



**HAL**  
open science

# Analyse du comportement vibroacoustique des parois multicouches composites dans les constructions

Rawad Assaf

► **To cite this version:**

Rawad Assaf. Analyse du comportement vibroacoustique des parois multicouches composites dans les constructions. Matériaux. Conservatoire national des arts et métiers - CNAM, 2015. Français. NNT : 2015CNAM1036 . tel-01685022

**HAL Id: tel-01685022**

**<https://theses.hal.science/tel-01685022>**

Submitted on 16 Jan 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

PARIS - FRANCE

École doctorale Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Laboratoire Chimie moléculaire, génie des procédés chimiques et énergétiques

# THÈSE DE DOCTORAT

présentée par : **RAWAD A. ASSAF**

Soutenue le : **01 décembre 2015**

pour obtenir le grade de : **Docteur du Conservatoire National des Arts et Métiers**

Discipline/ Spécialité : **Mécanique**

## **ANALYSE DU COMPORTEMENT VIBROACOUSTIQUE DES PAROIS MULTICOUCHES COMPOSITES DANS LES CONSTRUCTIONS**

### **THÈSE dirigée par :**

M. DESCOMBES Georges	Professeur des Universités, CNAM siège	<i>Directeur</i>
M. GUILLEMARD Francis	PTC BTP, CNAM siège	<i>Co-encadrant</i>
M. LARBI Walid	Maître de Conférences, CNAM siège	<i>Co-encadrant</i>
M. ELHACHEM Elias	Directeur de l'ISSAE-CNAM Liban	<i>Co-encadrant</i>

### **RAPPORTEURS :**

M. HAGE CHEHADE Fadi	Professeur des Universités, UL - EDST
M. SADEK Marwan	Maître de Conférences HDR, UL - IUT

### **EXAMINATEURS :**

M. MARVILLET Christophe	PTC Energétique , CNAM siège	<i>Président du jury</i>
Mme ABDEL MASSIH Dalia	Maître de Conférences, UL-FG	

# Avant-propos

---

La présente thèse a été réalisée entre avril 2012 et octobre 2015 au sein du Conservatoire National des Arts et Métiers - Paris. Elle est le fruit d'une collaboration avantageuse et croissante entre le Cnam Paris et l'ISSAE-Cnam Liban.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont supervisés et encouragés.

Ce travail a été soutenu par une bourse de voyage pour financer les déplacements. Cette bourse est offerte par le Mécénat Besnard de Quelen, présidé par le Professeur Francis Guillemard, mon co-encadrant de thèse, que je remercie vivement pour son suivi et son encouragement rigoureux.

Je tiens à remercier le Professeur Georges Descombes, mon directeur de thèse, pour ses conseils judicieux, son support et son soutien continu.

J'adresse mes profonds remerciements à Monsieur Elias El Hachem, Directeur de l'ISSAE-Cnam Liban, mon Professeur et mon parrain pour la confiance, l'encouragement et le soutien illimité qu'il m'a offerts pendant quinze ans. Sans lui, cette thèse n'aurait pas commencé. Merci pour avoir cru en moi. Je serai toujours reconnaissant.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur Walid Larbi qui m'a encadré tout au long de cette thèse avec patience. Je le remercie pour son soutien inconditionné, ses qualités scientifiques et humaines, et ses connaissances qu'il a mises à ma disposition. Sans lui, la thèse ainsi que les publications, ne pourraient pas être accomplies en trois ans.

J'exprime aussi ma vive reconnaissance à chacun des membres du jury pour l'intérêt manifesté envers ce travail. Je remercie le Professeur Christophe Marvillet de l'honneur qu'il m'a fait en présidant ce jury. Je tiens à remercier également le Professeur Fadi Hage Chehade et Monsieur Marwan Sadek pour avoir accepté d'être rapporteurs, et Madame Dalia Abdel Massih pour m'avoir accordé son temps précieux durant ses vacances de maternité.

Je remercie l'équipe du CEDIA (Cellule d'Etude et de Développement en Ingénierie Acoustique) de l'Université de Liège en Belgique, surtout Monsieur Alexandre Maillard pour son accueil chaleureux et ses conseils. J'aimerais également adresser mes remerciements les plus profonds au Professeur Myrna Medlej El Hachem et Monsieur Fady Elhaber qui ont eu la générosité de relire ce travail et de corriger le manuscrit; cette contribution était essentielle pour l'achèvement de la version finale du texte.

Je témoigne aussi ma reconnaissance à mes parents Antoine et Rosette, et à ma petite famille Elise, Antoine et Noah qui m'ont encouragé et épaulé durant mes études doctorales sans jamais regretter le temps passé loin d'eux. Cette thèse de doctorat est aussi la leur.

*"Aide-toi, le ciel t'aidera".*



# Résumé

---

Les structures à double paroi sont largement utilisées dans la lutte contre les nuisances sonores et vibratoires en raison de leur supériorité en terme d'isolation acoustique sur les parois simples. Parmi les exemples typiques on peut citer les doubles vitrages, le fuselage des avions, les véhicules, etc. Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés à l'étude expérimentale et numérique du comportement vibroacoustique des doubles parois feuilletées. Le système étudié est composé de deux plaques sandwichs à cœur viscoélastique séparées par une cavité remplie d'air. Nous avons développé un modèle éléments finis basé sur une formulation variationnelle impliquant le déplacement en tout point de la structure et la pression acoustique dans la cavité d'air. Due aux propriétés mécaniques complexes du matériau viscoélastique utilisé dans le cœur des panneaux, cette formulation est complexe et dépend de la fréquence. La résolution de ce modèle par les méthodes directes a un coût numérique exorbitant. Nous avons réussi à développer un modèle d'ordre réduit à faible coût numérique capable de prédire la transmission sonore quelque soit le domaine fréquentiel d'étude. Ce modèle, basé sur la méthode de superposition modale, nécessite le calcul des modes découplés solide et acoustique du système. Les modes solides sont les modes réels et non amortis des panneaux sandwich sans charge de pression acoustique à l'interface fluide-structure, tandis que les modes acoustiques sont les modes de la cavité acoustique avec des conditions aux limites de parois rigides à l'interface fluide-structure. Pour valider notre modèle numérique, nous avons réalisé des mesures expérimentales de vitrages simples, feuilletés et doubles selon la norme ISO 140. Cette norme concerne la mesure de l'isolement acoustique des immeubles et des éléments de construction. Les comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux montrent une assez bonne corrélation entre les deux approches.

**Mots-clés :** double paroi, viscoélastique, transmission sonore, vibroacoustique, éléments finis, projection modale, étude expérimentale.



# Abstract

---

Double-wall structures are widely used in noise control due to their superiority over single-leaf structures in providing better acoustic insulation. Typical examples include double glazed windows, fuselage of airplanes, vehicles, etc. In this context, we are interested in experimental and numerical study of the vibro-acoustic behavior of double-wall sandwich panels with viscoelastic core coupled to an acoustic enclosure. A finite element formulation is derived from a variational principle involving structural displacement and acoustic pressure in the fluid cavity. Since the elasticity modulus of the viscoelastic core is complex and frequency dependent, this formulation is complex and nonlinear. Therefore, the direct solution of this problem can be considered only for small model sizes. We successfully developed a reduced order-model to predict the sound transmission in any frequency range at a lower numerical cost. This model, based on a normal mode expansion, requires the computation of the uncoupled structural and acoustic modes. The uncoupled structural modes are the real and undamped modes of the sandwich panels without fluid pressure loading at fluid-structure interface, whereas the uncoupled acoustic modes are the cavity modes with rigid wall boundary conditions at the fluid-structure interface. Our numerical model is validated by means of experiments realized on simple, double and laminated glazing according to ISO 140 standards. This standard concerns the measurement of sound insulation in buildings and of building elements. The numerical predictions agree reasonably well with experiments.

**Keywords :** Double-wall, viscoelastic, sound transmission, vibro-acoustic, finite element, modal reduction, experiments.



# Sommaire

---

Liste des figures	11
Liste des tableaux	15
Chapitre 1. Introduction.....	17
1.1 Problématique et méthodologie.....	17
1.2 Analyse bibliographique .....	18
1.2.1 Approche analytique .....	18
1.2.2 Approche numérique.....	18
1.2.3 Approche expérimentale .....	19
1.3 Structure du document .....	19
Chapitre 2. Etude Analytique .....	21
2.1 Introduction .....	21
2.1.1 Etude bibliographique.....	21
2.1.2 Indicateurs acoustiques .....	22
2.1.3 Objectif .....	24
2.2 Transmission d'une onde à travers une paroi simple .....	24
2.2.1 Formulation analytique .....	24
2.2.2 Etude paramétrique .....	31
2.3 Transmission d'une onde à travers une paroi double.....	40
2.3.1 Introduction.....	40
2.3.2 Comportement physique d'une paroi double.....	40
2.3.3 Formulation analytique .....	41
2.3.4 Etude paramétrique .....	50
2.4 Conclusion.....	58
Chapitre 3. Etude numérique .....	59
3.1 Introduction .....	59
3.2 La formulation en éléments finis du problème couplé.....	61
3.2.1 Equations locales .....	61
3.2.2 Loi de comportement du cœur viscoélastique .....	62
3.2.3 Formulation variationnelle.....	64

3.3	Modèle réduit .....	65
3.3.1	Modes propres de la structure <i>in vacuo</i> .....	65
3.3.2	Modes propres de la cavité acoustique avec des parois rigides .....	66
3.3.3	Méthode de superposition modale .....	67
3.4	Indicateurs acoustiques .....	68
3.4.1	Puissance acoustique rayonnée .....	68
3.4.2	Perte de transmission sonore sous une incidence normale .....	70
3.5	Modèle éléments finis d'une plaque sandwich avec un cœur viscoélastique .....	71
3.5.1	Hypothèses cinématiques .....	71
3.5.2	Relations entre déformation et déplacement .....	73
3.5.3	Degrés de liberté et fonctions de forme .....	74
3.5.4	Matrices de masse et de rigidité élémentaires .....	77
3.6	Exemples numériques .....	79
3.6.1	Fréquences propres d'une plaque sandwich non amortie .....	79
3.6.2	Fréquences propres d'une plaque sandwich avec amortissement constant et complexe dans le cœur .....	80
3.6.3	La transmission sonore à travers une paroi double élastique .....	82
3.6.4	La transmission sonore à travers d'un double vitrage feuilleté .....	87
3.7	Conclusions .....	89
Chapitre 4. Etude expérimentale .....		91
4.1	Introduction .....	91
4.1.1	Etude bibliographique .....	91
4.1.2	Objectif .....	98
4.2	Description des essais .....	99
4.2.1	Mode opératoire et évaluation .....	99
4.2.2	Montage expérimental .....	101
4.3	Résultats des essais .....	109
4.3.1	Vitrage Simple d'épaisseur 6 mm .....	110
4.3.2	Double vitrage 6/12/6 .....	112
4.3.3	Vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal) .....	116
4.3.4	Vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence) .....	118
4.3.5	Comparaisons des résultats .....	119
4.4	Etude comparative avec les méthodes analytique et numérique .....	123
4.4.1	Paroi simple .....	123
4.4.2	Paroi double .....	125

4.5	Conclusion.....	128
Chapitre 5.	Conclusions et perspectives .....	129
5.1	Conclusions .....	129
5.2	Perspectives .....	130
Bibliographie	.....	133



# Liste des figures

---

Figure 2. 1 : Ecoulement de l'énergie dans une double paroi : $E_i = E_r + E_d + E_t$ .....	23
Figure 2. 2 : Incidence normale d'une onde sur une paroi simple. ....	25
Figure 2. 3: Transmission d'une onde oblique plane à travers une paroi infinie et flexible. ....	30
Figure 2. 4: Effet de coïncidence. ....	32
Figure 2. 5: Variation de la perte de transmission sonore d'une paroi simple en fonction de la fréquence pour un angle d'incidence donné $\theta$ .....	35
Figure 2. 6 : Influence des paramètres (amortissement - masse - rigidité) pour une gamme d'angle d'incidence à une fréquence fixe supérieure à la fréquence critique. ....	36
Figure 2. 7: Perte de transmission sonore d'une partition infinie pour des fréquences inférieures à la fréquence critique (cas d'un simple vitrage de 6 mm d'épaisseur).....	37
Figure 2. 8: Perte de transmission sonore (S.T.L.) d'un simple vitrage en fonction de la fréquence pour huit cas d'angle d'incidence. ....	38
Figure 2. 9: Perte de transmission sonore (S.T.L.) de deux simples vitrages d'épaisseur 4 et 8 mm respectivement en fonction de la fréquence pour trois cas d'angle d'incidence. ....	39
Figure 2. 10: Pompage dans la cavité d'air .....	40
Figure 2. 11: Effet de rigidité rajoutée.....	41
Figure 2. 12: Système de double paroi soumis à une onde normale.....	42
Figure 2. 13: Schéma masse – ressort – masse .....	45
Figure 2. 14: Transmission sonore d'une double paroi infinie soumise à une onde oblique ...	49
Figure 2. 15 : S.T.L. en fonction de la fréquence pour trois doubles vitrages avec des cavités d'air différentes, sous incidence normale.....	53
Figure 2. 16: Performance de l'air face à l'argon dans la cavité (incidence normale). ....	54
Figure 2. 17: Variation de la fréquence de résonance masse-air-masse d'un double vitrage (6/6/4) pour quatre cas d'angle d'incidence.....	55
Figure 2. 18: Perte de transmission sonore (S.T.L.) d'un double vitrage en fonction de la fréquence pour une incidence normale. ....	55
Figure 2. 19 : Comparaison de la perte de transmission sonore entre trois configurations d'un double vitrage pour une incidence normale. ....	56
Figure 2. 20: Comparaison de la perte de transmission sonore entre deux configurations d'un double vitrage de même masse pour une incidence normale.....	57
Figure 3. 1 : Structure à double paroi en sandwich couplée à une enceinte acoustique.....	61
Figure 3. 2 : Subdivision du panneau $\Omega_{s2}$ en éléments radiateurs. ....	69
Figure 3. 3 : Cinématique d'une plaque sandwich à trois couches.....	71
Figure 3. 4 : Données géométriques de l'élément de plaque.....	74
Figure 3. 5 : Les données géométriques d'une paroi double enfermant une cavité d'air. ....	83
Figure 3. 6 : Comparaison de la nS.T.L. d'une paroi double enfermant une cavité d'air avec une paroi simple.....	84
Figure 3. 7 : Modes couplés fluide-structure (pression dans le fluide et déplacement total des parois) : les modes en phase (1, 1), (3, 1) et (1, 3) et le mode en opposition (1, 1) *.....	85

Figure 3. 8 : Comparaison de la transmission sonore à incidence normale (nS.T.L.) d'une paroi double finie (résultat des éléments finis) à celle d'une paroi double infinie (solution analytique).....	86
Figure 3. 9 : Comparaison de la puissance acoustique rayonnée par un vitrage simple et un vitrage feuilleté de même masse. ....	87
Figure 3. 10 : nS.T.L. à travers un panneau à double rempli d'air: comparaison entre l'approche de réduction modale et la méthode nodale directe. ....	88
Figure 3. 11 : Comparaison de la perte de transmission sonore à incidence normale (nS.T.L.) entre un simple et un double vitrage feuilleté. ....	89
Figure 4. 1 : Transmission solidienne (à gauche) et aérienne (à droite). ....	91
Figure 4. 2 : Vue schématique de la transmission du bruit dans un bâtiment.....	92
Figure 4. 3 : Vue schématique du montage expérimental du [Price et Crocker, 1970]. ....	94
Figure 4. 4 : Vue schématique du montage expérimental [Basten, 2001]. ....	94
Figure 4. 5 : Chambre réverbérante (Université de Liège). ....	96
Figure 4. 6 : Chambre anéchoïque (Université de Liège). ....	97
Figure 4. 7 : Section schématique du laboratoire. ....	100
Figure 4. 8 : Vue en 3D du laboratoire. ....	101
Figure 4. 9 : Portes (doubles) à forte isolation acoustique.....	102
Figure 4. 10 : Liaisons entre les chambres et leurs fondations - suspension élastique. ....	102
Figure 4. 11 : Vue en plan de la partie du laboratoire utilisée pour les tests (Université de Liège) - Les dimensions sont en cm. ....	103
Figure 4. 12 : Bras rotatif Brüel et Kjaer, qui porte le microphone.....	104
Figure 4. 13 : Sources de bruit dans la salle d'émission. ....	105
Figure 4. 14 : Vitrage installé dans la baie entre les deux chambres. ....	105
Figure 4. 15 : Etanchéité du pourtour : laine de roche et mastic acoustique. ....	106
Figure 4. 16 : Détails du montage. ....	108
Figure 4. 17 : Coupe du profil utilisé. ....	109
Figure 4. 18: Fiche technique du vitrage simple (e=6 mm). ....	110
Figure 4. 19 : Montage du vitrage simple (e=6 mm). ....	110
Figure 4. 20 : Indice d'affaiblissement du vitrage simple (e=6 mm). ....	111
Figure 4. 21: Fiche technique du double vitrage simple (6/12/6). ....	112
Figure 4. 22 : Montage du double vitrage (6/12/6). ....	113
Figure 4. 23 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du double vitrage symétrique 6/12/6.....	114
Figure 4. 24 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du double vitrage asymétrique 4/20/6 (CSTB - 2013). ....	115
Figure 4. 25 : Fiche technique du Vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal). ....	116
Figure 4. 26 : Montage du vitrage feuilleté securit 66.2. ....	116
Figure 4. 27 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal). ....	117
Figure 4. 28 : Fiche technique du Vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence). ....	118
Figure 4. 29 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence). ....	119
Figure 4. 30 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence d'un simple vitrage de 6 mm et d'un double vitrage 6-12-6. ....	120

Figure 4. 31 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence de double vitrage 6/12/6 et 4/20/6. ....	121
Figure 4. 32 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence de double vitrage 6-12-6 et du vitrage feuilleté 66.2 avec PVB normal. ....	122
Figure 4. 33 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence de deux vitrages laminés 66.2 avec PVB normal et PVB silence. ....	123
Figure 4. 34 : Simple vitrage d'épaisseur 6 mm : comparaison entre nos mesures et les modèles analytiques. ....	124
Figure 4. 35 : Perte de transmission sonore normale d'un simple vitrage sous incidence normale : comparaison entre nos modèles théoriques et l'expérience de Foss. ....	125
Figure 4. 36: Perte de transmission sonore normale d'une paroi double en aluminium (1,6/48/1,6) : nos modèles théoriques analytique (infini) et numérique (éléments finis) contre l'expérience de Carneal et al. ....	126
Figure 4. 37 : Perte de transmission sonore normale d'une paroi double en aluminium (1/80/1) : modèles théoriques analytique (infini) et numérique (éléments finis) contre l'expérience de Lu et Xin. ....	127



# Liste des tableaux

---

Tableau 2. 1 Configurations des trois doubles vitrages .....	56
Tableau 2. 2: Configurations des deux doubles vitrages de même masse totale. ....	57
Tableau 3. 1: Les dix premières fréquences propres (Hz) d'une plaque sandwich rectangulaire sans amortissement. ....	80
Tableau 3. 2 : Les données géométriques et mécaniques de la plaque sandwich avec un module complexe et constant du cœur. ....	81
Tableau 3. 3 : Les cinq premières fréquences propres (Hz) et les facteurs de perte correspondants pour une plaque sandwich avec un module complexe et constant du cœur. ..	82
Tableau 3. 4 : Liste des fréquences propres des modes couplés. ....	84
Tableau 4. 1 : Résumé de quelques travaux expérimentaux sur la dynamique des parois. ....	93
Tableau 4. 2 : Résumé de quelques travaux expérimentaux sur la transmission aérienne. ....	95
Tableau 4. 3 : Propriétés du verre. ....	109
Tableau 4. 4 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Simple vitrage d'épaisseur 6 mm. ....	111
Tableau 4. 5 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Double vitrage 6/12/6. ....	113
Tableau 4. 6 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal). .....	117
Tableau 4. 7 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence). .....	118



# Chapitre 1. Introduction

---

## 1.1 Problématique et méthodologie

Le bruit est l'une des nuisances les plus citées quand il s'agit d'identifier les causes de gêne les plus répandues dans les secteurs de construction et de transport. Ce problème est plus fréquent avec la tendance à utiliser des matériaux légers mais plus rigides pour des raisons écologiques et économiques. Cette combinaison de masse légère et de haute rigidité donne naissance à une faible perte de transmission sonore sur une large bande de fréquence. En conséquence, la communauté scientifique est impliquée davantage dans la recherche des moyens de lutte contre le bruit et les nuisances sonores ainsi que la prédiction du comportement vibroacoustique des différentes configurations de façade, pare-brise, fuselage, etc., à l'aide des modèles théoriques et numériques sans avoir recours chaque fois à des mesures expérimentales coûteuses.

Une grande partie de recherche s'oriente vers le secteur du bâtiment, où les vitrages simples représentent un point faible d'un point de vue acoustique et thermique. Pour remédier à ce problème, les constructeurs utilisent les doubles vitrages et / ou les vitrages feuilletés.

Un double vitrage apporte plus de confort acoustique qu'un vitrage simple. Cependant, son comportement vibroacoustique est plus compliqué et nécessite l'étude du phénomène de résonance au niveau des lames de verres et de la lame d'air qui introduit un couplage.

Le vitrage feuilleté est un assemblage constitué d'au moins deux feuilles de verre, liées sur toute leur surface par un intercalaire souvent constitué d'un film plastique en butyral de polyvinyle (PVB). Ce vitrage, connu pour ses qualités de sécurité (risque de blessure limité en cas de bris, protection contre l'effraction, protection contre les armes à feu et les explosions, protection contre l'incendie ...) améliore davantage la performance acoustique. L'analyse de son comportement vibroacoustique, nécessite l'étude des effets du cœur viscoélastique, qui atténue les vibrations et le bruit par une dissipation d'énergie due principalement au cisaillement transversal.

Dans ce contexte, cette thèse porte sur le développement des modèles de prédiction du comportement vibroacoustique des parois (simple, double et multicouches) et leur confrontation avec des essais expérimentaux et des modèles analytiques.

## 1.2 Analyse bibliographique

### 1.2.1 Approche analytique

La littérature scientifique est riche en études portant sur la modélisation du comportement vibroacoustique des parois à l'aide des approches analytiques ayant des conditions aux limites bien définies, et qui fournissent des résultats rapides et convenables pour des études paramétriques.

Des modèles analytiques ont été développés pour étudier le cas des parois simples [Sewel, 1970 ; Quirt, 1928 ; Fahy, 1985 ; Kermen, 2005]. Ces modèles ont identifié les paramètres qui ont une influence sur l'indice d'affaiblissement sonore : la masse, l'angle d'incidence, les dimensions. En effet, la perte de transmission sonore s'améliore quand la masse de la paroi augmente. Cette perte diminue lorsque les dimensions de la paroi augmentent. L'indice d'affaiblissement varie aussi avec l'angle d'incidence de l'onde acoustique mesuré par rapport à la normale : il est faible pour une incidence rasante, puis s'améliore lorsque l'angle diminue.

D'autres modèles sont aussi proposés pour étudier les systèmes constitués de deux parois séparées par une cavité acoustique. En effet, de nombreux auteurs ont étudié le comportement vibroacoustique des parois doubles et les paramètres qui l'influencent, à savoir : les parois, la cavité et l'angle d'incidence [Beranek et Work, 1949 ; London, 1950 ; White, 1966 ; Quirt, 1982 ; Fahy et Mason, 1988 ; Pan, 1998]. D'autres ont étudié l'influence des propriétés du fluide dans la cavité [Basten, 2001].

On trouve aussi plusieurs études comparatives avec les mesures expérimentales [Tadeu, 2004], afin de valider les modèles et d'identifier les éventuelles divergences.

Les dimensions des parois ont été le but des recherches de plusieurs auteurs [Lu et Xin, 2014], ainsi que les conditions de fixation du système dans un baffle rigide infini en se basant sur des développements en séries de Fourier.

### 1.2.2 Approche numérique

Les méthodes numériques sont largement utilisées dans l'analyse du comportement vibroacoustique des parois simples, doubles et multicouches à cœur viscoélastique. En effet, les approches numériques ont permis de traiter des problèmes compliqués sans limitation de conditions aux limites ou de formes géométriques. Les approches numériques sont nombreuses : (i) méthode des éléments finis (MEF), (ii) méthode des éléments de frontière "Boundary Element Method" (BEM), (iii) analyse statistique énergétique (ASE), etc.

Le choix de la méthode numérique dépend essentiellement du temps de calcul et donc du coût de calcul et de la bande fréquentielle à traiter.

Certains auteurs ont développé des modèles de prédiction pour la transmission sonore basés sur une méthode mixte : (i) MEF-équations intégrales [Bouihoui, 1993], et (ii) MEF-BEM [Sgard et al., 2000]. D'autres ont utilisé la méthode des éléments finis pour étudier le couplage élasto-poro-acoustique en introduisant une couche poreuse dans le système

[Panneton, 1996]. L'analyse statistique énergétique est utilisée aussi pour calculer la perte de transmission sonore par le domaine des fréquences moyennes [Craik, 2003].

Le vitrage feuilleté fournit une meilleure isolation acoustique à l'aide de son cœur viscoélastique qui dissipe l'énergie de vibration principalement par cisaillement transversal. La modélisation dynamique d'un matériau viscoélastique est compliquée du fait que ses propriétés mécaniques dépendent de la fréquence et de la température. Plusieurs auteurs ont étudié le comportement dynamique des matériaux viscoélastiques [Alam *et al.*, 1984 ; Rikards *et al.*, 1993 ; Araújo *et al.*, 2010 ; Bilasse *et al.*, 2011 ; et Ferreira *et al.*, 2013].

L'application de ces matériaux dans l'amélioration de la performance acoustique est récente et moins développée [Akrouit *et al.*, 2009].

### 1.2.3 **Approche expérimentale**

Les modèles numériques de n'importe quelle approche ne peuvent être utilisés qu'après validation, en les comparant aux mesures.

La mesure de la transmission sonore est divisée en deux catégories : (i) solidienne, et (ii) aérienne. La transmission aérienne peut être évaluée par plusieurs méthodes : (i) chambre réverbérante, (ii) champ libre, et (iii) intensimétrie. Le choix de la méthode revient au problème étudié, surtout les paramètres pris en considération ainsi que le laboratoire et les équipements disponibles. Cependant, les résultats expérimentaux sont dispersés du fait des conditions du laboratoire et de mesure qui peuvent être très différentes.

Pour normaliser ces résultats, la norme internationale ISO 140, "*Acoustique - Mesurage de l'isolation acoustique des immeubles et des éléments de construction*", a développé plusieurs documents qui précisent comment effectuer ces mesures pour garantir une standardisation des résultats.

Le mode opératoire de la mesure de la transparence acoustique est défini par les normes ISO 140-3, 1995 et ISO 140-1, 1997. Ces mesures supposent un champ diffus à l'émission. Les études réalisées sur 23 laboratoires européens présentées par [Fausti *et al.*, 1999] montrent des écarts de plus ou moins 2,5 dB par rapport à la moyenne entre les laboratoires sur l'indice d'affaiblissement global malgré les directives très précises de la norme actuelle. Les courbes d'indice d'affaiblissement obtenues révèlent de fortes disparités sur toute la gamme de fréquence et non pas seulement en basses fréquences. Ainsi, les hypothèses liées au champ diffus ne sont pas toujours respectées et ne permettent donc pas de garantir la reproductibilité des mesures qui dépend des dimensions de la salle, la position de la source, la position de la paroi testée, etc.

## 1.3 **Structure du document**

Après avoir introduit le sujet de recherche de cette thèse et présenté une synthèse bibliographique au premier chapitre, un modèle analytique pour la prédiction de la perte de transmission sonore en fonction de la fréquence est développé dans le deuxième chapitre. Ce modèle est restreint par des hypothèses concernant la géométrie (paroi infinie ou finie) et les conditions aux limites (appui). Cette approche analytique va nous permettre de faire une étude paramétrique identifiant l'influence de chaque paramètre du problème.

Dans le troisième chapitre, on présente un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis pour la prédiction de la transmission sonore à travers une double paroi feuilletée. L'approche proposée est basée sur une formulation variationnelle utilisant comme variable le déplacement de la structure et la pression acoustique dans le fluide. Pour résoudre le problème à faible coût numérique, une méthode de réduction modale basée sur la projection du système discrétisé par éléments finis sur les bases structure et fluide découplées est proposée. Enfin, un élément fini plaque sandwich à cœur viscoélastique est développé.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons les résultats des expériences que nous avons effectuées sur plusieurs vitrages, ainsi que ceux des expériences trouvées dans la littérature. Ces tests ont pour but de confronter les modèles utilisés dans cette thèse (analytique, numérique et expérimental).

En conclusion, nous présentons dans le cinquième chapitre un rappel des principaux résultats obtenus, montrant les différentes originalités de cette étude, ainsi que les perspectives relatives à ce travail.

# Chapitre 2. Etude Analytique

---

## 2.1 Introduction

Il existe plusieurs méthodes pour évaluer la transmission sonore entre deux chambres séparées par une paroi. Une des approches qui peut être utilisée est l'approche analytique qui donne une solution exacte pour des conditions aux limites particulières. Le modèle analytique n'est pas coûteux et sert à :

- valider les modèles numériques ;
- faire des études paramétriques simples et rapides.

### 2.1.1 Etude bibliographique

Le comportement vibroacoustique des parois a fait l'objet de plusieurs études analytiques. Les modèles développés répondent généralement à des questions bien précises et traitent des aspects comme :

- l'épaisseur des parois ;
- l'épaisseur de la cavité pour un double vitrage et les propriétés visco-thermiques et absorbantes du fluide ;
- l'influence des bandes de fréquence ;
- l'angle d'incidence ;
- l'influence des connecteurs et raidisseurs entre les parois...

#### 2.1.1.1 *Parois simples*

[Sewel, 1970] a étudié la transmission acoustique à travers une paroi simple fixée dans un baffle puis à travers deux parois finies identiques, chacune simplement appuyée dans un baffle infini rigide. Quelques années plus tard, [Quirt, 1982] a réalisé plusieurs études sur les simples, doubles et triples vitrages. Dans le cas d'un simple vitrage, son étude comparative avec des mesures montre une meilleure performance acoustique pour des parois plus épaisses.

Les dimensions de la paroi ont été l'objet de l'étude menée par [Kermen, 2005]. Il a établi un modèle analytique pour étudier la perte de transmission à travers une paroi simple, et il a validé numériquement ces résultats. Il a montré que la perte de la transmission acoustique diminue lorsque la surface de la paroi augmente.

#### 2.1.1.2 *Parois doubles*

Le modèle de [Beranek et Work, 1949] est basé sur l'approche de l'impédance ; il traite une double paroi infinie séparée par une cavité de fluide non visqueux. La cavité et la masse des parois seulement ont été prises en considération. Le système à double parois a été étudié par [London, 1950] en utilisant un schéma simple : deux plaques minces infinies séparées par un fluide parfait. Son travail théorique a mené à des résultats assez proches des essais

expérimentaux. Tout en contrôlant la masse du système pour éviter la résonance, les résultats montrent que dans le cas d'une paroi double et pour les fréquences supérieures à la fréquence critique, la perte de transmission du son est meilleure que dans le cas d'une paroi simple. Quelques années plus tard, [White, 1966] a effectué une analyse vibratoire des doubles parois rectangulaires de dimensions finies, excitées par une source aléatoire. Il a expliqué l'importance de la densité modale et du facteur de perte pour l'identification de la transmission acoustique du système. Par la suite, [Quirt, 1982] a étudié l'effet de l'épaisseur de la cavité d'air : dans le cas d'un triple vitrage, l'utilisation d'une troisième paroi dans la cavité fluide mène à un modèle masse-ressort-masse-ressort-masse. Il a conclu une légère amélioration de la perte de transmission sonore, juste au-dessus de la fréquence de résonance prédit par le système double vitrage. [Fahy et Mason, 1988] ont développé un modèle théorique simple représentant une double paroi infinie, montée sur des ressorts et amortisseurs. [Pan, 1998] a mené une étude analytique pour la reconnaissance de la transmission acoustique à travers des parois doubles enfermant une cavité. Il a montré l'influence des parois sur l'amortissement du milieu acoustique et le couplage fluide-structure dans ce genre de problème. Sa solution analytique détermine les mécanismes d'atténuation associés aux différents arrangements de contrôle actif considérés.

Plusieurs auteurs ont étudié l'influence des propriétés du fluide dans la cavité. [Basten, 2001] a développé un modèle analytique pour décrire l'influence des propriétés visco-thermiques de la cavité qui sépare deux parois sur la réduction des vibrations et des transmissions solidienne et aérienne.

Des études comparatives entre des modèles analytiques et les résultats expérimentaux ont montré des convergences dans certains cas et des divergences dans d'autres. [Tadeu, 2004] a pris en compte le couplage fluide-structure. Ses études ont montré que pour les basses fréquences, et dans le cas où la surface de couplage est très petite, la résonance affecte significativement les résultats, suite à la création d'ondes stationnaires dans la cavité fluide et à l'introduction des modes vibratoires par restriction du mouvement au niveau des frontières structurales.

La propagation d'onde a été utilisée par [Osipov *et al.*, 1997] pour l'évaluation de la transmission sonore à travers une paroi finie qui sépare deux chambres. Ce travail a été développé plus tard par [Dijckmans, 2010] pour considérer les parois multicouches. Il a établi un modèle à  $N$  plaques simplement appuyées, séparées par des cavités d'air, puis a comparé ses résultats à des essais. [Lu et Xin, 2014] ont proposé un modèle analytique qui traite les parois multicouches finies simplement appuyées ou encastrées dans un baffle acoustique rigide infini. Ils ont validé leurs résultats avec des mesures expérimentales, puis commenté les divergences.

### 2.1.2 Indicateurs acoustiques

Le son est une onde de pression qui se produit par une succession de variations très faibles et très rapides de la pression dans l'air. Sous l'effet de cette pression variable à sa surface, et à cause de l'énergie incidente, une paroi dans le domaine de propagation va se déformer, se déplacer, et se mettre en vibration. La surface de la paroi de l'autre côté, dans le local de réception, se déforme, vibre, mais forcément un peu moins, déplace l'air à son contact, et devient ainsi la cause de variations de pression de l'air, et une source sonore pour ce local.

Cette variation de « réponse » entre les deux côtés d'une paroi vis-à-vis d'une source sonore, induit la notion de la transmission sonore qui est influencée par plusieurs paramètres : masse de la paroi, nombre et dimensions des parois, angle d'incidence du son, fixation de la paroi à sa périphérie etc.

On a souvent intérêt à réduire la transmission sonore. Cette réduction se fait principalement par deux méthodes :

- L'absorption sonore : l'énergie causée par les ondes sera dissipée en chaleur ;
- La réflexion des ondes sonores en introduisant un grand changement dans l'impédance.

La plupart des opérations du contrôle de la transmission sonore utilisent les deux méthodes, par exemple les doubles vitrages dans les bâtiments (Figure 2. 1).

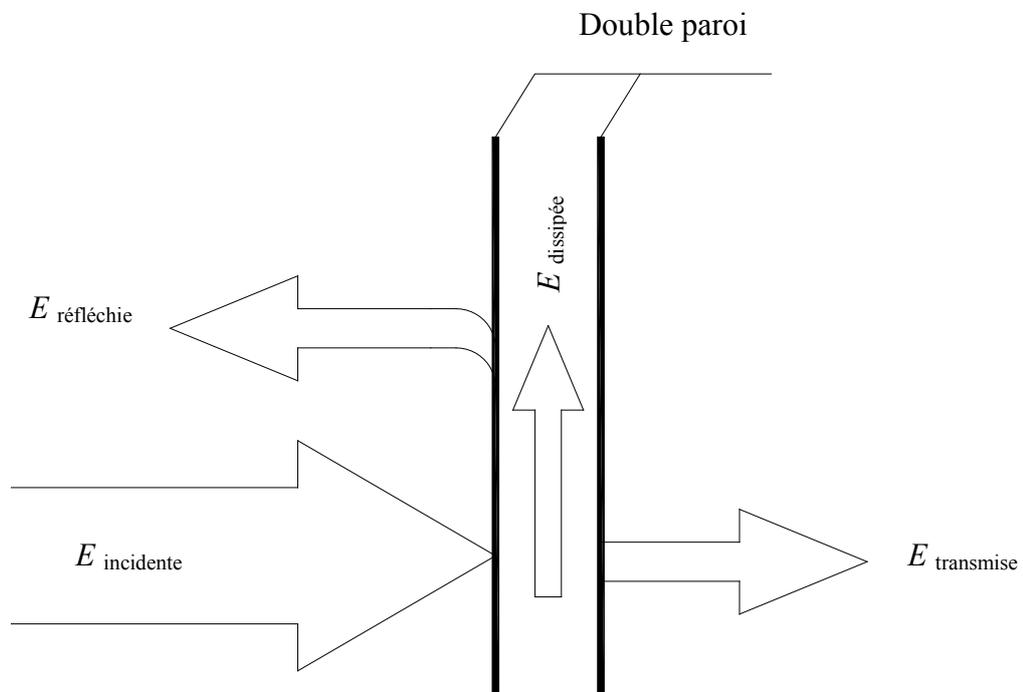


Figure 2. 1 : Ecoulement de l'énergie dans une double paroi :  $E_i = E_r + E_d + E_t$

La perte de transmission sonore *S.T.L.* "Sound Transmission Loss" (appelée aussi indice d'affaiblissement sonore *R*), exprimée en dB, est définie par :

$$S.T.L. = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{1}{\tau} \right)$$

Equation 2. 1

$\tau$  étant le coefficient de transmission sonore. Il est égal au rapport entre la puissance transmise  $W_t$  (puissance rayonnée par la paroi) et la puissance incidente excitant la paroi  $W_i$  :

$$\tau = \frac{W_t}{W_i}$$

Equation 2. 2

### 2.1.3 **Objectif**

Le présent chapitre décrit une approche analytique pour évaluer la perte de transmission sonore à travers les parois simple et double. La formulation analytique est présentée pour chaque cas, puis une étude paramétrique qui identifie l'influence des paramètres du système (masse, épaisseur, angle d'incidence...) sur le comportement vibroacoustique des parois est présentée tout en interprétant les résultats. Un tel nombre d'itérations ne peut se faire qu'à travers des méthodes rapides et non coûteuses.

## 2.2 **Transmission d'une onde à travers une paroi simple**

On propose dans ce paragraphe une formulation pour évaluer la perte de transmission sonore à travers une paroi simple en utilisant une approche analytique pour deux types d'ondes : normale et oblique. Une étude paramétrique illustrant l'influence des paramètres est par la suite présentée.

### 2.2.1 **Formulation analytique**

#### **2.2.1.1 *Paroi infinie non flexible soumise à une onde plane à incidence normale***

Considérons une paroi uniforme, infinie, non flexible de masse  $m$  par unité de surface et en appui simple comme le montre la Figure 2. 2.

La paroi est modélisée par un oscillateur mécanique composé d'une masse  $m$ , d'un ressort de constante de raideur  $r$  et d'un amortisseur de coefficient d'amortissement  $a$ .

Cette paroi sépare deux fluides d'impédances acoustiques différentes :  $\rho_1 c_1$  et  $\rho_2 c_2$ , où  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les densités du fluide des côtés gauche et droit respectivement de la partition et  $c_1$  et  $c_2$  sont les vitesses du son dans les fluides 1 et 2 respectivement.

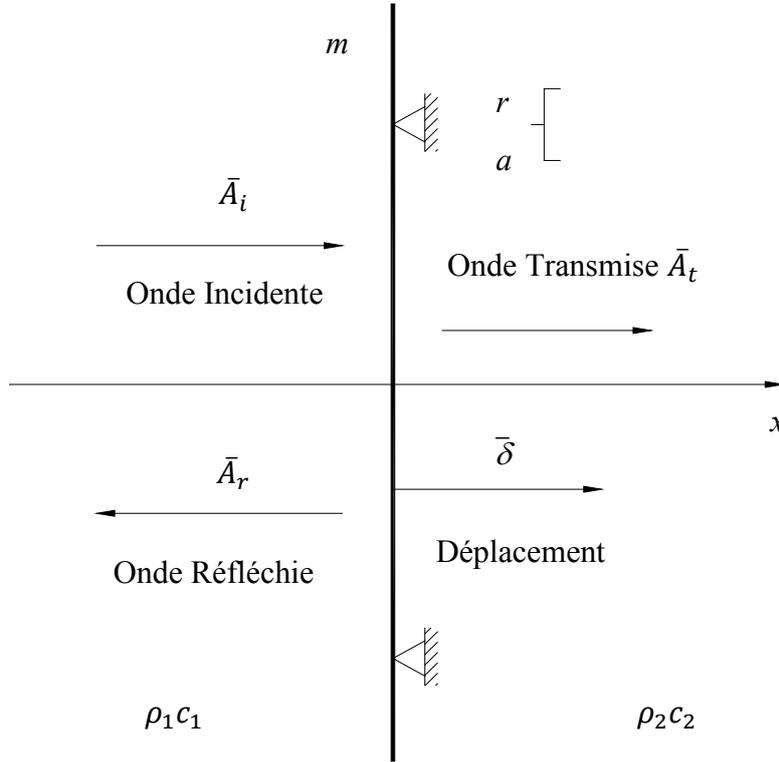


Figure 2. 2 : Incidence normale d'une onde sur une paroi simple.

Une onde plane de fréquence  $\omega$  est appliquée sur la paroi dans la région gauche ( $x < 0$ ) ; le champ de la pression incidente associée est donné par :

$$P_i(x, t) = \bar{A}_i \cdot \exp [j(\omega t - k_1 x)] \quad \text{Equation 2. 3}$$

avec :  $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$  étant le nombre d'onde,  $\bar{A}_i$  l'amplitude de la pression incidente et  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  la pulsation propre.

Le champ de la pression de l'onde réfléchi est :

$$P_r(x, t) = \bar{A}_r \cdot \exp [j(\omega t + k_1 x)] \quad \text{Equation 2. 4}$$

où  $\bar{A}_r$  est l'amplitude de l'onde réfléchi.

Les amplitudes  $\bar{A}_i$  et  $\bar{A}_r$  sont liées par la vitesse normale de la particule à gauche de la paroi, qui est égale à  $j\omega\bar{\delta}$ . La différence d'amplitude de pressions incidente et réfléchi est :

$$\bar{A}_i - \bar{A}_r = j\omega\rho_1 c_1 \bar{\delta} \quad \text{Equation 2. 5}$$

où  $\bar{\delta}$  est le déplacement de la paroi.

La pression acoustique rayonnée dans le sens négatif de  $x$  à cause d'un déplacement  $\bar{\delta}$  est donc égale à :

$$P_r^-(x, t) = \bar{A}_\delta \cdot \exp [j(\omega t + k_1 x)]$$

Equation 2. 6

avec

$$\bar{A}_\delta = -j\omega\rho_1 c_1 \bar{\delta}$$

Equation 2. 7

et la pression acoustique rayonnée dans le sens positif de  $x$  est égale à :

$$P_r^+(x, t) = \bar{A}_t \cdot \exp [j(\omega t - k_2 x)]$$

Equation 2. 8

avec :  $\bar{A}_t = j\omega\rho_2 c_2 \bar{\delta}$  et  $K_2 = \omega/c_2$ .

Le champ total de pression sur la partie gauche de la paroi sera déduit à partir des équations (2. 3) - (2. 6) :

$$P(x, t) = P_i(x, t) - P_r(x, t) = 2\bar{A}_i \cos k_1 x \exp(j\omega t) + \bar{A}_\delta \exp[j(\omega t + k_1 x)]$$

Equation 2. 9

Le premier terme appelé « champ de pression bloquée » vient du fait que la paroi est immobile. Le second est généré par la mobilité de la paroi. Le champ total sur le côté incident est égal à la somme des champs bloqués et rayonnés, tandis que le champ à droite de la paroi est égal au champ rayonné. L'équation de mouvement de la paroi est donnée par :

$$m\ddot{\delta} + a\dot{\delta} + r\delta = p(x=0^-, t) - p(x=0^+, t)$$

Equation 2. 10

Avec  $x=0^-$  et  $x=0^+$  correspondant aux côtés gauche et droit de la paroi.

En utilisant l'Equation 2. 8 et l'Equation 2. 9, l'Equation 2. 10 devient :

$$[-\omega^2 m + j\omega(a + \rho_1 c_1 + \rho_2 c_2) + r]\bar{\delta} = 2\bar{A}_i$$

Equation 2. 11

En introduisant la vitesse de la paroi  $\bar{V}_p = j\omega\bar{\delta}$ , l'Equation 2. 11 peut s'écrire :

$$[j(\omega m - r/\omega) + (a + \rho_1 c_1 + \rho_2 c_2)]\bar{V}_p = 2\bar{A}_i$$

Equation 2. 12

L'amplitude de l'onde transmise est :

$$\bar{A}_t = \rho_2 c_2 \bar{V}_p$$

Equation 2. 13

En utilisant l'Equation 2. 8 et l'Equation 2. 12, l'Equation 2. 13 devient :

$$\bar{A}_t = \frac{2\bar{A}_i}{j(\omega m - r/\omega) \rho_2 c_2 + (a/\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1 / \rho_2 c_2 + 1)}$$

Equation 2. 14

Le coefficient de transmission sonore peut être écrit sous la forme :

$$\tau = \frac{I_{transmise}}{I_{incidente}} = \frac{\frac{|A_t|^2}{2\rho_2 c_2}}{\frac{|A_i|^2}{2\rho_1 c_1}} = \frac{4n}{[(\omega m - \frac{r}{\omega})/\rho_2 c_2]^2 + (\frac{\omega_0 m \eta}{\rho_2 c_2} + n + 1)^2}$$

Equation 2. 15

où  $n = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2}$ ,  $a = \omega_0 m \eta$  ( $\eta$  étant le facteur de perte dans le vide), et  $\omega_0$  est la fréquence propre non amortie :  $\omega_0 = \sqrt{r/m}$ .

