



HAL
open science

Nutation de la Terre et stabilité du repère céleste : apport des observations VLBI

César Gattano

► **To cite this version:**

César Gattano. Nutation de la Terre et stabilité du repère céleste : apport des observations VLBI. Astrophysique [astro-ph]. PSL Research University, 2016. Français. NNT : 2016PSLEO017 . tel-01689814v1

HAL Id: tel-01689814

<https://theses.hal.science/tel-01689814v1>

Submitted on 22 Jan 2018 (v1), last revised 23 Jan 2018 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres
PSL Research University

Préparée à l'Observatoire de Paris

Nutation de la Terre et stabilité du repère céleste.
Apports des observations VLBI.

Ecole doctorale n°127

ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

Spécialité ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

Soutenue par César GATTANO
le 30 novembre 2016

Dirigée par **Christian BIZOUARD** et
Co-encadrée par **Sébastien LAMBERT**

COMPOSITION DU JURY :

Mme. SOL Hélène
Observatoire de Paris - LUTH, Président

M. PETIT Gérard
Bureau International des Poids et
Mesures, Rapporteur

M. RON Cyril
Académie des sciences tchèques,
Rapporteur

M. CHARLOT Patrick
Laboratoire d'Astrophysique de
Bordeaux, Examineur

Mme. DEHANT Véronique
Observatoire Royal de Belgique,
Examineur

et

M. BIZOUARD Christian
M. LAMBERT Sébastien
Observatoire de Paris – SYRTE.

Résumé

Le modèle de nutation de référence (MHB2000) et le repère céleste international (ICRF2) ont été établis en 2000 et en 2009 respectivement. Les observations VLBI s'étant accumulées depuis, ce sont autant de nouvelles données permettant d'affiner la nutation et de mieux caractériser l'instabilité des radiosources constituant le repère céleste. L'allongement des données disponibles révèle des défauts dans la nutation de référence comme des fluctuations dans la position des radiosources.

Il importe donc de réajuster les termes de nutation, tout en évaluant l'impact de l'instabilité du repère de référence céleste sur celle-ci. Dans un premier temps, nous déterminons des corrections significatives des termes de nutation du modèle MHB2000 jusqu'à 50 micro-seconde d'arc sur la base des séries opérationnelles de l'IVS. Nous en évaluons aussi l'incertitude. Notre intérêt s'est focalisé sur la nutation libre du noyau et un terme spectralement proche, le terme annuel rétrograde. Nous tentons de caractériser leur variabilité multi-annuelle, en amplitude, phase et fréquence, malgré la corrélation qui les affecte.

Dans un second temps, nous avons étudié la stabilité du repère céleste par une étude approfondie des sources susceptibles de définir ce repère. De telles sources sont sélectionnées par analyse de variance d'Allan de leurs déplacements astrométriques. Cette analyse donne la « couleur » du bruit aléatoire qui affecte leurs positions en fonction des différentes échelles de temps correspondant à 30 ans d'observations VLBI. Plus précisément, nous sélectionnons les radiosources présentant un bruit blanc. Il en résulte que sur 123 sources parmi celles choisies pour l'ICRF2 en 2009, seules 40 respectent ce critère de stabilité sur la période 1985-2016. Ce nombre est insuffisant pour construire un repère céleste stable et des compromis sont nécessaires. Enfin, la propagation des erreurs des positions des radiosources sur la nutation a été caractérisée, expliquant le bruit anormalement grand de certaines séries de nutation diffusées par l'IVS.

.....Abstract

The reference nutation model (MHB2000) and the International Celestial Reference Frame (ICRF2) was established in 2000 and 2009 respectively. VLBI observations are being accumulated since and these are all new data to refine the nutation and better characterize the instability of radio sources constituting the celestial frame. The lengthening of the available data reveals defects in the reference wobble and fluctuations in the position of radio sources.

It is important to adjust the nutation terms while assessing the impact of the instability of the celestial reference frame on it. Initially, we obtain significant corrections in terms of nutation model MHB2000 up to 50 micro-seconds of degree on the basis of IVS operational nutation time series. We also evaluate their uncertainty. Our interest is focused on the the free core nutation and a term closed in frequency, the retrograde annual term. We try to characterize the multi-annual variability, on amplitude, phase and period, despite correlation that affects both terms.

Secondly, we study the stability of the celestial reference frame by a comprehensive study of the potential sources to define the frame. Such defining sources are selected by analysis using Allan variance of their astrometric displacements. This analysis gives the "color" of the random noise that affects positions based on different time scales corresponding to 30 years of VLBI observations. Specifically, we select radio sources with white noise. It follows that on 123 sources from those chosen for ICRF2 in 2009, only 40 meet this criterion of stability over the period 1985-2016. This number is too small to build a new a celestial reference frame and compromises are necessary. Finally, errors propagation of radio position on nutation has been characterized, explaining the noise unusually large of some nutation time series diffused by the IVS.

Remerciements



À Sébastien Lambert, à l'origine de ce sujet de thèse nuancé dans l'éventail des travaux qu'il a été possible de réaliser. Bien que quelque peu éloigné de mes disciplines favorites à la sortie du master, tu as su m'ouvrir à un domaine dont j'ignorais encore beaucoup de choses à mon arrivée, mais que j'ai pris plaisir à découvrir durant plus de trois ans sous ta direction. Je ne peux que te remercier pour le temps que tu as passé à me former et surtout pour la confiance que tu m'as accordée sans jamais me surmener, me laissant explorer mes propres pistes de recherche, parfois infructueuses, parfois prometteuses. Ton encadrement a été marqué d'une grande pédagogie et le chercheur que je suis devenu est en grande partie le fruit de ton enseignement.

À Christian Bizouard pour l'encadrement de cette thèse. Je retiendrai notamment ton investissement conséquent durant la troisième année ô combien difficile dans le travail soutenu à fournir pour finaliser et surtout matérialiser mes recherches par le présent manuscrit. Je ne me doutais pas, trois ans plus tôt, que j'aurais également reçu un enseignement si riche (néanmoins intense) concernant la langue française sous ta tutelle lors de la rédaction. Mais aujourd'hui, c'est avec fierté que je relis le contenu de ces pages.

Je vous remercie tous les deux pour les diverses discussions scientifiques que nous avons pu partager et que nous partagerons encore. Vous avez formé un duo très efficace dans la direction de cette thèse que je recommande à d'autres étudiants qui chercheraient à effectuer une thèse dans ce même domaine.

À Cyril Ron et Gérard Petit d'avoir accepté d'être les deux rapporteurs de ce manuscrit, et par conséquent d'avoir consacré de leur temps à cette tâche.

À Hélène Sol d'avoir présidé le jury lors de ma soutenance de thèse et à Patrick Charlot et Véronique Dehant d'avoir accepté de faire partie de celui-ci.

Je vous remercie tous les sept pour toutes vos corrections, mais surtout suggestions pour la suite de mon travail. Je tenterai de considérer chacune d'entre elles dans mes travaux à venir.

À Jean Souchay pour m'avoir fait découvrir le métier de chercheur cinq ans plus tôt, dans le cadre d'un stage de master. Le sujet que tu avais élaboré m'a grandement permis de maîtriser la programmation numérique, outil indispensable au chercheur moderne. Et quoi de mieux que l'écriture de mon premier papier pour achever ce projet.

À mes parents pour avoir parfaitement assuré ce rôle, notamment concernant mon éducation. Recevoir mon doctorat n'est rien d'autre que la finalité de cette éducation que vous m'avez apportée depuis ma naissance. Ce diplôme prestigieux concrétise de nombreuses et longues années d'études et sans vos précieux conseils, je n'écrirais probablement pas ces lignes aujourd'hui.

*À ma compagne, **Gaëlle**, pour ton soutien quotidien, notamment durant la dernière année. Par dessus tout, je te remercie de ton sens du sacrifice pour les années à venir sujettes à l'itinérance qui t'impose de repousser ton projet de carrière. Merci de rester à mes côtés et je ne peux qu'espérer que l'expérience à venir te sera autant favorable qu'à moi.*

*À **Adrien, Adrien, Pierre et Thibaut**, condisciples en années de master, avec qui j'ai partagé déjeuners, cafés et apéros au cours desquelles les discussions ont permis d'échanger sur nos travaux respectifs. Une attention particulière revient à Adrien Bourgoïn avec qui j'ai partagé un bureau durant ces trois ans. Cette proximité quotidienne a permis de nombreuses conversations bénéfiques pour mes travaux.*

*À **Pascal Baudoin et Géraldine Gaillant** pour leur soutien dans toutes les démarches administratives, que ce soit pour les missions liées à ma fonction ou dans les démarches universitaires.*

*À **Teddy Carlucci** pour ses aides ponctuelles sur les problèmes informatiques rencontrés.*

*À **l'équipe de direction du SYRTE**, pour leur rôle important au sein de ce laboratoire dans lequel j'ai été agréablement accueilli et où j'ai pu travailler dans les meilleures dispositions. Je suis conscient que leur travail n'a pas été négligeable dans la qualité de ma thèse et sa diffusion, notamment par l'allocation de crédits qui m'ont permis de participer à plusieurs colloques internationaux, assurant mon ouverture à l'ensemble de la communauté de ma thématique. Au même titre, je remercie **l'équipe de direction de l'observatoire de Paris**.*

*À **l'ensemble des membres de l'ED127**, pour m'avoir accordé une bourse ministérielle qui a financé ces trois années de recherche et **aux membres de l'UFE de l'observatoire de Paris** pour l'attribution d'une bourse complémentaire me permettant également d'enseigner durant cette thèse, ainsi que d'un contrat d'attaché temporaire de la recherche et de l'enseignement dans le cadre duquel j'exerce actuellement. Ce dernier financement m'a notamment permis de déborder des trois années réglementaires de thèse et d'achever ce manuscrit correctement.*

*À **l'ensemble du personnel de l'étage** pour leur bonne humeur quotidienne et l'atmosphère agréable dans laquelle j'ai pu travailler.*

*À **Corinne et Bernard Gotainer, Christine et Bernard Clément, Clémentine et Maxime Gattano, Corinne, Benoit et Sylvain Tavernier, Quentin Spetebroot, Adrien Monté et Diane, Huguette et Jacques Fusiller, Pascale, Vincent et Clarisse Londres**.*

Enfin, à toutes les personnes qui ont eu un effet de près ou de loin dans mes travaux et qui font que les recherches que je présente dans ce manuscrit sont telles qu'elles sont,

Merci.

Table des matières

Abréviations utilisées dans ce manuscrit	i
Introduction	v
I Nutation de la Terre	1
1 Cohérence des séries de nutation	5
1.1 Informations sur les séries opérationnelles de l'IVS	6
1.1.1 Origines des données	6
1.1.2 Informations sur la paramétrisation de la nutation	6
1.1.3 Stratégies d'analyse des centres de l'IVS	10
1.1.4 Élimination des données aberrantes	10
1.2 Comparaison des séries de l'IVS	11
1.2.1 Régularisation et synchronisation des dates des séries	12
1.2.2 Inter-comparaison des séries interpolées	14
1.2.3 Comparaison spectrale des séries interpolées	17
2 Corrections des termes de nutation du modèle IAU2000A	21
2.1 Ajustement des observations VLBI	22
2.1.1 Modèle de variations des écarts aux pôles célestes	22
2.1.2 Ajustement par moindres carrés des termes de nutation	22
2.1.3 Analyse statistique des résultats	25
2.2 Analyse des résidus après correction	27
2.2.1 Constat sur la nutation libre du noyau	29
2.2.2 Constat sur les termes annuel et semi-annuel rétrogrades	29
2.2.3 Constat sur les termes rapides	29
3 La nutation libre du noyau et sa variabilité	33
3.1 Présentation du terme de nutation libre du noyau	34
3.1.1 Bref historique de nutation libre du noyau	34
3.1.2 Quelle origine de l'excitation de la nutation libre du noyau ?	35
3.1.3 Analyse spectrale autour de la période de nutation libre du noyau	36
3.2 Variabilité de la nutation libre du noyau	37
3.2.1 Ajustement par moindres carrés	39

3.2.2	Analyse des résidus	43
3.3	Variation en fréquence de la nutation libre du noyau	46
3.3.1	Notions théoriques	46
3.3.2	Étude sur les séries opérationnelles de l'IVS	46
3.4	Défauts de la méthode des moindres carrés	50
4	Variabilité du terme de nutation annuel rétrograde	55
4.1	Nutation libre du noyau et terme annuel rétrograde variables	56
4.1.1	Ajustement par moindres carrés	56
4.1.2	Analyse des résidus	61
4.2	Variations en fréquence	64
4.2.1	Variations en fréquence de la nutation libre du noyau	66
4.2.2	Variation en fréquence du terme annuel rétrograde	67
4.3	Défauts de la méthode des moindres carrés	67
II	Stabilité des Radio-Sources	75
5	Détermination des déplacements des radio-sources	79
5.1	Historique des observations des sources et statistique	80
5.1.1	L'activité des observations astro-géodésiques du VLBI	80
5.1.2	Les stations du réseau VLBI	81
5.1.3	Choix des sessions d'observations	81
5.1.4	Les radio-sources VLBI	83
5.2	Stratégies d'ajustement des positions des sources	86
5.2.1	Ajustements indépendants par session d'observations	86
5.2.2	Détails techniques de la solution par session	87
5.2.3	Détails techniques de la solution d'ajustements contraints	87
5.2.4	Traitement des points aberrants dans les séries	91
5.3	Comparaison des solutions indépendante et "affinée"	94
5.4	Rotation et déformation entre repères célestes	95
5.4.1	Méthode d'estimation de la rotation entre repères célestes	95
5.4.2	Résultats	95
6	Classification de sources par stabilité astrométrique	99
6.1	Diagramme d'Allan et nature du bruit en astrométrie	101
6.1.1	Diagramme d'Allan et nature du bruit	101
6.1.2	Déplacements apparents des radio-sources et bruit des données	102
6.2	Application de la variance d'Allan aux radio-sources	107
6.2.1	Application aux séries irrégulièrement échantillonnées	107
6.2.2	Source 0014+813 : initiation à la variance d'Allan	109
6.2.3	source 0552+398 : fort potentiel en tant que source de définition	112
6.2.4	source 1357+769 : une stabilité illusoire	114
6.2.5	source 1308+326 : des sauts du radio-centre	116
6.2.6	source 0528+134 : Cas synthétique	119
6.3	Classification des sources VLBI par la variance d'Allan	121

6.3.1	La classe AV0 : sources stables	122
6.3.2	La classe AV1 : sources de réserve	122
6.3.3	La classe AV2 : sources instables	122
7	Stabilité des radio-sources observées par VLBI	125
7.1	Stabilité des sources VLBI en 2009 : méthode "ICRF2"	126
7.1.1	Sélection des sources de définition de l'ICRF2	126
7.1.2	Informations sur le catalogue de l'ICRF2	128
7.2	Stabilité des sources VLBI en 2009 : nouvelle méthode	130
7.2.1	Présélection des sources VLBI	132
7.2.2	Détails techniques pour l'association aux classes AV	133
7.2.3	Populations des classes AV0, AV1, AV2	135
7.2.4	Comparaison de la classification AV0, AV1, AV2 avec celle de l'ICRF2	138
7.2.5	Conclusion de la comparaison	140
7.3	Stabilité des sources VLBI en 2015	143
7.3.1	Populations des classes AV0, AV1, AV2	143
7.3.2	Stabilité des sources VLBI en 2015	143
8	Caractéristiques des sources VLBI	147
8.1	Catalogues compilés de quasars	148
8.1.1	'Large Quasar Astrometric Catalogue'	148
8.1.2	Catalogue 'Optical Characteristic of Astrometric Radio Sources'	151
8.1.3	'Radio Fundamental Catalogue'	151
8.2	Quelques caractéristiques des sources VLBI	152
8.2.1	Différences de coordonnées radio-optiques	152
8.2.2	Redshift	155
8.2.3	Indices de stabilité	155
8.3	Recherche d'un aspect de la source corrélé à sa stabilité	158
8.3.1	Orientation du jet par rapport à la ligne de visée	158
8.3.2	Redshift	160
III	Stabilité du Repère Céleste et Nutation	163
9	Stabilité du repère céleste	167
9.1	Calibration des erreurs formelles	168
9.1.1	Présentation de la méthode	168
9.1.2	Calibration sur la période 1979-2014	169
9.2	Détermination de la stabilité de l'ICRF2	173
9.2.1	Stabilité temporelle	173
9.2.2	Stabilité des repères issus de sous-ensembles de sources	175
9.3	Stabilité de repères construits selon la classification par variance d'Allan	177
9.3.1	Stabilité temporelle	177
9.3.2	Stabilité statistique	177

10 Effet de l'instabilité du repère céleste sur la nutation	181
10.1 Effets des sources non linéaires	182
10.1.1 Rotation et déformation d'ensemble du repère	182
10.1.2 Effet sur la nutation	184
10.2 Stabilité globale du repère et précision de la nutation	185
10.2.1 Effet d'une perturbation de l'ICRF2 sur l'ajustement de la nutation	185
10.2.2 Analyse spectrale	191
10.3 Comparaison aux dispersions des séries IVS	192
Conclusion	193
IV Annexe	195
A Radio-interférométrie à très longue base	197
B Analyse Spectrale	203
B.1 Configuration de l'échantillonnage des données et conséquences spectrales	204
B.1.1 La Transformée de Fourier	204
B.1.2 Propriétés de la Transformée de Fourier	205
B.1.3 Fonction delta de Dirac	206
B.1.4 Fonction peigne de Dirac	207
B.1.5 Fonction porte	207
B.1.6 Produit de convolution	208
B.1.7 Processus de mesure	208
B.2 Transformée de Fourier discrète	211
B.2.1 Principe de la projection	211
B.2.2 Transformée de Fourier discrète	213
B.2.3 Le périodogramme modifié	214
B.2.4 La Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée	216
B.2.5 Dans la continuité de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée	217
B.2.6 Version complexe de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée	218
C Ajustement de la nutation : bases théoriques	223
C.1 Ajustement par moindres carrés	224
C.1.1 Démonstration de la formule C.1	224
C.1.2 Matrice Variances-Covariances des paramètres ajustés	226
C.1.3 Estimation du facteur unitaire de variance	226
C.2 Somme de deux signaux périodiques	227
C.2.1 Rappel des fonctions trigonométriques utiles	227
C.2.2 Phénomène de battement	228
C.3 Modulation en amplitude d'un signal périodique	230
C.3.1 Signal Modulé	231
C.3.2 Déceler la modulation en amplitude d'un signal périodique	231

D	Test de l'ajustement de deux termes de nutation	235
D.1	Cas n°1 : FCN constante et NAR constante	236
D.2	Cas n°2 : FCN constante et NAR modulée	242
D.3	Cas n°3 : FCN modulée et NAR constante	248
D.4	Cas n°4 : FCN modulée et NAR modulée	254
D.5	Cas n°5 : FCN avec saut de fréquence et NAR constante	260
D.6	Conclusion sur les cas d'étude	266
E	Variance d'Allan	267
E.1	Caractérisation du bruit	268
E.1.1	Densité spectrale	268
E.1.2	Bruit et densité spectrale	268
E.2	Variance classique	270
E.2.1	Moyenne des données	270
E.2.2	Variance des données	271
E.3	Variance d'Allan	273
E.3.1	La variance d'Allan	273
E.3.2	Variance d'Allan par recouvrement	275
E.3.3	Variance d'Allan modifiée	278
E.4	Équivalences de forme entre diagramme d'Allan et signal	279
F	Sources et stations particulières dans l'analyse VLBI	281
G	AGN et théorie d'unification	287
G.1	Qu'est-ce qu'un noyau actif de galaxie?	288
G.1.1	Origine de l'énergie colossale émise	288
G.1.2	Émission provenant du disque	288
G.1.3	Émission provenant du jet	289
G.2	Les différentes dénominations	289
G.2.1	Les galaxies de Seyfert	289
G.2.2	Les radiogalaxies	290
G.2.3	les quasars	290
G.2.4	les QSO	290
G.2.5	les blazars	290
G.3	Unification des AGN	291
G.3.1	Les différentes catégories de radio-quiet quasar ou QSO	291
G.3.2	Les différentes catégories de radio-loud quasar ou quasar	293
G.3.3	Résumé des propriétés observationnelles de chaque catégorie d'objets	293

Table des figures



1.1 Schéma : Élimination des points aberrants dans les séries de nutation	11
1.2 Fréquence des observations VLBI	13
1.3 Comparaison par paire de séries de nutation : différences et χ^2	15
1.4 Comparaison des séries de nutation à la combinaison IVS	16
1.5 Comparaison des spectres des séries de nutation	18
2.1 Corrections aux termes de nutation du modèle dans le cas d'ondes constantes	24
2.2 Statistique sur les corrections aux termes de nutation du modèle dans le cas d'ondes constantes	26
2.3 Résidus des écarts au pôle céleste issus de l'ajustement de 43 oscillations circulaires constantes en amplitude et en phase	30
2.4 Spectres complexes des résidus des écarts au pôle céleste issus de l'ajustement de 43 oscillations circulaires constantes en amplitude en phase	31
3.1 Spectre (sur-échantillonné) de la nutation autour de la FCN	38
3.2 Ajustement fenêtré des variations de la nutation libre du noyau	40
3.3 Spectre de la nutation libre variable du noyau	40
3.4 Corrections aux termes de nutation du modèle dans le cas du retrait préalable de la nutation libre du noyau variable à fréquence constante	41
3.5 Résidus après retrait de la nutation libre du noyau variable à fréquence constante et de 21 termes elliptiques	44
3.6 Spectres des résidus correspondant à l'ajustement d'un terme de nutation libre du noyau variable à fréquence constante et de 21 termes elliptiques	45
3.7 Variations du 1 ^{er} ordre de la phase de la nutation libre du noyau	47
3.8 Spectres sur-échantillonnés dans la région de la nutation libre du noyau	49
3.9 Test des moindres carrés : ajustement isolé de la nutation libre du noyau	51
4.1 Variations corrélées de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde en amplitude et phase	57
4.2 Spectre des séries de nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde	58
4.3 Corrélations entre les paramètres de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde	59
4.4 Corrections aux termes de nutation du modèle dans le cas du retrait préalable de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde, variables à fréquence constante	60

4.5	Résidus sur la nutation après retrait de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde variables puis de 42 termes constants aux fréquences principales luni-solaires	62
4.6	Spectres des résidus après retrait de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde variables et de 42 termes constants aux fréquences principales luni-solaires . . .	63
4.7	Variations du 1 ^{er} ordre de la phase de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde	65
4.8	Test des moindres carrés 1 : ajustement de la nutation libre du noyau conjoint au terme annuel rétrograde	68
4.9	Test des moindres carrés 1 : ajustement du terme annuel rétrograde conjoint à la nutation libre du noyau	69
4.10	Test des moindres carrés 2 : ajustement de la nutation libre du noyau conjoint au terme annuel rétrograde	70
4.11	Test des moindres carrés 2 : ajustement du terme annuel rétrograde conjoint à la nutation libre du noyau	71
5.1	Historique des sessions d'observations VLBI par année	80
5.2	Historique des sessions d'observations VLBI par station	82
5.3	Historique des sessions d'observations VLBI par source	84
5.4	Cartographie des sources VLBI suivant le nombre de sessions d'observations	85
5.5	Exemple de source non linéaire : 0014+813	90
5.6	Comparaison des solutions indépendante et "affinée" pour l'ajustement des positions des sources	93
5.7	Rotations et déformations entre les repères célestes de notre solution	96
5.8	Corrélations et résidus après ré-orientation des repères célestes de notre solution . . .	97
6.1	Triptyque de l'observation VLBI	103
6.2	Les zones émettrices d'un AGN à différentes longueurs d'ondes	104
6.3	Configuration jet et trou(s) noir(s) au sein d'un AGN	105
6.4	Structure de la source 0202+148 en bandes S et X	106
6.5	Cartographie de 0014+813 en S et X	109
6.6	Séries temporelles et diagrammes d'Allan : 0014+813	110
6.7	Cartographie de 0552+398 en S et X	112
6.8	Séries temporelles et diagrammes d'Allan : 0552+398	113
6.9	Cartographie de 1357+769 en S et X	114
6.10	Séries temporelles et diagrammes d'Allan : 1357+769	115
6.11	Cartographie de 1308+326 en S et X	116
6.12	Évolution de la distance des composantes émissives de 1308+326 par rapport à la principale	117
6.13	Séries temporelles et diagrammes d'Allan : 1308+326	118
6.14	Cartographie de 0528+134 en S et X	119
6.15	Séries temporelles et diagrammes d'Allan : 0528+134	120
6.16	Classification des sources par les diagrammes log-log de la variance d'Allan	121
7.1	Carte céleste des sources de l'ICRF2	128
7.2	Carte céleste de l'historique des observations des sources ICRF2	129
7.3	Carte céleste de la stabilité des sources ICRF2	129

7.4	Carte céleste de la stabilité des 91 sources de définition les plus observée en 2009	131
7.5	Carte céleste des mouvements apparents des 91 sources de définition les plus observée en 2009	131
7.6	Illustration de la recherche d'extremums lors de l'analyse d'un diagramme d'Allan	134
7.7	Nombre de sources les plus observées jusqu'en 2009 par classe ICRF2 et par classes AV	139
7.8	Nombre de sources les plus observées jusqu'en 2009 communes aux différentes classes ICRF2 et classes AV	139
7.9	Inter-comparaison des classifications ICRF2 et par variance d'Allan. Point de vue de l'ICRF2	141
7.10	Inter-comparaison des classifications ICRF2 et par variance d'Allan. Point de vue de la variance d'Allan	142
7.11	Classification des sources VLBI selon la stabilité par variance d'Allan en 2015 et comparaison à l'ICRF2	144
7.12	planisphère des sources classées par variance d'Allan	144
8.1	Evolution du nombre de quasars découverts au cours des années	148
8.2	Nombre de quasar par deg^2 du LQAC3	149
8.3	Histogramme des différences de coordonnées radio-optiques	153
8.4	Écart au trou noir du radio-centre en fonction inverse de la fréquence radio	154
8.5	Histogramme des redshifts des radio-sources extragalactiques	156
8.6	Histogrammes des critères de stabilité des radio-sources extragalactiques	157
8.7	lien entre le type de l'AGN et la catégorie AV de notre classification	159
8.8	lien entre le redshift et la catégorie AV de notre classification	160
9.1	Histogrammes des différences de coordonnées pour la calibration des erreurs	171
9.2	Test par décimation en fonction du nombre d'observations	172
9.3	Stabilité dans le temps de l'ICRF2	174
9.4	Stabilité des sous-repère de l'ICRF2	176
9.5	Stabilité dans le temps des repères définis par les classes AV	178
9.6	Stabilité de sous-repères issus des catalogues des classes AV	179
10.1	Effet additif des sources non linéaires sur l'orientation et la déformation d'un repère céleste	183
10.2	Écarts-types des différences de nutation ajustée par rapport à deux repères dont l'un s'est vu retirer une ou dix sources non linéaires	184
10.3	Effet d'une perturbation aléatoire affectant les sources du repère céleste sur dX	186
10.4	Effet d'une perturbation aléatoire affectant les sources du repère céleste sur dY	187
10.5	Différences spectrales entre les séries de nutation associées à un ICRF2 perturbé puis réajusté	189
10.6	Différences spectrales entre les séries de nutation associées à un ICRF2 perturbé pris en a priori	190
C.1	Illustration du phénomène de battement	229
C.2	Illustration du fenêtrage dans le cas du phénomène de battement	229
D.1	Comparaison spectrale dans le cas d'étude n°1	237

D.2	Exemple de spectre sur-échantillonné dans le cas d'étude n°1	237
D.3	Ajustement FCN isolée dans le cas d'étude n°1	238
D.4	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°1 : résultat FCN	239
D.5	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°1 : résultat NAR	240
D.6	Corrélation entre les amplitudes FCN & NAR dans le cas d'étude n°1	241
D.7	Comparaison spectrale dans le cas d'étude n°2	243
D.8	Exemple de spectre sur-échantillonné dans le cas d'étude n°2	243
D.9	Ajustement FCN isolée dans le cas d'étude n°2	244
D.10	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°2 : résultat FCN	245
D.11	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°2 : résultat NAR	246
D.12	Corrélation entre les amplitudes FCN & NAR dans le cas d'étude n°2	247
D.13	Comparaison spectrale dans le cas d'étude n°3	249
D.14	Exemple de spectre sur-échantillonné dans le cas d'étude n°3	249
D.15	Ajustement FCN isolée dans le cas d'étude n°3	250
D.16	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°3 : résultat FCN	251
D.17	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°3 : résultat NAR	252
D.18	Corrélation entre les amplitudes FCN & NAR dans le cas d'étude n°3	253
D.19	Comparaison spectrale dans le cas d'étude n°4	255
D.20	Exemple de spectre sur-échantillonné dans le cas d'étude n°4	255
D.21	Ajustement FCN isolée dans le cas d'étude n°4	256
D.22	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°4 : résultat FCN	257
D.23	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°4 : résultat NAR	258
D.24	Corrélation entre les amplitudes FCN & NAR dans le cas d'étude n°4	259
D.25	Comparaison spectrale dans le cas d'étude n°5	261
D.26	Exemple de spectre sur-échantillonné dans le cas d'étude n°5	261
D.27	Ajustement FCN isolée dans le cas d'étude n°5	262
D.28	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°5 : résultat FCN	263
D.29	Ajustement FCN et NAR dans le cas d'étude n°5 : résultat NAR	264
D.30	Corrélation entre les amplitudes FCN & NAR dans le cas d'étude n°5	265
E.1	Illustration sur la précision et l'exactitude.	272
E.2	La variance d'Allan en schéma	274
E.3	La variance d'Allan par recouvrement en schéma	276
E.4	La variance d'Allan modifié en schéma	277
G.1	Schéma d'unification des AGN	292

Liste des tableaux



1.1	Stratégies d'analyse des centres de l'IVS	9
2.1	Liste des 21 termes elliptiques principaux de nutation	23
2.2	Corrections aux termes de nutation du modèle dans le cas d'ondes constantes	28
3.1	Disposition des composantes dans la région spectrale de la nutation libre du noyau	38
3.2	Comparaison des corrections statistiques des 42 termes de nutation principaux dans les cas d'une nutation libre du noyau constante ou variable	43
3.3	Calibration de la période de nutation libre du noyau sur trois périodes distinctes	47
4.1	Relevé des rms et χ^2 des trois ajustements de la nutation	64
4.2	Calibration des périodes de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde	66
5.1	Liste des codes de station VLBI	82
6.1	Équivalence diagramme d'Allan et couleur du bruit	101
7.1	Liste des source AV0 en 2009 suivant différents critères de stabilité	136
7.2	Liste des source AV1 en 2009 suivant différents critères de stabilité	136
7.3	Liste des source AV2 en 2009 suivant différents critères de stabilité	137
9.1	Statistiques des différences de coordonnées entre 2 ajustements indépendants	171
10.1	Statistique sur les différences de nutation dans le cas d'une perturbation de l'ICRF2	188
10.2	Écart types des différences entre les séries de nutation de l'IVS	191
E.1	Table de conversion entre le diagramme log-log d'Allan et le signal	279
F.1	Table des stations pour l'ajustement des écarts entre les axes mécaniques	281
F.2	Table des stations subissant un déplacement non linéaire	281
F.3	Table des stations ayant un mouvement type B-spline	282
F.4	Table des stations pour les essais de polarisation	282
F.5	Table des stations pour les essais de backend	282
F.6	Liste de phénomènes épisodiques aux stations	283
F.7	Table des stations portant la contrainte NNR/NNT	283
F.8	Table des stations ne portant pas la contrainte NNR/NNT en mode INDEP	283

E9 Stations colocalisées	284
F10 Table des sources non linéaires	285
F11 Table des étoiles radios	285
F12 Table des lentilles gravitationnelles	285
F13 Table des sources portant la contrainte NNR	286
G.1 Résumé des propriétés observationnelles des galaxies à noyaux actifs	294

Abréviations utilisées dans ce manuscrit



A

Active Galactic Nuclei AGN
.....noyau actif de galaxie

B

Basse Fréquence BF
.....

C

Celestial Reference Frame CRF
.....repère de référence céleste

E

Earth Rotation Parameters ERP
.....5 paramètres de rotation de la Terre
.....polhodie terrestre, UT1/LOD, écarts au pôle céleste

Earth Orientation Parameters EOP
.....4 paramètres d'orientation de la Terre
.....polhodie terrestre, écarts au pôle céleste

Ces deux abréviations sont peut-être celles qui font le plus débat quant à la pertinence de leur utilisation. L'acronyme qui apparaît le plus couramment au sein de la communauté de géodésie est EOP. Cependant, au centre, le mot "orientation" restreint l'ensemble des cinq paramètres issus de la transformation du repère terrestre au repère céleste aux quatre seuls qui traitent réellement de l'orientation de la Terre. En effet, le dernier, UT1, informe de la rotation de la Terre sur elle-même et, par conséquent, n'a pas trait à une quelconque variation de la direction de l'axe de rotation de la Terre dans l'espace.

D'un autre côté, dans l'acronyme ERP, le mot "rotation" ne doit pas être vu comme la simple rotation de la Terre sur elle-même, mais bien comme la transformation mathématique qui permet, de manière générale, de passer d'un repère à trois dimensions à un autre repère à trois dimensions. C'est bien de cela qu'il est question dans notre cas. Néanmoins, la critique qui survient pour cet acronyme porte sur le nombre. En effet, la transformation mathématique n'emploie que trois variables pour généraliser la matrice de passage alors que dans le cas de l'analyse des données astro-géodésiques, nous en donnons cinq.

Pour finir, le dernier mot de ces deux acronymes est "paramètres". En modélisation, analytique comme numérique, les paramètres sont des valeurs fixes qui représentent une information pertinente caractérisant le modèle, comme une

propriété physique par exemple (e.g. la masse de la Terre). Ils ne varient donc pas mais on peut leur associer des valeurs différentes, ce qui revient à considérer des modèles différents. Par exemple, en relativité générale, les expériences actuelles cherchent à trouver une déviation des paramètres de cette théorie, par exemple de β et γ , qui la mettrait ainsi en défaut et confirmerait la nécessité d'explorer des théories alternatives. Dans notre cas, les "paramètres" de rotation de la Terre sont des angles qui varient au cours du temps... Ainsi plusieurs personnes préconisent de ne pas employer le mot "paramètres" mais plutôt "corrections" puisque, aujourd'hui, il est question de représenter ces angles comme des corrections au modèle en vigueur.

Parmi tous ces arguments, dans ce manuscrit, nous avons choisi d'employer l'acronyme ERP afin, notamment, de ne pas trop s'éloigner de l'acronyme couramment utilisé, EOP

F

Free Core Nutation **FCN**

..... nutation libre du noyau

Free Inner Core Nutation **FICN**

..... nutation libre de la graine

H

Haute Fréquence **HF**

I

International Celestial Reference System **ICRS**

..... système de référence céleste international

International Celestial Reference Frame **ICRF**

..... repère de référence céleste international

Il est intéressant de s'attarder sur l'expression "repère de référence". Par définition, un repère est une référence : une position à partir de laquelle on va déterminer notre distance ; une échelle (comme le trièdre direct en trois dimensions utilisé en physique théorique) qui va nous permettre de compter nos mesures. Il est donc abusif, au sens de sa définition, de qualifier un repère de "référence" puisque cela constitue un pléonasme. Néanmoins, dans le cas de l'ICRF2, cet adjectif peut trouver son utilité pour préciser que c'est le repère céleste à adopter, donc le repère référent parmi tous ceux que l'on a pu construire, comme le promeuvent l'UAI et l'IERS.

International Earth rotation and Reference systems Service **IERS**

..... service international de rotation de la Terre et des systèmes de référence

International VLBI Service for geodesy and astrometry **IVS**

..... service international du VLBI pour la géodésie et l'astrométrie

J

Jodrell bank-VLA Astrometric Survey **JVAS**

..... une mission de relevé du ciel en radio

L

Large Quasar Astrometric Catalogue	LQAC
.....	catalogue céleste géré par Souchay, J.
Length Of Day	LOD
.....	durée du jour
N	
Nutation Annuelle Retrograde	NAR
.....	
No Net Rotation/No Net Translation	NNR/NNT
.....	Contraintes de non rotation et non translation d'un repère
O	
Observed - Computed	O-C
.....	différence la valeur observée et sa valeur modélisée
Optical - Characteristics of Astrometric Radio Sources	OCARS
.....	catalogue céleste géré par Malkin, Z.
R	
Rigid Earth Nutation	REN
.....	nutation d'une terre rigide
Radio Fundamental Catalogue	RFC
.....	catalogue céleste géré par Petrov, L.
S	
Sloan Digital Sky Survey	SDSS
.....	une mission de relevé du ciel en optique
SYstèmes de Référence Temps-Espace	SYRTE
.....	
T	
Transformée de Fourier	TF
.....	
Terrestrial Reference Frame	TRF
.....	repère de référence terrestre
U	
Union Astronomique Internationale	UAI

.....
V

VLBA Calibrator Survey **VCS**

..... relevé du ciel pour la calibration du VLBA

Very Large Array **VLA**

..... réseau d'antennes interférométrique américains

Very Long Baseline Array **VLBA**

..... réseau américain du VLBI

VLBI Global Observing System **VGOS**

..... Système d'observation globale du VLBI

Very Long Baseline Interferometry **VLBI**

..... Interférométrie à très longue base

2

2dF Quasar Redshift survey **2QZ**

..... un mission de relevé spectroscopique du ciel

2dF SDSS LRG And QSO survey **2SLAQ**

..... un mission de relevé du ciel en optique

Introduction



Héritage en astrométrie et géodésie



Les variations de la rotation de la Terre [Bizouard, 2014]

La rotation de la Terre a toujours été l'apanage des astronomes. D'abord d'un intérêt pratique pour l'observation des astres, l'étude de ses variations s'est révélée fondamentale pour déterminer certaines propriétés de la Terre et comprendre les processus physiques qui l'affectent.

La première variation de la rotation terrestre fut découverte par le grec Hipparque vers -200 av. J.C. Ce mouvement est la précession de son axe, similaire au mouvement homographe qui affecte une toupie en rotation inclinée. Elle consiste en un mouvement conoïdal d'une période de 25 800 ans avec une inclinaison quasi-constante de $23^{\circ}26'$. Cet angle est appelé l'obliquité de l'écliptique ou obliquité de la Terre. Selon la théorie des paramètres de Milanković, elle varie entre 22.1° et 24.5° dans un cycle de 41 000 ans influençant le climat au fil des ères géologiques. Aujourd'hui, cette variation se traduit par une décroissance au rythme de $46''$ /siècle, conformément aux observations.

Superposée à la précession, la nutation de l'axe de rotation de la Terre est composée de déplacements elliptiques cycliques à des périodes beaucoup plus courtes. La plus importante, en 18.6 ans, montre une amplitude de $17''$. D'abord prédit par la mécanique newtonienne, ce terme est découvert par Bradley en 1748. Il résulte de l'action du moment de forces de marées de la Lune et du Soleil sur le bourrelet équatorial. Ce moment est en général non nul dans la mesure où les plans orbitaux de ces deux astres ne sont pas confondus avec le plan de l'équateur. Ainsi, la nutation a une origine astronomique.

Par la suite, de nouvelles composantes sont découvertes : le terme semi-annuel d'amplitude $\sim 1''$ (XIX^e siècle), la nutation lunaire en 13.6 jours d'amplitude $\sim 0.1''$ (XX^e siècle). À cette époque, les effets de la non-rigidité de la Terre sur la nutation font leur apparition dans les développements théoriques, notamment ceux de Lord Kelvin et de Poincaré consacrés à l'influence d'un noyau fluide, dont la présence est indiquée par l'interprétation des relevés sismologiques dans la première moitié du XX^e siècle. La résonance qui résulte d'une telle structure interne apporte des corrections de l'ordre de $0.05''$ au plus.

Avec l'essor des techniques spatiales, les précisions s'améliorent rapidement dans la deuxième partie du xx^e siècle. On passe de 0.01" en 1960 à 1 milli-seconde d'arc en 1980 puis à 0.1 milli-seconde d'arc en 2000, gagnant ainsi un ordre de grandeur tous les 20 ans. La fréquence et l'étendue géographique des observations augmentent également. Au début du xx^e siècle, les déterminations des paramètres de rotation de la Terre étaient obtenues à plusieurs semaines d'intervalle. En 1980 la fréquence typique était hebdomadaire. Depuis 2000, certains paramètres sont déterminés quotidiennement.

Révolution apportée par la radio-interférométrie à très longue base [Schuh and Behrend, 2012]

Initialement conçue pour le positionnement et la cartographie des radio-sources du ciel, on a très vite pris conscience du potentiel de cette technique pour l'astrométrie et la géodésie. Elle repose sur la mesure du retard entre deux (ou plus) antennes situées à des lieux différents et observant le même signal provenant d'une source extragalactique. Les hautes performances de cette technique sont atteintes au moyen d'une détermination très précise de ce retard, permise par la disponibilité des horloges atomiques mesurant le temps avec une grande stabilité.

La pratique du VLBI demande la prise en compte de plusieurs corrections à la simple configuration triangulaire des deux antennes et de la source. Issues de modèles théoriques ou empiriques, ces corrections sont calculées à partir des mouvements de la Terre (précession-nutation, polhodie, rotation diurne) de ses déformations (ondes de marée solides, ondes de marée et effets de charge hydro-atmosphériques, déplacement co-sismiques) et d'autres phénomènes liés à la source (structure qui affecte le retard en fonction de l'orientation de la ligne de base), liés au trajet de la lumière (corrections relativistes dues à la déviation des ondes électromagnétique par les corps massifs du système solaire, propagation des ondes dans l'ionosphère et la troposphère) ou liés à l'instrumentation (différence de marche des horloges atomiques aux stations, déformation thermique des antennes, décalages entre les axes mécaniques de rotation des antennes).

Les observations opérées au sein des sessions de 24h visant différentes sources extragalactiques et incluant plusieurs antennes permettent de recueillir suffisamment de données pour procéder à l'ajustement simultané des positions des stations, celles des sources, des paramètres de rotation de la Terre [ERP] ainsi que certains paramètres reliés aux phénomènes listés ci-dessus. Les paramètres ainsi ajustés, qu'ils soient constants sur l'ensemble des sessions ou variables (e.g. ERP), permettent d'améliorer les modèles utilisés pour modéliser la mesure. Certains de ces paramètres sont déterminés exclusivement par le VLBI et témoignent de l'intérêt de cette technique astro-géodésique.

C'est par exemple la seule technique de géodésie spatiale à pouvoir fournir l'ensemble des variations de la rotation de la Terre (5 ERP) : le mouvement du pôle ou polhodie, les irrégularités de la durée du jour, soit UT1-TAI (exclusif au VLBI pour le long-terme) et les corrections à la précession-nutation (exclusif au VLBI). C'est également la seule technique permettant la réalisation d'un système de référence céleste stable en deçà de la milli-seconde d'arc et accessible à tout moment par la continuité des observations depuis les années 1980.

Reconnaissant la contribution du VLBI, l'UAI adopte en 1991 le système de référence céleste international [ICRS, Arias et al., 1995] dont le centre est le centre de masse du système solaire et les axes sont fixés par les directions de radio-sources extragalactiques observées par le VLBI. Un tel système vient remplacer la version antérieure basée sur les étoiles (FK5, voir ci-après) et comble les besoins à la fois de l'astronomie de précision, de la géodynamique et de la navigation spatiale.

Les repères de référence célestes

Pendant plus de 2000 ans, les étoiles sont les seuls objets du ciel utilisées comme repère. Mais avec les progrès de l'instrumentation, parallaxe et mouvement propre ont été découverts, rendant le système céleste "étoilé" moins stable qu'on ne le concevait. Néanmoins, au fil des siècles, les astronomes ont établi des catalogues dont les précisions sur les positions ainsi que celles sur les mouvements propres s'améliorent avec l'évolution des techniques d'observation (lunette astronomique, télescope, monture équatoriale, pour citer des inventions majeures).

L'inconvénient de ces repères célestes optiques est que leur précision dépend du temps. En effet, les étoiles observées étant des objets relativement proches, les mouvements propres sont significatifs. Ainsi, lorsqu'on utilise un tel catalogue, il est nécessaire de connaître la différence entre la date d'observation et la date de définition du catalogue pour calculer le mouvement propre des étoiles et les nouvelles positions. En raison des erreurs sur les mouvements propres, la précision des positions des étoiles et donc celles des catalogues se dégradent avec le temps. La seule parade est de les mettre régulièrement à jour.

La dernière génération de catalogues d'étoiles adoubés sur un plan international est celle des Fundamental Katalog. La première version fut produite en 1879 par la société allemande d'astronomie et répondait à un besoin de coordonner plus facilement les objets célestes à partir d'une répartition homogène d'étoiles brillantes.

Au total, 6 versions ont été produites : FundamentalKatalog (FK1), Auwers, A., 1879 ; Neuer FundamentalKatalog (FK2), Peters, J., 1907 ; Dritter FundamentalKatalog (FK3), 1937 + extension, 1938. FK4, [Fricke and Kopff \[1963\]](#) + extension, 1965 ; FK5, [Fricke et al. \[1988\]](#) + extension, 1991. La dernière édition [FK6, [Wielen et al., 1999, 2000](#)] n'a pas été recommandée par l'UAI bien qu'elle bénéficie de la combinaison des résultats de la mission Hipparcos¹ et d'observations au sol sur plus d'un siècle. Le FK6 comprend 4 150 étoiles dont les mouvements propres sont donnés avec une erreur moyenne de 0.59 milli-seconde d'arc par an.

Finalement, après avoir été ancré pendant plusieurs millénaires aux étoiles de la Galaxie, le repère céleste s'étend aux radio-sources extragalactiques dans les années 1990. Le 1^{er} Janvier 1998, la première réalisation de l'ICRS est recommandée par l'UAI : l'ICRF1 [[Ma et al., 1998](#)]. Le repère est constitué de 212 sources extragalactiques observées dans deux bandes de fréquences autour de 2.3GHz et 8.4GHz. En complément, 396 sources de moins bonne qualité astrométrique sont données dans le catalogue et densifient la couverture du ciel.

L'orientation de l'ICRF1 est fixée à celui du FK5 à J2000.0. La communauté dispose alors d'un repère (localement) inertiel, c'est-à-dire un repère non tournant par rapport aux directions de l'Univers lointain. Ces dernières sont représentées au mieux par l'étude du fond diffus en micro-ondes à 3K [voir [Ma, 1999](#)].

Le VLBI présente aujourd'hui des performances jamais atteintes en astrométrie. Dans les années 1980, la précision sur les positions des objets étaient d'environ 1 milli-seconde d'arc. Au milieu des années 1990, elle s'est améliorée pour atteindre l'ordre de 0.1 milli-seconde d'arc. Aujourd'hui, certaines sources parmi les plus observées sont positionnées sur la sphère céleste à quelques dizaines de micro-seconde d'arc près.

1. mission d'observations astrométriques optiques à bord d'un satellite dont les précisions records sont atteintes en grande partie grâce à l'absence de l'atmosphère sur les lignes de visée. Le résultat de ses observations est répertorié dans un catalogue de 118 218 objets [[Perryman et al., 1997](#)] dont les positions, parallaxes et mouvements propres sont de l'ordre de 0.7–0.9 milliarcsec(par an)

Dans ce manuscrit

.....

Nous avons divisé le travail en trois parties.

Partie 1 : Nutation de la Terre

Le VLBI est donc une technique astro-géodésique majeure. Elle est la seule donnant la nutation de la Terre à moins de 1 milli-seconde d'arc près. Il est donc impératif d'opérer des observations VLBI afin de mettre à jour les ajustements de la nutation. En particulier, le dernier modèle référent, IAU2000A [Mathews et al., 2002], a été établi il y a plus de 15 ans alors que les observations jusqu'à aujourd'hui donnent une période deux fois plus grande qu'à l'époque. Pour cette raison, il est nécessaire d'en appréhender les défauts sur la base de ces nouvelles observations.

Dans la première partie du manuscrit, nous nous employons à apporter des corrections au modèle en vigueur en considérant toutes les séries de nutation avalisées par l'IVS [International VLBI Service for astrometry and geodesy]. De plus, depuis 30 ans, le terme de la nutation libre du noyau reste imprédictible en raison de sa variabilité. Aujourd'hui, sa modélisation par l'effet des couches fluides superficielles ou des "jerks" reste largement imparfaite. Nous nous penchons sur son ajustement aux observations au regard de difficultés qui avaient été ignorées jusqu'à présent, comme sa corrélation avec le terme annuel rétrograde.

Partie 2 : Stabilité des sources

Si le VLBI permet de positionner quelques milliers de radio-sources extragalactiques sur la voûte céleste avec une précision de l'ordre de 0.1 milli-seconde d'arc, il s'agit d'en choisir les plus stables pour réaliser l'ICRS. Mais jusqu'à quel degré de précision ces objets sont-ils stables ?

Lors de la dernière réalisation de l'ICRS en 2009, 295 sources ont été cataloguées comme très stables et 39, à l'inverse, comme instables. Disposant des dernières observations, faisons-nous le même constat aujourd'hui ? Cette conclusion n'a de plus jamais été remise en question, afin de la confirmer ou de la contredire. Si la méthode employée en 2009 utilisait différents critères pour sélectionner les sources les plus stables, on est en droit de se demander si l'algorithme utilisé n'a pas conduit à sélectionner des sources dont la stabilité est contestable.

C'est pourquoi nous établissons notre propre algorithme pour l'analyse de la stabilité des radio-sources les plus observées par le VLBI. Cet algorithme se base sur la variance d'Allan qui est l'outil de référence en métrologie pour l'étude de la stabilité des horloges atomiques. Nous comparons nos résultats avec la méthode employée en 2009 pour la production de l'ICRF2, dernier repère céleste approuvé par l'UAI. Finalement, nous cherchons à savoir s'il existe une caractéristique des sources, physique ou observationnelle, corrélée à leur stabilité et permettant ainsi d'estimer le potentiel astrométrique de nouvelles sources sans avoir à les observer plusieurs années.

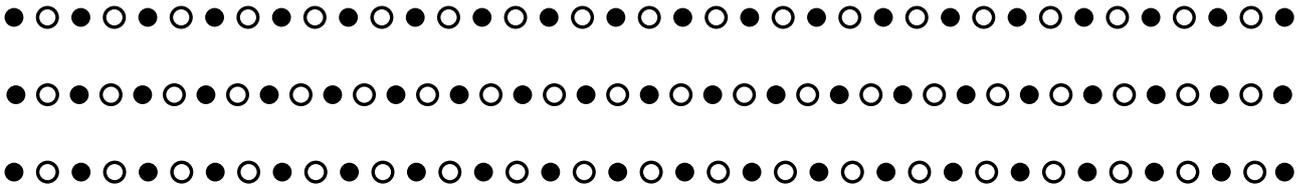
Partie 3 : Réalisation de repère céleste stable

Nutation de la Terre et stabilité des radio-sources extragalactiques sont inextricablement liées puisque la rotation de la Terre est déterminée dans un repère céleste donné. La nutation donnant avec la précession les variations de l'orientation de la Terre dans l'espace au-delà de quelques jours, elle est la composante de la rotation de la Terre la plus sensible aux instabilités du repère céleste.

Étant donné une erreur aléatoire sur la position des sources constituant le repère céleste, quel en est l'impact sur la nutation ajustée par le VLBI? De même, qu'en est-il si une source instable est malencontreusement sélectionnée dans l'ensemble des sources définissant le repère céleste? Après avoir réalisé des repères célestes à partir de la méthode exposée en deuxième partie et quantifié leurs stabilités, nous répondons à ces questions et statuons le lien entre nutation de la Terre et stabilité du repère céleste.

Partie 1

NUTATION DE LA TERRE



Dans cette première partie, nous allons nous intéresser à la nutation de la Terre. Pendant cette thèse, j'ai mis en œuvre le logiciel CALC/SOLVE pour traiter les observations de radio-interférométrie à très longues base [Very-Long-Baseline Interferometry; VLBI] qui sont rendues publiques par le service international du VLBI pour l'astrométrie et la géodésie, [International VLBI Service; IVS; [Nothnagel et al., 2015](#)]. Néanmoins, nous ne considérons pas pour le moment les séries temporelles de corrections de nutation que nous avons obtenues mais les solutions opérationnelles fournies par l'IVS grâce aux contributions de ses différents centres d'analyse à travers le monde.

Plus précisément, ces séries sont constituées par les écarts du pôle céleste intermédiaire à ses positions conventionnelles dans le repère céleste international [ICRF2] au cours du temps, symbolisés par (dX, dY) . Ces positions conventionnelles sont stipulées par le modèle de précession-nutation recommandé par l'Union Astronomique Internationale [UAI], IAU2000A/2006 [[Capitaine et al., 2005](#), [Mathews et al., 2002](#)].

Ces solutions sont disponibles dans les trois centres de données de l'IVS, dont celui de l'observatoire de Paris². Les centres d'analyse de l'IVS soumettant régulièrement leur solution et dont les données sont utilisées dans cette partie sont listés ci-dessous :

- AUS : Geoscience Australia (Canberra, Australie),
- BKG : Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (Leipzig, Allemagne),
- CGS : Centro di Geodesia Spaziale (Matera, Italie),
- GSF : Goddard Space Flight Center (Greenbelt, MD, Etats-Unis),
- IAA : Institute of Applied Astronomy (Saint-Petersbourg, Russie),
- OPA : Observatoire de Paris (Paris, France),
- SPU : Astronomical Institute of St.-Petersburg University (Saint-Petersbourg, Russie),
- USN : U. S. Naval Observatory (Washington, DC, Etats-Unis),
- VIE : Vienna University of Technology (Vienne, Autriche).

Il faut toutefois noter qu'à l'heure actuelle, en 2016, le centre autrichien ne fait pas encore partie des centres d'analyse opérationnels, mais une procédure d'admission est engagée.

Nous allons inter-comparer ces données et qualifier ainsi l'incertitude de la nutation au jour des dernières observations VLBI. Rappelons que le VLBI est l'unique technique d'observation capable de la déterminer avec une précision actuelle de 0.1 milli-seconde d'arc.

Dans un premier chapitre, nous analyserons les neuf séries opérationnelles ainsi que la solution combinée de l'IVS [[Böckmann et al., 2010](#)] pour établir leur cohérence. Ensuite, dans un deuxième chapitre, les termes de nutation principaux seront ajustés et permettront d'établir des corrections au modèle référent. Dans un troisième chapitre, nous nous intéresserons plus précisément à un terme de nutation dit de réponse géophysique, à savoir la nutation libre du noyau [Free Core Nutation; FCN] ainsi que l'impact du retrait au préalable de ce terme circulaire, dans sa forme variable, sur les corrections obtenues dans le chapitre précédent. Enfin, dans le dernier chapitre, nous explorerons l'ajustement simultané de la FCN avec un terme voisin, la nutation annuelle rétrograde [Retrograde Annual Nutation; RAN]. Nous montrerons alors les limites d'une des méthodes courantes pour ajuster des composantes de la nutation de la Terre.

2. archive IVS de l'observatoire de Paris → <ftp://ivsopar.obspm.fr/vlbi/ivsdata/db/>

Chapitre 1

Cohérence des séries de nutation



En prémisses de cette partie, nous exposons les informations pratiques et les caractéristiques physiques des séries opérationnelles de l'IVS concernant la nutation de la Terre. Ces séries résultent de stratégies d'ajustement des observations VLBI dont nous ne maîtrisons pas les paramètres de contrôle. Ces paramètres prennent des valeurs différentes d'un centre à l'autre. C'est pourquoi l'étude conjointe de leur produit est nécessaire.

Ce chapitre permet de comprendre ces différences et d'estimer la cohérence entre les séries. Dans un premier temps nous présentons les données et les informations nécessaires à leur utilisation. Puis dans un deuxième temps, nous analyserons la cohérence entre les séries dans le domaine du temps et des fréquences.

Contents

1.1 Informations sur les séries opérationnelles de l'IVS	6
1.1.1 Origines des données	6
1.1.2 Informations sur la paramétrisation de la nutation	6
1.1.3 Stratégies d'analyse des centres de l'IVS	10
1.1.4 Élimination des données aberrantes	10
1.2 Comparaison des séries de l'IVS	11
1.2.1 Régularisation et synchronisation des dates des séries	12
1.2.2 Inter-comparaison des séries interpolées	14
1.2.3 Comparaison spectrale des séries interpolées	17

••• SECTION 1.1 •••

Informations sur les séries opérationnelles de l'IVS

.....

1.1.1 • Origines des données

Les données utilisées proviennent des différents centres d'analyse listés en introduction de cette partie du manuscrit. Chaque centre propose une solution pour les paramètres de rotation de la Terre [Earth Rotation Parameters; ERP] qui découle d'une stratégie d'analyse des observations qui lui est propre. Ces solutions sont disponibles dans les trois centres de données de l'IVS, à savoir [OPAR](#)¹, [BKG](#)² et [CDDIS](#)³.

Elles s'allongent progressivement au fil des sessions d'observations du VLBI. Leur mise à jour intervient une à quatre fois par mois selon les centres. Ceux-ci procèdent également à une révision des chaînes de traitement à une ou deux années d'intervalle pour les plus rigoureuses jusqu'à près d'une décennie pour d'autres. Les solutions utilisées sont dénommées par le sigle du centre d'analyse suivi soit de l'année de la version de la chaîne de traitement mise en place ou de l'année de la version du logiciel sous-jacent :

- [aus00007](#) pour le centre d'analyse AUS,
- [bkg00014](#) pour le centre d'analyse BKG,
- [cgs2014a](#) pour le centre d'analyse CGS,
- [gsf2014a](#) pour le centre d'analyse GSF,
- [iaa2007a](#) pour le centre d'analyse IAA,
- [opa2015a](#) pour le centre d'analyse OPA,
- [spu00004](#) pour le centre d'analyse SPU,
- [usn2015a](#) pour le centre d'analyse USN,
- [vieceop13](#) pour le centre d'analyse VIE,

Une solution particulière, nommée :

- [ivs14q2X](#) pour le centre de combinaison de l'IVS.

procède de la combinaison pondérée des équations normales des observations VLBI fournies à l'IVS par chaque centre d'analyse dit opérationnel. Elle est également prise en compte dans cette étude, au même titre que les autres. Pour plus de détails sur cette dernière, consulter [Böckmann et al. \[2010\]](#).

1.1.2 • Informations sur la paramétrisation de la nutation

Lorsqu'on traite une série de la nutation, plus exactement des écarts de la précession-nutation observée par rapport à un modèle - par la suite le terme " série de nutation " sera employé dans ce sens - il faut s'interroger sur plusieurs points.

1. <ftp://ivsopar.obspm.fr/vlbi/ivsproducts/>
 2. <ftp://ivs.bkg.bund.de/pub/vlbi/ivsproducts/>
 3. <ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/vlbi/ivsproducts/>

1) Quels sont les paramètres de nutation ?

Il existe en effet deux paramétrisations parallèles. La première, historique, ou classique, consiste à donner les paramètres de précession-nutation par deux angles :

- la nutation en longitude ψ , et
- la nutation en obliquité ϵ .

Cette paramétrisation se fonde sur le point vernal⁴ dans le passage du repère terrestre au repère céleste.

Dans les années 1990, des études ont montré que ce point de référence varie. Surtout, il absorbe une petite portion du mouvement de précession-nutation que l'on souhaite représenter. Ainsi **Capitaine et al. [1986]** ont développé une autre paramétrisation pour remplacer la précédente, basée sur le principe d'une origine non tournante [**Guinot, 1979**]. Cette nouvelle origine, découlant d'une condition purement cinématique, remplace le point vernal comme référence à partir de laquelle on compte l'angle de rotation de la Terre. La précession-nutation de la Terre est alors précisée par les coordonnées cartésiennes (X, Y) du pôle céleste intermédiaire dans le repère céleste.

Bien que ces paramètres soient reconnus d'une meilleure utilité pour décrire les variations de la rotation terrestre⁵, les paramètres historiques sont toujours en usage dans les données actuelles. Une relation permet notamment de faire le lien entre les deux jeux de paramètres (pour information, la collection SOFA⁶ [**Board**] propose cette fonction dans ses bibliothèques).

2) A quel modèle de précession correspondent les séries ?

Par principe, un modèle représente un phénomène physique avec une certaine précision. Avec le temps et l'amélioration des techniques d'observation, ou de la réduction de ces mêmes observations, les modèles peuvent devenir obsolète en matière de précision. Ainsi, depuis sa découverte par Hipparque vers -200 av. J.C., la précession de la Terre fait l'objet de nombreux modèles présentant une précision croissante. Actuellement, sont en usage trois modèles au sein de la communauté de géodésie.

1976 - Le premier est le modèle IAU1976 donné dans **Lieske et al. [1977]**, en table 5].

2000 - Le second modèle de précession est celui de **Mathews et al. [2002]**. Adopté par l'UAI en 2000 suivant la résolution B1.6, il prend le nom de modèle IAU2000 et apporte des corrections aux taux d'accroissement de la précession en longitude et de l'obliquité du modèle IAU1976.

2006 - Enfin, le modèle le plus récent est le modèle de précession P03 [**Capitaine et al., 2005**], adopté par l'UAI en 2006 suivant la résolution B1, prenant ainsi le nom officiel du modèle de précession IAU2006.

4. Pour les non-initiés, le point vernal est la direction du nœud ascendant de l'écliptique sur l'équateur céleste.

5. Le terme rotation peut facilement porter à confusion. Pour une majorité, la rotation de la Terre ne se résume qu'au mouvement de rotation de la Terre autour de son axe, en grosso modo, 23h 56min 4sec.

Le terme rotation terrestre, employé ici, renseigne sur la transformation mathématique qui permet le passage d'un repère à un autre. Cette transformation se résume d'ailleurs en une matrice que l'on appelle la matrice de rotation. Elle est décrite par trois angles (par exemple les angles de Cardan ou les angles d'Euler) qui caractérisent une succession de trois rotations autour des différents axes du repère intermédiaire. Disposer de trois angles est une condition nécessaire et suffisante pour représenter toute transformation dans notre monde à trois dimensions.

Ainsi, par rotation terrestre, nous comprenons ce que d'autres appelleraient orientation et rotation de la Terre. D'ailleurs, les deux sens du mot "rotation" sont utilisés plusieurs fois dans ce manuscrit, volontairement parfois, involontairement à d'autres.

6. collection SOFA → <http://www.iausofa.org>

3) A quel modèle de nutation correspondent les séries ?

Au même titre que la précession, la nutation terrestre a fait l'objet de modélisations très nombreuses depuis sa découverte par Bradley en 1730. Actuellement, deux modèles sont en usage.

- 1980 - Le premier modèle est issu du labour d'un groupe de travail de l'UAI sur les différents termes de nutation [Seidelmann, 1982]. Il prend le nom de modèle de nutation IAU1980.
- 2000 - En parallèle à l'adoption des corrections au modèle de précession, l'UAI a approuvé le modèle de nutation IAU2000A produit par Mathews et al. [2002]. Son élaboration se base sur la nutation d'une Terre rigide, modélisée par Souchay et al. en 1999 [Rigid Earth Nutation ; REN]. Mathews et al. déterminent une fonction de transfert en fréquence permettant de passer des termes de la nutation d'une terre rigide à ceux d'une terre non-rigide, reproduisant la nutation observée à 0.5 milli-seconde d'arc près. Constitués de 662 termes de nutation luni-solaires et 687 termes de nutation planétaires, c'est le modèle de nutation le plus abouti jusqu'à présent, et le dernier à avoir été adoubé par l'UAI et l'IERS.

Les notes techniques des dix solutions utilisées répondent différemment à ces trois interrogations. On identifie des combinaisons des paramètres et des modèles de référence variées, ce qui ne facilite pas les comparaisons. Les trois cas se manifestant le plus fréquemment sont (par ordre décroissant) :

- Paramétrisation dX, dY suivant les modèles de précession-nutation IAU2006/IAU2000A,
- Paramétrisation $d\psi, de$ suivant les modèles IAU1976/IAU1980,
- Paramétrisation dX, dY suivant les modèles IAU2000/IAU2000A.

! L'apparition du $d\bullet$ signifie que l'on traite d'écart au modèle

La première combinaison devrait être la seule utilisée si tout le monde respectait les décisions de l'UAI et de l'IERS. Cependant, parmi les solutions déjà mentionnées de l'IVS, seule la moitié respectent ces standards.

Choix d'une paramétrisation commune

L'EOP-PC de l'IERS⁷ nous a été d'une grande utilité puisqu'il fournit les solutions de l'IVS dans les deux paramétrisations existantes : ($d\psi, de$) rapportés au modèle de nutation IAU1980 ou (dX, dY) rapportés au modèle de nutation IAU2000A - le modèle de précession étant conservé.

Nous avons choisi de récupérer toutes les solutions paramétrisées sous la forme (dX, dY), tout en vérifiant une concordance avec les données originelles diffusées par les centres d'analyse. Des anomalies ont notamment été repérées et éliminées ainsi.

7. <http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/index.php?index=analysis&lang=en>

	AUS	BKG	CGS	GSF	IAA	OPA	SPU	USN	
a priori	ICRF1 Ext.2	ICRF2	ICRF2	GSFsol	ICRF1 Ext.2	ICRF2	ICRF1 Ext.2	ICRF2	
CRF	NNR	ICRF2	ICRF2-1	ICRF2	ICRF1	ICRF2	ICRF1	ICRF2	
	global/local	0/0	all/0	969/1720	1670/NL	0/0	all-NL/NL	0/0	846/852
a priori	VTRF2005	VTRF2008a	VTRF2008a	GSFsol	ITRF2005	VTRF2013d	VTRF2005	VTRF2008	
TRF	NNR+NNT	25	99	33	ITRF2005	27	VTRF2005	33	
	positions glo/spe/loc	0/(1 ?)/0	All-23/3/20	84/15/32	All-25/25/0	0/0/0	All-27/19/8	0/0/All	All-32/32/0
	vitesses glo/spe/loc	0/(1 ?)/0	All-23/3/20	99/0/32	All-2/2/0	0/0/0	All-11/3/8	0/0/All	All-3/3/0
Precession a priori	IAU1976	IAU2006	IAU2006	IAU2006	IAU2000A	IAU2006	IAU1976	IAU2006	
EOP	Nutation a priori	IAU1980	IAU2000A	IAU2000A	IAU2000A	IAU2000A	IAU1980	IAU2000A	
IERS Conventions (tides, loadings, antennas, etc.)	2000	2010	2003	2010	2003	2010	2003	2010	
mapping	VMF	VMF	VMF	VMF	VMF	VMF	VMF	NMF	
Tropo.	ZTD	1h LS	60mn LS	20mn LS	MA	20m LS	MA	20m LS	
	gradients	constant	24h offset	6h LS	6h LS	-	6h offset	constant	6h LS
intervalle d'horloge	MA	1h LS	24h Q + 1h LS	24h Q + 1h LS	24h Q + MA	24h Q + 1h LS	MA	24h Q + 1h LS	
Élévation minimale	quality flag	5°	5°	5°	quality flag	5°	quality flag	5°	
Logiciel	OCCAM	CALC/ SOLVE	CALC/ SOLVE	CALC/ SOLVE	OCCAM/ GROSS	CALC/ SOLVE	OCCAM	CALC/ SOLVE	

TABLE 1.1 – Stratégies d'analyse des différents centres de l'IVS. **NNR** : no-net rotation = contrainte de non rotation ; **NL** : 39 sources appelées "non linéaires" dans [Fey et al. \[2015\]](#) ; **LS** : linear spline = ajustement par morceaux de fonctions linéaires ; **Q** : polynôme quadratique ; **MA** : processus de marche aléatoire ; **VMF/NMF** : Vienna [[Boehm et al., 2006](#)] / Niell [[Niell, 1996](#)] mapping function.

1.1.3 • Stratégies d'analyse des centres de l'IVS

Les solutions présentées vont aussi se différencier par leur stratégie d'analyse, c'est-à-dire par les choix des analystes sur les paramètres de contrôle de leur ajustement. Ces choix portent sur différents critères :

- Les a priori utilisés pour la précession-nutation, ceux pour la propagation troposphérique, pour le repère céleste, la modélisation des effets des charges atmosphériques et océaniques, et bien d'autres.
- La méthode d'ajustement des ERP, du repère céleste, terrestre, des horloges, etc.
- Les relations contraintes sur les paramètres à estimer. Par exemple la contrainte de non rotation du repère céleste ou celle de non rotation et non translation du repère terrestre.

La table 1.1 résume les stratégies mises en œuvre par les différents centres de l'IVS. Elles ont des conséquences sur les paramètres de nutation qui ressortent des ajustements. C'est en cela que chaque solution est unique, et qu'il est primordial de les comparer pour connaître la précision réelle de la nutation donnée à ce jour. Nous ne pouvons pas nous fier aux seules erreurs déterminées par chacun des centres. La comparaison est aussi nécessaire pour mieux caractériser et interpréter les différences en vue d'une précision grandissante.

1.1.4 • Élimination des données aberrantes

Bien que chacun des centres aient effectué une élimination des données aberrantes dans sa série de nutation, nous avons effectué notre nettoyage en supplément. En raison de la présence du terme de nutation libre du noyau, les traitements usuels sont difficilement applicables sans rogner sur les données des crêtes du signal périodique dominant, celui de la nutation libre du noyau. C'est pourquoi notre nettoyage est paramétré indépendamment pour chaque série IVS et vérifié à l'œil systématiquement pour s'assurer de la suppression des points escomptés.

Nous considérons comme aberrants les points qui s'éloignent de la moyenne globale de plus d'un coefficient α fois l'écart type global de la série. Le coefficient α prend deux valeurs : α_{pre93} et α_{post93} ; car la différence de dispersion des données avant et après 1993 se ressent sensiblement. L'amélioration semble corrélée à la mise en place du système VLBI Mark III qui a permis de passer d'une acquisition de données de 4 Mbits/sec à plus de 200 Mbits/sec au cours des observations.

	AUS	BKG	CGS	GSF	IAA	IVS	OPA	SPU	USN	VIE
α_{pre93}	8.	8.	8.	9.	7.	5.	6.	3.	7.	5.
α_{post93}	4.	3.	3.	3.	3.	3.5	3.	3.	3.	2.7
...										
β	2.	2.5	2.7	2.7	2.5	4.5	2.5	2.2	2.7	2.3

Pour une élimination plus fine des points aberrants, les écart-types sont également estimés sur de courtes fenêtres, de sorte que les termes périodiques du signal ne masquent pas de données aberrantes durant le nettoyage de la série. Ainsi, sont considérés comme aberrants les points qui s'éloignent de la moyenne locale de plus d'un coefficient β fois l'écart type local. Par "local" nous signifions "sur une fenêtre de 250 jours dont le point analysé en est le centre". Durant tous les traitements, les moyennes et écarts types ont été calculés avec pondération. La figure 1.1 résume notre traitement des points aberrants.

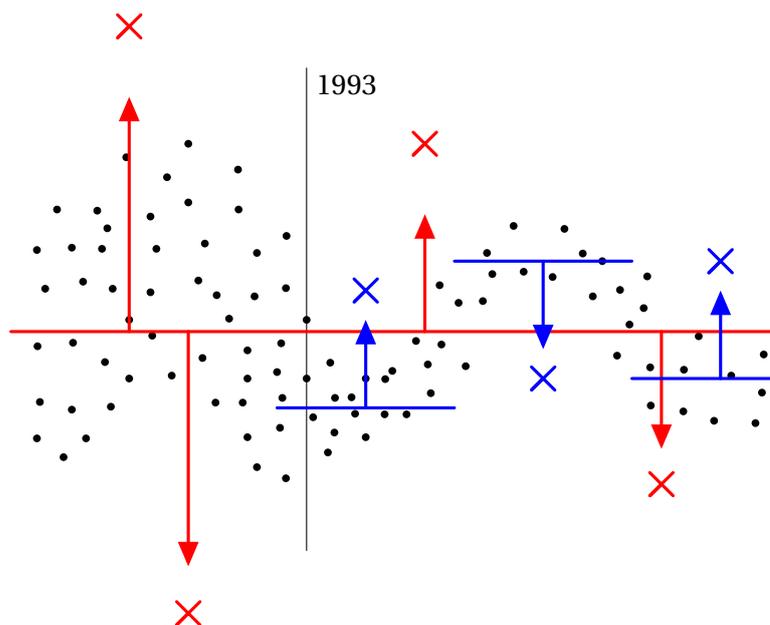


FIGURE 1.1 – Schématisation de l'élimination des points aberrants dans les séries de la nutation. Les flèches représentent les limites au-delà desquelles les données sont rejetées. Les croix représentent des données aberrantes par rapport à la série représentée par les points noirs **(en rouge)** Élimination à la moyenne globale ; **(en bleu)** Élimination à la moyenne locale

••• SECTION 1.2 •••

Comparaison des séries de l'IVS

.....

Les différentes séries temporelles de l'IVS représentent le même mouvement astro-géodésique : la précession-nutation. Or elles diffèrent car elles résultent de stratégies d'analyse différentes (voir section 1.1 précédente). Dans cette section, nous détaillons comment ces séries ont été inter-comparées dans le domaine du temps.

1.2.1 • Régularisation et synchronisation des dates des séries

Pour analyser les différences entre les séries de l'IVS, une interpolation des données a été exécutée au préalable pour faire correspondre les dates d'observations entre les séries. En effet, bien que les centres d'analyse se fournissent auprès des mêmes archives de données VLBI, à spécificité du traitement (choix des données à utiliser, traitement des points aberrants, et cetera) fait que les dates fournies pour les écarts aux pôles célestes ne sont pas strictement identiques. Cette étape est donc nécessaire même si elle cause une perte ou une distorsion de l'information.

Dans cette étude, l'interpolation s'effectue par moyenne sur fenêtre glissante. Dans cette mesure, toute l'information à des périodes plus faibles que la largeur de la fenêtre est perdue. Cette dernière doit donc être choisie judicieusement.

De plus, les observations VLBI sont irrégulièrement espacées. Dans le passé, les observations étaient beaucoup plus espacées qu'elles ne le sont actuellement. La largeur de la fenêtre doit être choisie en connaissance de cause. Trop grande et la perte d'information sera dommageable. Trop petite et l'interpolation ajoutera de l'information non physique.

1984 : Début de l'activité efficace du VLBI astro-géodésique

Il est donc nécessaire d'inspecter l'échantillonnage des séries afin de trouver une taille de fenêtre adéquate permettant leur comparaison optimale. L'échantillonnage de chaque série de l'IVS est caractérisé par la figure 1.2 où l'on représente le pas temporel entre deux valeurs successives en fonction de la date d'observation.

Bien que le pas de temps moyen prenne sa valeur entre 2 et 4 jours selon la série considérée, on remarque que les données inférieures à 1984 sont souvent espacées de plus de deux mois. Les prendre en compte poserait les problèmes détaillés plus haut dans le processus d'interpolation. D'ailleurs si certains centres donnent les valeurs de l'écart au pôle céleste à partir de 1984, c'est certainement pour éviter ce pas distendu. Nous avons donc suivi cette consigne pour démarrer notre interpolation.

Peu de temps mort supérieurs à 14 jours dans l'activité astro-géodésique du VLBI

Après cette date, les valeurs se rassemblent autour de coefficients entiers d'une journée. Cela s'explique par la durée commode des sessions VLBI, 24 heures. On remarque qu'un pas limite de 14 jours se dessine, laissant seulement quelques valeurs avec un délai de séparation plus long. Un pas de 28 jours inclurait la quasi-totalité des données et 42 jours, la totalité, évitant tout risque d'ajout d'information importune.

En résumé, nous modifions les séries de nutation de l'IVS par l'interpolation des données. La méthode utilisée est la moyenne pondérée sur une fenêtre glissante en forme de créneau, de taille 14 jours et déplacée par pas de 14 jours. Les données interpolées sont datées à l'époque du centre de chaque fenêtre. Seules les données originelles post-1984 sont considérées.

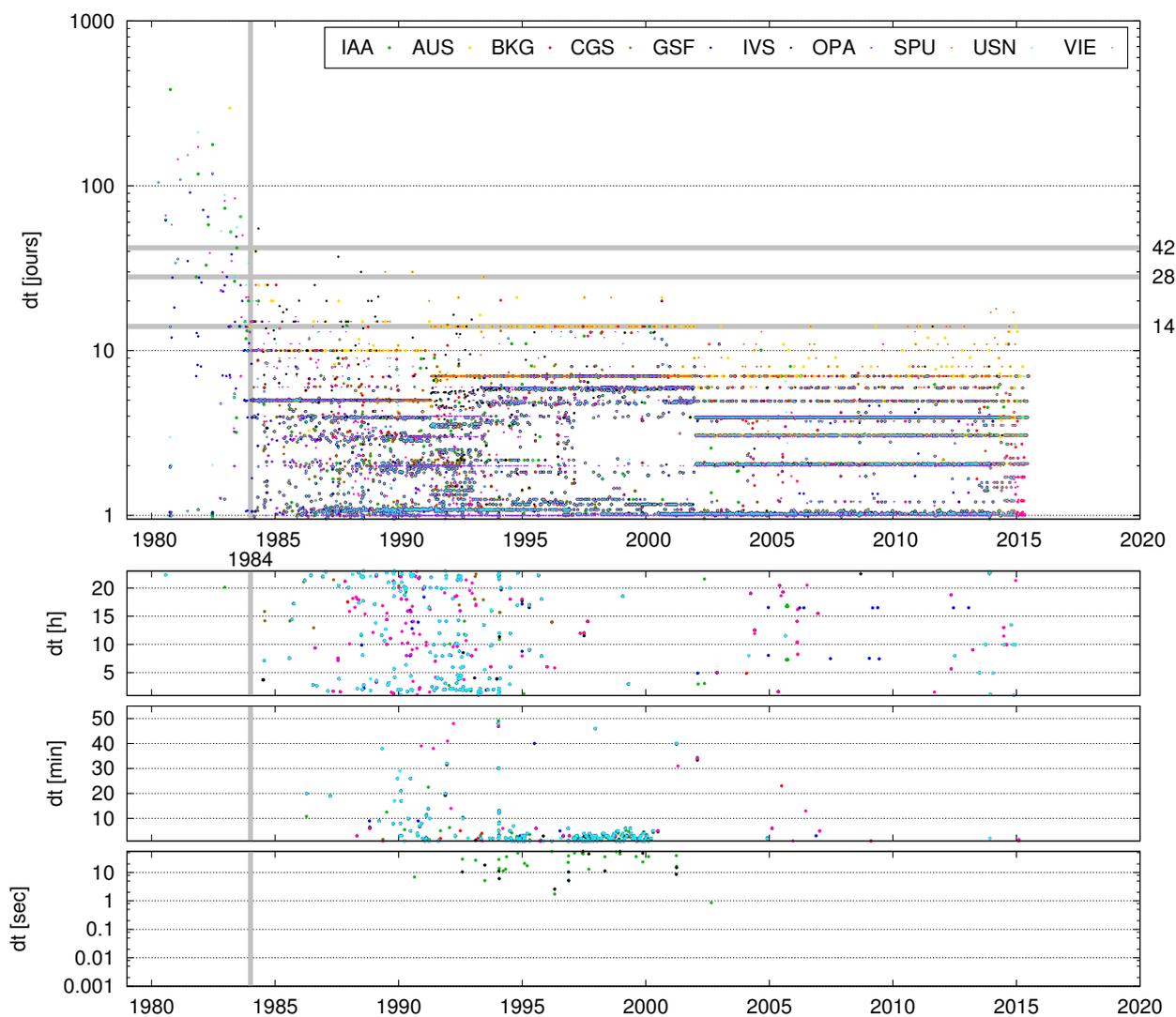


FIGURE 1.2 – Pas temporel en jours (puis heures, minutes ou secondes) entre deux valeurs consécutives dans les séries de nutation de l'IVS en fonction de la date d'observation. Les valeurs de 14, 28 et 42 jours sont des propositions de largeur de fenêtre pour l'interpolation. 1984 est la date choisie dans notre étude pour démarrer l'interpolation.

1.2.2 • Inter-comparaison des séries interpolées

Grâce aux séries interpolées, nous sommes en mesure de les comparer dans le domaine temporel.

Différence de paires des écarts aux pôles célestes

La figure 1.3 montre les différences dX et dY simultanément. Elle se structure en un quadrillage 10x10. Chaque centre d'analyse correspond à une ligne et une colonne. Ainsi, chaque intersection détermine la paire concernée par les différences exposées dans le graphe. Le triangle supérieur droit du quadrillage informe sur les différences entre les écarts au pôle céleste de deux séries données. Le triangle inférieur gauche informe sur ces différences rapportées au χ^2 , c'est-à-dire à la somme quadratique des deux erreurs formelles.

On remarque des dérives dans les écarts temporels. C'est le cas des différences à l'IAA, AUS et SPU. D'après la table 1.1 concernant les stratégies d'analyse, ces pentes sont la manifestation d'une dissimilitude des modèles de précession : IAU1976 pour AUS et SPU, qui ne présentent pas de dérive à leur comparaison, et IAU2000 pour IAA au lieu de IAU2006 pour toutes les autres. En faisant abstraction de cette dérive, les divergences entre les solutions restent bornées entre ± 0.1 mas.

Les valeurs des χ^2 , sauf rares exceptions, passent très peu sous la barre unitaire. Cela signifie que les écarts entre séries ne sont pas reflétés par les erreurs formelles issues des ajustements astrogéodynamiques, lesquelles sont trop faibles. Pour éviter cet écueil, plusieurs études proposent une recalibration des erreurs issues du VLBI au moyen d'un bruit de fond f et d'un facteur d'échelle s (e.g. Ma et al., 2009, $s \approx 1.5$; $f \approx 40 \mu\text{as}$) :

$$\sigma_{\text{recal}} = \sqrt{(s\sigma)^2 + f^2}$$

Ces valeurs sont ajustées afin de réduire le χ^2 à 1. Dans l'une des publications de cette thèse, de telles calibrations ont été opérées pour chaque centre d'analyse, produisant des bruits de fond entre 60 et 100 μas et des facteurs d'échelle entre 0.80 et 2.00 [Gattano et al., 2016].

D'autre part certaines études avancent l'explication de bruits corrélés dépendant des stations, corrélations non prises en compte actuellement dans les ajustements [Gipson, 2007, Romero-Wolf et al., 2012, par exemple], pour justifier d'erreurs trop faibles à la sortie des ajustements.

Différence à une référence choisie

Afin de permettre une comparaison plus détaillée, nous avons fait le choix d'une référence parmi nos dix solutions. On étudie alors les différences que présentent les neuf autres sous ce référent. Pour rappel, les séries sont les écarts au pôle céleste intermédiaire donné par le modèle de nutation en vigueur, MHB2000, ou IAU2000A [Mathews et al., 2002]. En choisissant une autre référence, on perd la comparaison au modèle admis, excepté pour la référence qui fera le lien.

Dans notre étude comparative, nous avons opté pour la combinaison de l'IVS [Böckmann et al., 2010] comme référent, qui se veut représenter au mieux les ERP, en tirant profit des avantages de chacune des solutions tout en atténuant leurs faiblesses. Nous précisons toutefois qu'à aucun moment nous ne décrétons la combinaison de l'IVS meilleure que les solutions des centres d'analyse dans la détermination de la nutation de la Terre.

La figure 1.4 montre cette comparaison à la combinaison IVS sur dX et dY . Tout d'abord, on y remarque l'amélioration de la qualité des données avec le temps. En effet, avant 1993, les données sont assez volatiles avec des barres d'erreur plus grandes, si bien que, lorsqu'on étudie la nutation, ces données passées sont sujettes à caution.

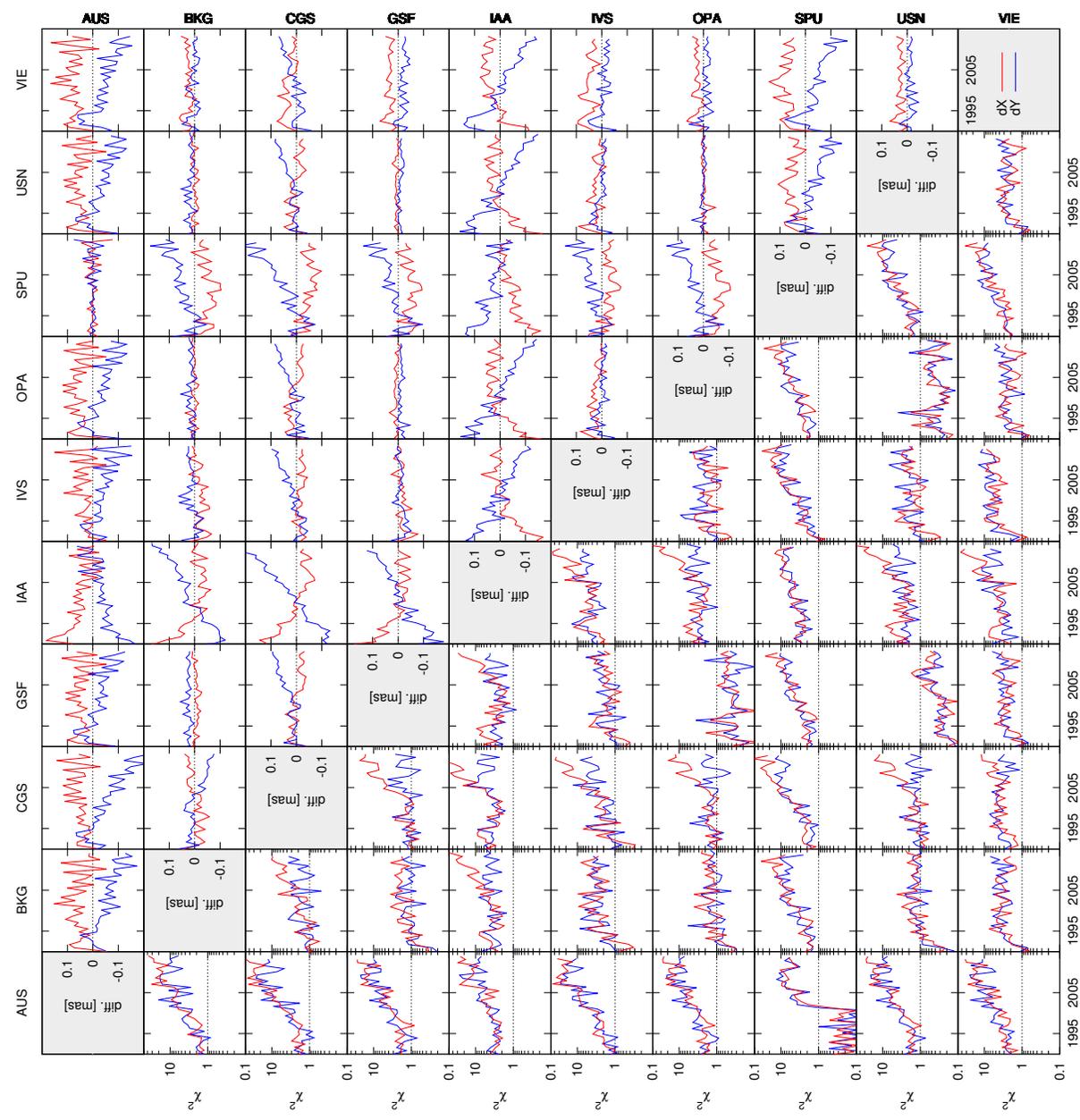


FIGURE 1.3 – Comparaison par paires des séries de nutation de l’IVS. Chaque centre d’analyse correspond à une ligne et une colonne. Chaque intersection détermine la paire concernée par les différences exposées dans le graphe. Le triangle supérieur droit informe sur les différences temporelles. Le triangle inférieur gauche informe sur ces différences rapportées au χ^2 . Toutes les valeurs sont calculées sur des fenêtres de largeur 280 jours. La composante dX est représentée en rouge et la composante dY en bleu.

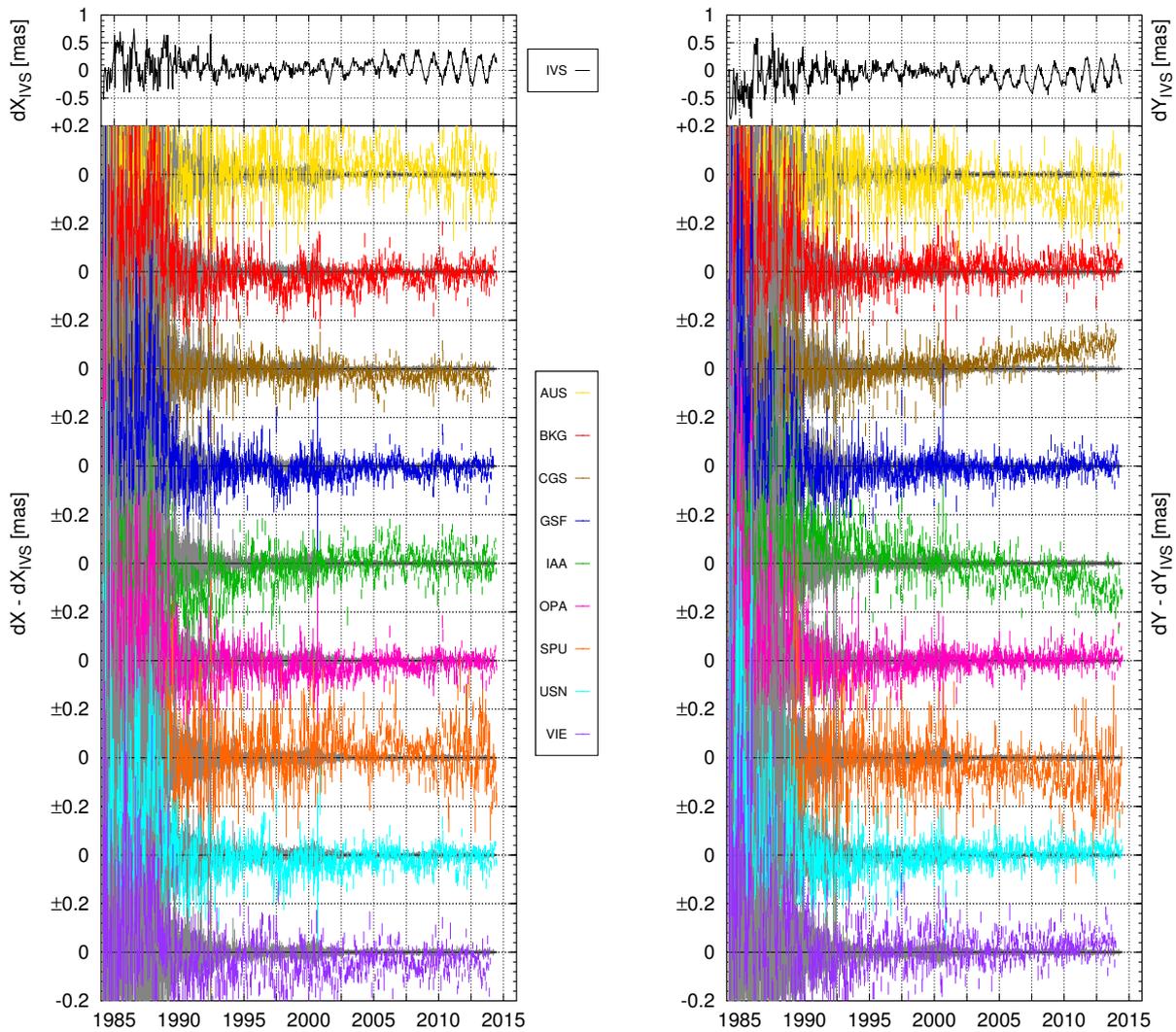


FIGURE 1.4 – Comparaison des séries de nutation de l’IVS par rapport à la solution combinée [Böckmann et al., 2010]. Le graphe de gauche représente la coordonnée céleste dX , le graphe de droite représente la coordonnée céleste dY . En noir et tout en haut est représentée la comparaison de l’IVS au modèle de précession-nutation en vigueur IAU2000A/2006 [Capitaine et al., 2005, Mathews et al., 2002]. Chaque graphique de couleur représente la différence entre la solution d’un centre d’analyse et cette solution combinée.

Un deuxième point est le désaccord entre les données, semblable aux divergences observées entre les χ^2 (figure 1.3). La précision s'affinant avec le temps, on voit apparaître des dates où les écarts à la série IVS sont significativement différents selon les erreurs formelles. Un exemple flagrant est la divergence entre l'IVS et l'ensemble BGK/GSF/OPA/USN en 1998 sur le paramètre dX . On y remarque une bosse négative de l'ordre d'une centaine de micro-seconde d'arc alors que l'erreur y est typiquement d'une trentaine de micro-seconde d'arc. Ce désaccord pourrait néanmoins disparaître en imposant un χ^2 unitaire.

Enfin, on remarque de nouveau l'effet de modèles de précession différents, c'est-à-dire des tendances linéaires, particulièrement visibles sur le paramètre dY . Toutefois, la tendance linéaire du CGS viendrait d'une autre raison, peut-être liée à la stabilité du repère de référence céleste [CRF] (voir le chapitre III) ou du repère de référence terrestre [TRF] choisis dans la stratégie d'analyse.

En résumé, les solutions de nutation des centres d'analyse de l'IVS dans le domaine temporel présentent des écarts de l'ordre de la centaine de micro-seconde d'arc qui se réduisent après 1993. Les barres d'erreurs ne justifiant pas ces différences, cela corrobore certaines études concluant à la sous-estimation des erreurs formelles fournies par les logiciels d'analyse VLBI et la nécessité de les rehausser par un bruit de fond et un facteur d'échelle.

1.2.3 • Comparaison spectrale des séries interpolées

Grâce aux séries interpolées, nous sommes également en mesure de comparer les écarts au pôle céleste dans le domaine spectral puisque des données régulièrement échantillonnées ne produisent pas d'artefact dans le spectre en deçà de la fréquence π/dt , où dt est le pas régulier des séries, et si l'échantillonnage en fréquence est bien choisi (voir annexe B).

La nutation est constituée d'oscillations périodiques provoquées par l'action des forces de marée luni-solaires, et, dans une moindre mesure, planétaires, sur le bourrelet équatorial. Il est donc utile de comparer les solutions dX , dY de l'IVS dans le domaine de Fourier afin d'estimer de possibles corrections à ces lames périodiques. Pour cela nous avons appliqué la transformée de Fourier discrète par dates compensées [Date-Compensated Discrete Fourier Transform ; DCDFT] (voir annexe B), version améliorée de la Transformée de Fourier [TF] par Ferraz-Mello [1981]. Les spectres des dix solutions respectant les conditions de Nyquist et de l'échantillonnage régulier (conditions pour éviter l'aliasing et l'effet stroboscopique) ont été regroupés dans la figure 1.5.

Concernant la nutation libre du noyau

Un premier constat est le pic dominant à la période constante de la nutation libre du noyau [Free Core nutation ; FCN] : -430.23 jours [Petit et al., 2010]. D'approximativement 120 micro-seconde d'arc, d'une série à l'autre, le pic est décalé soit à gauche, soit à droite de la période de référence. La raison n'est pas un effet limite de l'échantillonnage du spectre mais bien la conséquence d'une propriété intrinsèque à la FCN, la variabilité de sa période. Plus de détails seront donnés dans le chapitre 3.

Concernant les périodes multi-annuelles

En second lieu, sur les périodes plus longues, on remarque d'abord de fortes divergences, notamment autour de la période rétrograde de 18,6 ans. La moitié des spectres donnent l'illusion d'une composante en 15 ans mais cela n'est que l'effet de l'échantillonnage spectral. De plus, à des périodes

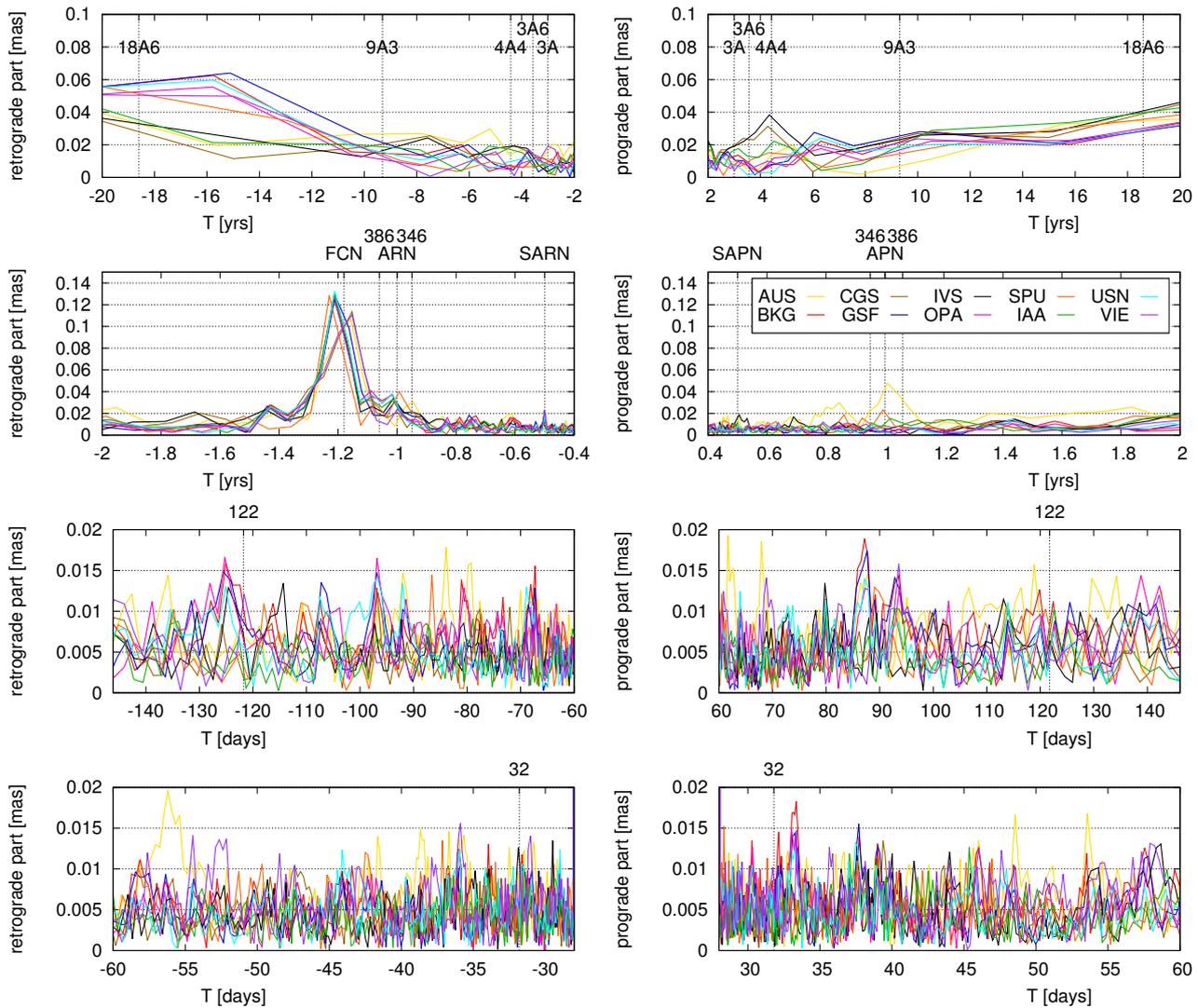


FIGURE 1.5 – Spectres de Fourier complexes des écarts au pôle céleste (dX, dY) fournis par les centres d'analyse de l'IVS. La colonne de gauche correspond à la partie rétrograde du signal, la partie de droite à sa partie prograde. Le spectre a été divisé en quatre :

- 1) de périodes supérieures à deux ans (première ligne),
- 2) de la période bi-annuelle à une période inter-annuelle (deuxième ligne),
- 3) d'une période de 5 mois à une période de 2 mois (troisième ligne)
- 4) de la période bi-mensuelle à la période mensuelle (quatrième ligne).

Les périodes des termes de nutation principaux ont été indiquées par des traits pointillés verticaux.

Elles sont référencées par un code :

18A6 = 18.6 ans ; idem 9A3, 4A4, 3A6, 3A ;

ARN = nutation annuelle rétrograde ; SARN = nutation semi-annuelle rétrograde ;

APN = nutation annuelle prograde ; SAPN = nutation semi-annuelle prograde ;

FCN = nutation libre du noyau.

aussi grandes, une différence dans la dérive de la série (liée au modèle de précession choisi, rappelons le) affecte grandement cette région spectrale, expliquant ainsi les disparités entre les solutions.

Ensuite, dans la partie prograde, un signal à environ 4-6 ans se détache, pouvant trouver son origine dans les fréquences luni-solaires de cette région spectrale - par exemple, provenant du modèle MHB2000 : 1095.18, 1305.48 et 1615.75 jours, soit respectivement environ 3, 3.6 et 4.4 ans (voir table 2.1) - ou être associé à la nutation libre de la graine [Free Inner Core Nutation ; FICN] d'après certaines études. Mais Dehant et al. [2005] estiment l'amplitude de la FICN à moins de 1 micro-seconde d'arc, un seuil inobservable, et [Rosat et al., sous presse] ont montré que la période de la FICN ne pouvait être contrainte par le VLBI.

Comportements isolés de série

Dans un troisième temps, on peut remarquer des comportements spécifiques pour certaines solutions faisant apparaître des fréquences que la plupart des autres ne présentent pas. Citons par exemple la solution australienne exhibant une nutation annuelle prograde, ou bien le CGS et l'IVS se détachant pour le terme prograde à 4,4 ans. D'autres exemples peuvent être trouvés, notamment dans les périodes infra-saisonnières. Mais le discernement entre signal physique et bruit devient très vite difficile.

Estimation de l'amplitude du bruit d'analyse

Pour finir, et comme nous l'avons fait dans le domaine temporel, on peut déterminer un écart typique entre les solutions sur les différentes régions du spectre, écart reflétant le bruit issu des stratégies d'analyse des centres pour les différents termes de nutation. Cet écart est de l'ordre de 40 micro-seconde d'arc [μas] aux périodes multi-annuelles, d'environ 20 μas pour les périodes comprises entre 1 et 5 ans, et pour les hautes fréquences, la dispersion inter-solutions s'amenuise à environ 10 μas .

Dans le chapitre suivant, l'analyse des séries des écarts au pôle céleste de l'IVS se poursuit. On explique comment, à partir de ces dernières, nous obtenons des corrections aux termes principaux du modèle de nutation, MHB2000. Ces corrections sont au jour des dernières observations VLBI et leurs erreurs sont déterminées à partir de la dispersion entre séries, traduisant de façon réaliste notre connaissance actuelle de la nutation de la Terre.

Chapitre 2

Corrections des termes de nutation du modèle

IAU2000A



Les paramètres de MHB2000 [Mathews et al., 2002], le dernier modèle de nutation adopté par l'IERS et l'UAI, ont été ajustés sur les observations VLBI antérieures au nouveau millénaire. Depuis, quinze ans de nouvelles observations se sont ajoutées à un rythme répété, s'accélégrant même ces dernières années. Ce sont autant de données supplémentaires qui nous permettent, aujourd'hui, d'affiner l'ajustement de la nutation de la Terre. Nous rappelons que dans MHB2000, 662 termes de nutation luni-solaires et 687 termes de nutation planétaires ont été pris en compte.

Sur un intervalle de 30 ans, la résolution spectrale est largement insuffisante pour discerner tous ces termes, seuls les plus grands pouvant faire l'objet d'une détermination. Dans ce chapitre, nous avons considéré les 21 premiers termes elliptiques, tels qu'ils sont donnés par MHB2000, ainsi qu'un terme circulaire supplémentaire associé à la nutation libre du noyau [Free Core nutation, FCN].

L'objectif consacré dans ce chapitre est de réitérer un ajustement semblable à celui réalisé par Mathews et al. pour avoir accès aux corrections des termes de nutation de leur modèle au jour des dernières observations VLBI.

Contents

2.1 Ajustement des observations VLBI	22
2.1.1 Modèle de variations des écarts aux pôles célestes	22
2.1.2 Ajustement par moindres carrés des termes de nutation	22
2.1.3 Analyse statistique des résultats	25
2.2 Analyse des résidus après correction	27
2.2.1 Constat sur la nutation libre du noyau	29
2.2.2 Constat sur les termes annuel et semi-annuel rétrogrades	29
2.2.3 Constat sur les termes rapides	29

••• SECTION 2.1 •••

Ajustement des observations VLBI

2.1.1 • Modèle de variations des écarts aux pôles célestes

Nous avons réalisé un ajustement par moindres carrés des 21 oscillations elliptiques¹ (voir table 2.1) et d'une oscillation circulaire à la période de la FCN, c'est-à-dire à -430.21 jours, afin d'obtenir les corrections du modèle de nutation en vigueur. L'ajustement s'est fait entre les années 1984 et 2015, en ayant pris soin de retirer les données aberrantes et sans avoir interpolé les données, comme expliqué dans le chapitre 1. Ainsi, aucune information n'aurait pu être malencontreusement ajoutée de notre part.

Le modèle à ajuster prend la forme :

$$X + i.Y = \left(A_{fcn} e^{i\phi_{fcn}} \right) e^{i\omega_{fcn}(t-t_0)} + \sum_{k=1}^{21} \left(\left(A_k^+ e^{i\phi_k^+} \right) e^{i\omega_k(t-t_0)+\phi_{k,0}^+} + \left(A_k^- e^{i\phi_k^-} \right) e^{-i\omega_k(t-t_0)+\phi_{k,0}^-} \right) \quad (2.1)$$

où t_0 est la date J2000.0; A_k sont les amplitudes respectives des termes de nutation; $\phi_{k,0}$ sont les phases théoriques de ces termes par rapport à J2000.0; et ϕ_k sont les déphasages observés.

2.1.2 • Ajustement par moindres carrés des termes de nutation

Les résultats de l'ajustement sont présentés dans la figure 2.1. Parmi les corrections, les plus importantes sont (en micro-seconde d'arc [μas]) :

- la FCN : $\sim 100\mu\text{as} \pm \sim 15\mu\text{as}$
- le terme de Nutation Annuel Rétrograde [NAR] : $\sim 45\mu\text{as} \pm \sim 15\mu\text{as}$
- les termes en 18.6 ans, prograde et rétrograde : $\sim 40\mu\text{as} \pm \sim 10\mu\text{as}$
- le terme semi-annuel rétrograde
- + le terme en 386 jours rétrograde
- + le terme en 347 jours rétrograde : $\sim 20\mu\text{as} \pm \sim 10\mu\text{as}$

On note aussi dans les courtes périodes :

- le terme à 27.5 jours rétrograde
- + les termes à 13.7 jours, prograde et rétrograde : $\sim 15\mu\text{as} \pm \sim 5\mu\text{as}$

qui se démarquent des autres termes ajustés aux périodes voisines avec des amplitudes presque doubles. Pour les termes suscités, les corrections de phases diffèrent de $\pm 30^\circ$ d'une série à l'autre.

Le signal correctif se manifeste majoritairement sur la partie rétrograde du spectre. Cela s'explique par la résonance de la nutation libre du noyau qui amplifie cette partie et donc son incertitude. En

1. Une oscillation elliptique résulte de la composition de deux ondes circulaires à la même période mais d'amplitudes et de phases potentiellement différentes, une onde dans le sens prograde et une dans le sens rétrograde.

Valeurs numériques théoriques des variables de Delaunay :

Variable	Fréquence		Période		Phase à J2000.0	
l	8328.69142457778	rad / siècle	27.55396136	j	2.35555561213	rad
$l_{\odot}(l')$	628.30195529444	rad / siècle	1.000026381	an	6.24006002952	rad
F	8433.46615703016	rad / siècle	27.21163961	j	1.62790513001	rad
D	7771.37714464397	rad / siècle	29.52995813	j	5.19846650158	rad
Ω	-33.75704460827	rad / siècle	-18.61296029	an	2.18243919690	rad

l	l_{\odot} (l')	F	D	Ω	Période [jours]	Sens	1	0	0	-2	0	-31.81	rétro
							-1	0	0	2	0	31.81	pro
0	0	0	0	1	-6798.38	rétro	-1	0	0	0	0	-27.55	rétro
0	0	0	0	-1	6798.38	pro	1	0	0	0	0	27.55	pro
0	0	0	0	2	-3399.19	rétro	-1	0	-2	2	-2	-23.94	rétro
0	0	0	0	-2	3399.19	pro	1	0	2	-2	2	23.94	pro
2	0	-2	0	-2	-1615.75	rétro	0	0	0	-2	0	-14.77	rétro
-2	0	2	0	2	1615.75	pro	0	0	0	2	0	14.77	pro
2	0	-2	0	-1	-1305.48	rétro	-2	0	0	0	0	-13.78	rétro
-2	0	2	0	1	1305.48	pro	2	0	0	0	0	13.78	pro
2	0	-2	0	0	-1095.18	rétro	0	0	-2	0	-2	-13.66	rétro
-2	0	2	0	0	1095.18	pro	0	0	2	0	2	13.66	pro
0	-1	0	0	-1	-386.00	rétro	1	0	-2	-2	-2	-9.56	rétro
0	1	0	0	1	386.00	pro	-1	0	2	2	2	9.56	pro
0	-1	0	0	0	-365.26	rétro	-1	0	-2	0	-2	-9.13	rétro
0	1	0	0	0	365.26	pro	1	0	2	0	2	9.13	pro
0	-1	0	0	1	-346.64	rétro	-1	0	-2	0	-1	-9.12	rétro
0	1	0	0	-1	346.64	pro	1	0	2	0	1	9.12	pro
0	0	-2	2	-2	-182.62	rétro	0	0	-2	-2	-2	-7.10	rétro
0	0	2	-2	2	182.62	pro	0	0	2	2	2	7.10	pro
0	-1	-2	2	-2	-121.75	rétro	-2	0	-2	0	-2	-6.86	rétro
0	1	2	-2	2	121.75	pro	2	0	2	0	2	6.86	pro

TABLE 2.1 – Liste des 21 termes elliptiques principaux de nutation et leur argument en fonction des variables de Delaunay, à savoir : l , l'anomalie moyenne de la lune ; l_{\odot} , l'anomalie moyenne du soleil ; F , l'angle entre le nœud ascendant de l'orbite lunaire sur l'écliptique et la lune ; D , l'élongation moyenne de la lune par rapport au soleil ; Ω , la longitude moyenne du nœud ascendant de la lune sur l'écliptique mesurée à partir de l'équinoxe de la date

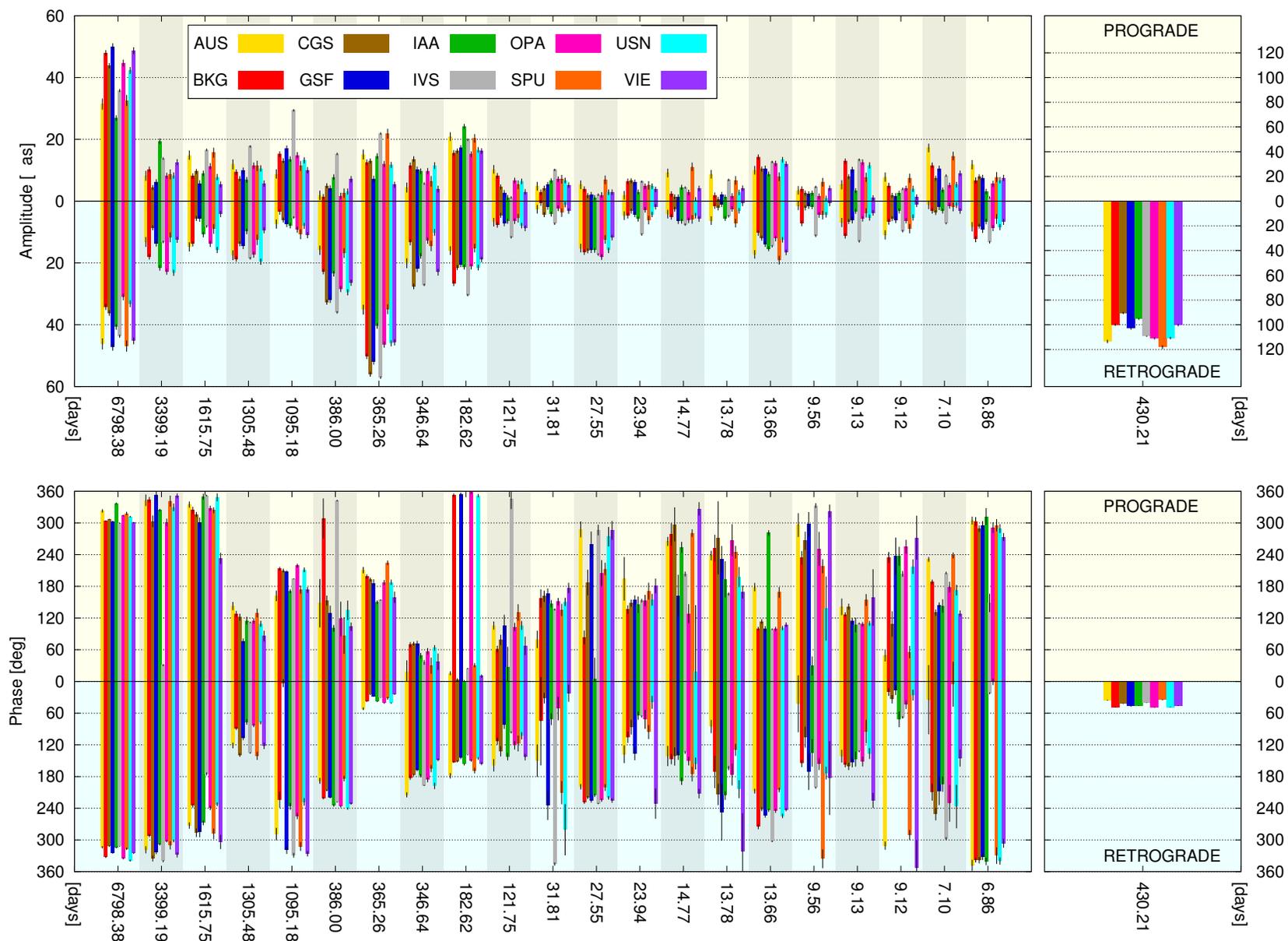


FIGURE 2.1 – Ajustement par moindres carrés des 42 termes de nutation principaux du modèle MHB2000 [Mathews et al., 2002] sur les solutions de nutation des centres d’analyse de l’IVS (voir le code couleur). La partie sur fond jaune des représentations en chandelle correspondent aux corrections des termes progrades, la partie sur fond bleu, celles des termes rétrogrades. Les corrections détachées sur la droite sont celles de la FCN à -430.21 jours.

effet, dans Mathews et al. [2002, equation (8)], la fonction de transfert $T(\sigma)$ qui permet de calculer la nutation de la terre non rigide à partir de la nutation d'une terre rigide [Souchay et al., 1999] présente une composante suivant chaque résonance liée à la structure interne de la Terre. En particulier, elle possède une composante proportionnelle à $1/(\sigma - \sigma_{fcn})$. De ce fait, plus un terme de nutation ajusté a sa période proche de celle de la FCN, plus l'effet de la fonction $T(\sigma)$ sera grand.

On sait de plus que le signal de la FCN varie (voir chapitre 3, plus particulièrement la figure 3.2). Il gagne en puissance depuis 2000, date de production du modèle MHB2000. L'amplification des corrections listées ci-dessus peut provenir d'une mauvaise estimation de la période de la FCN, qui serait non pas de -430.21 jours mais plus proche de -365.25 jours. En raison de leur corrélation avec la FCN, les termes voisins de cette dernière ont pu être sous-estimés à une époque où la FCN voyait son amplitude au plus bas. Toutes ces raisons justifieraient de la puissance accrue à -386 et -365 jours.

L'allongement de la durée d'observation par un facteur deux se répercute également sur les très longues périodes. En particulier, à la période de 18.6 ans, les observations vers 2000 ne couvraient qu'un seul cycle pour les plus longues. Aujourd'hui les estimations de ces termes sont plus fiables grâce à la connaissance de plusieurs cycles.

2.1.3 • Analyse statistique des résultats

Des corrections obtenues indépendamment pour chaque centre d'analyse, il est possible de dresser une analyse statistique. Nous n'avons pas pondéré les centres d'analyse comme cela est fait pour la combinaison de l'IVS [Böckmann et al., 2010]. L'ensemble des corrections obtenues et leurs statistiques sont reportées dans la table 2.2. Les valeurs statistiques sont représentées sur la figure 2.2.

On y trouve les valeurs moyennes et médianes (séparation 50%/50% de l'échantillon) en amplitude et en phase pour chacun des 42 termes circulaires luni-solaires ainsi que pour la FCN. Pour chaque terme, nous pouvons évaluer l'erreur par la valeur moyenne des erreurs formelles produites par les centres d'analyse (barres d'erreur en rouge sur la figure 2.2). Ces barres d'erreurs obtenues sont néanmoins beaucoup trop faibles pour expliquer la dispersion des corrections en raison de leur sous-estimation par les logiciels de traitement des observations VLBI comme on l'a vu précédemment.

C'est pourquoi on estime aussi l'erreur par :

- l'écart-type des corrections pour chaque terme de nutation (barres d'erreur en vert sur la figure 2.2)
- la borne supérieure du premier quartile (séparation 25%/75% de l'échantillon) et la borne inférieure du dernier quartile (séparation 75%/25%) des échantillons des corrections (rectangles vides bleus sur la figure 2.2)
- l'intervalle entre les valeurs minimale et maximale (barrettes bleues aux extrémités sur la figure 2.2)

Ces barres d'erreurs statistiques sont plus représentatives des déterminations actuelles des termes de nutation et rendent les corrections obtenues pour chaque centre cohérentes. La dernière méthode donne l'incertitude maximale.

En raison du faible nombre de centres impliqués (dix), une correction par la médiane et son incertitude donnée par les bornes supérieure et inférieure du premier quartile et du dernier quartile, respectivement, sont sans doute les estimations les plus réalistes. Ce sont celles-ci qui ont été retenues par [Gattano et al., 2016], néanmoins avec une FCN variable. Les valeurs publiées diffèrent donc de celles présentées dans la table 2.2.

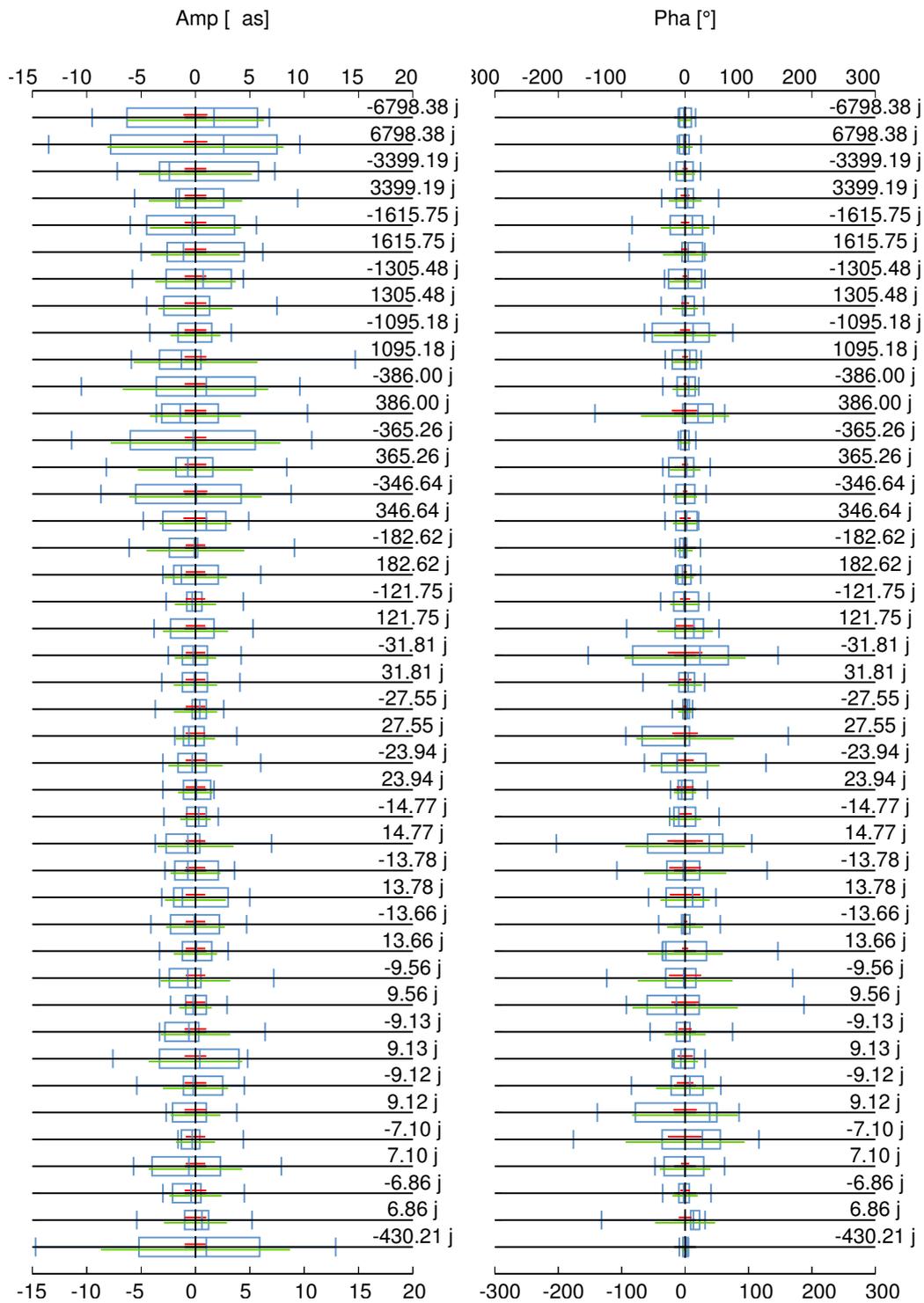


FIGURE 2.2 – Présentation des corrections statistiques de la table 2.2 sur l’amplitude en μas (**gauche**), et sur la phase en $^\circ$ (**droite**). Les valeurs sont données par rapport aux moyennes. En bleu sont représentées les décompositions en quartiles : 1^{er} quartile entre le minimum (barrette à gauche de la boîte) et le bord gauche de la boîte ; 2nd quartile entre le bord gauche et la médiane (barrette à l’intérieur de la boîte) ; 3^{ième} quartile entre la médiane et le bord droit de la boîte ; 4^{ième} quartile entre le bord droit et le maximum (barrette à droite de la boîte). Les moyennes des erreurs formelles issues des centres sont représentées en rouge, et les écarts-types des corrections pour chaque terme sont représentés en vert.

