



HAL
open science

Modélisation micromécanique des couplages hydromécaniques et des mécanismes d'érosion interne dans les ouvrages hydrauliques

Anh Tuan Tong

► **To cite this version:**

Anh Tuan Tong. Modélisation micromécanique des couplages hydromécaniques et des mécanismes d'érosion interne dans les ouvrages hydrauliques. Construction hydraulique. Université de Grenoble, 2014. Français. NNT : 2014GRENI108 . tel-01686301

HAL Id: tel-01686301

<https://theses.hal.science/tel-01686301>

Submitted on 17 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Matériaux, Mécanique, Génie Civil, Electrochimie**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Anh Tuan TONG

Thèse dirigée par **Félix DARVE**
et codirigée par **Bruno CHAREYRE**

préparée au sein **Laboratoire Sols, Solides, Structures - Risques**
dans **l'École Doctorale Ingénierie - Matériaux, Mécanique, Environnement, Énergétique, Procédés, Production (I-MEP2)**

Modélisation micromécanique des couplages hydromécaniques et des mécanismes d'érosion interne dans les ouvrages hydrauliques

Thèse soutenue publiquement le **15/01/2014**,
devant le jury composé de :

M. Henry WONG

Directeur de Recherche à l'ENTPE Lyon, Président - Examinateur

M. Éric VINCENS

Maître de Conférences, HDR à l'École Centrale de Lyon, Rapporteur

M. Stéphane BONELLI

Directeur de Recherche à l'IRSTEA, Aix en Provence, Rapporteur

M. Éric BARTHÉLÉMY

Professeur à l'INP Grenoble, Examinateur

M. Luc SIBILLE

Maître de Conférences à l'Université Joseph Fourier, Invité

M. Félix DARVE

Professeur Émérite à l'INP Grenoble, Directeur de thèse

M. Bruno CHAREYRE

Maître de Conférences, HDR à l'INP Grenoble, Co-Directeur de thèse

Remerciements

Je souhaite tout d'abord exprimer ma gratitude à Monsieur Henry WONG qui m'a fait l'honneur et le plaisir d'accepter de présider le jury de ma thèse. Aussi, j'adresse mes plus vifs remerciements à Messieurs Éric VINCENS et Stéphane BONELLI pour avoir bien voulu être rapporteurs, pour leurs lectures attentives et pour toutes leurs remarques constructives sur le manuscrit, ainsi qu'à Messieurs Éric BARTHÉLÉMY et Henry WONG pour avoir accepté d'être examinateurs de ce mémoire, et Monsieur Luc SIBILLE pour avoir accepté l'invitation qui lui a été offerte de prendre place dans le jury.

Je voudrais également remercier chaleureusement à mes deux directeurs de thèse, Messieurs Félix DARVE et Bruno CHAREYRE, qui ont accepté de me suivre pendant ma thèse. Leurs compétences scientifiques et techniques, leurs conseils ainsi que leurs enthousiasmes m'ont été précieux pour mener à bien ce travail.

J'aimerais remercier tous les membres du laboratoire 3S-R et plus particulièrement l'équipe MéDiNa pour m'avoir accueilli et m'avoir permis de mener à bien ce travail. Je remercie aussi vivement le Ministère de l'Éducation et de la Formation Vietnam et l'Université de Salerno (Italie) d'avoir financé mon travail de recherche. Un grand merci à Messieurs Félix DARVE et Bruno CHAREYRE qui m'ont cherché la finance complémentaire fournie par l'Université de Salerno pendant un an de recherche.

Merci également à Emanuele CATALANO et Luc SCHOLTÈS pour m'avoir aidé aux codes de calcul YADE, ainsi que Ngoc Son VU pour les documents du langage C++. Aussi, merci à tous mes collègues, mes amis au laboratoire avec qui j'ai eu de merveilleux moments au cours de la thèse : Benoît, Luc, Cédric, Noémie, Florent, Barthélémy, Maxime et les autres. Je tiens à remercier également tous mes amis vietnamiens : Kien, Tieng, Phuoc, Hung², Dung³, Manh, Lam, Lan, Hau, Hao, Thuan, Duc, Truong, Tuan Thao, Van, Hieu, Su, Tuan, Ha, Thong et les autres, qui ont partagé des grands moments tout au long de ces années de thèse.

Enfin, je remercie mes parents, ma sœur, mon frère et surtout ma petite famille (ma femme et mon fils) pour leurs sentiments, leurs encouragements.

Les matériaux granulaires multiphasiques occupent une place très importante dans notre environnement qui suscitent un grand intérêt de nombreuses communautés scientifiques, notamment celles de la mécanique des sols ou de la géotechnique. Le caractère divisé permet aux milieux granulaires multiphasiques d'avoir un comportement mécanique global qui trouve leur origine, leur distribution et interactions entre les phases de composition. Un modèle de couplage hydromécanique est présenté dans ce travail de thèse pour l'application à la modélisation microscopique des couplages hydromécaniques dans les matériaux granulaires saturés. Le modèle numérique est basé sur un couplage de la méthode des éléments discrets (DEM) avec une formulation en volumes finis, à l'échelle des pores (PFV), du problème de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible. Le solide est modélisé comme un arrangement de particules sphériques avec des interactions de type élasto-plastique aux contacts solide-solide. On considère un écoulement de Stokes incompressible, en supposant que les forces inertielles sont négligeables par rapport aux forces visqueuses. La géométrie des pores et leur connectivité sont définies sur la base d'une triangulation régulière des sphères, qui aboutit à un maillage tétraédrique. La définition des conductivités hydrauliques à l'échelle des pores est un point clef du modèle, qui se rapproche sur ce point des modèles de type *réseau poral*. Une importance particulière réside dans les lois d'interactions fluide-solide permettant de déterminer des forces de fluide appliquées sur chacune des particules, tout en assurant un coût de calcul acceptable pour la modélisation en trois dimensions avec plusieurs milliers de particules. Des mesures de perméabilités sur des assemblages bi-disperses de billes de verre sont présentées et comparées aux prédictions du modèle et aux formules empiriques et semi-empiriques dans la littérature, ce qui valide la définition de la conductivité locale et met en évidence le rôle de la distribution granulométrique et la porosité. Une approche numérique pour analyser l'interaction mécanique fluide-solide et les mécanismes d'érosion interne est finalement présentée.

Mots clés : méthode des éléments discrets, volume fini, milieux poreux saturés, matériaux granulaires saturés, couplage hydromécanique, écoulement de Stokes, perméabilité, érosion interne, stabilité interne.

Abstract

Multiphase granular materials occupy a very important place in our environment that are of great interest to many scientific communities, including those of soil mechanics or geotechnical engineering. The divided nature allows multiphase granular media to have a global mechanical behavior which originates from all component phases, their distribution and interactions. A coupled hydromechanical model is presented in this work for the application to microscopic modeling of coupled hydromechanical effects in saturated granular materials. The numerical model uses a combination of the discrete element method (DEM) with a pore-scale finite volume (PFV) formulation of flow problem of an incompressible viscous fluid. The solid is modeled as an assembly of spherical particles, where contact interactions are governed by elasto-plastic relations. Stokes flow is considered, assuming that inertial forces are small in comparison with viscous forces. Pore geometry and pore connections are defined locally through regular triangulation of spheres, from which a tetrahedral mesh arises. The definition of pore-scale hydraulic conductivities is a key aspect of this model. In this sense, the model is similar to a pore-network model. The emphasis of this model is, on one hand the microscopic description of the interaction between phases, with the determination of the forces applied on solid particles by the fluid, on the other hand, the model involves affordable computational costs, that allow the simulation of thousands of particles in three dimensional models. Permeability measurements on bi-dispersed glass beads are reported and compared with model predictions and empirical formulas/semi-empirical in the literature, validating the definition of local conductivities and bringing out the role of particle size distribution and porosity. A numerical approach to analyze the fluid-solid mechanical interaction and mechanisms of internal erosion is finally presented.

Keywords : discrete element method, finite volume, saturated porous media, saturated granular materials, hydromechanical coupling, Stokes flow, permeability, internal erosion, internal stability.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
Table des matières	vii
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xvii
Liste des abréviations	xix
Liste des notations	xxv
Introduction générale	1
Chapitre 1 Bases physique et hydrodynamique du milieu poreux	5
1.1 Introduction	6
1.2 Physiques du milieu poreux	8
1.2.1 Quelques exemples	8
1.2.2 Description géométrique macroscopique	8
1.2.2.1 Porosité totale	9
1.2.2.2 Surface spécifique	9
1.2.2.3 Tortuosité	9
1.2.3 Propriétés locales du milieu poreux : passage micro-macro	9
1.3 Écoulement en milieux poreux	10
1.3.1 Équations de Navier-Stokes	10
1.3.2 Régimes d'écoulement	12
1.3.2.1 Nombre de Reynolds	12
1.3.2.2 Nombre de Stokes	13

1.3.3	Équation de Stokes	13
1.3.4	Intégration des équations de Navier-Stokes en milieux poreux : schéma simple	14
1.3.4.1	Écoulement parallèle cisailé	14
1.3.4.2	Formule de Hagen-Poiseuille	15
1.3.5	Approche macroscopique : la loi de Darcy	16
1.4	Couplage solide-fluide en milieux poreux : théorie de Biot	18
1.5	Conclusions	18
Chapitre 2	Modèle numérique discret des milieux granulaires	21
2.1	Méthode des Éléments Discrets	22
2.1.1	Introduction	22
2.1.2	Lois de mouvement	22
2.1.3	Lois d'interaction	24
2.1.4	Pas de temps critique	28
2.1.5	Amortissement numérique non-visqueux	29
2.1.6	Simulation numérique des milieux granulaires secs	29
2.1.6.1	Généralités	29
2.1.6.2	Quasi-staticité	31
2.1.6.3	Volume élémentaire représentatif	31
2.1.6.4	Mise en place numérique	33
2.1.6.5	Conditions aux limites	33
2.2	Modèles de couplage DEM-écoulement	35
2.2.1	Modèles microscopiques	35
2.2.2	Modèles continus	36
2.2.3	Modèles du réseau poral	37
2.3	Conclusions	38
Chapitre 3	Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV	39
3.1	Modélisation de la phase solide	40
3.1.1	Code de calcul YADE	40
3.1.2	Lois d'interaction solide-solide	40
3.2	Modélisation de la phase fluide par le modèle PFV de Catalano <i>et al.</i> . .	40
3.2.1	Discrétisation d'espace poreux	41
3.2.2	Écoulement d'un fluide visqueux incompressible dans le <i>réseau poral</i>	42
3.2.2.1	Équation de continuité	42
3.2.2.2	Conductivité hydraulique locale	43
3.2.3	Lois d'interaction fluide-solide	45
3.2.3.1	Forces de pression	45

3.2.3.2	Forces visqueuses	46
3.2.4	Algorithme du PFV	48
3.3	Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV de Catalano <i>et al.</i>	49
3.3.1	Équation de couplage	49
3.3.2	Intégration semi-explicite de couplage	49
3.3.3	Algorithme du couplage DEM-PFV	50
3.3.4	Stabilité de l'algorithme couplé	50
3.3.4.1	Effet de rigidité	51
3.3.4.2	Effet de viscosité	51
3.3.4.3	Pas de temps critique du couplage DEM-PFV	52
3.3.5	Conditions aux limites	53
3.4	Conclusions	54
Chapitre 4	Influence de la granulométrie sur la perméabilité en milieux poreux saturés : expérimentation et simulation numérique	55
4.1	Étude expérimentale	56
4.1.1	Dispositif expérimental	56
4.1.2	Préparation des échantillons	57
4.1.2.1	Matériaux d'étude	57
4.1.2.2	Mise en place de l'échantillon	57
4.1.2.3	Caractéristiques des échantillons	58
4.1.3	Procédure de mesure	61
4.1.3.1	Saturation des échantillons	61
4.1.3.2	Mise en application du gradient hydraulique	62
4.1.3.3	Calcul de perméabilité	62
4.1.3.4	Nombre de Reynolds	63
4.1.4	Résultats expérimentaux	63
4.2	Étude numérique	64
4.2.1	Mise en place numérique	64
4.2.2	Simulation numérique d'écoulement dans un milieu granulaire saturé	67
4.2.2.1	Procédure de simulation	67
4.2.2.2	Conditions aux limites	67
4.2.2.3	Mesures de perméabilité	68
4.2.2.4	Influences de la taille et du bord	68
4.2.3	Résultats numériques	69
4.3	Formules empiriques et semi-empiriques	69
4.3.1	Slichter	69
4.3.2	Terzaghi	69
4.3.3	Kozeny-Carman	69

4.4	Comparaisons	70
4.5	Conclusions	71
Chapitre 5	Interactions mécaniques fluide-solide et mécanisme de l'érosion interne : étude numérique	73
5.1	Étude bibliographique	74
5.1.1	Introduction	74
5.1.2	Mécanisme de l'érosion interne	75
5.1.2.1	Arrachement des particules	75
5.1.2.2	Transport des particules	76
5.1.3	Principaux types de l'érosion interne	76
5.1.4	Initiation de l'érosion interne	77
5.1.4.1	Critère géométrique	77
5.1.4.2	Critère hydraulique	79
5.2	Étude numérique	81
5.2.1	Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV de Catalano <i>et al.</i>	82
5.2.2	Mécanisme de l'érosion interne : simulation numérique	82
5.2.2.1	Mise en place numérique	82
5.2.2.2	Simulation du phénomène de l'érosion interne	84
5.2.3	Résultats numériques comparés avec ceux de l'expérimentation	86
5.2.3.1	Masse érodée, porosité, perméabilité et déformation axiale	86
5.2.3.2	Charge hydraulique, pression interstitielle et gradient hydraulique local	89
5.2.3.3	Normalisation d'échelle de temps	100
5.2.3.4	Influence du gradient hydraulique	101
5.2.3.5	Influence de la contrainte de confinement	102
5.2.3.6	Influence de la contrainte de confinement et du gradient hydraulique	103
5.3	Conclusions	106
	Conclusions et perspectives	107
Annexe A	Aspects numériques du couplage hydromécanique	115
A.1	Coût total de calcul	116
A.1.1	Calcul de la géométrie	117
A.1.2	Résolution du système d'équations linéaires par la méthode de Gauss-Seidel	117
A.1.3	Mise à jour de la perméabilité	118
Annexe B	Résultats des mesures de perméabilité	121
Annexe C	Résultats de simulations d'érosion interne	127
C.1	Essais G4-C ($i = 1.0$)	128

C.2 Essais G4-C ($i = 4.9$)	134
C.3 Essais G4-C ($i = 8.0$)	139
Annexe D Article dans la Revue d'IFP Energies nouvelles - Oil and Gas Science and Technology (OGST)	145
Bibliographie	157

Table des figures

1.1	Photographie de deux exemples du milieu poreux observée en microscopie : l'espace des pores apparaît en noir sur l'image.	8
1.2	Écoulements parallèles cisailés de Couette, de Poiseuille ou combiné.	15
1.3	Limite de validation de la loi de Darcy : relation du débit spécifique \mathbf{v} et le gradient hydraulique ∇h	17
2.1	Cycle de calcul de la DEM.	23
2.2	Géométrie locale du contact.	25
2.3	Modèle de contact élasto-plastique linéaire.	27
2.4	Modèles géométriques de grains.	30
2.5	Relation entre les angles de frottement macroscopique Φ et intergranulaire φ , un bilan expérimental et simulé.	30
2.6	Dispersion des courbes $\sigma - \varepsilon$ d'une simulation biaxiale pour deux échantillons de propriétés identiques.	32
2.7	Conditions aux limites.	34
3.1	Comparaison de la discrétisation d'espace poreux par le graphique Delaunay-Voronoi en 2D.	41
3.2	La triangulation de Delaunay et le diagramme dual de Voronoï en 2D et 3D.	42
3.3	Description d'un élément tétraédrique.	43
3.4	Connectivité de deux pores, définition d'un volume poreux pour le calcul du rayon hydraulique.	44
3.5	Comparaison de perméabilité obtenue par PFV et FEM en conditions "non-glissement" et "symétrie" selon Chareyre <i>et al.</i>	45
3.6	Décomposition volumique pour le calcul des forces de fluide sur les grains.	46
3.7	Comparaison du champ de pression dans le cas de 200 sphères sur le plan $x = 0.5l_0$ d'après Chareyre <i>et al.</i>	47
3.8	Force totale et visqueuse sur la particule centrale de taille d , obtenue par FEM et PFV d'après Chareyre <i>et al.</i>	48
3.9	Algorithme de PFV.	48
3.10	Algorithme du couplage DEM-PFV.	50
3.11	Résultat d'une simulation couplée par l'application de l'équation 3.27 obtenu par Catalano.	52
3.12	Estimation du pas de temps stable par l'application de l'équation 3.29 avec $\zeta = 0.8$ selon Catalano.	52

3.13	Graphique Delaunay-Voronoi régulière à proximité des frontières.	53
4.1	Schéma du perméamètre du laboratoire.	56
4.2	Matériaux de billes de verre utilisés dans l'étude expérimentale.	57
4.3	Schéma de la mise en place des échantillons.	58
4.4	Courbes granulométriques des matériaux utilisés.	58
4.5	Évolution de la porosité en fonction de la fraction de $M = m_1/(m_1 + m_2)$	60
4.6	Évolution de la perméabilité sous l'effet du dégagement d'air.	61
4.7	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique dans le cas de $M = 0.5$	63
4.8	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique dans le cas de $M = 1$	64
4.9	Évolution de la porosité, du frottement intergranulaire et de la force déséquilibrée dans la procédure de compactage de mise en place.	65
4.10	Porosité des échantillons expérimentaux et des échantillons numériques reproduits.	66
4.11	Conditions aux limites, un échantillon numérique typique dans le cas de $M = 0.5$ et champ de pression appliquée.	67
4.12	Influence du nombre de grains dans la simulation sur la perméabilité dans le cas de $M = 0.5$	68
4.13	Perméabilité obtenue par les mesures d'expériences effectuées sur des billes de verre, par les simulations avec le modèle DEM-PFV, et par l'estimation avec les relations des études empiriques et semi-empiriques.	70
5.1	Barrage de Tunbridge (Tasmanie, Australie) : vue générale des dommages et une rupture vue rapprochée.	74
5.2	Phénomène de boulangage.	75
5.3	Phénomène de débouillage.	76
5.4	Renard du barrage de Saint Julien des Landes (Vendée).	77
5.5	Suffusion d'après Lafleur.	77
5.6	Caractérisation de la stabilité interne d'un sol d'après Kenney et Lau.	78
5.7	Sols instables et stables d'après Kenney et Lau.	78
5.8	Gradient hydraulique critique en fonction du rapport H/F de Kenney et Lau selon Skempton et Brogan.	80
5.9	Conditions aux limites et un échantillon numérique typique pour la simulation du phénomène de l'érosion interne.	83
5.10	Courbe granulométrique utilisée dans la simulation et dans l'expérience de Sail <i>et al.</i>	84
5.11	Application du gradient hydraulique dans la simulation.	85
5.12	Schéma de principe de la simulation.	86
5.13	Évolution de la masse érodée cumulée en fonction du temps pendant la simulation pour trois gradients différents testés $i = 1, 4.9$ et 8 ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50$ kPa).	87
5.14	Évolution de la masse érodée cumulée et de la porosité en fonction du temps pendant la simulation pour $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50$ kPa).	88
5.15	Évolution de la masse érodée cumulée et de la perméabilité en fonction du temps pendant la simulation pour $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50$ kPa).	88
5.16	Évolution de la masse érodée cumulée et de la déformation axiale en fonction du temps pendant la simulation pour $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50$ kPa).	89
5.17	Distribution de la charge hydraulique le long de la hauteur de l'échantillon (cas $i = 1, \sigma_2 = \sigma_3 = 50$ kPa) à côté de la paroi arrière pendant la simulation.	90

5.18	Distribution de la charge hydraulique le long de la hauteur de l'échantillon (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) à côté de la paroi arrière pendant la simulation.	90
5.19	Distribution de la charge hydraulique le long de la hauteur de l'échantillon (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) à côté de la paroi arrière pendant la simulation.	91
5.20	Distribution de la charge hydraulique (hauteur liquide) en comparaison avec l'expérience de Moffat <i>et al.</i>	92
5.21	Évolution de la pression interstitielle en fonction du temps pendant la simulation (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	93
5.22	Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	94
5.23	Évolution du gradient hydraulique local en fonction du temps et l'initiation d'une instabilité locale dans l'expérience de Moffat <i>et al.</i>	95
5.24	Évolution du gradient hydraulique local en fonction du temps dans l'expérience de Fannin <i>et al.</i>	95
5.25	Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps mesuré par Sail <i>et al.</i> , pour $i = 4.8$	96
5.26	Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps obtenu dans la simulation (cas $i = 4.9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) pour les parois avant et arrière.	96
5.27	Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Sail <i>et al.</i> , et la simulation sur la paroi arrière (cas $i = 4.9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	97
5.28	Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Sail, et la simulation sur la paroi droite (cas $i = 4.9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	97
5.29	Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps mesurée par Moffat <i>et al.</i>	98
5.30	Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps obtenu dans la simulation (cas $i = 8$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) pour les parois avant et arrière.	98
5.31	Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Moffat, et la simulation sur la paroi avant (cas $i = 8$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	99
5.32	Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Moffat <i>et al.</i> , et la simulation sur la paroi gauche (cas $i = 8$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	99
5.33	Influence du gradient hydraulique sur le pourcentage maximal de masse érodée sous $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$ de confinement.	101
5.34	Influence de la contrainte de confinement sur le pourcentage de masse érodée sous le gradient hydraulique $i = 1$	102
5.35	Influence de la contrainte de confinement sur le pourcentage de masse érodée sous le gradient hydraulique $i = 4.9$	103
5.36	Influence de la pression de confinement sur l'instabilité par l'érosion interne d'après Tomlinson et Vaid.	103
5.37	Influence de la pression de confinement sur l'instabilité par l'érosion interne de sable (10% d'argile) d'après Bendahmane.	104
5.38	Migration sous l'effet du gradient hydraulique et de la contrainte de confinement d'une particule fine.	104
5.39	Effet du gradient hydraulique et de la contrainte de confinement sur l'érosion interne.	105
A.1	Schématisation du coût du temps de calcul de chaque opération dans un cycle de calcul du modèle DEM-PFV.	116
A.2	Influence de la tolérance sur le débit du modèle de prédiction.	118
A.3	Influence de la fréquence et du critère de retriangulation sur la pression de fluide calculée.	118

A.4	Schématisation dans un cycle de calcul optimisé du modèle DEM-PFV. . . .	119
B.1	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0$). . .	122
B.2	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.15$). . .	122
B.3	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.20$). . .	123
B.4	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.25$). . .	123
B.5	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.30$). . .	124
B.6	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.70$). . .	124
B.7	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.75$). . .	125
B.8	Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.80$). . .	125
B.9	Évolution de la porosité, du frottement intergranulaire et de la force déséquilibrée dans la procédure de compactage de mise en place ($M = 0.70$).	126
B.10	Évolution de la porosité, du frottement intergranulaire et de la force déséquilibrée dans la procédure de compactage de mise en place ($M = 0.75$).	126
C.1	Évolution de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 1$).	128
C.2	Évolution de la porosité pendant la simulation (cas $i = 1$).	128
C.3	Évolution de la perméabilité pendant la simulation (cas $i = 1$).	128
C.4	Distribution de la hauteur liquide de la paroi avant dans la simulation (cas $i = 1$).	129
C.5	Distribution de la hauteur liquide de la paroi arrière dans la simulation (cas $i = 1$).	129
C.6	Distribution de la hauteur liquide de la paroi gauche dans la simulation (cas $i = 1$).	130
C.7	Distribution de la hauteur liquide de la paroi droite dans la simulation (cas $i = 1$).	130
C.8	Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 1$).	131
C.9	Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation (cas $i = 1$).	132
C.10	Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation (cas $i = 1$).	133
C.11	Évolution de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	134
C.12	Évolution de la porosité pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	134
C.13	Évolution de la perméabilité pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	134
C.14	Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	135
C.15	Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	136
C.16	Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	137
C.17	Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	138
C.18	Distribution de la hauteur liquide de la paroi avant dans la simulation (cas $i = 8$).	139
C.19	Distribution de la hauteur liquide de la paroi arrière dans la simulation (cas $i = 8$).	139
C.20	Distribution de la hauteur liquide de la paroi gauche dans la simulation (cas $i = 8$).	140
C.21	Distribution de la hauteur liquide de la paroi droite dans la simulation (cas $i = 8$).	140
C.22	Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 8$).	141
C.23	Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 8$).	142
C.24	Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation (cas $i = 8$).	143
C.25	Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation (cas $i = 8$).	144

Liste des tableaux

3.1	Forces normalisées en divisant par $S \cdot \Delta P$ en cas de 9 sphères avec $d/D = 0.72$ selon Chareyre <i>et al.</i>	47
4.1	Caractéristiques du matériau utilisé pour la mesure de perméabilité.	60
4.2	Nombre de Reynolds mis en œuvre dans les essais de perméabilité.	63
5.1	Valeurs limites du critère hydraulique suggéré par Bligh.	79
5.2	Valeurs limites du critère hydraulique suggéré par Lane.	80
5.3	Paramètres physiques utilisés dans l'étape de génération d'échantillons numériques.	82
5.4	Paramètres numériques utilisés dans la simulation du phénomène de suffusion.	84
5.5	Sommaire des caractéristiques obtenues dans quelque temps de la simulation (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	89
5.6	Sommaire des instabilités locales et des valeurs critiques du gradient hydraulique local dans la simulation ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).	94
C.1	Sommaire des caractéristiques de l'échantillon pendant la simulation (cas $i = 4.9$).	135
C.2	Sommaire des caractéristiques de l'échantillon pendant la simulation (cas $i = 8$).	141

Liste des abréviations

A	Section droite de milieu poreux, [m^2]
$A_{ij} = S_{ij}^f$	Section transversale d'une région Θ_{ij} , [m^2]
A_k	Surface d'une particule k , [m^2]
C_u	Coefficient d'uniformité, [-]
D_{15}^*/d_{85}^*	Critère de Terzaghi, [-]
D_a	Coefficient d'amortissement, [-]
D_e	Diamètre équivalent des particules du milieu granulaire ou diamètre caractéristique des grains, [m]
E_{global}	Module de rigidité global, [Pa]
F	Rapport du poids passant au tamis D sur le poids total de l'échantillon, [-]
H	Rapport du poids passant au tamis entre les diamètres D et $4D$ sur le poids total de l'échantillon, [-]
H/F	Critère géométrique de la stabilité interne d'après Kenney et Lau, [-]
$K^k(t)$	Matrice de rigidité d'une particule k , [Pa]
L	Longueur d'échelle, [m]
L_h	Distance horizontale parcourue par l'eau sous l'ouvrage, [m]
L_v	Somme des distances verticales le long du parafouille, [m]
$M = m_1/(m_1 + m_2)$	Fraction de masse, [-]
M^k	Matrice de masse d'une particule k , [kg]
N	Nombre de grains mis en jeu, [-]
N_j	Nombre de contacts du milieu, [-]
Q	Débit volumique de fluide, [m^3/s]
R^k	Rayon d'une particule k , [m]
Re	Nombre de Reynolds, [-]

S_s	Surface spécifique, [m^2/m^3]
S_t	Nombre de Stokes, [-]
T	Temps d'échelle, [s]
U	Vitesse d'échelle, [m/s]
U^n	Distance intergranulaire, [m]
$V^k(t)$	Matrice de viscosité d'une particule k
V_i^f	Volume de Θ_i rempli par le fluide, [m^3]
V_k	Volume d'une particule k , [m^3]
V_t	Volume total du milieu poreux, [m^3]
V_v	Volume des vides, [m^3]
Δh	Charge hydraulique, [m]
Δp	Gradient hydraulique appliqué, [Pa]
Δt_{M-K}	Pas de temps critique du problème élasto-plastique aux contacts grains-grains, [s]
Δt_{M-V}	Pas de temps critique du problème visqueux, [s]
Γ^k	Volume d'une particule k , [m^3]
Γ_i	Partie occupée par le solide du domaine Ω_i
Ω_{ij}	Sous-domaine de deux pores adjacents i et j
Ω_i	Domaine d'un tétraèdre i
Φ	Champ potentiel, par exemple, le champ gravitationnel $\mathbf{g} = -\nabla\Phi$
Π	Tenseur de contrainte, [Pa]
Θ_{ij}	Région de Ω_{ij} occupée par le fluide relie deux pores adjacents i et j
Θ_i	Espace poreux occupé par le fluide du domaine Ω_i
Φ	Angle de frottement macroscopique, [°]
$\ddot{\mathbf{X}}^k = \langle \ddot{\mathbf{x}}^k, \ddot{\omega}^k \rangle$	Vecteur d'accélération d'une particule k
\dot{V}_i^f	Vitesse de déformation d'un pore
$\dot{\mathbf{X}}^k = \langle \dot{\mathbf{x}}^k, \dot{\omega}^k \rangle$	Vecteur de vitesse global d'une particule k
η	Viscosité du volume de fluide, [Pa.s]
κ	Perméabilité intrinsèque, [m^2]
λ	Indice de quasi-staticité, [-]
\mathbf{D}	Tenseur des taux de déformation déviatorique, [s^{-1}]
\mathbf{F}^a	Vecteur de force d'amortissement, [N]
$\mathbf{F}^{c,k}$	Force de contact totale sur une particule k , [N]
\mathbf{I}	Tenseur d'unité, [-]
\mathbf{J}	Matrice globale d'inertie du système

M	Matrice globale de masse du système
T	Tenseur déviatorique, $[Pa]$
T^a	Vecteur de moment d'amortissement, $[N.m]$
T^c	Vecteur global de force du système, $[N]$
W	Matrice globale de gravité du système
X	Vecteur global de position d'un système N particules, de $(6 \times N)$ degrés de liberté
X^k = $\langle \mathbf{x}^k, \boldsymbol{\omega}^k \rangle$	Vecteur global de position d'une particule k
$\boldsymbol{\omega}^k$	Vecteur de rotation d'une particule k
f^v	Vecteur de force volumique par unité de masse, $[m/s^2]$
f_j^{c,k}	Force de contact entre deux particules j et k à un point de contact, $[N]$
f_n	Composante normale de la force de contact entre deux grains, $[N]$
f_t	Composante tangentielle de la force de contact entre deux grains, $[N]$
u^f	Vecteur de vitesse de fluide, $[m/s]$
v	Vecteur de vitesse moyenne dans la loi de Darcy ou le débit spécifique ou vitesse de fluide à travers les pores, $[m/s]$
v_p	Vecteur de vitesse moyenne réelle à l'intérieur des pores, $[m/s]$
x	Vecteur de position de $(3 \times N)$ degrés de liberté en translation
x^c	Vecteur de position du point de contact entre deux grains
x^k	Vecteur de position d'une particule k
x^w	Centre d'une paroi w ou centre d'une particule sphérique fictive de rayon infini
B	Opérateur global (non-linéaire en général) correspondant à la somme des torseurs de toutes les particules
B_{ij}	Surface d'interface fluide-solide, $[m^2]$
D	Distance intercentre, $[m]$
R_{ij}	Rayon hydraulique d'une région Θ_{ij} , $[m]$
R_{ij}^{eff}	Rayon effectif d'une région Θ_{ij} , $[m]$
Uⁿ	Interpénétration entre deux grains en contact, $[m]$
W_{ij}	Volume de Θ_{ij} , $[m^3]$
μ	Viscosité dynamique, $[Pa.s]$
∇h	Gradient hydraulique, $[-]$
∇p	Gradient de pression, $[N/m^3]$
∇	Opérateur gradient

$\nu = \mu/\rho_f$	Viscosité cinématique de fluide, [m^2/s]
ν	Coefficient de Poisson, [-]
\bar{d}_p	Diamètre caractéristique des pores [m]
$\bar{d}_i = \sqrt{d_i \cdot d_{i+1}}$	Taille moyenne entre deux tailles des tamis d_i et d_{i+1} , [m]
$\partial\Theta_i$	Contour de Θ_i
ρ_f	Masse volumique de fluide, [kg/m^3]
ρ_s	Masse volumique de solide, [kg/m^3]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes effectives de solide, [Pa]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales de solide, [Pa]
$\sigma_2 = \sigma_3$	Contrainte de confinement, [Pa]
σ_s	Contrainte appliquée sur la surface d'une particule k , [Pa]
σ_c	Contrainte de confinement, [Pa]
τ	Contrainte de cisaillement visqueuse, [Pa]
E	Matrice des taux de variation de volume
$\mathbf{F}^{\nu,k}$	Force visqueuse sur une particule k , grâce à la contrainte de cisaillement visqueuse, [N]
\mathbf{F}^f	Vecteur des forces de fluide, [N]
$\mathbf{F}^{b,k}$	Force de flottabilité sur une particule k , [N]
\mathbf{F}^k	Force totale de fluide sur une particule k , [N]
$\mathbf{F}^{p,k}$	Force de pression sur une particule k , à l'aide de pertes de pression piézométrique, [N]
G	Matrice de conductivité
$\mathbf{K}(t)$	Matrice de rigidité du système
M	Matrice de masse du système, [kg]
P	Champ de pression ou vecteur colonne de pression, [Pa]
\mathbf{Q}_p	Vecteur de débits imposés par la condition de pression imposée
\mathbf{Q}_q	Vecteur de débits imposés par des sources
S	Matrice de la géométrie locale d'espace poreux
$\mathbf{V}(t)$	Matrice de viscosité du système
W	Vecteur de poids des particules
g	Vecteur de la gravité, [m/s^2]
n	Vecteur unitaire normal
t	Vecteur unitaire tangentiel
\mathbf{u}^c	Vitesse du contour de Θ_i , [m/s]
\mathbf{u}^f	Vitesse de fluide, [m/s]

φ	Angle de frottement intergranulaire, [°]
φ_{ini}	Angle de frottement initial des contacts, [°]
φ_{simu}	Angle de frottement simulé des contacts, [°]
ζ	Facteur de sécurité pour la stabilité numérique d'algorithme de couplage hydromécanique, [-]
d_{10}	Diamètre de grain correspondant à 10% en poids de tamisat (ce qui passe au travers du tamis), [m]
d_1	Diamètre de petits grains, [m]
d_2	Diamètre de gros grains, [m]
d_{max}	Diamètre maximum des grains, [m]
d_{min}	Diamètre minimum des grains, [m]
g_{ij}	Conductivité hydraulique locale de facette ij
h	Charge hydraulique, [m]
$i = \Delta h/L$	Gradient hydraulique, [-]
$i^* = i/\sigma_3$	Gradient critique relatif, [-]
i_{CT}	Gradient critique de Terzaghi, [-]
i_c	Critère hydraulique de la stabilité interne, [-]
k	Perméabilité, [m/s]
k_n	Raideur normale de contact intergranulaire, [N/m]
k_t	Raideur tangentielle de contact intergranulaire, [N/m]
l	Longueur d'échantillon, [m]
l_e	Longueur effective, [m]
$l_{ij} = \ P_i P_j\ $	Distance d'une région Θ_{ij} , [m]
m_1	Masse totale de petits grains, [kg]
m_2	Masse totale de gros grains, [kg]
n	Porosité totale, [-]
n_0	Porosité initiale, [-]
n_c	Nombre de contacts du grain k
p	Champ de pression, [Pa]
p	Pression piézométrique, [Pa]
p^a	Pression de fluide absolue, [Pa]
$p_0 = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$	Pression moyenne exercée sur les parois, [Pa]
q_{ij}	Débit à travers deux pores adjacents i et j , [m ³ /s]
q_i	Fraction massique entre deux tailles des tamis d_i et d_{i+1} , [%]
t_l	Tortuosité, [-]
u	Contrainte neutre ou la pression de fluide, [Pa]

List des notations

ENSE ³	École Nationale Supérieure de l'Énergie, l'Eau et l'Environnement
3S-R	Laboratoire Sols, Solides, Structures - Risques (Laboratory Soils, Solids, Structures - Risks)
CFD	Codes de calcul de la Dynamique de Fluide (de l'anglais : "Computational Fluid Dynamics")
C.F.G.B	Comité Français des Grands Barrages
CGAL	Bibliothèques disponibles qui sont écrites en C++ et dédiées au calcul géométrique exact le plus rapide, (de l'anglais : "Computational Geometry Algorithms Library")
DEM	Méthode des Éléments Discrets (de l'anglais : "Discrete Element Method")
DEM-PFV	Modèle de couplage hydromécanique de la DEM avec le modèle PFV
DEMs	Méthodes aux Éléments Discrets
DOFs	Degrés de liberté en translation et en rotation
ERDF	Procédure de compactage par expansion des rayons puis diminution du frottement, initialement proposée par Chareyre
FEMs	Méthode des Éléments Finis (de l'anglais : "Finite Element Methods")
G3-C	Essais sur assemblages bi-disperses qui sont mélangés entre 30% de particules fines et 70% de grosses particules
G4-C	Essais sur assemblages bi-disperses qui sont mélangés entre 40% de particules fines et 60% de grosses particules

GPL	Licence Publique Générale, une licence qui fixe les conditions légales de distributions des logiciels libres du projet GNU (de l'anglais : "Computational Fluid Dynamics")
IREX	Institut pour la Recherche appliquée et l'Expérimentation en Génie Civil
LBM	Méthode Lattice-Boltzmann
MDOF	Multiple Degrees of Freedom
NCSD	Méthode de Dynamique des Contacts (de l'anglais : "Non-Smooth Contact Dynamics")
NF EN	Norme Européenne (EN) et Française (NF)
PFD	Principe Fondamental de la Dynamique
PFV	Modèle d'écoulement basé sur une formulation en Volumes Finis, à l'échelle des Pores, d'un fluide visqueux incompressible
PSD	Distribution de la taille des particules, ou distribution granulométrique des particules (de l'anglais : "Particle Size Distribution")
VER	Volume Élémentaire Représentatif
YADE	Logiciel à source ouverte programmé en C++ permettant développer des modèles numériques discrets en 3D (de l'anglais : "Yet Another Dynamic Engine"), https://yade-dem.org/doc/
Yade-DEM	Source ouverte dont les codes de calcul sont écrits en C++ basés sur la Méthode des Éléments Discrets, https://yade-dem.org/doc/

Introduction générale

De par leur caractère divisé, les matériaux granulaires multiphasiques occupent une place très importante dans notre environnement à travers des exemples comme les sols, les roches, etc., qui suscitent un grand intérêt de nombreuses communautés scientifiques, que ce soit, notamment celles de mécanique des sols ou de géotechnique. Ce caractère divisé permet aux milieux granulaires polyphasiques d'avoir un comportement mécanique global qui trouve leur origine, leur distribution et interactions entre les phases de composition. Par ailleurs, l'étude de ces milieux nécessite une définition rigoureuse des lois d'interactions entre les phases en contact solide-solide et fluide-solide. Des actions extérieures comme la température et la pression peuvent également agir sur l'évolution de ces interactions. De façon idéale, en tenant compte de traitement séparé de chaque phase, cela nous permet de comprendre et de contrôler le comportement mécanique du matériau dans l'ensemble. Cependant, même si le développement de nouvelles techniques qui permettent d'observer ces matériaux multiphasiques à une très petite échelle et d'identifier la distribution ainsi que la texture de chaque phase, il est difficile de caractériser la relation entre les réponses expérimentales à l'échelle microscopique et celles à l'échelle macroscopique en général.

Parmi les matériaux polyphasiques existants, l'étude du comportement des matériaux pulvérulents constitue la question centrale des domaines scientifiques tels que la mécanique des solides, la mécanique des sols, etc. La géométrie des particules, la distribution de taille, la compacité, ainsi que l'anisotropie de l'assemblage granulaire constituent les problématiques à la base de ces disciplines. La présence des phases solide, liquide et gazeuse peut coexister dans un matériau pulvérulent existant dans la nature.

Pour les matériaux biphasiques, suivant une approche séparée, l'interaction mécanique solide-solide a été principalement traitée dans le cadre de la mécanique des solides granulaires. L'interaction hydromécanique fluide-solide sous l'action d'un écoulement interne constitue la problématique centrale dans notre étude. Les études d'érosion interne et d'instabilité d'ouvrages hydrauliques en terre (digues, levées, barrages) et fondations sont des exemples de problèmes classiques qui ont une origine hydromécanique, et impliquent des questions complexes auxquelles nous devons faire face à la base de la mécanique des fluides et de la mécanique des solides granulaires.

Parallèlement à l'explosion technologique, ces dernières décades, des technologies en optique et en tomographie, en permettant l'accès à des informations détaillées sur la structure et le comportement des systèmes complexes, des nouveaux outils numériques, puissants et efficaces, ont été développés dans le but d'analyser, d'interpréter et de prédire leur comportement. Dans ce contexte, il devient clair que l'échelle à laquelle les scientifiques observent et décrivent la physique de tels systèmes devient, de plus en plus, petite jusqu'à atteindre l'échelle microscopique.

Le développement de nouveaux outils numériques, basés sur le caractère divisé des matériaux, les méthodes aux éléments discrets (DEMs), ont ouvert de nouvelles voies vers la compréhension des mécanismes impliqués avec des possibilités sans cesse croissantes à la simulation des milieux granulaires. En effet, de par leur nature discrète, les méthodes DEMs permettent d'accéder à des informations locales nécessaires, dont la richesse d'exploitation est tout à fait intéressante pour l'étude du comportement des assemblages granulaires. La méthode DEM, introduite par Cundall et Strack [59], à la fin des années soixante-dix, est un des ces outils numériques qui connaît un succès grandissant dans l'ensemble de la communauté scientifique travaillant dans le domaine des matériaux granulaires. Cette méthode discrète, d'une part fournit une plateforme performante pour la modélisation du comportement des matériaux granulaires et, d'autre

part permet de reproduire le comportement de matériaux purement frottants [35] ainsi que de matériaux poreux multiphasiques [137, 148] en définissant des lois d'interaction intergranulaire microscopiques spécifiques.

Dans ce contexte, les travaux présentés dans cette thèse s'intéressent à la modélisation du comportement de milieux granulaires saturés au sein desquels la présence de la phase fluide génère des forces hydromécaniques aux interactions fluide-solide telles que des forces de pression et des forces visqueuses. Dans ce travail, nous proposons le modèle (DEM-PFV) de couplage hydromécanique de la DEM avec un modèle d'écoulement (PFV) qui est basé sur la définition des équations relatives à l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible à l'échelle des pores, ensuite approximées par un schéma numérique aux volumes finis. La nature discrète de la DEM est ainsi préservée. L'avantage de la modélisation numérique obtenue par cette stratégie couplée réside dans la possibilité de considérer indépendamment chaque phase et ainsi d'avoir accès à une série d'informations difficilement accessibles expérimentalement. Lois d'interaction fluide-solide du fluide sur chacune des particules sont définies. Ce niveau de détail est normalement atteint par les modèles d'écoulement basés sur une discrétisation fine du réseau poral. L'objectif du modèle est d'introduire des simplifications permettant aussi bien de réduire le nombre des degrés de liberté par rapport au problème d'écoulement que de décrire l'interaction fluide-solide entre les phases fluide et solide à l'échelle des pores et des particules.

Le modèle DEM-PFV est un modèle couplé suivant une approche partitionnée : les résolutions du problème élasto-plastique aux contacts interparticulaires et du problème d'écoulement seront traitées séparément. Nous proposons donc également un développement du modèle DEM-PFV capable de simuler les phénomènes d'érosion interne et d'instabilité de la structure interne des ouvrages hydrauliques en terre associés aux processus d'arrachement et de migration de particules fines dans la matrice granulaire d'un milieu poreux saturés sous l'action d'un écoulement interne, pouvant trouver des applications directes en ingénierie civile ou dans la prévision des risques naturels.

À ce niveau, il est important de signaler que, non seulement les travaux ont été développés principalement dans le cadre de la mécanique des sols et du génie civil, mais ils peuvent être étendus à d'autres domaines concernés par le matériau granulaire sous forme de poudres, de grains et de procédés tels que les industries métallurgiques et l'industrie pharmaceutique ou bien encore, l'agroalimentaire.

Ce mémoire comporte cinq chapitres :

Le *premier chapitre* est consacré à l'introduction des bases physique et hydrodynamique du milieu poreux. Après un bref rappel de la physique du milieu poreux au moyen de la description géométrique de ses propriétés globale et locale, on présentera l'hydraulique d'écoulement en milieux poreux par le moyen des équations de Navier-Stokes et leurs schémas d'intégration simples en milieux poreux. Une loi macroscopique valable à l'échelle des pores, la loi de Darcy sera présentée par la suite ce qui permet de relier la pression, la vitesse de fluide et les forces extérieures. Enfin, le couplage solide-fluide dans un milieu poroélastique saturé basées sur la théorie de Biot sera rapidement montré dans la dernière partie.

Au *chapitre 2*, nous présentons le principe, les hypothèses et la résolution numérique de la méthode DEM qui permet de simuler le comportement du problème élasto-plastique aux contacts solide-solide ainsi que les possibilités de couplage hydromécanique de la DEM avec des modèles d'écoulement pour le problème aux interactions hydrodynamiques fluide-solide en milieu

granulaires biphasiques.

Le *chapitre 3* introduit le modèle couplé hydromécanique DEM-PFV, développé par Catalano *et al.*[39], en tenant en compte un couplage du modèle d'écoulement visqueux à l'échelle des pores (PFV) proposé par Chareyre *et al.*[52], avec la méthode DEM à laquelle sa nature discrète est préservée dans le PFV. Ce modèle DEM-PFV sera développé et utilisé tout au long de ce travail de thèse.

Le *chapitre 4* est consacré à la validation du modèle PFV développé. Des comparaisons sont faites entre des essais numériques et des essais expérimentaux de perméabilité dans un milieu granulaire saturé composé de billes de verre. La validation concerne, d'une part, les aspects numériques aux codes de calcul implémentés dans Yade-DEM et, d'autre part, la définition de la conductivité hydraulique à l'échelle des pores du modèle DEM-PFV. Une attention particulière est accordée à l'algorithme dans la procédure de compactage isotrope de mise en place numérique correspondante à la courbe granulométrique (PSD¹) et la porosité expérimentale. Les résultats expérimentaux sur la perméabilité sont confrontés à ceux des simulations numériques et des formules empiriques et semi-empiriques de la littérature dans le cas d'essais à granulométrie bi-disperse. Cette confrontation permet de mettre en évidence le rôle de la PSD et de la porosité dans la perméabilité.

Dans le *chapitre 5*, nous présentons une étude numérique sur l'interaction mécanique fluide-solide et le mécanisme d'érosion interne par la mise en œuvre du modèle couplé hydromécanique DEM-PFV. Des essais numériques de l'érosion interne ont été effectués sous des gradients hydrauliques variables et des contraintes de confinement différentes. Des résultats numériques obtenus sont confrontés à ceux expérimentaux de certains auteurs dans la littérature. Plus particulièrement, nous proposons un nouveau paramètre comme un *gradient critique relatif* qui permet de caractériser le critère à partir duquel une particule fine libre est mise en mouvement pendant la migration des particules fines par la prise en considération des effets à la fois du gradient hydraulique et de la contrainte de confinement isotrope sur l'érosion interne.

1. De l'anglais : "Particle Size Distribution"

CHAPITRE 1

Bases physique et hydrodynamique du milieu poreux

1.1 Introduction

L'étude de bases physique et hydrodynamique des milieux poreux est à la base de nombreux domaines tels que la mécanique des sols, l'hydrologie des eaux souterraines, l'ingénierie pétrolière, et la filtration industrielle, etc. Bien que l'hydraulique pratique eut l'origine depuis l'antiquité, une attention scientifique à l'écoulement dans un milieu granulaire a commencé depuis une centaine d'années. Parmi de nombreuses contributions dans ce domaine, une attention particulière devrait être accordée au travail de C. L. M. H. Navier (1785-1836) qui, avec G. G. Stokes (1819-1903), est reconnu par des équations fondamentales de la mécanique des fluides utilisées en hydrodynamique (voir la section 1.3.1, page 10). À partir des études expérimentales effectuées pour l'écoulement laminaire, J. L. M. Poiseuille (1797-1869) a établi la loi, qui aujourd'hui porte son nom (voir la section 1.3.4.2, page 15) [131]. À peu près en même temps que Poiseuille, G. Hagen (1797-1884) a étudié les écoulements en conduite connus maintenant pour le profil d'Hagen-Poiseuille. J. W. S. Rayleigh (1842-1919) a étudié de nombreux aspects de l'hydrodynamique, surtout la dissipation d'énergie [134]. J. V. Boussinesq (1842-1929) a fait un traitement mathématique complet de l'écoulement laminaire dans les conduites et les canaux.