En utilisant l'Equation 2. 1, on détermine le *S.T.L.* Dans la suite, on considérera que le fluide qui se trouve des deux côtés de la paroi est l'air, ce qui signifie que  $\eta$  est inférieur à 1 (ce qui n'est pas nécessairement le cas lorsque le fluide est un liquide) ; trois cas alors peuvent être distingués :

a) Si  $\omega \ll \omega_0$ , l'Equation 2. 15 devient :

$$\tau = \frac{4n}{(\frac{r}{\omega \rho_2 c_2})^2 + (n + 1)^2}$$

Equation 2. 16

Comme  $\eta < 1$ , alors  $\frac{r}{\omega \rho_2 c_2} = \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\omega_0 m}{\rho_2 c_2}$  où  $\frac{\omega_0 m}{\rho_2 c_2} \gg 1$ . L'Equation 2. 16 devient :

$$\tau \approx (2\rho_0 c \omega / r)^2$$

Equation 2. 17

où  $\rho_0$  est la densité de l'air et  $c$  est la vitesse du son dans l'air.

La perte de transmission sonore exprimée en dB sera alors :

$$S.T.L. = 20. \log_{10} r - 20. \log_{10} f - 20. \log_{10}(4\pi\rho_0 c)$$

Equation 2. 18

avec  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  (Hz). Ainsi, la *S.T.L.* est influencée principalement par la rigidité élastique du montage, et est indépendante de la masse et de l'amortissement. La *S.T.L.* varie avec la fréquence ; elle diminue de 6 dB par octave.

b) Si  $\omega \gg \omega_0$ , et tout en notant que  $\eta < 1$ ,  $(\omega m / \rho_0 c)$  est alors  $\gg 1$ , l'Equation 2. 15 devient :

$$\tau = \frac{4n}{\left(\frac{\omega m}{\rho_2 c_2}\right)^2 + (n+1)^2}$$

Equation 2. 19

or  $\frac{\omega m}{\rho_2 c_2} \gg 1$ , l'Equation 2. 19 s'écrit :

$$\tau \approx (2\rho_0 c / \omega m)^2$$

Equation 2. 20

La perte de transmission sonore en dB sera alors :

$$S.T.L. = 20. \log_{10} m + 20. \log_{10} f - 20. \log_{10}(\rho_0 c / \pi)$$

Equation 2. 21

En considérant que  $\rho_0$  est égale à 1,21 Kg/m<sup>3</sup> et que  $c$  est égale à 340 m/s, L'Equation 2. 21 peut être écrite sous la forme :

$$S.T.L. = 20. \log_{10}(mf) - 42$$

Equation 2. 22

Ainsi, la *S.T.L.* est influencée principalement par la masse par unité de surface, et indépendante de la rigidité élastique du montage et de l'amortissement. Elle augmente de 6 dB par octave, et de 6 dB en doublant la masse. L'Equation 2. 22 s'appelle la loi de masse pour une incidence normale.

c) Si  $\omega = \omega_0$ , alors le coefficient de transmission sonore sera :

$$\tau = \frac{4n}{\left[\eta \left(\frac{\rho_2 c_2}{\omega_0} m\right)^{-1} + (n+1)\right]^2}$$

Equation 2. 23

Comme le fluide qui se trouve des deux côtés de la paroi est l'air, deux cas se présentent :

i) si  $\eta \ll (\rho_0 c / \omega m)$ , l'Equation 2. 15 devient :

$$\tau = 1$$

Equation 2. 24

La perte de transmission sonore en dB sera alors :

$$S.T.L. = 0$$

Equation 2. 25

Par suite à la résonance et quand  $\eta \ll (\rho_0 c / \omega m)$ , on a une transmission totale.

ii) si  $\eta \gg (\rho_0 c / \omega m)$ , l'Equation 2. 15 devient :

$$\tau = (2\rho_0 c / \omega_0 m \eta)^2$$

Equation 2. 26

La perte de transmission sonore en dB sera alors :

$$S.T.L. = 20. \log_{10} m + 20. \log_{10} f_0 + 20. \log_{10} \eta - 20. \log_{10} (\rho_0 c / \pi)$$

Equation 2. 27

On conclut alors que dans le cas où l'amortissement mécanique est supérieur à la perte due à la radiation des ondes, la *S.T.L.* à la résonance est influencée par la masse par unité de surface, par la rigidité élastique du montage et également par l'amortissement.

### 2.2.1.2 Paroi infinie flexible soumise à une onde à incidence oblique

Dans le paragraphe précédent, on a déterminé la perte de transmission sonore d'une paroi simple infinie non flexible soumise à une incidence normale. Dans ce paragraphe, on élargit le domaine d'application, en considérant une plaque infinie, élastique, mince et uniforme, soumise à une onde acoustique plane de fréquence  $\omega$  et incidente selon un angle  $\Theta_1$  mesuré par rapport à l'axe  $x$ , comme montré dans la Figure 2. 3. Soit  $\Theta_2$  l'angle que fait l'onde transmise de l'autre côté de la paroi mesuré par rapport à l'axe  $x$ .

La composante du nombre d'onde  $k_z$  parallèle au plan de la paroi est donnée par :

$$k_z = k_1 \sin \Theta_1$$

Du point de vue dynamique, il n'y a pas de différence entre les points de cette plaque parce qu'elle est uniforme et infinie. Par suite, l'onde de flexion induite dans la paroi doit avoir un nombre d'onde  $k_z$ .

Le premier terme de l'Equation 2. 9 appelé «champ de pression bloquée» devient :

$$P_{bl}(x = 0^-; z; t) = 2\bar{A}_1 \exp[j(\omega t) - k_1 \sin \Theta_1 z]$$

Equation 2. 28

L'Equation 2. 11 peut être écrite sous la forme :

$$2\bar{A}_1 = (\bar{Z}_{op} + \bar{Z}_{of}) \bar{V}_p$$

Equation 2. 29

où  $\bar{Z}_{op}$ , l'impédance de la paroi, est donnée par :

$$\bar{Z}_{op} = -(j/\omega)(Dk_1^4 \sin^4 \Theta - m\omega^2) + Dk_1^4 \eta / \omega \sin^4 \Theta$$

Equation 2. 30

et  $\bar{Z}_{of}$ , l'impédance du fluide, peut être écrite comme suit :

$$\bar{Z}_{of} = \rho_1 c_1 (1 - \sin^2 \Theta_1)^{-1/2} + \rho_2 c_2 \left[ 1 - (k_1 \sin \Theta_1 / k_2)^2 \right]^{-1/2} = \bar{Z}_{of1} + \bar{Z}_{of2}$$

Equation 2. 31

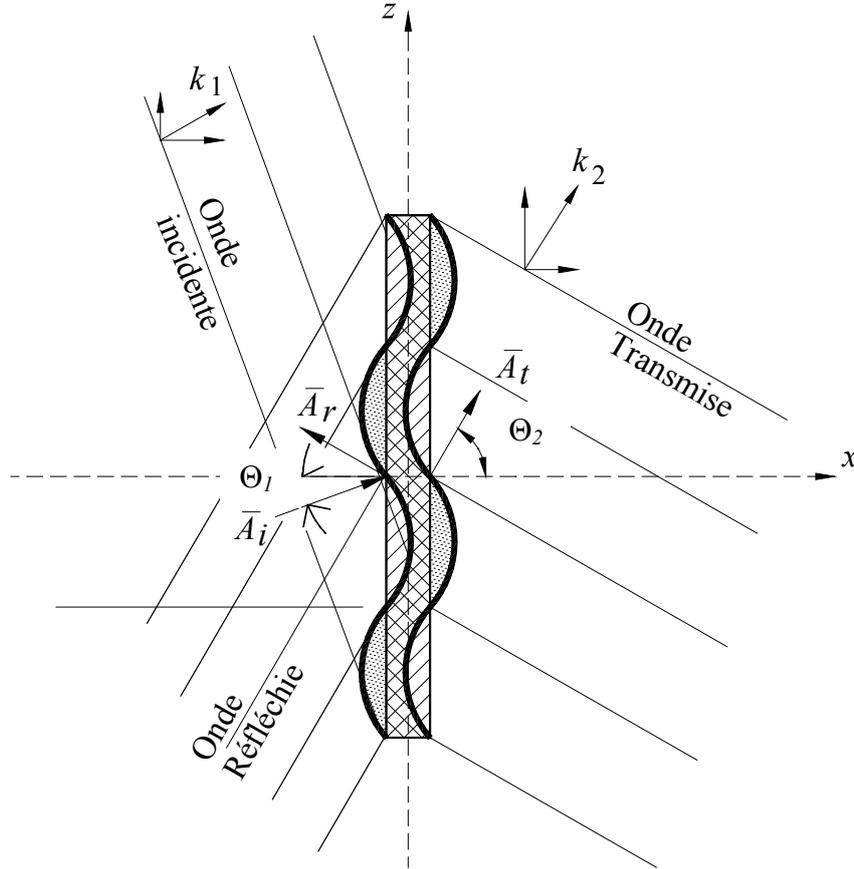


Figure 2. 3: Transmission d'une onde oblique plane à travers une paroi infinie et flexible.

Le coefficient de pression transmise est reliée à la vitesse normale de la paroi  $\bar{V}_p$  par :

$$\bar{A}_t = \bar{Z}_{of2} \bar{V}_p$$

Equation 2. 32

L'Equation 2. 29 et l'Equation 2. 32 nous donnent :

$$\bar{A}_t = \frac{2\bar{A}_i \bar{Z}_{of2}}{\bar{Z}_{of} + \bar{Z}_{op}}$$

Equation 2. 33

L'Equation 2. 15 qui traite le cas d'une onde normale devient pour une paroi sous une onde oblique :

$$\tau = \frac{\frac{|A_t|^2}{2\rho_2 c_2}}{\frac{|A_i|^2}{2\rho_1 c_1}} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

Equation 2. 34

avec :

$$\frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} = \frac{[(1 - \sin^2 \theta_2)]^{1/2}}{[(1 - \sin^2 \theta_1)]^{1/2}} = \frac{[1 - (c_2 \frac{\sin \theta_1}{c_1})^2]^{1/2}}{(1 - \sin^2 \theta_1)}$$

Equation 2. 35

On peut écrire l'Equation 2. 34 sous la forme :

$$\tau = \frac{4 \bar{A}_i^2 (\bar{Z} w f_2)^2 / 2\rho_2 c_2 \cos \theta_2}{\frac{|A_i|^2}{2\rho_1 c_1} (\bar{Z} w f + \bar{Z} w p)^2 \cos \theta_1} = \frac{4 |\bar{Z} w f_2|^2}{(\bar{Z} w f + \bar{Z} w p)^2} \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \left[ \frac{[1 - (c_2 \frac{\sin \theta_1}{c_1})^2]}{(1 - \sin^2 \theta_1)} \right]^{1/2}$$

Equation 2. 36

Quand les deux fluides des deux côtés de la paroi sont les mêmes, ( $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ ), l'Equation 2. 36 peut être réduite à :

$$\tau = \left| \frac{\bar{Z}_{of}}{\bar{Z}_{of} + \bar{Z}_{op}} \right|^2$$

Equation 2. 37

où

$$\bar{Z}_{of} = \bar{Z}_{of1} + \bar{Z}_{of2} = 2\bar{Z}_{of1} = 2\bar{Z}_{of2}$$

Equation 2. 38

La forme développée de l'équation précédente est :

$$\tau = \frac{(2\rho_0 c \sec \theta)^2}{[2\rho_0 c \sec \theta + \left(\frac{D}{\omega}\right) \eta K^4 \sin^4 \theta]^2 + [\omega m - \frac{D}{w} K^4 \sin^4 \theta]^2}$$

Equation 2. 39

### 2.2.2 Etude paramétrique

Dans ce paragraphe, on présente une étude paramétrique pour évaluer l'influence de la fréquence de coïncidence et les paramètres (masse et épaisseur de la paroi, angle d'incidence...) sur la perte de transmission sonore d'une paroi simple.

### 2.2.2.1 Calcul de la fréquence de coïncidence

On considère dans cette partie, le cas où l'onde incidente et l'onde de flexion de la plaque coïncident. Ce phénomène de "coïncidence" (illustré dans la Figure 2. 4) affecte d'une façon profonde la performance acoustique d'une paroi simple. Dans la suite, on présente la perte de transmission sonore lorsque ce phénomène aura lieu, ainsi que la fréquence correspondante dite de "coïncidence".

Le nombre d'onde induite dans la paroi par l'onde incidente est la projection de  $K$  sur l'axe  $z$  :  $K_z = K \sin \Theta$ .

Le nombre d'onde d'une flexion libre d'une plaque [Fahy, 1985] :

$$K_f^4 = \omega^2 m/D$$

Equation 2. 40

Alors l'Equation 2. 39 s'écrit :

$$\tau = \frac{(2 \frac{\rho_0 c}{\omega m})^2 \sec^2 \Theta}{[(2 \frac{\rho_0 c}{\omega m}) \sec \Theta + (\frac{K}{K_f})^4 \eta \sin^4 \Theta]^2 + [1 - (\frac{K}{K_f}) \sin^4 \Theta]^2}$$

Equation 2. 41

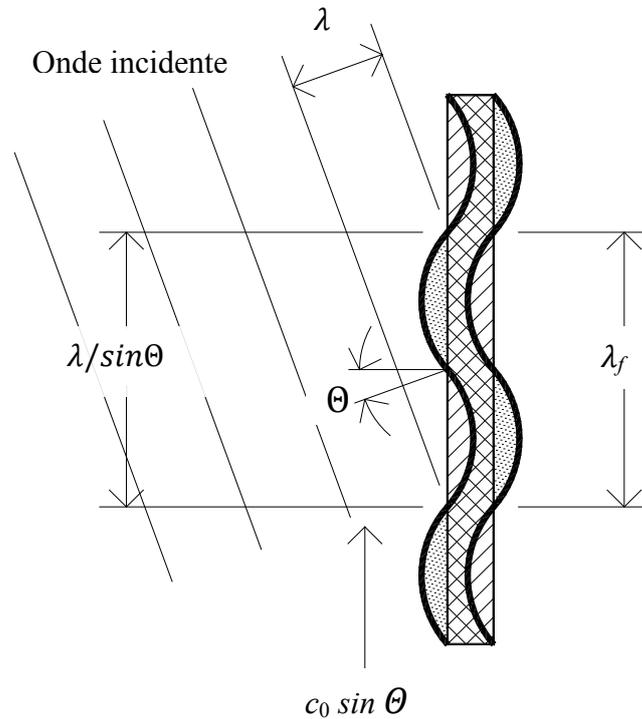


Figure 2. 4: Effet de coïncidence.

La condition de coïncidence est :

$$K \sin \Theta = K_f = \left( \frac{\omega^2 m}{D} \right)^{1/4}$$

Equation 2.42

où  $\omega_{co}$  est la fréquence de coïncidence qui est unique pour un angle d'incidence  $\Theta$  :

$$\omega_{co} = \left( \frac{m}{D} \right)^{1/2} \left( \frac{c}{\sin \Theta} \right)^2$$

Equation 2. 43

Comme  $\sin \Theta \leq 1$ , alors il y a une limite inférieure pour la fréquence de coïncidence dite la fréquence critique ou la fréquence de coïncidence minimale  $\omega_{cc}$  et qui correspond à une onde rasante ( $\Theta = \pi / 2$ ) :

$$\omega_{cc} = c^2 (m/D)^{1/2}$$

Equation 2. 44

L'Equation 2. 43 devient:

$$\omega_{co} = \omega_{cc} / \sin^2 \Theta$$

Equation 2.45

ou

$$\sin \Theta_{co} = \left( \frac{\omega_{cc}}{\omega} \right)^{1/2}$$

Equation 2. 46

avec  $\Theta_{co}$  l'angle de coïncidence pour une fréquence  $\omega$ .

Considérons le cas d'une plaque uniforme et homogène de masse volumique  $\rho_p$  et d'épaisseur «  $e$  », l'Equation 2. 44 peut s'écrire sous la forme :

$$\omega_{cc} = c^2 (\rho_p e)^{1/2} \{ E.e^3 / [12(1-\nu^2)] \}^{-1/2}$$

Equation 2. 47

La fréquence critique est donnée par :

$$f_{cc} = \omega_{cc} / 2\pi$$

Equation 2. 48

Le phénomène de coïncidence va affecter la valeur de  $\tau$  pour une fréquence dans l'intervalle  $[\omega_{cc}, \infty[$ .

### 2.2.2.2 Influence de la masse, la rigidité et l'amortissement de la paroi

L'influence relative de la masse, la rigidité et l'amortissement d'une paroi sur son comportement vibroacoustique n'est pas la même dans tout le domaine fréquentiel. On peut distinguer trois bandes fréquentielles définies par rapport à la fréquence de coïncidence.

Considérons l'intervalle de fréquence sous la fréquence critique :  $\omega < \omega_{cc}$ . Le rapport du nombre d'onde du champ excité sur celui de la flexion libre est :

$$\frac{K_z}{K_f} = \frac{K \sin \Theta}{\left(\omega^2 \frac{m}{D}\right)^{1/4}}$$

Equation 2. 49

En utilisant l'Equation 2. 43, l'Equation 2. 49 peut s'écrire :

$$\frac{K_z}{K_f} = \left(\frac{\omega}{\omega_{cc}}\right)^{1/2} \sin \Theta$$

Equation 2. 50

Or  $\omega < \omega_{cc}$ , donc  $\frac{K_z}{K_f} < 1$ , et par suite le terme d'inertie «  $\omega m$  » est dominant sur le terme de rigidité  $(D/\omega)K^4 \sin^4 \Theta$  dans l'Equation 2. 39. Ainsi, le terme d'amortissement mécanique  $\eta$  ( $\ll 1$ ) multiplié par le terme de rigidité est négligeable devant le terme d'inertie. L'Equation 2. 39, pour  $\omega \ll \omega_{cc}$  devient :

$$\tau(\Theta) \approx 1 / \left[ 1 + (\omega m \cos \Theta / 2\rho_0 c)^2 \right]$$

Equation 2. 51

Sachant que :  $\omega m \cos \Theta \gg 2\rho_0 c$  (sauf pour  $\Theta \rightarrow \pi/2$ ), la perte de transmission sonore en dB devient :

$$S.T.L.(\Theta) = 20 \log_{10}(\omega m \cos \Theta / 2\rho_0 c)$$

Equation 2. 52

En comparant avec le *S.T.L.* d'une incidence normale ( $\Theta = 0$ ), on obtient :

$$S.T.L.(0) - S.T.L.(\Theta) \approx -20 \log_{10}(\cos \Theta)$$

Equation 2. 53

Alors cette différence augmente quand  $\Theta \rightarrow \pi/2$  (incidence rasante à la paroi)

Considérons l'intervalle de fréquence compris entre la fréquence critique et la fréquence de coïncidence relative à un angle d'incidence  $\Theta$  :  $\omega_{cc} < \omega < \omega_{co}$ . Dans cet intervalle et quand  $\omega$

tend vers  $\omega_{co}$ , le terme de rigidité tend vers le terme de l'inertie. Le coefficient de transmission sonore sera maximal pour  $\omega = \omega_{co}$ , et :

$$\tau = \frac{1}{[1 + (\eta\omega_{co} m \cos \Theta / 2\rho_0 c)]^2}$$

Equation 2. 54

Considérons l'intervalle situé au-dessus de la fréquence critique  $\omega > \omega_{co}$ . Le terme de rigidité domine l'expression de transmission :

$$\tau \approx \frac{1}{\left[1 + \left(DK^4 \sin^4 \Theta \cdot \frac{\cos \Theta}{2\rho_0 c \omega}\right)^2\right]}$$

Equation 2. 55

Pour illustrer ces intervalles, la Figure 2. 5 [Fahy, 1987] montre la perte de transmission sonore pour des angles d'incidence définis et pour des fréquences fixes.

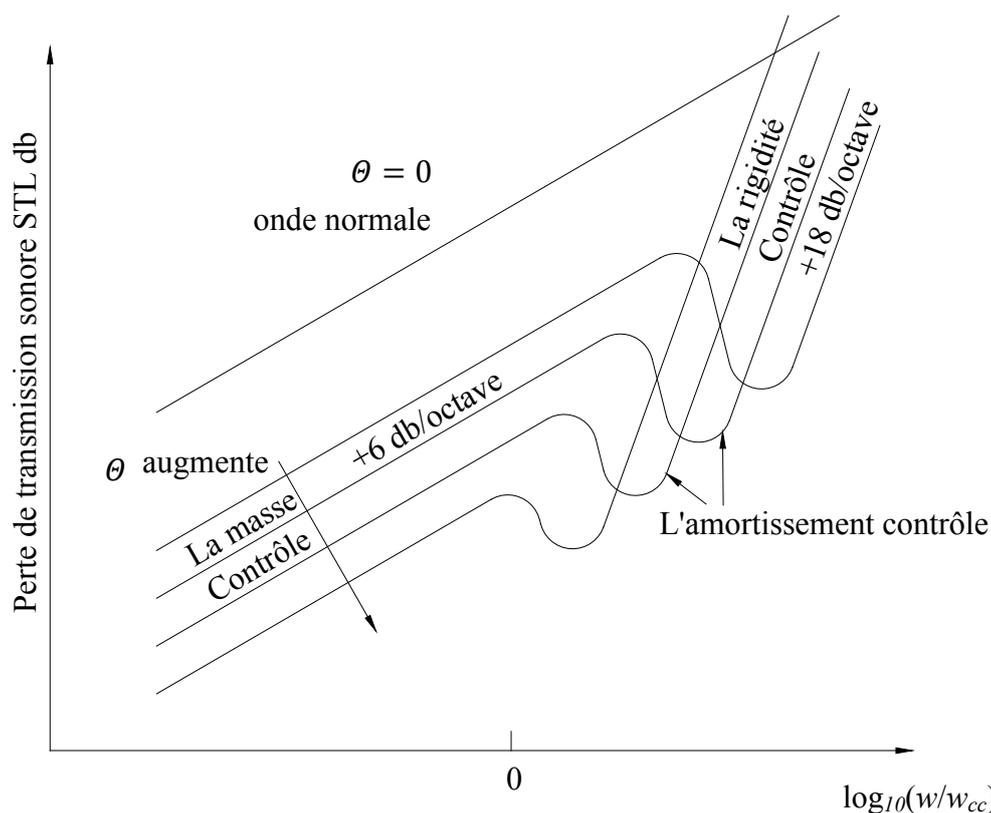


Figure 2. 5: Variation de la perte de transmission sonore d'une paroi simple en fonction de la fréquence pour un angle d'incidence donné  $\Theta$

La courbe peut être divisée en trois zones qui correspondent aux trois intervalles déjà étudiés:

- Zone 1 : l'isolation acoustique augmente de 6 dB par octave (ce qui correspond à un doublement de la fréquence). Elle respecte la loi de masse. Le terme de l'inertie contrôle le comportement vibroacoustique ;

- Zone 2 : phénomène de coïncidence (à partir de  $\omega_{cc}$ ) occasionnant un creux dans la courbe d'isolation acoustique, et par suite la performance acoustique est réduite profondément ;
- Zone 3 : augmentation de l'isolation acoustique de 18 dB par octave. La rigidité contrôle le comportement vibroacoustique, tout en notant que l'amortissement n'a aucune influence dans ce domaine.

Il est aussi intéressant de résumer l'influence des paramètres sur la *S.T.L.* pour une gamme d'angles d'incidence à une fréquence fixe donnée supérieure à la fréquence critique :

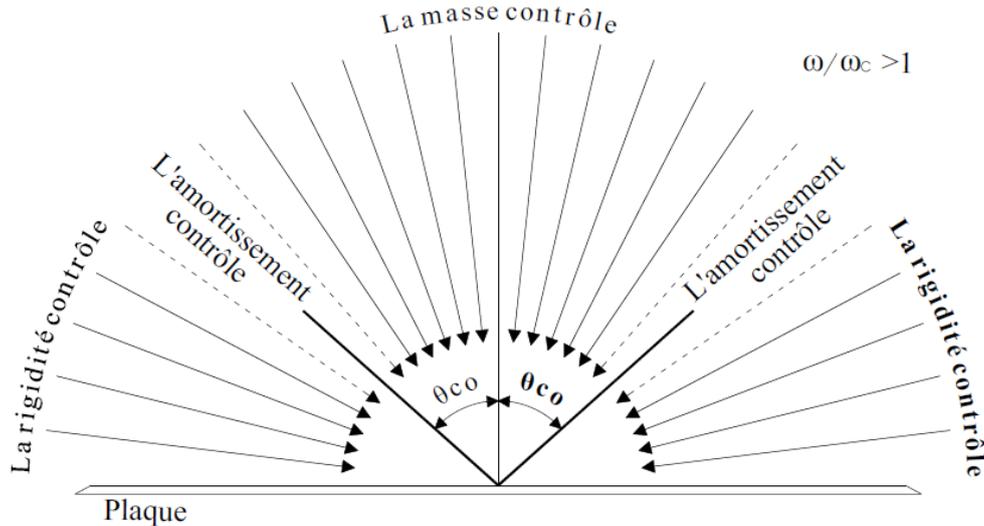


Figure 2. 6 : Influence des paramètres (amortissement - masse - rigidité) pour une gamme d'angle d'incidence à une fréquence fixe supérieure à la fréquence critique.

En pratique, les ondes sonores sont incidentes sur une paroi simultanément avec des angles d'incidences quelconques (bruit routier, parois d'une chambre...). Le coefficient de transmission sonore correspondant est déterminé en utilisant un champ de puissance sonore diffusé dont les ondes planes sont incidentes dans toutes les directions. Pour une fréquence  $\omega < \omega_{cc}$ , la perte de transmission sonore résultante du champ diffusé sera :

$$S.T.L._d \approx S.T.L.(0) - 10 \log_{10} [0,23STL(0)]$$

Equation 2. 56

D'autre part, dans les bâtiments, on introduit un « indice de réduction sonore  $R$  », qui est la perte de transmission sonore séparant deux chambres. Les résultats expérimentaux de la mesure de  $R$  diffèrent de la méthode analytique simplifiée par l'Equation 2. 56, et tendent vers des valeurs supérieures vérifiant mieux l'expression empirique de la loi de masse d'un champ incident :

$$R_c \approx 20 \log_{10}(mf) - 47 \text{ en dB}$$

Equation 2. 57

Cette expression correspond à l'élimination des ondes incidentes pour des angles entre  $78^\circ$  et  $90^\circ$ . Plusieurs auteurs, [Sharp, 1978 ; Villot *et al.*, 2001], ont étudié cette expression

empirique et ont trouvé qu'elle donne des valeurs proches des résultats expérimentaux, cependant ils concluent que cette correction n'a aucune explication physique.

Dans la Figure 2. 7 nous présentons la *S.T.L.* d'un vitrage de 6 mm d'épaisseur pour une incidence normale, un champ diffusé et un champ incident.

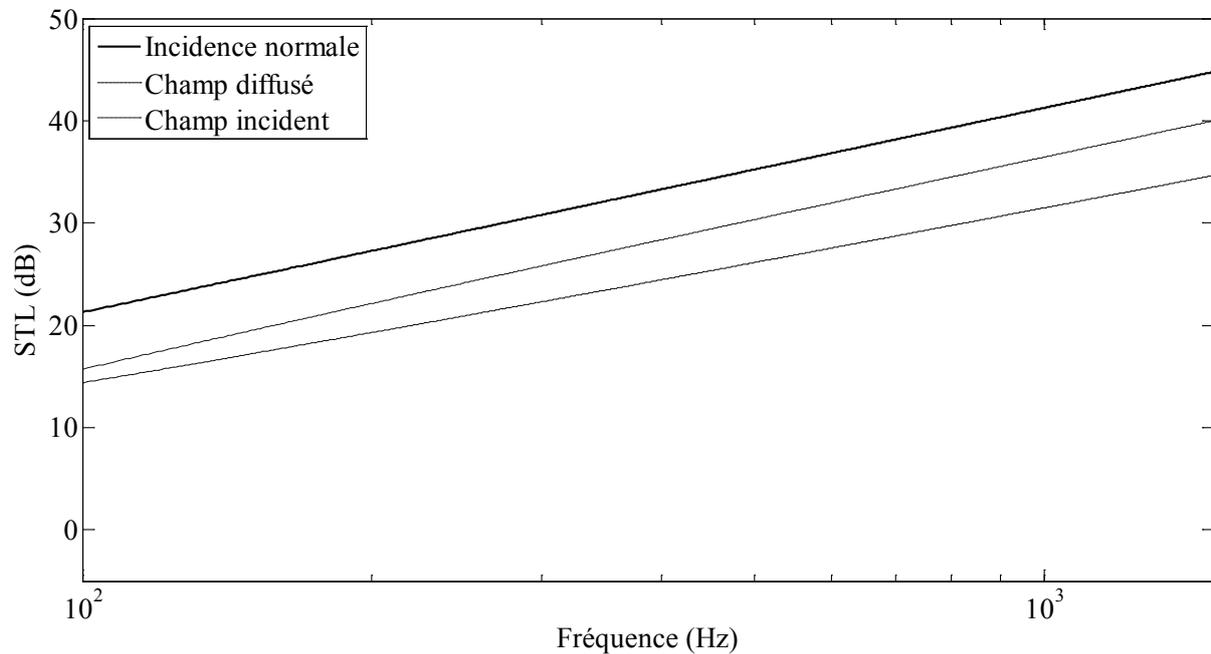


Figure 2. 7: Perte de transmission sonore d'une partition infinie pour des fréquences inférieures à la fréquence critique (cas d'un simple vitrage de 6 mm d'épaisseur)

On remarque que le champ diffusé prédit une *S.T.L.* inférieure de 3 dB à celle de l'incidence normale, tandis que le champ incident prédit une *S.T.L.* inférieure à celle du champ diffusé. On compare dans le chapitre 4 ces résultats aux mesures qu'on a effectuées pour confirmer que le champ diffusé correspond mieux aux expériences.

### 2.2.2.3 Influence de l'angle d'incidence

Dans le paragraphe 2.2.1.2, on a déjà établi les relations qui donnent la perte de transmission sonore en fonction de la fréquence pour un angle d'incidence  $\Theta$  donné. Ensuite, on a déterminé dans le paragraphe 2.2.2.1 la fréquence de coïncidence en fonction de  $\Theta$  aussi. Pour illustrer l'effet de l'angle d'incidence, on trace dans la Figure 2. 8 la courbe de la *S.T.L.* pour un simple vitrage de 6 mm d'épaisseur sous plusieurs angles d'incidence. Le module de Young du verre est  $E = 70$  GPa, sa masse volumique  $\rho_p = 2500$  Kg/m<sup>3</sup>, son coefficient de Poisson  $\nu = 0.22$ , son coefficient d'amortissement mécanique  $\eta = 0.003$ . La célérité du son dans l'air est 340 m/s, sa masse volumique  $\rho_0 = 1.21$  Kg/m<sup>3</sup>.

Les ondes de flexion libre sont les ondes de vibration qui naissent lorsque la paroi est soumise à un impact mécanique. Dans le cas de matériaux rigides, la vitesse de ces ondes de flexion libre dépend de la fréquence. La vitesse augmente au fur et à mesure que la fréquence augmente.

Les ondes de flexion forcée naissent lorsque l'impact du son est oblique : les zones successives de surpression et de dépression laissées sur la paroi par le sillage du bruit aérien incident, forcent la paroi à adopter une déformation se prolongeant sur la plaque.

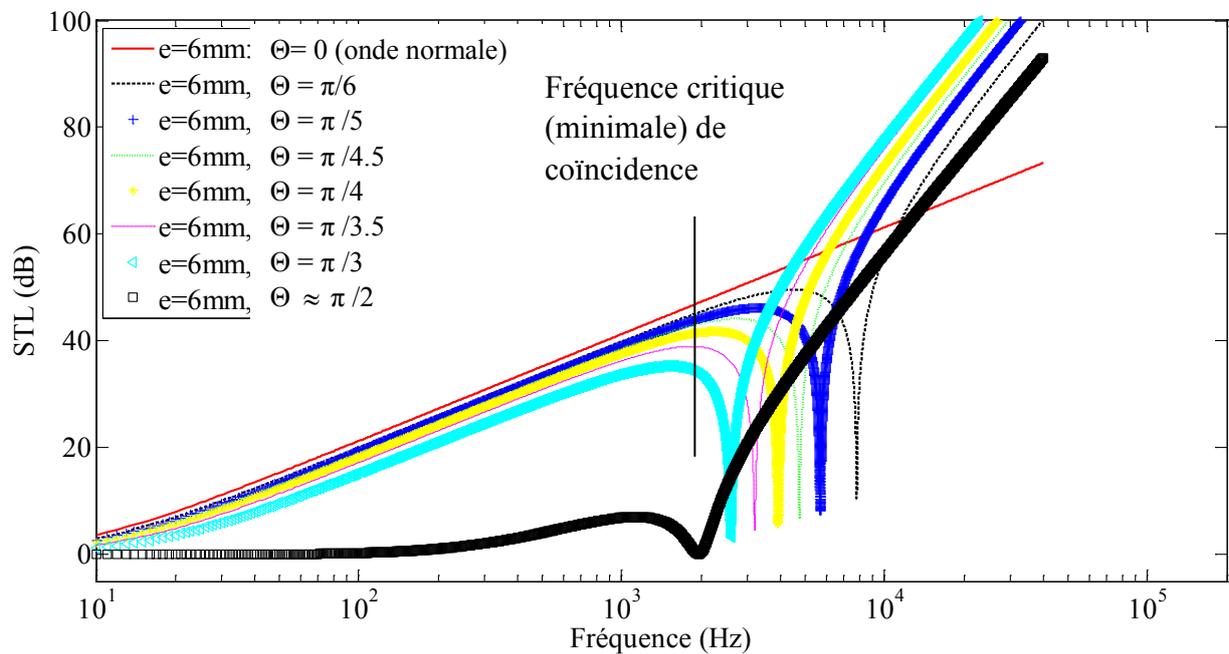


Figure 2. 8: Perte de transmission sonore (S.T.L.) d'un simple vitrage en fonction de la fréquence pour huit cas d'angle d'incidence.

La coïncidence intervient si la vitesse des ondes libres de flexion est égale à la vitesse des ondes forcées. On rappelle que la fréquence critique  $f_{cc}$  est la fréquence la plus basse due à l'effet de coïncidence et qui correspond à une incidence rasante ( $\Theta = 90^\circ$ ) du bruit par rapport à la paroi. Dans le cas d'un vitrage simple de 6 mm d'épaisseur,  $f_{cc}$  est égale à 1958 Hz.

Si l'angle d'incidence diminue ( $\Theta < 90^\circ$ ), la fréquence de coïncidence augmente. Pour  $\Theta = 0^\circ$ , ce phénomène disparaît, on respecte la loi de masse.

En pratique, l'incidence d'un bruit est quelconque. On a plusieurs phénomènes de coïncidence (pour des fréquences différentes) à partir de la fréquence critique.

#### 2.2.2.4 Influence de l'épaisseur

Dans le paragraphe 2.2.2.2, on a vu qu'une paroi simple présente une meilleure performance acoustique lorsque sa masse augmente. Cependant, cette amélioration n'est pas la même dans tous les intervalles fréquentiels. De plus, le creux dû à la coïncidence présente un point faible. Or, on a intérêt à étudier la paroi de telle façon que la fréquence critique soit hors de l'intervalle important pour l'acoustique du bâtiment estimé entre 100 Hz et 5000 Hz. Pour cela on augmente l'épaisseur et puis on interprète les résultats.

Considérons deux vitrages simples de mêmes caractéristiques que le paragraphe précédent sauf pour leurs épaisseurs qui sont égales à 4 et 8 mm respectivement.

La fréquence critique pour la plaque d'épaisseur 8 mm est  $f_{cc} = 1468,7$  Hz. Cette fréquence est inférieure à celle de la plaque de 4 mm ( $f_{cc} = 2937,4$  Hz). On constate que la fréquence critique diminue quand l'épaisseur augmente. De plus, pour que le creux dû à la fréquence

critique ne soit pas dans le domaine acoustique des bâtiments, il faut le déplacer vers les basses fréquences ( $< 100$  Hz), ce qui mène à des épaisseurs énormes non faisables.

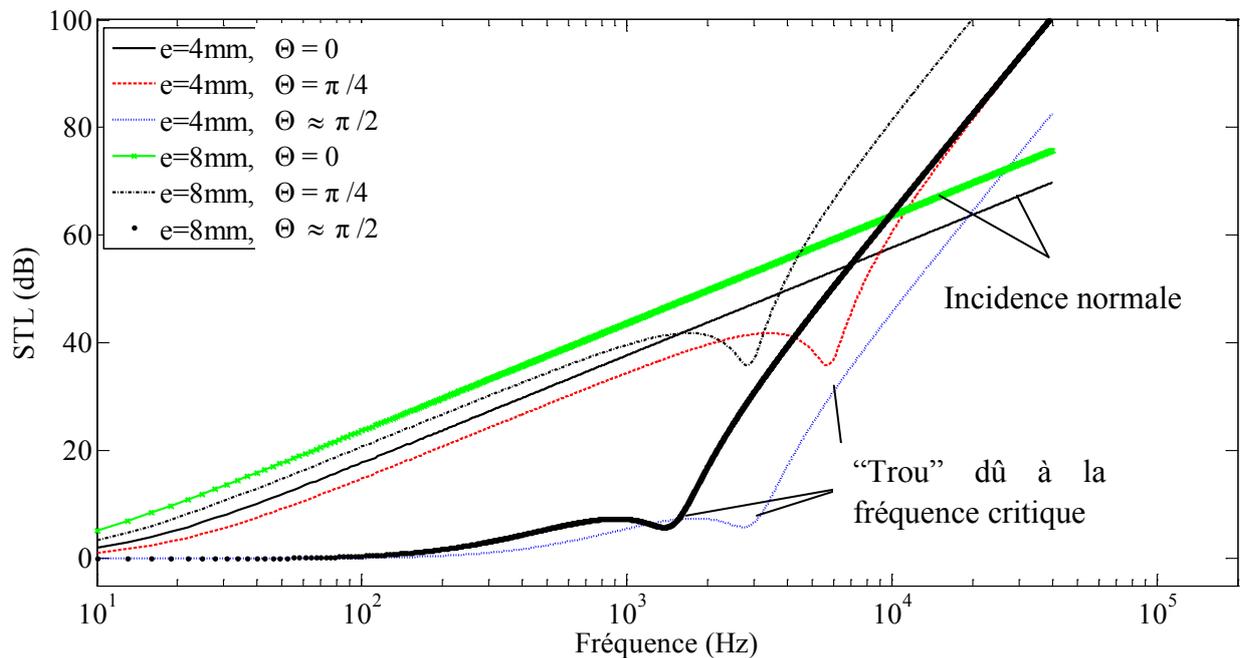


Figure 2. 9: Perte de transmission sonore (S.T.L.) de deux simples vitrages d'épaisseur 4 et 8 mm respectivement en fonction de la fréquence pour trois cas d'angle d'incidence.

La Figure 2. 9 montre l'amélioration de la performance acoustique en augmentant la masse. On retrouve aussi les conclusions de la Figure 2. 5 concernant les trois zones fréquentielles et l'effet de l'angle d'incidence.

## 2.3 Transmission d'une onde à travers une paroi double

### 2.3.1 Introduction

Dans le paragraphe précédent on a étudié la transmission sonore à travers une paroi simple. On a montré que si on double la masse de la paroi, on gagne, pour une fréquence donnée, une réduction de 6 dB. D'autre côté, le creux dû au phénomène de coïncidence crée une zone de très faible isolation acoustique. En pratique, il est généralement nécessaire d'utiliser des structures légères et qui fournissent aussi un affaiblissement sonore élevé. On peut citer comme exemples les domaines aéronautiques (fuselage des avions) et les constructions (partitions et façades). Ces exigences ne peuvent pas être fournies par des parois simples.

Les parois doubles sont largement utilisées pour contrôler le bruit, parce qu'elles présentent de meilleures performances acoustiques que les parois simples d'épaisseurs équivalentes. L'étude du comportement vibroacoustique d'un système constitué de deux parois enfermant une cavité d'air nécessite l'étude des parois seules, de la cavité d'air et de l'interaction entre cavité et parois. La réduction sonore de ce système n'est pas la somme de la réduction des deux parois qui le constituent. En effet, la cavité d'air va produire un couplage dynamique des deux plaques dans des bandes fréquentielles, ce qui va diminuer la réduction sonore. Ce phénomène de résonance est appelé masse-air-masse.

### 2.3.2 Comportement physique d'une paroi double

Dans ce paragraphe, on présente les principaux phénomènes physiques qui se déroulent dans une paroi double due à un fort couplage acousto-élastique. L'influence de la cavité d'air sur le comportement dynamique de ce système est présentée.

#### 2.3.2.1 *Effet de masse rajoutée*

Quand les deux plaques vibrent avec une différente amplitude et/ou en différente phase, le déplacement relatif induit un phénomène de pompage de l'air (Figure 2. 10). L'air entre en mouvement périodique dedans et dehors la cavité.

L'effet inertiel de cette « masse rajoutée » est la diminution des fréquences propres du système de 50% par rapport à celles d'un système à vide (Basten, 2001).

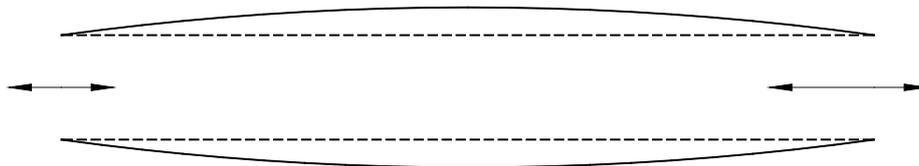


Figure 2. 10: Pompage dans la cavité d'air

### 2.3.2.2 Effet de rigidité rajoutée

Un autre effet physique se produit quand l'air est renfermé dans la cavité et ne peut pas en sortir. En effet, quand les plaques vibrent, le volume de l'air dans la cavité change (Figure 2. 11), une condensation et une raréfaction de l'air se produisent. On remarque une perturbation dans la pression de la cavité.

Ce phénomène, appelé rigidité rajoutée, augmente les fréquences propres du système.

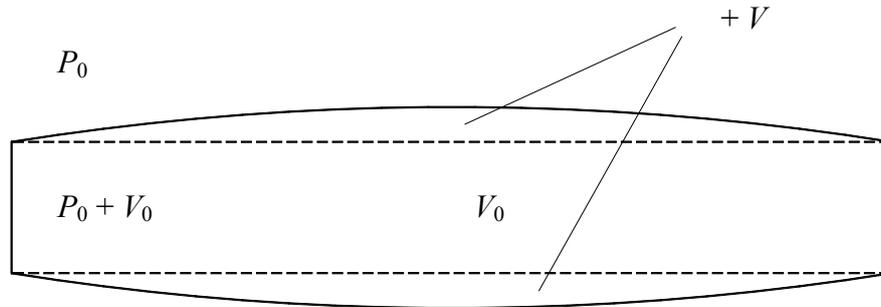


Figure 2. 11: Effet de rigidité rajoutée

### 2.3.2.3 Amortissement

On remarque une dissipation d'énergie dans la cavité d'air due à sa viscosité et aux effets thermiques qui réduit une partie de l'énergie de vibration des parois et l'air se comporte comme un amortisseur. Le cisaillement visqueux est dû au pompage de l'air. La conduction thermique est reliée à la compressibilité de l'air. [Fox et Whitton, 1980] ont montré que la viscosité introduit la grande partie de l'amortissement.

Deux autres mécanismes d'amortissement influencent aussi le phénomène de transmission sonore : l'amortissement structurel des plaques (et qui dépend des caractéristiques de matériau utilisé), et l'amortissement des radiations dû à l'environnement, qui a peu d'influence relativement aux autres phénomènes d'amortissement.

### 2.3.2.4 Excitation

La paroi double se met à vibrer à cause d'une excitation extérieure qui peut être soit une force structurelle (en contact direct avec le système) soit par une force distribuée (onde acoustique). Dans le premier cas, on parle d'une transmission solidienne, et dans le deuxième d'une transmission aérienne. La réponse d'un système face à une excitation dépend du type de la force à laquelle la paroi est soumise.

### 2.3.2.5 Rayonnement sonore

Quand une paroi vibre, l'air environnant se met à vibrer aussi. Il en résulte une énergie sonore rayonnante qui dépend de plusieurs facteurs (masse, amortissement, cavité, angle d'incidence).

## 2.3.3 Formulation analytique

Une approche analytique est utilisée dans ce paragraphe pour évaluer la perte de transmission sonore à travers une double paroi. Tout d'abord, le cas d'une incidence normale est traité,

ensuite le cas d'une incidence oblique suivi par la présentation d'une étude paramétrique illustrant l'influence des paramètres sont présentés.

### 2.3.3.1 Paroi double infinie non flexible soumise à une onde plane à incidence normale

Considérons une paroi double constituée par deux plaques uniformes, infinies et non flexibles, de masses surfaciques  $m_1$  et  $m_2$  respectivement, enfermant une cavité d'air d'épaisseur  $d$  comme montré dans la Figure 2. 12.

Le système est modélisé par un oscillateur mécanique composé de deux masses  $m_1$  et  $m_2$ , de deux ressorts de constantes de raideur  $r_1$  et  $r_2$  et de deux amortisseurs de coefficients d'amortissement  $a_1$  et  $a_2$ .

Cette paroi double sépare deux fluides d'impédances acoustiques différentes :  $\rho_1 c_1$  et  $\rho_2 c_2$ . Une onde plane de fréquence  $\omega$  et d'incidence normale est appliquée sur la première plaque.  $\bar{\delta}_1$  et  $\bar{\delta}_2$  sont les déplacements des plaques 1 et 2 respectivement.