Periode		AUS	BKG	CGS	GSF	IAA	IVS	OPA	SPU	USN	VIE	Moy	Med	Rms	min	1st Q	Lst Q	max	MoyS
jours		[μ as/°]																	
-6798.38	Amp	46.2	34.2	36.2	47.3	40.7	43.7	31.0	46.9	33.2	45.2	40.5	42.2	6.3	31.0	34.2	46.2	47.3	1.1
	Pha	313.8	332.4	311.8	324.5	314.4	312.1	335.0	316.8	339.1	325.0	322.5	320.6	10.2	311.8	313.8	332.4	339.1	1.6
6798.38	Amp	31.4	47.9	43.8	50.0	26.9	35.8	44.7	32.6	42.3	48.7	40.4	43.0	8.1	26.9	32.6	47.9	50.0	1.1
	Pha	322.9	303.7	306.6	302.7	336.7	299.4	313.9	318.0	312.0	300.4	311.6	309.3	11.8	299.4	302.7	318.0	336.7	1.7
-3399.19	Amp	13.2	18.0	8.6	13.7	21.6	13.2	22.8	11.7	23.2	12.5	15.8	13.4	5.2	8.6	12.5	21.6	23.2	1.0
	Pha	318.6	291.8	335.1	322.6	308.1	340.3	302.0	310.2	301.8	328.4	315.9	314.4	15.8	291.8	302.0	328.4	340.3	4.2
3399.19	Amp	8.2	10.3	4.4	6.1	19.4	13.8	8.2	8.7	8.3	12.6	10.0	8.5	4.3	4.4	8.2	12.6	19.4	1.0
	Pha	-17.1	-16.2	-56.9	-7.4	-35.9	30.9	-59.0	-18.8	-30.5	-8.8	-22.0	-18.0	26.0	-59.0	-35.9	-8.8	30.9	7.1
-1615.75	Amp	14.8	13.8	5.6	5.7	10.8	8.2	13.8	9.0	15.8	4.2	10.2	9.9	4.2	4.2	5.7	13.8	15.8	1.0
	Pha	272.7	235.0	286.2	284.9	267.5	175.0	239.4	288.4	232.7	303.8	258.6	270.1	38.4	175.0	235.0	286.2	303.8	6.7
1615.75	Amp	14.9	8.1	9.6	5.8	9.0	16.6	11.3	15.7	7.8	5.4	10.4	9.3	4.1	5.4	7.8	14.9	16.6	1.0
	Pha	334.7	324.0	316.1	300.3	349.9	351.9	327.6	324.0	348.6	233.0	321.0	325.8	35.0	233.0	316.1	348.6	351.9	6.3
-1305.48	Amp	17.5	18.7	13.8	14.5	9.8	18.5	17.3	12.5	19.6	9.4	15.2	15.9	3.7	9.4	12.5	18.5	19.6	1.0
	Pha	121.2	89.0	139.2	107.0	76.8	135.4	83.2	140.7	78.3	121.8	109.3	114.1	25.8	76.8	83.2	135.4	140.7	4.2
1305.48	Amp	11.9	9.4	7.3	9.9	6.9	17.7	11.5	11.4	10.6	5.7	10.2	10.2	3.4	5.7	7.3	11.5	17.7	1.0
	Pha	142.6	127.7	121.7	75.6	115.2	111.7	114.0	129.5	109.1	85.9	113.3	114.6	20.0	75.6	109.1	127.7	142.6	6.4
-1095.18	Amp	7.4	3.5	6.1	7.4	7.9	5.3	9.2	10.7	8.0	11.0	7.7	7.7	2.3	3.5	6.1	9.2	11.0	1.0
	Pha	-71.2	-136.1	3.3	-41.2	-123.6	-31.0	-105.4	-47.5	-132.0	-33.9	-71.9	-59.3	49.3	-136.1	-123.6	-33.9	3.3	8.0
1095.18	Amp	8.8	15.2	13.1	17.0	13.6	29.4	14.9	11.4	13.2	10.0	14.7	13.4	5.7	8.8	11.4	15.2	29.4	1.0
	Pha	162.0	213.3	209.9	207.1	170.8	194.3	218.8	173.7	211.2	173.1	193.4	200.7	21.4	162.0	173.1	211.2	218.8	4.6
-386.00	Amp	15.9	22.8	32.7	31.9	23.5	36.0	28.4	16.8	29.5	26.4	26.4	27.4	6.7	15.9	22.8	31.9	36.0	1.0
	Pha	188.1	220.9	206.4	219.5	234.8	228.4	236.5	183.8	240.6	231.2	219.0	224.7	20.0	183.8	206.4	234.8	240.6	2.5
386.00	Amp	1.9	1.4	5.0	4.1	7.8	15.3	1.7	2.6	3.1	7.1	5.0	3.6	4.2	1.4	1.9	7.1	15.3	1.0
	Pha	148.0	-51.5	153.2	129.7	100.4	-17.7	118.3	86.8	134.6	103.7	90.6	111.0	69.6	-51.5	86.8	134.6	153.2	20.9
-365.26	Amp	35.1	50.2	56.0	51.9	40.4	57.1	46.4	35.0	46.0	45.7	46.4	46.2	7.8	35.0	40.4	51.9	57.1	1.0
	Pha	51.7	37.6	24.9	27.9	37.7	30.6	41.1	31.9	41.0	24.1	34.9	34.8	8.6	24.1	27.9	41.0	51.7	1.4
365.26	Amp	15.1	12.6	13.0	7.2	14.6	21.9	12.0	21.8	11.7	5.3	13.5	12.8	5.3	5.3	11.7	15.1	21.9	1.0
	Pha	210.5	198.6	193.0	185.3	149.9	154.1	187.4	224.6	187.7	159.3	185.0	187.6	24.3	149.9	159.3	198.6	224.6	5.1
-346.64	Amp	20.1	13.3	27.6	21.9	17.7	27.1	12.8	14.5	10.1	23.0	18.8	18.9	6.1	10.1	13.3	23.0	27.6	1.1
	Pha	214.6	182.0	176.9	167.2	178.7	196.8	186.2	164.9	197.8	148.4	181.4	180.3	18.9	148.4	167.2	196.8	214.6	3.8
346.64	Amp	4.4	11.5	13.6	10.1	9.7	5.7	9.7	6.4	11.5	3.9	8.7	9.7	3.3	3.9	5.7	11.5	13.6	1.1
	Pha	18.5	69.4	71.6	71.0	48.6	35.9	57.1	29.8	63.4	37.4	50.3	52.9	19.1	18.5	35.9	69.4	71.6	8.8
-182.62	Amp	16.0	26.6	21.5	20.5	21.3	30.4	21.2	15.2	21.5	18.9	21.3	21.2	4.5	15.2	18.9	21.5	30.4	0.9
	Pha	178.5	152.3	151.1	144.4	156.7	138.8	149.5	168.9	145.8	155.5	154.2	151.7	11.8	138.8	145.8	156.7	178.5	2.8
182.62	Amp	20.9	15.6	16.2	17.2	24.2	19.9	15.2	20.3	16.6	16.2	18.2	16.9	2.9	15.2	16.2	20.3	24.2	0.9
	Pha	15.5	-7.5	3.2	-5.4	0.8	24.5	-1.8	30.8	-8.5	10.2	6.2	2.0	13.7	-8.5	-5.4	15.5	30.8	3.0
-121.75	Amp	6.8	7.7	4.6	7.2	6.5	11.7	6.5	5.5	7.9	8.8	7.3	7.0	1.9	4.6	6.5	7.9	11.7	0.9
	Pha	158.6	113.0	132.2	82.3	142.1	96.4	120.8	117.5	102.8	143.4	120.9	119.2	23.6	82.3	102.8	142.1	158.6	8.0
121.75	Amp	10.3	8.2	4.6	2.7	1.2	1.2	6.7	5.3	6.4	3.0	5.0	4.9	3.0	1.2	2.7	6.7	10.3	0.9
	Pha	105.8	61.4	78.6	106.1	27.0	-15.1	103.3	130.5	106.1	67.4	77.1	90.9	44.0	-15.1	61.4	106.1	130.5	15.0
-31.81	Amp	2.6	0.6	4.4	1.9	4.2	7.3	2.3	3.7	1.1	3.2	3.1	2.9	1.9	0.6	1.9	4.2	7.3	0.9
	Pha	149.9	75.2	31.7	-125.3	71.4	-14.3	51.4	-149.6	-79.3	22.2	3.3	26.9	95.4	-149.6	-79.3	71.4	149.9	27.5
31.81	Amp	4.8	2.9	4.2	5.3	6.6	10.1	7.1	7.1	6.7	5.2	6.0	5.9	2.0	2.9	4.8	7.1	10.1	0.9
	Pha	79.5	157.3	161.1	165.9	147.0	136.2	151.0	135.3	150.5	176.9	146.1	150.8	26.6	79.5	136.2	161.1	176.9	10.0
-27.55	Amp	15.2	16.5	16.1	15.9	15.9	17.3	18.1	12.4	15.9	11.8	15.5	15.9	2.0	11.8	15.2	16.5	18.1	0.9
	Pha	199.2	228.8	219.8	226.0	215.7	231.1	224.9	200.7	220.2	225.3	219.2	222.6	11.1	199.2	215.7	226.0	231.1	3.5
27.55	Amp	5.3	3.9	1.8	2.1	1.2	2.1	2.0	6.9	2.9	2.9	3.1	2.5	1.8	1.2	2.0	3.9	6.9	0.9
	Pha	-72.3	83.5	-172.8	-101.1	5.2	-73.4	-155.5	-147.1	-86.0	-74.0	-79.3	-80.0	77.0	-172.8	-147.1	-72.3	83.5	20.0

TABLE 2.2 – continue sur la page suivante

Periode jours		AUS [$\mu\text{as}/^\circ$]	BKG [$\mu\text{as}/^\circ$]	CGS [$\mu\text{as}/^\circ$]	GSF [$\mu\text{as}/^\circ$]	IAA [$\mu\text{as}/^\circ$]	IVS [$\mu\text{as}/^\circ$]	OPA [$\mu\text{as}/^\circ$]	SPU [$\mu\text{as}/^\circ$]	USN [$\mu\text{as}/^\circ$]	VIE [$\mu\text{as}/^\circ$]	Moy [$\mu\text{as}/^\circ$]	Med [$\mu\text{as}/^\circ$]	Rms [$\mu\text{as}/^\circ$]	min [$\mu\text{as}/^\circ$]	1st Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Lst Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	max [$\mu\text{as}/^\circ$]	MoyS [$\mu\text{as}/^\circ$]
-23.94	Amp	4.7	4.7	3.2	4.3	5.8	10.8	2.8	6.1	4.3	1.8	4.8	4.5	2.5	1.8	3.2	5.8	10.8	0.9
	Pha	137.7	106.0	86.4	136.6	64.6	66.4	71.6	95.8	39.4	231.2	103.6	91.1	54.7	39.4	66.4	136.6	231.2	13.6
23.94	Amp	1.9	6.4	6.6	6.1	3.0	6.3	4.8	5.1	4.8	3.8	4.9	4.9	1.6	1.9	3.8	6.3	6.6	0.9
	Pha	194.2	136.1	148.1	154.1	145.1	153.0	153.2	171.0	154.7	180.8	159.0	153.6	17.7	136.1	148.1	171.0	194.2	13.5
-14.77	Amp	4.2	5.1	2.6	6.5	6.5	7.6	6.2	5.9	4.7	5.8	5.5	5.8	1.4	2.6	4.7	6.5	7.6	0.9
	Pha	141.1	147.0	142.0	140.4	189.0	134.4	150.7	175.4	155.3	212.4	158.8	148.8	25.4	134.4	141.1	175.4	212.4	10.6
14.77	Amp	9.1	2.3	1.4	1.3	4.5	4.4	2.8	11.1	0.4	4.1	4.1	3.4	3.5	0.4	1.4	4.5	11.1	0.9
	Pha	265.1	278.2	297.2	162.4	253.9	203.2	128.0	280.8	18.4	326.6	221.4	259.5	94.4	18.4	162.4	280.8	326.6	28.1
-13.78	Amp	6.3	1.6	2.2	1.0	5.6	4.9	2.5	7.1	3.1	0.7	3.5	2.8	2.3	0.7	1.6	5.6	7.1	0.9
	Pha	85.3	171.4	213.9	247.0	215.9	164.1	176.2	129.5	203.9	322.3	192.9	190.1	64.9	85.3	164.1	215.9	322.3	25.2
13.78	Amp	8.7	1.9	0.6	2.1	1.3	6.9	1.7	6.7	2.8	4.2	3.7	2.5	2.8	0.6	1.7	6.7	8.7	0.9
	Pha	238.2	251.9	271.7	231.7	193.3	165.5	267.4	244.7	197.5	169.2	223.1	234.9	39.0	165.5	193.3	251.9	271.7	24.0
-13.66	Amp	17.2	10.3	12.0	13.9	15.4	14.6	12.1	19.1	12.5	16.6	14.4	14.2	2.7	10.3	12.1	16.6	19.1	0.9
	Pha	207.6	275.0	241.6	253.8	243.9	302.6	244.5	205.3	254.5	242.6	247.1	244.2	28.5	205.3	241.6	254.5	302.6	3.7
13.66	Amp	10.0	14.2	10.4	10.6	8.8	12.7	12.2	7.9	13.4	12.0	11.2	11.3	2.0	7.9	10.0	12.7	14.2	0.9
	Pha	178.5	99.9	113.6	99.7	281.1	98.8	99.3	168.5	101.0	107.5	134.8	104.2	59.4	98.8	99.7	168.5	281.1	5.0
-9.56	Amp	1.5	7.2	2.2	1.6	1.8	11.2	4.5	4.5	4.4	0.7	4.0	3.3	3.2	0.7	1.6	4.5	11.2	0.9
	Pha	42.3	155.2	105.5	171.3	135.3	201.1	156.1	335.6	173.4	182.9	165.9	163.7	74.9	42.3	135.3	182.9	335.6	25.4
9.56	Amp	3.5	3.9	2.6	2.3	2.6	4.6	1.6	6.1	0.9	4.2	3.2	3.0	1.5	0.9	2.3	4.2	6.1	0.9
	Pha	-63.9	-125.8	-93.7	-62.7	29.4	-27.2	-109.2	-142.0	137.8	-37.6	-49.5	-63.3	83.1	-142.0	-109.2	-27.2	137.8	21.7
-9.13	Amp	6.9	11.2	6.6	6.2	3.3	13.0	5.7	3.8	5.3	3.8	6.6	6.0	3.2	3.3	3.8	6.9	13.0	1.0
	Pha	141.3	157.8	160.9	153.7	147.1	132.3	151.7	94.9	136.4	225.1	150.1	149.4	32.4	94.9	136.4	157.8	225.1	10.4
9.13	Amp	5.3	12.9	7.9	10.1	3.4	13.4	12.6	7.7	11.6	1.0	8.6	9.0	4.3	1.0	5.3	12.6	13.4	1.0
	Pha	141.3	126.9	141.5	114.0	106.9	109.6	108.2	154.2	109.9	158.9	127.1	120.5	20.3	106.9	109.6	141.5	158.9	12.0
-9.12	Amp	10.9	6.7	5.7	6.1	3.2	9.7	6.3	8.9	5.3	1.0	6.4	6.2	3.0	1.0	5.3	8.9	10.9	1.0
	Pha	-49.2	19.9	33.8	16.7	71.8	68.1	43.7	-69.2	25.9	-6.6	15.5	22.9	46.0	-69.2	-6.6	43.7	71.8	13.1
9.12	Amp	7.8	5.0	1.9	1.6	2.6	4.0	4.1	7.4	4.0	1.3	4.0	4.0	2.3	1.3	1.9	5.0	7.8	1.0
	Pha	48.6	234.6	108.7	237.1	236.9	203.7	255.0	55.7	217.2	272.1	187.0	225.9	83.6	48.6	108.7	237.1	272.1	18.4
-7.10	Amp	1.2	3.1	3.7	2.0	3.2	7.2	1.5	1.9	1.3	3.2	2.8	2.5	1.8	1.2	1.5	3.2	7.2	0.9
	Pha	34.5	209.6	250.9	207.4	194.3	297.6	230.5	5.2	236.7	145.0	181.2	208.5	93.9	5.2	145.0	236.7	297.6	27.2
7.10	Amp	17.2	11.6	7.4	10.6	3.6	8.3	5.1	14.6	5.3	9.0	9.3	8.7	4.3	3.6	5.3	11.6	17.2	0.9
	Pha	231.0	188.3	130.3	144.5	142.9	205.4	178.6	238.5	172.8	128.6	176.1	175.7	40.0	128.6	142.9	205.4	238.5	6.6
-6.86	Amp	8.3	12.3	8.1	9.3	6.6	13.3	8.7	5.8	8.4	6.7	8.8	8.4	2.4	5.8	6.7	9.3	13.3	1.0
	Pha	-11.9	-21.9	-21.5	-28.3	-19.5	22.4	0.5	-30.4	-20.0	-53.7	-18.4	-20.8	19.9	-53.7	-28.3	-11.9	22.4	7.4
6.86	Amp	11.8	6.7	7.9	7.5	3.1	1.2	5.6	7.8	6.8	7.5	6.6	7.2	2.9	1.2	5.6	7.8	11.8	1.0
	Pha	304.5	303.0	289.1	295.8	311.9	148.6	291.3	295.6	289.3	273.4	280.3	293.5	47.4	148.6	289.1	303.0	311.9	10.1
-430.21	Amp	113.5	100.0	90.5	103.0	95.3	109.3	111.1	118.1	110.8	100.3	105.2	106.2	8.7	90.5	100.0	111.1	118.1	1.0
	Pha	35.7	49.0	42.0	47.0	45.8	40.5	49.4	34.8	48.7	46.0	43.9	45.9	5.4	34.8	40.5	48.7	49.4	0.5

TABLE 2.2 – Tableau des corrections statistiques aux principaux termes du modèle MHB2000 [Mathews et al., 2002] calculées à partir des valeurs obtenues pour les différents centres d’analyse de l’IVS. Elles comprennent les valeurs moyenne, médiane, minimale et maximale. Des intervalles d’incertitude peuvent être obtenus par l’écart type, les premier et dernier quartiles ou la moyenne des erreurs σ produites par les centres.

••• SECTION 2.2 •••

Analyse des résidus après correction

.....

Pour estimer la validité d'un tel ajustement, nous reconstituons la résultante des corrections ajustées dans le domaine du temps et analysons les résidus correspondants. Ils sont présentés en figure 2.3 sous forme de séries et en figure 2.4 sous forme de spectres complexes.

2.2.1 • Constat sur la nutation libre du noyau

Un premier constat est l'amplitude des résidus, de l'ordre du modèle ajusté, indiquant que ce dernier décrit mal les observations. On observe une périodicité flagrante se caractérisant par un pic rémanent à la période de la FCN et d'amplitude équivalente à celle du modèle. Ce terme géophysique est donc toujours présent malgré la suppression de sa composante constante.

En effet, comme on le sait depuis plus d'une décennie, la nutation libre du noyau présente une modulation en amplitude, à hauteur de près de 100% (voir annexe C sur la modulation des signaux) ainsi qu'une variation de phase approximativement linéaire par morceaux à laquelle se superposent des perturbations non linéaires. Pour n'en citer que quelques uns, voici des modèles empiriques trouvés dans la bibliographie décrivant les variations de la FCN : [Belda et al. \[2016\]](#), [Krásná et al. \[2013\]](#), [Lambert and Dehant \[2007\]](#), [Malkin \[2013b\]](#).

2.2.2 • Constat sur les termes annuel et semi-annuel rétrogrades

Dans le même ordre d'idée, on remarque la persistance des pics aux périodes annuelle et semi-annuelle rétrogrades. Comme pour la FCN, cet effet peut trouver son explication dans la variabilité de ces deux termes. Dans le chapitre 4, nous étudierons la possibilité d'une variabilité du plus important des deux, le terme de la nutation annuelle rétrograde.

2.2.3 • Constat sur les termes rapides

D'autre part, les ajustements des termes de nutation de périodes inférieures à 150 jours, qu'ils soient progrades ou rétrogrades, sont de l'ordre du bruit, c'est-à-dire de la dizaine de micro-seconde d'arc (figure 2.4, deux dernières lignes). Ainsi, soit les valeurs produites pour ces termes ne sont pas pertinentes, soit il est nécessaire de prendre en compte un nombre beaucoup plus important d'ondes de nutation pour diminuer le niveau de bruit (qui donc n'en serait pas un).

Cette dernière hypothèse ne sera pas traitée dans le cadre de cette thèse, bien qu'un algorithme de périodogramme basé sur les travaux de [Foster \[1995\]](#) utilisant la DCDFT de [Ferraz-Mello \[1981\]](#) permettrait de réaliser un tel travail. De plus, procéder de la sorte poserait alors la question de comment décorréler les termes ajustés entre eux. Le chapitre 4 expose ce problème entre la FCN et le terme annuel rétrograde et montre la complexité du travail.

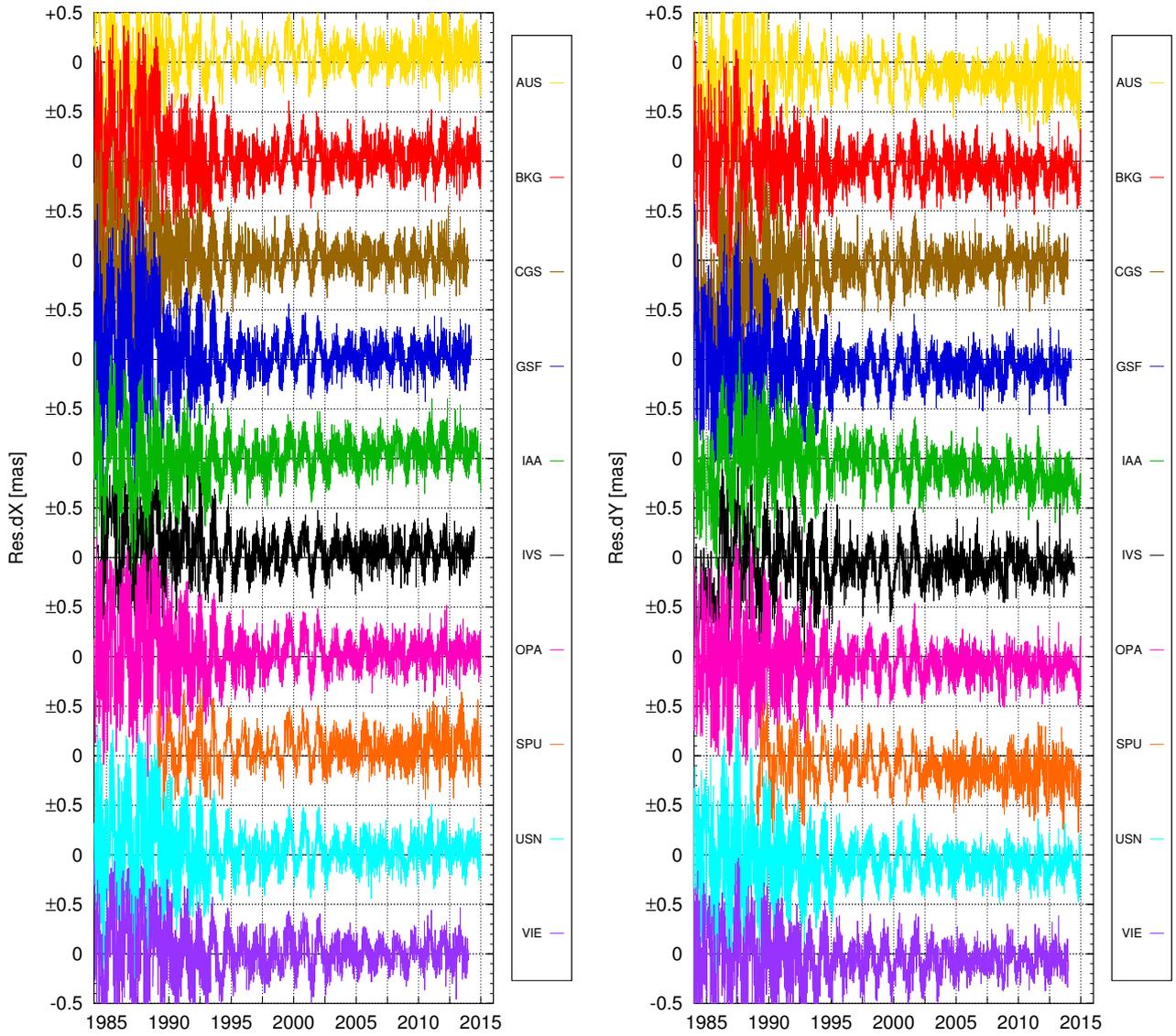


FIGURE 2.3 – Résidus de l’ajustement de 43 ondes circulaires, 42 à des fréquences luni-solaires et une à la fréquence de la FCN, sur les séries des écarts au pôle céleste de l’IVS. (**À gauche**) la composante dX (**À droite**) la composante dY .

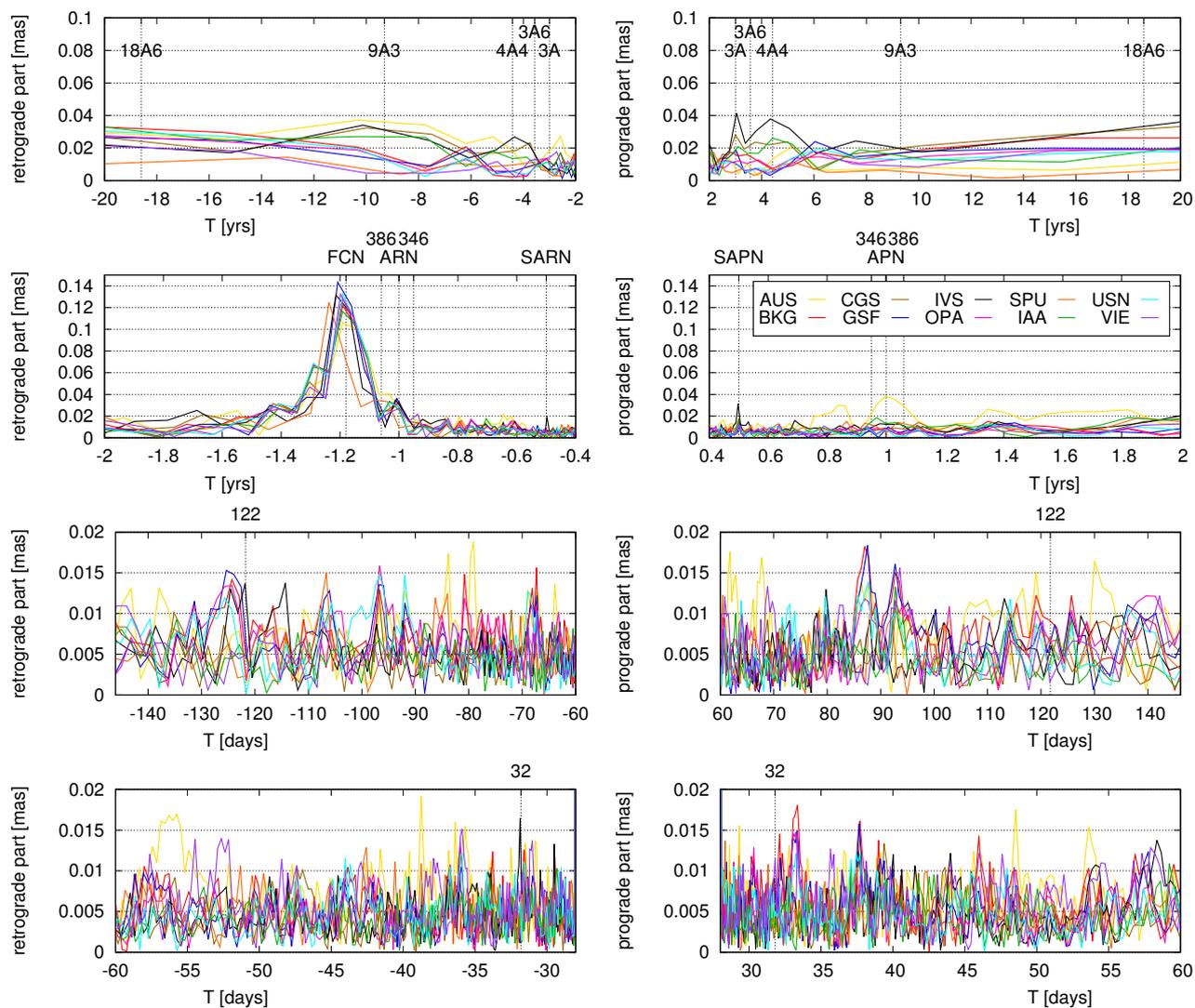


FIGURE 2.4 – Spectres de Fourier complexes des résidus de nutation après ajustement de 43 ondes circulaires constantes en amplitude et en phase, 42 à des fréquences luni-solaires et une à la fréquence de la FCN. Les spectres sont au nombre des séries de l'IVS traitées, lesquelles sont identifiées par une couleur donnée. Ils sont éclatés en quatre bandes spectrales renseignées par les abscisses.

Conclusion

.....

À travers ce chapitre, nous avons déterminé les corrections à apporter aux modèles MHB2000, fournies par la quinzaine d'années d'observations supplémentaires du VLBI. L'analyse de ces corrections a révélé une puissance accrue dans la partie rétrograde du spectre. Cet effet est probablement relié aux variations du terme induisant une résonance qui régit cette région spectrale, la nutation libre du noyau.

L'analyse des résidus a exposé le problème de la variabilité de ce terme géophysique. Elle a aussi révélé une possible variabilité du terme de la nutation annuelle rétrograde. Ces variabilités seront traitées dans les deux chapitres suivants, 3 pour la FCN et 4 pour la NAR. La recherche du fenêtrage optimal pour l'ajustement de ces deux termes nous amènera finalement à nous questionner quant aux limites de l'utilisation des moindres carrés dans le cas de l'ajustement de la nutation, la méthode utilisée couramment dans ce domaine, et notamment pour le dernier modèle adopté par l'UAI : MHB2000 [Mathews et al., 2002].

Chapitre 3

La nutation libre du noyau et sa variabilité



Dans un modèle de Terre à 3 couches - graine solide déformable, noyau liquide, manteau élastique - la nutation libre du noyau [Free Core Nutation ; FCN] est un phénomène de résonance lié à la configuration du noyau fluide évoluant dans une cavité ellipsoïdale à l'intérieur du manteau. Une seconde résonance apparaît également, la nutation libre de la graine [Free Inner Core Nutation ; FICN], concernant cette fois la configuration de la graine déformable évoluant à l'intérieur du noyau fluide. Le développement d'un tel modèle de Terre interne a été largement suscité par les résultats du VLBI à partir de 1980 (se référer à [Herring et al.](#), [Mathews et al.](#) [1991], [Buffett et al.](#), [Herring et al.](#), [Mathews et al.](#) [2002], [Mound and Buffett](#) [2003], [Dehant et al.](#) [1993, 2005], [Koot et al.](#) [2008, 2010], [Rogister and Valette](#) [2009]).

Dans ce chapitre, nous traiterons les ajustements à la lumière de la première résonance, alors que la seconde, encore inobservable, ne sera pas traitée dans ce manuscrit. Dans un premier temps, nous déterminerons un terme de FCN à période constante, -430.21 jours, au moyen d'un ajustement par moindres carrés sur une fenêtre glissante. Puis nous envisagerons la possibilité de changements épisodiques de la période. Enfin, nous présenterons les limites de la méthode par moindres carrés pour la détermination de la variabilité d'une composante de nutation multi-fréquentielle.

Contents

3.1 Présentation du terme de nutation libre du noyau	34
3.1.1 Bref historique de nutation libre du noyau	34
3.1.2 Quelle origine de l'excitation de la nutation libre du noyau?	35
3.1.3 Analyse spectrale autour de la période de nutation libre du noyau	36
3.2 Variabilité de la nutation libre du noyau	37
3.2.1 Ajustement par moindres carrés	39
3.2.2 Analyse des résidus	43
3.3 Variation en fréquence de la nutation libre du noyau	46
3.3.1 Notions théoriques	46
3.3.2 Étude sur les séries opérationnelles de l'IVS	46
3.4 Défauts de la méthode des moindres carrés	50

••• SECTION 3.1 •••

Présentation du terme de nutation libre du noyau

.....

Le terme de nutation libre du noyau, associé à la résonance éponyme, provient d'une réponse à une excitation géophysique encore mal comprise : certaines études y voient l'action des océans et de l'atmosphère [Brzeziński and Nastula, 2002, Lambert, 2006, Vondrak and Ron, 2009], d'autres pointent l'action éventuelle des forces de marées luni-solaires à proximité de la fréquence de résonance.

3.1.1 • Bref historique de nutation libre du noyau

Ce terme géophysique se manifeste par un balancement de notre planète dans l'espace à une période d'approximativement 430 jours, période dont l'estimation a varié depuis la découverte de son existence [e.g. Herring et al., 1986a, Lambert and Dehant, 2007, Mathews et al., 2002, Rochester, 1962]. Certaines estimations sont même en désaccord et illustrent la complexité de la physique régissant ce terme.

La résonance, quant à elle, modifie les termes de nutation forcés aux fréquences planéto-luni-solaires. Les termes rétrogrades des séries de nutation sont particulièrement touchés, car la résonance opère dans ce sens. Ces termes, années après années, ont ainsi été corrigés au rythme des observations de plus en plus précises et des modèles de plus en plus détaillés : IAU1980 [Seidelmann, 1982], Herring et al. [1991], IAU2000 [Mathews et al., 2002], Vondrák et al. [2005], Malkin [2014].

Depuis le début du millénaire, on comprend que la FCN s'avère être un terme variable en amplitude et en phase [e.g. Lambert and Dehant, 2007, Malkin, 2004, Mathews et al., 2002], et/ou en fréquence [Gubanov, 2010]. Ce dernier point est cependant débattu. Cette variabilité est une des raisons pour laquelle la FCN n'a pas été incluse dans le modèle MHB2000 [Mathews et al., 2002] car aucune étude n'a pu la reproduire correctement ou identifier précisément son forçage géophysique. Encore aujourd'hui, les modèles disponibles restent empiriques, issus de l'ajustement aux observations par diverses méthodes :

- méthode des moindres carrés, pondérée ou non [Belda et al., 2016, Herring et al., 2002, Krásná et al., 2013, Lambert and Dehant, 2007, Vondrák et al., 2005]
- méthode de collocation [Gubanov, 2010]
- analyse en ondelettes [Malkin, 2004, 2007, 2013b, 2016]
- filtrage de Panteleev [Panteleev and Chesnokova, 2011, Bizouard, 2015 (discussion privée)]

À noter également que la résonance (non le terme) de nutation libre du noyau est également observable dans les ondes de marée gravimétriques diurnes mesurées par supraconducteur [Rosat and Lambert, 2009].

3.1.2 • Quelle origine de l'excitation de la nutation libre du noyau ?

Action des couches superficielles

La FCN pourrait trouver son origine par une excitation des couches superficielles, à savoir l'atmosphère ou l'océan, mais les travaux réalisés sur ce sujet n'ont pas été déterminants [de Viron et al., 2005, Dehant et al., 2005, Lambert, 2006, Zotov and Bizouard, 2015]. D'après ces études, les modèles atmosphériques et océaniques ne sont pas capables d'expliquer en totalité le signal de la FCN observé. Ainsi les modèles sont soit à améliorer, soit à jumeler avec d'autres phénomènes physiques.

Couplage à la CMB

Un mécanisme d'excitation de la FCN peut également résulter de l'existence d'un couplage à la frontière entre le noyau fluide et le manteau [Core-Mantle Boundary; CMB]. Mais les modèles d'interaction entre ces deux couches restent spéculatifs, puisqu'aucune observation directe de l'intérieur de la Terre n'est possible. On dénombre quatre types d'interaction qui peuvent agir de concert.

- Une première interaction est le couplage électromagnétique [Buffett, 1992, Buffett et al., 2002, Rochester, 1962]. Le noyau fluide ferreux est à l'origine d'un champ magnétique. S'il existe à la base du manteau une fine couche métallique - hypothèse corroborée par des expériences sur des mixtures de fer et de silicates à hautes pression et température - le noyau fluide, par une rotation relativement au manteau, va entraîner ce dernier par les forces électromagnétiques et l'entraîner avec lui.
- Une deuxième interaction possible est la friction [Gwinn et al., 1986, Herring et al., 1986a,b]. Si le fluide du noyau est visqueux, une force de friction se crée par rotation différentielle. Le manteau est alors entraîné par la rotation du noyau fluide.
- Une troisième interaction est le couplage topographique [Gwinn et al., 1986, Herring et al., 1986a,b]. Si on suppose que la CMB n'est pas dans un état d'équilibre hydrostatique (voire si cet équilibre est déformable) présentant ainsi des crêtes et des vallées dans le manteau anélastique, le fluide du noyau va exercer une pression supplémentaire sur les parois irrégulières en tournant relativement au manteau, l'entraînant ainsi dans son mouvement.
- La dernière interaction possible est gravitationnelle [Buffett, 1996, Mound and Buffett, 2003]. Le manteau de la Terre possède une répartition de matière présentant des anomalies de masse - anomalies déterminées par les modèles sismologiques. Les forces d'attraction gravitationnelle entre ces anomalies et le noyau fluide peuvent modifier les moments cinétiques des deux couches et induire un terme de nutation supplémentaire dans les séries planéto-luni-solaires.

Tous ces modèles de couplage à la CMB sont induits par une rotation différentielle entre les deux couches. Les attractions des corps célestes, notamment de la Lune et du Soleil sont à l'origine de cette rotation différentielle. Ces modèles de couplage permettent donc un échange de l'énergie issue des forces de marées et caractérisent une réponse géophysique au forçage luni-solaire.

On rappelle que ces modèles peuvent être également appliqués à la frontière entre le noyau fluide et la graine solide [Inner Core Boundary; ICB], tous deux ferreux. Cela suscite une recherche active du terme de la FICN résultant d'un tel mécanisme.

En résumé, la modélisation de la nutation de la Terre est très complexe. D'une part, les termes astronomiques forcés par l'attraction gravitationnelle du Soleil, de la Lune et des planètes sur une

Terre non sphérique et anélastique sont très nombreux. Ajoutée à cela, une structure en couches de propriétés et de composition différentes imputent des modes propres de rotation se transférant de l'énergie par diverses interactions. La nutation de la couche externe, le manteau, sur lequel nous faisons nos observations astronomiques, s'en trouve sensiblement perturbée.

Pour finir, les transports de masses des couches superficielles - c'est-à-dire l'atmosphère, les océans et les eaux continentales - encore mal modélisés aux échelles de temps diurnes vont induire une excitation qui peut modifier perceptiblement la nutation par rapport à celle escomptée en ne tenant compte que des termes astronomiques.

Dans ce chapitre, il n'est pas question de modéliser théoriquement la nutation. Notre contribution porte sur la détermination astro-géodésique de ce terme. Nous nous efforçons de la rendre aussi précise que possible en vue de son exploitation théorique.

3.1.3 • Analyse spectrale autour de la période de nutation libre du noyau

Avant même l'étude de la variabilité de la FCN, étudions ses caractéristiques spectrales d'après le spectre de la série combinée de l'IVS dressé en figure 3.1, centré sur -430 jours. On présente deux versions du même spectre :

- L'un satisfaisant la condition de Nyquist pour supprimer l'aliasing dû à l'échantillonnage régulier en 14 jours (issu du lissage) ainsi que la condition pour l'effet stroboscopique dû au caractère fini du signal.
- L'autre sur-échantillonné dix fois¹ mêlant détails du signal et artefacts.

Les spectres sont présentés en cycles/jours pour conserver la symétrie des composantes spectrales. Des détails sur la construction des spectres peuvent être trouvés dans l'annexe B.

Sur-échantillonnage spectral

L'intérêt d'un spectre sur-échantillonné et que, si l'on connaît les effets stroboscopiques dus au caractère fini de la série, nous pouvons reconnaître des détails réels, masqués habituellement en utilisant un échantillonnage spectral bien conditionné. Ces détails peuvent correspondre par exemple à la modulation d'une composante (voir annexe C).

Le terme de la FCN en est l'illustration. Le spectre présente un aspect complètement différent qu'il soit sur-échantillonné ou non. En respectant la condition de l'échantillonnage, on ne distingue qu'un seul pic dont la position peut différer d'un centre à l'autre. En particulier, cette position diffère de la valeur de référence -0.85 cycle/an. Toutefois, lorsqu'on sur-échantillonne le spectre, le pic se dédouble systématiquement, voir se divise en quatre. À la valeur de référence, ce n'est plus un pic, mais un creux qui apparaît. Les deux pics principaux sont quant à eux placés symétriquement de part et d'autre de cette valeur. Cette caractéristique est explicable par une modulation en amplitude du signal à la fréquence de référence (voir annexe C).

1. La théorie de Fourier (voir annexe B) implique pour chaque signal une fréquence maximale, la fréquence de Nyquist, et une fréquence minimale équivalent à un cycle sur la durée d'observation. Cette fréquence est également le pas de l'échantillonnage régulier du spectre, c'est-à-dire que l'on analyse uniquement les fréquences qui présentent un nombre entier de cycles dans la fenêtre d'observation. Cet échantillonnage régulier permet ainsi d'éviter des artefacts par effet stroboscopique. Mais il est possible de sur-échantillonner le spectre en considérant un pas de fréquence plus petit que celui imposé par la théorie.

Disposition spectrale autour de la nutation libre du noyau

La configuration de la disposition des pics et de la valeur du creux nous permettent de remonter à la période de modulation, au pourcentage de modulation et à l'amplitude du signal. Dans le cas de la FCN, le creux quasi-nul à la valeur de référence nous indique que la modulation approche les 100% pour un signal sans composante constante. La valeur de l'amplitude du signal est alors donnée par la somme des pics symétriques, c'est-à-dire approximativement $2 \times 0.12 = 0.24$ mas. À noter toutefois que les amplitudes des pics symétriques sont théoriquement identiques. Ici, les deux amplitudes diffèrent légèrement.

La période de modulation est, quant à elle, donnée par l'écart entre la valeur de référence et les pics symétriques. Pour cela, nous avons groupé dans la table 3.1 les positions des deux ou quatre pics entourant la FCN pour l'ensemble des dix séries. On obtient un écart moyen de 0.02 cycle par an pour le couple principal et de 0.06 cycle par an pour le couple secondaire, donnant lieu respectivement à une modulation en 50 ans avec un intervalle de confiance [40-67] ans, et 16.7 ans avec un intervalle de confiance [15.4-18.2] ans.

La période de 50 ans est difficile à confirmer en l'état actuel de l'intervalle d'une trentaine d'années couvert par le VLBI. Mais une modulation en amplitude en 17 ans est théoriquement détectable dans ces observations.

La modulation n'est toutefois pas la seule explication pour ce dédoublement ou quadruplement. Si l'on considère que le terme de la FCN varie également en fréquence, chaque pic pourrait être susceptible de correspondre à l'une des fréquences du signal ou à la façon dont varie la fréquence. La section suivante permettra de répondre à cette question au moyen d'un ajustement de la FCN par moindres carrés sur fenêtre glissante.

••• SECTION 3.2 •••

Variabilité de la nutation libre du noyau

.....

Nous reprenons le principe de l'ajustement établi en chapitre 2, section 2.1 et formulé en équation 2.1, mais en ajustant au préalable un signal rétrograde variable - au moyen d'une fenêtre glissante - à la période de la FCN, soit -430.21 jours d'après la note technique de l'IERS de Petit et al. [2010]. Une fois la FCN ajustée et retirée des séries de l'IVS, nous estimons sur la totalité des données, de 1984 à 2015, des corrections aux termes de nutation luni-solaires et à la FCN.

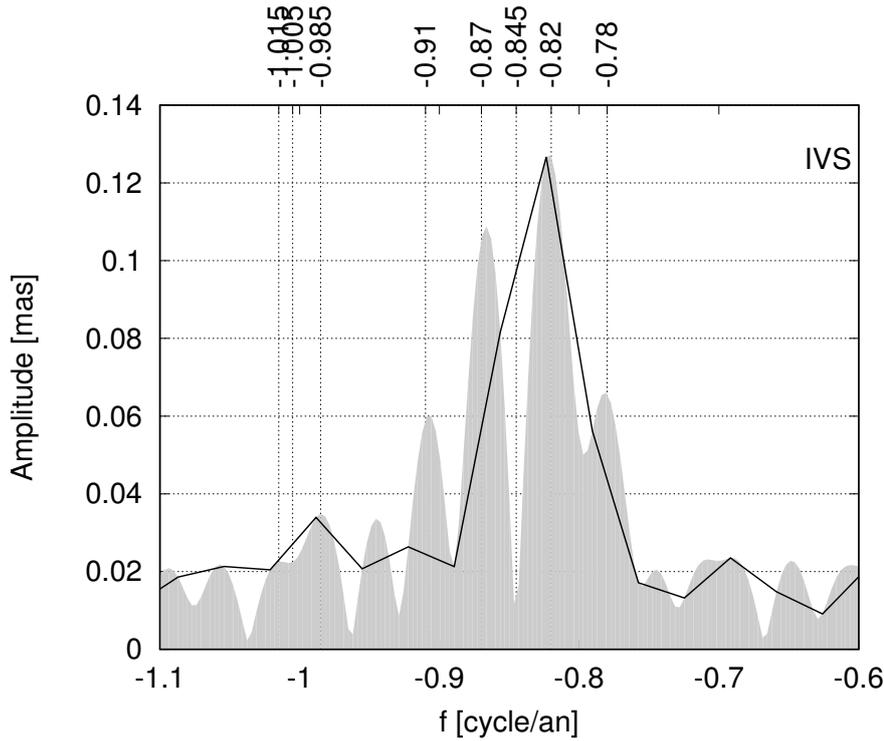


FIGURE 3.1 – Spectre de la série combinée des écarts au pôle céleste de l'IVS balayant la bande spectrale $[-1.1, -0.6]$ cycle/an. La courbe foncée non remplie présente le spectre respectant les conditions de Nyquist et de l'échantillonnage; La courbe remplie opaque présente le spectre sur-échantillonné dix fois. Les spectres obtenus à partir des séries des neufs centres d'analyse de l'IVS sont semblables à celui-ci.

	2 nd pic à gauche [cycle/an]	1 ^{er} pic à gauche [cycle/an]	creux [cycle/an]	1 ^{er} pic à droite [cycle/an]	2 nd pic à droite [cycle/an]
AUS	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.795
BKG	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.785
CGS	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.785
GSF	-0.910	-0.870	-0.845	-0.825	-0.785
IAA	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.785
IVS	-0.910	-0.870	-0.845	-0.820	-0.780
OPA	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.785
SPU	-0.915	-0.865	-0.845	-0.815	???
USN	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.785
VIE	-0.910	-0.870	-0.845	-0.825	-0.785
moy	-0.905	-0.865	-0.845	-0.825	-0.785

TABLE 3.1 – Positions du minimum et des deux couples de pics symétriques dans la région spectrale de la FCN. Les positions sont obtenues à partir des spectres sur-échantillonnés des séries d'écarts au pôle céleste de l'IVS

3.2.1 • Ajustement par moindres carrés

Concernant la nutation libre du noyau

La figure 3.2 représente les résultats du pré-ajustement de la FCN pour chacune des séries de l'IVS sur une fenêtre glissante d'une taille de 2.35 ans, soit environ deux fois la période de la FCN pour en assurer ce nombre d'onde. Cette fenêtre est décalée de 0.2 an sur tout l'intervalle d'observation, produisant des amplitudes et phases corrélées avec les estimations voisines, mais permettant un échantillonnage correct afin de visualiser les variations de ces deux paramètres du signal de la FCN jusqu'à des composantes inter-annuelles.

Les résultats reproduisent ceux obtenus par la majorité des études récentes [e.g., Belda et al., 2016, Lambert, 2006, Malkin, 2016]. Ils montrent une variation de l'amplitude de la FCN entre 50 micro-secondes d'arc (en 2000) et 300 micro-secondes d'arc (en 1990 et 2013). À partir de 1995, l'amplitude présente une oscillation pseudo-périodique entre 4 et 8 ans. Un spectre de l'amplitude de ces oscillations (figure 3.3) fait apparaître les périodes 4 et 7.5 ans. Néanmoins, l'estimation de ces périodes est assez imprécise en raison de l'échantillonnage spectral "bien conditionné". Malkin [2016] corrèle ces oscillations avec des sursauts dans l'intensité du champ magnétique de la Terre. Dans le chapitre suivant, nous émettrons l'hypothèse que ces oscillations sont en fait une contamination par le terme annuel rétrograde.

La phase peut être assimilée à une fonction linéaire par morceaux sur laquelle se superpose de plus petites variations. Par la suite et en raison du principe que $\omega = \frac{d\phi}{dt}$, nous supposons que ces variations linéaires de la phase sont des changements de la fréquence de nutation libre du noyau.

Concernant les 42 ondes circulaires

Sur la base des résidus de ce pré-ajustement, les corrections aux 42 termes circulaires de nutation définis en table 2.1 ont été estimées par un ajustement similaire à celui présenté en section 2.1 et dont le modèle à ajuster est formulé en équation 2.1. Les corrections sont présentées en figure 3.4.

Nous présentons également dans la table 3.2 les corrections statistiques obtenues de la même façon que celle décrite dans le chapitre 2. Cette table rappelle également les valeurs obtenues pour l'ajustement présenté dans ce précédent chapitre afin d'en faire une comparaison. Les ajustements diffèrent par le traitement de la nutation libre du noyau, l'un considérant son signal comme constant et l'autre comme variable.

On remarque que les corrections obtenues sur les différents termes principaux du modèle de nutation sont similaires à quelques micro-secondes d'arc près. Les très courtes périodes présentent des différences légèrement plus grandes entre les deux ajustements ainsi que les composantes ayant une période de l'ordre de grandeur de celle de la FCN.

Cependant, trois termes de nutation diffèrent notablement (entre 15 et 40 μs) : le terme à 386 jours rétrograde, le terme annuel rétrograde et le terme à 347 jours rétrograde. Les différences sont de l'ordre de grandeur de leurs corrections, produites dans le chapitre précédent, si bien que dans l'ajustement considérant la FCN variable, les corrections ajustées sont insignifiantes par rapport aux erreurs formelles.

La raison est flagrante. Cette différence est due à la proximité de ces termes à la période de la FCN. L'ajustement préalable de la FCN a complètement absorbé la puissance du signal à ces fréquences pour l'attribuer aux variations de la FCN. Ainsi en ce sens, la figure 3.2 peut être légèrement erronée.

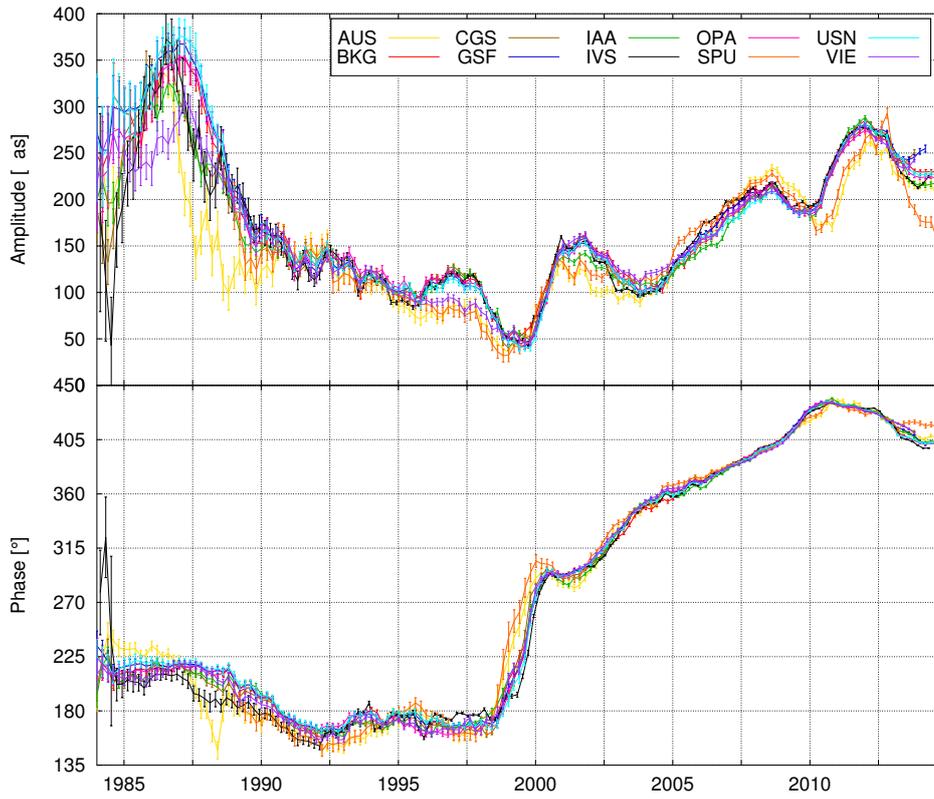


FIGURE 3.2 – Ajustement de la FCN par moindres carrés au moyen d'une fenêtre glissante sur les séries de précession-nutation des différents centres d'analyse de l'IVS. La fenêtre fait 2.35 ans de largeur et se déplace de 0.2 an. Sur le graphe du haut est représenté l'amplitude de la FCN, sur le graphe du bas la phase.

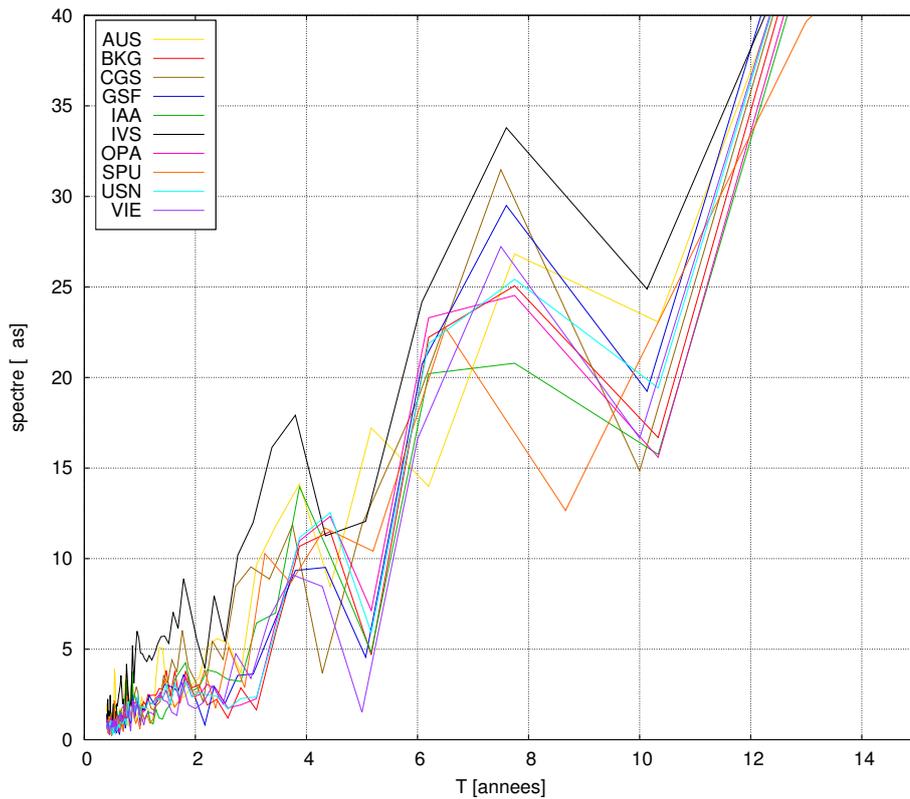


FIGURE 3.3 – Spectre du terme ajusté de la FCN

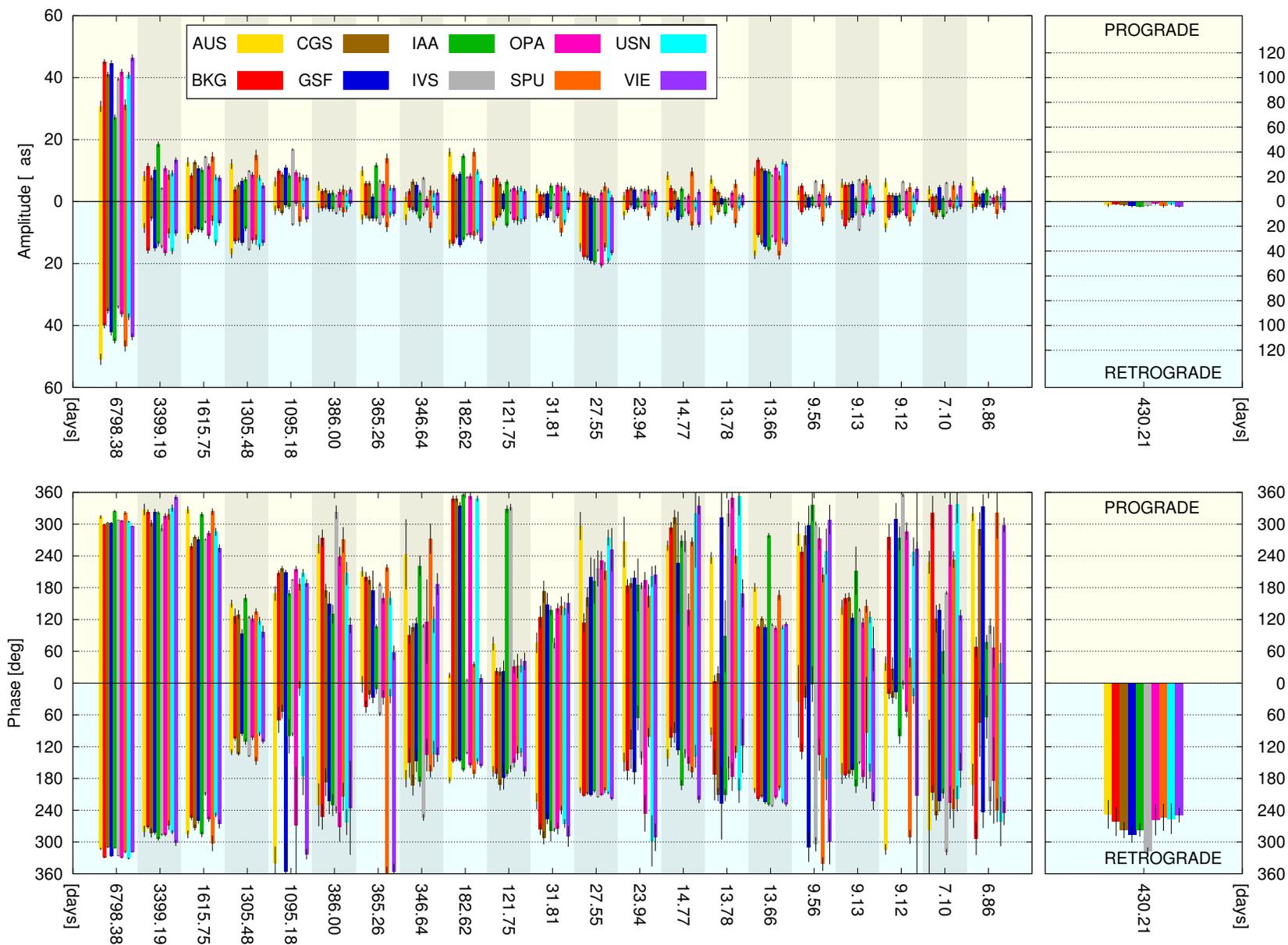


FIGURE 3.4 – Ajustement, après retrait de la FCN variable et à fréquence constante, des 21 termes elliptiques de nutation principaux sur les séries des centres d’analyse de l’IVS. Les barres sur fond jaune correspondent aux corrections progrades, les barres sur fond bleu aux corrections rétrogrades. A droite sont représentées les valeurs pour le signal rétrograde à 430.21 jours.

Periode jours		FCN constante			FCN variable		
		Med [$\mu\text{as}/^\circ$]	1st Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Lst Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Med [$\mu\text{as}/^\circ$]	1st Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Lst Q [$\mu\text{as}/^\circ$]
-6798.38	Amp	42.2	34.2	46.2	41.0	36.2	44.9
	Pha	320.6	313.8	332.4	-37.4	-47.0	-30.9
6798.38	Amp	43.0	32.6	47.9	40.9	31.2	44.5
	Pha	309.3	302.7	318.0	-54.5	-57.4	-46.3
-3399.19	Amp	13.4	12.5	21.6	14.1	10.1	15.8
	Pha	314.4	302.0	328.4	282.6	279.9	286.2
3399.19	Amp	8.5	8.2	12.6	9.6	8.2	11.5
	Pha	-18.0	-35.9	-8.8	322.4	315.1	327.7
-1615.75	Amp	9.9	5.7	13.8	9.0	6.9	11.1
	Pha	270.1	235.0	286.2	262.7	253.4	285.6
1615.75	Amp	9.3	7.8	14.9	11.0	8.4	12.8
	Pha	325.8	316.1	348.6	279.3	271.2	318.1
-1305.48	Amp	15.9	12.5	18.5	13.0	12.5	14.6
	Pha	114.1	83.2	135.4	110.3	103.1	133.3
1305.48	Amp	10.2	7.3	11.5	7.3	5.4	9.8
	Pha	114.6	109.1	127.7	125.5	117.4	135.2
-1095.18	Amp	7.7	6.1	9.2	2.5	1.6	5.7
	Pha	-59.3	-123.6	-33.9	31.9	-20.4	97.0
1095.18	Amp	13.4	11.4	15.2	8.4	7.7	9.8
	Pha	200.7	173.1	211.2	201.3	186.1	208.6
-386.00	Amp	27.4	22.8	31.9	2.2	2.0	2.4
	Pha	224.7	206.4	234.8	-126.9	-137.5	-107.5
386.00	Amp	3.6	1.9	7.1	3.2	2.6	3.7
	Pha	111.0	86.8	134.6	222.9	149.7	270.3
-365.26	Amp	46.2	40.4	51.9	5.5	4.3	5.8
	Pha	34.8	27.9	41.0	23.1	2.3	27.4
365.26	Amp	12.8	11.7	15.1	5.8	4.4	9.8
	Pha	187.6	159.3	198.6	180.8	160.5	200.6
-346.64	Amp	18.9	13.3	23.0	3.7	2.5	5.4
	Pha	180.3	167.2	196.8	158.3	135.8	186.0
346.64	Amp	9.7	5.7	11.5	3.0	2.5	5.3
	Pha	52.9	35.9	69.4	117.8	108.4	221.4
-182.62	Amp	21.2	18.9	21.5	11.9	10.8	13.4
	Pha	151.7	145.8	156.7	151.3	145.2	163.7
182.62	Amp	16.9	16.2	20.3	8.7	7.8	14.7
	Pha	2.0	-5.4	15.5	-5.8	-11.8	8.4
-121.75	Amp	7.0	6.5	7.9	5.8	4.4	6.4
	Pha	119.2	102.8	142.1	166.8	150.4	170.5
121.75	Amp	4.9	2.7	6.7	4.2	3.6	6.1
	Pha	90.9	61.4	106.1	26.9	21.4	32.9
-31.81	Amp	2.9	1.9	4.2	4.9	3.6	6.5
	Pha	26.9	-79.3	71.4	275.1	256.1	279.3
31.81	Amp	5.9	4.8	7.1	3.4	2.4	4.7
	Pha	150.8	136.2	161.1	140.8	124.7	148.6
-27.55	Amp	15.9	15.2	16.5	18.0	15.8	19.2
	Pha	222.6	215.7	226.0	209.6	204.1	211.8
27.55	Amp	2.5	2.0	3.9	2.6	1.3	3.0
	Pha	-80.0	-147.1	-72.3	214.2	192.2	252.1
-23.94	Amp	4.5	3.2	5.8	2.0	1.5	2.7
	Pha	91.1	66.4	136.6	157.1	124.7	245.8
23.94	Amp	4.9	3.8	6.3	3.5	2.7	3.8
	Pha	153.6	148.1	171.0	191.2	183.8	200.9
-14.77	Amp	5.8	4.7	6.5	4.3	2.7	5.9
	Pha	148.8	141.1	175.4	139.6	127.0	168.3
14.77	Amp	3.4	1.4	4.5	3.2	1.1	4.4
	Pha	259.5	162.4	280.8	267.6	259.2	313.2
-13.78	Amp	2.8	1.6	5.6	2.0	1.0	4.0
	Pha	190.1	164.1	215.9	174.9	130.4	210.5
13.78	Amp	2.5	1.7	6.7	2.4	1.0	4.0
	Pha	234.9	193.3	251.9	-9.2	-46.7	17.3

TABLE 3.2 – continue sur la page suivante

Periode jours		FCN constante			FCN variable		
		Med [$\mu\text{as}/^\circ$]	1st Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Lst Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Med [$\mu\text{as}/^\circ$]	1st Q [$\mu\text{as}/^\circ$]	Lst Q [$\mu\text{as}/^\circ$]
-13.66	Amp	14.2	12.1	16.6	13.4	12.6	15.4
	Pha	244.2	241.6	254.5	220.4	213.6	228.9
13.66	Amp	11.3	10.0	12.7	10.2	9.6	12.1
	Pha	104.2	99.7	168.5	110.8	105.7	166.1
-9.56	Amp	3.3	1.6	4.5	1.7	1.3	2.0
	Pha	163.7	135.3	182.9	-8.2	-55.6	34.3
9.56	Amp	3.0	2.3	4.2	2.4	1.5	5.0
	Pha	-63.3	-109.2	-27.2	280.4	248.5	301.2
-9.13	Amp	6.0	3.8	6.9	4.2	3.7	6.0
	Pha	149.4	136.4	157.8	170.8	164.1	176.1
9.13	Amp	9.0	5.3	12.6	5.5	5.1	5.9
	Pha	120.5	109.6	141.5	140.6	122.5	159.5
-9.12	Amp	6.2	5.3	8.9	4.0	3.3	5.1
	Pha	22.9	-6.6	43.7	18.9	-45.9	27.2
9.12	Amp	4.0	1.9	5.0	2.7	2.1	4.6
	Pha	225.9	108.7	237.1	-61.8	-86.7	27.0
-7.10	Amp	2.5	1.5	3.2	2.5	1.6	3.6
	Pha	208.5	145.0	236.7	223.9	208.5	250.0
7.10	Amp	8.7	5.3	11.6	2.7	1.5	5.1
	Pha	175.7	142.9	205.4	199.2	128.1	322.1
-6.86	Amp	8.4	6.7	9.3	1.4	0.9	2.2
	Pha	-20.8	-28.3	-11.9	231.3	184.1	245.7
6.86	Amp	7.2	5.6	7.8	2.2	1.5	3.7
	Pha	293.5	289.1	303.0	5.3	-40.5	67.9
-430.21	Amp	106.2	100.0	111.1	3.1	1.9	3.7
	Pha	45.9	40.5	48.7	259.7	253.4	277.5

TABLE 3.2 – Comparaison des corrections statistiques au modèle MHB2000 [Mathews et al., 2002] dans les cas d'une FCN constante et variable. Les corrections sont obtenues par la médiane des corrections rendues par les centres d'analyse. L'intervalle d'incertitude est déduit des premier et dernier quartiles.

3.2.2 • Analyse des résidus

La figure 3.5 donne les résidus pour chacune des séries de l'IVS associés au modèle reconstitué des termes principaux de la nutation luni-solaire dont une FCN variable à fréquence constante. La figure 3.6 fournit leur spectre. Le spectre des résidus met en évidence des améliorations flagrantes par rapport à un ajustement d'ondes où la FCN est considérée comme une oscillation harmonique. Pour des périodes inférieures à 2 ans, que ce soit dans un sens prograde ou dans un sens rétrograde, aucun pic de fréquence ne se distingue dans les résidus ce qui révèle un bruit blanc d'environ 15 microsecondes d'arc. La série australienne fait toutefois exception avec des pics à 1 an et à 0.8 an dans le sens prograde ainsi qu'à 0.6 an dans le sens rétrograde.

Pour de plus longues périodes, les comportements sont plus erratiques. Mais des périodicités émergent, l'une à 3 ans et l'autre vers 5-6 ans dans le sens prograde. De telles périodicités peuvent constituer un indice dans la recherche de la FICN [e.g., Dehant et al., 2005, Koot et al., 2010, Mathews et al., 1991, Rogister and Valette, 2009], ou correspondre à un terme planéto-luni-solaire. Aux fréquences plus élevées, nous décelons des pics résiduels qui sont, par ordre décroissant des périodes :

- dans le sens rétrograde : 125 jours, 106 jours, 97 jours, 91 jours, 80 jours, 68 jours, 36 jours, 31 jours.
- dans le sens prograde : 140 jours, 120 jours, 114 jours, 94 jours, 88 jours, 80 jours, 58 jours, 46 jours, 39 jours, 37 jours, 33 jours, 30 jours.

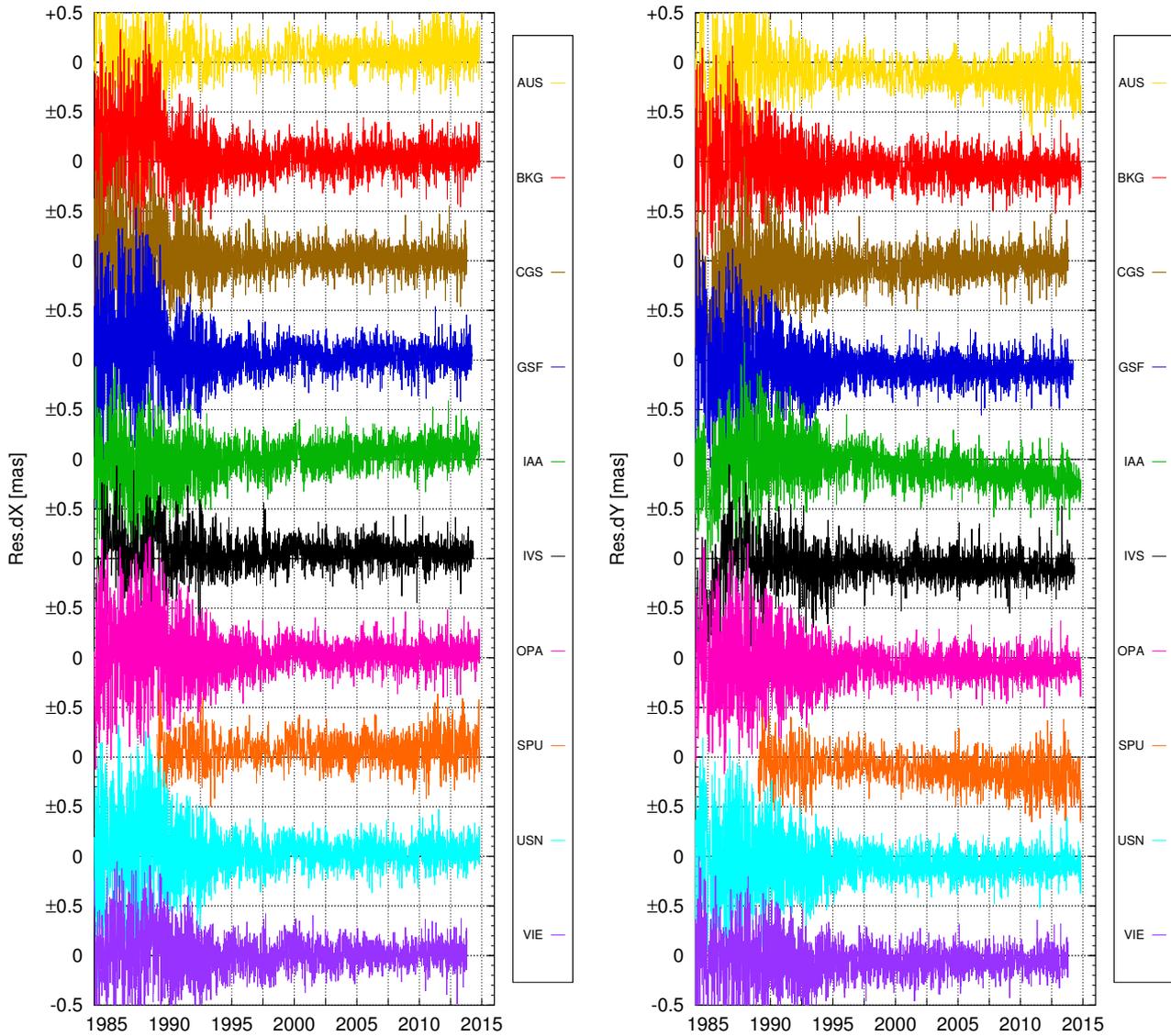


FIGURE 3.5 – Résidus de séries de nutation de l'IVS obtenus après un ajustement d'une FCN variable à fréquence constante par fenêtre glissante de 2.35 ans puis des 21 harmoniques représentant les nutations luni-solaires principales. (à gauche) la composante dX ; (à droite) la composante dY .

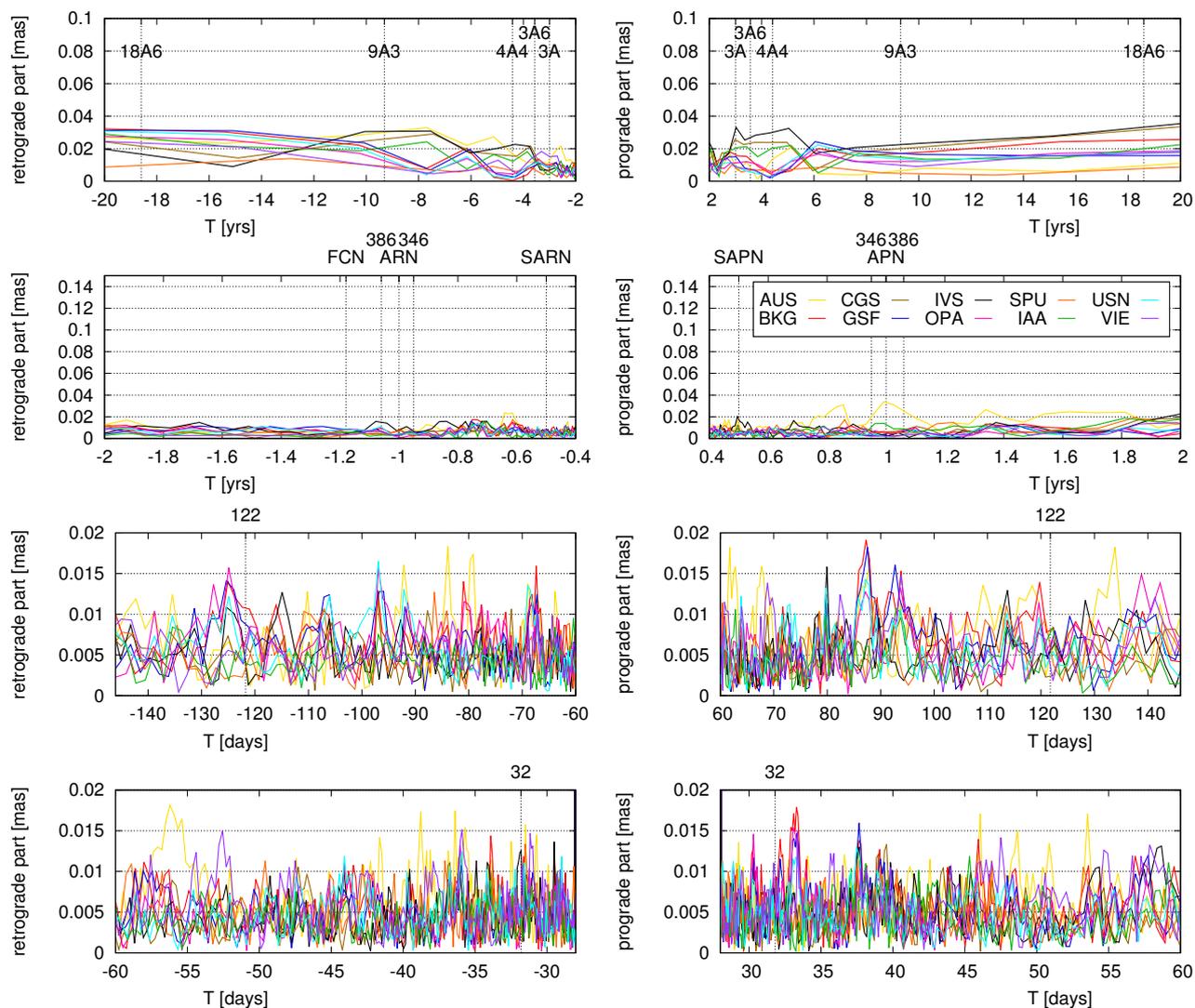


FIGURE 3.6 – Spectre de Fourier complexe des résidus correspondant à l’ajustement d’une FCN variable à fréquence constante et des 21 harmoniques principales de la nutation luni-solaire sur les séries de l’IVS. Les spectres sont éclatés en 4 bandes de périodes renseignées par les abscisses.

En conclusion, l'ajustement de la FCN variable puis d'harmoniques élimine la puissance du signal dans les régions spectrales correspondantes. Cependant, étant donné le phénomène de battement qui opère dû à la proximité entre les fréquences proches de la FCN et annuelle, les corrections ajustées sont corrélées et donc sujettes à caution. En effet, la FCN variable semble avoir absorbé entièrement les composantes voisines dont l'annuelle rétrograde. C'est pourquoi dans le chapitre suivant, nous tenterons de décorréler les parties variables de ces deux termes de nutation par des ajustements simultanés de celles-ci.

••• SECTION 3.3 •••

Variation en fréquence de la nutation libre du noyau

.....

Dans la section précédente, nous avons imposé à la FCN une période constante de -430.21 jours [Petit et al., 2010]. Mais dans les séries temporelles qui résultent de l'ajustement de la FCN par moindres carrés sur fenêtre glissante (figure 3.2), les variations de la phase s'apparentent à une fonction linéaire par morceaux.

3.3.1 • Notions théoriques

Étant donné un signal $A\cos(\omega t + \phi(t))$, sa phase peut être écrite sous la forme :

$$\phi(t) = \phi_0 + \frac{d\phi}{dt}t + \phi_{NL}(t)$$

où $\phi_{NL}(t) = t^2 * P(t)$ avec $P(t)$ est une fonction polynomiale. Le signal devient alors :

$$A\cos(\omega t + \phi(t)) = A\cos\left(\left(\omega + \frac{d\phi}{dt}\right)t + \phi_0 + \phi_{NL}(t)\right) \quad (3.1)$$

montrant qu'une variation de la phase peut se traduire par un changement de fréquence. À noter que $\phi_{NL}(t)$, résultant des "accélération" de la phase, peut être également vue comme l'effet de variations (dérivées temporelles non-nulles) de la fréquence.

3.3.2 • Étude sur les séries opérationnelles de l'IVS

La phase résultant de l'ajustement du seul terme de la FCN (voir figure 3.2) indique deux dates de changements dans sa tendance linéaire, 1998.5 et 2010.5, dates également associées aux inflexions de l'amplitude de la FCN. Nous avons estimé la moyenne et la médiane sur les trois intervalles correspondant, [1985,1998.5], [1998.5,2010.5], [2010.5,2016], puis nous avons recalculé les périodes de la FCN associées à chacun de ces tronçons. La figure 3.7 montre les résultats obtenus pour la série OPA. L'ensemble des résultats est, quant à lui, résumé dans la table 3.3.

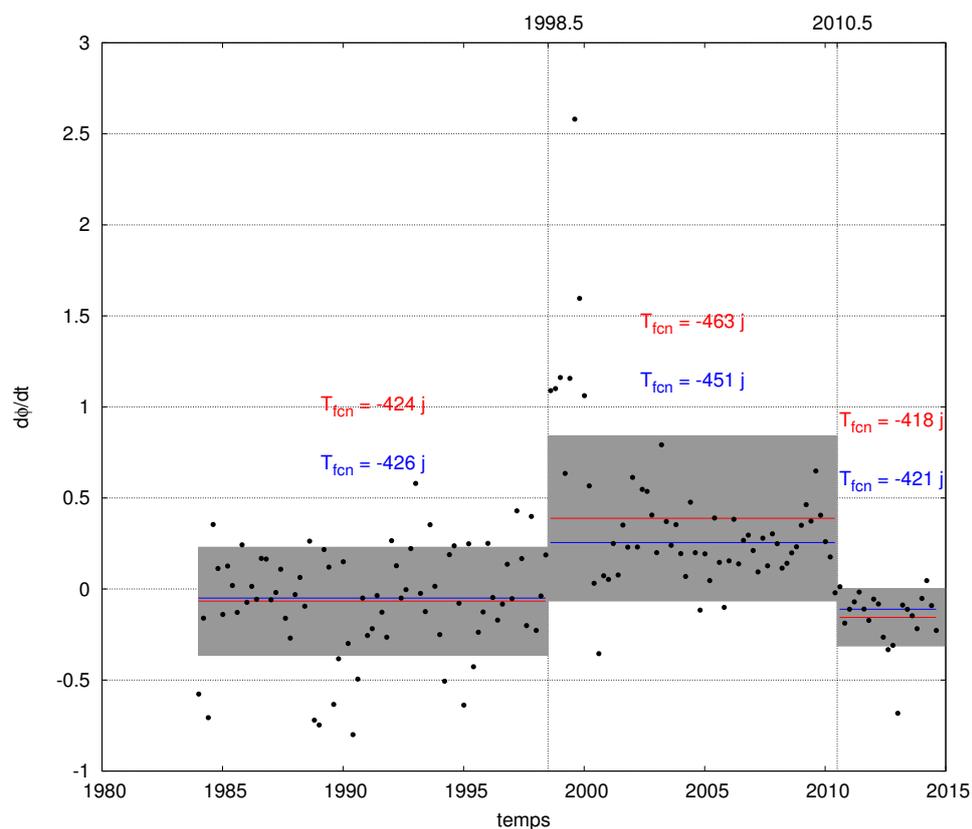
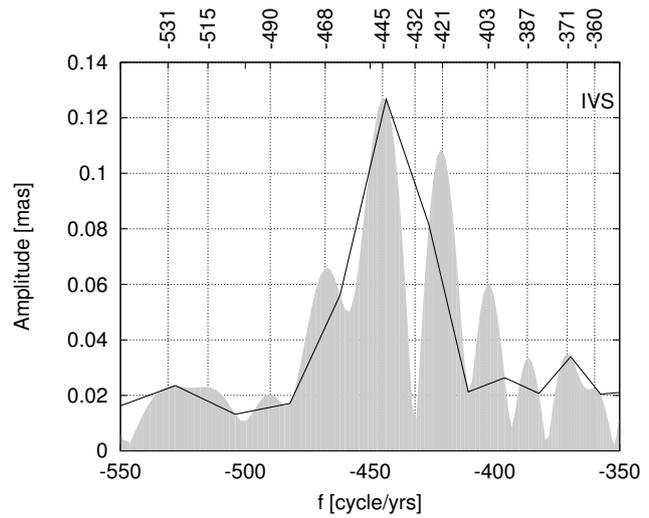
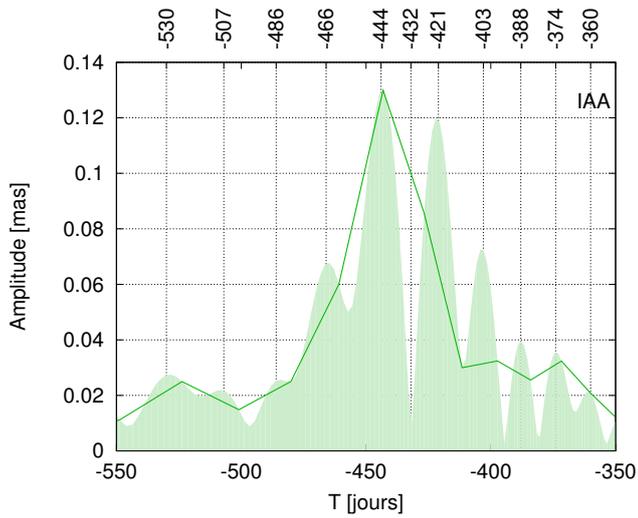
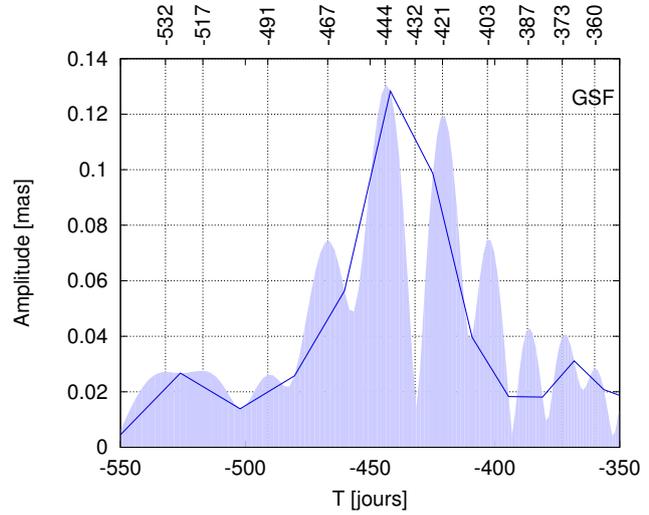
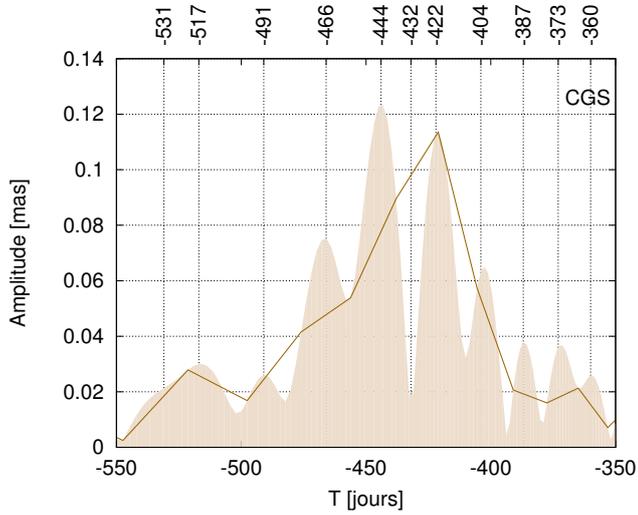
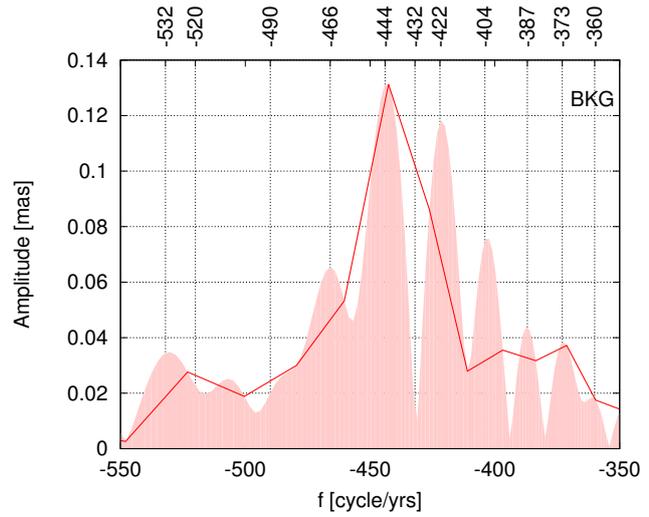
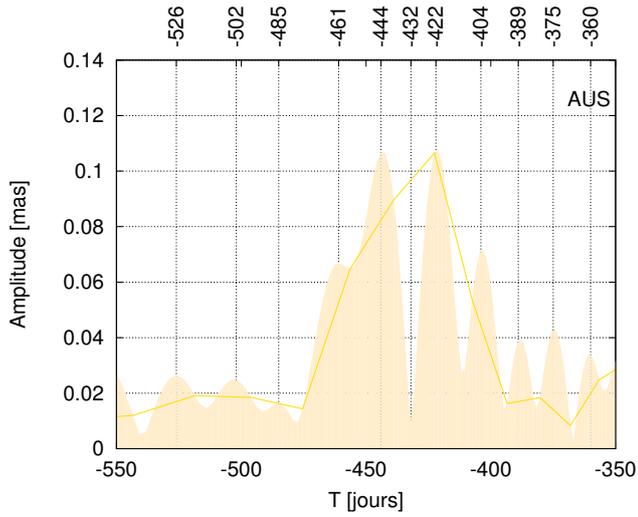


FIGURE 3.7 – Variations du 1^{er} ordre de la phase de la FCN obtenues par les séries de dérivées à 2 points. Exemple de l'ajustement obtenu à partir de la série OPA. En rouge, la moyenne sur les intervalles prédéfinis et en bleu, la médiane.

centre d'analyse	ajustement de la période de la FCN								
	1985 - 1998.5			1998.5 - 2010.5			2010.5 - 2015		
	T		σ_T	T		σ_T	T		σ_T
	moy	med	rms	moy	med	rms	moy	med	rms
AUS	430	423	+54/-71	460	450	+36/-43	421	422	+22/-24
BKG	426	427	+26/-29	463	453	+38/-46	418	418	+10/-10
CGS	427	423	+36/-43	464	451	+43/-53	420	420	+08/-09
GSF	424	426	+22/-24	464	453	+37/-44	417	418	+08/-08
IAA	429	422	+35/-42	462	457	+39/-47	418	418	+14/-14
IVS	420	425	+74/-114	463	450	+41/-50	418	420	+16/-17
OPA	425	426	+22/-25	464	452	+39/-47	418	421	+12/-12
SPU	430	429	+34/-40	461	449	+44/-54	421	422	+17/-19
USN	425	424	+21/-23	464	453	+41/-50	418	421	+11/-12
VIE	427	431	+23/-32	462	453	+39/-47	420	418	+08/-08
moy	426	426		463	452		419	420	

TABLE 3.3 – Calibration de la période de la FCN sur les trois périodes caractéristiques obtenues par les intervalles de temps prédéfinis où différentes tendances linéaires ont été constatées sur la phase de ce terme de nutation. Relevé pour chaque centre de l'IVS puis calcul de la moyenne des calibrations pour chaque période.



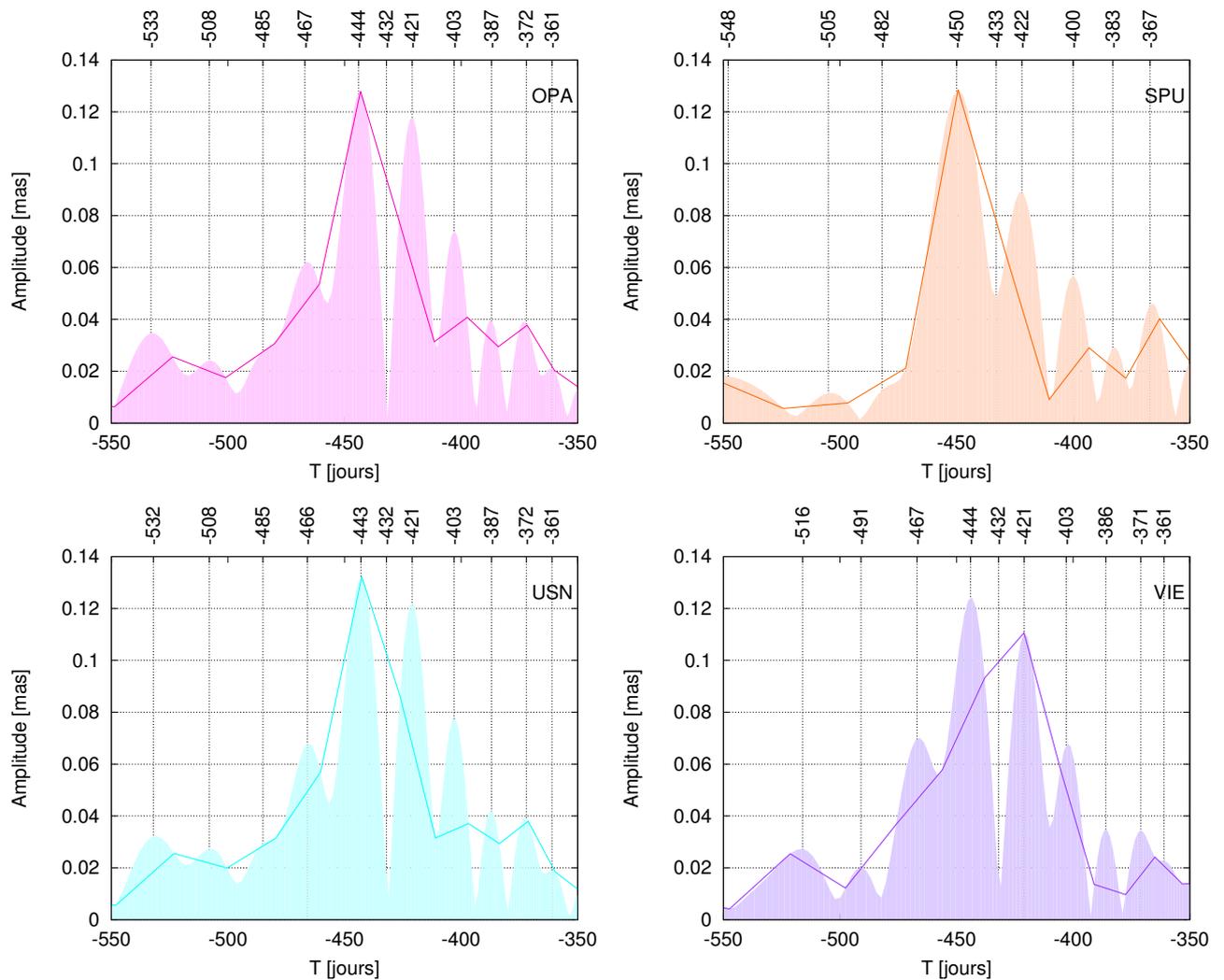


FIGURE 3.8 – Spectres des séries de nutation des différents centres d’analyse de l’IVS. Deux spectres sont à chaque fois représentés : le spectre respectant les conditions usuelles de l’échantillonnage (traits sombres) et un spectre dix fois sur-échantillonné (courbes pleines), faisant apparaître plus de détails mais mêlés à des artefacts. Les périodes des pics autour de la FCN et de la NAR sont indiquées.

Contribution aux spectres

Ces changements de fréquence contribuent au spectre du signal, voir figure 3.8, en plus de la modulation en amplitude. Par exemple la période de la FCN jusqu'en 1998.5 et celle après 2010.5 sont assez proches du premier pic à la droite de la valeur de référence (430 jours) tandis que la période pour [1998.5,2010.5] est proche de celle du deuxième pic se trouvant à la gauche.

Synchronisation avec les variations de l'amplitude

De plus, il semblerait que ces changements surviennent conjointement avec les variations de l'amplitude de la FCN. On remarque que l'amplitude de la FCN, qui avait décliné depuis 1985 jusqu'au seuil de 50 micro-seconde d'arc (μas), se met à croître à partir de 1998.5 pour atteindre 300 μas , puis décroît à nouveau depuis 2010.5. Ainsi, l'amplitude oscillerait avec une période de 24-25 ans.

Cela nous amène à examiner l'année 1986 ; Dans la figure 3.2 on remarque que l'amplitude augmente en début de série pour décroître après cette année-là. Cependant, aucun saut de fréquence n'y est perceptible dans la figure 3.7. Néanmoins, la qualité des données y est possiblement à remettre en cause. Suivant un tel cycle, le prochain saut de fréquence devrait survenir durant l'année 2022.

Dans la suite, nous continuerons à supposer une période de la nutation libre du noyau à 430.21 jours sans considérer les changements de fréquences évoqués ici. Cependant, en toute rigueur, ces variations devraient être prises en compte. Par exemple dans le chapitre suivant, on étudie une éventuelle variabilité du terme de nutation annuel rétrograde. Un phénomène de battement se manifestant entre cette fréquence et celle de la FCN, si cette dernière change, l'aspect du battement change également.

De plus, la contribution géophysique sur la nutation, la fonction de transfert décrite notamment par Mathews et al. [2002, équation 8], dépend de la fréquence de la FCN. Les conséquences de ses variations, si avérées, sont donc d'un intérêt primordial pour comprendre la structure interne de la Terre et notamment les effets dus à sa résonance sur toutes les autres composantes du spectre, et notamment sur sa voisine, l'annuelle rétrograde.

••• SECTION 3.4 •••

Défauts de la méthode des moindres carrés

.....

Avant de clore ce chapitre, nous aimerions porter notre attention sur l'efficacité de la méthode des moindres carrés pour l'ajustement de la FCN dans le cas d'un signal composé de deux termes : un terme semblable la FCN et un terme annuel rétrograde. En annexe D, nous présentons la totalité des cas d'étude explorés pour déterminer l'efficacité de cette méthode d'ajustement sur différents signaux de contrôle.

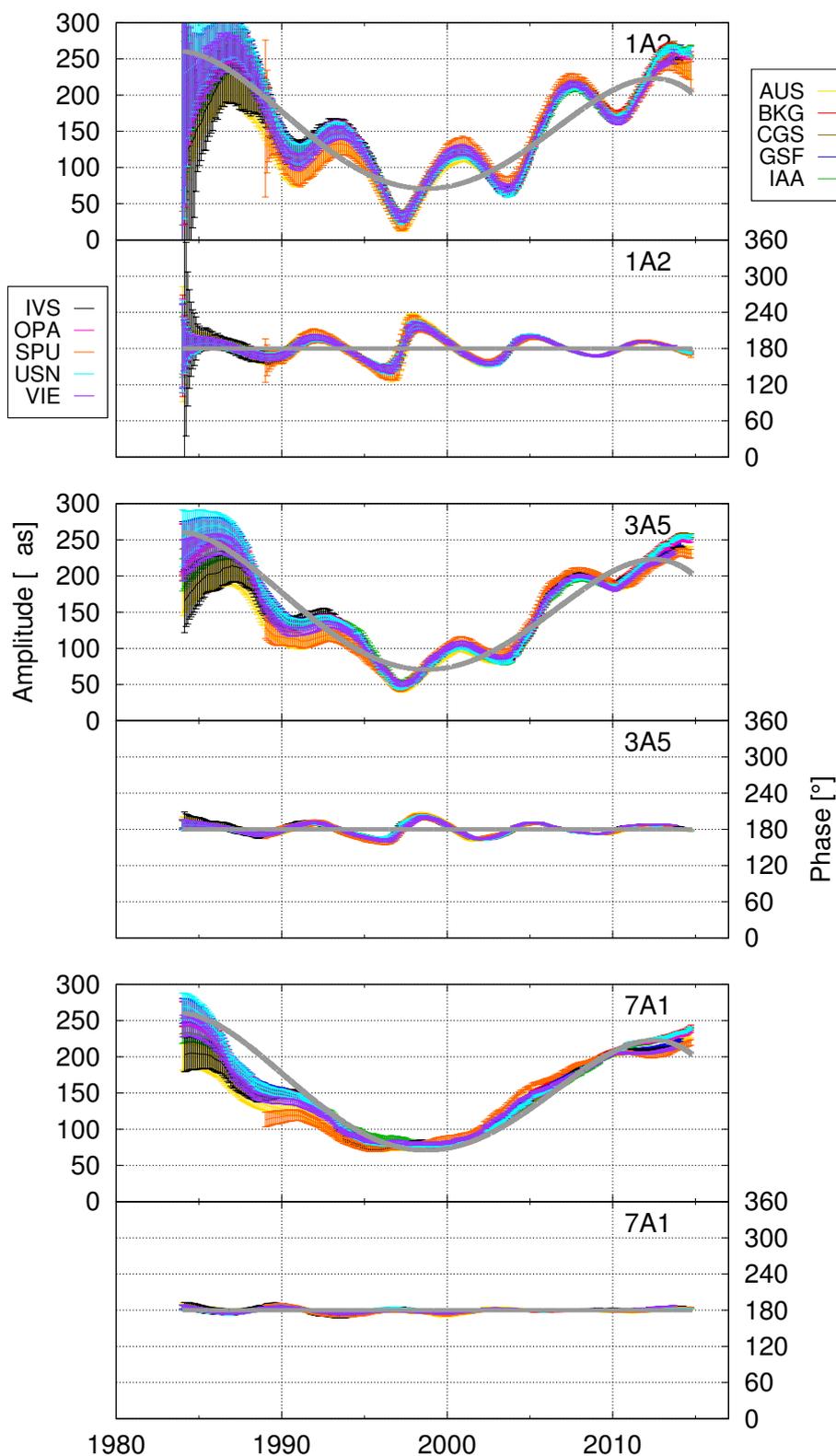


FIGURE 3.9 – Ajustement par moindre carré sur fenêtre glissante d'un unique terme à la fréquence de la FCN dans le cas de la combinaison de deux signaux artificiels : (a) un signal à la fréquence de la FCN à amplitude variable et phase constante (b) un signal rétrograde à la fréquence annuelle, à amplitude et phase constantes. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre, respectivement 1x, 3x et 6x la période de la FCN. En gris est représentée la série artificielle considérée en entrée.

Les différents cas d'étude

Nous avons conçu cinq signaux de contrôle, dénombrant ainsi les différents cas d'étude.

- **Cas d'étude n°1** : un terme constant en amplitude, phase et fréquence pour la FCN + un terme constant en amplitude, phase et fréquence pour la NAR.
- **Cas d'étude n°2** : un terme constant en amplitude, phase et fréquence pour la FCN + un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la NAR.
- **Cas d'étude n°3** : un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la FCN + un terme constant en amplitude, phase et fréquence pour la NAR.
- **Cas d'étude n°4** : un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la FCN + un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la NAR.
- **Cas d'étude n°5** : un terme constant en amplitude et en phase avec des sauts en fréquence pour la FCN + un terme constant en amplitude, phase et fréquence pour la NAR.

En lien avec ce chapitre, portons notre intérêt sur le cas d'étude n°3 où la FCN varie mais pas le terme de nutation annuel rétrograde. Dans ce cas d'étude, nous avons ajusté le terme de la FCN seul comme il a été fait au cours de ce chapitre sur les séries de l'IVS. Le résultat est présenté en figure 3.9 pour trois tailles de fenêtres, à savoir 1x, 3x et 6x la période de la FCN, permettant ainsi les mêmes nombres de cycles au sein de la fenêtre. Les signaux en entrée reprennent l'échantillonnage et les erreurs formelles des séries de l'IVS.

Constat pour les courtes fenêtres

On remarque tout de suite que des fenêtres courtes ne permettent pas de récupérer le signal d'entrée variable (en gris), faisant apparaître des artefacts périodiques en environ 6 ans sur l'amplitude et la phase. Cela rappelle les variations de l'amplitude ajustée de la FCN sur les séries réelles de l'IVS, visibles en figure 3.2.

Ces tailles de fenêtre sont pourtant de l'ordre de grandeur de celles employées dans les études déjà citées [e.g., Belda et al., 2016, Lambert, 2006, Malkin, 2016]. Nous pensons donc que ces fenêtres sont beaucoup trop courtes pour démoduler les signaux variable de la FCN et constant du terme annuel rétrograde, dès lors que ce dernier existe, ce qui est admis dans la communauté. Ainsi les variations en 6 ans observées sur la figure 3.2 sont probablement fausses.

Constat pour les longues fenêtres

Dans le cas de fenêtre plus longues (plus de 6 ans), ces variations n'apparaissent plus puisqu'elles sont moyennées au sein de la fenêtre d'ajustement. Le signal en entrée est grossièrement récupéré, avec une sous-estimation pour les premières années, liée probablement aux effets de bord, ou aux erreurs initiales plus grandes pour cette partie du signal.

Conclusion

.....

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement de la nutation libre du noyau sur les séries de nutation de l'IVS et l'effet du retrait de ce terme au préalable sur les corrections au modèle de nutation.

Nous avons déterminé la variabilité de la FCN en amplitude et en phase. Les courbes de phase notamment, jumelées avec une analyse spectrale des séries de nutation, ont révélé des sauts en fréquence du terme géophysique. Ces sauts surviendraient approximativement tous les 12 ans, permutant entre deux fréquences données (1 cycle en ~ 420 jours et 1 cycle en ~ 460 jours) au rythme des variations de l'amplitude. La décennie qui suit permettra d'apporter la reproduction d'un cycle complet du phénomène afin de gagner en confiance dans une telle conclusion.

L'ajustement par moindre carré de la nutation libre du noyau a toutefois montré ses limites. La taille de la fenêtre utilisée doit être déterminée avec précaution afin de démoduler le terme géophysique du terme annuel rétrograde. En effet, on a vu que les corrections apportées sur les termes voisins à la FCN ont été complètement annihilées par rapport aux corrections établies en chapitre 2 par le retrait préalable du terme géophysique. L'ajustement de ce dernier a entièrement absorbé leur composante.

Dans le chapitre qui suit, nous étudions donc l'ajustement en simultané de la nutation libre du noyau avec son plus imposant voisin, le terme annuel rétrograde.

CHAPITRE 4

Variabilité du terme de nutation annuel rétrograde



Le terme de nutation annuel rétrograde [NAR] est avant tout un terme d'origine astronomique, dépendant de l'anomalie moyenne du Soleil. À ce titre, il est composé d'une partie constante, liée à la régularité du mouvement de la Terre autour du Soleil. Mais le forçage saisonnier comporte également une composante géophysique irrégulière en amplitude, possiblement d'origine interne (voir la discussion en section 3.1) mais surtout associée aux redistributions hydro-atmosphériques. On peut donc envisager une composante variable à ce terme de nutation, reliée à une réaction géophysique au forçage solaire. Dans ce chapitre nous nous attelons à la caractériser.

Dans une première section, nous étudierons l'ajustement simultané par fenêtre glissante de la nutation libre du noyau [FCN] et du terme annuel rétrograde pour en déterminer leurs variabilités, étude suggérée par les conclusions du chapitre 3. Dans une deuxième section, nous modifions les périodes de ces deux termes de nutation en considérant les dérives au premier ordre de leur courbe de phase obtenues suite à l'ajustement. Enfin, nous compléterons nos conclusions sur l'efficacité de la méthode des moindres carrés.

Contents

4.1 Nutation libre du noyau et terme annuel rétrograde variables	56
4.1.1 Ajustement par moindres carrés	56
4.1.2 Analyse des résidus	61
4.2 Variations en fréquence	64
4.2.1 Variations en fréquence de la nutation libre du noyau	66
4.2.2 Variation en fréquence du terme annuel rétrograde	67
4.3 Défauts de la méthode des moindres carrés	67

••• SECTION 4.1 •••

Nutation libre du noyau et terme annuel rétrograde variables

.....

Dans la section 3.2, nous avons fait remarquer que, lorsque la FCN était ajustée isolément des autres nutations [e.g., Belda et al., 2016, Malkin, 2016]), les variations de cette dernière pouvaient contaminer les corrections des termes de nutation spectralement proches. En effet, nous avons remarqué que la correction sur la NAR avait disparue contrairement au cas où la FCN était estimée à amplitude et phase constantes.

Il est donc impératif d'ajuster simultanément¹ la FCN et la NAR pour espérer pouvoir décorréler ces deux signaux. En effet ces deux nutations étant de proches voisines, un phénomène de battement opère. Dans le cas de ces deux termes de nutation, le signal résultant bat à une période de 6.62 ans (voir annexe C).

4.1.1 • Ajustement par moindres carrés

À cette fin, nous avons réalisé un ajustement de la FCN et de la NAR par moindres carrés sur une fenêtre glissante de 7 ans. Le modèle ajusté prend la forme :

$$dX + i dY = \tilde{A}e^{i(\omega_{FCN}(t-t_0)+\theta_{FCN,0})} + \tilde{B}e^{i(\omega_{NAR}(t-t_0)+\theta_{NAR,0})} \quad (4.1)$$

Variations de la nutation libre du noyau et du terme annuel rétrograde

La figure 4.1 représente les résultats de ces ajustements. On n'y remarque plus, comparée à la figure 3.2, les oscillations en environ 6 ans de l'amplitude de la FCN. En revanche, l'amplitude de la NAR présente quant à elle des oscillations à cette période inter-décennale.

Corrélations entre amplitudes et phases des deux termes de nutation

La figure 4.3 montre les corrélations entre les paramètres ajustés. Bien qu'elles soient non négligeables, les corrélations sont, en général, en deçà de 20% et suggèrent que les amplitudes de chacune des ondes sont décorréliées.

Spectre des amplitudes des deux termes de nutation

Les spectres des amplitudes, donnés dans la figure 4.2, confirment la suppression de l'oscillation en 6 ans sur l'amplitude de la FCN. Nous n'y décelons plus de pics caractéristiques mais simplement une puissance croissante avec la période laissant entrevoir une modulation de l'amplitude sur une période beaucoup plus longue. En revanche, la NAR expose deux périodes caractéristiques, une à 5-6 ans, une autre à 10-11 ans.

1. en toute rigueur, nous devrions ajuster simultanément tous les termes de nutation en même temps que la FCN

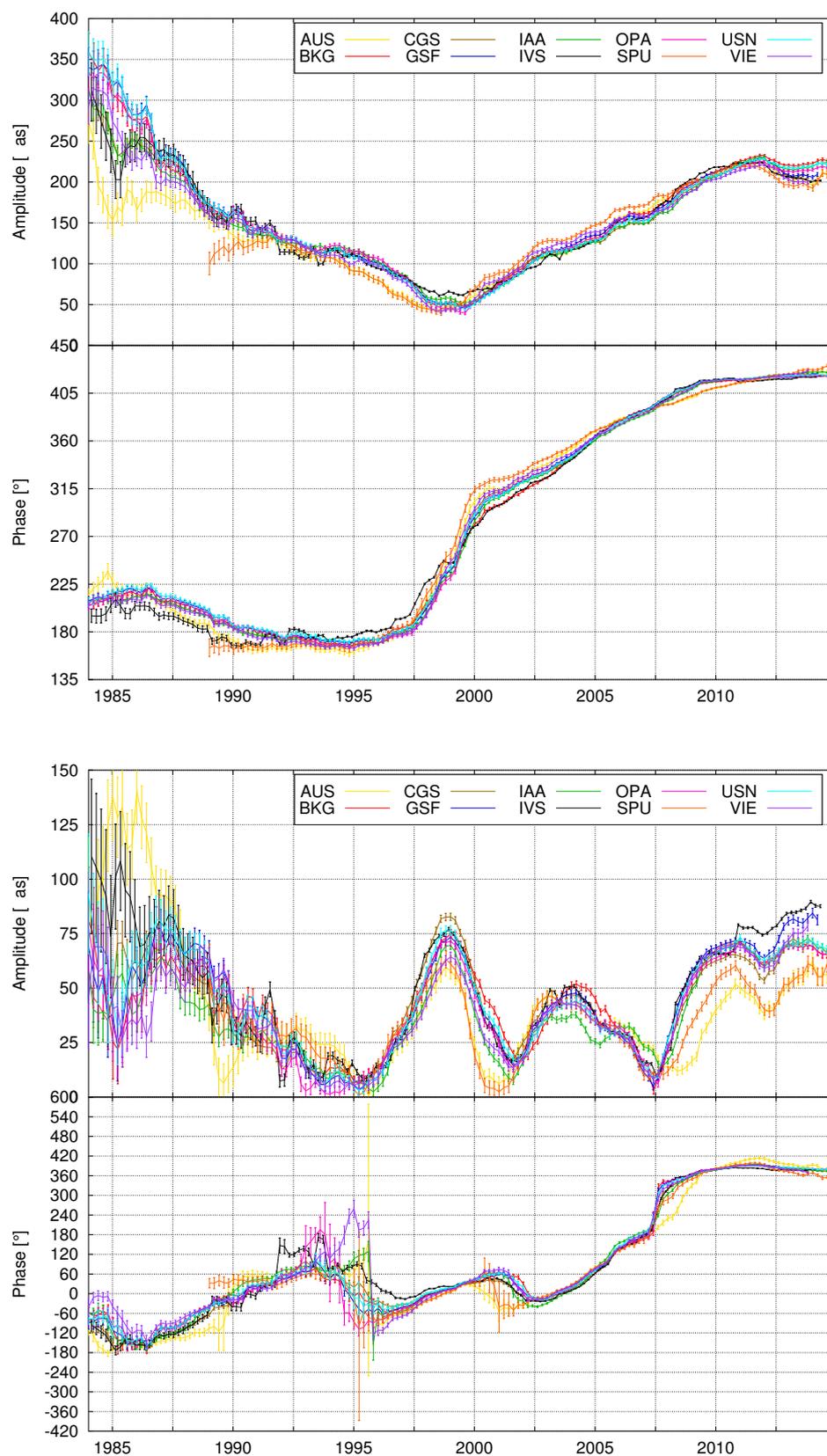


FIGURE 4.1 – Ajustements conjoints de la FCN et de la NAR par moindres carrés sur une fenêtre glissante de 7 ans. Les graphes du haut représentent les variations de l'amplitude, les graphes du bas, les variations de la phase. (en haut) FCN (en bas) NAR.

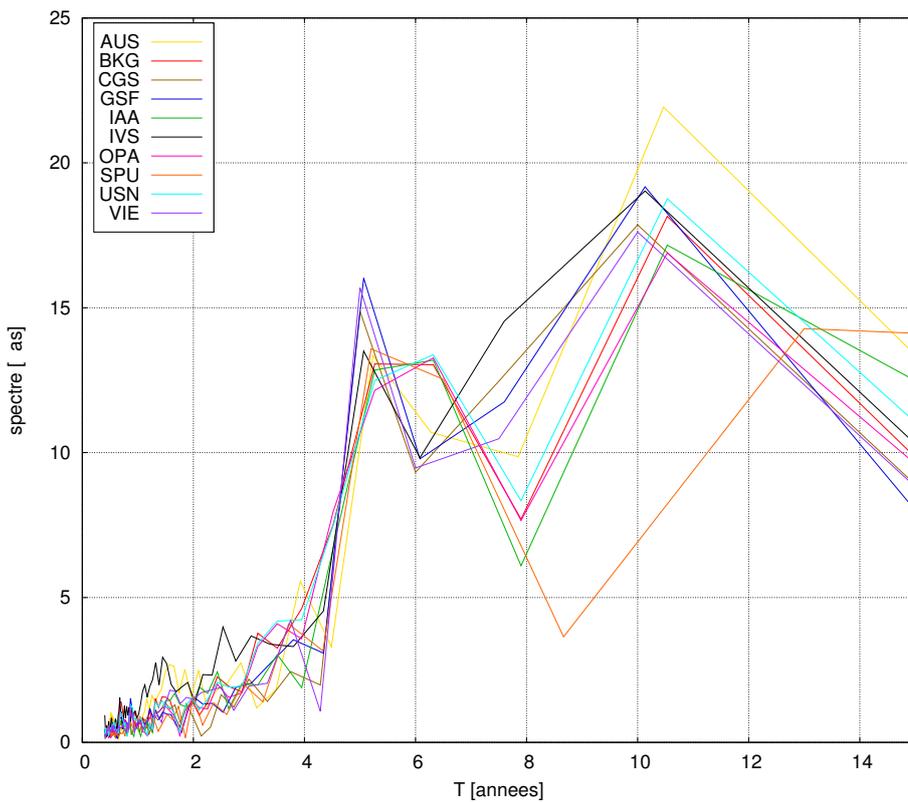
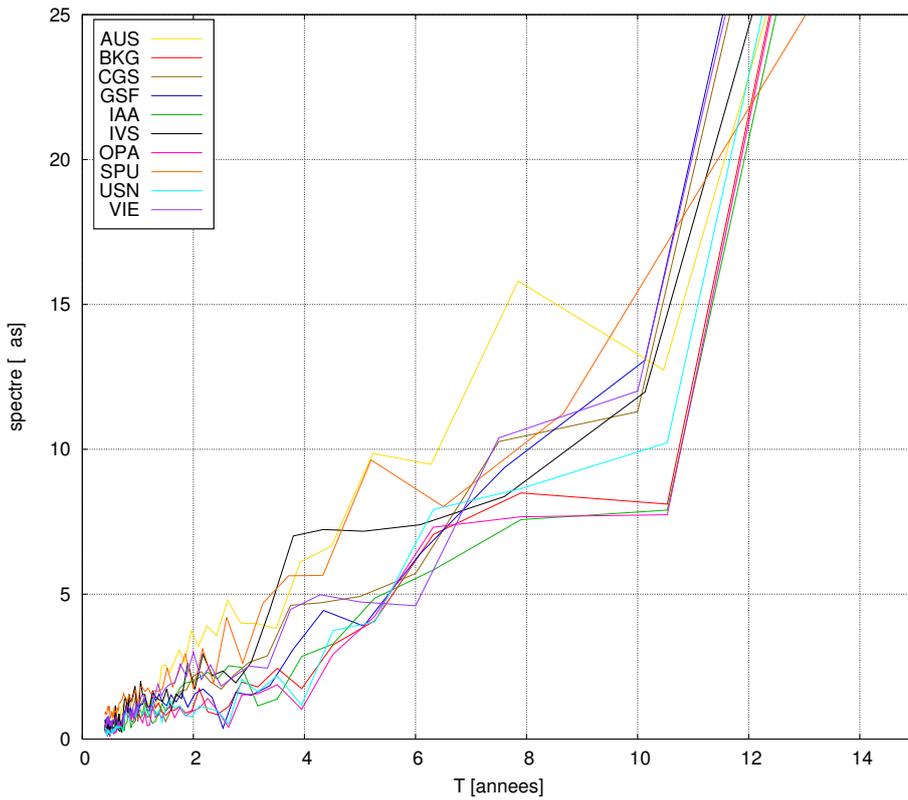


FIGURE 4.2 – Spectres des amplitudes de la FCN et de la NAR ajustées simultanément par moindres carrés au moyen d'une fenêtre glissante de 7 ans. Ces spectres respectent les conditions de Nyquist et de l'échantillonnage. **(en haut) FCN. (en bas) NAR.**

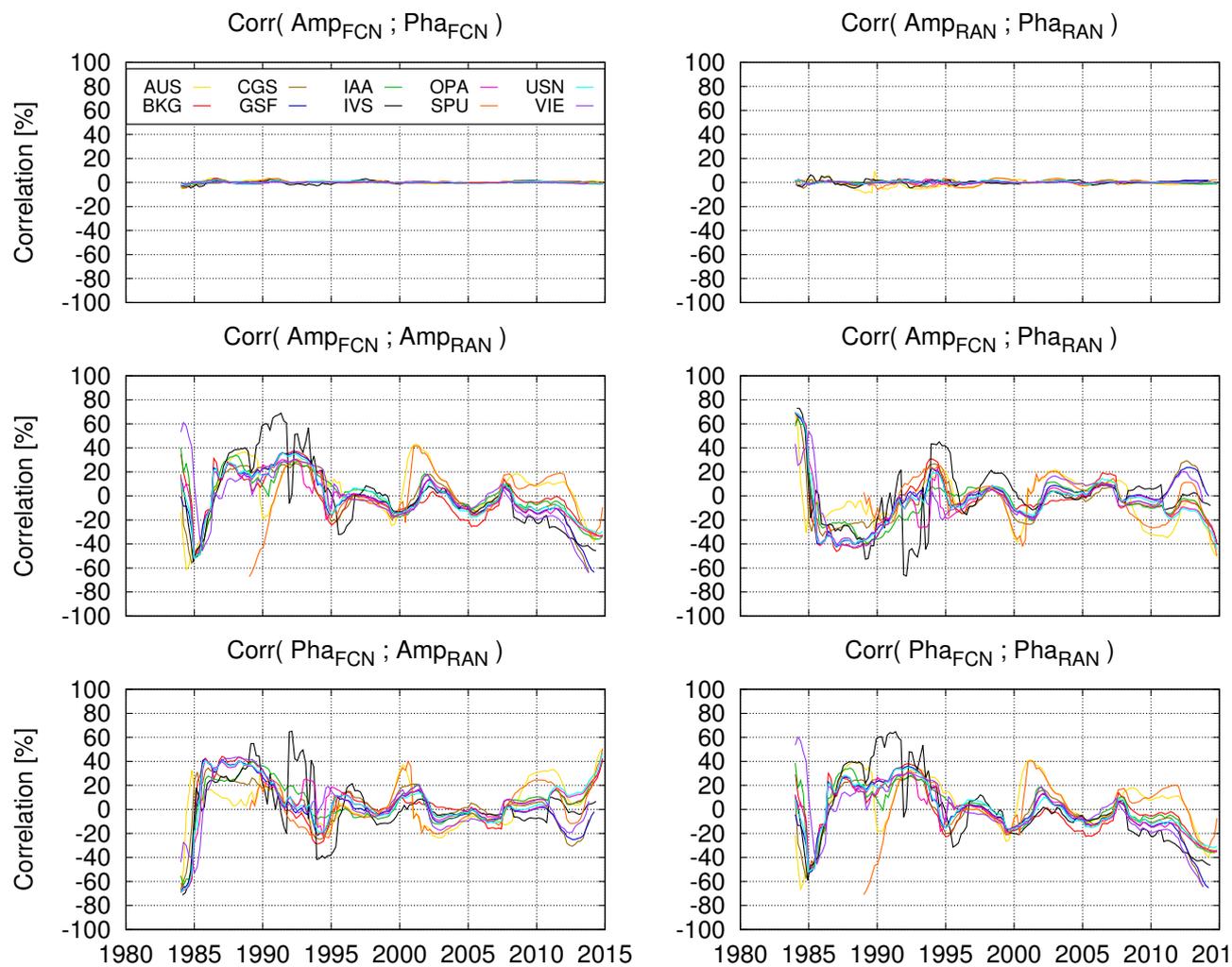


FIGURE 4.3 – Corrélations entre les amplitudes et phases de l'ajustement par moindres carrés de la FCN et de la NAR au moyen d'une fenêtre glissante de 7 ans.

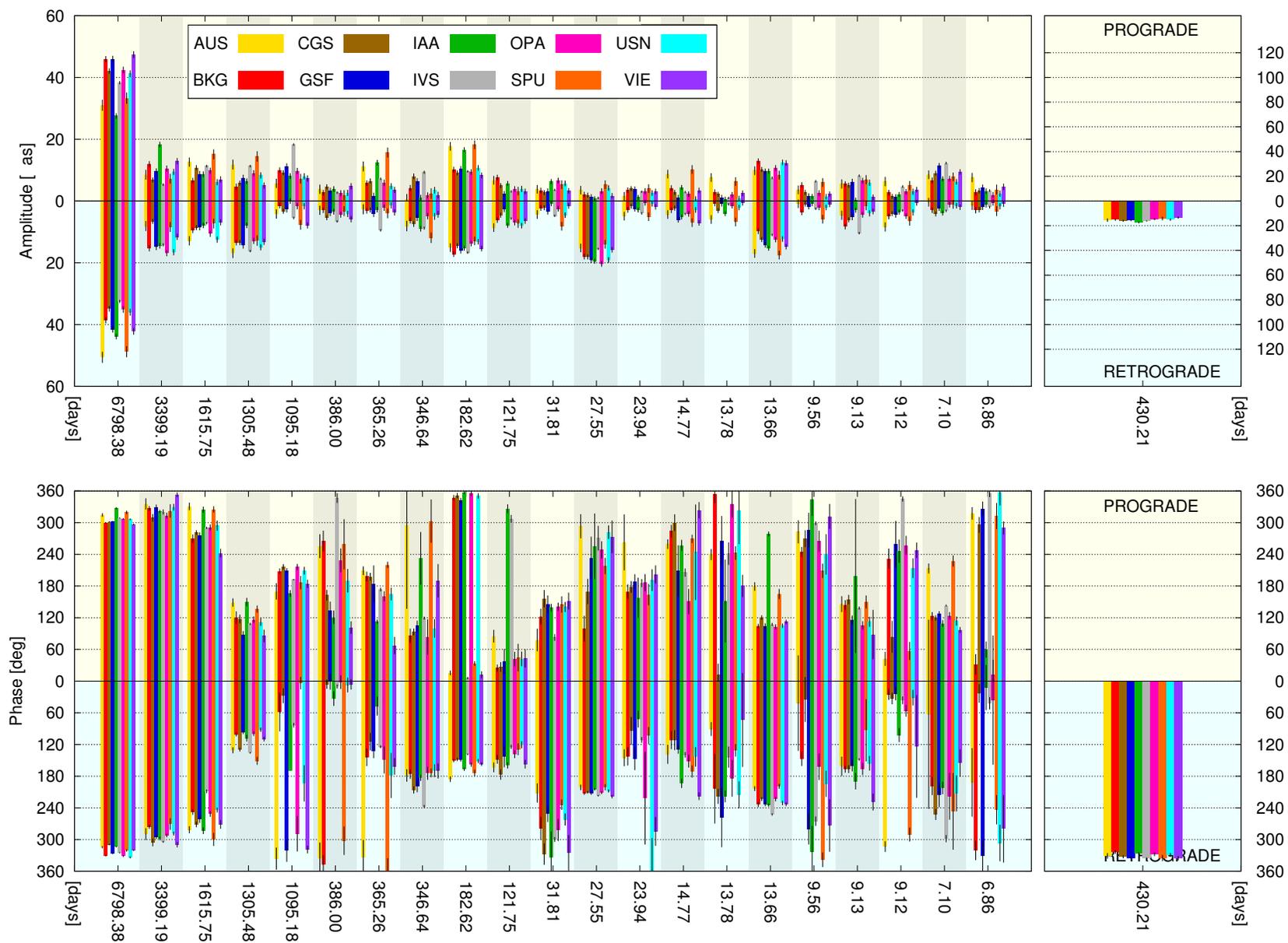


FIGURE 4.4 – Ajustement par moindres carrés, après retrait de la FCN et de la NAR, de 42 termes circulaires aux fréquences principales du modèle MHB2000 [Mathews et al., 2002] sur les solutions des centres d’analyse de l’IVS. Les barres sur fond jaune correspondent aux signaux dans le sens prograde, les barres sur fond bleu dans le sens rétrograde. A droite sont représentées les valeurs pour le signal rétrograde de la FCN à 430.21 jours.