En France, au cours de la seconde moitié du XIX^e siècle, des études de l'écoulement à travers un milieu poreux ont d'abord attiré l'attention de plusieurs ingénieurs français, surtout du *Corps des Ponts et Chaussées*. La contribution de Henry P. G. Darcy (1803-1858), directeur en chef des travaux publics de la ville de Dijon, responsable du captage et de la distribution de l'eau, a rencontré un grand succès et donné lieu à une série de recherches qui a porté sur l'écoulement de l'eau à travers de massifs sableux [60, 110]. La loi de Darcy, qui porte son nom et qui relie le gradient de pression à la vitesse moyenne dans un pore, est exprimée en introduisant la perméabilité du milieu (voir la section 1.3.5, page 16). Elle est largement utilisée pour étudier le comportement de tous les types d'écoulement en milieux poreux, tels que la perméabilité des fondations de barrages, les écoulements souterrains vers un puits. L'écoulement souterrain de pétrole a également été trouvé pour suivre la loi de Darcy, et une unité courante est le *darcy* qui est généralement utilisée dans l'industrie pétrolière à l'heure actuelle.

L'une des contributions principales à la formulation d'une expression de la perméabilité est attribuée à C. S. Slichter, qui a conduit une étude d'arrangements de sphères afin de réduire l'hydraulique d'un sol complexe à un système idéal [153]. L'une de ses hypothèses principales était que la section transversale moyenne pour l'écoulement pourrait être triangulaire, sur laquelle l'écoulement est laminaire et décrit par la loi de Poiseuille. F. C. Blake a introduit le concept de rayon hydraulique dans la prédiction de la résistance à l'écoulement en milieu poreux [19]. Son intuition était que l'écoulement dans un lit fluidisé peut être considéré comme un assemblage de canaux non-circulaires. J. Kozeny (1927) et P. C. Carman (1937) ont étendu son traitement et établi une équation semi-empirique qui est maintenant largement utilisée pour l'écoulement à travers un lit fluidisé [37, 93].

La connaissance de l'origine microscopique des observations expérimentales constitue un objectif qui évolue rapidement comme les techniques avancées permettant d'accéder à de nouvelles informations. En même temps, des techniques pratiques d'ingénierie évoluent en adoptant de nouveaux outils qui intègrent les nouvelles connaissances et sont généralement plus efficaces grâce à la puissance de calcul. Dans ce contexte, l'approche discrète dans la modélisation des matériaux granulaires devient, de plus en plus, populaire dans les cadres académiques, d'ingénierie, et industriels. D'une part, l'analyse du comportement de matériaux granulaires à l'aide de la description de discontinuités matérielles à l'interface de phases caractérise de tels milieux et exige très peu de paramètres, par rapport à des modèles continus. D'autre part, l'approche mi-

romécanique peut interpréter des phénomènes importants, dont la nature micromécanique peut être observée. Des paramètres inaccessibles, expérimentalement, deviennent accessibles grâce à la modélisation discrète.

Plusieurs approches ont été mises en œuvre afin de modéliser le comportement hydromécanique couplé de milieux poreux. À l'échelle microscopique, les phases solides et fluides occupent différentes portions et interagissent à leur interface. Par conséquent, les variables microscopiques décrivant les propriétés de comportement peuvent être considérées comme continues dans chaque phase, mais discontinue aux interfaces de phases. Dans les milieux poreux saturés, l'état de contrainte d'un point matériel du solide se décompose en *pression due au poids de fluide* (ou *pression neutre*) et en *contraintes effectives* pour laquelle une équation de comportement doit être formulée par rapport à l'état de déformation du solide. Les contraintes effectives décrivent la résistance du solide. Généralement, la décomposition des contraintes totales en contraintes effectives et en une pression neutre est basée sur l'hypothèse d'incompressibilité aussi bien du fluide que des grains solides. C'est une hypothèse raisonnable, car les liquides sont en général peu compressibles et la compressibilité des grains solides peut être négligée par rapport à la compressibilité de l'ensemble du corps poreux.

Skempton a déclaré dans un ouvrage [151] : "Le principe des contraintes effectives a été énoncé par Terzaghi dans les termes suivants : les contraintes en tout point d'une section à travers un massif de sol peuvent être calculées à partir des contraintes principales totales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ agissant en ce point. Si les vides sont tous remplis de fluide à une pression u , les contraintes principales totales se composent de deux parties. La partie u , appelée la contrainte neutre (ou la pression de fluide interstitielle), agit dans le fluide et à l'interface fluide-solide avec la même intensité dans toutes les directions. L'équilibre $\sigma'_1 = \sigma_1 - u$, $\sigma'_2 = \sigma_2 - u$, $\sigma'_3 = \sigma_3 - u$ représente un excès de contrainte dans la phase solide. Cette fraction des contraintes principales totales est appelée contraintes principales effectives [..]. Un changement de la contrainte neutre u ne produit pratiquement pas de variations de volume et n'influence pratiquement pas sur les conditions de contrainte de la rupture [..]. Les matériaux poreux (sable, argile et béton) réagissent à un changement de u comme s'ils étaient incompressibles et comme si leur frottement interne étaient égaux à zéro. Tous les effets mesurables d'un changement de contrainte, comme la compression, la distorsion et un changement de résistance au cisaillement sont exclusivement dus à des changements des contraintes effectives $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$. Par conséquent, l'étude de la stabilité d'un sol saturé nécessite la connaissance à la fois des contraintes principales totales et la pression neutre".

Karl von Terzaghi (1883-1963), est le premier auteur qui a étudié la déformation d'un milieu poreux avec un fluide visqueux (argile saturée en eau). Après des recherches expérimentales et théoriques, il réussit dans la description du problème de consolidation [156], bien connu en mécanique des sols avec l'équation aux dérivées partielles publiée en 1923. Maurice Biot (1905-1985), qui a poursuivi le concept de Karl von Terzaghi, a considéré le solide poreux saturé comme un corps couplé solide-fluide, dont les termes de couplage ont été introduits séparément. Maurice Biot a étendu la théorie de consolidation unidimensionnelle à trois dimensions pour des solides poreux élastiques linéaires et des fluides visqueux en 1935, et a généralisé pour des solides poreux viscoélastiques anisotropes en 1955 [17]. Il a résumé ses conclusions fondamentales sur les milieux poreux saturés dans un ouvrage publié en 1956 [18].

1.2 Physiques du milieu poreux

1.2.1 Quelques exemples

Un milieu poreux est un matériau massif qui est constitué de particules solides formant un squelette autour duquel subsistent des espaces des pores reliés entre eux ou éventuellement isolés. Le squelette solide caractérise sa structure intrinsèque, tandis que l'existence des vides avec leur interconnexion permet à un fluide d'y circuler. Le mouvement du fluide à travers le squelette granulaire induit des contraintes supplémentaires sur les grains, qui peuvent profondément affecter le comportement du milieu. L'étude hydrodynamique d'un tel milieu demande de tenir compte des propriétés physiques et mécaniques de chaque composant. Des analyses statiques et dynamiques d'interaction fluide-solide sont nécessaires pour obtenir une description complète de ce milieu complexe.

(a)

(b)

FIGURE 1.1 – Photographie de deux exemples du milieu poreux observée en microscopie : (a) une poudre de bronze frittée (grossissement 500 fois) [73] et (b) une structure interne des grains de sable ronds; l'espace des pores apparaît en noir sur l'image [6].

La Fig. 1.1 (page 8) montre une coupe d'un tel matériau. Le milieu poreux peut être considéré comme des corps solides ayant des espaces vides distribués dans le matériau, dont la taille des pores est assez faible à l'échelle microscopique ou de très grande vides comme des cavités [141]. Les pores peuvent être reliés ou isolés. La partie interconnectée permettant l'écoulement est l'espace poreux effectif du milieu poreux. À partir de cette définition, des matériaux géotechnique (sols et roches), composite (béton) ou biologique (tissus) peuvent être considérés comme des milieux poreux. En général, un milieu poreux est caractérisé par une variété de propriétés géométriques. Une classification serait possible en tenant compte de la taille des pores et de leur influence sur les phénomènes hydrodynamiques locaux. L'espace poreux peut ainsi être classé par soit l'ordre, soit le désordre, soit la dispersion ou la connectivité des pores [141].

1.2.2 Description géométrique macroscopique

En général, la mesure de taille des pores à l'intérieur du milieu poreux est impossible, mais que l'existence des vides et leurs géométries doivent être en relations avec la granulométrie. La distribution de taille de grains ainsi que leur forme jouent un rôle important dans la détermination de la distribution de taille des pores. Néanmoins, même si la taille de particules est définie, la distribution de taille des pores n'est pas déterminée. L'étude de Scheidegger [141], effectuée sur des assemblages de sphères permet une visualisation qualitative des conditions concernées. Bien entendu, cette schématisation ne permet pas de reproduire quantitativement certaines caractéristiques propres aux matériaux granulaires communs, dont les grains ne sont

pas sphériques. La plupart des relations entre la taille des particules et la taille des pores sont basées sur des études expérimentales plutôt que sur la théorie, et une connaissance exacte de tel aspect ne peut pas être obtenue de ces deux approches.

Les phénomènes se développant dans un milieu poreux dépendent des propriétés du fluide interstitiel, mais également de la géométrie de la matrice solide qui est caractérisée par un certain nombre de grandeurs moyennes, géométriques ou statistiques. Dans ce qui suit, nous définirons les différents paramètres qui apparaissent au niveau des différents modèles de description macroscopique des écoulements en milieu poreux.

1.2.2.1 Porosité totale

La porosité totale du milieu granulaire est définie comme le rapport entre le volume des vides V_v et le volume total du milieu V_t . Elle est d'une première importance pour la qualification et la classification d'un milieu poreux.

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad [-] \quad (1.1)$$

1.2.2.2 Surface spécifique

Une autre caractéristique géométrique du milieu poreux, la surface spécifique est définie comme le rapport entre la surface et le volume de la phase solide. Elle varie beaucoup d'un milieu à l'autre, étant d'autant plus grande que le milieu est plus divisé. Ce caractère a une grande importance pour les phénomènes de liaison et d'interaction fluide-solide. Elle est souvent exprimée en $[m^2/m^3]$. Pour une particule solide k de surface A_k , et de volume V_k , sa surface spécifique S_s peut être définie par :

$$S_s = \frac{A_k}{V_k} \quad [m^{-1}] \quad (1.2)$$

1.2.2.3 Tortuosité

La perméabilité est une caractéristique hydraulique importante de l'écoulement en milieux poreux. Des modèles de perméabilité différents, basés sur l'hypothèse que le milieu poreux est considéré comme un assemblage de canaux connectés les uns aux autres ont été considérés tels que le modèle des canaux tortueux, le modèle de Kozeny-Carman, etc. Ces modèles admettent qu'un canal non-rectiligne de longueur effective l_e traverse l'échantillon de longueur l , la tortuosité t_l étant définie comme le rapport entre ces deux longueurs :

$$t_l = \frac{l_e}{l} \quad [-] \quad (1.3)$$

1.2.3 Propriétés locales du milieu poreux : passage micro-macro

L'approche microscopique dans la définition des propriétés d'un milieu poreux est basée sur le Volume Élémentaire Représentatif (VER). Cette approche permet la définition de la propriété moyenne du volume VER. La taille du VER est définie en assurant, d'une part, qu'elle est suffisamment grande pour contenir un grand nombre de pores, de façon que l'on puisse y définir une propriété moyenne globale, avec l'assurance que l'effet de fluctuation d'un pore à l'autre sera négligeable et, d'autre part, suffisamment petite pour que les variations de paramètres d'un

domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues pour pouvoir utiliser l'analyse infinitésimale, sans introduire ainsi d'erreur décelable par les instruments de mesure à l'échelle macroscopique.

L'approche numérique est généralement basée sur des équations qui sont localement vérifiées dans le VER, puis intégrées sur un domaine de dimensions finies. D'un point de vue mathématique, le VER est représenté par un volume infinitésimal $d\Omega$, alors que d'un point de vue physique, ce volume élémentaire a une dimension finie h et peut être considéré comme un continuum homogène [32]. La longueur de cette dimension h dépend de l'échelle d'observation qui caractérise le problème étudié. Selon l'approche macroscopique, dans la description mécanique du matériau, une quantité moyenne est définie sur l'échelle du VER qui est suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités microscopiques (c'est-à-dire la taille de pores ou de particules), mais assez petite pour permettre la mise en place d'une hétérogénéité du matériau à l'échelle macroscopique.

1.3 Écoulement en milieux poreux

1.3.1 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes, nommées d'après deux physiciens du XIX^e siècle, Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) et George Gabriel Stokes (1819-1903), décrivent le mouvement des fluides. Ces équations ont été obtenues par l'application de la deuxième loi de Newton à un fluide visqueux avec l'hypothèse que les forces de contact entre les éléments fluides comprennent à la fois les forces de pression et des cissions dues à la viscosité qui dépendent du taux de déformation du fluide.

Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes. Nous n'en présenterons que certaines. Il est à noter que ces formes dépendent aussi des notations utilisées. Ainsi, il existe plusieurs façons équivalentes d'exprimer les opérateurs différentiels. La formulation différentielle de ces équations est la suivante :

- Équation de continuité (ou équation de bilan de la masse) :

L'équation de continuité est établie pour un petit élément de volume stationnaire à l'intérieur d'un fluide au cours du mouvement par l'application du principe de conservation de la masse. Elle peut être écrite sous la forme locale de forme vectorielle si l'écoulement est conservatif (ou l'écoulement est dépourvu de puits et sources) :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}^f) = 0 \quad (1.4)$$

où ρ_f et \mathbf{u}^f sont la masse volumique locale et la vitesse locale du fluide, et $\frac{\partial}{\partial t}$ la dérivée partielle par rapport au temps en un point fixe dans le fluide. Le vecteur $\rho_f \mathbf{u}^f$ est le débit massique et sa divergence représente le taux net du débit massique par unité de volume. Ainsi, l'équation 1.4 (page 10) indique que le taux de variation de la masse volumique au sein de l'élément de volume infinitésimal fixe dans l'espace est égal au taux net du débit massique par unité de volume à l'intérieur de l'élément. Si l'écoulement est conservatif et que le fluide est incompressible, alors on a tout simplement :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^f = 0 \quad (1.5)$$

o Équation de bilan de la quantité de mouvement :

Nous considérons ensuite l'équation de la quantité de mouvement, obtenue par l'application de la seconde loi de Newton à un volume de contrôle matériel du fluide. Du point de vue physique, cette équation établit que le taux de variation de la quantité de mouvement du fluide par unité de volume est égal à la somme des forces extérieures par unité de volume. Les efforts extérieurs appliqués sur l'élément de volume comprennent : forces volumiques (typiquement, des forces gravitationnelles), et forces surfaciques (associées à la pression et aux contraintes visqueuses par unité de volume). L'équation de bilan de la quantité de mouvement peut donc être écrite sous la forme vectorielle :

$$\frac{\partial(\rho_f \mathbf{u}^f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}^f \otimes \mathbf{u}^f) = \nabla \cdot \Pi + \rho_f \mathbf{f}^v \quad (1.6)$$

où $\frac{\partial(\rho_f \mathbf{u}^f)}{\partial t}$ représente le taux d'augmentation de la quantité de mouvement par unité de volume, $\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}^f \otimes \mathbf{u}^f)$ désigne le taux de perte de l'énergie cinétique par convection à travers la surface de contrôle ; $\nabla \cdot \Pi$ représente les forces extérieures, exercées par les contraintes de fluide (tenseur de contrainte Π) sur la surface du volume considéré, et $\rho_f \mathbf{f}^v$ sont des forces volumiques.

Pour un fluide Newtonien, les contraintes sont une fonction affine des vitesses de déformation. Le tenseur des contraintes Π peut se décomposer en la somme d'un tenseur sphérique et d'un tenseur déviatorique :

$$\Pi = -p \mathbf{I} + \mathbf{T} \quad (1.7)$$

Dans la théorie des fluides newtoniens :

$$\mathbf{T} = \eta (\nabla \cdot \mathbf{u}^f) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{D} \quad (1.8)$$

où p est le champ de pression, \mathbf{I} le tenseur unité, η la viscosité de volume du fluide, μ la viscosité dynamique et $\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u}^f + (\nabla \mathbf{u}^f)^T] - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}^f) \mathbf{I}$, est le tenseur des taux de déformations déviatoriques. Le coefficient de la viscosité de volume relie la contrainte à la vitesse de déformation volumétrique.

Dans l'hypothèse d'un fluide newtonien incompressible en écoulement conservatif ($\nabla \cdot \mathbf{u}^f = 0$), la densité ρ_f et la viscosité μ sont constantes, l'équation fondamentale de la dynamique prend donc la forme simplifiée suivante :

$$\rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} + \mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}^f + \rho_f \mathbf{f}^v \quad (1.9)$$

et constitue ce qu'on appelle communément l'équation de Navier-Stokes, établie par Navier en 1827.

1.3.2 Régimes d'écoulement

Afin de formuler un modèle mathématique soluble à partir des équations de Navier-Stokes, un certain nombre de simplifications sont généralement introduites par la prise en considération des régimes d'écoulement existants : *laminaire* ou *turbulent*.

Dans le régime turbulent, la vitesse et la pression ne sont pas des fonctions uniques de coordonnées de l'espace et du temps. L'hypothèse "*laminaire*" est adoptée lorsque la vitesse de fluide est suffisamment faible et les effets visqueux sont dominants par rapport aux effets d'inertie.

1.3.2.1 Nombre de Reynolds

Dans un problème d'hydrodynamique, il est possible d'identifier, à partir des conditions aux limites ou initiales, une échelle de longueur L , une échelle de temps T , et une échelle de vitesse U . Les termes instationnaires, convectifs et visqueux de l'équation de Navier-Stokes 1.9 (page 11) peuvent alors être respectivement estimés par¹ :

$$\left| \rho_f \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} \right| \sim \rho_f \frac{U}{T}, \quad \left| \rho_f \mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f \right| \sim \rho_f \frac{U^2}{L}, \quad \left| \mu \nabla^2 \mathbf{u}^f \right| \sim \mu \frac{U}{L^2} \quad (1.10)$$

Un paramètre adimensionnel dit le nombre de Reynolds détermine l'importance relative des effets de viscosité et d'inertie pour un écoulement de fluide et contrôle la transition d'un type d'écoulement à un autre :

$$R_e = \frac{\left| \rho_f \mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f \right|}{\left| \mu \nabla^2 \mathbf{u}^f \right|} \simeq \frac{\rho_f U L}{\mu} \quad (1.11)$$

où ρ_f est la masse volumique de fluide, \mathbf{u}^f sa vitesse, μ est la viscosité dynamique du fluide. Les situations dans lesquelles le nombre de Reynolds est faible sont appelées des écoulements visqueux lents, car les forces visqueuses résultant de mouvements de cisaillement du fluide prédominent par rapport aux forces d'inertie associées à l'accélération ou la décélération de particules fluides.

Considérons un milieu poreux homogène et isotrope obtenu à partir d'un arrangement de solides. Les pores interstitiels sont assimilables à des tubes de direction et de section variables. Nous utilisons l'hypothèse de Kozeny pour le *diamètre caractéristique des pores* \bar{d}_p :

$$\bar{d}_p = 4 \frac{\text{Volume vide}}{\text{Surface contour solide}} = \frac{4}{S_s} \cdot \frac{n}{1-n} \quad (1.12)$$

Pour un ensemble de particules de diamètre D_i variable, mais de même forme, la surface spécifique est égale à $S_s = 6/D_e$, où D_e est le diamètre équivalent du milieu.

$$\bar{d}_p = \frac{2D_e}{3} \cdot \frac{n}{1-n} \quad (1.13)$$

Nous définissons donc le nombre de Reynolds pour le modèle équivalent d'un ensemble de pores de même volume relatif (même porosité n), parallèles à la direction moyenne d'écoulement et

1. Le symbole \sim désigne l'ordre de grandeur

de diamètre hydraulique \bar{d}_p pour le débit unitaire $U_n = U/n$:

$$R_e = \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho_f U \cdot D_e}{\mu(1-n)} \quad (1.14)$$

À titre d'exemple, les tests de perméabilité présentés au chapitre 4 sont effectués sous l'action d'un gradient de charge hydraulique $\nabla h \simeq 10^{-1}$ et une vitesse du fluide $U \simeq 10^{-5} \text{ m/s}$ à travers un milieu perméable ($k \simeq 10^{-4} \text{ m/s}$). En supposant un diamètre équivalent des particules utilisées $D_e \simeq 0.001 \text{ m}$ dans l'équation 1.14 (page 13), $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$ et $\rho_f = 10^3 \text{ kg/m}^3$ la densité de l'eau, le nombre de Reynolds est de l'ordre de grandeur de 10^{-2} . L'hypothèse laminaire est donc pertinente dans ce type de situation.

1.3.2.2 Nombre de Stokes

Le terme instationnaire est comparé aux termes visqueux par un nombre sans dimension dit le nombre de Stokes :

$$S_t = \frac{\left| \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} \right|}{|\nu \nabla^2 \mathbf{u}^f|} \simeq \frac{L^2}{\nu T} \quad (1.15)$$

Dans les systèmes biphasiques, le nombre de Stokes caractérise le comportement des particules en suspension dans un écoulement de fluide et est défini comme le rapport entre l'inertie du grain et la force visqueuse :

$$S_t = \frac{\rho_s UL}{\mu} \quad (1.16)$$

où ρ_s est la masse volumique de particule, et L sa taille.

Si le nombre de Stokes est petit ($S_t \ll 1$), le terme instationnaire peut également être négligé devant le terme visqueux et on obtient l'équation de Stokes quasi-stationnaire (voir l'équation 1.17, page 13). La condition de quasi-stationnarité ($S_t \ll 1$) s'écrit aussi $T \gg L^2/\nu$ où L^2/ν est le temps caractéristique de transport de quantité de mouvement par diffusion visqueuse sur la distance L . Par exemple, une sphère qui sédimente dans un fluide visqueux est en régime stationnaire pour des temps $\gg L^2/\nu$ ($\sim 10^{-6} \text{ s}$ pour une sphère de rayon $r = 1 \mu\text{m}$ dans l'eau). Cette condition exprime aussi le fait que pendant le temps caractéristique T , les variations de vitesse peuvent se propager par diffusion visqueuse sur une distance bien supérieure à la distance L . Il arrive souvent que $T \sim L/U$ et dans ce cas-là, $R_e \ll 1$ implique que $S_t \ll 1$.

1.3.3 Équation de Stokes

Lorsque le nombre de Reynolds est petit devant l'unité ($R_e \ll 1$), le terme convectif peut être négligé devant le terme visqueux dans l'équation de Navier-Stokes 1.9 (page 11), et on obtient (sans forces de volume) :

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}^f \quad (1.17)$$

Si de plus le nombre de Stokes est petit ($S_t \ll 1$), le terme instationnaire peut également être négligé devant le terme visqueux et on obtient l'équation de Stokes quasi-stationnaire :

$$0 = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}^f \quad (1.18)$$

S'il y a une force extérieure, on ajoute le terme $\rho_f \mathbf{f}^v$ au membre de droite de l'équation. Contrairement à l'équation de Navier-Stokes, l'équation de Stokes est linéaire (pas de terme convectif). Si on inverse l'écoulement aux limites, on inverse l'écoulement. De même si on inverse les forces appliquées, on inverse l'écoulement. Cela signifie que l'équation de Stokes est réversible. Puisque l'équation de Stokes n'a pas de terme dérivé par rapport au temps (pas de terme $\frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t}$), l'écoulement ne connaît que la configuration présente (instantanéité). L'information est transmise à l'infini avec une rapidité infinie (la pression est une fonction harmonique).

Nous supposons dans la suite que la seule force volumique est la force de gravité. On peut alors introduire le champ potentiel Φ (par exemple, le champ gravitationnel, $\mathbf{g} = -\nabla\Phi$), la pression piézométrique p est liée à la pression absolue p^a par la relation suivante :

$$p = p^a - \rho_f \Phi \quad (1.19)$$

On obtient alors l'équation de Stokes :

$$\nabla(p + \rho_f \Phi) = \mu \nabla^2 \mathbf{u}^f \quad (1.20)$$

1.3.4 Intégration des équations de Navier-Stokes en milieux poreux : schéma simple

Les équations de Navier-Stokes sont, en pratique, inapplicables telles quelles en milieu poreux, car on ne connaît pas assez précisément ce qui se passe au niveau microscopique dans les pores quant aux pressions et aux vitesses. Une loi macroscopique valable à l'échelle du domaine élémentaire de milieu poreux est généralement introduite pour relier la pression, la vitesse et les forces extérieures. Cette loi est une loi expérimentale, la loi de Darcy, que nous présenterons par la suite dans la section 1.3.5 (page 16).

Nous allons cependant simplifier les lois de Navier-Stokes en nous plaçant dans le cas d'écoulements laminaires permanents de fluide incompressible. Une fois simplifiées, nous les appliquerons à deux cas géométriques simples, l'écoulement entre deux plaques rapprochées et dans un tube cylindrique. Nous obtiendrons alors une loi macroscopique que nous pourrions comparer à la loi expérimentale de Darcy.

1.3.4.1 Écoulement parallèle cisailé

Considérons le mouvement parallèle isotherme et permanent d'un fluide visqueux incompressible entre deux plaques rapprochées sur la Fig. 1.2 (page 15). L'écoulement parallèle se fait dans la direction x , la vitesse \mathbf{u}^f a un seul composant u_x . On l'appelle l'écoulement parallèle cisailé ou l'écoulement unidirectionnel [86]. Il est évident que la vitesse \mathbf{u}^f ne dépend alors ni de x , ni de y , mais seulement de z :

$$\mathbf{u}^f = (u^f(z), 0, 0) \quad (1.21)$$

Pour ce type d'écoulement, le terme de convection disparaît ($\mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f = 0$). Les équations de

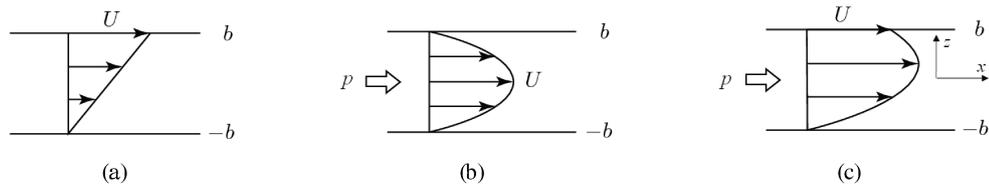


FIGURE 1.2 – Écoulements parallèles cisailés : (a) de Couette (b) de Poiseuille et (c) combiné.

Navier-Stokes 1.9 (page 11) se réduisent alors, sans action des forces extérieures à :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u^f}{\partial z^2} \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (1.24)$$

La première équation de Navier-Stokes (l'équation 1.22) ne dépend que de x au premier membre, et que de z dans le deuxième, toutes deux variables indépendantes : le seul moyen d'assurer l'égalité de ces deux quantités est qu'elles demeurent chacune de leur côté égales à la même constante C . L'équation 1.22 est donc remplacée par :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx} = C \quad \text{et} \quad \mu \frac{\partial^2 u^f}{\partial z^2} = \mu \frac{d^2 u^f}{dz^2} = C \quad (1.25)$$

L'intégration de ces deux équations conduit à certaines solutions suivantes (voir la FIG. 1.2, page 15 pour des conditions aux limites) :

$$u^f(z) = \frac{U}{2b}(z + b), \quad \frac{\partial p}{\partial z} = C = 0, \quad (|z| \leq b) : \text{écoulement de Couette} \quad (1.26)$$

$$u^f(z) = \frac{U}{b^2}(b^2 - z^2), \quad \frac{\partial p}{\partial z} = C \neq 0, \quad (|z| \leq b) : \text{écoulement de Poiseuille} \quad (1.27)$$

L'équation 1.26 (page 15) représente l'écoulement entre une plaque fixe à $z = -b$ et une plaque en $z = b$ se déplaçant avec la vitesse U dans la direction x , où il n'y a pas de gradient de pression, appelée l'écoulement de Couette (voir la FIG. 1.2(a), page 15).

1.3.4.2 Formule de Hagen-Poiseuille

o Cas de deux plaques rapprochées :

L'équation 1.27 (page 15) décrit un écoulement entre deux parois parallèles à $z \pm b$ sous un gradient de pression constant, appelé l'écoulement de Poiseuille. Comme nous venons de le voir dans la section 1.3.4.1, $\frac{dp}{dx}$ est une constante sur toute la longueur du tube pour le mouvement permanent. Il peut s'écrire sous la forme $\Delta p/L$ où $\Delta p > 0$ est la différence de pression piézométrique entre les extrémités de la conduite et L est sa longueur. Les effets de forces extérieures

sont négligés. La vitesse maximale U est atteinte au centre $z = 0$ (voir la Fig. 1.2(b), page 15), donnée par :

$$U = \frac{\Delta p}{2\mu L} b^2 \quad (1.28)$$

L'équation 1.28 (page 16) décrit un écoulement avec un profil parabolique. Le débit à travers deux plaques pour la largeur b dans la direction y est obtenu par l'intégration, ce qui donne :

$$Q = \frac{2}{3} \frac{\Delta p}{\mu L} b^4 \quad (1.29)$$

o Cas d'un tube circulaire :

Utilisant la symétrie radiale en faisant apparaître des coordonnées polaires ayant pour axe la direction x de l'écoulement, et l'intégration par la suite de la première équation de Navier-Stokes, la formule de Hagen-Poiseuille est écrite pour un tube de section circulaire de rayon R_1 , avec un profil de vitesse :

$$u^f(r) = \frac{\Delta p}{4\mu L} (R_1^2 - r^2) \quad (1.30)$$

et un débit volumique :

$$Q = 2\pi \int_0^{R_1} u^f(r) r dr = \frac{\pi \Delta p}{8\mu L} R_1^4 \quad (1.31)$$

Ces deux équations 1.29 et 1.31 suggèrent que le débit Q traversant une section droite A de milieu poreux, pour un fluide incompressible de viscosité μ , sous l'effet d'un gradient de pression $\Delta p/L$ sera de la forme générale :

$$Q = A \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{L} \quad (1.32)$$

k étant le coefficient de proportionnalité propre au milieu poreux considéré. Nous verrons que c'est effectivement le résultat trouvé expérimentalement par Darcy dans la section 1.3.5 (page 16).

L'équation 1.31 (page 16) est connue comme la loi de Poiseuille pour les écoulements laminaires. La loi de Poiseuille peut être généralisée à des pores de forme polygonale, en utilisant le concept de rayon hydraulique [19, 145]. C'est le cas en particulier dans le modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV (voir le chapitre 3, dans la section 3.2.2.2, page 43).

1.3.5 Approche macroscopique : la loi de Darcy

On s'intéresse ici aux milieux poreux saturés pour lesquels l'espace des pores est entièrement rempli d'un seul fluide supposé newtonien et incompressible. Si l'écoulement se fait à une vitesse assez faible pour que le nombre de Reynolds, défini à partir de la taille des pores et de la vitesse locale, soit très inférieur à l'unité, on peut admettre, en écoulement stationnaire, que les gradients de pression sont proportionnels à la vitesse d'écoulement dans les pores (loi de

Poiseuille appliquée à chaque pore). Cette relation de proportionnalité, valable pour tous les pores, individuellement, se conserve lorsque l'on fait la moyenne du débit et des gradients de pression sur un volume grand devant la taille des pores.

L'étude fondatrice des écoulements dans les pores, réalisée par Henry Darcy en 1856 avec un "*Mémoire sur les fontaines publiques de la ville de Dijon*", montre que le débit Q est proportionnel à la section A et le gradient hydraulique. À trois dimensions et en présence de la pesanteur, l'équation de Darcy se généralise pour un milieu isotrope, en :

$$\mathbf{v} = k \nabla h = -\frac{\kappa}{\mu} (\nabla p - \rho_f \mathbf{g}) \quad (1.33)$$

où \mathbf{v} représente la vitesse moyenne liée au débit volumique total par unité de surface du matériau, exprimée en m/s , μ est la viscosité dynamique du fluide, ∇h est le gradient hydraulique. k est la perméabilité, en m/s . κ , un coefficient, homogène à une surface, dépendant uniquement du milieu poreux, est appelé la perméabilité intrinsèque et exprimé en m^2 . La relation entre la perméabilité k et la perméabilité intrinsèque κ est écrite :

$$k = \frac{\kappa \rho_f g}{\mu} \quad (1.34)$$

La vitesse moyenne réelle \mathbf{v}_p à l'intérieur des pores peut être très supérieure à \mathbf{v} , car seule une partie du volume total de matériau est disponible pour le transport de fluide. Ainsi, pour un ensemble de capillaires parallèles, de porosité globale n , \mathbf{v}_p vérifiera $\mathbf{v}_p = \mathbf{v}/n$. En effet, le débit moyen par unité de section de matériau perpendiculaire aux capillaires est, d'une part, égal à v (ou U) et, d'autre part, égal au produit de v_p (ou U_p) par la fraction de surface de section occupée par les pores ; cette dernière est égale à n . Il faut noter également que, pour un milieu poreux homogène mais anisotrope comme un milieu stratifié, on généralise l'équation 1.33 (page 17) en remplaçant le scalaire κ ou k par un tenseur.

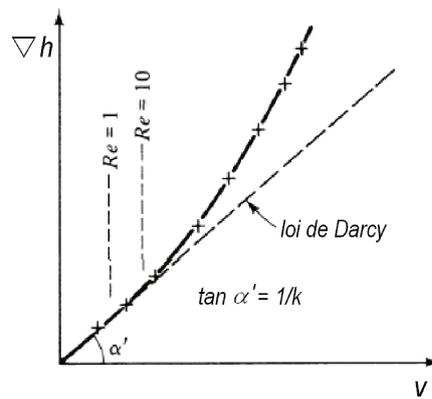


FIGURE 1.3 – Limite de validation de la loi de Darcy : relation du débit spécifique \mathbf{v} et le gradient hydraulique ∇h [11].

Lorsque l'on augmente le gradient hydraulique ∇h , on observe expérimentalement qu'il n'y a plus proportionnalité entre le gradient et la vitesse de filtration U :

$$\nabla h = \alpha U + \beta U^2 \quad (1.35)$$

où αU caractérise des pertes dues au frottement visqueux, et βU^2 présente des pertes dues à l'inertie du fluide ou à la dissipation d'énergie cinétique dans les pores.

Le gradient hydraulique limite au-delà duquel la loi linéaire de Darcy n'est plus utilisable, dépend essentiellement du milieu considéré. Pour tenter de ramener ce gradient limite à une propriété intrinsèque du milieu, on définit parfois un nombre de Reynolds en milieu poreux par l'équation 1.14 (page 13). En pratique, on admet que la loi de Darcy est valable si le nombre de Reynolds en milieu poreux (en prenant le diamètre moyen des grains) est inférieur à une limite comprise entre 1 et 10, auquel cas l'écoulement est purement laminaire à l'intérieur des pores [11, 146].

1.4 Couplage solide-fluide en milieux poreux : théorie de Biot

En mécanique classique, le milieu poreux saturé est décrit comme deux milieux continus représentant le squelette solide et la phase liquide qui s'interpénètrent et interagissent. Cela permet de décomposer le tenseur des contraintes totales appliquées au complexe solide-fluide en deux parties : le tenseur des contraintes effectives σ , résultantes des déformations du squelette solide, et un tenseur qui est proportionnel à la pression de fluide, $p \mathbf{I}$.

$$\sigma = \sigma' + p \mathbf{I} \quad (1.36)$$

L'influence réciproque du mouvement du fluide à l'intérieur du milieu poreux, régi par le champ de pression du fluide, et de la déformation du milieu entraîne l'existence d'un comportement couplé hydromécanique. Ces considérations ont été inspirées par Terzaghi, dont la théorie de la consolidation unidimensionnelle, formulée en 1923, était fondée sur la définition des contraintes effectives bien connue [156]. Au cours du processus de consolidation, il y a transfert de l'effort provoqué par la surcharge de la phase fluide à la phase solide, de la pression neutre aux contraintes effectives. La dissipation de la surpression interstitielle conduit le mouvement de fluide à l'intérieur du milieu. Quelques décennies plus tard, Biot étendit cette théorie au cas tridimensionnel [16], en tenant compte de l'hypothèse de compressibilité des phases fluide et solide.

Le matériau poreux dans le modèle de Biot est formé d'un squelette solide rempli de fluide. Les variables cinématiques sont le vecteur de déplacement du solide \mathbf{u}^s qui permet de suivre le mouvement du solide poreux par rapport à une configuration de référence, et un vecteur de débit spécifique \mathbf{v} , qui décrit le mouvement du fluide par rapport au solide et peut être défini comme le flux à travers une unité de surface du solide poreux. Dans le modèle de Biot, la description des contraintes et des déformations dans le fluide est limitée à leur composante isotrope. La contrainte de cisaillement au niveau du contact fluide-solide, associée à un gradient de vitesse locale dans le fluide n'est pas considérée.

1.5 Conclusions

Ce chapitre a été conçu dans l'objectif d'introduire la complexité de matériaux poreux, ainsi que les problèmes à résoudre afin de formuler un modèle mathématique et numérique de milieu poreux.

Les principes fondamentaux de la mécanique des fluides ont été présentés. Nous nous sommes concentrés principalement sur le mouvement de fluide décrit par l'équation de Navier-Stokes, puis avons introduit progressivement des simplifications possibles pour les travaux des chapitres

suivants. La loi de Darcy décrivant l'écoulement de fluide à travers un milieu poreux a été finalement introduite. La théorie de Biot sur la poroélasticité a été brièvement rapportée dans le but de donner un aperçu sur la description continue de la mécanique des milieux poreux en cas saturé, et d'être utilisée comme référence dans la description discrète du milieu granulaire que nous proposons dans ce travail.

Modèle numérique discret des milieux granulaires

Comme nous l'avons évoqué précédemment, l'étude du comportement des matériaux granulaires a été généralement traitée dans le cadre de la mécanique des milieux continus. La méthode des éléments discrets (DEM) introduite par Cundall et Strack [59] devient aujourd'hui un outil puissant dans l'étude du comportement des milieux granulaires aussi bien secs qu'humides [147] en se basant sur leur nature discontinue à l'échelle microscopique.

Depuis plusieurs années déjà, les approches multi-échelles ont commencé à être appliquées à l'étude de couplages hydromécaniques, grâce notamment aux travaux initialement proposés par Hakuno et Tarumi [74], Bonilla [28] et récemment par Chareyre *et al.*[52] et Catalano [39].

L'objectif de ce chapitre n'étant pas de faire une présentation détaillée des différentes méthodes numériques discrètes existantes, nous nous intéresserons plus particulièrement à la méthode DEM que nous avons utilisée tout au long de ce travail de thèse ainsi qu'à ses possibilités dans le couplage hydromécanique avec le modèle d'écoulement dans le réseau poral.

Après une présentation détaillée du schéma d'intégration explicite de la DEM, nous nous intéresserons dans la section 2.1 à ses hypothèses spécifiques qui nous conduiront à l'établissement de son couplage hydromécanique. Enfin, le modèle continu d'écoulement et le modèle du réseau poral seront présentés rapidement dans la section 2.2 dans le but d'établir le couplage hydro-mécanique avec la DEM dans le chapitre 3.

2.1 Méthode des Éléments Discrets

2.1.1 Introduction

La méthode des éléments discrets est bien adaptée à l'étude du comportement des matériaux granulaires aussi bien secs [50] qu'humides [39, 133, 147]. Depuis les simulations initialement proposées par Cundall et Strack [59], plusieurs approches numériques ont été développées afin de modéliser le comportement mécanique de tels matériaux. Dans celles-ci, deux grandes familles peuvent être distinguées [35, 36] :

- La Méthode des Éléments Discrets (DEM¹), dite "smooth DEM", basée en grande partie sur les travaux de Cundall [56, 59], considère les actions intergranulaires exprimées de manière explicite en fonction de l'incrément ou de la vitesse de déformation du contact suivant les lois d'interaction simplifiées. Le mouvement des grains est régi par l'équation de la dynamique mettant en œuvre un schéma d'intégration explicite.
- La méthode de Dynamique des Contacts (NSCD²), proposée par Jean [83], considère des particules indéformables dont les interactions sont décrites par les lois de choc sans interpénétration des grains. La NSCD est basée sur la résolution implicite du PFD³ et des relations intergranulaires permettant d'accéder aux mouvements des particules et aux forces de contact intergranulaire.

Dans ces deux méthodes, les particules sont considérées indépendamment, simplement déformables ou rigides, et le comportement mécanique du matériau est décrit dans la zone de contact, avec les variables de cinématique locales dérivant des degrés de liberté des grains en translation et en rotation. Évidemment, leur principal intérêt est de permettre de décrire physiquement et mécaniquement la discontinuité caractérisant la nature discrète du matériau granulaire à l'échelle des grains par la mise en œuvre du faible nombre de paramètres mécaniques. Par ailleurs, toutes les variables mécaniques sont accessibles, alors que certaines d'entre elles sont difficilement mesurables expérimentalement. En effet, le calcul de ces deux méthodes est basé sur un processus itératif associant les calculs dynamiques aux calculs d'interactions. Le coût numérique dépend directement du nombre de particules considérées dans la simulation [39]. Pour des raisons d'espace mémoire et la vitesse de l'ordinateur, l'échantillon numérique traité comporte donc nécessairement un nombre limité de grains. Il doit cependant être suffisant pour rendre possible aussi bien la reproduction d'expériences que la représentation du milieu considéré à l'échelle macroscopique.

2.1.2 Lois de mouvement

Le cycle de calcul de la DEM s'articule autour de deux étapes principales : le calcul des forces de contact et le calcul de la position des grains (voir la Fig. 2.1, page 23). Le schéma consiste à intégrer les lois de la dynamique pour des corps solides soumis aux actions de contact.

Considérons un assemblage de N grains sphériques en contact. Du point de vue cinématique, le mouvement de chacun des grains dans l'espace orienté en 3D est représenté par six degrés de liberté (DOFs⁴). La position d'une particule k quelconque dans \mathbb{R}^3 est régie par sa position \mathbf{x}^k et

1. De l'anglais "Discrete Element Method".
 2. De l'anglais "non-smooth Contact Dynamics".
 3. Principe Fondamental de la Dynamique.
 4. Degrés de liberté en translation et en rotation

FIGURE 2.1 – Cycle de calcul de la DEM [39, 50, 147].

sa rotation ω^k , et sera en général notée $\mathbf{X}^k = \langle \mathbf{x}^k, \omega^k \rangle$. Le symbole \mathbf{X} sans indice k est introduit pour décrire un "vecteur global de position" contenant tous les $(6 \times N)$ DOFs de l'assemblage, et ainsi que \mathbf{x} le vecteur de tous les $(3 \times N)$ DOFs en translation.

Le mouvement d'une particule k quelconque est caractérisé à tout instant par sa position $\mathbf{X}^k = \langle \mathbf{x}^k, \omega^k \rangle$, sa vitesse $\dot{\mathbf{X}}^k = \langle \dot{\mathbf{x}}^k, \dot{\omega}^k \rangle$. Si l'on note m^k sa masse et J^k son moment d'inertie, les accélérations $\ddot{\mathbf{X}}^k = \langle \ddot{\mathbf{x}}^k, \ddot{\omega}^k \rangle$ sont obtenues par application directe du PFD :

$$m^k \ddot{\mathbf{x}}^k = \int_{\partial \Gamma^k} \sigma_s \mathbf{n} dS + \int_{\Gamma^k} \rho_s \mathbf{g} dV \quad (2.1)$$

avec Γ^k son volume, $\sigma_s \mathbf{n}$ est la contrainte appliquée sur sa surface dans la direction du vecteur unitaire \mathbf{n} , ρ_s la densité et \mathbf{g} la gravité.

La première intégration est la force de contact totale des particules en contact avec elle, notée par $\mathbf{F}^{c,k}$. Une force de contact $\mathbf{f}_j^{c,k}$ entre deux particules j et k est engendrée à un point de contact. L'équation 2.1 peut donc écrire :

$$m^k \ddot{\mathbf{x}}^k = \sum_{j=0}^{n_c} \mathbf{f}_j^{c,k} + m^k \mathbf{g} = \mathbf{F}^{c,k} + m^k \mathbf{g} \quad (2.2)$$

où n_c le nombre de contact du grain k .

En introduisant les vecteurs globaux des positions $\mathbf{x} = \langle \mathbf{x}^k \rangle$ et des forces de $(3 \times N)$ DOFs en translation $\mathbf{F}^c = \langle \mathbf{F}^{c,k} \rangle$ du système, l'équation 2.2 est réécrite sous une forme matricielle :

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{F}^c + \mathbf{W}) \quad (2.3)$$

\mathbf{M} et \mathbf{W} sont les matrices globales des termes de la masse et de la gravité respectivement.

Le système de l'équation 2.3 doit donc être complété avec $(3 \times N)$ équations pour les DOFs en rotation en remplaçant la force \mathbf{F}^c et la masse \mathbf{M} par le torseur \mathbf{T}^c et l'inertie \mathbf{J} respectivement afin de définir complètement le système final de la dynamique pour $(6 \times N)$ DOFs suivant :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}^{-1} (\mathbf{T}^c + \mathbf{W}) \quad (2.4)$$

\mathbf{J} représente la matrice d'inertie globale, \mathbf{T}^c le vecteur de force global (y compris les torseurs), \mathbf{W} est obtenu en joignant les DOFs en rotation à \mathbf{W} .

Les forces $\mathbf{f}_j^{c,k}$ de contact j dans l'équation 2.2 sont calculées par la loi d'interaction (voir la section 2.1.3) décrivant le comportement irréversible. Une définition unique pour la relation entre les positions et les forces est donc impossible. Au lieu de cela, une définition du taux de variation de $\mathbf{f}_j^{c,k}$ en fonction des positions et leur dérivée par rapport au temps est donnée :

$$\dot{\mathbf{f}}_j^{c,k} = b(\mathbf{x}^j, \mathbf{x}^k, \dot{\mathbf{x}}^j, \dot{\mathbf{x}}^k) \quad (2.5)$$

où la fonction b définit le comportement du contact entre deux particules j et k . Un opérateur global \mathcal{B} (non-linéaire en général) correspondant à la somme de tous les torseurs de toutes les particules est introduit :

$$\dot{\mathbf{F}}^c = \mathcal{B}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \quad (2.6)$$

Les positions $\mathbf{X}_{t+\Delta t}$ sont mises à jour tous les intervalles de temps Δt par l'intégration des accélérations $\ddot{\mathbf{X}}$ suivant un schéma explicite aux différences finies centrales de la dérivée seconde :

$$\frac{\mathbf{X}_{t+\Delta t} - 2\mathbf{X}_t + \mathbf{X}_{t-\Delta t}}{\Delta t^2} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{T}_t^c \quad (2.7)$$

Ensuite, la liste des contacts est ainsi mise à jour et les forces de contact intergranulaires sont recalculées à chaque itération, permettant la continuité du cycle de calcul.

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{t+\Delta t}^c &= \mathbf{F}_t^c + \mathcal{B}(\mathbf{X}_{t+\Delta t}, \dot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t/2}) \Delta t \\ \dot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t/2} &= \frac{\mathbf{X}_{t+\Delta t} - \mathbf{X}_t}{\Delta t} \end{cases} \quad (2.8)$$

où $\dot{\mathbf{F}}_{t+\Delta t/2}^c$ et $\dot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t/2}$ sont calculés par l'approximation de différence centrale de la dérivée seconde.

Remarquons que la résolution d'intégration fait l'hypothèse que les accélérations et les vitesses des grains sont constantes sur chaque pas de temps Δt . Le choix du pas de temps est donc un point crucial dans les simulations de la DEM (voir la section 2.1.4, page 28).

2.1.3 Lois d'interaction

Le but de la simulation numérique est la compréhension aussi bien des mécanismes que du comportement microscopique d'un échantillon numérique sur lequel il soit possible de produire

une *loi équivalente* représentant le comportement macroscopique de l'ensemble du milieu granulaire. Pour cela, la définition d'une loi caractérisant les interactions intergranulaires est un point capital de toute simulation DEM.