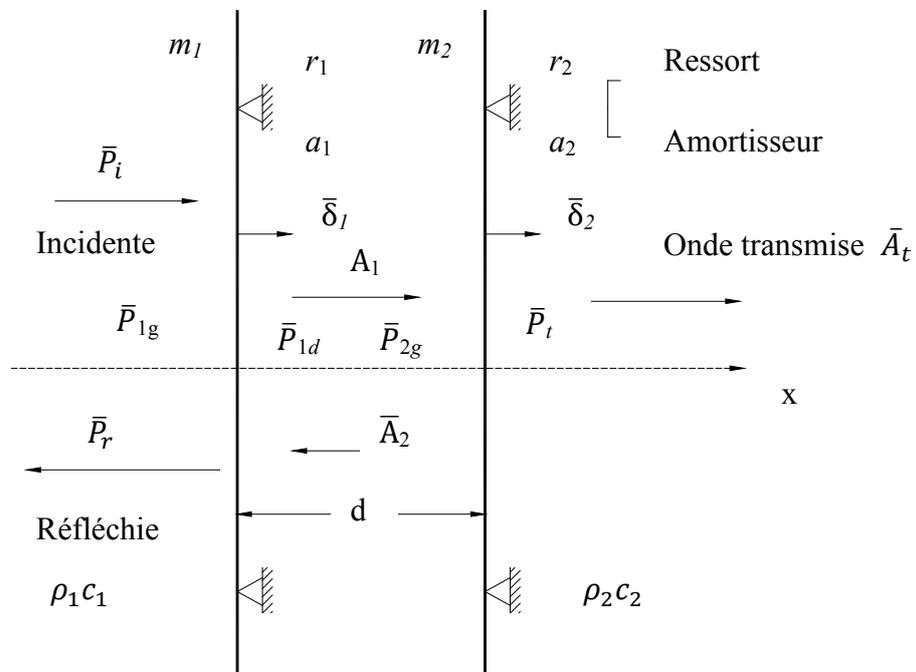


Figure 2. 12: Système de double paroi soumis à une onde normale.

Les amplitudes des ondes dans la cavité  $\bar{A}_1$  et  $\bar{A}_2$  sont reliées aux déplacements des parois  $\bar{\delta}_1$  et  $\bar{\delta}_2$ , et aux pressions de la cavité  $\bar{P}_{1d}$  (à droite de la plaque 1) et  $\bar{P}_{2g}$  (à gauche de la plaque 2) par :

$$\bar{P}_{1d} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2$$

Equation 2. 58

$$\bar{P}_{1g} = \bar{A}_1 \exp(-jkd) + \bar{A}_2 \exp(jkd)$$

Equation 2. 59

$$j\omega\bar{\delta}_1 = (\bar{A}_1 - \bar{A}_2)/\rho_0 C \quad \text{Equation 2. 60}$$

$$j\omega\bar{\delta}_2 = [\bar{A}_1 \exp(-jkd) - \bar{A}_2 \exp(jkd)]/\rho_0 C \quad \text{Equation 2. 61}$$

L'équation de mouvement de la plaque 1 est trouvée à partir de l'Equation 2. 12:

$$[j(\omega m_1 - r_1/\omega) + a_1]j\omega\bar{\delta}_1 = \bar{P}_{1g} - \bar{P}_{1d} \quad \text{Equation 2. 62}$$

De même pour la plaque 2 :

$$[j(\omega m_2 - r_2/\omega) + a_2]j\omega\bar{\delta}_2 = \bar{P}_{2g} - \bar{P}_t \quad \text{Equation 2. 63}$$

La pression  $\bar{P}_{1g}$  est égale à :

$$\bar{P}_{1g} = \bar{P}_i + \bar{P}_r = \bar{P}_i + [\bar{P}_i - (\bar{A}_1 - \bar{A}_2)] = 2\bar{P}_i - (\bar{A}_1 - \bar{A}_2) \quad \text{Equation 2. 64}$$

En utilisant l'Equation 2. 60, l'équation précédente devient :

$$\bar{P}_{1g} = 2\bar{P}_i - j\omega\rho_0 c\bar{\delta}_{11} \quad \text{Equation 2. 65}$$

Et la pression transmise  $\bar{P}_t$  :

$$\bar{P}_t = j\omega\rho_0 c\bar{\delta}_2 \quad \text{Equation 2. 66}$$

*Pour simplifier le problème, on suppose que l'épaisseur de la cavité est très petite par rapport à la longueur d'onde acoustique :  $k d \ll 1$ . L'Equation 2. 58 et l'Equation 2. 59 nous donnent :*

$$\bar{P}_{1d} \approx \bar{P}_{2g} = \bar{P}_C \quad \text{Equation 2. 67}$$

$\bar{P}_C$  étant la pression dans la cavité supposée alors uniforme. En combinant l'Equation 2. 60 et l'Equation 2. 61, on obtient :

$$j\omega\bar{\delta}_2\rho_0 c - j\omega\bar{\delta}_1\rho_0 c = \bar{A}_1 \exp(-jkd) - \bar{A}_2 \exp(jkd) - \bar{A}_1 + \bar{A}_2 \quad \text{Equation 2. 68}$$

Or  $kd \ll 1 \Rightarrow \lim_{kd \rightarrow 0} [\exp(jkd)] = 1 + jkd$ . Ainsi l'équation précédente devient :

$$j\omega\delta_2\rho_0c - j\omega\delta_1\rho_0c = \bar{A}_1(1 - jkd) - \bar{A}_2(1 + jkd) - \bar{A}_1 + \bar{A}_2 = \bar{A}_1(1 - jkd - 1) + \bar{A}_2(-1 - jkd + 1) = -jkd(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)$$

Equation 2. 69

L'Equation 2. 69 peut s'écrire sous la forme :

$$j\omega\delta_2\rho_0c - j\omega\delta_1\rho_0c = -jkd(\bar{P}_C)$$

Equation 2. 70

Alors,

$$\frac{\rho_0c\omega}{kd}(\bar{\delta}_1 - \bar{\delta}_2) = \bar{P}_C$$

Equation 2. 71

Or  $k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow$

$$\frac{\rho_0c^2}{d}(\bar{\delta}_1 - \bar{\delta}_2) = \bar{P}_C$$

Equation 2. 72

L'équation précédente est de la forme :  $r' xdl = F$ . Donc le comportement de l'air est comme celui d'un ressort de rigidité :  $r' = \frac{\rho_0c^2}{d}$ . Utilisons l'Equation 2. 61 et l'Equation 2. 71 pour trouver le rapport des déplacements des parois :

$$\frac{\bar{\delta}_1}{\bar{\delta}_2} = \frac{j\omega[(j\omega m_2 + a_2 - i r_2/\omega) + \rho_0c] + \rho_0c^2/d}{(\rho_0c^2/d)}$$

Equation 2. 73

et le rapport des amplitudes de pression :

$$\bar{P}_t/\bar{P}_i = \frac{-[2j(\rho_0c)^2/kd]}{[j\omega m_2 + a_2 - j r_2/\omega + \rho_0c - j\rho_0c/kd][j\omega m_1 + a_1 - j r_1/\omega + \rho_0c - j\rho_0c/kd] + (\rho_0c/kd)^2}$$

Equation 2. 74

La fréquence qui donne la valeur maximale du coefficient de transmission  $\tau = |\bar{P}_t/\bar{P}_i|^2$  est trouvée dans le cas où on néglige l'amortissement acoustique (représenté par le terme  $\rho_0c$ ), l'amortissement mécanique et la rigidité. Cette fréquence vérifie la relation suivante :

$$(-\omega^2 m_1 + \rho_0 c^2/d)(-\omega^2 m_2 + \rho_0 c^2/d) = (\rho_0 c^2/d)^2$$

Equation 2. 75

La solution de l'équation précédente donne :

$$\omega_r = \left[ (\rho_0 c^2/d) \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) \right]^{0.5}$$

Equation 2. 76

$\omega_r$  est appelé « la fréquence de résonance masse - air - masse », elle diminue si  $d$  (distance entre les deux plaques) augmente.  $\omega_r$  aura une valeur minimale qu'on note  $\omega_{r,m}$  quand les deux parois sont identiques ( $m_1 = m_2$ ). Ce phénomène de résonance masse – air – masse, où la cavité d'air joue le rôle d'un ressort qui couple les deux masses (Figure 2. 13), affecte fondamentalement la performance acoustique d'une double paroi. En effet, elle crée un 'creux' dans la courbe de la perte de transmission sonore.

La performance globale s'améliore si cette fréquence  $\omega_r$  diminue. Par conséquent, si une perte de transmission sonore élevée est souhaitée dans un intervalle de fréquences [faible, moyenne], il est donc nécessaire d'augmenter soit la distance  $d$  entre les deux plaques, soit la masse des deux plaques, soit les deux à la même fois.

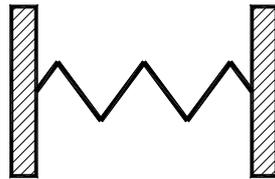


Figure 2. 13: Schéma masse – ressort – masse

Pour de basses fréquences ( $kd \ll 1$ ), la première paroi commence à vibrer lentement, la vibration se transmet mieux à travers « le ressort » et l'isolation acoustique diminue. A la fréquence masse - air - masse, le phénomène de résonance va apparaître correspondant alors à une forte diminution de l'isolement acoustique et par suite à une transmission acoustique élevée. On distingue trois cas de transmission :

- Cas où les fréquences sont inférieures à la fréquence de résonance masse-air-masse :  $\omega < \omega_r$ , on aura  $\omega^2 m_1 m_2 < (m_1 + m_2)(\rho_0 c^2/d)$  et l'amortissement sera négligeable. L'Equation 2. 74 devient :

$$\frac{\bar{P}_t}{P_i} \approx -2j\rho_0 c / \omega(m_1 + m_2)$$

Equation 2. 77

alors,

$$\tau \approx \{2\rho_0 c / [\omega(m_1 + m_2)]\}^2$$

Equation 2. 78

La perte de transmission sonore en dB sera écrite sous la forme :

$$STL = STL(0, m_1 + m_2)$$

Equation 2. 79

On conclut alors, que dans ce cas, le système se comporte comme une paroi simple ayant une masse égale à la somme des masses des deux plaques : l'effet de l'amortissement est négligeable.

- Cas où les fréquences sont approximativement égales à la fréquence de résonance masse - air - masse :  $\omega \approx \omega_r$ , on aura :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} \approx -2\rho_0 c / \{ \eta_1 \omega_1 m_2 + \eta_2 \omega_2 m_1 + [(m_1/m_2) + (m_2/m_1)] \rho_0 c \}$$

Equation 2. 80

La transmission sonore est très élevée, sa valeur minimale correspond au cas où les deux parois ne sont pas identiques ( $m_1 \neq m_2$ ).

- Cas où les fréquences sont supérieures à la fréquence de résonance masse - air - masse:  $\omega > \omega_r$ , on aura :  $\omega^2 m_1 m_2 > (m_1 + m_2) (\rho_0 c^2/d)$ , alors :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} \approx [2j(\rho_0 c)^2 / kd] / (\omega^2 m_1 m_2)$$

Equation 2. 81

En introduisant  $\omega_r$ , on obtient :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} \approx [2j(\rho_0 c) / (\omega^2 m_1 + m_2)] (\omega_r / \omega_r)^2$$

Equation 2. 82

La perte de transmission sonore en dB sera écrite sous la forme :

$$STL \approx STL(0, m_1 + m_2) + 40 \log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)$$

Equation 2. 83

La perte de transmission sonore augmente de 18 dB par octave. Cette grande amélioration par rapport au premier cas (fréquences inférieures à la résonance), qui est représentée par le terme  $40 \log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)$ , constitue l'avantage principal d'une double paroi. La justification physique est que la plaque 2 se comporte comme une masse

contrôlée par le mouvement de la plaque 1 à travers le ressort : l'air se comporte comme un isolant vibratoire. En effet, la première paroi se met à vibrer très vite sous l'effet de la succession à haute fréquence de surpressions et de dépressions par rapport à la pression d'équilibre, cette vibration ne se transmet pas pratiquement à travers la cavité. La deuxième paroi n'émet pas alors tout le bruit, et la transmission acoustique est donc faible.

Dans le cas des fréquences plus élevées où on ne peut plus considérer que  $kd \ll 1$ , on résout les équations pour les valeurs arbitraires de  $kd$ . La solution générale du rapport  $\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i}$  sera :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} = \frac{2j(\rho_0 c)^2 \sin(kd)}{z_1' z_2' (\sin(kd))^2 + (\rho_0 c)^2}$$

*Equation 2. 84*

où :

$$z_1' = j\omega m_1 + a_1 - j r_1 / \omega + \rho_0 c [1 - j \cot(kd)]$$

*Equation 2. 85*

et :

$$z_2' = j\omega m_2 + a_2 - j r_2 / \omega + \rho_0 c [1 - j \cot(kd)]$$

*Equation 2. 86*

Ce rapport varie entre deux extrémums :

- Un minimum représentant le cas d'antirésonance de la cavité, quand  $kd = (2n-1)\pi/2$  avec  $n$  un entier positif non nul. Dans ce cas, le rapport  $\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i}$  sera :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} = \frac{2j(\rho_0 c)^2}{\omega^2 m_1 m_2}$$

*Equation 2. 87*

et la perte de transmission sonore en dB devient :

$$STL \approx STL(0, m_1) + STL(0, m_2) + 6$$

*Equation 2. 88*

Donc, contrairement au cas de  $\omega_r$ , la *S.T.L.* sera maximal si  $m_1 = m_2$ . *S.T.L.* est supérieure à la somme des *S.T.L.* de chaque paroi considérée seule.

- Un maximum représentant le cas de résonance de la cavité, quand  $kd = n\pi$ , ainsi :

$$STL \approx STL(0, m_1 + m_2)$$

Equation 2. 89

La *S.T.L.* est quasiment égal à la somme des *S.T.L.* de chaque paroi considérée seule.

Ainsi, chaque paroi double possède une fréquence de résonance masse - air - masse. Au-dessus de cette fréquence, la perte de transmission sonore augmente linéairement jusqu'aux fréquences critiques de chaque plaque considérée seule. Pour cela, il est important de situer la fréquence de résonance au-dessous de 100 Hz (la limite inférieure du domaine de fréquences dans l'acoustique des bâtiments).

### 2.3.3.2 Paroi double infinie soumise à une onde plane à incidence oblique

Dans le paragraphe précédent, on a étudié une paroi double formée par deux plaques séparées par une cavité, soumise à une onde normale. Dans ce paragraphe, l'onde incidente est considérée oblique (l'angle que forme l'onde avec la normale à la paroi est noté  $\Theta$ ).

La projection du nombre d'onde  $k$  sur l'axe des  $z$  :

$$k_z = k \sin \Theta$$

Equation 2. 90

De même la projection de  $k$  sur l'axe des  $x$  :

$$k_x = k \cos \Theta = k(1 - \sin^2 \Theta)^{1/2}$$

Equation 2. 91

$k_x$  étant la composante du vecteur nombre d'onde  $k$  selon l'axe des  $x$  (qui est l'axe normal aux plaques) en absence de toute absorption dans la cavité.

La Figure 2. 14 illustre les notations prises en considération.

La pression dans la cavité s'écrit la forme suivante :

$$\bar{P}_C(x, z) = [\bar{A}_1 \exp(-jk_x x) + \bar{A}_2 \exp(jk_x x)] \exp(-jk_z z)$$

Equation 2. 92

La vitesse correspondante de la particule, normale aux plans des deux plaques est :

$$\bar{U}_x(x, z) = \frac{\cos \theta}{\rho_0 c} [\bar{A}_1 \exp(-jk_x x) - \bar{A}_2 \exp(jk_x x)] \exp(-jk_z z)$$

Equation 2. 93

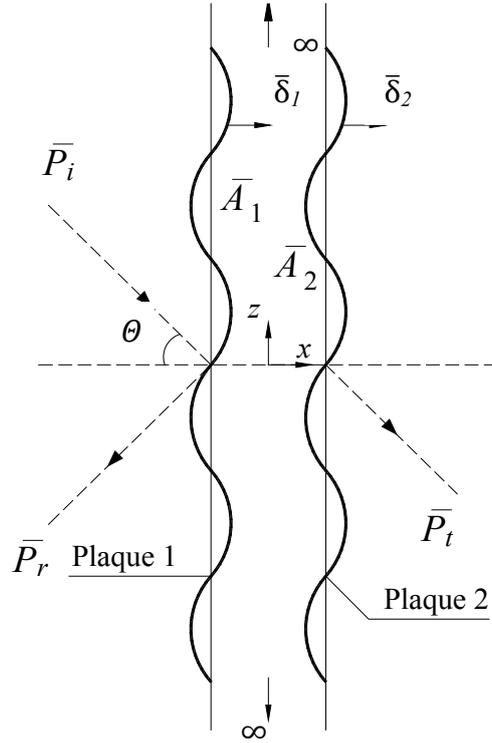


Figure 2. 14: Transmission sonore d'une double paroi infinie soumise à une onde oblique

On conclut alors que le terme  $\rho_0 c$  (amortissement acoustique) est majoré par un facteur  $\frac{1}{\cos \Theta} = \sec \Theta$ , en le comparant avec celui du cas d'une onde normale.

On suppose dans la suite que le fluide à l'intérieur de la cavité et en dehors du système est le même. L'Equation 2. 60 et l'Equation 2. 74 deviennent :

$$\bar{P}_{1d} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 \quad \text{Equation 2.94}$$

$$P_{2g} = \bar{A}_1 \exp(-jkd \cos \Theta) + \bar{A}_2 \exp(jkd \cos \Theta) \quad \text{Equation 2. 95}$$

$$j\omega\bar{\delta}_2 = (\bar{A}_1 \exp(-jkd \cos \Theta) - \bar{A}_2 \exp(jkd \cos \Theta)) / \rho_0 c \sec \Theta \quad \text{Equation 2. 96}$$

L'Equation 2. 65 et l'Equation 2. 66 deviennent :

$$\bar{P}_{1g} = 2\bar{P}_i - j(\omega\rho_0 c \sec \Theta)\bar{\delta}_1 \quad \text{Equation 2. 97}$$

$$\bar{P}_t = j(\omega\rho_0 c \sec \Theta)\bar{\delta}_2 \quad \text{Equation 2. 98}$$

On a vu dans l'analyse d'une paroi simple et pour des fréquences inférieures à la fréquence critique, que la composante inertielle de l'onde est largement supérieure à celle de la composante de rigidité, on obtient alors en négligeant la composante due à la rigidité :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} = - \frac{2j\rho_0^2 c^2 \sec^2 \Theta \sin(kd \cos \Theta)}{[z_1''][z_2'' \sin^2(kd \cos \Theta)] + [\rho_0^2 c^2 \sec \Theta]}$$

Equation 2. 99

avec :

$$z_1'' = j\omega m_1 + a_1 + \rho_0 c \sec \Theta [(1 - j \cot(kd \cos \Theta))]$$

Equation 2. 100

et,

$$z_2'' = j\omega m_2 + a_2 + \rho_0 c \sec \Theta [(1 - j \cot(kd \cos \Theta))]$$

Equation 2. 101

Dans le cas où :  $kd \cos \Theta \ll 1$ , le rapport  $\bar{P}_t/\bar{P}_i$  devient :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} = - \frac{2j \frac{\rho_0^2 c^2 \sec^2 \Theta}{k d \cos \Theta}}{\left[ j \cdot \omega \cdot m_1 + a_1 + \rho_0 \cdot c \cdot \sec \Theta - \frac{j \rho_0 \cdot c}{(k d \cos^2 \Theta)} \right] \left[ j \cdot \omega \cdot m_2 + a_2 + \rho_0 \cdot c \cdot \sec \Theta - \frac{j \cdot \rho_0 \cdot c}{(k d \cos^2 \Theta)} \right] + \left[ \frac{\rho_0 \cdot c}{(k d \cos^2 \Theta)} \right]^2}$$

Equation 2. 102

Dans le cas d'une onde oblique, la fréquence de résonance masse - air - masse est égale à celle d'une onde normale (Equation 2. 76) majorée par  $\sec \Theta$ . Elle s'écrit alors sous la forme :

$$\omega_{r\Theta} = \omega_r \sec \Theta = \left[ \left( \rho_0 c^2 / d \right) \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) \right]^{0.5} \sec \Theta$$

Equation 2. 103

La fréquence de résonance masse - air - masse affecte profondément la performance acoustique de toute paroi double (paragraphe 2.3.3.1).

#### 2.3.4 Etude paramétrique

On présente dans ce paragraphe une étude paramétrique pour identifier les effets des paramètres (masse, cavité, angle d'incidence...) sur le comportement vibroacoustique des parois doubles. Tout d'abord, on distingue les basses et les hautes fréquences. Ensuite, on étudie l'influence de chaque paramètre avec des exemples numériques portant sur des doubles vitrages.

Pour de basses fréquences ( $kd \ll 1$ ), on distingue trois cas de transmission :

- Cas où les fréquences sont inférieures à la fréquence de résonance masse- air - masse :

$\omega < \omega_{r,\Theta}$ , le rapport  $\frac{\bar{P}_t}{P_i}$  s'écrit :

$$\frac{\bar{P}_t}{P_i} \approx -2j\rho_0^2 c / \omega(m_1 + m_2) \cos \Theta$$

Equation 2. 104

C'est la même équation pour le cas d'une paroi simple équivalente (de masse égale à la somme de celle de chaque paroi constituant) soumise à une onde oblique. La perte de transmission sonore en dB devient :

$$STL = STL(\Theta, m_1 + m_2)$$

Equation 2.105

- Cas où les fréquences sont approximativement égales à la fréquence de résonance masse- air - masse:  $\omega \approx \omega_{r,\Theta}$ , on aura :

$$\frac{\bar{P}_t}{P_i} \approx -2\rho_0 c \sec \Theta / \{ \eta_1 \omega_1 m_2 + \eta_2 \omega_2 m_1 + [(m_1/m_2) + (m_2/m_1)] \rho_0 c \sec \Theta \}$$

Equation 2. 106

L'influence de l'amortissement mécanique diminue avec l'augmentation de l'angle d'incidence. On remarque aussi que la résonance masse - air - masse peut avoir lieu pour toutes les fréquences supérieures à  $\omega_r$ . Pour cet intervalle, on a une réduction significative de la *S.T.L.*

- Cas où les fréquences sont supérieures à la fréquence de résonance masse - air - masse :  $\omega \gg \omega_{r,\Theta}$ . Dans ce cas, l'inertie de la paroi dominera et les résultats sont semblables au cas d'une incidence normale :

$$\frac{\bar{P}_t}{P_i} \approx \{ [2j\rho_0 c] / [\omega(m_1 + m_2) \cos \Theta] \} \{ \omega_r \sec \Theta / \omega \}^2$$

Equation 2. 107

La perte de transmission sonore en dB devient :

$$STL \approx STL(\Theta, m_1 + m_2) + 40 \log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \sec \Theta \right) dB$$

Equation 2. 108

On a une grande augmentation de la perte de transmission sonore en la comparant avec la somme de la *S.T.L.* des deux parois simples qui constituent le système.

Pour de hautes fréquences, on ne peut plus considérer  $kd \ll 1$ . Le rapport  $\frac{\bar{P}_t}{P_i}$  varie entre deux extrêmes :

- Un minimum représentant le cas d'antirésonance de la cavité, quand  $kd \cos \Theta = (2n - 1)\pi / 2$ , où  $n$  est un entier positif non nul. Dans ce cas :

$$\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_l} \approx \frac{2j(\rho_0 c)^2}{\omega^2 m_1 m_2 \cos \Theta^2}$$

Equation 2. 109

et la perte de transmission sonore, exprimée en dB, sera :

$$STL \approx STL(\Theta, m_1) + STL(\Theta, m_2) + 6$$

Equation 2.110

Dans ce cas, la paroi double fournit une *S.T.L.* supérieure à celle de la paroi simple équivalente de 6 dB.

- Un maximum représentant le cas de résonance de la cavité, quand  $kd \cos \Theta = n\pi$ , ainsi :

$$STL \approx STL(\Theta, m_1 + m_2)$$

Equation 2.111

La *S.T.L.* du système aux fréquences de résonance acoustique est donc égale à la somme des *S.T.L.* des deux parois qui le constituent. On constate que la résonance de la cavité élimine l'avantage de la lame d'air entre les deux parois et rend le système comme étant une paroi simple de masse équivalente.

#### 2.3.4.1 Influence de l'épaisseur de la cavité d'air

Dans le paragraphe précédent, on a vu que la transmission sonore à travers une paroi double sans connecteurs mécaniques est due à l'air enfermé entre les deux parois, qui agit comme des ressorts et transmet les vibrations de la paroi excitée à la paroi rayonnante. La raideur équivalente de la cavité entre les deux plaques parallèles est donnée par :

$$r' = \frac{\rho_0 c^2}{d}$$

Equation 2. 112

L'effet de la cavité sur le comportement vibroacoustique est déjà présenté. Dans ce paragraphe, on va étudier l'influence de la rigidité de l'air, et par suite on traite l'influence de l'épaisseur de la cavité sur l'isolation acoustique du système.

Les *S.T.L.* de trois doubles vitrages de lames de verre identiques mais de cavités différentes sont montrées dans la Figure 2. 15. Toutes les lames de verre ont une épaisseur de 6 mm. Les épaisseurs ( $d$ ) des cavités d'air sont respectivement : 6, 12 et 15 mm. On remarque que la

fréquence de résonance masse - air - masse, qui correspond à un creux dans la *S.T.L.*, diminue quand  $d$  augmente. En effet, l'augmentation de l'épaisseur de l'air enfermé entre les deux plaques, diminue la raideur équivalente de la cavité, et réduit le couplage vibroacoustique du système à cause de la faiblesse de l'effet du pompage de l'air. En général, la courbe de la *S.T.L.* se déplace vers la gauche quand  $d$  augmente, montrant une amélioration de l'isolation acoustique.

Lorsque  $d$  diminue, la cavité d'air exerce un couplage plus fort, ce qui mène à augmenter la transmission de l'énergie de vibration de la paroi excitée, vers la paroi rayonnante à travers l'air enfermé, et donc les énergies vibratoires des deux plaques seront très proches parce que la dissipation est minimale.

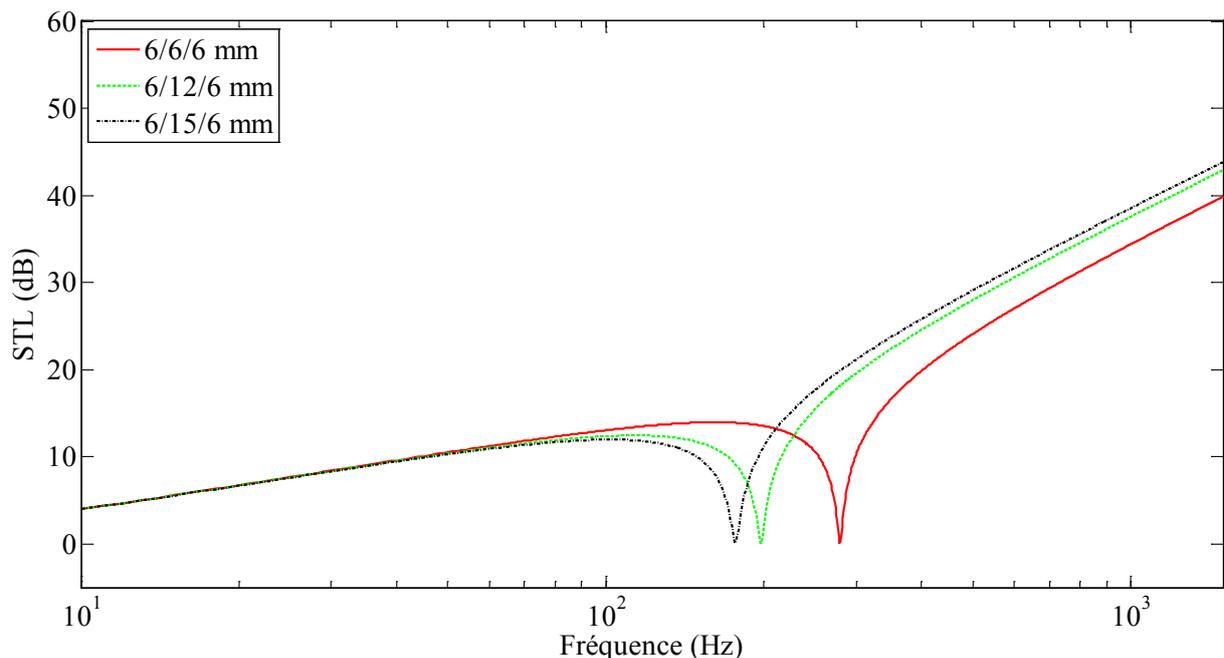


Figure 2. 15 : *S.T.L.* en fonction de la fréquence pour trois doubles vitrages avec des cavités d'air différentes, sous incidence normale.

L'effet de la nature du fluide rempli dans la cavité d'un double vitrage est présenté dans la suite. On considère une même configuration géométrique 6/12/6 avec une cavité une fois remplie avec d'air et une autre fois avec d'argon (célérité du son dans l'argon : 319 m/s, sa masse volumique : 1,783 Kg/m<sup>3</sup>).

En effet, l'argon est utilisé dans les cavités du double vitrage pour ses caractéristiques d'isolation thermique supérieures à celles de l'air.

Avant de présenter les résultats de la méthode analytique, il est à noter que les résultats des expériences effectuées par différentes équipes et ayant pour but de comparer les cavités remplies d'air et d'argon montrent quelques divergences. Cependant, dans toutes ces études, la différence entre les performances acoustiques des cavités remplies d'air ou d'argon n'est pas significative, surtout que le classement acoustique général est le même dans les deux cas.

Bradley et Birta (2000) ont conclu que la cavité remplie d'argon a une performance acoustique légèrement supérieure à celle remplie d'air pour de hautes fréquences seulement.

La compagnie Stergis en 2003 a publié les résultats des tests expérimentaux exécutés sur ces produits. La conclusion sur l'effet de la nature du fluide dans la cavité est plus détaillée :

- L'air donne une meilleure performance acoustique pour de faibles et de hautes fréquences ;
- L'argon donne une meilleure isolation acoustique pour de moyennes fréquences.

Le modèle analytique montre dans la Figure 2. 16 que pour de basses fréquences, l'air donne une meilleure isolation acoustique. De plus, la fréquence de résonance masse-air-masse correspondante est plus basse.

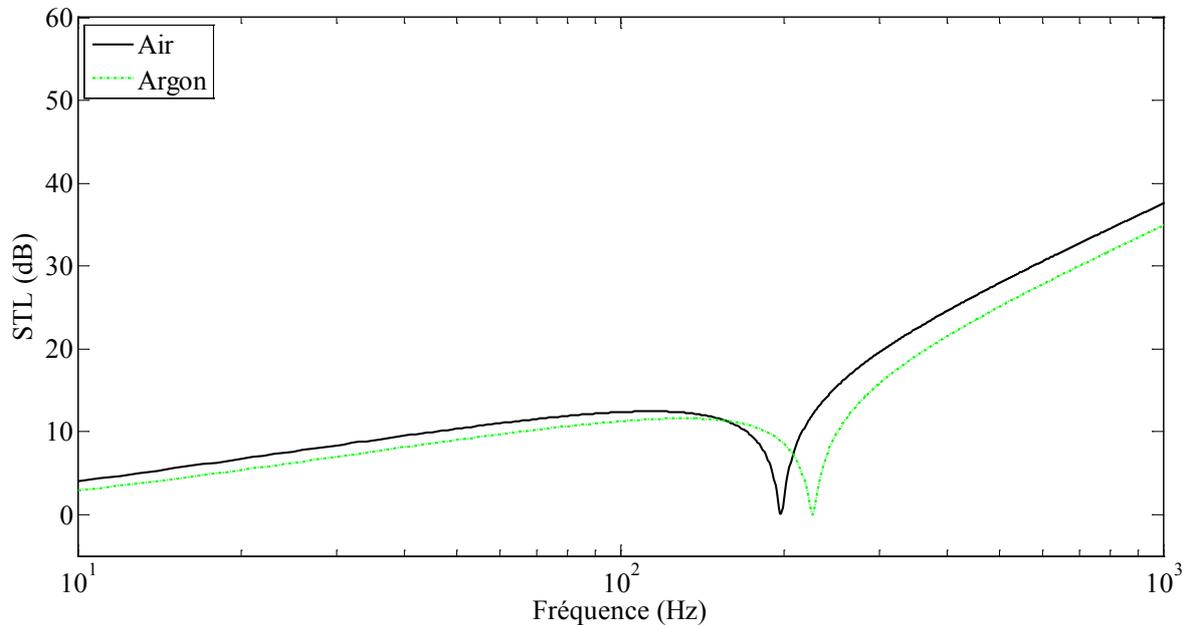


Figure 2. 16: Performance de l'air face à l'argon dans la cavité (incidence normale).

La différence entre ces deux fluides du point de vue isolation acoustique n'est pas considérable. C'est pour cela, qu'on a recours à utiliser d'autres fluides pour fournir une grande perte de transmission sonore, e.g. hexafluorure de soufre SF-6 qui donne une meilleure performance acoustique surtout pour les basses fréquences.

L'argon est nettement plus dense que l'air tandis que la vitesse de propagation du son dans l'argon est légèrement inférieure à celle de l'air, on conclut alors que le couplage d'une cavité remplie d'argon est plus fort que celle remplie d'air et par suite la fréquence de résonance masse - air - masse d'un double vitrage muni d'une cavité d'air est inférieure à celle d'une cavité d'argon.

### 2.3.4.2 Influence de l'angle d'incidence

La Figure 2. 17 montre la perte de transmission sonore d'un double vitrage formé de deux lames de verre d'épaisseur 6 et 4 mm respectivement, enfermant une cavité d'air de 6 mm d'épaisseur, soumis à une onde d'angle d'incidence choisi :  $\pi/4$ ,  $\pi/6$  et  $\pi/8$  en plus de l'incidence normale. Les fréquences de résonance masse air-masse sont :

- pour  $\Theta = 0$ ,  $f_{r2} = 312,42$  Hz ;
- pour  $\Theta = \pi/8$ ,  $f_{r4} = 338,16$  Hz ;
- pour  $\Theta = \pi/6$ ,  $f_{r3} = 360,75$  Hz ;
- pour  $\Theta = \pi/4$ ,  $f_{r2} = 441,83$  Hz.

On constate que pour une incidence normale, on a la fréquence de résonance la plus basse. Cette fréquence augmente quand l'angle d'incidence augmente. On remarque aussi que la

courbe de la *S.T.L.* se déplace vers la gauche lorsque  $\Theta$  diminue, annonçant une meilleure isolation acoustique.

A signaler aussi, que pour toutes les incidences, sauf la normale, on aura des chutes de performance acoustique qui correspondent aux fréquences de coïncidence de chaque plaque, comme dans le cas d'une paroi simple.

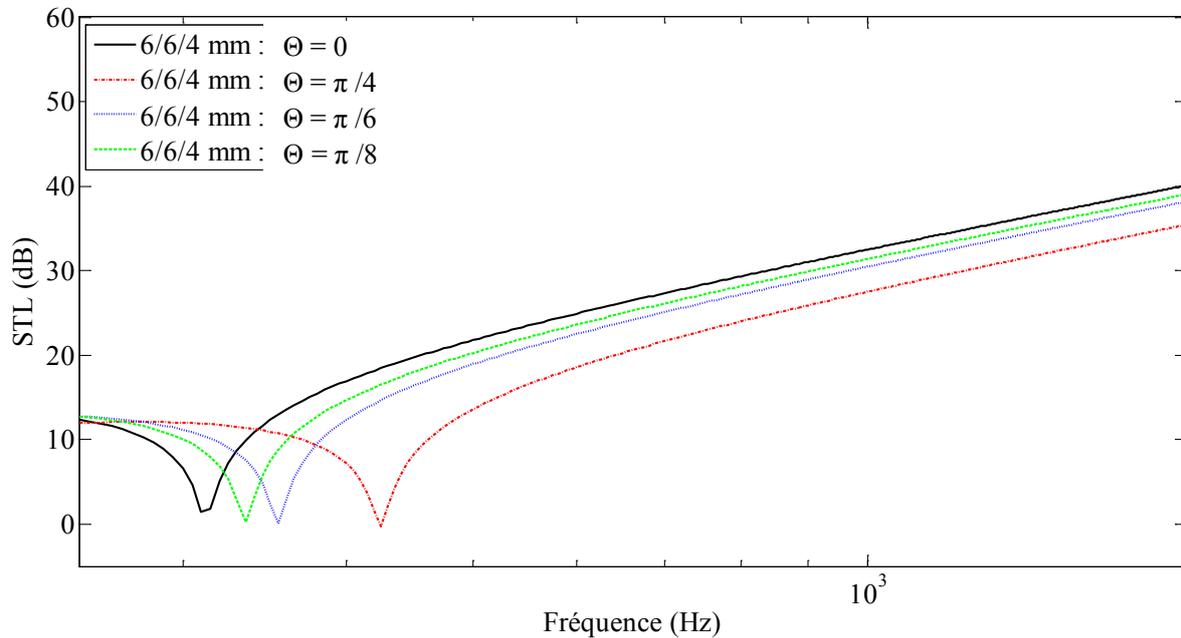


Figure 2. 17: Variation de la fréquence de résonance masse-air-masse d'un double vitrage (6/6/4) pour quatre cas d'angle d'incidence.

La *S.T.L.* du même double vitrage 6/6/4 mm est représentée dans la Figure 2. 18 en fonction de la fréquence.

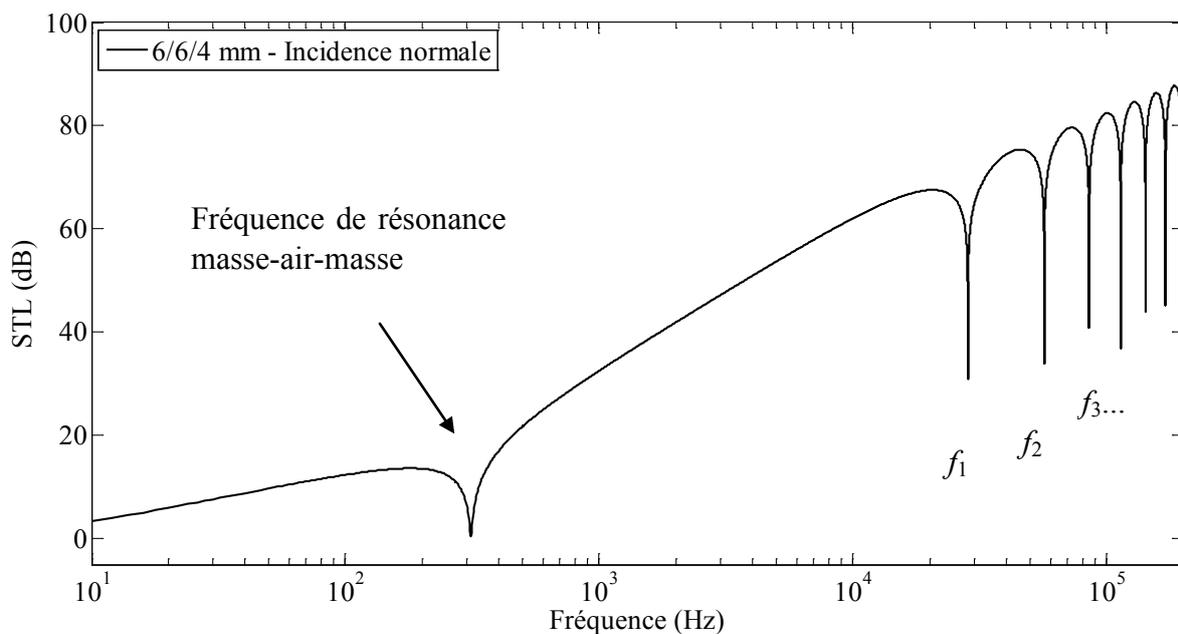


Figure 2. 18: Perte de transmission sonore (*S.T.L.*) d'un double vitrage en fonction de la fréquence pour une incidence normale.

En plus de l'effet du phénomène de résonance masse-air-masse qui est présent pour toutes les configurations d'une double paroi, et pour toutes les directions d'incidence, la *S.T.L.* est aussi réduite significativement pour les fréquences  $f_1, f_2, f_3$ , etc. qui sont les résonances de la cavité d'air, appelées aussi les résonances des ondes stationnaires (non affectées par la variation du ratio de la masse des plaques).

### 2.3.4.3 Influence de l'épaisseur des plaques

On présente dans la Figure 2. 19 les pertes de transmission sonore de trois doubles vitrages, dont les caractéristiques géométriques sont montrées dans le Tableau 2. 1. Cette comparaison a pour but d'identifier l'effet de l'augmentation de la masse (6/6/4 et 6/6/8) face à l'augmentation de l'épaisseur de la cavité (6/6/4 et 6/12/4).

Double vitrage	Epaisseur de la plaque 1 de verre (mm)	Epaisseur de la cavité d'air (mm)	Epaisseur de la plaque 2 de verre (mm)
6/6/4	6	6	4
6/12/4	6	12	4
6/6/8	6	6	8

Tableau 2. 1 Configurations des trois doubles vitrages

Pour une incidence normale, la fréquence de résonance masse - air - masse du double vitrage est :

- 6/12/4 est  $f_{r1} = 220,91$  Hz ;
- 6/6/8 est  $f_{r2} = 261,39$  Hz ;
- 6/6/4 est  $f_{r3} = 312,42$  Hz.

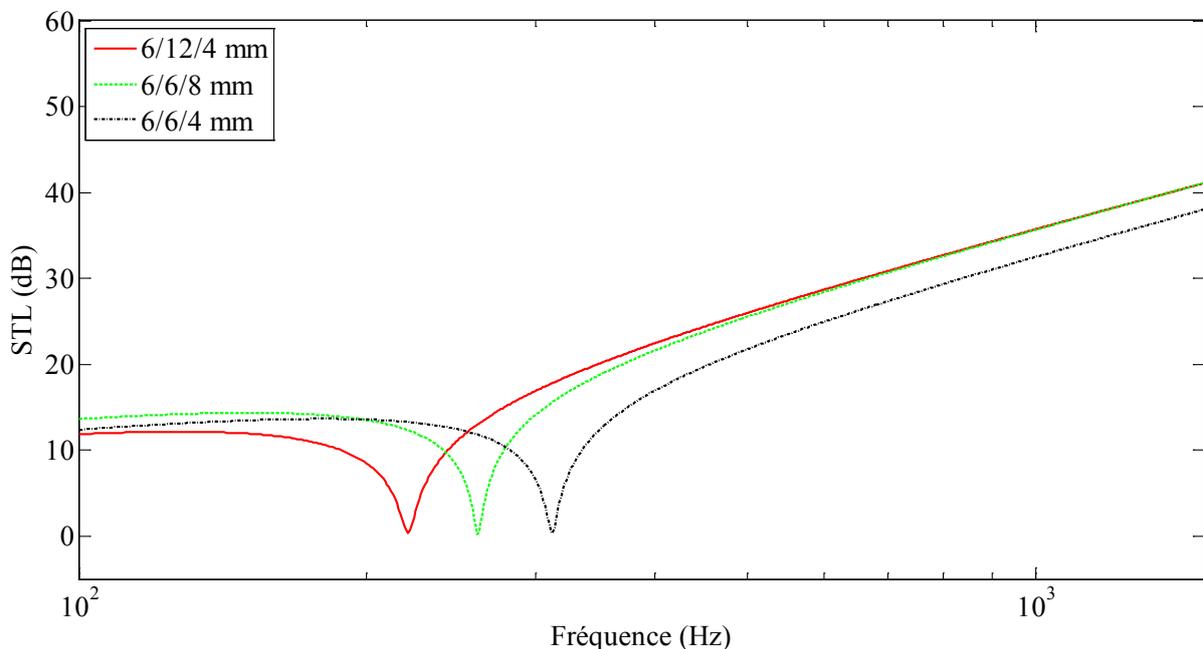


Figure 2. 19 : Comparaison de la perte de transmission sonore entre trois configurations d'un double vitrage pour une incidence normale.

On remarque que lorsqu'on double l'épaisseur de la cavité, ou lorsqu'on double la masse d'une paroi, la fréquence de résonance diminue. Cependant, le premier cas est plus efficace du point

de vue isolation acoustique (la fréquence de résonance sera plus petite et la *S.T.L.* se déplace de plus en plus vers la gauche). Cette conclusion souligne l'importance du couplage joué par la cavité.

Un autre facteur est étudié dans la suite, concernant les épaisseurs des plaques tout en fixant la masse totale du système. Les courbes de la *S.T.L.* sont dessinées dans la Figure 2. 20 pour deux doubles vitrages de même masse totale et enfermant la même cavité d'air : le premier est composé par deux lames de verre, de différentes épaisseurs, tandis que le second est composé par deux lames identiques. Les caractéristiques géométriques sont montrées dans le Tableau 2. 2.

Double vitrage	Epaisseur de la plaque 1 de verre (mm)	Epaisseur de la cavité d'air (mm)	Epaisseur de la plaque 2 de verre (mm)
8/6/4	8	6	4
6/6/6	6	6	6

Tableau 2. 2: Configurations des deux doubles vitrages de même masse totale.

Pour une incidence normale, la fréquence de résonance masse - air - masse du double vitrage est :

- 8/6/4 est  $f_{r1} = 296,38$  Hz ;
- 6/6/6 est  $f_{r2} = 279,43$  Hz.

Le système composé par deux lames identiques a une fréquence de résonance plus basse, mais le creux dans l'isolation acoustique est plus grand.

