

Modélisation numérique du mécanisme de liquéfaction des sols : application aux ouvrages hydrauliques

Guillaume Veylon

► To cite this version:

Guillaume Veylon. Modélisation numérique du mécanisme de liquéfaction des sols : application aux ouvrages hydrauliques. Matériaux. Université Grenoble Alpes, 2017. Français. NNT : 2017GREAI019 . tel-01689855

HAL Id: tel-01689855 https://theses.hal.science/tel-01689855

Submitted on 22 Jan 2018 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Communauté Suniversité Grenoble Alpes

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : Matériaux, Mécanique, Génie civil, Électrochimie

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Guillaume VEYLON

Thèse dirigée par François NICOT

préparée au sein de Irstea - Aix-en-Provence - Unité de Recherche RECOVER dans l'École Doctorale Ingénierie, Matériaux, Mécanique, Environnement, Energétique, Procédés, Production (I-MEP2)

Modélisation numérique du mécanisme de liquéfaction des sols Application aux ouvrages hydrauliques

Thèse soutenue publiquement le **16 mai 2017**, devant le jury composé de :

M., Pierre-Yves, HICHER Professeur, Ecole Centrale de Nantes, Président M., Claudio, DI PRISCO Professeur, Ecole Polytechnique de Turin, Rapporteur M., Eric, VINCENS Maître de Conférence, Ecole Centrale de Lyon, Rapporteur M., Maxime, NICOLAS Professeur, Aix Marseille Université, Membre M., Jean-François, SERRATRICE Directeur de Recherche, Cerema, Membre M., Luc, SIBILLE Maître de Conférence, Université Grenoble Alpes, Membre M., Bachir, TOUILEB Expert Barrages, Artelia Group, Membre M., Francois, NICOT Directeur de Recherche, Irstea, Directeur de Thèse



"Des choses arrivent qui sont comme des questions. Une minute se passe, ou bien des années, puis la vie répond." ALESSANDRO BARICCO, Les Châteaux de la Colère.

Remerciements

A l'âge de 9 ans, je me souviens avoir demandé avec inquiétude à mes parents combien de temps j'allais encore passer sur les bancs de l'école. Ma mère m'avait alors répondu que cela durerait un bon moment, et même près de 15 ans si j'allais jusqu'au "doctorat". Horrifié, je n'osai pas demander ce qu'était un "doctorat". Bien des années plus tard, toujours sur les bancs d'une école (d'ingénieur), je découvris que la vie d'un doctorant semblait consister à déambuler dans les couloirs en buvant des cafés une écharpe autour du cou et à donner des cours d'analyse numérique approximatifs à des élèves distraits. Enthousiasmé par cette perspective, j'ai envisagé pour la première fois la possibilité de faire une thèse. Le sujet que je portais sur le "chaos minimal dans les systèmes différentiels de dimension trois" n'ayant pas été retenu (je me demande encore pourquoi...), je suis parti vers d'autres horizons, laissant la question du "doctorat" sans réponse... Des années plus tard, l'heureux hasard des rencontres et des mutations a voulu que je m'engage finalement sur le chemin d'une thèse (sans écharpe ni cours à donner). Le chemin qui m'a amené jusqu'à l'obtention du doctorat n'a été ni le plus court, ni le plus rapide et je n'ai atteint la destination tant convoitée que grâce au concours de nombreuses personnes que je souhaite remercier chaleureusement.

Je tiens en premier lieu à remercier François Nicot, mon directeur de thèse, pour son exigence bienveillante, sa rigueur, sa patience, sa profondeur d'esprit, ses qualités exceptionnelles de pédagogue et surtout pour sa capacité à transmettre sa passion pour la science. Je remercie également Laurent Peyras, principal responsable de ma venue à Irstea, pour ses qualités humaines, son dynamisme, sa volonté exemplaire, sa capacité à mobiliser ses collaborateurs et surtout pour la confiance indéfectible qu'il m'a témoignée tout au long de la thèse.

Je remercie les membres du jury pour l'intérêt qu'il ont montré à l'égard mon travail, pour leur disponibilité, la finesse de leurs remarques et la pertinence de leurs conseils. Je souhaite remercier tout particulièrement Jean-François Serratrice, que je côtoie avec le même plaisir depuis plus de 10 ans, qui reste pourtant pour moi une énigme au regard de sa puissance de travail, de sa capacité d'analyse et de sa curiosité intacte malgré sa connaissance encyclopédique de la mécanique des sols, des roches et des ouvrages géotechniques.

Je remercie tous mes collègues des équipes Génie Civil et Géomécanique qui ont contribué à cette thèse malgré eux en compensant le ralentissement provisoire mais durable de mes activités d'expertises. Je remercie Pierre, Nadia et tous les doctorants encadrés par François durant cette période pour leur enthousiasme, leur disponibilité et la qualité des discussions scientifiques que nous avons engagées. A titre posthume, je souhaites rendre hommage à Alain Gérard, décédé au cours de cette thèse, que j'appréciais particulièrement humainement et professionnellement et qui a contribué à la réussite de cette thèse dans l'anonymat réservé aux agents assurant les missions d'appui à la recherche.

Enfin, je souhaite remercier mon père, parfait exemple de stoïcisme parisien, et ma mère, digne représentante d'un épicurisme celte, pour m'avoir élevé dans la passion de la connaissance, de l'action et de la liberté et pour m'avoir donné les moyens et l'habitude de "penser à côté". Je remercie enfin mon épouse Aurélie pour sa patience et son soutien quotidien, pour son intelligence empreinte de bon sens, pour sa franchise désarmante et pour m'avoir donné mes trois garçons Cléo, Célian et Soen dont l'énergie débordante, l'envie d'apprendre insatiable et le talent à me rappeler aux contingences terrestres me surprennent chaque jour davantage.

Aix-en-Provence, le 11 août 2017.

Résumé

Les matériaux granulaires présentent un large spectre de propriétés mécaniques. Développer des modèles constitutifs permettant d'intégrer ces caractéristiques dans le cadre de simulations à l'échelle de l'ouvrage demeure un réel challenge scientifique. A cet égard, les approches multi-échelles constituent aujourd'hui une voie très prometteuse. Elles permettent de faire émerger des propriétés macroscopiques à partir de modèles micromécaniques calibrés à l'échelle microscopique.

Parmi les modèles multi-échelles, le modèle H (Nicot and Darve, 2011a) marque une avancée majeure pour la prise en compte des effets de la microstructure dans le comportement des matériaux granulaires. La structure du matériau granulaire est décrite par une distribution d'hexagones orientés dans l'espace. A partir d'opérations d'homogénéisation, les contraintes et les déformations incrémentales sont reliées à l'échelle de la distribution, donnant lieu à un modèle de comportement qui a la capacité à reproduire propriétés mécaniques essentielles des matériaux granulaires.

Nous étudions dans un premier temps les propriétés mécaniques de l'assemblage hexagonal de grains, élément de base du modèle H, afin d'identifier les conditions menant à sa déstabilisation. Nous réalisons dans un deuxième temps une étude de sensibilité du modèle constitutif vis-à-vis des paramètres micro-mécaniques et microstructurels. Enfin, nous démontrons les capacités opérationnelles du modèle à partir d'essais triaxiaux non drainés réalisés sur un sable lâche liquéfiable.

Dans un troisième temps, le modèle H est implémenté en tant que loi constitutive dans un code de calcul aux différences finies. Des simulations d'essais biaxiaux non homogènes sont conduites afin d'explorer les capacités du modèle à reproduire les différents modes de rupture observés en laboratoire. L'utilisation du modèle H pour modéliser des essais biaxiaux drainés et non drainés met clairement en évidence l'influence de la microstructure sur la réponse mécanique des matériaux granulaires. Enfin, le modèle H est utilisé dans le cadre d'une simulation hydro-mécanique couplée à l'échelle de l'ouvrage pour modéliser le chargement d'une fondation superficielle et la rupture d'une digue soumise à une crue.

Mots clés : rupture, instabilités, liquéfaction, micro-structure, modèle constitutif, multiéchelle, ouvrages hydrauliques, sol, matériaux granulaires, méthode des différences finies.

Abstract

Granular materials generally exhibit a broad spectrum of mechanical properties. Developing constitutive models to integrate these properties in the context of simulations at the structure scale remains a real scientific challenge. In this respect, multi-scale approaches offer very promising solutions as they allow the emergence of macroscopic properties from micromechanical models calibrated on a microscopic scale.

Among the multiscale models, the H model (Nicot and Darve, 2011a) marks a major step forward in taking into account the effects of the microstructure in the behavior of granular materials. The structure of the granular material is described by an assembly of hexagons, oriented in space. From homogenization operations, stresses and incremental strains are related to the scale of the assembly, giving rise to a constitutive model that has the ability to reproduce the essential mechanical properties of granular materials.

We first study the mechanical properties of the hexagonal grain assembly in order to identify the conditions leading to the triggering of its instability. We then carry out a study of the sensitivity of the constitutive model with respect to micro-mechanical and microstructural parameters. Finally, we demonstrate the operational capacities of the model from triaxial undrained tests carried out on a liquefiable loose sand.

In a second step, the model H is implemented as a constitutive law in a finite difference code. Simulations of non-homogeneous biaxial tests are carried out in order to explore the model's capacities to reproduce the different failure modes observed in the laboratory. The use of the H model to model drained and undrained biaxial tests highlights the influence of the microstructure on the mechanical response of granular materials. Finally, model H is used in numerical simulations at the structure scale to model the loading of a shallow foundation and the failure of a levee subjected to a flooding event.

Key words : failure, instabilities, liquefaction, microstructure, constitutive model, multiscale, hydraulic structure, soil, granular materials, finite-difference method.

Table des matières

Ir	ntrod	ductio	on générale	1
Ι	Ét	at de	l'art	3
1	La	ruptur	e des matériaux granulaires	4
	1.1	Défini	tions	4
	1.2	Descri	iption phénoménologique	5
		1.2.1	Les ruptures dans la nature	5
		1.2.2	Les ruptures en laboratoire	5
		1.2.3	Bifurcations et brisures de symétries	8
		1.2.4	Imbrication des échelles	8
	1.3	Mécar	nismes à l'origine de la rupture dans les matériaux granulaires	8
	1.4	Cadre	théorique de l'étude de la rupture	11
		1.4.1	Critère d'instabilité matérielle	11
		1.4.2	Critères de bifurcation	13
	1.5	Applie	cation aux lois de comportement incrémentales	14
		1.5.1	Écriture tensorielle	14
		1.5.2	Écriture matricielle	14
		1.5.3	Critère de bifurcation	15
		1.5.4	Critère de plasticité	15
		1.5.5	Domaine de bifurcation	15
		1.5.6	Critère de localisation	16
2	Le	mécan	isme de liquéfaction	19
	2.1	Identi	fication du mécanisme	19
	2.2	Exem	ples de ruptures d'ouvrages par liquéfaction statique	21
		2.2.1	Barrage de Fort Peck, Etats-Unis (1938)	21
		2.2.2	Barrage de stériles miniers de Merriespruit, Afrique du Sud (1994)	23
		2.2.3	Barrage de Dychow, Pologne (1997)	25
		2.2.4	Synthèse	25
	2.3	Étude	de la liquéfaction en laboratoire	26
		2.3.1	Mise en évidence du mécanisme	26
		2.3.2	Influence de l'indice des vides initial	27
		2.3.3	Influence de la pression de consolidation	28
		2.3.4	Influence de l'histoire de chargement	28

		2.3.5 Influence de la microstructure initiale	30
		2.3.6 Influence de la nature des matériaux	31
		2.3.7 Cadres d'interprétation issus des travaux expérimentaux	36
	2.4	Premières conclusions	37
3	Mo	délisation des sols liquéfiables	39
	3.1	Microstructure et modèles constitutifs	39
	3.2	Modèles continus	40
	3.3	Modèles discrets	43
	3.4	Modèles multi-échelles	43
		3.4.1 Modèles FEM×DEM	44
		3.4.2 Modèle C-H	44
		3.4.3 Modèle μ -D	45
		3.4.4 Modèle H	46
	3.5	Objectif de la thèse	47
Π	U	n modèle constitutif pour les sols liquéfiables	48
1	To 1	madàla U	40
4	1 1 Le 1	Palations constitutives	49
	4.1	A 1 1 Équations de compatibilité	49 50
		4.1.2 Équations de compatibilité.	50
		4.1.2 Equations d'équilibre	- 50 ธ.ว.
			02 59
		4.1.4 Ienseur des contraintes.	53 59
	4.0	4.1.5 Porosite du milieu.	53
	4.2	Schema de resolution.	54
	4.3	Paramètres du modèle	55
		4.3.1 Paramètres micro-mécaniques	55
		4.3.2 Paramètres microstructurels	56
5	б +	de de l'instabilité de l'assemblesse heurgenel	۲Q
0	<u>Е</u> ци 5 1	Établiggement de la matrice de rigidité tangente	50 50
	0.1 ലാ	Constánia de la matrice de rigidite tangente	00
	0.Z		01
	5.3 E 4		63
	5.4	Investigations numeriques	63
	5.5	Analyse du domaine de bifurcation	66
	5.6	Synthèse des analyses	73
G	Cor	nnontement méganique d'une distribution d'houseanes	71
0	COI.	Définitions	74 74
	U.1 ผ่า	Comportament du matériau de référence	14 76
	U.⊿ ഭാ	Influence de la pression de consolidation	10
	0.5	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	80
	0.4	Innuence de l'angle d'ouverture initial	80
	6.5	Influence des paramètres micro-mécaniques	82
		6.5.1 Influence du niveau de raideur des contacts	82

	66	 6.5.2 Influence du coefficient de raideur tangentielle 6.5.3 Influence de l'angle de frottement inter-granulaire Influence de l'anisotropie microstructurelle 	82 85 85
	0.0	6.6.1 Anisotropie d'orientation des hexagones	85
		6.6.2 Anisotropie de distribution des angles d'ouverture	87
	6.7	Calibration du modèle dans un cas de liquéfaction	88
	6.8	Synthèse	88
Π	I N	Modélisations de la rupture à l'échelle de l'ouvrage	91
7	Imp	lémentation du modèle H dans FLAC	92
	7.1	Méthode de résolution du logiciel FLAC	92
		7.1.1 Généralités	92
		7.1.2 Formulation théorique	92
		7.1.3 Formulation numérique	93
	7.2	Implémentation des lois de comportement	97
		7.2.1 Principes généraux	97
		7.2.2 Application au modèle H	97
	7.3	Données d'entrée du modèle	99
		7.3.1 Paramètres mécaniques	99
		7.3.2 Paramètres hydrauliques	100
	7.4	Propriétés en sortie	100
	7.5	Verification de l'implementation	101
8	\mathbf{Sim}	ulations d'essais biaxiaux	103
	8.1	Essais biaxiaux idéalisés	103
		8.1.1 Principes de modélisation	103
		8.1.2 Consolidation isotrope	104
		8.1.3 Chargement en déformations proportionnelles	104
	8.2	Essais biaxiaux drainés	108
	8.3	Essais biaxiaux non drainés	114
	8.4	Conclusions	115
9	Mod	délisation à l'échelle d'un ouvrage	118
	9.1	Rupture d'une fondation superficielle	118
		9.1.1 Présentation du problème	118
		9.1.2 Résultats numériques et discussion	118
	9.2	Rupture d'une digue en remblai	120
		9.2.1 Présentation de l'ouvrage	120
		9.2.2 Procédure de calcul	120
		9.2.3 Résultats numériques	123
	9.3	Conclusion	129

Conclusion générale131IV Annexes147

Table des figures

1 2	Les trois états de la matière granulaire : (a) solide, (b) liquide et (c) gazeux. Illustration des conséquences des ruptures par liquéfaction : (a) glissement de terrain d'Oso (Iverson and George, 2016) et (b) rupture du barrage de Van Norman (http://damfailures.org/)	1 2
1.1	Exemples de ruptures dans des milieux granulaires naturels : (a) glissement de terrain (La Clapière, France) (b) glissement de déblais (Taiwan, 2010) (c)	
1.2	coulée de débris (La Conchita, 1995) et (d) avalanche de neige Description des phases de rupture observées au cours d'une expérimentation en semi-grandeur : (a) phase 1 initiée à 31.4s, (b) phase 2 initiée à 35.7s et (c) phase 3 initiée à 37.5s. La séquence entière de rupture est synthétisée sur la figure (d). On distingue clairement les différentes surfaces de rupture qui	6
	s'imbriquent les unes dans les autres (Eckersley, 1990)	6
1.3	Exemple de rupture localisée à l'issue d'essais triaxiaux réalisés sur des sables	_
	(a) fins et (b) grossiers (Desrues and Ando, 2015)	7
1.4	Exemples de rupture diffuse à l'issue d'essais triaxiaux non draines (Nguyen,	
15	2014).	1
1.0	réalisé sur un échantillon de sable (Ikeda et al. 1997)	8
1.6	 (a) Visualisation par tomographie au rayon X de la densité du matériau gra- nulaire en grandes déformations (Alshibli et al., 2003). (b) Courbe d'évolution de l'indice des vides en fonction de la déformation axiale pour des échantillons ayant soumis à une rupture diffuse (S4) ou localisée (S3). La courbe S3* cor- respond à l'indice des vides local évalué dans la bande de cisaillement (Zhu 	0
	et al., 2016a).	9
1.7	Représentations des deux types de mésostructures : (a) les chaines de forces : l'épaisseur des ignes en fonction de l'intensité des forces de contact (Radjai and Richefeu, 2009) et (b) les cycles de grains représentés par les polygones	0
1 0	constitues des vecteurs branches des contacts inter-grains (Zhu et al., 2010b).	9
1.8	Representation du milieu granulaire dense à l'état de rupture : (a) Distribution des déformations locales dans le milieu (la déformation locale augmente du bleu vers le rouge), (b) représentation des chaînes de force qui flambent (en rouge). On peut voir que l'effondrement des chaînes de force a essentiellement lieu	
	dans la bande de cisaillement (Zhu et al., 2016a).	10