Ainsi cet ajustement met en lumière les points suivants :

1. La FCN a des variations en amplitude enchaînant phases de croissance et de décroissance sur des intervalles d'au moins 12 ans, dont des sauts de fréquences surgissent à chaque inflexion,
2. Les artefacts reliés à des impulsions géomagnétiques selon Malkin [2016] n'apparaissent plus,
3. La NAR (ou le terme de nutation à -380 jours [voir la section 4.2 en fin de ce chapitre]) montre des modulations de son amplitude sur environ 5 et environ 10 ans.

Corrections des termes principaux du modèle de nutation

Finalement, considérant les résidus obtenus, nous y ajustons les corrections sur les 20 termes de nutation restants. Celles-ci sont rapportées dans la figure 4.4. On remarque de nouveau la forte atténuation des composantes voisines (386 jours et 347 jours rétrogrades) aux deux termes mis en lumière dans ce chapitre. Comme pour le terme annuel rétrograde, il faudrait également les prendre en compte lorsqu'on ajuste la FCN. Cependant, les périodes de battement deviendraient dans ce cas beaucoup plus grandes que la période d'observation du VLBI.

4.1.2 • Analyse des résidus

En figure 4.5, nous représentons les séries des résidus après les deux ajustements décrits dans la sous-section précédente. En figure 4.6, nous présentons leur spectre.

Les différences par rapport au cas d'une FCN variable isolée (voir la sous-section 3.2.2) sont infimes, et non perceptibles à l'œil sur ces graphes. Comme pour ce précédent cas, la partie du spectre autour du terme de la FCN a été nettoyée, et dans les autres régions spectrales, on retrouve les mêmes artefacts (possibilité du signal de la FICN, divergence de la série australienne, pics aux courtes périodes, et cetera). Nous redirigeons vers le chapitre 3 pour les détails.

Les trois ajustements réalisés dans cette partie : (1) 21 termes elliptiques et 1 terme circulaire de la FCN (2) 21 termes elliptiques et FCN variable (3) 20 termes elliptiques, 1 terme circulaire, FCN et NAR variables ; peuvent être comparés en analysant les rms des résidus et leurs χ^2 correspondants. La table 4.1 rassemble ces données statistiques pour chaque série de l'IVS, puis expose le calcul de leur moyenne.

En tenant compte des variations de la FCN, l'ajustement par moindre carré des termes de nutation produit de plus faibles résidus. Nous avons ainsi un gain de 27% sur le rms moyen. Néanmoins, l'ajustement conjoint d'une NAR et d'une FCN variables a légèrement dégradé les résidus (perte <5%). Suivant ce critère, l'ajustement de la FCN suivi de l'ajustement de corrections constantes à tous les autres termes de nutation est donc celui qui modélise au mieux les observations, bien que la rigueur veuille que tous les termes de nutation soient ajustés simultanément pour minimiser les contaminations entre composantes spectrales.

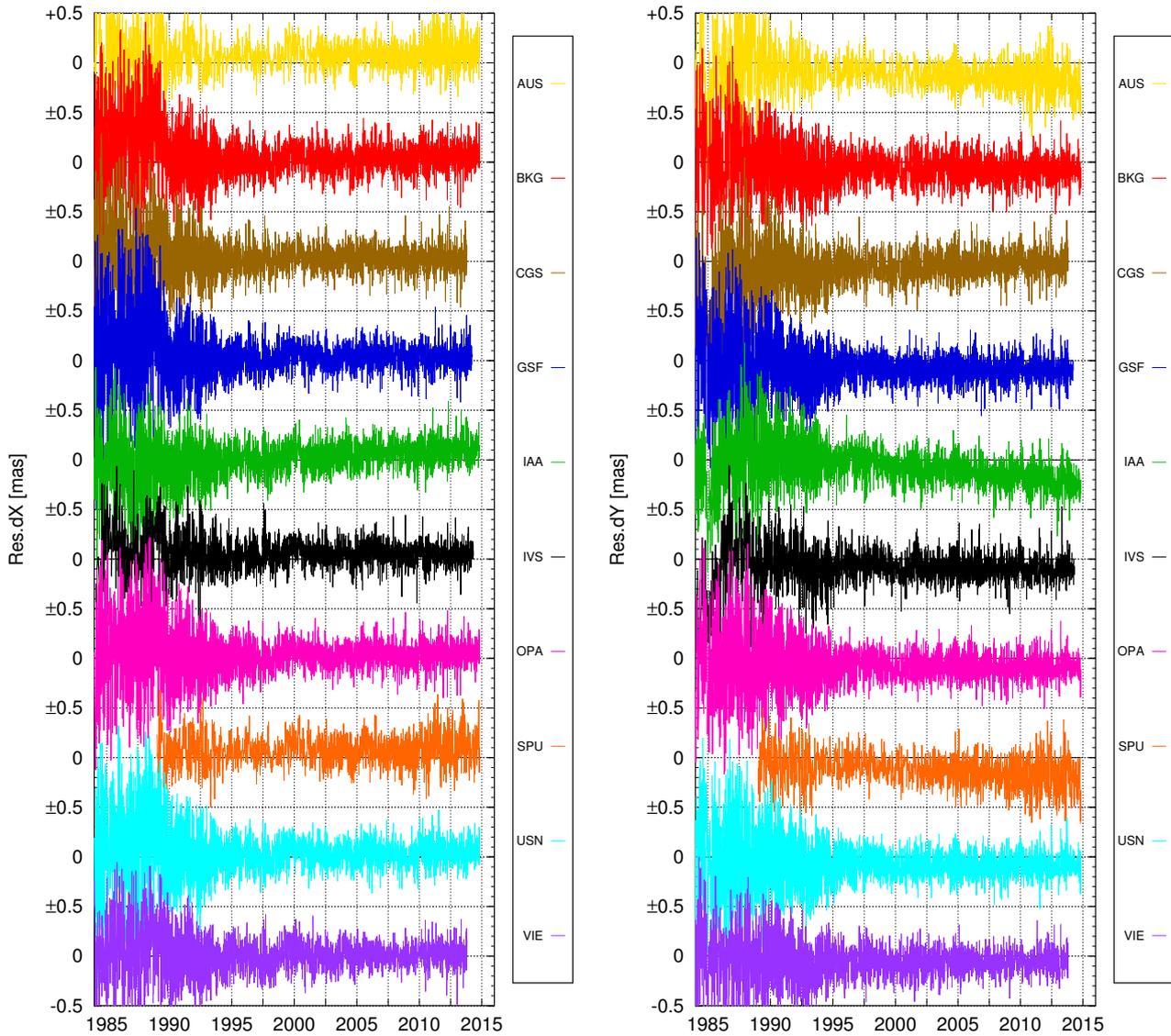


FIGURE 4.5 – Résidus associés à l’ajustement du modèle de nutation (ajustement par fenêtre glissante de 7 ans de deux signaux variables aux fréquences de la FCN et de la NAR puis ajustement d’ondes constantes en amplitude et en phase comprenant 42 fréquences luni-solaires) sur les séries IVS. Chaque couleur représente les résidus obtenus pour un centre d’analyse. À gauche est représenté la composante dX et à droite, la composante dY .

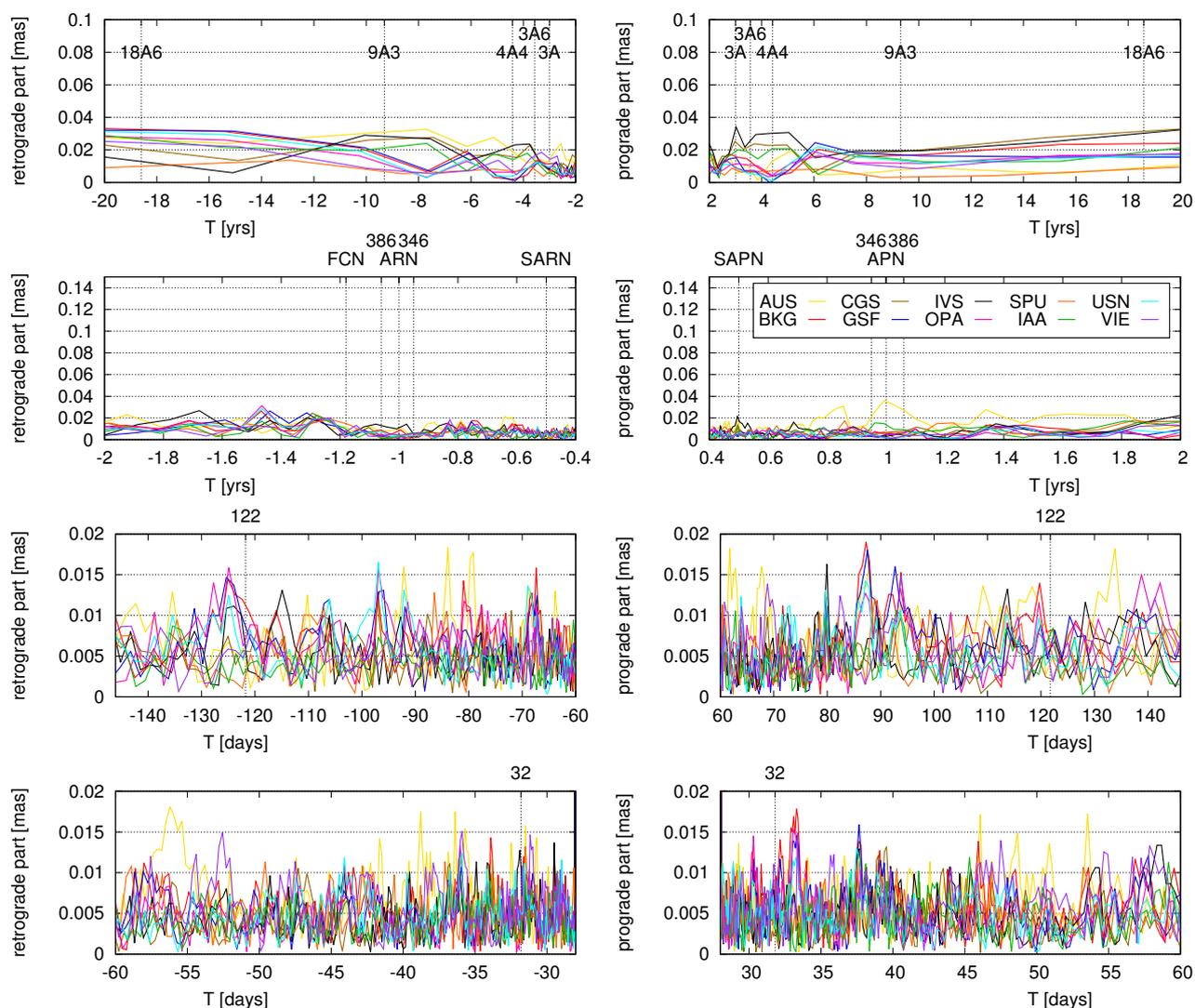


FIGURE 4.6 – Spectres de Fourier complexes des résidus associés à l'ajustement de la FCN et de la NAR variables puis d'ondes constantes en amplitude et en phase comprenant 42 fréquences luni-solaires. Chaque couleur représente les résidus obtenus sur les séries d'un centre d'analyse de l'IVS. Chaque fenêtre représente une bande de périodes différentes renseignées en abscisse.

centre d'analyse	STATISTIQUES SUR LES RESIDUS											
	harmonique				FCN variable + harm.				FCN & NAR var. + harm.			
	dX		dY		dX		dY		dX		dY	
	rms [μas]	χ^2	rms [μas]	χ^2	rms [μas]	χ^2	rms [μas]	χ^2	rms [μas]	χ^2	rms [μas]	χ^2
AUS	148	5.5	148	5.6	119	3.6	120	3.7	123	3.8	122	3.8
BKG	142	6.7	145	6.9	104	3.6	102	3.4	107	3.8	106	3.6
CGS	136	8.2	141	8.7	96	4.0	101	4.5	100	4.4	105	4.8
GSF	135	5.1	134	4.9	92	2.4	92	2.3	96	2.6	95	2.5
IAA	141	7.9	145	8.6	102	4.1	106	4.5	105	4.4	109	4.8
IVS	99	29.6	98	28.9	70	11.8	72	12.3	74	13.2	76	13.7
OPA	131	4.9	134	4.9	92	2.4	89	2.3	95	2.6	93	2.5
SPU	143	5.8	144	5.9	115	3.7	116	3.8	118	4.0	118	3.9
USN	130	4.7	130	4.9	91	2.4	89	2.3	94	2.5	92	2.4
VIE	140	6.9	143	7.6	103	3.7	105	4.0	106	3.9	108	4.3
moy	135	8.5	136	8.7	98	4.2	99	4.3	102	4.5	102	4.6

TABLE 4.1 – Relevé des rms et χ^2 sur les composantes dX et dY des trois ajustements détaillés dans ce chapitre : (1) ajustement de 21 harmoniques luni-solaires et à la fréquence de la FCN (voir chapitre 2); (2) ajustement au préalable de la FCN variable puis 21 harmoniques luni-solaires (voir chapitre 3); (3) ajustement au préalable de la FCN et de la NAR variables puis de 21 harmoniques luni-solaires (voir ce chapitre).

••• SECTION 4.2 •••

Variations en fréquence

.....

Lorsqu'on inspecte les phases de la FCN et de la NAR qui ressortent de l'ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante, nous constatons leurs variations. Celles-ci sont quantifiées par les dérivées à deux points des séries correspondantes, exposées dans la figure 4.7.

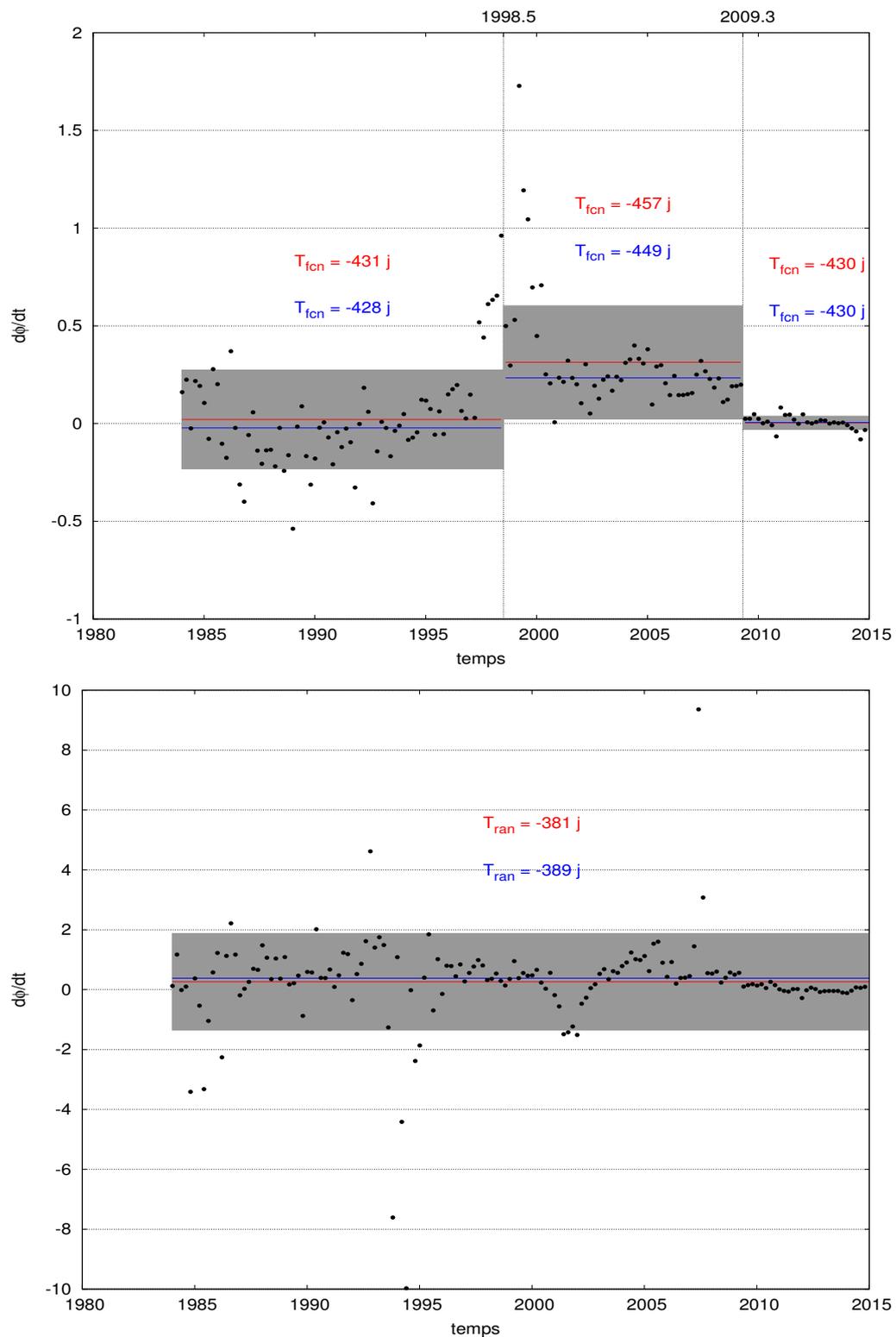


FIGURE 4.7 – Variations du 1^{er} ordre obtenues par le calcul de la dérivée à deux points de la phase de la FCN (**en haut**) et de la NAR (**en bas**), dans le cas d'un ajustement simultané de ces deux termes de nutation par la méthode des moindres carrés sur une fenêtre glissante de taille 7 ans. Exemple du centre d'analyse de l'observatoire de Paris, OPA. Les trois intervalles de temps pour la FCN sont délimités par les sauts flagrants de la dérivée.

4.2.1 • Variations en fréquence de la nutation libre du noyau

Nous retrouvons les sauts en fréquence de la FCN (hypothèse portée à l'origine par Gubanov [2010]), comme c'était le cas dans la section 3.3 et qui se manifestent par des sauts de la dérivée de la phase. Pour rappel nous avons déterminé 1998.5 et 2010.5 dans le cas de la FCN isolément ajustée. Dans le cas des ajustements conjoints de la FCN et de la NAR, sont plutôt révélées les dates 1998.5 et 2009.3 (voir la figure 4.7).

De plus, pour les premiers points du graphe concernant la FCN, un saut semble se dessiner aux alentours de 1986. Cependant, le faible nombre de points et l'effet de bord rendent cette date sujette à caution - on rappelle l'utilisation d'une fenêtre de 7 ans. Néanmoins, si ce saut est avéré, nous observerions deux paliers, le premier de 12,5 ans, le second de 10,8 ans, valeurs assez proches l'une de l'autre et amenant la réflexion d'une régularité potentielle du phénomène.

La période de la FCN correspondant à chacun de ces paliers peut être calibrée par la médiane des dérivées premières (voir chapitre 3, section 3.3 pour les détails). Les résultats sont résumés dans la table 4.2.

Les nouvelles périodes, 430 jours, 449 jours, et 432 jours semblent correspondre respectivement au creux de la composante spectrale de la FCN, au pic dominant à sa gauche, et à nouveau au creux (voir figure 3.8). Le dédoublement spectral de la fréquence de la FCN serait donc également une conséquence des soubresauts de sa fréquence superposée à la modulation de son amplitude.

	Ajustement de la période de la FCN									de la NAR		
	1984 - 1998.5			1998.5 - 2009.3			2009.3 - 2015			deb - fin		
	T			T			T			T		
	moy	med	rms	moy	med	rms	moy	med	rms	moy	med	rms
IAA	431	427	+19/-21	456	451	+20/-22	431	432	+3/-3	393	387	+69/-107
AUS	432	430	+27/-30	453	447	+24/-27	434	435	+5/-5	394	392	+70/-108
BKG	432	430	+21/-24	455	453	+18/-20	431	431	+3/-3	380	380	+63/-94
CGS	432	427	+20/-22	455	448	+23/-26	433	432	+3/-3	381	382	+52/-71
GSF	432	428	+20/-22	456	450	+20/-22	432	432	+2/-2	381	383	+60/-87
IVS	434	431	+29/-34	454	449	+28/-28	430	430	+3/-3	381	389	+81/-140
OPA	431	428	+20/-22	457	449	+25/-28	430	430	+3/-3	381	389	+81/-140
SPU	441	438	+22/-24	453	446	+25/-28	436	437	+5/-5	378	387	+67/-104
USN	432	430	+20/-22	455	449	+24/-23	430	431	+3/-3	381	385	+55/-77
VIE	432	429	+23/-25	455	448	+21/-23	433	432	+3/-3	393	395	+69/-106
moy	433	430		455	449		432	432		384	384	

TABLE 4.2 – Calibration des périodes de la FCN et de la NAR à partir des séries de dérivées premières de leur phase. La période de la FCN est recalculée sur trois intervalles délimités par des sauts dans la dérivée, tandis que la période de la NAR est recalculée sur l'ensemble de la période d'observation. Cette dernière révèle finalement un terme qui n'est pas annuel.

4.2.2 • Variation en fréquence du terme annuel rétrograde

La correction de la période de la **NAR** porte à 384 jours (voir figure 4.7). Elle s'est donc fortement rapprochée d'un autre terme luni-solaire, à savoir celui en 386 jours. Ainsi, tout ce qui fut attribué initialement à la **NAR** pourrait alors concerner le terme en 386 jours rétrograde, voisin plus proche de la **FCN** et donc davantage assujéti à la résonance de la nutation libre du noyau. Toutefois les barres d'erreur sur la calibration étant très importantes, cette conclusion reste une conjecture.

••• SECTION 4.3 •••

Défauts de la méthode des moindres carrés

.....

Dans le chapitre 3, section 3.4, nous avons montré les difficultés de la méthode des moindres carrés à récupérer la composante variable en amplitude de la nutation libre du noyau au sein d'un signal de contrôle à deux fréquences. Ce constat découle de plusieurs cas d'étude pour tester la méthode dont l'ensemble des résultats est reporté en annexe D. En lien avec ce chapitre, nous reproduisons ici des figures de deux cas d'étude :

- **Cas d'étude n°3** : un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la **FCN** + un terme constant en amplitude, phase et fréquence pour la **NAR**.
- **Cas d'étude n°4** : un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la **FCN** + un terme constant en phase et fréquence et modulé en amplitude pour la **NAR**.

Les figures 4.8 et 4.9 présentent les résultats des ajustements conjoints des deux termes de nutation pour le cas d'étude n°3. La figure 4.8 représente la **FCN** et la figure 4.9 représente la **NAR**. On remarque que le terme de la **FCN** est mieux récupéré pour des courtes fenêtres alors que la **NAR** privilégie les plus longues. Néanmoins, ce dernier terme présente, quelle que soit la fenêtre, des artefacts qui apparaissent inopinément durant l'ajustement.

Les figures 4.10 et 4.11 présentent les résultats de l'ajustement conjoint des deux termes de nutation pour le cas d'étude n°4. La figure 4.10 représente la **FCN** et la figure 4.11 représente la **NAR**. La récupération des signaux d'entrée est beaucoup moins bonne dans ce cas. Pour la **FCN**, les courtes fenêtres font apparaître un signal périodique en environ 3 ans tandis que les longues fenêtres voient apparaître des décalages entre le signal d'entrée et le signal ajusté. Pour la **NAR**, ce sont les courtes périodes qui récupèrent tant bien que mal le signal d'entrée (du moins l'amplitude mais pas la phase), tandis que les longues périodes n'y parviennent pas dû au phénomène de moyennisation sur la fenêtre d'ajustement.

Ainsi, la méthode d'ajustement par moindres carrés, déjà défailante à récupérer le signal de la **FCN** seul lorsque le terme annuel rétrograde est constant, montre clairement ses limites. Elle ne parvient pas à récupérer simultanément le signal de la **FCN** et de la **NAR** dès que l'un des deux termes varie, quelle que soit la taille de la fenêtre. Dans le cas où les deux termes sont variables, l'ajustement est encore moins fiable.

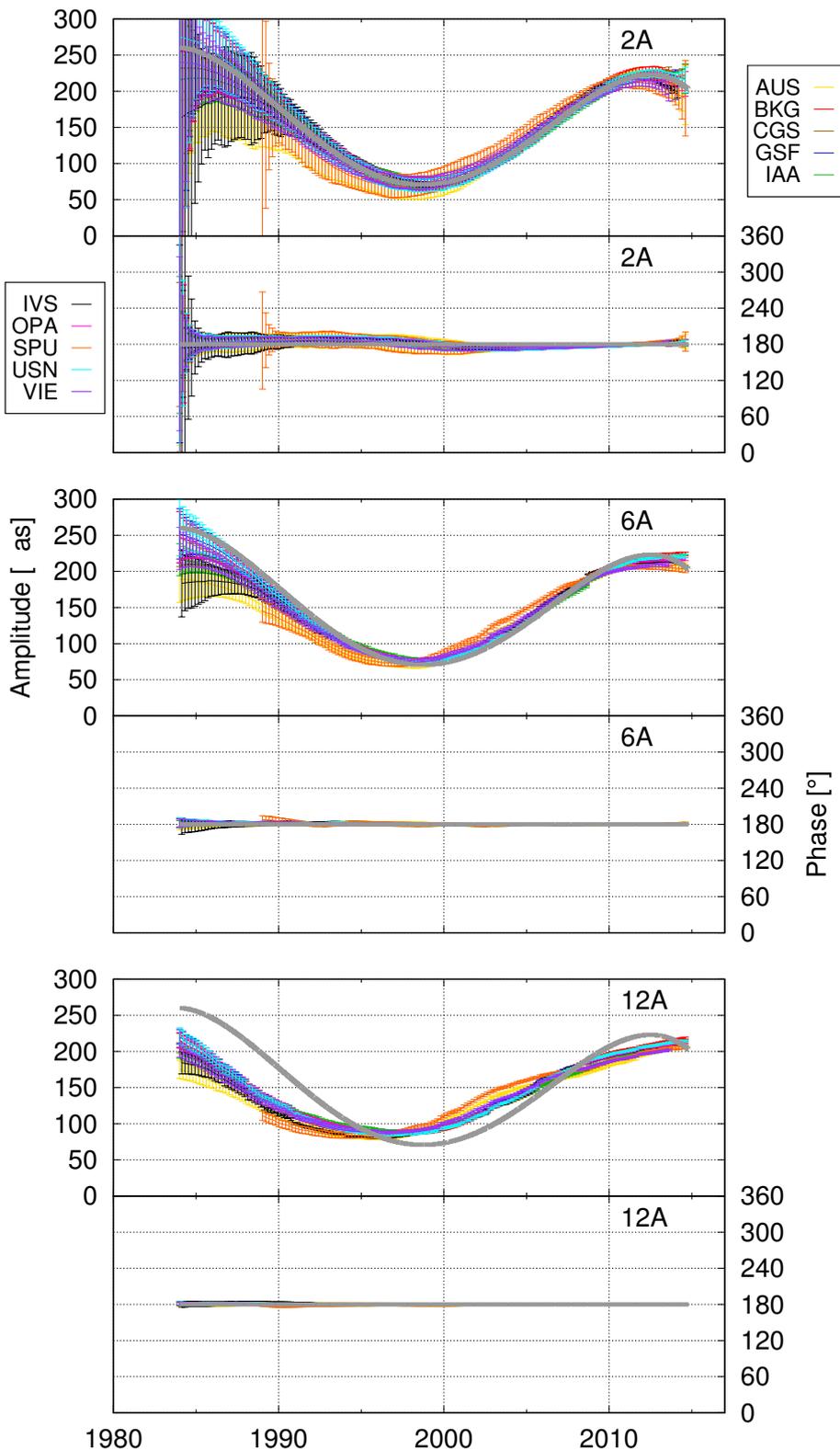


FIGURE 4.8 – Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un terme à la fréquence de la FCN et d'un terme annuel rétrograde dans le cas de la combinaison de deux signaux artificiels : (a) un signal à la fréquence de la FCN à amplitude variable et phase constante (b) un signal rétrograde à la fréquence annuelle, à amplitude et phase constantes.

Ces figures concernent les résultats de l'ajustement de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre, respectivement 2 ans, 6 ans et 12 ans. En gris est représentée la série artificielle considérée en entrée.

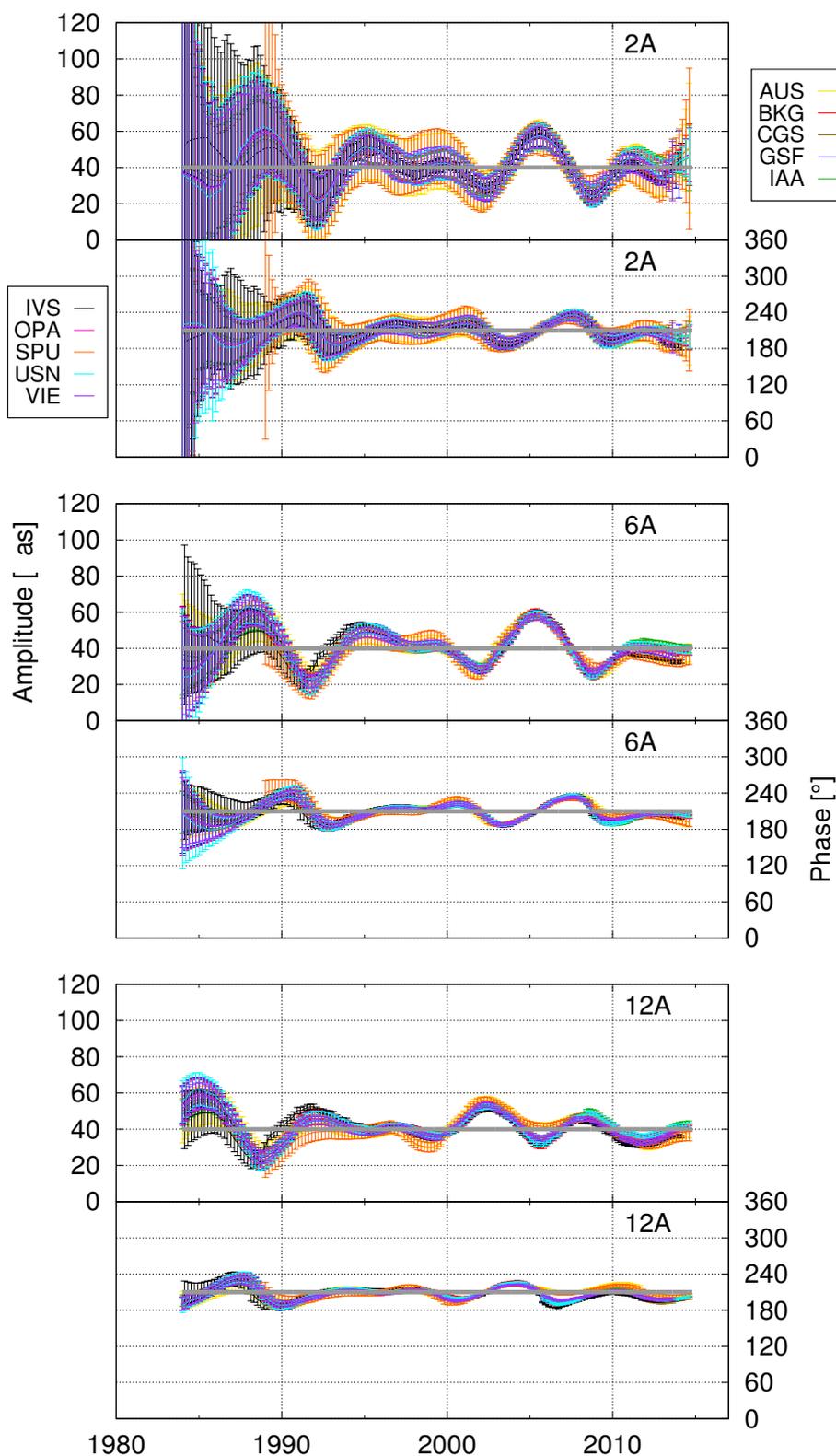


FIGURE 4.9 – Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un terme à la fréquence de la FCN et d'un terme annuel rétrograde dans le cas de la combinaison de deux signaux artificiels : (a) un signal à la fréquence de la FCN à amplitude variable et phase constante (b) un signal rétrograde à la fréquence annuelle, à amplitude et phase constantes.

Ces figures concernent les résultats de l'ajustement de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre, respectivement 2 ans, 6 ans et 12 ans. En gris est représentée la série artificielle considérée en entrée.

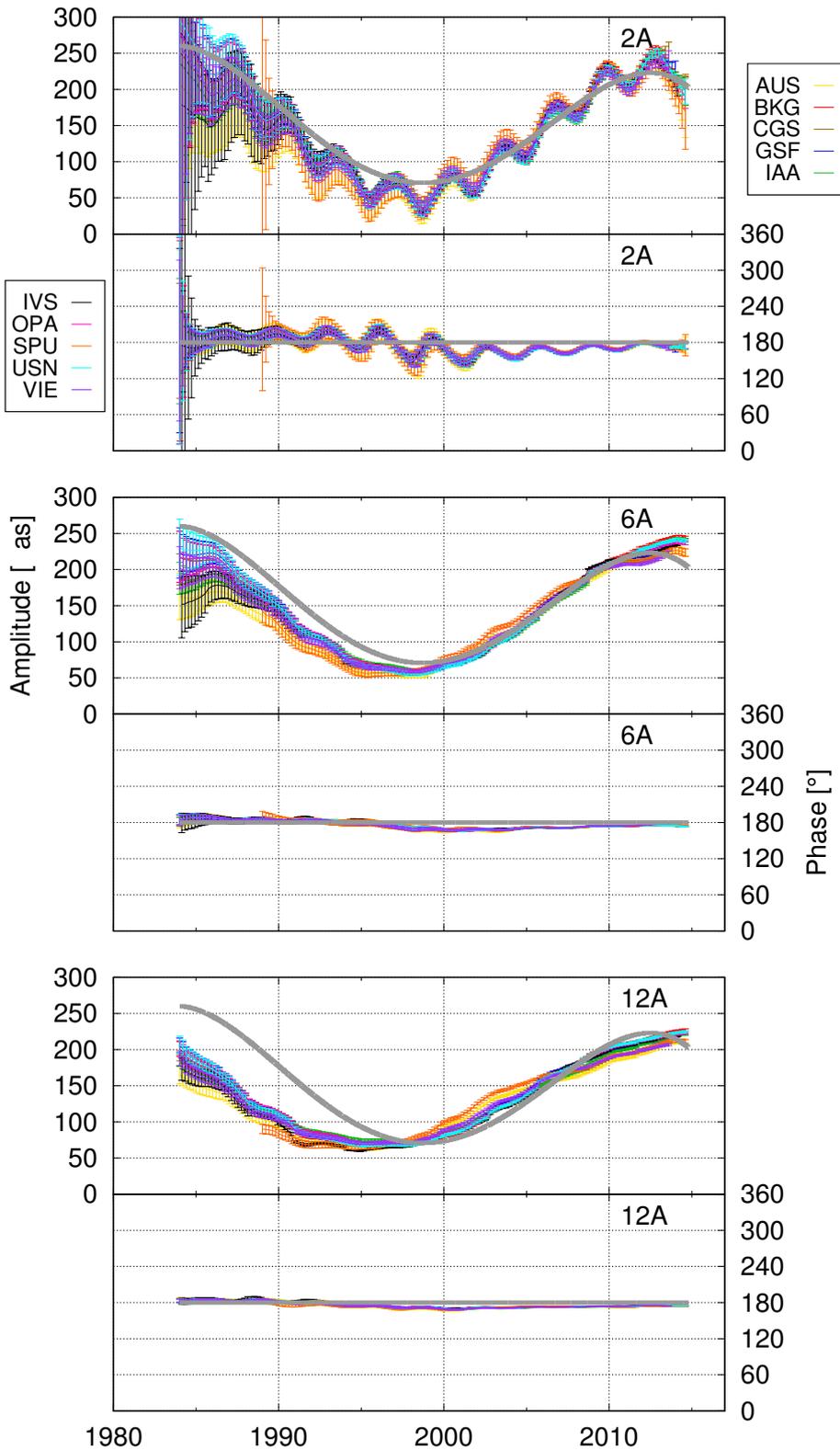


FIGURE 4.10 – Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un terme à la fréquence de la FCN et d'un terme annuel rétrograde dans le cas de la combinaison de deux signaux artificiels : (a) un signal à la fréquence de la FCN à amplitude variable et phase constante (b) un signal rétrograde à la fréquence annuelle, à amplitude variable et phase constante.

Ces figures concernent les résultats de l'ajustement de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre, respectivement 2 ans, 6 ans et 12 ans. En gris est représentée la série artificielle considérée en entrée.

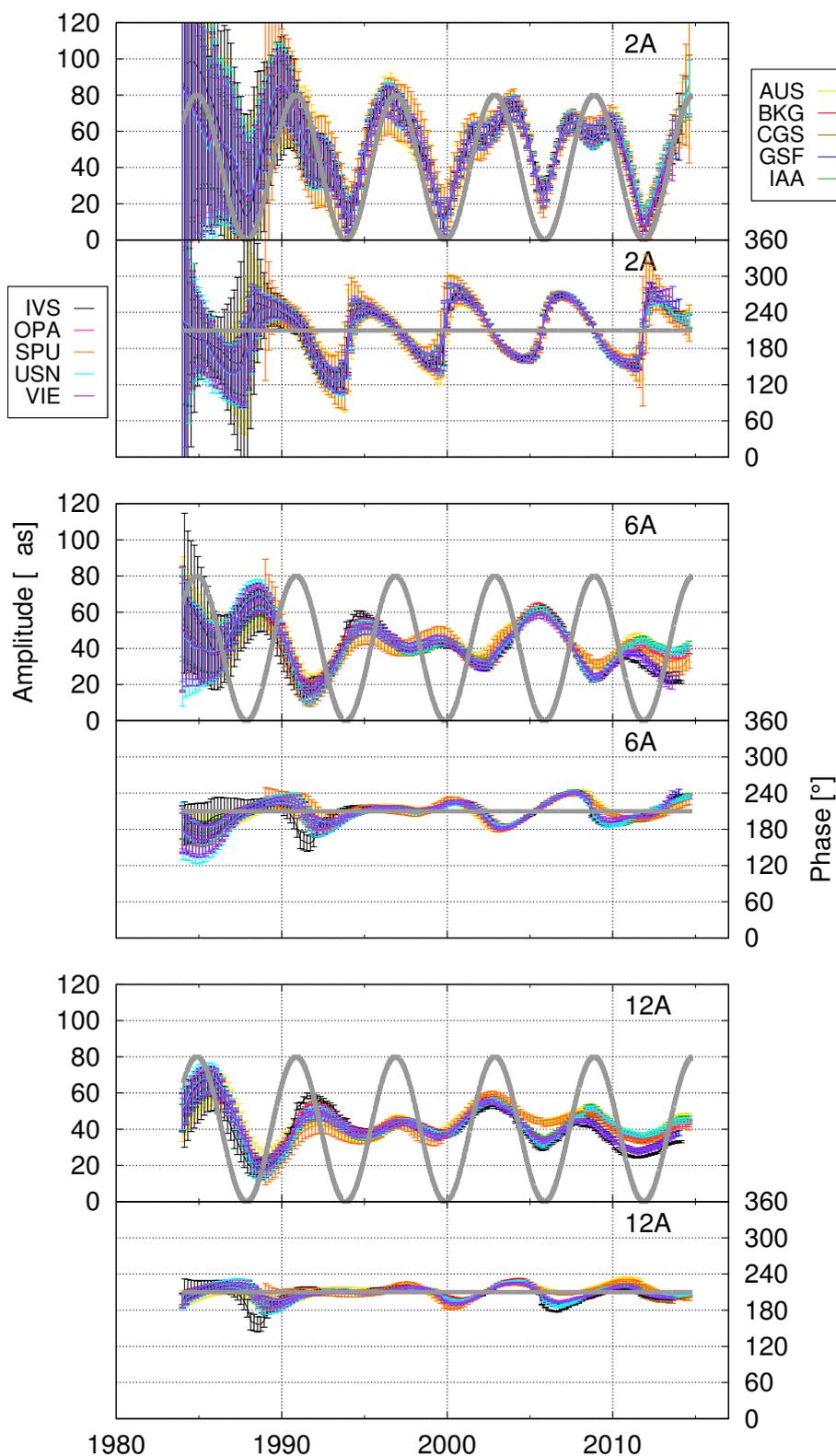


FIGURE 4.11 – Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un terme à la fréquence de la FCN et d'un terme annuel rétrograde dans le cas de la combinaison de deux signaux artificiels : (a) un signal à la fréquence de la FCN à amplitude variable et phase constante (b) un signal rétrograde à la fréquence annuelle, à amplitude variable et phase constante.

Ces figures concernent les résultats de l'ajustement de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre, respectivement 2 ans, 6 ans et 12 ans. En gris est représentée la série artificielle considérée en entrée.

Conclusion

.....

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'ajustement conjoint de la nutation libre du noyau et du terme de nutation annuel rétrograde. L'ajout de la **NAR** dans l'ajustement fenêtré pour en estimer ses variabilités a transféré la composante périodique en 6 ans de l'amplitude de la **FCN** à l'amplitude de la **NAR**. Ainsi les explications apportées par **Malkin [2016]**, par exemple, concernant cette oscillation ne sont pas remises en cause mais simplement associées à un autre terme que celui de la nutation libre du noyau.

Cependant, il n'est pas dit que le transfert se fasse vers le terme de nutation annuel rétrograde puisque l'analyse des courbes de phase pour les calibrations des périodes reporte le terme annuel ajusté à un terme en 386 jours rétrograde. Mais les dispersions sont tellement grandes que les erreurs sur cette période englobent largement la période annuelle et imposent le doute.

La comparaison des performances de l'ajustement avec celui de la **FCN** comme unique terme de nutation variable, présenté dans le chapitre 3, fait pencher la balance vers ce dernier, même si la différence est très faible (<5%). Néanmoins, les cas d'étude pour tester la méthode d'ajustement par moindres carrés sont unanimes. Elle est inefficace à récupérer les deux termes de nutation spectralement proches, **FCN** et **NAR**, si au moins l'un des deux varie. Ce dernier point rend les conclusions apportées dans ce chapitre délicates ainsi que celles d'autres études portant sur la **FCN**, comme **Belda et al. [2016]**, **Lambert [2006]**, **Malkin [2016]**.

L'exploration de méthodes alternatives est donc primordiale pour avancer dans la compréhension des ajustements des termes de nutation. L'objectif principal à viser en est la décorrélation des différents termes ajustés. Cependant, le fenêtrage semble être le point mis en défaut ici, alors qu'il est à la base de la plupart des autres méthodes d'ajustement (e.g. l'analyse en ondelettes, filtrage de Panteleev).

Conclusion de la partie I



Nous avons analysé dix séries de la nutation de la Terre fournies par l'IVS au travers l'ajustement par la méthode des moindres carrés des 42 termes de nutation luni-solaires ainsi que du terme géophysique de la nutation libre du noyau [FCN].

Trois méthodes d'ajustement différentes ont été étudiées. La première est l'ajustement de termes constants aux 43 fréquences mentionnées précédemment (voir chapitre 2). Un tel ajustement a permis notamment d'obtenir des corrections au dernier modèle de nutation adoptée par l'UAI, le modèle MHB2000 [Mathews et al., 2002]. La deuxième consiste en l'ajustement de la FCN sur une fenêtre glissante puis de l'ajustement des composantes aux 42 fréquences luni-solaires, apportant un deuxième jeu de correction à MHB2000. Enfin, la troisième prend en compte le terme annuel rétrograde [NAR] simultanément à la FCN dans l'ajustement par fenêtre glissante, afin de les décorrélérer, portant à trois les versions de corrections au modèle de référence.

Par ce travail, nous avons confirmé les variations de la FCN en amplitude, bien connues depuis plus d'une décennie [e.g., Belda et al., 2016, comparant quatre modèles empiriques]. À ces variations, nous avons également décelé une variation en fréquence qui surviendrait par des sauts [concept inspiré de Gubanov, 2010]. Une interrogation sur la régularité potentielle des sauts reste ouverte en raison d'une couverture partielle d'un cycle complet et par l'ambiguïté des premières années d'observation du VLBI. Ils surviendraient tous les ~ 12 ans, en corrélation avec les alternances croissance/décroissance de l'amplitude. En 2023, les données supplémentaires permettront d'approfondir.

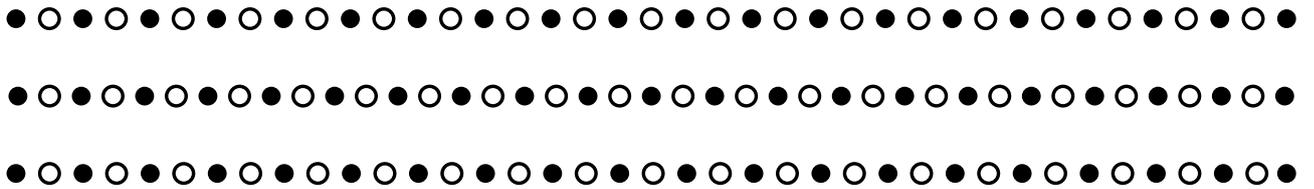
Dans un autre temps, notre opinion diverge quant aux perturbations pseudo-périodiques sur l'amplitude de la FCN. Dans Malkin [2016], ce phénomène, d'une période d'environ 6 ans, a été corrélié à des sursauts dans le champ magnétique de la Terre. Pour notre part, nous avons montré que, lorsqu'on ajuste simultanément le terme de la FCN et le terme de la NAR, ces variations sont reportées (et modifiées) sur cette dernière. L'origine magnétique de ces perturbations en 6 ans, rappelant le cas des variations du LOD [Holme and de Viron, 2013], n'est toutefois pas à remettre en question, mais agirait simplement à une fréquence différente de celle de la FCN.

Enfin, l'ajustement variable de la NAR produit une phase exposant une dérive linéaire. L'étude de cette dérive comme une correction de la fréquence a montré que le terme ajusté était plus probablement celui à la période rétrograde en 386 jours, qui est à une fréquence plus proche de la FCN et, à ce titre, plus exposé à sa résonance.

Néanmoins, une telle configuration dans les termes de nutation pour un ajustement par moindres carrés dépasse les limites de compétences de cette méthode (voir l'annexe D pour tous les détails). Une technique plus sophistiquée est donc requise, sans quoi aucune conclusion ne pourra être correctement défendue. Dans cet esprit, la reprise de l'étude des travaux de Foster [1995] sur le périodogramme DCDFT pourrait apporter son utilité.

Partie II

STABILITÉ DES
RADIO-SOURCES



Dans la partie précédente, nous avons porté notre attention sur la nutation de la Terre vue à travers les observations du VLBI. Ce mouvement multi-périodique, avec la précession en environ 26 000 ans, est défini par rapport à un système de référence idéalement inertiel qu'il faut donc réaliser préalablement. Les axiomes cosmologiques, à savoir l'Univers est homogène, isotrope et non-tournant, sont prédisposés pour aider à la réalisation d'un tel système.

Sa matérialisation se fait en sélectionnant des objets adéquats dans le ciel. Leurs observations permettent de savoir s'ils définissent un repère quasi-inertiel, non tournant par rapport à l'univers lointain. Ce principe est inclus dans la définition du système de référence céleste international [International Celestial Reference System, ICRS], adopté actuellement par l'UAI.

Avec l'avènement de l'interférométrie à très longue base [VLBI], on matérialise le repère céleste quasi-inertiel par un ensemble de radio-sources extragalactiques observées par cette technique. Une telle construction, que l'on appelle un repère de référence céleste international [ICRF], a été adoptée par l'UAI pour la première fois en 1997 [Ma et al., 1998], puis en 2009 [Fey et al., 2015]. Une troisième version doit aboutir courant 2018 [Jacobs et al., 2014].

Les travaux pour la deuxième réalisation de l'ICRS, basés sur les observations disponibles de 1979 à cette époque, ont conduit à sélectionner 295 radio-sources comme sources de définition. On les appelle ainsi car elles déterminent les directions des axes du repère, et tout ensemble de sources quelconque est astreint à ne présenter aucune rotation par rapport à elles à une certaine incertitude près.

Cependant, est-ce que les objets sélectionnés pour la matérialisation du système correspondent strictement aux principes posés ? Dans notre cas particulier, est-ce que les radio-sources extragalactiques sélectionnées sont bien immobiles par rapport à l'univers lointain ? Statistiquement et selon le principe de mesure, les positions observées des sources doivent se réduire à un bruit blanc pour satisfaire au critère de non-rotation², condition sine qua non pour que de telles sources puissent porter les axes du repère.

Dans cette partie, nous nous proposons de vérifier si les séries de positions des radio-sources observées par le VLBI affichent bien le comportement statistique requis, notamment pour les sources qui seront choisies pour la définition des axes du repère. Pour cela, nous utiliserons un outil statistique très répandu en métrologie, la variance d'Allan. Cet outil sert en particulier à caractériser la stabilité des horloges atomiques et le bruit qui les affecte. Les détails théoriques concernant la variance d'Allan sont donnés en annexe E.

Un premier chapitre traitera d'abord du calcul des séries $(\alpha(t), \delta(t))$ des coordonnées équatoriales des radio-sources, obtenues par l'ajustement des observations VLBI. Dans un deuxième chapitre, nous appliquerons la variance d'Allan à l'étude de stabilité des radio-sources plus observées. Au cours du troisième chapitre, la méthodologie sera appliquée aux sources de l'ICRF2 en nous limitant aux données disponibles à l'époque, puis jusqu'aux données actuelles pour juger si les performances annoncées en 2009 sont toujours de mise. Un quatrième chapitre clôturera cette partie par l'étude des propriétés physiques des sources VLBI et notamment la recherche des critères physiques communs aux sources déclarées comme stables.

2. En pratique, déterminer la position des sources n'est pas aisé car des contaminations extérieures doivent être éliminées, par exemple les effets de structure de source ou les effets atmosphériques. Si cela n'est pas fait correctement, ces dernières peuvent ajouter du bruit dans la position de la source, potentiellement coloré, et conduire de manière inopportune à son rejet.

CHAPITRE 5

Détermination des déplacements des radio-sources



Pour étudier la stabilité astrométrique¹ des sources de référence observées par VLBI, il nous faut disposer de la position des sources sur plusieurs années. Une telle information se résume par les séries temporelles des coordonnées équatoriales α (ascension droite) et δ (déclinaison) déterminées à partir de plusieurs sessions d'observations VLBI en mode astro-géodésique².

Bien que de tels produits soient disponibles, par exemple sur le site web du centre d'analyse IVS hébergé à l'Observatoire de Paris [IVSOPAR], nous avons décidé de réaliser nos séries temporelles par un traitement des observations qui nous est propre. Cela nous permet de contrôler les contraintes appliquées au cours du traitement et de produire des séries que nous estimons plus précises.

Dans ce chapitre, nous détaillons la façon dont nous avons opéré. Il nous a fallu de prime abord récupérer l'historique complet des observations VLBI et dresser pour chacune un panorama de ses observations. Une fois ce calendrier récupéré, une stratégie a été mise en place afin d'ajuster la position des sources depuis la première observation en 1979, que nous comparons à la méthode classique.

Contents

5.1 Historique des observations des sources et statistique	80
5.1.1 L'activité des observations astro-géodésiques du VLBI	80
5.1.2 Les stations du réseau VLBI	81
5.1.3 Choix des sessions d'observations	81
5.1.4 Les radio-sources VLBI	83
5.2 Stratégies d'ajustement des positions des sources	86
5.2.1 Ajustements indépendants par session d'observations	86
5.2.2 Détails techniques de la solution par session	87
5.2.3 Détails techniques de la solution d'ajustements contraints	87
5.2.4 Traitement des points aberrants dans les séries	91
5.3 Comparaison des solutions indépendante et "affinée"	94
5.4 Rotation et déformation entre repères célestes	95
5.4.1 Méthode d'estimation de la rotation entre repères célestes	95
5.4.2 Résultats	95

1. c'est-à-dire l'amplitude des mouvements apparents qui animent une source par rapport à une position de référence ou un mouvement régulier de référence (par exemple l'immobilité, le mouvement propre, un mouvement périodique)

2. La technique interférométrique VLBI est également utilisée pour la cartographie des sources

••• SECTION 5.1 •••

Historique des observations des sources et statistique

5.1.1 • L'activité des observations astro-géodésiques du VLBI

L'historique des observations VLBI à des fins géodésiques est disponible sur le [site](http://ivs.nict.go.jp/mirror/program/master.html) de l'IVS³. Régulièrement mis à jour au rythme des observations, cet historique se résume en [master files](#) dans lesquels sont répertoriées toutes les informations utiles sur une session d'observation, par exemple le code d'identification de la session, la date et heure de début d'observation, la durée, les antennes utilisées entre autres (voir la [note technique](#) de ces fichiers).

Chaque master file est associé à une année et récapitule toutes les observations rendues publiques durant cette année-là, y compris celles qui sont en traitement pour l'année en cours (2016 au moment de cette thèse). De cet historique, on peut en extraire le nombre de sessions d'observations par année, représenté en figure 5.1. On y remarque l'ampleur qu'a prise le VLBI au cours des années 80, atteignant un maximum d'activités au début des années 90. La fréquence des observations faiblit ensuite légèrement - possiblement suite au partage du temps d'antennes entre les communautés astrophysique et astro-géodésique - et atteint une routine de fonctionnement d'environ 150 à 200 sessions non

3. historiques des observations VLBI → <http://ivs.nict.go.jp/mirror/program/master.html>

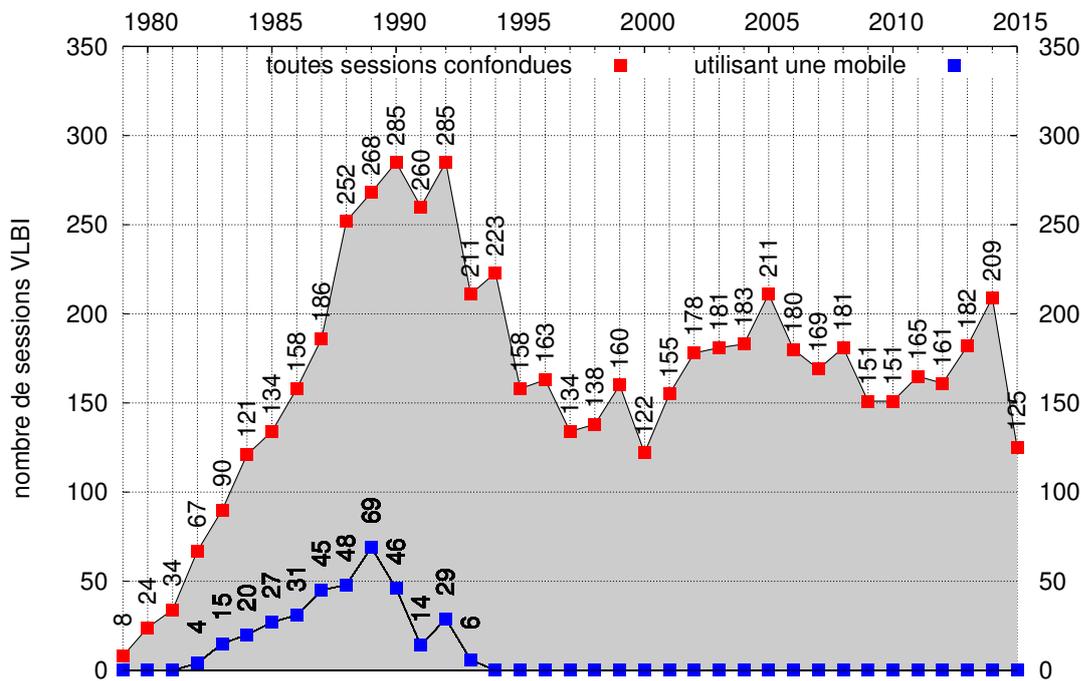


FIGURE 5.1 – Historique des sessions d'observations astro-géodésiques publiées du VLBI par année. Informations fournies par l'IVS dans les [master files](#).

intensives⁴ en astro-géodésie.

5.1.2 • Les stations du réseau VLBI

Le gain en précision durant la première décennie a eu lieu grâce à l'implantation d'antennes radios dans le monde entier. On en dénombre au total 230 (incluant celles qui ne sont plus en service aujourd'hui) au 1^{er} septembre 2016 (voir table 5.1), comprenant des antennes fixes fréquemment utilisées, des antennes mobiles qui ont permis d'intensifier les observations dans certaines régions sur une courte période et des antennes expérimentales qui ne concernent que quelques observations. Cet historique observationnel par station est représenté par la figure 5.2.

Aujourd'hui, le réseau VLBI continue de s'étendre. Dernièrement, l'effort a porté sur la densification du réseau dans l'hémisphère sud. Les récentes années ont vu ainsi la construction d'antennes en Océanie et en Amérique du Sud, permettant de nouvelles lignes de base avec le site historique de cet hémisphère, l'observatoire d'astronomie radio d'Hartebeesthoek, en Afrique du Sud, qui recense depuis quelques années une deuxième antenne.

Notre époque voit également une nouvelle génération d'antennes, plus petites, mais gagnant en mobilité et donc en rapidité au pointage. L'ère du Système d'Observation Globale du VLBI [VGOS] se met en place, et annonce des observations astro-géodésiques sans interruption, avec des améliorations sur les produits en astrométrie et en géodésie à la clé.

Malgré tout, des antennes de première génération participent encore aux observations, comme l'atteste la figure 5.2. Citons par exemple, l'antenne Onsala (n°140 dans la table 5.1) en Suède qui possède l'historique le plus long (observations fréquentes depuis 1980!), l'antenne Westford (n°207) aux Etats-Unis (depuis 1981 jusqu'à un arrêt récent depuis 2015) et l'antenne Wettzell (n°213) en Allemagne (depuis 1984).

5.1.3 • Choix des sessions d'observations

Les sessions disponibles depuis le site de l'IVS ont des objectifs divers. La plupart sont regroupées par projet et profitent d'une planification⁵ semblable. Par exemple, certaines sessions ont été planifiées pour répondre à des critères astrométriques, d'autres à des critères géodésiques. Certaines favorisent un réseau régional, d'autres un réseau intercontinental. Les projets jugés utiles pour la communauté bénéficient de sessions d'observation répétées sur plusieurs années quand d'autres, peu développées, ne comptabilisent que quelques journées d'observation.

4. Le VLBI affiche une tâche prioritaire dans ses objectifs pour la détermination de UT1. Ainsi, tous les jours, certaines antennes sont réquisitionnées pendant 1h pour effectuer des observations rassemblées dans des sessions dites intensives afin de remplir cette tâche de fonctionnement.

5. Le scheduling ou planification du déroulement d'une session est décrit par un fichier numérique rassemblant tous les détails techniques, des stations à utiliser aux sources à observer. On y trouve les informations sur les durées d'observations par source ou l'indisponibilité quotidienne de certaines antennes à certains moments, car utilisées pour les observations intensives dans le cadre de la détermination de UT1.

C'est sur la base de ce fichier que sont programmées les observations. Toutefois, la programmation n'est que prévisionnelle. Au cours de l'observation, l'opérateur peut interférer pour circonvenir certains aléas, météorologiques par exemple.

Des logiciels ont été conçus pour écrire les fichiers de programmation, en général basés sur les planifications antérieures. Cela favorise la reproduction de programmations semblables pour les différentes sessions. Une conséquence porte sur les sources, certaines étant beaucoup observées et d'autres délaissées involontairement.

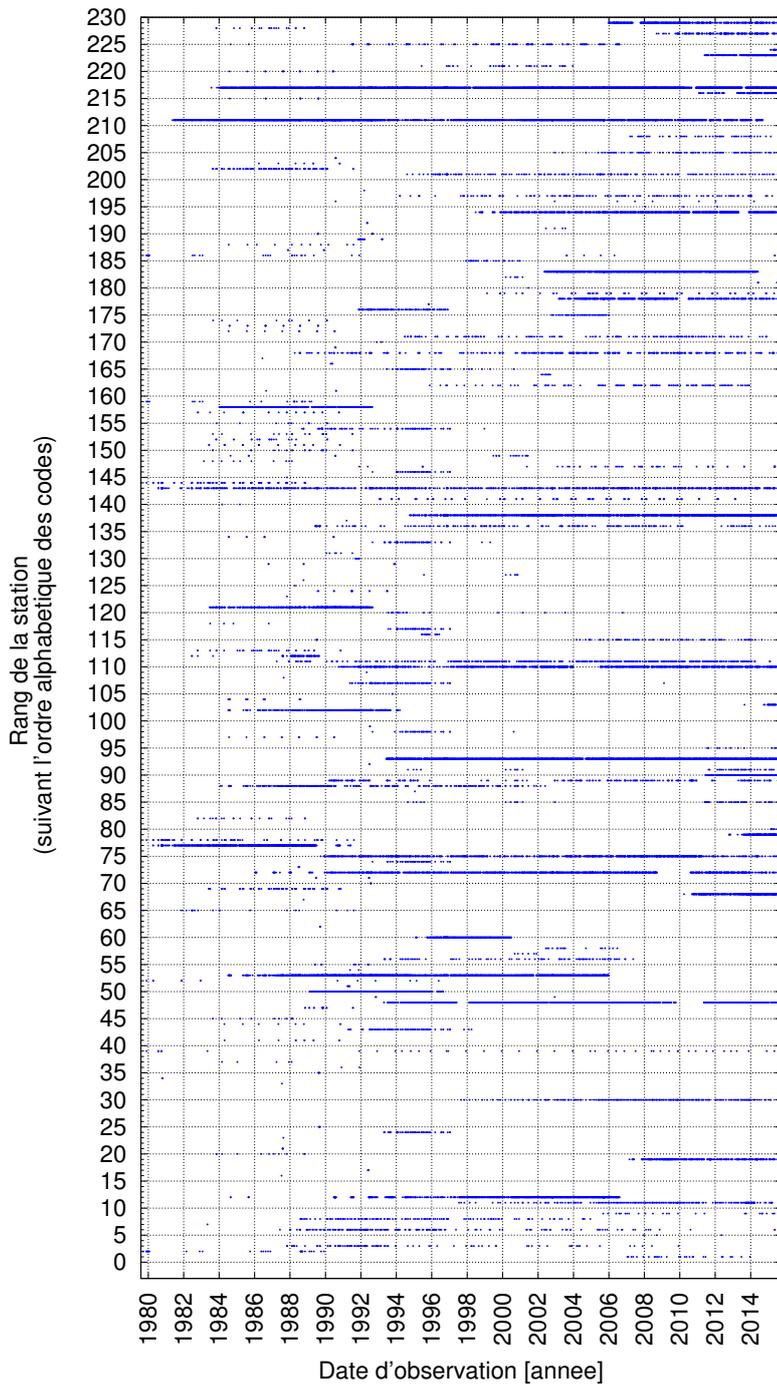


FIGURE 5.2 – Historique des sessions d’observations astro-géodésiques par station VLBI. Informations fournies par l’IVS dans les [master files](#).

TABLE 5.1 – Liste des codes de station VLBI utilisés dans les [master files](#). Voir le fichier [ns-codes.txt](#) pour récupérer les brèves descriptions des antennes à partir de ces codes.

1	13	48	Ft	95	Km	142	Om	189	Tl
2	14	49	G1	96	Kn	143	On	190	Tn
3	15	50	G3	97	Ko	144	Oo	191	Tm
4	36	51	Ga	98	Kp	145	Or	192	To
5	43	52	Gb	99	Kr	146	Ov	193	Tr
6	45	53	Gc	100	Ks	147	Pa	194	Ts
7	61	54	Gd	101	Kt	148	Pb	195	Uc
8	65	55	Gf	102	Ku	149	Pe	196	Ud
9	6a	56	Gg	103	Kv	150	Pf	197	Ur
10	Ag	57	Gi	104	Kw	151	Pl	198	Us
11	Ai	58	Gu	105	Ky	152	Pn	199	Uu
12	Ap	59	Gm	106	Kz	153	Pr	200	Uz
13	Ar	60	Gn	107	La	154	Pt	201	Va
14	As	61	Go	108	Le	155	Pv	202	Vb
15	At	62	Gr	109	M2	156	Qb	203	Ve
16	Au	63	Gs	110	Ma	157	Qu	204	Vi
17	Az	64	Gt	111	Mc	158	Ri	205	Vm
18	Ba	65	Gv	112	Md	159	Ro	206	Vo
19	Bd	66	Gz	113	Me	160	Rz	207	Vr
20	Bb	67	H7	114	Mg	161	S1	208	Vs
21	Be	68	Hb	115	Mh	162	S3	209	Wa
22	Bl	69	Hc	116	Mi	163	Sa	210	Wb
23	Bo	70	Hf	117	Mk	164	Sb	211	Wf
24	Br	71	Hg	118	Ml	165	Sc	212	Wh
25	Bs	72	Hh	119	Mm	166	Se	213	Wn
26	Bv	73	Hk	120	Mn	167	Sg	214	Ws
27	C4	74	Hn	121	Mo	168	Sh	215	Wt
28	Ca	75	Ho	122	Mp	169	Si	216	Ww
29	Cb	76	Hp	123	Mq	170	Sj	217	Wz
30	Cc	77	Hr	124	Mr	171	Sm	218	Y1
31	Cd	78	Hs	125	Ms	172	Sn	219	Y2
32	Ce	79	Ht	126	Mt	173	So	220	Ya
33	Cg	80	Is	127	Mu	174	Sp	221	Yb
34	Ch	81	It	128	Mv	175	Ss	222	Ye
35	Cn	82	J1	129	My	176	St	223	Yg
36	Da	83	Jb	130	Mz	177	Su	224	Yj
37	Dm	84	Jv	131	N6	178	Sv	225	Yk
38	Dw	85	K1	132	Nb	179	Sy	226	Ym
39	Eb	86	K2	133	Nl	180	T3	227	Ys
40	Ef	87	K3	134	Nm	181	T6	228	Yu
41	El	88	Ka	135	No	182	Ta	229	Zc
42	Ev	89	Kb	136	Nt	183	Tc	230	Zv
43	Fd	90	Ke	137	Nx	184	Te	231	-
44	Fl	91	Kg	138	Ny	185	Tg	232	-
45	Fo	92	Ki	139	O8	186	Ti	233	-
46	Fr	93	Kk	140	Oc	187	Tj	234	-
47	Fs	94	Kl	141	Oh	188	Tk	235	-

Pour les traitements réalisés dans le cadre de cette thèse, nous avons considéré l'ensemble des sessions indistinctement⁶ quant à leur origine, afin de disposer d'un ensemble d'observations le plus dense possible. C'est notamment la stratégie qui est adoptée pour réaliser l'IRTF ou l'ICRF.

L'impact du type de campagne d'observation et plus précisément du type de réseau VLBI employé sur les produits astro-géodésiques serait néanmoins très intéressant à étudier. Mais il constitue une problématique qui dépasse le champ de cette thèse. Néanmoins, par cette stratégie du "tous sont bons à prendre", nous profitons d'un avantage de taille pour la détermination d'un repère céleste. En densifiant les sessions considérées, nous faisons de même pour les observations des sources extragalactiques et augmentons également leur nombre.

Nous obtenons de ce fait le mouvement des sources avec une résolution temporelle accrue. Cependant, nous récupérons aussi des données de mauvaise qualité provenant des sessions qui auraient dû être éliminées. Charge ainsi à un traitement des points aberrants de sélectionner les données les plus fiables, en éliminant celles qui présentent une erreur formelle trop importante ou qui s'écartent de la tendance locale de façon suspecte.

5.1.4 • Les radio-sources VLBI

Similairement aux stations, les sources présentent des historiques d'observations très différents. Certaines, comme les sources de définition, font l'objet d'observations beaucoup plus fréquentes. Dans le cas extrême et opposé, d'autres sont observées uniquement lors d'une session dans le but de densifier le catalogue céleste et de servir de calibrateur pour d'autres campagnes. Une vue de l'historique des observations des sources, dans le même esprit que la figure 5.2, est proposée en figure 5.3 où les sources sont répertoriées par la valeur de leur déclinaison.

Les lignes horizontales y indiquent des sources qui sont observées très régulièrement, tandis que les points sporadiques indiquent des observations ponctuelles. On remarque aussi la présence de traits verticaux, illustrant les sessions à but astrométrique, où l'observation de nombreuses sources d'une même région du ciel était l'objectif recherché.

On aperçoit également une différence flagrante entre les deux hémisphères. La partie nord de la voûte céleste a été beaucoup plus observée, en raison d'une évolution du réseau d'antennes en sa faveur. Encore aujourd'hui, cette différence persiste, même si l'investissement apporté pour l'accroissement des capacités d'observation dans l'hémisphère sud comble pas à pas l'écart de potentiel.

En deçà de -45° de déclinaison, le nombre de sources observées n'est pas encore suffisant. Plusieurs années sont encore nécessaires afin que les observations par les antennes subéquatoriales récemment installées (ou en phase de planification) soient suffisamment nombreuses pour combler le manque. Alors la dissymétrie nord/sud devrait fortement diminuer.

Dans l'ensemble de cette partie, nous portons un intérêt particulier au nombre d'observations que présente chaque source VLBI ainsi qu'à leur position sur la voûte céleste. La figure 5.4 en est une représentation qui résume ces deux critères. On remarque la quasi-extinction du mouchetage gris sous la barre des -45° , signifiant l'absence de sources ciblées même lors d'une simple session. Néanmoins, quelques sources présentes dans cette partie du ciel sont bien observées et pourraient être incluses dans les sources de définition lors de la réalisation d'un prochain repère céleste officiel.

6. En réalité quelques sessions ont été éliminées suite à l'incapacité de l'algorithme d'ajustement de traiter les dites sessions, probablement en raison des conditions d'observation médiocres délivrant des données inadaptées.

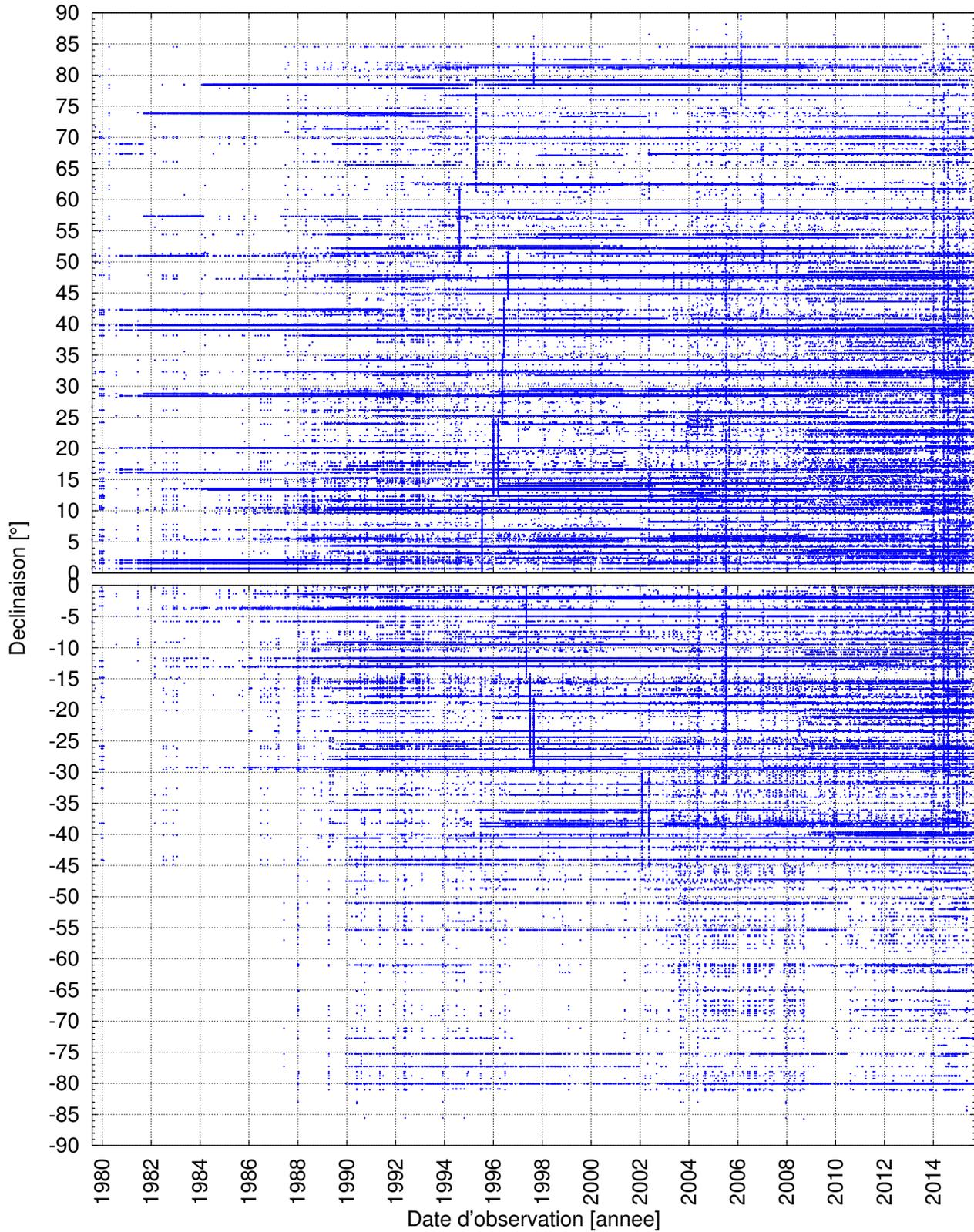


FIGURE 5.3 – Historique des sessions d'observations astro-géodésiques publiées du VLBI. Représentation par source organisée suivant la déclinaison.

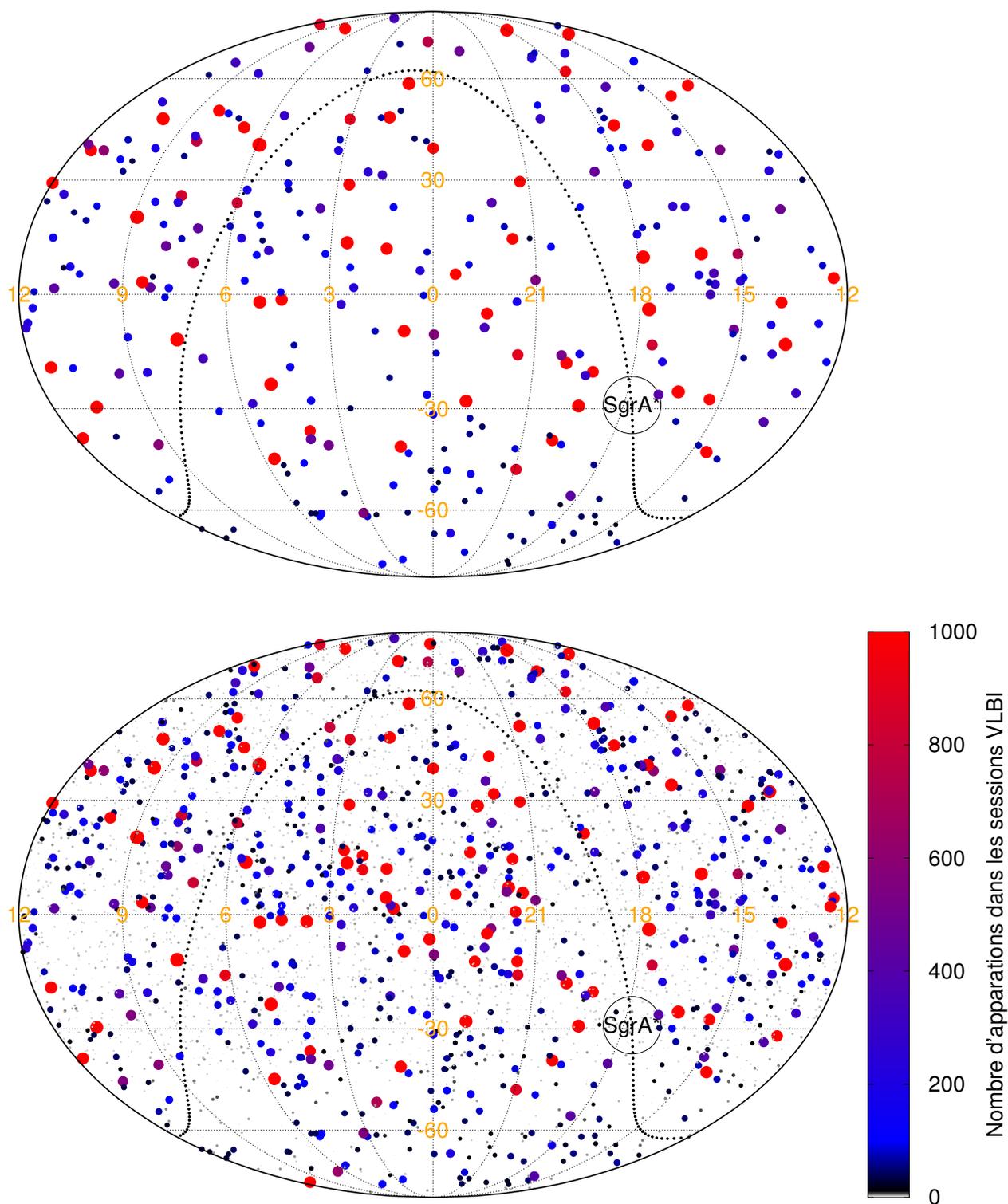


FIGURE 5.4 – Cartographie des sources VLBI en coordonnées équatoriales. **(en haut)** Sources de définition de l'ICRF seules **(en bas)** Toutes sources observées par le VLBI. La taille et la couleur des points indiquent de concert sur le nombre de sessions d'observations relatives à la source considérée : petit point gris = source présente dans quelques sessions ; point noir = 10 sessions ; point bleu = 100 sessions ; gros point rouge = plus de 1 000 sessions.

••• SECTION 5.2 •••

Stratégies d'ajustement des positions des sources

.....

Dans cette section, nous traitons de la stratégie d'analyse pour l'ajustement des positions des radio-sources observées et nommées⁷ par la communauté utilisatrice du VLBI afin d'en déterminer leurs déplacements. Deux stratégies seront étudiées, la stratégie classique qui consiste à traiter les sessions indépendamment et une stratégie affinée, développée dans le cadre de la thèse.

5.2.1 • Ajustements indépendants par session d'observations

La stratégie d'analyse la plus naturelle consiste en des ajustements indépendants par session d'observations VLBI. Ainsi, une session rassemblant plusieurs milliers de retards géodésiques pour quelques lignes interférométriques, générera un point de la série. Et il existera autant de séries que de paramètres sélectionnés pour être ajustés.

Néanmoins, le principal problème de cette méthode est que la plupart des sessions ne sont pas capables de supporter un ajustement complet impliquant tous les paramètres influençant le retard observé entre deux antennes d'une ligne de base. Une restriction des paramètres à ajuster doit être opérée. Les paramètres non-ajustés sont alors fixés à leur valeur modélisée.

De plus, la méthode assure l'indépendance entre les paramètres ajustés sur différentes sessions au sens où les temps d'observation ne se recoupent pas, voire sont éloignés de plusieurs jours. Mais des corrélations entre sessions proches peuvent exister en raison de recouvrement d'une partie du réseau. Ce que l'on souhaite à tout prix éviter, c'est que l'ensemble des positions des sources ajustées présentent une rotation d'ensemble au cours du temps. Un tel écueil serait contraire au principe cosmologique explicité précédemment.

L'ajustement indépendant ne nous permet pas d'imposer une contrainte dans le temps pour empêcher une telle rotation. C'est pourquoi nous avons opté pour une méthode différente afin d'obtenir les séries temporelles de positions des sources VLBI que nous présentons dans la sous-section 5.2.3. Une solution par session à tout de même était réalisée pour comparaison.

7. La façon la plus commune de nommer les sources est : **hmm±ddD** où **hh** est la partie horaire de l'ascension droite, **mm** est la partie entière des minutes, **+** ou **-** indique quel est l'hémisphère céleste concerné, **dd** est la partie entière de la déclinaison et **D** est sa première décimale. Par exemple 1027+517 est la source dont la position est $\alpha = 10\text{h } 27\text{m}$, $\delta = 51^\circ, 7$.

Pour éviter des erreurs dans l'utilisation des outils de l'IVS, il faut connaître l'existence de deux dénominations concomitantes :

- une dénomination IVS, la plus fréquemment utilisée
- une dénomination IERS.

la plupart du temps identiques, sauf pour un nombre limité de radio-sources. Mais comme ces dernières sont parmi les plus observées en astro-géodésie, il convient de bien connaître les correspondances, données par l'IVS dans le fichier :

→ http://gemini.gsfc.nasa.gov/solve_save/IVS_SrcNamesTable.txt

Par exemple la radio-source 0026+89G de l'IERS correspond à l'objet 0026+892 de la liste dressée par l'IVS. De même, la radio-source NGC0253 de l'IVS utilisant une dénomination plus ancienne correspond à l'objet 0045-255 de l'IERS.

5.2.2 • Détails techniques de la solution par session

Les ajustements indépendants que nous avons réalisés s'inspirent de l'analyse pratiquée au centre IVS de l'observatoire de Paris dont les caractéristiques sont les suivantes.

Liste des paramètres ajustés pour chaque session.

- Positions des sources (l'ajustement des mouvements propres n'est pas possible pour des ajustements indépendants),
- Positions des stations (l'ajustement des vitesses n'est pas possible pour des ajustements indépendants),
- Coordonnées de l'axe céleste intermédiaire de la Terre (une correction de la précession n'est pas possible pour des ajustements indépendants) ,
- les paramètres d'atmosphère (dans la direction zénithale + leurs gradients),
- les paramètres d'horloge.

Liste des paramètres non ajustés, fixés à des valeurs a priori ou modélisés

- UT1-TAI et polhodie,
- Écarts entre les axes mécaniques des antennes.

Les modèles utilisés sont indiqués dans la sous-section 5.2.3 suivante.

Pour une solution indépendante, il n'est pas possible de contraindre les sessions entre elles puisqu'elles sont analysées indépendamment. Néanmoins, des contraintes peuvent toujours être appliquées entre les observations au sein d'une même session.

Liste des contraintes intra-session

- Contrainte de non-rotation sur toutes les sources excepté celles dont on sait qu'elles présentent un mouvement non linéaire (voir table E10),
- Contrainte de non-rotation et non-translation sur toutes les stations excepté les stations de la table E8.

Suite à l'ajustement, un traitement des points aberrants a été appliqué comme expliqué dans la sous-section 5.2.4.

5.2.3 • Détails techniques de la solution d'ajustements contraints

Nos séries temporelles $(\alpha(t), \delta(t))$ des coordonnées équatoriales des sources observées par le réseau d'antennes du VLBI ont été obtenues à partir de la combinaison de 11 ajustements différents. Le premier calque les critères d'ajustement pour établir les séries opérationnelles des ERP du centre OPA. Ces séries étant utilisées parmi d'autres dans la combinaison de l'IVS [Böckmann et al., 2010] attestent de l'état de l'art en suivant ces critères pour l'ajustement des observations VLBI. Nous en donnons ici les détails complets.

Liste des paramètres ajustés au cours de l'analyse

- les positions des sources,
- les positions des stations,
- les vitesses des stations,
- l'écart entre les axes de rotation de certaines antennes.
- les ERP,
- les paramètres d'atmosphère dans la direction zénithale,
- leurs gradients à partir de la direction zénithale dus à la traversée de la troposphère,
- les paramètres d'horloge.

Liste des paramètres ajustés globalement *c'est-à-dire que pour chaque paramètre ajusté, une seule valeur sera calculée prenant en compte l'ensemble des sessions utilisées.*

- les positions des sources excepté 39 d'entre elles (voir ci-après) ;
- les positions des stations excepté 11 d'entre elles (voir ci-après) ;
- les écarts entre les axes de rotation de certaines antennes (voir table F.1).

Liste des paramètres ajustés par session

- 39 sources dont on sait qu'elles présentent un mouvement non linéaire (voir table F.10) ;
- 8 stations dont on sait qu'elles présentent un mouvement non linéaire (voir table F.2) ;
- le mouvement du pôle (X, Y) et UT1. Ils sont ajustés comme un écart au modèle plus une dérive ;
- la nutation (X, Y) .

Liste des paramètres ajustés semi-globalement *c'est-à-dire que pour chaque paramètre ajusté, seules quelques valeurs seront calculées prenant en compte des sous-ensembles des sessions utilisées.*

- les positions de 3 stations présentant un mouvement spécifique en réaction à une épreuve sismologique (voir table F.3) ;

Liste des paramètres intra-session

- le retard de trajet dû à la traversée de la troposphère dans la direction zénithale. L'ajustement est linéaire par morceaux de 20 minutes ;
- les gradients du retard de trajet hors direction zénithale. L'ajustement est linéaire par morceaux de 6 heures ;
- les paramètres d'horloge. L'ajustement est linéaire par morceaux de 1 heure.

Liste des données éliminées au cours de l'analyse

- Les étoiles radios (voir table F.11) ;
- Les lentilles gravitationnelles (voir table F.12) ;
- Les stations pour les tests de polarisation (voir table F.4) ;
- Les stations pour les tests de backends (voir table F.5) ;
- Les observations effectuées sous 5° de hauteur sur l'horizon.

Certains des paramètres d'ajustement dépendent d'un modèle pris en a priori, l'orientation de la Terre en est un exemple.

Liste des modèles pris en a priori pour chacun des paramètres

- Le VTRF2013 pour les positions et vitesses des stations [centre de combinaison IVS Bachmann et al., 2016] ;
- L'ICRF2 pour les positions célestes des sources [Fey et al., 2015] ;
- La C04 pour l'orientation de la Terre [Gambis, 2004] ;
- Une liste de phénomènes épisodiques impliquant la différenciation entre l'antenne avant et après l'épisode (voir table F.6) ;
- Un recensement des vecteurs d'excentricité entre le point de référence du dôme et le point de référence de l'antenne ;
- Un recensement des écarts entre les axes mécaniques de rotation des antennes VLBI [Nothnagel, 2009] ;
- Le GSFC_DAO_GMAO pour les gradients moyens ;
- Les marées océaniques calculées sur le modèle FES2004 [Lyard et al., 2006] ;
- Les variations harmoniques de positions des stations dues aux charges atmosphériques calculées suivant le modèle Ponte and Ray [2002] ;
- Les déformations thermiques des antennes [Nothnagel, 2009] ;
- Le retard troposphérique calculé suivant le modèle VMF1 [Boehm et al., 2006].

L'intérêt d'une solution globale est d'introduire des contraintes dans les ajustements comme la condition de non-rotation d'ensemble des positions des sources par exemple.

Liste des contraintes imposées sur les ajustements

- Contrainte de non-rotation et de non-translation d'ensemble sur les positions et vitesses d'un certain nombre de stations (voir table F.7) ;
- Contrainte de non-rotation d'ensemble sur les positions d'un certain nombre de sources (voir table F.13) ;
- Vitesses identiques pour les stations d'un même site (voir table F.9).

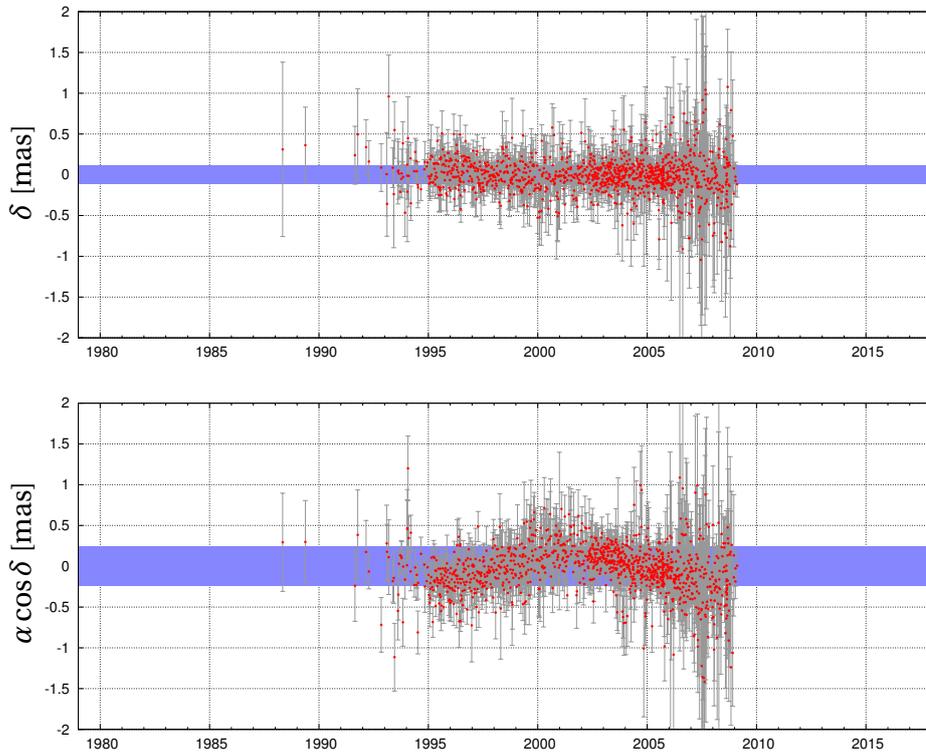


FIGURE 5.5 – Exemple d’une des 39 sources dites "special handling sources", appelées sources non linéaires dans ce manuscrit : 0014+813. En bleu est représentée l’échelle de dispersion des mesures dont la valeur est affectée par les variations le long de la série.

Ce premier ajustement nous donne les séries temporelles des 39 sources dites "special handling sources" [Fey et al., 2015]. Ces sources ont un mouvement apparent que l’on ne peut pas modéliser par une dérive linéaire (voir la source 0014+813 sur sa coordonnée δ en figure 5.5 pour exemple). Pour cette raison, il est fortement recommandé de ne pas ajuster une position unique dans le temps pour ces 39 sources mais une position par session pour éviter une contamination de l’erreur commise sur d’autres paramètres.

Le rattachement à l’ICRF2 est assurée par la contrainte de non-rotation imposée sur les 295 sources de définition [Ma et al., 2009]. Pour récupérer les déplacements de toutes les autres sources, dix ajustements dérivant de ce premier ont été établis dans une optique de conserver le plus possible la contrainte de non-rotation similaire à celle imposée au cours du premier ajustement. Ce nombre dix est un bon compromis dans ce but sans demander un temps de calcul exorbitant (< 1 semaine). Pour cela, nous avons dupliqué dix fois la méthode d’ajustement explicitée jusque-là et avons légèrement modifié les copies. Chacun des dix ajustements résultants respectent les changements suivants.

Sont ajustées par session :

- Un dixième des sources de définition de l’ICRF2 (table F.13) sélectionnées régulièrement suivant un classement en fonction de l’ascension droite ;
- Un dixième des sources standards, c’est-à-dire ni sources de définition (table F.13) ni sources présentant un mouvement non linéaire suivant le même principe de sélection.

Sont ajustées globalement :

- Les autres neuf dixièmes des sources de définition et des sources standards.

Sont éliminées des observations utilisées :

- Les 39 sources reconnues comme ayant un mouvement non linéaire (table F.10).

La contrainte de non-rotation d'ensemble est appliquée sur :

- Les neuf dixièmes des sources de définition ajustées globalement.

Chaque ajustement détermine ainsi les déplacements d'un dixième des radio-sources VLBI. Ajoutés ceux des 39 sources non linéaires, nous réunissons l'ensemble des séries sur lesquelles nous baseons notre étude par la variance d'Allan.

5.2.4 • Traitement des points aberrants dans les séries

Un point aberrant, comme son nom l'indique, est un point peu fiable quant à l'information qu'il procure. En théorie statistique de la mesure, si on répète un grand nombre de fois la mesure d'un objet - une table par exemple - avec un instrument quelconque - supposons une règle - on n'obtiendra pas strictement la même valeur à chacune des mesures. Les valeurs obtenues vont être dispersées.

Le principe de répéter l'opération un grand nombre de fois, est que plus ce nombre, disons N , sera grand, plus la valeur moyenne de toutes les mesures s'approchera de la valeur réelle, tant que le processus de mesure ne présente aucun biais. En traçant la distribution des mesures autour de la moyenne, on obtient la forme d'une gaussienne. La dispersion donnée par la taille caractéristique de la gaussienne dépendra également de N . Plus celui-ci sera grand et plus la dispersion sera petite.

La distribution des données peut être transposée, sans modifier sa forme, en densité de probabilité. Ainsi, elle informe sur la probabilité qu'une mesure prise aléatoirement soit comprise entre deux valeurs données au moyen de l'intégration de l'aire sous la courbe comprise entre ces deux valeurs. La dispersion donnée par l'écart-type - la moyenne des écarts à la moyenne - symbolisé par σ , informe également sur certaines probabilités célèbres de la mesure.

Pour une distribution normale, c'est-à-dire une distribution qui prend la forme d'une gaussienne, une mesure se trouve dans l'intervalle $[-\sigma, +\sigma]$ autour de la valeur exacte avec 68% de chance. Cette chance s'élève à 95% si on augmente l'intervalle à $[-2\sigma, +2\sigma]$ et 99.7% pour l'intervalle $[-3\sigma, +3\sigma]$. À l'inverse, on a donc 32% de chance qu'elle soit en dehors de $\pm 1\sigma$, 5% de $\pm 2\sigma$ et 0.3% de $\pm 3\sigma$.

Au sein des accélérateurs de particules, les chercheurs sont encore plus prudents. Des intervalles de confiance à 5σ sont utilisés, indiquant que la découverte est probable à plus de 99.99997%, parfois étendus à 7σ pour les résultats majeurs comme la découverte d'une nouvelle particule...

Ces probabilités sont exprimées dans le cas où l'instrument de mesure et les conditions de mesure sont identiques à chaque mesure. Autrement dit, seule l'action de prendre la mesure affecte la valeur mesurée. Dans le cas contraire, si pour une mesure donnée, l'instrument change - par exemple on utilise une règle mal conçue - ou les conditions changent - la table est encombrée ce qui gêne sa mesure - la valeur mesurée peut s'éloigner significativement des autres, de plusieurs σ . Un tel point est déclaré comme aberrant car il est très probablement l'effet d'une chaîne de mesure imparfaite.

Revenons aux observations VLBI. Tout d'abord, les sources sont toutes affectées d'un mouvement, apparent ou non. Les mesures que l'on fait de leurs positions doivent varier si l'amplitude de leur mouvement est supérieure à la précision des instruments. Dans ce cas, à mesures répétées, la distribution s'éloignent d'une gaussienne. Néanmoins, elle s'en approche suffisamment pour détecter les points aberrants par les dispersions. Par précaution, les seuils en σ seront simplement plus grands que ceux que l'on utiliserait dans un cas parfaitement gaussien (Règle 68-95-99.7 énoncée précédemment) afin de ne pas rogner sur des données réelles.

D'autre part, nous savons pertinemment que de tels points existent car d'une mesure à l'autre, les réseaux utilisés changent, les conditions atmosphériques changent et le matériel peut se dégrader. Ce sont autant de circonstances que l'on ne maîtrise pas et qui peuvent biaiser nos mesures.

De plus, chaque donnée que nous récupérons provient déjà d'une réduction de plusieurs mesures réalisées au sein de la session associée. L'échelle de dispersion statistiquement possible à la valeur exacte, σ , décroît comme l'inverse de la racine du nombre de mesures intra-session. S'il est faible pour une session choisie, la donnée associée peut s'écarter beaucoup plus que les données des autres sessions par simple probabilité.

Tous ces éléments ont été pris en compte pour concevoir le traitement des points aberrants appliqué à nos séries temporelles.

Méthode d'élimination : Au préalable, nous supprimons les données des sessions obtenues avec moins de 3 observations. Le nettoyage des points aberrants est ensuite effectué selon les étapes suivantes :

- 1) les points qui s'écartent de plus de 10 mas de la médiane des données sont éliminés,
- 2) les points qui présentent un écart à la moyenne globale supérieur à 10 fois l'erreur formelle ressortie de l'ajustement pour le point concerné sont éliminés,
- 3) les points qui présentent un écart à la moyenne globale supérieur à 10 fois l'écart type global sont éliminés,
- 4) les points qui présentent un écart à la moyenne locale (fenêtre de 2 ans) supérieur à 6 fois l'écart type local sont éliminés,

Les valeurs des seuils ont été établies par une inspection à l'œil sur quelques exemplaires de sources pour être ensuite appliquées automatiquement à l'ensemble des séries temporelles. Les deux dernières étapes sont d'ailleurs probablement suffisante pour éliminer tous les points déclarés comme aberrants. L'étape n°3 assure un nettoyage pour éliminer les points périphériques par rapport au nuage complet de points. L'étape n°4 inspecte plus finement les données pour supprimer les points qui s'éloignent de la tendance générale à un temps donné, ici à différentes dates espacées de deux ans.

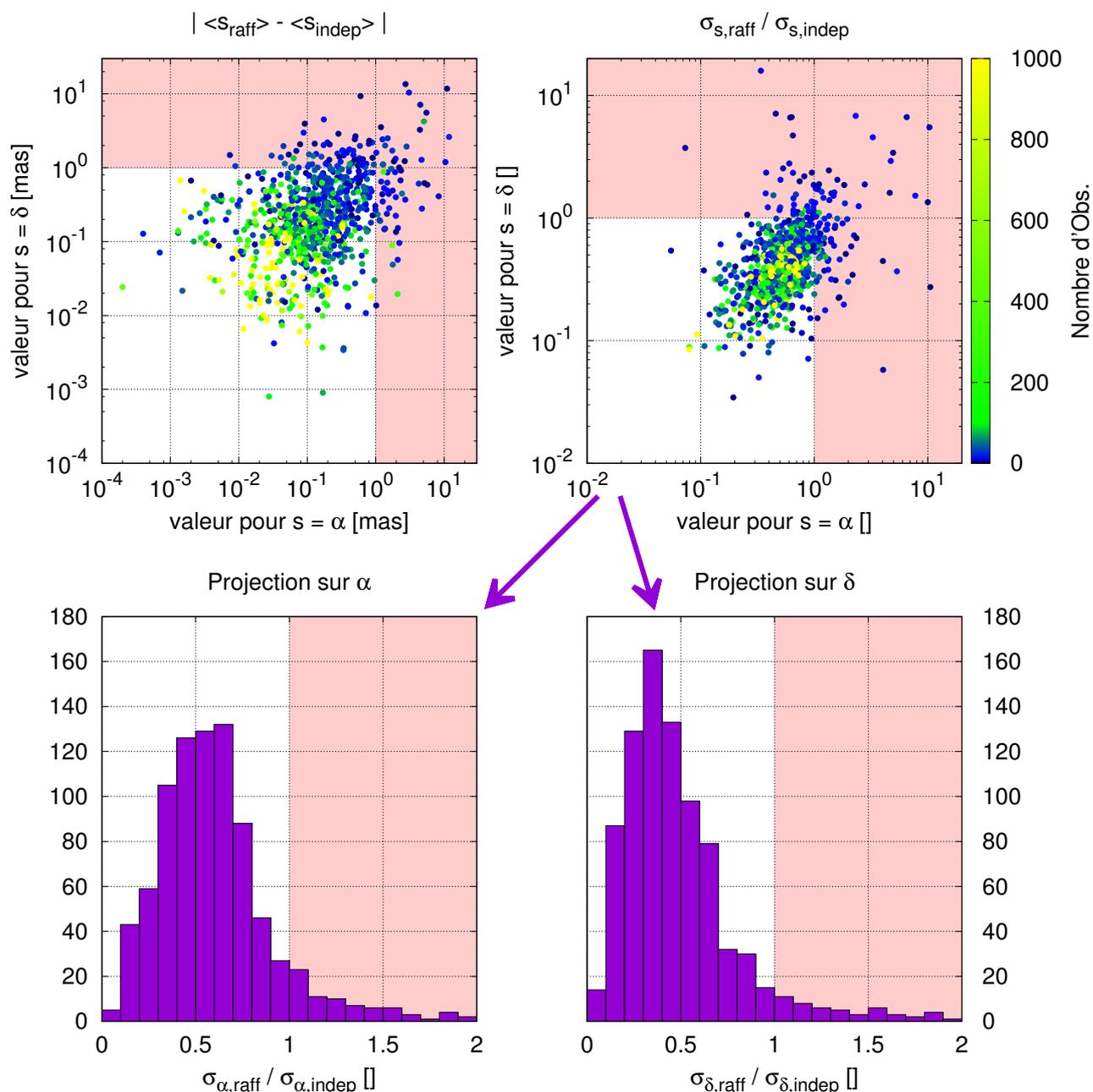


FIGURE 5.6 – Comparaison entre les séries temporelles des coordonnées équatoriales produites par notre solution (raff) et la solution indépendante (indep) (voir section 5.2 pour les détails).

(Haut Gauche) Diagramme α - δ des différences absolues entre les coordonnées moyennes calculées pour chaque solution

(Haut Droit) Diagramme α - δ du rapport raff/indep entre les écarts-types issus des deux solutions.

(Bas) Histogrammes en α et δ des rapports raff/indep entre les écarts-types issus des deux solutions. Pour les quatre graphes, la zone rosée correspond aux configurations où notre proposition n'améliore pas la qualité des séries produites.

••• SECTION 5.3 •••

Comparaison des solutions indépendante et "affinée"

.....

On peut se demander si le gain de notre solution par rapport à une solution indépendante n'est pas dérisoire relativement aux calculs requis. C'est pourquoi dans cette section nous comparons leur réalisation respective.

La figure 5.6 présente la comparaison entre notre solution de onze ajustements des observations VLBI avec l'ajustement indépendant. La comparaison porte sur les estimations, pour chaque coordonnée de chaque source, d'une moyenne et d'un écart-type.

Pour les positions moyennes, nous calculons la différence absolue entre les deux solutions. Le graphe en haut à gauche de la figure 5.6 présente un diagramme α -diff. δ de ces écarts. Très peu de sources présentent une différence de plus de 1 milli-seconde d'arc. Celles qui dépassent ce seuil sont parmi les sources ayant été le moins observées. Au contraire les sources très bien observées (les points jaunes) présentent une différence assez faible de l'ordre de la centaine de micro-seconde d'arc. C'est un résultat attendu. Lorsqu'on augmente le nombre d'observations d'une source, la valeur moyenne estimée est de plus en plus exacte pour les deux solutions (si la stratégie n'introduit aucun biais).

Néanmoins, si l'on se réfère à la stabilité d'une source, le critère à étudier est la dispersion de la série temporelle. Pour comparer nos deux solutions, nous avons calculé pour chaque source le rapport entre la dispersion issue de notre solution (abrégée sous *raff* dans la figure) et celle de la solution indépendante (abrégée sous *indep* dans la figure) pour chacune des sources définissant le coefficient de gain :

$$G = \frac{\sigma_{raff}}{\sigma_{indep}}$$

Que G soit plus petit (ou plus grand) que 1 détermine si notre solution améliore (ou non) la précision obtenue sur la détermination de la position de la source.

Le graphe en haut à droite de la figure 5.6 présente un diagramme α - δ de ces rapports. Le résultat est incontestable. Dans la plupart des cas, notre solution est meilleure, plus particulièrement pour les sources très observées, celles dont nous porterons un intérêt particulier dans la suite de cette étude.

Les histogrammes du bas représentent les projections du nuage de points sur les deux axes. On récupère ainsi la valeur du gain caractéristique pour chacune des coordonnées à l'endroit où pique l'histogramme. Notre solution est meilleure d'un facteur 1.8 et 2.9 sur α et δ , respectivement.

••• SECTION 5.4 •••

Rotation et déformation entre repères célestes

.....

La solution que nous proposons est meilleure qu'une solution indépendante car les séries temporelles qui en découlent présentent un bruit plus petit. Mais peut-on considérer cette solution comme bonne à la lumière de la stabilité du repère céleste propre à chacun des onze ajustements? Autrement dit, quels sont les ordres de grandeur de la rotation et de la déformation entre les onze repères célestes produits?

5.4.1 • Méthode d'estimation de la rotation entre repères célestes

Nous allons déterminer la rotation et la déformation entre les onze repères célestes [CRF] de chaque ajustement constituant notre solution. Le CRF d'une solution est défini par le sous-ensemble des positions des sources de définition - environ 90% de celles de l'ICRF2 - ajustées globalement, soient 265 sources en moyenne pour les ajustements 1 à 10 et la totalité des 295 (voir table F.13) pour l'ajustement issu de la stratégie de référence.

Cette rotation est ajustée par moindres carrés selon le modèle [IERS, 1996, page II-32] :

$$\begin{aligned} A_1 \tan \delta \cos \alpha + A_2 \tan \delta \sin \alpha - A_3 + D_\alpha (\delta - \delta_0) &= \alpha_1 - \alpha_2 \\ - A_1 \tan \alpha + A_2 \cos \alpha + D_\delta (\delta - \delta_0) + B_\delta &= \delta_1 - \delta_2 \end{aligned} \quad (5.1)$$

où A_1 , A_2 , A_3 sont les angles de rotation respectivement autour des axes (Ox), (Oy) et (Oz). D_α et D_δ sont les dérivées⁸ estimées sur chacune des coordonnées sous l'effet de la déclinaison de l'objet, et B_δ est un biais en déclinaison. Ces trois derniers paramètres expliquent leur présence en raison d'une inhomogénéité entre les populations de sources VLBI de l'hémisphère nord et de l'hémisphère sud. Dans la suite, nous avons adopté $\delta_0 = 0$, notamment car il n'y a pas de raison d'obtenir un biais des coordonnées en ascension droite.

5.4.2 • Résultats

En figure 5.7, nous présentons les valeurs de ces 6 paramètres ainsi que leurs erreurs formelles pour chaque paire parmi les onze repères célestes issus des ajustements. On remarque que dans l'ensemble, les paramètres de rotation sont en deçà de 80 micro-seconde d'arc. Les plus fortes divergences dans la rotation A_1 concernent les solutions so101 et so105 (20 μ as); pour A_2 se distinguent so101 et so102 dont les CRF sont à 40 μ as des autres, mais en sens opposé; pour A_3 c'est à nouveau so102 qui se singularise avec une rotation de 20 μ as.

8. En plus de la rotation, le modèle ajusté prend en compte une déformation du système de coordonnées linéaire suivant la déclinaison. Au même titre qu'une fonction linéaire dans le temps $f(t) = a(t - t_0) + b$ présentant une dérive a et une pente b , la déformation à modéliser présente :

- une dérive en α sous l'effet de la déclinaison (D_α) sans biais $\rightarrow D_\alpha \delta$
- une dérive en δ sous l'effet de la déclinaison (D_δ) avec un biais (B_δ) $\rightarrow D_\delta \delta + B_\delta$.

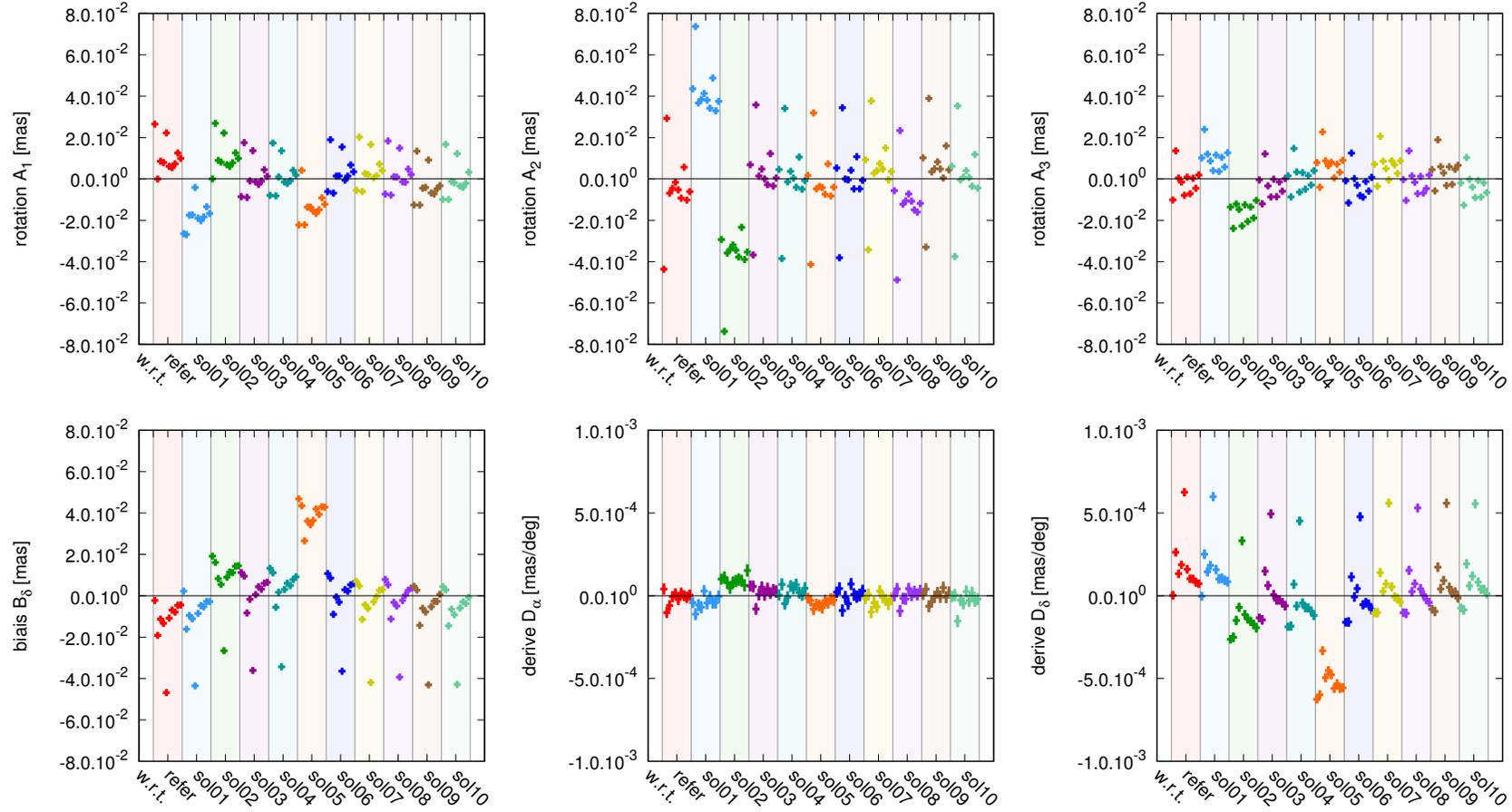


FIGURE 5.7 – Rotations et déformations entre chaque paire sélectionnée parmi les repères célestes issus des onze ajustements de notre solution. [En haut, de gauche à droite] angle de rotation autour de l'axe (Ox); angle de rotation autour de l'axe (Oy); angle de rotation autour de l'axe (Oz) [En bas, de gauche à droite] Biais en δ ; Dérive en α sous l'effet de la déclinaison; Dérive en δ sous l'effet de la déclinaison.

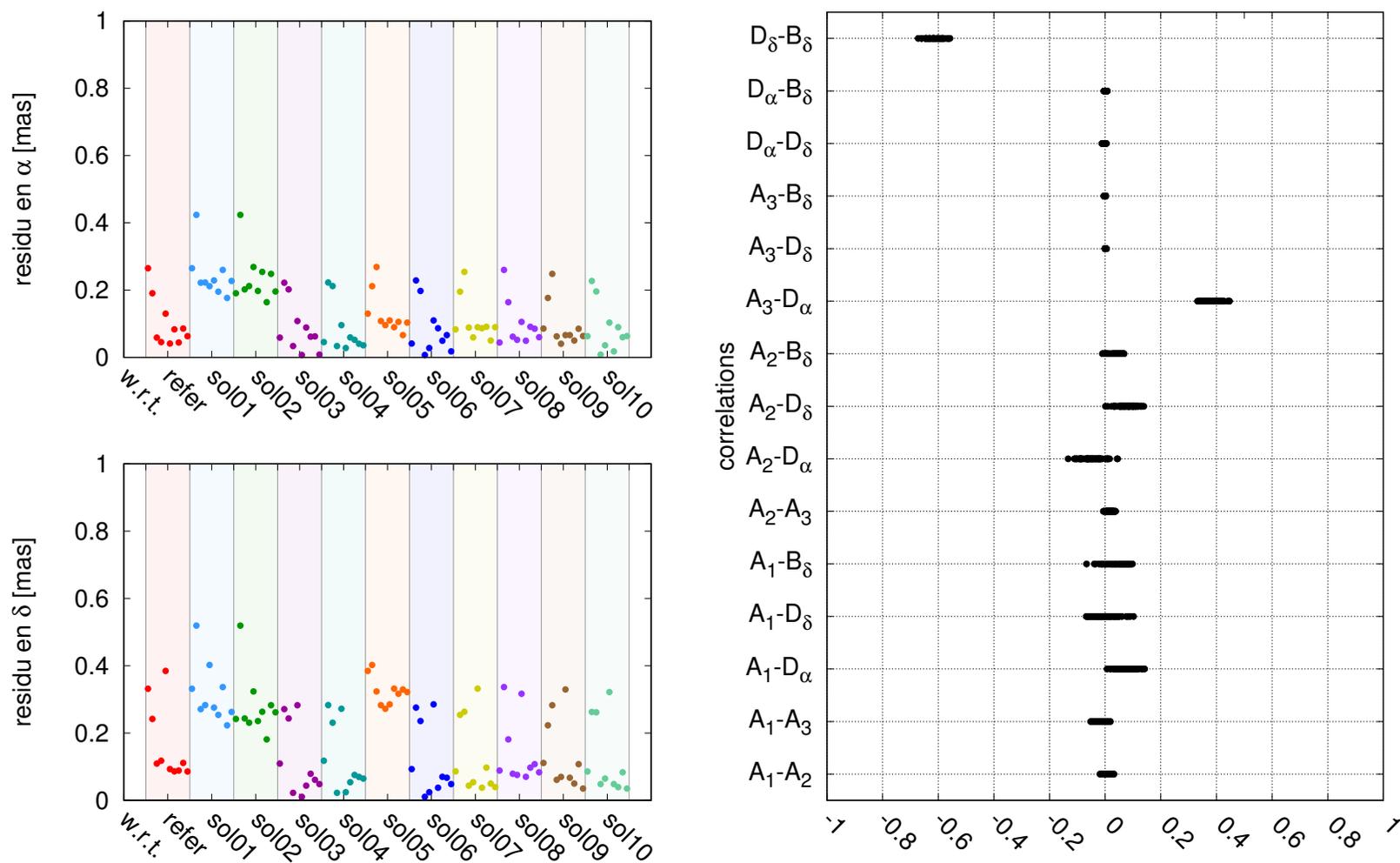


FIGURE 5.8 – Corrélations et résidus après ré-orientation d'un repère céleste sur son partenaire au sein d'une paire sélectionnée parmi les CRF issus des onze ajustements de notre solution. [A gauche] écart-type pondéré des résidus après ré-orientation. α en haut; δ en bas [A droite] Corrélations entre les différents paramètres d'orientation et de déformation ajustés.

Ces effets peuvent être dus à la présence de sources instables parmi celles portant la contrainte de non-rotation. Concernant les biais et dérives, ils sont relativement faibles - moins de $20 \mu\text{as}$ et moins de $0.3 \mu\text{as}/^\circ$ respectivement - excepté concernant la solution *so105* qui se détache des autres.

En figure 5.8, les résidus sur les deux coordonnées équatoriales après ré-orientation d'un CRF par rapport à son partenaire dans une paire donnée et les corrélations entre paramètres sont présentés. Les résidus sont de l'ordre de 0.1 mas ce qui est supérieur aux paramètres d'orientation trouvés. Ces résidus atteignent même 0.3 mas pour *so101*, *so102* et *so105*. Cela explique que les six paramètres pour ces ajustements soient plus grands que leurs homologues des ajustements restants. Les paramètres de corrélation sont relativement faibles ($< \pm 0.1$) exceptés entre la dérive et le biais en δ ainsi qu'entre la rotation A_3 et la dérive en α .

Conclusion

.....

Ainsi les CRF ne présentent pas de rotation significative entre elles au regard des résidus. Cela garantit à la fois la cohérence des séries temporelles des positions célestes des sources VLBI obtenues et leur précision à 0.1 milli-seconde d'arc près. Les divergences observées pour certains des onze ajustements sont peut-être dues à des instabilités astrométriques des sources de définition de l'ICRF2, considérées comme immobiles lors de l'ajustement. Ce dernier point justifie l'intérêt de réévaluer la stabilité de toutes les sources VLBI, et notamment ces sources de définition, au regard des nouvelles observations depuis 2009.

Chapitre 6

Classification de sources par stabilité astrométrique



Depuis le premier repère céleste international résultant d'observations VLBI approuvé par l'UAI [Ma et al., 1998], déterminer la stabilité des sources VLBI est devenu d'un grand intérêt pour sélectionner celles qui constituent les réalisations successives de l'ICRS [Fey et al., 2004, 2015], assurant l'immobilité des directions qu'elles représentent (voir également Feissel-Vernier [2003], Feissel-Vernier et al. [2006], Gontier et al. [2001], Lambert [2013], Lambert and Gontier [2009]). Les instabilités de ces sources sont également considérées en astro-géodésie comme contaminant les écarts de la nutation observée à son modèle théorique [Dehant et al., 2003, Feissel-Vernier et al., 2005, Lambert et al., 2008].

Pour la première version de l'ICRF, les critères de stabilité pour la sélection des sources utilisées dans le but de définir les axes du repère céleste (on appelle ces sources les sources de définition) étaient :

- Les erreurs formelles sur les coordonnées équatoriales (α, δ) ,
- L'écart de coordonnées estimées après ré-orientation suivant l'équation 5.1 de deux catalogues célestes, et
- l'indice de structure de la source [Charlot, 1990]

Deux extensions de l'ICRF ont complété la première version en suivant les mêmes critères de sélection des sources de définition [Fey et al., 2004].

Entre temps, des tentatives ont été faites pour tenter d'optimiser la stabilité d'un repère lors de sa construction. En 2001, A-M. Gontier et al. propose un algorithme automatique par élimination itérative pour constituer l'ensemble des sources de définition.

En 2003, M. Feissel-Vernier introduit à cet effet la variance d'Allan (voir annexe E). En calculant la pente entre deux estimations de la variance d'Allan à différentes échelles de temps τ , elle remontait à la nature du bruit affectant les sources et sélectionnait celles qui s'approchaient le plus d'un comportement en bruit blanc. Pour augmenter le nombre de sources à un optimum entre 200 et 300, les contraintes de sélection ont été relâchées, satisfaisant au besoin de la communauté [Feissel-Vernier et al., 2006]. Les sources de définition de cette étude ont été nommées MFV pour les différencier de celles de l'ICRF.

À noter qu'à partir de cette époque, la variance d'Allan a été également utilisée à des fins géodésiques, notamment pour la réalisation de l'ITRF [Feissel-Vernier et al., 2007, Le Bail, 2004, Le Bail, 2006].

Le repère MVF fut officieusement utilisé comme référence, néanmoins, pour la deuxième version de l'ICRF requis par l'UAI, la variance d'Allan n'a pas été ré-utilisée. En effet, pour l'ICRF2 [Fey et al., 2015, Ma et al., 2009], les sources de définition ont été sélectionnées sur la base des paramètres suivants :

- Les erreurs formelles des positions ajustées des sources,
- La dispersion des séries temporelles de position de la source sur la voûte céleste,
- Obtenir une couverture la plus homogène possible en déclinaison,
- L'indice de structure de source [Charlot, 1990]

Une troisième version de l'ICRF verra le jour en 2018 [Jacobs et al., 2014], mais aucune information ne transparaît pour le moment sur la méthode choisie pour la sélection des sources de définition. La variance d'Allan a été proposée de nouveau (communication privée, C. Jacobs, 2016) et ces travaux s'inscrivent dans cette perspective.

Dans ce chapitre, nous présentons l'utilisation de la variance d'Allan décrite en annexe E pour caractériser la stabilité des sources observées par VLBI. Cinq sources types permettent d'illustrer la méthode et les constats possibles. Nous proposons finalement la conception d'une classification des sources suivant leur stabilité.

Contents

6.1 Diagramme d'Allan et nature du bruit en astrométrie	101
6.1.1 Diagramme d'Allan et nature du bruit	101
6.1.2 Déplacements apparents des radio-sources et bruit des données	102
6.2 Application de la variance d'Allan aux radio-sources	107
6.2.1 Application aux séries irrégulièrement échantillonnées	107
6.2.2 Source 0014+813 : initiation à la variance d'Allan	109
6.2.3 source 0552+398 : fort potentiel en tant que source de définition	112
6.2.4 source 1357+769 : une stabilité illusoire	114
6.2.5 source 1308+326 : des sauts du radio-centre	116
6.2.6 source 0528+134 : Cas synthétique	119
6.3 Classification des sources VLBI par la variance d'Allan	121
6.3.1 La classe AV0 : sources stables	122
6.3.2 La classe AV1 : sources de réserve	122
6.3.3 La classe AV2 : sources instables	122

••• SECTION 6.1 •••

Diagramme d'Allan et nature du bruit en astrométrie

6.1.1 • Diagramme d'Allan et nature du bruit

La variance d'Allan est un outil statistique initialement conçu pour caractériser la stabilité de leurs horloges [Allan, 1966]. La variance commune ou l'écart type (défini par la racine carrée de la variance), utilisés à l'origine, ne permettent pas de caractériser la stabilité à des échelles de temps plus longues que la résolution temporelle, alors que la variance d'Allan y pourvoie. De plus, cette dernière permet de discriminer les différentes natures de bruits qui affectent les horloges dont certaines biaisent l'estimation faite par la variance classique. C'est pourquoi variance et écart type ont été délaissés en métrologie dans les années 60 au profit de la variance d'Allan et de l'écart type d'Allan.

Allan [1966] eut l'idée de voir la variance comme une différence par paires de données successives. Fondamentalement, il existe une famille de variances dites à N-échantillons, les échantillons étant des mesures successives du signal. Allan a donné son nom à la variance à 2-échantillons sans temps mort entre les mesures, s'exprimant :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)^2 \rangle \quad (6.1)$$

où $\sigma_y^2(\tau)$ désigne l'estimateur de la variance d'Allan pour une échelle de temps τ et \bar{y}_1, \bar{y}_2 désignent deux mesures successives du signal effectuées sur la durée τ et sans temps mort entre elles. L'opérateur $\langle \bullet \rangle$ désigne l'estimateur d'une moyenne.

	p	α	β
Bruit rouge <i>marche aléatoire</i>	-2	1	
Bruit Rose <i>scintillation</i>	-1	0	
Bruit blanc	0	-1	
...			
Bruit bleu	1	-2	
...			
Bruit violet	2	-2	-3

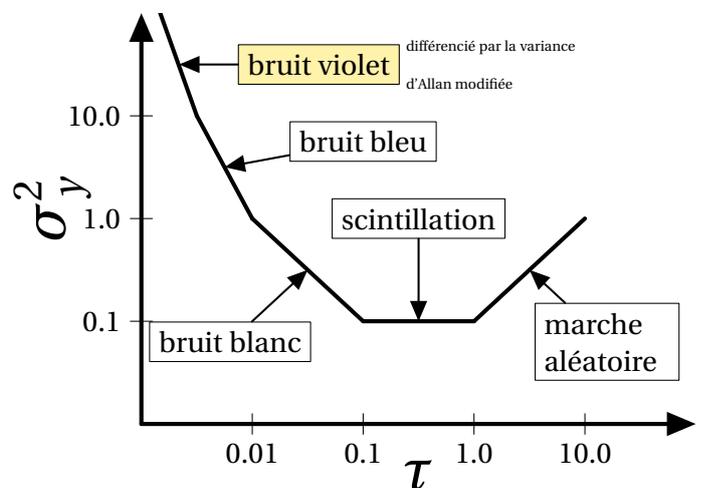


TABLE 6.1 – Équivalence entre les valeurs possibles de la pente des tendances linéaires caractéristiques de la représentation en diagramme log-log de la variance d'Allan $\sigma_y^2(\tau) \propto \alpha(\tau)\tau$ (respectivement de la variance d'Allan modifiée $\sigma_y^2(\tau) \propto \beta(\tau)\tau$) avec la couleur du bruit caractérisée par la puissance p de sa densité spectrale $S_y(f) = \kappa f^p$

La variance d'Allan a été sélectionnée parmi les autres variances à N-échantillons car elle possède la propriété de ne présenter aucun biais si le signal considéré est un bruit blanc de fréquence (e.g. présentant une densité spectrale constante), bruit dominant en métrologie. ¹.