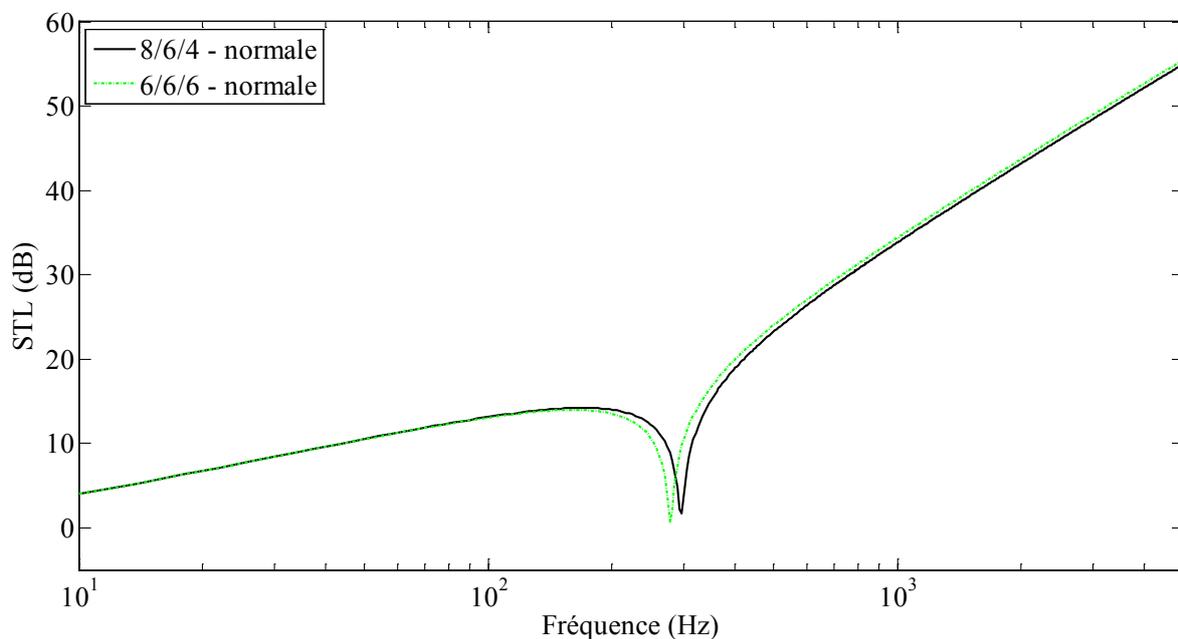


Figure 2. 20: Comparaison de la perte de transmission sonore entre deux configurations d'un double vitrage de même masse pour une incidence normale.

## 2.4 Conclusion

Les pertes de transmission sonore des parois simples et doubles sont étudiées dans ce chapitre en utilisant une approche analytique. Une étude paramétrique pour chaque cas est présentée pour illustrer l'influence des paramètres : épaisseurs des parois, angle d'incidence, épaisseur de la cavité.

Pour une paroi simple, on distingue trois catégories de comportement vibroacoustique :

- pour des fréquences inférieures au phénomène de coïncidence, la loi de masse est respectée et on remarque une augmentation de 6 dB par octave,
- le phénomène de coïncidence qui crée un creux dans la courbe de la *S.T.L.*,
- pour des fréquences supérieures au phénomène de coïncidence, on remarque une augmentation de 18 dB par octave.

Chaque paroi double possède une fréquence de résonance qui lui est propre. L'isolation acoustique présente un creux pour cette fréquence. Au-delà de cette fréquence, l'affaiblissement acoustique augmente de façon linéaire jusqu'aux fréquences critiques des parois simples qui composent le système. Pour que la paroi double présente une bonne performance acoustique, sa fréquence de résonance doit se situer en dessous de 100 Hz. On peut déplacer la fréquence de résonance d'une paroi double en augmentant le vide entre les parements, la masse des parements ou en modifiant la nature de l'isolant.

# Chapitre 3. Etude numérique

---

## 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, une méthode analytique est proposée pour évaluer la transmission sonore à travers une paroi simple ou double. Son avantage principal est qu'elle est rapide et non coûteuse. Cependant, elle n'est valable que pour des conditions aux limites particulières. Dans le présent chapitre, nous proposons un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis pour prédire le comportement vibroacoustique des parois doubles feuilletés.

Plusieurs approches numériques sont utilisées pour prédire la transmission sonore à travers des parois :

- la méthode des éléments finis (MEF),
- la méthode des éléments de frontière «Boundary Element Method» (BEM)
- l'analyse statistique énergétique (ASE), etc.

Une méthode mixte, basée sur une formulation par éléments finis pour la structure et le fluide interne et une formulation par équations intégrales pour le fluide extérieur est développée dans [Bouihoui, 1993]. L'accent est porté sur l'existence de plusieurs modes couplés particuliers. Le modèle proposé ne s'applique que pour une cavité d'épaisseur faible devant la longueur de l'onde acoustique. Le comportement vibroacoustique des matériaux poreux ainsi que le couplage élasto-poro-acoustique a fait l'objet des travaux de [Panneton, 1996] moyennant la méthode des éléments finis pour la modélisation numérique du couplage vibroacoustique. Dans ces études couvrant le domaine de basses fréquences, l'auteur a introduit deux fréquences caractéristiques des matériaux poreux : la fréquence caractéristique visqueuse et la fréquence caractéristique thermique, permettant l'identification des dissipations visqueuse et thermique à basses fréquences. Il a présenté plusieurs formulations pour le milieu poreux. Il a présenté aussi les conditions de couplage élasto-poro-élastique 3D, pour aboutir à un système matriciel global en fonction de la fréquence, validé par comparaison aux résultats expérimentaux menés sur une double plaque finie avec cavité absorbante. [Akrouit *et al.*, 2008] ont appliqué la MEF pour étudier les effets des fluides visco-thermiques sur le comportement vibroacoustique des doubles panneaux élastiques. La MEF a été aussi appliquée par [Sgard *et al.*, 2000] pour les différentes couches de la barrière sonore, couplée à la méthode BEM variationnelle pour tenir compte du chargement de fluide. Les propriétés dissipatives du fluide dans la cavité ont été étudiées par [Basten, 2001]. [Kaiser, 2001] et [Yairi, 2002] ont étudié les cas où les plaques sont identiques ou non. L'ASE est utilisée par [Craik, 2003] pour prédire la transmission du son à travers les murs doubles et pour calculer le facteur de perte. Pour toutes ces approches, le choix de la méthode numérique est lié au coût de calcul et à la bande de fréquences à traiter.

En introduisant une couche viscoélastique mince entre les deux panneaux, on obtient une meilleure isolation acoustique. En effet, les structures sandwich avec une couche viscoélastique intermédiaire sont couramment utilisées dans de nombreux systèmes d'amortissement de vibrations et de contrôle du bruit. Dans de telles structures, le mécanisme principal de perte d'énergie est dû au cisaillement transversal dans le cœur viscoélastique. Cependant, une modélisation précise des structures avec des matériaux viscoélastiques est difficile parce que les propriétés dynamiques mesurées des matériaux viscoélastiques dépendent de la fréquence et de la température. Ceci a motivé plusieurs auteurs à développer des méthodes numériques précises pour modéliser les effets des mécanismes d'amortissement viscoélastiques, en introduisant une dépendance de la fréquence. Une revue de ces méthodes peut être trouvée dans les travaux de [Vasques *et al.*, 2010]. Dans le même contexte, de nombreuses études sont consacrées à l'élaboration d'éléments finis en sandwich avec un cœur viscoélastique [Alam *et al.*, 1984 ; Rikards *et al.*, 1993 ; Amichi, 2008 ; Araújo *et al.*, 2010 ; Bilasse *et al.*, 2011 et Ferreira *et al.*, 2013].

En ce qui concerne l'application de ces structures dans l'atténuation du bruit, nous pouvons citer [Foss *et al.*, 1999] qui a comparé et présenté des résultats numériques et expérimentaux concernant la transmission sonore à travers un simple et un double vitrage feuilleté avec une couche intermédiaire de Polyvinyl Butyral (PVB) viscoélastique. La perte de transmission sonore des structures multicouches finies légères avec des couches minces d'air, a été étudiée par [Dijkmans *et al.*, 2010]. Les mesures sont comparées aux solutions analytiques en utilisant la méthode de la matrice de transfert. Les effets du fluide visco-thermique dans un double vitrage feuilleté ont été étudiés par [Akrouf *et al.*, 2009] en utilisant la méthode des éléments finis.

Dans la première partie de ce chapitre, une formulation éléments finis des doubles parois sandwichs avec un cœur viscoélastique couplé à une cavité acoustique est proposée. Ce modèle est basé sur une formulation variationnelle impliquant le déplacement structurel et la pression acoustique dans la cavité. Étant donné que le comportement mécanique du cœur viscoélastique est complexe et dépend de la fréquence, cette formulation est complexe et non linéaire en fonction de la pulsation propre  $\omega$ . Par conséquent, la solution directe de ce problème ne peut être envisagée que pour les modèles de petites tailles. Un nouveau modèle réduit est alors proposé pour résoudre le problème à faible coût numérique. La méthodologie proposée, basée sur la méthode de superposition modale, nécessite le calcul des modes acoustiques et structuraux non couplés. Les modes structuraux non couplés sont les modes réels et non amortis des panneaux sandwichs sans la pression fluide à l'interface fluide-structure, alors que les modes acoustiques non couplés sont les modes de la cavité avec des conditions aux limites d'une paroi rigide à l'interface fluide-structure. On montre que la projection complète du modèle éléments finis couplé sur la base non couplée conduit à un modèle d'ordre réduit dans lequel les paramètres principaux sont les facteurs de couplage fluide-structure classique et la raideur résiduelle complexe. Malgré sa taille réduite, ce modèle est très efficace pour les simulations et l'analyse fréquentielle en régime permanent du système couplé, et le temps de calcul est considérablement réduit. En second lieu, la transmission sonore à travers les doubles parois est étudiée. Lorsque la distribution de la vitesse normale de la plaque est connue, le champ de pression acoustique généré vers l'extérieur des parois peut être calculé à l'aide de l'intégrale de Rayleigh. Pour cela, on

suppose que la paroi double est placée dans un baffle infini. La transmission sonore dans le cas d'une incidence normale à la paroi est choisie pour évaluer la performance acoustique, et l'isolation acoustique du système.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous développons un élément fini pour une plaque sandwich. Le modèle proposé est basé sur une approche de type "layerwise". Les peaux sont décrites d'après la théorie de Love-Kirchhoff avec une correction qui tient compte de l'influence du cisaillement transverse dans le cœur. Un modèle de Mindlin est utilisé pour décrire le champ de déplacement du cœur. L'élément fini plaque multicouche est développé à quatre nœuds, avec sept degrés de liberté (ddl) par nœud. Les déplacements dans le plan et les rotations du cœur sont discrétisés par des fonctions de forme bilinéaires de Lagrange, tandis que le déplacement transversal et la rotation des peaux sont discrétisés par des fonctions de forme d'Hermite cubiques non conformes.

## 3.2 La formulation en éléments finis du problème couplé

### 3.2.1 Equations locales

Considérons la structure à double paroi montrée dans la Figure 3. 1, couplée à une cavité acoustique. Chaque paroi occupe un domaine  $\Omega_{S_i}$  avec  $i \in \{1, 2\}$ , tel que  $\Omega_S = (\Omega_{S1}, \Omega_{S2})$  est une partition de l'ensemble de la structure. Une force  $\mathbf{F}^d$  est appliquée à la frontière extérieure  $\Gamma_t$  de  $\Omega_S$  et un déplacement prescrit est appliqué sur une partie  $\Gamma_u$  de  $\Omega_S$ . Les deux panneaux sont séparés par une enceinte acoustique remplie d'un fluide compressible et non visqueux occupant le domaine  $\Omega_F$ . Les parois de la cavité sont rigides, sauf celles qui sont en contact avec les panneaux notés  $\Sigma$ .

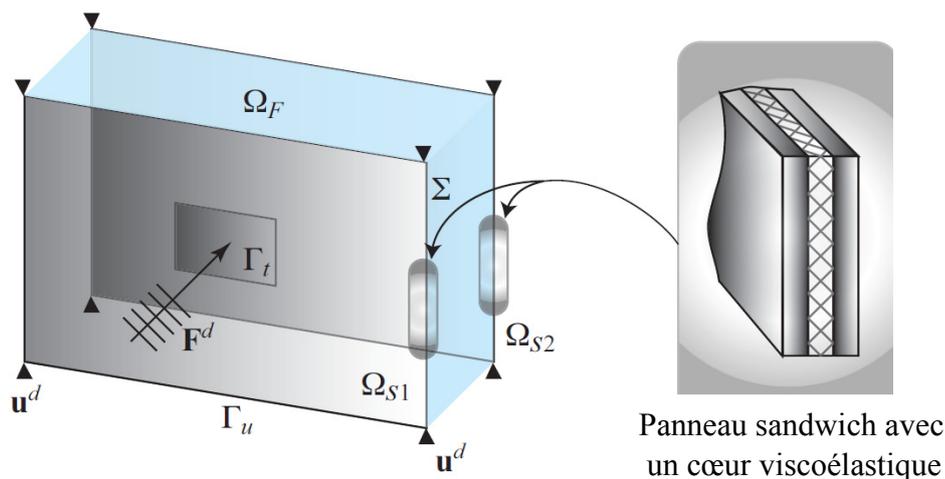


Figure 3. 1 : Structure à double paroi en sandwich couplée à une enceinte acoustique.

Les équations locales de ce problème couplé peuvent être écrites en termes du déplacement de la structure  $\mathbf{u}$  et du champ de pression du fluide  $p$  [Larbi *et al.*, 2007].

$$\operatorname{div} \overline{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}) + \rho_S \omega^2 \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{dans } \Omega_S$$

*Equation 3. 1*

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}) \mathbf{n}_S = \mathbf{F}^d \quad \text{sur } \Gamma_t$$

*Equation 3. 2*

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}) \mathbf{n}_S = p \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma_u$$

*Equation 3. 3*

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^d \quad \text{sur } \Gamma_u$$

*Equation 3. 4*

$$\Delta p + \frac{\omega^2}{c_F^2} p = 0 \quad \text{dans } \Omega_F$$

*Equation 3. 5*

$$\nabla p \cdot \mathbf{n} = \rho_F \omega^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Sigma$$

*Equation 3. 6*

où  $\omega$  est la fréquence angulaire ;  $\mathbf{n}_S$  et  $\mathbf{n}$  sont les vecteurs unitaires normaux à  $\Omega_S$  et  $\Omega_F$  et dirigés vers l'extérieur ;  $\rho_S$  et  $\rho_F$  sont les masses volumiques de la structure et du fluide ;  $c_F$  est la vitesse de propagation du son dans le fluide ; et  $\overline{\boldsymbol{\sigma}}$  est le tenseur des contraintes de la structure.

### 3.2.2 Loi de comportement du cœur viscoélastique

Afin de fournir une meilleure isolation acoustique, des panneaux sandwichs avec un cœur viscoélastique sont utilisés dans ce chapitre (Figure 3. 1). En effet, lorsqu'elle est soumise à des vibrations mécaniques, la couche viscoélastique absorbe une partie de l'énergie vibratoire sous forme de chaleur. Une autre partie de cette énergie est dissipée dans ce cœur à cause du mouvement de cisaillement.

La loi de comportement pour un matériau viscoélastique soumis à une déformation sinusoïdale est :

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{C}}}^* (\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}})$$

Equation 3. 7

où  $\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}$  désigne le tenseur des déformations, et  $\underline{\underline{\underline{C}}}^* (\omega)$ , appelé le tenseur d'élasticité, est complexe et dépend de la fréquence (\* indique une quantité complexe).  $\underline{\underline{\underline{C}}}^* (\omega)$  peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{\underline{\underline{C}}}^* (\omega) = \underline{\underline{\underline{C}}}^' (\omega) + i \underline{\underline{\underline{C}}}^'' (\omega)$$

Equation 3. 8

avec  $i = \sqrt{-1}$

En outre, et pour des raisons simplificatrices, un cœur viscoélastique, linéaire et homogène sera utilisé dans ce travail. Dans le cas isotrope, le comportement de ce matériau viscoélastique est défini par un module de cisaillement complexe dépendant de la fréquence, et qui est de la forme :

$$G^* (\omega) = G^' (\omega) + i G^'' (\omega)$$

Equation 3. 9

où  $G^' (\omega)$  est appelé module de stockage de cisaillement, parce qu'il est lié au stockage de l'énergie dans le matériau et  $G^'' (\omega)$  est le module de la perte par cisaillement qui représente les effets de dissipation de l'énergie. Le facteur de perte viscoélastique est défini comme :

$$\eta (\omega) = \frac{G^'' (\omega)}{G^' (\omega)}$$

Equation 3. 10

Ce qui permet d'écrire l'Equation 3. 9 alternativement :

$$G^* (\omega) = G^' (\omega) (1 + i \eta (\omega))$$

Equation 3. 11

Le coefficient de Poisson  $\nu$  est considéré réel et indépendant de la fréquence. Le facteur de perte du module de Young  $E^*$  est le même que celui du module de cisaillement, ce qui conduit à :

$$E^*(\omega) = E'(\omega)(1 + i\eta(\omega))$$

*Equation 3. 12*

où  $E'(\omega) = 2G'(\omega)(1 + \nu)$ .

Avec ces hypothèses, le tenseur des contraintes de la structure sandwich est complexe et dépend de la fréquence. On le notera  $\overline{\boldsymbol{\sigma}}^*(\mathbf{u}, \omega)$ .

### 3.2.3 Formulation variationnelle

La formulation variationnelle associée à ce problème est déterminée à partir de la méthode des fonctions-test. Ainsi, on introduit les espaces  $C_u$  et  $C_p$  des fonctions tests "suffisamment" régulières associées aux champs des variables  $\mathbf{u}$  et  $p$  respectivement.

Soit  $\delta\mathbf{u}$  la fonction-test associée à  $\mathbf{u}$ , appartenant à l'espace admissible  $C_u^* = \{\delta\mathbf{u} \in C_u / \delta\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma_u\}$ . En multipliant l'Equation 3. 1 par  $\delta\mathbf{u} \in C_u^*$ , et en appliquant la formule de Green, et enfin en tenant compte de l'Equation 3. 2 et de l'Equation 3. 3, on obtient :

$$\int_{\Omega_s} \overline{\boldsymbol{\sigma}}^*(\mathbf{u}, \omega) : \overline{(\delta\mathbf{u})} dV - \int_{\Sigma} p \mathbf{n} \cdot \delta\mathbf{u} ds - \omega^2 \int_{\Omega_s} \rho_s \mathbf{u} \cdot \delta\mathbf{u} dV = \int_{\Gamma_t} \mathbf{F}^d \cdot \delta\mathbf{u} ds \quad \forall \delta\mathbf{u} \in C_u^*$$

*Equation 3. 13*

De même, soit  $\delta p$  la fonction-test associée à  $p$ , appartenant à l'espace admissible  $C_p$ . En multipliant l'Equation 3. 5 par  $\delta p \in C_p$ , et en appliquant la formule de Green, et enfin en tenant compte de l'Equation 3. 6, on obtient :

$$\frac{1}{\rho_F} \int_{\Omega_s} \nabla p \cdot \nabla \delta p dV - \omega^2 \int_{\Sigma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \delta p ds - \frac{\omega^2}{\rho_F c_F^2} \int_{\Omega_s} \mathbf{p} \delta p dV = 0 \quad \forall \delta p \in C_p$$

*Equation 3. 14*

Ainsi, la formulation variationnelle non symétrique du problème fluide-structure élastique avec amortissement viscoélastique, consiste à trouver  $\mathbf{u} \in C_u$ , de telle sorte que  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^d$  sur  $\Gamma_u$  et  $p \in C_p$ , et satisfaisant l'Equation 3. 13 et l'Equation 3. 14, avec des conditions initiales appropriées. Pour symétriser cette formulation, on peut introduire une variable intermédiaire : le champ potentiel du déplacement du fluide [Deü et al., 2008 ; Morand et Ohayon, 1995].

Après discrétisation par éléments finis des formes bilinéaires de l'Equation 3. 13 et l'Equation 3. 14, on obtient le système matriciel suivant relatif au problème couplé :

$$\left[ \begin{pmatrix} \mathbf{K}_u^*(\omega) & -\mathbf{C}_{up} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{pmatrix} - \omega^2 \begin{pmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{up}^T & \mathbf{M}_p \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Equation 3. 15

où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{P}$  représentent les vecteurs des degrés de libertés relatifs à  $\mathbf{u}$  et  $p$  respectivement. Étant donné que le cœur viscoélastique des panneaux sandwich est complexe et dépend de la fréquence, la matrice de rigidité  $\mathbf{K}_u^*(\omega)$  définie par :  $\int_{\Omega_s} \overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}(\mathbf{u}, \omega) : \boldsymbol{\varepsilon}(\delta \mathbf{u}) dv \Rightarrow \delta \mathbf{U}^T \mathbf{K}_u^*(\omega) \mathbf{U}$ , est aussi complexe et dépend de la fréquence. Les sous-matrices réelles et indépendantes de la fréquence de l'Equation 3. 15 sont données par :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s} \rho_s \mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{u} dv &\Rightarrow \delta \mathbf{U}^T \mathbf{M}_u \mathbf{U} & ; & \quad \int_{\Gamma_f} \mathbf{F}^d \cdot \delta \mathbf{u} ds \Rightarrow \delta \mathbf{U}^T \mathbf{F} \\ \int_{\Sigma} p \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{u} ds &\Rightarrow \delta \mathbf{U}^T \mathbf{C}_{up} \mathbf{P} & ; & \quad \int_{\Sigma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \cdot \delta p ds \Rightarrow \delta \mathbf{P}^T \mathbf{C}_{up}^T \mathbf{U} \\ \frac{1}{\rho_F} \int_{\Omega_F} \nabla p \cdot \nabla \delta p dv &\Rightarrow \delta \mathbf{P}^T \mathbf{K}_p \mathbf{P} & ; & \quad \frac{1}{\rho_F c_F^2} \int_{\Omega_F} p \delta p dv \Rightarrow \delta \mathbf{P}^T \mathbf{M}_p \mathbf{P} \end{aligned}$$

### 3.3 Modèle réduit

Nous allons établir dans ce paragraphe la formulation matricielle réduite des équations variationnelles (Equation 3. 13 et Equation 3. 14) en utilisant la projection de Ritz-Galerkin sur deux bases couvrant les espaces admissibles  $C_u$  et  $C_p$ . Pour  $C_u$  nous utilisons les modes structures « *in vacuo* », tandis que pour  $C_p$ , la base est formée par les modes propres de l'équation d'Helmholtz avec une condition aux limites de type parois rigides. Dans la suite, au lieu de partir de la formulation variationnelle, nous allons effectuer la projection directement sur le système discrétisé (Equation 3. 15).

#### 3.3.1 Modes propres de la structure *in vacuo*

Dans un premier temps, les premiers  $N_s$  modes propres de la structure *in vacuo* sont obtenus à partir de :

$$[\mathbf{K}_u^*(\omega) - \omega^2 \mathbf{M}_u] \mathbf{U} = 0$$

Equation 3. 16

Ce problème est complexe et non linéaire parce que la matrice de rigidité dépend de la fréquence. On suppose que les vibrations de la structure amortie peuvent être représentées en termes des modes réels associés au système non amorti, si des termes d'amortissement

appropriés sont insérés dans les équations de mouvement modal non couplé [Bouayeda *et al.*, 2012 et Fan, 2001]. Ainsi, la matrice de rigidité complexe est décomposée en une somme de deux matrices comme suit :

$$\mathbf{K}_u^*(\omega) = \mathbf{K}_{u0} + \delta\mathbf{K}_u^*(\omega)$$

*Equation 3. 17*

où  $\mathbf{K}_{u0}$  est la matrice de rigidité réelle indépendante de la fréquence calculée avec un module d'Young constant du cœur viscoélastique et  $\delta\mathbf{K}_u^*(\omega)$  est la matrice de rigidité résiduelle.

Le mode propre réel «  $i$  » est obtenu à partir de l'équation suivante :

$$[\mathbf{K}_{u0} - \omega_{si}^2 \mathbf{M}_u] \Phi_{si} = \mathbf{0} \quad \text{pour } i \in \{1, \dots, N_s\}$$

*Equation 3. 18*

où  $(\omega_{si}, \Phi_{si})$  sont la fréquence propre et le vecteur propre pour le mode structural «  $i$  ». Ces modes vérifient les propriétés d'orthogonalité suivantes :

$$\Phi_{si}^T \mathbf{M}_u \Phi_{sj} = \delta_{ij} \quad \text{et} \quad \Phi_{si}^T \mathbf{K}_{u0} \Phi_{sj} = \omega_{si}^2 \delta_{ij}$$

*Equation 3. 19*

où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker et où les  $\Phi_{si}$  ont été normalisés par rapport à la matrice de masse de la structure.

### 3.3.2 Modes propres de la cavité acoustique avec des parois rigides

Comme deuxième étape, les premiers  $N_f$  modes propres de la cavité acoustique, avec des conditions aux limites de type rigide, sont obtenus à partir de l'équation suivante :

$$[\mathbf{K}_p - \omega_{fi}^2 \mathbf{M}_p] \Phi_{fi} = \mathbf{0} \quad \text{for } i \in \{1, \dots, N_f\}$$

*Equation 3. 20*

où  $(\omega_{fi}, \Phi_{fi})$  sont la fréquence propre et le vecteur propre pour le mode acoustique «  $i$  ». Ces modes vérifient les propriétés d'orthogonalité suivantes :

$$\Phi_{fi}^T \mathbf{M}_p \Phi_{fj} = \delta_{ij} \quad \text{et} \quad \Phi_{fi}^T \mathbf{K}_p \Phi_{fj} = \omega_{fi}^2 \delta_{ij}$$

*Equation 3. 21*

où les  $\Phi_{fi}$  ont été normalisé par rapport à la matrice de masse du fluide.

### 3.3.3 Méthode de superposition modale

En introduisant les matrices  $\Phi_s = [\Phi_{s1} \cdots \Phi_{sN_s}]$  de taille  $(M_s \times N_s)$ , et  $\Phi_f = [\Phi_{f1} \cdots \Phi_{fN_f}]$  de taille  $(M_f \times N_f)$  liées aux bases structure et fluide non-couplées ( $M_s$  et  $M_f$  étant le nombre total de degrés de liberté dans le modèle éléments finis associés à la structure et au fluide respectivement), les champs de déplacement et de la pression peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\mathbf{U} = \Phi_s \mathbf{q}_s(t) \quad \text{et} \quad \mathbf{P} = \Phi_f \mathbf{q}_f(t)$$

*Equation 3. 22*

où les vecteurs  $\mathbf{q}_s = [q_{s1} \cdots q_{sN_s}]^T$  et  $\mathbf{q}_f = [q_{f1} \cdots q_{fN_f}]^T$  sont les amplitudes modales du déplacement de la structure et de la pression du fluide.

On procède par substitution, en introduisant ces relations dans l'Equation 3. 15 et en multipliant la première ligne de cette équation par  $\Phi_s^T$  et la seconde par  $\Phi_f^T$ , on obtient :

$$\begin{bmatrix} \Phi_s^T (\mathbf{K}_{u0} + \delta \mathbf{K}_u^*(\omega)) \Phi_s & -\Phi_s^T \mathbf{C}_{up} \Phi_f \\ \mathbf{0} & \Phi_f^T \mathbf{K}_p \Phi_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \Phi_s^T \mathbf{M}_u \Phi_s & \mathbf{0} \\ \Phi_f^T \mathbf{C}_{up}^T \Phi_s & \Phi_f^T \mathbf{M}_p \Phi_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_s^T \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

*Equation 3. 23*

Cette équation matricielle représente le modèle réduit du problème vibroacoustique d'une structure à cœur viscoélastique. Si seulement quelques modes sont maintenus dans la base de projection, la taille de ce modèle réduit ( $N_s \times N_f$ ) est beaucoup plus petite que la taille initiale ( $M_s \times M_f$ ). On peut écrire l'Equation 3. 23 sous la forme d'équations différentielles couplées :

- $N_s$  équations mécaniques

$$-\omega^2 q_{si} + \sum_{k=1}^{N_s} \gamma_{ik}^*(\omega) q_{sk} + \omega_{si}^2 q_{si} - \sum_{j=1}^{N_f} \beta_{ij} q_{fj} = F_i$$

*Equation 3. 24*

- $N_f$  équations acoustiques

$$-\omega^2 q_{fi} + \omega_{fi}^2 q_{fi} - \omega^2 \sum_{j=1}^{N_s} \beta_{ij} q_{sj} = 0$$

*Equation 3. 25*

où  $F_i(t) = \Phi_{si}^T \mathbf{F}$  est l'excitation mécanique du mode «  $i$  » ;  $\beta_{ij} = \Phi_{si}^T \mathbf{C}_{up} \Phi_{fj}$  est le coefficient de couplage fluide-structure ; et  $\gamma_{ik}^*(\omega) = \Phi_{si}^T \delta \mathbf{K}_u^*(\omega) \Phi_{sk}$  est le coefficient complexe de la rigidité résiduelle réduite.

A chaque incrément de fréquence, le système réduit (Equation 3. 24 et Equation 3. 25) est résolu par la mise à jour de  $\gamma_{ik}^*(\omega)$ . Après avoir déterminé les vecteurs d'amplitude complexe  $q_{si}$  et  $q_{fj}$ , les champs de déplacement et de pression sont reconstruits en utilisant la superposition modale (Equation 3. 22).

### 3.4 Indicateurs acoustiques

Pour évaluer la performance acoustique et l'isolation sonore des parois doubles à cœur viscoélastique, la puissance acoustique rayonnée  $\Pi_r$  et la perte de transmission sonore à incidence normale *nS.T.L.* "normal Sound Transmission Loss" sont utilisées comme indicateurs acoustiques.

#### 3.4.1 Puissance acoustique rayonnée

La puissance acoustique rayonnée (ou transmise) à travers la surface  $S_2$  de la paroi  $\Omega_{s_2}$  est donnée par :

$$\Pi_r = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \int_{S_2} p(G) v_n^*(G) dS \right)$$

*Equation 3. 26*

où  $G$  est un point de la surface de la paroi  $S_2$ ,  $p$  est la pression acoustique appliquée comme une charge externe,  $v_n$  est la vitesse normale (\* désigne le complexe conjugué), et  $\text{Re}$  est la partie réelle de l'expression.

Pour une paroi placée dans un baffle rigide infini et rayonnant dans un fluide semi-infini,  $p$  peut être obtenue en utilisant l'intégrale de Rayleigh [Fahy, 1985] :

$$p(\omega, M) = \rho_0 \frac{i\omega}{2\pi} \int_{S_2} v_n(\omega, G) \frac{e^{-ikr}}{r} dS$$

*Equation 3. 27*

où  $\rho_0$  est la masse volumique du domaine acoustique externe,  $k$  est le nombre d'onde égal à  $\omega/c_0$ ,  $c_0$  est la vitesse de propagation du son,  $M$  est un point à l'intérieur du domaine acoustique externe, et  $v_n(\omega, G)$  est la vitesse normale au point  $G$  exprimée par  $v_n(\omega, G) = \mathbf{v}(\omega, G) \cdot \mathbf{n}_S$ . A noter que la distribution de la vitesse normale sur la paroi peut être facilement obtenue à partir de la formulation éléments finis précédente.

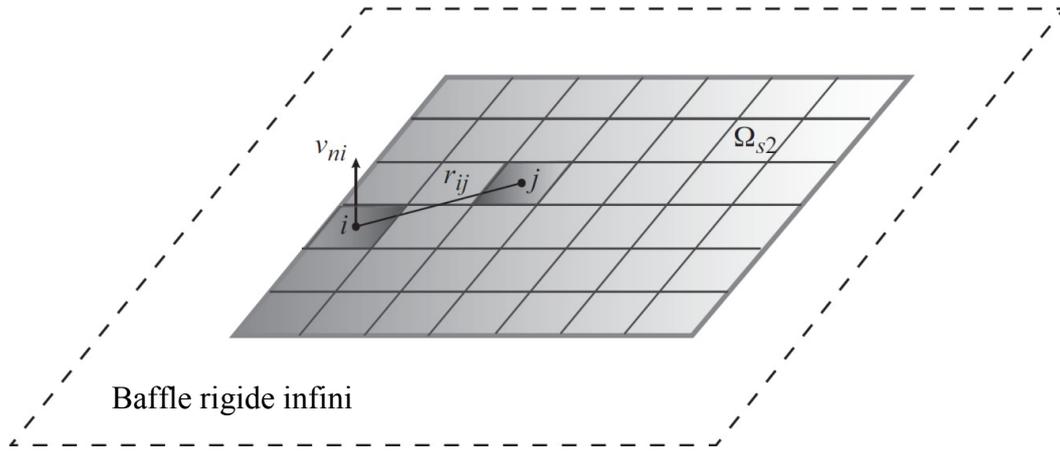


Figure 3. 2 : Subdivision du panneau  $\Omega_{S_2}$  en éléments radiateurs.

Comme le montre la Figure 3. 2, la paroi placée dans le baffle est divisé en une grille de  $R$  éléments rectangulaires de taille égale dont les vibrations transversales sont exprimées en terme de vitesses normales trouvées à leurs centres. En supposant que les dimensions des éléments sont petites par rapport à la longueur d'onde de la paroi ainsi que la longueur d'onde acoustique, la puissance sonore totale rayonnée (Equation 3. 26) peut être exprimée comme étant la somme des puissances rayonnées par chaque élément :

$$\Pi_t = \frac{S_e}{2} \text{Re}(\mathbf{v}_n^H \mathbf{p})$$

Equation 3. 28

où l'exposant  $H$  désigne le transposé hermitien,  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{p}$  sont les vecteurs à amplitudes complexes de la vitesse volumique normale et de la pression acoustique dans tous les éléments respectivement, et  $S_e$  est la surface de chaque élément. La pression sur chaque élément est générée par les vibrations de l'ensemble des éléments du panneau. Le vecteur de la pression sonore peut être exprimé à partir de la relation suivante :

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z} \mathbf{v}_n$$

Equation 3. 29

où  $\mathbf{Z}$  est la matrice d'impédance acoustique :  $Z_{ij} = (i\omega\rho_0 S_e / 2\pi r_{ij}) e^{-ikr_{ij}}$  ( $r_{ij}$  étant la distance entre les centres des éléments «  $i$  » et «  $j$  »). A noter que, du fait de la réciprocité, la matrice d'impédance  $\mathbf{Z}$  est symétrique. En introduisant l'Equation 3. 29 dans l'expression de la puissance acoustique totale rayonnée donnée par l'Equation 3. 28, nous obtenons :

$$\Pi_t = \frac{S_e}{2} \text{Re}(\mathbf{v}_n^H \mathbf{Z} \mathbf{v}_n) = \frac{S_e}{4} \text{Re}(\mathbf{v}_n^H [\mathbf{Z} + \mathbf{Z}^H] \mathbf{v}_n) = \mathbf{v}_n^H \mathbf{R} \mathbf{v}_n$$

Equation 3. 30

$\mathbf{R}$  étant la "matrice de résistance " pour des radiateurs élémentaires. Pour un panneau placé dans un baffle infini,  $\mathbf{R}$  est donnée par :

$$\mathbf{R} = \frac{\omega^2 \rho_0 S_e^2}{4\pi c_0} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(kr_{12})}{kr_{12}} & \dots & \frac{\sin(kr_{1R})}{kr_{1R}} \\ \frac{\sin(kr_{21})}{kr_{21}} & 1 & \dots & \frac{\sin(kr_{2R})}{kr_{2R}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sin(kr_{R1})}{kr_{R1}} & \frac{\sin(kr_{R2})}{kr_{R2}} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Equation 3. 31

Cette méthode peut être appliquée à n'importe quelle surface plane placée dans un baffle infini, indépendamment des conditions aux limites. Elle nécessite seulement la connaissance de la géométrie de la surface, les caractéristiques du fluide et la distribution du champ des vitesses. Dans ce chapitre, une approche par éléments finis est utilisée pour évaluer ce champ de vitesse à l'aide d'un nombre suffisant d'éléments rayonnants discrets, selon la plus petite longueur d'onde observée.

### 3.4.2 Perte de transmission sonore sous une incidence normale

Dans ce paragraphe on évalue la perte de la transmission sonore des parois doubles soumises à une incidence normale à l'aide de la méthode de l'intégrale de Rayleigh décrite ci-dessous. Cet indicateur est donné par la formule suivante :

$$nS.T.L. = 10 \log \frac{\Pi_i}{\Pi_t}$$

Equation 3. 32

où  $\Pi_i$  et  $\Pi_t$  sont les puissances acoustiques incidente et transmise respectivement. Pour une onde normale plane appliquée à la paroi  $\Omega_{S1}$ , la puissance sonore incidente est donnée par :

$$\Pi_i = \frac{|P_{inc}|^2 S_1}{2\rho_0 c_0}$$

Equation 3. 33

où  $P_{inc}$  représente l'amplitude de la pression acoustique sous une incidence normale et  $S_1$  est la surface entière de la paroi  $\Omega_{S1}$ .

### 3.5 Modèle éléments finis d'une plaque sandwich avec un cœur viscoélastique

Ce paragraphe est consacré à l'élaboration d'un modèle éléments finis d'une plaque sandwich avec cœur viscoélastique. Nous considérons une paroi feuilletée formée de trois couches comme le représente la Figure 3. 3. Les deux faces (1) et (3), appelées peaux, sont homogènes, orthotropes et élastiques, avec des épaisseurs  $h_1$  et  $h_3$  respectivement. Le cœur (2) a un comportement viscoélastique. Son épaisseur, notée  $h_2$ , est non négligeable par rapport à celle des peaux.

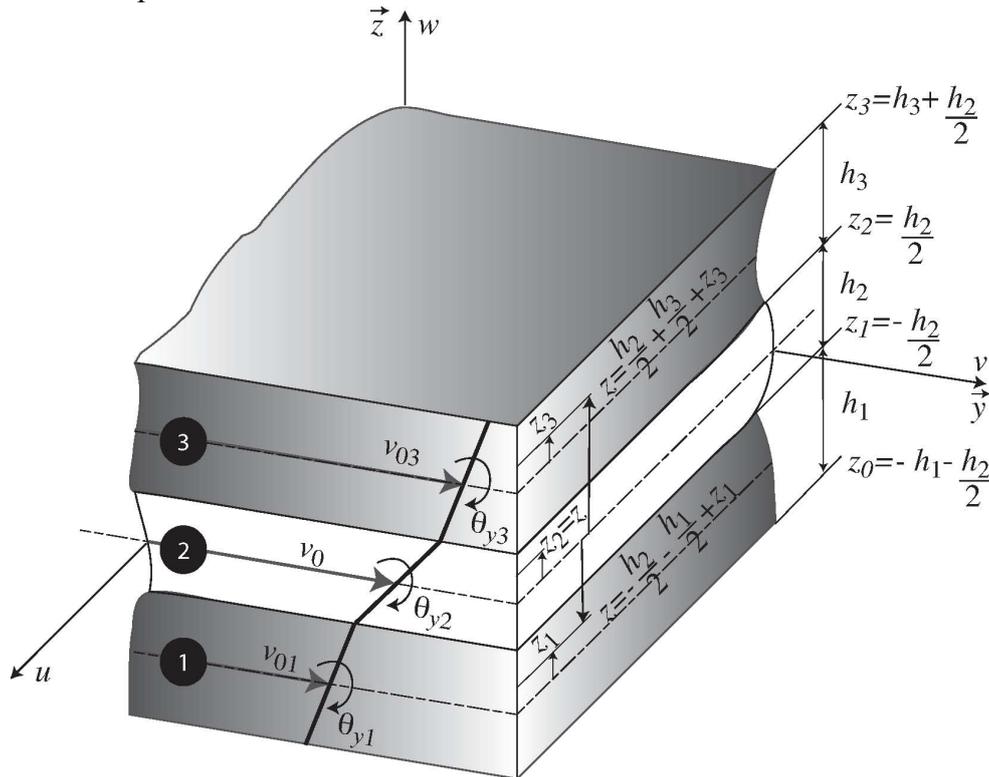


Figure 3. 3 : Cinématique d'une plaque sandwich à trois couches.

#### 3.5.1 Hypothèses cinématiques

L'approche "layerwise" est utilisée dans ce travail en supposant la continuité du déplacement à l'interface des couches. Les autres hypothèses utilisées dans cette étude sont :

- la section transversale de chaque couche reste plane après déformation et la contrainte dans la direction normale est négligeable ( $\sigma_{zz} = 0$ ) ;
- le cœur contribue dans le système par des contraintes de cisaillement transversal ;
- les contraintes de cisaillement transversales appliquées sur les peaux sont négligées, mais l'effet de rotation lié au cisaillement transversal dans le cœur est pris en compte;
- le déplacement transversal  $w$  de tous les points de n'importe quelle section transversale de la plaque sandwich est considéré le même.

Tenant compte des hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement des peaux est construit en utilisant les hypothèses de Love-Kirchhoff, mais corrigé pour tenir compte de l'effet de rotation lié au cisaillement transversal dans le cœur. L'hypothèse de Mindlin est utilisée pour décrire la cinématique du cœur.

Ainsi, les champs des déplacements locaux  $(u_i, v_i, w_i)$  dans les directions des axes  $x, y$  et  $z$  situés dans la couche " $i$ " peuvent être décrits à partir des déplacements  $u_{0i}, v_{0i}$  et  $w$  du plan moyen de la couche locale ( $z_i = 0$ ) et des rotations  $\theta_{xi}$  et  $\theta_{yi}$  autour des axes  $y$  et  $x$  :

$$\begin{aligned} u_i &= u_{0i}(x, y) + z_i \theta_{xi}(x, y) \\ v_i &= v_{0i}(x, y) + z_i \theta_{yi}(x, y) \\ w_i &= w(x, y) \end{aligned}$$

*Equation 3. 34*

où  $z_i$  est la coordonnée de la couche locale " $i$ ", telle que  $-\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2}$ .

La continuité des déplacements dans le plan  $(u, v)$  aux interfaces des couches conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} u_{01} &= u_{02} - \frac{h_2}{2} \theta_{x2} - \frac{h_1}{2} \theta_{x1} \quad ; \quad v_{01} = v_{02} - \frac{h_2}{2} \theta_{y2} - \frac{h_1}{2} \theta_{y1} \\ u_{03} &= u_{02} + \frac{h_2}{2} \theta_{x2} + \frac{h_3}{2} \theta_{x3} \quad ; \quad v_{03} = v_{02} + \frac{h_2}{2} \theta_{y2} + \frac{h_3}{2} \theta_{y3} \end{aligned}$$

*Equation 3. 35*

En introduisant la coordonnée globale  $z$  montrée dans la Figure 3. 3, et en négligeant les contraintes de cisaillement transverse dans les peaux, ce qui permet de considérer que  $\theta_{x1} = \theta_{x3} = -\frac{\partial w}{\partial x}$  et  $\theta_{y1} = \theta_{y3} = -\frac{\partial w}{\partial y}$ , et en utilisant les relations de continuité ci-dessus, les champs des déplacements locaux peuvent être écrits comme suit :

$$\left. \begin{aligned} u_i &= u_0 - z \frac{\partial w}{\partial x} + t_i \varphi_x \\ v_i &= v_0 - z \frac{\partial w}{\partial y} + t_i \varphi_y \\ w_i &= w(x, y) \end{aligned} \right\} \text{ pour } i = 1, 3 \text{ et } \left\{ \begin{aligned} u_2 &= u_0 - z \frac{\partial w}{\partial x} + z \varphi_x \\ v_2 &= v_0 - z \frac{\partial w}{\partial y} + z \varphi_y \\ w_2 &= w(x, y) \end{aligned} \right.$$

*Equation 3. 36*

où  $u_0 = u_{02}, v_0 = v_{02}, t_1 = -\frac{h_2}{2}$  et  $t_3 = \frac{h_2}{2}$ , et les rotations correspondantes sont introduites :

$$\varphi_x = \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_{x2} \text{ et } \varphi_y = \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_{y2}.$$

### 3.5.2 Relations entre déformation et déplacement

Pour chaque couche "i", la déformation unitaire dans le plan  $\omega = [\varepsilon_{xx}^{(i)} \varepsilon_{yy}^{(i)} 2\varepsilon_{xy}^{(i)}]^T$  est égale à la somme des déformations unitaires du plan moyen  $\varepsilon = [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{xy}]^T$  (membrane), celle due à la variation de courbure  $\kappa = [\kappa_{xx} \kappa_{yy} \kappa_{xy}]^T$ , et celle due à l'effet de la rotation  $\varphi = [\varphi_{xx} \varphi_{yy} \varphi_{xy}]^T$  :

$$\omega = \varepsilon - z\kappa + t_i\varphi \quad \text{Pour } i=1,3 \quad \text{et} \quad \omega = \varepsilon - z\kappa + z\varphi$$

Equation 3. 37

où la déformation unitaire du plan moyen, les courbures et les rotations sont définies par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, & \kappa_{xx} &= \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}, & \varphi_{xx} &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, & \kappa_{yy} &= \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}, & \varphi_{yy} &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, & \kappa_{xy} &= 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}, & \varphi_{xy} &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{aligned}$$

Equation 3. 38

Pour le cœur (2), une contrainte supplémentaire liée à l'effet de cisaillement  $\gamma^{(2)} = [\gamma_{xz}^{(2)} \gamma_{yz}^{(2)}]^T$

est introduite, avec  $\gamma_{xz}^{(2)} = \varphi_x^{(2)}$  et  $\gamma_{yz}^{(2)} = \varphi_y^{(2)}$ .