1.9	Description du milieu granulaire en termes de mésostructures : (a) définition des mésostructures et (b) exemples de distribution des mésostructures dans un milieu granulaire. Les grains en bleu foncé constituent les chaines de force.	
	la surface est bleu correspond aux cycles de grains reliés à ces chaines de force	
	et les cycles en gris aux cycles non reliés au chaines de force (Zhu et al., 2016b).	10
1.10	Définition des angles caractérisant les directions de chargement et de réponse.	11
1.11	Exemple de représentation du paramètre r_2 (Hadda, 2013) en fonction de	
	l'orientation des contraintes dans le plan de Rendulic de incréments de dé-	
	formation au cours d'un essai triaxial $(\eta = q/p')$.	12
1.12	Représentation d'un essai triaxial non drainé : (a) réponse en contraintes déformations $q - \varepsilon_1$ et (b) chemin des contraintes dans le diagramme de Cambridge	
	q-p'	13
1.13	Représentation du domaine de bifurcation dans le plan axisymétrique des	
	contraintes de Rendulic obtenu à partir d'essais triaxiaux en compression	16
1.14	Représentation du domaine de bifurcation dans le plan axisymétrique des	
	contraintes et des cones de directions instables (en rouge) dans le cas d'une	10
1 1 5	sable (a) dense ou (b) lache (Darve et al., 2004)	10
1.10	schema de localisation dans les mineux granulaires : (a) distribution de po-	
	(Desrues and Ando 2015) et (b) définition des grandeurs intervenant dans le	
	critère de localisation (Budnicki and Rice, 1975)	17
	cintere de localisation (itudilicki and itice, 1975)	11
2.1	Photographies de la mise en mouvement de la pente dans les cas lâche (a)	
	et dense (b) tirées des films des expérimentations réalisées par Iverson et al.	
	(1997) - source http://pubs.usgs.gov $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	20
2.2	Différentes étapes de la liquéfaction d'un sol sous l'effet cisaillement simple en	
	conditions non drainées (déformation à volume constant). (a) Etat initial, (b)	
	déstabilisation de l'assemblage granulaire et mis en suspension des grains et	
	(c) sédimentation des grains sous l'effet de la gravité.	20
2.3	Exemples d'effets de la liquétaction sismique des sols : (a-b) effondrement	
	de batiments du pont de Snowa lors du seisme de Nilgata (Japon, 1964), (c)	
	rupture d'un remolai routier par étalement lateral (Alaska, 1904), (d) remontée	
	sables et engleutissement d'une voiture dans le terrain naturel lers du séisme	
	de Canterbury (Nouvelle Zélande 2011)	21
2.4	Barrage de Fort Peck : (a) vue aérienne du barrage après rupture et (b) coupe	<i>2</i> 1
2.1	transversale (Olson et al. 2000)	23
2.5	Barrage stériles miniers de Merriespruit : (a) photo aérienne du barrage de	20
	Merriespruit après rupture. (b) scénario de rupture et (c) exemple de piézocône	
	réalisé dans les stériles (Fourie et al., 2001).	24
2.6	Barrage en remblai de Dychow : (a) photo de l'usine hydro-électrique située	
	en aval de l'ouvrage après rupture, (b) coupe géotechnique de l'ouvrage (Fry	
	and Courivaud, 2013).	25
2.7	Types de comportements observés au cours d'essais triaxiaux non drainés sur	
	le sable "Banding sand" (Castro, 1969)	27

2.8	Définition (a) de la ligne F représentant l'ensemble des états permanents de	
	déformation et des lignes L et P délimitant les différentes zones de comporte-	
	ments, (b) les lignes UF et LF constituant les limites supérieures et inférieures	
	de la ligne F (Konrad, 1990)	27
2.9	Essai de compression triaxiale non drainé réalisé sur des échantillons de sables	
	de Toyoura préparés par damage humide pour une même contrainte de confi-	
	nement $p_c=490$ kPa (Yoshimine and Ishihara, 1998)	28
2.10	Essai de compression triaxiale non drainé réalisé sur des échantillons de sables	
	de Toyoura préparés par damage humide pour un même indice des vides initial	
	e=0.833 (Yoshimine and Ishihara, 1998)	28
2.11	Variation des directions principales de chargement le long d'une surface de	
	rupture (Uthayakumar and Vaid, 1998).	29
2.12	Influence de la direction de sollicitation sur le comportement des sables en	
	condition non drainée : (a) Comparaison des réponses du sable du delta de la	
	rivière Fraser en fonction de la direction de sollicitation (Vaid and Sivathaya-	
	lan, 2000), (b) position des lignes d'état permanent de déformation (SSL) en	
	extension et en compression (Riemer and Seed, 1997).	30
2.13	Effet du mode de sollicitation sur la réponse de sables (a) sables de Toyoura	
	préparé par damage humide à une densité relative $D_r=30\%$ (Yang et al., 2008)	
	et (b) sables du delta de la rivière Fraser préparé par pluviation à la densité	
	relative $D_r = 0\%$ (Vaid and Sivathayalan, 1996)	30
2.14	Influence du mode de préparation des éprouvettes sur les comportements ob-	
	servés pour un état lâche : (a) courbe du déviateur des contraintes en fonction	
	de la déformation axiale (b) courbe de la pression interstitielle en fonction de	
	la déformation axiale et (c) chemin des contraintes effectives. Les essais de	
	compression triaxiale non drainé on été réalisés sur du sable d'Hostun H31 $(D_{12}, 0.245,)$ $(A_{12}, 0.245,)$	0.1
0.15	$(D_{50}=0.345 \text{ mm}).$ (Aris, 2012)	31
2.10	Photographies prises en microscope electronique à balayage (a-b) du sable d'Hestur $\text{DE}(D = 0.25 \text{ mm})$ et (a d) du sable de Eenteinebleeu. On neut	
	d'instull RF $(D_{50}-0.55 \text{ mm})$ et (c-d) du sable de rollamebleau. On peut distingues l'influence des deux modes de confection des épreuvettes sur le	
	microstructure du matéricu. (s. c) Demogra humida DH et (h. d) Pluvietien à	
	soc PS (Bonobmod et al. 2004)	21
2 16	Effet de la direction des contraintes principales par rapport au plan de déposi	51
2.10	tion sur la réponse du sable soumis à des essais au cylindre creux. Le coefficient	
	best le rapport des contraintes intermédiaire. L'angle α_{-} sur la figure corres-	
	pond à l'angle θ_{-} défini précédemment	32
2.17	Description de la morphologie des grains de sables.	32
2.18	Vue à la loupe de grains de sables d'origine (a) fluviatile (sablière en vallée	
	de Seine) (b) marine (île Chausey, Manche) et (c) éolienne (erg de Merzouga,	
	Maroc) - source http://svt.ac-rouen.fr/	33
2.19	Limites granulométriques des sols susceptibles de se liquéfier dans les cas où	
	la granulométrie est bien graduée (a) ou uniforme (b) (Iai et al., 1989).	33
2.20	(Poulos and Castro, 1985)	34

2.21	Influence de $e_{max} - e_{min}$ sur la susceptibilité à la liquéfaction des sols sableux pour des grains de sables (a) ronds ou (b) anguleux (Cubrinovski and Ishihara, 2000). Les zones grisées correspondent aux zones liquéfiables pour les sables propres (gris clair) et avec 20% de fines (gris foncé)	35
2.22	Représentation des différentes zones dans le plan des contraintes (Sladen et al., 1985).	36
2.23	Surface d'effondrement dans l'espace (p', q, e) . Les chemins de contraintes- indices des vides typiques sont représentés pour un essai de compression triaxial (a) non drainé et (b) drainé (Sladen et al., 1985).	37
2.24	Schéma décrivant la définition de la droite d'instabilité dans le plan (p',q) à partir d'une série d'essais triaxiaux non drainés (Lade, 2002)	37
3.1	Comparaison de la réponse du modèle élasto-plastique développé par Andrade (2009) avec les données expérimentales issues de Doanh et al. (1997)	42
3.2	Comparaison de la réponse du modèle élasto-plastique développé par Wan and Guo (2001) (c-d) avec les données expérimentales issues de Oda (1972) (a-b).	43
3.3	Représentation du gradient du déplacement relatif entre grains dans le cas d'une rupture localisée (a) et d'une rupture diffuse (b) survenues au cours d'un essai de chargement biaxial modélisées en DEM (Zhu et al., 2016a)	44
3.4	Modélisation de la localisation au cours d'un essai biaxial modélisé par une approche multi-échelles FEM×DEM (Guo and Zhao, 2014)	44
3.5	Comparaison des résultats d'essai triaxiaux sur du sable d'Hostun (a-b) avec les simulations issues du modèle de Chang and Hicher (2005) (c-d)	45
3.6	Processus général d'homogénéisation reliant les incréments de contrainte aux incréments de déformation	46
3.7	Comparaison de la réponse du modèle μ -D avec des courbes expérimentales (a) courbe contraintes-déformation (b) courbes déformation volumique-déformation axiale (Nicot and Darve, 2005b)	46
3.8	Réponse du modèle H pour (a) des chargements biaxiaux drainés σ_2 =cste et (b) des chemins de déformations proportionnelles définis par $R = \delta \varepsilon_2 / \delta \varepsilon_1$ Niget and Darwa (2011a)	47
<i>A</i> 1	Mésostructure hexagonale orientée dans l'espace	47
4 2	Description des variables géométriques de l'hexagone	- <u>4</u> 5 50
4.3	Description des forces de contact et des forces externes appliquées à l'hexagone.	51
4.4	Conditions de mobilisation des forces de contact N_3 et N_4 .	51
4.5	Représentation du volume élémentaire associé à chaque hexagone.	54
4.6	Schéma de résolution du modèle H	55
4.7 4.8	Exemples de distributions tensorielles d'ordre 2	57 57
5.1	Invariants du tenseur de texture sphérique (p_F) et déviatorique (q_F) en fonction	60
	de l'angle d'ouverture de l'nexagone (α).	02

5.2	Indice des vides e , degré d'anisotropie a_c et direction principale d'anisotropie	co
52	θ_c en fonction de l'angle d'ouverture de l'hexagone α	02
0.0	compression isotrone suivie d'une compression aviale non drainée. Le point	
	L correspond à l'état pour loquel det K^s s'appule le point A à la fin de la	
	compression isotropo et au début du chargement pon drainé le point R à la	
	transition entre le régime électique et le régime plestique	64
5.4	Evolution des variables géométriques au cours d'une compression isotrone sui	04
0.4	vie d'une compression aviale non drainée. Le point L correspond à l'état pour	
	lequel det K^s s'appule le point 4 à la fin de la compression isotrope et au	
	début du chargement non drainé le point B à la transition entre le régime	
	électique et le régime plestique	64
5 5	Réponse du système dans l'espace des contraintes au cours d'une compression	04
0.0	isotrope suivie d'une compression aviale non drainée. Le point I correspond à	
	l'état pour lequel det K^s s'annule, le point A à la fin de la compression isotrope	
	et au début du chargement non drainé le point B à la transition entre le régime	
	élastique et le régime plastique.	65
5.6	Evolution du travail du second ordre normalisé w_2 (ligne pointillée) et du	00
0.0	déterminant det K^s (ligne pleine) au cours d'une compression isotrope suivie	
	d'une compression axiale non drainée. Le point I correspond à l'état pour	
	lequel det K^s s'annule, le point A à la fin de la compression isotrope et au	
	début du chargement non drainé, le point B à la transition entre le régime	
	élastique et le régime plastique.	65
5.7	Réponse du système dans l'espace des contraintes obtenue pour un chargement	
	non drainé après compression isotrope pour $p_c = 0.16 k_n$ et $p_c = 0.17 k_n$	67
5.8	Réponse du système dans l'espace (σ_1, α) obtenue pour un chargement non	
	drainé après compression isotrope pour $p_c = 0.16 k_n$ et $p_c = 0.17 k_n$	67
5.9	Représentation des surfaces limites de Coulomb pour $\xi = 1$ et $\xi = -1$	67
5.10	Représentation de la surface det $K = 0$ (dégradé arc-en-ciel) dans l'espace	
	tridimensionnel $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$ (a) en régime élastique et (b) en régime plastique	
F 11	(les surfaces en dégradé de gris correspondent aux surfaces limites plastiques).	68
5.11	Representation des surfaces det $K = 0$ (degrade arc-en-ciel) et det $K^{\circ} = 0$ (ni-	
	veaux de gris) dans l'espace tridimensionnel $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$ (a) en règime élastique	60
E 19	et (b) en regime plastique.	08
0.12	Representation des deux sous-domaines elastiques dans l'espace tridimension- nel (σ, σ, σ) : (a) le domaine des états inconditionnellement stables et (b) le	
	demaine de bifurention	60
5 1 2	Beprésentation du chemin de sollicitation à α constant pour $\alpha = 55^{\circ}$ Le point	09
0.10	noir correspond au point où det $K^s = 0$	60
5.14	Représentation des variables géométriques correspondant à det $K^s = 0$ pour	09
0.14	des chemins de sollicitation à α -constant	70
5.15	Représentations des forces de contact et des forces extérieures correspondant	10
5.10	à det $K^s = 0$ pour des chemins de sollicitation à α -constant	70
5.16	Influence de la variable microstructurelle α sur l'état de contrainte correspon-	
-	dant à det $K^s = 0$ pour des chemins de sollicitation à α -constant.	71
	L.	

5.17	Projection du domaine de bifurcation (gris foncé) et du domaine incondition- nellement stable (gris clair) sur le plan $\alpha = 55^{\circ}$. On peut noter que les courbes de Mohr Coulomb font partie du domaine de bifurcation	71
5.18	Influence de la variable microstructurelle α sur les frontières du domaine de	(1
5.19	bifurcation projeté dans l'espace des contraintes	72 72
5.20	Influence de la contrainte la térale σ_2 sur les frontières du domaine de bifurca- tion dans le plan $(\sigma_1/k_n, \alpha)$.	73
6.1	Réponse du matériau de référence soumis à un essai de compression biaxiale	
6.2	Réponse du matériau de référence en termes de distributions angulaires (a) des angles d'ouverture α des hexagones et (b) de la représentation polaire du travail du second ordre r_2 calculée par analyse directionnelle au cours du chargement. La direction $\theta_{\varepsilon} = -\pi/4$ figurée par la flèche correspond à la	((
6.3	direction de chargement de l'essai non drainé	77
	permanent $\gamma = 0.166$ (point E) et (f) à la fin du chargement $\gamma = 0.30$ (point F).	78
6.4	Distributions angulaires des régimes de contact des hexagones (a) au début du chargement $\gamma = 0$ (point I), (b) à la première plastification d'un hexagone $\gamma = 0.0023$ (point P), (c) au point de transformation de phase $\gamma = 0.0086$ (point T), (d) à l'état limite de Coulomb $\gamma = 0.046$ (point C), (e) à l'état limite d'écoulement permanent $\gamma = 0.166$ (point E) et (f) à la fin du chargement $\gamma = 0.20$ (point E)	70
6.5	Réponse d'un matériau isotrope pour un angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 45^{\circ}$	80
6.6	Réponse d'un matériau isotrope pour un angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 45^{\circ}$ soumis à un essai de compression biaxiale CD.	80
6.7	Influence de l'angle d'ouverture initial des hexagones sur la réponse du maté-	00
6.8	riau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CD Influence de l'angle d'ouverture initial des hexagones sur la réponse du maté-	81
6.9	riau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CU Influence du niveau de raideur κ sur la réponse du matériau isotrope ($\alpha_0=45^\circ$)	81
6 10	soumis à un chargement consolidé $(p_c=200 \text{ kPa})$ drainée	83
0.10	soumis à un chargement consolidé ($p_c=200$ kPa) non drainé.	83
6.11	Influence du coefficient de raideur tangentielle sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CD	84

6.12	Influence du coefficient de raideur tangentielle sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaviale CU	84
6.13	Influence de l'angle de frottement inter-granulaire sur la réponse du matériau	04
0.14	isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CD	85
6.14	Influence de l'angle de frottement inter-granulaire sur la reponse du materiau	95
6.15	Influence de la direction d'anisotropie β_{ω} sur la réponse du matériau soumis à un essai de compression biaxiale non drainé. Dans ces simulations, $\alpha_0 = 50^{\circ}$	00
	et $a_{\omega} = 1$	86
6.16	Analyses directionnelles menées au cours de chargements non drainés pour (a) \hfill	
	$\beta_{\omega} = 0^{\circ}$ et (b) $\beta_{\omega} = 90^{\circ}$. Dans ces simulations, $\alpha_0 = 50^{\circ}$ et $a_{\omega} = 1. \ldots \ldots$	87
6.17	Identification des cycles à 3 et 4 grains correspondant aux hexagones ayant	
	des angles d'ouverture (a) $\alpha_0=30^\circ$ et (b) $\alpha_0=90^\circ$	88
6.18	Influence du degré d'anisotropie a_{α} pour $\beta_{\alpha} = 0$ sur le chemin drainé	88
6.19	Influence du degré d'anisotropie a_{α} pour $\beta_{\alpha} = 0$ sur le chemin non drainé.	89
6.20	Comparaison des résultats de l'essai triaxial consolidé non drainé et des si-	
	mulations réalisées à l'aide du modèle H (a) en contrainte-déformation et (b)	
	dans l'espace des contraintes	89
7.1	Repérage des éléments du maillage dans la grille utilisée dans le logiciel FLAC.	94
7.2	Cycle de calcul explicite du logiciel FLAC	94
7.3	Définition des deux partitions d'une zone quadrilatère en deux sous-zones tri-	
	angulaires.	94
7.4	Définition des grandeurs utilisées dans le calcul des taux de déformation (a)	
	et des forces nodales (b). \ldots	95
7.5	Système masse-ressort équivalent à un alignement de grains en contact élastique	97
7.6	Schéma de principe de l'algorithme de résolution intégrant le modèle H-microdirec	tionnel.
	Les encadrés bleus correspondent aux procédures implémentées dans la loi	
	constitutive.	98
7.7	Comparaison des réponses calculées par le programme Fortran et l'implémen-	
	tation dans le logiciel FLAC : (a) distribution monocristalline orientée hori-	
	zontalement soumise à un essai biaxial drainé, (b) distribution monocristalline	
	orientée verticalement soumise à un essai biaxial non drainé, (c) distribution	
	isotrope soumise à un essai drainé, (d) distribution isotrope soumise à un essai	
	non drainé, (e) distribution d'orientations d'hexagones anisotrope soumise à	
	un essai drainé et (f) distribution d'angles d'ouverture anisotrope soumise à	
	un essai non drainé	102
8.1 8.2	Schéma de principe des essais biaxiaux idéalisés (a) et réalistes (b). \ldots \ldots	104
0.2	formations déviatoriques (b) champ des déformations volumiques et (c) dis-	
	tribution de porosité.	104
8.3	Réponse de matériaux isotropes soumis à des essais biaxiaux en déformations	
-	proportionnelles.	105

