



HAL
open science

Modélisation d'un collecteur électrostatique compact en régime laminaire pour la capture de bio-particules submicroniques aéroportées

Quentin Lancereau

► **To cite this version:**

Quentin Lancereau. Modélisation d'un collecteur électrostatique compact en régime laminaire pour la capture de bio-particules submicroniques aéroportées. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Grenoble, 2012. Français. NNT : 2012GRENI111 . tel-01686298

HAL Id: tel-01686298

<https://theses.hal.science/tel-01686298>

Submitted on 17 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Mécanique des Fluides, Procédés, Energétique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Quentin LANCEREAU

Thèse dirigée par **Jean Luc Achard**

Co-encadrée par **Jean-Maxime Roux**

préparée au sein du **Laboratoire de *Biologie et d'Architectures
Microfluidiques***

dans l'**École Doctorale Ingénierie, Matériaux, Mécanique,
Énergétique, Environnement, Procédés, Production**

Modélisation d'un collecteur électrostatique compact en régime laminaire pour la capture de bio-particules submicroniques aéroportées

Thèse soutenue publiquement le **12/12/2012**,
devant le jury composé de :

Mr. Jean-Luc Reboud

Professeur des universités au G2ELab à Grenoble, Président

Mr. Lucian Dascalescu

Professeur des universités à l'Université de Poitiers, Rapporteur

Mr. Yves Brunet

Directeur de recherche à l'INRA Bordeaux, Rapporteur

Mr. Jean-Luc Achard

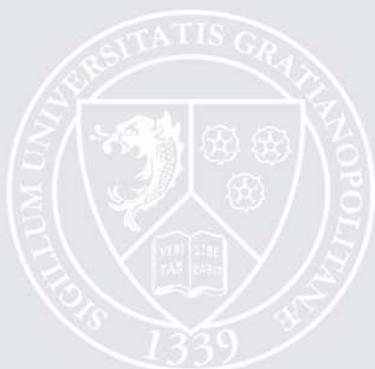
Directeur de recherche au CNRS – LEGI Grenoble, Directeur de thèse

Mr. Roland Sarda Estève

Ingénieur chercheur au CEA Saclay, Examineur

Mr. Jean-Maxime Roux

Ingénieur chercheur au CEA Grenoble, Examineur



Remerciements

La complexité du monde apparait lorsqu'on cherche à le démêler. Et malgré une certaine soif de savoir, on a vite fait de s'y noyer. C'est alors qu'on apprécie de la valeur de ceux qui nous entourent. À ceux qui m'ont aidé durant cette thèse, je leur dois au moins ces quelques mots de remerciements.

Aux membres du jury pour le temps et la patience qu'ils ont su trouver pour prendre connaissance de mes travaux et contribuer à leurs améliorations.

À Jean-Luc Achard qui a toujours trouvé les mots justes pour me sortir des difficultés et m'ouvrir de nouveaux horizons.

À Jean-Maxime Roux pour son expertise et son temps qu'il a partagé avec moi.

À Alain Glière et Pascale Pham pour leur écoute et leurs précieux conseils dans le domaine numérique.

Aux membres du SBSC, LCIV puis LBAM qui m'ont offert les moyens et l'environnement favorable pour réaliser cette thèse.

À Emma qui a toujours été là pour m'encourager dans mes efforts et qui a su me rassurer après mes chutes.

À mon père dont j'ai suivi les traces.

À mon frère et ma sœur qui m'ont « supporté ».

À ma mère chez qui j'ai toujours peu trouver refuge.

À Malika pour ses précieux conseils et corrections.

À Papi et Mamie qui ont apporté un support logistique et moral durant mes escapades parisiennes.

À Mamie Louve qui m'a montré que l'aventure doit être avant tout personnelle pour être digne d'intérêt.

À Papi Loup, que je n'ai pas connu mais dont j'espère m'être montré digne de l'héritage qu'il m'a légué.

À mes amis du CA du GUCEM qui ont été à mes côtés durant ces trois années.

À Manu qui a su cerner mes limites, me les montrer et m'emmener au-delà...

Table des matières

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 : TECHNOLOGIES ET ENJEUX DES COLLECTEURS ELECTROSTATIQUES POUR LA COLLECTE D'AGENTS BIOLOGIQUES AEROPORTES	3
1.1 Contexte et enjeux de la collecte d'agents biologiques aéroportés.....	3
1.1.1 Enjeux.....	3
1.1.2 Bioaérosol et agents biologiques aéroportés	3
1.1.3 Technologies existantes pour la collecte d'agents biologiques aéroportés	4
1.1.4 Méthodes d'analyse.....	6
1.1.5 Analyse des stratégies de collecte	7
1.2 État de l'art des filtres électrostatiques pour la collecte d'agents biologiques aéroportés	8
1.3 Objectifs.....	11
1.3.1 Géométrie	11
1.3.2 Régimes d'écoulement	13
1.3.3 Injection de vapeur	14
1.3.4 Synthèse.....	14
CHAPITRE 2 : MODELISATION DES PHENOMENES PHYSIQUES EN JEU.....	17
2.1 Options sur le traitement du caractère diphasique des divers champs	18
2.1.1 Phase continue.....	18
2.1.2 Phase dispersée.....	19
2.2 Champs électriques relatifs à la phase continue	20
2.2.1 Équation du champ électrique	22
2.2.2 Équation de conservation du courant électrique.....	22
2.2.3 Traitement de la zone d'ionisation	23
2.3 Champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue	24
2.3.1 Bilans de masse de vapeur et du mélange gazeux.....	26
2.3.2 Equation de quantité de mouvement du mélange gazeux	27
2.3.3 Système final d'équations pour les champs hydrodynamiques.....	28
2.4 Champs thermiques relatifs à la phase continue.....	29
2.4.1 Équation de transport de la concentration de vapeur	29
2.4.2 Équation de transport de l'enthalpie.....	29
2.4.3 Équation de transport de la chaleur	31
2.4.4 Système final d'équations pour les champs thermiques.....	32
2.5 Champs électriques relatifs à la phase dispersée.....	34
2.5.1 Charge convective	34
2.5.2 Charge diffusive	34
2.5.3 Couplage des charges diffusive et convective.....	35
2.6 Champs cinématiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée	36
2.6.1 Trajectoire dans l'espace physique.....	36
2.6.2 Bilan de quantité de mouvement.....	36
2.7 Champs thermiques relatifs à la phase dispersée.....	38
2.7.1 Bilan de masse d'une goutte.....	38
2.7.2 Equation de la chaleur d'une inclusion	40
2.8 Équation de transport de la densité de probabilité	42
2.8.1 Bilan de population	42
2.8.2 Sources interfaciales entre la phase continue et la phase dispersée	43
2.8.3 Terme d'interaction entre la densité de particules et la densité de gouttes	44
2.9 Couplage entre les systèmes d'équations relatif aux différents phénomènes physiques	45
CHAPITRE 3 : MISE EN PLACE DES SOUS-MODELES UTILISES ET ANALYSE DE LEURS COUPLAGES	47
3.1 Choix et estimation des échelles	48
3.1.1 Échelles pour les champs électriques relatifs à la phase continue.....	48
3.1.2 Échelles pour les champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue	50
3.1.3 Échelles pour les champs thermiques relatifs à la phase continue	51
3.1.4 Échelles pour les champs électriques relatifs à la phase dispersée	53
3.1.5 Échelles pour les champs cinématiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée.....	54
3.1.6 Échelles pour les champs thermiques relatifs à la phase continue	55
3.1.7 Échelles pour l'équation de transport de la densité de probabilité.....	56
3.2 Champs électriques relatifs à la phase continue	56
3.2.1 Champ électrique.....	57

3.2.2	Potentiel électrique.....	58
3.2.3	Équation de transport de la charge électrique.....	59
3.2.4	Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour les champs électriques.....	61
3.3	<i>Champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue.....</i>	<i>61</i>
3.3.1	Equation de continuité du mélange.....	61
3.3.2	Equation de quantité de mouvement.....	62
3.3.3	Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour les champs hydrodynamiques.....	64
3.4	<i>Champs thermiques relatifs à la phase continue.....</i>	<i>64</i>
3.4.1	Equation de transport de la fraction massique de vapeur.....	64
3.4.2	Equation de transport de la chaleur.....	65
3.4.3	Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour les champs thermiques.....	66
3.5	<i>Champs électriques relatifs à la phase dispersée.....</i>	<i>67</i>
3.5.1	Charge électrique de l'inclusion.....	67
3.6	<i>Champs cinématiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée.....</i>	<i>68</i>
3.6.1	Position de l'inclusion.....	68
3.6.2	Vitesse de l'inclusion.....	69
3.7	<i>Champs thermiques relatifs à la phase dispersée.....</i>	<i>71</i>
3.7.1	Volume de la goutte.....	71
3.7.2	Température de l'inclusion.....	72
3.8	<i>Équation de transport de la densité de probabilité.....</i>	<i>73</i>
3.8.1	Bilan de population.....	73
3.8.2	Sources interfaciales.....	76
3.8.3	Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour la phase dispersée.....	80
3.9	<i>Procédure de dimensionnement analytique d'un collecteur électrostatique fil/cylindre.....</i>	<i>80</i>
3.10	<i>Mise en place des sous-modèles.....</i>	<i>82</i>
3.10.1	Concentrations maximales d'inclusions & sources interfaciales.....	82
3.10.2	Choix des sous-modèles et stratégie de résolution.....	83
CHAPITRE 4 :	ÉCOULEMENTS ELECTRO-HYDRODYNAMIQUES DANS UN ELECTROFILTRE CYLINDRIQUE.....	85
4.1	<i>Décharge couronne le long d'une électrode d'extension finie.....</i>	<i>85</i>
4.1.1	Mise en place du modèle numérique.....	85
4.1.2	Stratégie de résolution.....	89
4.1.3	Résultats numériques.....	92
4.2	<i>Étude des configurations d'écoulement électro-hydrodynamique.....</i>	<i>93</i>
4.2.1	Résolution numérique.....	94
4.2.2	Résultats numériques.....	96
4.3	<i>Conclusion.....</i>	<i>102</i>
CHAPITRE 5 :	COLLECTE DE PARTICULES PAR UN FILTRE ELECTROSTATIQUE CYLINDRIQUE.....	103
5.1	<i>Influence des écoulements secondaires sur le rendement de collecte.....</i>	<i>103</i>
5.1.1	Résolution numérique.....	103
5.1.2	Influence des recirculations électrohydrodynamiques sur la collecte des particules.....	105
5.1.3	Evolution des recirculations en fonction du mode d'injection de l'air.....	109
5.2	<i>Comparaison des modèles numériques et théoriques pour la collecte des particules submicroniques</i> <i>111</i>	
5.2.1	Taille minimale des particules pouvant être capturées.....	111
5.2.2	Evaluation des échelles associées aux grandeurs électriques.....	113
5.2.3	Evaluation de l'échelle de charge électrique acquise par les particules.....	116
5.2.4	Comparaison du rendement de collecte des particules et les résultats numériques.....	117
5.3	<i>Amélioration de la procédure de dimensionnement analytique.....</i>	<i>120</i>
5.4	<i>Conclusion.....</i>	<i>123</i>
CHAPITRE 6 :	AMELIORATION DU COLLECTEUR ELECTROSTATIQUE POUR LA COLLECTE DES PARTICULES SUBMICRONIQUES : AJOUT DE LA VAPEUR.....	125
6.1	<i>Positionnement de l'injection de vapeur.....</i>	<i>125</i>
6.2	<i>Influence de l'injection de vapeur sur les configurations d'écoulement.....</i>	<i>126</i>
6.3	<i>Efficacité de la condensation hétérogène : rendement de condensation.....</i>	<i>129</i>
6.3.1	Résolution numérique : détermination du terme source de densité de particules.....	129
6.3.2	Résultats numériques.....	129
6.4	<i>Transport et croissance des gouttes.....</i>	<i>133</i>
6.5	<i>Conclusion.....</i>	<i>134</i>
CONCLUSION GENERALE.....		135
BIBLIOGRAPHIE.....		137
NOTATIONS.....		142

Table des figures

Figure 1-1 : Comparaison des différentes méthodes de collecte de particules dans l'air en fonction du principe physique mis en œuvre. Les zones de couleurs indiquent les gammes de taille des virus et bactéries (Svarovsky 1981)	6
Figure 1-2 : Domaine de taille des particules biologiques et, en rouge, domaine cible du dispositif	8
Figure 1-3 : Représentation schématique du précipitateur électrostatique avec surface superhydrophobe (EPSS). (a) Vue d'ensemble et (b) vue de la plaque inférieure. (Han et Mainelis 2008).....	9
Figure 1-4 : Géométrie étudiée.....	12
Figure 2-1 : Schéma de principe d'un collecteur électrostatique	17
Figure 2-2 : Schéma de principe d'un collecteur électrostatique semi-humide	17
Figure 2-3 : Schéma de la décharge couronne dans la géométrie fil/cylindre. La ligne pointillée représente la limite extérieure de la zone d'ionisation (Chen et Davidson 2002), <i>échelle non respectée</i>	21
Figure 2-4 : Schéma synthétisant les couplages entre les différents phénomènes	46
Figure 3-1 : Domaine d'étude et limites théoriques de collecte pour différents diamètres de particules.....	81
Figure 3-2 : Synthèse de la modélisation après l'analyse dimensionnelle.	84
Figure 4-1 : Courbes courant/tension pour une géométrie fil/cylindre sans support avec un rayon de cylindre (r_c) de 17 mm, un rayon de fil (r_w) de 50 μm et une longueur de fil de 1 m. Les calculs ont été effectués pour différentes tailles des mailles près du fil adimensionalisées par le rayon du cylindre.....	87
Figure 4-2 : Courbes courant/tension calculées par le modèle analytique de Feng et le modèle numérique pour une géométrie fil/cylindre avec un diamètre de cylindre (D_c) de 34 mm, une longueur (L_c) de 14 cm et un diamètre de fil (D_{fil}) de 100 μm	88
Figure 4-3 : Courbes courant/tension expérimentales, théoriques et simulées pour une géométrie fil/cylindre avec un diamètre de cylindre D_c de 50 mm, de longueur L_c de 10 cm et un diamètre de fil D_{fil} de 50 μm . La mobilité des ions est fixée à $3,17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sV}$ et les points expérimentaux extraits de Galbrun (2007).....	88
Figure 4-4 : Potentiel électrique adimensionnel, le long du fil, pour une tension de 6000 V ($Re_e = 376$).....	91
Figure 4-5 Champ électrique et densité de charge adimensionnels le long du fil pour une tension de 6000 V ($Re_e = 376$).....	91
Figure 4-6 : Densité de charge adimensionnelle ρ_e^* et lignes de champs au sein de l'enceinte de collecte pour une tension de 6500 V ($Re_e = 589$). À gauche, l'ensemble de la zone d'étude est représenté, à droite, un agrandissement de l'extrémité aval de l'électrode de décharge.....	92
Figure 4-7 : Un fil d'acier inox de 100 μm porté à 10 kV dans un cylindre conducteur mis à la masse et rendu transparent grâce à un revêtement d'ITO. Le temps de pose est de 500 ms.	93
Figure 4-8 : Perte de charge (Pa) entre l'entrée et la sortie de la zone d'étude en fonction Re_a pour $Re_e = 960$ avec et sans diffusion numérique GLS dans l'équation de Navier Stokes.	95

Figure 4-9 : Vitesse de l'écoulement d'air et lignes de courant dans deux configurations asymptotiques de l'étude : à gauche, $Re_e = 0$ et $Re_a = 430$; à droite $Re_e = 589$ et $Re_a = 096$	
Figure 4-10 : Vitesse de l'écoulement d'air et lignes de courant pour les quatre configurations d'écoulement observées avec $Re_e = 589$. De gauche à droite, les nombres de Reynolds hydrodynamiques Re_a sont 847, 649, 215 et 43.	97
Figure 4-11 : dV_z^*/dr^* en fonction de z^* le long du fil de décharge, valeurs rapportées à la valeur minimum pour $Re_e = 589$	98
Figure 4-12 : dV_z^*/dr^* en fonction de z^* le long de la paroi du cylindre pour $Re_e = 589$, valeurs rapportées à la valeur maximale.	99
Figure 4-13 : Domaines des différentes configurations et leur limite de bifurcation dans le cadre des limites prises précédemment.	99
Figure 4-14 : Perte de charge (Pa) dans le dispositif de collecte selon les nombres de Reynolds Re_e et Re_a pour les configurations d'écoulement 1 et 2. Cette représentation suggère la formation d'une fronce.	101
Figure 4-15 : Perte de charge (Pa) dans le dispositif de collecte selon les nombres de 101	101
Figure 5-1 : Concentration en particules $n_{p\ tot}$ définie par l'équation (5.1-1)) pour une tolérance relative de 10^{-3} et une tolérance de $3 \cdot 10^{-2}$	104
Figure 5-2 : Diagramme des configurations d'écoulement et les différents points de fonctionnement étudiés , , et	106
Figure 5-3 : Champ de concentration en particules $n_{p\ tot}^*$ avec les lignes de courant de l'écoulement de l'air pour un nombre de Reynolds Re_e de 364 et des particules d'un diamètre d_{p0} de $1 \mu\text{m}$ dans les quatre configurations d'écoulements marquées par le symbole sur la Figure 5-2.....	106
Figure 5-4 : Différents rendements de capture η_{cap} en fonction du diamètre des particules injectées pour les points de fonctionnement présentés sur la Figure 5-2.....	107
Figure 5-5 : Rendement de capture η_{cap} en fonction du diamètre des particules injectées pour deux points de contrôle différents placés sur la fronce principale (et).	108
Figure 5-6 : Coupe d'une fronce exprimée en termes de chute de pression : les solutions stables sont représentées par une ligne continue et la solution hypothétique par une ligne pointillée. Deux points de fonctionnement caractérisés par un même couple de paramètres de contrôle ($Re_e = 376$, $Re_a = 619$ point de fonctionnement) sont rapportés.	108
Figure 5-7 : Rendements de capture η_{cap} en fonction du diamètre des particules injectées pour des points de fonctionnement et appartenant aux configurations 3 et 4 et des nombres de Reynolds électrique de 364 (a) et 927 (b). Une comparaison est effectuée avec les configurations théoriques 0 correspondantes.....	109
Figure 5-8 : Vitesse de l'écoulement et lignes de courant associées pour une injection radiale de l'aérosol dans la configuration 2 et un point de fonctionnement ($Re_e = 607$, $Re_a = 364$). De gauche à droite l'entrée d'air est d'une taille $2h_a/r_c$ de 0.45 (a), 0.75 (b) et 1 (c).....	110
Figure 5-9 : Comparaison des rendements de collecte entre l'injection radiale et axiale en fonction du nombre adimensionnel $2h_a/r_c$ pour le point de fonctionnement $Re_e = 607$ et $Re_a = 364$ (configuration 2) et différents diamètres de particules d_p	111
Figure 5-10 : Diagramme des configurations d'écoulement et les différents points de fonctionnement étudiés , , et . Limites théoriques de collecte pour différents diamètres de particules.	112
Figure 5-11 : Rendements de capture η_{cap} le long de trois limites de collecte données correspondant aux diamètres minimums de 400nm (a), $2\mu\text{m}$ (b) et $4\mu\text{m}$ (c) des particules	

injectées pour des points de fonctionnement ρ_{e0} , ρ_{e1} et ρ_{e2} (voir Figure 5-10).....	113
Figure 5-12 : Comparaison du champ électrique moyenné E_{moy}^* pour deux échelles de champ électrique : celle utilisée précédemment E_0 et une nouvelle échelle de champ électrique E_{th} issue du modèle analytique de Townsend (1914).....	114
Figure 5-13 : Comparaison de la densité de charge moyenne $\rho_{e moy}^*$ dans la zone de collecte adimensionalisée par l'échelle de la densité de charge utilisée précédemment ρ_{e0} et par une nouvelle échelle de la densité de charge moyenne calculée à partir du modèle de Townsend ρ_{th}	115
Figure 5-14 : Comparaison de la densité de charge moyenne le long du fil $\rho_{ew moy}^*$ de décharge adimensionalisée par l'échelle de la densité de charge utilisée précédemment ρ_{e0} et par une nouvelle échelle de la densité de charge moyenne calculée à partir du modèle de Townsend $\rho_{e0 th}$	116
Figure 5-15 : Comparaison de $q_{p moy}^*$, charge moyenne des particules dans la zone de collecte adimensionalisée par l'échelle q_{p0} , et $q_{p moy}^* q_{p0} / q_{p0 th}$ la charge moyenne des particules dans la zone de collecte adimensionalisée par l'échelle $q_{p0 th}$	117
Figure 5-16 : Comparaison du rendement de collecte des particules η_{coll} / D_{ep} ramené à l'échelle du nombre de Deutsch D_{ep} et de ce même nombre ramené au nouveau nombre de Deutsch $D_{ep th}$	118
Figure 5-17 : Rendement de collecte des particules ramené au nouveau nombre de Deutsch $D_{ep th}$ en fonction de la configuration d'écoulement.....	119
Figure 5-18 : Rendement de collecte des particules η_{coll} déterminé numériquement en fonction du nouveau nombre de Deutsch $D_{ep th}$	119
Figure 5-19 : Longueur du fil de décharge pour différents diamètres de particules d'intérêts en fonction du débit d'air minimal à filtrer. Le calcul a été effectué pour $Re_{e th max} = 1000$	121
Figure 5-20 : Volume total d'un dispositif composé de collecteurs en parallèle selon le nombre de collecteurs nécessaires pour filtrer l'air au débit de 100 L/min.....	122
Figure 5-21 : Surface totale de collecte d'un dispositif composé de collecteurs en parallèle selon le nombre de collecteurs nécessaires pour filtrer l'air au débit de 100 L/min.....	123
Figure 6-1 : Rendement de collecte des particules η_{coll} en fonction de la position radiale d'injection axiale pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364$, $Re_a = 103$) : à gauche, pour des particules d'un diamètre d_p de 400 nm ; à droite, pour des particules d'un diamètre d_p de 2 μ m.....	125
Figure 6-2 : Lignes de courant en l'absence de supports pour le fil, pour un débit de vapeur Q_v de 1 L/min, un débit d'air Q_a de 30 L/min en l'absence de décharge (tension U_0 de 0V) avec : à gauche, la concentration massique de vapeur y_v ; à droite, la vitesse de l'écoulement.....	127
Figure 6-3 : Comparaison de la vitesse de l'écoulement du mélange air/vapeur et lignes de courant entre un collecteur à l'endroit (a) et (c) ($P_g = 2,3$) et un collecteur à l'envers (b) et (c) ($P_g = -2,3$). Les points de fonctionnement sont ($Re_v = 114$, $Re_e = 364$), avec $Re_a = 100$ pour (a) et (b) et avec $Re_a = 415$ pour (c) et (d).....	128
Figure 6-4 : Comparaison rendement de collecte entre la configuration perturbée par la poussée d'Archimède ($P_g > 0$) et la configuration non perturbée ($P_g < 0$) pour $Re_e = 364$ et les configurations d'écoulement 1 ($Re_a = 887$), 2 ($Re_a = 618$) et 3 ($Re_a = 316$)......	128

Figure 6-5 : Évaluation de l'amélioration du rendement grâce à l'injection de vapeur dans la configuration 4 ($Re_e = 364$ et $Re_a = 104$) : rendement de capture sans injection de vapeur ($Re_v = 0$) déjà présentée dans le chapitre 5 et rendement de capture, de condensation et somme des deux pour $Re_v = 114$.	130
Figure 6-6 : Évaluation de l'amélioration du rendement grâce à l'injection de vapeur dans la configuration 3 ($Re_e = 364$ et $Re_a = 326$) : rendement de capture sans injection de vapeur ($Re_v = 0$) déjà présentée dans le chapitre 5 et rendement de capture, de condensation et somme des deux pour $Re_v = 114$.	131
Figure 6-7 : Terme d'interaction total $S_{pc\ tot}^*$ de condensation des particules et lignes de courant pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364$, $Re_a = 326$) et des particules d'un diamètre d_{p0} de 200 nm	131
Figure 6-8 : Terme d'interaction total $S_{pc\ tot}^*$ de condensation des particules et les lignes de courant pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364$, $Re_a = 618$) et des particules d'un diamètre d_{p0} de 200 nm, centré sur la recirculation aval	132
Figure 6-9 : $S_{pc\ tot}^*$ et les lignes de courant pour $Re_e = 364$ et $Re_a = 618$ et $d_{p0} = 200$ nm, centré sur la principale zone de condensation	133

Liste des tableaux

Tableau 1.2-1 : Études des précipitateurs électrostatiques (ESP) conçus pour la collecte d'agents biologiques et leurs caractéristiques; les astérisques indiquent les paramètres déduits des données publiées (Roux et col. 2013).....	10
Tableau 1.3-1 : Matériaux utilisés dans cette étude et leurs propriétés physiques à la pression atmosphérique.....	13
Tableau 1.3-2 : Autres données numériques utilisées dans cette étude.....	13
Tableau 2.7-1 : Nombre de Péclet massique d'une goutte en fonction de son diamètre.....	38
Tableau 2.7-2 : Nombre de Péclet thermique en fonction du diamètre de l'inclusion.....	41
Tableau 3.1-1 : Viscosité dynamique η , conductivité thermique λ et capacité thermique massique C_p pour de l'air sec, de la vapeur d'eau et un mélange de vapeur et d'air correspondant à 80 % d'humidité à la température ambiante.	53
Tableau 3.8-1 : Signification des différents nombres adimensionnels pour la phase dispersée	75

Introduction

La détection d'agents biologiques dans l'air ambiant est devenue un enjeu majeur pour la surveillance de la qualité de l'air ; cet enjeu est plus particulièrement critique en environnement hospitalier et dans la lutte contre le bioterrorisme. Dans ce contexte, la miniaturisation des dispositifs d'analyse permet d'envisager une utilisation directement sur la zone d'étude. Mais plusieurs points bloquants sont encore à surmonter, notamment ceux concernant la filtration de l'air afin de produire un échantillon concentré analysable. Cette étape appelée collecte est déjà réalisée par de nombreux dispositifs commerciaux dédiés aux bactéries et aux champignons. En revanche, ces dispositifs généralement fondés sur l'emploi de forces inertielles sont peu efficaces pour la collecte de particules submicroniques comme par exemple les virus ; quant à ceux fondés sur des membranes, il ne permettent pas une extraction facile de l'échantillon à analyser.

Depuis quelques années, de nouveaux dispositifs fondés sur la précipitation électrostatique sont considérés. Cette technologie fondée sur le phénomène de décharge couronne est plus performante pour la collecte des nanoparticules. De plus, ces dispositifs présentent de très faibles pertes de charge, nécessitent peu d'énergie pour fonctionner et peuvent ainsi être utilisés sur la zone d'étude.

Au-delà du type de collecteur, l'emplacement, le débit d'air filtré et le nombre de collecteurs à mettre en œuvre en fonction de la taille de la zone d'étude ne font pas l'objet d'un consensus. On peut distinguer deux stratégies possibles :

- 1) soit l'utilisation d'un unique collecteur filtrant un débit d'air important (> 50 L/min).
- 2) soit l'utilisation de multiples collecteurs autonomes, filtrant des débits d'air plus faibles (< 20 L/min), disséminés dans la zone d'étude.

Aucune des deux stratégies ne pouvant être privilégiée, la compacité ainsi qu'une bonne performance de collecte restent des objectifs à atteindre communs aux deux. Pour cela, cette étude se limite au régime laminaire. Ce choix est classique dans les collecteurs électrostatiques de bio-particules, et avantageux comme nous le verrons ; il est possible compte tenu des faibles débits d'air à analyser mais n'est pas sans conséquence sur la structure de l'écoulement. En effet, dans ce régime la formation de zones de recirculation électrohydrodynamique qui perturbent la collecte n'est pas exclue. Ces zones doivent donc être caractérisées et leur influence quantifiée. De plus, on étudiera l'impact de l'injection de vapeur sur l'amélioration des performances de capture des bio-particules par les filtres électrostatiques ; cette solution a été proposée dans notre laboratoire (Galbrun, 2008).

Une compréhension des nombreux phénomènes physiques mis en jeu possédant de fortes interactions peut difficilement être acquise en multipliant les études expérimentales. Une modélisation précise de ces phénomènes physiques, suivie d'une simulation numérique, s'avère nécessaire. La modélisation s'appuiera sur une analyse dimensionnelle rigoureuse permettant la détermination des nombres adimensionnels pertinents et facilitant la résolution numérique.

Au-delà de la compréhension des phénomènes physiques présents, un outil de dimensionnement sera visé dans ce travail pour guider le concepteur et apporter des perspectives d'évolution.

Le premier chapitre présente de manière plus exhaustive le contexte de cette étude, les technologies existantes et les objectifs poursuivis. Le deuxième chapitre présente l'ensemble des phénomènes mis en jeu dans un collecteur électrostatique, notamment lorsqu'il y a injection de vapeur. Le chapitre 3 présente une analyse dimensionnelle qui permet une

Introduction

simplification des équations, l'établissement d'une première procédure de dimensionnement et la définition de sous-modèles relatifs à chaque classe de phénomène. Ces sous-modèles ont été en partie résolus numériquement par le logiciel Comsol Multiphysics. Le chapitre 4 analyse le phénomène de décharge couronne dans une géométrie réaliste : la prise en compte des extrémités de la zone de décharge entraîne une compréhension nouvelle de l'effet de la décharge couronne sur l'écoulement de l'air. Différentes configurations d'écoulement ont été ainsi définies. Le chapitre 5 analyse l'influence de ces configurations sur la collecte de particules. De plus, une analyse critique de la procédure de dimensionnement a été réalisée permettant son amélioration et son exploitation. Le chapitre 6 présente l'influence de la vapeur sur les configurations d'écoulement précédemment définies ainsi qu'une étude partielle montrant l'intérêt et les limites de l'injection de vapeur. Ce chapitre se termine par la présentation des tentatives de résolution numérique de l'ensemble du phénomène de condensation hétérogène.

Chapitre 1 : Technologies et enjeux des collecteurs électrostatiques pour la collecte d'agents biologiques aéroportés

1.1 Contexte et enjeux de la collecte d'agents biologiques aéroportés

1.1.1 Enjeux

Le suivi des particules aéroportées est devenu un enjeu majeur pour la surveillance de l'environnement et l'évaluation du risque sanitaire. Les particules nocives, pour l'homme ou l'animal, résultent de l'activité humaine dans les grandes villes (pollution due aux nanoparticules), d'accidents (maladies nosocomiales, infections vétérinaires) (Douwes et col. 2003) ou encore d'agressions (attaques bioterroristes) (Relman 2006).

Les effets de l'ensemble des particules sur la santé humaine ou animale font l'objet de nombreuses études qui ont permis la mise en place de certaines normes, notamment sur les particules fines. Néanmoins leur rôle ne fait pas l'objet d'un consensus bien qu'un impact semble certain sur la propagation des maladies nosocomiales, d'infections et de syndromes respiratoires et le développement de certains cancers (Douwes et col. 2003). Le coût sociétal et économique est donc potentiellement important. Mais il reste difficile à évaluer en l'absence d'une méthode de caractérisation générique, fiable et normalisée des agents biologiques présents dans l'air.

Caruana (2011) a fait une synthèse bibliographique sur la détection et l'analyse des particules biologiques aéroportées. La suite de ce chapitre s'en inspire en partie.

1.1.2 Bioaérosol et agents biologiques aéroportés

Le terme bioaérosol fait ici référence aux particules liquides ou solides d'origine biologique charriées par un gaz.

Les bioaérosols comme les spores, les virus et les pollens, sont d'une très grande diversité. Ces particules ont une origine naturelle et sont produites par les plantes ou les animaux. Suivant leur taille, elles peuvent parcourir une plus ou moins grande distance avant de retomber sur le sol. Les pollens, par exemple, malgré leur grande taille, 9 à 400 μm , peuvent parcourir des dizaines de kilomètres dans l'atmosphère avant de se déposer sur le sol (Brunet et col. 2002; Brunet 2006). D'autres bioaérosols plus petits comme les endospores peuvent parcourir d'encore plus grandes distances dans l'air et être présents à de plus hautes altitudes.

Des gouttes contaminées par des agents biologiques peuvent se former, par les vagues ou la pluie, et former ainsi des bioaérosols. L'activité humaine est également à l'origine de bioaérosols. D'une manière générale, ils sont très hétérogènes et donc difficiles à caractériser.

Une classification des bioaérosols (Caruana 2011) est présentée ici. Elle n'a pas pour but d'être exhaustive, mais de montrer leur diversité :

Chapitre 1 :

– Les pollens ont une taille de l'ordre de 9 à 400 μm . Ils ont fait l'objet de nombreuses études qui ont permis d'évaluer leur impact sur la santé. Ils sont peu toxiques, mais peuvent déclencher une réaction allergique pour environ 15 % de la population humaine. De plus, ils sont très résistants et peuvent conserver leurs propriétés durant plusieurs semaines.

– Les bactéries sont plus petites que les pollens (1 à 5 μm). Elles sont les cellules les plus communes parmi les bioaérosols. Elles peuvent être présentes dans l'air seules ou de manière agglomérées avec des particules solides ou encore contenues dans des gouttes d'eau. Suivant leur nature, l'ensoleillement, la température et le taux d'humidité, leur durée de survie est de plusieurs heures à plusieurs jours. Cela leur permet de contaminer l'ensemble des milieux où elles peuvent se développer. Elles sont loin d'être toutes toxiques, mais certaines sont à l'origine de maladies mortelles et représentent une menace importante.

– Les endospores sont produites par certaines bactéries, dont les plus courantes, lorsqu'elles sont soumises à un stress ou des conditions difficiles. Elles sont plus petites que les bactéries (0,5 à 2 μm) et extrêmement résistantes, survivant dans les conditions les plus hostiles de température et d'humidité. Comme les spores, elles peuvent entraîner des réactions allergiques, voir être pathogènes comme *B. anthracis* qu'on associe généralement au bioterrorisme (Relman 2006).

– Les spores sont produites par certaines plantes et certains champignons pour se reproduire. Elles sont d'une taille généralement comprise entre 1 et 10 μm . Elles peuvent survivre des années et entraîner des réactions allergiques. Certaines d'entre elles qui sont pathogènes ou produisent des toxines, sont particulièrement dangereuses pour la santé.

– Les virus sont plus petits que les agents biologiques présentés jusqu'ici. Ils ont une taille généralement comprise entre 10 et 300 nm. Mais ils sont rarement présents de manière isolée dans l'air. Ils sont soit contenus dans une cellule infectée, soit agglomérés à une particule solide soit contenus dans une goutte d'eau. Selon les virus et les conditions environnementales, leur viabilité peut être de quelques minutes à plusieurs jours en dehors d'un hôte. Ils représentent donc un risque important de contamination par l'air qui n'est pas encore évalué.

– Les nanoparticules inertes ne sont pas des agents biologiques. Mais elles ont un effet sur la santé et sont donc importantes à caractériser. Les effets de celles produites par l'homme sont très mal connus, en particulier lorsqu'elles sont aéroportées.

Au final, les agents biologiques aéroportés sont d'une gamme de tailles extrêmement étendue, allant de quelques nanomètres à plusieurs dizaines de microns. De plus, les processus d'agglomération entre les différentes particules obligent les dispositifs de suivi à analyser toutes les particules de taille supérieure à celle des particules d'intérêt. Dans cette étude, on considérera qu'il faut capturer les particules de taille supérieure à 100 nm pour pouvoir capturer la majorité des particules présentes dans l'air.

1.1.3 Technologies existantes pour la collecte d'agents biologiques aéroportés

Différents collecteurs de particules ont déjà été développés et commercialisés. On peut les regrouper selon les principes physiques qu'ils utilisent.

1) Les filtres à membranes

Les filtres fondés sur l'emploi d'une membrane solide apparaissent comme le mode de collecte le plus performant pour les particules submicroniques. Ces filtres sont en effet très utilisés pour nettoyer l'air et caractériser les aérosols du point de vu physico-chimique (Baron

2001). Ils commencent à être utilisés pour l'analyse biologique (Chen et Li 2005). Cependant, les particules une fois collées ou coincées dans les fibres des filtres sont difficiles à extraire pour analyse. De plus, l'écoulement d'air autour des microorganismes tend à les dessécher altérant ainsi leur viabilité (Wang et col. 2001). Enfin, la perte de charge occasionnée par le filtre augmente grandement la consommation énergétique du collecteur et son encombrement.

2) Les impacteurs

Le principe des impacteurs est de projeter l'aérosol vers une paroi de collecte en jouant sur son inertie. La collecte sur la paroi est assurée en la revêtant par un milieu de culture ou par une lame liquide, le plus souvent d'eau. Ils sont le plus souvent portables et peu chers. Mais les impacteurs ne permettent pas la collecte des particules submicroniques (Li 1999). En effet, leur inertie est trop faible pour permettre leur collecte par un impacteur sans réduire la viabilité de l'échantillon (Stewart et col. 1995).

3) Les cyclones

En faisant circuler l'aérosol dans une géométrie spécifique, un cyclone peut se former et être utilisable pour la collecte des particules aéroportées. Sous l'effet de la force centrifuge, les particules, plus denses que l'air, sont éjectées vers l'extérieur du cyclone. Elles peuvent alors être collectées sur la paroi du dispositif. Cette technologie a été améliorée en utilisant de l'eau dans le dispositif pour recouvrir la paroi de collecte. De plus, l'air est injecté par des buses orientées vers la paroi pour utiliser le principe d'impaction de manière combinée avec l'effet cyclone (Willeke et col. 1998). Ce dernier dispositif, appelé BioSampler, est devenu une référence pour la collecte de bioaérosol. Il collecte avec un rendement supérieur à 90 % les particules de taille supérieure à 500 nm. Mais là encore, cette technologie est très sensible à la taille des particules et peut réduire la viabilité de l'échantillon (Lin et col. 2000).

4) Les systèmes à condensation

Cette technologie consiste à injecter de la vapeur d'eau dans un collecteur aux parois réfrigérées afin de faciliter la capture des plus petites particules par les technologies précédemment présentées. Ce principe éprouvé dans les compteurs à noyaux de condensation (Sem 2002; Hering et col. 2005) a notamment été combiné avec celle de l'impaction (Weber et col. 2001; Orsini et col. 2003). Ce dispositif de collecte appelé PILS pour Particules-Into-Liquid Sampler est devenu un dispositif de collecte de référence dans les études des aérosols atmosphériques.

5) Les filtres électrostatiques

Les précipitateurs électrostatiques fondés sur l'emploi d'une « décharge couronne » sont connus pour être très efficaces y compris sur les nanoparticules (Borra 2006). En outre, ils présentent de très faibles pertes de charge et donc offrent un avantage important pour la réalisation de systèmes portables devant consommer peu d'énergie. Cette technologie a été éprouvée pour la filtration de grands débits de fumées produites par les centrales thermiques, cimenteries et aciéries, etc (Jaworek et col. 2007). Elle est également utilisée pour le comptage des particules aéroportées à des débits beaucoup plus faibles. Mais elle n'a été utilisée que très récemment pour la collecte d'agents biologiques aéroportés. Ce point est étudié plus en détail dans la section 1.2.

En conclusion la Figure 1-1 montre des rendements typiques de collecte selon la taille des aérosols pour chaque technologie utilisée.

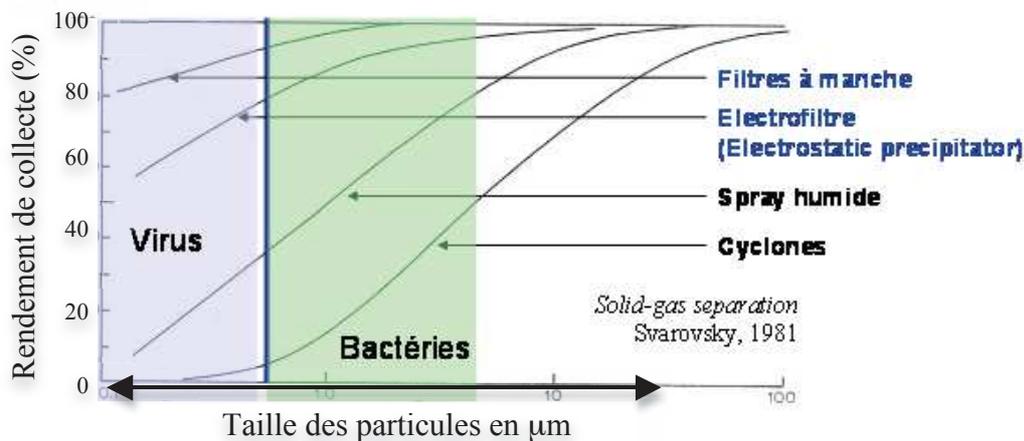


Figure 1-1 : Comparaison des différentes méthodes de collecte de particules dans l'air en fonction du principe physique mis en œuvre. Les zones de couleurs indiquent les gammes de taille des virus et bactéries (Svarovsky 1981)

Malgré toutes ces technologies, selon Caruana (2011), le collecteur idéal capable de capturer l'ensemble des bioaérosols avec une grande efficacité tout en conservant une bonne viabilité reste encore à inventer.

1.1.4 Méthodes d'analyse

On peut distinguer deux stratégies d'analyse des bioaérosols. La première consiste à analyser les particules biologiques après capture, lorsqu'elles sont en phase liquide. La seconde consiste à analyser les bioaérosols directement dans l'air. La première approche peut s'appuyer sur les développements des analyses des agents biologiques non aéroportés, mais la deuxième permet une détection quasi instantanée.

1) Culture microbienne

La méthode d'analyse des agents biologiques la plus ancienne est la culture microbienne. L'échantillon est étalé sur un milieu favorable à leur développement. Après plusieurs jours, les microorganismes se sont multipliés, formant des colonies qui peuvent être facilement dénombrées. Cette technique d'analyse est très éprouvée et a l'avantage de ne prendre en compte que les microorganismes vivants et cultivables et donc potentiellement contaminants. Il faut en revanche que la méthode de collecte préalable ne diminue pas la cultivabilité des microorganismes analysés. De plus, cette méthode d'analyse est lente, car elle nécessite une incubation d'au moins 24 h. Elle ne pourra donc pas être utilisée pour l'analyse en continu des bioaérosols. Toutefois, elle reste une référence pour de nombreuses études.

2) Analyses ADN

Les analyses ADN par amplification et séquençage sont devenues accessibles et commencent à sortir des laboratoires d'analyse. En effet, des progrès importants concernant la miniaturisation et la rapidité d'analyse ont été réalisés dernièrement. Des techniques comme la qPCR (quantitative polymerase chain reaction) sont devenues extrêmement sensibles et peuvent détecter en théorie de manière spécifique une bactérie isolée. Les particules

biologiques n'ont pas besoin d'être viables pour être détectées, mais une étape de collecte et de préparation de l'échantillon est nécessaire.

3) Analyse fondée sur les détections de protéine

L'analyse fondée sur les détections de protéine est tout aussi sensible. Certaines d'entre elles comme la méthode ELISA (enzyme-linked immunosorbent assay en anglais) ont su allier une préparation minimale d'échantillon et une excellente sensibilité. Elles ont en outre fait leurs preuves sur le terrain. Mais ces méthodes d'analyse nécessitent une connaissance préalable des agents éventuellement présents dans l'échantillon. Cependant, grâce à leur miniaturisation, elles peuvent être parallélisées notamment par l'utilisation de MEMS (microsystème électromécanique).

Ces deux dernières méthodes sont plus chères que l'analyse par culture. Mais leur très grande sensibilité et spécificité leur donne un avantage certain pour des analyses ponctuelles et les diagnostiques où l'identification est requise.

4) Analyse physique

L'analyse physique des particules biologiques peut être utilisée pour leur identification. La plus ancienne est la microscopie. Mais d'autres techniques comme le piège volumétrique des spores de Burkard (Burkard volumetric spore trap) permettent une sélection selon la taille des particules visées et sont très utilisées pour le suivi des pollens. La technique d'analyse la plus utilisée est fondée sur la diffusion de la lumière. Elle a été éprouvée pour le suivi de la taille des particules aéroportées. Mais elle est non spécifique, et, dans sa configuration originelle, ne permet pas la distinction des particules biologiques des autres particules. L'ajout de la fluorescence permet de faire cette distinction, mais cette méthode est encore loin de pouvoir distinguer différentes espèces biologiques. La spectrométrie de masse est beaucoup plus sensible, mais est extrêmement chère et nécessite une grande expertise. Cette dernière méthode est donc encore loin de pouvoir sortir des laboratoires d'analyse.

Donc au vu des méthodes d'analyse actuelle, l'étape de collecte d'un échantillon, ici un bioaérosol, est nécessaire pour sa caractérisation dans la majorité des cas.

1.1.5 Analyse des stratégies de collecte

Les deux stratégies précédemment évoquées en introduction ont chacune leurs intérêts. La stratégie du collecteur unique permet d'intégrer les dispositifs d'analyse les plus pointus permettant ainsi une détection spécifique extrêmement précise. En revanche, la présence de poches de recirculation est généralement inévitable. Ces zones sont autant d'endroits où l'air n'est pas filtré et donc contient potentiellement des particules non détectées. Ces zones mortes peuvent être supprimées, mais au prix d'un système de circulation de l'air parfaitement adapté et intégré dans la zone d'étude, ce qui est forcément coûteux. De même en extérieur, ce type de collecteur a un rayon d'action limité pouvant évoluer en fonction du vent. Autre désavantage, compte tenu des débits d'air nécessaires et donc des dimensions du collecteur, il est difficilement envisageable d'avoir un dispositif portable. Il pourra au mieux, avec un certain effort d'optimisation, être transportable d'une zone d'étude à une autre ou être embarqué dans un avion pour des mesures en altitude (Brunet et col. 2002).

La stratégie des multiples collecteurs autonomes permet d'avoir des collecteurs filtrant des débits plus faibles. Les dispositifs associés pourront alors être portables, ce qui facilite

leur déploiement et multiplie leurs modes d'usage potentiels. Ils pourront être simplement disséminés dans la zone d'étude, ou alors portés par un individu. On peut également penser à l'intégrer à un drone qui pourrait patrouiller dans l'ensemble de la zone d'étude. Si l'analyse peut être intégrée, les contraintes en terme d'encombrement et d'autonomie limiteront sûrement sa précision.

Ces deux stratégies sont donc parfaitement complémentaires et aucune des deux ne peut à l'heure actuelle être privilégiée. Mais comme évoqué en introduction, le bon compromis entre performance de collecte et compacité du dispositif est à trouver pour les deux stratégies.

1.2 État de l'art des filtres électrostatiques pour la collecte d'agents biologiques aéroportés

On se propose donc de développer un dispositif portable autonome de collecte de microorganismes dans l'air sur toute leur gamme de taille allant de 100 nm à 10 µm (voir Figure 1). Mais il est intéressant que les pollens puissent être également récoltés.

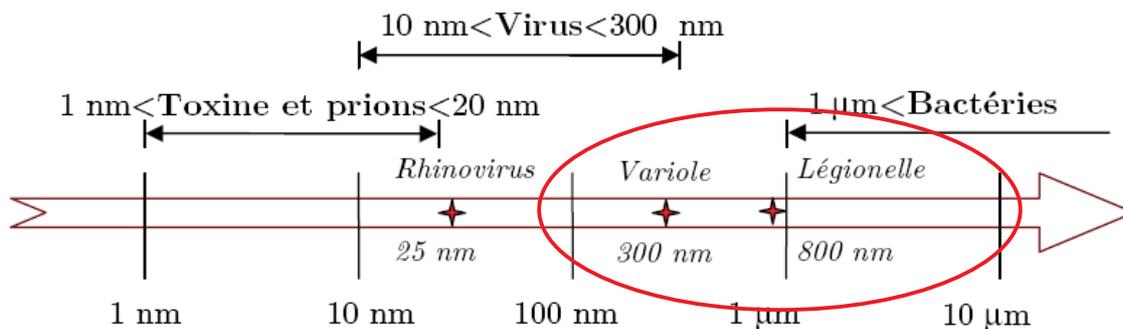


Figure 1-2 : Domaine de taille des particules biologiques et, en rouge, domaine cible du dispositif

La technologie de collecte par électrofiltre a été choisie, car elle permet une récupération aisée des particules, à la différence des filtres, et offre de meilleurs rendements de collecte que les cyclones et les impacteurs pour les particules submicroniques. De plus, elle peut être utilisée pour les deux stratégies de collecte présentée précédemment, car elle consomme peu d'énergie tout en filtrant un débit d'air important.

Notre travail a pu s'appuyer sur de nombreuses études voisines relevant du dépolluissage industriel (Townsend 1914; Deutsch 1922; White 1951; White 1963; Atten et col. 1987; Yamamoto 1989; Mizuno 2000). De plus, comme noté précédemment, cette technologie a commencé à être étudiée pour la collecte d'agents biologiques récemment. Roux et col. (2013) a proposé une étude bibliographique sur ce sujet. Elle est présentée de manière synthétique dans le Tableau 1.2-1.

On peut constater que la majorité des travaux ont été effectués par les équipes de Mainelis, Han et Yao. Ces auteurs ont commencé à utiliser les collecteurs électrostatiques afin de diminuer le stress subi par les agents biologiques collectés, par rapport aux dispositifs de collecte par impaction (Mainelis 1999). En effet, la vitesse terminale des particules lors de leur contact avec la paroi de collecte est fortement réduite dans le cas d'un collecteur électrostatique, ce qui permet d'augmenter la viabilité des agents récoltés. Les rendements de

collecte d'agents biologiques viables sont en effet cinq à dix fois supérieur à ceux qui sont mesurés dans le système de collecte de référence par impaction (BioStage impactor) (Yao et Mainelis 2006) et par cyclone (BioSampler) (Yao et col. 2009). Ils ont alors cherché à augmenter le débit d'air filtré (Han et col. 2009) en utilisant un étage de concentration comme le propose à Sillanpää (2008). Il en résulte une forte augmentation de la complexité du dispositif.

Leur dernier dispositif testé comprend un étage de charge des particules suivi d'un étage de collecte. Ce dernier est composé d'un demi-cylindre polarisé (voir Figure 1-3). Cette géométrie permet à la zone de collecte d'être plane et donc de pouvoir faire l'objet d'un traitement de surface spécifique. La surface est rendue ainsi ultra hydrophobe, facilitant la collecte de l'échantillon lors du rinçage grâce à l'effet Lotus. Une très faible quantité de liquide de rinçage est alors nécessaire (5 μ l), il en résulte une forte concentration de l'échantillon. Malgré tout, le débit d'air filtré reste faible.

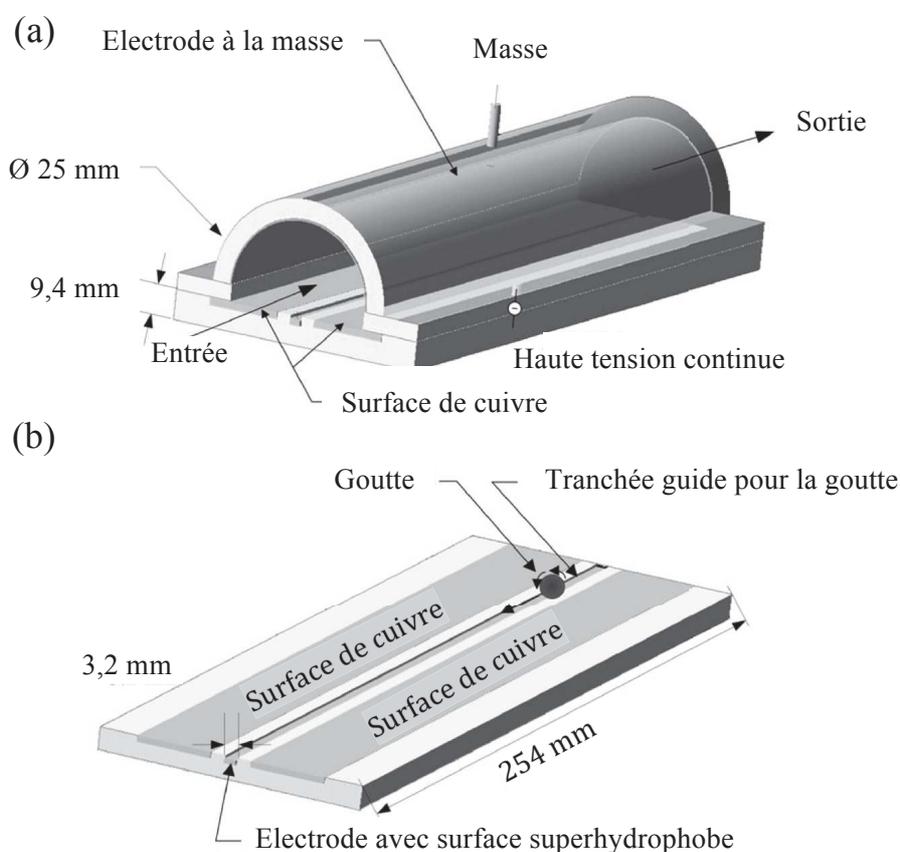


Figure 1-3 : Représentation schématique du précipitateur électrostatique avec surface superhydrophobe (EPSS). (a) Vue d'ensemble et (b) vue de la plaque inférieure. (Han et Mainelis 2008)

Références	Étage(s)	Débit (L/min.)	Tension appliquée (kV)	Distance entre les électrodes (cm)	Champ électrique (kV/cm)	Aérosols testés
Tan <i>et col.</i> (2011)	Étage de Charge Étage de Collecte	1,2	+/- 20	4,5 (condensateur hémisphérique)	0,23 - 200	Intérieur et extérieur aérosol bactérien
Han <i>et col.</i> (2010) Han & Mainelis (2008)	Étage de Charge Étage de Collecte	10	-7	2,5 (demi-cylindre)	-2,8	<i>Bacillus subtilis</i> <i>Pseudomonas fluorescens</i>
Han <i>et col.</i> (2009)	Étage de Concentration Étage de Charge Étage de Collecte	1 st étage: 100 étages ESP: 3	3	0,6 (condensateur plan)	5,0*	Particules de Chlorure de Sodium (NaCl) et particules atmosphériques
Han <i>et col.</i> (2009)	Étage de Concentration Étage de Charge Étage de Collecte	1 st étage: 100 étages ESP: 3	10	1 (condensateur plan)	10,0	Particules de Chlorure de Sodium (NaCl) et particules atmosphériques
Yao <i>et col.</i> (2009)	Aucun étage de Charge Étage de Collecte	12,5	10*	8,0 (condensateur plan)	1,25	Allergènes et Toxines
Sillanpää <i>et col.</i> (2008)	Étage de Concentration Étage unique ESP	1 st étage: 100 étages ESP: 1,8	18*	3,4 (pointe plan)	5,3	Particules de latex, particules fluorescentes et particules atmosphériques
Madsen & Sharma (2008)	Étage unique ESP	3500	2,7			air prélevé dans une usine de biocarburant
Yao & Mainelis (2006)	Aucun étage de Charge Étage de Collecte	10	8	1,6 (condensateur plan)	5,0	particules intérieures et extérieures, champignons extérieurs
Mainelis <i>et col.</i> (2002)	Étage de Charge Étage de Collecte	4	+/- 4	0,5 (condensateur plan)	+/- 8,0	<i>Bacillus subtilis</i> <i>Penicillium brevicompactum</i> <i>Pseudomonas fluorescens</i>
Mainelis <i>et col.</i> (1999)	Aucun étage de Charge Étage de Collecte	1			4,2	<i>Bacillus subtilis</i> <i>Mycobacterium bovis</i> <i>Pseudomonas fluorescens</i>

Tableau 1.2-1 : Études des précipitateurs électrostatiques (ESP) conçus pour la collecte d'agents biologiques et leurs caractéristiques; les astérisques indiquent les paramètres déduits des données publiées (Roux et col. 2013)

1.3 Objectifs

L'objectif final de cette étude est de comprendre les phénomènes mis en jeu lors de la collecte de particules submicroniques par un type de collecteur électrostatique qui va être décrit. Une attention particulière sera portée sur les interactions entre les phénomènes physiques.

1.3.1 Géométrie

La géométrie choisie pour le collecteur est du type fil/cylindre. En effet, elle est le meilleur compromis entre une section de passage importante pour maximiser le débit d'air, une importante zone de charge et de collecte des particules afin d'avoir des rendements importants, et une faible surface de collecte limitant le volume de l'échantillon après rinçage.

Le dispositif de collecte est modélisé par la géométrie simplifiée représentée dans la Figure 1. Elle est constituée d'un fil de rayon r_w au centre d'un cylindre de rayon r_c . Ce fil de longueur L_w , est tendu entre deux supports qui sont représentés dans cette étude par deux sphères de rayon r_s . La paroi de collecte du cylindre est conductrice et portée à la masse. Le fil et les sphères de support, placés en regard de cette plaque, sont portés au potentiel U_0 . Les bras de maintien des supports sont isolants et ne sont pas représentés ; ils ne seront pas pris en compte. L'aérosol, constitué d'air ambiant chargé en particules solides, circule dans le cylindre de haut en bas avec un débit Q_a de l'ordre de la dizaine de litres par minute, à la température T_{amb} , pour une pression p_{ref} en sortie.

