



HAL
open science

Correction active des discontinuités pupillaires des télescopes à miroir segmenté pour l'imagerie haut contraste et la haute résolution angulaire

Pierre Janin-Potiron

► **To cite this version:**

Pierre Janin-Potiron. Correction active des discontinuités pupillaires des télescopes à miroir segmenté pour l'imagerie haut contraste et la haute résolution angulaire. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. COMUE Université Côte d'Azur (2015 - 2019), 2017. Français. NNT : 2017AZUR4078 . tel-01688081

HAL Id: tel-01688081

<https://theses.hal.science/tel-01688081>

Submitted on 19 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES
FONDAMENTALES ET APPLIQUÉES

Laboratoire J.-L. Lagrange

THÈSE DE DOCTORAT

Présentée en vue de l'obtention du grade de

DOCTEUR EN SCIENCES DE LA PLANÈTE ET DE L'UNIVERS

de l'Université Côte d'Azur

Par

Pierre JANIN-POTIRON

Correction active des discontinuités
pupillaires des télescopes à miroir
segmenté pour l'imagerie haut contraste
et la haute résolution angulaire

Dirigée par Marcel CARBILLET, Maître de Conférences, UNS

et codirigée par Patrice MARTINEZ, Maître de Conférences, UNS

Soutenue le 19 octobre 2017

Devant le jury composé de :

François-Xavier	SCHMIDER	Directeur de recherche - OCA	<i>Président</i>
Marc	FERRARI	Astronome - LAM	<i>Rapporteur</i>
Enrico	PINNA	Chercheur - INAF	<i>Rapporteur</i>
Pierre	BAUDOZ	Astronome adjoint - LESIA	<i>Examineur</i>
David	MOUILLET	Astronome - IPAG	<i>Examineur</i>
Farrokh	VAKILI	Astronome - OCA	<i>Examineur</i>
Marcel	CARBILLET	Maître de conférences - UNS	<i>Directeur de thèse</i>
Patrice	MARTINEZ	Maître de conférences - UNS	<i>Directeur de thèse</i>
Frédéric	FABRE	Ingénieur - Airbus Defense & Space	<i>Invité</i>
Arthur	VIGAN	Chargé de recherche - LAM	<i>Invité</i>

À ma mamie Angèle,

Résumé

La recherche de signes de vie extraterrestre par l'observation et la caractérisation d'exoplanètes est, entre autres, l'un des enjeux majeurs de l'astrophysique moderne. Cette quête se traduit de manière instrumentale par le développement de télescopes fournissant des résolutions angulaires supérieures à celles obtenues à l'heure actuelle. C'est pourquoi les projets de futurs très grands télescopes font usage de miroirs primaires dépassant les 30 mètres de diamètre. Leur conception est alors inévitablement basée, pour des raisons techniques et technologiques, sur une géométrie segmentée.

De ce fait, la segmentation du miroir primaire implique une complexification des structures pupillaires du télescope. Dans le but d'atteindre les niveaux de qualité optique nécessaires aux applications scientifiques visées, la prise en compte et la correction des effets introduits par un mauvais alignement des segments est de prime importance puisque la résolution angulaire d'un télescope non cophasé serait équivalente à celle obtenue avec un segment individuel.

Dans ce contexte, je développe dans cette thèse deux analyseurs de cophasage permettant de mesurer et de corriger les aberrations de piston, tip et tilt présentes sur une pupille segmentée. Le premier, nommé Self-Coherent Camera - Phasing Sensor (SCC-PS), est basé sur une analyse du signal en plan focal. Le second, nommé ZELDA - Phasing Sensor (ZELDA-PS), repose quant à lui sur une analyse du signal en plan pupille. Sont présentés dans ce manuscrit les résultats obtenus à l'aide de simulations numériques ainsi que ceux issus de l'implémentation de la SCC-PS sur un banc d'optique d'essai.

Mots clés : Cophasage, télescopes segmentés, imagerie haut contraste, haute résolution angulaire, mesure de phase, traitement d'images, *Giant Segmented Mirror Telescopes*

Abstract

Searching for extraterrestrial life through the observation and characterization of exoplanets is, amongst others, one of the major goal of the modern astrophysics. This quest translate from an instrumental point of view to the development of telescope capable of reaching higher angular resolution that what is actually ongoing. That is why the future projects of extremely large telescopes are using primary mirrors exceeding the 30 meters in diameter. Their conception is consequently based, for technical and technological reasons, on a segmented geometry.

The segmentation of the primary mirror therefore implies a growing complexity of the structure of its pupil. In order to reach the optical quality required by the sciences cases of interest, taking into account and correct for the effects introduced by a poor alignment of the segments is mandatory, as the angular resolution of a non-cophased telescope is equivalent to the one obtained with a single segment.

In this context, I develop in this manuscript two cophasing sensors allowing to measure and correct for the aberrations of piston, tip and tilt present on a segmented pupil. The first one, the Self-Coherent Camera - Phasing Sensor (SCC-PS), is based on a focal plane analysis of the signal. The second one, the ZELDA - Phasing Sensor (ZELDA-PS), is based on a pupil plane analysis of the signal. The results obtained by means of numerical simulations and the first results coming from the implementation of the SCC-PS on an optical bench are presented in this manuscript.

Keywords : Cophasing, segmented telescopes, high contrast imaging, high angular resolution, phase measurement, image processing, *Giant Segmented Mirror Telescopes*

Remerciements

Mince! Lundi 18 septembre 2017, 10h00 pile-poil, rappel de mon agenda : « Dépôt électronique de thèse! Et rapidement! ». Tu parles rapidement! Tu n'as donc aucune pitié, toi mon petit ordinateur? Un lundi matin? Et en plus, tu sais qu'il faut encore que j'écrive cette page de remerciements! Allez vite, réfléchis, réfléchis réfléchis ... *grabs a dictionary* **Remerciement**, *n. m. : paroles, témoignages par lesquels on exprime sa gratitude*. C'est laconique, mais on s'en contentera. *roulement de tambour*

Mesdames et messieurs, que vous ne lisiez que cette page ou que vous vous apprêtiez à dévorer l'entièreté de ce manuscrit, soyez les premiers à en être remerciés. Pour l'ordonnement hiérarchique des remerciements qui vont suivre, je laisse le soin aux lecteurs suspicieux de juger de mon choix et je précise à ceux qui restent que j'apprécie les nombres pseudo-aléatoires tout autant que le chocolat noir 99%.

Commençons sans plus tarder par les personnes avec lesquelles j'ai travaillé durant ces trois années de doctorat. Mon (co-)directeur de thèse, lui aussi seulement à 99% certifié, Patrice. Tu as su me guider tout au long de ce périple en prenant bien soin de me laisser cette liberté si chère à mon cœur. Le seul truc pénible dans l'histoire, c'est qu'au concours du plus mauvais directeur de thèse¹, j'arrivais toujours bon dernier ... Qui a dit qu'on avait besoin de l'HDR pour être un encadrant qui déchire? Pour le statut de Maître Jedi tu vas devoir encore attendre que ton Padawan réussisse sa soutenance; mais de bons espoirs en ce jour je place. Mon directeur de thèse, Marcel. Merci pour ton soutien et ta bonne humeur inaltérable, même après avoir lu pour la 51ème fois la même erreur dans mon manuscrit. Mamadou, pour le travail que l'on a pu faire ensemble. Pour les fois où l'on était pas forcément d'accord, et pour les nombreuses fois où tu avais finalement raison, mais surtout pour ton amour de la précision scientifique et tes « tu es sûr de ça? » qui n'ont fait qu'améliorer la qualité de ce que l'on a produit! Finalement, toute l'équipe SPEED. Merci Alain, pour tes connaissances qui s'étalent dans pas mal de domaines et tes bonnes astuces qui sauvent toujours la vie; Olivier, pour ton approche systémique de tous les problèmes qui permet dans la plupart des cas de voir que l'on avait juste oublié de brancher le câble d'alimentation; Aurélie et Carole, pour avoir affronté avec moi les choix de montures et les alignements optiques, vecteurs de nombreux maux de tête; Julien, pour tes « oui ça c'est fait, t'as plus qu'à t'en servir »; Lyu, pour tes conseils et ta rapidité d'exécution impressionnante; et Mathilde, parce qu'on était dans le même bateau, mais si je me fie à l'issue qui est la tienne, ce n'était finalement pas une galère! Un merci très spécial à Éric aussi, qui m'a intronisé dans le monde de SPHERE en quelques jours et qui apporte au monde de l'astrophysique sa vision pétillante des sciences et ses blagues sur les bretons!

Un grand merci aussi aux membres de mon jury qui ont accepté d'en faire partie et d'ajouter un travail supplémentaire à leur vie déjà bien remplie. Merci à François-Xavier Schmider de bien avoir voulu en assurer la présidence. Une attention particulière à Pierre Baudoz, Athur Vigan mais aussi Kjetil Dohlen qui ne fait pas partie de cette liste, pour

1. Évènement organisé quasi-hebdomadairement par l'amicale des thésards anonymes.

leur collaboration précieuse lors de la rédaction de mes deux papiers, leurs commentaires constructifs et précis ainsi que leur soutien.

Je remercie plus solennellement les organismes qui ont permis le financement de ma thèse. Merci à Airbus Defense & Space, et notamment à MM. Sein et Fabre qui ont été mes contacts au sein de cette très importante structure et qui ont pris le temps de m'écouter et d'échanger avec moi sur mes travaux de thèse. Je remercie également la région Provence-Alpes-Côte d'Azur pour le soutien qu'elle a pu m'apporter.

Viens maintenant le temps de remercier ceux qui ~~n'ont contribué en rien~~ ont contribué de manière inconsciente à ce travail de thèse et qui sont si important, surtout dans le but de conserver une intégrité morale tout au long du parcours. Max, pour m'avoir accueilli chez lui pendant deux ans et avec qui j'ai tellement partagé². Mon ami le plus fou, le capitaine MacDonald; mon ami le plus sage et le plus érudit³, M. Kabul; mes deux compagnons de naufrage, Marina et Alvaro; mon compagnon sportif, Guillaume; mon compagnon de bureau, qui a du me supporter, Marc-Antoine; mais aussi Alkis, Kevin, Anthony, Elisson, Alban, Suvendu, Srivatsan, Joe Danger, Guillaume Néon, l'anonyme propriétaire de la tasse à café "The Big Lebowski", et tant d'autres. Merci aux services de l'observatoire, Khaled, pour ta cuisine qui donnait envie d'aller travailler même les jours de pluie; Delphine, pour ta sympathie et ta patience face à mes ordres de missions mal remplis; Sophie, Philippe, Vanessa, Chiara, Frédéric, pour le travail immense que vous faites pour les doctorants, et aussi Olga pour m'avoir permis de partager mon amour des sciences avec un jeune public!

Je termine enfin par les gens qui ont su rester proches de moi. Merci à mes amis de longues dates qui ont toujours su me pardonner l'étrange gestion que j'ai faite de mon emploi du temps. À vous tous je vous dis merci d'avoir vu plus loin que ça. Merci Robin, tu verras quand tu seras en thèse; Quentin, tu verras quand tu seras papa; Alexis, ~~tu verras quand tu seras papa~~ tu verras ouais; Nathan, ~~tu verras quand tu seras en 7ème année de médecine~~ à non toi tu y es déjà; Pierre Gorge, tu verras quand tu seras un chat. Je n'oublie pas bien évidemment les Rémi, Fercot, Dupin, Malzou, et autres Louchin, même si ce dernier m'a donné de nombreuses boules au ventre tant sa thèse se déroule à merveille. Mais bon, tes chances de devenir docteur avant moi sont actuellement infimes! Merci à Antoine, sans qui les longues journées à attendre des résultats de simulations n'auraient pas eu la même saveur, sans qui je n'aurais pas dépensé beaucoup de sous pour une imprimante 3D et sans qui la vie serait beaucoup moins fun. Je remercie finalement ma famille. Mon docteur de cousin, qui a été tout au long de ma vie un modèle pour moi, mais aussi Gitbri, JPP, le Bouc pour tout ce qu'ils m'ont apporté! Mille merci ne seront jamais assez pour mon papa, pour son goût pour la connaissance qu'il a su me transmettre⁴, et pour ma maman, pour l'amour qu'elle m'a donné et que j'espère rendre fière. *grab tissues* Merci enfin à ma chérie, d'avoir été présente dans les bons moments comme dans les moins bons, d'avoir su trouver les mots et d'avoir cru en moi plus que je n'ai jamais su le faire. Merci de m'avoir redonné le sourire et ce plaisir immense qu'est l'amour d'une personne si spéciale à mes yeux. Sur ces belles paroles, je vous souhaite alors bonne lecture de cette œuvre!

2. Et surtout les crêpes que tu m'aidais à finir!

3. Quoi que l'on ait jamais gagné un seul quiz du Ma Nolan's grâce à lui ...

4. Et pour toutes les fautes qu'il a corrigées!

Table des matières

Introduction	1
1 État de l'art	3
1.1 L'astronomie de l'antiquité à nos jours	3
1.2 Les méthodes de détection d'exoplanètes	5
1.3 Les besoins de l'astrophysique moderne	8
1.3.1 Les questionnements astrophysiques	8
1.3.2 ... et les réponses instrumentales	8
1.4 Projets de très grands télescopes	11
1.5 Les défis instrumentaux à venir	13
1.6 Plan de la thèse	16
Géométrie hexagonale et formation d'image	19
2 Géométrie hexagonale et implications	21
2.1 Considérations géométriques	21
2.2 Aberrations de piston, tip et tilt	24
2.3 Moments	25
2.4 Polynômes de Zernike et pupille segmentée	27
2.4.1 Polynômes orthogonaux sur l'hexagone	27
2.4.2 Expression de la variance de la pupille avec polynômes orthonormés	29
2.4.3 Méthodes numériques d'approximation des polynômes	30
2.4.4 Méthode analytique	31
2.5 Considérations numériques	33
2.5.1 Numérotation de la pupille	33
2.5.2 Introduction des aberrations optiques	34
2.5.3 Apodisation de la pupille	34
3 Effets de la segmentation sur l'imagerie directe	37
3.1 Formation d'image par un télescope	37
3.1.1 Principe d'Huygens-Fresnel	38
3.1.2 Diffraction de Fresnel	38
3.1.3 Diffraction de Fraunhofer	39
3.1.4 Formation d'image dans un système parfait	40
3.1.5 Résolution optique	41
3.2 Effets induits par la segmentation	43
3.2.1 Fonction d'étalement du point d'une pupille segmentée	43
3.2.2 Système parfait	44
3.2.3 Erreurs de phase	45
3.2.4 Erreurs d'amplitude	52

3.3	Imagerie à haut contraste	53
Simulations numériques et développement théorique du cophasage		57
4	L'analyseur self-coherent camera - phasing sensor	59
4.1	Principe et description mathématique	60
4.2	<i>The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor</i>	67
4.3	Discussions	78
4.3.1	Extraction de l'information de phase	78
4.3.2	Mesure de piston, tip et tilt	78
4.3.3	Calibration	79
4.3.4	Géométrie du stop de Lyot	81
4.3.5	Étude de convergence	90
4.4	Conclusion	95
5	L'analyseur ZELDA - phasing sensor	97
5.1	Principe et description mathématique	98
5.2	<i>Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime</i>	102
5.3	Discussion	114
5.3.1	Extraction de l'information de phase	114
5.3.2	Mesure de piston, tip et tilt	116
5.3.3	Calibration	118
5.3.4	Étude de convergence	119
5.4	Conclusion	124
6	Propriétés et améliorations des systèmes de cophasage	125
6.1	Approche statistique du cophasage	126
6.2	Comportement statistique du désalignement	130
6.3	Élargissement du capture range	132
6.3.1	Nouvelle méthode d'estimation des aberrations	133
6.3.2	Méthode multi-longueur d'onde - algorithme du <i>dual-wavelength</i>	134
6.3.3	Méthode basée sur la cohérence en lumière polychromatique	136
6.3.4	Méthode de cohérence adaptée à la SCC-PS	138
6.3.5	Méthode de cohérence à deux longueurs d'onde - la <i>doublet-wavelength coherence technique</i>	139
6.4	<i>Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges</i>	142
Implémentation instrumentale		147
7	Caractérisations et mesures expérimentales	149
7.1	Miroir segmenté déformable	150
7.1.1	Présentation générale	150

7.1.2	Mesures préliminaires	150
7.2	Implémentation de la SCC-PS	155
7.2.1	Le banc SPEED	156
7.2.2	Description du banc de test SCC-PS	158
7.2.3	Courbes de réponse	161
7.2.4	Matrice de calibration	164
7.2.5	Estimation de piston aléatoire	165
7.3	Conclusion	168
 Conclusion générale et perspectives		169
 Annexes		177
A Caractérisation de la caméra Apogée - AltaF47		179
A.1	Banc de calibration	179
A.2	Mesure du courant d'obscurité	180
A.3	Mesure du gain	181
A.4	Non uniformité de la réponse photométrique	183
B Mesure de stabilité environnementale		185
C Développement mathématique des moments sur le segment		187
C.1	Moment d'ordre 0	188
C.2	Moments d'ordre 1	188
C.3	Moments d'ordre 2	189
D Autoconvolution d'un segment		191
E Réduction de données SPHERE		193
E.1	L'instrument SPHERE	193
E.2	La réduction de données SPHERE	195
Liste des publications et présentations		205
Table des figures		209
Liste des tableaux		217
Liste des crédits images		219
Bibliographie		221

Introduction

« Sans l'astronomie, l'homme ignore la place qu'il occupe. »

Aristote

« Deux possibilités existent : soit nous sommes seuls dans l'univers, soit nous ne le sommes pas. Les deux hypothèses sont tout aussi effrayantes. »

Arthur Charles Clarke



État de l'art

Sommaire

1.1	L'astronomie de l'antiquité à nos jours	3
1.2	Les méthodes de détection d'exoplanètes	5
1.3	Les besoins de l'astrophysique moderne	8
1.3.1	Les questionnements astrophysiques ...	8
1.3.2	... et les réponses instrumentales	8
1.4	Projets de très grands télescopes	11
1.5	Les défis instrumentaux à venir	13
1.6	Plan de la thèse	16

1.1 L'astronomie de l'antiquité à nos jours

Depuis les débuts de l'humanité, les Hommes n'ont eu cesse de chercher à comprendre le monde qui les entoure, arpentant terres et mers à la conquête de l'inconnu et scrutant le ciel dans l'espoir d'y reconnaître un signe providentiel.

Dès l'an 2300 avant l'ère commune, les astronomes chinois commencèrent une grande campagne de nommage des étoiles visant déjà à créer une classification du ciel, ordonnance-ment si cher à l'esprit humain. S'en suivit alors dans les différentes civilisations se succédant un incroyable cheminement intellectuel, autant scientifique que philosophique, vers la compréhension du ciel et de sa mécanique. Vers -550, les Grecs nomment les constellations de l'hémisphère nord et dans les environs de l'an -130, l'astronome grec Hipparque détermine avec précision la position d'un millier d'étoiles et constitue ainsi le premier catalogue stellaire en les classant par ordre de magnitude croissante. À cette même époque, la question de l'existence de mondes extrasolaires est déjà débattue, comme le suggèrent les écrits de Platon :

« Afin donc que notre monde fût semblable en unité à l'animal parfait, l'auteur n'en a fait ni deux, ni un nombre infini ; il n'est né que ce ciel unique et il n'en naîtra plus d'autre. »

Platon, *Le Timée*

défenseur de l'unicité de notre Terre et s'opposant à ceux d'Épicure :

« *Ce n'est pas seulement le nombre des atomes, c'est celui des mondes qui est infini dans l'univers. Il y a un nombre infini de mondes semblables au nôtre et un nombre infini de mondes différents.* »

Épicure, *Lettre à Hérodoté*

Faisons maintenant un grand bond en avant et passons sur 16 siècles d'histoire pour nous retrouver en 1543, date de la parution de l'ouvrage *De revolutionibus orbium coelestium* de Nicolas Copernic, remettant en cause la vision géocentrique de l'Univers et s'opposant aux principes religieux de l'époque. À la même période, Giordano Bruno, contemporain de Copernic, va quant à lui plus loin en soutenant la thèse de l'existence d'une pluralité de mondes habités :

« *Il est donc d'innombrables soleils et un nombre infini de terres tournant autour de ces soleils, à l'instar des sept "terres" que nous voyons tourner autour du Soleil qui nous est proche* »

Giordano Bruno, *L'Infini, l'Univers et les Mondes*, 1584

Il sera brûlé pour hérésie en l'an 1600. Neuf ans plus tard, l'astronome italien Galilée est le premier à utiliser un instrument d'optique, la lunette astronomique, pour observer le ciel. Il découvre notamment les quatre plus gros satellites de Jupiter ainsi que les anneaux de Saturne. La caractérisation du système solaire connaît alors un essor fulgurant. Une nouvelle avancée technologique est apportée en 1668 par Isaac Newton, le télescope, permettant de construire des instruments d'observation plus grands et donc plus performants. Je ne résiste pas à la tentation d'inclure la pensée de celui qui est peut être l'un des plus grands scientifiques de l'histoire sur le sujet des mondes extra-solaires :

« *Et si les étoiles fixes sont les centres de systèmes semblables, ils seront alors tous construits selon le même concept et sujets à la domination de l'Un.* »

Isaac Newton

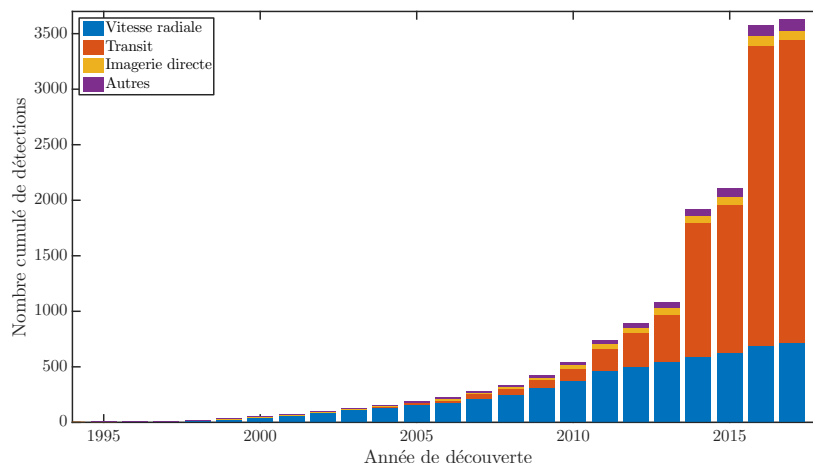


FIGURE 1.1 – Cumul du nombre d'exoplanètes détectées en fonction du temps.

Cet homme admettant la possible existence de mondes alternatifs est certainement le père de l'astrophysique moderne telle que nous la connaissons. Il lègue à l'humanité sa théorie de la gravitation universelle ainsi que de nombreuses découvertes dans le domaine de l'optique.

Terminons maintenant ce voyage historique en nous intéressant à notre ère contemporaine et arrêtons nous à l'Observatoire de Haute-Provence, durant l'année 1995 pendant laquelle Michel Mayor et Didier Queloz découvrent la première exoplanète par la méthode des vitesses radiales grâce à l'instrument ÉLODIE du télescope de 1.93 m. Comme le montre la figure 1.1, depuis cette date le nombre de détections confirmées n'a cessé d'augmenter. Les différentes méthodes de détection sont présentées juste après dans la section 1.2.

Le besoin irrépensible de répondre à la question qui est de savoir si nous sommes seuls dans l'Univers a poussé alors les astrophysiciens à fournir des efforts considérables et à développer de nombreuses méthodes pour apporter enfin une réponse à cette interrogation millénaire.

Plusieurs années après la confirmation de la découverte de la première exoplanète, un jeune étudiant en Master 2 a lui même effectué quelques séjours à l'Observatoire de Haute-Provence et a travaillé avec la petite sœur d'ÉLODIE nommée SOPHIE. Il a pris goût à l'astronomie et au développement instrumental qui en est inséparable et s'est alors décidé à poursuivre ses études en doctorat. Cet étudiant c'est bien moi, et je vous invite dans ce manuscrit à ce que nous partions ensemble à la découverte de ces trois riches années. Je remercie ici Johan Mazoyer pour son excellent podcast sur le thème des exoplanètes¹ qui m'a permis d'écrire le premier chapitre de cette thèse.

1.2 Les méthodes de détection d'exoplanètes

Comme le montre la figure 1.1, il existe différentes méthodes de détection d'exoplanètes. Je développe dans ce chapitre et de manière rapide celles qui ont permis de faire le plus de découvertes. À l'heure où j'écris ce paragraphe, on recense 3631 exoplanètes confirmées². Parmi celles-ci, plus de 75% ont été découvertes par la méthode des transits dont la majorité sont le fruit des observations fournies par le satellite Kepler (Borucki et al., 2010, à l'origine des deux grands bonds en 2014 et en 2016).

□ Transit

La méthode du transit repose sur une mesure de la luminosité de l'étoile du système ciblé en fonction du temps. On recherche alors des variations d'intensité périodiques qui indiquent le passage d'un objet sur la ligne de visée, entre l'étoile et l'observateur comme cela est visible sur la figure 1.2 (à gauche)³. Le point sensible de cette méthode est la distance entre l'exoplanète et son étoile hôte. En effet, pour pouvoir observer un transit planétaire, le système doit être observé quasiment par la tranche, ce qui signifie que plus la planète sera éloignée de l'étoile et plus les conditions d'observation seront restreintes. C'est pourquoi cette technique est surtout à l'origine de la découverte de

1. Podcast disponible sur <http://www.podcastscience.fm/dossiers/2014/01/31/exoplanetes-de-la-pluralite-des-mondes/>.

2. Catalogue sur <http://exoplanet.eu/catalog/>.

3. Une animation de la figure est également disponible en cliquant sur le code QR à côté de la figure ou en le lisant avec une application mobile dédiée.

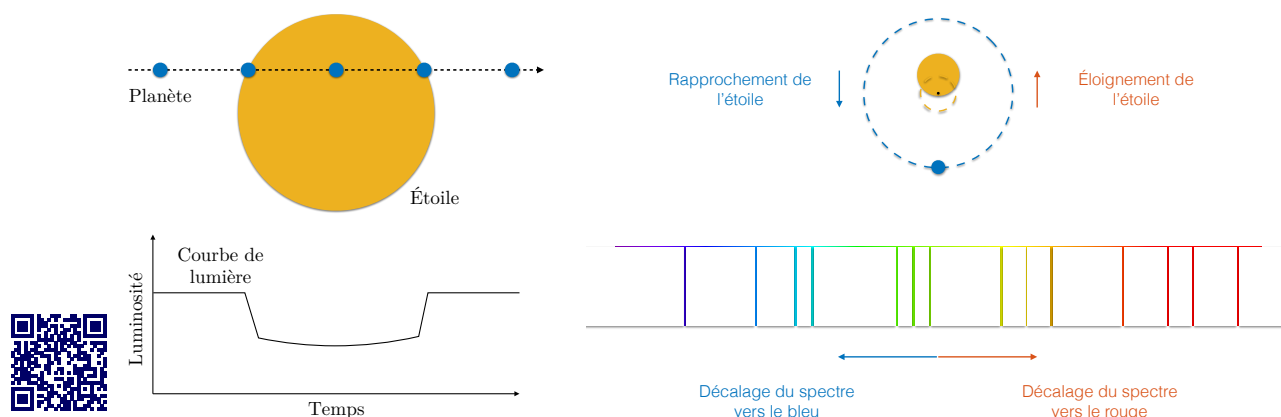


Figure 1.2 – Représentation schématique de la détection d'exoplanète par transit (à gauche) et par effet Doppler-Fizeau (à droite).

planètes relativement proches de leur étoile. À l'aide de cette méthode, et en connaissant le rayon, la masse et la luminosité de l'étoile, nous sommes finalement capables de déterminer le rayon de la planète ainsi que sa distance orbitale.

□ Vitesses radiales

La méthode des vitesses radiales, qui a permis la première découverte d'une exoplanète, est basée sur une mesure spectrale de la lumière stellaire et sur l'effet Doppler. Dans un système composé d'une étoile et d'une planète, et ce d'après les lois de Newton, les deux corps se meuvent selon une trajectoire elliptique autour de leur centre de gravité. Cela a pour effet d'induire un mouvement de va-et-vient sur l'étoile dépendant du rapport de masse avec sa planète. En observant alors ce système avec un spectrographe, ce mouvement introduit un décalage du spectre de l'étoile alternativement vers le rouge, quand l'étoile s'éloigne de nous et vers le bleu lorsqu'elle s'en rapproche. Cet effet est présenté grâce à une animation sur la figure 1.2 (à droite).

□ Imagerie directe

La dernière technique que je présente en détail est la plus aisée à aborder, dans le sens où l'on voit directement le système exoplanétaire que l'on veut étudier. En effet, on obtient une photographie du système sur laquelle nous sommes capables de distinguer les différents composants de l'image et donc trouver des compagnons proches de l'étoile. J'insiste à cet instant sur le terme compagnon car il n'est pas possible d'affirmer avec certitude que celui-ci soit une exoplanète orbitant autour de l'étoile et ce avec un seul cliché. Il pourrait s'agir d'une étoile présente dans le champ en arrière plan du système considéré. En l'observant à plusieurs époques différentes, on peut alors reconstruire la position de ce compagnon par rapport à l'étoile en fonction du temps et ainsi confirmer ou infirmer sa nature exoplanétaire. C'est ce qui a été fait pour le système HR 8799 présenté sur la figure 1.3 (à gauche) et l'animation qui lui est rattachée et qui correspond à des prises de vue du système espacées dans le temps. Il en est de même lorsque le compagnon n'est pas une exoplanète mais une autre étoile.

Néanmoins, le rapport de flux entre l'étoile et la planète n'est pas à notre avantage et l'imagerie de tels systèmes dépend alors de leurs caractéristiques, notamment la séparation entre l'étoile et la planète ainsi que la température de cette dernière. En effet, plus la température de la planète est élevée et plus celle-ci émet d'infrarouge, ce qui permet d'espérer de meilleures chances de détection. De plus, plus la planète est éloignée son étoile hôte et plus facile est sa détection. Lorsque l'on considère la lumière réfléchiée par la planète et son observation polarimétrique, c'est le cas inverse. Plus la planète est proche de son étoile et plus elle réfléchit de lumière. Dans le but d'essayer de détecter le faible signal de la planète, des efforts ont été fournis d'un côté pour développer des techniques numériques de détection des compagnons et de l'autre côté pour développer et améliorer les performances des coronographes. Ces derniers permettent de diminuer physiquement la contribution de l'étoile sur l'image obtenue pour ainsi faire ressortir le signal de la planète, comme on peut le voir sur la figure 1.3 (à droite) avec l'image de HIP 65426 prise par l'instrument SPHERE.

L'imagerie directe de systèmes exoplanétaires est l'unique moyen de pouvoir mesurer le spectre émanant de la planète pour ainsi en analyser la composition et commencer à caractériser la planète, dans le but d'y trouver éventuellement une trace de vie extraterrestre.

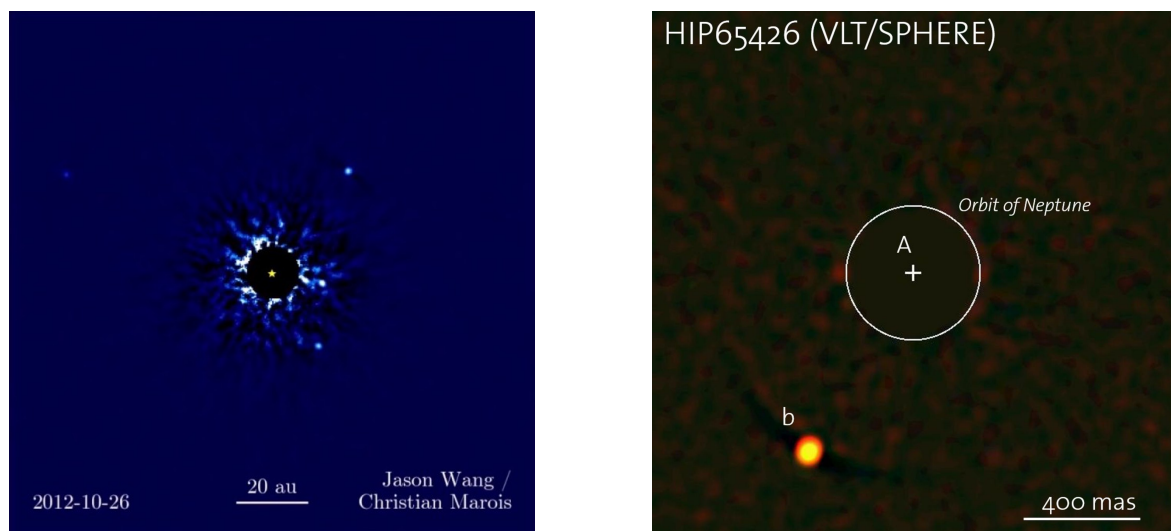


Figure 1.3 – À gauche : image du système HR 8799, obtenue par imagerie coronographique. Les premières images de ce système avaient été réalisées sans coronographe, la planète la plus proche de l'étoile n'avait alors pas été détectée. Les planètes sont jeunes et chaudes et présentent donc une émission infrarouge plus élevée que des planètes plus vieilles, ce qui est un avantage pour la détection. *Crédits : NRC-HIA, W.M. Keck Observatory, Marois et al. (2008)*. À droite : image du système HIP 65426 obtenue par imagerie coronographique. *Crédits : ESO, SPHERE Consortium, Chauvin et al. (2017)*.



1.3 Les besoins de l'astrophysique moderne

1.3.1 Les questionnements astrophysiques ...

La recherche sur les exoplanètes s'est fortement accélérée au cours de la dernière décennie comme le suggérait précédemment la figure 1.1 et son nombre croissant de découvertes. L'apport de réponses aux questions concernant nos origines et celles de notre planète est l'un des enjeux majeurs de l'astrophysique moderne. Sommes-nous seuls dans cet Univers ?

À côté de cela, d'autres champs d'interrogations persistent. Le premier se rapproche en quelque sorte des exoplanètes et concerne la formation des premières étoiles et des premières galaxies de l'Univers ainsi que l'étude de leur évolution qui est à l'heure actuelle encore méconnue.

Le second aspect concerne le champ de la physique fondamentale et des modèles cosmologiques. Les lois de la gravité et de la théorie de la relativité générale attendent d'être mises à l'épreuve dans des conditions extrêmes, afin d'être testées et validées à des seuils de précisions supérieurs à ceux de l'heure actuelle. La matière noire semble dominer les structures à grande échelle de notre univers, mais son fonctionnement reste encore bien incertain. L'autre attrait de cette branche de l'astrophysique concerne les trous noirs, objets mystérieux encore méconnus et dont la nature et l'évolution restent à étudier.

1.3.2 ... et les réponses instrumentales

Les réponses à toutes ces questions, et parce que les sciences astrophysiques reposent à la fois sur une base théorique mais surtout sur l'observation, passent sans aucun doute par des développements techniques et technologiques. Je parle ici des instruments d'observation du ciel : les télescopes.

Comme nous le verrons plus en détail par la suite, le paramètre primordial d'un télescope est son diamètre. En effet, plus un télescope est grand et plus la quantité de lumière qu'il collecte est grande. Lorsque l'on observe un objet dans le ciel on cherche à capter des photons, particules élémentaires de la lumière, qui sont émis ou réfléchis par celui-ci. Le flux lumineux est proportionnel à l'inverse du carré de la distance parcouru entre la source et l'observateur. Les distances considérées en astrophysique étant très importantes, le photon est donc rare et précieux. Plus nous sommes capables d'en recueillir et plus nous pouvons regarder des objets peu lumineux dans le ciel. Nous pouvons faire l'analogie avec la photographie et l'ouverture du diaphragme de l'appareil. Plus ce dernier est ouvert et plus il y a de lumière qui entre dans l'appareil. L'autre impact du diamètre du télescope concerne le pouvoir séparateur que l'on est capable d'atteindre, c'est-à-dire la séparation minimale entre deux objets que l'on peut voir avec le télescope. Ce paramètre est inversement proportionnel au diamètre du télescope, donc plus ce dernier est grand et plus le pouvoir séparateur de l'instrument est grand. Cela signifie que l'on sera capable de faire la distinction entre deux objets proches l'un de l'autre, où le mot proche est employé au sens angulaire du terme. Plus un couple d'objet est loin et plus ces deux membres paraîtront rapprochés. La figure 1.4 montre cet effet. La figure de gauche présente une image de la nébuleuse NGC6357 prise avec un télescope de 15 centimètres, celle de droite la même portion du ciel mais avec un télescope de 2.4 mètres.



FIGURE 1.4 – Images de la nébuleuse NGC 6357 prise par un télescope de diamètre ~ 15 cm (à gauche) et même portion du ciel vue par le télescope Hubble de diamètre de 2.4 m (à droite). *Crédits : Michael Sidonio.*

Le gain apporté par une augmentation du diamètre des télescopes est considérable car il permet de voir plus loin et plus en détail, dévoilant parfois des secrets jusque là cachés. Les plus grands télescopes actuels fonctionnant dans le spectre visible et infrarouge possèdent des diamètres de l'ordre d'une dizaine de mètres et produisent des résolutions angulaires de quelques dizaines de milliarcsecondes, ce qui correspond à la distance entre le soleil et la Terre portée à quelques dizaines de parsecs.

L'accroissement du diamètre des miroirs primaires des télescopes au cours du temps est d'une relative constance depuis la construction par Galilée de la première lunette astronomique en 1609 et comme le montre la figure 1.5. La tendance d'un doublement du diamètre tous les 50 ans va cependant être contredite dans les années à venir avec l'avènement de l'ère des très grands télescopes, comme nous le verrons par la suite. En 1668, Newton propose le premier télescope, instrument réflectif composé d'un miroir métallique et en 1879, le premier télescope réflectif à base de verre recouvert d'aluminium est construit. Il lance une nouvelle ère qui voit naître des télescopes possédant des diamètres d'environ huit mètres comme les quatre unités du Very Large Telescopes (VLT) sur le mont Paranal au Chili ou encore les deux télescopes Gemini, l'un sur le mont Mauna Kea à Hawaï l'autre sur le Cerro Pachón au Chili également. À cette même époque, on commence aussi à envoyer des télescopes dans l'espace, s'affranchissant ainsi des contraintes imposées par la turbulence atmosphérique terrestre, c'est la naissance des télescopes comme Hubble, Herschel ou CoRot.

On atteint alors à ce moment un palier technique (Nelson, 2005), puisque la fabrication de

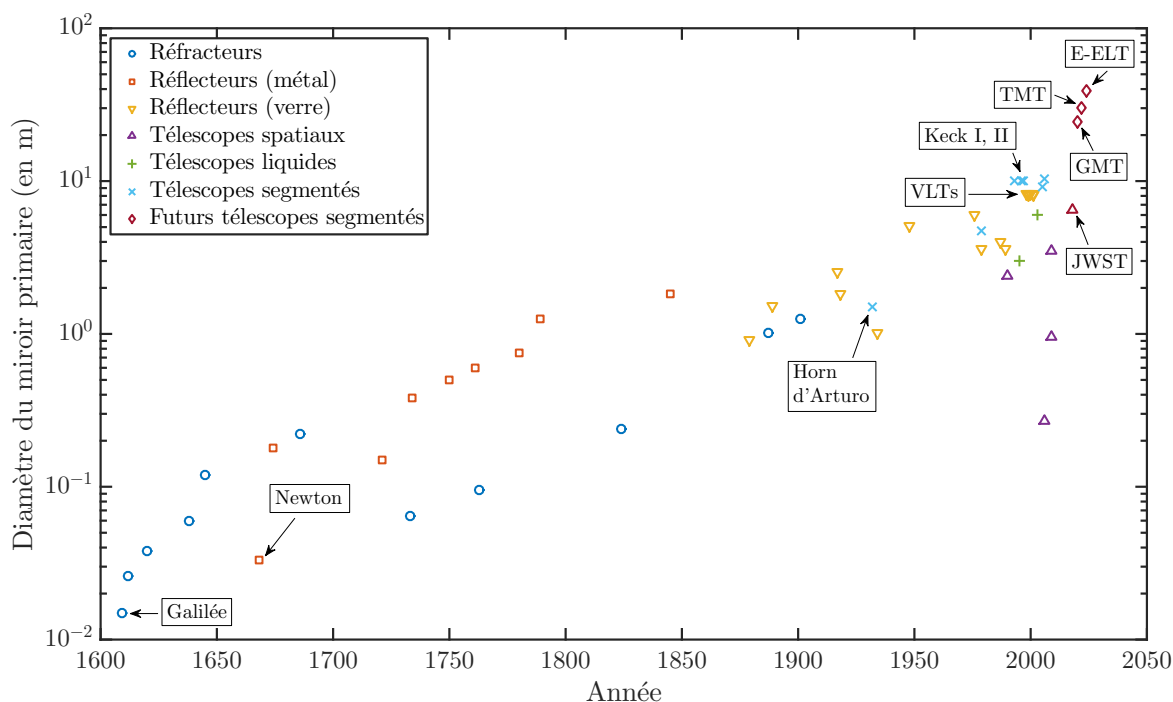


FIGURE 1.5 – Évolution du diamètre des miroirs primaires des instruments d'astronomie en fonction du temps. *Source : https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_optical_telescopes_historically.*

miroir monolithique de plus d'une dizaine de mètre n'est pas raisonnablement envisageable et ce du fait de plusieurs causes dont :

- le coût des matières première et de la fabrication de tels miroirs ;
- augmentation considérable de la masse de tels miroirs ;
- le risque de casse sans solution de recours ;
- un support passif de tels miroirs qui ne pourrait corriger les déformations introduites lors du pointage et qui résulterait en de grandes aberrations optiques ;
- des déformations thermiques plus importantes ;
- la nécessité de construire des outils adaptés pour ces diamètres,
- un transport très difficile.

On peut notamment citer l'exemple des miroirs primaires utilisés par les quatre télescopes principaux du VLT. Ceux-ci mesurent 8.2 mètres de diamètre, pèsent 23 tonnes et tout cela pour seulement 18 centimètres d'épaisseur. Une telle épaisseur ne pourrait être obtenue sur des diamètres plus importants. Le recours à des télescopes à géométrie segmentée et hexagonale est alors apparu comme le moyen de contourner ces limitations.

« An obvious solution to these and other problems is to compose the primary mirror from smaller segments, rather than a single large mirror. Although [...] »

Jerry Nelson, *Segmented Mirror Telescopes*

Cette citation est volontairement incomplète et la suite en est donnée dans la section 1.5. La segmentation n'est pas une idée nouvelle, puisque déjà dès l'an 212 avant l'ère commune, Archimède enflammait les voiles des navires de la flotte romaine pour défendre Syracuse et ce en utilisant la recombinaison de la lumière provenant de plusieurs miroirs séparés⁴. En 1932, l'italien Horn d'Arturo construit un télescope segmenté de 1.5 m pointant le zénith. À la fin des années 70, Pierre Connes en construit un de 4.2 m, pointable et actif mais dont la qualité optique n'est pas assez bonne pour être utilisé en astronomie. Finalement, les télescopes Keck I et Keck II sont construits dans les années 90 et obtiennent un succès auprès de la communauté, ce qui pousse le développement de nouveaux télescopes segmentés, avec l'objectif de produire des miroirs de très grands diamètres. Vient alors l'ère des très grands télescopes, rebaptisés récemment à la conférence AO4ELT5 par Katie M. Morzinski en *Giant Segmented Mirror Telescopes* (GSMT) et dont il est question dans la section suivante.

1.4 Projets de très grands télescopes

Comme nous pouvons le voir sur la figure 1.5, il y a actuellement trois projets de très grands télescopes segmentés qui sont, par ordre de diamètre croissant, le *Giant Magellan Telescope* (GMT, Johns et al., 2012; Bernstein et al., 2014; McCarthy et al., 2016), le *Thirty Meters Telescope* (TMT, Sanders, 2014) et l'*European-Extremely Large Telescope* (E-ELT, Ramsay et al., 2010; Tamai et al., 2016). Ces trois projets sont visibles sur la figure 1.6 qui présente un comparatif non-exhaustif des plus grands télescopes actuels en terme de taille. On y retrouve notamment Keck I et II dont il a été question précédemment.

THE VERY LARGE TELESCOPE	<input checked="" type="checkbox"/>
THE EXTREMELY LARGE TELESCOPE	<input checked="" type="checkbox"/>
THE OVERWHELMINGLY LARGE TELESCOPE	<input checked="" type="checkbox"/> (CANCELED)
THE OPPRESSIVELY COLOSSAL TELESCOPE	<input type="checkbox"/>
THE MIND-NUMBINGLY VAST TELESCOPE	<input type="checkbox"/>
THE DESPAIR TELESCOPE	<input type="checkbox"/>
THE CATAclySMIC TELESCOPE	<input type="checkbox"/>
THE TELESCOPE OF DEVASTATION	<input type="checkbox"/>
THE NIGHTMARE SCOPE	<input type="checkbox"/>
THE INFINITE TELESCOPE	<input type="checkbox"/>
THE FINAL TELESCOPE	<input type="checkbox"/>

Le miroir primaire (M1) du GMT sera composé de 7 miroirs circulaires (1 parabole sur l'axe et 6 paraboles hors-axe) de 8.4 m chacun et accolés pour former une surface collectrice équivalente à un miroir de 21.4 m et un pouvoir de résolution équivalent à un miroir de 24.5 m. Son choix de structure circulaire le différencie donc des deux autres projets. Chacun de ces miroirs est monté sur un support hexapode ce qui leur confère alors 6 degrés de liberté (Bouchez et al., 2012). Le miroir secondaire (M2) est lui aussi segmenté et possède la même forme que le M1. Le diamètre des segments est d'environ 1 m. La livraison du télescope initialement prévue pour 2018 a été décalée à l'année 2022. Il sera construit à l'Observatoire de Las Campanas au nord du Chili.

4. Bien que des expériences visant à confirmer cette légende n'aient pas réussi à prouver la véracité de ces faits. Source : *Mythbuster - saison 2, épisode 2*.

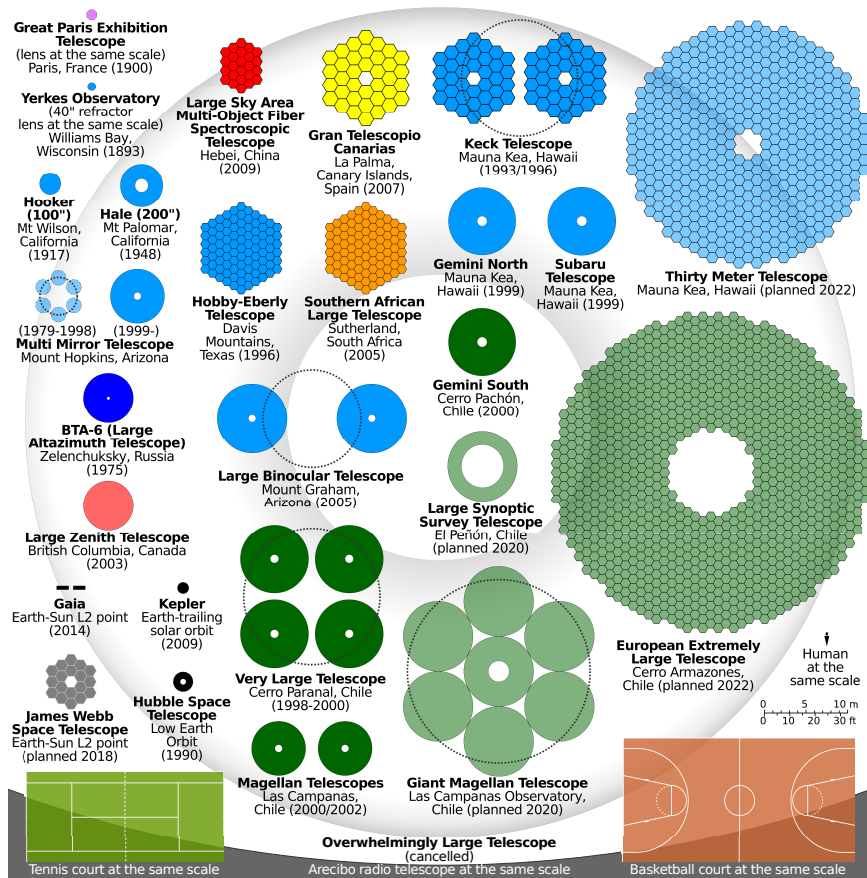


FIGURE 1.6 – Présentation des principaux télescopes actuels et à venir. *Crédits : Cmglee https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Comparison_optical_telescope_primary_mirrors.svg.*

Le TMT, dont la première lumière était prévue en 2022 jusqu'à des protestations contre sa construction sur le mont Mauna Kea, sera composé de 492 segments hexagonaux qui formeront un télescope de 30 m de diamètre. Chacun de ces segments mesure environ 1.45 m et l'espace entre ceux-ci est d'à peine 2.5 mm. Les supports du miroir secondaire seront actifs et permettront ainsi d'apporter des corrections sur la forme du M2 (Piatrou and Chanan, 2011). Le miroir tertiaire plan M3, permet la distribution du faisceau optique dans les différents instruments par ses mouvement de rotation.

Finalement, le dernier projet et le plus grand est l'E-ELT, soutenu par le *European Southern Observatory* (ESO) et qui verra le jour (la nuit plutôt) en 2024. D'un diamètre de 39 m, il sera composé de 798 segments hexagonaux d'environ 1.45 m et sera implanté au sommet du Cerro Armazones, mont chilien faisant face au VLT. Son miroir tertiaire de 4 m de diamètre est actif et son quaternaire de 2.4 m de diamètre est adaptatif et conjugué avec la couche atmosphérique turbulente du sol.

Bien que je n'en ai pas parlé dans cette section, les futurs télescopes spatiaux ne sont pas

en reste quant à la segmentation de leur miroir primaire. En effet, les lanceurs mettant en orbite ces télescopes sont dotés d'un espace réduit pour transporter leur charge utile, et faire partir le miroir en pièces séparées et les assembler une fois dans l'espace représente un gain considérable en terme logistique. Le projet le plus proche dans le temps est le *James Webb Space Telescope* (JWST, [McElwain et al., 2017](#)), d'un diamètre de 6.5 m et composé de 18 segments hexagonaux et dont le lancement est prévu en 2018 par un lanceur Ariane 5.

Le projet de télescope spatial à long terme mené par la NASA est le Large UV/Optical/Infrared Surveyor ([Crooke et al., 2016](#); [Peterson et al., 2017](#)). Prévu pour avoir un diamètre compris entre 8 et 16 m, il serait composé de 36 segments, soit une couronne de plus que le JWST.

Ayant donné le panorama des télescopes segmentés à venir dans les années futures, je présente dans la partie suivante les défis instrumentaux impliqués par la complexité introduite par de telles géométries.

1.5 Les défis instrumentaux à venir

J'entame cette partie en apportant la fin de la citation de Jerry Nelson commencée dans la section 1.3 et qui traitait de l'avantage de la segmentation pour les futurs très grands télescopes. Celle-ci se termine ainsi :

« [...] Although many important problems are greatly reduced by building the primary from small segments, there are a number of unique issues, concerns, and problems that arise with segments, and must be understood and dealt with before one can confidently proceed with building a giant telescope with a segmented primary. »

Jerry Nelson, *Segmented Mirror Telescopes*, 2006

À la date à laquelle a été écrite cette phrase, une certaine expérience avait déjà été acquise par l'utilisation des télescopes Keck I et II. Elle reste quoi qu'il en soit vraie pour tout télescope segmenté. Le besoin primordial concernant ces instruments est celui d'aligner les segments les uns par rapport aux autres afin d'obtenir des qualités optiques comparables à celles de miroirs monolithiques de diamètres équivalents. On parle alors de cophasage. Les aberrations d'amplitude, comme les espaces présents entre les segments ou la réflectivité disparate selon les segments introduisent elles aussi une dégradation de l'image. Deux études théoriques et numériques ont été menées en parallèle afin de quantifier l'effet de ces aberrations ([Yaitskova et al., 2003](#); [Troy et al., 2006](#)). La première est basée sur une étude sur l'E-ELT, la deuxième sur celle du TMT. La conclusion est la même dans les deux cas, à savoir que le rapport de Strehl, nombre quantifiant la qualité d'un système optique, dépend de manière exponentielle de la variance des aberrations présentes sur la pupille. La présence d'aberrations sur le télescope produit des tavelures (ou speckles) sur l'image dégradant par la même occasion la résolution spatiale du télescope.

Les besoins en terme de cophasage sont alors évidents afin d'obtenir une qualité d'image correspondant aux moyens mis en œuvre pour construire de tels télescopes. Pour garder à l'esprit cette nécessité, il faut savoir qu'un télescope non cophasé délivrerait une résolution

angulaire comparable à celle obtenue avec un segment unique ... Le régime limité par la diffraction est atteint lorsque le rapport de Strehl dépasse les 80% (Dainty, 2000)⁵, correspondant à une erreur de front d'onde d'environ 40 nm à une longueur d'onde de 550 nm calculé en utilisant l'approximation de Maréchal ($S \sim \exp(-\sigma^2)$ avec σ^2 la variance des erreurs de front d'onde en radians). Dans les applications astrophysiques les moins contraignantes, le critère de limite de diffraction énoncé ci-dessus suffit à garantir la qualité d'imagerie requise (Stahl et al., 2014, Table 2.1). Néanmoins, les applications comme l'imagerie exoplanétaire sont nettement plus demandeuses. Elle nécessitent un contrôle atteignant des précisions de l'ordre du nanomètre, voir inférieur, et des erreurs de front d'onde restant stable durant les phases d'observation (Lyon and Clampin, 2012; Redding et al., 2014; Stahl et al., 2015). Dans le cas contraire, les speckles introduits par des erreurs non corrigées pourraient mener à des fausses détections. Dans l'anticipation de la complexité croissante des systèmes à venir, une attention particulière doit être portée au développement de nouvelles techniques de cophasage satisfaisant à ces conditions drastiques.

La plupart des analyseurs de cophasage reposent sur des techniques utilisées en optique adaptative. L'expérience en laboratoire puis sur ciel *Active Phasing Experiment* (APE, Gonte et al., 2008) a eu pour but d'en tester quatre. Celles-ci sont présentées, parmi d'autres méthodes, dans la liste non-exhaustive présentée ci-dessous et sont ordonnées selon le plan d'analyse. Je donne à titre indicatif les valeurs des précisions de cophasage obtenues par chacune d'elles en précisant à chaque fois les conditions dans lesquelles elles ont été obtenues, c'est-à-dire la nature de l'expérience (i.e. simulations numériques, expérience en laboratoire ou sur ciel) et la présence ou non d'optique adaptative en amont du système de cophasage.

□ Analyseurs en plan focal

- la diversité de phase (Lofdahl et al., 1998a; Delavaquerie et al., 2010), technique combinant l'image du télescope avec une image à laquelle est ajoutée une différence de phase connue, généralement du defocus. La phase contenue en plan pupille est ensuite déduite au moyen de calculs numériques. Cette technique donne de bons résultats en simulation avec des résidus d'aberrations après correction proches de 4 nm à $\lambda = 650$ nm (Meimon et al., 2008; Delavaquerie et al., 2010). Lorsque de la turbulence atmosphérique est ajoutée aux simulations, le système converge pour des valeurs RMS de turbulence allant jusqu'à 1 radian. Des essais sur ciel ont aussi été effectués sur le télescope Keck II par Lofdahl et al. (1998b) sans résultat convaincant malheureusement.
- le Asymmetric Pupil Fourier Wavefront Sensor (APF-WFS, Martinache, 2013; Pope et al., 2014) se sert d'asymétries présentes ou introduites sur la pupille afin de reconstruire la carte de phase. Il permet d'atteindre en simulation des rapport de Strehl finaux entre 97 et 99% quand appliqué sur une pupille segmenté, soit une erreur résiduelle de quelques dizaines de nanomètres. Cet analyseur fonctionne en régime de faible phase et est donc destiné à être utilisé après un système d'optique adaptative extrême.
- la Self-Coherent Camera - Phasing Sensor (SCC-PS, Janin-Potiron et al., 2016) dont le principe et les performances seront présentés dans le chapitre 4.

5. Cette valeur admise dans la littérature peut dans certains cas être revue à la baisse.

□ Analyseurs en plan pupille

- le Shack-Hartman modifié (Chanan, 1989) pour lequel un réseau de microlentilles est placé sur la pupille réimagée et dont les sous-ouvertures sont placées sur les intersegments. Cela permet alors d'effectuer une mesure différentielle entre les segments. Une autre réalisation de cette technique a été proposée par Mazzoleni et al. (2008) et pour laquelle des sous-ouvertures ont été rajoutées sur les segments dans le but de mesurer le tip-tilt de ces derniers.

Des précisions de l'ordre de 30 à 6 nm RMS ont été obtenues sur le Keck par Chanan et al. (1998, 2000) sous turbulence atmosphérique non corrigée. La seconde réalisation de Mazzoleni et al. (2008) a permis d'atteindre des précisions de l'ordre du nanomètre en laboratoire sans présence de turbulence atmosphérique.

- des techniques basées sur un interféromètre de Mach-Zehnder (Montoya-Martinez, 2004) ou son équivalent développé sous la forme d'un masque de phase (Dohlen et al., 2006) pour lesquels la mesure des aberrations est effectuée aux intersegments.

Des précisions de cophasage d'environ 3 nm RMS ont été obtenues en laboratoire (Surdej, 2011) sans turbulence atmosphérique et 7 nm RMS environ dans les meilleures conditions sur ciel sans correction d'optique adaptative.

Le même principe est à la base de ZELDA - phasing sensor (Janin-Potiron et al., 2017) dont le principe et les performances seront étudiées dans le chapitre 5.

- l'analyseur pyramidal (Esposito et al., 2003, 2005; Pinna et al., 2008) reposant sur l'emploi d'un masque de phase en plan focal étant constitué d'une pyramide à base carrée et où la mesure est effectuée aux intersegments. Cette analyseur délivre des précisions de correction de l'ordre de la dizaine de nanomètres en laboratoire sans turbulence atmosphérique.

□ Analyseurs en plan intermédiaire

- les techniques de courbure de phase (Chanan et al., 1999; Cuevas et al., 2000) pour lesquelles sont utilisées une image intra-focale et une image extra-focale. Les précisions finales obtenues en simulation sont de l'ordre de 10 nm RMS sans turbulence atmosphérique (Chueca et al., 2008).

Plusieurs paramètres sont alors à prendre en compte afin d'effectuer des comparaisons entre les différentes méthodes. Bien sûr, la précision obtenue en fin de correction est le paramètre primordial. Des valeurs indicatives ont été données ci-dessus. Les niveaux d'erreur de cophasage requis pour l'observation exoplanétaire doivent alors atteindre des seuils proches de quelques dizaines de nanomètres à quelques nanomètres voir moins, cela dépendant des cas d'observation envisagés. Crossfield and Troy (2007) proposent dans leurs travaux une formule empirique du contraste obtenu en fonction de la variance des aberrations présentes sur les segments qui confirme la valeur de l'ordre du nanomètre discutée précédemment.

Le deuxième point concerne la rapidité de convergence de tels systèmes. En effet, si l'on veut effectuer des corrections en temps réel sur le miroir segmenté, il est nécessaire d'avoir des méthodes dont le temps de calcul est petit devant le temps caractéristique des variations considérées. Celles-ci doivent aussi être adaptées à un nombre très important de

segments, comme cela sera le cas sur les GSMT à venir. Différentes étapes sont nécessaires pour effectuer le cophasage d'un miroir segmenté, de l'alignement mécanique à l'alignement fin du télescope (Acton et al., 2012; Knight et al., 2012; Lightsey et al., 2014; Glassman et al., 2016). Les contraintes sont notamment introduites par la maintenance journalière de segments qu'il faut alors remplacer et réaligner. Le développement de techniques permettant d'accélérer et d'automatiser ces procédures doit être étudié de manière précise.

Finale­ment, la facilité de mise en œuvre des systèmes de mesure proposés ainsi que leur sensibilité aux bruits de mesure et aux désalignements est un point important à prendre en compte. La correction des *non-common path aberrations* (NCPA, aberrations dues aux chemins optiques non-communs, Sauvage et al., 2007; N'Diaye et al., 2016) est un des objectifs futurs des prochaines générations d'imageurs à haut contraste. Le couplage entre l'optique active, corrigeant des déformations du télescope, et l'optique adaptative, corrigeant des déformations introduites par l'atmosphère, est finalement un domaine de recherche encore peu exploré et qui mérite cependant des efforts particuliers afin d'atteindre les spécifications nécessaires aux applications astrophysiques envisagées.

La compréhension et la correction de ces effets introduits par la segmentation est une priorité instrumentale et des bancs de test y sont alors consacrés dans le but de développer des techniques innovantes : High Contrast Imager for Complex Aperture Telescopes (HICAT, N'Diaye et al., 2013a) au STScI et Segmented Pupil Experiment for Exoplanet Detection (SPEED, Martinez et al., 2016) au laboratoire Lagrange et sur lequel je travaille.

1.6 Plan de la thèse

Après avoir présenté dans ce chapitre 1 l'état actuel de la recherche sur les questions liées à la segmentation des miroirs des télescopes, je présente dans la première partie de ce manuscrit, intitulée **GÉOMÉTRIE HEXAGONALE ET FORMATION D'IMAGE**, les considérations géométriques afférentes au choix d'une segmentation hexagonale (chapitre 2) ainsi que les effets introduits par des aberrations de phase et d'amplitude présentes sur la pupille (chapitre 3). Ces travaux ont été nécessaires afin de partir sur des bases solides pour la suite en ayant une connaissance théorique du phénomène de diffraction propre à la géométrie hexagonale et en construisant un package de simulation robuste et adaptable.

Une fois ce cadre défini, j'aborde le cœur de cette thèse dans la partie intitulée **SIMULATIONS NUMÉRIQUES ET DÉVELOPPEMENT THÉORIQUE DU COPHASAGE** dans laquelle sont d'abord présentées les deux méthodes de cophasage que j'ai développées. Le chapitre 4 est consacré à la technique de la Self-Coherent Camera - Phasing Sensor, analyseur situé en plan focal et sur lequel l'estimation des aberrations sur les segments s'effectue au centre de ces derniers. J'explique d'abord le principe physique de cet analyseur puis présente la publication Janin-Potiron et al. (2016) dans laquelle sont abordés les simulations numériques que j'ai effectuées et les résultats ainsi obtenus. La sensibilité du système ainsi que son efficacité sont discutées à la suite de ce papier.

J'aborde ensuite dans le chapitre 5 le développement effectué sur ZELDA - Phasing Sensor, analyseur de Zernike pour lequel l'estimation des aberrations est effectuée en plan pupille

et encore une fois au centre des segments. Je reprends le même schéma de présentation que précédemment et commence donc par expliquer le principe de fonctionnement de cet analyseur. Je livre ensuite la publication [Janin-Potiron et al. \(2017\)](#) dans laquelle sont donnés les résultats de simulations obtenus. Je propose ensuite une discussion de ces résultats dans la dernière section de ce chapitre.

Le dernier chapitre de cette partie (chapitre 6) propose dans un premier temps de s'intéresser aux caractéristiques statistiques du cophasage en étudiant la probabilité de convergence d'un système donné dans différentes conditions. Les tolérances aux erreurs d'alignement sont elles aussi abordées par l'étude statistique. Dans un second temps, je présente l'application de techniques d'élargissement de la gamme de mesure des aberrations (capture range) déjà développées et que j'ai testées dans mes simulations. Je propose alors deux nouvelles méthodes permettant d'obtenir des capture ranges dont la valeur est de l'ordre de la longueur de cohérence de la technique considérée. Ce dernier point a fait l'objet d'une publication ([Martinez and Janin-Potiron, 2016](#)) qui est ajoutée à ce chapitre.

La dernière partie de cette thèse, intitulée **IMPLÉMENTATION INSTRUMENTALE**, est consacrée à des considérations instrumentales. Le banc SPEED ([Martinez et al., 2016](#)), dédié à l'imagerie haut contraste, possède un miroir segmenté Iris AO de 163 segments contrôlables que je caractérise dans la première section de ce chapitre. Je présente les mesures de qualité de surface et de réponse des actionneurs que j'ai pu obtenir. La seconde section de ce chapitre concerne l'intégration d'un banc d'optique visant à tester la SCC-PS afin d'en déduire ses performances en laboratoire. Je présente alors les différentes étapes de cette implémentation et les résultats préliminaires que j'ai obtenu.

Après la présentation d'une conclusion générale et des perspectives ouvertes par ce travail de thèse, j'aborde les parties annexes à ce manuscrit. Je présente d'abord la caractérisation de la caméra visible qui est utilisée sur la voie de SPEED dédiée au cophasage et propose ensuite une rapide mesure de stabilité environnementale de la voie de test SCC-PS. Je développe par la suite les équations des moments d'ordre 0 à 2 sur un segment ainsi que celle obtenue pour l'autoconvolution d'un segment. Finalement, je termine par la présentation du travail de réduction de données SPHERE que j'ai effectué à Grenoble, en commençant par une présentation générale de l'instrument et en abordant ensuite les spécificités du travail que j'ai effectué.

Tout au long de ce manuscrit, j'ai tenu à présenter des animations qui permettent selon moi de mieux aborder certains points pour lesquels une image statique n'apporte pas vraiment l'information souhaitée. La présence d'une animation est indiquée lorsqu'elle est citée dans le texte et un code QR est présent à côté de la figure correspondante, comme c'est le cas à côté de ce paragraphe. Celui-ci peut être lu à l'aide d'une application dédiée sur smartphone ou tout simplement en cliquant dessus sur la version numérique de ce manuscrit. Chaque code renvoie alors à une vidéo hébergée sur le site YouTube.



Géométrie hexagonale et formation d'image



Géométrie hexagonale et implications

Sommaire

2.1	Considérations géométriques	21
2.2	Aberrations de piston, tip et tilt	24
2.3	Moments	25
2.4	Polynômes de Zernike et pupille segmentée	27
2.4.1	Polynômes orthogonaux sur l'hexagone	27
2.4.2	Expression de la variance de la pupille avec polynômes orthonormés	29
2.4.3	Méthodes numériques d'approximation des polynômes	30
2.4.4	Méthode analytique	31
2.5	Considérations numériques	33
2.5.1	Numérotation de la pupille	33
2.5.2	Introduction des aberrations optiques	34
2.5.3	Apodisation de la pupille	34

La plupart des télescopes segmentés présentent une géométrie hexagonale régulière. Il est alors utile de poser les bases géométriques sur lesquelles reposent de tels systèmes afin d'avoir un cadre de départ pour les simulations numériques qui seront présentées dans les chapitres suivants. J'aborde dans un premier temps les aspects concernant les segments, le réseau hexagonal et les caractéristiques d'une pupille entière. Je traite ensuite des principales erreurs de position des segments que sont le piston et le tip-tilt et qui peuvent être présentes et produire une dégradation de la qualité de l'image obtenue par le télescope. Je propose également une méthode analytique permettant d'ajuster les polynômes de Zernike sur une pupille segmentée.

2.1 Considérations géométriques

Pour commencer, intéressons nous aux segments, "briques" principales constituant le télescope segmenté.

□ Segment

Chaque segment est de forme hexagonale et se caractérise par le rayon r de son cercle circonscrit (cercle gris sur la figure 2.1). La distance entre le centre du segment et sa base est nommée r_b . Elle s'exprime en fonction de r et vaut :

$$r_b = \frac{\sqrt{3}r}{2}. \quad (2.1)$$

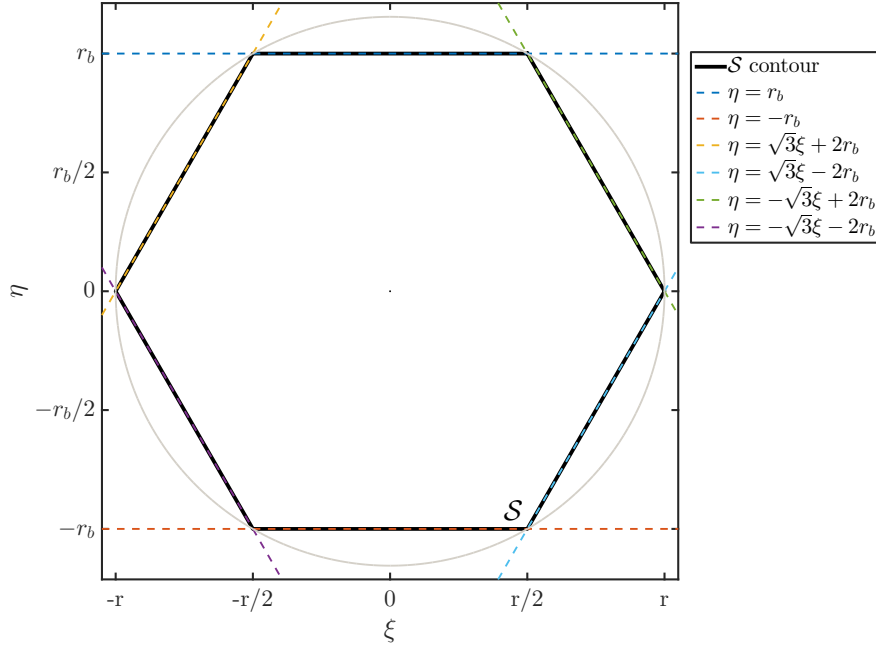


FIGURE 2.1 – Valeurs remarquables et relations principales sur un hexagone.

La surface \mathcal{S} d'un segment est définie tel que :

$$\mathcal{S} = \{(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2 \mid \xi \in [-r, r], \eta \in [\zeta_1(\xi), \zeta_2(\xi)]\}, \quad (2.2)$$

avec

$$\zeta_1(\xi) = \begin{cases} -\sqrt{3}(\xi + r) & \text{for } -r < \xi < -\frac{r}{2} \\ -r_b & \text{for } -\frac{r}{2} \leq \xi \leq \frac{r}{2} \\ \sqrt{3}(\xi - r) & \text{for } \frac{r}{2} < \xi < r, \end{cases} \quad (2.3)$$

et

$$\zeta_2(\xi) = \begin{cases} \sqrt{3}(\xi + r) & \text{for } -r < \xi < -\frac{r}{2} \\ r_b & \text{for } -\frac{r}{2} \leq \xi \leq \frac{r}{2} \\ -\sqrt{3}(\xi - r) & \text{for } \frac{r}{2} < \xi < r. \end{cases} \quad (2.4)$$

Par convention et dans toute la suite de cette thèse, les variables ξ et η représentent les coordonnées dans le plan de la pupille d'entrée du télescope.

L'aire A d'un segment est donnée par :

$$A = \frac{3\sqrt{3}r^2}{2}. \quad (2.5)$$

Ces segments sont ensuite disposés aux nœuds d'un réseau hexagonal dont les caractéristiques sont présentées dans le point suivant.

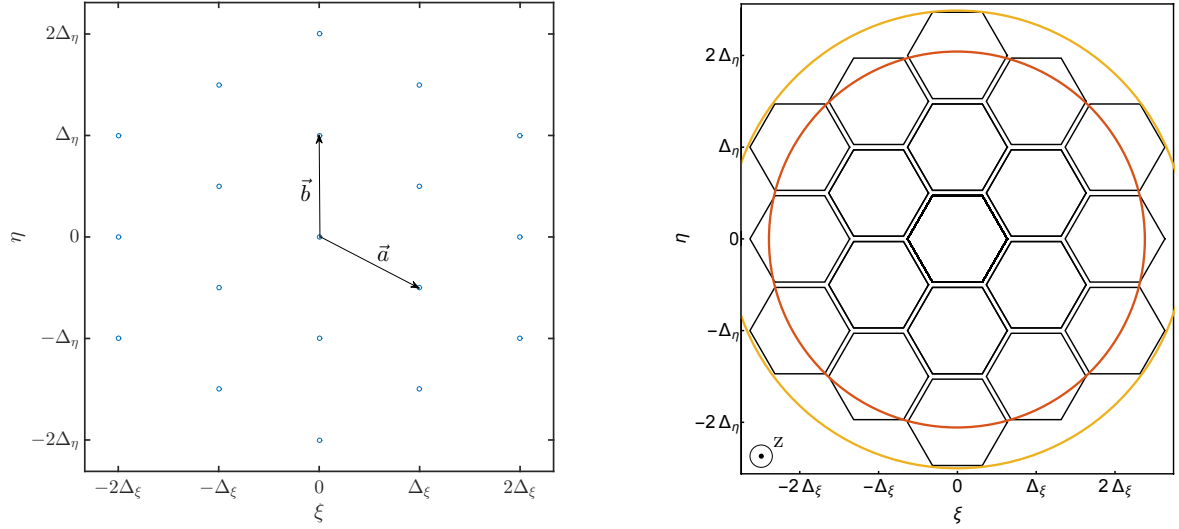


FIGURE 2.2 – À gauche : représentation des nœuds du réseau hexagonal. À droite : représentation d'une pupille segmentée d'ordre $M = 2$. Les cercles inscrits et circonscrits sont respectivement représentés en rouge et en jaune.

□ Réseau

Le réseau utilisé pour former une pupille segmentée est de forme hexagonale et ses vecteurs de bases \vec{a} et \vec{b} , représentés sur la figure 2.2 (à gauche) vérifient :

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = \Delta_\xi^2 + (\Delta_\eta/2)^2 = 2r_b + g, \quad (2.6)$$

où g , appelé le gap, est la distance entre les bords de chaque segments. Δ_ξ et Δ_η représentent l'écart entre les segments et sont représentés sur la figure 2.2. On a alors :

$$\text{acos} \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} \right) = \frac{2\pi}{3}. \quad (2.7)$$

Dans le système de coordonnées cartésiennes présenté sur la figure 2.2 (à gauche), les vecteurs de base s'expriment alors :

$$\begin{aligned} \vec{a} &= [\Delta_\xi, \Delta_\eta/2] = \left[\frac{1}{2} (3r + \sqrt{3}g), -r_b + \frac{g}{2} \right], \\ \vec{b} &= [0, \Delta_\eta/2] = [0, 2r_b + g]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

□ Nombre de segments sur une pupille pleine

Sur une pupille pleine (i.e. sans obstruction centrale - comme présenté sur la figure 2.2, à droite) composée de M couronnes autour du segment central, le nombre de segment N s'exprime comme :

$$N = 3 \times M \times (M + 1) + 1. \quad (2.9)$$

□ **Diamètres**

Le diamètre du cercle inscrit à la pupille est donné en fonction de M par :

$$D_{insc} = \sqrt{r^2 [1 + 3M^2] + r [2\sqrt{3}M^2g] + (Mg)^2}. \quad (2.10)$$

Le diamètre du cercle circonscrit s'exprime comme :

$$D_{circ} = \sqrt{r^2 [1 + 3(2M + 1)^2] + r [4\sqrt{3}Mg(2M + 1)] + (2Mg)^2}. \quad (2.11)$$

Ces deux cercles sont visibles sur la figure 2.2 (à droite).

□ **Surface**

La surface réfléchive d'une pupille pleine sans obstruction est donnée par :

$$S = A \times N = \frac{3\sqrt{3}r^2}{2} \times [3 \times M (M + 1) + 1]. \quad (2.12)$$

2.2 Aberrations de piston, tip et tilt

Les segments constituant une pupille segmentée sont soutenus par des actionneurs permettant chacun un mouvement translatif selon l'axe \mathbf{z} (les axes sont définis sur la figure 2.2) et offrant ainsi trois degrés de liberté aux segments. Ces trois degrés de liberté sont désignés par les termes de piston, de tip et de tilt.

Le **piston** correspond à une translation du segment selon l'axe \mathbf{z} . La figure 2.3 (à gauche) présente l'application d'un piston sur le segment central.

Le **tip** correspond à une rotation du segment autour de l'axe $\boldsymbol{\eta}$. La figure 2.3 (au milieu) présente l'application d'un tip sur le segment central.

Le **tilt** correspond à une rotation du segment autour de l'axe $\boldsymbol{\xi}$. La figure 2.3 (à droite) présente l'application d'un tilt sur le segment central.

On définit pour une pupille segmentée les vecteurs \mathbf{p} , \mathbf{t} et \mathbf{T} contenant respectivement les aberrations de piston, tip et tilt de chacun des N segments. On peut les exprimer comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= [p_1 \quad \cdots \quad p_n \quad \cdots \quad p_N], \\ \mathbf{t} &= [t_1 \quad \cdots \quad t_n \quad \cdots \quad t_N], \\ \mathbf{T} &= [T_1 \quad \cdots \quad T_n \quad \cdots \quad T_N]. \end{aligned} \quad (2.13)$$

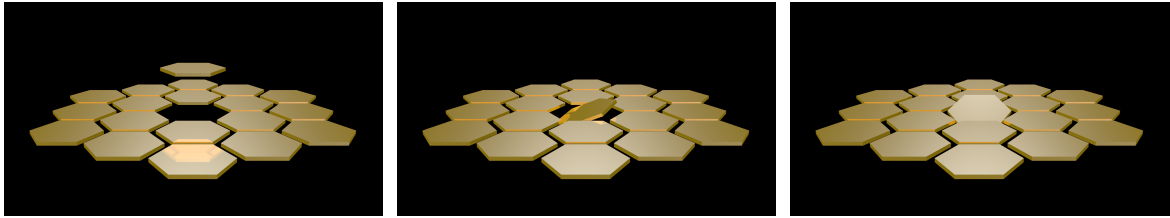


Figure 2.3 – À gauche : rampe de piston appliquée sur le segment central. Au centre : rampe de tip appliquée sur le segment central. À droite : rampe de tilt appliquée sur le segment central.

Les éléments t_n et T_n correspondent aux gradients selon les axes ξ et η . On exprime alors la hauteur h_n sur le segment n à la position (ξ, η) donnée par :

$$h_n(\xi, \eta) = p_n + t_n \cdot \xi + T_n \cdot \eta \quad \forall (\xi, \eta) \in \mathcal{S}. \quad (2.14)$$

Cette manière de définir le tip et le tilt est commode pour exprimer la hauteur sur le segment n . Néanmoins, il est aussi intéressant de définir une base orthonormalisée sur laquelle décomposer le signal. Cette approche est détaillée par la suite dans la section 2.4 à titre informatif. Les résultats de cette thèse utiliseront la première méthode.

2.3 Moments

Les expressions de la moyenne et de la déviation standard des aberrations sont utiles pour caractériser un système dans un état donné. La qualité de l'image obtenue dans le plan focal du télescope, quantifiable par le rapport de Strehl qui sera abordé dans la section 3.2, est directement reliée à la valeur RMS des aberrations présentes sur la pupille. Je présente donc dans cette section le développement du calcul menant à la valeur de la déviation standard de la position en fonction des aberrations \mathbf{p} , \mathbf{t} et \mathbf{T} . La notation $\overline{\dots}$ est utilisée pour désigner la moyenne du signal sur un segment et $\mathbb{E}[\dots]$ pour désigner la moyenne sur la pupille ou sur les vecteurs de piston et tip-tilt.

□ Moment d'ordre 1 sur un segment

Le moment d'ordre 1 correspond à la hauteur moyenne $\overline{h_n(\xi, \eta)}$ sur le segment n et est donné par l'expression :

$$\begin{aligned} \overline{h_n(\xi, \eta)} &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} h_n(\xi, \eta) d\xi d\eta, \\ &= \frac{1}{A} \left(p_n \iint_{\mathcal{S}} d\xi d\eta + t_n \iint_{\mathcal{S}} \xi d\xi d\eta + T_n \iint_{\mathcal{S}} \eta d\xi d\eta \right). \end{aligned} \quad (2.15)$$

En utilisant les résultats des calculs démontrés dans l'annexe C (Eq.C.5 - C.9), on obtient :

$$\overline{h_n(\xi, \eta)} = p_n. \quad (2.16)$$

□ Moment d'ordre 2 sur un segment

Le moment d'ordre 2 correspond à la hauteur moyenne élevée au carré, $\overline{h_n^2(\xi, \eta)}$, sur le segment n et est donné par l'expression :

$$\begin{aligned} \overline{h_n^2(\xi, \eta)} &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} h_n^2(\xi, \eta) d\xi d\eta, \\ &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} (p_n^2 + t_n^2 \xi^2 + T_n^2 \eta^2 + 2p_n t_n \xi + 2p_n T_n \eta + 2t_n T_n xy) d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (2.17)$$

En utilisant les résultats des calculs démontrés dans l'annexe C (Eq.C.5 - C.9), on obtient :

$$\overline{h_n^2(\xi, \eta)} = p_n^2 + \frac{2}{3\sqrt{3}r^2} \left(\frac{5\sqrt{3}r^4}{16} t_n^2 + \frac{5\sqrt{3}r^4}{16} T_n^2 \right) = p_n^2 + \frac{5}{24} r^2 t_n^2 + \frac{5}{24} r^2 T_n^2. \quad (2.18)$$

□ **Moment d'ordre 1 sur la pupille**

Définissons à présent H_\star comme étant l'union des segments composant la pupille. Soit donc :

$$H_\star = \bigcup_{n=1}^N h_n. \quad (2.19)$$

Le moment d'ordre 1 sur la pupille correspond à la valeur moyenne de H_\star et s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[H_\star] &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \overline{h_n}, \\ &= \mathbb{E}[\mathbf{p}]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Il peut également être vu comme étant la hauteur moyenne sur la pupille.

□ **Moment d'ordre 2 sur la pupille**

Le moment d'ordre 2 sur la pupille correspond à la valeur moyenne de H_\star^2 et s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[H_\star^2] &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \overline{h_n^2}, \\ &= \mathbb{E}[\mathbf{p}^2] + \frac{5}{24} r^2 (\mathbb{E}[\mathbf{t}^2] + \mathbb{E}[\mathbf{T}^2]). \end{aligned} \quad (2.21)$$

□ **Déviatiion standard sur la pupille**

La déviatiion standard sur la pupille complète, notée σ , est alors donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \mathbb{E}[(H_\star - \mathbb{E}[H_\star])^2] = \mathbb{E}[H_\star^2] - \mathbb{E}[H_\star]^2, \\ &= \mathbb{E}[\mathbf{p}^2] - \mathbb{E}[\mathbf{p}]^2 + \frac{5}{24} r^2 (\mathbb{E}[\mathbf{t}^2] + \mathbb{E}[\mathbf{T}^2]). \end{aligned} \quad (2.22)$$

On définit :

$$\begin{aligned} s_p &= \sqrt{\mathbb{E}[\mathbf{p}^2] - \mathbb{E}[\mathbf{p}]^2}, \\ s_t &= \sqrt{\mathbb{E}[\mathbf{t}^2] - \mathbb{E}[\mathbf{t}]^2}, \\ s_T &= \sqrt{\mathbb{E}[\mathbf{T}^2] - \mathbb{E}[\mathbf{T}]^2}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

comme étant respectivement les déviatiions standards des vecteurs de piston, tip et tilt. Finalement, la déviatiion standard sur la pupille complète s'exprime comme :

$$\sigma = \sqrt{s_p^2 + \frac{5}{24} r^2 (s_t^2 + s_T^2 + \mathbb{E}[\mathbf{t}]^2 + \mathbb{E}[\mathbf{T}]^2)}. \quad (2.24)$$

2.4 Polynômes de Zernike et pupille segmentée

Je présente dans cette section le calcul de l'expression de polynômes orthogonaux sur l'hexagone en partant de l'expression des polynômes de Zernike. Ce travail est motivé par la volonté de construire une base orthonormée sur l'hexagone dans le but de proposer une décomposition unique des erreurs de phase et d'avoir une relation directe entre les valeurs des aberrations présentes sur le segment et la valeur de la variance. Je termine finalement en proposant l'expression analytique du piston, tip et tilt à introduire sur chacun des segments d'une pupille segmentée afin de reproduire un mode de Zernike donné.

Les polynômes de Zernike sont une série de polynômes orthogonaux sur le disque unité (Born and Wolf, 1999). Ils sont utilisés en optique comme base de décomposition pour les aberrations de fronts d'onde. Ils sont divisés en fonctions paires, de la forme :

$$Z_l^m(\rho, \varphi) = R_l^m(\rho) \cos(m\varphi), \quad (2.25)$$

et en fonctions impaires de la forme :

$$Z_l^{-m}(\rho, \varphi) = R_l^m(\rho) \sin(m\varphi), \quad (2.26)$$

où $l, m \in \mathbb{N}$ ($l \geq m$) sont respectivement l'ordre radial et la fréquence azimutale et (ρ, φ) le couple de coordonnées polaires. Les polynômes radiaux, fonctions de ρ uniquement, s'expriment comme :

$$\begin{aligned} R_l^m(\rho) &= \sum_{k=0}^{(l-m)/2} \frac{(-1)^k (l-k)!}{k! \left(\frac{l+m}{2} - k\right)! \left(\frac{l-m}{2} - k\right)!} \rho^{l-2k}, \\ &= \sum_{k=0}^{(l-m)/2} a_k \rho^{l-2k}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

pour $l-m$ pair et sont égaux à zéros pour $l-m$ impair. Les dix premiers modes sont représentés sur la figure 2.4. Une notation plus commode peut être adoptée en utilisant l'index de Noll j (Noll, 1976) avec lequel les polynômes sont ordonnés par l puis m croissants et un j pair est associé aux polynômes en cosinus et un j impair aux polynômes en sinus. On a par exemple $Z_4 = Z_2^0$, $Z_5 = Z_2^{-2}$ et $Z_6 = Z_2^2$. Ainsi, la distribution de phase ϕ dans le plan pupille peut être décomposée en une série de polynômes de Zernike de la forme :

$$\phi = \sum_{j=0}^{\infty} b_j Z_j, \quad (2.28)$$

où b_j sont les coefficients de Zernike. Les expressions des dix premiers modes de Zernike sont exprimées en coordonnées polaires et cartésiennes dans la colonne de gauche de la table 2.1.

2.4.1 Polynômes orthogonaux sur l'hexagone

L'utilisation des polynômes de Zernike est adaptée à une géométrie circulaire puisque ces modes sont définis comme étant orthogonaux sur le disque unité. Il est tout à fait possible de les utiliser sur une autre géométrie de pupille (hexagonale par exemple, en définissant

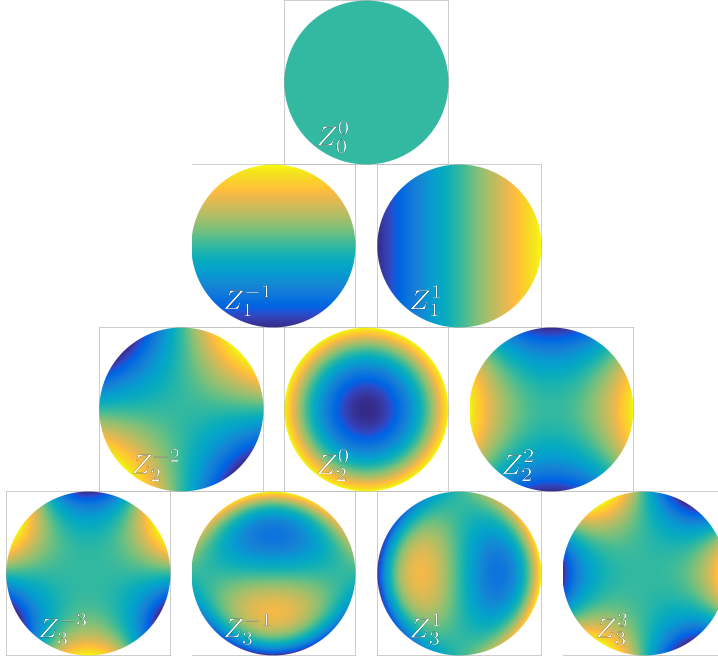


FIGURE 2.4 – Représentation graphique sur le cercle unité des 10 premiers modes de Zernike.

le disque circonscrit à la pupille) mais les avantages de l'unicité de la décomposition sont perdus. Cela se traduit par le fait qu'une distribution de phase ϕ peut être reconstruite de plusieurs manières différentes. Cela peut devenir gênant lorsque deux modes produisent des effets antagonistes et tendent à s'annuler l'un et l'autre (Wang and Booth, 2009).

Les polynômes "renormalisés" pour une géométrie hexagonale sont calculés dans Mahajan and ming Dai (2006) et sont nommés H. La base de Zernike étant linéairement indépendante, il est possible de construire à partir de celle-ci une base orthogonale sur l'hexagone unité, en utilisant le procédé itératif de Gram-Schmidt. On a alors :

$$G_1 = H_1 = Z_1 = 1, \quad (2.29)$$

et par récursivité pour $j > 1$:

$$G_j = Z_j - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\langle H_k | Z_j \rangle}{\langle H_k | H_k \rangle} H_k, \quad (2.30)$$

où G_k est une base orthogonale sur l'hexagone unité et $\langle | \rangle$ représente le produit scalaire. La base H est obtenue par la normalisation de G tel que :

$$H_j = \frac{G_j}{\|G_j\|} = \frac{G_j}{\sqrt{\langle G_j | G_j \rangle}}, \quad (2.31)$$

et on a donc par définition :

$$\langle H_j | H_j \rangle = A. \quad (2.32)$$

j	$Z_j(\rho, \varphi) = Z_j(\xi, \eta)$	$H_j(\rho, \varphi) = H_j(\xi, \eta)$
1	1	1
2	$2\rho \cos(\varphi) = 2\xi$	$2\sqrt{6/5}\rho \cos \varphi = 2\sqrt{6/5}\xi$
3	$2\rho \sin(\varphi) = 2\eta$	$2\sqrt{6/5}\rho \sin \varphi = 2\sqrt{6/5}\eta$
4	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1) = \sqrt{3}(2(\xi^2 + \eta^2) - 1)$	$\sqrt{5/43}(12\rho^2 - 5) = \sqrt{5/43}(12(\xi^2 + \eta^2) - 5)$
5	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\varphi = 2\sqrt{6}\xi\eta$	$2\sqrt{15/7}\rho^2 \sin 2\varphi = 4\sqrt{15/7}\xi\eta$
6	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\varphi = \sqrt{6}(\xi^2 - \eta^2)$	$2\sqrt{15/7}\rho^2 \cos 2\varphi = 2\sqrt{15/7}(\xi^2 - \eta^2)$
7	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \sin \varphi$ $= 2\sqrt{2}\eta(-2 + 3\xi^2 + 3\eta^2)$	$4\sqrt{42/3685}(25\rho^3 - 14\rho) \sin \varphi$ $= 4\sqrt{42/3685}\eta(25(\xi^2 + \eta^2) - 14)$
8	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \cos \varphi$ $= 2\sqrt{2}\xi(-2 + 3\xi^2 + 3\eta^2)$	$4\sqrt{42/3685}(25\rho^3 - 14\rho) \cos \varphi$ $= 4\sqrt{42/3685}\xi(25(\xi^2 + \eta^2) - 14)$
9	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\varphi = 2\sqrt{2}(3\xi^2\eta - \eta^3)$	$(4/3)\sqrt{10}\rho^3 \sin 3\varphi = (4/3)\sqrt{10}\eta(3\xi^2 - \eta^2)$
10	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\varphi = 2\sqrt{2}(\xi^3 - 3\xi\eta^2)$	$4\sqrt{70/103}\rho^3 \cos 3\varphi = 4\sqrt{70/103}\xi(\xi^2 - 3\eta^2)$

TABLE 2.1 – Expression des polynômes de Zernike Z (à gauche) et des polynômes hexagonaux H (à droite) en coordonnées polaires et cartésiennes.

Exemple d'application :

Calculons H_4 à partir de l'algorithme de Gram-Schmidt présenté précédemment. Soit :

$$\begin{aligned}
G_4 &= Z_4 - \langle H_3 | Z_4 \rangle H_3 - \langle H_2 | Z_4 \rangle H_2 - \langle H_1 | Z_4 \rangle H_1, \\
&= Z_4 - \frac{48}{15} (2\langle \eta | \xi^2 \rangle + 2\langle \eta | \eta^2 \rangle - \langle \eta | 1 \rangle) \eta \\
&\quad - \frac{48}{15} (2\langle \xi | \xi^2 \rangle + 2\langle \xi | \eta^2 \rangle - \langle \xi | 1 \rangle) \xi \\
&\quad - \frac{2}{3} (2\langle 1 | \xi^2 \rangle + 2\langle 1 | \eta^2 \rangle - \langle 1 | 1 \rangle).
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Les produits scalaires : $\langle \xi | \xi^2 \rangle$, $\langle \eta | \eta^2 \rangle$, $\langle \xi | \eta^2 \rangle$, $\langle \eta | \xi^2 \rangle$, $\langle \xi | 1 \rangle$, $\langle \eta | 1 \rangle$ sont tous égaux à zéro. Les produits scalaires restant, et ce d'après les équations C.4, C.8 et C.9 valent $\langle 1 | 1 \rangle = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ et $\langle 1 | \xi^2 \rangle = \langle 1 | \eta^2 \rangle = \frac{5\sqrt{3}}{16}$. Cela nous donne donc :

$$G_4 = Z_4 + \frac{\sqrt{3}}{6}. \tag{2.34}$$

En normalisant G_4 , on obtient alors :

$$H_4 = G_4 \times \left(\frac{1}{A} \iint_S 3 \left(2(\xi^2 + \eta^2) - \frac{5}{6} \right)^2 d\xi d\eta \right)^{-1/2} = 2\sqrt{\frac{15}{43}} Z_4 + \sqrt{\frac{5}{43}} Z_1. \tag{2.35}$$

2.4.2 Expression de la variance de la pupille avec polynômes orthonormés

Comme annoncé précédemment, j'utilise par la suite l'équation 2.24 afin d'exprimer l'erreur de front d'onde sur une pupille segmentée. Ce choix est purement historique puisque lors

de mes premières simulations, les aberrations de piston, tip et tilt étaient introduites comme défini dans la section 2.2. Néanmoins, ayant défini l'expression des polynômes orthonormés sur l'hexagone, il existe alors une autre manière d'implémenter les aberrations de phase sur les segments. On peut en effet exprimer l'élévation sur le segment n comme :

$$h_n(\xi, \eta) = p'_n \times \mathbf{H}_1 \left(\frac{\xi}{r}, \frac{\eta}{r} \right) + t'_n \times \mathbf{H}_2 \left(\frac{\xi}{r}, \frac{\eta}{r} \right) + T'_n \times \mathbf{H}_3 \left(\frac{\xi}{r}, \frac{\eta}{r} \right), \quad (2.36)$$

dans le cas où l'on considère seulement les aberrations de piston, tip et tilt. En repartant de l'équation 2.22, il suffit donc d'exprimer $\mathbb{E}[\mathbf{H}^2]$ et $\mathbb{E}[\mathbf{H}]^2$ dans cette nouvelle base. La hauteur moyenne sur le segment $\overline{h_n(\xi, \eta)}$ vaut toujours p'_n . La moyenne de la hauteur au carré peut quant à elle se ré-exprimer comme :

$$\begin{aligned} \overline{h_n^2(\xi, \eta)} &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} h_n^2(\xi, \eta) d\xi d\eta, \\ &= \frac{1}{A} \left[p_n'^2 \langle \mathbf{H}_1 | \mathbf{H}_1 \rangle + t_n'^2 \langle \mathbf{H}_2 | \mathbf{H}_2 \rangle + T_n'^2 \langle \mathbf{H}_3 | \mathbf{H}_3 \rangle \right. \\ &\quad \left. + 2p_n' t_n' \langle \mathbf{H}_1 | \mathbf{H}_2 \rangle + 2p_n' T_n' \langle \mathbf{H}_1 | \mathbf{H}_3 \rangle + 2t_n' T_n' \langle \mathbf{H}_2 | \mathbf{H}_3 \rangle \right] d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (2.37)$$

En sachant que pour des polynômes orthogonaux on a $\langle \mathbf{H}_j | \mathbf{H}_j \rangle = A$ et $\langle \mathbf{H}_j | \mathbf{H}_k \rangle = 0$ (avec $j \neq k$), l'équation précédente devient alors :

$$\overline{h_n^2(\xi, \eta)} = p_n'^2 + t_n'^2 + T_n'^2. \quad (2.38)$$

Finalement, on a $\mathbb{E}[\mathbf{H}^2] = \mathbb{E}[\mathbf{p}'^2] + \mathbb{E}[\mathbf{t}'^2] + \mathbb{E}[\mathbf{T}'^2]$ et $\mathbb{E}[\mathbf{H}]^2 = \mathbb{E}[\mathbf{p}']^2$, ce qui donne alors

$$\sigma = \sqrt{s_{p'}^2 + s_{t'}^2 + s_{T'}^2 + \mathbb{E}[\mathbf{t}'^2] + \mathbb{E}[\mathbf{T}'^2]}, \quad (2.39)$$

une équation beaucoup plus simple à manipuler en ce sens qu'elle ne fait intervenir que les coefficients de piston, tip et tilt.

2.4.3 Méthodes numériques d'approximation des polynômes

□ Projection

La méthode de projection est intuitive du fait qu'elle correspond à un procédé très souvent utilisé en optique. On crée numériquement la combinaison de mode de Zernike que l'on veut introduire sur la pupille (ou tout autre forme d'aberration) et ce sur un disque de diamètre adapté à celui de la pupille segmentée. On multiplie alors le tableau obtenu à celui de la pupille segmentée sans aucune aberration (i.e. $[p_n, t_n, T_n] = [0, 0, 0] \quad \forall n \in [0, N]$). Les valeurs de piston, tip et tilt de chacun des segments s'obtiennent en calculant la moyenne de la projection du signal contenu dans chaque hexagone sur les bases \mathbf{H}_1 , \mathbf{H}_2 et \mathbf{H}_3 . Un exemple de projection est donné sur la figure 2.5, où une carte de phase aléatoire est appliquée sur la pupille (à gauche) et projetée ensuite sur la base des piston, tip et tilt pour une pupille d'ordre $M = 5$ (au milieu) et $M = 16$ (à droite).