8.4	Évolution des champs de (a) déformations déviatoriques, (b) déformations volumiques, (c) travail du second ordre au cours du chargement biaxial en	
8.5	déformations proportionnelles $R_{\varepsilon} = -0,70$ (contractance imposée) Évolution des distribution de (d) porosité. (e) ratio des directions plastifiées	106
0.0	et (f) ratio des hexagones en tension au cours du chargement biaxial en défor- metions proportionnelles $R_{\rm eff} = -0.70$ (contractance imposée)	107
8.6	Évolution des champs de (a) déformations déviatoriques, (b) déformations	107
	volumiques, (c) travail du second ordre au cours du chargement biaxial en déformations proportionnelles $R_{\varepsilon} = -1,00$ (volume constant).	109
8.7	Évolution des distribution de (d) porosité, (e) ratio des directions plastifiées et (f) ratio des hexagones en tension au cours du chargement biaxial en défor-	
00	mations proportionnelles $R_{\varepsilon} = -1,00$ (volume constant)	110
0.0	volumiques, (c) travail du second ordre au cours du chargement biaxial en	
8.9	deformations proportionnelles $R_{\varepsilon} = -1, 30$ (dilatance imposee) Évolution des champs de (d) porosité, (e) ratio des directions plastifiées et (f)	111
	ratio des hexagones en tension au cours du chargement biaxial en déformations proportionnelles $R_{\varepsilon} = -1, 30$ (dilatance imposée).	112
8.10	Influence de la densité relative initiale I_D sur la réponse du matériau : déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale (a) déformation volumique	
	en fonction de la déformation axiale (b) et courbe de réponse dans l'espace des	119
8.11	Évolution du champ de déformation déviatorique au cours d'un essai de com-	110
	pression drainé pour une distribution isotrope d'hexagones et un matériau initialement moyennement lâche $(I_D=0.13)$.	113
8.12	Champs des déformations déviatoriques pour $\varepsilon_1 = 4\%$ pour les différentes den- sités relatives initiales.	114
8.13	Réponse d'un échantillon soumis à une compression biaxiale non drainée pour différentes distributions d'orientations d'hexagones : (a) représentation polaire	
	des distributions, (b) réponses en contraintes-déformations et (c) courbes de réponses dans l'accesses des contraintes La dansité relative initiale L = 0.02	
0.4.4	reponse dans l'espace des contraintes. La densité l'étative initiale $T_D = 0,02$ ($\alpha_0 = 50^\circ$) est identique pour chaque distribution	116
8.14	Champs des déformations déviatoriques après rupture pour les différentes mi- crostructures sollicitées en compression (a) ou en extension (b).	117
9.1	Modèle de fondation superficielle reposant sur un massif de sol	118
9.2	imposé.	119
9.3	Evolution des champs de déplacement et de déformation du massif de sol au cours du chargement de la fondation.	121
$9.4 \\ 9.5$	Coupe transversale d'une section de l'ouvrage hydraulique modélisé Coupe transversale du modèle et points de suivi de la réponse de l'ouvrage. Les	122
	points B et C correspondent au suivi des déplacements de la base du parement aval et de la crête aval de l'ouvrage. Les zones a b et c correspondent au suivi	
	des chemins de contraintes effectives et de pression interstitielle	123

9.6	Distribution des grandeurs caractéristiques de l'état de contrainte et de défor- mation de l'ouvrage en fin de construction du remblai.	125
9.7	Distribution des grandeurs caractéristiques de l'état de contrainte et de défor- mation de l'ouvrage ($H_w = 4.5m$ et $t=0.0s$). La ligne phréatique est figurée en	
9.8	noir	126 127
9.9	Courbes de réponse en contraintes dans les zones a (a-b), b (c-d) et c (e-f). Pour les calculs découplés (à gauche), les courbes sont représentées en fonction du pas d'incrément N_{step} . Pour le calcul couplé (à droite), les courbes sont	121
	représentées en fonction du temps t	127
9.10	Distribution des grandeurs caractéristiques de l'état de contrainte et de défor- mation de l'ouvrage ($H_w = 5.0m$ et $t=1,30s$). La ligne phréatique est figurée	
0 1 1	en noir.	128
9.11	Travail du second ordre et courbes de reponse dans l'espace des contraintes	
	hydraulique figurent en noir et la phase de rupture en couleur.	129
9.12	Perspectives d'enrichissement du modèle H : critère de rupture pour la modé-	
	lisation des ponts solides inter-grains (a) et assemblage élémentaire du modèle	
0 1 0	H tridimensionnel (b).	132
9.13	Digue Nord du barrage de Wachusett : (a) vue de l'ouvrage depuis la crête le	
	versale de l'ouvrage (Olson et al. 2000).	149
9.14	Barrage de Calaveras : (a) vue du talus amont du barrage après rupture et (b)	1 10
	coupe transversale (Hazen, 1918)	149
9.15	Barrage de San Fernando : (a) vue aérienne du barrage de San Fernando après	
	rupture et (b) coupe transversale du barrage de San Fernando avant et après $(C, t, t, t, l, 1002)$	150
9.16	rupture (Castro et al., 1992) Photographies aériennes de l'aéroport de Nice (a) avant rupture. (b) après	190
5.10	rupture et (c) coupe schématique du talus du delta du var (Habib, 1994).	151
9.17	Remblai d'Asele Road : (a) vue de l'ouvrage après rupture (Ekstrom and	
	Olofsson, 1985) et (b) coupe transversale de l'ouvrage (Olson et al., 2000).	152
9.18	Remblai routier du lac Ackerman : (a) vue de l'ouvrage après rupture et (b)	4 8 2
	coupe transversale de l'ouvrage (Hryciw et al., 1990).	153

Liste des tableaux

2.1	Exemples de ruptures par liquéfaction sous sollicitations statiques issus de la littérature.	22
2.2	Synthèse des caractéristiques des sols constitutifs de barrages et digues ayant subi une liquéfaction statique (Olson et al., 2000)	26
$4.1 \\ 4.2$	Exemples de diamètres médians pour quelques sables	55 56
5.1	Paramètres constitutifs de l'assemblage hexagonal	64
$6.1 \\ 6.2 \\ 6.3$	Conditions de chargement imposées pour les essais triaxiaux classiques Valeurs de référence des paramètres de la loi de contact	74 76
6.4	consolidation isotrope à 200 kPa.	76
0.4	consolidé $(p_c=200 \text{ kPa})$ soumis à une compression biaxiale.	82
6.5	Influence du niveau de raideur κ sur la réponse du matériau isotrope ($\alpha_0=45^\circ$) consolidé ($p_c=200$ kPa) soumis à une compression biaxiale	83
6.6	Influence du rapport des raideurs k_t/k_n sur la réponse du matériau isotrope $(\alpha_r - 45^\circ)$ consolidé $(n - 200 \text{ kPa})$ soumis à une compression biaviale	84
6.7	$(\alpha_0 = 45)$ consolide $(p_c = 200 \text{ km} a)$ southis a une compression braxiale Influence de l'ange de frottement inter-granulaire φ_g sur la réponse du matériau	04
6.8	isotrope ($\alpha_0=45^\circ$) consolidé ($p_c=200$ kPa) soumis à une compression biaxiale. Paramètres de calibration du modèle permettant de simuler l'essai triaxial	86
6.9	consolidé non drainé	89
	de la corrélation.	89
8.1 8.2	Paramètres micromécaniques utilisés pour les simulations d'essais biaxiaux.	103
0.2	des valeurs calculées	114
8.3	Paramètres microstructuraux des différentes distributions considérées et angles de frottement mobilisés au pic en compression (φ_{comp}) et en extension(φ_{ext}).	115
9.1	Paramètres du modèle H retenus pour la modélisation de la rupture d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle	119

9.2	Données géométriques du problème	120
9.3	Paramètres géomécaniques des différents matériaux	122

Introduction générale

Une grande partie de la matière solide à la surface de la Terre est constituée de grains. La taille des grains peut s'étendre sur une grande gamme d'échelles : depuis quelques dizaines de microns pour les poudres jusqu'à plusieurs mètres pour des rochers reposant sur les flancs d'une montagne. Les activités humaines s'inscrivent donc dans un environnement façonné par l'interaction entre des matériaux granulaires et leur environnement (intempéries, séismes, etc.).

Les matériaux granulaires se comportent très différemment selon le mode de sollicitation auquel ils sont soumis. Un matériau granulaire peut se comporter comme un solide, un gaz ou s'écouler comme un fluide (Fig. 1). Sous certaines conditions de chargement mécanique et/ou hydraulique, un matériau granulaire peut perdre temporairement toute capacité de résistance et s'effondrer sur lui-même en s'écoulant comme un liquide. Ce mécanisme est appelé liquéfaction.



FIGURE 1 – Les trois états de la matière granulaire : (a) solide, (b) liquide et (c) gazeux.

Le déclenchement du mécanisme de liquéfaction des matériaux granulaires peut avoir des conséquences désastreuses sur les infrastructures et les structures du génie civil (Fig. 2). Le retour d'expérience montre, au plan international, que les ouvrages hydrauliques font partie des structures les plus concernées par ce mécanisme. La France compte plusieurs milliers de kilomètres de digues de protection contre les crues et les inondations. Ces digues, qui protègent environ 2 millions de personnes, sont bien souvent anciennes et parfois constituées ou fondées sur des matériaux susceptibles de se liquéfier sous l'effet de crues, de vagues, de sollicitations sismiques, etc. Les enjeux sociétaux liés à la compréhension du mécanisme de liquéfaction sont donc colossaux.

La compréhension des conditions conduisant au déclenchement du mécanisme de liquéfac-



FIGURE 2 – Illustration des conséquences des ruptures par liquéfaction : (a) glissement de terrain d'Oso (Iverson and George, 2016) et (b) rupture du barrage de Van Norman (http://damfailures.org/).

tion nécessite la réalisation de simulations numériques complexes à l'échelle de l'ouvrage prenant en considération l'ensemble de l'histoire de chargement de l'ouvrage depuis sa construction. Il existe donc un fort besoin de disposer de codes de calculs généraux incluant des lois constitutives robustes capables de modéliser le comportement mécanique des matériaux granulaires liquéfiables sur des chemins de sollicitation quelconques. C'est autour de cette question scientifique majeure que s'organise le présent manuscrit.

Dans la première partie, nous décrivons les bases théoriques pour l'étude de la rupture des matériaux granulaires. Nous proposons une description phénoménologique du mécanisme de liquéfaction sur la base de cas de rupture d'ouvrages et d'études expérimentales réalisées en laboratoire. Enfin, nous dressons un aperçu des modèles constitutifs existants pour identifier leurs spécificités et pointer leurs limites. Nous montrons enfin l'intérêt des approches multi-échelles pour la modélisation des matériaux granulaires.

Dans la seconde partie de la thèse, nous présentons en détail le modèle H qui décrit le matériau granulaire par une distribution d'assemblages hexagonaux orientés dans l'espace. Nous étudions les propriétés mécaniques de l'assemblage hexagonal élémentaire de grains, notamment celles liées à la topologie du domaine de bifurcation. Nous réalisons ensuite une étude de sensibilité sur les paramètres du modèle et testons ses capacités à reproduire le mécanisme de liquéfaction, aussi bien qualitativement que quantitativement.

Dans la troisième partie, nous détaillons les modalités d'implémentation du modèle dans un code de calcul aux différences finies. Après avoir validé l'implémentation du modèle, nous réalisons des simulations non homogènes d'essais triaxiaux drainés et non drainés. Enfin, nous utilisons le modèle H pour simuler le chargement d'un massif de sol par une fondation superficielle et la rupture d'une digue en remblai soumise à un épisode de crue. Première partie État de l'art

Chapitre 1

La rupture des matériaux granulaires

Au sens strict, un matériau granulaire est un ensemble de particules solides interagissant essentiellement par contact. Les grains sont plongés dans un environnement constitué de phases fluides (liquides et/ou gazeuses). Le milieu granulaire peut être *sec*, si le fluide interstitiel est un gaz (de l'air en général). Il peut se trouver à l'état *non saturé*, si il y a deux fluides interstitiels de nature différente : un liquide et un gaz (de l'eau et de l'air dans la plus part des cas). Les interactions entre les deux phases fluides créent alors des forces d'attraction entre les grains via des ponts capillaires. L'intensité de ces forces dépendent de la géométrie des ponts et de leur quantité. Il est à noter que la capillarité peut jouer un rôle important même à très faible niveau d'humidité. Enfin, le milieu peut être *saturé*, si le fluide interstitiel est un liquide (de l'eau en général) et que toute la phase gazeuse a pu être évacuée hors du matériau.

La force de réaction d'un grain sur l'autre se décompose en une réaction normale et une réaction tangentielle. L'origine de ces forces à l'échelle microscopique met en jeu de nombreux phénomènes tels que la rugosité des surfaces de contact, leurs états physico-chimiques ou encore les propriétés locales des matériaux (élasticité, plasticité, fluage,...). A l'échelle du grain, les lois de contacts sont dominées par la répulsion élastique (contact de Hertz) et le frottement (lois d'Amontons-Coulomb). La dimension des grains doit être supérieure à environ 100 µm car en-dessous, les forces électrostatiques, les interactions de Van der Waals, les effets de l'humidité et le rôle de l'air peuvent devenir significatifs. Les grains sont caractérisés par la nature des matériaux qui les constituent, leur morphologie et leur granulométrie. Les grains peuvent être constitués de tous types de matériaux (verre, acier, graines, etc.). La morphologie des grains est généralement évaluée selon deux critères : i leur angularité définie comme le rapport entre le rayon de courbure moyen des arêtes et le rayon maximum de la sphère inscrite au grain. La nature et la morphologie des grains sont les principaux facteurs qui influencent les paramètres de la loi de contact inter-grains.

Les matériaux granulaires sont le siège de ruptures dont les conséquences peuvent avoir un impact immense sur les sociétés humaines. On peut par exemple citer les ruptures des digues de la Nouvelle-Orléans lors de l'ouragan Katrina (2005) qui a fait plus de 1800 morts, les glissements de terrains de la province chinoise du Gansu (2010) qui ont fait près de 2000 morts, les avalanches qui ont fait plus de 300 morts au cours des quinze dernières années dans les montagnes françaises, etc. La compréhension des mécanismes conduisant à la rupture des milieux granulaires ainsi que leur modélisation constituent donc un enjeu fondamental pour les domaines des risques naturels et du génie civil.

1.1 Définitions

La rupture. Au sens étymologique (lat. *rumpere*), la rupture fait référence au fait de casser un solide en deux ou plusieurs morceaux. En mécanique des matériaux, la rupture est caractérisée par l'état limite de contrainte que peut soutenir l'échantillon du matériau étudié. Un matériau est dans un état de rupture lorsqu'une petite augmentation de charge conduit à des déformations très grandes. Le terme d'effondrement est parfois utilisé pour décrire le comportement post-rupture du matériau caractérisé par des vitesses de déformation élevées et une perte totale de résistance.

La rupture comme une instabilité. Historiquement, la première tentative de définition de la notion de stabilité d'un système mécanique, appliquée à l'analyse des trajectoires célestes, peut être attribuée à Lyapunov (1907). Cette définition était basée sur le principe selon lequel si l'on introduit une petite perturbation sur les positions ou les vitesses initiales des corps célestes, la différence entre les trajectoires et les vitesses avec et sans perturbation doit rester bornée. Il est possible d'étendre la notion de stabilité aux milieux continus : soit un matériau donné avant une histoire de chargement donnée auquel on applique un incrément de chargement δl . Notons δr la réponse du matériau. Un état de contrainte-déformation est stable si et seulement si $\forall \mu > 0$, $\exists \eta > 0$ tel que $\|\delta l\| < \eta \Rightarrow \|\delta r\| < \mu$. En clair, un système est stable si toute sollicitation bornée produit une réponse bornée ou encore un système est instable si et seulement si une perturbation infinitésimale induit des changements finis dans *l'état du système.* Pour ce qui est des instabilités matérielles qui nous intéressent ici, la notion de stabilité a été actualisée par Darve and Laouafa (2000) : Pour un matériau non visqueux et une histoire de déformation donnée, un état de contrainte-déformation est considéré stable si pour toutes "petites" variations de sollicitation, la réponse reste "petite". L'état de rupture d'un matériau est donc un état instable.