Géométrie locale des contacts

Dans l'espace de référence global $Oxyz$, un grain k est associé à son centre \mathbf{x}^k et à son rayon R^k , et \mathbf{x}^w est le centre d'une paroi w . Considérons les interactions entre les deux grains k_1 et k_2 (la FIG. 2.2(a), page 25), ainsi qu'entre un grain k et une paroi w (la FIG. 2.2(b), page 25). Pour tous ces deux types de contact, les forces se produisent à un point de la zone de contact. Un repère local $(C, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ est défini à chaque interaction. Le point de contact \mathbf{x}^c se situe dans le volume d'interpénétration de deux corps en contact et est lui-même le point d'application de la force $\mathbf{f}_{k_2}^{c,k_1}$, k_2 sur k_1 (voir la FIG. 2.2(c), page 25). Le plan de contact est défini par un vecteur unitaire normal \mathbf{n} , dirigé le long de la ligne intercentre en cas du contact *grain-grain*, ou vers la ligne la plus courte entre le centre et la paroi dans le cas du contact *grain-paroi*. Nous avons :

(a)

(b)

(c)

FIGURE 2.2 – Géométrie locale du contact : (a) *grain-grain* ; (b) *grain-paroi* [81] ; et (c) force de contact dans un repère local et global [147].

$$\mathbf{n} = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}^{k_2} - \mathbf{x}^{k_1}}{\mathcal{D}} & (\text{grain-grain}) \\ \frac{\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^w}{\mathcal{D}} & (\text{grain-paroi}) \end{cases} \quad (2.9)$$

avec \mathcal{D} la distance intercentre en cas du contact *grain-grain*, ou la distance la plus courte entre le centre vers la paroi pour le contact *grain-paroi* :

$$\mathcal{D} = \begin{cases} \|\mathbf{x}^{k_2} - \mathbf{x}^{k_1}\| & (\text{grain-grain}) \\ \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^w\| & (\text{grain-paroi}) \end{cases} \quad (2.10)$$

Le vecteur unitaire tangentiel du plan de contact est défini tel que :

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.11)$$

La force de contact peut donc se décomposer en une composante normale dirigée vers la direction du vecteur unitaire normal \mathbf{n} et une composante tangentielle dans le sens du vecteur unitaire tangentiel \mathbf{t} . La distance intergranulaire U^n est simplement définie comme la distance intercentre à laquelle sont soustraites les rayons de deux grains :

$$U^n = \begin{cases} (R^{k_1} + R^{k_2}) - \mathcal{D} & (\text{grain-grain}) \\ R^k - \mathcal{D} & (\text{grain-paroi}) \end{cases} \quad (2.12)$$

La position du point de contact est déterminée par :

$$\mathbf{x}^c = \begin{cases} \mathbf{x}^{k_1} + \left(R^{k_1} - \frac{1}{2}U^n\right) \mathbf{n} & (\text{grain-grain}) \\ \mathbf{x}^k + \left(R^k - \frac{1}{2}U^n\right) \mathbf{n} & (\text{grain-paroi}) \end{cases} \quad (2.13)$$

Du point de vue de la simulation, en cas des grains sphériques, la procédure est évidemment simplifiée du fait que deux grains sont en contact si la distance entre les centres est inférieure à la somme des rayons, mais cela peut devenir assez délicat en cas des grains polyédriques.

Raideurs des contacts

Pour un schéma DEM explicite, il est nécessaire de donner un modèle de contact permettant de calculer des efforts intervenant dans l'équation 2.2 (page 23). Les grains sont supposés déformables dans ce modèle. La composante normale \mathbf{f}_n de la force de contact $\mathbf{f}_{k_2}^{c,k_1}$ ou $\mathbf{f}_{k_1}^{c,k_2}$ entre deux grains est définie comme une fonction de la distance intergranulaire (la FIG. 2.2(c), page 25). La déformation réelle des grains étant extrêmement complexe, on la prend en compte de façon globale au niveau de contact par une interpénétration légère \mathcal{U}^n (la FIG. 2.3(b)) (page 27), c'est l'approche "*soft contact*", définie telle que :

$$\mathcal{U}^n = \begin{cases} U^n & \text{si } U^n \leq 0 \\ 0 & \text{si } U^n > 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Pour le cas des matériaux granulaires frottants, la force de contact comporte également une composante tangentielle \mathbf{f}_t déterminée à chaque pas de temps comme une fonction de l'incrément du déplacement tangentiel relatif $\dot{\mathcal{U}}^t$ au contact entre deux particules k_1 et k_2 :

$$\dot{\mathcal{U}}^t = \dot{\mathbf{x}}^{k_2} + \omega^{k_2} \cdot (\mathbf{x}^c - \mathbf{x}^{k_2}) - \dot{\mathbf{x}}^{k_1} - \omega^{k_1} \cdot (\mathbf{x}^c - \mathbf{x}^{k_1}) \quad (2.15)$$

Cundall et Strack [59] ont initialement proposé un modèle élasto-plastique plus simple utilisant des ressorts et des patins dans les directions normales et tangentielles afin de relier les grains en contact (la FIG. 2.3(a)) (page 27) [51, 148]. À chaque itération, la composante normale (la FIG. 2.3(c)) (page 27) est calculée par :

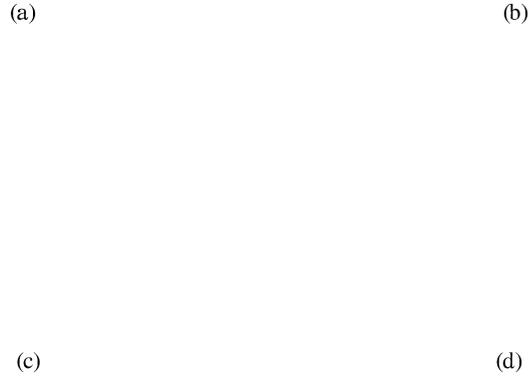


FIGURE 2.3 – Modèle de contact élasto-plastique linéaire : (a) raideurs normale et tangentielle définies aux contacts [59]; (b) notation de l'interpénétration \mathcal{U}^n ; lois d'interaction (c) normale, et (d) tangentielle [147].

$$\mathbf{f}_n = k_n \mathcal{U}^n \mathbf{n} \quad (2.16)$$

et la composante tangentielle \mathbf{f}_t (la FIG. 2.3(d)) (page 27) est calculée de manière incrémentale, en fonction de l'incrément $\dot{\mathcal{U}}^t$ suivant :

$$\dot{\mathbf{f}}_t = k_t \dot{\mathcal{U}}^t \mathbf{t} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{f}_t^{[t]} = \mathbf{f}_t^{[t-\Delta t]} + \dot{\mathbf{f}}_t^{[t]} \Delta t \quad (2.17)$$

k_n et k_t sont définis pour deux particules k_1 et k_2 en contact, comme une fonction du module élastique E et un coefficient adimensionnel $a = k_t/k_n$ selon la loi de Frottement de Coulomb (voir l'équation 2.21, page 28) :

$$\begin{cases} k_n &= E \frac{2R_{k_1}R_{k_2}}{R_{k_1} + R_{k_2}} \\ k_t &= a k_n \end{cases} \quad (2.18)$$

Nous présentons ci-dessous, l'autre modèle plus répandu de Hertz-Mindlin se rapprochant mieux de la réalité des contacts intergranulaires. Il exprime une relation non-linéaire basée sur la théorie de Mindlin et Deresiewicz considérant la déformation élastique de deux grains sphériques

de rayon R^k en contact par la prise en compte des propriétés mécaniques du matériau comme le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson ν [63]. Les raideurs normales et tangentielles doivent être calculées à chaque pas de temps par :

$$k_n^* = \frac{df_n}{d(\mathcal{U}^n)} = \frac{G \cdot \sqrt{2R^k}}{1 - \nu} \cdot \sqrt{\mathcal{U}^n} \quad (2.19)$$

$$k_t^* = \frac{df_t}{d(\mathcal{U}^t)} = \frac{2 \cdot (G^2 \times 3 \cdot (1 - \nu) \cdot R^k)^{1/3}}{2 - \nu} \cdot f_n^{1/3} \quad (2.20)$$

Frottement de Coulomb

La résistance au cisaillement de chaque contact dans le cas des matériaux purement frottants est régie par un critère de Coulomb. La composante tangentielle \mathbf{f}_t de la force de contact est limitée à une valeur maximale qui dépend de la composante normale \mathbf{f}_n et de l'angle de frottement intergranulaire φ :

$$\|\mathbf{f}_t\| \leq \mathbf{f}_n \tan \varphi \quad (2.21)$$

2.1.4 Pas de temps critique

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la discrétisation du temps en intervalles Δt pour chaque cycle de calcul est un point principal de la résolution numérique dans la DEM. Dans le cas d'un système constitué d'oscillateurs masse-ressort, la convergence du calcul vers une solution numérique stable est conditionné par une valeur du pas de temps permettant la propagation des ondes dans le milieu. En effet, si l'on considère que chaque grain de l'assemblage peut être comparé à un oscillateur de masse, m , relié par un ressort de rigidité k à un corps fixe, le pas de temps Δt doit être choisi suffisamment petit par rapport à la période propre $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ de chacun des systèmes oscillants afin d'éviter que l'assemblage ne s'emballe sous l'effet de l'amplification des phénomènes cinétiques. En conséquence, Δt doit être strictement inférieur à la plus petite période propre obtenue sur l'ensemble des particules de l'assemblage. La période propre calculée sur chaque grain k pour chaque DOF indépendant j ($j = 1, 2, 3, 4$) est introduite d'une manière générale suivante :

$$T_j^k = \sqrt{\frac{m^k}{K_j^k}} \quad (2.22)$$

avec m^k est la masse du grain k et K_j^k est la raideur équivalente des contacts autour du grain k pour les DOFs en translation ($j = 1, 2, 3$), et en rotation ($j = 4$). Remarquons que dans le cas $j = 4$, m^k est remplacée par le moment d'inertie J^k du grain k . Le pas de temps critique Δt_{M-K} est finalement défini comme la plus petite période propre équivalente T_j^k de l'assemblage du nombre de grains N :

$$\Delta t_{M-K} = \min(T_j^k) = \min \left(\sqrt{\frac{m^k}{K_j^k}} \right) \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (2.23)$$

2.1.5 Amortissement numérique non-visqueux

Toute action appliquée sur l'assemblage génère des ondes se propageant ensuite dans l'ensemble du milieu à l'aide d'interaction. Dans le cas d'ondes de faible amplitude, si les contacts sont purement élastiques, le frottement ne permet pas de dissiper l'énergie et ces ondes sont elles-mêmes indéfiniment existantes dans le milieu. Pour éviter ce phénomène perturbant la résolution numérique, un amortissement de différents types est introduit dans les équations de la dynamique pour la convergence vers un état d'équilibre statique du système.

Une solution classique choisie dans cette étude est d'introduire dans la loi d'interaction entre grains une dissipation visqueuse proportionnelle à la vitesse de la sollicitation. Cundall a proposé un amortissement numérique non-visqueux s'appliquant indépendamment à chaque grain dont la force (ou le moment) d'amortissement est proportionnelle à la force (ou au moment) résultante sur le grain [57]. Le signe de la force d'amortissement est choisi de façon à amortir les vibrations plutôt que les mouvements permanents :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^a &= -D_a \cdot \mathbf{F}^c \cdot \text{sign}(\dot{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{T}^a &= -D_a \cdot \mathbf{T}^c \cdot \text{sign}(\dot{\omega}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} \text{sign}(v) = 1 & \text{si } v > 0 \\ \text{sign}(v) = 0 & \text{si } v = 0 \\ \text{sign}(v) = -1 & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

avec D_a le coefficient d'amortissement, une grandeur adimensionnelle, compris entre 0 (pas d'amortissement) et 1 (pas d'accélération), et $\text{sign}(v)$ est une fonction envoyant le signe d'un scalaire v . Concrètement, cet amortissement a pour effet de diminuer la force résultante si celle-ci est motrice, et de l'accroître si elle s'oppose au mouvement. Pratiquement, on ajoute au torseur résultant sur chaque grain, avant l'application de l'équation 2.4 (page 24), comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^a &= (1 \pm D_a) \cdot \mathbf{F}^c \\ \mathbf{T}^a &= (1 \pm D_a) \cdot \mathbf{T}^c \end{aligned} \quad (2.25)$$

où l'addition est prise en compte pour le cas de la force motrice, et le signe "-" correspond à la force opposante.

On peut noter que ce type d'amortissement n'a pas de réel sens physique, mais il est numériquement très efficace. Seul l'aspect dynamique du modèle est modifié. Un amortissement adapté réduit le nombre des cycles de calcul nécessaires à l'obtention d'un état d'équilibre statique. Il n'a plus d'effet une fois que l'équilibre est atteint (car alors il n'y a pas plus d'accélération).

2.1.6 Simulation numérique des milieux granulaires secs

2.1.6.1 Généralités

Les codes de calcul DEM utilisent habituellement des grains de forme sphérique en 3D afin de traiter facilement aussi bien les calculs géométriques pour la détection de contact que la définition des lois d'interaction. Évidemment, avec un tel choix sur la forme de grain, il ne permet pas de reproduire quantitativement certaines caractéristiques propres de matériaux granulaires communs dont les grains ne sont pas sphériques. Par contre, celui-ci nous permet de valider aisément des lois et des algorithmes du modèle numérique en comparaison avec des mesures

expérimentales effectuées sur des grains sphériques de billes de verre. Pour étudier la relation entre l'angle de frottement microscopique φ et celui macroscopique au pic du déviateur des contraintes réalistes, certains auteurs ont proposé des modèles de géométrie variée des grains (la Fig. 2.4) (page 30). Le bilan complété par Chareyre a montré que cette relation n'était pas linéaire (voir la Fig. 2.5, page 30).

(a) (b) (c)

FIGURE 2.4 – Modèles géométriques de grains : (a) disques collés deux à deux [50]; (b) ellipses [28]; et (c) polyèdres [4].

FIGURE 2.5 – Relation entre les angles de frottement macroscopique Φ et intergranulaire φ , un bilan expérimental (Exp.) et simulé (sim.) effectué par Chareyre [50].

Conceptuellement, les modèles sphériques des grains en 3D peuvent être assimilés à des assemblages de billes de verre, un matériau largement utilisé expérimentalement afin d'étudier le comportement microscopique des milieux granulaires. Dans un tel contexte, les simulations DEM montrent leur potentialité incontestable dans la reproduction des aspects phénoménologiques caractéristiques des matériaux granulaires comme l'influence du chemin de chargement sur le comportement du sol [58], le concept d'état critique [107], la localisation des déformations en bande de cisaillement [132], même les phénomènes de liquéfaction sous chargement cyclique. En effet, il n'est pas facile de reproduire exactement la microstructure initiale d'un assemblage de grains. La comparaison directe de résultats expérimentaux et numériques reste donc délicate. Néanmoins, des résultats intéressants ont été obtenus sur des assemblages aussi bien réguliers [127] qu'aléatoires [162].

2.1.6.2 Quasi-staticité

Comme nous l'avons vu, en mécanique des sables, les caractéristiques mécaniques ne dépendent pas de la vitesse de sollicitation sous l'application d'un chemin de chargement. Dans les simulations DEM, il est donc également indispensable de garder le contrôle sur les effets inertiels liés au chargement. Du point de vue de la simulation numérique, les modélisateurs ont pour habitude d'invoquer le caractère quasi-statique des simulations qui caractérise une évolution comportant une succession d'états d'équilibre statique.

En pratique, le moyen le plus simple afin de vérifier est d'effectuer deux sollicitations à deux vitesses de chargement différentes, le chargement peut être considéré quasi-statique si les résultats obtenus sont identiques. L'influence de la vitesse de sollicitation sur la simulation d'essais triaxiaux a été analysée par Chareyre [50]. Son constat est que l'erreur commise $\Delta\sigma_{\text{pic}}$ au pic des contraintes σ_{pic} dépend linéairement de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ lorsque celle-ci n'est pas trop élevée. Ce résultat permet notamment d'effectuer deux essais à deux vitesses de chargement distinctes afin d'en déduire la valeur de contrainte au pic correspondant à un essai quasi-statique par simple interpolation.

Mahboubi *et al.*[107] a proposé un indice qui pouvait quantifier la quasi-staticité :

$$\lambda = \frac{\left\| \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i^e \right\|}{\left\| \sum_{j=1}^{N_j} \mathbf{F}_j^c \right\|} \quad (2.26)$$

avec \mathbf{F}_j^c la force de contact j , ($j = 1, 2, \dots, N_j$), alors que \mathbf{F}_i^e est la force résultante de toutes les forces extérieures, massiques ou les forces de contact, où N_j et N sont le nombre de contacts et nombre total de grains du milieu.

Cet indice revient à faire la comparaison entre les efforts internes liés aux interactions de contact et les efforts extérieurs appliqués sur le milieu. Les auteurs considèrent que le chargement est quasi-statique si cette valeur ne dépasse pas 1%, et $\lambda = 0$ dans le cas statique parfait.

2.1.6.3 Volume élémentaire représentatif

Comme classiquement en mécanique des sols, le comportement d'un sol peut être assimilé à celui d'un milieu continu dont le comportement est défini, en chaque point, par une loi macroscopique en contraintes-déformations. On considère généralement que ceci n'est vrai que si les essais réalisés sur des échantillons de sol en laboratoire comportent un nombre de grains suffisant dont la taille doit être assez petite relativement à la taille de l'échantillon. Évidemment, cela doit également être vérifié dans les simulations numériques discrètes. Il faut s'assurer, en prenant un nombre suffisant de grains, que la dimension des hétérogénéités soit petite par rapport à la dimension caractéristique de l'assemblage.

Dans le cadre des études de matériaux hétérogènes par les approches multi-échelles, cela se traduit généralement par la définition d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) qui est considéré comme un point matériel du milieu équivalent et le plus petit volume pour lequel il est possible de déterminer une loi de comportement unique reliant les contraintes aux déformations [35]. Par essence, cette définition du VER basée sur l'unicité du comportement est

difficilement concevable dans le cadre des simulations discrètes. En effet, comment caractériser le comportement unique d'un assemblage granulaire sachant que la spécificité des configurations initiales d'une simulation engendrent autant de solutions exactes correspondantes? La variabilité des résultats est donc inhérente à l'approche discrète, indépendamment des erreurs liées à la méthode de résolution.

De nombreux auteurs [35] se sont ainsi intéressés à la caractérisation du VER, et ont tenté de tenir compte du nombre minimum d'hétérogénéités. Les résultats expérimentaux de Calvetti *et al.*[33], sur des rouleaux montrent que le calcul des déformations globales à partir du champ des déplacements discrets est fonction de la taille du domaine sur lequel est effectué le calcul. Une convergence satisfaisante des calculs vers les valeurs mesurées expérimentalement est estimée à partir d'un volume VER égal à dix fois la taille du plus gros granulat, ce qui confirmerait les analyses déjà faites par Biarez et Hicher [15]. Malgré tout, du fait de l'inhérente variabilité de la DEM, l'approche consistant à caractériser le VER en fonction de la dispersion des résultats semble la plus pertinente puisqu'il est maintenant bien admis que celle-ci diminue avec le nombre de particules, un comportement asymptotique pouvant être mis en avant dans la limite des grands systèmes. Par exemple, à partir de simulations bidimensionnelles, Chareyre [50] a montré que l'écart type calculé sur les valeurs du pic des contraintes diminue avec le nombre de grains N mis en jeu, proportionnellement à $N^{-1/2}$ (voir la FIG. 2.6, page 32).

(a)

(b)

FIGURE 2.6 – Dispersion des courbes $\sigma - \varepsilon$ d'une simulation biaxiale pour deux échantillons de propriétés identiques [50] : (a) 500 grains; (b) 4000 grains.

L'approche probabiliste a finalement conduit les expérimentateurs et numériciens à caractériser le VER en fonction des résultats de leurs simulations : le nombre de grains à considérer est fixé selon que les différences deviennent négligeables d'un essai à un autre. Plusieurs échantillons de même matériau doivent pouvoir reproduire des comportements mécaniques équivalents, l'acceptabilité de la variabilité des résultats étant, bien entendu, laissée au jugement de l'expérimentateur. Ceci étant, dans le cadre des simulations numériques, il faut bien garder en tête que le coût de calcul est directement lié au nombre de particules considérées.

2.1.6.4 Mise en place numérique

Du point de vue de la simulation, la génération d'un état initial maîtrisé est de première importance pour la simulation des essais en laboratoire. En effet, les propriétés initiales telles que la densité, la granularité, l'homogénéité (ou l'hétérogénéité), l'isotropie (ou l'anisotropie) de la microstructure d'un assemblage granulaire influencent directement son comportement.

Les techniques mises en œuvre, souvent très variables, sont distinguées en deux grandes familles : les méthodes géométriques basées sur des algorithmes géométriques de positionnement des éléments [84, 85], et les méthodes dynamiques qui constituent en elles-mêmes des simulations utilisant le cycle de calcul de la DEM. L'avantage de ces dernières est la création d'échantillons déjà stables vis-à-vis de la simulation alors que les méthodes géométriques, par définition, ne prennent en compte aucune considération mécanique et nécessitent, dès lors, une phase de calcul de stabilisation. Contrairement aux algorithmes géométriques, les propriétés des échantillons créés par méthode dynamique ne sont que des paramètres contrôlés a posteriori.

Les méthodes dynamiques sont divisibles en deux catégories : le dépôt sous gravité (ou pulviation) et le compactage. La première technique consiste à faire tomber les grains sous l'effet de la gravité dans une boîte. Les grains peuvent être lâchés un par un ou positionnés initialement suivant une maille et lâchés simultanément. Cette méthode conduit à une distribution des orientations de contacts anisotrope, préférentiellement orientée selon la direction du dépôt [147]. De plus, la régularité de la surface libre des échantillons ainsi générés n'est pas assurée. Néanmoins, la pulviation reflète effectivement la réalité d'un dépôt sédimentaire. Cette méthode est ainsi plutôt tournée vers des applications concernant les sols de surface et les problèmes aux limites associés. Le compactage consiste dans un premier temps à créer un arrangement aléatoire de grains, très lâche, voire sans contact. L'assemblage granulaire est ensuite compacté soit par compression isotrope (par réduction de volume global [55, 107, 161]) ou soit par grossissement progressif des rayons des grains (volume global constant [50]). Pour gérer la densité finale de l'assemblage granulaire, certains auteurs [50, 107, 161] jouent sur la valeur de l'angle de frottement intergranulaire φ au cours du compactage : plus celui-ci est faible plus l'assemblage sera dense. La densité maximale serait donc atteinte pour un angle de frottement nul. Pour sa part, à condition de contrôler correctement son processus, le compactage permet d'obtenir des échantillons dont l'isotropie et l'homogénéité peuvent être contrôlées. En outre, leur densité peut être assez facilement ajustée.

2.1.6.5 Conditions aux limites

Pour soumettre l'assemblage granulaire numérique à un programme de chargement choisi, il faut pouvoir contrôler son état de contrainte-déformation. Le contrôle s'effectue habituellement en imposant sur la frontière des conditions cinématiques (en vitesses de déplacement ou en déformations) et sur la partie complémentaire des conditions en force ou en contrainte.

La solution la plus classique consiste à placer l'assemblage granulaire dans une boîte déformable dont chacune des faces est une paroi rigide directement en contact avec les grains de l'échantillon (la Fig. 2.7(a), page 34). La position et l'orientation de chaque face est contrôlée, soit directement afin d'imposer une ou plusieurs composantes de l'état de déformation, soit indirectement à travers une boucle d'asservissement pour imposer une ou plusieurs composantes de l'état de contrainte. Évidemment, cette solution simplificatrice a des conséquences sur les comportements simulés, la rigidité des parois ayant tendance à forcer l'homogénéité du champ des déformations au sein de l'assemblage granulaire.

(a) (b) (c)

FIGURE 2.7 – Conditions aux limites : (a) parois rigides [34, 78]; (b) souples [10, 82]; et (c) périodiques [58, 122].

L'espace de référence global est défini par le repère $\mathfrak{R} = (\mathbf{O}, x_1, x_2, x_3)$. Chacune des parois est normale aux axes du repère \mathfrak{R} au cours des simulations. Le contrôle en contrainte s'effectue selon le principe suivant : à chaque instant, la pression exercée par l'échantillon sur les parois est mesurée via les forces aux contacts grains-parois, régies par les mêmes lois que les contacts entre grains (voir la section 2.1.3, page 24). Un déplacement des parois engendrant des efforts sur l'ensemble des grains à son contact, la rigidité globale parois-échantillon K_i dans la direction i peut être calculée par :

$$K_i = \sum_{\substack{\text{contacts} \\ \text{sur parois}}} k_n \quad (2.27)$$

Leur position X_i est ainsi ajustée de façon continue de sorte que la contrainte σ_i générée par la force $F_i = K_i X_i$ sur la surface S_i s'approche au plus près de la contrainte σ_c souhaitée :

$$\Delta X_i = \frac{S_i(\sigma_i - \sigma_c)}{K_i} \quad (2.28)$$

L'asservissement en force est effectué en imposant aux parois des vitesses de déplacement calculées suivant des équations du type :

$$V_{t+\Delta t}^w = 0.8 \cdot V_t^w + (1 - D_a^w) \cdot \frac{\sigma_i - \sigma_c}{K_i \cdot \Delta t} \quad (2.29)$$

avec $V_{t+\Delta t}^w$ et V_t^w les vitesses de déplacement aux temps $t + \Delta t$ et t respectivement. σ_i et σ_c les contraintes sur la paroi de la surface S_i et la contrainte de confinement souhaitée. On introduit dans l'équation 2.29 (page 34) un coefficient d'amortissement adimensionnel D_a^w (ici, dans nos cas, $D_a^w = 0.25$) qui est compris entre 0 (pour un contrôle parfait) et 1 (pas de déplacement) pour le contrôle de conditions aux limites. Les contacts grains-parois sont sans frottement et ont la même raideur que les contacts intergranulaires.

Dans l'étude de la localisation des déformations, certains auteurs ont introduit des conditions aux limites souples (la Fig. 2.7(b), page 34) en s'inspirant des membranes généralement utilisées en laboratoire [10, 82]. Il semblerait que celles-ci favorisent effectivement l'apparition de bandes de cisaillement au sein des échantillons.

Signalons également que les parois rigides présentent l'inconvénient de perturber l'arrangement de la structure granulaire avec une plus grande porosité au niveau de ses bords. Pour

éviter ces perturbations, certains auteurs préconisent l'utilisation de conditions aux limites périodiques (la Fig. 2.7(c), page 34), en faisant l'hypothèse que l'échantillon se trouve au cœur d'un espace périodique où les conditions aux limites sur une face sont également vraies sur la face opposée [58, 122]. Suivant une telle approche, l'inconvénient est que la localisation de la déformation ne peut se développer que si elle vérifie les conditions de périodicité imposées aux frontières de l'échantillon.

2.2 Modèles de couplage DEM-écoulement

Il existe de nombreuses approches permettant d'écrire la physique et l'interaction mécanique fluide-solide. Chacune de ces approches est basée sur plus ou moins de simplifications dépendantes de l'échelle à laquelle le problème est observé, déterminant également le domaine de validité et la fiabilité des informations obtenues.

Une solution complète des équations de la mécanique des fluides et des équations fondamentales de la mécanique permet de déterminer les quantités telles que les forces d'interaction fluide-solide et la résistance au cisaillement de l'assemblage. Une importance particulière réside dans l'échelle choisie pour décrire les processus physiques caractérisant le comportement d'un système polyphasique, dans la qualité des informations obtenues par l'application de tels modèles, et dans les aspects de la mise en œuvre pour la simulation numérique.

Les modèles couplés DEM-écoulement les plus couramment adoptés dans la communauté scientifique seront présentés ci-après. Ils diffèrent essentiellement dans la façon dont la partie fluide est traitée. Ceux-ci peuvent être regroupés en trois familles :

2.2.1 Modèles microscopiques

La solution numérique des équations de Navier-Stokes est non-triviale et coûteuse en temps de calcul, surtout pour les géométries des pores complexes en trois dimensions. Les méthodes des éléments finis (FEMs⁵) sont souvent invoquées pour la solution numérique du problème de l'écoulement en milieux poreux [92, 123, 124], mais leur diffusion comme un outil efficace est actuellement plus difficile dans le domaine de la mécanique des fluides que de la mécanique des structures et des solides [69]. Bien qu'elles permettent de traiter des géométries irrégulières et aux interfaces des phases complexes grâce à la flexibilité dans la définition de la maille numérique, le nombre du degré de liberté est trop élevé par rapport aux autres schémas numériques. En conséquence, l'occupation de mémoire de l'ordinateur et le coût de calcul nécessaire pour résoudre le système d'équations non-linéaires sont souvent inabordables, notamment en 3D [52].

Au cours des dernières années, un schéma numérique qui a un grand succès dans la simulation de l'écoulement de fluide et la modélisation de la physique de fluide est la méthode Lattice-Boltzmann (LBM) [94, 108, 109, 169]. Comme la FEM, ce schéma est particulièrement efficace dans les applications de l'écoulement de fluide concernant la dynamique des interfaces et des conditions aux limites complexes. Contrairement à la FEM, elle ne nécessite pas la résolution d'un grand système d'équations non-linéaires. Le but fondamental est de construire des modèles cinétiques simplifiés qui incorporent la physique essentielle des processus microscopiques et mésoscopiques pour que les propriétés macroscopiques moyennées obéissent aux équations

5. De l'anglais "Finite Element Methods".

macroscopiques souhaitées. La nature cinématique de la LBM introduit trois caractéristiques importantes qui la distinguent des autres méthodes numériques. Premièrement, l'opérateur de convection de la LBM dans l'espace des phases (ou la vitesse spatiale) est linéaire. La convection simple combinée avec un processus de relaxation (ou l'opérateur de collision) permet la récupération de l'advection macroscopique non-linéaire par passage d'expansions multi-échelles. Deuxièmement, la pression de la LBM est calculée en utilisant une équation d'état, tandis que dans les simulations directes des équations de Navier-Stokes, la pression satisfait une équation de Poisson avec la vitesse de déformation agissant comme des sources. Troisièmement, la LBM utilise un ensemble minimal de vitesses dans l'espace des phases, étant l'espace des phases d'un espace fonctionnel complet. Il est à noter, toutefois, que l'écoulement du fluide incompressible représente une grande difficulté pour la LBM classique qui est entièrement basée sur les fluctuations de la densité. Cette caractéristique rend la LBM difficile dans les cas de couplage poro-mécanique. Une solution pour ce problème consiste à tenir compte de la porosité comme un champ variable de l'équation de Navier-Stokes [72], et l'extensibilité du problème de l'écoulement à l'échelle continue-équivalente.

2.2.2 Modèles continus

Dans l'application de la théorie de la mécanique des fluides au problème de l'écoulement biphasique, la quantité de mouvement et l'équilibre énergétique sont généralement considérés par l'intégration de volumes finis du système étudié. Pour les études de fluidisation, tout le lit fluidisé peut être considéré comme le volume de référence [103]; pour l'étude de l'écoulement biphasique dans un conduit, le volume élémentaire est généralement toute la section transversale [61]. Évidemment, une analyse différentielle dans de nombreux cas peut conduire à une meilleure connaissance du phénomène de l'écoulement, et finalement une meilleure corrélation par rapport à des résultats expérimentaux.

Dans le cadre des études de matériaux hétérogènes par l'approche continue, les phénomènes physiques sont observés et interprétés par un point de vue macroscopique [54, 64, 170]. La base des modèles continus est effectivement le remplacement des variables mécaniques locales en un point défini d'un grain par les variables locales moyennées sur les domaines dont la taille est plus grande par rapport à la taille d'un grain, mais plus petite vis-à-vis des dimensions du système. Cela signifie, pour une application donnée, qu'une échelle existante définit la dimension d'un volume qui sera la représentation physique et mécanique du milieu considéré. On peut noter que les dimensions d'un tel volume représentatif sont uniquement déterminées par l'application du modèle.

Les variables mécaniques telles que la vitesse de fluide, la pression de fluide, ou la vitesse de solide sont liées par l'équation de continuité et un certain nombre de lois qui doivent être déterminées empiriquement [5].

La dynamique d'écoulement des liquides visqueux à travers les pores d'un milieu poreux est généralement régie par la loi de Darcy (voir la section 1.3.5, page 16 du chapitre 1) reliant le gradient de pression ∇p à la vitesse du fluide \mathbf{v} par la relation suivante :

$$\mathbf{v} = -\frac{\kappa}{\mu} (\nabla p - \rho_f \mathbf{g}) \quad (2.30)$$

avec κ la perméabilité intrinsèque exprimée en $[m^2]$, μ et ρ_f sont la viscosité et la densité du fluide respectivement. La perméabilité est souvent liée à la porosité par l'équation de Kozeny-

Carman comme suit [81] :

$$\kappa = C \frac{\bar{d}_p^2 n^3}{(1-n)^2} \quad (2.31)$$

où n est la porosité calculée à partir de la cellule du fluide, \bar{d}_p le diamètre moyen des grains, C est un facteur géométrique. Des études expérimentales montrent qu'il existe des écarts par rapport à la loi de Darcy aux forts gradients hydrauliques de l'écoulement dans les milieux poreux [142]. Dans ce cas-là, des équations non-linéaires existantes semblent être une alternative pertinente afin d'évaluer le gradient de pression. Ergun a proposé l'équation semi-empirique suivante [170] :

$$\nabla p = - \left(150 \frac{(1-n)^2}{n^3 \bar{d}_p^2} \mu \rho_f \mathbf{v} + 1.75 \frac{(1-n)}{n^3 \bar{d}_p} \rho_f \mathbf{v}^2 \right) \quad (2.32)$$

Il n'y a pas de couplage direct à l'échelle locale : les forces agissantes sur chacune des particules sont définies en fonction de la vitesse de fluide moyennée sur une méso-échelle regroupant plusieurs particules, à l'aide d'estimations de la perméabilité basées sur les valeurs locales de la porosité. L'approche continue a été adoptée pour les milieux granulaires en suspension ainsi que pour les matériaux denses à faible vitesse de déformation (comme les sols, les roches), et est couramment utilisée dans des codes de calcul de la dynamique de fluide (CFD⁶). Dans les modèles de couplage continu-discret, des schémas classiques résolvent numériquement l'équation de continuité et l'équation de Navier-Stokes, et donnent ensuite la pression et le vecteur de vitesse pour chaque cellule fluide. Les forces individuelles sur les particules sont alors obtenues par les relations empiriques en fonction de la cellule poreuse et de la vitesse du fluide \mathbf{v} présentées dans les équations 2.30 et 2.32 [81]. Certaines limitations concernent les paramètres d'entrée pour ce type de modèles couplés. La cellule fluide doit être suffisamment grande et contenir *suffisamment* de particules pour obtenir de *bons* résultats [81].

Les modèles de couplage continu-discret ont réussi à rendre des problèmes couplés abordables au niveau du coût de calcul. Cependant, l'utilisation des lois phénoménologiques limite strictement le pouvoir de prédiction des modèles de nouveaux paramètres sont considérés. Le comportement d'une seule particule n'est pas bien reproduit par ces modèles, ce qui limite leur application aux problèmes tels que la localisation de la déformation, la ségrégation, l'érosion interne par le transport de fines particules et d'autres problèmes pour lesquels les phénomènes principaux ont lieu à l'échelle des hétérogénéités qui caractérisent l'échelle microscopique.

2.2.3 Modèles du réseau poral

Le modèle du réseau poral couvre la troisième classe des modèles de couplage DEM-écoulement, basé sur une représentation simplifiée du milieu poreux comme un réseau des pores et des gorges. Des modèles du réseau poral ont été couramment développés pour prédire la perméabilité dans les matériaux poreux à partir de la géométrie de la microstructure [1, 9, 31, 75, 128, 160], mais ils ont été également étendus pour introduire les effets de l'écoulement polyphasique (par exemple, les bulles d'air, l'écoulement biphasique non-miscible) [29, 30, 129, 130]. Un point crucial de leur succès est de donner une définition adéquate des échanges de fluide en fonction de la géométrie locale. Cet aspect sera discuté à la suite dans le chapitre 3.

6. De l'anglais "Computational Fluid Dynamics".

Les études du modèle du réseau poral sont principalement concentrées sur l'écoulement dans les pores de solides rigides. Peu d'attention, cependant, a été consacrée à la définition des forces appliquées sur des particules individuelles de la phase solide. Un couplage entre la DEM et l'écoulement dans le réseau poral a été initialement proposé dans les travaux de Hakuno et Tarumi [74], et ensuite par Bonilla [28]. Ces études, cependant, ont été limitées à des modèles en 2D sur des assemblages de disques où les pores sont définis par des boucles du réseau de contact. Une telle géométrie poreuse ne laisse pas un chemin libre pour les échanges des fluides, les problèmes en 2D impliquent donc une certaine définition arbitraire de la conductivité locale, en supposant des canaux virtuels entre les vides adjacents. L'adaptation à partir de cette approche pour l'assemblage de sphères en 3D permet de définir la conductivité hydraulique locale en utilisant la géométrie réelle de l'assemblage, puisque cette géométrie définit toujours un réseau ouvert des vides connectés. Cela permet d'ouvrir la possibilité de prédire à la fois la perméabilité à l'échelle macroscopique et les forces agissant sur les particules individuelles qui seront développées dans nos études de simulation aussi bien pour des phénomènes de perméabilité dans les milieux saturés (voir le chapitre 4) que des phénomènes d'érosion interne de fines particules (voir le chapitre 5).

2.3 Conclusions

Dans ce chapitre, les caractéristiques principales de la méthode des éléments discrets (DEM), un outil puissant pour la modélisation numérique des matériaux hétérogènes, ont été présentées. Les aspects numériques et mécaniques liés à la résolution des contacts entre particules dans les matériaux granulaires ont été initialement présentés, étant presque complètement indépendants des problèmes concernant le couplage hydromécanique.

Une description concise des modèles couplés DEM-écoulement existants a conclu notre introduction. Le chapitre 3 sera entièrement consacré à la description du modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV entre la DEM et un modèle d'écoulement de type *réseau poral* (PFV⁷).

7. De l'anglais "a Pore-scale Finite Volume formulation of the flow problem". C'est une formulation en volumes finis, à l'échelle des pores, du problème de l'écoulement.

Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV

Nous avons présenté, dans le chapitre 2, le principe et les possibilités de l'outil numérique DEM permettant de simuler le comportement dans les matériaux granulaires. La présence d'eau s'écoulant à l'intérieur des pores en cas saturé se traduit par l'existence des forces d'interaction fluide-solide qui peuvent modifier le comportement aussi bien mécanique et qu'hydraulique des milieux granulaires.

Ce chapitre est consacré aux possibilités de couplage d'un modèle d'écoulement visqueux à l'échelle des pores (PFV) avec la méthode DEM. Les résolutions du problème aux contacts entre particules et du problème d'écoulement seront traités séparément.

Dans une première partie, après un bref rappel des lois d'interaction entre particules définies dans le chapitre 2, nous nous concentrerons sur la présentation du modèle de PFV de Catalano *et al.* sur les aspects clefs comme : la discrétisation d'espace poreux [40, 41], la description d'écoulement incompressible dans le réseau poral, et les lois d'interaction fluide-solide [52]. Ensuite, le modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV implémenté dans la plateforme YADE et son algorithme final seront présentés, et une relation avec la théorie classique de la poroélasticité sera discutée [42]. Enfin, la validation du modèle de PFV avec la FEM à l'échelle mésoscopique nous permet de faire un couplage avec la DEM [39, 52].

3.1 Modélisation de la phase solide

3.1.1 Code de calcul YADE

Le code de calcul YADE¹ est un logiciel à source ouverte programmé en C++ qui permet de développer des modèles numériques discrets en 3D. Grâce à la modularité développée continuellement par les contributeurs et le permis de la source ouverte (GPL²), les utilisateurs peuvent tout simplement modifier certains des modules existants et facilement ajouter des nouveaux modules ou créer leur propre modèle.

3.1.2 Lois d'interaction solide-solide

Dans YADE, les particules sont modélisées comme des sphères interagissant entre elles selon des lois d'interaction définies par l'utilisateur. Elles sont identifiées indépendamment par leur rayon R , leur masse m , et leur moment d'inertie J . La position de chaque particule est calculée, à chaque pas de temps, par l'intégration de la seconde loi de Newton en fonction des forces et des moments appliqués sur elle. Dans le cas plus simple, les paramètres définis au niveau des contacts sont les raideurs normales k_n , tangentielles k_t , et l'angle de frottement intergranulaire φ . En cas d'interaction locale plus complexe ou de particules non-sphériques, cette configuration peut varier afin de reproduire des comportements macroscopiques (voir le chapitre 2 à la section 2.1, page 22 pour plus de détails).

En considérant les objectifs du modèle PFV, il n'est pas nécessaire de compliquer la loi d'interaction présentée dans la section 2.1.3 (page 24). Les forces élastiques et les moments de rotation sur chaque particule seront donc calculés par les équations 2.16, 2.17 (page 27) et 2.21 (page 28), selon la loi de contact sur la Fig. 2.3 (page 27).

Afin d'assurer une position relative entre deux sphères en contact proportionnelle à une dimension caractéristique, les raideurs normales et tangentielles sont calculées en fonction d'un module de rigidité global E_{global} , et la moyenne harmonique de leurs rayons respectifs R_i et R_j :

$$\begin{cases} k_n &= E_{\text{global}} \frac{2R_i R_j}{R_i + R_j} \\ k_t &= a k_n \end{cases} \quad (3.1)$$

La rigidité tangentielle k_t est définie comme une fraction a de la rigidité normale k_n . E_{global} permet d'homogénéiser le comportement élastique à l'échelle des assemblages et d'assurer l'indépendance de leur comportement globale de la taille des particules.

3.2 Modélisation de la phase fluide par le modèle PFV de Catalano *et al.*

L'objectif du modèle PFV est de fournir un outil pour l'analyse du comportement de milieux granulaires biphasiques, en maintenant la nature discrète de la DEM. Les résolutions du problème élasto-plastique aux interactions interparticulaires et du problème d'écoulement seront

1. De l'anglais "Yet Another Dynamic Engine".

2. De l'anglais "General Public License", la Licence Publique Générale, est une licence qui fixe les conditions légales de distribution des logiciels libres du projet GNU.

traitées indépendamment. Cette section est consacrée à la modélisation de la phase fluide : les équations de l'écoulement visqueux seront considérées à l'échelle des pores et ensuite approximées par un schéma numérique aux volumes finis. L'espace des vides est discrétisé par la maille fine. Les lois d'interaction fluide-solide seront finalement définies par les forces de fluide exercées sur les particules à partir de la pression dans chaque pore.

3.2.1 Discrétisation d'espace poreux

La triangulation de Delaunay et le diagramme dual de Voronoï sont des structures de données géométriques largement utilisées pour des études de matériaux granulaires [7]. Ils sont bien adaptés pour étudier les milieux granulaires aussi bien pour la définition de contrainte et de déformation à l'échelle microscopique [8, 33, 84] que pour la modélisation de l'écoulement monophasique ou polyphasique à l'échelle locale du *réseau poral* [29, 30, 160].

(a)

(b)

FIGURE 3.1 – Comparaison de la discrétisation d'espace poreux par le graphique Delaunay-Voronoï en 2D [40, 41] : (a) classique; et (b) régulier.

La triangulation de Delaunay est définie pour un ensemble de points discrets tandis que le diagramme dual de Voronoï définit des polyèdres entourant chaque point de cet ensemble, et les faces d'un polyèdre sont des parties du plan équidistant de deux sphères adjacentes. Dans le cas de grains de taille identique, la triangulation de Delaunay et le diagramme dual de Voronoï donnent une carte d'espace vide tandis que cette construction présente une certaine caractéristique indésirable pour le cas de grains de taille différente. Les arêtes et les faces du diagramme dual de Voronoï pourraient traverser des régions non-vides (voir la Fig. 3.1, page 41).

Luchnikov *et al.*[106], a proposé une partition d'espace en cellules de Voronoï par les surfaces courbes équidistantes de deux surfaces sphériques. Cette définition est donc coûteuse en temps de calcul pour un grand nombre de particules. La triangulation régulière (voir la Fig. 3.1(b), page 41) généralisant la triangulation de Delaunay aux points pondérés fournit une solution alternative peu coûteuse pour l'utilisation de la cellule de Voronoï. La triangulation régulière est entièrement contenue dans les vides entre les sphères (voir la Fig. 3.1(b), page 41 en 2D; ou la Fig. 3.2(b) et 3.2(c), page 42 en 3D). Les arêtes et les faces du graphique de Voronoï

régulier sont des segments et des plans permettant ainsi de calculer rapidement la géométrie. Dans la section 3.2.2, le volume de pores sera décrit par un élément tétraédrique associé aux faces de la triangulation de Delaunay régulière et des sommets du diagramme dual de Voronoï régulier.

(a) (b) (c)

FIGURE 3.2 – La triangulation de Delaunay et le diagramme dual de Voronoï [41, 52] : (a) et (b) en 2D ; (c) en 3D.

3.2.2 Écoulement d'un fluide visqueux incompressible dans le réseau poral

La discrétisation d'espace poreux décrite dans la section 3.2.1 entraîne une maille tétraédrique dont les sommets coïncident avec les centres des sphères. Chacun des tétraèdres de la triangulation représente un pore en 3D (voir la Fig. 3.2(c), page 42). Son graphique dual, la tessaliation définie par des branches reliant les centres de Voronoï représente le chemin du fluide au sein du réseau poral.

Nous considérons un domaine Ω_i d'un tétraèdre i se répartissant en deux parties : l'une occupée par le solide Γ_i et l'autre est l'espace poreux occupé par le fluide Θ_i (la Fig. 3.3(a), page 43). Nous avons donc : $\Omega_i = \Gamma_i \cup \Theta_i$, et $\Gamma_i \cap \Theta_i = \emptyset$. On a donc dans la triangulation de Delaunay régulière : $\Omega = \bigcup_{i=1}^{N_T} \Omega_i$, avec N_T le nombre de tétraèdres. De même, $\Gamma = \bigcup_{j=1}^N \Gamma_j$, où Γ_j le domaine occupé par une sphère j , et N le nombre de sphères.

3.2.2.1 Équation de continuité

Dans un milieu saturé, le volume V_i^f de Θ_i est tout entier rempli par le fluide (voir la Fig. 3.3, page 43). L'équation de continuité du fluide incompressible (voir l'équation 1.5, page 11) écrite sous une forme d'intégration de surface par le théorème de divergence donne une relation entre la vitesse de déformation d'un pore \dot{V}_i^f et la vitesse du fluide relative à celle des particules :

$$\dot{V}_i^f = \int_{\partial\Theta_i} (\mathbf{v}^c - \mathbf{u}^f) \cdot \mathbf{n} \, ds \quad (3.2)$$

où $\partial\Theta_i$ est le contour de Θ_i , \mathbf{n} son vecteur unitaire dirigeant perpendiculairement vers l'extérieur, \mathbf{v}^c sa vitesse et \mathbf{u}^f la vitesse de fluide. Le domaine d'intégration ci-dessus peut être limité à la partie fluide $\partial^f\Theta_i$ du contour car $(\mathbf{v}^c - \mathbf{u}^f) \cdot \mathbf{n} = 0$ en tout point sur la partie $\partial^s\Theta_i$ qui correspond à l'interface solide-fluide. En décomposant $\partial^f\Theta_i = \bigcup_{j=j_1}^{j_4} S_{ij}^f$ dont S_{ij}^f est la portion de la facette S_{ij} occupée par le fluide, avec $j = (j_1, j_2, j_3, j_4)$ (voir la Fig. 3.3(b), page 43), le

débit q_{ij} traversant un tétraèdre i à ses quatre voisins j est décrit comme la somme de quatre intégrations :

$$\dot{V}_i^f = \sum_{j=1}^{j_4} \int_{S_{ij}^f} (\mathbf{u}^f - \mathbf{v}^c) \cdot \mathbf{n} \, ds = \sum_{j=1}^{j_4} q_{ij} \quad (3.3)$$

Dans le milieu granulaire déformable, \dot{V}_i^f est calculé à l'aide du mouvement de particules (ici, la vitesse des sommets du tétraèdre), reliant l'écoulement à la déformation du squelette solide.

(a)

(b)

FIGURE 3.3 – Description d'un élément tétraédrique [40, 44] : (a) décomposition en parties solide et poreuse ; et (b) surface fluide et conductivité locale d'une face S_{ij} .