Les conditions expérimentales qu'il est possible d'envisager pour contrôler l'écoulement en amont et en aval de la zone de collecte, peuvent être très variées. Dans un souci de donner à la présente étude un caractère encore plus générique, le cylindre de collecte aurait pu être prolongé à l'infini. Pour des raisons de commodité numérique, il a été prolongé en amont et en aval d'une distance L_c ; cette distance a été choisie de sorte que l'écoulement se trouve établi dans chaque zone avec une bonne approximation pour tous les débits étudiés. Enfin, une telle configuration peut être considérée comme axisymétrique (r, z) .

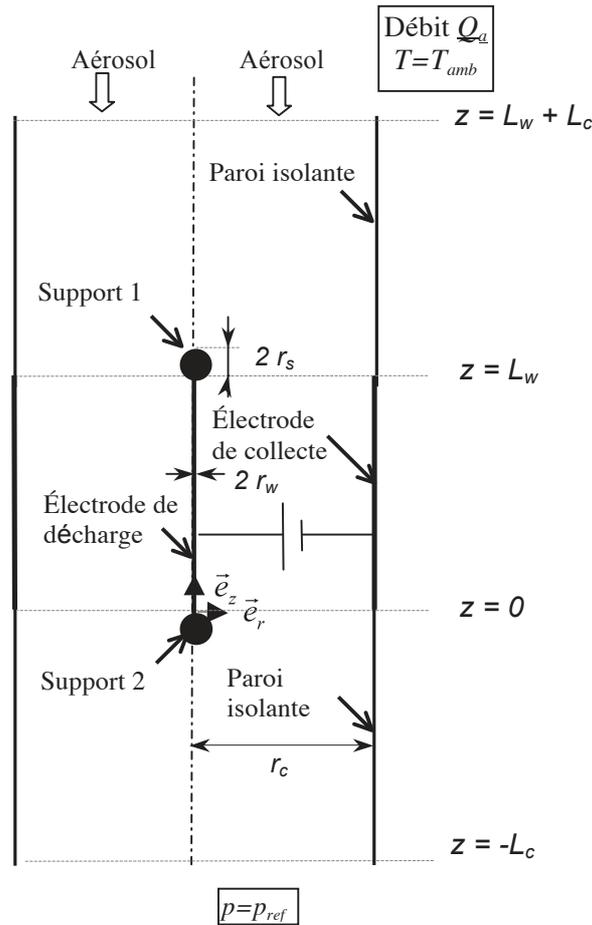


Figure 1-4 : Géométrie étudiée

Dans cette étude une attention particulière a été portée sur la modélisation de l'extrémité du fil de décharge. Dans la plupart des simulations portant sur les filtres électrostatiques fil/cylindre, l'effet du bord du fil est négligé. Or cette hypothèse ne peut être introduite dans notre cas car la longueur du fil de décharge est de l'ordre de grandeur du diamètre du cylindre afin de limiter l'encombrement du collecteur.

Pour cela, il convient d'ajouter des supports conducteurs à l'extrémité du fil de décharge pour supprimer les effets de pointe aux extrémités, la sphère étant la forme la plus simple pour obtenir cet effet. Comme on le verra par la suite, la présence de ces supports complexifie la modélisation de l'électrofiltre. Mais ce mode de prise en compte des effets de bord à l'amont et à l'aval du collecteur permet une évaluation réaliste de l'influence de la décharge couronne sur l'écoulement et la collecte des particules.

Les dimensions de cette géométrie sont reprises du dispositif étudié par Galbrun (2007; 2008). Elles sont regroupées avec l'ensemble des données numériques utilisées dans cette étude dans le Tableau 1.3-1 et le Tableau 1.3-2.

	Masse volumique ρ (kg.m ⁻³)	Masse molaire M (kg.mol ⁻¹)	Viscosité dynamique μ (Pa.s)	Conductivité thermique k (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	Capacité thermique massique C_p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
Particules (polystyrène)	1050			0,11	1200
Eau liquide	998	18 10 ⁻³	6,41 10 ⁻⁴ (à 20°C)	0,63	4179
Vapeur d'eau	0,597	18 10 ⁻³	1,85 10 ⁻⁵	0,0195	1850
Air sec	1,207 (à 20°C)	29 10 ⁻³	2,15 10 ⁻⁵	0,0262	1011 (à 20°C)

Tableau 1.3-1 : Matériaux utilisés dans cette étude et leurs propriétés physiques à la pression atmosphérique

Dimensions du dispositif (m)	Paramètres de fonctionnement	Constantes	Propriétés physiques
$r_c = 0,0215$	$T_{amb} = 293$ K	$e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C	$L = 2,25 \cdot 10^6$ J/kg
$L_w = 0,14$	$T_{vap} = 373$ K	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m	$D_v = 2,4 \cdot 10^{-5}$ m ² /s (à 20°C)
$r_w = 50 \cdot 10^{-6}$	$p_{ref} = 1,015 \cdot 10^5$ Pa	$\epsilon_{rp} = 2,6$	$\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2}$ N/m
$r_s = 7 \cdot 10^{-4}$	Humidité relative de l'air ambiant en entrée : 50%	$\mu_e = 2 \cdot 10^{-4}$ m ² /V.s	
	$Q_a = 30$ L/min	$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/kg	
		$R = 8,314$ J/K/mol	
		$g = 9,8$ m/s ²	

Tableau 1.3-2 : Autres données numériques utilisées dans cette étude

1.3.2 Régimes d'écoulement

Le caractère laminaire ou turbulent de l'écoulement de l'air a un fort impact sur l'efficacité de collecte. En effet, en régime turbulent, l'écoulement a tendance à mélanger l'aérosol et faire chuter les rendements de collecte. Atten (1987) présente une comparaison des rendements de collecte pour différents régimes allant de purement laminaire (transport convectif pur) à purement turbulent (transport diffusif pur) ; il constate une diminution du rendement de collecte pouvant aller jusqu'à 40% pour le régime turbulent.

Or, la plupart des études de collecteurs électrostatiques conçus pour le dépoussiérage industriel se placent, au moins en partie, en régime turbulent. Cela résulte d'une part de l'importance des débits filtrés (plusieurs m³/s à centaines de m³/s) et d'autre part des dimensions que l'on cherche à réduire. En revanche, pour la collecte d'agents biologiques, les débits d'air filtré sont beaucoup plus faibles : le choix du régime laminaire est alors possible et permet d'avoir de bons rendements de collecte même pour des champs électriques plus faibles. Il en résulte de surcroît une amélioration de la viabilité des agents biologiques collectés. Le régime laminaire apparaît dans la plupart des études de collecteurs électrostatiques d'agents aéroportés.

Mais comme évoqué en introduction, ce choix permet la formation de recirculations dont l'impact sur la collecte des particules peut être important (Kogelschatz et Gerteisen 1999) et doit impérativement être pris en compte. Pour cela, ces recirculations seront caractérisées dans le Chapitre 4, et leur impact sera évalué dans le Chapitre 5. Signalons que Yamamoto (1981; 2003; 2006; 2008) a étudié numériquement les différentes configurations de ces écoulements secondaires dans la géométrie fil/plan. Il a caractérisé les limites de ces configurations à l'aide du nombre adimensionnel N_{EHD} qui correspond au rapport entre la vitesse électrique caractéristique et la vitesse débitante de l'air traité.

Il a été montré que lorsque la décharge est intense, elle peut modifier l'écoulement de l'air par la force de Coulomb jusqu'à déclencher la turbulence (Atten et col. 1987; Chang et col. 2006; Farnoosh et col. 2010) et/ou créer des écoulements secondaires. Mais en l'absence d'études de stabilité hydrodynamique ou électrohydrodynamique spécifiques à notre configuration, on majorera les limites de transition vers la turbulence. On adoptera pour le Reynolds hydrodynamique et pour le Reynolds électrique (respectivement Re_a et Re_e définis plus loin) une valeur critique de 1000. On sait toutefois que le nombre de Reynolds électrique critique est certainement inférieur au nombre de Reynolds critique hydrodynamique (Atten et col. 1987).

1.3.3 Injection de vapeur

Afin d'améliorer les performances des collecteurs électrostatiques pour la collecte d'agents biologiques aéroportés, Galbrun et Achard (2007; 2008) ont intégré un système de condensation. On parle alors d'un collecteur électrostatique semi-humide. Dans leur configuration, l'injection de vapeur d'eau a permis une amélioration importante des rendements de collecte des particules d'un diamètre de l'ordre de 100 nm. Observons que leur collecteur fonctionnait en dépression à cause d'une perte de charge importante de 0,3 bar à l'amont du collecteur. Après la thèse de Galbrun, la poursuite des travaux dans un cadre industriel a imposé de nouvelles contraintes et fixé la perte de charge maximale à quelques centaines de Pascal afin de diminuer la consommation énergétique et de limiter les problèmes d'étanchéité. Il a donc été décidé d'utiliser le collecteur semi-humide à une pression proche de la pression atmosphérique. L'effet de la vapeur s'est alors révélé beaucoup moins efficace et même de manière beaucoup plus surprenante, néfaste. Les raisons de cet effet inattendu seront recherchées à travers une étude présentée au Chapitre 6. La vapeur sera introduite dès les chapitres 2 et 3 même si elle n'est prise en compte qu'au Chapitre 6. Faute de temps le modèle numérique développé n'a pu prendre en compte la totalité du modèle physique. Néanmoins, la résolution des modèles partiels alimente la réflexion et permet de préciser les causes possibles de cet effet surprenant.

Dans la présente étude, on ne se préoccupera pas de la consommation d'énergie du collecteur de manière quantitative. Mais comme elle est un des obstacles au développement de collecteurs portables, on cherchera à diminuer le plus possible la quantité de vapeur injectée pour minimiser la consommation d'énergie (Galbrun et col. 2007).

1.3.4 Synthèse

Pour conclure ce chapitre, résumons les caractéristiques que nous souhaitons voir réunies dans le collecteur étudié :

- 1) Le collecteur doit filtrer l'air pour un débit minimal Q_{min} compris entre quelques litres par minute et plusieurs centaines de litres par minute.
- 2) Le collecteur ne doit pas s'endommager en formant des arcs électriques.
- 3) Le collecteur ne doit pas tuer les microorganismes en les soumettant à des champs électriques ou des densités de courant trop élevés.
- 4) L'écoulement de l'air filtré doit être laminaire.
- 5) Le collecteur doit collecter toutes les particules aéroportées de diamètre supérieur à un diamètre minimum $d_{p\ min}$ (compris entre 100 nm et 1 μm) avec un rendement de collecte de l'ordre de 100 %.

- 6) Le collecteur doit être le plus compact possible.
- 7) Le collecteur doit fonctionner dans des conditions environnementales standards (température T_{amb} , pression p_{ref}).

Pour cela une procédure de dimensionnement sera abordée dans le chapitre 3 et finalisée dans le chapitre 5.

Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes physiques en jeu

Dans un collecteur électrostatique, l'aérosol est injecté entre deux électrodes (voir Figure 2-1). Ces électrodes sont connectées à un générateur électrique haute tension afin de créer une forte différence de potentiel entre elles. L'une de ces électrodes, appelée électrode de décharge à comme particularité de posséder une zone où le rayon de courbure est très faible. Cela peut être par exemple une pointe ou un fil très fin. L'autre électrode est appelée électrode de collecte.

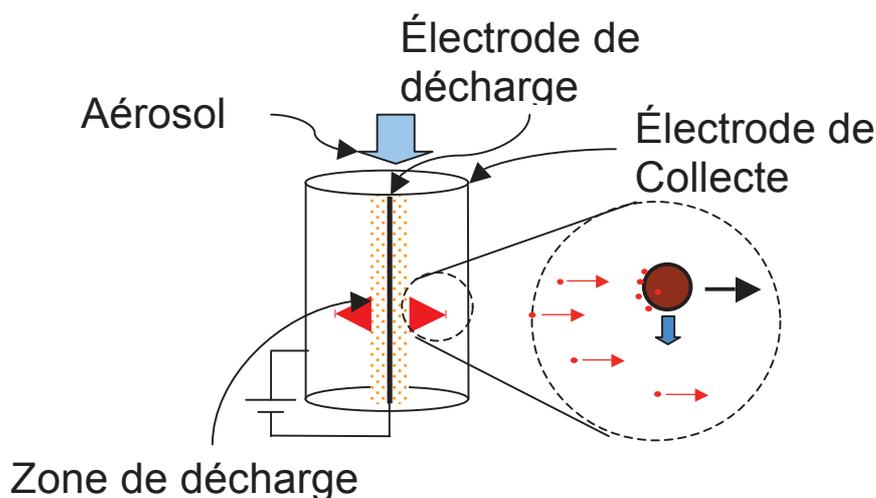


Figure 2-1 : Schéma de principe d'un collecteur électrostatique

Les collecteurs électrostatiques semi-humides reprennent le même principe de collecte que les collecteurs électrostatiques à ceci près que de la vapeur d'eau est injectée en plus de l'aérosol dans le collecteur (voir Figure 2-2).

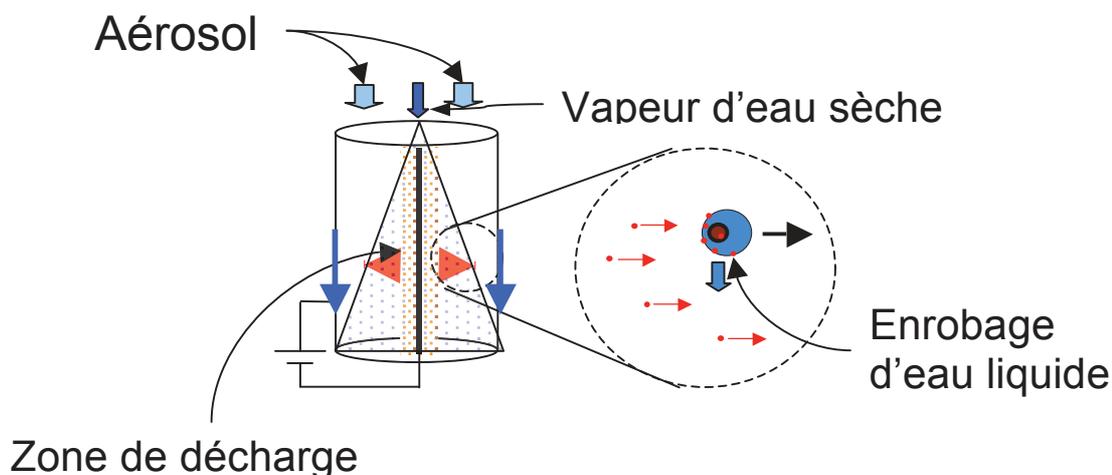


Figure 2-2 : Schéma de principe d'un collecteur électrostatique semi-humide

Refroidie par l'aérosol, la vapeur va se condenser de manière préférentielle autour des particules qui servent de noyaux de nucléation. Ce phénomène est appelé nucléation hétérogène. La vapeur se condensant, une couche liquide va rapidement envelopper les particules. Les gouttes ainsi formées étant plus grosses que les particules, elles deviennent plus facilement récoltables par le filtre électrostatique. De plus, l'enrobage d'eau aura tendance à diluer les ions et donc à atténuer leurs éventuels effets nocifs sur les agents biologiques. La vapeur se condense également sur l'électrode de collecte sur laquelle elle finit par former un film liquide. Ce dernier, également alimenté en eau par les gouttes récoltées, limite le réentrainement des particules à la surface de l'électrode de collecte. En s'écoulant, il permet une analyse en continu, à la différence des rinçages qui ne permettent que des analyses ponctuellement.

Par souci de généralité, la présentation qui va suivre des phénomènes physiques mis en jeu dans un collecteur électrostatique classique va être élargie à la prise en compte de l'injection de vapeur et des phénomènes nouveaux qui en résultent. Il va de soi que la description du fonctionnement sans vapeur qui constitue la base des modèles résolus des chapitres 4 et 5 s'en déduira aisément. Les divers phénomènes sont décrits à travers des champs de variables spécifiques ; ces champs sont solutions d'équations qui peuvent être réparties en six systèmes :

- 1) Les champs électriques relatifs à la phase continue, avec le rôle majeur de la décharge couronne,
- 2) Les champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue,
- 3) Les champs thermiques relatifs à la phase continue,
- 4) Les champs électriques relatifs à la phase dispersée,
- 5) Les champs cinétiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée,
- 6) Les champs thermiques relatifs à la phase dispersée.

Mais auparavant, il est nécessaire d'introduire quelques considérations sur le type de modélisation diphasique qui a été adoptée.

2.1 Options sur le traitement du caractère diphasique des divers champs

2.1.1 Phase continue

La phase continue sera traitée via une description eulérienne classique pour un écoulement diphasique. Néanmoins, certaines simplifications importantes ont été introduites. On considère que la concentration en inclusions, qui représentera par la suite aussi bien les gouttes que les particules solides, est si faible que le taux de présence de la phase continue est proche de un. De plus, tous les phénomènes de pseudo turbulence liés à la présence des inclusions sur les équations de quantité de mouvement, de vapeur, de chaleur et des champs électriques seront négligés. Aucun tenseur pseudo-turbulent ne sera donc introduit dans cette étude.

La seule distinction avec une modélisation monophasique classique est la présence de termes sources (pouvant être dans certains cas négatif ou positif) : les densités de charge électrique ρ_{ep} et ρ_{eg} , les sources interfaciales de charge électrique Q_{eg} et Q_{ep} , la source de masse interfaciales S_{vap} , les sources interfaciales de quantité de mouvement \vec{F}_{pa} et \vec{F}_{ga} et les

sources interfaciales de chaleur Q_{pa} et Q_{ga} . En fait, la différence avec la monophasique classique est formellement faible et il n'est pas paru nécessaire d'introduire explicitement d'opérateur de moyenne.

2.1.2 Phase dispersée

Pour décrire la phase dispersée, il existe trois possibilités : une description lagrangienne, une description eulérienne classique et enfin une description reposant sur un bilan de population.

Le modèle lagrangien consiste à suivre les inclusions individuellement et à calculer l'évolution de leur propriétés ; ces propriétés sont appelées coordonnées généralisées (Collin et col. 2007). Dans notre cas ces coordonnées seront la position spatiale \vec{X} , le volume v , la vitesse \vec{V} , la charge électrique q et la température T de l'inclusion. Bien entendu, l'évolution de chaque inclusion dépend des propriétés de la phase continue au point considéré. En moyenne, la phase continue sera influencée en retour par le passage des particules. Une telle méthode paraît naturelle car elle s'appuie sur la mécanique du point. Ce modèle a été utilisé pour étudier les trajectoires de particules sous l'effet de la décharge couronne (Younes et col. 2009). Elle a cependant le désavantage d'être lourde sur le plan numérique, en particulier lorsque qu'il est nécessaire de traiter des populations caractérisées par des inclusions ayant de nombreuses coordonnées généralisées; pour obtenir des moyennes significatives fondées sur un balayage suffisant de données initiales, le nombre d'essais croît rapidement. De plus, les effets de la diffusion brownienne ne sont pas simples à incorporer. Les phénomènes de coalescence de gouttes, ou encore d'agglomération de particules, sont délicats à prendre en compte dans ce formalisme. Pour notre cas, ces phénomènes peuvent être négligés dans une première approche. En revanche, le phénomène voisin de captage d'une particule solide par une goutte qui se produit entre les deux populations reste une perspective digne d'intérêt : il est analogue à la fonction traditionnelle de lavage des suies par un brouillard de gouttes.

Avec la description eulérienne, la phase dispersée est considérée de manière formelle symétrique à la phase continue. Les deux phases occupent alors le même domaine spatial Ω avec une certaine probabilité en chaque point qui varie continûment et évidemment de façon opposée. Cette formulation s'obtient donc au terme d'un processus de moyenne : moyenne temporelle en un point donné, moyenne spatiale sur une échelle petite par rapport aux échelles caractéristiques de l'écoulement, moyenne statistique, etc. (Gerber et Kermani 2004). Ce processus gomme en particulier la topologie de l'écoulement et ne permet pas d'analyser précisément une population de particules, comme par exemple sa distribution en taille. Tout ce qui est gommé doit être réintroduit sous forme de lois de fermeture plus ou moins arbitraires et/ou de corrélations expérimentales. Cette approche est utile lorsque l'on est confronté à la description d'écoulements diphasiques aux topologies mal définies et changeantes comme pour certains problèmes de thermohydraulique des réacteurs nucléaires.

La troisième approche, reposant sur un bilan de population, peut également être considérée comme une description eulérienne. Elle est étendue à un domaine Ω_i dit espace des phases, plus large que le domaine spatial Ω , constitué par les coordonnées généralisées des inclusions, l'indice i pouvant être remplacé par les indices g pour les gouttes et p pour les particules. La variable fondamentale de cette approche est la densité de probabilité pour une inclusion qui, multipliée par un élément de volume $d\Omega_i$, du domaine Ω_i donne la probabilité qu'une inclusion se trouve dans $d\Omega_i$. Considérons un volume infinitésimal $d\tau_i$ dans l'espace à 9 dimensions $d\tau_i = d\vec{X}_i dv_i d\vec{V}_i dT_i dq_i$. Le terme $n_i d\tau_i$ est alors le nombre d'inclusions se

trouvant à l'instant t dans ce volume infinitésimal situé en $(\vec{X}_i, v_i, \vec{V}_i, T_i, q_i)$. Cette description qui occupe une position intermédiaire entre les deux descriptions précédentes du point de vue de la complexité numérique, mais également de la richesse d'information, sera utilisée par la suite pour les deux types d'inclusion considérés.

Pour cette dernière approche, trois méthodes de résolution sont alors possibles (Koudil 1996) :

- La méthode de similitude est généralement applicable lorsque l'on a une résolution temporelle sans phénomène de transport. Il est supposé une dépendance de la densité de particule et de gouttes uniquement du rapport de leur volume au volume moyen. La résolution est alors analytique. Étant en régime permanent avec transport, cette méthode n'a pas été utilisée.

- La méthode des moments, dont un exposé peut être trouvé dans Achard (1978), substitue à l'équation intégral-différentielle qui régit la densité n , une séquence infinie d'équations de transport de moment de n . Le moment d'ordre k de n est obtenu par :

$$M_k(\vec{X}, \vec{V}, T, q) = \int_0^{\infty} v^k n(\vec{X}, v, \vec{V}, T, q) dv \quad (2.1-1)$$

Il est clair qu'une approximation satisfaisante est à rechercher en ne gardant de cette séquence que les premières équations, soit les r premières, dont les r premiers moments, dits moments remarquables, sont solutions. Par suite des non-linéarités, ces équations font également apparaître des moments d'autres ordres, dits supplémentaires, qu'il faut d'une manière ou d'une autre exprimer à l'aide des moments remarquables. Ce problème de fermeture, la méthode des moments le règle en postulant une loi de probabilité à r paramètres libres ; il n'est pas interdit de rechercher des formes de loi qui épousent au mieux des allures de lois de distributions expérimentales relatives au système considéré, que l'on connaît a priori. Les lois de distribution habituellement utilisées sont les distributions gaussiennes, gamma, etc. Mais comme expliqué par la suite (section 2.8.3), les particules servant de noyaux de nucléation, la vapeur se condense à leur surface si elles ont un rayon supérieur à un rayon critique. On considèrera alors que la particule devient une goutte. L'histogramme des particules solides est donc amputé des plus grosses. Malheureusement, les distributions de type gaussiennes ou gamma représentent mal ce type de distribution. Cette méthode ne sera donc pas utilisée.

- La méthode discrète sera finalement choisie. Dans cette méthode, on subdivise le domaine des tailles, théoriquement infini, en plusieurs classes et on intègre numériquement plusieurs équations dont le nombre est égal au nombre de classes définies.

2.2 Champs électriques relatifs à la phase continue

Les phénomènes électriques jouent un rôle central dans le dispositif puisque ce sont eux qui sont à l'origine de la collecte des particules. Ce phénomène a été rapporté pour la première fois par Peek (1929). Loeb (1965) fait une description détaillée du phénomène. Plus récemment, Van Brunt (1994) présente une synthèse de ces études ainsi que celles des phénomènes similaires. La décharge dite négative, dans laquelle l'électrode de décharge est la cathode, est réputée plus intense ; en revanche elle n'est pas homogène et peut produire de l'ozone. On se limitera donc à une utilisation du collecteur électrostatique en décharge positive dans laquelle l'électrode de décharge est l'anode.

Rappelons ici rapidement le principe de la décharge couronne positive. On peut la présenter en quatre étapes :

1) Initialisation de la décharge : l'initialisation de la décharge se fait par un rayonnement ionisant. Si ce dernier est absorbé par une molécule, il peut la dissocier en une paire électron/ion positif. Ces ions positifs sont généralement O_2^+ et N_2^+ dans l'air (Chen et Davidson 2002).

2) Décharge électrique : en l'absence de champ électrique intense, cette paire se recombine rapidement. Mais dans le cas de la décharge couronne, à proximité de l'électrode de décharge, le champ électrique est supérieur au champ disruptif et l'électron et l'ion positif migrent sous l'effet de la force de Coulomb dans des directions opposées et ne peuvent pas se recombinaison : l'ion positif migrant vers l'électrode de collecte et l'électron migrant vers l'électrode de décharge. L'électron étant plus petit est plus rapide et peut à son tour dissocier d'autres molécules par collision inélastique. Il en résulte d'autres couples électron/ions positifs dissociés qui migrent également sous l'effet du champ électrique. Finalement, la réaction s'amplifie : on parle d'avalanche électrique. Les ions positifs finissent par devenir suffisamment nombreux pour abaisser le champ électrique à la limite du champ disruptif. Un équilibre local s'installe entre la formation d'ions positifs et la diminution du champ électrique proche du champ disruptif.

3) Auto-entretien de la réaction : les rayonnements ionisants étant trop rares pour permettre une génération continue de la décharge, la réaction doit être auto-entretenu. La combinaison de certains électrons avec des ions positifs générés par l'avalanche électronique génère des photons. Ce sont ces photons qui sont responsables de la lumière bleutée émise dans la zone de décharge. Certains de ces photons sont de suffisamment haute énergie pour à leur tour dissocier une molécule et auto entretenir la décharge.

4) Vent ionique : au-delà de la zone de décharge délimitée par la limite du champ disruptif, il n'y a pas de dissociation pérenne des molécules. Les seules charges électriques sont les ions positifs qui ont migré de la zone de décharge : on parle de vent ionique. C'est ce dernier qui est utilisé pour la collecte des particules.

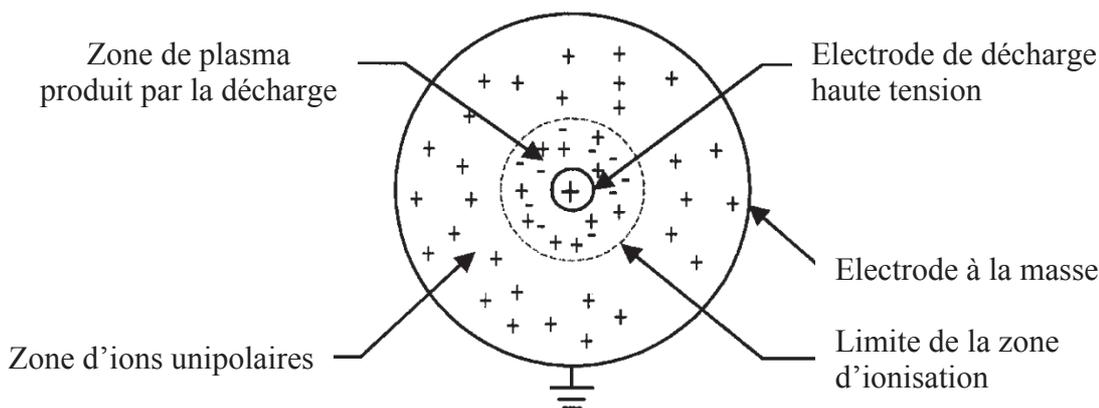


Figure 2-3 : Schéma de la décharge couronne dans la géométrie fil/cylindre. La ligne pointillée représente la limite extérieure de la zone d'ionisation (Chen et Davidson 2002), échelle non respectée.

Sarma et Janischewskyj (1969) sont les premiers à avoir modélisé l'intérieur de la zone de décharge à partir des équations de transport des ions positifs et des électrons, dans le cas de la décharge positive, et des ions négatifs dans le cas de la décharge négative. Morrow (1985) a pu prendre en compte la composante temporelle dans la zone d'ionisation et ainsi

modéliser les pulsations de la décharge couronne. Plus récemment, J. Chen et Davidson (2002; 2003) ont modélisé la zone d'ionisation et la zone de vent ionique en ajoutant le niveau énergétique des électrons dans la géométrie fil-cylindre. Ils ont pu ainsi déterminer les espèces chimiques qui composent le vent ionique. En fonction du diamètre du fil de décharge et de l'intensité du courant généré, la décharge couronne peut dissocier ou ioniser le dioxygène et le diazote. Ces espèces chimiques ont probablement un impact sur la viabilité des agents biologiques collectés. Malgré tout, dans cette étude la modélisation de la décharge couronne se limitera à celle du vent ionique.

2.2.1 Équation du champ électrique

Le phénomène de décharge couronne est modélisé de manière classique dans les études numériques (Feng 1999; Meroth et col. 1999; Dumitran et col. 2006; Benamar et col. 2007). Le champ électrique \vec{E} est relié à la densité de charge ρ_e et les densités de charges portées par les particules ρ_{ep} et les gouttes ρ_{eg} par la relation de Gauss :

$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho_e + \rho_{ep} + \rho_{eg}}{\epsilon_0} \quad (2.2-1)$$

De plus, le champ électrique \vec{E} dérive du potentiel électrique U :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}U, \quad (2.2-2)$$

et en introduisant cette équation dans l'équation (2.2-1), on obtient l'équation du potentiel électrique :

$$\nabla^2 U = -\frac{\rho_e + \rho_{ep} + \rho_{eg}}{\epsilon_0}, \quad (2.2-3)$$

Les conditions limites associées sont les suivantes :

- le long du fil et de ses supports,

$$U = U_0 \quad (2.2-4)$$

- le long de la paroi conductrice,

$$U|_{r=r_c} = 0 \quad (2.2-5)$$

- le long des parois isolantes,

$$\vec{e}_r \cdot \vec{\nabla}U|_{r=r_c} = 0 \quad (2.2-6)$$

- en entrée et en sortie.

$$\vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}U = 0 \quad (2.2-7)$$

2.2.2 Équation de conservation du courant électrique

Afin de déterminer la densité de charge, il faut ajouter l'équation de conservation du courant électrique :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = Q_{ep} + Q_{eg} \quad (2.2-8)$$

où :

– Q_{eg} et Q_{ep} sont les sources interfaciales de charge électrique correspondant à l'inverse de consommation de charge électrique lors du processus de charge respectif des gouttes et des particules,

– \vec{j} , la densité de courant électrique déterminée par :

$$\vec{j} = \mu_e \vec{E} \rho_e + \vec{V} \rho_e - D_e \vec{\nabla} \rho_e \quad (2.2-9)$$

μ_e étant la mobilité des ions formés dans l'air lors d'une décharge couronne,

D_e , la diffusivité des ions formés dans l'air lors d'une décharge couronne.

En combinant les équations (2.2-8) et (2.2-9) on peut obtenir l'équation de transport des charges électriques :

$$\vec{\nabla} \cdot (\mu_e \vec{E} \rho_e + \vec{V} \rho_e - D_e \vec{\nabla} \rho_e) = Q_{ep} + Q_{eg} \quad (2.2-10)$$

Dans le membre de gauche, les deux premiers termes représentent les composantes convectives : le premier représente la composante liée au champ électrique et le second celle liée à la phase gazeuse. Le dernier terme représente le transport par diffusion des charges électriques.

Les conditions limites associées sont les suivantes :

– le long des parois isolantes et conductrices et des supports, \vec{n} étant le vecteur unitaire orienté vers l'extérieur de la zone d'étude et normal à la paroi ou au fil ou à son support,

$$\rho_e = 0 \text{ si } (\mu_e \vec{E} + \vec{V}) \cdot \vec{n} < 0 \quad (2.2-11)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \rho_e = 0 \text{ si } (\mu_e \vec{E} + \vec{V}) \cdot \vec{n} > 0$$

– en sortie et en entrée de la zone d'étude.

$$\vec{e}_z \cdot (\vec{\nabla} \rho_e) = 0 \quad (2.2-12)$$

La condition limite le long du fil de décharge est définie par la modélisation de la zone d'ionisation.

2.2.3 Traitement de la zone d'ionisation

Par souci de simplicité, la zone d'ionisation est modélisée en s'appuyant sur l'hypothèse de Kaptsov (1947). Cette hypothèse consiste à négliger l'épaisseur de cette zone et donc ramener le champ électrique disruptif E_{Peek} directement à la frontière de l'électrode de décharge. E_{Peek} est classiquement calculé à partir de la formule semi-empirique de Peek (1929). Rappelons que le champ électrique \vec{E} diminue le long du fil à proximité de ses supports, empêchant la décharge à l'extrémité du fil. On a donc :

$$\begin{aligned} \vec{E}|_{r=r_w} \cdot \vec{e}_r &= E_{Peek} \text{ si } \vec{E}|_{r=r_w} \cdot \vec{e}_r \geq E_{Peek} \\ \rho_e|_{r=r_w} &= 0 \text{ si } \vec{E}|_{r=r_w} \cdot \vec{e}_r < E_{Peek} \end{aligned} \quad (2.2-13)$$

où E_{Peek} est déterminé à partir de la formule semi-empirique de Peek (1929) :

$$E_{Peek} = 31,02 \cdot 10^5 \delta \left(1 + 0,0308 \sqrt{1/(\delta r_w)} \right), \quad \delta = \frac{273 \cdot 15 p_{ref}}{T_{amb} 10^5} \quad (2.2-14)$$

δ étant un facteur de correction pour la pression et la température (Lowke et D'Alessandro 2003).

On peut remarquer que le champ de Peek sert de critère de déclenchement de la décharge. Or son expression dépend de la géométrie (Adamiak et col. 2005) et n'est théoriquement valable que dans la géométrie fil/cylindre infinie et donc ici l'ajout de supports conducteurs peut modifier ce critère. Mais en l'absence de solution analytique du champ électrique dans notre géométrie, une correction du champ de Peek n'est pas envisageable. On conservera donc l'expression précédemment donnée par la suite. De plus, pour simplifier cette étude, la température est fixée à la température ambiante et la pression à la pression de référence. Dernièrement, Nouri (2010; 2012) a montré que le taux d'humidité avait une grande influence sur le champ de Peek. Mais en l'absence de quantification précise, cette influence a dû être négligée.

2.3 Champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue

Bird et col. (2002) a fait une synthèse des mécanismes de transport de quantité de mouvement et de masse notamment pour un mélange de gaz compressible. Il faut malgré tout la compléter par des phénomènes spécifiques liés à la présence de la décharge couronne et de la phase dispersée dans le collecteur électrostatique.

La phase continue est biconstituée : elle contient un gaz incondensable, l'air, et un gaz condensable, la vapeur d'eau. Tous deux seront assimilés à des gaz parfaits. Il est possible de gérer l'évolution spatio-temporelle des deux constituants séparément, ou bien l'évolution d'un seul constituant et du mélange. C'est cette deuxième solution qui est choisie ici ; cette démarche est la plus classique dans la modélisation des mélanges. Elle est en effet plus commode dans la mesure ou elle n'oblige pas à expliciter les termes d'interactions hydrodynamiques et thermiques entre les constituants gazeux. Un seul bilan de quantité de mouvement est proposé et les deux bilans de masse sont conservés : l'un pour le mélange et l'autre pour la vapeur. La loi de Fick est ajoutée pour décrire les flux d'interdiffusion et joue en quelque sorte le rôle des termes d'interaction hydrodynamique. Ensuite un seul bilan d'énergie interne est introduit pour le mélange ; le terme d'interaction thermique devient superflu si l'on admet que la température est égale en tout point pour les deux constituants. Les propriétés physiques du mélange, à l'exception de la densité, seront considérées comme indépendantes de la température.

Afin d'avoir pour le mélange des équations formellement analogues à celles d'une phase monoconstituée, les termes suivants sont définis :

- ρ est la masse volumique moyenne du mélange de la phase continue

$$\rho = \sum_{i=a,v} \rho_i \quad (2.3-1)$$

- n_{mol} , le nombre de moles de gaz du mélange dans un volume d'étude,

$$n_{mol} = \sum_{i=a,v} n_{mol\ i} \quad (2.3-2)$$

- \vec{V} , la vitesse moyenne massique (ou vitesse barycentrique) du mélange,

$$\vec{V} = \frac{\sum_{i=a,v} \rho_i \vec{V}_i}{\rho} \quad (2.3-3)$$

- \vec{f} , la force extérieure de volume s'exerçant sur le mélange, par unité de masse,

$$\vec{f} = \frac{\sum_{i=a,v} \rho_i \vec{f}_i}{\rho} \quad (2.3-4)$$

- $\bar{\bar{T}}$, le tenseur des contraintes du mélange,

$$\bar{\bar{T}} = \sum_{i=a,v} \bar{\bar{T}}_i - \rho_i \vec{V}'_i \otimes \vec{V}'_i \quad (2.3-5)$$

\vec{V}_i étant la vitesse absolue du constituant i dans la phase gazeuse, qui peut être décomposée par l'expression suivante,

$$\vec{V}_i = \vec{V} + \vec{V}'_i \quad (2.3-6)$$

\vec{V}'_i , la vitesse relative du constituant i dans le référentiel barycentrique, également appelée vitesse de diffusion

$\bar{\bar{T}}_i$, le tenseur des contraintes du constituant i .

Par ailleurs, au lieu d'utiliser les variables ρ_i et \vec{V}_i pour les constituants, il est pratique de prendre des variables auxiliaires :

- y_i est la fraction massique en constituant i dans le mélange

$$y_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i}{\rho} \quad (2.3-7)$$

- x_i , la fraction molaire en constituant i dans le mélange

$$x_i = \frac{n_{mol\ i}}{n_{mol}} = \frac{p_i}{p} \quad (2.3-8)$$

- \vec{j}_i , le flux relatif de quantité de mouvement du constituant i dans la phase gazeuse dans le référentiel barycentrique (ou flux de diffusion).

$$\vec{j}_i = \rho_i \vec{V}'_i \quad (2.3-9)$$

Il existe, de par la définition de ces variables, les relations suivantes :

$$\sum_{i=a,v} y_i = 1 \quad (2.3-10)$$

$$\sum_{i=a,v} x_i = 1 \quad (2.3-11)$$

$$y_v = \frac{M_v x_v}{M_a + (M_v - M_a) x_v} \quad (2.3-12)$$

$$x_v = \frac{M_a y_v}{M_v + (M_a - M_v) y_v} \quad (2.3-13)$$

$$\sum_{i=a,v} \vec{j}_i = \vec{0} \quad (2.3-14)$$

2.3.1 Bilans de masse de vapeur et du mélange gazeux

Afin de déterminer l'équation de transport de masse du mélange gazeux, le bilan de masse de la vapeur ainsi que celui de l'air doivent être posés. Commençons par celui de vapeur.

Considérant un volume de gaz quelconque fixe, la variation au cours du temps de la masse de vapeur qu'il contient est égale à l'opposé du flux de masse sortant de ce volume, auquel s'ajoute la source de masse interfaciale S_{vap} correspondant à la vapeur se condensant/s'évaporant sur les gouttes se trouvant dans le volume, ce qui s'écrit simplement :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_v \vec{V}_v) + S_{vap} = 0 \quad (2.3-15)$$

ou encore, avec les variables introduites ci-dessus :

$$\rho \frac{\partial y_v}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{j}_v) + \rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla} y_v + S_{vap} (1 - y_v) = 0 \quad (2.3-16)$$

Le principe appliqué pour le bilan de masse d'air est le même, à ceci près qu'il n'y a pas de terme source interfacial : on considère en effet que l'air ne se dissout pas dans la phase dispersée :

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_a \vec{V}_a) = 0 \quad (2.3-17)$$

À l'aide des définitions présentées précédemment, le bilan de masse du mélange s'obtient simplement en sommant les bilans relatifs à chaque constituant, soit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) + S_{vap} = 0 \quad (2.3-18)$$

2.3.2 Equation de quantité de mouvement du mélange gazeux

Comme pour le bilan de masse, il faut tout d'abord exprimer le bilan de quantité de mouvement pour chaque constituant avant de le sommer pour donner le bilan total suivant :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot [(\rho \vec{V}) \otimes \vec{V}] - \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}} = \rho \vec{f} + \vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_e \quad (2.3-19)$$

Dans cette équation \vec{f} représente les forces volumiques (par unité de masse) s'exerçant sur le mélange gazeux. Dans notre cas il s'agit uniquement du poids, car la force électrostatique est contenue dans le terme \vec{F}_e , donc $\vec{f} = \vec{g}$. \vec{F}_p et \vec{F}_g sont respectivement la force interfaciale entre la phase continue et dispersée dû aux particules et aux gouttes, par unité de volume. Elles traduisent notamment la résultante des forces exercées par le gaz sur les inclusions.

Cette équation peut être transformée en utilisant le bilan de masse et en développant les dérivées :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overline{\overline{\nabla}} \vec{V} \right) - \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}} = S_{vap} \vec{V} + \rho \vec{g} + \vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_e \quad (2.3-20)$$

Afin de simplifier les notations, on notera les termes sources interfaciaux de quantité de mouvement pour les particules et les gouttes par :

$$\vec{F}_{pa} = \vec{F}_p \quad (2.3-21)$$

$$\vec{F}_{ga} = S_{vap} \vec{V} + \vec{F}_g \quad (2.3-22)$$

Le bilan de quantité de mouvement devient simplement :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overline{\overline{\nabla}} \vec{V} \right) - \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}} = \rho \vec{g} + \vec{F}_{pa} + \vec{F}_{ga} + \vec{F}_e \quad (2.3-23)$$

Une fois le bilan de quantité de mouvement établi, il est nécessaire d'ajouter des lois constitutives pour boucler le système : le tenseur des contraintes totales et la force Coulomb. Le tenseur des contraintes totales dans un mélange s'écrit :

$$\overline{\overline{\mathbf{T}}} = -p \overline{\overline{\mathbf{I}}} + \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} + \vec{j}_v (\vec{V}_v \otimes \vec{V}_a) \quad (2.3-24)$$

Le premier terme correspond aux contraintes de pression, le deuxième aux contraintes de viscosité et le dernier aux effets de la diffusion de masse. Le terme $\overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}}$ est le tenseur des contraintes visqueuses :

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} = \kappa (\overline{\overline{\nabla}} \cdot \vec{V}) \overline{\overline{\mathbf{I}}} + 2\mu \overline{\overline{\mathbf{D}}} \quad (2.3-25)$$

où :

- $\overline{\overline{\mathbf{D}}}$ est le déviateur du tenseur des taux de déformation,

$$\overline{\overline{\mathbf{D}}} = \frac{1}{2} \left[\overline{\overline{\nabla}} \vec{V} + (\overline{\overline{\nabla}} \vec{V})^T \right] - \frac{1}{3} (\overline{\overline{\nabla}} \cdot \vec{V}) \overline{\overline{\mathbf{I}}} \quad (2.3-26)$$

- μ , la viscosité dynamique du mélange gazeux,
- κ , sa viscosité volumique.

Chapitre 2 :

Le terme κ est égal à 0 pour les gaz monoatomiques de faible densité, et *a priori* peu important dans les gaz denses et dans les liquides. Par conséquent, on le néglige ici et le tenseur des contraintes visqueuses s'écrit :

$$\bar{\bar{\tau}} = 2\mu\bar{\bar{D}} \quad (2.3-27)$$

On néglige également le terme $\bar{j}_v(\vec{V}_v \otimes \vec{V}_a)$ du tenseur des contraintes totales, donc :

$$\bar{\bar{T}} = -p\bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}} = -p\bar{\bar{I}} + 2\mu\bar{\bar{D}} \quad (2.3-28)$$

La force de Coulomb peut s'écrire :

$$\vec{F}_e = \rho_e \vec{E} \quad (2.3-29)$$

avec ρ_e la densité de charge volumique portée par les ions et \vec{E} le champ électrique

On obtient alors l'équation de transport de quantité de mouvement devient:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \bar{\nabla} \vec{V} \right) + \bar{\nabla} p - \bar{\nabla} \cdot (2\mu\bar{\bar{D}}) = \rho \vec{g} + \vec{F}_{pa} + \vec{F}_{ga} + \rho_e \vec{E} \quad (2.3-30)$$

2.3.3 Système final d'équations pour les champs hydrodynamiques

Jusqu'à présent seules les équations de champ ont été explicitées. Leur forme ultime qui va être utilisée est tout d'abord rappelée en régime permanent avec les conditions limites qui leur sont associées.

$$\bar{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) + S_{vap} = 0 \quad (2.3-31)$$

$$\rho \vec{V} \cdot \bar{\nabla} \vec{V} + \bar{\nabla} p - \bar{\nabla} \cdot (2\mu\bar{\bar{D}}) = \rho \vec{g} + \vec{F}_{pa} + \vec{F}_{ga} + \vec{F}_e \quad (2.3-32)$$

Les conditions limites associées sont les suivantes :

– le long des parois isolantes et conductrices,

$$\vec{V}|_{r=r_c} = 0 \quad (2.3-33)$$

– le long du fil,

$$\vec{V}|_{r=r_w} = 0 \quad (2.3-34)$$

– en sortie,

$$\left(\mu \left[\bar{\nabla} \vec{V} + (\bar{\nabla} \vec{V})^T \right] \right) \Big|_{z=-L_c} = \vec{0} \text{ et } p|_{r=-L_c} = p_{ref} \quad (2.3-35)$$

– en entrée,

$$\vec{e}_z \cdot \vec{V}|_{z=L_w+L_c} = 2V_a \left(1 - (r/r_c)^2 \right) \text{ et } \vec{e}_r \cdot \vec{V}|_{z=L_w+L_c} = 0 \quad (2.3-36)$$

V_a étant la vitesse moyenne de l'air injecté :

$$V_a = Q_a / (\pi r_c^2), \quad (2.3-37)$$

Pour compléter ces équations, on ajoute les relations suivantes :

$$y_a + y_v = 1 \quad (2.3-38)$$

$$\frac{1}{M} = \frac{y_a}{M_a} + \frac{y_v}{M_v} \quad (2.3-39)$$

$$\mu = \sum_{i=a,v} \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=a,v} x_j \phi_{ij}} \quad (2.3-40)$$

où :

- x_i est la fraction molaire du constituant i dans la phase gazeuse
- ϕ_{ij} , donné par la formule de Wilke (1950) :

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2 \quad (2.3-41)$$

Ces coefficients ont été déterminés pour calculer la viscosité d'un mélange de gaz. Il ne manque qu'à déterminer la densité du mélange à partir de la loi des gaz parfaits définis par la suite.

2.4 Champs thermiques relatifs à la phase continue

Bird et col. (2002) a fait une synthèse des mécanismes de transport de chaleur notamment pour un mélange de gaz compressibles.

2.4.1 Équation de transport de la concentration de vapeur

Afin de déterminer l'équation de transport de la vapeur, on introduit dans le bilan de masse de vapeur (équ. (2.3-16)) la loi constitutive de Fick qui s'écrit:

$$\vec{j}_v = -\rho D_v \vec{\nabla}(y_v) \quad (2.4-1)$$

On obtient alors l'équation de transport de la vapeur :

$$\rho \left(\frac{\partial y_v}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} y_v \right) + \vec{\nabla} \cdot (-\rho D_v \vec{\nabla}(y_v)) + S_{vap}(1 - y_v) = 0 \quad (2.4-2)$$

2.4.2 Équation de transport de l'enthalpie

Comme pour le bilan de masse, il faut tout d'abord exprimer le bilan de l'énergie

Chapitre 2 :

totale pour chaque constituant avant de les sommer pour donner le bilan d'énergie totale suivant :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_{tot}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho e_{tot} \vec{V} + \vec{q} - \overline{\overline{\mathbf{T}}} \cdot \vec{V}) = \rho \vec{f} \cdot \vec{V} + \rho \gamma + Q_p + Q_g \quad (2.4-3)$$

où :

– e_{tot} est l'énergie totale $e_{tot} = u + \frac{1}{2} V^2$

– γ , la source d'énergie fournie par l'extérieur au mélange ; le rayonnement étant négligé, elle se réduit aux puissances des forces volumiques sur le mouvement diffusif (c'est-à-dire relatif à la vitesse barycentrique)

$$\gamma = \frac{\sum_{i=a,v} (\rho_i \vec{f}_i \cdot \vec{V}'_i)}{\rho} \quad (2.4-4)$$

– \vec{q} , le flux d'énergie interne du mélange de la phase gazeuse

$$\vec{q} = \sum_{i=a,v} \left(\vec{q}_i - \overline{\overline{\mathbf{T}}}_i \cdot \vec{V}'_i + \rho_i \left(u_i + \frac{1}{2} |\vec{V}'_i|^2 \right) \vec{V}'_i \right) \quad (2.4-5)$$

– u , la somme des énergies internes des constituants (énergie interne intrinsèque du mélange) et de leurs énergies cinétiques amenées par le flux d'interdiffusion

$$u = \frac{\sum_{i=a,v} \rho_i \left(u_i + \frac{1}{2} |\vec{V}'_i|^2 \right)}{\rho} \quad (2.4-6)$$

– Q_p et Q_g , respectivement le flux d'énergie des particules et des gouttes vers la phase continue.

– On obtient par ailleurs le bilan d'énergie cinétique en multipliant l'équation de quantité de mouvement par la vitesse \vec{V} du mélange. Ici on utilise l'équation de quantité de mouvement sans termes sources interfaciaux.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) + \vec{\nabla} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \right) - \vec{V} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}}) = \rho \vec{f} \cdot \vec{V} + (\vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_e) \cdot \vec{V} \quad (2.4-7)$$

On peut ainsi écrire le bilan d'énergie interne en soustrayant le bilan d'énergie cinétique au bilan d'énergie totale. Nous avons donc :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \cdot (\rho u \vec{V} + \vec{q}) = \overline{\overline{\mathbf{T}}} : \overline{\overline{\nabla}} \vec{V} + \rho \gamma + Q_p + Q_g - (\vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_e) \cdot \vec{V} \quad (2.4-8)$$

Il est également possible d'exprimer cette équation avec l'enthalpie du mélange :

$$h = u + p / \rho \quad (2.4-9)$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot (\rho h \vec{V} + \vec{q}) - \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} p \right) - \bar{\bar{\tau}} : \vec{\nabla} \vec{V} \\ = \rho \gamma + Q_p + Q_g - (\vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_e) \cdot \vec{V} \end{aligned} \quad (2.4-10)$$

avec $\bar{\bar{\tau}} = \bar{\bar{T}} + p\bar{\bar{I}}$ le tenseur des contraintes visqueuses.

L'équation d'enthalpie doit enfin être transformée en équation de transport de la chaleur pour être utilisable.

2.4.3 Équation de transport de la chaleur

Afin de déterminer l'équation de température, on a la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -k\vec{\nabla}T \quad (2.4-11)$$

où k est la conductivité thermique du mélange de la phase gazeuse.

Cette relation n'est en toute rigueur valable que pour la conduction thermique dans des substances pures. Pour les mélanges, en plus du flux de conduction, il existe des contributions dues à l'interdiffusion des différentes espèces présentes ainsi qu'à l'effet Dufour, également appelé effet de thermodiffusion. L'ensemble de ses termes est généralement négligeable.

La loi d'état ou loi de Gibbs pour un mélange diphasique peut s'écrire :

$$dh = Tds + vdp + \sum_{i=a,v} \eta_i dy_i \quad (2.4-12)$$

où :

- h est l'enthalpie massique du mélange gazeux,
- s , l'entropie massique du mélange gazeux,
- η_i , le potentiel chimique du constituant i dans la phase gazeuse,
- v , le volume massique défini par $v = 1/\rho$.

En considérant s comme une fonction d'état dépendant de p, T et y_i , sa différentielle s'écrit :

$$ds = \left. \frac{\partial s}{\partial T} \right|_{p, y_i} dT + \left. \frac{\partial s}{\partial p} \right|_{T, y_i} dp + \sum_{i=a,v} \left. \frac{\partial s}{\partial y_i} \right|_{p, T} dy_i \quad (2.4-13)$$

Les différentes dérivées partielles peuvent être explicitées par des coefficients classiques :

$$- C_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{p, y_i} = T \left. \frac{\partial s}{\partial T} \right|_{p, y_i} \quad \text{la capacité thermique massique isobare,} \quad (2.4-14)$$

$$- \beta = \frac{1}{v} \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_{p, y_i} \quad \text{le coefficient de dilatation volumique,} \quad (2.4-15)$$

$$- \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_{p, y_i} = \left. \frac{\partial s}{\partial p} \right|_{T, y_i} \quad (2.4-16)$$

Enfin, pour les mélanges simples de fluides :

$$s_i = \left. \frac{\partial s}{\partial y_i} \right|_{T, p} \quad \text{et} \quad h_i = \eta_i + Ts_i \quad (2.4-17)$$

Chapitre 2 :

Ces différentes relations permettent de modifier la loi de Gibbs pour la mettre sous la forme suivante :

$$dh = C_p dT + v(1 - \beta T)dp + \sum_{i=a,v} h_i dy_i \quad (2.4-18)$$

Pour un mélange de gaz parfaits, $\beta = 1/T$. Dans ce cas, l'équation s'écrit :

$$dh = C_p dT + \sum_{i=a,v} h_i dy_i \quad (2.4-19)$$

La loi d'état et l'expression du flux de chaleur \bar{q} sont incluses dans l'équation bilan d'enthalpie, ce qui donne :

$$\begin{aligned} & \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T - \frac{\partial p}{\partial t} - \vec{V} \cdot \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot (-k \vec{\nabla} T) - \bar{\tau} : \overline{\vec{\nabla} \vec{V}} \\ & = \rho \gamma - (\vec{F}_p + \vec{F}_g) \cdot \vec{V} - S_{vap} \left[\frac{1}{2} V^2 - h_v - \frac{1}{2} y_v |\vec{V}'_v|^2 - \frac{1}{2} y_a |\vec{V}'_a|^2 \right] \\ & - \sum_{i=a,v} \vec{j}_i \cdot \vec{\nabla} h_i + Q_p + Q_g \end{aligned} \quad (2.4-20)$$

Comme pour le bilan de quantité mouvement et afin de simplifier les notations, les termes les sources interfaciaux de chaleur pour les particules et des gouttes seront notés :

$$Q_{pa} = \vec{F}_p \cdot \vec{V} + Q_p \quad (2.4-21)$$

$$Q_{ga} = \vec{F}_g \cdot \vec{V} - S_{vap} \left[\frac{1}{2} V^2 - h_v - \frac{1}{2} y_v |\vec{V}'_v|^2 - \frac{1}{2} y_a |\vec{V}'_a|^2 \right] + Q_g \quad (2.4-22)$$

L'équation de transport la chaleur, s'écrit finalement :

$$\begin{aligned} & \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T - \frac{\partial p}{\partial t} - \vec{V} \cdot \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot (-k \vec{\nabla} T) - \bar{\tau} : \overline{\vec{\nabla} \vec{V}} \\ & = \rho \gamma - \sum_{i=a,v} \vec{j}_i \cdot \vec{\nabla} h_i + Q_{pa} + Q_{ga} \end{aligned} \quad (2.4-23)$$

On négligera par la suite la dissipation visqueuse $\bar{\tau} : \overline{\vec{\nabla} \vec{V}}$ ainsi que la source d'énergie fournie par l'extérieur $\rho \gamma$.

