaire en fonction du temps et donc du nombre de Reynolds instantané. Sa pente représente la rapidité du processus de déstabilisation de la zone de recirculation, plus elle est grande plus le premier lâcher survient tôt. L'extrémité inférieure informe sur l'instant de la séparation de l'écoulement, la supérieure correspond à l'instant du premier lâcher et donc le nombre de Froude auquel le lâcher de tourbillon survient.

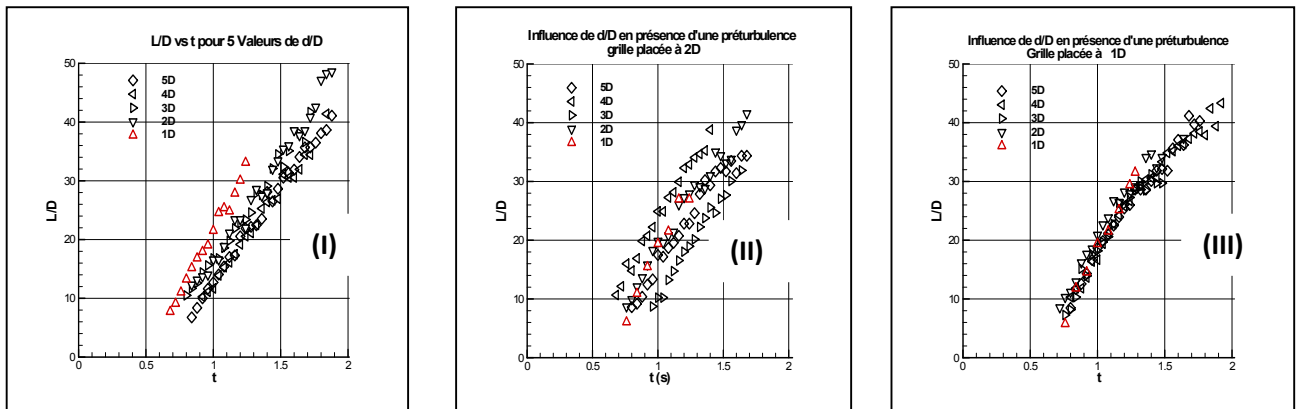


FIG. 3 – Evolution de la longueur de la zone de recirculation pour  $d/D = 1, 2, 3, 4$  et  $5$ .  $L/D$  est étudiée (I) avec la seule turbulence présente dans la cuve, (II) avec une grille de pré turbulence placée à  $2D$  du cylindre, (III) avec une grille de pré turbulence placée à  $1D$  du cylindre. On note que l'effet combiné de la surface libre et de la pré turbulence retarde la séparation de l'écoulement et anticipe l'instant du premier lâcher.

On observe sur la figure 3 (I) que la surface libre accélère le processus puisque la courbe rouge est plus pentue que les autres. De même sur la figure 3 (III) le regroupement des courbes indique l'existence d'un comportement unique de l'écoulement quant à l'alimentation de la zone de recirculation en vorticité. Dans tous les cas, la présence de la surface libre crée une anticipation du premier lâcher.

Déferlement de la vague d'accompagnement et champ de vitesse

Pour illustrer l'évolution du champ de vitesses derrière le cylindre une technique PIV a été mise en œuvre. La caméra est embarquée. Le montage PIV est constitué de 2 têtes laser, Twins BSL, BIG SKY Laser Quantel qui génèrent les flashes lorsqu'elles sont alimentées par 2 boitiers de charge, ICE 450, BIG SKY Laser Quantel. Les flashes sont synchronisés la prise de vue par les impulsions générées par un boitier R&D Vision EG+ relié à l'ordinateur de commande. L'écoulement est ensemencé par des particules de RILSAN d'une taille moyenne de quelques microns. Ces particules sont illuminées et filmées par une caméra PULNIX Dual Tap AccuPIXEL, RM- 6740 CL d'une résolution de  $640 \times 480$



pixels munie d'un objectif de 25 mm. La lentille utilisée a une distance focale de 30 cm environs afin de permettre une netteté des images des particules pour un plan laser au milieu de la cule de visualisation. Le traitement du champ de vitesse est effectué par le logiciel DirectPIV.