La rupture comme une bifurcation. Selon la définition donnée par Petryk (1993), une bifurcation correspond à un changement soudain et discontinu dans l'état du système ou du mode de réponse du système sous évolution continue et graduelle des variables d'état. L'état de rupture d'un matériau peut donc être vu comme un état à partir duquel, sous un chargement constant, une bifurcation est possible. Lorsqu'on s'intéresse aux mouvements gravitaires, la bifurcation est généralement associée à une transition d'un régime quasi-statique à un régime transitoire dynamique.

1.2 Description phénoménologique

1.2.1 Les ruptures dans la nature

Dans la nature, la rupture d'un massif constitué d'un matériau granulaire se traduit par la mise en mouvement d'une masse de sol initialement au repos sous l'action de la gravité

(Hungr et al., 2014). La vitesse des phénomènes va de quelques centimètres par an pour un glissement de terrain, à plusieurs dizaines de mètres par seconde pour une coulée de boue ou une avalanche de neige. Quelques exemples de rupture ayant des cinématiques diverses sont donnés sur la Figure 1.1.

La zone de transition entre la fondation immobile et la masse en mouvement correspond à une surface où se concentrent les déformations de cisaillement. La plupart du temps, l'épaisseur de la zone de transition est petite devant celle de la masse glissante si bien que l'on a tendance à parler de surfaces rupture ou de glissement. De plus, les ruptures interviennent souvent dans le cadre de scénarios comprenant plusieurs phases échelonnées dans le temps et les surfaces de rupture associées à chacune des phases sont susceptibles de s'imbriquer. Les expérimentations de Eckersley (1990) donnent une illustration de la notion de scénario de rupture et de surface de glissement (Fig. 1.2). Le déclenchement de l'instabilité dont témoigne la mise en mouvement de la masse de sol a pour origine l'atteinte d'un état de contrainte limite au niveau de la surface de rupture. La compréhension des ruptures survenant dans la nature passe donc par l'étude des matériaux en laboratoire.

1.2.2 Les ruptures en laboratoire

Volume Élémentaire Représentatif. Le volume élémentaire représentatif (VER) est le plus petit volume permettant une représentation statistique correcte du matériau étudié. Pour pouvoir considérer un volume de matériau granulaire comme homogène et s'affranchir des effets d'échelle, il a été montré que la plus petite de ses dimensions doit être supérieure à 50 à 100 fois le diamètre maximum des particules ou bien 200 à 300 fois le diamètre médian (Habib, 1985; Jewell and Wroth, 1987; Omar and Sadrekarimi, 2015). Ainsi, lorsque les particules dépassent quelques millimètres de diamètre (une dizaine en pratique), il est difficile d'étudier leur comportement en raison du grand volume nécessaire à la constitution d'échantillons représentatifs et de la dimension importante des machines permettant de les tester. Ainsi, les milieux granulaires étudiés en géomécanique sont typiquement constitués de sables.

Ruptures localisées. A l'échelle d'un VER supposé initialement homogène, une *rupture localisée* correspond à la transition d'un champ de déformation homogène vers un champ de déformation discontinu caractérisé par l'apparition de bandes à l'intérieur desquelles les déformations se concentrent. Cette concentration des déformations est vraisemblablement la conséquence d'hétérogénéités locales à partir desquelles le phénomène de localisation se développe. En fonction des conditions de chargement appliquées à l'échantillon, une ou plusieurs bandes se développent selon des configurations symétriques ou non.

Une rupture localisée peut par exemple être observée à l'issue d'essais triaxiaux classiques où on observe généralement une localisation des déformations selon un ou plusieurs plans de cisaillement (Fig. 1.3). Le mécanisme de formation des bandes de cisaillement a été étudié par de nombreux auteurs. Sadrekarimi and Olson (2010) se sont appuyés sur des essais au cylindre creux réalisés sur du sable mis en place par pluviation à sec pour montrer que le matériau est cisaillé uniformément sur toute sa hauteur avant localisation. Ils ont montré que lorsque la résistance au cisaillement mobilisable est atteinte, les déformations se concentrent dans une bande qui se développe progressivement jusqu'à atteindre une épaisseur limite comprise



(a)

(b)



FIGURE 1.1 – Exemples de ruptures dans des milieux granulaires naturels : (a) glissement de terrain (La Clapière, France) (b) glissement de déblais (Taiwan, 2010) (c) coulée de débris (La Conchita, 1995) et (d) avalanche de neige.



FIGURE 1.2 – Description des phases de rupture observées au cours d'une expérimentation en semi-grandeur : (a) phase 1 initiée à 31.4s, (b) phase 2 initiée à 35.7s et (c) phase 3 initiée à 37.5s. La séquence entière de rupture est synthétisée sur la figure (d). On distingue clairement les différentes surfaces de rupture qui s'imbriquent les unes dans les autres (Eckersley, 1990)



FIGURE 1.3 – Exemple de rupture localisée à l'issue d'essais triaxiaux réalisés sur des sables (a) fins et (b) grossiers (Desrues and Ando, 2015).



FIGURE 1.4 – Exemples de rupture diffuse à l'issue d'essais triaxiaux non drainés (Nguyen, 2014).

entre 10 et 14 fois le diamètre médian des grains. Cet ordre de grandeur (10-20 fois le D_{50}) a été retrouvé par d'autres auteurs à partir de travaux expérimentaux (Vardoulakis and Graf, 1985; Finno et al., 1997; Alshibli and Sture, 1999; Desrues and Ando, 2015), analytiques (Vardoulakis and Aifantis, 1992) ou de simulations numériques (Bardet and Proubet, 1991; Oda et al., 1997; Iwashita and Oda, 1998; Zhu et al., 2015).

Dans les milieux granulaires cimentés et les roches, la localisation des déformations peut également se manifester sous la forme de bandes de compaction (Rice and Rudnicki, 1980; Holcomb et al., 2007) qui peuvent être observées à l'issue d'essais triaxiaux (Das et al., 2013) ou d'essais oedométriques (Arroyo, 2005).

Ruptures diffuses. Lorsque la rupture du matériau se produit sans localisation visible, on parle de *rupture diffuse*. Au cours du régime transitoire correspondant à la rupture du matériau, le champ de déplacement à l'intérieur de l'échantillon semble erratique et ne présente pas de signe de discontinuité visible : l'échantillon semble s'effondrer sur lui-même sous l'effet du chargement appliqué (Figure 1.4). Un exemple de rupture diffuse couramment étudié est celui de la liquéfaction (Daouadji et al., 2011). La description précise du mécanisme de liquéfaction sera développée au chapitre suivant. D'autres exemples de rupture diffuse ont été mis en évidence par des études sur les lœss qui présentent des structures méta-stables pouvant s'effondrer à l'occasion de leur saturation sous charge constante (Feda, 1988; Wang and Bai, 2006).

1.2.3 Bifurcations et brisures de symétries

En réalité, les observations expérimentales montrent que les mécanismes de rupture des matériaux granulaires sont variés. En effet, sous conditions de chargement identiques, il a



FIGURE 1.5 – Exemple d'une cascade de brisures de symétries observée lors d'un essai triaxial réalisé sur un échantillon de sable (Ikeda et al., 1997).

été constaté que l'homogénéité initiale apparente des échantillons conduit à une grande diversité des états de rupture finaux. Pour expliquer cet aspect du comportement des milieux granulaires, Ikeda et al. (1997) ont cherché à définir le problème dans le cadre théorique de la brisure de symétrie à partir d'un état uniforme. Selon cette approche, la rupture d'un échantillon de sol (essais triaxiaux de révolution) est interprétée comme une série de brisures de symétries géométriques correspondant à une cascade de modes de bifurcation dont l'enchaînement est déterminé par les imperfections locales du milieu (en terme d'homogénéité ou d'uniformité). Plus précisément, le nombre de modes de bifurcation possibles semble inversement corrélé au nombre d'imperfections du milieu. De plus, sur la base de la conduite d'essais triaxiaux sur des sables denses associés à une procédure d'analyse d'images, il a été montré (Ikeda et al., 2008) que le mode de bifurcation diffus agit comme un catalyseur permettant la brisure d'uniformité initiale et rend ainsi possible la cascade de bifurcations localisées qui s'ensuivent. La description d'un exemple de scénario de bifurcation observé au cours d'un essai triaxial est donnée sur la Figure 1.5.

Dans le cas des matériaux granulaires, ce qu'on appelle imperfection du milieu relève en fait de la microstructure. Ainsi, un échantillon possédant de nombreuses imperfections procurant une anisotropie au milieu serait, pour un chemin de sollicitations donné, préférentiellement guidé vers un mode de bifurcation diffus ayant pour effet de produire une plus grande homogénéité avant de connaître éventuellement une explosion des modes de bifurcation localisés possibles.

1.2.4 Imbrication des échelles

Il est également important de souligner que le caractère diffus ou localisé de la rupture semble relatif à l'échelle à laquelle le matériau est considéré. En effet, certains travaux semblent montrer que l'aspect apparemment homogène de la déformation des éprouvettes correspond en fait à des schémas de localisation diffus. Ces shémas de localisation dépendent du matériau concerné mais aussi des modes de chargement de l'essai (Alshibli et al., 2003). Réciproquement, de nombreuses études tant expérimentales que numériques (Zhu et al., 2016a) tendent à montrer que la structure du milieu à l'intérieur de la bande de cisaillement



FIGURE 1.6 – (a) Visualisation par tomographie au rayon X de la densité du matériau granulaire en grandes déformations (Alshibli et al., 2003). (b) Courbe d'évolution de l'indice des vides en fonction de la déformation axiale pour des échantillons ayant soumis à une rupture diffuse (S4) ou localisée (S3). La courbe S3^{*} correspond à l'indice des vides local évalué dans la bande de cisaillement (Zhu et al., 2016a).

est identique à celle qui est observée lors d'une rupture diffuse (Fig. 1.6). Ainsi, les mesures globales d'indice des vides à l'échelle de l'échantillon ne sont pas pertinentes pour caractériser l'état critique du matériau après localisation (Desrues et al., 1996).

1.3 Mécanismes à l'origine de la rupture dans les matériaux granulaires

Les milieux granulaires possèdent un large spectre de propriétés mécaniques et de modes de rupture (Darve et al., 2004; Nicot et al., 2009). La microstructure, à travers le réseau des contacts inter-grains et les encombrements géométriques, joue un rôle fondamental dans la variété et la complexité des comportements observés. En deux dimensions, la microstructure s'organise en deux familles de structures : les *chaînes de forces* et les *cycles de grains*. Ces structures sont définies à une échelle mésoscopique, c'est-à-dire à une échelle intermédiaire entre celle du contact inter-grains (échelle microscopique) et du VER (échelle macroscopique).

Les chaînes de forces. De nombreux travaux expérimentaux et numériques ont montré que les contraintes appliquées à un volume de matériau granulaire se diffusent à travers un réseau de forces de contact très hétérogène (Sidoroff et al., 1993; Jaeger et al., 1996; Radjai et al., 1998). Il a été montré, à travers des travaux expérimentaux (Oda et al., 2004) et numériques (Tordesillas et al., 2009), que la résistance mécanique des milieux granulaires s'organise autour de colonnes quasi-rectilignes de plusieurs grains orientées dans la direction du chargement et appelées *chaines de forces* (Fig. 1.7a). Ce sont ces chaines de forces qui supportent l'essentiel des charges appliquées au milieu.



FIGURE 1.7 – Représentations des deux types de mésostructures : (a) les chaines de forces : l'épaisseur des ignes en fonction de l'intensité des forces de contact (Radjai and Richefeu, 2009) et (b) les cycles de grains représentés par les polygones constitués des vecteurs branches des contacts inter-grains (Zhu et al., 2016b).

Les cycles de grains. La déformabilité des milieux granulaires est la conséquence des déplacements relatifs entre les grains. Elle dépend donc de leur arrangement et de l'encombrement stérique associé. Dans les assemblages bidimensionnels, l'arrangement des grains entre eux peut être décrit par la distribution des cycles de grains, définis comme les polygones dont les arêtes sont constituées des vecteurs branches reliant les centres géométriques de chaque grain (Fig. 1.7b). Les vides locaux et déplacements relatifs entre grains peuvent alors être quantifiés à l'échelle de chaque cycle (Satake, 1992; Kruyt and Rothenburg, 1996; Nguyen et al., 2009) et reliés aux grandeurs macroscopiques correspondantes (Bagi, 1996; Bonelli et al., 2012; Nguyen et al., 2012).

Dualité et interaction des mésostructures. La complexité du comportement des matériaux granulaires dérive de l'évolution de l'organisation spatiale de ces deux types de mésostructures. L'évolution de la distribution des chaines de force a une influence cruciale sur la capacité du matériau à résister au chargement appliqué tandis que celle des cycles de grains détermine les propriétés de déformabilité du milieu (Tordesillas et al., 2010). Les populations de ces mésostructures évoluent de manière à ce que le matériau granulaire s'adapte aux conditions limites qui lui sont appliquées. Lorsque la structure de l'assemblage n'est plus compatible avec les conditions limites qui lui sont appliquées, il se produit un réarrangement de la microstructure. Le réarrangement de l'assemblage peut rester localisé à l'échelle de quelques grains (phénomène de stick-slip) ou bien conduire à l'effondrement des chaines de forces et provoquer ainsi la rupture du matériau granulaire (Tordesillas, 2007; Tordesillas and Muthuswamy, 2009; Zhang et al., 2016; Zhu et al., 2016a). Si l'effondrement des chaines de force se concentre dans une zone localisée du matériau, on observe une localisation des déformations là où les chaines de forces s'effondrent (Fig. 1.8).

Les deux types de mésostructures collaborent nécessairement entre elles. En effet, les chaines de force ne peuvent exister sans la présence de cycles de grains qui les supportent latéralement (Fig. 1.9). La capacité des cycles de grains à stabiliser les chaines de force



FIGURE 1.8 – Représentation du milieu granulaire dense à l'état de rupture : (a) Distribution des déformations locales dans le milieu (la déformation locale augmente du bleu vers le rouge), (b) représentation des chaînes de force qui flambent (en rouge). On peut voir que l'effondrement des chaines de force a essentiellement lieu dans la bande de cisaillement (Zhu et al., 2016a).

dépend de leur topologie et de leur géométrie (Tordesillas et al., 2011; Zhu et al., 2016b). En particulier, l'instabilité des chaines de force a pu être attribuée dans une grande mesure à la présence de cycles de grains lâches et déformables, en particulier les cycles comportant les nombres de grains les plus élevés (Zhu et al., 2016b).

1.4 Cadre théorique de l'étude de la rupture

1.4.1 Critère d'instabilité matérielle

En mécanique des solides, l'état d'un matériau est généralement caractérisé par des variables internes : les tenseurs de contraintes σ et de déformations ε . Ce matériau est soumis à l'action de variables externes ou variables de contrôle qui définissent les conditions de chargement ou les conditions aux limites du système.

Critère de Hill. Considérons un point matériel dont l'évolution de l'état est caractérisé par les grandeurs incrémentales de ses variables internes $\delta \sigma_{ij}$ et $\delta \varepsilon_{ij}$. Selon la condition de Hill (1958), un état de contrainte-déformation est instable si il existe au moins une direction de chargement pour laquelle les déformations associées peuvent se poursuivre de manière infinitésimale sans apport d'énergie extérieure. En pratique, cela signifie que les déformations se poursuivent sous chargement extérieur constant. La condition d'instabilité matérielle d'un volume élémentaire V s'exprime donc sous la forme d'un critère énergétique faisant intervenir le travail du second ordre :

$$W_2 = \int_V \delta\sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dv \le 0 \tag{1.1}$$



FIGURE 1.9 – Description du milieu granulaire en termes de mésostructures : (a) définition des mésostructures et (b) exemples de distribution des mésostructures dans un milieu granulaire. Les grains en bleu foncé constituent les chaines de force, la surface est bleu correspond aux cycles de grains reliés à ces chaines de force et les cycles en gris aux cycles non reliés au chaines de force (Zhu et al., 2016b).

L'équivalence entre le critère de Lyapunov, énoncé précédemment, et la condition de Hill n'est pas générale (Chambon and Caillerie, 1999). En fait, cette équivalence est probablement vérifiée pour les matériaux non visqueux si l'on exclut les instabilités de flottement.

Cônes d'instabilité. Le signe du travail du second ordre dépend de la direction du chargement. Dans le cas bidimensionnel, la direction du chargement est caractérisée par un angle unique défini par rapport à la direction principale majeure du tenseur des contraintes ou des déformations (Fig. 1.10). La direction de chargement en contraintes effectives est définie par l'angle θ_{σ} qui s'exprime :

$$R_{\sigma} = \tan \theta_{\sigma} = \frac{\delta \sigma_2}{\delta \sigma_1} \tag{1.2}$$

et la direction de chargement en déformation est définie par l'angle θ_{ε} qui s'exprime :

$$R_{\varepsilon} = \tan \theta_{\varepsilon} = \frac{\delta \varepsilon_2}{\delta \varepsilon_1} \tag{1.3}$$

Il est possible de déterminer les directions d'instabilité à partir d'une représentation graphique pertinente du signe du travail du second ordre. La représentation polaire du travail du second ordre normalisé consiste à représenter dans le plan $(\delta\sigma_1, \delta\sigma_2)$ la fonction $r_2(\theta)$ définie par :

$$r_2(\theta) = \frac{W_2(\theta)}{\|\delta\sigma\| \|\delta\varepsilon\|} + 1 \tag{1.4}$$

Dans l'expression le terme représenté par une fraction correspond à la valeur du cosinus de l'angle entre les vecteurs contrainte et déformation. La fonction $r_2(\theta)$ est alors comprise


FIGURE 1.10 – Définition des angles caractérisant les directions de chargement et de réponse.