La notion de bruit est fondamentale lorsqu'on utilise la variance d'Allan (ou autre variance à N-échantillons) puisque son diagramme $\{\log \tau, \log \sigma_y^2\}$ - c'est-à-dire la courbe formée par l'ensemble des points dont chacun est une estimation statistique de la variance en fonction de l'échelle de temps - permet de différencier les couleurs de bruit suivant ses tendances linéaires. La table 6.1 illustre avec un schéma les différents comportements du diagramme log-log d'Allan en fonction de la nature du bruit.

Depuis la première version formulée en 6.1 en 1966, la variance d'Allan a été perfectionnée au fil du traitement des données expérimentales [e.g., Rutman, 1978]. Un exemple est la variance d'Allan par recouvrement. Sa formulation, plus complexe est donnée en équation E.15 en annexe E. Puis, les métrologistes ont mis en évidence le défaut des deux versions pour différencier un bruit bleu d'un bruit violet (voir table 6.1). Une troisième formulation dénommée variance d'Allan modifiée (E.16) a été établie pour parer à cette faiblesse.

6.1.2 • Déplacements apparents des radio-sources et bruit des données

La position d'une radio-source sur la voûte céleste se traduit sous la forme d'une série temporelle dont la détermination a été présentée en chapitre 5. Ce signal peut être décomposé en une partie à hautes fréquences [HF] et une partie à basses fréquences [BF] dont la frontière, située entre le cycle par mois et le cycle par an, est difficile à déterminer exactement.

Gamme à hautes fréquences des déplacements des radio-sources

Le VLBI met en œuvre un traitement très complexe rassemblant divers domaines d'expertise. La partie HF du signal ne relève pas stricto-sensu de la source mais elle reflète l'ensemble du processus en œuvre dans l'observation de la source à l'acquisition des mesures par les horloges en passant par la propagation atmosphérique. Ajouté à cela l'impact de la structure de la source, on mentionnera le tout par "triptique de l'observation VLBI". ².

Les variations en densité du contenu en vapeur des différentes couches atmosphériques affectent le temps de traversée des ondes radios et donc le retard mesuré entre deux antennes VLBI qui reçoivent le signal d'une même source. Les limites des modèles impactent les déplacements ajustés. Les coordonnées célestes des cibles en sont un exemple.

1. En métrologie, il existe des bruits dits de fréquence et des bruits dits de phase, la fréquence se déduisant par dérivée de la phase. Ces bruits diffèrent suivant la tendance de leur densité spectrale en diagramme log-log qui indique la couleur du bruit. À noter également que les bruit bleu et bruit violet de la fréquence sont respectivement les bruit rose et bruit blanc de la phase car il y a équivalence entre les tendances spectrales. En astro-géodésie, nous ne connaissons pas l'analogie de la phase lorsque la position remplace la fréquence. C'est pourquoi, nous ne considérons que les bruits rouge, rose et blanc. (voir annexe E pour plus de détails)

2. On parle d'effet de structure de source, mais l'effet se fait surtout ressentir car la ligne de base observante est orientée d'une certaine manière par rapport à l'état de structure de la source observée. Intrinsèquement, c'est donc un effet de la chaîne de mesure, plutôt qu'un effet purement associé à la source.

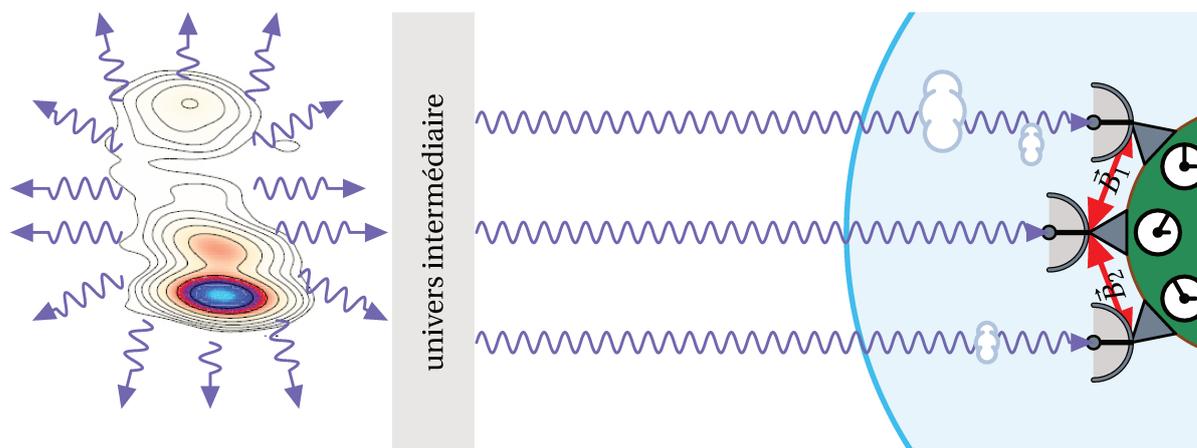


FIGURE 6.1 – Schéma représentant le triptyque de l'observation VLBI : propagation du front d'ondes électro-magnétiques dans l'atmosphère, marquage de l'arrivée par horloge hyper-stable et impact de la structure de source par rapport à l'orientation de la ligne de base.

Il en va de même pour la modélisation de la marche des horloges des stations. La performance du VLBI résulte de la précision des horloges atomiques. Notre capacité à modéliser correctement les erreurs de ces horloges limite la précision des positions des radio-sources.

Enfin, la source elle-même produit des composantes HF dans nos séries temporelles en raison de sa structure changeante. Cette structure résulte de la distribution du flux radio dans la zone observée et dépend donc de la fréquence considérée. Les effets de structure impactent les retards entre deux antennes observant une même source et varient en fonction de l'orientation que présente la ligne de base reliant les antennes par rapport à la structure observée.

Gamme à basses fréquences des déplacements des radio-sources

À basses fréquences, ce sont les mouvements intrinsèques de la source qui sont dominants. Les "contaminations" mentionnées précédemment peuvent également intervenir mais à moindre mesure. Pour comprendre les effets à cette gamme de fréquences, il faut nous intéresser à la nature même des sources. Ce sont des noyaux actifs de galaxie [AGN], dont l'éclat spectaculaire permettant leur observation malgré leur distance lointaine tirent leur énergie de la présence hautement probable d'un trou noir résidant en leur cœur. L'hypothèse selon laquelle il existerait plusieurs trous noirs en orbites serrées est également plausible. Une description plus détaillée de ces sources est donnée en annexe G.

La zone radio-émettrice d'un AGN est décalée du trou noir central de plusieurs dizaines de milliers de rayons de Schwarzschild³. Cette distance varie jusqu'à l'ordre de la milli-seconde d'arc en fonction du redshift. Ainsi, sous la loupe du réseau VLBI, nous n'observons pas la région centrale de la galaxie active, mais la base de son jet (voir figure 6.2) qui manifeste un flux de plasma composé de protons et de neutrons accélérés à des vitesses relativistes par le champ magnétique du trou noir ou du disque d'accrétion qui l'entoure. La position du radio-centre sera donc affectée par les mouvements de ce jet, que l'on observera différemment en fonction de l'orientation de la ligne de visée.

3. Le rayon de Schwarzschild est le rayon de l'horizon d'un trou noir dit de Schwarzschild, c'est-à-dire un trou noir dont la charge électrique et le moment cinétique sont nuls. L'horizon est la limite en deçà de laquelle aucune lumière ne peut s'échapper de l'attraction du trou noir.

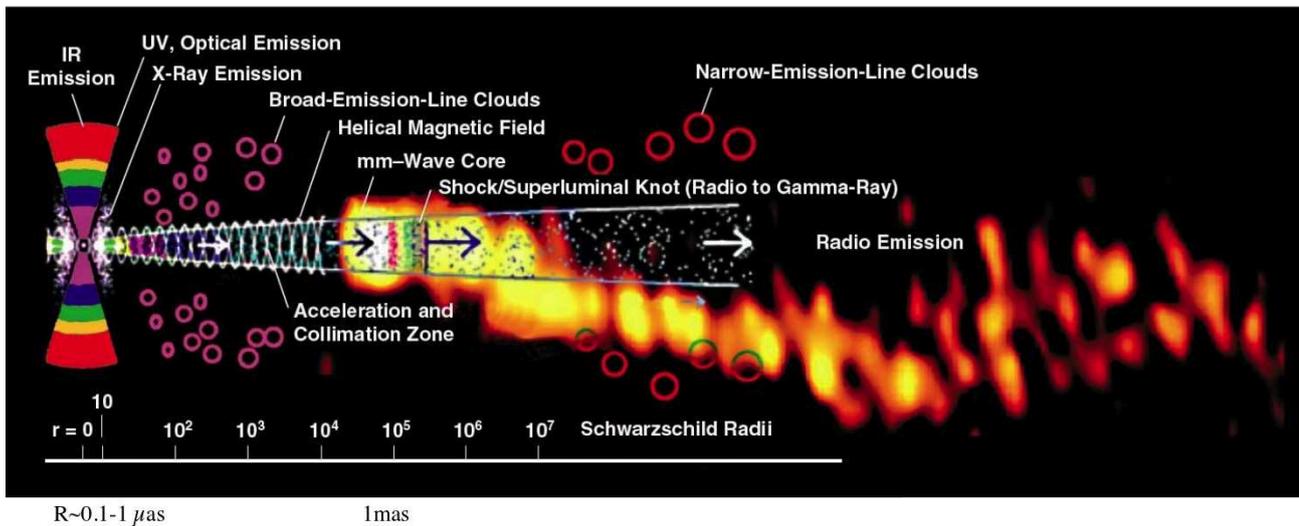


FIGURE 6.2 – Schéma détaillé d'un AGN et de ses zones émettrices à différentes longueurs d'onde. Notamment, la zone d'émission radio se situe dans le jet, décalée de plusieurs rayons de Schwarzschild du trou noir central. Crédit : Jacobs, 2016. Photos : Krichbaum, et al, IRAM, 1999. Montage : Wehrle et al, ASTRO-2010, no. 310)

Les mouvements du jet sont liés à la configuration au centre du noyau actif. Différents cas sont envisageables : (1) un trou noir simple possédant un faible moment cinétique (2) un trou noir simple possédant un fort moment cinétique et (3) des trous noirs multiples (double, triple, ...) avec des moments cinétiques quelconques (voir la figure 6.3). En fonction de ces cas et de la ligne de visée, les séries temporelles des sources VLBI sont potentiellement différentes.

La zone du jet présente une certaine structure cartographiable (voir la figure 6.4), dépendant de la longueur d'onde et du temps. Elle est constituée de composantes émettrices quasi-gaussiennes dans le domaine radio. Généralement, une des composantes prédomine mais, dans certains cas, plusieurs peuvent coexister dont les variations transforment la structure. Par exemple, la source 0202+148 en figure 6.4 présente deux composantes émettrices dans les deux bandes S (2 GHz) et X (8 GHz).

La position du radio-centre observé est corrélée avec la structure à la longueur d'onde du récepteur⁴ [Bouffet, 2015]. En revanche, nous n'avons pas encore de certitude sur la nature même de la position observée (moyenne du flux total? Position du maxima? Combinaison linéaire des différentes composantes?). Néanmoins, les simulations numériques effectuées permettent de distinguer la configuration du centre de l'AGN par l'analyse des séries astrométriques VLBI [Bouffet, 2015, Roland et al., 2015].

Pour un trou noir unique sans rotation notable (A, figure 6.3), le radio-centre est relativement stable lorsqu'une seule composante radio-émettrice est visible. La partie BF du signal observé s'approche alors d'un bruit blanc, possiblement déviant (bruit rouge) si la composante se meut dans le jet et que la ligne de visée permet d'en percevoir le déplacement. Si plusieurs composantes coexistent, sa position peut varier suivant leurs activités respectives, modifiant alors la nature du bruit résultant.

4. La longueur d'onde d'émission peut être déduite de la longueur d'onde observée au moyen de la loi de Hubble si l'on dispose du redshift de la source.

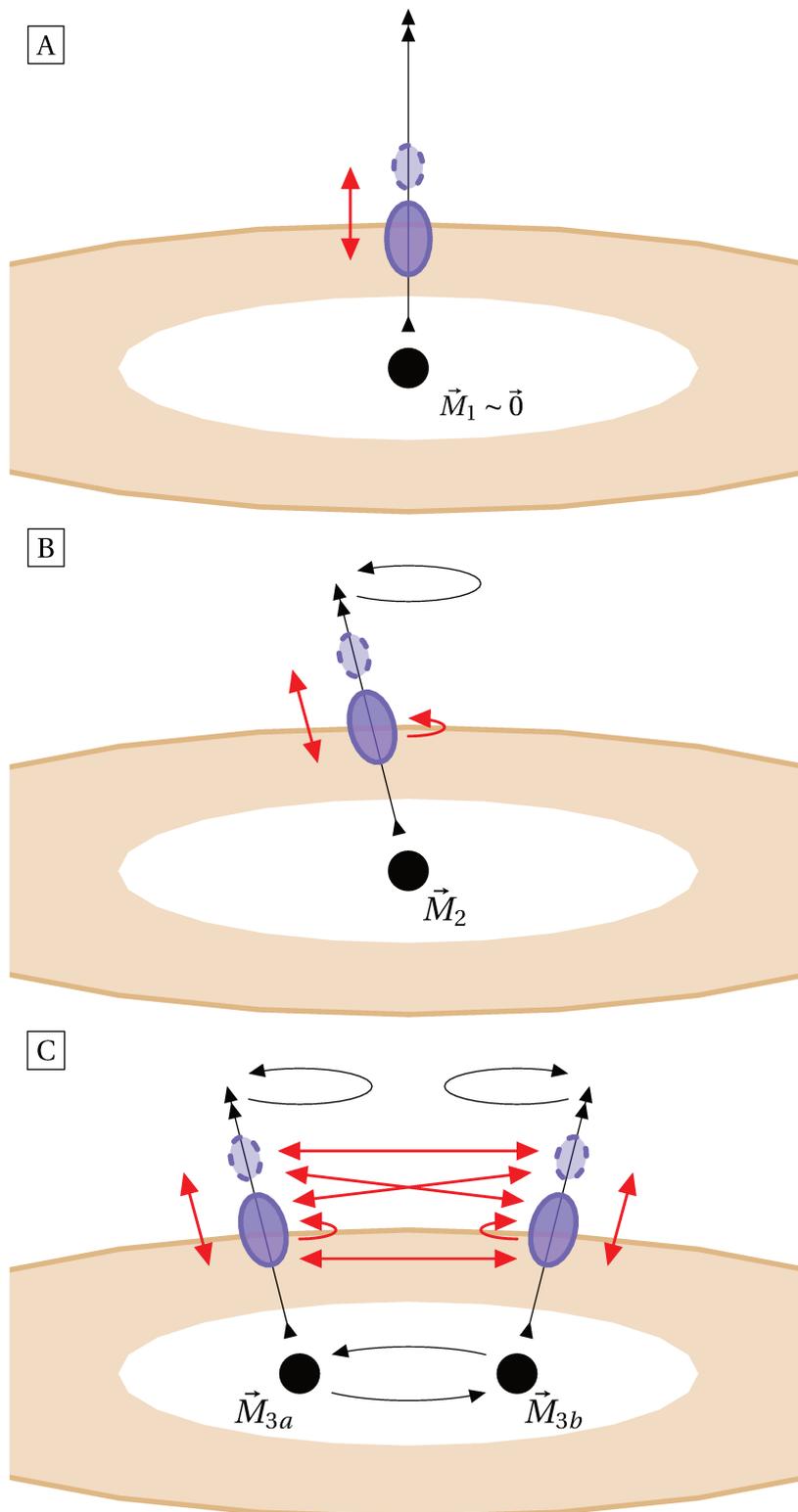


FIGURE 6.3 – Schéma de trois configurations pour les AGN. (A) Trou noir simple avec un moment cinétique faible (B) Trou noir simple avec un moment cinétique fort (C) Trous noirs multiples avec des moments cinétiques forts.

En bleu sont représentées les composantes émissives en radio qui suivent la trajectoire du jet (flèches à double têtes noires). Ces composantes peuvent être multiples.

Les flèches rouges représentent les différentes directions dans lesquelles peut se déplacer le radio-centre observé. Celui-ci peut ainsi voir sa position brusquement changer dans le volume englobant toutes les flèches rouges. L'amplitude du changement perçu dépend de l'angle entre l'axe du(es) jet(s) et la direction de la radio-source.

À noter : deux autres configurations sont possibles. (1) Composantes émissives suivant une trajectoire hélicoïdale dans un jet magnétisé; (2) il existe des jets dont la forme est hélicoïdale. Dans ces deux cas, l'émission radio perçue serait semblable à la configuration (B).

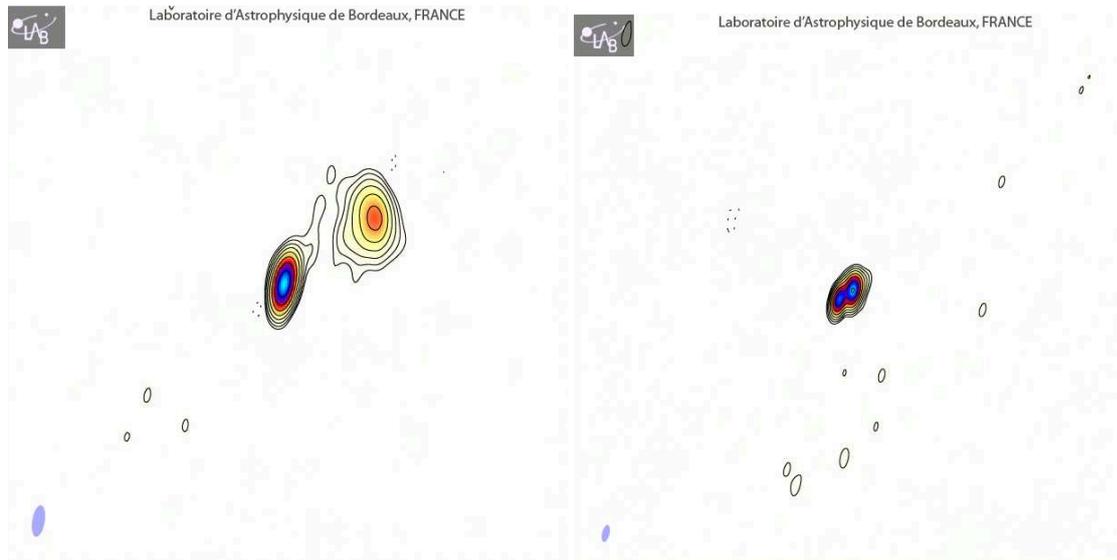


FIGURE 6.4 – Cartographies des flux radios en bandes X (8 GHz) (**à gauche**) et S (2 GHz) (**à droite**) de la source 0202+148. Deux composantes se distinguent clairement aux deux fréquences.

Si ce trou noir tourne notablement (B, figure 6.3), le jet est animé d'une précession⁵. Les composantes radio-émettrices sont entraînées par cette précession et suivent les lignes du champ magnétique torsadées. Indépendamment, si le jet est magnétisé, les composantes émissives peuvent directement avoir ce genre de trajectoire le long d'un jet droit. Enfin, il est envisagé que le jet prenne une forme hélicoïdale pour d'autres raisons que par un mouvement de précession. En fonction de l'angle de vue, ce mouvement hélicoïdal sera plus ou moins observé par un signal périodique. Dans un diagramme d'Allan, il résulte la succession : tendance bruit blanc autour des multiples entiers de la période, tendance bruit rose autour des multiples entiers plus un demi de la période, et tendance bruit rouge et bleu entre les deux.

Pour finir, si l'AGN dispose de plusieurs trous noirs en son cœur qui tournent les uns autour des autres dans des orbites rapprochées (C, figure 6.3), chacun des points évoqués dans les deux paragraphes précédents peuvent s'appliquer aux différents trous noirs. En résulte l'observation d'une combinaison des différentes composantes émissives de la région produites par chaque trou noir. En effet, la plupart du temps les composantes sont indistinguables. Au rythme des éjections et des déplacements, le radio-centre se déplace, progressivement ou subitement, des environs d'un trou noir aux environs des autres. Il en résulte un comportement scintillant du bruit (bruit rose) dans le diagramme d'Allan.

L'hypothèse de trou noir binaire au centre des AGN prend son origine de la fusion de deux galaxies [Begelman et al., 1980]. L'analyse des mouvements des composantes émissives associées à plusieurs AGN a permis d'identifier des sources où une telle configuration existerait : 0420-014 [Britzen et al., 2001], 1928+738 [Roos et al., 1993] (deux systèmes binaires en interaction sont également envisagés pour cette source [Roland et al., 2015]), 1823+568 [Roland et al., 2013] et 1308+326 [Bouffet, 2015].

5. Le jet suit les courbes du champ magnétique. Ce dernier peut être produit par la rotation du trou noir suivant un premier modèle de transfert de l'énergie du disque au jet [Blandford and Znajek, 1977]. Dans un deuxième modèle [Blandford and Payne, 1982], celui-ci peut également exister par la simple rotation du disque d'accrétion

••• SECTION 6.2 •••

Application de la variance d'Allan aux radio-sources

.....

Dans cette section, nous introduisons l'analyse du déplacement des radio-sources VLBI par l'application de la variance d'Allan. Dans un premier temps, nous présentons la méthode de calcul des variances d'Allan par recouvrement avec des précisions sur l'application aux séries irrégulièrement échantillonnées. Puis, nous dévoilons des comportements distincts par les exemples de cinq sources parmi les plus observées : 0014+813, 0528+134, 0552+398, 1308+326, 1357+769. Enfin, nous donnons le concept d'une nouvelle classification des sources VLBI par leur stabilité astrométrique sur la base des variances d'Allan.

6.2.1 • Application aux séries irrégulièrement échantillonnées

Sur la base des écarts de coordonnées équatoriales des radio-sources par rapport à leur position moyenne ($d\alpha \cos\delta, d\delta$), nous avons calculé les variances d'Allan par recouvrement, suivant la formule :

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau = m\tau_0) &= \frac{1}{2 \cdot m^2 \cdot (M - 2m + 1)} \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left(\sum_{i=j}^{j+m-1} (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i) \right)^2 \\ &= \frac{1}{M - 2m + 1} \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=j}^{j+m-1} (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i) \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (6.2)$$

où τ_0 est le pas de temps moyen qui sépare les données \bar{y}_i ré-échantillonnées régulièrement, m est un coefficient entier, et M est le nombre équivalent de mesures régulières séparées d'un pas de temps $m\tau_0$ (M décroît à mesure que m croît). L'algorithme numérique que nous avons développé permet de calculer le diagramme d'Allan sur des séries irrégulièrement échantillonnées. Les notions théoriques sont données en annexe E.

Initialement, la variance d'Allan est développée dans le cadre de séries régulières dont les mesures ne présentent aucun temps mort (une période plus longue que le pas de temps de la série). Comme pour la théorie de Fourier, l'irrégularité des données, et notamment les longues périodes sans observation sont sources d'artefacts pour le calcul de la variance d'Allan. L'élaboration de notre algorithme découle de plusieurs tentatives différentes pour réduire au plus ces artefacts.

Algorithme : Soit $y_l(t_l)$, $l = 1 \dots N$, notre série de données irrégulièrement échantillonnée à analyser par la variance d'Allan par recouvrement.

1. La première étape consiste à estimer le pas de temps moyen τ_0 entre les données irrégulières de la série. Cette période τ_0 est celle pour laquelle on compte en moyenne une donnée par intervalle (ce serait systématiquement le cas dans une série régulière). τ_0 est utilisée comme échelle de temps minimale pour une estimation de la variance d'Allan.

→ τ_0

2. On ré-échantillonne régulièrement la série $y_l(t_l)$ en moyennant les données à l'intérieur de fenêtres de taille τ_0 . Les données sont pondérées dans le calcul par leur erreur formelle. Un point important est que nous ne comblons pas les périodes sans observation. S'il n'existe pas de donnée dans la fenêtre, il manquera également une donnée dans la série résultante. On obtient ainsi une série pseudo-régulière $\bar{y}_k(t_k, \tau_0)$ dont les données sont séparées d'un coefficient entier de τ_0 . Cette série préliminaire va constituer la base pour les étapes suivantes.

Le choix de ne pas boucher les temps morts nous est propre. D'autres stratégies ont été employées pour les combler : interpolation linéaire, ajout d'un bruit blanc. Mais ces méthodes impliquaient d'ajouter de l'information pouvant modifier le diagramme d'Allan. L'interpolation linéaire fut une mauvaise idée car elle ajoutait un signal linéaire entre deux données successives très éloignées qui se caractérisait par une droite de pente +1 dans le diagramme log-log d'Allan (voir table E.1). Le bruit blanc s'est révélé une solution plus appropriée.

→ $\bar{y}_k(t_k, \tau_0)$ **pseudo-réguliers**

3. On choisit une échelle de temps minimale $\tau = m_0\tau_0$, m_0 entier, la plupart du temps $m_0 = 3$.
→ $\tau_i = m\tau_0 = (m_0 + i - 1)\tau_0, i = 1..N$
4. On ré-échantillonne de nouveau la série $\bar{y}_k(t_k, \tau_0)$ en moyennant les données sur les fenêtres consécutives de taille τ_i . Des pondérations sont de nouveau appliquées, déterminées par les erreurs formelles.

On compte le nombre n de données dans chaque fenêtre. En général $n = m$ sauf si la fenêtre englobe une époque sans observations. Afin de ne pas combler les temps morts, si $n/m < 1/5$ pour une fenêtre donnée, on supprime la donnée calculée de la série. Cela nous permet également de supprimer des sources d'aberration lors de l'estimation d'un échantillon de variance d'Allan (voir les étapes suivantes).

→ $\bar{y}_k(t_k, \tau_i)$

5. On calcule les échantillons de la variance d'Allan par recouvrement suivant la formule 6.2 [sans appliquer la moyenne finale sur les $M - 2m + 2$ échantillons]. Durant le calcul d'un échantillon $\sigma_k^2(\tau)$, si l'un des échantillons $\bar{y}_k(t_k, \tau)$ utilisés dans le schéma de calcul n'existe pas (à cause du seuil sur le rapport n/m), l'échantillon $\sigma_k^2(\tau)$ de la variance d'Allan n'est pas calculé. Les échantillons de la variance sont calculés l'un après l'autre en décalant de τ_0 la première mesure qui démarre le schéma. Au total $M - 2m + 2$ tentatives de calcul sont faites dont $N_{abandon}$ n'aboutissent pas en raison des temps morts dans les données de la série initiale.

→ $\sigma_k^2(\tau_i)$

6. On moyenne sans pondération les $M - 2m + 2 - N_{abandon}$ échantillons de variance d'Allan par recouvrement pour calculer l'estimation de la variance à l'échelle de temps $\tau_i = m\tau_0$. On itère le coefficient m et l'échelle de temps τ_i par la même occasion. On répète les opérations à partir de l'étape 4.

→ $\sigma^2(\tau_i)$

7. Lorsque $m\tau_0$ dépasse $1/3$ de la durée totale d'observation, la formule 6.2 n'est plus applicable et on stoppe l'estimation de la variance d'Allan à l'échelle de temps correspondante. L'ensemble des $\sigma^2(\tau_i)$ nous renvoie :

→ **diagramme d'Allan**

Nous illustrons l'application de cet algorithme sur 5 radio-sources VLBI qui présentent chacune un comportement remarquable quant au résultat obtenu.

6.2.2 • Source 0014+813 : initiation à la variance d'Allan

Les courbes des séries temporelles $d\alpha \cos\delta$ et $d\delta$ correspondantes sont présentées sur la figure 6.6 ainsi que leurs diagrammes d'Allan.

En α , la position semble plus stable qu'en δ , tout en exhibant un bruit d'amplitude constante sauf entre 2005 et 2010 où il s'amplifie. À l'inverse, la coordonnée δ expose une variation longue période. La cartographie⁶ en bande S et, dans une moindre mesure, celle en bande X corroborent cette dichotomie (figure 6.5). On y voit la composante principale sur laquelle sont centrées les images avec une dispersion plus forte en δ .

Sur les deux graphes à gauche de la figure 6.6, nous figurons aussi l'écart-type sur la durée totale de l'observation par une bande bleue. Il est d'environ 0.1 milli-seconde d'arc en $\alpha \cos\delta$ et 0.4 milli-seconde d'arc en δ .

Les trois graphes de droite présentent les diagrammes d'Allan et la courbe du nombre d'échantillons. La courbe noire correspond aux données (MVAR = variance d'Allan). En couleur, nous figurons la variance d'Allan de 20 bruits blancs construits à partir de l'échantillonnage irrégulier des séries et calculés par la méthode Box-Müller⁷ [Box and Muller, 1958]. Ces bruits permettent de visualiser l'effet de l'irrégularité de l'échantillonnage sur les tendances des diagrammes d'Allan. Le dernier graphe, en bas à droite, indique le nombre d'échantillons de variance utilisés pour les estimations des variances d'Allan par recouvrement aux différentes échelles de temps τ_i .

6. base de données du LAB → vlbi.obs.u-bordeaux1.fr/

7. Détails mathématiques sur la méthode Box-Müller → <http://mathworld.wolfram.com/Box-MullerTransformation.html>. Cette méthode est développée pour un échantillonnage régulier. L'effet de l'échantillonnage irrégulier sur la nature du bruit construit n'est pas connue, d'autant plus qu'un spectre ne peut pas être obtenu sans la régularisation des données pour en connaître la densité spectrale.

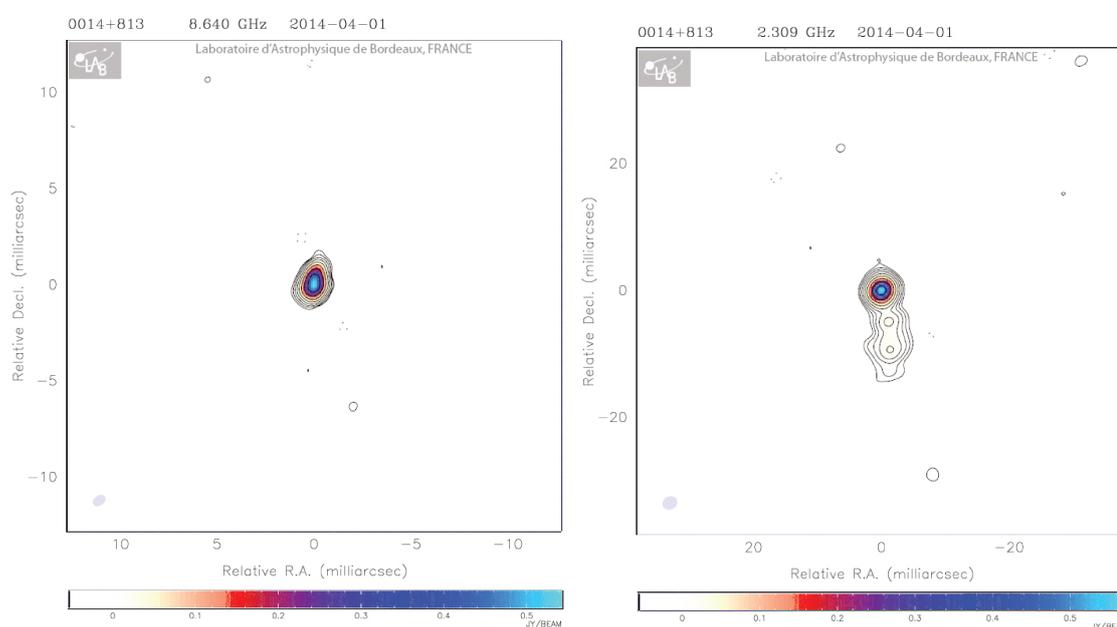


FIGURE 6.5 – Cartographies de la source 0014+813 (à gauche) en bande X (8 GHz) et (à droite) en bande S (2 GHz). Crédit : pôle VLBI du LAB [Laboratoire d'Astrophysique de Bordeaux]

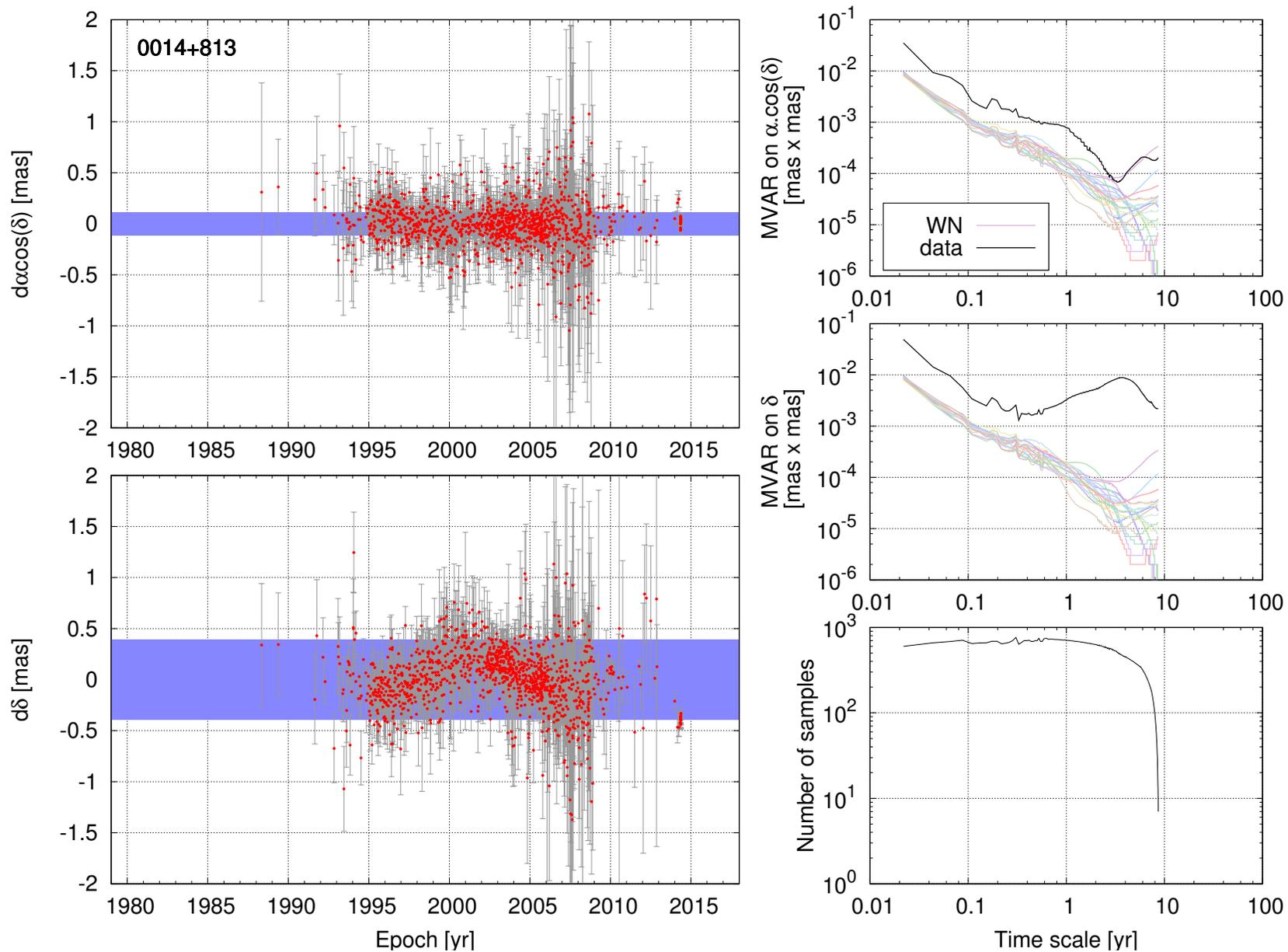


FIGURE 6.6 – Variations de position de la source 0014+813 et diagrammes d’Allan correspondants. À gauche, les bandes bleues représentent les dispersions associées aux écarts-types pour chaque coordonnée. À droite, à la variance d’Allan des données (en noir), nous ajoutons celles de vingt bruits blancs (en couleurs) construits sur l’échantillonnage de la série. Le graphe en bas à droite est le nombre d’échantillons de variance utilisés pour les estimations de la variance d’Allan aux différentes échelles de temps.

Comportement des bruits blancs irrégulièrement échantillonnés

Aux petites échelles de temps, pour les vingt tirages aléatoires, on observe une tendance linéaire de coefficient -1, attendue pour un bruit blanc. Cependant, au-delà d'un an, les courbes divergent et certaines ne présentent plus le comportement de bruit blanc. C'est le cas par exemple de la courbe mauve qui termine au plus haut en δ dont la tendance finale est celle d'une marche aléatoire.

Mais comment s'assurer que le redressement de la tendance est bien significatif? La réponse ne peut pas être certifiée. En revanche, nous pouvons en estimer la probabilité par la méthode de Monte-Carlo. Supposons 1 000 tirages aléatoires sur l'échantillonnage irrégulier et calculons les diagrammes d'Allan correspondants. À chaque échelle de temps τ , nous nous retrouvons en présence d'un nuage de mille points pour l'estimation de la variance associée à ce τ . Si ce nuage suit une distribution normale, alors le calcul de l'écart-type σ_{BB} nous informe sur la probabilité qu'un signal soit un bruit blanc, ce en suivant la règle des 68-95-99.7 % de probabilité qu'un tirage aléatoire s'éloigne de 1-2-3 σ_{BB} de la moyenne du nuage. En revanche, si la distribution des tirages aléatoires n'est pas normale, des probabilités peuvent être obtenues à partir de la médiane en utilisant les quantiles (quartiles : 0-25-50-75-100 %, déciles : 0-10-20...-90-100 %, par exemple).

Dans tous les cas, en bénéficiant de ces probabilités à chaque échelle de temps, on peut tracer les iso-courbes de probabilités. En les juxtaposant au signal, ce qui revient à ajuster l'amplitude du bruit des tirages à celle que présente les données, on pourra ainsi donner une probabilité que le signal étudié soit un bruit blanc ou non selon la variance d'Allan. Ce travail est en cours.

Comportement de bruit blanc sur la coordonnée α

Concernant l'ascension droite, un comportement de type bruit blanc est attendu d'après un examen à l'œil des déplacements. Le diagramme d'Allan montre une tendance presque linéaire sur la majorité des échelles de temps mises à part quelques perturbations et un renflement pointant à un an. Comme le prédit la théorie, la variance d'Allan est adaptée pour caractériser un bruit blanc dans les mesures successives, aspect fondamental puisqu'il implique une précision accrue des estimations à mesure que l'on prend de plus en plus de données en compte. Néanmoins, à partir de 4 ans, la stabilité de 0014+813 change de régime. Cette caractéristique aux échelles de temps multi-annuelles manifeste possiblement un déplacement du radio-centre suffisant pour limiter la stabilité de la position observée. Il reste à en quantifier la probabilité.

Comportement de marche aléatoire sur la coordonnée δ

Concernant la déclinaison, le comportement en bruit blanc n'est conservé que jusqu'à une échelle de 0.4 ans. Au-delà, la tendance linéaire devient +1 indiquant une marche aléatoire. Elle perdure jusque 4 ans pour décroître à nouveau.

Le diagramme confirme une instabilité forte déjà détectée dans la série temporelle (0014+813 fait partie des "special handling sources" [Fey et al., 2015]). L'enchaînement bruit blanc-marche aléatoire-bruit blanc est caractéristique d'un signal périodique de période plus grande que l'échelle de temps maximale du diagramme (voir table E.1) dont la partie d'une oscillation se remarque nettement sur les séries temporelles. Malheureusement, cette source a vu sa fréquence d'observations largement diminuer depuis 2009 pour en observer un cycle complet.

L'exemple de la source 0014+813 est un bon exemple de la discrimination des déplacements vus comme des instabilités affectant la nature du bruit des données. Elle montre l'intérêt de l'utilisation de la variance d'Allan à cet effet.

6.2.3 • source 0552+398 : fort potentiel en tant que source de définition

La source 0552+398 est présentée en figure 6.8 pour les séries et les diagrammes d'Allan et en figure 6.7 pour leur cartographie. Les deux diagrammes d'Allan présentent une tendance linéaire globale de pente -1 indiquant un bruit blanc à toutes les échelles de temps. Seul un revirement en fin de diagramme ternit ce constat au même titre que pour la source 0014+813 (voir sous-section précédente).

Ce genre de source a une stabilité s'accroissant avec la durée de son observation. Cette caractéristique implique que la source ne bouge pas de façon perceptible sur la voûte céleste. Ainsi, 0552+398 est intéressante pour la construction d'un repère céleste.

Cependant, les séries temporelles montrent une faible oscillation des deux coordonnées, plus intense sur la coordonnée α . En ce sens, les renflements observés, voire les remontées en fin de diagramme, sont possiblement dues à ces oscillations. Une explication en serait la forme hélicoïdale du jet ou de la trajectoire des composantes émissives dans le jet (voir sous-section 6.1.2).

Malgré cette imperfection, c'est le genre de sources dont on souhaite disposer sur toute la sphère céleste pour définir le repère céleste. Les cartographies confirment cela par un flux structuré en une unique composante gaussienne, sans autre extension apparente.

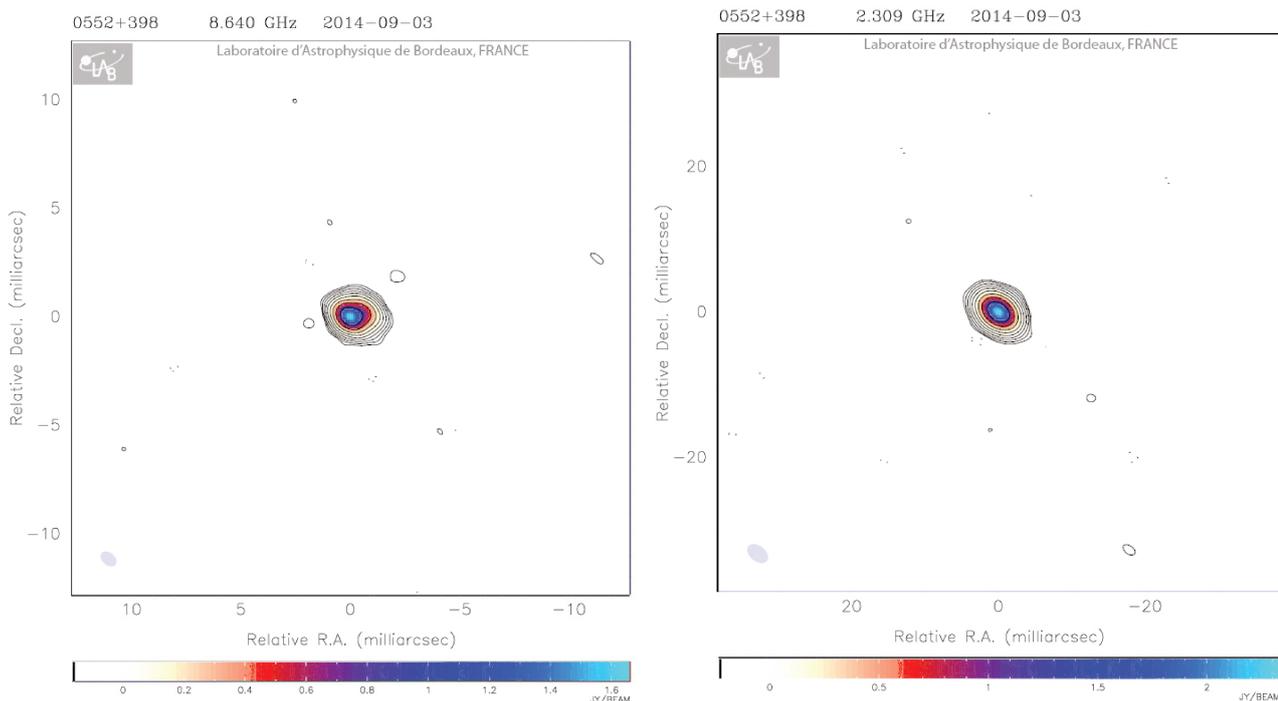


FIGURE 6.7 – Cartographies de la source 0552+398 (à gauche) en bande X (8 GHz) et (à droite) en bande S (2 GHz). Crédit : pôle VLBI du LAB [Laboratoire d'Astrophysique de Bordeaux]

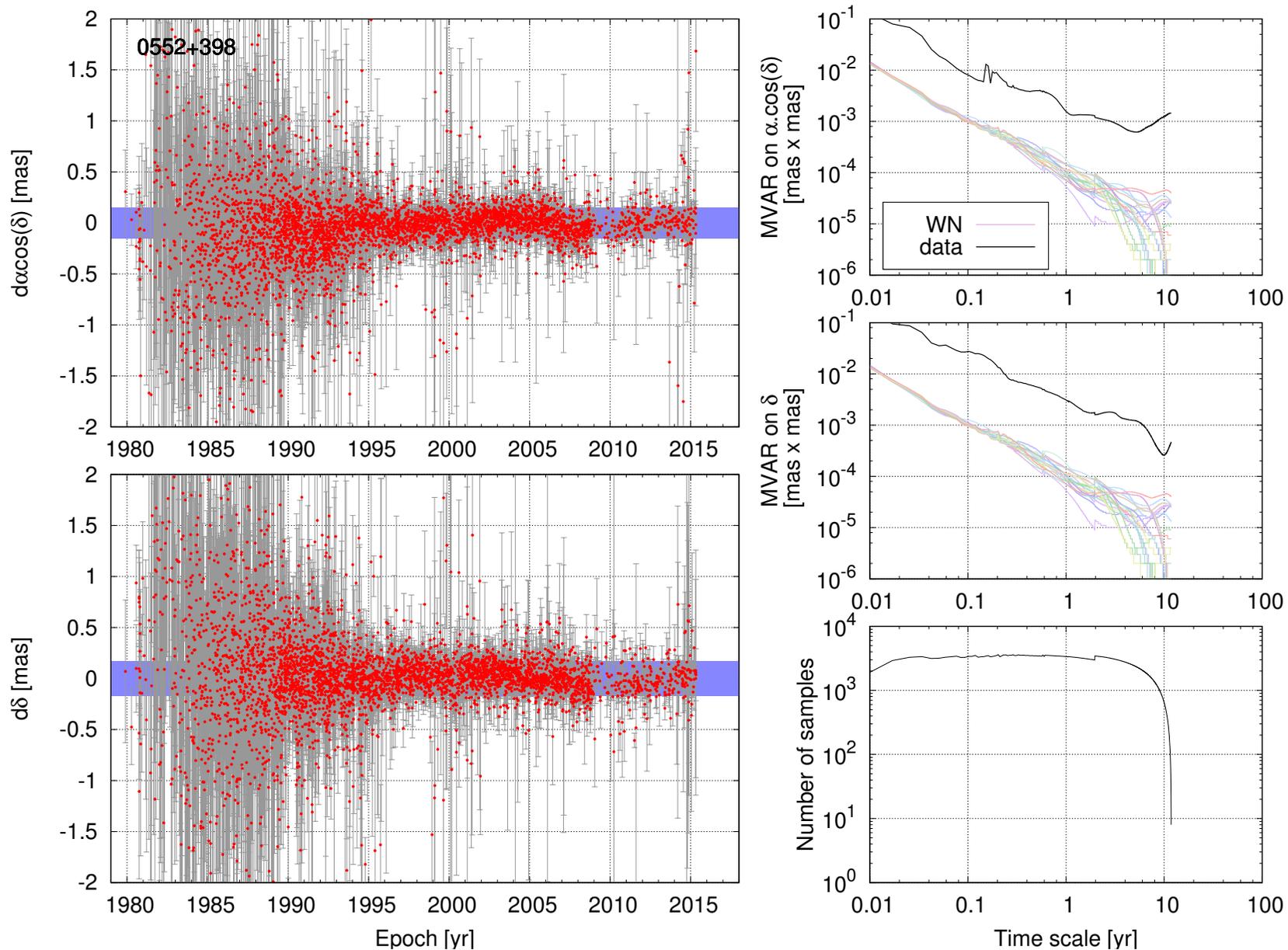


FIGURE 6.8 – Variations de position de la source 0552+398 et diagrammes d'Allan correspondants. À gauche, les bandes bleues représentent les dispersions associées aux écarts-types pour chaque coordonnée. À droite, à la variance d'Allan des données (en noir), nous ajoutons celles de vingt bruits blancs (en couleurs) construits sur l'échantillonnage de la série. Le graphe en bas à droite est le nombre d'échantillons de variance utilisés pour les estimations de la variance d'Allan aux différentes échelles de temps.

6.2.4 • source 1357+769 : une stabilité illusoire

S'il y a bien une source dont on parierait sur sa stabilité, ce serait la source 1357+769 présentée en figure 6.10 pour les séries et diagrammes d'Allan et en figure 6.9 pour les cartographies. En effet, les deux coordonnées célestes semblent très stables : aucun mouvement, aucun soubresaut, aucun déplacement significatif. Les cartographies affichent également une distribution quasi-circulaire bien que la dernière isocourbe s'étale légèrement.

Mais les diagrammes d'Allan donne un tout autre tableau (deux graphes en haut à droite de la figure 6.10). Les deux coordonnées présentent une tendance en marche aléatoire vers les grandes échelles (pente +1, courbes noires) qui se différencie notablement des tendances observées pour les tirages aléatoires en bruit blanc (courbes colorées). En effet, aucune d'elles ne manifeste de revirement aussi précoce.

Cette tendance de marche aléatoire est, sans nul doute, l'effet d'une dérive très lente qui affecte la source, trop faible pour être vue au premier coup d'œil sur les séries (à gauche de la figure 6.10). Ce mouvement apparent serait, par exemple, lié au déplacement du radio-centre évoluant dans le jet ou une signature de l'aberration galactique due à l'accélération du système solaire dans la Galaxie : $4 \mu\text{as}/\text{an}$ soit $80 \mu\text{as}$ sur les 20 années d'observation de cette source [Kovalevsky, 2003, Titov and Lambert, 2013, Titov et al., 2011]. Dans les deux cas et si aucun traitement de l'aberration n'est fait, observer cette radio-source plus longuement ne permettrait pas d'améliorer sa stabilité.

Cette source n'est donc pas intéressante comme source de définition pour les CRF, au sens strict des définitions posées par l'ICRS. Son observation n'est pas utile pour l'ICRF, elle n'en reste pas moins pertinente pour d'autres études, astrophysiques ou astronomiques.

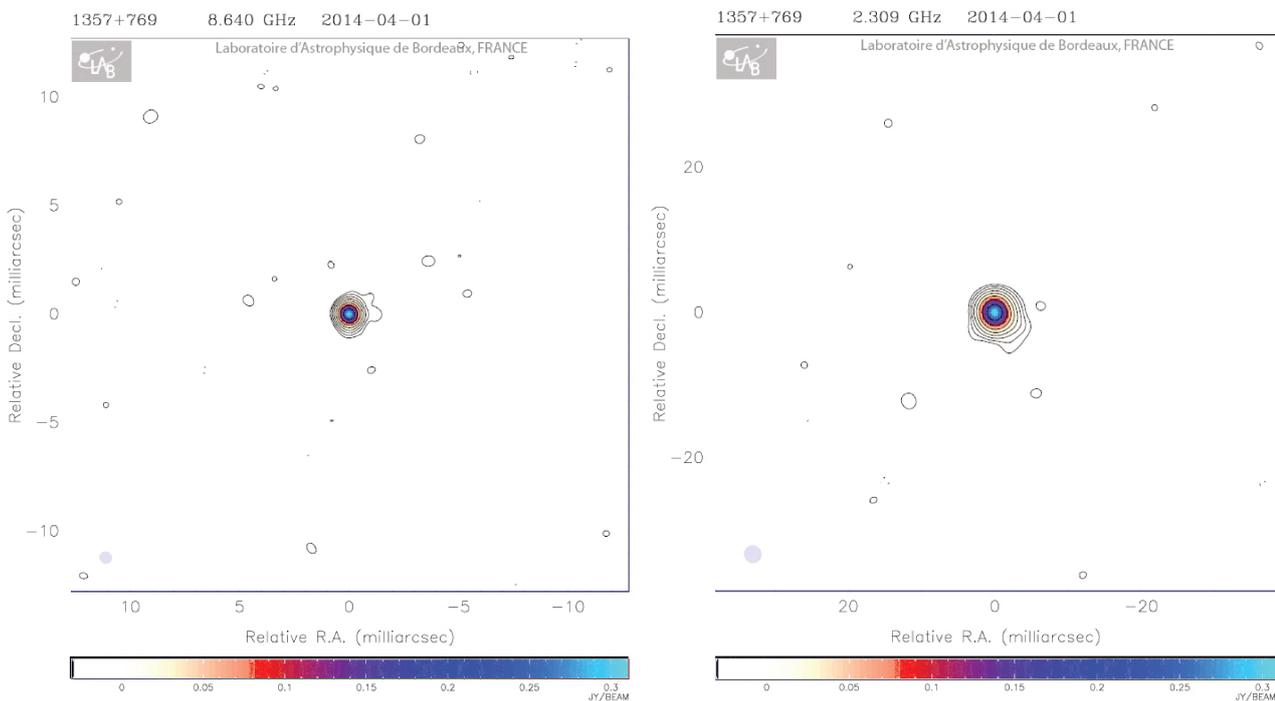


FIGURE 6.9 – Cartographies de la source 1357+769 (à gauche) en bande X (8 GHz) et (à droite) en bande S (2 GHz). Crédit : pôle VLBI du LAB [Laboratoire d'Astrophysique de Bordeaux]

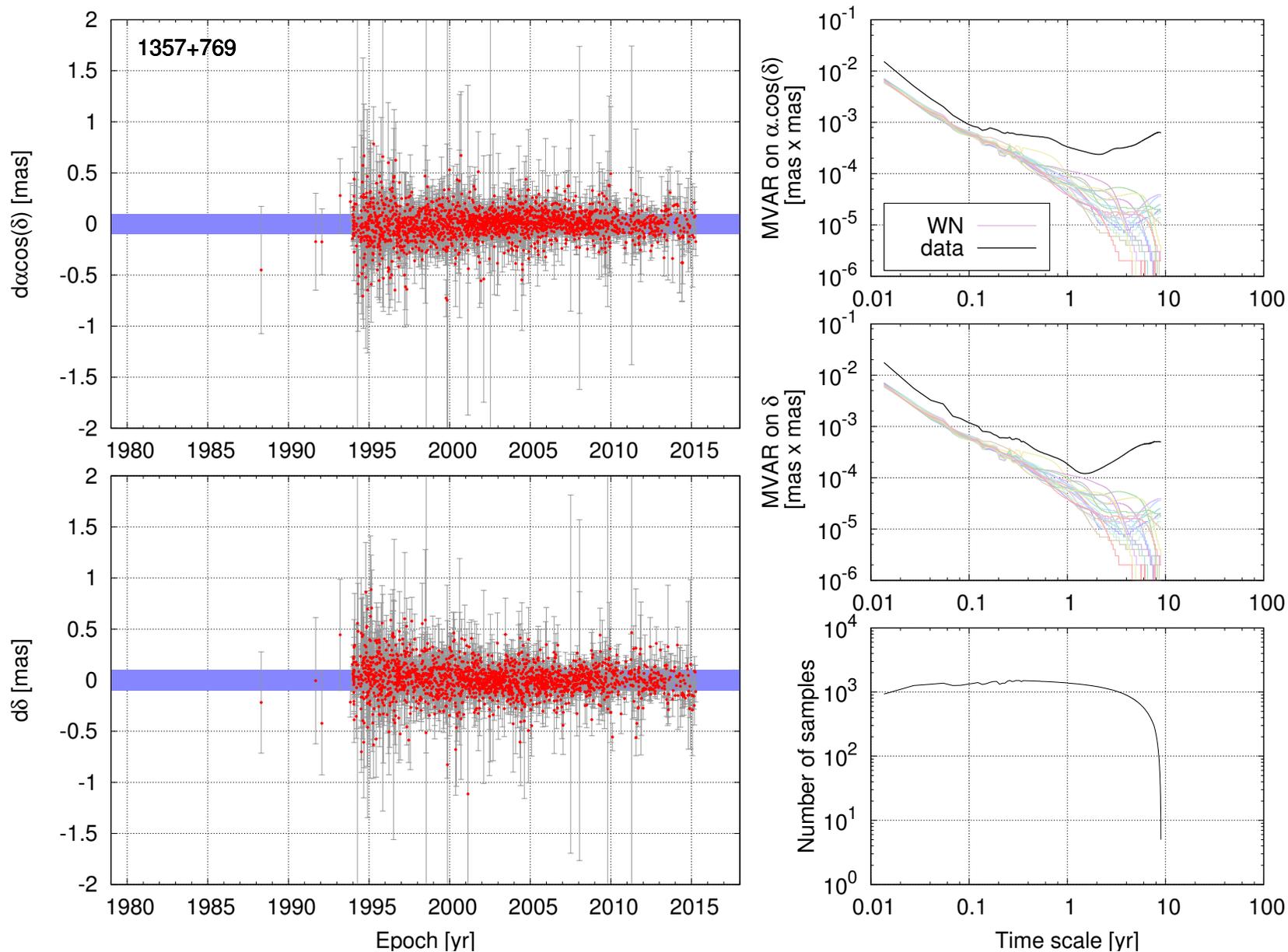


FIGURE 6.10 – Variations de position de la source 1357+769 et diagrammes d'Allan correspondants. À gauche, les bandes bleues représentent les dispersions associées aux écarts-types pour chaque coordonnée. À droite, à la variance d'Allan des données (en noir), nous ajoutons celles de vingt bruits blancs (en couleurs) construits sur l'échantillonnage de la série. Le graphe en bas à droite est le nombre d'échantillons de variance utilisés pour les estimations de la variance d'Allan aux différentes échelles de temps.

6.2.5 • source 1308+326 : des sauts du radio-centre

La figure 6.13 présente le cas de la source 1308+326. La figure 6.11 présente ses cartographies en bande X et S. Cette source est un cas intermédiaire des deux sources précédentes. Aux grandes échelles de temps, elle présente un bruit de scintillation (pente nulle).

Sur la figure 6.13, on remarque nettement les changements de positions astrométriques par sauts du radio-centre. A priori, une telle source n'est pas appropriée pour un CRF. Néanmoins, les diagrammes d'Allan donnent une droite constante en dernière tendance des courbes noires (deux graphes en haut à droite).

Concrètement, cette droite nous indique que des fenêtres d'observation plus larges qu'une année n'ont pas permis d'améliorer la stabilité de la source. À ces échelles, les déplacements du radio-centre, bien que limités à une région déterminée autour de la position moyenne, sont trop importants et trop fréquents pour pouvoir estimer une position stable. En revanche, une observation plus longue n'a pas non plus dégradé cette stabilité.

Dans ce cas, faut-il sélectionner la source pour définir le repère céleste? La réponse dépend de la stabilité globale escomptée pour le repère. Si celle-ci est supérieure à la valeur donnée par la variance d'Allan dans le régime scintillant, alors elle peut être sélectionnée.

Observer cette source plus longtemps n'améliorera pas sa qualité astrométrique, pour autant que le comportement "scintillant" se prolonge. Mais cela sera d'un grand intérêt pour étudier les éjections de plasma dans le jet et le compte des trous noirs au cœur de l'AGN (voir sous-section 6.1.2). Les cartographies en figure 6.11 sont complétées par un graphe montrant l'évolution des composantes secondaires par rapport à la principale (figure 6.12) : on distingue deux régions émettrices espacées de plusieurs milli-seconde d'arc dont une (celle associée à la composante principale) présente une activité intense.

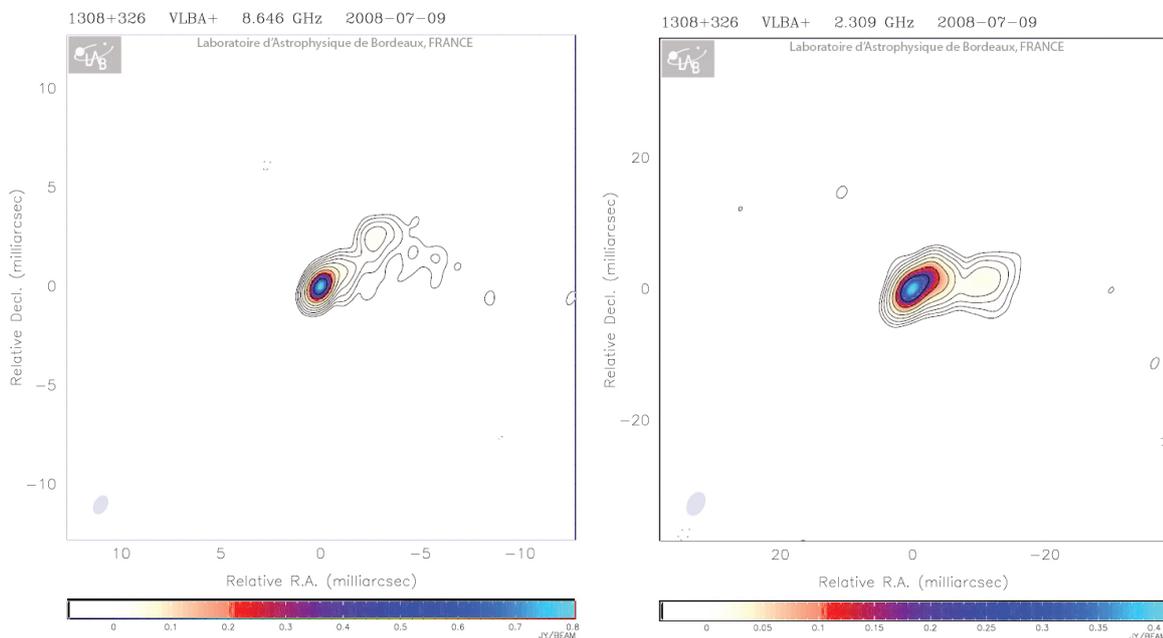


FIGURE 6.11 – Cartographies de la source 1308+326 (à gauche) en bande X (8 GHz) et (à droite) en bande S (2 GHz). Crédit : pôle VLBI du LAB [Laboratoire d'Astrophysique de Bordeaux]

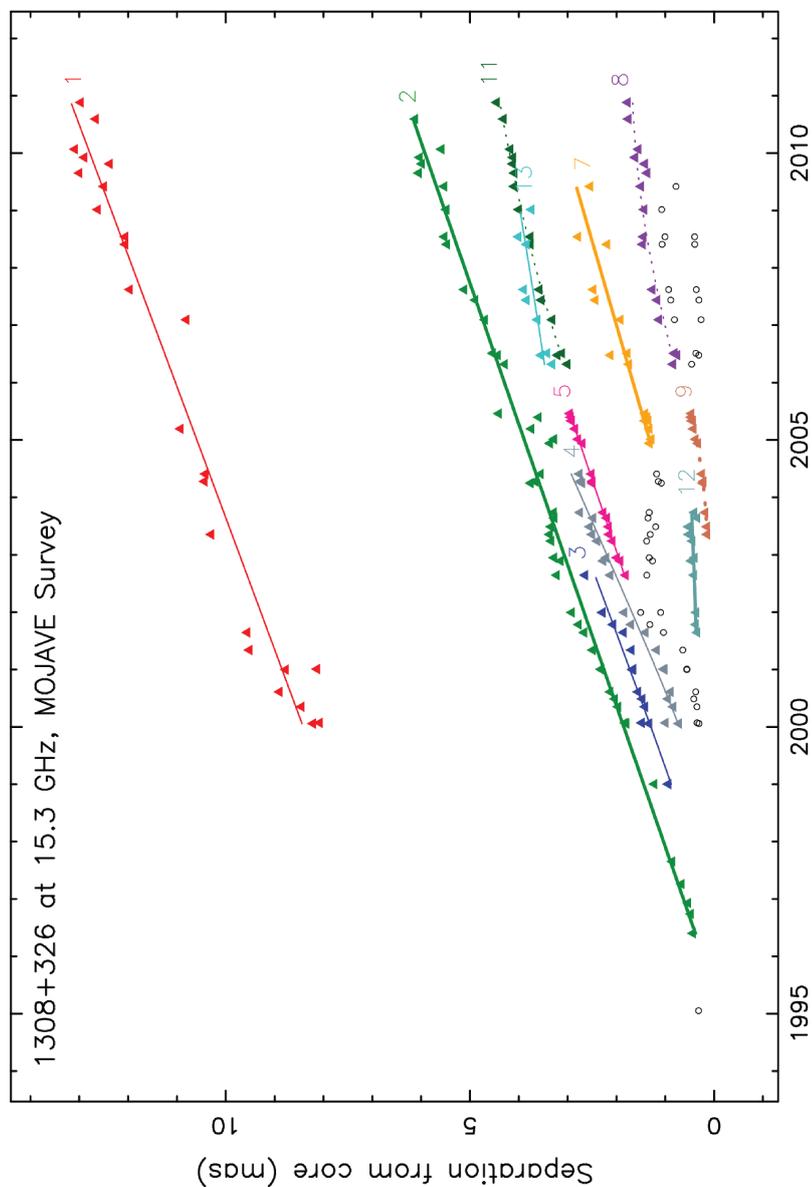


FIGURE 6.12 – Évolution de la séparation des différentes composantes émissives de la source 1308+326 qui se détachent de la composante principale considérée comme stationnaire. L'ajustement de différentes dérives linéaires à travers les données permet de déterminer le nombre de composantes au cours du temps et la durée de détection. Par exemple la composante 2 est visible sur au moins 14 ans, tandis que la composante 3 ne l'est que sur 5 ans. Crédit : base de données [MOJAVE](#) [[Lister et al., 2009](#)]

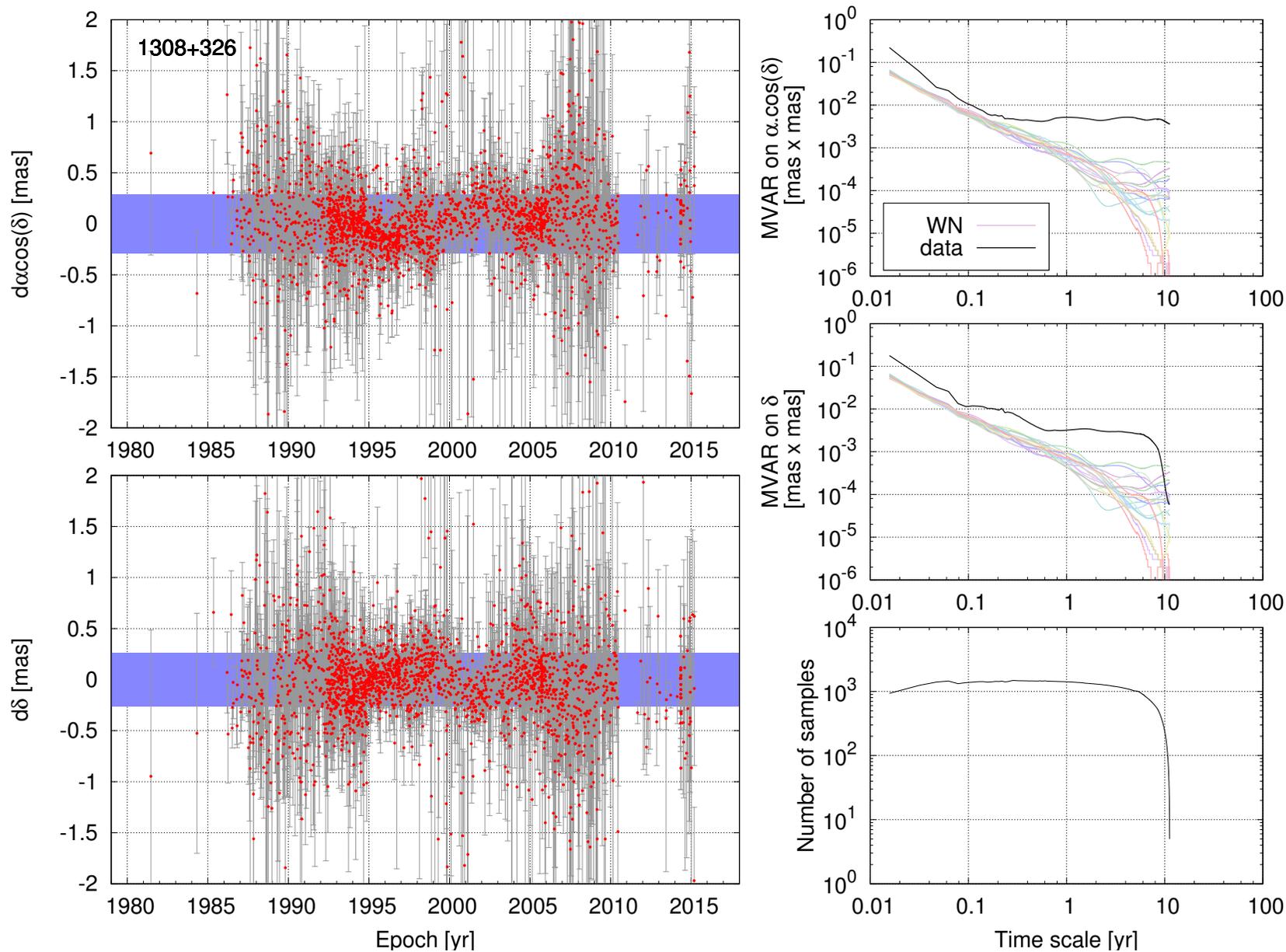


FIGURE 6.13 – Variations de position de la source 1308+326 et diagrammes d’Allan correspondants. À gauche, les bandes bleues représentent les dispersions associées aux écarts-types pour chaque coordonnée. À droite, à la variance d’Allan des données (en noir), nous ajoutons celles de vingt bruits blancs (en couleurs) construits sur l’échantillonnage de la série. Le graphe en bas à droite est le nombre d’échantillons de variance utilisés pour les estimations de la variance d’Allan aux différentes échelles de temps.

6.2.6 • source 0528+134 : Cas synthétique

La coordonnée α de la source 0528+134 (voir figure 6.15) présente à elle seule les trois bruits caractéristiques notés précédemment : "bruit blanc" de 0.01 à 0.1-0.2 an, "marche aléatoire" de 0.2 an à 1 an, "bruit de scintillation" au-delà. Ainsi, une source peut présenter des bruits différents selon l'échelle de temps. De ce fait, l'éventualité que toute source VLBI qui s'est écartée du comportement stable défini par un bruit blanc puisse redevenir stable sur des périodes beaucoup plus longues à force d'observations. Cela incite à prolonger les observations des sources pour continuer à étudier leur comportement astrométrique.

Néanmoins, toute radio-source ayant présenté un bruit de scintillation ou une tendance de marche aléatoire à des échelles de temps données, implique l'existence de variations de sa position astrométrique. De tels déplacements vont à l'encontre des définitions actuelles posées par l'ICRS. Ces sources ne devraient donc pas être sélectionnées pour définir le repère céleste.

Dans la section qui suit, nous présentons une classification par la variance d'Allan pour choisir des sources de définition satisfaisant les critères de l'ICRS.

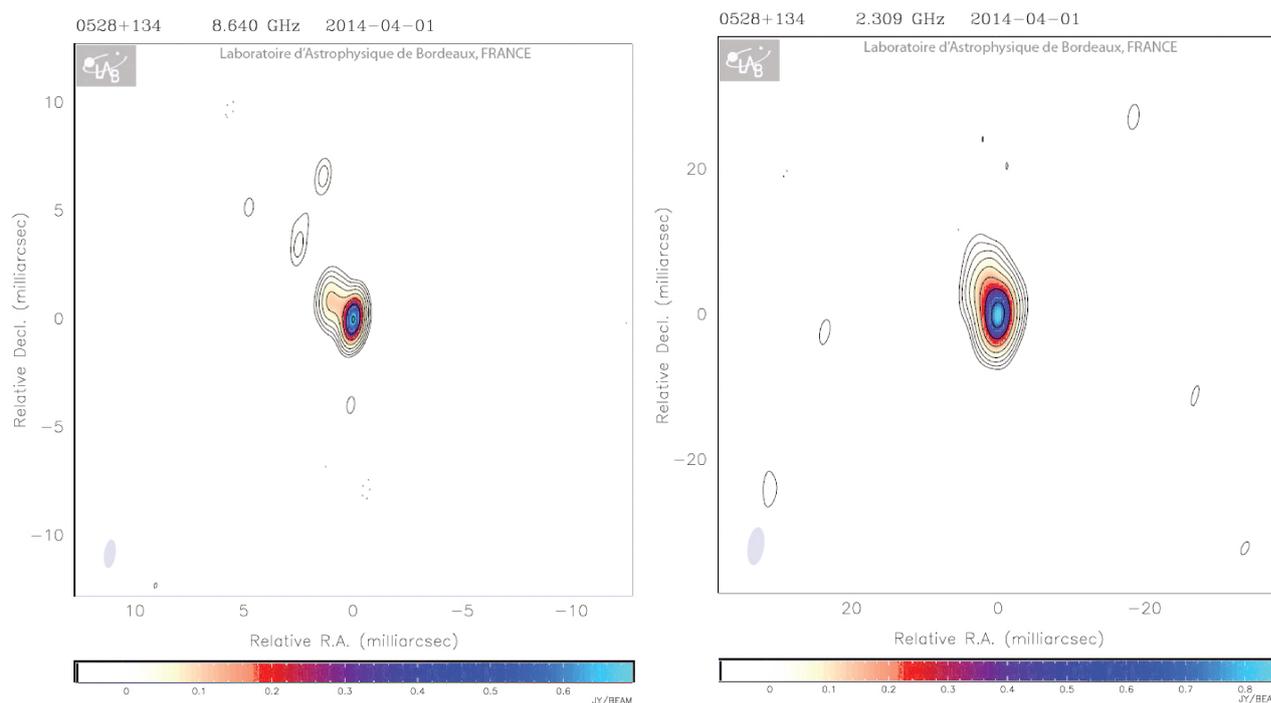


FIGURE 6.14 – Cartographies de la source 0528+134 (à gauche) en bande X (8 GHz) et (à droite) en bande S (2 GHz). Crédit : pôle VLBI du LAB [Laboratoire d'Astrophysique de Bordeaux]

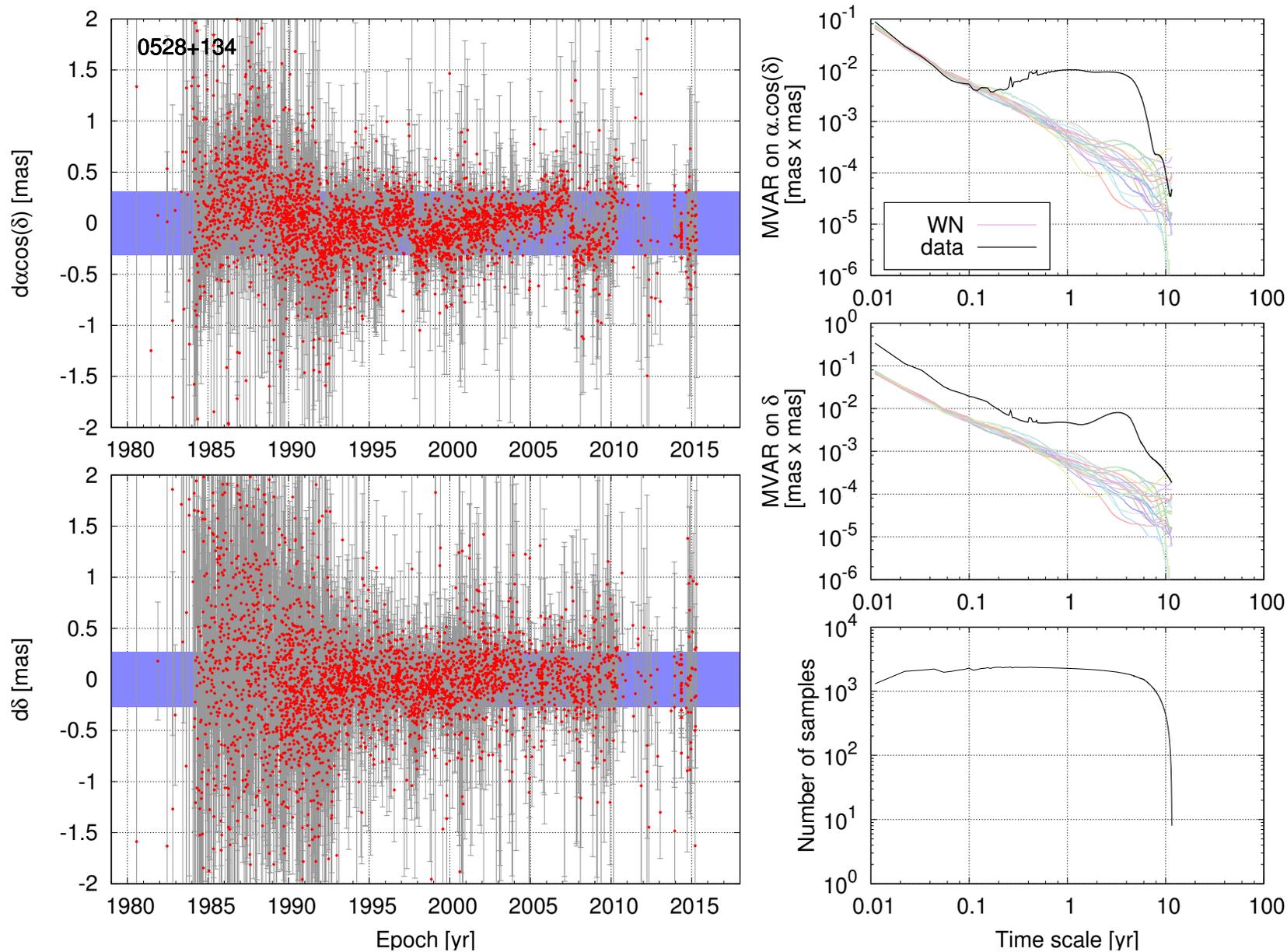


FIGURE 6.15 – Variations de position de la source 0528+134 et diagrammes d’Allan correspondants. À gauche, les bandes bleues représentent les dispersions associées aux écarts-types pour chaque coordonnée. À droite, à la variance d’Allan des données (en noir), nous ajoutons celles de vingt bruits blancs (en couleurs) construits sur l’échantillonnage de la série. Le graphe en bas à droite est le nombre d’échantillons de variance utilisés pour les estimations de la variance d’Allan aux différentes échelles de temps.

••• SECTION 6.3 •••

Classification des sources VLBI par la variance d'Allan

Après la présentation de cas particuliers, nous introduisons une classification des sources VLBI permettant de :

- caractériser leur stabilité,
- sélectionner les plus adaptées d'entre elles en vue de la réalisation d'un CRF, et
- Aider à la planification des observations VLBI en fonction de l'objectif recherché.

Pour ce dernier point, nous insistons sur le fait que les observations s'allongeant, les radio-sources peuvent manifester des comportements plus variés. De plus les astrométristes et les astrophysiciens n'ont pas les mêmes préférences en termes de sources. Ainsi, les sources rejetées du point de vue de l'astrométrie peuvent se révéler très utile pour l'astrophysique. L'observation de toutes les sources VLBI se devrait donc d'être prolongée.

Notre classification introduit trois classes : les sources AV0, les sources AV1 et les sources AV2. La figure 6.16 la résume en schéma.

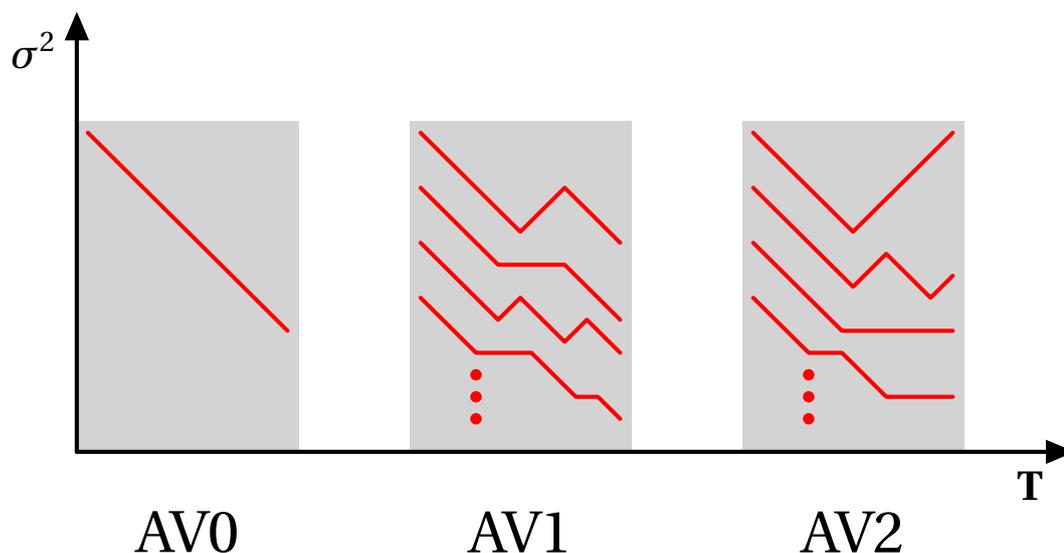


FIGURE 6.16 – Illustration de la classification des sources VLBI suivant le comportement de la variance d'Allan en diagramme log-log. Les sources AV0 sont celles présentant un comportement bruit blanc sur l'ensemble des échelles de temps. Les sources AV1 présentent des bruits colorés, mais les diagrammes se terminent par une tendance de bruit blanc. Les sources AV2 se terminent par un bruit coloré.

6.3.1 • La classe AV0 : sources stables

La classe AV0 regroupe les sources présentant un bruit blanc sur l'ensemble des échelles de temps permises par la durée et la fréquence de leurs observations. Ce critère doit être vérifié sur les deux coordonnées équatoriales locales ($d\alpha \cos \delta, d\delta$), condition nécessaire pour que la source soit sélectionnée dans la réalisation de l'ICRS.

Plus ces sources sont observées, plus l'estimation de leur position astrométrique moyenne sera précise car aucun mouvement apparent ne transparaît depuis le début de son observation. Les lignes de visée de ces sources sont ainsi les directions les plus stables que l'on peut représenter dans l'univers.

6.3.2 • La classe AV1 : sources de réserve

Les sources de la classe AV1 présentent des bruits blancs, roses ou rouges selon l'échelle de temps. Cela est associé à des mouvements internes de l'AGN qui perturbent la position du radio-centre observé par VLBI. Pour faire partie de cette classe, les sources doivent manifester un bruit blanc aux plus grandes échelles de temps accessibles. Cette caractéristique doit être vérifiée sur les deux coordonnées équatoriales locales ($d\alpha \cos \delta, d\delta$). À noter que les conditions de la classe AV0 sont incluses dans les conditions de la classe AV1. Il est donc possible de trouver des objets présentant une série temporelle valide pour la classe AV0 en $d\alpha \cos \delta$, par exemple, mais une série invalidée en $d\delta$.

Le critère du bruit blanc aux échelles de temps les plus longues annonce une précision accrue de l'estimation de la variance par prolongation de l'observation. Ce sont donc des sources susceptibles d'amélioration de la stabilité dans les années à venir. Néanmoins, si l'on respecte strictement la définition de l'ICRS, de telles sources doivent être rejetées en raison du déplacement perçu. Bien que n'ayant pas une qualité parfaite, elles peuvent devenir une solution de recours, notamment au cas où le groupe AV0 n'est pas assez étoffé. La classe AV1 constitue en quelque sorte une réserve de sources de définition.

6.3.3 • La classe AV2 : sources instables

La dernière classe, AV2, regroupe toutes les autres sources. Elles sont de piètre qualité astrométrique et ne sont donc pas adaptées pour définir un repère céleste. La particularité de ces sources est de présenter un bruit de marche aléatoire aux plus grandes échelles de temps, sur l'une et/ou l'autre des leurs coordonnées équatoriales locales ($d\alpha \cos \delta, d\delta$).

Le bruit rouge en fin de diagramme implique que la stabilité de la position astrométrique de la source se dégrade si on prolonge son observation, du moins à court terme (à long terme il n'est pas improbable de retomber sur un comportement plus stable).

Conclusion

.....

Dans ce chapitre, nous avons établi une méthode de classification des radio-sources selon leurs propriétés astrométriques. À cet effet, nous nous fondons sur la nature du bruit les affectant plutôt que sur la seule donnée de leur variance.

Cette classification n'est pas encore aboutie. L'analyse Monte-Carlo que nous mettons en place nous permettra de calculer, en plus de la tendance observée, la probabilité que celle-ci soit un bruit blanc. Cette probabilité permettra notamment de repêcher des sources AV1 et AV2 et d'augmenter ainsi le nombre de sources sélectionnables pour la définition des repères célestes au moyen d'un seuil de contrôle.

Dans le chapitre qui suit, nous appliquons les critères de notre classification à l'ensemble des séries VLBI des radio-sources disponibles au moment de la constitution de l'ICRF2 et aux séries actuelles. Disposant alors d'un panorama complet des radio-sources VLBI et de leur stabilité, cela nous permet de comparer nos résultats au compte-rendu du dernier repère céleste approuvé par l'UAI.

Chapitre 7

Stabilité des radio-sources observées par VLBI



Dans le chapitre précédent, nous avons établi une méthode de classification des sources VLBI suivant leur stabilité astrométrique dans le but de sélectionner les sources de définition [DS, Defining Sources] pour la réalisation d'un repère de référence céleste [CRF]. Plusieurs méthodes ont été utilisées par le passé dans cet objectif, notamment durant les réalisations de l'ICRF [Ma et al., 1998] et de sa deuxième version, l'ICRF2 Fey et al. [2015].

Dans une première section de ce chapitre, nous rappelons la méthode qui a présidé pour l'ICRF2 en 2009. Puis, nous appliquons notre classification par variance d'Allan sur les mêmes sources en considérant les observations s'arrêtant courant 2009. Cela nous permet d'établir les différences que peut présenter notre méthode avec celle approuvée par l'UAI.

Enfin, nous dressons la liste des sources potentielles pour la définition de l'ICRF. Pour cela, nous ajoutons aux données précédentes les 6 années d'observations supplémentaires effectuées depuis la construction de l'ICRF2.

Contents

7.1 Stabilité des sources VLBI en 2009 : méthode "ICRF2"	126
7.1.1 Sélection des sources de définition de l'ICRF2	126
7.1.2 Informations sur le catalogue de l'ICRF2	128
7.2 Stabilité des sources VLBI en 2009 : nouvelle méthode	130
7.2.1 Présélection des sources VLBI	132
7.2.2 Détails techniques pour l'association aux classes AV	133
7.2.3 Populations des classes AV0, AV1, AV2	135
7.2.4 Comparaison de la classification AV0, AV1, AV2 avec celle de l'ICRF2	138
7.2.5 Conclusion de la comparaison	140
7.3 Stabilité des sources VLBI en 2015	143
7.3.1 Populations des classes AV0, AV1, AV2	143
7.3.2 Stabilité des sources VLBI en 2015	143

••• SECTION 7.1 •••

Stabilité des sources VLBI en 2009 : méthode "ICRF2"

En 2009, l'UAI avalise la deuxième version de l'ICRF [Fey et al., 2015] succédant à la première [Ma et al., 1998]. Tous les détails techniques peuvent être trouvés dans la note technique de Ma et al. [2009]. Pour cette deuxième version, une méthode a été établie pour définir les sources les plus stables [voir la section 11 de Ma et al., 2009]. Parmi les 3 414 sources observées, 295 ont été choisies comme sources de définition. Ce sont ces sources qui portent la contrainte de non-rotation du repère céleste dans le temps.

Les autres sources, dites standards, font partie du catalogue céleste de l'ICRF2 [Fey et al., 2015] mais ne contraignent pas l'orientation du repère. Elles sont destinées à densifier le catalogue, garantissant alors aux observateurs de trouver un objet de l'ICRF2 dans leur champ de vue et de coordonner ainsi l'image radio qu'ils produiront. La densification est également primordiale pour assurer le lien entre repère radio et repère optique, la plupart des observations en astronomie se faisant dans le domaine optique. La catégorie de ces sources sera abrégée par Std.

On ajuste qu'une seule position sur l'ensemble des observations disponibles (ajustement "global") pour les sources Std et les sources de définition. Cela suppose que le radio-centre de ces sources ne se déplace pas. Cependant, 39 sources échappent à cet ajustement global. Ces sources sont appelées sources non linéaires car elles présentent un mouvement non linéaire et, à ce titre, il n'est pas souhaitable de leur associer une position fixe sur l'ensemble des observations VLBI. Elles composent la dernière catégorie des sources de l'ICRF2, abrégée par NL.

7.1.1 • Sélection des sources de définition de l'ICRF2

Classification suivant la stabilité astrométrique

On pré-sélectionne les sources présentant au moins 10 observations dont l'historique est supérieur à 2 ans et qui ne sont pas référencées comme sources non linéaires. Ainsi, 593 sources VLBI ont été pré-sélectionnées. L'analyse de stabilité, inspirée de Fey et al. [2001], se fait ensuite en calculant deux indices : l'un évaluant la stabilité de la position observée dans le temps,

$$r = \sqrt{\sigma_{\alpha \cos \delta}^2 \chi_{\alpha}^2 + \sigma_{\delta}^2 \chi_{\delta}^2} \quad (7.1)$$

où σ^2 sont les variances calculées avec pondération sur chaque coordonnée et χ^2 sont les "chi2", c'est-à-dire la moyenne des écarts rapportés aux erreurs (voir annexe E, section E.2 pour plus de détails); l'autre qualifiant la stabilité de l'ajustement par moindres carrés d'une position globale aux observations VLBI,

$$d = \sqrt{\sigma_{\alpha \cos \delta}^2 + \sigma_{\delta}^2 + \sigma_{\alpha \cos \delta} \sigma_{\delta} C(\alpha, \delta)} \quad (7.2)$$

où σ sont les erreurs formelles ressorties de l'ajustement par moindres carrés sur chaque coordonnée et $C(\alpha, \delta)$ est la corrélation ($C \in [-1, 1]$) entre les ajustements des deux coordonnées.

Les 593 sources sont divisées sur cinq bandes de déclinaison dont les bornes sont déterminées pour avoir approximativement le même nombre de sources (~ 110) : $-90^\circ, -31^\circ, 0^\circ, 18^\circ, 40^\circ, 90^\circ$.

Chaque source reçoit deux notes entières de 0 à 10, l'une attribuée suivant le classement des sources par rapport à l'indice r , l'autre suivant le classement par rapport à l'indice d . On considère les classements internes aux bandes de déclinaison et les notes sont attribuées de telle sorte qu'il y ait un nombre équivalent de sources pour chaque valeur possible. Les notes sont additionnées et le résultat est normalisé à 100 afin de classer les sources suivant leur stabilité astrométrique. Le résultat est donné par l'indice p , appelé indice de qualité astrométrique.

Le principe d'attribuer des notes plutôt que de considérer la valeur des indices directement permet de prendre en compte les deux notions de stabilité à poids égaux. Sans cela, les indices n'étant pas du même ordre de grandeur, l'un aurait été complètement occulté par l'autre.

Déterminer le nombre de sources de définition

Les 593 sources sélectionnées, que l'on a classé suivant leur stabilité, constituent un repère céleste. À chaque itération du processus, on supprime la source la plus mauvaise et on analyse si la stabilité du repère résultant est améliorée. Pour déterminer le nombre de sources à conserver, deux calculs de stabilité du repère sont réalisés à chaque étape i où i indique le nombre de sources du repère par la relation $N_i = 593 - i$.

En premier test, on compare l'orientation des repères annuels à N_i sources par rapport à une référence commune. Cette méthode est expliquée plus précisément dans Lambert and Gontier [2009]. L'orientation des repères se rapproche d'une courbe parabolique suivant N_i avec un optimum à 380 pour une stabilité estimée à 18 micro-seconde d'arc (voir Ma et al. [2009]).

En deuxième test, on calcule la stabilité du repère à N_i sources en comparant l'orientation de sous-repères aléatoires de taille $N_i/2$. La dispersion des différentes orientations indique la stabilité résultante. Cette méthode montre qu'à partir de $N_i = 200$, considérer un nombre plus important de sources améliore peu la stabilité du repère. En effet, en considérant N_i plus grand, on augmente le risque de considérer des sources de mauvaise qualité. Néanmoins, on augmente le nombre total de sources qui compensent leurs instabilités.

Finalement, 423 sources ont été choisies, correspondant à celles présentant un indice de qualité p supérieur à 40.

Prise en compte de la structure de source

Ces 423 sources ont été inter-comparées avec la base de données sur les structures de sources [Charlot, 1990]. Les sources présentant un indice de structure supérieur à 3, donc celles dont la structure à potentiellement beaucoup d'effet sur le retard estimé entre deux antennes d'une ligne interférométrique, ont été rejetées.

Suite à ce nettoyage, 297 sources ont été conservées dont environ un quart en raison de l'absence de donnée sur leur structure. Ces dernières sont conservées uniquement sur la base de leur stabilité astrométrique. L'inspection d'images disponibles dans d'autres bases ont permis d'en rejeter deux supplémentaires.

Ainsi sur les 3 414 sources connues au moment de l'ICRF2, 295 ont été sélectionnées pour définir les directions des axes du repère céleste.

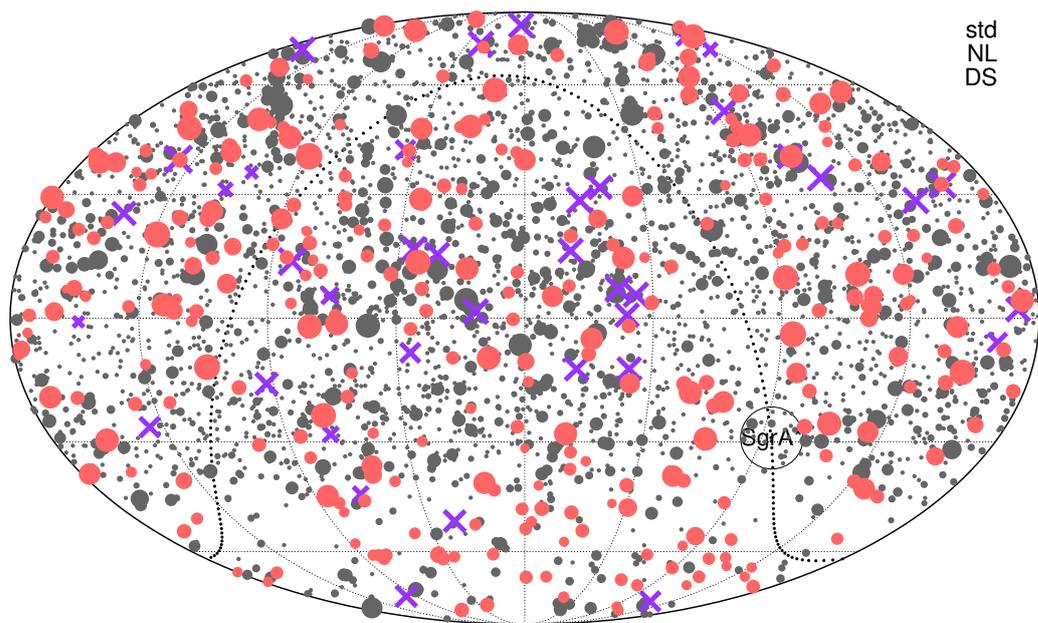


FIGURE 7.1 – Carte céleste des sources de l'ICRF2. Les points rouges indiquent les sources de définition et les croix violettes les sources répertoriées comme ayant un mouvement non linéaire. Les sources standards sont présentées par des points noirs. La taille de chaque point informe sur le nombre de sessions où la source a été observée, jusqu'en 2009.

7.1.2 • Informations sur le catalogue de l'ICRF2

En figure 7.2 est présenté le nombre de sessions par source disponibles en 2009. On y constate l'inhomogénéité des observations. Autant sur le nombre de sources que sur le nombre d'observations par source, l'hémisphère sud est beaucoup moins dense que le nord. D'un point de vue global, on remarque de plus que la majorité des sources présentent peu d'observations, le nombre étant indiqué par la couleur des points. La taille des points indique quant à elle le délai entre la première et la dernière observation constatées au début du mois de mars 2009. La taille de cet intervalle est corrélée avec le nombre de sessions.

En figure 7.3, nous présentons la stabilité astrométrique de ces sources selon le critère r (voir équation 7.2). On remarque la présence de sources stables à toutes les déclinaisons, mais la majorité sont entre -30° et 60° puisque c'est dans cette zone que l'investissement en temps d'observation est le plus important.

Bien qu'il soit possible de trouver des sources avec peu de sessions présentant un bon indice de stabilité r , ces deux paramètres semblent liés. Par exemple, il est difficile de trouver un petit point dans la figure 7.2 qui a un homologue vert dans la figure 7.3. Cela laisse supposer que la stabilité des sources est liée à son historique d'observations, si l'on se réfère à l'indice r . Ce dernier point trouve explication puisque pour juger de la bonne stabilité d'une source il faut l'observer plusieurs fois et que, dans un but astrométrique, les chercheurs vont avoir tendance à continuer à observer les sources qu'ils jugent stables.

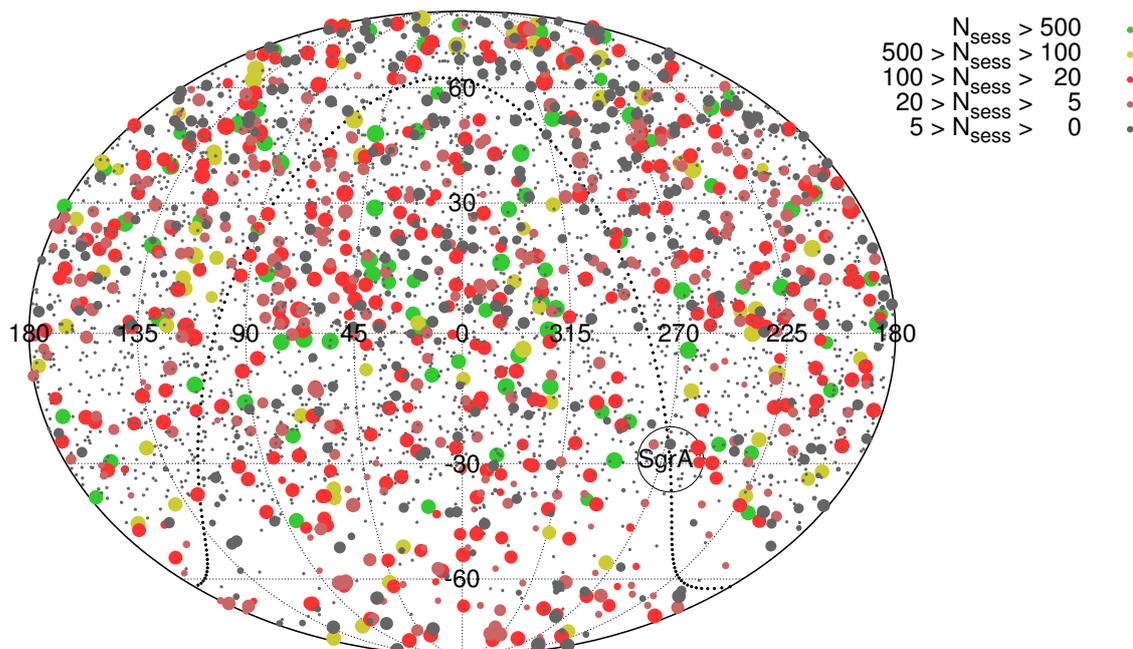


FIGURE 7.2 – Carte céleste des sources de l'ICRF2 suivant le nombre de sessions où la source est observée disponibles en 2009. La taille des points informe sur la différence de dates entre la première et la dernière de ces sessions. Plus le point est gros, plus la différence est grande.

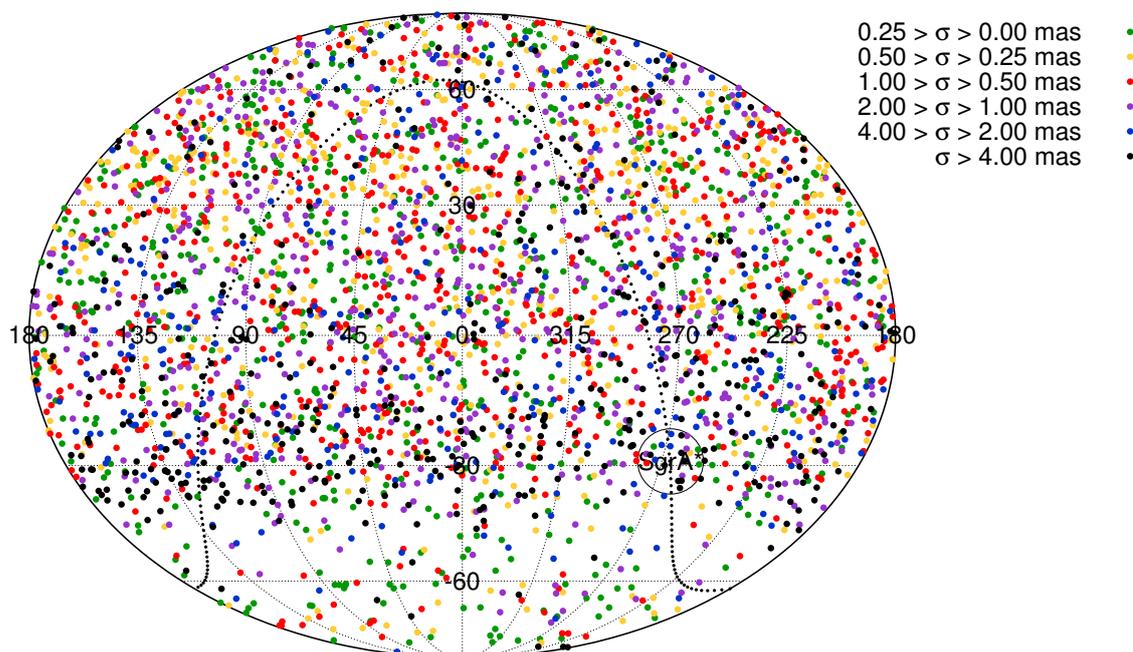


FIGURE 7.3 – Carte céleste des sources de l'ICRF2 suivant l'erreur formelle globale issue de l'ajustement par moindres carrés de leur position astrométrique réalisé en 2009.

Les sources de définition de l'ICRF2

Nous nous focalisons sur les sources de définition présentant en 2009 au moins 100 sessions d'observations, soit 91 des 295 sources de définition de l'ICRF2.

En figure 7.4, nous donnons la répartition de ces 91 sources sur la voûte céleste selon les deux indices de stabilité de l'ICRF2, r (voir équation 7.1) et d (voir équation 7.2). On remarque que les deux indices s'accordent globalement, bien qu'il existe des sources ayant un bon indice de stabilité d mais un indice r médiocre. De plus, le seuil de sélection étant assez large, l'ICRF2 comporte des sources à stabilité astrométrique médiocre se remarquant sur la figure par leur aspect sombre.

Enfin, la contrainte d'une couverture globale avec un nombre quasi-équivalent de sources par bande de déclinaison est également un choix dont la contrepartie est la sélection de sources de mauvaise qualité astrométrique, particulièrement dans l'hémisphère sud. Néanmoins, ces sources n'ont pas tant restreint la stabilité globale de l'ICRF (voir notamment la partie III de ce manuscrit).

En figure 7.5, nous présentons le mouvement apparent linéaire des sources de l'ICRF2. Ce dernier paramètre n'a pas été pris en compte dans les travaux de l'ICRF2 alors qu'il peut affecter la stabilité des sources puisque l'état de l'art en analyse VLBI ne requiert pas l'ajustement du mouvement propre des sources. Ce mouvement n'en est pas un car il n'est pas dû au déplacement du quasar dans l'Univers mais au déplacement du radio-centre observé dans le jet du quasar.

Parmi les 91 sources, certaines présentent un mouvement linéaire apparent important, allant jusqu'à 50 micro-seconde d'arc par an. La variance d'Allan permet d'identifier les sources qui présentent un mouvement apparent suffisamment fort pour prendre le pas sur le bruit blanc des données. Nous verrons cela plus en détails dans la section suivante.

••• SECTION 7.2 •••

Stabilité des sources VLBI en 2009 : nouvelle méthode

.....

Sur toutes les sources ayant été observées entre le 3 août 1979 et le 16 mars 2009 (données utilisées pour la réalisation de l'ICRF2), nous avons sélectionné les 154 sources qui ont été observées dans au moins 100 sessions. Nous avons ensuite analysé la stabilité de ces 154 sources au moyen de la variance d'Allan afin de les classer selon les trois catégories : AV0, AV1 et AV2 (voir chapitre 6).

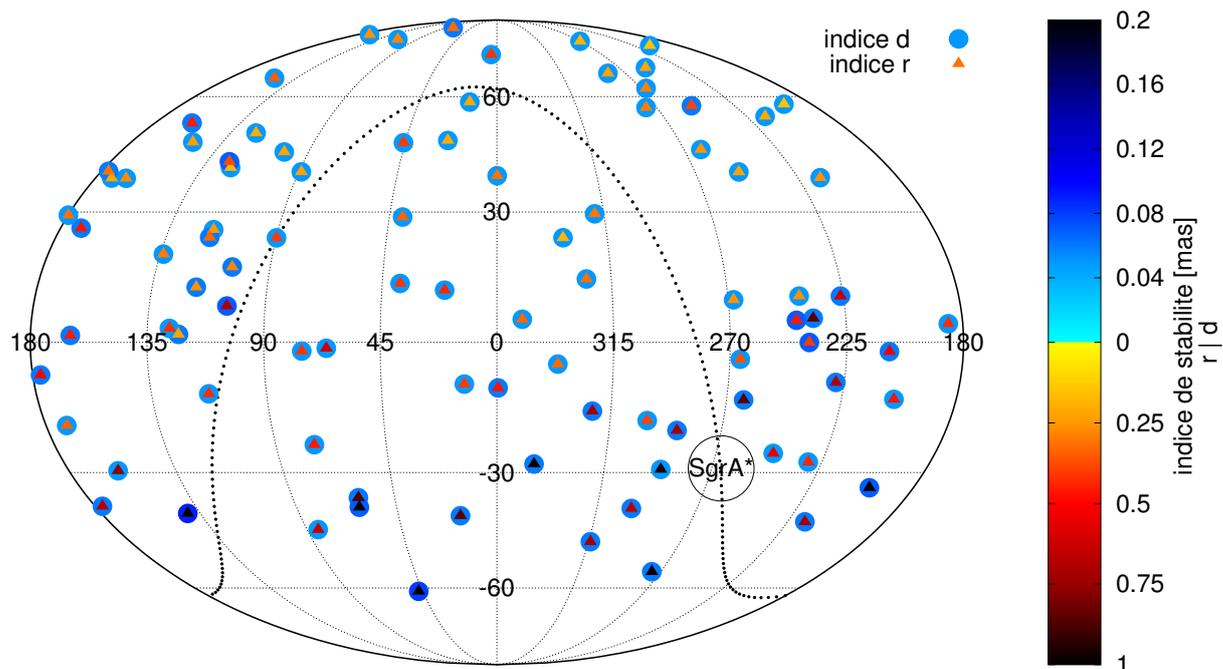


FIGURE 7.4 – Carte céleste des 91 sources de définition de l’ICRF2 observées dans au moins 100 sessions d’observations jusqu’en 2009. Les couleurs indiquent les valeurs des deux indices de stabilité r et d .

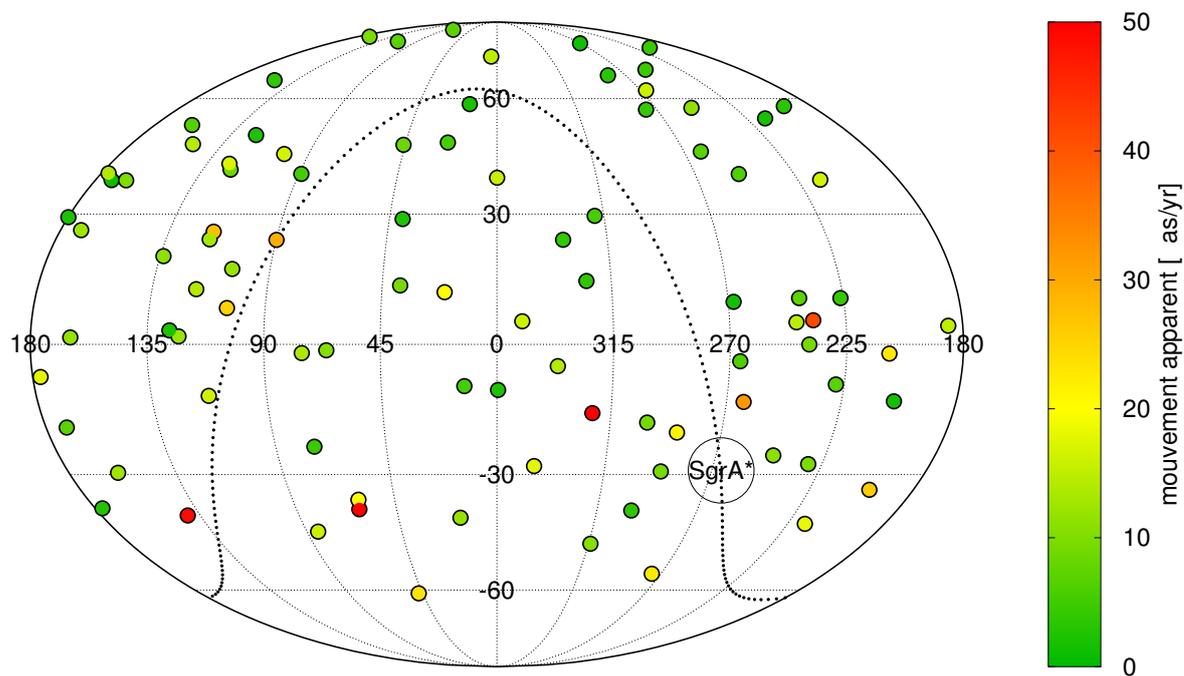


FIGURE 7.5 – Carte céleste des 91 sources de définition de l’ICRF2 observées dans au moins 100 sessions d’observations jusqu’en 2009. Leur couleur quantifie leur mouvement linéaire apparent.

7.2.1 • Présélection des sources VLBI

Dans le chapitre 5, nous avons expliqué comment nous déterminons les séries temporelles de positions astrométriques des sources observées par VLBI. Au total, 3 825 séries temporelles $(\alpha(t), \delta(t))$ de radio-sources extragalactiques ont été obtenues après regroupement de onze ajustements par le logiciel CALC/SOLVE.

Néanmoins, la plupart de ces sources comptabilisent peu de sessions d'observations. C'est le cas, par exemple, des sources VCS associées à des sessions particulières destinées à trouver et à cartographier les radio-sources compactes utilisées pour les calibrations de phase du VLBI. Durant ces sessions, beaucoup de sources ont été observées pendant un court laps de temps afin d'en obtenir une position relativement précise grâce à la technologie impliquée, le VLBA [Beasley et al., 2002, Fomalont et al., 2003, Kovalev et al., 2007, Petrov et al., 2005, 2006, 2008]. Ces sessions particulières ont permis d'ajouter environ 2 200 sources VLBI, très peu ré-observées par la suite. Ce sont de telles sources que nous souhaitons éliminer car leur stabilité astrométrique ne peut être étudiée sur un nombre d'observations aussi faible.

Dans le cadre de l'application aux données de l'ICRF2, nous interrompons les séries temporelles au 16 mars 2009 pour sélectionner les données correspondantes. Les séries des positions ainsi récupérées ne sont pas strictement les mêmes que celles que nous aurions obtenu en 2009. En effet, nos séries temporelles résultent aussi de l'ajustement de paramètres globaux bénéficiant des sessions après 2009.

Méthode de présélection

La méthode de présélection fait intervenir plusieurs critères. Nous détaillons dans ce qui suit ceux qui ont été utilisés.

Critère sur le nombre d'échantillons disponibles pour une source donnée

Pour produire un diagramme d'Allan sur quelques échelles de temps, il est nécessaire de posséder un minimum de données par sources. Cette condition fait également partie des critères pour la construction de l'ICRF2. Dans notre étude, nous considérons un seuil plus grand que celui de l'ICRF2 (10 sessions par sources Fey et al. [2015]) afin de ne conserver que les sources qui montrent un intérêt certain pour la définition du repère céleste et de réduire le temps d'exécution des programmes puisque la méthode est en phase d'expérimentation. Dans notre étude, la limite a été fixée à 100 sessions, après traitement des points aberrants.

Critère sur la durée totale de l'observation d'une source donnée

La durée de l'observation est également un facteur à prendre en compte. L'idéal est que les sources définissent le repère céleste sur toute la période d'activité du VLBI. Cela n'est pas envisageable pour les sources observées sur une très courte période, même dans le cas où les observations furent intensives. C'est pourquoi nous imposons une durée d'observation minimale, en l'occurrence 5 ans.

Pas de critère sur le mouvement apparent linéaire d'une source donnée

Dans certaines études [e.g. Feissel-Vernier, 2003], une limitation sur la dérive linéaire est imposée lors de la sélection des sources de définition d'un repère céleste. Un seuil typique est 50 micro-

seconde d'arc par an. Le mouvement propre se calcule par une régression linéaire sur les séries de déplacements des sources.

Dans notre étude, nous reportons l'identification de la dérive lors de l'analyse des diagrammes d'Allan. Pour rappel, si une série temporelle présente une dérive linéaire, cela se manifestera dans le diagramme d'Allan correspondant par une pente de coefficient +1, comme pour un processus de marche aléatoire (voir l'annexe E).

Résultat

Le nombre de sources présélectionnées est tombé à 154 radiosources. On notera également que, par la suite, les séries temporelles $\alpha(t)$ et $\delta(t)$ ont été modifiées en $d\alpha(t) \cos \bar{\delta}$ et $d\delta(t)$, où $d\alpha(t) = \alpha(t) - \bar{\alpha}$ et $d\delta(t) = \delta(t) - \bar{\delta}$ sont les écarts en ascension droite calibrée et en déclinaison par rapport à une position moyenne $(\bar{\alpha}, \bar{\delta})$. Elles prennent le nom de séries temporelles des coordonnées équatoriales locales. Néanmoins, dans ce manuscrit, nous continuerons à employer les termes "ascension droite" et "déclinaison", ainsi que les symboles α et δ pour nommer ces écarts.

7.2.2 • Détails techniques pour l'association aux classes AV

Les sources VLBI présélectionnées ont été analysées pour en estimer des paramètres de stabilité et les classer suivant les 3 catégories définies au chapitre 6. Pour ce faire, les diagrammes d'Allan ont été construits pour les deux coordonnées α et δ .

En parallèle, plusieurs indices de stabilité sont calculés : (a) par la variance classique sur les séries temporelles (b) par régression linéaire sur les séries pour le calcul du mouvement apparent et (c) par les erreurs formelles de l'ajustement par moindres carrés.

Dans ce qui suit, nous donnons les détails techniques pour la classification des sources d'après leurs diagrammes d'Allan.

Recherche des extremums locaux

Une première étape consiste en la recherche des extrema locaux car chacun d'eux correspond à un changement de comportement du bruit qui affecte les données. Le bruit étant systématiquement blanc pour les courtes échelles de temps, on démarre par la recherche d'un minimum. Le schéma en figure 7.6 illustre le processus.

La recherche se fait au moyen d'une fenêtre glissante sur le diagramme log-log. Pour chaque déplacement de la fenêtre et concernant le point positionné au centre, on se pose la question "est-ce un extremum?". L'échantillonnage du diagramme d'Allan étant établi sur une échelle linéaire, on dispose de plus de points aux grandes échelles qu'aux courtes échelles de temps. Avec une taille de fenêtre constante, la méthode serait fortement affectée par les perturbations, plus fortes aux courtes échelles. C'est pourquoi la taille de fenêtre décroît le long du diagramme. À noter que la taille de la fenêtre et sa réduction le long du diagramme ont été déterminées empiriquement suite à plusieurs essais sur des sources problématiques. La recherche s'arrête lorsque le bord de la fenêtre atteint le dernier point du diagramme. Les points restants ne peuvent pas être associés à des extrema en raison d'un nombre de données trop faible pour estimer la pertinence d'un changement de tendance (voir l'étape 4 de la figure 7.6).

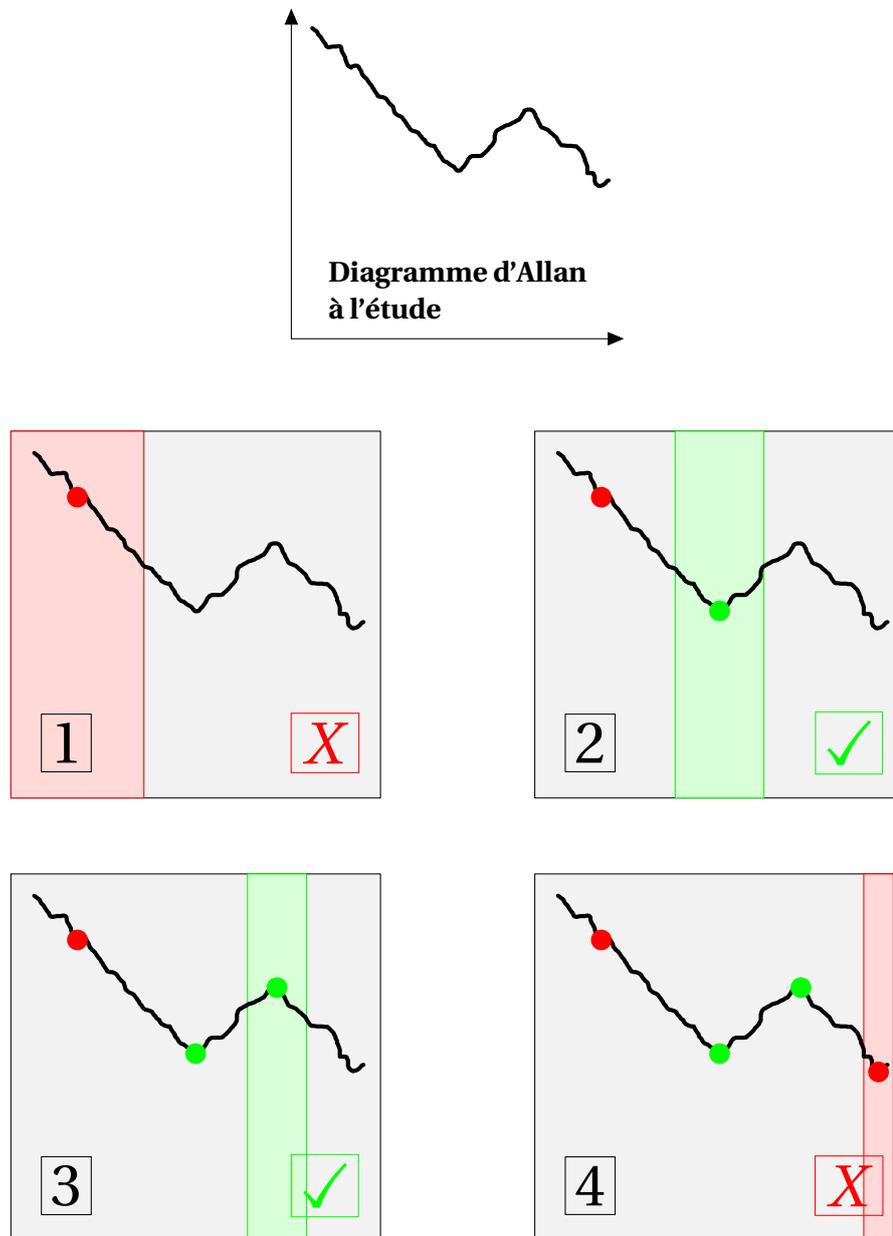


FIGURE 7.6 – Illustration de la recherche d'extrema lors de l'analyse d'un diagramme d'Allan. La taille de la fenêtre décroît à mesure qu'on se déplace sur le diagramme. Résultat de l'exemple : classe AV1. À chaque déplacement de la fenêtre, on demande si le point au centre est un extremum :

[1] Ce point n'est pas le premier extremum (minimum).
 [2] Ce point est le premier extremum (minimum).
 [3] Ce point est le deuxième extremum (maximum).
 [4] Ce point n'est pas un extremum supplémentaire en raison de la fin du diagramme.

Détermination de la nature du bruit entre extrema

On assimile ensuite le diagramme d'Allan à une fonction linéaire par morceaux où les extrema trouvés sont les noeuds entre les différents tronçons linéaires. Les pentes sont alors obtenues par régression linéaire et indiquent la couleur du bruit (Voir la table 6.1 ou l'annexe E).

Détermination de la classe d'appartenance de la source

Finalement, la classe d'appartenance, dont les conditions ont été explicitées en section 6.3, est déterminée par le nombre d'extrema trouvés N_{ext} .

- $N_{ext} = 0$ indique un bruit blanc à toutes les échelles de temps disponibles et la série temporelle respecte les conditions de la classe AV0.
- N_{ext} pair indique que le dernier extremum trouvé est un maximum puisqu'on impose un enchaînement *min-max-min-max-etc...* Le diagramme d'Allan se termine dans une phase décroissante et respecte donc les conditions de la classe AV1.
- N_{ext} impair correspond à un diagramme d'Allan se terminant dans une phase croissante. La source est classée en AV2.

Les deux coordonnées sont analysées séparément et on ne retient des deux que la classe la moins stable.

Calcul d'un indice de stabilité par la variance d'Allan

Finalement, pour départager les sources au sein d'une même classe, on estime un indice de stabilité défini par

$$\nu = \sqrt{\min[\sigma_{\alpha \cos \delta}^2] + \min[\sigma_{\delta}^2]} \quad (7.3)$$

où $\min[\sigma_{\alpha \cos \delta}^2]$ et $\min[\sigma_{\delta}^2]$ sont les minima de la représentation en fonctions linéaires par morceaux des diagrammes d'Allan de chaque coordonnée. Les minima sont obtenus systématiquement en fin de diagramme pour la classe AV0 et peuvent être obtenus au milieu de diagramme pour les classes AV1 et AV2. Cette valeur pourra ainsi être comparée à celles des autres indices de stabilité calculés : r (équation 7.1), d (équation 7.2), et la dérive linéaire.

Au premier abord, cette méthode pourrait sembler inadéquat pour certains enchaînements de bruits. Par exemple, un enchaînement bruit blanc (pente -1), bruit de scintillation (pente 0) pourrait masquer le premier minimum si le bruit de scintillation manifestait une pente légèrement négative. Cependant, cette méthode a fonctionné correctement pour chacune des sources analysées.