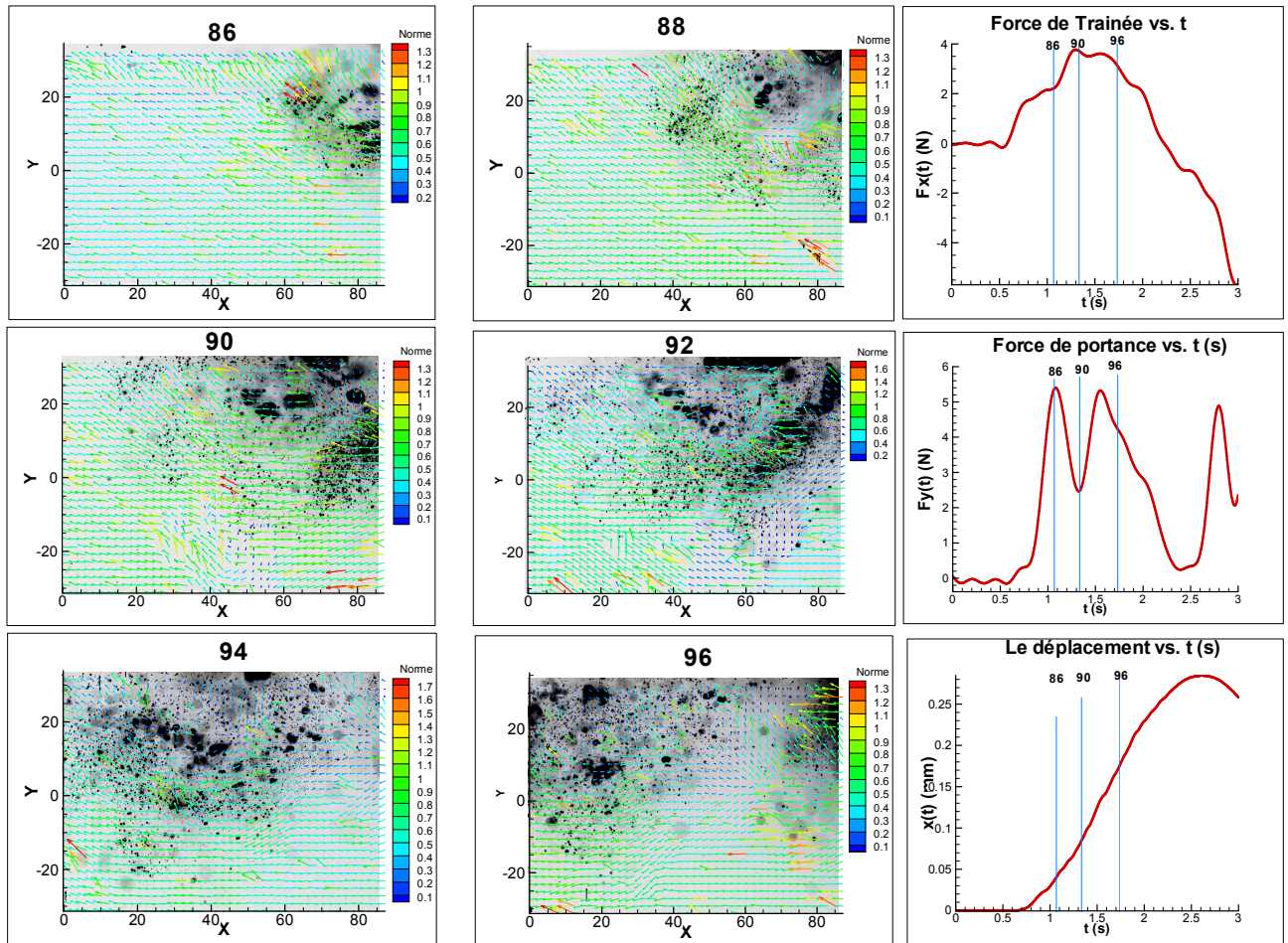


FIG. 4. Champ de vitesse et efforts appliqués sur le cylindre dans le cas de la phase d'accélération en présence d'un déferlement de la vague d'accompagnement pour un mouvement oscillatoire caractérisé par une amplitude de 260 mm, une fréquence de 0.250 Hz un paramètre d'immersion de  $d/D$  de 0.7. Les numéros 86 à 96 correspondent aux instants marqués par les lignes verticales. Le champ est superposé à l'image utilisée lors du calcul du champ. Les points noirs représentent les bulles résultant du déferlement. La couleur des vecteurs vitesses est associée à leur norme.