2.4.4 Système final d'équations pour les champs thermiques

Jusqu'à présent seules les équations de champ ont été explicitées. Leur forme ultime qui va être utilisée est tout d'abord rappelée en régime permanent avec les conditions limites qui leur sont associées.

$$\rho C_p \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T - \vec{V} \cdot \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot (-k \vec{\nabla} T) = Q_{pa} + Q_{ga} \quad (2.4-24)$$

$$\rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla} y_v + \vec{\nabla} \cdot (-\rho D_v \vec{\nabla} y_v) + S_{vap} (1 - y_v) = 0 \quad (2.4-25)$$

Les conditions limites associées sont les suivantes :

- en entrée de vapeur, on considère de la vapeur sèche saturée à T_{vap}

$$y_v|_{\text{entrée vapeur}} = 1 \text{ et } T|_{\text{entrée vapeur}} = T_{vap} \quad (2.4-26)$$

– en entrée d'air,

$$T|_{\text{entrée vapeur}} = T_{amb} \text{ et } y_v|_{\text{entrée vapeur}} = y_{v\text{ amb}} \quad (2.4-27)$$

$y_{v\text{ amb}}$ étant la concentration massique de vapeur pour un taux d'humidité relative de 50 % ($HR=0.5$) à la température ambiante,

$$y_{v\text{ amb}} = \frac{1}{1 + \frac{M_a}{M_v} \left(\frac{p}{HR \cdot p_{sat}(T_{amb})} - 1 \right)} \quad (2.4-28)$$

– le long du fil et ses supports, on suppose l'absence de condensation et l'absence de flux thermique normal.

$$\left(D_v \vec{\nabla} y_v \right) \cdot \vec{n} = 0 \text{ et } \left(k \vec{\nabla} T \right) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.4-29)$$

Sur les parois conductrices et isolantes, le film liquide n'a pas été modélisé. Expérimentalement, ce film est composé de gouttes collées à la paroi grossissant sous l'effet des gouttes projetées sur la paroi et de la vapeur se condensant. Une fois la goutte suffisamment grosse, elle s'écoule le long de la paroi emportant avec elle les autres gouttes en dessous d'elle. On parle de condensation en gouttes ou « dropwise condensation » en anglais. Rose (2002) a fait une synthèse bibliographique de ce phénomène. Il a fait l'objet de nombreuses modélisations empiriques ou numériques (Glicksman et Hunt Jr 1972; Meakin 1992; Wu et col. 2001; Mei et col. 2011). Au vu de sa complexité, ce phénomène qui reste secondaire par rapport à nos objectifs n'a pas été intégré dans cette modélisation. On négligera donc la condensation ainsi que le dépôt de gouttes sur la paroi. Donc on impose :

$$\left(D_v \vec{\nabla} y_v \right) \Big|_{r=r_c} \cdot \vec{n} = 0 \text{ et } T|_{r=r_c} = T_{amb} \quad (2.4-30)$$

Le mélange gazeux satisfait l'équation d'état des gaz parfaits :

$$p = \frac{\rho R T}{M} \quad (2.4-31)$$

où M est la masse molaire du mélange gazeux et R la constante des gaz parfaits.

On ajoute les relations suivantes qui sont les analogues de celle qui a été introduite pour les champs hydrodynamiques (équ. (2.3-40)) :

$$k = \sum_{i=a,v} \frac{x_i k_i}{\sum_{j=a,v} x_j \phi_{ij}} \quad (2.4-32)$$

$$C_p = \sum_{i=a,v} y_i C_{pi} \quad (2.4-33)$$

2.5 Champs électriques relatifs à la phase dispersée

Dans notre dispositif, les lois décrivant les gouttes et les particules sont analogues, car ces inclusions sont soumises aux deux hypothèses fortes suivantes :

- Chaque inclusion est supposée isolée, c'est-à-dire suffisamment éloignée des autres inclusions pour qu'elle ne subisse pas une influence explicite de leur part, et réciproquement. Cette influence est dans notre modélisation traduite par les termes sources interfaciaux de la phase continue.

- Chaque inclusion est supposée sphérique.

Les lois seront donc traitées de manière générique par l'emploi de grandeurs indicées i . Les spécificités seront rendues explicite lorsqu'on précisera les indices g pour les gouttes et p pour les particules.

Le processus de charge d'une inclusion comprend deux mécanismes distincts. D'une part, les ions du vent ionique, en mouvement sous l'action du champ électrique, peuvent entrer en collision avec les inclusions qui se trouvent sur leur trajectoire ; ce phénomène est appelé charge convective. D'autre part, les ions peuvent être amenés au contact des inclusions sous l'effet du mouvement brownien, ce phénomène est appelé charge diffusive. De nombreux modèles du processus de charge sont présentés dans la littérature. Seulement certains d'entre eux sont présentés ici. Une synthèse peut être trouvée chez Long et Yao (2010).

2.5.1 Charge convective

L'évolution temporelle de la charge due au phénomène de charge convective peut être calculée (White 1951) :

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{3\pi j \varepsilon_{ri} r_i^2}{(\varepsilon_{ri} + 2)} \left(1 - \frac{(\varepsilon_{ri} + 2) q_i}{12\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{ri} r_i^2 E} \right)^2 \quad (2.5-1)$$

où ε_{ri} est la permittivité relative de l'inclusion. La charge de l'inclusion due au phénomène de charge convective se stabilise à la valeur :

$$q_{ic} = \frac{12\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{ri} r_i^2 E}{(\varepsilon_{ri} + 2)} \quad (2.5-2)$$

Ce modèle de charge est bien approprié pour les particules supérieures à 10 μm . Il a d'ailleurs été utilisé récemment par Dumitran (2008) pour des particules de taille supérieure au millimètre.

2.5.2 Charge diffusive

Sur le même principe que pour la charge convective, en calculant le flux d'ions transporté par diffusion et capté par l'inclusion étudiée, l'évolution temporelle de la charge diffusive s'écrit (White 1951) :

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{j r_i^2}{\mu_i E} \sqrt{\frac{3N a k_B T_{amb}}{M_a}} \exp\left(-\frac{e q_i}{4\pi \varepsilon_0 r_i k_b T}\right) \quad (2.5-3)$$

Le phénomène d'acquisition de charge diffusive ne se stabilise jamais totalement, mais la résultante est de l'ordre de :

$$q_{id} = \frac{4\pi \varepsilon_0 r_i k_b T}{e} \quad (2.5-4)$$

où e est la charge élémentaire.

2.5.3 Couplage des charges diffusive et convective

Comme le remarque White (1951) le phénomène de charge convective est prédominant pour les inclusions de taille supérieure à 0,5 μm et le phénomène de charge diffusive, prédominant pour les inclusion de taille inférieure à 100 nm. Mais comme notre étude comprend le comportement d'inclusions allant de 100 nm à 10 μm , les deux phénomènes de charge doivent être pris en compte.

En première approche, il a été choisi de ne considérer que la valeur finale de la charge convective et de la charge diffusive même si cette dernière n'est connue qu'approximativement, et de les additionner comme le font Mizuno (2000) et Galbrun (2008) :

$$q_i = q_{ic} + q_{id} \quad (2.5-5)$$

On trouve également dans la littérature (Mizuno 2000) que la charge maximale de diffusion ionique est égale non pas à q_{id} mais à $6,2 q_{id}$.

Ainsi la charge est entièrement déterminée par le volume de l'inclusion, la température et le champ électrique. Elle n'est alors plus une variable de phase, ce qui simplifie grandement le bilan de population des inclusions. Malheureusement, cette approximation dégrade très fortement les résultats pour deux raisons :

- La charge diffusive ne se stabilisant pas, considérer qu'elle est constante et égale à un ordre de grandeur engendre une importante erreur dans l'évaluation de la charge électrique acquise par l'inclusion. Cela est d'autant plus vrai pour les temps longs et les petites inclusions (inférieures à 500 nm) dont la charge diffusive est prédominante et dont la collecte est aussi difficile qu'indispensable.

- La charge convective se stabilise rapidement, mais vers une valeur dépendant du champ électrique. Sous l'effet de ce dernier, l'inclusion a tendance à s'éloigner de l'axe du cylindre et se rapprocher de la paroi. L'ordre de grandeur du champ électrique variant en $1/r$ dans un cylindre, le champ électrique imposé à l'inclusion diminue et dans le cadre de cette approximation, la charge convective diminue également avec le temps. Or quand on observe l'équation (2.5-3), on constate que la variation temporelle de la charge convective est strictement positive, et donc la charge convective ne doit pas diminuer avec le temps. L'erreur résultant de cette approximation est ainsi particulièrement importante pour l'inclusion injectée au centre du cylindre, là où le champ électrique est le plus important.

Un autre modèle prenant en compte l'évolution temporelle de la charge électrique doit donc être choisi. Suivant les recommandations de Long et Yao (2010), le choix s'est porté sur le modèle de Lawless (1996) qui offre une bonne concordance avec les mesures expérimentales, tout en étant relativement facile à résoudre numériquement.

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{j}{\varepsilon_0 E} \begin{cases} f\left(\frac{q_{ic}}{3q_{id}}\right) \frac{q_i - q_{ic}}{\exp\left(\frac{q_i}{q_{id}} - \frac{q_{ic}}{q_{id}}\right) - 1}, & \text{si } q_i > q_{ic} \\ \frac{q_{ic}}{4} \left(1 - \frac{q_i}{q_{ic}}\right)^2 + q_{id} f\left(\frac{q_{ic}}{3q_{id}}\right), & \text{si } -q_{ic} \leq q_i \leq q_{ic} \\ -q_p + f\left(\frac{q_{ic}}{3q_{id}}\right) \frac{-q_i - q_{ic}}{\exp\left(\frac{q_i}{q_{id}} - \frac{q_{ic}}{q_{id}}\right) - 1}, & \text{si } q_i < -q_{ic} \end{cases} \quad (2.5-6)$$

avec :

$$f\left(\frac{q_{ic}}{3q_{id}}\right) = \begin{cases} \frac{1}{\left(\frac{q_{ic}}{3q_{id}} + 0,475\right)^{0,575}}, & \text{si } \frac{q_{ic}}{3q_{id}} \geq 0,525 \\ 1, & \text{si } \frac{q_{ic}}{3q_{id}} < 0,525 \end{cases} \quad (2.5-7)$$

Ce modèle a l'avantage par rapport modèle de White (1963) de prendre en compte le couplage entre le flux diffusif et convectif, en introduisant le terme $f\left(\frac{q_{ic}}{3q_{id}}\right)$ qui dépend du champ électrique, de la température et du rayon de l'inclusion, mais pas de la charge celle-ci.

On notera pour la suite \dot{q}_i le second membre de l'équation (2.5-6).

2.6 Champs cinématiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée

2.6.1 Trajectoire dans l'espace physique

La trajectoire de l'inclusion dans l'espace physique s'écrit de façon évidente :

$$\frac{d\vec{X}_i}{dt} = \vec{V}_i \quad (2.6-1)$$

où $\vec{V}_i = \vec{V} + \vec{V}_{di}$, \vec{V} étant la vitesse de l'écoulement gazeux et \vec{V}_{di} la vitesse de glissement de l'inclusion par rapport à la phase continue. On notera aussi pour la suite $\dot{\vec{X}}_i$ le second membre de l'équation (2.6-1).

2.6.2 Bilan de quantité de mouvement

Une inclusion en mouvement dans un écoulement gazeux, exposée à un champ électrique et un champ de température, est soumise aux forces suivantes :

- la force de pesanteur

$$\vec{P}_i = m_i \vec{g} \quad (2.6-2)$$

$m_i = \rho_i v_i$ étant la masse,

- la force d'Archimède généralisée qui résulte du gradient de pression,

$$\vec{F}_{Ai} = -v_i \vec{\nabla} p \quad (2.6-3)$$

- la force de Basset, qui est négligée,
- la force de masse ajoutée, liée à l'inertie du gaz déplacé par l'inclusion, qui est négligée,
- la force de traînée donnée par la formule de Stokes, le nombre de Reynolds particulaire étant très petit,

$$\vec{F}_{Ti} = -\frac{6\pi\mu r_i}{Cm_i} \vec{V}_{di} \quad (2.6-4)$$

Cm_i étant le facteur de Cunningham avec λ le libre parcours moyen,

$$Cm_i = 1 + 2,54 \left(\frac{\lambda}{2r_i} \right) + 0,8 \left(\frac{\lambda}{2r_i} \right) \exp\left(\frac{-0,55,2r_i}{\lambda} \right) \quad (2.6-5)$$

$$\lambda = 6,61 \cdot 10^{-8} \left(\frac{T}{293} \right) \left(\frac{101,3 \cdot 10^3}{p} \right) \quad (2.6-6)$$

- la force électrostatique,

$$\vec{F}_{elec\ i} = q_i \vec{E} \quad (2.6-7)$$

- la force brownienne, qui est négligée,
- la force thermophorétique,

$$\vec{F}_{th\ i} = -\frac{D_i^T}{T} \vec{\nabla} T \quad (2.6-8)$$

D_i^T étant le coefficient de diffusion thermique,

$$D_i^T = \frac{6\pi\mu M r_i}{5\rho R Cm_i} \frac{2k^2}{2k + k_l} \quad (2.6-9)$$

En conséquence, l'équation du mouvement de la particule s'écrit :

$$\frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{g} - \frac{1}{\rho_i} \vec{\nabla} p - \frac{\eta_i}{m_i} \vec{V}_{di} - \frac{D_i^T}{m_i T} \vec{\nabla} T + \frac{q_i}{m_i} \vec{E} \quad (2.6-10)$$

η_i étant le coefficient de traînée :

$$\eta_i = \frac{6\pi\mu r_i}{Cm_i} \quad (2.6-11)$$

On remarquera que la composante transverse de la force hydrodynamique appliquée à chaque inclusion n'a pas été prise en compte ; cette force est lié aux effets supposés

négligeables de la rotation de l'inclusion sur elle-même et du gradient de vitesse du fluide environnant.

On notera aussi pour la suite \dot{V}_i le second membre de l'équation (2.6-10).

2.7 Champs thermiques relatifs à la phase dispersée

La température sera supposée uniforme dans l'inclusion et à sa surface. Les phénomènes de diffusion/convection de la chaleur et de la vapeur à proximité des gouttes et des particules sont supposés stationnaires.

2.7.1 Bilan de masse d'une goutte

On suppose qu'il n'y a aucun transfert de masse entre la phase continue et les particules. Cette section ne s'applique donc qu'aux gouttes.

Introduisons le nombre de Péclet massique correspondant au rapport entre le transport convectif et diffusif, afin de choisir le type de modèles de croissance des gouttes :

$$Pe_{mg} = \frac{d_i V_{dg}}{D_v} \quad (2.7-1)$$

où :

- d_g est le diamètre de l'inclusion,
- V_{dg} , la vitesse de glissement de l'inclusion par rapport à l'écoulement
- D_v , le coefficient de diffusion massique de la vapeur dans l'air.

On remarque sur le Tableau 2.7-1 la petitesse du nombre de Péclet notamment pour les petites inclusions. Ceux sont donc les échanges de matières par diffusion de matière qui dominant, on utilisera donc un modèle diffusif.

Diamètre de l'inclusion (nm)	50	500	2000	10000
Vitesse de glissement (m.s-1)	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$5,0 \cdot 10^{-1}$
Nombre de Péclet massique	$5,1 \cdot 10^{-5}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$9,1 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$

Tableau 2.7-1 : Nombre de Péclet massique d'une goutte en fonction de son diamètre

On cherche à connaître le taux d'évaporation/condensation d'une goutte isolée, autrement dit sa variation de masse au cours du temps :

$$\frac{dm_g}{dt} = -M_v \Phi_v(r_g) \quad (2.7-2)$$

où M_v est la masse molaire de la vapeur et $\Phi_v(r_g)$ le nombre de moles de vapeur qui traversent la surface de la goutte (en $r = r_g$) par unité de temps (flux total), qui s'écrit :

$$\Phi_v(r_g) = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (2.7-3)$$

et \vec{J} est le vecteur densité de flux donné par la loi de Fick : $\vec{J} = -D_v \vec{\nabla} n_{mol\ v}$ ($n_{mol\ v}$ la concentration molaire en vapeur dans l'air). On a donc :

$$\Phi_v(r_g) = -D_v \iint_S \left. \frac{\partial n_{mol\ v}}{\partial r} \right|_{r_g} dS = -D_v \left. \frac{\partial n_{mol\ v}}{\partial r} \right|_{r_g} 4\pi r_g^2 \quad (2.7-4)$$

$$\frac{dm_g}{dt} = 4\pi r_g^2 M_v D_v \left. \frac{\partial n_{mol\ v}}{\partial r} \right|_{r_g} \quad (2.7-5)$$

Après un calcul classique, on obtient :

$$\left. \frac{\partial n_{mol\ v}}{\partial r} \right|_{r_g} = \frac{n_{mol\ v, \infty} - n_{mol\ v, s}}{r_g} \quad (2.7-6)$$

où :

- $n_{mol\ v, s}$ est la concentration en vapeur à la surface de la goutte,
- $n_{mol\ v, \infty}$, la concentration en vapeur loin de la goutte.

La masse de la goutte évolue donc selon l'expression suivante :

$$\frac{dm_g}{dt} = 4\pi r_g M_v D_v (n_{mol\ v, \infty} - n_{mol\ v, s}) \quad (2.7-7)$$

Pour faire apparaître la pression de vapeur, la loi des gaz parfaits $n_{mol\ v} = \frac{P_v}{RT}$ est introduite. L'équation devient alors :

$$\frac{dm_g}{dt} = \frac{4\pi r_g M_v D_v}{R} \left(\frac{P_{v, \infty}}{T_\infty} - \frac{P_{v, s}}{T_s} \right) \quad (2.7-8)$$

On retrouve l'équation de Langmuir (Reist 1984):

$$\frac{dv_g}{dt} = \frac{4\pi M_v D_v}{\rho_l R} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} v_g^{1/3} \left(\frac{P_{v, \infty}}{T_\infty} - \frac{P_{v, s}}{T_s} \right) \quad (2.7-9)$$

Il est possible par ailleurs de généraliser cette expression :

$$\frac{dv_g}{dt} = \frac{2\pi Sh_g M_v D_v}{\rho_l R} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} v_g^{1/3} \left(\frac{P_{v, \infty}}{T_\infty} - \frac{P_{v, s}}{T_s} \right) \quad (2.7-10)$$

avec Sh_g le nombre de Sherwood :

$$Sh_g = 2 + 0,552 Re_g^{1/2} Sc^{1/3} \quad (2.7-11)$$

où Re_g est le nombre de Reynolds particulaire et Sc le nombre de Schmidt

$$Re_g = \frac{\rho d_g V_{dg}}{\mu} \quad (2.7-12)$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_v} \quad (2.7-13)$$

Le nombre de Sherwood caractérise les échanges de matière faisant intervenir diffusion et convection.

Dans les expressions ci-dessus apparaissent les pressions de vapeur « à l'infini » et à la surface de la goutte qu'il convient d'explicitier. On rappelle que pour la pression de vapeur « à l'infini », on prend la valeur dans le gaz « non perturbé », donc on va écrire plus simplement

$$p_{v,\infty} = p_v \cdot$$

$$p_v = x_v p \quad (\text{loi de Dalton}) \quad (2.7-14)$$

avec $x_v = \frac{M_a y_v}{M_v + (M_a - M_v) y_v}$. Finalement on a :

$$p_{v,\infty} = p \frac{M_a y_v}{M_v + (M_a - M_v) y_v} \quad (2.7-15)$$

Pour la pression de vapeur à l'interface, la loi de Kelvin donne :

$$p_{v,s} = p_{sat}(T_s) \exp\left(\frac{2\sigma M_v}{\rho_l r_g RT_s}\right) \quad (2.7-16)$$

où σ est la tension superficielle de l'eau et p_{sat} est donnée par la loi de Filonenko :

$$p_{sat}(T) = \exp\left(6,416 + \frac{17,3(T - 273,15)}{T - 35,15}\right) \quad (2.7-17)$$

La température est uniforme dans la goutte, on a $T_s = T_g$:

$$p_{v,s} = p_{sat}(T_g) \exp\left(\frac{2\sigma M_v}{\rho_l r_g RT_g}\right) \quad (2.7-18)$$

$$\frac{dv_g}{dt} = \frac{2\pi Sh_g M_v D_v}{\rho_l R} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} v_g^{1/3} \left(\frac{p}{T} \frac{M_a y_v}{M_v + (M_a - M_v) y_v} - \frac{p_{v,s}}{T_g}\right) \quad (2.7-19)$$

On notera aussi pour la suite \dot{v}_g le second membre de cette dernière équation.

2.7.2 Equation de la chaleur d'une inclusion

De la même manière que pour les échanges de masse, on calcule ici le nombre de Péclet thermique pour savoir quel est le mode de transfert thermique prédominant entre la diffusion et la convection :

$$Pe_{thi} = \frac{d_i V_{di} \rho_a C_{pa}}{k_a} \quad (2.7-20)$$

On remarque sur le Tableau 2.7-2 la petitesse du nombre de Péclet thermique notamment pour les petites inclusions. Ceux sont donc les échanges thermiques par diffusion de chaleur qui dominant, on utilisera donc un modèle diffusif.

Diamètre de l'inclusion (nm)	50	500	2000	10000
Nombre de Péclet thermique de la goutte	$9,1 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$8,5 \cdot 10^{-1}$
Nombre de Péclet thermique de la particules	$6,5 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-2}$	$4,9 \cdot 10^{-1}$

Tableau 2.7-2 : Nombre de Péclet thermique en fonction du diamètre de l'inclusion

Le flux de chaleur reçu par une inclusion de rayon r_i s'écrit donc :

$$\Phi_{th}(r_i) = \iint_S \vec{J}_{th} \cdot d\vec{S} \quad \text{avec } \vec{J}_{th} = -k\vec{\nabla}T \quad (2.7-21)$$

soit

$$\Phi_{th}(r_i) = -k \iint_S \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_i} dS = -k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_i} 4\pi r_i^2 \quad (2.7-22)$$

Il faut donc connaître le gradient de température dans le gaz entourant l'inclusion. En considérant uniquement un transfert de chaleur par diffusion liée à la différence de température entre l'inclusion et le gaz « à l'infini », on obtient donc :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_i} = \frac{T_\infty - T_s}{r_i} \quad (2.7-23)$$

alors

$$\Phi_{th}(r_i) = k4\pi r_i (T_\infty - T_s) \quad (2.7-24)$$

avec T_∞ la température « loin » de l'inclusion et T_s la température à la surface de l'inclusion.

Comme on considère que la température à l'intérieur de l'inclusion est uniforme, on a même $T_s = T_i$. Par ailleurs, on prend pour la température « à l'infini », la température de la phase gazeuse « non perturbée » au point où se trouve la goutte, et donc $T_\infty = T$.

De même que pour le bilan de masse, on peut généraliser l'écriture de ce flux en utilisant le nombre de Nusselt Nu_i :

$$\Phi_{th}(r_i) = 2\pi r_i Nu_i k (T - T_g) \quad (2.7-25)$$

avec $Nu_i = 2 + 0,552 Re_i^{1/2} Pr^{1/3}$, où Pr est le nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (2.7-26)$$

Le nombre de Nusselt caractérise les échanges thermiques en introduisant en particulier l'effet de la convection.

Le bilan d'énergie de l'inclusion s'écrit:

$$m_i C_{pi} \frac{dT_i}{dt} = 2\pi r_i Nu_i k (T - T_i) + L \frac{dm_i}{dt} \quad (2.7-27)$$

Dans le cas d'une goutte sur laquelle la vapeur contenue dans le gaz se condense, l'évolution temporelle de la température est due, d'une part, à l'échange de chaleur avec le milieu gazeux provenant de la perturbation induite par la présence de la goutte, et d'autre part à la perte de chaleur liée au changement de phase de la vapeur. Ces deux effets sont bien traduits par les deux termes du second membre dans l'équation (2.7-27).

Dans le cas d'une particule, la vapeur contenue dans le gaz ne condense pas. L'évolution temporelle de la température de la particule est due au seul échange de chaleur avec le milieu gazeux. L'équation (2.7-27) reste applicable avec :

$$\frac{dm_p}{dt} = 0 \text{ ou } \frac{dv_p}{dt} = 0 \quad (2.7-28)$$

Si on l'écrit en fonction du volume de l'inclusion, choisi comme coordonnée de phase, on a :

$$\frac{dT_i}{dt} = 2\pi \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} v_i^{1/3} \frac{Nu_i k}{\rho_i v_i C_{pi}} (T - T_i) + \frac{L \rho_l}{\rho_i v_i C_{pi}} \dot{v}_i \quad (2.7-29)$$

On notera aussi pour la suite \dot{T}_i le second membre de cette dernière équation.

2.8 Équation de transport de la densité de probabilité

2.8.1 Bilan de population

D'une manière générale, pour décrire une population d'inclusions dont la fonction densité de probabilité $n_i(\vec{X}_i, v_i, \vec{V}_i, T_i, q_i)$ dépend de la position $\vec{X}_i = (r_i, z_i)$ des inclusions, de leur volume v_i , de leur vitesse \vec{V}_i , de leur température T_i , et de leur charge électrique q_i , on écrit une équation de continuité dans l'espace multidimensionnel des phases (Pulvermacher et Ruckenstein 1974; Sirignano 1986) :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (D_i \vec{\nabla} n_i) + \frac{\partial}{\partial \vec{X}_i} (n_i \dot{\vec{X}}_i) + \frac{\partial}{\partial v_i} (n_i \dot{v}_i) + \frac{\partial}{\partial \vec{V}_i} (n_i \dot{\vec{V}}_i) + \frac{\partial}{\partial T_i} (n_i \dot{T}_i) + \frac{\partial}{\partial q_i} (n_i \dot{q}_i) = S_{ic} \quad (2.8-1)$$

avec D_i le coefficient de diffusion des inclusions,

$$D_i = \frac{k_B T C m_i}{\mu r_i} \quad (2.8-2)$$

et S_{ic} ; le terme source d'inclusions représentant le nombre d'inclusions de taille critique « apparaissant » par unité de volume et de temps.

Les conditions limites associées au bilan de population sont les suivantes :

- le long des parois, du fil et de ses supports,

$$n_i = 0 \text{ si } \vec{V}_i \cdot \vec{n} < 0 \text{ et } \vec{n} \cdot \vec{\nabla} n_i = 0 \text{ si } \vec{V}_i \cdot \vec{n} > 0 \quad (2.8-3)$$

– en sortie de la zone d'étude,

$$\vec{e}_z \cdot \left(\vec{\nabla} n_i \right) \Big|_{z=-L_c} = 0 \quad (2.8-4)$$

– en entrée,

$$n_g \Big|_{z=L_w+L_c} = 0 \text{ et } n_p \Big|_{z=L_w+L_c} = n_{p \text{ amb}}(v_p, q_p) \delta(\vec{V}_p - \vec{V}) \delta(T_p - T) \quad (2.8-5)$$

δ étant la fonction Dirac,

$n_{p \text{ amb}}$ la densité de particules.

L'air ambiant est électriquement neutre, mais des ions sont créés et disparaissent. Certains d'entre eux migrent par diffusion jusqu'aux particules et les chargent. Donc bien qu'en moyenne les particules soient neutres, un certain nombre d'entre elles sont chargées positivement ou négativement. Cette distribution de charges peut être calculée à partir de la loi dite d'équilibre de Boltzmann, vérifiée expérimentalement par Keefe et col. (1959). :

$$n_{p \text{ amb}} = n_{p \text{ amb}}(v_p) \Big|_{q_p=0} \exp\left(-\frac{q_p^2}{2e q_{dp}}\right) \quad (2.8-6)$$

Le terme $n_{p \text{ amb}}(v_p) \Big|_{q_p=0}$ est choisi afin que $\int n_{p \text{ amb}} dq_p$ corresponde à une mesure expérimentale faite dans l'air ambiant.

2.8.2 Sources interfaciales entre la phase continue et la phase dispersée

Les densités de charge électrique ρ_{ei} , les sources interfaciale de charge électrique Q_{ei} et la source interfaciale de masse S_{vap} peuvent être déduites à partir de leur définition et de la densité de probabilité $n_i(\vec{X}_i, v_i, \vec{V}_i, T_i, dq_i)$:

$$\rho_{ei}(\vec{X}) = \iiint n_i q_i dv_i d\vec{V}_i dT_i dq_i \quad (2.8-7)$$

$$Q_{ei}(\vec{X}) = \iiint n_i \dot{q}_i dv_i d\vec{V}_i dT_i dq_i \quad (2.8-8)$$

$$S_{vap}(\vec{X}) = \iiint n_g \rho_l \dot{v}_g dv_g d\vec{V}_g dT_g dq_g \quad (2.8-9)$$

Afin de déterminer les sources interfaciales de quantité de mouvement \vec{F}_{ia} et la source interfaciale de chaleur Q_{ia} , il a été choisi de faire respectivement un bilan local de quantité de mouvement et un bilan local de quantité d'énergie totale, pour le système « phase continue / phase dispersée ». La variation temporelle de la quantité de mouvement est égale à la force exercée par l'extérieur du système sur ce dernier. On a donc :

$$\frac{d}{dt} \left(\rho \vec{V} + \sum_{i=p,g} \iiint n_i m_i \vec{V}_i dv_i d\vec{V}_i dT_i dq_i \right) = \vec{F}_{ext} \quad (2.8-10)$$

De même la variation temporelle d'énergie totale est égale à la puissance transmise par l'extérieur du système sur ce dernier. On a donc :

$$\frac{d}{dt} \left(\rho e_{tot} + \sum_{i=p,g} \iiint n_i m_i e_{tot i} dv_i d\vec{V}_i dT_i dq_i \right) = P_{ext} \quad (2.8-11)$$

Après calcul, on trouve :

$$\vec{F}_{ia} = \iiint n_i \left(v_i \vec{\nabla} p + \eta_i \vec{V}_{di} + \frac{D_i^T}{T} \vec{\nabla} T \right) dv_i d\vec{V}_i dT_i dq_i \quad (2.8-12)$$

$$\begin{aligned} Q_{ia} = \int n_i \left(-\rho_i \dot{v}_i \left[C_{p_v} (T_i - T) + \frac{p}{\rho_i} + \frac{2\sigma}{\rho_i 3r_g} + \vec{V}_{di} \vec{V} + \frac{1}{2} V_{di}^2 \right] \right. \\ \left. + \left[\eta_i \vec{V}_{di} + \frac{D_i^T}{T} \vec{\nabla} T \right] \cdot \vec{V}_{di} - 2\pi \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} v_i^{1/3} Nu k (T - T_i) \right) dv_i dq_i \end{aligned} \quad (2.8-13)$$

On peut remarquer que la source interfaciale de chaleur Q_{ia} est composée de trois termes. Le deuxième est le travail des forces exercées sur l'inclusion et le troisième, le flux de chaleur entre l'inclusion et la phase continue. Le premier terme correspond à l'échange d'énergie lié au grossissement de l'inclusion. Il n'est valable que pour les gouttes et est nul pour les particules. Il est composé de cinq sous-termes. Le premier correspond à la chaleur nécessaire à chauffer la vapeur de T à T_g . Le second correspond au travail de pression dû au changement de volume. Le troisième correspond au travail de la tension de surface. Et le quatrième et le cinquième correspondent à la variation d'énergie cinétique de la vapeur condensée sur les gouttes.

2.8.3 Terme d'interaction entre la densité de particules et la densité de gouttes

La condensation de vapeur saturée se fait de manière préférentielle sur les surfaces ou autour de noyaux de condensation, constitué dans notre cas par les particules solides. Seules les particules de rayon supérieur à un rayon critique subissent la condensation (Baron 2001). Le rayon critique, appelé rayon de Kelvin, dépend de la sursaturation en vapeur et également de la charge électrique portée par la particule (Scheibel et Porstendörfer 1986). Ce dernier effet est négligeable pour notre classe de taille.

Les particules de taille supérieure ou égale à la taille critique sont donc considérées instantanément comme des gouttes d'eau de même taille critique (rayon critique r_{cp}) : elles disparaissent donc de la population de particules pour aller augmenter la population de gouttes. Cela peut se formuler par une condition de Dirichlet :

$$S_{cp} = -S_{cg} = \begin{cases} 0 & \text{si } r_p < r_{cp} \\ \text{tel que } n_p = 0, & \text{si } r_p \geq r_{cp} \end{cases} \quad (2.8-14)$$

avec le rayon critique r_c défini de la manière suivante:

$$r_c = \frac{2\sigma T_{sat}}{L\rho_L(T_{sat} - T)} \quad (2.8-15)$$

où σ est la tension de surface entre l'air et l'eau et T_{sat} la température de vapeur saturante :

$$T_{sat} = \left(\frac{4725,5 + 35,15(6,416 - \ln[x_v p])}{23,7 - \ln[x_v p]} \right) \quad (2.8-16)$$

2.9 Couplage entre les systèmes d'équations relatif aux différents phénomènes physiques

Les couplages entre les différents phénomènes physiques présentés précédemment sont synthétisés dans la Figure 2-4. On peut voir que les phases continues et dispersées s'influencent de différentes manières par des couplages forts entre les champs électriques, hydrodynamiques et thermiques. Une résolution numérique des équations présentées dans ce chapitre est difficilement envisageable par suite de ces couplages forts. Ces derniers obligent à résoudre simultanément toutes les équations. Or il serait souhaitable, en faisant apparaître plutôt des couplages faibles, de décomposer le problème global en sous-problèmes. Ces sous-problèmes pourraient être traités successivement en utilisant les solutions du sous-problème résolu précédemment. Une simplification des équations ainsi que de leurs couplages est nécessaire afin de faire apparaître ces couplages faibles. Pour cela une analyse dimensionnelle inspectionnelle a été réalisée. Elle est présentée dans le chapitre suivant.

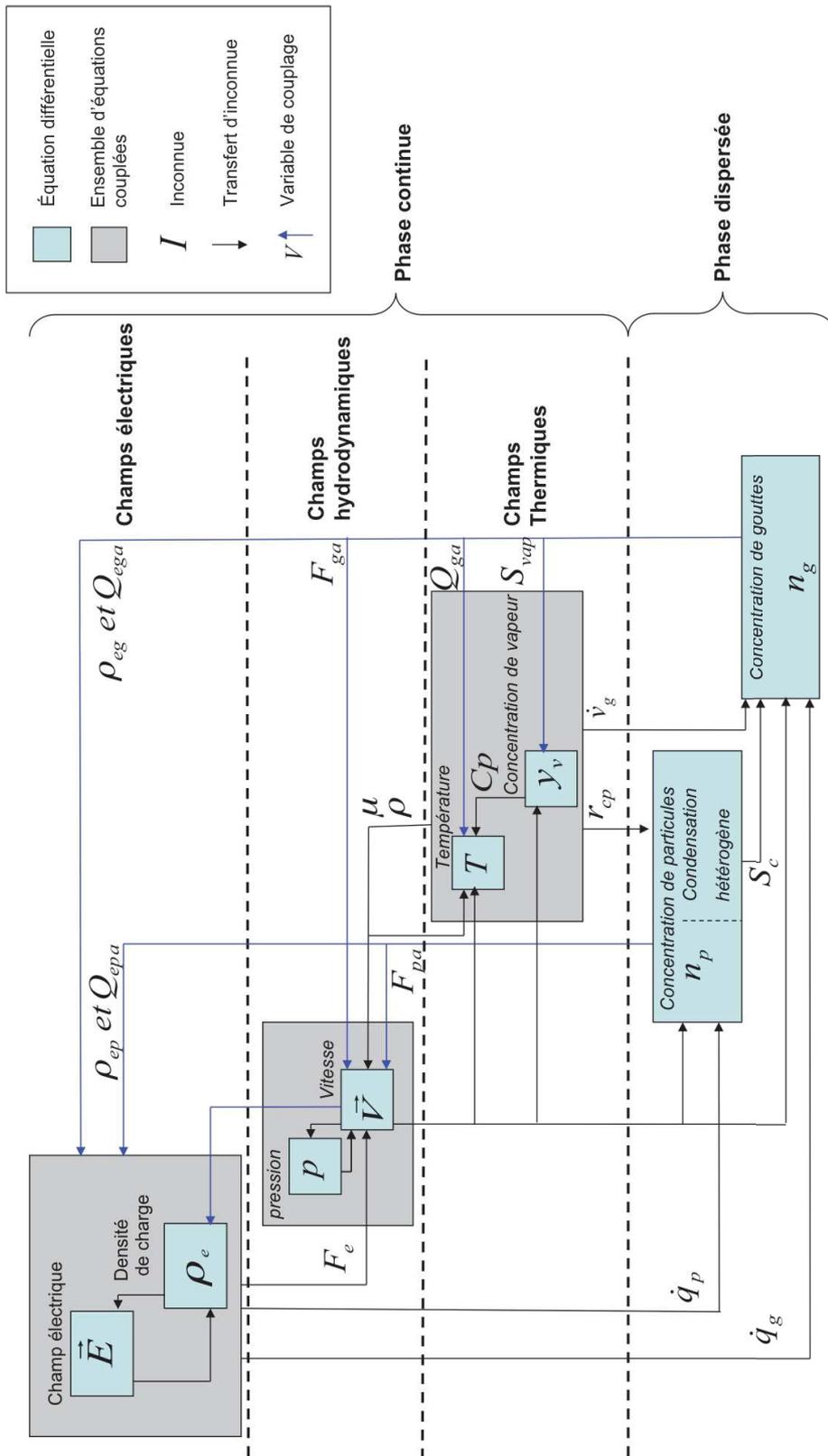


Figure 2-4 : Schéma synthétisant les couplages entre les différents phénomènes

Chapitre 3 : Mise en place des sous-modèles utilisés et analyse de leurs couplages

Afin de simplifier la modélisation et définir le domaine d'étude, une analyse dimensionnelle de type inspectionnelle va être réalisée. Elle permettra d'identifier, au sein d'une classe de phénomènes physiques tels que nous venons de les présenter, les termes qui ont un rôle dominant (acteurs principaux). Les termes de couplage s'en déduiront facilement ainsi que leur importance.

L'analyse inspectionnelle, qui passe par une adimensionnalisation des équations représentatives des phénomènes mis en jeu, n'est pas une technique entièrement formalisable. Elle a pourtant montré maintes fois son utilité, notamment dans le domaine de la mécanique des fluides. Elle repose sur quatre étapes :

1) Adimensionnalisation en aveugle : une première phase d'adimensionnalisation où le choix des échelles se fait en aveugle : toutes les variables sont rendues adimensionnelles, et les échelles, si elles ne sont pas connues a priori, sont laissées libres et doivent être ultérieurement fixées. Cette étape transforme donc le système de départ en un système d'équations adimensionnelles faisant apparaître des groupements adimensionnels.

2) Repérage des termes excitateurs : on repère ensuite les forces prédominantes qui agissent sur le système et caractérisent le problème à résoudre (on parle aussi de 'paramètres de commande', de 'variables d'entrée', de 'forces excitatrices', de termes 'excitateurs' ou de termes 'à l'origine des phénomènes'). On réarrange le système adimensionnel précédent pour faire apparaître les termes traduisant correctement ces termes excitateurs sans qu'ils soient affectés de groupements adimensionnels, ou, ce qui est équivalent, en leur attribuant un ordre de grandeur égal à 1.

3) Choix des termes résistants : le choix des termes prédominants qui résistent aux différents termes moteurs apparaissant dans le système, conduit à sélectionner les groupements adimensionnels qui seront imposés égaux à 1. Ces termes résistants sont jugés prédominants d'après notre compréhension des phénomènes. Un tel choix correspond à ce qu'on appelle un scénario, et il peut y avoir a priori plusieurs scénarios envisageables. Ainsi à un scénario correspond un système fermé d'équations algébriques reliant échelles connues et échelles inconnues ; une fois ces équations résolues, toutes les échelles inconnues deviennent connues. On se retrouve donc avec un système d'équations adimensionnelles dont les termes non prépondérants sont affectés des nombres adimensionnels venant d'être déterminés : on doit alors vérifier qu'ils soient inférieurs à 1 pour juger de la cohérence du scénario choisi. Ces termes secondaires ne font ainsi que moduler les équilibres principaux.

4) Consistance : une dernière étape consiste à vérifier que le système obtenu précédemment est bien posé mathématiquement : en faisant tendre vers zéro les nombres adimensionnels affectant les phénomènes les plus secondaires que l'on aurait tendance à négliger (appelés 'termes perturbatifs'), le système doit rester bien posé mathématiquement. S'il existe des zones spatio-temporelles où les systèmes 'limites' deviennent incohérents (perte d'une dérivée d'ordre supérieur par exemple) alors on dit que le problème est singulier et le terme correspondant ne peut être négligé. Une nouvelle adimensionnalisation spécifique à ces zones doit être alors conduite (cas des couches limites par exemple).

3.1 Choix et estimation des échelles

Comme expliqué précédemment, certaines échelles sont connues a priori, d'autres résultent des équilibres qui ont été privilégiés. Les deux types d'échelles seront regroupés dans les sections qui vont suivre. Les grandeurs adimensionnelles sont affectées de l'exposant * et les échelles, généralement par l'indice 0.

3.1.1 Échelles pour les champs électriques relatifs à la phase continue

Longueur

De manière à ce que les variables de longueur soient comprises entre 0 et 1 dans tout le dispositif, on prend comme échelles les dimensions maximales de la cellule de collecte : le rayon et la longueur du fil de décharge :

$$r_0 = \frac{D_c}{2} = r_c \quad (3.1-1)$$

$$z_0 = L_w \quad (3.1-2)$$

Potentiel électrique

U_0 est défini comme la différence de potentiel entre l'électrode de décharge et l'électrode de collecte.

Champ électrique

On utilise la même échelle pour le champ radial et pour le champ axial :

$$E_{z0} = E_{r0} = E_0 \quad (3.1-3)$$

Initialement l'échelle de champ a été définie comme la valeur du champ créé par un condensateur plan dont les électrodes sont placées à la distance r_c et entre lesquelles est imposée une tension U_0 , soit :

$$E_0 = U_0 / r_c \quad (3.1-4)$$

Mais pour majorer le champ électrique par l'échelle de champ, on utilisera plutôt le champ Peek à la température ambiante et la pression de référence :

$$E_{z0} = E_{r0} = E_{Peek} \quad (3.1-5)$$

On utilisera en revanche le champ électrique E_0 comme champ électrique moyen dans la zone de collecte.

Densité de charge électrique

La densité de charge la plus importante est située à proximité de l'électrode de décharge où elle est indéterminée. Dans un premier temps, l'échelle de densité de charge

électrique a été définie pour simplifier l'équation de champ électrique :

$$\rho_{e0} = \frac{E_0 \epsilon_0}{r_c} \quad (3.1-6)$$

Mais cette définition sous-estime grandement la valeur maximale de la densité de charge. Une autre définition a donc été utilisée :

$$\rho_{e0} = I_0 / (2\pi r_w L_w \mu_e E_{Peek}) \quad (3.1-7)$$

Elle correspond à la valeur de la densité de charge au niveau du fil calculé à partir du courant électrique. Ce dernier est déterminé à l'aide du modèle proposé par Feng (1999) pour la géométrie fil-cylindre de longueur infinie :

$$I_0 = L_w C_{feng} U_0 (U_0 - U_{Peek}) \quad (3.1-8)$$

où :

– U_{Peek} est la tension d'apparition de la décharge couronne calculée à partir du champ de Peek (équation (2.2-14)) :

$$U_{Peek} = E_{Peek} r_w \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \quad (3.1-9)$$

– C_{feng} , une constante égale à :

$$C_{feng} = \begin{cases} \frac{8\pi\epsilon_0\mu_e}{D_c^2} & \text{si } \frac{I_0}{2\pi\epsilon_0\mu_e L_w E_{Peek}^2} \left(\frac{D_c}{D_w} \right)^2 \gg 1 \\ \frac{24\pi\epsilon_0\mu_e}{D_c^2 \ln \left(\frac{D_c}{D_w} \right) \left[1 - \left(1 + 2 \ln \left(\frac{D_c}{D_w} \right) / \left(\frac{D_c}{D_w} \right)^2 \right) \right]} & \text{si } \frac{I_0}{2\pi\epsilon_0\mu_e L_w E_{Peek}^2} \left(\frac{D_c}{D_w} \right)^2 \ll 1 \end{cases} \quad (3.1-10)$$

On peut remarquer que le modèle de Feng est implicite car C_{feng} dépend de I_0 . Dans notre configuration le courant électrique est généralement important, et l'inégalité

$\frac{I_0}{2\pi\epsilon_0\mu_e L_w E_{Peek}^2} \left(\frac{D_c}{D_w} \right)^2 \gg 1$ a été privilégiée. Comme notre géométrie d'étude est très proche

de la géométrie modélisée par Feng, cette dernière définition de ρ_{e0} permet d'obtenir un bon ordre de grandeur de la densité de charge à proximité du fil.

Densité de courant électrique

L'échelle de densité de courant est calculée à partir de la densité charge électrique et le champ électrique moyen :

$$j_0 = \mu_e \rho_{e0} E_0 \quad (3.1-11)$$

La densité de charge électrique variant peu en fonction du rayon du cylindre, cette définition correspond à l'ordre de grandeur de la densité de courant électrique moyen dans la zone de collecte.

Force électrique

La force électrique étant due à la force Coulomb, on pose :

$$F_{e0} = \rho_{e0} E_{Peek} \quad (3.1-12)$$

3.1.2 Échelles pour les champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue

Vitesse

Le dispositif possède deux échelles de vitesse distinctes : une liée à la vitesse hydrodynamique et l'autre à la vitesse dite « électrique ». La vitesse hydrodynamique est liée au débit d'air circulant dans le dispositif. L'air entre avec une vitesse moyenne axiale connue V_a :

$$V_a = \frac{Q_a}{\pi r_c^2} \quad (3.1-13)$$

Cette vitesse reste choisie même dans le cas avec injection de vapeur.

La vitesse électrique est liée à la force de Coulomb appliquée sur le gaz ; elle est notée V_e . Pour la déterminer, on se place à proximité du fil de décharge et on supposera l'équilibre entre cette dernière et la force visqueuse. En effet, c'est à proximité du fil que la force de Coulomb est la plus intense. De plus la force visqueuse y est la force résistante prédominante :

$$V_e = \frac{r_w^2 \rho_{e0} E_{Peek}}{\mu_0} \quad (3.1-14)$$

On peut objecter que le rayon du fil n'est pas l'échelle de distance optimale, mais qu'une épaisseur de couche limite aurait été plus appropriée. Mais compte tenu de la complexité pour déterminer l'ordre de grandeur de cette épaisseur dans notre cas, ce choix n'a pas été adopté dans cette étude. On prend l'échelle de vitesse électrique comme échelle de vitesse axiale et radiale :

$$V_{z0} = V_{r0} = V_e \quad (3.1-15)$$

Le rapport de ces deux échelles de vitesse est un nombre adimensionnel qui apparaît très naturellement :

$$N_{EHD} = V_e / V_a \quad (3.1-16)$$

Ce rapport a déjà été employé notamment par Yamamoto (1981; 2003; 2006; 2008) mais la vitesse électrique qu'il utilise est différente de celle proposée ici. En effet, elle oppose la force de Coulomb à l'inertie de l'air à l'échelle des électrodes. Dans la configuration de son étude, l'écoulement est perpendiculaire à l'électrode de décharge et suffisamment rapide pour observer le développement d'une couche limite.

Pression

L'échelle est obtenue en équilibrant le terme de pression et le terme d'inertie dans l'équation de quantité de mouvement du mélange gazeux selon z :

$$p_0 - p_{ref} = \rho_0 V_e^2 L_w / r_c \quad (3.1-17)$$

où p_{ref} est la pression à la sortie du collecteur.

Le choix de prendre comme pression de référence la pression de sortie correspond à l'utilisation d'une pompe à l'amont du collecteur. En fait, il est plus fréquent que cette pompe soit située à l'aval, auquel cas c'est la pression à l'entrée qui est donnée. Comme la perte de charge à la traversée du collecteur est faible, cette distinction a peu d'incidence sur les propriétés physiques du gaz traité.

L'adimensionnalisation de la pression de la vapeur doit être conduite de manière spécifique. En effet, cette pression ne varie pas entre p_{ref} et p_0 , mais entre 0 et p_0 ou de façon équivalente entre 0 et p_{ref} . Au final on a donc :

$$p_v^* = \frac{p_v}{p_{ref}} \quad (3.1-18)$$

3.1.3 Échelles pour les champs thermiques relatifs à la phase continue

Fraction massique en vapeur dans le mélange gazeux y_v

La fraction massique y_v est déjà sans dimension et comprise entre 0 et 1 dans notre dispositif (1 pour la vapeur pure envoyée en entrée) :

$$y_v^* = y_v \quad (3.1-19)$$

Température

On choisit comme échelle l'écart maximal de température, c'est-à-dire l'écart entre la température imposée la plus haute (température d'entrée de la vapeur) et la température imposée la plus basse (température de l'air ambiant). Le choix d'une telle échelle permet *a priori* d'englober toute la gamme de température pouvant exister dans le dispositif, ce qui donnera bien une variable adimensionnelle comprise entre 0 et 1 :

$$T^* = \frac{T - T_{ref}}{T_0 - T_{ref}} \quad (3.1-20)$$

où l'on pose $T_{ref} = T_{amb}$ et $T_0 = T_{vap}$

Masse molaire

La masse molaire du mélange gazeux dépend des fractions en air et en vapeur qu'il contient :

Chapitre 3 :

$$\frac{1}{M} = \frac{y_a}{M_a} + \frac{y_v}{M_v}$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$M = M_a \frac{1}{y_a + \frac{M_a}{M_v} y_v} \quad (3.1-21)$$

On posera :

$$M_0 = M_a \quad (3.1-22)$$

et donc :

$$M^* = \frac{1}{y_a^* + \frac{M_a}{M_v} y_v^*} \quad (3.1-23)$$

Masse volumique

Afin de tenir compte des variations de la masse volumique du mélange gazeux, on utilise pour la définir l'équation d'état des gaz parfaits :

$$\rho = \left[\frac{p_{ref} M_0}{RT_{ref}} \right] \frac{1 + p^* \frac{p_0 - p_{ref}}{p_{ref}}}{1 + T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}}} M^* \quad (3.1-24)$$

On a ainsi mis en avant deux nouveaux nombres adimensionnels tous les deux bien inférieurs à 1.

$$\left(p_0 - p_{ref} \right) / p_{ref} = 2,69 \cdot 10^{-6} \quad \left(T_0 - T_{ref} \right) / T_{ref} = 2,73 \cdot 10^{-1}$$

La masse volumique est indépendante de la pression et dépend uniquement de la température et de la constitution du mélange. La masse volumique s'écrit alors :

$$\rho_0 = \frac{M_0 p_{ref}}{RT_{ref}} \quad (3.1-25)$$

et donc

$$\rho^* = \frac{M^*}{1 + T^* \left(\frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}} \right)} \quad (3.1-26)$$

Autres propriétés physiques de la phase continue

La viscosité dynamique, la conductivité thermique et la capacité thermique massique varient selon les fractions molaire et massique de vapeur et d'air, selon les lois présentées dans le chapitre précédent (équ. (2.3-40), (2.4-32) et (2.4-33)). Afin de choisir leurs échelles, comparons leurs valeurs numériques pour l'air sec, la vapeur pure et l'air avec une humidité

relative HR de 80% (voir Tableau 3.1-1). On peut relier cette dernière à la fraction massique de vapeur par l'expression suivante :

$$HR(\%) = \frac{y_v M_a}{y_v M_a + (1 - y_v) M_v} \frac{100p}{p_{sat}(T)} \quad (3.1-27)$$

soit

$$y_v = \frac{1}{1 + \frac{M_a}{M_v} \left(\frac{100p}{HR(\%) p_{sat}} - 1 \right)} \quad (3.1-28)$$

	Viscosité dynamique η (Pa.s)	Conductivité thermique λ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Capacité thermique massique C_p ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)
Vapeur d'eau	$1,85 \cdot 10^{-5}$	0,0195	1850
Air sec	$2,15 \cdot 10^{-5}$	0,0262	1011
Air humide (80%)	$2,14 \cdot 10^{-5}$	0,0261	1027

Tableau 3.1-1 : Viscosité dynamique η , conductivité thermique λ et capacité thermique massique C_p pour de l'air sec, de la vapeur d'eau et un mélange de vapeur et d'air correspondant à 80 % d'humidité à la température ambiante.

Le Tableau 3.1-1 montre que même pour des taux d'humidité élevée (80%), les propriétés de l'air humide sont très proches de celle de l'air sec, ce qui justifie le choix de considérer comme échelles les propriétés de l'air sec. On choisit donc les propriétés de l'air sec comme échelles :

$$\mu_0 = \mu_a \quad (3.1-29)$$

$$k_0 = k_a \quad (3.1-30)$$

$$C_{p0} = C_{pa} \quad (3.1-31)$$

3.1.4 Échelles pour les champs électriques relatifs à la phase dispersée

Comme pour les variables dimensionnelles, les variables adimensionnelles liées aux inclusions sont indicées i en spécifiant lorsque nécessaire : g pour les gouttes et p pour les particules.

Taille des inclusions

La gamme de taille des inclusions qui nous intéresse va de 100 nm à 10 μm . Il se trouve que des forces telles que le poids, l'inertie et la thermophorèse, sont négligeables pour les petites inclusions. Or nous ne voulons utiliser qu'une seule description pour l'ensemble

Chapitre 3 :

des inclusions. Nous prendrons néanmoins un rayon des inclusions r_{i0} de 5 μm pour échelle. Ce qui implique qu'on ne fera pas toutes les simplifications possibles pour les plus petites inclusions. La variable de phase utilisée dans la description des populations est le volume et non le rayon, on a donc plus précisément :

$$v_{i0} = \frac{4}{3}\pi r_{i0}^3 \quad (3.1-32)$$

On en déduit une échelle de masse pour les inclusions :

$$m_{i0} = \rho_i v_{i0} \quad (3.1-33)$$

afin d'avoir :

$$m_i^* = v_i^* \quad (3.1-34)$$

Charge électrique des inclusions

Initialement q_c a été considéré comme charge principale. Mais cela engendre une mauvaise évaluation de la charge portée par les petites particules de moins de 200 nm qui font parties des cibles de notre collecteur.

Finalement pour élargir la gamme de validité de notre échelle de charge électrique, il a été choisi de la définir comme la somme des charges électriques acquises par diffusion définie précédemment et des charges électriques acquises par convection à l'équilibre :

$$q_{i0} = q_{id0} + q_{ic0} \quad (3.1-35)$$

où :

– q_{ic0} est la charge de l'inclusion acquise par convection à l'équilibre, utilisant le champ électrique moyen E_0 .

$$q_{ic0} = \frac{3\pi\epsilon_0\epsilon_{ri}d_{i0}^2E_0}{\epsilon_{ri} + 2} \quad (3.1-36)$$

– q_{id0} , l'ordre de grandeur de la charge de l'inclusion acquise par diffusion.

$$q_{id0} = 2\pi\epsilon_0d_{i0}k_bT_{amb}/e \quad (3.1-37)$$

3.1.5 Échelles pour les champs cinématiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée

Position spatiale

Les inclusions peuvent *a priori* se déplacer dans l'ensemble de la cellule de collecte. On prend donc pour les échelles de position en r et en z des particules les échelles de longueurs définies dans la phase continue.

$$r_{I0} = r_c \quad (3.1-38)$$

$$z_{I0} = L_w \quad (3.1-39)$$

Vitesse

La même échelle radiale et axiale sera prise pour la vitesse de glissement des inclusions. Cette échelle est déduite d'un équilibre établi lors de l'analyse de l'équation de mouvement des inclusions présentée par la suite :

$$V_{id0} = \frac{q_{i0} E_0}{\eta_{i0}} \quad (3.1-40)$$

où :

- η_{i0} est l'échelle du coefficient de traînée,

$$\eta_{i0} = 6\pi\mu_0 r_{i0} / Cm_{i0} \quad (3.1-41)$$

- Cm_{i0} l'échelle du facteur de Cunningham, λ_0 étant l'échelle du libre parcours moyen,

$$Cm_{i0} = 1 + 2,54 \left(\frac{\lambda_0}{2r_{i0}} \right) + 0,8 \left(\frac{\lambda_0}{2r_{i0}} \right) \exp \left(\frac{-0,55 \cdot 2r_{i0}}{\lambda_0} \right) \quad (3.1-42)$$

$$\lambda_0 = 6,61 \cdot 10^{-8} \frac{T_{ref}}{293} \frac{101,3 \cdot 10^3}{p_{ref}} \quad (3.1-43)$$

L'échelle du coefficient de diffusion thermique D_{i0}^T est définie :

$$D_{i0}^T = \frac{6\pi\mu_0 M_0 r_{i0} k_0^2}{5\rho_0 R Cm_{i0} k_i} \quad (3.1-44)$$

Temps

On l'obtient à partir de l'équation de position de l'inclusion:

$$t_0 = L_w / V_a \quad (3.1-45)$$

L'échelle de temps correspond donc au temps que met une inclusion pour parcourir la longueur du fil de décharge à la vitesse V_a .

3.1.6 Échelles pour les champs thermiques relatifs à la phase continue

On utilise les mêmes échelles de température et de pression que pour la phase continue, sachant que les inclusions peuvent se trouver en tout point du dispositif et donc potentiellement balayer les mêmes gammes de température et de pression que le mélange gazeux.

3.1.7 Échelles pour l'équation de transport de la densité de probabilité

Densité de probabilité d'inclusion

L'échelle de densité d'inclusion n_{i0} normalisant la densité de particules en entrée est :

$$n_{i0} = n_{p\text{ amb}} \Big|_{q_p=0} \sqrt{\frac{2\pi e q_{dp}}{q_{p0}^2}} \quad (3.1-46)$$

Elle sera utilisée comme échelle dans tout le domaine. Remarquons que le terme $n_{p\text{ amb}} \Big|_{q_p=0}$ a été choisi pour qu'après simplification du bilan de population des inclusions, on obtienne la concentration totale en inclusion en entrée du collecteur égale à $n_{i0}q_{i0}v_{i0}$. Ce choix correspond à ce que le produit $n_{i0}q_{i0}v_{i0}$ soit égal à 10^8 inclusions/m³. Cette concentration est relativement importante pour un aérosol naturel, mais correspond à l'ordre de grandeur de celle utilisée lors des tests de caractérisations réalisés dans les études précédentes (Galbrun 2008; Roux et col. 2013).