3.2.2.2 Conductivité hydraulique locale

Un gradient hydraulique *inter-poreux* est introduit ici comme le rapport entre la différence de pression de deux pores adjacents $p_i - p_j$ et la distance l_{ij} afin de donner sa relation linéaire avec le débit q_{ij} comme les équations de Stokes (voir l'équation 1.20, page 14) et de Darcy (voir l'équation 1.33, page 17) grâce à un facteur de la conductivité hydraulique locale g_{ij} de facette ij :

$$q_{ij} = g_{ij} \cdot \frac{p_i - p_j}{l_{ij}} \quad (3.4)$$

Afin de généraliser la loi de Poiseuille aux pores de forme variée, des efforts pour la définition de g_{ij} du *réseau poral* ont été consacrés dans la littérature en considérant la microstructure de certains matériaux réels pour la prédiction de perméabilité [75, 130]. On définit g_{ij} , par l'analogie avec la relation de Hagen-Poiseuille, en introduisant pour chaque pore le rayon hydraulique \mathcal{R}_{ij} , la section transversale A_{ij} et le coefficient adimensionnel $\alpha = 1/2$ caractérisant sa forme :

$$g_{ij} = \alpha \cdot \frac{A_{ij} \mathcal{R}_{ij}^2}{\mu} = \frac{A_{ij} \mathcal{R}_{ij}^2}{2\mu} \quad (3.5)$$

l_{ij} , A_{ij} et \mathcal{R}_{ij} sont les grandeurs géométriques-hydrauliques des pores.

Nous définissons un sous-domaine Ω_{ij} de deux pores adjacents grâce à la face S_{ij} et les sommets de Voronoï P_i et P_j : $\Omega_{ij} = (S_{ij}, P_i) \cup (S_{ij}, P_j)$, et une région Θ_{ij} de Ω_{ij} qui est occupée par le fluide relie deux pores i et j (voir la FIG. 3.4, page 44, et la FIG. 3.6, page 46). Le rayon hydraulique \mathcal{R}_{ij} est défini comme le rapport entre le volume \mathcal{W}_{ij} de Θ_{ij} et la surface d'interface

(a) (b)

FIGURE 3.4 – Connectivité de deux pores à partir de la face S_{ij} et les sommets de Voronoï P_i et P_j , définition d'un volume poreux pour le calcul du rayon hydraulique \mathcal{R}_{ij} [39, 52] : (a) en 3D; et (b) en 2D.

fluide-solide \mathcal{B}_{ij} :

$$\mathcal{R}_{ij} = \frac{\mathcal{W}_{ij}}{\mathcal{B}_{ij}} \quad (3.6)$$

Évidemment, cette définition a tenu compte de la surface totale de solide et le volume des vides. Une région Θ_{ij} est caractérisée par la distance $l_{ij} = \|P_i P_j\|$, et la section transversale $A_{ij} = S_{ij}^f$ (voir la FIG. 3.3, page 43).

En tenant compte des effets de la section S_{ij}^f occupée par le fluide, des auteurs [29] ont calculé g_{ij} en fonction du rayon effectif $\mathcal{R}_{ij}^{\text{eff}}$ défini par : $\mathcal{R}_{ij}^{\text{eff}} = (\mathcal{R}_{ij}^{\text{equi}} + \mathcal{R}_{ij}^{\text{ins}})/4$, avec $\mathcal{R}_{ij}^{\text{equi}}$ le rayon d'un disque de même surface S_{ij}^f , et $\mathcal{R}_{ij}^{\text{ins}}$ le rayon d'un cercle inscrit à l'intérieur de trois sphères. Le rayon effectif de tube équivalent de Θ_{ij} de même conductivité est donné par :

$$g_{ij} = \frac{A_{ij}^{\text{eff}} \mathcal{R}_{ij}^{\text{eff}2}}{2\mu} \quad (3.7)$$

où $A_{ij}^{\text{eff}} = \pi (2\mathcal{R}_{ij}^{\text{eff}})^2$ est la section du tube équivalent.

Les résultats d'une comparaison de perméabilité obtenus par FEM et PFV pour toutes les deux conditions "non-glissement" et "symétrie" en utilisant le rayon hydraulique \mathcal{R} (voir l'équation 3.6, page 44) et le rayon effectif \mathcal{R}^{eff} (voir l'équation 3.7, page 44) est présentée sur la FIG. 3.5 (page 45). $\kappa_{\mathcal{R}}$ donne la meilleure estimation de κ_{FEM} dans tous les cas (voir la FIG. 3.5, page 45). Un écart maximal de +13% est obtenu en condition "symétrie" dans le cas de 25 sphères, alors que cet écart est de -40% en condition "non-glissement". La prédiction de perméabilité $\kappa_{\mathcal{R}}$ par le rayon hydraulique \mathcal{R} peut donc être considérée globalement satisfaisante.

FIGURE 3.5 – Comparaison de perméabilité obtenue par PFV et FEM en conditions "non-glissement" et "symétrie". Les rayons hydrauliques \mathcal{R} et \mathcal{R}^{eff} sont utilisés pour PFV selon Chareyre *et al.*[52].

3.2.3 Lois d'interaction fluide-solide

La force totale de fluide \mathbf{F}^k agissant sur une particule k est le résultat des effets de la pression absolue de fluide p^a , et de la contrainte visqueuse τ . En introduisant la pression piézométrique : $p = p^a - \rho_f \Phi(\mathbf{x})$, \mathbf{F}^k sera défini par la somme de trois termes :

$$\mathbf{F}^k = \int_{\partial\Gamma_k} (p^a \mathbf{n} + \tau \mathbf{n}) ds = \int_{\partial\Gamma_k} \rho_f \Phi(\mathbf{x}) \mathbf{n} ds + \int_{\partial\Gamma_k} p \mathbf{n} ds + \int_{\partial\Gamma_k} \tau \mathbf{n} ds = \mathbf{F}^{b,k} + \mathbf{F}^{p,k} + \mathbf{F}^{\nu,k} \quad (3.8)$$

La force de flottabilité $\mathbf{F}^{b,k}$ ou la force d'Archimède proportionnelle au volume Γ_k est calculée indépendamment. Les deux termes résultant de l'écoulement visqueux $\mathbf{F}^{p,k}$ et $\mathbf{F}^{\nu,k}$ seront calculés indépendamment à l'échelle du domaine Ω_{ij} par l'approximation de pression constante par morceaux : $\mathbf{F}^{p,k}$ à l'aide de pertes de pression piézométrique, tandis que $\mathbf{F}^{\nu,k}$ grâce à la contrainte de cisaillement visqueuse.

3.2.3.1 Forces de pression

La force résultant de la pression p sur une particule k dans le domaine Ω_{ij} est la somme de deux termes des pressions p_i et p_j (voir la FIG. 3.6, page 46) :

$$\mathbf{F}_{ij}^{p,k} = \int_{\partial\Gamma_k \cap \Omega_i \cap \Omega_{ij}} p_i \mathbf{n} ds + \int_{\partial\Gamma_k \cap \Omega_j \cap \Omega_{ij}} p_j \mathbf{n} ds \quad (3.9)$$

Ces intégrations en 3D sur les triangles sphériques sont coûteuses en temps de calcul. Il est plus pratique de projeter la pression sur les plans conjugués du domaine fermé $\Gamma_k \cap \partial\Omega_{ij}$ correspondant aux segments $O_k O'_k$ et $O_k O''_k$ sur la FIG. 3.6 (page 46). Lorsque l'on considère tous les domaines adjacents Ω_{ij} de la particule k , l'intégration sur le secteur $O_k O''_k$ apparaîtra deux fois avec deux vecteurs normaux opposés et l'une annule donc l'autre. Enfin, la force de pression sur la particule k dans le domaine Ω_{ij} est proportionnelle à la surface A_{ij}^k du secteur $S_{ij} \cap \Gamma_k$ tracé par $O_k O'_k$. Si \mathbf{n}_{ij} est le vecteur unitaire dirigeant de P_i vers P_j , la force est donnée par :



FIGURE 3.6 – Décomposition volumique pour le calcul des forces de fluide sur les grains [44, 52] : (a) distribution de pression sur $\partial\Theta_{ij}$ en 2D ; et (b) surface d'intersection en 3D.

$$\mathbf{F}_{ij}^{p,k} = A_{ij}^k (p_i - p_j) \mathbf{n}_{ij} \quad (3.10)$$

3.2.3.2 Forces visqueuses

À partir du théorème de divergence à l'intégration de l'équation de la conservation de quantité du mouvement (l'équation 1.20, page 14) dans Θ_{ij} , une expression de la force visqueuse sera obtenue sous la forme d'intégration de surface sur le contour $\partial\Theta_{ij}$ en trois termes :

$$\int_{\partial\Theta_{ij}} (p \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{n}) ds = \int_{\partial^s\Theta_{ij}} \boldsymbol{\tau} \mathbf{n} ds + \int_{\partial^f\Theta_{ij}} \boldsymbol{\tau} \mathbf{n} ds + \int_{\partial\Theta_{ij}} p \mathbf{n} ds = 0 \quad (3.11)$$

En supposant que le gradient de pression est essentiellement équilibré par la contrainte visqueuse sur la phase solide qui est finalement proportionnelle au produit de section du pore A_{ij}^f et la différence de pression $p_j - p_i$:

$$\mathbf{F}_{ij}^v = \int_{\partial^s\Theta_{ij}} \boldsymbol{\tau} \mathbf{n} ds \simeq - \int_{\partial\Theta_{ij}} p \mathbf{n} ds = A_{ij}^f (p_j - p_i) \mathbf{n}_{ij} \quad (3.12)$$

La force visqueuse sur chacune de trois sphères coupée par Ω_{ij} est définie en supposant la force sur une sphère k est proportionnelle à la partie de surface sphérique de cette sphère dans Ω_{ij} . Si \mathcal{B}_{ij}^k décrit l'aire de la surface sphérique $\partial\Gamma_k \cap \Omega_{ij}$, la force exercée sur k s'écrit alors :

$$\mathbf{F}_{ij}^{v,k} = \mathbf{F}_{ij}^v \frac{\mathcal{B}_{ij}^k}{\sum_{k=1}^3 \mathcal{B}_{ij}^k} \quad (3.13)$$

Enfin, la force totale exercée sur une particule k est obtenue par l'addition des forces de flottabilité, de viscosité et de pression pour tous les faces incidentes :

$$\mathbf{F}_{ij}^k = \mathbf{F}^{b,k} + \sum_{ij \in \text{incidentes}} \{ \mathbf{F}_{ij}^{p,k} + \mathbf{F}_{ij}^{v,k} \} \quad (3.14)$$

(a)

(b)

FIGURE 3.7 – Comparaison du champ de pression dans le cas de 200 sphères sur le plan $x = 0.5l_0$ d'après Chareyre *et al.*[52] : (a) par FEM; et (b) par PFV.

La FIG. 3.7 (page 47) présente une comparaison des champs de pression obtenus par PFV et FEM. Les isovaleurs des résultats de PFV coïncident avec les faces. La courbure de certaines isolignes des résultats de FEM est généralement très faible et raisonnablement estimée par les lignes droites. La comparaison est en général très bonne.

	FEM	PFV
<i>Forces sur les grandes sphères, diamètre D (en direction y)</i>		
force visqueuse	1.51×10^{-2}	1.06×10^{-2}
force de pression	9.09×10^{-2}	9.64×10^{-2}
total	1.06×10^{-1}	1.07×10^{-1}
<i>Forces sur la petite sphère, diamètre d (en direction y)</i>		
force visqueuse	9.38×10^{-3}	5.83×10^{-3}
force de pression	5.17×10^{-2}	5.72×10^{-2}
total	6.04×10^{-2}	6.30×10^{-2}
<i>Forces sur la frontière ($x = 0$)</i>		
force visqueuse (en direction y)	2.27×10^{-2}	2.03×10^{-2}
force de pression (en direction x)	4.98×10^{-1}	5.00×10^{-1}
<i>Force totale sur la phase solide</i>		
en direction y	$1 - 5.56 \times 10^{-4}$	$1 + 1.18 \times 10^{-4}$

TABLE 3.1 – Forces normalisées en divisant par $S \cdot \Delta P$ en cas de 9 sphères avec $d/D = 0.72$ selon Chareyre *et al.*[52].

Le TAB. 3.1 (page 47) donne les forces de fluide sur chaque élément solide. La partie visqueuse sur la frontière, et le total sur les grandes sphères et la sphère centrale sont estimés avec des

erreurs inférieures à 10%. La partie visqueuse est surestimée, tandis que celle de pression est sous-estimée. Leur compensation donne une plus petite erreur pour le total.

FIGURE 3.8 – Force totale et visqueuse sur la particule centrale de taille d , obtenue par FEM et PFV d'après Chareyre *et al.*[52].

L'erreur est croissante avec la diminution de d/D (voir la FIG. 3.8, page 48). Pour $d/D > 0.1$, PFV sous-estime la force visqueuse par un facteur de 2. Pour $d/D > 0.2$, la force totale est très bien prédite aussi bien \mathcal{R} que \mathcal{R}^{eff} avec une erreur inférieure à 10%.

3.2.4 Algorithme du PFV

L'algorithme du modèle de PFV qui sera couplé avec la DEM pour les simulations hydromécaniques est montré sur la FIG. 3.9 (page 48).

FIGURE 3.9 – Algorithme de PFV [39].

3.3 Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV de Catalano *et al.*

Cette section est dédiée à la description de la stratégie de couplage de la DEM avec le modèle de PFV dans la plateforme YADE [166, 167, 168]. Les équations et l'algorithme du problème couplé sont présentés. La stabilité numérique d'une simulation couplée sous l'effet à la fois de la rigidité et de la viscosité sera finalement calculée par le pas de temps critique donné.

3.3.1 Équation de couplage

Le couplage à l'échelle locale est défini par deux équations : l'équation 3.3 (page 43) dont son côté gauche est une fonction de la vitesse des particules, l'équation 2.2 (page 23) est obtenue en introduisant les forces de fluide et cette équation devient :

$$m^k \dot{\mathbf{x}}^k = \sum_{j=0}^{n_c} \mathbf{f}_j^{c,k} + m^k \mathbf{g} + \mathbf{F}^{f,k} = \mathbf{F}^{c,k} + m^k \mathbf{g} + \mathbf{F}^{f,k} \quad (3.15)$$

où n_c est le nombre de contact d'une particule k , $\mathbf{f}_j^{c,k}$ la force à son contact j , $\mathbf{F}^{c,k}$ et $\mathbf{F}^{f,k}$ sont les forces de contact et de fluide sur elle, respectivement.

En combinant l'équation de continuité 3.3 (page 43) avec l'équation dynamique de mouvement 3.15 pour tous les éléments Θ_i de la Fig. 3.3 (page 43) et toutes les particules, deux relations matricielles reliant les déplacements au champ de pression sont obtenues :

$$[\mathbf{G}] \{\mathbf{P}\} = [\mathbf{E}] \{\dot{\mathbf{X}}\} + \{\mathbf{Q}_q\} + \{\mathbf{Q}_p\} \quad (3.16)$$

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{X}}\} = \{\mathbf{F}^c\} + \{\mathbf{W}\} + \{\mathbf{F}^f\} \quad (3.17)$$

où \mathbf{G} est la matrice de conductivité des termes g_{ij}/l_{ij} , et \mathbf{P} le vecteur colonne de toutes les valeurs inconnues de pression. \mathbf{E} est la matrice des taux de variation de volume tels que $\dot{V}_i^f = (\mathbf{E} \dot{\mathbf{X}})_i$, \mathbf{W} est le vecteur de poids des particules, \mathbf{Q}_q le vecteur des termes sources pour les débits imposés, et \mathbf{Q}_p le vecteur des produits $p_i \times g_{ij}/l_{ij}$ pour la condition de pression imposée.

À partir des équations 3.10 (page 46) et 3.12 (page 46), \mathbf{F}^f est écrit sous la forme matricielle en fonction du champ de pression \mathbf{P} et une matrice \mathbf{S} de la géométrie locale d'espace poreux :

$$\{\mathbf{F}^f\} = [\mathbf{S}] \{\mathbf{P}\} \quad (3.18)$$

En combinant les équations 3.16, 3.17 et 3.18, une seule inconnue existante \mathbf{X} est donc :

$$\{\ddot{\mathbf{X}}\} = [\mathbf{M}]^{-1} \left(\{\mathbf{F}^c\} + \{\mathbf{W}\} + [\mathbf{S}] [\mathbf{G}]^{-1} \left([\mathbf{E}] \{\dot{\mathbf{X}}\} + \{\mathbf{Q}_q\} + \{\mathbf{Q}_p\} \right) \right) \quad (3.19)$$

3.3.2 Intégration semi-explicite de couplage

L'équation 3.19 ne sera pas utilisée directement, car le calcul de la matrice inverse \mathbf{G}^{-1} provoque des performances sous-optimales du système et des grandes occupations de mémoire. Au lieu de cela, $\mathbf{P}(t)$ sera obtenu en résolvant la relation implicite de l'équation 3.16 (page 49) par

l'approximation de $\dot{\mathbf{X}}$ à l'aide d'un schéma explicite du premier ordre d'Euler :

$$[\mathbf{G}] \{\mathbf{P}(t)\} = [\mathbf{E}] \left(\frac{\mathbf{X}(t - \Delta t) - \mathbf{X}(t)}{\Delta t} \right) + \{\mathbf{Q}_q(t)\} + \{\mathbf{Q}_p(t)\} \quad (3.20)$$

Les forces $\mathbf{F}^f(t)$ sont calculées grâce au champ de pression $\mathbf{P}(t)$ par l'équation 3.18 (page 49) et l'intégration du schéma explicite de la DEM est finalement effectuée par l'équation 3.17 (page 49).

3.3.3 Algorithme du couplage DEM-PFV

La Fig. 3.10 (page 50) montre le schéma d'algorithme du couplage (voir les Fig. A.1 (page 116) et A.4 (page 119) en annexe A pour plus de détails). La DEM implémentée dans YADE [166, 168] a été utilisée pour les simulations hydromécaniques. CGAL utilisée pour la procédure de triangulation [65] est l'une des bibliothèques disponibles dédiée au calcul géométrique exact le plus rapide [105]. La triangulation régulière implique des comparaisons de distance au carré permettant donc d'éviter des racines carrées et des divisions. Le calcul des forces dans l'équation 3.14 (page 47) requiert également des multiplications vectorielles simples. Une seule opération non-triviale de calcul d'angles solides est nécessaire pour définir les volumes \mathcal{W}_{ij} et les surfaces \mathcal{B}_{ij} aux intersections sphère-tétraèdre dans l'équation 3.6 (page 44). Ce coût est réduit significativement en utilisant l'algorithme de Oosterom et Strackee [126]. La méthode de Gauss-Seidel, la résolution directe du système linéaire creux PARDISO [143, 144] et TAUCS [163] ont été également utilisées pour résoudre le système de l'équation 3.16 (page 49).

FIGURE 3.10 – Algorithme du couplage DEM-PFV [39].

3.3.4 Stabilité de l'algorithme couplé

Dans la simulation hydromécanique, le fluide entourant les particules agit comme un amortisseur visqueux proportionnel à la vitesse de sollicitation et entraîne une force supplémentaire dans la force élastique (voir la section 3.2.3, page 45). L'équation 3.19 (page 49) décrit la dy-

namique du système MDOF³ d'une masse-ressort-amortisseur et est réécrite sous la forme :

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{X}}(t)\} + [\mathbf{V}(t)] \{\dot{\mathbf{X}}(t)\} + [\mathbf{K}(t)] \{\mathbf{X}(t)\} = 0 \quad (3.21)$$

où \mathbf{M} , $\mathbf{V}(t)$ et $\mathbf{K}(t)$ sont des matrices de masse, de viscosité et de rigidité. L'équation 3.21 est réécrite pour une particule k avec des matrices de viscosité $V^k(t)$ et de rigidité $K^k(t)$ au temps t :

$$\ddot{X}^k(t) + \frac{V^k(t)}{M^k} \dot{X}^k(t) + \frac{K^k(t)}{M^k} X^k(t) = 0 \quad (3.22)$$

La stabilité de ce système dynamique est donc régie à la fois par la viscosité et la rigidité. Ces deux influences seront considérées indépendamment.

3.3.4.1 Effet de rigidité

Dans le chapitre 2, le pas de temps Δt_{M-V} du problème élasto-plastique sous l'effet de rigidité est défini dans la section 2.1.4 (voir l'équation 2.23, page 28).

3.3.4.2 Effet de viscosité

Un pas de temps Δt_{M-V} du problème visqueux sera défini en considérant l'effet de viscosité dominant par rapport à l'effet de rigidité par la relation suivante :

$$\ddot{X}^k(t) + \frac{V^k(t)}{M^k} \dot{X}^k(t) = 0 \quad (3.23)$$

où les composantes $V_{ij}^k(t)$ de la matrice $V^k(t)$ d'une particule k sont les coefficients visqueux au cours de mouvement en translation. Nous déduisons pour une direction considérée :

$$\dot{X}^k(t + \Delta t) = \left(1 - \frac{V^k(t)}{M^k} \Delta t\right) \dot{X}^k(t) \quad (3.24)$$

La solution numérique est stable si la condition suivante est assurée :

$$\left|1 - \frac{V^k(t)}{M^k} \Delta t\right| \leq 1 \quad (3.25)$$

Nous obtenons finalement :

$$\Delta t = \Delta t_{M-V} \leq 2 \times \min \left(\frac{M^k}{V^k(t)} \right) \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (3.26)$$

En considérant les effets aussi bien de la taille moyenne de particules d_k que de la polydispersité d_{\max}/d_{\min} . L'expression finale du pas de temps Δt_{M-V} est donnée par Catalano [39] comme :

$$\Delta t_{M-V} < \frac{1}{1200} \frac{\pi \rho_k d_k^2}{\mu} \quad (3.27)$$

3. De l'anglais "Multiple Degrees of Freedom".

FIGURE 3.11 – Résultat d'une simulation couplée par l'application de l'équation 3.27 obtenu par Catalano [39].

La FIG. 3.11 (page 52) montre un résultat d'une simulation de couplage par l'application de l'équation 3.27. L'énergie cinétique totale de toutes particules caractérisant la stabilité d'échantillon augmente graduellement avec le pas de temps relatif jusqu'à un état d'instabilité approximative à $\approx 0.95 \times \Delta t_{M-V}$.

3.3.4.3 Pas de temps critique du couplage DEM-PFV

Le pas de temps pour la stabilité de la simulation couplée sous l'effet à la fois de la rigidité (l'équation 2.23, page 28) et de la viscosité (l'équation 3.26, page 51) est finalement choisi :

$$\Delta t = \min (\Delta t_{M-K}, \Delta t_{M-V}) \quad (3.28)$$

FIGURE 3.12 – Estimation du pas de temps stable par l'application de l'équation 3.29 avec $\zeta = 0.8$ selon Catalano [39].

Évidemment, cette approche est susceptible d'échouer dans les cas où les effets de rigidité et de viscosité sur la dynamique du système sont comparables. Dans ce cas-là, des facteurs plus complexes doivent être pris en compte pour une formulation rigoureuse afin d'assurer la stabilité d'algorithme. Notre choix est d'introduire un facteur de sécurité ζ à la fois sur Δt_{M-K} et Δt_{M-V} :

$$\Delta t = \zeta \cdot \min(\Delta t_{M-K}, \Delta t_{M-V}) \quad (\text{avec } \zeta < 1) \quad (3.29)$$

La FIG. 3.12 (page 52) présente un résultat par l'application de l'équation 3.29 avec $\zeta = 0.8$.

3.3.5 Conditions aux limites

La définition des conditions aux limites par les parois rigides pour la résolution élastique du problème aux valeurs limites a été présentée (voir la section 2.1.6.5, page 33). La résolution du problème d'écoulement nécessite un traitement spécifique afin d'assurer la pertinence de discrétisation d'espace à proximité de frontières.

FIGURE 3.13 – Graphique Delaunay-Voronoi régulière à proximité des frontières [39].

Une représentation cohérente des conditions aux limites du modèle d'écoulement sont des sphères fictives de rayon infini placées tangentiellement à l'assemblage. Cela traduit une bonne approximation aux plans entourant l'assemblage de sphères (voir la FIG. 3.13 en 2D, page 53).

Avec de tels modèles, nous avons deux intérêts principaux : l'un réside dans la définition de la forme des pores et des connexions aux frontières pour lesquelles il ne nécessite aucune hypothèse supplémentaire, la triangulation et la tessalation donnent une représentation cohérente; l'autre est que les sphères fictives participent au calcul d'écoulement comme toutes les autres, et les forces de fluide sur elles permettent d'accéder facilement aux forces sur les frontières. D'autre part, ces sphères fictives n'ont pas d'interaction mécanique avec toutes les autres, et leur position est périodiquement mise à jour en tenant compte de la déformation du squelette solide et du déplacement des parois frontières pendant la simulation. Les deux

conditions "non-glissement" ou "symétrie" sont considérées au niveau des frontières pour la définition de la conductivité et des forces dans la région Θ_{ij} en contact avec les frontières, comme suit :

- Pour la condition "non-glissement", les surfaces des sphères infinies en contact avec Θ_{ij} sont prises en compte dans l'équation 3.6 (page 44) et 3.13 (page 47).
- Pour la condition "symétrie", ces surfaces ne sont pas prises en considération.

Tous les intérêts d'une fonction géométrique relativement simple sont conservés grâce à ce modèle. L'approximation de pores en forme prismatique est suggérée par la géométrie traitée en supposant que les plans frontières sont perpendiculaires aux arêtes de tétraèdres. Des calculs plus rapides sont alors possibles en utilisant des plans projetés. Les deux types de conditions d'écoulement aux limites pourraient être considérés :

- Une condition "*pression*" réfère à un état de pression imposée.
- Une condition "*écoulement*" réfère à un débit imposé, puis pression libre.

3.4 Conclusions

Le modèle DEM-PFV de Catalano *et al.*, est présenté comme le couplage d'un modèle d'écoulement visqueux à l'échelle des pores basé sur une formulation en volumes finis (PFV) avec la méthode DEM pour la modélisation des interactions solide-solide et fluide-solide dans lesquels la nature discrète de la DEM est maintenue dans le modèle PFV.

La description d'interaction fluide-solide aux échelles des pores et particules est un des aspects clef du modèle. L'algorithme de DEM-PFV utilise un schéma semi-implicite en différences finies pour l'intégration dans le temps et sa stabilité a été discutée. En introduisant l'hypothèse simplifiée de pression constante par morceaux, le nombre d'inconnues de la résolution du problème d'écoulement est comparable au problème élasto-plastique du solide [39].

Les perméabilités obtenues par PFV sont tout de l'ordre de $\pm 20\%$, généralement inférieur aux résultats de FEM. Le rayon hydraulique peut donc être considéré globalement satisfaisant aussi bien pour la prédiction de perméabilité que la description de la géométrie à l'échelle des pores. Le champ de pression se compare bien aux résultats de FEM. La somme des forces appliquée sur le solide dans un cube unitaire sous un gradient unitaire est en tout cas proche d'unité, ce qui montre la bonne mise en œuvre et la validité du modèle à l'échelle mésoscopique [52]. Les forces de fluide sur les particules et les forces visqueuses en condition de "non-glissement" sont correctes avec des erreurs inférieures à 10%.

Les comparaisons numériques PFV-FEM sont bien encourageantes. Le chapitre 4 sera consacré à la validation complémentaire de la modélisation couplée DEM-PFV par des essais expérimentaux de perméabilité sur des billes de verre. Cette validation concerne, d'une part, les aspects numériques du code de calcul et, d'autre part, le rôle de la granulométrie et de la porosité dans la perméabilité.

Influence de la granulométrie sur la perméabilité en milieux poreux saturés : expérimentation et simulation numérique

Comme on l'a vu, l'écoulement interne peut modifier le comportement mécanique du sol, mais également déstabiliser la structure au sein d'ouvrages hydrauliques et ainsi porter préjudice à la stabilité de l'ouvrage sous la forme de phénomènes tels que le tassement, le glissement de terrain, le renard, etc. Elle est aussi l'une des causes de rupture et d'incidents des levées, digues et barrages en terre. Plus de 70 incidents ont été recensés en 25 ans en France, par C.F.G.B [45]. Une enquête européenne, lancée et interprétée par Charles [53] a recensé plus d'une soixantaine d'incidents sérieux constatés ces dernières années en Europe.

En fait, la perméabilité est l'une des caractéristiques hydrauliques de l'écoulement interne, tandis que la *perméabilité intrinsèque* (aussi appelé *perméabilité géométrique*) ne dépend que des propriétés géométriques du milieu poreux qui sont principalement caractérisées par la granulométrie ainsi que la porosité. Elle varie en principe comme le carré d'une dimension caractéristique des grains du milieu poreux [146].

Le modèle DEM-PFV, basé sur un couplage hydromécanique entre la DEM et le modèle PFV d'un écoulement visqueux à l'échelle des pores (PFV), développé par Catalano [39], semble bien adapté à l'étude des problèmes hydrodynamiques concernant l'interaction de l'écoulement avec des ouvrages hydrauliques.

Ce chapitre a pour objet de présenter d'abord une étude expérimentale sur l'effet de la granulométrie et de la porosité sur la perméabilité dans un milieu saturé composé de billes de verre bi-disperses. Ensuite, une procédure de génération des échantillons numériques reproduisant la granulométrie et la porosité expérimentale sera présentée. Des simulations du processus de perméabilité dans le milieu poreux saturé seront effectuées à la suite par l'application du modèle DEM-PFV. Enfin, une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux avec les relations empiriques et semi-empiriques de Terzaghi, Slichter et Kozeny-Carman permet à la fois de refléter le rôle de la granulométrie et de la porosité dans la perméabilité et de vérifier une fois encore la validation du modèle de PFV dans le milieu granulaire bi-disperse.

4.1 Étude expérimentale

Dans cette section, après une brève description du dispositif du laboratoire, nous présenterons la procédure pour préparer et déterminer les caractéristiques des échantillons. On montrera ensuite, la méthode de saturation des échantillons et la mise en œuvre du gradient hydraulique appliqué sur l'échantillon. Enfin, des résultats expérimentaux seront présentés afin de les comparer avec les résultats numériques dans la section 4.2.

4.1.1 Dispositif expérimental

Nous présentons ici un appareil utilisé dans nos essais de perméabilité à l'ENSE³¹ - laboratoire 3S-R². Le schéma du dispositif expérimental est présenté sur la figure 4.1 (page 56). Le perméamètre se compose d'un cylindre vertical destiné à contenir un échantillon. Sa section utile est de 100 cm^2 . L'échantillon est retenu entre deux grilles G_1 et G_2 d'une finesse convenable, et sa hauteur est à mesurer. L'appareil est alimenté par l'intermédiaire d'un réservoir d'alimentation à charge constante. Ce réservoir est lui-même alimenté à partir d'une adduction d'eau du laboratoire par la vanne V_1 . La charge constante est réalisée à l'aide d'un trop-plein de déversement constitué par un déversoir cylindrique. La vanne V_5 permet de vidanger le cylindre. L'aménagement intérieur du cylindre est prévu pour que l'écoulement se fasse complètement et correctement à travers toute la section utile du matériau en essai, et que la perte de charge intrinsèque de l'appareil soit sensiblement nulle quel que soit le débit de perméabilité. Deux tubes piézométriques fixes sur un support gradué permettent de déterminer la différence de pression entre l'entrée et la sortie de l'échantillon. Le tube amont donne la charge dans la chambre de mise en charge alors que le tube aval montre la charge dans le déversoir du perméamètre. Enfin, une éprouvette graduée permet de mesurer le débit volumique Q à la sortie de l'échantillon à l'aide d'un chronomètre.

FIGURE 4.1 – Schéma du perméamètre du laboratoire.

1. École Nationale Supérieure de l'Énergie, l'Eau et l'Environnement.

2. Laboratoire Sols, Solides, Structures - Risques (Laboratory Soils, Solids, Structures - Risks)

4.1.2 Préparation des échantillons

4.1.2.1 Matériaux d'étude

Nous avons choisi de réaliser des essais expérimentaux sur des échantillons formés de billes de verre, un *matériau modèle* largement utilisé pour étudier les origines microscopiques du comportement des milieux granulaires [136]. L'intérêt de ce matériau porte sur la géométrie sphérique des grains, ce qui peut être assimilé aux modèles 3D sphériques implémentés dans YADE-dem³ [147]. Bien entendu, ce *matériau modèle* n'est qu'une représentation très simplifiée des matériaux granulaires courants tels que les sables, en particulier. Néanmoins, il permet de comparer les résultats obtenus expérimentalement et les résultats numériques.

FIGURE 4.2 – Matériaux de billes de verre utilisés dans l'étude expérimentale.

Par ailleurs, la validité du modèle PFV à l'échelle mésoscopique a été démontrée (voir le chapitre 3, dans la section 3.2.2, page 42) dans le cas du squelette solide indéformable dont la dispersion de la granulométrie est de $1.1 < d_{\max}/d_{\min} < 2.0$ [39]. Nous avons donc choisi des billes de verre de tailles différentes avec la dispersion $5 < d_{\max}/d_{\min} < 6$ (les petits $0.50 < d_1 < 0.63 \text{ mm}$, et les gros $2.80 < d_2 < 3.15 \text{ mm}$ (voir la FIG. 4.2, page 57). Les billes ont été classées par l'analyse mécanique du tamisage et ensuite mélangées en différentes fractions de masse. On définit le mélange par le rapport $M = m_1/(m_1 + m_2)$, avec m_1 , m_2 sont les masses de petites et grosses particules, respectivement.

4.1.2.2 Mise en place de l'échantillon

Les échantillons secs sont préparés dans un perméamètre cylindrique de section 100 cm^2 et de hauteur de 20 cm . La densification du matériau est effectuée en laissant tomber successivement et avec un soin particulier sous l'action de la gravité les matériaux en couches minces afin d'obtenir une densité homogène (aussi, un mélange homogène des tailles). Ceci s'assure par le fait qu'un échantillon bien homogène généré, les petits grains peuvent s'intercaler dans les vides entre les gros grains (voir la FIG. 4.3, page 58).

Une série d'échantillons a été effectuée en variant la fraction $0 < M < 1$ dans le but d'étudier le rôle de la granulométrie (PSD)⁴ et de la porosité sur la perméabilité. Pour chaque mélange correspondant à une fraction définie de M , trois mêmes échantillons ont été préparés, dont deux d'entre eux ont d'abord été utilisés pour les essais de détermination des caractéristiques physiques et mécaniques, telles que la masse volumique et la porosité, tandis que le

3. YADE-dem ou Yade-DEM est une source ouverte dont les codes de calcul sont écrits en C++ et basés sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM).

4. De l'anglais "the Particle Size Distribution".

troisième a ensuite été utilisée pour la mesure de perméabilité.

FIGURE 4.3 – Schéma de la mise en place des échantillons.

4.1.2.3 Caractéristiques des échantillons

Granulométrie

La Fig. 4.4 (page 58) introduit les courbes PSD du matériau à granularité étalée discontinue. Les deux courbes "0-100" et "100-0", correspondant aux fractions de $M = 0$ et $M = 1$, respectivement, reflètent des distributions continues d'une granularité serrée, on parlera d'assemblages mono-disperses. Par contre, les autres courbes correspondant à $0 < M < 1$, présentent des granulométries discontinues, on parlera d'assemblages bi-disperses. Toutes ces courbes seront reproduites dans la simulation numérique (voir la section 4.2, page 64) pour la comparaison par la suite dans la section 4.4 (page 70).

FIGURE 4.4 – Courbes granulométriques des matériaux utilisés.

Masse volumique

La masse volumique des échantillons a été déterminée par la méthode au pycnomètre se-

lon les normes NF EN 1097-6 et 1097-7 [120, 121] dans lesquelles la masse des particules solides est obtenue par pesage à l'aide d'une balance précise à 0.1 mg, et le volume est mesuré au pycnomètre de 500 ml. La masse volumique est calculée par la relation suivante :

$$\rho_s = \rho_f \cdot \frac{M_1 - M_0}{(M_3 - M_0) - (M_2 - M_1)} \quad (4.1)$$

avec M_0 la masse du pycnomètre vide; M_1 la masse du pycnomètre avec la prise d'essai; M_2 la masse du pycnomètre avec la prise d'essai, rempli par l'eau jusqu'à un repère défini; M_3 la masse du pycnomètre rempli par l'eau jusqu'au repère; et $\rho_f \simeq 998.4 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique⁵ de l'eau à $19 \pm 0.5^\circ\text{C}$.

La masse volumique d'un mélange est calculée en faisant la moyenne de trois mesures. Les résultats obtenus de la masse volumique ρ_s sont compris entre 2480 kg/m^3 et 2550 kg/m^3 , c'est-à-dire approximativement $\rho_s \simeq 2500 \pm 50 \text{ kg/m}^3$ (voir le TAB. 4.1, page 60).

Porosité

La porosité des échantillons a été calculée à l'aide du volume total du matériau V_t dans le moule cylindrique, et le volume de solides V_s qui est calculé à partir de la masse volumique ρ_s définie au-dessus dans l'équation 4.1 (page 59).

La porosité des échantillons est ensuite calculée selon la norme NF EN 1097-3 [119] par la relation suivante :

$$n = 1 - \frac{V_s}{V_t} = 1 - \frac{M_2 - M_1}{\rho_s \cdot V_t} \quad (4.2)$$

La porosité d'un échantillon est la moyenne de trois mesures répétées. L'évolution de la porosité en fonction de la fraction de M est obtenue sur la FIG. 4.5 (page 60). Les résultats montrent que la meilleure compacité est obtenue avec une porosité minimale d'environ $n = 0.28$ pour un mélange de 30% de grains fins et 70% de gros grains correspondant à $M = 0.30$. Ceci s'explique par le fait qu'il existe une proportion de chaque taille des grains choisie pour un mélange dans lequel les grains fins comblent les vides laissés par les gros grains [146]. Lorsque les grains sont tous de tailles quasi-identiques, la porosité obtenue est plus élevée que celle des massifs formés par des grains de diamètres différents. Les deux assemblages mono-dispersés obtiennent deux porosités plus grandes : $n = 0.40$ pour le cas de gros grains ($M = 0$), et $n = 0.38$ correspondant au cas de grains fins ($M = 1$). Cette évolution de la porosité sur la FIG. 4.5 sera par la suite reproduite dans la section 4.2 (page 64) pour l'étude numérique.

Diamètres caractéristiques

Les diamètres caractéristiques des grains que nous avons utilisés dans nos études sont d_{10} et D_e . Le diamètre de grain d_{10} correspondant à 10% en poids de tamisat est calculé à partir des granulométries présentées sur la FIG. 4.4 (page 58). Il nous permet d'estimer la perméabilité dans les formules de Slichter [146] et de Terzaghi [159] (voir la section 4.3, page 69) et de comparer par la suite avec les résultats expérimentaux et numériques dans la section 4.4 (page 70).

Le diamètre caractéristique des grains D_e est calculé grâce à la surface spécifique des grains S_s

5. voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Masse_volumique.

FIGURE 4.5 – Évolution de la porosité en fonction de la fraction de $M = m_1/(m_1 + m_2)$, avec m_1 , m_2 sont les masses de petites et grosses particules, respectivement.

proposée dans les ouvrages de Gregg et Sing [71], de Allen [2, 3] ou par une relation proposée par Chapuis et Légaré [49], Chapuis *et al.*[47, 112] :

$$D_e = \frac{6}{S_s} = \frac{1}{\sum \frac{q_i}{\sqrt{d_i \cdot d_{i+1}}}} \quad (4.3)$$

avec S_s en m^2/m^3 (ou en m^{-1}), q_i la fraction massique entre deux tailles des tamis d_i et d_{i+1} , dont sa taille moyenne est de $\bar{d}_i = \sqrt{d_i \cdot d_{i+1}}$, en m [38].

Le TAB. 4.1 présente les valeurs mesurées ou calculées à partir des différentes courbes granulométriques des échantillons testés dont C_u est le coefficient d'uniformité.

$m_1/(m_1 + m_2)$ [-]	ρ_s [kg/m ³]	n [-]	d_{10} [mm]	D_e [mm]	C_u [-]
0.00	2547.58	0.4117	2.835	2.970	1.06
0.05	2542.93	0.3761	2.818	2.445	1.07
0.10	2544.56	0.3424	1.715	2.078	1.75
0.15	2545.29	0.3140	0.587	1.807	5.09
0.20	2542.00	0.2950	0.565	1.598	5.27
0.25	2543.05	0.2835	0.552	1.433	5.37
0.30	2547.12	0.2806	0.543	1.298	5.43
0.50	2540.67	0.2996	0.526	0.944	5.46
0.70	2534.57	0.3276	0.519	0.742	1.18
0.75	2532.10	0.3381	0.517	0.704	1.17
0.80	2530.95	0.3453	0.516	0.670	1.16
1.00	2481.24	0.3806	0.513	0.561	1.13

TABLE 4.1 – Caractéristiques du matériau utilisé pour la mesure de perméabilité.

4.1.3 Procédure de mesure

4.1.3.1 Saturation des échantillons

La saturation de l'échantillon a été réalisée par une charge hydraulique constante. L'écoulement vertical ascendant de l'eau à travers l'échantillon est permis pendant 7 heures. La charge ne devrait pas être trop élevée afin d'éviter la formation de chemins d'écoulement le long de la paroi du cylindre ou un entraînement des particules fines par soulèvement de la grille supérieure.

(a)

(b)

FIGURE 4.6 – Évolution de la perméabilité sous l'effet du dégagement d'air : (a) $0 \leq M \leq 0.25$ et (b) $0.30 \leq M \leq 1$.

Nous avons donc choisi de garder la hauteur d'eau de l'entrée à une charge hydraulique fixe de $\Delta h = 0.05 \text{ m}$ qui correspond à un gradient hydraulique constant $i = \Delta h/L = 0.25$. Le volume d'eau à la sortie a été mesuré et répété à chaque intervalle de 30 minutes, pendant 7 heures jus-

qu'à atteindre un régime permanent. Il est d'ailleurs intéressant de noter qu'il faut prendre garde à chasser l'air des tuyaux reliés aux tubes piézométriques pendant la saturation des échantillons.

La Fig. 4.6 (page 61) montre que des équilibres s'établissent après une durée de 5 heures environ pour $0 \leq M \leq 0.25$ (voir la Fig. 4.6(a)) et 6 heures au minimum pour $0.30 \leq M \leq 1$ (voir la Fig. 4.6(b)).

Cette variation s'explique par le fait qu'il s'est produit un dégagement spontané d'air par l'eau probablement sursaturée dans laquelle il n'existe pas de dissolution d'une partie de l'air qui est emprisonné dans le milieu poreux. La partie de l'air dégagé s'échappe par la sortie de l'échantillon, sous forme de grosses bulles. Une même évolution de perméabilité a été trouvée dans l'expérience de Ehrenberger [146].

4.1.3.2 Mise en application du gradient hydraulique

Après qu'un régime permanent est atteint, des mesures du débit seront effectuées par une série d'une vingtaine de charges hydrauliques différentes $0.002 < \Delta h < 0.20 \text{ m}$ ou à des gradients hydrauliques $0.01 < i = \Delta h/L < 1$. La conductivité hydraulique ou la vitesse moyenne de filtration ont été calculées selon l'équation 4.4.

4.1.3.3 Calcul de perméabilité

Conductivité hydraulique

La conductivité hydraulique k , du milieu poreux en régime laminaire est calculée à partir de la loi de Darcy [60, 157] :

$$k = \frac{Q}{S} \cdot \frac{L}{\Delta h} \quad (4.4)$$

où k dépend à la fois du milieu poreux et du fluide filtrant, en m/s . $U = Q/S$ est la vitesse moyenne de filtration, en m/s . $i = \Delta h/L$ est le gradient hydraulique. Q est le débit en m^3/s , S la section en m^2 , L la hauteur d'échantillon en m , Δh la charge hydraulique en m .

Perméabilité intrinsèque

La perméabilité intrinsèque κ du milieu poreux peut être reliée à la conductivité hydraulique par relation suivante [100, 155] :

$$\kappa = \frac{\mu}{\rho_f g} k = \mu \cdot \frac{Q}{S} \cdot \frac{L}{\Delta p} \quad (4.5)$$

κ dépend uniquement du milieu poreux. Pour l'eau à une température voisine de $20^\circ C$, $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$ la viscosité de l'eau. $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ définit la gravité.

4.1.3.4 Nombre de Reynolds

Le TAB. 4.2 présente, dans nos essais de perméabilité, les valeurs du nombre de Reynolds qui est calculé à partir de l'équation 1.14 (page 13) pour chaque mélange testé. R_e est compris entre 0.02 et 0.90 ce qui valide aussi l'hypothèse de l'écoulement de Stokes.

$m_1/(m_1 + m_2)$ [-]	R_e [-]	$m_1/(m_1 + m_2)$ [-]	R_e [-]
0.00	0.60 – 0.90	0.30	0.03 – 0.57
0.05	0.41 – 0.73	0.50	0.03 – 0.45
0.10	0.09 – 0.66	0.70	0.02 – 0.42
0.15	0.10 – 0.67	0.75	0.03 – 0.41
0.20	0.04 – 0.66	0.80	0.03 – 0.39
0.25	0.05 – 0.64	1.00	0.03 – 0.36

TABLE 4.2 – Nombre de Reynolds mis en œuvre dans les essais de perméabilité.

4.1.4 Résultats expérimentaux

Les FIG. 4.7 (page 63) et 4.8 (page 64) présentent deux des résultats typiques obtenus pour les cas $M = 0.5$ et $M = 1$. D'autres résultats sont présentés dans l'annexe B. Les points de mesure sont bien approchés par des droites ce qui montre un bon accord avec la loi de Darcy. La corrélation linéaire entre le gradient hydraulique i et la vitesse moyenne de filtration U nous permet d'estimer la perméabilité par la loi de Darcy (voir l'équation 1.33, page 17), et la perméabilité intrinsèque par la suite dans l'équation 1.34 (page 17). L'existence de bonnes corrélations linéaires sur les FIG. 4.7 et 4.8 entre la vitesse de filtration et le gradient hydraulique s'explique par le fait que l'écoulement reste en grande partie laminaire et que la loi de Darcy est encore applicable avec une approximation suffisante.

FIGURE 4.7 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique dans le cas de $M = 0.5$.

FIGURE 4.8 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique dans le cas de $M = 1$.

4.2 Étude numérique

Cette section est consacrée à la simulation de perméabilité par l'application du modèle DEM-PFV de Catalano *et al.*, présenté dans le chapitre 3. Après la procédure de compactage pour reproduire des échantillons numériques qui sont le plus proches possibles de ceux utilisés dans nos expériences (voir la section 4.1, page 56), on présentera l'application du gradient hydraulique et les conditions aux limites permettant de mesurer la perméabilité. Enfin, des résultats seront présentés pour la comparaison expériences/calculs par la suite dans la section 4.4 (page 70).

4.2.1 Mise en place numérique : procédure de compactage

Comme pour tout essai de caractérisation, la mise en place des échantillons constitue une étape cruciale de la simulation. La procédure est effectuée sans forces de pesanteur permettant de générer des assemblages qui soient le plus homogènes et le plus isotrope possible, afin d'éviter tout biais dans l'identification des propriétés du matériau.

Pour créer nos échantillons modèles, nous avons opté pour une méthode dynamique de mise en place, basée sur une procédure de compactage par expansion des rayons puis diminution du frottement (ERDF). Cette procédure, initialement proposée par Chareyre *et al.*[51], se décompose en trois grandes étapes suivantes :

- Dans la première étape, un nuage de particules, très lâche d'une porosité initiale $n_0 = 0.7$ est positionné aléatoirement dans un volume cubique défini par six parois rigides non-frottantes. Le tirage aléatoire des positions des particules s'effectue de sorte qu'aucune d'entre elles ne soit en contact avec les autres. Les rayons sont attribués en respectant la distribution granulométrique désirée qui est homothétique par rapport à celle utilisée dans l'expérimentation.

(a)

(b)

FIGURE 4.9 – Évolution de la porosité, du frottement intergranulaire et de la force déséquilibrée dans la procédure de compactage de mise en place pour : (a) $M = 0.30$ et (b) $M = 0.50$ [165].

L'angle de frottement intergranulaire $\varphi_{ini} = 30^\circ$ est fixé à ce stade.