La figure 4 illustre le champ de vitesse derrière le cylindre lors d'un déferlement de la vague d'accompagnement et pendant une phase d'accélération pour une expérience où le cylindre effectue un aller-retour. La caméra embarquée met nettement en évidence les évolutions d'une zone turbulente où apparaissent plusieurs grosses bulles qui sont convectées par l'écoulement. Au cours de cette excursion la zone est le siège de la diffusion qui se traduit par un élargissement. Au cours de ce processus les bulles de grandes tailles sont scindées en plusieurs petites. Les courbes rouges sur la droite de la Fig.4 montrent l'évolution de la force de trainée (I), la force de portance (II) et le mouvement du cylindre (III). Pour faciliter l'interprétation on a superposé au champ de vitesse mesuré une photographie de l'écoulement. La corrélation du champ de vitesse aux forces  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  s'obtient en relevant les numéros des paires analysées et les dates auxquelles elles sont traitées et ces dates sont représentées par les verticales bleues. La vitesse moyenne dans le jet subit de très fortes variations au cours du déferlement.

## Conclusions et perspectives

Nous avons présenté une technique expérimentale adaptée à l'étude de la corrélation entre le sillage proche et les efforts appliqués sur un cylindre en mouvement instationnaire. Nous avons montré que les maxima de la force de portance permettent de caractériser les coefficients  $C_L$  qui varient dans la gamme 0 à 0.6. De même l'introduction du nombre de Strouhal local permet de caractériser les fréquences des oscillations. Ce nombre prend des valeurs voisines de 0.2 à profondeur modérée  $d/D = 3, 4, 5$ . Cependant la proximité de la surface libre peut lui conférer des valeurs avoisinant 0.4. Les caractéristiques cinématiques du sillage proche ont pu être étudiées en faisant appel à une caméra embarquée dans une chaîne de mesure PIV. Malgré les difficultés de mises en œuvre, il est possible d'observer la capture de bulles de taille moyenne et leur convection/diffusion au cours du processus. De même la vitesse moyenne dans le jet au-dessus du cylindre subit de très fortes variations au cours du déferlement.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier la Région Haute Normandie pour son soutien financier lors de la réalisation de ces travaux dans le cadre du contrat RHYNO du CPER-2011.

## Références

- [1] TATSUNO, M. et TANEDA, S. 1971, Visualization on the unsteady flow past cylinders and plates decelerated from steady speed, J. of the Phys. Soc. Japan , vol.31n°4, October 1971.
- [2] SARPKEYA, T., GARISSON, C.J. 1963, Vortex formation and resistance in unsteady flow .Transaction of ASME n°16.Mars 1963.
- [3] SULMONT, P. et RAJAONA, D.R. 1987, Etude expérimentale de la dynamique d'un cylindre de révolution en décélération ou en accélération avec vitesse initiale nulle dans un fluide au repos.1ères Journées de l'hydrodynamique 16 au 18 Février- Nantes 1987
- [4] SHERIDAN, J., LIN J.C., ROCKWELL, D., 1995, Metastable states of a cylinder wake adjacent to a free surface, Physics of Fluids 7, pp.2099-2101.
- [5] REICHL, P., HOURIGAN, K., and THOMPSON, M.C. 2005, Flow past a cylinder close to a free surface. J. Fluid Mech. , vol.533, pp.269-296.
- [6] OSHKAI, P. & ROCKWELL, D., 1999, Free surface wave interaction with a horizontal cylinder, Journal of Fluids and Structure, 13, 935-954.
- [7] RAJAONA, D.R., RAKOTONDRAJAONA, L., LHOR, A. 2005, Etude expérimentale du déferlement glissant derrière un cylindre en mouvement accéléré/décéléré sous la surface libre.10èmes journées de l'hydrodynamique-Nantes, 7,8 et 9 mars.
- [8] RAJAONA, D.R., RAMANAKOTO, T., RASOLOMANANA, E., RAKOTONDRAJAONA, L. 2011, Hydrodynamique de deux cylindres horizontaux tractés en présence d'une surface libre. 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon 29 août au 2 septembre.
- [9] RAJAONA, R.D., RAKOTONDRAJAONA, L. et RASOLOMANANA E., 2008, On the lift forces acting on a cylinder accelerating and decelerating beneath a free surface, Proceedings, IUTAM Symposium on Fluid-Structure Interaction in Ocean Engineering, Hamburg University of Technology, Hamburg, Springer Verlag, pp. 205-216
- [10] DUNCAN, J.H., 1981, An experimental investigation of breaking waves produced by a towed hydrofoil, Proceedings R.Soc.London,126,331-348.