L'échelle de diffusion des inclusions D_{i0} est définie :

$$D_i = \frac{k_B T_{ref} C m_{i0}}{\mu_0 r_{i0}} \quad (3.1-47)$$

Sources interfaciales

Les échelles des termes sources interfaciaux sont déterminées par la suite, soit directement, soit après simplification et établissement des équilibres :

$$\rho_{ei0} = n_{i0} q_{i0}^2 v_{i0} \quad (3.1-48)$$

$$Q_{ei0} = n_{i0} q_{i0}^2 v_{i0} W_1 / t_0 \quad (3.1-49)$$

$$S_{vap}^0 = \rho_l n_{g0} v_{g0}^2 q_{g0} \tau / t_0 \quad (3.1-50)$$

$$F_{ia0} = n_{i0} v_{i0} q_{i0} \eta_{i0} V_{id0} \quad (3.1-51)$$

$$Q_{ga0} = 2\pi(3/4\pi)^{1/3} n_{g0} v_{g0}^{4/3} q_{g0} Nu_g k_0 (T_0 - T_{ref}) \quad (3.1-52)$$

$$Q_{pa0} = n_{p0} v_{p0} q_{p0} \eta_{p0} V_{pd0}^2 \quad (3.1-53)$$

On peut remarquer que l'échelle du terme source interfacial de chaleur est la seule échelle dont la forme n'est pas commune pour les gouttes et les particules.

3.2 Champs électriques relatifs à la phase continue

3.2.1 Champ électrique

Au vu de la géométrie on suppose que le gradient radial de champ électrique est prédominant et on trouve :

$$\left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* E_r^*)}{\partial r^*} + [H] \frac{\partial E_z^*}{\partial z^*} \right) = \frac{r_c}{r_w} \varphi \rho_e^* + \Sigma U_{\rho ep} \rho_{ep}^* + \Sigma U_{\rho eg} \rho_{eg}^* \quad (3.2-1)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$H = r_c / L_w \quad (3.2-2)$$

$$\varphi = \frac{r_w \rho_{e0}}{E_{Peek} \epsilon_0} \quad (3.2-3)$$

$$U_{\rho eg} = \frac{r_c \rho_{eg0}}{E_0 \epsilon_0} \quad (3.2-4)$$

$$U_{\rho ep} = \frac{r_c \rho_{ep0}}{E_0 \epsilon_0} \quad (3.2-5)$$

On peut remarquer l'utilisation du rayon du fil r_w dans la définition de φ qui complexifie l'équation du champ électrique, mais permet de retrouver la même définition que Feng (1999). Le nombre adimensionnel φ correspond à l'influence de la densité de charge électrique sur le champ électrique au niveau du fil de décharge. Il se trouve compris entre 0 (tension d'apparition de la décharge) et 10^7 (tension à limite de claquage pour un fil et un cylindre de gros diamètres). Pour cette modélisation, afin que l'échelle de courant reste valable, on se limitera au cas où $\varphi \ll 1$. Le nombre adimensionnel φ est lié à un nombre Σ (défini plus loin) et r_w / r_c selon l'expression suivante, C_{Feng}^* étant un coefficient adimensionalisé :

$$\varphi = C_{Feng}^* \Sigma^2 \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right) \quad (3.2-6)$$

$$C_{Feng}^* = \begin{cases} 1 & , \text{pour } \varphi \left(\frac{r_c}{r_w} \right)^2 \gg 1 \\ \frac{3}{\ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \left[1 - \left(1 + 2 \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right) / \left(\frac{r_c}{r_w} \right)^2 \right]} & , \text{pour } \varphi \left(\frac{r_c}{r_w} \right)^2 \ll 1 \end{cases} \quad (3.2-7)$$

De même, l'utilisation de l'échelle E_0 à la place de E_{Peek} fait apparaître des termes Σ dans l'équation (3.2-1). Il en résulte des nombres adimensionnels U_{eg} et U_{ep} plus représentatifs car ils font appel à des grandeurs moyennes de la zone de collecte et non des valeurs maximales qui sont extrêmement localisées comme le champ de Peek E_{Peek} . Ce type d'analyse sera repris pour la définition d'autres nombres adimensionnels notamment ceux

traitant de l'influence de la phase dispersée sur la phase continue.

Applications numériques

$$H = 1,5 \cdot 10^{-1} \quad \frac{r_c}{r_w} \varphi = 7,1 \cdot 10^{-2} \quad U_{\rho eg} = 4,0 \cdot 10^{-3} \quad U_{\rho ep} = 2,3 \cdot 10^{-3}$$

H est le facteur de forme de notre collecteur. Sa valeur montre qu'il est impossible de considérer le collecteur comme infini pour les champs électriques relatifs à la phase continue. Il faut donc absolument prendre en compte les effets des extrémités de la zone de collecte.

L'effet de la densité de charge sur le champ électrique est trop important pour être négligé. En revanche, l'effet des charges électriques portées par les inclusions sera négligé par la suite.

3.2.2 Potentiel électrique

On trouve facilement les équations suivantes :

$$\begin{aligned} E_r^* &= -[\Sigma] \frac{\partial U^*}{\partial r^*} \\ E_z^* &= -[H \Sigma] \frac{\partial U^*}{\partial z^*} \end{aligned} \quad (3.2-8)$$

avec le nombre adimensionnel Σ défini de la manière suivante :

$$\Sigma = \frac{U_0}{r_c E_{peek}} = \frac{E_0}{E_{peek}} \quad (3.2-9)$$

On peut remarquer que le choix de E_{peek} comme échelle de champ électrique à la place de E_0 fait apparaître le terme Σ introduit par Durbin (1986) dans l'équation du potentiel électrique.

Applications numériques

$$\Sigma = 2,2 \cdot 10^{-2}$$

Observons que Σ est bien strictement inférieur à 1 et cela reste vrai pour toutes dimensions d'un dispositif fonctionnant sans claquage à la pression atmosphérique et la température ambiante. En effet, Σ a pour valeur maximale 0,67 (pour $r_w = 7,6 \cdot 10^{-2}$ et $D_c = 3$) pour une tension de claquage U_d correspondant à celle déterminée par Heylen (1973) pour un dispositif plan/plan sur la base de la formule de Townsend et reprise par Yehia (2008) :

$$U_d = \frac{4,4804 \cdot 10^7 \frac{P}{1,015 \cdot 10^5} (r_c - r_w)}{\ln(100 * \frac{P}{1,015 \cdot 10^5} (r_c - r_w)) + 14,49} \quad (3.2-10)$$

En injectant l'équation (3.2-8) dans l'équation (3.2-1), on obtient:

$$\left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial U^*}{\partial r^*} \right) + [H^2] \frac{\partial U^*}{\partial z^{*2}} \right) = - \frac{r_c}{r_w} \frac{\varphi}{\Sigma} \rho_e^* \quad (3.2-11)$$

Les conditions aux limites associées sont :

- le long du fil et de ses supports,

$$U^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1 \quad (3.2-12)$$

- le long de la paroi conductrice,

$$U^* \Big|_{r^*=1} = 0 \quad (3.2-13)$$

- le long des parois isolantes,

$$\vec{e}_r \cdot \vec{\nabla}^* U^* = 0 \quad (3.2-14)$$

- en entrée et en sortie.

$$\vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}^* U^* = 0 \quad (3.2-15)$$

3.2.3 Équation de transport de la charge électrique

On suppose que le transport de densité de charge est principalement dû au champ électrique radial et on trouve :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^*} \frac{\partial (r^* E_r^* \rho_e^*)}{\partial r^*} + [H] \frac{\partial E_z^* \rho_e^*}{\partial z^*} + [\Sigma Y_1] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial (r^* V_r^* \rho_e^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial V_z^* \rho_e^*}{\partial z^*} \right) \\ & - [\Sigma Y_2] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \rho_e^*}{\partial r^*} \right) - [H] \frac{\partial^2 \rho_e^*}{\partial z^{*2}} \right) = [\Sigma U_{ega}] Q_{ega}^* + [\Sigma U_{epa}] Q_{epa}^* \end{aligned} \quad (3.2-16)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$Y_1 = \frac{V_e}{\mu_e E_0} \quad (3.2-17)$$

$$Y_2 = \frac{D_e}{r_c \mu_e E_0} \quad (3.2-18)$$

$$U_{eg} = \frac{r_c Q_{eg0}}{\mu_e E_0 \rho_{e0}} \quad (3.2-19)$$

$$U_{ep} = \frac{r_c Q_{ep0}}{\mu_e E_0 \rho_{e0}} \quad (3.2-20)$$

Applications numériques

$$Y_1 = 1,3 \cdot 10^{-2} \quad Y_2 = 2,3 \cdot 10^{-5} \quad U_{eg} = 4,0 \cdot 10^{-3} \quad U_{ep} = 2,3 \cdot 10^{-3}$$

Remarquons que le champ électrique moyen E_0 a été préféré au champ de Peek E_{Peek} dans la définition de Y_1 ; l'utilisation ce dernier n'aurait donné qu'une indication locale tandis que E_0 donne une information plus globale. De plus, il est intéressant de noter qu'avec les définitions de Q_{ei0} et ρ_{ei0} , on obtient :

$$U_{ei} = U_{\rho ei} \quad (3.2-21)$$

L'influence de l'écoulement sur le transport de charge est mesurée par le nombre ΣY_1 . Or ce produit est très petit ce qui permet de négliger la vitesse de l'écoulement sur le transport des charges électriques, comme dans les études de Yamamoto (1981; 2003; 2006; 2008). Cette simplification est valable si Y_1 est très inférieur à 1. Cette condition peut être réécrite de la manière suivante :

$$\Sigma \ll \frac{\mu_e \mu_0}{r_c \varepsilon_0 E_{Peek}(r_w) C_{Feng}} \frac{r_c}{r_w} + \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \quad (3.2-22)$$

Dans notre cas d'étude le second membre est égal à 0,61, ce qui est bien vérifié.

De même Y_2 est très inférieur à 10^{-3} pour les dimensions de la géométrie étudiée. Les deux termes de diffusion seront donc négligés par la suite. De plus, l'influence des charges électriques captées par les inclusions sur la densité de charge électrique est également négligée.

Finalement on a donc :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* E_r^* \rho_e^*)}{\partial r^*} + [H] \frac{\partial E_z^* \rho_e^*}{\partial z^*} = 0 \quad (3.2-23)$$

Les conditions aux limites associées sont :

- le long du fil et de ses supports,

$$\rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = \begin{cases} \rho_{ec}^* \text{ tel que } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1, \text{ si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1 \\ 0, \text{ si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} < 1 \end{cases} \quad (3.2-24)$$

- le long de la paroi conductrice,

$$\vec{\nabla}^* \rho_e^* \Big|_{r^*=1} = 0 \quad (3.2-25)$$

- le long des parois isolantes,

$$\vec{e}_r \cdot \vec{\nabla}^* \rho_e^* = 0 \quad (3.2-26)$$

– en entrée et en sortie.

$$\vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}^* \rho_e^* = 0 \quad (3.2-27)$$

3.2.4 Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour les champs électriques

Le nombre adimensionnel L_c/L_w est un nombre adimensionnel choisi à des fins calculatoires comme indiqué précédemment. En le fixant à 0,3, on limite effectivement l'influence des conditions d'entrée et de sortie de la zone d'étude. De plus, la valeur du rapport r_w/r_c a été fixée à 14 afin de supprimer l'effet de pointe aux extrémités du fil, sans pour autant perturber l'écoulement de l'air.

Finalement, les champs électriques relatifs à la phase continue dépendent de deux groupes de nombres adimensionnels. Le premier groupe rassemble les deux paramètres géométriques H et r_w/r_c , et le second un paramètre électrique Σ .

3.3 Champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue

3.3.1 Equation de continuité du mélange

En coordonnées cylindriques, considérant que l'écoulement principal est selon l'axe z et que la vitesse axiale est prépondérante sur la vitesse radiale, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^*) + [H] \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} + \frac{V_r^*}{\rho^*} \frac{\partial \rho^*}{\partial r^*} + [H] \frac{V_z^*}{\rho^*} \frac{\partial \rho^*}{\partial z^*} + [U_{vap}/N_{EHD}] \frac{S_{vap}^*}{\rho^*} = 0 \quad (3.3-1)$$

avec le nombre adimensionnel défini de la manière suivante :

$$U_{vap} = \frac{r_c S_{vap}^0}{\rho_0 V_a} \quad (3.3-2)$$

De même que précédemment l'utilisation de l'échelle V_a à la place de V_e fait apparaître un terme N_{EHD} . Le nombre adimensionnel U_{vap} obtenu est plus représentatif.

Applications numériques

$$U_{vap} = 4,9 \cdot 10^{-2}$$

On néglige donc le terme source interfacial de masse dans l'équation de continuité qui devient :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \rho^* V_r^*) + [H] \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho^* V_z^*) = 0 \quad (3.3-3)$$

3.3.2 Equation de quantité de mouvement

On admet que selon l'axe z , c'est l'inertie qui s'oppose au mouvement du gaz provoqué par le gradient de pression. On divise donc l'ensemble de l'équation par le nombre de Reynolds. Et on obtient ainsi l'échelle de pression :

$$H \frac{(p_0 - p_{ref})}{\rho_0 V_e^2} = 1 \quad (3.3-4)$$

ce qui donne :

$$(p_0 - p_{ref}) = \rho_0 V_e^2 / H = \rho_0 V_e^2 L_w / r_c \quad (3.3-5)$$

On obtient alors :

Selon r

$$\begin{aligned} & [H] \left(\rho^* V_r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + [H] \rho^* V_z^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial p^*}{\partial r^*} - \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{4}{3} \mu^* r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} \right) \\ & - \left[\frac{H^2}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\mu^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) - \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\mu^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} \right) + \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{2\mu^* V_r^*}{r^{*2}} \\ & + \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{4}{3} \mu^* V_r^* \right) + \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{2\mu^* r^*}{3} \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right) \\ & = [HU_{Fp}] F_r^{pa*} + [HU_{Fg}] F_r^{ga*} + [HE_{hd}] F_r^{e*} \end{aligned} \quad (3.3-6)$$

Selon z

$$\begin{aligned} & \rho^* V_r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + [H] \rho^* V_z^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} + \frac{\partial p^*}{\partial z^*} - \left[\frac{H}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\mu^* r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) \\ & - \left[\frac{1}{H \text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\mu^* r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} \right) - \left[\frac{H}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{4}{3} \mu^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right) \\ & + \left[\frac{H}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{2\mu^*}{3r^*} \frac{\partial r^* V_r^*}{\partial r^*} \right) = -[P_g] \rho^* g_z^* + [U_{Fp}] F_r^{pa*} + [U_{Fg}] F_r^{ga*} + [E_{hd}] F_r^{e*} \end{aligned} \quad (3.3-7)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$P_g = \frac{r_c g_0}{V_e^2} \quad (3.3-8)$$

$$U_{Fp} = \frac{r_c F_{pa0}}{\rho_0 V_e^2} \quad (3.3-9)$$

$$U_{Fg} = \frac{r_c F_{ga0}}{\rho_0 V_e^2} \quad (3.3-10)$$

$$E_{hd} = \frac{r_c F_{e0}}{\rho_0 V_e^2} \quad (3.3-11)$$

$$Re_e = \frac{\rho_0 r_c V_e}{\mu_0} \quad (3.3-12)$$

Comme la vitesse utilisée pour la définition de ce nombre de Reynolds est due aux phénomènes électriques, il est indiqué e et l'on parlera par la suite de Reynolds électrique. Le nombre adimensionnel E_{hd} traduit l'effet de la force de Coulomb sur l'air par rapport à son inertie. À cause de la définition de V_e , ce nombre adimensionnel dépend uniquement de Re_e et r_w/r_c selon l'expression suivante :

$$E_{hd} = \left(\frac{r_c}{r_w} \right)^2 \frac{1}{Re_e} \quad (3.3-13)$$

Applications numériques

$$\begin{aligned} Re_e &= 1060, & p_0 - p_{ref} &= 7,44 \\ H &= 1,5 \cdot 10^{-1}, & 1/Re_e &= 9,4 \cdot 10^{-4}, & H^2/Re_e &= 2,2 \cdot 10^{-5}, & HU_{Fg} &= 2,0 \cdot 10^{-3}, \\ HU_{Fp} &= 1,6 \cdot 10^{-3}, & HE_{hd} &= 27 \\ H &= 1,5 \cdot 10^{-1}, & H/Re_e &= 1,5 \cdot 10^{-4}, & 1/HRe_e &= 6,1 \cdot 10^{-4}, & U_{Fg} &= 4,6 \cdot 10^{-3}, \\ U_{Fp} &= 2,7 \cdot 10^{-3}, & E_{hd} &= 174, & P_g &= 2,7 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

On remarque le terme de force électrique est moteur plutôt que le gradient de pression hydrodynamique. Cela justifie l'emploi de la vitesse électrique plutôt que la vitesse hydraulique comme échelle de vitesse.

Rappelons que l'écart de pression qui apparaît est très petit devant le niveau de pression présent dans le dispositif. Ainsi la masse volumique du mélange gazeux peut être considérée comme indépendante de la pression.

De plus, les termes des forces de viscosité sont tous négligeables. Cependant tous ces termes ont été conservés ce qui a l'avantage d'éviter des erreurs d'appréciation sans pour autant que cela pose problème pour la résolution des équations.

Les conditions aux limites associées aux équations (2.3-6) et (2.3-7) sont :

- sur les parois,

$$\vec{V}^* = \vec{0} \quad (3.3-14)$$

- en sortie,

$$\left(\overline{\vec{V}^* \vec{V}^*} + \left(\overline{\vec{V}^*} \right)^T \right) = \vec{0} \text{ et } p^* = 0 \quad (3.3-15)$$

- en entrée.

$$\vec{e}_r \cdot \vec{V}^* = 0 \text{ et } \vec{e}_z \cdot \vec{V}^* = 2/N_{EHD} (1 - r^{*2}) \quad (3.3-16)$$

3.3.3 Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour les champs hydrodynamiques

L'analyse des équations des champs hydrodynamiques a introduit les trois nombres adimensionnels P_g , Re_e et Re_a . Si l'on fixe les propriétés physiques de la phase continue et les dimensions de la géométrie, Re_e est lié à Σ par l'expression :

$$Re_e = \frac{r_c^2 \rho_0 \varepsilon_0 E_{Peak}^2(r_w)}{\mu_0^2} \frac{r_w}{r_c} \Sigma C_{Feng}^* \left(\Sigma - \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right) \quad (3.3-17)$$

Il suffit donc de deux paramètres pour définir les champs électriques et hydrodynamiques. Les nombres de Reynolds Re_e et Re_a ont été choisis.

3.4 Champs thermiques relatifs à la phase continue

3.4.1 Equation de transport de la fraction massique de vapeur

On suppose le transport de vapeur par convection dominant selon l'axe z on obtient alors:

$$\begin{aligned} V_r^* \frac{\partial y_v^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial y_v^*}{\partial z^*} - \left[\frac{A}{N_{EHD}} \right] \left(\frac{\partial^2 y_v^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial y_v^*}{\partial r^*} + [H^2] \frac{\partial^2 y_v^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ - \left[\frac{A}{N_{EHD}} \right] \left(\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial y_v^*}{\partial r^*} \frac{\partial \rho^*}{\partial r^*} + [H^2] \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial y_v^*}{\partial z^*} \frac{\partial \rho^*}{\partial z^*} \right) + [U_{vap}] \frac{S_{vap}^* (1 - y_v^*)}{\rho^*} = 0 \end{aligned} \quad (3.4-1)$$

avec le nombre adimensionnel A défini de la manière suivante :

$$A = \frac{D_v}{r_c V_a} \quad (3.4-2)$$

Applications numériques

$$A = 3,2 \cdot 10^{-3} \quad AH^2 = 7,7 \cdot 10^{-5}$$

On pourrait négliger les termes en AH^2 mais cela créerait une perturbation singulière, qui modifierait la structure même des équations en faisant disparaître le terme de plus haut degré parmi les dérivées par rapport à z . Dans notre cas, cela revient à dire que l'on ne donne pas de condition aux limites en sortie pour la fraction massique en vapeur. Ainsi, pour faciliter la résolution numérique, on garde l'ensemble des termes de diffusion.

Par ailleurs, on néglige l'influence du terme source interfacial de masse dans

l'équation de transport de fraction de vapeur qui devient :

$$\rho^* V_r^* \frac{\partial y_v^*}{\partial r^*} + [H] \rho^* V_z^* \frac{\partial y_v^*}{\partial z^*} - \left[\frac{A}{N_{EHD}} \right] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \rho^* \frac{\partial y_v^*}{\partial r^*} \right) + [H^2] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\rho^* \frac{\partial y_v^*}{\partial z^*} \right) \right) = 0 \quad (3.4-3)$$

Les conditions aux limites associées sont :

- le long des parois,

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla}^* y_v^* = 0 \quad (3.4-4)$$

- en sortie,

$$\vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}^* y_v^* \Big|_{z^* = -L_c / L_w} = 0 \quad (3.4-5)$$

- en entrée d'air,

$$y_v^* = y_{v \text{ amb}} \quad (3.4-6)$$

- en entrée de vapeur.

$$y_v^* = 1 \quad (3.4-7)$$

3.4.2 Equation de transport de la chaleur

On suppose que le phénomène dominant dans cette équation est la convection, on obtient alors :

$$\begin{aligned} & \rho^* C_p^* \left(V_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \\ & - \left[\frac{1}{N_{EHD} Pe} \right] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* k^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + [H^2] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \right) \\ & - [B] \left(V_r^* \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right) = [U_{Qp} / N_{EHD}] Q_{pa}^* + [U_{Qg} / N_{EHD}] Q_{ga}^* \end{aligned} \quad (3.4-8)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$B = \frac{p_0 - p_{ref}}{\rho_0 C_{p0} (T_0 - T_{ref})} \quad (3.4-9)$$

$$U_{Qp} = \frac{r_c Q_{pa0}}{\rho_0 V_a C_{p0} (T_0 - T_{ref})} \quad (3.4-10)$$

$$U_{Qg} = \frac{r_c Q_{ga0}}{\rho_0 V_a C_{p0} (T_0 - T_{ref})} \quad (3.4-11)$$

$$Pe = \frac{\rho_0 C_{p0} r_c V_a}{k_0} \quad (3.4-12)$$

On reconnaît ici le nombre classique de Peclet.

Application numérique

$$\begin{aligned} 1/Pe &= 2,9 \cdot 10^{-3} & H^2/Pe &= 6,84 \cdot 10^{-4} & B &= 7,62 \cdot 10^{-5} \\ U_{Qg} &= 1,9 \cdot 10^{-2} & U_{Qp} &= 3,1 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

On néglige le terme d'expansion qui correspond à l'effet du gradient de pression sur les transferts thermiques. De même que pour la viscosité, on conserve les termes de conduction thermique même si certains sont négligeables. Par contre, on néglige les termes sources interfaciaux de chaleur.

L'équation devient alors :

$$\begin{aligned} &\rho^* C_p^* \left(V_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \\ &- \left[\frac{1}{N_{EHD} Pe} \right] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* k^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + [H^2] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \right) - [B] \left(V_r^* \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.4-13)$$

Les conditions aux limites associées sont :

- le long du fil et de ses supports,

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla}^* T^* = 0 \quad (3.4-14)$$

- le long des parois conductrices et isolantes,

$$T^* = 1 \quad (3.4-15)$$

- en sortie,

$$\vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}^* T^* = 0 \quad (3.4-16)$$

- en entrée d'air,

$$T^* = 0 \quad (3.4-17)$$

- en entrée de vapeur.

$$T^* = 1 \quad (3.4-18)$$

3.4.3 Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour les champs thermiques

L'ensemble les champs thermiques dépendent donc de trois nombres adimensionnels

y_{vamb} , A et Pe . Si l'on fixe les propriétés physiques de la phase continue et les dimensions de la géométrie, il suffit d'un paramètre en plus de Re_e et Re_a , par exemple y_{vamb} pour définir les champs électriques, hydrodynamiques et thermiques relatifs à la phase continue.

3.5 Champs électriques relatifs à la phase dispersée

3.5.1 Charge électrique de l'inclusion

L'équation d'évolution de la charge électrique devient :

$$\frac{dq^*}{dt^*} = [W_1 \Sigma] W_i^* \quad (3.5-1)$$

avec

$$W_i^* = \begin{cases} \frac{j^*}{E^*} f \left(\frac{W_2^i}{3\Sigma(1-W_2^i)} \frac{r_i^* E^*}{1+T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}}} \right) \frac{q_i^* - W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma}{\exp \left(\frac{q_i^* - W_2^i E^* / \Sigma}{1 - W_2^i \left(1 + T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}} \right)} \right) - 1}, & \text{si } q_i^* > W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma \\ \frac{j^*}{4} \left(1 - \frac{\Sigma q_i^*}{W_2^i r_i^{*2} E^*} \right)^2 + \frac{\Sigma j^* r_i^* \left(1 + T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}} \right)}{W_2^i E^*} f \left(\frac{W_2^i}{3\Sigma(1-W_2^i)} \frac{r_i^* E^*}{1+T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}}} \right) & \text{si } -W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma \leq q_i^* \leq W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma \\ -\frac{j^* \tilde{q}_i^*}{E^*} - \frac{j^*}{E^*} f \left(\frac{W_2^i}{3\Sigma(1-W_2^i)} \frac{r_i^* E^*}{1+T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}}} \right) \frac{q_i^* + W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma}{\exp \left(-\frac{q_i^* - W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma}{1 - W_2^i \left(1 + T^* \frac{T_0 - T_{ref}}{T_{ref}} \right)} \right) - 1} & \text{si } q_i^* < -W_2^i r_i^{*2} E^* / \Sigma \end{cases} \quad (3.5-2)$$

et les nombres adimensionnels suivants :

$$W_1 = \frac{t_0 j_0}{\varepsilon_0 E_0} \quad (3.5-3)$$

$$W_2^i = \frac{q_{ic0}}{q_{i0}} \quad (3.5-4)$$

Applications numériques

$$W_1 = 4,3 \cdot 10^3 \quad W_2^g = 9,95 \cdot 10^{-1} \quad W_2^p = 9,92 \cdot 10^{-1}$$

On observe que dans l'équation (3.5-2), aucun terme ne peut être négligé.

On peut remarquer que W_1 est lié à Re_e , Re_a , Σ ainsi que les rapports géométriques par l'expression suivante :

$$W_1 = \frac{\mu_e \sqrt{\rho_0 \varepsilon_0}}{\varepsilon_0 r_c^2} \frac{L_w r_c^2}{r_c r_w^2} \Sigma \frac{Re_e}{Re_a} \sqrt{\frac{r_w}{r_c} \frac{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)}{Re_e}} \quad (3.5-5)$$

3.6 Champs cinématiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée

3.6.1 Position de l'inclusion

On suppose de la vitesse de l'écoulement est prédominante sur la vitesse de glissement de l'inclusion, donc on pose :

$$V_a t_0 / L_w = 1 \quad (3.6-1)$$

On a alors :

$$t_0 = L_w / V_a \quad (3.6-2)$$

Ainsi, l'échelle de temps correspond au temps que met une inclusion pour parcourir la longueur de la cellule de collecte avec la vitesse V_a .

On trouve donc :

$$\frac{dr_I^*}{dt^*} = [N_{EHD}] V_r^* + [D_{ei}] V_{idr}^* \quad (3.6-3)$$

$$\frac{dz_I^*}{dt^*} = [N_{EHD}] V_z^* + [HD_{ei}] V_{idz}^* \quad (3.6-4)$$

avec le nombre de Deutsch (1922) des inclusions :

$$D_{ei} = V_{id0} t_0 / r_c \quad (3.6-5)$$

Ce nombre correspond au rapport entre le temps de séjour de l'inclusion dans la zone de collecte et le temps de collecte. Il est lié à Re_e , Re_a , Σ , W_2^i ainsi qu'aux rapports géométriques par l'expression suivante :

$$D_{ei} = \frac{\sqrt{\rho \varepsilon_0}}{\mu} \frac{2k_B T_{amb}}{3e} C m_p \left(\frac{d_{i0}}{\lambda} \right) \frac{L_w}{r_c} \frac{1}{Re_a} \frac{1}{1 - W_2^i} \sqrt{\frac{r_c}{r_w} \frac{Re_e}{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)}} \quad (3.6-6)$$

3.6.2 Vitesse de l'inclusion

La dérivée de la vitesse du de l'inclusion s'écrit à l'aide de la vitesse de glissement de l'inclusion :

$$\frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{V} \cdot \overline{\overline{\vec{V}}} + \vec{V}_{di} \cdot \overline{\overline{\vec{V}}} + \vec{V} \cdot \overline{\overline{\vec{V}}}_{di} + \vec{V}_{di} \cdot \overline{\overline{\vec{V}}}_{di} \quad (3.6-7)$$

On suppose que selon r c'est la force de Coulomb qui est motrice et que la force de traînée s'oppose au mouvement :

$$\frac{\eta_{i0} V_{id0}}{q_{i0} E_{Peek}} = 1 \quad (3.6-8)$$

ce qui donne l'échelle de vitesse de glissement :

$$V_{id0} = \frac{q_{i0} E_{Peek}}{\eta_{i0}} \quad (3.6-9)$$

Cette vitesse correspond à l'ordre de grandeur de la vitesse de glissement de l'inclusion près de l'électrode de décharge. Afin d'avoir une échelle plus représentative, on préféra la définition :

$$V_{id0} = \frac{q_{i0} E_0}{\eta_{i0}} \quad (3.6-10)$$

correspondant à l'ordre de grandeur de vitesse de glissement moyenne d'une inclusion dans la zone de collecte.

L'équation devient :

Selon r

$$\begin{aligned} & \left[\Sigma G_1^i \right] \left(m_i^* V_r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_z^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) \\ & + \left[\frac{\Sigma G_1^i H D_{ei}}{N_{EHD}} \right] \left(m_i^* V_{idr}^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + [H] + m_i^* V_{idz}^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} + m_i^* V_r^* \frac{\partial V_{idr}^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_z^* \frac{\partial V_{idr}^*}{\partial z^*} \right) \\ & + \left[\frac{\Sigma G_1^i H^2 D_{ei}^2}{N_{EHD}^2} \right] \left(m_i^* V_{idr}^* \frac{\partial V_{idr}^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_{idz}^* \frac{\partial V_{idr}^*}{\partial z^*} \right) \\ & = - \left[\Sigma G_4^i \right] v_i^* \frac{\partial p^*}{\partial r^*} - \eta_i^* V_{idr}^* - \left[\Sigma G_6^i \right] \frac{D_i^{T^*}}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + q_i^* E_r^* \end{aligned} \quad (3.6-11)$$

Selon z

$$\begin{aligned}
 & \left[\Sigma G_1^i \right] \left(m_i^* V_r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_z^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right) \\
 & + \left[\frac{\Sigma G_1^i H D_{ei}}{N_{EHD}} \right] \left(m_g^* V_{idr}^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_{idz}^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} + m_i^* V_r^* \frac{\partial V_{idz}^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_z^* \frac{\partial V_{idz}^*}{\partial z^*} \right) \\
 & + \left[\frac{\Sigma G_1^i H^2 D_{eg}^2}{N_{EHD}^2} \right] \left(m_i^* V_{idr}^* \frac{\partial V_{idz}^*}{\partial r^*} + [H] m_i^* V_{idz}^* \frac{\partial V_{idz}^*}{\partial z^*} \right) \tag{3.6-12} \\
 & = -[G_3^i] m_i^* - [\Sigma H G_4^i] v_i^* \frac{\partial p^*}{\partial z^*} - \eta_i^* V_{idz}^* - [\Sigma H G_6^i] \frac{D_i^{T^*}}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{\partial T^*}{\partial z^*} + q_i^* E_z^*
 \end{aligned}$$

avec les nombres adimensionnels suivants :

$$G_1^i = \frac{m_{i0} V_e^2}{r_c q_{i0} E_0} \tag{3.6-13}$$

$$G_3^i = \frac{m_{i0} g}{q_{i0} E_0} \tag{3.6-14}$$

$$G_4^i = \frac{v_{i0} (p_0 - p_{ref})}{r_c q_{i0} E_0} \tag{3.6-15}$$

$$G_6^i = \frac{D_{g0}^T}{r_c q_{i0} E_0} \tag{3.6-16}$$

Applications numériques

$$V_{gd0} = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ m/s} \quad V_{pd0} = 2,9 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}$$

$$\begin{array}{llll}
 G_1^g = 1,9 \cdot 10^{-2} & G_1^g H = 2,9 \cdot 10^{-3} & G_1^g H D_{eg} = 2,7 \cdot 10^{-2} & G_1^g H^2 D_{eg} = 4,2 \cdot 10^{-3} \\
 G_1^g H^2 D_{eg}^2 = 7,9 \cdot 10^{-5} & G_1^g H^3 D_{eg}^2 = 1,2 \cdot 10^{-5} & G_3^g = 5,2 \cdot 10^{-3} & G_4^g = 1,8 \cdot 10^{-4} \\
 H G_4^g = 2,8 \cdot 10^{-5} & G_6^g = 5,8 \cdot 10^{-5} & H G_6^g = 9,0 \cdot 10^{-6} &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 G_1^p = 3,4 \cdot 10^{-2} & G_1^p H = 5,2 \cdot 10^{-3} & G_1^p H D_{ep} = 2,8 \cdot 10^{-2} & G_1^p H^2 D_{ep} = 4,4 \cdot 10^{-3} \\
 G_1^p H^2 D_{ep}^2 = 1,5 \cdot 10^{-4} & G_1^p H^3 D_{ep}^2 = 2,3 \cdot 10^{-5} & G_3^p = 9,3 \cdot 10^{-3} & G_4^p = 3,1 \cdot 10^{-4} \\
 H G_4^p = 4,8 \cdot 10^{-5} & G_6^p = 5,9 \cdot 10^{-5} & H G_6^p = 8,9 \cdot 10^{-6} &
 \end{array}$$

On néglige donc les termes d'inertie ainsi que l'effet du gradient de pression et la force thermophorétique. En négligeant ces termes, il résulte que la vitesse de l'inclusion suit instantanément les forces qui provoquent le mouvement de la particule. On peut donc s'affranchir de la vitesse comme variable de phase de la fonction de densité de probabilité.

Le poids qui est négligeable d'après ces applications numériques, ne l'est pas dans le cas des inclusions les plus grosses. Ce terme va donc être maintenu car il ne pèse pas sur le coût des calculs.

Les équations sous forme simplifiée s'écrivent alors :

$$\begin{cases} V_{idr}^* = \frac{q_i^*}{\eta_i^*} E_r^* \\ V_{idz}^* = -[G_3^i] \frac{m_i^*}{\eta_g^*} + \frac{q_i^*}{\eta_i^*} E_z^* \end{cases} \quad (3.6-17)$$

On peut remarquer que G_3^i est lié à Re_e , Re_a , Σ , W_2^i ainsi qu'aux rapports géométriques par l'expression suivante :

$$G_3^i = \frac{\rho_i g k_b T_{amb}}{\varepsilon_0 e} \left(\frac{r_c \sqrt{\rho \varepsilon_0}}{3 \mu_0} \right)^3 \left(\frac{\varepsilon_{ri} + 2}{\varepsilon_{ri}} \right)^2 \frac{W_2^{i2}}{(1 - W_2^i)} \left(\frac{r_w}{r_c} \frac{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)}{Re_e} \right)^3 \quad (3.6-18)$$

3.7 Champs thermiques relatifs à la phase dispersée

3.7.1 Volume de la goutte

On obtient facilement :

$$\left[\frac{1}{\tau} \right] \frac{dv_g^*}{dt^*} = v_g^{*1/3} \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{y_v^*}{\frac{M_v}{M_a} + (1 - \frac{M_v}{M_a}) y_v^*} - \frac{P_{v,s}^*}{T_g^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) \quad (3.7-1)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$\tau = \frac{t_0 2\pi S h_g M_v D_v (3/4\pi)^{1/3} P_{ref}}{\rho_l v_{g0}^{2/3} R (T_{i0} - T_{ref})} \quad (3.7-2)$$

où :

$$P_{v,s}^* = P_{sat}^*(T_g^*) \exp \left(\frac{2\sigma M_v}{\rho_l r_{g0} R (T_0 - T_{ref})} \frac{1}{r_g^* \left(T_g^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}} \right)} \right) \quad (3.7-3)$$

$$P_{sat}^*(T_g^*) = \frac{1}{P_{ref}} \exp \left(6,416 + \frac{17,3 \left(T_g^* (T_0 - T_{ref}) + T_{ref} - 273,15 \right)}{T_g^* (T_0 - T_{ref}) + T_{ref} - 35,15} \right) \quad (3.7-4)$$

Applications numériques

$$\begin{aligned} Re_g &= 2,8.10^{-1} & Sc &= 7,42.10^{-1} & Sh &= 2,2 \\ 1/\tau &= 2,7.10^{-4} \end{aligned}$$

Même si le coefficient $1/\tau$ est petit, on ne le néglige pas, car il est important dans notre modèle de connaître précisément la façon dont vont croître les gouttes. On peut remarquer que τ est lié à $Re_e, Re_a, \Sigma, W_2^g$ ainsi qu'aux rapports géométriques par l'expression suivante :

$$\tau = \frac{3}{4\pi} \frac{12e^2 \pi Sh_g M_v D_v p_{ref} \mu_0}{k_b^2 T_{amb}^2 \rho_l \varepsilon_0 R (T_{i0} - T_{ref})} \frac{L_w}{r_c} \left(\frac{\varepsilon_{rg}}{\varepsilon_{rg} + 2} \right)^2 \frac{(1 - W_2^g)^2}{W_2^{g^2}} \frac{r_c}{r_w} \frac{Re_e}{Re_a C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)} \quad (3.7-5)$$

3.7.2 Température de l'inclusion

Afin d'effectuer une étude générique pour les deux types d'inclusions on suppose que l'échange thermique est dominant. Dans le cas de gouttes c'est plutôt la condensation de la vapeur qui est motrice, néanmoins le choix effectué reste satisfaisant :

$$\begin{aligned} [I_i] v_i^* \frac{dT_i^*}{dt^*} &= v_i^{*1/3} k^* (T^* - T_i^*) \\ + [K_i \tau] v_g^{*1/3} &\left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{y_v^*}{\frac{M_v}{M_a} + (1 - \frac{M_v}{M_a}) y_v^*} - \frac{p_{v,s}^*}{T_i^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) \end{aligned} \quad (3.7-6)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$I_i = \frac{\rho_i v_{i0}^{2/3} C_{pi}}{2\pi (3/4\pi)^{1/3} Nu_i k_0 t_0} \quad (3.7-7)$$

$$K_i = \frac{L \rho_i v_{i0}^{2/3}}{2\pi (3/4\pi)^{1/3} Nu_i k_0 (T_0 - T_{ref}) t_0} \quad (3.7-8)$$

Applications numériques

$$\begin{aligned} Nu_g &= 2,2 & Nu_p &= 2,2 \\ I_g &= 1,4.10^{-3} & I_p &= 1,4.10^{-3} & K_g \tau &= 34 \end{aligned}$$

On néglige l'inertie thermique. Il en résulte que la température de l'inclusion s'adapte instantanément aux échanges avec son environnement. On peut donc s'affranchir de la température comme variable de phase de la fonction de densité de probabilité. L'équation (3.7-6) devient :

$$0 = k^*(T^* - T_g^*) + \left[K_g \tau \right] \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{y_v^*}{\frac{M_v}{M_a} + (1 - \frac{M_v}{M_a}) y_v^*} - \frac{p_{v,s}^*}{T_g^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) \quad (3.7-9)$$

$$T_p^* = T^* \quad (3.7-10)$$

On peut remarquer que K_g est lié à Re_e , Re_a , Σ , W_2^g ainsi qu'aux rapports géométriques par l'expression suivante :

$$K_g = \frac{\varepsilon_0 L \rho_i k_b^2 T_{amb}^2}{6e^2 Nu_i k_0 \mu_0 (T_0 - T_{ref})} \left(\frac{\varepsilon_{rg} + 2}{\varepsilon_{rg}} \right)^2 \frac{r_c r_w}{L_w r_c} \frac{W_2^{g2}}{(1 - W_2^g)^2} \frac{Re_a}{Re_e} C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right) \quad (3.7-11)$$

3.8 Équation de transport de la densité de probabilité

3.8.1 Bilan de population

Dans l'équation du bilan de population présentée dans le chapitre 2 (équ. (2.8-1)), il apparaît que tous les termes du premier membre peuvent être adimensionnalisés grâce aux échelles qui viennent d'être identifiées dans ce chapitre. Il reste le terme source d'inclusions S_{ic} dont l'échelle reste indéterminée. On suppose que le déplacement principal des gouttes se fera radialement à l'aide de la vitesse de glissement induite par la force de Coulomb, on pose donc :

$$\frac{r_c S_{ic}^i}{n_{i0} V_{id0}} = 1 \quad (3.8-1)$$

Il convient maintenant de distinguer les particules et les gouttes pour le terme source d'inclusions :

$$S_{cp}^* = - \left[\frac{n_{g0} V_{gd0}}{n_{p0} V_{pd0}} \right] S_{cg}^* = \begin{cases} 0 & \text{si } r_p^* < r_{cp}^* \\ \text{tel que } n_p^* = 0, & \text{si } r_p^* \geq r_{cp}^* \end{cases} \quad (3.8-2)$$

où :

$$r_{cp}^* = \frac{2\sigma (T_{sat}^*(p_v^*) + T_{ref})}{r_{p0} L \rho_L (T_{sat}^*(p_v^*) - T^*)} \quad (3.8-3)$$

$$T_{sat}^*(p_v^*) = \frac{1}{T_0 - T_{ref}} \left(\frac{4725,5 + 35,15 (6,416 - \ln[p_{ref} p_v^*])}{23,7 - \ln[p_{ref} p_v^*]} - T_{ref} \right) \quad (3.8-4)$$

$$p_v^* = \frac{M_0}{M_v} M^* y_y \left(1 + p^* \frac{P_0 - P_{ref}}{P_{ref}} \right) \quad (3.8-5)$$

Et en négligeant les variations de pression, on obtient :

$$p_v^* = \frac{M_0}{M_v} M^* y_y \quad (3.8-6)$$

En revenant à une description générique des inclusions, le bilan de population (2.8-1) devient alors :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_{EHD}}{D_{ei} H} \right] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* n_i^* V_r^*) + [H] \frac{\partial}{\partial z^*} (n_i^* V_z^*) \right) \\ & + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{r^* n_i^* q_i^* E_r^*}{\eta_i^*} \right) + [H] \left(\frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{n_i^* q_i^* E_z^*}{\eta_i^*} \right) - [G_3^i] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{n_i^* m_i^*}{\eta_i^*} \right) \right) \\ & - [B_{li}] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* D_i^* \frac{\partial n_i^*}{\partial r^*} \right) + [H^2] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(D_i^* \frac{\partial n_i^*}{\partial z^*} \right) \right) \\ & + \left[\frac{\tau}{D_{ei}} \right] \frac{\partial}{\partial v_i^*} \left(n_i^* v_i^{*/3} \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{M_v}{M_a} + \left(1 - \frac{M_v}{M_a} \right) y_v^* - \frac{P_{v,s}^*}{T_i^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) \right) + \left[\frac{W_1}{D_{ei}} \right] \frac{\partial}{\partial q_i^*} (n_i^* W_i^*) = S_{ic}^* \end{aligned} \quad (3.8-7)$$

avec :

$$B_{li} = \frac{D_{i0}}{r_c V_{id0}} \quad (3.8-8)$$

Le Tableau 3.8-1 présente la signification des différents nombres adimensionnels pour la phase dispersée.

Nombre	Signification
$D_{ei} = \frac{V_{id0} t_0}{r_c}$	Rapport entre le temps de séjour de l'inclusion dans la zone de collecte et le temps de collecte de celle-ci
$B_{li} = \frac{D_{i0}}{r_c V_{id0}}$	Rapport entre la vitesse de diffusion radiale de la goutte et la vitesse de glissement de la goutte
τ	Rapport entre le temps caractéristique de séjour dans la zone de collecte t_0 et celui de grossissement de gouttes
$W_1 = \frac{t_0 j_0}{\varepsilon_0 E_0}$	Rapport entre le temps caractéristique de séjour dans la zone de collecte t_0 et le temps caractéristique de charge des inclusions

$G_3^i = \frac{m_{i0}g}{q_{i0}E_0}$	Rapport entre l'effet de la gravité et l'effet de la force de Coulomb sur les gouttes
-------------------------------------	---

Tableau 3.8-1 : Signification des différents nombres adimensionnels pour la phase dispersée

Applications numériques

$$\begin{array}{llll} \frac{N_{EHD}}{D_{eg}H} = 1,8 \cdot 10^{-1} & \frac{N_{EHD}}{D_{eg}} = 2,7 \cdot 10^{-1} & H = 0,15 & HG_3^g = 7,9 \cdot 10^{-4} \\ B_{1g} = 3,6 \cdot 10^{-9} & H^2 B_{1g} = 8,4 \cdot 10^{-11} & \frac{\tau}{D_{eg}} = 3,9 \cdot 10^2 & \\ \frac{N_{EHD}}{D_{ep}H} = 3,0 & \frac{N_{EHD}}{D_{ep}} = 4,6 \cdot 10^{-1} & HG_3^p = 1,4 \cdot 10^{-3} & \\ B_{1p} = 6,1 \cdot 10^{-9} & H^2 B_{1p} = 1,5 \cdot 10^{-10} & & \end{array}$$

On remarque que les coefficients des termes de diffusion brownienne sont très petits et ils seront négligés par la suite.

Cette simplification change la nature même de l'équation de bilan de population : d'une équation de convection-diffusion elle devient une équation purement convective :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_{EHD}}{D_{ei}H} \right] \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* n_i^* V_r^*) + [H] \frac{\partial}{\partial z^*} (n_i^* V_z^*) \right) \\ & + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{r^* n_i^* q_i^* E_r^*}{\eta_i^*} \right) + [H] \left(\frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{n_i^* q_i^* E_z^*}{\eta_i^*} \right) - [G_3^i] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{n_i^* m_i^*}{\eta_i^*} \right) \right) \\ & + \left[\frac{\tau}{D_{ei}} \right] \frac{\partial}{\partial v_i^*} \left(n_i^* v_i^{*1/3} \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{M_v}{M_a} + \left(1 - \frac{M_v}{M_a}\right) y_v^* - \frac{P_{v,s}^*}{T_i^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) \right) + \left[\frac{W_1}{D_{ei}} \right] \frac{\partial}{\partial q_i^*} (n_i^* W_i^*) = S_{ic}^* \end{aligned} \tag{3.8-9}$$

Il s'agit d'adapter la nature des conditions limites. Les conditions aux limites choisies sont alors :

- le long des parois, du fil et de ses supports,

$$n_i = 0 \text{ si } \vec{V}_i^* \cdot \vec{n} < 0 \text{ et } \vec{n} \cdot \vec{\nabla} n_i^* = 0 \text{ si } \vec{V}_i^* \cdot \vec{n} > 0 \tag{3.8-10}$$

- en sortie,

$$\vec{e}_z \cdot (\vec{\nabla} n_i^*) \Big|_{z^* = -\frac{L_c}{L_w}} = 0 \tag{3.8-11}$$

- en entrée,

$$n_p^* \Big|_{z^* = 1 + \frac{L_c}{L_w}} = n_p^* \text{ amb} \text{ et } n_g^* \Big|_{z^* = 1 + \frac{L_c}{L_w}} = 0 \tag{3.8-12}$$

avec,

$$n_{p\text{ amb}}^* = \frac{1}{W_3^p \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{q_p^{*2}}{W_3^p{}^2}\right) \quad (3.8-13)$$

$$W_3^p = \sqrt{eq_{dp}}/q_{p0} \quad (3.8-14)$$

– en limite de domaine selon les charges électriques.

$$n_i \Big|_{q_i^* = -5 \frac{1}{1-W_2^i}} = 0 \quad (3.8-15)$$

Le nombre adimensionnel W_3^p correspond à l'écart type de la distribution de la densité de particules adimensionnelle en fonction de leur charge électrique adimensionnelle. La charge électrique des particules est en réalité une variable discrète, multiple de la charge élémentaire e . Afin de pouvoir la considérer comme une variable continue, il est préférable que l'écart type de la charge des particules en entrée $W_3^p q_{p0}$ soit strictement supérieur à charge élémentaire e . Pour notre température de fonctionnement, cela revient à considérer uniquement les particules de diamètre supérieur à 115 nm. Dans la zone de collecte, l'écart type de la charge des particules est plus important que celui en entrée ce qui permet d'abaisser la limite à 100 nm.

3.8.2 Sources interfaciales

Il convient maintenant de traiter les sources interfaciales apparaissant dans les équations de la phase continue et qui sont issus de la modélisation de la phase dispersée.

Terme interfacial de densité de charge électrique, sources interfaciales de charge électrique et de masse

On pose :

$$n_{i0} q_{i0}^2 v_{i0} / \rho_{ei0} = 1 \quad (3.8-16)$$

$$\frac{n_{i0} q_{i0}^2 v_{i0} W_1}{t_0 Q_{ega0}} = 1 \quad (3.8-17)$$

$$\frac{\rho_l n_{g0} v_{g0}^2 \tau q_{g0}}{t_0 S_{vap}^0} = 1 \quad (3.8-18)$$

On a donc :

$$\rho_{ei0} = n_{i0} q_{i0}^2 v_{i0} \quad (3.8-19)$$

$$Q_{ei0} = n_{i0} q_{i0}^2 v_{i0} W_1 / t_0 \quad (3.8-20)$$

$$S_{vap}^0 = \rho_l n_{g0} v_{g0}^2 q_{g0} \tau / t_0 \quad (3.8-21)$$

Et enfin :

$$\rho_{ei}^* = \iint n_i^* q_i^* dv_i^* dq_i^* \quad (3.8-22)$$

$$Q_{ei}^* = \iiint n_i^* W_i^* dv_i^* dq_i^{**} \quad (3.8-23)$$

$$S_{vap}^* = \int_0^\infty n_g^* v_g^{*/3} \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{y_v^*}{\frac{M_v}{M_a} + (1 - \frac{M_v}{M_a}) y_v^*} - \frac{p_{v,s}^*}{T_g^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) dv_g^* dq_g^* \quad (3.8-24)$$

Applications numériques

$$\begin{aligned} \rho_{eg0} &= 5,7 \cdot 10^{-7} & \rho_{ep0} &= 3,3 \cdot 10^{-7} \\ Q_{eg0} &= 6,1 \cdot 10^{-3} & Q_{ep0} &= 3,5 \cdot 10^{-3} \\ S_{vap}^0 &= 4,7 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

Sources interfaciales de quantité de mouvement

On suppose l'équilibre entre la source interfaciale de quantité de mouvement et la force de trainée :

$$n_{i0} v_{i0} q_{i0} \eta_{i0} V_{id0} / F_{ia0} = 1 \quad (3.8-25)$$

En utilisant la définition V_{id0} , on trouve :

$$\vec{F}_r^{ia*} = \int n_g^* \left(\left[\Sigma G_4^i \right] v_i^* \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \eta_i^* V_{idr}^* + \left[\Sigma G_6^i \right] \frac{D_i^{T*}}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) dv_i^* dq_i^* \quad (3.8-26)$$

$$\vec{F}_z^{ia*} = \int n_i^* \left(\left[H \Sigma G_4^i \right] v_i^* \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \eta_i^* V_{idz}^* + \left[H \Sigma G_6^i \right] \frac{D_i^{T*}}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) dv_i^* dq_i^* \quad (3.8-27)$$

Applications numériques

$$\begin{aligned} F_{ga0} &= 2,0 \cdot 10^{-1} & F_{pa0} &= 1,1 \cdot 10^{-1} \\ G_4^g &= 1,8 \cdot 10^{-4} & HG_4^g &= 2,8 \cdot 10^{-5} & G_6^g &= 5,8 \cdot 10^{-5} & HG_6^g &= 9,0 \cdot 10^{-6} \\ G_4^p &= 3,1 \cdot 10^{-4} & HG_4^p &= 4,8 \cdot 10^{-5} & G_6^p &= 5,9 \cdot 10^{-5} & HG_6^p &= 8,9 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

On néglige les effets du gradient de pression et de la force thermophorétique. Les équations sous leurs formes simplifiées s'écrivent alors :

$$\vec{F}_r^{ia*} = \int n_i^* \eta_i^* V_{idr}^* dv_i^* dq_i^* \quad (3.8-28)$$

$$\vec{F}_z^{ia*} = \int n_i^* \eta_i^* V_{dz}^{i*} dv_i^* dq_i^* \quad (3.8-29)$$

Sources interfaciales de chaleur

A ce niveau, il convient de distinguer les traitements des gouttes et des particules.

Pour les gouttes, on suppose l'équilibre entre la source interfaciale de chaleur et le flux de chaleur (voir équ. (3.8-17)) :

$$2\pi(3/4\pi)^{1/3} n_{g0} v_{g0}^{4/3} q_{g0} Nu_g k_0 (T_0 - T_{ref}) / Q_{ga0} = 1 \quad (3.8-30)$$

L'équation devient alors :

$$\begin{aligned} Q_{ga}^* = \int n_g^* & \left(-v_g^{*1/3} \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{y_v^*}{\frac{M_v}{M_a} + (1 - \frac{M_v}{M_a}) y_v^*} - \frac{P_{v,s}^*}{T_i^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) \times \right. \\ & \left([J_1^g] (T_g^* - T^*) + [J_2^g] \left(p^* + \frac{P_{ref}}{(p_0 - P_{ref})} \right) \right) \\ & \left. + [J_3^g] \frac{1}{v_g^{*1/3}} + [J_4^g] V_{gdz}^* V_z^* + [J_5^g] V_{gdr}^{*2} \right) \\ & + [J_6^g] \eta_g^* (V_{gdr}^{*2} + V_{gdz}^{*2}) \\ & \left. + [J_7^g] \frac{D_g^{T^*}}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} V_{gdr}^* + [H] \frac{\partial T^*}{\partial z^*} V_{gdz}^* \right) - v_g^{*1/3} k^* (T^* - T_g^*) \right) dv_g^* dq_g^* \end{aligned} \quad (3.8-31)$$

avec les nombres adimensionnels définis de la manière suivante :

$$J_1^g = \frac{S_{vap}^0 C_{p_v} (T_0 - T_{ref})}{Q_{ga0}} \quad (3.8-32)$$

$$J_2^g = \frac{S_{vap}^0 (p_0 - P_{ref})}{\rho_l Q_{ga0}} \quad (3.8-33)$$

$$J_3^g = \frac{S_{vap}^0 2\sigma}{3\rho_l r_{g0} Q_{ga0}} \quad (3.8-34)$$

$$J_4^g = \frac{S_{vap}^0 V_{gd0} V_e}{Q_{ga0}} \quad (3.8-35)$$

$$J_5^g = \frac{S_{vap}^0 V_{gd0}^2}{Q_{ga0}} \quad (3.8-36)$$

$$J_6^g = \frac{n_{g0} v_{g0} q_{g0} \eta_{g0} V_{gd0}^2}{Q_{ga0}} \quad (3.8-37)$$

$$J_7^g = \frac{n_{g0} v_{g0} q_{g0} D_{g0}^T V_{gd0}}{r_c Q_{ga0}} \quad (3.8-38)$$

Applications numériques

$$\begin{array}{llll} Q_{ga0} = 1,5 \cdot 10^4 & Q_{pa0} = 1,5 \cdot 10^4 & & \\ J_1^g = 4,6 & J_2^g = 2,3 \cdot 10^{-7} & J_3^g = 3,0 \cdot 10^{-4} & J_4^g = 1,4 \cdot 10^{-5} \\ J_5^g = 7,8 \cdot 10^{-6} & J_6^g = 3,3 \cdot 10^{-6} & J_7^g = 1,9 \cdot 10^{-10} & J_7^g H = 3,0 \cdot 10^{-11} \end{array}$$

On peut donc simplifier l'ensemble des termes sauf celui de transfert de chaleur et celui correspondant à la chaleur nécessaire pour chauffer la vapeur se condensant dans le cas de gouttes.