7.2.3 • Populations des classes AV0, AV1, AV2

- Suite à l'analyse, on distingue
- 17 sources AV0
 - 32 sources AV1
 - 105 sources AV2

Notre méthode d'étude de la stabilité par la variance d'Allan se révèle donc beaucoup plus stricte dans la sélection de sources de définition que la méthode employée pour la réalisation de l'ICRF2. Seules 17 sources sont susceptibles de définir l'ICRF.

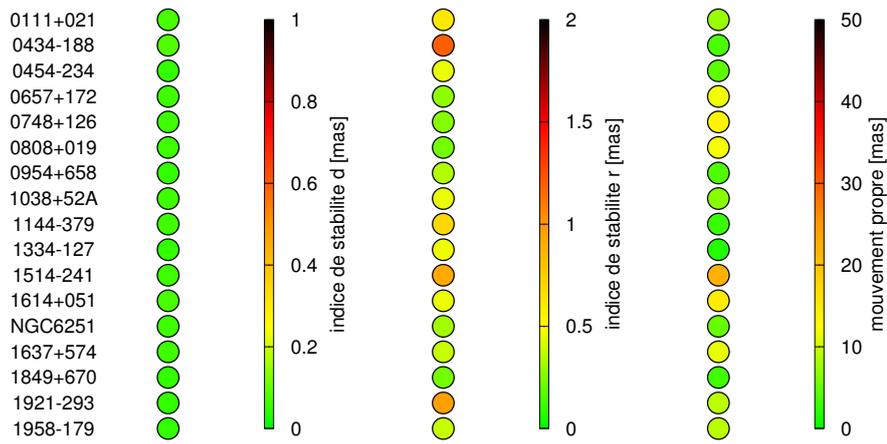


TABLE 7.1 – Liste des sources classées AV0 à partir des observations disponibles jusqu'en mars 2009. Le tableau donne les 3 indices de stabilité : r (voir équation 7.1), d (voir équation 7.2) et le mouvement apparent.

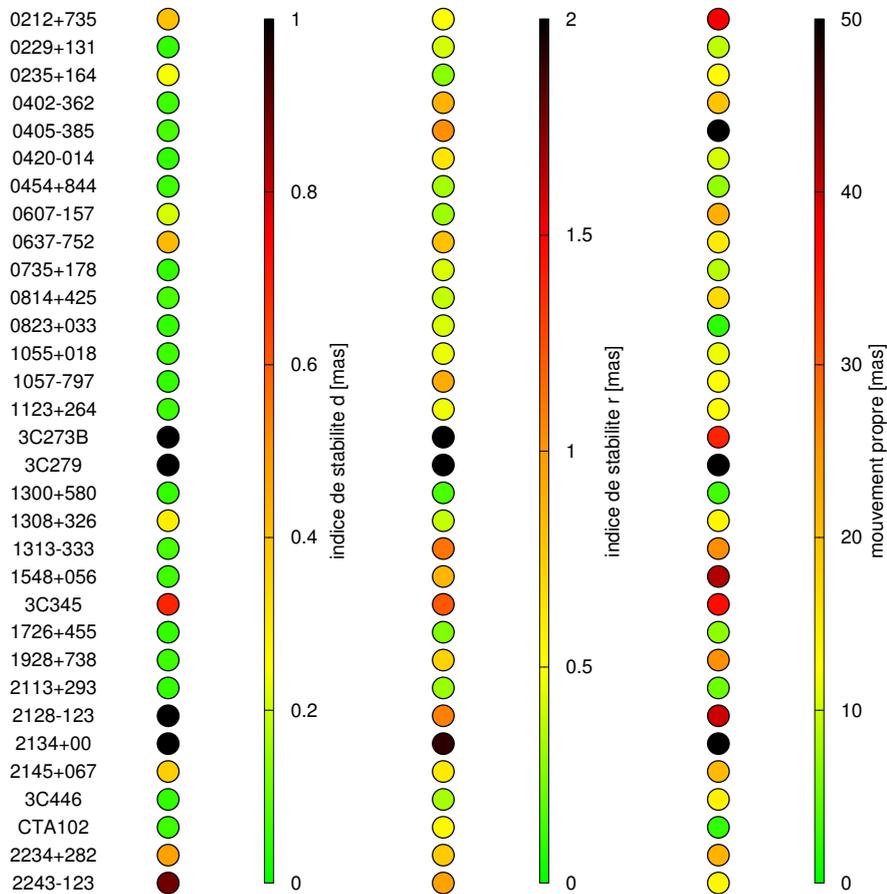


TABLE 7.2 – Liste des sources classées AV1 à partir des observations disponibles jusqu'en mars 2009. Le tableau donne les 3 indices de stabilité : r (voir équation 7.1), d (voir équation 7.2) et le mouvement apparent.

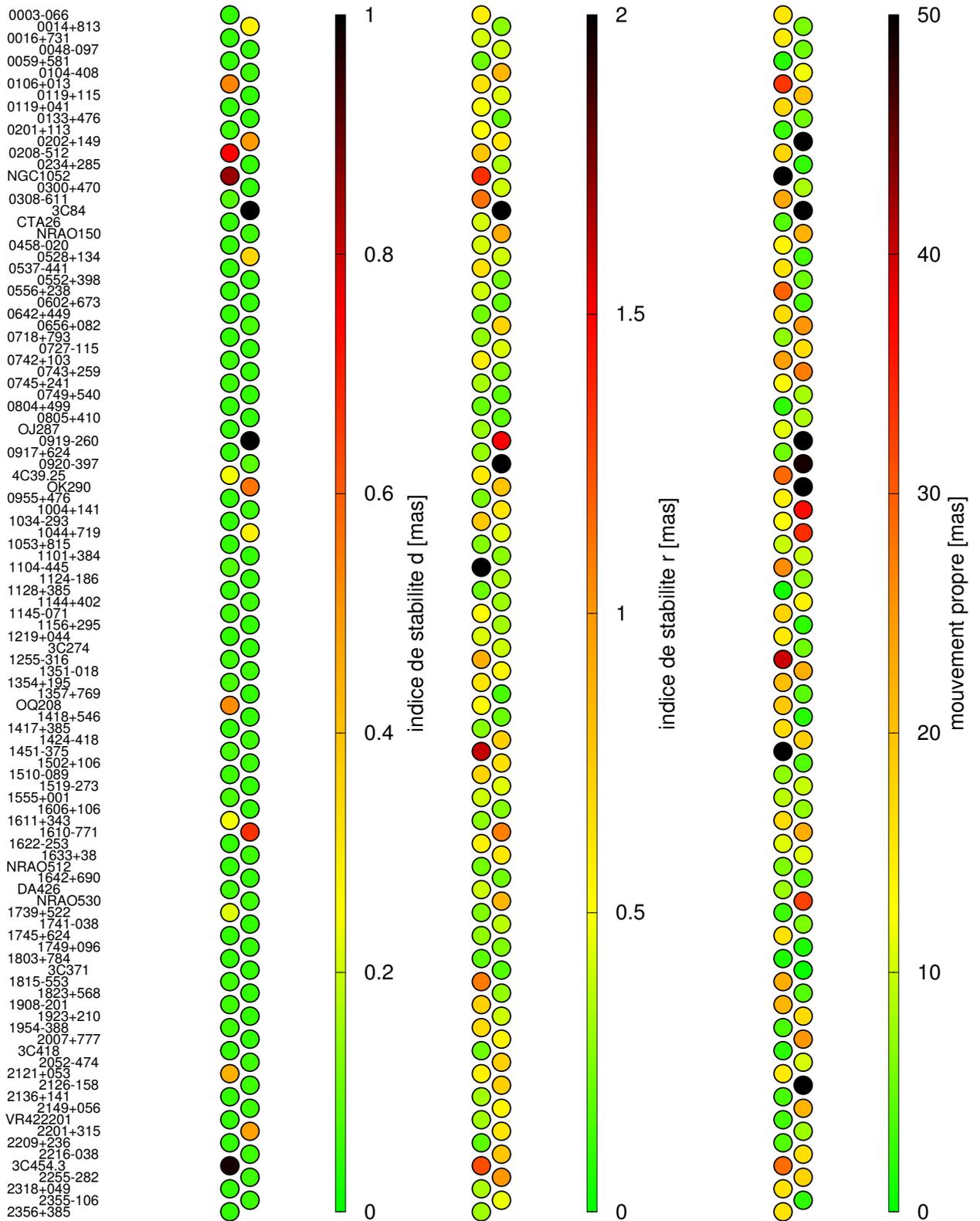


TABLE 7.3 – Liste des sources classées AV2 à partir des observations disponibles jusqu'en mars 2009. Le tableau donne les 3 indices de stabilité : r (voir équation 7.1), d (voir équation 7.2) et le mouvement apparent.

Les tables 7.1, 7.2 et 7.3 donnent les listes des sources selon les 3 catégories AV0, AV1 et AV2 respectivement. À chaque source sont associées des pastilles dont la couleur donne l'indice de stabilité dans le temps r , l'indice de stabilité par ajustement d et le mouvement apparent du radio-centre.

On remarque tout d'abord que la sélection des sources de la classe AV0 selon la stabilité définie par la variance d'Allan paraît cohérente avec l'indice de stabilité d : en table 7.1, pour la première colonne, tous les voyants y sont verts ; en revanche sur l'indice de stabilité r , la variance d'Allan est plus laxiste, comme le montre la source 0434-188 avec un indice r supérieur à 1 milli-seconde d'arc.

Enfin, à la différence de la méthode de sélection employée pour l'ICRF2, la variance d'Allan semble prendre en compte le mouvement apparent. En effet, nous avons mentionné dans l'annexe E que la présence d'un mouvement apparent fait apparaître une pente de coefficient directeur +1 dans le diagramme d'Allan, éjectant ainsi les sources mouvantes de la classe AV0. D'après la table 7.1, le mouvement apparent le plus important est d'environ 25 micro-seconde d'arc par an pour la source 1514-241.

Par ailleurs, les tables 7.2 et 7.3, bien que regroupant des sources au bruit coloré, comporte certaines dont les indices de stabilité sont excellents. Citons 0454+844, 1726+455, 2113+293 pour la classe AV1 (table 7.2) et 0048-097, 0234+285, 0804+499, 1357+769 pour la classe AV2 (table 7.3).

Ces sources faisaient donc partie des meilleures sources en 2009 à l'issue de leur pré-sélection pour définir l'ICRF2 (soit avant la prise en compte de l'indice de structure). Comme la variance d'Allan rejette ces sources de qualité astrométrique au premier abord, elle ne doit pas non plus être utilisée exclusivement, bien qu'elle se réfère à une donnée supplémentaire, ignorée à la réalisation de l'ICRF2, la nature du bruit affectant les séries.

7.2.4 • Comparaison de la classification AV0, AV1, AV2 avec celle de l'ICRF2

Dans la figure 7.7, nous présentons le nombre de sources observées dans plus de 100 sessions avant Mars 2009, selon la classification de l'ICRF2 (à gauche) et selon notre classification (à droite). Les résultats sont clairement opposés. Alors que l'ICRF2 comptabilise 91 sources de définition considérées comme les plus stables parmi l'échantillon des 154 sources, seules 17 ont été déclarées comme telles dans notre classification. Dans cette dernière, 105 sources sont jugées de mauvaise qualité pour la définition d'un repère céleste et 32 de qualité moyenne, alors que l'ICRF2 ne recense que 31 sources non linéaires et 32 sources auxquelles on peut attribuer une position constante pour les traitements VLBI "standards".

En figure 7.8, on présente l'inter-comparaison de ces deux classifications. Si l'on retrouve des sources AV0, AV1 et AV2 dans les deux catégories DS et Std de l'ICRF2, la classification par la variance d'Allan a bien rejeté toutes les sources non linéaires. Or, dans l'algorithme développé pour l'ICRF2, les sources non linéaires ne sont pas toutes éliminées automatiquement [Ma et al., 2009]. La variance d'Allan représente ainsi un moyen plus efficace de le faire.

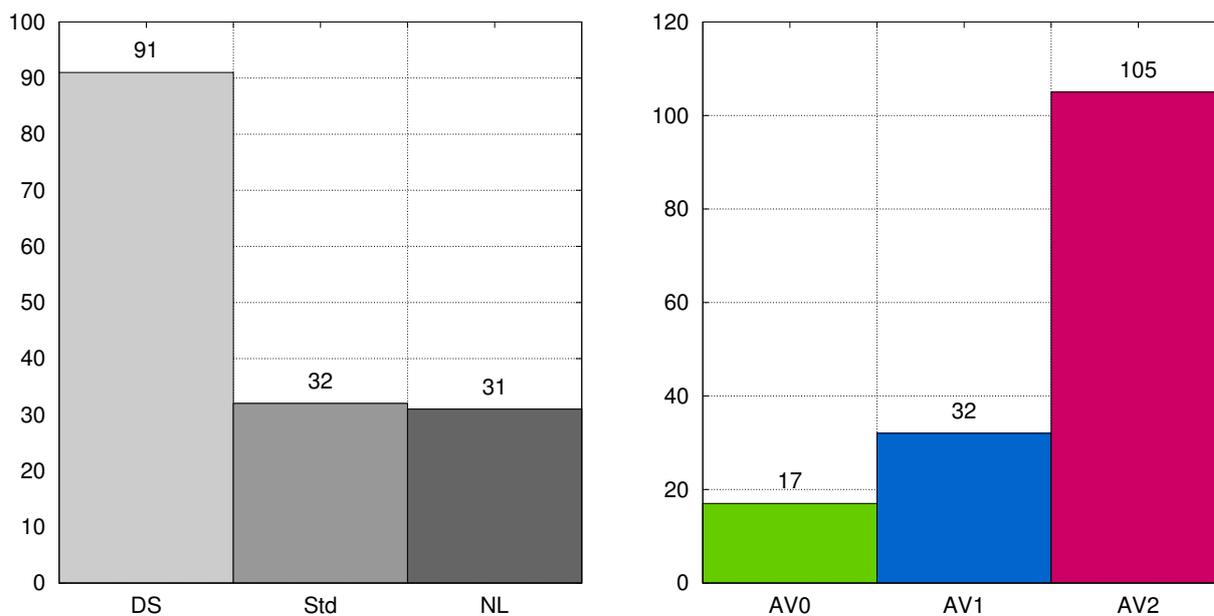


FIGURE 7.7 – Nombre de sources par classe selon (**à gauche**) la classification ICRF2 et (**à droite**) la classification par la variance d'Allan. Seules les 154 sources comptabilisant plus de 100 sessions et un historique plus grand que 5 ans en 2009 sont considérées.

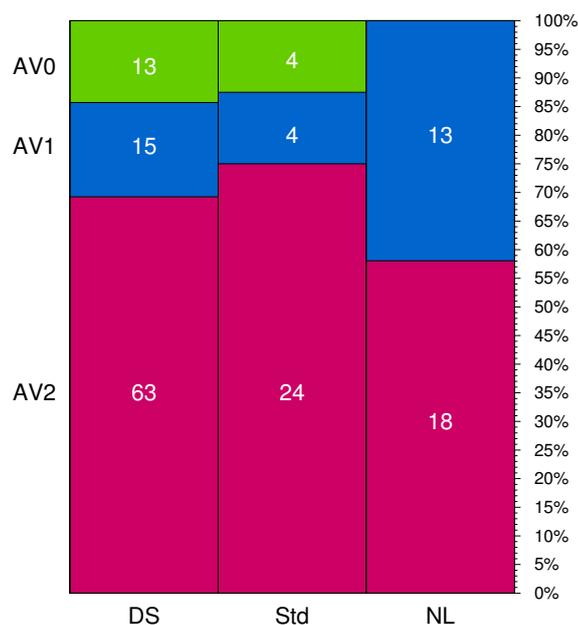


FIGURE 7.8 – Nombre de sources communes aux différentes classes ICRF2 et aux différentes classes par la variance d'Allan. Seules les 154 sources comptabilisant plus de 100 sessions et un historique plus grand que 5 ans en 2009 sont considérées. Le schéma de couleurs reprend l'histogramme de la classification par variance d'Allan ci-dessus.

Analyse fine des différences entre les deux classifications

Les figures 7.9 et 7.10 regroupent les 154 sources ayant été observées plus de 100 fois avant mars 2009 et les estimations de leur stabilité suivant les 4 quantités mentionnées précédemment : r (équation 7.1), d (équation 7.2), la dérive linéaire et ν (équation 7.3).

Tout d'abord, il est clair que dans la classification ICRF2, le statut des sources non linéaires est donné par l'indice de stabilité d . Alors que toutes les autres sources présentent un tel indice inférieur à 0.1 milli-seconde d'arc, les sources NL en affichent un supérieur à 0.2 mas. Sur les autres indices, les sources NL peuvent présenter des valeurs plus faibles que pour certaines sources standards et sources de définition.

Ensuite, les catégories DS et Std répertorient des sources présentant de fortes valeurs sur les indices de stabilité autres que d : certaines ont un indice r supérieur à 1 milli-seconde d'arc, certaines ont un mouvement apparent supérieur à 30 $\mu\text{as}/\text{an}$ et certaines un indice ν supérieur à 0.1 mas pour l'indice ν (voir figure 7.9).

Comme atteste la figure 7.10, d'autre part, la classe AV0 correspond à une indice d et un mouvement apparent minimaux. En revanche les classes AV1 et AV2 ne présentent pas cette caractéristique. Néanmoins, le rejet de ces deux classes n'est pas définitif. En effet, on remarque parmi les courbes bleues des sources qui présentent de très bons critères de stabilité selon tous les paramètres, même suivant l'indice ν établi par la variance d'Allan. Il semblerait que parmi les classes AV1 et AV2, des sources puissent tout de même accéder au statut de sources de définition des axes d'un repère céleste.

7.2.5 • Conclusion de la comparaison

Après analyse de la stabilité des sources correspondant à la production de l'ICRF2 (mars 2009), nous avons montré que la classification de l'ICRF2 n'est pas cohérente avec celle que nous proposons, fondée sur la variance d'Allan.

Cette dernière s'est révélée beaucoup plus drastique pour choisir des sources aptes au statut de sources de définition. En effet, seules 17 sources présentent le critère du bruit blanc imposé par la définition de l'ICRS. Ce décompte est beaucoup plus faible que pour l'ICRF2 qui comptabilise 91 sources de définition. L'ICRF2 présente ainsi des sources de qualité médiocre quant à leur stabilité astrométrique, notamment dans l'hémisphère sud, mais nécessaire afin de couvrir de façon homogène la voûte céleste. Cette exigence pourrait être remise en question puisqu'une dégradation du repère céleste due à ces mauvaises sources est possible.

En conclusion, ces deux classifications sont complémentaires pour la sélection des sources de définition d'un prochain repère céleste, par exemple l'ICRF3. Nous préconisons l'ajout des classes par la variance d'Allan pour définir la nature du bruit qui anime les positions des sources, et un nouvel indice de stabilité afin de ranger ces sources par ordre croissant et savoir quelles sont les sources à utiliser en priorité. Cela pourrait s'avérer utile pour les sources dont l'indice de structure n'est pas établi ou mis à jour.

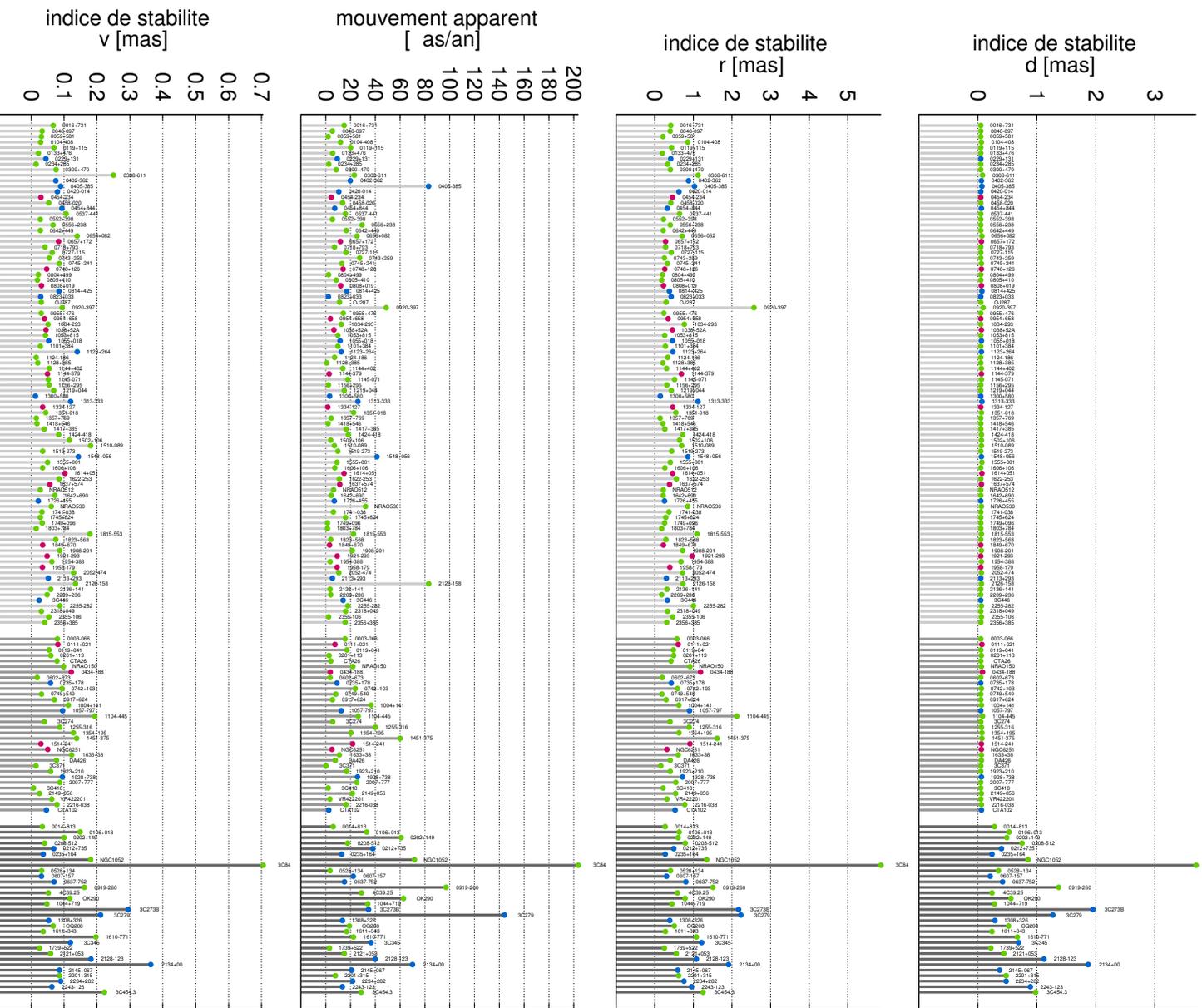


FIGURE 7.9 – Inter-comparaison des deux classifications selon l'ICRF2 et par la variance d'Allan. Présentation par rapport à la classification de l'ICRF2. Les 154 sources sont présentées selon 4 paramètres révélateurs de la stabilité astrométrique de la source : l'indice de stabilité d (première ligne), l'indice de stabilité r (deuxième ligne), le mouvement apparent (troisième ligne) et l'indice de stabilité qui découle de la variance d'Allan (dernière ligne). Conformément à la figure 7.7, les couleurs des barres sont celles de la classification ICRF2, celles des points indiquent la classification par la variance d'Allan.

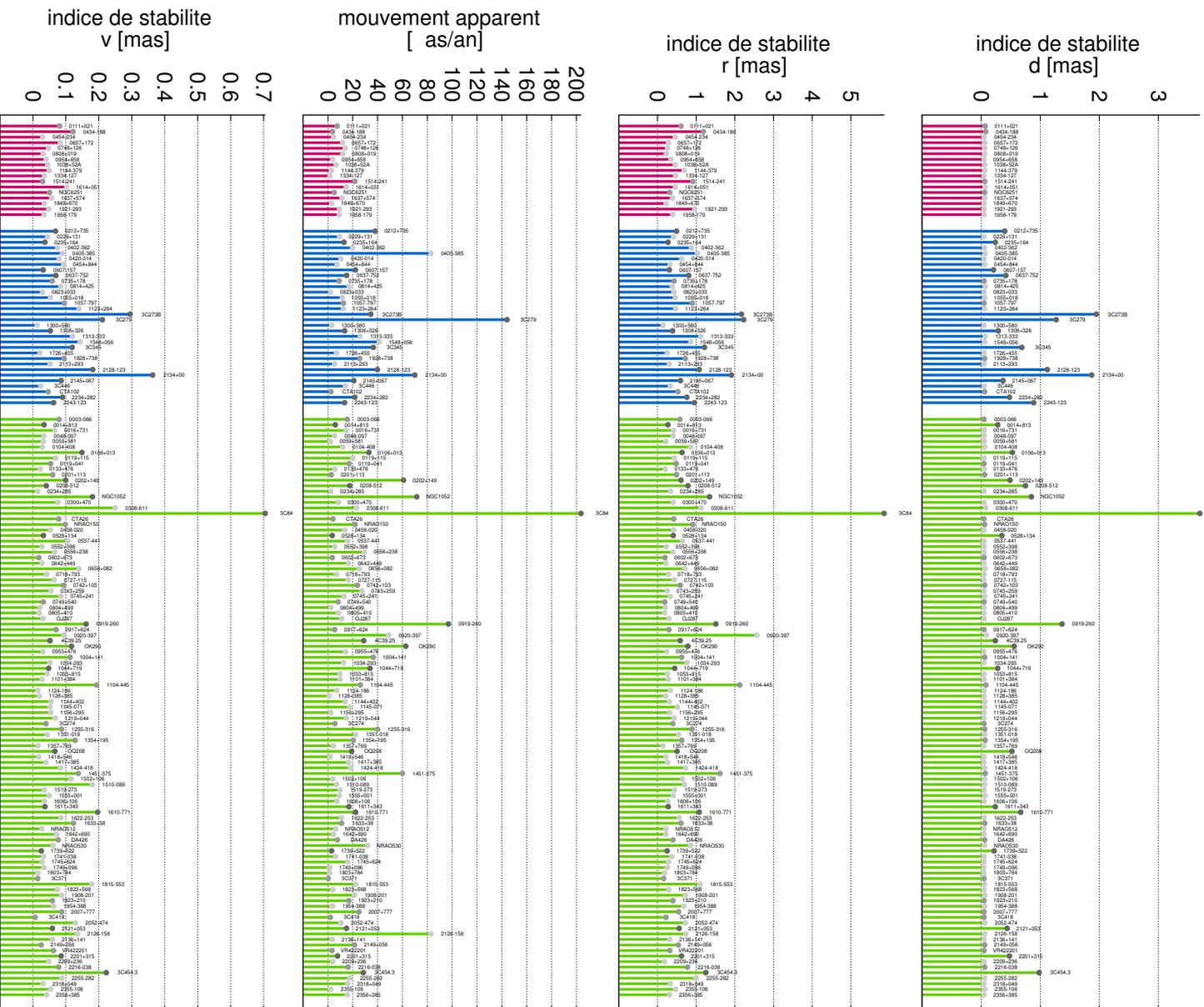


FIGURE 7.10 – Inter-comparaison des deux classifications selon l'ICRF2 et par la variance d'Allan. Présentation par rapport à la classification par la variance d'Allan. Les 154 sources sont présentées selon 4 paramètres révélateurs de la stabilité astrométrique de la source : l'indice de stabilité d (première ligne), l'indice de stabilité r (deuxième ligne), le mouvement apparent (troisième ligne) et l'indice de stabilité qui découle de la variance d'Allan (dernière ligne). Conformément à la figure 7.7, les couleurs des barres sont celles de notre classification, celles des points indiquent la classification ICRF2.

••• SECTION 7.3 •••

Stabilité des sources VLBI en 2015

.....

Dans cette section, nous réitérons l'analyse de la stabilité des sources VLBI précédente en tenant compte d'observations supplémentaires réalisées après la diffusion de l'ICRF2 en 2009.

7.3.1 • Populations des classes AV0, AV1, AV2

Conformément à la méthode définie en sous-section 7.2.1, nous présélectionnons les sources. Ainsi, nous trouvons 202 sources faisant l'objet d'au moins 100 sessions d'observations réparties sur une durée supérieure ou égale 5 ans.

En appliquant la méthode décrite en sous-section 7.2.2, nous obtenons la classification donnée en figure 7.11. Sur les 202 sources présélectionnées, 40 sont placées dans la classe AV0, 39 dans la classe AV1, et 123 dans la classe AV2. À titre de comparaison, on avait la répartition 17-32-105 pour la période ICRF2.

7.3.2 • Stabilité des sources VLBI en 2015

Cette classification ne donne que 40 sources pour définir l'ICRF. Ce nombre est insuffisant sachant que, communément, 200 à 300 sources sont nécessaires pour offrir une couverture "opérationnelle" de la voûte céleste. La classe AV1 n'est pas peuplée davantage et la classe AV2, constituée de sources non recommandables, comptabilise $\frac{3}{5}$ des sources les plus observées.

Cependant, la répartition des sources AV0 est plutôt homogène sur la voûte céleste, avec un nombre équivalent dans l'hémisphère nord et dans l'hémisphère sud (voir la figure 7.12). Malgré tout, on constate une déplétion des sources AV0 dans certaines zones : quart de sphère haut droit et son opposé sous -30° de déclinaison. On observe ainsi une zone privilégiée autour du trait vert où les sources AV0 se répartissent. Mais le faible nombre d'échantillons nous empêche d'y voir un systématisme.

Les sources AV1, quant à elles, présentent une répartition inhomogène entre les deux hémisphères célestes. Comme leur couverture au nord est assez bonne, certaines de ces sources pourraient combler le défaut de la classe AV0 mis en évidence.

"Repêchage" de quelques sources : À droite de la figure 7.11, nous mettons à jour la comparaison avec les sources de l'ICRF2. Trois sources non linéaires [NL] sont passées dans la classe AV0 et sont donc réhabilitées en tant que sources de définition. Le rejet opéré par l'ICRF2 n'est donc plus justifié et cela soulève la question "Est-ce qu'une source instable à une époque peut le redevenir pour la définition d'un repère céleste?".

À considérer strictement la définition de l'ICRS, la réponse est non. Les sources de définition réalisent le repère sur l'ensemble de la période d'activité du VLBI. De nouvelles observations d'une source ne peuvent donc pas annuler d'anciens déplacements du radio-centre. Néanmoins, en comparaison de la précision escomptée du repère à réaliser, de tels repêchages peuvent s'avérer utiles.

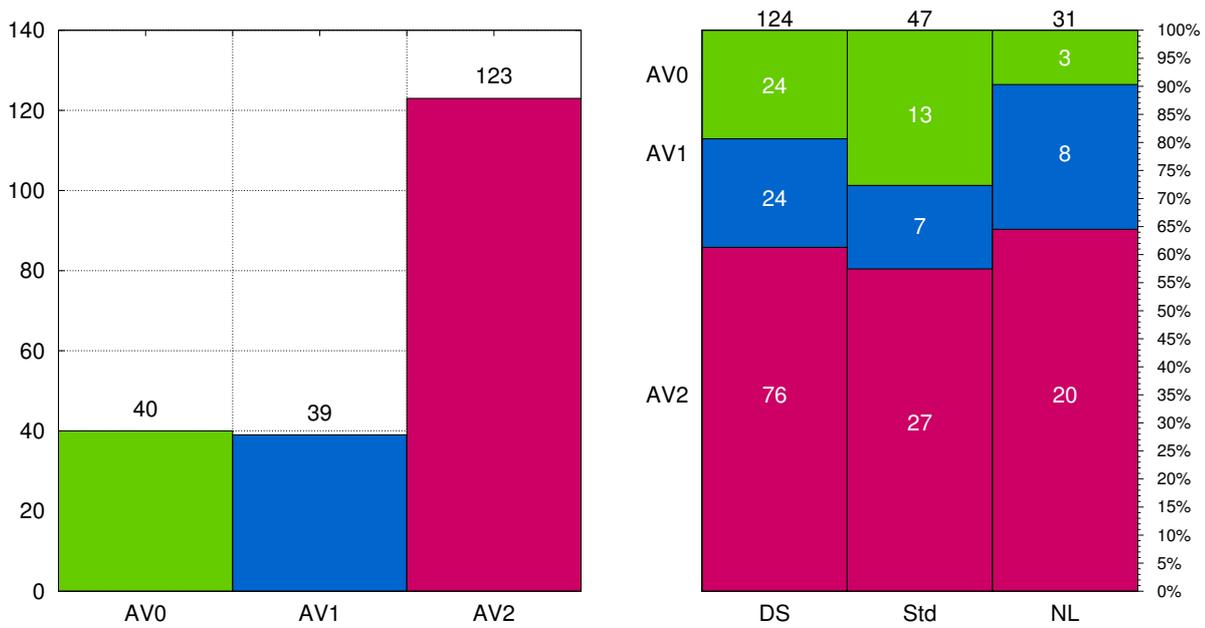


FIGURE 7.11 – (à gauche) Classification des sources VLBI présélectionnées (100 sessions sur plus de 5 ans) d'après l'analyse de la variance d'Allan de leur position astrométrique. (à droite) Inter-comparaison avec la classification de l'ICRF2 Les détails de notre classification sont donnés en section 6.3.

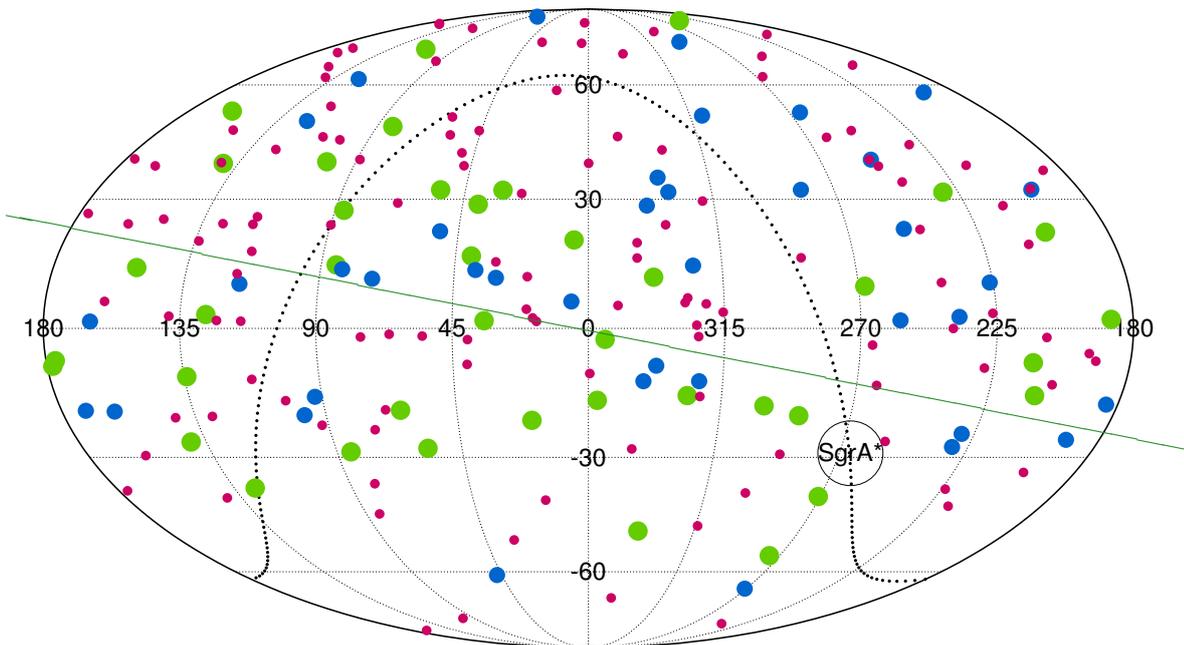


FIGURE 7.12 – Projection céleste en coordonnées équatoriales des sources classées AV0 (vert), AV1 (bleu), AV2 (rouge).

Conclusion

.....

Notre classification par la variance d'Allan a conduit à une sélection drastique de sources de définition de l'ICRF. Ainsi, nos résultats divergent de ceux du groupe de travail de l'ICRF2, même lorsque nous employons les mêmes données. D'après notre étude, seules 40 sources sont à disposition pour satisfaire aux critères de l'ICRS plus une éventuelle réserve de 39 sources à n'employer qu'en cas de besoin.

Chapitre 8

Caractéristiques des sources VLBI



Disposant d'une classification des sources VLBI suivant leur stabilité, nous allons en faire le lien avec différentes caractéristiques et propriétés physiques des sources. Pour réaliser les études portant sur chaque paramètre, nous avons récupéré diverses données parmi des tables compilées de quasars existantes. L'une d'elle, produit au SYRTE et dont j'ai participé à l'élaboration de sa troisième version, permet de récupérer une grande quantité d'informations sur les propriétés astrophysiques des sources de notre étude. Il s'agit du Large Quasar Astrometric Catalog.

Dans un premier temps, nous présentons les catalogues compilés de quasars que nous utilisons, puis dans un second temps, nous présentons les diverses études que nous avons réalisées. Certaines permettent de révéler des propriétés physiques corrélées avec la stabilité des sources.

Contents

8.1 Catalogues compilés de quasars	148
8.1.1 'Large Quasar Astrometric Catalogue'	148
8.1.2 Catalogue 'Optical Characteristic of Astrometric Radio Sources'	151
8.1.3 'Radio Fundamental Catalogue'	151
8.2 Quelques caractéristiques des sources VLBI	152
8.2.1 Différences de coordonnées radio-optiques	152
8.2.2 Redshift	155
8.2.3 Indices de stabilité	155
8.3 Recherche d'un aspect de la source corrélé à sa stabilité	158
8.3.1 Orientation du jet par rapport à la ligne de visée	158
8.3.2 Redshift	160

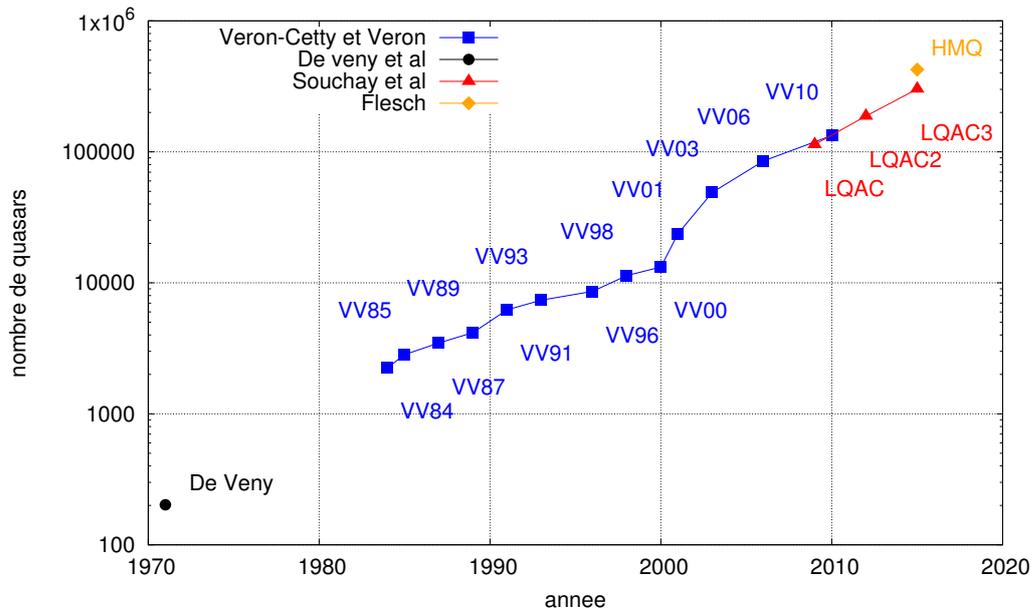


FIGURE 8.1 – Évolution du nombre de quasars dans les catalogues compilés au cours des années. La courbe de la population se rapproche d'une loi en puissance.

••• SECTION 8.1 •••

Catalogues compilés de quasars

Plusieurs catalogues célestes ont été utilisés pour récupérer des informations radios et optiques concernant la physique et l'astrométrie des 202 sources de notre étude. Ils sont au nombre de trois :

- Le "Large Quasar Astrometric Catalogue" [LQAC] dans sa 3ème version [Souchay et al., 2015] ;
- L'"Optical Characteristics of Astrometric Radio Sources" [OCARS, Malkin, 2013a] ;
- Le Radio Fundamental Catalogue (http://astrogeo.org/vlbi/solutions/rfc_2016b/rfc_2016b_cat.txt) ;

8.1.1 • 'Large Quasar Astrometric Catalogue'

Le LQAC a vu le jour en 2009 [Souchay et al., 2009]. Il répondait au besoin d'avoir accès à un catalogue exhaustif des quasars connus mettant en avant les propriétés astrométriques de ces objets. À l'époque, une telle compilation existait déjà, le catalogue Véron&Véron [Véron-Cetty and Véron, 2010], mais celui-ci portait essentiellement sur les données astrophysiques. C'est pourquoi le LQAC était complémentaire durant leur période de disponibilité commune.

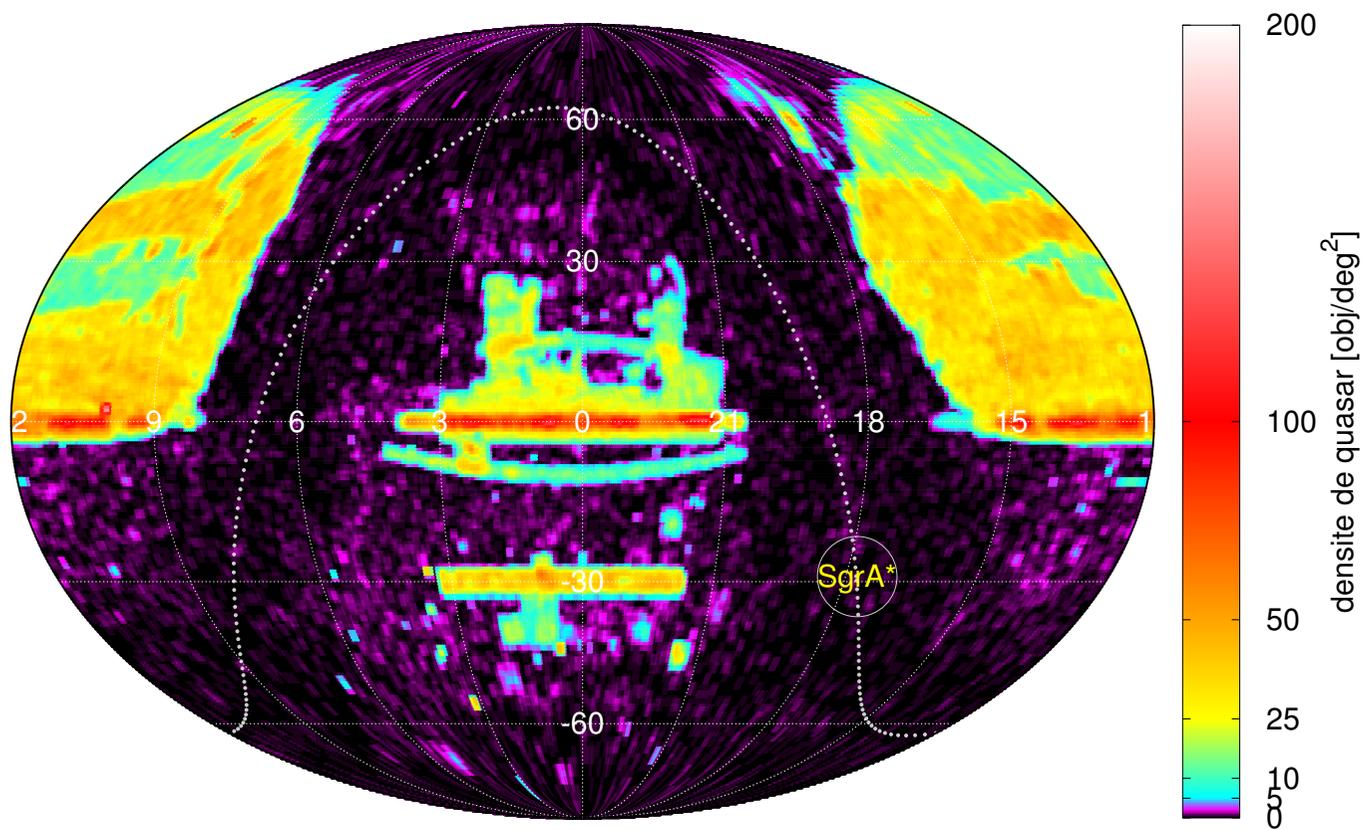


FIGURE 8.2 – Nombre de quasars connus par deg^2 sur une projection en coordonnées équatoriales α en heures et δ en $^\circ$. La référence est le catalogue compilé LQAC3. Densité moyenne : 4.545 quasars par deg^2 .

Suscitant un intérêt, une deuxième version a été produite en 2012 et une troisième en 2015. Une quatrième version est d'ores et déjà en cours d'élaboration et cumule près d'un demi-million de quasars. Il s'inscrit dans l'effort actuel de cataloguer les objets célestes à des magnitudes toujours plus grandes. Deux catalogues prédominent dans les relevés d'observations de quasars : le Sloan Digital Sky Survey Quasar Catalogue [SDSS, Paris et al., 2014, Schneider et al., 2010] et le Global Astrometric Interferometer for Astrophysics [GAIA, Gaia Collaboration, 2016, Lindegren et al., 2016]. La figure 8.1 illustre la loi en puissance du nombre de quasars connus en fonction du temps. Par extrapolation, on s'achemine vers 2020 à un million d'objets connus, nombre corroboré par les estimations faites autour de GAIA.

La dernière version du LQAC diffusée, à laquelle j'ai participé, réunit 321 957 objets, essentiellement des quasars, et dont une petite proportion de BL-Lac (1 183) et d'AGN non déterminés (14 125). Ce catalogue est une compilation de plusieurs bases de données issues des missions d'observation suivantes :

- L'International Celestial Reference Frame (ICRF) à partir d'observations radios du VLBI,
- Le Radio Fundamental Catalogue (RFC) à partir d'observations radios du VLBI et VLBA,
- Le catalogue du Very Large Array (VLA) à partir d'observations radios,
- Le Jodrell Bank-VLA Astrometric Survey (JVAS) à partir d'observations radios,
- Le Sloan Digital Sky Survey quasar catalog (SDSS-Q) à partir d'observations optiques,
- Le 2dF Quasar Redshift Survey (2QZ) à partir d'observations optiques,
- Le 2dF-SDSS LRG and QSO Survey (2SLAQ) à partir d'observations optiques,
- Le FIRST catalog à partir d'observations radios,
- Le Hewitt and Burbidge Catalog (HB) à partir d'observations radios et optiques,
- Le catalogue Véron-Cetty & Véron qui est déjà un catalogue compilé de quasars.

Des plus-values ont également été apportées par les collaborateurs au LQAC.

En figure 8.2, on reporte sur une carte du ciel la densité des quasars de la troisième version du LQAC. On remarque une forte inhomogénéité de répartition des quasars sur la voûte céleste due à des couvertures différentes d'une mission d'observation à l'autre. Par exemple, la zone de l'hémisphère nord entre 9h et 15h qui offre la plus grosse contribution au LQAC à l'heure actuelle provient de la mission SDSS.

Le LQAC offre diverses perspectives d'études. Par exemple, une liste de couples de quasars potentiellement liés par la gravitation a été dressée par Gattano et al. [2014]. Pour finir, nous avons évalué la complétude de deux missions d'observations (SDSS et 2QZ) sur une même zone du ciel, montrant des disparités dans les objets détectés dans l'une et l'autre de ces missions. Cela nous a permis d'estimer le nombre de quasars qui seront observés par GAIA : environ un million d'objets.

Pour revenir sur l'intérêt des travaux de cette thèse, ce catalogue apporte à notre étude les informations complémentaires qui suivent :

- Les coordonnées originelles de l'objet les plus précises (de manière générale, s'il y a des coordonnées radios et optiques, ce sont les coordonnées radios qui sont prises en compte),
- Des coordonnées recalculées par traitement d'images optiques, quand elles sont disponibles, fournissant ainsi une base de coordonnées optiques découlant d'un même algorithme de calcul,
- Le redshift spectroscopique quand il est disponible,
- Les magnitudes optiques u, b, v, g, r, i, z quand elles sont disponibles,
- Les magnitudes infra-rouges J, K quand elles sont disponibles,
- Les flux radios à 1.4GHz (20cm), 2.3GHz (13cm), 5.0GHz (6cm), 8.4GHz (3.6cm) et 24GHz (1.2cm) lorsqu'ils sont disponibles,
- Une valeur calculée de la magnitude absolue en bande b et i , et
- des indices morphologiques de source.

8.1.2 • Catalogue 'Optical Characteristic of Astrometric Radio Sources'

Le catalogue [OCARS](#), maintenu par Zinovy Malkin, répond au besoin de disposer d'informations optiques sur les sources observées par [VLBI](#). Il bénéficie d'une recherche bibliographique scrupuleuse et continue, portant sur les sources [IVS](#). Mis à jour régulièrement, [OCARS](#) fournit notamment les informations suivantes :

- Le type d'objet de la source selon la théorie d'unification des [AGN](#) [[Antonucci, 1993](#), [Urry and Padovani, 1995](#), voir également l'annexe [G](#)]
- Le redshift spectroscopique ou photométrique si disponibles,
- La magnitude dans le visible et en infra-rouge si disponibles

Dans notre étude, cette table est utilisée en complément du [LQAC](#), notamment pour ses informations sur la nature des [AGN](#) qui est définie en partie par l'orientation entre la ligne de visée et la direction du jet.

8.1.3 • 'Radio Fundamental Catalogue'

Le [RFC](#), géré principalement par Leonid Petrov, est le catalogue le plus complet des sources observées lors de sessions astro-geodésiques du [VLBI](#). Ce catalogue résulte d'un nombre conséquent de projets d'observations réalisés depuis les années 1980 [[Beasley et al., 2002](#), [Fomalont et al., 2003](#), [Immer et al., 2011](#), [Kovalev et al., 2007](#), [Petrov, 2011, 2012, 2013](#), [Petrov and Taylor, 2011](#), [Petrov et al., 2005, 2006, 2008, 2011a,b](#)]. Environ 12.8 millions de retards [VLBI](#) jusqu'aujourd'hui ont été analysés pour donner les positions astrométriques et leurs erreurs formelles de plus de 10 000 sources extragalactiques. Le catalogue fournit également les densités de flux de ces sources. Le [RFC](#) est mis à jour plusieurs fois par an. Dans notre étude, nous l'utilisons en raison de sa qualité astrométrique.

••• SECTION 8.2 •••

Quelques caractéristiques des sources VLBI

.....

En utilisant les trois catalogues précédents, nous avons rassemblé diverses caractéristiques et propriétés physiques des sources VLBI, notamment celles de notre classification par variance d'Allan donnée en section 7.3.

8.2.1 • Différences de coordonnées radio-optiques

Nous sélectionnons les sources VLBI disposant de coordonnées en bande radio et en bande optique pour en déterminer les différences.

Notions théoriques

Il est admis que le radio-centre observé par VLBI émane du jet. Une partie de l'énergie libérée par accréation de la matière du disque tombant sur le trou noir, situé au centre de l'AGN, est rejetée sous forme de plasma contenant des électrons accélérés à des vitesses relativistes. La présence d'un champ magnétique force les électrons à s'enrouler autour des lignes de champ. Ce phénomène, appelé effet synchrotron, émet du rayonnement dont une partie en radio.

L'écart du radio-centre à la position du trou noir dépend de la fréquence à laquelle on observe. En première approximation, cet écart suit une fonction inverse de la fréquence dans la direction du jet, en ce qui concerne le domaine radio. Plus la fréquence d'observation augmente et plus le décalage par rapport à la position du trou noir diminue (voir le schéma 8.4).

L'orientation du jet peut dépendre du moment cinétique du trou noir et de celui du disque d'accréation. Il est également possible qu'au centre de l'AGN cohabitent plusieurs trous noirs en orbite les uns autour des autres. Dans ce cas, plusieurs jets peuvent également exister et la position du radio-centre observé dépendra alors de l'intensité de chacun des jets, se rapprochant du plus intense. Nous rappelons que la technique astro-géodésique du VLBI ne permet pas de distinguer plusieurs centres émissifs.

En revanche, les processus d'émission optique sont divers au sein des AGN. Le photo-centre observé est majoritairement émis par des processus thermiques, mais ces derniers ont lieu dans plusieurs régions de l'AGN, à savoir le disque d'accréation et le jet. L'émission optique pourrait même être affectée de manière non négligeable par l'émission de la galaxie hôte. Dans ce dernier cas l'ordre de grandeur de l'écart du photo-centre au radio-centre augmenterait grandement.

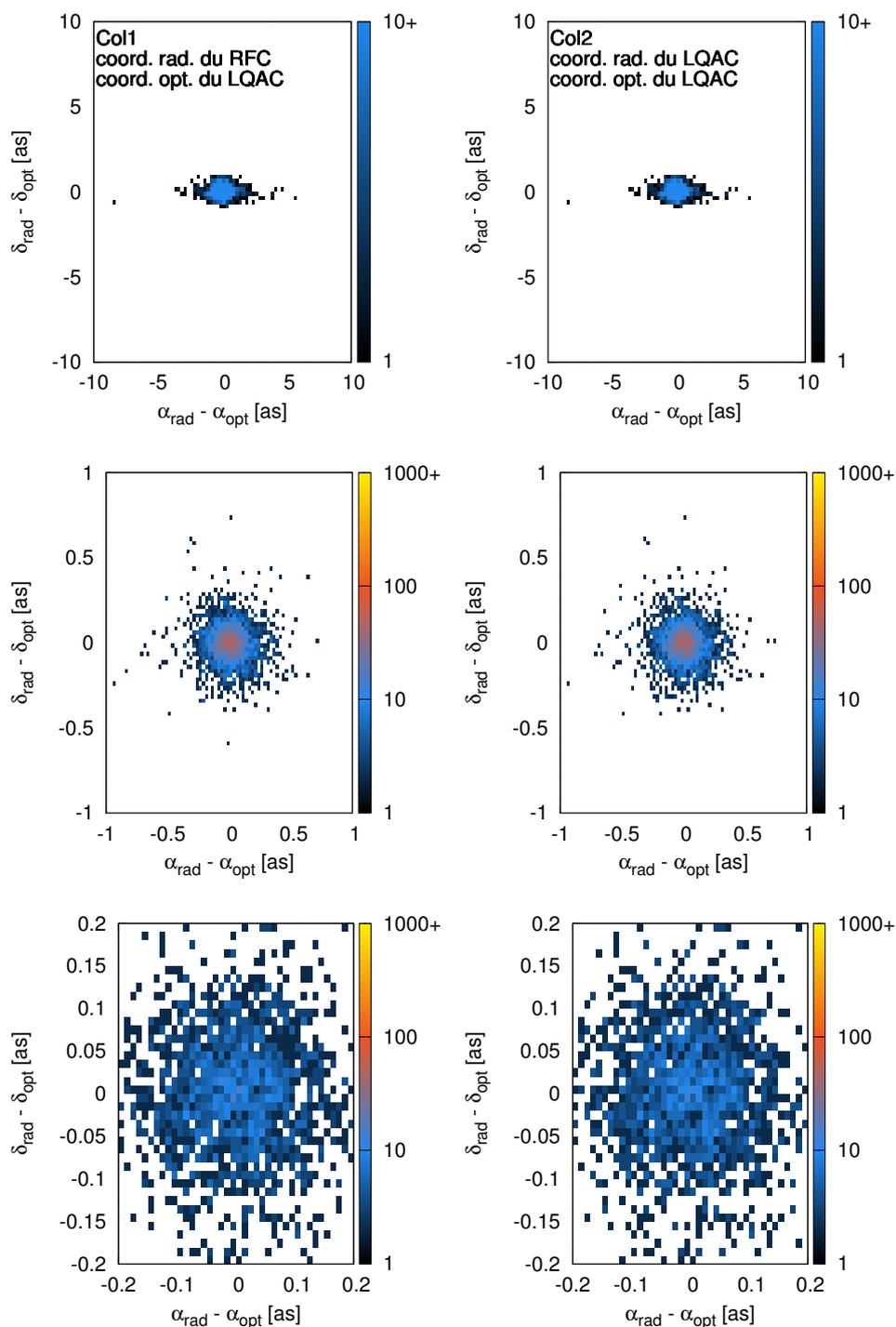


FIGURE 8.3 – Histogramme bi-dimensionnel des différences de coordonnées dans le domaine radio et dans le domaine optique. La colonne de gauche est une comparaison entre les coordonnées radios du RFC et les coordonnées optiques recalculées du LQAC. La colonne de droite est une comparaison interne au LQAC.

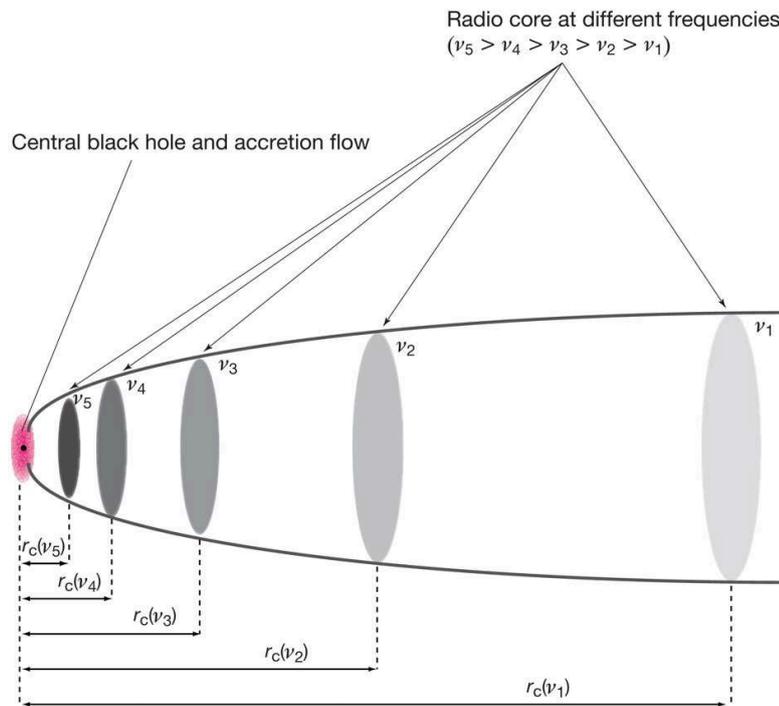


FIGURE 8.4 – Écart au trou noir du radio-centre évoluant en fonction inverse de la fréquence radio.

(crédit : Hada et al. [2011])

Notions pratiques

La figure 8.3 présente un histogramme bi-dimensionnel des différences de coordonnées α et δ entre le radio-centre et le photo-centre. Si quelques points aberrants s'élèvent jusqu'à plusieurs secondes d'arc de différence, on peut poser une limite pour la majorité des couples à 300 milli-seconde d'arc. Cette valeur est gigantesque au regard de la précision astrométrique actuelle de l'ordre de 1 mas.

Septembre 2016 a vu le premier catalogue d'observations optiques par [GAIA](#) [[Lindegren et al., 2016](#)]. Cette mission astrométrique devrait être capable d'égaliser la précision du VLBI pour quelques centaines de sources grâce à la position du satellite en orbite autour du point Lagrange opposé au Soleil, lui permettant d'observer dans des conditions optimales car privé de l'influence de l'environnement terrestre.

La comparaison des coordonnées VLBI et GAIA des quasars communs est alors d'un intérêt capital pour comprendre les différences entre la position du photo-centre et du radio-centre (voir [Mignard et al. \[2016\]](#)).

8.2.2 • Redshift

Les redshifts spectroscopiques, à la différence des redshifts photométriques, sont obtenus par l'étude des décalages des raies du spectre de l'objet étudié en référence aux mêmes raies obtenues en conditions de laboratoire. Ils subsistent beaucoup de sources VLBI dont on ignore encore le redshift. Mais le LQAC permet de combler en partie ce manque en donnant les redshifts pour plusieurs milliers de radio-sources.

La figure 8.5 expose les histogrammes de ces redshifts suivant les radio-sources du LQAC, et les trois catégories de sources dans la classification DS - Std - NL de l'ICRF2. Beaucoup des sources du LQAC possèdent un redshift inférieur à 0.2. La raison est que plus les quasars sont proches, plus ils paraîtront brillants à nos instruments. Les sélections des sources pour l'observation ont donc pu être biaisées par la forte magnitude apparente des objets proches.

En revanche, pour les sources de l'ICRF, la proportion la plus importante est celle des redshifts de 1 à 1.5. Pour un Univers dit Einstein-De Sitter, la "distance du diamètre angulaire" définie par le rapport entre la taille physique transverse de l'objet et sa taille angulaire en radians, atteint un maximum à redshift un peu plus grand que un. Au-delà de ce redshift, la taille angulaire des objets augmente de nouveau en raison de la dynamique de l'Univers [Hogg, D.W., 2000]. On a alors l'impression que ces objets sont plus proches de par leur taille. Intrinsèquement, les mouvements internes d'objets à si grand redshift se font donc beaucoup plus ressentir qu'un même objet à redshift un, détériorant ainsi leur stabilité.

8.2.3 • Indices de stabilité

Nous reprenons les indices de stabilité astrométrique exposés dans le chapitre 7 en sections 7.1 et 7.2. Pour rappel, ce sont l'indice r calculé à partir des dispersions des séries temporelles (voir équation 7.1), l'indice d calculé à partir des erreurs formelles sur les coordonnées issues des ajustements (voir équation 7.2), l'indice v calculé à partir de la variance d'Allan (voir équation 7.3) et le mouvement linéaire apparent¹ μ donné par :

$$\mu = \sqrt{\mu_{\alpha \cos \delta}^2 + \mu_{\delta}^2} \quad (8.1)$$

où $\mu_{\alpha \cos \delta}$ et μ_{δ} sont obtenus à partir d'une régression linéaire sur chacune des séries temporelles des coordonnées équatoriales locales. La figure 8.6 présente les histogrammes pour les radio-sources du RFC dans le cas de l'indice d et uniquement pour les 202 sources de la section 7.3.1 pour les indices r , v et μ .

1. Si le mouvement de la radio-source se réduit à un terme linéaire, on peut considérer sa position astrométrique comme bien définie étant donné une position et une vitesse apparente initiales. Ainsi, la source, à l'instar des étoiles du FK5, peut être utilisée en tant que source de définition.

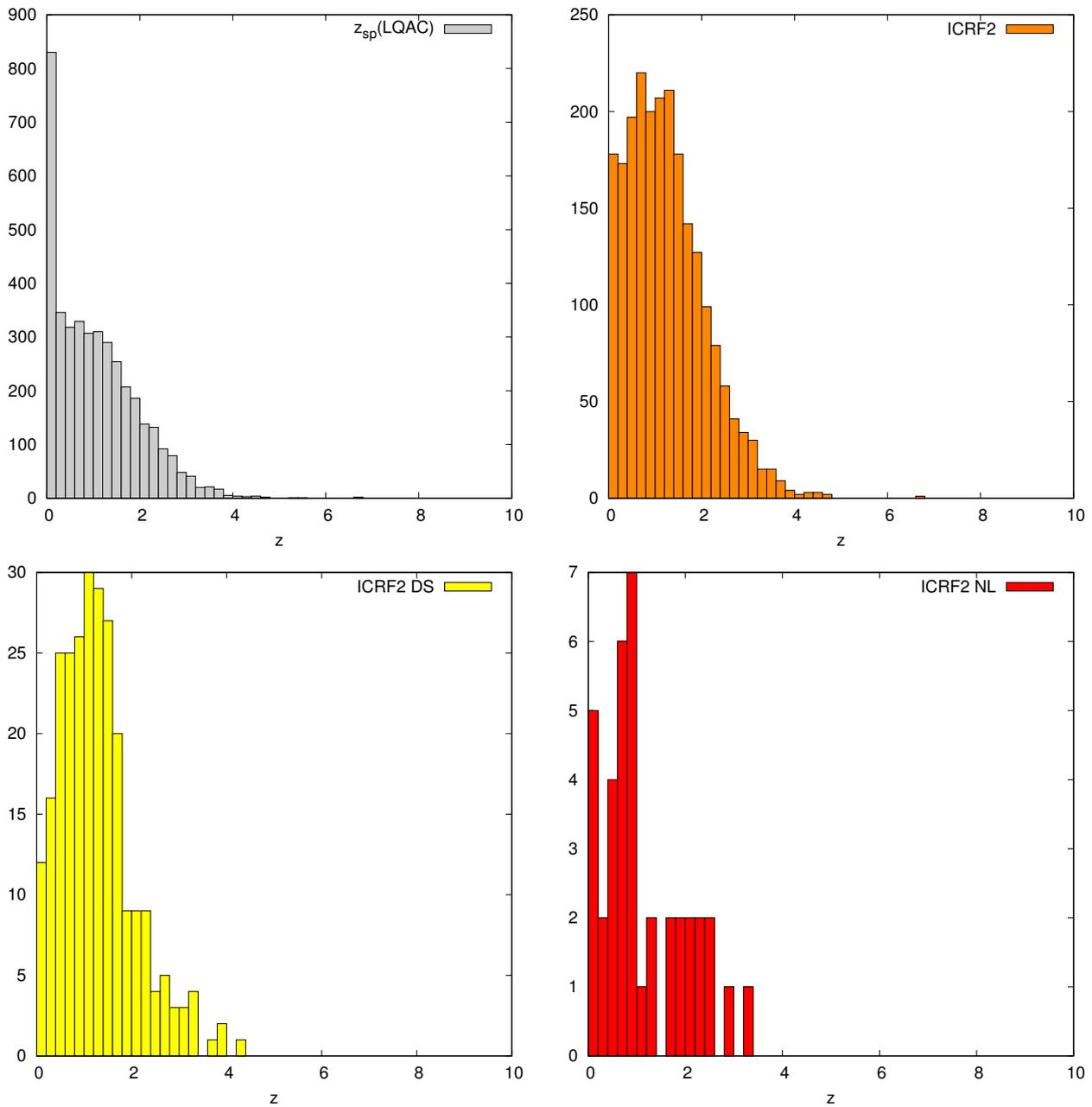


FIGURE 8.5 – Histogramme des redshifts connus pour les sources radios extragalactiques présentes dans le LQAC (en gris) et pour les sources standards de l'ICRF2 (en orange), ses sources de définition (en jaune) et les sources ayant un mouvement apparent non linéaire (en rouge).

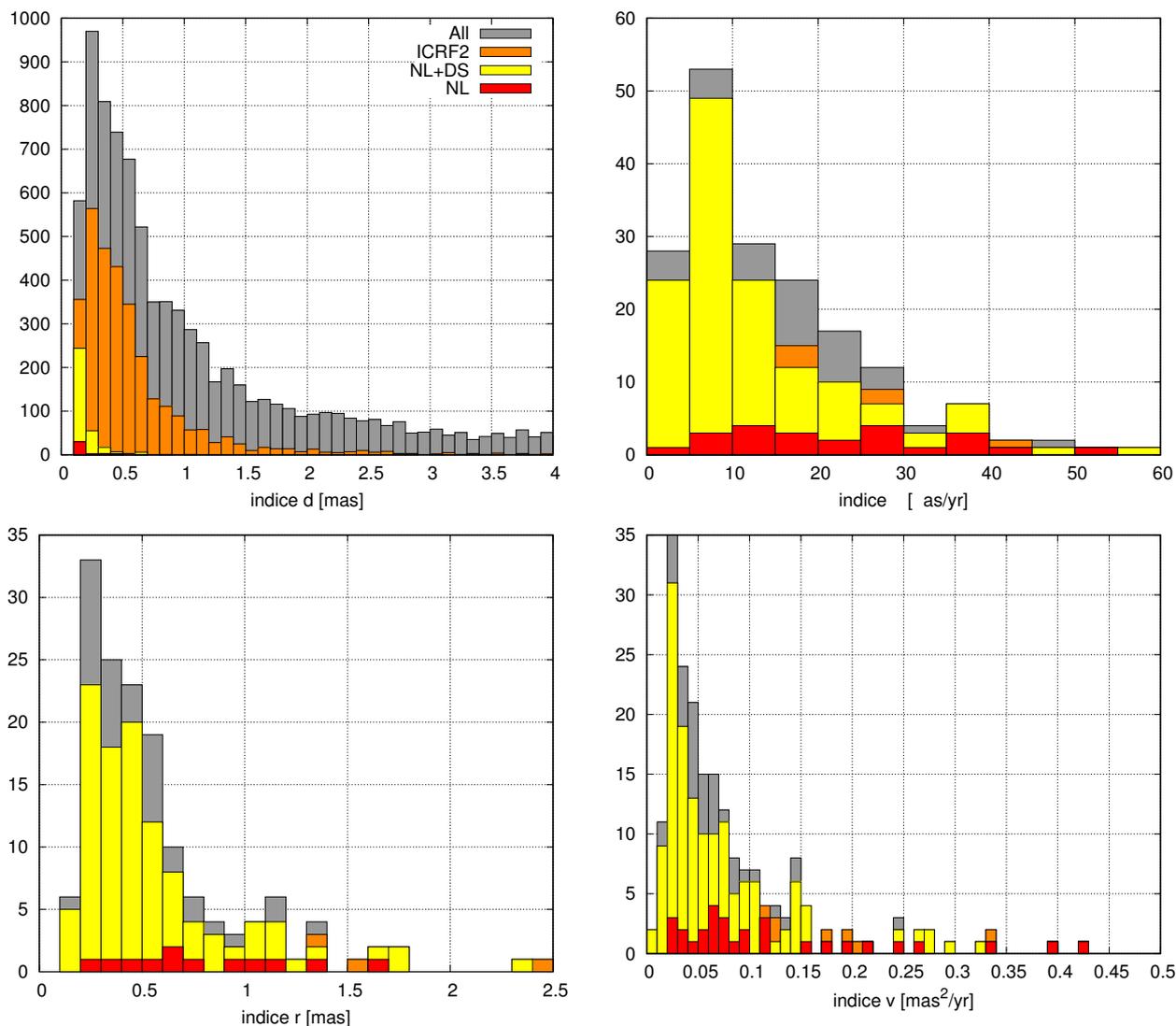


FIGURE 8.6 – Histogramme des critères de stabilité pour les radio-sources extragalactiques. Le Premier graphe concerne les radio-sources du LQAC. Les trois derniers histogrammes concernent les 202 sources de la section 7.3.1.

(haut gauche) stabilité par les erreurs formelles de l'ajustement

(haut droit) mouvement apparent linéaire

(bas gauche) stabilité par les séries temporelles

(bas droit) stabilité par la variance d'Allan.

••• SECTION 8.3 •••

Recherche d'un aspect de la source corrélé à sa stabilité

.....

Dans la mesure où les observations VLBI sont coûteuses en temps et en argent, disposer d'informations sur la stabilité astrométrique des sources en l'absence d'un suivi étoffé de ses déplacements permettraient de mieux planifier les observations, notamment lors du choix de nouvelles sources à observer. En comparant différentes propriétés physiques et caractéristiques des sources avec notre classification par variance d'Allan, on peut en retirer leurs corrélations avec la stabilité astrométrique. L'intérêt est que ces propriétés peuvent être obtenues plus facilement et plus rapidement. Nous soumettons à l'étude deux propriétés qui nous semblent pertinentes.

8.3.1 • Orientation du jet par rapport à la ligne de visée

On sait que le radio-centre observé est situé dans le jet de l'AGN où se produisent des phénomènes spectaculaires entraînant le plasma dans la direction de collimation vers les confins du jet relativiste. Le radio-centre est émis par le rayonnement synchrotron des électrons du plasma s'enroulant autour des lignes du champ magnétique. Si l'on observe l'AGN directement dans la direction du jet, on ne devrait pas remarquer les perturbations de sa position. En revanche, si l'on observe l'AGN perpendiculairement au jet, la position apparente observée devrait être sensiblement différente au cours du temps et des événements cataclysmiques qui se produisent au sein du jet.

La direction du jet par rapport à la ligne de visée est indiquée par l'appellation donnée à la source selon la théorie d'unification de ces objets [Antonucci, 1993, Urry and Padovani, 1995]. Cette discrimination de l'orientation s'explique car l'aspect de la source et son spectre sont sensiblement différents selon notre angle de vue. C'est pourquoi historiquement, différents noms ont été attribués à des objets extragalactiques de même nature.

L'AGN dont la direction du jet coïncide avec la ligne de visée est un Blazar. Au contraire, une direction proche de la perpendiculaire définit une radiogalaxie (ou galaxie Seyfert 2 si les données radios n'étaient pas disponibles lors de l'attribution de sa catégorie). Entre ces deux configurations extrêmes, ce sont les quasars (ou Seyfert 1). Pour plus de détails, se référer à l'annexe G.

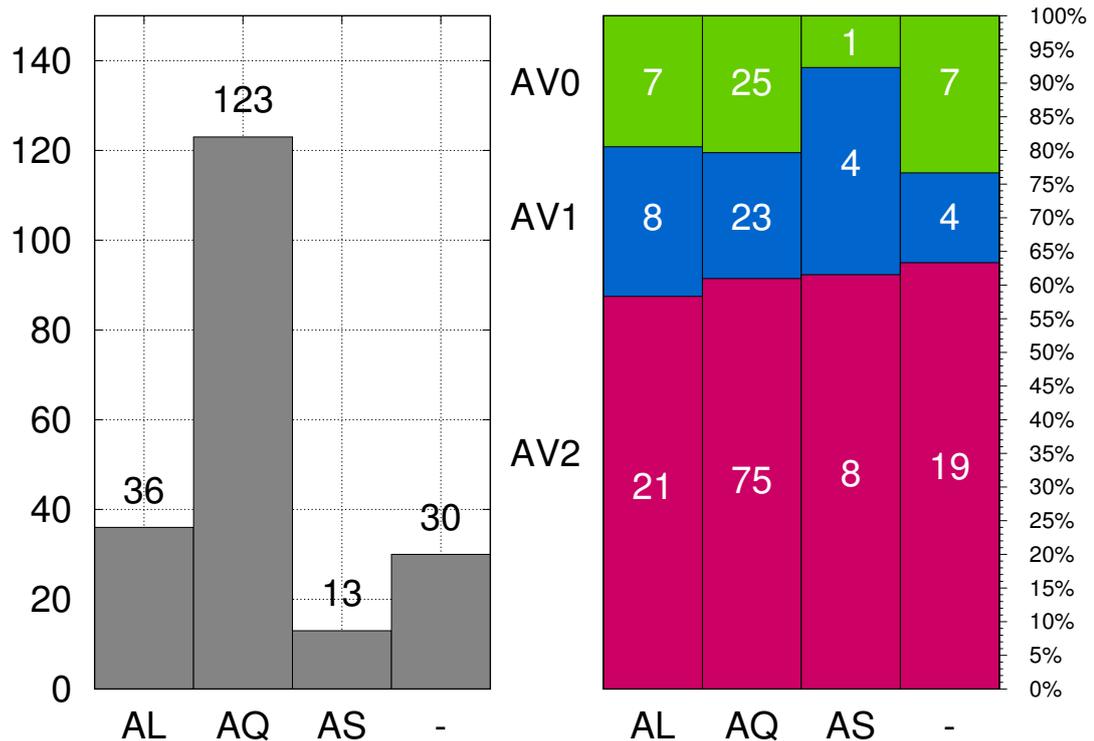


FIGURE 8.7 – **(gauche)** Répartition des 202 sources VLBI de notre étude selon le type d'AGN établi par la théorie d'unification : AL : Blazar. AQ : Quasar. AS : Radiogalaxie. **(droite)** Inter-comparaison de cette distribution avec notre classification par la variance d'Allan.

Résultats

La figure 8.7 donne la distribution des 202 sources de notre étude en fonction du type d'AGN auxquelles elles correspondent et la compare avec les classes AV0, AV1 ou AV2. Une grande proportion des sources sont déclarées comme quasars. Cependant, il est à noter que la dénomination "quasar", bien que définissant une orientation particulière de l'AGN par rapport à notre ligne de vue selon la théorie d'unification, est utilisée abusivement comme AGN ayant une composante radio dans ses émissions. Cela englobe alors les blazars et les radio-galaxies. De ce fait, des AGN sont catalogués "quasar" par manque d'informations nécessaires² pour discriminer les catégories "blazar", "quasar", "radio-galaxie" - en général, les informations fiables sont spectroscopiques. Cela explique le nombre 4 fois plus grand de "quasars" dans la distribution.

D'après la figure 8.7, les 3 classes de stabilité AV0, AV1 et AV2 sont représentées dans toutes les catégories d'AGN. Il n'y a donc a priori aucune corrélation entre la direction du jet par rapport à la ligne de visée et la stabilité des radio-sources. Néanmoins les usages abusifs des différentes appellations et les faibles populations rendent la conclusion peut fiable.

2. Dans la table OCARS, une autre erreur est faite concernant les sources "Seyferts". Ces sources sont observées en radio par le VLBI et devraient donc être cataloguées comme "radiogalaxies" qui respectent la même orientation que les "Seyferts 2" ou comme "quasars" qui respectent la même orientation que les "Seyferts 1".

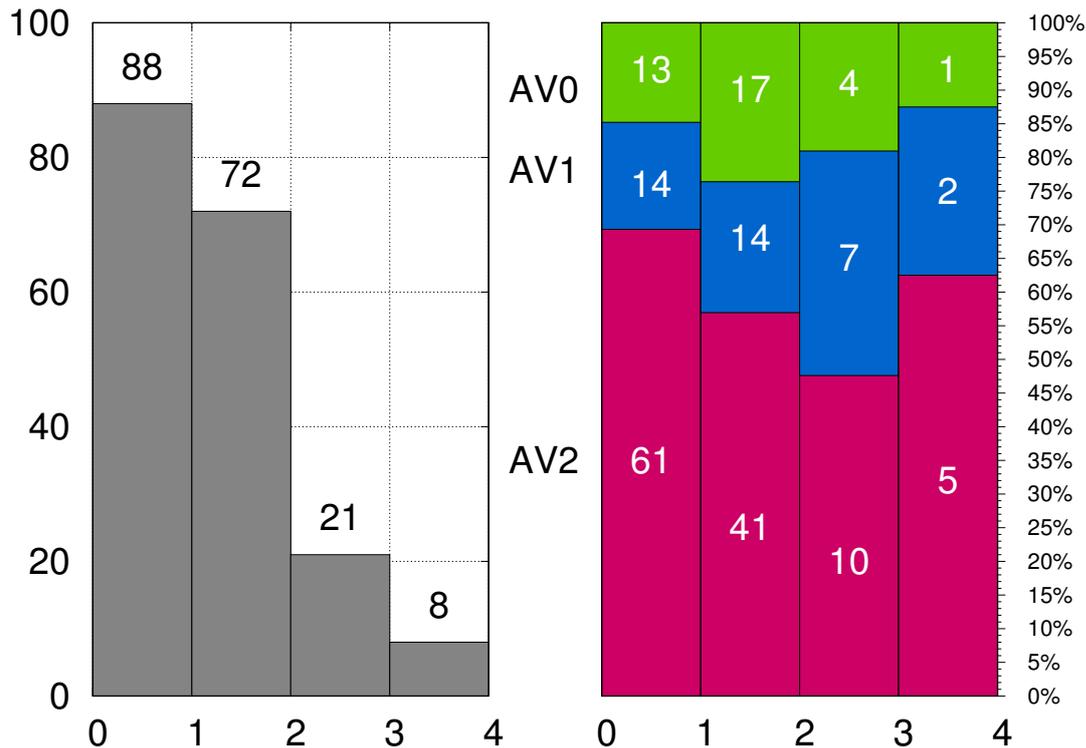


FIGURE 8.8 – (gauche) Nombre de sources par bande de redshift parmi les 189 des 202 sources VLBI de notre étude (droite) Inter-comparaison de la distribution avec notre classification par la variance d'Allan.

8.3.2 • Redshift

La figure 8.8 présente l'histogramme des redshifts pour les 202 sources de notre étude. 189 de ces sources ont un redshift connu. Une majorité d'entre elles exposent des redshifts inférieurs à 2. Mais 29 sources, soit environ $1/6$ de l'échantillon, sont des objets avec un redshift supérieur à 2.

Sur la partie droite de la figure, nous représentons le pourcentage des sources pour les différentes classes de variance d'Allan par rapport à des intervalles de redshift. Le schéma de couleur utilisé est toujours le même : rouge = AV2 - bleu = AV1 - vert = AV0. Bien que certains échantillons soient trop faibles pour produire des statistiques de qualité, nous trouvons davantage de sources stables à des redshift entre 1 et 2.

Une explication a déjà été donnée plus haut. Suivant les paramètres d'univers communément admis correspondant à l'univers dit Einstein-de Sitter, les diamètres angulaires pour des objets de même dimension atteignent un minimum pour un redshift compris entre 1 et 2 [Hogg, D.W., 2000] et donnent dans cette condition les radio-sources les plus "ponctuelles".

Nous conseillons donc de choisir les prochaines cibles des observations VLBI parmi les AGN présentant un redshift légèrement supérieur à un.

Conclusion de la partie II



Cette partie était consacrée à l'étude de la stabilité astrométrique des sources observées par le VLBI pour la sélection de sources stables définissant le repère de référence céleste international.

Pour ce faire, un premier travail a été d'obtenir les séries temporelles des coordonnées équatoriales de toutes les radio-sources compactes extragalactiques observées par VLBI depuis 1979 et le début de cette technique astro-géodésique. Ces séries temporelles ont ensuite été analysées pour établir un algorithme permettant d'estimer leur stabilité et la nature du bruit des données. Cette méthode a ensuite été confrontée à celle approuvée par l'UAI en 2009 pour la réalisation de l'ICRF2.

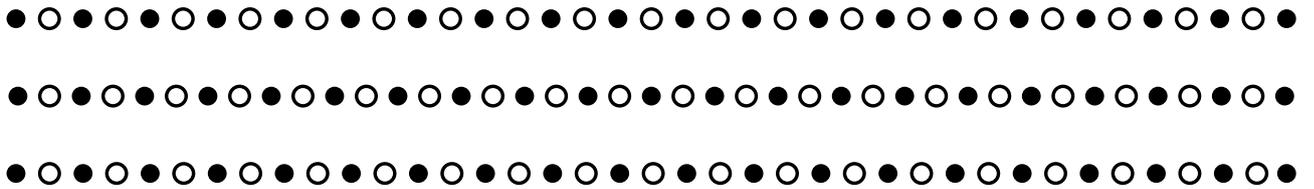
Pour finir, nous avons appliqué notre algorithme basé sur la variance d'Allan aux 202 sources les plus observées durant ces 35 dernières années et avons déterminé celles susceptibles de définir l'ICRF. Le résultat est plutôt décevant puisque seules 40 sources manifestent un comportement adéquat.

L'étude des propriétés physiques des sources stables et instables a toutefois permis de déterminer un critère pour les futures sélections des cibles à observer par le VLBI : avoir un redshift légèrement supérieur à 1. Néanmoins, notre échantillon étant trop faible, la question "quelles sont les caractéristiques physiques qui déterminent une source astrométriquement stable" reste toujours ouverte.

L'algorithme mis en place dans ces travaux est toujours en voie d'expérimentation. Lorsqu'il sera satisfaisant, nous automatiserons la méthode pour l'appliquer plusieurs fois par an afin de disposer d'informations sur la stabilité astrométrique des sources au fil des observations VLBI. Un système pourra ainsi être mis en place pour alerter la communauté sur d'éventuelles instabilités qui affecteront probablement les sources de définition.

Partie III

STABILITÉ DU REPÈRE
CÉLESTE ET NUTATION



Dans une première partie, nous avons traité de la nutation de la Terre et dans une seconde, de la stabilité des radio-sources. Prises séparément, ces deux parties constituent des travaux indépendants sans lien entre eux si ce n'est la technique d'observation, le VLBI. Le lien est établi dans cette troisième partie.

Par principe, la nutation est déterminée dans un repère céleste que l'on considère comme fixe. Si ce dernier présente une instabilité, elle peut être transmise sur la détermination de la nutation au cours des ajustements. Mais jusqu'à présent, ce lien n'a pas été quantifié. C'est l'objectif principal de cette partie.

Pour cela, il faut d'abord quantifier la stabilité des repères utilisés. Le repère de référence céleste admis aujourd'hui est l'ICRF2 [Fey et al., 2015]. Mais nous avons montré qu'il est défini par des sources à stabilité contestable. Il est donc probable qu'un repère céleste plus stable est aujourd'hui possible. C'est la raison pour laquelle l'UAI recommande la conception d'une troisième version de l'ICRF, avec une date de réalisation prévue en 2018.

Dans un premier chapitre, nous essayons de réaliser un repère plus stable en nous basant sur la classification des sources par la variance d'Allan obtenue en partie II. Nous quantifions la stabilité d'un repère céleste à la fois par sa stabilité temporelle et la cohérence des sous-repères, permettant alors de comparer différentes réalisations.

Dans un deuxième et dernier chapitre du manuscrit, nous quantifions le lien entre stabilité du repère céleste et nutation de la Terre par deux études. La première est l'étude de l'effet de sources instables dans l'ensemble de définition du repère et la deuxième est l'étude d'une perturbation aléatoire de toutes les sources de définition du repère céleste.

CHAPITRE 9

Stabilité du repère céleste



Si dans la deuxième partie, nous avons caractérisé la stabilité des radio-sources, nous allons nous intéresser dans cette dernière partie à la stabilité globale du repère céleste. Cette stabilité est fondamentale dans la détermination de la rotation de la Terre et de ses variations. Celles-ci seront d'autant mieux mesurées que les sources de définition sont stables. Cependant, nous avons montré que le repère de référence céleste est défini par des sources présentant des degrés de stabilité différents. Il est donc primordial de contrôler sa rotation et sa déformation ainsi que ceux de repères que nous construirons pour le remplacer.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons tout d'abord à la stabilité de l'ICRF2 mis à jour. Une première méthode estime le bruit du repère lors de la calibration des erreurs formelles sur les coordonnées des sources sorties de l'ajustement, une seconde estime la rotation et la déformation temporelle du repère, et une dernière la cohérence de rotation et de déformation de sous-repères.

Nous utilisons ensuite la classification de la variance d'Allan pour la conception de catalogues célestes en vue d'une éventuelle substitution à l'ICRF2. Leurs stabilités respectives sont comparées avec celle de l'ICRF2 sur la base de critères suscités.

Contents

9.1 Calibration des erreurs formelles	168
9.1.1 Présentation de la méthode	168
9.1.2 Calibration sur la période 1979-2014	169
9.2 Détermination de la stabilité de l'ICRF2	173
9.2.1 Stabilité temporelle	173
9.2.2 Stabilité des repères issus de sous-ensembles de sources	175
9.3 Stabilité de repères construits selon la classification par variance d'Allan	177
9.3.1 Stabilité temporelle	177
9.3.2 Stabilité statistique	177

••• SECTION 9.1 •••

Calibration des erreurs formelles

Les erreurs produites par les ajustements des observations VLBI sont connues pour être sous-estimées. Une explication pourrait découler de corrélations non prises en compte entre différentes sessions d'observations à des dates proches et employant des antennes communes [e.g. Gipson, 2007, Romero-Wolf et al., 2012]. Le groupe de travail de l'ICRF2 fournit une méthode statistique pour calibrer ces erreurs. Employée sur les coordonnées des sources, elle permet d'en déterminer un bruit additionnel pour le repère céleste qui limite sa précision [Chapitre 9 dans Ma et al., 2009].

9.1.1 • Présentation de la méthode

La calibration des erreurs consiste à comparer deux ajustements VLBI indépendants. À cette fin¹, on sépare les sessions VLBI disponibles en deux groupes et on procède au traitement. On obtient deux ajustements des coordonnées des sources observées dans les sessions. L'étude des différences entre les sources communes des deux solutions permet de calibrer les erreurs par un facteur d'échelle et un bruit additionnel.

Facteur d'échelle f

Les différences de coordonnées de chaque source sont rapportées à la somme quadratique des erreurs formelles de leurs deux ajustements. Ainsi, ces différences sont exprimées en nombre de σ . En calculant leur écart-type, on obtient le dit facteur d'échelle.

Bruit des solutions

Comme les deux solutions sont considérées indépendantes, l'écart-type des différences est aussi donné en unité d'angle et formulé par :

$$\sigma^2 = \langle (s_1 - s_2)^2 \rangle = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (9.1)$$

où σ_i représente le bruit de chaque solution et s_i la coordonnée produite par la solution i . Si les solutions sont équivalentes, c'est-à-dire si les deux groupes sont équivalents en nombre de sessions par projet d'observations et par réseaux identiques, alors on a $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ et donc :

$$\sigma^2 = 2\sigma_i^2 \Leftrightarrow \sigma_i = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \quad (9.2)$$

permettant ainsi de quantifier l'erreur standard d'une solution.

1. En réalité, cette méthode n'est pas parfaite pour assurer l'indépendance des solutions car même entre deux sessions distinctes, il peut exister une corrélation par l'utilisation d'une même station (effet de l'horloge), plus particulièrement si ces deux sessions sont proches dans le temps (effet de l'atmosphère). Une corrélation peut également apparaître par l'effet de structure des sources.

Bruit additionnel et précision du repère céleste

Les sources sont classées suivant leur nombre moyen de sessions. On peut alors étudier comment les différences entre les solutions dépendent de ce nombre. Les différences de position sont calculées comme précédemment, mais en se limitant à des sous-ensembles de 50 sources successives dans le classement par nombre moyen de sessions. On obtient ainsi les courbes du facteur d'échelle et du bruit des solutions en fonction de ce nombre.

En considérant les courbes du facteur d'échelle, si les erreurs étaient correctes, elles évolueraient en dessous de 1. Au contraire, les courbes du facteur d'échelle indiquent des valeurs systématiquement plus grandes que 1, malgré la calibration des erreurs par un facteur d'échelle global déterminé comme énoncé précédemment :

$$\sigma_{X,cal} = f\sigma_{X,ori} \quad (9.3)$$

où X désigne α ou δ , $\sigma_{X,ori}$ est l'erreur qui ressort de l'ajustement et $\sigma_{X,cal}$ est l'erreur calibrée.

Les facteurs d'échelle résiduels nécessitent encore l'ajout d'un bruit additionnel σ_{add} aux erreurs, sommé en quadrature

$$\sigma_{X,cal} = \sqrt{(f\sigma_{X,ori})^2 + \sigma_{add}^2} \quad (9.4)$$

Ce n'est qu'ainsi que les facteurs d'échelle atteignent des valeurs réalistes proches ou inférieures à 1 quel que soit le nombre de sessions où les sources sont observées. Ce bruit additionnel limite la précision du repère céleste.

9.1.2 • Calibration sur la période 1979-2014

Ainsi, l'ICRF2 s'est vu attribuer un bruit systématique de 40 μ as après application d'un facteur d'échelle de 1.5. À titre de comparaison, la première version de l'ICRF présentait un bruit de 250 μ as et un facteur d'échelle correctif de 1.5. Qu'en est-il de ces valeurs pour un CRF intégrant les observations VLBI jusqu'à aujourd'hui ? C'est ce que nous allons voir à présent.

Les données et leur distribution en deux groupes

La mise à jour prend en compte l'ensemble des données disponibles le 17 juillet 2014. Pour constituer les deux ajustements, nous avons rassemblé les sessions par projet d'observations. Citons des exemples : R1, R4, NEOS, CORE, CONT, IRIS, VLBA, R&D.

Au sein d'un même groupe, nous avons alternativement séparé les sessions consécutives en deux bases de données. La première session est attribuée à une base de données numérotée 1 et la deuxième à une base n°2. Les sessions solitaires n'appartenant pas à un projet à moyen ou long terme ont toutes été rassemblées dans une réserve commune, puis elles ont été distribuées de la même manière.

Enfin toutes les bases numérotées 1 ont été fusionnées pour constituer la base de données pour un premier ajustement. De même, les données des bases n°2 ont été rassemblées dans une seule base pour le deuxième ajustement.

Stratégie d'ajustement

Les deux solutions indépendantes sont calculées en utilisant le logiciel CALC/SOLVE. La stratégie d'analyse est décrite en sous-section 5.2.3. L'objectif est d'ajuster les coordonnées pour toutes les sources excepté 39 d'entre elles dont on a reconnu le mouvement non linéaire (les sources NL). Les ERP et les positions et vitesses des stations sont également ajustés pour prévenir de l'absorption d'une partie de leur signal dans celui des sources.

Dans notre cas, on obtient deux listes de coordonnées globales des sources, une pour chaque ajustement. On identifie les sources communes aux deux solutions, soit 1389 au total. On sélectionne celles qui bénéficient d'un ajustement sur deux sessions au moins, soit 844 sources. Ce dernier critère permet d'éliminer des coordonnées a priori mal déterminées.

Statistique sur l'ensemble des observations

En figure 9.1, nous présentons les histogrammes des différences $d\alpha \cos\delta$ et $d\delta$, soit en unité angulaire, soit rapportées au σ (rms) des erreurs formelles des ajustements. Dans la table 9.1, on donne les bruits des solutions et les facteurs d'échelle correspondants. Le facteur d'échelle moyen reste inchangé à la valeur calculée pour 1979-2009. Néanmoins, le bruit des solutions est plus petit, d'environ $20 \mu\text{as}$ sur l'ascension droite et de $10 \mu\text{as}$ sur la déclinaison.

Statistiques selon le nombre d'observations par source

Afin d'estimer le bruit du repère céleste pour la période 1979-2014, on réplique les statistiques précédentes : bruit de la solution et facteur d'échelle ; pour des groupes de 50 sources successives dans le classement par nombre moyen de retards VLBI utilisés dans les deux ajustements s_1 et s_2 . Nous présentons les courbes obtenues en figure 9.2, en haut pour le bruit des solutions et en bas pour le facteur d'échelle.

Si les positions des radio-sources obéissaient à une statistique gaussienne, les courbes du bruit de solution (en bleu, graphe du haut) suivraient une tendance linéaire de pente $-1/2$ dans cette représentation log-log car l'erreur, que nous attribuons ici à la différence mesurée entre les deux solutions, décroîtrait alors en $1/\sqrt{N}$. La courbe obtenue est en réalité légèrement convexe avec une pente plus grande pour les sources à peu d'observations et une pente plus faible à partir de 1000 retards par source. En gris, on a représenté la médiane, calculée sur chaque groupe de 50 sources successives, de la somme quadratique des erreurs issues des deux ajustements. La tendance des courbes grises est similaire à celle de courbes bleues.

Dans les graphes du bas, on a représenté les facteurs d'échelle en fonction du nombre d'observations en bleue. On voit qu'en se basant sur les erreurs d'origine, tous les facteurs sont plus grands que 1 indiquant des erreurs non-réalistes. Nous procédons donc à une calibration des erreurs en appliquant un facteur d'échelle 1.5, déterminé à partir des statistiques sur l'ensemble des sources. Nous avons également ajouté un bruit en quadrature présentant différentes amplitudes de bruit, représentées en vert dégradé sur la figure 9.2 et allant de $0 \mu\text{as}$ pour la courbe la plus claire à $80 \mu\text{as}$ pour la courbe la plus foncée.

Dans un premier temps, on remarque que le facteur d'échelle suffit à rendre les erreurs réalistes pour des sources bénéficiant de plus de 2 000 retards. En deçà de ce seuil, il faut ajouter un bruit pour obtenir des facteurs d'échelle proches de 1. Si une amplitude de $10 \mu\text{as}$ suffit pour $N_{obs} = 1\ 000$ retards en déclinaison, elle doit être de $80 \mu\text{as}$ entre 400 et 500 retards. Enfin, pour des nombres encore plus faibles (par exemple, $N_{obs} = 100$ en $\alpha \cos\delta$), des bruits de cet ordre de grandeur sont insuffisants pour que le facteur résiduel descende à 1.

La détermination d'un bruit global attribué à l'ensemble des solutions VLBI est donc quelque chose de délicat. Il paraît clair que des progrès ont été faits entre les dates de l'ICRF et l'ICRF2. Néanmoins, l'attribution d'un bruit global de $40 \mu\text{as}$ en 2009 semble avoir été fait arbitrairement. Avec cette étude, nous ne sommes pas capables d'estimer si des progrès ont été faits depuis cette date.

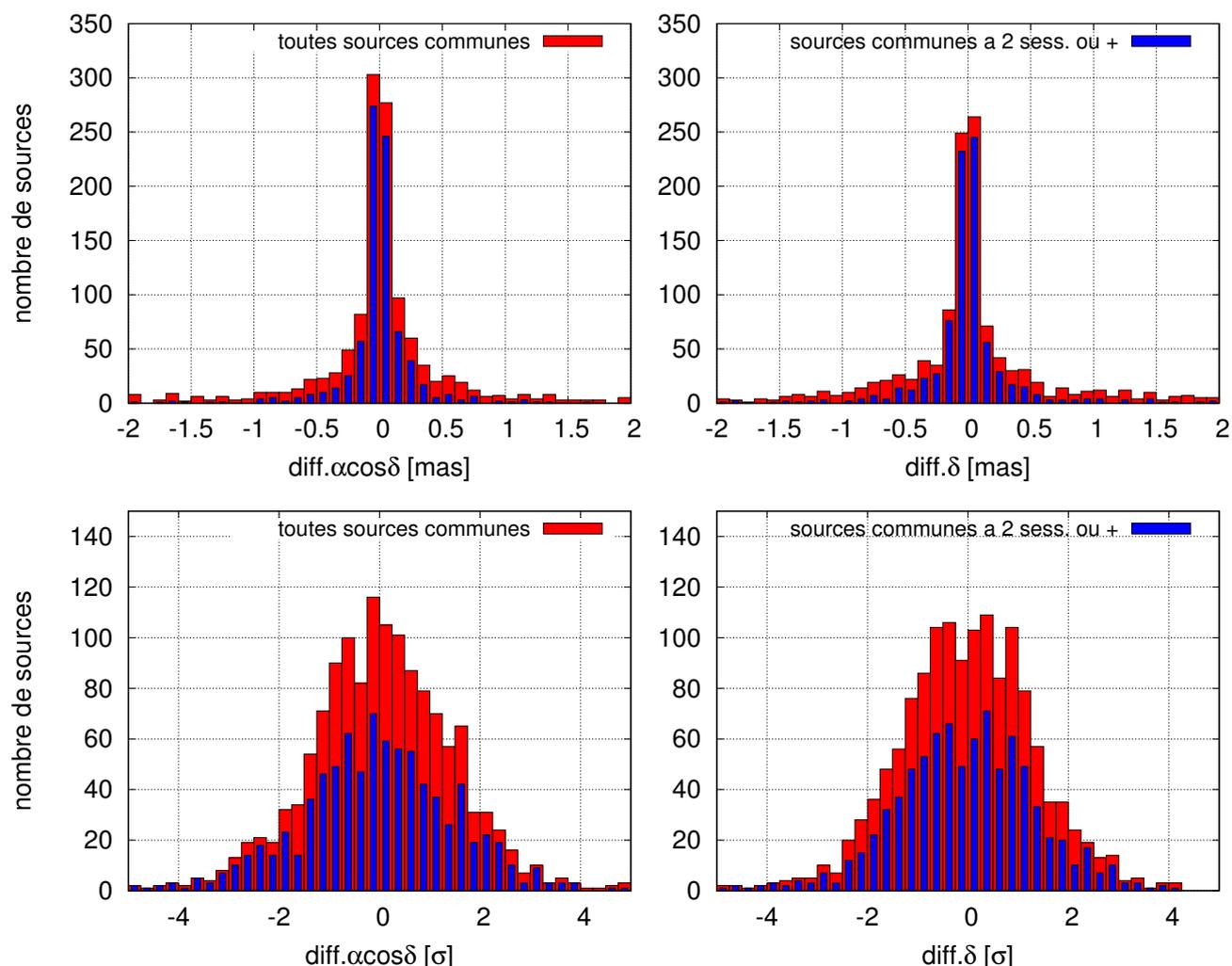


FIGURE 9.1 – Histogrammes des différences de coordonnées en unité d’angle (**en haut**) et rapportées au rms des erreurs formelles de l’ajustement (**en bas**). Ces histogrammes se basent sur les sources communes aux deux ajustements. Sont représentées les décalages $d\alpha\cos\delta$ à gauche et $d\delta$ à droite.

	α		$\alpha\cos\delta$		δ		Nombre de sources
	wrms [μas]	facteur d’échelle	wrms [μas]	facteur d’échelle	wrms [μas]	facteur d’échelle	
ICRF2 (1979-2009)	67	1.6	-	-	52	1.54	?
toutes sources communes	44.6	1.5	36.8	1.5	45.1	1.4	1389
sources a 2 sess. ou +	37.2	1.6	30.7	1.6	35.9	1.4	844

TABLE 9.1 – Statistiques des différences de coordonnées des radio-sources entre 2 ajustements VLBI indépendants de 1979 à 2014 : (1) bruit des solutions : wrms des différences de coordonnées entre les deux solutions divisé par $\sqrt{2}$ (2) facteur d’échelle : rms des différences de coordonnées rapportées à la somme quadratique des erreurs formelles issues de chaque ajustement. En dernière ligne, seules les sources présentant au moins deux sessions pour chaque ajustement sont prises en compte. Les résultats à l’époque de l’ICRF2 sont présentés à titre indicatif.

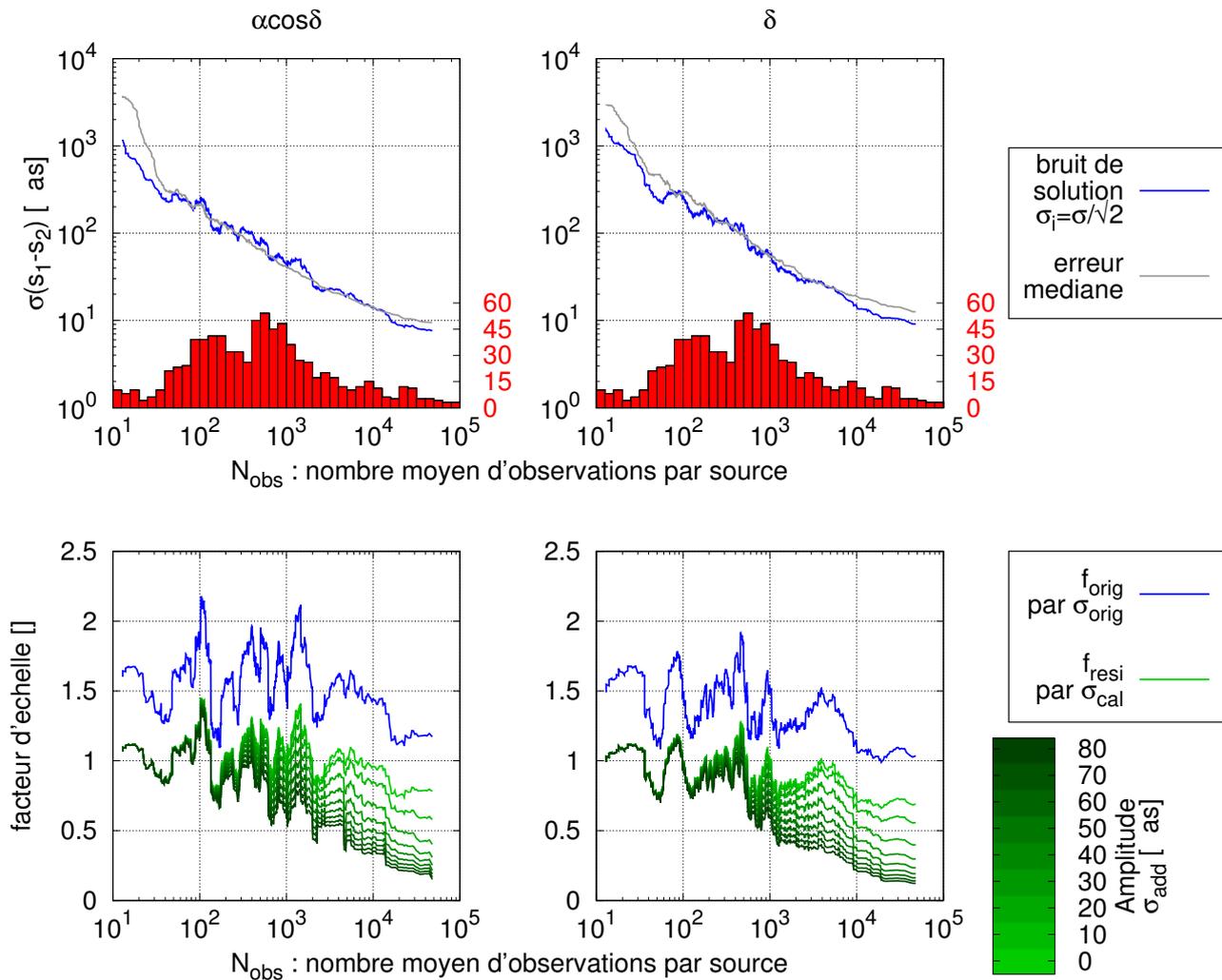


FIGURE 9.2 – Dispersion de la différence des coordonnées des deux ajustements s_1 et s_2 , calculée pour des ensembles de 50 sources successives dans le classement par nombre d'observations moyen, en fonction de ce nombre d'observations moyen. Sont représentées les coordonnées $\alpha \cos \delta$ à gauche et δ à droite. **(en haut)** Bruit de solution (voir eq. 9.2) en bleu et $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ médian sur 50 sources successives en gris. En rouge, histogramme des sources par nombre moyen d'observations. **(en bas)** Facteur d'échelle en bleu et facteurs d'échelle résiduels en vert, dont le dégradé correspond à la prise en compte d'un bruit additionnel d'amplitude différente : 0 μas (clair) à 80 μas (foncé), après application d'un facteur d'échelle global de 1.5 (voir eq. 9.4).

••• SECTION 9.2 •••

Détermination de la stabilité de l'ICRF2

En 2009, l'ICRF2 était le repère céleste radio le plus abouti. Or, les observations effectuées depuis lors révèlent des mouvements apparents pour certains radio-centres des sources. Ces déplacements compromettent la stabilité de l'ICRF2. Nous allons déterminer si celui-ci a évolué.

9.2.1 • Stabilité temporelle

Pour étudier la stabilité d'un repère céleste, une première méthode [Gontier et al., 2001] consiste à ajuster les paramètres d'orientation et de déformation des catalogues annuels des sources de définition, définissant implicitement l'ICRF2 tel qu'il était chaque année. Ces paramètres déjà introduits dans le chapitre 5 sont ajustés par moindres carrés sur les différences des catalogues annuels avec une référence suivant la formule 5.1 :

$$\begin{aligned} A_1 \tan \delta \cos \alpha + A_2 \tan \delta \sin \alpha - A_3 + D_\alpha (\delta - \delta_0) &= \alpha_1 - \alpha_2 \\ - A_1 \tan \alpha + A_2 \cos \alpha + D_\delta (\delta - \delta_0) + B_\delta &= \delta_1 - \delta_2 \end{aligned} \quad (9.5)$$

La référence choisie est le catalogue des sources de l'ICRF2 produit en 2009.

Les résultats sont rapportés en figure 9.3 : dans la partie supérieure sont présentées les 3 rotations par rapport à la référence, bornées par -40 et 40 micro-seconde d'arc ; dans la partie inférieure sont présentés les biais en déclinaison et les dérivées des deux coordonnées en fonction de la déclinaison des sources. Les biais sont de l'ordre d'une centaine de micro-seconde d'arc, tandis que les dérivées ne dépassent pas 2 $\mu\text{as}/\text{deg}$.

Le fait que les paramètres d'orientation et de déformation médians sont souvent non nuls (et loin de l'être !) peut paraître étrange puisque l'on compare les sources de définition de l'ICRF2 avec l'ICRF2 lui-même ! Si les positions de ces sources ont été calculées et attribuées en 2009, nous utilisons pour notre part les séries temporelles des sources calculées sur la base de toutes les observations de 1979 à 2016 (voir chapitre 5). Ainsi, il est fort probable que le calcul des positions globales des sources de l'ICRF2 aujourd'hui en employant la même méthode qu'en 2009 nous donnerait également des paramètres d'orientation et de déformation non nuls.

Les ajustements et leurs variations de chacun des paramètres sont statistiquement significatifs car les valeurs dépassent amplement le seuil de 3 fois leur erreur formelle par rapport à 0 et par rapport aux médianes respectivement. Les variations présentent un changement flagrant dans leur tendance à partir de 2004 (remarquable par le changement de couleur des points), probablement en raison de la considération supplémentaire d'une centaine de sources dans les catalogues annuels à partir de cette époque.

Les changements d'orientation d'un repère céleste vont donc dépendre de la stratégie d'observation adoptée par la communauté, notamment sur le choix des sources ciblées. Nous restons limités dans le nombre d'observations que nous pouvons effectuer chaque année, même avec le nombre grandissant d'antennes disponibles. Il est ainsi impossible de pouvoir bénéficier d'un suivi complet de toutes les sources VLBI, et d'année en année, le repère céleste effectif n'est finalement pas le même.

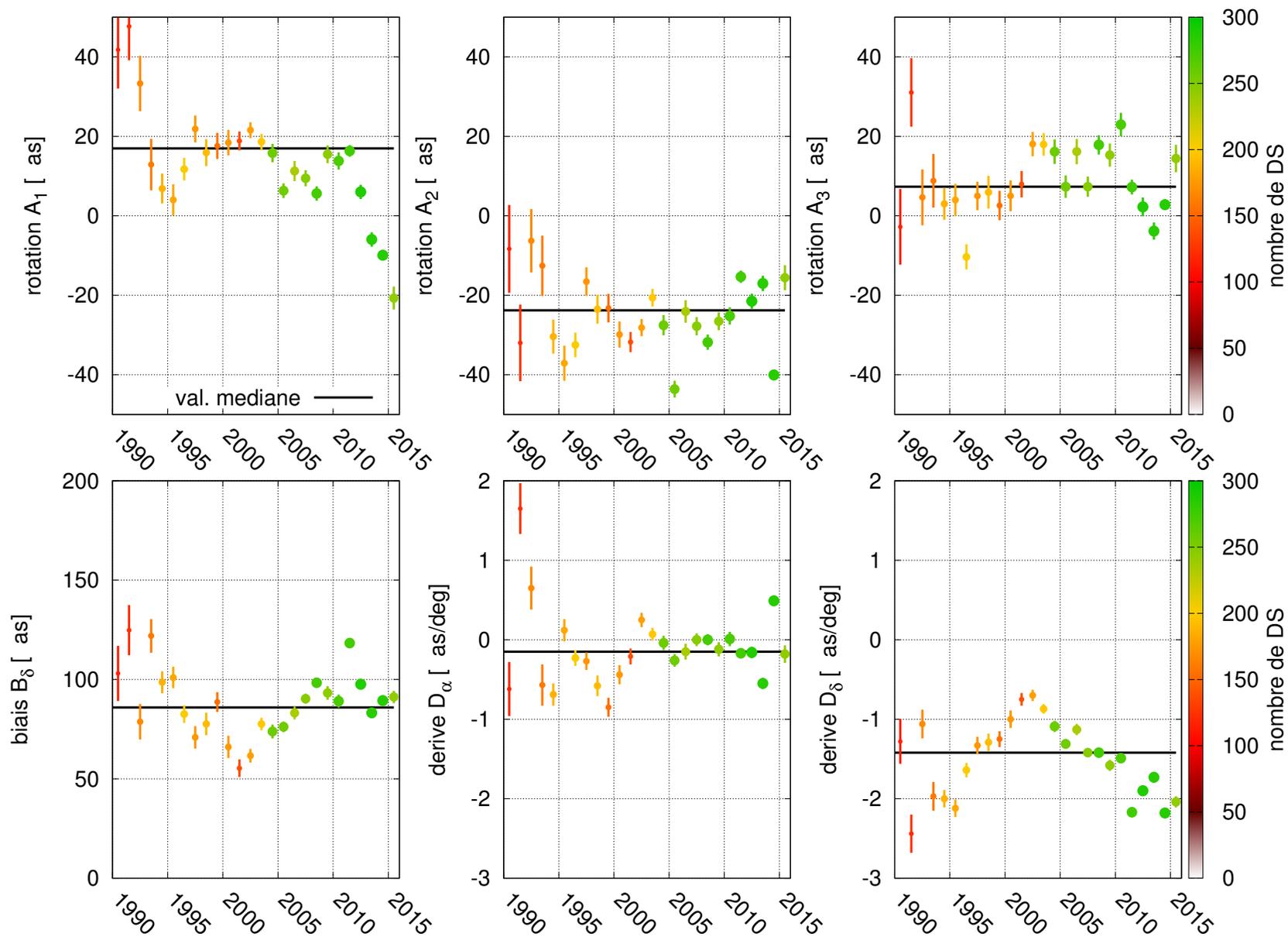


FIGURE 9.3 – Stabilité de l’ICRF2 déterminée par année. **(en haut)** Paramètres d’orientation autour des 3 axes **(en bas)** Biais en δ et dérivés en α et δ en fonction de la déclinaison. La couleur et la taille des points indiquent le nombre de sources de définition observées durant l’année concernée.

9.2.2 • Stabilité des repères issus de sous-ensembles de sources

Un deuxième critère de stabilité porte sur des sous-ensembles du catalogue céleste. Il s'agit de quantifier dans quelle mesure les repères associés à ces sous-ensembles tournent ou se déforment par rapport au repère issu du catalogue complet.

Étant données les positions réajustées des sources de définition de l'ICRF2 par moindres carrés sur la période 1979-2016, on constitue aléatoirement un grand nombre de sous-ensembles de taille N_{echan} , typiquement 1 000, donnant différents exemplaires de repères célestes de même taille. On répète l'opération en faisant varier N_{echan} .

À N_{echan} fixé et pour chacun de ces sous-repères, on calcule les paramètres d'orientation et de déformation par rapport au catalogue de l'ICRF2 produit en 2009 suivant la formule 9.5. On détermine ensuite la moyenne et l'écart-type de chaque paramètre. La stabilité des sous-repères est quantifiée par l'écart-type.

En figure 9.4, on reporte, pour les 6 paramètres de la transformation, moyenne et écart-type, tous deux calculés avec pondérations, en fonction du nombre de sources N_{echan} constituant les sous-repères. Les valeurs moyennes convergent naturellement vers celles que prennent les paramètres pour le repère complet de 295 sources. Avec N_{echan} diminuant, on observe une instabilité grandissante sur tous les paramètres mêlée à un biais croissant dans le cas des paramètres A_1 , D_α , D_δ , B_δ . L'amplitude de l'instabilité est traduite par les valeurs des écarts-types.

La forme caractéristique des courbes des écarts-types s'explique comme suit : avec N_{echan} croissant, on augmente la probabilité que les différents sous-repères aléatoires présentent un grand nombre de sources communes. Par conséquent, la probabilité qu'ils aient la même orientation va de pair. Ce qui va nous intéresser plus particulièrement, c'est le niveau global des courbes de stabilité statistique, c'est-à-dire à quel point la courbe va être haute pour les différentes valeurs de tailles N_{echan} . Cela permet une comparaison de la stabilité autour des trois axes de rotation. On remarque que le paramètre le moins stable est la paramètre de rotation autour de l'axe x (A_1) et le plus stable autour de l'axe z (A_3).

Finalement, mentionnons le biais en déclinaison de $77 \mu\text{as}$ qui caractérise la différence entre les périodes 1979-2009 et 1979-2016. Nous expliquons son apparition par l'extension du réseau VLBI dans l'hémisphère sud ces dernières années. Les antennes correspondantes fournissent des lignes de bases latitudinales de plusieurs milliers de kilomètres, et donc des retards très sensibles à la déclinaison des sources. Ce biais doit ainsi être vu comme une amélioration globale sur l'ajustement des déclinaisons.

Dans la section suivante, nous concevons des repères célestes en sélectionnant les sources de définition sur la base de la classification par variance d'Allan. Les deux derniers critères présentés sont alors utilisés pour déterminer la différence de stabilité des repères réalisés.

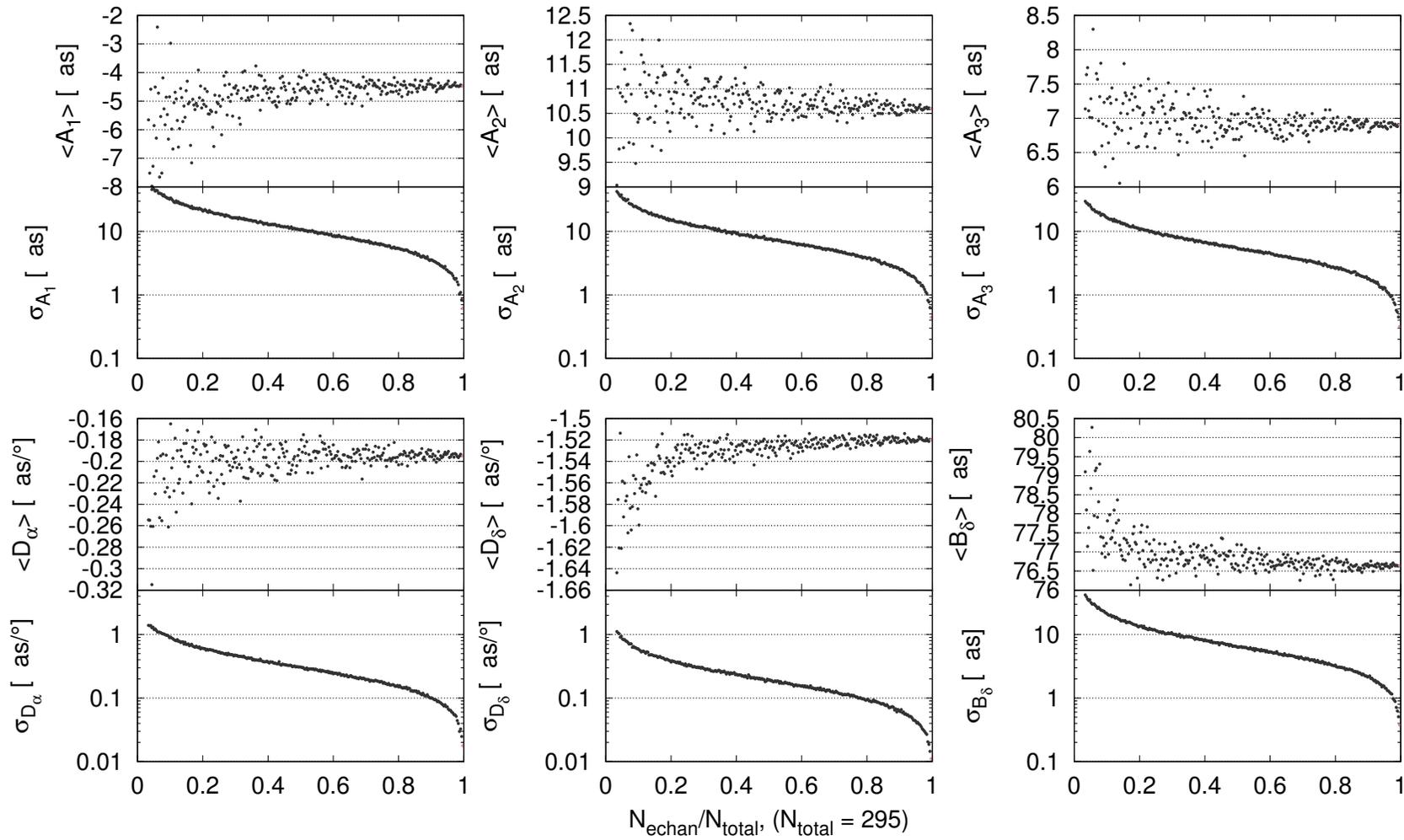


FIGURE 9.4 – Stabilité déterminée par la dispersion de sous-repères de l’ICRF2. Les sous-repères sont réalisés par le tirage aléatoire de N_{echan} sources parmi l’ensemble N_{total} complet des sources de définition de l’ICRF2. Les courbes donnent les paramètres moyens obtenus sur 1 000 tirages ainsi que leurs écarts-types de $N_{\text{echan}}/N_{\text{total}}$. **(en haut)** les trois paramètres d’orientation A_1 , A_2 et A_3 **(en bas)** les trois paramètres de déformations D_α et D_δ , les dérivés en fonction de la déclinaison, et B_δ le biais en déclinaison.

••• SECTION 9.3 •••

Stabilité de repères construits selon la classification par variance d'Allan

.....

Dans le chapitre 8, nous avons dressé un classement des sources VLBI en trois catégories selon leur stabilité astrométrique. Dans cette section, nous abordons la conception de repère céleste sur la base de ce classement. Notamment, il est intéressant de savoir si le peu de sources stables à disposition est suffisant pour assurer la stabilité du repère défini par ces sources.

9.3.1 • Stabilité temporelle

La figure 9.5 représente l'évolution des paramètres d'orientation et de déformation des 3 catalogues célestes formés par les classes AV0 (vert), AV1 (bleu) et AV2 (rouge). La nuance de la couleur indique le nombre de sources observées au moins une fois chaque année : du plus clair au plus foncé (1) 0-25% des sources observées (2) 25-50% (3) 50-75% et (4) 75-100%. Nous rappelons également la différence concernant le nombre d'échantillons pour chaque classe, respectivement 40, 39 et 123. Contre toute attente, c'est le repère des sources AV2, soit celles jugées les moins stables sur la base de l'analyse par la variance d'Allan, qui montre la meilleure stabilité.

Dans les années 90s, moins de la moitié des sources AV0 étaient observées, alors qu'un peu plus de 50% des sources AV2 l'étaient. De plus, le rapport 4 entre les populations de ces deux classes étant important, les instabilités des sources AV2 se compensent plus facilement sur la période 1990-2015, au contraire des sources AV0 même si celles-ci sont supposées moins astreintes aux perturbations d'après l'analyse par la variance d'Allan. Cela donne un repère AV2, contraint grosso modo par 90 sources chaque année, plus stable que le repère AV0, contraint lui par ~20 sources tous les ans.

Les combinaisons possibles entre les groupes : AV0+AV1, AV0+AV2, AV1+AV2 et AV0+AV1+AV2 ; ont également été étudiées mais ne sont pas montrées. Dès lors que les sources AV2 sont impliquées, le résultat diffère très peu des courbes rouges dans la figure 9.5. Pour la combinaison AV0+AV1, le résultat a tendance à suivre la moyenne des courbes bleues et vertes avec une attraction préférentielle vers la bleue qui correspond aux sources AV1.

La classification par la variance d'Allan ne semble donc pas utile dans l'état pour améliorer la stabilité de la réalisation de l'ICRS. Néanmoins, les informations peuvent être utilisées en complément d'autres critères de sélection des sources de définition (voir chapitre 7).

9.3.2 • Stabilité statistique

La figure 9.6 représente les stabilités statistiques des sous-repères célestes pour chaque classe AV ou association de classes. On remarque les différences de l'ordre de quelques dizaines de micro-seconde d'arc dans les orientations entre les repères célestes dont les sources contraignant l'orientation font partie des classes AV0 (en vert), AV1 (en bleu), AV2 (en rouge), AV0 et AV1 (en turquoise), AV0 et AV2 (en jaune), AV1 et AV2 (en magenta), et AV0, AV1 et AV2 (en gris).