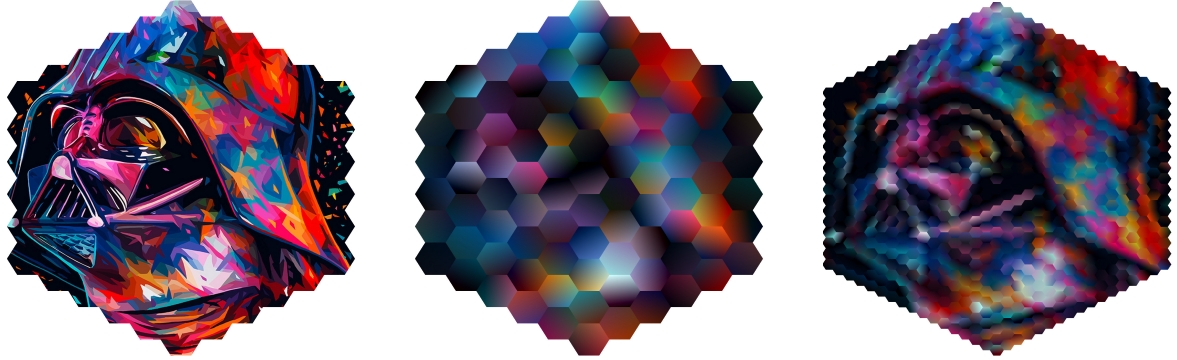


FIGURE 2.5 – Illustration de l’ajustement d’une carte de phase initiale (à gauche) par projection sur les modes H_1 , H_2 et H_3 puis reconstruction pour une pupille d’ordre $M=5$ (au milieu) et d’ordre $M=20$ (à droite). Plus le nombre de segment est élevé, et plus le système est capable de reproduire les hautes fréquences spatiales de la phase de départ.

□ Ajustement par les moindres carrés

La méthode d’ajustement par les moindres carrés consiste, pour chaque segment, à trouver le plan d’équation $z = p_n + t_n\xi + T_n\eta$ dont les coefficients minimisent la somme des écarts quadratiques entre ce plan et le mode de Zernike considéré. Cette technique a été développée par F. Marchis et R. Fetick de l’entreprise Iris AO¹. Le résultat est obtenu par calcul matriciel et décomposition en valeur singulière (SVD). Le détail du calcul n’est pas explicité ici.

Ces deux méthodes ont le désavantage d’être dépendantes de l’échantillonnage choisi pour réaliser la pupille. De plus, l’algorithmie sous-jacente n’est pas indépendante du nombre de segments présents dans la pupille et il est nécessaire de recalculer les valeurs de piston, tip et tilt à chaque changement de configuration. C’est pourquoi j’ai développé une formulation analytique permettant d’obtenir les coefficients de piston, tip et tilt de chaque segment que je présente dans la section qui suit.

2.4.4 Méthode analytique

À l’aide du formalisme développé dans la section 2.4.1, il est possible de donner une formulation analytique des coefficients de piston, tip et tilt qu’il est nécessaire d’attribuer à chaque segment dans le but de reproduire un mode de Zernike Z_j donné sur une pupille segmentée de diamètre inscrit D_{insc} . Pour conserver une certaine facilité de lecture, j’utilise comme variable le diamètre de ce cercle, noté $R = D_{insc}/2$ dans la suite de cette section. En projetant Z_j sur les modes H_1 , H_2 et H_3 et en opérant les changements de variable $\xi' = \xi/R$, et $\eta' = \eta/R$, ainsi que $\xi'' = (\xi - \Xi_n)/r$, et $\eta'' = (\eta - H_n)/r$, on obtient :

$$p_n(j) = \frac{1}{A} \iint_S Z_j(\xi', \eta') H_1(\xi'', \eta'') d\xi d\eta, \quad (2.40)$$

1. Communication privée

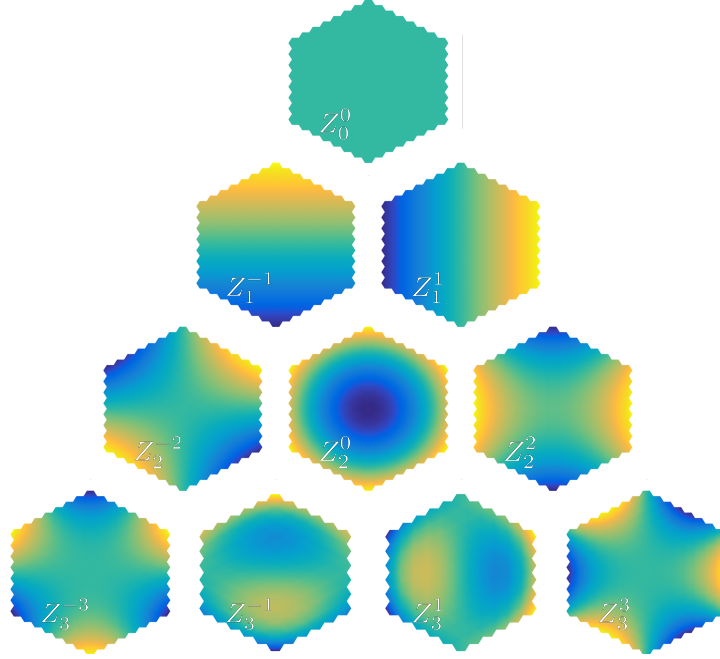


FIGURE 2.6 – Représentation graphique sur une pupille segmentée d'ordre $M = 5$ des 10 premiers modes de Zernike ajustés avec les coefficients de la table 2.2.

$$t_n(j) = \frac{1}{A} \iint_S Z_j(\xi', \eta') H_2(\xi'', \eta'') d\xi d\eta, \quad (2.41)$$

$$T_n(j) = \frac{1}{A} \iint_S Z_j(\xi', \eta') H_3(\xi'', \eta'') d\xi d\eta, \quad (2.42)$$

où Ξ_n et H_n sont les coordonnées du centre du segment n . Les expressions obtenues sont uniquement dépendantes des coordonnées Ξ_n et H_n et du rayon R , et les coefficients de décomposition en piston, tip et tilt des 10 premiers modes de Zernike sont donnés dans la table 2.2. Ces 10 premiers modes sont représentés graphiquement sur la figure 2.6.

Les méthodes numériques proposées pour créer les modes de Zernike sur une pupille segmentée sont dépendantes des paramètres géométriques de la pupille (nombre de segment et gap). Il est alors nécessaire de relancer l'algorithme à chaque fois que ces derniers changent, ce qui n'est pas optimal. La valeur de l'échantillonnage de chacun des segments influence aussi la précision finale de la mesure. Afin d'obtenir des modes de bonne qualité, il est nécessaire de travailler avec de grandes matrices, ce qui peut impacter de manière significative le temps de calcul. La méthode analytique que je propose permet de calculer les valeurs de piston, tip et tilt à donner à chacun des segments afin de reproduire les modes de Zernike sur une pupille segmentée de manière théorique. Les expressions données dans le tableau 2.2 sont des expressions exactes dépendant uniquement de la position des segments. Elles sont donc versatiles quant au changement des paramètres tels que le nombre de segment composant la pupille ou encore la valeur du gap.

j	$p_n(j)$	$t_n(j)$	$T_n(j)$
1	1	0	0
2	$\frac{2}{R}\Xi_n$	$\frac{r}{R}\sqrt{\frac{5}{6}}$	0
3	$\frac{2}{R}H_n$	0	$\frac{r}{R}\sqrt{\frac{5}{6}}$
4	$\frac{12\Xi_n^2+12H_n^2+5r^2-6R^2}{2\sqrt{3}R^2}$	$\frac{r\sqrt{10}}{R^2}\Xi_n$	$\frac{r\sqrt{10}}{R^2}H_n$
5	$\frac{2\sqrt{6}}{R^2}\Xi_n H_n$	$\frac{r\sqrt{5}}{R^2}H_n$	$\frac{r\sqrt{5}}{R^2}\Xi_n$
6	$\frac{\sqrt{6}}{R^2}(\Xi_n^2 - H_n^2)$	$\frac{r\sqrt{5}}{R^2}\Xi_n$	$-\frac{r\sqrt{5}}{R^2}H_n$
7	$\frac{\sqrt{2}H_n(6\Xi_n^2+6H_n^2+5r^2-4R^2)}{R^3}$	$\frac{2r\sqrt{15}}{R^3}\Xi_n H_n$	$\frac{r(75\Xi_n^2+225H_n^2+42r^2-50R^2)}{5\sqrt{15}R^3}$
8	$\frac{\sqrt{2}\Xi_n(6\Xi_n^2+6H_n^2+5r^2-4R^2)}{R^3}$	$\frac{r(225\Xi_n^2+75H_n^2+42r^2-50R^2)}{5\sqrt{15}R^3}$	$\frac{2r\sqrt{15}}{R^3}\Xi_n H_n$
9	$\frac{2\sqrt{2}}{R^3}H_n(3\Xi_n^2 - H_n^2)$	$\frac{2r\sqrt{15}}{R^3}\Xi_n H_n$	$\frac{r\sqrt{15}}{R^3}(\Xi_n^2 - H_n^2)$
10	$\frac{2\sqrt{2}}{R^3}\Xi_n(\Xi_n^2 - 3H_n^2)$	$\frac{r\sqrt{15}}{R^3}(\Xi_n^2 - H_n^2)$	$-\frac{2r\sqrt{15}}{R^3}\Xi_n H_n$

TABLE 2.2 – Coefficients de décomposition en piston, tip et tilt des polynômes de Zernike sur une pupille segmentée en fonction du numéro n du segment considéré.

2.5 Considérations numériques

J'apporte dans cette dernière section des précisions sur les choix effectués en terme de numérotation des segments et ceux faits pour l'introduction des aberrations sur les segments. Ces clarifications sont importantes pour maintenir une homogénéité dans les choix effectués lors des simulations.

2.5.1 Numérotation de la pupille

La logique avec laquelle sont numérotés les segments de la pupille peut varier selon les auteurs (Baffes et al., 2008; Chanan et al., 1994). Le système étant par la suite auto-calibré, l'important est de rester cohérent tout au long des développements. Le réseau utilisé dans mes simulations est ordonné ligne après ligne et une colonne sur deux et la numérotation des segments suit logiquement le même schéma. Cette construction qui peut sembler intuitive est le résultat de la création du vecteur réseau. La figure 2.5.1 (à gauche) présente cette numérotation, les différentes couleurs correspondant aux différentes colonnes de segment. Je l'appellerai par la suite numérotation linéaire.

L'autre numérotation souvent rencontrée dans la littérature est présentée sur la figure 2.5.1 (à droite). Les segments y sont ordonnés de manière radiale, ce qui permet une lecture plus aisée, j'en conviens. Je l'appellerai par la suite numérotation circulaire. La correspondance

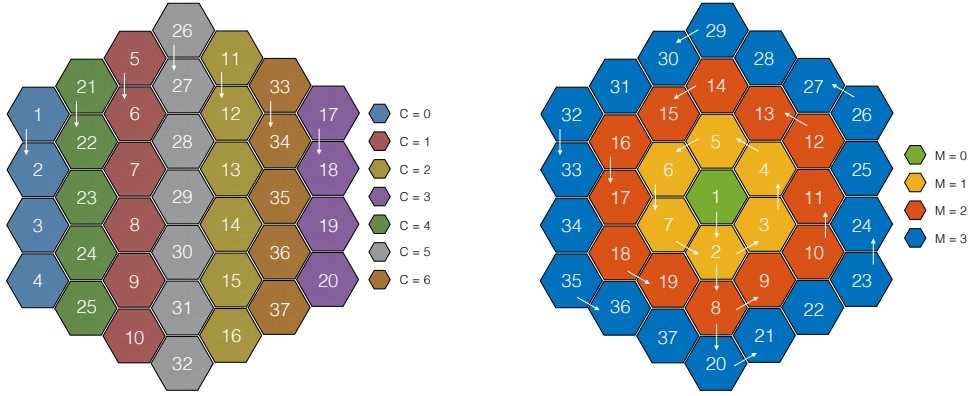


FIGURE 2.7 – Numérotation des segments de manière linéaire (à gauche) et de manière circulaire (à droite).

entre les deux notations est intuitive en classant chaque couple (Ξ_n, H_n) par les valeurs de $\Xi_n^2 + H_n^2$ et $\arctan(H_n/\Xi_n)$ croissantes.

2.5.2 Introduction des aberrations optiques

Comme nous le verrons dans la section 3.1.4, l'expression de l'amplitude complexe du front d'onde peut être donnée sous la forme :

$$\Psi = A \exp(i\phi), \quad (2.43)$$

où A est appelé l'amplitude et ϕ la phase. Pour introduire des variations d'amplitude, il faut alors jouer sur la valeur de A . Lors de l'étude de systèmes optiques en simulation, et comme nous le verrons dans la section 3.1.4, il est de coutume de prendre une valeur unitaire pour cette transmittance. Les pupilles sont donc composées de la valeur 1 à l'intérieur (transmission parfaite de 100%) et de la valeur 0 en dehors (pas de transmission). En choisissant des valeurs entre ces deux bornes, on peut alors prendre en compte des variations d'amplitude dans la pupille, par exemple des différences de réflectivité présentes sur les segments.

Les aberrations de phase, notées généralement ϕ , sont quant à elles directement reliées à la position sur le segment, h , de telle sorte que :

$$\phi(\xi, \eta) = \frac{2\pi}{\lambda} h(\xi, \eta). \quad (2.44)$$

2.5.3 Apodisation de la pupille

La création numérique d'une pupille segmentée impose sa discrétisation en pixels, éléments unitaires composant l'image. Le pixel étant de forme carrée et la géométrie de la pupille hexagonale, des approximations sont alors nécessaires aux limites diagonales des segments ainsi qu'aux limites horizontales lorsque celles-ci ne correspondent pas à un nombre entier de pixel. L'apodisation de la pupille, ou plus précisément sa construction en niveaux de gris permet alors de palier à ces effets de bord comme suggéré par Soummer et al. (2007). Le

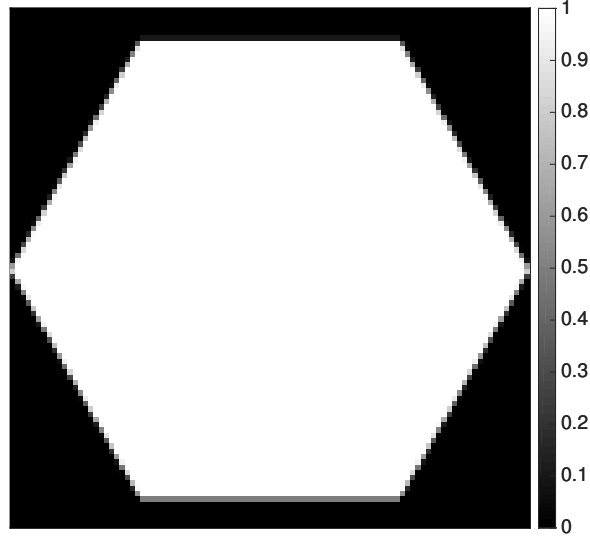


FIGURE 2.8 – Construction en niveaux de gris d’un segment de la couronne extérieure d’une pupille segmentée d’ordre $M = 2$.

module de l’amplitude complexe d’un pixel entièrement inclus dans \mathcal{S} vaut 1. A contrario, le module de l’amplitude complexe d’un pixel entièrement exclu de \mathcal{S} vaut 0. Dans le cas alternatif où le pixel possède une partie à l’intérieur et une partie à l’extérieur de \mathcal{S} , le module de l’amplitude complexe du pixel vaut la surface du pixel intersecté étant à l’intérieur de \mathcal{S} . La figure 2.8 montre un segment construit à l’aide de cette méthode.

Cette technique a été utilisée dans [Troy and Chanan \(2003\)](#) afin de reproduire les effets introduits par les gaps. Cependant, lorsque des aberrations de phase sont prises en compte, il est nécessaire de s’assurer qu’aucun recouvrement n’a lieu entre les segments. Prenons l’exemple le plus simple de deux segments voisins, aux positions n et $n + 1$, sans décalage (i.e. $g = 0$) et uniquement sujets à l’aberration de piston. Soit A_n la proportion de pixel recouverte par le bord du segment n et A_{n+1} celle recouverte par le segment $n + 1$. Les amplitudes complexes sur chacun des segments sont :

$$\begin{aligned}\Psi_n &= A_n \exp(ikp_n), \\ \Psi_{n+1} &= A_{n+1} \exp(ikp_{n+1}),\end{aligned}\tag{2.45}$$

et le recouvrement à l’intersegment est donc :

$$\Psi_n + \Psi_{n+1} = A_n \exp(ikp_n) + A_{n+1} \exp(ikp_{n+1}).\tag{2.46}$$

Les deux problèmes de cette méthode sont alors la norme et l’argument de l’amplitude complexe du recouvrement. La norme est donnée par :

$$\begin{aligned}|\Psi_n + \Psi_{n+1}|^2 &= (\Psi_n + \Psi_{n+1}) \cdot \overline{(\Psi_n + \Psi_{n+1})}, \\ &= A_n^2 + A_{n+1}^2 + (2A_n A_{n+1}) \cos(p_n - p_{n+1}),\end{aligned}\tag{2.47}$$

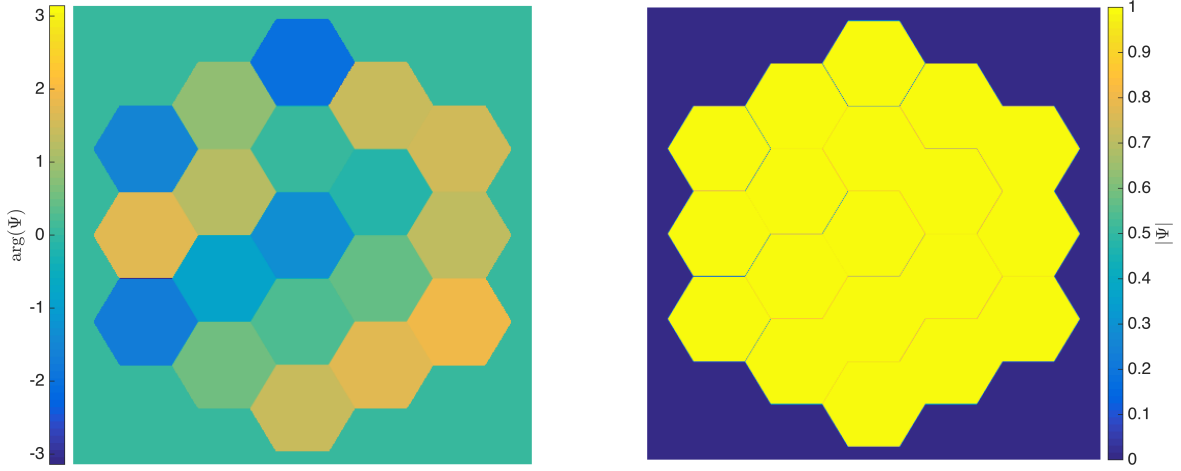


FIGURE 2.9 – Argument (à gauche) et module (à droite) de l’amplitude complexe sur une pupille segmentée d’ordre $M = 2$ avec $g = 0$ utilisant l’apodisation des segments par niveaux de gris.

et l’argument par :

$$\arg(\Psi_n + \Psi_{n+1}) = \arctan\left(\frac{A_n \sin(ikp_n) + A_{n+1} \sin(ikp_{n+1})}{A_n \cos(ikp_n) + A_{n+1} \cos(ikp_{n+1})}\right). \quad (2.48)$$

Il est clair que si $p_n \neq p_{n+1}$ alors :

$$|\Psi_n + \Psi_{n+1}| \neq A_n + A_{n+1}. \quad (2.49)$$

Le principe est le même pour la phase, l’expression mathématique indigeste est cependant évitée par commodité. La figure 2.9 présente l’argument et le module de la distribution d’amplitude complexe d’une pupille segmentée d’ordre $M = 2$, sans espace intersegments (i.e. $g = 0$). L’effet décrit par l’équation 2.49 est clairement visible aux intersegments où l’on retrouve un module inférieur à 1 (fig. 2.9, à droite). L’effet est un peu plus subtil pour l’argument, mais néanmoins visible, notamment entre les segments 2 et 3. On remarque que $\arg(\Psi_2) \sim 2$ et $\arg(\Psi_3) \sim -1.5$, alors qu’à l’intersegment on a $\arg(\Psi_{\{2,3\}}) \sim -3$. Lorsque j’introduis des aberrations de phase dans mes simulations, je tiens compte de cet effet en ne travaillant qu’avec des modules A_n valant soit 0 soit 1. Je construis pour ce faire chacun des segments en utilisant l’apodisation et je remplace alors les valeurs supérieures ou égales à 0.5 par 1 et les autres par 0.

Effets de la segmentation sur l'imagerie directe

Sommaire

3.1	Formation d'image par un télescope	37
3.1.1	Principe d'Huygens-Fresnel	38
3.1.2	Diffraction de Fresnel	38
3.1.3	Diffraction de Fraunhofer	39
3.1.4	Formation d'image dans un système parfait	40
3.1.5	Résolution optique	41
3.2	Effets induits par la segmentation	43
3.2.1	Fonction d'étalement du point d'une pupille segmentée	43
3.2.2	Système parfait	44
3.2.3	Erreurs de phase	45
3.2.4	Erreurs d'amplitude	52
3.3	Imagerie à haut contraste	53

Je présente dans ce chapitre les principes mathématiques menant à la formation d'image par un système optique. J'utilise dans un second temps ces outils mathématique pour quantifier les effets introduits par la segmentation sur le système. La dernière section de ce chapitre aborde finalement le thème de l'imagerie à haut contraste.

La première section de ce chapitre reprend les descriptions mathématiques de la propagation de la lumière développées notamment dans Bruhat (1965); Perez (1984); Born and Wolf (1999). La seconde est basée sur les études théoriques des images produites par un télescope segmenté et ont été traitées dans Yaitskova et al. (2003); Chanan and Troy (1999).

3.1 Formation d'image par un télescope

Le but de cette partie est de présenter une description mathématique de la formation d'image par un système optique tout en restant le plus général possible. Il me paraît important d'énoncer le cheminement adopté pour proposer une théorie de la diffraction satisfaisante, des principes de Huygens et Fresnel jusqu'à l'optique de Fourier. Seuls les concepts et équations principales seront présentées par soucis de clarté. Ces considérations constituent le cadre de travail des simulations numériques que j'ai pu effectuer et qui sont présentées dans la suite de ce manuscrit.

3.1.1 Principe d'Huygens-Fresnel

L'énoncé du principe d'Huygens-Fresnel comporte deux parties. La première est énoncée en 1678 par Huygens et dit que :

« La lumière se propage de proche en proche. Chaque élément de la surface atteint par elle se comporte comme une source secondaire qui émet des ondelettes sphériques dont l'amplitude est proportionnelle à cet élément. »

La seconde est énoncée par Fresnel en 1818 et complète la première en disant que :

« L'amplitude complexe de la vibration lumineuse en un point est la somme des amplitudes complexes des vibrations produites par toutes les sources secondaires. On dit que toutes ces vibrations interfèrent pour former la vibration en un point considéré. »

On considère une onde monochromatique en incidence sur l'ouverture \mathcal{A} dont l'amplitude complexe est notée $\psi_0(M)$. Sa dépendance temporelle n'est pas explicitée par commodité, mais est implicite dans chaque équation. D'après les deux principes énoncés précédemment, on peut formuler l'amplitude complexe $\psi(P)$ de l'onde au point P , comme étant la somme des amplitudes complexes des ondes sphériques émises par tout point situé dans \mathcal{A} tel que :

$$\psi(P) = \iint_{\mathcal{A}} \psi_0(M) Q(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r} dS, \quad (3.1)$$

où $r = \|\mathbf{r}\|$ désigne la distance séparant les points M et P et dS désigne l'élément différentiel de surface. Le terme $Q(\theta)$ est un facteur d'inclinaison qui traduit la variation d'amplitude de l'onde secondaire selon la direction considérée dont l'expression $Q = -i(1 + \cos\theta)/2\lambda$ est déterminée dans le développement de Kirchhoff qui n'est pas abordé ici. Les notations utilisées dans l'équation 3.1 sont présentées sur la figure 3.1. Les coordonnées cartésiennes ξ et η sont utilisées pour désigner une position dans le plan de l'ouverture \mathcal{A} alors que les coordonnées cartésiennes x et y sont utilisées pour désigner une position dans le plan d'observation du phénomène de diffraction.

3.1.2 Diffraction de Fresnel

Le premier cas considéré est celui pour lequel on observe le phénomène de diffraction à distance finie et est appelé diffraction de Fresnel. On pose $\mathcal{Z} = \|\mathcal{OO}'\|$ par soucis de lisibilité. On suppose \mathcal{Z} grand devant les dimensions de \mathcal{A} ainsi que devant la région d'observation. Mathématiquement, on considère cette approximation comme applicable quand :

$$\frac{\pi}{4\lambda\mathcal{Z}^3} [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]_{max}^2 \ll 1, \quad (3.2)$$

où X_{max} représente la dimension maximale de la variable X . Ces considérations faites, seul le premier ordre du développement limité de \mathbf{r} peut être conservé tel que :

$$\|\mathbf{r}\| = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + \mathcal{Z}^2} \simeq \mathcal{Z} \left[1 + \frac{(\xi - x)^2}{2\mathcal{Z}^2} + \frac{(\eta - y)^2}{2\mathcal{Z}^2} \right], \quad (3.3)$$

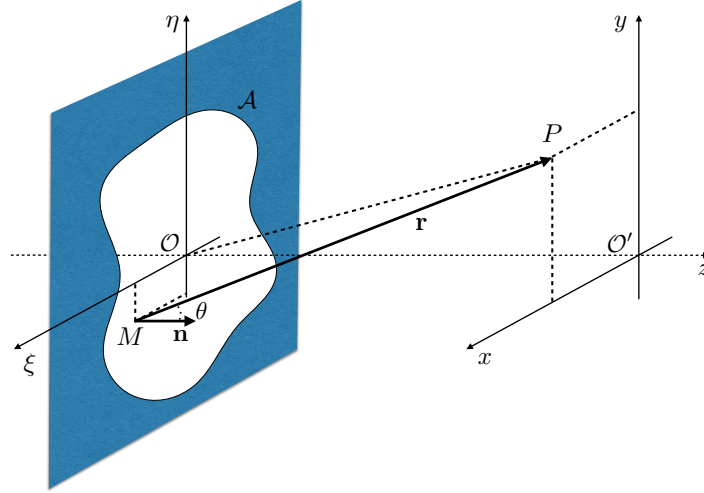


FIGURE 3.1 – Schéma représentant une ouverture arbitraire \mathcal{A} et les coordonnées et variables afférentes au développement du principe d'Huygens-Fresnel.

que l'on introduit dans l'équation 3.1 pour finalement obtenir :

$$\psi(x, y) \simeq \frac{\exp(ikZ)}{i\lambda Z} \exp\left(i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda Z}\right) \times \iint_{\mathcal{A}} \left\{ \psi_0(\xi, \eta) \exp\left(i\pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda Z}\right) \right\} \exp\left(-2i\pi \frac{x\xi + y\eta}{\lambda Z}\right) d\xi d\eta. \quad (3.4)$$

Cette formulation est intéressante par la forme qu'elle arbore en cela qu'elle fait intervenir l'expression d'une transformée de Fourier que l'on désignera dans la suite de cette thèse par \mathcal{F} . Il est dorénavant possible d'exprimer l'amplitude complexe de l'onde diffractée au point P par l'expression :

$$\psi(x, y) \propto \mathcal{F} \left[\psi_0(\xi, \eta) \exp\left(i\pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda Z}\right) \right]. \quad (3.5)$$

Bien qu'aisément abordable de manière numérique, cette expression peut encore être simplifiée en considérant une condition plus contraignante sur la valeur de Z .

3.1.3 Diffraction de Fraunhofer

La diffraction de Fraunhofer considère pour sa part une observation du phénomène de diffraction à l'infini, permettant ainsi d'annuler le terme de phase quadratique de l'équation 3.4. Les conditions d'application de cette approximation sont formulées par :

$$\frac{\pi}{\lambda Z} (\xi^2 + \eta^2)_{max} \ll 1. \quad (3.6)$$

En partant de l'équation 3.4, on obtient alors :

$$\psi(x, y) \simeq \frac{\exp(ikZ)}{i\lambda Z} \exp\left(i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda Z}\right) \iint_{\mathcal{A}} \psi_0(\xi, \eta) \exp\left(-2i\pi \frac{x\xi + y\eta}{\lambda Z}\right) d\xi d\eta, \quad (3.7)$$

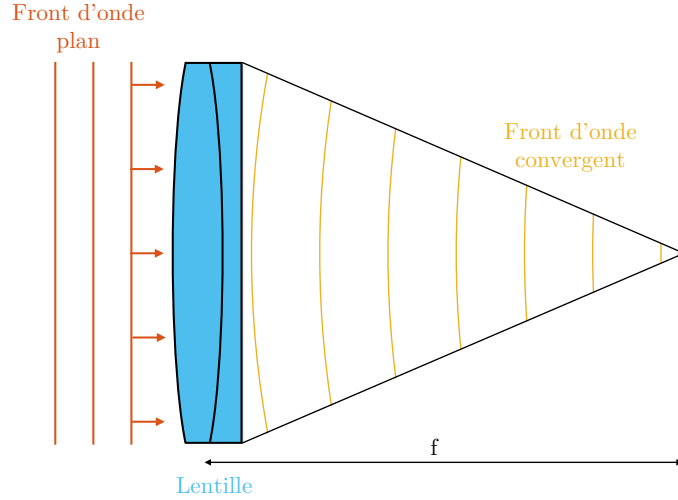


FIGURE 3.2 – Représentation schématique du principe de la transformation de phase par une lentille convergente de distance focale f .

ce qui se traduit directement par :

$$\psi(x, y) \propto \mathcal{F}[\psi_0(\xi, \eta)]. \quad (3.8)$$

Le même résultat est obtenu en considérant l'observation du phénomène de diffraction dans le plan focal d'une lentille (ou son équivalent réfléchissant - miroir sphérique). En effet, le système optique que représente la lentille peut être vu comme un transformateur de phase dont la transmission s'écrit :

$$\tau_L(\xi, \eta) = \exp\left(-\frac{i\pi(\xi^2 + \eta^2)}{\lambda f}\right), \quad (3.9)$$

où f est la distance focale de la lentille. Cette vision de la lentille comme étant un transformateur de phase est représentée schématiquement sur la figure 3.2, sur laquelle on peut voir qu'un front d'onde plan incident à la lentille va être courbé par la lentille pour venir se focaliser au point focal image. En ajoutant cette contribution dans l'équation 3.4 on obtient alors :

$$\psi(x, y) \propto \iint_{\mathcal{A}} \psi_0(\xi, \eta) \exp\left(-2i\pi \frac{x\xi + y\eta}{\lambda f}\right) d\xi d\eta, \quad (3.10)$$

où l'image donnée par la lentille (la transformée de Fourier de ψ_0) est alors formée à une distance f de la lentille.

3.1.4 Formation d'image dans un système parfait

Je considère dans cette partie la formation d'image par un système d'imagerie parfait, c'est-à-dire dans lequel ne sont pas pris en compte les aberrations optiques du télescope ni

celles de l'atmosphère. La perturbation du champ électromagnétique dans l'ouverture \mathcal{A} du télescope produite par une source à l'infini et non résolue est notée ψ'_S et s'exprime comme :

$$\psi'_S = \psi_0(\lambda)P(\xi, \eta, \lambda), \quad (3.11)$$

où $\psi_0(\lambda)$ est l'expression de l'amplitude complexe produite par l'objet dans l'ouverture \mathcal{A} et $P(\xi, \eta, \lambda)$ la fonction de pupille. Dans le cas d'un objet non résolu à l'infini, ψ_0 est une constante. Par souci de simplicité, je considère par la suite le cas d'une radiation monochromatique (sauf cas contraires explicitement rappelés), ce qui permet de s'affranchir de la dépendance en λ des expressions. La fonction de pupille du télescope parfait s'exprime telle que :

$$P(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\xi, \eta) \in \mathcal{A}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.12)$$

En se plaçant dans le cadre de l'optique de Fourier, on appelle fonction d'étalement du point (FEP) ou de manière équivalente réponse impulsionnelle ou *point spread function* (PSF, en anglais) l'intensité dans le plan focal résultante de l'observation d'un objet ponctuel. Elle s'exprime comme le carré de la valeur absolue de la transformée de Fourier de la fonction pupille telle que :

$$\text{FEP}(x, y) = |\mathcal{F}[P(\xi, \eta)]|^2. \quad (3.13)$$

Finalement, un objet étendu peut être considéré comme une juxtaposition de points sources incohérents entre eux. L'intensité résultante dans le plan image de l'observation d'un objet dont la répartition spatiale d'intensité est \mathcal{O} s'exprime comme :

$$I(x, y) = \mathcal{O} * \text{FEP}(x, y), \quad (3.14)$$

où $*$ désigne le produit de convolution.

3.1.5 Résolution optique

La résolution optique, également appelée pouvoir de séparation, se traduit par la capacité d'un instrument à distinguer deux objets contigus. Comme nous l'avons vu dans la section 3.1.4, la réponse impulsionnelle d'un système optique n'est pas un point, mais est proportionnelle à la transformée de Fourier de la pupille d'entrée. Prenons l'exemple dans cette section d'une ouverture circulaire de diamètre D pour laquelle on a :

$$P(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \leq D/2, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.15)$$

dont la transformée de Fourier est proportionnelle à une fonction Bessel cardinal d'ordre 1 dont la formulation mathématique n'est pas explicitée ici.

La figure 3.3 présente la répartition d'intensité dans le plan focal d'un télescope observant un objet composé de deux points sources (\mathcal{O}_1 et \mathcal{O}_2) séparés physiquement et de même intensité pour un diamètre de pupille arbitraire de D_0 à gauche, $0.84D_0$ au centre et $D_0/2$ à droite. La courbe violette représente une coupe transverse de la FEP et les courbes bleues et rouges représentent les contributions respectives des deux objets au signal total. La coupe

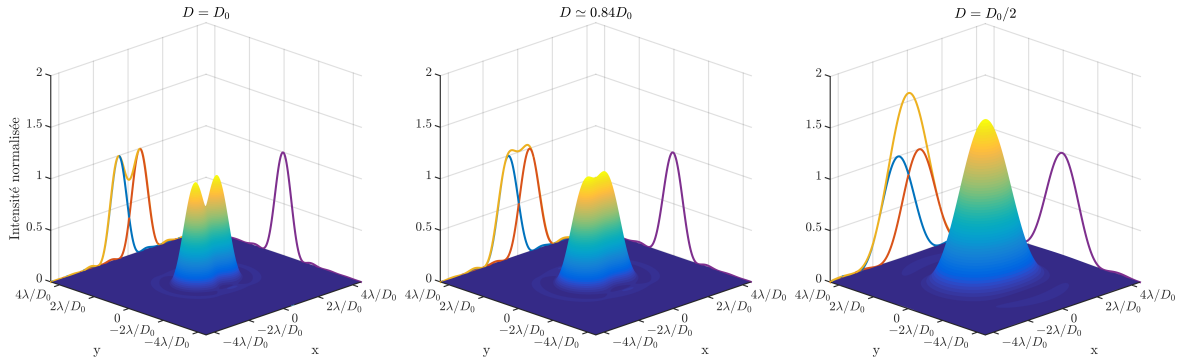


FIGURE 3.3 – Répartition d'intensité résultante de l'observation de deux points sources contigus et ce pour des diamètres de télescopes valant D_0 (à gauche), $0.84D_0$ (au centre) et $D_0/2$ (à droite).

transverse du signal total est représentée pour sa part en jaune. Des considérations sur les paramètres d'observation réels sont apportées à la fin de cette section.

J'ai choisi comme point de départ le critère de Rayleigh, pour lequel les deux objets sont discernables si le maximum de la contribution du premier objet correspond au premier minimum de la contribution du second. Arbitrairement, je pose $D = D_0$ comme diamètre de référence. La distance limite de séparation sur le détecteur s'exprime ainsi, dans le cas d'une ouverture circulaire, comme :

$$r_{Rayleigh} \simeq 1.22\lambda f / D_0, \quad (3.16)$$

où f est la focale du système imageur. Cette situation est représentée sur la figure 3.3 en haut à gauche.

Le critère de Sparrow est aussi utilisé en astronomie et repose sur l'hypothèse que les deux contributions sont séparables si la dérivée seconde de l'intensité s'annule en un point, c'est-à-dire s'il y a un point d'inflexion sur le signal. Ce critère est moins contraignant que le précédent et la distance limite de séparation vaut :

$$r_{Sparrow} \simeq 0.84 \times r_{Rayleigh} \simeq 1.02\lambda f / D_0. \quad (3.17)$$

Cette situation est représentée au centre de la figure 3.3.

Finalement, lorsque le diamètre de la pupille n'est pas suffisamment élevé, comme c'est le cas dans la configuration à droite de la figure 3.3, les deux objets sont dits non résolus. Cette limite de résolution impose alors un seuil minimal de séparation entre deux objets afin que ceux-ci soient discernables. Pour le VLT, dont le diamètre est de 8.2 m, en supposant une observation centrée sur le spectre visible à 550 nm, la limite de résolution angulaire est d'environ 14 mas soit l'équivalent de la distance Terre-Soleil (1 unité astronomique, UA) située à 100 parsec (pc, avec $1 \text{ pc} \simeq 3.1 \times 10^{13} \text{ km}$).

L'effet du phénomène de diffraction sur une image réelle est visible sur la figure 3.4. Son effet est chromatique, c'est-à-dire qu'il dépend de la longueur d'onde, ce qui est visible notamment sur l'étoile noire (Feinstein, 2015). On peut aussi noter qu'une autre conséquence de la diffraction est d'étaler l'énergie des objets observés. Dans la figure 3.4, cela a pour

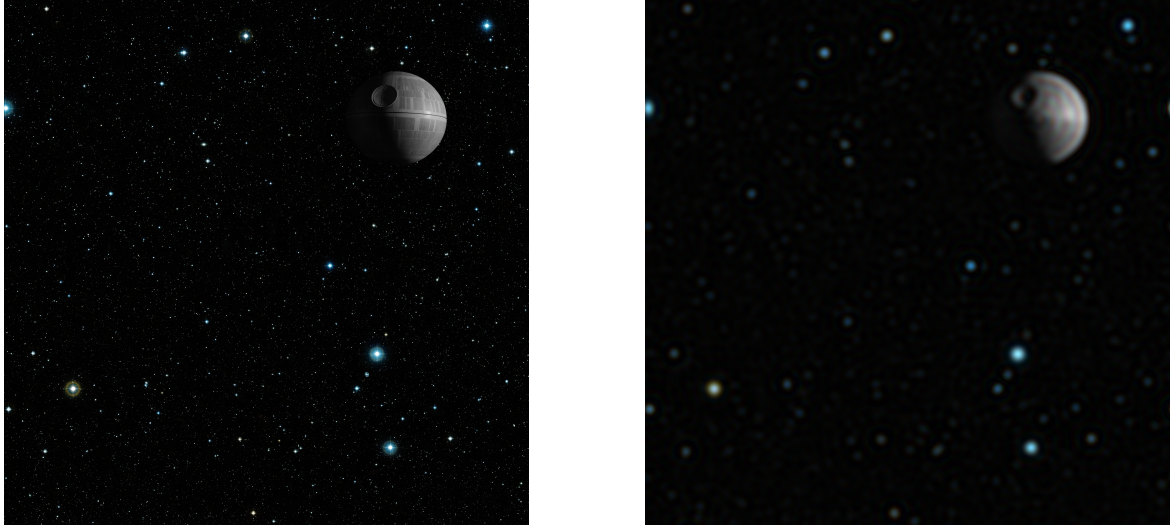


FIGURE 3.4 – Illustration du phénomène de diffraction sur une image "stellaire". À gauche : image d'origine. À droite : image observée avec une pupille de diamètre arbitraire. L'image devient floue et il est aussi possible d'observer les effets chromatiques.

conséquence de noyer l'information des objets les plus faibles dans le flux diffracté des objets plus brillants. Cette conséquence est de prime importance lorsque l'objet que l'on souhaite détecter possède une intensité très faible par rapport à un objet proche, ce qui est typiquement le cas pour un système composé d'une étoile autour de laquelle gravite une planète. Ces considérations sont abordées dans la section 3.3 terminant ce chapitre.

3.2 Effets induits par la segmentation

Comme nous l'avons vu dans les parties précédentes, la connaissance de la FEP est primordiale afin de caractériser le système. Jusqu'à présent, j'ai utilisé par commodité des ouvertures circulaires et sans aucun défaut. Comme nous allons le voir dans cette partie, lorsque sont prises en compte les erreurs de phase ou d'amplitude, ainsi qu'une géométrie particulière de pupille, les effets induits sont multiples.

Cette étude est principalement basée sur les travaux menés dans [Yaitskova et al. \(2003\)](#) et [Chanan and Troy \(1999\)](#) et est agrémentée d'images issues de mes propres simulations numériques en considérant une pupille pleine d'ordre $M = 5$.

3.2.1 Fonction d'étalement du point d'une pupille segmentée

La fonction de transmission d'une pupille segmentée peut être exprimée comme la somme discrète de la contribution de chacun des segments. On définit pour le segment n les valeurs \mathbf{r}_n , s_n et ϕ_n comme étant respectivement le vecteur position de son centre, sa fonction de transmission et la distribution des erreurs de phase à sa surface. Par commodité, on définit $\boldsymbol{\xi} \equiv (\xi, \eta)$ le vecteur position en plan pupille, $\mathbf{x} \equiv (x, y)$ celui en plan image et on pose

$\boldsymbol{\xi}_n = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n$ le vecteur position réduit en plan pupille. On obtient la fonction de transmission de la pupille :

$$P(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{n=1}^N s_n(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n) \exp(i\phi_n(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n)). \quad (3.18)$$

En utilisant les notations du chapitre 2 on peut exprimer la fonction de transmission du segment comme :

$$s(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n) = \begin{cases} \tau & \text{si } (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n) \in \mathcal{S}, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.19)$$

avec $\tau \in [0, 1]$, la transmission au point de coordonnées $(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n)$.

La FEP correspondant à un tel système se déduit à l'aide des équations 3.13 et 3.18 et l'on obtient après calcul la formule générale :

$$\begin{aligned} \text{FEP}(\mathbf{x}) = \left(\frac{AN}{\lambda f} \right)^2 & \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[\frac{A_n}{A} \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \mathbf{r}_n\right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{A} \iint s_n(\boldsymbol{\xi}_n) \exp(i\phi_n(\boldsymbol{\xi}_n)) \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}_n\right) d^2 \boldsymbol{\xi}_n \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (3.20)$$

où A_n est l'aire réelle du segment n prise en compte par la suite lorsqu'interviennent des erreurs géométriques. Connaissant la formulation générale de la FEP de la pupille segmentée, il est dorénavant intéressant d'étudier son comportement dans un cas parfait et de s'occuper par la suite des effets induits par des erreurs de phase ou d'amplitude sur les segments.

3.2.2 Système parfait

Dans le cas d'un système parfait, on peut poser $s_n = s$, $\phi_n = 0$ et $A_n = A$ pour chacun des segments, ce qui simplifie grandement l'équation 3.20 qui peut s'exprimer sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{FEP}_0(\mathbf{x}) &= \left(\frac{AN}{\lambda f} \right)^2 \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \mathbf{r}_n\right) \right|^2 \times \left| \frac{1}{A} \iint s(\boldsymbol{\xi}) \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}\right) d^2 \boldsymbol{\xi} \right|^2 \\ &= \left(\frac{AN}{\lambda f} \right)^2 \text{FR}(\mathbf{x}) \times \text{FEP}_s(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (3.21)$$

composée d'une fonction déterminée par la géométrie du réseaux (FR) qui est la transformée de Fourier de ce dernier et d'une fonction déterminée par la FEP d'un segment unique (FEP_s). Les expressions théoriques de ces deux fonctions sont données dans [Yaitskova et al. \(2003\)](#). La figure 3.5 donne une représentation graphique de ces deux fonctions pour un système parfait et sans gap entre les segments. Dans ces conditions, tous les maxima (excepté le pic central) de la fonction FR correspondent à des points où la fonction FEP_s s'annule. La figure 3.6 présente finalement la FEP d'un système parfait, FEP_0 . Comme nous allons le voir par la suite, les erreurs de tip-tilt et la présence de gap vont affecter FEP_s tout en laissant FR intacte, faisant apparaître dans l'image des pics de hauts ordres dans la FEP du télescope. Par ailleurs, les erreurs de piston vont elles seulement modifier la fonction FR faisant alors apparaître des speckles dans l'image.

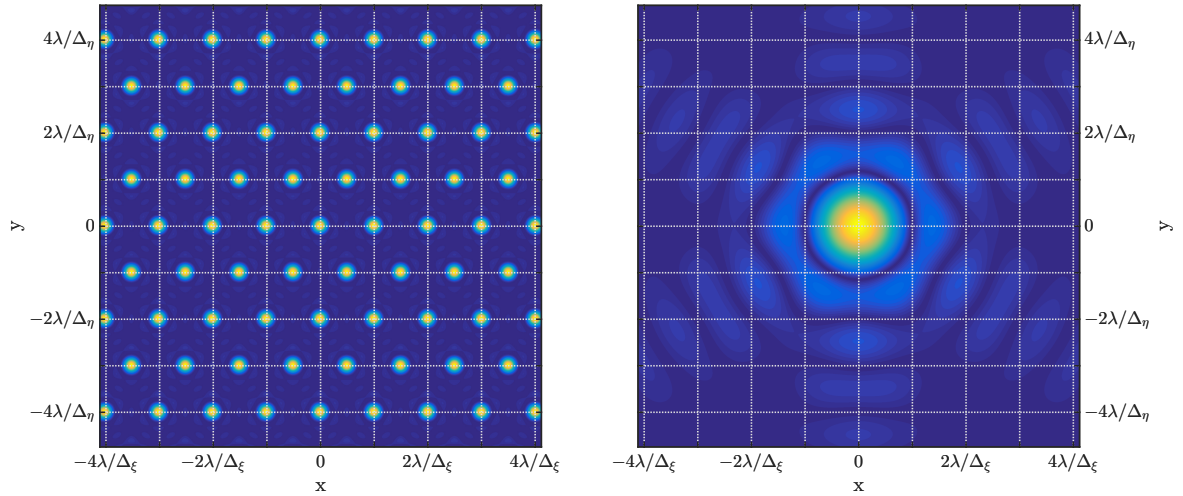


FIGURE 3.5 – Fonctions réseau FR (à gauche) et FEP_s (à droite) obtenues en simulation avec $M = 5$.

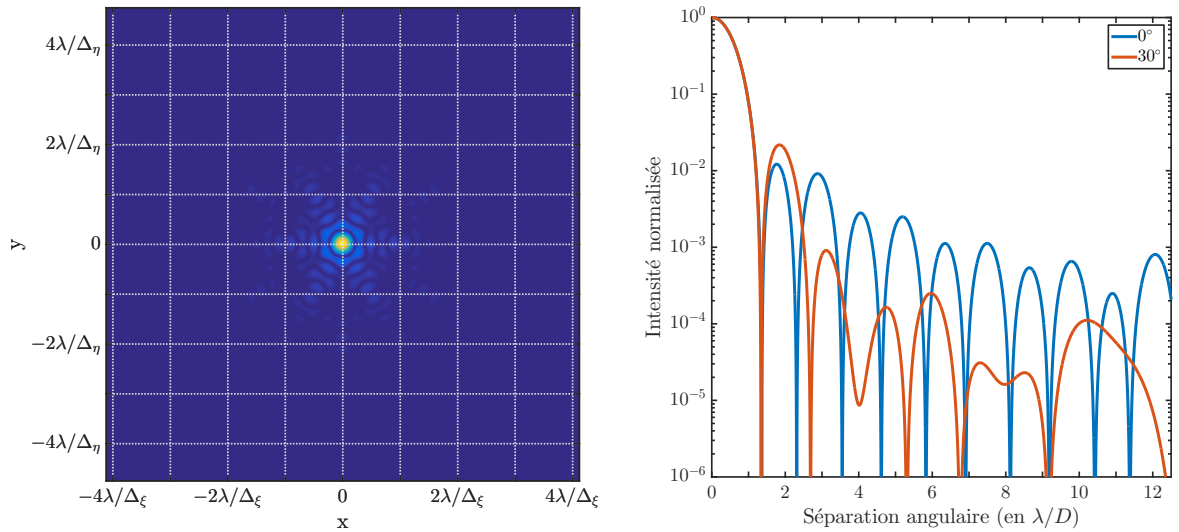


FIGURE 3.6 – À gauche : FEP d'un télescope segmenté hexagonal. À droite : coupe transverse de la FEP selon l'axe horizontal (courbe bleue) et selon un axe orienté à 30° (courbe rouge).

3.2.3 Erreurs de phase

Chacun des segments composant la pupille peut être sujet à des aberrations de phase. Je présente séparément dans cette partie les effets introduits par les aberrations définies dans la section 2.2, que sont le piston et le tip-tilt. Des aberrations de plus hauts ordres sont également présentes sur les segments comme nous pourrions le constater dans le chapitre 7. Bien que leur correction n'aient pas été envisagée durant ma thèse, elles n'en affectent pas moins les performances du système. Ces dernières sont alors abordées à la fin de cette partie.

3.2.3.1 Erreur de piston

L'ordre le plus faible des modes de Zernike correspond au piston. En partant de l'équation 3.21, la FEP d'un système soumis uniquement à l'aberration de piston peut s'exprimer alors comme :

$$\begin{aligned} \text{FEP}_p(\mathbf{x}) &= \left(\frac{AN}{\lambda f} \right)^2 \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp \left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \mathbf{r}_n \right) \exp \left(\frac{2i\pi}{\lambda} p_n \right) \right|^2 \times \left| \frac{1}{A} \iint s(\boldsymbol{\xi}) \exp \left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi} \right) d^2\boldsymbol{\xi} \right|^2, \\ &= \left(\frac{AN}{\lambda f} \right)^2 \text{FR}_p(\mathbf{x}) \times \text{FEP}_s(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Seule la fonction FR de l'équation 3.21 est affectée par les erreurs de piston et est modifiée par la fonction nommée FR_p . La figure 3.7 présente deux FEPs pour deux réalisations de vecteurs \mathbf{p} différentes. On voit clairement l'effet du piston sur la fonction de réseau comme suggéré dans l'équation 3.22.

En effet, on note l'apparition de tavelures sur FR_p qui sont aussi présente dans la FEP. Ce phénomène s'accompagnent inévitablement d'une réduction du rapport de Strehl qu'il est intéressant d'exprimer de manière analytique. On sait qu'il est défini comme étant le quotient entre FEP_p et FEP_0 évalué au point de coordonnées $\mathbf{x} = (0, 0)$, ce qui donne dans le cas où l'on considère l'aberration de piston seule :

$$S_p = \frac{\text{FEP}_p(\mathbf{0})}{\text{FEP}_0(\mathbf{0})}. \quad (3.23)$$

Or, on a $\text{FR}_0(\mathbf{0}) = (AN/\lambda f)^2$, et pour une réalisation aléatoire de piston \mathbf{p} , le rapport de Strehl dont le calcul est proposé dans [Yaitskova et al. \(2003\)](#) vaut alors :

$$\begin{aligned} S_p = \text{FR}_p(\mathbf{0}) &= \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp \left(\frac{2i\pi}{\lambda} p_n \right) \right|^2, \\ &= \frac{1}{N^2} \left(\sum_{n=1}^N \left| \exp \left(\frac{2i\pi}{\lambda} p_n \right) \right|^2 + 2 \sum_{j=1}^N \sum_{k>j}^N \left| \exp \left(\frac{2i\pi}{\lambda} p_k \right) \exp \left(-\frac{2i\pi}{\lambda} p_j \right) \right| \right), \end{aligned} \quad (3.24)$$

soit finalement :

$$\begin{aligned} S_p &= \frac{1}{N} \left(1 + \frac{2}{N} \sum_{k>j}^{i=N} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} (p_k - p_j) \right) \right) = \frac{1}{N} \left(1 + \frac{2}{N} \binom{N}{2} \mathbb{E} \left[\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} (p_k - p_j) \right) \right] \right), \\ &= \frac{1}{N} \left(1 + (N-1) \mathbb{E} \left[\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} (p_k - p_j) \right) \right] \right). \end{aligned} \quad (3.25)$$

On suppose que les valeurs de piston de chacun des segments sont indépendantes entre elles et suivent une distribution normale $\mathcal{N}(0, \sigma_p^2)$ de moyenne nulle et d'écart-type σ_p . La différence $p_l - p_n$ suit donc quant à elle une distribution normale $\mathcal{N}(0, 2\sigma^2)$ de moyenne nulle et d'écart-type $\sqrt{2}\sigma$. L'espérance mathématique du rapport de Strehl, $\mathbb{E}[S_p]$, en considérant un nombre important de segments dans la pupille ($N \gtrsim 500$) ou un grand nombre de mesures de S, et

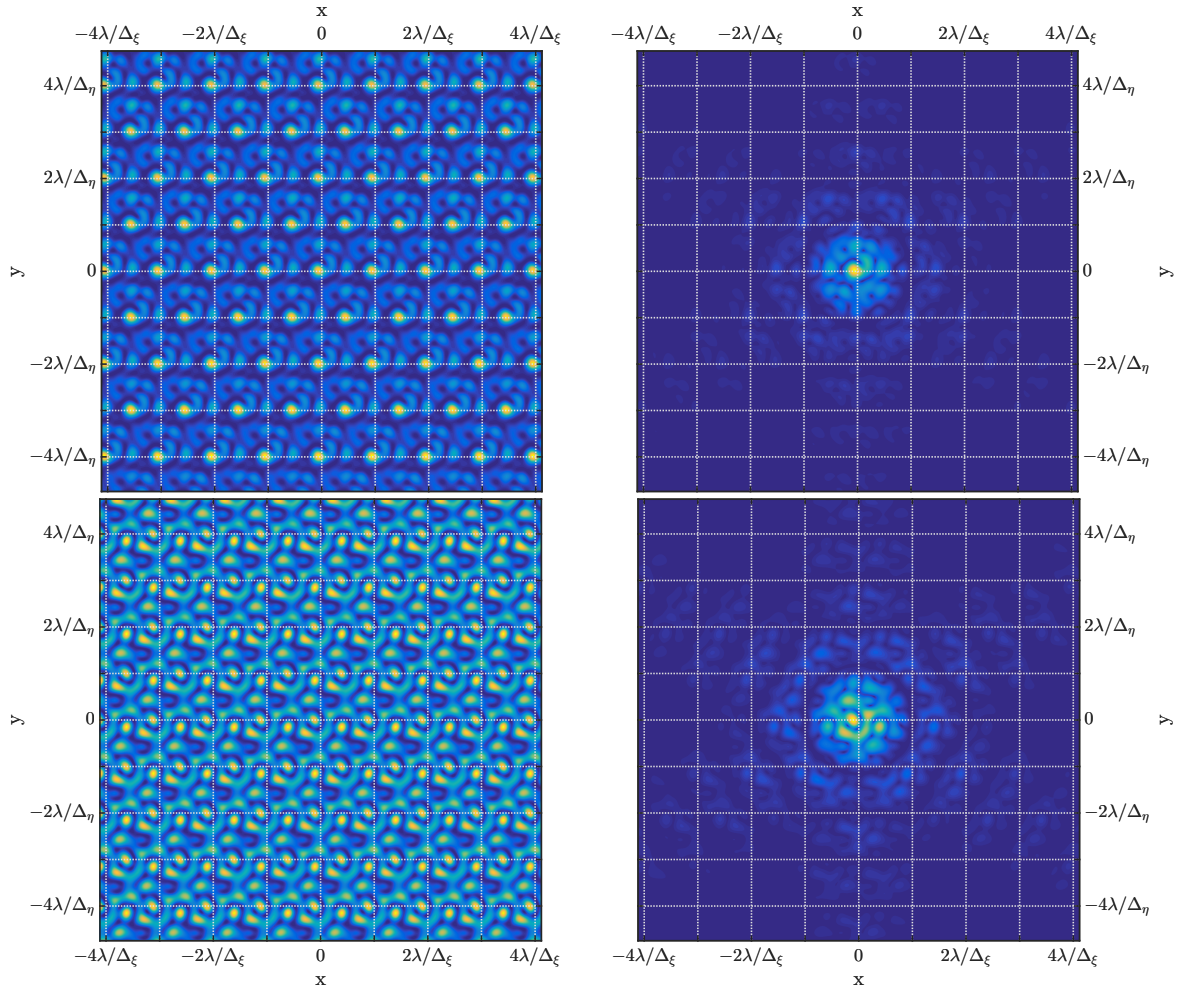


FIGURE 3.7 – Présentation de deux réalisations aléatoires de fonction réseau FR (à gauche) et FEP_s (à droite) obtenues en simulation et ce en considérant des aberrations de piston seul.

en utilisant les propriétés des fonctions caractéristiques développées dans Goodman (1985), peut être exprimée comme :

$$\mathbb{E}[S_p] = \frac{1}{N} [1 + (N - 1) \exp(-\sigma_p^2)]. \quad (3.26)$$

Le rapport de Strehl obtenu pour différentes configurations est présenté sur la figure 3.8 et est comparé aux résultats obtenus par des simulations numériques pour des déviations standards arbitraires de piston de $\lambda/8$, $\lambda/4$, $3\lambda/8$ et $\lambda/2$.

3.2.3.2 Erreur de tip-tilt

Comme il est possible d'en avoir l'intuition, l'erreur de tip-tilt va avoir pour effet de décaler la fonction FEP_s de chacun des segments composant la pupille. L'erreur de phase

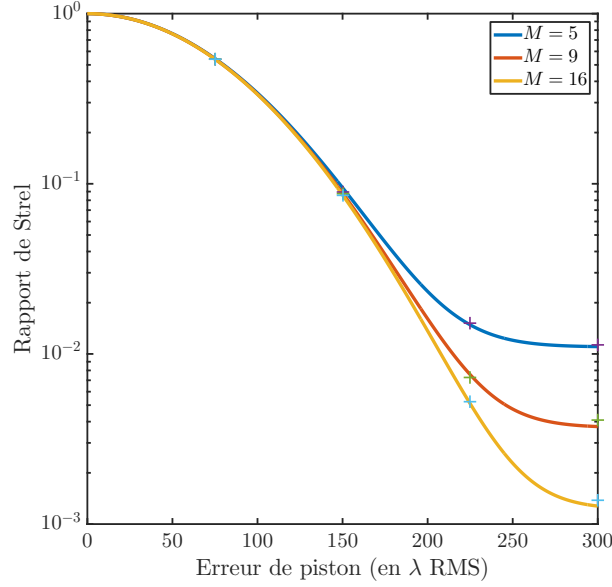


FIGURE 3.8 – Comparaison des valeurs de rapport de Strehl obtenues en simulation par rapport à la valeur théorique donnée par l'équation 3.26 pour des aberrations de piston seulement.

introduite par le tip-tilt sur le segment n , en se basant sur l'équation 2.14 s'écrit :

$$\phi_n(\xi, \eta) = \frac{2\pi}{\lambda} (t_n \cdot \xi + T_n \cdot \eta). \quad (3.27)$$

Les résultats présentés ci-après sont issus de [Yaitskova and Dohlen \(2002\)](#). Cela affecte seulement la fonction FEP_s de l'équation 3.20. En posant, pour un segment n , sa transmission complexe $\tau(\mathbf{x})$ comme :

$$\tau(\mathbf{x}) = \frac{1}{A} \iint s_n(\boldsymbol{\xi}_n) \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda} (t_n, T_n)^\top \cdot \boldsymbol{\xi}_n\right) \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}_n\right) d^2\boldsymbol{\xi}_n, \quad (3.28)$$

où $(t_n, T_n)^\top$ représente le vecteur transposé de (t_n, T_n) . On obtient alors pour la FEP du segment n sujet au tip-tilt :

$$\text{FEP}_{s,n}^{t/T}(\mathbf{x}) = |\tau(\mathbf{x})|^2 \propto \text{FEP}_s * [\delta(x - ft_n) \delta(y - fT_n)], \quad (3.29)$$

ce qui peut être traduit comme un simple décalage de FEP_s dans le plan image. La prise en compte de ce décalage dans l'expression totale de la FEP du système rend impossible la séparation en deux termes distincts comme nous l'avons fait pour le piston dans l'équation 3.22. Cependant, il est possible d'exprimer la FEP en séparant les termes de mêmes indices et les

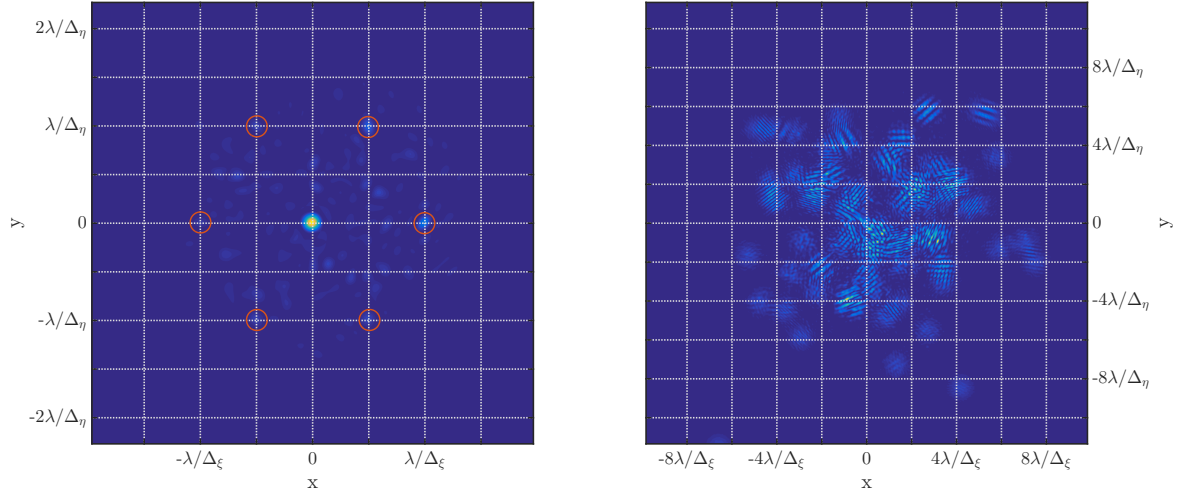


FIGURE 3.9 – À gauche : $FEP^{t/T}$ pour $\sigma \simeq 150$ nm RMS. À droite : $FEP^{t/T}$ pour $\sigma \simeq 750$ nm RMS. Les échelles de couleur sont différentes pour les deux figures.

autres. L'équation 3.21 devient alors :

$$FEP^{t/T} = \left(\frac{AN}{\lambda f}\right)^2 \left(\frac{1}{N}\right)^2 \left\{ \sum_{n=1}^N FEP_{s,n}^{t/T} + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left[\exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k) \cdot \mathbf{x}\right) \times t\left(\mathbf{x} - f(t_j, T_j)^\top\right) t\left(\mathbf{x} - f(t_k, T_k)^\top\right) \right] \right\}. \quad (3.30)$$

La première somme correspond alors à l'addition incohérente des intensités résultantes de FEP_s de chacun des segments. La seconde quant à elle correspond à une somme cohérente, c'est-à-dire aux interférences produites entre chaque segment. La figure 3.9 présente $FEP_{t/T}$ pour deux niveaux d'aberrations différents. On voit à gauche, pour le niveau d'aberration le plus faible, l'apparition de pics secondaires sur les nœuds du réseau - notamment à la position $\mathbf{x} = (-\lambda/\Delta_\eta, 0)$. Cela peut s'expliquer par le fait que dans l'équation 3.30, le terme exponentiel complexe dans la deuxième somme est maximal sur les nœuds du réseau. Dans le cas où le niveau d'aberrations est plus fort, le second terme de l'équation 3.30 devient négligeable et on obtient la somme incohérente de la contribution de chacun des segments.

Comme pour le cas du piston seulement, il est intéressant de calculer la moyenne d'ensemble du système. En partant de l'équation 3.30, on peut alors écrire :

$$\mathbb{E}[FEP_{t/T}] = \left(\frac{AN}{\lambda f}\right)^2 \left(\frac{1}{N}\right)^2 \left\{ \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[FEP_{s,n}^{t/T}] + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left[\exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda f} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k) \cdot \mathbf{x}\right) \times \mathbb{E}\left[t\left(\mathbf{x} - f(t_j, T_j)^\top\right) t\left(\mathbf{x} - f(t_k, T_k)^\top\right)\right] \right] \right\}. \quad (3.31)$$

On suppose comme dans la section précédente que les erreurs de tip et de tilt de chaque segment sont indépendantes entre elles et suivent une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma_{t/T}^2)$. En évaluant

l'équation 3.31 au point de coordonnées $\mathbf{x} = (0, 0)$ et en évitant habilement les développements mathématiques concernant la théorie des fonctions aléatoires (Goodman, 1985), on peut finalement écrire :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[S](\sigma_{t/T}) = \frac{1}{N} \frac{1}{A^2} \iint \left[\iint s_n(\boldsymbol{\eta}) s_n(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\xi}) d^2\boldsymbol{\eta} \right] \Psi(\sigma_{t/T}, \boldsymbol{\xi}) d^2\boldsymbol{\xi} \\ + \frac{N-1}{N} \left| \frac{1}{A} \iint s_n(\boldsymbol{\xi}) \Psi(\sigma_{t/T}, \boldsymbol{\xi}) d^2\boldsymbol{\xi} \right|^2, \end{aligned} \quad (3.32)$$

où Ψ est une fonction dépendante de la statistique considérée. Pour des variables gaussiennes, on a $\Psi(\sigma_{t/T}, \boldsymbol{\xi}) = \exp\left(-\sigma_{t/T}^2 \boldsymbol{\xi}^2 / 8r^2\right)$. Dans le cas où les erreurs de tip-tilt tendent vers l'infini, on a $\mathbb{E}[S] \xrightarrow{\sigma_{t/T} \rightarrow \infty} 0$. Dans le cas de faibles erreurs de tip-tilt, on peut utiliser le développement limité au deuxième ordre de Ψ dans l'équation 3.33. Pour un grand nombre de segment, Yaitskova et al. (2003) déduisent alors une relation liant le rapport de Strehl et l'erreur de front d'onde σ de telle sorte que :

$$\mathbb{E}[S](\sigma) \simeq 1 - \sigma^2 + \frac{\sigma^4}{4} \left(1 + \gamma' + \frac{2}{N} \right), \quad (3.33)$$

où

$$\gamma' = \frac{1}{\gamma^4} \frac{1}{A} \iint_S \left(\frac{\boldsymbol{\xi}}{2r_b} \right)^4 d^2\boldsymbol{\xi} = 168/125, \quad (3.34)$$

et

$$\gamma = \frac{1}{A} \iint_S \left(\frac{\boldsymbol{\xi}}{2r_b} \right)^2 d^2\boldsymbol{\xi} = \sqrt{5}/6, \quad (3.35)$$

peuvent être calculés à partir des méthodes proposées dans l'annexe C et les valeurs numériques explicitées sont valides dans le cas d'une géométrie hexagonale.

3.2.3.3 Aberrations de plus hauts ordres

Des aberrations de plus hauts ordres que le piston et tip-tilt que nous venons d'aborder peuvent aussi être présentes sur les segments. Qu'elles soient prises en compte lors de la correction ou non, il est intéressant de quantifier l'effet qu'elle peuvent avoir sur la FEP du système car, comme nous le verrons dans la section 7 et comme cela est aussi le cas sur le télescope Keck (Troy and Chanan, 2003; Chanan et al., 2004), des aberrations de plus hauts ordres, notamment de defocus et d'astigmatisme, sont présentes sur les segments.

Le traitement analytique de ce problème est proposé dans Yaitskova (2009). En exprimant les aberrations présentes sur les segments au moyen des polynômes de Zernike, l'équation 3.18 devient :

$$P(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{n=1}^N s_n(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n) \exp(ia_{n,j} Z_j(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{r}_n)), \quad (3.36)$$

où $a_{n,j}$ est le coefficient de Zernike correspondant à l'aberration d'indice de Noll j pour le segment n et Z_j le mode de Zernike d'indice de Noll j . En considérant que les valeurs

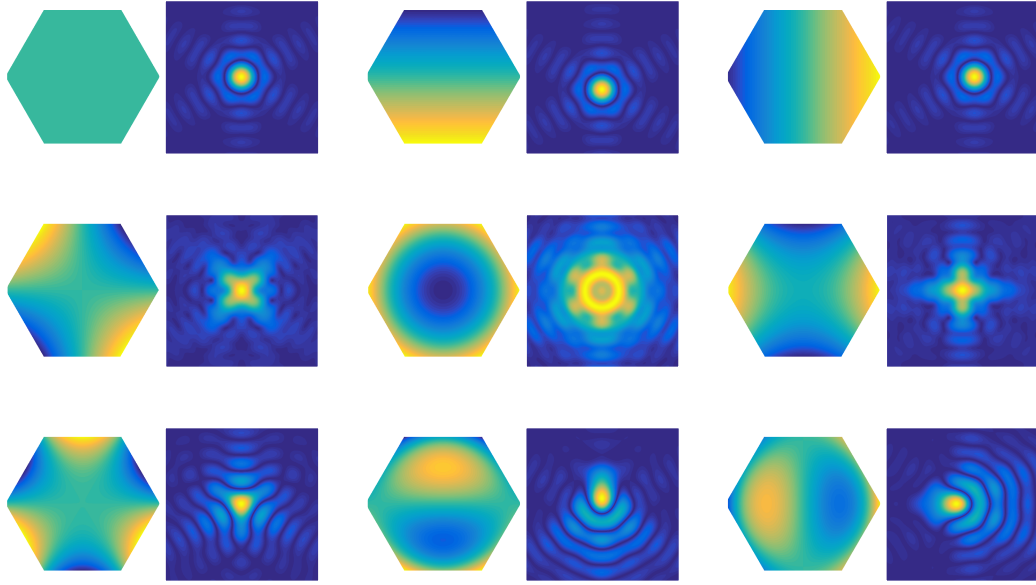


FIGURE 3.10 – Représentation graphique de la fonction $B(\mathbf{x})$ pour les neuf premiers modes de Zernike.

$a_{n,j}$ sont indépendantes et que leurs propriétés statistiques restent identiques pour chaque segment et en passant les développements mathématiques sous-jacents, nous obtenons une moyenne d'ensemble pour la FEP de la forme :

$$\mathbb{E} [\text{FEP}(\mathbf{x})] = \text{FR}(\mathbf{x})B(\mathbf{x}) + \frac{D(\mathbf{x}) - B(\mathbf{x})}{N}, \quad (3.37)$$

où FR est la fonction réseau obtenue dans l'équation 3.21 et où les fonctions B et D , dépendantes des modes de Zernike considérés et de leur distribution statistique, sont calculées dans [Yaitskova \(2009\)](#) et rappelée dans la table 3.2.4. Leur expression exacte n'est pas de prime importance pour ce manuscrit mais leur effet sur la FEP reste tout de même intéressant à quantifier. Le premier terme de l'équation 3.37 correspond à la fonction réseau FR pondérée par la fonction B . Il est à l'origine d'apparition de pics, localisés aux nœuds du réseau. Le tableau 3.2.4, présenté à la fin de ce chapitre, donne l'expression de B dans le cas d'aberrations de phase. Les fonctions correspondant aux neuf premiers modes de Zernike sont représentées sur la figure 3.10. On peut alors reconnaître le cas du piston seul, présenté dans la section 3.2.3.1, où B est alors équivalent à la fonction appelée précédemment FEP_s . Le deuxième terme de cette équation correspond lui à un "halo" qui s'étend sur une zone de taille proportionnelle à FEP_s défini précédemment dans l'équation 3.22 (FEP d'un segment unique). Cette zone présente dans sa structure des speckles dus aux aberrations considérées et dont la taille caractéristique vaut celle de la FEP du télescope complet. Le halo est donc proportionnel à la variance des aberrations considérées et inversement proportionnel au nombre de segments.

3.2.4 Erreurs d'amplitude

Des erreurs d'amplitudes comme les non-uniformités de réflectivité où la présence de gaps entre les segments peuvent aussi être présentes sur la pupille. Ces aberrations influencent elles aussi les performances du système et il est possible de décrire leur effet de la même manière que pour les aberrations de phase. La moyenne d'ensemble en considérant ces aberrations d'amplitude peut s'exprimer sous la même forme que celle donnée par l'équation 3.37 en définissant des fonctions B et D correspondantes au cas traité. La tableau 3.2.4 présente ces fonctions pour les cas suivants :

- présence de gaps de taille fixe entre les segments. Aucun traitement statistique n'est alors nécessaire. Le paramètre ω correspond dans ce cas à la taille du gap divisée par la distance centre à centre des segments soit $\omega = g/\sqrt{3}r$;
- positionnement aléatoire des segments autour de leur valeur initiale. Dans ce cas, le paramètre $\Delta \mathbf{r}_j$ correspond au déplacement aléatoire du segment j et ω à la taille relative du gap moyen ;
- taille aléatoire des segments. Dans ce cas, le paramètre ω_{max} correspond à la taille relative du gap maximale et A_{max} à l'aire du plus grand des segments s_{max} .

Pendant ma thèse, je ne me suis pas intéressé à proprement parler aux erreurs d'amplitude. J'ai simulé la présence de gaps sur la pupille ainsi que d'araignées supportant un miroir secondaire afin de montrer rapidement que mes mesures de phase n'étaient pas affectées en présence de discontinuités. Je reviendrai alors sur ce point dans les sections à venir.

Source d'erreur	Fonction B(\mathbf{x})	Fonction D(\mathbf{x})
Phase aléatoire	$ \frac{1}{A} \iint \mathbb{E} [\exp(ia_n Z_n(\boldsymbol{\xi}))] \times s(\boldsymbol{\xi}) \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}) d^2 \boldsymbol{\xi} ^2$	$\frac{1}{A^2} \iint \mathbb{E} [\exp(ia_n \{Z_n(\boldsymbol{\xi}) - Z_n(\boldsymbol{\xi}')\})] \times \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{x} \cdot \{\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'\}) s(\boldsymbol{\xi}) s(\boldsymbol{\xi}') d^2 \boldsymbol{\xi} d^2 \boldsymbol{\xi}'$
Gaps fixes	$(1 - \omega)^4 \text{FEP}_s(\mathbf{x})$	$(1 - \omega)^4 \text{FEP}_s(\mathbf{x})$
Position aléatoire	$(1 - \omega)^4 \text{FEP}_s(\mathbf{x}) \times \mathbb{E} [\exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{x} \cdot \Delta \mathbf{r}_j)] ^2$	$(1 - \omega)^4 \text{FEP}_s(\mathbf{x})$
Taille aléatoire	$(1 - \omega_{max})^4 (\frac{1}{A_{max}} \iint \mathbb{E} [s(\boldsymbol{\xi})] \times s_{max}(\boldsymbol{\xi}) \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}) d^2 \boldsymbol{\xi})^2$	$\frac{1}{A_{max}^2} \iint \mathbb{E} [s(\boldsymbol{\xi}) s(\boldsymbol{\xi}')] \times \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{x} \cdot \{\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'\}) d^2 \boldsymbol{\xi} d^2 \boldsymbol{\xi}'$

TABLE 3.1 – Expressions analytiques des fonctions B(\mathbf{x}) et D(\mathbf{x}) pour différentes erreurs considérées. Valeurs extraites de [Yaitskova et al. \(2003\)](#); [Yaitskova \(2007, 2009\)](#).

3.3 Imagerie à haut contraste

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, la diffraction induit un étalement de l'énergie des deux objets \mathcal{O}_1 et \mathcal{O}_2 . Par conséquent, lorsque leurs flux diffèrent de plusieurs ordres de grandeur, il est possible que la contribution de l'un l'emporte sur l'autre. Notons désormais $\mathcal{O}_\star = \mathcal{O}_1$ comme étant l'étoile hôte et $\mathcal{O}_\oplus = \mathcal{O}_2$ comme étant une planète orbitant autour de l'étoile. Il est utile de définir la mesure de contraste comme étant le rapport des maximums des flux de l'étoile et de la planète tel que $C = \max(F[\mathcal{O}_\oplus]) / \max(F[\mathcal{O}_\star])$.

En considérant toujours le cas d'une ouverture circulaire, il est maintenant intéressant de mesurer la répartition d'intensité normalisée dans le plan image. La figure 3.11 (à gauche) montre le profil radial de la FEP d'une pupille circulaire de diamètre arbitraire D_0 en fonction de la séparation angulaire exprimée en λ/D_0 . On voit alors clairement que le phénomène de diffraction va introduire une limite sur la détection d'objets d'intensité différente. En effet, si l'on veut pouvoir observer \mathcal{O}_\oplus , il faut qu'à une séparation donnée son contraste soit supérieur à l'intensité normalisée de la FEP du système.

La figure 3.12 présente les niveaux de contraste des planètes du système solaire. On remarque que le contraste entre le Soleil et la planète Terre vaut $C_\oplus \sim 10^{-10}$ (à une longueur d'onde de $1 \mu\text{m}$). En comparant cette valeur avec les valeurs présentées sur la figure 3.11 (à gauche), on voit très clairement qu'il est impossible de détecter un signal si faible pour des séparations angulaires modérées. Par curiosité (et pour la blague scientifique que cela représente surtout), j'ai calculé le diamètre que devrait avoir un télescope pour pouvoir observer de manière directe la Terre autour du Soleil pour un système solaire placé à 10 pc. Cela correspond à trouver sur la courbe de la figure 3.11 (à droite) le point pour lequel le signal

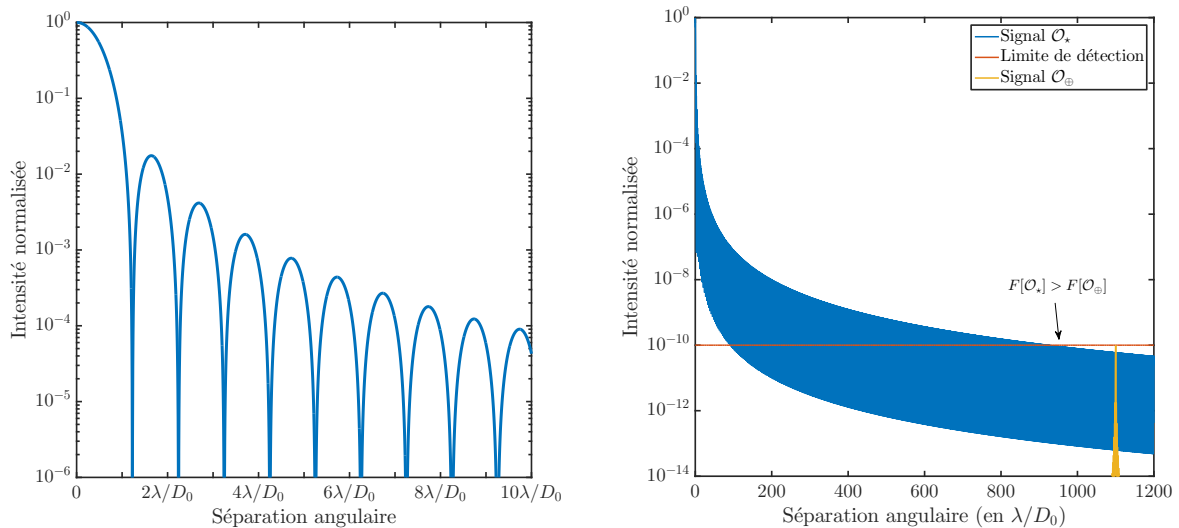


FIGURE 3.11 – Coupe transverse de la FEP produite au foyer d'une pupille circulaire de diamètre D_0 pour des séparations angulaires de 0 à $10\lambda/D_0$ (à gauche) et de 0 à $1200 \lambda/D_0$ (à droite). La courbe bleue représente le signal produit par l'étoile, la jaune par la planète et le trait rouge symbolise la limite de détection d'une planète de type terrestre.

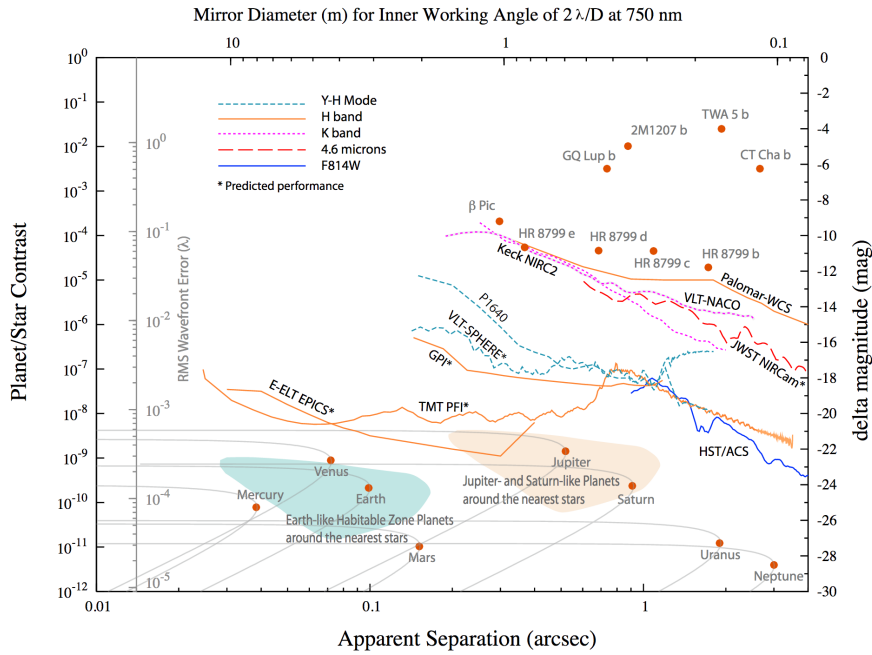


FIGURE 3.12 – Représentation des niveaux de contraste entre l'étoile et la planète en fonction de leur séparation angulaire et ce pour des systèmes planétaires connus (points rouges) et pour différents instruments (lignes, voir légende). Le système solaire se situe tout en bas de ce diagramme. La valeur de contraste pour la planète Terre est $C \sim 10^{-10}$. Les séparations angulaires sont calculées pour un système solaire à 10 pc.

de la planète \mathcal{O}_{\oplus} devient supérieur à celui de l'étoile \mathcal{O}_{\star} . Le diamètre du télescope pour lequel on obtient $0.1'' \sim 900\lambda/D_0$ vaut $D_0 \sim 1.9$ km, ce qui est inimaginable à l'heure actuelle! On saisit alors mieux la nécessité de développer des méthodes innovantes pour essayer de supprimer au mieux la contribution de l'étoile : c'est ce qu'on appelle la coronagraphie et dont je présente les grandes lignes dans le paragraphe suivant.

Les papiers de [Guyon et al. \(2006\)](#) et [Mawet et al. \(2012\)](#) proposent une revue détaillée des différentes techniques de coronagraphie. Mon but n'est pas de développer précisément les concepts utilisés en coronagraphie mais plutôt d'en faire un rapide état des lieux actuel, et notamment pour les solutions coronagraphiques qui permettent des détections à faible séparation angulaire afin d'introduire certaines techniques qui seront abordées dans la suite. La figure 3.13 présente une liste non-exhaustive de ces coronographes qui sont séparés en trois catégories : les coronographes composés de masque de phase, comme le masque quatre quadrant (FQPM, [Rouan et al., 2000](#)) dont je reparlerai dans les sections 4 et 7, les coronographes basés sur des concepts d'amplitude comme le PIAACMC que j'aborderai dans la section 7 et les techniques interférométriques basés sur des interférences destructives de la lumière stellaire. Pour finir, il existe un dernier type de coronographe, situés en dehors du télescope, que l'on nomme occulteurs externes et qui permettent de bloquer physiquement la

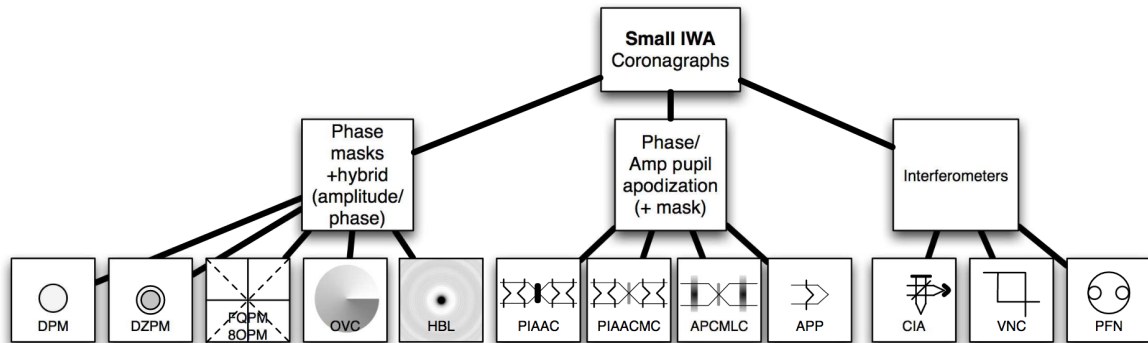


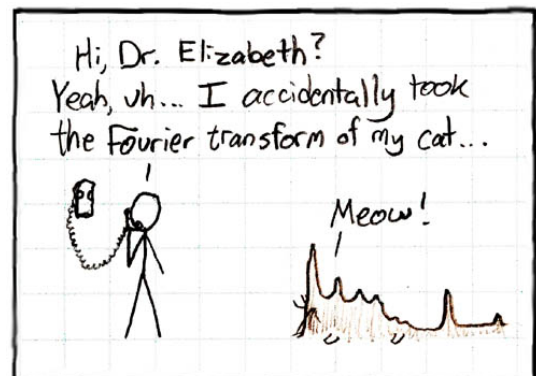
FIGURE 3.13 – Revue non-exhaustive des différents types de coronagraphes existants et permettant un travail à petites séparations angulaires. *Crédits : Mawet et al. (2012).*

lumière stellaire incidente¹.

Bien entendu, les aberrations présentes sur la pupille, et notamment les erreurs de phase introduites par les segments ont un impact sur les performances de ces systèmes coronagraphiques. C'est pourquoi il est nécessaire de les mesurer et de les corriger. La partie suivante porte alors sur le développement de deux analyseurs de cophasage permettant d'effectuer ces corrections.

1. Technique également envisagée mais non-représentée sur le schéma de la figure 3.13.

Simulations numériques et développement théorique du cophasage



L'analyseur self-coherent camera - phasing sensor

Sommaire

4.1	Principe et description mathématique	60
4.2	<i>The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor</i>	67
4.3	Discussions	78
4.3.1	Extraction de l'information de phase	78
4.3.2	Mesure de piston, tip et tilt	78
4.3.3	Calibration	79
4.3.4	Géométrie du stop de Lyot	81
4.3.5	Étude de convergence	90
4.4	Conclusion	95

Le cadre et les enjeux du cophasage ayant été définis dans les parties précédentes, je présente alors les résultats de mes travaux en simulations numériques dans le but de développer de nouvelles techniques pour le cophasage fin de télescopes segmentés. J'aborde dans cette partie la première technique sur laquelle j'ai travaillé, la Self-Coherent Camera-Phasing Sensor (SCC-PS). C'est chronologiquement la première méthode que j'ai développée durant ma thèse. Elle est basée sur l'utilisation de la Self-Coherent Camera (SCC, [Baudoz et al., 2006](#)) qui utilise la cohérence de la lumière provenant de l'étoile afin de créer des franges d'interférence de Fizeau dans le plan image et d'encoder spatialement les speckles qui y sont présents. Le signal planétaire n'est quant à lui pas affecté et reste non frangé, ce qui permet alors d'améliorer sa détection. Les interférences sont créées en séparant le faisceau incident en deux, comme pour un interféromètre de Michelson, et dont l'un des bras est filtré spatialement. Cette technique a par la suite été étudiée afin de mesurer les aberrations de phase et d'amplitude quasi-statiques dans des systèmes coronographiques ([Galicher et al., 2008](#); [Mazoyer et al., 2013](#)) permettant ainsi de se passer du montage optique assez contraignant qu'implique un interféromètre de Michelson. [Galicher et al. \(2010\)](#) proposent finalement un design robuste et élégant en associant la SCC avec un coronographe et en utilisant un diaphragme de Lyot modifié. Le but de ce travail était alors de démontrer la viabilité de l'emploi de la SCC afin de mesurer les aberrations de piston, tip et tilt sur une pupille segmentée.

Je présente dans un premier temps le principe général de la SCC en revenant sur les équations reliant la mesure d'intensité en plan focal à la distribution de phase en plan pupille. La SCC-PS a fait l'objet d'une publication dans la revue *Astronomy & Astrophysics* ([Janin-Potiron et al., 2016](#)) dans laquelle ont été présentés les principaux résultats obtenus. Elle

constitue la seconde partie de ce chapitre. Finalement, je reviens plus en détail sur les points importants de cette publication dans la dernière partie, en apportant du matériel dont la publication n'était pas cruciale notamment.

4.1 Principe et description mathématique

La SCC est une technique de codage de l'information de phase dans le plan focal d'un système coronographique, dont seul le diaphragme de Lyot est modifié. C'est une méthode très élégante du fait que ce codage se fait directement sur une image scientifique, ce qui permet de faire coup double en permettant une mesure de phase pendant les observations. Avant de rentrer en détail dans les équations décrivant le système, je présente sur la figure 4.1 le schéma de principe de la SCC-PS. D'une pupille segmentée d'entrée soumise à des aberrations (en haut à gauche) la lumière est focalisée sur un masque quatre quadrants (FQPM, Rouan et al., 2000; Riaud et al., 2001, 2003; Boccaletti et al., 2004) qui produit l'effet coronographique et diffracte la lumière. Dans le plan pupille suivant, un stop de Lyot est placé. Ce dernier est composé d'une ouverture centrale de diamètre D et d'un trou annexe de diamètre D/γ appelé référence. La lumière issue de ces deux ouvertures va alors interférer dans le plan image suivant, donnant naissance à des franges d'interférences. Le processus optique s'arrête alors à cette étape, et toute la suite consiste en un traitement adapté de l'image afin de remonter à une estimation de la phase ϕ_{est} .

Posons alors les équations sous-jacentes au phénomène optique à l'œuvre dans la SCC-PS. Elles seront agrémentées d'images montrant les différents plans successifs afin que le lecteur ne se perde pas dans ces méandres calculatoires.

Soit $\psi'_S(\xi, \eta)$ l'amplitude complexe du champ électrique dans la pupille d'entrée du télescope

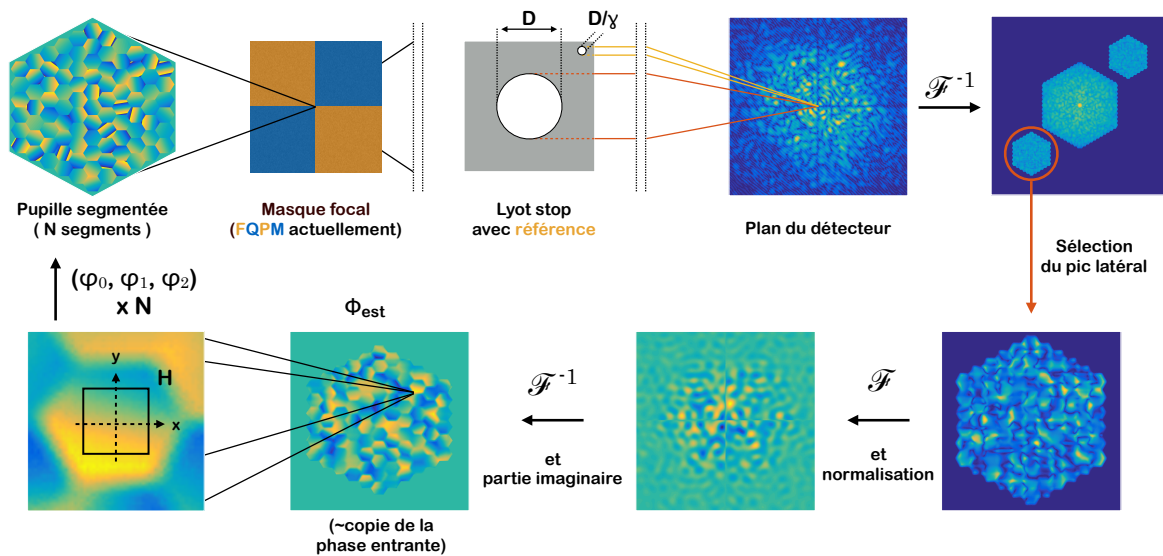


FIGURE 4.1 – Schéma de principe de la mesure de phase par la SCC-PS.

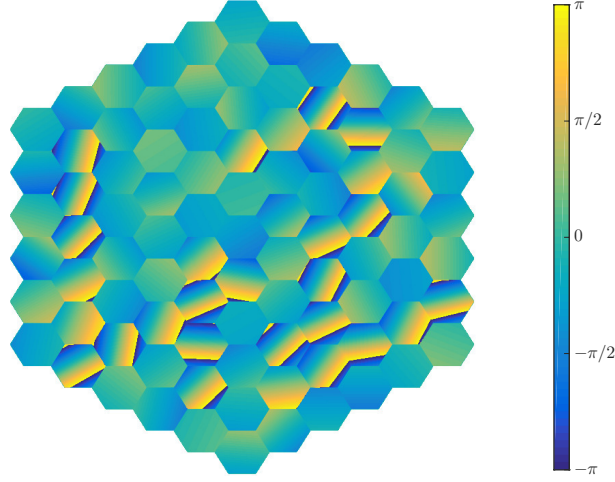


FIGURE 4.2 – Représentation de la distribution de phase, $\phi = \arg(\Psi'_S)$, dans le plan pupille d'entrée. Les valeurs sont exprimées en radian.

qui est représentée sur la figure 4.2. On a :

$$\psi'_S(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp(i\Phi(\xi, \eta)), \quad (4.1)$$

où P représente la pupille d'entrée. Φ est l'aberration complexe du front d'onde qui peut s'écrire :

$$\Phi = \phi + i\alpha, \quad (4.2)$$

avec ϕ l'erreur de phase et α l'erreur d'amplitude. Je laisse de côté les dépendances aux positions ξ et η pour plus de lisibilité qui seront rappelées en temps voulu. En faisant l'hypothèse de petites aberrations définies uniquement dans la pupille, on peut alors écrire :

$$\psi'_S \simeq P + i\Phi. \quad (4.3)$$

La lumière est ensuite focalisée sur le masque coronographique dont on note M la fonction de transmission. Les travaux qui suivent font usage d'un masque de phase coronographique à quatre quadrants (FQPM, Rouan et al., 2000), dont une illustration est présentée sur la figure 4.3. Ce dernier introduit un déphasage de π sur deux des quatre faces qui le composent. En considérant un masque parfait et spécifié à la longueur d'onde λ on a alors $\Delta = \lambda/2$. Sa fonction de transmission vaut donc 1 pour la face gauche du masque présenté sur la figure 4.3 (à droite) et $\exp(i2\pi\Delta/\lambda) = -1$ pour la face de droite. Dans ce cas parfait, le masque M est donc réel.

L'amplitude complexe A'_S après le masque vaut donc :

$$A'_S = \mathcal{F}[P + i\Phi]M, \quad (4.4)$$

où \mathcal{F} est la transformée de Fourier. Dans le plan pupille suivant, l'amplitude complexe après le diaphragme de Lyot dont la fonction de transmission est notée L est donnée par :

$$\psi_S = \mathcal{F}^{-1}[A'_S]L = [(P + i\Phi) * \mathcal{F}^{-1}[M]] L, \quad (4.5)$$

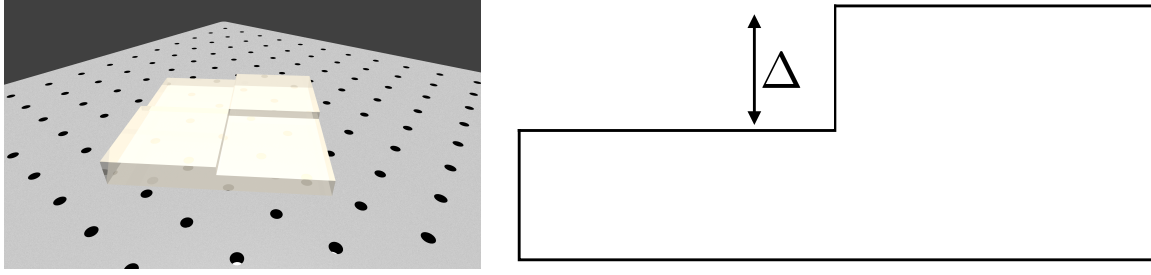


FIGURE 4.3 – À gauche : représentation 3D d'un masque quatre quadrants. À droite : coupe transversale du même masque. Δ représente la différence de chemin optique entre deux faces contiguës.

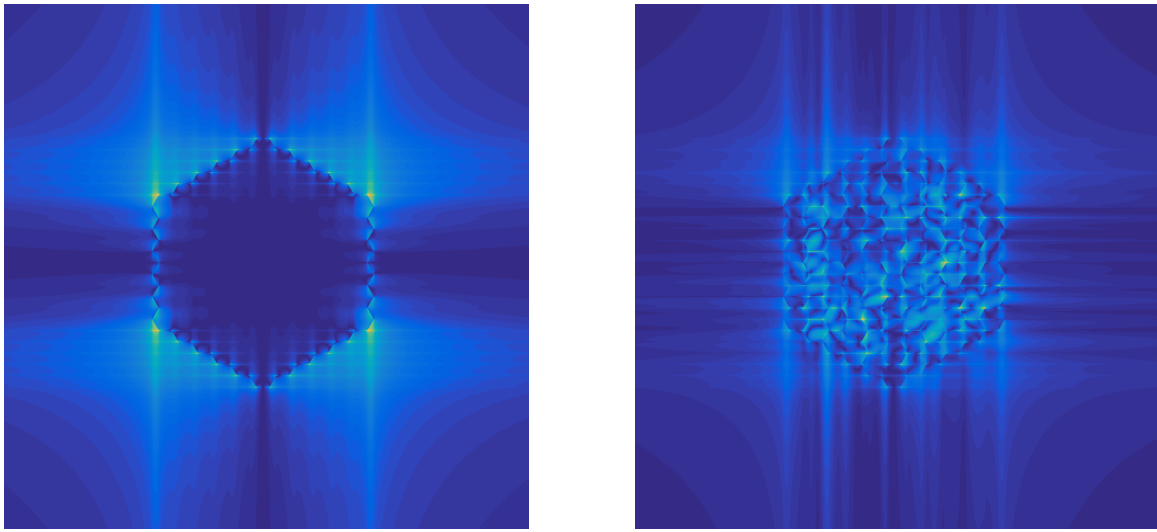


FIGURE 4.4 – Répartition de l'énergie lumineuse dans le plan de Lyot pour une pupille d'entrée parfaitement phasée (à gauche) et pour la pupille de la figure 4.2 (à droite).

où $*$ désigne le produit de convolution. La figure 4.4 représente l'intensité dans le plan de Lyot avant le masque pour une pupille parfaitement phasée (à gauche) et pour la pupille de la figure 4.2 (à droite).