FIGURE 1.11 – Exemple de représentation du paramètre r_2 (Hadda, 2013) en fonction de l'orientation des contraintes dans le plan de Rendulic de incréments de déformation au cours d'un essai triaxial ($\eta = q/p'$).

entre 0 et 2 et le critère d'annulation du travail du second ordre revient alors simplement à $r_2(\theta) = 1$. Les directions de l'espace pour lesquelles $r_2(\theta) > 1$ sont des directions stables, alors que celles pour lesquelles $r_2(\theta) \leq 1$ correspondent à des directions instables.

La détermination des cônes d'instabilité peut se faire de manière analytique lorsque l'on peut écrire la matrice de rigidité tangente explicitement. Dans les autres cas, il convient d'effectuer une recherche directionnelle par simulation numérique (Gudehus, 1979). Le principe de la recherche directionnelle est d'étudier la réponse incrémentale du matériau en fonction de la direction des incréments de contraintes imposés.

La représentation polaire du travail du second ordre normalisé peut également être faite dans le plan ($\delta \varepsilon_1, \delta \varepsilon_2$). Un exemple de diagramme représentant r_2 dans le repère des déformations incrémentales est donné sur la Figure 1.11. Le cercle en pointillé noir désigne la courbe $r_2 = 1$. On voit apparaître un cône d'instabilité pour $\eta = q/p = 0.44$ pour les directions θ_{ε} comprises entre 120° et 150°.

Le déclenchement de la rupture d'un matériau dépend donc de deux variables : i) l'état

du matériau, qui détermine les bornes supérieures et inférieures du cône d'instabilité et *ii*) la direction du chargement appliqué. La direction du chargement dépend des conditions aux limites appliquées au milieu et des conditions de drainage. L'état du matériau à un instant donné dépend de son état initial et de l'accumulation des déformations irréversibles qu'il a subies au cours de son chargement.

Exemple d'un essai triaxial monotone en conditions non drainées. Considérons un essai triaxial de chargement monotone non drainé. Nous allons nous intéresser au chemin de contrainte suivi par l'échantillon dans le diagramme de Cambridge (p', q) (Figure 1.12). Le chargement étant axisymétrique, le déviateur des contraintes s'exprime $q = \sigma_1 - \sigma_3$ avec σ_1 la contrainte principale majeure (axiale pour un essai en compression) et σ_3 la contrainte principale mineure (latérale pour un essai en compression). Le travail du second ordre s'exprime :

$$W_2 = \delta\sigma_1 \delta\varepsilon_1 + 2\delta\sigma_3 \delta\varepsilon_3 \tag{1.5}$$

i.e.

$$W_2 = \delta q \delta \varepsilon_1 + \delta \sigma_3 \delta \varepsilon_v \tag{1.6}$$

avec $\delta \varepsilon_v = \delta \varepsilon_1 + 2\delta \varepsilon_3$. La condition non drainée impose un cisaillement à volume constant, soit $\delta \varepsilon_v = 0$, d'où :

$$W_2 = \delta q \delta \varepsilon_1 \tag{1.7}$$

En supposant une consolidation préalable isotrope, le point représentatif A de l'état initial est situé sur la droite des abscisses. Lors de la première phase de chargement, le travail du second ordre est positif : le système est stable. Durant cette phase, il y a diminution de la contrainte effective moyenne et augmentation progressive de la surpression interstitielle. Lorsque le système atteint le point B, le déviateur des contraintes atteint un maximum local $(\delta q = 0)$ et il y a annulation du travail du second ordre. Entre B et C, le travail du second ordre est négatif : le matériau s'effondre sur lui-même, les contraintes effectives diminuent et le matériau se réorganise jusqu'à ce que sa microstructure lui permette de retrouver une capacité à résister au chargement appliqué. Le système redevient stable (travail du second ordre positif) et la pression interstitielle se met à diminuer. A partir du point C, les contraintes effectives augmentent à nouveau jusqu'à ce que le critère de rupture soit atteint (point D).

1.4.2 Critères de bifurcation

Lorsque le matériau est soumis à une évolution continue de ses variables internes et de contrôle, la *bifurcation* du système correspond à un changement de nature de la réponse du système.

Critère énergétique. D'après les réflexions du paragraphe précédent, on peut définir le domaine de bifurcation comme étant l'ensemble des états à partir desquels le système peut passer d'un régime quasi-statique à un régime dynamique (Nicot et al., 2012) alors que les paramètres de chargement évoluent continûment. Physiquement, cette transition doit se traduire dans la variation de l'énergie cinétique du système. Ainsi, les limites de ce domaine



FIGURE 1.12 – Représentation d'un essai triaxial non drainé : (a) réponse en contraintes déformations $q - \varepsilon_1$ et (b) chemin des contraintes dans le diagramme de Cambridge q - p'.

peuvent être définies à partir d'une équation exprimant comment l'énergie cinétique varie en fonction des efforts internes et externes :

$$\delta E_c(t) = \int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma - \int_{V} \sigma_{ij} \frac{\partial (\delta u_i)}{\partial x_j} dV$$
(1.8)

où $\delta E_c(t)$ représente la variation de l'énergie cinétique du système à l'instant t. Il peut être intéressant d'exprimer cette relation en fonction de la configuration initiale du système en adoptant un point de vue semi-Lagrangien :

$$\delta E_c(t) = \int_{\Gamma_0} \Pi_{ij} N_j \delta u_i d\Gamma_0 - \int_{V_0} \Pi_{ij} \frac{\partial (\delta u_i)}{\partial X_j} dV_0$$
(1.9)

où $\underline{\Pi}$ représente le tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff du premier type et Γ_0 la frontière du volume initial V_0 (cf. Annexe A). En différentiant l'expression précédente et en appliquant la formule de Green, on obtient (Nicot and Darve, 2007a) l'expression de la dérivée seconde de l'énergie cinétique du système à partir d'un état d'équilibre :

$$\delta^2 E_c(t) = \int_{\Gamma_0} \delta \Pi_{ij} N_j \delta u_i d\Gamma_0 - \int_{V_0} \delta \Pi_{ij} \frac{\partial (\delta u_i)}{\partial X_j} dV_0$$
(1.10)

Ainsi, si l'on considère l'apparition d'une bifurcation comme étant caractérisée par une bouffée d'énergie cinétique ($\delta^2 E_c > 0$) et en définissant le travail du second ordre par la relation :

$$W_2 = \int_{V_0} \delta \Pi_{ij} \frac{\partial (\delta u_i)}{\partial X_j} dV_0$$
(1.11)

on obtient la condition de bifurcation suivante :

$$W_2 < \int_{\Gamma_0} \delta \Pi_{ij} N_j \delta u_i dS_0 \tag{1.12}$$

Dans le cas où il n'y a pas de variation des charges appliquées aux frontières du système, cette condition s'exprime simplement par :

$$W_2 < 0 \tag{1.13}$$

1.5 Application aux lois de comportement incrémentales

Le principe de déterminisme appliqué à l'étude du comportement des matériaux stipule que si l'on applique à un matériau un chemin de sollicitation donné, alors le chemin de réponse est déterminé et unique. L'état de contrainte du matériau à un instant donné dépend donc de son état initial et de toute l'histoire du chargement auquel il a été soumis. Dans le cas de déformations irréversibles, la connaissance de l'état de déformation à un instant donné ne suffit donc pas pour déterminer l'état de contrainte. Une des solutions à ce problème consiste à écrire la loi de comportement sous une forme incrémentale.

1.5.1 Écriture tensorielle

Le principe du déterminisme incrémental consiste à considérer que si l'on applique un incrément de sollicitation au matériau pendant un intervalle de temps δt , l'incrément de déformation résultant $\delta \varepsilon$ est déterminé et unique. Cette définition se traduit mathématiquement par l'existence d'une fonctionnelle $\mathcal{F}_{\mathcal{H}}$ qui vérifie :

$$\mathcal{F}_{\mathcal{H}}\left(\boldsymbol{\delta\varepsilon},\boldsymbol{\delta\sigma},\boldsymbol{\delta t}\right) = 0 \tag{1.14}$$

où $\mathcal{F}_{\mathcal{H}}$ est une fonction dépendant de l'histoire des sollicitations représentée par le paramètre de mémoire \mathcal{H} . Cette relation peut également s'écrire sous une forme tensorielle :

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \mathcal{L}_{ij}(\delta \boldsymbol{\varepsilon}) \tag{1.15}$$

où \mathcal{L} est une fonction tensorielle non linéaire. L'hypothèse de non viscosité permet d'affirmer que \mathcal{L}_{ij} est une fonction homogène d'ordre 1 et l'identité d'Euler implique (Nicot and Darve, 2005a) :

$$\mathcal{L}_{ij}\left(\boldsymbol{\delta\varepsilon}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}_{ij}}{\partial \left(\delta\varepsilon_{kl}\right)} \delta\varepsilon_{kl} \tag{1.16}$$

On peut alors définir un opérateur linéaire tangent \mathbf{L} d'ordre 4 dont les composantes sont définies par :

$$L_{ijkl}\left(\mathbf{v}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}_{ij}}{\partial\left(\delta\varepsilon_{kl}\right)} \tag{1.17}$$

où les composantes du vecteur **v** définissant la direction de l'incrément de déformation sont données par $v_k = \delta \varepsilon_k / \sqrt{\delta \varepsilon_l \delta \varepsilon_l}$. Selon ce formalisme, on peut linéariser la relation précédente sous la forme :

$$\delta\sigma_{ij} = L_{ijkl} \left(\mathbf{v} \right) \delta\varepsilon_{kl} \tag{1.18}$$

Dans l'hypothèse de déformations infinitésimales, le tenseur des déformations est symétrique, et on a $L_{ijkl} = L_{jikl}$ et $L_{ijkl} = L_{ijlk}$.

1.5.2 Écriture matricielle

L'équilibre des moments vérifié en tout point matériel impose la symétrie du tenseur des contraintes. Ainsi, il suffit de six composantes pour décrire les variables internes du matériau : le vecteur des contraintes de composantes $\delta \sigma_{\alpha}$ et le vecteur déformations de composantes $\delta \varepsilon_{\beta}$.

Selon ces notations, la relation incrémentale s'exprime $\delta \sigma_{\alpha} = \mathcal{K}_{\alpha}(\delta \varepsilon_{\beta})$ et on peut alors, de manière analogue à celle précédemment développée, définir la matrice de rigidité tangente **K** relative à un incrément de déformation de direction **v** :

$$K_{\alpha\beta}\left(\mathbf{v}\right) = \frac{\partial \mathcal{K}_{\alpha}}{\partial \left(\delta\varepsilon_{\beta}\right)} \tag{1.19}$$

avec $v_k = \delta \varepsilon_l / \sqrt{\delta \varepsilon_l \delta \varepsilon_k}$. La matrice de rigidité tangente dépend donc de la direction de l'incrément de déformation. Finalement, la loi de comportement incrémentale peut s'écrire sous la forme générale :

$$\delta\sigma_{\alpha} = K_{\alpha\beta} \left(\mathbf{v} \right) \delta\varepsilon_{\beta} \tag{1.20}$$

La dépendance directionnelle de la relation 1.20 caractérise l'aspect incrémentalement non linéaire de toute loi élasto-plastique.

Une zone tensorielle est une partie de l'espace des sollicitations incrémentales dans laquelle la relation constitutive incrémentale est linéaire. Une loi élastique est incrémentalement linéaire et possède une seule zone tensorielle. Une loi élasto-plastique est a minima linéaire par morceaux et possède au minimum deux zones tensorielles : une zone plastique en charge et une zone élastique en décharge. Dans chaque zone tensorielle, l'expression de la matrice de rigidité tangente est unique.

1.5.3 Critère de bifurcation

A partir de la relation matricielle incrémentale 1.20 et de la définition du travail du second ordre, on obtient :

$$W_2 = \delta \sigma_\alpha \delta \varepsilon_\alpha = K_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_\alpha \delta \varepsilon_\beta \tag{1.21}$$

Décomposons alors la matrice \mathbf{K} en une matrice symétrique $\mathbf{K}^{\mathbf{s}} \equiv (\mathbf{K} + {}^{t}\mathbf{K})/2$ et une matrice antisymétrique $\mathbf{K}^{\mathbf{a}} \equiv (\mathbf{K} - {}^{t}\mathbf{K})/2$. On a par définition :

$$K^a_{\alpha\beta}\delta\varepsilon_\alpha\delta\varepsilon_\beta = (K_{\alpha\beta}\delta\varepsilon_\alpha\delta\varepsilon_\beta - K_{\beta\alpha}\delta\varepsilon_\beta\delta\varepsilon_\alpha)/2$$
(1.22)

d'où

$$K^a_{\alpha\beta}\delta\varepsilon_\alpha\delta\varepsilon_\beta = 0 \tag{1.23}$$

Le travail du second ordre s'écrit donc :

$$W_2 = K^s_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_\alpha \delta \varepsilon_\beta \tag{1.24}$$

Le travail du second ordre est donc une forme quadratique dont le signe dépend de la direction du chargement. L'étude du critère de bifurcation nécessite l'étude des propriétés spectrales de la partie symétrique de la matrice de rigidité tangente et le domaine de bifurcation est délimité par une hypersurface définie par la condition suivante :

$$\det \mathbf{K}^{\mathbf{s}} = 0 \tag{1.25}$$

L'annulation du déterminant de $\mathbf{K}^{\mathbf{s}}$ a lieu pour un ensemble de directions de chargement définies par les vecteurs propres associés aux valeurs propres nulles. Ces vecteurs définissent des directions de déformation \mathbf{v} qui vérifient $\mathbf{K}^{\mathbf{s}}\mathbf{v} = 0$: cette relation définit une règle d'écoulement à l'intérieur du domaine de bifurcation. Par ailleurs, on montre que le critère spectral donné par l'équation 1.25 reste valable dans le cas des chargements mixtes pour lesquels les variables de chargement sont contrôlées en contraintes et en déformations (Nicot et al., 2011).



FIGURE 1.13 – Représentation du domaine de bifurcation dans le plan axisymétrique des contraintes de Rendulic obtenu à partir d'essais triaxiaux en compression.

1.5.4 Critère de plasticité

La définition classique de la plasticité consiste à dire que lorsque le seuil de plasticité est atteint, il existe au moins une direction de chargement selon laquelle une déformation incrémentale $||\delta\varepsilon|| \neq 0$ produit une contrainte incrémentale $||\delta\sigma|| = 0$. On a alors :

$$\mathbf{K}\delta\varepsilon = 0\tag{1.26}$$

Cette équation définit la direction de l'écoulement du matériau une fois l'état-limite atteint : c'est la *règle d'écoulement* introduite dans la théorie de la plasticité. Lorsque le matériau atteint le seuil de plasticité, il y a perte d'unicité dans la relation entre les contraintes et les déformation (Nicot and Darve, 2007b). La matrice de rigidité \mathbf{K} devient non inversible, et on a :

$$\det \mathbf{K} = 0 \tag{1.27}$$

Cette équation définit une surface de dimension six et correspond à la *surface limite de charge* du matériau dans la théorie de la plasticité standard.

Dans le cas des matériaux associés, la matrice de rigidité est symétrique. Le critère de plasticité correspond donc au critère de bifurcation. En revanche, dans le cas de matériaux non-associés (ce qui est le cas de la plupart des géomatériaux), la matrice de rigidité n'est pas symétrique. Le théorème de Bromwich (Willam and Iordache, 2001) établit alors que :

$$\det \mathbf{K}^s < \det \mathbf{K} \tag{1.28}$$

ce qui démontre que det $\mathbf{K} = 0 \Rightarrow \det \mathbf{K}^{s} < 0$. Le domaine de plasticité est donc inclus dans le domaine de bifurcation.

1.5.5 Domaine de bifurcation

L'ensemble des états pour lequel une bifurcation est possible est appelé domaine de bifurcation. Le domaine de bifurcation est généralement représenté dans l'espace des contraintes



FIGURE 1.14 – Représentation du domaine de bifurcation dans le plan axisymétrique des contraintes et des cônes de directions instables (en rouge) dans le cas d'une sable (a) dense ou (b) lâche (Darve et al., 2004)

sous la forme d'un domaine conique dont la borne supérieure correspond à la surface limite plastique det K = 0 et dont la borne inférieure est donnée par le critère de bifurcation det $\mathbf{K}^s = 0$ (Fig. 1.13).

Dans le cas général, on ne peut pas déterminer l'expression analytique de la matrice de rigidité pour un chargement quelconque. La détermination du domaine de bifurcation nécessite donc la réalisation de simulations numériques dont les résultats ne sont pas valables en dehors des chemins de sollicitation considérés. Darve et al. (2004) ont par exemple déterminé les limites du domaine de bifurcation dans l'espace des contraintes à partir d'une recherche directionnelle fondée sur l'utilisation d'une loi incrémentalement non linéaire calibrée sur le comportement observé d'échantillons de sables d'Hostun lâches et denses sollicités en extension et en compression (Fig. 1.14). Les états de contrainte appartenant au domaine de bifurcation du travail du second ordre .

1.5.6 Critère de localisation

L'expérience montre que certains modes de rupture se produisent avant que le critère de plasticité ne soit atteint dans tout le volume de l'échantillon. Ces modes de rupture sont caractérisés par une perte d'homogénéité de l'échantillon. La déformation du matériau initialement homogène se concentre alors dans une ou plusieurs bandes de cisaillement (Desrues and Viggiani, 2004; Desrues and Ando, 2015). Pour décrire ce phénomène, les conditions de localisation des déformations selon une bande de cisaillement à partir d'un état initial homogène peuvent être établies (Rudnicki and Rice, 1975; Rice, 1976).