- Depuis cet état, dans la deuxième étape, le compactage est effectué par grossissement progressif des grains, leurs rayons étant multipliés à chaque pas de temps par un coefficient η légèrement supérieur à 1. La procédure s'arrête lorsque la contrainte exercée sur les parois atteinte une valeur de confinement $\sigma_c = 5 \text{ kPa}$ fixée à l'avance.

Afin d'optimiser la durée du processus de compactage, la première fois que la pression moyenne exercée sur les parois $p_0 = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$ atteint σ_c , le coefficient de grossissement η est diminué. Cette diminution a pour but de faciliter la stabilisation de l'état de contrainte de l'échantillon caractérisé par le coefficient quasi-statique λ (ou la force déséquilibrée). Ce réajustement est visible sur la Fig. 4.9 (page 65) par une chute de λ du fait du

ralentissement produit dans la dynamique du grossissement. Le processus est stoppé lorsque λ est inférieur ou égal à 1% correspondant à l'état quasi-statique raisonnable d'après [107], et que le niveau de confinement voulu σ_c est vérifié.

Pendant cette étape, on attribue un frottement élevé aux contacts entre grains. De cette façon, la réorganisation interne de la microstructure est limitée et la porosité obtenue à la fin de cette phase est encore plus élevée que la valeur désirée.

- Par la suite, dans la dernière étape, on diminue progressivement le frottement des contacts, ce qui entraîne une compaction spontanée de l'assemblage par réorganisation interne. Dans le même temps, on maintient la contrainte de confinement σ_c constante en accroissant encore les diamètres des grains. Ce processus de lubrification est continué jusqu'à obtention de la porosité souhaitée qui est mesurée dans l'expérimentation.

Il est à noter que la diminution du frottement suffisamment progressive permet d'assurer l'état d'équilibre du système tout au long de cette phase, de sorte que l'assemblage est stable à l'issue de la procédure ERDF.

La Fig. 4.9 (page 65) donne l'évolution du système dans cet algorithme. À la fin, un assemblage de sphères stable et isotrope est obtenu. La force déséquilibrée est représentée comme un indice de stabilité du système [168], cet indice tend vers zéro à l'équilibre statique. Dans la Fig. 4.9 (page 65) les valeurs de la force déséquilibrée sont de l'ordre de 10^{-2} ce qui montre que l'évolution est proche de la limite quasi-statique pendant le processus de compactage.

La porosité d'échantillons numériques obtenue est homogène dans le cube en moyenne, et correspond très bien aux valeurs visées (voir la Fig. 4.10, page 66). Cependant, la porosité des régions proches des frontières est généralement plus élevée. Cet effet de frontière sur la perméabilité simulée sera évalué ci-dessous (voir la section 4.2.2.4, page 68).

FIGURE 4.10 – Porosité des échantillons expérimentaux et des échantillons numériques reproduits [165].

D'ailleurs, il est important de noter que, la PSD obtenue après cette procédure de compactage n'est homothétiquement équivalente qu'à l'expérimentation ; bien qu'il ait été possible de graduer

l'échelle de l'assemblage final par un facteur de taille afin de correspondre à la PSD absolue de l'expérience, cela n'est pas nécessaire pour les comparaisons. Le modèle numérique implique une stricte proportionnalité entre la perméabilité et le carré de la longueur de référence [52]. Par conséquent, la perméabilité donnée par la simulation peut être facilement extrapolée à la PSD réelle en utilisant le facteur d'homothétie.

Un avantage de cette procédure est qu'elle permet de remplir des espaces de forme quelconque, la géométrie étant fixé au préalable par le positionnement des parois rigides. De plus, contrairement aux méthodes de rapprochement des parois qui compactent en priorité les grains proches des parois et peuvent engendrer des phénomènes de voute au sein du milieu, le processus de génération ainsi défini est intrinsèquement homogène et isotrope.

4.2.2 Simulation numérique d'écoulement dans un milieu granulaire saturé

4.2.2.1 Procédure de simulation

Un assemblage de sphères denses a été généré dans un cube de taille l_0 dont les parois sont des sphères de rayon quasi-infini de $10^6 \times l_0$. Les échantillons de 50000 sphères (voir la Fig. 4.11(b), page 67) ont été générés aléatoirement en utilisant la procédure de compactage proposée par Chareyre *et al.*[51] (voir la section 4.2.1, page 64). Les rayons sont générés aléatoirement en respectant la granulométrie homothétique qui est utilisée dans nos expérimentations (voir la section 4.1.2.3, page 58). Le processus de lubrification dans la dernière étape de la procédure de compactage est continué jusqu'à obtention de la porosité visée (voir la Fig. 4.9, page 65) qui est mesurée dans nos expériences (voir la Fig. 4.10, page 66). Enfin, les tests de perméabilité sont effectués sur les échantillons numériques en imposant différentes valeurs de la pression de fluide sur les parois supérieure et inférieure du cube (voir la Fig. 4.11(a), page 67).

4.2.2.2 Conditions aux limites

Les mêmes conditions aux limites sont appliquées par la pression imposée sur les frontières supérieure et inférieure du cube, tandis qu'aucune condition de débit n'est autorisée à travers les frontières latérales. La condition de non-glissement est considérée dans les simulations sur les parois latérales (voir la Fig. 4.11(a), page 67).

(a) (b) (c)

FIGURE 4.11 – (a) Conditions aux limites; (b) échantillon numérique typique dans le cas de $M = 0.5$ et (c) champ de pression appliquée [165].

4.2.2.3 Mesures de perméabilité

Les débits d'entrée Q_{in} et de sortie Q_{out} sont obtenus dans la simulation en faisant le total q_{ij} de l'équation 3.4 (page 43, chapitre 3) pour les éléments de pression imposée aux frontières respectives. La différence obtenue entre Q_{in} et Q_{out} montre un très bon accord avec l'hypothèse d'incompressibilité et une convergence de la résolution numérique du modèle de PFV basé sur la méthode de Gauss-Seidel. La perméabilité intrinsèque est ensuite calculée à l'aide de l'équation 4.5 (page 62) avec $Q = Q_{in}$.

Nous rappelons que la formulation actuelle de PFV est basée sur l'hypothèse de l'écoulement de Stokes dans les pores d'un milieu poreux. Il est généralement considéré que ce régime est une approximation valable à condition que le nombre de Reynolds soit inférieur à 1. Dans nos tests de perméabilité, Re est compris entre 0.02 et 0.90, il est donc pertinent de comparer le modèle avec de telles expériences.

4.2.2.4 Influences de la taille et du bord

Le nombre de sphères dans la simulation est beaucoup plus faible que dans les expériences, en raison des limitations de puissance de calcul. Afin d'évaluer les effets possibles de la taille et/ou du bord, nous avons simulé des tests de la perméabilité sur les assemblages de $N = 5000$ à $N = 200000$ sphères. Les résultats sont reportés sur la Fig. 4.12 (page 68). Pour $N = 5000$ et $N = 50000$, vingt échantillons avec la même porosité et la même PSD ont été générés et l'écart-type de la perméabilité est également proposé dans la Fig. 4.12 (page 68).

Les faibles dispersions ont été trouvées pour $N \leq 50000$ (moins de 1%), il a donc été décidé de simuler un seul test pour les valeurs de N plus élevées. Ces résultats suggèrent que les influences du bord sont sensibles jusqu'à $N = 50000$ (bien que la fluctuation de la valeur moyenne n'est pas très élevée). Pour N plus élevé, la perméabilité normalisée est stable. $N = 50000$ a été pris comme un échantillon suffisamment grand, afin de réduire le temps de calcul.

FIGURE 4.12 – Influence du nombre de grains dans la simulation sur la perméabilité dans le cas de $M = 0.5$ [165].

4.2.3 Résultats numériques

Les résultats numériques de perméabilité obtenus sont illustrés sur la Fig. 4.13(a) (page 70). Dans la suite, nous comparerons des valeurs normalisées de perméabilité intrinsèque $\kappa^* = \kappa/D^{*2}$, définie par un facteur de normalisation D^* correspondant au rayon hydraulique qui est un rapport entre le volume des vides remplis d'eau et la surface au contour du solide (voir l'équation 1.12 (page 12), et la section 1.2.2.2 (page 9)) dans la Fig. 4.13(b) (page 70) comme fonctions du facteur massique de $M = m_1/(m_1 + m_2)$.

4.3 Formules empiriques et semi-empiriques

Il existe de nombreuses formules concernant les influences de la taille et de la forme des grains, de la PSD, et de la porosité sur la perméabilité intrinsèque d'un milieu poreux isotrope. Elles ont été obtenues soit par l'expérience, soit par des considérations théoriques. Dans cette section, nous présenterons différentes études empiriques/semi-empiriques de Slichter, de Kozeny-Carman, et de Terzaghi dans le but de comparer par la suite avec les résultats expérimentaux et numériques.

4.3.1 Slichter

La formule de Slichter [154] peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\kappa = C \cdot n^{3.287} \cdot d_{10}^2 \quad (4.6)$$

avec $C = 0.01$ une constante, d_{10} la dimension de grain correspondant à 10% en poids ce qui passe au travers du tamis de 10 (aussi appelé le *diamètre efficace*), et n la porosité.

4.3.2 Terzaghi

Terzaghi *et al.* [158], a proposé une formule semi-empirique suivante :

$$\kappa = C \cdot \left(\frac{n - 0.13}{\sqrt[3]{1 - n}} \right)^2 \cdot d_{10}^2 \quad (4.7)$$

avec C une constante, compris entre 6.1×10^{-3} et 10.7×10^{-3} , une valeur moyenne de $C = 8.4 \times 10^{-3}$ a été choisie pour l'estimation de la perméabilité intrinsèque dans l'équation 4.7.

4.3.3 Kozeny-Carman

La formule de Kozeny-Carman, initialement proposée par Kozeny [93], ensuite modifiée par Carman [37], est bien connue pour l'estimation de la perméabilité intrinsèque [38, 80, 125] :

$$\kappa = \frac{1}{5 \cdot S_s^2} \cdot \frac{n^3}{(1 - n)^2} \quad (4.8)$$

avec S_s la surface spécifique des grains en m^2/m^3 (ou en m^{-1}) (voir l'équation 1.2, page 9).

4.4 Comparaisons

(a)

(b)

FIGURE 4.13 – Perméabilité obtenue par les mesures d'expériences effectuées sur des billes de verre, par les simulations avec le modèle DEM-PFV, et par l'estimation avec les relations des études empiriques et semi-empiriques : (a) perméabilité intrinsèque absolue et (b) perméabilité normalisée par le rayon hydraulique au carré D^* [165].

Les valeurs normalisées de la perméabilité intrinsèque qui ont été obtenues à partir des simulations, des expériences et des calculs des différentes formules sont résumées dans la FIG. 4.13 (page 70) en fonction de la fraction de $M = m_1/(m_1 + m_2)$.

La tendance des courbes simulées et empiriques ressemble, en général, à celle des tests de laboratoire. La valeur maximale de κ^* est obtenue lorsque l'assemblage est mono-disperse (c'est-à-dire, quand M est 0 ou 1). La perméabilité est réduite au minimum près de $M = 0.3$ dans

tous les cas. La forme générale de ces courbes est compatible avec l'évolution de la porosité (voir la Fig. 4.10, page 66) mais n'est pas strictement la même. C'est-à-dire que κ^* est presque constant dans la gamme de $0.7 < M < 1$ tandis que la porosité ne l'est pas. Cette tendance se reflète correctement à la fois dans la simulation et les relations empiriques.

Du point de vue quantitatif, on constate que les relations empiriques ont tendance à surestimer les valeurs mesurées pour la valeur petite de M . Étonnamment, l'équation K-C donne la pire estimation dans tous les cas et surestime κ^* par un facteur de 5 en moyenne, tandis que les autres relations donnent des estimations relativement bonnes lorsque $0.2 \leq M \leq 0.9$. L'équation K-C est couramment admise pour des matériaux bien classés, mais nos résultats suggèrent qu'elle n'était pas bien adaptée à des assemblages granulaires bi-dispersés ($0 < M < 1$) ou mono-dispersés ($M = 0$ ou $M = 1$).

Les prédictions du modèle de PFV sont satisfaisantes pour $M \leq 0.5$, avec des erreurs de l'ordre de 50%. Les pires estimations sont pour $0.7 \leq M \leq 0.9$, avec une erreur d'un facteur de 2.5 dans le pire des cas. En général, les erreurs de prédictions du modèle sont du même ordre de grandeur que celles des relations empiriques. La qualification de ces erreurs comme négligeables ou importantes est une tâche difficile, car l'impact de telles erreurs dépendra du problème traité.

Nous rappelons que, finalement, le couplage DEM-PFV est destiné à simuler des couplages hydromécaniques. En tant que tel, il n'est pas censé rivaliser avec des modèles numériques plus particulièrement dédiés aux prédictions de perméabilité. Cependant, une exigence pour le modèle est qu'il devrait être un calcul efficace et devrait refléter les changements dans la perméabilité lorsque la porosité est modifiée par la déformation ou par l'érosion interne. Sur ce point, les résultats sont satisfaisants, puisque le modèle suit l'évolution des données expérimentales sur une large gamme de PSD ($0 < M < 1$) et de la porosité ($0.28 < n < 0.41$).

4.5 Conclusions

Une application à l'étude de l'écoulement interne dans le milieu granulaire saturé à l'aide de la méthode de couplage hydromécanique DEM-PFV a été présentée. Des essais de perméabilité sur les assemblages bi-dispersés de billes de verre ont été rapportés et une procédure pour générer des échantillons numériques correspondant à la PSD et à la porosité expérimentale a été proposée. Les prédictions du modèle sont en bon accord avec les données expérimentales, ce qui reflète le rôle de la PSD et de la porosité dans la perméabilité. Cette conclusion est en accord avec certaines comparaisons entre le modèle de PFV et la méthode des éléments finis de FEM à petite échelle, comme rapporté précédemment par Chareyre *et al.*[52]. La différence entre les résultats expérimentaux et les simulations est du même ordre que l'erreur obtenue avec les relations empiriques de Terzaghi et Slichter et elle est beaucoup plus petite que celle obtenue par la relation de Kozeny-Carman.

Il est important de noter que le modèle de l'écoulement ne restreint pas la variété de comportements constitutifs qui peuvent être supposés au contact entre les particules. Par conséquent, le couplage hydromécanique permet, par exemple, l'étude du processus de la fracturation en matériaux cohésifs simulé avec la DEM en présence de (ou à cause) d'un fluide.

Une restriction du modèle est due à la discrétisation de l'espace des pores par la triangu-

lation régulière, en supposant que les particules sont sphériques. Cependant, on peut noter que la tendance actuelle dans le domaine de la modélisation DEM est de se rapprocher de formes complexes de particules par des grappes de sphères. Dans cette situation, la triangulation régulière se maintient et la méthode pourrait être facilement généralisée.

En termes de précision de la perméabilité prévue, le modèle PFV ne sera probablement pas comparable avec d'autres méthodes numériques qui permettent de résoudre le problème de l'écoulement sur une plus petite échelle. Puisque des matériaux naturels sont rarement composés de particules parfaitement sphériques, l'intérêt pratique d'une estimation très précise serait limité de toute façon. Cette faiblesse peut être compensée par la robustesse et la capacité à résoudre de manière efficace des problèmes difficiles. Cela peut être le cas en particulier dans les situations de fort couplage avec des effets mécaniques et/ou d'autres effets physiques (par exemple, thermo-chimique), que l'on trouve dans l'ingénierie pétrolière.

La méthode présentée ici a été appliquée avec succès à des régimes transitoires dans les problèmes de poromécanique [42, 43]. L'érosion interne par le transport des particules fines (comme dans Sari *et al.*[140], ainsi que la fracturation hydraulique, sont des exemples des problèmes difficiles qui peuvent bénéficier des connaissances microscopiques offertes par ce type de couplage. L'étude d'interactions mécaniques fluide-solide, et même le mécanisme du phénomène de l'érosion interne sera abordée dans le chapitre 5.

Interactions mécaniques fluide-solide et mécanisme de l'érosion interne : étude numérique

L'arrachement et le transport de particules fines sous l'action d'un écoulement interne au sein des ouvrages hydrauliques en terre (digues, levées, barrages) peuvent provoquer une modification des caractéristiques hydrauliques et mécaniques et sont une des principales causes des instabilités de ces ouvrages. Sur des barrages enquêtés dans le Sud-Ouest de la France en 40 ans, l'érosion interne représente 47% des accidents recensés [102].

L'érosion interne peut être très grave, et elle défie souvent toutes les prévisions et tous les calculs. Certaines approches, aussi bien expérimentales que numériques, ont été développées afin de caractériser l'érosion interne et ses conséquences sur le comportement mécanique par les mesures des caractéristiques comme : la masse érodée, la perméabilité, la pression interstitielle et la déformation axiale au cours du temps. Parmi celles-ci, nous pouvons citer ici des études expérimentales de Moffat *et al.*[117], Fannin *et al.*[66, 67], Li [104], Benahmed *et al.*[12] et récemment de Sail *et al.*[139], et des études numériques/expérimentales de Vincens *et al.*[135, 150] et Bonelli *et al.*[23, 24, 25, 27].

En fait, la capacité de stabilité interne d'un milieu granulaire par l'érosion interne est régie par deux critères principaux : *critère géométrique* proposé dans les travaux de Kezdi [90], Honjo [77], Kenney [87], Kenney et Lau [88], et *critère hydraulique* considéré par Bligh [20], Lane [101], Skempton et Brogan [152], Kenney et Lau [88, 89], et Monnet [118].

Ce chapitre a pour objet de présenter une étude numérique sur l'interaction mécanique fluide-solide et le mécanisme d'érosion interne par application du modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV développé par Catalano *et al.*[39], et validé par Chareyre [52]. Après une étude bibliographique sur l'érosion interne, des simulations d'érosion interne seront effectuées sous des gradients hydrauliques variables et des contraintes de confinement différentes. Des résultats obtenus en comparaison avec des résultats expérimentaux dans la littérature nous permettent de mettre en évidence le mécanisme du processus d'érosion interne.

5.1 Étude bibliographique

5.1.1 Introduction

L'interaction de l'eau avec des ouvrages hydrauliques (levées, digues et barrages) génère des écoulements au sein de l'ouvrage qui peuvent produire un arrachement et puis un transport des particules constituant le sol de l'ouvrage lui-même ou celui de ses fondations. Ce processus dénommé *érosion interne* peut modifier les propriétés hydrauliques du sol notamment sa perméabilité, mais l'érosion interne peut également modifier le comportement mécanique du matériau et peut ainsi porter préjudice à la stabilité de l'ouvrage. Les processus d'érosion sont bien décrits par Bonelli [21, 22], Lautrin [102] et l'IREX¹ [79] dont s'inspirent la synthèse qui suit.

L'érosion interne est un mécanisme majeur responsable d'instabilités des ouvrages en terre. L'étude statistique de Foster *et al.*[68] sur 11192 ouvrages hydrauliques en terre enquêtés a montré que, 136 d'entre eux ont subi des accidents dont 46% par érosion interne et 54% par glissement et surverse. L'érosion interne est la première cause de rupture et d'incidents des levées, digues et barrages en France. Plus de 70 incidents, directement liés à l'érosion interne, sur des barrages enquêtés, ont été recensés depuis 1970 [21, 45, 79] dont, dans le Sud-Ouest de la France, l'érosion interne représente 47% des accidents, et 50% des accidents liés à l'eau dans le sol [22, 102].

(a)

(b)

FIGURE 5.1 – Barrage de Tunbridge (Tasmanie, Australie)² : (a) vue générale des dommages ; et (b) une rupture vue rapprochée.

Le phénomène d'érosion interne peut être très grave. La complexité des phénomènes, l'étendue de leurs manifestations et la faiblesse de nos connaissances à leur égard gênent la profession. L'apparition de brèches dans certains ouvrages récents souligne la nécessité d'améliorer la compréhension de ces phénomènes, notamment leur développement et leur incidence sur le comportement mécanique du matériau.

1. Institut pour la Recherche appliquée et l'Expérimentation en Génie Civil

2. effectué par Jeffery A. Farrar sur <http://www.geoengineer.org>

5.1.2 Mécanisme de l'érosion interne

Le phénomène d'érosion interne est en relations avec la circulation de l'eau dans les sols de fondation. Si la force de percolation est suffisamment importante, l'eau va arracher sur son parcours des particules de terre et les expulser à l'aval de l'ouvrage en émergeant à une vitesse suffisante. L'érosion interne est donc le résultat de deux mécanismes : l'arrachement des particules et leur transport.

5.1.2.1 Arrachement des particules

C'est la première phase du phénomène d'érosion interne. La déstabilisation des particules d'un sol peut être d'origine physique, chimique ou physico-chimique. On distingue des processus suivants agissant directement sur le déclenchement de l'érosion interne :

- *L'entraînement* des grains par le frottement de l'eau qui circule dans le sol à une vitesse U . Dans ce processus, l'entraînement des particules sera d'autant plus important que la vitesse d'écoulement U sera élevée.
- *L'érosion régressive* se produit à partir du point d'émergence de l'écoulement si la vitesse de l'eau à la résurgence est suffisamment grande pour engendrer des forces hydrauliques capables de vaincre les forces de pesanteur et de cohésion entre les grains et de les expulser.
- *La boullance* se produit lorsque la poussée de l'eau verticale ascendante s'exerçant sur un volume de sol devient égale à la contrainte effective (poids des grains). Les particules ne sont plus liées entre elles et deviennent plus faciles à déplacer par le fluide circulant et les entraîne.

FIGURE 5.2 – Phénomène de boullance.

- *Le débouillage* correspond à un déplacement des particules par un rétrécissement ou une courbure de la section d'écoulement. Ce phénomène peut se produire dans un conduit fossile de la fondation ou une fissure du milieu, lorsque l'érosion interne crée de nouvelles conditions de circulation de l'eau qui seront éventuellement plus agressives et aptes à entraîner des particules.
- *La défloculation* qui est un processus physico-chimique va augmenter les risques de déstabilisation du sol en agissant sur la charge des particules d'argile et en modifiant l'arrangement des assemblages. Les petites particules entraînées par l'écoulement interne conduiront à la

FIGURE 5.3 – Phénomène de débouillage [102].

formation d'un sol plus squelettique et plus perméable dans lequel l'eau circulant à une vitesse plus grande sera encore plus déstabilisante et entraînera des particules plus grosses.

- *La dissolution* entraîne une perte de particules d'ordre physique ou chimique. L'augmentation des vides du milieu sera à l'origine des nouveaux écoulements et du déclenchement de l'érosion interne.

Tous ces processus ci-dessus peuvent agir séparément ou se combiner pour modifier le régime des percolations internes et déclencher le phénomène d'érosion interne.

5.1.2.2 Transport des particules

Les phénomènes d'arrachement des particules décrits au-dessus n'auraient pour toute conséquence qu'une augmentation locale de la perméabilité du milieu. Le transport des particules est la deuxième exigence du processus d'érosion interne.

La nature du transport conduit à distinguer deux types de transport pour l'érosion interne selon leurs conditions aux limites géométriques et hydrauliques le renard et la suffusion. Le transport des particules est concentré dans un conduit pour le renard, mais diffus dans l'espace poreux interparticulaire pour la suffusion.

5.1.3 Principaux types de l'érosion interne

Selon les conditions hydrauliques d'écoulement à travers le massif ou la fondation, on peut distinguer deux types d'érosion interne :

- *Le renard*, issu d'une circulation concentrée, est un arrachement régressif des particules de l'aval du sol vers un milieu extérieur et en progressant vers l'amont, jusqu'à la formation d'un conduit continu. La granulométrie du sol varie donc avec une augmentation de la perméabilité. Ce phénomène est difficilement détectable et évolue très rapidement.
- *La suffusion*, résultant d'une circulation diffuse dans les espaces interparticulaires du sol, se développe au sein d'un volume de remblai ou de fondation et à l'interface de deux milieux

FIGURE 5.4 – Renard du barrage de Saint Julien des Landes (Vendée) [102].

où la condition d'auto-filtration n'est pas assurée. L'écoulement emporte les particules les plus petites entre les particules structurales qui forment un squelette résistant au début du processus à travers lequel transitent ces particules. La structure globale du sol ne change pas, par contre la perméabilité évolue. Cette redistribution des particules provoque une surpression localisée en aval de l'écoulement et peut engendrer un glissement de sol. L'évolution du phénomène de suffusion est généralement très lente ce qui permet la détection et la limitation.



FIGURE 5.5 – Suffusion d'après Lafleur [99].

5.1.4 Initiation de l'érosion interne

De nombreuses méthodes permettant de vérifier la capacité de stabilité interne d'un milieu granulaire à la suffusion sont divisées en deux critères principaux par Schuler *et al.*[149] : le *critère hydraulique* qui est caractérisé par la courbe granulométrique, la porosité et la forme de grains, permet d'évaluer la force hydraulique critique nécessaire à l'entraînement des particules les plus fines à l'intérieur du sol, et le *critère géométrique* par la condition de chargement et le gradient hydraulique, permet d'évaluer la capacité de mouvement des particules les plus fines, non-structurales à l'intérieur du sol en fonction de la granulométrie du sol.

5.1.4.1 Critère géométrique

Sous un gradient donné, la stabilité des grains fins est plus faible que celle des gros en l'absence d'autres forces. Dans le cas où les grains fins ne peuvent pas s'appuyer sur la matrice grossière, l'écoulement peut les entraîner. D'après Kenney et Lau [88], l'évaluation de la stabilité d'un sol consiste à vérifier la condition de filtre de gros grains par rapport aux petits. Ils considèrent en outre que le pourcentage maximum de particules fines pouvant migrer dans un sol granulaire compacté est de 20% pour les sols à granulométrie étalée ($C_u > 3$) et 30% pour les sols à granulométrie peu étalée ($C_u < 3$).

Selon Kenney et Lau, les sols réputés non-sujets à l'entraînement sont ceux qui vérifient le critère suivant :

FIGURE 5.6 – Caractérisation de la stabilité interne d'un sol d'après Kenney et Lau [88].

$$\frac{H}{F} > 1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} F < 20\% & \text{si } C_u > 3 \\ F < 30\% & \text{si } C_u < 3 \end{cases} \quad (5.1)$$

où H est le rapport du poids passant au tamis entre les diamètres D et $4D$ sur le poids total de l'échantillon, et F est le rapport du poids passant le tamis de diamètre D sur le poids total de l'échantillon (voir la Fig. 5.6, page 78).

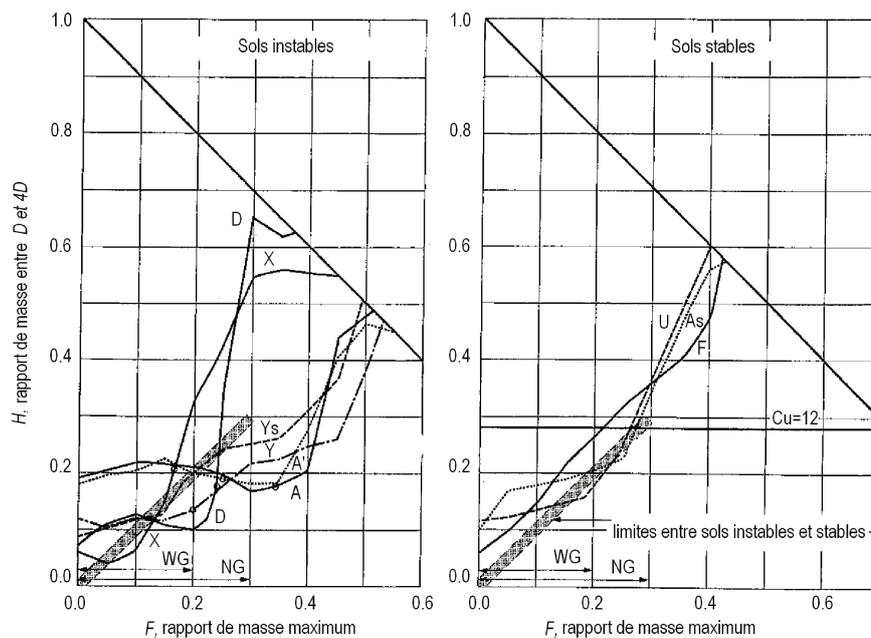


FIGURE 5.7 – Sols instables et stables d'après Kenney et Lau [88].

Skempton et Borgan [152] ont réalisé des essais pour vérifier la stabilité de sols pulvérulents

en analysant les relations entre l'instabilité d'un sol avec le gradient hydraulique, la densité de compactage et la proportion de sable et graviers.

Monnet [118] a réinterprété ultérieurement les résultats de Skempton et Brogan et confirme que le critère de Kenney et Lau est un bon indicateur des risques d'érosion interne et permet de détecter les sols potentiellement dangereux.

Quand un segment de la courbe de forme dans le plan $H = f(F)$ se situe au-dessous de la limite oblique $H/F = 1$ pour $F < 20\%$ si $C_u > 3$ ou $F < 30\%$ si $C_u < 3$, il pourrait se produire une certaine migration interne des particules. Par exemple, la courbe du sol D se situe au-dessous de la limite, ce qui suggère la migration de certaines particules fines. Au contraire, la courbe du sol F se situe entièrement en dessus de la limite et le sol peut donc être considéré comme stable (voir la Fig. 5.7, page 78).

5.1.4.2 Critère hydraulique

À partir de l'observation d'un certain nombre de ruptures, Bligh [20] constate que pour un sol de fondation donné le rapport $L/\Delta H$ entre la longueur horizontale de l'écoulement sous l'ouvrage rompu L et la perte de charge le long de l'ouvrage ΔH semble constant. Ce coefficient est l'inverse du gradient hydraulique global.

$$i_c = \frac{\Delta H}{L} \quad [-] \quad (5.2)$$

avec L longueur de la ligne d'écoulement mesurée le long de la base de la digue et ΔH est la perte de charge totale.

Bligh eut un grand mérite de donner le gradient critique i_c de déclenchement de la rupture. Cette approche a cependant des limitations importantes. La première vient du fait que la rupture n'est pas forcément liée au gradient hydraulique global. La seconde limitation est que le calcul du gradient hydraulique est erroné car trop simplifié.

Type de sol	i_c
silt	0.06
sable fine	0.07
sable grossier	0.08
sable et gravier mélangé	0.10-0.20

TABLE 5.1 – Valeurs limites du critère hydraulique suggéré par Bligh [20].

Lane [101] corrige la seconde limitation en prenant en compte un écoulement plus réaliste. Il ajuste d'une part la portion verticale de l'écoulement et d'autre part l'anisotropie de perméabilité de la fondation.

$$i_c = \frac{\Delta H}{(L_h/3 + L_v)} \quad [-] \quad (5.3)$$

avec L_h la distance horizontale parcourue par l'eau sous l'ouvrage (le coefficient 1/3 tient compte du fait que la perméabilité horizontale est supérieure à la perméabilité verticale dans les sols). L_v la somme des distances verticales le long du parafouille.

Les valeurs limites présentées dans les TAB. 5.1 (page 79) et 5.2 (page 80) ont été obtenues en analysant un grand nombre de structures fondées sur différents types de sols. Les méthodes proposées par Bligh et Lane sont encore largement utilisées pour les barrages, en dépit des critiques sur leur nature empirique.

Type de sol	i_c
sable très fin	0.12
sable fine	0.14
sable moyen	0.17
sable grossier	0.20
gravier fin	0.25
gravier moyen	0.29
gravier grossier	0.33
blocs et graviers	0.40
argile dure	0.56

TABLE 5.2 – Valeurs limites du critère hydraulique suggéré par Lane [101].

Skempton et Brogan [152] ont réalisé des essais sur des sols stables et instables au sens de Kenney et Lau. Pour les sols stables, la rupture est obtenue par boulangage pour $i_c \sim 1$ alors que pour les sols instables $i_c \sim 0.2 - 0.35$. Les gradients critiques expérimentaux sont donc du même ordre que ceux définis par Den Adel [62] pour des écoulements horizontaux et peuvent être reliés au paramètre H/F .

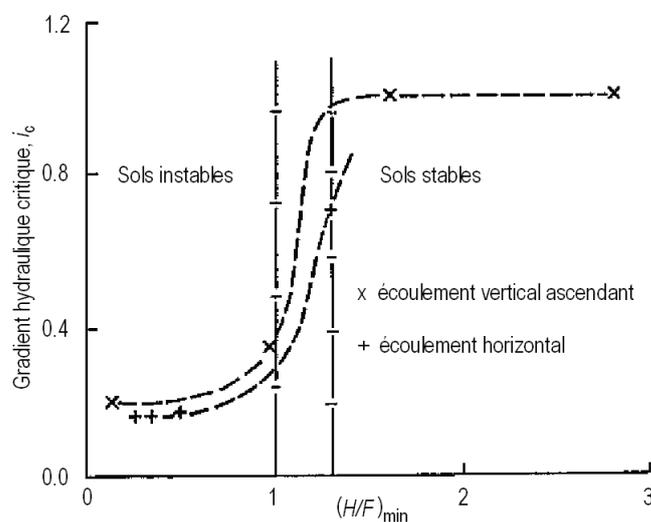


FIGURE 5.8 – Gradient hydraulique critique en fonction du rapport H/F de Kenney et Lau selon Skempton et Brogan [152].

Skempton et Brogan expliquent ce point par le fait que la contrainte verticale est, pour ces sols, entièrement reprise par les gros grains, les particules fines étant libres de tout mouvement. Ils en déduisent alors que les effets de la pesanteur sont négligeables sur l'initiation du mouvement. Cela est relativement conforme à leurs observations puisque Skempton et Brogan font aussi remarquer que dans le cas des sols instables, les particules les plus fines sont en mouvement intense alors que les particules grossières restent stables.

Monnet [118] réfute leur explication concernant les effets de la pesanteur et attribue les faibles valeurs de gradient critique à des zones de grande perméabilité pouvant engendrer des renards. Il confirme néanmoins que le critère de Kenney et Lau est un bon indicateur des risques d'érosion interne et permet de détecter les sols potentiellement dangereux. Pour les échantillons instables (au sens de Kenney et Lau, Skempton et Brogan) trouvent des gradients critiques de l'ordre de 0.2 à 0.35. Pour les échantillons stables, ils trouvent en général la valeur théorique de Terzaghi.

La stabilité vis-à-vis du phénomène de boullance est traditionnellement établie à l'aide du gradient critique de Terzaghi qui est la valeur limite du gradient i_{CT} pour lequel il y a équilibre entre la perte de charge $\rho_w \cdot g \cdot \frac{\delta u}{\delta z}$ et le poids immergé des grains $(1 - n) \cdot (\rho_s - \rho_w) \cdot g$. Ce qui sous-entend un écoulement vertical ascendant :

$$i_{CT} = (1 - n) \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) \quad [-] \quad (5.4)$$

Pour les sols courants, la valeur du gradient critique de Terzaghi est voisine de 1. Si on suppose $\gamma_s = 2.65$ et $0.28 < n < 0.52$, la valeur de i_{CT} sera comprise entre 0.8 et 1.2, la valeur moyenne étant 1.

5.2 Étude numérique

Différents essais expérimentaux/numériques [12, 70, 91, 95, 96, 97] ont été développés afin de suivre l'évolution spatiale et temporelle des propriétés hydrauliques et mécaniques du sol par une migration des particules fines entre les particules structurales qui peut engendrer des tassements puis un accroissement localisé de la pression interstitielle et enfin une instabilité localisée qui entraînera la déformation de l'échantillon [26]. Parmi les essais sur des assemblages granulaires bi-disperses composés de billes de verre, nous citons ici des expériences effectuées par Moffat *et al.*[114, 115, 116, 117] et récemment par Sail *et al.*[139]. Cependant, des interrogations et peu de données disponibles demeurent sur les mécanismes du phénomène d'érosion interne (initiation et développement).

Le modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV possède des avantages à l'étude des phénomènes concernant l'interaction fluide-solide comme l'érosion interne ou de surface, le transport de sédiment, etc., surtout à l'échelle microscopique [39]. Ce modèle DEM-PFV, développé par Catalano *et al.*[43] dans la plateforme YADE-DEM [168], et validé par Chareyre *et al.*[52], nous permet de simuler la migration de fines particules dans les milieux granulaires bi-disperses sous l'effet des conditions du gradient hydraulique et de la contrainte de confinement.

Après un bref rappel du modèle de couplage DEM-PFV, on présentera les procédures de la simulation du phénomène d'érosion interne. Enfin, des résultats numériques en comparaison avec ceux d'essais expérimentaux permettront de mettre en évidence certains aspects spécifiques du mécanisme de l'érosion interne.

5.2.1 Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV de Catalano *et al.*

Le modèle DEM-PFV, basé sur un couplage entre la DEM³ pour la phase solide et un modèle PFV d'un écoulement dans les milieux poreux pour la phase fluide. La phase solide est modélisée en des grains sphériques avec les rigidités normales et tangentielles k_n et k_t du type d'interaction élasto-plastique. Les forces tangentielles des contacts intergranulaires sont limitées par la loi de frottement de Coulomb. Le mouvement de chaque grain est calculé par la loi de Newton à chaque pas de temps de calcul (voir Šmilauer *et al.*[168]). Le modèle PFV d'un écoulement incompressible est basé sur une discrétisation géométrique d'espace poreux et sur l'équation de Navier-Stokes. La triangulation régulière de Delaunay est utilisée pour discrétiser le milieu en tétraèdres. Une formulation du type de volumes finis PFV⁴ en moyenne à l'échelle des pores pour l'entourage de sphères déformable ont été développées par Catalano *et al.*[43]. À chaque pas de temps, la géométrie et la vitesse de déformation des pores sont mises à jour par le mouvement des particules. Les flux sont déterminés et la force hydrodynamique sur les particules est calculée et ensuite intégrée par la loi de Newton sur chaque grain. La méthode de couplage DEM-PFV est bien adaptée à l'étude du transport de fines particules par l'écoulement. Sa définition de la force hydrodynamique est validée par Chareyre *et al.*[52].

5.2.2 Mécanisme de l'érosion interne : simulation numérique

Nous présentons, dans cette section une étude numérique du phénomène de suffusion, sur des assemblages granulaires bi-disperses qui sont soumis à un écoulement descendant sous gradient hydraulique constant et la gravité par la méthode de couplage DEM-PFV.

5.2.2.1 Mise en place numérique

Paramètres

Les paramètres, utilisés dans l'étape de génération d'échantillons numériques, sont indiqués dans le TAB. 5.3 suivant :

Paramètres physiques			
Nombre de grains	N	2000	
Module de rigidité global	E_{global}	15	[MPa]
Frottement initial des contacts	φ_{ini}	30	[°]
Frottement simulé des contacts	φ_{simu}	30	[°]
Contrainte de confinement fixée	σ_c	50	[kPa]
Porosité initiale	n_0	0.7	[-]
Porosité visée	n	0.27 – 0.38	[-]

TABLE 5.3 – Paramètres physiques utilisés dans l'étape de génération d'échantillons numériques.

Procédure de compactage

Afin de générer un échantillon numérique isotrope, homogène et statique, une procédure de compactage, initialement proposée par Chareyre [50] en trois étapes a été utilisée. D'abord, une

3. "Discrete Element Methode" en anglais

4. "Pores scale Finite Volumes" en anglais

procédure de compactage par grossissement des grains à géométrie constante jusqu'à atteindre le niveau de contrainte donné dans le TAB. 5.3. Ensuite, une étape de lubrification par une diminution progressive du frottement initial en maintenant la contrainte latérale de confinement constante. Enfin, une étape de stabilisation par mise à jour du frottement final des contacts, en maintenant la contrainte latérale de confinement constante jusqu'à atteindre un état d'équilibre statique (voir le chapitre 2 dans la section 2.1.6.2, page 31). Cette procédure a été détaillée dans le chapitre 4 (voir la section 4.2.1, page 64) [165].

Une fois l'étape de stabilisation terminée, un échantillon isotrope, homogène et statique a été généré, dans le cube des dimensions $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$, avec la porosité visée (de $n = 0.27$ à 0.38), la granulométrie donnée (40% de grains fins en masse), et le frottement des contacts ($\varphi = 30^0$). Un échantillon numérique utilisé pour tester l'érosion interne est présenté sur la FIG. 5.9 (page 83).

(a) (b)

FIGURE 5.9 – (a) Conditions aux limites; et (b) un échantillon numérique typique pour la simulation du phénomène de l'érosion interne.

Hypothèse de quasi-staticité

L'hypothèse de quasi-staticité a été contrôlée à chaque pas de temps pendant les trois étapes de compactages par un indice de balance des forces qui est un rapport entre les forces internes aux contacts et les forces extérieures sur le milieu. Dans nos simulations, la quasi-staticité est considérée avec une balance des forces qui ne dépasse pas 1% (voir la FIG. 4.9, page 65).

Contrôle de conditions aux limites

Les conditions aux limites tout au long des trois étapes de compactage sont imposées par les parois rigides que l'on contrôle, soit en déplacement, ou soit en force (c'est-à-dire la cellule triaxiale est donc contrôlée en déformation ou en contrainte). Les contacts entre les grains et les parois sont sans frottements, et ont la même raideur que les contacts intergranulaires.

- Dans la première étape : les conditions limites ont été maintenues jusqu'à atteindre la contrainte donnée pour les parois latérales.
- Dans les deux étapes de lubrification et de stabilisation : en maintenant la contrainte latérale de confinement constante par variation de taille des grains jusqu'à atteindre la porosité désirée (pour l'étape de lubrification) ou un état d'équilibre (pour l'étape de stabilisation).

5.2.2.2 Simulation du phénomène de l'érosion interne

Caractéristiques d'échantillons numériques

Les échantillons numériques ont été générés (notés, G4-C, d'après Honjo *et al.*[76]) avec les caractéristiques suivantes : granulométrie (mélange entre 40% de grains fins, et 60% de gros grains en masse), porosité (de $n = 0.27$ à 0.38), frottement des contacts ($\varphi = 30^0$), et critère de Terzaghi $D_{15}/d_{85} = 8.3$ considéré instable par Kezdi [90], Honjo [77], Kenney [87, 88, 89], Chapuis [46, 48], Milligan [113], Lafleur [98], Skempton [152]. Ces caractéristiques sont considérées comme un repère dans le but de comparer par la suite à des expériences réalisées par Sail *et al.*[139], Moffat *et al.*[117], Fannin *et al.*[66, 67] (dans la section 5.2.3, page 86).

Paramètres testés			
Essai	G4-C		
Grains fins en masse	m_1	40	[%]
Gros grains en masse	m_2	60	[%]
Frottement intergranulaire	φ	30	[°]
Porosité	n	0.27 – 0.38	[-]
Critère de Terzaghi	D_{15}/d_{85}	8.3	[-]

TABLE 5.4 – Paramètres numériques utilisés dans la simulation du phénomène de suffusion.

La FIG. 5.10 (page 84) présente les courbes de granulométrie discontinue qui sont utilisées dans la simulation ainsi que dans l'expérience effectuée par Sail *et al.*[139], et Moffat *et al.*[117].

FIGURE 5.10 – Courbe granulométrique utilisée dans la simulation (dont la granulométrie F est équivalente à un sable fin avec $C_u = 1.45$ et $d_{85} = 0.93 \text{ cm}$, tandis que la granulométrie C est équivalente à un sable grossier avec $C_u = 1.69$ et $D_{15} = 7.75 \text{ cm}$) et dans l'expérience de Sail (dont la granulométrie F est équivalente à un sable fin avec $C_u = 1.45$ et $d_{85} = 0.19 \text{ mm}$, alors que la granulométrie C est équivalente à un sable grossier avec $C_u = 1.66$ et $D_{15} = 1.54 \text{ mm}$) *et al.*[139].

Procédure de simulation

Le processus de suffusion, ainsi que l'instabilité interne ont été étudiés sous l'effet à la fois du gradient hydraulique et de la gravité. Une mise en application de la gravité a été choisie avant

l'application du gradient hydraulique en maintenant la condition limite pendant la simulation.

◦ **Étape 1** : *application de la gravité.*

La gravité a d'abord été appliquée sur l'échantillon. Nous avons utilisé un algorithme qui permet de contrôler les conditions aux limites par une mise à l'équilibre en déplaçant uniquement la paroi en haut du cube (alors que la contrainte latérale de confinement est maintenue, et sans variation de taille des grains pendant cette étape) jusqu'à atteindre une balance des forces en équilibre statique.

◦ **Étape 2** : *application du gradient hydraulique.*

Un filtre (ou un tamis) sans frottement à la position de la paroi en bas qui permet aux grains fins de passer a été mis en place à la fin de l'étape d'application de la gravité. Le gradient hydraulique a été ensuite appliqué grâce à une différence de la pression imposée sur les deux parois en haut et en bas du cube (voir la FIG. 5.11, page 85). Une série de trois niveaux du gradient hydraulique $i = 1, 5$ et 8 ont été imposée à l'aide d'une série de différences de la pression appliquée sur les deux parois (de long $H = 1\text{ m}$) $\Delta p = p_2 - p_1 = 10, 50$ et 80 kPa , respectivement, où p_1 est fixée au niveau de 20 kPa qui correspond à l'expérience de Sail *et al.*[139]. La condition limite dans ce cas a été contrôlée en déplaçant la paroi en haut pour maintenir des niveaux constants du gradient hydraulique pendant la simulation.

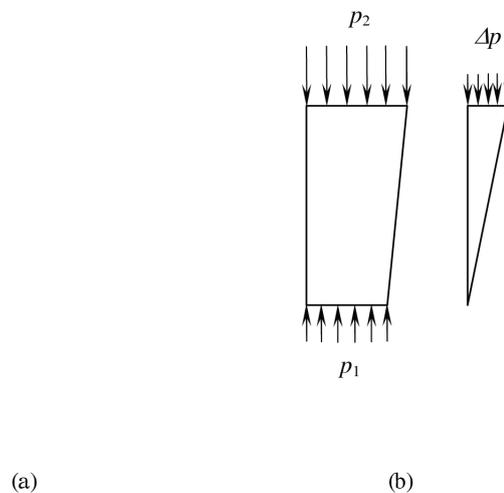


FIGURE 5.11 – Application du gradient hydraulique dans la simulation : (a) points de mesure et (b) profil du gradient hydraulique appliqué.

Condition aux limites d'écoulement

Un type de conditions aux limites est considéré par la pression imposée sur les parois supérieure et inférieure, alors qu'aucune condition de débit n'est imposé sur toutes les parois latérales. La condition "non-glissement" a été considérée pour le modèle de l'écoulement au niveau des frontières qui sont des sphères fictives de rayon infini placées tangentiellement à l'assemblage. Un schéma de principe de la simulation de suffusion est montré sur la FIG. 5.12 (page 86).

(a) (b) (c)

FIGURE 5.12 – Schéma de principe de la simulation : (a) un échantillon généré après compactage isotrope; (b) application de la gravité et (c) application à la fois de la gravité et du gradient hydraulique, en contrôlant les conditions aux limites.

Mesures numériques

Afin de mettre en évidence le mécanisme du phénomène de l'érosion interne par la migration des particules fines qui peut induire une modification des caractéristiques hydrauliques et mécaniques de matériaux granulaires, nous avons mesuré les variations de la masse érodée en même temps que les changements de la porosité, de la perméabilité, de la déformation axiale, de la pression interstitielle, de la charge hydraulique, et du gradient hydraulique local en fonction du temps pendant la simulation.

La pression interstitielle et la charge hydraulique ont été mesurées aux six points situés régulièrement à la hauteur $h = 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.0$, à côté des quatre parois avant, arrière, gauche, et droite du cube. Nous notons à la suite ces points de mesure par $h_{1,0}, h_{0,8}, h_{0,6}, h_{0,4}, h_{0,2}, h_{0,0}$ (voir la Fig. 5.11, page 85). Le gradient hydraulique local i_{jk} est la pente de la charge hydraulique entre deux points de mesure i et j .

5.2.3 Résultats numériques comparés avec ceux de l'expérimentation

5.2.3.1 Masse érodée, porosité, perméabilité et déformation axiale

Masse érodée

La Fig. 5.13 (page 87) montre l'évolution de la masse érodée cumulée en fonction du temps. Cette évolution peut se décomposer en trois étapes pour les trois gradients différents testés $i = 1, 4.9$ et 8 (correspondant à $\Delta p = 10, 49, 80$ kPa) pour une contrainte de confinement $\sigma_2 = \sigma_3 = 50$ kPa (voir la Fig. 5.12, page 86) :

- Dans la première phase, l'évolution croît lentement avec la masse des fines érodées inférieure à 1%. La durée de cette phase décroît avec le gradient. Cela a été trouvé dans l'essai expérimental de Frédéric *et al.*[138], cependant la perte de masse est insuffisante pour être détectée par pesée dans l'étude expérimentale pendant cette phase.