En supposant à cette étape que la partie du front d'onde non-aberrée est rejetée totalement en dehors de la pupille (i.e. $L(P * \mathcal{F}^{-1}[M]) = 0$) on obtient alors :

$$\psi_S = \mathcal{F}^{-1}[A'_S]L = i(\Phi * \mathcal{F}^{-1}[M])L. \quad (4.6)$$

L'amplitude complexe A_S dans le plan image où est placé le détecteur vaut donc :

$$A_S = \mathcal{F}[\psi_S] = i(\mathcal{F}[\Phi]M) * \mathcal{F}[L]. \quad (4.7)$$

À cette étape, et sans autre action de notre part, l'intensité mesurée sur une caméra vaudrait alors :

$$I = |A_S|^2 \propto \mathcal{F}[\Phi]\mathcal{F}[\Phi]^*, \quad (4.8)$$

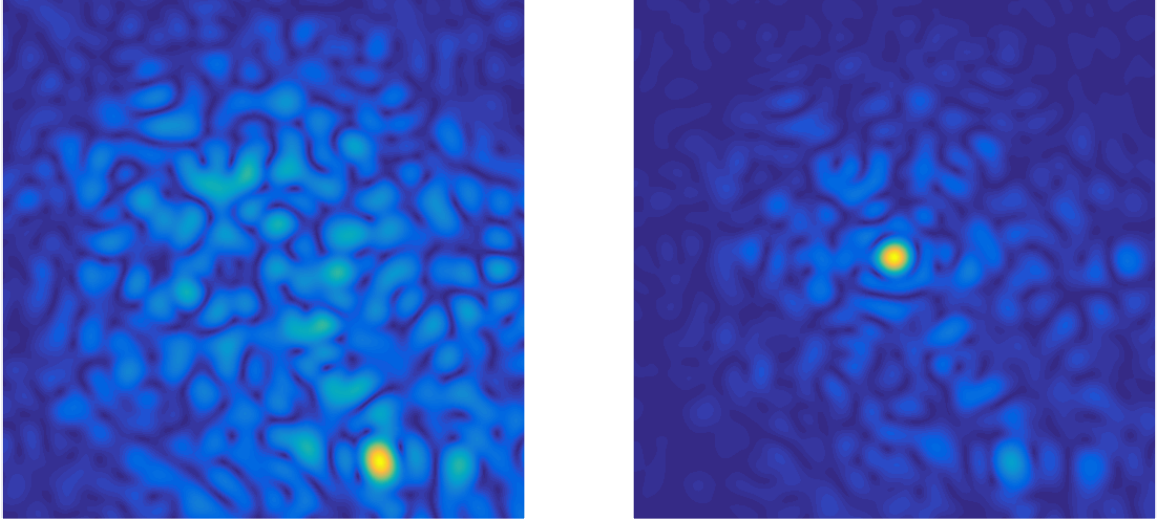


FIGURE 4.5 – Répartition d'intensité dans le plan image avec la présence du FQPM (à gauche) et sans la présence du FQPM (à droite). L'intensité du pic central est largement atténuée, c'est l'effet coronographique.

et nous perdrons l'information essentielle sur l'aberration complexe du front d'onde. L'intensité mesurée dans le plan image est présentée sur la figure 4.5 (à gauche). En la comparant avec l'intensité que l'on obtiendrait sans FQPM (même figure, à droite), on est alors capable de visualiser l'effet coronographique induit par le masque. Le pic central est fortement atténué, et le speckle visible en bas à droite domine alors l'image. Les niveaux de contraste ont été ajustés indépendamment sur les deux figures, il n'est pas possible de faire une comparaison quantitative.

C'est ici que l'idée à la base de la SCC intervient. En rajoutant sur le diaphragme de Lyot un trou non-centré, appelé la référence et de fonction de transmission R , on est alors capable de capter une partie de l'énergie diffractée par le masque placé en plan focal. L'équation de l'amplitude complexe après le diaphragme de Lyot modifié devient alors :

$$\psi(\boldsymbol{\xi}, \lambda) = i [\Phi(\boldsymbol{\xi}) * \mathcal{F}^{-1}[M](\boldsymbol{\xi})] \times (L(\boldsymbol{\xi}) + R(\boldsymbol{\xi}) * \delta(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}_0)), \quad (4.9)$$

où $\boldsymbol{\xi}_0$ est la séparation entre le centre du masque de Lyot et le centre de la référence et δ représente la fonction de distribution de Dirac. Pour plus de lisibilité, l'équation 4.9 peut être réécrite sous la forme :

$$\psi(\boldsymbol{\xi}, \lambda) = \psi_S(\boldsymbol{\xi}, \lambda) + \psi_R(\boldsymbol{\xi}, \lambda) * \delta(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}_0), \quad (4.10)$$

avec ψ_S l'amplitude complexe dans le stop de Lyot classique définie précédemment dans l'équation 4.6 et ψ_R celle dans la référence. L'intensité dans le plan image est alors exprimée comme :

$$I(\boldsymbol{x}) = |A_S(\boldsymbol{x})|^2 + |A_R(\boldsymbol{x})|^2 + A_S^*(\boldsymbol{x})A_R(\boldsymbol{x}) \exp\left(-\frac{2i\pi\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{\xi}_0}{\lambda}\right) + A_S(\boldsymbol{x})A_R^*(\boldsymbol{x}) \exp\left(\frac{2i\pi\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{\xi}_0}{\lambda}\right). \quad (4.11)$$

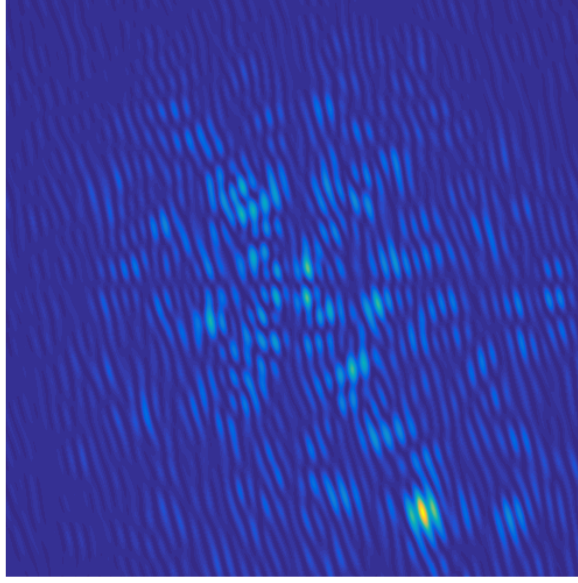


FIGURE 4.6 – Image SCC-PS obtenue pour la distribution de phase présentée sur la figure 4.2. Les franges d'interférences créées par la référence sont nettement visibles.

A_S et A_R sont respectivement les transformées de Fourier de ψ_S et ψ_R . On voit alors que des franges d'interférences se créent (deux derniers termes de l'équation 4.11) et leur amplitude est directement reliée aux amplitudes complexes A_S et A_R . La figure 4.6 représente l'image frangée ainsi obtenue.

Une fois cette intensité mesurée, tout est question de traitement numérique du signal. On calcule tout d'abord la transformée de Fourier inverse de l'intensité :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{-1}[I](\boldsymbol{\xi}) = & \mathcal{F}^{-1}[I_S + I_R] + \mathcal{F}^{-1}[A_S^*(\mathbf{x})A_R(\mathbf{x})] * \delta(\boldsymbol{\xi} - \frac{\boldsymbol{\xi}_0}{\lambda}) \\ & + \mathcal{F}^{-1}[A_S(\mathbf{x})A_R^*(\mathbf{x})] * \delta(\boldsymbol{\xi} + \frac{\boldsymbol{\xi}_0}{\lambda}), \end{aligned} \quad (4.12)$$

où $I_S = |A_S|^2$ et $I_R = |A_R|^2$. L'image ainsi obtenue est composée de trois entités situées aux positions $[-\boldsymbol{\xi}_0/\lambda, \mathbf{0}, +\boldsymbol{\xi}_0/\lambda]$ comme on peut le voir sur la figure 4.7. Les deux pics latéraux sont nommés respectivement $\mathcal{F}^{-1}[I_-]$ et $\mathcal{F}^{-1}[I_+]$. Des précisions sur le choix de la valeur de ξ_0 seront apportées dans la section 4.3.4.

Finalement, en sélectionnant le pic $\mathcal{F}^{-1}[I_-]$ et en considérant $\gamma \gg 1$ de telle sorte que l'on puisse poser A_R^* comme étant constant, on obtient :

$$A_S = \frac{I_-}{A_R^*}. \quad (4.13)$$

En se reportant à l'équation 4.7, et en supposant que $L \simeq P$, on peut finalement écrire l'expression de l'estimation Φ_{est} de l'aberration complexe du front d'onde comme :

$$\Phi_{est} = i\mathcal{F}^{-1} \left[\frac{I_-}{A_R^* M} \right] P. \quad (4.14)$$

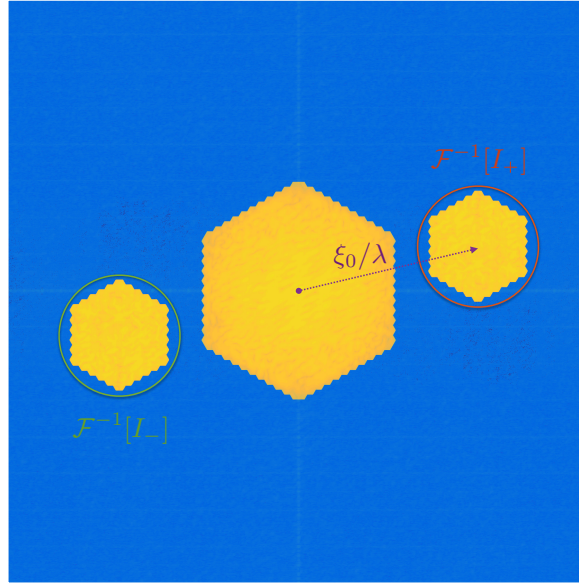


FIGURE 4.7 – Image $\mathcal{F}^{-1}[I]$ obtenue par transformation de Fourier inverse de l'image SCC-PS frangée. Les deux pics de corrélation $\mathcal{F}^{-1}[I_+]$ et $\mathcal{F}^{-1}[I_-]$ sont présents.

De ce fait, on a alors accès aux aberrations complexes du front d'onde contenues dans le plan pupille qui s'expriment comme :

$$\begin{aligned}\phi_{est} &= \Re(\Phi_{est}), \\ \alpha_{est} &= \Im(\Phi_{est}),\end{aligned}\tag{4.15}$$

où les notations \Re et \Im sont utilisées pour désigner respectivement la partie réelle et la partie imaginaire. La figure 4.8 montre alors la phase estimée par la méthode de la SCC.

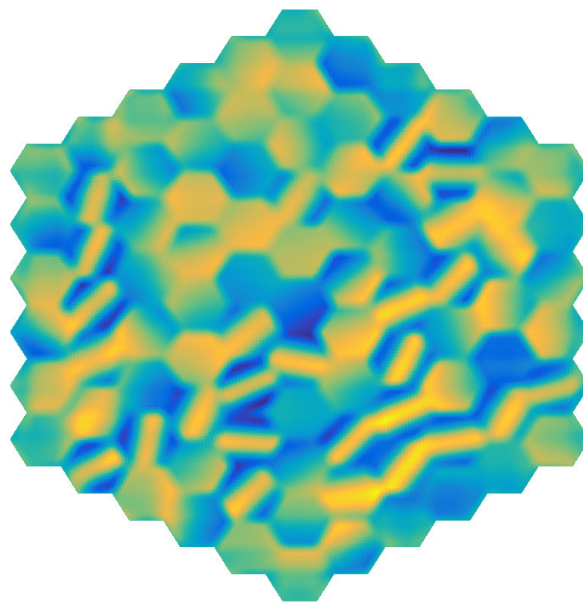


FIGURE 4.8 – Estimation de la phase ϕ_{est} obtenue par la SCC-PS pour la pupille présentée sur la figure 4.2. L'échelle de couleur est volontairement non représentée car elle n'apporte pas d'information supplémentaire. Il n'existe pas une correspondance exacte et directe entre la valeur de ϕ_{est} et la valeur de la phase introduite dans le plan d'entrée ϕ , mais on a une relation de proportionnalité donnée par la suite dans l'équation 4.18.

4.2 *The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor*

Après avoir introduit les bases conceptuelles du fonctionnement de la self-coherent camera dans la section précédente, je propose au lecteur l'article intitulé *The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor* et accepté pour publication le 23 mai 2016 dans la revue *Astronomy & Astrophysics* (Janin-Potiron et al., 2016). Cet article a été écrit en collaboration avec Pierre Baudoz, qui en 2006 proposait le concept de la SCC (Baudoz et al., 2006).

Ce papier revient dans son deuxième chapitre sur la description mathématique de la SCC et introduit les estimateurs de cophasage qui seront utilisés pour mesurer les aberrations de piston, tip et tilt sur chacun des segments de la pupille. Des courbes de réponse sont ainsi mesurées pour les trois aberrations. L'impact de la taille de la zone d'analyse est aussi étudié.

Le troisième chapitre porte sur la calibration du système et ses propriétés. Je donne les paramètres principaux utilisés lors de mes simulations numériques et traite aussi des considérations propres à la SCC-PS comme l'égalisation des flux entre la référence et l'ouverture du diaphragme de Lyot et de la taille limite de la référence en fonction du nombre de segment constituant le miroir segmenté.

Finalement, le quatrième chapitre présente les résultats obtenus. La première partie décrit les aspects de convergence du système en boucle fermée et aborde aussi les cas dans lesquels le système ne converge. La seconde partie est orientée sur une étude de sensibilité du système aux désalignements du masque focal ainsi que de la pupille. Est finalement abordé dans la dernière partie la question de la sensibilité du système au flux lumineux afin d'en déduire la magnitude limite pour laquelle la SCC-PS peut cophaser un télescope segmenté.

The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor

P. Janin-Potiron¹, P. Martinez¹, P. Baudoz², and M. Carbillet¹

¹ Laboratoire Lagrange, UMR7293, Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, Observatoire de la Côte d'Azur, Parc Valrose, Bât. Fizeau, 06108 Nice Cedex 2, France
e-mail: Pierre.Janin-Potiron@oca.eu

² LESIA, Observatoire de Paris, CNRS and Université Denis Diderot Paris 7, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

Received 10 February 2016 / Accepted 23 May 2016

ABSTRACT

Context. Direct imaging of Earth-like exoplanets requires very high contrast imaging capability and high angular resolution. Primary mirror segmentation is a key technological solution for large-aperture telescopes because it opens the path toward significantly increasing the angular resolution. The segments are kept aligned by an active optics system that must reduce segment misalignments below tens of nm rms to achieve the high optical quality required for astronomical science programs.

Aims. The development of cophasing techniques is mandatory for the next generation of space- and ground-based segmented telescopes, which both share the need for increasing spatial resolution. We propose a new focal plane cophasing sensor that exploits the scientific image of a coronagraphic instrument to retrieve simultaneously piston and tip-tilt misalignments.

Methods. The self-coherent camera phasing sensor (SCC-PS) adequately combines the SCC properties to segmented telescope architectures with adapted segment misalignment estimators and image processing. An overview of the system architecture, and a thorough performance and sensitivity analysis, including a closed-loop efficiency, are presented by means of numerical simulations.

Results. The SCC-PS estimates simultaneously piston and tip-tilt misalignments and corrects them in closed-loop operation in a few iterations. As opposed to numerous phasing sensor concepts the SCC-PS does not require any a priori on the signal at the segment boundaries or any dedicated optical path. We show that the SCC-PS has a moderate sensitivity to misalignments, virtually none to pupil shear, and is by principle insensitive to segment gaps and edge effects. Primary mirror phasing can be achieved with a relatively bright natural guide star with the SCC-PS.

Conclusions. The SCC-PS is a noninvasive concept and an efficient phasing sensor from the image domain. It is an attractive candidate for segment cophasing at the instrument level or alternatively at the telescope level, as usually envisioned in current space- and ground-based observatories.

Key words. instrumentation: adaptive optics – instrumentation: high angular resolution – methods: numerical – telescopes

1. Introduction

Segmented telescopes are considered as the next leap forward for ground- and space-based observations. Their optical characteristics will deliver unreached high resolution and sensitivity for new thrilling science observations such as exoplanets direct imaging. Segmented mirrors are an essential and unavoidable feature for the extremely large telescopes (ELTs), and will be necessary for the future exoplanet space-based projects for increasing telescope size despite the limited room offered within a given launch vehicle. For instance, the *James Webb Space Telescope* (JWST) will offer unprecedented spatial resolution by featuring a 6.5-m segmented primary mirror. Its potential successor, the large UV/optical IR surveyor (LUVOIR), identified in the NASA long-term astrophysics road map, is expected to provide a larger segmented aperture (8 to 16 m).

Nonetheless, primary mirror segmentation highly complicates the structure of the pupil. Tackling the various effects related to segmentation to achieve a certain level of image quality is fundamental. For the piston case only, the Strehl ratio depends exponentially on the root mean square (rms) aberrations of the pupil (Yaitskova et al. 2003; Troy et al. 2006). In particular, the most well-known problem is that of achieving a smooth continuous mirror surface, which is a process known as cophasing. The alignment of segments is mandatory as their misalignments correspond to stochastic effects (the value of characteristics changes

randomly from segment to segment) and produce speckles in the scientific image. A properly phased telescope has a resolution that is comparable to the total diameter of the entire segmented primary mirror, whereas an unphased telescope delivers a very poor spatial resolution that is limited by the diameter of an individual segment. Telescope cophasing usually requires two dedicated sensors (coarse and fine) to correct from the initial misalignment imposed by mechanical structure constraints to the final alignment (e.g., from $\sim 100\ \mu\text{m}$ to $\sim 10\ \text{nm}$ in the visible spectral range).

In this context, several methods have been proposed to measure fine segment misalignments, where various cophasing sensors are based on existing wavefront sensors usually employed in adaptive optics (AO) applications. Cophasing methods can be divided into three flavors: (1) pupil plane techniques, such as the modified Shack-Hartmann (e.g., Chanan 1989; Chanan et al. 2000a; Mazzoleni et al. 2008), the Mach-Zehnder interferometer (Montoya-Martinez 2004; Yaitskova et al. 2004, 2005), and avatars (Dohlen et al. 2006; Surdej 2011); (2) intermediate plane techniques such as the curvature sensor (e.g., Chanan et al. 1999; Cuevas et al. 2000; Chueca et al. 2008); and (3) focal plane techniques such as the phase diversity (Lofdahl et al. 1998; Delavaquerie et al. 2010), Pyramid sensor (Esposito et al. 2005; Pinna et al. 2008). More recent and peculiar approaches have been investigated using pupil asymmetry (asymmetric pupil

wavefront sensor, [Martinache 2013](#); [Pope et al. 2014](#)) or differential optical transfer functions ([Codona & Doble 2015](#)).

Notwithstanding these various developments, high performance and image quality require the primary mirror segments to be aligned at the level of a few tens of nanometers for most applications, but the requirements of high-precision phasing for high contrast imaging instruments is still uncertain and might be much more stringent. In particular, ELTs and potentially the next generation of space-based observatories represent a significant change in dimension, wavefront control strategies, and execution time. Including target acquisition, calibrations, closed-loop iterations, and computation time, phasing an ELT from coarse-to-fine and fine-to-final phasing levels would require about one to two hours operation with state-of-the-art phasing sensors. In the present paper, we propose a new concept based on the self-coherent camera principle (SCC; [Baudoz et al. 2006](#)) for the purpose of fine cophasing. The self-coherent camera phasing sensor (SCC-PS) adequately combines the SCC properties to segmented telescopes with adapted segment misalignment estimators and image processing and has several advantages in comparison with other techniques. It directly exploits the scientific image to disentangle and retrieve unambiguously and simultaneously segment piston and tip-tilt misalignments. This low cost sensor is elegant for its simplicity and benefit in terms of implementation, alignment, calibration, accuracy, and computation time. Ultimately, it opens the path toward real-time fine-tuning phasing and temporal stability control during on-sky observation. This paper presents an overview of the SCC-PS and provides a thorough performance and sensitivity analysis of the system, including a closed-loop efficiency that is reported by means of numerical simulations.

The paper reads as follows: in Sect. 2 we present the principle of the SCC-PS, the estimators to measure piston, tip, and tilt of each segment and discuss the capture range of the sensor. In Sect. 3 we provide details about several aspects, such as the system calibration, system architecture, and parameter space. In Sect. 4 we discuss the performance of the SCC-PS including a sensitivity analysis to misalignments, close-loop efficiency, and sky coverage. Finally, we draw conclusions and list a set of advantages of the SCC-PS over the state-of-the-art phasing sensors in Sect. 5.

2. Principle and estimators

The SCC ([Baudoz et al. 2006](#); [Galicher et al. 2008](#)) uses the coherence of light to generate Fizeau fringes in the image plane to spatially encode speckles. The SCC exploits the coherence of light between the post-coronagraphic stellar speckles and the stellar light rejected by a coronagraph outside from the relayed geometrical pupil. By combining appropriate estimators and the SCC, one can correct for instrumental aberrations (quasi-static errors) upstream of the coronagraph, and the SCC transforms into an efficient focal plane wavefront sensor ([Mazoyer et al. 2013](#)). Such a system can be used in a closed-loop manner with a deformable mirror (DM) in the pupil plane of a scientific instrument to correct for both phase and amplitude aberrations. In this section, we briefly review the formalism of the SCC, and describe how this instrument can be used as a focal plane wavefront sensor for cophasing purpose using adequate segment misalignment estimators and image processing. For the sake of clarity, we follow the formalism used in [Mazoyer et al. \(2013\)](#). In the theoretical description hereafter, we assume a monochromatic light coming from an unresolved object using Fourier optics. The general scheme of the SCC-PS principle is presented in Fig. 1,

where the primary mirror of the telescope is segmented and arbitrarily composed of 91 segments. For the sake of similarity with [Mazoyer et al. \(2013\)](#), the coronagraph used is the four quadrant phase mask (FQPM; [Rouan et al. 2000](#)), whereas the SCC-PS can accommodate various coronagraph types or even noncoronagraphic but purely diffractive components. The stellar light is assumed to be ideally centered on the optical axis and, in particular, no pointing errors or pupil shear are considered.

2.1. General analytical description

Assuming only phase aberrations on the incoming wavefront, the complex amplitude in the segmented entrance pupil plane can be expressed as

$$\psi'_S(\xi, \lambda) = P(\xi) \times \psi_0 \exp(i\phi(\xi, \lambda)), \quad (1)$$

where ξ is the spatial coordinate in the pupil plane, ψ_0 the constant amplitude of the electrical field, and $\phi(\xi)$ represents the wavefront phase aberration. The parameter $P(\xi)$ is used here to define the pupil limits (unity value inside the pupil and zero elsewhere).

Assuming that the aberrations are small enough and defined over the pupil (i.e., $P\phi = \phi$), Eq. (1) can be simplified as

$$\frac{\psi'_S}{\psi_0} = P(\xi) + i\phi(\xi). \quad (2)$$

The light then focalizes onto a coronagraphic or diffractive mask. The complex amplitude A'_S behind the coronagraphic mask M is given by

$$A'_S = \mathcal{F}[\psi'_S]M, \quad (3)$$

where \mathcal{F} stands for the Fourier transform. The expression of the complex amplitude after the classical Lyot stop (L) is given by

$$\frac{\psi_S}{\psi_0} = \frac{\mathcal{F}^{-1}[A'_S]}{\psi_0} L = [(P + i\phi) * \mathcal{F}^{-1}[M]] L, \quad (4)$$

where $*$ represents the convolution product. Assuming that the nonaberrated part of the electric field is null inside the imaged pupil, the complex amplitude in the focal plane can be expressed by

$$A_S = \mathcal{F}[\psi_S] = i\psi_0(\mathcal{F}[\phi]M) * \mathcal{F}[L]. \quad (5)$$

As shown in Eq. (5), A_S is directly dependent on the aberrations ϕ in the entrance pupil. At this point we have no direct access to the complex amplitude but the intensity given by the squared modulus of the electrical field,

$$I = |A_S|^2 \propto \mathcal{F}[\phi]\mathcal{F}[\phi]^*, \quad (6)$$

and as a consequence the information needed to invert Eq. (5) to retrieve the function ϕ is lost. To tackle this limitation [Baudoz et al. \(2006\)](#) proposed the concept of the SCC that was originally build as an interferometer, whereas [Galicher et al. \(2010\)](#) proposed an elegant and robust design by associating the SCC with a coronagraph using a modified Lyot stop. It basically consists of adding a small noncentered hole (the reference channel, R hereafter) into the Lyot stop mask (see Fig. 1). This small hole is inserted outside the imaged pupil where the coronagraph has rejected the stellar light, and the light passing through the Lyot stop but the reference hole is the pupil channel. From

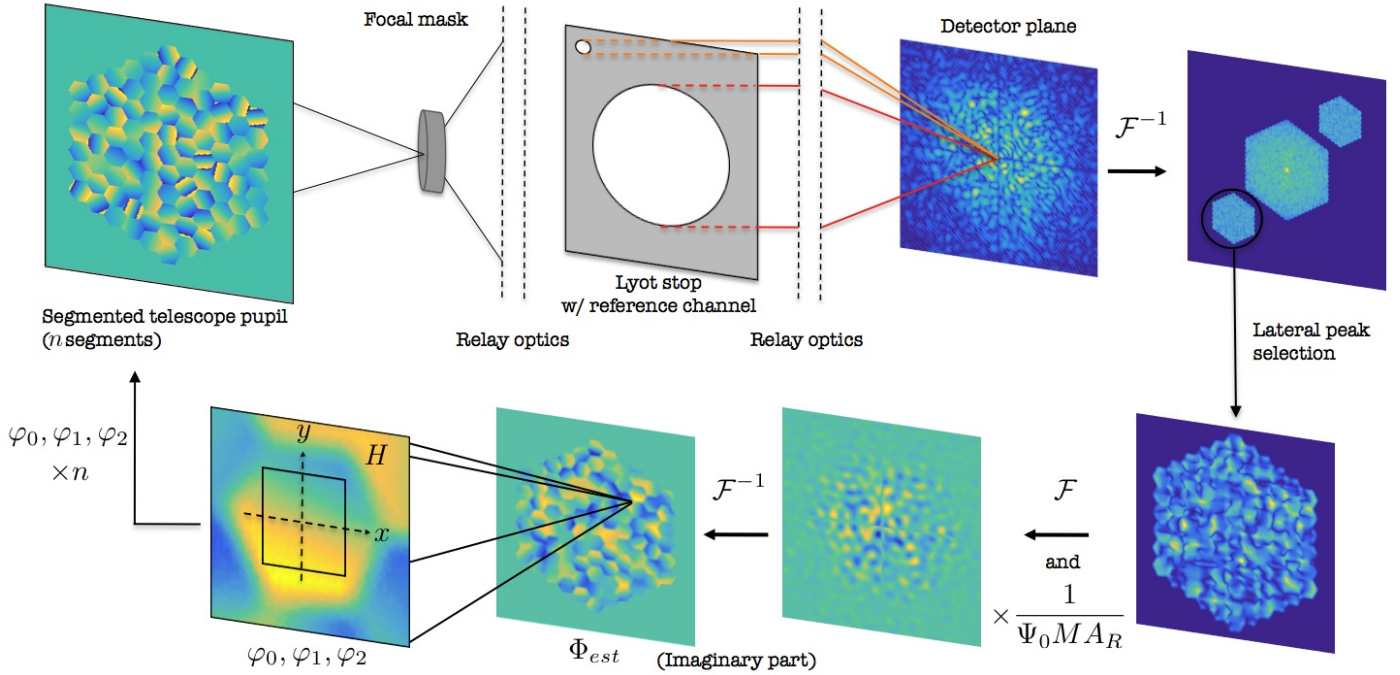


Fig. 1. Illustration of the self-coherent camera phasing sensor (SCC-PS) principle. The red rays correspond to the path of the light in a classical coronagraph propagation process. The orange rays correspond to the path of light in the reference pupil in the Lyot stop. From the estimated phase map (ϕ_{est}) three estimators are evaluated on each segment (φ_0 , φ_1 , and φ_2).

Eq. (3), the electric field after the modified Lyot stop can be formalized as

$$\frac{\psi(\xi, \lambda)}{\psi_0} = \left[(P(\xi) + i\phi(\xi, \lambda)) * \mathcal{F}^{-1}[M](\xi) \right] \times (L(\xi) + R(\xi) * \delta(\xi - \xi_0)), \quad (7)$$

where ξ_0 is the separation between the pupil and reference channel in the Lyot stop and δ stands for the Dirac delta function. The equation simplifies as

$$\psi(\xi, \lambda) = \psi_S(\xi, \lambda) + \psi_R(\xi, \lambda) * \delta(\xi - \xi_0), \quad (8)$$

where ψ_S is the complex amplitude in the pupil channel (classical Lyot stop) as defined in Eq. (4) and ψ_R in the reference channel. The intensity in the image plane can be expressed by calculating $I = |\mathcal{F}(\psi)|^2$ that is given by

$$I(\mathbf{x}) = |A_S(\mathbf{x})|^2 + |A_R(\mathbf{x})|^2 + A_S^*(\mathbf{x})A_R(\mathbf{x}) \exp\left(-\frac{2i\pi\mathbf{x}\cdot\xi_0}{\lambda}\right) + A_S(\mathbf{x})A_R^*(\mathbf{x}) \exp\left(\frac{2i\pi\mathbf{x}\cdot\xi_0}{\lambda}\right), \quad (9)$$

where A_S and A_R represent the Fourier transform of ψ_S and ψ_R , respectively, and \mathbf{x} represents the coordinate in the image plane. Fringes are formed by the interference between the on-axis and diffracted light from the star, whereas the planet is not affected by the coronagraph. The modulations of the fringes are directly related to the complex amplitudes A_S and A_R .

2.2. Phase retrieval, piston, and tip-tilt estimators

We present the principle of the complex amplitude estimation from the speckle field obtained with the SCC-PS to retrieve

segment misalignment information. Applying an inverse Fourier transform to Eq. (9) leads to

$$\mathcal{F}^{-1}[I](\mathbf{u}) = \mathcal{F}^{-1}[I_S + I_R] + \mathcal{F}^{-1}[A_S^*(\mathbf{x})A_R(\mathbf{x})] * \delta\left(\mathbf{u} - \frac{\xi_0}{\lambda}\right) + \mathcal{F}^{-1}[A_S(\mathbf{x})A_R^*(\mathbf{x})] * \delta\left(\mathbf{u} + \frac{\xi_0}{\lambda}\right), \quad (10)$$

where $I_S = |A_S|^2$ and $I_R = |A_R|^2$ are the intensities of the speckles obtained from the pupil and reference channels, respectively, as demonstrated in Mazoyer et al. (2013), and \mathbf{u} is the coordinate in the Fourier plane. The image obtained after this inversion is composed of three entities centered in $\mathbf{u} = [-\xi_0/\lambda, 0, \xi_0/\lambda]$ as shown in Fig. 1 (top right corner image). The two lateral peaks are referred to as $\mathcal{F}^{-1}[I_-]$ and $\mathcal{F}^{-1}[I_+]$.

We denote D_L the diameter of the pupil aperture (circumscribed diameter, i.e., diameter of pupil channel) and D_R the diameter of the reference channel. For convenience, we define the ratio parameter γ of these two quantities as follows:

$$\gamma = \frac{D_L}{D_R} \implies D_R = \frac{D_L}{\gamma}. \quad (11)$$

As demonstrated in Galicher et al. (2010) for circular apertures, the reference channel has to satisfy a condition on its position, as the central and lateral peaks would be misidentified otherwise. In the case of an hexagonal pupil, the symmetry of the problem is slightly different.

The condition can be expressed as

$$\|\xi_0\| > \frac{D_L}{2\cos(\theta)} \left(3 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad \text{with} \quad -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6} \left[\frac{\pi}{3}\right], \quad (12)$$

where θ is the angle between the horizontal and the reference. Taking the last term of Eq. (10) and centering it in $\mathbf{u} = 0$, we

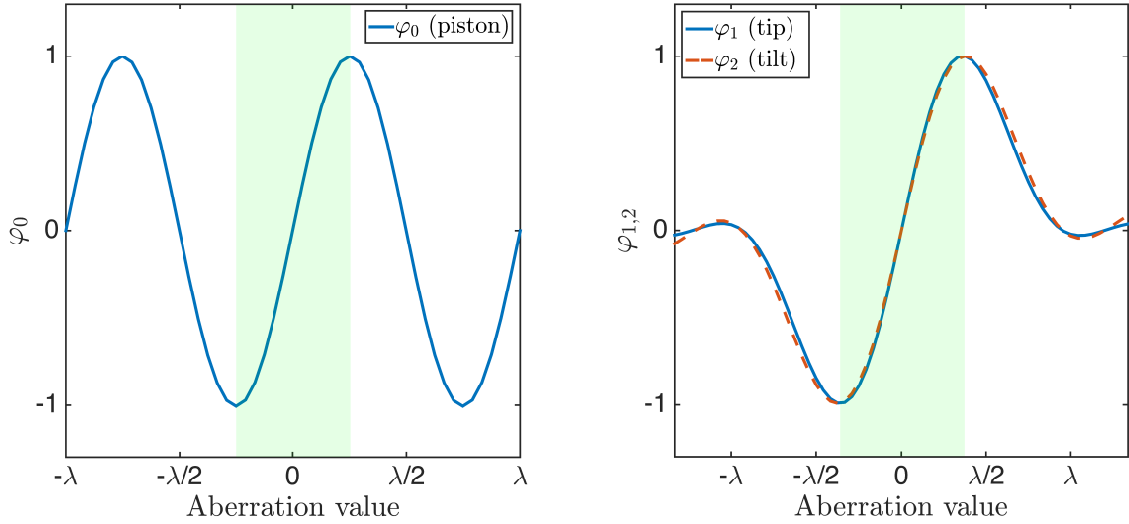


Fig. 2. Representation of measured estimators (normalized) as a function of the introduced aberration value for piston (*left*) and for tip-tilt (*right*). Green zones represent the capture range of the sensor. In this case, $h \simeq 23\%$ of the flat-to-flat distance of the segment.

obtain

$$\mathcal{F}^{-1}[L_-] = \mathcal{F}^{-1}[A_S A_R^*]. \quad (13)$$

Assuming $\gamma \gg 1$, we can consider the complex amplitude in the reference channel to be small enough to consider A_R^* uniform over the correction zone. Under these assumptions, Eq. (13) gives

$$A_S = \frac{L_-}{A_R^*}. \quad (14)$$

Combining Eqs. (5) and (14), Mazoyer et al. (2013) proposes an estimator for both phase and amplitude aberrations. Considering phase aberrations only it yields

$$\phi_{\text{est}} = \Im \left(g \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{L_-}{M} P \right] \right), \quad (15)$$

where $\Im(z)$ is the imaginary part of z and g is a constant that can be adjusted like a gain. The size of the reference channel plays a significant role in the accuracy of the phase measurement. As seen in Eq. (13),

$$\phi_{\text{est}} \propto \mathcal{F}^{-1}[A_S] * \mathcal{F}^{-1}[A_R^*], \quad (16)$$

and the larger the reference channel the lower the resolution for accurate estimation of the phase due to the convolution by the Fourier transform of the reference. This point is developed further in Sect. 3.3.2. Figure 1 summarizes the steps required for the estimation of the segment misalignments with the SCC-PS.

To retrieve and disentangle the piston and tip-tilt information from ϕ_{est} , we need to define adequate estimators. In contrast to various phasing methods (e.g., the Mach-Zehnder phasing sensor and avatars; Yaitskova et al. 2004; Surdej et al. 2010), measurement across the intersegment is irrelevant as the information can be extracted directly from the segment surface through the wavefront error map obtained with the SCC-PS. Therefore, the SCC-PS does not require any a priori knowledge of the theoretical signal at the segment boundaries. The SCC-PS is therefore insensitive to segment gaps or edge effects. Piston and tip-tilt information of individual segments correspond to a vertical translation on z -axis, rotation around x -axis, and rotation around y -axis, respectively, and can be obtained using simple metrics

applied to ϕ_{est} . As the SCC-PS delivers a copy of the phase distribution in the entrance plane literally, we can define trivially three estimators, φ_0 , φ_1 , and φ_2 , for piston, tip, and tilt, respectively. For each segment we define a square zone (H) of side length h centered on the segment position where the signal for the integrals defined hereafter are estimated.

For the estimation of the piston we calculate the integral of the signal ϕ_{est} over the surface defined by H and φ_0 is expressed as

$$\varphi_0 = \iint_H \phi_{\text{est}} dx dy. \quad (17)$$

For the estimation of the tip and tilt, the gradient of the signal ϕ_{est} is estimated following the x - and y -axis, respectively, and the estimators φ_1 and φ_2 are given by

$$\varphi_1 = \iint_H \nabla_x (\phi_{\text{est}}) dx dy, \quad (18)$$

$$\varphi_2 = \iint_H \nabla_y (\phi_{\text{est}}) dx dy, \quad (19)$$

where ∇_x and ∇_y stand for the gradient in the direction x and y , respectively.

2.3. Capture range

The theoretical treatment presented previously describes the properties of the SCC-PS for co-phasing performance within the single-wavelength capture range. The capture range of each individual estimator of the SCC-PS is assessed from $-\lambda$ to λ and is presented in Fig. 2. For the piston (Fig. 2, left), the estimated phase is as expected λ -periodic and the limitation in the reachable bijective zone is as discussed for instance in Vigan et al. (2011) limited from $-\lambda/4$ to $\lambda/4$, the so-called π -ambiguity problem that appears in all phasing sensor operating in monochromatic light. Outside this capture range, the position measurements are incorrect and lead to a situation in which some segments are shifted by the integer of the wavelength instead of being phased to the zero step. The tip-tilt estimator exhibits a larger capture range from $-3\lambda/8$ to $3\lambda/8$ (Fig. 2, right). The

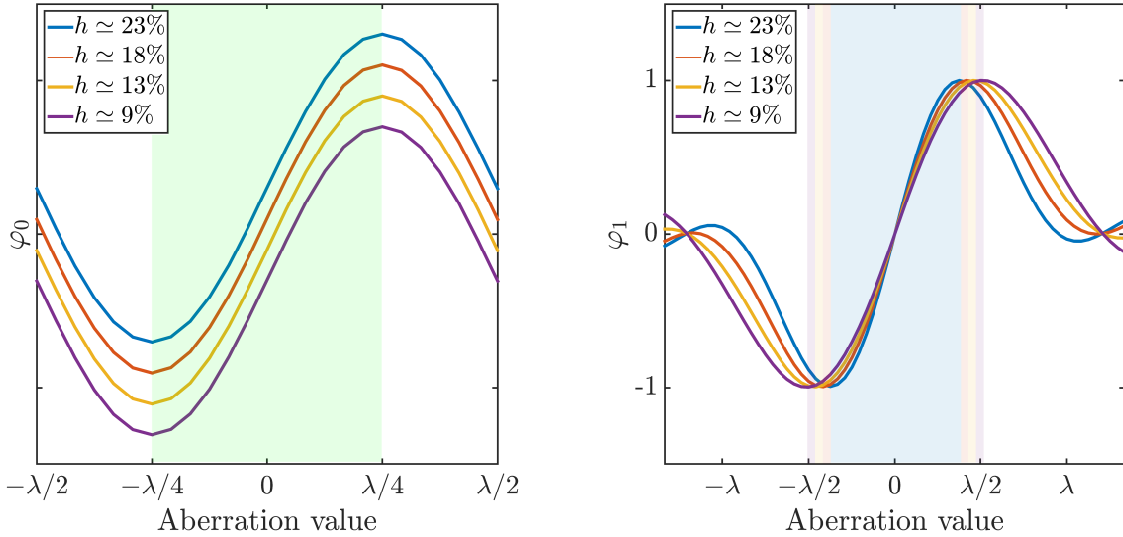


Fig. 3. Influence of the H -zone width (h given in percentage of the segment flat-to-flat distance) on the reachable capture range when considering piston only (left) and tip only (right). For piston only, otherwise superimposed, all curves have been arbitrary shifted with different offsets in the y -axis to disentangle them.

capture range of the SCC-PS in monochromatic light is thus considered limited from $-\lambda/4$ to $\lambda/4$. Within the capture range, the phase (piston and tip-tilt) can be reconstructed unambiguously. Changing the size where we apply the integral for evaluating the tip and tilt estimates, φ_1 and φ_2 , implies a moderate change in the length of the capture range. Figure 3 (right) shows that the smaller the signal zone the larger the capture range, where the effect might be due to the sinusoidal shape of the signal itself and the way the tip-tilt estimators are built. This effect is not perceivable with the piston, as shown in Fig. 3 (left), because the signal is smooth and regular all over the segment.

The π -ambiguity is common to any phasing sensors. To overcome this problem and to increase the capture range of the phasing sensor, existing techniques can straightforwardly be applied to the SCC-PS such as the dual-wavelength and coherence methods (e.g., Vigan et al. 2011; Chanan et al. 1998).

The dual-wavelength method performs successive phasing at two different wavelengths using two optical filters (λ_1 and λ_2) to identify and correct the ambiguity for every segment. The measurable aberration span undertakes a step forward from $\pm\lambda/4$ to $\pm(\lambda_1 + \lambda_2)^2/2(\lambda_1 - \lambda_2)$. Adjusting the two wavelengths allows us to establish a balance between precision and reachable capture range as long as the ambiguity remains identical at the two selected wavelengths.

The coherence technique uses the coherence length in the broadband light of an optical filter with a finite spectral bandwidth. The coherence function between two segments decreases as the piston aberration increases, and by scanning over a wide range of piston one can determine the variation in the coherence function, where the maximum of the coherence allows us to identify and correct the ambiguity for every segment. The coherence method enhances the capture range from $\pm\lambda/4$ to $\pm L_c$, where L_c is the coherence length of the optical filter. The bandwidth of the optical filter is selected to balance the new capture range and the precision of the measurement at the optimal position.

Using these techniques, the capture range of a phasing sensor can be extended from $\pm\lambda/4$ to a few tens of μm depending on the optical filters and method selected (e.g., Chanan et al. 1998; Vigan et al. 2011; Surdej 2011). We will devise practical solutions to improve the efficiency of these techniques, for instance,

by taking advantage of the multireference architecture of the SCC (e.g., Delorme et al. 2016) and developing brand new solutions for increasing the capture range of the SCC-PS. Results of these developments will be presented in a forthcoming paper and, thus, simulations and developments presented in the present paper are restricted to the study of the SCC-PS in the nonambiguity domain.

3. Calibration and properties

3.1. Numerical assumptions

Simulations assume a segmented hexagonal entrance pupil composed of 91 segments of 50 pixels width (corner to corner) over 5 hexagonal rings without any central obscuration nor secondary mirror supports as shown in Fig. 1. We make use of simple Fraunhofer propagators between pupil and image planes, which are implemented as fast Fourier transforms (FFTs) generated with a Matlab code. The telescope pupil is roughly 500 pixels in diameter and the matrix are 4096×4096 pixels. The resulting sampling in the focal plane is about 8 pixels per λ/D , where D is the entrance pupil diameter. We assume a turbulence-free system (no dynamical aberrations) that is consistent with a spatial application, or representative of a ground-based application in which the presence of a first stage consisting of an extreme AO system has already and ideally corrected the dynamical turbulence. We also assume a system free of aberrations with a spacial frequency that is inferior to the segment size. We use a monochromatic light of wavelength $\lambda = 600$ nm.

3.2. Calibration of the system

The SCC-PS calibration and operation aspects are similar to those of AO systems. The SCC-PS is calibrated using an interaction matrix, built by pushing each individual segment sequentially by a given value of piston, tip, and tilt, and by measuring the corresponding φ_0 , φ_1 , and φ_2 estimates (i.e., the system response). The amplitude of the pokes are chosen to ensure that the linear response of the system is respected. In practice we poke the segments by $\lambda/20$ in piston and by $\lambda/15$ in tip and tilt. The calibration matrix is obtained with a perfectly flattened

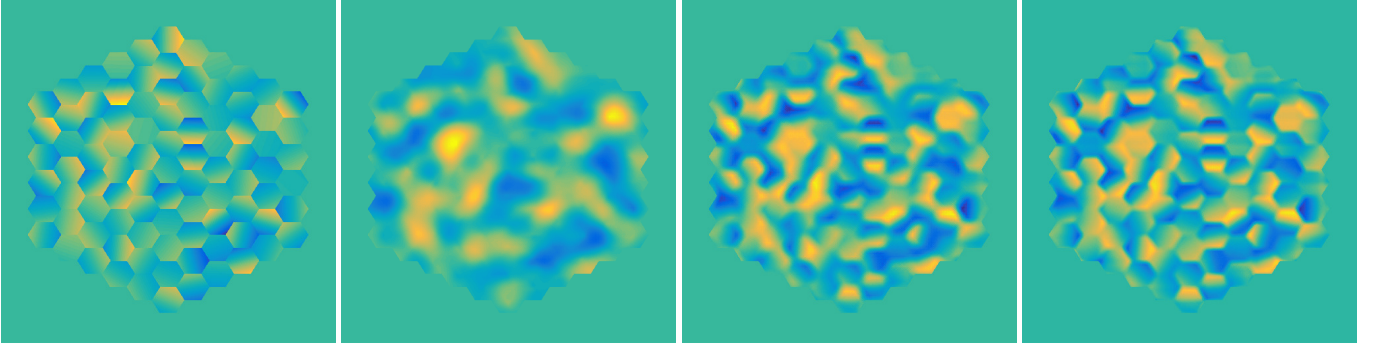


Fig. 4. Phase distribution (from left to right) in the entrance pupil and its estimated phase for different reference hole sizes: $\gamma = 10$; $\gamma = 30$; $\gamma = 50$.

mirror and during the calibrating process the system is perfectly aligned. The calibration matrix contains dominant diagonal terms and relatively low values elsewhere. As we directly measure the estimators introducing a unique aberration at a time, and because the three estimators provide direct access to the three unknowns, the calibration matrix is square. Finally, the piston, tip, and tilt values of each individual segment are reconstructed by solving the system of linear equations using an inverted interaction matrix. At each iteration piston and tip-tilt estimates are applied as a correction to modify the shape of the primary mirror accordingly, and it iteratively converges toward an optimal mirror configuration. As an optical quality metrics, we use the measurement of the residual rms over the entire pupil and the Strehl ratio measured on the scientific image.

3.3. Reference channel

Three parameters play an important part in these simulations: (1) the position of the reference channel; (2) the flux in the reference channel; and (3) the size of the reference channel. As previously pointed out, the position of the reference channel must satisfy Eq. (12) to prevent information overlap in the Fourier domain. Points (2) and (3) are developed hereafter.

3.3.1. Flux equalization

Equalization of fluxes between the pupil channel and reference channel is required as it directly impacts the contrast of the fringes. The amplitude gain required (mimicking the presence of a neutral density on the pupil channel) is calculated on a system with a perfectly flattened mirror and remains constant during the iterative correction process. The value of this gain used in simulation is given by the square root of the energy ratio of the two channels (reference and pupil) and is defined as

$$\rho = \sqrt{E_R/E_S}, \quad (20)$$

where E_R is the energy inside the reference channel, and E_S the energy in the pupil channel. The fringe contrast is optimum when the two fluxes are equal. We use in our simulation $3 \times 10^{-3} \lesssim \rho \lesssim 6 \times 10^{-3}$, depending on the configuration used.

3.3.2. Size of the reference channel

An adequate selection of the value of γ (previously defined in Eq. (11)) is needed as it influences the SCC-PS in two different ways: (1) it cannot be infinitely high because an appropriate signal-to-noise ratio (S/N) would not be guaranteed in the image

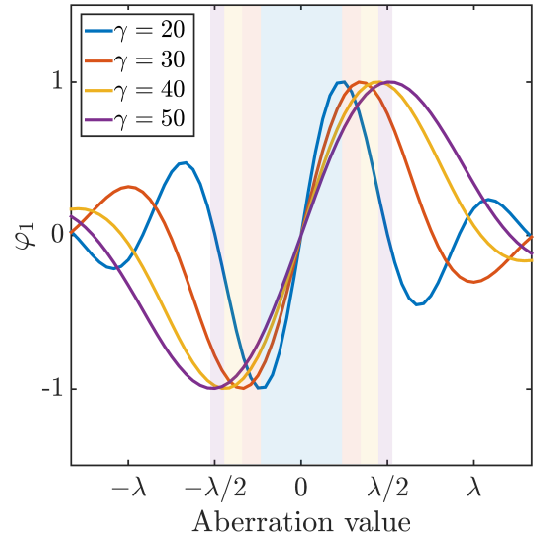


Fig. 5. Measured tip estimator (normalized) as a function of the introduced tip for different γ values. Colored zones represent the respective capture range.

plane otherwise; (2) but it must be high enough so that it allows retrieving the local phase associated with an individual segment.

Aspect (1) can be formalized following the initial formalism and by expressing the fringes contrast as

$$C = \frac{2\sqrt{I_S I_R}}{I_S + I_R}, \quad (21)$$

and when $I_R \ll I_S$ ($\Leftrightarrow \gamma \gg 1$) the expression is simplified as

$$C \simeq 2\sqrt{\frac{I_R}{I_S}} \ll 1. \quad (22)$$

This situation is problematic because of inversion-related issues involved when noises occur on a real test bench as described in Mazoyer et al. (2013). In other words, the size of the reference channel influences the S/N on the fringes and thus modifies the reliability of the reference point-spread function as discussed in Galicher et al. (2010), Mazoyer et al. (2013).

Regarding aspect (2), Fig. 4 qualitatively illustrates that the higher the value of γ the better the precision of the estimated phase. Because of the convolving operation of the phase signal with a hole of diameter inversely proportional to γ , the size of the reference channel directly drives the accuracy of φ_{est} as seen in Eq. (16). In addition, Fig. 5 emphasizes the impact of γ values on the capture range.

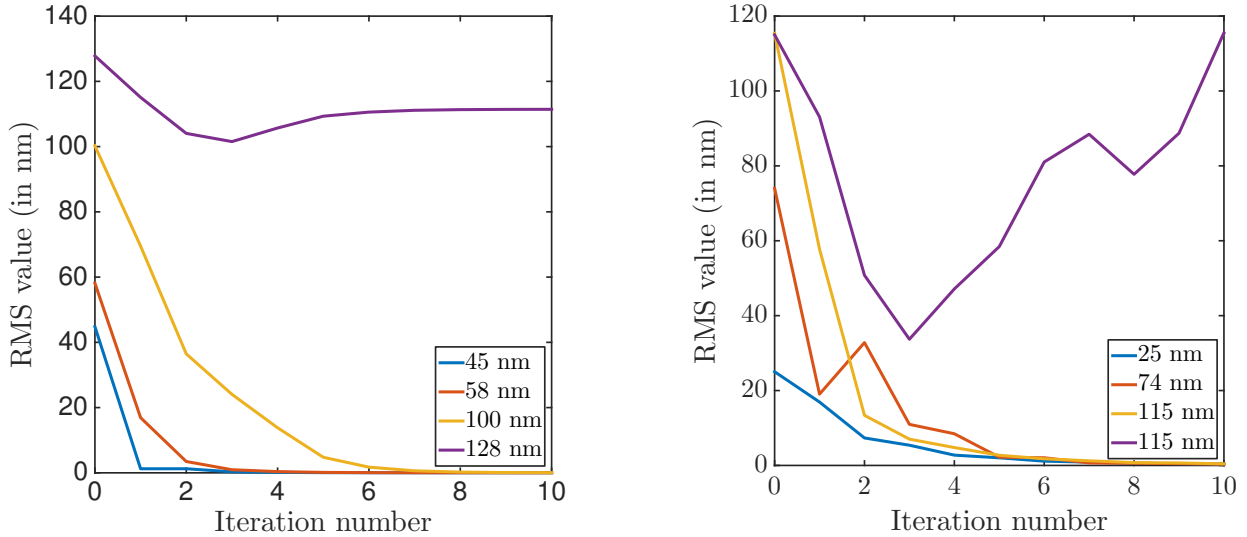


Fig. 6. Rms value evolution of the aberrations over the pupil as a function of the iteration number in the case of piston aberrations only (*left*) and for piston and tip-tilt (*right*). The starting rms values are given in the captions.

By using a simple rule of thumb assuming the Nyquist-Shannon sampling theorem, a condition on γ can be expressed as

$$\gamma \geq 4N + 2, \quad (23)$$

where N represents the number of segment rings over the telescope pupil. As we observe in Eq. (23), the higher the number of segments, or rings (N), the higher the value of γ . Conversely, the higher the value of γ , the lower the fringes contrast in the pupil plane. Assuming 18 segments over 2 rings as for the JWST, or 36 segments over 3 rings as for the *Keck* Telescope, leads to $\gamma \geq 10$ and $\gamma \geq 14$, respectively. Whereas these conditions are reasonable to consider, the condition that must satisfy an implementation on an ELT (e.g., for the 798 segments over 16 rings of the E-ELT, the condition is $\gamma \geq 66$) is unrealistic as it consequently leads to a very poor S/N.

At first glance, it precludes the operation of the SCC-PS on an ELT, but a solution exists to improve the S/N associated with a given γ , even for very high γ values. The diffracted light distribution in the Lyot plane directly depends on the focal plane mask architecture installed in the SCC-PS system. Former and more recent studies have demonstrated that adequate focal plane mask designs allow a control of the energy spatial distribution outside the geometrical pupil (e.g., Soummer et al. 2003; Newman et al. 2015), improving the level of energy, which falls into the reference channel and, consequently, its related S/N.

4. Performance and discussions

To assess the performance of the SCC-PS for retrieving and disentangling piston and tip-tilt information, we carried out the following series of tests: (1) a closed-loop performance evaluation; (2) a sensitivity analysis to optical components misalignment; and (3) a sky coverage evaluation.

4.1. Closed-loop accuracy

We independently analyze the convergence and the residual rms in two cases: first with piston only and then with both piston and tip-tilt. Figure 6 (left) presents the residual aberrations measured on the mirror as a function of the iteration number for various

initial piston only configurations, whereas Fig. 6 (right) shows the residual rms as a function of the iteration number for various initial combinations of piston and tip-tilt rms. Dedicated calibration matrix are used for each case. For piston simulations, segments are poked only with a piston while φ_0 is only recorded. For piston and tip-tilt simulations, it is built following the method presented in Sect. 3.2. In both cases and as expected the results of the phasing strictly depends on the initial configuration of the pupil.

For piston only simulations (Fig. 6, left), two outcomes are possible: (1) the correction converges to 0 if the initial rms is within the capture range of the SCC-PS; (2) the correction converges to a nonzero value (purple curve on Fig. 6, left).

In case (1), the correction is ideal. The residual rms is then nearly null ($\sim 7 \times 10^{-2}$ nm rms) and the estimated Strehl ratio is roughly 100%. Quantitatively, it is remarkable that the convergence requires so few iterations.

Case (2) presents an effect known as the so-called λ -ambiguity, where part of the segments are positioned to a multiple of the wavelength away from the correct position. This effect is described well in the literature; Vigan et al. (2011) provides a pedagogic illustration and description of the phenomenon. The λ -ambiguity effect is highly visible on the rms values, but it leads to a Strehl ratio of roughly 100% (in monochromatic light).

Simulations including both piston and tip-tilt (Fig. 6, right) lead to similar ending scenarios. In case (1), the system converges to a perfectly phased pupil, with, as for piston only, nearly null residual rms. In case (2), the system still converges to a nonzero rms value (purple curve on Fig. 6, right and for numbers of iterations ~ 20). However, the Strehl ratio is not close to 100% anymore due to the presence of tip-tilt. Indeed, there are nonzero values of tip-tilt for which the SCC-PS estimates φ_1 or φ_2 as zero, thus leading the system to an inappropriately phased but steady state. There is no clear limit in terms of starting rms value between a converging and a nonconverging system. As shown in Fig. 6 (right), the yellow and purple curves start from the same rms value but while the yellow curve is converging toward zero, the purple curve is not. The aberrations introduced over the initial pupil are randomly determined following a normal distribution and thus the convergence depends on whether or not piston and tip-tilt amplitudes of all the segments of the pupil lie in the

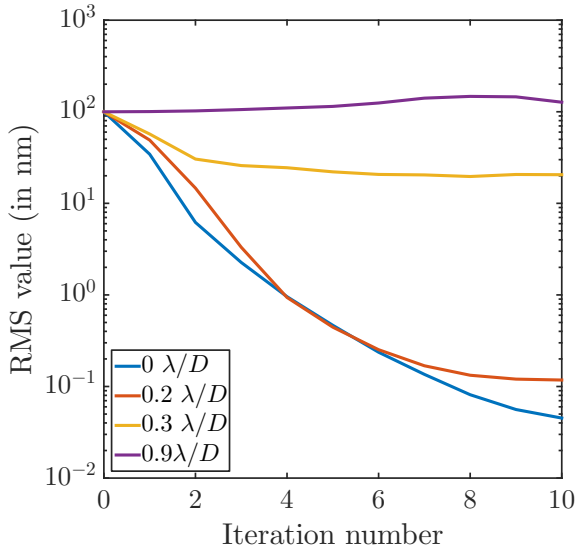


Fig. 7. Impact of the focal plane mask misalignment (expressed in λ/D) in the estimation of the residual rms over the pupil as a function of the iteration number.

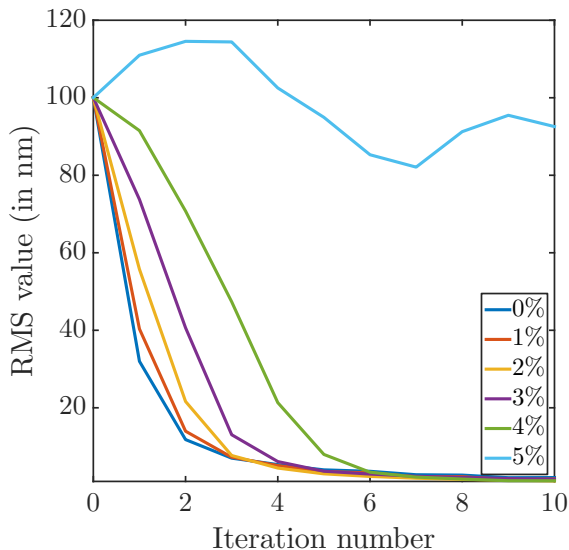


Fig. 8. Rms value as a function of the iteration number for various pupil shear amplitudes. The shifts are given in percentage of the pupil diameter for a JWST-like mirror ($N = 2$).

capture range of the sensor. It means that for two identical values of initial rms over the pupil, one pupil can have all its segments in the capture range of the SCC-PS while the second does not satisfy these requirements for a few segments.

For the sake of a comparison, we confronted our results to those obtained by Yaitskova et al. (2004) using a Mach-Zehnder interferometer phasing sensor in a monochromatic regime at 500 nm. The SCC-PS demonstrates an improvement in accuracy and convergence speed. For instance, considering an initial rms of $\sim\lambda/10$, the SCC-PS requires two iterations while the Mach-Zehnder interferometer sensor requires five iterations (Fig. 16 of the paper).

Finally, these initial investigations we conducted (Sects. 3 and 4.1) highlight the fact that the SCC-PS behave similarly as any cophasing sensor (e.g., capture range and closed-loop operation) emphasized by a subnanometric accuracy and rapid convergence.

4.2. Focal mask misalignment

In this section, we arbitrarily assume 100 nm rms initial wavefront error (piston and tip-tilt). This rms value is high enough to be scientifically relevant and low enough to remain within the capture range of the sensor. The objective of the following test is to appraise the sensitivity of the SCC-PS to the focal plane mask alignment. We use for this test a calibration matrix built from a system with a perfectly aligned FQPM. Figure 7 shows the impact of various amplitudes of the focal mask misalignments on the closed-loop convergence. It is readily observable that departure from the ideal case (where the FQPM is perfectly aligned, blue curve) starts to be significant for misalignments higher than $0.2 \lambda/D$. For value of $0.3 \lambda/D$ (yellow curve) the convergence reaches a threshold at basically 20 nm rms, whereas for higher value of misalignment the system diverges (purple curve).

The SCC-PS demonstrates a slight sensitivity to the focal plane mask alignment to levels that can be straightforwardly guaranteed. Indeed low-order wavefront sensor used in conjunction with a coronagraph have already demonstrated tiny levels of control in the centering of starlight onto a coronagraph at a 10^{-2} level at the Paris Observatory (Mas et al. 2012) and 10^{-3} level at the Subaru telescope (Singh et al. 2014).

4.3. Pupil shear

During real observations the position of the pupil and more particularly the position of all the segments must be precisely known to ensure an optimal phasing of the pupil. The telescope pupil may undergo significant mismatch that could amount to more than a few % of its diameter. For example, the JWST is expected to deliver a pupil image for whose position is known at about 3–4% (Bos et al. 2011). We study this effect in the simulations by shifting the segmented mirror in the pupil plane and running the SCC-PS correction using a calibration matrix obtained with a perfectly aligned system. Figure 8 presents the residual mirror rms as a function of the iteration number for different pupil shear values. For the sake of a comparison, the mirror used for these simulations is composed of two rings ($N = 2$) to reproduce the pupil of the JWST. It is observable that the system converges for pupil shear as high as 4% of the pupil diameter (corresponding to 20% of the segment diameter). This is in line with the above-mentioned JWST requirement. Therefore the SCC-PS is able to withstand a large amount of pupil shear without any recalibration requirements. The convergence speed is marginally affected as it seems to require ~ 3 additional iterations to get to the same residual rms (for 4% pupil shear). In contrast to other techniques (e.g., Pinna et al. 2008; Mazzoleni et al. 2008; Chueca et al. 2008; Surdej 2011), the SCC-PS is a simple sensor to align and does not require the interaction matrix to be recalibrated on a regular basis.

4.4. Final accuracy and star magnitude

Virtually all existing segmented telescopes perform optical phasing from a weekly to monthly basis using relatively bright natural guide stars (3th to 7th V-band magnitude assuming 20 to 60 s typical exposure time, e.g., Chanan et al. 1999, 2000b; Pinna et al. 2008; Vigan et al. 2011). In the mean time the control of the segment positions relies on the stability of the edge sensors. Delivering continuous closed-loop updates of the reference values of the edge sensors would require optical phasing measurements during operation that require the phasing sensor to cope with a fainter star. The objective of the following series

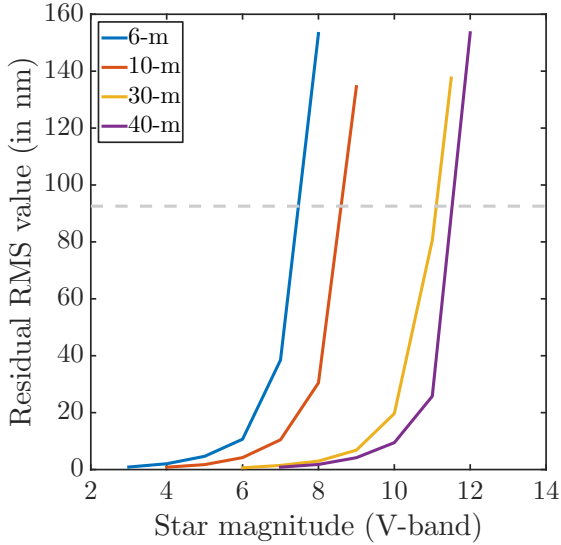


Fig. 9. Residual nm rms as a function of the stellar magnitude (*V*-band) for various telescope diameters. The gray dashed line represents the initial wavefront error rms introduced in the simulations.

of tests is to evaluate the final accuracy of the SCC-PS as a function of the flux and to establish the faintest star magnitude with which it can operate. Usually the limiting star magnitude is defined as the faintest stellar magnitude with which the sensor is capable of aligning the segmented mirror toward a given accuracy. However, since the expected final accuracy strictly depends on the telescope specifications or observing programs (the high-precision phasing requirements deemed appropriate for a high-contrast instrument is relatively uncertain), we define hereafter the limiting star magnitude as the faintest star magnitude with which the SCC-PS close-loop still converge.

4.4.1. Limiting stellar magnitude

In the following, stellar magnitudes are assumed in the *V* band and the spectral bandwidth and exposure time are $\Delta\lambda = 90$ nm and 30 s, respectively. The bandwidth is only specified to provide the number of photons in the pupil plane but simulations remain monochromatic. The SCC has already been successfully used with polychromatic light (Mazoyer et al. 2013; Delorme et al. 2016) for bandwidth up to $\Delta\lambda \sim 80$ nm. System transmission is ideal (100%). Photon noise, readout noise ($1 e^-$ rms), and dark current ($1 e^-/s$) are accounted for and the pupil is made of 91 segments ($\gamma = 24$). The sampling in the focal plane is still ~ 8 pixels per λ/D .

The simulation compares the final precision obtained after convergence for various stellar magnitudes and various telescope diameters representative of existing (JWST, *Keck*, and Gran Telescopio Canarias) and future space- and ground-based observatories (LUVOIR, TMT, and E-ELT). The results are shown in Fig. 9 where the achievable star magnitude is (as expected) correlated with the telescope diameter. The results indicate that if the illumination of the mirror is provided by bright stars ($V \leq 6$) the SCC-PS converges regardless of the telescope diameter. The SCC-PS diverges for stars dimmer than magnitude 7, 8, 10, and 11, for telescopes of diameter 6 m, 10 m, 30 m, and 40 m, respectively. It is established that mirror phasing can be achieved with relatively bright stars with the SCC-PS as usually envisioned with any phasing sensor.

4.4.2. Impact of the number of segments

In most of the previous simulations we arbitrarily assume 91 segments over the pupil independent of the telescope diameter. We chose these segments for two practical reasons: (1) to have a high enough number of segments in the pupil to validate our algorithms for substantively complex configurations; and (2) to keep a reasonable computational time without neglecting the sampling frequency of our simulations. However, the number of segments of the telescope has an impact on the sensor sky coverage. We found that the higher the number of segments the lower the S/N in each individual segment. Consequently the limiting magnitude of the SCC-PS depends on N as analogous to that of the number of subapertures in a Shack-Hartmann sensor and its limiting sensitivity.

To investigate the impact of N on the sensor limiting stellar magnitude, we estimate and compare the limiting star magnitude achieved for a 10-m class telescope as a function of the number of segment rings (N) present in the primary mirror. We study the evolution of N from 2 to 5, where $N = 3$ is representative of the *Keck* or GTC primary mirror and $N = 2$ is similar to the JWST configuration. For each N configuration considered, the optimal γ value is set according to Eq. (23). As expected, we found that the higher the N value the fainter the limiting star magnitude. We found that the limiting star magnitude increases by ~ 1 mag when N decreases by 1 ring. In particular, the limiting star magnitude increases from 8 to 11 when N decreases from 5 to 2 (γ decreases by a factor of 2, from 25 to 12). If the limiting star magnitude is defined as the faintest magnitude with which the SCC-PS is capable of aligning the mirror at the level of 10 nm rms residual, the limiting star magnitude would evolve from 10 to 6 when N increases from 2 to 5.

4.4.3. Sky coverage improvement

Operation with fainter stars can be achieved to some extent with: (1) wider broadband optical filter measurements and by increasing the exposure time; (2) a modification of the detector binning (binning 2×2 , while making sure that the fringes sampling is high enough, usually helps increase the limiting star magnitude by ~ 1.5 mag); and (3) a more suitable diffractive focal plane mask that maximizes the flux in the reference channel. The typical magnitude limits we see here (between 7 and 11, see the previous subsection) are significantly different from the 15th magnitude we see in the state-of-the-art cophasing sensors. The reason for this apparent discrepancy is that the coronagraphic effect of the FQPM drastically rejects star light. As a consequence, and because the reference channel has to be small enough (Sect. 3.3), only a small fraction of the star light is used to form fringes. This explains why the SCC-PS is stacked to a magnitude that is basically below $V = 11$, while most of cophasing sensor systems can accommodate magnitude up to $V = 15$. The optimization of a focal plane array to realize the best sensitivity by improving the energy spatial distribution in between the reference and pupil channels, and by emphasizing the equalization and maximization of fluxes, is a complex task of primary importance.

5. Conclusion

Hitherto developed to discriminate a planet from a speckle (Baudoz et al. 2006) and later as a focal plane wavefront sensor correcting for phase and amplitude aberrations upstream of a coronagraph (Galicher et al. 2008; Mazoyer et al. 2013), the

adaptation of the SCC as a phasing sensor (SCC-PS) is demonstrated. The paper provides numerical evidence that mirror fine phasing is effective and possible with the SCC-PS.

The SCC-PS offers various major advantages: direct measurement on the science image; limited amount of hardware (noninvasive method and no dedicated optical path); effective simultaneous estimates of piston and tip-tilt with subnanometric residuals ($\sim 7 \times 10^{-2}$ nm rms); no a priori on the signal and in particular at the segment boundaries; insensitivity to gaps and segment edges; rapid convergence; and virtual insensitivity to focal plane mask or pupil misalignments. The latter advantage is of primary importance because pupil registration is critical for most of the actual phasing methods (e.g., modified Shack-Hartmann, Zernike sensor, etc.) as the subapertures or the signal analysis zone must be aligned accurately with respect to the intersegment edges.

This new focal plane phasing method is applicable to several existing and near-future telescopes. In particular it can be implemented in two different manners upon science objectives and observing programs: (1) as part of the active optics system of a telescope for fine phasing; and (2) as part of the scientific instrument of a telescope for fine phasing and/or real-time stability control during observations. In both situations the SCC-PS could be implemented in a woofer/tweeter system architecture together with the conventional active optics phasing sensor (coarse phasing) of the telescope. Furthermore, in situation (2) the SCC-PS can provide access to quasi-static aberrations (phase and amplitude) upstream of a coronagraph and segment misalignments (piston and tip-tilt) measurements. The SCC-PS represents an opportunity of having two real-time sensors in one: a quasi-static aberration focal plane wavefront sensor (SCC) coupled with a fine cophasing focal plane sensor (SCC-PS). This avoids multiple active and photon-hungry subsystems in an instrument as often seen as a significant shortcoming.

Finally, optimal control of the energy spatial distribution outside the geometrical pupil using brand new diffractive mask designs (e.g., Newman et al. 2015) to improve the level of energy that falls into the reference channel is a key aspect to tackle to improve the efficiency and operation domain, for instance for enhancing the sky coverage, of the sensor.

Acknowledgements. P. Janin-Potiron is grateful to Airbus Defense and Space (Toulouse, France) and the Région PACA (Provence Alpes Côte d'Azur, France) 2014 Ph.D. program for supporting his Ph.D. fellowship. Authors also want to thank F. Martinache for the discussions and helpful comments.

References

- Baudoz, P., Boccaletti, A., Baudrand, J., & Rouan, D. 2006, in *IAU Colloq. 200: Direct Imaging of Exoplanets: Science and Techniques*, eds. C. Aime, & F. Vakili, 553
- Bos, B. J., Ohl, R. G., & Kubalak, D. A. 2011, in *SPIE Conf. Ser.*, 8131
- Chanan, G. A. 1989, in *Precision Instrument Design*, eds. T. C. Bristow, & A. E. Hatheway, *SPIE Conf. Ser.*, 1036, 59
- Chanan, G., Troy, M., Dekens, F., et al. 1998, *Appl. Opt.*, 37, 140
- Chanan, G., Troy, M., & Sirko, E. 1999, *Appl. Opt.*, 38, 704
- Chanan, G. A., Troy, M., & Ohara, C. M. 2000a, in *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, ed. P. Dierickx, *SPIE Conf. Ser.*, 4003, 188
- Chanan, G. A., Troy, M., & Ohara, C. M. 2000b, in *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, ed. P. Dierickx, *SPIE Conf. Ser.*, 4003, 188
- Chueca, S., Reyes, M., Schumacher, A., & Montoya, L. 2008, in *SPIE Conf. Ser.*, 7012, 13
- Codona, J. L., & Doble, N. 2015, *J. Astron. Telescopes Instr. Syst.*, 1, 029001
- Cuevas, S., Orlov, V. G., Garfias, F., Voitsekhovich, V. V., & Sanchez, L. J. 2000, in *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, ed. P. Dierickx, *SPIE Conf. Ser.*, 4003, 302
- Delavaquerie, E., Cassaing, F., & Amans, J.-P. 2010, in *Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, Proc. of Conf., 5018
- Delorme, J. R., Galicher, R., Baudoz, P., et al. 2016, *A&A*, 588, A136
- Dohlen, K., Langlois, M., Lanzoni, P., et al. 2006, in *SPIE Conf. Ser.*, 6267, 34
- Esposito, S., Pinna, E., Puglisi, A., Tozzi, A., & Stefanini, P. 2005, *Opt. Lett.*, 30, 2572
- Galicher, R., Baudoz, P., & Rousset, G. 2008, *A&A*, 488, L9
- Galicher, R., Baudoz, P., Rousset, G., Totems, J., & Mas, M. 2010, *A&A*, 509, A31
- Lofdahl, M. G., Kendrick, R. L., Harwit, A., et al. 1998, in *Space Telescopes and Instruments V*, eds. P. Y. Bely, & J. B. Breckinridge, *SPIE Conf. Ser.*, 3356, 1190
- Martinache, F. 2013, *PASP*, 125, 422
- Mas, M., Baudoz, P., Rousset, G., & Galicher, R. 2012, *A&A*, 539, A126
- Mazoyer, J., Baudoz, P., Galicher, R., Mas, M., & Rousset, G. 2013, *A&A*, 557, A9
- Mazzoleni, R., Gonté, F., Surdej, I., et al. 2008, in *SPIE Conf. Ser.*, 7012, 3
- Montoya-Martinez, L. 2004, Theses, Université de Provence-Aix-Marseille I
- Newman, K., Guyon, O., Balasubramanian, K., et al. 2015, *ASP*, 127, 437
- Pinna, E., Quiros-Pacheco, F., Esposito, S., Puglisi, A., & Stefanini, P. 2008, in *SPIE Conf. Ser.*, 7012, 3
- Pope, B., Cvetojevic, N., Cheetham, A., et al. 2014, *MNRAS*, 440, 125
- Rouan, D., Riaud, P., Boccaletti, A., Clénet, Y., & Labeyrie, A. 2000, *PASP*, 112, 1479
- Singh, G., Martinache, F., Baudoz, P., et al. 2014, *PASP*, 126, 586
- Soummer, R., Dohlen, K., & Aime, C. 2003, *A&A*, 403, 369
- Surdej, I. 2011, Ph.D. Thesis, Fakultät für Physik, München
- Surdej, I., Yaitskova, N., & Gonté, F. 2010, *Appl. Opt.*, 49, 4052
- Troy, M., Crossfield, I., Chanan, G., et al. 2006, in *SPIE Conf. Ser.*, 6272, 2
- Vigan, A., Dohlen, K., & Mazzanti, S. 2011, *Appl. Opt.*, 50, 2708
- Yaitskova, N., Dohlen, K., & Dierickx, P. 2003, *J. Opt. Soc. Am. A*, 20, 1563
- Yaitskova, N., Montoya-Martinez, L., Dohlen, K., & Dierickx, P. 2004, in *Ground-based Telescopes*, ed. J. M. Oschmann, Jr., *SPIE Conf. Ser.*, 5489, 1139
- Yaitskova, N., Dohlen, K., Dierickx, P., & Montoya, L. 2005, *J. Opt. Soc. Am. A*, 22, 1093

4.3 Discussions

4.3.1 Extraction de l'information de phase

Durant le développement de la SCC-PS je n'ai pas à proprement parler utilisé une estimation absolue de l'information de phase. En effet, le processus de cophasage décrit dans le papier utilise une matrice de calibration et nécessite donc seulement une connaissance relative de l'information de phase par rapport à une référence, dans mon cas la pupille plane est parfaitement phasée. Quoi qu'il en soit, l'estimation de la phase donnée par la SCC peut être vue comme proportionnelle à la phase en plan pupille d'entrée convoluée par un disque du diamètre de la référence correspondant à l'équation 16 du papier, soit :

$$\phi_{est} \propto \mathcal{F}^{-1}[A_S] * \mathcal{F}^{-1}[A_R^*]. \quad (4.16)$$

Cette forme que prend le signal a des conséquences sur les fréquences spatiales effectivement mesurables par le système, mais je reviendrai sur ce point dans la section 4.3.4. Dans le but de mesurer les aberrations de piston, tip et tilt sur chacun des segments, j'ai alors proposé des estimateurs adaptés qui sont présentés dans le paragraphe suivant.

4.3.2 Mesure de piston, tip et tilt

J'ai défini trois estimateurs permettant de mesurer le piston, tip et tilt présents sur chacun des segments. Ceux-ci sont calculés de façon très simple en intégrant le signal ϕ_{est} sur une zone carrée \mathcal{H} pour le piston ou le gradient du signal selon x ou y pour le tip ou le tilt. Ces estimateurs, nommés respectivement φ_0 , φ_1 et φ_2 sont introduits dans les équations 17, 18 et 19 du papier. Les courbes de réponse ont alors été mesurées en introduisant du piston (respectivement du tip et du tilt) sur le segment central et en mesurant φ_0 (respectivement φ_1 et φ_2), et ces dernières sont présentées sur la figure 2 du papier. On remarque que φ_0 est λ -périodique, point commun à tous les analyseurs de cophasage utilisés en régime monochromatique. On peut alors définir ce que nous appelons le capture range (CR) qui correspond à la zone dans laquelle la mesure de phase peut être faite sans ambiguïté, indiquée par la zone verte sur la figure et est égal à $\lambda/2$ dans le cas du piston. La valeur du capture range définie alors une limite maximale sur le niveau d'aberration que le système est capable de corriger.

Dans le cas du tip-tilt, la réponse est elle aussi périodique mais atténuée par une enveloppe à mesure que les aberrations augmentent. Cela est dû à l'expression de ϕ_{est} telle qu'elle a été présentée dans l'équation 4.16, sous forme d'une convolution par le disque de la référence. En posant S comme le signal sinusoïdal attendu en sortie d'un analyseur de front d'onde en présence de tip seulement, nous pouvons écrire :

$$S \propto \sin\left(\frac{2\pi tx}{\lambda}\right), \quad (4.17)$$

ce qui donne, en représentant le disque de la référence par O et reprenant l'équation 4.16,

$$\phi_{est} \propto S * O. \quad (4.18)$$

La valeur de γ rentre alors en compte dans la valeur de l'estimateur obtenu et les conditions limites ainsi appliquées au système seront étudiées analytiquement par la suite dans

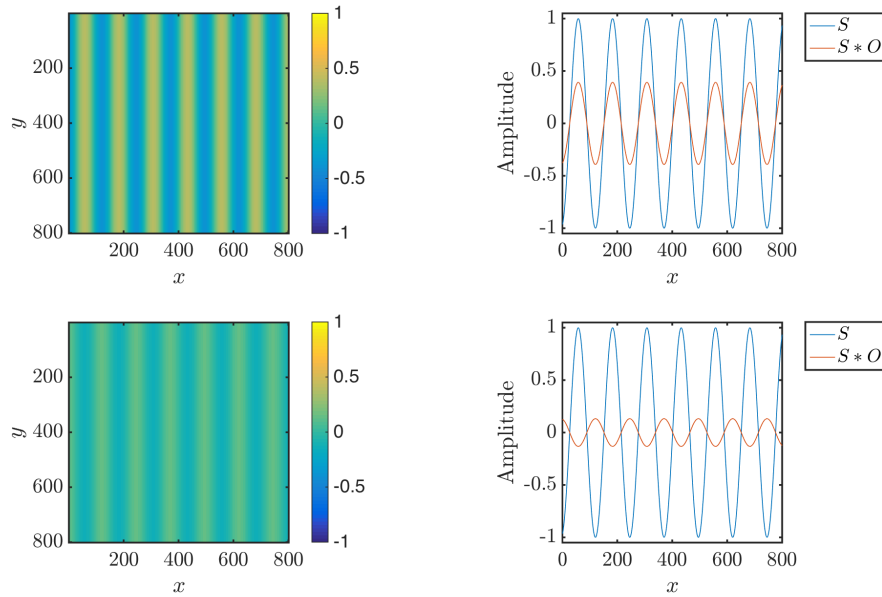


Figure 4.9 – Principe schématique de la convolution d’un segment par le disque de la référence et ce pour deux tailles différentes. En haut : $\gamma = \gamma_0$. En bas : $\gamma = \gamma_0/2$.



la section 4.3.4. Néanmoins, et ce dans le but d’avoir un support visuel présentant l’effet de convolution, la figure 4.9 montre une estimation de la phase pour deux valeurs de γ différentes ($\gamma = \gamma_0$ en haut et $\gamma = \gamma_0/2$ en bas) en utilisant la formulation de l’équation 4.18. Les courbes à droite représentent une coupe horizontale du signal, la bleue correspondant à S et la rouge à $S * O$. L’estimation de phase est impactée par la convolution qui fait diminuer son amplitude, et cet effet est d’autant plus rapide que la référence est grande.

À côté de cela, la taille de la zone d’analyse utilisée pour faire la mesure a aussi son impact sur le capture range. Ce dernier est en effet inversement proportionnel à \mathcal{H} comme le suggère la figure 3 du papier (à droite). Ces effets n’ont pas été traités analytiquement dans ce papier, mais il le seront par la suite lors de la présentation de ZELDA-PS.

4.3.3 Calibration

L’utilisation d’une matrice de calibration est courante dans le domaine de l’optique adaptative. Le but d’une telle démarche est de caractériser la réponse du système aux différents degrés de liberté du miroir. Cela consiste alors à activer un par un les actionneurs et à mesurer la réponse du système correspondante. Dans le cas du miroir segmenté, chacun des segments est activé d’abord en piston puis en tip et enfin en tilt et l’on mesure, à chaque itération, les valeurs de φ_0 , φ_1 et φ_2 sur chacun d’eux. Ce principe est représenté sur la figure 4.10, sur laquelle on peut voir la matrice de calibration (à gauche) et l’estimation de la phase obtenue par la SCC-PS (à droite).

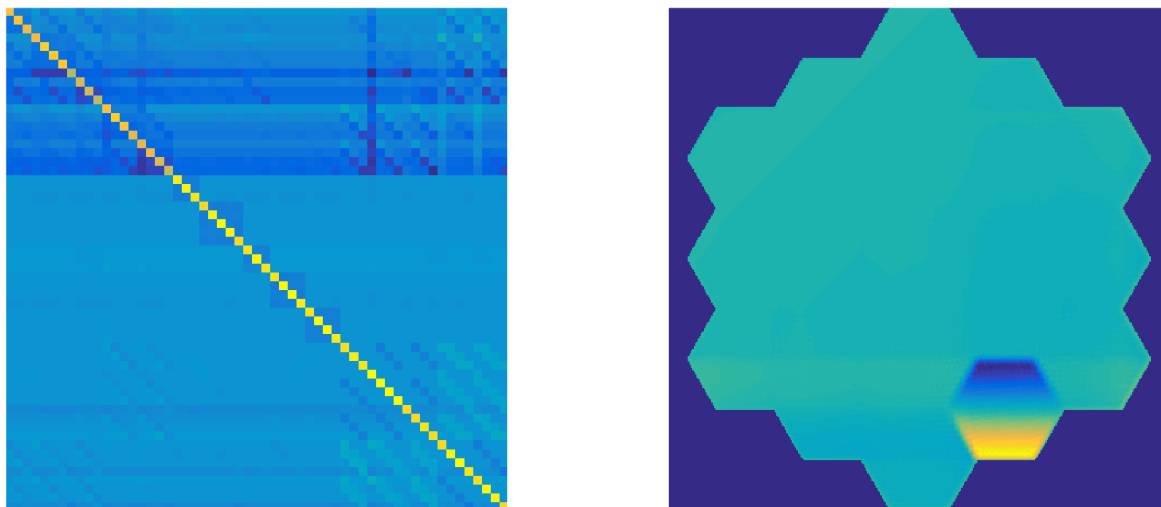


Figure 4.10 – À gauche : matrice de calibration obtenue sur un système avec $M = 3$. Les termes diagonaux dominants sont bien visibles. À droite : phase estimée par la SCC-PS ϕ_{est} correspondante à chaque itération (voir animation).

La matrice de calibration \mathcal{M} est alors de forme carrée et de taille $3N \times 3N$, puisque chacun des segments est activé en piston, tip et tilt et que trois estimateurs sont mesurés. Cette matrice est à diagonale dominante et elle prend la forme suivante :

$$\mathcal{M} = \begin{matrix} & p_1 & \dots & p_N & t_1 & \dots & t_N & T_1 & \dots & T_N \\ \begin{matrix} \phi_0^1 \\ \vdots \\ \phi_0^N \\ \phi_1^1 \\ \vdots \\ \phi_1^N \\ \phi_2^1 \\ \vdots \\ \phi_2^N \end{matrix} & \begin{bmatrix} \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare \\ \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{blue} \blacksquare & \color{yellow} \blacksquare \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4.19)$$

Son inverse est également à diagonale dominante et elle prend la forme suivante :

$$\mathcal{M}^{-1} = \begin{matrix} & \phi_0^1 & \dots & \phi_0^N & \phi_1^1 & \dots & \phi_1^N & \phi_2^1 & \dots & \phi_2^N \\ \begin{matrix} p_1 \\ \vdots \\ p_N \\ t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ T_1 \\ \vdots \\ T_N \end{matrix} & \begin{bmatrix} \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} \\ \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{blue}{\blacksquare} & \color{yellow}{\blacksquare} \end{bmatrix} \end{matrix} . \quad (4.20)$$

L'équation reliant alors les estimateurs mesurés aux aberrations estimées, et ce en considérant le système comme étant linéaire, peut être donnée sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned} [\phi_0^1, \dots, \phi_1^1, \dots, \phi_2^N] &= \mathcal{M} \cdot [p_1, \dots, t_1, \dots, T_N]^T \Leftrightarrow \\ [p_1, \dots, t_1, \dots, T_N] &= (\mathcal{M}^{-1} \cdot [\phi_0^1, \dots, \phi_1^1, \dots, \phi_2^N])^T . \end{aligned} \quad (4.21)$$

On remarque sur la figure 4.10 (à gauche) que la matrice de calibration présente des structures reconnaissables sur ces éléments situés hors de la diagonale. Cela est dû au fait que lorsque l'on active un segment, son signal n'est pas seulement localisé sur lui-même mais va s'étendre sur toute la pupille.

4.3.4 Géométrie du stop de Lyot

Le Lyot stop, diaphragme d'amplitude placé dans le plan pupille suivant le FQPM, possède des paramètres pouvant varier et jouant un rôle important dans les simulations et a fortiori dans l'implémentation réelle de la SCC-PS. Ces points sont abordés de manière séparée dans la suite.

□ Paramètre ξ_0 limite

Ce premier point, déjà évoqué dans le papier à l'équation 12 et introduit pour une pupille circulaire dans Galicher et al. (2010) porte sur la distance minimale entre le centre du stop et le centre de la référence. Il est nécessaire de respecter une certaine distance afin que les pics de corrélation ne se superposent pas au pic central sur l'image $\mathcal{F}^{-1}[I]$ (figure 4.7). Cette condition, dans le cas d'une pupille hexagonale s'exprime comme :

$$\|\xi_0\| > \xi_{0 \text{ lim}} = \frac{D_L}{2 \cos(\theta)} \left(3 + \frac{1}{\gamma} \right) \quad \text{avec} \quad -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6} \quad \left[\frac{\pi}{3} \right], \quad (4.22)$$

où θ représente l'angle entre l'axe x et la référence comme définit sur la figure 4.11 (à gauche) et D_L le diamètre de l'ouverture centrale du Lyot stop. On note sur la figure 4.11 (à gauche) que le pic central est de taille $2D_L$ (autoconvolution de l'ouverture centrale)

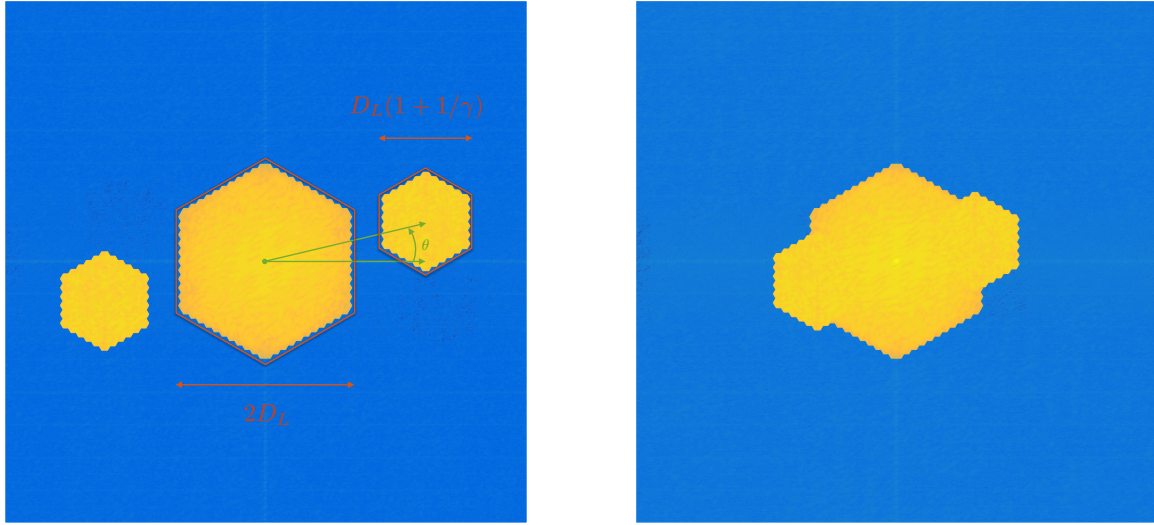


FIGURE 4.11 – Transformée de Fourier inverse de l'image SCC-PS $\mathcal{F}[I]$ pour deux valeurs de $\xi_0 = \|\xi_0\|$. À gauche : $\xi_0 > \xi_{0 \text{ lim}}$. À droite : $\xi_0 < \xi_{0 \text{ lim}}$.

et le pic latéral de diamètre $D_L + D_R$, où D_R est le diamètre de la référence. On introduit par commodité le paramètre $\gamma = D_L/D_R$. Lorsque la condition donnée par l'équation 4.22 n'est pas respectée, les deux pics de corrélation se superposent alors au pic central. L'image ainsi obtenue est présentée sur la figure 4.11 (à droite).

Il est intéressant de regarder l'effet que peut avoir un ξ_0 inférieur à la limite sur l'estimation de la phase. Pour cela, en utilisant les mêmes aberrations que celles définies dans la section 4.1, on obtient alors l'estimation de phase présentée sur la figure 4.12 (à droite). Par soucis de facilité de comparaison, l'estimation de phase dans le cas $\xi_0 > \xi_{0 \text{ lim}}$ est présentée sur la même figure (à gauche). On remarque alors que des différences notables apparaissent aux endroits où le pic de corrélation est superposé au pic central (représenté par la zone rouge), et surtout aux extrémités. L'erreur sur l'estimation de la phase peut être quantifiée en mesurant le tip, par exemple, et en le comparant au tip effectivement introduit. La figure 4.13 présente le résultat ainsi obtenu. On remarque que dans le cas $\xi_0 > \xi_{0 \text{ lim}}$ (cercles bleus), la réponse du système suit approximativement une droite, les écarts à la linéarité sont en partie dus au fait que je n'ai pas utilisé de matrice de calibration pour inverser le système.

Le cas $\xi_0 < \xi_{0 \text{ lim}}$ est séparé en deux parties : la première représente les segments situés en dehors de la zone de superposition et sont désignés par des cercles rouges. Ils suivent eux aussi de manière approximative une droite, bien que moins propre que la précédente. Le second cas représente les segments situés dans la zone de superposition qui sont désignés par des croix rouges. Il est alors notable que leur distribution ne semble plus reliée de manière directe à celle du tip introduit en entrée, ce qui conduit de manière générale à une mauvaise interprétation des aberrations présentes sur la pupille.

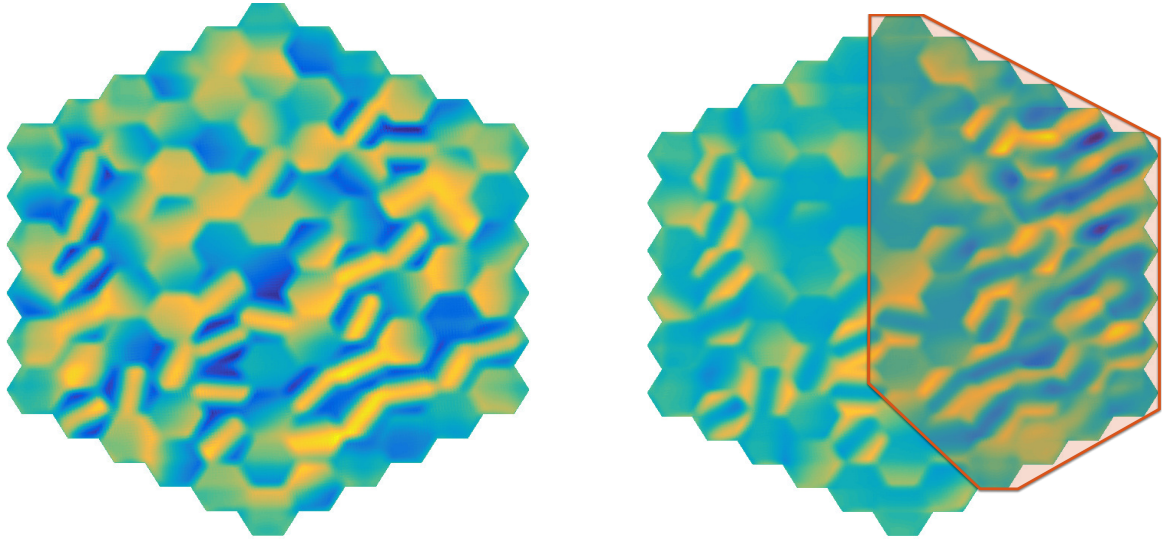


FIGURE 4.12 – Estimation de phase ϕ_{est} produite par la SCC-PS dans le cas $\xi_0 > \xi_0_{lim}$ (à gauche) et $\xi_0 < \xi_0_{lim}$ (à droite). Ces deux configurations correspondent à celles présentées sur la figure 4.11.

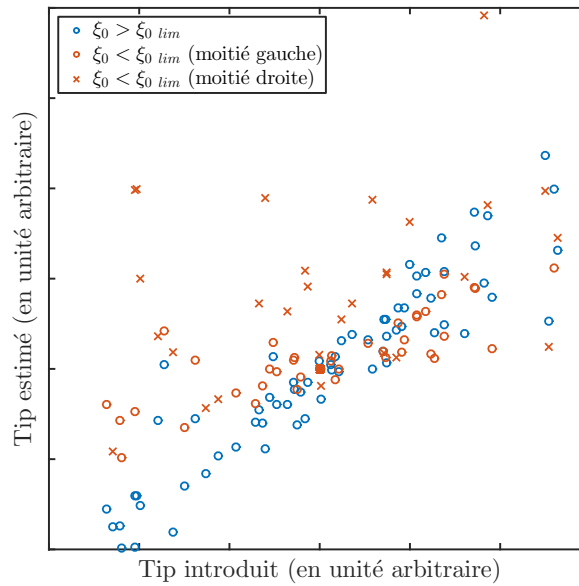


FIGURE 4.13 – Tip estimé en fonction du tip introduit pour les deux configurations présentées sur les figure 4.11 et 4.13. Les ronds bleus représentent le cas $\xi_0 > \xi_0_{lim}$. Les données rouges représentent le cas $\xi_0 < \xi_0_{lim}$, où les ronds sont les segments situés en dehors de la zone de superposition des pics de corrélation (figure 4.13) et les croix ceux situés à l'intérieur.

□ Diamètre de la référence - échantillonnage limite

Le second point qu'il est important d'aborder est la taille de la référence, ou de manière équivalente, la valeur donnée au paramètre γ . Comme le suggère l'équation 4.12,

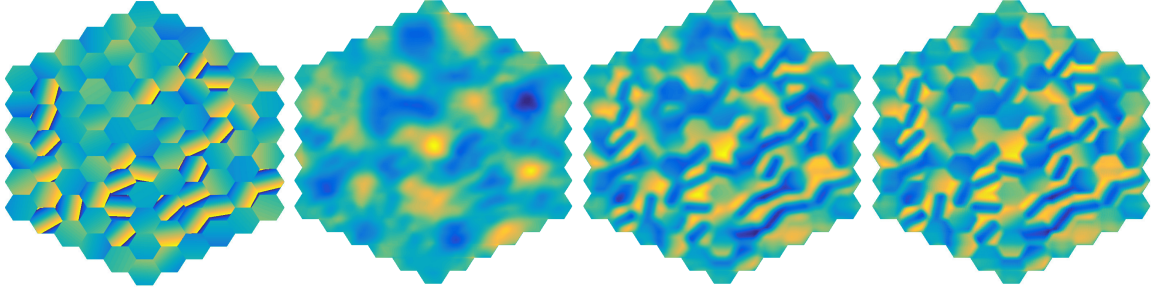


FIGURE 4.14 – Estimation de phase ϕ_{est} produite par la SCC-PS pour différentes valeurs de γ . À gauche : distribution de phase dans la pupille d'entrée, puis de gauche à droite : $\gamma = 10, 30, 50$.

l'estimation de la phase avec la SCC peut être interprétée comme la phase dans le plan pupille d'entrée convoluée par la référence, un disque de diamètre D_R . Pour s'en convaincre, la figure 4.14 présente trois configurations de γ différents. À gauche de la figure est rappelée la distribution de phase dans le plan d'entrée puis, de gauche à droite, le paramètre γ prend respectivement les valeurs de 10, 30 et 50. Visuellement, il est évident que l'information de phase est perdue dans le cas où $\gamma = 10$. Pour les deux autres cas, on distingue clairement la distribution de phase initiale. Seule la netteté de la phase estimée varie. Ce phénomène de convolution va alors avoir un impact sur la fréquence spatiale maximale que le système va être capable de mesurer.