Condition de localisation. Considérons un échantillon composé de deux zones : une zone homogène au sein de laquelle la déformation incrémentale est donnée par $\delta \varepsilon_{ij}^h$ et une bande de cisaillement dans laquelle la déformation incrémentale est donnée par $\delta \varepsilon_{ij}^b$ (Fig. 1.15). On



FIGURE 1.15 – Schéma de localisation dans les milieux granulaires : (a) distribution de porosité mesurée par tomographie à rayon-X au cours d'un essai triaxial drainé (Desrues and Ando, 2015) et (b) définition des grandeurs intervenant dans le critère de localisation (Rudnicki and Rice, 1975)

peut montrer que la relation entre ces champs de déformations incrémentales s'exprime en fonction du gradient des incréments de déformation g projeté sur la normale à la discontinuité n (Rice, 1976) :

$$\delta \varepsilon_{kl}^b = \delta \varepsilon_{kl}^h + g_k n_l \tag{1.29}$$

D'autre part, la condition de continuité des incréments de contraintes à l'interface de la bande s'exprime (Nicot and Darve, 2011b) :

$$\delta\sigma^b_{ij}n_j = \delta\sigma^h_{ij}n_j \tag{1.30}$$

En supposant la relation tensorielle décrite par l'équation 1.18, la relation précédente devient :

$$L_{ijkl}\delta\varepsilon^b_{kl}n_j = L_{ijkl}\delta\varepsilon^h_{kl}n_j \tag{1.31}$$

i.e.

$$L_{ijkl}\left(\delta\varepsilon_{kl}^{h}n_{j} + g_{k}n_{l}\right) = L_{ijkl}\delta\varepsilon_{kl}^{h}n_{j}$$
(1.32)

d'où

$$L_{ijkl}n_lg_k = 0 \tag{1.33}$$

ou encore

$$\left(n_i L_{ijkl} n_l\right) g_k = 0 \tag{1.34}$$

Trouver les directions pour lesquelles la relation 1.34 est vérifiée revient à étudier les propriétés spectrales du tenseur nLn, appelé tenseur acoustique¹. La condition de localisation devient :

$$\det({}^{t}\boldsymbol{n}\mathbf{L}\boldsymbol{n}) = 0 \tag{1.35}$$

^{1.} Cette dénomination est héritée du cadre théorique de l'étude des ondes élastiques dans un milieu homogène. Les valeurs propres du tenseur nLn divisées par la densité du matériau correspondent au carré de la célérité des ondes de propagation dans la direction n. L'annulation du déterminant de nLn correspond à l'apparition d'ondes stationnaires qui témoignent d'une localisation des déformations élastiques dans le milieu.

Orientation des bandes de cisaillement. L'orientation des bandes de localisation des déformations sont données par leurs normales **n**. Notons η l'angle que fait la bande de cisaillement avec la direction de la contrainte principale (Fig. 1.15b). Les données expérimentales (Arthur et al., 1977; Scarpelli and Wood, 1982) montrent que l'orientation des bandes de cisaillement varie entre deux valeurs limites :

$$\eta_C = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \tag{1.36}$$

 et

$$\eta_R = \frac{\pi}{4} - \frac{\psi}{2} \tag{1.37}$$

où φ est l'angle de frottement interne du matériau et ψ son angle de dilatance. Ces limites ont fait l'objet de justifications théoriques (Roscoe, 1970; Arthur and Dunstan, 1982; Vermeer, 1990). Il a par ailleurs été observé que les angles d'orientation des bandes de cisaillement dépendent de la dimension des grains (Vermeer, 1990). L'orientation des bandes de cisaillement dans les sols fins a tendance à se rapprocher de η_C alors que les sols plus grossiers ont tendance à développer des bandes de cisaillement dans une direction proche de η_R . Pour une roche granulaire, sollicitée à des niveaux de contraintes très élevés, l'inclinaison des bandes de cisaillement dépend directement de la pression de confinement (Papamichos et al., 1998).

Localisation et domaine de bifurcation. Il est intéressant de noter que la condition de localisation vérifie le critère d'annulation du travail du second ordre. En effet, supposons qu'il existe des vecteurs n et g tels que la relation 1.34 est vérifiée. On en déduit (Nicot and Darve, 2011b) :

$$g_j \left(n_i L_{ijkl} n_l \right) g_k = 0 \tag{1.38}$$

En rappelant que l'incrément de déformation est défini par $\delta \varepsilon_{ij} = (n_i g_j + n_j g_i)/2$ (Bigoni and Hueckel, 1991), le travail du second ordre s'exprime :

$$W_2 = \delta \varepsilon_{ij} \delta \sigma_{ij} = \delta \varepsilon_{ij} L_{ijkl} \delta \varepsilon_{kl} = \frac{1}{4} \left(n_i g_j + n_j g_i \right) L_{ijkl} \left(n_k g_l + n_l g_k \right)$$
(1.39)

Grâce aux symétries mineures du tenseur constitutif, on obtient :

$$W_2 = g_j(n_i L_{ijkl} n_l) g_k \tag{1.40}$$

La vérification de la condition de localisation 1.34 implique donc nécessairement la condition d'annulation du travail du second ordre. Cela démontre que la vérification de la condition de localisation implique l'appartenance au domaine de bifurcation.

Chapitre 2

Le mécanisme de liquéfaction

2.1 Identification du mécanisme

Historique. Ishihara (1993) suggère que le terme de *"liquéfaction"* soit à attribuer à Terzaghi and Peck (1948) qui l'avaient utilisé pour décrire le changement soudain de dépôts de sable de l'état solide à l'état liquide sous l'effet d'une légère perturbation. Cependant, le terme "liquéfié" a été employé pour la première fois dans le domaine de la mécanique des sols par Hazen (1920) pour décrire la rupture du barrage de Calaveras (Californie) survenue en 1918 : "Si la pression interstitielle est assez élevée pour reprendre la totalité de la charge appliquée. cela aura pour effet de séparer les grains et de créer une situation pratiquement équivalente à celle d'un sable mouvant... la déformation initiale d'une partie du matériau pourrait conduire à une accumulation de pression et à la liquéfaction du matériau qui se propagerait de proche en proche aux points du voisinage". Il est alors le premier à faire le lien entre le mécanisme de liquéfaction, les pressions interstitielles et les contrainte effectives. Jefferies and Been (2016) font référence au Colonel Lynman (US Army Corps of Engineering) qui, à la fin des années 1930, aurait procédé à la densification du matériau de remblai du barrage de Franklin Falls afin de se prémunir d'une rupture par liquéfaction en se référant au concept d'indice des vides critique proposé par Casagrande (1936). Enfin, dans une intervention dédiée aux glissements sous-marins, Koppejan et al. (1948) rapporte le cas de rupture de talus par liquéfaction survenue en 1918 au voisinage d'un pont ferroviaire dont le déclenchement est attribué aux vibrations induites par le passage des trains.

Liquéfaction en conditions partiellement drainées. Dans la nature, les matériaux granulaires sont le plus souvent soumis à des conditions de drainage partiel. Dans ce cas, un matériau granulaire dense aura tendance à se dilater et à aspirer l'eau, ce qui augmentera les contraintes effectives dans le milieu. Un matériau granulaire lâche aura quant à lui tendance à se contracter et à expulser l'eau. Un écoulement vertical relatif entre le fluide et les grains vient alors diminuer la contrainte effective du milieu. Les grains peuvent se retrouver en suspension et les contraintes effectives s'annuler. Le comportement du matériau est donc celui du fluide interstitiel et on dit que le matériau est *liquéfié*. L'annulation des contraintes effectives est temporaire (et très rapide dans le cas où le fluide interstitiel est l'air). Le matériau retrouve une résistance au cisaillement après le drainage du fluide interstitiel.

Le mécanisme de liquéfaction en condition de drainage partiel a été mis en évidence



FIGURE 2.1 – Photographies de la mise en mouvement de la pente dans les cas lâche (a) et dense (b) tirées des films des expérimentations réalisées par Iverson et al. (1997) - source http://pubs.usgs.gov

expérimentalement en semi-grandeur (Iverson et al., 1997; Iverson, 2000; Iverson et al., 2000). L'expérimentation consistait à construire une même pente avec un sable préparé dans un état dense (e=0.69) et dans un état lâche (e=1.08). La pente faisait un angle de 31° avec l'horizontale, avait une hauteur d'environ 3 m. Le matériau était disposé sur une épaisseur de 40 cm et était stabilisé par une butée de pied. Des pressions interstitielles étaient introduites dans la pente par aspersion jusqu'à ce que la pente se mette à s'écouler. Dans le cas dense, il a été observé que la mise en mouvement de la masse était lente et s'effectuait par à-coups. Dans le cas lâche, la mise en mouvement donnait lieu à une accélération soudaine et très rapide où toute la masse dévalait la pente comme un fluide.

Le plus souvent, il est considéré que le déclenchement de la liquéfaction est suffisamment rapide pour se faire en conditions non drainées. Cette hypothèse simplificatrice est justifiée par le fait qu'à l'échelle d'un ouvrage ou d'une pente naturelle, la cinétique d'évacuation de l'eau du milieu est bien plus lente que celle du réarrangement des grains. On associe donc généralement le mécanisme de liquéfaction à un chargement en conditions drainées.

Liquéfaction en conditions non drainées. En conditions non drainées, le chargement d'un matériau contractant s'accompagne d'une diminution des contraintes effectives due à l'effondrement des chaines de forces. Si les déformations imposées au milieu conduisent à l'extinction des chaines de forces, les contraintes effectives s'annulent. Le comportement du milieu granulaire est proche de celui du fluide interstitiel¹ : c'est la *liquéfaction* (Fig. 2.2).

Le schéma de principe de la liquéfaction d'un matériau granulaire sous l'effet d'un cisaillement simple en conditions non drainées est donné en Figure 2.2. La structure initiale est volontairement choisie pour être très contractante. La déformation engendrée par le cisaillement conduit à une déstabilisation puis un effondrement complet de la structure granulaire. Les grains sont mis en suspension puis sédimentent au fond de l'échantillon sous l'effet de la gravité. Dès la phase de déstabilisation, la contrainte totale appliquée au milieu est intégralement reprise par le fluide et on a $u = \sigma_0$. La contrainte effective est alors nulle et le

^{1.} La présence des grains induit certainement une viscosité additionnelle.



FIGURE 2.2 – Différentes étapes de la liquéfaction d'un sol sous l'effet cisaillement simple en conditions non drainées (déformation à volume constant). (a) Etat initial, (b) déstabilisation de l'assemblage granulaire et mis en suspension des grains et (c) sédimentation des grains sous l'effet de la gravité.

comportement du matériau est proche de celui du fluide interstitiel : le matériau est liquéfié.

Liquéfaction cyclique. La liquéfaction cyclique est déclenchée par l'accumulation de déformations irréversibles de la structure granulaire au cours des cycles de charge-décharge. Les effets de ce mécanisme ont été observés dans la plupart des séismes importants sous la forme de perte de portance des fondations de bâtiments, de fondations de ponts ou du terrain naturel, d'étalement latéral de remblais, de remontée de canalisation ou de volcans de sable, etc. (Fig. 2.3). Depuis le séisme de Niigata (1964), dont le coût des dommages estimés à un milliard de dollars a été très majoritairement dû à la liquéfaction des sols, des efforts considérables ont été déployés pour étudier le mécanisme de liquéfaction des sols sous sollicitations dynamiques. On trouve donc dans la littérature de nombreux exemples de rupture d'ouvrages par liquéfaction sous sollicitations dynamiques (Seed et al., 1969, 1975; Ishihara, 1984; Youd and Bennett, 1983) et une grande quantité de travaux sur le comportement des sables soumis à des essais triaxiaux cycliques non drainés (Seed and Lee, 1966; Seed, 1979). Les travaux menés par Talaganov (1996) méritent d'être cités dans la mesure où ils sont les premiers à reproduire expérimentalement le mécanisme de liquéfaction cyclique sur des échantillons de sables soumis à un cisaillement à volume constant en conditions sèches.

Il existe par ailleurs des méthodes empiriques d'évaluation du risque de liquéfaction performantes basées sur des résultats d'essais in situ (Youd and Idriss, 2001; Serratrice, 2013).

Liquéfaction statique. Ce terme désigne les cas où la liquéfaction est déclenchée en condition de chargement constant ou monotone. Les mécanismes menant à la liquéfaction statique et cyclique sont vraisemblablement analogues. La différence provient essentiellement des conditions d'accumulation des déformations irréversibles menant au déclenchement du mécanisme. Nous pouvons donc focaliser notre analyse sur le mécanisme de liquéfaction



FIGURE 2.3 – Exemples d'effets de la liquéfaction sismique des sols : (a-b) effondrement de bâtiments du pont de Showa lors du séisme de Niigata (Japon, 1964), (c) rupture d'un remblai routier par étalement latéral (Alaska, 1964), (d) remontée de canalisation lors du séisme de Tohoku (Japon, 2011) et (e-f) volcans de sables et engloutissement d'une voiture dans le terrain naturel lors du séisme de Canterbury (Nouvelle Zélande, 2011).

statique sous chargement monotone et les conclusions qui en seront tirées permettront de progresser dans notre compréhension du mécanisme de liquéfaction cyclique.

Il est à noter que Robertson (2010) a développé une méthode in situ permettant d'évaluer la *susceptibilité* des sols à la liquéfaction statique à partir des résultats d'essais de pénétration au cône. Le critère de susceptibilité est à la fois fondé sur *i*) la corrélation entre les mesures de résistance de pointe et de frottement latéral et les propriétés de dilatance et de contractance des matériaux, *ii*) un retour d'expérience sur une trentaine de cas de liquéfaction tirés de la littérature. Il est intéressant de constater que cette approche présente une grande analogie avec la méthode d'évaluation du potentiel de liquéfaction sous séisme.

2.2 Exemples de ruptures d'ouvrages par liquéfaction statique

Les cas documentés de rupture par liquéfaction statique sont peu nombreux dans la littérature. Les cas recensés concernent principalement des barrages, des digues et des pentes sous-marines (Table 2.1). Nous présentons ici trois exemples de rupture par liquéfaction statique tirés de la littérature. D'autres exemples sont fournis en Annexe A.

2.2.1 Barrage de Fort Peck, Etats-Unis (1938)

La rupture du barrage de Fort Peck a fait l'objet de nombreuses publications (USACE, 1939). Cet ouvrage barre la rivière Missouri au nord-est de l'état du Montana. Il s'agit d'un barrage réalisé par remblaiement hydraulique ayant une hauteur de 76,3m au-dessus de l'ancien lit de la rivière et une longueur en crête égale à 3224 m. Le volume total de la retenue est de l'ordre de 24 000 Mm³. La construction du barrage, débutée en octobre 1934, était presque achevée le 22 septembre 1938. La hauteur du barrage atteignait 62,8m lorsqu'un glissement du talus amont d'un volume compris entre 4 et 8 millions de mètres cubes s'est déclenché. La masse de sol s'est répandue en amont du barrage sur une distance comprise entre 365 et 460 m, provoquant un affaissement maximum de la crête de l'ordre de 40 m (Fig. 2.4).

Le scénario ayant conduit à la rupture semble avoir été initié par un glissement du talus le long de lits argileux. Ce glissement a provoqué un tassement de la crête et des déformations au sein du remblai sableux. Lorsque les déformations ont atteint une valeur critique, le sable constitutif du remblai s'est liquéfié, provoquant alors une rupture rapide de l'ouvrage. Dans la zone liquéfiée, le remblai était constitué de sables silteux fins ayant un diamètre médian D_{50} compris entre 0,06 et 0,20 mm et une teneur en fines $FC \approx 55\%$.

2.2.2 Barrage de stériles miniers de Merriespruit, Afrique du Sud (1994)

En 1994, le barrage de stériles de la mine d'or de Merriepruit (31 m de hauteur) s'est rompu, causant la mort de 17 personnes. Alors que les stériles issus des quartzites de Witwatersrand étaient réputés avoir un comportement fortement dilatant (Blight, 1998) et que le mode de dépôt était supposé favoriser leur consolidation, la liquéfaction de 600 000 m³

	Références bibliographiques	Andresen and Bjerrum (1968)	Koppejan et al. (1948)	Bjerrum (1971)	Olson et al. (2000)	Hazen $(1918, 1920)$	Andresen and Bjerrum (1968)	USACE (1939)	Bishop (1969)	Bishop (1969)	Seed et al. (1988)	Sladen et al. (1985)	Ekstrom and Olofsson (1985)	Kraft et al. (1992)	Hryciw et al. (1990)	Emdal and Janbu (1996)	Chillaridge et al. (1997)	Fourie et al. (2001)	Fourie et al. (2001)
n eneer eanhripie errorigitatioe enoe ri	Cause apparente	Marée basse	Marée basse	I	Premier remplissage	Construction	Construction	Construction	Précipitations (érosion du pieds)	Construction	Tsunami	Construction	Vibrations	Travaux de dragage	Vibrations	Marée basse	Marée basse (désaturation gazeuse)	Précipitations et surverse	Suffusion et vibrations
na nd na hunce har uductaring	Ouvrage	Pente sous-marine	Pente sous-marine	Pente sous-marine	Barrage en remblais	Barrage de Calaveras	Pente sous-marine	Barrage en remblai	Terril minier	Terril minier	Pente sous-marine	Remblai sous-marin	Remblai routier	Pente sous-marine	Remblai routier	Pente sous-marine	Pente sous-marine	Barrage de stériles miniers	Barrage en remblai
	Site	Port de Trondheim, 1888	Vlietpolder, 1889	Port de Trondheim, 1950	Wachusett (USA), 1907	Calaveras, 1918	Port d'Helsinki, 1936	Fort Peck, 1938	Aberfan, 1966	Tar Island, 1974	Aéroport de Nice, 1979	Nerlerk, 1982	Asele road, 1983	Puget Sound, 1985	Lac Ackermann, 1987	Lade, 1990	Delta de la rivière Fraser, 1985	Merriespruit, 1994	Dychow, 1997

Exemples de mutures par liquéfaction sous sollicitations statiques issus de la littérature. TARLE 2.1 -







FIGURE 2.4 – Barrage de Fort Peck : (a) vue aérienne du barrage après rupture et (b) coupe transversale (Olson et al., 2000).

et leur écoulement sur plus de 3 km a été une grande surprise pour la communauté des géotechniciens d'Afrique du Sud (Fig. 2.5).