L'équation devient :

$$Q_{ga}^* = - \int n_g^* \left(v_g^{*/3} k^* (T^* - T_g^*) \right) + [J_1^g] v_g^{*/3} \left(\frac{1}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \frac{y_v^*}{\frac{M_v}{M_a} + (1 - \frac{M_v}{M_a}) y_v^*} - \frac{p_{v,s}^*}{T_g^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \right) (T_g^* - T^*) dv_g^* dq_g^* \quad (3.8-39)$$

Abordons maintenant le cas des particules. On suppose l'équilibre entre la source interfaciale de chaleur et le terme de dissipation visqueuse :

$$n_{p0} v_{p0} q_{p0} \eta_{p0} V_{pd0}^2 / Q_{pa0} = 1 \quad (3.8-40)$$

L'équation devient alors :

$$Q_{pa}^* = \int n_p^* \left(\eta_p^* (V_{pdr}^{*2} + V_{pdz}^{*2}) + [J_8^p] \frac{D_p^{T*}}{T^* + \frac{T_{ref}}{T_0 - T_{ref}}} \left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} V_{pdr}^* + [H] \frac{\partial T^*}{\partial z^*} V_{pdz}^* \right) \right) dv_p^* dq_p^* \quad (3.8-41)$$

Applications numériques

$$Q_{pa0} = 5,0 \cdot 10^{-2} \quad J_8^p = 2,0 \cdot 10^{-4}$$

On peut donc négliger le travail de la force thermophorétique et l'équation devient :

$$Q_{pa}^* = \int n_p^* \eta_p^* (V_{pdr}^{*2} + V_{pdz}^{*2}) dv_p^* dq_p^* \quad (3.8-42)$$

3.8.3 Rappel des nombres adimensionnels obtenus pour la phase dispersée

En dehors des cinq nombres adimensionnels déjà identifiés, la prise en compte de la phase dispersée introduit un seul nombre adimensionnel supplémentaire W_2^p qui est une fonction croissante du diamètre des particules.

3.9 Procédure de dimensionnement analytique d'un collecteur électrostatique fil/cylindre

Les critères de dimensionnement d'un collecteur ont été définis dans la section 1.3.4. Il convient de les traduire précisément à l'aide de l'analyse dimensionnelle :

1) Pour traiter un débit d'air minimal Q_{\min} , la condition suivante doit être respectée :

$$Re_a > \rho_0 Q_{\min} / \mu_0 \pi r_c \quad (3.9-1)$$

2) Pour empêcher tout claquage on impose $U_0 < U_d$, il vient :

$$Re_e < U_d^2 \frac{\rho_0 \epsilon_0 r_w}{\mu_0^2 r_c} C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right) = Re_{e \text{ Ud}} \quad (3.9-2)$$

3) Pour limiter la toxicité de la décharge et pour des raisons énergétiques, on impose $E_0 < E_{\max}$, et $j_0 < j_{\max}$, il vient :

$$Re_e < E_{\max}^2 \frac{r_c^2 \rho_0 \epsilon_0 r_w}{\mu_0^2 r_c} C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right) = Re_{e \text{ E max}} \quad (3.9-3)$$

$$Re_e < j_{\max} \frac{\rho_0 r_c^3}{\mu_e \mu_0^2} \frac{r_w^2}{r_c^2} \frac{1}{\Sigma} = Re_{e \text{ j max}} \quad (3.9-4)$$

4) On rappelle que les condition de laminarité impose des nombres de Reynolds inférieur à 1000 :

$$Re_e < 1000 \quad (3.9-5)$$

$$Re_a < 1000 \quad (3.9-6)$$

5) Pour assurer la capture de toutes les inclusions au-dessus d'un diamètre minimal donné $d_{i \text{ min}}$, on impose une contrainte à l'aide du nombre de Deutsch D_{ei} (équ.(3.6-5)) :

$$D_{ei} > 1 \text{ soit}$$

$$Re_a < \frac{\sqrt{\rho \epsilon_0}}{\mu} \frac{2k_B T_{amb}}{3e} C_{mi} \left(\frac{d_{i \text{ min}}}{\lambda} \right) \frac{L_w}{r_c} \frac{1}{1 - W_2^i} \sqrt{\frac{r_c}{r_w} \frac{Re_e}{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)}} = Re_{a \text{ max}} \quad (3.9-7)$$

On pose $Re_{e \text{ max}}$ la valeur minimale des contraintes sur le Reynolds électrique et la

limite de laminarité (éq. (3.9-2), (3.9-3), (3.9-4) et (3.9-5)). Elles sont respectées si :

$$Re_e < Re_{e \max} = \text{Min}(1000, Re_{e E \max}, Re_{e j \max}, Re_{e Ud}) \quad (3.9-8)$$

En raison du caractère monotone de la fonction $Re_{a \max} = f(Re_e, d_{p \min}, D_{ei} = 1)$, l'existence d'au moins une solution respectant les contraintes précédentes est donnée par la condition suivante :

$$L_w > Q_{\min} \sqrt{\frac{\rho_0}{\epsilon_0}} \frac{3e}{2\pi k_B T_{amb}} \frac{1 - W_2^i}{Cm_i \left(\frac{d_{i \min}}{\lambda} \right)} \sqrt{\frac{r_w}{r_c} \frac{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\sum r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)}{Re_{e \max}}} \quad (3.9-9)$$

A l'issue de l'énoncé de ces contraintes, nous sommes en mesure de proposer une procédure de dimensionnement optimal d'un collecteur électrostatique fil/cylindre. Cette procédure permet en outre de respecter la sixième contrainte définie dans la section 1.3.4 qui porte sur la compacité et comporte les étapes successives suivantes :

- 1) Imposer $Re_a = 1000$
- 2) Calculer le rayon du cylindre avec la formule suivante : $r_c = \rho_0 Q_{\min} / \mu_0 \pi Re_a$
- 3) Déterminer U_0 tel que $Re_e = Re_{e \max}$
- 4) Calculer la longueur du fil avec la formule suivante :

$$L_w = Q_{\min} \sqrt{\frac{\rho_0}{\epsilon_0}} \frac{3e}{2\pi k_B T_{amb}} \frac{1 - W_2^i(d_{i \min})}{Cm_i \left(\frac{d_{i \min}}{\lambda} \right)} \sqrt{\frac{r_w}{r_c} \frac{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\sum r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)}{Re_e}}$$

La Figure 3-1 présente, pour les dimensions choisies dans cette étude, les limites théoriques de collecte correspondantes à $D_{ei} = 1$, pour différents diamètres de particules d'intérêt. Ces limites définissent à leur gauche dans l'espace (Re_e, Re_a) les domaines de collecte autorisés. Il apparaît que le dispositif étudié permet, en théorie, de collecter des particules submicroniques jusqu'à 200 nm.

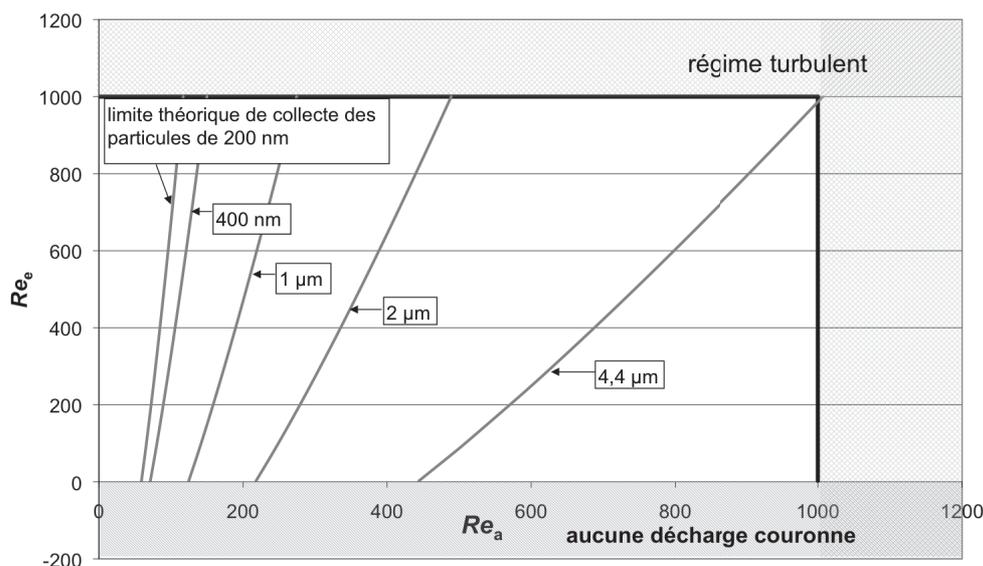


Figure 3-1 : Domaine d'étude et limites théoriques de collecte pour différents diamètres de particules

3.10 Mise en place des sous-modèles

Les couplages entre les différents systèmes d'équations sont essentiellement assurés par les sources interfaciales qui ont été adimensionnalisées précédemment. Réduire les couplages revient à examiner si les groupements adimensionnels affectant ces sources peuvent être négligés.

3.10.1 Concentrations maximales d'inclusions & sources interfaciales

Les groupements adimensionnels affectant ces sources sont $U_{\rho ei}$, U_{Qei} , U_{vap} , U_{Fi} et U_{Qi} ; ils comportent tous une concentration d'inclusions. Si l'on veut négliger certains de ces groupements, il convient d'imposer des conditions sur les concentrations maximales d'inclusions qu'il faut considérer :

- Si $U_{\rho ei} = \frac{r_c \rho_{ei0}}{E_0 \epsilon_0} \ll 1$, alors :

$$n_{i0} q_{i0} v_{i0} \ll \frac{1}{r_c^2 r_w} \frac{3e^2 \mu^2}{4\pi \epsilon_0 \rho k_B^2 T_{amb}^2} \frac{\epsilon_{ri}}{\epsilon_{ri} + 2} \frac{(1 - W_2^i)^2}{W_2^i} \frac{Re_e}{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\sum r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)} = n_{i \text{ tot } \rho ei} \quad (3.10-1)$$

- Si $U_{ei} = \frac{r_c Q_{ei0}}{\mu_e E_0 \rho_{e0}} \ll 1$, alors :

$$n_{i0} q_{i0} v_{i0} \ll n_{i \text{ tot } Qei} = n_{i \text{ tot } \rho ei} \text{ car } U_{ei} = U_{\rho ei} \quad (3.10-2)$$

- Si $U_{vap} = \frac{r_c S_{vap}^0}{\rho_0 V_a} \ll 1$, alors :

$$n_{g0} v_{g0} q_{g0} \ll \frac{3}{4\pi \rho_l \sqrt{\rho_0}} \left(\frac{3 \mu_0 e}{r_c k_B T_{amb} \sqrt{\epsilon_0}} \right)^3 \frac{L_w}{r_c} \left(\frac{\epsilon_{ri}}{\epsilon_{ri} + 2} \right)^3 \frac{1}{\tau} \frac{(1 - W_2^g)^3}{W_2^{g3}} \left(\frac{r_c}{r_w} \frac{Re_e}{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\sum r_c} \ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) \right)} \right)^{3/2} = n_{g \text{ tot } Svap} \quad (3.10-3)$$

- Si $U_{Fi} = \frac{r_c F_{ia0}}{\rho_0 V_e^2} \ll 1$, alors :

$$n_{i0} v_{i0} q_{i0} \ll \frac{3}{4\pi \epsilon_0 r_c^3 \rho_0} \left(\frac{e \mu_0}{k_B T_{amb}} \right)^2 \frac{\epsilon_{ri}}{\epsilon_{ri} + 2} \frac{(1 - W_2^i)^2}{W_2^i} Re_e^2 = n_{i \text{ tot } Fi} \quad (3.10-4)$$

- Si $U_{Qi} = \frac{r_c Q_{ia0}}{\rho_0 V_a C_{p0} (T_0 - T_{ref})} \ll 1$, alors :

$$n_{g0} v_{g0} q_{g0} \ll \frac{3eC_{g0}\mu_0^2}{r_c^3 2\pi k_B T_{amb} k_0 \sqrt{\rho_0 \varepsilon_0}} \frac{\varepsilon_{rg}}{\varepsilon_{rg} + 2} \frac{Re_a}{Nu_g} \frac{1 - W_2^g}{W_2^g} \sqrt{\frac{r_c}{r_w} \frac{Re_e}{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln\left(\frac{r_c}{r_w}\right)\right)}}} = n_{g \text{ tot } Qg} \quad (3.10-5)$$

$$n_{p0} v_{p0} q_{p0} \ll \frac{9\mu_0^2 C_{p0} (T_0 - T_{ref}) \sqrt{\rho_0 \varepsilon_0}}{8\pi \varepsilon_0^2 C m_{p0} r_c} \left(\frac{e}{k_B T_{amb}}\right)^3 \frac{\varepsilon_{rp}}{\varepsilon_{rp} + 2} \frac{(1 - W_2^p)^3}{W_2^p} Re_a \sqrt{\frac{r_w}{r_c} \frac{C_{Feng}^* \left(1 - \frac{1}{\Sigma} \frac{r_w}{r_c} \ln\left(\frac{r_c}{r_w}\right)\right)}{Re_e}} = n_{p \text{ tot } Qp} \quad (3.10-6)$$

Si l'on souhaite supprimer toute influence de la phase dispersée sur la phase continue, il faut que la concentration en inclusions soit très inférieure à la plus petite des concentrations maximales qui viennent d'être définies. Une application numérique a permis de montrer que pour notre cas d'étude, sur toute la classe de taille d'inclusions, on a :

$$n_{p \text{ tot } Fp} < n_{p \text{ tot } Qp} < n_{p \text{ tot } \rho ep} \quad (3.10-7)$$

$$n_{g \text{ tot } Svap} < n_{g \text{ tot } Qg} < n_{g \text{ tot } Fg} < n_{g \text{ tot } \rho eg} \quad (3.10-8)$$

Finalement l'objectif mentionné ci-dessus est atteint si la concentration en particules est très inférieure à $n_{p \text{ tot } Fp}$ soit $7,4 \cdot 10^{10}$ particules/m³ et si la concentration en gouttes est très inférieure à $n_{g \text{ tot } Svap}$ soit $4,1 \cdot 10^9$ gouttes/m³.

3.10.2 Choix des sous-modèles et stratégie de résolution

Maintenant que les considérations assurant les couplages faibles ont été déduites de l'analyse dimensionnelle, les sous-modèles peuvent être identifiés. Ils sont définis de telle manière qu'ils soient traités successivement en utilisant les solutions du sous-modèle résolu précédemment.

- Le premier sous-modèle regroupe les champs électriques relatifs à la phase continue. Il n'est pas influencé par la phase dispersée ni par la vitesse de l'écoulement du mélange gazeux ni par d'autres champs. Il est étudié numériquement dans la première section du chapitre 4 afin de caractériser la décharge couronne dans la géométrie considérée.

- Le second sous-modèle regroupe les champs hydrodynamiques relatifs à la phase continue. Il est analysé numériquement dans la deuxième section du chapitre 4 afin de caractériser l'écoulement électrohydrodynamique présent dans un collecteur électrostatique cylindrique.

- Le troisième sous-modèle regroupe les champs électriques, cinétiques et hydrodynamiques relatifs à la phase dispersée limitée aux particules. Il est analysé numériquement dans le chapitre 5 afin de caractériser la collecte des particules submicroniques dans un collecteur électrostatique cylindrique. Il s'en suivra une analyse critique de la procédure de dimensionnement.

- Le quatrième sous-modèle regroupe les champs thermiques relatifs aux phases continue et dispersée. Ces champs perturbent les champs hydrodynamiques de la phase continue et indirectement le transport des particules qui doivent donc être également inclus dans ce sous-modèle. Ce dernier, qui permet ainsi de caractériser l'apport de l'injection de vapeur, fait l'objet d'une analyse numérique partielle présentée dans le chapitre 6

Les couplages entre les différents phénomènes physiques présentés ainsi que les sous-modèles choisis sont synthétisés dans la Figure 3-2.

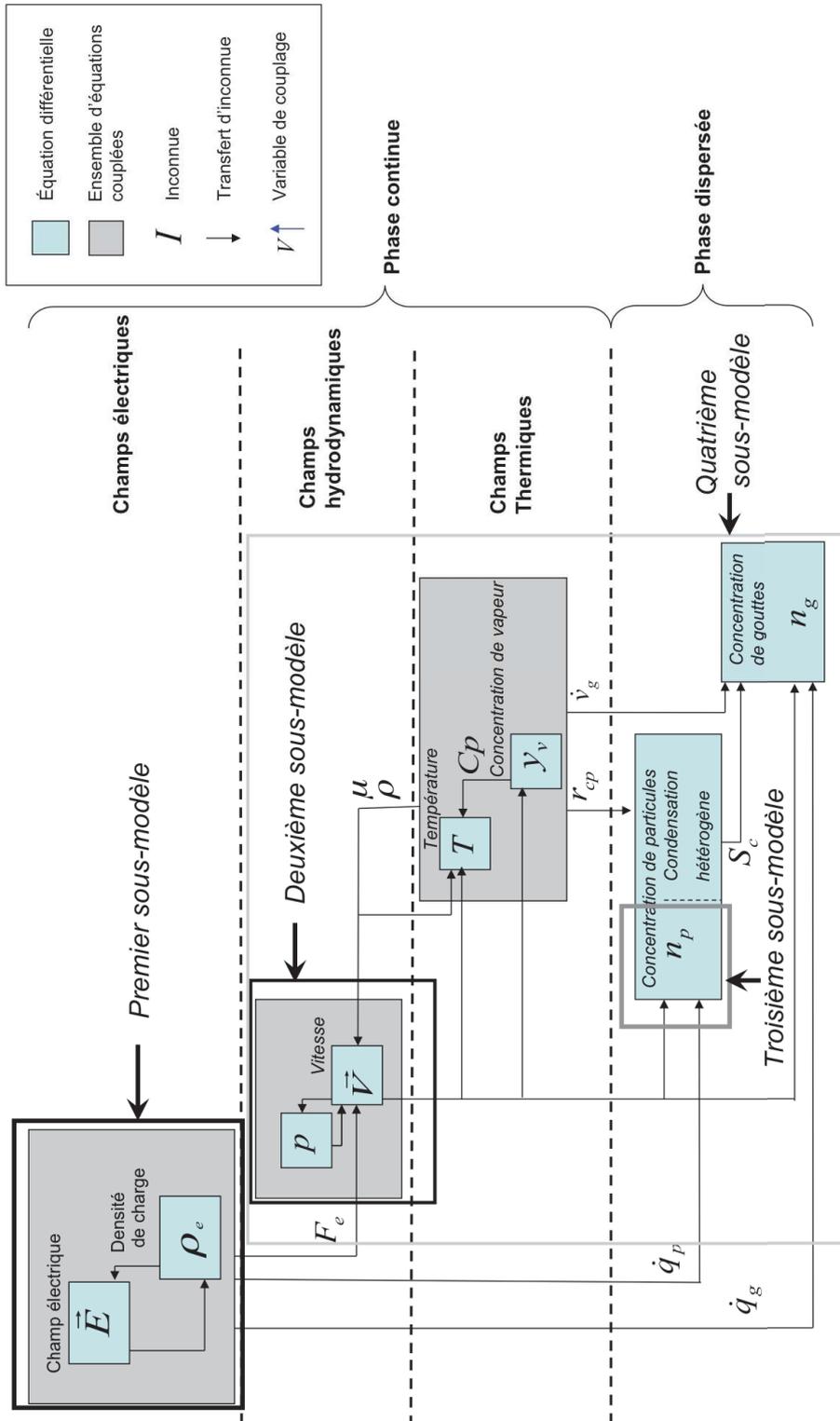


Figure 3-2 : Synthèse de la modélisation après l'analyse dimensionnelle.

Chapitre 4 : Écoulements électro-hydrodynamiques dans un électrofiltre cylindrique

Ce chapitre analyse le fonctionnement d'un électrofiltre fil/cylindre avec les hypothèses suivantes :

- L'air le traversant est isotherme, incompressible et au taux d'humidité ambiant.
- Pas d'injection de vapeur ou de gouttes, donc l'air a un taux d'humidité constant.
- La géométrie ainsi que les données numériques présentées dans la section 1.3.1 page 11 ont été utilisées.

Il a été montré par l'analyse dimensionnelle du chapitre précédent que l'influence de la phase dispersée sur l'écoulement et la décharge couronne est négligeable en cas de faible concentration de particules. De plus l'influence de l'écoulement sur la décharge couronne est négligeable. On pourra donc étudier de manière indépendante la décharge couronne (section 4.1), puis étudier son influence sur l'écoulement incompressible (section 4.2). L'étude de la phase dispersée et donc de la collecte des particules est présentée dans le chapitre suivant.

L'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre a fait l'objet d'une publication (Lancereau et col. 2013)

4.1 Décharge couronne le long d'une électrode d'extension finie

Cette section analyse le sous-modèle de décharge couronne défini dans la section 3.2 et présente sa résolution numérique avec le logiciel Comsol Multiphysics (version 3.5).

4.1.1 Mise en place du modèle numérique

Les deux conditions limites sur la densité de charge le long du fil de décharge, et surtout le critère de bifurcation de l'une à l'autre, complexifient grandement le calcul de la solution. En effet avec Comsol les conditions limites de Neumann sont moins précises que celles de Dirichlet. Par conséquent, cette condition limite (équ. (3.2-24)) a été modifiée de manière identique à Benamar (2007) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = \rho_{ec}^* \text{ tel que } U^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1, \text{ si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1 \\ \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 0, \text{ si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} < 1 \end{array} \right. \quad (4.1-1)$$

Il faut adapter les conditions limites du potentiel électrique le long du fil de décharge en fonction :

$$\begin{cases} \Sigma \frac{dU^*}{dr^*} \Big|_{r^*=r_w/r_c} = E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1 & , \text{ si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1 \\ U^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1 & , \text{ si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} < 1 \end{cases} \quad (4.1-2)$$

Ceci fut mise en œuvre dans Comsol en introduisant le long du fil de décharge l'équation aux frontières de ρ_{ec}^* en formulation faible suivante :

$$\rho_{ec}^* \text{_{test}} * (U^* - 1) = 0 \quad (4.1-3)$$

avec le terme $\rho_{ec}^* \text{_{test}}$ une variable virtuelle dans Comsol pour définir ρ_{ec}^* comme multiplicateur de lagrange et ainsi imposer $(U^* - 1) = 0$.

Après cette implémentation, une diffusion numérique anisotrope a été introduite dans l'équation de transport de la densité de charge afin d'obtenir une bonne convergence de la solution. Cette diffusion numérique permet d'avoir nombre de Peclet local (à l'échelle d'une maille) de 0,5 et ainsi permet la résolution de l'équation par les éléments finis. L'équation résolue est donc :

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_e^* \vec{E}^* - \vec{\varphi}_{num\ \rho e}) = 0 \quad (4.1-4)$$

avec

$$\vec{\varphi}_{num\ \rho e} = \begin{bmatrix} \frac{|\vec{E}_r^*| h}{2} \frac{d\rho_e^*}{dr^*} \\ \frac{|\vec{E}_z^*| h}{2} \frac{d\rho_e^*}{dz^*} \end{bmatrix} \quad (4.1-5)$$

et h la taille de la maille où l'équation est résolue.

Le maillage utilisé a donc été raffiné à proximité du fil de décharge, où le champ électrique est le plus fort, afin de minimiser l'erreur introduite par cette diffusion numérique. Des tests ont été effectués sur une géométrie simplifiée d'un collecteur fil/cylindre dans le plan (\vec{e}_r, \vec{e}_z) sans les supports et sans prendre en compte les effets de bords.

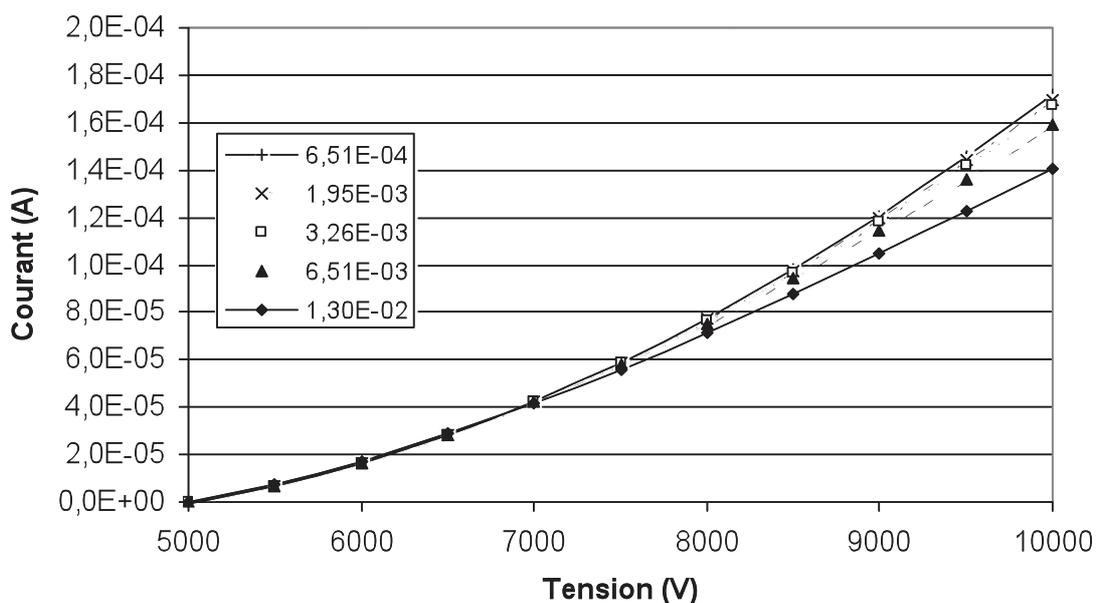


Figure 4-1 : Courbes courant/tension pour une géométrie fil/cylindre sans support avec un rayon de cylindre (r_c) de 17 mm, un rayon de fil (r_w) de 50 μm et une longueur de fil de 1 m. Les calculs ont été effectués pour différentes tailles des mailles près du fil adimensionnalisées par le rayon du cylindre

On peut remarquer sur la Figure 4-1 que l'influence du maillage dépend de la tension appliquée. Une taille de maille près du fil égale à 6,26E-3 a été choisie, car elle permet un bon compromis entre vitesse de calcul (maillage limité à environ 30 000 mailles) et précision des résultats sur la plage de tension 5000-10000 V pour ces diamètres de cylindres et de fil.

Suite à ce paramétrage plusieurs tests de validité ont été menés par comparaison avec le modèle analytique de Feng (1999) et des mesures expérimentales effectuées sur le dispositif de Galbrun (2007). La Figure 4-2 et la Figure 4-3 présentent des exemples typiques de ces comparaisons. On observe une bonne concordance entre la simulation et le modèle de Feng (1999) pour notre cas d'étude. Enfin et surtout, les courbes obtenues sont en accord avec des mesures expérimentales effectuées sur le dispositif de Galbrun (2007).

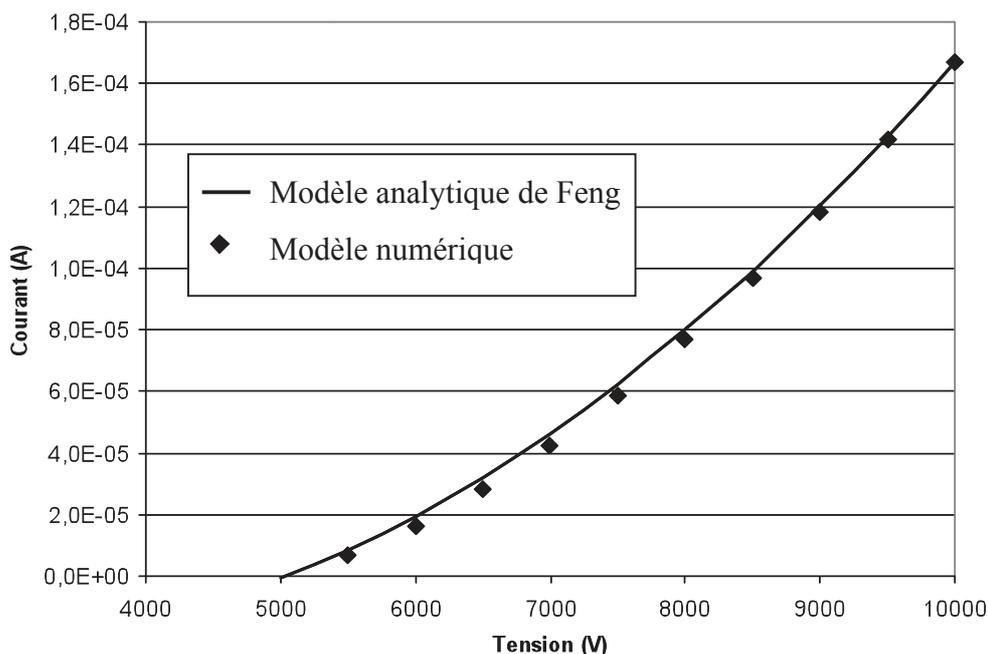


Figure 4-2 : Courbes courant/tension calculées par le modèle analytique de Feng et le modèle numérique pour une géométrie fil/cylindre avec un diamètre de cylindre (D_c) de 34 mm, une longueur (L_c) de 14 cm et un diamètre de fil (D_{fil}) de 100 μm

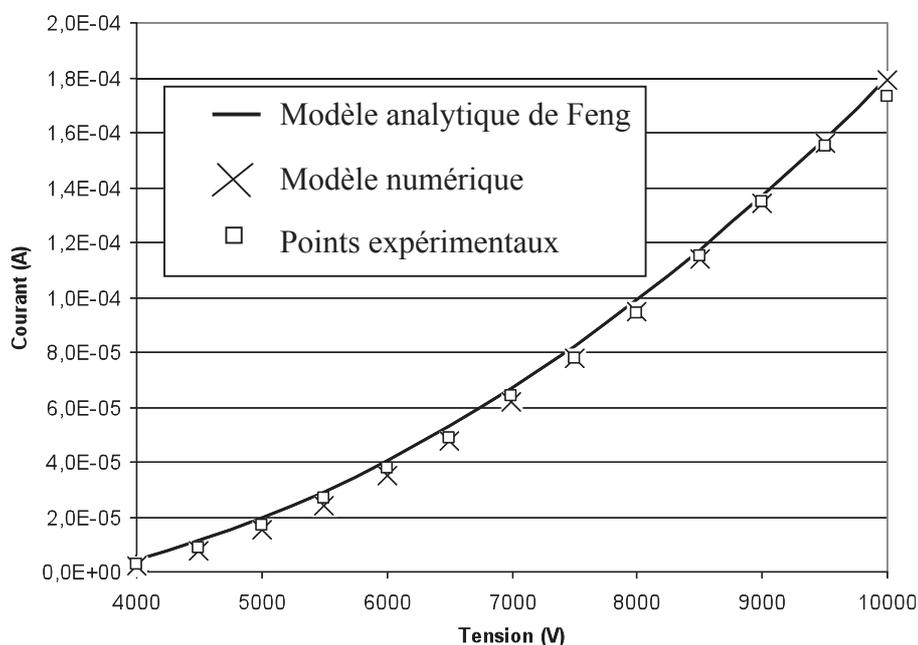


Figure 4-3 : Courbes courant/tension expérimentales, théoriques et simulées pour une géométrie fil/cylindre avec un diamètre de cylindre D_c de 50 mm, de longueur L_c de 10 cm et un diamètre de fil D_{fil} de 50 μm . La mobilité des ions est fixée à $3,17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sV}$ et les points expérimentaux extraits de Galbrun (2007).

4.1.2 Stratégie de résolution

Reste une autre difficulté : les deux conditions limites associées aux zones avec ou sans décharge sont de nature radicalement différente (équation (4.1-2)). L'une est une condition limite de Neumann (cas avec décharge) et l'autre de Dirichlet (cas sans décharge). De plus, la localisation de la frontière entre ces deux conditions limites dépend du champ électrique. Il en résulte un couplage entre le potentiel électrique et sa condition limite le long du fil, de manière analogue à un problème de surface libre, qui est extrêmement difficile à résoudre numériquement.

Afin de contourner cette difficulté, une nouvelle grandeur U_1 a été introduite : le potentiel électrique non influencé par la densité de charge. L'équation à résoudre est alors :

$$\vec{\nabla}^{*2} U_1^* = 0 \quad (4.1-6)$$

avec les conditions limites suivantes :

- le long du fil et à la surface du support $U_1^*|_{r^*=r_w/r_c} = 1$
- en vis-à-vis du fil de décharge $U_1^*|_{r^*=1} = 0$
- en entrée ($z^* = 1 + \frac{L_c}{L_w}$) et en sortie ($z^* = -\frac{L_c}{L_w}$) $\vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}^* U_1^* = 0$

Cette grandeur est utilisée comme référence pour déterminer les points de transition entre la zone de décharge correspondant à $E^* = 1$ et les zones sans décharge.

Une procédure de résolution du potentiel électrique et la densité de charge a pu ainsi être trouvée :

- 1) Le potentiel électrique U_1 est calculé.
- 2) Puis le potentiel électrique et la densité de charge sont résolus de manière couplée, mais utilisant les conditions limites suivantes au niveau du fil :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_e^*|_{r^*=r_w/r_c} = \rho_{ec}^* \text{ tel que } U^*|_{r^*=r_w/r_c} = 1, \text{ si } damp_{E_{Peek}} \times \Sigma \frac{dU_1^*}{dr^*}|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1 \\ \rho_e^*|_{r^*=r_w/r_c} = 0, \text{ si } damp_{E_{Peek}} \times \Sigma \frac{dU_1^*}{dr^*}|_{r^*=r_w/r_c} < 1 \end{array} \right. \quad (4.1-7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma \frac{dU^*}{dr^*}|_{r^*=r_w/r_c} = E^*|_{r^*=r_w/r_c} = 1, \text{ si } damp_{E_{Peek}} \times \Sigma \frac{dU_1^*}{dr^*}|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1 \\ U^*|_{r^*=r_w/r_c} = 1, \text{ si } damp_{E_{Peek}} \times \Sigma \frac{dU_1^*}{dr^*}|_{r^*=r_w/r_c} < 1 \end{array} \right. \quad (4.1-8)$$

avec $damp_{E_{Peek}}$ un paramètre égal à 1 pour cette étape.

Ces conditions limites découplent la définition de la frontière entre la zone de décharge et la zone sans décharge et permettent ainsi d'obtenir une solution. Mais cette dernière n'est valable que pour les faibles injections de charge. Dans le cas contraire, l'influence de la densité de charge sur le champ électrique perturbe la limite entre la zone de décharge et la zone sans décharge. La solution de l'équation (4.1-6) pour distinguer les deux zones n'est

alors plus satisfaisante. Dans la pratique, une solution peut être déterminée. Mais elle ne peut pas être considérée comme physique vu qu'elle contient des zones avec une densité de charge négative.

- 3) Afin d'obtenir une solution physique, il faut déplacer la limite de la zone de décharge afin de faire disparaître les zones avec densité de charge négative, sans que le champ électrique de la zone sans décharge ne dépassent la valeur du champ de Peek. Pour cela, une résolution paramétrique est menée en faisant varier $damp_{E_{Peek}}$.
- 4) Lorsqu'une solution optimale est trouvée, elle est validée en l'utilisant comme condition initiale pour la résolution avec les conditions limites fortement couplées (équations (4.1-1) et (4.1-2)). Malheureusement ces dernières se sont avérées instables quel que soit la solution initiale. En effet, à cause des erreurs numériques, le champ électrique le long du fil dans la zone de décharge est toujours strictement inférieur à 1 même en l'imposant comme tel. Un relâchement du critère de frontière entre la zone de décharge et la zone sans décharge a été essayé, mais l'erreur numérique introduite ne permet pas la convergence de la solution.

Un nouveau critère entre la zone de décharge et la zone sans décharge, fondé sur la densité de charge qui est fixée par une condition de Dirichlet, a été choisie. Les nouvelles conditions limites associées sont beaucoup plus stables que les précédentes grâce à la faible erreur numérique introduite par les conditions limites de Dirichlet comparée à celle introduite par les conditions limites de Neuman.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = \rho_{ec}^* \text{ tel que } U^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1 \text{ , si } \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq \varepsilon_{\rho_e^*} \\ \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = \begin{cases} 0 & \text{, si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} < 1 \\ 1.1\varepsilon_{\rho_e^*} & \text{, si } E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1 \end{cases} \text{ , si } \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} < \varepsilon_{\rho_e^*} \end{array} \right. \quad (4.1-9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma \frac{dU^*}{dr^*} \Big|_{r^*=r_w/r_c} E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1 \text{ , si } \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq \varepsilon_{\rho_e^*} \\ U^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1 \text{ , si } \rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} < \varepsilon_{\rho_e^*} \end{array} \right. \quad (4.1-10)$$

Le paramètre numérique $\varepsilon_{\rho_e^*}$ est fixé à 10^{-2} pour permettre la convergence de la solution, sans dégrader la solution.

La condition associée $\rho_e^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} = 1.1\varepsilon_{\rho_e^*}$, si $E^* \Big|_{r^*=r_w/r_c} \geq 1$ permet de vérifier que le champ électrique ne dépasse pas 1 dans la zone sans décharge en introduisant une instabilité dans le cas contraire.

La Figure 4-5 et la Figure 4-6 montrent que la solution obtenue respecte les conditions limites initialement prévues. Grâce à cette procédure, 15 solutions ont été déterminées pour différentes valeurs du nombre de Reynolds électrique Re_e réparties sur l'ensemble du domaine d'étude.

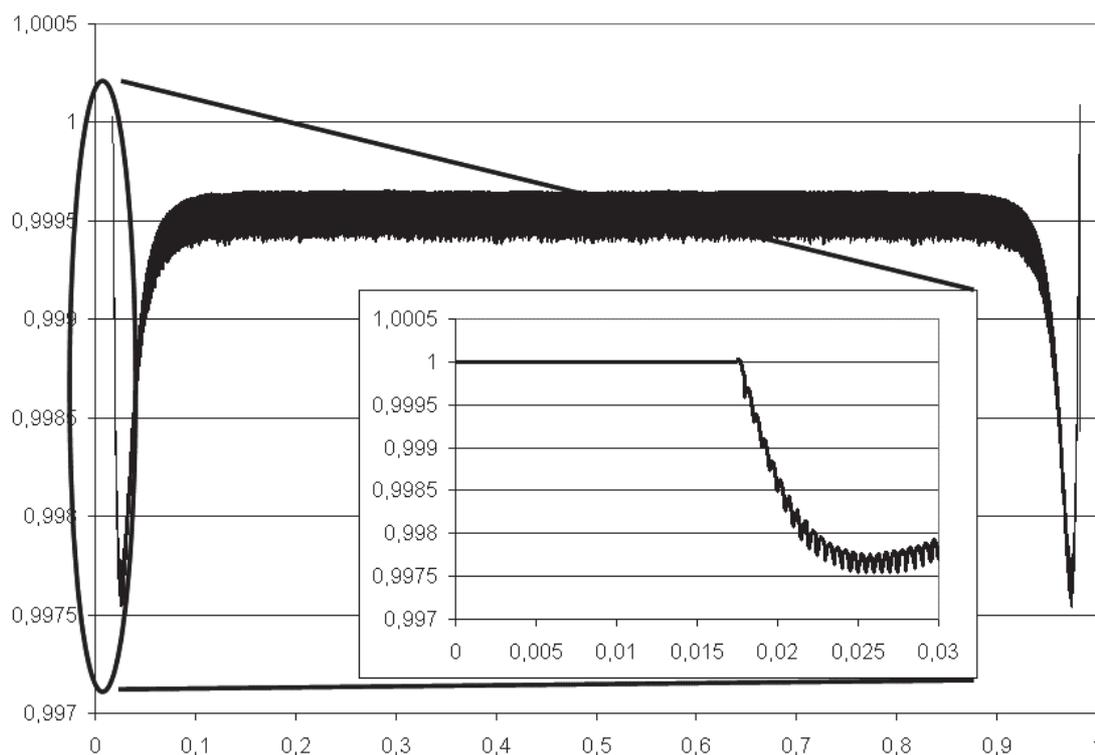


Figure 4-4 : Potentiel électrique adimensionnel, le long du fil, pour une tension de 6000 V ($Re_e = 376$).

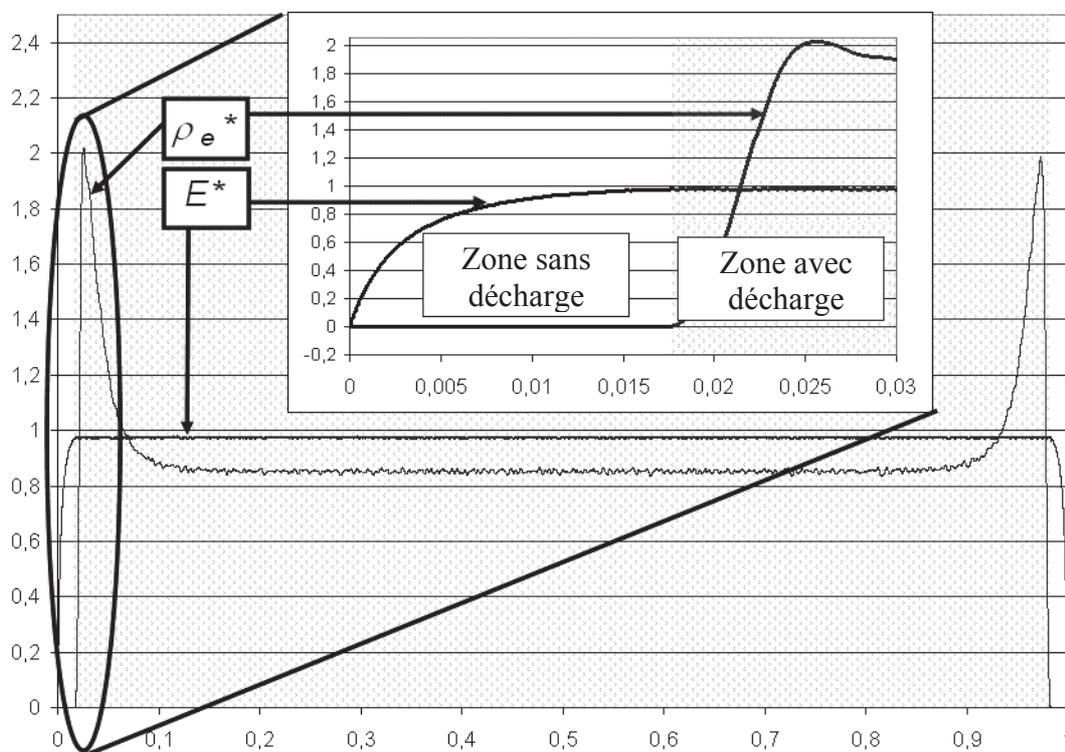


Figure 4-5 Champ électrique et densité de charge adimensionnels le long du fil pour une tension de 6000 V ($Re_e = 376$).

4.1.3 Résultats numériques

La Figure 4-6 présente la densité de charge adimensionnelle ρ_e^* et les lignes de champ électrique au sein de l'enceinte de collecte pour une tension appliquée de 6500V. Les supports sphériques diminuent dans leur voisinage immédiat le champ électrique le long du fil, si bien que la décharge couronne ne s'étend pas jusqu'à eux. Cependant à la frontière entre les deux domaines, la décharge couronne entraîne une importante injection de charges. La Figure 4-6 met également en évidence la déformation du champ électrique au bord du domaine.

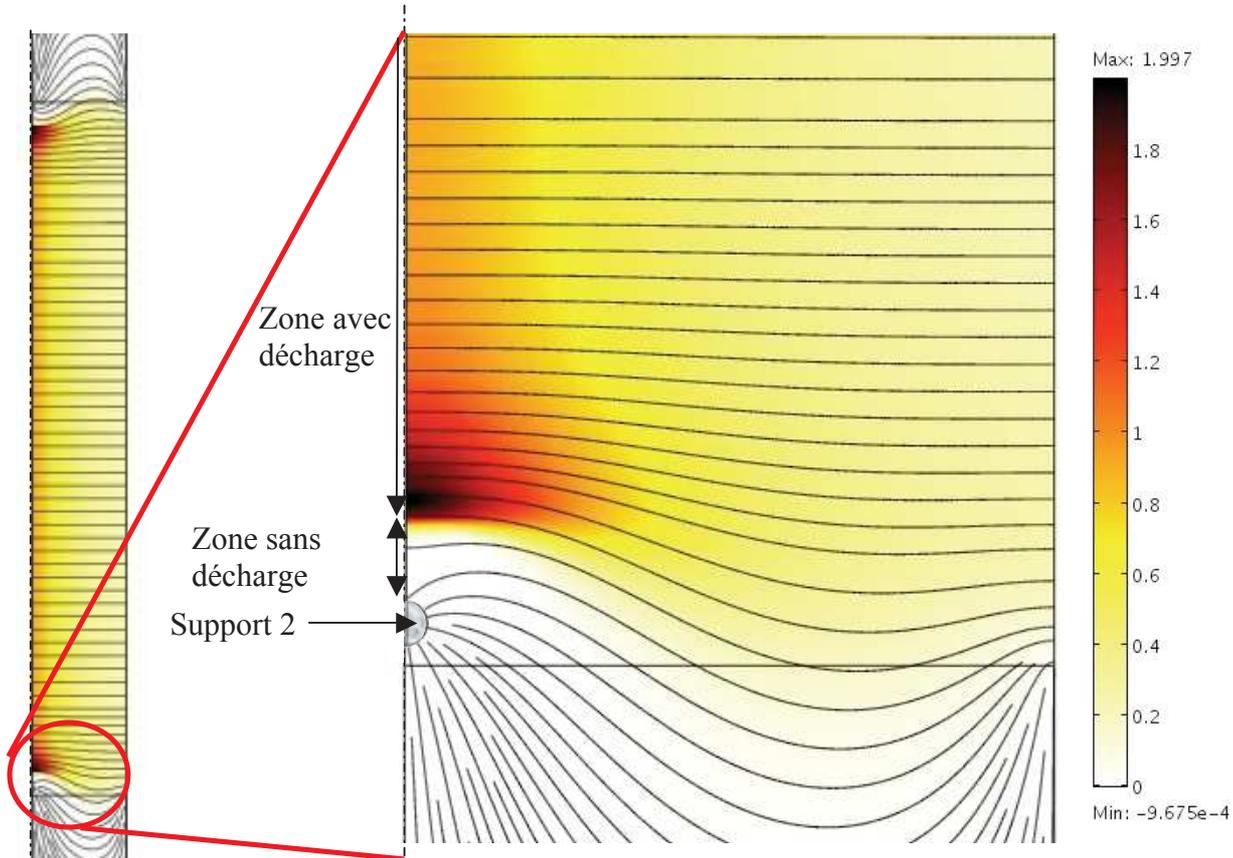


Figure 4-6 : Densité de charge adimensionnelle ρ_e^* et lignes de champs au sein de l'enceinte de collecte pour une tension de 6500 V ($Re_e = 589$). À gauche, l'ensemble de la zone d'étude est représenté, à droite, un agrandissement de l'extrémité aval de l'électrode de décharge.

Remarquons que ce résultat correspond à l'observation expérimentale de la décharge couronne (voir Figure 4-7) sur un fil d'acier inox de 100 μm porté à 10 kV dans un cylindre conducteur mis à la masse et rendu transparent grâce à un revêtement d'ITO. On observe bien que la décharge est initiée à une certaine distance de son support métallique. De plus, le rayonnement produit par la décharge le long du fil est plus important à la frontière de la zone avec et sans décharge que loin du support, signe que la décharge est plus intense dans cette zone. Ces observations confortent les résultats numériques.



Figure 4-7 : Un fil d'acier inox de 100 μm porté à 10 kV dans un cylindre conducteur mis à la masse et rendu transparent grâce à un revêtement d'ITO. Le temps de pose est de 500 ms.

La décharge couronne influençant l'écoulement de l'air par la force de Coulomb, cette forte variation de densité de charge perturbe fortement l'écoulement de l'air. Ce dernier est étudié dans la section suivante

4.2 Étude des configurations d'écoulement électro-hydrodynamique

Cette section présente l'étude de l'écoulement d'air influencé par la décharge couronne. En plus du sous-modèle de décharge couronne utilisé précédemment, l'équation de quantité de mouvement en régime laminaire a été résolue. On rappelle que dans cette section ainsi que dans l'ensemble de ce chapitre, l'air est considéré comme isotherme, incompressible et au taux d'humidité uniforme. L'équation de quantité de mouvement (équation (3.3-6) et (3.3-7)) devient alors :

Selon r

$$\begin{aligned}
 & [H] \left(V_r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial p^*}{\partial r^*} - \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{4}{3} \mu^* r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} \right) \\
 & - \left[\frac{H^2}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\mu^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) - \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\mu^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} \right) + \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{2\mu^* V_r^*}{r^{*2}} \\
 & + \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{4}{3} \mu^* V_r^* \right) + \left[\frac{1}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{2\mu^* r^*}{3} \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right) \\
 & = [HE_{hd}] F_r^{e*}
 \end{aligned} \tag{4.2-1}$$

Selon z

$$\begin{aligned}
 & V_r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + [H] V_z^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} + \frac{\partial p^*}{\partial z^*} - \left[\frac{H}{\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\mu^* r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{H\text{Re}_e} \right] \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\mu^* r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} \right) - \left[\frac{H}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{4}{3} \mu^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right) \\
 & + \left[\frac{H}{\text{Re}_e} \right] \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{2\mu^*}{3r^*} \frac{\partial r^* V_r^*}{\partial r^*} \right) = -[P_g] g_z^* + [E_{hd}] F_r^{e*}
 \end{aligned} \tag{4.2-2}$$

La géométrie et les données numériques utilisées dans ce chapitre sont identiques à celles du chapitre précédent (voir section 1.3.1)

4.2.1 Résolution numérique

En anticipant sur la présentation des résultats, on peut signaler que l'écoulement de l'air est dans certains cas très fortement perturbé par la décharge couronne. Cela pose d'importants problèmes numériques. En effet, dans ces cas, il est très difficile de trouver une solution initiale proche de l'écoulement solution. Par conséquent, afin de permettre la convergence, une diffusion numérique du type Galerkin least-squares (GLS) a été ajoutée à l'équation. Dans certains cas ($Re_e = 960$), une résolution sans cette diffusion numérique à partir de la solution avec diffusion a pu être réalisée. Les résultats obtenus avec ou sans la diffusion numérique n'ont pas montré de différences significatives notamment en ce qui concerne la perte de charge (voir Figure 4-8).

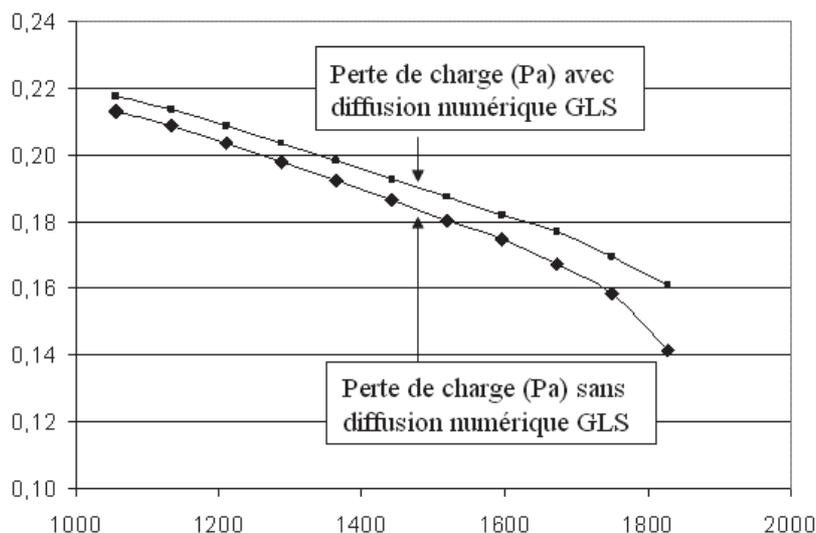


Figure 4-8 : Perte de charge (Pa) entre l'entrée et la sortie de la zone d'étude en fonction Re_a pour $Re_e = 960$ avec et sans diffusion numérique GLS dans l'équation de Navier Stokes.

Le maillage utilisé a été raffiné à proximités des parois afin de prendre en compte le développement des couches limites visqueuses. Les mailles en contact avec les parois sont de taille maximale adimensionnée par le rayon du cylindre de $3,1 \cdot 10^{-4}$. En s'éloignant des parois, les mailles sont de plus en plus grandes selon une progression géométrique de facteur 1,15. Le maillage est alors composé d'environ 32 000 mailles.

Après de nombreux essais, une méthode de résolution permettant la convergence de la solution, dans tous les cas étudiés, a été trouvée. Celle-ci consiste à effectuer les étapes suivantes :

- Etape 1 : Résoudre l'équation de Navier Stokes et l'équation de continuité de manière couplée avec un solveur stationnaire sans l'effet de la décharge couronne à partir d'un écoulement nul.
- Etape 2 : Résoudre l'équation de Navier Stokes et l'équation de continuité de manière couplée avec un solveur temporel à partir de la solution précédente. Comme ici la résolution temporelle n'est qu'une étape de calcul, sa précision a été diminuée. Les paramètres de tolérance relative et absolue ont été fixés à 0,1 au lieu de 0,001 par défaut dans Comsol. Ceci permet une résolution plus rapide et facilite la convergence. Le temps final a été fixé à 100 s afin d'être sûr que le régime stationnaire est atteint.
- Etape 3 : Résoudre l'équation de Navier Stokes et l'équation de continuité de manière couplée avec un solveur stationnaire avec l'effet de la décharge couronne à partir de la solution précédente.

Par cette procédure, une solution peut être obtenue en environ 30 minutes en utilisant le 4 processeurs en parallèle et 3 Go de mémoire vive des serveurs de calcul à disposition dans le laboratoire. Les temps de calculs ont pu être réduits à quelques minutes en utilisant directement l'étape 3 avec comme condition initiale les écoulements déjà déterminés et proches de celui souhaité en terme de points de fonctionnement. Au total, 1800 écoulements solutions ont été déterminées pour différentes valeurs du nombre de Reynolds électrique Re_e et Reynolds hydraulique Re_a , réparties sur l'ensemble du domaine d'étude.

4.2.2 Résultats numériques

Comme il a été montré dans la section 3.4.3, il suffit de deux paramètres pour décrire l'ensemble du domaine d'étude. Les nombres adimensionnels Re_a et Re_e ont été choisis, les autres nombres adimensionnels étant liés ou constants.

Le nombre de Reynolds électrique Re_e est lié à la vitesse de l'écoulement de l'air dû au champ électrique V_e . Il dépend des propriétés physiques de l'air, des dimensions du dispositif, du potentiel électrique et du champ de Peek. On peut remarquer qu'il est par contre indépendant du débit d'air filtré. Notre domaine d'étude est limité par la zone d'apparition de la décharge couronne ($Re_e = 0$), et les limites de transition vers la turbulence. Comme évoqué précédemment, on majorera ces dernières en adoptant pour les deux nombres de Reynolds une valeur critique commune de 1000.

L'effet de l'extrémité de la décharge couronne produit une forte discontinuité de la force de Coulomb, créant ainsi un couple sur l'air. Si ce couple est suffisamment important, des zones de recirculations de l'air peuvent se former. Cela est particulièrement visible sur la Figure 4-9 dans le cas limite où le débit d'air filtré est nul ($Re_a = 0$) par rapport au cas de la limite de décharge ($Re_e = 0$).

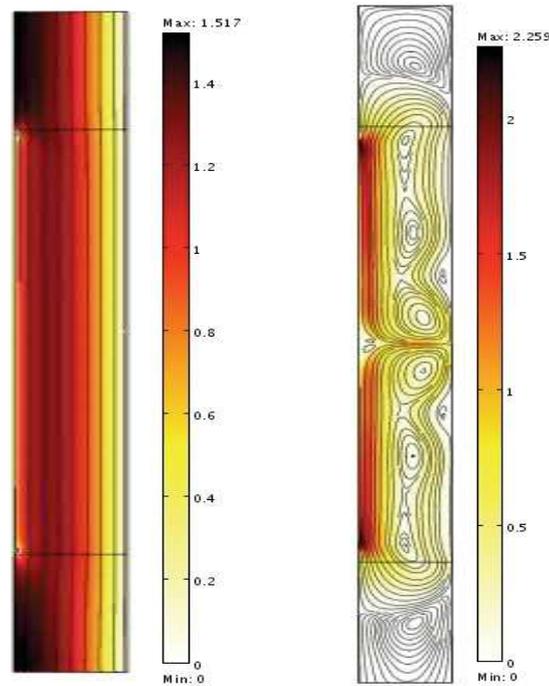


Figure 4-9 : Vitesse de l'écoulement d'air et lignes de courant dans deux configurations asymptotiques de l'étude : à gauche, $Re_e = 0$ et $Re_a = 430$; à droite $Re_e = 589$ et $Re_a = 0$

Ces recirculations ont déjà été décrites sommairement par Semmar (1999). Mais aucune étude approfondie n'a été effectuée. En se fondant sur la présence et le nombre des recirculations observées, quatre configurations d'écoulement peuvent être identifiées (voir Figure 4-10) :

- La première configuration d'écoulement est caractérisée par l'absence de recirculations dues à la décharge couronne. Des petites recirculations dues à la

présence des supports du fil de décharge sont observées, mais elles restent extrêmement localisées.

- La deuxième configuration comporte une recirculation juste à l'aval du support 2 du fil de décharge. Une deuxième recirculation située le long de l'électrode de collecte à l'amont de la zone de collecte est généralement observée dans cette configuration d'écoulement.
- La troisième configuration comporte une recirculation juste à l'amont du support 2 du fil de décharge. Là encore, une deuxième recirculation située le long de l'électrode de collecte est présente. Elle est bien plus importante que pour la configuration 2.
- La quatrième configuration présente de multiples recirculations notamment le long de l'électrode de collecte. Ces dernières résultent d'un fractionnement des deux recirculations de la configuration 3 et d'un décollement de l'écoulement le long de l'électrode de collecte.