En appliquant le théorème d'échantillonnage de Shannon, qui stipule que pour observer une fréquence spatiale f , il faut l'échantillonner au minimum à une fréquence de $f_e = 2f$, on peut déterminer une condition limite sur la valeur du paramètre γ . Dans le cadre du papier, la valeur minimale de γ a été calculée en prenant en compte la fréquence spatiale définie par la séparation entre les segments. De cette sorte, le théorème de Shannon s'énonce comme :

$$\begin{aligned}
 f < f_e/2 &\Leftrightarrow \frac{1}{2r} < \frac{1}{2} \frac{1}{D_R}, \\
 &\Leftrightarrow \frac{2M+1}{D_L} < \frac{\gamma}{2D_L}, \\
 &\Leftrightarrow 4M+2 < \gamma.
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Dans ce calcul, nous ne prenons donc pas en compte le fait que des aberrations de tip-tilt importantes puissent introduire une fréquence spatiale supérieure à $1/2r$. Cela a été fait dans le papier en regardant l'impact de la taille de la référence sur le capture range de l'estimateur de tip-tilt. D'une manière plus formelle, en supposant la présence d'un tip, la condition de Shannon devient :

$$\begin{aligned}
 f < f_e/2 &\Leftrightarrow \frac{t}{\lambda} < \frac{\gamma}{2D_L}, \\
 &\Leftrightarrow \frac{4r(2M+1)t}{\lambda} < \gamma.
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

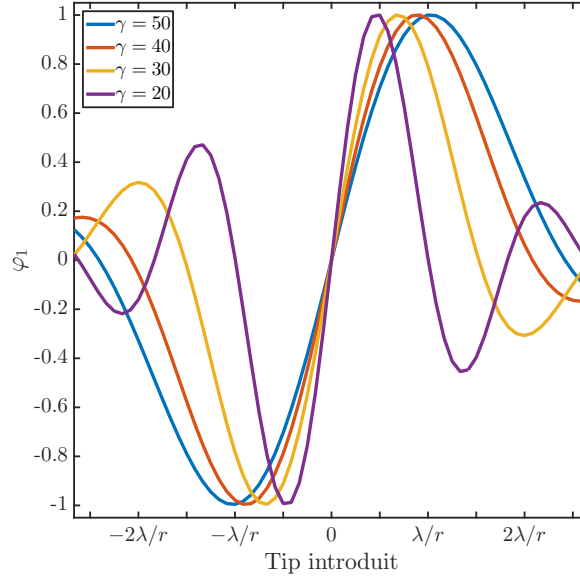


FIGURE 4.15 – Valeur de l’estimateur φ_1 en fonction du tip introduit sur le segment central pour différentes valeurs de γ (voir légende).

La condition imposée par le tip-tilt n’est alors pas limitante tant que :

$$\frac{4r(2M+1)t}{\lambda} < 2(2M+1) \Leftrightarrow t < \lambda/2r. \quad (4.25)$$

Cela dit, même dans un cas où l’on vérifierait seulement $f < f_e$, le tip-tilt serait sous-estimé mais son signe resterait le bon, menant tout de même à la convergence. On peut alors voir f_e comme étant reliée au capture range de l’estimateur de tip comme $CR = 2f_e$.

Pour s’en convaincre, j’ai choisi de faire varier le paramètre γ et de mesurer la réponse du système à l’introduction d’un tip sur le segment central. L’estimateur de tip φ_1 étant dépendant de la taille de la zone d’analyse, comme nous avons pu le voir précédemment dans la section 4.3.2, j’ai décidé alors de comparer deux réalisations d’un même système, l’un à $\gamma_0 = 20$ et l’autre à $\gamma = 2\gamma_0$, la taille de la zone influençant le résultat donné dans l’équation 4.25. En théorie, le capture range du tip doit alors doubler d’une condition à l’autre. C’est l’effet que l’on peut observer sur la figure 4.15, sur laquelle on voit que le capture range de la courbe jaune $\gamma = 40$, est environ égal à deux fois celui de la courbe violette $\gamma = 20$.

Finalement, on peut voir sur la figure 4.16 l’effet qu’introduit un changement de γ sur la carte de phase estimée obtenue par la SCC, pour un tip appliqué sur le segment central (dans ce cas $t \simeq 1.4\lambda/r$). La pupille de gauche représente la carte de phase d’entrée. L’image centrale représente la phase estimée pour $\gamma = 50$, alors que celle de droite représente la phase estimée pour $\gamma = 25$. L’effet évoqué ci-dessus est ici bien perceptible, en ce sens que pour la même valeur de tip, on retrouve dans le premier cas quasiment la carte de phase insérée en entrée alors que dans le second, le segment central ne semble pas être soumis à une aberration de tip.

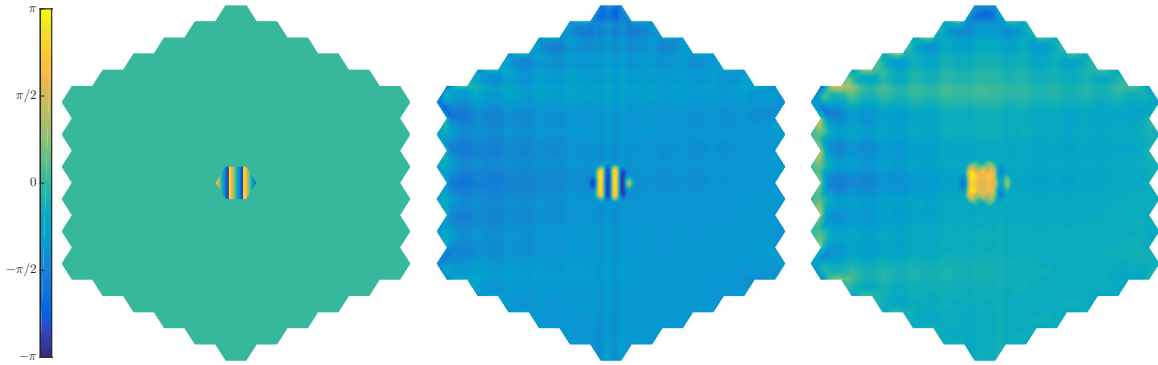


FIGURE 4.16 – Effet introduit par le choix de γ sur l'estimation d'un tip sur le segment central. À gauche : distribution de phase dans le plan d'entrée. Au centre : ϕ_{est} pour $\gamma = 50$. À droite : ϕ_{est} pour $\gamma = 25$.

□ Diamètre de la référence - contraste des franges

Le diamètre donné à la référence joue aussi sur le contraste des franges obtenu dans le plan image. Dans le but d'obtenir une estimation de la phase de bonne qualité, il est nécessaire que le contraste des franges dans le plan image soit élevé. Les détails de l'analyse du rapport signal à bruit obtenu avec la SCC sont donnés dans [Mazoyer et al. \(2013\)](#) et ce dernier s'exprime alors comme :

$$S/N = \frac{2\sqrt{I_S I_R}}{\sqrt{I_S + I_R + \sigma_{cam}^2}}, \quad (4.26)$$

où σ_{cam} correspond aux bruits dépendants de la caméra. Sans rentrer dans le détail de l'analyse de cette formule, deux configurations sont intéressantes à détailler en supposant $\sigma_{cam}^2 \ll I_S, I_R$:

- la cas où l'énergie présente dans la référence est petite devant celle présente dans l'ouverture centrale. C'est le cas en début de correction, quand le miroir n'est pas phasé. On a donc $I_R \ll I_S$, ce qui permet de simplifier l'équation 4.26 comme $S/N = 2\sqrt{I_R}$. Le rapport signal à bruit est alors uniquement dépendant de l'énergie présente dans la référence. Le diamètre de cette dernière joue donc un rôle important sur le rapport signal à bruit des mesures.
- la cas où l'énergie présente dans la référence est grande devant celle présente dans l'ouverture centrale. C'est le cas lorsque les aberrations dans le plan pupille d'entrée sont très faibles. On a donc $I_S \ll I_R$, ce qui permet de simplifier l'équation 4.26 comme $S/N = 2\sqrt{I_S}$. Dans ce cas, la taille de la référence n'a alors que peu d'influence sur le rapport signal à bruit.

Selon le cas considéré, il sera alors nécessaire d'adapter la taille de la référence afin d'obtenir des performances optimales. Dans le papier, le diamètre de l'ouverture centrale était fixé à 1.1 fois le diamètre de la pupille et ce dans l'objectif d'englober toute la pupille et de limiter les effets des bords. On englobe de ce fait une partie d'énergie lumineuse qui ne nous est pas nécessaire, comme nous pouvons le voir sur la figure 4.17

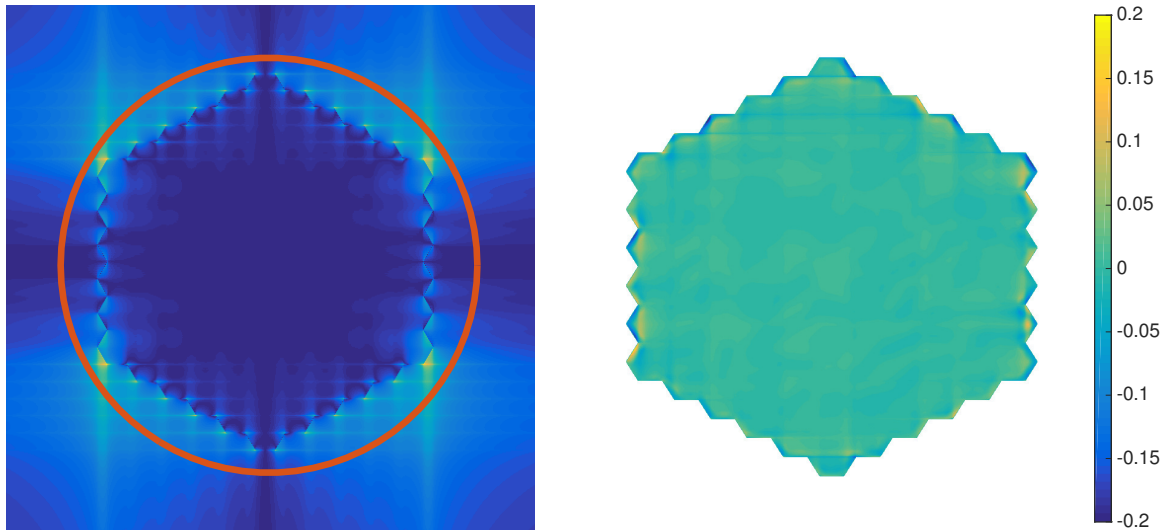


FIGURE 4.17 – À gauche : représentation schématique du stop de Lyot utilisé dans le papier SCC-PS. Celui-ci englobe alors toute la pupille. À droite : rapport entre l’estimation de phase dans le cas d’une ouverture centrale correspondant à la pupille et celle dans le cas de l’ouverture centrale correspondant à la figure de gauche.

(à gauche), et c’est pourquoi il serait préférable de choisir une ouverture centrale dont les dimensions sont identiques à celle de la pupille. L’estimation de phase n’en est pas foncièrement affectée, comme le montre la figure 4.17 (à droite), qui présente le rapport entre l’estimation de phase dans le cas d’une ouverture centrale correspondant à la pupille et celle dans le cas d’une ouverture centrale plus grande que la pupille. On voit de très légères différences sur les bords, en ayant à l’esprit que l’échelle a été adaptée pour faire ressortir ces effets. Il est alors possible de gagner un facteur ~ 8 en terme de ratio E_R/E_S en utilisant un diaphragme de Lyot dimensionné aux mesures de la pupille. En reportant ce gain hypothétique dans l’équation 4.26, il serait envisageable d’améliorer le rapport signal à bruit d’un facteur ~ 2.8 .

□ Rotation de la référence

Le dernier point abordé concernant les spécificités du diaphragme de Lyot est la position angulaire de la référence. Comme nous venons de le voir dans la section précédente, l’énergie récupérée dans la référence est un point qu’il est important de contrôler afin de garantir un contraste des franges acceptable dans le plan image et ainsi obtenir un rapport signal à bruit correct. Ces résultats dépendent du masque de phase utilisé dans le plan focal. Je présente ici les mesures obtenues dans les mêmes conditions que précédemment, c’est-à-dire avec un masque quatre quadrants. Une étude pour la proposition de nouveaux masques focaux adaptés est actuellement en cours de réalisation¹.

Comme présenté sur la figure 4.4, la distribution de l’énergie lumineuse dans le plan de Lyot dépend non seulement des aberrations dans le plan d’entrée mais aussi de la position angulaire considérée. Il existe alors une position optimale de la référence pour

1. Étude menée par M. Postnikova, étudiante en Master.

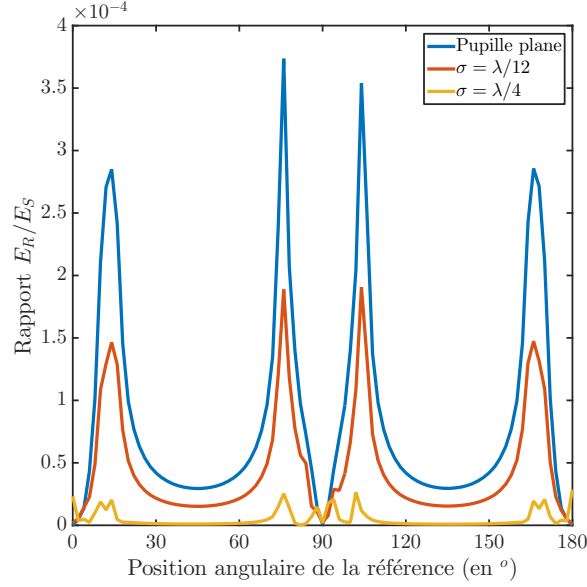


FIGURE 4.18 – Distribution angulaire du rapport d'énergie lumineuse entre l'ouverture centrale du stop de Lyot et la référence dans le plan du diaphragme. Les couleurs représentent différentes valeurs d'aberrations présentes dans le plan pupille d'entrée. Les valeurs $E_R/E_S = 0$ correspondent aux transitions du masque quatre quadrants.

laquelle le flux collecté est maximal. La figure 4.18 représente la valeur du rapport de l'énergie dans la référence (E_R) et de l'énergie dans l'ouverture centrale (E_S) en fonction de l'angle auquel est positionné la référence. Ces mesures ont été effectuées pour le cas d'une pupille parfaitement phasée et ainsi que pour deux valeurs de σ et ce en considérant une ouverture centrale du stop de 1.1 fois le diamètre de la pupille d'entrée. On remarque que plus les aberrations sont fortes et plus ce rapport diminue.

Un autre effet assez contre-intuitif pour être remarqué découle directement de la position de la référence. En effet, le masque quatre quadrants introduit dans le plan de Lyot une phase dépendante de la position, comme nous pouvons le voir sur la figure 4.19, qui représente la distribution de phase dans le cas d'une pupille parfaitement phasée. Cela indique qu'une différence de marche entre l'ouverture centrale et la référence est présente dans le système. La figure 4.20 (à gauche) montre une coupe azimutale de la distribution de phase présentée précédemment sur la figure 4.19, ainsi que l'effet introduit sur l'estimateur φ_0 pour un piston introduit variant de $-\lambda/2$ à $\lambda/2$ (à droite). Si l'effet n'est pas corrigé, la courbe de réponse ainsi obtenue se décale selon la valeur de la différence de marche. Cela a pour effet de réduire le capture range, et dans le cas hypothétique où le déphasage atteindrait $\pi/2$, le capture range serait alors nul.

Afin de corriger cet effet, j'introduis alors une correction de phase qui est appliquée lors du calcul de Φ_{est} de telle sorte que :

$$\Phi_{est} = i\mathcal{F}^{-1} \left[\frac{I_- \exp(-i\Phi_{corr})}{A_R^* M} \right] P, \quad (4.27)$$

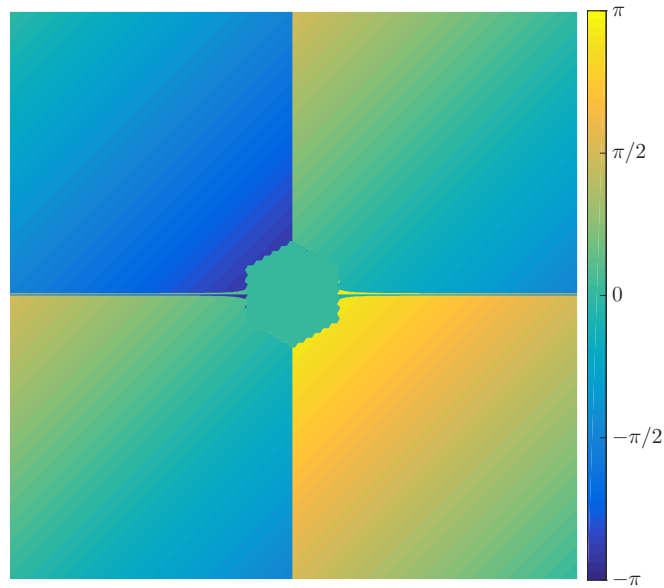


FIGURE 4.19 – Distribution de phase obtenue après le masque quatre quadrants dans le plan de Lyot.

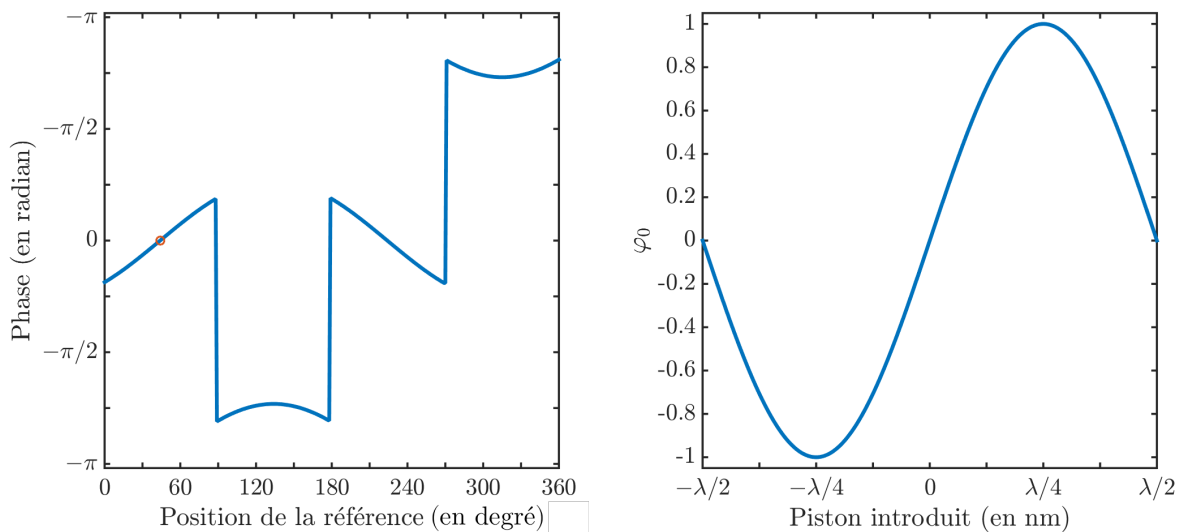


Figure 4.20 – À gauche : phase mesurée dans le plan de Lyot à la position de la référence en fonction de sa position angulaire. À droite : courbe de réponse de l'estimateur φ_0 correspondant en fonction du piston introduit.



où Φ_{corr} est calculé à partir de la phase obtenue dans le plan de Lyot pour une pupille parfaitement phasée à la position de la référence. Cette correction pourrait aussi être appliquée de manière physique en rajoutant un retard de phase sur l'une des deux ouvertures du masque de Lyot, mais cela serait moins pratique à mettre en œuvre de manière expérimentale. La figure 4.20 représente le cas dans lequel les simulations

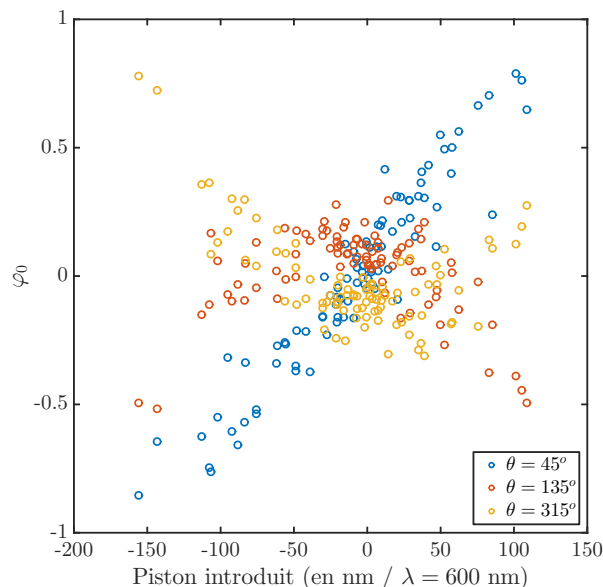


FIGURE 4.21 – Influence de la position angulaire de la référence sur l'estimation de piston sans prise en compte de la correction Φ_{corr} .

du papier ont été faites, c'est-à-dire avec une référence à 45° , correspondant à une différence de phase très proche de 0. L'estimateur φ_0 mesuré en fonction du piston introduit sur le segment central est alors bien anti-symétrique (à droite). L'animation de cette figure présente l'effet induit par une rotation de la référence sur cette anti-symétrie.

La figure 4.21 présente finalement l'estimation des aberrations de piston obtenue pour différentes positions angulaires de référence et ce sans application de la correction Φ_{corr} . Les cercles bleus correspondent au cas où la phase dans le plan de Lyot à la position de la référence est égale à zéro, l'effet n'est donc pas présent. On retrouve le capture range classique présenté dans le papier (dans lequel nous avons pris une référence placée à 45°). Les cercles rouges et jaunes correspondent quant à eux à des références placées respectivement à 135° et 315° . Comme nous pouvons le constater, l'estimation φ_0 est très impactée et donne lieu à un décalage de la courbe de réponse du senseur, comme nous avons pu le voir précédemment sur la figure 4.20.

4.3.5 Étude de convergence

□ Conditions initiales

Lors de l'étude de la convergence du système dans la section 4.1 du papier, les aberrations sont introduites de manière aléatoire et sont indépendantes d'une simulation à l'autre. Nous verrons par la suite que ce choix n'est pas forcément le plus optimal, le processus de cophasage dépendant majoritairement de la configuration initiale du système. Dans le cas de l'étude de la sensibilité du système aux désalignements, une pupille unique est créée et elle est utilisée pour toutes les simulations afin de rester

consistant.

Le résidu RMS des aberrations présentes sur la pupille est calculé de manière numérique, l'expression analytique de σ (equation 2.24) n'ayant à ce moment-là pas encore été calculée. Pour ce faire, en connaissant les aberrations de piston, tip et tilt de chacun des segments, une matrice représentant la carte des positions $H(x, y)$ sur la pupille est créée et on calcule alors :

$$\sigma_{num} = \sqrt{\text{var}(H)}. \quad (4.28)$$

□ Processus itératif de convergence

La première vérification ayant été faite sur le système est la viabilité de sa correction des aberrations de piston, tip et tilt en boucle fermée. Je présente le processus itératif utilisé sous la forme d'un script dans le code 4.1.

Code 4.1 – Script de convergence basique avec matrice de calibration

```

1  % Récupération des variables de la simulation
2  [r ,M, FFTSize , $\sigma_p$  , $\sigma_t$  , $\sigma_T$  , $\gamma$  , $\xi_0$  , $\theta$  , NbIteration ] = GET_PARAMETERS ();
3  % Calcul du vecteur de piston, tip-tilt initial
4  [p, t, T] = [RANDOM('Normal' ,0 , $\sigma_p$  ,N,1)  RANDOM('Normal' ,0 , $\sigma_t$  ,N,1) ...
5             RANDOM('Normal' ,0 , $\sigma_T$  ,N,1) ];
6
7  % Construction de la pupille segmentée initiale
8  Pupil=BUILD_PUPIL(r ,M, p, t, T, FFTSize);
9  % Construction du masque focal FQPM
10 FocalMask=BUILD_FQPM(FFTSize);
11 % Construction du stop de Lyot
12 LyotMask=BUILD_LYOT_STOP(FFTSize , $\gamma$  , $\xi_0$  , $\theta$ );
13
14 for i=1:NbIteration
15     % Calcul de l'amplitude complexe dans le plan focal
16     FocalPlane = FFT2(Pupil);
17     % Calcul de l'amplitude complexe dans le plan de Lyot
18     LyotPlaneComplexAmplitude=IFFT2(FocalPlane .* FocalMask);
19     % Calcul de l'amplitude complexe dans le plan image
20     ImagePlaneComplexAmplitude=FFT2(LyotPlaneComplexAmplitude .* LyotMask);
21     % Calcul de l'intensité dans le plan image
22     ImagePlaneIntensity=ABS(ImageComplexAmplitude).^2;
23
24     % Calcul de  $I_-$ 
25      $I_-$ =FFT2(SELECT_PEAK(IFFT2(ImagePlaneIntensity)));
26     % Calcul de la phase estimée par la SCC-PS
27      $\Phi_{est}$  = REAL(i IFFT2( $I_-$  .* EXP(-i $\Phi_{corr}$ ))./ FocalMask);
28
29     % Calcul des estimateurs de piston, tip et tilt
30     [ $\phi_0$  , $\phi_1$  , $\phi_2$ ]=GET_ESTIMATORS( $\Phi_{est}$ );
31     % Inversion du système d'équations linéaires
32     [ $\Delta_p$  , $\Delta_t$  , $\Delta_T$ ]=CalibrationMatrix \ [ $\phi_0$  ; $\phi_1$  ; $\phi_2$ ];
33     % Calcul des aberrations corrigées
34     [p, t, T]=[p -  $\Delta_p$  ,t -  $\Delta_t$  ,T -  $\Delta_T$ ];
35     % Calcul de l'erreur RMS sur la pupille
36     StandardDeviation=GET_STD(r ,p, t, T);
37

```



```

38 | % Construction de la pupille corrigée
39 | Pupil=BUILD_PUPIL(r ,M,p,t,T ,FFTSize) ;
40 | end

```

Le code 4.1 reprend dans les grandes lignes le processus de la SCC-PS présenté dans la section 4.1. Une pupille est d'abord créée avec des aberrations de piston, tip et tilt aléatoires suivant une loi normale de moyenne nulle et de variances σ_p , σ_t et σ_T . Le masque focal quatre quadrants et le stop de Lyot sont ensuite construits. Le paramètre nommé FFTSize correspond à la taille des matrices utilisées pendant ces simulations. Il est important de contrôler ce paramètre afin de s'assurer un échantillonnage suffisant en plan image et ce par la technique du *zero padding*. Pour faire simple, l'échantillonnage obtenu pour une ouverture de diamètre D (exprimé en pixel) est donné par :

$$\varepsilon = \text{FFTSize}/D \quad \text{pixel}/(\lambda/D), \quad (4.29)$$

et on souhaite avoir au minimum 2 pixel par élément de résolution soit :

$$\text{FFTSize} \geq 2D. \quad (4.30)$$

Dans mon cas, j'ai travaillé avec $\varepsilon \sim 9 \text{ pixel}/(\lambda/D)$. Il faut cependant se rappeler que ce que l'on désire échantillonner correctement sont les franges d'interférences et non la FEP. Cela se traduit par le fait que l'on souhaite mettre au minimum 2 pixels par λ/ξ_0 soit :

$$\text{FFTSize} \geq 2\xi_0 = 3D\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right), \quad (4.31)$$

ce qui correspond dans mon cas à $\varepsilon \sim 3 \text{ pixel}/(\lambda/\xi_0)$.

Je calcule ensuite les amplitudes complexes dans chacun des plans pour finalement obtenir l'intensité dans le plan image (lignes 15 à 22 du code). À partir de cette image, j'estime alors la carte de phase dans le plan d'entrée Φ_{est} sur laquelle je viens relever les estimateurs de piston, tip et tilt (ligne 27). Une fois cela fait, j'inverse le système linéaire au moyen de la matrice de calibration et j'applique les valeurs ainsi obtenues comme des corrections aux positions actuelles des segments (lignes 30 à 36). La variance sur la pupille est calculée et le système itère finalement jusqu'à la convergence. La figure 4.22 (à gauche) présente en échelle logarithmique la valeur des aberrations résiduelles sur la pupille au cours des itérations. Le système débute à 100 nm RMS et converge vers une position stable pour laquelle nous obtenons $\sigma = 2.4 \text{ pm RMS}$. Cette limite résiduelle est due au fait que la position stable vers laquelle tend le miroir possède un tip-tilt global, ce qui implique alors un piston différent sur chacun des segments. Une présentation analytique de cette configuration est proposée dans la section 6.2. Lors du calcul de σ , ces valeurs de piston vont être prises en compte et définir alors un seuil qui n'est pas représentatif du cophasage réellement obtenu. La figure 4.22 (à droite) présente en bleu les pistons théoriques de chacun des segments correspondants au tip-tilt global observé sur la pupille et en rouge les valeurs mesurées après 20 itérations. Les valeurs correspondent alors à quelques picomètres près.

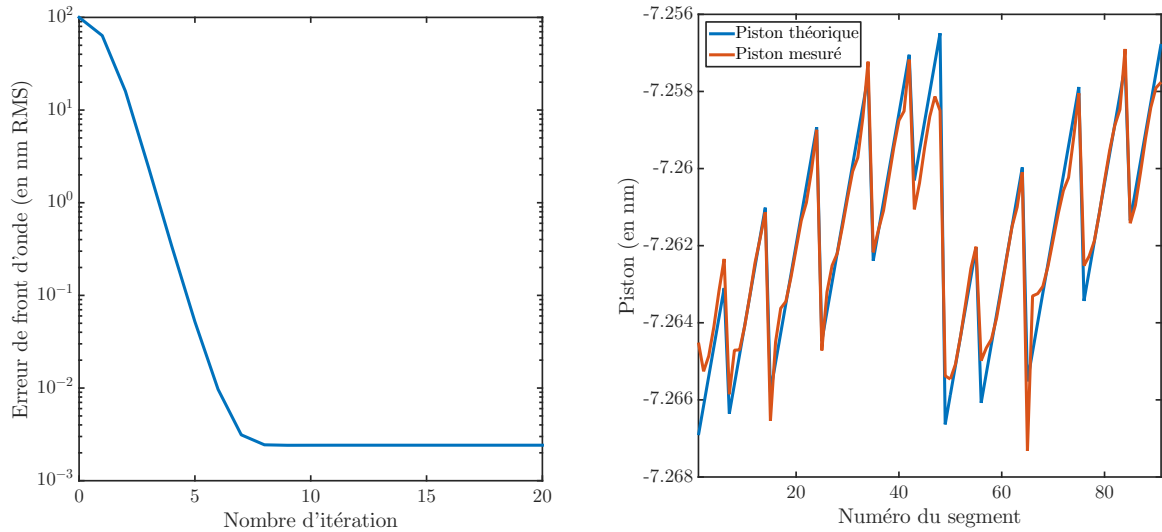


FIGURE 4.22 – À gauche : erreur de front d’onde résiduelle mesurée sur la pupille en fonction du nombre d’itération de la boucle fermée. À droite : valeurs de piston atteintes par chacun des segments après 20 itérations. La courbe rouge correspond aux valeurs mesurées. La courbe bleue correspond aux valeurs théoriques des pistons pour un tip-tilt global présent sur la pupille.

□ Cas de non convergence connus

Selon la configuration initiale de la pupille, il est possible que le système ne converge pas vers son état fondamental (i.e. tous les segments à plat). Le cas le plus simple à comprendre est celui incluant seulement l’aberration de piston. Au regard de la courbe de réponse de l’estimateur φ_0 en fonction du piston introduit (figure 2 du papier, à gauche) et de son caractère périodique, nous pouvons intuitivement voir que les états stables du système se trouvent, pour le piston, à des multiples entiers de la longueur d’onde. Pour s’en convaincre, la figure 4.23 représente de manière schématique une mesure et correction du piston sur un segment et ce dans un cas où le piston initial est dans la zone $[-CR, CR]$ (cas A - représenté par les points ●●●) et dans un cas où le piston initial est hors de cette zone (cas B - représenté par les carrés ■■■). Lors de l’étape 1 du cas A, on voit que la correction à apporter est sous-estimée mais du bon signe. Le système converge par la suite vers $p = 0$ en 3 itérations. Lors de l’étape 1 du cas B, la correction à apporter est aussi sous-estimée mais son signe n’est pas le bon. Le système converge alors vers $p = -\lambda$ en 3 itérations.

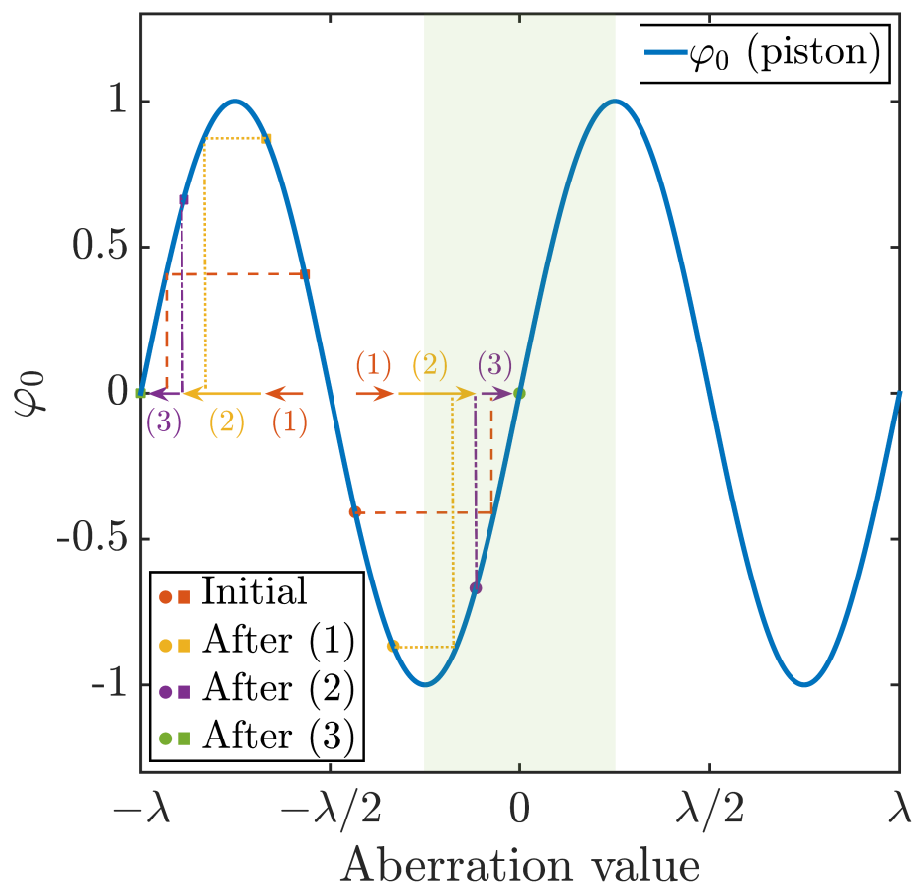


FIGURE 4.23 – Illustration du processus de correction du piston d'un segment pour un cas divergent (●) et un cas convergent (■).

4.4 Conclusion

J'ai développé dans cette partie le travail que j'ai effectué à l'aide de simulations numériques et ce afin de démontrer que l'utilisation de la SCC était possible pour mesurer et corriger les aberrations de piston, tip et tilt présentes sur une pupille segmentée. J'ai défini des estimateurs adaptés à ces mesures ainsi qu'un package algorithmique permettant de simuler des corrections en boucle fermée. J'ai pu aussi caractériser la sensibilité du système aux erreurs de positionnement du masque focal et des zones d'analyse et ai finalement mené une étude concernant la magnitude limite de fonctionnement de cet analyseur.

Sur ce dernier point, le facteur limitant est le nombre de photons que l'on arrive à récolter dans la référence. Une étude sur le développement de nouveaux masques focaux permettant une redistribution optimisée de l'énergie dans le plan de Lyot est actuellement effectuée au laboratoire Lagrange² dans le but d'améliorer le rapport signal à bruit des mesures de la SCC-PS.

J'ai aussi effectué de manière succincte des tests concernant le comportement de la SCC-PS en présence d'aberrations d'amplitude comme les gaps où les araignées d'un support du miroir secondaire. Les premiers résultats, présentés sur la figure 4.24, montrent que l'estimation de phase n'est pas foncièrement affectée, mais des développements algorithmiques concernant notamment les cas où ces erreurs d'amplitude tombent sur une zone d'analyse sont à approfondir.

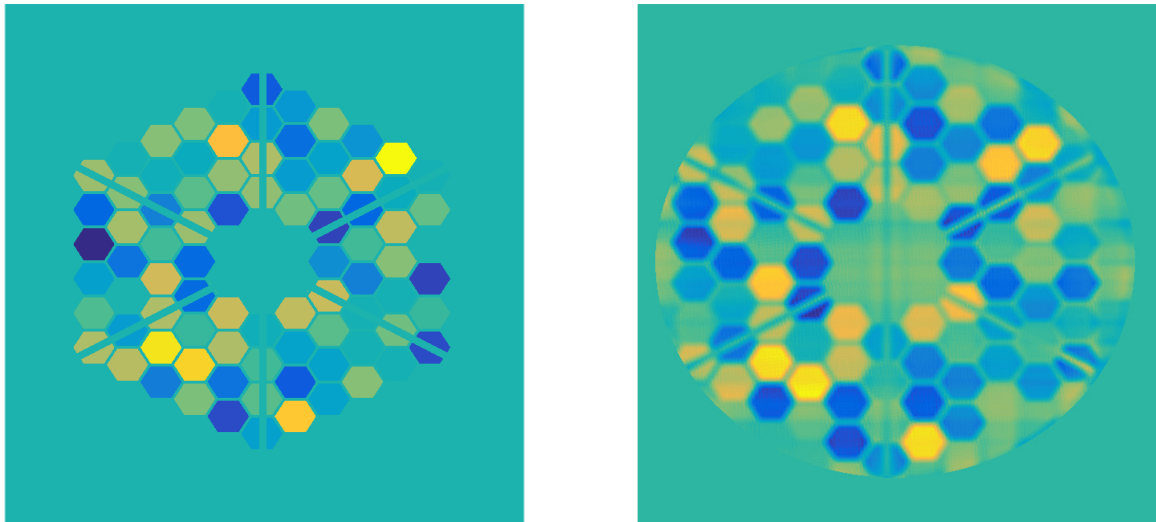


FIGURE 4.24 – À gauche : amplitude complexe du front d'onde dans le plan pupille d'entrée. La taille des gaps, égale à 20% de r , et celle des araignées, égale à 40% de r , sont volontairement exagérées. À droite : estimation correspondante de la phase par la SCC-PS.

2. Étude menée par M. Postnikova, étudiante en Master.

L'analyseur ZELDA - phasing sensor

Sommaire

5.1	Principe et description mathématique	98
5.2	<i>Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime</i>	102
5.3	Discussion	114
5.3.1	Extraction de l'information de phase	114
5.3.2	Mesure de piston, tip et tilt	116
5.3.3	Calibration	118
5.3.4	Étude de convergence	119
5.4	Conclusion	124

Ce chapitre est dédié à l'étude des résultats de simulation obtenus avec l'analyseur de cophasage de Zernike ZELDA-PS développé et caractérisé dans le but de mesurer les aberrations de piston, tip et tilt sur une pupille segmentée. Les analyseurs de phase de Zernike sont basés sur la méthode du contraste de phase proposée initialement dans [Zernike \(1934\)](#) qui fait interférer deux parties du faisceau optique déphasées entre elles. Ces analyseurs peuvent être implémentés de manières diverses et l'ont été notamment sous la forme d'un interféromètre de type Mach-Zehnder ([Yaitskova et al., 2005](#)) et de masque de phase nommé *Zernike Unit for Segment phasing* (ZEUS, [Dohlen et al., 2006](#)). C'est sur ce dernier qu'est basé le développement de l'analyseur de cophasage que je présente ici. De manière chronologique, ZEUS a été utilisé sur l'expérience APE ([Gonte et al., 2008](#)) afin de cophaser un miroir segmenté en présence de turbulence atmosphérique. Je me suis également intéressé à cet analyseur durant mon stage de Master 2 ([Janin-Potiron, 2014](#)). Finalement, le masque de ZEUS, dont les caractéristiques sont adaptées pour opérer en présence de turbulence atmosphérique, est modifié par [N'Diaye et al. \(2013b\)](#) afin de mesurer les NCPA en aval d'un système d'optique adaptative extrême et sera validé expérimentalement par la suite sur l'instrument SPHERE au VLT ([N'Diaye et al., 2016](#)).

L'analyseur que je présente ici, nommé ZELDA-PS, est basé sur le principe de ZELDA et fourni une mesure de phase en plan pupille. L'étude de cet analyseur de cophasage a donné lieu à une publication dans la revue *Astronomy & Astrophysics* ([Janin-Potiron et al., 2017](#)) dans laquelle sont présentés les principaux résultats. Afin de proposer une description plus détaillée, ce chapitre présente dans un premier temps le principe général de l'analyseur ZELDA ainsi qu'une description mathématique et des discussions sur le traitement de son signal. L'algorithmie utilisée pour le développement de l'analyseur de cophasage ZELDA-PS, est basée sur celle utilisée précédemment pour la SCC-PS, ce qui a permis une étude plus rapide.

5.1 Principe et description mathématique

La figure 5.1 présente le schéma de principe de ZELDA-PS dans le but de mesurer les aberrations de phase introduites par chacun des segments d'une pupille segmentée. Le front d'onde aberré est focalisé par le télescope dans le plan focal où un masque de phase est placé. Ce masque consiste en un substrat de verre avec en son centre une dépression cylindrique, comme visible sur la figure 5.2 (à gauche). Cela introduit par conséquent un retard de phase entre la partie centrale et la partie extérieure de l'image de l'étoile observée. Dans le plan pupille suivant, ces deux contributions déphasées vont alors interférer entre elles produisant ainsi un éclairement $I(\phi)$ directement proportionnel à la phase incidente ϕ . L'intensité lumineuse observée dépend alors des caractéristiques du masque de phase que sont le diamètre et la profondeur de son trou central comme nous le verrons un peu plus loin. Le principe du masque de Zernike est proche de celui de l'interféromètre de Rodier (Rodier and Rodier, 1997), ce dernier étant utilisé pour produire un effet coronographique afin de supprimer la contribution de la lumière provenant de l'étoile. Pour ZELDA, l'effet recherché n'est pas l'extinction parfaite, mais le codage des erreurs de phase par des variations d'intensité.

Posons alors les équations sous-jacentes au phénomène optique produit par ZELDA. Soit $\psi(\xi, \eta)$ l'amplitude complexe du champ électrique dans la pupille d'entrée du télescope. On a :

$$\psi(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp(i\phi), \quad (5.1)$$

où P et ϕ sont l'amplitude et la phase présentés aux coordonnées (ξ, η) du plan pupille.

Le masque de Zernike est placé dans le plan focal suivant la pupille d'entrée. Sa fonction de transmission, notée $t(x, y)$, s'exprime comme suit :

$$t(x, y) = 1 - [1 - \exp(i\theta)] \Pi_d(x, y), \quad (5.2)$$

où d est le diamètre du trou central du masque et Π_d la fonction porte tel que :

$$\Pi_d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sqrt{x^2 + y^2} \leq d/2, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.3)$$

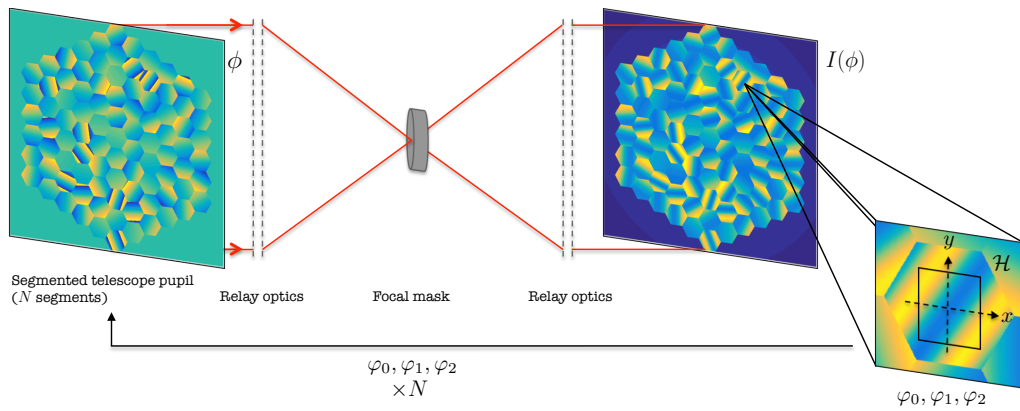


FIGURE 5.1 – Illustration du principe de l'analyseur de cophasage ZELDA-PS.

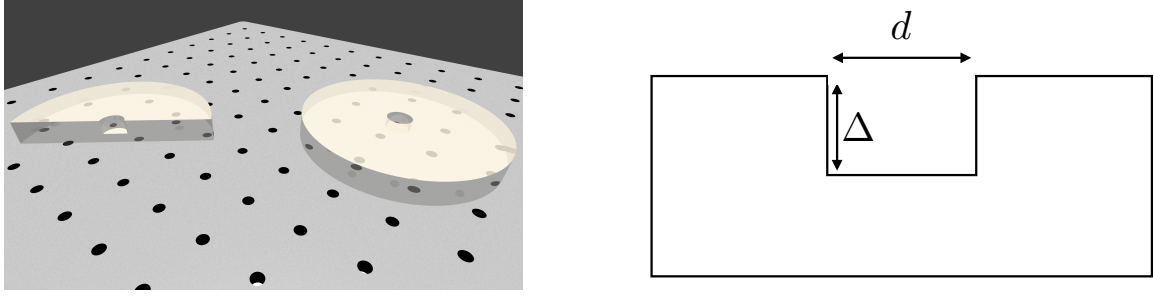


FIGURE 5.2 – Représentation d’un masque de phase de Zernike et de sa coupe en 3D (à gauche) ainsi qu’un schéma de sa coupe (à droite).

La variable θ représente le saut de phase introduit par le masque, avec $\theta = 2\pi\Delta/\lambda$, où Δ est la différence de chemin optique introduite par le masque qui peut être visualisée sur la figure 5.2 (à droite). L’amplitude complexe du front d’onde après le masque s’exprime donc comme :

$$A_M(\mathbf{x}) = t\mathcal{F}[\psi(\boldsymbol{\xi})], \quad (5.4)$$

et finalement, l’amplitude complexe dans le plan pupille suivant est donnée par :

$$\begin{aligned} \psi_D &= \mathcal{F}[A_M], \\ &= \psi - [1 - \exp(i\theta)] \mathcal{F}[\Pi_d] * \psi. \end{aligned} \quad (5.5)$$

En posant $b = \mathcal{F}[\Pi_d] * \psi$, on peut réécrire l’équation précédente comme :

$$\psi_D = \psi - [1 - \exp(i\theta)] b. \quad (5.6)$$

La figure 5.3, présente le diagramme d’Argand traduisant de manière visuelle l’équation 5.6. Il s’agit d’une différence entre l’amplitude complexe dans le plan d’entrée et l’amplitude complexe résultant de la diffraction par le centre du masque de Zernike. Les interférences ainsi créées contiennent une information sur la phase contenue dans la pupille d’entrée. L’intensité mesurée dans le plan pupille de sortie est finalement donnée par :

$$\begin{aligned} I &= |\psi_D|^2, \\ &= |P \exp(i\phi) - [1 - \exp(i\theta)] b|^2, \\ &= P^2 + 2b^2(1 - \cos \theta) + 2Pb[\sin \phi \sin \theta - \cos \phi(1 - \cos \theta)]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

À cette étape, il est intéressant de noter que b peut être considéré comme étant un nombre réel, en supposant que les erreurs de phase en plan pupille sont à moyenne nulle. En d’autres termes, on a :

$$\mathbb{E}[\phi] = 0 \Rightarrow b \in \mathbb{R}. \quad (5.8)$$

Le retard de phase θ est fixé à $\pi/2$, compromis entre la taille du capture range et la dynamique du codage de la phase. Cet effet peut être vu sur la figure 5.4 (à gauche), où l’on obtient une courbe parfaitement antisymétrique mais avec une amplitude nulle pour $\theta = 0$ et une courbe avec une amplitude maximale pour $\theta = \pi$, mais qui est symétrique (son capture range est

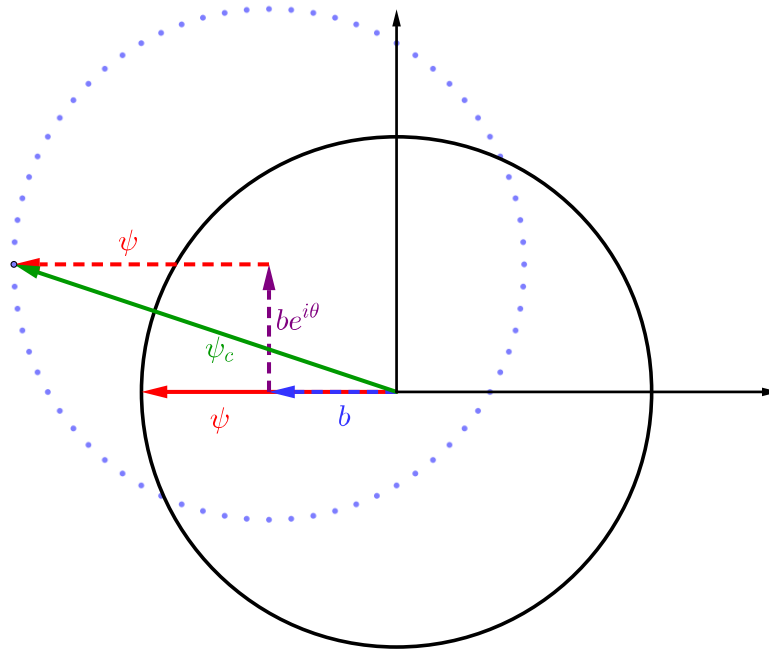


Figure 5.3 – Diagramme d'Argand représentant les différents nombres complexes à l'origine de la mesure de phase de ZELDA.

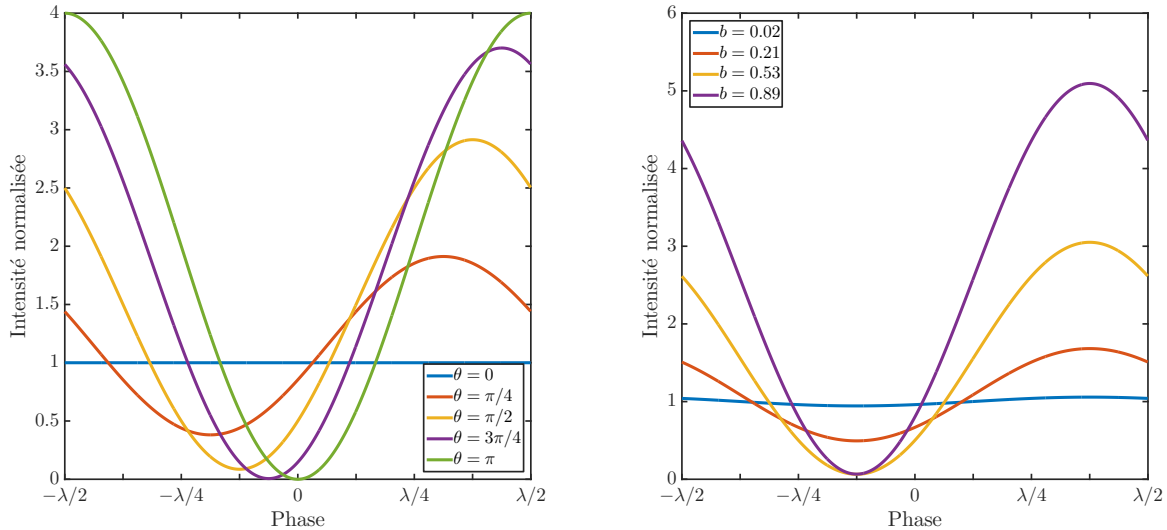


FIGURE 5.4 – Illustration de l'incidence du choix de θ (à gauche) et de b (à droite) sur l'intensité mesurée dans le plan pupille de ZELDA en fonction des aberrations introduites.

donc égal à 0). Ce choix du paramètre θ impose alors un capture range asymétrique allant de $-\lambda/8$ à $3\lambda/8$. Ce décalage aura pour conséquence une diminution de la dynamique de mesure des aberrations et cet effet sera traité dans la section 6.1.

Dans le but de produire un signal b assez constant sur la pupille de sortie, la valeur du

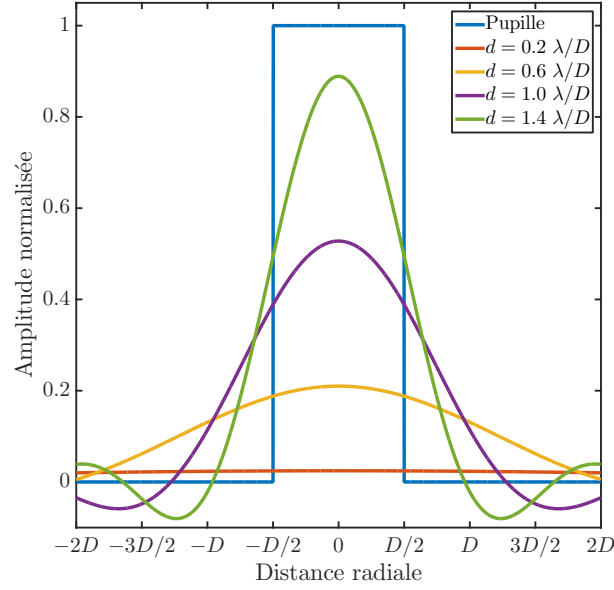


FIGURE 5.5 – Répartition de l'amplitude normalisée de b en fonction de la distance radiale dans le plan pupille pour différentes valeurs de diamètre de trou central d .

trou central est fixée à $d = 1.06\lambda/D$ (N'Diaye et al., 2013b). On peut voir sur la figure 5.5 la dépendance de l'amplitude normalisée de b obtenue en fonction de la valeur de d choisie. Ce choix garantit alors une amplitude b assez constante et dont la valeur normalisée vaut environ 0.5. La figure 5.4 (à droite) représente alors l'intensité normalisée mesurée sur le détecteur pour des erreurs de phase de $-\lambda/2$ à $+\lambda/2$ pour différents choix de valeur de b (correspondant dans ce cas aux valeurs centrales relevées sur la figure 5.5). Le fait d'avoir b environ constant sur toute la pupille nous assure ainsi une réponse homogène de l'analyseur.

En utilisant les valeurs données ci-dessus pour θ et b , on peut réécrire l'équation 5.7 comme :

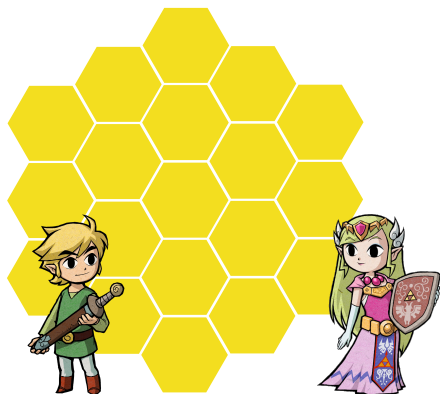
$$\begin{aligned} I &= P^2 + 2b^2 + 2Pb[\sin \phi - \cos \phi], \\ &= P^2 + 2b^2 + 2\sqrt{2}Pb \sin(\phi - \phi_0), \end{aligned} \quad (5.9)$$

où $\phi_0 = \pi/4$, peut être vu comme un déphasage à l'origine comme on a pu le remarquer sur les courbes de la figure 5.4 (à droite).

5.2 *Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime*

Les bases conceptuelles du fonctionnement de ZELDA ont été introduites dans la section précédente et je propose alors au lecteur l'article intitulé *Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime*, accepté pour publication le 4 avril 2017 dans la revue *Astronomy & Astrophysics* (Janin-Potiron et al., 2017). Cet article a été écrit en collaboration avec Mamadou N'Diaye qui a étudié l'analyseur ZELDA-PS afin de mesurer les NCPA en aval d'un système d'optique adaptative (N'Diaye et al., 2013b, 2016), Kjetil Dohlen qui en 2006 proposait le concept de ZEUS (Dohlen et al., 2006) et Arthur Vigan.

Ce papier propose dans son deuxième chapitre une approche analytique du signal mesuré par ZELDA-PS ainsi que des estimateurs de piston, tip et tilt. Des courbes de réponse et des courbes de corrélation des trois estimateurs sont ensuite présentées et analysées. Le troisième chapitre aborde les paramètres utilisés lors de ces simulations et introduit la formule analytique de la déviation standard du front d'onde sur une pupille segmentée en fonction des déviations standard des aberrations.



Enfin, le quatrième chapitre présente les résultats obtenus. La première partie aborde la convergence en boucle fermée du système afin de montrer la validité de cet analyseur pour le cophasage. La seconde partie s'intéresse au comportement statistique de la convergence du système et permet de déduire, par plusieurs méthodes qui y sont présentées, la probabilité de convergence en fonction de l'erreur de front d'onde initiale. La sensibilité aux désalignements du masque focal et de la pupille est aussi traitée, ainsi que la sensibilité à la magnitude de l'étoile utilisée pour effectuer le cophasage.

Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime

P. Janin-Potiron¹, M. N'Diaye¹, P. Martinez¹, A. Vigan², K. Dohlen², and M. Carbillet¹

¹ Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange, UMR 7293, CS 34229, 06304 Nice Cedex 4, France
e-mail: Pierre.Janin-Potiron@oca.eu

² Aix-Marseille Université, CNRS, LAM (Laboratoire d'Astrophysique de Marseille) UMR 7326, 13388 Marseille, France

Received 23 February 2017 / Accepted 4 April 2017

ABSTRACT

Context. Segmented aperture telescopes require an alignment procedure with successive steps from coarse alignment to monitoring process in order to provide very high optical quality images for stringent science operations such as exoplanet imaging. The final step, referred to as fine phasing, calls for a high sensitivity wavefront sensing and control system in a diffraction-limited regime to achieve segment alignment with nanometric accuracy. In this context, Zernike wavefront sensors represent promising options for such a calibration. A concept called the Zernike unit for segment phasing (ZEUS) was previously developed for ground-based applications to operate under seeing-limited images. Such a concept is, however, not suitable for fine cophasing with diffraction-limited images.

Aims. We revisit ZELDA, a Zernike sensor that was developed for the measurement of residual aberrations in exoplanet direct imagers, to measure segment piston, tip, and tilt in the diffraction-limited regime.

Methods. We introduce a novel analysis scheme of the sensor signal that relies on piston, tip, and tilt estimators for each segment, and provide probabilistic insights to predict the success of a closed-loop correction as a function of the initial wavefront error.

Results. The sensor unambiguously and simultaneously retrieves segment piston and tip-tilt misalignment. Our scheme allows for correction of these errors in closed-loop operation down to nearly zero residuals in a few iterations. This sensor also shows low sensitivity to misalignment of its parts and high ability for operation with a relatively bright natural guide star.

Conclusions. Our cophasing sensor relies on existing mask technologies that make the concept already available for segmented apertures in future space missions.

Key words. techniques: high angular resolution – instrumentation: high angular resolution – instrumentation: adaptive optics

1. Introduction

The *James Webb* Space Telescope (JWST), NASA's forthcoming orbiting observatory, will follow the *Hubble* Space Telescope and provide new insights into the birth and evolution of galaxies, stars, and planets (Clampin 2014). This observatory includes a 6.5 m diameter telescope with a segmented primary mirror made of 18 hexagonal segments. To perform as a single monolithic mirror telescope and provide diffraction-limited images, a wavefront sensing and control system is required to sense and correct for any errors in the optics. The segment alignment process (e.g., Acton et al. 2012; Knight et al. 2012; Lightsey et al. 2014; Glassman et al. 2016) is a long operation including multiple steps needed to pass through commissioning (coarse alignment, coarse phasing, and fine guiding) to maintenance procedure (fine phasing and wavefront monitoring). Segments exhibit misalignment with excursions that are initially much larger than the observing wavelength and which must be aligned to a few nanometer residuals. All of these alignment processes that assume different sensing requirements are mandatory to align the telescope into a high-performance observer. The last procedure is referred to as the fine phasing process, which produces a sharp and coherent point spread function (PSF) near the diffraction limit.

One of the potential successors to JWST, the large UV/optical IR surveyor (LUVOIR) is currently studied by

NASA and should provide a larger segmented aperture from eight to 16 m with a primary mirror made up of at least 36 segments (France 2016). One of the primary science goals of LUVOIR is to directly image and characterize Earth-like planets around nearby stars (Croke et al. 2016). Such observations require contrast levels up to 10^{10} and wavefront stability down to a few picometer levels, calling for, amongst other features, a precise control of the cophasing errors (e.g., Yaitskova et al. 2003; Lyon & Clampin 2012; Stahl et al. 2013; Redding et al. 2014). In anticipation of the increase in the system complexity expected with these future telescopes, it is worth exploring new concepts for segment cophasing, and in particular within the diffraction-limited domain.

Most of the current cophasing sensors are based on existing wavefront sensors that are usually employed in adaptive optics (AO), but thoroughly re-adapted considering that traditional AO sensors assume continuity of the wavefront. The recovery of the segment misalignment can be directly obtained from the information in the image plane (Lofdahl et al. 1998; Delavaquerie et al. 2010; Martinache 2013; Pope et al. 2014; Janin-Potiron et al. 2016), in a pupil plane (e.g., Chanan 1989; Montoya-Martinez 2004; Esposito et al. 2005; Dohlen et al. 2006; Mazzoleni et al. 2008; Pinna et al. 2008), or in intermediate planes (e.g., Chanan et al. 1999; Cuevas et al. 2000; Chueca et al. 2008). Image plane techniques are advantageous especially for space applications since they require a limited

amount of hardware. However, pupil plane methods bring together the following advantages: (1) the relationship between the sensor and the telescope pupil locations is direct and straightforward; (2) in addition to segment alignment (piston and tip/tilt), pupil plane methods are more favorable to access segment figuring errors (defocus, astigmatism, trefoil) and segment higher order wavefront error.

Among these concepts, we here consider the Zernike wavefront sensor (ZWFS), which is based on the phase-contrast method (Zernike 1934). These concepts aim to modulate phase aberrations on an unresolved star image with a phase-shifting mask into intensity variations in a pupil plane. Over the past few years, different ZWFS kinds have been proposed in astronomy to address various applications, such as wavefront sensing in AO systems (Bloemhof & Wallace 2003, 2004; Dohlen 2004), calibration of the non-common path aberrations in ground-based facilities (Wallace et al. 2011; N'Diaye et al. 2013, 2016), and measurement of the pointing errors or focus drifts in exoplanet imagers (Zhao 2014; Shi et al. 2015). Such sensors have also been envisioned for the cophasing procedures of segmented aperture telescopes which include coarse and fine alignment regimes (Dohlen 2004; Dohlen et al. 2006; Surdej et al. 2010; Vigan et al. 2011).

For many years, ZWFS studies have been focused on the coarse phasing regime to address the discontinuous wavefront with segmented aperture telescopes on the ground under atmospheric turbulence. In this context, cophasing errors of a few tens of nanometer need to be detected in the presence of a few microns of wavefront errors that evolve at a rate of a few hundreds of Hz. During the preliminary European-extremely large telescope (E-ELT) studies, the Zernike unit for segment phasing (ZEUS) was proposed in the framework of the European southern observatory (ESO) active phasing experiment (APE, Gonte et al. 2008) to align telescope segments under seeing conditions (Dohlen et al. 2006). On-sky demonstrations showed the ability of this concept to reconstruct a discontinuous wavefront with an accuracy better than 15 nm rms (Surdej et al. 2010).

To achieve such a performance, the ZEUS design is optimized with a mask of seeing disk size. This allows the sensor to filter out the low spatial frequency content of the wavefront errors that is dominated by the atmosphere and hence, to enhance the high spatial frequency information that is related to the segment misalignment. The relative piston, tip, and tilt between the segments are then retrieved thanks to a careful analysis of the signal at the border between adjacent segments. While these alignment measurements are limited to half a wave by the ZEUS capture range in monochromatic light, Vigan et al. (2011) have shown that multiwavelength-based strategies enable the iterative calibration with this sensor of piston and tip tilt errors that are larger than one wave.

Despite these encouraging results in the coarse phasing regime, the use of a ZWFS has been little unexplored in the field of fine cophasing. Neat and actively controlled alignment is nevertheless mandatory when instruments yield diffraction-limited images to reach a high, stable wavefront quality in the high-Strehl regime. In particular, this aspect is crucial for high-contrast observations of circumstellar environments with future large observatories. The current implementation for segment phasing ZEUS is well-suited for coarse alignment under seeing conditions. Still, this Zernike sensor cannot address small wavefront errors for two reasons: its seeing-disk-size mask is not suitable to produce an interpretable signal in the diffraction-limited regime and the segment edge-to-edge analysis proves limited in the presence of a faint signal. Sensing a few nanometer

cophasing errors in the high-Strehl regime with a ZWFS requires a mask with a size adjusted to the resolution element diameter of the star image but also a revisiting of the sensor signal analysis.

Recently a ZWFS called ZELDA has been proposed to calibrate the residual aberrations in exoplanet direct imaging instruments. This concept was validated with success on a real exoplanet direct imager using the Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch (SPHERE) on the very large telescope (VLT, Beuzit et al. 2008), providing measurements of small aberrations with nanometric accuracy (N'Diaye et al. 2013, 2016). ZELDA uses a diffraction-limited size mask and an algorithm based on the analysis of the whole sensor signal to retrieve residual wavefront errors. Such features make this concept attractive for the calibration of segment phasing errors.

In this paper, we investigate the use of ZELDA for the measurement of piston, tip, and tilt errors in segmented apertures within the diffraction-limited domain. In Sect. 2, we recall the principle of the concept and propose an algorithm to extract the segment phasing errors from the sensor signal. In Sect. 3, we provide a calibration scheme for segment cophasing in closed-loop operations using our sensor. In Sect. 4, we finally discuss the overall performance of the sensor.

2. Analytical approach and system response

2.1. Zernike phase filtering sensor

The ZELDA sensor uses a phase-shifting mask located in the focal plane downstream of the telescope pupil to sense aberrations on an unresolved star image (see layout in N'Diaye et al. 2013, 2016). With a relatively good centering of the focal plane mask (FPM) on the star image, the starlight contributions going through and outside the mask interfere in the relayed pupil plane, yielding a light distribution that is directly related to the phase wavefront errors in the entrance pupil ϕ , according to the mask characteristics, that is, the diameter d and the introduced phase delay θ . In the following, λ and D denote the wavelength of observation and the telescope aperture diameter.

As previously stated in N'Diaye et al. (2013, Eq. (8) of that paper), the ZELDA relayed pupil plane intensity I can be expressed as

$$I(\phi) = P^2 + 2b^2(1 - \cos \theta) + 2Pb[\sin \phi \sin \theta - \cos \phi(1 - \cos \theta)], \quad (1)$$

where P is the amplitude pupil function and b the electric field amplitude diffracted by the FPM in the re-imaged pupil plane.

Assuming a mask angular diameter $d = 1.06 \lambda/D$ with a circular pupil gives a value b close to 0.5 over the pupil. In the classical case where $\theta = \pi/2$, the previous equation becomes

$$I(\phi) = P^2 + 2b^2 + 2\sqrt{2}Pb \sin(\phi - \phi_0), \quad (2)$$

where $\phi_0 = \pi/4$ represents the reference phase in the absence of aberrations, an inherent property of ZELDA. In the small aberration regime, a first-order Taylor expansion of ϕ allows one to retrieve the phase term from the measured intensity (N'Diaye et al. 2013). For the estimation of cophasing errors, we introduce no approximation in this equation and we directly work with the re-imaged pupil intensity, keeping the exact expression of I as a function of ϕ , as shown in Eq. (2).

2.2. Cophasing estimators

We now define a set of estimators to retrieve the cophasing errors in a segmented pupil made of N segments (see Fig. 1 in which

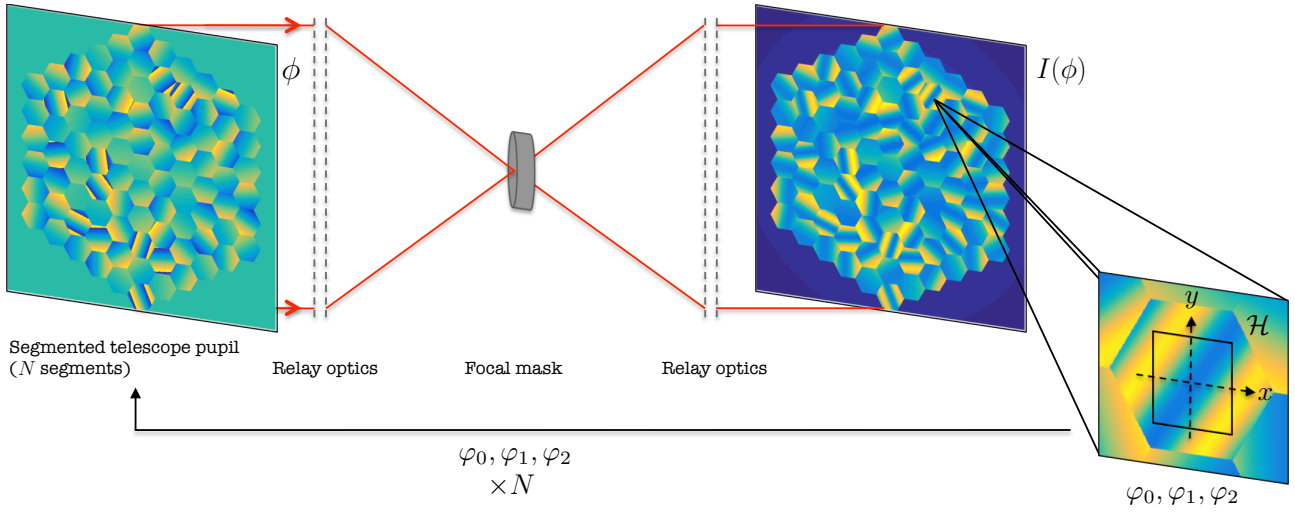


Fig. 1. Illustration of the ZELDA cophasing sensor principle. From the intensity in the relayed pupil plane I , three estimators are evaluated on each segment and the system evolves in closed loop.

the axes are defined). Each segment is subject to aberrations of piston (translation along the optical axis), tip, and tilt (rotation around the x -axis and y -axis). Vectors describing these aberrations for all the segments are respectively defined as

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= [p_1 \cdots p_n \cdots p_N], \\ \mathbf{t} &= [t_1 \cdots t_n \cdots t_N], \\ \mathbf{T} &= [T_1 \cdots T_n \cdots T_N]. \end{aligned} \quad (3)$$

The segmented telescope is assumed to be a reflective system and the aberrations are expressed as the mirror displacement at the wavefront. The elements t_n and T_n correspond to the gradients according to the x - and y -axes. The wavefront error h_n from the n th segment at the position (x, y) is thus given by

$$h_n(x, y) = p_n + t_n \cdot x + T_n \cdot y \quad \forall (x, y) \in \mathcal{S}, \quad (4)$$

where \mathcal{S} is the surface defined by a single segment. On the n th segment, ϕ is related to h_n by

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} h_n. \quad (5)$$

The mechanical displacement on the segment n , considering a reflective system, is given by $h_n/2$.

To retrieve the piston and tip-tilt aberrations with the ZELDA signal, we define three estimators, φ_0 , φ_1 , and φ_2 , following our work with the self-coherent camera-phasing sensor (SCC-PS) in Janin-Potiron et al. (2016, Eqs. (17)–(19) of that paper). Our calculation relies on measurements over an arbitrary square zone \mathcal{H} that is centered on the segment (see Fig. 1). For the piston estimation φ_0 , the signal I is integrated over \mathcal{H} , while for the tip-tilt estimations φ_1 and φ_2 the gradient of the signal I is integrated over \mathcal{H} and therefore these estimators are expressed as

$$\varphi_0 = \iint_{\mathcal{H}} I(\phi) dx dy, \quad (6)$$

$$\varphi_1 = \iint_{\mathcal{H}} \nabla_x I(\phi) dx dy, \quad (7)$$

$$\varphi_2 = \iint_{\mathcal{H}} \nabla_y I(\phi) dx dy, \quad (8)$$

where ∇_x and ∇_y stand for the gradient along the x and y axes. Using Eqs. (2) and (4), we derive their theoretical expression:

$$\begin{aligned} \varphi_0(p_n, t_n, T_n) &= 2\sqrt{2}Pb\mathcal{H}^2 \sin\left(\frac{2\pi p_n}{\lambda} - \phi_0\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}t_n}{\lambda}\right) \\ &\quad \times \text{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}T_n}{\lambda}\right) + \mathcal{H}^2(P^2 + 2b^2), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(p_n, t_n, T_n) &= 4\sqrt{2}Pb\mathcal{H} \cos\left(\frac{2\pi p_n}{\lambda} - \phi_0\right) \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\pi\mathcal{H}t_n}{\lambda}\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}T_n}{\lambda}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(p_n, t_n, T_n) &= 4\sqrt{2}Pb\mathcal{H} \cos\left(\frac{2\pi p_n}{\lambda} - \phi_0\right) \\ &\quad \times \text{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}t_n}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi\mathcal{H}T_n}{\lambda}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

2.3. System response

As shown in Eqs. (9)–(11), each estimator depends on piston, tip, and tilt. To investigate this dependence, we assess the behavior of these estimators first with a single aberration and then, with a combination of piston, tip, or tilt on the central segment. Hereafter, we define r as the radius of the circumscribed circle for a given segment. In our simulations, we arbitrarily set the \mathcal{H} size to $0.4r$ that appears as a reasonable trade-off between signal-to-noise ratio and sensitivity to pupil shear (see Sect. 4.3.2).

Figure 2 presents the results in the case of a single aberration on the segment. On the left plot, we consider the case of piston only and present φ_0 response to the introduced piston value. As expected, the estimator φ_0 is λ -periodic. This effect represents the well-known π -ambiguity problem (see, e.g., Vigan et al. 2011) that limits the reachable capture range in which the measured piston is achieved unambiguously. The φ_0 capture range is asymmetric and ranges from $-\lambda/8$ to $3\lambda/8$ as highlighted by the green zone in Fig. 2. This $\lambda/8$ -asymmetry corresponds to the reference phase $\phi_0 = \pi/4$ in the ZELDA signal as shown in Eq. (2). Such a property will have an impact on the cophasing process for pistons larger than $\lambda/8$ as discussed

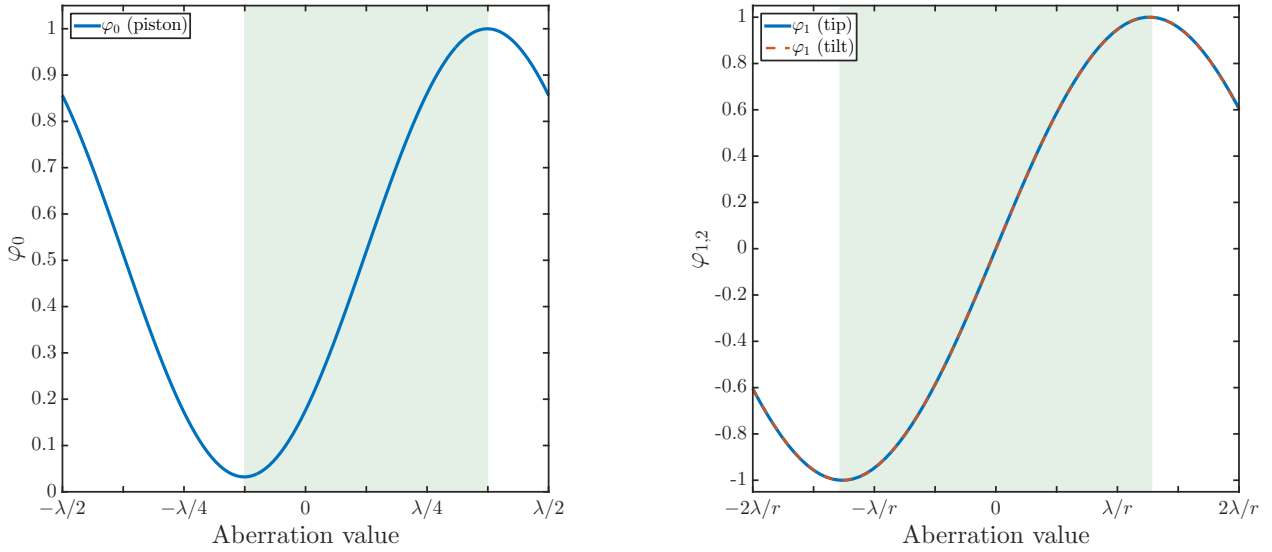


Fig. 2. Normalized estimators as a function of the introduced aberrations for piston (*left*) and tip-tilt (*right*). The green zones represent the capture range for each configuration.

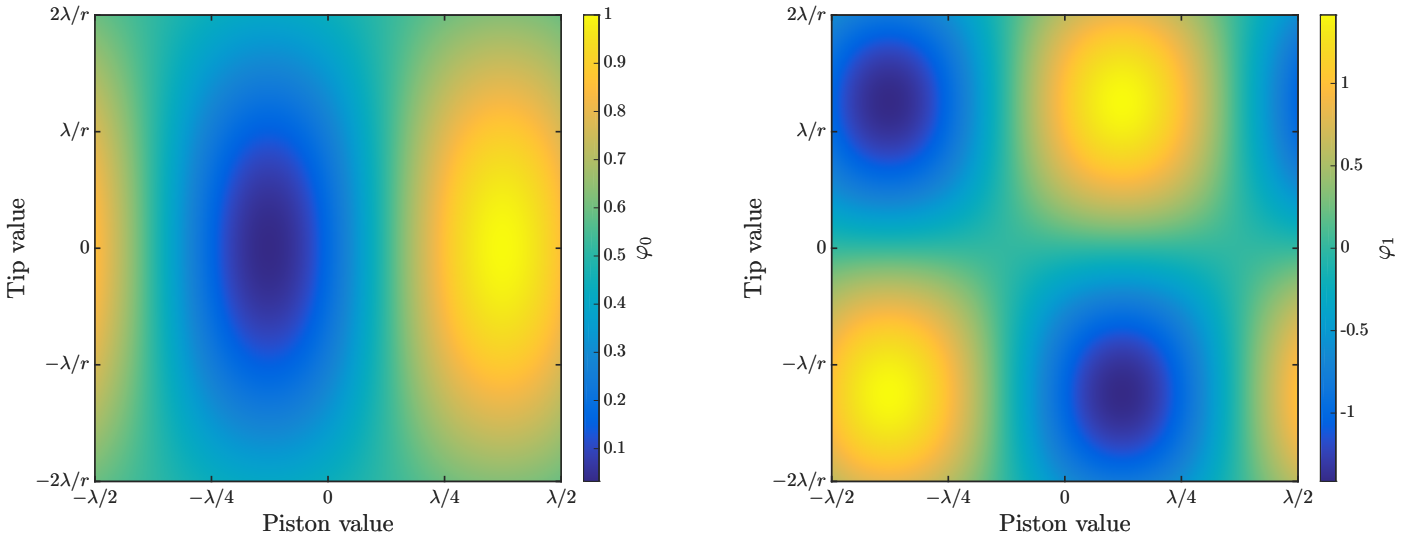


Fig. 3. Normalized estimators φ_0 (*left*) and φ_1 (*right*) as a function of the introduced combination of piston and tip.

hereafter in Sect. 4.2. On the right plot, we present the φ_1 and φ_2 responses to the introduced tip and tilt values. Both estimators are periodic and symmetric with a capture range that is related to \mathcal{H} and extends from $-5\lambda/4r$ to $5\lambda/4r$. In the absence of piston, large segment tip/tilt can be estimated with our sensor signal.

Figure 3 presents the same rationale but with combined piston, tip, and tilt. The left plot represents φ_0 for a combined segment piston and tip. The correlation between φ_0 and the two introduced aberrations is clearly visible. As the tip increases in absolute value, the φ_0 estimation decreases following a cardinal sine shape, leading to an underestimation of the piston. Even though not critical, this dependence has an influence on the cophasing process and is studied in Sect. 4.2. A correlation is also observed on Fig. 3 (right) when measuring φ_1 in the presence of piston and tip. The same results are obtained if we measure φ_2 for a combination of piston and tilt, as suggested by Eqs. (10) and (11). As tip varies, the φ_1 estimation oscillates in a sinusoidal shape. The tip estimation is therefore strongly affected by the presence of piston. A sign change of the estimator is even observed for large values of piston, leading to a misinterpretation

of the segment orientation. We also note that φ_1 can be larger than 1. This particular behavior comes from the normalization of φ_1 by its peak value at null values of piston and tilt. When the piston is equal to $\lambda/8$, the normalized φ_1 value reaches $\sqrt{2}$. Both effects can prove critical in aberration measurements and impact the segment cophasing process. We discuss the operating mode in Sect. 4.2.

3. System calibration

3.1. Numerical assumptions

Numerical simulations are performed with a pupil made of 91 hexagonal segments that are distributed over five concentric rings as shown in Fig. 1. Each segment is sampled with 100 pixels from corner to corner (i.e., $r = 50$ pixels). In this study, no central obstruction nor spiders are taken into account as they have no incidence on the ZELDA measurement. To ensure a fine sampling within the focal plane mask and a fast computation, the ZELDA signal is calculated using the semi-analytical method based on the Matrix Fourier Transform (MFT)

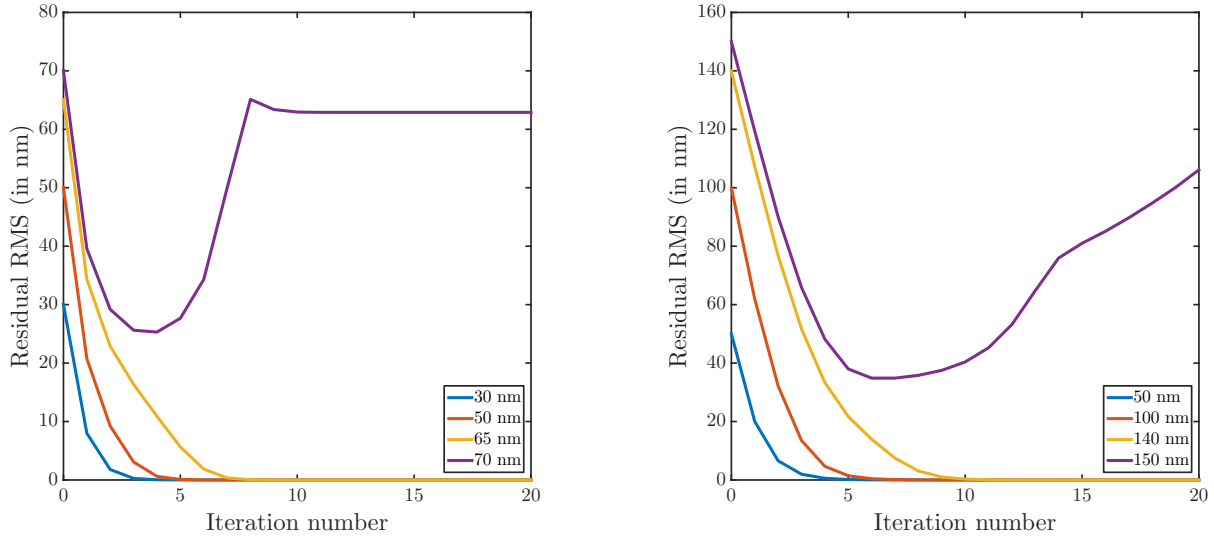


Fig. 4. Iterative evolution of the residual RMS wavefront error for piston only (*left*) and for combined piston and tip-tilt (*right*) with different initial conditions.

described by Soummer et al. (2007). For the phase mask, we set d to $1.06\lambda/D$ and sample it with 500 pixels. We consider a source in monochromatic light at wavelength $\lambda = 600$ nm.

3.2. Calibration and properties

The calibration process of the system is based on the traditional adaptive optics scheme. A calibration matrix is built by actioning successively and independently each segment in piston, tip, and tilt, and by measuring φ_0 , φ_1 , and φ_2 . The amplitude of the displacements is chosen within the linear regime of the sensor. In practice, the poke values are set to 1/10 of the capture range for each estimators, that is, $\lambda/20$ for piston and $\lambda/4r$ for tip and tilt. The calibration process is done using a perfectly aligned and flattened system. At this stage, no camera noise or photon noise are taken into account. The calibration matrix is square and has dominant diagonal terms. However, some patterns are visible outside the diagonal and are due to the correlation between the three estimators. Finally, piston, tip, and tilt errors for each segment are retrieved by solving the linear system of equations by means of the inverted calibration matrix and are applied to the segments. In any on-sky application, the calibration matrix is conventionally measured using either an internal calibration source or a stellar target. A pseudo-synthetic calibration matrix can also be built by experimentally measuring the estimators on a single segment and replicating them in all the other segments in the matrix structure deduced from simulations (e.g., Yaitskova et al. 2006). While straightforward when looking at a reasonable number of segments, the calibration matrix is avoidable by using an alternative method based on the ZELDA signal normalization.

The system evolves in a closed-loop architecture and the convergence quality is assessed by using the residual root mean squared (RMS) wavefront error σ_{pupil} over the entire pupil. Its analytical expression is given by

$$\sigma_{\text{pupil}} = \sqrt{s_p^2 + \frac{5}{24}r^2(s_t^2 + s_T^2 + \mathbb{E}[\mathbf{t}]^2 + \mathbb{E}[\mathbf{T}]^2)}, \quad (12)$$

where s_p , s_t , and s_T stand for the piston, tip, and tilt samples standard deviation, and $\mathbb{E}[\dots]$ denotes the mathematical expectation. A detailed development of Eq. (12) is given in Appendix A.

4. Performance and discussions

We now present the results for the complete computation of a full segmented pupil in contrast to Sect. 2.3 in which the response of an individual segment has been characterized. To assess the performance of the system, we proceed to the following tests: (1) a closed-loop convergence evaluation; (2) a statistical analysis of the converging process; (3) a sensitivity analysis of hardware misalignment combined with probabilistic insights; and finally (4) a sky coverage evaluation.

4.1. Closed-loop accuracy

The results of the closed-loop operation on the phasing process for different initial wavefront errors (expressed in nanometer RMS) are presented in Fig. 4. We differentiate between the results for the piston error only (*left*) and for the combined piston, tip, and tilt errors (*right*), where each case uses its specific calibration matrix that includes the considered aberrations only. A set of reference aberrations $[\mathbf{p}_0, \mathbf{t}_0, \mathbf{T}_0]$ is created by drawing each p_n , t_n , and T_n from a Gaussian distribution with zero mean and σ_p , σ_t , and σ_T standard deviations. In order to insure an equal contribution of each aberration, the standard deviations are set according to their respective capture range as

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \lambda/2, \\ \sigma_t &= 5\lambda/2r, \\ \sigma_T &= 5\lambda/2r. \end{aligned} \quad (13)$$

A practical set of aberrations are then scaled using a gain factor α as $\alpha \times [\mathbf{p}_0, \mathbf{t}_0, \mathbf{T}_0]$ to produce different levels of initial RMS wavefront errors. The typical cophasing process occurs as follows:

1. Set α such that $\sigma_{\text{pupil}}(\alpha \times [\mathbf{p}_0, \mathbf{t}_0, \mathbf{T}_0])$ is equal to the initial wavefront error we want to start with.
2. Compute a ZELDA image using the MFT.
3. Calculate φ_0 , φ_1 , φ_2 and convert to piston, tip, and tilt using the calibration matrix.
4. Calculate the residual piston, tip, and tilt expected after moving the segments.
5. Repeat steps 2–4 until convergence is reached or for a given number of iterations.

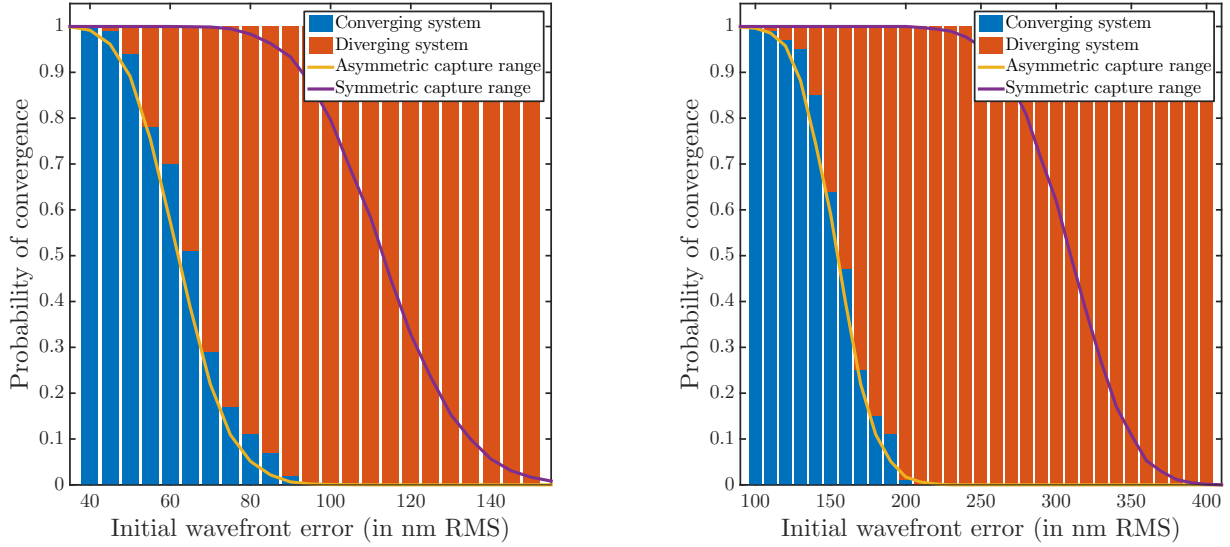


Fig. 5. Probability of convergence as a function of the initial RMS wavefront error for piston only (*left*) and piston and tip-tilt (*right*).

Figure 4 exhibits two phasing regimes: (1) the case for which the segments are being phased, that is, when the zero residual error is achieved; and (2) the case where one or more segments are shifted by an integer number of the wavelength (with the increase in the initial wavefront error, some segments are left outside the capture range), leading to a non-phased mirror. The last case (2) is known as the π -ambiguity problem, common to any phasing sensor operating in the monochromatic regime.

The results of the phasing process for the piston error only (Fig. 4, left) demonstrate that the system converges to zero error residual for initial aberration values that are smaller than 65 nm RMS. This capture range is below what is generally reachable with state-of-the-art phasing sensors. This reduction in dynamic range is a direct effect of the asymmetric piston capture range that is specific to ZELDA as described in Sect. 2.2 and explained in Sect. 4.2. For larger aberrations, the system converges to a stable but non-phased state (green curve in Fig. 4, left). When the piston, tip, and tilt errors are combined (Fig. 4, right), the observations are roughly identical, but the threshold is higher and equal to 140 nm RMS (for information, $\sigma_p/\sigma_{\text{pupil}} \sim 0.3$). Nonetheless, Fig. 4 (right, purple curve) shows that when the system converges to a non-phased mirror, the system is unstable. While this instability is not observed for piston-only error, it here originates from the correlation between the three estimators φ_0 , φ_1 , and φ_2 . When aberration amplitudes become too large, a rapid amplification of the estimation error due to cross-terms occurs and inevitably conveys the system to a chaotic regime.

4.2. Probability of convergence

In this section, we investigate the probabilistic behavior of the phasing process with ZELDA. The objective is to propose from a statistical point of view a predictive model of convergence as a function of the initial aberration error value. In the following, the starting wavefront errors correspond to a fraction of the capture range as already explained in Sect. 4.1. Piston error only (1) and piston combined with tip-tilt (2) are addressed separately for the sake of clarity.

In case (1), both empirical and semi-analytical approaches are carried out. The empirical method is performed by considering the outcome of 100 samples of phasing attempt processes. The approximated probability of convergence for a given

variance is then

$$\mathbb{P}_E(\sigma_{\text{pupil}}^2) = n_{\text{conv}}/100, \quad (14)$$

where n_{conv} is the number of positive outcomes, referring to the situation for which the phasing process achieves a phased and stable mirror state, that is, the phasing process converges. Alternatively, negative outcomes correspond to the case of the diverging phasing process. Figure 5 (left) presents the occurrences for converging cases (blue bars) and diverging cases (red bars). We note that $\mathbb{P}_1 = 0.5$ for $\sigma_{\text{pupil}} \approx 65$ nm RMS.

The semi-analytical approach is based on a 10 000-sample Monte Carlo integration used to infer the probability \mathbb{P}_{SA} for each segment to be within the given range $[a, b]$ around its mean position. This probability is expressed as

$$\mathbb{P}_{\text{SA}}(\sigma_{\text{pupil}}^2, a, b) = \int_{(\mathbb{R})^N} \mathbb{1} \left\{ \bigcap_{n=1}^N (a < p_n - \mathbb{E}[\mathbf{p}] < b) \right\} \times \prod_{n=1}^N f_P(p_n | 0, \sigma_p^2) (dp_1 \cdots dp_n \cdots dp_N), \quad (15)$$

where $\mathbb{1}$ is the indicator function. Since the introduced pistons are randomly issued from a zero-mean normal distribution, $f_P(p | 0, \sigma_p^2)$ is the probability density of the Gaussian distribution $\mathcal{N}(0, \sigma_p^2)$. Based on Fig. 2, we set a and b to $-\lambda/4$ and $3\lambda/4$ respectively, that strictly delimits the domain outside which the system corrects for in the wrong direction. The result of the Monte Carlo integration corresponds to the yellow curve presented on Fig. 5 (left), and it fits well with the data from the empirical method. This provides confidence in the initial assumption that a system converges when all the individual pistons over the pupil are within the range $[\mathbb{E}[\mathbf{p}] - \lambda/4, \mathbb{E}[\mathbf{p}] + 3\lambda/4]$. Actually, unlike ZELDA, a phasing system with a symmetric capture range will converge for larger initial aberrations: shifting only the current boundaries to $a = -\lambda/2$ and $b = \lambda/2$ transforms the yellow curve into the purple one (see in Fig. 5 left). As mentioned in Sect. 4.1, a change in the phasing capture range inevitably translates into a change in the convergence dynamic.

In case (2), two complementary approaches are also used. The same empirical method as previously defined is performed by producing 100 samples of system iterations and evaluating

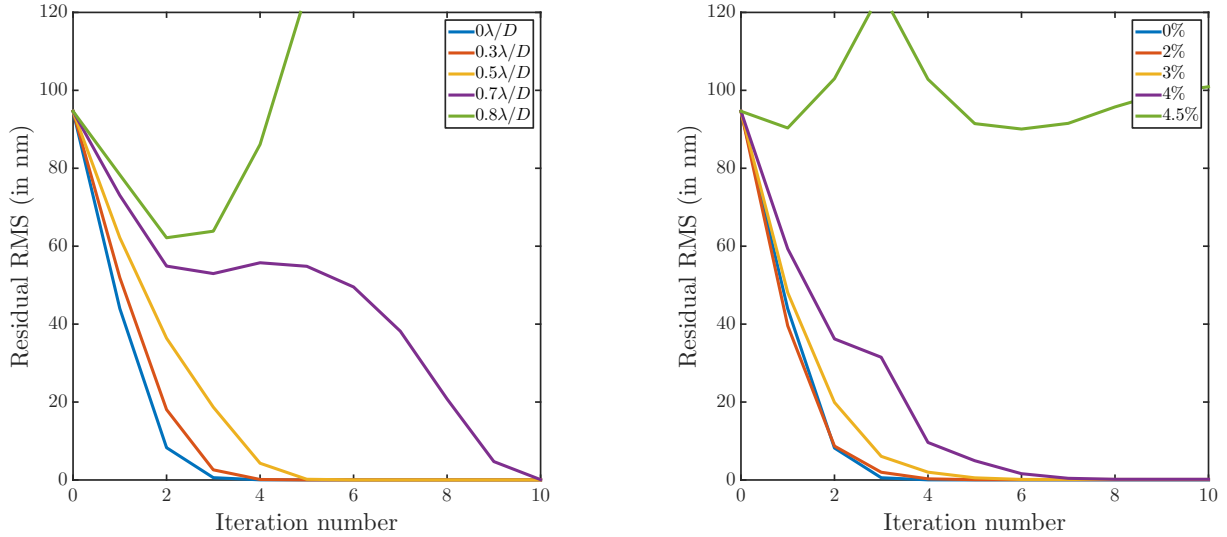


Fig. 6. Iterative evolution of the residual RMS wavefront error as a function of the focal mask (*left*) and pupil (*right*) displacements.

the outcomes to derive \mathbb{P}_E . Figure 5 right presents the results, where the blue bars indicate the converging cases and the red one the diverging cases.

The second method is different from the semi-analytical approach that has been previously used for the case of piston only. With the correlation between piston, tip, and tilt estimators, elementary rules of thumb on the initial conditions cannot be settled to frame the convergence outcomes. To overcome this issue, we use the theoretical expressions of the estimators shown in Eqs. (9)–(11) to emulate the converging process where only the diagonal terms of the calibration matrix are kept. The results are represented by the yellow curve in Fig. 5 right and match the previous data. A slight offset, however, indicates that the method tends to underestimate the number of converging systems. This effect is also distinguishable on the piston-only configuration. This underestimation reflects the shortcoming of a binary condition to predict the outcome of the phasing process. In an actual system, while few segments might initially be out of the capture range, and since the estimators are correlated, it might occur against the odds that the amplitude of misalignment of these segments meets the boundaries of the capture range, and finally succeeds in converging to zero error residuals. Finally, by analogy with case (1), a phasing system with a symmetric capture range will converge for larger initial aberrations (Fig. 5, right, purple curve).