Les investigations post-rupture ont montré que, suite à un épisode pluvieux intense (30 à 55 mm en 30 minutes), une surverse du barrage a eu lieu au droit de la brèche pendant 1 à 2 h avant la rupture de l'ouvrage (Fourie et al., 2001; Fourie and Papageorgiou, 2001). Il a été montré que l'absence de contrôle lors des opérations de dépôt a conduit à la mise en place d'un grand volume de matériaux ayant des indices de vide *in situ* élevés et une proportion de particules fines importante leur conférant un comportement contractant. Ce comportement est visible sur les diagraphies réalisées au piézocône (Fig. 2.5c) : alors que la résistance de pointe est de l'ordre de $q_c = 500$ kPa et varie très peu avec la profondeur, la surpression interstitielle croît avec la profondeur pour atteindre près de $u_2 = 400$ kPa à 15 m de profondeur. L'érosion du talus aval et de son pied ont provoqué un relèvement local des pentes du talus et ainsi généré une augmentation des contraintes de cisaillement, un déconfinement d'un matériau saturé et conduit à sa liquéfaction.

2.2.3 Barrage de Dychow, Pologne (1997)

Le barrage hydro-électrique de Dychow est un barrage en remblai construit en 1936 au pied d'un versant naturel de la vallée de la Bohr. Les conditions géotechniques du site sont particulièrement complexes en raison de la morphogénèse de la fondation et des différents travaux de réparation et confortement que le barrage a subi depuis sa construction. La fondation est essentiellement sableuse avec quelques couches argileuses. Des fosses d'érosion remplies de matériaux grossiers, en plus de blocs morainiques, créent des cheminements d'infiltration d'eau préférentiels. Le corps du remblai était constitué de sables (Fig. 2.6).

En avril 1997, une rupture soudaine se produit. Une dizaine de milliers de mètres cube de sable et de boue percutent l'usine hydro-électrique située en aval côté rive gauche. Des blocs de sables non saturés sont projetés contre les murs de l'usine tandis que les sols saturés plus en profondeur s'écoulent le long du bâtiment et se déposent en contre-bas avec une pente de l'ordre de 8-10°.

Une campagne d'investigation géotechnique a permis d'attribuer la cause de la rupture au mécanisme de liquéfaction statique de zones de sables lâches (densité relative I_D comprise entre 14 et 22%) situés en-dessous de la surface piézométrique (Dluzewski, 1998). Peu de temps avant l'accident, une campagne d'injection ayant pour but de diminuer les débits de fuite de l'ouvrage et le dépôt de sable dans le système de drainage avait eu pour conséquence une augmentation de la piézométrie dans le remblai. L'érosion interne par suffusion avait alors provoqué une diminution de la densité de la fondation et produit des tassements différentiels en crête de l'ouvrage. La rupture a lieu quelques secondes après le passage d'un convoi lourd en crête du barrage. La surcharge, les vibrations et le choc produit par le passage du convoi sur une "marche" créée par les tassements différentiels ont vraisemblablement été les éléments déclencheurs de la liquéfaction du remblai.

2.2.4 Synthèse

L'analyse des cas d'ouvrages hydrauliques ayant subi une rupture par liquéfaction statique permet de tirer les premières conclusions suivantes :



(a) Dynamic pore pressure (kPa) INITIA 300 100 200 400 100 ō 1. Berms overtop after thunderstorm 2.Loose tailings infill to earlier failures on lower slope erodes 2 3. Tailings buttress starts to fail 4. Pool commences overtopping and erodes slopes and buttress Pore pressure 5. Unstable lower slope fails and failed material is washed away a) CRITICAL SECTION OF NORTH WALL DURING EARLY STAGES OF 6 Depth (m) FAILURE 10 12 14 1. Lower slopes fail and are washed away Cone resistance 2. Domino effect of local slope failures which are washed or flow away 16 3. Major slope failures with massive flow of liquid tailings 2 4 6 Cone resistance (MPa) 0 8 b) CRITICAL SECTION OF NORTH WALL DURING FAILURE (b) (c)

FIGURE 2.5 – Barrage stériles miniers de Merriespruit : (a) photo aérienne du barrage de Merriespruit après rupture, (b) scénario de rupture et (c) exemple de piézocône réalisé dans les stériles (Fourie et al., 2001).



(b)

FIGURE 2.6 – Barrage en remblai de Dychow : (a) photo de l'usine hydro-électrique située en aval de l'ouvrage après rupture, (b) coupe géotechnique de l'ouvrage (Fry and Courivaud, 2013).

1	1 ()	/				
Site	Type de sol	$D_{50} (\mathrm{mm})$	FC $(\%)$	$N_{1,60}$	q_c MPa	D_R (%)
Barrage de Wachusett	Sables	0.42	5-10	7	3.5	30-40
Barrage de Calaveras	Sables silteux	> 0.10	30	8	5.5	35
Barrage de Fort Peck	Sables fins silteux	0.06 - 0.20	55	8	3.4	40-50
Barrage de Van Norman	Sables fins	0.075	50	11.5	4.7	40-50
Digue d'Asele Road	Sables silteux	0.30	30	7	4.0	50 - 60
Berge du lac Ackerman	\mathbf{Sables}	0.40	0	3	1.9	0
Barrage de Merriespruit	Stériles miniers	-	-	-	0.5	15 - 25
Barrage de Dychow	Sables	-	-	-	-	14-22

TABLE 2.2 – Synthèse des caractéristiques des sols constitutifs de barrages et digues ayant subi une liquéfaction statique (Olson et al., 2000)

— le déclenchement de la liquéfaction peut être produit par un chargement mécanique (chargement monotone, vibrations, perturbations, ...) ou hydraulique (surpression interstitielle ou forces d'écoulement interne),

- la liquéfaction ne concerne la plupart du temps qu'un volume de sol limité,
- à l'échelle d'un ouvrage, le mécanisme de liquéfaction intervient dans le cadre d'un scénario de rupture constitué par l'enchaînement de plusieurs mécanismes (érosion par surverse, érosion interne,...),

— la liquéfaction statique concerne les sables et sables silteux saturés dont le diamètre médian varie entre $0.10~\rm{mm}$ et $0.40~\rm{mm}$

 — la densité relative des sols liquéfiés varie entre 0 et 60% et semble corrélée à la teneur en particules fines : plus la teneur en fines est élevée, plus la densité relative est élevée (Tab. 2.2).

2.3 Étude de la liquéfaction en laboratoire

L'étude des conditions de déclenchement du mécanisme de liquéfaction a été l'occasion d'une somme importante de travaux expérimentaux à l'échelle du VER. L'étude expérimentale de la liquéfaction s'appuie très majoritairement sur la réalisation d'essais triaxiaux. Ce dispositif a l'avantage de permettre un contrôle direct de l'orientation et de l'intensité des contraintes principales qui se développent dans le matériau.

2.3.1 Mise en évidence du mécanisme

Les premiers travaux qui ont mis en évidence le mécanisme de liquéfaction en laboratoire ont été réalisés par Bjerrum et al. (1961) dans le cadre de l'étude de glissements observés dans les fjords situés sur la côte ouest de la Norvège. Leur étude a consisté à réaliser des essais triaxiaux drainés et non drainés sur des sables fins préparés à différentes densités. Ils ont observé une diminution importante de l'angle de frottement mobilisable lorsque la porosité des échantillons dépassait 0.44. En conditions non drainées, ils ont observé pour des sables très lâches une forte augmentation de la pression interstitielle ainsi que des angles de frottement mobilisable aussi faibles que 11°. Les travaux de Castro (1969) ont établi les fondements de l'étude expérimentale de la liquéfaction sur lesquels tous les travaux ultérieurs se sont appuyés. Sur la base d'essais triaxiaux non drainés pilotés en contraintes sur le sable appelé "Banding sand" ($D_{50}=0.11-0.18 \text{ mm}$), l'auteur a montré que les états résiduels, i.e. les états appelés steady states, se répartissent autour d'une ligne dans le plan (p',e). Cette ligne, qu'il note F, est appelée steady state line (SSL). L'auteur a également identifié trois types de réponse (Fig. 2.7) :

- (a) Liquéfaction. La courbe du déviateur de contrainte présente un pic suivi d'une réduction brutale et très marquée de la résistance jusqu'à atteindre un état résiduel. La pression interstitielle augmente de manière monotone et atteint une valeur maximale proche de la contrainte de consolidation au moment où le matériau atteint l'état résiduel. Le matériau se déforme alors à volume, pression interstitielle et résistance au cisaillement constants. Ce type de comportement est observé pour des sables lâches saturés.
- (b) Liquéfaction limitée. La résistance au cisaillement augmente jusqu'à atteindre un pic, subit une baisse limitée puis augmente à nouveau pour de grandes déformations. Dans le plan des contraintes (p',q), le chemin de contraintes est caractérisé dans un premier temps par une diminution de p'. L'état du matériau atteint des valeurs minimales de p' et q, puis les contraintes effectives augmentent à nouveau en remontant le long de la droite de Coulomb. Le point de rebroussement correspond à l'état de transformation de phase défini par Ishihara et al. (1975). Pour ce type de comportement, la pression interstitielle augmente moins que dans le cas précédent et se stabilise autour de sa valeur à l'état caractéristique. Elle baisse ensuite légèrement lors de la remontée le long de la droite de rupture.
- (c) Pas de liquéfaction. La résistance au cisaillement augmente de manière monotone tout au long du chargement jusqu'à la rupture de l'échantillon. La courbe du déviateur de contrainte présente cependant un point d'inflexion aux petites déformation correspondant à un maximum de la pression interstitielle. La pression interstitielle diminue ensuite jusqu'à s'annuler. Ce comportement est généralement est observé pour des sables denses.

Ces trois types de réponse ont été associés à 3 régions dans le plan (p', e) délimitées par deux lignes notées P et L (Fig. 2.8). La ligne L constitue la limite inférieure de la zone de liquéfaction : si l'état initial de l'échantillon est situé au-dessus de cette ligne le matériau développera un comportement de type (a). La ligne P constitue la limite inférieure de la zone de liquéfaction limitée : si l'état initial de l'échantillon est situé en-dessous de cette ligne le matériau développera un comportement de type (c). Si l'état initial de l'échantillon est compris entre ces deux limites, le matériau développera un comportement de type (b).

D'autres chercheurs (Alarcon-Guzman et al., 1988; Konrad, 1990) ont cependant montré que, pour un même indice des vides, la résistance au cisaillement non drainée à l'état permanent de déformation pouvait varier pour une même contrainte de consolidation. Konrad (1990) suggère alors l'existence d'une limite supérieure UF et inférieure LF de la résistance non drainée à l'état permanent de déformation, la courbe F étant située entre ces deux limites. Une approche analogue dans le cas drainé a été proposée par Mooney et al. (1998).



FIGURE 2.7 – Types de comportements observés au cours d'essais triaxiaux non drainés sur le sable "Banding sand" (Castro, 1969).



FIGURE 2.8 – Définition (a) de la ligne F représentant l'ensemble des états permanents de déformation et des lignes L et P délimitant les différentes zones de comportements, (b) les lignes UF et LF constituant les limites supérieures et inférieures de la ligne F (Konrad, 1990).



FIGURE 2.9 – Essai de compression triaxiale non drainé réalisé sur des échantillons de sables de Toyoura préparés par damage humide pour une même contrainte de confinement $p_c=490$ kPa (Yoshimine and Ishihara, 1998).

2.3.2 Influence de l'indice des vides initial

Le comportement mécanique des sables est gouverné par ses propriétés contractantes ou dilatantes. Elles sont déterminées par l'arrangement des grains entre eux. L'influence déterminante de la densité initiale du milieu a été établie par de nombreuses études expérimentales réalisées sur une grande variété de sables (Castro, 1969; Sladen et al., 1985; Alarcon-Guzman et al., 1988; Kramer and Seed, 1988; Konrad, 1990; Yamamuro and Lade, 1997; Zlatovic and Ishihara, 1997; Yoshimine and Ishihara, 1998). La Figure 2.9 illustre l'influence de l'indice des vides initial qui a été étudiée sur la base d'essais triaxiaux consolidés non drainés réalisés sur le sable de Toyoura ($D_{50}=0.20 \text{ mm}$). Pour des sables très lâches (e=0.930), le chargement conduit à une liquéfaction complète de l'échantillon. Pour des échantillon lâches (e=0.910-0.901), le comportement est de type "liquéfaction". A mesure que l'indice des vides diminue, la réponse du matériau passe du type "liquéfaction limitée" (e=0.883-0.868) au comportement purement dilatant (e=0.881-0.762). La propriété de dépendance du comportement avec la densité du matériau s'appelle la pyknotropie.

2.3.3 Influence de la pression de consolidation

Pour une densité donnée, une augmentation de la contrainte moyenne de consolidation a pour effet de faire apparaître ou d'accentuer le pic du déviateur de contraintes. Ce phénomène, illustré sur la Figure 2.10, a été exploré par de nombreux auteurs (Alarcon-Guzman et al., 1988; Kramer and Seed, 1988; Konrad, 1990; Vaid and Thomas, 1995; Vaid and Sivathayalan, 1996; Yamamuro and Lade, 1997). On y observe qu'à contrainte moyenne de consolidation faible à moyenne ($p'_c=100$ -1000 kPa) l'augmentation du déviateur des contraintes est continue alors qu'à forte pression de consolidation ($p'_c=2000$ -3000 kPa), la réponse du matériau est caractérisée par un pic du déviateur des contraintes suivi d'un adoucissement, à l'image des comportements de type "liquéfaction limitée".

Sur la base d'essais triaxiaux non drainés réalisés sur du sable d'Hostun RF, Gay et al. (2003) ont montré que pour les contraintes moyennes de consolidation très faibles ($p'_c < 20$



FIGURE 2.10 – Essai de compression triaxiale non drainé réalisé sur des échantillons de sables de Toyoura préparés par damage humide pour un même indice des vides initial e=0.833 (Yoshimine and Ishihara, 1998).



FIGURE 2.11 – Variation des directions principales de chargement le long d'une surface de rupture (Uthayakumar and Vaid, 1998).

kPa), on observait une augmentation sensible de l'angle de frottement mobilisable au pic de déviateur. Une diminution de l'ordre de 5° à 7° de l'angle de frottement mobilisable au pic était observée lorsque la contrainte de confinement variait de 5 à 20 kPa. Au-delà de 20 kPa, la diminution de l'angle de frottement était moins marquée. La propriété de dépendance du comportement avec la pression de confinement s'appelle la barotropie.

2.3.4 Influence de l'histoire de chargement

Considérons le cas d'un glissement de terrain dont la surface de rupture a une forme circulaire (Fig. 2.11). En partie supérieure, le mode de chargement se rapproche de celui d'un essai triaxial en compression. Au niveau de son point bas, où la surface de rupture est horizontale, le matériau est soumis à un cisaillement simple. Enfin, dans la partie où la surface de rupture remonte vers la surface en pied de pente, le mode de sollicitation du matériau se rapproche de celui d'un essai triaxial en extension. Ainsi, le long d'une surface de rupture, l'état de contrainte initial du matériau n'est pas isotrope et les chemins de sollicitation sont hétérogènes.

Déviateur initial. Di Prisco et al. (1995) ont étudié les conditions d'instabilité spontanée d'une pente en réalisant une série d'essais triaxiaux sur le sable d'Hostun RF. Les résultats obtenus montrent que le rapport des contraintes q/p au pic de q est influencé par l'histoire du chargement. En particulier, ils montrent qu'une anisotropie de contraintes initiale ($K_c = \sigma'_{3c}/\sigma'_{1c} < 1$) augmente le rapport q/p au pic de q. Ces analyses rejoignent les observations expérimentales faites notamment par Sladen et al. (1985).

En étudiant l'influence du déviateur initial sur la réponse non drainée des sables, Vaid and Sivathayalan (2000) ont montré que les densités relatives initiales que l'on peut atteindre dépendent du rapport des contraintes initial K_c . Leurs résultats suggèrent que l'augmentation de K_c permet d'atteindre la liquéfaction pour des valeurs plus fortes de densité relative. D'autres études sont venues confirmer la grande influence de K_c sur l'état de contrainte auquel la liquéfaction se déclenche (Vaid and Thomas, 1995; Fourie and Tshabalala, 2005; Fing and Dubujet, 2006).

Mode de sollicitation. Vaid et al. (1990) ont étudié l'effet du chemin de sollicitation sur la ligne d'état permanent de déformation d'un sable liquéfiable. Des résultats d'essais triaxiaux non drainés en compression et en extension sur des échantillons de sable d'Ottawa $(D_{50}=0.40)$ mm, $C_u=2$) préparés par déposition sous eau montrent que la ligne d'état permanent de déformation d'un sable donné, quoiqu'elle soit unique dans l'espace des contraintes (p', q), ne l'est pas dans l'espace (e, p') (Fig.2.12). En extension, le sable montre un comportement de type "liquéfaction limitée" sur une plage beaucoup plus étendue d'indice de vide qu'en compression. Alors qu'une seule ligne d'état permanent de déformation ressort du chargement en compression, le chargement en extension fournit plusieurs lignes, chacune étant caractéristique d'une déposition à un indice de vide initial donné. Toutes ces lignes en extension se situent à gauche de la ligne de compression dans l'espace (p',e). Ainsi, à un indice de vide donné, la résistance à l'état permanent est plus faible en extension qu'en compression, la différence augmentant à mesure que l'indice des vides initial du sable augmente. Selon les auteurs, la différence de comportement observée en compression et en extension serait due à l'anisotropie inhérente au mode de dépôt par pluviation sous eau qui se rapproche en principe du mode de dépôt rencontré dans la nature. Des résultats analogues ont été publiés pour d'autres types de sables (Negussey and Islam, 1994; Riemer and Seed, 1997; Yoshimine and Ishihara, 1998; Vaid and Sivathayalan, 2000). L'utilisation de la ligne d'état permanent de déformation en compression dans des cas d'états de rupture qui font intervenir un cisaillement en extension conduirait à une surestimation des résistances et à des évaluations de stabilité non sécuritaires.