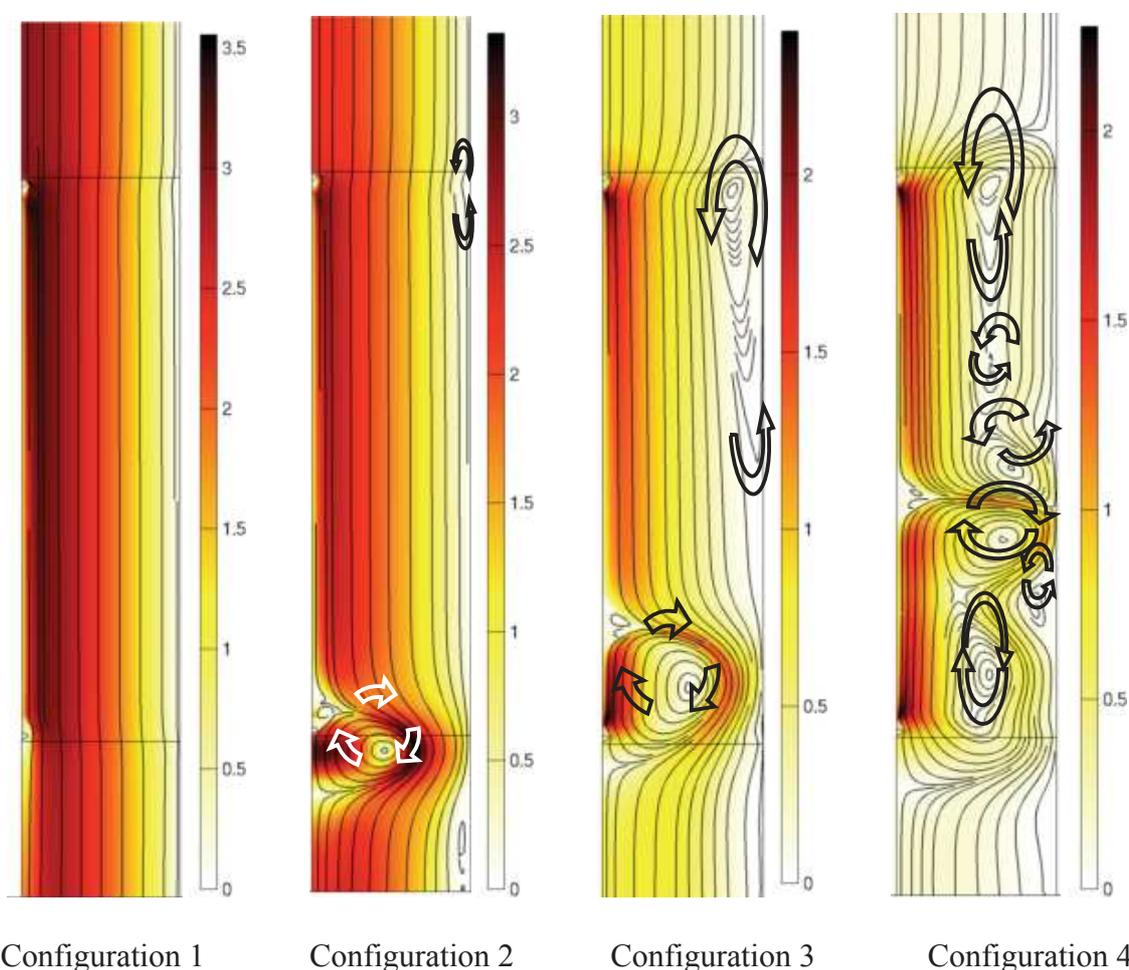


Figure 4-10 : Vitesse de l'écoulement d'air et lignes de courant pour les quatre configurations d'écoulement observées avec $Re_e = 589$. De gauche à droite, les nombres de Reynolds hydrodynamiques Re_a sont 847, 649, 215 et 43.

Le cisaillement de l'air dV_z^*/dr^* le long du fil de décharge et du cylindre permet de

déterminer quantitativement la limite entre les configurations ; il est en effet proportionnel au frottement visqueux et sa direction ou sa variation permet de déterminer la présence ou non de recirculation. En pratique, la position des extrema locaux de ce paramètre fut employée comme indicateur de la configuration d'écoulement.

La Figure 4-11 présente ce paramètre le long de l'électrode décharge. On observe que :

- la configuration 1 est caractérisée par la présence d'un minimum local à proximité de l'extrémité aval du fil.
- les configurations 3 et 4 sont caractérisées par la présence d'un maximum local dépassant l'axe des abscisses.

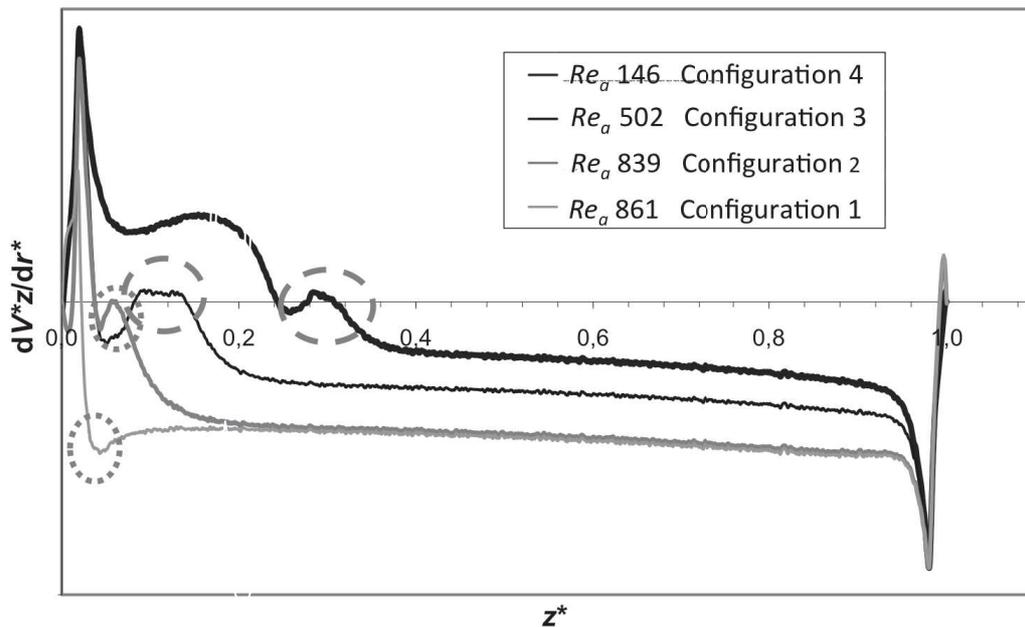


Figure 4-11 : dV^*/dr^* en fonction de z^* le long du fil de décharge, valeurs rapportées à la valeur minimum pour $Re_e = 589$

Un troisième critère permet de distinguer les configurations 1, 2 et 3 de la configuration 4. Il est fondé sur la même grandeur dV^*/dr^* en fonction de z^* mais le long de la paroi du cylindre. La configuration 4 est caractérisée par la présence d'un second pic passant sous l'axe des abscisses pour z^* compris entre 0 et 1. Un exemple est présenté dans la Figure 4-12.

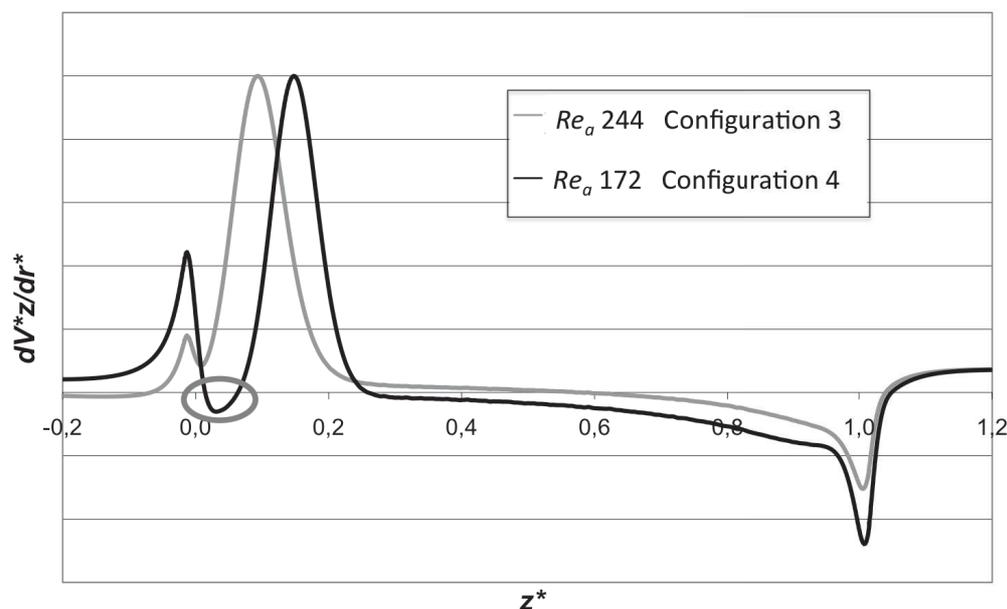


Figure 4-12 : dV^*/dz^* en fonction de z^* le long de la paroi du cylindre pour $Re_e = 589$, valeurs rapportées à la valeur maximale.

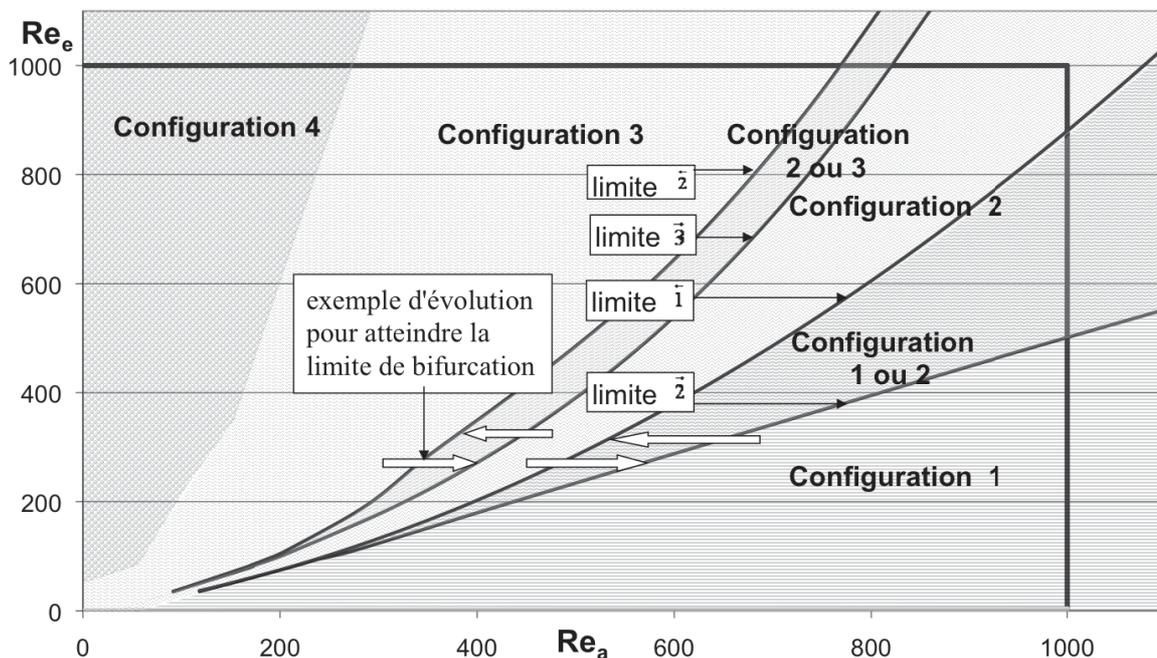


Figure 4-13 : Domaines des différentes configurations et leur limite de bifurcation dans le cadre des limites prises précédemment.

En utilisant ces critères, un diagramme présenté sur la Figure 4-13 définit les domaines des différentes configurations. Parmi les configurations précédemment décrites, on remarquera deux zones dans lesquelles deux solutions numériques stables ont pu être déterminées pour les mêmes paramètres de contrôle (Re_e, Re_a). Ces deux zones sont

délimitées d'une part par les courbes ($\bar{2}$, $\bar{3}$) et d'autre part par les courbes ($\bar{1}$, $\bar{2}$). Ainsi pour la première zone, délimitée par le couple ($\bar{2}$, $\bar{3}$), la configuration 3 a pu être calculée, en faisant croître Re_a , jusqu'à la courbe limite $\bar{3}$. À l'inverse, la configuration 2 a pu être calculée, en faisant décroître Re_a , jusqu'à la courbe $\bar{2}$. Les mêmes procédures furent suivies et des résultats analogues furent obtenus pour la deuxième zone délimitée par couple de courbes ($\bar{1}$, $\bar{2}$).

Ces configurations particulières de solutions ont été interprétées dans le cadre de la théorie des catastrophes (Thom 1989). Pour se placer dans le cadre de cette théorie, il est souhaitable de regrouper les champs des inconnues en une seule inconnue scalaire attachée à ces champs. L'inconnue choisie fut la perte de charge induite par l'écoulement dans la zone d'étude. La Figure 4-14 et la Figure 4-15 suggèrent la formation de deux fronces : la première est associée à la zone délimitée par le couple de courbes ($\bar{1}$, $\bar{2}$) et, la seconde, à la zone délimitée par le couple de courbes ($\bar{2}$, $\bar{3}$). Selon cette interprétation, les courbes $\bar{1}$ et $\bar{2}$ correspondent à la projection dans le plan des paramètres de contrôle (Re_e , Re_a) des deux courbes composées des points de retournement au bord des deux plis, qui constituent la fronce ; ces courbes sont appelées « lieux de bifurcation ». Entre chaque courbe de points de retournement, la solution devient instable et échappe à l'analyse numérique.

Les courbes $\bar{1}$ et $\bar{2}$ définies dans le plan (Re_e , Re_a) sont les lieux de bifurcation de la première fronce dont les équations sont les suivantes :

$$N_{EHD\bar{1}} = \frac{Re_{e\bar{1}}}{Re_a} = 0,25 + 6,410^{-4} Re_a \quad \text{pour } Re_a > 235 \quad (4.2-3)$$

$$N_{EHD\bar{2}} = \frac{Re_{e\bar{2}}}{Re_a} = 0,54 \left(1 - \frac{123}{Re_a} \right) \quad (4.2-4)$$

Ces deux limites se rejoignent en un point appelé centre organisateur de la fronce dont les coordonnées sont :

$$Re_{a0} = 242, \quad Re_{e0} = 64 \quad (4.2-5)$$

Dans le domaine $Re_e \in [0 ; Re_{e0}]$, la transition de la configuration 1 vers la configuration 2 se fait pour $N_{EHD} = N_{EHD}|_{\bar{2}}$. Et dans le cadre défini par $Re_a \gg 123$ et $N_{EHD} < 0,54$, l'écoulement ne présente pas de recirculations liées à la décharge couronne (configuration 1). On peut considérer, dans ce cas et en première approximation, que l'écoulement de l'air n'est pas perturbé par la décharge couronne et que la force de Coulomb est négligeable par rapport aux effets inertiels et visqueux.

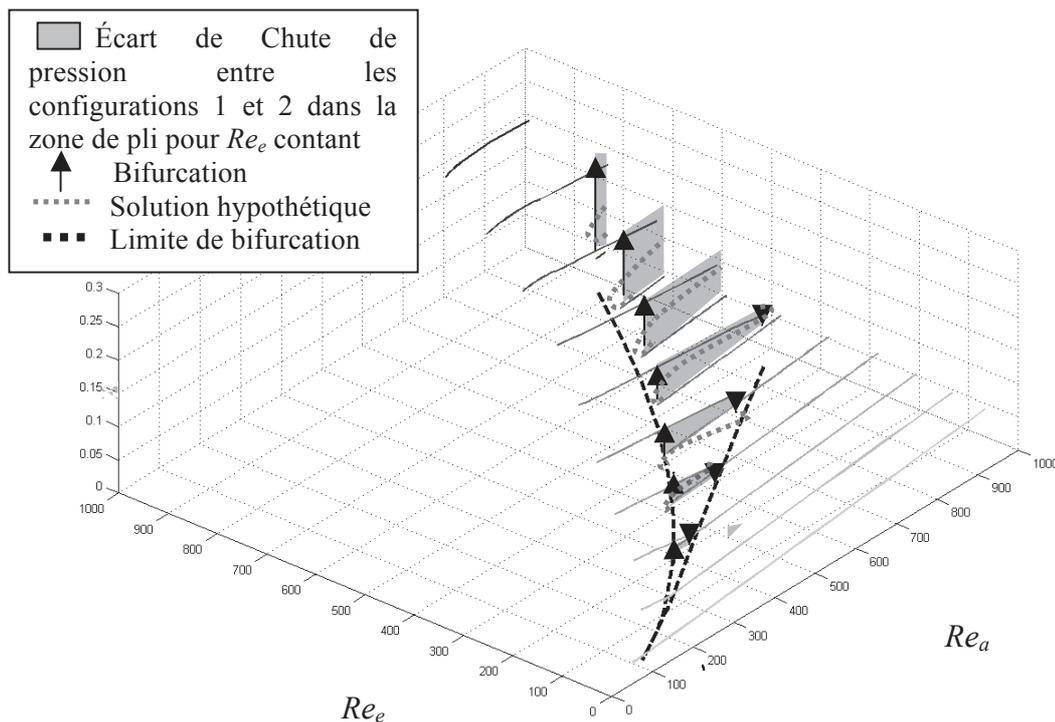


Figure 4-14 : Perte de charge (Pa) dans le dispositif de collecte selon les nombres de Reynolds Re_e et Re_a pour les configurations d'écoulement 1 et 2. Cette représentation suggère la formation d'une fronce.

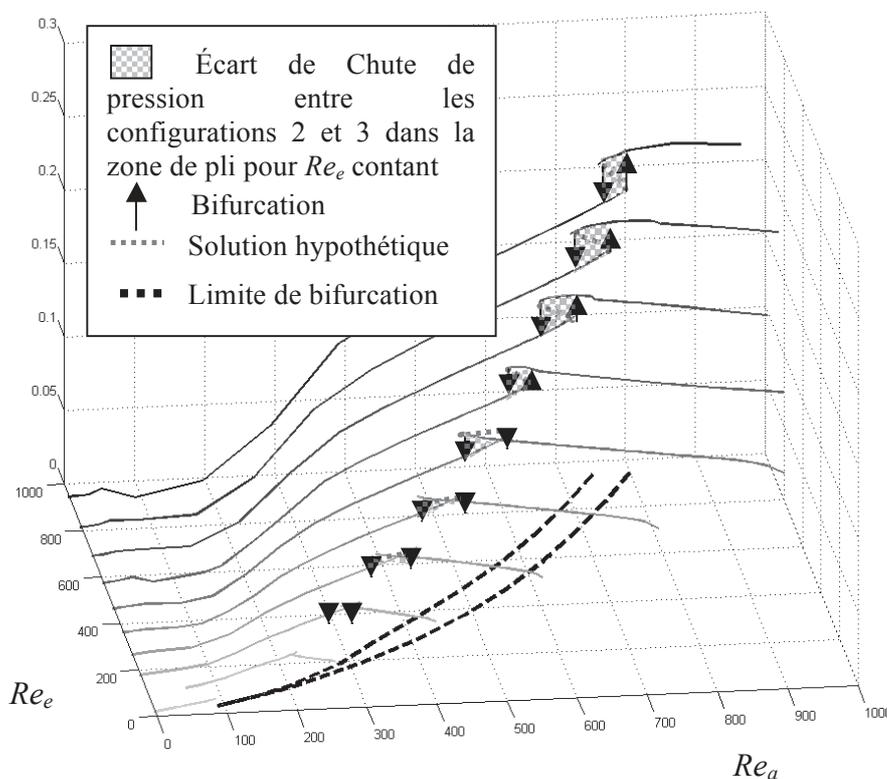


Figure 4-15 : Perte de charge (Pa) dans le dispositif de collecte selon les nombres de

Reynolds Re_e et Re_a pour les configurations d'écoulement 2, 3 et 4. Cette représentation suggère la formation d'une deuxième fronce.

La Figure 4-15 montre une deuxième fronce qui peut être analysée de manière analogue à la première. Une évaluation quantitative de ses caractéristiques n'est pas présentée ici, car elle dépend a priori fortement de la taille et de la forme du support du fil. Néanmoins les résultats restent qualitativement les mêmes.

4.3 Conclusion

Un modèle des champs électrohydrodynamiques qui se manifestent au sein d'un collecteur électrostatique en régime laminaire et en supposant une absence de couplage inverse dû à la présence des particules, a été résolue numériquement avec le logiciel Comsol-Multiphysics. La simulation a révélé quatre configurations d'écoulement différentes : la première est caractérisée par l'absence de recirculations ; la seconde, par une recirculation secondaire près de l'axe du cylindre à l'aval du fil de décharge et de son support ; la troisième par une recirculation secondaire le long du fil de décharge juste à l'amont du support aval ; la quatrième configuration par de multiples recirculations secondaires notamment le long de l'électrode de collecte. La richesse de ces configurations d'écoulement découle essentiellement de la prise en compte de la longueur finie des électrodes.

Un diagramme, dans le domaine de laminarité, présentant les domaines des différentes configurations d'écoulements électrohydrodynamiques a pu être établi. Les transitions entre les configurations 1 et 2 et les configurations 2 et 3 ont fait l'objet d'une analyse particulière dans le cadre de la théorie des catastrophes. Ainsi l'évaluation de la perte de charge dans le collecteur suggère l'existence de fronces. Pour un même point de fonctionnement, dans une fronce, deux configurations stables ainsi que d'une troisième configuration (hypothétique et instable parce qu'échappant à l'analyse numérique) peuvent apparaître suivant le chemin imposé aux variables de contrôle (Re_e , Re_a).

En caractérisant quantitativement ces transitions, il apparaît que pour $Re_a \gg 123$ et $Re_e/Re_a < 0,54$, aucune recirculation d'origine électrostatique n'est présente. Dans ce domaine, l'influence de la décharge couronne est négligeable sur l'écoulement de l'air traité par un collecteur électrostatique fil/cylindre, en régime laminaire.

Les configurations d'écoulement évoquées ci-dessus ne peuvent être sans incidence sur la collecte des particules. Or le modèle simplifié fondé sur le nombre de Deutsch qui a été adopté pour évaluer le diamètre minimum des particules à collecter repose sur l'hypothèse d'une absence de recirculation. Un modèle numérique, prenant en compte toute la complexité des champs électrohydrodynamiques avec l'introduction des particules, a donc été étudié dans le chapitre suivant.

Chapitre 5 : Collecte de particules par un filtre électrostatique cylindrique

5.1 Influence des écoulements secondaires sur le rendement de collecte

Ce chapitre présente une analyse de l'influence des recirculations caractérisées dans le chapitre précédent sur la collecte des particules submicroniques. Pour cela le bilan de population des inclusions appliqué aux particules (équation (3.8-9)) a été ajouté aux équations déjà résolues.

Comme il l'a été montré précédemment, les nombres adimensionnels pertinents pour cette étude sont : Re_e , Re_a et W_2^p . Ils traduisent respectivement l'intensité du champ électrique, le débit à traiter et la taille des particules. Les nombres adimensionnels indépendants demeureront constants. Les résultats, pour être directement interprétables, seront exprimés en terme de diamètre de particules plutôt que de valeur de W_2^p .

Une partie des résultats présentés dans ce chapitre a fait l'objet d'une publication (Lancereau et col. 2013).

5.1.1 Résolution numérique

De manière analogue à la mise en place du transport de la densité de charge (section 4.1.1), une diffusion numérique a été ajoutée à l'équation de transport des particules.

Le bilan de population de particules comporte trois dimensions ; r^* , z^* et q^* . L'équation peut donc être résolue dans une géométrie tridimensionnelle. La particularité de cette dernière est qu'elle doit prendre en compte l'axisymétrie du cylindre. Pour cela, les formulations faibles des équations à résoudre doivent être multipliées par la coordonnée radiale ici r^* .

Cette solution d'intégration a été testée avec succès, mais n'a pas été conservée dans cette étude pour garder la possibilité d'ajouter une quatrième dimension : le volume des inclusions. Ceci est possible sous Comsol en utilisant la coordonnée temporelle. Cette dernière est résolue par la méthode des différences finies de manière itérative en respectant le principe de causalité : connaissant la solution au temps t_{n-1} , on peut déterminer la solution au temps $t_n = t_{n-1} + \Delta t$. Cela revient à considérer que la solution au temps t_n n'est influencée que par les solutions aux temps précédents, ou encore que la chaîne des conséquences est unidirectionnelle en direction des temps croissants. Or les gouttes ne font pas que grossir, si elles entrent dans une zone non saturée en vapeur, elles commencent à s'évaporer et leur volume diminue. La vitesse de grossissement des gouttes pouvant changer de signe, les phénomènes ne sont pas unidirectionnels selon la coordonnée de volume. On ne peut donc pas utiliser la coordonnée temporelle pour la coordonnée de volume des gouttes. Par contre, le processus de charge de particules se fait toujours dans la même direction : les particules ou les gouttes ne font qu'acquérir des charges positives et n'en perdent pas. La coordonnée temporelle de Comsol a donc été utilisée pour intégrer la coordonnée de charge électrique q^* .

Selon les coordonnées spatiales r^* et z^* , le maillage utilisé pour le calcul de la

concentration de particules est identique à celui utilisé lors de la partie précédente. Pour la coordonnée de charge électrique, vu qu'elle a été associée à la variable temporelle, un maillage adaptatif peut être facilement utilisé. Le pas de temps, ou le pas des charges électriques, est choisi le plus grand possible pour diminuer le temps de calcul, tout en limitant l'erreur numérique introduite en dessous d'une certaine tolérance. Le choix de la charge électrique maximale acquise par les gouttes et les particules est alors facilité. En effet elle peut être choisie très grande sans augmenter le temps de calcul.

L'optimisation du maillage selon la coordonnée de charge électrique se fait alors par le choix des critères de tolérance du solveur temporel de Comsol. Pour des valeurs de tolérance élevée, des oscillations de la solution peuvent être observées (voir Figure 5-1). Ces oscillations impliquent nécessairement que la concentration de particules n'est pas conservée. La solution n'est alors pas physique. Après de nombreux essais, la tolérance relative a été fixée à 10^{-3} et la tolérance absolue à 10^{-5} . Pour ces valeurs, il n'y a aucune oscillation ou elle reste extrêmement limitée et ne perturbe pas la solution. De plus l'erreur de conservation de la concentration de particules reste inférieure à 1 %. Par la suite, les différents rendements de collecte sont présentés associés à l'erreur relative de conservation de la solution dont ils sont issus sous la forme de barres d'erreur.

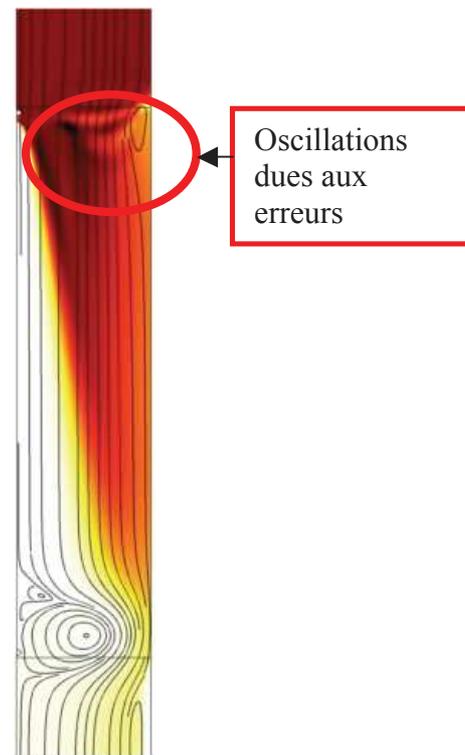


Figure 5-1 : Concentration en particules $n_{p\ tot}$ définie par l'équation (5.1-1) pour une tolérance relative de 10^{-3} et une tolérance de $3 \cdot 10^{-2}$.

Aux alentours de $q^* = 0$, les particules ne sont plus attirées par le fil de décharge et les supports mais repoussées. Sur ces parois, cela implique un passage de la condition limite de type Neumann à une condition limite de type Dirichlet qui introduit une erreur. Cette dernière est très localisée que ce soit du point de vue spatial, soit du point de vue de la coordonnée de charge électrique, et n'a que peu d'influence sur la solution finale. Mais elle engendre une

diminution importante du pas de charge électrique (pas de temps). Cela augmente de manière importante le temps de calcul voir empêche la résolution du modèle, Comsol limitant le pas temps à 10^{-15} .

Afin de permettre la résolution numérique, et ce en des temps de calculs raisonnables, les tolérances relative et absolue ont été augmentées à 10^{-2} sur l'intervalle $[-0,05 q_{dp0} / q_{p0} ; 0,05 q_{dp0} / q_{p0}]$. En dehors de cet intervalle, les valeurs de tolérances précédemment mentionnées sont conservées.

5.1.2 Influence des recirculations électrohydrodynamiques sur la collecte des particules

Pour la géométrie fil/cylindre considérée ici, quatre configurations d'écoulements différents, se distinguant par différents types de recirculations, avaient été identifiées. Les limites de ces configurations dans le plan (Re_e, Re_a) sont rappelées sur la Figure 5-2. Il s'agit donc maintenant de résoudre les équations précédemment exposées pour évaluer l'influence de ces recirculations sur la capture d'une classe de particules submicroniques aéroportées dont le diamètre est choisi. Différents points de fonctionnement appartenant à chacune de ces configurations ont été choisis (voir Figure 5-2). Pour chaque point, le calcul du champ de concentration totale en particules, définie en (5.1-1), permet de visualiser l'effet des recirculations.

$$n_{p\ tot}^*(r^*, z^*) = \int n_p^*(r^*, z^*, q_p^*) dq_p^* \quad (5.1-1)$$

La Figure 5-3 présente les champs de concentration en particules dans les quatre configurations caractérisées par le même nombre de Reynolds électrique Re_e et le même diamètre de particules. Elles diffèrent par le débit d'air imposé ou de façon équivalente par le Reynolds hydraulique Re_a (887, 618, 326 et 103) et sont représentées respectivement sur les figures (a), (b), (c) et (d). Il apparaît que les recirculations perturbent grandement la collecte des particules en créant des zones de plus faible concentration en particules. Ces zones peuvent être situées à l'aval de la zone de collecte près du fil de décharge, mais également, de manière plus surprenante, à l'amont de la zone de décharge, près de la paroi de collecte.

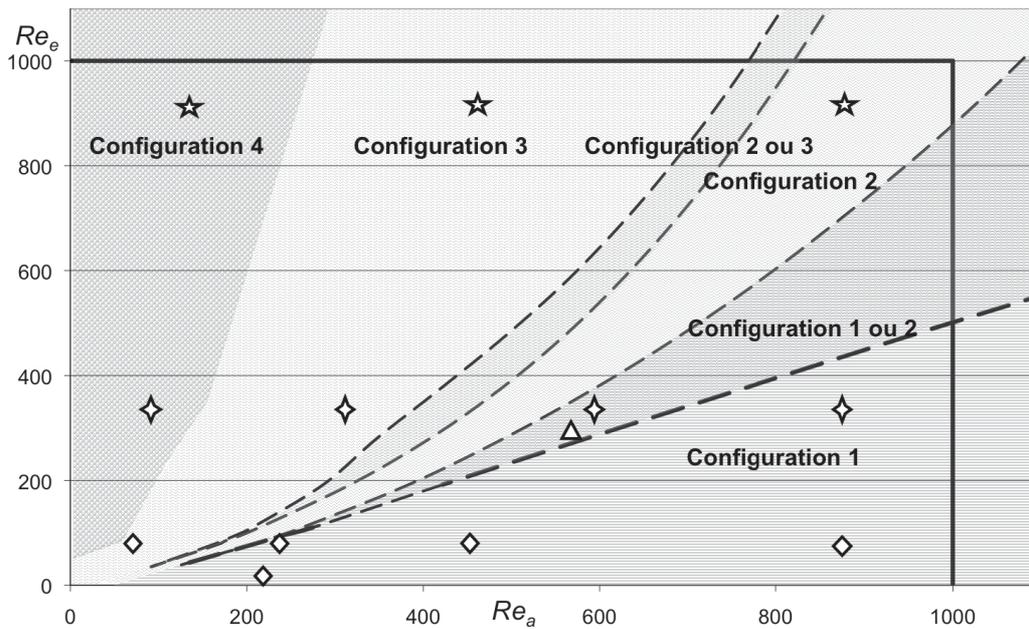


Figure 5-2 : Diagramme des configurations d'écoulement et les différents points de fonctionnement étudiés ☆, ◇, ◇ et △.

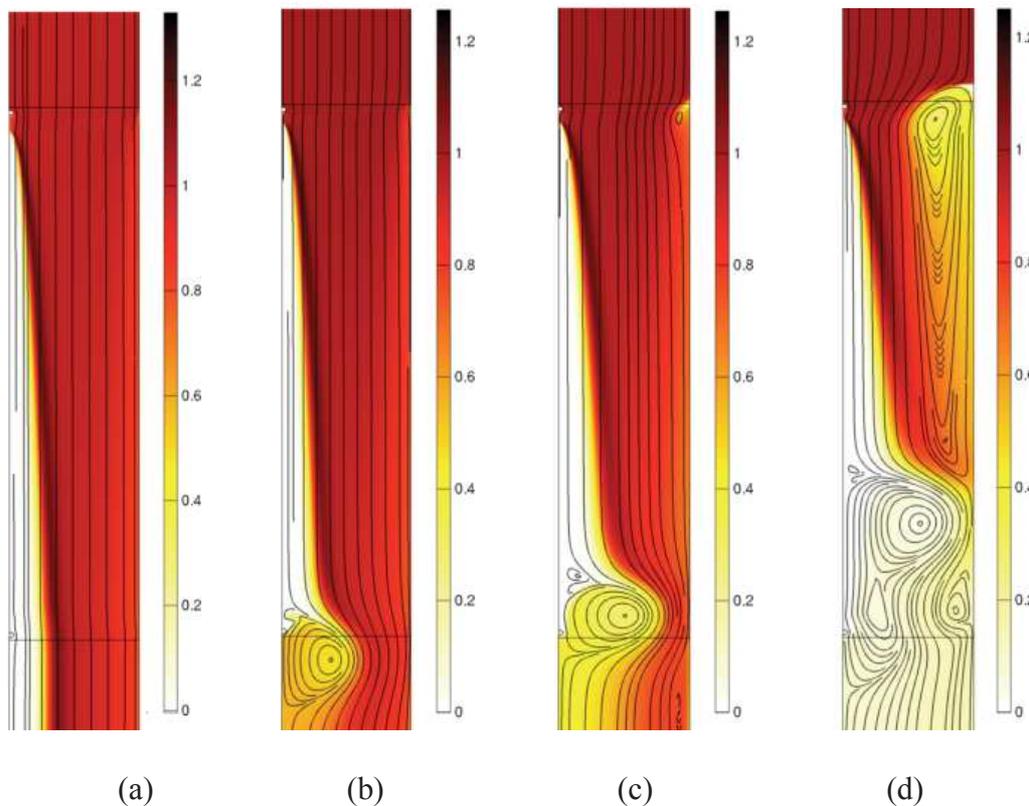


Figure 5-3 : Champ de concentration en particules $n_p^* tot$ avec les lignes de courant de l'écoulement de l'air pour un nombre de Reynolds Re_e de 364 et des particules d'un diamètre d_{p0} de 1 μm dans les quatre configurations d'écoulements marquées par le symbole ◇ sur la Figure 5-2.

Le rendement de capture a été quantifié à l'aide de la relation suivante pour des diamètres d'intérêt (compris entre 100nm et 1 μm) :

$$\eta_{cap} = \frac{L_w}{r_c} \frac{\iint_{\text{paroi cylindre}} n_p^* \vec{V}_p^* \cdot \vec{e}_r dq_p^* dz^*}{\iint_{\text{entrée cylindre}} n_p^* \vec{V}_p^* \cdot \vec{e}_z dq_p^* dr^*} \quad (5.1-2)$$

Observons tout d'abord certaines tendances classiques concernant l'évolution du rendement de capture sur les points de fonctionnement décrits ci-dessus, en fonction du diamètre des particules et du débit traité. Ces tendances apparaissent sur la Figure 5-4.

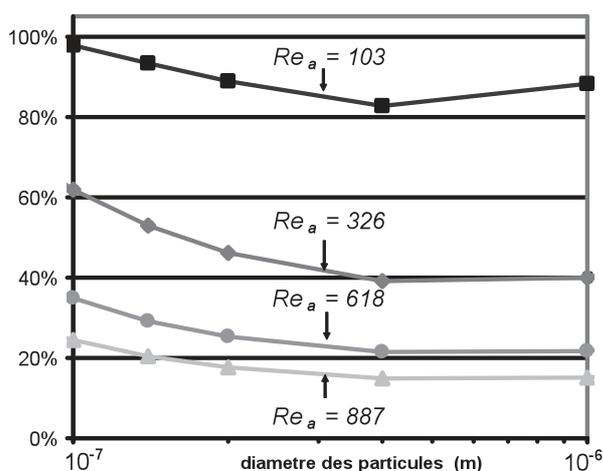


Figure 5-4 : Différents rendements de capture η_{cap} en fonction du diamètre des particules injectées pour les points de fonctionnement \diamond présentés sur la Figure 5-2.

On constate que les rendements décroissent avec le débit et présentent un minimum pour une taille de 300 à 400 nm. Cette dernière tendance est d'autant plus marquée que le débit est faible. La remontée attendue du rendement pour les particules les plus fines est liée à la correction du terme de viscosité par le facteur de Cunningham (équation (2.6-5)). Cette observation est cohérente avec les mesures expérimentales présentées dans la littérature (Borra 2006).

La Figure 5-2 rappelle l'existence de deux fronces suivant lesquelles les configurations d'écoulement 1 et 2 d'une part et 2 et 3 d'autre part coexistent pour les mêmes valeurs des Reynolds Re_e et Re_a . Considérons la première et principale fronce. Le rendement fut évalué sur la nappe supérieure et la nappe inférieure pour deux points de fonctionnement ($Re_a = 619, Re_e = 376$; $Re_a = 578, Re_e = 271$). Comme le montre la Figure 5-5, aucune différence notable n'est observable pour des particules de 100 nm à 1 μm ; l'écart entre les résultats étant de l'ordre de $10^{-2}\%$.

Ce résultat est étonnant, car les nappes supérieure et inférieure de la fronce se distinguent par l'existence et l'absence de recirculations (Figure 5-6). Toutefois, on peut l'expliquer dans la mesure où cette recirculation est située en aval de la zone de collecte et perturbe donc très peu la capture.

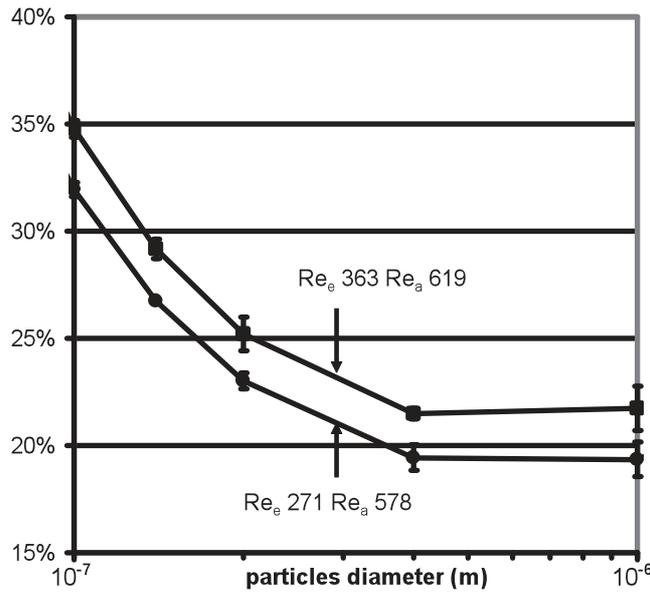


Figure 5-5 : Rendement de capture η_{cap} en fonction du diamètre des particules injectées pour deux points de contrôle différents placés sur la fronce principale (\diamond et \triangle).

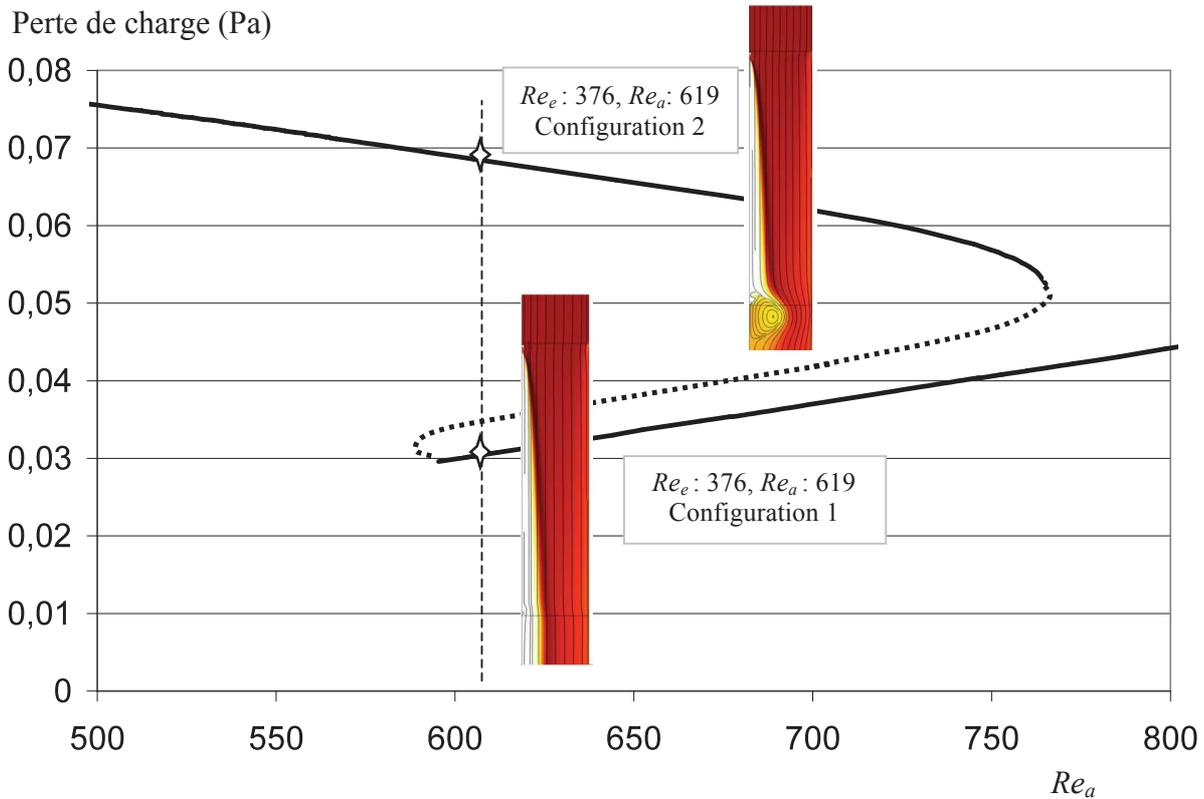


Figure 5-6 : Coupe d'une fronce exprimée en termes de chute de pression : les solutions stables sont représentées par une ligne continue et la solution hypothétique par une ligne pointillée. Deux points de fonctionnement caractérisés par un même couple de paramètres de contrôle ($Re_e = 376$, $Re_a = 619$ point de fonctionnement \diamond) sont rapportés.

L'effet positif ou négatif des recirculations sur le rendement est ensuite plus généralement recherché. La stratégie pour cela est de comparer les rendements de collecte obtenus en prenant en compte les recirculations de la phase porteuse et les rendements de collecte hypothétiques que l'on obtiendrait si la force de Coulomb n'exerçait aucune influence sur l'air (E_{hd} imposé à 0) ; bien entendu dans ces derniers cas (dites configurations 0), aucune recirculation ne peut être observée.

Ces rendements hypothétiques sont calculés pour un Reynolds électrique Re_e moyen de 364 et deux valeurs Re_a de 103 et 326 appartenant aux régimes 4 et 3 (Figure 5-7 a). On observe une différence notable de rendements pour l'écoulement hydrodynamique de plus faible intensité. Un comportement analogue est observé lorsque le Reynolds électrique est élevé (Figure 5-7 b), avec des nombres de Reynolds hydrodynamiques de 145 et 471 correspondants aux régimes 4 et 3. En effet, plus l'écoulement d'origine hydrodynamique est élevé, plus l'écoulement d'origine électrique responsable des recirculations est écrasé. Ces conclusions rejoignent celle de Kogelschatz (1999).

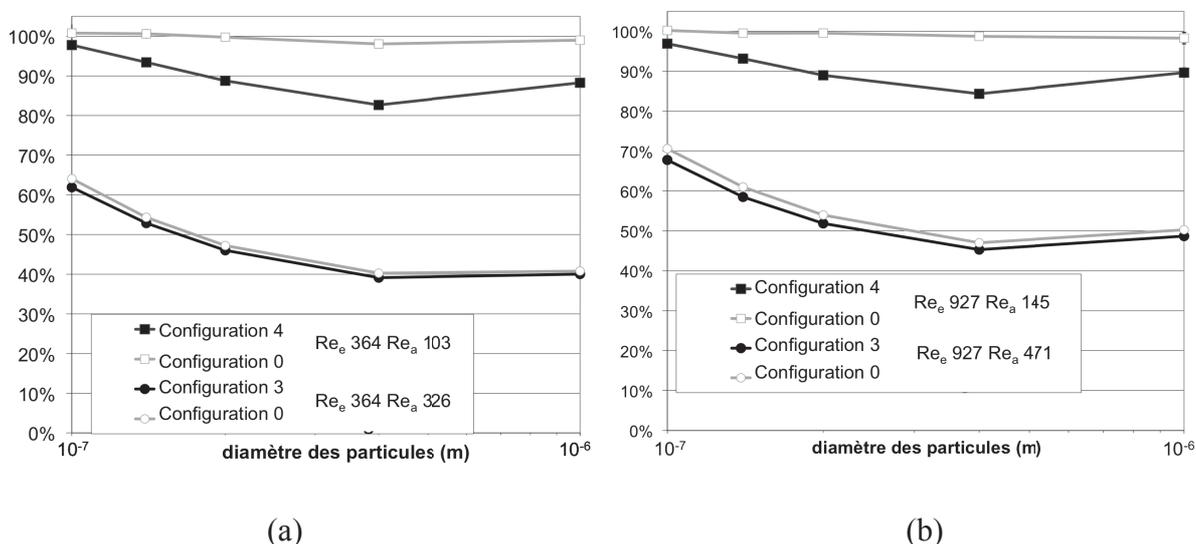


Figure 5-7 : Rendements de capture η_{cap} en fonction du diamètre des particules injectées pour des points de fonctionnement \diamond et \star appartenant aux configurations 3 et 4 et des nombres de Reynolds électrique de 364 (a) et 927 (b). Une comparaison est effectuée avec les configurations théoriques 0 correspondantes.

5.1.3 Evolution des recirculations en fonction du mode d'injection de l'air

La simulation a permis d'analyser une nouvelle méthode d'injection de l'aérosol dans le collecteur : elle consiste à injecter l'aérosol non plus de manière axiale, mais radiale. L'ensemble des résultats est présenté en fonction d'un nouveau nombre adimensionnel $2h_a/r_c$ correspondant au rapport de la largeur d'ouverture d'injection sur le demi rayon du cylindre (voir Figure 5-8). Celui-ci permet de relier le nouveau nombre de Reynolds Re_{a2} au premier nombre de Reynolds hydraulique précédemment défini. Comme la vitesse débitante de l'aérosol injecté de manière radiale V_{a2} est la suivante :

$$V_{a2} = \frac{Q_a}{2\pi r_c h_a} \tag{5.1-3}$$

le nombre de Reynolds qui lui est associé Re_{a2} prend la forme :

$$Re_{a2} = \frac{\rho V_{a2} r_c}{\mu} = \frac{1}{2} \frac{r_c}{h_a} Re_a \tag{5.1-4}$$

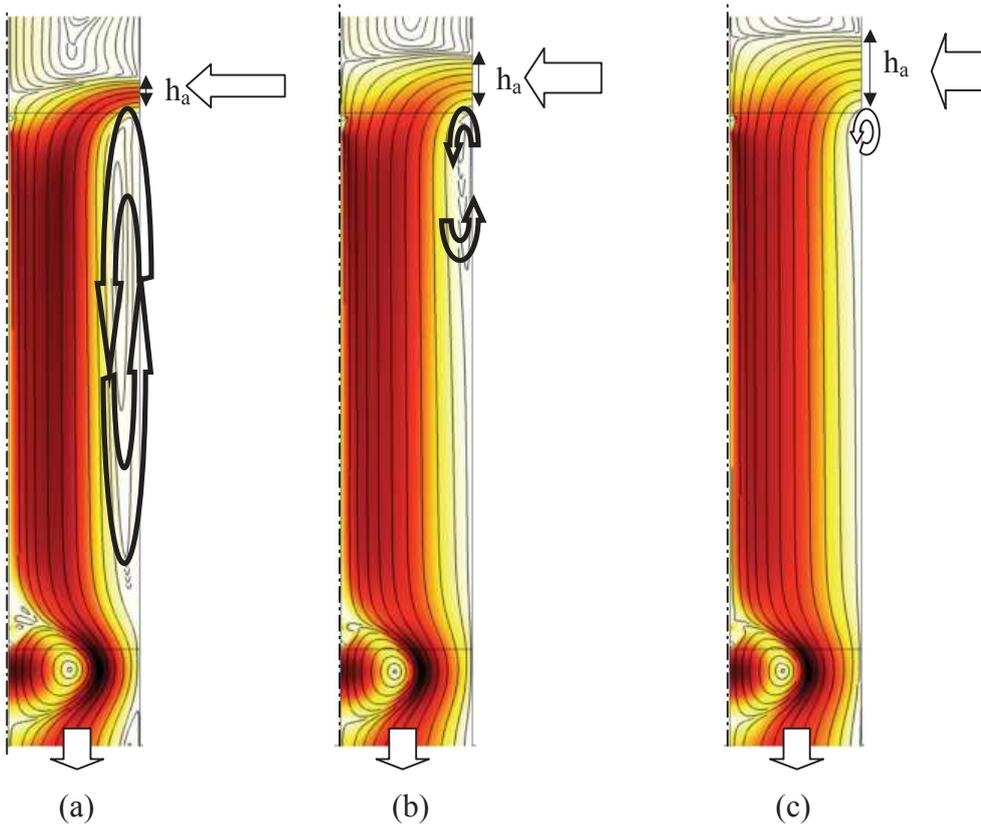


Figure 5-8 : Vitesse de l'écoulement et lignes de courant associées pour une injection radiale de l'aérosol dans la configuration 2 et un point de fonctionnement ($Re_e = 607$, $Re_a = 364$). De gauche à droite l'entrée d'air est d'une taille $2h_a/r_c$ de 0.45 (a), 0.75 (b) et 1 (c).

La Figure 5-8 montre que la variation du nombre $2h_a/r_c$ modifie l'amplitude de la recirculation amont sans changer l'amplitude de la recirculation avale. Il est alors possible d'analyser l'influence de la recirculation amont indépendamment de la recirculation avale.

On peut remarquer que plus $2h_a/r_c$ est petit, plus les dimensions de la recirculation amont est importante. Et lorsque l'on calcule les rendements de collecte associés (voir Figure 5-9), on observe que la recirculation amont à un effet néfaste sur la collecte des particules. De plus, on peut voir que pour des valeurs de $2h_a/r_c$ supérieures ou égales à 1, les rendements de collecte sont analogues pour l'injection radiale et axiale.

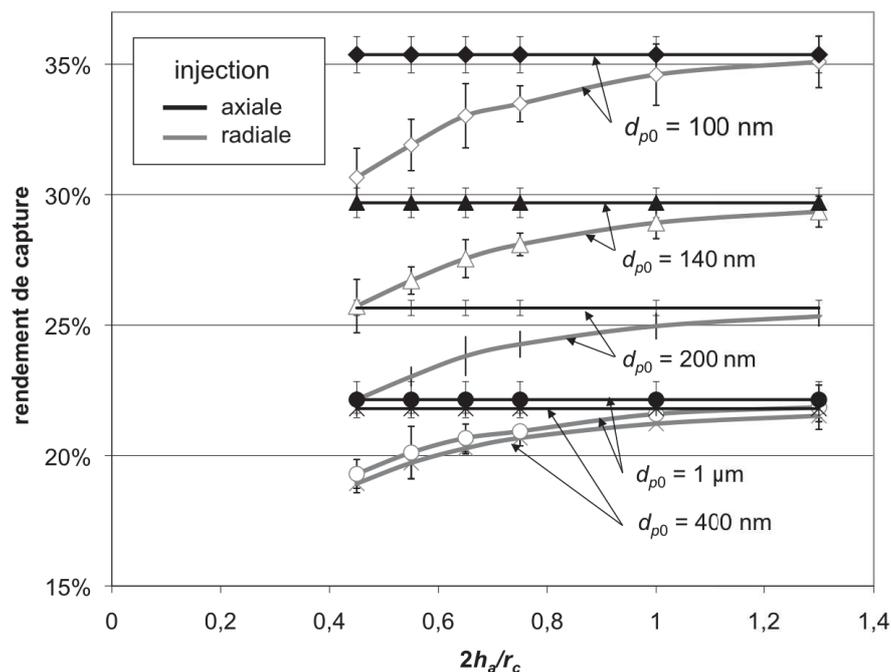


Figure 5-9 : Comparaison des rendements de collecte entre l'injection radiale et axiale en fonction du nombre adimensionnel $2h_a/r_c$ pour le point de fonctionnement $Re_e = 607$ et $Re_a = 364$ (configuration 2) et différents diamètres de particules d_p .

5.2 Comparaison des modèles numériques et théoriques pour la collecte des particules submicroniques

5.2.1 Taille minimale des particules pouvant être capturées

Des limites de collecte avaient été établies dans le chapitre 3 avec un modèle simplifié fondé sur le nombre de Deutsch qui ignore les écoulements secondaires. Traduites en termes de rendement, ces limites correspondent au diamètre de coupure d'un filtre passe-haut. Trois d'entre elles correspondant aux diamètres de coupure 400 nm, 2 μm et 4 μm sont représentées sur la Figure 5-10. Compte tenu des résultats précédents, il apparaît naturel de tester ces limites donnant la taille minimale des particules que l'on souhaite capturer.

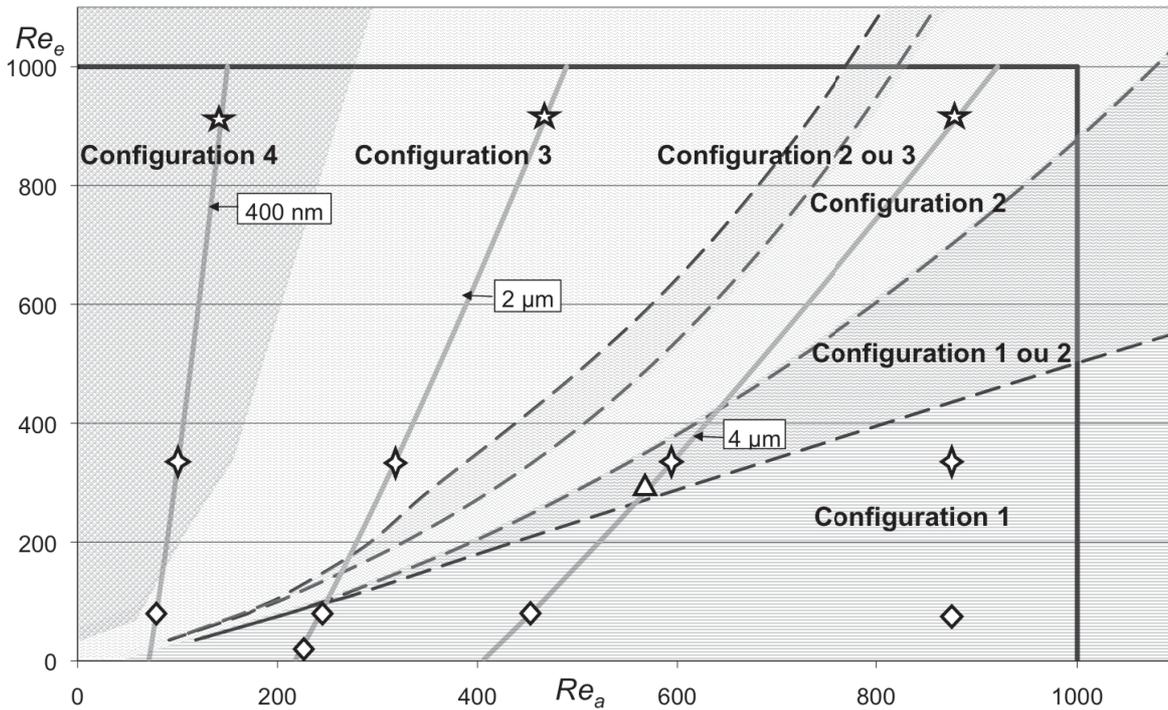


Figure 5-10 : Diagramme des configurations d'écoulement et les différents points de fonctionnement étudiés \star , \diamond , \triangle et \diamond . Limites théoriques de collecte pour différents diamètres de particules.