On peut écrire les composantes des déformations sous la forme matricielle suivante :

$$\varepsilon = \mathbf{D}_\varepsilon \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \omega \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \frac{\partial \omega}{\partial y} \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad \gamma^{(2)} = \mathbf{D}_\gamma \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \omega \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \frac{\partial \omega}{\partial y} \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix}$$

Equation 3. 39

Avec  $\varepsilon = [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{xy} \kappa_{xx} \kappa_{yy} \kappa_{xy} \varphi_{xx} \varphi_{yy} \varphi_{xy}]^T$  et les des gradients  $\mathbf{D}_\varepsilon$  et  $\mathbf{D}_\gamma$  sont définis par :

$$\mathbf{D}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } \mathbf{D}_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.5.3 Degrés de liberté et fonctions de forme

Considérons un élément rectangulaire appartenant au plan  $xy$  comme le montre la Figure 3. 4. Chaque nœud  $n$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ), a sept degrés de liberté pour décrire les déplacements du plan moyen  $u_{0n}$ ,  $v_{0n}$  et  $w_n$  le long des directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ , la rotation des peaux autour de l'axe  $y$ ,  $\frac{\partial w_n}{\partial x}$ , la rotation autour de l'axe  $x$ ,  $\frac{\partial w_n}{\partial y}$ , ainsi que les rotations du cœur (dues au cisaillement) autour des axes  $y$  :  $\varphi_{xn}$ , et  $x$  :  $\varphi_{yn}$ .

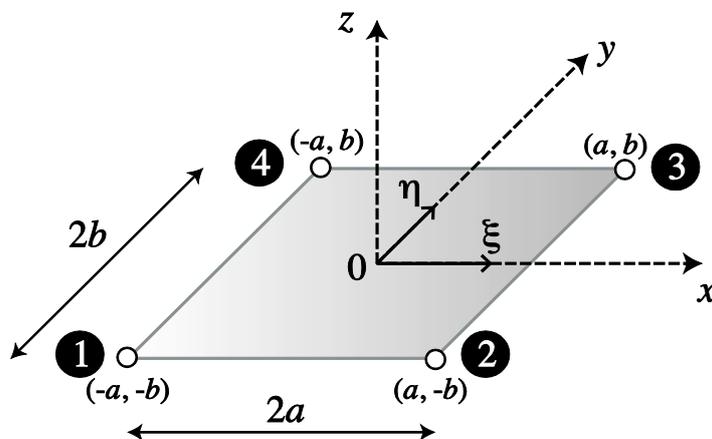


Figure 3. 4 : Données géométriques de l'élément de plaque.

Le vecteur du déplacement nodal sont définis ci-dessous par  $\mathbf{U}_n$ . Le déplacement élémentaire est donné par la liste des déplacements nodaux composée de vingt-huit termes :

$$\mathbf{U}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{U}_3 \\ \mathbf{U}_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_n = \begin{bmatrix} u_{0n} \\ v_{0n} \\ \omega_{0n} \\ \frac{\partial \omega_n}{\partial x} \\ \frac{\partial \omega_n}{\partial y} \\ \varphi_{xn} \\ \varphi_{yn} \end{bmatrix}, \quad n=1, 2, 3, 4$$

*Equation 3. 40*

Le présent élément est non conforme, mais il présente une bonne convergence dans le cas linéaire [Zienkiewicz et Taylor, 2001]. On suppose que les déplacements  $u_0$  et  $v_0$  et les rotations du cœur  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  varient linéairement le long des coordonnées axiales  $x$  et  $y$  et sont discrétisés par des fonctions de forme bilinéaires de Lagrange, tandis que le déplacement transversal  $w$  et les rotations  $\frac{\partial w}{\partial x}$  et  $\frac{\partial w}{\partial y}$  sont décrits par des polynômes d'Hermite cubique non conformes dérivés par [Melosh, 1963]. Ainsi, les déplacements élémentaires du plan moyen et les rotations de la plaque sont donnés en termes de degrés de liberté nodaux par :

$$\begin{bmatrix} u_0^e \\ v_0^e \\ \omega^e \\ \frac{\partial \omega^e}{\partial x} \\ \frac{\partial \omega^e}{\partial y} \\ \varphi_x^e \\ \varphi_y^e \end{bmatrix} = \mathbf{N}(x, y) \mathbf{U}^e$$

*Equation 3. 41*

où la matrice d'interpolation est définie par :

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_1 \quad \mathbf{N}_2 \quad \mathbf{N}_3 \quad \mathbf{N}_4]$$

*Equation 3. 42*

et

$$\mathbf{N}_n = \begin{bmatrix} N_n^l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_n^l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_n^{c1} & N_n^{c2} & N_n^{c3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_n^{c1}}{\partial x} & \frac{\partial N_n^{c2}}{\partial x} & \frac{\partial N_n^{c3}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_n^{c1}}{\partial y} & \frac{\partial N_n^{c2}}{\partial y} & \frac{\partial N_n^{c3}}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_n^l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_n^l \end{bmatrix}, n=1, 2, 3, 4$$

Equation 3. 43

Les fonctions de forme linéaire  $N_n^l$  et cubiques  $N_n^{c1}$ ,  $N_n^{c2}$ , et  $N_n^{c3}$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) sont données pour l'élément de référence par [Zienkiewicz et Taylor, 2001] :

$$\begin{aligned} N_n^l &= \frac{1}{4} \xi_n \eta_n (\xi + \xi_n)(\eta + \eta_n) \\ N_n^{c1} &= \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_n)(1 + \eta \eta_n)(2 + \xi \xi_n + \eta \eta_n - \xi^2 - \eta^2) \\ N_n^{c2} &= \frac{1}{8} \xi_n (\xi \xi_n - 1)(1 + \eta \eta_n)(1 + \xi \xi_n)^2 \\ N_n^{c3} &= \frac{1}{8} \eta_n (\eta \eta_n - 1)(1 + \xi \xi_n)(1 + \eta \eta_n)^2 \end{aligned}$$

Equation 3. 44

où  $\xi = \frac{x}{a}$  et  $\eta = \frac{y}{b}$  sont les coordonnées élémentaires variant entre -1 (lorsque  $x = -a$  pour  $\xi$  et  $y = -b$  pour  $\eta$ ) et 1 (lorsque  $x = a$  pour  $\xi$  et  $y = b$  pour  $\eta$ ),  $\xi_n = \frac{x_n}{a}$  et  $\eta_n = \frac{y_n}{b}$  où  $x_n$  et  $y_n$  correspondent aux coordonnées du nœud  $n$  le long des directions  $x$  et  $y$  respectivement, comme représenté dans la Figure 3. 4.

En outre, les vecteurs de déformation élémentaires  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  et  $\boldsymbol{\gamma}^e$  peuvent être exprimés par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{U}^e \text{ et } \boldsymbol{\gamma}^e = \mathbf{B}_\gamma \mathbf{U}^e$$

Equation 3. 45

avec l'opérateur gradient discrétisé donné par :

$$\mathbf{B}_\varepsilon = \mathbf{D}_\varepsilon \mathbf{N} \text{ et } \mathbf{B}_\gamma = \mathbf{D}_\gamma \mathbf{N}$$

Equation 3. 46

### 3.5.4 Matrices de masse et de rigidité élémentaires

Les interpolations des déplacements et des déformations présentées dans le paragraphe précédent sont utilisées pour trouver les matrices de masse et de rigidité élémentaires de la plaque sandwich.

La matrice de masse est évaluée sans négliger l'inertie de rotation. En utilisant la définition donnée dans la formulation variationnelle ( $\int_{\Omega_s} \rho_s \mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{u} d\nu$ ) et en combinant l'Equation 3. 36 et l'Equation 3. 41, la matrice de masse élémentaire devient :

$$\mathbf{M}_u^e = \sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_{ui}^e$$

où

$$\mathbf{M}_{ui}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{I}_i \mathbf{N} J(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

Equation 3. 47

et où  $J$  est le déterminant Jacobien de la transformation et  $\mathbf{I}_i$  est la matrice d'inertie du composite donnée par :

$$\mathbf{I}_i = \begin{bmatrix} I_0^{(i)} & 0 & 0 & -I_1^{(i)} & 0 & t_i I_0^{(i)} & 0 \\ 0 & I_0^{(i)} & 0 & 0 & -I_1^{(i)} & 0 & t_i I_0^{(i)} \\ 0 & 0 & I_0^{(i)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I_1^{(i)} & 0 & 0 & I_2^{(i)} & 0 & -t_i I_1^{(i)} & 0 \\ 0 & -I_1^{(i)} & 0 & 0 & I_2^{(i)} & 0 & t_i I_1^{(i)} \\ t_i I_0^{(i)} & 0 & 0 & -t_i I_1^{(i)} & 0 & t_i^2 I_0^{(i)} & 0 \\ 0 & t_i I_0^{(i)} & 0 & 0 & -t_i I_1^{(i)} & 0 & t_i^2 I_0^{(i)} \end{bmatrix} \text{ pour } i = 1,3$$

Equation 3. 48

et

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} I_0^{(2)} & 0 & 0 & -I_1^{(2)} & 0 & I_1^{(2)} & 0 \\ 0 & I_0^{(2)} & 0 & 0 & -I_1^{(2)} & 0 & I_1^{(2)} \\ 0 & 0 & I_0^{(2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I_1^{(2)} & 0 & 0 & I_2^{(2)} & 0 & -I_2^{(2)} & 0 \\ 0 & -I_1^{(2)} & 0 & 0 & I_2^{(2)} & 0 & I_2^{(2)} \\ I_1^{(2)} & 0 & 0 & -I_2^{(2)} & 0 & I_2^{(2)} & 0 \\ 0 & I_1^{(2)} & 0 & 0 & -I_2^{(2)} & 0 & I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

Equation 3. 49

où les moments d'inertie d'ordre zéro  $I_0^{(i)}$ , d'ordre un  $I_1^{(i)}$  et d'ordre deux  $I_2^{(i)}$  sont donnés par :

$$I_0^{(i)} = \rho_s^{(i)}(z_i - z_{i-1}), \quad I_1^{(i)} = \frac{\rho_s^{(i)}}{2}(z_i^2 - z_{i-1}^2) \quad \text{et} \quad I_2^{(i)} = \frac{\rho_s^{(i)}}{3}(z_i^3 - z_{i-1}^3)$$

De la même manière, en utilisant la définition  $(\int_{\Omega_s} \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}, \omega) : \boldsymbol{\varepsilon}(\delta \mathbf{u}) dv)$  et en combinant l'Equation 3. 41 et l'Equation 3. 45, la matrice de rigidité élémentaire est donné par :

$$\mathbf{K}_u^{e*} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{K}_{ui}^e + \mathbf{K}_{uy}^e$$

$$\text{où } \mathbf{K}_{ui}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}_c^T \mathbf{C}_i \mathbf{B}_\varepsilon J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad \text{et} \quad \mathbf{K}_{uy}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}_\gamma^T \mathbf{R}_2 \mathbf{B}_\gamma J(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

et où  $\mathbf{C}_i$  est la matrice d'élasticité de la couche "i" donnée par :

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & -\mathbf{B}_i & t_i \mathbf{A}_i \\ -\mathbf{B}_i & \mathbf{D}_i & -t_i \mathbf{B}_i \\ t_i \mathbf{A}_i & -t_i \mathbf{B}_i & -t_i^2 \mathbf{A}_i \end{bmatrix} \quad \text{pour } i = 1,3 \quad \text{et} \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 & -\mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_2 \\ -\mathbf{B}_2 & \mathbf{D}_2 & -\mathbf{D}_2 \\ \mathbf{B}_2 & -\mathbf{D}_2 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}$$

Equation 3. 50

Les matrices de rigidité de membrane  $\mathbf{A}_i$ , de flexion  $\mathbf{D}_i$ , et de membrane-flexion  $\mathbf{B}_i$  de la couche "i" de la plaque sandwich [Reddy, 2004] sont donnés par :

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} A_{11}^{(i)} & A_{12}^{(i)} & A_{16}^{(i)} \\ A_{12}^{(i)} & A_{22}^{(i)} & A_{26}^{(i)} \\ A_{16}^{(i)} & A_{26}^{(i)} & A_{66}^{(i)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} B_{11}^{(i)} & B_{12}^{(i)} & B_{16}^{(i)} \\ B_{12}^{(i)} & B_{22}^{(i)} & B_{26}^{(i)} \\ B_{16}^{(i)} & B_{26}^{(i)} & B_{66}^{(i)} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} D_{11}^{(i)} & D_{12}^{(i)} & D_{16}^{(i)} \\ D_{12}^{(i)} & D_{22}^{(i)} & D_{26}^{(i)} \\ D_{16}^{(i)} & D_{26}^{(i)} & D_{66}^{(i)} \end{bmatrix}$$

Equation 3. 51

avec

$$\mathbf{A}_{mn}^{(i)} = \bar{Q}_{mn}^{(i)}(z_i - z_{i-1}), \quad \mathbf{B}_{mn}^{(i)} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{mn}^{(i)}(z_i^2 - z_{i-1}^2) \quad \text{et} \quad \mathbf{D}_{mn}^{(i)} = \frac{1}{3} \bar{Q}_{mn}^{(i)}(z_i^3 - z_{i-1}^3)$$

où  $m, n = 1, 2, 6$  et  $\bar{Q}_{mn}$  représentent les constantes de rigidité réduite du matériau pour chaque couche " $i$ " dans le système de coordonnées globales, trouvées à partir de l'hypothèse que la contrainte normale est nulle dans la direction de l'épaisseur de la couche. Enfin, la matrice d'élasticité  $\mathbf{R}_2$  liée aux contraintes de cisaillement dans le cœur est donnée par :

$$\mathbf{R}_2 = h_2 \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44}^{(2)} & \bar{Q}_{45}^{(2)} \\ \bar{Q}_{45}^{(2)} & \bar{Q}_{55}^{(2)} \end{bmatrix}$$

*Equation 3. 52*

### 3.6 Exemples numériques

Dans ce paragraphe, des exemples numériques sont présentés afin de valider et d'analyser les résultats calculés à partir des formulations proposées. Les deux premiers exemples concernent les vibrations libres d'une plaque sandwich sans amortissement, puis celle d'une plaque sandwich avec amortissement. La paroi est discrétisée en utilisant l'élément plaque sandwich proposé dans ce travail. Dans le premier cas, l'Energie de Déformation Modale, "*Modal Strain Energy*" (*MSE*), est utilisée pour calculer les fréquences propres et les facteurs de perte associés. Les résultats obtenus sont comparés à des expériences et à d'autres solutions numériques qui valident et montrent l'efficacité de l'élément proposé. Le troisième exemple traite la transmission sonore à travers une paroi double munie d'une cavité d'air. Dans cet exemple, nous étudions l'effet de la couche d'air sur les modes propres du système couplé et l'atténuation sonore. Nous validons la précision des prédictions du modèle par comparaison aux résultats d'essais existants. Enfin, la perte de transmission sonore d'un double vitrage feuilleté muni d'une couche mince de PVB est présentée. Ce dernier exemple montre la performance de la méthode de réduction modale proposée par rapport à l'approche directe et interprète l'effet de la couche viscoélastique de PVB dans l'atténuation du bruit.

A noter que tous les développements éléments finis de ce travail ont été réalisés sous l'environnement Matlab.

#### 3.6.1 Fréquences propres d'une plaque sandwich non amortie

Pour valider l'élément fini plaque sandwich proposé dans cette thèse, cet exemple donne une comparaison des fréquences propres d'une plaque sandwich rectangulaire simplement appuyée, formée par deux lames en aluminium et un cœur orthotrope. Les dimensions des lames dans le plan sont (1,829 m × 1,219 m), l'épaisseur de chaque lame est de 0,406 mm, et celle du cœur est de 6,35 mm. L'aluminium utilisé pour les lames est isotrope ayant des propriétés élastiques :  $E = 70,23$  GPa,  $\nu = 0,3$  et une masse volumique  $\rho = 2820$  kg/m<sup>3</sup>. Le cœur orthotrope est caractérisé par les propriétés suivantes :  $E_1 = E_2 = 137$  MPa ;  $G_{12} = 45,7$  MPa ;  $G_{13} = 137$  MPa ;  $G_{23} = 52,7$  MPa ;  $\nu_{12} = 0,5$  et  $\rho = 124,1$  kg/m<sup>3</sup>.

Les dix premières fréquences propres sont calculées avec notre modèle éléments finis en utilisant un maillage de  $10 \times 10$ , et comparées dans le Tableau 3. 1 aux:

- (i) résultats expérimentaux de [Rikards *et al.*, 1993] ;
- (ii) résultats du modèle EF à 6 nœuds en utilisant des super-éléments feuilletés formés par la superposition d'éléments de la plaque pour chaque couche [Rikards *et al.*, 1993] ;
- (iii) résultats de [Araújo *et al.*, 2010], obtenus en utilisant la théorie de Mindlin pour les peaux et une approche d'ordre supérieur pour le cœur ;
- (iv) résultats du modèle EF à neuf nœuds basé sur une approche de type "layerwise" développé par une formulation unifiée [Ferreira *et al.*, 2013].

Les résultats obtenus avec notre élément, utilisant seulement quatre nœuds et sept degrés de liberté par nœud sont en bon accord avec les autres solutions et montrent une bonne convergence.

Mode	Mesures - [Rikards <i>et al.</i> , 1993]	MEF - [Rikards <i>et al.</i> , 1993]	[Araújo <i>et al.</i> , 2010]	MEF - [Ferreira <i>et al.</i> , 2013]	MEF - Présent travail
1	-	23,4	23,5	23,26	23,25
2	45	45,4	44,8	44,6	44,52
3	69	72,2	71,7	70,27	71,43
4	78	81,6	79,5	79,9	80,02
5	92	95,9	92,5	91,08	91,82
6	129	133,7	126,5	125,51	126,02
7	133	134,2	126,8	128,85	129,8
8	152	152,2	150,7	145,16	151,79
9	169	156,8	170,7	165,16	170,73
10	177	190,9	173	173,29	174,17

Tableau 3. 1: Les dix premières fréquences propres (Hz) d'une plaque sandwich rectangulaire sans amortissement.

### 3.6.2 Fréquences propres d'une plaque sandwich avec amortissement constant et complexe dans le cœur

Dans cet exemple, on considère une plaque sandwich MPM (métal-polymère-métal) rectangulaire avec un amortissement constant et complexe dans le cœur. Les données géométriques et mécaniques de ce problème, déjà traité par de nombreux auteurs, sont présentées dans le Tableau 3. 2.

Données géométriques		
Longueur	348 mm	
Largeur	304,8 mm	
Epaisseur des faces	0,762 mm	
Epaisseur du cœur	0,254 mm	
Données mécaniques		
	Faces élastiques	Cœur Polymère
Module d'Young	$6,89 \times 10^{10}$ Pa	$2670,08 \times 10^3$ Pa
Coefficient de Poisson	0.3	0.49
Densité de masse	$2740 \text{ kg/m}^3$	$999 \text{ kg/m}^3$
Facteur de perte	-	0,5

Tableau 3. 2 : Les données géométriques et mécaniques de la plaque sandwich avec un module complexe et constant du cœur.

L'énergie de déformation modale est utilisée dans cet exemple pour calculer les fréquences propres complexes et les facteurs de pertes modales. On suppose que le comportement modal de la plaque amortie peut être représentée par les modes réels  $(\omega_{si}, \Phi_{si})$  de la plaque non amortie relative par l'Equation 3. 18. Ainsi, la fréquence propre complexe du système peut être obtenue à partir de la relation suivante :

$$\left(\Omega_{si}^*\right)^2 = \frac{\Phi_{si}^T \mathbf{K}_u^* \Phi_{si}}{\Phi_{si}^T \mathbf{M}_u \Phi_{si}} = \Omega_{si}^2 (1 + i\eta_{si})$$

Equation 3. 53

où  $\Omega_{si}$  est la partie réelle de la fréquence propre complexe et  $\eta_{si}$  est le facteur de perte modale correspondant.

Le Tableau 3. 3 compare les fréquences propres et les facteurs de pertes modales trouvés par le modèle développé en utilisant un maillage de  $10 \times 10$  avec :

- (i) une solution analytique proposée par [Johnson *et al.*, 1982],
- (ii) une approche numérique (MEF) basée sur la théorie de plaque de Von Kármán afin de décrire l'effet non linéaire de la géométrie et sur la théorie de Mindlin pour tenir compte de la déformation de cisaillement dans la couche viscoélastique [Bilasse *et al.*, 2011],
- (iii) un modèle EF à neuf nœuds basé sur une approche de type "layerwise" développé dans [Ferreira *et al.*, 2013].

Les résultats obtenus par la présente approche sont en bon accord avec ceux de [Bilasse *et al.*, 2011], pour le cas d'une plaque simplement appuyée (SSSS) et ils sont très proches de celles obtenues par [Johnson *et al.*, 1982] qui utilisent une approche analytique pour le cas d'une plaque encadrée (CCCC).

Analytique - [Johnson <i>et al.</i> , 1982]		MEF - [Bilasse <i>et al.</i> , 2011]		MEF - [Ferreira <i>et al.</i> , 2013]		Présent travail	
f(Hz)	$\eta$	f(Hz)	$\eta$	f(Hz)	$\eta$	f(Hz)	$\eta$
<i>SSSS</i>							
60,3	0,19	58	0,17	58,61	0,185	57,82	0,17
115,4	0,203	113,8	0,193	112,253	0,205	113,53	0,191
130,6	0,199	0,199	0,192	127	0,202	129,14	0,19
178,7	0,181	0,181	0,172	173,42	0,186	175,84	0,169
195,7	0,174	0,174	0,169	189,83	0,179	195,53	0,165
<i>CCCC</i>							
87,4	0,189	87,4	0,189	85,05	0,192	87,78	0,187
148,9	0,165	148,9	0,164	144,55	0,17	150,43	0,161
169,9	0,154	170,3	0,153	164,69	0,16	171,99	0,15
223,9	0,139	223,9	0,139	216,56	0,146	225,47	0,134
241	0,134	241,1	0,134	233,16	0,141	246,96	0,127

Tableau 3. 3 : Les cinq premières fréquences propres (Hz) et les facteurs de perte correspondants pour une plaque sandwich avec un module complexe et constant du cœur.

Ces deux premiers exemples permettent de valider notre modèle EF de plaque avec cœur viscoélastique et montrent son efficacité par rapport à d'autres modèles EF plus riches.

### 3.6.3 La transmission sonore à travers une paroi double élastique

Un onde plane normale d'amplitude unitaire excite une paroi double contenant une cavité d'air (masse volumique est  $\rho_F = 1,21 \text{ Kg/m}^3$  et vitesse de son est = 340 m/s), comme le montre la Figure 3. 5. L'onde est appliquée à la plaque 1 comme étant la seule force externe au système. Les plaques sont identiques (épaisseur égale à 1 mm) et simplement appuyées. La masse volumique du matériau composant les plaques est de  $2814 \text{ kg/m}^3$ , le module d'Young est de 71 GPa, le facteur de perte est de 0,01 et le coefficient de Poisson est de 0,33. Le fluide est l'air. Cet exemple a été initialement proposé par [Panneton, 1996].

Concernant la discrétisation par éléments finis, nous avons utilisé, pour la partie structure,  $10 \times 10$  éléments rectangulaires pour chaque plaque. La cavité acoustique est discrétisée en utilisant  $10 \times 10 \times 5$  éléments hexaédriques. Les maillages structures et acoustiques sont compatibles à l'interface. Le travail de [Larbi *et al.*, 2012] détaille de façon développée l'élément acoustique hexaédrique et l'élément de couplage fluide-structure associé.

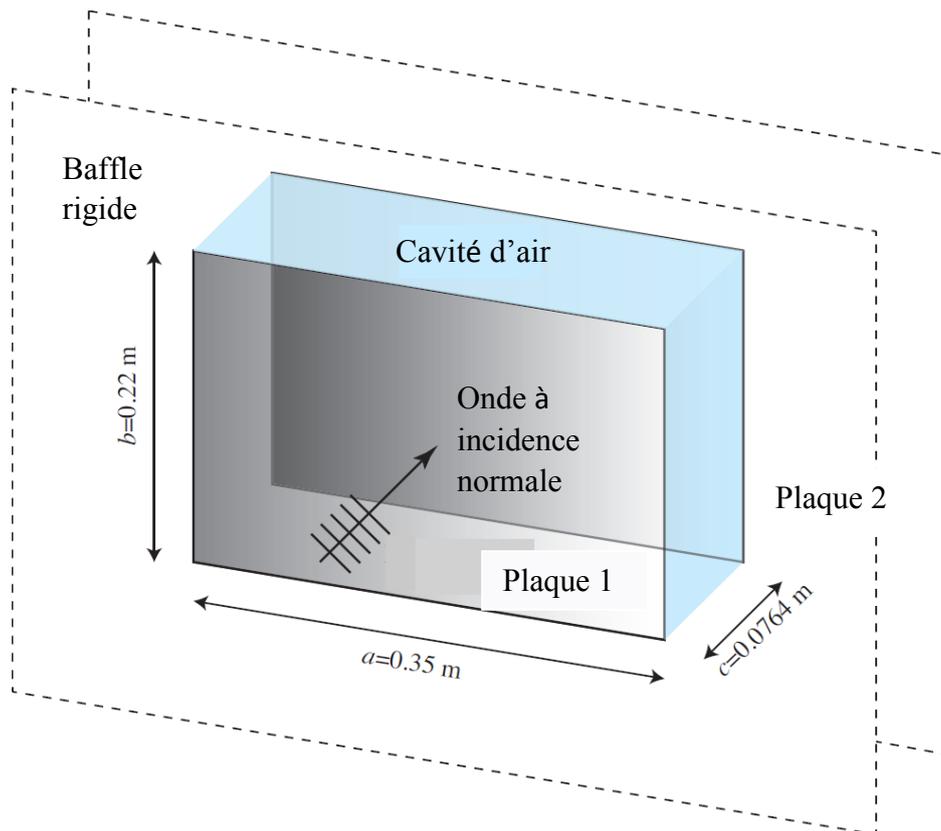


Figure 3. 5 : Les données géométriques d'une paroi double enfermant une cavité d'air.

Lorsque la première plaque est excitée, la seconde vibre et transmet le son à cause du couplage entre l'air et la plaque 1. La perte de transmission sonore sous une incidence normale est ensuite calculée en utilisant l'intégrale de Rayleigh qui nécessite la résolution des vitesses surfaciques de la plaque 2 par la méthode des éléments finis. La résolution du système couplé est basée sur une réduction modale utilisant les 10 premiers modes structuraux "in vacuo" et les 10 premiers modes acoustiques du fluide dans la cavité rigide.

La Figure 3. 6 représente la perte de transmission sonore sous une incidence normale à travers une plaque simplement appuyée (ligne pointillée). A cause du comportement modal de la plaque, on observe des creux dans la courbe de perte de transmission au niveau de ses fréquences de résonance (modes (1, 1), (3, 1) et (1, 3)). Quand une seconde plaque est utilisée pour créer une cavité d'air (ligne continue), une augmentation de la perte de transmission est réalisée, sauf dans la région où un phénomène appelé résonance plaque-cavité-plaque (mode (1, 1) \*) aura lieu. A cette fréquence, les deux plaques se déplacent en opposition de phase l'une par rapport à l'autre et l'effet de la cavité sur les plaques est principalement un effet de raideur. Cette résonance est similaire à la résonance masse-air-masse des doubles parois infinies, traitée dans le deuxième chapitre et rappelée brièvement dans la suite. Les fréquences et les fonctions de formes de ces modes couplés sont présentées dans le Tableau 3. 4 et la Figure 3. 7.

Mode	Nastran	Présent	Type du mode
(1, 1)	68,69	69,14	Structure
(1, 1)*	153,58	148,79	Couplé
(3, 1)	220,75	224,39	Structure
(1, 3)	462,5	464,72	Structure

Tableau 3. 4 : Liste des fréquences propres des modes couplés.

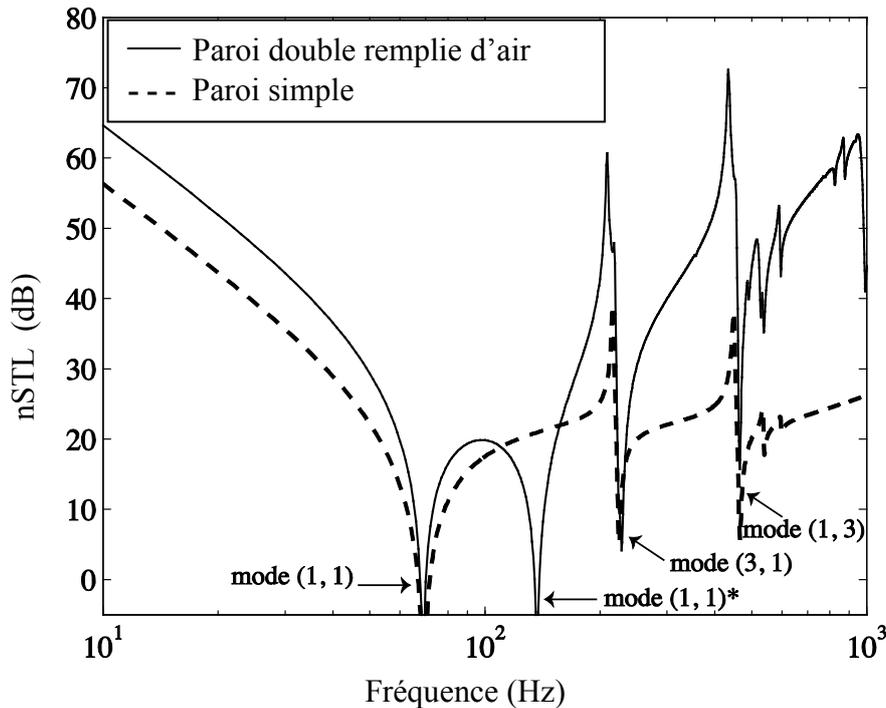
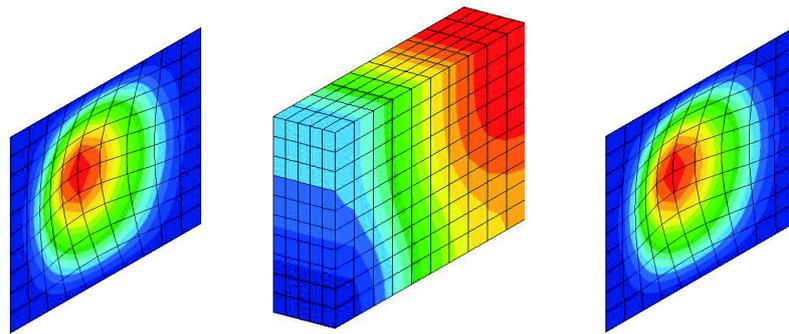


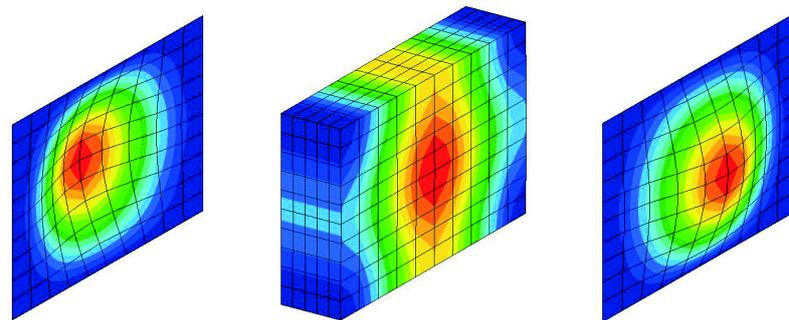
Figure 3. 6 : Comparaison de la nS.T.L. d'une paroi double enfermant une cavité d'air avec une paroi simple.

Le Tableau 3. 4 montre également une comparaison entre nos résultats et ceux donnés par le logiciel Nastran (MEF) en utilisant le même maillage. Cette comparaison valide notre modèle numérique d'interaction fluide-structure. En outre, la variation de la nS.T.L. des parois double et simple est en très bon accord avec les publications de [Panneton, 1996], ce qui valide le développement de nos indicateurs acoustiques.

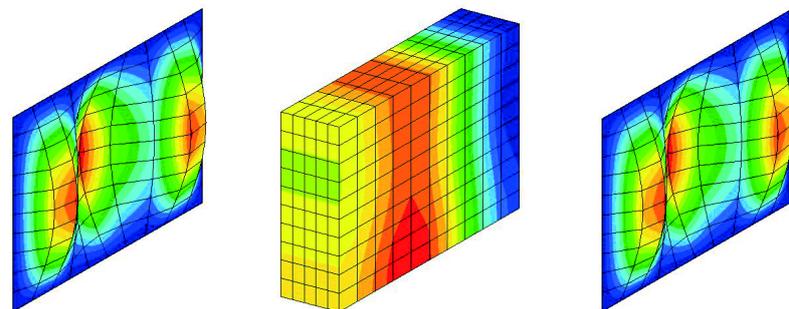
Il faut noter aussi que le temps de calcul nécessaire pour la modèle d'ordre réduit est une minute, tandis que celui de la méthode directe est de trente quatre minutes.



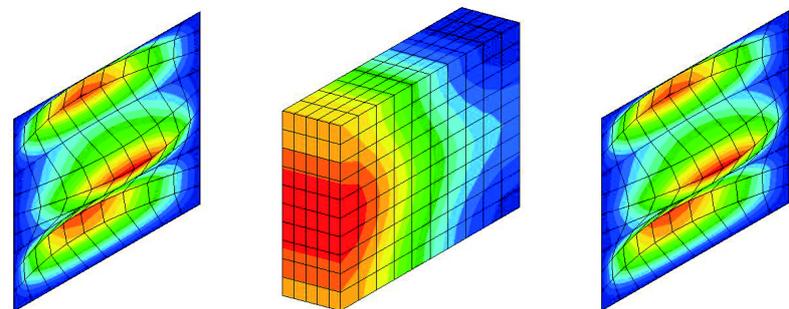
**mode (1, 1)**



**mode (1, 1)\***



**mode (3, 1)**



**mode (1, 3)**

*Figure 3. 7 : Modes couplés fluide-structure (pression dans le fluide et déplacement total des parois) : les modes en phase (1, 1), (3, 1) et (1, 3) et le mode en opposition (1, 1) \*.*

Dans la Figure 3. 8, nous comparons la perte de transmission sonore sous incidence normale à travers une paroi double finie avec celle d'une double paroi infinie, calculée à partir d'une solution analytique proposée par [Fahy, 1985], [Basten, 2001] et le deuxième chapitre de cette thèse. Pour les parois infinies, le premier creux se produit à la fréquence masse-air-masse ( $f_{mam} = 181.63$  Hz) donnée par la formule :

$$f_{mam} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_F c_F^2}{d} \frac{m_{S1} + m_{S2}}{m_{S1} m_{S2}}} \quad \text{Equation 3. 54}$$

où  $d$  est l'espacement entre les deux panneaux et  $m_{S1}$  et  $m_{S2}$  sont les masses surfaciques des parois.

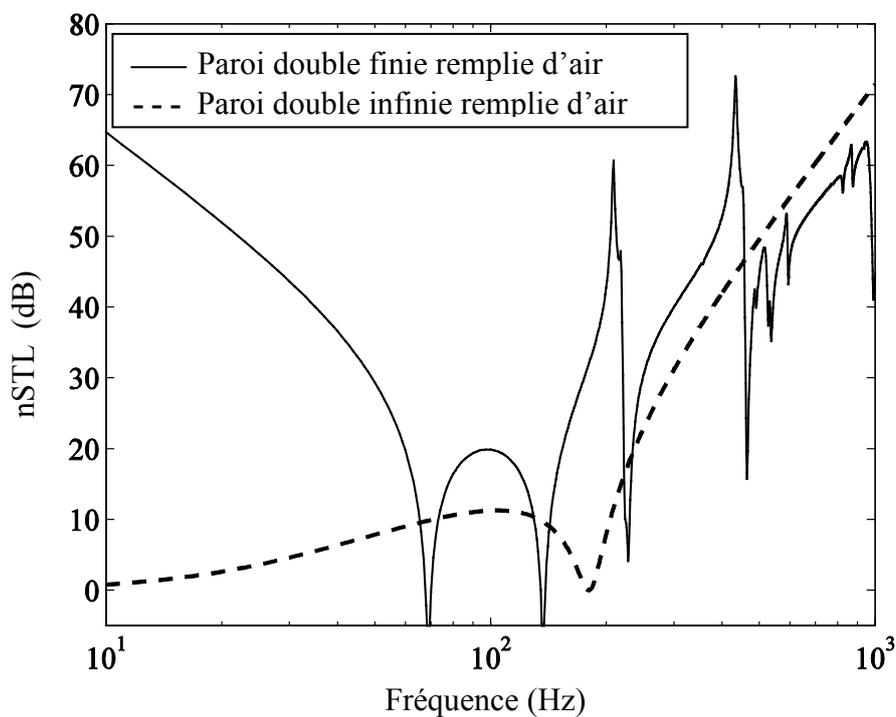


Figure 3. 8 : Comparaison de la transmission sonore à incidence normale (nS.T.L.) d'une paroi double finie (résultat des éléments finis) à celle d'une paroi double infinie (solution analytique).

A cette fréquence, la performance acoustique du système est faible. Pour les basses fréquences, jusqu'à la fréquence masse-air-masse, la perte de transmission sonore respecte la loi de masse : le couplage a pour effet d'obliger les plaques à vibrer comme si elles étaient une seule plaque ayant une masse totale égale à la somme des masses des deux plaques et la perte de transmission sonore augmente avec la fréquence de 6 dB par octave et de 6 dB lorsque la masse est doublée (chapitre 2).

On peut conclure à partir de cette comparaison que le modèle traitant une plaque infinie est intéressant à utiliser pour la prédiction des comportements acoustiques à des fréquences élevées, mais ne convient pas pour les basses fréquences et autour des fréquences propres du système [Basten, 2001].

### 3.6.4 La transmission sonore à travers d'un double vitrage feuilleté

La formulation éléments finis réduite proposée dans ce chapitre est appliquée dans ce paragraphe pour calculer la perte de transmission sonore d'un double vitrage feuilleté. Le système est constitué de deux lames de verre feuilleté identiques, encastrées et séparées par une cavité d'air de 12 mm d'épaisseur. Chaque verre feuilleté est composé de deux plaques de verre contrecollées par une couche de Polyvinyl Butyral (PVB). Les épaisseurs des couches de verre extérieure et intérieure sont  $h_1 = h_3 = 3$  mm. L'épaisseur de la couche intermédiaire de PVB est  $h_2 = 1,14$  mm. Le verre est modélisé comme étant un matériau élastique linéaire (masse volumique  $2500 \text{ kg/m}^3$ , module d'Young  $72 \text{ GPa}$ , et coefficient de Poisson  $0,22$ ). Les propriétés du matériau PVB présentent à la fois une dépendance thermique et une dépendance de la fréquence. D'après les essais dynamiques et thermiques, [Havrillak et Negami, 1966] ont trouvé une loi empirique décrivant cette dépendance. Le module de cisaillement complexe du PVB, et qui dépend de la fréquence, est donné à  $20^\circ\text{C}$  [Koutsawa *et al.*, 2012 ; et Havrillak et Negami, 1966] :

$$G^*(\omega) = G_\infty + (G_0 - G_\infty) \left[ 1 + (i\omega\tau_0)^{1-\alpha_0} \right]^{\beta_0}$$

Equation 3. 55

où  $G_\infty = 0,235 \text{ GPa}$  ;  $G_0 = 0,479 \text{ MPa}$  ;  $\alpha_0 = 0,46$  ;  $\beta_0 = 0,1946$  ;  $\tau_0 = 0,3979$ . Le coefficient de Poisson du PVB est de  $0,4$  et sa masse volumique est de  $999 \text{ kg/m}^3$ . En ce qui concerne l'excitation et la discrétisation par éléments finis, nous avons utilisé les mêmes conditions que l'exemple précédent.

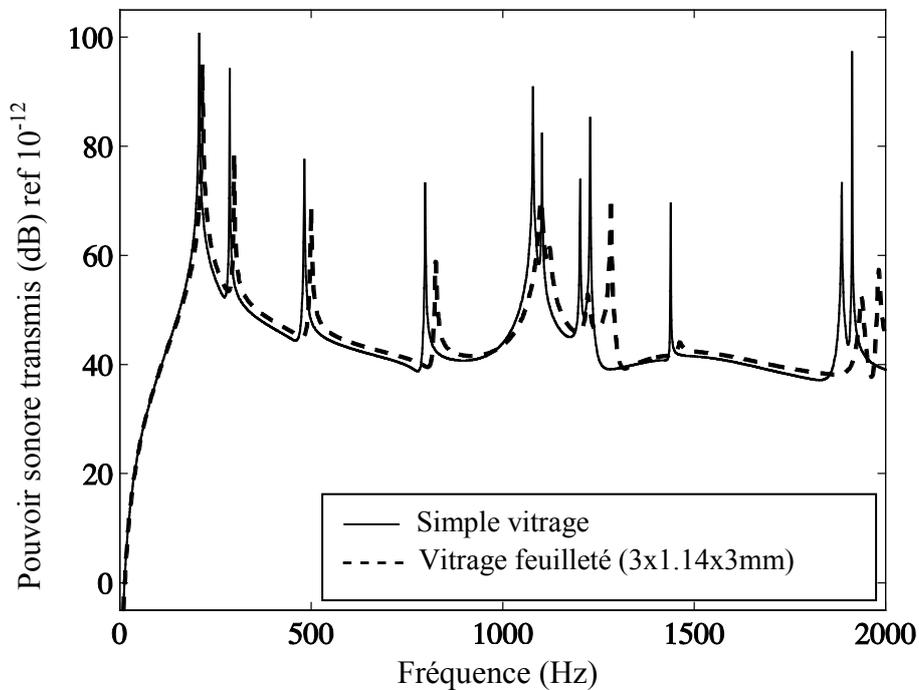


Figure 3. 9 : Comparaison de la puissance acoustique rayonnée par un vitrage simple et un vitrage feuilleté de même masse.

Une comparaison entre un simple vitrage et un vitrage feuilleté munie d'un film intercalaire en PVB avec une masse équivalente est représentée dans la Figure 3. 9. Le calcul est limité à 2000 Hz. Cette comparaison montre que le verre feuilleté a un rayonnement acoustique beaucoup plus faible aux fréquences de résonance qu'un verre classique dû à l'effet de la couche viscoélastique. La réduction de la puissance sonore est d'environ 10 dB pour les fréquences basses et autour de 20 dB pour les fréquences élevées. En effet, à des basses fréquences, le matériau viscoélastique est doux et l'amortissement est faible. Pour des fréquences plus élevées, la rigidité diminue rapidement et l'amortissement est plus élevé. En outre, les vibrations due à la flexion provoquent des déformations transverses dans le cœur viscoélastique qui dissipe l'énergie et réduit les vibrations et le bruit rayonné. L'épaisseur de la couche viscoélastique a une influence significative sur l'atténuation sonore.

La Figure 3. 10 montre une comparaison de la  $nS.T.L.$  du problème couplé, obtenue avec l'approche de réduction modale proposée et définie par l'Equation 3. 23 avec une troncature sur les vingt premiers modes structurels ( $N_s = 20$ ) et les vingt premiers modes acoustiques ( $N_f = 20$ ), et celle de la méthode nodale directe (Equation 3. 15) où les vecteurs de déplacement et de pression sont calculés pour chaque incrément de fréquence. Les modes structures sont calculés à partir de l'Equation 3. 18 en utilisant le module de cisaillement  $G_\infty$  constant. Un très bon accord entre les deux méthodes est trouvé. A cet égard, on note que la réduction consécutive de la taille du modèle et de l'effort de calcul en utilisant la méthode d'ordre réduit est très significative par rapport à ceux de l'approche directe.

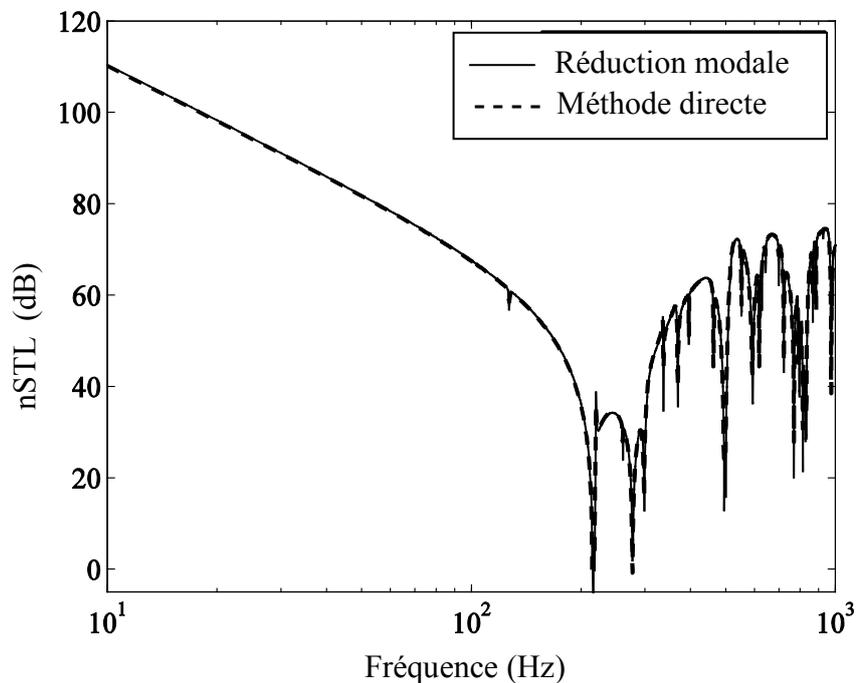


Figure 3. 10 :  $nS.T.L.$  à travers un panneau à double rempli d'air: comparaison entre l'approche de réduction modale et la méthode nodale directe.

Dans la Figure 3. 11, les courbes de la  $nS.T.L.$  en fonction de la fréquence des simples et doubles vitrages feuilletés sont tracées ensemble. Une réduction significative du bruit est obtenue dans le cas où une cavité d'air est intercalée entre les panneaux, par rapport au simple vitrage. L'introduction d'un film intercalaire en PVB entre les lames de verres, nous permet d'obtenir une meilleure isolation acoustique en raison de la réduction des creux dus au phénomène de coïncidence.