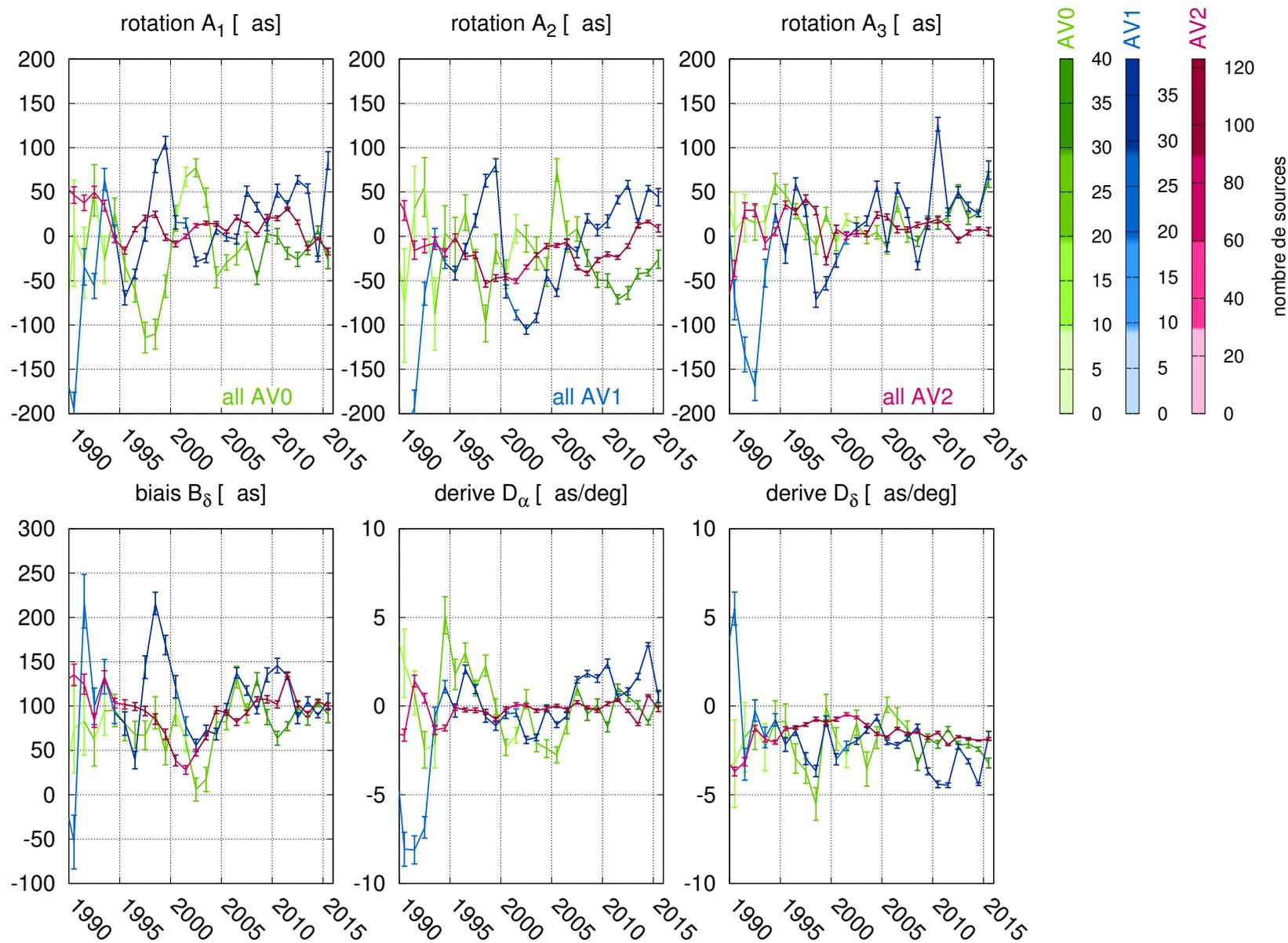


FIGURE 9.5 – Stabilité des repères célestes définis par les classes AV déterminée par année. **(en haut)** Paramètres d’orientation autour des 3 axes **(en bas)** Biais en δ et dérivés en α et δ en fonction de la déclinaison. La couleur indique le nombre de sources observées durant l’année concernée, AV0 en vert, AV1 en bleu et AV2 en rouge.

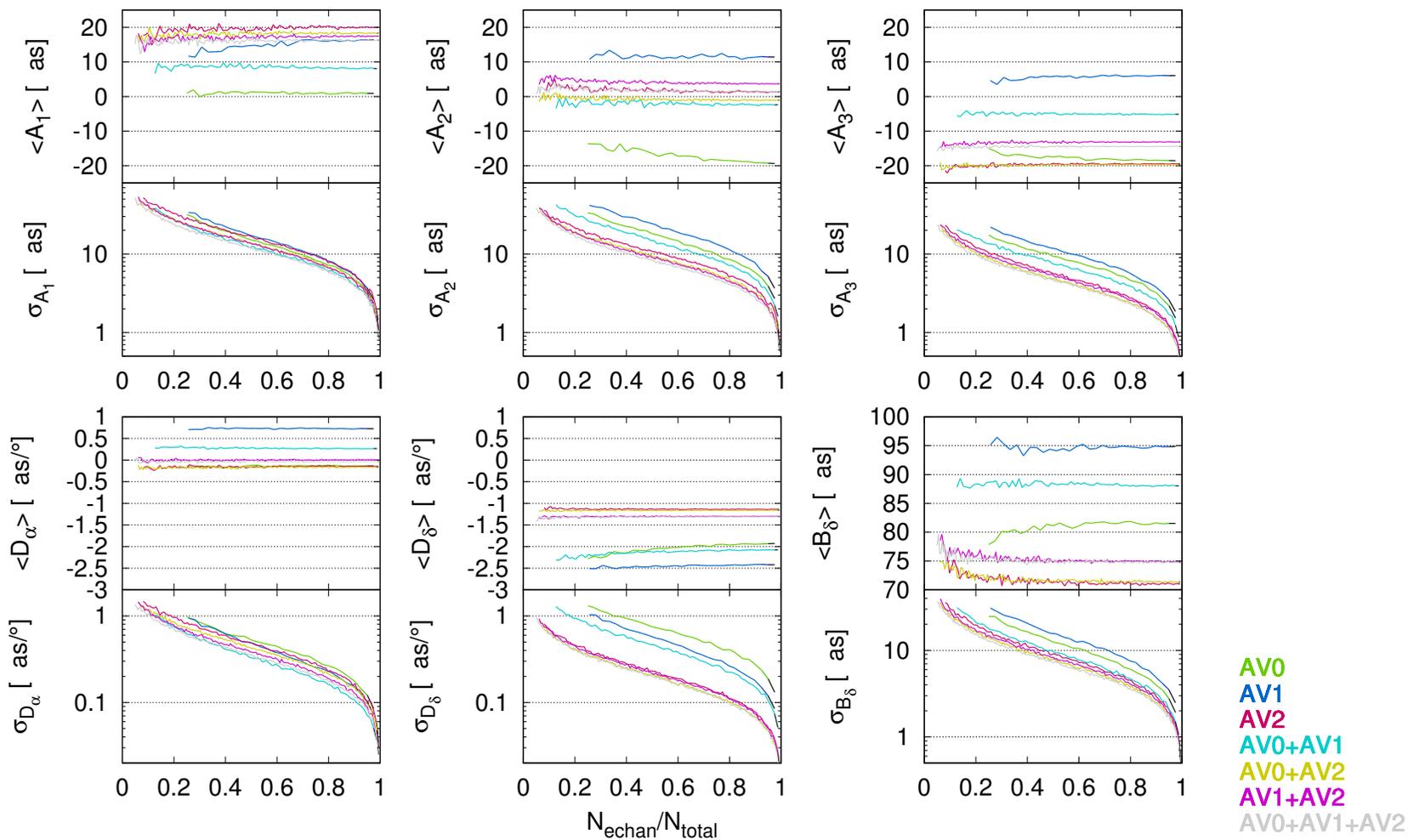


FIGURE 9.6 – Stabilité déterminée par la cohérence de sous-repères issus des catalogues construits en combinant les classes par variance d’Allan (**en vert**) la classe AV0 (**en bleu**) la classe AV1 (**en rouge**) la classe AV2 (**en cyan**) l’association AV0 et AV1 (**en jaune**) l’association AV0 et AV2 (**en magenta**) l’association AV1 et AV2 (**en gris**) l’association AV0, AV1 et AV2. Les sous-repères sont réalisés par le tirage aléatoire de N_{echan} sources parmi l’ensemble N_{total} complet des sources considérées. Les courbes donnent les paramètres moyens obtenus sur 1 000 tirages ainsi que leurs écarts-types en fonction de N_{echan}/N_{total} . (**en haut**) les trois paramètres d’orientation A_1 , A_2 et A_3 (**en bas**) les trois paramètres de déformations D_α et D_δ , les dérives en fonction de la déclinaison, et B_δ le biais en déclinaison.

La dispersion des valeurs obtenues pour chaque sous-ensemble de sources tirées aléatoirement parmi la combinaison de classes considérée est donnée dans les figures inférieures. Les classes AV0 et AV1 montrent les plus mauvaises performances, tandis que l'association AV0+AV1+AV2 montre les dispersions les plus faibles sur les paramètres d'orientation, confirmant le poids apporté par le nombre de sources, indépendamment de la stabilité de celles-ci. La comparaison avec la figure 9.4 donne ainsi l'ICRF2 plus stable que nos essais de repères célestes basés sur notre classification.

Conclusion

.....

Dans ce chapitre, nous avons réévalué la précision et la stabilité de l'ICRF2. La prise en compte des 7 années d'observations qui ont suivi la conception de l'ICRF2 n'ont pas conduit à des progrès flagrants. Le facteur d'échelle moyen reste inchangé (1.5) tandis que le bruit additionnel est difficilement estimable. Les versions annuelles de l'ICRF2 voient leur orientation varier par rapport à l'ICRF2 d'année en année de plusieurs dizaines de μas . Le plus grand écart est observé sur la rotation A_1 autour de l'axe (Ox) variant entre +40 à -20 μas . Les repères construits sur les sources appartenant à une classe d'Allan donnée n'ont pas montré une meilleure stabilité. Les différences d'orientation de sous-repères aléatoires montrent également que l'ICRF2 reste plus performant que les repères construits en suivant les classes AV.

Sur les 295 sources portant l'ICRF2, la variance d'Allan n'a donnée que 40 sources stables et 39 relativement stables. Malgré tout, notre étude de stabilité des repères célestes a montré qu'il vaut mieux disposer d'un repère basé sur un grand nombre de sources, même peu stables, qu'un repère basé sur un petit nombre de sources très stables. La raison est que les instabilités sur le repère se compensent d'autant plus que les sources sont nombreuses.

Chapitre 10

Effet de l'instabilité du repère céleste sur la nutation



La nutation de la Terre est déterminée dans le repère de référence céleste. Qu'advient-il si le repère est instable? La question est importante puisque nous avons montré qu'il est impossible de réaliser l'ICRS idéalement. Les précisions atteintes par le VLBI sont telles que nous décelons les déplacements des radio-sources au sein du jet des AGN. Il est donc primordial de quantifier l'imprécision faite sur la détermination de la nutation due aux imperfections du repère céleste.

Ce chapitre s'y consacre. Dans une première section, nous étudions l'effet dû à la prise en compte d'une source non linéaire dans l'ensemble des sources de définition d'un repère céleste. Cet effet est caractérisé suivant deux critères : l'impact sur les rotations et les déformations du repère et l'effet sur l'ajustement de la nutation de la Terre. Dans la seconde section, nous perturbons l'ICRF2 globalement en perturbant aléatoirement toutes les sources de définition et quantifions l'effet produit sur l'ajustement de la nutation dans ce repère perturbé.

Contents

10.1 Effets des sources non linéaires	182
10.1.1 Rotation et déformation d'ensemble du repère	182
10.1.2 Effet sur la nutation	184
10.2 Stabilité globale du repère et précision de la nutation	185
10.2.1 Effet d'une perturbation de l'ICRF2 sur l'ajustement de la nutation	185
10.2.2 Analyse spectrale	191
10.3 Comparaison aux dispersions des séries IVS	192

••• SECTION 10.1 •••

Effets des sources non linéaires

.....

Nous étudions d'abord l'effet de l'introduction de sources non linéaires dans les sources de définition du repère céleste. À cette fin, nous avons réalisé 12 ajustements différents en considérant les données des sessions R1 et R4 qui fournissent depuis 2002 les paramètres astro-géodésiques deux fois par semaine : le lundi (R1) et le jeudi (R4). Il en résulte 12 repères célestes différents.

Dans nos solutions nous n'avons pris en compte que les 231 sources les plus observées par le VLBI (présentes dans 100 sessions au moins). Parmi elles, nous avons sélectionné 10 sources non linéaires de l'ICRF2 [les "special handling" de Fey et al., 2015] : 0014+813, 0119+115, 0528+134, 0607-157, 0642+449, 0955+476, 1044+719, 1739+522, 2145+067 et 4C39.25.

Le premier des 12 repères inclut la totalité des 231 sources dont les positions sont ajustées globalement, c'est-à-dire sur toute la durée d'observation du VLBI. Ce repère céleste est considéré dans cette section comme la référence, bien qu'il soit finalement le plus mauvais puisque les 10 sources susmentionnées sont fixées sur la sphère céleste alors qu'elles présentent un mouvement perceptible par le VLBI.

Dans les dix ajustements suivants a été retirée une source non linéaire de l'ensemble des 231 sources de définition du repère céleste référent. Sa position est alors ajustée par session et la contrainte de non-rotation ne porte plus que sur les 230 sources ajustées globalement. Les dix repères qui découlent de chaque ajustement sont légèrement différents et leurs différences à la référence sont entièrement dues à la source non linéaire retirée.

Le repère qui découle du dernier ajustement ne comptabilise que 221 sources de définition puisque les dix sources non linéaires ont été rejetées. Cette dernière solution nous permet de déterminer si les effets des sources se cumulent entre eux et de quelle manière.

10.1.1 • Rotation et déformation d'ensemble du repère

On commence par calculer la rotation et la déformation des 10 repères par rapport à la référence. Ces dix repères cumulent 230 sources de définition communes avec la solution de référence. Mais le rejet de la sources non linéaire a affecté légèrement la position des autres sources.

En considérant les différences d'ascension droite et de déclinaison de ces 230 sources, on calcule les paramètres de rotation et de déformation suivant la formule 5.1 que nous rappelons ici :

$$\begin{aligned} A_1 \tan \delta \cos \alpha + A_2 \tan \delta \sin \alpha - A_3 + D_\alpha (\delta - \delta_0) &= \alpha_1 - \alpha_2 \\ - A_1 \tan \alpha + A_2 \cos \alpha + D_\delta (\delta - \delta_0) + B_\delta &= \delta_1 - \delta_2 \end{aligned}$$

Les valeurs obtenues pour A_1 , A_2 , A_3 et B_δ sont comprises entre $\pm 1 \mu\text{as}$ et celles obtenues pour D_α et D_δ sont comprises entre $\pm 0.02 \mu\text{as/deg}$. Toutes sont non significatives au regard de leurs barres d'erreur.

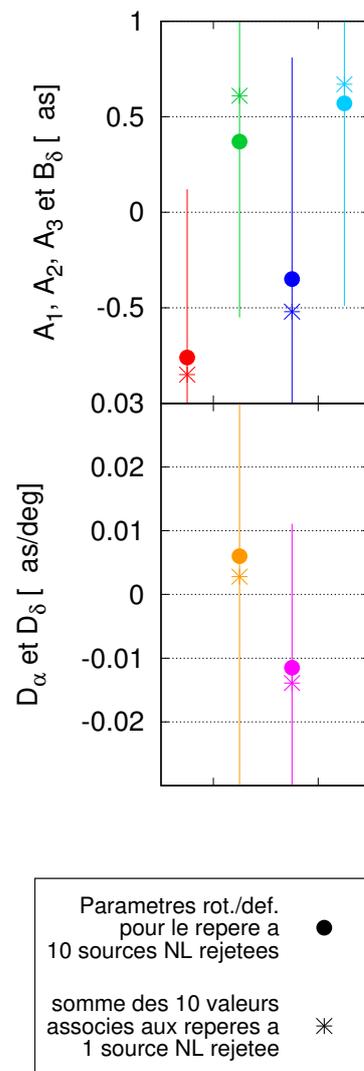


FIGURE 10.1 – Effet de sources non linéaires sur l'orientation et la déformation de ce dernier. **(en haut)** Les trois paramètres de rotation A_1, A_2, A_3 et le biais en déclinaison B_δ entre un repère de référence (231 sources) et un repère à dix sources non linéaires rejetées. **(en bas)** Les dérives en ascension droite D_α et en déclinaison D_δ en fonction de la déclinaison des sources. Les 6 paramètres obtenus (cercles pleins) sont comparés avec les sommes des valeurs obtenues pour les 10 repères à 1 source non linéaire rejetée (étoiles).

Alors qu'une seule source non linéaire a un effet infime, leur accumulation dans le groupe des sources de définition peut être perceptible si leurs effets s'additionnent. Dans la figure 10.1, nous montrons la somme des 10 valeurs obtenues pour chaque paramètre par une étoile, que nous comparons avec les paramètres de rotation et de déformation du dernier repère à 10 sources non linéaires rejetées. Les paires de valeurs pour chaque paramètre sont comparables comme si les effets des sources NL étaient additifs.

Nous réitérons les calculs précédents en déterminant les repères à 1 ou 10 sources NL retirées, année après année depuis 2002. Les paramètres de rotation et de déformation sont plus grands car les repères sont contraints par moins d'observations lorsqu'on réduit la période prise en compte. L'additivité des effets de chaque source non linéaire est également constatée pour les paramètres annuels.

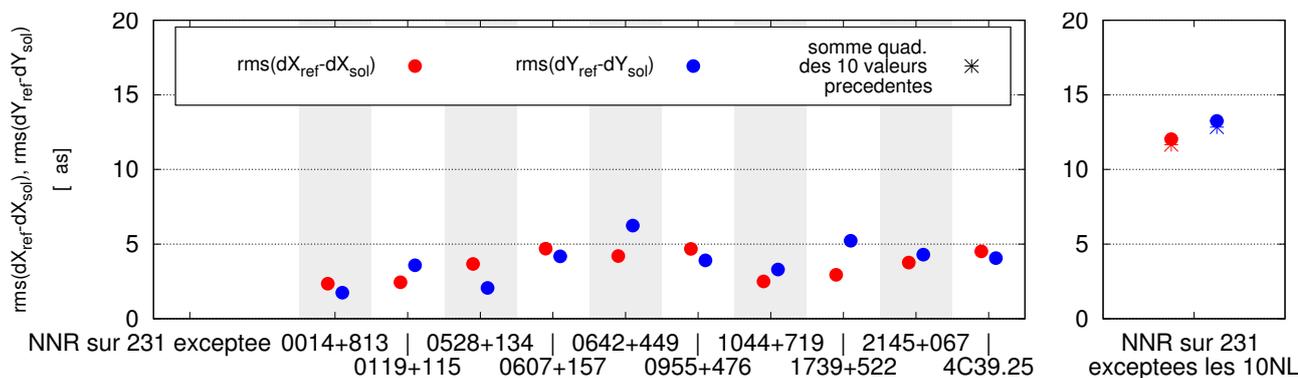


FIGURE 10.2 – **(à gauche)** Écarts-types des différences entre l'ajustement de la nutation sur un repère où 1 source non linéaire, mentionnée par l'abscisse, est rejetée par rapport à l'ajustement sur le repère complet. L'ajustement de la position de la source rejetée se fait alors par session. **(à droite)** Écart-type des différences entre l'ajustement de la nutation sur un repère où les 10 sources non linéaires sont rejetées par rapport à l'ajustement sur le repère complet. Ces valeurs sont comparées à la somme quadratique des 10 rms du graphe de gauche (étoiles).

10.1.2 • Effet sur la nutation

En raison de l'instabilité du repère provoquée par les sources NL, on s'attend à ce qu'elles influencent les déterminations de la nutation. Lorsqu'on compare le déplacement d'une source NL avec les différences sur dX et dY entre les ajustements de la nutation dans le repère complet à 231 sources et dans un repère où la source NL a été rejetée, on constate des similitudes dans les variations, parfois même une corrélation flagrante. L'effet est donc réel même si les différences calculées sont inférieures aux erreurs formelles issues de l'ajustement.

Dans les douze ajustements précédents, la nutation de la Terre était également ajustée par session. Les différences de nutation entre l'ajustement au repère de référence à 231 sources et les onze autres à 1 ou 10 sources NL retirées nous permettent de quantifier l'influence des sources non linéaires sur la nutation.

Les écarts-types des différences pour dX et dY sont de l'ordre de 1-5 μas dans le cas d'un repère à 1 source NL retirée, représentés à gauche de la figure 10.2, et de l'ordre de 12-14 μas dans le cas d'un repère à 10 sources NL retirées, représentés à droite. On remarque que les écarts moyens sont de l'ordre de la micro-seconde d'arc pour toutes les sources. Nous comparons de plus le résultat de la solution testant les dix sources non linéaires en même temps avec la somme quadratique des écarts-types des dix solutions où l'on teste chacune d'elles séparément. Le résultat est équivalent.

Ainsi, que ce soit pour l'orientation du repère céleste ou pour la nutation, les sources non linéaires ont un effet additif, les dégradations imputées à chaque source individuellement se cumulant. On comprend alors pourquoi des repères comprenant beaucoup de sources peuvent être stables, car les dégradations causées par chaque source se compensent d'autant plus qu'elles sont nombreuses.

••• SECTION 10.2 •••

Stabilité globale du repère et précision de la nutation

.....

Dans cette section, nous établissons dans quelle mesure la précision du repère céleste pris en a priori détermine la précision sur la nutation ajustée par rapport à ce repère. Pour rappel, l'étude faite en 2009 sur l'ICRF2 avait établi un niveau de bruit de $40 \mu\text{as}$ pour le repère et la mise à jour de cette étude (voir section 9.1) a conclu que l'ordre de grandeur de ce bruit n'avait pas changé.

10.2.1 • Effet d'une perturbation de l'ICRF2 sur l'ajustement de la nutation

En prenant pour référence l'ICRF2, nous avons perturbé la position des 3 414 sources qui le composent. La perturbation est un ensemble de vecteurs dont les amplitudes présentent une distribution normale $\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma)$ et les directions présentent une distribution uniforme entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$. Les valeurs choisies pour σ sont $50 \mu\text{as}$, $100 \mu\text{as}$, $250 \mu\text{as}$, $500 \mu\text{as}$ et 1 mas . Cette dernière valeur est l'ordre de grandeur des déplacements observés des radio-sources NL.

Un analyste a deux choix possibles concernant les positions des sources. Soit il adopte un repère a priori afin de libérer le plus grand nombre de degrés de liberté pour l'ajustement des autres paramètres astro-géodésiques, soit il ajuste la position des sources, globalement ou par session. Ce dernier cas est en général privilégié puisque, dans la mesure où les sources bougent, il est risqué de vouloir leur attribuer une position fixe, déterminée plusieurs années auparavant.

Prendre en considération un repère a priori a certainement un impact sur les autres paramètres ajustés, surtout s'il est peu précis. Dans notre cas, nous caractérisons l'influence de l'amplitude de la perturbation du repère céleste sur les paramètres de nutation ajustés. Les figures 10.3 et 10.4 présentent les différences de nutation ΔX et ΔY qui résultent des valeurs σ choisies.

D'après les figures 10.3 et 10.4, fixer le repère céleste à une configuration a priori (ici l'ICRF2) a un impact significatif sur les écarts au pôle céleste puisque les différences observées entre une telle solution et la solution référente ont une dispersion d'au moins $100 \mu\text{as}$ (Table 10.1). Ce constat est valable même si l'on ne perturbe pas l'ICRF2.

Même dans le cas où les positions sont ajustées, on observe que la dispersion de ΔX et ΔY augmente avec la perturbation du repère céleste. L'effet est néanmoins d'un ordre de grandeur plus faible que dans le cas où un repère a priori est adopté comme référence céleste.

Dans la table 10.1 rapportant les moyennes et écarts-types des différences de nutation, on observe bien l'augmentation de la dispersion avec l'amplitude de la perturbation. Lorsque la position des radio-sources sont réajustées, la dispersion passe de quelques micro-seconde d'arc pour une perturbation à $50 \mu\text{as}$ à une cinquantaine de micro-seconde d'arc pour une perturbation à 1 mas . On calcule un rapport moyen de 23 entre l'amplitude de la perturbation et la précision sur la nutation.

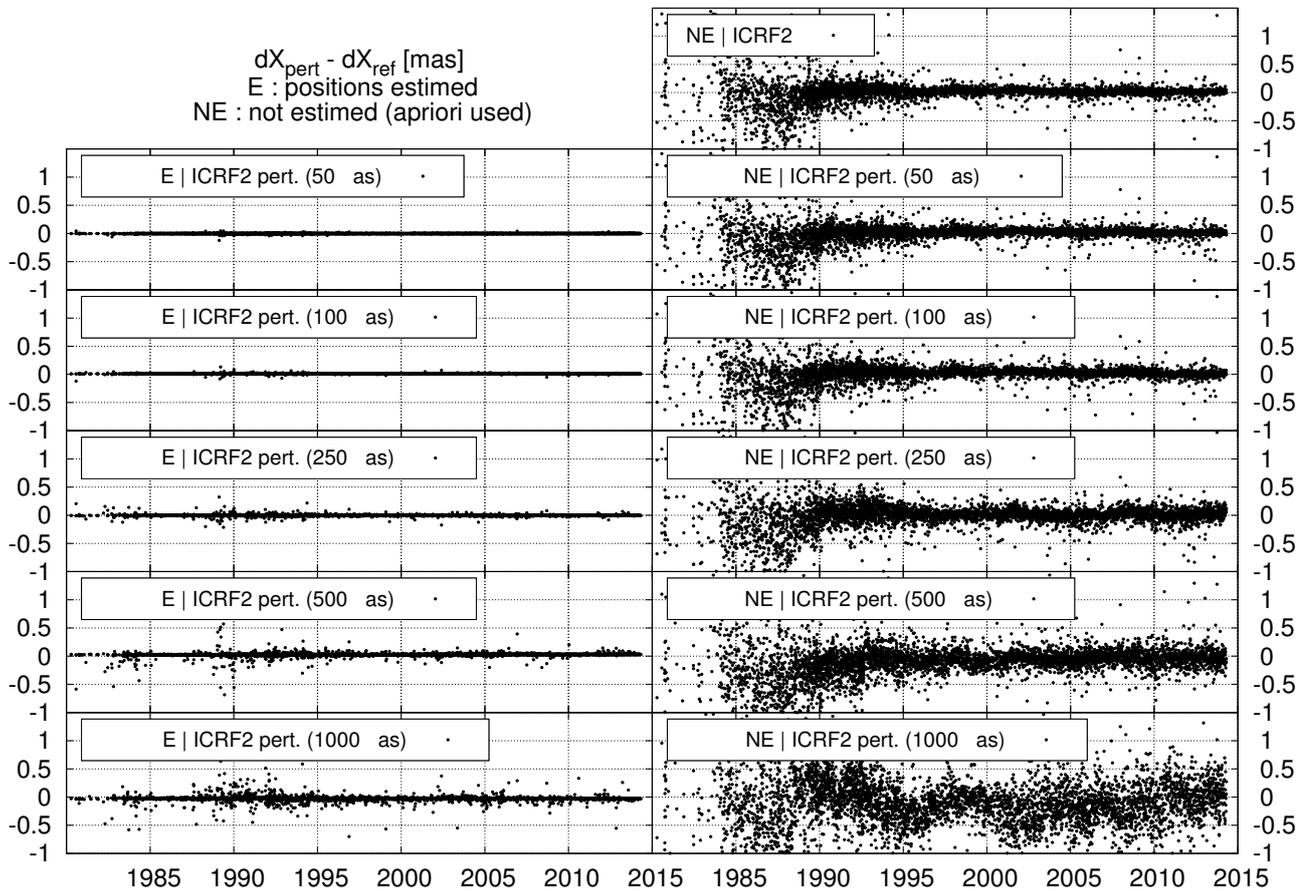


FIGURE 10.3 – Effet d’une perturbation aléatoire affectant l’ensemble des sources du repère céleste sur l’écart au pôle céleste dX . (**à gauche**) Les positions des sources font partie des paramètres ajustés. (**à droite**) Les positions des sources ne sont pas ajustées.

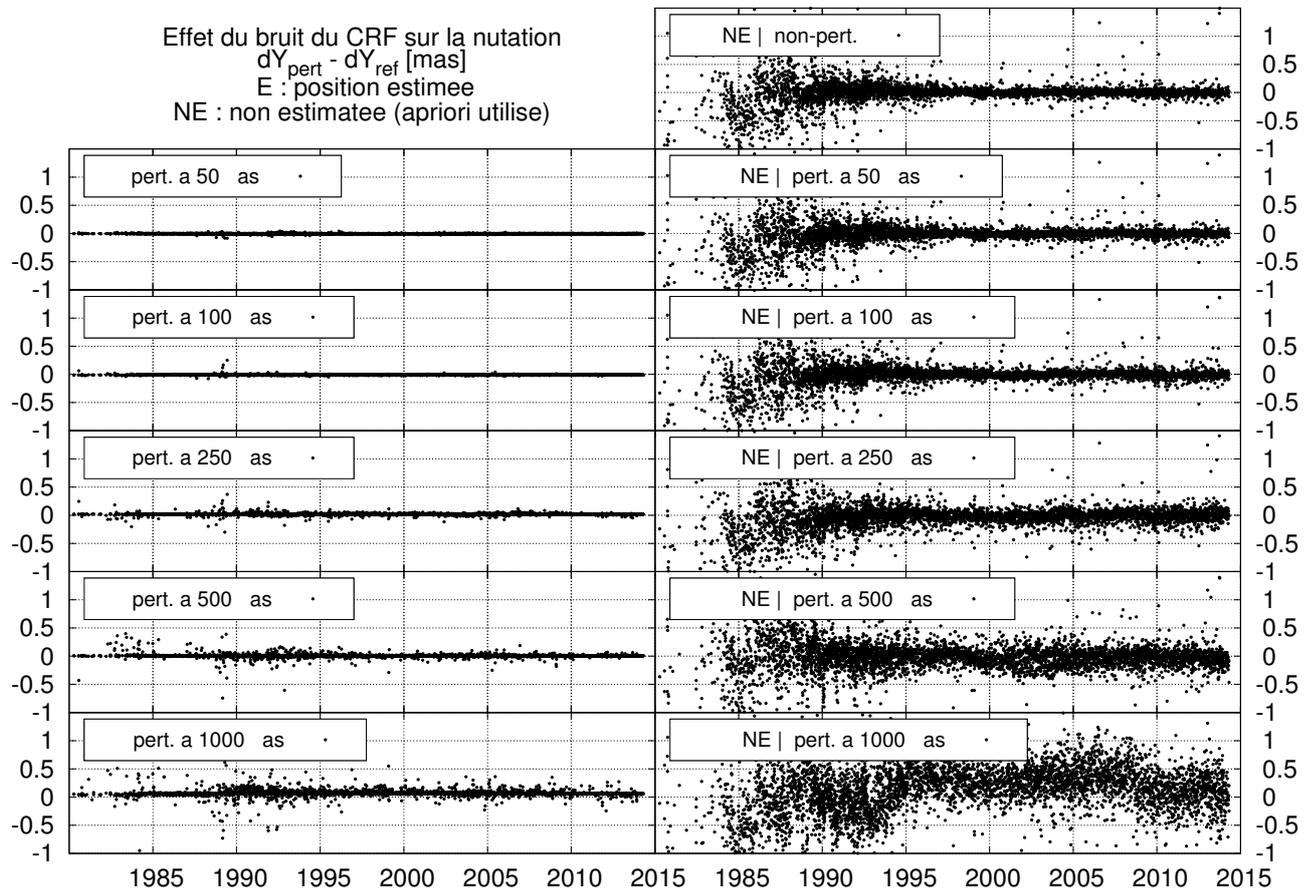


FIGURE 10.4 – Effet d’une perturbation aléatoire affectant l’ensemble des sources du repère céleste sur l’écart au pôle céleste dY . (**à gauche**) Les positions des sources font partie des paramètres ajustés. (**à droite**) Les positions des sources ne sont pas ajustées.

Stratégie d'analyse	Version ICRF2 a priori	Paramètre de nutation	Moyenne [μas]	Écart type [μas]	pert. / écart type
positions des sources estimées	ICRF2 pert. 50 μas	diff. dX	-1.30	2.75	18
		diff. dY	-2.95	3.29	15
	ICRF2 pert. 100 μas	diff. dX	9.53	3.66	27
		diff. dY	-12.16	3.34	30
	ICRF2 pert. 250 μas	diff. dX	-4.36	10.53	24
		diff. dY	19.60	11.85	21
	ICRF2 pert. 500 μas	diff. dX	27.84	22.98	22
		diff. dY	6.32	19.41	26
	ICRF2 pert. 1000 μas	diff. dX	-29.58	41.02	24
		diff. dY	68.56	46.42	22
positions des sources prises a l'a priori	ICRF2 non-pert.	diff. dX	22.34	106.45	
		diff. dY	17.72	112.22	
	ICRF2 pert. 50 μas	diff. dX	20.03	107.29	0.5
		diff. dY	4.59	113.13	0.4
	ICRF2 pert. 100 μas	diff. dX	32.13	109.93	0.9
		diff. dY	6.52	113.04	0.9
	ICRF2 pert. 250 μas	diff. dX	21.21	143.20	1.7
		diff. dY	-13.25	144.33	1.7
	ICRF2 pert. 500 μas	diff. dX	-64.63	197.77	2.5
		diff. dY	-19.93	198.34	2.5
	ICRF2 pert. 1000 μas	diff. dX	-10.10	379.95	2.6
		diff. dY	187.15	384.13	2.6

TABLE 10.1 – Statistiques sur les valeurs des différences de nutation par rapport à la référence (ICRF2 non perturbé; ajustement des positions au cours de l'analyse). **(En vert)** Comparaison avec les solutions où l'on ajuste les positions des sources aux observations en même temps que d'autres paramètres astro-géodésiques. L'ICRF2 est plus ou moins perturbé d'une solution à l'autre. **(En marron)** Comparaison avec les solutions où l'on n'ajuste pas les positions des sources.

Dans le cas opposé, la dispersion des différences de nutation passe d'une centaine de micro-seconde d'arc à près de 400 micro-seconde d'arc. Le rapport de l'amplitude de la perturbation sur la précision de la nutation variant de 0.5 à 2.6, il est d'un ordre de grandeur de moins que dans le cas précédent. On remarque l'existence de différences ΔX et ΔY très grandes (plus de 10 mas) pour certaines sessions VLBI, influençant beaucoup les valeurs statistiques calculées. C'est pourquoi nous n'avons pas pris en compte les différences au-delà de ± 2 mas.

Dans les figures 10.3 et 10.4, on remarque également que la différence entre les solutions perturbées et la solution référente présente une tendance à long terme. C'est pourquoi, nous analysons les spectres de ces séries.

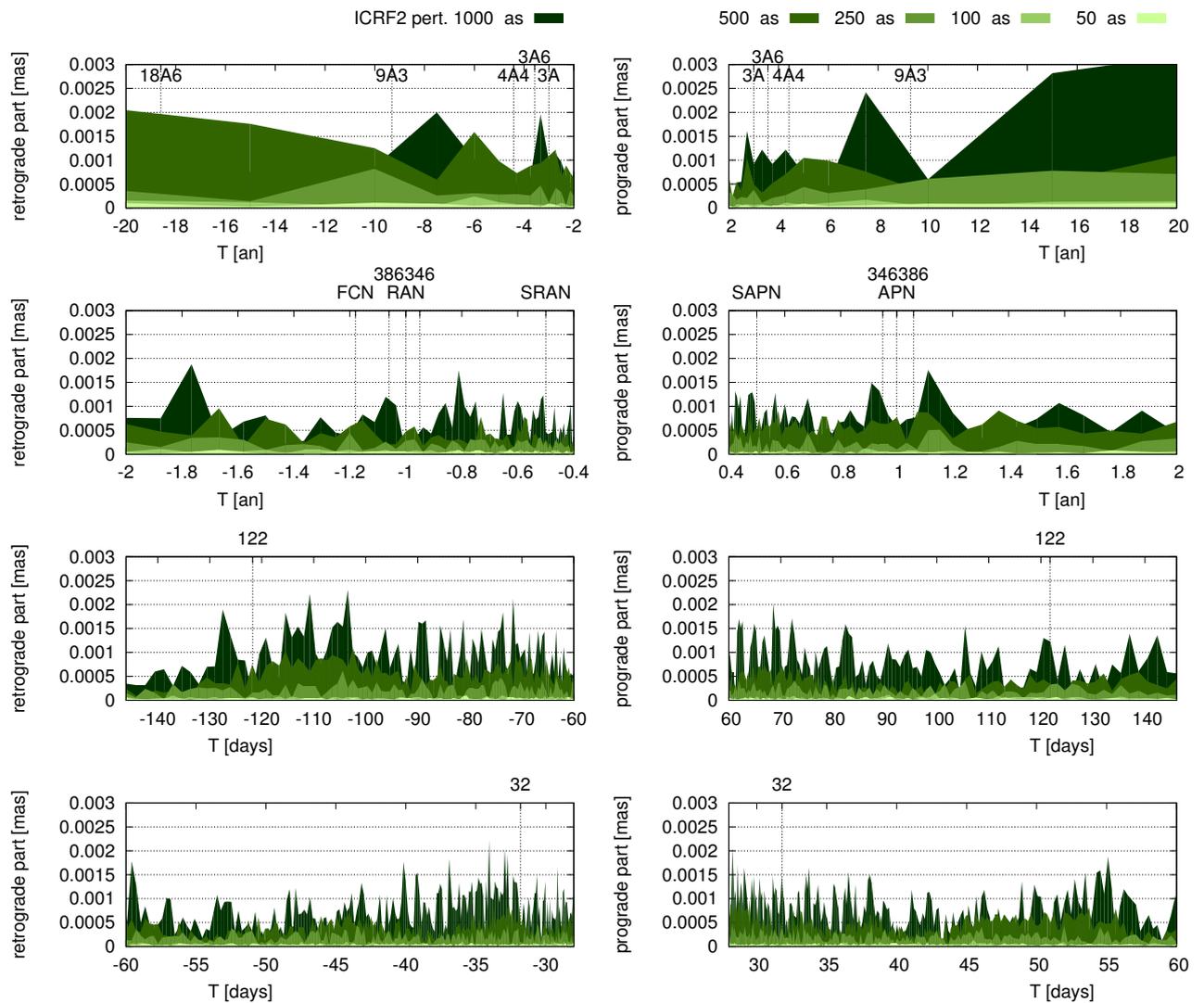


FIGURE 10.5 – Différences spectrales entre les séries de nutation associées à un ICRF2 perturbé à hauteur de 1 mas, 500 μ as, 250 μ as, 100 μ as, 50 μ as puis réajusté avec la série de nutation associée à l'ICRF2 non-perturbé réajusté. Chaque fenêtre présente une bande spectrale différente. À gauche, les bandes rétrogrades et à droite, les progrades.

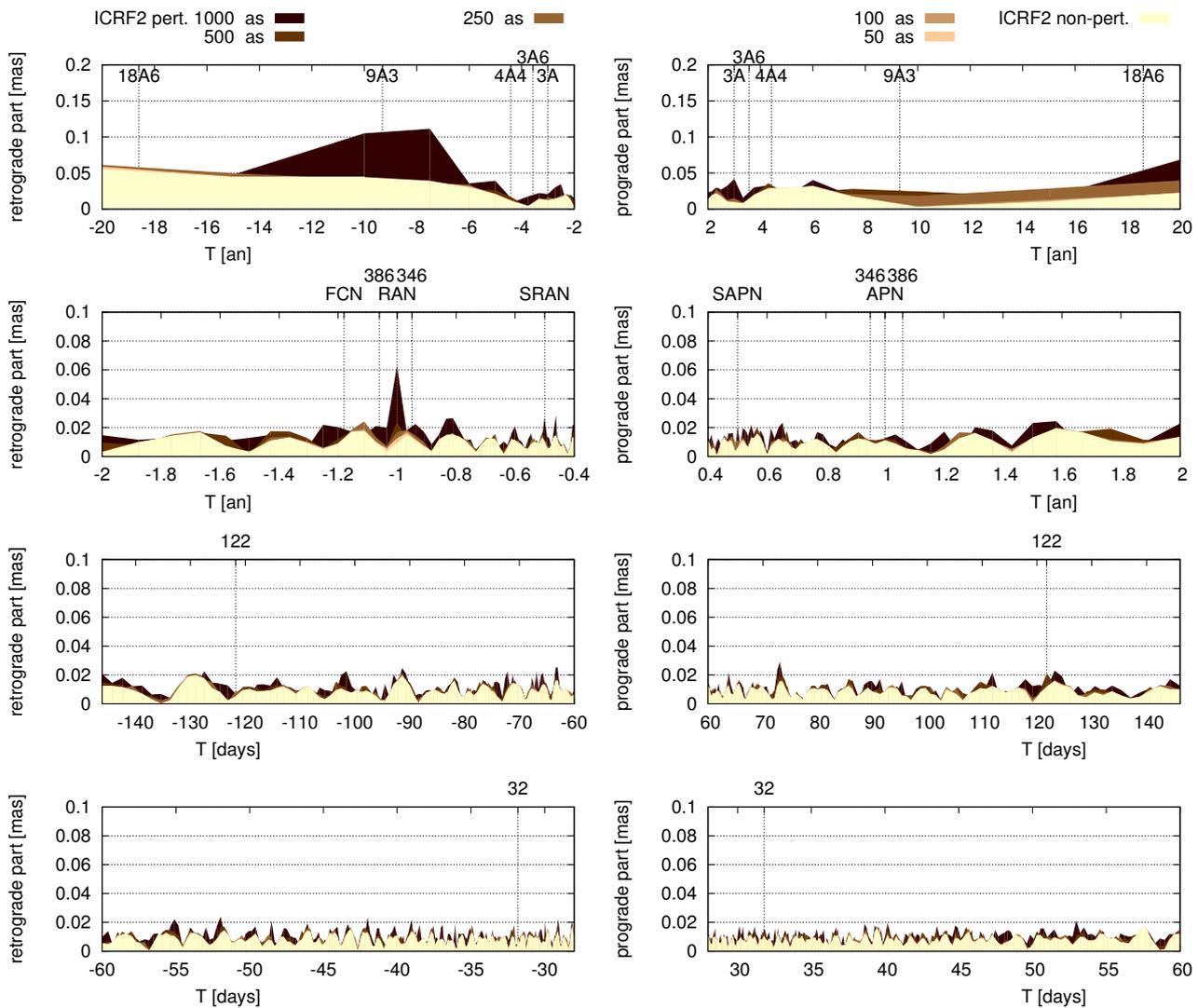


FIGURE 10.6 – Différences spectrales entre les séries de nutation associées à un ICRF2 pris en a priori, perturbé à hauteur de 1 mas, 500 μas , 250 μas , 100 μas , 50 μas et non-perturbé, avec la série de nutation associée à l'ICRF2 réajusté. Chaque fenêtre présente une bande spectrale différente. À gauche, les bandes rétrogrades et à droite, les progrades.

10.2.2 • Analyse spectrale

Les spectres des différences de nutation entre les solutions perturbées et la solution référente sont donnés en figure 10.5 pour les solutions avec ajustement des positions des sources et 10.6 pour les solutions sans ajustement des positions.

Pour les ajustements comprenant les positions des sources, la perturbation du repère céleste a un impact de quelques micro-seconde d'arc sur les différentes composantes spectrales de nutation. Cet ordre de grandeur correspond aux différences spectrales entre les séries de nutation de l'IVS et aux erreurs des termes de nutation obtenues au chapitre 2.

En revanche, pour les ajustements considérant les positions a priori, les perturbations sur les composantes spectrales de nutation sont plus grandes que les erreurs estimées par l'analyse des séries IVS. Certaines composantes, comme les termes à longue période ou l'annuelle rétrograde, sont les plus perturbées. Cependant, une perturbation aléatoire du repère céleste à 1 mas différente pourrait ne pas présenter ces pics.

	AUS	BKG	CGS	GSF	IAA	IVS	OPA	SPU	USN	VIE
AUS σ_{dX} [μas]	-	117	112	112	112	106	112	106	112	113
AUS σ_{dY} [μas]	-	118	122	114	116	107	114	114	114	115
BKG σ_{dX} [μas]		-	46	36	70	44	36	134	37	60
BKG σ_{dY} [μas]		-	56	37	90	45	37	156	38	63
CGS σ_{dX} [μas]			-	40	65	34	43	127	42	60
CGS σ_{dY} [μas]			-	52	104	49	51	156	50	67
GSF σ_{dX} [μas]				-	62	37	24	129	21	51
GSF σ_{dY} [μas]				-	81	37	22	152	22	53
IAA σ_{dX} [μas]					-	59	62	127	62	69
IAA σ_{dY} [μas]					-	72	84	154	87	89
IVS σ_{dX} [μas]						-	40	132	41	57
IVS σ_{dY} [μas]						-	38	149	38	57
OPA σ_{dX} [μas]							-	132	25	51
OPA σ_{dY} [μas]							-	151	23	54
SPU σ_{dX} [μas]								-	131	130
SPU σ_{dY} [μas]								-	153	150
USN σ_{dX} [μas]									-	52
USN σ_{dY} [μas]									-	55

TABLE 10.2 – Écart-types des différences entre les séries de nutation de l'IVS considérées deux à deux. La couleur indique le choix d'ajustement des positions des sources : en vert, elles sont ajustées ; en rouge, elles ne le sont pas ; en vert clair, cas spécifique de la combinaison IVS. Par conséquent, les cases bi-colorées indiquent des différences de stratégie concernant le repère céleste.

••• SECTION 10.3 •••

Comparaison aux dispersions des séries IVS

.....

En considérant les séries de nutation officielles de l'IVS (voir chapitre 1), on calcule les écarts-types de leurs différences. Les résultats sont donnés dans la table 10.2. Pour faire le lien avec la table 10.1 des erreurs transmises sur la nutation dues à la stabilité du repère céleste, nous nous intéressons aux stratégies d'ajustement des centres IVS (voir table 1.1), notamment leur choix concernant le repère céleste, à savoir si les positions des sources sont ajustées aux observations (cas du BKG, CGS, GSF, OPA, USN, VIE; en vert dans la table 10.2) ou fixées aux positions a priori (cas de AUS, IAA, SPU; en rouge).

Étant donné le niveau de bruit de l'ICRF2 ($\sim 50\mu\text{as}$), les dispersions calculées entre les centres ajustant la position des sources sont plus grandes que l'effet causé par l'instabilité du repère céleste. La dispersion observée nécessite une autre explication, par exemple à chercher dans la modélisation atmosphérique. En revanche, concernant les centres fixant les positions des sources à l'a priori - dans les trois cas, l'a priori est l'ICRF1 dont le niveau de bruit est déterminé à $\sim 250\mu\text{as}$ - les dispersions calculées sont équivalentes à l'effet dû à l'instabilité du repère céleste. Nous confirmons ainsi que leur stratégie d'ajustement concernant le repère céleste est la source principale des erreurs commises dans la détermination de la nutation.

Conclusion

.....

Nous avons révélé que l'effet des sources non linéaires dans l'ensemble de définition du repère céleste peut être cumulatif, c'est-à-dire que les effets isolés à chacune des sources s'additionnent. Au premier abord, cela dégrade d'autant plus le repère que le nombre de telles sources est élevé. Cependant, si les effets de deux sources se ressentent dans des sens opposés, la somme des deux peut mener à un impact nul par compensation. Le principe serait finalement semblable à une marche aléatoire. Néanmoins, l'effet observé peut être celui de la variation de la couverture du ciel lorsqu'on modifie le nombre de sources du repère. Un approfondissement est donc requis.

De plus, nous avons montré comment le niveau de bruit du repère céleste influençait la nutation ajustée. Au plus il est grand, au moins la nutation obtenue est précise. Cet effet a également pour conséquence de dégrader certaines composantes spectrales de nutation, notamment celles aux longues périodes. Le degré d'imprécision dépend de la stratégie employée : si l'analyste décide d'ajuster la position des sources, il peut ne pas considérer le niveau de bruit affectant le repère céleste a priori. En effet, notre étude a montré que la nutation présentait une précision environ 23 fois meilleure que le niveau de bruit du repère céleste.

Il serait mal avisé de fixer le repère céleste à une configuration a priori et de ne pas ajuster les positions des sources, même si cet a priori est l'ICRF2, recommandé par l'UAI. En comparant notre étude avec les différences de nutation observées entre les centres d'analyse de l'IVS, nous avons ainsi montré que l'imprécision de la nutation déterminée par les trois centres AUS, IAA et SPU est majoritairement due à cet effet.

Conclusion de la thèse et perspectives



Dans un premier temps, nous avons caractérisé les différences existant entre les séries de nutation avaluées par l'[TVS](#) et couvrant la période 1979-2016 pour la plupart. Pour chaque série et pour chacun des termes principaux de la nutation, nous avons estimé des corrections au modèle de nutation en vigueur, IAU2000A [[Mathews et al., 2002](#)]. Nous avons proposé les valeurs médianes comme corrections de référence aux différents termes et avons estimé des erreurs cohérentes avec les dispersions des corrections propres à chaque série. Les corrections les plus importantes obtenues sont de l'ordre de 50 micro-seconde d'arc. Elles concernent à la fois les termes de nutation à longue période, comme le terme rétrograde en 18.6 ans, et les termes s'approchant en fréquence de la nutation libre du noyau [[FCN](#)]. Les corrections des premiers termes s'expliquent par l'allongement de la période d'observation, qui a doublé depuis l'élaboration de MHB2000, permettant d'augmenter le nombre de cycles observés. Nos ajustements sont donc plus fiables les concernant. D'autre part, la variation de la [FCN](#) perturbe l'ajustement des termes proches, empêchant leur décorrélation.

Nous avons porté un intérêt particulier à ce terme géophysique. Nous en avons déterminé les variations en amplitude et en phase, prolongeant les études réalisées depuis 2000. Plus particulièrement, l'analyse spectrale et l'analyse des variations de la phase ont révélé que la fréquence de la nutation libre du noyau change soudainement de valeur. Les sauts de fréquences, synchronisés avec les inflexions des variations de l'amplitude, correspondent à des modifications successives de la période de la [FCN](#) de 420-430 jours à 450-460 jours (un possible cycle en 12 ans devrait être soumis à l'étude d'ici quelques années après accumulation de plus d'observations). Ces changements de période pourraient constituer une nouvelle donnée pour la géophysique interne, notamment autour de la résonance associée au noyau liquide au sein du manteau.

Le terme de nutation libre du noyau variant, la question s'est également posée pour d'autres termes dont les plus amples lui sont adjacents, comme le terme annuel rétrograde. Nous avons montré que certaines variations associées communément au terme de la [FCN](#) et susceptibles d'être causées par des sursauts géomagnétiques sont en réalité associées au terme rétrograde en 386 jours. Nous avons toutefois observé la limite des méthodes classiques par fenêtrage, comme la méthode d'ajustement par moindres carrés, dans le cas de signaux périodiques variables et spectralement proches.

Dans une seconde partie, notre intérêt s'est porté sur l'étude de la stabilité des radio-sources [VLBI](#). La dernière étude sur le sujet remonte à 2009 avec la production de l'[ICRF2](#) [[Fey et al., 2015](#)]. Or, en 2018, une troisième version sera proposée à l'[UAI](#) et notre travail s'inscrit dans ce contexte. Nous proposons une nouvelle méthode basée sur la variance d'Allan afin de classer les sources en différentes catégories selon leur degré de stabilité astrométrique. La variance d'Allan est un outil adapté car elle a la particularité de distinguer le bruit affectant les relevés de positions des sources.

Nos résultats divergent de ceux obtenus précédemment. Notre méthode s'est révélée beaucoup plus sélective : seules 40 sources parmi les plus observées (100 sessions au moins) ont été déterminées comme stables alors que l'ICRF2 en dénombre 123. Cependant, notre méthode se fonde sur un critère respectant davantage la définition de l'ICRS, à savoir que les déplacements observés de la source consistent exclusivement en un bruit blanc. Ainsi, nous montrons que malgré l'observation de plusieurs milliers de radio-sources et l'observation intensive de plusieurs centaines d'entre elles, seules quelques dizaines ont un radio-centre stable et peuvent définir idéalement l'ICRS. Enfin, nous montrons que les sources stables se trouvent surtout dans la bande de redshift [1-2]. Ainsi, nous conseillons de sélectionner les nouvelles sources VLBI dans cette bande avant même de procéder à leurs observations à des fins astro-géodésiques. En revanche, l'orientation de la ligne de visée par rapport au jet ne semble pas présager de la stabilité.

Dans la dernière partie, nous avons utilisé notre classification des radio-sources par la variance d'Allan afin de réaliser l'ICRS. Nous avons montré par l'étude de la stabilité des repères célestes réalisés que le nombre de sources stables est trop faible pour réaliser idéalement l'ICRS et de façon précise. Au vu des précisions atteintes par le VLBI et la tendance généralisée des sources observées à présenter des déplacements perceptibles, il est nécessaire de faire des compromis. Durant cette étude, nous avons également quantifié la stabilité de la version actualisée de l'ICRF2 qui présente des rotations de l'ordre de la dizaine de μs et notamment un biais de $77 \mu\text{s}$ en déclinaison, conséquence de l'amélioration du réseau VLBI dans l'hémisphère sud.

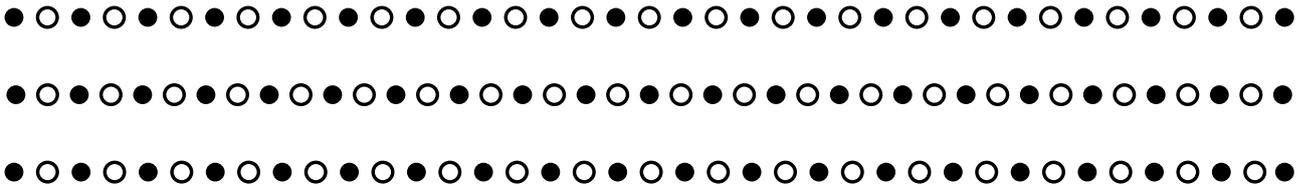
Finalement, nous avons montré comment la stabilité du repère céleste influençait la nutation. Premièrement, nous avons montré que le retrait d'une source instable des sources de définition du repère produit un effet sub-micro-seconde d'arc sur la nutation de la Terre. Cet effet semble additif, le repère céleste tournant d'autant plus qu'on lui retire des sources instables. Dans un second temps, nous avons quantifié l'erreur produite sur la nutation de la Terre en fonction du bruit du repère céleste. Le transfert du bruit se fait au cours des ajustements avec un facteur $1/25$ entre l'amplitude du bruit et la précision de la nutation ajustée en même temps que le repère. Le facteur passe à $1/3 \sim 1$ si on n'ajuste pas les positions des radio-sources du repère céleste. Cela a permis d'expliquer en partie les différences des séries de nutation données au chapitre 1.

Par la suite, nous souhaitons approfondir les nouvelles voies tracées par cette thèse. La première concerne notre algorithme de classification des sources par la variance d'Allan. Ce dernier est encore en phase d'expérimentation. Pour le moment, il est rigoureux à l'excès dans la sélection des sources stables. Par exemple, nous avons vu que différents tirages de bruit blanc présentaient par erreur des bruits colorés aux grandes échelles de temps une fois analysés par notre algorithme. Le problème des grandes échelles de temps est la diminution du nombre de points de la série. Les remontées observées sur les diagrammes d'Allan des radio-sources peuvent ne pas être physiques. Nous souhaitons tester l'hypothèse de bruit blanc par la méthode de Monte-Carlo afin de fournir une probabilité sur la classe retenue et les réhabiliter dans le cas échéant. Une fois optimisé, nous utiliserons notre algorithme pour construire des catalogues célestes en vue de la réalisation de l'ICRF3.

Pour la rotation de la Terre, nous nous sommes heurtés aux limites de la méthode d'ajustement classique pour séparer la FCN du terme de nutation annuel rétrograde. Nous souhaiterions ainsi explorer d'autres méthodes numériques plus appropriées. De plus, l'étude de l'influence de la précision du repère céleste peut être étendue aux autres paramètres de rotation de la Terre : coordonnées du pôle et UT1, même si le repère terrestre joue un rôle plus important dans leur cas.

Partie 10

ANNEXE



ANNEXE A

Radio-interférométrie à très longue base



Nous présentons ici les intérêts portés par la radio-interférométrie à très longue base. Cette partie est inspirée de [Schuh and Behrend, 2012].

Initialement conçue pour l'étude des radio-sources du ciel, on a très vite pris conscience du potentiel de cette technique pour l'astrométrie et la géodésie. Elle repose sur un principe relativement simple qui est la mesure du retard entre deux (ou plus) antennes situées à des lieux différents et observant le même signal provenant de la source.

En pratique, ça se complique. La réalisation demande d'amplifier puis de convertir en fréquence et enfin de digitaliser la radiation de la source reçue par l'antenne, ce au moyen d'appareils de traitement du signal électroniques complexes dont le temps, la fréquence et la phase sont dérivés de façon cohérente de la fréquence standard d'une horloge atomique. À chaque antenne, les signaux digitaux sont enregistrés sur des supports adaptés puis envoyés dans des centres de corrélation où ils sont regroupés. Les enregistrements sont lus et les signaux superposés paire à paire pour en déterminer un décalage optimal de maximum de corrélation, à savoir le retard. Ce retard est l'observable en VLBI et résulte d'un long processus d'acquisition.

L'idée remonte au milieu des années 1960. Dès lors, différents problèmes ont été identifiés, empêchant la mise en place de la technique géodésique (oscillateurs à rubidium pas assez stables, largeur des bandes d'enregistrement trop petites). Les progrès furent néanmoins rapides et la technique de synthèse de bande (enregistrement multi-bandes larges) [Rogers, 1970] mêlée aux progrès de la communauté de métrologie ont permis les améliorations nécessaires pour la mise en place du VLBI astro-géodésique.

En 1972, les systèmes Mark I font leurs premiers essais. Les erreurs formelles sur les lignes de base sont de ~ 70 millimètres avec une précision de l'ordre du décimètre. À la fin du siècle dernier, ces performances montrent près de deux ordres de grandeur de moins (erreur formelle ~ 1 mm, précision 5-10mm). Depuis, les progrès perdurent. Le dernier système en place est le Mark V, les taux d'enregistrement ont été décuplés et les technologies améliorées (remplacement des bandes magnétiques par les disques pour les enregistrements, passage du hardware au software pour les corrélations) permettant l'augmentation du nombre d'observations et des précisions accrues sur les produits du VLBI.

En faisant abstraction des spécificités de la chaîne d'acquisition, le traitement des données, lui, ne fait appel qu'à des notions fondamentales. Les sources émettrices voient les fronts de leurs ondes plans à l'approche de la Terre en raison de la grande distance qui les séparent d'elle. Pour chaque an-

tenne, le pointé de la source afin d'en capter ces radiations se fait ainsi dans la direction d'un vecteur unitaire \vec{s}_0 identique pour toutes les stations. En sélectionnant deux stations, on définit la ligne de base entre les deux antennes par le vecteur \vec{b} les reliant.

Ainsi, le retard géométrique entre les deux antennes n'est que la projection du vecteur directeur de la source sur la ligne de base, divisée par la vitesse de la lumière :

$$\tau_g = -\frac{\vec{b} \cdot \vec{s}_0}{c} = t_2 - t_1$$

où t_2 et t_1 sont les relevés des temps aux deux stations. Il faut toutefois faire attention à l'expression de \vec{b} , défini initialement dans le repère terrestre et qui doit être transformé dans le repère céleste pour que le calcul soit valable.

Un retard τ est déterminé à l'issue de l'inter-corrélation des signaux. Cependant, il n'est pas égal au retard géométrique τ_g . Il est nécessaire d'apporter diverses corrections à ce dernier pour qu'il corresponde au retard déterminé après corrélation. Par exemple, la correction diurne est reliée à la rotation de la Terre entre le temps où l'onde a été réceptionnée à la première antenne et le temps où elle l'est à la seconde, impliquant le déplacement de cette dernière par rapport à sa position dans la configuration immobile définissant le retard géométrique.

Cette correction n'est pas la seule. Le retard τ récupéré à l'issue de la corrélation vaut [Charlot, 1989, Sovers and Fanselow, 1986] :

$$\tau = \tau_g + \tau_{ab} + \tau_{clk} + \tau_{inst} + \tau_{trop} + \tau_{iono} + \tau_{rel} + \tau_{struct}$$

où,

- τ_{ab} est l'aberration diurne mentionné ci-dessus. C'est de loin la correction la plus importante au retard géométrique. La somme des deux atteint au maximum 0.02 seconde.
- τ_{clk} est l'écart entre les deux horloges dû à une désynchronisation au cours du temps. Son ordre de grandeur est d'environ 10^{-5} seconde. On le modélise dans le temps par un polynôme d'ordre 2 et par des discontinuités dues à des sauts d'horloge inopinés.
- τ_{inst} est le retard relié à la propagation de l'onde dans les câbles et à l'électronique entre le récepteur et l'enregistreur. Par l'intrication de l'horloge durant tout le procédé, ce retard ne peut être séparé de τ_{clk} .
- τ_{trop} est le retard (relatif) dû à la traversée de la troposphère au niveau des deux sites. La troposphère est la partie non-ionisée de l'atmosphère que l'on décompose en deux composantes : une composante sèche et une composante humide. Ces composantes se déterminent comme un retard calculé dans la direction zénithale à partir des mesures de pression et de température au sol en suivant des modèles. Pour les directions s'écartant du zénith, des gradients sont également modélisés. Le retard (dans la direction zénithale) est d'environ 7 ns modélisé à 0.05ns près pour la composante sèche et de 1 ns modélisé à 0.1 ns près au mieux pour la composante humide. Depuis plusieurs décennies, l'estimation de cette correction est l'un des facteurs limitant la précision du VLBI.
- τ_{iono} est le retard (relatif) dû à la traversée de l'ionosphère au niveau des deux sites. L'ionosphère est la partie ionisée de l'atmosphère. En raison de la charge ambiante, la propagation

des ondes est dispersive, c'est-à-dire que le retard dépend de la fréquence du signal (il est proportionnelle à son inverse au carré). En mesurant le retard de deux fréquences simultanément, il est ainsi possible d'éliminer la composante ionosphérique par une simple relation linéaire dont les coefficients sont déterminés à partir des deux fréquences utilisées.

- τ_{rel} est le retard (relatif) par les corrections relativistes dues à la propagation des ondes électromagnétiques sur les deux lignes de visée dans un champ gravitationnel non homogène. Par exemple, il est de 30 nano-secondes pour les géodésiques passant à dix rayons solaires et de 1 nano-seconde pour celles passant à 3 rayons de Jupiter. En général, lors de la planification des observations, on évite les pointés trop proches de ces deux corps massifs du système solaire.
- τ_{struct} est l'effet causé par la structure des sources extragalactiques qui présentent des morphologies complexes et variées dépendant de la fréquence d'observation (et implicitement du redshift en raison de l'effet Doppler cosmologique). Cette correction n'est pas modélisée dans le traitement des observations VLBI car elle varie avec la source et avec la ligne de base utilisée. La correction est de l'ordre de 1 nano-seconde pour les plus mauvaises configurations source/ligne de base. La difficulté à modéliser cet effet est également un facteur limitant la précision du VLBI [Charlot, 1989, 1990])

Dans la littérature, le retard est souvent mentionné sous le terme "retard de groupe". Le principe, exposé précédemment, ne fait pas cette distinction. Mais en pratique, l'usage d'une seule fréquence ne permet pas de déterminer la valeur du retard correctement. Par conséquent, le retard issu de la corrélation des signaux est obtenu en ajustant une ligne droite à une séquence de phases mesurées pour différentes fréquences discrètes. Si ϕ est la phase des franges d'interférence et $\omega = 2\pi\nu$ est la pulsation observée, alors :

$$\tau_{groupe} = \tau = \frac{\partial\phi}{\partial\omega}$$

soit le retard de groupe est la pente de la phase en fonction de la pulsation.

Les observations répétées au sein d'une session de 24h ciblant différentes sources extragalactiques et incluant plusieurs antennes différentes permettent ainsi d'obtenir suffisamment de données pour déterminer à la fois les positions des stations, les positions des sources et les paramètres de rotation de la Terre. La répétition des sessions permet d'en déterminer leurs variations. Armés d'une modélisation théorique des mouvements de la Terre (précession-nutation, polhodie, rotation diurne, ondes de marée solides, ondes de marée hydro-atmosphériques, effets de charges hydro-atmosphériques, événements sismiques) de ses propriétés (traversée de la troposphère) et de phénomènes divers (déformation thermique des antennes, décalages entre les axes de rotation des antennes, corrections relativistes), les analystes produisent des jeux de nombreux paramètres astro-géodésiques à partir de l'ajustement des observations VLBI, dont certains sont déterminés uniquement par cette technique.

La technique VLBI contribue ainsi activement aux repères de référence. Elle est la seule technique à permettre la réalisation de manière précise du repère céleste basé sur des sources extragalactiques et en présentant des observations répétées dans le temps pour en assurer un suivi et vérifier de sa stabilité. Produit sous les faveurs de l'UAI, le repère de référence céleste international est en fonction depuis le 1^{er} janvier 1998. Les positions des sources sur la voûte céleste sont déterminées à quelques dizaines de micro-seconde d'arc pour les plus stables et les plus observées d'entre elles.

La technique VLBI contribue également au repère de référence terrestre, en combinaison avec les trois autres techniques géodésiques introduites précédemment, en apportant des coordonnées de stations à une précision d'environ 5 millimètres. L'intérêt des apports du VLBI dans la combinaison se trouve notamment dans la détermination de l'échelle du repère (conjointement avec la technique SLR).

Le VLBI permet également l'apport de la mesure des vitesses horizontales des stations, révélant les mouvements inter-continentaux liés à la tectonique des plaques. La technique VLBI est d'ailleurs précurseur dans le domaine. L'apport s'est également étendu durant les événements sismiques aux abords des antennes, mesurant déplacement et vitesse co-sismiques résultant de la fracture interne au manteau.

Par le principe fondamental relié à la transformation entre ces deux repères, la technique VLBI est également apte à fournir les jeux des 5 paramètres de rotation de la Terre : les coordonnées du pôle, le temps universel UT1 et les coordonnées célestes du pôle. La technique VLBI est d'ailleurs la seule à les fournir en totalité, notamment car c'est la seule à produire le temps universel UT1 et les coordonnées célestes du pôle. La répétition des observations permet d'en déterminer les mouvements associés, à savoir respectivement la polhodie, la rotation de la Terre (par la durée du jour), et la précession-nutation.

Le VLBI est donc un acteur majeur dans l'étude de la Terre et de ses mouvements. Notamment c'est la seule technique qui puisse ainsi être utilisée pour améliorer les modèles de précession et de nutation de la Terre.

En parallèle, la technique VLBI fournit des observations de haute précision pour la détermination de paramètres géodynamiques et astronomiques variés. Citons par exemple (1) les nombres de Love pour les modèles des ondes solides de la Terre, (2) les paramètres des modèles ionosphériques et (3) troposphériques, (4) les paramètres des théories relativistes par la déflexion gravitationnelle des ondes radios soumises à la courbure spatio-temporelle induite par la présence des corps massifs dans le système solaire [Lambert and Le Poncin-Lafitte, 2009, 2011, Le Poncin-Lafitte et al., 2016], (5) l'aberration galactique due à l'accélération du barycentre du système solaire dans la Galaxie [Titov and Lambert, 2013].

Ainsi, la technique radio-interférométrique à très longue base est d'un intérêt capital pour la production de plusieurs paramètres fondamentaux nécessaires à de nombreux domaines allant de la géophysique à l'astrophysique. Nous insistons sur le fait que pour certains, elle en est la seule solution actuellement. Voici un tour d'horizon des disciplines dépendant du VLBI.

- Grâce à la réalisation du repère de référence terrestre, les dernières décennies ont été témoins d'une intensité accrue des études portées sur les variations des niveaux des océans en lien avec les changements climatiques.
- Grâce à la réalisation du repère de référence céleste, d'innombrables études en astrométrie et en astrophysique n'ont été possible que par la précision inégalée du VLBI. Son utilisation est également nécessaire pour la réalisation des éphémérides du système solaire.
- Les séries des paramètres de rotation de la Terre sont appréciées de la communauté de géophysique, permettant l'étude des mouvements des masses et des échanges de moment cinétique à l'intérieur de la Terre comme en surface.

- Pour finir, UT1 est primordial pour la détermination d'orbites précises assurant le fonctionnement d'autres techniques géodésiques mais aussi des missions à la pointe de la technologie dans l'étude des propriétés de la Terre et des tests de physique fondamentale, ainsi que le suivi des sondes spatiales dont les avancées des dernières années ont été spectaculaires dans l'exploration du système solaire.

Analyse Spectrale



Durant ma thèse, je me suis intéressé au calcul de spectres à partir de jeux de données quelconques. Depuis les travaux de Fourier, cette discipline a pris un essor tel qu'elle est devenue aujourd'hui une pierre angulaire de la physique et bien d'autres disciplines scientifiques. Mais elle renferme encore des problèmes épineux dont certains peuvent amener des erreurs dans l'interprétation que l'on en fait.

Ces problèmes peuvent être répertoriés en deux catégories : ceux liés aux conditions imposées par la théorie qui nous force à ré-échantillonner les données pour les rendre régulières, et ceux des artefacts qui apparaissent lors du calcul d'un spectre à partir de données irrégulières. J'ai choisi d'explorer la deuxième catégorie. Voici le résumé de mes notes dans la découverte de ce domaine qui m'a amené à établir un algorithme de calcul en suivant la bibliographie qui était à ma disposition.

Contents

B.1 Configuration de l'échantillonnage des données et conséquences spectrales	204
B.1.1 La Transformée de Fourier	204
B.1.2 Propriétés de la Transformée de Fourier	205
B.1.3 Fonction delta de Dirac	206
B.1.4 Fonction peigne de Dirac	207
B.1.5 Fonction porte	207
B.1.6 Produit de convolution	208
B.1.7 Processus de mesure	208
B.2 Transformée de Fourier discrète	211
B.2.1 Principe de la projection	211
B.2.2 Transformée de Fourier discrète	213
B.2.3 Le périodogramme modifié	214
B.2.4 La Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée	216
B.2.5 Dans la continuité de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée . . .	217
B.2.6 Version complexe de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée . . .	218

••• SECTION B.1 •••

Configuration de l'échantillonnage des données et conséquences spectrales

B.1.1 • La Transformée de Fourier

Apparue suite aux travaux de Fourier (1768-1830), la Transformée de Fourier [TF] fût une formidable avancée en mathématique. Son utilisation a été largement amplifiée à l'arrivée du numérique. Elle est aujourd'hui enseignée aux étudiants dès l'entrée dans l'enseignement supérieur et est communément utilisée. La TF apporte de nouvelles informations à une fonction du temps ou de l'espace par le principe de passer dans l'espace de Fourier (ou espaces des fréquences). Son principe est basé sur la projection d'une fonction sur un espace vectoriel composé des fonctions trigonométriques cosinus et sinus. Sa formulation mathématique s'écrit

$$\begin{aligned}\hat{f}(\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i2\pi\nu t} dt \\ \hat{f}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt,\end{aligned}\tag{B.1}$$

et sa transformation inverse pour repasser dans l'espace direct est :

$$\begin{aligned}f(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\nu)e^{i2\pi\nu t} d\nu \\ f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega t} d\omega.\end{aligned}\tag{B.2}$$

On rappelle que $\omega = 2\pi\nu$ est appelée la pulsation, ν la fréquence. La version spatiale de la TF s'écrit généralement en remplaçant t par x pour la dimension de l'espace direct et ω par k pour la dimension de l'espace de Fourier (k est appelé le nombre d'ondes).

Conditions de Dirichelet

Sur une période, la fonction $f(t)$:

- est uniforme
- a un nombre fini de minima et de maxima
- a un nombre fini de discontinuités
- est de carré sommable : $\int_{t_0}^{t_0+T} |f(t)|^2 dt$ est finie

→ Si les conditions de Dirichelet sont vérifiées sur tout intervalle de longueur finie, et si $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$ existe, alors les relations de la TF sont correctes.

→ S'il existe une discontinuité en un point, alors les relations de la TF prennent la valeur moyenne entre les deux bornes de la discontinuité.

B.1.2 • Propriétés de la Transformée de Fourier

Propriété

$$TF[a.f(t) + b.g(t)] = a.TF[f(t)] + b.TF[g(t)] \quad (\text{B.3})$$

La transformée de Fourier est linéaire

Propriété

$$\text{Si } TF[f(t)] = \hat{f}(\omega) \text{ alors } TF[f(at)] = \frac{1}{|a|} \hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (\text{B.4})$$

Il y a un lien entre les deux espaces : lorsqu'il y a contraction dans l'espace direct (temporel ou spatial), il y a dilatation dans le domaine de Fourier.

Propriété

$$\text{Si } TF[f(t)] = \hat{f}(\omega) \text{ alors } TF[f(t - t_0)] = \hat{f}(\omega)e^{-i\omega t_0} \quad (\text{B.5})$$

Un déphasage (ou décalage) dans l'espace direct n'implique pas de modification d'amplitude du spectre mais une modification de l'argument.

Propriété

$$TF[f(-t)] = \hat{f}(-\omega) \quad (\text{B.6})$$

Si f est paire alors \hat{f} est paire

Si f est impaire alors \hat{f} est impaire

Propriété

$$\text{Si } f(x) \text{ est réelle, } \hat{f}(-\omega) = \hat{f}^*(\omega) \quad (\text{B.7})$$

Propriété

$$TF\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = i\omega TF[f(t)] \quad (\text{B.8})$$

Formule de Parseval-Plancherel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt \propto \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{B.9})$$

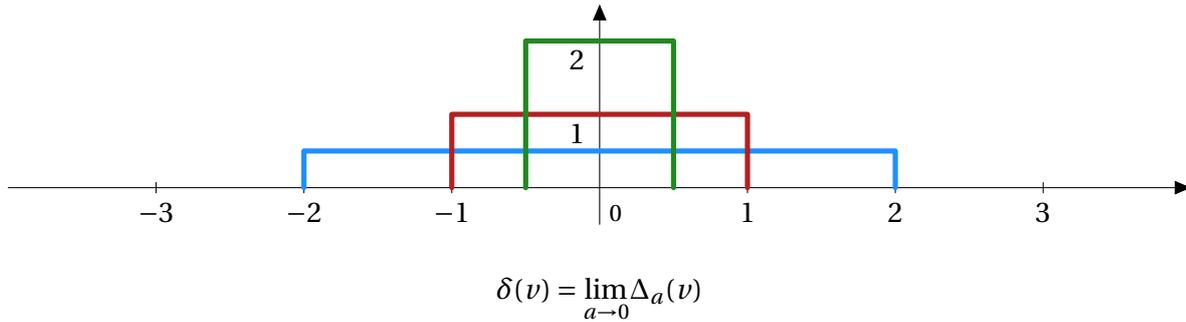
B.1.3 • Fonction delta de Dirac

Définition

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(v) dv = 1 \quad (\text{B.10})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(v) \delta(u-v) dv = f(u) \quad (\text{B.11})$$

Approximation de la fonction $\delta \rightarrow$ fonction $\Delta_a(v)$:



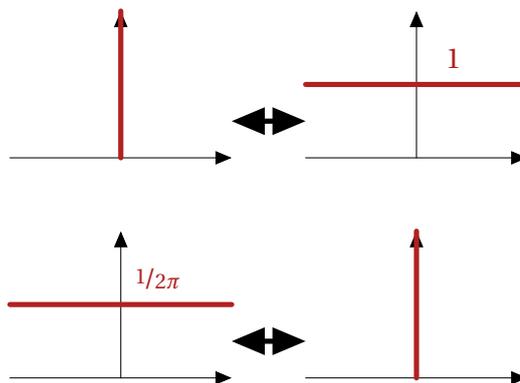
Propriété

$$TF[\delta(t)] = 1 \quad \text{et} \quad TF[\delta(\omega)]^{-1} = \frac{1}{2\pi} \quad (\text{B.12})$$

Propriété

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\omega \quad \text{et} \quad \delta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B.13})$$

La fonction $\delta(t)$ dans l'espace direct équivaut à une fonction constante dans l'espace de Fourier et, inversement, la fonction $\delta(\omega)$ dans l'espace de Fourier équivaut à une fonction constante dans l'espace direct.



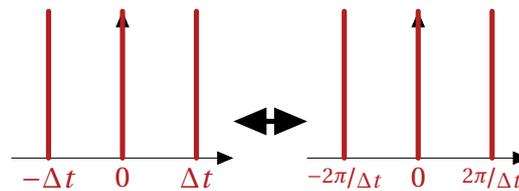
B.1.4 • Fonction peigne de Dirac

Définition

$$\text{III}_{\Delta t}(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - n\Delta t) \quad (\text{B.14})$$

Propriété

$$\hat{\text{III}}_{\Delta t}(\omega) = \frac{2\pi}{\Delta t} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{\Delta t}\right) \quad (\text{B.15})$$



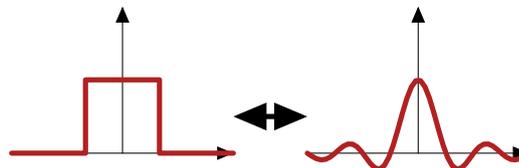
B.1.5 • Fonction porte

Définition

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < T/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

Propriété

$$\hat{\Pi}(\omega) = \frac{T}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (\text{B.17})$$



B.1.6 • Produit de convolution

Définition

$$\begin{aligned} h(t) &= f(t) \otimes g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t')g(t-t')dt' \\ &= g(t) \otimes f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t')f(t-t')dt' \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Remarque :

$$h(t) = f(t) \otimes \delta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t')\delta(t-t')dt' = f(t) \quad (\text{B.19})$$

Propriété

$$TF[f(t) \otimes g(t)] = \hat{g}(\omega)\hat{f}(\omega) \quad \text{et} \quad TF^{-1}[\hat{f}(\omega) \otimes \hat{g}(\omega)] = 2\pi g(t)f(t) \quad (\text{B.20})$$

Le produit de deux fonctions dans l'espace direct équivaut au produit de convolution de leur TF dans l'espace de Fourier et, inversement, le produit des deux TF dans l'espace de Fourier équivaut au produit de convolution de ces deux fonctions dans l'espace direct.

B.1.7 • Processus de mesure

La plupart des mouvements qui nous entourent découlent de processus physiques continus : les mouvements de corps (par exemple d'un boulet de canon, des planètes ou le mouvement des corps sur eux-mêmes), les mouvements ondulatoires (par exemple, la propagation des ondes électromagnétiques, des ondes sismiques, les courants océaniques ou les vents atmosphériques) ou les processus relevant d'un autre domaine de la physique (comme le transfert de chaleur ou le courant électrique). Ces processus continus sont innombrables.

Mais nous sommes incapables de mesurer ces processus continûment. Les instruments que nous construisons pour effectuer nos mesures façonnent les données et différents points définissent ce processus de mesure :

- 1) La mesure (principe) d'un processus physique est un échantillon de mesures (valeurs) pseudo-punctuelles données par l'instrument, discret et fini dans le temps.
- 2) Le signal physique a des fréquences de coupure dans le temps et l'espace : S_{phy}
- 3) L'appareil de mesure introduit un bruit (potentiellement hautes fréquences)
- 4) L'appareil de mesure possède des fréquences de coupure S_{app}

Remarque : En général on essaye d'avoir $S_{app} > S_{phy}$ pour que l'appareil de mesure englobe la totalité du spectre du processus physique, mais cela est souvent impossible à respecter.

Dans ce qui suit, nous allons voir les conséquences qui découlent du point 1) lorsque l'on transforme la mesure du signal dans le domaine de Fourier.

Conséquences de la dimension finie d'un signal

Le signal à notre disposition est fini dans le temps (ou l'espace). On peut donc le considérer comme la multiplication du signal théorique continu et infini par une fonction porte :

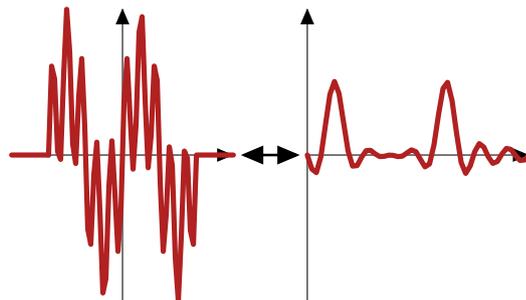
$$s_F(t) = s_C(t) \cdot \Pi_T(t) \quad (\text{B.21})$$

où s_F est le signal limité dans le temps commençant à l'instant t_0 et finissant à l'instant $t_0 + T$, et s_C est le signal théorique infini dans le temps.

$\hat{s}_C(\omega)$ représente le spectre du processus physique que l'on étudie. C'est ce spectre que l'on souhaiterait retrouver lorsqu'on passe notre signal dans l'espace de Fourier. Or, d'après la propriété B.20, le spectre que l'on obtiendra sera le produit de convolution de ce spectre avec le spectre de la fonction porte, donnée par la propriété B.17.

$$\hat{s}_F(\omega) = \frac{T}{4\pi} \hat{s}_C(\omega) \otimes \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (\text{B.22})$$

Le sinus cardinal, qui possède un pic principal et des pics secondaires, est donc un artefact, c'est-à-dire la réplique d'une fréquence du processus physique étudié sur d'autres fréquences. Cela impose un échantillonnage sur les fréquences pour éviter les extensions du sinus cardinal répété à chaque fréquence du processus physique par le biais du produit de convolution. Chaque mesure de fréquence doit être espacée de ses voisins d'un $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$.



Conséquences d'un échantillonnage régulier des mesures

Le signal à notre disposition est aussi discret. Dans le cas d'un échantillonnage régulier de nos mesures, cela implique que les mesures dans le temps sont espacées de Δt (Δx si on étudie le processus dans l'espace plutôt que le temps). Cela revient à considérer notre signal discret comme la multiplication du signal continu avec un peigne de Dirac :

$$s_D(t) = s_C(t) \cdot \text{III}_{\Delta t}(t) \quad (\text{B.23})$$

où s_D est le signal discret échantillonné régulièrement dans le temps tous les Δt , et s_C est le signal théorique continu et infini dans le temps.

$\hat{s}_C(\omega)$ représente le spectre du processus physique que l'on étudie. C'est ce spectre que l'on souhaiterait retrouver lorsqu'on passe notre signal dans l'espace de Fourier. Or, d'après la propriété B.20, le spectre que l'on obtiendra sera le produit de convolution de ce spectre avec le spectre de la fonction peigne de Dirac, donné par la propriété B.15.

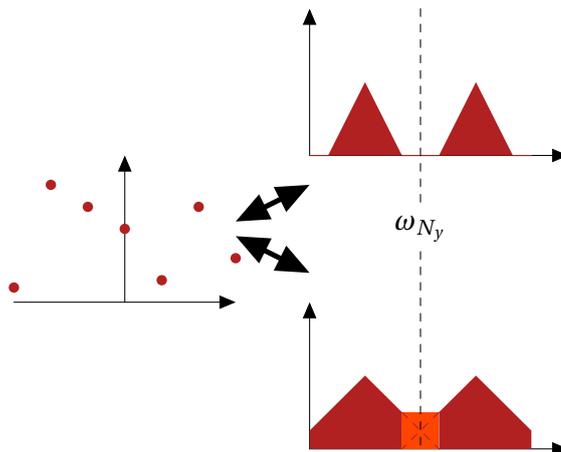
$$\hat{s}_D(\omega) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}(\omega - n\Delta\omega) \quad (\text{B.24})$$

avec $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta t}$.

Le caractère discret d'un signal type est donc aussi source d'artefacts car il a pour conséquence de répliquer la forme du spectre tous les $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta t}$. Cela amène plusieurs problèmes. D'une part, on introduit une fréquence limite au-delà de laquelle aucune nouvelle information ne peut être retirée du spectre. C'est la fréquence de Nyquist qui est la fréquence à mi-chemin vers la première réplique :

$$S_{Ny} = 0.5\Delta\omega = \frac{\pi}{\Delta t} \quad (\text{B.25})$$

D'autre part, la partie hautes fréquences d'un spectre est à étudier avec précaution car si la fréquence de coupure minimale entre celle de l'instrument S_{app} et celle du processus physique S_{phy} est tout de même supérieure à S_{Ny} alors la première réplique va entacher la partie hautes fréquences du spectre par recouvrement. Et cela est intraitable. Si l'on ne connaît pas les fréquences de coupure en question, il est donc conseillé de restreindre le spectre à une fréquence inférieure à S_{Ny} .



Remarque : La fréquence de Nyquist peut être introduite plus facilement en remarquant que $\frac{\pi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{2\Delta t}$ autrement dit on cherche à visualiser une onde qui effectue une oscillation complète sur une période équivalente à un couple de 3 mesures. Il est facile de comprendre que cela est quasiment impossible à distinguer ...

Résumé et commentaires concernant un échantillonnage irrégulier

On a vu à la fois que le caractère fini de la dimension d'un signal et son échantillonnage régulier sont source d'aliasing, c'est-à-dire que, cherchée au mauvais endroit, l'information peut être corrompue. Le mode d'emploi à suivre pour étudier un spectre est de l'inspecter entre $\frac{2\pi}{T}$, où T est la période du signal, et la fréquence de Nyquist $\frac{\pi}{\Delta t}$, où Δt est le temps entre deux mesures de l'instrument. De plus ce spectre doit être uniquement inspecté tous les $n\Delta\omega$ avec $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$, $n \in \mathbb{Z}$.

Cependant, dans le cas d'un échantillonnage irrégulier de nos mesures, ce qui est la majorité des fois le cas, la fréquence de Nyquist n'a plus lieu d'exister. Dans ce cas on a une multitude de Δt différents qui peuvent laisser penser que plusieurs équivalents à la fréquence de Nyquist sont possibles, plus ou moins élevés, ce qui peut expliquer la présence de pics "fantômes" lorsqu'on applique une transformée de Fourier usuelle à des données irrégulières. Mais en réalité, le caractère irrégulier de l'échantillonnage implique la perte de la périodicité de la fonction représentant le signal et les calculs précédents ne sont plus applicables. On ne sait donc pas vraiment quel impact en terme d'aliasing l'irrégularité de l'échantillonnage occasionnera ...

Ainsi il n'est donc pas aisé d'obtenir un spectre correct à partir de données irrégulières. Mais cela a été étudié par plusieurs personnes et des solutions sont apparues pour ce faire.

••• SECTION B.2 •••

Transformée de Fourier discrète

.....

B.2.1 • Principe de la projection

Soit un jeu de données discret :

$$|x\rangle = [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)] \quad (\text{B.26})$$

avec les temps d'échantillonnage $[t_1, t_2, \dots, t_N]$ et N est le nombre de données.

Soit un ensemble $\{\phi_\alpha(t)\}$ de fonctions formant un sous-espace vectoriel de l'espace des fonctions.

$$|\phi_\alpha\rangle = [\phi_\alpha(t_1), \phi_\alpha(t_2), \dots, \phi_\alpha(t_N)], \alpha = 1, \dots, M \quad (\text{B.27})$$

étant un vecteur de base de cet espace vectoriel. Ce sous-espace vectoriel est donc de dimension M

On définit sur l'espace des fonctions le produit interne lié aux temps d'échantillonnage par :

$$\langle f | g \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f^*(t_n) g(t_n) \quad (\text{B.28})$$

où * fait référence au complexe conjugué. B.28 permet la définition de la norme associée à l'espace des fonctions :

$$\|f\|^2 = \langle f|f \rangle \quad (\text{B.29})$$

Avec ce nouvel outil, il est maintenant possible de projeter notre jeu de données sur n'importe quel sous-espace de l'espace des fonctions, par exemple le sous-espace vectoriel formé par les vecteurs $|\phi_\alpha\rangle$ (B.27). Le vecteur qui ressortira de cette projection sera appelé " la fonction modèle" $|y\rangle$ tandis que sa différence aux données initiales (B.26) sera " le résidu" $|\Theta\rangle$.

$$|x\rangle = |y\rangle + |\Theta\rangle \quad (\text{B.30})$$

avec,

$$|y\rangle = \sum_{\alpha} c_{\alpha} |\phi_{\alpha}\rangle \quad (\text{B.31})$$

$|y\rangle$ appartient à notre espace vectoriel tandis que $|\Theta\rangle$ n'y appartient pas :

$$\langle \phi_{\alpha} | \Theta \rangle = 0 \quad (\text{B.32})$$

Cette dernière équation est la définition de l'orthogonalité pour notre espace vectoriel.

Ainsi,

$$\langle \phi_{\alpha} | x \rangle = \langle \phi_{\alpha} | y \rangle = \sum_{\beta} c_{\beta} \langle \phi_{\alpha} | \phi_{\beta} \rangle = \sum_{\beta} c_{\beta} S_{\alpha\beta} \quad (\text{B.33})$$

S est le tenseur métrique. L'inversion de ce tenseur permet de déterminer les coefficients c_{α} :

$$\begin{aligned} \phi |y\rangle &= S |c\rangle \\ |c\rangle &= S^{-1} \phi |y\rangle \\ \rightarrow c_{\alpha} &= \sum_{\beta} S_{\alpha\beta}^{-1} \langle \phi_{\beta} | y \rangle = \sum_{\beta} S_{\alpha\beta}^{-1} \langle \phi_{\beta} | x \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

nous permettant ainsi de construire la fonction modèle $|y\rangle$.

N.B. : En général, pour des échantillonnages irréguliers, S n'est pas diagonale, c'est-à-dire que les $|\phi_{\alpha}\rangle$ ne sont pas orthogonaux entre eux (voir B.32). Il est possible de procéder à une orthonormalisation des vecteurs de base de notre espace vectoriel au moyen de la formule classique de Gram-Schmidt.

Formule de Gram-Schmidt

Soit $\{|H_0\rangle, |H_1\rangle, \dots, |H_M\rangle\}$, les vecteurs de base d'un espace vectoriel, alors :

$$\begin{aligned} |h_0\rangle &= a_0 |H_0\rangle \\ |h_1\rangle &= a_1 (|H_1\rangle - \langle H_1 | h_0 \rangle |h_0\rangle) \\ \dots &= \dots \\ |h_M\rangle &= a_M \left(|H_M\rangle - \sum_{i=1}^{M-1} \langle H_M | h_i \rangle |h_i\rangle \right) \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

avec a_0, a_1, \dots, a_M de telle sorte que $\langle h_0 | h_0 \rangle = \langle h_1 | h_1 \rangle = \dots = \langle h_M | h_M \rangle = 1$; forment une base ortho-normale de ce même espace vectoriel.

B.2.2 • Transformée de Fourier discrète

Dans le cas où notre échantillonnage de temps est régulier et que :

$$\omega \in \{\omega_k \text{ tel que } \omega_k T = 2\pi k, T = N\Delta t\} \quad (\text{B.36})$$

(ces conditions sont obligatoires pour toute utilisation de TF usuelles : DFT, FFT, etc.)
alors [Foster, 1995] :

$$\begin{aligned} \langle c|s \rangle &= 0 \\ \langle c|c \rangle &= \langle s|s \rangle = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

avec $|c\rangle = |\cos(\omega t)\rangle$ et $|s\rangle = |\sin(\omega t)\rangle$. Il est aussi utile de mentionner pour la suite que, sous ces conditions :

$$\langle c|1\rangle = \langle s|1\rangle = 0 \quad (\text{B.38})$$

où $|1\rangle$ est la fonction constante de valeur 1.

Transformée de Fourier Discrète

Sous ces conditions, la Transformée de Fourier Discrète (DFT) est évaluée statistiquement par [Foster, 1995] :

$$P(\omega, |x\rangle) = N \frac{\langle \cos(\omega t)|x \rangle^2 + \langle \sin(\omega t)|x \rangle^2}{s^2} \quad (\text{B.39})$$

où N est le nombre d'échantillons des données et s^2 est l'estimation de la variance vraie.

Cela est équivalent à :

- 1) Projeter nos données sur le sous-espace formé par les vecteurs de base $|\cos(\omega t)\rangle$ et $|\sin(\omega t)\rangle$
- 2) Calculer le périodogramme par la formule

$$P(\omega, |x\rangle) = \frac{1}{2} N \frac{\langle y|y \rangle}{s^2} \quad (\text{B.40})$$

Preuve

Soit nos données :

$$|x\rangle = c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle + |\Theta\rangle \quad (\text{B.41})$$

On projette nos données B.41 sur le sous-espace formé par $(|c\rangle, |s\rangle)$:

$$|y\rangle = c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle \quad (\text{B.42})$$

L'utilisation de la norme du vecteur modèle $|y\rangle$ est justifiée car plus cette norme est grande, plus le vecteur $|y\rangle$ est grand, c'est-à-dire que la modélisation des données $|x\rangle$ par une sinusoïde à la fréquence ω crée un faible résidu $|\Theta\rangle$.

$$\langle y|y \rangle = c_1^2 \langle c|c \rangle + c_2^2 \langle s|s \rangle + 2c_1 c_2 \langle c|s \rangle \quad (\text{B.43})$$

Remarque : Cette relation est vraie quelque soit le sous-espace formé par $|c\rangle$ et $|s\rangle$, c'est-à-dire quel que soit l'échantillonnage de nos données. Elle est donc vraie peu importe que $|c\rangle$ et $|s\rangle$ soient orthogonaux.

D'après l'équation B.34 :

$$\begin{cases} c_1 = S_{11}^{-1} \langle c|y \rangle + S_{12}^{-1} \langle s|y \rangle \\ c_2 = S_{21}^{-1} \langle c|y \rangle + S_{22}^{-1} \langle s|y \rangle \end{cases}$$

or

$$S = \begin{pmatrix} \langle c|c \rangle & \langle c|s \rangle \\ \langle s|c \rangle & \langle s|s \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Ainsi,

$$\begin{cases} c_1 = 2 \langle c|y \rangle \\ c_2 = 2 \langle s|y \rangle \end{cases}$$

d'où

$$\begin{aligned} \langle y|y \rangle &= 4 \langle c|y \rangle^2 \langle c|c \rangle + 4 \langle s|y \rangle^2 \langle s|s \rangle \\ &= 2 \left(\langle c|y \rangle^2 + \langle s|y \rangle^2 \right) \end{aligned}$$

et en appliquant la formule B.40

$$P(\omega, |x) = N \frac{\langle c|x \rangle^2 + \langle s|x \rangle^2}{s^2} \quad (\text{B.44})$$

□

Si les conditions précédentes sur notre échantillonnage des temps et l'échantillonnage des fréquences ne sont pas vérifiées, alors les équations B.37 sont fausses et il faut considérer l'équation complète de B.43

$$\langle y|y \rangle = c_1^2 \langle c|c \rangle + c_2^2 \langle s|s \rangle + 2c_1 c_2 \langle c|s \rangle$$

Un calcul de perturbation à partir de $S = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \epsilon_1 & \epsilon_2 \\ \epsilon_2 & \frac{1}{2} + \epsilon_3 \end{pmatrix}$ nous amène à (les détails de calculs ne seront pas explicités) :

$$\langle y|y \rangle = 2 \langle c|y \rangle^2 + 2 \langle s|y \rangle^2 - 4\epsilon_1 \langle c|y \rangle^2 - 4\epsilon_3 \langle s|y \rangle^2 - 8\epsilon_2 \langle c|y \rangle \langle s|y \rangle + o(\epsilon^2) \quad (\text{B.45})$$

et donc à un périodogramme différent de B.39

B.2.3 • Le périodogramme modifié

Le périodogramme modifié, aussi appelé le périodogramme de Lomb-Scargle [Horne and Baliunas, 1986, Scargle, 1982] n'est pas soumis aux conditions B.36 explicitées en sous-section B.2.2. Ce fût un algorithme amélioré de la DFT ayant pour but de traiter les données irrégulières et l'un des premiers à être massivement utilisé dans la communauté. Encore aujourd'hui, certains en trouvent encore l'utilité et n'ont pas besoin d'algorithme plus complexe pour obtenir le spectre de leurs données.

Périodogramme de Lomb-Scargle

Le périodogramme modifié est donné par la formule [Scargle, 1982] :

$$P(\omega, |x\rangle) = \frac{N}{2} \left(\frac{\langle \cos(\omega(t-\tau)) | x \rangle^2}{\langle \cos(\omega(t-\tau)) | \cos(\omega(t-\tau)) \rangle} + \frac{\langle \sin(\omega(t-\tau)) | x \rangle^2}{\langle \sin(\omega(t-\tau)) | \sin(\omega(t-\tau)) \rangle} \right) \quad (\text{B.46})$$

avec

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\langle 1 | \sin(2\omega t) \rangle}{\langle 1 | \cos(2\omega t) \rangle}$$

Cet algorithme est équivalent à [Foster, 1995] :

- 1) soustraire la moyenne des données aux données. On rappelle que la moyenne est donnée par $\langle 1 | x \rangle$
- 2) projeter sur le sous-espace formé par $| \cos(\omega t) \rangle$ et $| \sin(\omega t) \rangle$
- 3) appliquer la formule B.40

$$P(\omega, |x\rangle) = \frac{1}{2} N \frac{\langle y | y \rangle}{s^2} \quad (\text{B.47})$$

Cet algorithme n'est cependant pas le meilleur pour obtenir le spectre le plus correct qui soit. Les calculs qui suivent en expliquent la raison.

Soient nos données brutes $|x\rangle$:

$$|x\rangle = c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle + |\Theta\rangle \quad (\text{B.48})$$

où $|\Theta\rangle$ est orthogonal à $|c\rangle$ et $|s\rangle$.

On soustrait ensuite à $|x\rangle$ sa moyenne donnée par :

$$\langle 1 | x \rangle = c_1 \langle 1 | c \rangle + c_2 \langle 1 | s \rangle + \langle 1 | \Theta \rangle$$

On obtient ainsi,

$$\begin{aligned} |x'\rangle &= |x\rangle - \langle 1 | x \rangle |1\rangle \\ &= c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle - c_1 \langle 1 | c \rangle |1\rangle - c_2 \langle 1 | s \rangle |1\rangle - \langle 1 | \Theta \rangle |1\rangle + |\Theta\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

Comme mentionné en sous-section B.2.2, c'est seulement sous les conditions B.36 que l'orthogonalité du vecteur $|1\rangle$ par rapport aux vecteurs $|c\rangle$ et $|s\rangle$ est obtenue. Les éléments $\langle 1 | c \rangle$ et $\langle 1 | s \rangle$ sont donc, en général, non nuls. Ainsi, lorsque l'on va projeter sur le sous-espace formé par $(|c\rangle, |s\rangle)$, on ne récupérera pas uniquement $c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle$ dû à la présence de $-c_1 \langle 1 | c \rangle |1\rangle - c_2 \langle 1 | s \rangle |1\rangle$. Ce sont ces deux composantes qui étaient manquantes lorsque l'on appliquait la DFT et leur absence entachait la détermination des amplitudes lors de l'application de la formule B.40.

Cependant, on observe aussi l'apparition du terme $-\langle 1 | \Theta \rangle |1\rangle$, qui lui aussi va amener une composante non désirée lors de la projection sur le sous-espace formé par $(|c\rangle, |s\rangle)$. Cela signifie que soustraire la moyenne aux données améliore la détermination du spectre, mais il est possible de faire mieux pour faire disparaître ce résidu. La suppression complète de ce résidu est le but de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée qui est expliquée dans la section suivante.

B.2.4 • La Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée

La Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée (DCDFT) est similaire au périodogramme de Lomb-Scargle à ceci près que le résidu que l'on peut obtenir en appliquant le Lomb-Scargle ne sera jamais présent à l'issue de la DCDFT grâce à la précaution de prendre des vecteurs de base orthogonaux au moyen de l'algorithme de Gram-Schmidt B.35.

Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée

La DCDFT est donnée par la formule [Ferraz-Mello, 1981] :

$$I(\omega) = 2a_0^2 \|F(\omega)\| \quad (\text{B.50})$$

avec

$$F(\omega) = \frac{\langle x' | (|h_1\rangle + i|h_2\rangle) \rangle}{a_0\sqrt{2}} \quad (\text{B.51})$$

$|x'\rangle$ sont nos données compensées pour que la moyenne soit nulle. $|h_0\rangle$, $|h_1\rangle$ et $|h_2\rangle$ sont les vecteurs découlant de l'application de la formule de Gram-Schmidt B.35 à partir des vecteurs $|H_0\rangle = |1\rangle$, $|H_1\rangle = |\cos(\omega t)\rangle$ et $|H_2\rangle = |\sin(\omega t)\rangle$. Ils sont donc orthogonaux entre eux. a_0 , a_1 et a_2 sont les pondérations permettant que ces vecteurs soient de norme 1.

Cette formule est équivalente à [Foster, 1995] :

- 1) projeter nos données sur le sous-espace formé par $|1\rangle$, $|\cos(\omega t)\rangle$ et $|\sin(\omega t)\rangle$

→ vecteur résultant : $|y\rangle$

- 2) projeter le vecteur résultant sur le vecteur $|1\rangle$ pour en soustraire le résultat afin de conserver uniquement la partie orthogonale à $|1\rangle$.

→ vecteur résultant : $|y'\rangle$

- 3) appliquer la formule du périodogramme B.40 en prenant en considération $|y'\rangle$

$$P(\omega, |x\rangle) = \frac{1}{2} N \frac{\langle y' | y' \rangle}{s^2}$$

Soient nos données brutes $|x\rangle$:

$$|x\rangle = c_0 |1\rangle + c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle + |\Theta\rangle \quad (\text{B.52})$$

où cette fois, $|\Theta\rangle$ est orthogonal à $|c\rangle$, $|s\rangle$ et $|1\rangle$.

On projette ces données sur le sous-espace formé par ($|1\rangle$, $|c\rangle$, $|s\rangle$) :

$$|y\rangle = c_0 |1\rangle + c_1 |c\rangle + c_2 |s\rangle \quad (\text{B.53})$$

On projette ensuite sur le vecteur $|1\rangle$

$$|\bar{y}\rangle = c_0 |1\rangle + c_1 \langle 1|c\rangle |1\rangle + c_2 \langle 1|s\rangle |1\rangle \quad (\text{B.54})$$

pour soustraire le résultat à $|y\rangle$:

$$|y'\rangle = |y\rangle - |\bar{y}\rangle = c_1|c\rangle + c_2|s\rangle - c_1\langle 1|c\rangle|1\rangle - c_2\langle 1|s\rangle|1\rangle \quad (\text{B.55})$$

Dans son article **Foster** préconise d'obtenir l'amplitude associée à la fréquence ω car elle a un intérêt physique plus grand que le périodogramme lui-même. Il conseille donc d'employer la formule :

$$A(\omega, |x\rangle) = \sqrt{2(\langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2)} \quad (\text{B.56})$$

$\langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2$ est équivalent à $\langle y'|y'\rangle$

Preuve

$$\begin{aligned} \langle y'|y'\rangle &= (\langle y| - \langle 1|y\rangle\langle 1|)(|y\rangle - \langle 1|y\rangle|1\rangle) \\ &= \langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2 - \langle 1|y\rangle^2 + \langle 1|y\rangle^2\langle 1|1\rangle \\ &= \langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2 \end{aligned}$$

□

Cependant, en programmation numérique, on va privilégier l'emploi de $\langle y'|y'\rangle$ car en fonction des cas, certains éléments de $\langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2$ peuvent faire exploser le calcul numérique :

$$\begin{aligned} \langle y'|y'\rangle &= c_1^2\langle c|c\rangle + 2c_1c_2\langle c|s\rangle + c_2^2\langle s|s\rangle \\ &\quad - c_1^2\langle 1|c\rangle^2 - 2c_1c_2\langle 1|c\rangle\langle 1|s\rangle - c_2^2\langle 1|s\rangle^2 \\ \langle y|y\rangle &= c_1^2\langle c|c\rangle + 2c_1c_2\langle c|s\rangle + c_2^2\langle s|s\rangle \\ &\quad + c_0^2\langle 1|1\rangle + 2c_0c_1\langle 1|c\rangle + 2c_0c_2\langle 1|s\rangle \quad (\triangle) \\ -\langle 1|y\rangle^2 &= c_1^2\langle 1|c\rangle^2 - 2c_1c_2\langle 1|c\rangle\langle 1|s\rangle - c_2^2\langle 1|s\rangle^2 \\ &\quad - c_0^2\langle 1|1\rangle - 2c_0c_1\langle 1|c\rangle - 2c_0c_2\langle 1|s\rangle \quad (\triangle) \end{aligned}$$

en plus de prendre plus de temps de calcul.

B.2.5 • Dans la continuité de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée

Au même titre que la projection des données sur le vecteur $|1\rangle$ pour n'en récupérer que la partie orthogonale (en considérant la partie des données $|y\rangle \in (|1\rangle, |c\rangle, |s\rangle)$), il est possible de considérer $|y\rangle \in (|1\rangle, |t\rangle, |c\rangle, |s\rangle)$ et la projection sur le sous-espace formé par $(|1\rangle, |t\rangle)$ pour en récupérer la partie orthogonale.

Soient nos données brutes :

$$|x\rangle = c_0|1\rangle + c_t|t\rangle + c_1|c\rangle + c_2|s\rangle + |\Theta\rangle \quad (\text{B.57})$$

On va tout d'abord projeter sur le sous-espace formé par $|y\rangle \in (|1\rangle, |t\rangle, |c\rangle, |s\rangle)$

$$|y\rangle = c_0|1\rangle + c_t|t\rangle + c_1|c\rangle + c_2|s\rangle \quad (\text{B.58})$$

On projette ensuite sur le sous-espace formé par $(|1\rangle, |t\rangle)$:

$$\begin{aligned} |\bar{y}\rangle &= \langle 1|y\rangle|1\rangle + \langle t|y\rangle|t\rangle \\ &= c_0\langle 1|1\rangle|1\rangle + c_t\langle 1|t\rangle|1\rangle + c_1\langle 1|c\rangle|1\rangle + c_2\langle 1|s\rangle|1\rangle \\ &\quad + c_0\langle t|1\rangle|t\rangle + c_t\langle t|t\rangle|t\rangle + c_1\langle t|c\rangle|t\rangle + c_2\langle t|s\rangle|t\rangle \end{aligned}$$

Puis on soustrait ce résultat à $|y\rangle$:

$$|y'\rangle = |y\rangle - |\bar{y}\rangle \quad (\text{B.59})$$

Enfin, on utilise la formule B.56 pour obtenir l'amplitude associée à la fréquence ω

$$A(\omega, |x\rangle) = \sqrt{2\langle y'|y'\rangle} \quad (\text{B.60})$$

où $\langle y'|y'\rangle$ est donné par

$$\begin{aligned} \langle y'|y'\rangle &= (\langle y| - \langle 1|y\rangle\langle 1| - \langle t|y\rangle\langle t|) (|y\rangle - \langle 1|y\rangle|1\rangle - \langle t|y\rangle|t\rangle) \\ &= \langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2 - 2\langle t|y\rangle^2 + \langle t|y\rangle^2\langle t|t\rangle + 2\langle 1|y\rangle\langle t|y\rangle\langle 1|t\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Pour se simplifier la tâche, et puisque l'intérêt des vecteurs $|1\rangle$ et $|t\rangle$ n'est que de supprimer la partie coplanaire des données par rapport à leur plan induit, on va considérer les vecteurs $|1\rangle$ et $|t'\rangle$ résultant de l'application de la formule de Gram-Schmidt (B.35). Ainsi :

$$\langle 1|1\rangle = \langle t'|t'\rangle = 1 \text{ et } \langle 1|t'\rangle = 0$$

d'où B.61 devient

$$\langle y'|y'\rangle = \langle y|y\rangle - \langle 1|y\rangle^2 - \langle t'|y\rangle^2 \quad (\text{B.62})$$

Remarque : On peut noter que rien ne nous empêche de continuer dans notre lancée et de faire intervenir différents degrés polynomiaux de t : $|t^2\rangle, |t^3\rangle, |t^4\rangle, \dots$ Ici nous nous arrêtons au degré un avec le sous-espace de base $(|1\rangle, |t\rangle)$, mais je pense personnellement qu'un intérêt serait d'augmenter le degré limite de la base polynomiale que l'on considère pour supprimer des composantes périodiques à très basses fréquences et dont la période correspondante est plus grande que la période d'observation de nos données. Ces signaux à très basses fréquences ne peuvent être détectés par une méthode basée sur la transformée de Fourier puisque leur fréquence se situe au-delà de la fréquence de Nyquist.

B.2.6 • Version complexe de la Transformée de Fourier Discrète à Date Compensée

Il arrive parfois qu'on soit en présence de signaux complexes, c'est-à-dire de deux séries de données couplées entre elles. L'utilisation de l'espace complexe pour représenter ces données permet de définir un sens de circulation pour les termes périodiques. On appellera le sens prograde celui pour lequel les données circulent dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre) tandis qu'on appellera le sens rétrograde celui pour lequel les données circulent dans le sens inverse (sens des aiguilles d'une montre). Ces signaux sont représentés par une amplitude et une phase :

$$z(t) = ce^{i\phi} \cdot e^{i\omega t} \begin{cases} \text{prograde si} & \omega > 0 \\ \text{constant si} & \omega = 0 \\ \text{rétrograde si} & \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{B.63})$$

Dans un tel cas, pour une fréquence ω donnée, on considère

$$z(t) = \underbrace{\tilde{c}_1 e^{i\omega t}}_{\text{prograde}} + \underbrace{\tilde{c}_2 e^{-i\omega t}}_{\text{retrograde}} \quad (\text{B.64})$$

Remarque :

$$\begin{aligned} z(t) = x(t) + iy(t) &= \tilde{c}_1 e^{i\omega t} + \tilde{c}_2 e^{-i\omega t} \\ &= \tilde{c}_1 [\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)] + \tilde{c}_2 [\cos(\omega t) - i \sin(\omega t)] \\ &= c_1^R \cos(\omega t) + i c_1^I \cos(\omega t) \\ &\quad - c_1^I \sin(\omega t) + i c_1^R \sin(\omega t) \\ &\quad + c_2^R \cos(\omega t) + i c_2^I \cos(\omega t) \\ &\quad + c_2^I \sin(\omega t) - i c_2^R \sin(\omega t) \\ &= [(c_1^R + c_2^R) \cos(\omega t) + (c_2^I - c_1^I) \sin(\omega t)] \rightarrow x \\ &\quad + i [(c_1^I + c_2^I) \cos(\omega t) + (c_1^R - c_2^R) \sin(\omega t)] \rightarrow y \\ &= c_1^x \cdot \cos(\omega t) + c_2^x \cdot \sin(\omega t) + i c_1^y \cos(\omega t) + i c_2^y \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (\text{B.65})$$

avec

$$\begin{aligned} c_1^R + c_2^R &= c_1^x & c_1^R &= (c_1^x + c_2^x)/2 \\ c_2^I - c_1^I &= c_2^x & c_1^I &= (c_1^y - c_2^y)/2 \\ c_1^I + c_2^I &= c_1^y & c_2^R &= (c_1^x - c_2^x)/2 \\ c_1^R - c_2^R &= c_2^y & c_2^I &= (c_1^y + c_2^y)/2 \end{aligned}$$

Projections entre vecteurs complexes de base

On rappelle la définition du produit interne B.28 :

$$\langle f | g \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n^* \cdot g_n$$

Propriété

$$\langle e^{i\omega t} | e^{i\omega t} \rangle = \langle e^{-i\omega t} | e^{-i\omega t} \rangle = 1 \quad (\text{B.66})$$

et

$$\begin{cases} \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle &= \langle e^{-i\omega t} | 1 \rangle \\ \langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle &= \langle e^{i\omega t} | 1 \rangle \\ \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle &= \langle e^{-i\omega t} | 1 \rangle^* \end{cases} \quad (\text{B.67})$$

Preuve

$$\begin{aligned}
\langle e^{i\omega t} | e^{i\omega t} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{-i\omega t} e^{i\omega t} = 1 \\
\langle e^{-i\omega t} | e^{-i\omega t} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{i\omega t} e^{-i\omega t} = 1 \\
\langle 1 | e^{i\omega t} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{i\omega t} \\
\langle e^{-i\omega t} | 1 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{-i\omega t^*} = \sum_{n=1}^N e^{i\omega t} \\
\langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{-i\omega t} \\
\langle e^{i\omega t} | 1 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{i\omega t^*} = \sum_{n=1}^N e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.68}$$

et

$$\begin{aligned}
\langle f | g \rangle^* &= \frac{1}{N} \left(\sum_{n=1}^N f_n^* \cdot g_n \right)^* \\
&= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (f_n^* \cdot g_n)^* \\
&= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n \cdot g_n^* \\
&= \langle f^* | g^* \rangle
\end{aligned} \tag{B.69}$$

□

Algorithme de la version complexe de la DCDF

Soient nos données brutes :

$$|z\rangle = \tilde{c}_0 |1\rangle + \tilde{c}_1 |e^{i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 |e^{-i\omega t}\rangle + |\Theta\rangle \tag{B.70}$$

On projette $|z\rangle$ sur le sous-espace formé par $(|1\rangle, |e^{i\omega t}\rangle, |e^{-i\omega t}\rangle)$

$$|z\rangle = \tilde{c}_0 |1\rangle + \tilde{c}_1 |e^{i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 |e^{-i\omega t}\rangle \tag{B.71}$$

On projette ensuite sur le vecteur $|1\rangle$ pour récupérer la partie à supprimer

$$|\bar{z}\rangle = \tilde{c}_0 |1\rangle + \tilde{c}_1 \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle |1\rangle + \tilde{c}_2 \langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle |1\rangle \tag{B.72}$$

Nos données épurées sont donc

$$|z'\rangle = \tilde{c}_1 |e^{i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 |e^{-i\omega t}\rangle - \tilde{c}_1 \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle |1\rangle - \tilde{c}_2 \langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle |1\rangle \quad (\text{B.73})$$

qui est équivalent à, d'après le calcul B.65 et les formules B.66

$$\begin{aligned} |z'\rangle &= [c_1^x |c\rangle + c_2^x |s\rangle - c_1^x \langle 1|c\rangle |1\rangle - c_2^x \langle 1|s\rangle |1\rangle] \\ &+ i [c_1^y |c\rangle + c_2^y |s\rangle - c_1^y \langle 1|c\rangle |1\rangle - c_2^y \langle 1|s\rangle |1\rangle] \end{aligned} \quad (\text{B.74})$$

On se retrouve avec $|z'\rangle$ qui peut être directement retrouvé à partir des DCDFD réelles des données $|x'\rangle$ et $|y'\rangle$ obtenues séparément par l'algorithme détaillé en sous-section B.2.4. Les amplitudes pour les parties prograde et rétrograde sont ensuite obtenues en projetant $|z'\rangle$ sur les vecteurs respectivement $|e^{i\omega t}\rangle$ et $|e^{-i\omega t}\rangle$:

$$|z'_+\rangle = \tilde{c}_1 |e^{i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 \langle e^{i\omega t} | e^{-i\omega t} \rangle |e^{i\omega t}\rangle - \tilde{c}_1 \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle \langle e^{i\omega t} | 1 \rangle |e^{i\omega t}\rangle - \tilde{c}_2 \langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle \langle e^{i\omega t} | 1 \rangle |e^{i\omega t}\rangle \quad (\text{B.75})$$

et

$$|z'_-\rangle = \tilde{c}_1 \langle e^{-i\omega t} | e^{i\omega t} \rangle |e^{-i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 |e^{-i\omega t}\rangle - \tilde{c}_1 \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle \langle e^{-i\omega t} | 1 \rangle |e^{-i\omega t}\rangle - \tilde{c}_2 \langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle \langle e^{-i\omega t} | 1 \rangle |e^{-i\omega t}\rangle \quad (\text{B.76})$$

et les amplitudes peuvent être récupérées par les analogues à la formule B.56 :

$$A_+(\omega, |z\rangle) = \sqrt{2 \langle z'_+ | z'_+ \rangle} \quad (\text{B.77})$$

et

$$A_-(\omega, |z\rangle) = \sqrt{2 \langle z'_- | z'_- \rangle} \quad (\text{B.78})$$

Calcul de $\langle z'_+ | z'_+ \rangle$ et $\langle z'_- | z'_- \rangle$

On pose :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_+^- &= \langle e^{i\omega t} | e^{-i\omega t} \rangle \\ \tilde{E}_1^- &= \langle 1 | e^{-i\omega t} \rangle \\ \tilde{E}_1^+ &= \langle 1 | e^{i\omega t} \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.79})$$

$$(\text{B.80})$$

et

$$E_1^2 = E_1^+ E_1^- \quad (\text{B.81})$$

Sous cette forme,

$$\begin{aligned} |z'_+\rangle &= \tilde{c}_1 |e^{i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 \tilde{E}_+^- |e^{i\omega t}\rangle - \tilde{c}_1 E_1^2 |e^{i\omega t}\rangle - \tilde{c}_2 \tilde{E}_1^{-2} |e^{i\omega t}\rangle \\ \langle z'_+ | &= \tilde{c}_1^* \langle e^{i\omega t} | + \tilde{c}_2^* \tilde{E}_+^- \langle e^{i\omega t} | - \tilde{c}_1^* E_1^2 \langle e^{i\omega t} | - \tilde{c}_2^* \tilde{E}_1^{+2} \langle e^{i\omega t} | \end{aligned}$$

ce qui amène au résultat

$$\langle z'_+ | z'_+ \rangle = \|\tilde{c}_1\|^2 (1 - E_1^2)^2 + \|\tilde{c}_2\|^2 (\tilde{E}_+^- - \tilde{E}_1^{-2}) (\tilde{E}_+^- - \tilde{E}_1^{+2}) + 2 \operatorname{Re} (\tilde{c}_1 \tilde{c}_2^* [(\tilde{E}_+^- - \tilde{E}_1^{+2}) (1 - E_1^2)]) \quad (\text{B.82})$$

De même

$$\begin{aligned} |z'_-\rangle &= \tilde{c}_1 \tilde{E}_-^+ |e^{-i\omega t}\rangle + \tilde{c}_2 |e^{-i\omega t}\rangle - \tilde{c}_1 \tilde{E}_1^{+2} |e^{-i\omega t}\rangle - \tilde{c}_2 E_1^2 |e^{-i\omega t}\rangle \\ \langle z'_-| &= \tilde{c}_1^* \tilde{E}_+^- \langle e^{-i\omega t}| + \tilde{c}_2^* \langle e^{-i\omega t}| - \tilde{c}_1^* \tilde{E}_1^{-2} \langle e^{-i\omega t}| - \tilde{c}_2^* E_1^2 \langle e^{-i\omega t}| \end{aligned}$$

ce qui amène au résultat

$$\langle z'_- | z'_- \rangle = \|\tilde{c}_1\|^2 (\tilde{E}_-^+ - \tilde{E}_1^{+2})(\tilde{E}_+^- - \tilde{E}_1^{-2}) + \|\tilde{c}_2\|^2 (1 - E_1^2)^2 + 2\text{Re}(\tilde{c}_1 \tilde{c}_2^* [(\tilde{E}_-^+ - \tilde{E}_1^{+2})(1 - E_1^2)]) \quad (\text{B.83})$$

ANNEXE C

Ajustement de la nutation : bases théoriques



Dans cette annexe, nous détaillons différentes notions théoriques pour comprendre les ajustements de la nutation libre du noyau [FCN] et du terme de nutation annuel rétrograde [NAR] que l'on retrouve dans les différents chapitres de la partie I. Ces notions sont au nombre de trois.

Dans une première section, nous rappelons les fondements de la méthode d'analyse par moindres carrés. Ensuite, nous introduisons les notions et précautions à prendre en compte lorsqu'on traite de l'analyse simultanée de deux signaux périodiques à des fréquences proches, introduisant ce que l'on appelle le phénomène de battement. Enfin, nous explorons les conséquences de la variabilité en amplitude d'un signal périodique, notamment la modulation de son amplitude, sur les formes spectrales que l'on en retire dans le domaine de Fourier.

Contents

C.1 Ajustement par moindres carrés	224
C.1.1 Démonstration de la formule C.1	224
C.1.2 Matrice Variances-Covariances des paramètres ajustés	226
C.1.3 Estimation du facteur unitaire de variance	226
C.2 Somme de deux signaux périodiques	227
C.2.1 Rappel des fonctions trigonométriques utiles	227
C.2.2 Phénomène de battement	228
C.3 Modulation en amplitude d'un signal périodique	230
C.3.1 Signal Modulé	231
C.3.2 Déceler la modulation en amplitude d'un signal périodique	231

••• SECTION C.1 •••

Ajustement par moindres carrés

.....

Nous allons rappeler brièvement les principes de l'ajustement par moindres carrés, résumé par la formule :

$$\vec{\delta p} = \left\{ f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \right\}^{-1} f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot (\vec{y} - f(\vec{p}_0)) \quad (\text{C.1})$$

où \vec{p} représente les paramètres d'un modèle $f(\vec{p})$ que l'on souhaite ajuster au mieux à nos observations \vec{y} ; \vec{p}_0 représente les valeurs a priori de ces paramètres et $\vec{p}_0 + \vec{\delta p}$ représente leurs valeurs a posteriori. La matrice S est utilisé pour la prise en compte de pondérations et de corrélations entre les observations. Dans le cas le plus simple, $S = I_d$ est la matrice unitaire. Dans tout le manuscrit, nous considérons pour notre part une matrice S diagonale, c'est-à-dire que nous considérons des pondérations à nos observations mais aucune corrélation entre elles.

C.1.1 • Démonstration de la formule C.1

Étant données les observations \vec{y} et notre modèle $f(\vec{p})$ dépendant des paramètres \vec{p} , l'objectif de l'algorithme des moindres carrés est de minimiser la fonction :

$$\phi(\vec{p}) = \frac{1}{2} \| f(\vec{p}) - \vec{y} \|^2$$

autrement dit, de réduire la somme des carrés des écarts entre les valeurs modèles et les observations [O-C].

Mathématiquement parlant,

- \vec{p} = vecteur de dimension P des paramètres
- $f(\vec{p})$ = vecteur de dimension N du modèle
- \vec{y} = vecteur de dimension N des observations

À cela, on ajoute,

- S inverse de la matrice de covariance de nos données qui rentre en jeu dans la définition de la norme $\| \cdot \|$

Preuve

$$\begin{aligned} \phi(\vec{p}) &= \frac{1}{2} \| f(\vec{p}) - \vec{y} \|^2 \\ &= \frac{1}{2} (f(\vec{p}) - \vec{y})^T \cdot S \cdot (f(\vec{p}) - \vec{y}) \\ &= \frac{1}{2} \left(f(\vec{p})^T - \vec{y}^T \right) \cdot S \cdot (f(\vec{p}) - \vec{y}) \\ &= \frac{1}{2} \left(f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f(\vec{p}) - 2 f(\vec{p})^T \cdot S \cdot \vec{y} + \vec{y}^T \cdot S \cdot \vec{y} \right) \end{aligned}$$

En différenciant la fonction $\phi(\vec{p})$ par rapport à \vec{p} , on obtient :

$$\begin{aligned}
 \phi'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} &= d\phi(\vec{p})(d\vec{p}) \\
 &= \frac{1}{2} \left[d\left(f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f(\vec{p})\right) - 2d\left(f(\vec{p})^T \cdot S \cdot \vec{y}\right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[(df(\vec{p}))^T \cdot S \cdot f(\vec{p}) + f(\vec{p})^T \cdot S \cdot df(\vec{p}) - 2(df(\vec{p}))^T \cdot S \cdot \vec{y} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[(f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p})^T \cdot S \cdot f(\vec{p}) + f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} - 2(f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p})^T \cdot S \cdot \vec{y} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[d\vec{p}^T \cdot f'(\vec{p})^T \cdot S \cdot f(\vec{p}) + f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} - 2d\vec{p}^T \cdot f'(\vec{p})^T \cdot S \cdot \vec{y} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} + f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} - 2\vec{y}^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} \right]
 \end{aligned}$$

car d'une part, pour un scalaire, $a^T = a$, et d'autre part, la matrice de pondération $S = S^T$

$$\phi'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} = \left[f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) - \vec{y}^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \right] \cdot d\vec{p}$$

La matrice $f'(\vec{p})$ est la matrice Jacobienne de notre modèle, c'est-à-dire la matrice des dérivées premières de chaque composante du vecteur modèle par rapport à chacun des paramètres, donc de dimension $N \times P$.