La Figure 5-11 montre les rendements de collecte pour différents points de fonctionnement le long de trois limites théoriques de collecte correspondant aux particules de 400 nm, 2 µm et 4 µm. Comme on l'attend, les rendements augmentent pour les particules les plus petites en raison du facteur de Cunningham qui corrige le terme de viscosité. On remarquera ensuite que la limite de coupure est correctement placée pour un diamètre de 400 nm. Après la Figure 5-11(b) et la Figure 5-11(c) montrent que les limites théoriques de collecte donnent un ordre de grandeur des performances prévues par ce modèle simplifié d'autant plus fiable que l'on progresse vers le haut des courbes limites. Enfin, on observe que les différentes courbes remontent vers un rendement de 100% au-delà du diamètre de coupure choisi, mais que cette remontée est d'autant plus retardée que l'on se place en bas des courbes limites.

Ces résultats montrent que ces limites théoriques doivent être revisitées. Pour cela, les échelles qu'elles utilisent vont être comparées aux résultats numériques obtenus.

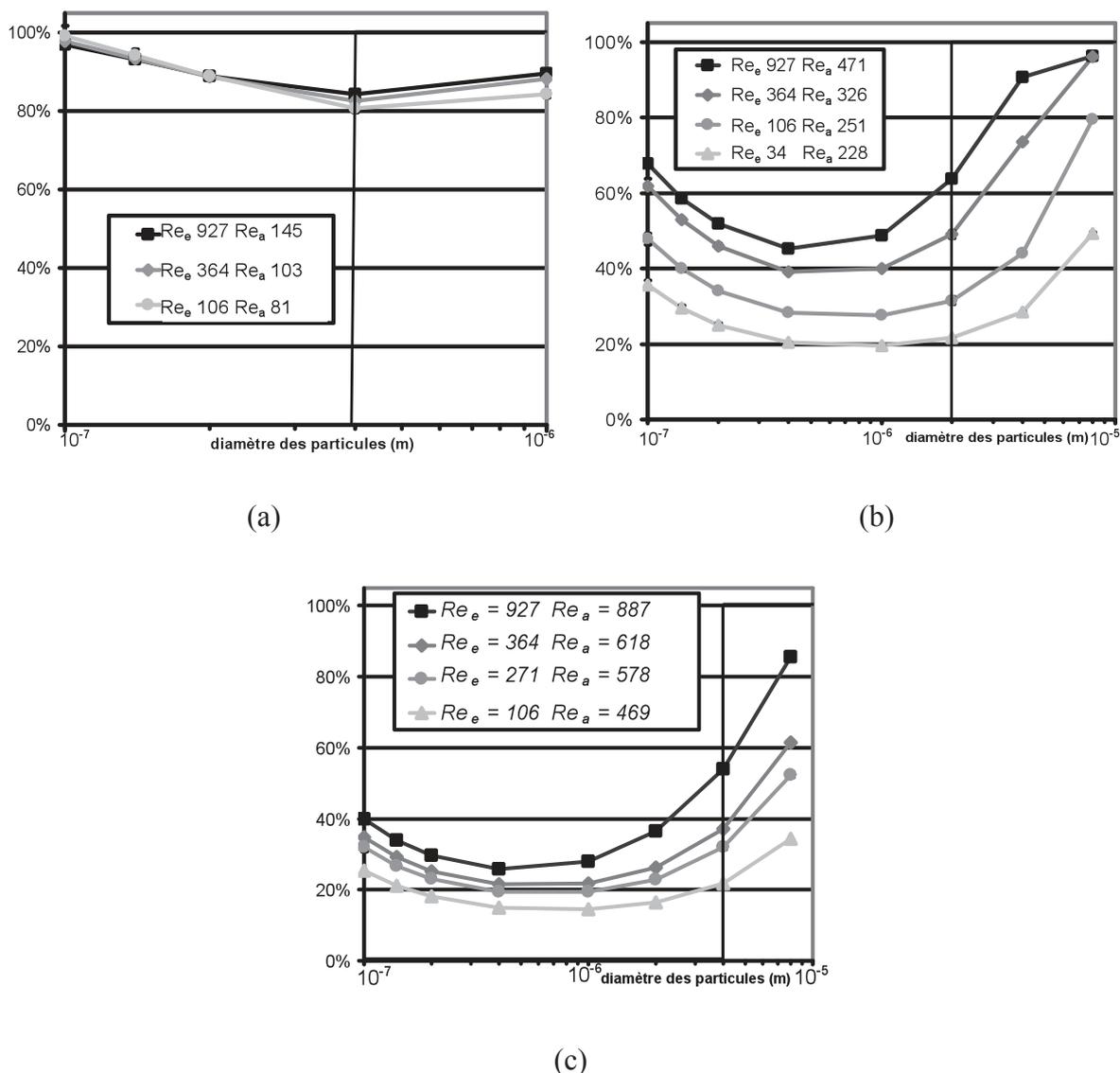


Figure 5-11 : Rendements de capture η_{cap} le long de trois limites de collecte données correspondant aux diamètres minimums de 400nm (a), 2μm (b) et 4μm (c) des particules injectées pour des points de fonctionnement $\star, \diamond, \diamond$ et \triangle (voir Figure 5-10).

5.2.2 Evaluation des échelles associées aux grandeurs électriques

Le champ électrique dans la zone de collecte a été moyenné selon l'expression suivante :

$$E_{moy}^* = \frac{\int_{0 < z^* < 1} \int_{r_w / r_c < r^* < 1} r^* E^* dr^* dz^*}{\int_{0 < z^* < 1} \int_{r_w / r_c < r^* < 1} r^* dr^* dz^*} \quad (5.2-1)$$

Les résultats obtenus pour la géométrie d'étude et différents nombres de Reynolds électrique sont présentés dans la figure Figure 5-12 avec deux échelles différentes : une fondée sur le champ moyen $E_0 = U_0 / r_c$; une fondée sur le champ électrique théorique E_{th} au milieu de la zone de collecte donnée par les expressions analytiques de Townsend (1914) :

$$E_{th}(r) = \frac{k_1}{r} f_1(r), \tag{5.2-2}$$

$$\rho_{e\,th}(r) = \frac{\sqrt{r_w E_{Peek} \epsilon_0 \rho_{e\,0\,th}}}{f_1(r)}, \tag{5.2-3}$$

où :

- $f_1(r)$ est une fonction du rayon du cylindre,

$$f_1(r) = \sqrt{r^2 + k_2^2 - r_w^2}, \tag{5.2-4}$$

- k_1, k_2 et k_3 , des constantes ,

$$k_1 = \sqrt{\frac{r_w E_{Peek} \rho_{e\,0\,th}}{\epsilon_0}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{r_w E_{Peek} \epsilon_0}{\rho_{e\,0\,th}}}, \quad k_3 = \sqrt{k_2^2 - r_w^2} \tag{5.2-5}$$

- $\rho_{e\,0\,th}$, la densité de charge le long du fil déterminée de manière implicite par l'expression suivante :

$$U_0 = k_1 \left\{ f_1(r_c) - k_2 + k_3 \left[\ln \frac{r_c}{r_w} + \ln(k_2 + k_3) - \ln(k_3 + f_1(r_c)) \right] \right\} \tag{5.2-6}$$

Pour simplifier les notations, on notera E_{th} le champ électrique et ρ_{th} la densité de charge électrique au centre de la zone d'étude :

$$E_{th} = E_{th} \left(r = \frac{r_c}{2} \right) \text{ et } \rho_{th} = \rho_{th} \left(r = \frac{r_c}{2} \right) \tag{5.2-7}$$

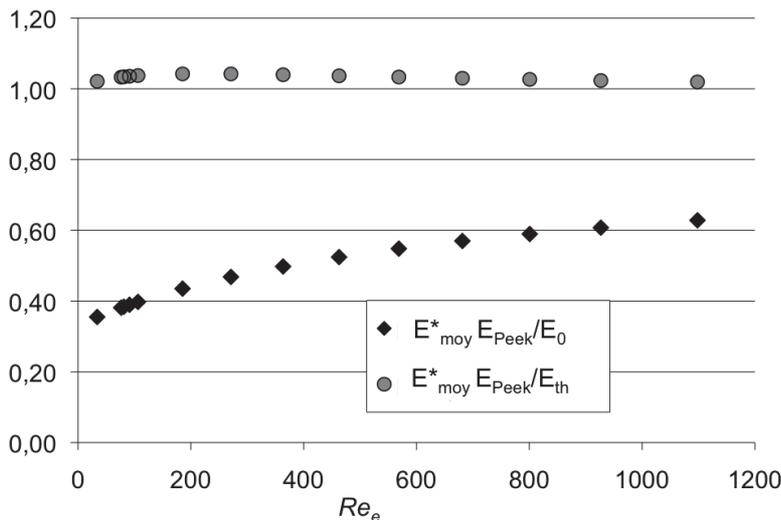


Figure 5-12 : Comparaison du champ électrique moyenné E_{moy}^* pour deux échelles de champ électrique : celle utilisée précédemment E_0 et une nouvelle échelle de champ électrique E_{th} issue du modèle analytique de Townsend (1914)

La Figure 5-12 montre que l'échelle de champ électrique E_0 donne un bon ordre de grandeur du champ électrique moyen dans la zone de collecte. Ceci est suffisant pour l'analyse dimensionnelle effectuée dans le Chapitre 3, mais insuffisant pour une procédure de dimensionnement telle que celle présentée dans la section 3.9. Le modèle de Townsend (1914) semble le plus approprié pour déterminer l'échelle de champ électrique moyen.

De même la densité de charge électrique a été moyennée dans la zone de collecte selon l'équation (5.2-8) et le long du fil de décharge selon l'équation (5.2-9). Là encore, les échelles issues du modèle de Townsend ($\rho_{e\,th}$ et $\rho_{e0\,th}$) sont plus justes que ρ_{e0} (voir Figure 5-13 et Figure 5-14)

$$\rho_{e\,moy}^* = \frac{\int_{0 < z^* < 1} \int_{r_w/r_c < r^* < 1} r^* \rho_e^* dr^* dz^*}{\int_{0 < z^* < 1} \int_{r_w/r_c < r^* < 1} r^* dr^* dz^*} \quad (5.2-8)$$

$$\rho_{ew\,moy}^* = \int_{r^* = r_w/r_c, 0 < z^* < 1} \rho_e^* dz^* \quad (5.2-9)$$

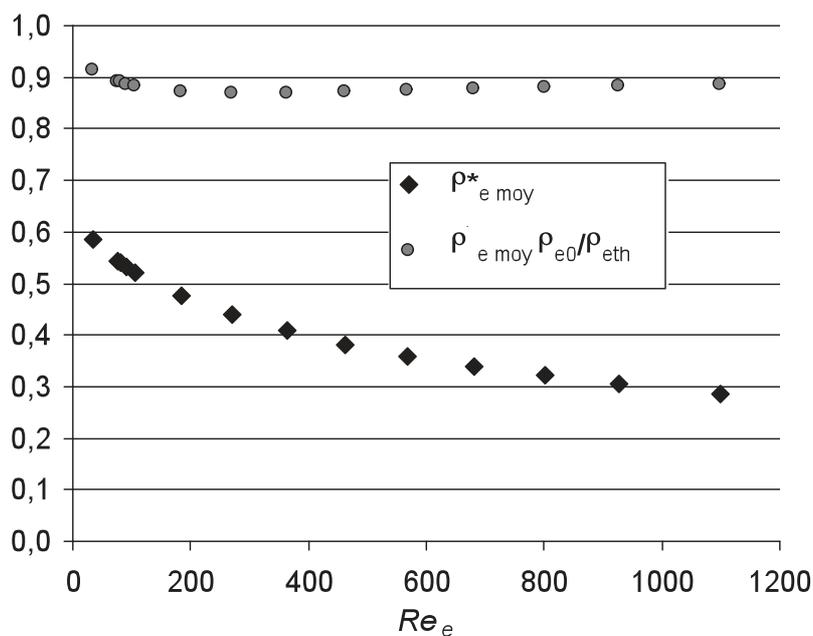


Figure 5-13 : Comparaison de la densité de charge moyenne $\rho_{e\,moy}^*$ dans la zone de collecte adimensionalisée par l'échelle de la densité de charge utilisée précédemment ρ_{e0} et par une nouvelle échelle de la densité de charge moyenne calculée à partir du modèle de Townsend ρ_{th}

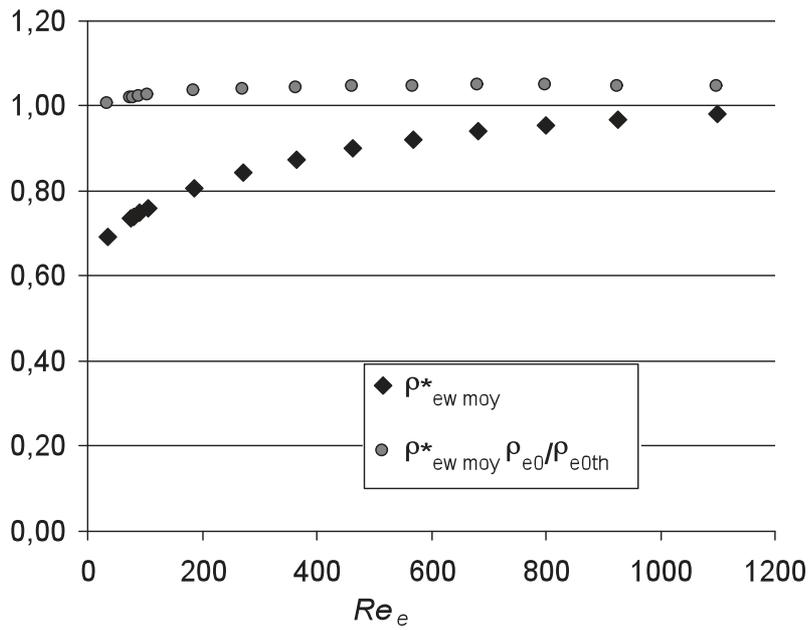


Figure 5-14 : Comparaison de la densité de charge moyenne le long du fil $\rho_{ew\ moy}^*$ de décharge adimensionnée par l'échelle de la densité de charge utilisée précédemment ρ_{e0} et par une nouvelle échelle de la densité de charge moyenne calculée à partir du modèle de Townsend $\rho_{e0\ th}$

L'échelle de charge le long du fil $\rho_{e0\ th}$ sera utilisée pour réévaluer la vitesse électrique (V_e) et le Reynolds électrique (Re_e) dans la procédure de dimensionnement des collecteurs que l'on souhaite mettre en place :

$$Re_{e\ th} = \frac{\rho_0 r_c V_{e\ th}}{\mu_0} \text{ avec } V_{e\ th} = \frac{r_w^2 \rho_{e0\ th} E_{Peek}}{\mu_0} \quad (5.2-10)$$

5.2.3 Evaluation de l'échelle de charge électrique acquise par les particules

A son tour la charge électrique acquise par les particules $q_{p\ moy}^*$ a été moyennée dans la zone de collecte :

$$q_{p\ moy}^* = \frac{\iiint_{\text{Volume de collecte}} r^* n_p^* q_p^* dq_p^* dr^* dz^*}{\iiint_{\text{Volume de collecte}} r^* n_p^* dq_p^* dr^* dz^*} \quad (5.2-11)$$

La Figure 5-15 présente cette charge adimensionnée et compare l'échelle initialement adoptée à une échelle q_{p1th} fondée sur le nouveau champ électrique moyen E_{th} et tenant compte, en outre, de la cinétique de charge diffusive :

$$q_{p1th} = \frac{3\pi\epsilon_0\epsilon_{rp}d_{p0}^2E_{th}}{\epsilon_{rp} + 2} + \frac{2\pi\epsilon_0d_{p0}k_B T_{amb}}{e} \ln\left(1 + \frac{t_0}{\tau_{dth}}\right) \quad (5.2-12)$$

avec τ_{dth} le temps caractéristique de charge diffusif calculé à partir des échelles de Townsend :

$$\tau_{dth} = \frac{8\pi\epsilon_0}{e d_{p0}\rho_{th}} \sqrt{\frac{M_a k_B T_{amb}}{3Na}} \quad (5.2-13)$$

La Figure 5-15 montre que la charge moyenne des particules dans la zone de collecte adimensionalisée par cette nouvelle échelle q_{p1th} est comprise entre 2 et 3. Cette nouvelle échelle s'avère donc beaucoup plus pertinente et sera utilisée pour le dimensionnement des collecteurs.

Signalons que la cinétique de charge convective aurait pu être ajoutée. Toutefois son expression est plus complexe que celle présentée précédemment et n'améliore pas les résultats. Elle n'a donc pas été retenue.

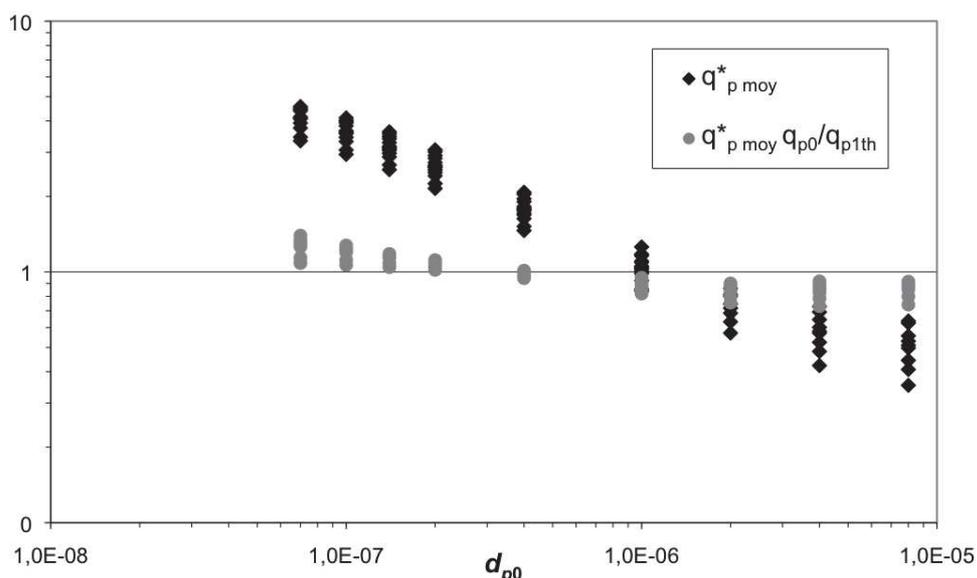


Figure 5-15 : Comparaison de $q_{p moy}^*$, charge moyenne des particules dans la zone de collecte adimensionalisée par l'échelle q_{p0} , et $q_{p moy}^* q_{p0} / q_{p0th}$ la charge moyenne des particules dans la zone de collecte adimensionalisée par l'échelle q_{p0th}

5.2.4 Comparaison du rendement de collecte des particules et les résultats numériques

Il est facile de montrer que le nombre de Deutsch (D_{ei}), lorsqu'il est inférieur à 1, est égal au rendement dans le cas d'un collecteur plan/plan en régime laminaire. Mais lorsqu'on compare les rendements de collecte calculés numériquement au nombre de Deutch des particules, on constate qu'ils sont loin d'être équivalents, en particulier pour les plus petites particules et les

plus grandes (voir Figure 5-16). Un nouveau nombre de Deutsch $D_{ep\ th}$ calculé à partir des nouvelles échelles définies dans les deux précédentes sections a donc été introduit :

$$D_{ep\ th} = \frac{q_{p1th} E_{th} V_a}{\eta_{p0} r_c} \tag{5.2-14}$$

La Figure 5-16 montre que ce nouveau nombre de Deutsch est plus proche des résultats numériques. Ensuite, la Figure 5-17 montre que les différences sont moins importantes pour les configurations d'écoulement 3 et 4 que pour la configuration 1 qui ne présente pas de recirculation. Les différences qui persistent entre les rendements calculés numériquement et l'estimation donnée par le nombre de Deutsch $D_{ep\ th}$ ne semblent donc pas liées aux recirculations.

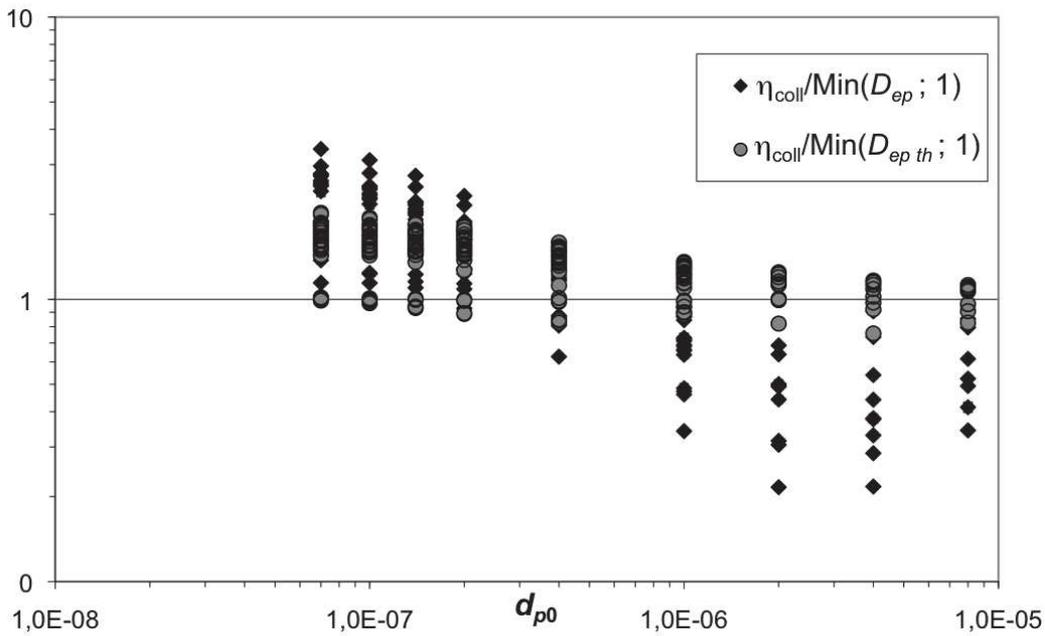


Figure 5-16 : Comparaison du rendement de collecte des particules η_{coll} / D_{ep} ramené à l'échelle du nombre de Deutsch D_{ep} et de ce même nombre ramené au nouveau nombre de Deutsch $D_{ep\ th}$

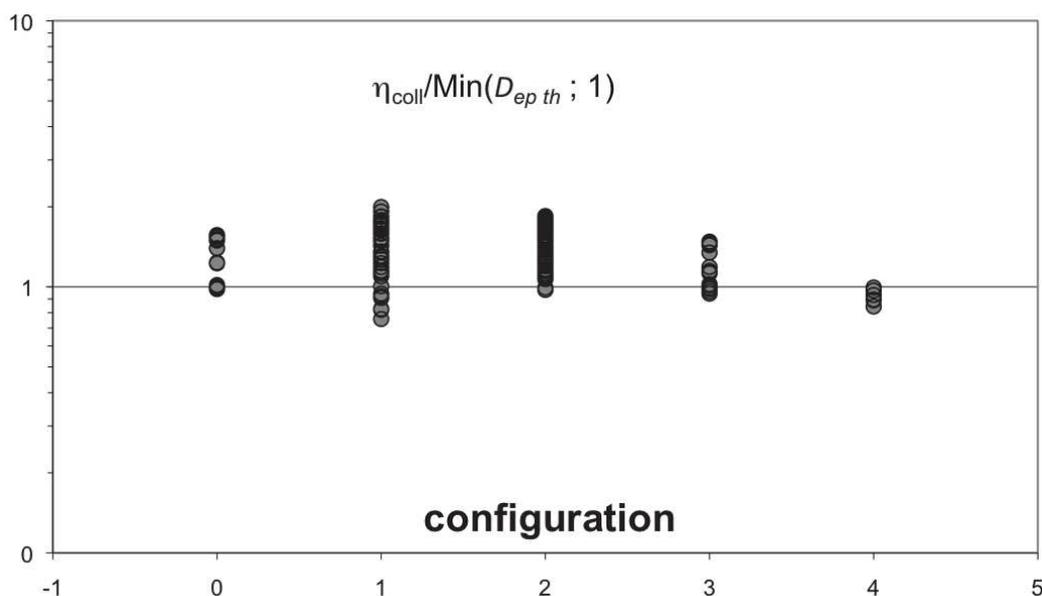


Figure 5-17 : Rendement de collecte des particules ramené au nouveau nombre de Deutsch $D_{ep th}$ en fonction de la configuration d'écoulement.

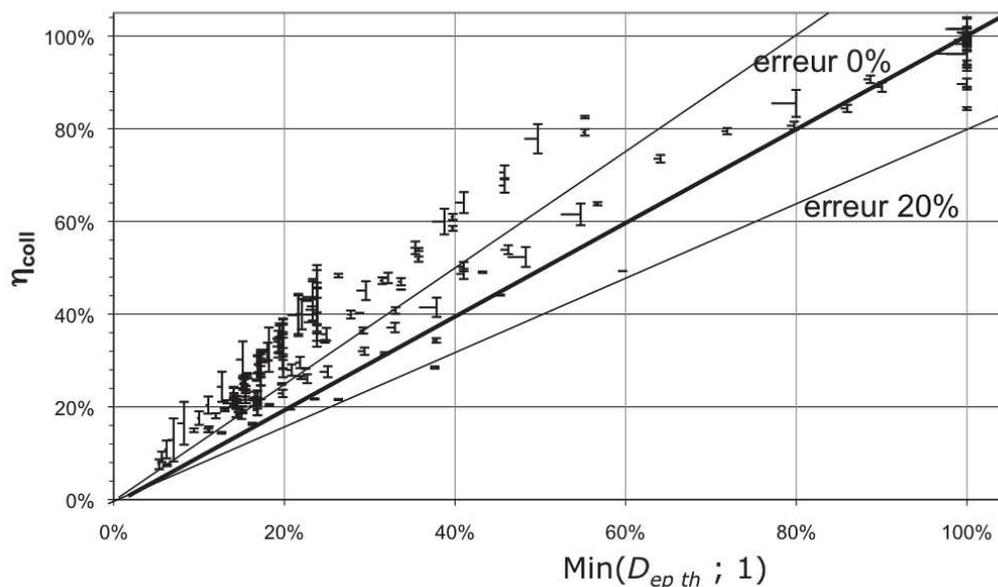


Figure 5-18 : Rendement de collecte des particules η_{coll} déterminé numériquement en fonction du nouveau nombre de Deutsch $D_{ep th}$

Enfin la Figure 5-18 montre que l'erreur d'évaluation du rendement de collecte est relativement importante pour les points de fonctionnement où le rendement est faible. Cela est cohérent avec la remarque précédente. En effet, dans la configuration d'écoulement 1, l'effet de l'écoulement « débitant » est prédominant sur les effets électriques et les particules sont donc difficilement collectables.

On peut remarquer que l'évaluation du rendement de collecte est généralement pessimiste sauf pour les plus hauts rendements. On notera également que l'erreur est

inférieure à 20% pour les plus hauts rendements. Le nouveau nombre de Deutsch sera donc retenu comme critère de dimensionnement : $D_{epth} = 1$.

5.3 Amélioration de la procédure de dimensionnement analytique

La procédure de dimensionnement présentée section 3.9, peut être améliorée en prenant en compte ces nouvelles échelles et devient :

- 1) Imposer $Re_a = 1000$
- 2) Calculer le rayon du cylindre avec la formule suivante : $r_c = \rho_0 Q_{min} / \mu_0 \pi Re_a$
- 3) Déterminer la tension U_0 à partir de l'équation de Townsend (5.2-6) et

$$\rho_{e0th} = \frac{Re_{ethmax} \mu_0^2}{\rho_0 r_c r_w^2 E_{Peak}} \text{ avec } Re_{ethmax} = \text{Min}(1000, Re_{ethE_{max}}, Re_{ethj_{max}}) \text{ et :}$$

$$Re_{ethE_{max}} = \frac{\epsilon_0 \rho_0 r_c r_w E_{max}^2}{\mu_0^2} \frac{1 - \left(2 \frac{r_w E_{Peak}}{r_c E_{max}}\right)^2}{1 - (2r_w/r_c)^2} \tag{5.3-1}$$

$$Re_{ethj_{max}} = \frac{\rho_0 r_c r_w^2}{2 \mu_e \mu_0^2} \frac{r_c}{r_w} j_{max} \tag{5.3-2}$$

- 4) Vérifier que la tension U_0 est inférieure à la tension de claquage U_d ; utiliser U_d à la place de U_0 si ce n'est pas le cas.
- 5) Calculer la longueur du fil L_w telle que $D_{epth} = 1$ pour $d_{p0} = d_{pmin}$

On remarque dans cette nouvelle procédure que la tension U_0 est calculée de manière explicite à partir de l'expression d'un nombre de Reynolds maximal Re_{ethmax} grâce au modèle de Townsend (1914). Ensuite, la longueur du fil L_w est déterminée de manière implicite à cause de la cinétique de charge diffusive introduite dans l'expression de la charge portée par les particules. On peut remarquer également que le rayon du cylindre de collecte reste indépendant de la taille des particules à collecter. Donc pour comparer l'évolution du volume du collecteur et la surface de collecte (liée au volume de l'échantillon), en fonction de la taille des particules à collecter, il suffit d'étudier la longueur du fil de décharge.

Cette procédure a été exploitée pour déterminer les dimensions d'un collecteur en fonction du débit minimal d'intérêt et de la taille minimale des particules d'intérêt. Les valeurs du champ électrique et du courant à ne pas dépasser pour conserver les micro-organismes en bon état n'étant pas clairement identifiées et documentées, on impose que la tension électrique soit limitée par la limite de laminarité et donc que $Re_{ethmax} = 1000$. Dans cette analyse on s'est donné comme débit minimal 3 L/min afin de conserver des dimensions centimétriques. La longueur du fil, qui traduit les dimensions des dispositifs, est présentée par Figure 5-19.

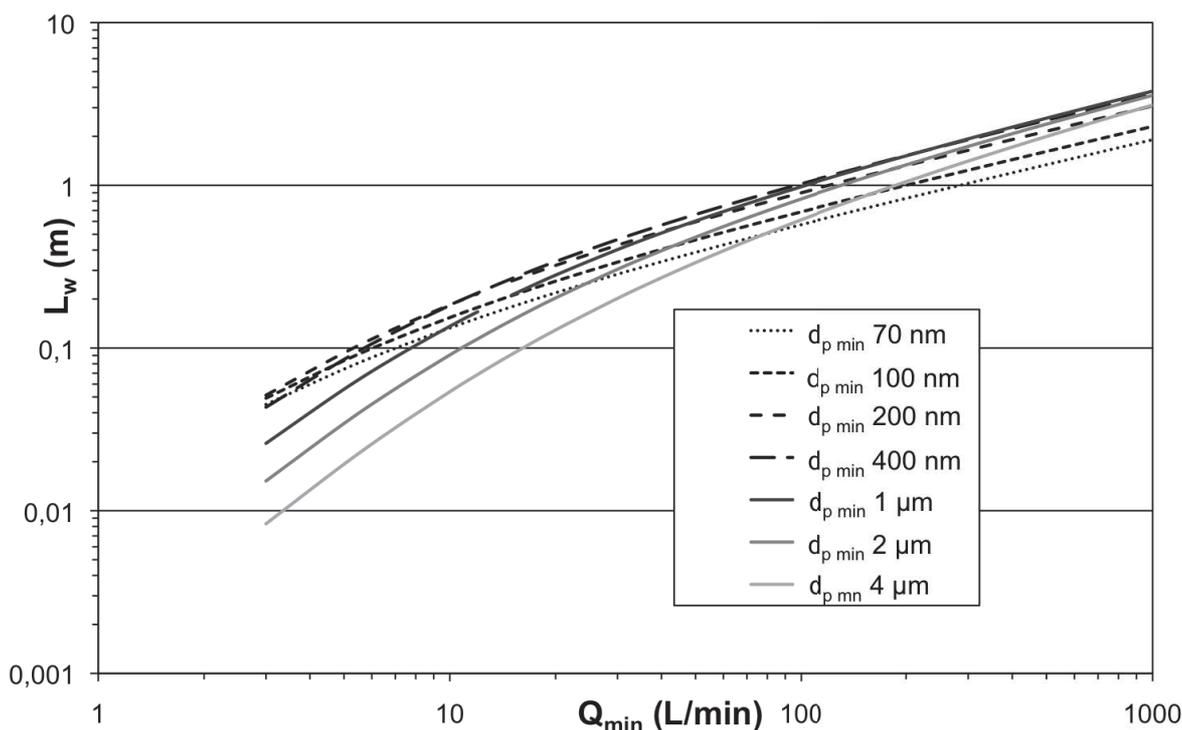


Figure 5-19 : Longueur du fil de décharge pour différents diamètres de particules d'intérêts en fonction du débit d'air minimal à filtrer. Le calcul a été effectué pour $Re_{th max} = 1000$.

La Figure 5-19 montre que la taille des particules les plus difficiles à collecter, associée à la longueur du fil de décharge la plus grande, varie en fonction du débit d'air à filtrer. Elle passe de 200 nm pour $Q_{min} = 3$ L/min à 1 μm pour $Q_{min} = 1000$ L/min. Cet effet est lié à la différence entre les mécanismes de charge prépondérant pour les particules submicroniques et microniques et à la cinétique de charge diffusive intégrée dans le modèle analytique de dimensionnement. La procédure de dimensionnement peut donc proposer des dimensions ne permettant pas de collecter l'ensemble des particules plus grandes que celles d'intérêt. L'utilisation de cette procédure de dimensionnement, nécessite donc une attention particulière.

On peut également remarquer que pour les plus petits débits d'air filtrés, le dispositif de collecte est d'autant plus petit que les particules d'intérêt sont grandes : pour $Q_{min} = 3$ L/min, le volume du collecteur est presque dix fois moins important si les particules d'intérêt sont de 4 μm plutôt que 200 nm. Dans cette configuration, l'injection de vapeur permettrait une collecte plus efficace des particules les plus petites tout en maintenant le dispositif compact. La vapeur pourrait en effet les faire toutes grossir au-delà de 4 μm et ainsi la longueur du cylindre pourrait passer de 5 cm à 8 mm pour un débit d'air filtré de 3 L/min. Cela est valable pour des débits inférieurs à 30 L/min. Au-delà, l'intérêt de l'injection de vapeur est moins évident avec cette analyse.

De plus, la diminution rapide du volume des dispositifs lorsque l'on diminue les débits d'air filtré suggère que la parallélisation de petits collecteurs permettrait de réduire le volume de collecteurs dimensionnés pour filtrer des hauts débits d'air. Pour confirmer cette idée, il est intéressant de calculer le volume total et la surface totale de collecte d'un dispositif composé du nombre adéquat de collecteurs pour filtrer 100 L/min. La surface de collecte est

particulièrement intéressante à évaluer car elle est liée au volume de liquide de rinçage et donc au volume de l'échantillon à analyser.

La Figure 5-20 et la Figure 5-21 montrent l'intérêt de la parallélisation du processus de collecte en terme de compacité et de réduction de la surface de collecte : il y a un facteur 20 entre le volume ou la surface de collecte d'un unique dispositif filtrant 100 L/min et 33 collecteurs filtrant 3 L/min. La tension nécessaire est également divisée par trois passant de 9000 V à 3000 V ce qui diminue la taille des isolants ainsi que la taille de l'alimentation haute tension. La puissance électrique augmente légèrement passant de 8 W à 10 W (ces valeurs ne prennent pas en compte la puissance d'entraînement de l'air lié à la perte de charge). De plus, en reprenant les considérations et hypothèses précédentes sur l'effet d'un ajout de vapeur cette parallélisation permet d'espérer une réduction supplémentaire du volume et de la surface de collecte du dispositif d'un facteur 5.

Ces résultats dépendent des limites choisies : limites de transition entre les régimes laminaire et turbulent dont on n'a pour l'instant qu'un ordre de grandeur ; valeurs léthales du champ électrique et de la densité de courant pour les micro-organismes ; limite de claquage. Mais une analyse d'influence de ces paramètres a montré qu'ils ont peu d'impact sur les facteurs de réduction attendus. Par contre, ils ont bien entendu un impact important sur les dimensions des dispositifs de collecte.

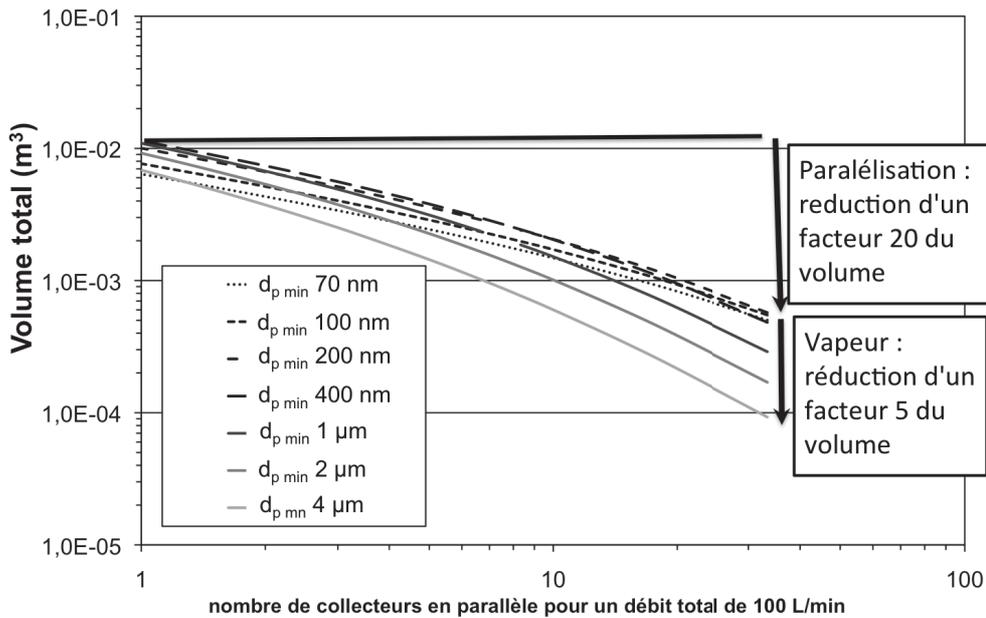


Figure 5-20 : Volume total d'un dispositif composé de collecteurs en parallèle selon le nombre de collecteurs nécessaires pour filtrer l'air au débit de 100 L/min

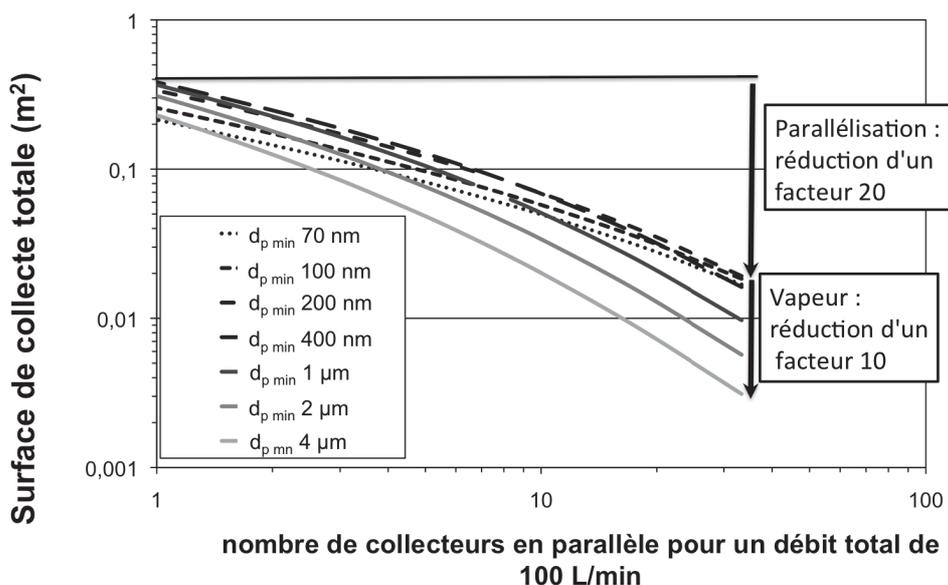


Figure 5-21 : Surface totale de collecte d'un dispositif composé de collecteurs en parallèle selon le nombre de collecteurs nécessaires pour filtrer l'air au débit de 100 L/min

5.4 Conclusion

Une simulation de la collecte de particules submicroniques par un collecteur électrostatique axisymétrique fil/cylindre en régime laminaire a été réalisée. L'influence des recirculations caractéristiques des configurations d'écoulement a été évaluée. Ces écoulements secondaires perturbent fortement la répartition spatiale des particules et ainsi, pour certaines configurations d'écoulement, des zones de faible concentration apparaissent. Toutefois, une comparaison des rendements de collecte entre les différentes configurations d'écoulements a permis de montrer une absence d'effet pour des Reynolds hydrodynamiques forts. En deçà de 200 environ, on observe un effet néfaste des recirculations.

Concernant les points de fonctionnement associés à la fronce principale, aucune différence d'efficacité n'a pu être mise en évidence entre la nappe supérieure caractérisée par une recirculation et la nappe inférieure qui en est dépourvue.

Finalement, une analyse critique de la procédure simplifiée de dimensionnement des collecteurs électrostatiques fil/cylindre a été conduite. Il est apparu que les critères sont d'autant plus justes que les diamètres des particules sont petits et les nombres de Reynolds électriques forts. De nouvelles échelles plus adaptées ont été proposées.

Une nouvelle procédure de dimensionnement a pu être mise en place. Son exploitation a montré qu'en parallélisant les collecteurs, on pouvait espérer une réduction du volume du dispositif et de la surface de collecte, paramètre influençant le volume de l'échantillon produit, d'un facteur 20. De même, l'injection de vapeur permettrait une réduction supplémentaire d'un facteur 5 du volume du dispositif et de la surface de collecte. Malgré son potentiel important, la parallélisation n'a pas été plus développée dans cette étude. Les efforts se sont concentrés sur l'injection de vapeur. Ces travaux sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 6 : Amélioration du collecteur électrostatique pour la collecte des particules submicroniques : ajout de la vapeur

6.1 Positionnement de l'injection de vapeur

Comme expliqué précédemment, l'injection de vapeur peut améliorer la collecte de bioparticules submicroniques. Mais la création de vapeur requiert beaucoup d'énergie ; la génération de 1 L/min de vapeur à partir d'eau à 20 °C nécessite 26 W alors que le fonctionnement du filtre électrostatique seul nécessite 5 W dans notre cas, si l'on omet la puissance d'entraînement de l'air. La vapeur doit donc être injectée de manière optimale afin de toucher les particules non capturées par le filtre électrostatique seul.

Pour cela, une étude des rendements de capture des particules en fonction de leur position radiale à l'entrée du collecteur a été réalisée. Une partie des résultats est présentée par la Figure 6-1.

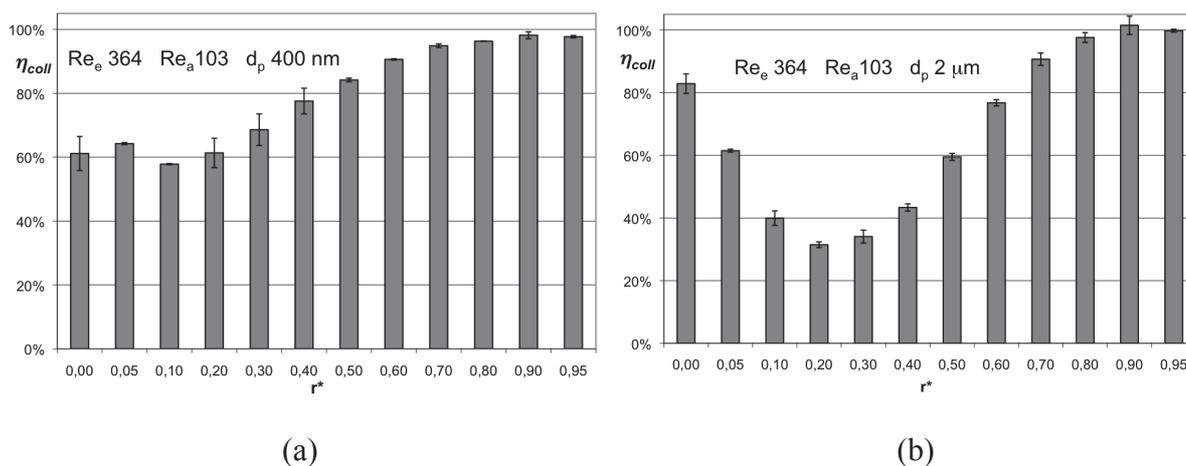


Figure 6-1 : Rendement de collecte des particules η_{coll} en fonction de la position radiale d'injection axiale pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364$, $Re_a = 103$) : à gauche, pour des particules d'un diamètre d_p de 400 nm ; à droite, pour des particules d'un diamètre d_p de 2 μm

La Figure 6-1(a) présente les rendements de capture des particules de 400 nm de diamètre. Cette taille a été choisie spécifiquement, car les particules correspondantes sont généralement les plus difficiles à récolter (voir section 5.1.2). On peut voir que celles injectées au centre du cylindre sont les plus difficiles à capturer par le filtre électrostatique. On propose donc d'injecter la vapeur au centre du cylindre pour les faire grossir. Comme le montre la Figure 6-1(b), cela est d'autant plus justifié que les particules de 2 μm, injectées au centre du cylindre sont facilement récoltées. En effet, pour les particules de cette taille, la charge électrique acquise par convection est prédominante sur la charge diffusive. Or la charge convective a une cinétique de charge très rapide et une valeur maximale dépendant du champ électrique. Ainsi, sous l'effet d'un champ électrique intense au centre du cylindre, les

grosses particules acquièrent rapidement une charge électrique importante, ce qui facilite leur capture.

Pour des raisons pratiques, il est préférable d'injecter l'aérosol de manière radiale lorsque l'on injecte la vapeur au centre du cylindre, avec une ouverture d'injection de l'air telle que $2h_d/r_c = 1$ afin de minimiser la taille de la recirculation amont (voir section 5.1.2).

Les résultats présentés dans les sections suivantes sont obtenus pour un débit de vapeur Q_v de 1 L/min et un diamètre de buse D_b de 6 mm correspondant aux valeurs utilisées par Galbrun (2008) dans son dispositif. Le nombre de Reynolds de la vapeur dans la zone d'injection est alors $Re_v = 114$. Par manque de temps et de résultats sur le transport de gouttes, l'optimisation du débit de vapeur (Q_v) et le diamètre de sa buse d'injection (D_b) n'a pas pu être réalisée dans cette étude.

6.2 Influence de l'injection de vapeur sur les configurations d'écoulement

Le mélange d'air et de vapeur plus chaud et donc moins dense que l'air ambiant, subit la poussée d'Archimède qui provoque un écoulement ascensionnel perturbant l'écoulement principal lorsque celui-ci est de sens contraire. Une recirculation peut alors se former le long du fil en l'absence de décharge (voir Figure 6-2). En présence de la décharge couronne, ce phénomène perturbateur s'additionne à l'effet du gradient de force de Coulomb, à l'aval de la zone comme le montre la Figure 6-3.

En comparant les configurations d'écoulement avec injection de vapeur dans le cas où la gravité est dans le même sens que l'écoulement (Figure 6-3 (a) et (c)), et dans le cas où la gravité est dans le sens opposé à l'écoulement (Figure 6-3 (b) et (d)), on observe clairement une amplification de la recirculation à l'aval du collecteur. Pour certains points de fonctionnement associés à un faible Reynolds hydraulique, cette recirculation remonte même au-delà du milieu de la zone de collecte (voir Figure 6-3(a)).

Il est possible de distinguer ces deux situations en utilisant le rapport P_g (équ. (3.3-8)) entre le poids et l'inertie :

- lorsque P_g est positif, la gravité et l'écoulement sont de même sens. La poussée d'Archimède amplifie alors la recirculation aval.
- lorsque P_g est négatif, la gravité et l'écoulement sont de sens opposé. La poussée d'Archimède n'influence alors pas l'amplitude la recirculation aval.

Dans la Figure 6-3 les encarts (a) et (c) présentent les écoulements pour un P_g de 2,3 et les encarts (b) et (d) pour un P_g de -2,3. Par manque de temps, des résultats pour d'autres valeurs de P_g n'ont pas pu être obtenus.

Afin d'évaluer l'impact de cette perturbation sur la collecte des particules, des calculs sans condensation hétérogène ont été effectués pour les différentes configurations d'écoulement (voir Figure 6-3) excepté la configuration 4 à cause de difficultés de convergence et manque de temps.

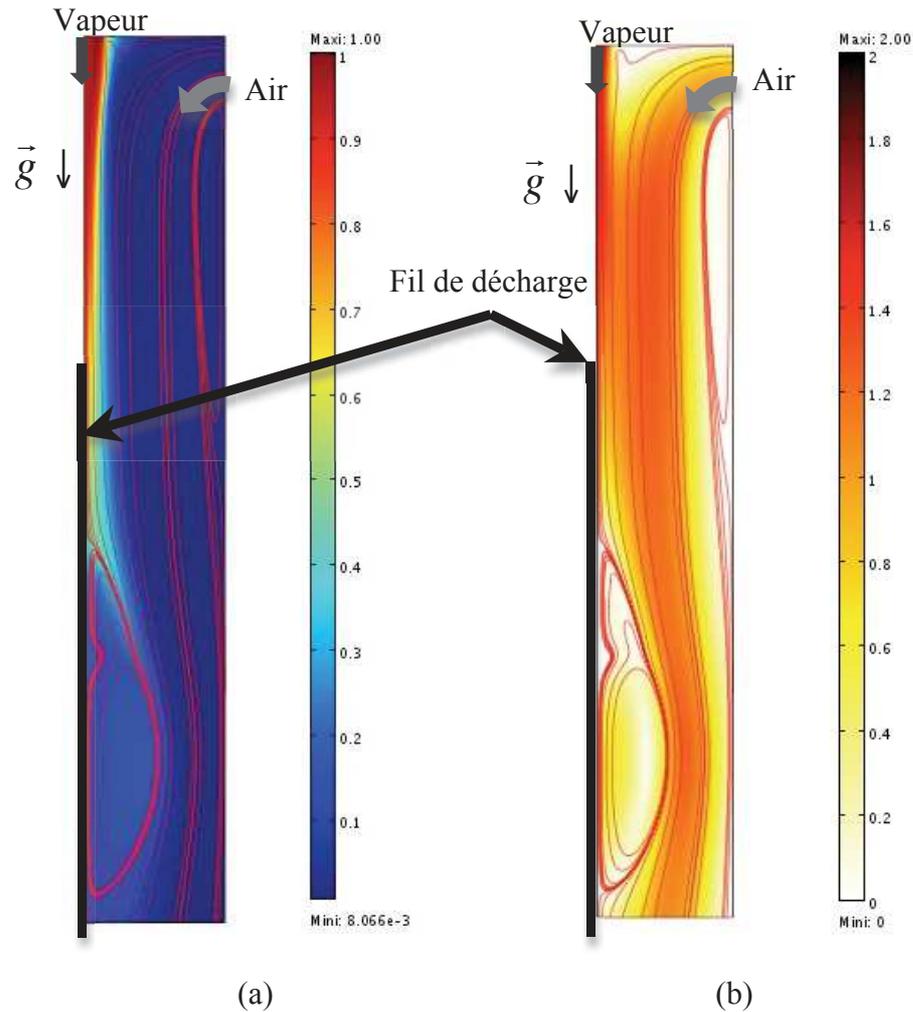


Figure 6-2 : Lignes de courant en l'absence de supports pour le fil, pour un débit de vapeur Q_v de 1 L/min, un débit d'air Q_a de 30 L/min en l'absence de décharge (tension U_0 de 0V) avec : à gauche, la concentration massique de vapeur y_v ; à droite, la vitesse de l'écoulement.

Comme le montre la Figure 6-4, le développement de la recirculation à l'aval du collecteur par la poussée d'Archimède permet d'augmenter légèrement le rendement. Aucun réentraînement de particules par cette recirculation n'étant présent, il ne peut pas expliquer cette observation. Donc soit l'augmentation du rendement de capture est due à la réduction de l'amplitude de la recirculation amont (voir Figure 6-3 (a) et (b)), qui comme nous l'avons vu au chapitre 5 a un effet néfaste sur la collecte, soit la recirculation aval un effet positif sur la collecte des particules. Ne pouvant trancher entre ces deux explications, on conclura simplement que la modification de l'écoulement par l'injection de vapeur ne semble pas avoir d'effet néfaste sur la collecte.

Par la suite, afin de simplifier l'analyse, on se placera dans le cas P_g négatif où l'écoulement n'est pas perturbé par la poussée d'Archimède. Ceci permet d'avoir des configurations d'écoulement très proches de celles étudiées dans le Chapitre 4 et donc évaluer l'impact d'un ajout de vapeur sur la collecte sans modification de l'écoulement.

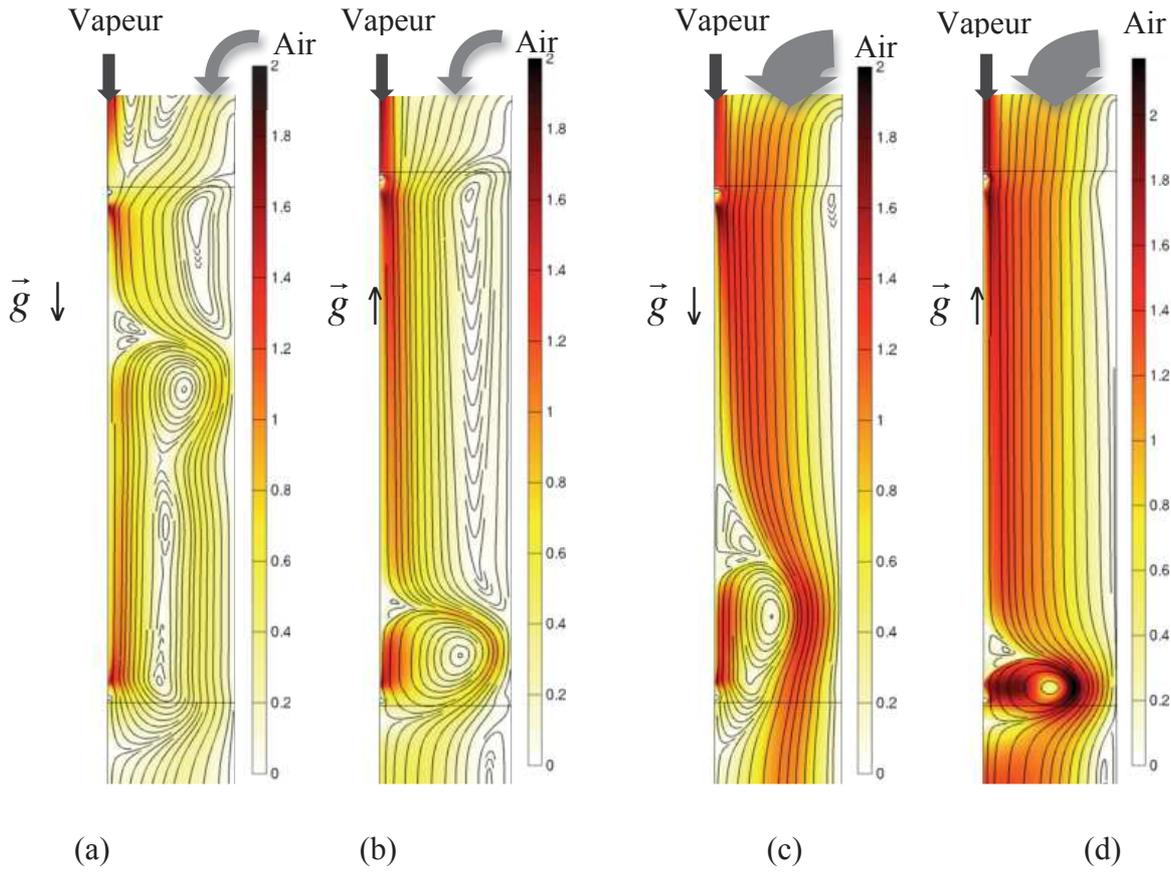


Figure 6-3 : Comparaison de la vitesse de l'écoulement du mélange air/vapeur et lignes de courant entre un collecteur à l'endroit (a) et (c) ($P_g = 2,3$) et un collecteur à l'envers (b) et (c) ($P_g = -2,3$). Les points de fonctionnement sont ($Re_v = 114, Re_e = 364$), avec $Re_a = 100$ pour (a) et (b) et avec $Re_a = 415$ pour (c) et (d)

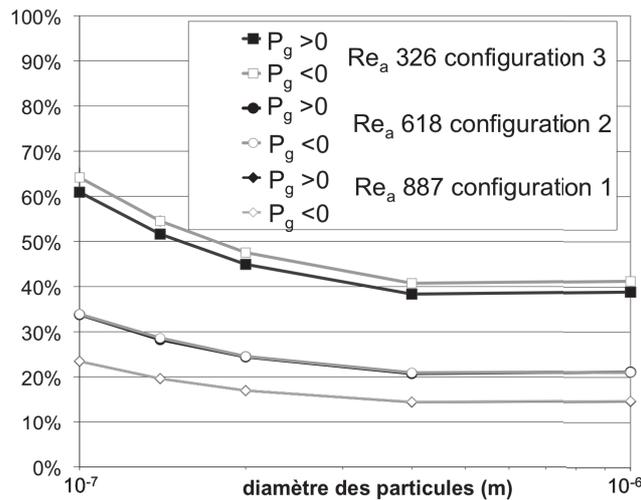


Figure 6-4 : Comparaison rendement de collecte entre la configuration perturbée par la poussée d'Archimède ($P_g > 0$) et la configuration non perturbée ($P_g < 0$) pour $Re_e = 364$ et les configurations d'écoulement 1 ($Re_a = 887$), 2 ($Re_a = 618$) et 3 ($Re_a = 316$).