The models defined in this section allow one to infer the probability of convergence for a given initial wavefront error. Although the presented results have been obtained with a pupil made of 91 segments, the models can account for different configurations. The limit between the cophasing regimes can be clearly set based on a given probability threshold. Fixing this probability to $P = 95\%$, one can conclude that for an asymmetric sensor the limit between fine and coarse phasing is 120 nm, while for a symmetric sensor this limit is 250 nm for piston and tip-tilt cases. These algorithms can be used for preliminary studies of a system to conjecture the needs in terms of cophasing accuracy and capture range.

4.3. Sensitivity to misalignment

The sensitivity of the cophasing system regarding hardware alignment is studied by investigating both the FPM and the pupil

misalignment. For the sake of similarity with the JWST, we consider a pupil made of 19 segments. A specific vector of initial aberrations $[p_1, t_1, T_1]$ is created (see Sect. 4.1). Because the phasing process is subject to statistically driven behaviors, these aspects are addressed in Sect. 4.3.3.

4.3.1. Focal plane mask misalignment

To determine the effect of the FPM misalignment, we evaluate the convergence of the system and record the residual wavefront error at each step for several FPM displacements. This process is repeated for various sets of aberration over the pupil. Figure 6 left presents the results for a pupil exhibiting an initial aberration of 100 nm RMS. This value is chosen for the system to have a probability to converge $P \sim 1$. We note that the residual global tip-tilt over the pupil, originating from the system compensation for the FPM misalignment, is numerically removed from the data (the telescope active optics correct for the global tip-tilt and defocus). Figure 6 left shows that the system can accommodate a FPM misalignment up to $0.7\lambda/D$. Since levels of mask positioning can be guaranteed to a level of 10^{-2} to $10^{-3} \lambda/D$ using a low-order wavefront sensor (e.g., Mas et al. 2012), the sensitivity of our closed-loop system to FPM misalignment is negligible.

4.3.2. Pupil misalignment

In real observing conditions, the position of the pupil may be shifted by a significant fraction of its diameter (3–4% for the JWST, Bos et al. 2011). This can possibly affect the phasing process as the calibration matrix is built on a perfectly centered system. We study this effect by numerically shifting the analysis zone \mathcal{H} and processing the closed-loop operation. Figure 6 right presents the results of the convergence for several displacements. As for the FPM misalignment analysis, the initial wavefront error is about 100 nm RMS (the global tip-tilt is also removed from the data). For displacements as large as 4% of the pupil diameter, corresponding in our simulations to 17.5% of the segment diameter, the system converges. This indicates a low sensitivity of the sensor to the pupil shear. We propose a detailed statistical study of these aspects in the following.

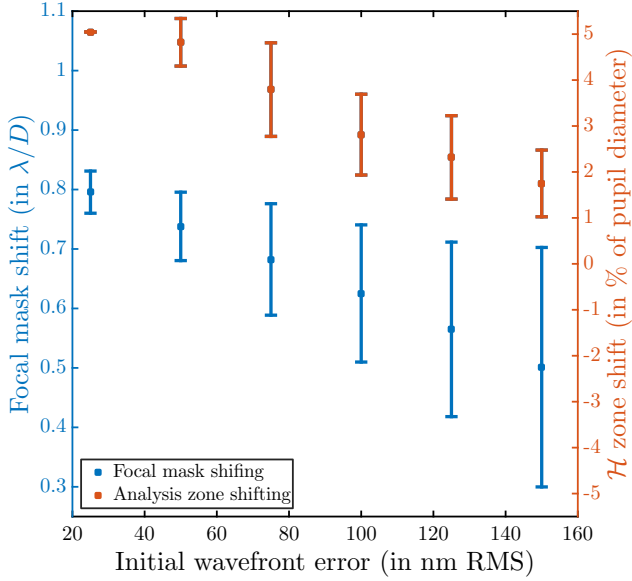


Fig. 7. Sensitivity to focal mask (blue) and pupil (red) displacements as a function of the initial aberration wavefront error. Error bars represent 1σ dispersion.

4.3.3. Statistical behavior of the misalignment

We estimate the limit in FPM and pupil displacements which the system can accommodate for different initial RMS wavefront error. Figure 7 presents the results for the FPM (blue points) and the pupil (red points) displacements. The mean value has been computed for 100 realisations. The error bars represent the 1σ standard deviation. As expected for both FPM and pupil analysis, the larger the initial wavefront error the lower the tolerance. Nevertheless, a difference in the standard deviation of the FPM and pupil results is observable. While the standard deviation is roughly constant with the FPM displacement, it increases significantly with the pupil misalignment. Pupil and FPM displacements therefore impact on the system differently.

Analytical development of the estimators shows that the pupil displacement affects the measurement on each segment by introducing a systematic error proportional to the displacement. All the segments are impacted alike and have the same statistical weight when considering their contribution to initiate the phasing process divergence. The effect is different when considering the contribution of a FPM displacement. Numerical simulations show that the system converges towards a configuration with a global tip-tilt over the pupil (compensating for the FPM displacement), meaning that the final position of each segment should converge to

$$[p_n, t_n, T_n] = [p_n^*, t^*, T^*], \quad (16)$$

where t^* and T^* stand for the global tip and tilt respectively, and p_n^* the residual piston associated to the segment n and subject to t^* and T^* . The expression for the piston on the n th segment is

$$p_n^* = \frac{r}{2} \left[3k_n t^* + \sqrt{3} l_n T^* \right] \quad \forall (k_n, l_n) \in \mathbb{Z}, \quad (17)$$

where r denotes the segment radius; k_n and l_n are specific to each segment and their values depend on the individual segment position in the pupil. The FPM displacement contribution affects the piston distribution non-uniformly in the pupil, and thus alters the estimators differently on each segment. Outer ring segments are

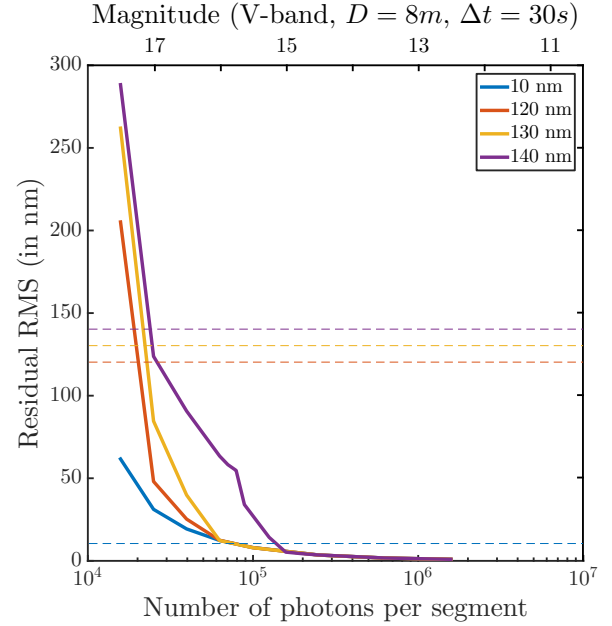


Fig. 8. Residual RMS wavefront error over the pupil after 20 iterations as a function of the number of photons per segment for different initial aberrations. The dashed lines represent the initial aberration levels.

more impacted and are thus predisposed to initiate the phasing process divergence well before the inner ring ones.

To summarize, while the contribution of the pupil displacement is local, the FPM displacement contribution is global. Thus the number of segments capable of initiating the process of divergence is different. While for a pupil displacement borderline segments are equiprobable, for a FPM displacement outer ring segments are over-weighted. This can explain the widening of the standard deviation observed in Fig. 7.

4.4. Stellar magnitude sensitivity

As for hardware misalignment, the sensitivity to stellar magnitude is critical to evaluate the capacity of the sensor to operate under realistic conditions. The analysis is performed assuming an 8 m telescope observing in V-band (spectral bandwidth $\Delta\lambda = 90$ nm) for 30 s integration time. The pupil is composed of 91 segments. In these simulations, we assume photon noise, readout noise ($1 e^-$ RMS), and dark current ($1 e^-/s$). We use the residual RMS wavefront error after 20 iterations as a metric to determine the quality of the convergence. To smooth out the random behavior of the process, the median of 50 different sets of aberrations is considered. Figure 8 presents the results and as expected, the sensitivity to stellar magnitude depends on the initial RMS wavefront error. Simulations show that ZELDA has a sensitivity to stellar magnitude that is consistent with other state-of-the-art phasing sensors (e.g., Pinna et al. 2008; Gonté et al. 2009; Surdej et al. 2010). Assuming a V magnitude of 15, ZELDA provides a residual wavefront error smaller than 5 nm RMS for an initial wavefront error as large as 140 nm RMS.

5. Conclusion

In this paper, we demonstrate the suitability of ZELDA, hitherto proposed for non-common path aberrations, for the precise measurement of piston, tip, and tilt errors in segmented

apertures within the diffraction-limited domain. Measurements of the segment alignment errors do not require changing the typical ZELDA set-up, but the signal estimators. ZELDA arises as a multitask sensor because it can simultaneously measure cophasing aberrations, segment figuring errors, and continuous wavefront aberrations due to optics misalignment (N'Diaye et al. 2016).

Our closed-loop simulations show that within its capture range the sensor drives the segment piston, tip, and tilt to sub-nanometric residuals in a few iterations. However, its asymmetric capture range limits the convergence dynamic. Nonetheless, it can be used as a stand-alone sensor for wavefront errors up to 120 nm RMS with a 95% chance of phasing the system. Improvements on the capture range are foreseen using either multiwavelength or coherence-based methods (see Martinez & Janin-Potiron 2016, for a review of these techniques), or by implementing innovative FPM designs (Jackson et al. 2016).

We study the phasing process from a statistical point of view. To our knowledge, the probabilistic behavior of the phasing process has not previously been explored in a systematic way. The proposed probabilistic models are independent of the phasing sensor architecture and only rely on the boundaries of the sensor capture range. These models provide the opportunity to predict the success of the phasing process as a function of the initial aberration values, and thus help in the risk analysis assessment for the telescope and the observing programs. The statistical behavior of the convergence for a system subject to misalignment has also been investigated. It shows that the displacement of the FPM and the pupil impact the system in different manners but none of them is revealed as a drawback for the sensor.

Additionally, we note that the simulated pupils used in our simulations are simplified because telescope apertures exhibit amplitude discontinuities (central obscuration, inter-segments space, and spiders) in addition to phase misalignment. In this context, the proposed estimators remain valid because the analysis is performed from a point by point measurement within the segment area. Potential partially obscured segments will present an inherent loss of signal that can be compensated by adjusting the spatial position and/or geometry of the analysis zone \mathcal{H} . Only limited to piston, tip, and tilt in this study, a higher order of on-segment phase aberration can be considered to account for segment curvature or segment figure errors. Assuming that these higher order aberrations are taken into account in the calibration matrix, it does not preclude the system to converge. However, higher order modes will introduce additional cross-terms between them, possibly reducing the capture range to some extent. These effects are currently under study (e.g., Vigan et al. 2016).

Finally, the concept proposed in this paper will be tested in laboratory in the framework of the SPEED project (Martinez et al. 2016), and compared with other cophasing systems (Janin-Potiron et al. 2016; Martinache 2013).

Acknowledgements. P. Janin-Potiron is grateful to Airbus Defense and Space (Toulouse, France) and the Région PACA (Provence Alpes Côte d'Azur, France) for supporting his PhD fellowship. P. J-P would like to thank Y. Potiron for sharing his mathematical wisdom. M. N'Diaye acknowledges support from the European Research Council (ERC) through the KERNEL project grant #683029 (PI: F. Martinache) and would like to thank F. Martinache for his support.

References

- Acton, D. S., Knight, J. S., Contos, A., et al. 2012, in 84422H–84422H–11
Beuzit, J.-L., Feldt, M., Dohlen, K., et al. 2008, in *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II*, Proc. SPIE, 7014, 701418
Bloemhof, E. E., & Wallace, J. K. 2003, SPIE, 5169, 309
Bloemhof, E. E., & Wallace, J. K. 2004, *Opt. Expr.*, 12, 6240
Bos, B. J., Ohl, R. G., & Kubalak, D. A. 2011, SPIE Conf. Ser., 8131
Chanan, G., Troy, M., & Sirko, E. 1999, *Appl. Opt.*, 38, 704
Chanan, G. A. 1989, in *Precision Instrument Design*, eds. T. C. Bristow, & A. E. Hatheway, SPIE Conf. Ser., 1036, 59
Chueca, S., Reyes, M., Schumacher, A., & Montoya, L. 2008, SPIE Conf. Ser., 7012, 13
Clampin, M. 2014, Proc. SPIE, 9143, 5
Crooke, J. A., Roberge, A., Domagal-Goldman, S. D., et al. 2016, SPIE Conf. Ser., 9904, 99044
Cuevas, S., Orlov, V. G., Garfias, F., Voitsekhovich, V. V., & Sanchez, L. J. 2000, in *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, ed. P. Dierickx, SPIE Conf. Ser., 4003, 291
Delavaquerie, E., Cassaing, F., & Amans, J.-P. 2010, in *Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, 5018
Dohlen, K. 2004, in *EAS Pub. Ser.*, eds. C. Aime & R. Soummer, 12, 33
Dohlen, K., Langlois, M., Lanzoni, P., et al. 2006, SPIE Conf. Ser., 6267, 34
Esposito, S., Pinna, E., Puglisi, A., Tozzi, A., & Stefanini, P. 2005, *Opt. Lett.*, 30, 2572
France, K. 2016, SPIE Conf. Ser., 9904, 99040M
Glassman, T., Levi, J., Liepmann, T., et al. 2016, Proc. SPIE, 9904, 9
Gonte, F., Araujo, C., Bourtembourg, R., et al. 2008, in *Ground-based and Airborne Telescopes II*, Proc. SPIE, 7012, 70120Z
Gonté, F., Araujo, C., Bourtembourg, R., et al. 2009, *The Messenger*, 136, 25
Jackson, K., Wallace, J. K., & Pellegrino, S. 2016, SPIE Conf. Ser., 9904, 99046D
Janin-Potiron, P., Martinez, P., Baudoz, P., & Carbillet, M. 2016, *A&A*, 592, A110
Knight, J. S., Acton, D. S., Lightsey, P., Contos, A., & Barto, A. 2012, Proc. SPIE, 8442, 10
Lightsey, P. A., Knight, J. S., & Golnik, G. 2014, Proc. SPIE, 9143, 16
Lofdahl, M. G., Kendrick, R. L., Harwit, A., et al. 1998, in *Space Telescopes and Instruments V*, eds. P. Y. Bely, & J. B. Breckinridge, SPIE Conf. Ser., 3356, 1190
Lyon, R. G., & Clampin, M. 2012, *Opt. Eng.*, 51, 011002
Martinache, F. 2013, *PASP*, 125, 422
Martinez, P., & Janin-Potiron, P. 2016, *A&A*, 593, L1
Martinez, P., Beaulieu, M., Janin-Potiron, P., et al. 2016, Proc. SPIE, 9906, 99062V
Mas, M., Baudoz, P., Rousset, G., & Galicher, R. 2012, *A&A*, 539, A126
Mazzoleni, R., Gonté, F., Surdej, I., et al. 2008, SPIE Conf. Ser., 7012, 3
Montoya-Martinez, L. 2004, Ph. D. Thesis
N'Diaye, M., Dohlen, K., Fusco, T., & Paul, B. 2013, *A&A*, 555, A94
N'Diaye, M., Vigan, A., Dohlen, K., et al. 2016, *A&A*, 592, A79
Pinna, E., Quiros-Pacheco, F., Esposito, S., Puglisi, A., & Stefanini, P. 2008, SPIE Conf. Ser., 7012, 3
Pope, B., Cvetojevic, N., Cheetham, A., et al. 2014, *MNRAS*, 440, 125
Redding, D. C., Feinberg, L., Postman, M., et al. 2014, in *Space Telescopes and Instrumentation 2014: Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, Proc. SPIE, 9143, 914312
Shi, F., Balasubramanian, K., Bartos, R., et al. 2015, in *Techniques and Instrumentation for Detection of Exoplanets VII*, Proc. SPIE, 9605, 960509
Soummer, R., Pueyo, L., Sivaramakrishnan, A., & Vanderbei, R. J. 2007, *Opt. Express*, 15, 15935
Stahl, H. P., Postman, M., & Smith, W. S. 2013, Proc. SPIE, 8860, 886006
Surdej, I., Yaitskova, N., & Gonte, F. 2010, *Appl. Opt.*, 49, 4052
Vigan, A., Dohlen, K., & Mazzanti, S. 2011, *Appl. Opt.*, 50, 2708
Vigan, A., Postnikova, M., Caillat, A., et al. 2016, in *Adaptive Optics Systems V*, Proc. SPIE, 9909, 99093
Wallace, J. K., Rao, S., Jensen-Clem, R. M., & Serabyn, G. 2011, SPIE Conf. Ser., 8126
Yaitskova, N., Dohlen, K., & Dierickx, P. 2003, *J. Opt. Soc. Am. A*, 20, 1563
Yaitskova, N., Gonte, F., Derie, F., et al. 2006, SPIE Conf. Ser., 6267, 62672Z
Zernike, F. 1934, *MNRAS*, 94, 377
Zhao, F. 2014, SPIE, 9143

Appendix A: Analytical expression of the standard deviation over a segmented aperture

In this Appendix, we detail the calculation of the analytical expression for the standard deviation of wavefront errors in the context of hexagonal segmented apertures.

Let $h_n(x, y)$ be the elevation on the segment n (with $n \in [1, N]$) at the coordinates (x, y) ,

$$h_n(x, y) = p_n + t_n \cdot x + T_n \cdot y \quad \forall (x, y) \in \mathcal{S}, \quad (\text{A.1})$$

where \mathcal{S} is the surface defined by a single segment as shown in Fig. A.1. The expression of \mathcal{S} is

$$\mathcal{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [-r, r], y \in [\zeta_1(x), \zeta_2(x)]\}, \quad (\text{A.2})$$

with

$$\zeta_1(x) = \begin{cases} -\sqrt{3}(x+r) & \text{for } -r < x < -\frac{r}{2} \\ -r_b & \text{for } -\frac{r}{2} \leq x \leq \frac{r}{2} \\ \sqrt{3}(x-r) & \text{for } \frac{r}{2} < x < r \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

and

$$\zeta_2(x) = \begin{cases} \sqrt{3}(x+r) & \text{for } -r < x < -\frac{r}{2} \\ r_b & \text{for } -\frac{r}{2} \leq x \leq \frac{r}{2} \\ -\sqrt{3}(x-r) & \text{for } \frac{r}{2} < x < r. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Hereafter, the notation $\overline{\dots}$ is used to represent the averaged value over one single segment, while $\mathbb{E}[\dots]$ is used to represent the averaged over the pupil or the average of the piston, tip, and tilt vectors. The mean elevation on the n th segment is

$$\begin{aligned} \overline{h_n(x, y)} &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} h_n(x, y) dx dy, \\ &= \frac{1}{A} \left(p_n \iint_{\mathcal{S}} dx dy + t_n \iint_{\mathcal{S}} x dx dy + T_n \iint_{\mathcal{S}} y dx dy \right), \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

where $A = 3\sqrt{3}r^2/2$ represents the segment area. It leads to

$$\overline{h_n(x, y)} = p_n. \quad (\text{A.6})$$

The mean squared elevation on the n th segment is given by

$$\begin{aligned} \overline{h_n^2(x, y)} &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} h_n^2(x, y) dx dy, \\ &= \frac{1}{A} \iint_{\mathcal{S}} (p_n^2 + t_n^2 x^2 + T_n^2 y^2 + 2p_n t_n x \\ &\quad + 2p_n T_n y + 2t_n T_n xy) dx dy. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Developing the previous equation, we obtain

$$\overline{h_n^2(x, y)} = p_n^2 + \frac{5}{24} r^2 t_n^2 + \frac{5}{24} r^2 T_n^2. \quad (\text{A.8})$$

Let also H be the union of all the segments composing the pupil:

$$H = \bigcup_{n=1}^N h_n. \quad (\text{A.9})$$

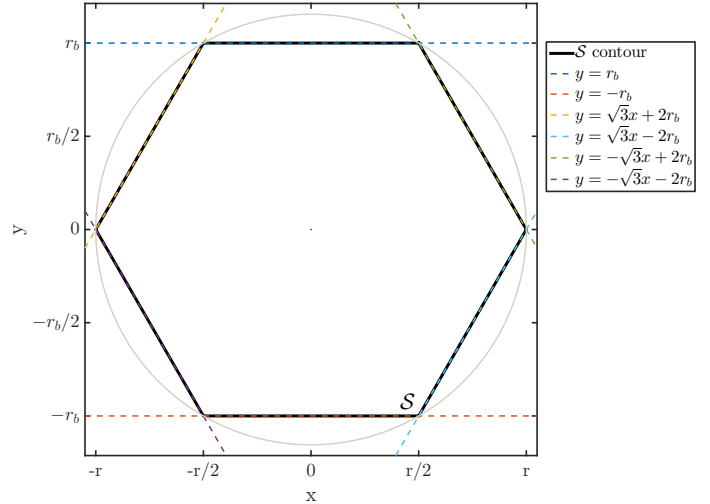


Fig. A.1. Segment characteristics and boundary equations.

The mean value of H is

$$\mathbb{E}[H] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \overline{h_n} = \mathbb{E}[p]. \quad (\text{A.10})$$

The mean value of H^2 is

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[H^2] &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \overline{h_n^2} \\ &= \mathbb{E}[p^2] + \frac{5}{24} r^2 (\mathbb{E}[t^2] + \mathbb{E}[T^2]). \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

The variance over the full pupil is then expressed as

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{pupil}}^2 &= \mathbb{E}[(H - \mathbb{E}[H])^2] = \mathbb{E}[H^2] - \mathbb{E}[H]^2, \\ &= \mathbb{E}[p^2] - \mathbb{E}[p]^2 + \frac{5}{24} r^2 (\mathbb{E}[t^2] + \mathbb{E}[T^2]). \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Finally, using the standard deviation of the piston, tip, and tilt samples, respectively s_p , s_t , and s_T , we obtain

$$\sigma_{\text{pupil}} = \sqrt{s_p^2 + \frac{5}{24} r^2 (s_t^2 + s_T^2 + \mathbb{E}[t]^2 + \mathbb{E}[T]^2)}. \quad (\text{A.13})$$

Appendix B: Impact of the ZELDA asymmetric capture range

In this appendix, we propose to assess the impact of the asymmetry in the ZELDA capture range on the closed-loop convergence. The SCC-PS (Janin-Potiron et al. 2016) has a symmetric piston capture range and is used as a reference for comparison purpose. For both sensors, we use the same configuration and the same initial conditions as stated in Sect. 4.1.

In this piston-only configuration, the limit of convergence is reached for different initial wavefront errors: below 70 nm RMS with ZELDA (Fig. B.1, top left), ~110 nm RMS with a symmetric capture range sensor (Fig. B.1, bottom left). This reduction with ZELDA is a direct effect of the piston capture range shifting as described in Sect. 2.2. For a larger amount of aberrations,

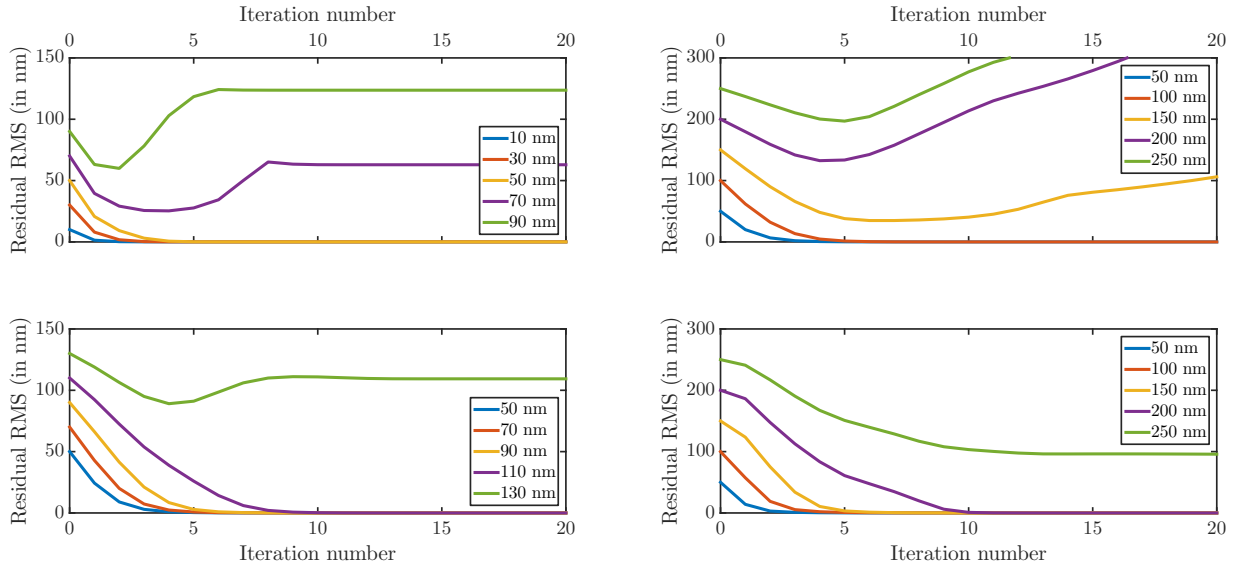


Fig. B.1. Iterative evolution of the residual RMS wavefront error for piston only (*left*) and for combined piston and tip-tilt (*right*) with ZELDA (*top*) and the SCC-PS (*bottom*). Different initial conditions are considered.

the system converges toward a stable state with one (or more) segment(s) phased at a multiple of the wavelength.

In the piston plus tip-tilt configuration, the limit of convergence is also reached for different initial wavefront errors: below ~ 140 nm RMS for ZELDA (Fig. B.1, top right), ~ 200 nm RMS with a symmetric capture range sensor (Fig. B.1, bottom

right). For the symmetric capture range sensor (Fig. B.1, top right, green curve), when the initial wavefront errors are too large, the system converges toward a stable non-phased configuration, while it diverges for ZELDA. This effect is intrinsic to the SCC-PS used here as a reference cophasing sensor, and will therefore not be discussed further.

5.3 Discussion

5.3.1 Extraction de l'information de phase

Une fois l'équation 5.9 obtenue, plusieurs solutions sont envisageables afin d'extraire l'information de phase. Dans N'Diaye et al. (2013b), le passage par un développement limité au premier ou second ordre est proposé. Dans le premier cas, on obtient :

$$\phi_{1st} \simeq I - 1/2, \quad (5.10)$$

alors que dans le second on a :

$$\phi_{2nd} \simeq -1 + \sqrt{3 + (I - P^2 - 2b^2)/(Pb)}. \quad (5.11)$$

Dans la publication Janin-Potiron et al. (2017), et ce pour la simplicité qu'offre cette manière de procéder, le signal est utilisé tel quel, c'est-à-dire que les estimateurs de piston, tip et tilt (ϕ_0 , ϕ_1 et ϕ_2 - équations 9, 10 et 11 du papier) sont calculés directement en intégrant l'intensité I ou son gradient. L'utilisation d'une matrice de calibration permet en effet de pouvoir se passer de mesure absolue sur la phase. Néanmoins, il pourrait aussi être intéressant d'inverser l'équation 5.9 afin d'obtenir la valeur exacte de la phase tel que :

$$\phi_i = \phi_0 + \arcsin[(I - P^2 - 2b^2)/(2\sqrt{2Pb})]. \quad (5.12)$$

L'intérêt d'une telle opération est de linéariser la réponse du système sur l'intervalle $[-\lambda/8; \lambda/4]$. Les estimations théoriques de phase données par les trois méthodes sont présentées sur la figure 5.6. Ces trois méthodes d'inversion ont ensuite été appliquées sur une

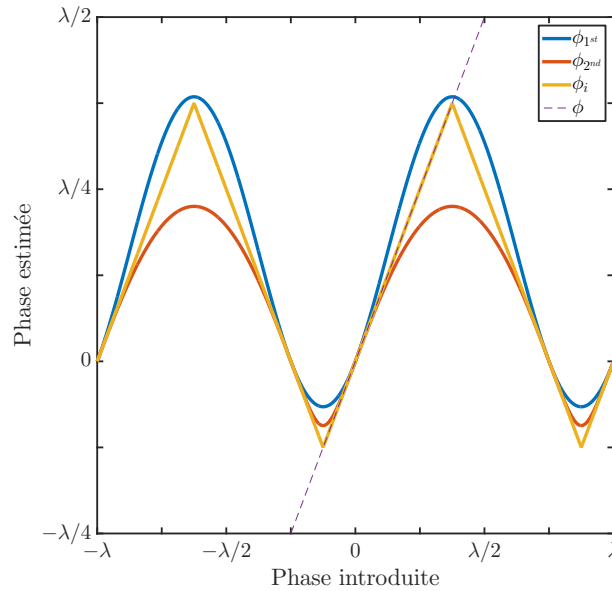


FIGURE 5.6 – Représentation des estimateurs ϕ_{1st} , ϕ_{2nd} et ϕ_i calculés de manière théorique en fonction de la phase introduite. La courbe violette représente la droite d'équation $y = x$.

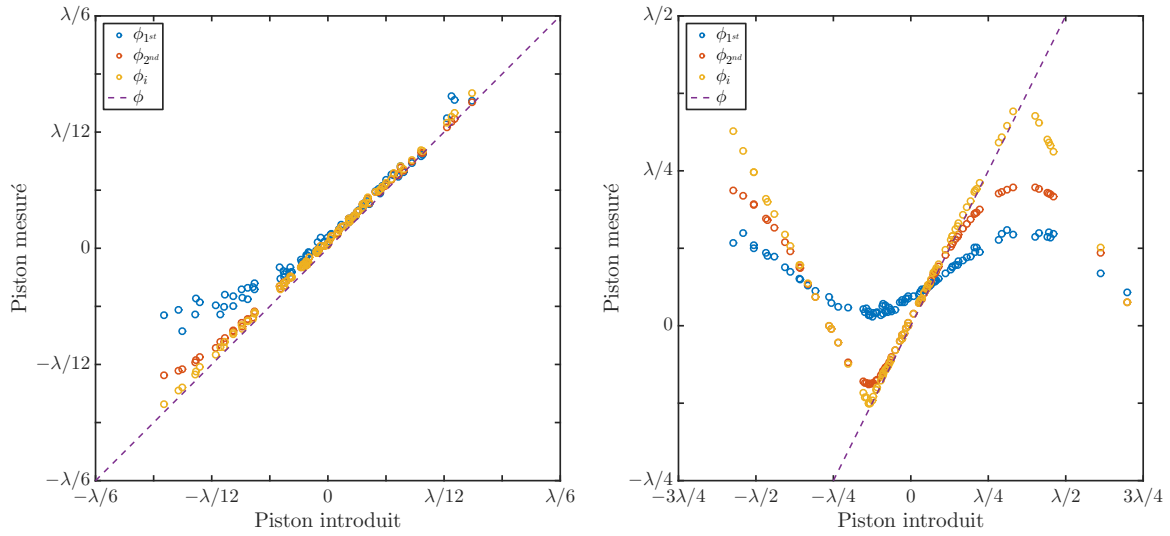


FIGURE 5.7 – Représentation de l’estimateur φ_0 , calculé à partir des trois méthodes ϕ_{1st} , ϕ_{2nd} et ϕ_i , en fonction du piston introduit sur chacun des segments. La courbe violette représente la droite d’équation $y = x$. La courbe de gauche présente un cas où une faible valeur d’aberrations est introduite, celle de droite la cas où une forte valeur d’aberrations est introduite.

pupille segmentée de 91 segments pour deux niveaux d’aberrations différents. Les résultats sont présentés sur la figure 5.7 avec des erreurs de front d’onde initiales $\sigma \simeq 25$ nm (à gauche) et $\sigma \simeq 150$ nm (à droite). Les courbes violettes représentent les droites d’équation $y = x$. On voit que l’estimation faite sur de vraies distributions aléatoires de piston est en accord avec les réponses théoriques présentées précédemment. L’estimateur ϕ_{1st} donne une approximation correcte dans une zone restreinte autour de zéro alors que l’utilisation de ϕ_{2nd} permet de faire de bonnes estimations dans une zone plus grande.

Le dernier point comparatif concernant ces trois méthodes d’estimation de la phase à partir de l’intensité mesurée est l’étude de la propagation des erreurs. Premièrement, une erreur systématique est commise selon le choix de l’estimateur. Pour des phases faibles, les approximations aux premier et second ordres sont relativement efficaces, comme on a pu le constater sur la figure 5.6. Elles deviennent moins bonnes à mesure que la phase augmente. Pour le cas de ϕ_i , l’estimation est parfaite sur l’intervalle $[-\lambda/8; \lambda/4]$ puis se dégrade linéairement du fait du caractère périodique de l’estimateur. La figure 5.8 (à gauche) représente l’erreur systématique commise sur la mesure en fonction de l’estimateur choisi. L’estimation de phase étant obtenue en mesurant une intensité sur une caméra et cette dernière étant soumise à différents bruits (bruit de photon, bruit de lecture, etc.), une erreur sur l’intensité va se propager en une erreur sur l’estimation de phase. Considérons le cas général et prenons ΔI comme étant l’erreur commise sur la mesure de l’intensité. Par propagation des erreurs on obtient :

$$\Delta\phi = \left| \frac{\partial\phi}{\partial I} \right| \Delta I. \quad (5.13)$$

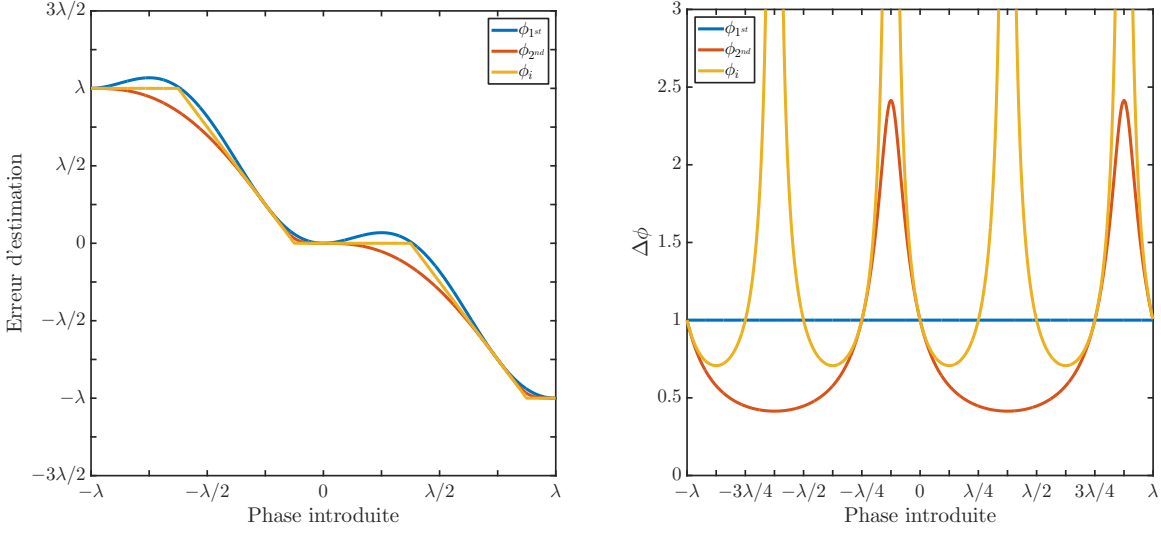


FIGURE 5.8 – Représentation de l’erreur systématique introduite par le choix de la méthode d’estimation de la phase (à gauche) et de la propagation entre une erreur de mesure d’intensité à une erreur d’estimation de la phase (à droite).

Soit dans les différents cas :

$$\Delta\phi_{1st} = \frac{\Delta I}{I_0}, \quad (5.14)$$

$$\Delta\phi_{2st} = \frac{\Delta I}{I_0} \frac{1}{\sqrt{2I}}, \quad (5.15)$$

$$\Delta\phi_i = \frac{\Delta I}{I_0} \frac{2}{\sqrt{-4I^2 + 12I - 1}}. \quad (5.16)$$

La figure 5.8 (à droite) présente le comportement de ces erreurs pour les trois méthodes d’inversion. Les courbes sont normalisées par la valeur $\Delta I/I_0$. Cela montre que les erreurs d’intensité sont transformées linéairement en erreurs de phase pour ϕ_{1st} et que pour ϕ_i , plus on se rapproche des bords du capture range, plus une erreur sur l’intensité aura une répercussion. Il faut toutefois garder à l’esprit que cette erreur s’ajoute à l’erreur systématique propre à chacun des estimateurs.

5.3.2 Mesure de piston, tip et tilt

□ Capture range

J’ai utilisé pour la mesure des erreurs de piston, tip et tilt avec ZELDA-PS les mêmes estimateurs que ceux définis précédemment pour la SCC-PS (voir équations 6-8 du papier). Pour rappel, il s’agit de l’intégrale sur signal sur une zone \mathcal{H} pour le piston et l’intégrale du gradient sur cette même zone selon x (y) pour le tip (tilt). La principale différence dans le traitement que j’ai pu faire est l’accès au signal théorique de la phase mesurée, ce qui m’a permis de faire des investigations plus précises. Les courbes de réponse simulées numériquement correspondent exactement aux courbes théoriques attendues. Comme évoqué dans la section 5.1, la courbe de réponse du piston (figure

2 du papier, à droite) présente un décalage de $\lambda/8$ par rapport à l'origine, qui est dû au choix du retard de phase introduit θ . Ce décalage a alors des conséquences sur le capture range de l'analyseur. Ce point sera traité de manière indépendante dans la section 6.1. Les estimateurs de tip et de tilt ne sont pas affectés par cet effet dû au fait que l'on utilise le gradient du signal pour les calculer.

Un point non traité dans le papier mais qu'il est intéressant d'aborder concerne le choix de la taille (et de la forme) de la zone d'analyse. Comme le suggère l'équation 6 du papier, la taille de \mathcal{H} pour l'estimation du piston en l'absence de tip-tilt entraîne seulement un changement d'amplitude de ϕ_0 . La fréquence de ses oscillations reste cependant indépendante du choix de la zone de mesure. Cette dernière affirmation n'est pas vérifiée pour ϕ_1 et ϕ_2 . En effet, on retrouve dans le sinus des équations 10 et 11 du papier une dépendance en \mathcal{H} . Cela a pour effet de rendre le capture range du tip-tilt dépendant de la taille de la zone. Il peut ainsi être exprimé comme :

$$CR = \lambda/\mathcal{H}. \quad (5.17)$$

Il est possible de vérifier cette équation à l'aide de la figure 2 du papier (à droite), sur laquelle on observe $CR = 5\lambda/2r$, ce qui correspond bien à $\mathcal{H} = 2r/5$. De telles considérations nous amènent à penser qu'il est favorable de choisir de petites zones d'analyse afin d'augmenter le capture range. Il est cependant nécessaire de faire un compromis entre le capture range en tip-tilt désiré et le rapport signal à bruit de la mesure.

□ Tip-tilt limites

Ce dernier point m'amène à traiter des effets possibles de repliement de spectre dans des cas de tip-tilt très important. Le signal étant prélevé de manière discrète par les pixels de la caméra, il est nécessaire de respecter le théorème d'échantillonnage de Shannon. Il faut alors au minimum 2 pixels par élément de résolution spatiale, ici les oscillations du signal. Ce qui nous amène à écrire, dans le cas du tip et en posant p comme étant la taille d'un pixel, la relation suivante :

$$\frac{t}{\lambda} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{p} \Leftrightarrow t < \frac{\lambda}{2p}. \quad (5.18)$$

Dans le cas des simulations numériques que j'ai effectuées, on a $p = 1$ et cette condition n'est pas limitante, car il impose $t_{max} < \lambda/2$, valeur bien supérieure à celles utilisées pour le tip-tilt dans les simulations et ce d'un facteur $\sim 1/r$. Dans le cas plus pragmatique de la configuration envisagée pour SPEED, la taille des pixels de la caméra est de $13 \mu\text{m}$ ce qui donne une valeur limite pour le tip-tilt de $t_{max} \simeq 23 \text{ mrad}$. Cette valeur limite est très grande lorsqu'on la compare aux tip-tilt limites du miroir segmenté Iris AO (présenté dans le chapitre 7) qui est de l'ordre de 5 mrad . Dans l'absolu, la précision de positionnement des segments est de l'ordre du nanomètre pour des segments dont la taille est de l'ordre du mètre (MacMartin, 2003). Les déplacements angulaires sont alors eux aussi très faibles devant cette valeur de t_{max} .

□ Interdépendance des estimateurs

Un phénomène d'interdépendance entre les estimateurs ϕ_0 , ϕ_1 et ϕ_2 apparaît naturellement dans les équations. Cela est dû à la technique de calcul des estimateurs et à la forme sinusoïdale du signal. Par soucis de simplicité, ces derniers ont été définis comme les intégrales du signal et de son gradient sur la zone carrée \mathcal{H} . Lorsque l'on se place dans un régime dans lequel les aberrations sont faibles (typiquement $[p, t, T] \ll CR$), cet effet n'impacte que très peu les estimations. Comme on peut le voir sur la figure 3 du papier (à gauche), la présence d'un tip-tilt lors d'une estimation de piston introduit une modulation de ϕ_0 ayant la forme d'un sinus cardinal. Cela tend à dire que pour des tip-tilt conséquents le piston sera sous-estimé. Bien qu'entraînant un ralentissement dans le processus de convergence, cet effet n'est pas critique quand à la stabilité du système. Cette affirmation n'est malheureusement pas vérifiée dans le cas de l'estimation du tip-tilt en présence de piston. En effet, la valeur maximale de l'estimateur normalisé ϕ_1 est définie à 1 pour un piston nul. On voit clairement sur la figure 3 du papier (à droite), que pour un piston de $+\lambda/8$, l'estimateur ϕ_1 est supérieur à 1 et vaut $\sqrt{2}$. Cette surestimation sera à l'origine d'un ralentissement de la convergence mais ne fera pas diverger le système, les estimateurs de piston et tip restant dans leurs capture ranges respectifs. Par contre, dans le cas d'un piston de $-3\lambda/8$, le signe de ϕ_1 est inversé. Cela peut alors être à l'origine d'une divergence du système et cet effet sera présenté dans la section 5.3.4.

5.3.3 Calibration

De même que pour l'étude sur la SCC-PS, je me suis servi d'une matrice de calibration afin de corriger les erreurs de piston, tip et tilt en boucle fermée. Cette méthode est pratique dans le sens où elle prend en compte toutes les caractéristiques propres au système. La figure 5.9 présente le processus de construction de cette matrice, basé sur le même principe que celui présenté dans la section 4.3.3. Nous pouvons remarquer une différence avec la SCC-PS qui est l'absence de structures parasites pour les estimateurs φ_1 et φ_2 (zone bleue sur la figure 5.9, à gauche). Cela est dû au fait que ZELDA produit une analyse de la phase pixel à pixel. Les structures visibles pour l'estimateur φ_0 sur la même figure (sous-diagonales en haut de la matrice) sont quant à elles dues à l'interdépendance de φ_0 et des aberrations de tip et de tilt.

Néanmoins, ayant accès à une mesure absolue de la phase en utilisant par exemple l'équation 5.12, il est possible de se passer de cette matrice de calibration. On pourra se convaincre de cela en observant la figure 5.11 présentée dans la section 5.3.4 qui montre un comparatif, pour une correction en piston et tip et tilt, entre un système sans matrice de calibration et un système avec matrice de calibration. Des explications sont données dans cette partie. Le choix d'un système utilisant une matrice de calibration n'est pas critique en simulation, car cette dernière est construite de sorte que lorsque que l'on active un segment en piston, tip ou tilt, tous les autres segments sont parfaitement alignés. Dans la vie réelle, par exemple sur le banc SCC-PS de SPEED dont il sera question dans la section 7.2, la construction de cette matrice de calibration est un peu plus délicate. En effet, la mise à plat du miroir n'est pas parfaite et des aberrations non-statiques peuvent être présentes. Cela aura comme impact de faire converger le système non pas vers une mise à plat absolue mais vers une mise à plat

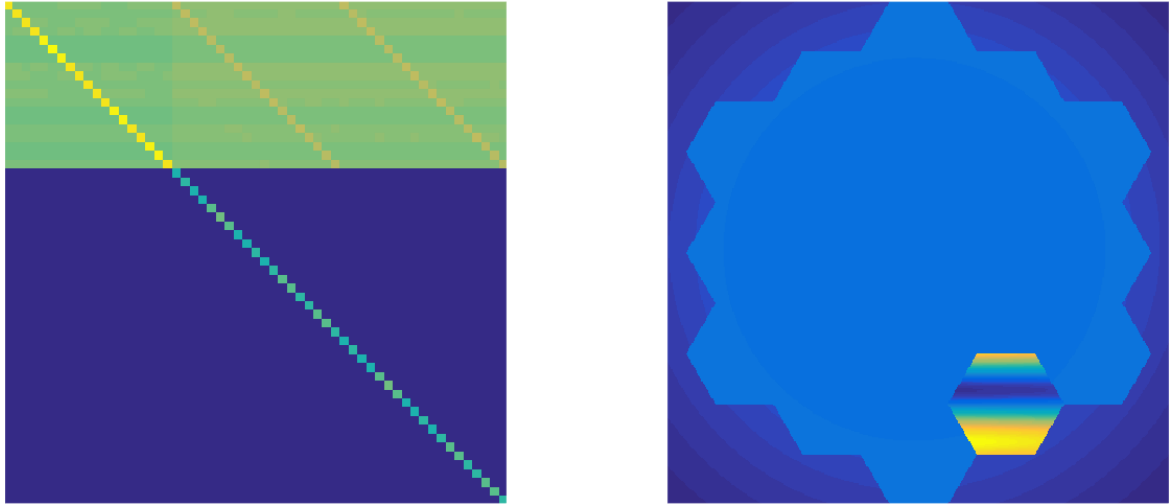


Figure 5.9 – Principe de construction de la matrice de calibration (à gauche) et pupille correspondante (à droite).



dépendante de la configuration du système pendant la prise de calibration.

Un avantage de l'analyseur ZELDA-PS est qu'il produit une estimation de la phase absolue. C'est-à-dire qu'aucune référence de phase n'est nécessaire. On peut alors imaginer un système dans lequel nous n'utiliserions pas de matrice de calibration afin de se prémunir de ces effets. Un test très rapide de cette approche est proposé sur la figure 5.11.

5.3.4 Étude de convergence

□ Conditions initiales

Le choix a été fait pour le papier de porter une attention particulière aux conditions initiales d'aberrations. Les mêmes vecteurs de départ vont alors être utilisés tout au long du papier en les ajustant au besoin selon le niveau désiré pour chaque simulation. L'équation 12 du papier définit le niveau RMS d'aberration sur la pupille en fonction des variances et moyennes de chaque aberration. Un vecteur initial $[p_0, t_0, T_0]$ est tiré de manière aléatoire en suivant une distribution gaussienne de variance σ_p , σ_t et σ_T . Afin d'assurer une contribution égale du piston et du tip-tilt, ces variances sont fixées à la valeur des capture ranges respectifs des aberrations. On a alors :

$$\sigma_0 = \sqrt{s_{p_0}^2 + \frac{5}{24} (s_{t_0}^2 + s_{T_0}^2 + \mathbb{E}[t_0]^2 + \mathbb{E}[T_0]^2)}. \quad (5.19)$$

On remarque que :

$$\alpha\sigma_0 = \sqrt{\alpha^2 \left[s_{p_0}^2 + \frac{5}{24} (s_{t_0}^2 + s_{T_0}^2 + \mathbb{E}[t_0]^2 + \mathbb{E}[T_0]^2) \right]}, \quad (5.20)$$

et sachant que $\alpha^2 \text{var}(x) = \text{var}(\alpha x)$ et $\alpha^2 \mathbb{E}[x]^2 = \mathbb{E}[\alpha x]^2$, cela revient finalement à

calculer l'erreur RMS du vecteur $\alpha[p_0, t_0, T_0]$. On peut alors, en modifiant le paramètre α , produire les variances initiales désirées.

□ Processus itératif de convergence

Le premier élément à vérifier lors de l'implémentation d'un système de cophasage est la viabilité de la correction du système en boucle fermée. Je donne ci-dessous un extrait du script permettant d'émuler un tel système dans le but de fournir au lecteur un support présentant le cheminement logique du code numérique.

Code 5.1 – Script de convergence basique avec matrice de calibration

```

1  % Récupération des variables de la simulation
2  [r ,M ,p0 ,t0 ,T0 ,α ,Na ,Nb ,m ,θ , NbIteration]=GET_PARAMETERS ();
3  % Calcul du vecteur de piston, tip-tilt initial
4  [p ,t ,T]=α[p0 ,t0 ,T0];
5
6  % Construction de la pupille segmentée initiale
7  Pupil=BUILD_PUPIL(r ,M ,p ,t ,T ,Na) ;
8  % Construction du masque focal Zelda
9  FocalMask=BUILD_MASK(θ ,Nb) ;
10
11 for i=1:NbIteration
12     % Calcul de l'amplitude complexe dans une zone de Nb × Nb pix2 correspondant à
13     % m × m (λ/D)2
14     FocalPlane = MFT(Pupil ,Na ,Nb ,m) ;
15     % Calcul de l'amplitude complexe dans le plan de Fourier
16     PupilPlaneComplexAmplitude=Pupil - ...
17     IMFT(FocalPlane .* FocalMask ,Nb ,Na ,m) ;
18     % Calcul de l'intensité dans le plan de Fourier
19     PupilPlaneIntensity=ABS(PupilPlaneComplexAmplitude) .^ 2;
20
21     % Calcul des estimateurs de piston, tip et tilt
22     [φ0 ,φ1 ,φ2]=GET_ESTIMATORS(PupilPlane) ;
23     % Inversion du système d'équations linéaires
24     [Δp ,Δt ,ΔT]=CalibrationMatrix \ [φ0 ;φ1 ;φ2];
25     % Calcul des aberrations corrigées
26     [p ,t ,T]=[p - Δp ,t - Δt ,T - ΔT];
27     % Calcul de l'erreur RMS sur la pupille
28     StandardDeviation=GET_STD(r ,p ,t ,T) ;
29
30     % Construction de la pupille corrigée
31     Pupil=BUILD_PUPIL(r ,M ,p ,t ,T ,Na) ;
32 end

```

La première partie du code consiste en la récupération des variables propres à la simulation, telles que la taille d'un segment, le nombre de couronne, le nombre d'itérations désiré, le vecteur initial $[p_0, t_0, T_0]$ et le paramètre α .

Le paramètre N_a correspond à la taille de la matrice contenant la pupille segmentée, N_b à la taille du plan focal. Ces deux dernières variables sont propres à l'emploi de la Matrix Fourier Transform (MFT, Soummer et al., 2007) qui permet de contrôler l'échantillonnage souhaité dans le plan focal. Cela permet de pouvoir créer un masque de phase dont les bords sont mieux échantillonnés et même de gagner en temps de

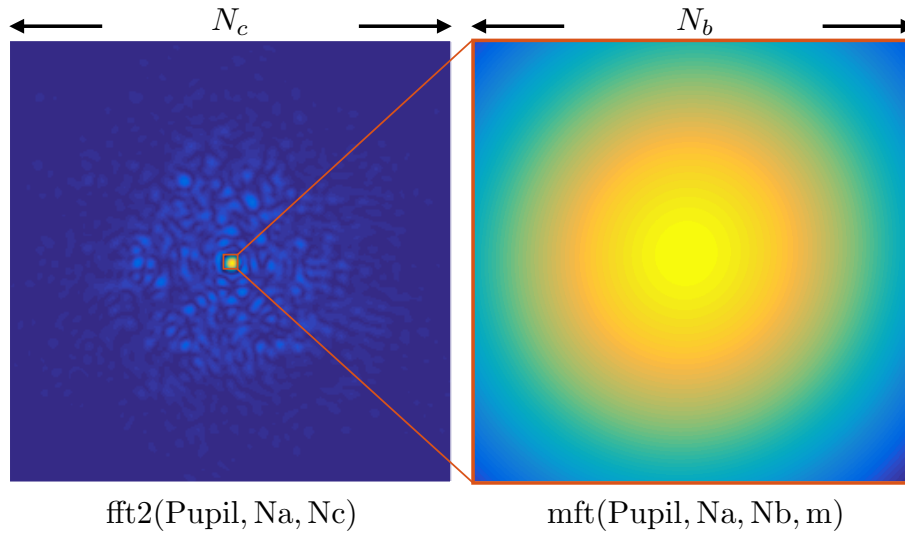


FIGURE 5.10 – Comparaison des images focales d’une pupille segmentée soumise à des aberrations de piston et tip-tilt obtenues par transformation de Fourier rapide (FFT, à gauche) et par Matrix Fourier Transform (MFT, à droite). La variable N_a représente la taille de la matrice contenant la pupille d’entrée. La valeur N_c correspond à la taille choisie pour les FFT et N_b à celle choisie pour les MFT. L’échantillonnage dans le plan focal vaut alors N_c/N_a pour la FFT et m pour la MFT.

calcul. La figure 5.10 présente une comparaison entre l’amplitude en plan focal calculée grâce à la transformée de Fourier classique (Fast Fourier Transform 2D) et celle calculée grâce à la MFT.

Comme nous l’avons vu dans l’équation 5.6, l’amplitude complexe dans le plan pupille suivant le masque s’obtient simplement en soustrayant l’amplitude complexe de l’onde diffractée par le centre du masque à celle du plan pupille d’entrée. Pour ce faire, on calcule l’amplitude complexe en plan focal sur une zone correspondant à $m \lambda/D$ (ligne 14 du code). On calcule ensuite l’onde diffractée issue du centre du masque en appliquant l’inverse de la MFT, que l’on vient soustraire finalement à l’amplitude complexe de la pupille d’entrée (ligne 16 et 17 du code).

Une fois l’estimation de phase obtenue, deux solutions s’offrent à nous, comme abordé précédemment dans la section 5.3.3. Le choix d’utiliser ou non le passage par une matrice de calibration doit être fait à cette étape. Le code 5.1 présente la première option. Une matrice de calibration est calculée en suivant le processus défini précédemment pour la SCC-PS dans la section 4.3.3. Une fois les valeurs de piston, tip et tilt calculées, elles sont appliquées comme une correction aux valeurs présentes sur la pupille comme cela est fait aux lignes 24 et 26 du code.

La seconde solution consiste à estimer directement la phase à l’aide de l’équation 5.12 par exemple. En se servant de la même zone \mathcal{H} mais en calculant cette fois ci la moyenne

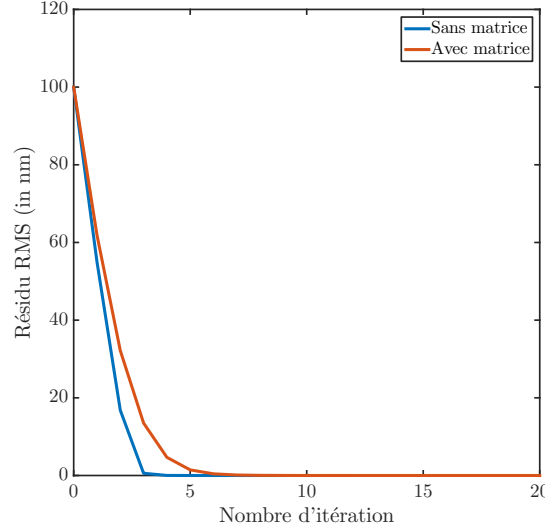


FIGURE 5.11 – Comparaison de convergence entre un système n'utilisant pas de matrice de calibration et un système en utilisant une. La configuration de départ est la même dans les deux cas.

du signal et de son gradient tel que :

$$\begin{aligned}
 \phi_{0,i} &= \frac{1}{\mathcal{H}^2} \iint_{\mathcal{H}} \phi_i dx dy, \\
 \phi_{1,i} &= \frac{1}{\mathcal{H}^2} \iint_{\mathcal{H}} \nabla_x \phi_i dx dy, \\
 \phi_{2,i} &= \frac{1}{\mathcal{H}^2} \iint_{\mathcal{H}} \nabla_y \phi_i dx dy.
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

on obtient une estimation des pistons, tip et tilt que l'on peut appliquer comme une correction de la même manière que précédemment. Une rapide comparaison entre les deux méthodes a été menée et la figure 5.11 présente le résultat d'une convergence en piston, tip et tilt pour un système avec ou sans matrice de calibration. On peut voir que dans les deux cas le système converge (i.e. l'erreur RMS sur la pupille diminue). La différence de vitesse entre les deux méthodes est uniquement due au choix d'un gain proche de 90% dans le cas du système avec matrice de calibration.

□ Cas de non convergence connues

La phase estimée par ZELDA-PS en lumière monochromatique est périodique (de période λ pour le piston et $2\lambda/\mathcal{H}$ pour le tip-tilt), comme évoqué précédemment et comme on peut le voir sur la figure 2 du papier. Cette affirmation pose alors un problème lorsque l'on souhaite mesurer des aberrations qui sont supérieures à deux fois le capture range comme nous avons pu le voir pour la SCC-PS dans la section 4.3.5. Lorsque des aberrations de piston, tip et tilt sont présentes sur la pupille segmentées, les mécanismes sous-jacents à la convergence deviennent plus difficiles à expliquer, cela étant en parti

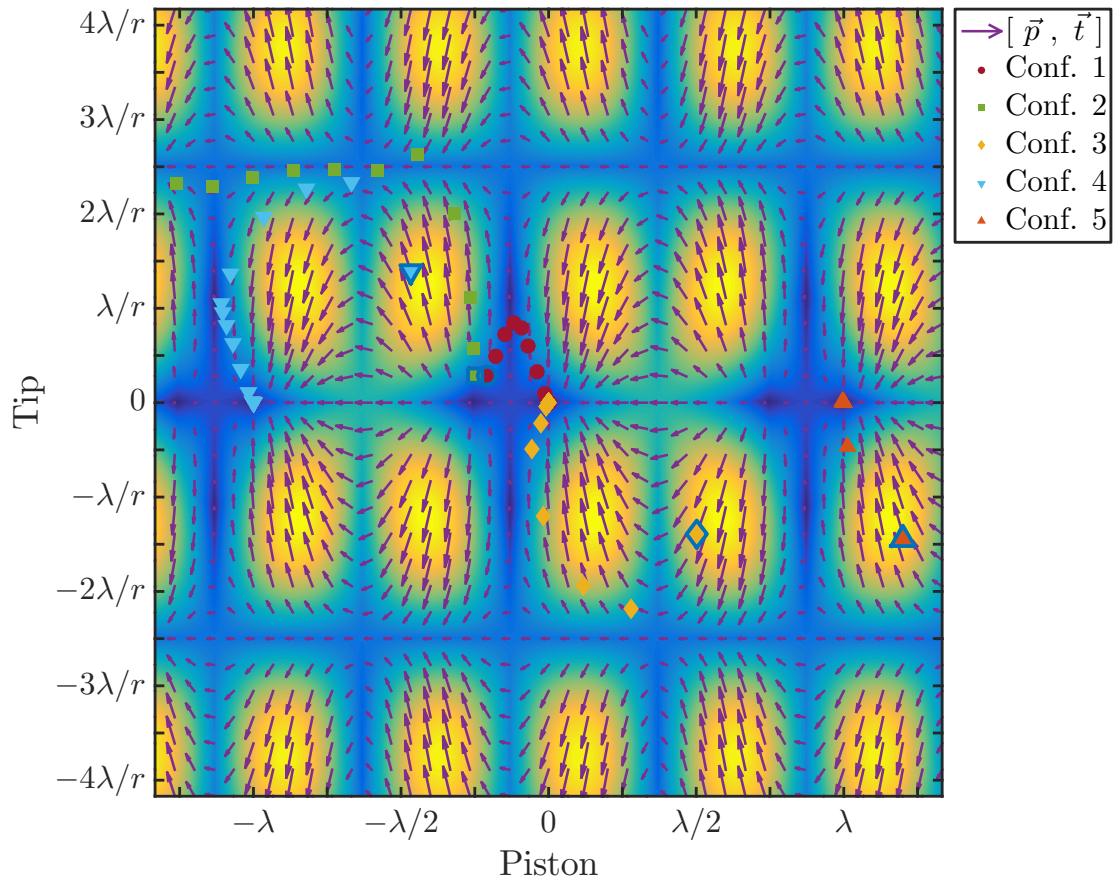


FIGURE 5.12 – Illustration du processus de correction en piston et tip d'un segment pour plusieurs configurations initiales différentes. Les points de départ sont entourés en bleu. Les flèches violettes indiquent la direction et la norme des corrections de piston et tip apportées par le système.

dû à l'interdépendance des estimateurs. Par souci de simplicité de représentation, je traite alors un cas incluant seulement piston et tip. La figure 5.12 représente la norme $\phi_0^2 + \phi_1^2$, métrique permettant de localiser les minima locaux vers lesquels le segment peut converger. Les flèches violettes traduisent la direction vers laquelle le segment se déplace en un point donné. Cinq configurations initiales sont proposées pour différentes valeurs de piston et de tip. Les points de départ sont mis en évidence par un cerclage bleu. On voit pour les configurations 1 (●) et 2 (■) qu'un petit changement au niveau du piston et ce en présence de tip peut conduire dans un cas à la convergence vers 0 et dans l'autre à la divergence du système. En effet, une fois "piégé" à un tip de $5\lambda/2r$, le système mesure continuellement un piston erroné. L'algorithme utilisé peut cependant être adapté afin de détecter ce genre d'effet et d'y remédier. Dans le cas 3 (◆), le système converge vers 0. Dans les cas 4 (▼) et 5 (▲), le système converge vers un état stable mais qui n'est pas l'état fondamental. Le tip est bien corrigé mais le piston est fixé à un multiple entier de la longueur d'onde ($\pm\lambda$ ici).

5.4 Conclusion

J'ai présenté dans ce chapitre les travaux menés en simulation sur le développement de l'analyseur de cophasage ZELDA-PS et ce dans le but de mesurer et corriger les aberrations de piston, tip et tilt présentes sur une pupille segmentée. En m'appuyant sur l'algorithmie déjà développée dans le cadre des simulations de la SCC-PS, je suis arrivé à démontrer rapidement la faisabilité de l'utilisation de l'analyseur ZELDA-PS pour le cophasage en boucle fermée. Du fait de cette relative rapidité, j'ai pu consacrer plus de temps aux aspects statistiques découlant du fait que les systèmes considérés sont soumis à des aberrations initiales aléatoires. Les résultats ainsi obtenus ont été intégrés dans le chapitre 6 qui suit. J'ai aussi déterminé, comme pour la SCC-PS, la sensibilité du système quant aux erreurs de positionnement du masque focal et des zones d'analyse ainsi qu'à la magnitude limite pour laquelle le système est capable de faire une correction.

Le point intéressant de cette méthode est l'accès direct à la mesure absolue des erreurs de phase qu'elle permet. Cela rend possible le cophasage d'un télescope segmenté sans avoir recours à une matrice de calibration. J'ai présenté rapidement des résultats préliminaires dans la section 5.3.4 qui méritent d'être approfondis. En effet, cela implique que l'on pourrait potentiellement se passer de matrice de calibration, ce qui est un point très critique lorsque l'on considère un nombre de segments important comme pour l'E-ELT et ses 798 unités.

Comme pour la SCC-PS, j'ai mené un test pour quantifier visuellement l'effet introduit par des aberrations d'amplitude comme les gaps entre les segments ou les araignées d'un support du miroir secondaire. La figure 5.13 (à gauche) montre la pupille d'entrée et (à droite) la phase estimée par ZELDA-PS. Comme je l'ai fait remarqué dans ce chapitre, cet analyseur produit une estimation de phase "pixel à pixel", c'est-à-dire que l'information contenue dans un point de la pupille d'entrée est transcrite dans le point correspondant de la pupille réimagée. Il n'y a alors aucune interaction entre les segments ou avec les bords de la pupille, ce qui est très avantageux notamment lorsque l'on considère des aberrations d'amplitude.

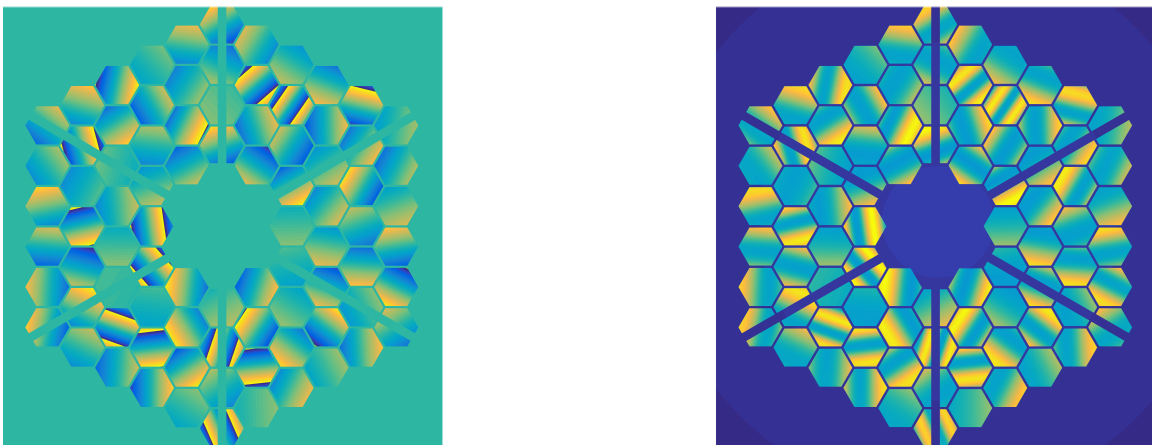


FIGURE 5.13 – À gauche : amplitude complexe du front d'onde dans le plan pupille d'entrée. La taille des gaps, égale à 20% de r , et celle des araignées, égale à 40% de r , sont volontairement exagérées. À droite : estimation correspondante de la phase par ZELDA-PS.

Propriétés et améliorations des systèmes de cophasage

Sommaire

6.1	Approche statistique du cophasage	126
6.2	Comportement statistique du désalignement	130
6.3	Élargissement du capture range	132
6.3.1	Nouvelle méthode d'estimation des aberrations	133
6.3.2	Méthode multi-longueur d'onde - algorithme du <i>dual-wavelength</i>	134
6.3.3	Méthode basée sur la cohérence en lumière polychromatique	136
6.3.4	Méthode de cohérence adaptée à la SCC-PS	138
6.3.5	Méthode de cohérence à deux longueurs d'onde - la <i>doublet-wavelength coherence technique</i>	139
6.4	<i>Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges</i>	142

Les particularités propres à la SCC-PS et ZELDA-PS ayant été présentées dans les deux chapitres précédents, je développe dans cette partie des aspects portant sur les propriétés statistiques du cophasage ainsi que sur les développements algorithmiques envisageables afin d'améliorer les performances de ces systèmes quant à la dynamique de mesure des aberrations. Concernant ce dernier point, tous les analyseurs utilisés dans le domaine monochromatique présentent la même limitation, à savoir la taille de leur capture range, égale à $\lambda/2$ (Vigan et al., 2011). Le cophasage d'un télescope segmenté peut être séparé en 3 grandes étapes (Simar et al., 2015; Martinez and Janin-Potiron, 2016) que sont :

- l'étape d'alignement mécanique, dont la précision de positionnement est de quelques dixièmes de millimètres ;
- l'étape de *coarse phasing* qui permet d'obtenir des précisions de cophasage de l'ordre de la centaine de nanomètres ;
- et finalement l'étape de *fine phasing* permettant d'atteindre des niveaux d'aberrations de quelques nanomètres jusqu'à des valeurs subnanométriques.

J'ai alors testé sur mon code des algorithmes développés précédemment, notamment celui de Chanan et al. (1998), basé sur la cohérence finie en lumière polychromatique et celui de Vigan et al. (2011), basé sur l'utilisation de plusieurs longueurs d'onde. J'ai finalement défini un nouvel estimateur permettant de mesurer de grands déphasages en lumière polychromatique et ai aussi contribué à la proposition d'une méthode de cophasage basée sur l'utilisation d'étoiles guides laser. Les résultats présentés sont issus à la fois de simulations SCC-PS et ZELDA-PS.

6.1 Approche statistique du cophasage

Comme nous l'avons vu dans les deux chapitres précédents, les systèmes de cophasage sont sensibles aux conditions initiales des valeurs de piston, de tip et de tilt. Une étude qui n'avait pas été menée pour la SCC-PS a été faite avec ZELDA-PS et elle s'intéresse à un point critique de tels systèmes, le comportement statistique du phénomène de cophasage. En effet, bien que le processus de convergence soit un phénomène déterministe, il est possible que pour deux configurations possédant la même valeur σ d'erreur de front d'onde initiale mais une distribution du piston, tip et tilt différente, l'une converge et l'autre non. Il est alors intéressant de quantifier la relation entre l'erreur initiale de front d'onde et la probabilité de convergence. Les résultats du calcul de cette probabilité sont obtenus par deux méthodes différentes et ce en présence de piston uniquement (figure 6.1) et piston et tip-tilt (figure 6.3).

La méthode commune aux deux configurations se base sur l'utilisation de la boucle de convergence décrite par le code 5.1 et ce pour 100 vecteurs aléatoires initiaux. Elle est répétée pour chaque valeur de σ désirée. La probabilité de convergence résultante est alors exprimée comme le rapport des cas convergent vers 0 sur le nombre total d'essais. Néanmoins, produire 100 itérations et ce pour chaque valeur de σ souhaitée peut être long. C'est pourquoi j'ai essayé de développer d'autres moyens de calculer la probabilité de convergence d'un système. Je sépare à présent mon analyse en deux parties, selon que je traite d'un cas avec piston seul ou d'un cas avec piston et tip-tilt.

□ Piston seul

Dans le cas du piston seul, nous n'avons pas à nous soucier des interactions entre les estimateurs comme cela a été décrit dans la section 5.3.2. L'hypothèse fondatrice de cette approche est de supposer que le système va converger vers 0 si tous les pistons se trouvent dans un intervalle centré sur la moyenne du piston et de largeur égale à deux fois le capture range, soit de $-\lambda/4$ à $3\lambda/4$ pour ZELDA-PS et de $-\lambda/2$ à $\lambda/2$ pour la SCC-PS. Cela correspond à la zone dans laquelle le signe de la mesure de piston est correct (bien que pouvant être sous-estimé, comme présenté précédemment dans la section 4.3.5) et ramène le système vers 0. Cette affirmation est traduite dans ces deux cas par les équations suivantes comme :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{\text{SCC-PS}}(\sigma_p^2) &= \int_{(\mathbb{R})^N} \mathbb{1} \left\{ \bigcap_{n=1}^N (-\lambda/4 < p_n - \mathbb{E}[\mathbf{p}] < 3\lambda/4) \right\} \\ &\quad \times \prod_{n=1}^N f_P(p_n | 0, \sigma_p^2) (dp_1 \cdots dp_n \cdots dp_N), \end{aligned} \quad (6.1)$$

et :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{\text{ZELDA-PS}}(\sigma_p^2) &= \int_{(\mathbb{R})^N} \mathbb{1} \left\{ \bigcap_{n=1}^N (-\lambda/2 < p_n - \mathbb{E}[\mathbf{p}] < \lambda/2) \right\} \\ &\quad \times \prod_{n=1}^N f_P(p_n | 0, \sigma_p^2) (dp_1 \cdots dp_n \cdots dp_N), \end{aligned} \quad (6.2)$$

où $\mathbb{1}$ est la fonction indicatrice et $f_P(p | 0, \sigma_p^2)$ la densité de probabilité de la distribution, choisie gaussienne $\mathcal{N}(0, \sigma_p^2)$ dans mes simulations. Une solution analytique

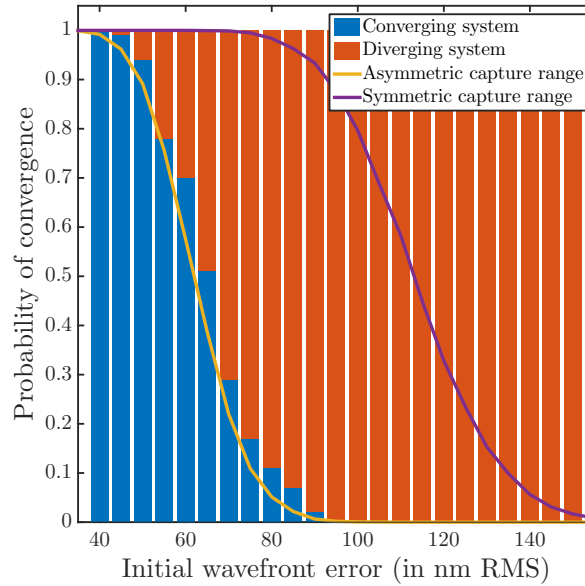


FIGURE 6.1 – Probabilité de convergence d’un système soumis au piston uniquement en fonction de l’erreur de front d’onde initiale. Les barres bleues et rouges représentent les valeurs mesurées sur 100 convergences de l’algorithme de ZELDA-PS. Les courbes jaunes et violette représentent les valeurs calculées par intégration de Monte Carlo dont la logique est présentée dans le code 6.1.

de cette expression n’étant pas envisageable, des valeurs numériques ont été calculées par intégration de Monte Carlo. Le principe est de produire un nombre conséquent de vecteurs \mathbf{p} (dans mon cas 10000) et ce pour chaque valeur de σ_p évaluée. Le code 6.1 présente la logique de cette intégration.

La figure 6.1 présente finalement les résultats obtenus. Les barres bleues et rouges représentent les valeurs mesurées sur 100 convergences de l’algorithme de ZELDA-PS et les courbes jaune et violette représentent les valeurs calculées par intégration de Monte Carlo grâce aux équations 6.1 et 6.2. Nous pouvons remarquer que le décalage propre à ZELDA, et noté précédemment ϕ_0 (équation 5.9), a une importance considérable sur les niveaux d’aberrations de départ qui peuvent être tolérés. En effet, un système symétrique comme la SCC-PS a une probabilité 1/2 de converger pour $\sigma_p \sim 110$ nm alors que dans le cas asymétrique de ZELDA-PS, on obtient cette probabilité pour seulement $\sigma_p \sim 65$ nm, ce qui représente un écart considérable.

Code 6.1 – Script d’estimation de la probabilité de convergence en piston seul par intégration de Monte Carlo

```

1 for i=1:NumberIteration
2
3 % Initialisation du vecteur piston
4 p = RANDOM('Normal',mu,sigma_p,N,1);
5 % Calcul de l'erreur RMS de p
6 sigma = GET_STD(p);
7

```

```

8  % Initialisation du vecteur piston
9  while ABS( $\sigma - \sigma_p$ ) >  $\epsilon$ 
10   if  $\sigma > \sigma_p$ 
11      $p = \text{RANDOM}(\text{'Normal'}, \mu, \sigma_p - \delta, N, 1)$ ;
12   else
13      $p = \text{RANDOM}(\text{'Normal'}, \mu, \sigma_p + \delta, N, 1)$ ;
14   end
15 end
16
17 BooleanInRange=(MIN( $p - \text{MEAN}(p)$ )  $\leq -\lambda/4$  ||...
18                (MAX( $p - \text{MEAN}(p)$ )  $\geq 3\lambda/8$ );
19
20 if BooleanInRange== 0
21   NumberConvergence = NumberConvergence+1;
22 end
23
24 end
25
26 ConvergingProbability = NumberConvergence / NumberIteration;

```

Les aspects qui n'ont pas été abordés dans le papier ZELDA-PS concernent la dépendance de cette équation au nombre de segments dans la pupille et au choix de la distribution statistique choisie. Je décide de remédier ici à cet oubli volontaire en étudiant brièvement le comportement du système face à ces variations. Intuitivement, on peut imaginer que pour un niveau d'erreur de front d'onde donné, le fait de rajouter des segments va faire décroître la probabilité de convergence. C'est en effet le phénomène qui se produit et que l'on peut observer sur la figure 6.2 (à gauche). Pour ce qui est du choix de la distribution, une loi normale a été choisie dans le papier. Rien n'empêche

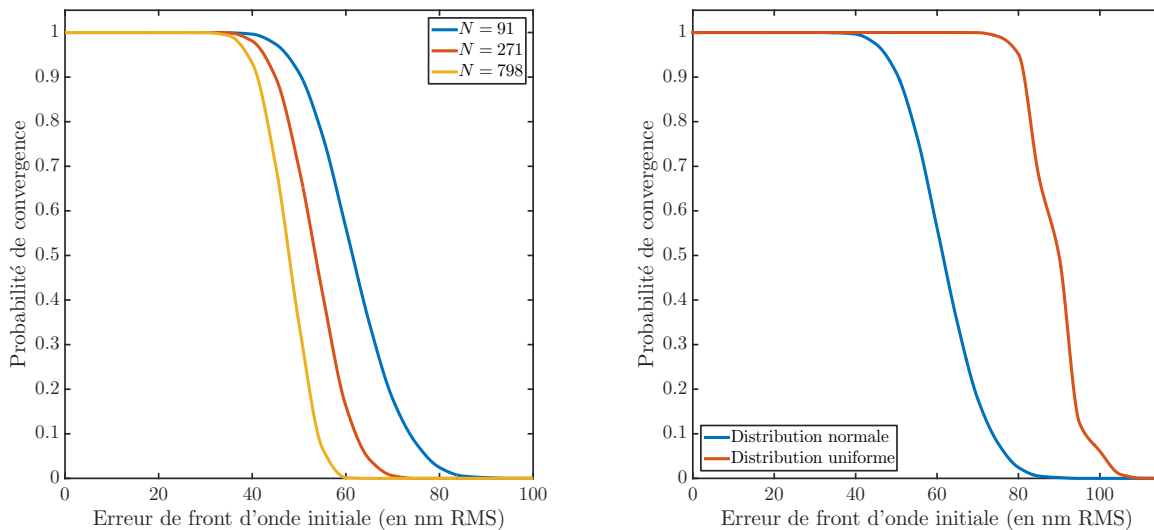


FIGURE 6.2 – Illustration de la dépendance de la probabilité de convergence au nombre de segments présents dans la pupille (à gauche) et à la distribution statistique des aberrations (à droite).

de choisir une autre distribution, selon les hypothèses faites sur la statistique d'arrangement des aberrations. La figure 6.2 (à droite) présente donc une comparaison entre le comportement du système soumis à des pistons distribués de façon normale (en bleu) et des pistons distribués de façon uniforme (en rouge). Les résultats obtenus présentent en effet une différence inhérente au choix de distribution effectuée.

□ Piston et tip-tilt

Dans le cas d'une pupille soumise simultanément aux aberrations de piston et de tip-tilt, il est très difficile d'exprimer une condition de convergence stricte, comme nous avons pu le faire avec les équations 6.1 et 6.2, et ce en seule connaissance des paramètres initiaux. Cela est dû au fait que les estimateurs ne sont pas indépendants. C'est pourquoi, afin d'augmenter le nombre de réalisations de convergence, j'ai opté pour ce que j'appelle une convergence simulée. Pour le cas de ZELDA-PS, en connaissant l'expression analytique des estimateurs mesurés ainsi que leurs inter-dépendances, j'ai pu émuler un processus de convergence qui n'a pas besoin d'avoir recours à la MFT, et qui, de ce fait, nécessite largement moins de temps de calcul. Pour le cas de la SCC-PS, je n'ai pas calculé l'expression analytique des estimateurs. J'ai simplement adapté ceux obtenus avec ZELDA-PS en supprimant le déphasage systématique $\phi_0 = \lambda/8$ (visible dans l'équation 5.9) propre à cet analyseur et qui n'est pas présent sur la SCC-PS. Néanmoins, la convolution du signal par la référence n'est dans ce cas pas prise en compte, ce qui implique que pour des valeurs importantes de tip-tilt nous surestimerons la probabilité de convergence. Les résultats obtenus par cette méthode, représentés par les courbes jaune et violette sur la figure 6.3, sont comparés à ceux obtenus grâce aux 100 itérations du

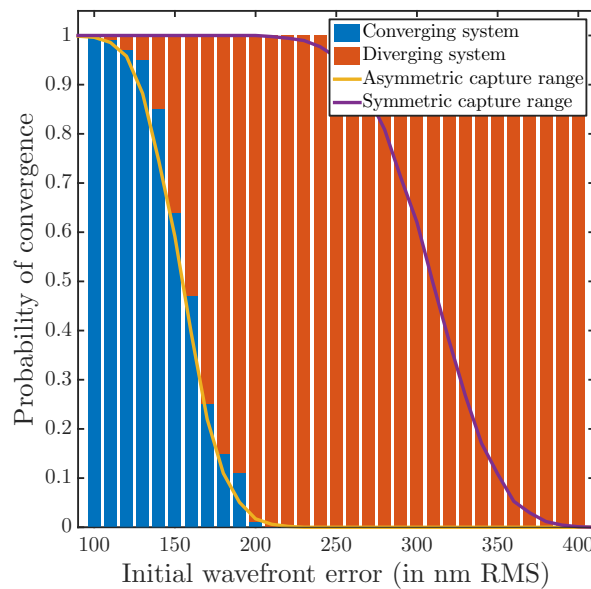


FIGURE 6.3 – Probabilité de convergence d'un système soumis au piston et tip-tilt en fonction de l'erreur de front d'onde initiale. Les barres bleues et rouges représentent les valeurs mesurées sur 100 convergences de l'algorithme de ZELDA-PS. Les courbes jaunes et violette représentent les valeurs calculées par simulation du processus de convergence.

code de convergence normal et représentés comme auparavant par les barres bleues et rouges. La correspondance entre les deux méthodes d'estimation est très correcte ce qui a permis de valider l'utilisation de cette convergence simulée. La encore, une différence notable entre le cas symétrique et asymétrique est visible. Néanmoins, il faut garder à l'esprit que l'analyseur symétrique simulé est idéal. En mesurant la même probabilité de convergence avec la SCC-PS, les résultats obtenus seraient sûrement moins optimistes et ce dû à la convolution du signal par la référence notamment.

6.2 Comportement statistique du désalignement

Le comportement statistique de la convergence lors des tests de sensibilité aux désalignements du masque focal et de la pupille n'avaient pas été abordés dans le papier sur la SCC-PS. L'omission a été comblée dans le papier ZELDA-PS de la manière suivante : pour une valeur de $\sigma_{pupille}$ donnée, je relève pour 100 configurations initiales différentes la valeur limite de déplacement (masque focal ou pupille) tolérée par le système. J'en calcule alors la moyenne et l'écart-type que je reporte sur la figure 6.4. Cet algorithme est basé sur une méthode par dichotomie pour la recherche de la condition limite.

Dans le cas d'un décalage de la pupille δ (considéré selon la diagonale, par simplicité), les expressions des estimateurs données par les équations 9, 10 et 11 du papier ZELDA-PS deviennent respectivement :

$$\varphi_0 \propto \sin\left(\frac{2\pi[p + \delta(t + T)]}{\lambda} - \phi_0\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}t_n}{\lambda}\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}T_n}{\lambda}\right), \quad (6.3)$$

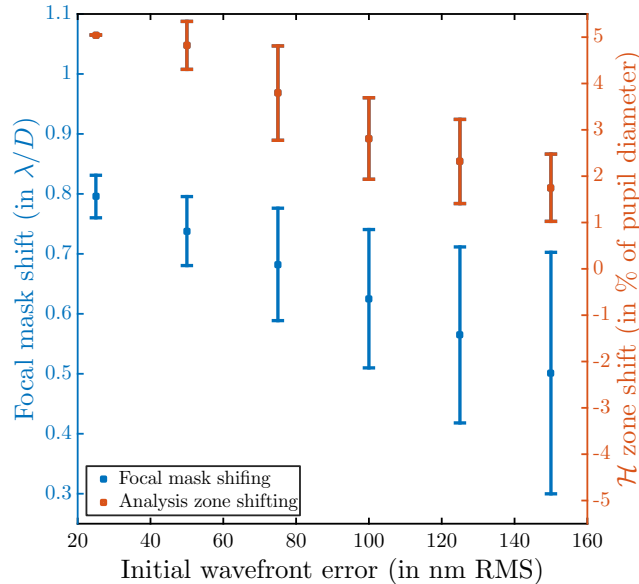


FIGURE 6.4 – Illustration de la sensibilité aux désalignements du masque focal (en bleu) et de la pupille (en rouge) en fonction de la valeur des erreurs de front d'onde initiales. Les barres d'erreur sont fixées à 1σ .

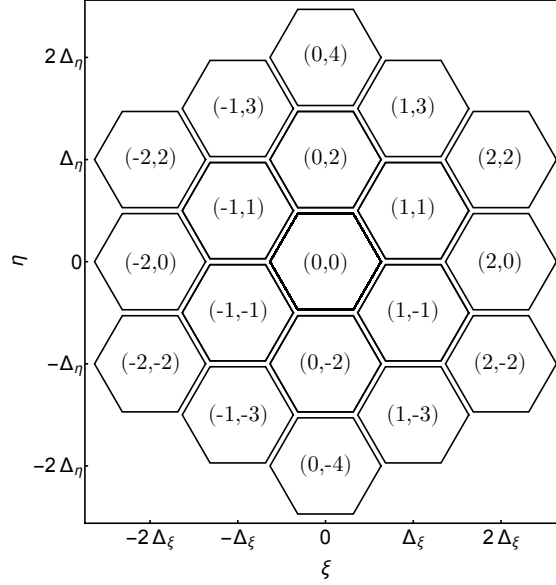


FIGURE 6.5 – Illustration de couples (k_n, l_n) en fonction de la position du segment sur la pupille.

$$\varphi_1 \propto \cos\left(\frac{2\pi[p + \delta(t + T)]}{\lambda} - \phi_0\right) \sin\left(\frac{\pi\mathcal{H}t_n}{\lambda}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}T_n}{\lambda}\right), \quad (6.4)$$

$$\varphi_2 \propto \cos\left(\frac{2\pi[p + \delta(t + T)]}{\lambda} - \phi_0\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\mathcal{H}t_n}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi\mathcal{H}T_n}{\lambda}\right). \quad (6.5)$$

On voit alors qu'un déplacement de la pupille va impacter tous les segments de la même façon en introduisant une erreur systématique d'estimation dépendant de δ . En supposant que la position des centres de chacun des segments est parfaitement connue, un décalage de la pupille va donc introduire le même δ sur chaque estimateur. Ces considérations faites, tous les segments ont alors la même probabilité d'être à l'origine de la divergence du système.

Dans le cas d'un décalage du masque focal, le système va essayer de compenser l'effet par l'introduction d'un tip-tilt global sur la pupille pour essayer de recentrer le faisceau sur le centre du masque de phase en plan focal. La valeur de tip-tilt de chaque segment est alors égale aux valeurs de tip et tilt globales, notées t^* et T^* . Dans cette configuration, les valeurs de piston vont dépendre de la position du segment dans la pupille de telle manière que :

$$p_n^* = \frac{r}{2} \left(3k_n t^* + \sqrt{3} l_n T^* \right), \quad (6.6)$$

où k_n et l_n sont des entiers. On peut voir un exemple de couple (k_n, l_n) sur la figure 6.5. Le système tend à converger vers une configuration stable définie par les vecteurs $[\mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*, \mathbf{T}^*]$. La figure 6.6 (à gauche) représente la distribution des pistons \mathbf{p}^* sur une pupille soumise à un tip-tilt global. La figure 6.6 (à droite) représente quant à elle la pupille soumise au tip-tilt global. Comme on peut le remarquer, les segments positionnés aux positions extrêmes de la pupille doivent alors atteindre des pistons plus élevés que les segments du centre afin de rejoindre leur position stable.

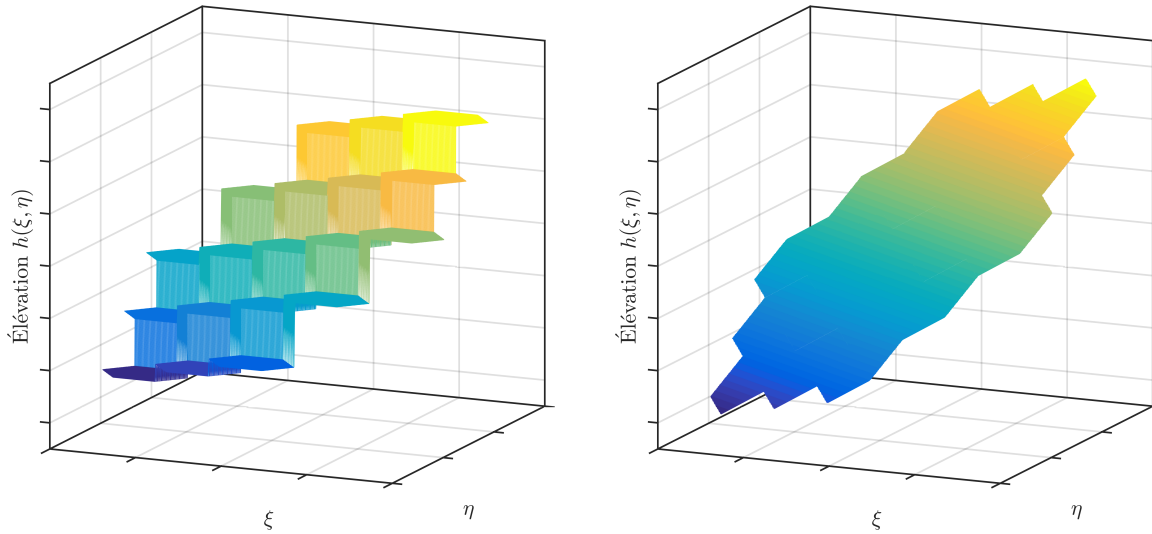


FIGURE 6.6 – Représentation graphique d’une pupille soumise au vecteur de piston \mathbf{p}^* (à gauche) et de la même pupille soumise au vecteur $[\mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*, \mathbf{T}^*]$ (à droite).

Dans le but de valider le fait qu’un déplacement de la zone d’analyse agit de manière similaire sur tous les segments alors qu’un déplacement du masque focal va défavoriser certains segments, j’ai mené une simulation permettant d’identifier le ou les segments à l’origine de la divergence et ce sur 50 configurations initiales différentes (100 nm RMS d’erreur initiale). La figure 6.7 représente en pourcentage la contribution de chaque segment à la divergence du système. On voit que pour un décalage de la pupille, la contribution s’étend de manière quasi uniforme (assez uniforme pour seulement 50 itérations) sur chaque segment. Ce n’est pas le cas pour un décalage du masque focal pour lequel les segments dissidents sont seulement les numéros 14, 15 et 16 (en notation circulaire). Ces derniers sont situés sur la partie inférieure droite de la pupille, ce qui confirme les hypothèse énoncées précédemment.

6.3 Élargissement du capture range

Un des axes d’amélioration à envisager lors du développement de techniques de cophasage porte sur l’élargissement du capture range. En effet, ce dernier détermine la capacité d’un système à cophaser une pupille segmentée soumise à des erreurs de front d’onde données. Plus le capture range est important et plus les aberrations initiales que le système pourra corriger le seront également.

Je commence par traiter un point concernant un aspect basique propre à la définition de la mesure des estimateurs de piston, tip et tilt. Dans un second temps, je présente les résultats que j’ai obtenus en utilisant des méthodes déjà développées précédemment par [Chanan et al. \(1998\)](#) et par [Vigan et al. \(2011\)](#) et adaptées et testées sur la SCC-PS. Finalement, je présente deux autres manières d’aborder ce problème de l’élargissement du capture range, l’une basée sur une étude d’une image SCC-PS en lumière polychromatique et la définition d’un nouvel estimateur et l’autre basée sur l’utilisation de l’enveloppe de cohérence produite par le doublet

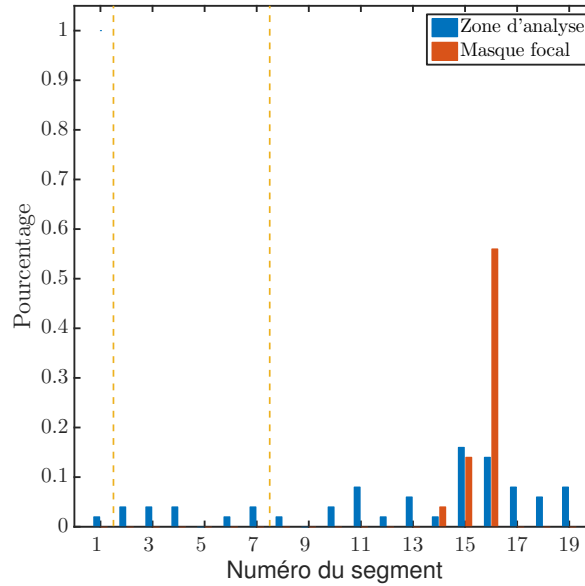


FIGURE 6.7 – Représentation en pourcentage de la contribution de chaque segment à la divergence du système dans le cas d’un déplacement de la zone d’analyse (en bleu) et d’un déplacement du masque focal (en rouge).

du sodium dans une étoile guide laser et développée dans [Martinez and Janin-Potiron \(2016\)](#).

6.3.1 Nouvelle méthode d’estimation des aberrations

La première solution consiste à modifier les estimateurs de piston, tip et tilt φ_0 , φ_1 et φ_2 afin de se prémunir des effets d’interdépendance (abordés dans la section 5.3.2) et des effets introduits par la sélection et l’intégration du signal sur une zone carrée définie (zone \mathcal{H}). Une idée parmi d’autres serait par exemple d’ajuster un plan de la forme :

$$s(x, y) = A + \sin(p + t.x + T.y - \phi_0), \quad (6.7)$$

sur le signal et ce par la méthode des moindres carrés afin de trouver p , t et T tel que :

$$\sum [S(x, y) - h(x, y, p, t, T)]^2, \quad (6.8)$$

soit minimal. Ce problème peut être résolu par des algorithmes itératifs de type Gauss-Newton ou Levenberg-Marquardt. Sa robustesse et sa sensibilité n’ont cependant pas été vérifiées durant le développement de la SCC-PS ou de ZELDA-PS et cette proposition est alors purement spéculative. Elle permettrait d’augmenter le capture range du tip-tilt, sans néanmoins changer celui du piston, et serait exempte d’interdépendances. La robustesse d’une telle méthode face aux bruits présents dans le système n’est cependant pas prouvée et il est nécessaire de mener des tests plus poussés afin de caractériser son comportement.

6.3.2 Méthode multi-longueur d'onde - algorithme du *dual-wavelength*

J'étudie dans cette partie une méthode, développée et mise en œuvre précédemment dans Pinna et al. (2006); Vigan et al. (2011); Surdej (2011), et faisant usage de plusieurs longueurs d'onde afin de contourner la limite imposée par le capture range dans la configuration monochromatique. Je choisis dans mon cas d'utiliser deux longueurs d'onde de travail, notées respectivement λ_1 et λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$). Le principe est simple à comprendre et je m'appuie sur la figure 6.8 afin de représenter les différentes étapes composant le processus. Ce dernier commence par une étape de cophasage classique à la longueur d'onde λ_1 (point de couleur sur la courbe bleue). Lorsque cela est effectué, la pupille est alors cophasée à un multiple entier n de la première longueur d'onde sélectionnée, $n\lambda_1$ (dans cet exemple $n = 2$). La longueur d'onde de travail est alors changée pour λ_2 et le système converge alors vers $n\lambda_2$. Nous supposons à cette étape que la somme des corrections successives apportées entre les deux états stables est connue et notée $\Delta\Pi$. Dans le cas présenté, nous avons $\Delta\Pi = \delta p_1 + \delta p_2$ et de ce fait il vient :

$$\Delta\Pi = n(\lambda_1 - \lambda_2). \quad (6.9)$$

L'ordre n est finalement retrouvé en calculant :

$$n = \frac{\Delta\Pi}{(\lambda_1 - \lambda_2)}. \quad (6.10)$$

Une fois n déterminé, il suffit d'appliquer la correction $n\lambda_2$ au segment considéré pour que celui ci soit cophasé dans son état fondamental. Le capture range de cette méthode est calculé en examinant les cas limites pour lesquels l'ordre n reste le même aux deux longueurs d'ondes.

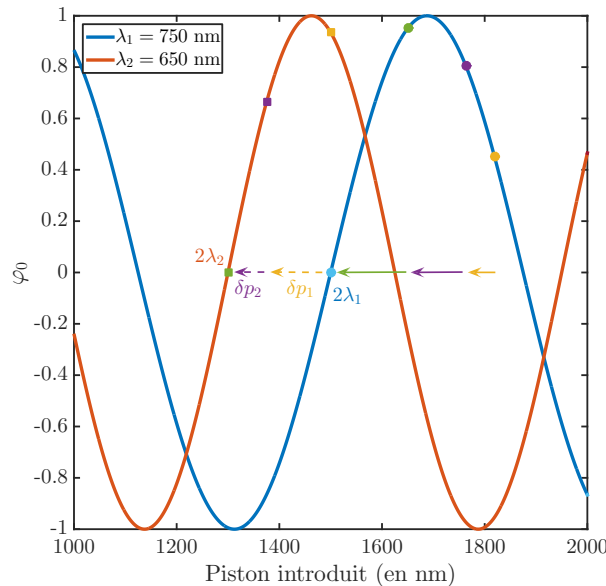


FIGURE 6.8 – Schéma explicatif de la méthode du *dual-wavelength* en considérant le cas d'un piston sur un segment donné. Le segment est d'abord cophasé à la longueur d'onde λ_1 (courbe bleue) puis à la longueur d'onde λ_2 (courbe rouge).