FIGURE 5.13 – Évolution de la masse érodée cumulée en fonction du temps pendant la simulation pour trois gradients différents testés $i = 1, 4.9$ et 8 ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

- La masse érodée augmente brutalement pendant la deuxième phase ce qui dépend du gradient imposé, plus le gradient appliqué est grand plus l'augmentation de la masse érodée sera forte (voir la FIG. 5.13).
- Au cours de la troisième phase, la masse érodée continue d'augmenter par un facteur relatif plus faible de 12% par rapport à celle obtenue à la fin de la deuxième phase : 11.85% ($t = 0.053(s)$) dans le cas $i = 1$ (voir la FIG. C.1 de l'annexe C) et, 11.76% ($t = 0.047(s)$) pour $i = 4.9$ (voir la FIG. C.11 en l'annexe C).

Porosité, perméabilité et déformation axiale

Nous allons choisir le gradient $i = 1$ afin d'analyser les évolutions de la porosité, de la perméabilité et de la déformation axiale pendant la simulation. Les mêmes résultats pour les gradients $i = 4.9$ et 8 sont présentés dans l'annexe C.

Les évolutions de la porosité globale pendant la migration des particules fines sont présentées dans la FIG. 5.14 (page 88). Nous pouvons noter que la tendance d'accroissement des courbes de porosité et de masse érodée se ressemble en général. Cet accroissement a pour conséquence d'augmenter la perméabilité tout le long de la simulation sur la FIG. 5.15 (page 88).

Dans la première phase correspondant au temps de $t = 0$ à $0.026(s)$, une légère diminution de la porosité sur la FIG. 5.14 (de $n = 0.269$ à 0.265) s'accompagne d'une très petite masse érodée (inférieure à 1%) et d'une faible augmentation de perméabilité sur la FIG. 5.15 (de $k = 2.68 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ à $2.85 \times 10^{-6} \text{ m/s}$). La FIG. 5.17(a) (page 90) montre que, dans cette phase, l'érosion d'une fraction de particules fines se produit à la base de l'échantillon ce qui entraîne une perte de charge dans cette région qui correspond à une différence de la charge hydraulique entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$. Cela s'explique par le fait que, pendant la première phase, l'érosion de particules fines en partie basse s'accompagne d'une redistribution des particules fines qui génère une faible déformation axiale, inférieure à 1% sur la FIG. 5.16 pour $i = 1$.

Pendant la deuxième phase, de $t = 0.032$ à $0.064(s)$, la différence de la charge hydraulique ou la perte de charge continue d'augmenter en partie basse de l'échantillon comprise entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$ (voir la FIG. 5.17(a), page 90), et cette différence progresse de l'aval vers l'amont jusqu'à $h_{0,4}$ en fonction du temps sur l'ensemble de l'échantillon. La région de différence progresse

FIGURE 5.14 – Évolution de la masse érodée cumulée et de la porosité en fonction du temps pendant la simulation pour $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

en même temps que la diminution de la perte de charge sur la Fig. 5.17(a) et provoque une forte augmentation de la masse érodée de particules fines (de 2.74% à 5.85%) à la base de l'échantillon au cours de la deuxième phase qui entraînera un accroissement de la porosité (de $n = 0.265$ à 0.280 sur la Fig. 5.14 (page 88)) de manière simultanée avec l'augmentation de la perméabilité d'un facteur de 1.2 (de $k = 2.85 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ à $3.39 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ sur la Fig. 5.15 (page 88)).

FIGURE 5.15 – Évolution de la masse érodée cumulée et de la perméabilité en fonction du temps pendant la simulation pour $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

Une légère chute de la déformation axiale engendrée sur la Fig. 5.16 (page 89) de 1.47% ($t = 0.042(s)$) à 0.88% ($t = 0.08(s)$) maintient le gradient constant imposé sur la paroi supérieure. Une mise en œuvre du contrôle des conditions aux limites en déplacement de la paroi supérieure a été utilisée pendant la simulation du processus de la migration de particules fines.

Dans la troisième phase, les évolutions d'accroissement de la porosité, de la perméabilité et de la déformation axiale sont produites de manière simultanée avec l'augmentation de la masse érodée jusqu'à l'instant où la masse érodée cumulée ne change plus et, où des particules fines sont bloquées par les grosses particules.

Le TAB. 5.5 (page 89) présente un sommaire des caractéristiques physiques, mécaniques et hydrauliques pendant la simulation dans les trois phases analysées au-dessus.

FIGURE 5.16 – Évolution de la masse érodée cumulée et de la déformation axiale en fonction du temps pendant la simulation pour $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

Temps de simulation [s]	Masse érodée [%]	Porosité globale [-]	Diamètre moyen $D[m]$	Perméabilité [m/s]	Déformation axiale [%]
0.005	0.00	0.2685	0.0887	2.74×10^{-6}	0.12
0.026	1.27	0.2647	0.0891	2.85×10^{-6}	1.00
0.032	2.74	0.2678	0.0893	2.87×10^{-6}	1.25
0.064	5.85	0.2802	0.0898	3.39×10^{-6}	1.09
0.318	15.05	0.3031	0.0916	7.63×10^{-6}	1.56
0.702	22.09	0.3171	0.0931	1.80×10^{-5}	2.56

TABLE 5.5 – Sommaire des caractéristiques obtenues dans quelque temps de la simulation (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

5.2.3.2 Charge hydraulique, pression interstitielle et gradient hydraulique local

Charge hydraulique

Comme nous l'avons vu, les courbes de distribution de la charge hydraulique peuvent être considérées comme l'un des trois types. Pour un échantillon d'essai homogène, on obtient une perte de charge uniforme sur toute la longueur de l'échantillon, résultant en une relation linéaire idéale. Une migration des particules fines soit sous l'écoulement interne conduit à une relation non-linéaire. Si la fraction fine est mobile et est déplacée hors de la partie basse de l'échantillon, la perte de charge dans cette région diminue et la courbe est supérieure à la réponse linéaire. D'autre part, lors de la migration interne, une accumulation de la fraction fine va augmenter la perte de charge dans la partie basse et la courbe de distribution de la charge hydraulique sera inférieure à la courbe idéale de l'échantillon homogène.

La distribution de la charge hydraulique pendant la simulation pour $i = 1$ qui est présentée sur les Fig. 5.17, 5.18 et 5.19 (page 90) montre une différence de la charge hydraulique de

(a) (b)

FIGURE 5.17 – Distribution de la charge hydraulique le long de la hauteur de l'échantillon (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) à côté de la paroi arrière pendant la simulation : (a) de $t = 0.005(s)$ à $0.058(s)$ (b) de $t = 0.064(s)$ à $0.122(s)$.

(a) (b)

FIGURE 5.18 – Distribution de la charge hydraulique le long de la hauteur de l'échantillon (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) à côté de la paroi arrière pendant la simulation : (a) de $t = 0.127(s)$ à $0.186(s)$ (b) de $t = 0.191(s)$ à $0.249(s)$.

$t = 0$ à $0.064(s)$ de la partie basse entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$ qui est la conséquence de particules fines érodées dans ces deux premières phases de simulation. Cette perte de particules fines a entraîné une réduction de la charge hydraulique entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$ sur la Fig. 5.17(a). Par contre, pour

(a) (b)

FIGURE 5.19 – Distribution de la charge hydraulique le long de la hauteur de l'échantillon (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) à côté de la paroi arrière pendant la simulation : (a) de $t = 0.254(s)$ à $0.313(s)$ (b) de $t = 0.318(s)$ à $0.376(s)$.

la partie au-dessus du point $h_{0,4}$, la distribution de la charge hydraulique est raisonnablement linéaire. Cela nous montre que la migration de particules fines dans les deux premières phases se produit en partie basse de l'échantillon (entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$). Ce résultat a aussi été obtenu pour les gradients hydrauliques testés $i = 4.9$ et $i = 8$ au cours des deux premières phases de la simulation (voir l'annexe C).

Des expériences de Moffat *et al.*, sur les FIG. 5.20 (page 92), 5.31 (page 99), et 5.32 (page 99) et de Sail *et al.*, sur les FIG. 5.27 (page 97) et 5.28 (page 97) donnent les mêmes résultats de différence de la charge hydraulique dans les premiers temps d'expérience. Il est donc intéressant de noter que cette relation linéaire est indépendante du gradient hydraulique (pour plus de détails, voir l'annexe C). La différence de la charge hydraulique progresse par la suite en fonction du temps pendant la troisième phase vers en haut (jusqu'au point $h_{0,6}$). Cela nous permet de mettre en évidence que l'érosion de particules fines à la base de l'échantillon s'accompagne d'une redistribution des particules fines qui progresse de l'aval vers l'amont sur l'ensemble de l'échantillon.

Les comparaisons entre les résultats de la distribution de la charge hydraulique dans nos simulations avec l'expérience de Moffat *et al.*[117] est présentée sur les FIG. 5.20 (page 92), 5.31 (page 99) et 5.32 (page 99); et avec l'expérience de Sail *et al.*[139] sur les FIG. 5.27 (page 97) et 5.28 (page 97) pour les gradients hydrauliques $i = 1$, 4.9 et 8 donnent un bon accord.

Gradient hydraulique local et pression interstitielle

La FIG. 5.21 (page 93) présente l'évolution de la pression interstitielle sur les deux parois arrière et droite, tandis que l'évolution du gradient hydraulique local des parois avant et gauche est illustrée sur la FIG. 5.22 (page 94) pour le gradient appliqué $i = 1$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

(a)

(b)

FIGURE 5.20 – Distribution de la charge hydraulique (hauteur liquide) en comparaison avec l'expérience de Moffat *et al.*[117] : (a) $i = 1$ et (b) $i = 8$ ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$ dans la simulation).

Dans les deux premières phases (de $t = 0$ à $0.064(s)$), les particules fines érodées en partie basse s'accompagnent d'une redistribution des particules fines qui progresse de l'aval vers l'amont et entraîne une diminution rapide du gradient hydraulique local i_{12} et i_{23} et une augmentation du gradient hydraulique local i_{45} et i_{56} comme montré sur la FIG. 5.22 (page 94). Les résultats obtenus sur la FIG. 5.21 (page 93) montrent une diminution de la pression interstitielle qui se produit initialement à $h_{0,2}$ pendant les deux premières phases ce qui correspond à une différence de la charge hydraulique montrée sur la FIG. 5.17(a) (page 90) entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$ au cours de ces deux premières phases. Ce processus de diminution progresse de l'aval vers l'amont comme

(a)

(b)

FIGURE 5.21 – Évolution de la pression interstitielle en fonction du temps pendant la simulation pour les parois : (a) arrière et (b) droite (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

montré sur les FIG. 5.26 (page 96) et 5.30 (page 98) pour $i = 4.9$ et 8. Cela s'explique par le fait que, l'érosion interne se développe initialement à l'aval et progresse par la suite vers l'amont comme un processus diffus des particules fines de l'aval vers l'amont de l'échantillon.

Une instabilité locale est apparue après une forte augmentation de masse érodée sur la FIG. 5.22(a), page 94) à un gradient hydraulique local $i = 8.6$ à $t = 0.053(s)$ proche de la fin de la deuxième phase dans la couche entre $h_{0.8}$ et $h_{0.6}$ pour la paroi avant. Une autre instabilité locale s'est produite à un gradient hydraulique local $i = 7.1$ au temps $t = 0.037(s)$ au milieu de la deuxième phase sur la FIG. 5.22(b), page 94 entre $h_{0.8}$ et $h_{0.6}$ pour la paroi gauche.

Une instabilité locale est définie par la diminution rapide du gradient hydraulique local i_{23} sur la FIG. 5.22 (page 94) qui résulte d'une perte de la fraction de particules fines et s'accompagne d'une augmentation de la perméabilité sur la FIG. 5.15 (page 88). Le mouvement de particules fines vers le bas, et la compensation de distribution de la charge hydraulique (sur les FIG. 5.17, 5.18 et 5.19 (page 91)), ont entraîné ensemble un accroissement de i_{45} et i_{56} sur la FIG. 5.22 (page 94).

Le TAB. 5.6 (page 94) montre un bilan des instabilités apparues et des valeurs critiques du gradient hydraulique local qui a déclenché initialement des instabilités locales dans nos simulations pour l'essai G4-C ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) : $i_{cr} = 7$ à 9 (pour $i = 1$), $i_{cr} = 8$ à 12 (pour $i = 4.9$),

(a)

(b)

FIGURE 5.22 – Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation pour les parois : (a) avant et (b) gauche (cas $i = 1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

mais $i_{cr} = 10$ à 24 ($i = 8$). Dans le cas $i = 8$, une instabilité locale est apparue à côté de la paroi arrière à un niveau du gradient hydraulique local de $i_{56} = 9.5$ qui ressemble à une valeur obtenue $i_{45} = 10.6$ dans l'expérience de Moffat *et al.*[117] sur la Fig. 5.23 (page 95).

Gradient hydraulique appliqué	Région d'instabilité locale	Paroi	Hydraulique local	Critère d'initiation de fissure i_{cr}
1	$h_{0.2} - h_{0.3}$	avant	i_{23}	8.6
1	$h_{0.2} - h_{0.3}$	gauche	i_{23}	7.1
4.9	$h_{0.5} - h_{0.6}$	avant	i_{56}	11.7
4.9	$h_{0.4} - h_{0.5}$	arrière	i_{45}	10.8
4.9	$h_{0.5} - h_{0.6}$	droite	i_{56}	7.8
8	$h_{0.4} - h_{0.5}$	avant	i_{45}	23.9
8	$h_{0.5} - h_{0.6}$	arrière	i_{56}	9.5
8	$h_{0.4} - h_{0.5}$	gauche	i_{45}	18.6
8	$h_{0.4} - h_{0.5}$	droite	i_{45}	15.1

TABLE 5.6 – Sommaire des instabilités locales et des valeurs critiques du gradient hydraulique local dans la simulation ($\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$).

FIGURE 5.23 – Évolution du gradient hydraulique local en fonction du temps et l'initiation d'une instabilité locale dans l'expérience de Moffat *et al.*[117].

Les résultats d'expérience réalisés par Fannin *et al.*[67] sur l'essai G4-C montrent encore une fois que la masse érodée a accompagné la diminution du gradient hydraulique local. La diminution des gradients hydrauliques locaux i_{13} et i_{35} sur la FIG. 5.24 (page 95) ressemble à celle de i_{12} et i_{23} sur la FIG. 5.22 (page 94) obtenue dans nos simulations pour l'essai G4-C (cas $i = 1$).

FIGURE 5.24 – Évolution du gradient hydraulique local en fonction du temps dans l'expérience de Fannin *et al.*[67].

Nous présentons sur la FIG. 5.25 (page 96), l'évolution de la charge hydraulique en fonction du temps pour l'essai G4-C effectué par Sail *et al.*[139] dans les cas $i = 4.8$. Un accroissement de la charge hydraulique a été observé à $t = 17 \text{ min}$ de $h_{0.45,R}$, et une minute plus tard, à $t = 18 \text{ min}$, c'est de $h_{0.25,R}$ qu'un accroissement est obtenu (voir la FIG. 5.25, page 96). Cet accroissement de la pression interstitielle qui apparaît au cœur de l'échantillon, et qui progresse par la suite vers l'aval est attribué à l'apparition d'un colmatage qui se déplace de l'amont vers l'aval. La migration de particules fines entraîne un encombrement qui provoque par la suite une augmentation de pression interstitielle. Quelques minutes plus tard, à $t = 20 \text{ min}$, les profils de la charge hydraulique chutent brutalement. Cette brusque diminution s'effectue de manière simultanée avec l'accroissement de la perméabilité, de la déformation axiale et de la masse érodée

[139]. Un colmatage engendrant un accroissement de pression interstitielle a donc précédé de 5 min l'apparition d'une instabilité localisée le long de la même verticale. Cette observation de Sail *et al.*[139] met en évidence la redistribution des particules fines au sein de l'ensemble de l'échantillon.

FIGURE 5.25 – Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps mesuré par Sail *et al.*[139], pour $i = 4.8$.

(a)

(b)

FIGURE 5.26 – Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps obtenu dans la simulation (cas $i = 4.9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) pour les parois : (a) arrière et (b) droite.

FIGURE 5.27 – Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Sail *et al.*, et la simulation sur la paroi arrière (cas $i = 4.9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$), dont les temps $t = 8, 10$ et 15 (min) de l'expérience de Sail *et al.* correspondent respectivement aux temps $t = 0.320, 0.401$ et 0.600 (s) de la simulation.

FIGURE 5.28 – Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Sail, et la simulation sur la paroi droite (cas $i = 4.9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$), dont les temps $t = 8, 10$ et 15 (min) de l'expérience de Sail *et al.* correspondent respectivement aux temps $t = 0.320, 0.401$ et 0.600 (s) de la simulation.

Les variations de la charge hydraulique en fonction du temps dans les deux premières phases de la simulation pour $i = 4.9$, sont présentées sur la FIG. 5.26 (page 96) à un pourcentage de masse érodée inférieur à 11% par rapport au total des particules fines, et comparées par la suite sur les FIG. 5.27 (page 97) et 5.28 (page 97) avec les résultats d'expérience de Sail *et al.*, à une masse érodée inférieure de 14%. Les résultats de comparaison sur les FIG. 5.27 et 5.28 donnent

FIGURE 5.29 – Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps mesuré par Moffat *et al.*[117].

(a)

(b)

FIGURE 5.30 – Évolution de la charge hydraulique en fonction du temps obtenu dans la simulation (cas $i = 8$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$) pour les parois : (a) avant et (b) gauche.

un bon accord entre la simulation et l'expérience. Sur les Fig. 5.27 et 5.28, une diminution de la perte de charge entre $h_{0,2}$ et $h_{0,0}$ pendant les deux premières phases (de $t = 5 \text{ min}$ à 17 min sur la Fig. 5.25, tandis que de $t = 0$ à $0.021(\text{s})$ sur la Fig. 5.26) entraîne une petite masse érodée (inférieure à 1% de la simulation). Un accroissement de pression interstitielle qui progresse

du cœur vers l'aval de l'échantillon (voir les FIG. 5.25 et 5.26) est attribué à l'apparition d'un colmatage qui se déplace de l'amont vers l'aval (voir les FIG. 5.27 et 5.28). Une diminution de la perte de charge et un accroissement de pression interstitielle déclencheront par la suite une instabilité localisée le long de la même verticale (voir l'annexe C).

FIGURE 5.31 – Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Moffat, et la simulation sur la paroi avant (cas $i = 8$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$), dont les temps $t = 250, 750$ et 1000 (s) de l'expérience de Moffat *et al.* correspondent aux temps $t = 0.125, 0.375$ et 0.500 (s) de la simulation, respectivement.

FIGURE 5.32 – Comparaison de la charge hydraulique relative entre l'expérience de Moffat *et al.*, et la simulation sur la paroi gauche (cas $i = 8$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$), dont les temps $t = 250, 750$ et 1000 (s) de l'expérience de Moffat *et al.* correspondent aux temps $t = 0.125, 0.375$ et 0.500 (s) de la simulation, respectivement.

Une autre comparaison sur les FIG. 5.31 (page 99) et 5.32 (page 99) entre les résultats de la charge hydraulique dans l'expérience de Moffat *et al.*[117] pour l'essai G4-C ($i = 8.3$) sur la

FIG. 5.29 (page 98) et les résultats obtenus dans nos simulations sur la FIG. 5.30 (page 98) donnent encore une fois un bon accord.

5.2.3.3 Normalisation d'échelle de temps

Il est clair que, pour des problèmes évidents de coût de calcul, il est impossible de prendre en compte chacune des particules constituant le massif de sable. La PSD, obtenue après la procédure de compactage dans la section 5.2.2.1 (page 82) et utilisée dans la simulation n'est donc que homothétiquement équivalente aux expérimentations de Sail *et al.* et de Moffat *et al.* (voir la FIG. 5.10, page 84).

Du point de vue quantitatif, pour les comparaisons de la perméabilité, il a été démontré [39, 52] que, dans le cas d'échantillons numériques saturés (régis par les lois d'interactions locales : *solide-solide* (voir la section 2.1.3, page 24) et, *fluide-solide* (voir la section 3.2.3, page 45)), la perméabilité intrinsèque est strictement proportionnelle au carré de la taille moyenne des grains ($\kappa \sim D^2$). Par conséquent, la mise en œuvre d'un changement d'échelle n'est pas nécessaire et la prédiction de la perméabilité par la simulation numérique peut être facilement extrapolée à la PSD réelle à l'aide du facteur d'homothétie. De la même manière, il est utile de normaliser les échelles de temps avant de comparer les processus d'érosion interne réels et simulés⁵.

Un facteur de taille α qui permet de graduer l'échelle de l'assemblage simulé afin de correspondre à la PSD absolue de l'expérience est ainsi introduit :

$$\alpha = \frac{D_{\text{exp}}}{D_{\text{simu}}} \quad (5.5)$$

définissant le rapport de taille entre les matériaux réel et numérique via leur diamètre moyen D respectif. Le facteur d'échelle, α , devra être appliqué pour la normalisation tous les temps par le temps de parcours du fluide dans l'échantillon.

Si l'on prendre la définition de la vitesse de filtration U de l'écoulement à travers un milieu poreux tel que décrit par la loi de Darcy dans la section 1.3.5 (page 16, au chapitre 1), on arrive au temps de parcours du fluide dans un échantillon numérique :

$$(T^{-1})_{\text{simu}} = \left(\frac{U}{L}\right)_{\text{simu}} = \left[\frac{\kappa \nabla p}{\mu L} \left(1 - \frac{\rho_f g}{\nabla p}\right)\right]_{\text{simu}} = C \cdot \frac{\kappa_{\text{simu}} \cdot \nabla p}{\mu \cdot L_{\text{simu}}} \quad (5.6)$$

À l'échelle du matériau réel, $(T^{-1})_{\text{exp}}$ vaut donc :

$$(T^{-1})_{\text{exp}} = \left(\frac{U}{L}\right)_{\text{exp}} = \left[\frac{\kappa \nabla p}{\mu L} \left(1 - \frac{\rho_f g}{\nabla p}\right)\right]_{\text{exp}} = C \cdot \frac{\kappa_{\text{exp}} \cdot \nabla p}{\mu \cdot L_{\text{exp}}} \quad (5.7)$$

En insérant le facteur de taille α dans les expressions 5.6 et 5.7, la normalisation du temps par le temps de parcours du fluide à travers l'échantillon, pour les mêmes valeurs de C , μ et ∇p , on obtient le rapport des temps caractéristiques :

$$T_{\text{exp}} = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{L_{\text{exp}}}{L_{\text{simu}}} \cdot T_{\text{simu}} \quad (5.8)$$

À l'échelle d'un massif maintenant, si le diamètre moyen du modèle numérique vaut $D_{\text{simu}} \simeq$

5. les figures présentées dans ce chapitre n'ont pu être converties en temps adimensionnel faute de temps. On donne ici le rapport des temps caractéristiques permettant au lecteur d'effectuer malgré tout des comparaisons.

0.09 m (si l'on prend la géométrie de la FIG. 5.10 (page 84) avec une dizaine de grains dans la hauteur de l'échantillon, $L_{\text{simu}} = 1 \text{ m}$), et que l'on veut modéliser un massif réel dont le diamètre moyen peut être estimé à $D_{\text{exp}} \approx 1.57 \text{ mm}$ (ou 1.40 mm) dans la hauteur de l'échantillon $L_{\text{simu}} = 45 \text{ cm}$ (ou 46 cm) correspondant à l'expérience de Sail *et al.*[139] (ou de Moffat *et al.*[115]), il faut donc introduire un facteur ≈ 1500 (ou ≈ 2000) entre les échelles de temps T_{exp} et T_{simu} . Ça veut dire que, si l'on considère qu'un échantillon représente un cube de $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ au lieu de $0.45 \times 0.45 \times 0.45 \text{ m}^3$, 1 seconde de la simulation représentera en fait $\approx 1500 \text{ (s)}$ ou 25 minutes de l'expérience de Sail *et al.* (ou $\approx 2100 \text{ (s)}$ ou 35 minutes de l'expérience de Moffat *et al.*) :

$$T_{\text{simu}} \simeq \begin{cases} \frac{1}{1500} \cdot T_{\text{exp}} & (\text{expérience de Sail et al.}) \\ \frac{1}{2100} \cdot T_{\text{exp}} & (\text{expérience de Moffat et al.}) \end{cases} \quad (5.9)$$

avec T_{simu} et T_{exp} en seconde. Le processus simulé reste quand même plus rapide que l'expérience. Cela peut s'expliquer par le fait que l'échantillon numérique est petit par rapport à l'expérience. Les valeurs de la charge hydraulique sur les FIG. 5.27 et 5.28 (page 97) aux temps $t = 8, 10$ et 15 (min) de l'expérience de Sail *et al.* correspondent respectivement aux temps $t = 0.320, 0.401$ et 0.600 (s) de la simulation, tandis que celles-ci sur les FIG. 5.31 et 5.32 (page 99) aux temps $t = 250, 750$ et 1000 (s) de l'expérience de Moffat *et al.* correspondent aux temps $t = 0.125, 0.375$ et 0.500 (s) de la simulation, respectivement.

5.2.3.4 Influence du gradient hydraulique

Afin d'analyser l'influence du gradient hydraulique sur la migration de particules fines dans le processus d'érosion interne, nous avons choisi d'appliquer les trois gradients hydrauliques différents $i = 1, 4.9$ et 8 sur un même échantillon G4-C tandis que la contrainte de confinement (ou la condition de pression de confinement latérale) est la même de $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$. La masse érodée cumulée a été mesurée en fonction du temps jusqu'à une valeur inchangée.

FIGURE 5.33 – Influence du gradient hydraulique sur le pourcentage maximal de masse érodée sous $\sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ kPa}$ de confinement.

Les résultats présentés sur la FIG. 5.13 (page 87) montrent que le processus d'érosion interne comporte trois phases qui sont indépendantes du gradient hydraulique imposé. Par contre, le

pourcentage de masse érodée en fonction du temps et le pourcentage maximal de masse érodée sont dépendants des gradients hydrauliques appliqués. La FIG. 5.13 montre que l'augmentation du gradient hydraulique entraîne aussi bien une augmentation de la masse érodée que le pourcentage atteint de masse érodée maximal. Par exemple, pour $i = 1$ la masse érodée peut être atteinte, dans nos simulations, à une valeur maximale de 22.05% tandis que ces valeurs pour $i = 4.9$ et 8 sont de 27.05% et 30.19%, respectivement. Si l'on s'intéresse par exemple à l'évolution du pourcentage maximal de masse érodée dans les simulations, on constate que, la masse érodée tend vers une valeur maximale qui semble être directement proportionnelle au gradient hydraulique appliqué à l'échantillon. Cela est montré sur la FIG. 5.33 (page 101).

5.2.3.5 Influence de la contrainte de confinement

Dans le but d'analyser l'influence de la contrainte de confinement sur la migration de particules fines dans le processus d'érosion interne, nous avons choisi d'appliquer trois contraintes de confinement différentes $\sigma_2 = \sigma_3 = 20, 50$ et 100 kPa sur un même échantillon G4-C tandis que le gradient hydraulique est fixé à $i = 1$ et 4.9. La migration de particules fines a été mesurée par le pourcentage de masse érodée cumulée par rapport au total des particules fines en fonction du temps jusqu'à une valeur inchangée.

FIGURE 5.34 – Influence de la contrainte de confinement sur le pourcentage de masse érodée sous le gradient hydraulique $i = 1$.

Les résultats obtenus présentés sur les FIG. 5.34 (page 102) et 5.35 (page 103) montrent que, la contrainte de confinement a une influence inverse pendant les deux premières phases de la troisième phase en général. Cependant, la masse érodée cumulée maximale dépend du niveau de contrainte de confinement. Ces influences de contrainte de confinement peuvent expliquer que, pendant les deux premières phases, la migration de particules fines se produit dans la partie basse de l'échantillon (de $h_{0,2}$ à $h_{0,0}$ comme analysée dans la section 5.2.3.2), l'influence du gradient hydraulique est donc dominant par rapport à l'effet de la contrainte de confinement (comme montrée sur la FIG. 5.13, page 87). Par contre, dans la troisième phase, le processus de migration des particules fines du cœur vers l'aval de l'échantillon (voir la FIG. 5.19, page 91 correspondant la différence de la charge hydraulique entre $h_{0,6}$ et $h_{0,0}$) a subi l'influence de la contrainte de confinement.

FIGURE 5.35 – Influence de la contrainte de confinement sur le pourcentage de masse érodée sous le gradient hydraulique $i = 4.9$.

5.2.3.6 Influence de la contrainte de confinement et du gradient hydraulique

L'étude expérimentale de l'effet de la pression de confinement sur l'érosion interne de Tomlinson et Vaid [164] pour des assemblages de billes de verre de $D_{15}/d_{85} = 7.3$ à 12.3 montre que la pression de confinement a des influences différentes sur la stabilité interne qui dépend du rapport de taille donnée D_{15}/d_{85} . Plus le ratio D_{15}/d_{85} est grand, plus l'influence de la pression de confinement sur le niveau du gradient critique sera moins important (voir la Fig. 5.36, page 103). Un petit effet a été montré pour un grand ratio de taille utilisée $D_{15}/d_{85} = 10.3$, mais cet effet se manifeste d'une manière douce si le rapport de taille D_{15}/d_{85} diminue à une valeur de 8.7 dans leur étude. Ils montrent que pour $D_{15}/d_{85} < 8$ aucun renard ne se produit même pour le gradient hydraulique maximal appliqué ($i \approx 70$), indépendamment du niveau de contrainte de confinement. Une valeur plus grande de la contrainte interparticulaire provoquée par la pression de confinement peut forcer les blocs principaux qui pousseront les particules fines en mouvement libre.

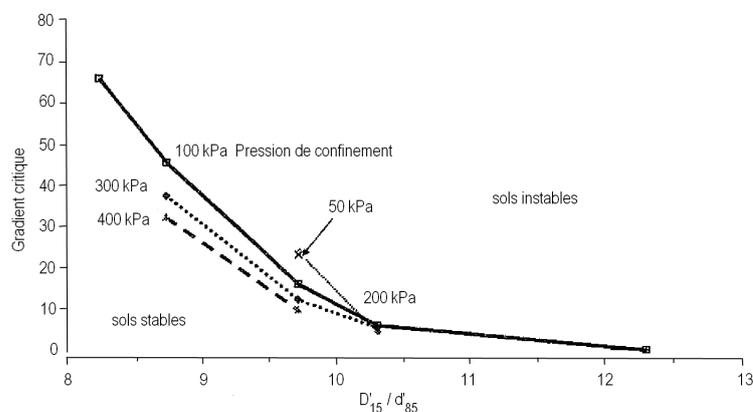


FIGURE 5.36 – Influence de la pression de confinement sur l'instabilité par l'érosion interne d'après Tomlinson et Vaid [164].

Une autre étude expérimentale de Bendahmane *et al.* [13, 14] sur la Fig. 5.37 (page 104) indique que l'augmentation de la pression de confinement tend à favoriser l'érosion interne du sable. Ces résultats montrent l'importance de la pression de confinement sur le comportement avec l'existence d'un second gradient seuil pour lequel il existe un départ de sable. Ce gradient dépend de la pression de confinement. Si ce gradient de renard n'est pas atteint, le confinement a tendance à augmenter la résistance de l'échantillon à la suffusion. Par contre, si le seuil est dépassé, le développement de renard est favorisé.

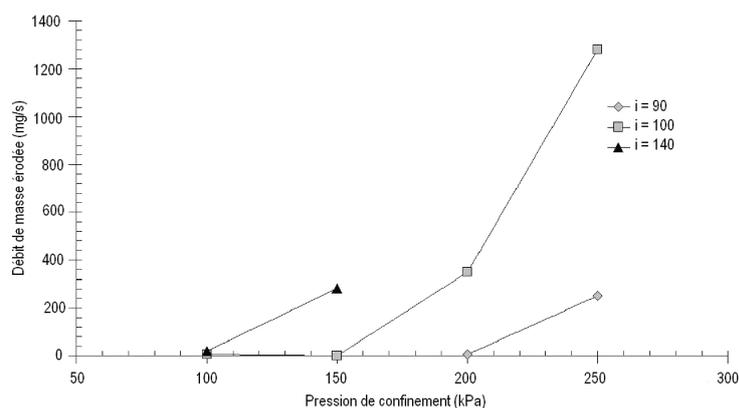


FIGURE 5.37 – Influence de la pression de confinement sur l'instabilité par l'érosion interne de sable (10% d'argile) d'après Bendahmane [13].

D'autre part, les résultats expérimentaux de Li [104] effectués sur des billes de verre pour l'essai G3-C (30% de particules fines en masse, d'un rapport de taille $D_{15}/d_{85} = 7.1$ à 7.9) montrent que, à une valeur de masse érodée définie, l'augmentation de la contrainte de confinement σ_3 entraîne un accroissement du gradient hydraulique appliqué i . Ces résultats de Li nous permettent de considérer les deux types de migration de particules fines qui sont montrés sur la Fig. 5.38 (page 104). Dans la Fig. 5.38(a) (page 104), à une forte contrainte de confinement σ_3 , le mouvement d'une particule fine sera effectué à un fort gradient i . Par contre, à une faible contrainte de confinement σ_3 , un faible gradient hydraulique i peut provoquer un mouvement libre d'une particule fine sur la Fig. 5.38(b), page 104. Cela nous permet de caractériser l'érosion interne par un nouveau paramètre $i^* = \left(\frac{i}{\sigma_3} \right)$ (en Pa^{-1}) pour la prise en considération des effets à la fois du gradient hydraulique i et de la contrainte de confinement isotrope $\sigma_2 = \sigma_3$ (dit un *gradient critique relatif*) pendant la migration des particules fines.

(a)

(b)

FIGURE 5.38 – Migration sous l'effet du gradient hydraulique aux fortes et faibles contraintes de confinement d'une particule fine : (a) bloquée (b) libre en mouvement.

Dans le but de déterminer le gradient critique auquel la particule fine n'est pas bloquée et est érodée par la suite à travers le filtre, nous avons réalisé des essais sur un même échantillon G4-C sous des pressions de confinement variables $\sigma_2 = \sigma_3 = 10, 20, 30, 50, 100 \text{ kPa}$ avec des gradients hydrauliques différents $i = 1, 5, 8$. Les résultats obtenus sur la Fig. 5.39 (page 105), présentent l'évolution d'un rapport $i^* = \left(\frac{i}{\sigma_3}\right)$ pendant le processus de migration des particules fines.

FIGURE 5.39 – Effet du gradient hydraulique et de la contrainte de confinement sur l'érosion interne. Des temps dans l'expérience de Li sont remis à l'échelle de temps de la simulation.

Les évolutions sur la Fig. 5.39 (page 105) mettent en évidence la difficulté d'identifier précisément un gradient critique relatif. Nous pouvons déterminer la valeur critique i^* dans nos simulations pour les gradients hydrauliques appliqués compris entre $i = 1$ à 8, et les contraintes de confinement variables de $\sigma_2 = \sigma_3 = 10$ à 100 kPa : $i^* = \left(\frac{i}{\sigma_3}\right) = 2.0 \cdot 10^{-5} [\text{Pa}^{-1}]$ qui nous permet d'identifier un seuil du gradient critique relatif pour initier la suffusion pour les assemblages G4-C dans nos études. Cette valeur critique est considérée comme une limite de mouvement libre des particules fines entre les grosses particules sous les effets à la fois du gradient hydraulique et de la contrainte de confinement.

- Si $i^* = \left(\frac{i}{\sigma_3}\right) \leq 2.0 \cdot 10^{-5} [\text{Pa}^{-1}]$: les particules fines sont bloquées, i^* a tendance à diminuer la résistance de l'échantillon à la suffusion.
- Si $i^* = \left(\frac{i}{\sigma_3}\right) > 2.0 \cdot 10^{-5} [\text{Pa}^{-1}]$: les particules fines sont libres, i^* a tendance à augmenter la résistance de l'échantillon à la suffusion.

Des résultats expérimentaux sur des billes de verre pour l'essai G3-C de Li [104], présentés sur la Fig. 5.39 (page 105) sous des gradients hydrauliques $i = 0$ à 16 et des contraintes de confinement $\sigma_3 = 25$ à 200 kPa sont comparés avec nos résultats simulés. Un bon accord qui est obtenu sur la courbe limite de mouvement libre des particules fines nous permet aussi bien d'ouvrir de nombreuses perspectives de recherche pour quantifier le développement des renards que de montrer le rôle important des effets combinés à la fois de la contrainte de confinement et du gradient hydraulique sur l'érosion interne.

5.3 Conclusions

Une série d'essais numériques sur l'érosion interne a été effectuée sur des assemblages bidisperses G4-C (avec 40% en masse de particules fines) sous des gradients hydrauliques différents $i = 1$ à 8 et des contraintes de confinement isotropes $\sigma_2 = \sigma_3 = 10$ à 100 *kPa*. Les résultats numériques sont généralement en accord avec les résultats expérimentaux de Sail *et al.*[139], de Moffat *et al.*[117], et de Fannin *et al.*[67] effectués sur les essais G4-C des billes de verre d'un rapport de taille $D_{15}/d_{85} = 8.3$.

Les résultats obtenus sur l'essai G4-C nous permettent de mettre en évidence le mécanisme d'érosion interne qui peut se décomposer en trois phases. Dans la première phase, une faible masse érodée inférieure à 1% en partie basse de l'échantillon s'accompagne d'une redistribution des particules fines qui entraîne une faible augmentation de perméabilité et une faible déformation axiale inférieure à 1%. La masse érodée pendant cette phase est insuffisante pour la détecter expérimentalement par pesée. Au cours de la deuxième phase, une forte augmentation de masse érodée qui atteint 6% s'accompagne d'une redistribution des particules fines progressant de l'aval vers l'amont qui entraîne un accroissement de la porosité de manière simultanée avec l'augmentation de la perméabilité d'un facteur 1.2. Dans les deux premières phases, l'érosion interne se développe initialement de l'aval et progresse vers l'amont qui a pour conséquence une diminution rapide du gradient hydraulique local i_{12} et i_{23} et une augmentation du gradient hydraulique local i_{45} et i_{56} . Pour la troisième phase, la masse érodée continue d'augmenter par un facteur plus faible de 12 par rapport à celle obtenue à la fin de la deuxième phase.

Les deux processus d'érosion interne ont été observés : la suffusion et l'instabilité locale. La suffusion apparaît dans les deux premières phases d'environ de 1 à 14% de particules fines érodées ce qui est en accord avec les résultats obtenus par Sail *et al.*[139]. L'érosion interne apparaît comme un processus diffus qui accompagne avec une migration de particules fines de l'amont vers l'aval. Un colmatage engendrant un accroissement de pression interstitielle a précédé la réalisation d'une instabilité localisée le long de la même verticale. Enfin, on note une augmentation de la perméabilité d'un facteur de 6 à 7 par rapport au début de l'érosion interne, et une déformation axiale atteinte de 3 à 7%.

Dans ce travail de thèse, la méthode de couplage DEM-PFV s'est révélée efficace pour l'étude des phénomènes aussi bien de migration de particules fines que d'instabilité interne de la structure du sol sous l'action d'un écoulement interne à l'échelle microscopique avec un temps de calcul acceptable et les ressources disponibles en CPU et RAM. Néanmoins, des recherches ultérieures sur l'effet du critère géométrique ainsi que un grand nombre de particules sont nécessaires afin de mieux valider du modèle couplé DEM-PFV. Nous croyons que la méthode DEM est tout à fait pertinente pour l'étude des mécanismes d'érosion interne dans les milieux granulaires.

En effet, il existe une difficulté pour approcher le nombre de particules simulées dans les expériences pratiques. La condition de la similitude dans le problème simulé et la loi d'échelle sur l'érosion interne pour pouvoir comparer avec l'expérience sont donc des questions encore ouvertes.

Conclusion et perspectives

L'objectif initial du travail de thèse présenté dans ce mémoire était le développement et l'application du modèle numérique de couplage hydromécanique DEM-PFV à l'étude de l'interaction mécanique fluide-solide et de l'instabilité interne dans un milieu granulaire saturé sous l'action d'un écoulement interne.

La méthode des éléments discrets (DEM) a été utilisée pour la description de l'interaction mécanique entre particules solides. Ce modèle numérique permet la représentation des matériaux granulaires à l'aide de corps indépendants qui interagissent entre eux, suivant une loi d'interaction définie par l'utilisateur. Les particules solides ont été modélisées par des éléments sphériques. Ce choix nous permet de simplifier le traitement de la géométrie locale tout en assurant l'obtention de résultats intéressants d'un point de vue physique et mécanique. Il n'y a pas besoin d'augmenter la complexité de la forme des particules, puisque un comportement spécifique macroscopique, dont les origines microscopiques résideraient dans cet aspect, n'est pas à reproduire.

L'idée de base qui est suivie dans la définition du modèle d'écoulement est la préservation de la nature discrète de la DEM, permettant de pouvoir accéder aux informations nécessaires pour définir une force de fluide appliquée à chacune des particules. Les modèles existants arrivant normalement à ce niveau de détail dans la description de l'interaction fluide-particule impliquent un coût excessif de calcul. L'objectif du modèle de l'écoulement à l'échelle des pores aux volumes finis (PFV) qu'on a présenté était d'atteindre un niveau détaillé dans la description de l'hydrodynamique des milieux granulaires saturés tout en assurant des temps de calculs avantageux et la possibilité d'utiliser de milliers de particules en trois dimensions.

Hypothèses principales pour l'écoulement en milieu poreux

Des hypothèses ont été introduites dans la description d'écoulements en milieux poreux pour simplifier les équations de Navier-Stokes et formuler un modèle mathématique pouvant être résolu pour le système d'écoulement. Un écoulement stationnaire en régime laminaire d'un fluide visqueux incompressible est supposé. Ceci est une hypothèse cohérente en considérant que nous traitons des problèmes caractérisés par une vitesse très faible du fluide, et des valeurs très petites du nombre de Reynolds. Dans ces conditions, le terme d'inertie dans les équations de Navier-Stokes peut être négligé si on le compare au terme visqueux. Les équations deviennent ainsi linéaires. L'écoulement laminaire est enfin supposé être décrit par la loi généralisée de Poiseuille.

Modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV

La résolution du problème d'écoulement a été basée sur un algorithme en utilisant un schéma implicite aux différences finies. Le couplage du problème d'écoulement avec la DEM est donc naturellement adapté dans ces conditions. Un critère pour assurer la stabilité du schéma numérique couplé a été défini par une étude paramétrique. En introduisant d'autres simplifications, comme l'hypothèse de pression constante par morceaux, le nombre d'inconnues pour la résolution du problème de l'écoulement devient comparable au cas du problème élasto-plastique du solide.

L'analogie du problème couplé avec la théorie de la poroélasticité de Biot nous a suggéré que le modèle pouvait être capable de reproduire des problèmes classiques hydromécaniques, tels que la consolidation des sols, dont la simulation et la comparaison avec la solution de Terzaghi a constitué la validation du modèle [39].

Validation de la conductivité hydraulique locale, et le rôle de la distribution de la taille des particules (PSD) et de la porosité dans la perméabilité

- Les prédictions du modèle ont pu être mises en relation avec des résultats expérimentaux de perméabilité sur des assemblages bi-disperses de billes de verre. Les comparaisons réalisées, d'une part, confirment la validation de la définition de la conductivité hydraulique locale dans le modèle PFV et, d'autre part, mettent en évidence le rôle de la PSD et de la porosité dans la perméabilité. Cette conclusion est en accord avec certaines comparaisons du modèle PFV avec la méthode des éléments finis FEM à petite échelle, comme présenté précédemment par Chareyre *et al.*[52].
- Comme pour tout essai de caractérisation, la mise en place des échantillons constitue une étape cruciale de la simulation. Dans nos travaux, une procédure de compactage basée sur la méthode dynamique pour reproduire des échantillons numériques correspondant à la PSD et à la porosité expérimentale a été proposée.
- Il est d'ailleurs important de noter que le modèle de l'écoulement ne restreint pas la variété du comportement constitutif qui peut être défini au contact solide-solide. Par conséquent, le couplage hydromécanique permet l'étude du processus de fracturation des matériaux cohésifs simulé avec la DEM en présence d'un fluide.
- Une restriction du modèle est due à la discrétisation d'espace des pores par la triangulation régulière, en supposant que les particules sont sphériques. Cependant, on peut noter que la tendance actuelle de la modélisation par la DEM est de se rapprocher de formes complexes de particules par des grappes de sphères. Dans cette situation, la triangulation régulière reste valable et la méthode pourrait être facilement généralisée.
- En termes de précision de la perméabilité prévue, le modèle PFV ne sera probablement pas comparable avec d'autres méthodes numériques qui permettent de résoudre le problème de l'écoulement sur une plus petite échelle. Puisque des matériaux naturels sont rarement composés de particules parfaitement sphériques, l'intérêt pratique d'une estimation très précise serait limité de toute façon. Cette faiblesse peut être compensée par la robustesse et la capacité du modèle à résoudre de manière efficace des problèmes difficiles. Cela peut être le cas en particulier dans les situations de fort couplage avec des effets mécaniques et d'autres effets physiques (par exemple, thermo-chimique), que l'on trouve dans l'ingénierie pétrolière et l'ingénierie de stockages.

Simulation numérique de l'interaction fluide-solide et mécanisme d'érosion interne

L'objectif de la simulation numérique était de comprendre les mécanismes d'arrachement et de migration des particules fines dans la matrice granulaire afin de donner des possibilités de prévision à l'instabilité de la structure interne des ouvrages hydrauliques en terre sous l'action d'un écoulement.

L'analyse conjointe des résultats numériques et expérimentaux a permis la mise en évidence de deux mécanismes d'érosion interne : l'arrachement des particules fines et leur transport. Les résultats numériques ainsi réalisés montrent que :

- L'arrachement et la migration de particules fines sous l'action d'un écoulement interne au sein des ouvrages hydrauliques en terre peuvent entraîner une modification des caractéristiques hydrauliques et mécaniques et sont une des principales causes des instabilités de ces ouvrages.
- Le processus d'érosion interne se décompose en trois phases. Dans la première phase, une faible masse érodée (inférieure à 1%) en partie basse de l'échantillon s'accompagne d'une redistribution des particules fines qui entraîne une faible augmentation de perméabilité et une faible déformation axiale (inférieure à 1%). Au cours de la deuxième phase, une forte augmentation de masse érodée (qui atteint 6%) s'accompagne d'une redistribution des particules fines dans un domaine progressant de l'aval vers l'amont qui entraîne un accroissement de la porosité de manière simultanée avec l'augmentation de la perméabilité d'un facteur 1.2. Dans les deux premières phases, l'érosion interne se développe initialement de l'aval et progresse vers l'amont ce qui a pour conséquence une diminution rapide du gradient hydraulique local i_{12} et i_{23} et une augmentation du gradient hydraulique i_{45} et i_{56} . Pour la troisième phase, la masse érodée continue d'augmenter par un facteur plus faible de 12 par rapport à celle obtenue à la fin de la deuxième phase.
- Deux processus d'érosion interne ont été observés : la suffusion et l'instabilité locale. La suffusion apparaît dans les deuxièmes phases avec environ de 1 à 14 % de particules fines érodées.
- L'érosion interne apparaît comme un processus diffus qui s'accompagne d'une migration de particules fines se déplaçant de l'amont vers l'aval.
- Un colmatage engendrant un accroissement de pression interstitielle a précédé la réalisation d'une instabilité localisée le long de la même verticale.
- Enfin, une augmentation de la perméabilité d'un facteur de 6 à 7 par rapport au début de l'érosion interne, et une déformation axiale atteignant de 3 à 7 %.

Perspectives

Les résultats numériques obtenus à l'aide du modèle de couplage hydromécanique DEM-PFV ouvrent de nombreuses perspectives de recherche concernant les possibles extensions du modèle, ceux-ci concernant des aspects physiques et numériques :

D'un point de vue physique, les descriptions de la contrainte et de la déformation du fluide, limitée aux composantes sphériques dans le modèle actuel, pourront inclure la composante déviatorique, comme d'ailleurs c'est déjà le cas dans les récents travaux de Marzougui [111]. L'introduction d'un module de compressibilité pour le fluide est aussi une extension qui est en cours de développement dans le travail de Luc Scholtès au laboratoire 3S-R.