Minimiser la fonction $\phi(\vec{p})$ revient à annuler sa dérivée d'où :

$$\phi'(\vec{p}) \cdot d\vec{p} = \vec{0} \Rightarrow f(\vec{p})^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) = \vec{y}^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}) \quad (\text{C.2})$$

À ce stade, pour progresser, on fait une approximation de la formule par linéarisation. La philosophie de cette étape est très importante et ne doit pas être ignorée, car elle implique l'exactitude du résultat uniquement dans le cas d'un modèle linéaire par rapport aux paramètres. Dans les cas non linéaires, l'ajustement par moindres carrés est à prendre avec précaution car le modèle peut présenter des résultats incorrects, par exemple par la présence de minima locaux dans la topographie du modèle.

$$\begin{aligned}
 f(\vec{p}) &= f(\vec{p}_0) + f'(\vec{p}_0) \cdot \vec{\delta p} + O\left(\|\vec{\delta p}\|^2\right) \\
 f'(\vec{p}) &= f'(\vec{p}_0) + O\left(\|\vec{\delta p}\|\right)
 \end{aligned}$$

d'où l'équation C.2 équivaut à

$$\begin{aligned}
 \left(f(\vec{p}_0) + f'(\vec{p}_0) \cdot \vec{\delta p} \right)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) &= \vec{y}^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \\
 f(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) + \vec{\delta p}^T \cdot f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) &= \vec{y}^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \\
 f(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) + f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \cdot \vec{\delta p} &= \vec{y}^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \\
 \left\{ f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \right\} \cdot \vec{\delta p} &= f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot (\vec{y} - f(\vec{p}_0))
 \end{aligned}$$

Ce qui revient finalement à l'équation C.1

$$\vec{\delta p} = \left\{ f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \right\}^{-1} f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot (\vec{y} - f(\vec{p}_0))$$



C.1.2 • Matrice Variances-Covariances des paramètres ajustés

Le calcul de la matrice de variance-covariance des paramètres ajustés par la méthode des moindres carrés est donné par le théorème de Gauss-Markov ci-dessous.

Théorème de Gauss-Markov

Soit le problème $AX = Y$ posé en variables aléatoires et $\sigma_0^2 \Sigma$ la matrice de variance-covariance de Y . L'estimateur des moindres carrés obtenu en se plaçant dans l'espace euclidien de produit scalaire $S = \Sigma^{-1}$ et d'expression

$$(\vec{\delta p}) = \hat{X} = (A^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot A)^{-1} A^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot Y$$

avec $A = f'(\vec{p}_0)$ est la matrice jacobienne et $Y = \vec{y} - f(\vec{p}_0)$ les O-C; est optimal dans la classe des estimateurs sans biais et linéaire en Y . Sa variance est donnée par :

$$\text{Var}(\hat{X}) = \sigma_0^2 (A^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot A)^{-1} \quad (\text{C.3})$$

Le facteur σ_0^2 est appelé facteur unitaire de variance. Il contient l'échelle de la matrice de variance-covariance a priori des observations et, par le résultat de ce théorème contrôle l'échelle de la matrice de variance-covariance a posteriori des paramètres. Ce facteur est, en général, inconnu a priori. Dans toutes les études de cette thèse, il a été établi à 1. Au pire des cas, les erreurs sont bonnes à un facteur d'échelle près, ce qui est déjà le cas, bien connu, des erreurs en sortie d'un ajustement de données VLBI [Gattano et al., 2016, Gipson, 2007, Ma et al., 2009, Romero-Wolf et al., 2012].

C.1.3 • Estimation du facteur unitaire de variance

Ce facteur σ_0^2 peut être estimé à partir des résidus de l'ajustement.

Théorème

Un estimateur sans biais du facteur unitaire de variance est donné par :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{V}^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot \hat{V}}{N - P} \quad (\text{C.4})$$

où N est le nombre d'observations (dimension du vecteur Y dans le problème linéaire $A \cdot X = Y$) et P le nombre de paramètres (dimension du vecteur X). $S = \Sigma^{-1}$ est la matrice de pondération calculée à partir de la matrice de variance-covariance des observations : $\text{var}(Y) = \sigma_0^2 \Sigma$. \hat{V} est le vecteur des résidus déterminé par :

$$\hat{V} = A\hat{X} - Y$$

où \hat{X} est l'ajustement des paramètres par la méthode des moindres carrés (voir ci-dessus).

En résumé, la matrice de variance-covariance des paramètres en sortie de l'ajustement par moindres carrés est donnée par :

$$\text{Var}(\vec{p}) = \sigma_0^2 \left(f'(\vec{p}_0)^T \cdot S \cdot f'(\vec{p}_0) \right)$$

avec

$$\sigma_0^2 = \frac{\left(\vec{y} - f(\vec{p}_0 + \vec{\delta p}) \right)^T \cdot S \cdot \left(\vec{y} - f(\vec{p}_0 + \vec{\delta p}) \right)}{N - P}$$

Les erreurs formelles sur chaque paramètre sont données par :

$$\sigma_i = \sqrt{\text{Var}(\vec{p})_{ii}} \text{ pour le paramètre } p_i$$

et les facteurs de corrélation sont donnés par :

$$C_{ij} = \frac{\text{Var}(\vec{p})_{ij}}{\sqrt{\text{Var}(\vec{p})_{ii} \text{Var}(\vec{p})_{jj}}}$$

••• SECTION C.2 •••

Somme de deux signaux périodiques

.....

Lorsqu'on additionne deux signaux périodiques oscillant à des fréquences proches, on voit apparaître un phénomène de battement. Ce phénomène est très bien connu en musique, par exemple dans les vibrations simultanées de deux cordes d'une guitare.

Dans cette section, nous donnons tous les détails mathématiques pour comprendre le phénomène de battement que l'on voit apparaître dans les nutations de la Terre (partie I). Avec le terme de nutation libre du noyau [FCN] et le terme de nutation annuel rétrograde [NAR] opérant à des fréquences voisines de l'ordre du cycle par an, ce phénomène produit dans nos séries temporelles des variations d'amplitude à hauteur du dixième de milli-seconde d'arc.

C.2.1 • Rappel des fonctions trigonométriques utiles

Relations du cosinus

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \cos(a+b) + \cos(a-b) &= 2 \cos a \cos b \\ \cos(p) + \cos(q) &= 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \end{aligned}$$

Relations du sinus

$$\begin{aligned} \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \sin(a-b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \sin(a+b) + \sin(a-b) &= 2 \sin a \cos b \\ \sin(p) + \sin(q) &= 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \end{aligned}$$

C.2.2 • Phénomène de battement

Soient deux signaux

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) \\x_2(t) &= A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)\end{aligned}$$

On pose

$$\begin{aligned}p = a + b &= \omega_1 t + \phi_1 &\Rightarrow & a = \frac{p+q}{2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \\q = a - b &= \omega_2 t + \phi_2 && b = \frac{p-q}{2} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\phi_P &= \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} & \omega_P &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \\ \phi_M &= \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} & \omega_M &= \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A_1 [\cos(\omega_P t + \phi_P) \cos(\omega_M t + \phi_M) - \sin(\omega_P t + \phi_P) \sin(\omega_M t + \phi_M)] \\x_2(t) &= A_2 [\cos(\omega_P t + \phi_P) \cos(\omega_M t + \phi_M) + \sin(\omega_P t + \phi_P) \sin(\omega_M t + \phi_M)]\end{aligned}$$

donc

$$x_1(t) + x_2(t) = (A_1 + A_2) \cos(\omega_P t + \phi_P) \cos(\omega_M t + \phi_M) + (A_2 - A_1) \sin(\omega_P t + \phi_P) \sin(\omega_M t + \phi_M)$$

Le phénomène de battement se caractérise donc par un signal haute fréquence [HF] à la moyenne des fréquences des signaux initiaux et d'une modulation basse fréquence [BF] à la demi-différence des fréquences des signaux initiaux.

Ce phénomène peut donc être confondu avec une modulation périodique en amplitude si on n'y prête pas attention au cours de l'analyse. Il faut être précautionneux, et notamment prendre en compte une oscillation complète de la modulation pour décorrélérer les deux signaux. Dans le domaine temporel, la taille minimale de la fenêtre pour l'analyse peut donc être récupérée par la période associée à la fréquence de modulation :

$$\begin{aligned}\omega_M &= \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \text{ avec } \omega_1 \geq \omega_2 \\ \downarrow \\ T_M &= \frac{2\pi}{\omega_M} \\ &= \frac{2\pi}{\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2}} \times 2 \\ &= \frac{2T_1 T_2}{T_2 - T_1}\end{aligned} \tag{C.5}$$

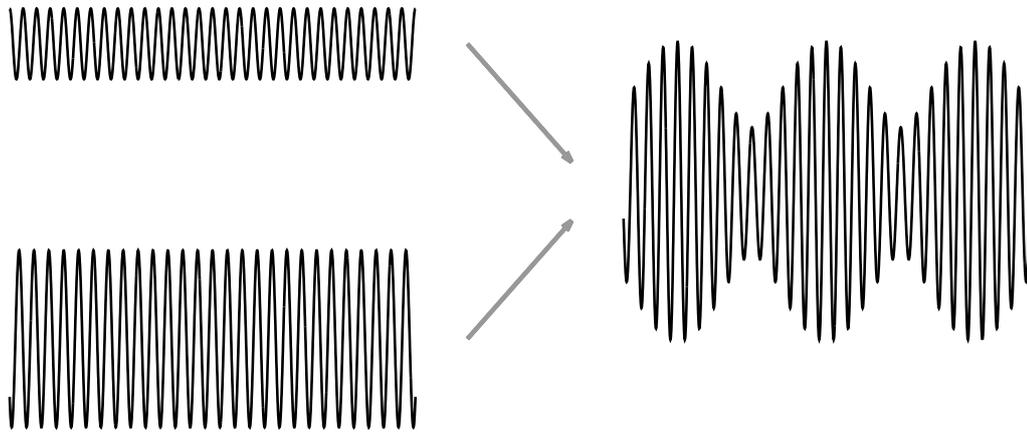


FIGURE C.1 – Illustration du phénomène de battement

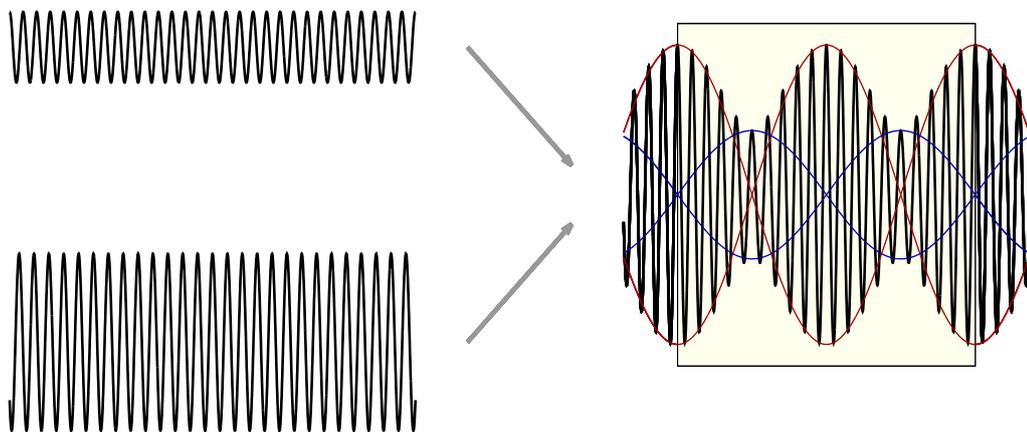


FIGURE C.2 – Illustration du fenêtrage dans le cas du phénomène de battement

Dans le domaine de Fourier, la condition pour la séparation de deux fréquences est donnée par les conditions de Nyquist (voir annexe B). L'échantillonnage des pulsations du spectre obtenu est $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_{fen}}$ entre les pulsations $\frac{2\pi}{T}$ et $\frac{\pi}{\Delta t}$. Ainsi, dans un spectre, deux fréquences sont discernables si :

$$\begin{aligned}\omega_1 - \omega_2 &\geq \Delta\omega \\ \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2} &\geq \frac{2\pi}{T_{fen}} \\ \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} &\geq \frac{1}{T_{fen}} \\ \frac{1}{2} T_M = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} &\leq T_{fen}\end{aligned}$$

Autrement dit, les périodes T_1 et T_2 peuvent être distinguées si leur demi-période de modulation est inférieure à la largeur de la fenêtre de l'échantillon. Néanmoins, l'égalité entre T_M et T_{fen} est assurée puisqu'il faut compter $2\Delta\omega$ entre deux composantes spectrales pour pouvoir distinguer les deux Dirac, c'est-à-dire en faisant apparaître le creux entre ces deux Dirac dans le spectre échantillonné.

Cela signifie donc que si l'on souhaite séparer spectralement deux harmoniques composant un signal, il faut considérer une fenêtre de largeur égale à la période de modulation associée. Dans notre cas d'étude, les deux périodes sont la période de la FCN à 430.21 jours et celle de la NAR à 365.25 jours, présentant ainsi une période de modulation de 13.25 ans.

On remarque toutefois que, par principe, la construction d'un spectre résulte de la projection du signal sur des sinusoides à des fréquences différentes, une par une ! Par la méthode des moindres carrés, on peut ajuster plusieurs sinusoides aux observations en même temps. Ainsi, ce fenêtrage minimum n'a plus lieu d'être. Le cas d'étude n°1 dans l'annexe D en est une preuve.

••• SECTION C.3 •••

Modulation en amplitude d'un signal périodique

.....

Dans cette section, nous évaluons les effets d'une modulation périodique de l'amplitude d'un signal périodique. Les détails théoriques sont présentés et permettent de comprendre les formes spectrales obtenues dans différents cas.

C.3.1 • Signal Modulé

Posons

$$x_1(t) = A_1 [1 + r_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

un signal dont l'amplitude est modulée périodiquement d'un ratio r_1 par rapport à une amplitude moyenne A_1 . Si l'on pose

$$\begin{aligned} \frac{p-q}{2} &= \Omega_1 t + \Phi_1 \\ \frac{p+q}{2} &= \omega_1 t + \phi_1 \end{aligned}$$

Alors,

$$\begin{aligned} p &= (\omega_1 + \Omega_1) t + (\phi_1 + \Phi_1) \\ q &= (\omega_1 - \Omega_1) t + (\phi_1 - \Phi_1) \end{aligned}$$

On pose alors

$$\begin{aligned} \omega_1^+ &= \omega_1 + \Omega_1 & \phi_1^+ &= \phi_1 + \Phi_1 \\ \omega_1^- &= \omega_1 - \Omega_1 & \phi_1^- &= \phi_1 - \Phi_1 \end{aligned}$$

Ainsi,

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \frac{A_1 r_1}{2} \cos(\omega_1^+ t + \phi_1^+) + \frac{A_1 r_1}{2} \cos(\omega_1^- t + \phi_1^-)$$

Il y a donc équivalence entre la somme de deux signaux périodiques et le produit de deux signaux périodiques. De ce fait, chaque fréquence caractéristique d'un signal, qu'elle soit une fréquence propre ou une fréquence de modulation, peut être vue comme une composante périodique dans le spectre du signal. À noter que, de manière générale, c'est la fréquence la plus faible Ω qui fait référence à la modulation. Ainsi, ω_1^+ et ω_1^- sont du même signe que ω_1 .

On remarque que la variabilité périodique d'une sinusoïde se caractérise dans le domaine de Fourier par deux pics symétriques de part et d'autre du pic principal à la fréquence ω_1 , le décalage étant relié à la fréquence de modulation Ω_1 . Lors du calcul d'un spectre, le sinus cardinal associé au caractère fini de l'observation va se convoluer avec ces trois pics. Si la fenêtre d'observation est trop petite, les convolutions de chaque Dirac vont se superposer et le résultat sera un pic centré en ω_1 de largeur à mi-hauteur $2\Omega_1$. En revanche, si la fenêtre est suffisamment grande, le calcul du spectre pourra discerner les trois composantes et il sera possible de remonter à la variation à partir du moment où on observe cette symétrie.

C.3.2 • Décoder la modulation en amplitude d'un signal périodique

Cas d'un signal à une dimension

Par le principe exposé dans la sous-section précédente, on comprend que la multiplication d'un signal périodique par une sinusoïde peut être transformée en la somme de deux sinusoïdes à des fréquences symétriques par rapport à la fréquence d'origine. Ce principe va nous permettre de mettre en place une technique pour récupérer des fréquences de modulation aux moyens d'un simple filtre

pas-bas. On suppose un signal

$$\begin{aligned}
 s(t) &= [A_0 + B_0 \cos(\Omega t + \Phi)] \cos(\omega_0 t + \phi_0) + \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \\
 &= \underbrace{A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)}_{\text{①}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi_i)}_{\text{②}} \\
 &\quad + \underbrace{\frac{B_0}{2} \cos((\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi))}_{\text{③}} + \underbrace{\frac{B_0}{2} \cos((\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi))}_{\text{④}}
 \end{aligned}$$

L'idée est de multiplier le signal par une sinusoïde à la fréquence soupçonnée d'être modulée en amplitude. Par les relations trigonométriques, on retire alors fréquence et amplitude de modulation.

$$\begin{aligned}
 \text{① } \overrightarrow{s(t) \times \cos(\omega_0 t + \xi)} &= A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) \cos(\omega_0 t + \xi) \\
 &= \frac{A_0}{2} \underbrace{\cos(2\omega_0 t + (\phi_0 + \xi))}_{\text{HF}} + \frac{A_0}{2} \underbrace{\cos(0 t + (\phi_0 - \xi))}_{\text{cst}} \\
 \text{② } \overrightarrow{s(t) \times \cos(\omega_0 t + \xi)} &= \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \cos(\omega_0 t + \xi) \\
 &= \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{2} \underbrace{\cos((\omega_i + \omega_0)t + (\phi_i + \xi))}_{\text{HF}} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{2} \underbrace{\cos((\omega_i - \omega_0)t + (\phi_i + \xi))}_{\text{BF}} \\
 \text{③ } \overrightarrow{s(t) \times \cos(\omega_0 t + \xi)} &= \frac{B_0}{2} \cos((\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi)) \cos(\omega_0 t + \xi) \\
 &= \frac{B_0}{4} \underbrace{\cos((2\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi + \xi))}_{\text{HF}} + \frac{B_0}{4} \underbrace{\cos(\Omega t + (\phi_0 + \Phi - \xi))}_{\text{BF}} \\
 \text{④ } \overrightarrow{s(t) \times \cos(\omega_0 t + \xi)} &= \frac{B_0}{2} \cos((\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi)) \cos(\omega_0 t + \xi) \\
 &= \frac{B_0}{4} \underbrace{\cos((2\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi + \xi))}_{\text{HF}} + \frac{B_0}{4} \underbrace{\cos(-\Omega t + (\phi_0 - \Phi - \xi))}_{\text{BF}}
 \end{aligned}$$

Dans le domaine de Fourier, il est ainsi possible de récupérer la partie du signal liée à une modulation par cette méthode, en prenant soin toutefois de corriger les éventuelles contaminations provenant des autres harmoniques du signal, potentielles sources d'informations basses fréquences à l'issue de la multiplication par la sinusoïde.

Cas d'un signal à deux dimensions

On suppose un signal

$$\begin{aligned}\tilde{s}(t) = X + i.Y &= \left[\tilde{A}_0 + \frac{\tilde{B}_0}{2} \left(e^{i(\Omega t + \Phi)} + e^{-i(\Omega t + \Phi)} \right) \right] e^{i(\omega_0 t + \phi_0)} + \sum_{j=1}^N \tilde{A}_j e^{i(\omega_j t + \phi_j)} \\ &= \underbrace{\tilde{A}_0 e^{i(\omega_0 t + \phi_0)}}_{\text{①}} + \underbrace{\sum_{j=1}^N \tilde{A}_j e^{i(\omega_j t + \phi_j)}}_{\text{②}} + \underbrace{\frac{\tilde{B}_0}{2} e^{i((\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi))}}_{\text{③}} + \underbrace{\frac{\tilde{B}_0}{2} e^{i((\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi))}}_{\text{④}}\end{aligned}$$

On multiplie par une sinusoïde dans sa forme exponentielle :

$$\begin{aligned}\text{① } \overline{\tilde{s}(t) \times \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}]} &\rightarrow \tilde{A}_0 e^{i(\omega_0 t + \phi_0)} \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}] \\ &= \frac{\tilde{A}_0}{2} \underbrace{e^{i(2\omega_0 t + (\phi_0 + \xi))}}_{\text{HF}} + \frac{\tilde{A}_0}{2} \underbrace{e^{i(0t + (\phi_0 - \xi))}}_{\text{cst}} \\ \text{② } \overline{\tilde{s}(t) \times \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}]} &\rightarrow \sum_{j=1}^N \tilde{A}_j e^{i(\omega_j t + \phi_j)} \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}] \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{A}_j}{2} \underbrace{e^{i((\omega_j + \omega_0)t + (\phi_j + \xi))}}_{\text{HF}} + \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{A}_j}{2} \underbrace{e^{i((\omega_j - \omega_0)t + (\phi_j - \xi))}}_{\text{BF}} \\ \text{③ } \overline{\tilde{s}(t) \times \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}]} &\rightarrow \frac{\tilde{B}_0}{2} e^{i((\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi))} \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}] \\ &= \frac{\tilde{B}_0}{4} \underbrace{e^{i((2\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi + \xi))}}_{\text{HF}} + \frac{\tilde{B}_0}{4} \underbrace{e^{i(\Omega t + (\phi_0 + \Phi - \xi))}}_{\text{BF}} \\ \text{④ } \overline{\tilde{s}(t) \times \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}]} &\rightarrow \frac{\tilde{B}_0}{2} e^{i((\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi))} \frac{1}{2} [e^{i(\omega_0 t + \xi)} + e^{-i(\omega_0 t + \xi)}] \\ &= \frac{\tilde{B}_0}{4} \underbrace{e^{i((2\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi + \xi))}}_{\text{HF}} + \frac{\tilde{B}_0}{4} \underbrace{e^{i(-\Omega t + (\phi_0 - \Phi - \xi))}}_{\text{BF}}\end{aligned}$$

La forme exponentielle du cosinus va avoir tendance à dédoubler chaque raie du signal. Il est possible d'éviter cela en multipliant le signal initial par une simple exponentielle, celle qui enverra la partie du signal modulé vers les basses fréquences :

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \overrightarrow{\tilde{s}(t) \times e^{-i(\omega_0 t + \xi)}} & \rightarrow \tilde{A}_0 e^{i(\omega_0 t + \phi_0)} e^{-i(\omega_0 t + \xi)} \\
 & = \tilde{A}_0 \underbrace{e^{i(0t + (\phi_0 - \xi))}}_{\text{cst}} \\
 \textcircled{2} \quad \overrightarrow{\tilde{s}(t) \times e^{-i(\omega_0 t + \xi)}} & \rightarrow \sum_{j=1}^N \tilde{A}_j e^{i(\omega_j t + \phi_j)} e^{-i(\omega_0 t + \xi)} \\
 & = \sum_{j=1}^N \tilde{A}_j \underbrace{e^{i((\omega_j - \omega_0)t + (\phi_j - \xi))}}_{\text{BF}} \\
 \textcircled{3} \quad \overrightarrow{\tilde{s}(t) \times e^{-i(\omega_0 t + \xi)}} & \rightarrow \frac{\tilde{B}_0}{2} e^{i((\omega_0 + \Omega)t + (\phi_0 + \Phi))} e^{-i(\omega_0 t + \xi)} \\
 & = \frac{\tilde{B}_0}{2} \underbrace{e^{i(\Omega t + (\phi_0 + \Phi - \xi))}}_{\text{BF}} \\
 \textcircled{4} \quad \overrightarrow{\tilde{s}(t) \times e^{-i(\omega_0 t + \xi)}} & \rightarrow \frac{\tilde{B}_0}{2} e^{i((\omega_0 - \Omega)t + (\phi_0 - \Phi))} e^{-i(\omega_0 t + \xi)} \\
 & = \frac{\tilde{B}_0}{2} \underbrace{e^{i(-\Omega t + (\phi_0 - \Phi - \xi))}}_{\text{BF}}
 \end{aligned}$$

On se rend compte que ce procédé de multiplier le signal initial par une sinusoïde à la fréquence de la composante supposée variable revient uniquement à décaler le spectre pour centrer la fréquence identifiée en 0. Il s'avère donc que ce procédé n'est rien de plus que l'identification des pics symétriques comme expliquée dans la sous-section précédente. Il peut éventuellement être utile dans le cadre d'une automatisation de l'analyse.

Cependant, on comprend bien que si dès l'origine deux fréquences sont proches l'une de l'autre, comme c'est par exemple le cas pour la FCN et la NAR, la modulation de la plus faible (la NAR) est difficilement identifiable par la présence de la plus forte (la FCN). Ce procédé, bien qu'utile dans d'autres domaines (e.g. en mécanique céleste pour la détection de co-orbitaux [Leleu, A., discussion privée]), ne règle pas la question qui anime nos travaux dans le cadre de cette thèse, à savoir la décorrélation de la NAR et la FCN dans leur variabilité.

Test de l'ajustement de deux termes de nutation



Il est difficile de percevoir des modulations en amplitude pour les termes de nutation libre du noyau [FCN] et annuel rétrograde [NAR] au moyen d'un spectre de Fourier en raison de la proximité des deux fréquences correspondantes. En effet, les composantes spectrales secondaires issues de ces modulations peuvent être masquées par les composantes principales. En annexe B, les travaux basés sur le papier de Foster [1995] permettent d'établir un spectre amélioré à partir des séries irrégulières et en séparant itérativement les différentes composantes du signal. Néanmoins, malgré des résultats cohérents dans le cas de signaux composés de sinusoides purement constantes, nos tentatives pour l'utiliser dans le cas de sinusoides variables, comme dans le cas de la nutation de la Terre, n'ont pas encore abouti pour présenter des résultats concrets dans ce manuscrit.

Nous nous sommes penchés sur une méthode dans le domaine du temps pour tenter d'ajuster conjointement la FCN et la NAR, à savoir la méthode d'ajustement par moindres carrés sur une fenêtre glissante. C'est la plus simple et la plus utilisée dans le cadre de la nutation de la Terre [e.g. Belda et al., 2016, Herring et al., 2002, Krásná et al., 2013, Lambert and Dehant, 2007, Vondrák et al., 2005]. Nous avons testé cette technique au moyen de différents modèles de contrôle de FCN et de la NAR construits en s'inspirant des observations : (1) FCN et NAR constants (2) FCN modulé et NAR constant (3) FCN constant et NAR modulé (4) FCN et NAR modulés (5) FCN avec des sauts de fréquence et NAR constant.

Chaque section qui suit correspond à un cas d'étude. Nous y exposons systématiquement :

1. Les caractéristiques du signal de contrôle,
2. La liste des figures du cas d'étude
3. Les commentaires faits dans le cadre de ce cas
4. Les spectres, conventionnels et sur-échantillonnés, des séries lissées
5. L'ajustement isolé de la FCN
6. L'ajustement de la FCN conjointement à la NAR
7. L'ajustement de la NAR conjointement à la FCN
8. Les corrélations FCN-NAR

Pour les ajustements, différentes tailles de fenêtres ont été considérées, allant de 1 à 14 ans (sur les figures, lire 1,2 an pour '1A2', 6 ans pour '6A', 7,1 ans pour '7A1', etc...).

••• SECTION D.1 •••

Cas n°1 : FCN constante et NAR constante

Informations sur les composantes du signal créé

FCN	• période constante :	-430.21 jours
	• amplitude constante :	200 μ as
	• phase constante :	90° par rapport à J2000.0
NAR	• période constante :	-365.25 jours
	• amplitude constante :	40 μ as
	• phase constante :	210° par rapport à J2000.0

Base des données

Base pour la création des séries : AUS ; BKG ; CGS ; GSF ; IAA ; IVS ; OPA ; SPU ; USN ; VIE

- Récupération de l'échantillonnage
- Récupération des erreurs formelles sur dX et dY

Liste des figures

Figures	Spectres	Comparaison [Fig. D.1] & détaillés [Fig. D.2]
	Ajustements	FCN seule [Fig. D.3] & FCN + NAR [Figs. D.4, D.5]
	Corrélations	entre les amplitudes FCN et NAR [Fig. D.6]

Notes et commentaires

- Notes :**
- On constate deux pics distincts sur les spectres [Figs. D.1, D.2]
La position des pics dans un spectre aux conditions de Nyquist dépend de l'échantillonnage de la série [Fig. D.1]. Pour un spectre sur-échantillonné, la position est identique pour les différentes séries [Fig. D.2]
 - L'ajustement de la FCN seule est contaminé par le phénomène de battement [Fig. D.3], le phénomène étant moyenné pour des fenêtres de plus en plus grandes. Pour une fenêtre de 14 ans, soit environ la période du battement, l'ajustement est correct.
 - L'ajustement de la FCN et de la NAR simultanément est correct pour les deux termes de nutation.
 - La corrélation entre les amplitudes des deux termes de nutation décroît avec la taille de la fenêtre. Pour de larges fenêtres, elle est bornée entre $\pm 20\%$

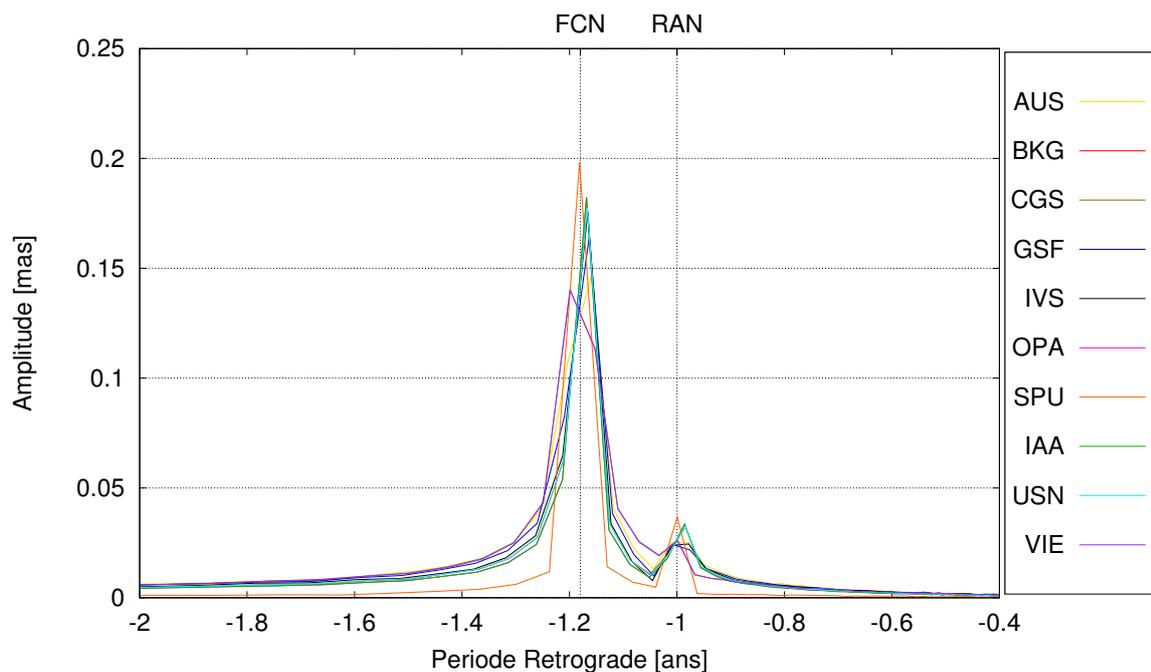


FIGURE D.1 – Comparaison spectrale, autour de la FCN, des différentes séries construites dans le cas d'étude n°1 (voir descriptif).

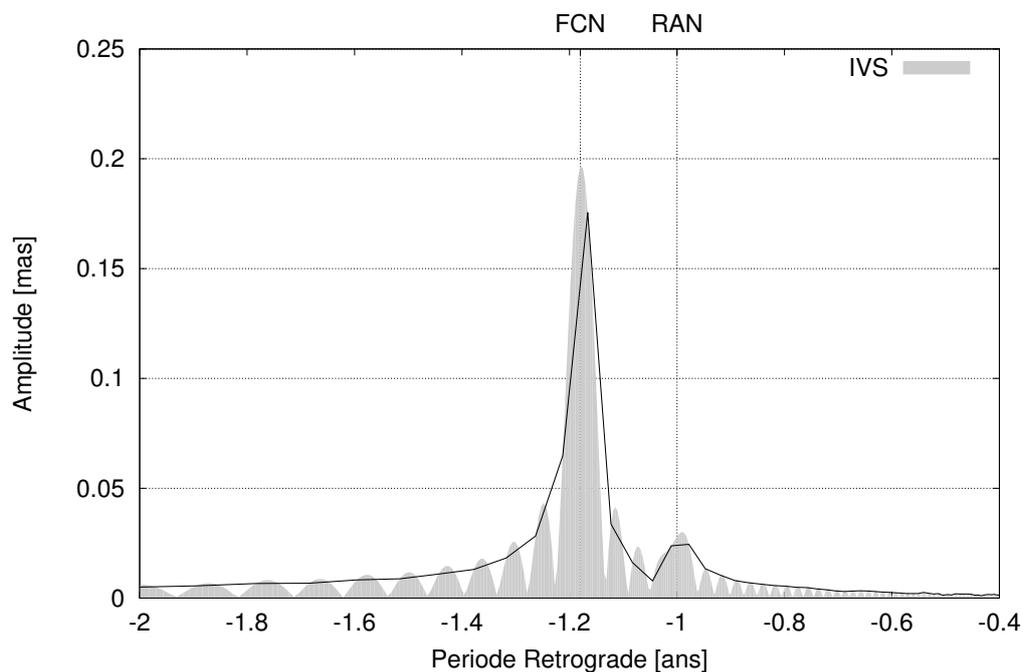


FIGURE D.2 – Exemple du spectre sur-échantillonné dix fois (courbe pleine) sur la base de l'échantillonnage de la série IVS. Les spectres construits à partir des 9 autres séries sont similaires.

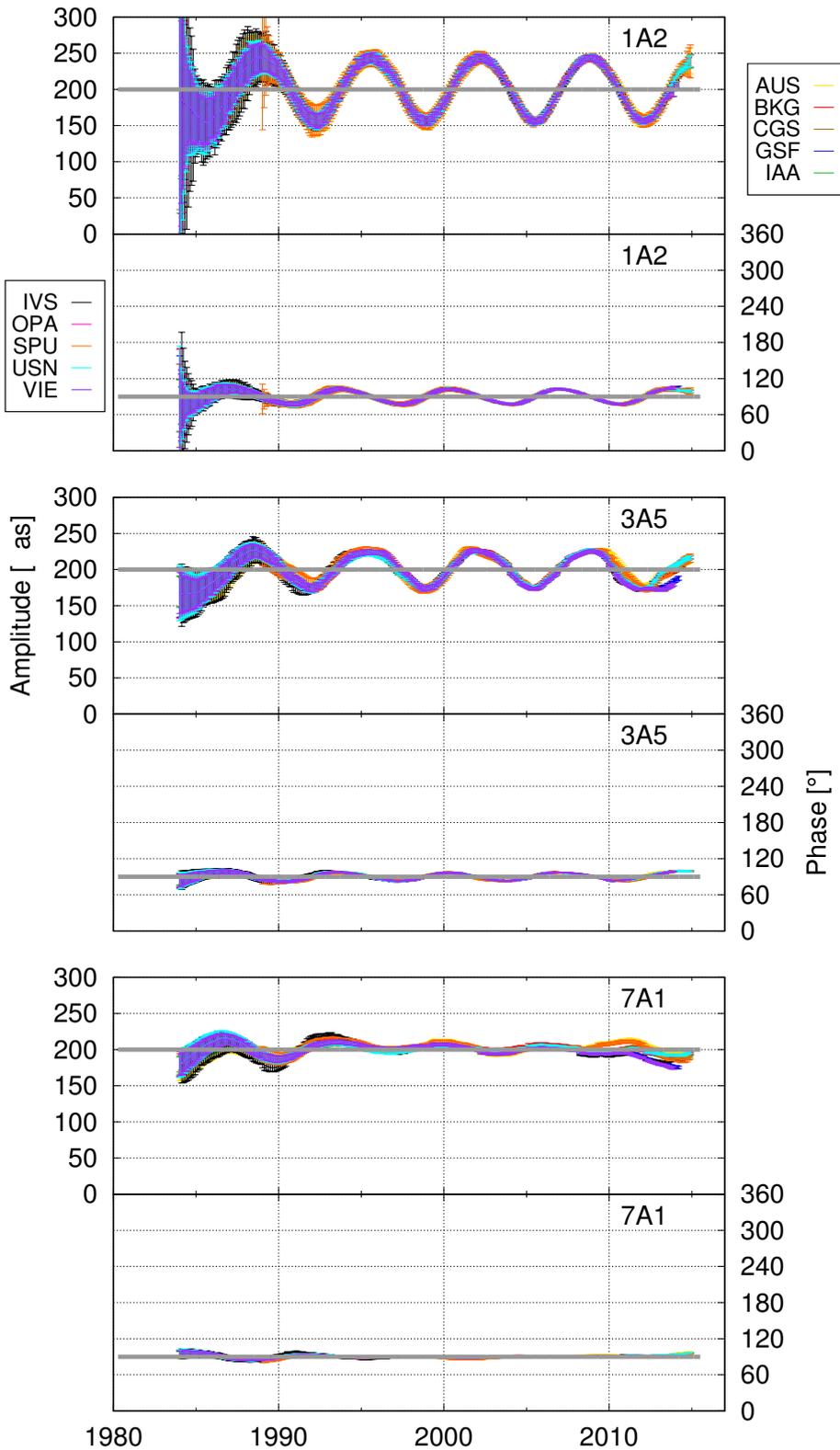


FIGURE D.3 –

FCN seule

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un unique terme à la fréquence de la FCN dans le cas d'étude n°1. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- $1A2 = 1,2 \text{ an} = 1xT_{FCN}$,
- $3A5 = 3,5 \text{ ans} = 3xT_{FCN}$,
- $7A1 = 7,1 \text{ ans} = 6xT_{FCN}$,

est la période de la FCN. En gris est représentée la série considérée en entrée.

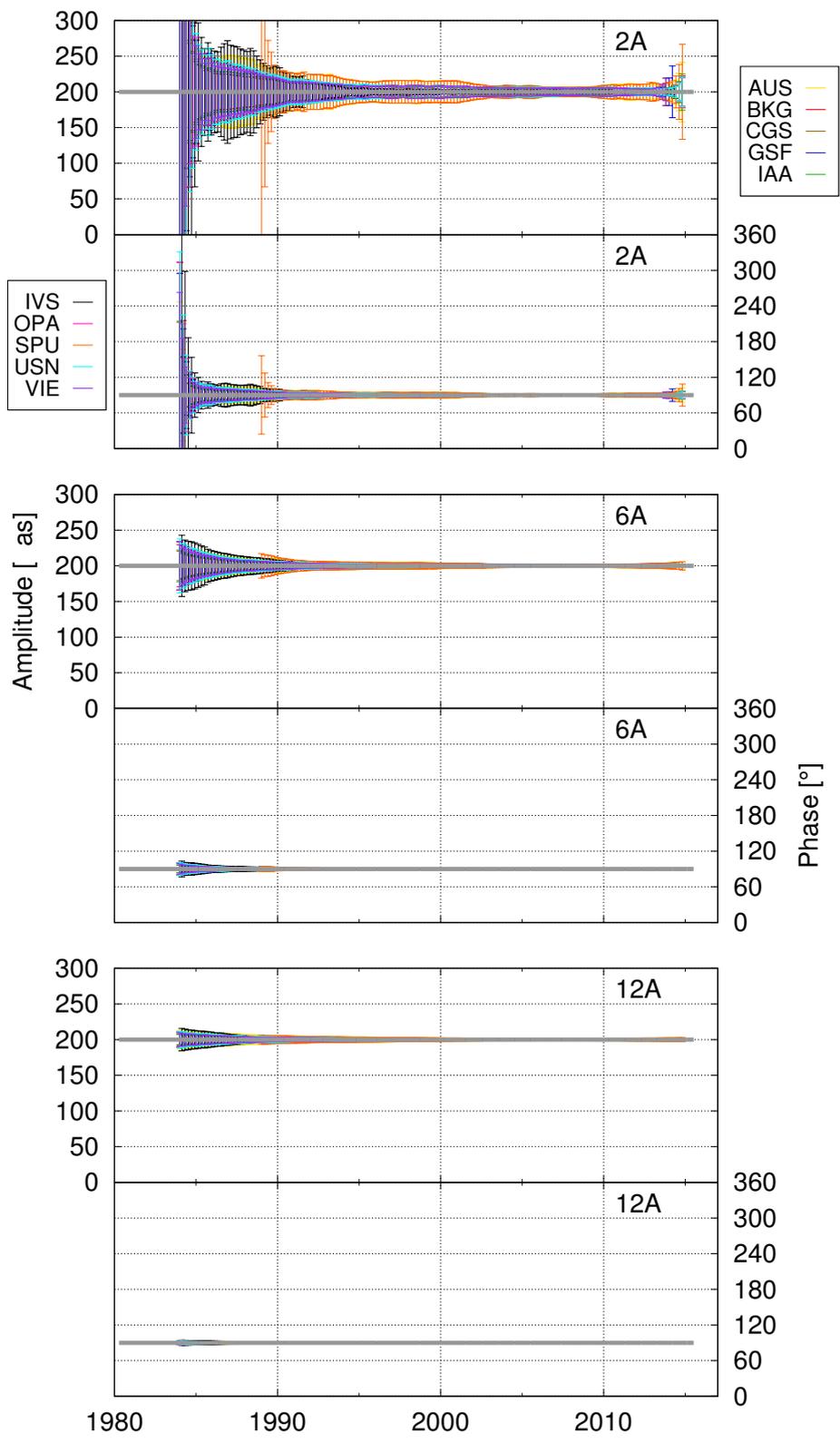


FIGURE D.4 –
FCN + NAR
 → **FCN**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°1. Résultats concernant le terme de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

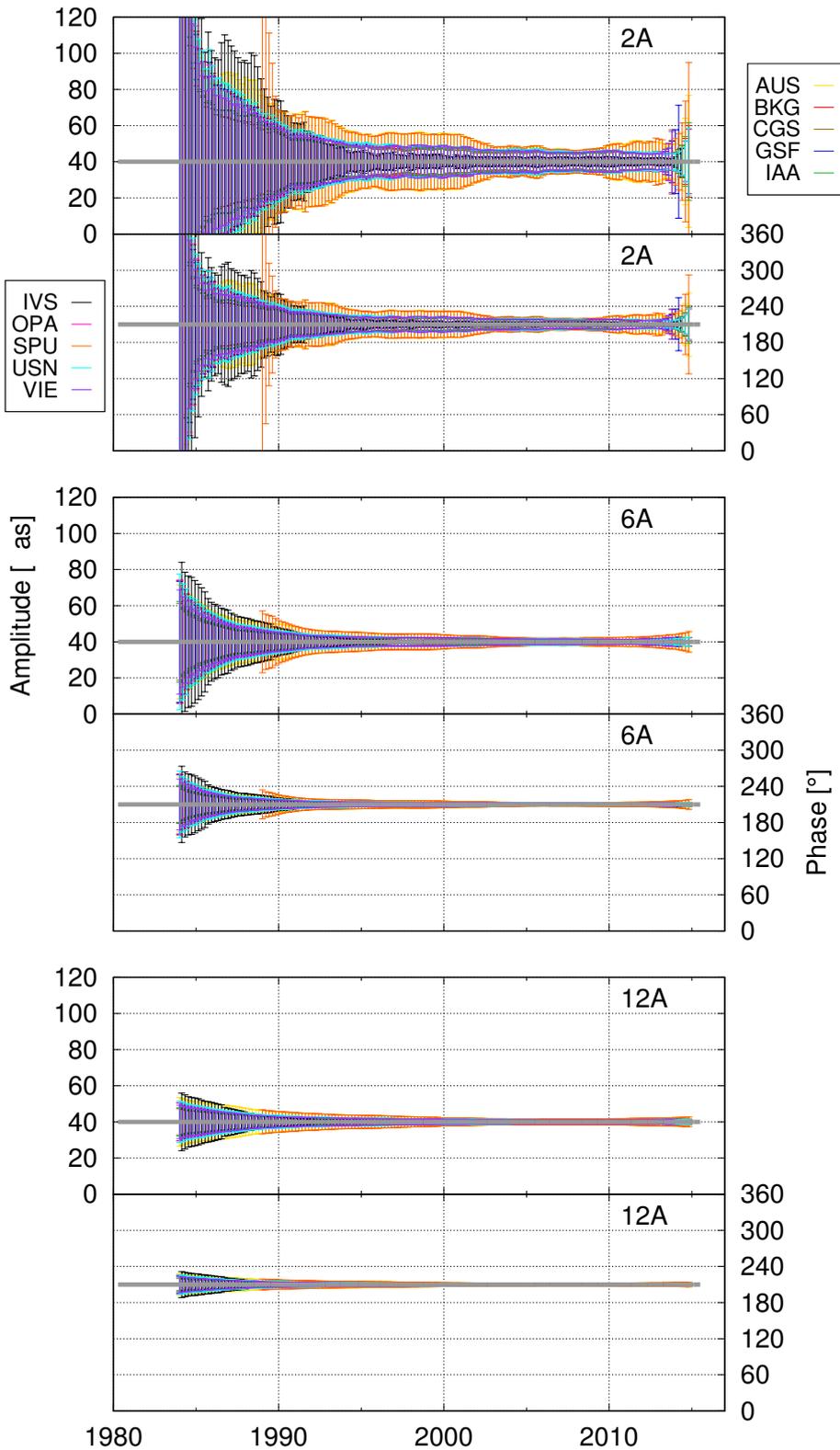


FIGURE D.5 –
FCN + NAR
 → **NAR**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°1. Résultats concernant le terme de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

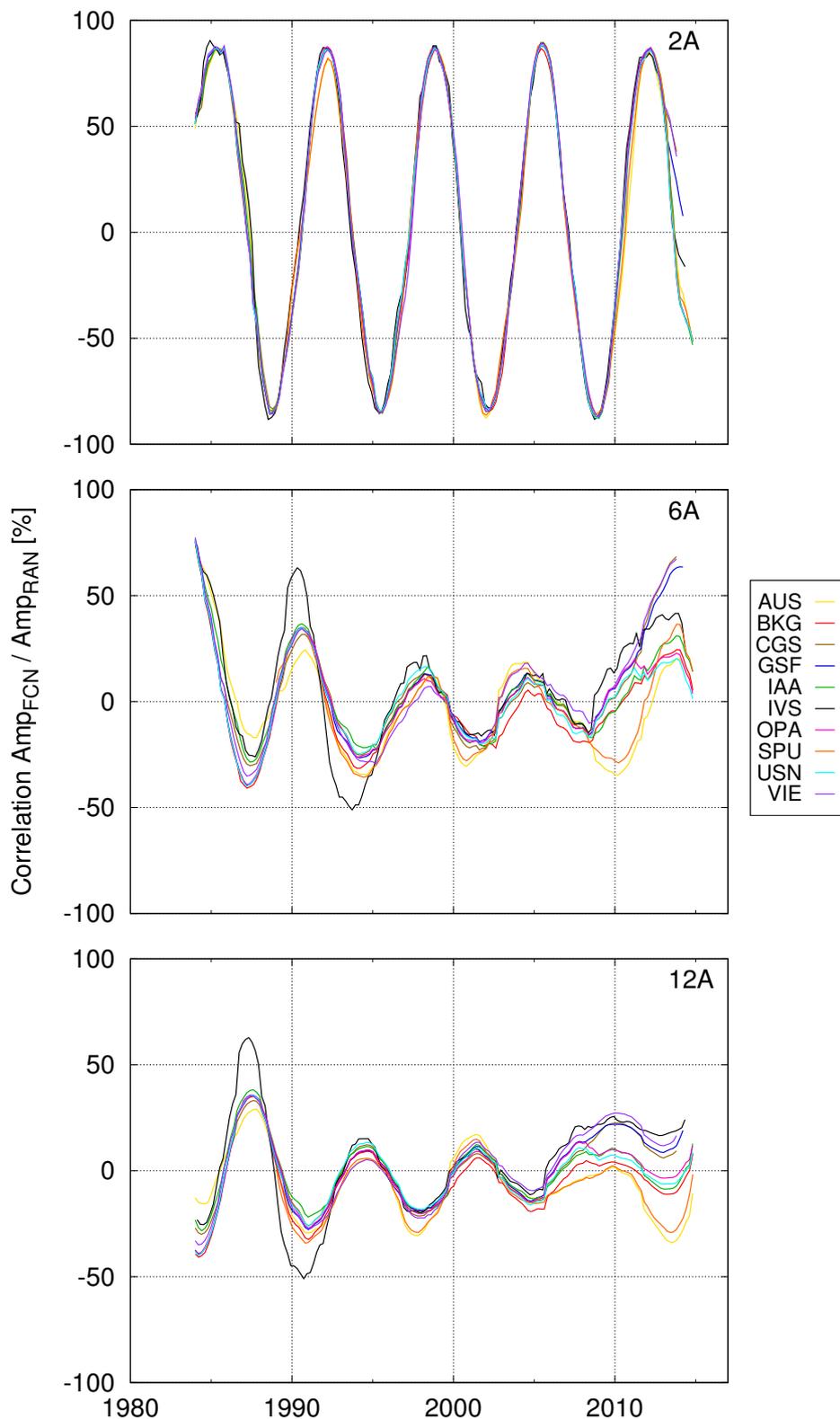


FIGURE D.6 –

FCN + NAR**→ Corrélation**

Corrélation entre les amplitudes de la FCN et de la NAR ajustées par moindres carrés sur fenêtre glissante dans le cas d'étude n°1. Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

••• SECTION D.2 •••

Cas n°2 : FCN constante et NAR modulée

Informations sur les composantes du signal créé

FCN	• période constante :	-430.21 jours
	• amplitude constante :	200 μ as
	• phase constante :	90° par rapport à J2000.0
NAR	• période constante :	-365.25 jours
	• amplitude modulée :	40 μ as
	• ratio de modulation :	100%
	• période de modulation :	6 ans
	• phase constante :	210° par rapport à J2000.0

Base des données

Base pour la création des séries : AUS ; BKG ; CGS ; GSF ; IAA ; IVS ; OPA ; SPU ; USN ; VIE

- Récupération de l'échantillonnage
- Récupération des erreurs formelles sur dX et dY

Liste des figures

Figures	Spectres	Comparaison [Fig. D.7] & détaillés [Fig. D.8]
	Ajustements	FCN seule [Fig. D.9] & FCN + NAR [Figs. D.10, D.11]
	Corrélations	entre les amplitudes FCN et NAR [Fig. D.12]

Notes et commentaires

- Notes :**
- Apparition d'un pic à 20 milli-seconde d'arc à droite de celui de la NAR [Figs. D.7,D.8], conséquence de la modulation en amplitude (voir section C.3).
 - Le pic de la FCN devrait être légèrement modifié par l'apparition du pic symétrique. On le remarque indirectement par une dissymétrie de l'aliasing autour de la FCN [Fig. D.8].
 - L'ajustement de la FCN est perturbé par la variation de la NAR. Des oscillations (période de 3 ans, soit la moitié de la période de modulation de la NAR) apparaissent, notamment pour les courtes fenêtres. Ces oscillations sont moyennées pour des tailles de fenêtre plus grandes [Fig. D.10].
 - Apparition d'une tendance à long terme artificielle sur la FCN [Fig. D.10]. La cause est peut-être une réaction aux erreurs moyennes du VLBI, décroissantes avec le temps, couplée à la variation de la NAR.

- Notes :**
- L'ajustement le plus proche de la FCN est celui pour la fenêtre de 12 ans [Fig. D.10]. La raison vient du fait que la FCN est initialement constante favorisant les grandes fenêtres qui moyennent les artefacts à courtes périodes.
 - Les oscillations de l'amplitude de la NAR ne sont retrouvées correctement qu'en utilisant une fenêtre de 2 ans. Au-delà, elles sont moyennées. Cependant, cela se fait au détriment de la phase [Fig. D.11].

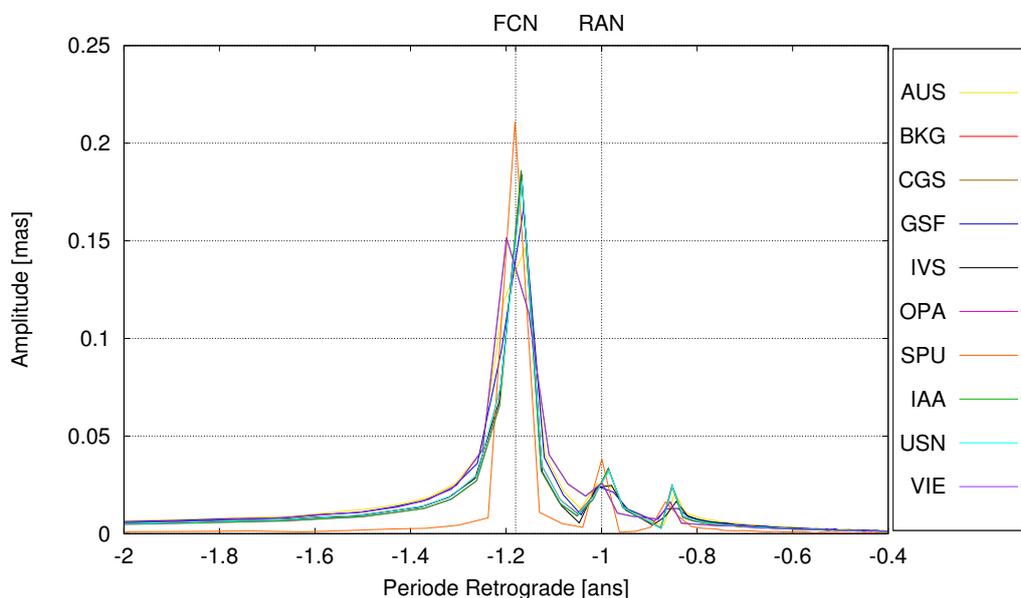


FIGURE D.7 – Comparaison spectrale, autour de la FCN, des différentes séries construites dans le cas d'étude n°2 (voir descriptif).

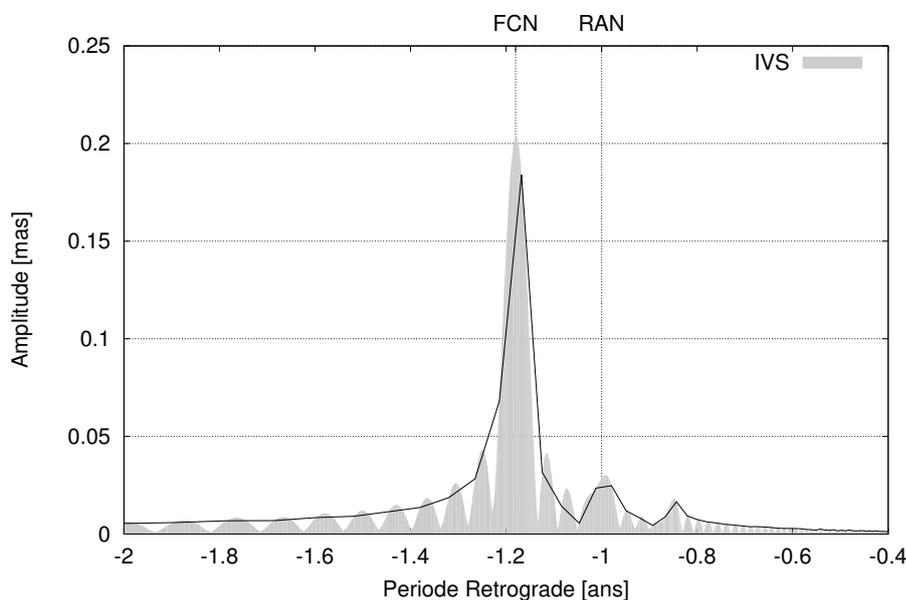


FIGURE D.8 – Exemple du spectre sur-échantillonné dix fois (courbe pleine) sur la base de l'échantillonnage de la série IVS. Les spectres construits à partir des 9 autres séries sont similaires.

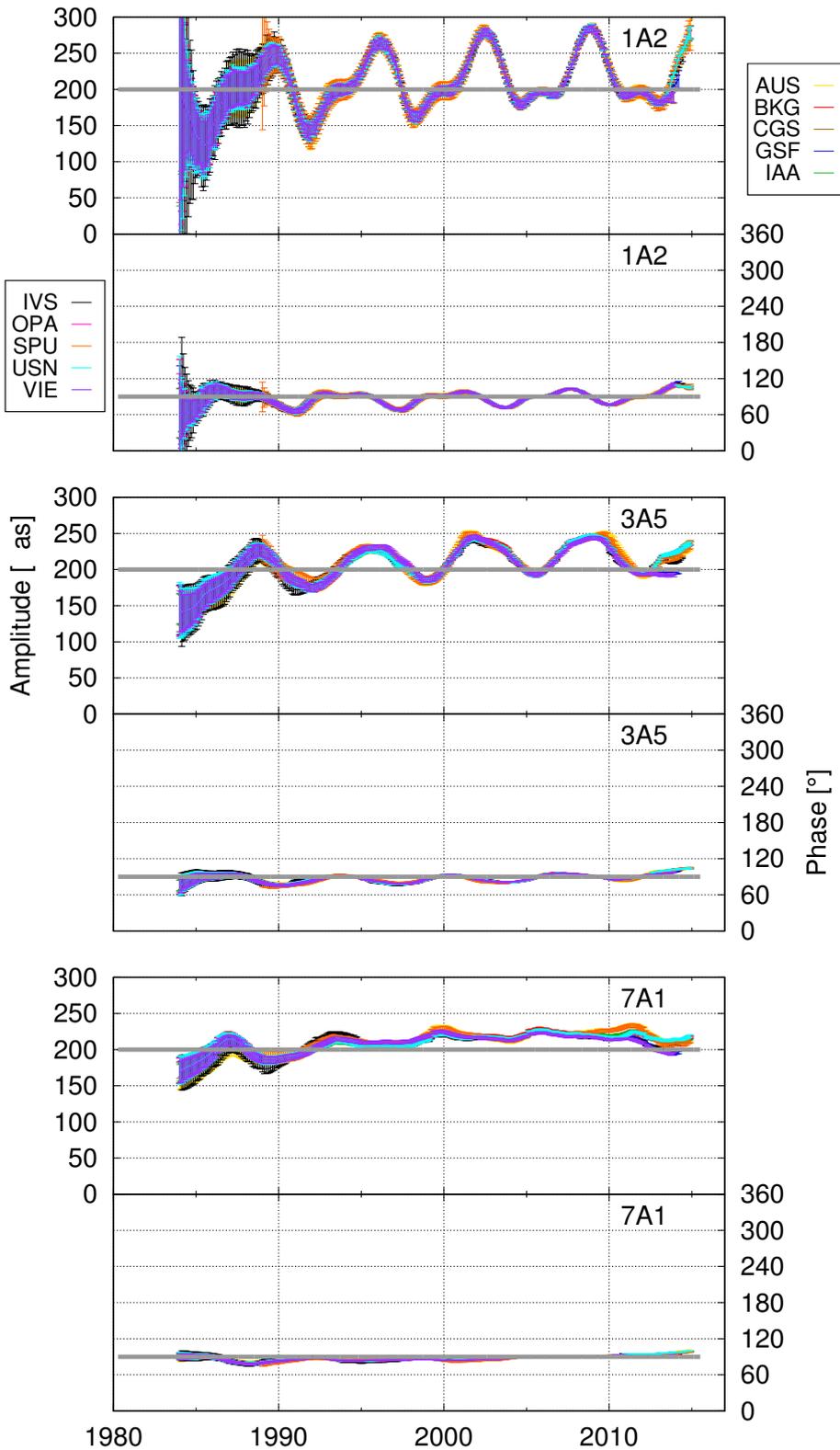


FIGURE D.9 –

FCN seule

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un unique terme à la fréquence de la FCN dans le cas d'étude n°2. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- $1A2 = 1,2 \text{ an} = 1xT_{FCN}$,
- $3A5 = 3,5 \text{ ans} = 3xT_{FCN}$,
- $7A1 = 7,1 \text{ ans} = 6xT_{FCN}$,

est la période de la FCN. En gris est représentée la série considérée en entrée.

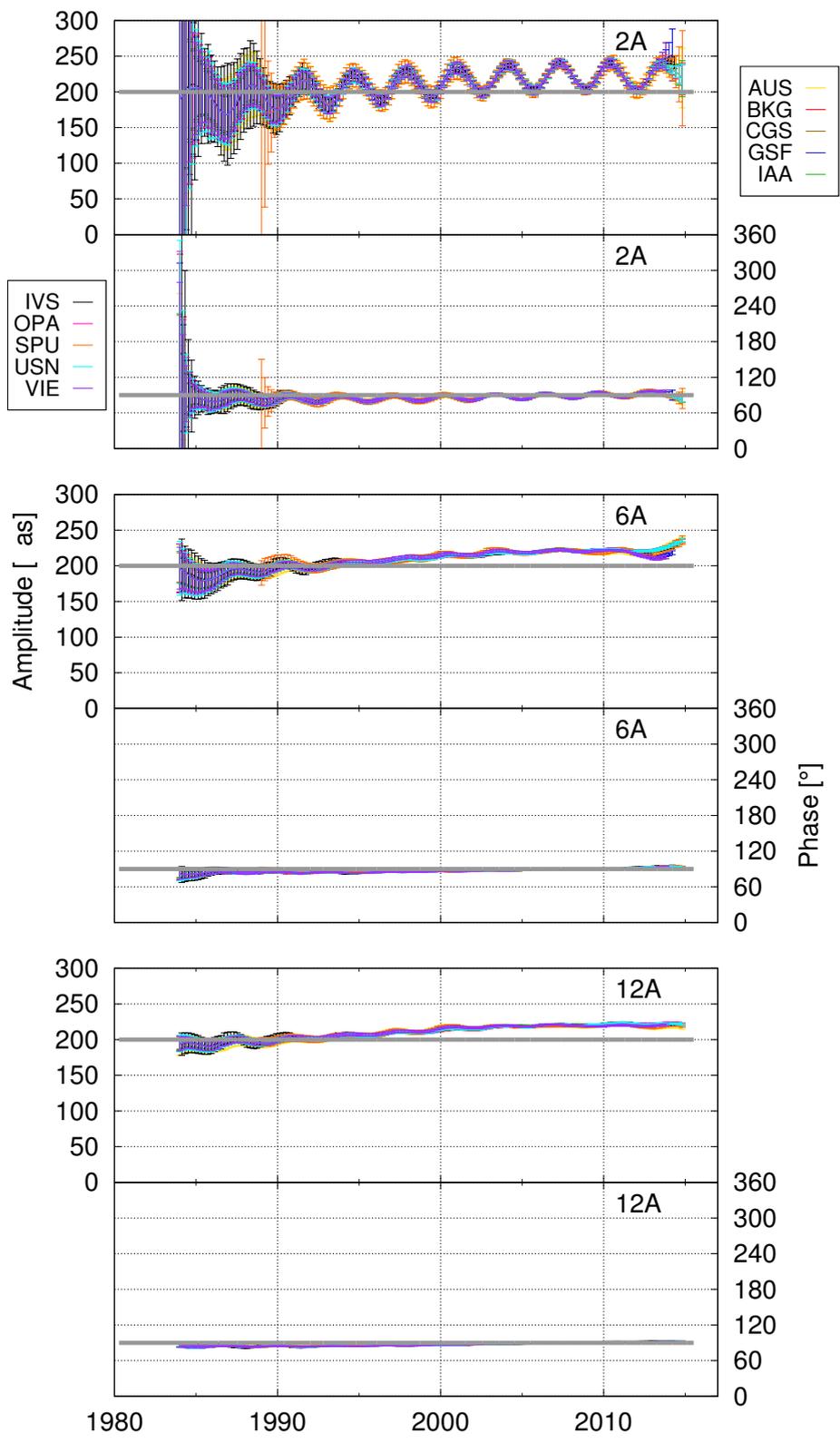


FIGURE D.10 –
FCN + NAR
 → **FCN**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°2. Résultats concernant le terme de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

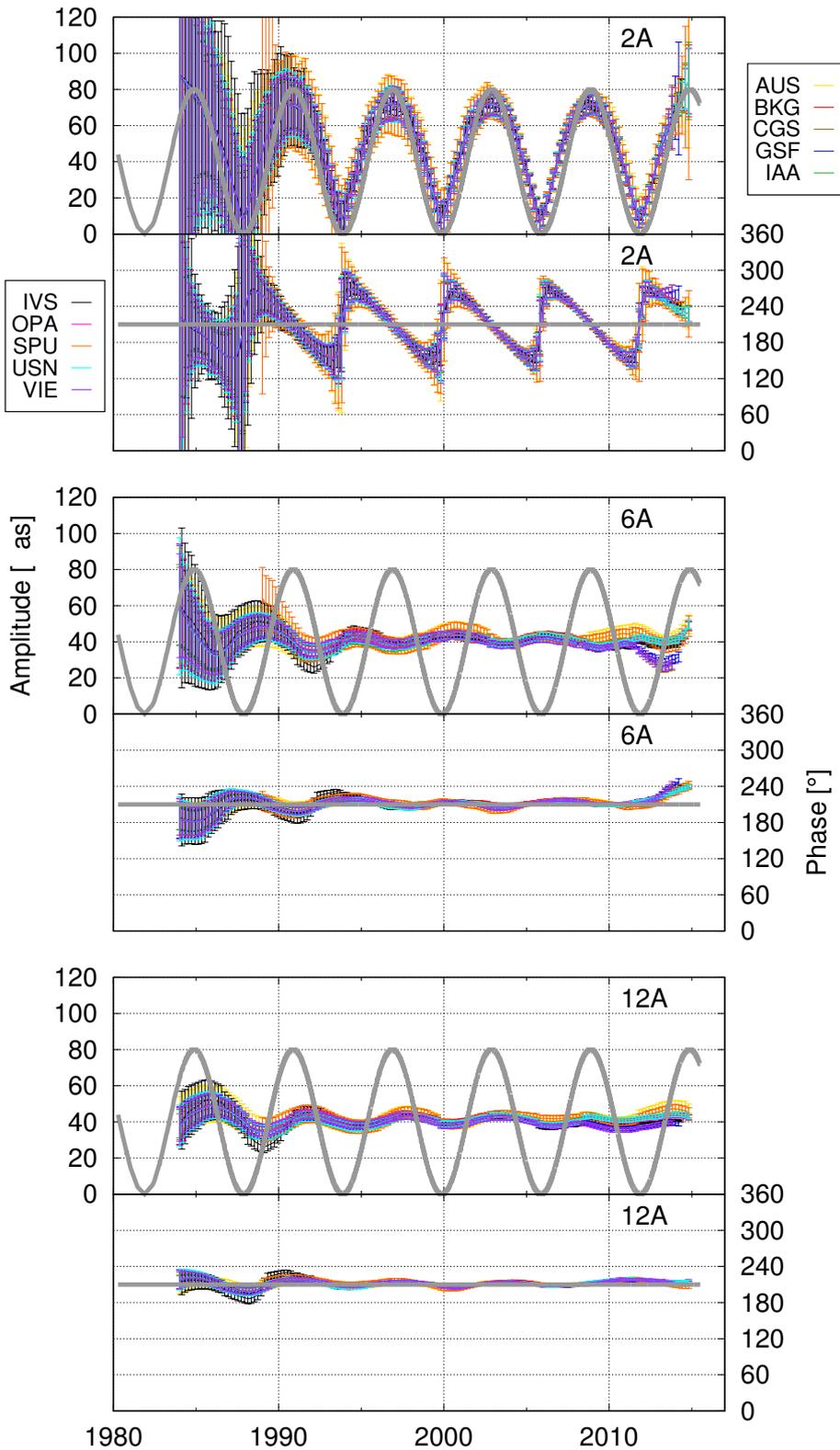


FIGURE D.11 –
FCN + NAR
 → **NAR**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°2. Résultats concernant le terme de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

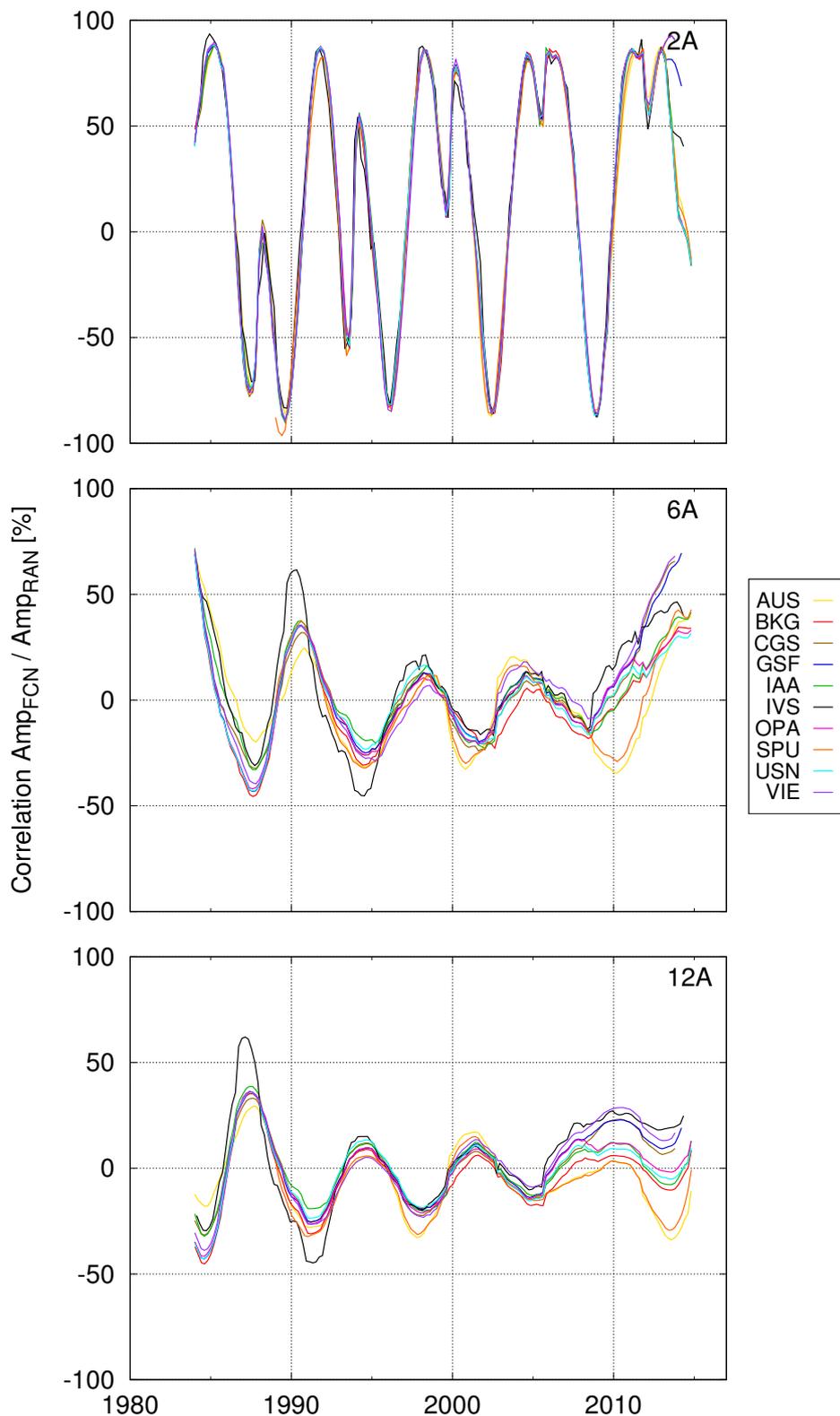


FIGURE D.12 –

FCN + NAR**→ Corrélation**

Corrélation entre les amplitudes de la FCN et de la NAR ajustées par moindres carrés sur fenêtre glissante dans le cas d'étude n°2. Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

••• SECTION D.3 •••

Cas n°3 : FCN modulée et NAR constante

Informations sur les composantes du signal créé

- | | |
|------------|--|
| FCN | <ul style="list-style-type: none"> • période constante : -430.21 jours • amplitude modulée : Polynôme de degré 4 • origine du polynôme : ajusté sur la série concernée • phase constante : 90° par rapport à J2000.0 |
| NAR | <ul style="list-style-type: none"> • période constante : -365.25 jours • amplitude constante : 40 μas • phase constante : 210° par rapport à J2000.0 |

Base des données

Base pour la création des séries : AUS ; BKG ; CGS ; GSF ; IAA ; IVS ; OPA ; SPU ; USN ; VIE

- Récupération de l'échantillonnage
- Récupération des erreurs formelles sur dX et dY

Liste des figures

- | | |
|----------------|---|
| Figures | <ul style="list-style-type: none"> Spectres Comparaison [Fig. D.13] & détaillés [Fig. D.14] Ajustements FCN seule [Fig. D.15] & FCN et NAR [Figs. D.16, D.17] Corrélations entre les amplitudes FCN et NAR [Fig. D.18] |
|----------------|---|

Notes et commentaires

- Notes :**
- Comme dans le cas d'étude précédent, la variation en amplitude de la FCN a créé deux pics symétriques de part et d'autre du pic principal [Fig. D.14].
 - L'ajustement de la FCN, dans le cas où il se fait simultanément avec la NAR, est meilleur pour des courtes fenêtres [Fig. D.16].
 - À l'inverse, l'ajustement de la NAR est perturbé et son ajustement se rapproche le plus de la constance recherchée pour la fenêtre la plus longue [Fig. D.17].
 - On voit apparaître une pseudo-oscillation en 6 ans sur les courbes d'ajustement de la NAR [Fig. D.17].

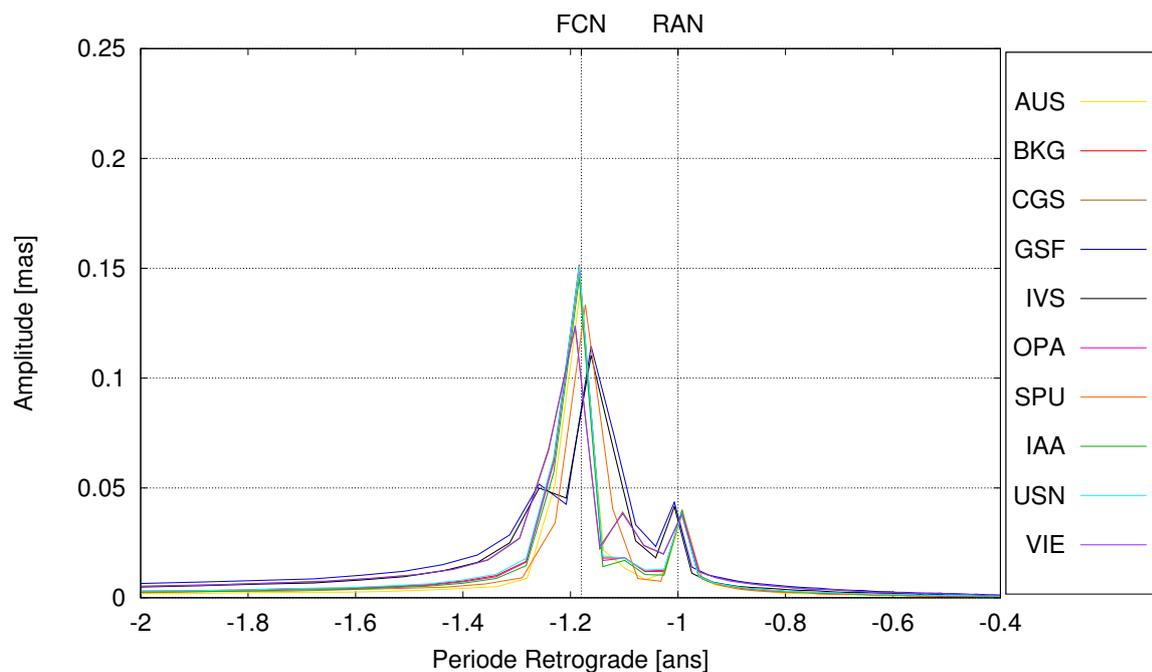


FIGURE D.13 – Comparaison spectrale, autour de la FCN, des différentes séries construites dans le cas d'étude n°3 (voir descriptif).

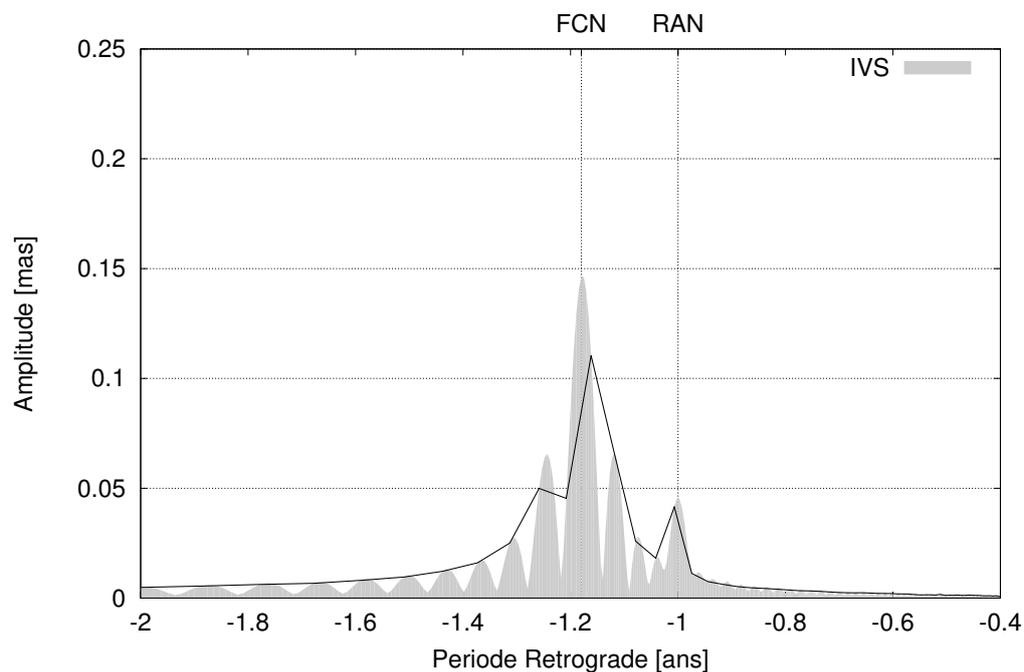


FIGURE D.14 – Exemple du spectre sur-échantillonné dix fois (courbe pleine) sur la base de l'échantillonnage de la série IVS. Les spectres construits à partir des 9 autres séries sont similaires.

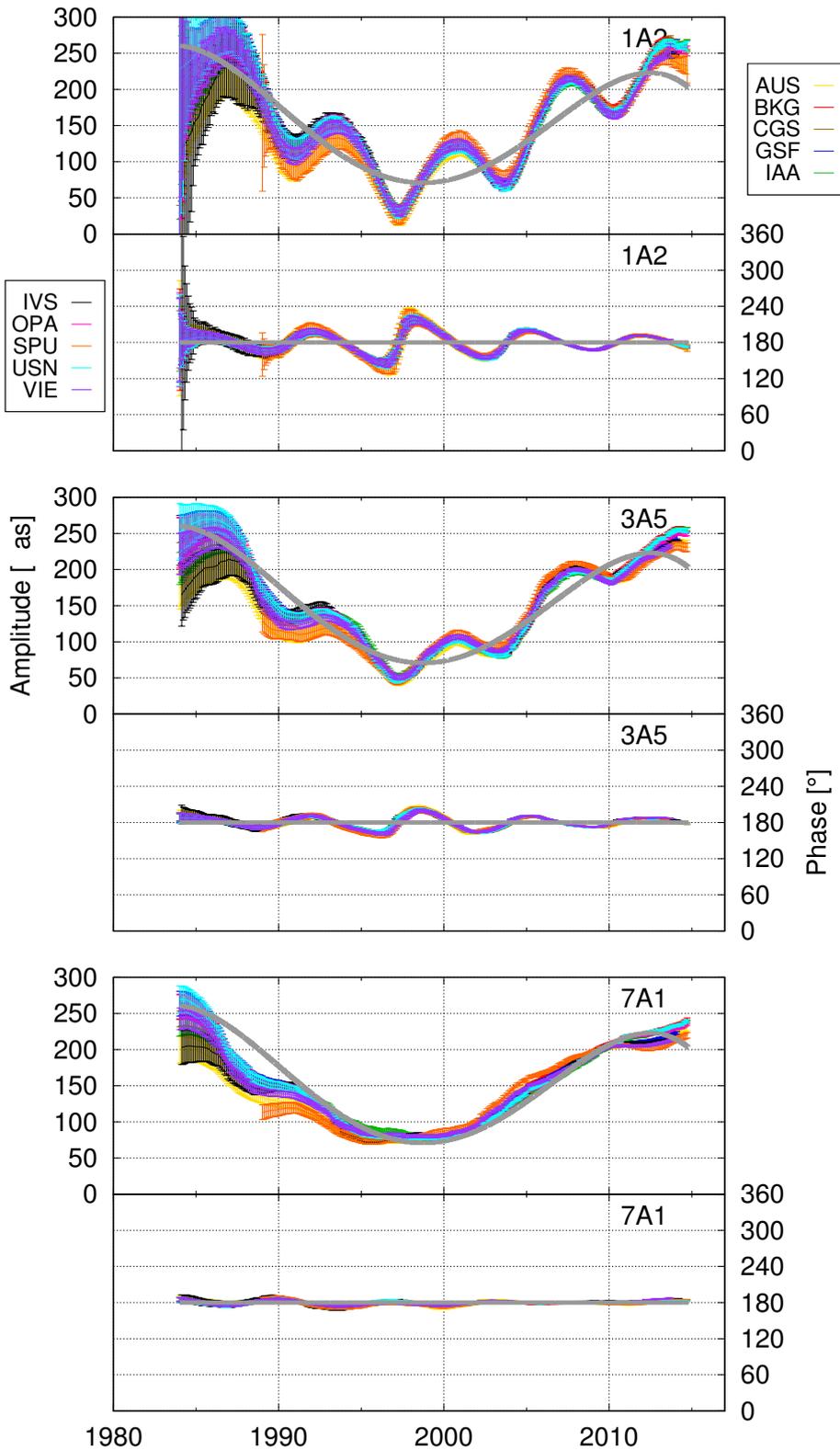


FIGURE D.15 –

FCN seule

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un unique terme à la fréquence de la FCN dans le cas d'étude n°3. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- $1A2 = 1,2 \text{ an} = 1 \times T_{FCN}$,
- $3A5 = 3,5 \text{ ans} = 3 \times T_{FCN}$,
- $7A1 = 7,1 \text{ ans} = 6 \times T_{FCN}$,

est la période de la FCN. En gris est représentée la série considérée en entrée.

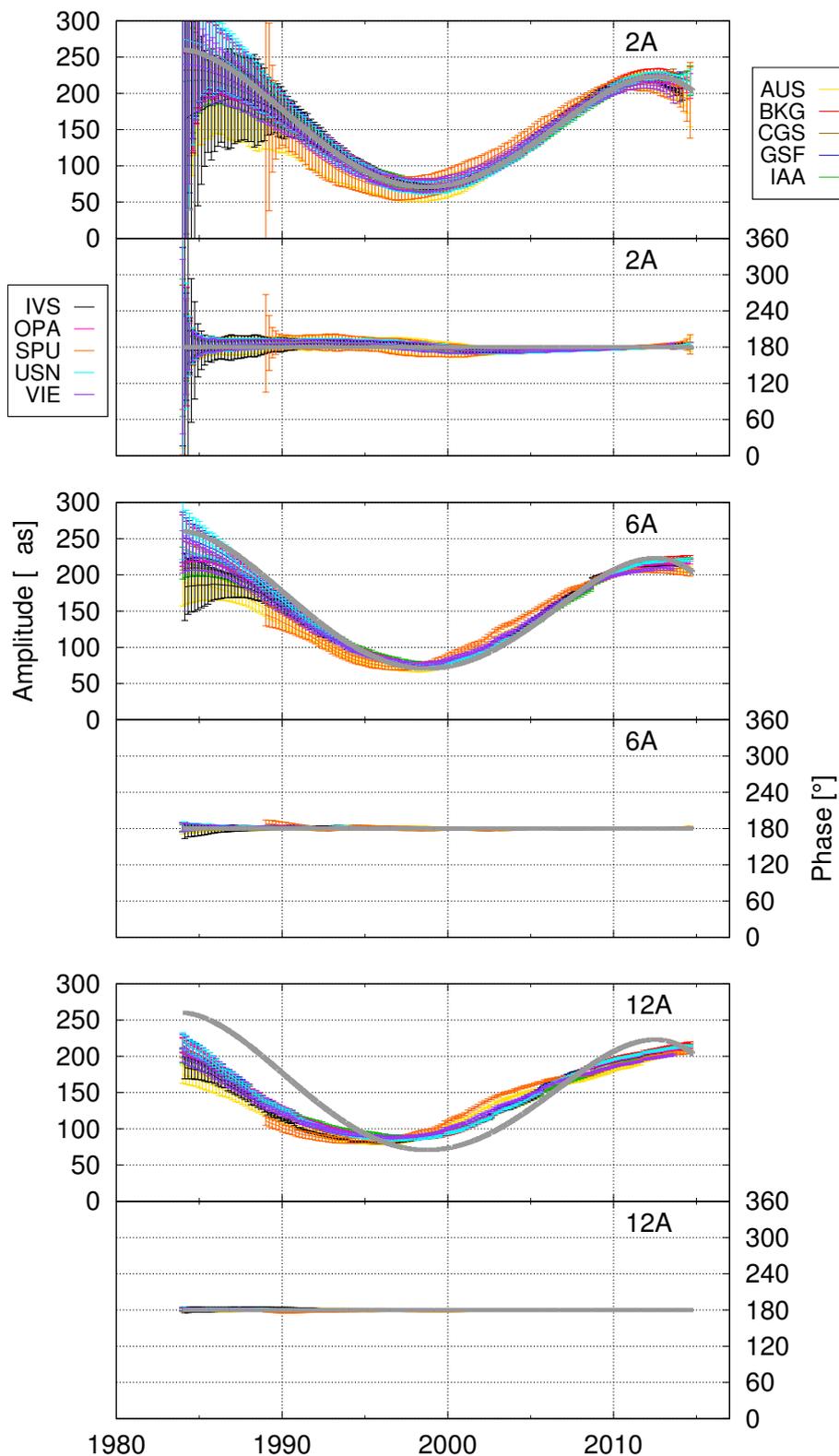


FIGURE D.16 –
FCN + NAR
 → **FCN**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°3. Résultats concernant le terme de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

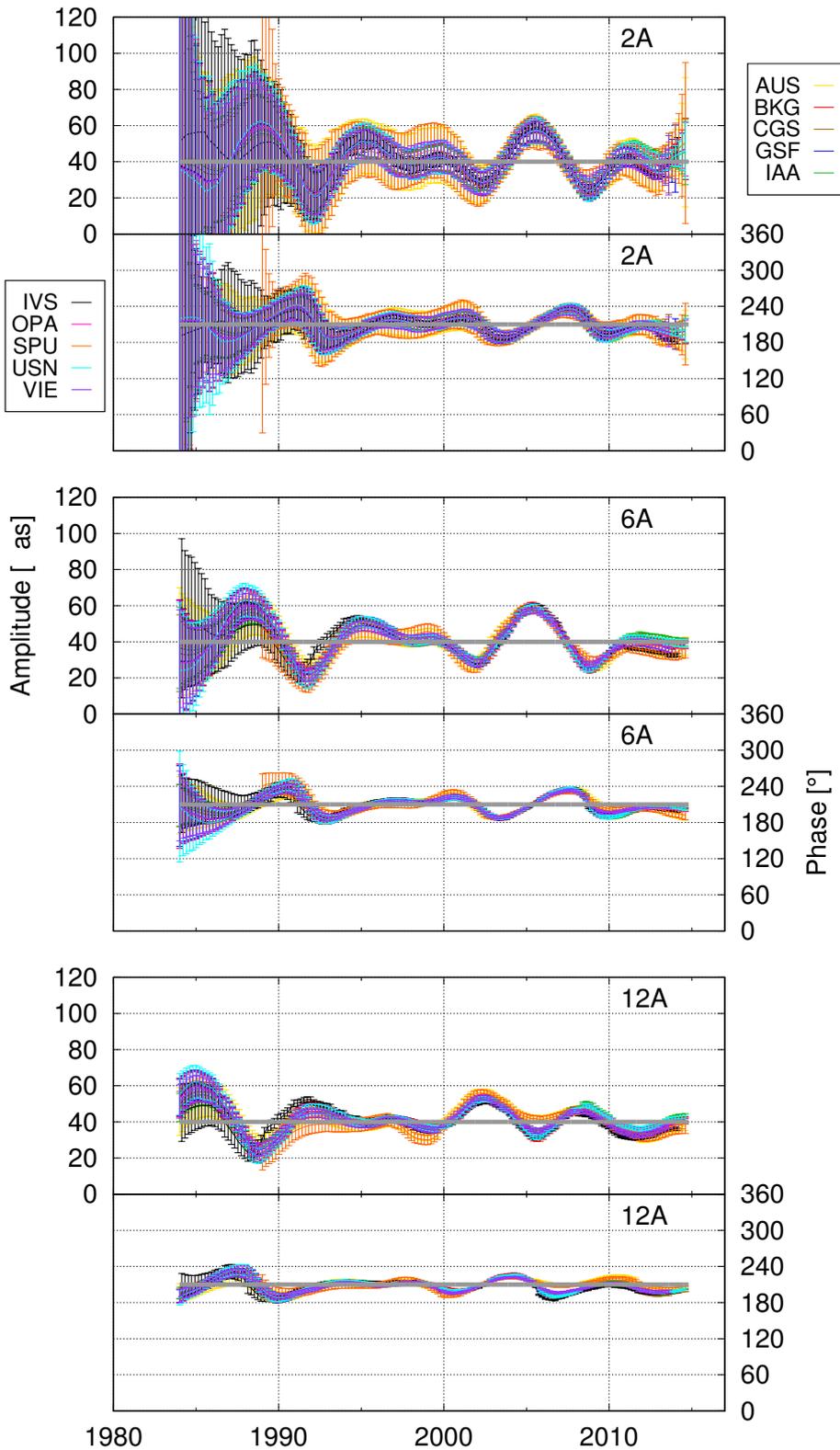


FIGURE D.17 –

FCN + NAR

→ NAR

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°3. Résultats concernant le terme de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

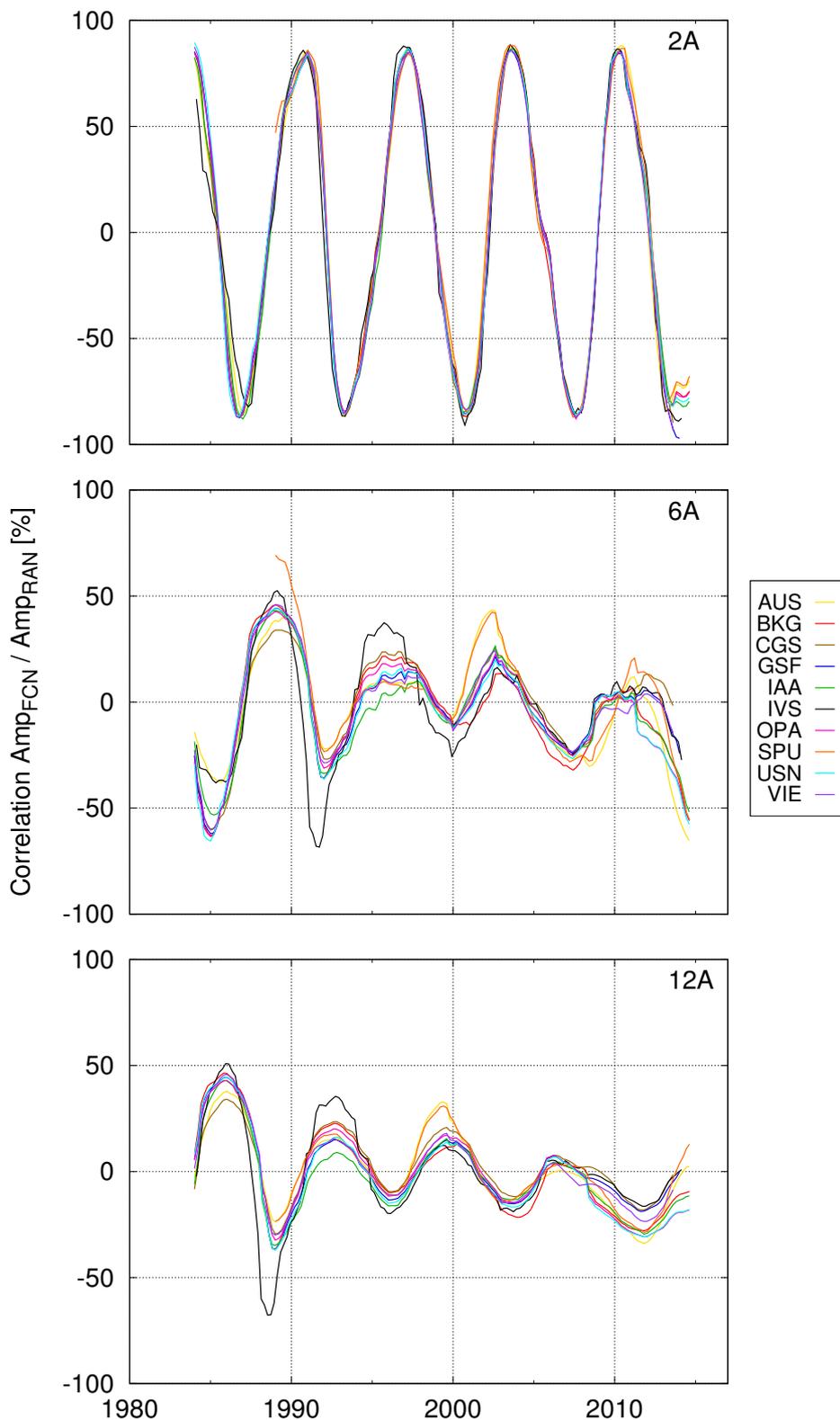


FIGURE D.18 –

FCN + NAR**→ Corrélation**

Corrélation entre les amplitudes de la FCN et de la NAR ajustées par moindres carrés sur fenêtre glissante dans le cas d'étude n°3. Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

••• SECTION D.4 •••

Cas n°4 : FCN modulée et NAR modulée

Informations sur les composantes du signal créé

FCN	• période constante :	-430.21 jours
	• amplitude modulée :	Polynôme de degré 4
	• origine du polynôme :	ajusté sur la série concernée
	• phase constante :	90° par rapport à J2000.0
NAR	• période constante :	-365.25 jours
	• amplitude modulée :	40 μ as
	• ratio de modulation :	100%
	• période de modulation :	6 ans
	• phase constante :	210° par rapport à J2000.0

Base des données

Base pour la création des séries : AUS ; BKG ; CGS ; GSF ; IAA ; IVS ; OPA ; SPU ; USN ; VIE

- Récupération de l'échantillonnage
- Récupération des erreurs formelles sur dX et dY

Liste des figures

Figures	Spectres	Comparaison [Fig. D.19] & détaillés [Fig. D.20]
	Ajustements	FCN seule [Fig. D.21] & FCN et NAR [Figs. D.22, D.23]
	Corrélations	entre les amplitudes FCN et NAR [Fig. D.24]

Notes et commentaires

- Notes :**
- Les variations en amplitude des deux termes de nutations perturbent encore plus les ajustements [Figs. D.22, D.23].
 - Pour la FCN, aucun ajustement ne retrouve exactement le modèle [Fig. D.22]. Celui qui s'en rapproche le plus est l'ajustement sur une fenêtre de 6 ans même s'il n'est pas parfait.
 - Pour la NAR, aucun ajustement ne retrouve exactement le modèle [Fig. D.23]. Celui qui s'en rapproche le plus est l'ajustement sur une fenêtre de 2 ans.

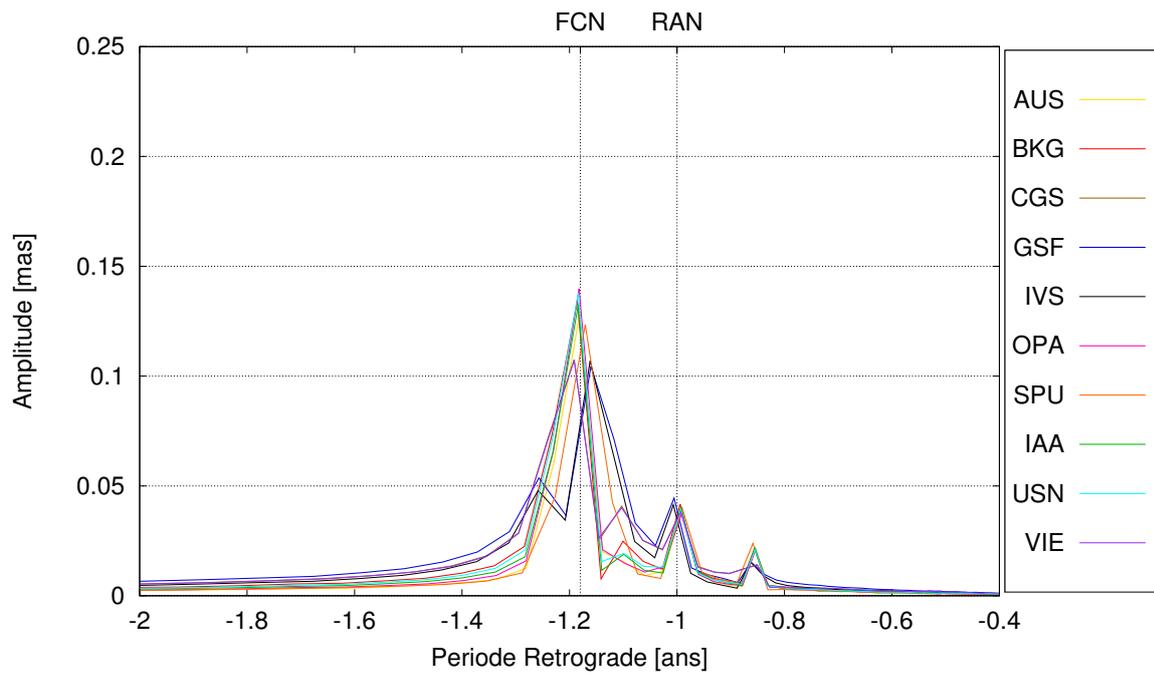


FIGURE D.19 – Comparaison spectrale, autour de la FCN, des différentes séries construites dans le cas d'étude n°4 (voir descriptif).

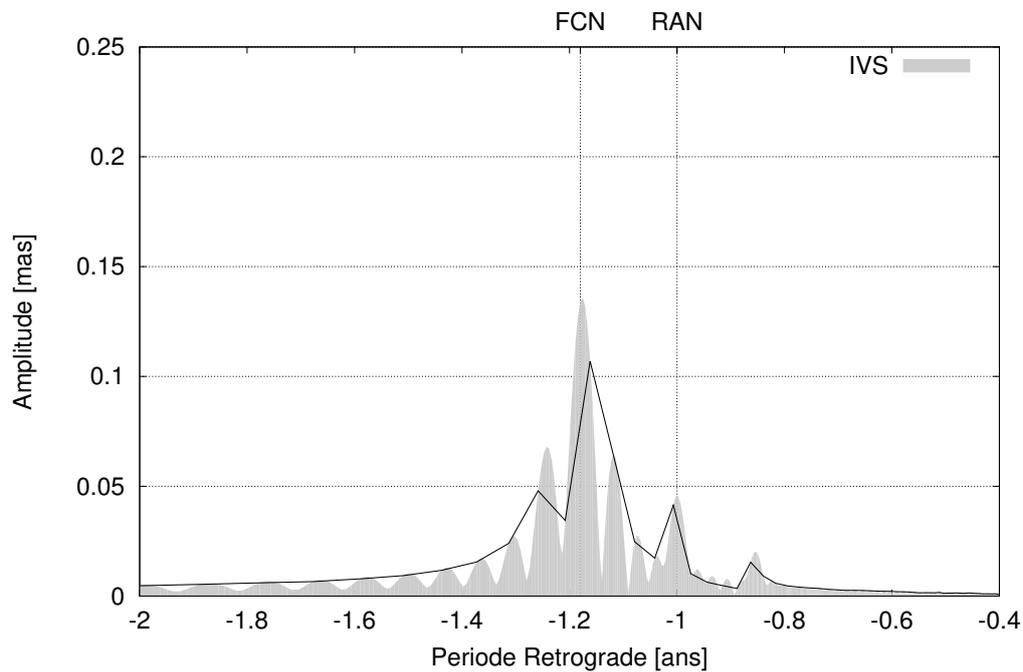


FIGURE D.20 – Exemple du spectre sur-échantillonné dix fois (courbe pleine) sur la base de l'échantillonnage de la série IVS. Les spectres construits à partir des 9 autres séries sont similaires.

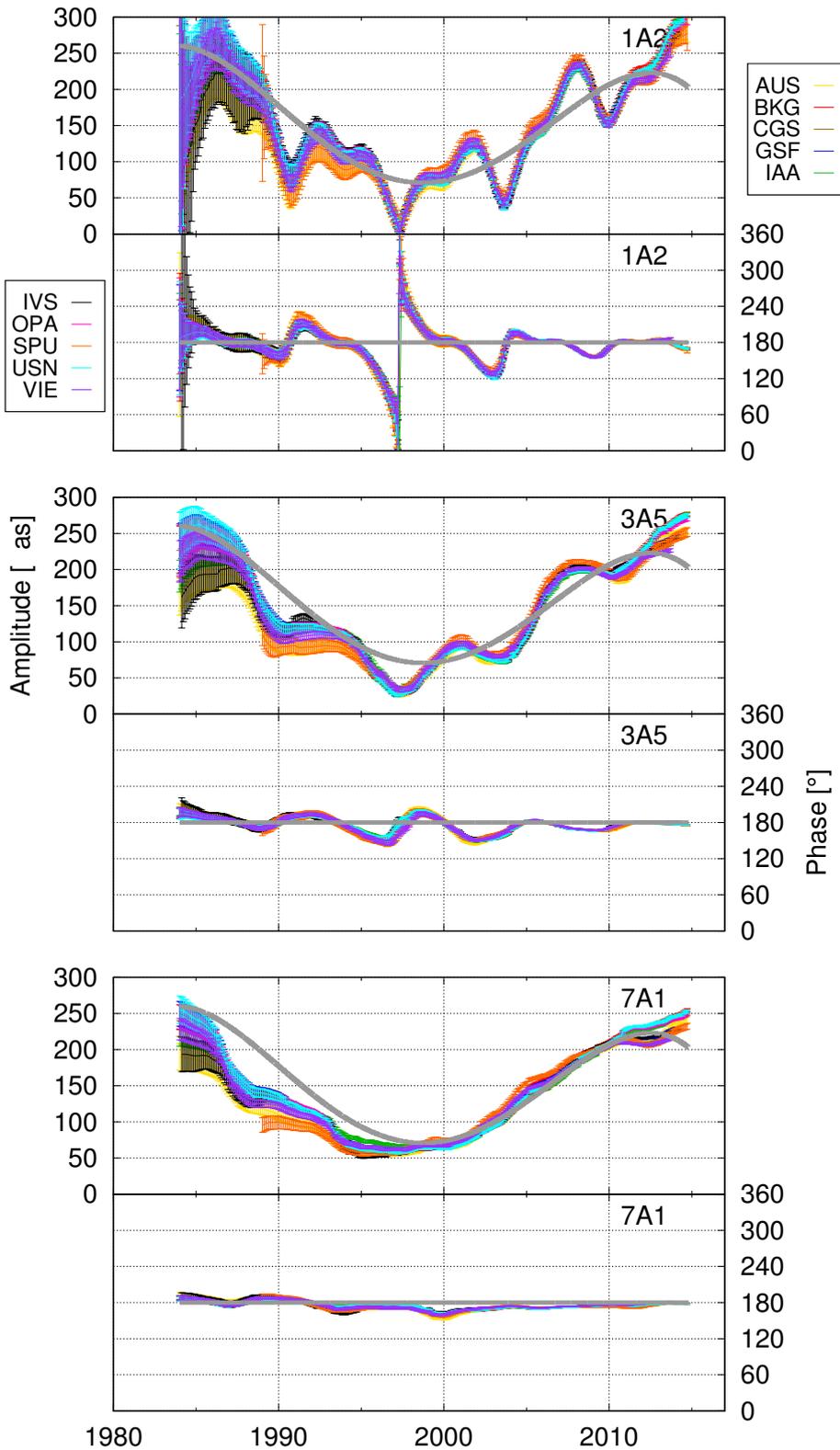


FIGURE D.21 –

FCN seule

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un unique terme à la fréquence de la FCN dans le cas d'étude n°4. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- $1A2 = 1,2 \text{ an} = 1 \times T_{FCN}$,
- $3A5 = 3,5 \text{ ans} = 3 \times T_{FCN}$,
- $7A1 = 7,1 \text{ ans} = 6 \times T_{FCN}$,

est la période de la FCN. En gris est représentée la série considérée en entrée.

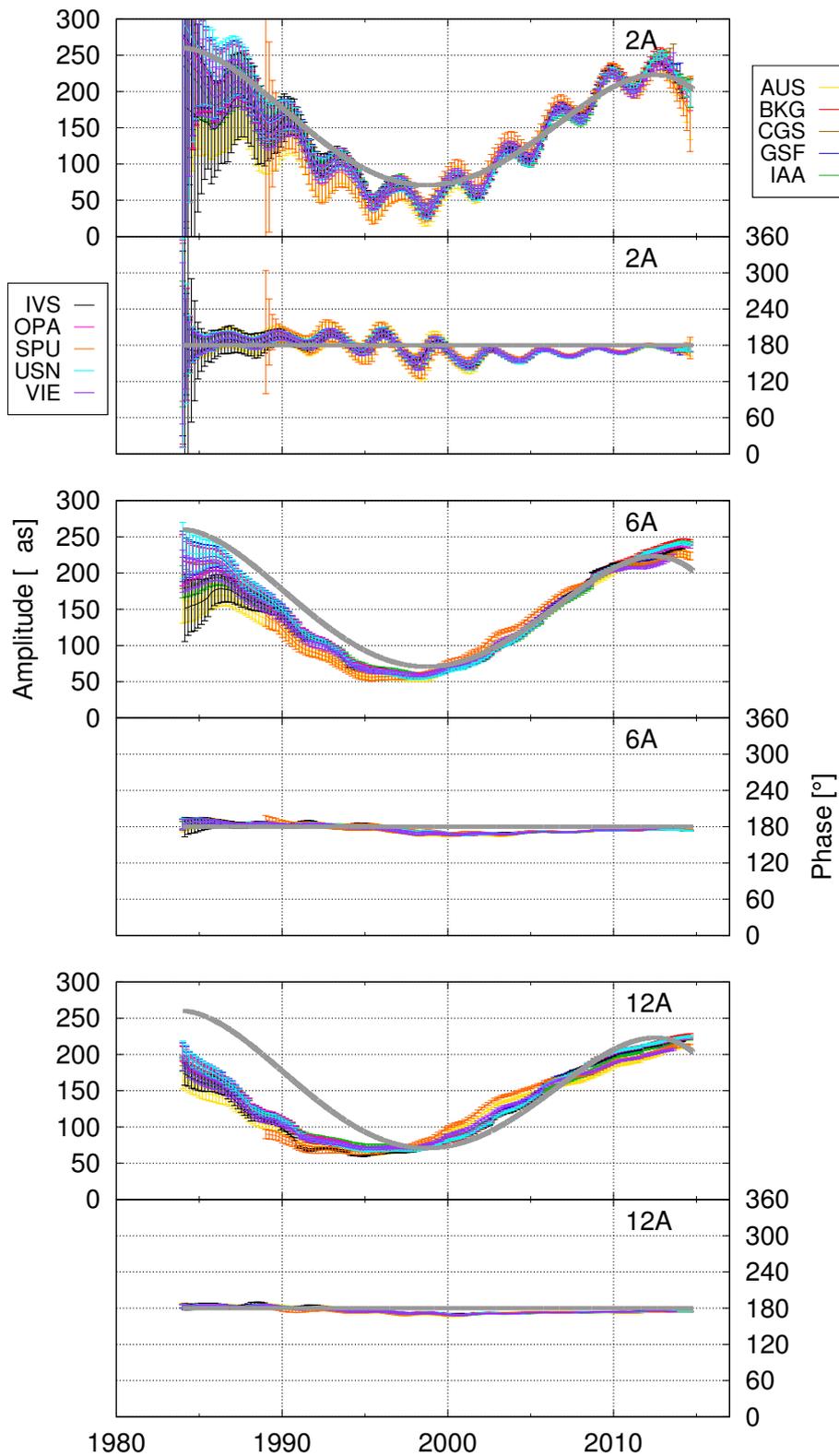


FIGURE D.22 –
FCN + NAR
 → **FCN**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°4. Résultats concernant le terme de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

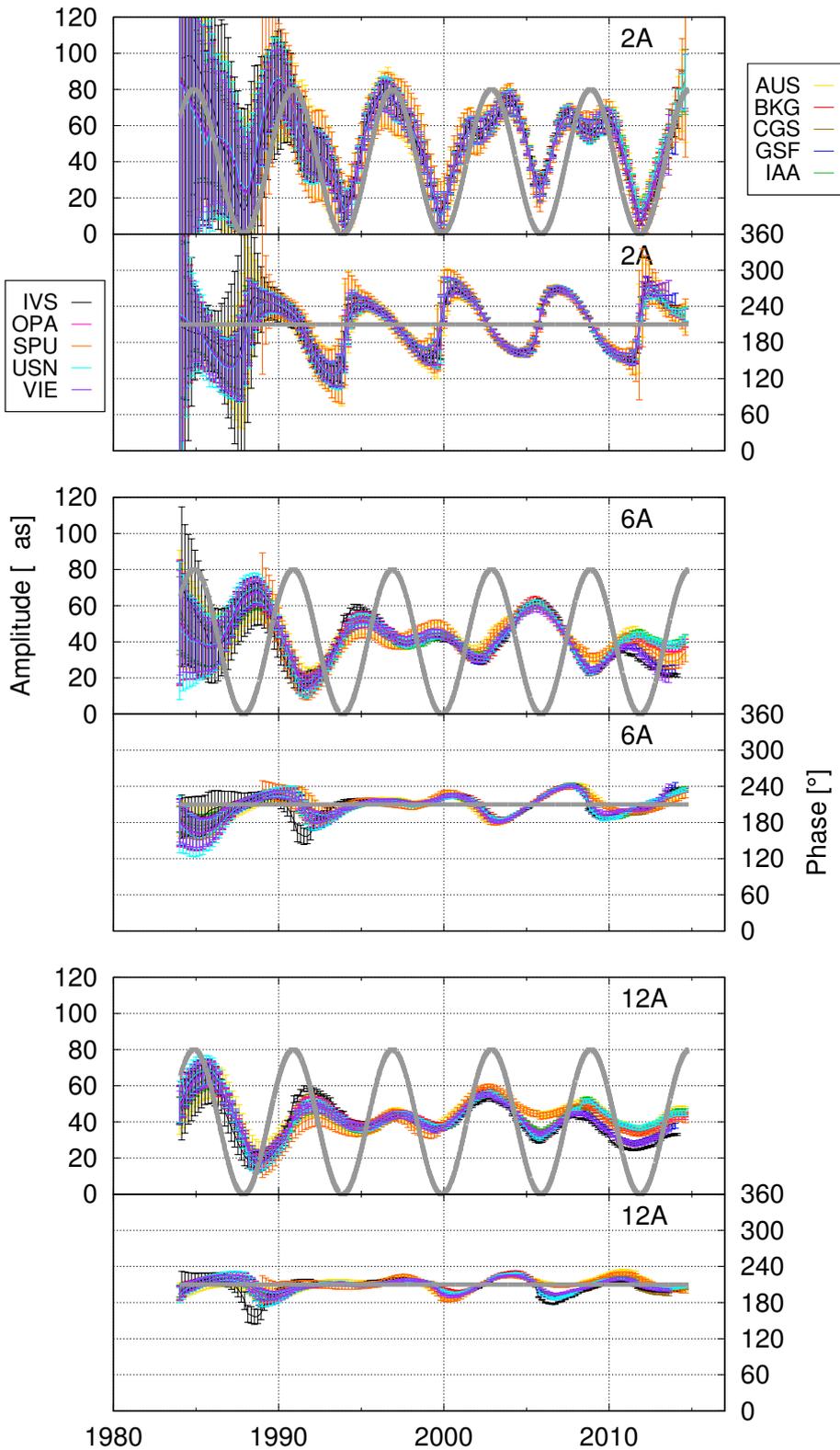


FIGURE D.23 –

FCN + NAR**→ NAR**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°4. Résultats concernant le terme de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

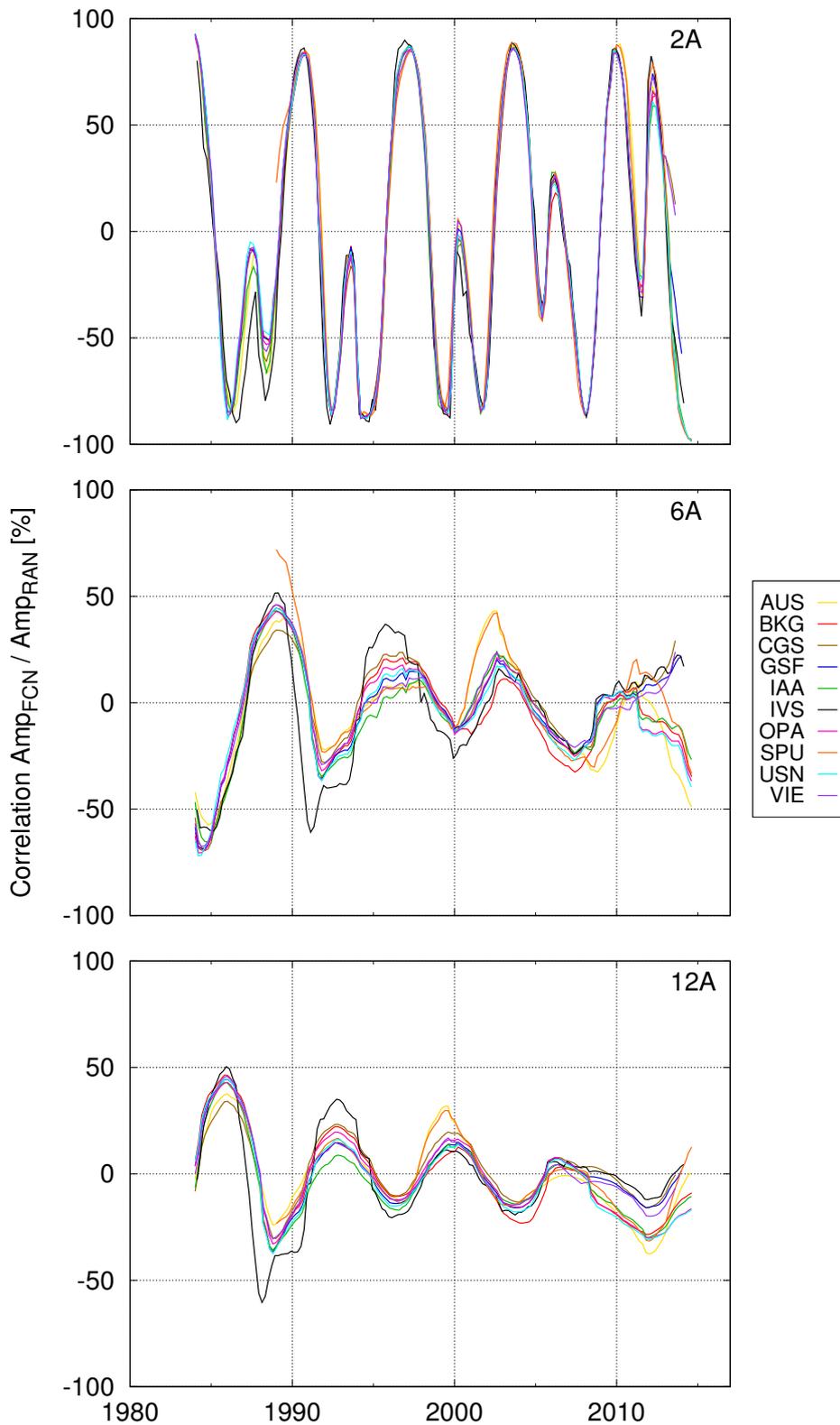


FIGURE D.24 –

FCN + NAR**→ Corrélation**

Corrélation entre les amplitudes de la FCN et de la NAR ajustées par moindres carrés sur fenêtre glissante dans le cas d'étude n°4. Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

••• SECTION D.5 •••

Cas n°5 : FCN avec saut de fréquence et NAR constante

Informations sur les composantes du signal créé

FCN	• période constante par morceaux :	-426.00 jours entre deb et 1998.5 -452.00 jours entre 1998.5 et 2010.5 -420.00 jours entre 2010.5 et fin
	• amplitude constante :	200 μ as
	• phase constante :	90° par rapport à J2000.0
NAR	• période constante :	-365.25 jours
	• amplitude constante :	40 μ as
	• phase constante :	210° par rapport à J2000.0

Base des données

Base pour la création des séries : AUS ; BKG ; CGS ; GSF ; IAA ; IVS ; OPA ; SPU ; USN ; VIE

- Récupération de l'échantillonnage
- Récupération des erreurs formelles sur dX et dY

Liste des figures

Figures	Spectres	Comparaison [Fig. D.25] & détaillés [Fig. D.26]
	Ajustements	FCN seule [Fig. D.27] & FCN et NAR [Figs. D.28, D.29]
	Corrélations	entre les amplitudes FCN et NAR [Fig. D.30]

Notes et commentaires

- Notes :**
- Les spectres sur-échantillonnés révèlent un comportement qui se rapproche le plus de celui observé (Fig. D.26 et voir sous-section 3.1.3) : spectre creusé à -430.21 jours et apparition de pics de part et d'autre de cette période (\triangle ces pics peuvent être des superpositions constructives d'alias!).
 - L'ajustement de la phase de la FCN montre bien des tendances linéaires par morceaux [Fig. D.27].
 - L'amplitude de la FCN n'est pas correctement ajustée puisqu'on ajuste une oscillation à une période constante quand celle-ci doit varier [Fig. D.28].
 - L'amplitude de la NAR est très perturbée par le signal en sauts de fréquence de la FCN [Fig. D.29].

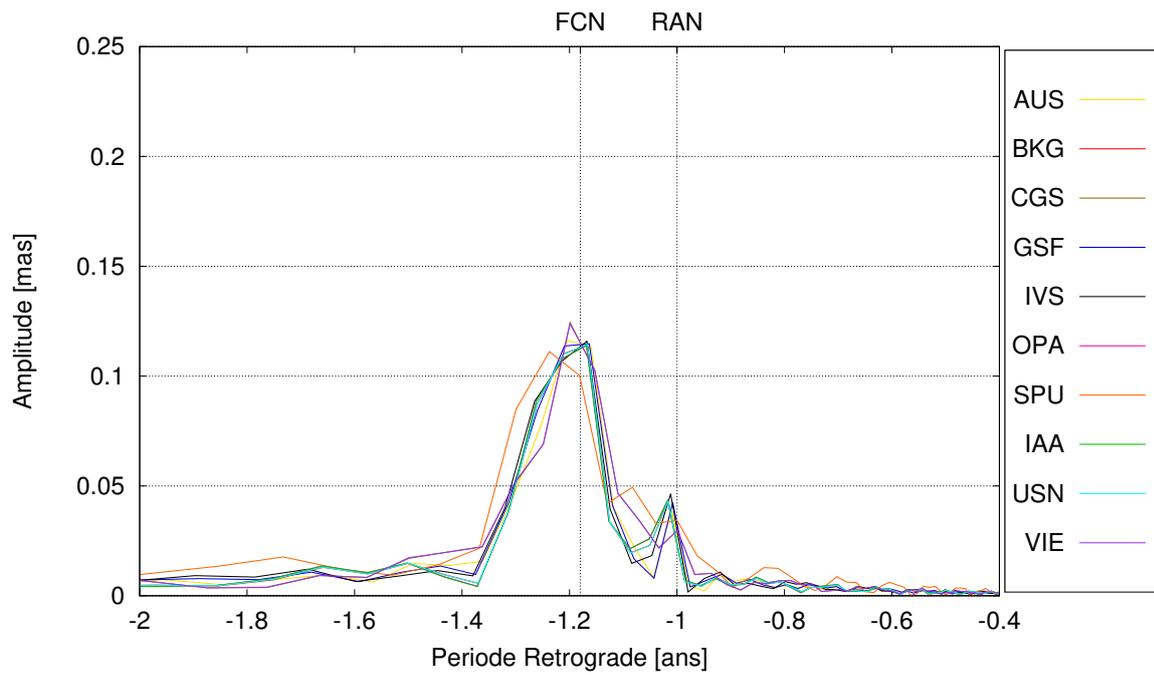


FIGURE D.25 – Comparaison spectrale, autour de la FCN, des différentes séries construites dans le cas d'étude n°5 (voir descriptif).

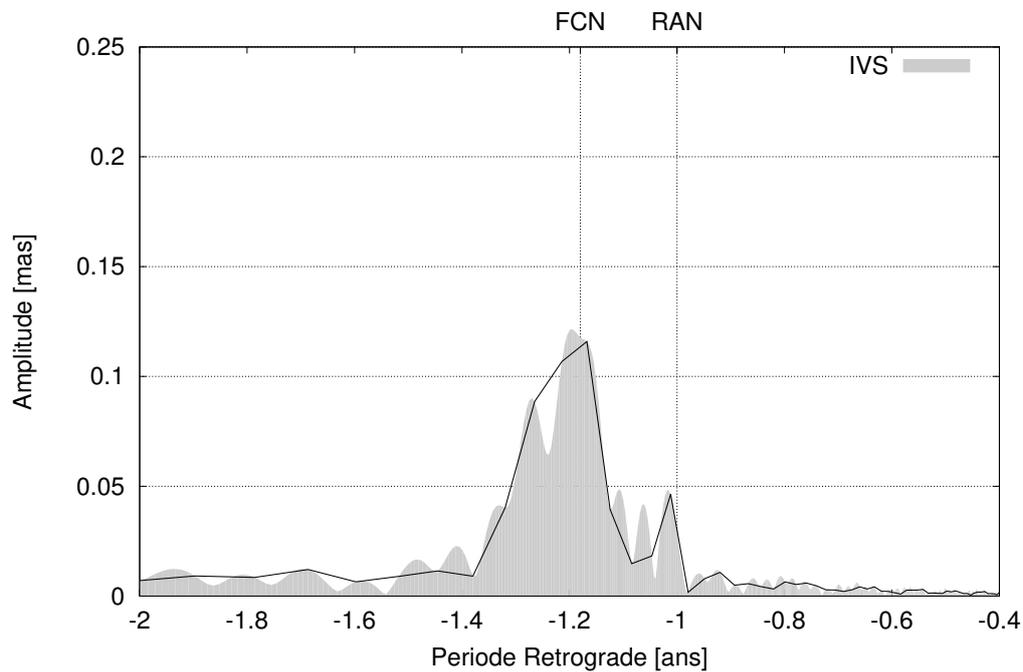


FIGURE D.26 – Exemple du spectre sur-échantillonné dix fois (courbe pleine) sur la base de l'échantillonnage de la série IVS. Les spectres construits à partir des 9 autres séries sont similaires.