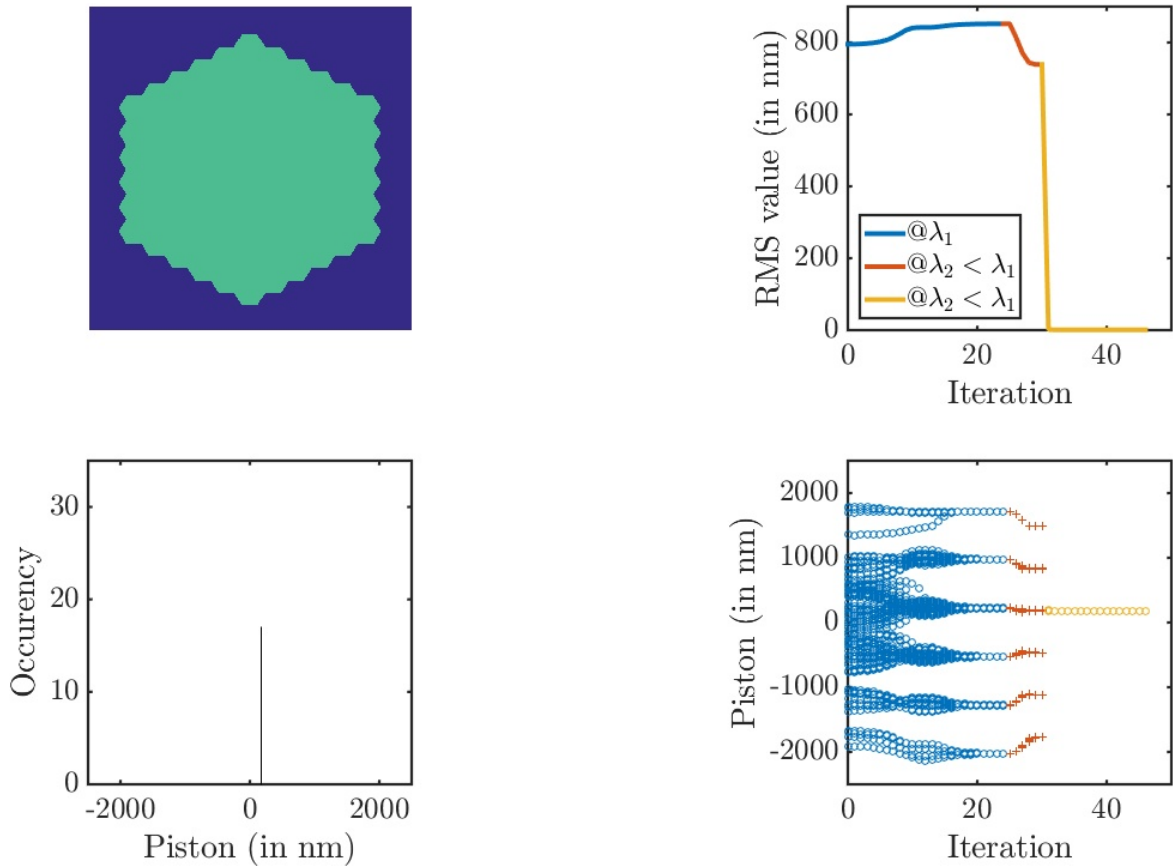


Figure 6.9 – Démonstration du principe de l’algorithme du *dual-wavelength*. En haut à gauche : distribution de phase dans le plan pupille d’entrée. En haut à droite : valeur RMS des aberrations présentes sur la pupille. En bas à gauche : histogramme de la distribution de piston des segments. En bas à droite : position de chacun des segments en fonction de l’itération de la boucle de convergence.



Il vaut alors :

$$\text{CR} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{4(\lambda_1 - \lambda_2)}. \quad (6.11)$$

La figure 6.9 et son animation correspondante présentent finalement les différentes étapes de cette technique. L’image en haut à gauche représente la distribution de piston sur la pupille d’entrée. Nous avons en haut à droite la mesure du résidu RMS d’aberrations. La couleur bleue correspond à la première étape où $\lambda = \lambda_1$, la couleur rouge celle où $\lambda = \lambda_2$ et la couleur jaune l’étape où l’ordre n est connu et corrigé. Les deux graphiques du bas de la figure présentent sensiblement la même information. Celui de droite montre la position de chacun des segments au cours des itérations du système alors que celui de gauche présente la fréquence d’apparition des valeurs de piston. Cela permet de voir qu’à la fin de la première étape, les segments sont cophasés à un multiple entier de λ_1 et qu’à la fin de la deuxième étape à un multiple entier de λ_2 .

La limite de ce technique de mesure repose dans le choix des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 . Dans l'idéal, on souhaiterait que ces deux longueurs d'onde soient très proches afin d'augmenter au maximum le capture range du système mais cela n'est pas envisageable lorsque l'on est en présence de bruit de mesure. En effet, l'erreur sur la détermination de l'ordre n peut s'écrire comme :

$$\Delta n = (\Delta\delta p_1 + \Delta\delta p_2)/(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (6.12)$$

ce qui implique que plus λ_1 et λ_2 sont proches, plus l'erreur sur la calcul de δp_1 et δp_2 aura d'impact sur la détermination de l'ordre n . La contrainte haute pour la séparation maximale possible entre les deux longueurs d'onde est directement reliée à l'équation 6.11 et dépend du capture range que l'on souhaite obtenir. Dans l'absolu, on veut que cette méthode nous apporte un gain, donc que :

$$CR > CR_{@ \lambda_1}, \quad (6.13)$$

où $CR_{@ \lambda_1} = \lambda_1/2$ représente le capture range obtenu à la longueur d'onde λ_1 (cas le plus favorable, car $CR_{@ \lambda_1} > CR_{@ \lambda_2}$). De cette équation là, on obtient alors en résolvant le système du second degré la condition :

$$\lambda_1 > \lambda_2 > (\sqrt{5} - 2)\lambda_1. \quad (6.14)$$

6.3.3 Méthode basée sur la cohérence en lumière polychromatique

Cette troisième méthode est basée sur l'utilisation de la propriété de cohérence temporelle et est développée dans Chanan et al. (1998). Sans rentrer dans les détails théoriques, nous pouvons aborder les cas en lumière polychromatique en les considérant comme une somme continue de cas monochromatiques dont nous additionnons les intensités. Plaçons nous dans le cas où l'on souhaite mesurer une intensité périodique S de la forme de celle obtenue par ZELDA-PS en présence d'une différence de chemin optique nommée OPD (et en omettant ϕ_0), on a alors :

$$S = A + \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \text{OPD}\right). \quad (6.15)$$

On obtient l'intensité lumineuse totale dans le cas polychromatique en calculant :

$$I = \int F(\lambda) S(\lambda, \text{OPD}) d\lambda, \quad (6.16)$$

avec $F(\lambda)$ étant le spectre d'intensité de la source ou du filtre optique considéré. Le développement de l'équation 6.16 donne pour une fonction F symétrique autour de λ_0 :

$$I = \mathcal{F}[F] S(\lambda_0, \text{OPD}). \quad (6.17)$$

Cela correspond à une oscillation de l'intensité à la fréquence $1/\lambda$ et ce englobé dans une enveloppe de la forme $\mathcal{F}[F]$. La taille de cette dernière dépend de la longueur de cohérence, mesure de distance maximale entre deux fronts d'onde cohérents, définie comme :

$$\mathcal{L}_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}. \quad (6.18)$$

Je présente sur la figure 6.10 les résultats obtenus pour un filtre optique prenant la forme d'une fonction porte centrée en $\lambda_0 = 600$ nm, et ce pour des largeurs de bande $\Delta\lambda = 20$ nm,

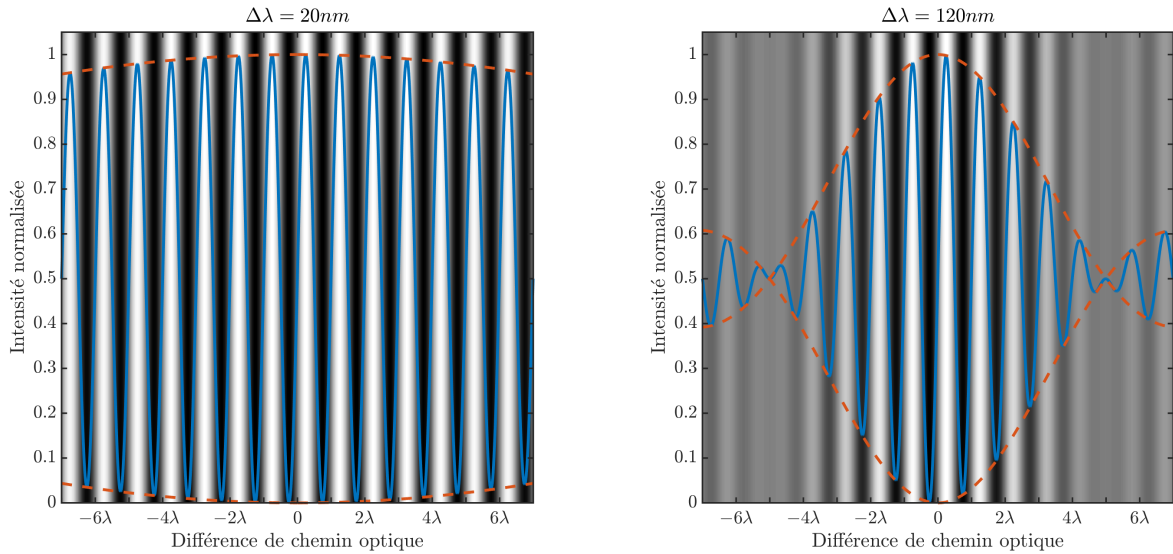


Figure 6.10 – Illustration du principe de cohérence de la lumière. À gauche, un signal sinusoïdal mesuré en fonction du piston introduit pour une largeur de bande $\Delta\lambda = 20 \text{ nm}$. À droite, le même signal mesuré en fonction du piston introduit pour une largeur de bande $\Delta\lambda = 120 \text{ nm}$.



et $\Delta\lambda = 120 \text{ nm}$, et ce pour des différences de chemin optique de -7λ à 7λ . Dans le premier cas l'enveloppe de cohérence varie très peu sur l'intervalle considéré, alors que dans le second, la perte de cohérence se produit à $\pm 5\lambda$.

Cette modulation d'intensité peut alors être utilisée à l'avantage des techniques des cophasage afin d'en élargir le capture range et ce en faisant varier la position en piston de chacun des segments et de mesurer la perte de cohérence au fil des itérations. Cela implique alors un traitement itératif sur chacun des segments et le capture range est alors élargi jusqu'à la longueur de cohérence \mathcal{L}_c . La figure 6.11 présente l'estimateur de piston φ_0 mesuré sur le segment central d'une pupille d'ordre $M = 2$ pour des valeurs de piston introduites allant de 0 à λ . Le spectre d'intensité est défini comme une fonction porte de longueur d'onde centrale $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ et de largeur $\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$, ce qui donne une longueur de cohérence $\mathcal{L}_c = 9 \mu\text{m}$. Nous pouvons voir que le piston estimé suit de manière correcte la courbe définie par l'enveloppe de cohérence théorique du filtre utilisé. Un léger décalage apparaît à mesure que le piston augmente et cela est sûrement imputable à une dissymétrie présente dans l'image SCC-PS sur laquelle est faite la mesure. Cette méthode a malheureusement le désavantage d'être fondée sur un processus itératif pour chacun des segments. Bien que facilement envisageable sur des pupilles segmentées dont le nombre de segments reste limité, cela peut poser des problèmes logistiques lorsque nous considérons un très grand nombre de segments (comme les 798 de l'E-ELT par exemple). Je propose alors dans la section suivante une idée basée sur la prise d'une image unique et avec laquelle on obtient des performances similaires.

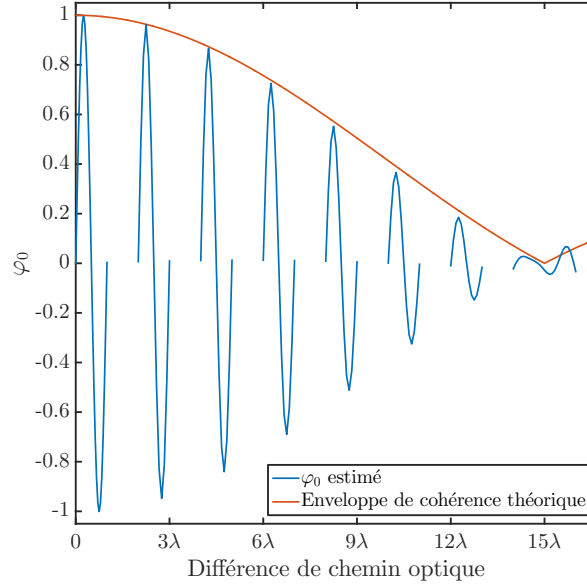


FIGURE 6.11 – Estimateur φ_0 mesuré en fonction du piston introduit sur le segment central. L’enveloppe de cohérence théorique est représentée en rouge. J’ai choisi de ne pas représenter complètement toutes les oscillations par soucis de gain de temps de simulation et j’échantillonne alors le phénomène par pas de 2λ .

6.3.4 Méthode de cohérence adaptée à la SCC-PS

L’idée que je propose pour contourner les problèmes dus à la durée de l’opération de cophasage à l’aide de la méthode itérative présentée dans la section précédente a été vérifiée à l’aide d’images obtenues avec la SCC-PS et se base sur l’analyse d’une image unique. La figure 6.12 (à gauche) présente l’image obtenue pour une configuration finale stable après convergence mais dont certains segments sont phasés à des multiples entiers de la longueur d’onde λ_0 . Comme nous pouvons le voir, des signatures caractéristiques et proportionnelles au déplacement introduit apparaissent alors aux intersegments. L’idée est donc de proposer un nouvel estimateur, Φ_0 , qui serait mesuré sur chacun des bords des segments. Dans ce cas, l’estimateur Φ_0 est défini comme :

$$\Phi_0 = \iint_{\mathcal{S} \setminus \mathcal{H}} \phi_{est} \, d\xi d\eta, \quad (6.19)$$

où $\mathcal{S} \setminus \mathcal{H}$ représente la différence des ensembles \mathcal{S} et \mathcal{H} , soit la zone comprise entre le bord de la zone \mathcal{H} et le bord du segment \mathcal{S} . La figure 6.12 (à droite) présente l’estimateur Φ_0 mesuré en fonction du piston introduit sur le segment central. Ce cas est idéal et des algorithmes plus fins doivent être mis en place afin de gérer l’ensemble des segments. Cela pourrait se faire en utilisant une mesure sur chaque intersegment pour en déduire un piston relatif, comme cela a été effectué par exemple sur l’expérience ZEUS (Surdej et al., 2010; Yaitskova et al., 2004). Dans ce cas simplifié, l’estimateur Φ_0 présente alors un capture range de $\pm 10\lambda_0$, soit $12 \mu\text{m}$ pour $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ utilisé dans mes simulations.

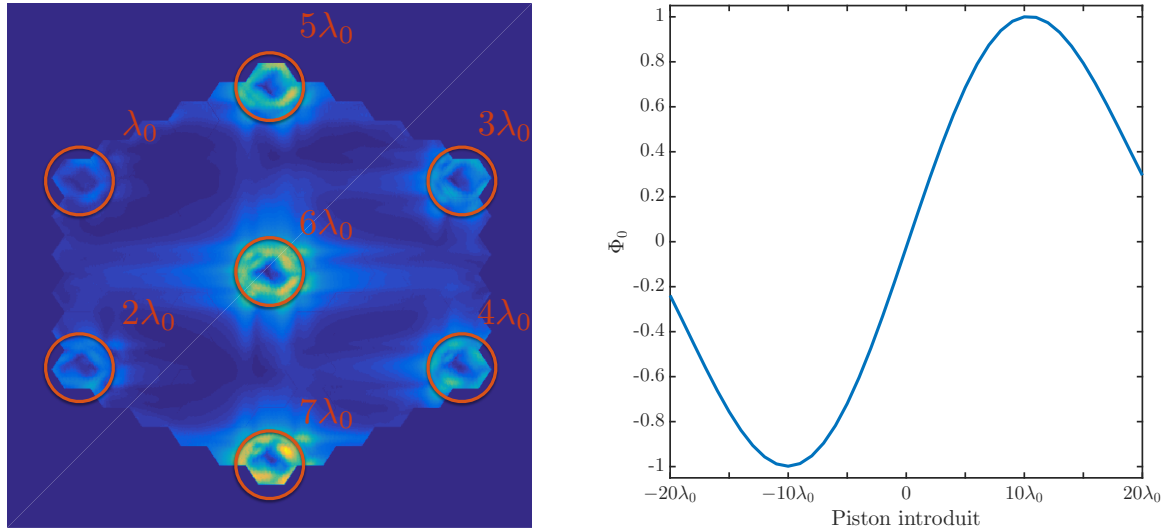


FIGURE 6.12 – À gauche : image ϕ_{est} obtenue par la SCC-PS en lumière polychromatique pour une pupille d'entrée dont le piston de certains segments est égal à un multiple entier de la longueur d'onde centrale du filtre optique λ_0 . À droite : estimateur Φ_0 mesuré sur le segment central d'une image SCC-PS en fonction du piston introduit.

6.3.5 Méthode de cohérence à deux longueurs d'onde - la *doublet-wavelength coherence technique*

La dernière méthode que je présente est issue d'un travail traité dans [Martinez and Janin-Potiron \(2016\)](#) et dans lequel il est question de faire usage de la grande longueur de cohérence du doublet des raies D du sodium présent dans les étoiles guides laser utilisées par les systèmes d'optique adaptative. Ces deux raies ont un profil gaussien, de largeur à mi-hauteur $\delta\lambda = 0.05$ nm et sont respectivement centrées aux longueurs d'onde $\lambda_1 = 589.0$ nm et $\lambda_2 = 589.6$ nm comme cela est représenté sur la figure 6.13 (à gauche). Est représenté à droite sur la même figure le signal théorique attendu pour l'estimateur φ_0 dans les conditions énoncées précédemment. On retrouve sur ce graphique un signal sinusoïdal de période $(\lambda_1 + \lambda_2)/2$ modulé par une enveloppe de cohérence composée de deux termes. Le premier, le plus étendu, est l'enveloppe gaussienne due au profil de chacune des deux raies et le second est une signature en cosinus due à la présence de deux raies. Cette enveloppe peut être décrite de manière formelle comme :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[F(\lambda)] &= \mathcal{F}[G(0, \delta\lambda) * (\delta(\lambda - \lambda_1) + \delta(\lambda - \lambda_2))], \\ &\propto G(0, 1/\delta\lambda) \cos(1/(\lambda_2 - \lambda_1)), \end{aligned} \quad (6.20)$$

où $G(0, \delta\lambda)$ représente une fonction gaussienne de moyenne nulle et de largeur à mi-hauteur $\delta\lambda$. Les coefficients multiplicatifs à l'intérieur des fonctions ont été volontairement négligés. La largeur des raies étant très petite, la longueur de cohérence obtenue est alors très importante, de l'ordre de quelques millimètres. Cela présente un gain considérable si nous comparons cette valeur à celles obtenues par les deux méthodes présentées juste avant. En complément de cela, la signature en cosinus présente dans le signal va permettre de gagner en précision. En effet,

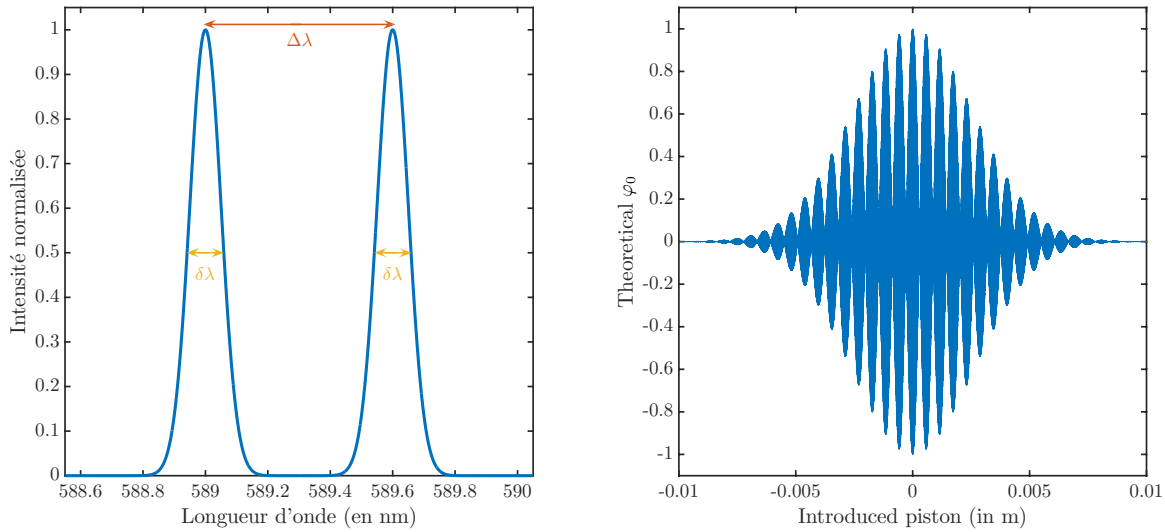


FIGURE 6.13 – À gauche : profil de raie théorique des raies D du sodium. À droite : estimateur φ_0 mesuré théoriquement en fonction du piston introduit.

plus la différence entre deux maxima consécutifs est importante, plus le système sera robuste aux bruits possiblement présents. Il est donc pratique de se référer à l'enveloppe gaussienne afin de pouvoir situer la position du segment de manière rapide puis dans un second temps de se servir de l'enveloppe en cosinus pour avoir accès à une précision de cophasage.

Afin de valider le concept théorique, la réponse de l'estimateur φ_0 à un profil comparable a été mesurée en utilisant la SCC-PS. De façon à garder un temps de calcul raisonnable, j'ai choisi les paramètres suivants : $\lambda_1 = 585$ nm, $\lambda_2 = 615$ nm et $\delta\lambda = 5$ nm. Nous pouvons observer sur la figure 6.14 l'estimateur mesuré dans ces conditions sur le segment central et ce en fonction du piston introduit. Le terme en cosinus de l'enveloppe est bien visible et le terme $G(0, \delta\lambda)$ de l'équation 6.20 est ici remplacé par un sinus cardinal, les raies étant définies comme étant des fonctions portes.

Dans cette étude, les étoiles guides laser ont été considérées comme ponctuelles, ce qui n'est pas exactement le cas et qui le sera encore moins avec de très grands télescopes. L'impact de la cohérence spatiale n'a pas été pris en compte dans ce travail et devrait diminuer le contraste sur l'interférogramme. Cela est une piste restant à étudier.

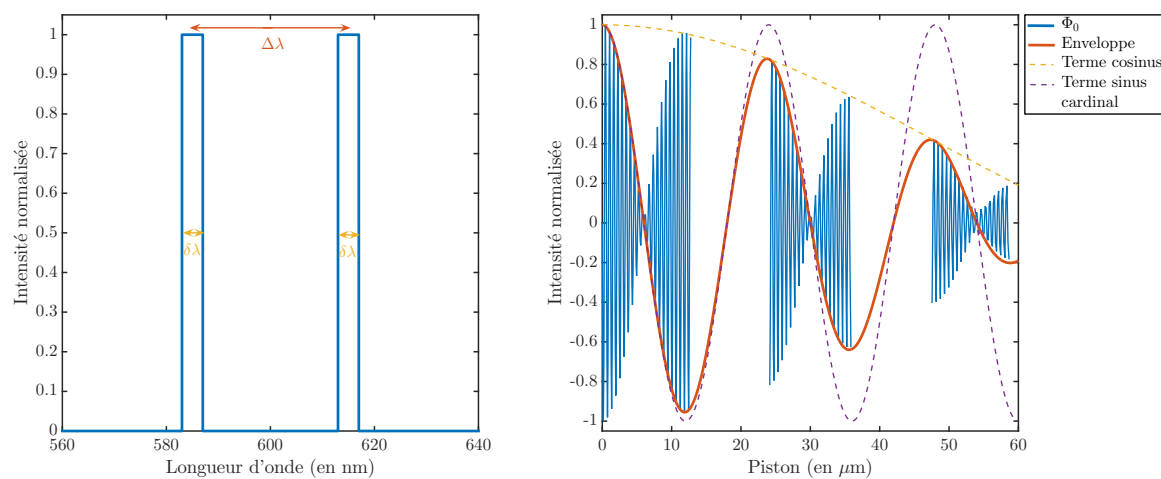


FIGURE 6.14 – À gauche : profil de raie simplifié utilisé lors de la simulation SCC-PS polychromatique. À droite : estimateur φ_0 mesuré sur le segment central en fonction du piston introduit.

6.4 *Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges*

Je propose alors au lecteur la lettre à l'éditeur intitulée *Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges*, acceptée pour publication le 15 juillet 2017 dans la revue *Astronomy & Astrophysics* (Martinez and Janin-Potiron, 2016) et dont je suis co-auteur avec Patrice Martinez. Cette lettre présente le concept de la *doublet-wavelength coherence technique* qui a été abordé dans la section 6.3.5 et montre le gain potentiel de cette technique qui pourrait permettre d'augmenter le capture range à des valeurs de l'ordre du millimètre.

LETTER TO THE EDITOR

Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges

P. Martinez and P. Janin-Potiron

Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange, Parc Valrose, Bât. Fizeau, 06108 Nice, France
e-mail: patrice.martinez@oca.eu

Received 30 May 2016 / Accepted 15 July 2016

ABSTRACT

Context. Segmented primary mirrors are indispensable to master the steady increase in spatial resolution. Phasing optics systems must reduce segment misalignments to guarantee the high optical quality required for astronomical science programs.

Aims. Modern telescopes routinely use adaptive optics systems to compensate for the atmosphere and use laser-guide-stars to create artificial stars as bright references in the field of observation. Because multiple laser-guide-star adaptive optics are being implemented in all major observatories, we propose to use man-made stars not only for adaptive optics, but for phasing optics.

Methods. We propose a method called the doublet-wavelength coherence technique (DWCT), exploiting the D lines of sodium in the mesosphere using laser guide-stars. The signal coherence properties are then used.

Results. The DWCT capture range exceeds current abilities by a factor of 100. It represents a change in paradigm by improving the phasing optics capture range from micrometric to millimetric. It thereby potentially eliminates the need of a man-made mechanical pre-phasing step.

Conclusions. Extremely large telescopes require hundreds of segments, several of which need to be substituted on a daily basis to be recoated. The DWCT relaxes mechanical integration requirements and speeds up integration and re-integration process.

Key words. instrumentation: adaptive optics – instrumentation: high angular resolution – methods: analytical – techniques: high angular resolution – telescopes – methods: numerical

1. Introduction

Adaptive optics (AO) enables obtaining diffraction-limited imaging provided that a guiding light-source is used as a reference for the wavefront correction. Bright natural stars are required for this, but the sky coverage is unfavorably low, in particular in the visible wavelength range. To overcome this limitation, artificial laser-guide-stars (LGSs) have been proposed in the 1980s (Foy & Labeyrie 1985) to create a source that lies above the turbulent layers of the atmosphere. LGS-based AO systems are now routinely used in all leading observatories (e.g., Keck, Gemini, ESO/VLT, and Lick), and multiple LGS AO systems are intensively employed, as demonstrated by the four LGSs that simultaneously shone above the Unit 4 telescope (UT4) at ESO's VLT in early May 2016.

Different types of lasers are suitable for AO applications, but the most recent LGS systems make use of mesospheric scattering of a sodium laser. The principle of the sodium guide star is to tune the wavelength of the laser radiation to a resonance of sodium atoms at 589 nm (D2 line). Sodium atoms, naturally present in the mesosphere at an altitude of 95 km (on average), will absorb laser light and subsequently emit fluorescence at the same wavelength. The intensity of the created star depends on the amount of sodium atoms present at the altitude of the mesospheric sodium layer. In this context, various astronomical and atmospheric studies have been conducted over the past decades to understand the temporal and spatial characteristics of the atmosphere sodium layer (e.g., Ge et al. 1998; Patriarchi & Cacciani 1999; Ageorges & Hubin 2000; Slinger et al. 2005; Plane et al. 2012).

The future of ground-based astronomy in the next decades is bound to the next generation of extremely large telescopes (ELTs). ELTs represent a major change in dimension, wavefront

control strategies, and execution time. The wavefront control of ELTs includes three main systems: the aforementioned AO system that corrects for the atmospheric turbulence, active optics that correct for misalignments and deformations of the telescope adaptive mirror, and phasing optics that correct for the misalignment of individual segments of the primary mirror. Generally, cophasing is a three-step procedure to correct for the initial misalignment imposed by mechanical structure constraints to the final alignment: (1) a mechanical pre-phasing step using hand-held optical tools; (2) a coarse-phasing step using a dedicated phasing sensor; and (3) a fine-phasing step at high precision using a dedicated phasing sensor. Step (1) will be critical for ELTs because their primary mirrors require hundreds of segments, several of which will frequently need to be substituted for recoating (the reflectivity coating lifetime is generally limited to 18 months). In this context, mechanical integration and step (1) must reduce the piston error to the capture range of actual optical cophasing sensors. Enlarging this capture range is indispensable to relax mechanical integration requirements and to speed up integration and re-integration process before the observing run.

Conventional coarse-phasing techniques use multiple wavelength or coherence methods (e.g., Chanan et al. 1998; Vigan et al. 2011) to increase the capture range of the phasing sensor, which is limited by the so-called π -ambiguity otherwise. These methods successfully enlarge the initial capture range of a cophasing sensor to $\sim 10\mu\text{m}$ rms. With the method we propose, segments of a telescope can reliably be phased from a rms piston error of more than $1000\mu\text{m}$. Our method is called the doublet-wavelength coherence technique (DWCT) and does not require any hardware, except for the LGSs offered by the telescope. The DWCT is a new solution based on multiple LGSs

lasing at different wavelengths through the analysis of the coherence signature in the resulting cophasing sensor signal. Because it exceeds the actual extended capture range of the cophasing sensor by a factor of 100, it might eliminate the need of the man-made mechanical pre-phasing step (1) along with inherent stability and compatibility independent of the phasing sensor type.

In the following sections, the general background of phasing optics is introduced, and conventional coarse measurement techniques (multiwavelength and coherence methods) are presented for pedagogical reasons and because they are considered the basis for this work. Then the theory of the proposed DWCT and its advantages and limitations are discussed.

2. Cophasing background

The initial difference in the optical path between segments before cophasing is turned on typically is about 100 μm . This is imposed by the mechanical structure tolerance, step (1), and the residual after step (2) is expected to be of $\sim 100\text{ nm}$, which is ultimately reduced to $\sim 10\text{ nm}$ after step (3). This gives rough numbers of misalignment levels and/or expected residuals that a phasing sensor has to cope with. On the other hand, the capture range of a cophasing sensor is strictly limited, and it characterizes its ability to detect misalignment phases over a given range of wavelengths. The capture range can be either defined in monochromatic (intrinsic capture range) or broadband light (extended capture range), with remarkable differences.

In monochromatic light, a phasing sensor signal (S) is proportional to a sinusoidal function of the wavefront step height ϵ such as

$$S(\epsilon) = A + C \sin(k_0\epsilon), \quad (1)$$

where $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ is the wave number, λ_0 is the working wavelength (assumed monochromatic), A and C are constants, and $\epsilon/2$ is the physical mirror step height. Equation (1) trivially introduces the well-known problem of any cophasing sensor in the monochromatic regime, the so-called λ -ambiguity. For simplicity reasons and without loss of generality, we omit the constant A in the next developments.

2.1. λ -ambiguity problem

Because the estimated signal (Eq. (1)) is λ -periodic, the capture range is strictly limited to the non-ambiguous range of the sine function. This problem appears in all phasing sensors operating in monochromatic light, and limits the capture range to $\pm\lambda/2$, the so-called π -ambiguity. Within the capture range, the piston can be corrected unambiguously. But if the edge piston error between two segments is larger than $\lambda/2$, phasing the two segments with zero phase error cannot be achieved, only to the nearest integer (n) multiple of the wavelength. As a consequence, instead of being phased to zero, various segments will be phased with an ambiguity left of $n\lambda$. To overcome this problem and to increase the capture range of phasing sensors, conventional techniques based on multiwavelength or coherence analysis (broadband light) have been proposed.

2.2. Solving the λ -ambiguity

2.2.1. Multiwavelength method

The multiwavelength method performs successive phasing at two (or more) different and discrete wavelengths using two

optical filters (λ_1 and λ_2) to determine the ambiguity n for every segment. The method is straightforward because the piston difference between the two phased positions successively obtained at λ_1 and λ_2 is related to the ambiguity n and the two wavelengths. The capture range in the multiwavelength scheme is limited to $\pm\Lambda/2$, where Λ is the synthetic wavelength equal to

$$\Lambda = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)}. \quad (2)$$

This method is still limited by the periodic nature of the signal functions at the two wavelengths, however. This imposes a rigid condition to the selection of the two wavelengths: the ambiguity n must be identical for the two selected wavelengths, thus limiting the achievable capture range to some extent. This method has been successfully demonstrated with several cophasing sensors (Pinna et al. 2006; Vigan et al. 2011; Surdej 2011).

2.2.2. Coherence method

The coherence technique uses the coherence length in broadband light of an optical filter with a finite spectral bandwidth $\delta\lambda_F$. This method takes advantage of the wavelength-dependent signature in the Fourier space to extend the capture range beyond the π -ambiguity restriction. This signature exhibits a coherence envelope, whose characteristic scale is the so-called coherence length of the optical filter and is given by

$$L_c = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda_F}, \quad (3)$$

where λ is the central wavelength. In this context, Eq. (1) still applies in broadband light except that C is no longer a constant but a function of k . By assuming a Gaussian bandpass in k centered on k_0 , we can write the filter profile function as

$$P(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \times \exp\left(-\frac{(k - k_0)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4)$$

where σ is given by

$$\sigma = \frac{2\pi}{\sqrt{8 \ln 2}} \times \frac{\delta\lambda_F}{\lambda_0^2}, \quad (5)$$

and using Eq. (3), σ can be expressed as function of the coherence length such as

$$\sigma = \frac{2\pi}{\sqrt{8 \ln 2}} \times \frac{1}{L_c}, \quad (6)$$

and thus summing over all the wavelengths, that is, integrating over k replacing C by $P(k)$, the broadband sensor signal can finally be approximated to

$$S(\epsilon) \approx \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \times \exp\left(\frac{-(\sigma\epsilon)^2}{2}\right) \times \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\epsilon\right). \quad (7)$$

In broadband light, the sensor signal is still proportional to a sine function of the wavefront step height, but modulated by a Gaussian distribution. Thus the periodic nature of the sine is no longer a problem because it decays as the wavefront step height error increases. This corresponds to the coherence signature that can be exploited.

When individual segments are successively poked by varying heights in the wavefront step, the estimated signal will describe a

sinusoidal function (λ -periodic) modulated by the Fourier transform of the optical filter profile function (the coherence envelope). Analyzing the variation in the measured coherence function enables us to identify and correct for the n ambiguity for every segment. The capture range of the phasing sensor is then enhanced to $\pm L_c$. Because the characteristic scale of the measured coherence function is the coherence length of the optical filter, the selection of the optical filter bandpass ($\delta\lambda_F$) is critical to match the range of piston errors that is expected to occur at the expense of precision, and vice versa. This method has been validated with several cophasing sensors with carefully selected bandpasses (e.g., [Chanan et al. 1998](#); [Surdej 2011](#)).

2.3. Discussion

Using these techniques, the capture range can be extended from the half-wave limitation to a few tens of μm (typically up to $10 \mu\text{m}$) upon the method selected (e.g., [Chanan et al. 1998](#); [Vigan et al. 2011](#); [Surdej 2011](#)). Another method exploiting the coherence signature introduced by a liquid crystal tunable filter ([Bonaglia et al. 2008](#)) shows an even greater capture range ($50 \mu\text{m}$). However relevant and efficient, these techniques have the disadvantage that they require special hardware and use a time-consuming iterative process by repeating the calibration process for multiple filters or wavelengths. The coherence method must start with a narrow bandwidth filter that covers a broad range of pistons at the expense of reduced accuracy, and the filter bandwidth is increased iteratively to improve the precision at the best-fit alignment. In addition, the achieved capture range does not mean that the optical phasing operation can be omitted from the mechanical pre-phased step (1). It is still worth exploring new methods that will ultimately not be affected by these constraints.

3. Doublet-wavelength coherence technique

The DWCT exploits a coherence signature using two wavelengths simultaneously. For the sake of generality, it is assumed in the following that the two lines are non-equal in intensity.

3.1. Analytical treatment

We consider two simultaneous and discrete lines at wavelength λ_1 and λ_2 , with associated intensity I_1 and I_2 . For simplicity reasons, we first assume that the spectral distributions of the two lines are described by Dirac functions. We note by μ the ratio of the two line intensities ($\mu = I_2/I_1 \neq 1$). Again, Eq. (1) still applies in this case, but C is a function of k , and the sensor signal is still proportional to a sine function of the wavefront step height, but modulated by a cosine distribution. The signal sensor is given by

$$S(\epsilon) \approx I_1 (1 + \mu) \times \left[1 + \cos\left(\frac{\pi\Delta\lambda}{\lambda_c^2}\epsilon\right) \times \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\epsilon\right) \right], \quad (8)$$

where $\Delta\lambda$ is the wavelength separation between the two lines ($\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$), and $\lambda_c = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ is the central wavelength. The modulation introduced by the cosine function is the expression of the coherence signature in the particular case of a doublet-line system. Nevertheless, since the cosine function is $\Delta\lambda$ -periodic, it does not solve the π -ambiguity problem. However, the spectral distribution of the two lines is not described by Dirac but by Gaussian functions following Eq. (4),

but where $\sigma = \sigma_c$ such that

$$\sigma_c = \frac{2\pi}{\sqrt{8 \ln 2}} \times \frac{\delta\lambda}{\lambda_c^2}, \quad (9)$$

where $\delta\lambda$ is the line width. Assuming Eq. (4) for the line profiles, it modifies Eq. (8) to

$$S(\epsilon) \approx I_1 (1 + \mu) \times \left[1 + \sigma_c \sqrt{\frac{2}{\pi}} \times \exp\left(\frac{-(\sigma_c\epsilon)^2}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\pi\Delta\lambda}{\lambda_c^2}\epsilon\right) \times \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\epsilon\right) \right]. \quad (10)$$

The sensor signal is still proportional to a sine function of the wavefront step height, but modulated by a cosine distribution (because of the simultaneous two lines), itself modulated by a Gaussian distribution (because of the broadband nature of the two lines). The periodic nature of the sine is no longer a problem because it decays as the wavefront step height error increases (as for the coherence method). This corresponds to the coherence signature that can be exploited. Similarly to the coherence length defined in Eq. (3) for the coherence method, a coherence length, denoted \mathcal{L}_c , can be associated with the Gaussian function introduced in Eq. (10), and is given by

$$\mathcal{L}_c = \frac{\lambda_c^2}{\delta\lambda}. \quad (11)$$

Finally, Eq. (9) can be expressed as function of the coherence length as

$$\sigma_c = \frac{2\pi}{\sqrt{8 \ln 2}} \times \frac{1}{\mathcal{L}_c}. \quad (12)$$

3.2. Practical considerations and required technology

Figure 1 compares a cophasing sensor signal in three different states: (a) within the monochromatic domain at 589 nm (top panel), (b) using the coherence method at 589 nm with $\delta\lambda_F = 20 \text{ nm}$ (middle panel), and finally (c) using the DWCT assuming $\lambda_1 = 589.0 \text{ nm}$ and $\lambda_2 = 589.6 \text{ nm}$, with $\Delta\lambda = 0.6 \text{ nm}$ and $\delta\lambda = 0.05 \text{ nm}$ (bottom panel). The increase in capture range delivered by the coherence method over the monochromatic regime, from (a) to (b), and by the DWCT over the coherence method, from (b) to (c), are readily observable. The DWCT gives access to a range of wavefront step heights on the order of a few mm that is not accessible with current techniques. We note that the general description of the DWCT has been verified with the self-coherent camera-phasing sensor (SCC-PS, [Janin-Potiron et al. 2016](#)) by means of numerical simulations.

Since L_c is inversely proportional to the filter bandpass $\delta\lambda_F$ and \mathcal{L}_c is inversely proportional to the line width $\delta\lambda$, it is trivial to see that $\mathcal{L}_c \gg L_c$ because $\delta\lambda_F \gg \delta\lambda$. This leads to a gain of at least a factor of 100 in the capture range of the DWCT over the coherence method. Now, the precision at the best-fit alignment must be discussed. The coherence method indeed changes the spectral bandwidth of the optical filter (by changing the filter) during operation to improve the accuracy of the best-fit alignment. The measurements start with a narrow bandwidth filter ($\sim 10 \text{ nm}$) covering a broad range of pistons at the expense of limited accuracy (the highest coherence corresponding to the best-fit alignment, i.e., the central oscillation of the sine term is diluted in the numerous oscillations contained inside the exponential envelope, see Fig. 1 middle panel). The bandwidth of the optical filter is then increased ($\sim 100 \text{ nm}$) to improve the measurement precision of the best-fit alignment. Exploiting the narrowband nature of a single line LGS, or in other words, applying

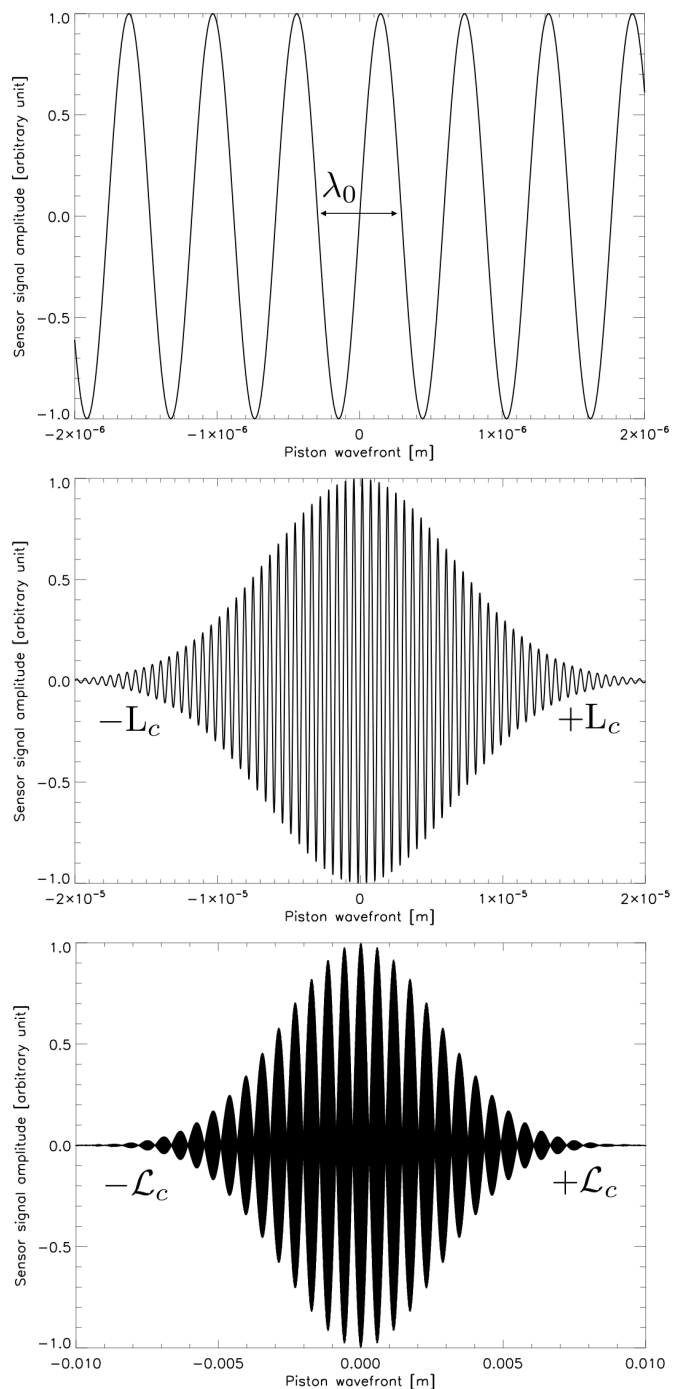


Fig. 1. Cophasing sensor signal as a function of the wavefront step: in the monochromatic regime (*top*) intrinsically limited by the π -ambiguity, using the coherence method (*middle*) with an extended capture range of $\pm L_c$, and using the doublet-wavelength coherence method (*bottom*) with a broad capture range limited to $\pm L_c$.

the coherence method with a single- and mono-line LGS, would then improve the capture range, but at the expense of the precision of the coherence method. A single-line LGS opens access to step (1), but cannot replace the coherence method as a step (2).

With the DWCT, the doublet-line introduces an additional cosine term to the sensor signal (see Eq. (10)). Figure 1 (bottom panel) illustrates the three components contained in the sensor signal: the exponential envelope, the cosine term (black lobes), and the sine term included in each lobe of the cosine term (here

undistinguishable). This specific cosine signature in the signal is fundamental to identifying the central one and thereby guarantees the precision of the best-fit alignment. Around its position, individual segments can then be successively poked by varying wavefront step heights to scan over the sine term where the final best-fit position can be found with accuracy. The width of these lobes are on the order of a tenth of mm, therefore we can expect to reach μm or ultimately sub- μm accuracy. While the first level would reduce the piston error to the capture range of step (2), the second level would eventually lead to step (3).

A practical implementation of the DWCT could take form either as the simultaneous use of two LGSs lasing at two different sodium D lines, or using a single LGS lasing on the D1 and D2 lines simultaneously. While the first alternative is certainly more convenient, successful laboratory demonstration of lasing on the D lines of sodium has been successfully demonstrated (Hewitt & Eden 2012).

4. Conclusion

The simplified description given in this paper is not thoroughly satisfactory because LGS systems are rather complex. Nonetheless, the preliminary analysis of the DWCT with LGSs suggests that the approach is worthy of interest. By using both the coherence and the double-line properties, the DWCT simultaneously grants access to steps (1) and (2) in one single interferogram and thus represents an enhancement of the coherence method. Advantages are not only the broad capture range, but also the inherent stability of the method, because the response coherence curve is Gaussian, and not periodic. The method is well suited to the re-integration of segments (or integration of spare segments) on a daily basis that return from re-coating. The DWCT improves the phasing optics capture paradigm to the millimetric domain and makes the man-made mechanical pre-phasing step redundant. This will accelerate the coarse-phasing step before the final fine-phasing step. If that lasing on multiple sodium D lines can be implemented, then the DWCT is a powerful tool that can also be used with phasing sensor designs. Applications to multi-aperture interferometric arrays still need to be explored.

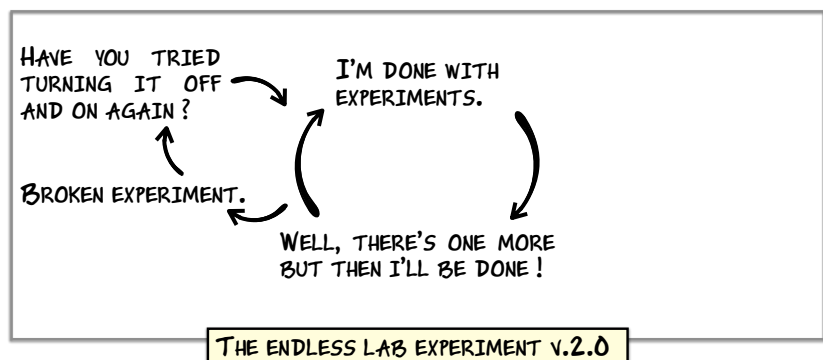
Acknowledgements. P. Janin-Potiron is supported by Airbus Defense and Space (Toulouse, France) and the Région PACA (Provence Alpes Côte d'Azur, France). We thank the anonymous referee for the useful comments on the manuscript.

References

- Ageorges, N., & Hubin, N. 2000, *A&AS*, **144**, 533
- Bonaglia, M., Pinna, E., Quiros-Pacheco, F., Puglisi, A., & Esposito, S. 2008, in *Ground-based and Airborne Telescopes II*, Proc. SPIE, 7012, 70123C
- Chanan, G., Troy, M., Dekens, F., et al. 1998, *Appl. Opt.*, **37**, 140
- Foy, R., & Labeyrie, A. 1985, *A&A*, **152**, L29
- Ge, J., Jacobsen, B. P., Angel, J. R. P., et al. 1998, in *Adaptive Optical System Technologies*, eds. D. Bonaccini, & R. K. Tyson, *Proc. SPIE*, **3353**, 242
- Hewitt, J. D., & Eden, J. G. 2012, *Appl. Phys. Lett.*, **101**, 241109
- Janin-Potiron, P., Martinez, P., Baudoz, P., & Carbillet, M. 2016, *A&A*, **592**, A110
- Patriarchi, P., & Cacciani, A. 1999, *A&A*, **344**, L45
- Pinna, E., Esposito, S., Puglisi, A., et al. 2006, in *SPIE Conf. Ser.*, **6267**, 62672Y
- Plane, J., Oetjen, H., de Miranda, M., et al. 2012, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.*, **74**, 181
- Slanger, T. G., Cosby, P. C., Huestis, D. L., et al. 2005, *J. Geophys. Res. (Atmospheres)*, **110**, D23302
- Surdej, I. 2011, Ph.D. Thesis, Ludwig-Maximilian University, Munich
- Vigan, A., Dohlen, K., & Mazzanti, S. 2011, *Appl. Opt.*, **50**, 2708

Implémentation instrumentale

« There's two kinds of people in this world. Those who call tech support and those who make fun of the people who call tech support. »
Howard Wolowitz, *The Big Bang Theory*



Caractérisations et mesures expérimentales

Sommaire

7.1 Miroir segmenté déformable	150
7.1.1 Présentation générale	150
7.1.2 Mesures préliminaires	150
7.2 Implémentation de la SCC-PS	155
7.2.1 Le banc SPEED	156
7.2.2 Description du banc de test SCC-PS	158
7.2.3 Courbes de réponse	161
7.2.4 Matrice de calibration	164
7.2.5 Estimation de piston aléatoire	165
7.3 Conclusion	168

Ce chapitre est consacré à la partie expérimentale de ma thèse. J'y présente pour commencer la caractérisation du miroir segmenté Iris AO que j'ai effectuée. Ses dimensions caractéristiques ont été vérifiées à l'aide d'un microscope et sa qualité de surface optique à l'aide d'un interféromètre laser. Le bon fonctionnement de chacun des actionneurs à lui aussi été vérifié.

Une fois la prise en main du miroir segmenté effectuée, j'ai pu alors commencer l'implémentation d'un banc de test optique dans le but de valider expérimentalement le concept de la SCC-PS. Ce banc est une entité séparée de SPEED mais qui reproduit le montage qui sera utilisé par la suite. Malgré des pannes répétées du miroir ainsi que des problèmes d'humidité trop élevée dans la salle de test, j'ai réussi à obtenir des courbes de réponse en piston, tip et tilt ainsi qu'une matrice de calibration pour une pupille d'ordre $M = 2$. Finalement, j'ai pu mesurer l'estimateur φ_0 en fonction du piston introduit de manière aléatoire sur le miroir segmenté. Les résultats ainsi obtenus sont encourageants pour la suite de l'expérience.

7.1 Miroir segmenté déformable

7.1.1 Présentation générale

Dans le but de simuler une pupille segmentée de type ELT, j'ai disposé durant ma thèse d'un miroir segmenté Iris AO - PTT489. Ce miroir est composé de 169 segments ($M = 7$) dont 163 sont actionnables de manière nominale. Chaque segment est supporté par trois actionneurs et est alors contrôlable en piston, tip et tilt. Le processus de fabrication reposant sur des techniques de très haute technologie, les miroirs de cette taille dont tous les segments sont actifs sont très difficiles à réaliser en particulier si l'on souhaite obtenir un miroir dont tous les actionneurs sont fonctionnels. La figure 7.1 présente une image en plan pupille du miroir segmenté (à gauche) et la carte des segments inactifs et désactivés correspondante (à droite). On peut observer la présence d'une couronne supplémentaire sur l'image de gauche par rapport à celle de droite. Cette dernière n'est tout simplement pas fonctionnelle. J'ai eu l'occasion de travailler au cours de ma thèse avec deux de ces miroirs. Leurs caractéristiques techniques sont identiques et je les nommerai M1 et M2 par la suite. Le miroir M1 a été utilisé seulement pour les prises de vues sous microscope, le miroir M2 est celui utilisé sur le banc de test de la SCC-PS. Les segments bloqués ou inactifs varient entre M1 et M2.

7.1.2 Mesures préliminaires

□ Dimensions caractéristiques

Des mesures de dimension ont été faites sur le miroir M1 à l'aide d'un microscope. La figure 7.2 présente une vue d'ensemble du miroir. Comme nous pouvons le voir, ce dernier est composé de huit couronnes ($M = 8$) mais dont seulement sept sont utilisées. Le rayon du masque circulaire entourant la pupille mesure environ 4.78 mm. En zoomant

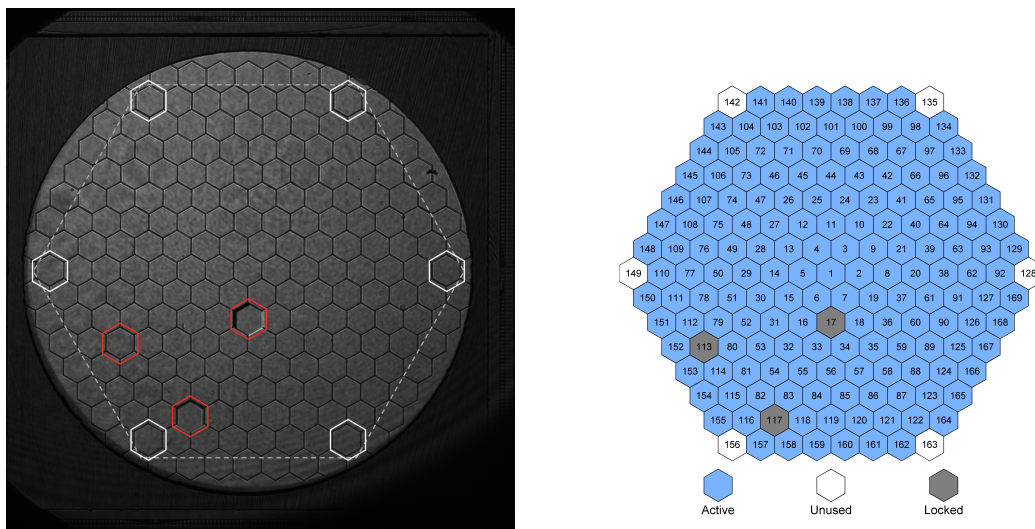


FIGURE 7.1 – Image du miroir segmenté M2 (à droite) et schéma de sa carte des segments bloqués et inactifs (à droite). Ces segments sont repérés en rouge et en blanc respectivement.

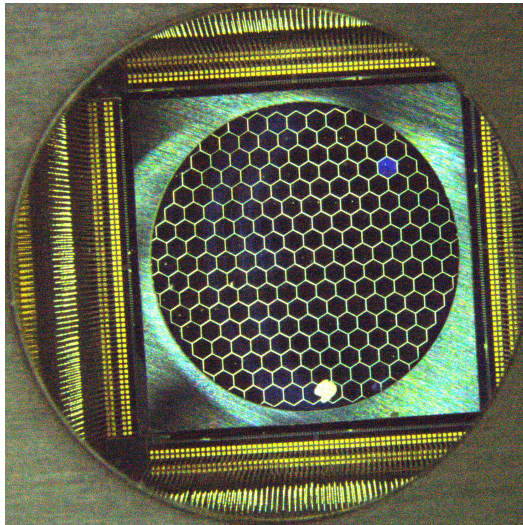


FIGURE 7.2 – Image obtenue sous microscope du miroir M1. On distingue une tâche en bas du miroir ainsi qu'un segment bloqué en haut à droite.

sur le miroir, il est possible de mesurer (en étalonnant préalablement le microscope) la taille des segments ainsi que l'espace inter-segment. Par la prise de mesure sur un échantillon de segments, on obtient alors pour M1 : $r \simeq 350 \mu\text{m}$ et $g \simeq 7 \mu\text{m}$.

On remarque aussi des défauts sur le miroir. Le premier sur le bord haut droit du miroir, le deuxième sur la partie basse de M1. Deux images plus rapprochées sont présentées sur la figure 7.3. Il s'agit d'un segment inactif pour le premier cas. Ce dernier apparaît alors d'un couleur bleutée car il réfléchit différemment la lumière du fait d'un tip-tilt important. Dans le second cas, un résidu métallique est présent sur M1 et recouvre trois des segments. Il s'agit certainement du même matériau que celui constituant le masque circulaire évoqué précédemment et dont un morceau serait resté présent lors de l'usinage du miroir. Cette pastille métallique empêche alors l'utilisation des segments qui sont situés en dessous.

□ Qualité de surface

Les mesures de qualité de surface sont nécessaires afin de caractériser le miroir segmenté. Ces dernières ont été effectuées sur un interféromètre laser ZYGO, à la fois au laboratoire Lagrange mais aussi dans le laboratoire d'Iris AO. Le point clé d'une mesure exploitable sur un tel appareil est l'échantillonnage obtenu sur chaque segment ainsi que sur la pupille entière. De manière nominale, le champ de vue de notre appareil est très grand par rapport à l'ouverture du miroir segmenté. C'est pourquoi nous l'avons seulement utilisé pour faire un contrôle visuel du bon fonctionnement de chacun des segments comme cela sera présenté plus tard.

La mesure effectuée par Iris AO sur le même miroir avec un appareil adapté au champ de vue est présentée sur la figure 7.4 (à droite). En comparaison, je présente aussi la mesure obtenue sur notre appareil avec le même miroir (à gauche). Comme annoncé

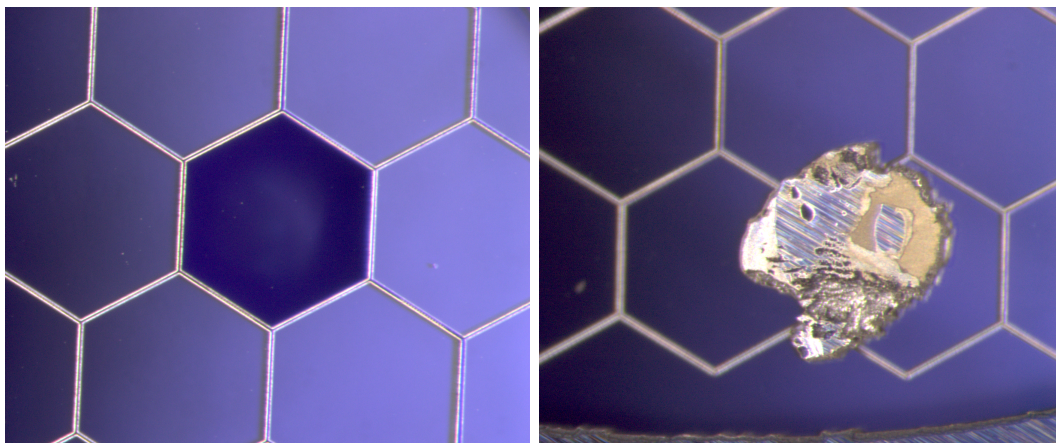


FIGURE 7.3 – Défauts présents sur le miroir M1 : segment bloqué (à gauche) et particule résiduelle suite au processus de fabrication (à droite). Ces défauts sont également visibles sur la figure 7.2.

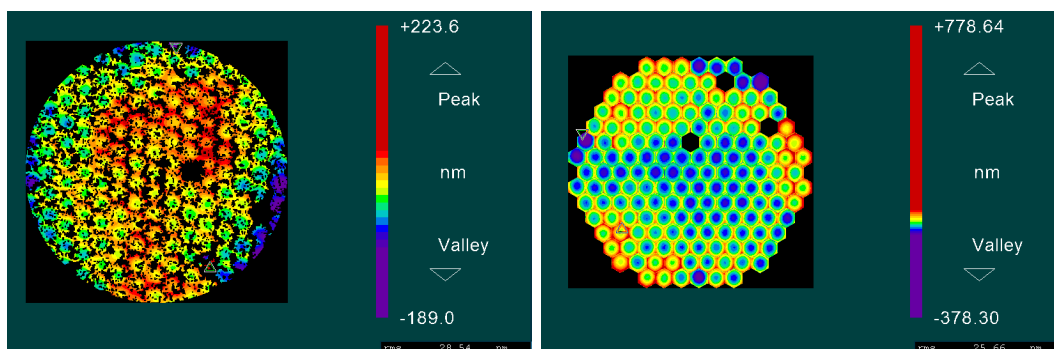


FIGURE 7.4 – Amplitude des erreurs de front d’onde sur le miroir M2 entier. À gauche : mesures obtenues avec le ZYGO dans notre laboratoire. À droite : mesures obtenues avec le ZYGO d’Iris AO et son réducteur de champ.

précédemment, la différence de qualité entre les deux mesures est évidente, mais nous mesurons néanmoins une valeur d’erreur de front d’onde équivalente. Sur l’ensemble de la pupille, la valeur d’Iris AO est d’environ 25.7 nm RMS quand nous obtenons avec notre appareil 28.5 nm RMS. Pour la suite de cette section, je me baserai alors sur la mesure la plus propre, celle produite par Iris AO. Comme cela est visible sur la figure 7.4 (à droite), les aberrations de focalisation (mode Z_2^0 de Zernike) semblent dominer le signal de chacun des segments. Il est alors intéressant de regarder plus en détail la contribution apportée par ces derniers.

La figure 7.5 présente l’erreur de front d’onde mesurée sur le segment central. L’image en haut à gauche représente le signal mesuré en soustrayant les contributions de piston, tip et tilt qui sont non significatives. Il est alors évident que la contribution du mode

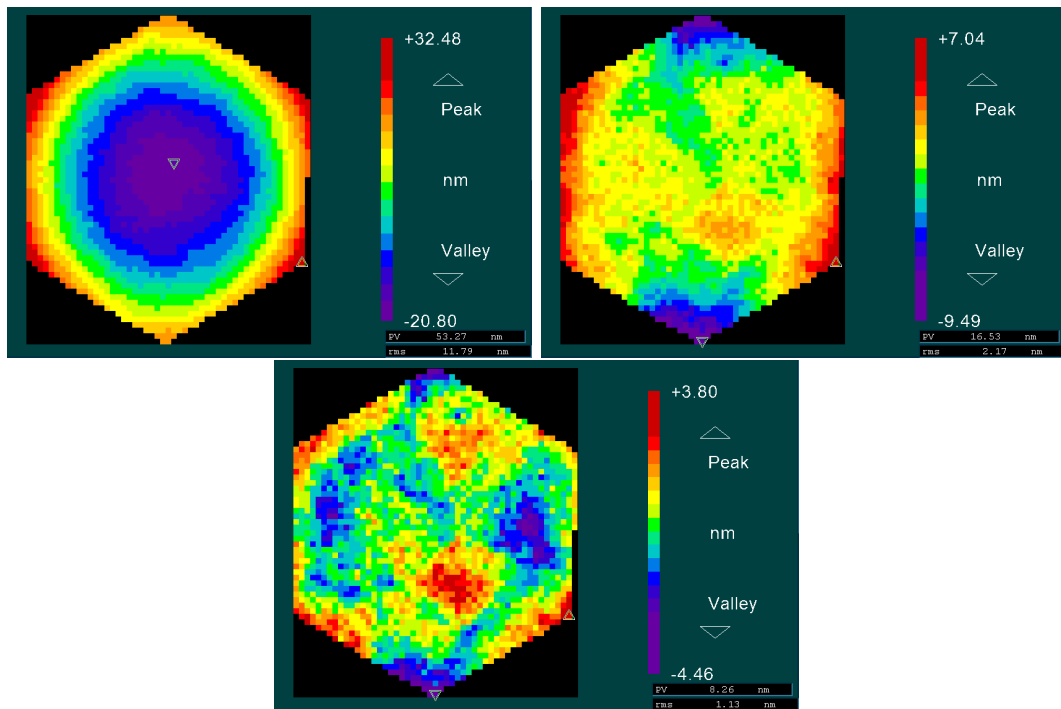


FIGURE 7.5 – Amplitudes des erreurs de front d’onde sur le segment central. Signal brut (en haut à gauche), signal sans erreur de focalisation (en haut à droite) et signal sans erreur d’astigmatisme (en bas).

Z_2^0 de Zernike (erreur de focalisation) domine le signal, avec une valeur de ~ 9.6 nm. L’image en haut à droite prend alors en compte la correction de cette erreur de focalisation. On remarque un astigmatisme à 0° qui domine, et les aberrations d’astigmatisme contribuent alors à hauteur de ~ 1 nm. L’image du bas présente finalement les résidus après ces corrections des premiers ordres, leur contribution s’élève à ~ 1.1 nm. Des mesures sur d’autres segments donnent des résultats situés dans la même gamme de valeur.

□ Réponse des segments

Avant d’utiliser le miroir en condition réelle sur le banc d’optique dédié, il est utile de vérifier le bon fonctionnement de chacun de ses segments. La figure 7.6 présente donc les activations successives de tous les segments de la pupille avec un tip de 1 mrad. On peut alors constater que tous les segments actifs du miroir M1 sont opérationnels.

En complément du test de réponse de chacun des segments, la caractérisation des segments en réponse à une rampe de piston, de tip ou de tilt permet de caractériser la qualité et la précision des commandes du miroir. M1 et M2 n’étant pas les miroirs qui seront utilisés à terme sur SPEED, la caractérisation de cette réponse n’a pas été effectuée sur tous les segments. Nous avons choisi de valider la méthode en mesurant la réponse en tip et en tilt du segment n° 73 ainsi que la réponse en tilt du segment n° 19. Ces mesures ont été prises à l’aide d’un montage temporaire utilisant une lunette

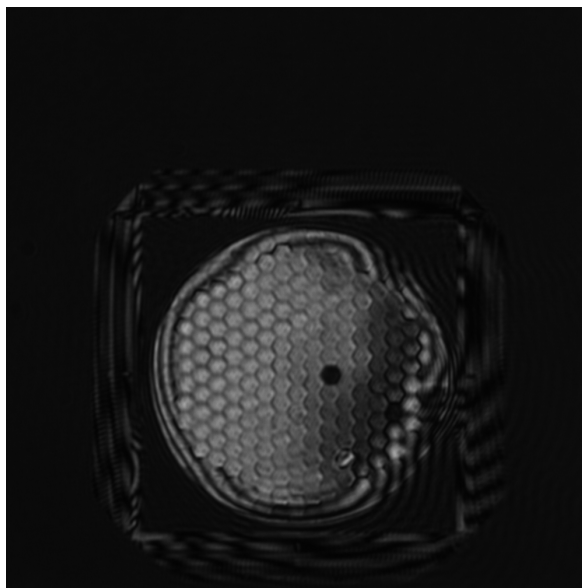


Figure 7.6 – Test de réponse de chacun des 163 segments du miroir M2. Ces derniers sont activés en tip par ordre croissant en suivant la numérotation proposée sur la figure 2.7 (à droite).

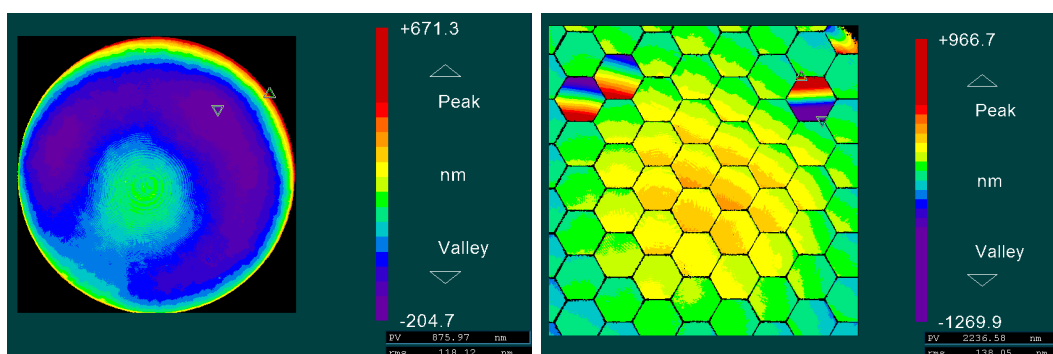


FIGURE 7.7 – À droite : aberrations mesurées avec le ZYGO sur la lunette astronomique seule. À gauche : aberrations sur le miroir M1 mesurées avec le ZYGO en présence de la lunette astronomique. On remarque que les segments sont très bien échantillonnés mais qu'un résidu d'aberrations dû à la lunette est présent.

astronomique afin de réduire le champs de vue de notre ZYGO. Cette dernière présente des aberrations importantes comme nous pouvons le voir sur la figure 7.7 (à gauche). Néanmoins, en se plaçant dans le cadre de l'étude d'un seul segment, il est possible de faire l'hypothèse que les aberrations de la lunette vont induire un piston seulement sur la mesure. La figure 7.7 (à droite) montre la mesure obtenue par cette méthode pour le miroir M1. La réponse au tip et au tilt des segments sélectionnés est présentée sur la figure 7.8. La dépendance linéaire entre le tip-tilt introduit et le tip-tilt mesuré est clai-

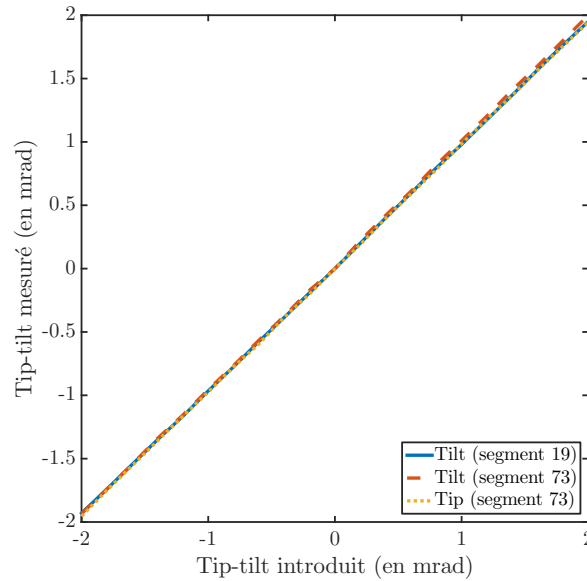


FIGURE 7.8 – Tip et/ou tilt mesuré(s) en fonction du tip et/ou tilt introduit(s) sur les segments n° 19 et n° 73.

rement visible. Néanmoins, les pentes de ces droites ne sont pas exactement unitaires, une erreur systématique comprise entre 2 et 3% est en effet présente. Cet effet doit alors être minutieusement caractérisé lorsque l'on souhaite introduire une erreur de tip-tilt de manière précise et contrôlée. Le fait que les corrections opérées par la SCC-PS ou ZELDA-PS soient effectuées en boucle fermée nous permet de nous affranchir de ce phénomène.

7.2 Implémentation de la SCC-PS

Le but de cette dernière partie est de présenter les travaux menés sur le développement de la SCC-PS sur un banc d'optique de test. L'objectif d'une telle manipulation était d'obtenir rapidement une preuve de fonctionnement du système afin de l'implémenter au plus vite sur le banc SPEED (pour rappel, *Segmented Pupil Experiment for Exoplanet Detection*, [Martinez et al., 2015](#)). Cette implémentation dans la vie réelle, bien qu'émanant d'un concept développé calmement en simulations derrière un ordinateur, n'échappe cependant pas à la célèbre loi de Murphy. C'est notamment le cas du miroir segmenté - ce dernier utilisant des technologies innovantes avancées, j'ai rencontré pendant l'intégration quelques problèmes allant du dysfonctionnement temporaire à l'impossibilité de l'utiliser. Néanmoins, j'ai réussi à obtenir quelques résultats préliminaires assez intéressants pour avoir le mérite d'être présentés. J'aborde donc dans un premier temps le banc SPEED dans son intégralité afin de montrer les différentes parties qui le composent. Je présente ensuite le banc de test séparé SCC-PS plus en détails pour finalement terminer par l'analyse des premiers résultats obtenus concernant le cophasage.

7.2.1 Le banc SPEED

Le banc SPEED est composé d'une voie visible dédiée aux aspects de cophasage et d'une voie infrarouge dédiée aux aspects de haut contraste. Une vue 3D du montage optique de SPEED est présentée sur la figure 7.9 sur laquelle le chemin commun aux deux faisceaux est représenté en jaune, la voie infrarouge en rouge et la voie visible en bleu. Je propose donc de faire une description rapide des éléments dans leur ordre d'apparition. Nous avons, en partant du haut droit de la table optique :

1. une roue à filtre, permettant de placer des filtres optiques tels que des densités neutres ou des filtres spectraux,
2. une parabole de renvoi, utilisée pour créer des montages optiques compacts en forme de W,
3. un miroir tip-tilt piezoélectrique, permettant un contrôle précis du tip-tilt et sur lequel il est possible de placer des masques d'amplitude,
4. un miroir plan, situé au plan focal de la parabole,
5. le miroir segmenté IrisAO, entouré de son enceinte imprimée en 3D afin de garantir des conditions d'humidité correspondantes aux spécifications imposées par le constructeur. Ces conditions sont assurées en créant un flux d'air sec laminaire dans l'enceinte,
6. une lame séparatrice, transmettant le faisceau infrarouge et réfléchissant le faisceau visible.

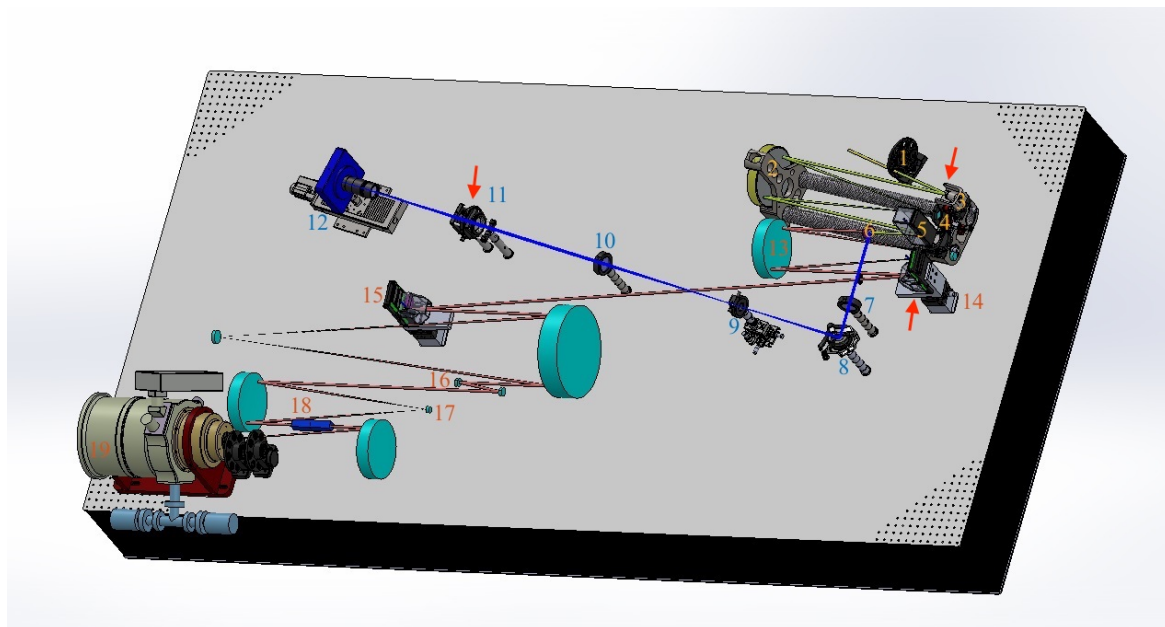


FIGURE 7.9 – Vue CAO 3D du banc SPEED. Les rayons bleus représentent la voie visible, les rayons rouges la voie infrarouge et les jaunes la voie commune aux deux. Les flèches rouges indiquent la position des plans pupilles de la voie visible de SPEED. *Crédits : J. Dejonghe.*

Sur la voie visible :

7. une lentille de focalisation, L_1 , de focale $f_1 = 300$ mm,
8. un miroir de tip-tilt à réglage manuel,
9. le masque coronographique quatre quadrants (FQPM) et son support réglable en translation et rotation,
10. une lentille identique à L_1 ,
11. un système de support en cage comprenant le diaphragme de Lyot (qui sera décrit dans la section 7.2.2) et une lentille,
12. une caméra visible Apogée (caractérisation présentée en annexe A) et son objectif, montés sur une platine de translation selon l'axe optique.

Sur la voie infrarouge :

13. une parabole de renvoi,
14. un premier miroir déformable continu Boston Micromachine, composé de 952 actionneurs (34×34),
15. le deuxième miroir déformable, identique au précédent.

Le coronographe utilisé sur SPEED est un PIAACMC (Guyon et al., 2010), dont le design tient compte de la géométrie segmentée de la pupille d'entrée et qui permet d'atteindre des valeurs de contraste élevées à faible séparation angulaire. Ce concept est séparé en trois parties distinctes que sont :

16. un apodiseur de type *Phase-Induced Amplitude Apodization* (PIAA, Guyon, 2003) produisant une apodisation de la pupille par redistribution géométrique des faisceaux,
17. un masque focal complexe produisant l'effet coronographique,
18. un stop de Lyot,
19. une caméra infrarouge embarquant un détecteur de type HAWAII

Le but de la voie visible est donc de s'occuper des problématiques liées au cophasage du miroir segmenté. La configuration présentée ici est celle de la SCC-PS, analyseur en plan focal, mais il est aussi prévu d'implémenter sur la même voie ZELDA-PS, analyseur en plan pupille. Cela permettra alors de comparer ces deux méthodes de cophasage. Un développement concernant les masques focaux utilisés est prévu pour la suite du projet SPEED.

De son côté, la voie infrarouge est dédiée au haut contraste à la création de dark holes Beaulieu et al. (2017), zones dans le plan focal dans lesquelles on essaye d'améliorer le contraste au maximum. Des aberrations de phase et d'amplitude, dues notamment aux défauts des optiques du banc, sont présentes dans le système. Elles sont la cause d'une dégradation de la qualité de l'image et par conséquent du niveau de contraste obtenu. Le principe de propagation de Fresnel statue que des aberrations d'amplitudes se transforment en aberrations de phase lors d'une propagation libre sur la distance de Fresnel et inversement pour des aberrations de phase qui se transforment en aberrations d'amplitude. Afin de permettre à la fois des corrections d'amplitude et de phase, deux miroirs déformables continus sont placés dans des plans situés entre le plan focal et le plan pupille. Une matrice de calibration est d'abord calculée en actionnant chacun des actionneurs des deux miroirs. Suite à cela, le but est de minimiser l'énergie reçue dans la zone du dark hole et ce de manière itérative.

7.2.2 Description du banc de test SCC-PS

Je présente maintenant le banc de test SCC-PS que j'ai implémenté et sur lequel j'ai testé les algorithmes développés en simulation. Il reproduit sur un banc séparé la voie visible de SPEED¹(Martinez et al., 2015) et une représentation schématique en est donnée sur la figure 7.10.

Le faisceau collimaté en amont du miroir segmenté est produit en plaçant une tête de fibre optique au point focal d'une lentille. Contrairement à SPEED où un plan pupille est disponible pour y placer un diaphragme, ce n'est pas le cas ici. Il n'est pas possible de positionner le diaphragme directement sur le miroir segmenté et ce à cause de l'enceinte et de la fenêtre de protection et lors de la conception de ce banc séparé. Le diaphragme est alors placé le plus près possible du miroir, hors du plan pupille. Des simulations par propagation de Fresnel ont été réalisées dans le but de s'assurer que l'effet introduit n'était pas limitant

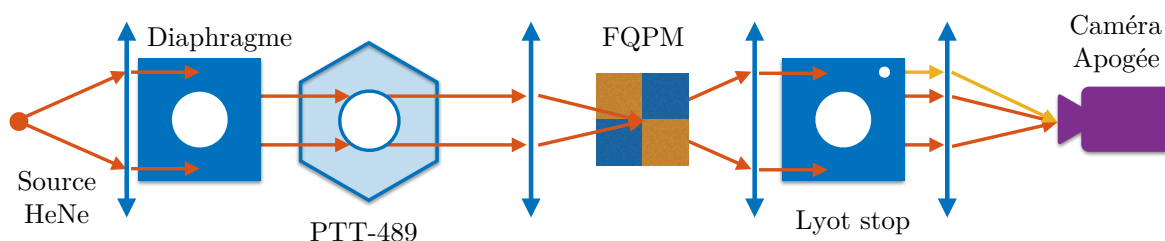


FIGURE 7.10 – Schéma simplifié représentant le trajet de la lumière sur le banc de test SCC-PS.

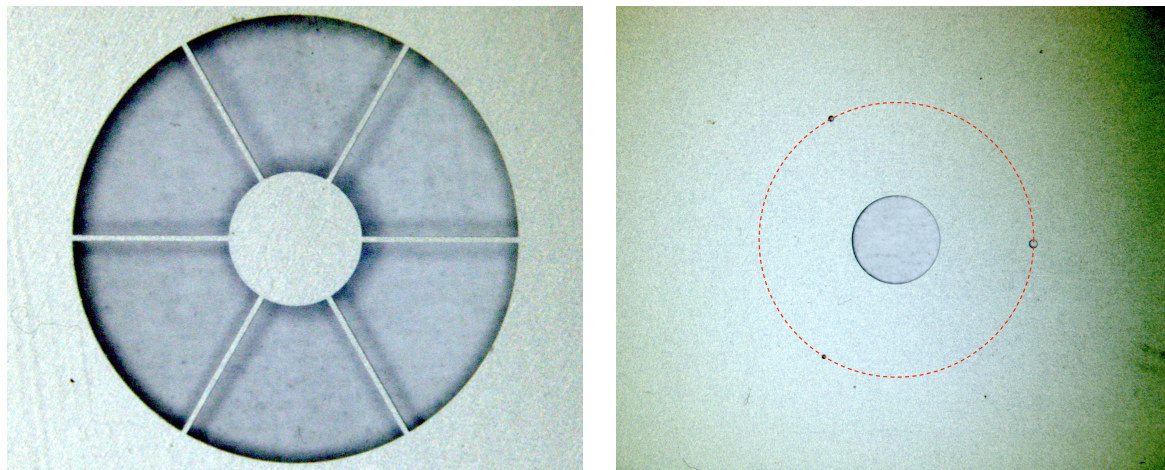


FIGURE 7.11 – Masques d'amplitude découpés au laser. À gauche : diaphragme d'entrée simulant des araignées et une obstruction centrale. À droite : diaphragme de Lyot composé d'une ouverture centrale et de trois références de tailles différentes ($\gamma = 10, 15, 20$).

1. Les designs optiques de la voie de test SCC-PS ainsi que celui du banc SPEED ont été réalisés par C. Gouvret. Les aspects mécaniques ont été étudiés par J. Dejonghe.

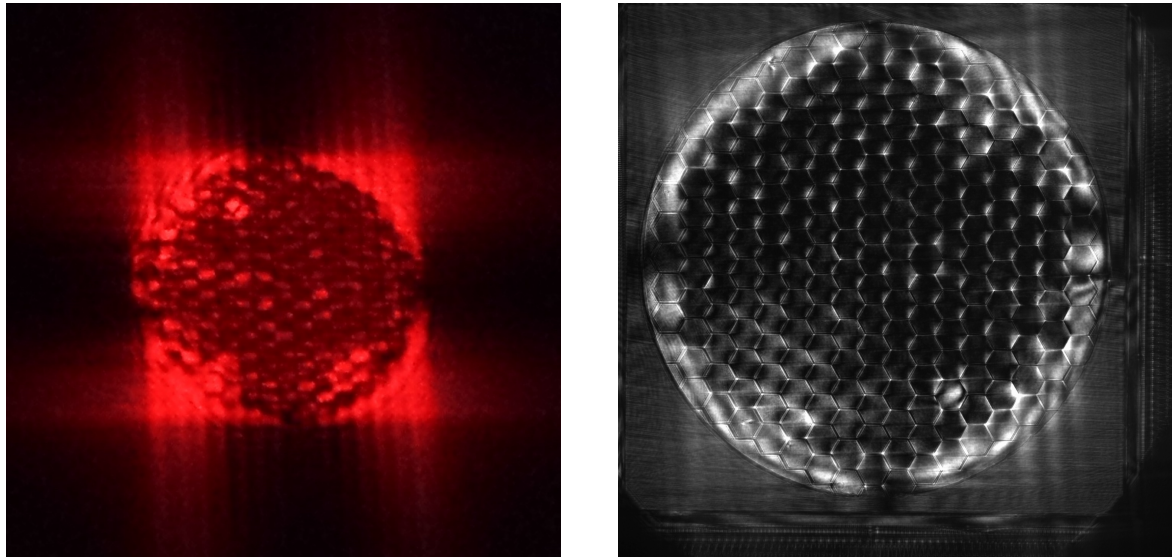


Figure 7.12 – À gauche : distribution d’intensité dans le plan de Lyot après le masque quatre quadrants (photo prise sur un écran blanc) pour une pupille d’entrée diaphragmée ($M = 7$). À droite : distribution d’intensité dans le plan de Lyot après le masque quatre quadrants pour une pupille d’entrée non diaphragmée.



pour cette expérience. Un exemple de diaphragme utilisé pour reproduire la présence de spider et d’une obstruction centrale peut être observé sur la figure 7.11 (à gauche). Dans mon cas, le diaphragme d’entrée est un disque de diamètre correspondant au diamètre du cercle inscrit à une pupille segmentée d’ordre $M = 7$ et qui permet de masquer les bords de la pupille d’entrée afin de se prémunir de la lumière parasite qui pourrait être réfléchié par les structures mécaniques et électroniques du miroir. Je traite de cet effet dans le paragraphe suivant.

Le faisceau est ensuite réfléchi sur le miroir segmenté puis focalisé sur le FQPM. Vient ensuite le plan de Lyot, dans lequel le diaphragme est placé. Comme abordé dans le chapitre 4, ce dernier est composé d’une ouverture centrale et d’une ouverture circulaire décentrée appelée référence. Le diaphragme utilisé, présenté sur la figure 7.11 (à droite), est composé dans ce cas d’une ouverture centrale dont le diamètre est égal à 1.1 fois le diamètre du cercle circonscrit à une pupille d’ordre $M = 2$ et de trois références de diamètres différents ($\gamma = 10, 15, 20$) qui sont placées autour. Un second diaphragme est utilisé pour venir sélectionner seulement l’une de ces références. La distribution d’intensité obtenue dans le plan de Lyot est caractéristique du masque quatre quadrants. N’ayant malheureusement pas sauvegardé les images faites avec la caméra scientifique dans le plan de Lyot durant l’alignement du FQPM, la figure 7.12 (à gauche) présente une photographie prise sur un écran blanc de la répartition d’intensité dans le plan de Lyot. Nous pouvons voir sur la même figure (à droite) la mesure de distribution d’intensité lumineuse dans le plan de Lyot et ce pour une pupille d’entrée non diaphragmée. L’effet coronographique est perceptible sur les bords de la pupille notamment, ainsi qu’aux intersegments, mais les asymétries présentes sur le miroir influencent grandement

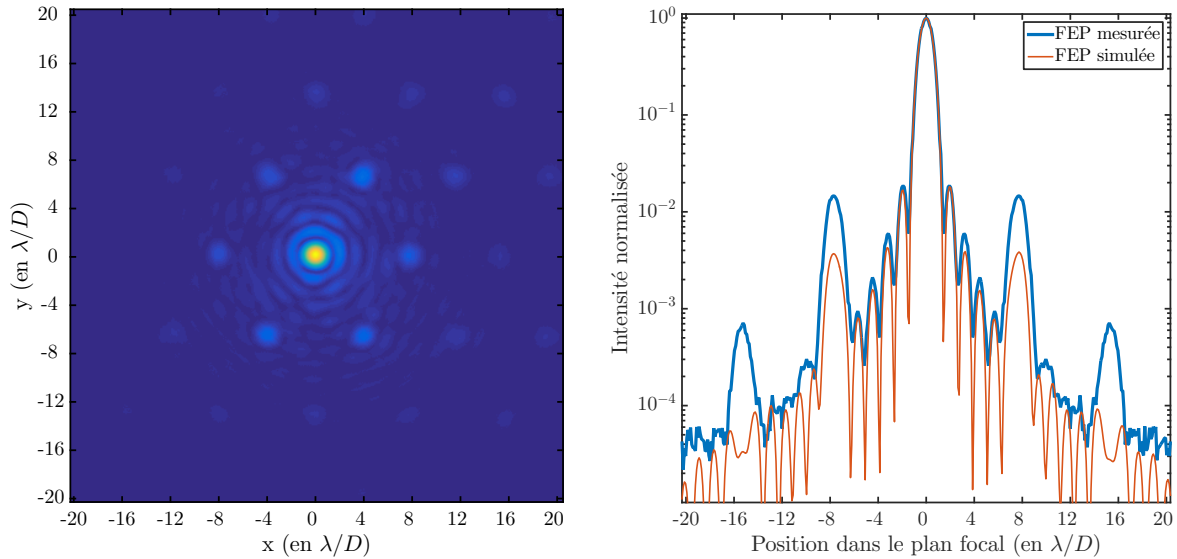


FIGURE 7.13 – FEP mesurée sur la caméra Apogée, sans masque quatre quadrants (à gauche) et sa coupe transversale correspondante (à droite). Sur cette dernière, la courbe bleu correspond à la FEP mesurée et la rouge à une FEP simulée avec des paramètres d’entrée identiques aux conditions présentes sur le banc.

les performances du FQPM. L’animation accompagnant cette figure présente l’évolution de cette distribution d’intensité en fonction de l’activation de chacun des segments de la pupille en piston.

Finalement, après le diaphragme de Lyot, une image est formée sur le détecteur de la caméra. Je m’intéresse tout d’abord au cas sans coronographe afin de mesurer la FEP du système. La médiane de 100 images de la FEP est présentée sur la figure 7.13 (à gauche). On retrouve la forme caractéristique de la FEP d’une pupille segmentée, comme présenté dans le chapitre 3. Je présente sur la même figure (à droite) la coupe transverse de cette FEP (en bleu) et ce en normalisant l’intensité par son maximum. Sur le même graphique, j’ai représenté aussi une FEP simulée (en rouge) à partir des données réelles du système, tel que la taille des segments, des gaps, la taille du stop de Lyot ou encore les aberrations présentes sur le miroir. Comme nous pouvons le voir, les deux courbes se correspondent bien jusqu’au premier pic dû à la segmentation (situé à $\sim 8\lambda/D$). À cet endroit, un facteur ~ 5 en intensité est présent entre les deux. Cet effet peut provenir, comme nous l’avons vu dans la section 3.2, de la présence de gap (irréguliers ou non) entre les segments où de la présence d’une aberration d’ordre supérieur au piston et tip-tilt sur les segments. J’ai intégré dans ma simulation la présence de gap et d’aberrations de défocus en me basant sur les mesures obtenues lors de la caractérisation du DM2 et présentées précédemment dans la section 7.1.2. Cette différence reste alors inconnue à l’heure actuelle.

Pour finir, je remets en place le masque quatre quadrants afin de prendre une image de la FEP coronographique. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 7.14 (à gauche). On retrouve encore une fois les signatures caractéristiques d’une FEP obtenue avec un miroir

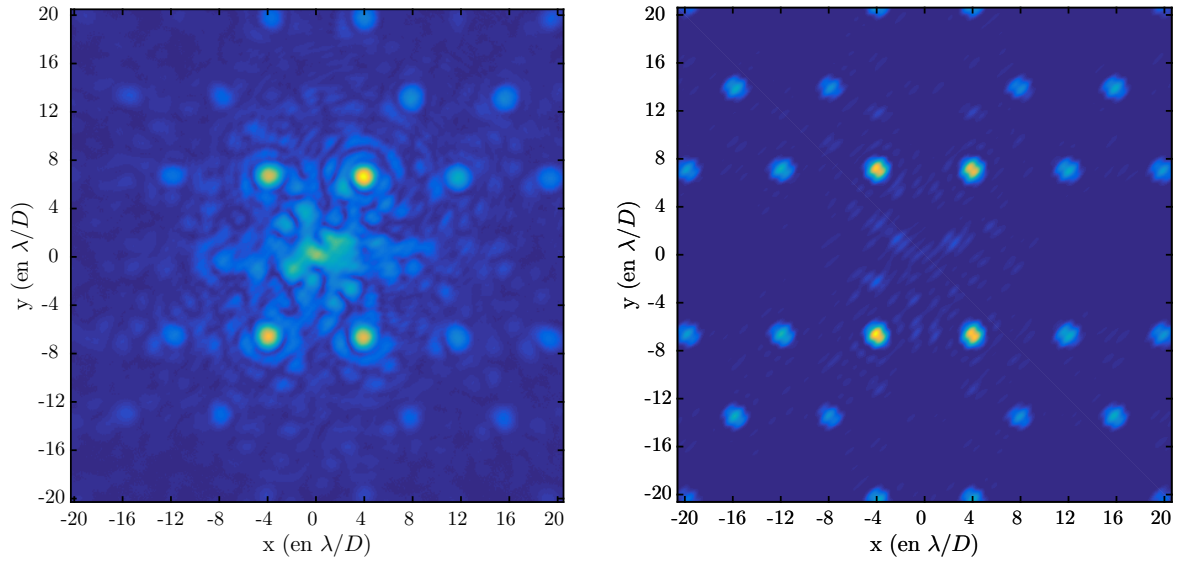


FIGURE 7.14 – FEP mesurée sur la caméra Apogée, avec le masque quatre quadrants (à gauche) et FEP simulée avec des paramètres d’entrée identiques aux conditions présentes sur le banc (à droite).

segmenté hexagonal, excepté que le pic central et les pics situés sur les transitions du FQPM sont grandement atténués. La figure 7.14 (à droite) présente quant à elle la FEP obtenue par simulation numérique. Sur les deux graphiques, nous pouvons observer les franges d’interférence propres à la SCC-PS. Dans le cas de l’image prise sur le banc, le fond créé par les speckles est plus important que celui de la simulation. Cela peut provenir du fait que les aberrations introduites par les différentes optiques le long du parcours de la lumière sur le banc n’ont pas été prises en compte dans la simulation ou encore que le FQPM a été simulé comme parfait et parfaitement aligné alors qu’il ne l’est pas sur le banc. Seulement de aberrations présentes après la première lentille de collimation et sur le miroir segmenté ont été incluses.

Une fois ces réglages et mesures effectués, je suis alors en mesure de commencer à caractériser le comportement de ce système lors de l’introduction d’aberrations sur le miroir segmenté. Je commence donc par présenter dans la section suivante la mesure de la courbe de réponse du segment central aux aberrations de piston, tip et tilt.

7.2.3 Courbes de réponse

La première mesure intéressante à réaliser concerne le comportement des estimateurs de piston, tip et tilt en fonction des aberrations introduites sur le miroir. Comme lors des simulations, les aberrations sont appliquées au segment central et les estimateurs φ_0 , φ_1 et φ_2 y sont respectivement mesurés. Un point à clarifier avant d’analyser les courbes de réponse du système est la correspondance entre un déplacement mécanique sur le miroir et une différence de chemin optique sur le front d’onde. Prenons l’exemple le plus simple d’un

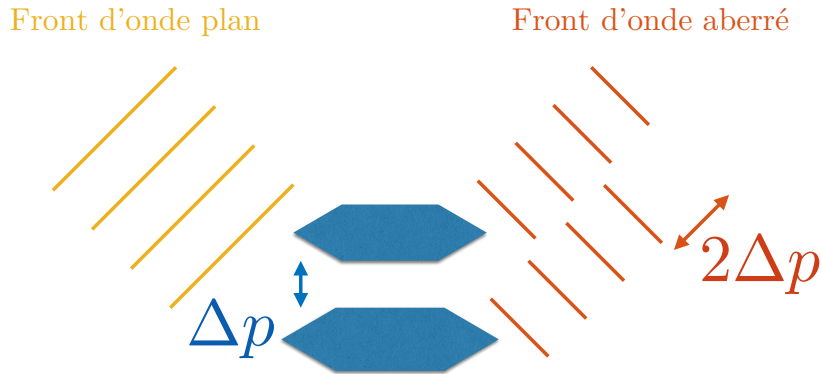


FIGURE 7.15 – Représentation graphique de la correspondance entre un déplacement mécanique sur le miroir et une différence de chemin optique sur le front d’onde.

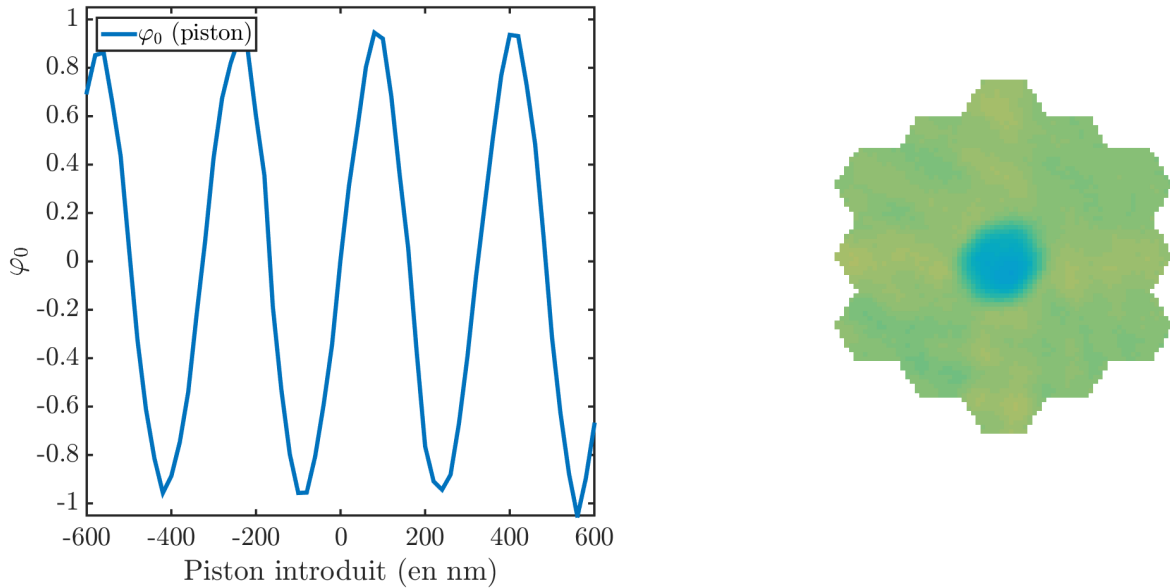


Figure 7.16 – À gauche : courbe de réponse de l’estimateur φ_0 en fonction du piston introduit sur le segment central. À droite : carte de phase estimée correspondant à chaque configuration (voir animation).

piston entre deux segments, noté Δp comme cela est représenté sur la figure 7.15. Dans le cas réfléchif que nous considérons, ce piston entre deux segments Δp va alors introduire sur le front d’onde une différence de marche de $2\Delta p$. Dans les papiers SCC-PS et ZELDA-PS, les erreurs de piston et tip-tilt étaient exprimées au niveau du front d’onde, donc un facteur 2 est à prendre en compte. De plus, la longueur d’onde utilisée est différente de celle choisie dans mes simulations, puisque sa valeur était de $\lambda = 600$ nm. Le capture range en piston s’étend alors, pour un laser HeNe à 632.8 nm théoriquement sur ± 158.2 nm au front d’onde, correspondant à ± 79.1 nm en déplacement mécanique.