D'un point de vue numérique, la parallélisation du code est concevable et constitue une perspective pour les prochains développements. La structure de l'algorithme suggère une parallélisation par l'utilisation de plusieurs processeurs simultanément. En termes d'application du modèle, l'analyse de problèmes d'érosion interne, avec l'analyse du phénomène de migration de particules fines dans le milieu poreux, dont des résultats préliminaires peuvent être trouvés dans la thèse en cours de Sari [140], peut être approfondie, comme le transport de particules à la surface

du sédiment. L'implémentation des conditions aux limites périodiques est en développement et pourra ouvrir sur des analyses plus complexes de l'hydrodynamique du sédiment granulaire ou d'autres problèmes dans le domaine de la stabilité des pentes.

Annexes

ANNEXE **A**

Aspects numériques du couplage hydromécanique

A.1 Coût total de calcul

Le coût en termes de temps de chaque opération concerné par un cycle de calcul du modèle DEM-PFV sera analysé. Ils sont résumés sur la Fig. A.1 (page 116). Nous nommons, T , le temps total qui est pris par le modèle pour toute la simulation. Les deux contributions T_{DEM} et T_{PFV} peuvent être isolées, correspondant au temps qui est nécessaire pour le cycle de calcul DEM, comme décrit dans le chapitre 2 (voir la section 2.1, page 22), et au temps associé aux opérations qui sont nécessaires pour résoudre le problème de l'écoulement, respectivement. Ensuite, nous pouvons écrire :

FIGURE A.1 – Schématisation du coût du temps de calcul de chaque opération dans un cycle de calcul du modèle DEM-PFV [39].

$$\begin{aligned} T &= T_{\text{DEM}} + T_{\text{PFV}} \\ T_{\text{PFV}} &= T_{\text{TRG}} + T_{\text{G}} + T_{\text{DEF}} + T_{\text{LS}} + T_{\text{F}} \end{aligned} \tag{A.1}$$

où

- T_{TRG} désigne la procédure de triangulation ou de tessaliation, décrite à la section 3.2.1 (page 41).

- T_G indique le calcul des conductances locales de l'équation 3.5 (page 43).
- T_{DEF} présente le calcul de la vitesse de déformation du volume des pores $\Delta\dot{V}_i^f$ (voir l'équation 3.3, page 43).
- T_{LS} montre la résolution du système linéaire de l'équation 3.16 (page 49).
- T_F se réfère au calcul des forces du fluide (voir la section 3.2.3, page 45).

L'organigramme de l'algorithme mis en œuvre est représenté la FIG. A.1 (page 116), avec une représentation graphique des deux contributions au coût total T_{DEM} et T_{PFV} .

A.1.1 Calcul de la géométrie

Du point de vue théorique, les coûts T_G , T_{DEF} , et T_F croissent linéairement avec N . D'après Catalano [39], les résultats sont mieux adaptés à une mise à l'échelle $N \log^2 N$. Une relation suivante est utilisée pour estimer le coût de l'opération de triangulation :

$$\frac{T_{TRG}}{N \log^2 N} = 5.8 \cdot 10^{-6} = \alpha_{TRG} \quad (A.2)$$

Toutes opérations de la triangulation telles que le calcul des conductivités hydrauliques locales T_G (voir l'équation 3.7, page 44), la vitesse de déformation volumétrique des pores $\Delta\dot{V}_i^f$ (voir l'équation 3.3, page 43) T_{DEF} et la dérivation des forces de fluide appliquées sur des particules solides T_F (voir la section 3.2.3, page 45) tendent vers des valeurs asymptotiques d'après Catalano :

$$\frac{T_G}{N} = 5.4 \cdot 10^{-5} = \alpha_G \quad \frac{T_{DEF}}{N} = 8 \cdot 10^{-7} = \alpha_{DEF} \quad \frac{T_F}{N} = 5 \cdot 10^{-6} = \alpha_F \quad (A.3)$$

A.1.2 Résolution du système d'équations linéaires par la méthode de Gauss-Seidel

La méthode itérative de Gauss-Seidel a été mise en œuvre pour résoudre le système linéaire de l'équation 3.16 (page 49). Cette méthode est basée sur l'introduction d'un critère de convergence, par la définition d'un paramètre (*erreur*) qui exprime la qualité de la solution et d'un seuil (*tolérance*) permet d'arrêter automatiquement le processus itératif. L'erreur définie dans le modèle est décrite par :

$$e = \frac{\Delta p_{\max}}{p_{\max}} \implies e < tol \quad (10^{-12} < tol < 10^{-3}) \quad (A.4)$$

La FIG. A.2 (page 118) montre les résultats de Catalano. ΔQ restent proche de zéro jusqu'à une tolérance de 10^{-6} , puis se lèvent rapidement pour les plus hautes tolérances. On peut voir si $tol = 10^{-6}$, $\Delta Q < 1\%$ pour tous les échantillons testés. Ceci est considéré comme une erreur acceptable, ce qui permet une économie sensible de temps.

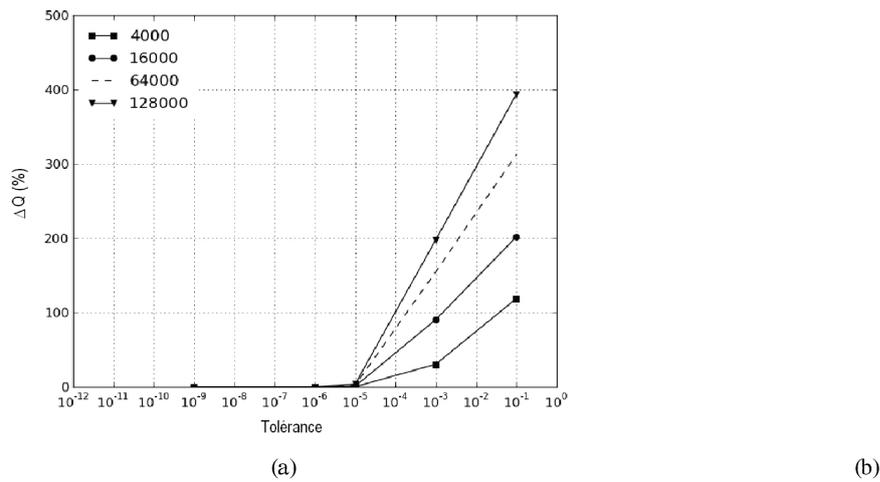


FIGURE A.2 – Influence de la tolérance sur le débit du modèle de prédiction : (a) vue générale et (b) vue agrandie [39].

A.1.3 Mise à jour de la perméabilité

FIGURE A.3 – Influence de la fréquence et du critère de retriangulation sur la pression de fluide calculée [39].

Le paramètre qui a été choisi pour vérifier la fréquence de retriangulation est $\varepsilon_{\text{RTRG}}$, définie comme suit :

$$\varepsilon_{\text{RTRG}} = \sum_{t=t_0}^{t_{\text{RTRG}}} \max(\varepsilon_{\text{vol, pore}}^i(t)) \quad (\text{A.5})$$

$\varepsilon_{\text{RTRG}}$ est donc un paramètre cumulatif qui est augmenté à chaque itération de la déformation des pores maximale qui peut être mesurée à l'intérieur du milieu. Ensuite, le système sera retriangulé chaque fois $\varepsilon_{\text{RTRG}}$ dépasse un seuil fixé. La Fig. A.3 (page 118) indique le résultat qui a été obtenu en fixant un seuil suivant :

$$\varepsilon_{\text{RTRG}} < 1\% \quad (\text{A.6})$$

Par la comparaison directe avec la solution qui a été obtenue en retriangulant le système à chaque itération, on peut conclure que ce critère semble être suffisant pour assurer que les variables géométriques et mécaniques basées sur la triangulation sont effectivement représentatives de l'état du milieu pendant toute la simulation.

FIGURE A.4 – Schématisation dans un cycle de calcul optimisé du modèle DEM-PFV [39].

Un nouveau organigramme est représenté sur la Fig. A.4 (page 119), y compris la vérification, à chaque itération, de la nécessité d'une nouvelle triangulation du système.

ANNEXE B

Résultats des mesures de perméabilité

FIGURE B.1 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0$).

FIGURE B.2 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.15$).

FIGURE B.3 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.20$).

FIGURE B.4 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.25$).

FIGURE B.5 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.30$).

FIGURE B.6 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.70$).

FIGURE B.7 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.75$).

FIGURE B.8 – Vitesse moyenne de filtration en fonction du gradient hydraulique ($M = 0.80$).

FIGURE B.9 – Évolution de la porosité, du frottement intergranulaire et de la force déséquilibrée dans la procédure de compactage de mise en place ($M = 0.70$).

FIGURE B.10 – Évolution de la porosité, du frottement intergranulaire et de la force déséquilibrée dans la procédure de compactage de mise en place ($M = 0.75$).

ANNEXE C

Résultats de simulations d'érosion interne

C.1 Essais G4-C ($i = 1.0$)

FIGURE C.1 – Évolution de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 1$).

FIGURE C.2 – Évolution de la porosité pendant la simulation (cas $i = 1$).

FIGURE C.3 – Évolution de la perméabilité pendant la simulation (cas $i = 1$).

(a)

(b)

FIGURE C.4 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi avant dans la simulation (cas $i = 1$) : (a) de $t = 0.074(s)$ à $t = 0.122(s)$ et (b) de $t = 0.318(s)$ à $t = 0.376(s)$.

(a)

(b)

FIGURE C.5 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi arrière dans la simulation (cas $i = 1$) : (a) de $t = 0.064(s)$ à $t = 0.122(s)$ et (b) de $t = 0.254(s)$ à $t = 0.313(s)$.

(a)

(b)

FIGURE C.6 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi gauche dans la simulation (cas $i = 1$) : (a) de $t = 0.074(s)$ à $t = 0.122(s)$ et (b) de $t = 0.318(s)$ à $t = 0.376(s)$.

(a)

(b)

FIGURE C.7 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi droite dans la simulation (cas $i = 1$) : (a) de $t = 0.069(s)$ à $t = 0.111(s)$ et (b) de $t = 0.254(s)$ à $t = 0.313(s)$.

(a)

(b)

FIGURE C.8 – Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation pour les parois : (a) arrière et (b) droite (cas $i = 1$).

(a)

(b)

FIGURE C.9 – Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation pour les parois : (a) gauche et (b) droite (cas $i = 1$).

(a)

(b)

FIGURE C.10 – Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation pour les parois : (a) avant et (b) arrière (cas $i = 1$).

C.2 Essais G4-C ($i = 4.9$)

FIGURE C.11 – Évolution de la masse érodée pendant la simulation (cas $i = 4.9$).

FIGURE C.12 – Évolution de la porosité pendant la simulation (cas $i = 4.9$).

FIGURE C.13 – Évolution de la perméabilité pendant la simulation (cas $i = 4.9$).

(a)

(b)

FIGURE C.14 – Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation pour les parois : (a) avant et (b) arrière (cas $i = 4.9$).

Temps de simulation [s]	Masse érodée [%]	Porosité globale [-]	Diamètre moyen $D[m]$	Perméabilité [m/s]	Déformation axiale [%]
0.021	1.01	0.2618	0.0890	2.69×10^{-6}	1.03
0.036	6.77	0.2662	0.0899	2.70×10^{-6}	2.68
0.145	15.07	0.2863	0.0913	5.28×10^{-6}	3.94
0.622	27.05	0.3068	0.0939	1.59×10^{-5}	6.09

TABLE C.1 – Sommaire des caractéristiques de l'échantillon pendant la simulation (cas $i = 4.9$).

(a)

(b)

FIGURE C.15 – Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation pour les parois : (a) gauche et (b) droite (cas $i = 4.9$).

(a)

(b)

FIGURE C.16 – Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation pour les parois : (a) avant et (b) arrière (cas $i = 4.9$).

(a)

(b)

FIGURE C.17 – Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation pour les parois : (a) gauche et (b) droite (cas $i = 4.9$).

C.3 Essais G4-C ($i = 8.0$)

(a)

(b)

FIGURE C.18 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi avant dans la simulation (cas $i = 8$) : (a) de $t = 0.064(s)$ à $t = 0.123(s)$ et (b) de $t = 0.194(s)$ à $t = 0.254(s)$.

(a)

(b)

FIGURE C.19 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi arrière dans la simulation (cas $i = 8$) : (a) de $t = 0.069(s)$ à $t = 0.123(s)$ et (b) de $t = 0.259(s)$ à $t = 0.319(s)$.

(a) (b)

FIGURE C.20 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi gauche dans la simulation (cas $i = 8$) : (a) de $t = 0.064(s)$ à $t = 0.123(s)$ et (b) de $t = 0.194(s)$ à $t = 0.254(s)$.

(a) (b)

FIGURE C.21 – Distribution de la hauteur liquide de la paroi droite dans la simulation (cas $i = 8$) : (a) de $t = 0.075(s)$ à $t = 0.123(s)$ et (b) de $t = 0.129(s)$ à $t = 0.189(s)$.

(a)

(b)

FIGURE C.22 – Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation pour les parois : (a) avant et (b) arrière (cas $i = 8$).

Temps de simulation [s]	Masse érodée [%]	Porosité globale [-]	Diamètre moyen $D[m]$	Perméabilité [m/s]	Déformation axiale [%]
0.021	2.50	0.2610	0.0894	2.68×10^{-6}	1.50
0.026	6.65	0.2671	0.0901	2.69×10^{-6}	2.24
0.075	15.31	0.2823	0.0914	3.68×10^{-6}	4.76
0.519	30.19	0.3065	0.0945	1.60×10^{-5}	7.41

TABLE C.2 – Sommaire des caractéristiques de l'échantillon pendant la simulation (cas $i = 8$).

(a)

(b)

FIGURE C.23 – Évolution du gradient hydraulique local et de la masse érodée pendant la simulation pour les parois : (a) gauche et (b) droite (cas $i = 8$).

(a)

(b)

FIGURE C.24 – Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation pour les parois : (a) avant et (b) arrière (cas $i = 8$).

(a)

(b)

FIGURE C.25 – Évolution de la pression interstitielle pendant la simulation pour les parois : (a) gauche et (b) droite (cas $i = 8$).

ANNEXE D

Article dans la Revue d'IFP Energies nouvelles - Oil and Gas Science
and Technology (OGST)

This paper is a part of the hereunder thematic dossier
published in OGST Journal, Vol. 67, No. 5, pp. 731-875
and available online [here](#)

Cet article fait partie du dossier thématique ci-dessous
publié dans la revue OGST, Vol. 67, n° 5, pp. 731-875
et téléchargeable [ici](#)

Dossier edited by/Sous la direction de : **E. Rosenberg**
IFP Energies nouvelles International Conference/Rencontres Scientifiques d'IFP Energies nouvelles

Pore2Field - Flows and Mechanics in Natural Porous Media from Pore to Field Scale

Pore2Field - Physique des écoulements en milieux poreux naturels : de l'échelle du pore à l'échelle du réservoir

Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies nouvelles, Vol. 67 (2012), No. 5, pp. 731-875
Copyright © 2012, IFP Energies nouvelles

- 731 > Editorial
- 737 > *Molecular Dynamics Simulation of Spontaneous Imbibition in Nanopores and Recovery of Asphaltenic Crude Oils Using Surfactants for EOR Applications*
Simulations de dynamique moléculaire d'imbibition spontanée dans des nanopores et pour la récupération d'huiles brutes asphalténiques en utilisant des agents tensioactifs pour des applications d'EOR
M.R. Stukan, P. Ligneul and E.S. Boek
- 743 > *Pore-Scale Flow Simulations: Model Predictions Compared with Experiments on Bi-Dispersed Granular Assemblies*
Simulation d'écoulements à l'échelle poreuse : comparaison des prédictions du modèle et d'expériences sur mélanges de billes de verre bi-disperses
A.-T. Tong, E. Catalano and B. Chareyre
- 753 > *Characterization of Pore Geometry of Indiana Limestone in Relation to Mechanical Compaction*
Caractérisation de la géométrie des pores dans le calcaire de l'Indiana en relation avec la compaction mécanique
Y. Ji, P. Baud, V. Vajdova and T.-f. Wong
- 777 > *A Poromechanical Model for Coal Seams Injected with Carbon Dioxide: From an Isotherm of Adsorption to a Swelling of the Reservoir*
Un modèle poromécanique pour l'injection de dioxyde de carbone dans des veines de charbon : d'une isotherme d'adsorption à un gonflement du réservoir
S. Nikoosokhan, M. Vandamme and P. Danga
- 787 > *Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media: Review of Progress in the Development of the DeProF Theory Bridging Pore to Statistical Thermodynamics Scales*
Écoulement diphasique stationnaire en milieu poreux : revue des avancées sur les développements de la théorie DeProF reliant l'échelle du pore à l'échelle de la thermodynamique statistique
M.S. Valavanides
- 805 > *Transmissibility Corrections and Grid Control for Shale Gas Numerical Production Forecasts*
Corrections de transmissivités et contrôle des maillages pour les simulations numériques de production en faible perméabilité
V. Artus and D. Fructus
- 823 > *Integrating Data of Different Types and Different Supports into Reservoir Models*
Construction de modèles de réservoir contraints par des données de natures différentes et caractéristiques d'échelles différentes
M. Le Ravalec, S. Da Veiga, R. Derfoul, G. Enchéry, V. Gervais and F. Roggero
- 841 > *Evaluation of EnKF and Variants on the PUNQ-S3 Case*
Évaluation de l'EnKF et des variantes du cas PUNQ-S3
R. Valestrand, G. Nævdal and A.S. Stordal
- 857 > *Application of Hierarchical Matrices to Linear Inverse Problems in Geostatistics*
Application des matrices hiérarchiques aux problèmes d'inversion linéaire en géostatistique
A.K. Saibaba, S. Ambikasaran, J. Yue Li, P.K. Kitanidis and E.F. Darve

Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies nouvelles, Vol. 67 (2012), No. 5, pp. 743-752
Copyright © 2012, IFP Energies nouvelles
DOI: 10.2516/ogst/2012032

IFP Energies nouvelles International Conference
Rencontres Scientifiques d'IFP Energies nouvelles

Pore2Field – Flows and Mechanics in Natural Porous Media from Pore to Field Scale
Pore2Field – Physique des écoulements en milieux poreux naturels : de l'échelle du pore à l'échelle du réservoir

Pore-Scale Flow Simulations: Model Predictions Compared with Experiments on Bi-Dispersed Granular Assemblies

A.-T. Tong, E. Catalano and B. Chareyre*

Grenoble Institute of Technology, UJF, CNRS UMR 5521, 3SR lab., Domaine universitaire, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9 - France
e-mail: anh-tuan.tong@grenoble-inp.fr - emanuele.catalano@grenoble-inp.fr - bruno.chareyre@grenoble-inp.fr

* Corresponding author

Résumé — Simulation d'écoulements à l'échelle porale : comparaison des prédictions du modèle et d'expériences sur mélanges de billes de verre bi-disperses — Une méthode est présentée pour la simulation de l'écoulement porale dans les matériaux granulaires. Le modèle numérique est basé sur la méthode des éléments discrets pour la phase solide et sur une nouvelle méthode de type volumes finis pour la phase fluide. Le solide est modélisé comme un arrangement de particules sphériques avec des interactions de type élasto-plastique aux contacts. On considère un écoulement de Stokes incompressible en supposant que les forces inertielles sont négligeables par rapport aux forces visqueuses. La géométrie des pores et leur connectivité sont définies sur la base d'une triangulation régulière des sphères qui aboutit à un maillage tétraédrique. La définition des conductivités hydrauliques à l'échelle des pores est un point clef du modèle qui se rapproche sur ce point à des modèles de type *pore-network*. Des mesures de perméabilités sur des assemblages bi-disperses de billes de verre sont présentées et comparées aux prédictions du modèle ce qui valide la définition des conductivités locales.

Abstract — Pore-Scale Flow Simulations: Model Predictions Compared with Experiments on Bi-Dispersed Granular Assemblies — A method is presented for the simulation of pore flow in granular materials. The numerical model uses a combination of the discrete element method for the solid phase and a novel finite volume formulation for the fluid phase. The solid is modeled as an assembly of spherical particles, where contact interactions are governed by elasto-plastic relations. Incompressible Stokes flow is considered, assuming that inertial forces are small in comparison with viscous forces. Pore geometry and pore connections are defined locally through regular triangulation of spheres, from which a tetrahedral mesh arises. The definition of pore-scale hydraulic conductivities is a key aspect of this model. In this sense, the model is similar to a pore-network model. Permeability measurements on bi-dispersed glass beads are reported and compared with model predictions, validating the definition of local conductivities.

NOMENCLATURE

d_{10}	Grain diameter for which 10% in mass is finer (m)
D^*	Ratio of void volume over wetted surface (m)
E	Elastic modulus of material (N.m^{-2})
F_x	Contact force in the direction x (N)
g	Gravity, $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$
k	Hydraulic conductivity (m.s^{-1})
K	Intrinsic permeability (m^2)
K_x	Contact stiffness in the direction x (N.m^{-1})
K^*	Normalized intrinsic permeability K/D^{*2} (-)
L	Sample length (m)
m_1	Mass of fine grain (kg)
m_2	Mass of coarse grain (kg)
M	Mass ratio $m_1/(m_1 + m_2)$ (-)
n	Porosity (-)
p	Absolute pressure (N.m^{-2})
p^*	Piezometric pressure (N.m^{-2})
Q	Flow rate in the permeameter ($\text{m}^3.\text{s}^{-3}$)
q_{ij}	Flow rate through facet ij of the mesh ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$)
R_x	Radii of the particle x (m)
S	Sample section (m^2)
S_v	Specific surface area (m^{-1})
S_{wetted}	Wetted surface of grains (m^2)
t	Time (s)
u	Velocity of fluid (m.s^{-1})
U_x	Relative displacement at contact in the direction x (m)
V_{fluid}	Empty volume filled with liquid (m^3)
α	Ratio of tangential <i>versus</i> normal stiffness at contact (-)
Δh	Hydraulic head (m)
Δp	Pressure drop (N.m^{-2})
ϕ	Contact friction angle (rad)
μ	Fluid viscosity (N.s.m^{-2})
ν	Kinematic fluid viscosity ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)
ρ	Fluid density (kg.m^{-3})
τ	Viscous stress tensor (N.m^{-2})

INTRODUCTION

Microscale measurements and modeling of porous materials are active areas of research in geomechanics and geosciences. They aim at a better understanding of some of the complex phenomena taking place in porous materials, in connection with flow of pore fluids (Mohammadzadeh and Chatzis, 2010), mechanical behavior (Gueguen and Bouteca, 1999), thermo-chemical processes and couplings between these effects (e.g. Renard *et al.*, 2005; De Boever *et al.*, 2012). Such phenomena are strongly linked with some of the challenging problems of energy production.

For modeling the solid phase alone, the Discrete Element Method (DEM) has been developed in the last few decades (Cundall and Strack, 1979). It is now commonly employed for studying aspects of mechanical behavior on the microscale for granular materials (Scholtès *et al.*, 2009) and rocks (Scholtès and Donzé, 2012). It is based on the description of materials as a collection of individual particles interacting at contact points. The DEM has had great successes in the study of stress-strain behavior and fracturing in dry materials. The simulation of problems including a coupling with one or more interstitial fluids with the DEM is also very attractive and it has many potential applications but it is much more challenging. Various strategies have been adopted for such couplings. They essentially differ in the modeling techniques adopted for the fluid part of the problem. They can be classified into three groups:

- *Microscale models* are based on a fine discretization of the void space. Finite Element Methods (FEMs) are often used because of their flexibility in the definition of the numerical mesh (Glowinski *et al.*, 2001) but they involve a large computer memory footprint and long computational times. Lattice-Boltzmann (LB) (McNamara *et al.*, 2000, Mansouri *et al.*, 2011) does not resort to the solution of large systems of nonlinear equations. In general, LB is faster than the FEM even if commonly implemented fixed-size grids in 3D can result in considerably larger computer memory occupancy (Ma *et al.*, 2010);
- *Continuum-based models* define flow and solid-fluid interactions on the mesoscale using empirical relations (e.g. Darcy's law), generally resulting in acceptable computational costs (Nakasa *et al.*, 1999). There is no direct coupling on the local scale: the forces acting on the individual particles are defined as a function of a mesoscale-averaged fluid velocity obtained from porosity-based estimates of the permeability. Therefore, the individual particle behavior is not accurately reproduced and this limits the application of the model to problems such as strain localization, segregating phenomena, effects of local heterogeneities in porosity and internal erosion by transport of fines, which are all inherently heterogeneous on the microscale;
- *Pore-network modeling* has been commonly developed to predict the permeability of materials but has also been extended to multiphase flow (Bryant and Blunt, 1992). It relies on the representation of the pore space as a network (Jiang *et al.*, 2007). Crucial for its success is an adequate definition of how fluids are exchanged between pores with respect to the local pore geometry. In the context of a coupling with DEM models, the accurate definition of forces applied to individual entities constituting the solid phase is a key point. This is only rarely addressed in pore-network techniques, which tend to disregard the deformability of the solid matrix (definitions of forces may be found, however, in Jing *et al.* (2001) for polyhedral

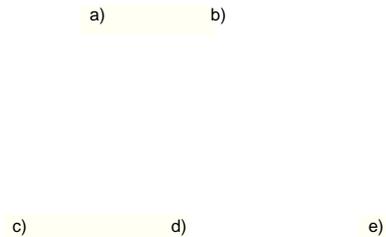


Figure 1
 a) Voronoi graph in 2D; b) Voronoi graph in 3D; c) elementary fluid domain in triangulated spheres; d) local view of the regular triangulation of spheres and its dual graph; e) volume of a throat between adjacent tetrahedral elements.

solids). Early ideas on coupling DEM models of granular materials and pore-network methods can be found in the works of Hakuno (1995) and later by Bonilla (2004) but these studies were limited to 2D models of disc assemblies. We recently adapted this approach to 3D sphere assemblies using a Pore-scale Finite Volume (PFV) scheme in Chareyre *et al.* (2012). The three-dimensional aspect of the problem let us define local hydraulic conductivity as a function of actual pore-space geometry, which is described as a network of connected pores (Fig. 1a, b). This in turn opens up the possibility of obtaining macroscale permeability as a result.

In the first section of this study, we give the principles of the DEM and we summarize the governing equations of the DEM-PFV coupling. Permeability measurements on mixtures of glass beads of different sizes are reported in the second section. The results are compared with the predictions of the PFV model and with existing empirical or semi-empirical relations.

1 NUMERICAL MODEL OF SATURATED GRANULAR MATERIALS

1.1 Discrete Element Method

The Discrete Element Method (DEM) has been extensively used to study soil and rock mechanics providing, for instance, some insights into shear strength and deformation properties of geomaterials. The DEM is essentially a Lagrangian (mesh-free) technique where each particle of the material is a sphere identified by its own mass, radius and moment of inertia. We employ here the DEM in 3D as implemented in the open source platform Yade-DEM. In what follows, we only briefly recall some basic aspects of the method (for more details see Šmilauer *et al.*, 2010).

For every time step of the computation, interaction forces between particles and consequently the resulting forces acting on each of them, are deduced from spheres' positions through the interaction law. Newton's second law is then integrated through an explicit second-order finite difference scheme to compute the new positions of spheres.

The linear elastic-plastic model for contact interactions between solid particles is presented in Figure 2a. A fundamental assumption of the DEM is that the deformation of the solid particles is concentrated in a very small zone in the

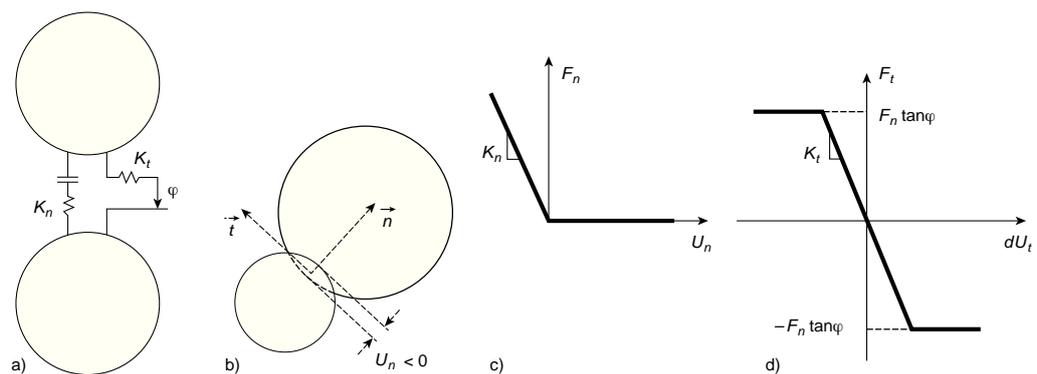


Figure 2
 a) Contact constitutive model; b) definition of the normal displacement; c) force versus displacement in the normal directions; d) force versus displacement in the tangential directions.

vicinity of the contact area. This deformation corresponds to an apparent overlap, as shown in Figure 2b, actually reflecting the relative movement of centers of mass along the normal of the contact point. A linear elastic law provides the contact force as a function of this relative displacement between two interacting grains (see Fig. 2c, d).

The normal stiffness K_n defines the normal force F_n for a given normal displacement U_n as:

$$F_n = \begin{cases} K_n U_n & \text{if } U_n \leq 0 \\ 0 & \text{if } U_n > 0 \end{cases} \quad (1)$$

and the tangential stiffness K_t defines the increment in the shear force vector F_t induced by an increment in tangential relative displacement dU_t when in contact:

$$dF_t = -K_t dU_t \quad (2)$$

In our simulations, K_n and K_t are dependent functions of the particle radii R_1 and R_2 and of a characteristic elastic modulus E of the material such as:

$$\begin{cases} K_n = 2 \frac{E R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} \\ K_t = \alpha K_n \end{cases} \quad (3)$$

with α being a fixed parameter. This definition results in a constant ratio between E and the effective bulk modulus of the packing, whatever the size of the particles.

Shear and normal forces are finally related by a slip Coulomb model such that $F_{max}^t = \tan(\phi) F_n$, where ϕ is the contact friction angle.

Although the linear formulation employed here is quite simplistic compared with more realistic Hertz-Mindlin solutions, it has been proven to give accurate results (DiRenzo and DiMaio, 2004), with significant computational efficiency. However, it should be noted that the fluid model presented in the next sections is independent of the contact law, hence not limiting the potential usage of different contact laws in future studies.

1.2 The DEM-PFV Coupling Method

We give here the main features of the Pore-scale Finite Volume (PFV) scheme that we developed for the coupling with DEM. For a more detailed derivation, the reader can refer to Chareyre *et al.* (2012).

A partition of the pore space in a sphere assembly can be obtained by constructing the regular triangulation of the packing, as allowed by the open-source library CGAL (Pion and Teillaud, 2011). The elementary geometrical objects emerging from this procedure are tetrahedra with spheres at each vertex (Fig. 1c), and enclosing what we call hereafter voids. Then, it is possible to derive a finite volume formulation for Stokes flow in such a mesh. The mass balance equation will link the rate of change of an element's volume to the

fluxes q_{ij} exchanged between adjacent pores through the facet S_{ij} :

$$V_i^f = \sum_{j=j_1}^{j_2} \int_{S_{ij}^f} (\mathbf{u}_n - \mathbf{v}_n) ds = \sum_{j=j_1}^{j_2} q_{ij} \quad (4)$$

where \mathbf{u}_n and \mathbf{v}_n are, respectively, the normal component of fluid velocity on the contour of the element and the velocity of the contour. Since the geometry of the mesh follows the motion of the solid particles, $(\mathbf{u}_n - \mathbf{v}_n)$ is the velocity of the fluid relative to the velocity of the solid. Hence, this equation couples the deformation of the solid skeleton and the fluid flow.

The flux q_{ij} can be expressed as a function of the pressure jump between elements i and j . We proposed to define the function by using the hydraulic radius of the throat between the two elements (Chareyre *et al.*, 2012), the throat itself being defined by the branch that is the dual of the facet S_{ij} in the Voronoi graph (Fig. 1d, e). This finally links the deformation to the pressure field $\{p_k\}$, that we assume to be piecewise constant. If the conductivity of the throat is noted k_{ij} , Equation (4) becomes:

$$V_i^f = \sum_{j=j_1}^{j_2} q_{ij} = k_{ij} \frac{p_i - p_j}{l_{ij}} = K_{ij} (p_i - p_j) \quad (5)$$

This equation gives the linear system that has to be solved at each time step of a simulation, giving the pressure field as a function of the velocity field of the particles. The forces exerted by the fluid on each particle can finally be derived from the pressure field, with the help of a momentum conservation equation. It can be decomposed into three terms which are contour integrals of the hydrostatic pressure $\rho g z$ (Archimede's force), of the piezometric pressure p^* and of the viscous shear stress τ , respectively:

$$\mathbf{F}^k = \int_{\partial\Gamma_k} \rho g z \mathbf{n} ds + \int_{\partial\Gamma_k} p^* \mathbf{n} ds + \int_{\partial\Gamma_k} \boldsymbol{\tau} \mathbf{n} ds = \mathbf{F}^{b,k} + \mathbf{F}^{p,k} + \mathbf{F}^{v,k} \quad (6)$$

with \mathbf{n} the unit normal of the contour. These forces can be easily integrated into the conventional time-stepping algorithm of the DEM presented in Section 2.1 by summing them with the contact forces. The rate of volume change

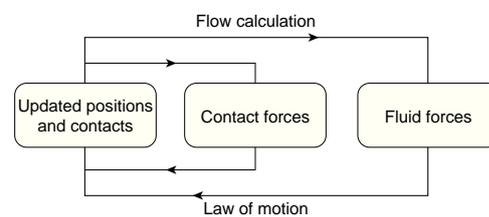


Figure 3

Computation cycle of the coupled DEM-PFV model.

of the pores is computed at each time step, then the system defined by Equation (5) is solved to obtain the pressure field, and new forces are computed for the next step according to Equation (6), as shown in Figure 3.

2 PERMEABILITY OF BI-DISPERSED SPHERE PACKINGS

A series of experiments and numerical tests were performed on granular samples in order to evaluate the ability of the PFV model to predict their permeability. The experimental setup is presented below. Some classical relations giving estimates of the permeability as a function of PSD and porosity are also recalled and later compared with the experiments.

2.1 Experiments

The experiments were done on samples made of spherical-shaped glass beads of two different sizes. The small particles have diameters ranging from 0.50 to 0.63 mm, while the coarse particles are between 2.80 mm and 3.15 mm. They were classified by a mechanical sieve analysis. The two types are mixed with various mass ratios: $M = m_1 / (m_1 + m_2)$, where m_1 and m_2 are, respectively, the mass of the fine and coarse beads.

In order to get homogeneous samples, it is important to pour the beads in thin successive layers, one on top of the other, to minimize segregation effects. For each definite mass ratio, three samples were prepared, two of which were used for the estimation of density, porosity and median grain size, whereas the third one was prepared for the permeability test. It must be noted that the different mass ratios resulted in

different sample porosities (Fig. 4), which will have to be reproduced in the numerical simulations (Sect. 2.2).

Water (temperature of 20°C) flowing through samples of section $S = 0.01 \text{ m}^2$ and length L of 0.20 m under a controlled water head gradient was used for permeability tests. To see how permeability varied with time and to ensure that saturation was achieved, flow rate (Q) measurements were repeated for a constant hydraulic head $\Delta h = 0.05 \text{ m}$. Once saturation was achieved (no variability of Q in time), the permeability test was carried out. A series of water heads (from 0.02 to 0.20 m) were tested to measure the hydraulic conductivity k . Flow rates are estimated from measured volumes at the outlet. Each measurement was repeated at least twice for each head level.

For a constant head and assuming laminar flow, the intrinsic permeability K is obtained by the following relation:

$$K = \mu \frac{Q}{S} \frac{L}{\Delta p} \quad (7)$$

with K in m^2 , $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, the fluid viscosity, Q ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) the flux per second, S (m^2) the area, L (m) the height, $\Delta p = \rho g \Delta h$ (Pa) the pressure drop, $\rho = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, the fluid density, and $g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, the gravity.

In what follows, we will compare the values of a normalized permeability, defined as, where is a normalization factor that corresponds to the hydraulic radius, V_v is the void volume filled with the fluid, and S_w is the wetted surface of grains. K^* only depends on the shape and connectivity of the pore space.

The results obtained for the different values of $m_1/(m_1 + m_2)$ are shown in Figure 5 and in Figure 6 for the case of $m_1/(m_1 + m_2) = 0.2$.

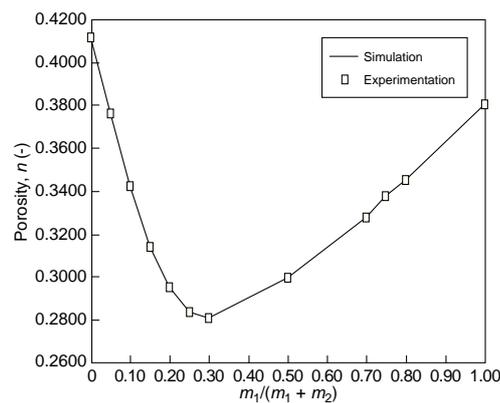


Figure 4

Porosity measured after sample preparation and in the reconstructed numerical samples.

2.2 Simulation Procedure

A requirement for meaningful comparison with experiments is that the simulated microstructure must be as close as possible to the experiments. In the absence of advanced experimental techniques, it is not possible, however, to determine the position of each individual particle. In this study, it was decided to at least match global quantities: the porosity and the Particle Size Distribution (PSD).

It is generally difficult for purely geometric space-filling algorithms to generate random sphere packings when both porosity and PSD are prescribed. Instead, the numerical samples were obtained by simulating a mechanical problem corresponding to isotropic compaction, as initially proposed in Chareyre *et al.* (2002). This method combines growth of particles and lubrication of contacts under constant applied stress:

- in the first step, a loose cloud (porosity $n = 0.7$) of non-overlapping spheres is generated in a cubic box with random positions. The radii are assigned with respect to a

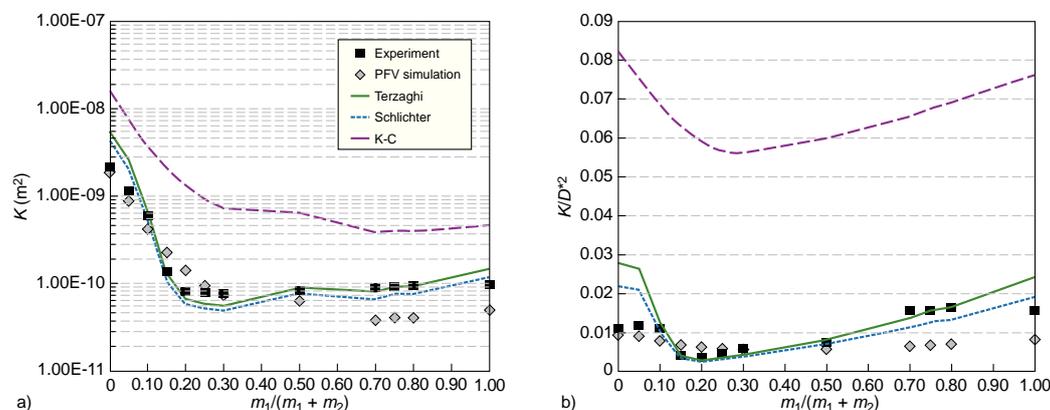


Figure 5

Permeability of glass bead mixtures measured in experiments, simulated with the PFV model and estimated with analytical relations: a) gives the absolute permeability in m^2 ; b) the permeability is normalized by the hydraulic radius squared D^{*2} .

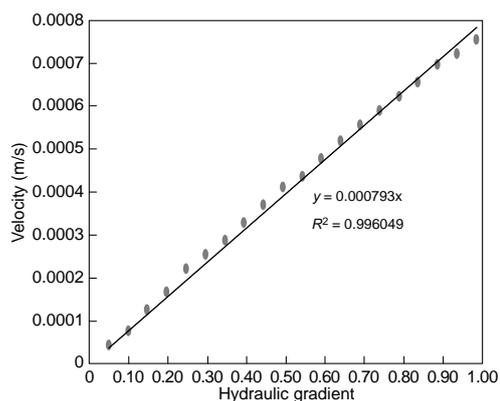


Figure 6

Typical result of the permeameter test ($m_1 / (m_1 + m_2) = 0.20$).

PSD that is homothetically equivalent to the prescribed PSD;

- in the second step, a steady growth of the particles is simulated. The particles are free to move and tend to push each other while the growth creates contact with repulsive forces, progressively filling the whole volume of the box. The growth goes on until the packing is stable and a certain level of stress is applied to the boundaries. The inter-particle contacts created during this growth phase are assigned a high friction value. As a result, the internal reorganization of the microstructure is limited and the

porosity obtained at the end is typically higher than the target value;

- in the last step, the friction of contact is decreased progressively. This decrease triggers reorganizations of the contact network and compaction of the packing, while the stress is kept constant by further increasing the sizes. This lubrication process is continued until the porosity reaches the value of porosity that was measured in the experiments.

Figure 7 shows the evolution of the system in this algorithm. In the end, a stable and isotropic assembly of spheres is obtained. The unbalanced force is represented as an indicator of the stability of the system (Šmilauer *et al.*, 2010); it tends to zero at static equilibrium. In Figure 7, the values are of the order of 10^{-2} , which indicates that the evolution is close to the quasi-static limit during the process.

The resulting porosity is homogeneous inside the box on average, and matches the target values very well (Fig. 4). The regions near the boundaries have generally higher porosity, however. The impact of this boundary effect on simulated permeability will be evaluated below.

Note that the PSD obtained after this procedure is only homothetically equivalent to the experimental one. Although it would have been possible to scale the final packing by a size factor in order to match the absolute PSD of the experiment, it is not necessary for comparisons. The numerical model implies a strict proportionality between the permeability and the squared reference length (Chareyre *et al.*, 2012). Therefore, the permeability given by the simulation can be easily extrapolated to the real PSD using the factor of homothety.

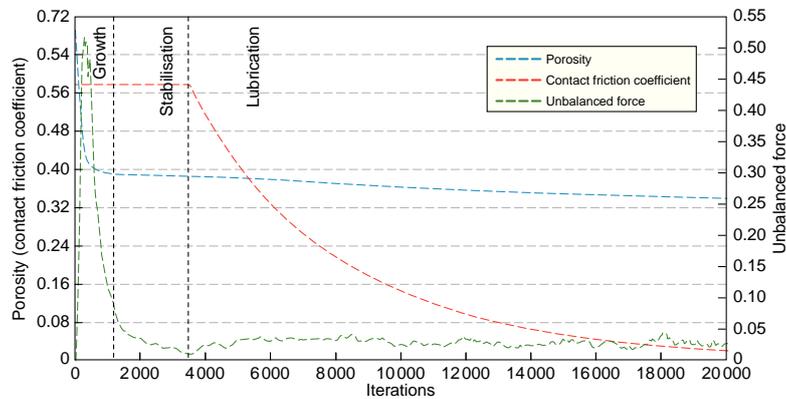


Figure 7 Evolution of porosity, the contact friction coefficient and unbalanced force in the procedure of sample generation, for $m_1 / (m_1 + m_2) = 0.70$.

a) b) Figure 8 a) A typical numerical sample for $m_1 / (m_1 + m_2) = 0.5$; b) pressure field in simulated permeameter.

Finally, the permeameter tests are simulated on the numerical samples by imposing different values of the fluid pressure at the top and bottom of the box (Fig. 8). No flow is allowed through the lateral boundaries, where a no-slip condition is assumed. The permeability is deduced from the fluxes through the top and bottom boundaries, using Equation (7).

We recall that the current PFV formulation is assuming Stokes flow of pore fluid. It is usually considered that this regime is a valid approximation as long as the Reynolds number R_e is smaller than 1. In our permeameter tests, R_e is between 0.04 and 0.81, hence it is relevant to compare the model with such experiments.

The number of spheres in the simulations is much smaller than in the experiments, due to the limitations of computing power. In order to evaluate the possible size and/or boundary

effects, we simulated permeability tests on packings of $N = 5000$ to $N = 200000$ spheres. The results are plotted in Figure 9. For $N = 5000$ to $N = 50000$, twenty samples with the same porosity and same PSD were generated and the standard deviation of the permeability is also provided in Figure 9. Given the small dispersion that was found for $N \leq 50000$ (less than 1%), it was decided to simulate only one test for the higher values of N . These results suggest that boundary effects are sensitive up to $N = 50000$ (although the fluctuation of the mean value is not extremely high). For higher N , the normalized permeability is stable. $N = 50000$ was taken as a sufficiently large sample, to reduce the computational time.

2.3 Empirical Relations

The empirical studies of Schlichter and the semi-empirical approaches of Kozeny-Carman, and Terzaghi and Peck (1964) relate K to particle size and shape, PSD, and porosity. They proposed relations that we will compare with the experimental results.

The formula of Schlichter (1905) reads:

$$K = 0.01n^{3.287}d_{10}^2 \tag{8}$$

The following semi-empirical formula was developed by Terzaghi and Peck (1964):

$$K = C \left(\frac{n - 0.13}{\sqrt[3]{1 - n}} \right)^2 d_{10}^2 \tag{9}$$

where C is the sorting coefficient, ranging from 6.1×10^{-3} to 10.7×10^{-3} ; the average value of C was used in this study.

The Kozeny-Carman (K-C) equation, first proposed by Kozeny (1927), then modified by Carman (1956), is known

750

Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies nouvelles, Vol. 67 (2012), No. 5

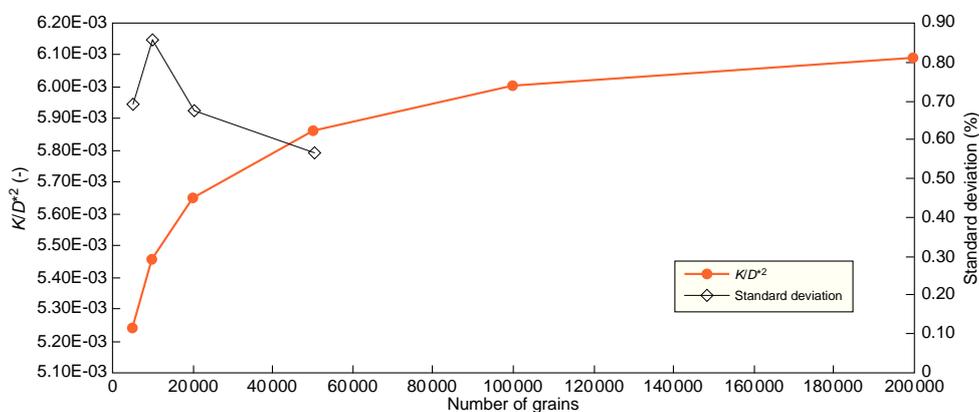


Figure 9

Influence of number of grains in the simulation on the results of permeability; $m_1 / (m_1 + m_2) = 0.5$.

for accurate estimation of K (Carrier, 2003; Ishaku *et al.*, 2011; Odong, 2007):

$$K = \frac{1}{5S_v^2} \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (10)$$

where S_v is the specific surface area of the grains.

3 RESULTS AND COMPARISON

The normalized values of permeability that were found in simulations, experiments and calculations from the different formulas are summarized in Figure 5 as functions of the mass ratio $M = m_1 / (m_1 + m_2)$.

The general trend of the simulated and empirical curves resembles that from the laboratory tests. The maximum K^* is obtained when the packing is mono-dispersed (*i.e.* when M is 0 or 1). The permeability is minimized near $M = 0.3$ in all cases. The general shape of these curves is consistent with the evolution of porosity (Fig. 4) but is not strictly the same. Namely, K^* is almost constant in the range $0.7 < M < 1$ while the porosity is not. This trend is reflected correctly by the simulation and by the empirical relations.

Quantitatively, it is found that the empirical relations tend to overestimate the measured values for small M . Surprisingly, the K-C equation gives the worst estimate in all cases and overestimates K^* by a factor of 5 on average, while the other relations give relatively good estimates when $0.2 \leq M \leq 0.9$. The K-C equation is commonly accepted for well-graded materials but our results suggest that it is not well suited for bi-dispersed ($0 < M < 1$) or mono-dispersed ($M = 0$ or $M = 1$) packings.