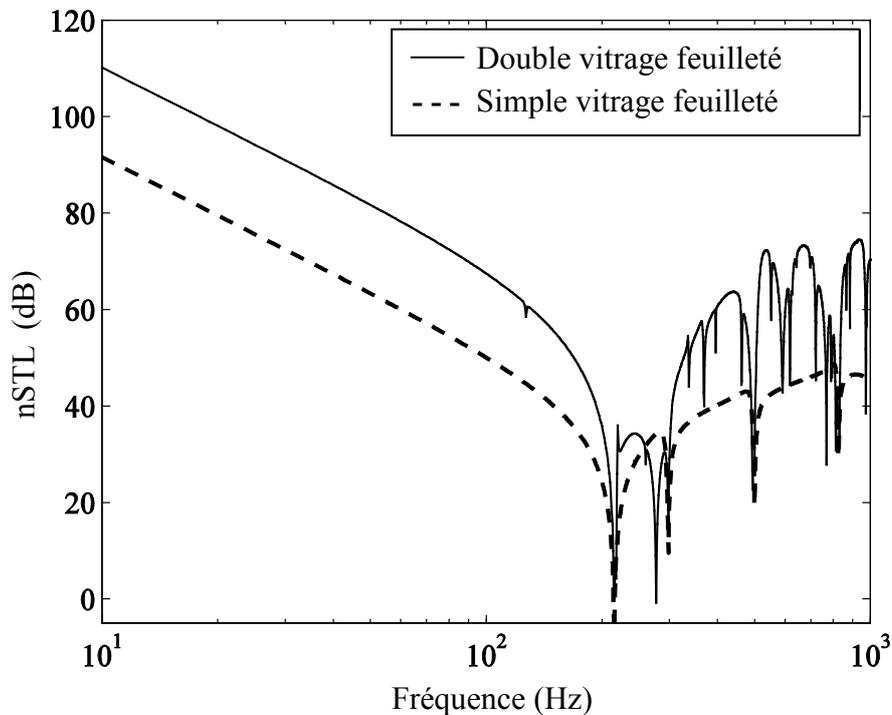


Figure 3. 11 : Comparaison de la perte de transmission sonore à incidence normale ( $nS.T.L.$ ) entre un simple et un double vitrage feuilleté.

### 3.7 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté une formulation éléments finis pour évaluer la perte de la transmission sonore en fonction de la fréquence à travers des parois sandwichs avec un cœur viscoélastique. Un modèle réduit basé sur une méthode de superposition modale a été ensuite développé. La méthode proposée nécessite le calcul des modes découplés solide et acoustique du système. Malgré sa taille réduite, ce modèle est très efficace pour les simulations et les analyses des systèmes couplés fluide-structure avec des couches viscoélastiques, à condition d'insérer des termes d'amortissement appropriés dans les équations modales du problème. La méthode de l'intégrale de Rayleigh est ensuite utilisée pour estimer la perte de la transmission sonore du système. Enfin, un élément fini plaque sandwich est proposé : cet élément tient compte de l'influence du cisaillement transversal dans le cœur. Plusieurs résultats illustrant et validant l'efficacité de la formulation (EF) proposée ont été également présentés.



# Chapitre 4. Etude expérimentale

---

## 4.1 Introduction

Nous avons évalué dans les chapitres précédents, la perte de la transmission sonore des parois multicouches composites en étudiant leurs comportements vibroacoustique à l'aide de deux approches : analytique et numérique.

Dans le présent chapitre, une étude expérimentale de la transmission sonore est présentée. Cette étude permettra de comparer les différents modèles pour différentes configurations de parois.

Tout d'abord, une synthèse des travaux expérimentaux réalisés est faite. Ensuite, le montage expérimental est décrit, et la démarche des tests expérimentaux est détaillée. Les résultats sont présentés par bande de tiers d'octave selon les recommandations des normes en vigueur (ISO 140). L'interprétation des résultats obtenues ainsi qu'une discussion qui compare les diverses approches sont données.

### 4.1.1 Etude bibliographique

Plusieurs méthodes pour évaluer la perte de transmission sonore des parois sont décrites dans la littérature. Ces méthodes se divisent en deux catégories selon le type de bruit qui peut être solidien ou aérien comme le montre la Figure 4. 1 :

- Le premier type est généré par des sources qui sont liées à la structure ou qui l'excitent. A leur tour, les bruits solidiens se divisent en deux catégories : le bruit de choc et les vibrations.
- Le deuxième type est généré par des sources qui n'ont aucun contact avec la structure. Les vibrations se propagent alors par voie aérienne.

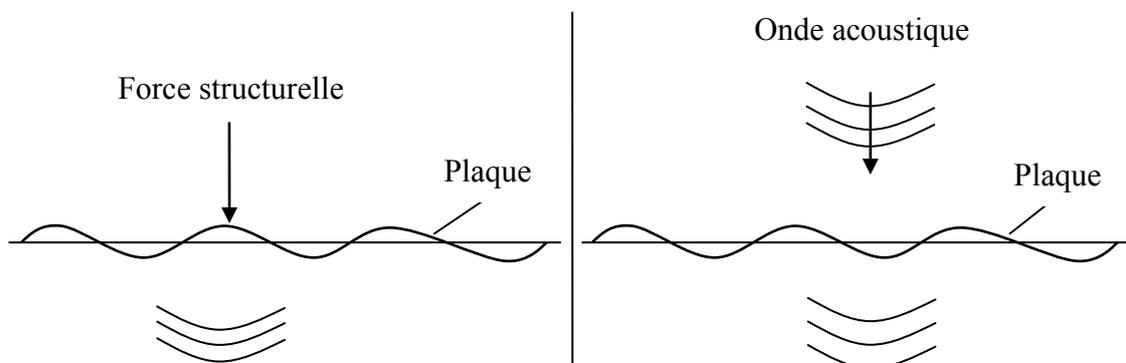


Figure 4. 1 : Transmission solidienne (à gauche) et aérienne (à droite).

On note que le bruit peut se propager sous forme combinée solidienne et aérienne, comme par exemple les équipements qui transmettent leur bruit par la structure et par la voie aérienne simultanément.

#### 4.1.1.1 Transmission solidienne (structure borne)

Dans le cas où la source est relativement loin du milieu de mesure ou que la source produit des vibrations par un contact direct avec la structure, la méthode solidienne (structure borne) répond mieux aux exigences du problème : la transmission du bruit ainsi que celle de la vibration possèdent plusieurs chemins.

La Figure 4. 2 montre que dans la salle A les bruits aériens dus à l'appareil installé sur le mur dominant. Or dans la salle B il y aura une combinaison des bruits aériens et solidiens, tandis que dans la salle C, l'origine solidienne est dominante.

Le besoin de limiter les bruits et les vibrations dus aux machines installées sur des structures, comme les bâtiments, les bateaux et les avions, nécessite des méthodes de prédiction pour optimiser l'ingénierie correspondante. Ces limites dépendent de plusieurs critères selon l'utilisation du milieu (résidentiel, commercial, ...), le confort de l'être humain, ou la sensibilité des équipements pour un bon fonctionnement.

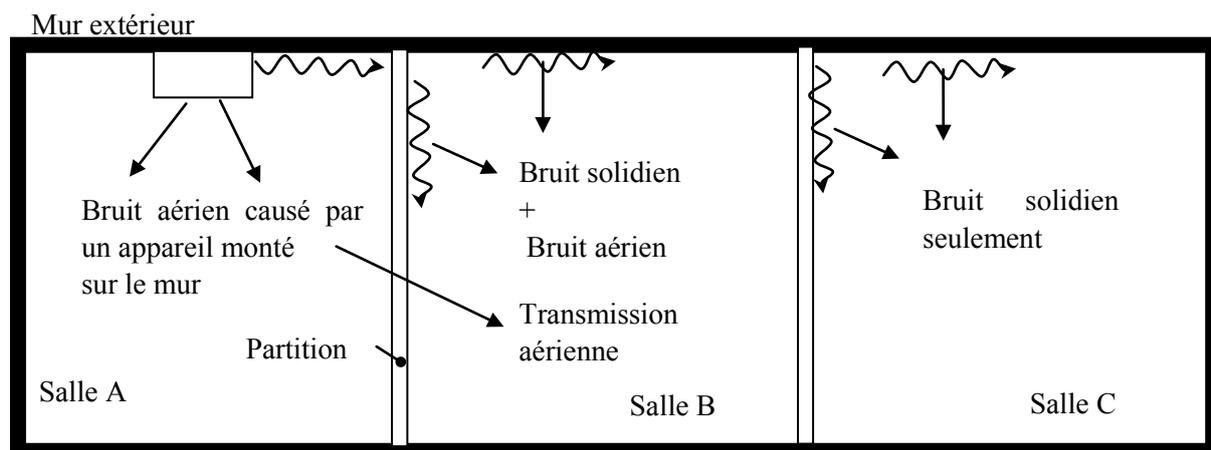


Figure 4. 2 : Vue schématique de la transmission du bruit dans un bâtiment.

Le Tableau 4. 1 résume quelques méthodes expérimentales utilisées pour mesurer la transmission solidienne d'une paroi double. En effet, vu que les normes expérimentales pour ces types de tests sont récentes, comme par exemple EN12345-5 (2009), on trouve dans la littérature plusieurs méthodes inventées et mises au point par des chercheurs. Souvent, les chambres réverbérantes sont utilisées pour déterminer la puissance acoustique rayonnée par des plaques excitées. D'autre part, la technique de l'intensité acoustique est avantageuse parce qu'elle ne nécessite pas théoriquement un environnement spécial (chambre réverbérante) : c'est le cas d'une paroi non absorbante avec un bruit de fond stable. Cependant, l'utilisation de cette technique présente des limites relatives à l'exactitude des mesures. [Fahy, 1995] et [Jacobsen, 1997] citent plusieurs facteurs qui influencent la précision des résultats : la distance entre les microphones, la distance entre la source et les microphones, le déphasage

entre les instruments et la perturbation du champ du son. En prenant ces facteurs en considération, la précision des résultats sera acceptable surtout dans les basses fréquences [Basten, 2001].

Auteur	Chambre de réception	Principe de mesure
[Price et Crocker, 1970]	Réverbérante	Mesure de la résistance de radiation en excitant la paroi à l'aide d'un vibreur dans plusieurs positions.
[Fox et Whitton, 1980]	-	Mesure de l'amortissement d'une paroi double.
[Chow et Pinnington, 1987]	-	Mesure de l'amortissement d'une paroi en acier ou verre, en utilisant un joint de "silicone" avec du caoutchouc
[Onsay, 1993, 1994]	-	Mesure de l'amortissement d'une paroi simple soutenue par une cavité d'air et un bloc rigide.
[Grooteman <i>et al.</i> , 1996]	Demi-anéchoïque	Mesure des vibrations et du son rayonné avec la méthode de l'intensité acoustique.
[Pietrzko, 1999]	Réverbérante	Mesure des modes propres, modes de déformation.
[Basten, 2001]	-	Mesure du son rayonné avec la méthode de l'intensité acoustique.

*Tableau 4. 1 : Résumé de quelques travaux expérimentaux sur la dynamique des parois.*

Les essais expérimentaux sont aussi utilisés pour valider les résultats des méthodes numériques comme la méthode de l'analyse statistique énergétique. Cette méthode consiste à représenter le système par un nombre de sous-systèmes couplés, puis une série d'équations linéaires est dérivée pour décrire les données, le stockage, la transmission et la dissipation d'énergie dans chaque sous-système. [Price et Crocker, 1970] ont utilisé cette méthode et ont validé leur travail à l'aide des expériences en évaluant la transmission solidienne (Figure 4. 3). Leurs mesures expérimentales sont compatibles avec leurs résultats théoriques. Cependant, ils n'ont pas mentionné la résonance d'une double paroi lors de l'explication de la chute dans la perte de transmission sonore, mais ils ont référé ce comportement insatisfaisant aux hypothèses considérées.

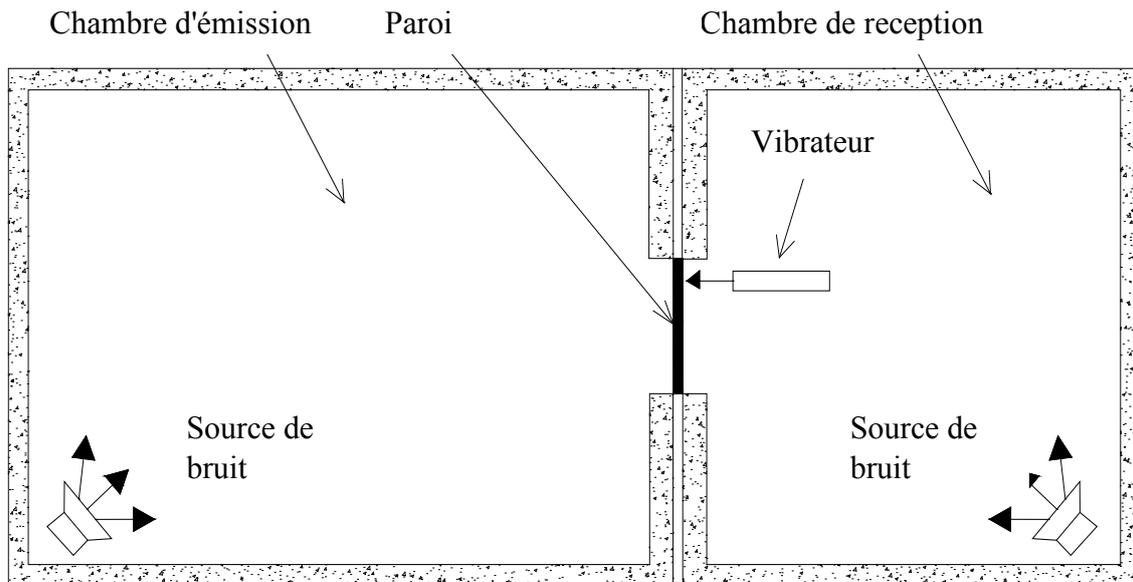


Figure 4. 3 : Vue schématique du montage expérimental du [Price et Crocker, 1970].

Plusieurs travaux numériques utilisant la méthode des éléments finis ont été effectués pour évaluer la performance acoustique des doubles parois. [Pietrzko, 1999] a étudié les modes propres et les modes de déformation et l'impact de la fréquence masse - air - masse sur le comportement d'une paroi double surtout pour les basses fréquences où le couplage est fort entre les deux parois. Il a validé ses recherches par des expériences en utilisant la méthode solidienne. [Basten, 2001] a étudié la cavité entre les deux plaques, et les propriétés dissipatives de l'air. Il a validé son modèle numérique (MEF) par des tests en calculant la transmission solidienne (Figure 4. 4). Il a utilisé la technique de l'intensité acoustique vu que son laboratoire ne possède pas des chambres réverbérantes ou anéchoïques.

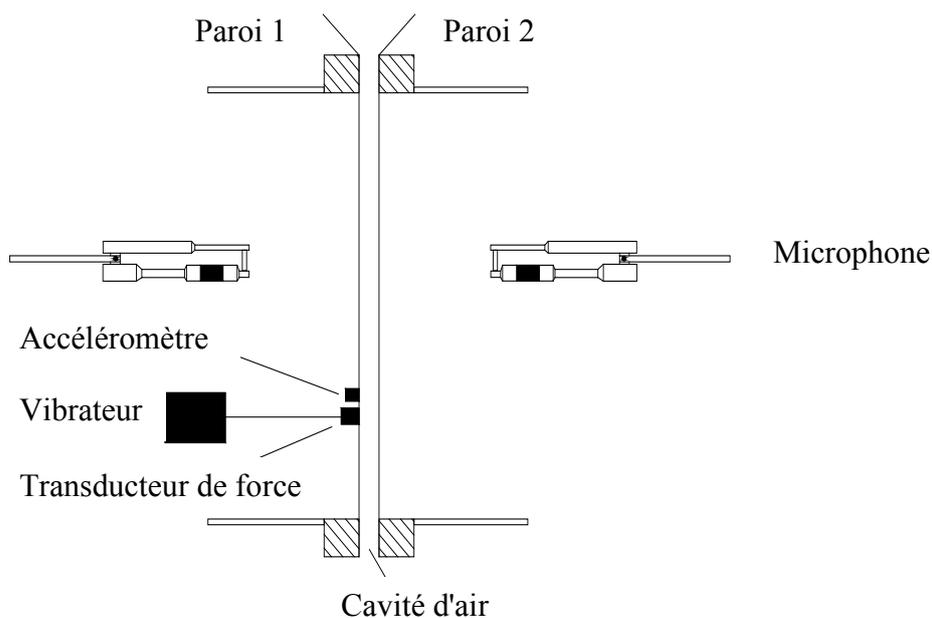


Figure 4. 4 : Vue schématique du montage expérimental [Basten, 2001].

#### 4.1.1.2 Transmission aérienne (air borne)

Dans le cas où la source est proche du milieu de mesure et ne produit pas des vibrations par un contact direct avec la structure, la transmission aérienne est jugée adéquate pour mesurer le bruit ou la vibration d'un modèle dynamique simple.

Cette méthode nécessite souvent l'environnement d'un laboratoire équipé où la transmission sonore entre une chambre d'émission et une autre chambre de réception à travers la paroi étudiée est mesurée.

La perte de transmission sonore (ou indice d'affaiblissement) est définie comme étant dix fois le logarithme du rapport de la puissance acoustique  $W_1$  incidente à la puissance acoustique  $W_2$  transmise par l'éprouvette. Cette grandeur est notée  $R$  et elle est exprimée en décibels par l'équation suivante :

$$R = 10 \log \frac{W_1}{W_2}$$

Equation 4. 1

Pour mesurer la puissance incidente et celle transmise, la méthode la plus répandue est celle décrite dans la norme ISO 140-3. Elle consiste à utiliser deux chambres réverbérantes isolées acoustiquement et mécaniquement : une chambre d'émission où un champ est diffus à l'aide d'une source sonore et une chambre de réception. Une partie de l'ISO 140 prescrit une méthode de laboratoire pour la mesure de l'isolement acoustique aux bruits aériens des éléments de construction tels que les murs, les planchers, les portes, les fenêtres, les éléments classés comme éléments de construction de petites dimensions. Les mesures sont exécutées dans les installations d'essai en laboratoire, dans lesquelles les transmissions latérales sont supprimées.

Le Tableau 4. 2 présente un résumé des travaux de quelques auteurs qui ont évalué la transmission aérienne.

Auteur	Chambre de réception	Principe de mesure
[White et Powell, 1966]	Réverbérante	Mesure de la vitesse de distribution et de la perte de transmission.
[Price et Crocker, 1970]	Réverbérante	Mesure de la transmission de la pression dans les deux chambres et le temps de réverbération.
[Novak, 1992]	Réverbérante	Mesure de la transmission sonore suivant l'ISO 140.
[Jägenas et Kropp, 1998]	Réverbérante	Mesure suivant l'ISO 717 qui donne un seul indice pour la transmission sonore.
[Tadeu <i>et al.</i> , 2003]	Réverbérante	Mesure de la transmission sonore suivant l'ISO 140 des parois en béton, verre et acier.
[Garg <i>et al.</i> , 2011]	Réverbérante	Mesure de l'insonorisation des vitrages (simples, doubles et triples) contre le bruit routier.

Tableau 4. 2 : Résumé de quelques travaux expérimentaux sur la transmission aérienne.

La transmission aérienne peut être évaluée par plusieurs façons :

- ***En chambre réverbérante***

C'est une salle d'un laboratoire acoustique (Figure 4. 5) conçue pour fournir un champ sonore fortement diffus sur la gamme de fréquences d'intérêt et caractérisée comme étant fortement réverbérante. Cette propriété est obtenue en concevant la salle avec une forme irrégulière de façon à ne pas avoir deux murs opposés parallèles l'un à l'autre, et en s'assurant que toutes les surfaces limites de la pièce réfléchissent fortement le son. En outre, des éléments de diffusion supplémentaires, facilitant la diffusion aléatoire du son réfléchi, peuvent être suspendus au plafond (comme des nuages) ou fixés aux murs.



*Figure 4. 5 : Chambre réverbérante (Université de Liège).*

L'essai pour la détermination des niveaux de puissance acoustique en champ réverbéré est réalisé alors dans une pièce dont les parois réfléchissent la quasi-totalité de l'onde. Ainsi, toute l'énergie incidente est restituée. Le récepteur reçoit des rayons qui proviennent statistiquement d'un peu partout.

L'avantage du champ diffus est que le niveau acoustique est identique en tout point de l'espace. Un faible nombre de points de mesure suffira donc à caractériser correctement le champ acoustique. La méthode est rapide. Le niveau de puissance (en dB) est égal au niveau de pression (en dB) auquel s'ajoute un terme caractéristique de la salle mais indépendant de la distance entre la source et le récepteur (à condition que le microphone ne soit pas trop près de la source).

Cette méthode est particulièrement fine et précise, mais nécessite des moyens assez lourds.

- ***En champ libre***

La méthode en champ libre ne nécessite pas des moyens sophistiqués, ni d'environnement particulier. A l'inverse de la chambre réverbérante, le champ libre se caractérise par l'absence de réflexion des ondes. Ceci implique la réalisation des essais dans un espace ouvert (milieu extérieur, grand hall) ou dans une chambre anéchoïque (Figure 4. 6), où toutes les parois de la salle sont revêtues d'un matériau à haute efficacité d'absorption acoustique de façon à ce que le son se propage depuis la source sonore sans être réfléchi par des surfaces de bord. Les revêtements d'absorption acoustique ont généralement la forme de coins profonds réalisés en fibre minérale artificielle (revêtue pour éviter l'érosion de la fibre) ou de mousse plastique anti-feu à cellules ouvertes. Les chambres anéchoïques sont utilisées en particulier pour les études audiométriques ou lorsqu'on a besoin de données de puissance acoustique, et de directivité relative à des sources acoustiques.



*Figure 4. 6 : Chambre anéchoïque (Université de Liège).*

En pratique, à l'aide d'un microphone, on mesure la pression acoustique en différents points d'une surface fictive qui enveloppe la machine. En connaissant cette surface, il est possible de calculer la puissance acoustique.

- ***L'intensimétrie***

La méthode intensimétrique est très proche par son mode opératoire de celle en champ libre. Mais au lieu de mesurer la pression acoustique, la norme ISO propose une mesure de l'intensité acoustique. En fait, il s'agit de la mesure d'un gradient de pression, réalisée à l'aide d'une paire de microphones. Ce gradient définit un vecteur «intensité» dans une surface élémentaire. La puissance acoustique est obtenue ensuite par la somme des flux d'intensité acoustique traversant la surface fictive globale qui entoure la source sonore.

Une mesure intensimétrique est un peu plus délicate qu'une simple mesure de pression acoustique. Il faut établir précisément la distance entre les deux microphones. Cette distance

définit la limite supérieure de validité en fréquence. Ainsi, la mesure sera limitée aux hautes fréquences à 5 kHz avec une cale de 12 mm (la distance entre les deux microphones), à 1,25 kHz avec une cale de 50 mm. Pour couvrir une large gamme de fréquences, il est nécessaire alors de réaliser plusieurs mesures avec différentes longueurs de cales.

Dans le cadre de ce travail, on calcule la perte de transmission sonore  $R$  par voie aérienne dans une chambre réverbérante.

#### 4.1.2 **Objectif**

Les modèles analytiques et numériques établis dans les chapitres précédents seront comparés dans ce chapitre aux résultats expérimentaux. Comme le but principal de cette thèse est l'évaluation de la transmission sonore, la méthode aérienne est donc utilisée. Un montage expérimental est développé en se basant sur les normes internationales ISO 140 correspondantes. Les parois testées sont des vitrages qui sont choisis de telle façon qu'on puisse évaluer l'influence des paramètres suivants : l'épaisseur, la cavité et le cœur viscoélastique existant dans le vitrage feuilleté. Ces essais couvrent la carence dans la partie correspondante à notre domaine de recherche.

Nous avons réalisé quatre tests dans les laboratoires de l'Université de Liège, portant sur :

- un simple vitrage de 6 mm d'épaisseur ;
- un double vitrage 6 / 12 / 6 (deux lames de verres d'épaisseur 6 mm chacune et une cavité de 12 mm) ;
- un vitrage feuilleté 66.2 : deux lames de verres de 6 mm d'épaisseur chacune, collées par deux couches de Polyvinyl butyral (PVB) normal d'épaisseur totale 0,76 mm ;
- un vitrage feuilleté 66.2 : deux lames de verres de 6 mm d'épaisseur chacune collées par deux couches de Polyvinyl butyral (PVB) silence d'épaisseur totale 0,76 mm, qui est un produit de la compagnie Saint Gobain.

Plusieurs évaluations expérimentales ont été effectuées pour l'indice d'affaiblissement des parois simples et doubles. Cependant, la présente étude traite les différentes configurations des vitrages (simple, double et feuilleté) effectuées dans un laboratoire conformément aux normes ISO en vigueur. Les dimensions, la géométrie des vitrages étudiés ainsi que les paramètres respectent les normes et nous permettent de confirmer les méthodes théoriques, mais ils sont aussi conformes à la réalité des vitrages comme l'exige les normes ISO.

Une interprétation des résultats est présentée pour analyser l'indice d'affaiblissement et la performance acoustique dans chaque intervalle de fréquences.

## 4.2 Description des essais

L'étude expérimentale a été réalisée dans les laboratoires du CEDIA (Cellule d'étude et de développement en ingénierie acoustique) au sein de l'Université de Liège (à Sart Tilman) en Janvier 2015, conformément aux normes internationales ISO 140-3 (1995-05-15).

### 4.2.1 Mode opératoire et évaluation

Les conditions suivantes réglementées ont été respectées durant les essais :

- Le son produit dans la salle d'émission doit être stable et avoir un spectre continu dans la gamme de fréquences considérées. On utilise le cas échéant des filtres ayant une largeur de bande d'au moins un tiers d'octave.
- La puissance acoustique doit être suffisante pour que le niveau de pression acoustique dans la salle de réception soit supérieur de 15 dB au niveau du bruit de fond dans toutes les bandes de fréquences. Sinon une correction sera appliquée.
- Si la source sonore est constituée par plusieurs haut-parleurs fonctionnant simultanément, ces haut-parleurs doivent fonctionner en phase. Lorsqu'on se sert d'une source sonore unique, celle-ci doit être utilisée dans deux positions au moins.
- L'enceinte acoustique doit être placée de manière à produire un champ acoustique aussi diffus que possible et être située à une distance de l'éprouvette telle que le rayonnement direct sur celle-ci ne soit pas prédominant. Les champs acoustiques dans les salles dépendent étroitement du type et de la position de la source sonore.
- Le niveau moyen de pression acoustique peut être obtenu en utilisant un seul microphone déplacé de position en position ou en utilisant un ensemble de microphones fixes ou un microphone mobile, ou encore un microphone à mouvement de balancier. Les niveaux de pression acoustique pour les différentes positions de microphone doivent être calculés en moyenne sur une base énergétique pour toutes les positions de la source sonore.

Les microphones doivent être répartis sur cinq positions différentes dans l'espace maximal autorisé dans chaque salle, en occupant l'espace de la pièce de manière uniforme.

Les distances de séparation suivantes sont des valeurs minimales qui doivent être dépassées chaque fois que possible :

- 0,7 m entre les positions de microphones ;
- 0,7 m entre une position quelconque de microphone et les limites de la pièce ou les diffuseurs ;
- 1,0 m entre une position quelconque de microphone et la source sonore ;
- 1,0 m entre une position quelconque de microphone et l'éprouvette.

Si l'on utilise un microphone mobile, le rayon de balayage doit être égal à 1m au moins.

Dans notre cas, on a utilisé un microphone mobile de rayon égal à 1,25 m (Figure 4. 7). Pour chaque test, le microphone doit effectuer un tour complet.

- Le niveau de pression acoustique doit être mesuré en utilisant des filtres de bande de tiers d'octave.
- Selon la norme ISO 354, l'évaluation de la durée de réverbération à partir de la courbe de décroissance doit commencer environ 0,1 s après que la source sonore a été coupée, ou à partir d'un niveau acoustique de quelques décibels plus bas que le niveau au début de la décroissance. La plage de variation utilisée ne doit pas être inférieure à 20 dB. La fin de la décroissance doit être au moins supérieure de 10 dB par rapport au niveau du bruit de fond.
- Le nombre minimal de mesures de la décroissance exigé pour chaque bande de fréquence est de six. Deux lectures avec au moins une position du haut-parleur et trois positions de microphone doivent être effectuées dans chaque cas.
- Les mesures des niveaux du bruit de fond doivent être réalisées pour s'assurer que les observations dans la salle de réception ne soient pas influencées par un bruit perturbateur tel le bruit provenant de l'extérieur de la salle d'essai, le bruit électrique du système récepteur ou les interférences électriques entre les systèmes d'émission et de réception. Le niveau du bruit de fond doit être au minimum de 6 dB (préférable 15 dB) inférieur au niveau du signal et du bruit de fond combinés, sinon des corrections doivent être effectuées.

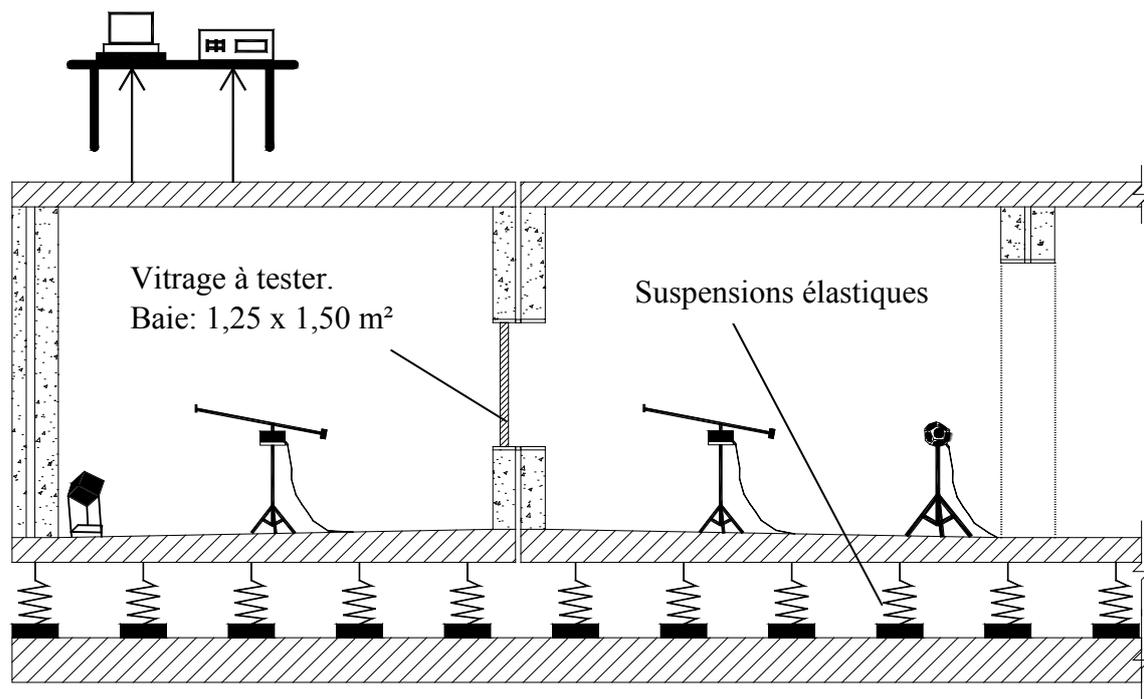


Figure 4. 7 : Section schématique du laboratoire.

## 4.2.2 Montage expérimental

### 4.2.2.1 *Géométrie du laboratoire*

Les essais ont été effectués dans deux pièces adjacentes réverbérantes, dont l'une contient la source tandis que l'autre contient le récepteur. Conformément à la norme ISO 140-1, l'échantillon testé a été inséré dans une ouverture entre les deux chambres. Les conditions de montage du test des échantillons respectent la norme ISO 140-3. Les murs, construits de béton solide, sont disposés de telle sorte que les parois opposées ne sont pas parallèles, afin d'éviter la formation de fortes ondes stationnaires au sein de chaque milieu confiné.

La Figure 4. 8 montre les salles du laboratoire : la première salle (à gauche) est utilisée comme une salle de réception, celle du milieu d'émission, tandis que celle de droite est dédiée aux mesures des plafonds (non utilisée dans le cadre de ce travail).

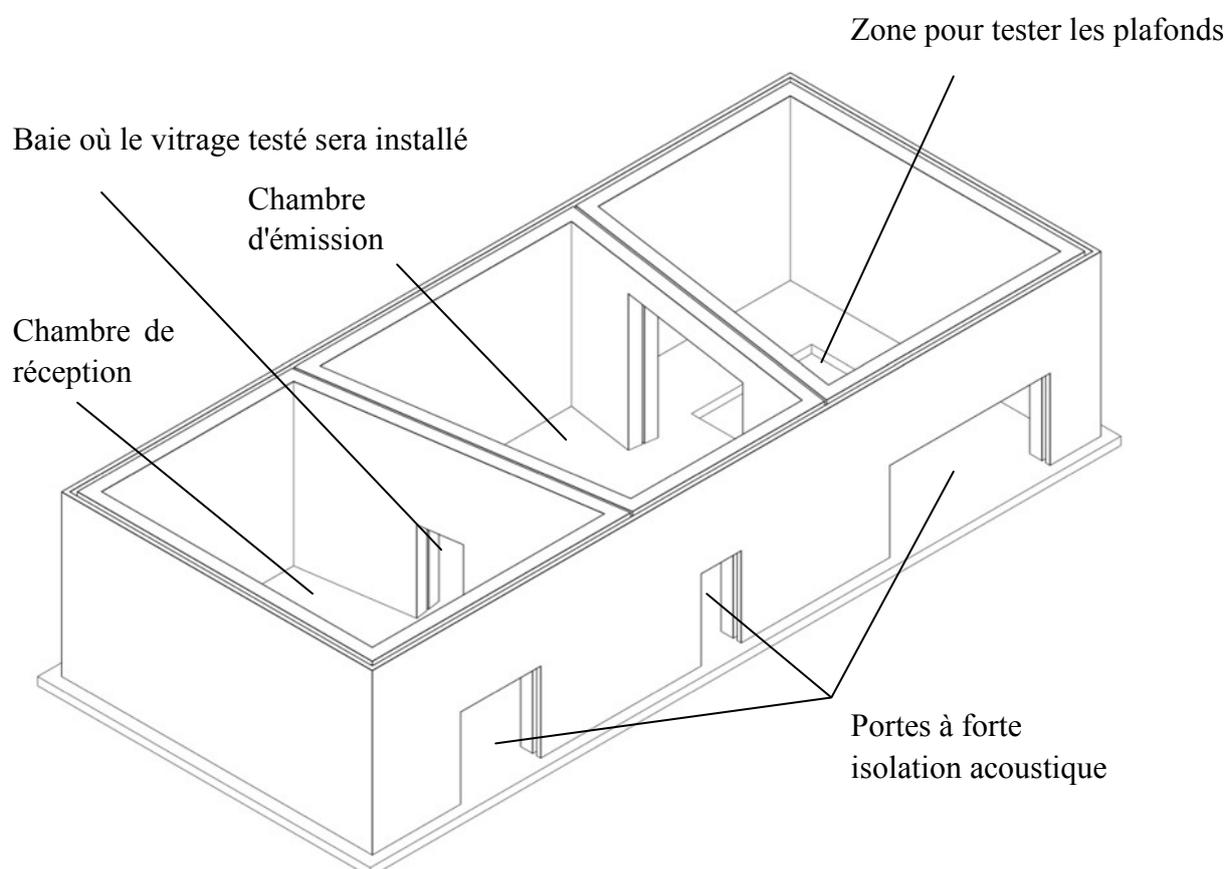


Figure 4. 8 : Vue en 3D du laboratoire.

Les salles sont séparées par des murs en béton avec des portes qui fournissent une haute isolation acoustique (Figure 4. 9), construites de façon à s'assurer que le son transmis par toute voie indirecte est négligeable et à fournir donc un bon niveau d'isolation acoustique.



*Figure 4. 9 : Portes (doubles) à forte isolation acoustique*

Le laboratoire doit être une cellule d'essai composée de deux salles très isolées de l'extérieur, désolidarisées l'une de l'autre. Leur seul "contact" étant l'élément à tester, il est admis que dans ce cas le résultat obtenu est celui de cet élément. Ce mode est standardisé par la norme ISO 140-3. Les salles doivent être structurellement séparées pour éviter le transfert des vibrations. En effet, les salles sont en suspension élastique : elles s'appuient sur les fondations à l'aide des appareils d'appuis élastiques (Figure 4. 7 et Figure 4. 10).



*Figure 4. 10 : Liaisons entre les chambres et leurs fondations - suspension élastique.*

La Figure 4. 11 illustre la géométrie du laboratoire (dimensions des chambres, directions des murs non parallèles, ...) ainsi que ses équipements (la position du microphone à bras rotatif et celle des sources de bruits, ...).

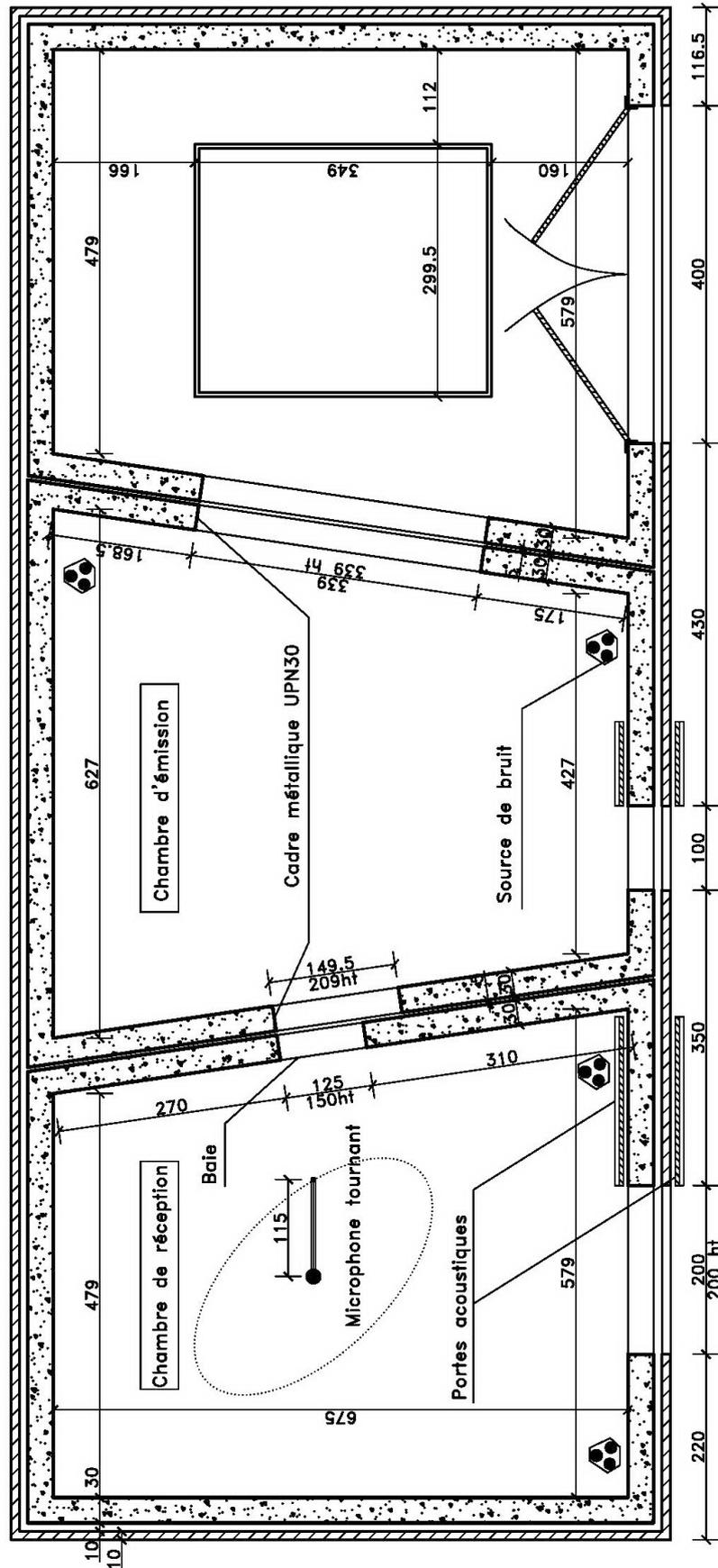


Figure 4. 11 : Vue en plan de la partie du laboratoire utilisée pour les tests (Université de Liège) - Les dimensions sont en cm.

#### 4.2.2.2 Matériel de mesure utilisé

Les outils utilisés pour faire les mesures sont :

- Un calibrateur électronique (94 dB à 1000 Hz) Brüel et Kjaer, type 4230 ; n° série : 1441391. Il sert à calibrer la chaîne d'acquisition. Le système envoie un signal de référence de 94 dB à la fréquence de 1000 HZ.
- Une cathode follower Brüel et Kjaer, type 2619, n° série : 971165. Elle fait partie de la chaîne d'acquisition avec le microphone et la boîte de polarisation. Ces éléments sont liés au microphone. La cathode est l'élément situé juste après le microphone qui est vissé dessus.
- Un ordinateur PC avec système d'acquisition 01 dB, type : symphonie, qui transforme le signal analogique venant de la chaîne du microphone en signal numérique pour le PC.
- Une boîte de polarisation Brüel et Kjaer, type 2084, n° série : 302294.
- Un générateur de bruit Brüel et Kjaer, type 1405, n° série : 560543, utilisé pour calculer les temps de réverbération.
- Un bras rotatif Brüel et Kjaer, type 3923, n° série : 1357258. C'est le pied tournant (Figure 4. 12).
- Un microphone Larson Davis, type 2541, n° série : 1850.



Figure 4. 12 : Bras rotatif Brüel et Kjaer, qui porte le microphone.

- Un amplificateur de puissance Audio Control Model 500 Série 2 et son égaliseur Rane PE 15 utilisés pour la génération du bruit dans la chambre de mesure.
- Une source de bruit omnidirectionnelle 01dB, type DO12 (haut-parleurs sur un pied).
- Deux ensembles de six haut-parleurs électrodynamiques: l'un est installé dans la chambre d'émission (Figure 4. 13) et l'autre dans la chambre de mesure.

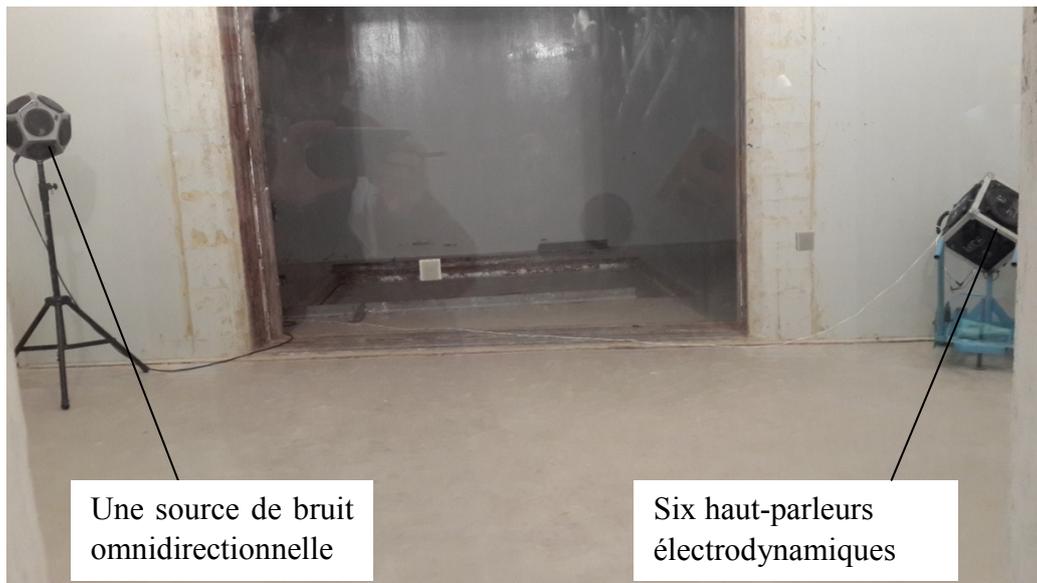


Figure 4. 13 : Sources de bruit dans la salle d'émission.

#### 4.2.2.3 Conditions de mesure

- Les mesures de l'indice d'affaiblissement acoustique ont été effectuées conformément aux dispositions techniques des normes ISO 140-3.
- L'échantillon a été placé entre deux chambres réverbérantes de volume  $135 \text{ m}^3$ .
- Le signal sonore, dans le local d'émission, est constitué de bruit blanc.
- Les chambres de tests ont été conçues pour éliminer toutes pertes par voies latérales.
- Les niveaux de pression acoustique existant dans les chambres d'émission et de réception ont été mesurés, successivement, par intégration spatiale réalisée en 64 secondes.
- La surface de la baie, dans laquelle l'échantillon a été mesuré, est de  $1,25 \text{ m} \times 1,50 \text{ m}$ , soit  $1,88 \text{ m}^2$  (Figure 4. 14).

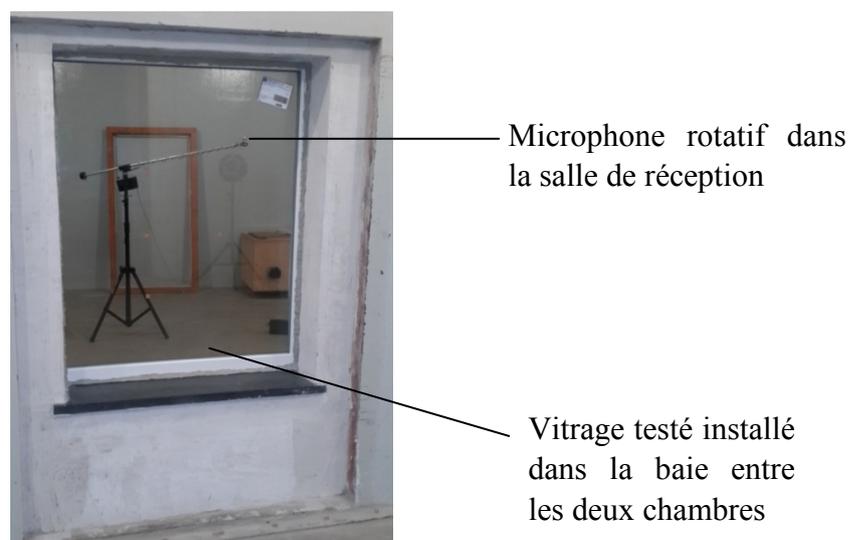


Figure 4. 14 : Vitrage installé dans la baie entre les deux chambres.