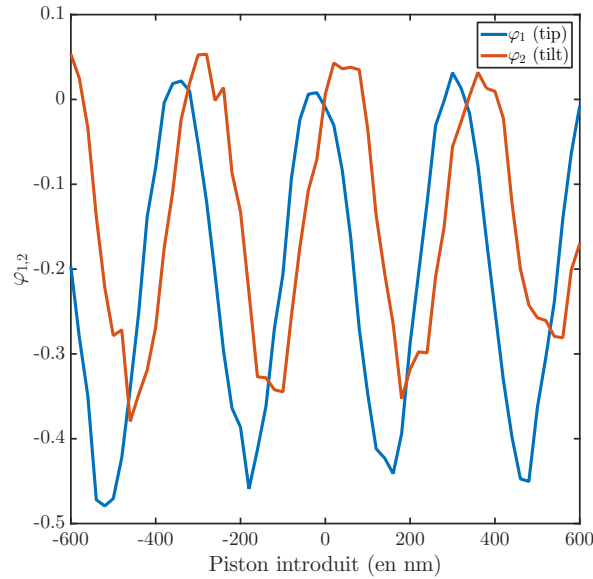


FIGURE 7.17 – Estimateurs φ_1 et φ_2 mesurés en fonction du piston introduit sur le segment central.

Une fois cela défini, nous pouvons voir sur la figure 7.16 que je n'avais pas cette correspondance entre déplacement mécanique et déplacement au front d'onde en tête lors de la prise des mesures. L'estimateur φ_0 (à gauche) a donc été mesuré pour des valeurs de déplacement du segment central de -600 à $+600$ nm avec un pas de 20 nm. L'échantillonnage du signal est par conséquent assez pauvre, mais permet quand même de retrouver sa périodicité et son capture range de ~ -80 nm à $\sim +80$ nm.

Comme nous pouvons le voir sur l'animation de la figure 7.16, la phase estimée lors de l'introduction d'une valeur de piston proche de 150 nm (à un multiple entier de λ près) ne semble pas parfaitement plane sur le segment. Cela introduit alors une corrélation entre le piston présent sur les segments et les estimateurs de tip et de tilt. Je représente sur la figure 7.17 les estimateurs φ_1 et φ_2 ainsi mesurés en fonction du piston introduit. Leur valeur est normalisée par l'amplitude obtenue lors de la mesure de φ_1 (respectivement φ_2) en fonction du tip (respectivement du tilt) que je présente juste après. Cette opération de normalisation est effectuée dans le but de pouvoir comparer des valeurs de φ_1 (respectivement φ_2) obtenues lors de l'introduction d'un tip (tilt) à celles obtenues lors de l'introduction d'un piston. Cette effet est à l'origine d'une valeur de φ_1 assez conséquente, allant jusqu'à atteindre ~ -0.5 pour un piston de -200 nm, ce qui signifie que la valeur du tip faussement estimée vaudra la moitié de sa gamme dynamique. J'ai pu observer des effets similaires en simulation mais avec des bandes spectrales beaucoup plus larges (de l'ordre de 40 nm), ce qui ne me conforte pas dans l'idée que ce phénomène soit dû à cela. La seconde hypothèse serait l'apparition réelle d'une quelconque manière d'un tip-tilt sur la pupille lors du déplacement du segment. Cela pourrait être dû à un mauvais alignement du miroir segmenté, mais là non plus cette option ne me paraît pas la plus appropriée car selon moi, un tel comportement devrait s'amplifier au

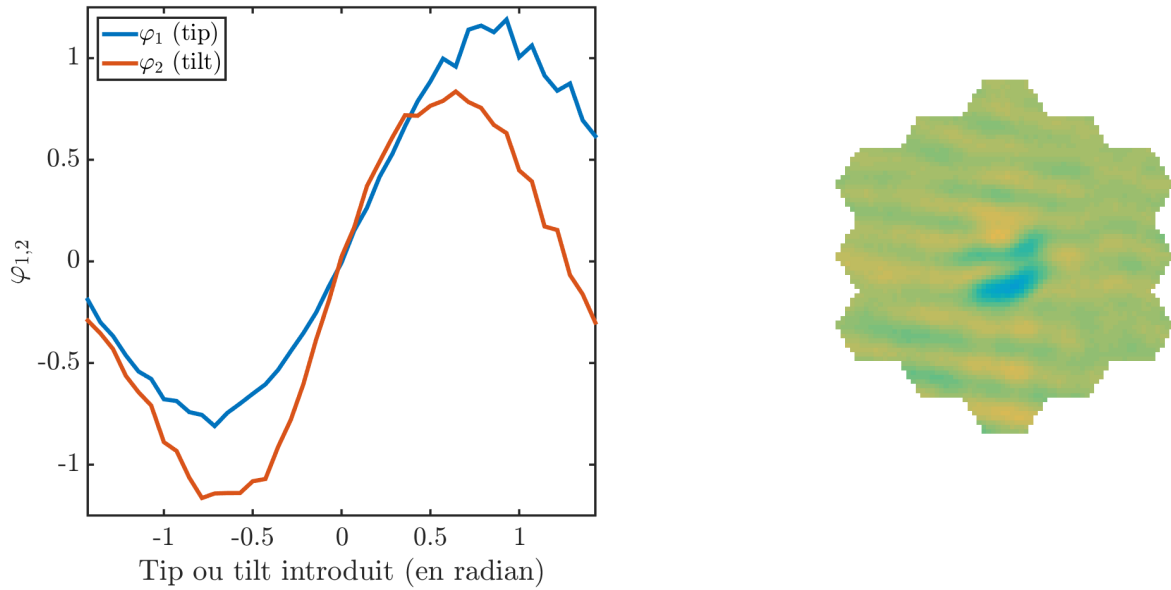


Figure 7.18 – À gauche : courbe de réponse des estimateurs φ_1 et φ_2 en fonction du tip et du tilt introduits respectivement sur le segment central. À droite : carte de phase estimée correspondante à chaque configuration (voir animation).

fur et à mesure que le piston augmente et non pas produire des oscillations. Ce comportement sera intéressant à reproduire et à quantifier sur la voie visible de SPEED.

La deuxième mesure est celle des estimateurs φ_1 et φ_2 en fonction du tip et du tilt introduit. La figure 7.18 présente les résultats obtenus pour des valeurs de tip-tilt allant de -1.4 à 1.4 mrad. Cela correspond à élever la pointe du segment à $1 \mu\text{m}$ ou encore de prendre un gradient de $\sim 1.58\lambda/r$ pour comparer ces valeurs à celle annoncées dans les deux papiers présentés précédemment. La zone \mathcal{H} ayant été choisie comme égale à $r/3$, le capture range théorique ainsi obtenu doit être d'environ 1.20 mrad. Nous pouvons observer sur la figure 7.18 que le capture range obtenu expérimentalement est en adéquation avec cette valeur, ce qui est plutôt rassurant.

7.2.4 Matrice de calibration

La deuxième étape de l'étude de ce banc de test SCC-PS est la construction d'une matrice de calibration. Le principe reste le même que celui présenté précédemment durant le développement des deux papiers dans les section 4 et 5. La figure 7.19 (à gauche) présente la matrice de calibration ainsi obtenue sur le banc. Comme attendu, celle-ci est à diagonale dominante. Des termes annexes, regroupés eux aussi de manière diagonale, sont présents dans cette matrice. Ceux-ci sont tout simplement dus aux interdépendances entre les estimateurs et leur effet est surtout perceptible lors de l'introduction du piston lorsque le système semble mesurer du tip et du tilt. Un dernier artefact de mesure est produit lors de l'introduction d'un tilt - le système estime alors un piston, cela pouvant être dû à un mauvais centrage

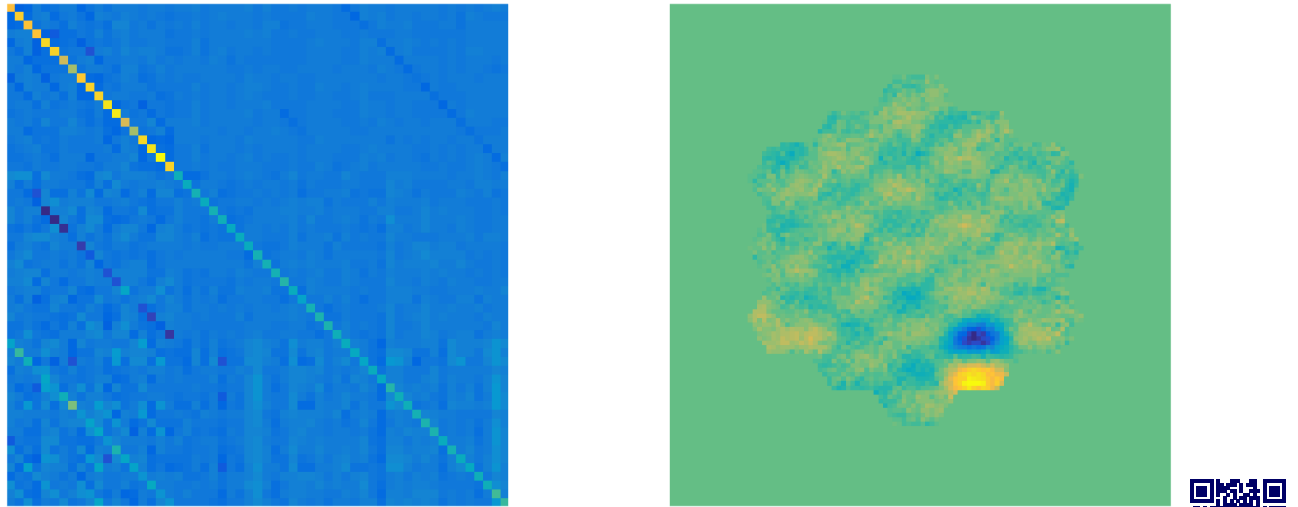


Figure 7.19 – À gauche : matrice de calibration obtenue sur le banc de test SCC-PS. À droite : carte de phase estimée correspondant à chacune des configurations mesurées (voir animation). Le second code QR redirige vers une animation présentant l'évolution de l'image SCC-PS dans le plan focal en fonction de l'introduction d'un piston segment après segment.

de la zone d'analyse selon l'axe y . Finalement, une différence d'amplitude entre le piston et le tip-tilt est visible sur la diagonale de la matrice. Cet effet est seulement dû au fait que la valeur des signaux φ_1 et φ_2 est inférieure à celle de φ_0 , et cela du fait que les valeurs de tip-tilt choisies pour produire cette matrice n'étaient pas suffisantes. Nous pouvons nous convaincre de cela en regardant l'animation proposée sur la figure 7.19 (à droite) sur laquelle nous pouvons voir que pour l'application de tip-tilt sur la pupille, l'amplitude semble moins importante que pour le piston. Dans le but de compléter cette section, le second QR code redirige vers une animation présentant l'évolution de l'image SCC-PS dans le plan focal en fonction de l'introduction d'un piston segment après segment.

7.2.5 Estimation de piston aléatoire

Le dernier des tests qu'il m'a été possible de réaliser avant que le miroir segmenté ne soit plus opérationnel a été l'application et l'estimation de réalisations de vecteurs de piston initiaux \mathbf{p}_0 tirés de manière aléatoire depuis une distribution uniforme, et ce dans le but de contrôler de manière exacte les bornes supérieures et inférieures. Comme à l'habitude, j'ai d'abord commencé par une valeur beaucoup trop importante de piston comme nous pouvons le voir sur la figure 7.20 (à gauche). Dans ce cas, les valeurs de piston sont comprises entre $\pm 0.75 \mu\text{m}$ et je représente la mesure de l'estimateur φ_0 en fonction de l'aberration de piston introduite. Encore une fois, un comportement sinusoïdal peut être observé, ce qui est tout à fait normal. Dans un second temps, j'ai changé les valeurs limites du piston, produisant ainsi des valeurs comprises entre $\pm 150 \text{ nm}$ en déplacement mécanique, ce qui est encore un peu grand pour vérifier les capacités de la SCC-PS pour des valeurs de piston comprises dans le capture range. Comme le présente la figure 7.20 (à droite), la réponse est encore une fois

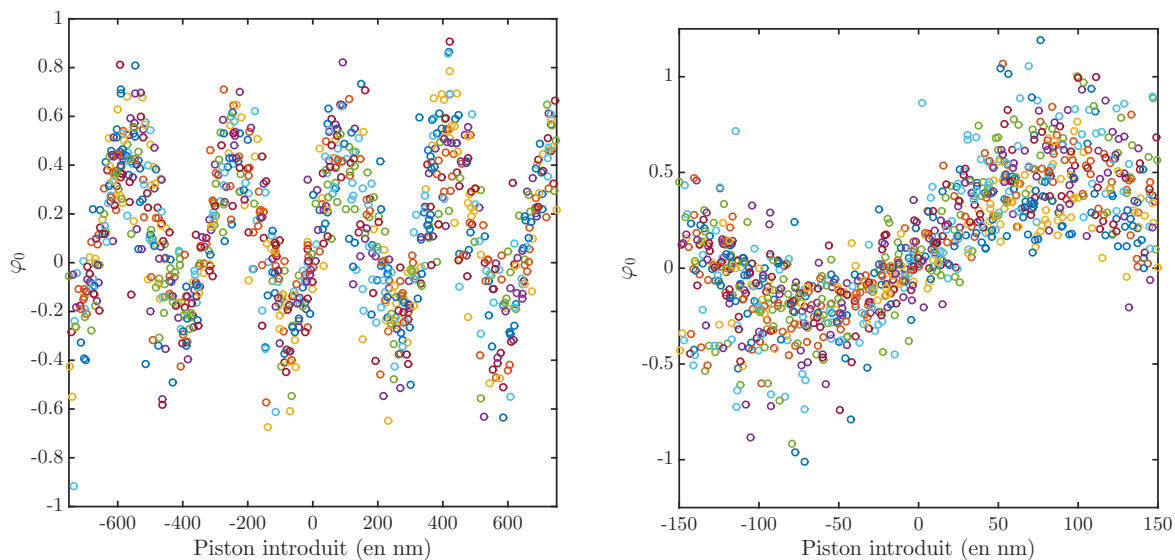


FIGURE 7.20 – Estimateur φ_0 mesuré sur le banc SCC-PS en fonction du piston introduit pour 100 réalisations aléatoires. Les valeurs de piston sont comprises entre $\pm 0.75\mu\text{m}$ (à gauche) et entre $\pm 150\text{ nm}$ (à droite).

sinusoïdale.

Les estimations obtenues semblent toutefois assez dispersées et j'ai donc voulu les comparer à des résultats obtenus par simulations numériques en reprenant les mêmes conditions expérimentales. La figure 7.21 présente alors les mesures de l'estimateur φ_0 en fonction du piston introduit (ce dernier étant exprimé comme la différence de chemin optique, donc avec un facteur 2 par rapport aux résultats du banc). On observe alors un comportement similaire et cela peut être dû à l'interaction du signal produit par chacun des segments qui vient fausser les estimations.

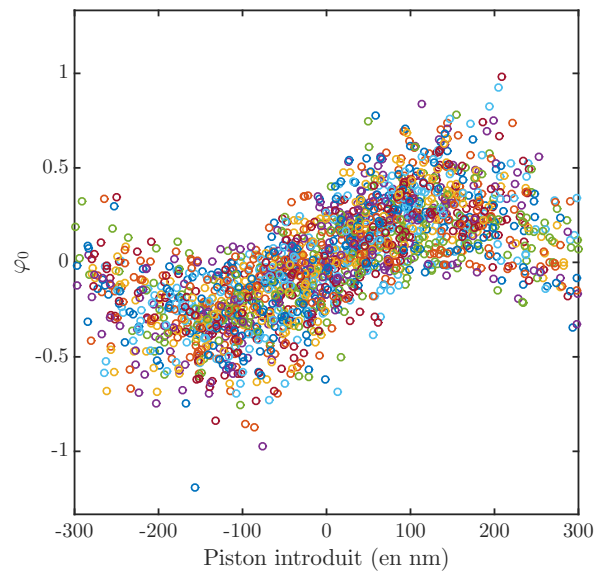


FIGURE 7.21 – Estimateur φ_0 mesuré en simulation en fonction du piston introduit pour 100 réalisations aléatoires. Les valeurs de piston sont comprises entre ± 150 nm. On retrouve une dispersion similaire à celle observée sur le banc SCC-PS.

7.3 Conclusion

Durant cette partie expérimentale de ma thèse, j'ai pu prendre en main et caractériser le miroir segmenté PTT-489 d'Iris AO, d'abord sur les aspects de métrologie, en prenant des mesures de dimensions telles que la taille des segments ou celle des gaps, puis en mesurant sa qualité de surface à l'aide d'un interféromètre laser ZYGO. J'ai pu confronter mes mesures à celles effectuées par le constructeur et ainsi les valider. Une vérification du bon fonctionnement de chacun des segments a été faite en piston et tip-tilt. Le mode de contrôle actuel du miroir ne permettant pas d'activer un à un les actionneurs, ces derniers n'ont cependant pas été testés individuellement.

Une fois ces tests effectués sur le miroir, j'ai pu apporter ma contribution au développement de la voie visible du banc SPEED en implémentant un banc de test séparé afin de valider la viabilité de la SCC-PS dans la vie réelle. J'ai tout d'abord participé au dimensionnement des diaphragmes de pupille et de stop ainsi qu'à leur acceptation en effectuant des mesures de dimension au microscope. Dans un second temps, j'ai réalisé l'intégration optique du banc de test durant laquelle j'ai aussi pu effectuer des mesures de stabilité. Finalement, une fois opérationnel, ce banc de test m'a permis de faire les premiers essais de mesure de cophasage avec la SCC-PS. J'ai suivi le processus adopté lors de mes simulations, à savoir dans un premier temps la mesure des courbes de réponse du segment central au piston, tip et tilt, puis dans un second temps la construction d'une matrice de calibration et enfin l'estimation de piston introduit de manière aléatoire.

J'ai été contraint de mettre ces développements en attente pour des raisons techniques dues au miroir segmenté et aussi pour des raisons de rédaction de cette thèse. Les premiers résultats, obtenus assez rapidement, sont prometteurs pour la suite du projet. L'objectif est de commencer l'intégration de la voie visible de SPEED au début du mois de septembre 2017, ce qui permettra peut-être d'avoir des résultats plus propres lors de la soutenance.

Conclusion générale et perspectives



Conclusion générale

J'ai effectué ma thèse dans le cadre du projet SPEED, banc de recherche et de développement qui a pour objectif de proposer et de tester de nouveaux concepts pour l'imagerie à haut contraste en présence de segmentation sur la pupille d'entrée. Ces conditions d'ouvertures complexifiées seront retrouvées notamment sur les futurs projets de très grands télescopes. Mon travail s'insère dans la partie qui s'intéresse aux solutions de cophasage du miroir segmenté, aspect important à contrôler afin d'obtenir du système ses performances optimales en terme d'imagerie, comme nous avons pu le voir dans le chapitre 2. Ce travail est composé de deux grandes parties complémentaires : la première portant sur des aspects de simulation numérique, visant à tester et valider les concepts de cophasage envisagés, et la seconde étant l'implémentation de ces analyseurs sur la voie visible de SPEED.

Dans la partie **GÉOMÉTRIE HEXAGONALE ET FORMATION D'IMAGE** j'ai abordé les aspects géométriques généraux impliqués par une pupille segmentée de forme hexagonale et j'ai développé la théorie de la formation d'image en présence de segmentation dans la pupille d'entrée.

De manière plus pragmatique (et cela n'a pas forcément été abordé dans les résultats donnés dans cette thèse) j'ai d'abord commencé par développer mon propre code créant des pupilles segmentées hexagonales et permettant d'y introduire des aberrations de piston et tip-tilt. Je l'ai conçu pour qu'il soit le plus versatile possible et qu'il fonctionne aussi bien avec des analyseurs en plan focal qu'en plan pupille. J'ai présenté dans le chapitre 2 quelques détails concernant la création de ce package de base de mes simulations.

Je me suis également intéressé par la suite à des développements plus théoriques concernant le calcul de modes orthogonaux sur l'hexagone pour finalement calculer les expressions analytiques des valeurs de piston, tip et tilt à donner à chacun des segments d'une pupille afin d'ajuster au mieux n'importe quel polynôme de Zernike. Ces questions avaient été traitées de manière numériques auparavant, je propose donc ici une solution analytique exacte et indépendante du nombre de segments considérés.

Dans la partie intitulée **SIMULATIONS NUMÉRIQUES ET DÉVELOPPEMENT THÉORIQUE DU COPHASAGE**, j'ai présenté les développements effectués en simulation pour deux analyseurs de cophasage, la SCC-PS en plan focal dans le chapitre 4 et ZELDA-PS en plan pupille dans le chapitre 5. J'ai finalement discuté dans le chapitre 6 des propriétés statistiques du cophasage ainsi que des améliorations possibles à apporter aux systèmes afin d'augmenter leur capture range.

Dans le développement de la SCC-PS, j'ai défini trois estimateurs de cophasage, φ_0 , φ_1 et φ_2 mesurant respectivement le piston, le tip et le tilt. J'ai caractérisé le système en mesurant les courbes de réponse aux trois aberrations considérées et ainsi déduit le capture range de cet analyseur. Après avoir calculé une matrice de calibration, j'ai réussi à cophaser le système à des niveaux d'aberrations inférieures au nanomètre. J'ai pu aussi tester le comportement de la SCC-PS face aux décalages du masque focal et de la zone d'analyse et en ai déduit

que les tolérances ainsi posées ne sont pas contraignantes, car bien moins exigeantes que ce qui est techniquement envisageable à l'heure actuelle. J'ai finalement estimé la magnitude limite avec laquelle le système peut converger vers un état stable. La conclusion en a été que la SCC-PS donne des résultats légèrement en deçà de ce qui peut être obtenu avec d'autres analyseurs, mais les résultats sont améliorables et j'en reparle dans la partie **PERSPECTIVES**.

L'avantage certain de la SCC-PS comme analyseur de front d'onde est son exemption d'aberration de chemin non-commun, puisque l'image utilisée pour faire la mesure de phase est aussi l'image scientifique. La SCC-PS fonctionnant dans un système d'imagerie coronographique, elle permet, en plus d'une correction préalable, d'effectuer un contrôle et de réajuster la position des segments pendant l'observation elle-même. De plus, la SCC-PS peut être utilisée de manière complémentaire à la SCC classique et ainsi permettre simultanément le cophasage et la correction des erreurs quasi-statiques de phase et d'amplitude instrumentales.

J'ai effectué par la suite les mêmes tests sur l'analyseur ZELDA-PS et ce à partir de la même base algorithmique permettant de faire opérer le système en boucle fermée. La précision de cophasage obtenue est inférieure au nanomètre dans ce cas aussi et les sensibilités aux décalages sont équivalentes aux résultats obtenus avec la SCC-PS. La première différence concerne la magnitude limite pour laquelle le système converge encore vers une configuration stable. Cette dernière est en effet plus élevée que pour la SCC-PS et est comparable à la magnitude qui peut être atteinte sur d'autres analyseurs utilisés généralement en optique adaptative. La seconde est le capture range réduit de ZELDA par rapport à celui de la SCC-PS, ce qui réduit la gamme dynamique des aberrations mesurables. Le troisième point concerne le fait que ZELDA nécessite une voie d'analyse dédiée contrairement à la SCC-PS, ce qui est à l'origine de NCPA.

L'avantage de ZELDA-PS en tant qu'analyseur de cophasage fin est son utilisation sans matrice de calibration. Bien que ce point reste à explorer de manière plus approfondie, de rapides simulations ont montré des résultats déjà très satisfaisants.

Le dernier chapitre de cette partie portait sur l'approche statistique et sur l'amélioration des techniques de cophasage. Le premier point a été traité en faisant le parallèle entre simulations et considérations théoriques afin de proposer des conditions sur la probabilité de convergence d'un système ou sur les conséquences d'une divergence en présence d'erreurs de décalages. Il est notamment intéressant de connaître la probabilité de convergence d'un système selon la variance des aberrations présentes sur la pupille, cela permet de définir les besoins nécessaires en terme de cophasage pour un cas donné.

Le second point important était axé sur l'amélioration du capture range. J'ai travaillé principalement avec la SCC-PS pour obtenir ces simulations. J'ai d'abord essayé des méthodes déjà existantes et ai prouvé le fait que l'on peut les appliquer telles quelles à ce système. J'ai alors défini un nouvel estimateur Φ_0 capable d'améliorer le capture range de $\lambda/2$ à quelques 20λ , ce qui représente un gain considérable. J'ai finalement collaboré au développement de la *doublet-wavelength coherence technique*, permettant de repousser les limites des capture ranges à des valeurs de l'ordre du millimètre. Cela pourrait éventuellement permettre de se passer de l'étape de *coarse phasing* généralement envisagée dans les systèmes de cophasage.

La dernière partie de cette thèse, intitulée **IMPLÉMENTATION INSTRUMENTALE**, concerne

les résultats obtenus lors de la caractérisation du miroir segmenté Iris AO puis les mesures préliminaires effectuées sur le banc de test SCC-PS. Le contrôle du DM a été effectué d'abord de manière visuelle au microscope afin de vérifier le bon état global du miroir mais aussi pour mesurer la taille des segments et des gaps. Le miroir a ensuite été placé devant un ZYGO pour effectuer des mesures de qualité optique. J'ai ainsi pu comparer mes mesures à celles fournies par le constructeur, qui étaient toutes deux équivalentes. J'ai également testé la réponse de chacun des actionneurs.

Le dernier point traité dans cette thèse est l'intégration du banc de test SCC-PS. Après avoir aligné l'expérience et obtenu les premières images SCC-PS, j'ai pu mesurer la courbe de réponse d'un segment en piston, tip et tilt, construire une matrice de calibration, puis faire l'estimation de 100 vecteurs de piston initiaux aléatoires sur la pupille. Malheureusement arrêté dans ces travaux par une panne du miroir segmenté, je n'ai pas pu continuer et obtenir les résultats finaux que j'espérais, à savoir faire converger le système. Je donne donc dans les paragraphes de la partie [PERSPECTIVES](#) suivante les axes d'améliorations que je prévois à tous les développements effectués durant ma thèse.

Perspectives

Je reprends dans cette dernière partie la structure chronologique adoptée dans la partie **CONCLUSION GÉNÉRALE** et qui suit l'ordre de cette thèse. Je présente alors les axes d'amélioration qui sont envisageables, autant en simulations que sur la voie visible de SPEED.

L'ajout de paramètres au package de simulation de la pupille segmenté peut être envisagé afin de mieux recréer les défauts d'amplitudes introduits par les araignées du support du miroir secondaire. Il serait alors intéressant de voir comment se comporte les estimateurs de piston, tip et tilt en présence de ces obstruction et si besoin en redéfinir de nouveaux. On pourrait également penser aux cas où d'autres miroirs que le primaire sont adaptatifs et de forme géométrique non nécessairement hexagonale, comme cela sera le cas avec l'E-ELT.

L'ajout de turbulence atmosphérique dans les simulations est aussi un point qu'il convient d'étudier plus en détails. J'ai tenté de manière sommaire d'en inclure dans les simulations SCC-PS sans obtenir résultats probants immédiats. Je pense cependant qu'une étude plus approfondie pourrait permettre de valider le fonctionnement de cet analyseur sous certaines conditions. À ce même sujet, il serait également intéressant de commencer à proposer des méthodes qui sont capables de traiter à la fois la turbulence atmosphérique et les erreurs de cophasage. Cela notamment pour éviter des interaction nuisant aux performances des deux étages de correction distincts. De façon intuitive, la solution serait d'effectuer un premier cophasage élémentaire sous turbulence atmosphérique pour ensuite fermer la boucle d'optique adaptative puis finalement effectuer de manière régulière des contrôles du bon alignement des segments. Afin de mieux comprendre le comportement d'une telle procédure, des essais en simulation, sur banc ou sur ciel seront nécessaires.

D'un point de vue du développement de la méthode de la SCC-PS, le premier aspect concerne l'étude de nouveaux masques focaux adaptés afin d'optimiser la répartition du flux lumineux dans le plan de Lyot et ainsi augmenter le rapport signal à bruit de l'image SCC-PS. Ce projet est déjà en cours de développement au sein du laboratoire et je participe actuellement à l'encadrement du stage de la future thésarde qui prendra ma succession et travaillera sur ces aspects.

Bien que je l'ai déjà implémenté, le code SCC-PS polychromatique pourrait être étudié d'avantage. Des validations de performances en laboratoire ont été effectuées en lumière polychromatique au LESIA et ont déjà donné des résultats satisfaisants.

La validation importante à apporter à ZELDA-PS est son fonctionnement sans matrice de calibration, comme cela a été testé et présenté précédemment dans cette thèse. Le gain de temps que cela représente est considérable lorsque l'on souhaite utiliser un tel système sur de très grand télescopes segmentés. On pourrait aussi penser à utiliser des matrices synthétiques, c'est-à-dire totalement simulées, ou des matrices pseudo-synthétiques, c'est-à-dire utilisant la structure d'une matrice simulée et se basant sur des prises de mesures de quelques segments seulement.

Il est clair que la partie restante la plus importante concerne l'intégration de la voie visible du banc SPEED. Dans un futur proche, dès que j'aurai rendu ce manuscrit, je compte reprendre rapidement les mesures sur mon banc de test séparé afin de préparer au mieux son portage vers la voie finale. J'aurai environ un mois pour essayer d'obtenir mes premiers résultats de convergence en boucle fermée. Dès le mois de septembre 2017 commencera le montage de la voie visible dans sa configuration SCC-PS. Viendra alors le temps de caractériser le comportement du banc final et de tester les algorithmes développés en simulation. Il sera bien entendu intéressant de comparer les résultats obtenus sur le banc avec ceux obtenus numériquement.

Je présente finalement dans l'annexe [E](#) le travail de réduction de données SPHERE que j'ai effectuée durant ma deuxième année de thèse. J'ai participé à plusieurs DRT (Data Reduction Team) pendant lesquelles j'ai pu découvrir le fonctionnement de SPHERE ainsi que les différentes techniques d'imagerie différentielle utilisées par le pipeline de réduction. J'ai effectué la visualisation et la vérification des images obtenues par l'instrument afin d'en contrôler la qualité et de planifier si nécessaire de nouvelles observations. Ce travail était un premier pas avec l'instrument SPHERE puisque j'ai commencé à travailler sur l'analyse du système AFGL 4106, une étoile binaire entourée par un disque présentant une structure spirale complexe. Le but était de comparer des données observationnelles à des simulations numériques déjà existantes afin d'essayer de comprendre la dynamique de formation et d'évolution d'un tel système. Ce travail mis entre parenthèses lors de l'analyse de ZELDA-PS devrait être repris d'ici peu.

Annexes

Caractérisation de la caméra Apogée - AltaF47

Sommaire

A.1 Banc de calibration	179
A.2 Mesure du courant d’obscurité	180
A.3 Mesure du gain	181
A.4 Non uniformité de la réponse photométrique	183

Je présente dans cette annexe les étapes de caractérisation de la caméra scientifique qui sera utilisée à terme sur le banc SPEED et dont je me suis servi sur pour obtenir mes premiers résultats sur le banc temporaire de cophasage présentés dans le chapitre 7. J’ai effectué à l’aide du banc de calibration présenté dans la section A.1 la caractérisation d’une caméra visible Apogée Alta F7. Cela comprend la mesure du courant d’obscurité et du gain du détecteur et les techniques employées sont basées sur le document EMVA-1288 [Association \(2012\)](#).

A.1 Banc de calibration

Nous souhaitons durant cette caractérisation pouvoir utiliser des faisceaux monochromatiques ainsi que des champs plats (faisceaux dont la distribution d’intensité lumineuse est la même en tout point) et ce afin que chacun des pixel soit traité de manière égale. Pour cela, un banc de calibration a été développé au laboratoire Lagrange par [Philippon \(2014\)](#) et [David \(2017\)](#). Ce dernier est représenté de manière schématique sur la figure A.1 et se compose :

- d’une source halogène,
- d’un monochromateur, lui même composé d’un réseau pour disperser le la lumière et en produire un spectre et sur lequel sera sélectionnée la longueur d’onde désirée à l’aide d’une fente. Sur notre banc de calibration, ce système est réflectif de type Czerny-Turner,
- une sphère intégrante permettant de produire des faisceaux dont l’éclairement est constant sur tout le champ,
- la caméra à tester, dans mon cas une caméra Apogée Alta F7.

Des exemples d’images obtenues sont présentées à la fin de cette annexe sur la figure A.5. Je présente dans la section suivante la mesure du courant d’obscurité.

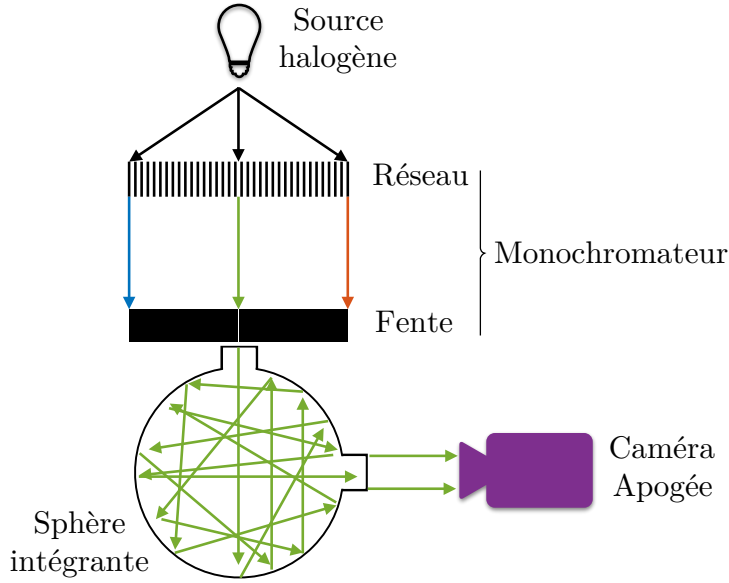


FIGURE A.1 – Représentation schématique du banc de calibration permettant de produire des champs d'éclairage plats aux longueurs d'onde souhaitées.

A.2 Mesure du courant d'obscurité

Le courant d'obscurité est un bruit physique dû à l'agitation thermique des électrons dans le matériau composant le capteur. Ce bruit, présent même sans illumination du détecteur est dépendant de la température tel que :

$$\mu_d = \mu_{d,0} + \mu_I t_{exp}, \quad (\text{A.1})$$

où $\mu_{d,0}$ est la valeur du dark à temps d'intégration nul (offset, en e^-/s), μ_I est le courant d'obscurité et t_{exp} le temps d'exposition.

Afin d'établir les paramètres caractéristiques du courant d'obscurité de la caméra, je réalise des séries d'images noires (« darks » en anglais) qui sont simplement obtenues en gardant l'obturateur fermé pendant l'intégration. Ces images noires sont mesurées à des températures de détecteur T de 0, -8, -16, -24 °C et ce pour des temps d'intégration croissants t_{exp} de 0, 1, 2, 4, 8, 16 secondes. La caméra délivre des images non signées codées sur 16 bits (soit $2^{16} = 65536$ Analog to Digital Unit ou ADU) affectées d'un offset d'environ 1200 ADU. En calculant la valeur moyenne du dark sur 10 images on obtient alors les courbes présentées sur la figure A.2 (à gauche), soit μ_d en fonction de t_{exp} . La pente de la droite qui ajuste la valeur moyenne du flux des images darks en fonction du temps d'intégration donne le courant d'obscurité en ADU par unité de temps. Ces valeurs sont ensuite converties à l'aide du gain (qui sera calculé dans la section A.3) en électron par unité de temps. La courbe des courants d'obscurité en fonction de la température, présentée sur la figure A.2 (à droite), est ajustée par une loi exponentielle de la forme :

$$\mu_I = \mu_{I.ref} 2^{(T-T_{ref})/T_d}, \quad (\text{A.2})$$

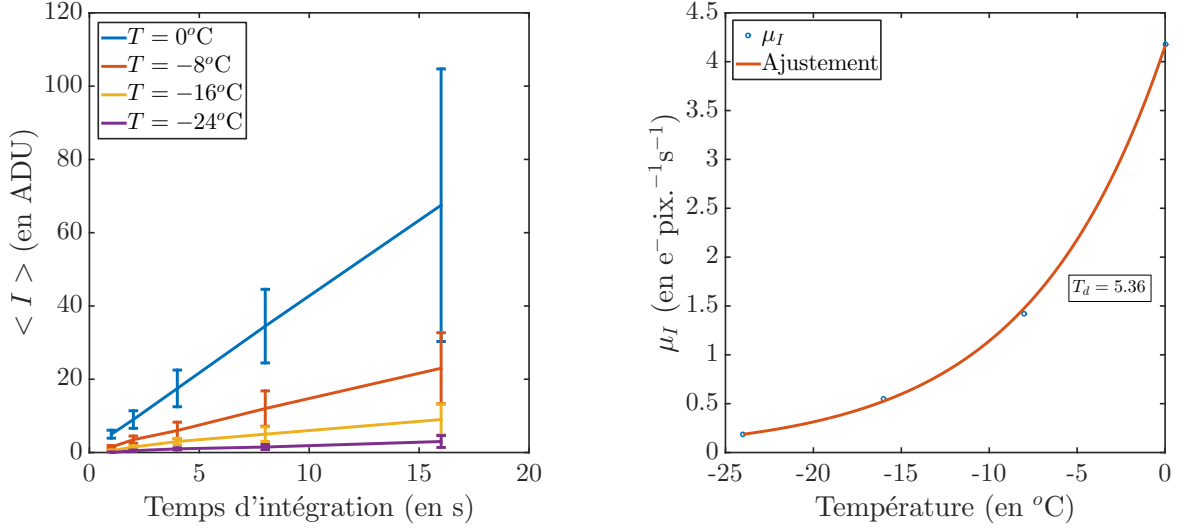


FIGURE A.2 – À gauche : représentation de μ_d (ici noté $\langle I \rangle$) en fonction du temps d'intégration t_{exp} . Les barres d'erreur sont données pour 1σ . À droite : courant d'obscurité μ_I en fonction de la température du détecteur. La température caractéristique de doublement T_d vaut pour notre caméra 5.36°C .

dont on extrait le paramètre T_d qui représente l'intervalle de température causant un doublement du courant d'obscurité. μ_I est la valeur moyenne des images dark et $\mu_{I.ref}$ et T_{ref} sont deux constantes. Suite à l'ajustement des mesures, nous trouvons $T_d = 5.36^\circ\text{C}$. On note en pratique que le courant d'obscurité vaut $\sim 4.2 \text{ e}^- \text{px}^{-1} \text{s}^{-1}$ à 0°C et $\sim 0.5 \text{ e}^- \text{px}^{-1} \text{s}^{-1}$ à -15°C . Passons maintenant au calcul du gain de la caméra.

A.3 Mesure du gain

Le gain de la caméra est un coefficient qui fait le lien entre les valeurs digitales produites par la caméra (ADU) et le nombre d'électrons mesurés sur les détecteur. Le nombre d'électron peut être relié au nombre de photons incidents sur la caméra par l'efficacité quantique η . Le signal digital moyen mesuré par la caméra peut s'exprimer comme :

$$\mu_y = K(\mu_d + \mu_e), \quad (\text{A.3})$$

où $K\mu_e$ est le nombre d'électron moyen provenant de photon. μ_d représente le nombre d'électron moyen dû au courant d'obscurité. Le facteur K (en ADU/e^-) représente alors l'inverse du gain de la caméra.

La méthode utilisée pour définir le gain de la caméra se base sur la fonction de transfert des photons. Par propagation des erreurs, l'équation A.3 amène :

$$\sigma_y^2 = K^2(\sigma_d^2 + \sigma_e^2) + \sigma_q^2, \quad (\text{A.4})$$

où $\sigma_e^2 = \mu_e$ car les électrons suivent une distribution de Poisson et σ_q^2 représente le bruit de

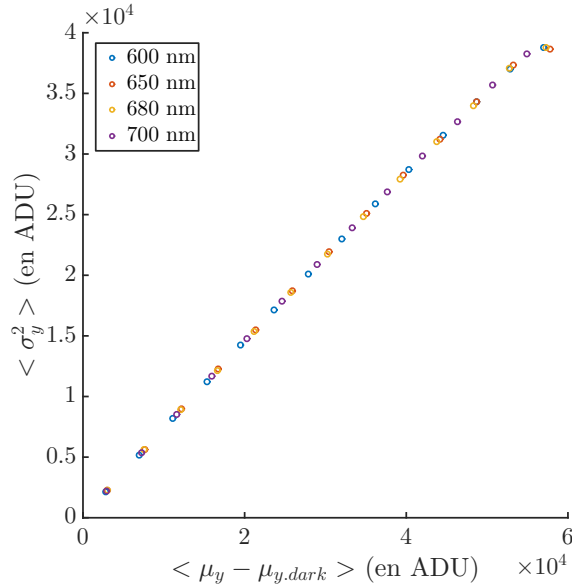


FIGURE A.3 – Moyenne de la variance du signal mesurée sur une pile d’image en fonction de sa moyenne. L’inverse du coefficient d’ordre 1 de l’ajustement de cette courbe par un polynôme du second degré donne la mesure du gain du détecteur. Les couleurs correspondent à des longueurs d’onde différentes.

lecture. L’équation A.3 se simplifie alors comme :

$$\sigma_y^2 = \underbrace{K^2 \sigma_d^2 + \sigma_q^2}_{\text{constante}} + \underbrace{K^2}_{\text{pente}} \mu_e. \quad (\text{A.5})$$

L’opération consiste alors à représenter la droite des variances du signal en fonction de sa moyenne et ce sur l’étendue de la dynamique de la caméra. On obtient finalement le gain (en e^-/ADU) en prenant l’inverse de la racine carrée de la pente de cette droite. Pour obtenir les données nécessaires, des séries d’images de champ plat (flat - obtenus devant une sphère intégrante) et de noirs (dark - image sans ouverture de l’obturateur) sont effectuées pour des temps d’intégration croissants. Afin de ne pas intégrer la non-uniformité des images dark sur le calcul de variance, nous travaillons sur des couples d’images : la moyenne spatiale des images en champ plat est calculée sur la somme de deux images et la variance spatiale est calculée sur leur différence. Les résultats obtenus à plusieurs longueurs d’onde sont représentés sur la figure A.3.

À première vue, et comme présenté dans l’équation A.5, la relation est linéaire. Cependant, lorsque l’on représente les résidus après ajustement par une droite comme cela est fait sur la figure A.4 (en haut), on remarque une erreur systématique. Dans [Guyonnet et al. \(2015\)](#), les auteurs développent les causes de cet effet et proposent alors de déduire le gain du détecteur en ajustant un polynôme d’ordre 2 à la courbe et de prendre le coefficient d’ordre 1 comme étant l’inverse du gain. Les résidus de cet ajustement sont présentés sur la figure A.4 (en bas). La table A.4 donne finalement les mesures de gain obtenues à différentes longueurs d’onde.

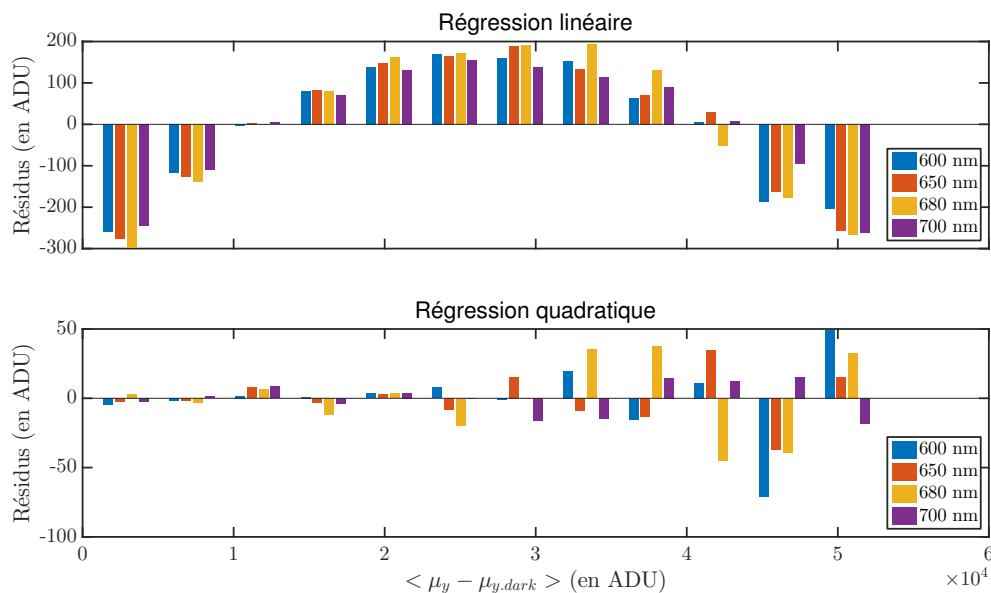


FIGURE A.4 – Résidus des ajustements faits sur la figure A.3 au premier ordre (en haut) et au second ordre (en bas). Les couleurs correspondent à des longueurs d’onde différentes.

On voit que ce dernier est quasiment constant pour une valeur d’environ 1.347.

A.4 Non uniformité de la réponse photométrique

Il est également intéressant de quantifier la non uniformité de la réponse spatiale du détecteur. Cela peut être fait en calculant la PRNU (*Photo Response Non-Uniformity*) tel que définit dans [Association \(2012\)](#) et qui s’exprime comme :

$$\text{PRNU} = \frac{\sqrt{s_{y,\text{flat}}^2 - s_{y,\text{dark}}^2}}{(\mu_{y,\text{flat}} - \mu_{y,\text{dark}})}, \quad (\text{A.6})$$

avec s_y^2 la variance spatiale et μ_y la moyenne spatiale. La PRNU donne alors la déviation standard spatiale de la non-uniformité de la réponse en % de la moyenne. La PRNU peut être calculée pour différents niveaux de flux et à différentes longueurs d’onde et les valeurs ainsi obtenues sont listées dans la table A.4. La non uniformité de la réponse photométrique varie peu et ce autour d’une valeur de 0,35 %.

Longueur d'onde (en nm)	Gain (en e^-/ADU)	PRNU (en %)
600	1.347	0.359
650	1.347	0.343
680	1.346	0.345
700	1.349	0.352

TABLE A.1 – Valeurs de gain et PRNU mesurés à différentes longueurs d'onde pour la caméra visible Apogée Alta F7. La température du détecteur est la même pour toutes les mesures, soit $T = -15^\circ \text{C}$.

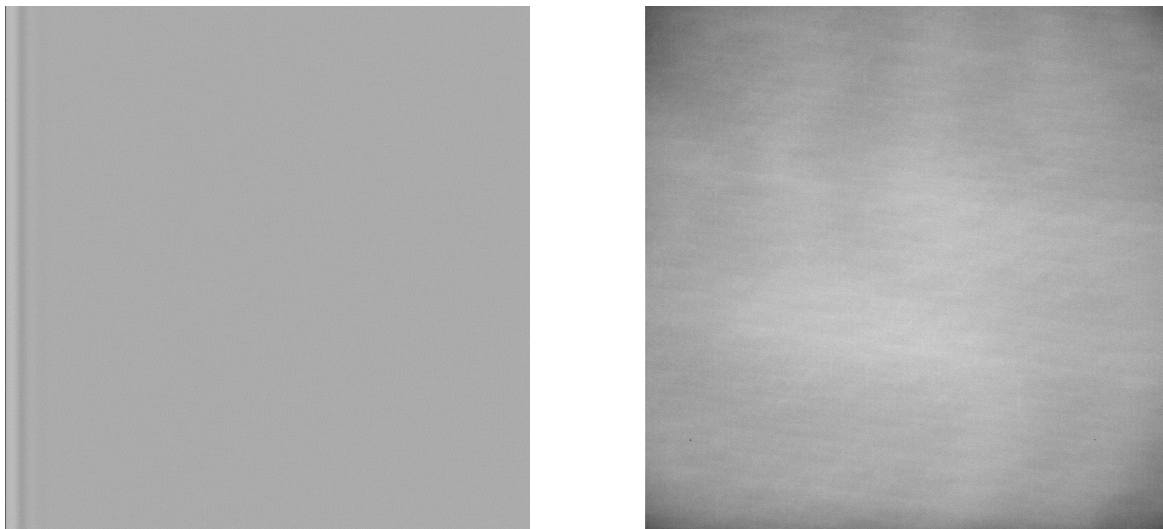


FIGURE A.5 – Image noire (dark, à gauche) et champ plat (flat, à droite) prises par la caméra Apogée sur le banc de calibration pour un temps d'intégration $t_{exp} = 3.2$ s.

Mesure de stabilité environnementale

Je présente dans cette annexe les mesures de stabilité que j'ai pu effectuer sur le banc SCC-PS durant la nuit du 30 au 31 août 2016. À ce moment là, un miroir plan était à la place du miroir segmenté. La mesure est effectuée après la troisième lentille du banc (L3, voir figure 7.10) en faisceau collimaté et ce sans la présence du coronographe. J'utilise pour faire ces mesures un analyseur de surface d'onde de type SID4, basé sur la mesure de phase par interférométrie à décalage multi-latéral (Toulon, 2009). J'effectue alors des images toutes les deux minutes afin de garantir un échantillonnage correct sur la nuit. Les signatures à plus hautes fréquences ne sont alors pas échantillonnées par cette méthode. Cette mesure sera faite sur le banc SPEED car il est important de connaître le comportement du banc et ce même à des fréquences temporelles élevées, de l'ordre du temps d'intégration des images, pour voir si l'on n'est pas affecté par des vibrations parasites.

La figure B.1 montre les résultats obtenus. À gauche, nous pouvons voir la valeur du résidu RMS des aberrations calculée sur la pupille entière en fonction du temps. Sa moyenne est de 8 nm RMS et son écart type est de 0.1 nm RMS. On remarque des dérives temporelles lentes (période de l'ordre de 7 heures) d'amplitude très faible, environ 0.4 nm RMS. À droite, la mesure de phase correspondante est présentée. Nous pouvons voir que les aberrations présentes sur la pupille possèdent de hautes fréquences spatiales, probablement dues aux optiques du banc. L'animation présente quant à elle l'évolution du système pendant la nuit.

Il est important de rappeler que ces résultats sont préliminaires et qu'ils ne reflètent pas les conditions qui seront obtenues sur la voie visible de SPEED. Les mesures ont été effectuées à la fin de l'été 2016, sans capot de bafflage et alors que la régulation de température de la salle blanche n'était pas opérationnelle. Les résultats attendus sur le banc SPEED devraient sans nul doute être meilleurs.

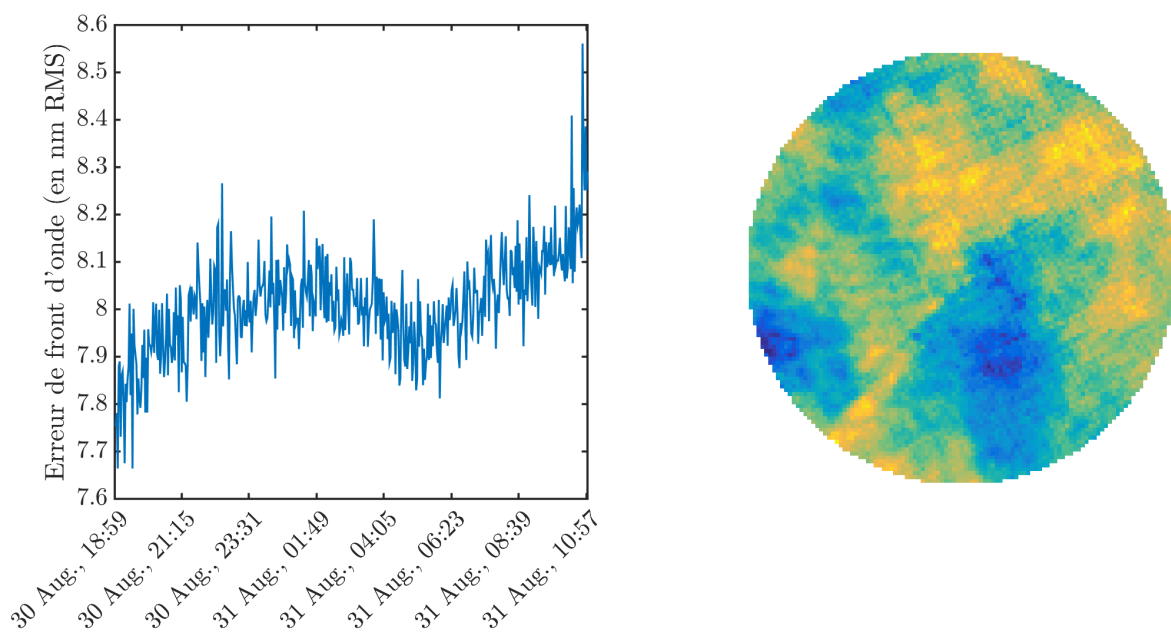


Figure B.1 – À gauche : erreur de front d'onde mesurée sur la pupille entière après L3 en fonction de l'heure de mesure. À droite : erreur de front d'onde correspondante (voir animation).

Développement mathématique des moments sur le segment

Sommaire

C.1	Moment d'ordre 0	188
C.2	Moments d'ordre 1	188
C.3	Moments d'ordre 2	189

Les calculs des moments d'ordre 0 à 2 sont développés dans le détail dans cette annexe. Ils sont notamment utiles pour le calcul de la moyenne et de la déviation standard des aberrations sur la pupille, calculées en section 2.3. Avant de commencer, je rappelle que la surface \mathcal{S} d'un segment est définie tel que :

$$\mathcal{S} = \{(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2 \mid \xi \in [-r, r], \eta \in [\zeta_1(\xi), \zeta_2(\xi)]\}, \quad (\text{C.1})$$

avec :

$$\zeta_1(\xi) = \begin{cases} -\sqrt{3}(\xi + r) & \text{pour } -r < \xi < -\frac{r}{2}, \\ -r_b & \text{pour } -\frac{r}{2} \leq \xi \leq \frac{r}{2}, \\ \sqrt{3}(\xi - r) & \text{pour } \frac{r}{2} < \xi < r, \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

et :

$$\zeta_2(\xi) = \begin{cases} \sqrt{3}(\xi + r) & \text{pour } -r < \xi < -\frac{r}{2}, \\ r_b & \text{pour } -\frac{r}{2} \leq \xi \leq \frac{r}{2}, \\ -\sqrt{3}(\xi - r) & \text{pour } \frac{r}{2} < \xi < r. \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

C.1 Moment d'ordre 0

Le moment d'ordre 0 s'obtient en calculant $\iint_S d\xi d\eta$, ce qui équivaut à :

$$\begin{aligned}
\int_{-r}^r [\eta]_{\zeta_1(\xi)}^{\zeta_2(\xi)} d\xi &= \int_{-r}^r (\zeta_2(\xi) - \zeta_1(\xi)) d\xi, \\
&= \int_{-r}^{-r/2} 2\sqrt{3}(\xi + r) d\xi + \int_{-r/2}^{r/2} \sqrt{3}r d\xi - \int_{r/2}^r 2\sqrt{3}(\xi - r) d\xi, \\
&= 2\sqrt{3} \left(\left[\frac{\xi^2}{2} + r\xi \right]_{-r}^{-r/2} + \left[\frac{r\xi}{2} \right]_{-r/2}^{r/2} - \left[\frac{\xi^2}{2} - r\xi \right]_{r/2}^r \right), \\
&= 2\sqrt{3}r^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{8} - \frac{1}{2} \right), \\
&= \frac{3\sqrt{3}r^2}{2}.
\end{aligned} \tag{C.4}$$

On obtient grâce à ce calcul l'aire d'un segment.

C.2 Moments d'ordre 1

Sur la même logique, le moment d'ordre 1 selon ξ s'exprime comme $\iint_S \xi d\xi d\eta$, soit :

$$\begin{aligned}
\int_{-r}^r [\eta]_{\zeta_1(\xi)}^{\zeta_2(\xi)} \xi d\xi &= \int_{-r}^r (\zeta_2(\xi) - \zeta_1(\xi)) \xi d\xi, \\
&= \int_{-r}^{-r/2} 2\sqrt{3}(\xi + r)\xi d\xi + \int_{-r/2}^{r/2} \sqrt{3}r\xi d\xi - \int_{r/2}^r 2\sqrt{3}(\xi - r)\xi d\xi, \\
&= 2\sqrt{3} \left(\left[\frac{\xi^3}{3} + \frac{r\xi^2}{2} \right]_{-r}^{-r/2} + \left[\frac{r\xi^2}{4} \right]_{-r/2}^{r/2} - \left[\frac{\xi^3}{3} - \frac{r\xi^2}{2} \right]_{r/2}^r \right), \\
&= 2\sqrt{3}r^3 \left(\frac{-1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{24} - \frac{1}{8} \right), \\
&= 0.
\end{aligned} \tag{C.5}$$

Pour le moment d'ordre 1 selon η , le même processus est suivi, ce qui donne $\iint_S \eta d\xi d\eta$, soit :

$$\int_{-r}^r \left[\frac{\eta^2}{2} \right]_{\zeta_1(\xi)}^{\zeta_2(\xi)} d\xi = \frac{1}{2} \int_{-r}^r (\zeta_2^2(\xi) - \zeta_1^2(\xi)) d\xi = 0. \tag{C.6}$$

C.3 Moments d'ordre 2

Le premier moment d'ordre 2 selon xy , $\iint_S xy d\xi d\eta$, s'obtient aisément en se basant sur l'équation C.5, et on a :

$$\int_{-r}^r \left[\frac{\eta^2}{2} \right]_{\zeta_1(\xi)}^{\zeta_2(\xi)} \xi d\xi = \frac{1}{2} \int_{-r}^r (\zeta_2^2(\xi) - \zeta_1^2(\xi)) \xi d\xi = 0. \quad (\text{C.7})$$

Pour le moment selon ξ^2 , $\iint_S \xi^2 d\xi d\eta$, on obtient :

$$\begin{aligned} \int_{-r}^r [\eta]_{\zeta_1(\xi)}^{\zeta_2(\xi)} \xi^2 d\xi &= \int_{-r}^r (\zeta_2(\xi) - \zeta_1(\xi)) \xi^2 d\xi, \\ &= \int_{-r}^{-r/2} 2\sqrt{3}(\xi + r)\xi^2 d\xi + \int_{-r/2}^{r/2} \sqrt{3}r\xi^2 d\xi - \int_{r/2}^r 2\sqrt{3}(\xi - r)\xi^2 d\xi, \\ &= 2\sqrt{3} \left(\left[\frac{\xi^4}{4} + \frac{r\xi^3}{3} \right]_{-r}^{-r/2} + \left[\frac{r\xi^3}{6} \right]_{-r/2}^{r/2} - \left[\frac{\xi^4}{4} - \frac{r\xi^3}{3} \right]_{r/2}^r \right), \\ &= 2\sqrt{3}r^4 \left(\frac{1}{64} - \frac{1}{24} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{24} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{64} - \frac{1}{24} \right), \\ &= \frac{5\sqrt{3}r^4}{16}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Pour celui selon η^2 , $\iint_S \eta^2 d\xi d\eta$, on a :

$$\begin{aligned} \int_{-r}^r \left[\frac{\eta^3}{3} \right]_{\zeta_1(\xi)}^{\zeta_2(\xi)} d\xi &= \frac{1}{3} \int_{-r}^r (\zeta_2^3(\xi) - \zeta_1^3(\xi)) d\xi, \\ &= \int_{-r}^{-r/2} 2\sqrt{3}(\xi^3 + 3r\xi^2 + 3r^2\xi + r^3) d\xi + \int_{-r/2}^{r/2} \frac{\sqrt{3}r^3}{4} d\xi \\ &\quad - \int_{r/2}^r 2\sqrt{3}(\xi^3 - 3r\xi^2 + 3r^2\xi - r^3) d\xi, \\ &= 2\sqrt{3} \left(\left[\frac{\xi^4}{4} + r\xi^3 + \frac{3r^2\xi^2}{2} + r^3\xi \right]_{-r}^{-r/2} + \left[\frac{3r^3\xi}{16} \right]_{-r/2}^{r/2} \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{\xi^4}{4} - r\xi^3 + \frac{3r^2\xi^2}{2} - r^3\xi \right]_{r/2}^r \right), \\ &= 2\sqrt{3}r^4 \left(\frac{1}{64} - \frac{1}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 1 - \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{32} + \frac{3}{32} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} - 1 + \frac{3}{2} - 1 - \frac{1}{64} + \frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \right), \\ &= \frac{5\sqrt{3}r^4}{16}. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Autoconvolution d'un segment

Le résultat de l'autoconvolution d'un segment par lui même est calculé dans cette annexe. Par définition, ce dernier correspond à une valeur en plan image et dépend donc des coordonnées x et y . Il est défini comme :

$$\gamma(x, y) = \iint S(\xi, \eta) S(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta, \quad (\text{D.1})$$

où l'on a posé par commodité d'écriture :

$$S(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\xi, \eta) \in \mathcal{S}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

La figure D.1 représente de manière schématique l'opération de convolution. La valeur de

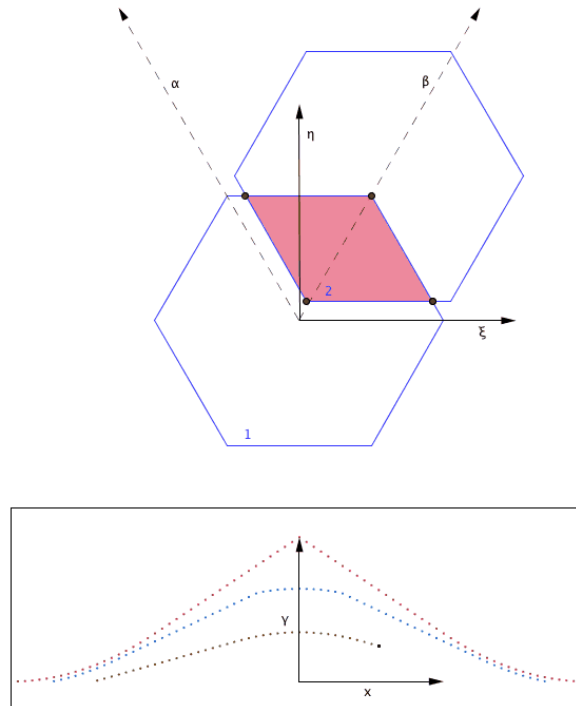


Figure D.1 – Principe schématique de l'autoconvolution d'un segment.



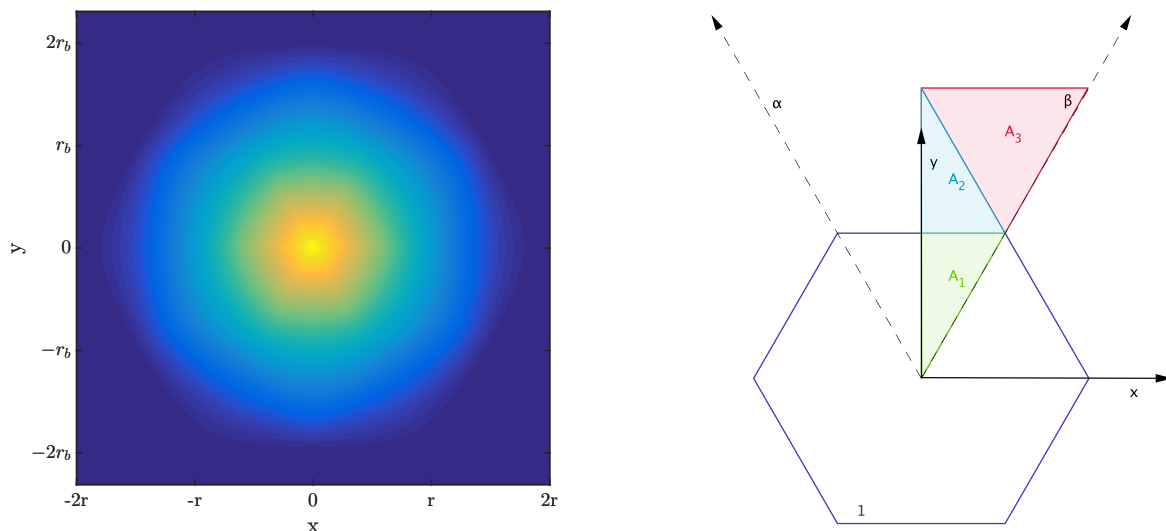


FIGURE D.2 – Principe schématique de l'autoconvolution d'un segment.

γ pour un déplacement du segment 2 par rapport au segment 1 et ce de la quantité (x, y) est donnée par la surface de l'intersection entre les deux segments. La symétrie du problème étant hexagonale, et comme on peut le remarquer sur la figure E.1, l'autoconvolution du segment présente elle aussi une symétrie d'ordre 6. On peut dès lors se limiter à un calcul entre les axes α et β (figure D.1) voir même entre les axes η et β en remarquant la symétrie miroir. Soit finalement les cas suivants :

$$\gamma(x, y) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}r}{2} - \frac{\sqrt{3}x^2}{2} - 2ry + \frac{\sqrt{3}y^2}{6} & \text{si } (x, y) \in A_1, A_2, \\ 2\sqrt{3}r^2 - \sqrt{3}rx - 3ry + xy + \frac{\sqrt{3}y^2}{3} & \text{si } (x, y) \in A_3, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

où les zones A_1 , A_2 et A_3 sont présentées sur la figure E.1.

Réduction de données SPHERE

Sommaire

E.1 L'instrument SPHERE	193
E.2 La réduction de données SPHERE	195

J'aborde dans cette annexe le travail de réduction de données que j'ai effectué à Grenoble dans le cadre des DRT (Data Reduction Team) de l'instrument SPHERE (Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch). Après avoir présenter rapidement le concept de SPHERE, je décris les principales étapes de la réduction que j'ai effectuées. Finalement, je joins à cette annexe la publication *Discovery of a warm, dusty giant planet around HIP 65426* *, qui traite de la découverte et caractérisation d'une exoplanète autour de l'étoile HIP 64426 (Chauvin et al., 2017). J'ai réduit les premières observations de ce système, le 30 mai 2016.

E.1 L'instrument SPHERE

SPHERE est un instrument installé sur le Very Large Telescope (VLT) qui a pour objectif de détecter et de caractériser par imagerie directe des systèmes exoplanétaires (Mouillet et al., 2009; Beuzit, 2013). Comme nous avons pu le voir dans la section 3.3, les niveaux de contraste à atteindre pour effectuer de telles observations sont supérieurs à quelques 10^5 . La séparation angulaire entre l'étoile hôte et la planète est aussi un paramètre critique à prendre en compte. L'instrument a donc été conçu pour répondre à ces attentes techniques incluant un système d'optique adaptative extrême pour compenser les aberrations du front d'onde, plusieurs types de coronographes afin d'atténuer la lumière stellaire et des techniques d'imagerie différentielle pour profiter par exemple des différences spectrales entre l'étoile et la planète, de la rotation du champ de vue ou de la polarisation et ce afin d'optimiser la détection. SPHERE est composé de quatre sous-systèmes que je décris rapidement ici :

- *SPHERE extreme AO system* (SAXO, Fusco et al., 2006), module d'optique adaptative extrême permettant de corriger la turbulence atmosphérique ainsi que les aberrations du télescope et du *common path* (chemin commun à la voie science et à la voie d'optique adaptative). Cette correction est faite à l'aide d'un miroir déformable dans le but d'obtenir la FEP la plus propre possible afin d'augmenter le rapport signal à bruit des mesures. Les aberrations différentielles des faisceaux, ou *non-common path aberrations*, sont elles aussi mesurées par diversité de phase puis corrigées (Sauvage et al., 2011). SAXO s'assure aussi du centrage du faisceau sur le masque coronographique (tip-tilt global) mais aussi du centrage de la pupille sur les appareils de mesure.

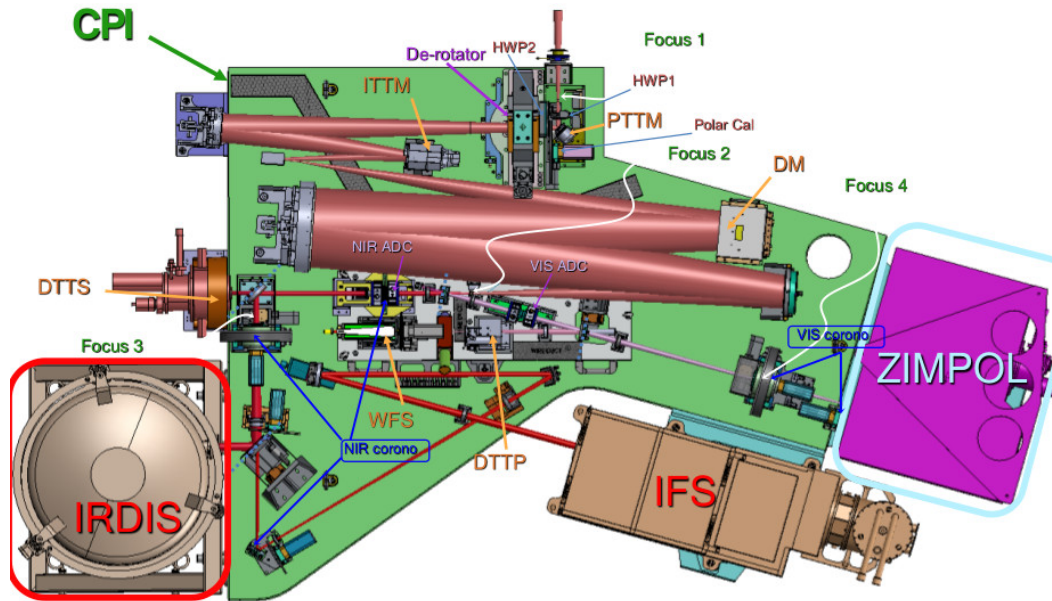


FIGURE E.1 – Vue schématique de l'instrument SPHERE. On y voit notamment les trois sous-système IRDIS, IFS et ZIMPOL. Crédits : © SPHERE Project.

- *Infrared Dual Imaging Spectrograph* (**IRDIS**, Dohlen et al., 2008), module dédié à l'imagerie différentielle spectrale est l'un des principaux modes de SPHERE. Il permet la prise simultanée de deux images coronographiques et ce dans deux filtres spectraux différents. Le principe se base sur le fait que la planète possède des bandes d'absorption. En centrant alors l'un des filtres sur cette bande, la planète apparait sur l'une des images mais pas sur l'autre et la différence des deux images permet finalement de faire ressortir le signal planétaire, on parle alors de *Simultaneous Spectral Differential Imaging* (SSDI, Racine et al., 1999). La rotation du champ sur un télescope alt-azimuthal peut aussi être utilisée pour améliorer la détection. Les speckles restent dans ce cas statiques alors que le signal de la planète tourne dans le champ. L'*Angular Differential Imaging* (ADI, Marois et al., 2006) effectue alors des différences entre des images successives afin de faire ressortir le signal planétaire. Pour être efficace, la vitesse angulaire de rotation de la planète dans le champ doit être assez importante, ce paramètre dépendant de la position de l'étoile dans le ciel et de la distance présente entre l'étoile et la planète. Des modes spectroscopiques et polarimétriques sont également disponibles sur IRDIS.
- *Integral Field Spectrograph* (**IFS**, Claudi et al., 2008) est un spectrographe à intégral de champ, permettant de produire des cubes d'images de la région observée et ce pour plusieurs longueurs d'ondes simultanément. Son pouvoir de résolution est de 30 pour un champ de vue de 1.35" carré. Sur ces images, la planète reste à la même position tandis que la dimension des speckles varient proportionnellement à la longueur d'onde. On peut alors se servir de cet effet pour différencier un signal planétaire d'un speckle.

- *Zurick Imaging Polarimeter* (ZIMPOL, [Thalmann et al., 2008](#)) est un imageur polarimétrique qui permet d’obtenir deux images simultanées à deux polarisations différentes. La lumière provenant directement de l’étoile ne possède pas de polarisation préférentielle (lumière non polarisée) alors que la lumière de l’étoile réfléchi sur la planète présente elle une polarisation préférentielle (lumière partiellement polarisée). La technique de détection basée sur l’imagerie différentielle permet de faire ressortir le signal planétaire ([Baba and Murakami, 2003](#)).

E.2 La réduction de données SPHERE

La réduction de données SPHERE est séparée en trois étapes principales que je décris dans cette section. Le pipeline de réduction traite de manière automatisée les piles d’images en effectuant les traitements cosmétiques de base (soustraction du dark, normalisation par le flat, mauvais pixels, etc.) et ce directement après les observations. Une fois les logs d’observation lus, afin de vérifier que le processus d’acquisition des données s’est passé sans problème, il faut alors :

- visualiser et valider des données obtenues. D’abord, il est nécessaire de vérifier la saturation et la qualité des FEP prises pour mesurer le flux de l’étoile. Ensuite, une vérification de la qualité des données science est faite en passant en revue une par une les images du cube. Sont recherchées durant cette étape toutes les anomalies qui peuvent être dues à un vent trop important durant l’observation, un arrêt de la boucle d’optique adaptative, des corrections cosmétiques mauvaises, etc. Une fois détectées, ces images doivent être retirées du cube ;
- les données réduites sont traitées par les différents algorithmes de soustraction (ADI, SSDI, TLOCI, etc.). Une détection visuelle de compagnon ou de disque est ensuite effectuée. Dans le cas d’une source ponctuelle, il faut en relever les coordonnées ;
- lorsqu’un ou plusieurs compagnons sont détectés, il faut alors en faire la caractérisation à l’aide de SpeCal, programme permettant de calculer les courbes astrométriques et photométriques correspondantes ([Galicher and Marois, 2011](#)). Une carte de rapport signal à bruit pour la détection est créée ainsi qu’une courbe de contraste.

En conclusion, la participation à ces DRT a été une expérience très intéressante et enrichissante sur le plan personnel. Cela m’a permis de rester en contact avec des aspects reliés aux sciences observationnelles et j’ai ainsi pu découvrir plus en détail l’instrument SPHERE ainsi que les différentes techniques d’imagerie différentielle. J’ai pris part aux réunions journalières de travail et ai su m’adapter aux exigences requises, notamment la rapidité opérationnelle dont il est nécessaire de faire preuve. Je tiens finalement à remercier les personnes suivantes pour l’aide et le soutien qu’ils m’ont apportés durant cette période, E. Lagadec, P. Delorme, A.-M. Lagrange, M. Langlois, R. Galicher et A. Bocalletti.

Suite à la DRT du 30 mai 2016, pendant laquelle il m’avait été assigné de réduire l’objet HIP 64426, un compagnon avait été détecté. Ré-observée par la suite, cet objet à fait l’objet d’une publication dans le journal *Astronomy & Astrophysics* ([Chauvin et al., 2017](#)) que je joins juste après.

Discovery of a warm, dusty giant planet around HIP 65426 [★]

G. Chauvin^{1,2}, S. Desidera³, A.-M. Lagrange¹, A. Vigan⁴, R. Gratton³, M. Langlois^{4,5}, M. Bonnefoy¹, M. Feldt⁶, M. Meyer^{7,8}, A. Cheetham⁹, B. Biller^{6,10}, A. Boccaletti¹¹, V. D'Orazi³, R. Galicher¹¹, J. Hagelberg¹, A.-L. Maire⁶, D. Mesa³, J. Olofsson^{6,12}, M. Samland⁶, T. Schmidt¹¹, E. Sissa³, M. Bonavita^{3,10}, B. Charnay¹¹, M. Cudel¹, S. Daemgen⁷, P. Delorme¹, P. Janin-Potiron¹³, M. Janson^{6,14}, M. Keppler⁶, H. Le Coroller⁴, R. Ligi⁴, G. Marleau^{6,15}, S. Messina^{3,16}, P. Mollière⁶, C. Mordasini^{6,15}, A. Müller⁶, S. Peretti⁹, C. Perrot¹¹, L. Rodet¹, D. Rouan¹¹, A. Zurlo^{3,17}, J.-L. Beuzit¹, D. Mouillet¹, C. Dominik¹⁸, T. Henning⁶, F. Menard¹, H.-M. Schmid⁷, M. Turatto³, S. Udry⁹, F. Vakili¹³, L. Abe¹³, J. Antichi³, A. Baruffolo³, P. Baudoz¹¹, J. Baudrand¹¹, P. Blanchard⁴, A. Bazzon⁷, M. Carbillet¹³, M. Carle⁴, J. Charton¹, E. Cascone³, R. Claudi³, A. Costille⁴, A. Deboulbe¹, V. De Caprio³, K. Dohlen⁴, D. Fantinel³, P. Feautrier¹, T. Fusco²⁰, P. Gigan¹¹, E. Giro³, D. Gisler⁷, L. Gluck¹, N. Hubin¹⁹, E. Hugot⁴, M. Jaquet⁴, M. Kasper¹⁹, F. Madec⁴, Y. Magnard¹, P. Martinez¹³, D. Maurel¹, D. Le Mignant⁴, O. Möller-Nilsson⁶, M. L'ored⁴, T. Moulin¹, A. Origné⁴, A. Pavlov⁶, D. Perret¹¹, C. Petit²⁰, J. Pragt¹⁸, P. Puget¹, P. Rabou¹, J. Ramos⁶, R. Rigal¹⁸, S. Rochat¹, R. Roelfsema¹⁸, G. Rousset¹¹, A. Roux¹, B. Salasnich³, J.-F. Sauvage²⁰, A. Sevin¹¹, C. Soenke¹⁹, E. Stadler¹, M. Suarez¹⁹, L. Weber⁹, F. Wildi⁹, J.-C. Augereau¹, W. Brandner⁶, N. Engler⁷, J. Girard^{1,21}, C. Gry⁴, Q. Kral^{10,22}, T. Kopytova^{6,23}, E. Lagadec¹³, J. Milli^{1,21}, C. Moutou³, J. Schlieder⁶, J. Szulágyi⁷, C. Thalmann⁷, Z. Wahhaj^{3,21}

(Affiliations can be found after the references)

Received May 10th, 2017

ABSTRACT

Aims. The SHINE program is a large high-contrast near-infrared survey of 600 young, nearby stars. It is aimed at searching for and characterizing new planetary systems using VLT/SPHERE's unprecedented high-contrast and high-angular resolution imaging capabilities. It also intends at placing statistical constraints on the occurrence and orbital properties of the giant planet population at large orbits as a function of the stellar host mass and age to test planet formation theories.

Methods. We use the IRDIS dual-band imager and the IFS integral field spectrograph of SPHERE to acquire high-contrast coronagraphic differential near-infrared images and spectra of the young A2 star HIP 65426. It is a member of the ~ 17 Myr old Lower Centaurus-Crux association.

Results. At a separation of 830 mas (92 AU projected) from the star, we detect a faint red companion. Multi-epoch observations confirm that it shares common proper motion with HIP 65426. Spectro-photometric measurements extracted with IFS and IRDIS between 0.95 and 2.2 μm indicate a warm, dusty atmosphere characteristic of young low surface-gravity L5-L7 dwarfs. Hot-start evolutionary models predict a luminosity consistent with a $6 \pm 3 M_{\text{Jup}}$ and $T_{\text{eff}} = 1300^{+250}_{-150}$ K and $R = 1.5 \pm 0.1 R_{\text{Jup}}$ giant planet. Finally, synthetic atmosphere models point toward the need for thick clouds and equal or higher effective temperatures of $T_{\text{eff}} = 1300 - 1600$ K.

Conclusions. Given its physical and spectral properties, HIP 65426 b occupies a rather unique placement in terms of age, mass and spectral-type among the currently known imaged planets. It represents a particularly interesting case to study the presence of clouds as a function of particle size, composition, and location in the atmosphere, to search for signatures of non-equilibrium chemistry, and finally to test the theory of planet formation and evolution.

Key words. Techniques: Imaging and spectroscopy - Star: HIP65426 - Planets and Satellites: detection, fundamental parameters, atmospheres

1. Introduction

More than a decade of direct imaging surveys targeting several hundreds of young, nearby stars have revealed that the occurrence of giant planets at wide orbits ($\geq 20 - 40$ AU) is relatively low (e.g. Bowler 2016). Despite the relatively small number of discoveries compared with other techniques like radial velocity and transit, each new imaged giant planet has brought unique clues on the formation, evolution and physics of young Jupiters. The latest generation of planet imagers, SPHERE (Beuzit et al. 2008), GPI (Macintosh et al. 2014) and SCExAO (Jovanovic et al. 2016), now combine innovative extreme adaptive optics systems with coronagraphic and differential imaging techniques. They offer unprecedented detection, astrometric and spectrophoto-

metric capabilities which allow us to discover and characterize fainter and closer giant planets like the recent discoveries of 51 Eri b ($2 M_{\text{Jup}}$ at 14 AU, T5-type, of age 20 Myr; Macintosh et al. 2015; Samland et al. 2017) and HD 131399 b ($4 \pm 1 M_{\text{Jup}}$ at 80 AU, T3-type, 16 Myr; Wagner et al. 2016).

The SHINE (SpHere INfrared survey for Exoplanets) survey aims at imaging 600 young, nearby stars as part of the SPHERE Guaranteed Time Observations. In this survey, we observed the close environment of the young, star HIP 65426. The deep coronagraphic near-infrared observations revealed the presence of a young, warm, and dusty L5-L7 massive jovian planet, hereafter HIP 65426 b, located at about 92 AU (projected distance). We describe below the observing set-up and data reduction, the physical properties of HIP 65426 b, and finally discuss this new discovery in comparison to other imaged planetary systems and current planet formation and evolution theories.

[★] Based on observations collected at La Silla and Paranal Observatory, ESO (Chile) Program ID: 097.C-0865 and 098.C-0209 (SPHERE).

Table 1. Obs Log of VLT/SPHERE observations

UT Date	Instr.	Filter	NDIT×DIT ^a (s)	N _{exp} ^a	Δπ ^a (°)	ω ^a (″)	Strehl ^a @1.6 μm	Airm.	True North (°)	Platescale (mas/pixel)
30-05-2016	IFS	YJ	4×64	15	34.2	0.62	0.60	1.12	-102.20 ± 0.12	7.46 ± 0.02
30-05-2016	IRDIS	H2/H3	4×64	15	34.2	0.62	0.60	1.12	-1.72 ± 0.06	12.255/12.251 ^b ± 0.009
26-06-2016	IFS	YJ	5×64	15	42.2	0.53	0.66	1.13	-102.25 ± 0.12	7.46 ± 0.02
26-06-2016	IRDIS	H2/H3	5×64	15	42.2	0.53	0.66	1.13	-1.77 ± 0.05	12.255/12.251 ^b ± 0.009
07-02-2017	IFS	YJ	8×64	10	44.2	0.38	0.84	1.13	-102.19 ± 0.12	7.46 ± 0.02
07-02-2017	IRDIS	H2/H3	8×64	10	44.2	0.38	0.84	1.13	-1.71 ± 0.05	12.255/12.251 ^b ± 0.009
09-02-2017	IFS	YJH	8×64	10	49.1	0.45	0.76	1.14	-102.19 ± 0.12	7.46 ± 0.02
09-02-2017	IRDIS	K1/K2	8×64	10	49.1	0.45	0.76	1.14	-1.71 ± 0.05	12.267/12.263 ^b ± 0.009

(a) NDIT refers to the number of integration per datacube, DIT to the integration time, N_{exp} to the number of datacubes, Δπ to the parallactic angle range during the sequence. The seeing (ω) and the Strehl ratio conditions were calculated by the SPHERE extreme-adaptive optics system. (b) The two values of platescale correspond to the platescale estimated for both dual-band filters indicated in the *Filter* column.

2. Host star properties

HIP 65426 is an A2-type ($H = 6.853 \pm 0.049$ mag, $d = 111.4 \pm 3.8$ pc) member of the Lower Centaurus-Crux (hereafter LCC) association (de Zeeuw et al. 1999; Rizzuto et al. 2011). A detailed summary of the main stellar properties as found in the literature is given in App. A. To refine them, the star was observed with HARPS (Mayor et al. 2003) on January 16th, 17th and 18th, 2017¹. We measured the stellar absolute radial and projected rotational velocities using a custom cross-correlation function procedure specifically tailored for fast-rotating early-type stars. Respective values of $V_{rad} = 5.2 \pm 1.3$ km.s⁻¹ and $v \sin i = 299 \pm 9$ km.s⁻¹ were found (App. B). A marginally significant radial velocity difference was found between the three epochs. This probably arose from stellar pulsations as suggested by the periodicity ($P \sim 0.135$ days) found from the Hipparcos photometric time series. HIP 65426 is one of the fastest rotators known with similar spectral type (Zorec & Royer 2012) and is therefore likely viewed along mid- to high-inclinations with respect to the rotation axis. Given its spectral type, the observed colors of HIP 65426 suggest a small value of reddening consistent with Chen et al. (2012). Assuming a metallicity for the LCC that is close to solar (Viana Almeida et al. 2009), theoretical isochrones predict an age of 14 ± 4 Myr for LCC members in the vicinity of HIP 65426 (see App. A). SPHERE and HARPS observations do not show evidence of binarity (App. C). Finally, according to Chen et al. (2012), no IR excess is reported for this star. Our own SED analysis confirms this finding with only a tentative marginal excess at WISE W4 (see App. D).

3. Observations and data reduction

HIP 65426 was observed on May 30th, 2016 under unstable conditions (strong wind) with SPHERE. The observations were then repeated on June 26th, 2016. The data were acquired in IRDIFS pupil-tracking mode with the 185 mas diameter apodized-Lyot coronagraph (Carbillet et al. 2011; Guerri et al. 2011), using simultaneously IRDIS (Dohlen et al. 2008) in dual-band imaging mode (Vigan et al. 2010) with the H_2H_3 filters ($\lambda_{H_2} = 1.593 \pm 0.055$ μm; $\lambda_{H_3} = 1.667 \pm 0.056$ μm), and the IFS integral field spectrograph (Claudi et al. 2008) in $Y - J$ ($0.95 - 1.35$ μm, $R_\lambda = 54$) mode. The calibration observations for the star position behind the coronagraph and the point spread function

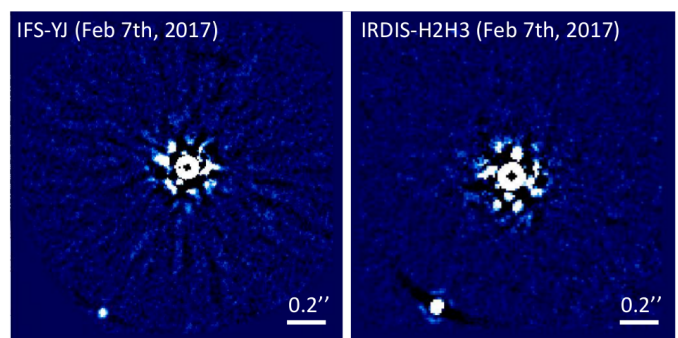


Fig. 1. *Left:* IFS YJ-band TLOCI image of HIP 65426 A and b from February 7th 2017. The planet is well detected at a separation of 830 ± 3 mas and position angle of 150.0 ± 0.3 deg from HIP 65426. *Right:* IRDIS H_2H_3 combined TLOCI image of HIP 65426 A and b for the same night. In both images, North is up and East is left.

were taken at the beginning and the end of the sequence. In the deep coronagraphic images, four faint candidates were detected in the close vicinity of HIP 65426. The companion candidate located at about 830 mas and position angle of 150° revealed promising photometric properties and had a peculiar position in the color-magnitude diagrams used to rank the SHINE candidates. The source was then re-observed on February 7th, 2017 with the same IRDIFS mode to test that this close candidate is comoving with HIP 65426. On February 9th 2017, the IRDIFS-EXT mode was used with IRDIS in the K_1K_2 filters ($\lambda_{K_1} = 2.1025 \pm 0.1020$ μm; $\lambda_{K_2} = 2.2550 \pm 0.1090$ μm) and IFS in $Y - H$ ($0.97 - 1.66$ μm, $R_\lambda = 30$) to further constrain the planet physical and spectral properties. The details of the observing settings and conditions at all epochs are described in Table 1. To calibrate the IRDIS and IFS datasets, an astrometric field 47 Tuc was observed. The platescale and True North solution at each epoch are reported in Table 1. They are derived from the long-term analysis of the SHINE astrometric calibration described by Maire et al. (2016).

All IRDIS and IFS datasets were reduced at the SPHERE Data Center (DC) using the SPHERE Data Reduction and Handling (DRH) automated pipeline (Pavlov et al. 2008). Basic corrections for bad pixels, dark current, flat field were applied. For IFS, the SPHERE-DC complemented the DRH pipeline with ad-

¹ HARPS Program ID 098.C-0739(A)

ditional steps that improve the wavelength calibration and the cross-talk and bad pixel correction (Mesa et al. 2015). The products were then used as input of the SHINE *Specal* pipeline which applies anamorphism correction and flux normalization, followed by applying different angular and spectral differential imaging algorithms (Galicher et al. 2017, in prep). For the February 7th 2017 and February 9th 2017 datasets, we took advantage of the waffle-spot registration to apply a frame-to-frame re-centering. The TLOCI (Marois et al. 2014) and PCA (Soummer et al. 2012; Amara & Quanz 2012) algorithms were specifically used on angular differential imaging data (i.e without applying any combined spectral differential processing) given the relatively good SNR (10 – 30 in the individual IFS channels, ≥ 50 with IRDIS) detection of HIP 65426 b. Planet position and spectra were extracted using injected fake planets and planetary signature templates to take into account any biases related to the data processing. Both algorithms gave consistent results. The resulting extracted TLOCI images from IFS and IRDIS for the February 7th, 2017 epoch are shown in Figure 1.

4. Results

4.1. Companionship confirmation

Multi-epoch measurements showing a shared motion with the stellar host is a robust diagnostic to confirm the physical association of the candidate. We did not consider the first observation of May, 30th 2016 epoch which was acquired under unstable conditions. We therefore used the IRDIS observations of June 26th, 2016 and February 7th and 9th, 2017. The astrometric uncertainties are derived at each epoch by quadratically summing errors from the stellar position calibrated with the waffle-spots, the planet (or candidate) extracted position with *Specal* and the uncertainties related to the initial pupil-offset rotation, the platescale and True North, the anamorphism and the IRDIS dithering. The results obtained with IRDIS are reported in Table 2 and in Figure 2. Consistent astrometric results were found with IFS. They both unambiguously confirm that the closest candidate is not a background contaminant but is comoving with HIP 65426. One additional close candidate (not shown here) provides a robust control of our astrometric analysis and is confirmed as a stationary background contaminant. The nature of the two other candidates at larger separations remains to be clarified (considering the astrometric error bars), but their position in the color-magnitude diagram indicates that they are very likely background objects. No significant orbital motion for HIP 65426 b is measured in the present data. This is consistent with the expected long orbital period ($P \sim 600$ yr for a circular orbit with semi-major axis equal to the projected separation).

4.2. Spectral typing analysis

The TLOCI extracted spectro-photometric measurements of HIP 65426 b between 0.95 to 2.26 μm (converted to physical fluxes using the VOSA² tool) are reported in Figure 3. We compared them to a large variety of reference low-resolution spectra of late-M and L dwarfs compiled from the literature (Burgasser 2014; Best et al. 2015; Mace et al. 2013; Allers & Liu 2013) as well as spectra of young imaged exoplanets and brown dwarfs close to the L/T transition (Patience et al. 2010; Zurlo et al. 2016; De Rosa et al. 2014; Artigau et al. 2015; Gauza et al. 2015). We considered the G goodness-of-fit indicator de-

Table 2. IRDIS relative astrometric and photometric measurements of HIP 65426 b to HIP 65426.

UT Date	Separation (mas)	P.A. (deg)	Contrast (mag)
<i>H₂</i>			
30/05/2016	830.4 ± 4.9	150.28 ± 0.22	10.8 ± 0.8
26/06/2016	830.1 ± 3.2	150.14 ± 0.17	11.1 ± 0.1
07/02/2017	827.6 ± 1.5	150.11 ± 0.15	11.1 ± 0.1
<i>K₁</i>			
09/02/2017	828.8 ± 1.5	150.05 ± 0.16	10.0 ± 0.3

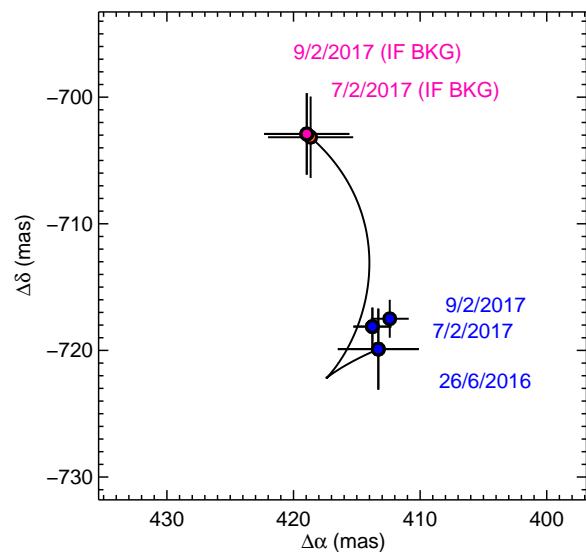


Fig. 2. SPHERE multi-epoch measurements of the position of HIP 65426 b relative to HIP 65426 in blue from June 26th 2016 and February 7th 2017 IRDIS observations in *H₂* and the February 9th 2017 IRDIS observations in *K₁*. Predictions of the relative position of a stationary background contaminant for the same observing epochs are shown in pink and in black for the continuous evolutive predictions in time.

finned in Cushing et al. (2008) which accounts for the filter and spectral channel widths to compare each of the template spectra to the spectrophotometric datapoints of HIP 65426 b. The best empirical fits are obtained for the young L5 and L7 dwarfs 2MASS J035523.37+113343.7 and PSO J057.2893+15.2433 recently identified as candidate members of the young, moving groups AB Doradus (50 – 150 Myr) and β Pictoris (20 – 30 Myr), respectively, (Faherty et al. 2013; Liu et al. 2013; Best et al. 2015) and the dusty L6 dwarf 2MASS J21481628+4003593 (Looper et al. 2008). Figure 3) shows how well they reproduce the near-infrared slope of the spectrum of HIP 65426 b between 0.95 to 2.26 μm as well as the water absorption at 1.33 μm . This comparison confirms a low surface-gravity atmosphere of spectral type L6 \pm 1 for HIP 65426 b consistent with a young massive planet at the age of the LCC.

4.3. Physical properties

Using an age of 14 ± 4 Myr and a distance of 111.4 ± 3.8 pc and the absolute near-infrared flux at *H₂*-band of HIP 65426 b, the mass, effective temperature and radius predicted by the hot-

² <http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/vosa/>

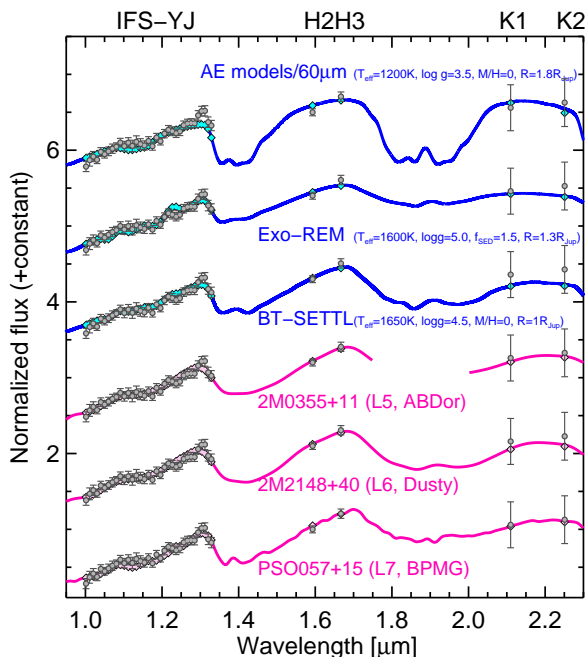


Fig. 3. Near-infrared spectrum of HIP 65426 b extracted with TLOCI compared with (i) the best-fit empirical spectra in pink, and (ii) the best-fit model atmosphere from the Exo-REM, PHOENIX BT-Settl-2014 and thick AE cloud atmospheric models in blue.

start BT-Settl models (Baraffe et al. 2015) are: $M = 6 \pm 3 M_{\text{Jup}}$, $T_{\text{eff}} = 1300^{+250}_{-150}$ K and $R = 1.5 \pm 0.1 R_{\text{Jup}}$. Consistent results are found with the models of Mordasini (2013) for the hot-start solutions and higher masses for the warm-start solutions ($M = 12 M_{\text{Jup}}$, $T_{\text{eff}} = 1260$ K and $R = 1.3 R_{\text{Jup}}$). To further explore the physical properties of HIP 65426 b, we compared our data to the synthetic grids of three atmospheric models previously used in the characterization of the planets around HR 8799 (Bonfey et al. 2016). They are the Exo-REM models (Baudino et al. 2015), the 2014 version of the PHOENIX BT-Settl atmospheric models described in Allard (2014) and Baraffe et al. (2015) and the thick AE cloud parametric models of Madhusudhan et al. (2011). The best fits for each grid are reported in Figure 3. The Exo-REM and PHOENIX BT-Settl models favor an effective temperature of $T_{\text{eff}} = 1600^{+100}_{-200}$ K, slightly higher than the one derived by the semi-empirical scale of Filipazzo et al. (2015) for young $L6 \pm 1$ ($T_{\text{eff}} = 1200\text{--}1400$ K) and the evolutionary model predictions. They however favor high surface gravity solutions of $\log(g) = 4.0\text{--}5.0$ with smaller radii ($1.0\text{--}1.3 R_{\text{Jup}}$). On the contrary, the thick AE cloud parametric models that predict solutions with $T_{\text{eff}} = 1200 \pm 100$ K and $\log(g) = 3.5$ reproduce the spectral morphology but predict luminosities which are too low, thus leading to radii above the evolutionary model predictions ($\sim 1.8 R_{\text{Jup}}$). As was seen for the young imaged planets 2M1207 b and HR 8799 b which are close to the L/T transition, this relative inconsistency between atmospheric and evolutionary models probably indicates the presence of relatively thick clouds in the atmosphere of HIP 65426 b, not well reproduced by any class of models.