The PFV predictions are satisfying for $M \leq 0.5$, with errors of the order of 50%. The worst estimates are for $0.7 \leq M \leq 0.9$, with an error of a factor of 2.5 in the worst case. Overall, the errors in model predictions are of the same order of magnitude as those of the empirical relations. Qualifying these errors as negligible or significant is a difficult task since the impact of such errors will depend on the application to be treated.

We recall that, ultimately, the DEM-PFV coupling is intended to simulate hydro-mechanical couplings. As such, it is not supposed to compete with numerical models more specifically dedicated to permeability predictions. However, a requirement for the model is that it should be computationally efficient and should reflect changes in permeability when the porosity is modified by deformation or by internal erosion. On this aspect, the results are satisfying, since the model follows the trend of the experimental data over a wide range of PSD ($0 < M < 1$) and porosity ($0.28 < n < 0.415$).

CONCLUSION

The coupled DEM-PFV method has been presented. Permeability tests on bi-dispersed packings of glass beads have been reported and a procedure to generate numerical samples matching experimental PSD and porosity has been proposed. The predictions of the model are in good agreement with the experimental data, reflecting the role of PSD and porosity in permeability. This conclusion is in agreement with some comparisons between PFV and FEM models, reported previously by Chareyre *et al.* (2012). The difference between the experimental results and the simulations is of the

same order as the error obtained with the empirical relations of Terzaghi and Schlicher and it is much smaller than the error obtained with the Kozeny-Carman relation.

It is worth noting that the flow model does not restrict the variety of constitutive behavior that can be assumed at contact between particles. Hence, the coupling allows, for instance, the study of fracturing processes in cohesive materials simulated with the DEM in the presence of (or because of) a fluid.

A restriction of the model is due to the discretization of the pore space *via* regular triangulation, assuming spherical particles. However, it can be noted that a current trend in the field of DEM modeling is to approximate complex shapes of particles by clusters of spheres. In this situation, regular triangulation holds and the method could be easily generalized.

In terms of accuracy of the predicted permeability, the PFV model will probably not compete with other numerical methods which solve the flow problem on a smaller scale. Since natural materials are rarely composed of perfectly spherical particles, the practical interest of a very precise estimate would be limited anyway. This weakness may be balanced by robustness and ability to solve large problems efficiently. It may be the case especially in situations of strong coupling with mechanical effects and/or other physical effects (*e.g.* thermo-chemical), as found in reservoir engineering.

The method presented here has been successfully applied to transient regimes in poromechanics problems (Catalano *et al.*, 2011). Internal erosion and transport of fines (as in Sari *et al.*, 2011), as well as hydro-fracturing, are examples of the challenging problems which may benefit from the microscale insights offered by this type of coupling.

REFERENCES

- De Boever E., Varloteaux C., Nader F.H., Foubert A., Bécri S., Youssef S., Rosenberg E. (2012) Quantification and Prediction of the 3D Pore Network Evolution in Carbonate Reservoir Rocks, *Oil Gas Sci. Technol. – Rev. IFP Energies nouvelles* **67**, 1, 161-178.
- Bonilla R.R.O. (2004) Numerical simulation of undrained granular media, *PhD Thesis*, University of Waterloo.
- Bryant S., Blunt M. (1992) Prediction of relative permeability in simple porous media, *Phys. Rev. A* **46**, 4, 2004-2011.
- Carman P.C. (1956) *Flow of gases through porous media*, Butterworths Scientific Publications, London.
- Carrier W.D. (2003) Goodbye, Hazen; Hello, Kozeny-Carman, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* **129**, 11, 1054-1056.
- Catalano E., Chareyre B., Cortis A., Barthélemy E. (2011) A Pore-Scale Hydro-Mechanical Coupled Model for Geomaterials, *II International Conference on Particle-Based Methods (Particles 2011)*, Barcelona, Spain, 26-28 Oct.
- Chareyre B., Briançon L., Villard P. (2002) Theoretical *versus* experimental modeling of the anchorage capacity of geotextiles in trenches, *Geosynth. Int.* **9**, 2, 97-123.
- Chareyre B., Cortis A., Catalano E., Barthélemy E. (2012) Pore-Scale Modeling of Viscous Flow and Induced Forces in Dense Sphere Packings, *Transport Porous Med.* **92**, 2, 473-493.
- Cundall P.A., Strack O.D.L. (1979) A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* **29**, 47-65.
- DiRenzo A., DiMaio F.P. (2004) Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes, *Chem. Eng. Sci.* **59**, 3, 525-541.
- Glowinski R., Pan T.W., Hesla T.I., Joseph D.D., Periaux J. (2001) A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodies, *J. Comput. Phys.* **169**, 2, 363-426.
- Gueguen Y., Bouteca M. (1999) Mechanical Properties of Rocks: Pore Pressure and Scale Effects, *Oil Gas Sci. Technol. – Rev. IFP* **54**, 6, 703-714.
- Hakuno M. (1995) Simulation of the dynamic liquefaction of sand, in *Earthquake Geotechnical Engineering*, Balkema.
- Ishaku J.M., Gadzama E.W., Kaigama U. (2011) Evaluation of empirical formulae for the determination of hydraulic conductivity based on grain-size analysis, *J. Geol. Mining Res.* **3**, 4, 105-113.
- Jiang Z., Wu K., Couples G., Van Dijke M.I.J., Sorbie K.S., Ma J. (2007) Efficient extraction of networks from three-dimensional porous media, *Water Resour. Res.* **43**, 12.
- Jing L., Ma Y., Fang Z. (2001) Modeling of fluid flow and solid deformation for fractured rocks with discontinuous deformation analysis (DDA) method, *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* **38**, 3, 343-355.
- Kozeny J. (1927) Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden, *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien* **136**, 2a, 271-306.
- Ma J., Wu K., Jiang Z., Couples G.D. (2010) SHIFT: An implementation for lattice Boltzmann simulation in low-porosity porous media, *Phys. Rev. E* **81**, 5, 056702.
- Mansouri M., Delenne J.-Y., Seridi A., El Youssoufi M.S. (2011) Numerical model for the computation of permeability of a cemented granular material, *Powder Technol.* **208**, 2, 532-536.
- McNamara S., Flekkøy E.G., Maløy K.J. (2000) Grains and gas flow: Molecular dynamics with hydrodynamic interactions, *Phys. Rev. E* **61**, 4, 4054-4059.
- Mohammadzadeh O., Chatzis I. (2010) Pore-Level Investigation of Heavy Oil Recovery using Steam Assisted Gravity Drainage (SAGD), *Oil Gas Sci. Technol. – Rev. IFP Energies nouvelles* **65**, 6, 839-857.
- Nakasa H., Takeda T., Oda M. (1999) A simulation study on liquefaction using dem, in *Earthquake geotechnical engineering*, Balkema.
- Odong J. (2007) Evaluation of empirical formulae for determination of Hydraulic Conductivity based on Grain-Size Analysis, *J. Am. Sci.* **3**, 3, 54-60.
- Pion S., Teillaud M. (2011) 3D Triangulations, in *CGAL User and Reference Manual*, CGAL Editorial Board.
- Renard F., Gundersen E., Hellmann R., Collombet M., Le Guen Y. (2005) Numerical Modeling of the Effect of Carbon Dioxide Sequestration on the Rate of Pressure Solution Creep in Limestone: Preliminary Results, *Oil Gas Sci. Technol. – Rev. IFP* **60**, 2, 381-399.
- Sari H., Chareyre B., Catalano E., Philippe P., Vincens E. (2011) Investigation of internal erosion processes using a coupled DEM-Fluid method, *II International Conference on Particle-Based Methods (Particles 2011)*, Barcelona, Spain, 26-28 Oct.
- Schlichter C.S. (1905) Field measurements of the rate of movement of underground waters, *United States Geological Survey Water Supply Paper* **140**, 122.
- Scholtès L., Donzé F.-V. (2012) Modelling progressive failure of fractured rock masses using a 3D Discrete Element Method, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **52**, 18-30.

752

Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies nouvelles, Vol. 67 (2012), No. 5

Scholtès L., Hicher P.Y., Nicot F., Chareyre B., Darve F. (2009) On the capillary stress tensor in wet granular materials, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* **33**, 10, 1289-1313.

Šmilauer V., Catalano E., Chareyre B., Dorofeenko S., Duriez J., Gládky A., Kozicki J., Modenese C., Scholtès L., Sibille L., Stránský J., Thoeni K. (2010) Yade Reference Documentation, in *Yade Documentation*, The Yade Project. Available at <http://yade-dem.org/doc/>.

Terzaghi K., Peck R.B. (1964) *Soil Mechanics in Engineering Practice*, Wiley, New-York.

*Final manuscript received in January 2012
Published online in November 2012*

Copyright © 2012 IFP Energies nouvelles

Permission to make digital or hard copies of part or all of this work for personal or classroom use is granted without fee provided that copies are not made or distributed for profit or commercial advantage and that copies bear this notice and the full citation on the first page. Copyrights for components of this work owned by others than IFP Energies nouvelles must be honored. Abstracting with credit is permitted. To copy otherwise, to republish, to post on servers, or to redistribute to lists, requires prior specific permission and/or a fee: Request permission from Information Mission, IFP Energies nouvelles, fax. +33 1 47 52 70 96, or revueogst@ifpen.fr.

Bibliographie

- [1] T. ABICHOU, C. H. BENSON et T. B. EDIL : Network model for hydraulic conductivity of sand-bentonite mixtures. *Canadian geotechnical journal*, 41(4):698–712, 2004.
1 citation en page : 37.
- [2] T. ALLEN : *Particle Size Measurement : Volume 1 : Powder sampling and particle size measurement*. Springer, 5th édn, déc. 1996.
1 citation en page : 60.
- [3] T. ALLEN : *Particle Size Measurement : Volume 2 : Surface Area and Pore Size Determination*. Springer, 5th édn, 1997.
1 citation en page : 60.
- [4] F. ALONSO-MARROQUIN : *Micromechanical Investigation of Soil Deformation : Incremental Response and Granular Ratcheting*. Thèse de doctorat, Université de Stuttgart, Stuttgart, 1998.
1 citation en page : 30.
- [5] T. ANDERSON et R. JACKSON : Fluid mechanical description of fluidized beds. Equations of motion. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 6(4):527–539, nov. 1967.
1 citation en page : 36.
- [6] E. ANDÒ, S. A. HALL, G. VIGGIANI, J. DESRUES et P. BÉSUELLE : Grain-scale experimental investigation of localised deformation in sand : a discrete particle tracking approach. *Acta Geotechnica*, 7(1):1–13, mars 2012.
1 citation en page : 8.
- [7] F. AURENHAMMER : Voronoï diagrams : A survey of a fundamental geometric data structure. *ACM Computing Surveys*, 23(3):345–405, sept. 1991.
1 citation en page : 41.
- [8] K. BAGI : Analysis of microstructural strain tensors for granular assemblies. *International Journal of Solids and Structures*, 43(10):3166–3184, mai 2006.
1 citation en page : 41.
- [9] S. BAKKE et P. E. ØREN : 3-D pore-scale modelling of sandstones and flow simulations in the pore networks. *Society of Petroleum Engineers (SPE) Journal*, 2(2):136–149, juin 1997.
1 citation en page : 37.

- [10] J. P. BARDET et J. PROUBET : A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Géotechnique*, 41(4):599–613, 1991.
2 citations en page : 34.
- [11] J. BEAR : *Hydraulics of groundwater*. McGraw-Hill International Book Co., 1979.
2 citations en 2 pages : 17 et 18.
- [12] N. BENAHMED et S. BONELLI : Étude expérimentale de l'érosion interne d'un kaolinite. Dans 25^{èmes} *Rencontres Universitaires de Génie Civil, AUGC 2007*. Bordeaux, France, du 23 au 25 mai 2007. 8 pages.
2 citations en 2 pages : 73 et 81.
- [13] F. BENDAHMANE : *Influence des interactions mécaniques eau-sol sur l'érosion interne*. Thèse doctorat, Université de Nantes, Nantes, France, nov. 2005.
2 citations en page : 104.
- [14] F. BENDAHMANE, D. MAROT et A. ALEXIS : Experimental parametric study of suffusion and backward erosion. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 134(1):57–67, 2008.
1 citation en page : 104.
- [15] J. BIAREZ et P. Y. HICHER : *Elementary Mechanics Soil Behaviour*. Taylor & Francis, jan. 1994.
1 citation en page : 32.
- [16] M. A. BIOT : General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12(2):155–164, 1941.
1 citation en page : 18.
- [17] M. A. BIOT : Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*, 26(2):182–185, fév. 1955.
1 citation en page : 7.
- [18] M. A. BIOT : Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2):168–178, mars 1956.
1 citation en page : 7.
- [19] F. C. BLAKE : The resistance of packing to fluid flow. *Transactions of the American Institute of Chemical Engineers*, 14:415–421, 1922.
2 citations en 2 pages : 6 et 16.
- [20] W. G. BLIGH : *The practical design of irrigation works*,. A. Constable & Co., London, 1927.
3 citations en 2 pages : 73 et 79.
- [21] S. BONELLI : *Erosion of Geomaterials*. John Wiley & Sons, Inc., déc. 2012.
2 citations en page : 74.
- [22] S. BONELLI : *Erosion in Geomechanics Applied to Dams and Levees*. John Wiley & Sons, Inc., New York, avr. 2013.
2 citations en page : 74.

- [23] S. BONELLI, N. BENAHMED et O. BRIVOIS : On modelling of the hole erosion test. Dans I. ICSE, éd. : *3rd International Conference on Scour and Erosion*, p. (6 pages), Amsterdam, Pays-Bas, nov. 2006. ERINOH.
1 citation en page : 73.
- [24] S. BONELLI, O. BRIVOIS et N. BENAHMED : Modélisation du renard hydraulique et interprétation de l'essai d'érosion de trou. *Revue française de Géotechnique*, 118:13–22, 2007. ERINOH.
1 citation en page : 73.
- [25] S. BONELLI, O. BRIVOIS, R. BORGHI et N. BENAHMED : On the modelling of piping erosion. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(8–9):555–559, août 2006.
1 citation en page : 73.
- [26] S. BONELLI, O. BRIVOIS et D. LACHOUILLE : The scaling law of piping erosion. Dans 18^{èmes} *Congrès Français de Mécanique, CFM 2007*. Grenoble, France, du 27 au 31 août 2007. 6 pages.
1 citation en page : 81.
- [27] S. BONELLI et D. MAROT : On the modelling of internal soil erosion. Dans IACMAG, éd. : *The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)*, p. (7 pages), Goa, Inde, oct. 2008. TRANSOL.
1 citation en page : 73.
- [28] R. R. O. BONILLA : *Numerical Simulations of Undrained Granular Media*. Thèse doctorat, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2004.
3 citations en 3 pages : 21, 30, et 38.
- [29] S. BRYANT et M. BLUNT : Prediction of relative permeability in simple porous media. *Physical Review A*, 46(4):2004–2011, août 1992.
3 citations en 3 pages : 37, 41, et 44.
- [30] S. BRYANT et A. JOHNSON : Wetting phase connectivity and irreducible saturation in simple granular media. *Journal of colloid and interface science*, 263(2):572–579, juil. 2003.
2 citations en 2 pages : 37 et 41.
- [31] S. L. BRYANT, P. R. KING et D. W. MELLOR : Network model evaluation of permeability and spatial correlation in a real random sphere packing. *Transport in Porous Media*, 11(1):53–70, avr. 1993.
1 citation en page : 37.
- [32] C. CALLARI : *Appunti del corso di meccanica dei mezzi porosi*. Notes de cours, Università degli studi di Tor Vergata, Roma, Italie, 2006.
1 citation en page : 10.
- [33] F. CALVETTI, G. COMBE et J. LANIER : Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material : relation between structure evolution and loading path. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 2(2):121–163, 1997.
2 citations en 2 pages : 32 et 41.
- [34] F. CALVETTI et F. EMERIAULT : Interparticle forces distribution in granular materials : link with the macroscopic behaviour. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4(3):247–279, 1999.
1 citation en page : 34.

- [35] B. CAMBOU et M. JEAN : *Micromécanique des matériaux granulaires*. Hermès Science Publications, 2001.
4 citations en 4 pages : 3, 22, 31, et 32.
- [36] B. CAMBOU, M. JEAN et F. RADJAI : *Matériaux granulaires : Modélisation et simulation numérique*. Hermès Science Publications, nov. 2012.
1 citation en page : 22.
- [37] P. C. CARMAN : *Flow of gases through porous media*. Academic Press, New York, 1956.
2 citations en 2 pages : 6 et 69.
- [38] W. D. CARRIER : Goodbye, hazen; hello, kozeny-carman. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(11):1054–1056, 2003.
2 citations en 2 pages : 60 et 69.
- [39] E. CATALANO : *A pore-scale coupled hydromechanical model for biphasic granular media – Application to granular sediment hydrodynamics*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, Grenoble, France, juin 2012.
25 citations en 22 pages : 4, 21, 22, 23, 39, 44, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57, 73, 81, 100, 108, 116, 117, 118, et 119.
- [40] E. CATALANO, B. CHAREYRE et E. BARTHÉLEMY : Fluid-solid coupling in discrete models. *Dans Alert Geomaterials*. Aussois, France, 2009.
3 citations en 3 pages : 39, 41, et 43.
- [41] E. CATALANO, B. CHAREYRE et E. BARTHÉLEMY : A coupled model for fluid-solid interaction analysis in geomaterials. *Dans Alert Geomaterials*. Aussois, France, 2010.
3 citations en 3 pages : 39, 41, et 42.
- [42] E. CATALANO, B. CHAREYRE et E. BARTHÉLEMY : Pore-scale modeling of fluid-particles interaction and emerging poromechanical effects. arXiv e-print 1304.4895, Université de Grenoble, avr. 2013.
2 citations en 2 pages : 39 et 72.
- [43] E. CATALANO, B. CHAREYRE, A. CORTIS et E. BARTHÉLÉMY : A pore-scale hydro-mechanical coupled model for geomaterials. *Dans II International Conference on Particle-Based Methods - Fundamentals and Applications (Particles 2011)*, p. 798–809. E. OÑATE and D. R. J. OWEN, édés., International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona, Spain, 26–28 oct. 2011.
3 citations en 3 pages : 72, 81, et 82.
- [44] E. CATALANO, B. CHAREYRE, A. T. TONG et E. BARTHÉLEMY : Microscale modelling for the study of hydromechanical properties of geomaterials. *Dans Alert Geomaterials*. Aussois, France, 2011.
2 citations en 2 pages : 43 et 46.
- [45] CFGB : Erosion interne : typologie, détection et réparation. *Dans Barrages et Réservoirs*, num. 6, p. 1–126. Spécial Congrès de la Commission internationale des grands barrages (CIGB) Florence. C. ALBALAT and P. BRUN and J. M. DROUX and J. J. FRY and A. MERCIER and J. M. RIESTERER and L. THAREAU and D. CLERDOUET and G. DEGOUETTE and D. GOUVENOT and D. LAUTRIN , édés., Amsterdam : Elsevier Science, France, mai 1997. 126 pages.
2 citations en 2 pages : 55 et 74.

- [46] R. P. CHAPUIS : Similarity of internal stability criteria for granular soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 29(4):711–713, août 1992.
1 citation en page : 84.
- [47] R. P. CHAPUIS et M. AUBERTIN : *Predicting the coefficient of permeability of soils using the Kozeny-Carman equation*. Rapport technique. École polytechnique de Montréal, jan. 2003.
1 citation en page : 60.
- [48] R. P. CHAPUIS, A. CONTANT et K. A. BAASS : Migration of fines in 0-20 mm crushed base during placement, compaction, and seepage under laboratory conditions. *Canadian Geotechnical Journal*, 33(1):168–176, mars 1996.
1 citation en page : 84.
- [49] R. P. CHAPUIS et P. P. LÉGARÉ : A simple method for determining the surface area of fine aggregates and fillers in bituminous mixtures. Dans R. C. MEININGER, éd. : *Effects of Aggregates and Mineral Fillers on Asphalt Mixture Performance*, p. 177–186. ASTM International, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959, 1992.
1 citation en page : 60.
- [50] B. CHAREYRE : *Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique par éléments discrets : application aux ancrages en tranchées en tête de talus*. Thèse doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, nov. 2003.
10 citations en 7 pages : 22, 23, 30, 31, 32, 33, et 82.
- [51] B. CHAREYRE, L. BRIANÇON et P. VILLARD : Theoretical versus experimental modeling of the anchorage capacity of geotextiles in trenches. *Geosynthetics International*, 9(2):97–123, 2002.
3 citations en 3 pages : 27, 64, et 67.
- [52] B. CHAREYRE, A. CORTIS, E. CATALANO et E. BARTHÉLEMY : Pore-scale modeling of viscous flow and induced forces in dense sphere packings. *Transport in Porous Media*, 94(2):595–615, sept. 2012.
20 citations en 18 pages : 4, 21, 35, 39, 42, 44, 45, 46, 47, 48, 54, 67, 71, 73, 81, 82, 100, et 109.
- [53] J. A. CHARLES : Internal erosion in european embankment dams. Dans *British Dam Society; Reservoirs in a Changing World : Proceedings of the 12th Conference of the BDS Held at Trinity College, Dublin*, p. 378–393, London, du 4 au 8 Septembre 2002. P. TEDD, éd., Thomas Telford , London.
1 citation en page : 55.
- [54] F. CHEN, E. C. DRUMM et G. GUIOCHON : Coupled discrete element and finite volume solution of two classical soil mechanics problems. *Computers and Geotechnics*, 38(5):638–647, juil. 2011.
1 citation en page : 36.
- [55] G. COMBE : *Origines géométrique du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : étude par simulation numérique*. Thèse doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France, juin 2001.
1 citation en page : 33.

- [56] P. A. CUNDALL : A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. *Dans Proceedings of the symposium of the International society of rock mechanics*, vol. 1, p. 132–150, 1971.
1 citation en page : 22.
- [57] P. A. CUNDALL : Distinct element models of rock and soil structure. *Dans Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics*, chap. 4, p. 129–163. E. T. Brown, Ed. London : George Allen & Unwin, 1987.
1 citation en page : 29.
- [58] P. A. CUNDALL : Computer simulations of dense sphere assemblies. *Dans Micromechanics of Granular Materials*, p. 113–123. M. SATAKE and J. T. JENKINS, éd., Amsterdam : Elsevier Science, 1988.
3 citations en 3 pages : 30, 34, et 35.
- [59] P. A. CUNDALL et O. D. L. STRACK : A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1):47–65, jan. 1979.
6 citations en 4 pages : 2, 21, 22, et 27.
- [60] H. DARCY : *Les fontaines publiques de la ville de Dijon : exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. Ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes, au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tôle et de bitume.* V. DALMONT, éd., Paris, 1856.
2 citations en 2 pages : 6 et 62.
- [61] J. J. v. DEEMTER et E. T. v. d. LAAN : Momentum and energy balances for dispersed two-phase flow. *Applied Scientific Research*, 10(1):102–108, jan. 1961.
1 citation en page : 36.
- [62] H. DEN ADEL, K. J. BAKKER et M. KLEIN BRETTELER : A transport model for filtration : Control of erosion processus. *Dans Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering - Proceedings of the first international conference "Geo-Filters"*, p. 189–196. J. BRAUNS and U. SCHULER and M. HEIBAUM, éd., Rotterdam : A. A. Balkema, Holland, 1993.
1 citation en page : 80.
- [63] H. DERESIEWICZ et R. D. MINDLIN : Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *Journal of Applied Mechanics*, 20:327–344, 1953.
1 citation en page : 28.
- [64] U. EL SHAMY et M. ZEGHAL : Coupled continuum-discrete model for saturated granular soils. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(4):413–426, avr. 2005.
1 citation en page : 36.
- [65] A. FABRI, G.-J. GIEZEMAN, L. KETTNER, S. SCHIRRA et S. SCHÖNHERR : The CGAL kernel : A basis for geometric computation. *Dans M. C. LIN et D. MANOCHA, éd., Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering*, num. 1148 de Lecture Notes in Computer Science, p. 191–202. Springer Berlin Heidelberg, jan. 1996.
1 citation en page : 50.
- [66] J. FANNIN : Karl Terzaghi : From theory to practice in geotechnical filter design. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 134(3):267–276, mars 2008.
2 citations en 2 pages : 73 et 84.

- [67] R. J. FANNIN et R. MOFFAT : Observations on internal stability of cohesionless soils. *Géotechnique*, 56(7):497–500, jan. 2006.
5 citations en 4 pages : 73, 84, 95, et 106.
- [68] M. FOSTER, R. FELL et M. SPANNAGLE : The statistics of embankment dam failures and accidents. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(5):1000–1024, oct. 2000.
1 citation en page : 74.
- [69] R. H. GALLAGHER, R. GLOWINSKI, P. M. GRESHO, J. T. ODEN et O. C. ZIENKIEWICZ : *Finite Elements in Fluids, Volume 7*. John Wiley & Sons, 1^{er} éd., avr. 1988.
1 citation en page : 35.
- [70] F. GOLAY et S. BONELLI : Numerical modeling of suffusion as an interfacial erosion process. *European journal of environmental and civil engineering*, 15(8):1225–1241, 2011.
1 citation en page : 81.
- [71] S. J. GREGG et K. S. W. SING : *Adsorption, surface area, and porosity*. Academic Press, Inc., London. New York, 2nd éd., 1982.
1 citation en page : 60.
- [72] Z. GUO et T. S. ZHAO : Lattice boltzmann model for incompressible flows through porous media. *Physical review E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 66(3):036304–036304–9, sept. 2002.
1 citation en page : 36.
- [73] E. GUYON, J. P. HULIN et L. PETIT : *Hydrodynamique physique*. EDP sciences; CNRS éditions, Les Ulis [France]; Paris, 2012.
1 citation en page : 8.
- [74] M. HAKUNO et Y. TARUMI : A granular assembly simulation for the seismic liquefaction of sand. *Dans Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, vol. 398, p. 129–138. .., 1988.
2 citations en 2 pages : 21 et 38.
- [75] M. HILPERT, R. GLANTZ et C. T. MILLER : Calibration of a pore-network model by a pore-morphological analysis. *Transport in Porous Media*, 51(3):267–285, juin 2003.
2 citations en 2 pages : 37 et 43.
- [76] Y. HONJO, M. A. HAQUE et K. A. TSAI : Self-filtration behavior of broadly and gap graded cohesionless soils. *Dans Proceedings of Geofilters'96 Comptes rendus Proceedings*, p. 227–236, Canada, 1996. JEAN LAFLEUR and ANDRÉ L. ROLLIN, éd., Montréal, Québec.
1 citation en page : 84.
- [77] Y. HONJO et D. VENEZIANO : Improved filter criterion for cohesionless soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, 115(1):75–94, jan. 1989.
2 citations en 2 pages : 73 et 84.
- [78] H. HUANG : *Discrete element modeling of tool-rock interaction*. Thèse doctorat, Université de Minnesota, 1999.
1 citation en page : 34.
- [79] IREX : *Revue bibliographique sur l'érosion interne*. Institut pour la recherche appliquée et l'expérimentation en génie civil (IREX), Paris, France, 2003.
2 citations en page : 74.

- [80] J. M. ISHAKU, E. W. GADZAMA et U. KAIGAMA : Evaluation of empirical formulae for the determination of hydraulic conductivity based on grain-size analysis. *Journal of Geology and Mining Research*, 3(4):105–113, avr. 2011.
1 citation en page : 69.
- [81] C. ITASCA : *PFC3D – Particle Flow Code in 3 Dimensions User's Guide*. Minneapolis Minnesota USA, 2008.
4 citations en 2 pages : 25 et 37.
- [82] K. IWASHITA et M. ODA : Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method. *Powder Technology*, 109(1–3):192–205, avr. 2000.
2 citations en page : 34.
- [83] M. JEAN : The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3–4):235–257, juil. 1999.
1 citation en page : 22.
- [84] J. F. JERIER, B. HATHONG, V. RICHEFEU, B. CHAREYRE, D. IMBAULT, F. V. DONZÉ et P. DOREMUS : Study of cold powder compaction by using the discrete element method. *Powder Technology*, 208(2):537–541, mars 2011.
2 citations en 2 pages : 33 et 41.
- [85] W. S. JODREY et E. M. TORY : Computer simulation of close random packing of equal spheres. *Physical Review A*, 32(4):2347–2351, oct. 1985.
1 citation en page : 33.
- [86] T. KAMBE : *Elementary Fluid Mechanics*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., jan. 2007.
1 citation en page : 14.
- [87] T. C. KENNEY, R. CHAHAL, E. CHIU, G. I. OFOEGBU, G. N. OMANGE et C. A. UME : Controlling constriction sizes of granular filters. *Canadian Geotechnical Journal*, 22(1):32–43, fév. 1985.
2 citations en 2 pages : 73 et 84.
- [88] T. C. KENNEY et D. LAU : Internal stability of granular filters. *Canadian Geotechnical Journal*, 22(2):215–225, mai 1985.
6 citations en 4 pages : 73, 77, 78, et 84.
- [89] T. C. KENNEY et D. LAU : Internal stability of granular filters : Reply. *Canadian Geotechnical Journal*, 23(3):420–423, août 1986.
2 citations en 2 pages : 73 et 84.
- [90] A. KÉZDI : *Soil physics : selected topics*. Elsevier Scientific Pub. Co., 1979.
2 citations en 2 pages : 73 et 84.
- [91] A. KHAMLICH, L. EL BAKKALI, M. BEZZAZI, P. DUBUJET, H. WONG, M. PARRON VERA, M. D. RUBIO CINTAS et C. L. OLEGARIO : Modélisation simplifiée de l'essai d'érosion de tube. Dans 19^{èmes} Congrès Français de Mécanique, CFM 2009. Marseille, France, du 24 au 28 août 2009. 6 pages.
1 citation en page : 81.
- [92] K. M. KHANAFER et A. J. CHAMKHA : Mixed convection flow in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*,

- 42(13):2465–2481, juil. 1999.
1 citation en page : 35.
- [93] J. KOZENY : Über kapillare leitung des wassers im boden. *Sitzungsberichte Akademie der Wissenschaften in Wien*, 136(2a):271–306, 1927.
2 citations en 2 pages : 6 et 69.
- [94] M. KRAFczyk, P. LEHMANN, O. PHILIPPOVA, D. HÄNEL et U. LANTERMANN : Lattice boltzmann simulations of complex multi-phase flows. *Multifield Problems : State of the art*, p. 50–57, 2000.
1 citation en page : 35.
- [95] D. LACHOUPETTE et S. BONELLI : Modélisation de l'érosion par renard hydraulique : du laboratoire à l'ouvrage. Dans *26^{èmes} Rencontres Universitaires de Génie Civil, AUGC 2008*. Nancy, France, du 4 au 6 juin 2008. 8 pages.
1 citation en page : 81.
- [96] D. LACHOUPETTE, S. BONELLI et B. OLIVIER : Modélisation de l'érosion par renard hydraulique. Dans *25^{èmes} Rencontres Universitaires de Génie Civil, AUGC 2007*. Bordeaux, France, du 23 au 25 mai 2007. 8 pages.
1 citation en page : 81.
- [97] D. LACHOUPETTE, F. GOLAY et S. BONELLI : One-dimensional modeling of piping flow erosion. *Comptes Rendus Mécanique*, 336(9):731–736, sept. 2008.
1 citation en page : 81.
- [98] J. LAFLEUR : Filter testing of broadly graded cohesionless tills. *Canadian Geotechnical Journal*, 21(4):634–643, nov. 1984.
1 citation en page : 84.
- [99] J. LAFLEUR : Selection of geotextiles to filter broadly graded cohesionless soils. *Geotextiles and Geomembranes*, 17(5-6):299–312, oct. 1999.
1 citation en page : 77.
- [100] T. W. LAMBE et R. V. WHITMAN : *Soil Mechanics*. John Wiley and & Sons, Inc., New York, 1969.
1 citation en page : 62.
- [101] E. W. LANE : Security from under-seepage-masonry dams on earth foundations. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 100(1):1235–1272, jan. 1935.
3 citations en 3 pages : 73, 79, et 80.
- [102] D. LAUTRIN : *Vieillessement et réhabilitation des petits barrages en terre*. Cemagref, [Antony], 2003.
5 citations en 4 pages : 73, 74, 76, et 77.
- [103] M. LEVA : *Fluid flow through packed and fluidized systems*. U.S. G.P.O., Washington, D.C., 1951.
1 citation en page : 36.
- [104] M. LI : *Seepage induced instability in widely graded soils*. Ph.D. thesis, The University of British Columbia, Vancouver, Colombie-Britannique, Canada, mai 2008.
3 citations en 3 pages : 73, 104, et 105.

- [105] Y. LIU et J. SNOEYINK : A comparison of five implementations of 3D delaunay tessellation. *Dans Combinatorial and Computational Geometry*, vol. 52, p. 439–458. MSRI Publications, 2005.
1 citation en page : 50.
- [106] V. A. LUCHNIKOV, N. N. MEDVEDEV, L. OGER et J. P. TROADEC : Voronoi-delaunay analysis of voids in systems of nonspherical particles. *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, 59(6):7205–7212, juin 1999.
1 citation en page : 41.
- [107] A. MAHBOUBI, A. GHAOUTI et B. CAMBOU : Simulation numérique discrète et comportement mécanique des matériaux granulaires. *Revue française de géotechnique*, 76:45–61, 1996.
5 citations en 4 pages : 30, 31, 33, et 66.
- [108] M. MANSOURI, J. Y. DELENNE, M. S. EL YOUSOUFI et A. SERIDI : A 3D DEM-LBM approach for the assessment of the quick condition for sands. *Comptes Rendus Mécanique*, 337(9–10):675–681, sept. 2009.
1 citation en page : 35.
- [109] M. MANSOURI, J. Y. DELENNE, A. SERIDI et M. EL YOUSOUFI : Numerical model for the computation of permeability of a cemented granular material. *Powder Technology*, 208(2): 532–536, mars 2011.
1 citation en page : 35.
- [110] C. M. MARLE : Henry Darcy et les écoulements de fluides en milieu poreux. *Oil & Gas Science and Technology - Revue de l'IFP*, 61(5):599–609, sept. 2006.
1 citation en page : 6.
- [111] D. MARZOUGUI : Hydromechanical modeling of the transport and deformation in bed load sediment with discrete elements and finite volume. Mémoire de D.E.A., Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, juin 2011.
1 citation en page : 110.
- [112] M. MBONIMPA, M. AUBERTIN, R. P. CHAPUIS, A. MAQSoud et B. BUSSIÈRE : Estimation of specific surface areas of coarse-grained materials with grain-size curves represented by two-parameter lognormal distributions. *Dans GeoHalifax'2009 : 62nd Canadian Geotechnical Conference and 10th Joint CGS/ IAH-CNC Groundwater Specialty Conference*, p. 1607–1614, Halifax, Nova Scotia. 20–24 sept. 2009.
1 citation en page : 60.
- [113] V. MILLIGAN : Internal stability of granular filters : Discussion. *Canadian Geotechnical Journal*, 23(3):414–418, août 1986.
1 citation en page : 84.
- [114] R. MOFFAT : A laboratory study of internal stability in cohesionless soils. Mémoire de D.E.A., The University of British Columbia, Vancouver, Colombie-Britannique, Canada, oct. 2002.
1 citation en page : 81.
- [115] R. MOFFAT : *Experiments on the internal stability of widely graded cohesionless soils*. Ph.D. thesis, The University of British Columbia, Vancouver, Colombie-Britannique, Canada, juin 2005.
2 citations en 2 pages : 81 et 101.

- [116] R. MOFFAT, R. J. FANNIN et S. J. GARNER : Spatial and temporal progression of internal erosion in cohesionless soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 48(3):399–412, mars 2011.
1 citation en page : 81.
- [117] R. A. MOFFAT et R. J. FANNIN : A large permeameter for study of internal stability in cohesionless soils. *ASTM geotechnical testing journal*, 29(4):273–279, avr. 2006.
11 citations en 10 pages : 73, 81, 84, 91, 92, 94, 95, 98, 99, et 106.
- [118] A. MONNET : Boullance, érosion interne, renard. Les instabilités sous écoulement. *Revue française de géotechnique*, 82(1^{er} trimestre):3–10, 1998.
3 citations en 3 pages : 73, 79, et 81.
- [119] NF EN 1097-3 : *Essai pour déterminer les caractéristiques mécaniques et physiques des granulats. Partie 3 : Méthode pour la détermination de la masse volumique en vrac et de la porosité intergranulaire*. Association Française de Normalisation (AFNOR), août 1998.
1 citation en page : 59.
- [120] NF EN 1097-6 : *Essai pour déterminer les caractéristiques mécaniques et physiques des granulats. Partie 6 : Détermination de la masse volumique réelle et du coefficient d'absorption d'eau*. Association Française de Normalisation (AFNOR), juin 2001.
1 citation en page : 59.
- [121] NF EN 1097-7 : *Essai pour déterminer les caractéristiques mécaniques et physiques des granulats. Partie 7 : Détermination de la masse volumique absolue du filler - Méthode au pycnomètre*. Association Française de Normalisation (AFNOR), juin 2008.
1 citation en page : 59.
- [122] T. T. NG et R. DOBRY : Numerical simulations of monotonic and cyclic loading of granular soil. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(2):388–403, fév. 1994.
2 citations en 2 pages : 34 et 35.
- [123] P. NITHIARASU, K. SEETHARAMU et T. SUNDARARAJAN : Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(16):3955–3967, oct. 1997.
1 citation en page : 35.
- [124] P. NITHIARASU, K. N. SEETHARAMU et T. SUNDARARAJAN : Finite element modelling of flow, heat and mass transfer in fluid saturated porous media. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 9(1):3–42, mars 2002.
1 citation en page : 35.
- [125] J. ODONG : Evaluation of empirical formulae for determination of hydraulic conductivity based on grain-size analysis. *The Journal of American Science*, 4(1):105–113, oct. 2008.
1 citation en page : 69.
- [126] A. V. OOSTEROM et J. STRACKEE : The solid angle of a plane triangle. *IEEE transactions on bio-medical engineering*, 30(2):125–126, fév. 1983.
1 citation en page : 50.
- [127] C. O'SULLIVAN, J. D. BRAY et M. F. RIEMER : 3-D DEM validation using steel balls with regular packing arrangements. *Dans Third International Conference on Discrete Element Methods : Numerical Modeling of Discontinua*, p. 217–221. American Society of Civil Engineers, Santa Fe, New Mexico, United States, sept. 2002.
1 citation en page : 30.

- [128] T. W. PATZEK et D. B. SILIN : Shape factor and hydraulic conductance in noncircular capillaries : I. one-phase creeping flow. *Journal of Colloid and Interface Science*, 236(2): 295–304, avr. 2001.
1 citation en page : 37.
- [129] P. E. ØREN, S. BAKKE et O. J. ARNTZEN : Extending predictive capabilities to network models. *Society of Petroleum Engineers (SPE) Journal*, 3(4):324–336, déc. 1998.
1 citation en page : 37.
- [130] M. PIRI et M. J. BLUNT : Three-dimensional mixed-wet random pore-scale network modeling of two- and three-phase flow in porous media. I. model description. *Physical Review E*, 71(2):026301, fév. 2005.
2 citations en 2 pages : 37 et 43.
- [131] J. L. M. POISEUILLE : *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres*. Bachelier, imprimeur-libraire, 1841.
1 citation en page : 6.
- [132] J. PROUBET et J. P. BARDET : A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Géotechnique*, 41(4):599–613, jan. 1991.
1 citation en page : 30.
- [133] F. RADJAÏ et D. FRÉDÉRIC, éd. *Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires*. Hermès Science Publications, 2010.
1 citation en page : 22.
- [134] J. W. S. RAYLEIGH : *Notes on Hydrodynamics*. ., 3rd édn, 1876.
1 citation en page : 6.
- [135] N. REBOUL, E. VINCENS et B. CAMBOU : A computational procedure to assess the distribution of constriction sizes for an assembly of spheres. *Computers and Geotechnics*, 37(1–2):195–206, jan. 2010.
1 citation en page : 73.
- [136] V. RICHEFEU : *Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux granulaires cohésifs faiblement contraints*. Thèse doctorat, Université Montpellier II, Montpellier, France, déc. 2005.
1 citation en page : 57.
- [137] V. RICHEFEU, M. EL YOUSOUFI et F. RADJAÏ : Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E*, 73(5):051304, mai 2006.
1 citation en page : 3.
- [138] F. ROSQUOËT, F. BENDAHMANE, D. MAROT et A. ALEXIS : Caractérisation expérimentale des phénomènes d'érosion interne sur des échantillons sablo-argileux. *Dans 23^{èmes} Rencontres Universitaires de Génie Civil, Risque & Environnement, AUGC 2005*. Grenoble, France, du 26 au 27 mai 2005. 8 pages.
1 citation en page : 86.
- [139] Y. SAIL, D. MAROT, L. SIBILLE et A. ALEXIS : Suffusion tests on cohesionless granular matter. Experimental study. *European Journal of Environmental and Civil engineering*, 15(5):799–817, mai 2011.
14 citations en 9 pages : 73, 81, 84, 85, 91, 95, 96, 101, et 106.

- [140] H. SARI, B. CHAREYRE, E. CATALANO, P. PHILIPPE et E. VINCENS : Investigation of internal erosion processes using a coupled DEM-Fluid method. *Dans II International Conference on Particle-Based Methods - Fundamentals and Applications (Particles 2011)*, p. 820–830. E. OÑATE and D. R. J. OWEN, édés., International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona, Spain, 26–28 oct. 2011.
2 citations en 2 pages : 72 et 110.
- [141] A. E. SCHEIDEGGER : *The physics of flow through porous media*. University of Toronto Press, 1960.
3 citations en page : 8.
- [142] A. E. SCHEIDEGGER : *The physics of flow through porous media*. University of Toronto Press, 3rd édén, 1974.
1 citation en page : 37.
- [143] O. SCHENK et K. GÄRTNER : Solving unsymmetric sparse systems of linear equations with PARDISO. *Future Generation Computer Systems*, 20(3):475–487, avr. 2004.
1 citation en page : 50.
- [144] O. SCHENK et K. GÄRTNER : On fast factorization pivoting methods for sparse symmetric indefinite systems. *ETNA. Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 23:158–179, avr. 2006.
1 citation en page : 50.
- [145] E. M. SCHLUETER : *Predicting the transport properties of sedimentary rocks from micro-structure*. Ph.D. thesis, University of California, CA. Department of Materials Science and Mineral Engineering, Berkeley, California, United States, jan. 1995.
1 citation en page : 16.
- [146] G. SCHNEEBELI : *Hydraulique souterraine*. Eyrolles, 1987.
5 citations en 4 pages : 18, 55, 59, et 62.
- [147] L. SCHOLTÈS : *Modélisation micromécanique des milieux granulaires partiellement saturés*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, Grenoble, France, déc. 2008.
7 citations en 7 pages : 21, 22, 23, 25, 27, 33, et 57.
- [148] L. SCHOLTÈS, P. Y. HICHER, F. NICOT, B. CHAREYRE et F. DARVE : On the capillary stress tensor in wet granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33(10):1289–1313, 2009.
2 citations en 2 pages : 3 et 27.
- [149] U. SCHULER et J. BRAUNS : Behaviour of coarse and well-graded filters. *Dans Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering - Proceedings of the first international conference "Geo-Filters"*, p. 3–18. J. BRAUNS and U. SCHULER and M. HEIBAUM, édés., Rotterdam : A. A. Balkema, Holland, 1993.
1 citation en page : 77.
- [150] J. SIAH et E. VINCENS : Determination of the constriction size distribution of granular filters by filtration tests. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(10):1231–1246, 2013.
1 citation en page : 73.

- [151] A. W. SKEMPTON : Significance of Terzaghi's Concept of Effective Stress. *Dans From Theory to Practice in Soil Mechanics*, p. 42–53. K. TERZAGHI et L. BJERRUM et A. CASA-GRANDE et P. B. PECK et A. W. SKEMPTON, édés., John Wiley and & Sons, Inc., New York, 1960.
1 citation en page : 7.
- [152] A. W. SKEMPTON et J. M. BROGAN : Experiments on piping in sandy gravels. *Géotechnique*, 44(3):449–460, sept. 1994.
5 citations en 4 pages : 73, 78, 80, et 84.
- [153] C. S. SLICHTER : *Theoretical Investigation of the Motion of Ground Waters*. U.S. Department of the Interior, Geological Survey, Water Resources Division, Ground Water Branch, 1899.
1 citation en page : 6.
- [154] C. S. SLICHTER : *Field measurements of the rate of movement of underground waters*. Num. 140 de United States Geological Survey. Water-Supply and Irrigation Paper. Government Printing Office, Washington, 1905.
1 citation en page : 69.
- [155] D. W. TAYLOR : *Fundamentals of soil mechanics*. John Wiley and & Sons, Inc., New York, 1st édén, jan. 1948.
1 citation en page : 62.
- [156] K. TERZAGHI : Die berechnung der durchlassigkeitsziffer des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungerscheinungen. *Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften (Wien) : Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Klasse*, 132:125–138, 1923.
2 citations en 2 pages : 7 et 18.
- [157] K. TERZAGHI : *Theoretical soil mechanics*. John Wiley and & Sons, Inc., New York, 1943.
1 citation en page : 62.
- [158] K. TERZAGHI et R. B. PECK : *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley and & Sons, Inc., New York, 1964.
1 citation en page : 69.
- [159] K. TERZAGHI et R. B. PECK : *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley and & Sons, Inc., New York, 1967.
1 citation en page : 59.
- [160] K. E. THOMPSON et H. S. FOGLER : Modeling flow in disordered packed beds from pore-scale fluid mechanics. *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) journal*, 43(6):1377–1389, 1997.
2 citations en 2 pages : 37 et 41.
- [161] C. THORNTON et S. ANTONY : Quasi-static shear deformation of a soft particle system. *Powder Technology*, 109(1–3):179–191, avr. 2000.
2 citations en page : 33.
- [162] C. THORNTON et J. LANIER : Uniaxial compression of granular media : numerical simulations and physical experiment. *Dans Powders & Grains*, p. 223–226. R. P. BEHRINGER et J. T. JENKINS, édés., Balkema, Rotterdam, Holland, mai 1997.
1 citation en page : 30.

- [163] S. TOLEDO : Taucs : A library of sparse linear solvers. *A Library of Sparse Linear Solvers*, 2003. <http://www.tau.ac.il/~stoledo/taucs/>.
1 citation en page : 50.
- [164] S. S. TOMLINSON et Y. P. VAID : Seepage forces and confining pressure effects on piping erosion. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(1):1-13, fév. 2000.
2 citations en page : 103.
- [165] A. T. TONG, E. CATALANO et B. CHAREYRE : Pore-scale flow simulations : Model predictions compared with experiments on bi-dispersed granular assemblies. *Oil & Gas Science and Technology - Revue d'IFP Energies nouvelles*, 67(5):743-752, nov. 2012.
6 citations en 6 pages : 65, 66, 67, 68, 70, et 83.
- [166] V. ŠMILAUER, E. CATALANO, B. CHAREYRE, S. DOROFEENKO, J. DURIEZ, A. GLADKY, J. KOZICKI, C. MODENESE, L. SCHOLTÈS, L. SIBILLE, J. STRÁNSKÝ et K. THOENI : Yade reference documentation. Dans V. ŠMILAUER, éd. : *Yade documentation*, 2010. <https://www.yade-dem.org/doc/>.
2 citations en 2 pages : 49 et 50.
- [167] V. ŠMILAUER, E. CATALANO, B. CHAREYRE, S. DOROFEENKO, J. DURIEZ, A. GLADKY, J. KOZICKI, C. MODENESE, L. SCHOLTÈS, L. SIBILLE, J. STRÁNSKÝ et K. THOENI : Yade documentation. Dans V. ŠMILAUER, éd. : *Yade documentation*, 2013. <https://www.yade-dem.org/doc/>.
1 citation en page : 49.
- [168] V. ŠMILAUER et B. CHAREYRE : *Yade DEM formulation*. Yade documentation, 2010.
5 citations en 5 pages : 49, 50, 66, 81, et 82.
- [169] Z. YU et L. S. FAN : Lattice boltzmann method for simulating particle-fluid interactions. *Particuology*, 8(6):539-543, déc. 2010.
1 citation en page : 35.
- [170] M. ZEGHAL et U. EL SHAMY : A continuum-discrete hydromechanical analysis of granular deposit liquefaction. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(14):1361-1383, 2004.
2 citations en 2 pages : 36 et 37.