- L'étanchéité du pourtour de l'échantillon a été réalisée à l'aide d'un bourrage à la laine de roche et de mastic (Figure 4. 15)



Figure 4. 15 : Etanchéité du pourtour : laine de roche et mastic acoustique.

- L'isolation acoustique brute a été calculée par différence de ces niveaux :  
 $L_{pme} - L_{pmr}$ , où:
  - $L_{pme}$  est le niveau moyen de pression acoustique dans la salle d'émission, en décibels;
  - $L_{pmr}$  est le niveau moyen de pression acoustique dans la salle de réception, en décibels.

- L'indice d'affaiblissement acoustique a été calculé par la formule suivante :

$$R = L_{pme} - L_{pmr} + 10 \log \frac{S}{A}$$

Equation 4. 2

où  $S$  est la surface, exprimée en  $m^2$ , de l'échantillon, et  $A$  est la surface d'absorption équivalente du local récepteur.  $A$  est calculée par la formule de Sabine suivante :

$$A = 0.161 \frac{V}{T}$$

Equation 4. 3

où  $V$  est le volume, exprimé en  $m^3$ , du local de réception, et  $T$  est le temps de réverbération, exprimé en secondes, du local de réception.

Une mesure du temps de réverbération a été effectuée sur douze décroissances du niveau sonore. La valeur moyenne arithmétique de ces résultats est retenue pour calculer la valeur  $A$ .

- L'isolement acoustique des vitrages feuilletés, peut dépendre de la température dans la salle pendant les mesurages. Les normes recommandent d'effectuer les mesures d'isolement acoustique sur de telles éprouvettes à  $20C \pm 3 \text{ } ^\circ C$  dans les deux salles à condition de conserver les éprouvettes pendant 24 heures à la température d'essai.
- Un étalonnage de l'appareillage de mesure dans la salle d'émission et dans la salle de réception a été réalisé.
- Le calcul du temps de réverbération a été effectué en utilisant deux positions pour le microphone. Dans chaque position, six tests ont été faits.
- Le calcul du bruit de fond a été réalisé.

#### **4.2.2.4 Montage de l'échantillon**

L'échantillon est monté dans une baie à trois battées et un seuil, réalisées dans un mur double de blocs de béton pleins de 19 cm, lui-même construit dans la baie de test de  $3 \text{ m}^2$  située entre la salle réverbérante 1 et la salle réverbérante 2 du laboratoire d'acoustique de l'Université de Liège. L'étanchéité entre l'échantillon et la baie de montage est réalisée à l'aide de laine minérale et de joint au mastic récupérable. Un test de fuite acoustique a été réalisé avant la mesure acoustique. Le châssis de type Schüco est maintenu par des pattes de fixation sur la maçonnerie intérieure. La Figure 4. 16 illustre le soin donné au montage pour réduire les fuites autant que possible ainsi que les vibrations entre les deux salles qui doivent être acoustiquement et structurellement indépendantes : la transmission sonore sera possible à travers le vitrage testé uniquement.

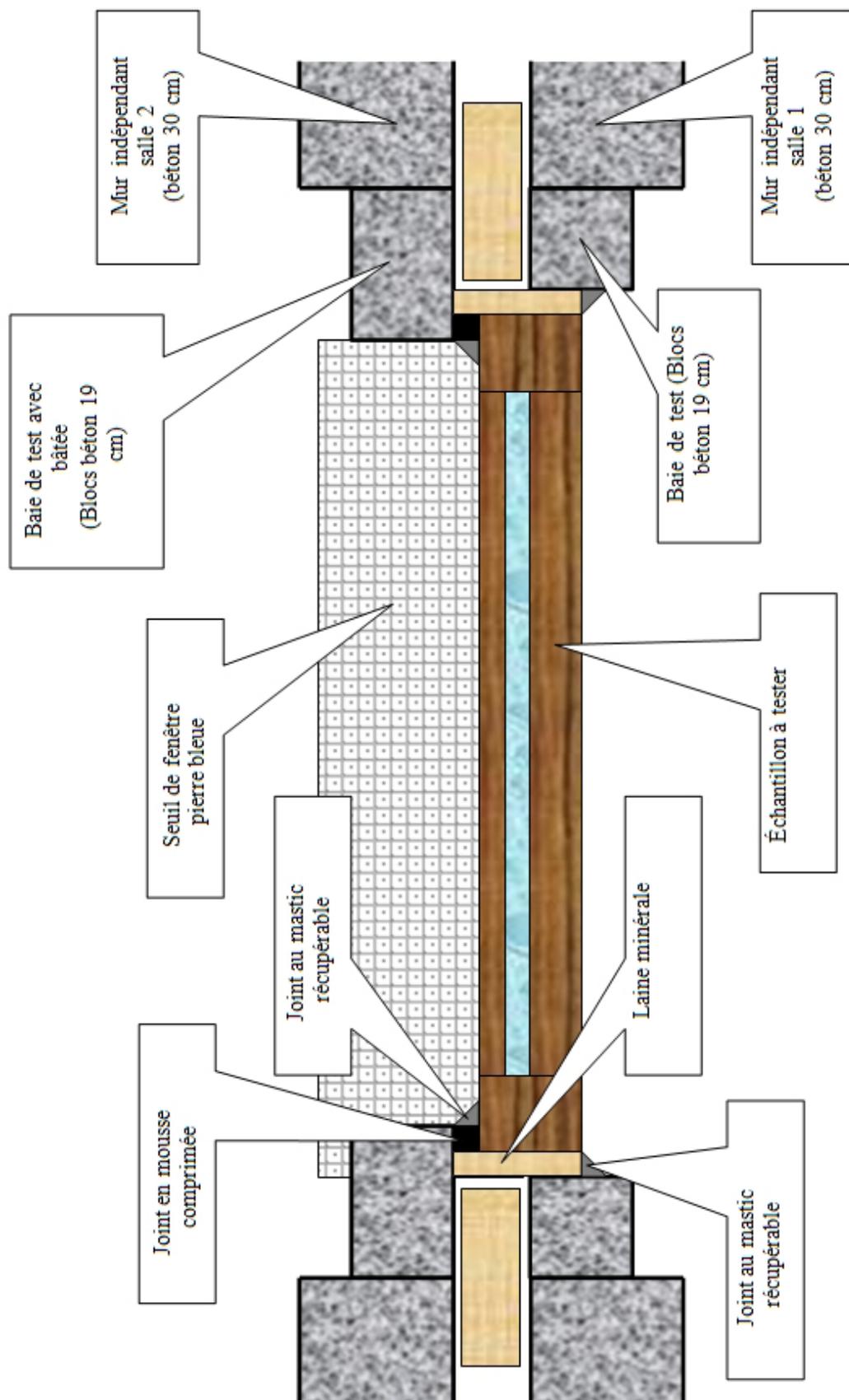


Figure 4. 16 : Détails du montage.

Les conditions d'appuis sont un des paramètres influençant les modèles théoriques. Ainsi, le châssis PVC renforcé Schüco (Figure 4. 17) est fixé dans les murs de la baie de telle façon à obtenir un encastrement.

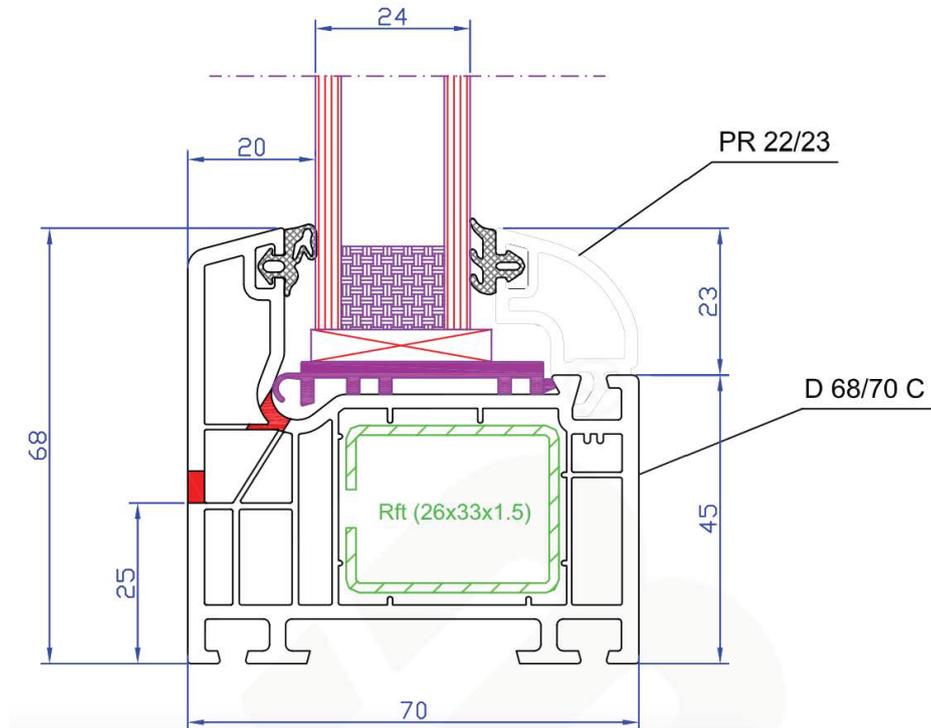


Figure 4. 17 : Coupe du profil utilisé.

### 4.3 Résultats des essais

La mesure de la perte de transmission sonore a été effectuée sur les quatre vitrages cités dans le paragraphe 4.1.2 (un vitrage simple, un double vitrage et deux vitrages feuilletés).

Le Tableau 4. 3 résume les propriétés du verre utilisé. Le facteur de perte est pris de [Cremer *et al.*, 1988].

Matériau	Module de Young	Coefficient de Poisson	Masse volumique	Facteur de perte
Verre	$E = 70 \text{ GPa}$	$\nu = 0.22$	$\rho = 2500 \text{ Kg/m}^3$	$\eta = 4 \times 10^{-3}$

Tableau 4. 3 : Propriétés du verre.

Les propriétés physiques de l'argon à 20 °C sont:

- Masse volumique :  $\rho = 1,783 \text{ Kg/m}^3$ ;
- Vitesse du son dans l'argon :  $319 \text{ m/s}^2$ .

#### 4.3.1 Vitrage Simple d'épaisseur 6 mm

Cet essai de base a été réalisé dans le but de valider le mode de fonctionnement. Les dimensions de la plaque de verre dans un châssis PVC renforcé Schüco sont de 111,25 x 137,50 cm<sup>2</sup>. Le vitrage ainsi construit est installé dans une baie de dimensions 125,00 x 150,00 cm<sup>2</sup>. La Figure 4. 18 représente la fiche technique de la plaque de verre.



Figure 4. 18: Fiche technique du vitrage simple (e=6 mm).

La Figure 4. 19 présente une vue schématique de la disposition du vitrage simple.

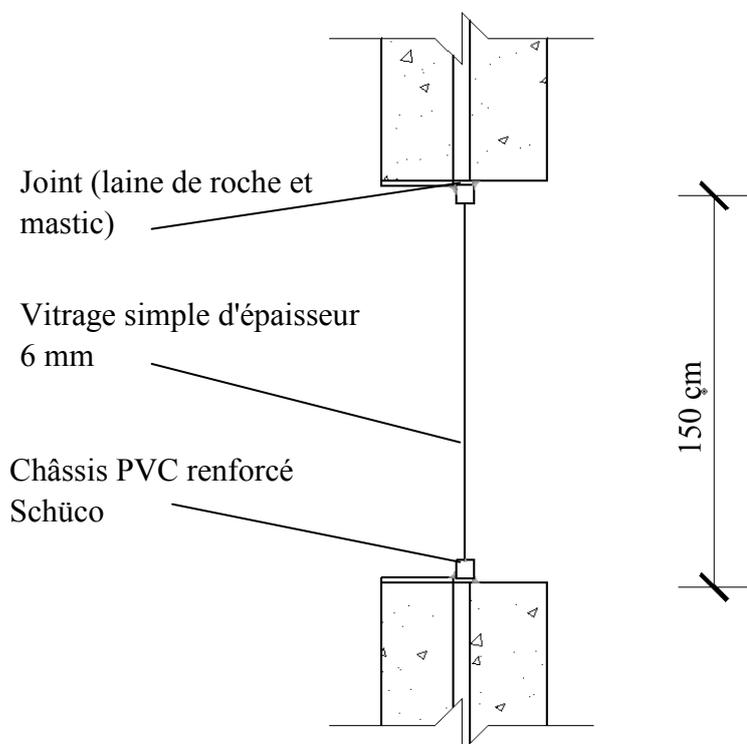


Figure 4. 19 : Montage du vitrage simple (e=6 mm).

L'indice d'affaiblissement  $R$  est représenté dans le Tableau 4. 4 pour des filtres de bande de tiers d'octave ayant des fréquences centrales normalisées :

<b>Fréquence <math>f</math> (Hz)</b>	50	63	80	100	125	160	200
<b><math>R</math> Tiers d'octave (dB)</b>	21.8	25	27.5	22.6	20.3	24.4	23.2

250	315	400	500	630	800	1000
24.9	26.7	28.6	30.5	32.6	35.2	36.7

1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
37	32.5	27.3	27.2	30.5	33.3	35.6

Tableau 4. 4 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Simple vitrage d'épaisseur 6 mm.

La courbe de variation de l'indice d'affaiblissement  $R$  en fonction de la fréquence (bande de tiers d'octave) est donnée dans la Figure 4. 20 :

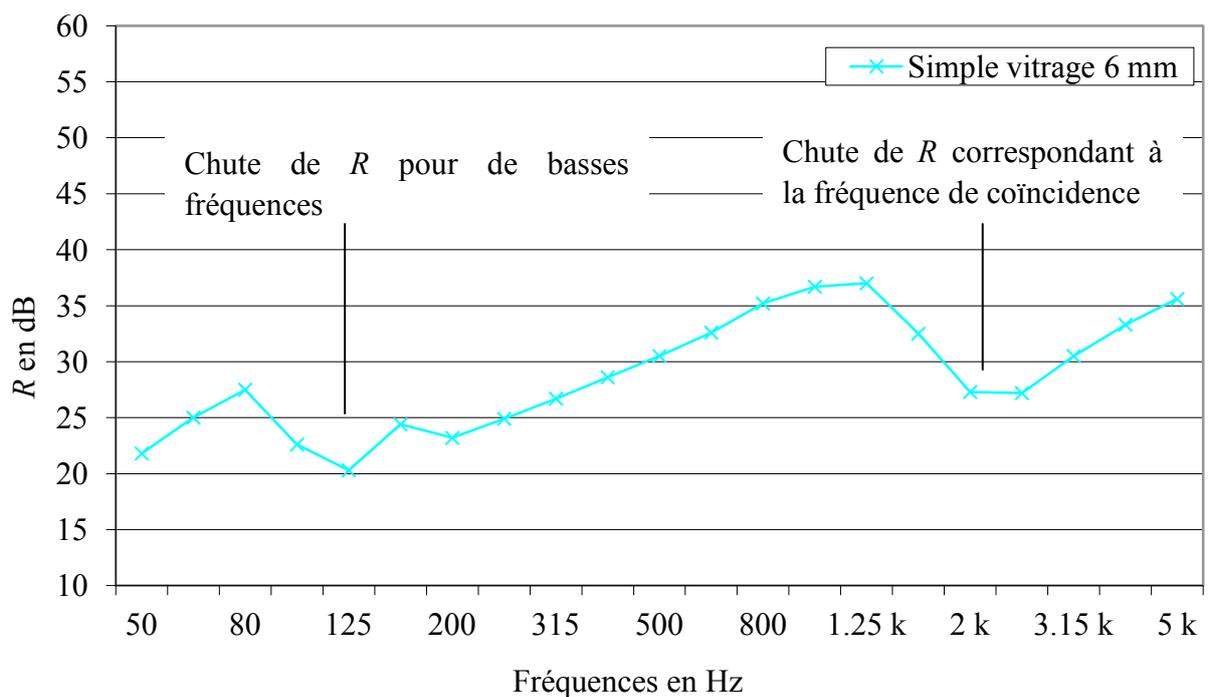


Figure 4. 20 : Indice d'affaiblissement du vitrage simple ( $e=6$  mm).

On remarque une chute dans la performance acoustique due à l'effet de la coïncidence bien décrite dans les modèles théoriques : c'est le cas où l'onde incidente et l'onde de flexion de la plaque coïncident. La fréquence de coïncidence trouvée dans le chapitre 2 par les Equations 2. 47 et 2. 48 est :

$$f_{cc} = \omega_{cc} / 2\pi \text{ avec } \omega_{cc} = c^2 (\rho_p e)^{1/2} \{E.e^3 / [12(1-\nu^2)]\}^{-1/2}$$

Pour une plaque de verre de 6 mm d'épaisseur :  $f_{cc} = 1914,95$  Hz, ce qui est conforme à nos mesures montrées dans la Figure 4. 20.

L'indice d'affaiblissement est aussi réduit pour de basses fréquences (vers 125 Hz) : cette chute ne peut pas être trouvée par la méthode analytique qui traite des parois infinies simplement appuyées. Ce phénomène est dû aux effets de résonance associés à la création des ondes stationnaires dans les chambres du laboratoire d'une part, et les modes vibratoires introduits par la fixation du contour du vitrage sur les murs de la baie d'autre part. Ce phénomène est critique pour des basses fréquences et devient inaperçue lorsque les fréquences augmentent surtout pour une représentation en tiers d'octave.

De plus, les résultats expérimentaux pour des basses fréquences, révèlent l'influence du mouvement transversal des parois du à la flexion. En effet, les modes propres relatifs à ce mouvement transversal de la paroi interviennent dans les résultats. Ce phénomène dépend des dimensions de la paroi et des conditions aux limites générées par les appuis.

#### 4.3.2 Double vitrage 6/12/6

Les dimensions de la plaque de verre fixée dans un châssis PVC renforcé Schüco, sont de 113,00 x 138,00 cm<sup>2</sup>. Le vitrage ainsi construit est installé dans une baie de dimensions 125,00 x 150,00 cm<sup>2</sup>. Le système est formé de deux lames de verres de 6 mm d'épaisseur chacune, enfermant une cavité d'épaisseur 12 mm remplie d'argon (Figure 4. 21).



Figure 4. 21: Fiche technique du double vitrage simple (6/12/6).

La Figure 4. 22 présente une vue schématique de la disposition du double vitrage.

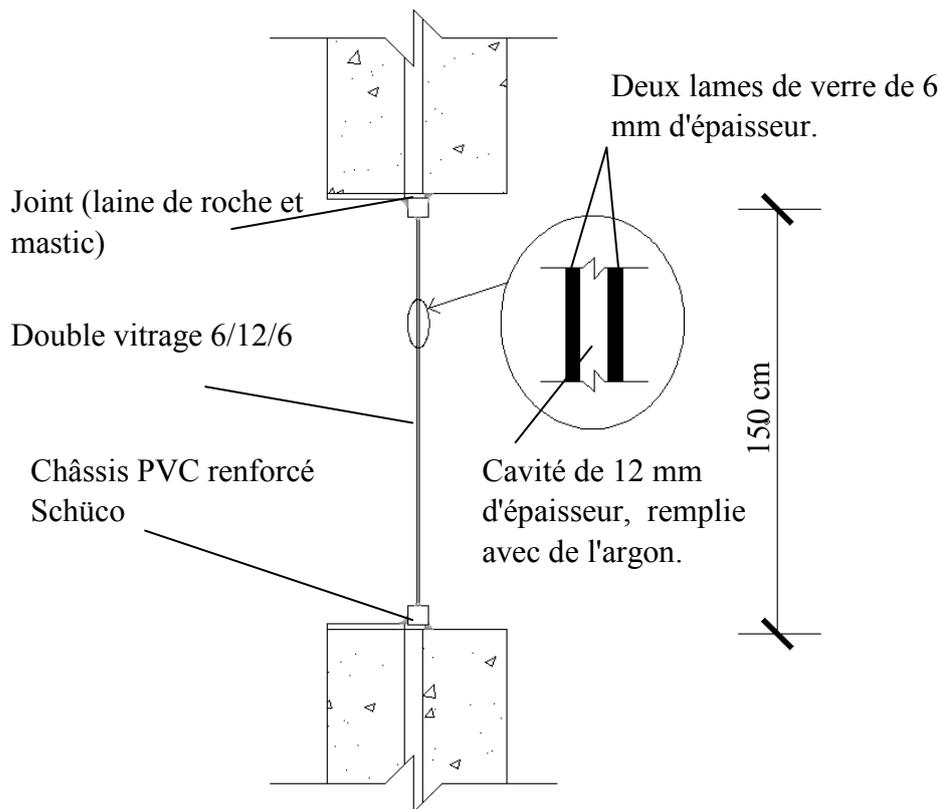


Figure 4. 22 : Montage du double vitrage (6/12/6).

L'indice d'affaiblissement  $R$  est représenté dans le Tableau 4. 5 pour des filtres de bande de tiers d'octave ayant des fréquences centrales normalisées :

<b>Fréquence <math>f</math> (Hz)</b>	50	63	80	100	125	160	200
<b><math>R</math> Tiers d'octave (dB)</b>	25.8	28.6	31	24.9	22	20.4	18.5

250	315	400	500	630	800	1000
21.5	23.3	26	28.3	32.5	35	39

1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
40.5	37.3	33.7	34.9	39.2	43.5	48.5

Tableau 4. 5 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Double vitrage 6/12/6.

La courbe de variation de l'indice d'affaiblissement  $R$  en fonction de la fréquence (bande de tiers d'octave) est dessinée dans la Figure 4. 23 :

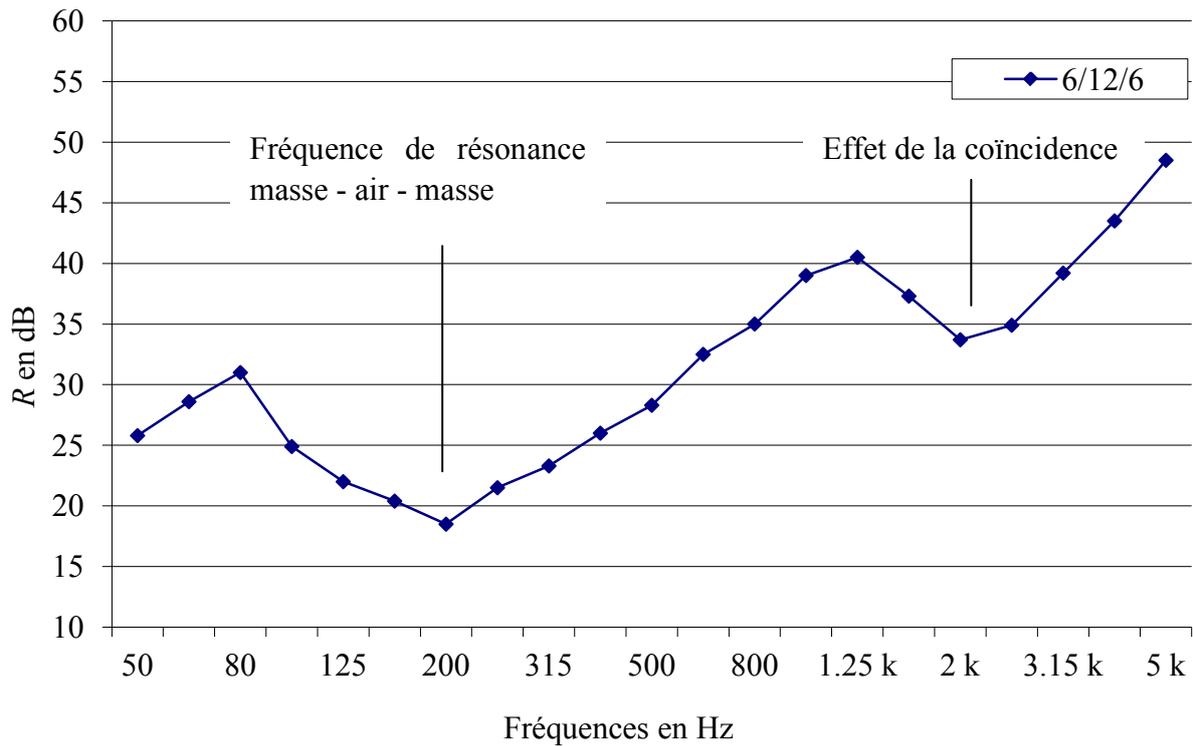


Figure 4. 23 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du double vitrage symétrique 6/12/6.

Les résultats expérimentaux montrent les fréquences critiques où des chutes significatives dans la performance acoustique sont identifiées, à savoir :

- Le creux de résonance masse-air-masse aux basses fréquences : la cavité d'air se comporte alors comme un ressort et le couplage est fort surtout pour les basses fréquences où la paroi soumise à l'onde incidente commence à vibrer lentement, alors que cette vibration est transférée à travers la cavité d'air. On a vu dans le deuxième chapitre que :

$$\omega_r = \left[ (\rho_0 c^2 / d) \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) \right]^{0.5}, \text{ alors la fréquence de résonance masse-air-masse est:}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \left[ (\rho_0 c^2 / d) \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) \right]^{0.5}$$

Equation 4. 4

Pour un double vitrage 6/12/6, la méthode analytique prédit un creux correspondant au phénomène de résonance masse-air-masse, pour une fréquence :  $f_r = 180,37$  Hz, ce qui correspond aux mesures expérimentales.

- L'effet de la coïncidence aux hautes fréquences est similaire à celui d'un simple vitrage. On remarque qu'il existe une seule fréquence de coïncidence : c'est le cas de

double vitrage symétrique (les deux parois de verres ont la même épaisseur), alors que cette fréquence correspond à la fréquence critique des deux feuilles de simple vitrage identique :  $f_{cc} = 1914,95$  Hz, conformément à nos essais.

Le phénomène de résonance dans la cavité, identifié dans les modèles théoriques et qui produit des chutes dans la performance acoustique est hors du domaine fréquentiel de la Figure 4. 23.

Pour les fréquences inférieures à la fréquence de coïncidence et supérieures à la fréquence masse-air-masse, on remarque une augmentation presque linéaire dans la perte de transmission sonore conformément à la loi de masse.

Dans le cas d'un double vitrage asymétrique, on remarque l'existence de deux fréquences de coïncidence (alors deux creux pour les hautes fréquences) parce que les fréquences critiques de composants verriers d'épaisseurs différentes ne sont pas les mêmes. La Figure 4. 24 montre la courbe de  $R$  en fonction de la fréquence d'un double vitrage asymétrique 4/20/6 (deux lames de verres d'épaisseur 4 mm et 6 mm respectivement, séparées par une cavité d'air de 20 mm) :

Le phénomène de résonance masse-air-masse aura lieu pour une fréquence  $f_r = 156,21$  Hz ;

- Les fréquences de coïncidence des deux plaques sont celles des plaques d'épaisseur 6 mm (déjà trouvée) et 4 mm ( $f_{cc} = 2872,43$  Hz).

Les mesures de la Figure 4. 24 correspondent bien aux prédictions analytiques.

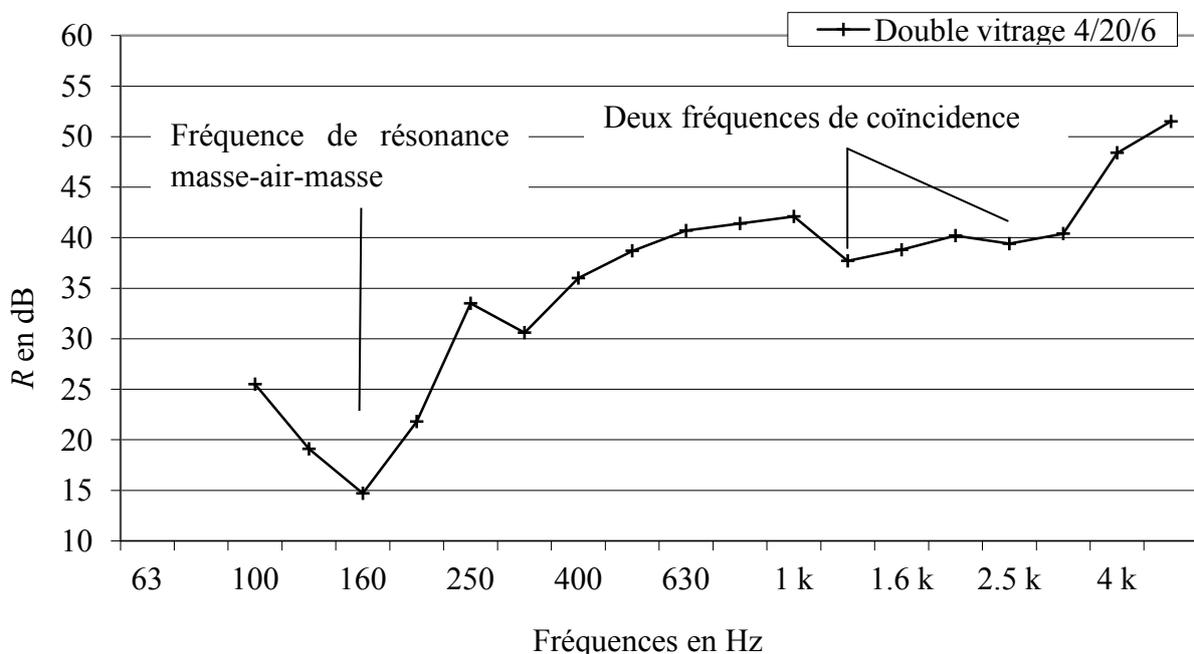


Figure 4. 24 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du double vitrage asymétrique 4/20/6 (CSTB - 2013).

#### 4.3.3 Vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal)

Les dimensions du vitrage feuilleté fixé dans un châssis PVC renforcé Schüco, sont de 112,50 x 137,50 cm<sup>2</sup> (Figure 4. 25). Le vitrage ainsi construit est installé dans une baie de dimensions 125,00 x 150,00 cm<sup>2</sup>. Le système est formé de deux lames de verres de 6 mm d'épaisseur chacune, contre collées par deux couches de PVB normal d'épaisseur 0,38 mm chacune.



Figure 4. 25 : Fiche technique du Vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal).

La Figure 4. 26 présente une vue schématique du montage du vitrage feuilleté.

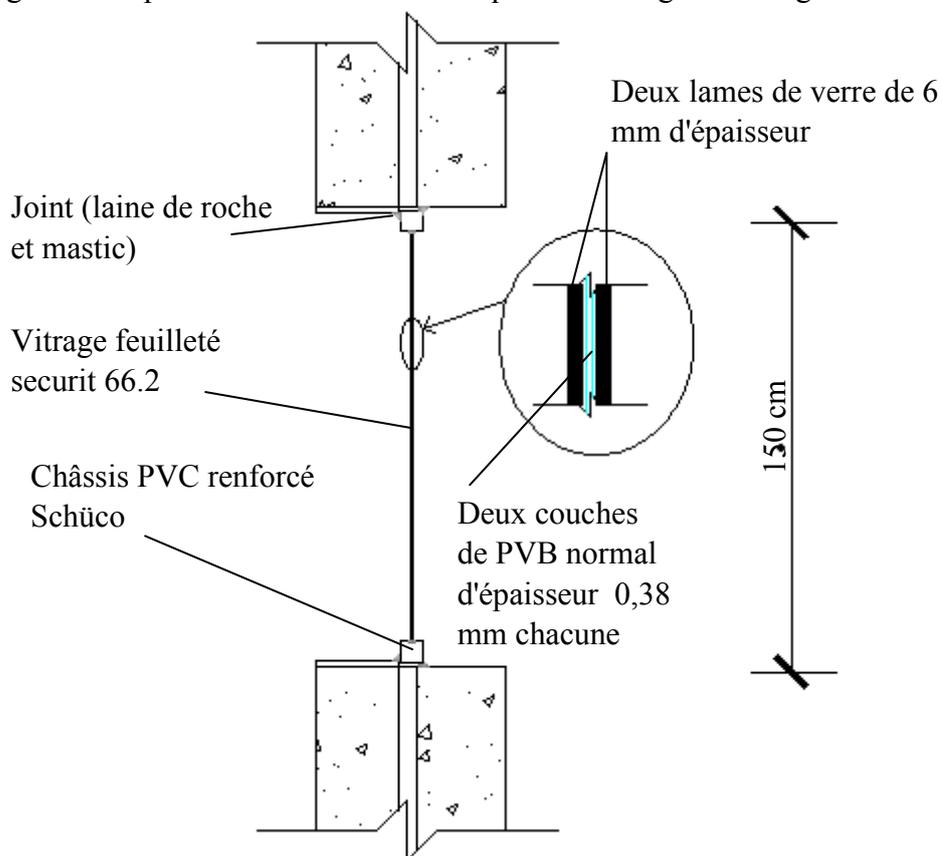


Figure 4. 26 : Montage du vitrage feuilleté securit 66.2.

L'indice d'affaiblissement  $R$  est représenté dans le Tableau 4. 6 pour des filtres de bande de tiers d'octave ayant des fréquences centrales normalisées :

<b>Fréquence <math>f</math> (Hz)</b>	50	63	80	100	125	160	200
<b><math>R</math> Tiers d'octave (dB)</b>	20.9	23.7	36.5	29.7	28	29.8	26

250	315	400	500	630	800	1000
29.5	31.7	33.5	34.6	36.6	36.9	35

1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
35.7	37.5	40.4	44.2	47.2	49.8	52.6

Tableau 4. 6 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal).

La courbe de variation de l'indice d'affaiblissement  $R$  en fonction de la fréquence (bande de tiers d'octave) est donnée dans la Figure 4. 27 :

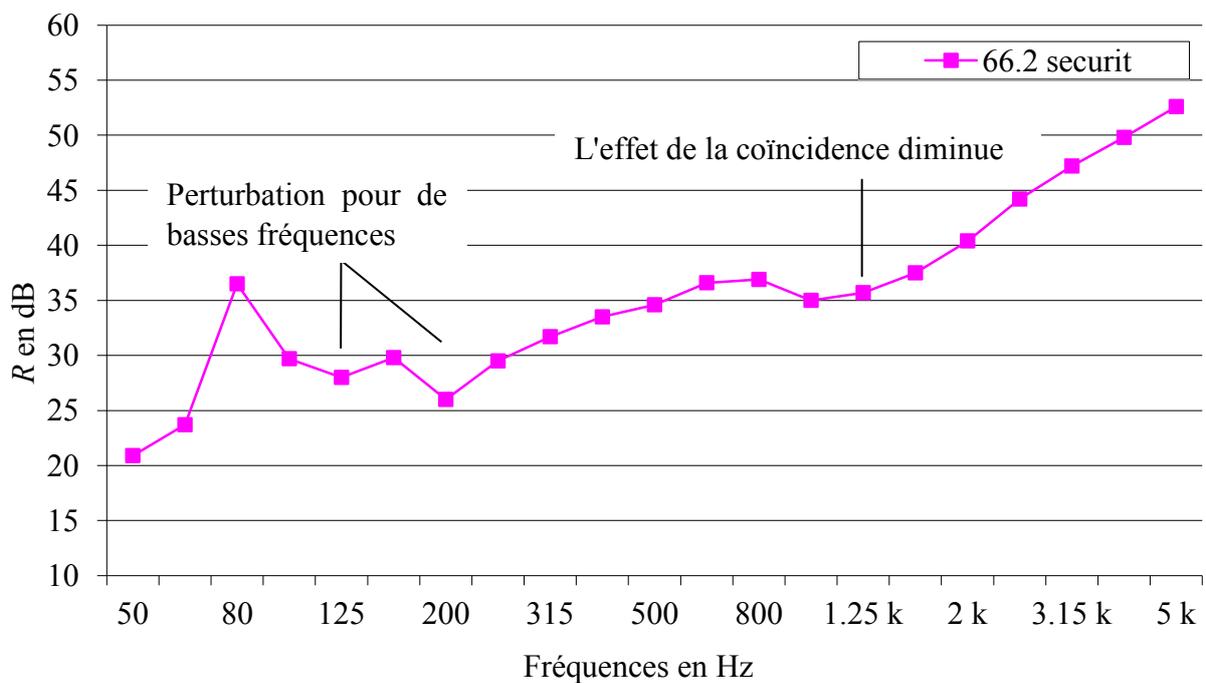


Figure 4. 27 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du vitrage feuilleté 66.2 (PVB normal).

Les parois multicouches dont le cœur ne contribue pas dans la rigidité mécanique du système sont largement utilisées pour réduire la transmission sonore. Dans notre cas, le cœur utilisé a des propriétés viscoélastiques.

[Kim et Bolton, 2004] ont montré que lorsque le module de rigidité du cœur augmente, la performance acoustique s'améliore sauf au voisinage de la fréquence critique.

Les travaux expérimentaux effectués par [Amichi, 2008] ont montré que la perte de transmission sonore augmente pour un cœur plus épais (cas où le cœur est plus mince que la

lame). On remarque dans la Figure 4. 27, que le creux dû à la coïncidence diminue par rapport aux vitrages monolithiques.

Les perturbations pour de basses fréquences sont dues aux ondes stationnaires dans les chambres et aux conditions d'appuis (paragraphe 4.3.1).

#### 4.3.4 Vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence)

Les dimensions du vitrage feuilleté fixé dans un châssis PVC renforcé Schüco, sont de 112,50 x 137,50 cm<sup>2</sup> (Figure 4. 28). Le vitrage ainsi construit est installé dans une baie de dimensions 125,00 x 150,00 cm<sup>2</sup>. Le système est formé de deux lames de verres de 6 mm d'épaisseur chacune, contre collées par deux couches de PVB silence d'épaisseur 0,38 mm chacune. Le vitrage feuilleté 66.2 (silence) fournit pour une meilleure isolation acoustique par minimisation des chutes de performance identifiées dans le vitrage feuilleté normal.



Figure 4. 28 : Fiche technique du Vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence).

L'indice d'affaiblissement  $R$  est représenté dans le Tableau 4. 7 pour des filtres de bande de tiers d'octave ayant des fréquences centrales normalisées :

<b>Fréquence <math>f</math> (Hz)</b>	50	63	80	100	125	160	200
<b><math>R</math> Tiers d'octave (dB)</b>	22.1	26	36.6	29.9	27	28.6	26.4
	250	315	400	500	630	800	1000
	29.6	31.9	33.7	35	36.7	39	40.2
	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
	40.3	41	42.5	46.1	49.1	51.3	54.6

Tableau 4. 7 : Résultats de l'indice d'affaiblissement - Vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence).

La courbe de variation de l'indice d'affaiblissement  $R$  en fonction de la fréquence (bande de tiers d'octave) est dessinée dans la Figure 4. 29 :

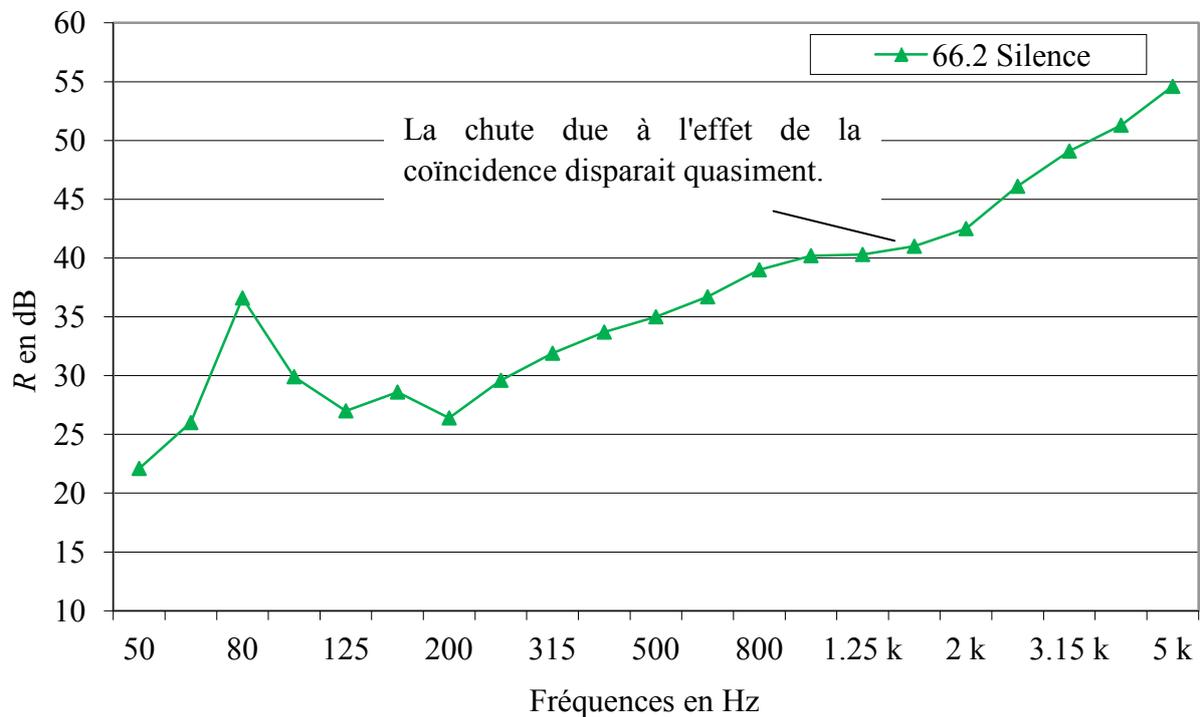


Figure 4. 29 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence du vitrage feuilleté 66.2 (PVB silence).

Le vitrage feuilleté 66.2 silence, présente une performance acoustique meilleure que toutes les autres configurations. En effet, la performance acoustique augmente notamment pour les hautes fréquences. Cependant, le plus intéressant dans ce vitrage c'est que le creux du à l'effet de coïncidence est quasiment négligeable.

Le vitrage feuilleté à résine acoustique supprime le défaut des chutes aux fréquences critiques.

#### 4.3.5 Comparaisons des résultats

##### 4.3.5.1 *Simple et double vitrages*

Le double vitrage fournit une performance acoustique meilleure que le simple vitrage sauf dans la zone de la fréquence de résonance masse-air-masse qui se situe dans les bandes de basses fréquences où la cavité génère un couplage très fort entre les deux lames de verre (Figure 4. 30).

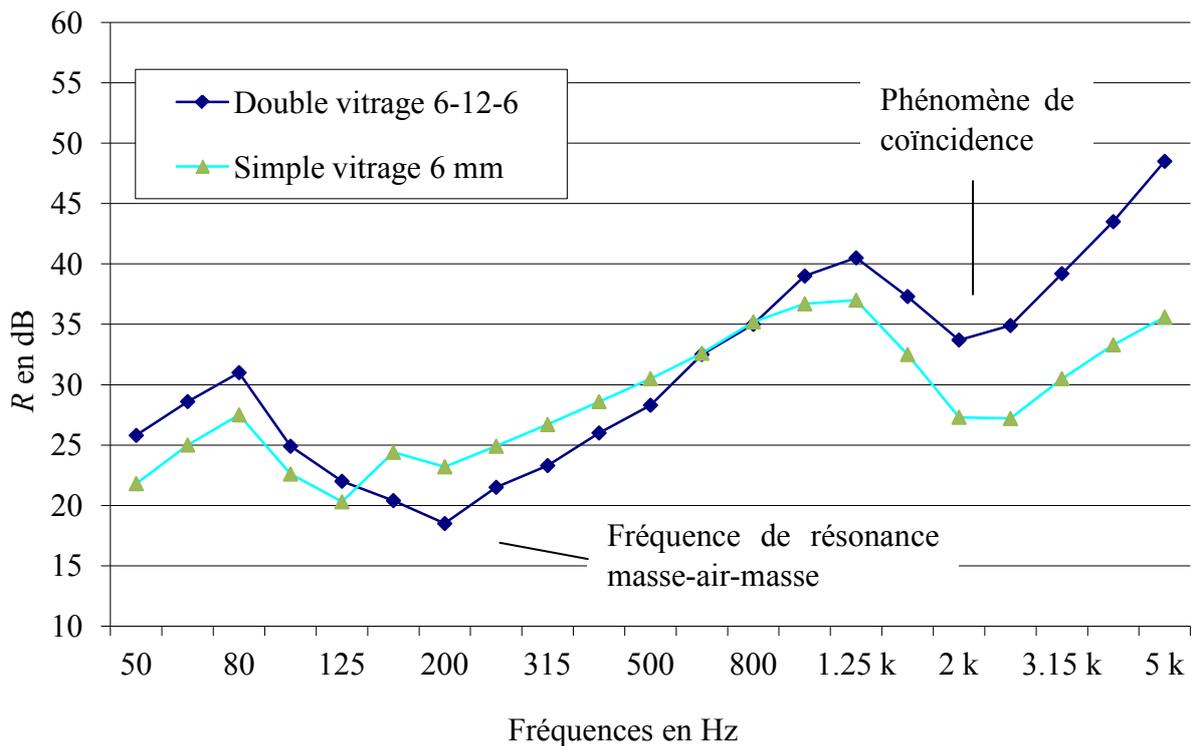


Figure 4. 30 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence d'un simple vitrage de 6 mm et d'un double vitrage 6-12-6.

#### 4.3.5.2 Différentes configurations pour un double vitrage

La Figure 4. 31 montre que l'augmentation de l'épaisseur de la cavité augmente l'isolation acoustique. La valeur de la fréquence de résonance masse-air-masse diminue en augmentant l'épaisseur de la cavité.