## ANNEXE III: METHODE D'INTERPOLATION SPECTRALE

## 1- Rappel sur le FFT ou Transformé de Fourier Rapide

La Transformée de Fourier Rapide FFT (« Fast Fourier Transform ») est une méthode basée sur la transformé de Fourier Discrète permettant de passer une représentation temporelle d'un signal à une représentation fréquentielle. Cette méthode met en œuvre une décomposition d'un signal périodique quelconque en une somme des sinusoides et donne un spectre en amplitude du signal qu'on peut modifier pour réaliser des filtrages si besoin. L'échantillonnage du signal à transformer doit respecter la règle de Shannon qui stipule que la fréquence d'échantillonnage est supérieure ou égale au double de la fréquence fondamentale contenue dans le signal d'origine. Un des algorithmes de calcul le plus fréquemment utilisé pour calculer le FFT a été élaboré par **Cooley-Tukey (1965)** et par **Sande-Tukey**. L'algorithme a la particularité de réduire le nombre d'opération à effectuer

On considère un signal  $g(t)$  discrétisé à intervalle régulier  $t_r = \frac{r.T}{N}$

où  $T$  est la durée d'observation en secondes, soit  $T$  est la largeur de la fenêtre d'observation d'un signal défini pour  $t$  variant de moins l'infini à plus l'infini.

$N$  est le nombre d'échantillons,

$r$  est un nombre entier compris entre 0 et  $N-1$ .

On définit encore :

$$g_r = g(t_r), \quad r = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

On suppose que ces échantillons satisfont la condition de Shannon pour éviter le phénomène de repliement spectral.

La transformée de Fourier discrète de  $g(t)$  correspondant à une fréquence d'échantillonnage de  $\frac{1}{T}$  est donnée par l'Eq 2

$$G_j = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} g_r e^{-\frac{i2\pi r j}{N}}, \quad j = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (2)$$

En pratique, les valeurs  $G_j$  ne permet pas d'obtenir le spectre exact de la fonction  $g(t)$ . Notamment si une composante périodique existe dans le signal, le pic du spectre n'est pas égal à l'amplitude de la composante périodique associée sauf pour les cas très particulier pour lesquels la fréquence est un multiple entier de  $\frac{1}{T}$ . C'est phénomène est caractérisé par l'effet de l'effet d'étalement (**RD Rajaona. et P Sulmont., 1985**). C'est pour cette raison que la connaissance de  $G_j$  n'est pas suffisante pour identifier avec précision les amplitudes et la fréquence des différentes composantes du signal.

## 2. Définition du signal presque périodique

On admet que le signal presque périodique est constitué par la superposition d'un nombre fini de composantes distinctes et faiblement amorties. Nous avons pour un signal réel.

$$g_r = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{i\Omega_k t_r} + \bar{A}_k e^{-i\bar{\Omega}_k t_r} + w(t_r) \quad (3)$$

Où

$$\begin{pmatrix} A_k = a_k + i b_k \\ \Omega_k = \omega_k + i \lambda_k \end{pmatrix} \quad (4)$$

avec  $a_k, b_k, \lambda_k, \omega_k$  sont des nombres réels et  $\lambda_k$  très faibles.

$w(t_r)$  représente un bruit de faible niveau. Le nombre entier  $k$  varie de 0 à  $N-1$ . L'hypothèse de composantes distinctes du signal entraîne que seules quelques valeurs de  $A_k$  sont non nulles

II.I-7.3 Relation entre  $G_j$ ,  $A_k$  et  $\Omega_k$ 

En reportant les Eq.3 dans l'Eq.2, On peut avoir l'expression explicite de  $G_j$  sous la forme :

$$G_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k \frac{1 - e^{-\lambda_k T + i(\omega_k T - 2\pi j)}}{1 - e^{-\lambda_k T + \frac{i(\omega_k T - 2\pi j)}{N}}} + \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} w_r e^{-\frac{i2\pi r j}{N}} \quad (5)$$

L'Eq.5 met en évidence qu'il n'y a pas de relation directe évidente entre les valeurs de  $G_j$  et  $A_k$  sauf pour les composantes pour lesquelles les pulsations  $\omega_k$  sont des multiples entiers de  $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$ . Pour ces composantes particulières et pour les faibles valeurs de  $\lambda_k$  on a avec  $j=K$  et  $\omega_k = \frac{2\pi K}{T}$  :

$$G_k = A_K \frac{1 - e^{-\lambda_K T}}{\lambda_K T} + \frac{1}{N} \sum_{k=0, k \neq K}^{N-1} A_k \frac{1 - e^{-\lambda_k T + i(\omega_k T - 2\pi j)}}{1 - e^{-\lambda_k T + \frac{i(\omega_k T - 2\pi j)}{N}}} + \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} w_r e^{-\frac{i2\pi r j}{N}} \quad (6)$$