6.3 Efficacité de la condensation hétérogène : rendement de condensation

Une première analyse intermédiaire du processus de condensation hétérogène a été réalisée sans prendre en compte le transport des gouttes.

6.3.1 Résolution numérique : détermination du terme source de densité de particules

Le terme source de densité de particules S_{pc}^* (équ. (3.8-2)) lié à la condensation hétérogène permet d'annuler la concentration en particules si leur rayon est supérieur au rayon critique utilisée. Ce terme a été intégré dans Comsol par l'expression suivante :

$$S_{pc}^* = \alpha_{damp} n_p^* flc2hs(r_p^* - r_{cp}^*, S_{c\ damp} r_{cp}^*), \quad (6.3-1)$$

avec $flc2hs(r_p^* - r_{cp}^*, S_{c\ damp} r_{cp}^*)$ une fonction de Comsol correspondant à une fonction Heaviside selon la variable $r_p^* - r_{cp}^*$ « adoucie » pour avoir une dérivée seconde continue grâce à un intervalle de transition $[-S_{c\ damp} r_{cp}^* : S_{c\ damp} r_{cp}^*]$. α_{damp} et $S_{c\ damp}$ sont deux paramètres numériques respectivement très grand et petit.

Ainsi lorsque que le rayon d'une particule r_p^* dépasse le rayon critique r_{cp}^* , le terme puit S_{pc}^* est égal à $\alpha_{damp} n_p^*$. Le facteur α_{damp} étant très grand, la concentration en particules diminue rapidement pour devenir proche de zéro. Avec cette expression, le modèle numérique est identique au modèle physique défini par l'équation (3.8-2) pour $\alpha_{damp} = \infty$ et $S_{c\ damp} = 0$. Afin de permettre la convergence de la solution, ces paramètres numériques ont été fixés de la manière suivante :

$$\alpha_{damp} = 10^5 \text{ et } S_{c\ damp} = 10^{-1/3} \quad (6.3-2)$$

La valeur de $S_{c\ damp}$ peut paraître importante, toutefois comme r_{cp}^* varie très brutalement, l'intervalle de transition reste localisé à quelques mailles.

6.3.2 Résultats numériques

À partir des solutions numériques obtenues avec Comsol, il est intéressant de calculer le pourcentage de particules ayant subi la condensation. Ce rendement, appelé rendement de condensation, est calculé de la manière suivante :

$$\eta_{condensation} = L_w \frac{\iint_{cylindre} S_{pc\ tot}^* r^* dr^* dz^*}{\int_{entrée\ cylindre}^{+\infty} \int_{-\infty} n_p^* r^* \vec{V}_p^* \cdot \vec{e}_z dq_p^* dr^*}, \quad (6.3-3)$$

avec

$$S_{pc\ tot}^*(r^*, z^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{pc}^*(r^*, z^*, q_p^*) dq_p^* \quad (6.3-4)$$

On fera l’hypothèse dans cette section que les particules ayant subi la condensation sont systématiquement capturées par le collecteur. En effet, on peut raisonnablement supposer que les gouttes générées par la condensation hétérogène grossissent rapidement et sont alors facilement collectées par le filtre électrostatique. Le rendement de collecte est alors égal à la somme du rendement de condensation et du rendement de capture déjà défini dans le chapitre 5 (équ. (5.1-2)). La validité de cette hypothèse est discutée par la suite.

Afin d’évaluer l’apport de l’injection de vapeur, ces deux rendements ont été déterminés pour différents points de fonctionnement déjà utilisés dans le chapitre 5 (voir Figure 6-5 et Figure 6-6).

La Figure 6-5 montre que pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364, Re_a = 104$) qui est en configuration d’écoulement 4, l’injection de vapeur ($Re_v = 114$) diminue le rendement de capture. En effet, une partie des particules subissant la condensation était déjà capturées par le filtre électrostatique sans injection de vapeur. Par contre, l’ensemble des particules non capturées par le filtre électrostatique sans injection de vapeur subit la condensation. Aussi, pour ce point de fonctionnement, toutes les particules de la gamme de taille de notre étude sont capturées ou condensées, et donc l’injection de vapeur permet donc d’améliorer les performances du collecteur en palliant la diminution de rendement de capture due aux recirculations électrohydrodynamique.

La Figure 6-6 montre que pour un débit d’air plus important ($Re_a = 326$), le rendement de capture est conservé avec l’ajout de la vapeur. Ainsi, toutes les particules qui subissent la condensation hétérogène et sont donc potentiellement capturées, ne l’auraient pas été sans injection de vapeur. Donc, pour ce point de fonctionnement, la vapeur améliore les performances de capture du collecteur.

Par contre, on peut voir également que la totalité des particules n’est pas capturée ou condensée. Les mêmes observations ont été faites pour des points de fonctionnement dans les configurations d’écoulement 1 et 2 non présentées ici.

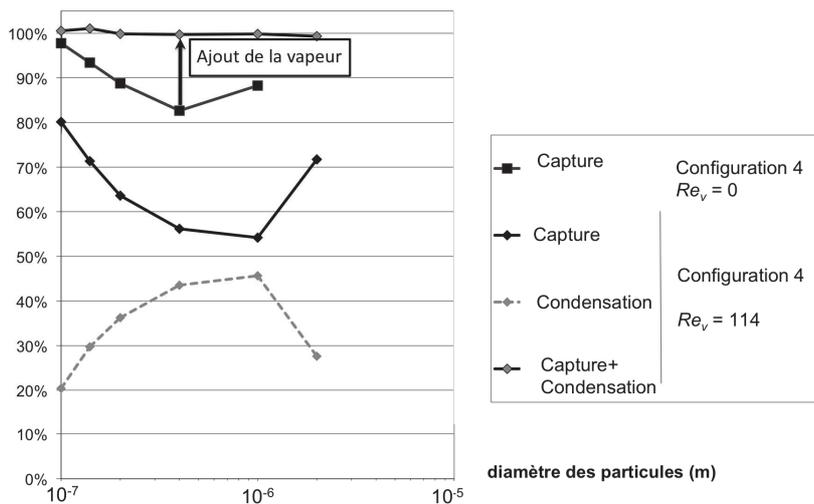


Figure 6-5 : Évaluation de l’amélioration du rendement grâce à l’injection de vapeur dans la configuration 4 ($Re_e = 364$ et $Re_a = 104$) : rendement de capture sans injection de vapeur ($Re_v = 0$) déjà présentée dans le chapitre 5 et rendement de capture, de condensation et somme des deux pour $Re_v = 114$.

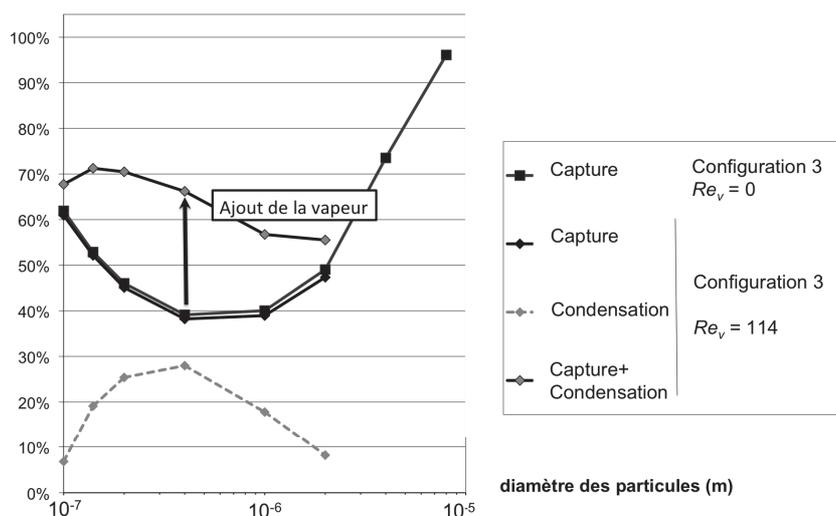


Figure 6-6 : Évaluation de l'amélioration du rendement grâce à l'injection de vapeur dans la configuration 3 ($Re_e = 364$ et $Re_a = 326$) : rendement de capture sans injection de vapeur ($Re_v = 0$) déjà présentée dans le chapitre 5 et rendement de capture, de condensation et somme des deux pour $Re_v = 114$.

La collecte partielle des particules pour des débits d'air élevés, même avec injection de vapeur, est due à la faible diffusion de la vapeur dans l'aérosol, ce qui limite la zone de sursaturation et donc le nombre de particules qui peuvent condenser. Cette observation peut être faite à partir de la Figure 6-7 qui présente le terme d'interaction de condensation des particules intégré selon la coordonnée de charge électrique $S_{pc\ tot}^*$ (équ. (6.3-4))

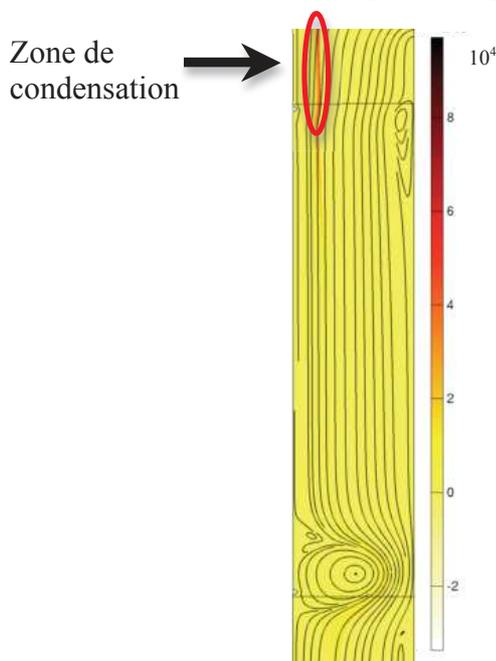


Figure 6-7 : Terme d'interaction total $S_{pc\ tot}^*$ de condensation des particules et lignes de courant pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364$, $Re_a = 326$) et des particules d'un diamètre d_{p0} de 200 nm

La Figure 6-7 montre que la zone de condensation hétérogène reste localisée au centre du cylindre et ne peut donc pas toucher les particules circulant plus près de la paroi de collecte. Lorsque le rendement est élevé (de l'ordre de 80%), toutes les particules non collectées sont entrées dans la zone de collecte par le centre du cylindre (voir Figure 6-1(a)) ; l'ajout de vapeur au centre permet alors de les faire grossir par condensation et ainsi de les capturer (voir Figure 6-1(b)). En revanche pour les points de fonctionnement où les rendements de collecte sont très inférieurs, l'ajout de vapeur au centre permet de capturer certes plus de particules, mais ne permet pas de toutes les capturer.

Ces observations sont valables si l'hypothèse de collecte systématique des particules condensées est vérifiée. Or pour certains points de fonctionnement et certaines tailles de particules, les recirculations créent une zone de condensation à l'aval de la zone de collecte (voir Figure 6-8). L'hypothèse de collecte systématique des particules condensées n'est donc pas toujours valable et les observations faites précédemment pour les configurations 1, 2 et 3 n'ont qu'une valeur indicative et non quantitative sur l'apport de la vapeur dans la collecte des particules submicroniques aéropoortées. Pour la configuration 4 (Figure 6-5), la condensation a été observée uniquement à l'amont de la zone de collecte et par conséquent l'hypothèse semble restée valable.

Une étude prenant en compte le transport des gouttes est nécessaire pour déterminer le rendement de capture des gouttes.

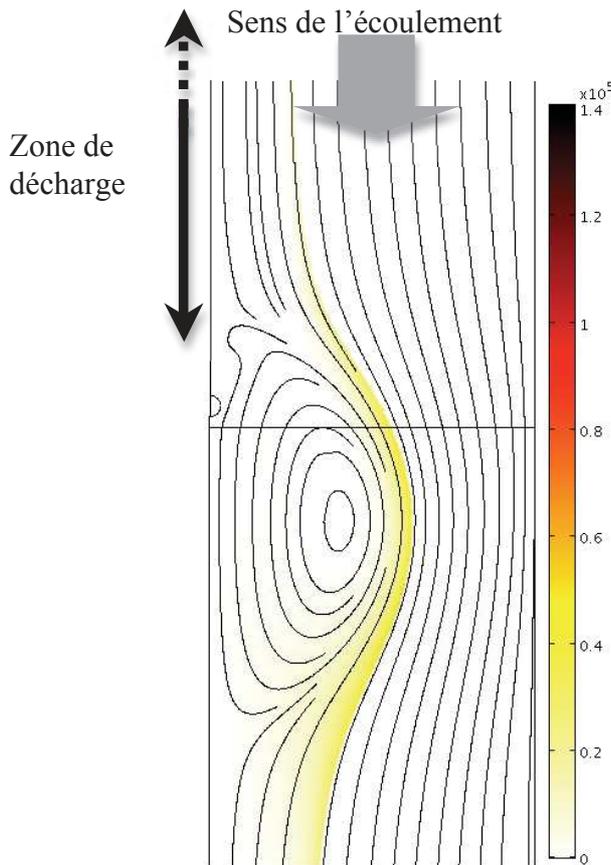


Figure 6-8 : Terme d'interaction total $S_{pc\ tot}^*$ de condensation des particules et les lignes de courant pour le point de fonctionnement ($Re_e = 364$, $Re_a = 618$) et des particules d'un diamètre d_{p0} de 200 nm, centré sur la recirculation aval.

6.4 Transport et croissance des gouttes

L'équation de transport des gouttes telle que décrite par l'équation (3.8-9) a été intégrée à la simulation. De manière analogue à l'intégration du transport de la densité de charge et des particules (section 0), une diffusion numérique a été ajoutée à l'équation de transport des gouttes. Le volume des particules injectées a été choisi comme limite inférieure du domaine selon la coordonnée de volume. La limite supérieure a été fixée au volume correspondant à une goutte de 20 μm de diamètre. Le maillage initialement choisi était une extrusion du maillage précédemment utilisé. Mais celui-là étant relativement fin, le nombre de mailles selon la coordonnée de volume a été à 10 pour limiter le nombre de degrés de liberté à résoudre et donc la quantité de mémoire vive nécessaire. Une progression géométrique selon cette troisième dimension a été utilisée. Dans cette configuration numérique, la résolution de la température de gouttes ne pose aucun problème. Mais la résolution du transport des gouttes diverge après seulement quelques pas de charge électrique (pas de temps sous Comsol).

Deux tentatives de résolution ont été réalisées et sont présentées ici :

- Un maillage selon les coordonnées spatiales moins fin a été testé. Composé de mailles de taille analogue, le nombre d'éléments utilisé a pu être divisé par trois par rapport au maillage initial. Il a pu ainsi être extrudé avec une trentaine de mailles selon la coordonnée de volume. Mais ce nouveau maillage n'a pas amélioré la convergence de la solution.

La faible capacité de convergence de ces résolutions numériques peut être due à la forte localisation de l'injection des gouttes. En effet, cela forme un front localisé sur quelques mailles spatiales (voir Figure 6-9).

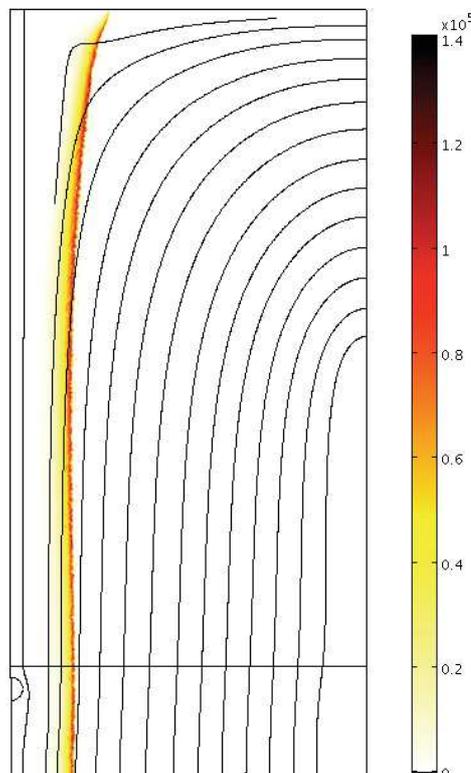


Figure 6-9 : S_{pc}^{*} et les lignes de courant pour $Re_e = 364$ et $Re_a = 618$ et $d_{p0} = 200$ nm, centré sur la principale zone de condensation

- Afin de pallier cela, la diffusion numérique supplémentaire du type Galerkin least-squares (GLS) a été introduite, mais n'a pas permis de faire converger les calculs.

Par manque de temps, d'autres essais n'ont pas pu être effectués et aucun résultat concernant le transport des gouttes n'a pu être obtenu.

6.5 Conclusion

Une analyse partielle de l'impact de la vapeur sur la collecte des aérosols par un filtre électrostatique a été réalisée. Elle a montré de possibles améliorations de performance et n'a pas permis de mettre en évidence de possibles effets néfastes qui ont pourtant été observés expérimentalement.

Différentes pistes d'explication peuvent être avancées et mériteraient d'être explorées :

1) Il est possible que les gouttes une fois formées s'évaporent concentrant les charges électriques alors acquises. Cet effet peut conduire à une meilleure collecte des plus petites particules. Mais en cas de trop forte concentration de charges dans la goutte, cette dernière peut exploser sous l'effet des forces électrostatiques.

2) Comme il a été vu, l'injection de vapeur peut amplifier les recirculations dans l'écoulement. La limite de transition entre les régimes laminaire et turbulent, fixée dans cette étude à un Reynolds de 1000, doit certainement être revisitée avec une étude de stabilité adaptée. A ce stade, l'impact sur le rendement de collecte est difficile à anticiper mais sera certainement négatif.

3) L'influence de la température le long du fil de décharge sur l'intensité de celle-ci n'a pas été prise en compte dans cette étude. Or elle peut modifier l'écoulement électrohydrodynamique et également déplacer la limite de laminarité.

4) La présence de vapeur d'eau dans la zone de décharge peut perturber le mécanisme de charge des particules par une modification des ions impliqués dans le processus. Là encore, on ne peut pas présupposer de l'effet positif ou négatif de cet effet.

Conclusion générale

La présente thèse est née du besoin de produire un outil pour dimensionner et optimiser le fonctionnement des collecteurs électrostatiques dédiés à l'analyse des particules d'origine biologique. Une compréhension des nombreux phénomènes physiques est donc nécessaire ; une modélisation fine de ceux-ci a été conduite avant d'aboutir à la simulation du processus de collecte. Les trois premiers chapitres de ce mémoire ont présenté le modèle multiphysique mis en place et les trois suivants ont présenté son exploitation.

L'étude de l'écoulement diphasique, composé de champs hydrodynamiques et thermiques, influencé par le phénomène de décharge couronne et charriant des inclusions a montré que les phases continues et dispersées s'influencent de différentes manières par des couplages forts entre les différents champs. Une analyse dimensionnelle inspectionnelle a permis de déterminer la concentration maximale en particules pour pouvoir négliger leurs effets sur les phénomènes physiques mis en jeu dans un collecteur électrostatique. Et, le rapport Y_I entre le transport de densité de charge due à l'écoulement et celui dû au champ électrique étant très petit, l'influence de l'écoulement sur la décharge couronne a pu être négligé. Grâce à la suppression de ces deux couplages forts, une classification des phénomènes selon une cascade d'influences non réciproques, correspondant à des couplages faibles, a pu être réalisée. Le problème formulé a pu ainsi être subdivisé en trois grandes parties : l'étude des phénomènes électrohydrodynamiques relatifs à la phase continue, l'étude du couplage avec la phase dispersée et l'étude du couplage avec l'injection de vapeur. La résolution numérique du modèle s'en est trouvée facilitée et l'analyse, structurée.

Au cours de cette étude dimensionnelle, six nombres adimensionnels pertinents ont été identifiés : les nombres de Reynolds électrique Re_e (caractéristique de la tension électrique imposée) et hydrodynamique Re_a (caractéristique du débit d'air traité) ; le rapport W_2^p entre la charge électrique convective et la charge électrique totale acquise par une particule (caractéristique de la taille des particules) ; le rapport Σ entre le champ de Peek et le champ électrique moyen entre les deux électrodes ; le rapport r_c / L_w entre le rayon du collecteur et la longueur du fil de décharge et le rapport r_w / r_c entre le rayon du fil de décharge et le rayon du collecteur. Les dimensions du dispositif étant fixées, le domaine d'étude peut être entièrement parcouru en faisant varier les deux nombres de Reynolds et la taille des particules.

En prenant en compte les extrémités du fil de décharge et ses supports conducteurs, la décharge couronne a pu être étudiée de manière réaliste. Le long du fil, des zones avec et sans décharge couronne ont été observées à proximité des supports. La transition brutale entre ces zones crée une variation brutale de la force de Coulomb exercée sur l'écoulement. Suivant le débit d'air, des recirculations électrohydrodynamiques peuvent alors se former. Quatre configurations d'écoulement différentes ont été observées : la première est caractérisée par l'absence de recirculations ; la seconde, par une recirculation secondaire près de l'axe du cylindre à l'aval du fil de décharge et de son support ; la troisième par une recirculation secondaire le long du fil de décharge juste à l'amont du support aval ; la quatrième configuration par de multiples recirculations secondaires. Un diagramme présentant les domaines d'existence des différentes configurations d'écoulements électrohydrodynamiques a pu être établi en fonction des deux nombres de Reynolds retenus. L'analyse approfondie des transitions entre les configurations 1 et 2 et les configurations 2 et 3 suggère l'existence de fronces dans le cadre de la théorie des catastrophes.

Conclusion générale

Une simulation de la collecte de particules a permis d'étudier l'influence des recirculations décrites sur les rendements de capture. Il a été montré que ces écoulements secondaires perturbent fortement le processus de collecte et diminuent les performances dans le cas des faibles nombres de Reynolds hydrodynamiques (inférieurs à 200). A ce stade de la simulation, les échelles initialement choisies pour adimensionnaliser le champ électrique, la densité de charge électrique et la charge portée par les particules ont été revues et corrigées. Le nombre de Deutsch fondé sur ces paramètres fut à son tour corrigé pour devenir plus représentatif des rendements.

L'étude des rendements de collecte s'achève au chapitre 5 par la mise en place d'une procédure de dimensionnement des filtres électrostatiques. Fondée sur le nombre de Deutsch, elle dépend de paramètres comme la limite entre les régimes laminaire et turbulent, la limite de claquage, le champ électrique et la densité de courant létaux pour les microorganismes. Son exploitation a montré l'intérêt de la mise en parallèle de petits collecteurs pour filtrer des débits d'air importants tout en réduisant la taille du dispositif et le volume d'échantillon à analyser. On devrait pouvoir réduire le volume d'un dispositif filtrant 100 L/min d'un facteur 20 en exploitant 33 collecteurs filtrant 3 L/min. Un unique type de collecteur fonctionnant à de faibles débits pourrait alors être utilisé pour les deux stratégies de collecte : des petits collecteurs autonomes disséminés sur l'ensemble de la zone d'étude, ou un dispositif unique composé de multiples petits collecteurs mis en parallèle. Cette piste d'amélioration n'a pas été approfondie plus avant dans cette étude, mais s'avère prometteuse.

Le présent mémoire s'achève par l'analyse d'effets engendrés par l'injection de vapeur dans la chambre de collecte. Une augmentation des rendements de collecte a été observée et la position de l'injection de vapeur a été discutée. Toutefois, en l'absence d'une étude du grossissement des gouttes et de leur transport, une optimisation complète n'a pu être réalisée. Il conviendrait d'intégrer à l'étude une analyse de stabilité des écoulements, de rechercher l'influence du champ de température de long du fil de décharge et de prendre en compte l'évaporation possible d'un film liquide après condensation. Il serait également souhaitable de tenir compte du processus de capture des particules par les gouttes ainsi que de la coalescence des gouttes entre elles. Enfin la collecte des particules en paroi a été traitée de façon sommaire et une modélisation de leur réentraînement ainsi que celle plus ambitieuse de la formation d'un film liquide en paroi seraient utiles.

L'ensemble des résultats présentés dans ce mémoire sont le fruit d'une modélisation des phénomènes physiques mis en jeu dans un collecteur et de leur simulation ; ils doivent être confirmés par des observations expérimentales. La validation des configurations d'écoulements observés ainsi que leurs domaines d'existence doit être une première étape. Ensuite les limites entre les régimes laminaire et turbulent devraient être étudiées par des études de stabilité appropriées. D'un point de vue expérimental, la Vélocimétrie par Image des Particules (PIV) devrait beaucoup apporter à la validation des résultats obtenus. Terminons par deux considérations de nature biologique. Le champ électrique et la densité de courant létaux pour les microorganismes sont indispensables pour une bonne exploitation de la procédure de dimensionnement. Enfin l'injection de vapeur conduit à protéger a priori les particules en les enrobant de liquide par condensation ; ce possible avantage devrait être confirmé.

Bibliographie

- Achard, J. L. (1978). Thèse de docteur ès Science, Université Scientifique et Médical et Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Adamiak, K., V. Atrazhev et P. Atten (2005). "Corona discharge in the hyperbolic point-plane configuration: direct ionization criterion versus an approximate formulations." IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation **12**(5): 1015-1024.
- Atten, P., F. M. J. McCluskey et A. C. Lahjomri (1987). "The Electrohydrodynamic Origin of Turbulence in Electrostatic Precipitators." IEEE Transactions on Industry Applications **IA-23**(4): 705-711.
- Baron, P. (2001). Aerosol Measurement: Principles, Techniques and Applications Wiley-Interscience.
- Benamar, B., E. Favre, A. Donnot et M. O. Rigo (2007). Finite Element Solution for Ionized Fields in DC Electrostatic Precipitator COMSOL Users Conference. Grenoble.
- Bird, R. B., W. E. Stewart et E. N. Lightfoot (2002). Transport Phenomena, John Willey and Sons Inc.
- Borra, J.-P. (2006). "Nucleation and aerosol processing in atmospheric pressure electrical discharges: powders production, coatings and filtration " Journal of Physics D: Applied Physics **39**(2): R19-R54.
- Brunet, Y. (2006). On maize pollen transport in the atmospheric boundary layer. Conference on Agricultural and Forest Meteorology.
- Brunet, Y., D. Garrigou, S. Dayau, X. Foueillassar, L. Tardieu, A. Audran, J. P. Caltagirone et H. Foudhil (2002). Etude mécaniste du transport et du dépôt de pollen de maïs dans un paysage hétérogène. Convention INSU.
- Caruana, D. J. (2011). "Detection and analysis of airborne particles of biological origin: present and future." Analyst **136**(22): 4641-4652.
- Chang, J. S., D. Brocilo, K. Urashima, J. Dekowski, J. Podlinski, J. Mizeraczyk et G. Touchard (2006). "On-set of EHD turbulence for cylinder in cross flow under corona discharges." Journal of Electrostatics **64**(7-9): 569-573.
- Chen, J. et J. H. Davidson (2002). "Electron Density and Energy Distributions in the Positive DC Corona: Interpretation for Corona-Enhanced Chemical Reactions." Plasma Chemistry and Plasma Processing **22**(2): 199-224.
- Chen, J. et J. H. Davidson (2003). "Model of the Negative DC Corona Plasma: Comparison to the Positive DC Corona Plasma." Plasma Chemistry and Plasma Processing **23**(1): 83-102.
- Chen, P.-S. et C.-S. Li (2005). "Quantification of Airborne Mycobacterium tuberculosis in Health Care Setting Using Real-Time qPCR Coupled to an Air-Sampling Filter Method." Aerosol Science and Technology **39**(4): 371-376.
- Collin, A., P. Boulet, G. Parent et D. Lacroix (2007). "Numerical simulation of a water spray-Radiation attenuation related to spray dynamics." International Journal of Thermal Sciences **46**(9): 856-868.
- Deutsch, W. (1922). "Bewegung und Ladung der Elektrizitätsträger im Zylinderkondensator." Ann. Phys. **68**(12): 335-344.
- Douwes, J., P. Thorne, N. Pearce et D. Heederik (2003). "Bioaerosol Health Effects and Exposure Assessment: Progress and Prospects." Annals of Occupational Hygiene **47**(3): 187-200.
- Dumitran, L. M., P. Atten, P. V. Notingher et L. Dascalescu (2006). "2-D corona field

- computation in configurations with ionising and non-ionising electrodes." Journal of Electrostatics **64**(3-4): 176-186.
- Dumitran, L. M., O. Blejan, P. V. Notingher, A. Samuila et L. Dascalescu (2008). "Particle charging in combined corona-electrostatic fields." IEEE Transactions on Industry Applications **44**(5): 1385-1390.
- Durbin, P. A. (1986). Asymptotic analysis of corona discharge from thin electrodes: Medium: X; Size: Pages: 7.
- Farnoosh, N., K. Adamiak et G. S. P. Castle (2010). "3-D numerical analysis of EHD turbulent flow and mono-disperse charged particle transport and collection in a wire-plate ESP." Journal of Electrostatics **68**(6): 513-522.
- Feng, J. Q. (1999). "An analysis of corona currents between two concentric cylindrical electrodes." Journal of Electrostatics **46**: 37-48.
- Feng, J. Q. (1999). "Application of Galerkin Finite-Element Method with Newton Iterations in Computing Steady-State Solutions of Unipolar Charge Currents in Corona Devices." Journal of Computational Physics **151**(2): 969-989.
- Galbrun, E. (2008). Conception et caractérisation d'un dispositif innovant de collecte de nanoparticules de l'air pour l'analyse biologique Phd, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Galbrun, E., A. Glière, Y. Fouillet, J.-L. Achard, F. Rouillon et C. Peponnet (2007). Mise au point d'un dispositif de collecte d'aérosols nanométriques pour l'analyse biologique Congrès Français de Mécanique, Grenoble (France).
- Gerber, A. G. et M. J. Kermani (2004). "A pressure based Eulerian-Eulerian multi-phase model for non-equilibrium condensation in transonic steam flow." International Journal of Heat and Mass Transfer **47**(10-11): 2217-2231.
- Glicksman, L. R. et A. W. Hunt Jr (1972). "Numerical simulation of dropwise condensation." International Journal of Heat and Mass Transfer **15**(11): 2251-2269.
- Han, B., N. Hudda, Z. Ning, Y.-J. Kim et C. Sioutas (2009). "Efficient Collection of Atmospheric Aerosols with a Particle Concentrator-Electrostatic Precipitator Sampler." Aerosol Science and Technology **43**(8): 757-766.
- Han, T., H. R. An et G. Mainelis (2010). "Performance of an Electrostatic Precipitator with Superhydrophobic Surface when Collecting Airborne Bacteria." Aerosol Science and Technology **44**(5): 339-348.
- Han, T. et G. Mainelis (2008). "Design and development of an electrostatic sampler for bioaerosols with high concentration rate." Journal of Aerosol Science **39**(12): 1066-1078.
- Hering, S., M. Stolzenburg, F. Quant, D. Oberreit et P. Keady (2005). "A Laminar-Flow, Water-Based Condensation Particle Counter (WCPC)." Aerosol Science and Technology **39**: 659-672.
- Heylen, A. E. D. (1973). "A comparison between sparking formulae for a uniform electric field in air." Journal of Physics D: Applied Physics **6**(4): L25.
- Jaworek, A., A. Krupa et T. Czech (2007). "Modern electrostatic devices and methods for exhaust gas cleaning: A brief review." Journal of Electrostatics **65**(3): 133-155.
- Kapsov, N. A. (1947). "Elektricheskie Yavleniya v Gazakh Vakuume." Moscow, OGIZ.
- Keefe, D., P. J. Nolan et T. A. Rich (1959). "Charge Equilibrium in Aerosols According to the Boltzmann Law." Proceedings of the Royal Irish Academy. Section A: Mathematical and Physical Sciences **60**: 27-45.
- Kogelschatz, U. et W. Gerteisen (1999). "Advanced computational tools for electrostatic precipitators." ABB review **4**.
- Koudil, A. (1996). Dépôt thermophorétique et coagulation de particules entraînées par un

- courant gazeux laminaire à l'intérieur d'une conduite réfrigérée.
- Lancereau, Q., J.-M. Roux et J. L. Achard (2013). "Electrohydrodynamic flow regime in a cylindrical electrostatic precipitator." Soumis à IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation.
- Lancereau, Q., J.-M. Roux et J. L. Achard (2013). "Influence of secondary flows on the collection efficiency of a cylindrical electrostatic precipitator." Soumis à Journal of Aerosol Science.
- Lawless, P. A. (1996). "Particle charging bounds, symmetry relations, and an analytic charging rate model for the continuum regime." Journal of Aerosol Science **27**(2): 191-215.
- Li, C.-S. (1999). "Sampling Performance of Impactors for Bacterial Bioaerosols." Aerosol Science and Technology **30**(3): 280-287.
- Lin, X., T. Reponen, K. Willeke, Z. Wang, S. A. Grinshpun et M. Trunov (2000). "Survival of Airborne Microorganisms During Swirling Aerosol Collection." Aerosol Science and Technology **32**(3): 184-196.
- Loeb, L. B. (1965). Electrical coronas, their basic physical mechanisms, Univ of California Press.
- Long, Z. et Q. Yao (2010). "Evaluation of various particle charging models for simulating particle dynamics in electrostatic precipitators." Journal of Aerosol Science **41**.
- Lowke, J. J. et F. D'Alessandro (2003). "Onset corona fields and electrical breakdown criteria." Journal of Physics D: Applied Physics **36**(21): 2673-2682.
- Madsen, A. M. et A. K. Sharma (2008). "Sampling of high amounts of bioaerosols using a high-volume electrostatic field sampler." Annals of Occupational Hygiene **52**(3): 167-176.
- Mainelis, G. (1999). "Collection of Airborne Microorganisms by Electrostatic Precipitation." Aerosol Science and Technology **30**(2): 127-144.
- Mainelis, G., A. Adhikari, K. Willeke, S.-A. Lee, T. Reponen et S. A. Grinshpun (2002). "Collection of airborne microorganisms by a new electrostatic precipitator." Journal of Aerosol Science **33**(10): 1417-1432.
- Meakin, P. (1992). "Dropwise condensation: the deposition growth and coalescence of fluid droplets." Physica Scripta **1992**(T44): 31.
- Mei, M., B. Yu, M. Zou et L. Luo (2011). "A numerical study on growth mechanism of dropwise condensation." International Journal of Heat and Mass Transfer.
- Meroth, A. M., T. Gerber, C. D. Munz, P. L. Levin et A. J. Schwab (1999). "Numerical solution of nonstationary charge coupled problems." Journal of Electrostatics **45**(3): 177-198.
- Mizuno, A. (2000). "Electrostatic precipitation." IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation **7**(5): 615-624.
- Morrow, R. (1985). "Theory of negative corona in oxygen." Physical Review A **32**(3): 1799.
- Nouri, H., Y. Zebboudj, N. Zouzou, E. Moreau et L. Dascalescu (2010). Effect of Relative Humidity on the Collection Efficiency of a Wire-To-Plane Electrostatic Precipitator. Industry Applications Society Annual Meeting (IAS), 2010 IEEE.
- Nouri, H., N. Zouzou, E. Moreau, L. Dascalescu et Y. Zebboudj (2012). "Effect of relative humidity on current-voltage characteristics of an electrostatic precipitator." Journal of Electrostatics **70**(1): 20-24.
- Orsini, D. A., Y. Ma, A. Sullivan, B. Sierau, K. Baumann et R. J. Weber (2003). "Refinements to the particle-into-liquid sampler (PILS) for ground and airborne measurements of water soluble aerosol composition." Atmospheric Environment **37**(9-10): 1243-1259.

- Peek, F. W. J. (1929). Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering. New York, McGraw-Hill.
- Pulvermacher, B. et E. Ruckenstein (1974). "Similarity solutions of population balances." Journal of Colloid and Interface Science **46**(3): 428-436.
- Reist, P. C. (1984). Introduction to Aerosol Science. New York, Macmillan.
- Relman, D. A. (2006). "Bioterrorism : Preparing to Fight the Next War." New England Journal of Medicine **354**(2): 113-115.
- Rose, J. W. (2002). "Dropwise condensation theory and experiment: A review." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy **216**(2): 115-128.
- Roux, J.-M., O. Kaspari, R. Heinrich, N. Hanschmann et R. Grunow (2013). "Investigation of a new electrostatic sampler for concentrating biological and non biological aerosol particles." Aerosol Science and Technology **47**(5): 463-471.
- Sarma, M. P. et W. Janischewskyj (1969). "D.C. corona on smooth conductors in air. Steady-state analysis of the ionisation layer." Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of **116**(1): 161-166.
- Scheibel, H. G. et J. Porstendörfer (1986). "Counting efficiency and detection limit of condensation nuclei counters for submicrometer aerosols: I. Theoretical evaluation of the influence of heterogeneous nucleation and wall losses." Journal of Colloid and Interface Science **109**(1): 261-274.
- Sem, G. J. (2002). "Design and performance characteristics of three continuous-flow condensation particle counters: a summary." Atmospheric Research **62**(3-4): 267-294.
- Semmar, N., M. Khalij et M. O. Rigo (1999). Numerical and experimental study of microscopic particles distribution under corona discharge: Case of wire-cylinder electrostatic precipitator. Annals of the New York Academy of Sciences. **891**: 399-406.
- Sillanpää, M., M. D. Geller, H. C. Phuleria et C. Sioutas (2008). "High collection efficiency electrostatic precipitator for in vitro cell exposure to concentrated ambient particulate matter (PM)." Journal of Aerosol Science **39**(4): 335-347.
- Sirignano, W. A. (1986). "Formulation of spray combustion models: resolution compared to droplet spacing." Journal of Heat Transfer **108**(3): 633-639.
- Stewart, S. L., S. A. Grinshpun, K. Willeke, S. Terzieva, V. Ulevicius et J. Donnelly (1995). "Effect of impact stress on microbial recovery on an agar surface." Applied and Environmental Microbiology **61**(4): 1232-1239.
- Svarovsky, L. (1981). Solid-gas separation. Amsterdam, Oxford, New York, Elsevier.
- Tan, M., F. Shen, M. Yao et T. Zhu (2011). "Development of an Automated Electrostatic Sampler (AES) for Bioaerosol Detection." Aerosol Science and Technology **45**(9): 1154-1160.
- Thom, R. (1989). Structural stability and morphogenesis, Addison Wesley Publishing Company.
- Townsend, J. S. (1914). "XI. The potentials required to maintain currents between coaxial cylinders." Philosophical Magazine Series 6 **28**(163): 83-90.
- Van Brunt, R. J. (1994). Physics and chemistry of partial discharge and corona - recent advances and future challenges. Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 1994. IEEE 1994 Annual Report., Conference on.
- Wang, Z., T. Reponen, S. A. Grinshpun, R. L. GÃ³rny et K. Willeke (2001). "Effect of sampling time and air humidity on the bioefficiency of filter samplers for bioaerosol collection." Journal of Aerosol Science **32**(5): 661-674.
- Weber, R. J., D. Orsini, Y. Daun, Y.-N. Lee, P. J. Klotz et F. Brechtel (2001). "A Particle-

- into-Liquid Collector for Rapid Measurement of Aerosol Bulk Chemical Composition." Aerosol Science and Technology **35**: 718-727.
- White, H. J. (1951). "Particle charging in electrostatic precipitation." AIEE transactions **1**(70): 1186.
- White, H. J. (1963). Particle charging. Industrial electrostatic precipitation. Massachusetts, Addison-Wesley.
- Wilke, C. R. (1950). "A Viscosity Equation for Gas Mixtures." The Journal of Chemical Physics **18**(4): 517-519.
- Willeke, K., X. Lin et S. A. Grinshpun (1998). "Improved Aerosol Collection by Combined Impaction and Centrifugal Motion." Aerosol Science and Technology **28**(5): 439-456.
- Wu, Y.-T., C.-X. Yang et X.-G. Yuan (2001). "Drop distributions and numerical simulation of dropwise condensation heat transfer." International Journal of Heat and Mass Transfer **44**(23): 4455-4464.
- Yamamoto, T. (1989). "Effects of turbulence and electrohydrodynamics on the performance of electrostatic precipitators." Journal of Electrostatics **22**(1): 11-22.
- Yamamoto, T., T. Abe, T. Mimura, N. Otsuka, Y. Ito, Y. Ehara et A. Zukeran (2008). Electrohydrodynamically-Assisted Electrostatic Precipitator for Collection of Low Resistive Dust. Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE.
- Yamamoto, T., Y. Morita, H. Fujishima et M. Okubo (2006). "Three-dimensional EHD simulation for point corona electrostatic precipitator based on laminar and turbulent models." Journal of Electrostatics **64**(7-9): 628-633.
- Yamamoto, T., M. Okuda et M. Okubo (2003). "Three-dimensional ionic wind and electrohydrodynamics of tuft/point corona electrostatic precipitator." IEEE Transactions on Industry Applications **39**(6): 1602-1607.
- Yamamoto, T. et H. R. Velkoff (1981). "Electrohydrodynamics in an electrostatic precipitator." **108**: 1-18.
- Yao, M. et G. Mainelis (2006). "Utilization of natural electrical charges on airborne microorganisms for their collection by electrostatic means." Journal of Aerosol Science **37**(4): 513-527.
- Yao, M., H. Zhang, S. Dong, S. Zhen et X. Chen (2009). "Comparison of electrostatic collection and liquid impinging methods when collecting airborne house dust allergens, endotoxin and (1, 3)-[beta]-d-glucans." Journal of Aerosol Science **40**(6): 492-502.
- Yehia, A. (2008). "Operating regimes of corona and silent discharges in coaxial cylindrical reactors." Journal of Applied Physics **103**(7).
- Younes, M., A. Tilmatine, K. Medles, A. Bendaoud, A. Samuila et L. Dascalescu (2009). "Numerical modeling of insulating particles trajectories in roll-type corona-electrostatic separators." IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation **16**(3): 629-634.

Notations

Indices/Exposant

sans	Mélange gazeux
a	Air
v	Vapeur d'eau
l	Eau liquide
i	Gaz (air ou vapeur) ou inclusion (goutte ou particule)
p	Particule
g	Goutte
0	Echelle moyenne ou maximale
th	Nouvelle échelle proposée dans le chapitre 5
*	Grandeur adimensionnelle
r	Composante radiale
z	Composante axiale

Grandeurs

Symbole	Signification	Unité SI
C_m	Facteur correctif de Cunningham	sans unité
C_p	Capacité thermique massique à pression constante du mélange gazeux	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$C_{pv/air/l/i/p/g}$	Capacité thermique massique de la vapeur / l'air / le liquide / l'inclusion / la particule / la goutte)	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$d_{i/p/g}$	Diamètre de l'inclusion / la particule / la goutte	m
$d_{i\min}$	Diamètre minimal de l'inclusion à capturer	m
D_b	Diamètre de la buse d'entrée de la vapeur	m
D_c	Diamètre interne de la cellule de collecte	m
D_i	Coefficient de diffusion du constituant i (air, vapeur) dans la phase gazeuse	$m^2.s^{-1}$
D_e	Coefficient de diffusion des ions formés	$m^2.s^{-1}$
$D_{i/p/g}$	Coefficient de diffusion de l'inclusion / de la particule / de la goutte dans la phase continue	$m^2.s^{-1}$
$D_{i/p/g}^T$	Coefficient de diffusion thermique de l'inclusion / de la particule / de la goutte	$N.m^{-1}$
$\overline{\overline{D}}$	Déviateur du tenseur des taux de déformation du mélange gazeux	s^{-1}

e	Charge élémentaire	C
\vec{e}_r	Vecteur unitaire selon la coordonnée radiale	sans unité
e_{tot}	Energie totale massique	C.J.kg ⁻¹
\vec{e}_z	Vecteur unitaire selon la coordonnée axiale	sans unité
\vec{E}	Champ électrique dans le collecteur	V.m ⁻¹
E_{max}	Champ limite avant effet léthal sur les bioparticules d'intérêt	V.m ⁻¹
E_0	Echelle du champ électrique moyen dans le collecteur	V.m ⁻¹
E_{Peek}	Champ électrique de Peek	V.m ⁻¹
\vec{F}_e	Force de Coulomb par unité de volume	N.m ⁻³
$\vec{F}_{i/p/ga}$	Termes sources interfaciaux de quantité de mouvement : traduit notamment la résultante des forces exercées sur la phase continue par les l'inclusion / la particule / la goutte	N.m ⁻³
$\vec{F}_{p/g}$	Force interfaciale entre la phase continue et les particules / les gouttes, par unité de volume	N.m ⁻³
\vec{g}	Accélération de la pesanteur	m.s ⁻²
h	Enthalpie massique	J.kg ⁻¹
h_a	Largeur d'ouverture d'injection d'air en cas d'injection radiale	m
H	Rapport entre le rayon interne de la cellule de collecte et la longueur du fil de décharge	sans unité
j	Densité de courant	A/m ²
\vec{j}_i	Vecteur flux relatif de quantité de mouvement du constituant i (air, vapeur)	Kg.m ⁻² .s ⁻¹
j_{max}	Densité de courant limite avant effet léthal sur les bioparticules d'intérêt	A.m ⁻²
k	Conductivité thermique du mélange	W.m ⁻¹ .K ⁻¹
k_B	Constante de Boltzmann	J.K ⁻¹
L	Chaleur latente de vaporisation de l'eau	J.kg ⁻¹
L_c	Longueur des zones de prolongement du cylindre à l'amont et à l'aval du fil de décharge et de ses supports	m
L_w	Longueur du fil de décharge	m
$m_{i/p/g}$	Masse de l'inclusion / de la particule / de la goutte	kg
M	Masse molaire	kg.mol ⁻¹
\vec{n}	Vecteur normal unitaire orienté vers l'extérieur de la zone d'étude	sans unité
$n_{i/p/g}$	Densité de probabilité de présence d'une inclusion / particule / goutte de volume, vitesse, température, de charge électrique et position donnés	Particule. m ⁻³ .m ⁻¹ .s. K ⁻¹ .C.m ⁻³
$n_{p\ tot}$	Concentration en particules	Particule. m ⁻³
n_{tot}	Concentration molaire du mélange gazeux	mol.m ⁻³
Nu_i	Nombre de Nusselt de l'inclusion	sans unité
p	Pression du mélange gazeux	Pa

Notations

P_{atm}	Pression atmosphérique	Pa
P_{ref}	Pression en sortie du collecteur, considérée proche de la pression moyenne dans la cellule de collecte	Pa
P_{vap}	Pression de vapeur	Pa
Pr	Nombre de Prandtl	sans unité
\vec{q}	Vecteur flux d'énergie interne	$J.m^{-2}$
q_{ci}	Charge électrique acquise par l'inclusion par convection à l'équilibre	C
q_{di}	Ordre de grandeur de la charge électrique acquise par l'inclusion par diffusion	C
$q_{i/p/g}$	Charge acquise par l'inclusion / la particule / la goutte lors de son passage dans la zone de vent ionique	C
\dot{q}_i	Variation temporelle de la coordonnée de phase de la charge électrique de l'inclusion	$C.s^{-1}$
$Q_{a/v}$	Débit volumique d'entrée de l'air/de la vapeur dans la cellule de collecte	$m^3.s^{-1}$
$Q_{ei/p/g}$	Termes sources interfaciaux de densité de charge dus à la présence d'inclusions / des particules / des gouttes	$C.m^{-6}.s^{-1}$
Q_{min}	Débit minimal d'air à filtrer	$m^3.s^{-1}$
$Q_{i/p/ga}$	Termes sources interfaciaux de chaleur : représente en particulier l'énergie thermique échangée entre la phase continue et l'inclusion / la particule / la goutte	$J.m^{-3}.s^{-1}$
$Q_{p/g}$	Flux d'énergie des particules / des gouttes vers la phase continue.	$J.m^{-3}.s^{-1}$
r	Coordonnée radiale	m
r_c	Rayon du cylindre de collecte	m
$r_{p/g}$	Variable de position radiale de la particule/goutte	m
$r_{p/g}$	Rayon de la particule / de la goutte	m
r_s	Rayon des sphères servant de support pour le fil de décharge	m
r_w	Rayon du fil de décharge	m
R	Constante des gaz parfaits $R = 8,314 J.mol^{-1}.K^{-1}$	$J.mol^{-1}.K^{-1}$
$Re_{i/p/g}$	Nombre de Reynolds particulaire de l'inclusion / de la particule / de la goutte	sans unité
s	Entropie massique du mélange gazeux	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
Sc	Nombre de Schmidt	sans unité
$S_{i/p/gc}$	Termes sources d'inclusions / de particules / de gouttes dûs à la condensation hétérogène	Inclusion. $m^{-3}.s^{-1}$
Sh_i	Nombre de Sherwood de l'inclusion	sans unité
S_{vap}	Terme source interfacial de masse : masse de vapeur condensée sur les gouttes par unité de temps	$kg.m^{-3}.s^{-1}$
t	Temps	s
T	Température	K
\bar{T}	Tenseur des contraintes	Pa

T_{amb}	Température ambiante	K
$T_{i/p/g}$	Température de l'inclusion / la particule / la goutte	K
\dot{T}_i	Variation temporelle de la coordonnée de phase de température de l'inclusion	K.s ⁻¹
T_{vap}	Température d'entrée de la vapeur	K
u	Energie interne	J.kg ⁻¹
U	Potentiel électrique	V
U_d	Tension de claquage	V
U_0	Tension appliquée entre les deux électrodes	V
$v_{i/p/g}$	Volume de l'inclusion / de la particule / de la goutte	m ³
\dot{v}_i	Variation temporelle de la coordonnée de phase de volume de l'inclusion	m ³ .s ⁻¹
\vec{V}	Vitesse moyenne massique (ou vitesse barycentrique) du mélange gazeux, de composantes (V_r, V_z)	m.s ⁻¹
$V_{a/v}$	Vitesse moyenne d'entrée de l'air (resp. la vapeur) dans la cellule de collecte	m.s ⁻¹
V_{a2}	Vitesse moyenne d'entrée de l'air en cas d'injection radiale	m.s ⁻¹
$\vec{V}_{i/p/g}$	Vitesse de l'inclusion / la particule / la goutte	m.s ⁻¹
$\dot{\vec{V}}_i$	Variation temporelle de la coordonnée de phase de vitesse de l'inclusion	m.s ⁻²
$\vec{V}_{di}, \vec{V}_{dp}, \vec{V}_{dg}$	Vitesse de glissement de l'inclusion, de la particule et de la goutte	m.s ⁻¹
V_e	Echelle de vitesse de l'écoulement généré par la décharge couronne (vitesse électrique)	m.s ⁻¹
$\vec{V}_{p/g}$	Vitesse absolue de la particule/de la goutte	m.s ⁻¹
x_i	Fraction molaire du constituant i dans la phase gazeuse	sans unité
$\dot{\vec{X}}_i$	Variation temporelle de la coordonnée de phase de position de l'inclusion (ou vitesse)	m.s ⁻¹
$\vec{X}_{p/g}$	Position spatiale de la particule/goutte $\vec{X}_g = (r_G, z_G)$	(m,m)
y_i	Fraction massique du constituant i dans la phase gazeuse	sans unité
$y_{v,amb}$	Fraction massique en vapeur dans l'air ambiant	sans unité
z	Coordonnée axiale	m
$z_{P/G}$	Variable de position spatiale en z de la particule/goutte	m
Lettres grecques		
δ	Facteur de correction du champ de Peek	sans unité
ε_0	Permittivité du vide	kg.m. A ⁻² .s ⁻²
ε_{rp}	Permittivité relative des particules	sans unité
γ	Source d'énergie fournie par l'extérieur au mélange	W.kg ⁻¹

Notations

ϕ_{ij}	Coefficient donné par la formule de Wilke	sans unité
λ	Libre parcours moyen des molécules du gaz	m
η_{coll}	Rendement de collecte des particules	sans unité
$\eta_{i/p/g}$	Coefficient de traînée de l'inclusion / de la particule / de la goutte dans le mélange gazeux	sans unité
μ	Viscosité dynamique	Pa.s
μ_e	Mobilité des ions	$m^2.V^{-1}.s^{-1}$
ρ	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
ρ_e	Densité de charge	$C.m^{-3}$
$\rho_{ei/p/g}$	Densité de charge interfaciale porté par l'inclusion / les particules / les gouttes	$C.m^{-3}$
σ	Tension de surface entre l'eau liquide et l'air	$N.m^{-1}$
$\bar{\tau}$	Tenseur des contraintes visqueuses	Pa
τ_{dth}	Temps caractéristique de charge diffusif	s

Résumé

La détection d'agents biologiques dans l'air ambiant est devenue un enjeu majeur notamment en environnement hospitalier et dans la protection contre le bioterrorisme. Dans ce contexte, la miniaturisation des dispositifs d'analyse permet d'envisager leur utilisation directement sur la zone d'étude. Afin d'obtenir un échantillon concentré et représentatif, la filtration de l'air reste cependant un point délicat. Parmi les différents principes exploitables pour la collecte de particules aéroportées, l'emploi des forces électriques semble être prometteur pour améliorer les performances des dispositifs qui se trouvent généralement fondés sur des forces inertielles.

Dans cette étude, une modélisation fine des collecteurs électrostatiques a été conduite pour une géométrie fil / cylindre. Elle décrit tout d'abord les champs hydrodynamiques d'un écoulement charriant des inclusions dans lequel est imposée une décharge couronne. Une injection éventuelle de vapeur dans la chambre de collecte a nécessité ensuite la détermination des champs de température et de concentration de la vapeur. Une analyse dimensionnelle inspectionnelle a montré que ces champs possèdent deux termes de couplage fort dont on a justifié l'omission dans cette étude ; les phénomènes physiques mis en jeu ont alors pu être classés selon une cascade d'influences non réciproques et la résolution numérique du modèle s'en est trouvée facilitée. Quatre configurations d'écoulement différentes, caractérisées par des recirculations d'origine électrohydrodynamiques, ont été identifiées et leurs impacts sur les rendements de collecte quantifiés. De plus, une procédure de dimensionnement des filtres électrostatiques fondée sur un nombre de Deutsch représentatif des rendements a été mise en place. Son exploitation a montré l'intérêt de la mise en parallèle de petits collecteurs pour filtrer des débits d'air importants. Cette étude s'est achevée par l'analyse des effets engendrés par l'injection de vapeur dans la chambre de collecte. Elle a jeté les bases d'une explication pour l'augmentation des rendements de collecte résultant de cette injection.

MOTS-CLES : précipitateur électrostatique, collecte de bioaérosol, particules submicroniques aéroportées, décharge couronne, électro-hydrodynamique, recirculation.

Abstract

Detection of airborne biological agents has become a major challenge especially in hospitals and the protection against bioterrorism. In this context, the miniaturization of analytical devices allows to consider their direct use in the field. To obtain a representative and concentrated sample, air filtration remains a delicate point. Among the various principles used to collect airborne particles, the use of electrical forces seems to be promising to improve performance beyond these of devices that are based on inertial forces.

In this study, a detailed model of electrostatic collectors was developed in the wire/cylinder geometry. It first describes the hydrodynamic flow fields carrying inclusions in which a corona discharge is imposed. Afterwards, the possible injection of steam into the collection chamber required the determination of the temperature and vapor concentration fields. An inspectional dimensional analysis justified the omission of two strong coupling terms. Therefore, in this study, the involved physical phenomena could be classified according to a non-reciprocal influences cascade and the numerical model is become simpler. Four different flow patterns, characterized by their electrohydrodynamic secondary flows, were identified and their impact on the collection efficiencies was quantified. In addition a design procedure of electrostatic filters, based on a representative efficiency Deutsch number, has been developed. This procedure shows the interest of parallelizing small collectors to filter important airflows. This study was completed by the analysis of the effects of steam into the collection chamber. It provides the basis for an explanation of the collection efficiencies increase related to this injection.

KEYWORDS : electrostatic precipitators, bioaerosol sampling, airborne submicron particles, corona discharge, electrohydrodynamics, secondary flow.