D'autre part, l'utilisation de deux lames de verre de masses différentes, minimise l'effet de la coïncidence. En effet, on remarque deux petits creux qui correspondent aux deux fréquences de coïncidence (une pour la plaque de 4mm et l'autre pour celle de 6 mm d'épaisseur) au lieu d'un seul grand creux qui correspond à la fréquence de coïncidence commune des deux plaques identiques (d'épaisseur 6 mm chacune).

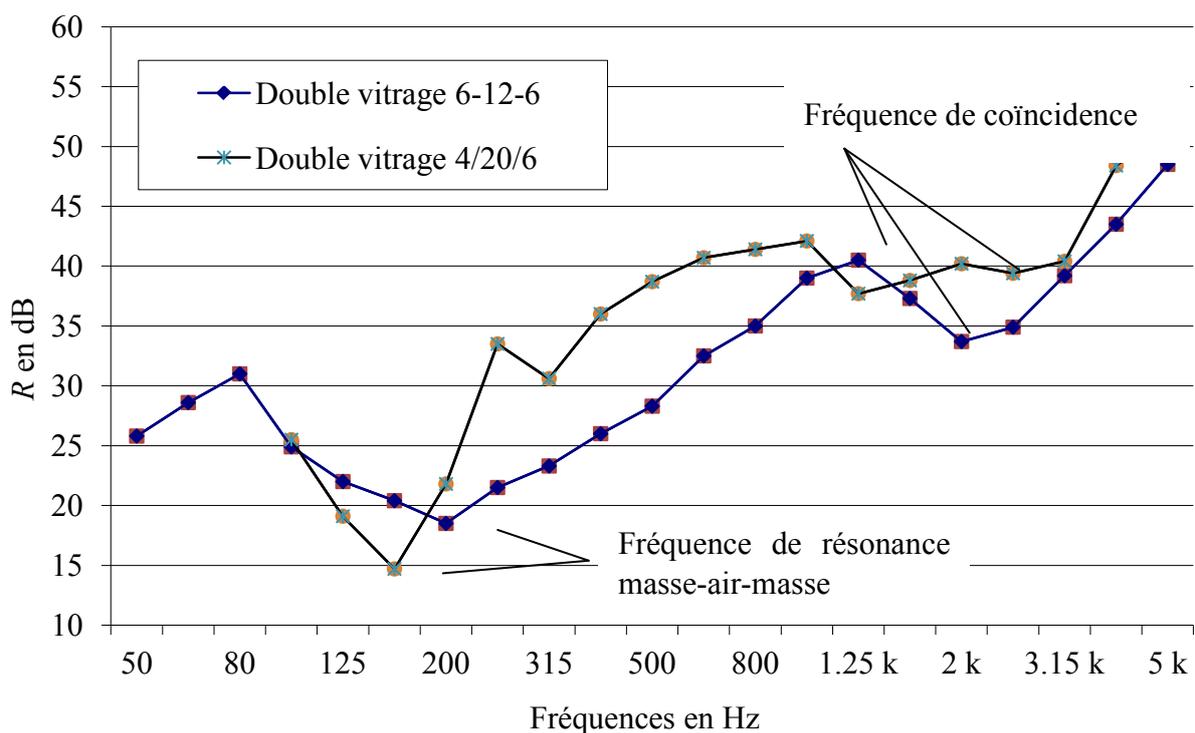


Figure 4. 31 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence de double vitrage 6/12/6 et 4/20/6.

#### 4.3.5.3 Double vitrage et vitrage feuilleté

Le verre feuilleté 66.2 qui a la même masse que le double vitrage 6/12/6 fournit une meilleure performance acoustique dans plusieurs bandes de fréquence, surtout autour du phénomène de résonance.

La comparaison montre que la chute due au phénomène de coïncidence est légèrement moins sévère dans le cas d'un vitrage feuilleté que dans le cas d'un double vitrage, et la fréquence de coïncidence du vitrage feuilleté 66.2 est inférieure à celle du double vitrage 6/12/6 qui a la même masse.

On remarque aussi dans la Figure 4. 32 que l'indice d'affaiblissement  $R$  d'un double vitrage est meilleur pour les basses fréquences. En effet, dans cette bande, le facteur de perte du PVB est relativement petit et par suite le cœur viscoélastique ne peut pas dissiper l'énergie de vibration de la même façon qu'il peut faire dans d'autres bandes.

On conclut alors que le verre feuilleté présente de bonnes performances acoustiques dans les moyennes et hautes fréquences, mais n'apporte pas d'amélioration en basses fréquences.

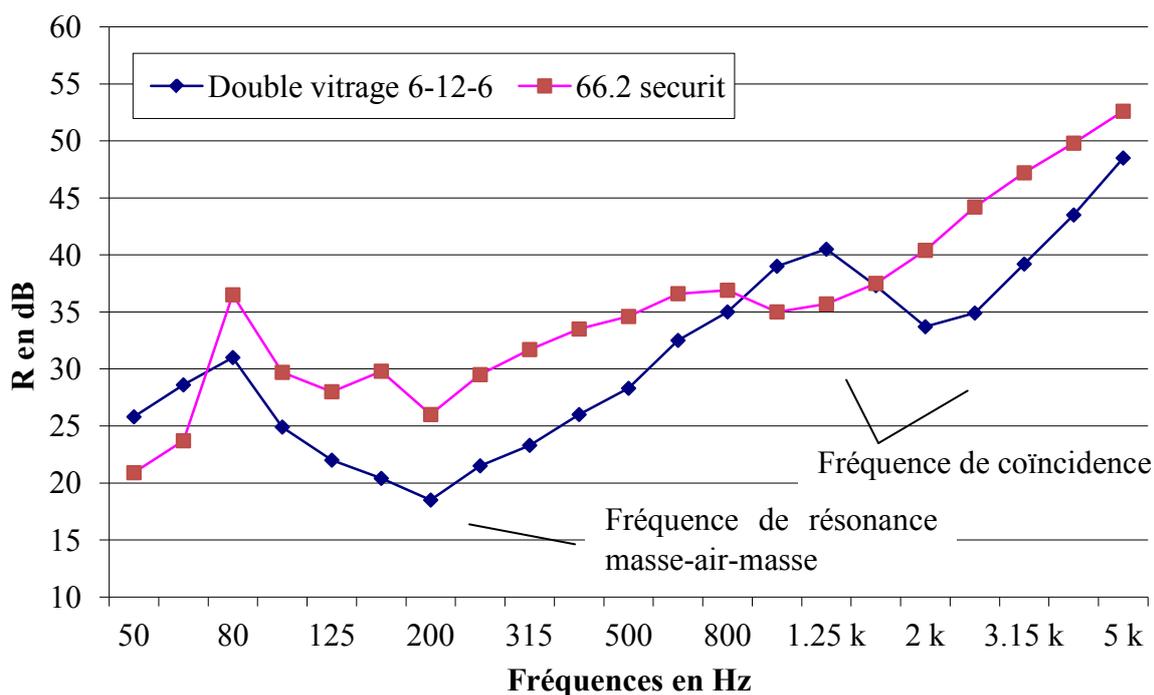


Figure 4. 32 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence de double vitrage 6-12-6 et du vitrage feuilleté 66.2 avec PVB normal.

#### 4.3.5.4 PVB normal et PVB silence (plus amortissant)

L'amélioration du comportement vibroacoustique du vitrage feuilleté surtout dans les zones critiques est possible en utilisant un PVB plus amortissant, appelé commercialement PVB silence. La Figure 4. 33 montre que le creux dû à la fréquence de coïncidence a presque disparu.

A noter que le PVB silence n'apporte pas d'amélioration pour de basses fréquences puisque le facteur de perte reste relativement petit dans cette zone.

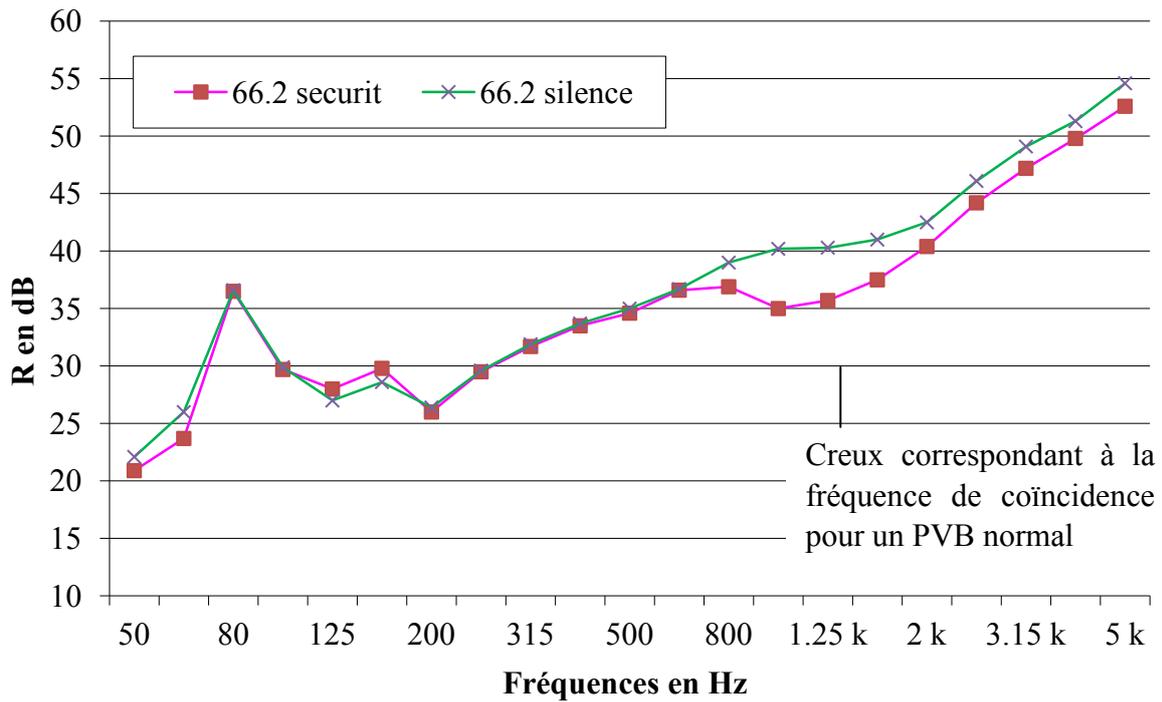


Figure 4. 33 : Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence de deux vitrages laminés 66.2 avec PVB normal et PVB silence.

#### 4.4 Etude comparative avec les méthodes analytique et numérique

Dans ce paragraphe, on valide les résultats de nos modèles théoriques analytiques et numériques (méthode des éléments finis) en les comparant à nos mesures expérimentales ainsi qu'à celles trouvées dans la littérature.

##### 4.4.1 Paroi simple

Les résultats expérimentaux de la *S.T.L.* sur un vitrage simple de 6 mm d'épaisseur sont comparés dans la Figure 4. 34 avec ceux issus du modèle analytique qu'on a développé au chapitre 2. Cette comparaison montre une bonne accordance entre le champ incident, (Equation 2.58) qui correspond à l'élimination des ondes incidentes pour des angles entre  $78^\circ$  et  $90^\circ$  et les mesures. L'incidence normale prédit une perte de transmission supérieure de 4,8 dB à celle de l'expérience, tandis que le champ diffusé prédit une perte inférieure à celle de l'expérience.

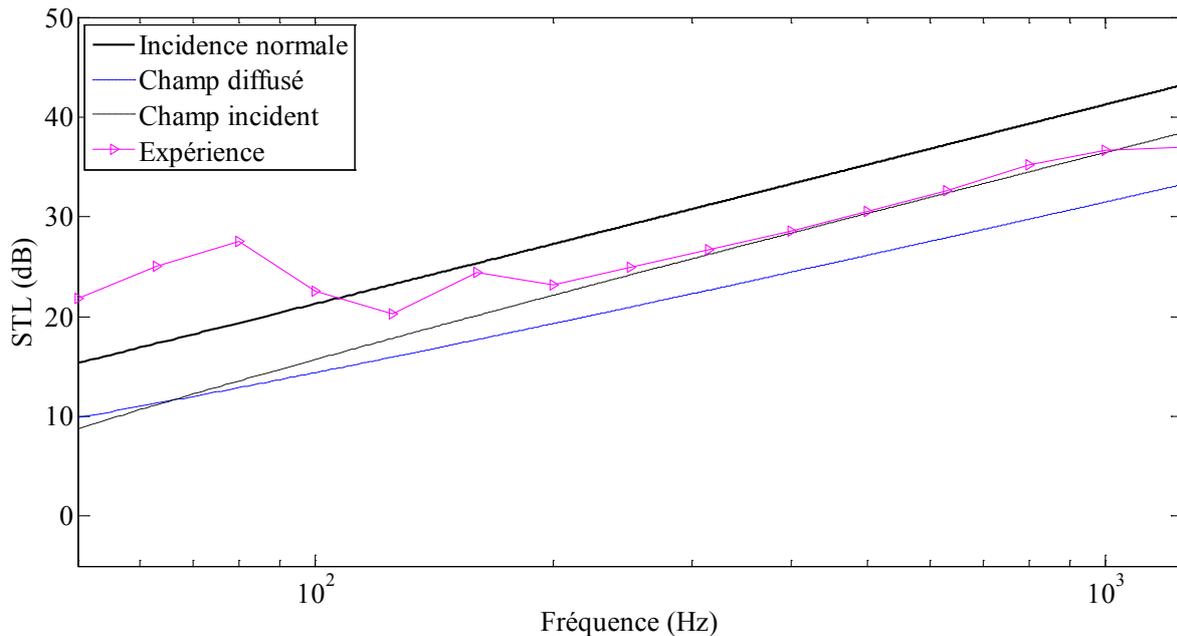


Figure 4. 34 : Simple vitrage d'épaisseur 6 mm : comparaison entre nos mesures et les modèles analytiques.

D'autre part, on remarque une divergence dans les résultats expérimentaux pour de basses fréquences (inférieures à 100 Hz). En effet, dans ces bandes, la radiation est très sensible aux conditions aux limites de la paroi ainsi qu'aux conditions de mesure et celles du laboratoire.

Dans la Figure 4. 35, on valide nos modèles en les comparant aux résultats expérimentaux de [Foss, 1999] obtenus sur un vitrage simple de 6 mm d'épaisseur, de dimensions 1,23 m x 1,48 m, sous incidence normale. Les mesures sont présentées en bande de tiers octave. Concernant la discrétisation par éléments finis, nous avons utilisé  $20 \times 20$  éléments de type quadrangle. Le nombre de modes utilisés pour la projection modale est égale à 40. Cette comparaison montre un accord raisonnable entre nos résultats numériques et ceux de l'expérience de Foss. D'autre part, les résultats du modèle analytique sur une paroi infinie montrent une  $nS.T.L.$  inférieure à celle de l'essai surtout pour les basses fréquences, ce qui est tout à fait attendu à cause des conditions aux limites. On remarque de plus, que lorsque les dimensions de la paroi augmentent, la courbe devient plus lisse. A noter aussi que la représentation des résultats dans des bandes de tiers octave, entraîne un lissage des courbes et par suite élimine des creux dans la courbe de la  $S.T.L.$ .

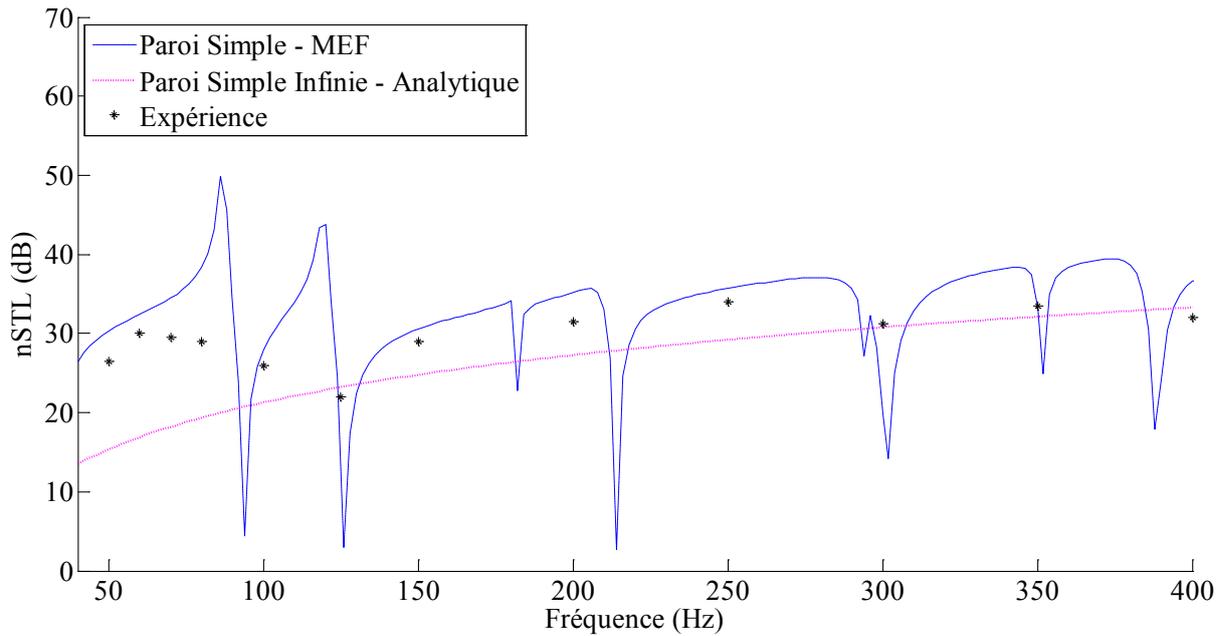


Figure 4. 35 : Perte de transmission sonore normale d'un simple vitrage sous incidence normale : comparaison entre nos modèles théoriques et l'expérience de Foss.

#### 4.4.2 Paroi double

Les résultats des modèles théoriques, analytique et numérique que nous avons établis dans les chapitres précédents sur les parois doubles sont comparés dans la Figure 4. 36 aux mesures obtenues suite aux travaux expérimentaux de Carneal et al. (2004). Dans ces travaux, les auteurs ont testé une paroi double encadrée formée par deux plaques identiques en aluminium de dimensions 0,38m x 0,3 m et d'épaisseur 1,6 mm, séparées par une cavité d'air de 0.048 m d'épaisseur, et soumise à une onde sonore normale. Les mesures ont été effectuées dans deux chambres semi-anéchoïques.

On note les mesures expérimentales pour des fréquences inférieures à 50 Hz ne sont pas fiables parce que pour cette bande, le cheminement indirect du son à travers les outils et les installations joue un rôle dominant dans les mesures [Lu et Xin, 2014].

Concernant la discrétisation par éléments finis, nous avons utilisé  $14 \times 14$  éléments de type quadrangle. Le nombre de modes utilisés pour la projection modale est égale à 40.

Un accord acceptable est remarqué entre les allures des courbes de notre modèle numérique et l'essai de Carneal *et al.*

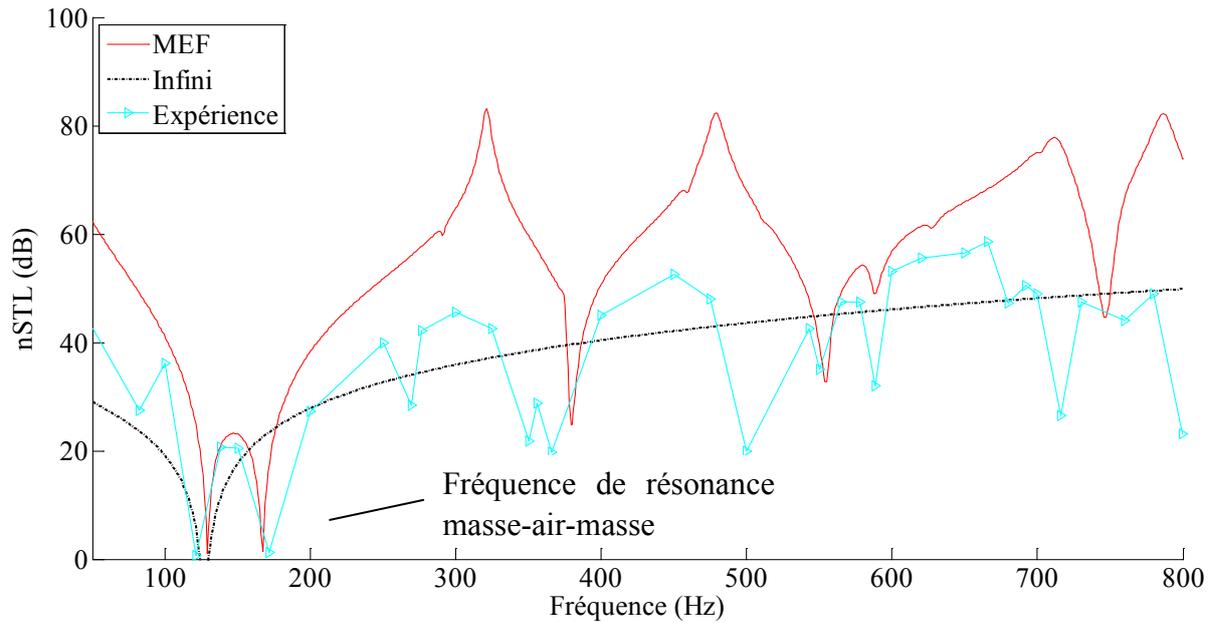


Figure 4. 36: Perte de transmission sonore normale d'une paroi double en aluminium (1,6/48/1,6) : nos modèles théoriques analytique (infini) et numérique (éléments finis) contre l'expérience de Carneal et al.

Dans la Figure 4. 37, on présente une comparaison des résultats de nos modèles théoriques aux mesures de [Lu et Xin, 2014]. Ces derniers ont mesuré la perte de transmission sonore d'une paroi double encastrée dans un panneau métallique en sandwich composé de deux plaques en acier de 2 mm d'épaisseur chacune, séparées par un isolant acoustique. Ce panneau en sandwich a une isolation acoustique très supérieure à celle de la paroi double en aluminium, on peut donc le considérer alors comme étant un baffle acoustique rigide et infini. La paroi double est composée de deux lames en aluminium identiques d'épaisseur 1 mm chacune et de dimensions 0,3 m x 0,3 m, séparées par une cavité d'air d'épaisseur 80 mm, soumise à un bruit blanc avec une incidence normale générée à l'aide d'un haut parleur de 20 cm de diamètre.

Les deux chambres d'émission et de réception sont semi-anéchoïques, ce qui permet d'avoir autant que possible un son incident normal dans la chambre d'émission, et de mesurer les radiations sonores de la paroi testée dans la chambre de réception.

Concernant la discrétisation par éléments finis, nous avons utilisé  $12 \times 12$  éléments de type quadrangle. Les nombre de modes utilisés pour la projection modale est égale à 40.

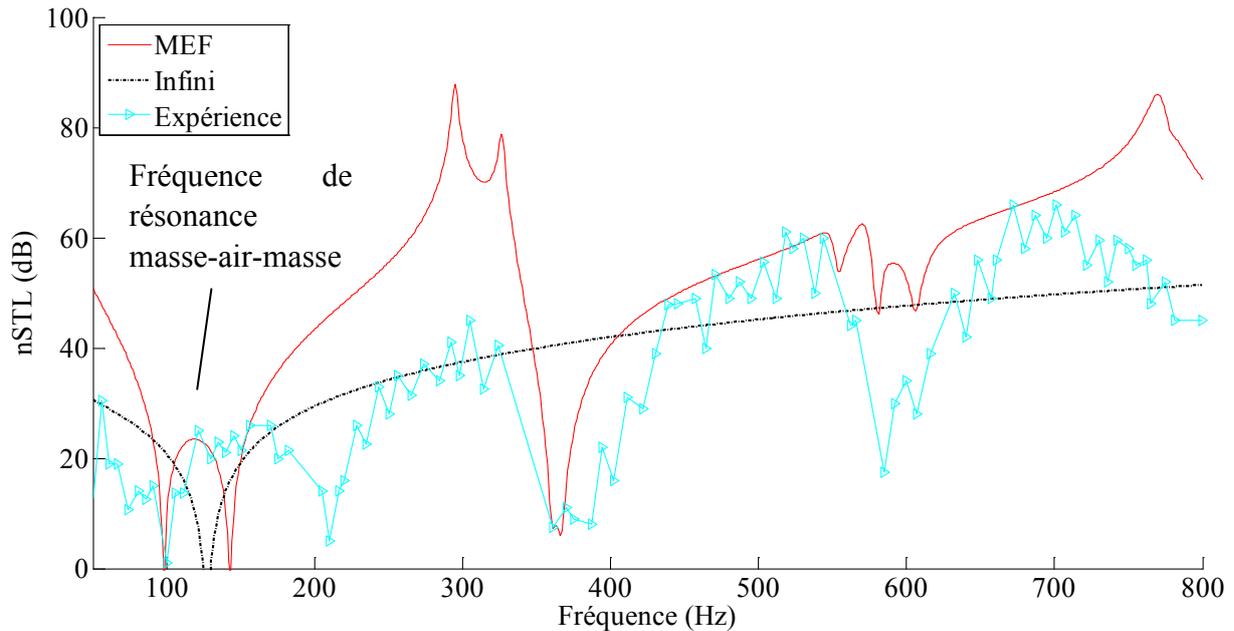


Figure 4. 37 : Perte de transmission sonore normale d'une paroi double en aluminium (1/80/1) : modèles théoriques analytique (infini) et numérique (éléments finis) contre l'expérience de Lu et Xin.

A l'exception de l'intervalle [200 300] Hz, notre modèle numérique (MEF) montre une bonne prédiction de la *nS.T.L.* en comparaison avec les mesures de [Xin et Lu, 2014].

Les points de divergence qui correspondent à des "sommets" dans la Figure 4. 36 et à un intervalle dans la Figure 4. 37 peuvent être expliqués par le fait que les conditions de fixation des plaques dans le laboratoire ne sont pas parfaites. De plus, l'incidence du son est supposée normale, ce qui ne peut être parfaitement obtenu durant les expériences. D'autre part, la transmission solidienne, l'épaisseur irrégulière des plaques et l'amortissement inégalement réparti le long des parois sont aussi des facteurs importants qui influent sur la fiabilité des mesures [Carneal *et al.*, 2004].

Le modèle analytique pour des parois infinies est à son tour intéressant puisqu'il montre le comportement vibroacoustique ainsi que les points particuliers. Le "creux" dû au phénomène de résonance qui correspond à la fréquence masse - air - masse de la méthode analytique correspond à celui des mesures ainsi qu'à celui du modèle numérique. L'influence des dimensions d'une paroi sur son comportement vibroacoustique est illustrée dans la Figure 4. 36 et la Figure 4. 37. En effet, la courbe de la *S.T.L.* devient de plus en plus lisse lorsque les dimensions de la paroi augmentent, ce qui implique que la densité modale de la structure devient plus large lorsque les dimensions diminuent.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présentés le montage ainsi que les résultats des essais que nous avons effectués sur quatre types de vitrage conformément aux normes ISO 140-3.

Le premier volet a concerné la comparaison et l'interprétation des indices d'affaiblissement sonore de plusieurs types de vitrages obtenus dans le cadre de nos expériences et de ceux trouvés dans la littérature. Le vitrage double fournit une meilleure performance acoustique comparée au simple vitrage sauf dans la zone de résonance masse-air-masse située dans les bandes de basses fréquences. L'isolation acoustique d'un double vitrage s'améliore en augmentant l'épaisseur de la cavité et la fréquence de résonance masse-air-masse diminue en même temps. Le vitrage feuilleté apporte une amélioration de l'isolation acoustique dans les moyennes et les hautes fréquences : l'effet du cœur viscoélastique est presque négligeable en basses fréquences. L'avantage principal du Polyvinyl Butyral (PVB) silencieuse face au PVB normal est l'élimination du creux dû au phénomène de coïncidence.

Le deuxième volet a concerné la validation de nos modèles théoriques et numériques. En effet, ce chapitre a permis de valider notre modèle numérique d'ordre réduit. L'importance de l'approche analytique est aussi révélée dans la prédiction du comportement vibroacoustique global pour de moyennes et hautes fréquences.

# Chapitre 5. Conclusions et perspectives

---

La prédiction analytique et numérique de l'indice d'affaiblissement des parois simples, doubles et feuilletées est d'une grande importance afin de réduire les nuisances sonores sans avoir recours chaque fois aux mesures expérimentales coûteuses.

Dans ce travail de recherche, nous avons tout d'abord établi un modèle analytique qui traite les simples et doubles parois d'une façon directe et rapide. Ce modèle a permis de faire des études paramétriques pour l'identification des paramètres influençant le comportement vibroacoustique.

Ensuite, nous avons proposé un modèle numérique original d'ordre réduit élaboré par la méthode des éléments finis permettant de résoudre le problème vibroacoustique des parois simples, doubles et composites multicouches (à cœur viscoélastique) à un coût réduit. Enfin, on a réalisé une étude expérimentale dont les résultats permettent de valider les modèles théoriques et numériques.

## 5.1 Conclusions

Dans cette thèse, un nouveau modèle numérique est présenté pour la prédiction du comportement vibroacoustique des parois placées entre deux locaux. Ce problème d'interaction fluide-structure est fondamental dans l'acoustique des bâtiments. Contrairement aux approches analytiques, ce modèle n'est pas limité par des conditions aux limites particulières. Ainsi, les dimensions des parois qui jouent un rôle important sont prises en considération. De plus, les propriétés dynamiques du cœur viscoélastique des parois feuilletées, qui est un moyen important pour lutter contre les nuisances sonores et vibratoires, dépendent de la fréquence. Dans ce modèle, la méthode des éléments finis est appliquée pour résoudre ce problème. La formulation proposée est obtenue par un principe variationnel. Jusqu'à présent, plusieurs chercheurs ont proposé des modèles numériques basés sur une solution directe, et qui servent en conséquence à résoudre les modèles relativement petits. Pour remédier à cette limitation, nous avons développé un modèle d'ordre réduit basé sur la méthode de superposition modale normale, qui nécessite le calcul des modes structuraux et acoustiques non couplés. L'efficacité de notre modèle d'ordre réduit ainsi que son faible coût de calcul sont les principaux avantages.

Un modèle analytique a été aussi développé. Bien qu'il est n'est valable que pour des conditions aux limites particulières, ce modèle nous a permis d'étudier les paramètres du

problème vibroacoustique à faible coût. On conclut que le modèle de plaques infinies est intéressant à utiliser pour la prédiction des comportements acoustiques à des fréquences élevées, mais ne convient pas pour les prévisions dans les petites bandes de fréquences et autour des fréquences propres du panneau.

Le deuxième volet de ce travail a concerné l'exécution d'une étude expérimentale pour déterminer l'indice d'affaiblissement de quelques configurations de vitrage en fonction de la fréquence. Nous avons présenté, en premier lieu, les différentes méthodes pour effectuer de telles mesures. En second lieu, nous avons présenté les conditions de mesures ainsi que le montage expérimental, conformément aux normes ISO. Enfin, à l'aide de nos mesures ainsi que celles trouvées dans la littérature, nous avons confronté le modèle numérique et les résultats issus des expériences. Cette comparaison a permis de valider les développements numériques.

Le modèle numérique proposé reste une représentation simplifiée de la réalité. Il traite seulement la transmission sonore directe et ne considère pas la transmission indirecte. Cependant, le montage expérimental respecte cette limitation. L'hypothèse qui considère que les conditions aux limites des parois sont parfaites (simplement appuyées, ou encastrées) est aussi une simplification de la réalité. En effet, le joint entre le profile et le vitrage ne peut pas fournir de telles conditions parfaites. Cependant, nous avons essayé autant que possible de les respecter. Notons enfin que l'utilisation des bandes de tiers d'octave cause un lissage pour les courbes de la perte de transmission sonore.

La formulation variationnelle a fait l'objet d'une publication dans une revue "open access" [Larbi et Assaf (2014)] et deux publications dans deux conférences internationales [Assaf et Larbi (2014)] et une troisième dans une conférence francophone [Assaf et *al.* (2014)], tandis que l'approche analytique a fait l'objet d'un papier dans une conférence internationale [Assaf et *al.* (2015)].

## 5.2 Perspectives

Cette thèse de doctorat a mis en évidence l'utilité des modèles éléments finis d'ordre réduit dans la prédiction de la transmission sonore des doubles parois.

La performance acoustique des parois dépend aussi de la transmission solidienne des cadres et liaisons et de la fuite à travers les joints. Une extension au modèle proposé est nécessaire pour prendre en compte ces aspects.

Le modèle réduit proposé est valide pour de grands modèles et sur de larges bandes de fréquences, cependant, l'introduction d'une correction quasi-statique dans la base modale a pour effet d'accélérer la convergence.

L'introduction de la dissipation passive dans le fluide et active dans la structure en utilisant des matériaux piézoélectriques devra être l'objet de la recherche.

Le modèle numérique proposé considère l'incidence normale. Une extension à des modèles qui calculent la perte de transmission sonore sous n'importe quelle incidence est nécessaire.

En revanche, les mesures expérimentales ont été effectuées sous des incidences quelconques (champ d'incidence) : le développement d'une méthode expérimentale fiable et non compliquée pour mesurer les transmissions sonores sous des angles d'incidence définis est donc nécessaire.



# Bibliographie

---

- Akrout, A., Hammami, L., Ben Tahar, M., & Haddar, M. (2009). Vibro-acoustic behaviour of laminated double glazing enclosing a viscothermal fluid cavity. *Applied Acoustics* , 70 (1), 82-96.
- Akrout, A., Karra, C., Hammami, L., & Haddar, M. (2008). Viscothermal fluid effects on vibro-acoustic behaviour of double elastic panels. *International Journal of Mechanical Sciences* , 50 (4), 764-773.
- Alam, N., & Asnani , N. T. (1984). Vibration and damping analysis of multilayered rectangular plates with constrained viscoelastic layers. *Journal of Sound and Vibration* , 97 (4), 597-614.
- Amichi, K. (2008). Finite element modeling of sandwich structures with viscoelastic core. *Ph.D Thesis* , 183 pages. Sherbrooke (Québec), CANADA.
- António, J., Tadeu, A., & Godinho, L. (2003). Analytical evaluation of the acoustic insulation provided by double infinite walls. *J Sound and Vibration* , 263 (1), 113–29.
- Araújo, A. L., Mota Soare, C. M., & Mota Soare, C. A. (2010). Finite element model for hybrid active-passive damping analysis of anisotropic laminated sandwich structures. *Journal of Sandwich Structures and Materials* , 12 (4), 397-419.
- Assaf, R., & El Hachem, E. (2015). Noise and vibration pollution: analytical analysis of double-leaf partition. *International Conference on Technologies and Materials for Renewable Energy, Environment and Sustainability, TMREES15* (pp. 1876-6102). Beirut: Elsevier Ltd.
- Assaf, R., & Larbi, W. (2014). Finite Element Analyses of Double-wall Sandwich Structures with Viscoelastic Core. *COMPUTING IN CIVIL AND BUILDING ENGINEERING*. Florida - USA: ASCE.
- Assaf, R., Larbi, W., Guillemard, F., & El Hachem, E. (2014). Noise and vibration pollution: Numerical analysis of Vibro-acoustic behavior of a double panel system. *COFRET'14OF9-051*. CNAM, Paris.
- Basten, T. (2001). Noise reduction by viscothermal acousto-elastic interaction in double wall panels. *PhD-thesis, University of Twente* . Enschede, The Netherlands.
- Beranek, L. L., & Work, G. A. (1949). Sound transmission through multiple structures containing flexible blankets. *Journal of the Acoustical Society of America* , 21 (4), 419-428.
- Bilasse, M., Azrar, L., & Daya, E. M. (2011). Complex modes based numerical analysis of viscoelastic sandwich plates vibrations. *Computers & Structures* , 89 (7-8), 539-555.
- Bouayed, K., & Hamdi, M. A. (2012). Finite element analysis of the dynamic behavior of a laminated windscreen with frequency dependent viscoelastic core. *Journal of the Acoustical Society of America* , 132 (2), 757-766.
- Bradley, J. S., & Birta, J. A. (2000). *Laboratory measurements of the sound insulation of building façade elements*. National Research Council of Canada. Ottawa: in Institute for Research in Construction Internal Report IRC.

- Carneal, J. P., & Fuller, C. R. (2004). An analytical and experimental investigation of active structural acoustic control of noise transmission through double panel systems. *J. Sound and Vib.* , 272 (3–5), 749–771.
- Chow, L. C., & Pinnington, R. J. (1987). Practical industrial method of increasing structural damping in machinery, I: Squeeze film damping with air. *Journal of Sound and Vibration* , 118 (1), 123–139.
- Craik, R. J., & Smith, R. S. (2000). Sound transmission through double leaf lightweight partitions part I: Airborne sound. *Appl. Acoust.* , 61, 223–245.
- Craik, R. (2003). Non-resonant sound transmission through double walls using statistical energy analysis. *Applied Acoustics* , 64, 325-341.
- Deü, J.-F., Larbi, W., & Ohayon, R. (2008). Piezoelectric structural acoustic problems: Symmetric variation I formulations and finite element results. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* , 197 (19-20), 1715-1724.
- Dijckmans, A., Vermeir, G., & Lauriks, W. (2009). A wave based model to predict the airborne and structure-borne sound insulation of finite-sized multilayered structures. *International Conference on Acoustics NAG/DAGA*, (pp. 478-481). Rotterdam, The Netherlands.
- Dijckmans, A., Vermeir, G., & Lauriks, W. (2010). Sound transmission through finite lightweight multilayered structures with thin air layers. *J. Acoust. Soc. Am.* , 128 (6), 3513-3524.
- Fahy, F. J. (1985). *Sound and Structural Vibration* (éd. 1st). Academic Press.
- Fahy, F. J. (1995). The vibro-acoustic reciprocity principle and applications to noise control. *Acustica* , 81, 544–558.
- Fan, Z. (2001). Transient vibration and sound radiation of a rectangular plate with viscoelastic boundary supports. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , 51, 619-630.
- FAUSTI, P., POMPOLI, R., & SMITH, R. (1999). An intercomparison of laboratory measurements of airborne sound insulation of lightweight plasterboard walls. *Building Acoustics* , 6, 127-140.
- Ferreira, A., Ara'ujo, A., Neves, A., Rodrigues, J., Carrera, E., Cinefra, M., et al. (2013). A finite element model using a unified formulation for the analysis of viscoelastic sandwich laminates. *Composites Part B: Engineering* , 45 (1), 1258-1264.
- Foss, R. V., Dear, T. A., Hamdi, M. A., & Assaf, S. (1999). Facade Noise Control with Glass and Laminates. *Glass Processing Days*.
- Fox, M., & Whitton, P. (1980). The damping of structural vibrations by thin gas films. *Journal of Sound and Vibration* , 73 (2), 279–295.
- Fox, M., & Whitton, P. (1980). The damping of structural vibrations by thin gas films. *Journal of Sound and Vibration* , 73 (2), 279–295.
- Garg, N., Sharma, O., & Maji, S. (2011). Experimental investigations on sound insulation through single, double & triple window glazing for traffic noise abatement. *Journal of Scientific & industrial research* , 70, 471-478.
- Grooteman, F. P. (1994). *Coupled acousto-elastic analysis; theory and implementation in the finite element program B2000*. Technical Report NLR CR 94218 L, National Aerospace Laboratory, The Netherlands.
- Havriliak, S., & Negami, S. (1966). A complex plane analysis of  $\omega$ -dispersions in some polymer systems. *Journal of Polymer Science Part C: Polymer Symposia* , 14 (1), 99-117.

- Jacobsen, F. (1997). Sound intensity and its measurement. *In Fifth International Congress on Sound and Vibration*. Adelaide, Australia.
- Jägenas, A., & Kropp, W. (1998). Optimisation of sound insulation - an experimental study. *In InterNoise 98*. Christchurch, New Zealand.
- Johnson, C., & Kienholz, D. (1982). Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers. *American Institute of Aeronautics and Astronautics* , 20, 128-490.
- Kim, J. W., & Bolton, J. S. (2004). Free wave propagation in sandwich-panels with poroelastic cores. *Proceedings of Noise-Conference*. Baltimore.
- Koutsawa, Y., Azoti, W., Belouettar, S., Martin, R., & Barkanov , E. (2012). Loss behavior of viscoelastic sandwich structures: A statistical-continuum multi-scale approach. *Composite Structures* , 94 (4), 1391-1397.
- Larbi, W., & Assaf , R. (2014). Finite element model for sound transmission analysis through a double panel inserted in an infinite baffle. *International journal of mechanics and energy, IJME* , 2 (1), 35-44.
- Larbi, W., Deü, J.-F., & Ohayon, R. (2012). Finite element formulation of smart piezoelectric composite plates coupled with acoustic fluid. *Composit Structures* , 94 (2), 501-509.
- Larbi, W., Deü, J.-F., & Ohayon, R. (2007). Vibration of axisymmetric composite piezoelectric shells coupled with internal fluid, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , 71 (12), 1412-1435.
- London, A. (1950). Transmission of reverberant sound through double walls. *Journal of the Acoustical Society of America* , 22 (2), 270–279.
- Lu , T., & Xin , F. (2014). *Vibro-Acoustics of Lightweight Sandwich Structures*. Berlin, Heidelberg: Springer Tracts in Mechanical Engineering, Science Press Beijing and Springer-Verlag.
- Mason, J. M., & Fahy , F. J. (1988). The use of acoustically tuned resonators to improve the sound transmission loss of double-panel partitions. *Journal of Sound and Vibration* , 124 (2), 367–379.
- Melosh, R. (1963). Structural analysis of solids. *Journal of the Structural Division* , 205-223.
- Melosh, R. (1963). Structural analysis of solids. *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers* , 205-223.
- Morand, H.-P., & Ohayon, R. (1995). *Fluid-structure interaction*. New York: John Wiley & Sons.
- Novak, R. A. (1992). Sound insulation of lightweight double walls. *Applied Acoustics* , 37 (4), 281–303.
- Önsay, T. (1994). Dynamic interaction between the bending vibrations of a plate and a fluid layer attenuator. *Journal of Sound and Vibration* , 178 (3), 289–313.
- Önsay, T. (1993). Effects of layer thickness on the vibration response of a plate fluid layer system. *Journal of Sound and Vibration* , 163 (2), 231–259.
- Osipov, A., Mees, P., & Vermeir, G. (1997). Low-frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings. *Appl. Acoust.* , 52, 273–288.
- Pan, J., & Bao, C. (1998). Analytical study of different approaches for active control of sound transmission through double walls. *J. Acoust. Soc. Am.* , 103 (4), 1916–1922.

- Panneton, R. (1996). Modélisation numérique tridimensionnelle par éléments finis des milieux poro-élastiques : application au problème couplé élasto-poro-acoustique. *Ph.D. thesis, University of Sherbrooke*. Canada.
- Panneton, R., & Atalla, N. (1996). Numerical prediction of sound transmission through finite multilayer systems with poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100 (1), 346–354.
- Pietrzko, S. J. (1999). Modal testing and analysis of a double structure under operating conditions. *Sixth International Congress on Sound and Vibration*, (pp. 2217–2230). Copenhagen, Denmark.
- Price, A. J., & Crocker, M. J. (1970). Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *Journal of the Acoustical Society of America*, 47 (3), 683–693.
- Price, A. J., & Crocker, M. J. (1970). Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *J. Acoust. Soc. Am.*, 47, 683–693.
- Quirt, J. D. (1983). Sound transmission through windows II. Double and triple glazing. *Journal of the Acoustical Society of America*, 74 (2), 534–542.
- Quirt, J. (1982). Sound transmission through windows I. Single and double glazing. *Journal of the Acoustical Society of America*, 72 (3), 834–844.
- Reddy, J. (2004). *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis* (éd. Second). Boca Raton, FL: CRC Press.
- Rikards, R., Chate, A., & Barkanov, E. (1993). Finite element analysis of damping the vibrations of laminated composites. *Computers & Structures*, 47 (6), 1005–1015.
- Sewell, E. C. (1970). Transmission of reverberant sound through a single leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle. *J. Sound Vib*, 12–21.
- Sgard, F., Atalla, N., & Nicolas, J. (2000). A numerical model for the low frequency diffuse field sound transmission loss of double-wall sound barriers with elastic porous linings. *Journal of the Acoustical Society of America*, 108 (6), 2865–2872.
- Sharp, B. (1978). Prediction methods for the sound transmission of building elements. *Noise Control Eng.*, 11, 53.
- Tadeu, A., & António, J. (2002). Acoustic insulation of single panel walls provided by analytical expressions versus the mass law. *J Sound and Vibration*, 257 (3), 457–75.
- Tadeu, A., & Mateus, D. (2001). Sound transmission through single, double and triple glazing. Experimental evaluation. *Applied Acoustics*, 62, 307–325.
- Tadeu, A., António, J., & Mateus, D. (2004). Sound insulation provided by single and double panel walls. *Appl Acoust*, 65 (1), 15–29.
- Vasques, C., Moreira, R., & Dias, J. (2010). Viscoelastic Damping Technologies Part I: Modeling and Finite Element Implementation. *Journal of Advanced Research in Mechanical Engineering*, 1 (2), 76–95.
- Villot, M., Guigou, C., & Gagliardini, L. (2001). Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures. *J. Sound Vib.*, 245, 433.
- White, P. H., & Powell, A. (1966). Transmission of random sound and vibration through a rectangular double wall. *Journal of the Acoustical Society of America*, 40 (4), 821–832.
- White, P. H., & Powell, A. (1966). Transmission of random sound and vibration through a rectangular double wall. *Journal of the Acoustical Society of America*, 40 (4), 821–832.
- Xin, F., Lu, T., & Chen, C. (2008). Vibroacoustic behavior of clamp mounted double-panel partition with enclosure air cavity. *J. Acoust. Soc. Am.*, 124, 3604–3612.

Zienkiewicz, O., & Taylor, R. (2001). *The finite element method: Volume 1, The basis*. Butterworth-Heinemann.