The inferred chemical and physical properties of HIP 65426 b place this new planet in a very interesting sequence of young brown dwarfs and exoplanets discovered in the 5 – 20 Myr-old Scorpius-Centaurus association (hereafter Sco-Cen). It is lighter and cooler than the late-M brown

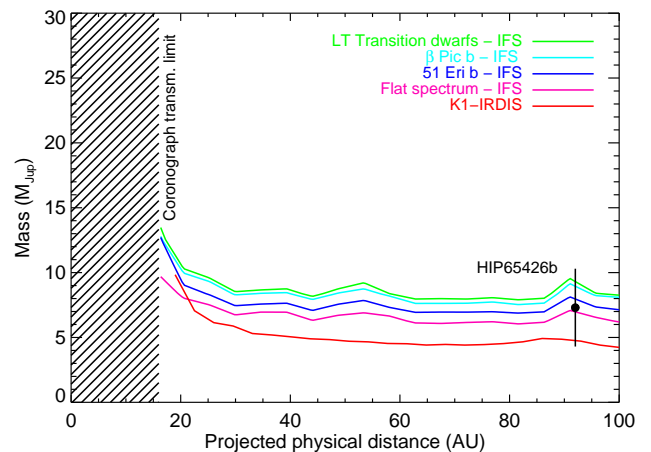


Fig. 4. SPHERE IFS and IRDIS 5σ detection limits in terms of predicted masses using DUSTY model predictions as a function of the projected physical separation. For IFS, different spectral energy distributions were considered for the injected planets to explore the impact of the flux loss cancellation and different planet properties in the final detection limits. Contrast curves were cut at $0.15''$ because of the low transmission of the coronagraph.

dwarf companions discovered by Aller et al. (2013); Hinkley et al. (2015) and the massive planetary mass companions GSC 06214-00210 b ($10\text{--}15 M_{\text{Jup}}$ at 320 AU; L3-L4 at 5 Myr; Ireland et al. 2011), HD 106906 b ($11 M_{\text{Jup}}$ at 650 AU; L2.5 at 13 Myr; Bailey et al. 2014) and 1RXS J160929.1-210524 b ($8 M_{\text{Jup}}$ at 330 AU; L4 at 5 Myr; Lafrenière et al. 2008). On the other hand, HIP 65426 b is probably more massive and hotter than HD 95086 b ($4\text{--}5 M_{\text{Jup}}$ at 56 AU, L8-type, 17 Myr; Rameau et al. 2013) and HD 131399 b ($4 \pm 1 M_{\text{Jup}}$ at 80 AU, T3-type, 16 Myr; Wagner et al. 2016). This spectral and physical sequence is particularly interesting to study the main phase of transitions occurring in the atmosphere of brown dwarfs and exoplanets and influencing their spectra and luminosity, such as the formation of clouds and their properties as a function of particle size, composition, and location in the atmosphere or the role of non-equilibrium chemistry processes. Further characterization in the thermal-infrared domain with *JWST* or ground-based instrument like NaCo will allow us to explore in more detail the young planetary atmosphere of HIP 65426 b. Dedicated photometric variability monitoring would be also opportune as HIP 65426 b shares a similar spectral type and young age as the two highest-amplitude (7-10%) variable L-type dwarfs known (PSO J318.5-22, L7 member of β Pic, Biller et al. 2015) and WISE 0047, L6.5 member of AB Dor, Lew et al. 2016) and as radial velocity measurements suggest that we may be observing the system close to edge-on.

5. Discussion

The planet HIP 65426 b is the first reported discovery of the SHINE GTO survey. The planet is orbiting at a relatively large projected physical distance of about 92 AU from the intermediate-mass primary HIP 65426. Contrary to most of the young, intermediate-mass stars hosting an imaged planet, no evidence of a debris disk, tracing the reprocessed dust of the primordial protoplanetary disk, has been found for HIP 65426. The analysis of the optical to mid-infrared photometry shows that, if the star is still hosting a debris disk, it would be lo-

cated at distances larger than 100 AU (i.e. farther out than the planet location) and with an upper limit to the dust mass of $3.2 \times 10^{-4} M_{\oplus}$ (see App. D). HD 131399 shares such a peculiarity but it is a triple star system for which the primordial protoplanetary disk must have been rapidly dispersed. In the case of HIP 65426, no signs of multiplicity have been observed so far, but it should still be investigated. Another intriguing aspect of the system is that HIP 65426 is an extremely fast-rotator as evidenced by our HARPS observations. No similar cases are known among the Sco-Cen and young, nearby intermediate-mass association members, neither among the intermediate-mass primaries hosting young imaged giant planets (see App. B). Although fast stellar rotation is consistent with the picture of a rapid disk dispersal disabling disk-braking, planetary formation must have time to occur to explain the formation of HIP 65426 b. The planet location and the very low planet-to-star mass ratio ($q = 0.003$) would not favor a formation by core accretion unless HIP 65426 b formed significantly closer to the star followed by a planet-planet scattering event. An increased of angular momentum by engulfing the inner massive scatterer could explain the fast rotation of HIP 65426. From our observations, we cannot exclude the presence of unseen inner massive planets in that system that could have scattered out HIP 65426 b. However, our current detection limits set relatively good constraints on their possible masses ($\leq 5 M_{\text{Jup}}$ beyond 20 AU), as shown in Figure 4. As a consequence of a scattering event, the orbit of HIP 65426 b would be also rather eccentric which could be probed with further astrometric monitoring. If formed in-situ at its current location, formation by disk instability would be a better alternative, which would be consistent with the relatively low metallicity of the host star. Finally, the formation of an extreme mass-ratio binary by gravo-turbulent fragmentation (Hennebelle & Chabrier 2011) cannot be totally excluded.

Acknowledgements. We acknowledge financial support from the Programme National de Planétologie (PNP) and the Programme National de Physique Stellaire (PNPS) of CNRS-INSU. This work has also been supported by a grant from the French Labex OSUG@2020 (Investissements d’avenir – ANR10 LABX56). The project is supported by CNRS, by the Agence Nationale de la Recherche (ANR-14-CE33-0018). This work has made use of the the SPHERE Data Centre, jointly operated by OSUG/IPAG (Grenoble), PYTHEAS/LAM/CESAM (Marseille), OCA/Lagrange (Nice) and Observatoire de Paris/LESIA (Paris). We thank P. Delorme and E. Lagadec (SPHERE Data Centre) for their efficient help during the data reduction process. SPHERE is an instrument designed and built by a consortium consisting of IPAG (Grenoble, France), MPIA (Heidelberg, Germany), LAM (Marseille, France), LESIA (Paris, France), Laboratoire Lagrange (Nice, France), INAF-Osservatorio di Padova (Italy), Observatoire de Genève (Switzerland), ETH Zurich (Switzerland), NOVA (Netherlands), ONERA (France) and ASTRON (Netherlands) in collaboration with ESO. SPHERE was funded by ESO, with additional contributions from CNRS (France), MPIA (Germany), INAF (Italy), FINES (Switzerland) and NOVA (Netherlands). SPHERE also received funding from the European Commission Sixth and Seventh Framework Programmes as part of the Optical Infrared Coordination Network for Astronomy (OPTICON) under grant number RII3-Ct-2004-001566 for FP6 (2004–2008), grant number 226604 for FP7 (2009–2012) and grant number 312430 for FP7 (2013–2016). M. B. thanks A. Best, K. Allers, G. Mace, E. Artigau, B. Gauza, R. D. Rosa, M.-E. Naud, F.-R. Lachapelle, J. Patience, J. Gizis, A. Burgasser, M. Liu, A. Schneider, K. Aller, B. Bowler, S. Hinkley, and K. Kellogg for providing their spectra of young, brown dwarf companions. This publication makes use of VOSA, developed under the Spanish Virtual Observatory project supported from the Spanish MICINN through grant AyA2011-24052. This research has benefited from the SpeX Prism Spectral Libraries, maintained by Adam Burgasser at <http://pono.ucsd.edu/~adam/browndwarfs/spexprism>. This research has made use of the Washington Double Star Catalog maintained at the U.S. Naval Observa-

References

Allard, F. 2014, in IAU Symposium, Vol. 299, Exploring the Formation and Evo-

- lution of Planetary Systems, ed. M. Booth, B. C. Matthews, & J. R. Graham, 271–272
- Aller, K. M., Kraus, A. L., Liu, M. C., et al. 2013, *ApJ*, 773, 63
- Allers, K. N. & Liu, M. C. 2013, *ApJ*, 772, 79
- Amara, A. & Quanz, S. P. 2012, *MNRAS*, 427, 948
- Artigau, É., Gagné, J., Faherty, J., et al. 2015, *ApJ*, 806, 254
- Bailey, V., Meshkat, T., Reiter, M., et al. 2014, *ApJ*, 780, L4
- Baraffe, I., Homeier, D., Allard, F., & Chabrier, G. 2015, *A&A*, 577, A42
- Baudino, J.-L., Bézard, B., Boccaletti, A., et al. 2015, *A&A*, 582, A83
- Bayo, A., Rodrigo, C., Barrado Y Navascués, D., et al. 2008, *A&A*, 492, 277
- Best, W. M. J., Liu, M. C., Magnier, E. A., et al. 2015, *ApJ*, 814, 118
- Beuzit, J.-L., Feldt, M., Dohlen, K., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, Vol. 7014, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II, 701418
- Biller, B. A., Vos, J., Bonavita, M., et al. 2015, *ApJ*, 813, L23
- Bonnefoy, M., Zurlo, A., Baudino, J. L., et al. 2016, *A&A*, 587, A58
- Bowler, B. P. 2016, *PASP*, 128, 102001
- Bressan, A., Marigo, P., Girardi, L., et al. 2012, *MNRAS*, 427, 127
- Burgasser, A. J. 2014, in Astronomical Society of India Conference Series, Vol. 11, Astronomical Society of India Conference Series
- Burns, J. A., Lamy, P. L., & Soter, S. 1979, *Icarus*, 40, 1
- Carbillet, M., Bendjoya, P., Abe, L., et al. 2011, *Experimental Astronomy*, 30, 39
- Chen, C. H., Pécaut, M., Mamajek, E. E., Su, K. Y. L., & Bitner, M. 2012, *ApJ*, 756, 133
- Claudi, R. U., Turatto, M., Gratton, R. G., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, Vol. 7014, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II, 70143E
- David, T. J. & Hillenbrand, L. A. 2015, *ApJ*, 804, 146
- De Rosa, R. J., Patience, J., Ward-Duong, K., et al. 2014, *MNRAS*, 445, 3694
- de Zeeuw, P. T., Hoogerwerf, R., de Bruijne, J. H. J., Brown, A. G. A., & Blaauw, A. 1999, *AJ*, 117, 354
- Dohlen, K., Langlois, M., Saisse, M., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, Vol. 7014, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II, 70143L
- Draine, B. T. 2003, *ApJ*, 598, 1026
- Faherty, J. K., Rice, E. L., Cruz, K. L., Mamajek, E. E., & Núñez, A. 2013, *AJ*, 145, 2
- Gauza, B., Béjar, V. J. S., Pérez-Garrido, A., et al. 2015, *ApJ*, 804, 96
- Guerri, G., Daban, J.-B., Robbe-Dubois, S., et al. 2011, *Experimental Astronomy*, 30, 59
- Hennebelle, P. & Chabrier, G. 2011, *ApJ*, 743, L29
- Hinkley, S., Bowler, B. P., Vigan, A., et al. 2015, *ApJ*, 805, L10
- Ireland, M. J., Kraus, A., Martinache, F., Law, N., & Hillenbrand, L. A. 2011, *ApJ*, 726, 113
- Jovanovic, N., Guyon, O., Lozi, J., et al. 2016, in *Proc. SPIE*, Vol. 9909, Adaptive Optics Systems V, 99090W
- Lafrenière, D., Jayawardhana, R., & van Kerkwijk, M. H. 2008, *ApJ*, 689, L153
- Lew, B. W. P., Apai, D., Zhou, Y., et al. 2016, *ApJ*, 829, L32
- Liu, M. C., Magnier, E. A., Deacon, N. R., et al. 2013, *ApJ*, 777, L20
- Looper, D. L., Kirkpatrick, J. D., Cutri, R. M., et al. 2008, *ApJ*, 686, 528
- Mace, G. N., Kirkpatrick, J. D., Cushing, M. C., et al. 2013, *ApJS*, 205, 6
- Macintosh, B., Graham, J. R., Barman, T., et al. 2015, *Science*, 350, 64
- Macintosh, B., Graham, J. R., Ingraham, P., et al. 2014, *Proceedings of the National Academy of Science*, 111, 12661
- Maire, A.-L., Langlois, M., Dohlen, K., et al. 2016, in *Proc. SPIE*, Vol. 9908, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, 990834
- Marois, C., Correia, C., Véran, J.-P., & Currie, T. 2014, in IAU Symposium, Vol. 299, Exploring the Formation and Evolution of Planetary Systems, ed. M. Booth, B. C. Matthews, & J. R. Graham, 48–49
- Mason, B. D., Wycoff, G. L., Hartkopf, W. I., Douglass, G. G., & Worley, C. E. 2001, *AJ*, 122, 3466
- Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., et al. 2003, *The Messenger*, 114, 20
- Mordasini, C. 2013, *A&A*, 558, A113
- Olofsson, J., Samland, M., Avenhaus, H., et al. 2016, *A&A*, 591, A108
- Patience, J., King, R. R., de Rosa, R. J., & Marois, C. 2010, *A&A*, 517, A76
- Pavlov, A., Möller-Nilsson, O., Feldt, M., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, Vol. 7019, Advanced Software and Control for Astronomy II, 701939
- Pécaut, M. J. & Mamajek, E. E. 2013, *ApJS*, 208, 9
- Pécaut, M. J. & Mamajek, E. E. 2016, *MNRAS*, 461, 794
- Rameau, J., Chauvin, G., Lagrange, A.-M., et al. 2013, *ApJ*, 772, L15
- Rizzuto, A. C., Ireland, M. J., & Robertson, J. G. 2011, *MNRAS*, 416, 3108
- Soummer, R., Pueyo, L., & Larkin, J. 2012, *ApJ*, 755, L28
- Viana Almeida, P., Santos, N. C., Melo, C., et al. 2009, *A&A*, 501, 965
- Vigan, A., Moutou, C., Langlois, M., et al. 2010, *MNRAS*, 407, 71
- Wagner, K., Apai, D., Kasper, M., et al. 2016, *Science*, 353, 673
- Zorec, J. & Royer, F. 2012, *A&A*, 537, A120
- Zurlo, A., Vigan, A., Galicher, R., et al. 2016, *A&A*, 587, A57

-
- ¹ Univ. Grenoble Alpes, CNRS, IPAG, F-38000 Grenoble, France.
- ² Unidad Mixta Internacional Franco-Chilena de Astronomía, CNRS/INSU UMI 3386 and Departamento de Astronomía, Universidad de Chile, Casilla 36-D, Santiago, Chile
- ³ INAF - Osservatorio Astronomico di Padova, Vicolo dell' Osservatorio 5, 35122, Padova, Italy
- ⁴ Aix Marseille Université, CNRS, LAM (Laboratoire d'Astrophysique de Marseille) UMR 7326, 13388 Marseille, France
- ⁵ CRAL, UMR 5574, CNRS, Université de Lyon, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 46 Allée d'Italie, F-69364 Lyon Cedex 07, France
- ⁶ Max Planck Institute for Astronomy, Königstuhl 17, D-69117 Heidelberg, Germany
- ⁷ Institute for Astronomy, ETH Zurich, Wolfgang-Pauli-Strasse 27, 8093 Zurich, Switzerland
- ⁹ Geneva Observatory, University of Geneva, Chemin des Maillettes 51, 1290 Versoix, Switzerland
- ¹⁰ SUPA, Institute for Astronomy, The University of Edinburgh, Royal Observatory, Blackford Hill, Edinburgh, EH9 3HJ, UK
- ¹¹ LESIA, Observatoire de Paris Meudon, 5 pl. J. Janssen, 92195 Meudon, France
- ¹² Instituto de Física y Astronomía, Facultad de Ciencias, Universidad de Valparaíso, Av. Gran Bretaña 1111, Valparaíso, Chile
- ¹³ Université Côte d'Azur, OCA, CNRS, Lagrange, France
- ¹⁴ Department of Astronomy, Stockholm University, AlbaNova University Center, 106 91 Stockholm, Sweden
- ¹⁵ Physikalisches Institut, University of Bern, Sidlerstrasse 5, 3012 Bern, Switzerland
- ¹⁶ INAF-Catania Astrophysical Observatory, via S.Sofia, 78 I-95123 Catania, Italy
- ¹⁷ Núcleo de Astronomía, Facultad de Ingeniería, Universidad Diego Portales, Av. Ejército 441, Santiago, Chile
- ¹⁸ Anton Pannekoek Institute for Astronomy, Science Park 904, NL-1098 XH Amsterdam, The Netherlands
- ¹⁹ European Southern Observatory (ESO), Karl-Schwarzschild-Str. 2, 85748 Garching, Germany
- ²⁰ ONERA (Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales), B.P.72, F-92322 Chatillon, France
- ²¹ European Southern Observatory (ESO), Alonso de Córdova 3107, Vitacura, Casilla 19001, Santiago, Chile
- ²² Institute of Astronomy, University of Cambridge, Madingley Road, Cambridge CB3 0HA, UK
- ²³ Steward Observatory, The University of Arizona, Tucson, AZ 85721, USA
- e-mail: gael.chauvin@univ-grenoble-alpes.fr

Appendix A: Isochronal ages of HIP 65426 and neighbour stars

Adopting the values from Table A.1, the placement in absolute magnitude in V -band versus effective temperature diagram and comparison with theoretical models by Bressan et al. (2012) yields an age of 9-10 Myr when adopting the Gaia DR1 parallax (Fig. A.1), which is slightly younger than the commonly adopted age for LCC (17 Myr). However, recent results highlight the existence of significant age differences at various locations within the Sco-Cen sub-groups.

Table A.1. Stellar parameters of HIP 65426.

Parameter	Value	References
V (mag)	7.01	<i>Hipparcos</i>
$B - V$ (mag)	0.093	<i>Hipparcos</i>
$V - I$ (mag)	0.11	<i>Hipparcos</i>
J (mag)	6.826 ± 0.019	2MASS
H (mag)	6.853 ± 0.049	2MASS
K (mag)	6.771 ± 0.018	2MASS
Parallax (mas)	8.98 ± 0.30	<i>Gaia DR1</i>
μ_α (mas.yr $^{-1}$)	-33.923 ± 0.030	<i>Gaia DR1</i>
μ_δ (mas.yr $^{-1}$)	-18.955 ± 0.031	<i>Gaia DR1</i>
RV (km.s $^{-1}$)	-5.2 ± 1.3	this paper
SpT	A2V	
T_{eff} (K)	8840 ± 200	SpT+Pecaut calib.
$E(B-V)$	0.01 ± 0.01	this paper
$v \sin i$ (km.s $^{-1}$)	299 ± 9	this paper
Age (Myr)	14^{+4}_{-4}	this paper
$M_{\text{star}}(M_\odot)$	1.96 ± 0.04	this paper
$R_{\text{star}}(R_\odot)$	1.77 ± 0.05	this paper

To further refine the age estimate we consider additional stars physically close to HIP 65426 and with similar kinematic parameters. We selected from Gaia DR1 stars within 5° from HIP 65426, with parallax ± 1 mas, and proper motion ± 6 mas.yr $^{-1}$. This search returns 15 objects. Eight of these were previously known as LCC members. The seven stars without RV determination from the literature were observed with FEROS spectrograph at 2.2 m telescope at La Silla as part of MPIA observing time³. Full results of these observations will be presented in a future publication. All the selected stars are probable members of the Sco-Cen group, as resulting from RV, signatures of fast rotation and activity or lithium from data available in the literature or from our FEROS spectra. The maximum space velocity difference with respect to HIP 65426 amounts to 12.9 km.s $^{-1}$. Two stars, namely HIP 64044 and TYC 8653-1060-1, have kinematic values very close to those of HIP 65426 (space velocity difference of 2.1 and 0.9 km.s $^{-1}$, respectively), but being at a projected separation larger than 2.9° they do not form a bound system with HIP 65426. Fig. A.1 shows the absolute magnitude in V -band versus effective temperature diagram for HIP 65426 and stars within 5° with similar distance and kinematics and comparison with theoretical models. Effective temperatures and reddening have been derived from spectral types using the calibration by Pecaut & Mamajek (2013). The result of this comparison shows that the typical age of LCC stars in the

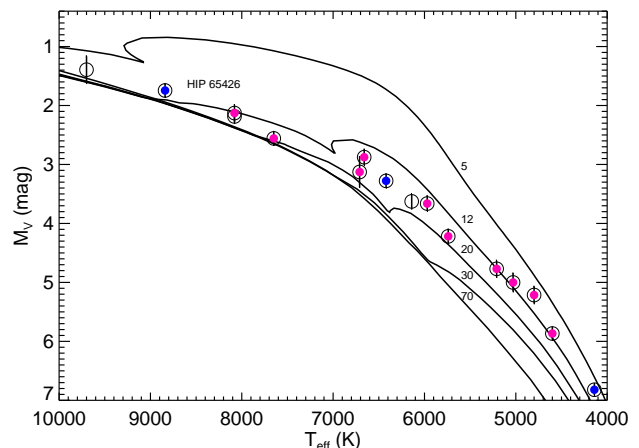


Fig. A.1. Absolute magnitude in V -band versus effective temperature diagram for HIP 65426 and stars within 5° with similar distance and kinematics. *Blue circles*: HIP 65426 and two stars with space velocity difference smaller than 3 km.s^{-1} . *Red circles*: stars with space velocity difference with respect to HIP 65426 between 3 to 10 km.s^{-1} . *Empty circles*: stars with space velocity difference larger than 10 km.s^{-1} . The 5, 12, 20, 30, 70 Myr solar-metallicity isochrones by Bressan et al. (2012) are overplotted and labeled individually.

surroundings of HIP 65426 is of the order of 12-16 Myr. This is fully consistent with the Sco-Cen age map by Pecaut & Mamajek (2016), that yields an age of 14 Myr at the position of HIP 65426 using a complementary approach (much larger number of stars extending to fainter magnitude but relying on kinematic parallaxes, while we used the Gaia trigonometric values). The nominal color-magnitude diagram age of HIP 65426 is younger (9-10 Myr). This is most likely due to the alteration induced by its very fast rotational velocity (David & Hillenbrand 2015). Therefore, in the following we adopt an age of 14 ± 4 Myr.

Appendix B: Stellar rotation

We derived radial and rotational velocity of HIP 65426 from HARPS spectra acquired during the nights of January 16, 17, and 18, 2017. The spectra have a resolution of 115000 and cover the spectral range from 380 to 690 nm. We obtained sequences of 2, 7, and 5 exposures of 5 minutes each during the three nights. The spectra were reduced using the HARPS pipeline that provides unidimensional spectra sampled in uniform wavelength step. We summed the spectra for each night to provide higher SNR dataset minimizing the short-term variations due to pulsations.

To test the methodology we used, we also applied the same procedure to a number of additional A2V stars with archive HARPS spectra. The results make use of a standard cross-correlation function method that exploits a binary mask. We considered two sets of lines: (i) six strong lines (Ca II K and 5 H lines from H β to H9, excluding H ϵ); we used the rotationally broadened core of the lines and (ii) 35 atomic lines. The average radial velocity found ($5.2 \pm 1.3 \text{ km.s}^{-1}$) is close to the literature value ($3.1 \pm 1.2 \text{ km.s}^{-1}$). There is a small difference between the radial velocities in the different dates (r.m.s. $\sim 1.3 \text{ km.s}^{-1}$), however we think this result neither supports nor contradicts the hypothesis that HIP 65426 is a binary. We derived a very high projected rotational velocity of $v \sin i = 299 \pm 9 \text{ km.s}^{-1}$. This

³ Program ID 098.A-9007(A)

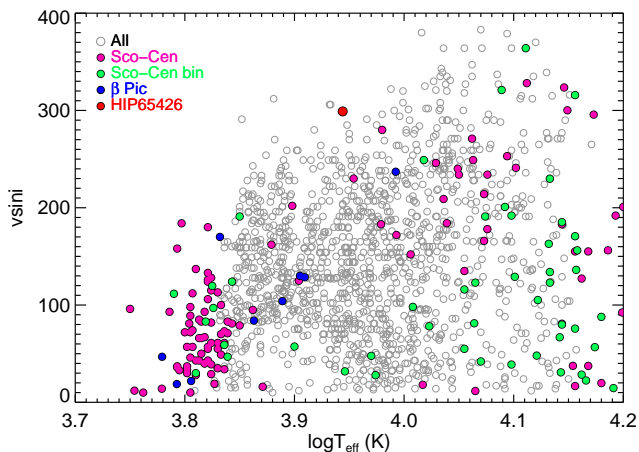


Fig. B.1. Run of the $v \sin i$ values as a function of the effective temperature for “normal” stars in the catalogue by Zorec et al. (2012: open grey circles). The red filled circle is HIP 65426. Overimposed are single (pink circles) and binary (green circles) stars in the Sco-Cen association. Stars in the β Pic group are also shown (blue filled circles).

value is at the upper limit of the distribution of rotational velocities for A2V stars. The extracted values of RV and $v \sin i$ are consistent with literature values within the error bars.

If we examine the catalogue by Zorec & Royer (2012), there is no A2V star with $v \sin i > 280 \text{ km.s}^{-1}$ among 119 entries. If we extend the sample by one spectral subclass (A1V-A3V), there is only one A1V star with a $v \sin i > 280 \text{ km.s}^{-1}$ (a close binary) over 368 entries. HIP 65426 is therefore an exceptionally fast rotator. Figure B.1 compares the $v \sin i$ value for HIP 65426 with values obtained for “normal” stars (i.e., bonafide single stars) in the Zorec et al. (2012) catalogue. For comparison, we also plotted single and binary stars in the Sco-Cen association and stars in the β Pic group that have similar ages. In these last cases, we also considered $v \sin i$ values from Glebocki et al. (2005) and Chen (2011) catalogues, after correcting them on the same scale as that of the Zorec et al. catalogue. The effective temperatures for these stars were obtained from the B-V colours, after calibrating with those from the Zorec catalogue. The peculiar nature of HIP 65426 is quite obvious from this figure. Also, note that the rotational velocities for single late-B and early-A stars in the Sco-Cen association and in the β Pic group matches well typical values for the “normal” stars in the Zorec et al. (2012) catalogue (while binaries typically rotates slower, as also found for field stars). This suggests that stars with mass similar or larger than HIP 65426 have already reached the Zero Age Main Sequence in these associations. HIP 65426 is exceptional with respect to both the Sco-Cen association and the field star population.

Appendix C: Binarity

HIP 65426 is listed as a close visual binary (separation 0.15–0.3 arcsec, $\Delta \sim 0.1$ mag) in the Washington Double Star Catalog (Mason et al. 2001). We retrieved the individual measurements (kindly provided by Dr. B. Mason), that consist in seven entries between 1926 to 1933 followed by a series of non-detections. There are no indications of close companions in the SPHERE images, including the non-coronagraphic sequence used for photometric calibrations, allowing us to rule out the presence of equal-luminosity companions down to a projected separation of 40 mas. Furthermore, the HARPS spectra do not show indica-

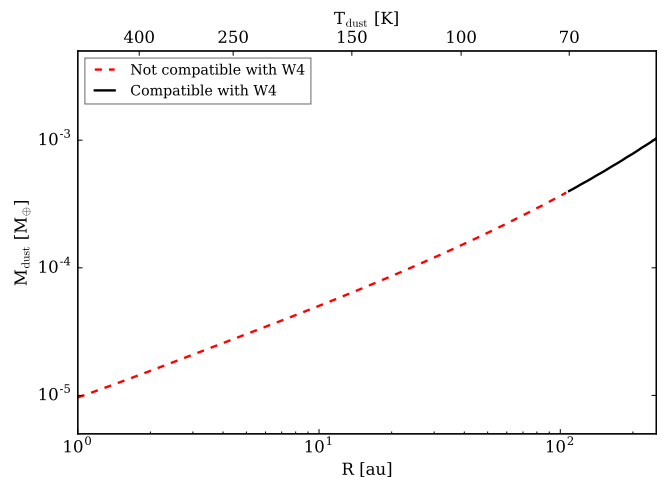


Fig. D.1. Upper limit on the dust mass (for grains of size $s_{\text{blow}} = 3.1 \mu\text{m}$) derived for the $70 \mu\text{m}$ upper limit, as a function of their distance to the star. The red dashed line shows solutions incompatible with the WISE/W4 point, while the black solid line is compatible with the W4 point. The dust grain temperature is shown in the top axis.

tions of multiple components. Finally, an equal-luminosity binary would imply an unphysical position on color-magnitude diagram below main sequence. We thus consider it plausible that the previously claimed detection is spurious and consider that we do not find any sign of binarity for HIP 65426.

Appendix D: Upper limits on the dust mass

Chen et al. (2012) reported a non-detection of any mid-IR excess around HIP 65426. They reported a *Spitzer*/MIPS upper limit at $70 \mu\text{m}$ of 11.4 mJy. Given that the star is young, and that this upper limit does not reach the photospheric flux (~ 1.5 mJy), we try to estimate the upper limit for the dust mass around HIP 65426.

We gather the optical to mid-IR photometry of the star using VOSA⁴ (Bayo et al. 2008). For the given stellar luminosity and mass ($17.3 L_{\odot}$ and $1.95 M_{\odot}$, respectively) we estimate the size of dust grains that would still be on bound orbits around the star. We use optical constant of astro-silicates (Draine 2003), and we compute the radiation pressure to gravitational forces β ratio as in Burns et al. (1979). We find that for this composition, grains smaller than $s_{\text{blow}} \sim 3.1 \mu\text{m}$ should remain on bound orbits around the star. We then compute the thermal emission from grains of size s_{blow} , at 22 and $70 \mu\text{m}$, at different distances from the star. For each distance, we evaluate the temperature of the dust grains by equating the energy they receive and emit (e.g., Eq. A.3 of Olofsson et al. 2016). Assuming optically thin emission, we then compute the dust mass required to match the $70 \mu\text{m}$ upper limit. We compare the predicted flux at $22 \mu\text{m}$ to the WISE/W4 observations (19 ± 0.1 mJy) and check if the toy model is compatible with the observations. We can thus define a region in the r - M_{dust} space in which a disk consisting of dust grains with sizes s_{blow} can exist, without being detected at $70 \mu\text{m}$, which is shown in Figure D.1. We find that a debris disk could possibly be located at distances larger than 100 AU (corresponding to temperatures smaller than 70 K), for a dust mass smaller than $3.2 \times 10^{-4} M_{\oplus}$. Such a configuration would be compatible with both the WISE/W4 and *Spitzer*/MIPS $70 \mu\text{m}$ observations. One has to keep in mind that we only consider a single grain

⁴ <http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/vosa/>

size and not a whole grain size distribution, which would significantly increase the dust mass estimates. But overall, if the star is still hosting a debris disk, it seems likely that it would be located farther out than the companion we report here.

Liste des publications et présentations

Publications

Articles de rang A

1. **P. Janin-Potiron**, M. N'Diaye, P. Martinez, A. Vigan, K. Dohlen, M. Carbillet. *Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime*. A&A 603 A23 (2017) DOI : 10.1051/0004-6361/201730686
2. **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; *The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor*. A&A 592 A110 (2016) DOI : 10.1051/0004-6361/201628287
3. P. Martinez, **P. Janin-Potiron**. *Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges*. A&A 593 L1 (2016) DOI : 10.1051/0004-6361/201629026
4. G. Chauvin *et al.* *Discovery of a warm, dusty giant planet around HIP65426*. A&A 2017 (in press).

Articles de conférences

5. **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet (2015). *Self-Coherent Camera as a focal plane phasing sensor - Overview and early comparison with the Zernike Phase Contrast Sensor*. Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes 4 - Conference Proceedings, 1(1). DOI : 10.20353/K3T4CP1131613. ao4elt4_31613.
6. **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; C. Gouvret; A. Spang; *The self-coherent camera-phasing sensor : from numerical simulations to early experiments* . Proc. SPIE 9906, Ground-based and Airborne Telescopes VI, 99066B (July 27, 2016); DOI :10.1117/12.2232687.
7. P. Martinez; M. Beaulieu; **P. Janin-Potiron**; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; L. Abe; A. Spang; Y. Fantéi-Caujolle; F. Martinache; P. Belzanne; A. Marcotto; M. Carbillet; *The Segmented Pupil Experiment for Exoplanet Detection : 2. design advances and progress overview* . Proc. SPIE 9906, Ground-based and Airborne Telescopes VI, 99062V (July 27, 2016); DOI :10.1117/12.2232608.
8. O. Preis; P. Martinez; C. Gouvret; J. Dejonghe; M. Beaulieu; **P. Janin-Potiron**; et al.(2015). *System analysis of the Segmented Pupil Experiment for Exoplanet Detection - SPEED - in view of the ELTs*. Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes 4 - Conference Proceedings, 1(1). ao4elt4_31576. DOI : 10.20353/K3T4CP1131576.
9. P. Martinez; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; J.-B. Daban; A. Spang; F. Martinache; M. Beaulieu; **P. Janin-Potiron**; L. Abe; Y. Fantéi-Caujolle; D. Mattei; S.

Ottogalli; *SPEED : the segmented pupil experiment for exoplanet detection* . Proc. SPIE 9145, Ground-based and Airborne Telescopes V, 91454E (July 22, 2014);
DOI :10.1117/12.2055338.

Articles de revues et d'écoles thématiques

10. **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; *The self-coherent camera as a focal plane phasing sensor*. Mathematical Tools for Instrumentation & Signal Processing in Astronomy D. Mary, R. Flamary, C. Theys and C. Aime (eds) EAS Publications Series, 78-79 (2016) 287-305
11. P. Martinez; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; J.-B. Daban; A. Spang; F. Marti-nache; M. Beaulieu; **P. Janin-Potiron**; L. Abe; Y. Fantei-Caujolle; D. Mattei; S. Ottogalli; M. Carbillet; *The SPEED Project : SPEEDing up Research and Development towards High-contrast Imaging Instruments for the E-ELT*. The Messenger, vol. 159, p. 19-22.

Présentations orales

- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; A. Spang. *Cophasage de très grands télescopes segmentés ? la SCC-PS et ZELDA au service de la correction en boucle fermée*. Rencontres Thalès - Observatoire de la Côte d'Azur, Cannes (07/03/2017)
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; A. Spang. *Cophasage de très grands télescopes segmentés ? la SCC-PS et ZELDA au service de la correction en boucle fermée*. Journée Airbus Defense & Space, Toulouse (13/12/2016)
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; A. Spang. *The self-coherent camera - phasing sensor : from numerical simulations to early experiments*. Wavefront Sensing in the VLT/ELT area, Marseille (04/10/2016)
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; A. Spang. *The self-coherent camera as a new cophasing sensor for segmented telescopes*. Journées Scienstrumentales, Observatoire de la Côte d'Azur, Nice (26/05/2016)
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet; O. Preis; C. Gouvret; J. Dejonghe; A. Spang. *The self-coherent camera - phasing sensor : from numerical simulations to early experiments*. Rencontres Thalès - Observatoire de la Côte d'Azur, Cannes (17/03/2016)

Présentations de posters

- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet. *Active correction of pupil discontinuities over segmented telescopes : the Self-Coherent Camera as a phasing sensor*. École d'été BASMATI (2015).
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet. *Active correction of pupil discontinuities over segmented telescopes : the Self-Coherent Camera as a phasing sensor*. AO4ELT4 (2015).
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet. *Active correction of pupil discontinuities over segmented telescopes : the Self-Coherent Camera as a phasing sensor*. Journée de l'École Doctorale des Sciences Fondamentales et Appliquées (2016).
- **P. Janin-Potiron**; P. Martinez; P. Baudoz; M. Carbillet. *SCC-PS : the self-coherent camera - phasing sensor. From numerical simulations to early experiments*. SPIE (2016).

Présentations grand public

- **P. Janin-Potiron**. *Préparation d'une observation avec le télescope C2PU*. Observatoire du plateau de Calern (Mars 2015).
- **P. Janin-Potiron**. *Système solaire, petits corps et plus encore!* Observatoire de la Côte d'Azur (Année 2015).
- **P. Janin-Potiron**. *Mon doctorat à l'Observatoire de la Côte d'Azur*. Observatoire de la Côte d'Azur (Novembre 2015).

Table des figures

1.1	Cumul du nombre d'exoplanètes détectées en fonction du temps.	4
1.2	Représentation schématique de la détection d'exoplanète par transit (à gauche) et par effet Doppler-Fizeau (à droite).	6
1.3	À gauche : image du système HR 8799, obtenue par imagerie coronographique. Les premières images de ce système avaient été réalisées sans coronographe, la planète la plus proche de l'étoile n'avait alors pas été détectée. Les planètes sont jeunes et chaudes et présentent donc une émission infrarouge plus élevée que des planètes plus vieilles, ce qui est un avantage pour la détection. <i>Crédits : NRC-HIA, W.M. Keck Observatory, Marois et al. (2008)</i> . À droite : image du système HIP 65426 obtenue par imagerie coronographique. <i>Crédits : ESO, SPHERE Consortium, Chauvin et al. (2017)</i>	7
1.4	Images de la nébuleuse NGC 6357 prise par un télescope de diamètre ~ 15 cm (à gauche) et même portion du ciel vue par le télescope Hubble de diamètre de 2.4 m (à droite). <i>Crédits : Michael Sidonio</i>	9
1.5	Évolution du diamètre des miroirs primaires des instruments d'astronomie en fonction du temps. <i>Source : https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_optical_telescopes_historically</i>	10
1.6	Présentation des principaux télescopes actuels et à venir. <i>Crédits : Cmglee https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Comparison_optical_telescope_primary_mirrors.svg</i>	12
2.1	Valeurs remarquables et relations principales sur un hexagone.	22
2.2	À gauche : représentation des nœuds du réseau hexagonal. À droite : représentation d'une pupille segmentée d'ordre $M = 2$. Les cercles inscrits et circonscrits sont respectivement représentés en rouge et en jaune.	23
2.3	À gauche : rampe de piston appliquée sur le segment central. Au centre : rampe de tip appliquée sur le segment central. À droite : rampe de tilt appliquée sur le segment central.	24
2.4	Représentation graphique sur le cercle unité des 10 premiers modes de Zernike.	28
2.5	Illustration de l'ajustement d'une carte de phase initiale (à gauche) par projection sur les modes H_1 , H_2 et H_3 puis reconstruction pour une pupille d'ordre $M=5$ (au milieu) et d'ordre $M=20$ (à droite). Plus le nombre de segment est élevé, et plus le système est capable de reproduire les hautes fréquences spatiales de la phase de départ.	31
2.6	Représentation graphique sur une pupille segmentée d'ordre $M = 5$ des 10 premiers modes de Zernike ajustés avec les coefficients de la table 2.2.	32
2.7	Numérotation des segments de manière linéaire (à gauche) et de manière circulaire (à droite).	34
2.8	Construction en niveaux de gris d'un segment de la couronne extérieure d'une pupille segmentée d'ordre $M = 2$	35

2.9	Argument (à gauche) et module (à droite) de l'amplitude complexe sur une pupille segmentée d'ordre $M = 2$ avec $g = 0$ utilisant l'apodisation des segments par niveaux de gris.	36
3.1	Schéma représentant une ouverture arbitraire \mathcal{A} et les coordonnées et variables afférentes au développement du principe d'Huygens-Fresnel.	39
3.2	Représentation schématique du principe de la transformation de phase par une lentille convergente de distance focale f	40
3.3	Répartition d'intensité résultante de l'observation de deux points sources contigus et ce pour des diamètres de télescopes valant D_0 (à gauche), $0.84D_0$ (au centre) et $D_0/2$ (à droite).	42
3.4	Illustration du phénomène de diffraction sur une image "stellaire". À gauche : image d'origine. À droite : image observée avec une pupille de diamètre arbitraire. L'image devient floue et il est aussi possible d'observer les effets chromatiques.	43
3.5	Fonctions réseau FR (à gauche) et FEP_s (à droite) obtenues en simulation avec $M = 5$	45
3.6	À gauche : FEP d'un télescope segmenté hexagonal. À droite : coupe transverse de la FEP selon l'axe horizontal (courbe bleue) et selon un axe orienté à 30° (courbe rouge).	45
3.7	Présentation de deux réalisations aléatoires de fonction réseau FR (à gauche) et FEP_s (à droite) obtenues en simulation et ce en considérant des aberrations de piston seul.	47
3.8	Comparaison des valeurs de rapport de Strehl obtenues en simulation par rapport à la valeur théorique donnée par l'équation 3.26 pour des aberrations de piston seulement.	48
3.9	À gauche : $FEP^{t/T}$ pour $\sigma \simeq 150$ nm RMS. À droite : $FEP^{t/T}$ pour $\sigma \simeq 750$ nm RMS. Les échelles de couleur sont différentes pour les deux figures.	49
3.10	Représentation graphique de la fonction $B(\mathbf{x})$ pour les neuf premiers modes de Zernike.	51
3.11	Coupe transverse de la FEP produite au foyer d'une pupille circulaire de diamètre D_0 pour des séparations angulaires de 0 à $10\lambda/D_0$ (à gauche) et de 0 à $1200\lambda/D_0$ (à droite). La courbe bleue représente le signal produit par l'étoile, la jaune par la planète et le trait rouge symbolise la limite de détection d'une planète de type terrestre.	53
3.12	Représentation des niveaux de contraste entre l'étoile et la planète en fonction de leur séparation angulaire et ce pour des systèmes planétaires connus (points rouges) et pour différents instruments (lignes, voir légende). Le système solaire se situe tout en bas de ce diagramme. La valeur de contraste pour la planète Terre est $C \sim 10^{-10}$. Les séparations angulaires sont calculées pour un système solaire à 10 pc.	54
3.13	Revue non-exhaustive des différents types de coronographes existants et permettant un travail à petites séparations angulaires. <i>Crédits : Mawet et al. (2012)</i>	55

4.1	Schéma de principe de la mesure de phase par la SCC-PS.	60
4.2	Représentation de la distribution de phase, $\phi = \arg(\Psi'_S)$, dans le plan pupille d'entrée. Les valeurs sont exprimées en radian.	61
4.3	À gauche : représentation 3D d'un masque quatre quadrants. À droite : coupe transversale du même masque. Δ représente la différence de chemin optique entre deux faces contiguës.	62
4.4	Répartition de l'énergie lumineuse dans le plan de Lyot pour une pupille d'entrée parfaitement phasée (à gauche) et pour la pupille de la figure 4.2 (à droite).	62
4.5	Répartition d'intensité dans la plan image avec la présence du FQPM (à gauche) et sans la présence du FQPM (à droite). L'intensité du pic central est largement atténuée, c'est l'effet coronographique.	63
4.6	Image SCC-PS obtenue pour la distribution de phase présentée sur la figure 4.2. Les franges d'interférences créées par la référence sont nettement visibles.	64
4.7	Image $\mathcal{F}^{-1}[I]$ obtenue par transformation de Fourier inverse de l'image SCC-PS frangée. Les deux pics de corrélation $\mathcal{F}^{-1}[I_+]$ et $\mathcal{F}^{-1}[I_-]$ sont présents.	65
4.8	Estimation de la phase ϕ_{est} obtenue par la SCC-PS pour la pupille présentée sur la figure 4.2. L'échelle de couleur est volontairement non représentée car elle n'apporte pas d'information supplémentaire. Il n'existe pas une correspondance exacte et directe entre la valeur de ϕ_{est} et la valeur de la phase introduite dans le plan d'entrée ϕ , mais on a une relation de proportionnalité donnée par la suite dans l'équation 4.18.	66
4.9	Principe schématique de la convolution d'un segment par le disque de la référence et ce pour deux tailles différentes. En haut : $\gamma = \gamma_0$. En bas : $\gamma = \gamma_0/2$	79
4.10	À gauche : matrice de calibration obtenue sur un système avec $M = 3$. Les termes diagonaux dominants sont bien visibles. À droite : phase estimée par la SCC-PS ϕ_{est} correspondante à chaque itération (voir animation).	80
4.11	Transformée de Fourier inverse de l'image SCC-PS $\mathcal{F}[I]$ pour deux valeurs de $\xi_0 = \ \xi_0\ $. À gauche : $\xi_0 > \xi_{0\ lim}$. À droite : $\xi_0 < \xi_{0\ lim}$	82
4.12	Estimation de phase ϕ_{est} produite par la SCC-PS dans le cas $\xi_0 > \xi_{0\ lim}$ (à gauche) et $\xi_0 < \xi_{0\ lim}$ (à droite). Ces deux configurations correspondent à celles présentées sur la figure 4.11.	83
4.13	Tip estimé en fonction du tip introduit pour les deux configurations présentées sur les figure 4.11 et 4.13. Les ronds bleus représentent le cas $\xi_0 > \xi_{0\ lim}$. Les données rouges représentent le cas $\xi_0 < \xi_{0\ lim}$, où les ronds sont les segments situés en dehors de la zone de superposition des pics de corrélation (figure 4.13) et les croix ceux situés à l'intérieur.	83
4.14	Estimation de phase ϕ_{est} produite par la SCC-PS pour différentes valeurs de γ . À gauche : distribution de phase dans la pupille d'entrée, puis de gauche à droite : $\gamma = 10, 30, 50$	84
4.15	Valeur de l'estimateur φ_1 en fonction du tip introduit sur le segment central pour différentes valeurs de γ (voir légende).	85
4.16	Effet introduit par le choix de γ sur l'estimation d'un tip sur le segment central. À gauche : distribution de phase dans le plan d'entrée. Au centre : ϕ_{est} pour $\gamma = 50$. À droite : ϕ_{est} pour $\gamma = 25$	86

4.17	À gauche : représentation schématique du stop de Lyot utilisé dans le papier SCC-PS. Celui-ci englobe alors toute la pupille. À droite : rapport entre l'estimation de phase dans le cas d'une ouverture centrale correspondant à la pupille et celle dans le cas de l'ouverture centrale correspondant à la figure de gauche.	87
4.18	Distribution angulaire du rapport d'énergie lumineuse entre l'ouverture centrale du stop de Lyot et la référence dans le plan du diaphragme. Les couleurs représentent différentes valeurs d'aberrations présentes dans le plan pupille d'entrée. Les valeurs $E_R/E_S = 0$ correspondent aux transitions du masque quatre quadrants.	88
4.19	Distribution de phase obtenue après le masque quatre quadrants dans le plan de Lyot.	89
4.20	À gauche : phase mesurée dans le plan de Lyot à la position de la référence en fonction de sa position angulaire. À droite : courbe de réponse de l'estimateur φ_0 correspondant en fonction du piston introduit.	89
4.21	Influence de la position angulaire de la référence sur l'estimation de piston sans prise en compte de la correction Φ_{corr} .	90
4.22	À gauche : erreur de front d'onde résiduelle mesurée sur la pupille en fonction du nombre d'itération de la boucle fermée. À droite : valeurs de piston atteintes par chacun des segments après 20 itérations. La courbe rouge correspond aux valeurs mesurées. La courbe bleue correspond aux valeurs théoriques des pistons pour un tip-tilt global présent sur la pupille.	93
4.23	Illustration du processus de correction du piston d'un segment pour un cas divergent (●) et un cas convergent (■).	94
4.24	À gauche : amplitude complexe du front d'onde dans le plan pupille d'entrée. La taille des gaps, égale à 20% de r , et celle des araignées, égale à 40% de r , sont volontairement exagérées. À droite : estimation correspondante de la phase par la SCC-PS.	95
5.1	Illustration du principe de l'analyseur de cophasage ZELDA-PS.	98
5.2	Représentation d'un masque de phase de Zernike et de sa coupe en 3D (à gauche) ainsi qu'un schéma de sa coupe (à droite).	99
5.3	Diagramme d'Argand représentant les différents nombres complexes à l'origine de la mesure de phase de ZELDA.	100
5.4	Illustration de l'incidence du choix de θ (à gauche) et de b (à droite) sur l'intensité mesurée dans la plan pupille de ZELDA en fonction des aberrations introduites.	100
5.5	Répartition de l'amplitude normalisée de b en fonction de la distance radiale dans le plan pupille pour différentes valeurs de diamètre de trou central d .	101
5.6	Représentation des estimateurs ϕ_{1st} , ϕ_{2nd} et ϕ_i calculés de manière théorique en fonction de la phase introduite. La courbe violette représente la droite d'équation $y = x$.	114

5.7	Représentation de l'estimateur φ_0 , calculé à partir des trois méthodes ϕ_{1st} , ϕ_{2nd} et ϕ_i , en fonction du piston introduit sur chacun des segments. La courbe violette représente la droite d'équation $y = x$. La courbe de gauche présente un cas où une faible valeur d'aberrations est introduite, celle de droite la cas où une forte valeur d'aberrations est introduite.	115
5.8	Représentation de l'erreur systématique introduite par le choix de la méthode d'estimation de la phase (à gauche) et de la propagation entre une erreur de mesure d'intensité à une erreur d'estimation de la phase (à droite).	116
5.9	Principe de construction de la matrice de calibration (à gauche) et pupille correspondante (à droite).	119
5.10	Comparaison des images focales d'une pupille segmentée soumise à des aberrations de piston et tip-tilt obtenues par transformation de Fourier rapide (FFT, à gauche) et par Matrix Fourier Transform (MFT, à droite). La variable N_a représente la taille de la matrice contenant la pupille d'entrée. La valeur N_c correspond à la taille choisie pour les FFT et N_b à celle choisie pour les MFT. L'échantillonnage dans le plan focal vaut alors N_c/N_a pour la FFT et m pour la MFT.	121
5.11	Comparaison de convergence entre un système n'utilisant pas de matrice de calibration et un système en utilisant une. La configuration de départ est la même dans les deux cas.	122
5.12	Illustration du processus de correction en piston et tip d'un segment pour plusieurs configurations initiales différentes. Les points de départ sont entourés en bleu. Les flèches violettes indiquent la direction et la norme des corrections de piston et tip apportées par le système.	123
5.13	À gauche : amplitude complexe du front d'onde dans le plan pupille d'entrée. La taille des gaps, égale à 20% de r , et celle des araignées, égale à 40% de r , sont volontairement exagérées. À droite : estimation correspondante de la phase par ZELDA-PS.	124
6.1	Probabilité de convergence d'un système soumis au piston uniquement en fonction de l'erreur de front d'onde initiale. Les barres bleues et rouges représentent les valeurs mesurées sur 100 convergences de l'algorithme de ZELDA-PS. Les courbes jaunes et violette représentent les valeurs calculées par intégration de Monte Carlo dont la logique est présentée dans le code 6.1.	127
6.2	Illustration de la dépendance de la probabilité de convergence au nombre de segments présents dans la pupille (à gauche) et à la distribution statistique des aberrations (à droite).	128
6.3	Probabilité de convergence d'un système soumis au piston et tip-tilt en fonction de l'erreur de front d'onde initiale. Les barres bleues et rouges représentent les valeurs mesurées sur 100 convergences de l'algorithme de ZELDA-PS. Les courbes jaunes et violette représentent les valeurs calculées par simulation du processus de convergence.	129

6.4	Illustration de la sensibilité aux désalignements du masque focal (en bleu) et de la pupille (en rouge) en fonction de la valeur des erreurs de front d'onde initiales. Les barres d'erreur sont fixées à 1σ	130
6.5	Illustration de couples (k_n, l_n) en fonction de la position du segment sur la pupille.	131
6.6	Représentation graphique d'une pupille soumise au vecteur de piston \mathbf{p}^* (à gauche) et de la même pupille soumise au vecteur $[\mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*, \mathbf{T}^*]$ (à droite). . . .	132
6.7	Représentation en pourcentage de la contribution de chaque segment à la divergence du système dans le cas d'un déplacement de la zone d'analyse (en bleu) et d'un déplacement du masque focal (en rouge).	133
6.8	Schéma explicatif de la méthode du <i>dual-wavelength</i> en considérant le cas d'un piston sur un segment donné. Le segment est d'abord cophasé à la longueur d'onde λ_1 (courbe bleue) puis à la longueur d'onde λ_2 (courbe rouge).	134
6.9	Démonstration du principe de l'algorithme du <i>dual-wavelength</i> . En haut à gauche : distribution de phase dans le plan pupille d'entrée. En haut à droite : valeur RMS des aberrations présentes sur la pupille. En bas à gauche : histogramme de la distribution de piston des segments. En bas à droite : position de chacun des segments en fonction de l'itération de la boucle de convergence.	135
6.10	Illustration du principe de cohérence de la lumière. À gauche, un signal sinusoïdal mesuré en fonction du piston introduit pour une largeur de bande $\Delta\lambda = 20$ nm. À droite, le même signal mesuré en fonction du piston introduit pour une largeur de bande $\Delta\lambda = 120$ nm.	137
6.11	Estimateur φ_0 mesuré en fonction du piston introduit sur le segment central. L'enveloppe de cohérence théorique est représentée en rouge. J'ai choisi de ne pas représenter complètement toutes les oscillations par soucis de gain de temps de simulation et j'échantillonne alors le phénomène par pas de 2λ	138
6.12	À gauche : image ϕ_{est} obtenue par la SCC-PS en lumière polychromatique pour une pupille d'entrée dont le piston de certains segments est égal à un multiple entier de la longueur d'onde centrale du filtre optique λ_0 . À droite : estimateur Φ_0 mesuré sur le segment central d'une image SCC-PS en fonction du piston introduit.	139
6.13	À gauche : profil de raie théorique des raies D du sodium. À droite : estimateur φ_0 mesuré théoriquement en fonction du piston introduit.	140
6.14	À gauche : profil de raie simplifié utilisé lors de la simulation SCC-PS polychromatique. À droite : estimateur φ_0 mesuré sur le segment central en fonction du piston introduit.	141
7.1	Image du miroir segmenté M2 (à droite) et schéma de sa carte des segments bloqués et inactifs (à droite). Ces segments sont repérés en rouge et en blanc respectivement.	150
7.2	Image obtenue sous microscope du miroir M1. On distingue une tâche en bas du miroir ainsi qu'un segment bloqué en haut à droite.	151

7.3	Défauts présents sur le miroir M1 : segment bloqué (à gauche) et particule résiduelle suite au processus de fabrication (à droite). Ces défauts sont également visibles sur la figure 7.2.	152
7.4	Amplitude des erreurs de front d'onde sur le miroir M2 entier. À gauche : mesures obtenues avec le ZYGO dans notre laboratoire. À droite : mesures obtenues avec le ZYGO d'Iris AO et son réducteur de champ.	152
7.5	Amplitudes des erreurs de front d'onde sur le segment central. Signal brut (en haut à gauche), signal sans erreur de focalisation (en haut à droite) et signal sans erreur d'astigmatisme (en bas).	153
7.6	Test de réponse de chacun des 163 segments du miroir M2. Ces derniers sont activés en tip par ordre croissant en suivant la numérotation proposée sur la figure 2.7 (à droite).	154
7.7	À droite : aberrations mesurées avec le ZYGO sur la lunette astronomique seule. À gauche : aberrations sur le miroir M1 mesurées avec le ZYGO en présence de la lunette astronomique. On remarque que les segments sont très bien échantillonnés mais qu'un résidu d'aberrations dû à la lunette est présent.	154
7.8	Tip et/ou tilt mesuré(s) en fonction du tip et/ou tilt introduit(s) sur les segments n° 19 et n° 73.	155
7.9	Vue CAO 3D du banc SPEED. Les rayons bleus représentent la voie visible, les rayons rouges la voie infrarouge et les jaunes la voie commune aux deux. Les flèches rouges indiquent la position des plans pupilles de la voie visible de SPEED. <i>Crédits : J. Dejonghe.</i>	156
7.10	Schéma simplifié représentant le trajet de la lumière sur le banc de test SCC-PS.	158
7.11	Masques d'amplitude découpés au laser. À gauche : diaphragme d'entrée simulant des araignées et une obstruction centrale. À droite : diaphragme de Lyot composé d'une ouverture centrale et de trois références de tailles différentes ($\gamma = 10, 15, 20$).	158
7.12	À gauche : distribution d'intensité dans le plan de Lyot après le masque quatre quadrants (photo prise sur un écran blanc) pour une pupille d'entrée diaphragmée ($M = 7$). À droite : distribution d'intensité dans le plan de Lyot après le masque quatre quadrants pour une pupille d'entrée non diaphragmée.	159
7.13	FEP mesurée sur la caméra Apogée, sans masque quatre quadrants (à gauche) et sa coupe transversale correspondante (à droite). Sur cette dernière, la courbe bleu correspond à la FEP mesurée et la rouge à une FEP simulée avec des paramètres d'entrée identiques aux conditions présentes sur le banc.	160
7.14	FEP mesurée sur la caméra Apogée, avec le masque quatre quadrants (à gauche) et FEP simulée avec des paramètres d'entrée identiques aux conditions présentes sur le banc (à droite).	161
7.15	Représentation graphique de la correspondance entre un déplacement mécanique sur le miroir et une différence de chemin optique sur le front d'onde.	162
7.16	À gauche : courbe de réponse de l'estimateur φ_0 en fonction du piston introduit sur le segment central. À droite : carte de phase estimée correspondant à chaque configuration (voir animation).	162

7.17	Estimateurs φ_1 et φ_2 mesurés en fonction du piston introduit sur le segment central.	163
7.18	À gauche : courbe de réponse des estimateurs φ_1 et φ_2 en fonction du tip et du tilt introduits respectivement sur le segment central. À droite : carte de phase estimée correspondante à chaque configuration (voir animation).	164
7.19	À gauche : matrice de calibration obtenue sur le banc de test SCC-PS. À droite : carte de phase estimée correspondant à chacune des configurations mesurées (voir animation). Le second code QR redirige vers une animation présentant l'évolution de l'image SCC-PS dans le plan focal en fonction de l'introduction d'un piston segment après segment.	165
7.20	Estimateur φ_0 mesuré sur le banc SCC-PS en fonction du piston introduit pour 100 réalisations aléatoires. Les valeurs de piston sont comprises entre $\pm 0.75\mu\text{m}$ (à gauche) et entre $\pm 150\text{ nm}$ (à droite).	166
7.21	Estimateur φ_0 mesuré en simulation en fonction du piston introduit pour 100 réalisations aléatoires. Les valeurs de piston sont comprises entre $\pm 150\text{ nm}$. On retrouve une dispersion similaire à celle observée sur le banc SCC-PS.	167
A.1	Représentation schématique du banc de calibration permettant de produire des champs d'éclairement plats aux longueurs d'onde souhaitées.	180
A.2	À gauche : représentation de μ_d (ici noté $\langle I \rangle$) en fonction du temps d'intégration t_{exp} . Les barres d'erreur sont données pour 1σ . À droite : courant d'obscurité μ_I en fonction de la température du détecteur. La température caractéristique de doublement T_d vaut pour notre caméra 5.36°C	181
A.3	Moyenne de la variance du signal mesurée sur une pile d'image en fonction de sa moyenne. L'inverse du coefficient d'ordre 1 de l'ajustement de cette courbe par un polynôme du second degré donne la mesure du gain du détecteur. Les couleurs correspondent à des longueurs d'onde différentes.	182
A.4	Résidus des ajustements faits sur la figure A.3 au premier ordre (en haut) et au second ordre (en bas). Les couleurs correspondent à des longueurs d'onde différentes.	183
A.5	Image noire (dark, à gauche) et champ plat (flat, à droite) prises par la caméra Apogée sur le banc de calibration pour un temps d'intégration $t_{exp} = 3.2\text{ s}$	184
B.1	À gauche : erreur de front d'onde mesurée sur la pupille entière après L3 en fonction de l'heure de mesure. À droite : erreur de front d'onde correspondante (voir animation).	186
D.1	Principe schématique de l'autoconvolution d'un segment.	191
D.2	Principe schématique de l'autoconvolution d'un segment.	192
E.1	Vue schématique de l'instrument SPHERE. On y voit notamment les trois sous-système IRDIS, IFS et ZIMPOL. <i>Crédits : © SPHERE Project.</i>	194

Liste des tableaux

2.1	Expression des polynômes de Zernike Z (à gauche) et des polynômes hexagonaux H (à droite) en coordonnées polaires et cartésiennes.	29
2.2	Coefficients de décomposition en piston, tip et tilt des polynômes de Zernike sur une pupille segmentée en fonction du numéro n du segment considéré. . .	33
3.1	Expressions analytiques des fonctions $B(\mathbf{x})$ et $D(\mathbf{x})$ pour différentes erreurs considérées. Valeurs extraites de Yaitskova et al. (2003) ; Yaitskova (2007, 2009) . 52	52
A.1	Valeurs de gain et PRNU mesurés à différentes longueurs d'onde pour la caméra visible Apogée Alta F7. La température du détecteur est la même pour toutes les mesures, soit $T = -15^\circ \text{C}$	184

Liste de crédits images

- « *Calvin and Hobbes* », Bill Watterson (pp. 1 et 171)
- « *X, X Everywhere Meme Generator* », auteur inconnu, <https://imgflip.com/memegenerator/X-Everywhere>, droit réservé (p. 19)
- « *F A T H E R - Darth Vader portrait* », Alessandro Pautasso, <http://nosurprises.it/> (p. 31)
- « *L'Etoile Noire v.1* », auteur inconnu, http://blog.25mm.fr/wordpress/wp-content/uploads/2014/03/XW_GamingMat_DeathStar_in_Space.jpg, droit réservé (p. 43)
- « *Fourier* », Randall Munroe, **xkcd.com**, <https://xkcd.com/26/> (p. 57)
- « *Link et Zelda* », auteur inconnu, **Zeldapedia**, https://vignette4.wikia.nocookie.net/zelda/images/b/b7/Link_Artwork_4_%28The_Minish_Cap%29.png/revision/latest?cb=20090804211150, https://vignette.wikia.nocookie.net/zelda/images/7/77/Princess_Zelda_The_Minish_Cap.png/revision/latest?cb=20081030211201, droit réservé (p. 102)
- « *The last three years of my PhD* », Jorge Cham, **Piled higher and deeper**, www.phdcomics.com (p. 149)

Bibliographie

- Acton, D. S., Knight, J. S., Contos, A., Grimaldi, S., Terry, J., Lightsey, P., Barto, A., League, B., Dean, B., Smith, J. S., Bowers, C., Aronstein, D., Feinberg, L., Hayden, W., Comeau, T., Soummer, R., Elliott, E., Perrin, M., and Starr, C. W. (2012). Wavefront sensing and controls for the James Webb Space Telescope. volume 8442, pages 84422H–84422H–11. (Cité en page 16.)
- Association, E. M. V. (2012). Standard for characterization of image sensors and cameras. *EMVA Standard Compliant*. (Cité en pages 179 et 183.)
- Baba, N. and Murakami, N. (2003). A Method to Image Extrasolar Planets with Polarized Light. *PASP*, 115 :1363–1366. (Cité en page 195.)
- Baffes, C., Mast, T., Nelson, J., Ponslet, E., Stephens, V., Stepp, L., and Williams, E. C. (2008). Primary mirror segmentation studies for the Thirty Meter Telescope. In *Advanced Optical and Mechanical Technologies in Telescopes and Instrumentation*, volume 7018 of *Proc. SPIE*, page 70180S. (Cité en page 33.)
- Baudoz, P., Boccaletti, A., Baudrand, J., and Rouan, D. (2006). The Self-Coherent Camera : a new tool for planet detection. In Aime, C. and Vakili, F., editors, *IAU Colloq. 200 : Direct Imaging of Exoplanets : Science & Techniques*, pages 553–558. (Cité en pages 59 et 67.)
- Beaulieu, M., Abe, L., Martinez, P., Baudoz, P., Gouvret, C., and Vakili, F. (2017). High-contrast imaging at small separations : impact of the optical configuration of two deformable mirrors on dark holes. *MNRAS*, 469 :218–230. (Cité en page 157.)
- Bernstein, R. A., McCarthy, P. J., Raybould, K., Bigelow, B. C., Bouchez, A. H., Filgueira, J. M., Jacoby, G., Johns, M., Sawyer, D., Shectman, S., and Sheehan, M. (2014). Overview and status of the Giant Magellan Telescope project. In *Ground-based and Airborne Telescopes V*, volume 9145 of *Proc. SPIE*, page 91451C. (Cité en page 11.)
- Beuzit, J.-L. (2013). SPHERE : a Planet Finder Instrument for the VLT. *European Planetary Science Congress 2013, held 8-13 September in London, UK. Online at : http://meetings.copernicus.org/epsc2013*, id.EPSC2013-954, 8 :EPSC2013–954. (Cité en page 193.)
- Boccaletti, A., Riaud, P., Baudoz, P., Baudrand, J., Rouan, D., Gratadour, D., Lacombe, F., and Lagrange, A.-M. (2004). The Four-Quadrant Phase Mask Coronagraph. IV. First Light at the Very Large Telescope. *PASP*, 116 :1061–1071. (Cité en page 60.)
- Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light (7th Edition)*. Cambridge University Press, 7th edition. (Cité en pages 27 et 37.)

- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., Batalha, N., Brown, T., Caldwell, D., Caldwell, J., Christensen-Dalsgaard, J., Cochran, W. D., DeVore, E., Dunham, E. W., Dupree, A. K., Gautier, T. N., Geary, J. C., Gilliland, R., Gould, A., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Kondo, Y., Latham, D. W., Marcy, G. W., Meibom, S., Kjeldsen, H., Lissauer, J. J., Monet, D. G., Morrison, D., Sasselov, D., Tarter, J., Boss, A., Brownlee, D., Owen, T., Buzasi, D., Charbonneau, D., Doyle, L., Fortney, J., Ford, E. B., Holman, M. J., Seager, S., Steffen, J. H., Welsh, W. F., Rowe, J., Anderson, H., Buchhave, L., Ciardi, D., Walkowicz, L., Sherry, W., Horch, E., Isaacson, H., Everett, M. E., Fischer, D., Torres, G., Johnson, J. A., Endl, M., MacQueen, P., Bryson, S. T., Dotson, J., Haas, M., Kolodziejczak, J., Van Cleve, J., Chandrasekaran, H., Twicken, J. D., Quintana, E. V., Clarke, B. D., Allen, C., Li, J., Wu, H., Tenenbaum, P., Verner, E., Bruhweiler, F., Barnes, J., and Prsa, A. (2010). Kepler planet-detection mission : Introduction and first results. *Science*, 327(5968) :977–980. (Cité en page 5.)
- Bouchez, A. H., McLeod, B. A., Acton, D. S., Kanneganti, S., Kibblewhite, E. J., Shectman, S. A., and van Dam, M. A. (2012). The Giant Magellan Telescope phasing system. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE*, page 84473S. (Cité en page 11.)
- Bruhat, G. (1965). *Cours de physique generale a l'usage de l'enseignement superieur scientifique et technique : Optique*. (Cité en page 37.)
- Chanan, G., MacMartin, D. G., Nelson, J., and Mast, T. (2004). Control and alignment of segmented-mirror telescopes : matrices, modes, and error propagation. *Appl. Opt.*, 43 :1223–1232. (Cité en page 50.)
- Chanan, G. and Troy, M. (1999). Strehl Ratio and Modulation Transfer Function for Segmented Mirror Telescopes as Functions of Segment Phase Error. *Appl. Opt.*, 38 :6642–6647. (Cité en pages 37 et 43.)
- Chanan, G., Troy, M., Dekens, F., Michaels, S., Nelson, J., Mast, T., and Kirkman, D. (1998). Phasing the Mirror Segments of the Keck Telescopes : The Broadband Phasing Algorithm. *Appl. Opt.*, 37 :140–155. (Cité en pages 15, 125, 132 et 136.)
- Chanan, G., Troy, M., and Sirko, E. (1999). Phase Discontinuity Sensing : A Method for Phasing Segmented Mirrors in the Infrared. *Appl. Opt.*, 38 :704–713. (Cité en page 15.)
- Chanan, G. A. (1989). Design of the Keck Observatory alignment camera. In Bristow, T. C. and Hatheway, A. E., editors, *Precision Instrument Design*, volume 1036 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 59. (Cité en page 15.)
- Chanan, G. A., Nelson, J. E., Mast, T. S., Wizinowich, P. L., and Schaefer, B. A. (1994). W.M. Keck Telescope phasing camera system. In Crawford, D. L. and Craine, E. R., editors, *Instrumentation in Astronomy VIII*, volume 2198 of *Proc. SPIE*, pages 1139–1150. (Cité en page 33.)
- Chanan, G. A., Troy, M., and Ohara, C. M. (2000). Phasing the primary mirror segments of the Keck telescopes : a comparison of different techniques. In Dierickx, P., editor, *Optical*

- Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, volume 4003 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 188–202. (Cité en page 15.)
- Chauvin, G., Desidera, S., Lagrange, A.-M., Vigan, A., Gratton, R., Langlois, M., Bonnefoy, M., Beuzit, J.-L., Feldt, M., Mouillet, D., Meyer, M., Cheetham, A., Biller, B., Boccaletti, A., D’Orazi, V., Galicher, R., Hagelberg, J., Maire, A.-L., Mesa, D., Olofsson, J., Samland, M., Schmidt, T. O. B., Sissa, E., Bonavita, M., Charnay, B., Cudel, M., Daemgen, S., Delorme, P., Janin-Potiron, P., Janson, M., Keppler, M., Le Coroller, H., Ligi, R., Marleau, G. D., Messina, S., Molliere, P., Mordasini, C., Muller, A., Peretti, S., Perrot, C., Rodet, L., Rouan, D., Zurlo, A., Dominik, C., Henning, T., Menard, F., Schmid, H.-M., Turatto, M., Udry, S., Vakili, F., Abe, L., Antichi, J., Baruffolo, A., Baudoz, P., Baudrand, J., Blanchard, P., Bazzon, A., Buey, T., Carbillet, M., Carle, M., Charton, J., Cascone, E., Claudi, R., Costille, A., Deboulbe, A., De Caprio, V., Dohlen, K., Fantinel, D., Feautrier, P., Fusco, T., Gigan, P., Giro, E., Gisler, D., Gluck, L., Hubin, N., Hugot, E., Jaquet, M., Kasper, M., Madec, F., Magnard, Y., Martinez, P., Maurel, D., Le Mignant, D., Moller-Nilsson, O., Llored, M., Moulin, T., Origné, A., Pavlov, A., Perret, D., Petit, C., Pragt, J., Puget, P., Rabou, P., Ramos, J., Rigal, R., Rochat, S., Roelfsema, R., Rousset, G., Roux, A., Salasnich, B., Sauvage, J.-F., Sevin, A., Soenke, C., Stadler, E., Suarez, M., Weber, L., Wildi, F., Antonucci, S., Augereau, J.-C., Baudino, J.-L., Brandner, W., Engler, N., Girard, J., Gry, C., Kral, Q., Kopytova, T., Lagadec, E., Milli, J., Moutou, C., Schlieder, J., Szulágyi, J., Thalmann, C., and Wahhaj, Z. (2017). Discovery of a warm, dusty giant planet around HIP65426. *ArXiv e-prints*. (Cité en pages 7, 193, 195 et 209.)
- Chueca, S., Reyes, M., Schumacher, A., and Montoya, L. (2008). DIPSI : measure of the tip-tilt with a diffraction image phase sensing instrument. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7012 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 13. (Cité en page 15.)
- Claudi, R. U., Turatto, M., Gratton, R. G., Antichi, J., Bonavita, M., Bruno, P., Cascone, E., De Caprio, V., Desidera, S., Giro, E., Mesa, D., Scuderi, S., Dohlen, K., Beuzit, J. L., and Puget, P. (2008). SPHERE IFS : the spectro differential imager of the VLT for exoplanets search. In *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II*, volume 7014 of *Proc. SPIE*, page 70143E. (Cité en page 194.)
- Crooke, J. A., Roberge, A., Domagal-Goldman, S. D., Mandell, A. M., Bolcar, M. R., Rioux, N. M., Perez, M. R., and Smith, E. C. (2016). Status and path forward for the large ultraviolet/optical/infrared surveyor (LUVOIR) mission concept study. In *Space Telescopes and Instrumentation 2016 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, volume 9904 of *Proc. SPIE*, page 99044R. (Cité en page 13.)
- Crossfield, I. J. and Troy, M. (2007). Segment aberration effects on contrast. *Appl. Opt.*, 46 :4533–4540. (Cité en page 15.)
- Cuevas, S., Orlov, V. G., Garfias, F., Voitsekhovich, V. V., and Sanchez, L. J. (2000). Curvature equation for a segmented telescope. In Dierickx, P., editor, *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, volume 4003 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 291–302. (Cité en page 15.)

- Dainty, J. C. (2000). Optical Effects of Atmospheric Turbulence. In Ageorges, N. and Dainty, C., editors, *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, volume 551 of *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, page 1. (Cité en page 14.)
- David, L. (2017). Mise en place et caractérisation d'une unité de calibration photométrique pour le projet de r&d speed. Technical report, IUT Limoges. (Cité en page 179.)
- Delavaquerie, E., Cassaing, F., and Amans, J.-P. (2010). Focal-plane wavefront sensing for segmented telescope. In *Adaptative Optics for Extremely Large Telescopes*, page 5018. (Cité en page 14.)
- Dohlen, K., Langlois, M., Lanzoni, P., Mazzanti, S., Vigan, A., Montoya, L., Hernandez, E., Reyes, M., Surdej, I., and Yaitskova, N. (2006). ZEUS : a cophasing sensor based on the Zernike phase contrast method. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6267 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 34. (Cité en pages 15, 97 et 102.)
- Dohlen, K., Langlois, M., Saisse, M., Hill, L., Origne, A., Jacquet, M., Fabron, C., Blanc, J.-C., Llored, M., Carle, M., Moutou, C., Vigan, A., Boccaletti, A., Carbillet, M., Mouillet, D., and Beuzit, J.-L. (2008). The infra-red dual imaging and spectrograph for SPHERE : design and performance. In *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II*, volume 7014 of *Proc. SPIE*, page 70143L. (Cité en page 194.)
- Esposito, S., Pinna, E., Puglisi, A., Tozzi, A., and Stefanini, P. (2005). Pyramid sensor for segmented mirror alignment. *Optics Letters*, 30 :2572–2574. (Cité en page 15.)
- Esposito, S., Pinna, E., Tozzi, A., Stefanini, P., and Devaney, N. (2003). Cophasing of segmented mirrors using the pyramid sensor. In Tyson, R. K. and Lloyd-Hart, M., editors, *Astronomical Adaptive Optics Systems and Applications*, volume 5169 of *Proc. SPIE*, pages 72–78. (Cité en page 15.)
- Feinstein, Z. (2015). It's a Trap : Emperor Palpatine's Poison Pill. *ArXiv e-prints*. (Cité en page 42.)
- Fusco, T., Rousset, G., Sauvage, J.-F., Petit, C., Beuzit, J.-L., Dohlen, K., Mouillet, D., Charton, J., Nicolle, M., Kasper, M., Baudoz, P., and Puget, P. (2006). High-order adaptive optics requirements for direct detection of extrasolar planets : Application to the SPHERE instrument. *Optics Express*, 14 :7515. (Cité en page 193.)
- Galicher, R., Baudoz, P., and Rousset, G. (2008). Wavefront error correction and Earth-like planet detection by a self-coherent camera in space. *A&A*, 488 :L9–L12. (Cité en page 59.)
- Galicher, R., Baudoz, P., Rousset, G., Totems, J., and Mas, M. (2010). Self-coherent camera as a focal plane wavefront sensor : simulations. *A&A*, 509 :A31. (Cité en pages 59 et 81.)
- Galicher, R. and Marois, C. (2011). Astrometry and photometry in high contrast imaging. In *Second International Conference on Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*. Online at $\langle A \ href="http://ao4elt2.lesia.obspm.fr" \rangle http://ao4elt2.lesia.obspm.fr \langle /A \rangle$, id.P25, page P25. (Cité en page 195.)

- Glassman, T., Levi, J., Liepmann, T., Hahn, W., Bisson, G., Porpora, D., and Hadjimichael, T. (2016). Alignment of the james webb space telescope optical telescope element. volume 9904, pages 99043Z–99043Z–9. (Cité en page 16.)
- Gonte, F., Araujo, C., Bourtembourg, R., Brast, R., Derie, F., Duhoux, P., Dupuy, C., Frank, C., Karban, R., Mazzoleni, R., Noethe, L., Surdej, I., Yaitskova, N., Wilhelm, R., Luong, B., Pinna, E., Chueca, S., and Vigan, A. (2008). Active Phasing Experiment : preliminary results and prospects. In *Ground-based and Airborne Telescopes II*, volume 7012 of *Proc. SPIE*, page 70120Z. (Cité en pages 14 et 97.)
- Goodman, J. W. (1985). Statistical optics. *New York, Wiley-Interscience, 1985, 567 p.*, 1. (Cité en pages 47 et 50.)
- Guyon, O. (2003). Phase-induced amplitude apodization of telescope pupils for extrasolar terrestrial planet imaging. *A&A*, 404 :379–387. (Cité en page 157.)
- Guyon, O., Martinache, F., Belikov, R., and Soummer, R. (2010). High Performance PIAA Coronagraphy with Complex Amplitude Focal Plane Masks. *ApJS*, 190 :220–232. (Cité en page 157.)
- Guyon, O., Pluzhnik, E. A., Kuchner, M. J., Collins, B., and Ridgway, S. T. (2006). Theoretical Limits on Extrasolar Terrestrial Planet Detection with Coronagraphs. *ApJS*, 167 :81–99. (Cité en page 54.)
- Guyonnet, A., Astier, P., Antilogus, P., Regnault, N., and Doherty, P. (2015). Evidence for self-interaction of charge distribution in charge-coupled devices. *A&A*, 575 :A41. (Cité en page 182.)
- Janin-Potiron, P. (2014). Développement d’une unité de phasage pour télescope   pupille segmentée. Master’s thesis, Université Joseph Fourier. (Cité en page 97.)
- Janin-Potiron, P., Martinez, P., Baudoz, P., and Carbillet, M. (2016). The self-coherent camera as a focal plane fine phasing sensor. *A&A*, 592 :A110. (Cité en pages 14, 16, 59 et 67.)
- Janin-Potiron, P., N’Diaye, M., Martinez, P., Vigan, A., Dohlen, K., and Carbillet, M. (2017). Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime. *A&A*, 603 :A23. (Cité en pages 15, 17, 97, 102 et 114.)
- Johns, M., McCarthy, P., Raybould, K., Bouchez, A., Farahani, A., Filgueira, J., Jacoby, G., Shectman, S., and Sheehan, M. (2012). Giant Magellan Telescope : overview. In *Ground-based and Airborne Telescopes IV*, volume 8444 of *Proc. SPIE*, page 84441H. (Cité en page 11.)
- Knight, J. S., Acton, D. S., Lightsey, P., Contos, A., and Barto, A. (2012). Observatory alignment of the james webb space telescope. volume 8442, pages 84422C–84422C–10. (Cité en page 16.)

- Lightsey, P. A., Knight, J. S., and Golnik, G. (2014). Status of the optical performance for the James Webb Space Telescope. volume 9143, pages 914304–914304–16. (Cité en page 16.)
- Lofdahl, M. G., Kendrick, R. L., Harwit, A., Mitchell, K. E., Duncan, A. L., Seldin, J. H., Paxman, R. G., and Acton, D. S. (1998a). Phase diversity experiment to measure piston misalignment on the segmented primary mirror of the Keck II Telescope. In Bely, P. Y. and Breckinridge, J. B., editors, *Space Telescopes and Instruments V*, volume 3356 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 1190–1201. (Cité en page 14.)
- Lofdahl, M. G., Kendrick, R. L., Harwit, A., Mitchell, K. E., Duncan, A. L., Seldin, J. H., Paxman, R. G., and Acton, D. S. (1998b). Phase diversity experiment to measure piston misalignment on the segmented primary mirror of the Keck II Telescope. In Bely, P. Y. and Breckinridge, J. B., editors, *Space Telescopes and Instruments V*, volume 3356 of *Proc. SPIE*, pages 1190–1201. (Cité en page 14.)
- Lyon, R. G. and Clampin, M. (2012). Space telescope sensitivity and controls for exoplanet imaging. *Optical Engineering*, 51(1) :011002–1–011002–15. (Cité en page 14.)
- MacMartin, D. G. (2003). Control challenges for extremely large telescopes. In Anderson, E. H., editor, *Smart Structures and Materials 2003 : Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, volume 5054 of *Proc. SPIE*, pages 275–286. (Cité en page 117.)
- Mahajan, V. N. and Ming Dai, G. (2006). Orthonormal polynomials for hexagonal pupils. *Opt. Lett.*, 31(16) :2462–2464. (Cité en page 28.)
- Marois, C., Lafrenière, D., Doyon, R., Macintosh, B., and Nadeau, D. (2006). Angular Differential Imaging : A Powerful High-Contrast Imaging Technique. *ApJ*, 641 :556–564. (Cité en page 194.)
- Marois, C., Macintosh, B., Barman, T., Zuckerman, B., Song, I., Patience, J., Lafrenière, D., and Doyon, R. (2008). Direct Imaging of Multiple Planets Orbiting the Star HR 8799. *Science*, 322 :1348. (Cité en pages 7 et 209.)
- Martinache, F. (2013). The Asymmetric Pupil Fourier Wavefront Sensor. *PASP*, 125 :422–430. (Cité en page 14.)
- Martinez, P., Beaulieu, M., Janin-Potiron, P., Preis, O., Gouvret, C., Dejonghe, J., Abe, L., Spang, A., Fantéï-Caujolle, Y., Martinache, F., Belzanne, P., Marcotto, A., and Carbillet, M. (2016). The Segmented Pupil Experiment for Exoplanet Detection : 2. design advances and progress overview. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 9906 of *Proc. SPIE*, page 99062V. (Cité en pages 16 et 17.)
- Martinez, P. and Janin-Potiron, P. (2016). Laser-guide-stars used for cophasing broad capture ranges. *A&A*, 593 :L1. (Cité en pages 17, 125, 133, 139 et 142.)

- Martinez, P., Preis, O., Gouvret, C., Dejongue, J., Daban, J.-B., Spang, A., Martinache, F., Beaulieu, M., Janin-Potiron, P., Abe, L., Fantei-Cujolle, Y., Ottogalli, S., Mattei, D., and Carbillet, M. (2015). The SPEED Project : SPEEDing up Research and Development towards High-contrast Imaging Instruments for the E-ELT. *The Messenger*, 159 :19–22. (Cité en pages 155 et 158.)
- Mawet, D., Pueyo, L., Lawson, P., Mugnier, L., Traub, W., Boccaletti, A., Trauger, J. T., Gladysz, S., Serabyn, E., Milli, J., Belikov, R., Kasper, M., Baudoz, P., Macintosh, B., Marois, C., Oppenheimer, B., Barrett, H., Beuzit, J.-L., Devaney, N., Girard, J., Guyon, O., Krist, J., Mennesson, B., Mouillet, D., Murakami, N., Poyneer, L., Savransky, D., Vérinaud, C., and Wallace, J. K. (2012). Review of small-angle coronagraphic techniques in the wake of ground-based second-generation adaptive optics systems. In *Space Telescopes and Instrumentation 2012 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, volume 8442 of *Proc. SPIE*, page 844204. (Cité en pages 54, 55 et 210.)
- Mazoyer, J., Baudoz, P., Galicher, R., Mas, M., and Rousset, G. (2013). Estimation and correction of wavefront aberrations using the self-coherent camera : laboratory results. *A&A*, 557 :A9. (Cité en pages 59 et 86.)
- Mazzoleni, R., Gonté, F., Surdej, I., Araujo, C., Brast, R., Derie, F., Duhoux, P., Dupuy, C., Frank, C., Karban, R., Noethe, L., and Yaitskova, N. (2008). Design and performances of the Shack-Hartmann sensor within the Active Phasing Experiment. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7012 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 3. (Cité en page 15.)
- McCarthy, P. J., Fanson, J., Bernstein, R., Ashby, D., Bigelow, B., Boyadjian, N., Bouchez, A., Chauvin, E., Donoso, E., Filgueira, J., Goodrich, R., Groark, F., Jacoby, G., and Pearce, E. (2016). Overview and status of the Giant Magellan Telescope Project. In *Ground-based and Airborne Telescopes VI*, volume 9906 of *Proc. SPIE*, page 990612. (Cité en page 11.)
- McElwain, M. W., Bowers, C. W., Clampin, M., Niedner, M. B., and Kimble, R. A. (2017). The James Webb Space Telescope : Observatory Status Update. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 229 of *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, page 238.12. (Cité en page 13.)
- Meimon, S., Delavaquerie, E., Cassaing, F., Fusco, T., Mugnier, L. M., and Michau, V. (2008). Phasing segmented telescopes with long-exposure phase diversity images. In *Ground-based and Airborne Telescopes II*, volume 7012 of *Proc. SPIE*, page 701214. (Cité en page 14.)
- Montoya-Martinez, L. (2004). *Application of Mach-Zehnder interferometer for co-phasing extremely large telescopes*. Theses. (Cité en page 15.)
- Mouillet, D., Beuzit, J.-L., Feldt, M., Dohlen, K., Puget, P., Wildi, F., Boccaletti, A., Henning, T., Moutou, C., Schmid, H. M., Turatto, M., Udry, S., Vakili, F., Waters, R., Baruffolo, A., Charton, J., Claudi, R., Fusco, T., Gratton, R., Hubin, N., Kasper, M., Langlois,

- M., Pragt, J., Roelfsema, R., and Saisse, M. (2009). SPHERE : A ‘Planet Finder’ Instrument for the VLT. *Astrophysics and Space Science Proceedings*, 9 :337. (Cité en page 193.)
- N’Diaye, M., Choquet, E., Pueyo, L., Elliot, E., Perrin, M. D., Wallace, J. K., Groff, T., Carlotti, A., Mawet, D., Sheckells, M., Shaklan, S., Macintosh, B., Kasdin, N. J., and Soummer, R. (2013a). High-contrast imager for complex aperture telescopes (HiCAT) : 1. testbed design. In *Techniques and Instrumentation for Detection of Exoplanets VI*, volume 8864 of *Proc. SPIE*, page 88641K. (Cité en page 16.)
- N’Diaye, M., Dohlen, K., Fusco, T., and Paul, B. (2013b). Calibration of quasi-static aberrations in exoplanet direct-imaging instruments with a Zernike phase-mask sensor. *A&A*, 555 :A94. (Cité en pages 97, 101, 102 et 114.)
- N’Diaye, M., Vigan, A., Dohlen, K., Sauvage, J.-F., Caillat, A., Costille, A., Girard, J. H. V., Beuzit, J.-L., Fusco, T., Blanchard, P., Le Merrer, J., Le Mignant, D., Madec, F., Moreaux, G., Mouillet, D., Puget, P., and Zins, G. (2016). Calibration of quasi-static aberrations in exoplanet direct-imaging instruments with a Zernike phase-mask sensor. II. Concept validation with ZELDA on VLT/SPHERE. *A&A*, 592 :A79. (Cité en pages 16, 97 et 102.)
- Nelson, J. (2005). Segmented Mirror Telescopes. In Foy, R. and Foy, F. C., editors, *NATO ASIB Proc. 198 : Optics in astrophysics*, page 61. (Cité en page 9.)
- Noll, R. J. (1976). Zernike polynomials and atmospheric turbulence*. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(3) :207–211. (Cité en page 27.)
- Perez, J.-P. (1984). *Optique. Optique geometrique matricielle et ondulatoire*. (Cité en page 37.)
- Peterson, B. M., Fischer, D., and LUVOIR Science and Technology Definition Team (2017). The Large Ultraviolet/Optical/Infrared Surveyor (LUVOIR). In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 229 of *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, page 405.04. (Cité en page 13.)
- Philippon, H. (2014). Contrôle commande informatique et étalonnage d’un banc destiné à la calibration photométrique de caméras visibles et infrarouge proche. Technical report, IUT Limoges. (Cité en page 179.)
- Piatrou, P. and Chanan, G. (2011). Overview of the control strategies for the TMT alignment and phasing system. In *Astronomical Adaptive Optics Systems and Applications IV*, volume 8149 of *Proc. SPIE*, page 814906. (Cité en page 12.)
- Pinna, E., Esposito, S., Puglisi, A., Pieralli, F., Myers, R. M., Busoni, L., Tozzi, A., and Stefanini, P. (2006). Phase ambiguity solution with the Pyramid Phasing Sensor. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6267 of *Proc. SPIE*, page 62672Y. (Cité en page 134.)
- Pinna, E., Quiros-Pacheco, F., Esposito, S., Puglisi, A., and Stefanini, P. (2008). The Pyramid Phasing Sensor (PYPS). In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE)*

- Conference Series*, volume 7012 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 3. (Cité en page 15.)
- Pope, B., Cvetojevic, N., Cheetham, A., Martinache, F., Norris, B., and Tuthill, P. (2014). A demonstration of wavefront sensing and mirror phasing from the image domain. *MNRAS*, 440 :125–133. (Cité en page 14.)
- Racine, R., Walker, G. A. H., Nadeau, D., Doyon, R., and Marois, C. (1999). Speckle Noise and the Detection of Faint Companions. *PASP*, 111 :587–594. (Cité en page 194.)
- Ramsay, S., D’Odorico, S., Casali, M., González, J. C., Hubin, N., Kasper, M., Käuffl, H. U., Kissler-Patig, M., Marchetti, E., Paufique, J., Pasquini, L., Siebenmorgen, R., Richichi, A., Vernet, J., and Zerbi, F. M. (2010). An overview of the e-elt instrumentation programme. (Cité en page 11.)
- Redding, D. C., Feinberg, L., Postman, M., Stahl, H. P., Stahle, C., and Thronson, H. (2014). Beyond JWST : performance requirements for a future large UVOIR space telescope. In *Space Telescopes and Instrumentation 2014 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, volume 9143 of *Proc. SPIE*, page 914312. (Cité en page 14.)
- Riaud, P., Boccaletti, A., Baudrand, J., and Rouan, D. (2003). The Four-Quadrant Phase Mask Coronagraph. III. Laboratory Performance. *PASP*, 115 :712–719. (Cité en page 60.)
- Riaud, P., Boccaletti, A., Rouan, D., Lemarquis, F., and Labeyrie, A. (2001). The Four-Quadrant Phase-Mask Coronagraph. II. Simulations. *PASP*, 113 :1145–1154. (Cité en page 60.)
- Roddiar, F. and Roddiar, C. (1997). Stellar Coronagraph with Phase Mask. *PASP*, 109 :815–820. (Cité en page 98.)
- Rouan, D., Riaud, P., Boccaletti, A., Clénet, Y., and Labeyrie, A. (2000). The Four-Quadrant Phase-Mask Coronagraph. I. Principle. *PASP*, 112 :1479–1486. (Cité en pages 54, 60 et 61.)
- Sanders, G. (2014). TMT Overview and Project Status. In *Thirty Meter Telescope Science Forum*, page 60. (Cité en page 11.)
- Sauvage, J.-F., Fusco, T., LeMignant, D., Petit, C., Sevin, A., Dohlen, K., Robert, C., and Mugnier, L. (2011). SPHERE non-common path aberrations measurement and pre-compensation with optimized phase diversity processes : experimental results. In *Second International Conference on Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*. Online at <http://ao4elt2.lesia.obspm.fr>, id.48, page 48. (Cité en page 193.)
- Sauvage, J.-F., Fusco, T., Rousset, G., and Petit, C. (2007). Calibration and precompensation of noncommon path aberrations for extreme adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 24 :2334–2346. (Cité en page 16.)
- Simar, J. F., Stockman, Y., and Surdej, J. (2015). Single-wavelength coarse phasing in segmented telescopes. *Appl. Opt.*, 54(5) :1118–1123. (Cité en page 125.)

- Soummer, R., Pueyo, L., Sivaramakrishnan, A., and Vanderbei, R. J. (2007). Fast computation of lyot-style coronagraph propagation. *Opt. Express*, 15(24) :15935–15951. (Cité en pages 34 et 120.)
- Stahl, H. P., Postman, M., Mosier, G., Smith, W. S., Blaurock, C., Ha, K., and Stark, C. C. (2014). AMTD : update of engineering specifications derived from science requirements for future UVOIR space telescopes. In *Space Telescopes and Instrumentation 2014 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, volume 9143 of *Proc. SPIE*, page 91431T. (Cité en page 14.)
- Stahl, M. T., Shaklan, S. B., and Stahl, H. P. (2015). Preliminary analysis of effect of random segment errors on coronagraph performance. (Cité en page 14.)
- Surdej, I. (2011). *Co-phasing segmented mirrors : theory, laboratory experiments and measurements on sky*. Theses. (Cité en pages 15 et 134.)
- Surdej, I., Yaitskova, N., and Gonte, F. (2010). On-sky performance of the Zernike phase contrast sensor for the phasing of segmented telescopes. *Appl. Opt.*, 49 :4052. (Cité en page 138.)
- Tamai, R., Cirasuolo, M., González, J. C., Koehler, B., and Tuti, M. (2016). The E-ELT program status. In *Ground-based and Airborne Telescopes VI*, volume 9906 of *Proc. SPIE*, page 99060W. (Cité en page 11.)
- Thalmann, C., Schmid, H. M., Boccaletti, A., Mouillet, D., Dohlen, K., Roelfsema, R., Carillet, M., Gisler, D., Beuzit, J.-L., Feldt, M., Gratton, R., Joos, F., Keller, C. U., Kragt, II, J., Pragt, J. H., Puget, P., Rigal, F., Snik, F., Waters, R., and Wildi, F. (2008). SPHERE ZIMPOL : overview and performance simulation. In *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II*, volume 7014 of *Proc. SPIE*, page 70143F. (Cité en page 195.)
- Toulon, B. (2009). *Measurement of complex amplitudes by multi-lateral shearing interferometer*. Theses, Université Paris Sud - Paris XI. (Cité en page 185.)
- Troy, M. and Chanan, G. (2003). Diffraction effects from giant segmented-mirror telescopes. *Appl. Opt.*, 42 :3745–3753. (Cité en pages 35 et 50.)
- Troy, M., Crossfield, I., Chanan, G., Dumont, P., Green, J. J., and Macintosh, B. (2006). Effects of diffraction and static wavefront errors on high-contrast imaging from the thirty meter telescope. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6272 of *Proc. SPIE*, page 62722C. (Cité en page 13.)
- Vigan, A., Dohlen, K., and Mazzanti, S. (2011). On-sky multiwavelength phasing of segmented telescopes with the Zernike phase contrast sensor. *Appl. Opt.*, 50 :2708. (Cité en pages 125, 132 et 134.)
- Wang, B. and Booth, M. J. (2009). Optimum deformable mirror modes for sensorless adaptive optics. *Optics Communications*, 282 :4467–4474. (Cité en page 28.)

- Yaitskova, N. (2007). Influence of irregular gaps between primary mirror segments on telescope image quality. *Journal of the Optical Society of America A*, 24 :2558. (Cité en pages 52 et 217.)
- Yaitskova, N. (2009). Adaptive optics correction of segment aberration. *J. Opt. Soc. Am. A*, 26(1) :59–71. (Cité en pages 50, 51, 52 et 217.)
- Yaitskova, N. and Dohlen, K. (2002). Tip-tilt error for extremely large segmented telescopes : detailed theoretical point-spread-function analysis and numerical simulation results. *Journal of the Optical Society of America A*, 19 :1274–1285. (Cité en page 48.)
- Yaitskova, N., Dohlen, K., and Dierickx, P. (2003). Analytical study of diffraction effects in extremely large segmented telescopes. *J. Opt. Soc. Am. A*, 20(8) :1563–1575. (Cité en pages 13, 37, 43, 44, 46, 50, 52 et 217.)
- Yaitskova, N., Dohlen, K., Dierickx, P., and Montoya, L. (2005). Mach-Zehnder interferometer for piston and tip-tilt sensing in segmented telescopes : theory and analytical treatment. *Journal of the Optical Society of America A*, 22 :1093–1105. (Cité en page 97.)
- Yaitskova, N., Montoya-Martinez, L., Dohlen, K., and Dierickx, P. (2004). A Mach-Zehnder phasing sensor for extremely large segmented telescopes : laboratory results and close-loop algorithm. In Oschmann, Jr., J. M., editor, *Ground-based Telescopes*, volume 5489 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 1139–1151. (Cité en page 138.)
- Zernike, F. (1934). Diffraction theory of the knife-edge test and its improved form, the phase-contrast method. *MNRAS*, 94 :377–384. (Cité en page 97.)

Correction active des discontinuités pupillaires des télescopes à miroir segmenté pour l'imagerie haut contraste et la haute résolution angulaire

Résumé : La recherche de signes de vie extraterrestre par l'observation et la caractérisation d'exoplanètes est, entre autres, l'un des enjeux majeurs de l'astrophysique moderne. Cette quête se traduit de manière instrumentale par le développement de télescopes fournissant des résolutions angulaires supérieures à celles obtenues à l'heure actuelle. C'est pourquoi les projets de futurs très grands télescopes font usage de miroirs primaires dépassant les 30 mètres de diamètre. Leur conception est alors inévitablement basée, pour des raisons techniques et technologiques, sur une géométrie segmentée.

De ce fait, la segmentation du miroir primaire implique une complexification des structures pupillaires du télescope. Dans le but d'atteindre les niveaux de qualité optique nécessaires aux applications scientifiques visées, la prise en compte et la correction des effets introduits par un mauvais alignement des segments est de prime importance puisque la résolution angulaire d'un télescope non cophasé serait équivalente à celle obtenue avec un segment individuel.

Dans ce contexte, je développe dans cette thèse deux analyseurs de cophasage permettant de mesurer et de corriger les aberrations de piston, tip et tilt présentes sur une pupille segmentée. Le premier, nommé Self-Coherent Camera - Phasing Sensor (SCC-PS), est basé sur une analyse du signal en plan focal. Le second, nommé ZELDA - Phasing Sensor (ZELDA-PS), repose quant à lui sur une analyse du signal en plan pupille. Sont présentés dans ce manuscrit les résultats obtenus à l'aide de simulations numériques ainsi que ceux issus de l'implémentation de la SCC-PS sur un banc d'optique d'essai.

Mots clés : Cophasage, télescopes segmentés, imagerie haut contraste, haute résolution angulaire, mesure de phase, traitement d'images, *Giant Segmented Mirror Telescopes*