De plus, si toutes les valeurs de  $\lambda_k$  tendent vers zéro pour les valeurs de  $k$  allant de 0 à  $N-1$ , on obtient la relation :

$$G_K = A_K + O\left(\frac{1}{N}\right) + W(K) \quad (7)$$

Dans la quelle  $O\left(\frac{1}{N}\right)$  représente la contribution (de l'ordre  $\frac{1}{N}$ ) des composantes autres que  $K$  et  $W(K)$ .  $G_K$  donne directement la valeur de  $A_K$  en négligeant la contribution du bruit. Le terme  $O\left(\frac{1}{N}\right)$  montre que la contribution des composantes restantes autres que  $K$  est de l'ordre de  $\frac{1}{N}$ . Plus généralement, la pulsation d'une composante peut être associée à deux valeurs successives de  $\Delta\omega$  de la façon suivante :

$$K\Delta\omega \leq \omega_K \leq (K+1)\Delta\omega \quad (8)$$

ou bien

$$(K-1)\Delta\omega \leq \omega_K \leq K\Delta\omega \quad (9)$$

En pratique,  $K$  correspond aux valeurs de  $j$  pour lesquelles  $G_j$  représente un pic dans le spectre malgré l'effet d'étalement. Les Eqs.8 et 9 peuvent se mettre sous la forme :

$$\omega_K = \frac{(K + \varepsilon_K) \cdot 2\pi}{T} \quad \text{avec } |\varepsilon_K| \leq 1 \quad (10)$$

La méthode d'interpolation spectrale consiste à calculer  $\varepsilon_K$  puis  $\omega_K$  par l'Eq .10. On peut alors mettre en évidence la contribution du pic d'ordre  $K$  dans l'Eq .5 et l'Eq .2 donne :

$$G_j = \frac{1}{N} A_K \frac{1 - e^{i2\pi(F_K T - j)}}{1 - e^{\frac{i2\pi(F_K T - j)}{N}}} + \frac{1}{N} \sum_{k=0, k \neq K}^{N-1} A_k \frac{1 - e^{i2\pi(F_k T - j)}}{1 - e^{\frac{i2\pi(F_k T - j)}{N}}} + W(j) \quad (11)$$

où nous avons :

$$F_k = \frac{\Omega_k}{2\pi} = i \frac{\lambda_k}{2\pi} + f_k = i \frac{\lambda_k}{2\pi} + (k + \varepsilon_k) \frac{1}{T} \quad (12)$$

pour  $k$  allant de 0 à  $N-1$  et  $W(j)$  est la transformée de Fourier discrète de  $w(t_r)$ .

Pour les valeurs  $K$  de l'entier  $j$ , la contribution du pic d'ordre  $K$  est dominante vis-à-vis des composantes restantes. C'est pourquoi on peut écrire :

$$G_k = A_k \frac{1 - e^{z_k}}{-z_k} + O_k\left(\frac{1}{N}\right) + W(K) \quad (13)$$

où nous avons

$$z_K = i2\pi(F_K T - K) = -\lambda_K T + i2\pi\varepsilon_K \quad (14)$$

$$O_K(1/N) = \frac{1}{N} \sum_{k=0, k \neq K}^{N-1} A_k \frac{1 - e^{i2\pi(F_k T - K)}}{1 - e^{i2\pi(F_k T - K)/N}} \quad (15)$$

De la même manière pour  $j = K+1$  et  $j = K-1$ , nous avons :

$$G_{K+1} = A_K \frac{1 - \exp z_K}{-z_K + i2\pi} + O_{K+1}(1/N) + W(K+1) \quad (16)$$

$$G_{K-1} = A_K \frac{1 - \exp z_K}{-z_K - i2\pi} + O_{K-1}(1/N) + W(K-1). \quad (17)$$

Le rapport entre  $G_K - G_{K+1}$  et  $G_K - G_{K-1}$  nous permettra d'avoir une fonction simple de  $z_K$ . En effet on obtient :

$$\frac{G_K - G_{K+1}}{G_K - G_{K-1}} = \frac{i2\pi + z_K}{i2\pi - z_K} \quad (18)$$