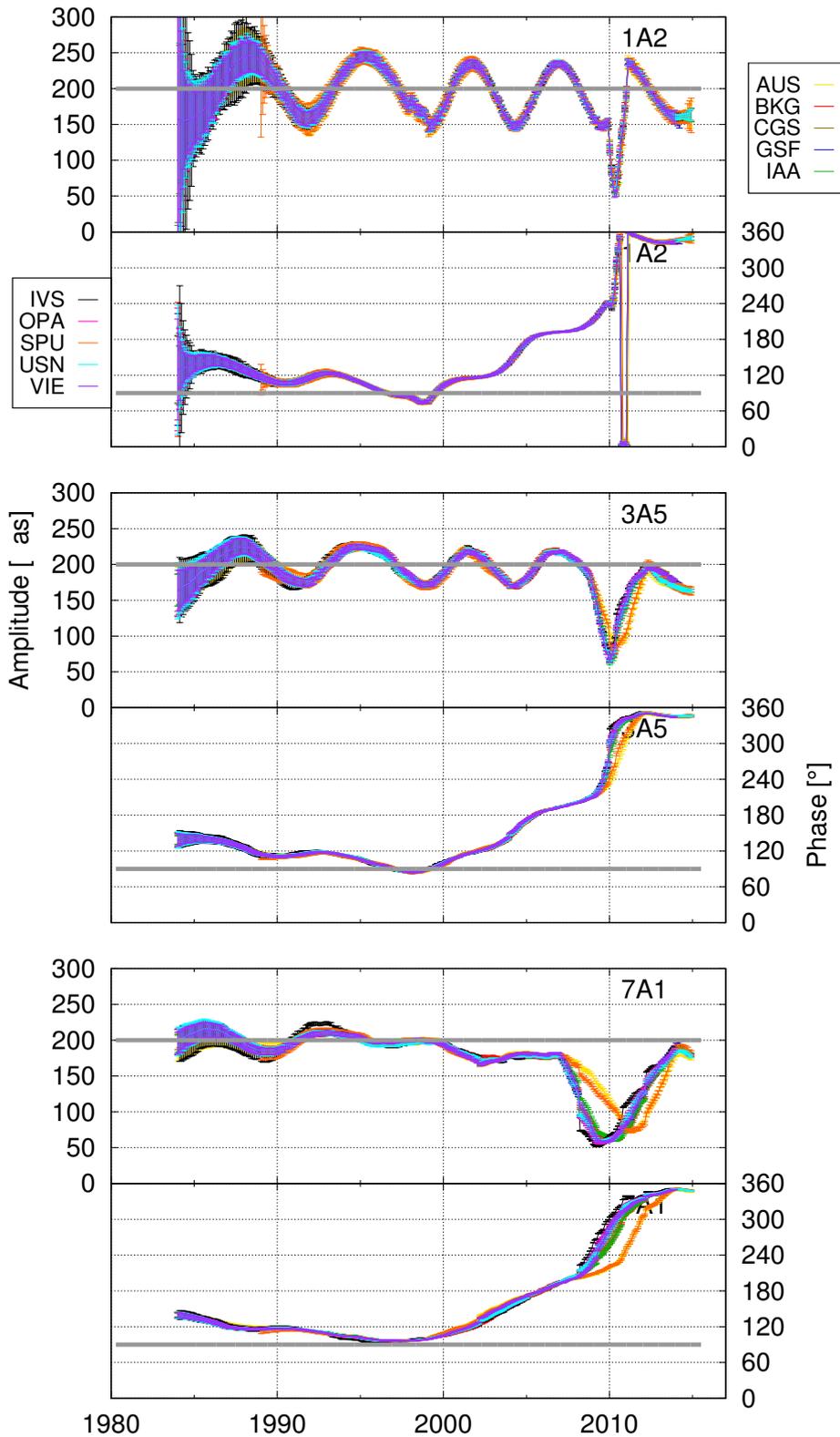


FIGURE D.27 –

FCN seule

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante d'un unique terme à la fréquence de la FCN dans le cas d'étude n°5. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- $1A2 = 1,2 \text{ an} = 1xT_{FCN}$,
- $3A5 = 3,5 \text{ ans} = 3xT_{FCN}$,
- $7A1 = 7,1 \text{ ans} = 6xT_{FCN}$,

où T_{FCN} est la période de la FCN. En gris est représentée la série considérée en entrée.

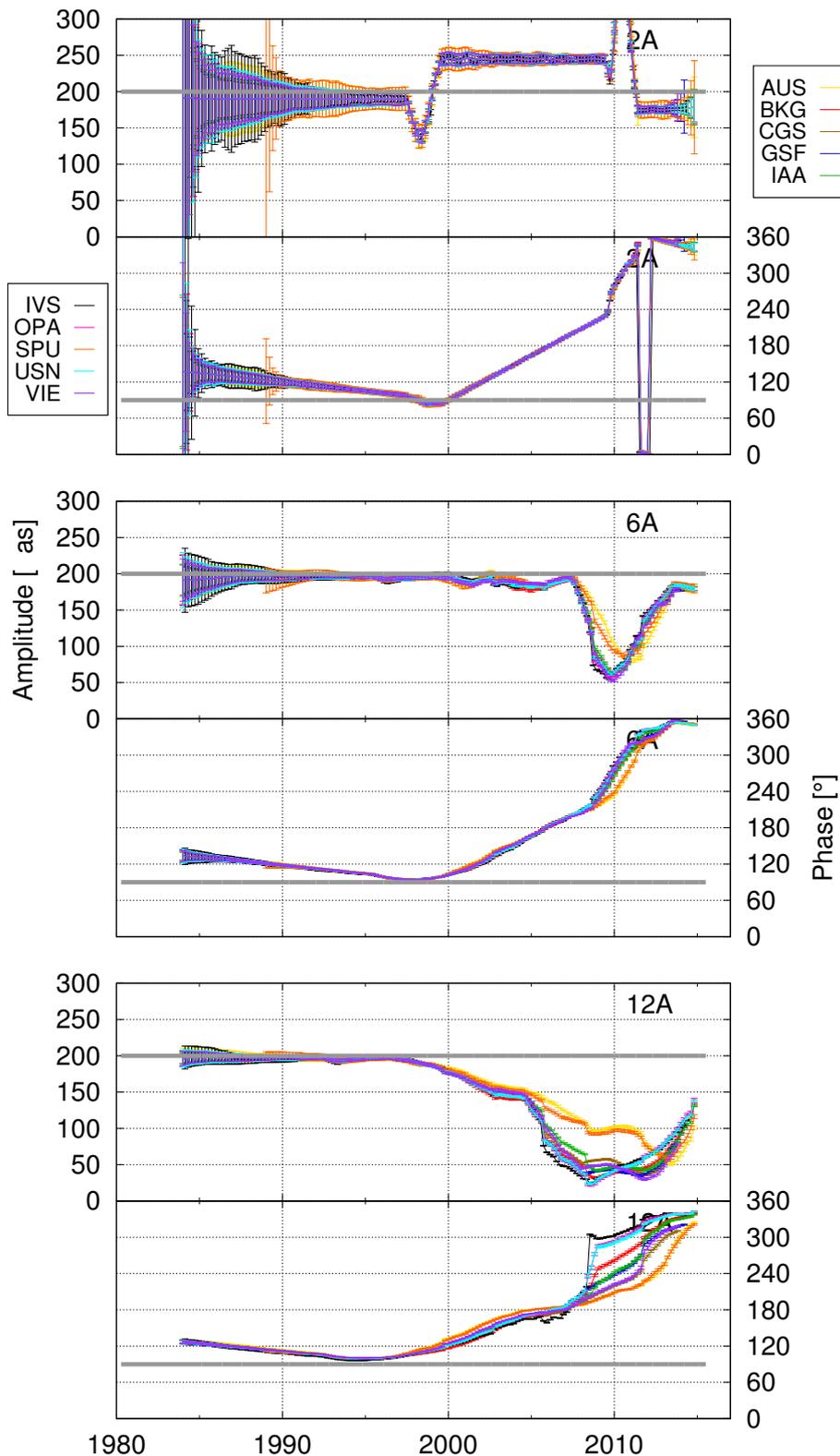


FIGURE D.28 –
FCN + NAR
 → FCN

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°5. Résultats concernant le terme de la FCN. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

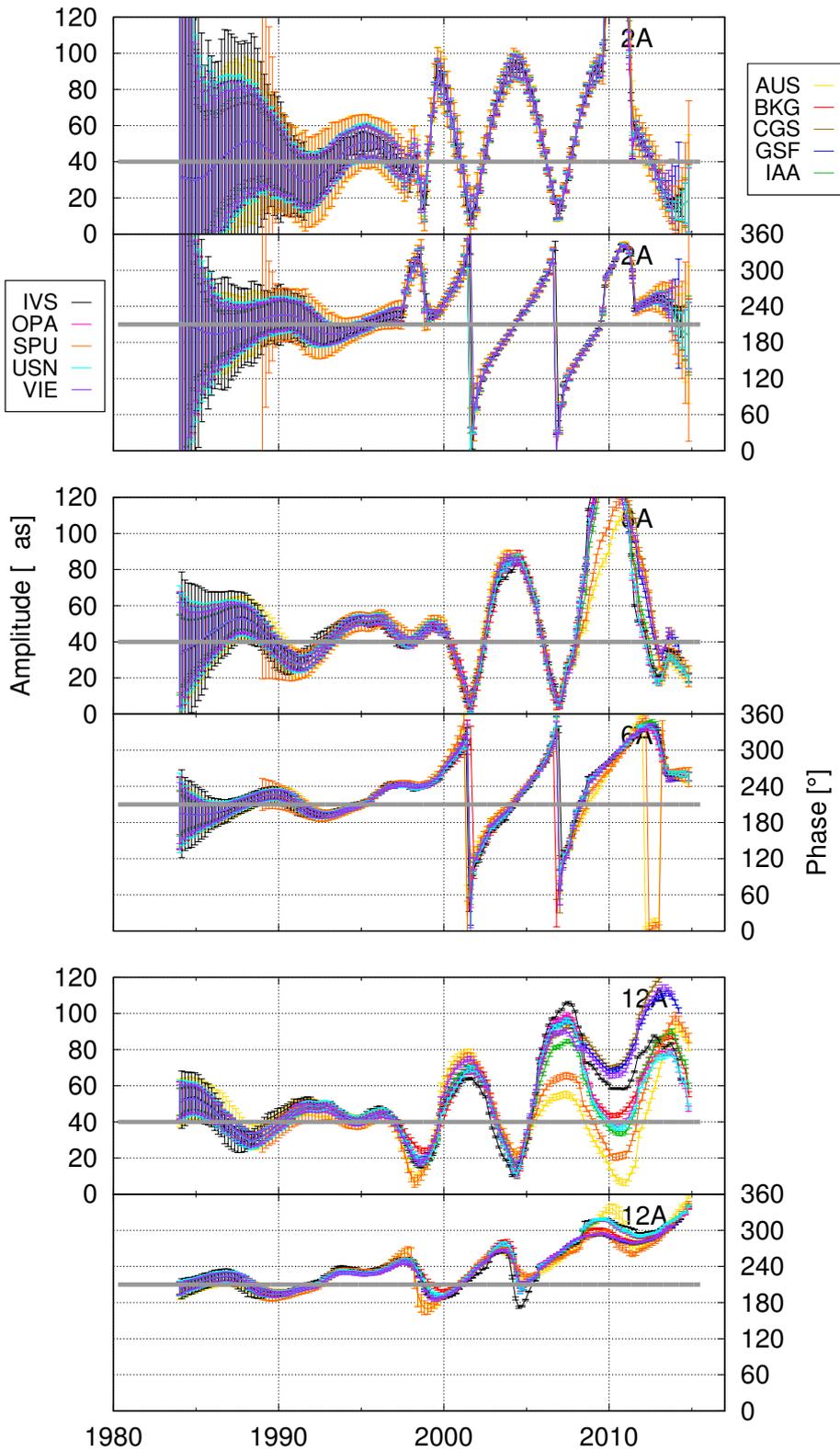


FIGURE D.29 –

FCN + NAR**→ NAR**

Ajustement par moindres carrés sur fenêtre glissante de deux termes aux fréquences de la FCN et de la NAR dans le cas d'étude n°5. Résultats concernant le terme de la NAR. Chaque graphe présente l'amplitude (partie supérieure) et la phase (partie inférieure). Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

En gris est représentée la série considérée en entrée.

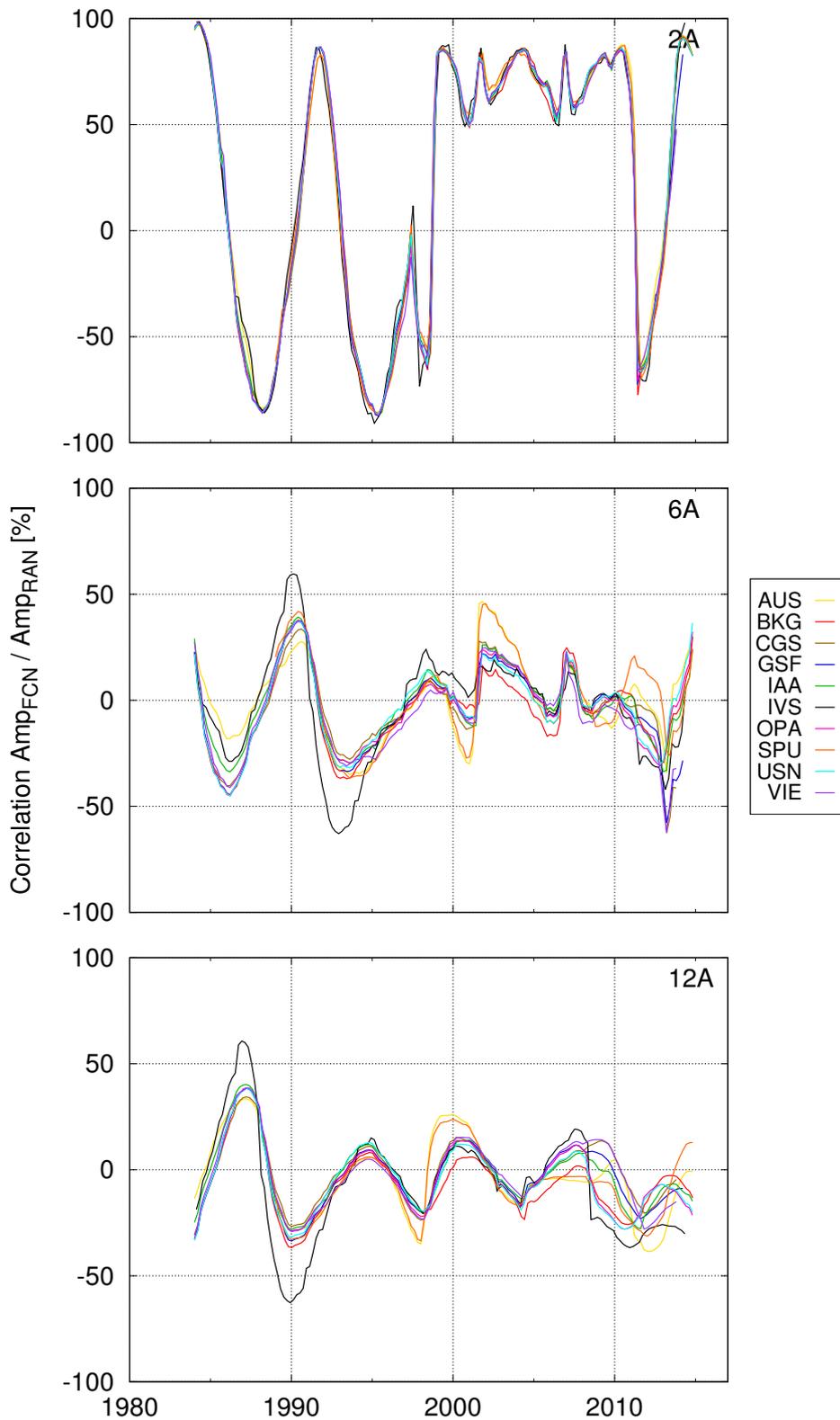


FIGURE D.30 –

FCN + NAR**→ Corrélation**

Corrélation entre les amplitudes de la FCN et de la NAR ajustées par moindres carrés sur fenêtre glissante dans le cas d'étude n°5. Exemple de 3 tailles de fenêtre :

- 2A = 2 ans,
- 6A = 6 ans,
- 12A = 12 ans.

••• SECTION D.6 •••

Conclusion sur les cas d'étude

.....

L'ajustement par moindres carrés n'est adapté que si les deux nutations, FCN et NAR sont des termes périodiques constants en amplitude, phase et fréquence. En effet, dès que l'un des deux termes de nutation présente une variabilité - on sait déjà que c'est le cas pour la FCN - l'ajustement par moindres carrés au moyen de fenêtres glissantes en pâtit et ne parvient pas à retrouver la configuration du signal d'entrée.

De plus, il n'existe pas de taille de fenêtre optimale pour récupérer ce signal d'entrée. En effet, dépendant des tendances de variation recherchées (court ou long terme), les fenêtres à petites périodes ou grandes périodes sont l'une à l'autre d'une meilleure efficacité. Ajouté à cela, le phénomène de battement dû à la proximité des deux termes de nutation dans le domaine spectral implique l'apparition de composantes artificielles dans les produits de l'ajustement. Néanmoins pour ce dernier phénomène, si les deux termes sont ajustés simultanément, le battement ne se fait pas ressentir. Ainsi, si l'on ne connaît pas la configuration du signal d'entrée, comme c'est le cas pour l'étude des données réelles de nutation de la Terre, cela ne nous permet pas de déterminer de la véracité des composantes observées dans les ajustements (voir figure 4.1).

En conclusion, les oscillations de la FCN sur la figure 3.2, et celles de la NAR sur la figure 4.1 peuvent être mises en doute.

Variance d'Allan



La variance d'un ensemble de données est une notion fondamentale en théorie de la mesure. Elle caractérise leur dispersion pour connaître la précision de la chaîne d'acquisition des données utilisée. Cette propriété est étroitement reliée au(x) bruit(s) qui intervien(nen)t durant les mesures, plus précisément à son amplitude et sa nature.

La variance classique, c'est-à-dire la dispersion des mesures par rapport à la moyenne, est la plus répandue. Elle fait partie des outils statistiques de base. En modélisation numérique, on emploie le "rms" (pour "root main square") qui est une modification de la variance classique où la moyenne est remplacée par la valeur du modèle associée à la mesure (le C dans O-C). On parle alors de la variance des résidus.

Il existe pléthore de méthodes pour estimer la dispersion des données. Dans cette annexe, nous en présentons une qui provient de la métrologie : la variance d'Allan. Avant de l'introduire, nous rappelons des informations sur la caractérisation du bruit. Ensuite, nous faisons un rappel de la variance classique afin de présenter l'avantage qu'apporte la variance d'Allan. Enfin, nous introduisons trois versions de la variance d'Allan et leurs diagrammes log-log, notamment les formes correspondant à différents signaux.

Contents

E.1 Caractérisation du bruit	268
E.1.1 Densité spectrale	268
E.1.2 Bruit et densité spectrale	268
E.2 Variance classique	270
E.2.1 Moyenne des données	270
E.2.2 Variance des données	271
E.3 Variance d'Allan	273
E.3.1 La variance d'Allan	273
E.3.2 Variance d'Allan par recouvrement	275
E.3.3 Variance d'Allan modifiée	278
E.4 Équivalences de forme entre diagramme d'Allan et signal	279

••• SECTION E.1 •••

Caractérisation du bruit

E.1.1 • Densité spectrale

La nature du bruit, que l'on indique dans certains cas par une couleur ¹, est déterminée par la densité spectrale. Cette dernière est définie au moyen de la fonction d'auto-corrélation :

$$R_p(\tau) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2\Omega} \int_{-\Omega}^{+\Omega} p(u + \tau) p^*(u) . du \right] \quad (\text{E.1})$$

On y reconnaît le produit de convolution de la fonction étudiée avec elle-même. Par cette fonction, on définit la densité spectrale bilatérale ² S_p^{TS} au moyen de la transformée de Fourier :

$$S_p^{TS}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_p(u) e^{-2i\pi f u} . du \quad (\text{E.2})$$

Dans le cas où le processus p est réel, il engendre la parité de S_p^{TS} , permettant de réécrire :

$$\begin{cases} S_p(f) = 2S_p^{TS}(f) & \text{si } f \geq 0 \\ S_p(f) = 0 & \text{si } f < 0 \end{cases}$$

Littéralement, la densité spectrale caractérise la répartition de l'énergie du signal considéré dans l'espace des fréquences.

E.1.2 • Bruit et densité spectrale

Il est commun de considérer les bruits de signaux comme des processus dont la densité spectrale suit une loi en puissance de la fréquence. Les expériences ont montré que des combinaisons linéaires de telles fonctions surviennent lors de mesures. Le signal mesuré présenterait alors des bruits de couleurs différentes, chaque couleur étant associée à une valeur α :

$$S_y(f) = h_\alpha \times f^\alpha \quad (\text{E.3})$$

Les types de bruits les plus connus sont :

- $\alpha = -2$: bruit de marche aléatoire sur $y(t)$, autrement appelé bruit rouge car il montre plus de puissance aux basses fréquences.
- $\alpha = -1$: bruit de scintillation sur $y(t)$, autrement appelé bruit rose car il présente une pente plus douce que le bruit de marche aléatoire et distribue plus équitablement l'énergie.

1. Le terme couleur est utilisé en considérant la distribution d'énergie du bruit dans la partie visible du spectre. Une distribution orientée vers les basses fréquences (grandes longueurs d'onde) présente ainsi une couleur plutôt rouge tandis qu'une distribution orientée vers les hautes fréquences (courtes longueurs d'onde) présente une couleur plutôt bleue, voire violette.

2. TS pour "Two Sided" renseigne sur la bi-latéralité, c'est-à-dire sur l'ensemble des fréquences de $-\infty$ à $+\infty$

- $\alpha = 0$: bruit gaussien sur $y(t)$, autrement appelé bruit blanc. Aucune fréquence n'est privilégiée dans la répartition de l'énergie.

Ces trois processus sont caractéristiques des bruits qui peuvent affecter des mesures de signaux.

Bruit blanc (lire chap.6 de Feynman et al. [2014])

Le bruit blanc résulte d'un processus stochastique suivant une loi de distribution gaussienne de moyenne nulle. Un tel processus est fondamental en théorie de la mesure puisqu'en son unique présence, augmenter le nombre de mesures d'un paramètre améliore la précision de l'estimation qu'on en fait. En effet, à chaque mesure est associée une perturbation aléatoire et plus le nombre de mesures est grand, plus ces perturbations sont nombreuses et se compensent.

Par exemple, si l'on demande à 10 élèves d'une même classe de lâcher une balle de tennis à partir d'un mètre de hauteur et de mesurer à l'aide d'un chronomètre le temps qu'elle met pour toucher le sol, les relevés collectés auront des valeurs différentes. En effet, chaque élève ne lâchera pas la balle à exactement 1 mètre de hauteur, ne déclenchera pas le chronomètre au moment exact où la balle quittera sa main et ne le stoppera pas pile à l'instant où la balle touchera le sol. Le chronomètre lui-même demande un infime délai pour prendre en compte les opérations qu'on lui demande, ce délai pouvant différer d'un chronomètre à l'autre. Mais en moyennant tous les relevés, on fait une estimation assez proche de la valeur exacte que met une balle de tennis pour tomber d'un mètre de hauteur à vitesse initiale nulle. Répétons le procédé avec tous les élèves de l'école. Cette fois, les données collectées seront beaucoup plus nombreuses et l'estimation faite en moyennant les mesures en sera beaucoup plus précise³.

Bruit de marche aléatoire (lire chap.6 de Feynman et al. [2014])

À l'inverse, le bruit de marche aléatoire, souvent assimilé au déplacement d'un homme sous l'effet de l'ivresse, est équivalent à perturber aléatoirement une variable tout en gardant en mémoire sa valeur précédente.

Pour reprendre l'image de l'homme ivre, supposons le à une position (x, y) au départ. L'homme tanguet et finit par faire un premier pas. Sa position devient $(x + dx_1, y + dy_1)$. Au balancement suivant, le prochain pas qu'il fera ne le déplacera pas à partir de (x, y) mais bien de $(x + dx_1, y + dy_1)$. Au deuxième pas, il sera ainsi à la position $(x + dx_1 + dx_2, y + dy_1 + dy_2)$. Ce nouveau déplacement peut le ramener à sa position initiale comme l'en éloigner encore plus.

Par un tel principe, plus le temps passe et plus la probabilité que l'homme s'éloigne de sa position initiale s'agrandit. Néanmoins, laissons plusieurs hommes avec la même ivresse partir du même point de départ, ils n'iront pas dans la même direction. Mais la moyenne de leurs positions à tout instant t , s'ils sont très nombreux, restera proche du point de départ unique.

En terme d'acquisition de données, un processus de mesure affecté d'un tel bruit est déplorable puisque la précision de l'estimation faite sur le paramètre physique étudié se dégrade au fil des mesures.

3. Néanmoins pas nécessairement exacte, car des systématismes peuvent apparaître par le temps de réaction nécessaire, humain comme mécanique, à chaque opération.

Bruit de scintillation

Pour finir, le bruit de scintillation est une transition entre les deux bruits précédents, une sorte de marche aléatoire contrainte à rester proche de la valeur exacte. Pour reprendre l'image de l'homme ivre, supposons qu'il se tienne à un poteau. Au rythme de ses balancements, l'homme va évoluer autour du poteau mais sans jamais s'en éloigner plus que la longueur de son bras. L'évolution de sa position est alors une bonne illustration d'un bruit de scintillation autour de la position du poteau. On peut considérer un tel processus comme un bruit blanc dont la moyenne de la gaussienne subirait des sauts aléatoires à des instants aléatoires.

Bruit bleu et violet

Si l'on pose maintenant un signal $x(t)$ relié à $y(t)$ par la relation :

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t) \quad (\text{E.4})$$

on peut considérer les bruits précédents affectant la variable $x(t)$. Reportés sur la variable $y(t)$, ces bruits présenteront une densité spectrale différente :

- $\alpha_x = -2 \Rightarrow \alpha_y = 0$: bruit de marche aléatoire sur $x(t)$, qui est équivalent au bruit blanc sur $y(t)$.
- $\alpha_x = -1 \Rightarrow \alpha_y = 1$: bruit de scintillation sur $x(t)$, autrement appelé bruit bleu sur $y(t)$, la distribution d'énergie privilégiant les hautes fréquences.
- $\alpha_x = 0 \Rightarrow \alpha_y = 2$: bruit blanc sur $x(t)$, autrement appelé bruit violet sur $y(t)$.

••• SECTION E.2 •••

Variance classique

.....

Soit $y(t)$ un signal physique quelconque. Par sa nature, ce signal est continu.

E.2.1 • Moyenne des données

En étudiant ce signal, on peut s'intéresser à sa valeur moyenne, valeur autour de laquelle il va évoluer. La moyenne de $y(t)$ sur un intervalle de temps τ entre t_k et $t_k + \tau$ est donnée par :

$$\overline{y(t_k)} = \frac{1}{\tau} \times \int_{t_k}^{t_k + \tau} y(u) \cdot du \quad (\text{E.5})$$

Par abus de langage, on remplacera par la suite $\overline{y(t_k)}$ par \bar{y}_k .

Le signal observé étant continu, on utilise un instrument qui le reçoit à chaque instant. Cet instrument requiert cependant un laps de temps τ pour le mesurer, c'est-à-dire en déterminer une valeur à un instant donné. Les \bar{y}_k sont ainsi vus comme les mesures produites successivement par l'instrument.

En supposant que le signal physique soit constant pour que la moyenne vraie ait une utilité, cette dernière est donnée par :

$$\bar{y} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{-N/2}^{+N/2} \bar{y}_k \right] \quad (\text{E.6})$$

Elle renseigne sur la valeur exacte du signal si aucun biais systématique n'intervient dans la mesure.

Il est néanmoins impossible d'avoir accès à une infinité de données. Toutes les missions de mesures, aussi longues soient-elles, sont bornées dans le temps et limitées par le taux d'acquisition de l'instrument utilisé. La moyenne vraie est donc inaccessible et on l'estime au moyen de la formule :

$$\bar{y}(t, T) = \frac{\sum \bar{y}_k}{N} \quad (\text{E.7})$$

où N est le nombre de données \bar{y}_k comprises entre t et $t + T$. L'estimation est certes inexacte mais se veut proche de la valeur vraie.

Pour aller plus loin, si l'on porte une certaine confiance sur chacune des données \bar{y}_k , par exemple reliée à une variance connue σ_k^2 , on peut intervenir dans le calcul de la moyenne et prendre en compte des pondérations sur les données :

$$\bar{y}(t, T) = \frac{\sum p_k \bar{y}_k}{\sum p_k} \quad (\text{E.8})$$

avec $p_k = 1/\sigma_k^2$. Une telle approche est souvent utile pour réduire l'écart entre l'estimation et la valeur exacte à nombre de mesures N donné.

€.2.2 • Variance des données

Lorsqu'on souhaite traiter de la stabilité d'un signal physique quelconque, on ne s'intéresse pas directement à la moyenne du processus, mais à sa variance, c'est-à-dire à quel point les mesures vont se répartir autour de la moyenne. On parle alors de précision (différent de l'exactitude qui est reliée aux biais systématiques, voir figure E.1).

Le calcul de la variance vraie se fait au moyen de la formule :

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N-1} \sum_{-N/2}^{+N/2} \left(\bar{y}_k - \frac{1}{N} \sum_{-N/2}^{+N/2} \bar{y}_{k'} \right)^2 \right] \quad (\text{E.9})$$

Pour les mêmes raisons que précédemment expliquées, on accède uniquement à des estimations de cette dernière au moyen de la formule

$$\sigma^2(t, T) = \frac{\sum (\bar{y}_k - \bar{y}(t, T))^2}{N} \quad (\text{E.10})$$

si on connaît a priori la valeur de $\bar{y}(t, T)$ sans avoir eu recours aux échantillons \bar{y}_k , ou dans le cas contraire par

$$\sigma^2(t, T) = \frac{\sum (\bar{y}_k - \bar{y}(t, T))^2}{N-1} \quad (\text{E.11})$$

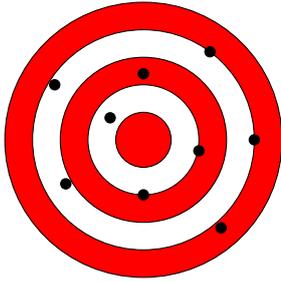
exact - imprécis**précis - biaisé**

FIGURE E.1 – Illustration sur la précision et l'exactitude.

La soustraction au dénominateur revient à la réduction des degrés de liberté pour la résolution du système. Si la valeur de la moyenne n'est pas connue, 1 degré de liberté est nécessaire pour obtenir celle-ci.

Il existe également une version avec pondérations :

$$\sigma^2(t, T) = \frac{\sum p_k (\bar{y}_k - \bar{y}(t, T))^2}{\sum p_k} \quad (\text{E.12})$$

L'inconvénient de cette variance classique a été soulevé en métrologie. Les chercheurs de ce domaine, par leurs travaux sur les horloges atomiques, ont montré que le calcul de la variance vraie par la formule classique E.9 ne converge pas lorsqu'on fait face à certains bruits. C'est le cas pour le bruit de marche aléatoire et le bruit de scintillation. Ces derniers ont donc eu recours à une nouvelle approche pour l'estimation de la variance de leurs données afin d'en récupérer la stabilité, la variance à deux échantillons ou variance d'Allan.

••• SECTION E.3 •••

Variance d'Allan

En repartant de la variance vraie formulée en équation E.9, on détermine la variance à N échantillons par la modification suivante :

$$\sigma^2(N, \tau, T) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\bar{y}_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{y}_j \right)^2 \quad (\text{E.13})$$

où N est le nombre d'échantillons, T est la durée (constante) entre deux échantillons successifs et τ la période de mesure du signal.

Cette formulation générale permet de calculer de différentes manières des échantillons représentant la variance vraie. Il a été montré que la moyenne d'échantillons calculés suivant la formule E.13 est un estimateur sans biais dans le cas d'échantillons de mesures adjacents ($T = \tau$) et dans le cas d'un signal affecté par un bruit blanc.

E.3.1 • La variance d'Allan

Le cas simple à 2 échantillons, que l'on nomme variance d'Allan [Allan, 1966], s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau) &= \langle \sigma^2(2, \tau, \tau) \rangle \\ &= \left\langle \sum_{i=1}^2 \left(\bar{y}_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \bar{y}_j \right)^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)^2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{E.14})$$

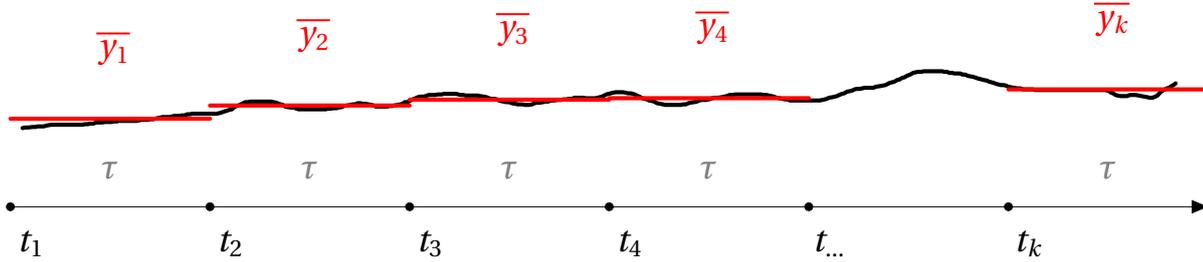
L'idée derrière cette formulation est de substituer la dispersion des données à leur valeur moyenne par une dispersion des données à la mesure qui les précède. Les échantillons de la variance d'Allan calculés, donnés par :

$$\sigma_k^2(\tau) = \sum_{i=k}^{k+1} \left(\bar{y}_i - \frac{1}{2} \sum_{j=k}^{k+1} \bar{y}_j \right)^2$$

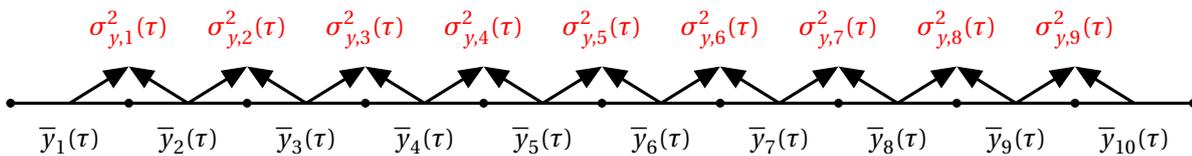
dépendent d'une échelle de temps τ sur laquelle un échantillon de mesure du phénomène physique est déterminé. Cette période dépend de l'instrument de mesure, notamment de sa période de mesure τ_0 par un coefficient entier. Les échantillons de mesure sont calculés au préalable en moyennant les mesures \bar{y}_k sur des fenêtres à la taille du multiple de τ_0 considéré.

Pour chaque échelle de temps $\tau = m\tau_0$, on récupère l'estimation de la variance d'Allan $\sigma_y^2(\tau)$ du signal $y(t)$ en moyennant la totalité des échantillons $\sigma_k^2(\tau)$ calculables. Leur nombre dépend de la taille de la fenêtre d'observation. L'ensemble des estimations à différents τ forment une courbe que l'on appelle le diagramme d'Allan, souvent représentée sous forme log-log. Le schéma en figure E.2 illustre l'itération du calcul à différents τ de plus en plus grands.

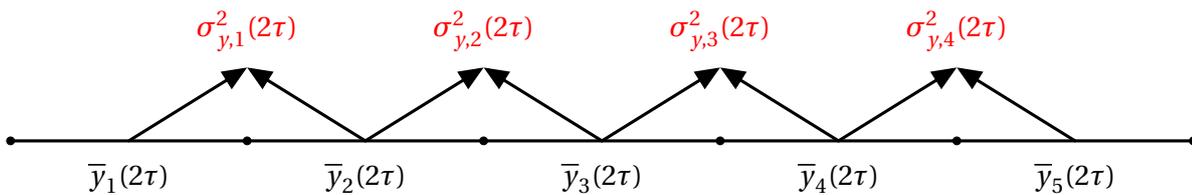
1. Échantillonnage régulier par principe de mesure du signal physique sur des laps de temps τ



2. Application de la variance d'Allan (formule : E.14)



3. Augmenter le laps de temps $\tau \rightarrow 2\tau$ pour la mesure et appliquer de nouveau E.14



4. Augmenter et appliquer E.14 ...

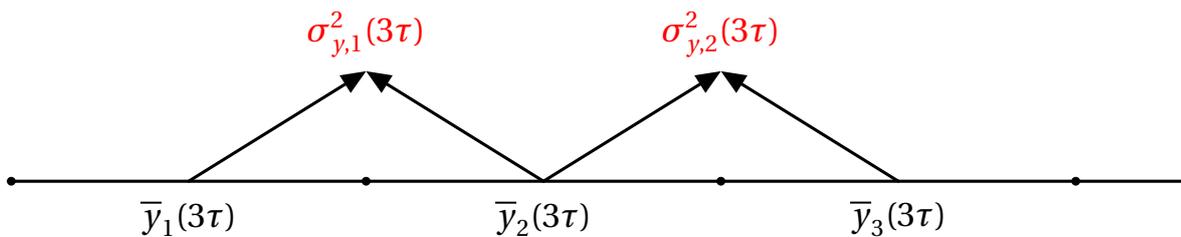


FIGURE E.2 – Schéma illustrant le principe des différentes étapes de calcul pour construire un diagramme log-log de la variance d'Allan à partir d'un processus physique $y(t)$.

€.3.2 • Variance d'Allan par recouvrement

La variance d'Allan classique souffre néanmoins sur quelques aspects. Une première faiblesse est que l'échelle de temps maximale pour faire une estimation de la variance d'Allan est la moitié de la période d'observation totale. De plus, pour un tel τ , nous ne disposons que d'un échantillon de variance d'Allan pour en estimer sa valeur.

Ce nombre est clairement insignifiant pour que le degré de confiance de l'estimation faite soit bon. La remarque reste équivalente pour plusieurs échelles de temps ($\frac{T_{obs}}{3} \rightarrow N = 2$, $\frac{T_{obs}}{4} \rightarrow N = 3$, etc...)

Pour contrecarrer cette faiblesse, la formulation E.14 peut être modifiée pour prendre en compte un recouvrement des échantillons du signal physique étudié, et donc un recouvrement des échantillons de la variance d'Allan calculés. Cela définit la variance d'Allan par recouvrement :

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau = m\tau_0) &= \frac{1}{2 \cdot m^2 \cdot (M - 2m + 1)} \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left(\sum_{i=j}^{j+m-1} (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i) \right)^2 \\ &= \frac{1}{M - 2m + 1} \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=j}^{j+m-1} (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i) \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (E.15)$$

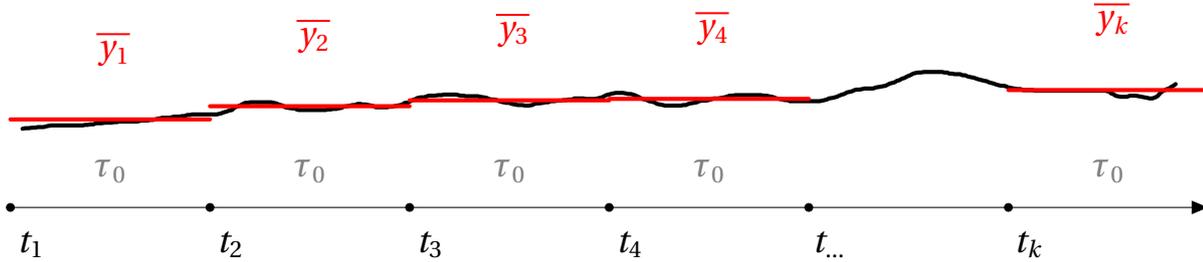
où M est le nombre d'échantillons de mesures \bar{y}_k intégrées sur une durée $m\tau_0$ dans la fenêtre d'observation, tous décalés les uns des autres d'un intervalle τ_0 (et non $m\tau_0$! Le principe de recouvrement est là). $M - 2m + 1$ est le nombre de fois où le schéma de calcul d'un échantillon de la variance est possible dans la fenêtre d'observation. C'est donc aussi le nombre d'échantillons de la variance dont on disposera pour son estimation, étant donné m :

- si $m = 2$, le schéma de calcul implique l'utilisation de quatre mesures \bar{y}_k (pour avoir 2 différences par paire). On ne peut donc pas démarrer par les trois dernières mesures \bar{y}_{M-2} , \bar{y}_{M-1} et \bar{y}_M pour faire une estimation de la variance d'Allan : $M - 2 * m + 1 = M - 3$
- si $m = 3$, le schéma de calcul implique l'utilisation de six mesures \bar{y}_k (pour avoir 3 différences par paire). On ne prend pas en compte les 5 dernières mesures : $M - 2 * m + 1 = M - 5$
- etc...

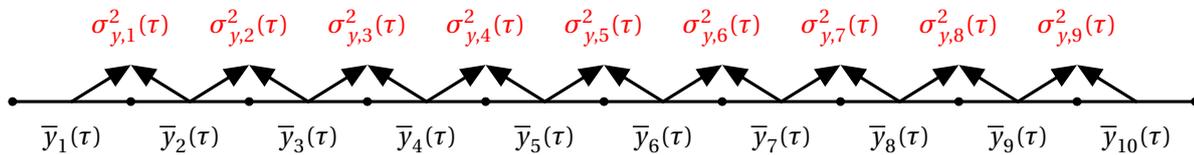
Finalement m , tout en renseignant sur la durée associée à un échantillon de mesure lorsque multiplié par τ_0 , renseigne également sur le nombre de différences par paire utilisées pour calculer un échantillon de variance. Le schéma en figure E.3 illustre l'itération du calcul à différents τ de plus en plus grands.

La variance d'Allan s'est imposée comme l'outil de référence dans les années 70s. Mais un nouveau problème s'imposa lors de son utilisation en métrologie. Un diagramme d'Allan construit en utilisant l'une ou l'autre des formules E.14 ou E.15, ne permet pas de distinguer un bruit bleu d'un bruit violet. Une parade fut trouvée en modifiant la variance d'Allan classique, donnant naissance à la variance d'Allan modifiée.

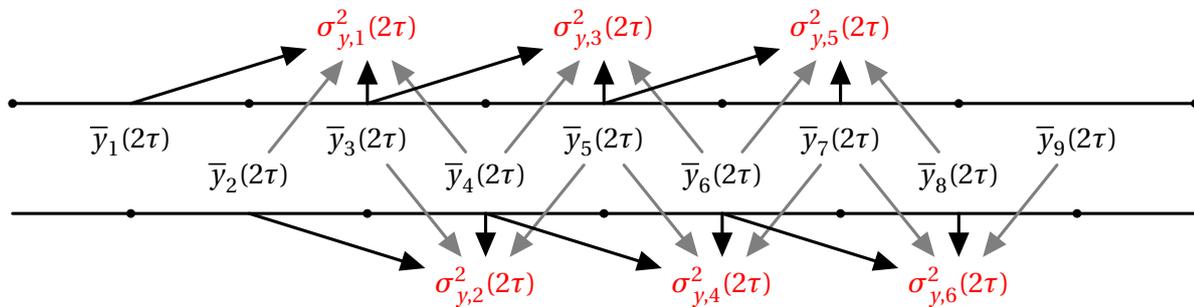
1. Échantillonnage régulier par principe de mesure du signal physique sur des laps de temps τ



2. Application de la variance d'Allan par recouvrement [$m = 1$] (formule : E.15) : $\tau = \tau_0$ revient à la variance d'Allan classique (formule : E.14)



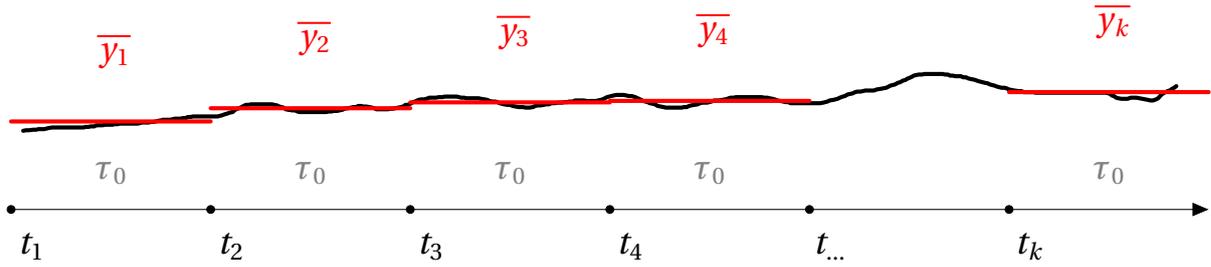
3. Augmenter le laps de temps $\tau = \tau_0 \rightarrow 2\tau_0$ pour des mesures par recouvrement et appliquer de nouveau E.15 [$m = 2$]



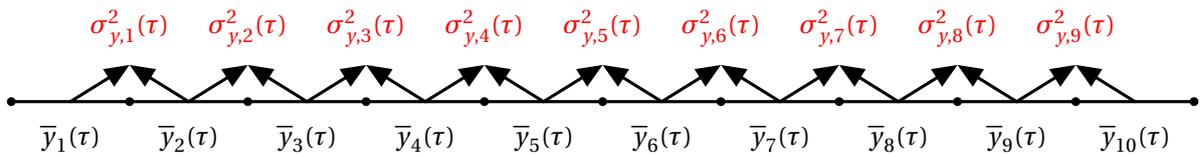
4. Augmenter et appliquer E.15 ainsi de suite [$m=3,4...$]

FIGURE E.3 – Schéma illustrant le principe des différentes étapes de calcul pour construire un diagramme log-log de la variance d'Allan par recouvrement à partir d'un processus physique $y(t)$.

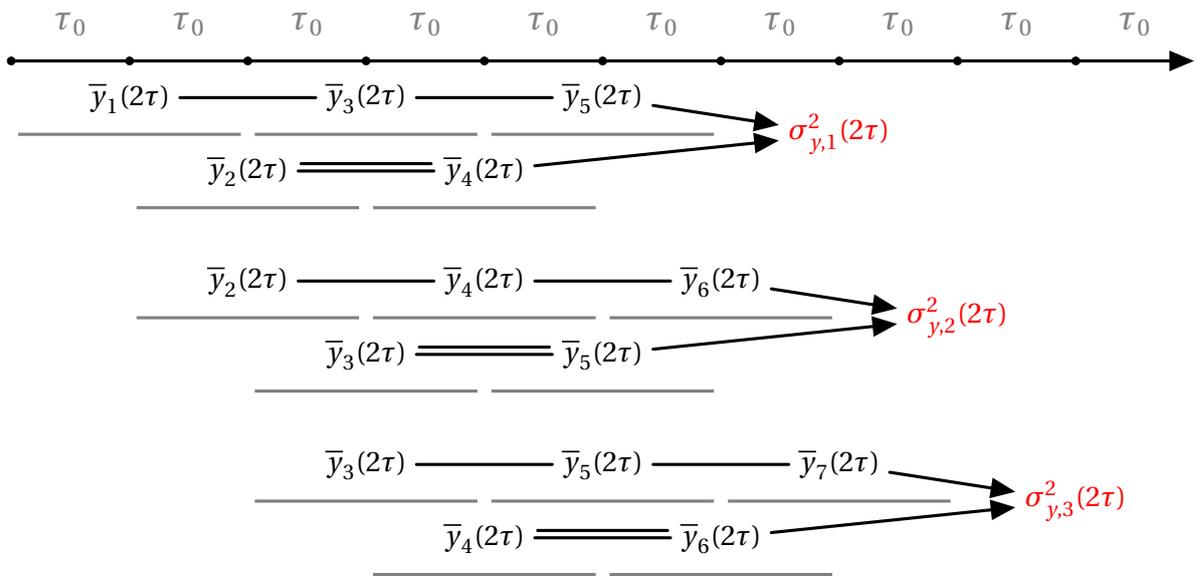
1. Échantillonnage régulier par principe de mesure du signal physique sur des laps de temps τ



2. Application de la variance d'Allan modifiée [$m = 1$] (formule : E.16) : $\tau = \tau_0$ revient à la variance d'Allan classique (formule : E.14)



3. Augmenter le laps de temps $\tau = \tau_0 \rightarrow 2\tau_0$ et appliquer de nouveau E.16 [$m = 2$]



Etc...

4. Augmenter et appliquer E.16 ainsi de suite [$m=3,4,\dots$]

FIGURE E.4 – Schéma illustrant le principe des différentes étapes de calcul pour construire un diagramme d'Allan modifié à partir d'un processus physique $y(t)$.

€.3.3 • Variance d'Allan modifiée

La variance d'Allan modifiée est donnée par la formule :

$$\begin{aligned}\sigma_y^2(\tau) &= \frac{1}{2m^4(M-3m+2)} \sum_{j=1}^{M-3m+2} \left[\sum_{i=j}^{j+m-1} \left(\sum_{k=i}^{i+m-1} \bar{y}_{k+m} - \bar{y}_k \right) \right]^2 \\ &= \frac{1}{M-3m+2} \sum_{j=1}^{M-3m+2} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{m} \sum_{i=j}^{j+m-1} \left(\frac{1}{m} \sum_{k=i}^{i+m-1} \bar{y}_{k+m} - \bar{y}_k \right) \right]^2\end{aligned}\quad (\text{E.16})$$

La démarche devient plus complexe, mais le principe reste le même, on calcule la variance par paire entre deux mesures successives. Le reste n'est que statistique dans le but d'obtenir les propriétés voulues. Par exemple, la différence de cette formule avec la formule E.15 par recouvrement est la façon dont on calcule une valeur moyenne locale d'une différence par paire. Dans le cas de la variance d'Allan modifiée, on emploie des pondérations, un peu plus forte pour la paire au centre de la fenêtre d'échantillonnage de la variance (de largeur trois fois l'échelle de temps τ sélectionné), alors que la variance par recouvrement n'utilise aucune pondération. Par exemple :

- Si $m=2$, 3 paires sont utilisées pour le calcul d'un échantillon de la variance d'Allan modifiée P_1, P_2, P_3 . La moyenne de la différence par paires en utilisant ces trois là est calculée par $P_1/4 + P_2/2 + P_3/4$.
- Si $m=3$, 5 paires sont utilisées : $P_1/9 + 2P_2/9 + P_3/3 + 2P_4/9 + P_5/9$
- Etc...

Dans un tel schéma, ce n'est pas m mais m^2 qui renseigne sur le nombre de différences utilisées pour le calcul d'un échantillon de la variance, certaines différences étant utilisées plusieurs fois, comme mentionné juste avant. $M-3m+2$ est le nombre d'estimations de la variance d'Allan modifiée possible sur la durée totale de l'observation.

- Si $m = 2$, Le schéma de calcul implique cinq échantillons de mesures \bar{y}_k formant 3 différences par paire dont une utilisée deux fois. On ne peut donc pas démarrer par les quatre dernières mesures \bar{y}_{M-3} , \bar{y}_{M-2} , \bar{y}_{M-1} et \bar{y}_M pour calculer un échantillon de la variance d'Allan : $M - 3 * m + 2 = M - 4$
- Si $m = 3$, le schéma implique huit échantillons de mesures formant 5 différences par paire dont deux utilisées deux fois et une utilisée trois fois. Les sept dernières mesures ne peuvent démarrer le calcul d'un échantillon : $M - 3 * m + 2 = M - 7$.

Pour terminer, la page suivante dresse des équivalences entre différents signaux d'entrée et le diagramme log-log de variance d'Allan produit. Plusieurs points sur la variance d'Allan ne sont pas développés ici. Pour plus d'informations (par exemple sur l'intervalle de confiance du diagramme d'Allan ou la variance d'Allan temporelle), consulter le cours de master de [Uhrich \[2010\]](#).

••• SECTION E.4 •••

Équivalences de forme entre diagramme d'Allan et signal

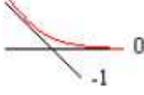
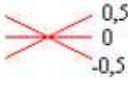
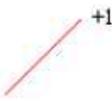
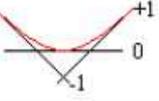
Formes	Significations	Formes	Significations
	- bruit blanc (BB) « propre »		- BB + BF
	- bruit de scintillation (ou bruit flicker BF) « propre »		- BF + signal périodique avec grande amplitude
	- marche aléatoire (MA) « propre »		- BB + signal périodique - BB + saut tardif
	- droite dont le coefficient est grand		- MA + signal périodique (soit avec grande amplitude, soit avec plus qu'une période)
	- BB + MA (même ordre de variance) - BB + saut		- BB + signal périodique (petite période)
	- BB + BF + MA (même ordre de variance) - BB + saut		- BF + signal périodique (petite période)
	- BB faible + MA - BB + droite à grand coefficient		- MA + signal périodique (petite période)
	- BB + MA faible - BB + droite à petit coefficient - BB + signal périodique grande période		- BB + points aberrants
	- BF + MA - BF + droite à petit coefficient - BF + signal périodique grande période	Remarque : pour les ajouts de bruits, la courbe de la variance d'Allan suit les contours supérieurs des courbes des différents bruits ajoutés	

TABLE E.1 – Table de conversion entre la forme d'un diagramme log-log de variance d'Allan et la composition du signal analysée dans des cas simples. Cette table est tirée du manuscrit de thèse de K. Le Bail [2004]

ANNEXE F

Sources et stations particulières dans l'analyse VLBI



Stations particulières dans l'analyse VLBI

AIRA	ALGOPARK	AZORES	BADARY	BLKBUTTE	BR-VLBA
CHICHI10	CHLBOLTN	CRIMEA	CTVASBAY	CTVASTJ	DEADMANL
DSS13	DSS15	DSS45	DSS65	DSS65A	EFLSBERG
ELY	FD-VLBA	FLAGSTAF	FORT ORD	FORTLEZA	FORTORDS
GGAO7108	GIFU11	GOLDMARS	GOLDVENU	GORF7102	HART15M
HARTRAO	HATCREEK	HAYSTACK	HN-VLBA	HOBART12	HOBART26
HOHENFRG	HRAS 085	JPL MV1	KASHIMA	KATH12M	KAUAI
KODIAK	KOGANEI3	KOKEE	KP-VLBA	KUNMING	KWAJAL26
LA-VLBA	MARCUS	MARPOINT	MATERA	MEDICINA	METSAHOV
METSHOVI	MIAMI20	MIURA	MIYAZAKI	MIZNAO10	MIZUSGSI
MK-VLBA	MOJAVE12	MON PEAK	NL-VLBA	NOBEY 6M	NOME
NOTO	NRAO 140	NRAO20	NRAO85 3	NYALES20	OHIGGINS
ONSALA60	OV-VLBA	OVRO 130	PARKES	PBLOSSOM	PENTICTN
PIETOWN	PINFLATS	PLATTVIL	PRESIDIO	PT REYES	PVERDES
QUINCY	RAEGYEB	RICHMOND	SANPAULA	SANTIA12	SC-VLBA
SEJONG	SESHAN25	SINTOTU3	SNDPOINT	SOURDOGH	SVETLOE
SYOWA	TATEYAMA	TIDBIN64	TIGOWTZL	TROMSONO	TRYSILNO
TSUKUBA	URUMQI	VERAISGK	VERNAL	VNDNBERG	WARK12M
WESTFORD	WETZELL	WHTHORSE	YAKATAGA	YARRA12M	YEBES
YEBES40M	YLOW7296	YUMA	ZELENCHK		

TABLE F.1 – Stations pour lesquelles sont ajustés les écarts entre les axes mécaniques de rotation des antennes. Ce sont celles qui sont observées dans plus de 5 sessions et qui sont ajustées globalement.

TIGOCONC	TSUKUB32	KASHIM11	KASHIM34	VERAMZSW	KOGANEI
USUDA64	ISHIOKA				

TABLE F.2 – Stations présentant un déplacement non linéaire et dont on préconise un ajustement local.

HRAS_085	DEGREE	3	PIETOWN	DEGREE	2	GILCREEK	DEGREE	2
1980.04.11	MULT	3	1991.05.01	MULT	2	1984.07.01	MULT	2
1983.01.01	MULT	0	1993.03.01	MULT	0	1990.01.01	MULT	0
1984.01.01	MULT	0	1996.01.01	MULT	0	1997.01.01	MULT	0
1984.07.01	MULT	0	1998.01.01	MULT	0	2001.06.01	MULT	0
1985.03.01	MULT	0	2000.01.01	MULT	0	2002.11.03	MULT	2
						22 :12 :42		
1985.05.15	MULT	0	2002.01.01	MULT	0	2003.02.01	MULT	0
1985.07.15	MULT	0	2004.01.01	MULT	0	2004.03.01	MULT	0
1986.01.01	MULT	0	2007.09.01	MULT	0	2006.01.01	MULT	0
1986.07.01	MULT	0						
1987.01.01	MULT	0						
1987.07.01	MULT	0						
1988.01.01	MULT	0						
1988.07.01	MULT	0						
1989.01.01	MULT	0						
1991.06.05	MULT	0						

TABLE F.3 – Stations présentant un déplacement type B-spline à des degrés différents entre chaque nœuds (se référer à la note technique [ici](#)).

NOTOX	WIDE85_3	VLBA85_3	MOJAVLBA	LEFT85_1	
-------	----------	----------	----------	----------	--

TABLE F.4 – Stations utilisées pour des tests de polarisation.

YEBESDBC	YEBDBBC	YEBEDBBC	WETTDBBC	HARTDBBC	
----------	---------	----------	----------	----------	--

TABLE F.5 – Stations utilisées pour des tests de backend.

YAKATAGA	1987.12.01	Séisme
SOURDOGH	1987.12.01	Séisme
WHTHORSE	1987.12.01	Séisme
FORTORDS	1989.10.01	Événement sismique
PRESIDIO	1989.10.01	Événement sismique
MOJAVE12	1992.06.27	Séisme
DSS15	1992.06.27	Séisme
MEDICINA	1996.06.01	Réparation d'un rail
EFLSBERG	1996.10.01	Réparation d'un rail
DSS65	1997.04.15	Réparation d'un rail
MIURA	2000.09.01	Dike intrusion (??), June-Aug. 2000
TATEYAMA	2000.09.01	Dike intrusion (??), June-Aug. 2000
GGAO7108	2003.01.01	Station relocalisé
MK-VLBA	2006.10.15	Séisme
ZELENCHK	2007.07.01	Réparation d'un rail ?
USUDA64	2011.03.11	Séisme

TABLE E6 – Événements aux stations impliquant la distinction de position avant et après le phénomène épisodique.

ALGOPARK	BR-VLBA	CRIMEA	DSS45	DSS65A	FD-VLBA
FORTLEZA	HARTRAO	HAYSTACK	HN-VLBA	HOBART26	KAUAI
KOKEE	KP-VLBA	LA-VLBA	MATERA	NL-VLBA	NOTO
NRAO20	NYALES20	ONSALA60	OV-VLBA	SC-VLBA	SESHAN25
SVETLOE	WESTFORD	WETTZELL	ZELENCHK	BADARY	

TABLE E7 – Stations portant la contrainte de non-rotation et de non-translation.

GILCREEK	TIGOCONC	TSUKUB32	KOGANEI	USUDA64	KASHIM11
KASHIM34	VERAMZSW	HART15M	AIRA	CHICHI10	YEBES40M
PIETOWN	HRAS_085	NRAO85_3	TIANMA65	SEJONG	ISHIOKA
YARRA12M					

TABLE E8 – Stations ne portant pas la contrainte de non-rotation et de non-translation dans un ajustement indépendant.

CHICHI10	TITIJIMA				
DSS15	DSS13	GOLDMARS	GOLDVENU	MOJAVE12	MOJ_7288
DSS45	TIDBIN64				
DSS65	DSS65A	ROBLED32	MADRID64		
FORTORDS	FORT_ORD				
GIFU11	GIFU3				
GGAO7108	GORF7102				
HARTRAO	HART15M				
HOBART12	HOBART26				
HRAS_085	FTD_7900	FD-VLBA			
KASHIM34	KASHIM11	KASHIMA			
KAUAI	HALEAKAL				
KOGANEI	KOGANEI3				
METSAHOV	METSHOVI				
MIZNAO10	MIZUSGSI	VERAMZSW			
NRAO20	GBT-VLBA				
NRAO_140	NRAO85_1				
ONSALA60	ONSALA85	MV2ONSLA			
OVRO_130	OVR_7853	OV-VLBA			
RICHMOND	MIAMI20				
SESHAN25	SHANGHAI				
SINTOTU	SINTOTU3				
TSUKUB32	TSUKU3	TSUKUBA			
PIETOWN	VLA	VLA-N8			
WETZELL	TIGOWTZL				
YEBES	YEBES40M				
YLOW7296	YELLOWKN				

TABLE F.9 – Stations colocalisées pour lesquelles une vitesse identique par groupe doit être imposée durant l'ajustement.

Sources particulières dans l'analyse VLBI

0014+813	0235+164	0637-752	0738+313	1308+326	1448+762
2145+067	3C120	1610-771	0208-512	0438-436	0451-282
0919-260	0607-157	2243-123	NGC1052	2128-123	3C279
0106+013	2134+00	1021-006	3C273B	0528+134	2121+053
0202+149	3C454.3	1611+343	OQ208	2201+315	2234+282
OK290	4C39.25	3C345	0711+356	3C84	1739+522
1044+719	0212+735	3C309.1			

TABLE F.10 – Sources présentant un mouvement non linéaire selon [Ma et al. \[2009\]](#) et dont on préconise un ajustement local.

0236+610	0459-753	1612+339	0334+004	0323+285	1458-083
----------	----------	----------	----------	----------	----------

TABLE F.11 – Étoiles radios dans les sources observées par le VLBI

0218+35A	0218+35B	0218+357	1422+231	1830-21A	1830-21B
1830-211					

TABLE F.12 – Lentilles gravitationnelles connues dans les sources observées par le VLBI.

0002-478	IIIZW2	0008-264	0010+405	0013-005	0016+731	0019+058	0035+413
0048-097	0048-427	0059+581	0104-408	0107-610	0109+224	0110+495	0116-219
0119+115	0131-522	0133+476	0134+311	0138-097	0151+474	0159+723	0202+319
0215+015	0221+067	0230-790	0229+131	0234-301	0235-618	0234+285	0237-027
0300+470	0302-623	0302+625	0306+102	0308-611	0307+380	0309+411	0322+222
0332-403	0334-546	0342+147	0346-279	0358+210	0402-362	0403-132	0405-385
0414-189	0420-014	0422+004	0426+273	0430+289	0437-454	0440+345	0446+112
0454-810	0454-234	0458-020	0458+138	0506-612	0454+844	0506+101	0507+179
0516-621	0515+208	0522-611	0524-460	0524-485	0524+034	0529+483	0534-611
0534-340	0537-441	0536+145	0537-286	0544+273	0549-575	0552+398	0556+238
0600+177	0642+449	0646-306	0648-165	0656+082	0657+172	0707+476	0716+714
0722+145	0718+793	0727-115	0736+017	0738+491	0743-006	0743+259	0745+241
0748+126	0759+183	0800+618	0805+046	0804+499	0805+410	0808+019	0812+367
0814+425	0823+033	0827+243	0834-201	OJ287	0854-108	0912+029	0920-397
0920+390	0925-203	0949+354	0955+476	0955+326	0954+658	1004-500	1012+232
1013+054	1014+615	1015+359	1022-665	1022+194	1030+415	1030+074	1034-374
1034-293	1038+52A	1039+811	1042+071	1045-188	1049+215	1053+815	1055+018
1101-536	1101+384	1111+149	1123+264	1124-186	1128+385	1130+009	1133-032
1143-696	1144+402	1144-379	1145-071	1147+245	1149-084	1156-663	1156+295
1213-172	1215+303	1219+044	1221+809	1226+373	1236+077	1240+381	1243-072
1244-255	1252+119	1251-713	1300+580	1308+328	1313-333	1324+224	1325-558
1334-127	1342+662	1342+663	1349-439	1351-018	1354-152	1357+769	1406-076
1418+546	1417+385	1420-679	1423+146	1424-418	1432+200	1443-162	1448-648
1451-400	1456+044	1459+480	1502+106	1502+036	1504+377	1508+572	1510-089
1511-100	1514+197	1520+437	1519-273	1546+027	1548+056	1555+001	1554-643
1557+032	1604-333	1606+106	1611-710	1614+051	1617+229	1619-680	1622-253
1624-617	1637+574	NRAO512	1639+230	1642+690	1633-810	1657-261	1657-562
1659-621	1705+018	1706-174	1717+178	1726+455	NRAO530	1725-795	1732+389
1738+499	1738+476	1741-038	1743+173	1745+624	1749+096	1751+288	1754+155
1758+388	1803+784	1800+440	1758-651	1806-458	1815-553	1823+689	1823+568
1824-582	1831-711	1842+681	1846+322	1849+670	1908-201	1920-211	1921-293
1925-610	1929+226	1933-400	1936-155	1935-692	1954+513	1954-388	1958-179
2000+472	2002-375	2008-159	2029+121	2052-474	2059+034	2106+143	2106-413
2113+293	2123-463	2126-158	2131-021	2136+141	2142-758	2150+173	2204-540
2209+236	2220-351	3C446	2227-088	2229+695	2232-488	2236-572	2244-372
2245-328	2250+194	2254+074	2255-282	2300-683	2318+049	2326-477	2333-415
2344-514	2351-154	2353-686	2355-534	2355-106	2356+385	2357-318	

TABLE F.13 – Sources portant la contrainte de non-rotation. Ce sont les 295 sources de définition de l'ICRF2 [Ma et al., 2009].

ANNEXE G

Noyau actif de galaxie et la théorie d'unification



L'astro-géodésie présente un lien étroit avec l'astrophysique extragalactique par le biais des observations VLBI. En effet, par les sources observées, les noyaux actifs de galaxie [Active Galactic Nuclei, AGN], le lien s'est tissé entre la physique régissant ces sources et des produits astrométriques comme les repères célestes, puis, a fortiori, avec la géodésie par l'utilisation de ces derniers. L'astrométrie étant l'étude des mouvements des astres sur la voûte céleste¹, tout phénomène physique qui perturbera la position apparente des sources observées est à prendre en compte si l'on désire accroître les précisions obtenues dans ce domaine.

Dans cette annexe, nous donnons une brève description de ces objets à partir de la théorie d'unification admise [Antonucci, 1993, Urry and Padovani, 1995]. Néanmoins, le panorama dressé n'est probablement pas à jour quant aux détails que fourniraient les travaux récents en astrophysique. Se référer à des articles du domaine pour plus d'informations.

Contents

G.1 Qu'est-ce qu'un noyau actif de galaxie?	288
G.1.1 Origine de l'énergie colossale émise	288
G.1.2 Émission provenant du disque	288
G.1.3 Émission provenant du jet	289
G.2 Les différentes dénominations	289
G.2.1 Les galaxies de Seyfert	289
G.2.2 Les radiogalaxies	290
G.2.3 les quasars	290
G.2.4 les QSO	290
G.2.5 les blazars	290
G.3 Unification des AGN	291
G.3.1 Les différentes catégories de radio-quiet quasar ou QSO	291
G.3.2 Les différentes catégories de radio-loud quasar ou quasar	293
G.3.3 Résumé des propriétés observationnelles de chaque catégorie d'objets	293

1. la voûte céleste est la sphère de rayon unitaire résultant de la projection radiale de tout l'Univers et son contenu.

••• SECTION G.1 •••

Qu'est-ce qu'un noyau actif de galaxie ?

On dénomme noyau actif de galaxie la région centrale de toute galaxie qui émettrait une quantité anormale d'énergie, répartie possiblement sur l'ensemble du spectre. Cette définition, dans son ambiguïté, a apporté son lot de débats dans le but de définir les seuils convenables pour séparer les galaxies actives des galaxies passives.

Encore aujourd'hui, ces débats persistent concernant les galaxies à la frontière des seuils posés. Néanmoins, nous comprenons bien qu'un AGN se veut le lieu de phénomènes physiques les plus puissants de l'Univers. À ce titre, certaines galaxies en sont indéniablement des représentants. L'immense quantité d'énergie relâchée durant ces phénomènes permet l'observation des AGN les plus remarquables situés à des milliards d'années-lumières. À l'inverse, la région centrale de la Voie Lactée ne présente clairement pas assez d'activités pour être qualifiée d'AGN.

G.1.1 • Origine de l'énergie colossale émise

Les découvertes successives d'AGN ont révélé que la proportion de noyaux actifs est plus importante dans les premiers âges de l'Univers où les galaxies primordiales se sont formées. L'origine de l'émission excessive d'énergie est encore discutée mais une hypothèse prédomine.

Le noyau de la galaxie où résiderait un trou noir (voire plusieurs trous noirs en orbites proches les uns des autres) impose un champ gravitationnel fort dont l'intensité dépend de la masse et du moment cinétique du trou noir. La matière environnante, évoluant dans ce champ fort, se met en orbite autour du trou noir et, par actions coordonnées des forces et des vitesses, s'étale en un disque d'accrétion. L'effet de friction augmente alors et fait tomber peu à peu la matière du disque sur le trou noir. L'énergie gravitationnelle libérée par une telle chute est considérable et explique ainsi l'origine de l'émission excessive observée.

G.1.2 • Émission provenant du disque

Le processus d'émission lors de l'accrétion du disque par le trou noir est un processus de chauffage par effet dissipatif. Il en résulte une forme spectrale de type corps noir qui piquerait dans la région spectrale optique/Ultra-Violet [UV]. Une couronne de matière chaude se forme au-dessus du disque d'accrétion et par effet Compton inverse, disperse des photons jusqu'aux énergies X.

Dans les environs de la région centrale peuvent également évoluer des condensats de matière froide. Ces derniers, s'ils se trouvent sur la trajectoire des rayons produits par le disque, vont d'une part en absorber une partie pour les réémettre à des longueurs d'ondes différentes, et d'autre part en réfléchir ou disperser une autre pour ne laisser finalement qu'une portion être transmise pour parvenir jusqu'à nos instruments spectroscopiques. Des signatures spectrales sont ainsi observées, caractéristiques de ces phénomènes, et qui dépendent de la vitesse du mouvement des condensats (les bandes d'absorption et les raies d'émission sont étroites dans le cas de faibles vitesses ou larges dans le cas contraire). La plupart du temps, ces condensats sont de la poussière et du gaz interstellaire et donne lieu à des processus de réémission dans l'infra-rouge.

Les longueurs d'onde concernées correspondent à ce que l'on verrait à proximité de l'AGN. Néanmoins, étant données les grandes distances qui nous séparent de ces objets, les longueurs d'onde sont décalées vers le rouge sous l'effet du redshift cosmologique dû à l'expansion de l'Univers.

Ç.1.3 • Émission provenant du jet

Le chauffage du disque d'accrétion n'est pas le seul processus émissif des AGN. L'énergie colossale libérée par l'accrétion de la matière autour du trou noir peut donner lieu à la formation d'un jet ou deux jets dans des directions plus ou moins perpendiculaires au plan du disque d'accrétion.

La direction de ces jets dépend notamment du moment angulaire du disque d'accrétion, du spin du trou noir ou, s'il existe, de l'orientation du plan d'orbite du trou noir binaire. Cela s'explique car des disques comme des trous noirs façonnent un champ magnétique intense. Ce dernier peut être variable. Il en va de même de l'orientation du jet qui interagit avec celui-ci. Notre compréhension de la physique régissant ces jets n'est pas parfaite. La recherche reste active, portant à la fois sur leur composition comme sur leurs mécanismes internes.

Malgré cela, nous savons que les jets sont la principale source d'émissions radios dans les AGN. La matière accrétée, chauffée à l'extrême dans sa chute, se transforme en plasma contenant notamment des électrons et des positrons. Une partie de ce plasma est entraînée par les lignes de champ magnétique, accélérée et éjectée à des vitesses relativistes par les phénomènes violents aux abords du trou noir. Les particules chargées s'enroulent autour des lignes du champ magnétique et, par l'effet synchrotron, rayonnent en radio.

Les jets sont également le lieu d'émissions par effet Compton-inverse produisant des rayons dans tout le spectre électromagnétique jusqu'aux rayons gamma.

••• SECTION Ç.2 •••

Les différentes dénominations

.....

Les noyaux actifs de galaxies sont liés à plusieurs découvertes indépendantes dont on ne connaissait pas le lien entre les objets à ces époques. Ces découvertes s'expliquent par des propriétés diverses sur lesquelles se penchaient les observateurs. Nous détaillons ici ces sources, historiquement différentes.

Ç.2.1 • Les galaxies de Seyfert

C'est en 1943 que l'astronome Karl Seyfert établit ses recherches sur les spectres en lumière visible de galaxies spirales très brillantes. Ils y découvrent des raies d'émission larges, très prononcées, impliquant un processus d'émission très puissant. Les galaxies présentant ce genre d'émission seront ainsi nommées galaxies de Seyfert puis distinguées en galaxies de Seyfert 1 et galaxies de Seyfert 2 en fonction de la largeur des raies observées. La taille des raies trouva finalement son explication dans la

vitesse de la matière rayonnant, vitesses comprises entre 1 000 et 5 000 km/s.

Ç.2.2 • Les radiogalaxies

Dès 1949, un lien était fait entre des galaxies elliptiques et de puissantes sources radios. Le spectre révélait clairement un processus d'émission différent d'un processus thermique et son explication se trouva dans l'effet synchrotron dû à des électrons s'enroulant autour des lignes de champ magnétique. Les lignes de champ sont concentrées dans d'immenses lobes qui ont été imagés en radio par le VLA dans les années 80s, puis plus récemment en optique par les télescopes spatiaux les plus puissants (comme Hubble). Le nom de radiogalaxie a donc été donné aux galaxies elliptiques présentant une importante composante radio dans son spectre.

Ç.2.3 • les quasars

Les quasars furent des sources découvertes dans les années 50s par leurs propriétés radios extrêmes sans homologue optique à l'époque. Quasars, pour quasi-stellar radiosources (ou en français : presque étoiles radios), ont été dénommés ainsi car les estimations de leur diamètre angulaire étaient très petites. Par la suite, de telles sources ont été associées à des observations visibles.

Ces sources posaient un gros problème. Des raies totalement inconnues se présentaient dans le spectre de ces objets. L'association des quasars à des objets de la Galaxie s'est longtemps imposée, allant même jusqu'à rejeter à ses débuts l'explication admise aujourd'hui d'un grand redshift pour ces sources extragalactiques. Il fallut attendre 1962 pour que ces sources soient définitivement attribuées aux confins de l'Univers.

Ç.2.4 • les QSO

L'étude optique des quasars qui montraient un excès de lumière bleue par rapport aux étoiles classiques suscita la recherche de tels objets dans les tables d'observations. Par leurs recherches, des chercheurs ont ainsi trouvé des spécimens de sources présentant l'excès de bleu recherché, mais qui ne présentaient pas d'émissions radios excessives comme ils s'y attendaient. Une nouvelle classe d'objets fut créée pour ce type de sources, les quasi-stellar objects pour sources quasi-stellaires.

Ç.2.5 • les blazars

L'apparition des blazars se fit en 1929 par l'identification de la source BL de la constellation du Lézard (BL Lac). À l'époque cet objet fut répertorié comme une étoile variable. Par la suite, on se rendit compte que ce n'était pas une étoile mais une galaxie à émission variable très puissante. Plusieurs autres objets de la sorte ont été découverts ensuite, qui présentaient tous une même particularité : leur spectre n'exhibait aucune raie spectrale.

••• SECTION G.3 •••

Unification des AGN

.....

Toutes ces classes d'objets proviennent d'observations et de recherches indépendantes les unes des autres. Mais leur point commun, qui mit un certain temps à s'établir, est que les sources concernées sont les centres de galaxies lointaines de la nôtre. Il faut attendre les années 90s, avant qu'un modèle d'unification, dont les différences observées s'expliquent par des orientations des lignes de visée différentes, ne voit le jour [Antonucci, 1993, Urry and Padovani, 1995].

On distingue deux catégories^{2 3} de noyaux actifs de galaxie. Les AGN à fortes émissions radio et les AGN silencieux à ces fréquences. Ces deux catégories se distinguent par la formation ou non de jets à la base des trous noirs. La figure G.1 illustre le modèle d'unification des AGN.

G.3.1 • Les différentes catégories de radio-quiet quasar ou QSO

Les LINERS Les LINERS sont reliés à des régions responsables de raies d'émission nucléaire par faible ionisation. Nous avons très peu d'informations sur cette catégorie d'objets et son lien avec les AGN peut être controversé.

Les Seyferts Les galaxies Seyfert se distinguent en deux groupes selon la présence de raies d'émission ou d'absorption larges (Seyfert 1) ou non (Seyfert 2), conjointement aux raies étroites. La figure G.1 illustre ces deux groupes pour deux lignes de visée différentes. Les Seyfert 1 ont en vue les environs proches du trou noir où évoluent des condensats de matière "froides" (quelques dizaines de milliers de degrés tout de même) se déplaçant très rapidement et responsables des raies larges dans le spectre. À l'inverse, les Seyfert 2 voient cette région masquée par un tore entourant le disque d'accrétion. Ces dernières ne perçoivent alors que les condensats de matières froides lentes, plus lointaines au trou noir, responsables de la présence des raies étroites.

Les QSO Ce sont des AGN vus par les mêmes lignes de visée que pour les Seyfert 1 mais qui se distinguent par des émissions beaucoup plus puissantes.

Les quasars 2s Ce sont des AGN vus par les mêmes lignes de visée que pour les Seyfert 2 mais qui se distinguent par des émissions beaucoup plus puissantes.

2. Nous ferons remarquer que deux terminologies existent au sein de la communauté astrophysique. Une première utilise le terme "quasar" pour les AGN dits "radio-loud" (fortes émissions radios) et le terme "QSO" pour les AGN dits "radio-quiet" (silencieux en radio). Cette dénomination conserve le facteur historique de la première dénomination. Une dénomination plus récente a vu le jour pour employer un seul et unique terme : les "radio-quiet quasars" et les "radio-loud quasars". Bien que ce dernier terme est un pléonasme puisque la propriété d'émission radio est renseignée deux fois par le nom "quasar" (nous rappelons : quasi-stellar radio source) et l'adjectif "radio-loud", cette dénomination a le mérite de supprimer le terme "QSO", qui portait à confusion pour les non-initiés par l'implication du mot "stellar".

3. De plus, le terme "quasar" est également perçu comme réservé aux objets lointains. Pour les sources "proches" (où l'on distingue la galaxie hôte) on parle plutôt de NAG. L'ambiguïté réside alors dans le fait que des galaxies hôtes se révèlent sous l'optique d'instruments toujours plus performants.

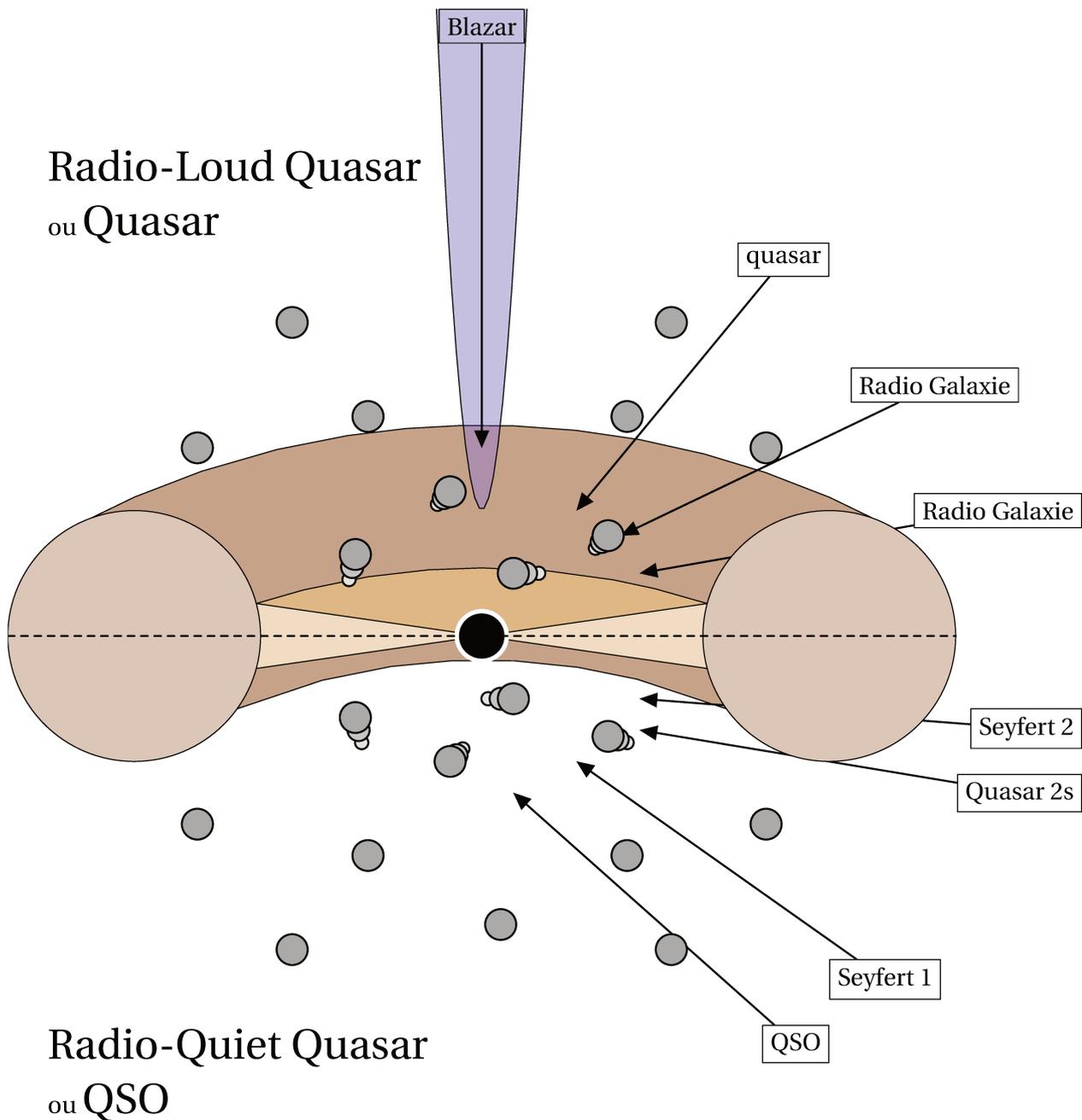


FIGURE G.1 – Schéma illustrant l'unification des AGN suivant l'orientation de la ligne de visée. On y reconnaît le trou noir au centre, entouré d'un disque d'accrétion, lui-même enserré à l'intérieur d'un tore de matière opaque. La figure distingue deux parties associées à deux catégories d'AGN différentes. En haut est illustré un AGN émetteur en radio, présentant un jet de plasma en bleu, et en bas est illustré un AGN silencieux en radio, sans jet. Les cercles représentent des condensats de matière environnants, dont la vitesse est grande à mesure qu'ils sont proches du trou noir. Les flèches indiquent approximativement les lignes de visée caractéristiques des différentes dénominations des AGN. Ces dernières, par la nature et les propriétés de la matière qu'elles croisent, expliquent les aspects très variés que l'on perçoit d'objets de même nature.

Ç.3.2 • Les différentes catégories de radio-loud quasar ou quasar

Les Blazars Les Blazars réunissent plus précisément les BL Lac et les OVV [Optically Violent Variable] quasars. Leurs particularités en sont les variations rapides de l'émission et l'absence de raies spectrales. Nous ne connaissons pas la distinction entre BL Lac et OVV quasars. Les Blazars s'expliquent par une ligne de visée directement dans la direction du jet (voir figure G.1), dont les émissions sont amplifiées par des effets relativistes et masquent le reste des émissions de l'AGN et de la galaxie hôte.

Les radiogalaxies Les radio-galaxies sont semblables aux Seyfert 1 et 2 à l'exception faite que l'AGN concerné présente un jet de plasma responsable de l'émission radio observée.

Les quasars Les quasars sont semblables aux QSO à l'exception faite que l'AGN concerné présente un jet de plasma responsable d'une émission radio intense.

Ç.3.3 • Résumé des propriétés observationnelles de chaque catégorie d'objets

Les émissions perçues de ces AGN, diffèrent par la lumière qui en parvient jusqu'à nous. Ce sont ces propriétés observationnelles qui expliquent les noms différents attribués. La table G.1 rassemble les informations principales que nous possédons.

Catégorie de Galaxie	noyau actif	raies d'émission		composante X	Excès de		variable	composante radio
		étroites	larges		UV	IR lointain		
Normal	non	faible	non	faible	non	non	non	non
LINER	?	faible	faible	faible	non	non	non	non
Seyfert 1	oui	oui	oui	certaines	certaines	oui	oui	faible
Seyfert 2	oui	oui	non	certaines	certaines	oui	oui	faible
Quasar	oui	oui	oui	certaines	oui	oui	oui	certaines
BL Lac	oui	non	non/très faible	oui	oui	non	oui	oui
OVV	oui	non	faible mais plus fort que ↑	oui	oui	non	oui	oui
Galaxie Radio	oui	certaines	certaines	certaines	certaines	oui	oui	oui

TABLE G.1 – Résumé des diverses propriétés observationnelles des galaxies à noyaux actifs en fonction de leur catégorie.

Bibliographie



- D. W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. *IEEE Proceedings*, 54 :221–230, February 1966. doi : 10.1109/PROC.1966.4634.
- R. Antonucci. Unified models for active galactic nuclei and quasars. *ARA&A*, 31 :473–521, 1993. doi : 10.1146/annurev.aa.31.090193.002353.
- E. F. Arias, P. Charlot, M. Feissel, and J.-F. Lestrade. The extragalactic reference system of the International Earth Rotation Service, ICRS. *A&A*, 303 :604–608, November 1995.
- S. Bachmann, D. Thaller, O. Roggenbuck, M. Lösler, and L. Messerschmitt. IVS contribution to ITRF2014. *Journal of Geodesy*, 90 :631–654, July 2016. doi : 10.1007/s00190-016-0899-4.
- A. J. Beasley, D. Gordon, A. B. Peck, L. Petrov, D. S. MacMillan, E. B. Fomalont, and C. Ma. The VLBA Calibrator Survey-VCS1. *ApJS*, 141 :13–21, July 2002. doi : 10.1086/339806.
- M. C. Begelman, R. D. Blandford, and M. J. Rees. Massive black hole binaries in active galactic nuclei. *Nature*, 287 :307–309, September 1980. doi : 10.1038/287307a0.
- S. Belda, J. M. Ferrándiz, R. Heinkelmann, T. Nilsson, and H. Schuh. Testing a new Free Core Nutation empirical model. *Journal of Geodynamics*, 94 :59–67, March 2016. doi : 10.1016/j.jog.2016.02.002.
- C. Bizouard. Variations de la rotation de la terre. *L’Astronomie*, (69) :26–34, Février 2014.
- R. D. Blandford and D. G. Payne. Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets. *MNRAS*, 199 :883–903, June 1982. doi : 10.1093/mnras/199.4.883.
- R. D. Blandford and R. L. Znajek. Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes. *MNRAS*, 179 :433–456, May 1977. doi : 10.1093/mnras/179.3.433.
- IAU SOFA Board. Iau sofa software collection. URL <http://www.iausofa.org>.
- S. Böckmann, T. Artz, A. Nothnagel, and V. Tesmer. International VLBI Service for Geodesy and Astrometry : Earth orientation parameter combination methodology and quality of the combined products. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 115 :B04404, April 2010. doi : 10.1029/2009JB006465.

- J. Boehm, B. Werl, and H. Schuh. Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 111 :B02406, February 2006. doi : 10.1029/2005JB003629.
- R. Bouffet. Évolution de la structure VLBI des sources de l'ICRF. Lien entre astrométrie et astrophysique. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2015.
- G. E. P. Box and Mervin E. Muller. A note on the generation of random normal deviates. *Ann. Math. Statist.*, 29(2) :610–611, 06 1958. doi : 10.1214/aoms/1177706645. URL <http://dx.doi.org/10.1214/aoms/1177706645>.
- S. Britzen, J. Roland, J. Laskar, K. Kokkotas, R. M. Campbell, and A. Witzel. On the origin of compact radio sources. The binary black hole model applied to the gamma-bright quasar PKS 0420-014. *A&A*, 374 :784–799, August 2001. doi : 10.1051/0004-6361:20010685.
- A. Brzeziński and J. Nastula. Oceanic excitation of the Chandler wobble. *Advances in Space Research*, 30 :195–200, July 2002. doi : 10.1016/S0273-1177(02)00284-3.
- B. A. Buffett. Constraints on magnetic energy and mantle conductivity from the forced nutations of the earth. *J. Geophys. Res.*, 97 :19, December 1992. doi : 10.1029/92JB00977.
- B. A. Buffett. Gravitational oscillations in the length of day. *Geophys. Res. Lett.*, 23 :2279–2282, 1996. doi : 10.1029/96GL02083.
- B. A. Buffett, P. M. Mathews, and T. A. Herring. Modeling of nutation and precession : Effects of electromagnetic coupling. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 107 :2070, April 2002. doi : 10.1029/2000JB000056.
- N. Capitaine, J. Souchay, and B. Guinot. A non-rotating origin on the instantaneous equator - Definition, properties and use. *Celestial Mechanics*, 39 :283–307, September 1986. doi : 10.1007/BF01234311.
- N. Capitaine, P. T. Wallace, and J. Chapront. Improvement of the IAU 2000 precession model. *A&A*, 432 :355–367, March 2005. doi : 10.1051/0004-6361:20041908.
- P. Charlot. Structure des sources radio extragalactiques dans les observations VLBI d'astrométrie et de géodynamique. PhD thesis, Observatoire de Paris, 1989.
- P. Charlot. Radio-source structure in astrometric and geodetic very long baseline interferometry. *AJ*, 99 :1309–1326, April 1990. doi : 10.1086/115419.
- O. de Viron, G. Schwarzbaum, F. Lott, and V. Dehant. Diurnal and subdiurnal effects of the atmosphere on the Earth rotation and geocenter motion. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 110 : B11404, November 2005. doi : 10.1029/2005JB003761.
- V. Dehant, J. Hinderer, H. Legros, and M. Lefftz. Analytical approach to the computation of the Earth, the outer core and the inner core rotational motions. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 76 :259–282, March 1993. doi : 10.1016/0031-9201(93)90018-5.

- V. Dehant, M. Feissel-Vernier, O. de Viron, C. Ma, M. Yseboodt, and C. Bizouard. Remaining error sources in the nutation at the submilliarc second level. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 108 :2275, May 2003. doi : 10.1029/2002JB001763.
- V. Dehant, O. de Viron, and M. Greff-Lefftz. Atmospheric and oceanic excitation of the rotation of a three-layer Earth. *A&A*, 438 :1149–1161, August 2005. doi : 10.1051/0004-6361:20042210.
- M. Feissel-Vernier. Selecting stable extragalactic compact radio sources from the permanent astrogeodetic VLBI program. *A&A*, 403 :105–110, May 2003. doi : 10.1051/0004-6361:20030348.
- M. Feissel-Vernier, C. Ma, A.-M. Gontier, and C. Barache. Sidereal orientation of the Earth and stability of the VLBI celestial reference frame. *A&A*, 438 :1141–1148, August 2005. doi : 10.1051/0004-6361:20042209.
- M. Feissel-Vernier, C. Ma, A.-M. Gontier, and C. Barache. Analysis strategy issues for the maintenance of the ICRF axes. *A&A*, 452 :1107–1112, June 2006. doi : 10.1051/0004-6361:20054581.
- M. Feissel-Vernier, O. de Viron, and K. Le Bail. Stability of VLBI, SLR, DORIS, and GPS positioning. *Earth, Planets, and Space*, 59 :475–497, June 2007.
- S. Ferraz-Mello. Estimation of Periods from Unequally Spaced Observations. *AJ*, 86 :619, April 1981. doi : 10.1086/112924.
- A. L. Fey, D. A. Boboltz, R. A. Gaume, T. M. Eubanks, and K. J. Johnston. Extragalactic Radio Source Selection for Use in Directly Linking Optical Astrometric Observations to the Radio Reference Frame. *AJ*, 121 :1741–1751, March 2001. doi : 10.1086/319382.
- A. L. Fey, C. Ma, E. F. Arias, P. Charlot, M. Feissel-Vernier, A.-M. Gontier, C. S. Jacobs, J. Li, and D. S. MacMillan. The Second Extension of the International Celestial Reference Frame : ICRF-EXT.1. *AJ*, 127 :3587–3608, June 2004. doi : 10.1086/420998.
- A. L. Fey et al. The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry. *AJ*, 150 :58, August 2015. doi : 10.1088/0004-6256/150/2/58.
- R. Feynman, R. Leighton, M. Sands, A. Gottlieb, and R. Pfeiffer. *Les cours de physique de Feynman.*, volume Mécanique 1. Dunod, française de delacôte, g. et bloch, m. edition, 2014.
- E. B. Fomalont, L. Petrov, D. S. MacMillan, D. Gordon, and C. Ma. The Second VLBA Calibrator Survey : VCS2. *AJ*, 126 :2562–2566, November 2003. doi : 10.1086/378712.
- G. Foster. The cleanest Fourier spectrum. *AJ*, 109 :1889–1902, April 1995. doi : 10.1086/117416.
- W. Fricke and A. Kopff. *Fundamental Catalogue (FK 4)*. 1963.
- W. Fricke, H. Schwan, T. Lederle, U. Bastian, R. Bien, G. Burkhardt, B. Du Mont, R. Hering, R. Jährling, H. Jahreiß, S. Röser, H.-M. Schwerdtfeger, and H. G. Walter. Fifth fundamental catalogue (FK5). Part 1 : The basic fundamental stars. *Veroeffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts Heidelberg*, 32 :1–106, 1988.
- Gaia Collaboration. The Gaia mission. *ArXiv e-prints*, September 2016.

- D. Gambis. Monitoring Earth orientation using space-geodetic techniques : state-of-the-art and prospective. *Journal of Geodesy*, 78 :295–303, November 2004. doi : 10.1007/s00190-004-0394-1.
- C. Gattano, J. Souchay, and C. Barache. A whole sky study of quasars known population starting from the LQAC-2 compiled catalogue. *A&A*, 564 :A117, April 2014. doi : 10.1051/0004-6361/201323238.
- C. Gattano, S. Lambert, and C. Bizouard. Observation of the earth's nutation by the vlbi : how accurate is the geophysical signal. *Journal of Geodesy*, 2016. doi : 10.1007/s00190-016-0940-7. URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s00190-016-0940-7>.
- J. M. Gipson. Incorporating Correlated Station Dependent Noise Improves VLBI Estimates. In J. Böhm, A. Pany, and H. Schuh, editors, *Proceedings of the 18th European VLBI for Geodesy and Astrometry Work Meeting, 12-13 April 2007*, edited by J. Böhm, A. Pany, H. Schuh, *Geowissenschaftliche Mitteilungen, Heft Nr. 79, Schriftenreihe der Studienrichtung Vermessung und Geoinformation, Technische Universität Wien, ISSN 1811-8380*, p. 129-134, pages 129–134, July 2007.
- A.-M. Gontier, K. Le Bail, M. Feissel, and T. M. Eubanks. Stability of the extragalactic VLBI reference frame. *A&A*, 375 :661–669, August 2001. doi : 10.1051/0004-6361:20010707.
- V. S. Gubanov. New estimates of retrograde free core nutation parameters. *Astronomy Letters*, 36 : 444–451, June 2010. doi : 10.1134/S1063773710060083.
- B. Guinot. Basic problems in the kinematics of the rotation of the earth. In D. D. McCarthy and J. D. H. Pilkington, editors, *Time and the Earth's Rotation*, volume 82 of *IAU Symposium*, pages 7–18, 1979.
- C. R. Gwinn, T. A. Herring, and I. I. Shapiro. Geodesy by radio interferometry : studies of the forced nutations of the earth 2. Interpretation. *J. Geophys. Res.*, 91 :4755–4766, April 1986. doi : 10.1029/JB091iB05p04755.
- K. Hada, A. Doi, M. Kino, H. Nagai, Y. Hagiwara, and N. Kawaguchi. An origin of the radio jet in M87 at the location of the central black hole. *Nature*, 477 :185–187, September 2011. doi : 10.1038/nature10387.
- T. A. Herring, C. R. Gwinn, and I. I. Shapiro. Geodesy by radio interferometry : Studies of the forced nutations of the earth. I - Data analysis. II - Interpretation. *J. Geophys. Res.*, 91 :4745–4765, April 1986a. doi : 10.1029/JB091iB05p04745.
- T. A. Herring, C. R. Gwinn, and I. I. Shapiro. Erratum : Correction to “Geodesy by Radio Interferometry : Studies of the forced nutations of the Earth, 1, Data Analysis”. *J. Geophys. Res.*, 91 :14165–14166, December 1986b. doi : 10.1029/JB091iB14p14165.
- T. A. Herring, B. A. Buffett, P. M. Mathews, and I. I. Shapiro. Forced nutations of the Earth : Influence of inner core dynamics, 3. Very long baseline interferometry data analysis. *J. Geophys. Res.*, 96 : 8259–8273, May 1991. doi : 10.1029/90JB02177.
- T. A. Herring, P. M. Mathews, and B. A. Buffett. Modeling of nutation-precession : Very long baseline interferometry results. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 107 :2069, April 2002. doi : 10.1029/2001JB000165.

- Hogg, D.W. Distance Measures in cosmology. [arXiv :astro-ph](#), 2000.
- R. Holme and O. de Viron. Characterization and implications of intradecadal variations in length of day. [Nature Letter](#), 499 :202–204, July 2013. doi : 10.1038/nature12282.
- J. H. Horne and S. L. Baliunas. A prescription for period analysis of unevenly sampled time series. [ApJ](#), 302 :757–763, March 1986. doi : 10.1086/164037.
- IERS. [1995 IERS Annual Report](#). July 1996.
- K. Immer, A. Brunthaler, M. J. Reid, A. Bartkiewicz, Y. K. Choi, K. M. Menten, L. Moscadelli, A. Sanna, Y. W. Wu, Y. Xu, B. Zhang, and X. W. Zheng. The VLBA Calibrator Search for the BeSSeL Survey. [ApJS](#), 194 :25, June 2011. doi : 10.1088/0067-0049/194/2/25.
- C. S. Jacobs, F. Arias, D. Boboltz, J. Boehm, S. Bolotin, G. Bourda, P. Charlot, A. de Witt, A. Fey, R. Gaume, D. Gordon, R. Heinkelmann, S. Lambert, C. Ma, Z. Malkin, A. Nothnagel, M. Seitz, E. Skurikhina, J. Souchay, O. Titov, and ICRF-3 working Group. The ICRF3 Roadmap to the next generation International Celestial Reference Frame. In [American Astronomical Society Meeting Abstracts #223](#), volume 223 of [American Astronomical Society Meeting Abstracts](#), page 251.25, January 2014.
- L. Koot, A. Rivoldini, O. de Viron, and V. Dehant. Estimation of Earth interior parameters from a Bayesian inversion of very long baseline interferometry nutation time series. [Journal of Geophysical Research \(Solid Earth\)](#), 113 :B08414, August 2008. doi : 10.1029/2007JB005409.
- L. Koot, M. Dumberry, A. Rivoldini, O. de Viron, and V. Dehant. Constraints on the coupling at the core-mantle and inner core boundaries inferred from nutation observations. [Geophysical Journal International](#), 182 :1279–1294, September 2010. doi : 10.1111/j.1365-246X.2010.04711.x.
- Y. Y. Kovalev, L. Petrov, E. B. Fomalont, and D. Gordon. The Fifth VLBA Calibrator Survey : VCS5. [AJ](#), 133 :1236–1242, April 2007. doi : 10.1086/511157.
- J. Kovalevsky. Aberration in proper motions. [A&A](#), 404 :743–747, June 2003. doi : 10.1051/0004-6361:20030560.
- H. Krásná, J. Böhm, and H. Schuh. Free core nutation observed by VLBI. [A&A](#), 555 :A29, July 2013. doi : 10.1051/0004-6361/201321585.
- S. Lambert. Time stability of the ICRF2 axes. [A&A](#), 553 :A122, May 2013. doi : 10.1051/0004-6361/201321320.
- S. B. Lambert. Atmospheric excitation of the Earth's free core nutation. [A&A](#), 457 :717–720, October 2006. doi : 10.1051/0004-6361:20065813.
- S. B. Lambert and V. Dehant. The Earth's core parameters as seen by the VLBI. [A&A](#), 469 :777–781, July 2007. doi : 10.1051/0004-6361:20077392.
- S. B. Lambert and A.-M. Gontier. On radio source selection to define a stable celestial frame. [A&A](#), 493 :317–323, January 2009. doi : 10.1051/0004-6361:200810582.

- S. B. Lambert and C. Le Poncin-Lafitte. Determining the relativistic parameter γ using very long baseline interferometry. *A&A*, 499 :331–335, May 2009. doi : 10.1051/0004-6361/200911714.
- S. B. Lambert and C. Le Poncin-Lafitte. Improved determination of γ by VLBI. *A&A*, 529 :A70, May 2011. doi : 10.1051/0004-6361/201016370.
- S. B. Lambert, V. Dehant, and A.-M. Gontier. Celestial frame instability in VLBI analysis and its impact on geophysics. *A&A*, 481 :535–541, April 2008. doi : 10.1051/0004-6361:20078489.
- K. Le Bail. *Etude statistique de la stabilité des stations de géodésie spatiale - Application à DORIS -*. PhD thesis, Observatoire de Paris, 2004.
- K. Le Bail. Estimating the noise in space-geodetic positioning : the case of DORIS. *Journal of Geodesy*, 80 :541–565, November 2006. doi : 10.1007/s00190-006-0088-y.
- C. Le Poncin-Lafitte, A. Hees, and S. Lambert. Lorentz symmetry and Very Long Baseline Interferometry. *ArXiv e-prints*, April 2016.
- J. H. Lieske, T. Lederle, W. Fricke, and B. Morando. Expressions for the precession quantities based upon the IAU /1976/ system of astronomical constants. *A&A*, 58 :1–16, June 1977.
- L. Lindgren, U. Lammers, U. Bastian, J. Hernández, S. Klioner, D. Hobbs, A. Bombrun, D. Michalik, M. Ramos-Lerate, A. Butkevich, G. Comoretto, E. Joliet, B. Holl, A. Hutton, P. Parsons, H. Steidelmüller, U. Abbas, M. Altmann, A. Andrei, S. Anton, N. Bach, C. Barache, U. Becciani, J. Berthier, L. Bianchi, M. Biermann, S. Bouquillon, G. Bourda, T. Brüsemeister, B. Bucciarelli, D. Busonero, T. Carlucci, J. Castañeda, P. Charlot, M. Clotet, M. Crosta, M. Davidson, F. de Felice, R. Drimmel, C. Fabricius, A. Fienga, F. Figueras, E. Fraile, M. Gai, N. Garralda, R. Geyer, J. J. González-Vidal, R. Guerra, N. C. Hambly, M. Hauser, S. Jordan, M. G. Lattanzi, H. Lenhardt, S. Liao, W. Löffler, P. J. McMillan, F. Mignard, A. Mora, R. Morbidelli, J. Portell, A. Riva, M. Sarasso, I. Serraller, H. Siddiqui, R. Smart, A. Spagna, U. Stampa, I. Steele, F. Taris, J. Torra, W. van Reeve, A. Vecchiato, S. Zschocke, J. de Bruijne, G. Gracia, F. Raison, T. Lister, J. Marchant, R. Messineo, M. Soffel, J. Osorio, A. de Torres, and W. O’Mullane. Gaia Data Release 1 : Astrometry - one billion positions, two million proper motions and parallaxes. *ArXiv e-prints*, September 2016.
- M. L. Lister, M. H. Cohen, D. C. Homan, M. Kadler, K. I. Kellermann, Y. Y. Kovalev, E. Ros, T. Savolainen, and J. A. Zensus. MOJAVE : Monitoring of Jets in Active Galactic Nuclei with VLBA Experiments. VI. Kinematics Analysis of a Complete Sample of Blazar Jets. *AJ*, 138 :1874-1892, December 2009. doi : 10.1088/0004-6256/138/6/1874.
- F. Lyard, F. Lefevre, T. Letellier, and O. Francis. Modelling the global ocean tides : modern insights from FES2004. *Ocean Dynamics*, 56 :394–415, December 2006. doi : 10.1007/s10236-006-0086-x.
- C. Ma. The celestial reference frame. Technical report, August 1999.
- C. Ma, E. F. Arias, T. M. Eubanks, A. L. Fey, A.-M. Gontier, C. S. Jacobs, O. J. Sovers, B. A. Archinal, and P. Charlot. The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry. *AJ*, 116 :516–546, July 1998. doi : 10.1086/300408.

- C. Ma, E. F. Arias, G. Bianco, D. A. Boboltz, S. L. Bolotin, P. Charlot, G. Engelhardt, A. L. Fey, R. A. Gaume, A.-M. Gontier, R. Heinkelmann, C. S. Jacobs, S. Kurdubov, S. B. Lambert, Z. M. Malkin, A. Nothnagel, L. Petrov, E. Skurikhina, J. R. Sokolova, J. Souchay, O. J. Sovers, V. Tesmer, O. A. Titov, G. Wang, V. E. Zharov, C. Barache, S. Boeckmann, A. Collioud, J. M. Gipson, D. Gordon, S. O. Lytvyn, D. S. MacMillan, and R. Ojha. The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry. *IERS Technical Note*, 35, 2009.
- Z. Malkin. A New Free Core Nutation Model with Variable Amplitude and Period. In N. R. Vandenberg and K. D. Baver, editors, *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2004 General Meeting Proceedings*, page 388, June 2004.
- Z. Malkin. Empiric models of the Earth's free core nutation. *Solar System Research*, 41 :492–497, December 2007. doi : 10.1134/S0038094607060044.
- Z. Malkin. Optical Characteristics of Astrometric Radio Sources OCARS. *Izvestiia Glavnoi rossiiskoi astronomicheskoi observatorii*, 220 :507–510, April 2013a.
- Z. Malkin. Free core nutation and geomagnetic jerks. *Journal of Geodynamics*, 72 :53–58, December 2013b. doi : 10.1016/j.jog.2013.06.001.
- Z. Malkin. On the accuracy of the theory of precession and nutation. *Astronomy Reports*, 58 :415–425, June 2014. doi : 10.1134/S1063772914060043.
- Z. Malkin. Free core nutation : new large disturbance and connection evidence with geomagnetic jerks. *ArXiv e-prints*, March 2016.
- P. M. Mathews, B. A. Buffett, T. A. Herring, and I. I. Shapiro. Forced nutations of the Earth : Influence of inner core dynamics, 2. Numerical results and comparisons. *J. Geophys. Res.*, 96 :8243–8257, May 1991. doi : 10.1029/90JB01956.
- P. M. Mathews et al. Modeling of nutation and precession : New nutation series for nonrigid Earth and [...]. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 107 :2068, April 2002. doi : 10.1029/2001JB000390.
- F. Mignard, S. Klioner, L. Lindgren, U. Bastian, A. Bombrun, J. Hernandez, D. Hobbs, U. Lammers, D. Michalik, M. Ramos-Lerate, M. Biermann, A. Butkevich, G. Comoretto, E. Joliet, B. Holl, A. Hutton, P. Parsons, H. Steidelmüller, A. Andrei, G. Bourda, and P. Charlot. Gaia Data Release 1 : The reference frame and the optical properties of ICRF sources. *ArXiv e-prints*, September 2016.
- J. E. Mound and B. A. Buffett. Interannual oscillations in length of day : Implications for the structure of the mantle and core. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 108 :2334, July 2003. doi : 10.1029/2002JB002054.
- A. E. Niell. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *J. Geophys. Res.*, 101 :3227–3246, February 1996. doi : 10.1029/95JB03048.
- A. Nothnagel. Conventions on thermal expansion modelling of radio telescopes for geodetic and astrometric VLBI. *Journal of Geodesy*, 83 :787–792, August 2009. doi : 10.1007/s00190-008-0284-z.

- A. Nothnagel, W. Alef, J. Amagai, P. H. Andersen, T. Andreeva, T. Artz, S. Bachmann, C. Barache, A. Baudry, E. Bauernfeind, and et al. The IVS data input to ITRF2014. In *GFZ Data Services, Helmholtz Centre, Potsdam, Germany, January 2015*. doi : 10.5880/GFZ.1.1.2015.002.
- V. L. Panteleev and T. S. Chesnokova. Deconvolution problem in inertial gravimetry. *Moscow University Physics Bulletin*, 66 :78–82, February 2011. doi : 10.3103/S002713491101019X.
- I. Pâris, P. Petitjean, É. Aubourg, N. P. Ross, A. D. Myers, A. Streblyanska, S. Bailey, P. B. Hall, M. A. Strauss, S. F. Anderson, D. Bizyaev, A. Borde, J. Brinkmann, J. Bovy, W. N. Brandt, H. Brewington, J. R. Brownstein, B. A. Cook, G. Ebelke, X. Fan, N. Filiz Ak, H. Finley, A. Font-Ribera, J. Ge, F. Hamann, S. Ho, L. Jiang, K. Kinemuchi, E. Malanushenko, V. Malanushenko, M. Marchante, I. D. McGreer, R. G. McMahon, J. Miralda-Escudé, D. Muna, P. Noterdaeme, D. Oravetz, N. Palanque-Delabrouille, K. Pan, I. Perez-Fournon, M. Pieri, R. Riffel, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, A. Simmons, M. Viel, B. A. Weaver, W. M. Wood-Vasey, C. Yèche, and D. G. York. The Sloan Digital Sky Survey quasar catalog : tenth data release. *A&A*, 563 :A54, March 2014. doi : 10.1051/0004-6361/201322691.
- M. A. C. Perryman, L. Lindegren, J. Kovalevsky, E. Hoeg, U. Bastian, P. L. Bernacca, M. Crézé, F. Donati, M. Grenon, M. Grewing, F. van Leeuwen, H. van der Marel, F. Mignard, C. A. Murray, R. S. Le Poole, H. Schrijver, C. Turon, F. Arenou, M. Froeschlé, and C. S. Petersen. The HIPPARCOS Catalogue. *A&A*, 323 :L49–L52, July 1997.
- G. Petit, B. Luzum, and et al. IERS Conventions (2010). *IERS Technical Note*, 36, 2010.
- L. Petrov. The Catalog of Positions of Optically Bright Extragalactic Radio Sources OBRS-1. *AJ*, 142 : 105, October 2011. doi : 10.1088/0004-6256/142/4/105.
- L. Petrov. The EVN Galactic Plane Survey - EGaPS. *MNRAS*, 419 :1097–1106, January 2012. doi : 10.1111/j.1365-2966.2011.19765.x.
- L. Petrov. The Catalog of Positions of Optically Bright Extragalactic Radio Sources OBRS-2. *AJ*, 146 :5, July 2013. doi : 10.1088/0004-6256/146/1/5.
- L. Petrov and G. B. Taylor. Precise Absolute Astrometry from the VLBA Imaging and Polarimetry Survey at 5 GHz. *AJ*, 142 :89, September 2011. doi : 10.1088/0004-6256/142/3/89.
- L. Petrov, Y. Y. Kovalev, E. Fomalont, and D. Gordon. The Third VLBA Calibrator Survey : VCS3. *AJ*, 129 :1163–1170, February 2005. doi : 10.1086/426920.
- L. Petrov, Y. Y. Kovalev, E. B. Fomalont, and D. Gordon. The Fourth VLBA Calibrator Survey : VCS4. *AJ*, 131 :1872–1879, March 2006. doi : 10.1086/499947.
- L. Petrov, Y. Y. Kovalev, E. B. Fomalont, and D. Gordon. The Sixth VLBA Calibrator Survey : VCS6. *AJ*, 136 :580–585, August 2008. doi : 10.1088/0004-6256/136/2/580.
- L. Petrov, Y. Y. Kovalev, E. B. Fomalont, and D. Gordon. The Very Long Baseline Array Galactic Plane Survey - VGaPS. *AJ*, 142 :35, August 2011a. doi : 10.1088/0004-6256/142/2/35.
- L. Petrov, C. Phillips, A. Bertarini, T. Murphy, and E. M. Sadler. The LBA Calibrator Survey of southern compact extragalactic radio sources - LCS1. *MNRAS*, 414 :2528–2539, July 2011b. doi : 10.1111/j.1365-2966.2011.18570.x.

- R. M. Ponte and R. D. Ray. Atmospheric pressure corrections in geodesy and oceanography : A strategy for handling air tides. Geophys. Res. Lett., 29 :2153, December 2002. doi : 10.1029/2002GL016340.
- M. G. Rochester. Geomagnetic Core-Mantle Coupling. J. Geophys. Res., 67 :4833–4836, November 1962. doi : 10.1029/JZ067i012p04833.
- A. E. E. Rogers. Very Long Baseline Interferometry with Large Effective Bandwidth for Phase-Delay Measurements. Radio Science, 5 :1239–1247, October 1970. doi : 10.1029/RS005i010p01239.
- Y. Rogister and B. Valette. Influence of liquid core dynamics on rotational modes. Geophysical Journal International, 176 :368–388, February 2009. doi : 10.1111/j.1365-246X.2008.03996.x.
- J. Roland, S. Britzen, A. Caproni, C. Fromm, C. Glück, and A. Zensus. Binary black holes in nuclei of extragalactic radio sources. A&A, 557 :A85, September 2013. doi : 10.1051/0004-6361/201219165.
- J. Roland, S. Britzen, E. Kun, G. Henri, S. Lambert, and A. Zensus. Structure of the nucleus of 1928+738. A&A, 578 :A86, June 2015. doi : 10.1051/0004-6361/201425057.
- A. Romero-Wolf, C. S. Jacobs, and J. T. Ratcliff. Effects of Tropospheric Spatio-temporal Correlated Noise on the Analysis of Space Geodetic Data. In D. Behrend and K. D. Baver, editors, Seventh General Meeting (GM2012) of the international VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS), held in Madrid, Spain, March 4-9, 2012, Eds : D. Behrend and K.D. Baver, National Aeronautics and Space Administration, p. 231-235, pages 231–235, December 2012.
- N. Roos, J. S. Kaastra, and C. A. Hummel. A massive binary black hole in 1928 + 738? ApJ, 409 :130–133, May 1993. doi : 10.1086/172647.
- S. Rosat and S. B. Lambert. Free core nutation resonance parameters from VLBI and superconducting gravimeter data. A&A, 503 :287–291, August 2009. doi : 10.1051/0004-6361/200811489.
- S. Rosat, S. Lambert, C. Gattano, and M. Calvo. Earth's core and inner core resonances from analysis of vlbi nutation and superconducting gravimeter data. Geophysical Journal International, sous presse.
- J. Rutman. Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources - Fifteen years of progress. IEEE Proceedings, 66 :1048–1075, September 1978.
- J. D. Scargle. Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. ApJ, 263 :835–853, December 1982. doi : 10.1086/160554.
- D. P. Schneider, G. T. Richards, P. B. Hall, M. A. Strauss, S. F. Anderson, T. A. Boroson, N. P. Ross, Y. Shen, W. N. Brandt, X. Fan, N. Inada, S. Jester, G. R. Knapp, C. M. Krawczyk, A. R. Thakar, D. E. Vanden Berk, W. Voges, B. Yanny, D. G. York, N. A. Bahcall, D. Bizyaev, M. R. Blanton, H. Brewington, J. Brinkmann, D. Eisenstein, J. A. Frieman, M. Fukugita, J. Gray, J. E. Gunn, P. Hibon, Ž. Ivezić, S. M. Kent, R. G. Kron, M. G. Lee, R. H. Lupton, E. Malanushenko, V. Malanushenko, D. Oravetz, K. Pan, J. R. Pier, T. N. Price, III, D. H. Saxe, D. J. Schlegel, A. Simmons, S. A. Snedden, M. U. SubbaRao, A. S. Szalay, and D. H. Weinberg. The Sloan Digital Sky Survey Quasar Catalog. V. Seventh Data Release. AJ, 139 : 2360, June 2010. doi : 10.1088/0004-6256/139/6/2360.
- H. Schuh and D. Behrend. VLBI : A fascinating technique for geodesy and astrometry. Journal of Geodynamics, 61 :68–80, October 2012. doi : 10.1016/j.jog.2012.07.007.

- P. K. Seidelmann. 1980 IAU theory of nutation - The final report of the IAU Working Group on Nutation. *Celestial Mechanics*, 27 :79–106, May 1982. doi : 10.1007/BF01228952.
- J. Souchay, B. Loysel, H. Kinoshita, and M. Folgueira. Corrections and new developments in rigid earth nutation theory. III. Final tables “REN-2000” including crossed-nutation and spin-orbit coupling effects. *A&AS*, 135 :111–131, February 1999. doi : 10.1051/aas:1999446.
- J. Souchay, A. H. Andrei, C. Barache, S. Bouquillon, A.-M. Gontier, S. B. Lambert, C. Le Poncin-Lafitte, F. Taris, E. F. Arias, D. Suchet, and M. Baudin. The construction of the large quasar astrometric catalogue (LQAC). *A&A*, 494 :799–815, February 2009. doi : 10.1051/0004-6361:200809602.
- J. Souchay, A. H. Andrei, C. Barache, S. Bouquillon, D. Suchet, F. Taris, and R. Peralta. The second release of the Large Quasar Astrometric Catalog (LQAC-2). *A&A*, 537 :A99, January 2012. doi : 10.1051/0004-6361/201117954.
- J. Souchay et al. The third release of the Large Quasar Astrometric Catalog (LQAC-3) : a compilation of 321 957 objects. *A&A*, 583 :A75, November 2015. doi : 10.1051/0004-6361/201526092.
- O. J. Sovers and J. L. Fanelow. Observation Model and Parameter Partial for the JPL VLBI Parameter Estimation Software “MASTERFIT”-1986. Technical report, August 1986.
- O. Titov and S. Lambert. Improved VLBI measurement of the solar system acceleration. *A&A*, 559 :A95, November 2013. doi : 10.1051/0004-6361/201321806.
- O. Titov, S. B. Lambert, and A.-M. Gontier. VLBI measurement of the secular aberration drift. *A&A*, 529 :A91, May 2011. doi : 10.1051/0004-6361/201015718.
- P. Uhrich. Caractérisation de la stabilité des oscillateurs. M1, Observatoire de Paris, 2010.
- C. M. Urry and P. Padovani. Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei. *PASP*, 107 :803, September 1995. doi : 10.1086/133630.
- M.-P. Véron-Cetty and P. Véron. A catalogue of quasars and active nuclei : 13th edition. *A&A*, 518 :A10, July 2010. doi : 10.1051/0004-6361/201014188.
- J. Vondrak and C. Ron. Geophysical Fluids and Stability of Free Core Nutation. *AGU Fall Meeting Abstracts*, December 2009.
- J. Vondrák, R. Weber, and C. Ron. Free core nutation : direct observations and resonance effects. *A&A*, 444 :297–303, December 2005. doi : 10.1051/0004-6361:20053429.
- R. Wielen, H. Schwan, C. Dettbarn, H. Lenhardt, H. Jahrei, and R. Jährling. Sixth Catalogue of Fundamental Stars (FK6). Part I. Basic fundamental stars with direct solutions. Veroeffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts Heidelberg, 35, 1999.
- R. Wielen, H. Schwan, C. Dettbarn, H. Lenhardt, H. Jahrei, R. Jährling, and E. Khalisi. Sixth Catalogue of Fundamental Stars (FK6). Part III. Additional fundamental stars with direct solutions. Veroeffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts Heidelberg, 37 :1–308, 2000.

L. V. Zotov and C. Bizouard. Regional atmospheric influence on the Chandler wobble. Advances in Space Research, 55 :1300–1306, March 2015. doi : 10.1016/j.asr.2014.12.013.

Résumé

Le modèle de nutation de référence (MHB2000) et le repère céleste international (ICRF2) ont été établis en 2000 et en 2009 respectivement. Les observations VLBI s'étant accumulées depuis, ce sont autant de nouvelles données permettant d'affiner la nutation et de mieux caractériser l'instabilité des radiosources constituant le repère céleste. L'allongement des données disponibles révèle des défauts dans la nutation de référence comme des fluctuations dans la position des radiosources.

Il importe donc de réajuster les termes de nutation, tout en évaluant l'impact de l'instabilité du repère de référence céleste sur celle-ci. Dans un premier temps, nous déterminons des corrections significatives des termes de nutation du modèle MHB2000 jusqu'à 50 micro-seconde d'arc sur la base des séries opérationnelles de l'IVS. Nous en évaluons aussi l'incertitude. Notre intérêt s'est focalisé sur la nutation libre du noyau et un terme spectralement proche, le terme annuel rétrograde. Nous tentons de caractériser leur variabilité multi-annuelle, en amplitude, phase et fréquence, malgré la corrélation qui les affecte.

Dans un second temps, nous avons étudié la stabilité du repère céleste par une étude approfondie des sources susceptibles de définir ce repère. De telles sources sont sélectionnées par analyse de variance d'Allan de leurs déplacements astrométriques. Cette analyse donne la « couleur » du bruit aléatoire qui affecte leurs positions en fonction des différentes échelles de temps correspondant à 30 ans d'observations VLBI. Plus précisément, nous sélectionnons les radiosources présentant un bruit blanc. Il en résulte que sur 123 sources parmi celles choisies pour l'ICRF2 en 2009, seules 40 respectent ce critère de stabilité sur la période 1985-2016. Ce nombre est insuffisant pour construire un repère céleste stable et des compromis sont nécessaires. Enfin, la propagation des erreurs des positions des radiosources sur la nutation a été caractérisée, expliquant le bruit anormalement grand de certaines séries de nutation diffusées par l'IVS.

Mots Clés

Astrométrie, géodésie, VLBI, traitement de données, repère céleste, stabilité des radiosources, variance d'Allan, nutation de la Terre, FCN, ajustement par moindres carrés

Abstract

The reference nutation model (MHB2000) and the International Celestial Reference Frame (ICRF2) was established in 2000 and 2009 respectively. VLBI observations are being accumulated since and these are all new data to refine the nutation and better characterize the instability of radio sources constituting the celestial frame. The lengthening of the available data reveals defects in the reference wobble and fluctuations in the position of radio sources.

It is important to adjust the nutation terms while assessing the impact of the instability of the celestial reference frame on it. Initially, we obtain significant corrections in terms of nutation model MHB2000 up to 50 micro-seconds of degree on the basis of IVS operational nutation time series. We also evaluate their uncertainty. Our interest is focused on the free core nutation and a term closed in frequency, the retrograde annual term. We try to characterize the multi-annual variability, on amplitude, phase and period, despite correlation that affects both terms.

Secondly, we study the stability of the celestial reference frame by a comprehensive study of the potential sources to define the frame. Such defining sources are selected by analysis using Allan variance of their astrometric displacements. This analysis gives the "color" of the random noise that affects positions based on different time scales corresponding to 30 years of VLBI observations. Specifically, we select radio sources with white noise. It follows that on 123 sources from those chosen for ICRF2 in 2009, only 40 meet this criterion of stability over the period 1985-2016. This number is too small to build a new celestial reference frame and compromises are necessary. Finally, errors propagation of radio position on nutation has been characterized, explaining the noise unusually large of some nutation time series diffused by the IVS.

Keywords

Astrometry, geodesy, VLBI, data processing, celestial reference frame, radio-sources stability, Allan variance, Earth nutation, FCN, least square adjustment