Ainsi, l'Eq. 18 permet de déduire la valeur de  $z_K$  par la relation suivante :

$$z_K = i2\pi \frac{G_{K+1} - G_{K-1}}{2G_K - G_{K+1} - G_{K-1}} \quad (19)$$

A partir de cette valeur, on se sert de la relation (14) pour calculer  $\lambda_K$  et  $\varepsilon_K$  et de la relation (12) pour avoir la fréquence. On peut enfin se servir des formules (13), (16), (17) pour calculer l'amplitude complexe  $A_K$  par la relation :

$$A_K = (2G_K - G_{K+1} - G_{K-1}) \frac{z_K(z_K^2 + 4\pi^2)}{8\pi^2(1 - e^{z_K})} \quad (20)$$

En posant

$$S^+ = G_K - G_{K+1} \text{ et } S^- = G_K - G_{K-1} \quad (21)$$

On en déduit

$$z_K = i2\pi \frac{S^- - S^+}{S^+ + S^-} \quad (22)$$

$$\varepsilon = \operatorname{Re} \frac{S^- - S^+}{S^+ + S^-} \quad (23)$$

$$\lambda_K = \frac{2\pi}{T} \operatorname{Im} \frac{S^- - S^+}{S^+ + S^-} \quad (24)$$

$$A_K = i4\pi \frac{S^- S^+ (S^- - S^+)}{[1 - e^{i2\pi \frac{S^- - S^+}{S^+ + S^-}}] (S^- + S^+)^2} \quad (25)$$

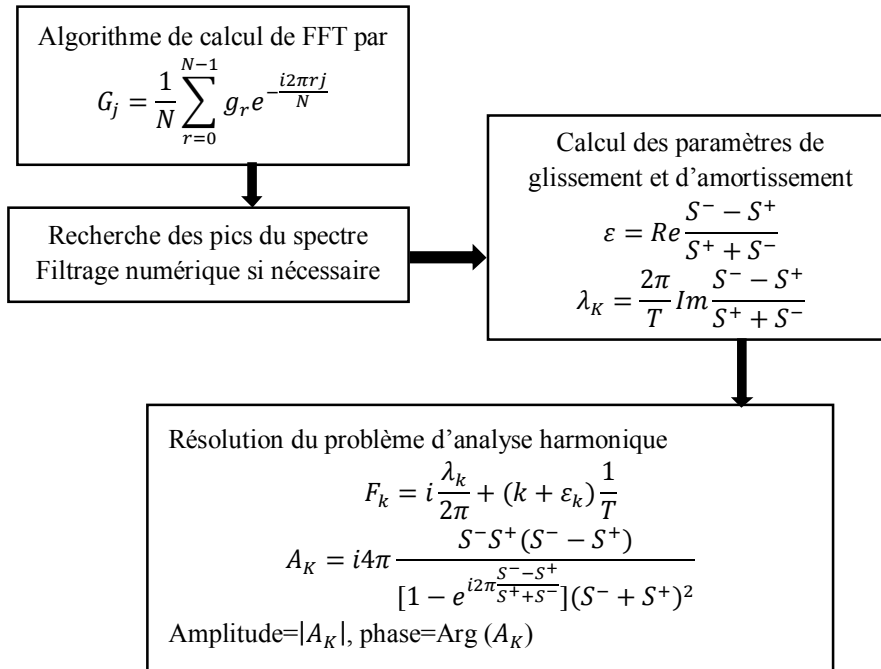
#### II.I-7.4 Installation de la méthode sur l'ordinateur de travail

La procédure de la méthode sur la machine est la suivante :

- Constitution d'un vecteur colonne de valeurs complexes  $z_l; l = 1, \dots, 2^\alpha$  constituant l'entrée du sous-programme de FFT.
- Calcul des transformées de Fourier discrètes de  $z_l$  par la formule par la formule (2), par un algorithme de **Cooley-Tukey** et **Sande-Tukey** ou autre.
- Recherche des maxima du spectre des modules. Si le signal contient des bruits, besoin de détecter les pics au-dessus d'un certain seuil.

### ANNEXE III. METHODE D'INTERPOLATION SPECTRALE

- Recherche des paramètres de glissement et d'amortissement par les relations (23) ou (24).
- Calcul des fréquences par la formule (12) puis de l'amplitude et des phases par la relation (25).



**Organigramme du programme d'Interpolation Spectrale**