Yoshimine et al. (1998) ont réalisé des essais triaxiaux monotones non drainés sur des échantillons de sable de Toyoura préparés par pluviation à sec. Tous les échantillons testés en compression ont manifesté un comportement du type "liquéfaction limitée" ou "pas de liquéfaction" alors qu'en extension leur sollicitation conduisait à la liquéfaction, souvent complète, des échantillons. Cette différentiation des réponses a été attribuée par les auteurs à l'anisotropie inhérente des sables qui résulte de leur mode de déposition par pluviation à sec ou sous eau. En compression, la contrainte principale majeure agit dans la direction verticale qui est dans la majorité des cas la direction de déposition, alors qu'en extension, celle-ci est horizontale et parallèle au plan de litage (Vaid and Sivathayalan, 1996).

De Gennaro et al. (2004) ont mis en œuvre un programme expérimental d'essais à l'ap-



FIGURE 2.12 – Influence de la direction de sollicitation sur le comportement des sables en condition non drainée : (a) Comparaison des réponses du sable du delta de la rivière Fraser en fonction de la direction de sollicitation (Vaid and Sivathayalan, 2000), (b) position des lignes d'état permanent de déformation (SSL) en extension et en compression (Riemer and Seed, 1997).

pareil triaxial afin de caractériser le comportement non drainé du sable d'Hostun. L'étude a été réalisée sur des échantillons moyennement lâches saturés, en imposant différents chemins de chargement (essais monotones et cycliques en compression et extension). Les résultats des essais monotones, effectués en conditions drainées et non drainées, montrent que le comportement mécanique du sable est très différent selon que l'on considère des chemins de chargement en compression ou en extension. Il a été observé qu'en conditions non drainées le matériau possède des caractéristiques mécaniques plus faibles en extension qu'en compression. La réponse mécanique non drainée de l'échantillon ne montre pas de liquéfaction et reste stable au cours d'un essai monotone de compression triaxial alors qu'elle conduit au déclenchement du mécanisme de liquéfaction au cours d'un essai triaxial monotone en extension.

D'autres études (Vaid and Sivathayalan, 1996; Yoshimine and Ishihara, 1998; Yang et al., 2008) ont comparé les résultats d'essais triaxiaux en compression et en extension avec ceux issus d'essais à la cellule de cisaillement simple ou au cylindre creux. Il a été observé que la réponse des échantillons sollicités en cisaillement simple avaient un comportement intermédiaire entre les réponses triaxiales en compression et en extension (Fig. 2.13).

Wanatowski and Chu (2007) ont présenté des résultats pour étudier la liquéfaction des sables en conditions de déformations planes. Ils ont montré que le comportement non drainé du sable en condition de déformations planes est comparable à celui en conditions axisymétriques. Cependant, les lignes représentant l'ensemble des états permanents de déformation dans les plans (p', q) et (p' - e) dépendent des conditions de déformation. Il est montré que la pente de ces lignes varie sous l'influence de la variation de la contrainte intermédiaire au cours du chargement en déformations planes.



FIGURE 2.13 – Effet du mode de sollicitation sur la réponse de sables (a) sables de Toyoura préparé par damage humide à une densité relative $D_r=30\%$ (Yang et al., 2008) et (b) sables du delta de la rivière Fraser préparé par pluviation à la densité relative $D_r=0\%$ (Vaid and Sivathayalan, 1996)

2.3.5 Influence de la microstructure initiale

Mode de déposition. L'importance du mode de déposition sur la réponse des sables a été mise en évidence depuis longtemps par des essais triaxiaux drainés (Mitchell et al., 1976; Been and Jefferies, 1985) ou non drainés cycliques (Mulilis et al., 1977; Tatsuoka et al., 1986). En ce qui concerne la liquéfaction statique, Canou and El Hachem (1989) sont les premiers à avoir montré que, pour un même indice des vides, une éprouvette préparée par damage humide peut se liquéfier alors que celle préparée par pluviation à sec montre un comportement dilatant. Des résultats analogues ont par la suite été publiés pour des sables propres (Vaid et al., 1999; Sadrekarimi and Olson, 2008; Della et al., 2011; Aris, 2012) et silteux (Zlatovic and Ishihara, 1997; Yamamuro and Covert, 2001; Yamamuro et al., 2008)(Fig. 2.14). Benahmed et al. (2004) ont confirmé ces résultats sur du sable d'Hostun RF en utilisant deux méthodes de préparation des éprouvettes : la pluviation à sec et le damage humide. En effectuant des observations au microscope électronique à balayage, ils ont mis en évidence deux types de microstructure bien différenciés : une structure organisée en agrégats et en macropores de tailles comparables dans le cas du damage humide et une structure constituée d'un empilement régulier de grains dans le cas de la pluviation à sec (Fig. 2.15).

Orientation du plan de déposition. Plusieurs auteurs ont également étudié l'effet de la rotation des contraintes sur la réponse des sables, notamment en termes de dilatance. En particulier, Nakata et al. (1998) et Yoshimine et al. (1998) ont montré que, pour un même sable soumis à un essai de compression non drainé, tous les types de comportement pouvait être obtenu en faisant varier la direction de la contrainte principale par rapport à l'orientation du plan de déposition du matériau. Poursuivant les travaux précurseurs de



FIGURE 2.14 – Influence du mode de préparation des éprouvettes sur les comportements observés pour un état lâche : (a) courbe du déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale (b) courbe de la pression interstitielle en fonction de la déformation axiale et (c) chemin des contraintes effectives. Les essais de compression triaxiale non drainé on été réalisés sur du sable d'Hostun H31 ($D_{50}=0.345$ mm). (Aris, 2012).



FIGURE 2.15 – Photographies prises en microscope électronique à balayage (a-b) du sable d'Hostun RF ($D_{50}=0.35$ mm) et (c-d) du sable de Fontainebleau. On peut distinguer l'influence des deux modes de confection des éprouvettes sur la microstructure du matériau. (a-c) Damage humide DH et (b-d) Pluviation à sec PS (Benahmed et al., 2004).



FIGURE 2.16 – Effet de la direction des contraintes principales par rapport au plan de déposition sur la réponse du sable soumis à des essais au cylindre creux. Le coefficient b est le rapport des contraintes intermédiaire. L'angle α_{σ} sur la figure correspond à l'angle θ_{σ} défini précédemment.



FIGURE 2.17 – Description de la morphologie des grains de sables.

Arthur and Menzies (1972), ces auteurs ont montré l'importance des effets de la direction de l'anisotropie microstructurelle sur le déclenchement de la liquéfaction (Fig. 2.16).

2.3.6 Influence de la nature des matériaux

Les sables sont le produit de la décomposition d'une roche du fait de l'érosion. Les éléments dominants sont le quartz ou la calcite. Ils peuvent être associés à d'autres éléments particuliers tels que les micas ou les feldspaths. La morphologie des grains de sable est généralement évaluée selon deux critères : i) leur sphéricité qui dépend du rapport entre la plus grande dimension du grain et la plus petite et ii) leur angularité définie comme le rapport entre le rayon de courbure moyen des arêtes et le rayon maximum de la sphère inscrite au grain (Fig. 2.17). Pour un sable, la majorité des grains doivent avoir une dimension comprise entre $75\mu m$ et 2 mm. Les grains dont la dimension est inférieure à $75\mu m$ sont appelées



FIGURE 2.18 – Vue à la loupe de grains de sables d'origine (a) fluviatile (sablière en vallée de Seine) (b) marine (île Chausey, Manche) et (c) éolienne (erg de Merzouga, Maroc) - source http://svt.ac-rouen.fr/

fines. La granulométrie et la morphologie des grains renseignent sur les modalités de leur sédimentation. Les sables fluviatiles sont souvent subanguleux et ont une granulométrie assez étendue, les sables marins ont tendance à être subarrondis avec une granulométrie plus resserrée, et les sables éoliens sont arrondis avec une granulométrie resserrée autour de 0.5 mm (Fig. 2.18).

Granulométrie. La granulométrie d'un matériau granulaire correspond à la distribution de la taille des grains. Elle est représentée par une courbe exprimant le diamètre d_x des grains en fonction du pourcentage en masse x% de grains dont la dimension est inférieure à d. Elle est généralement caractérisée par des paramètres scalaires tels que le diamètre de grain médian (d_{50}), le coefficient d'uniformité $Cu = d_{60}/d_{10}$ ou le coefficient de courbure $Cc = d_{30}^2/(d_{10}d_{60})$. La granulométrie est dite uniforme (Cu < 4) lorsque la distribution de la taille des grains est resserrée autour d'une valeur. Elle est étendue lorsque la dimension des grains s'étend sur une large gamme de diamètres (Cu > 4). Elle est mal graduée si la distribution est irrégulière (Cc > 3) et qu'il existe une dimension prédominante de dimension de grains ou bien graduée (Cc < 3) dans le cas contraire.

Iai et al. (1989) synthétise les analyses granulométriques réalisées sur de nombreux sols sableux dont on sait qu'ils se sont liquéfiés ou non au cours de séismes. Il propose ainsi des bornes supérieures ou inférieures délimitant les sols liquéfiables des sols non liquéfiables (Fig. 2.19).

En réalisant des essais non drainés sur des sables uniformes $(C_u=1,3-3,5)$, Poulos and Castro (1985) ont montré que plus le coefficient d'uniformité C_u est grand, plus la position de la steady state line (SSL) est basse dans le diagramme (p',e) (Fig. 2.20).

Forme des grains. Poulos and Castro (1985) ont également montré que les SSL des sables ayant des grains arrondis ou subarrondis possèdent des pentes plus faibles que celles des sables à grains angulaires ou sub-angulaires. De plus, dans le plan (p',e), les lignes d'état permanent de déformation des sables se décalent vers la gauche à mesure que l'angularité des grains augmente. Les auteurs montrent également que plus le coefficient d'uniformité C_u est grand, plus la position de la ligne des états permanents de déformation est basse (Fig. 2.20).



FIGURE 2.19 – Limites granulométriques des sols susceptibles de se liquéfier dans les cas où la granulométrie est bien graduée (a) ou uniforme (b) (Iai et al., 1989).



FIGURE 2.20 – (Poulos and Castro, 1985).

Hird and Hassona (1990) ont quant à eux montré qu'à contrainte effective donnée, l'indice des vides à l'état permanent de déformation augmente à mesure que la sphéricité des grains diminue. Ils suggèrent que la capacité des grains à s'imbriquer entre eux augmenterait avec leur allongement et que cette imbrication rendrait plus difficile le développement d'une structure d'écoulement propre à l'état permanent de déformation.

Tsomokos and Georgiannou (2010) ont étudié l'effet de la forme et l'angularité des grains sur la réponse de quatre sables moyens à fins ($D_{50}=0.15$ -0.29 mm) ayant la même granulométrie uniforme. Dans le cas des sables ayant des grains arrondis, des essais de cisaillement au cylindre creux et à l'appareil triaxial en conditions non drainées ont mis en évidence une diminution de la résistance au cisaillement. Dans le cas des sables de même densité mais ayant des grains anguleux, les résultats d'essais ont montré une augmentation continuelle de la résistance au cisaillement.

Teneur en particules fines. Les études expérimentales concernant l'effet des particules fines $(D < 75\mu m)$ sur la liquéfaction des sols, et plus généralement sur la courbe d'état permanent de déformation, peuvent apparaître contradictoires.

Les analyses menées par Ishihara (1993) l'ont conduit à considérer que les sables contenant des fines offraient une plus grande résistance à la liquéfaction que les sables propres. Il expliquait ce phénomène par le fait que les sols contenant des fines développent des forces de cohésions inter-grains qui les rendent moins susceptibles de se liquéfier. Ces conclusions ont été confirmées par Pitman et al. (1994) qui ont montré que la contractance des matériaux diminuait avec l'augmentation de la teneur en fines.

Au contraire, dans le cadre d'investigations menées après la rupture des remblais sousmarins de Nerlek, Sladen et al. (1985) ont constaté qu'une augmentation de la teneur en fines tendait à diminuer la densité maximale du matériau. Ils en déduisaient alors que le potentiel de liquéfaction est plus élevé pour les sables propres que pour les sables contenant des fines.

Plus tard, plusieurs auteurs ont étudié l'effet de la teneur en fines sur la densité relative limite permettant de liquéfier le matériau. Lade and Yamamuro (1997) puis Fourie and Papageorgiou (2001) ont montré que lorsque la teneur en fines augmente, la liquéfaction peut être déclenchée pour une densité relative plus élevée. Les premiers ont montré que pour les sables propres, la densité relative devait être supérieure à 20% pour les rendre non liquéfiables alors que cette limite passait à 60% pour une teneur en fine égale à 60%. Les seconds ont trouvé une limite de 25% pour les sables propres et de 90% pour les sables contenant une teneur en fines égale à 60%.

Sur la base d'essais réalisés sur une cinquantaine de sables plus ou moins silteux, Cubrinovski and Ishihara (2000) ont observé que la présence de particules fines rendait les sables plus vulnérables à la liquéfaction. Ils ont établi une relation entre la densité relative à l'état permanent de déformation et le paramètre $e_{max} - e_{min}$ qui dépend principalement de la forme des grains (Cubrinovski and Ishihara, 2002). Si la densité relative du matériau est inférieure à la densité relative à l'état permanent de déformation, le mécanisme de liquéfaction est susceptible de se développer. Selon leur approche, les sables propres sont susceptibles de se liquéfier pour des densités relatives inférieures à 9 à 24% (selon la valeur de la contrainte moyenne effective à l'état permanent de déformation) alors que les sables contenant 20 à 30% de fines sont susceptibles de se liquéfier jusqu'à des densités relatives de 4 à 60% (Fig. 2.21).



FIGURE 2.21 – Influence de $e_{max} - e_{min}$ sur la susceptibilité à la liquéfaction des sols sableux pour des grains de sables (a) ronds ou (b) anguleux (Cubrinovski and Ishihara, 2000). Les zones grisées correspondent aux zones liquéfiables pour les sables propres (gris clair) et avec 20% de fines (gris foncé).

Yamamuro et al. (2008) ont étudié l'effet de la teneur en silts non plastiques sur le sable de Nevada consolidé à faible pression (25 kPa). Ils ont développé un procédure consistant à imprégner les échantillons de résine époxy et de réaliser des observations au microscope électronique à balayage. Ils ont ensuite cherché à quantifier la microstructure des sables silteux en termes de potentiel de stabilité et d'instabilité des grains. Ils ont constaté que lorsque la teneur en particules fines augmente le pourcentage de grains potentiellement stables (i.e. ayant au moins 3 contacts avec les grains voisins) décroit. Les auteurs ont également observé que les échantillons préparés par déposition à sec possédaient un taux de "contacts instables"² plus grand que les échantillons préparés par pluviation sous eau, ce qu'ils interprétaient comme l'effet d'une structure plus compressible.

En se situant dans la poursuite des travaux de Rahman et al. (2011), Benahmed et al. (2015) ont réalisé deux séries d'essais triaxiaux monotones non drainés sur des mélanges sables/silts en faisant varier la teneur en particules fines. La première série était préparée à indice des vides constant et la seconde à indice des vides inter-granulaire constant (sans prendre en compte les particules fines). Les résultats obtenus montrent que la teneur en particules fines a une grande importance sur le déclenchement de la liquéfaction et sur la pente de la droite d'état critique. D'autre part, les essais ont mis en évidence l'existence d'une teneur en particules fines critique de l'ordre de 20% en-dessous de laquelle les fines ont un effet déstabilisant et au-delà de laquelle elles ont un effet stabilisant. Une analyse comparable a été menée par Bensoula (2015) et conduit les auteurs à une teneur de particules fines critique de l'ordre de 30%. Leurs résultats les conduisent à considérer que l'indice des vides équivalent et la densité relative équivalent essociée sont des paramètres clé dans la

^{2.} Les auteurs parlent d'*unstable grain contacts*. Considérant que seule une quantité de matière peut être stable ou instable, nous ne reprenons pas cette notion à notre compte et la mettons entre guillemets.

susceptibilité des sables silteux vis-à-vis de leur liquéfaction. Il est important de souligner que ces analyses ont été menées sur des matériaux reconstitués comprenant deux familles granulométriques bien distinctes. Ces résultats ne peuvent donc pas être étendus directement aux granulométries bien graduées caractéristiques des sols naturels.

Monkul et al. (2016) se sont intéressés à des mélanges de sables et de silts non plastiques pour des teneurs en fines inférieures à 25%. Leurs résultats confirment que la granulométrie du sable a une influence importante sur son potentiel de liquéfaction. La susceptibilité à la liquéfaction d'un sable propre augmente lorsque son diamètre médian diminue alors que le phénomène s'inverse lorsqu'on y ajoute des fines. De même, alors que pour les sables propres le potentiel de liquéfaction diminue lorsque le coefficient d'uniformité augmente, cette relation s'inverse dans le cas des mélanges sables/silts.

Malgré les travaux expérimentaux menés ces dernières années, il reste difficile de formuler une conclusion définitive sur l'influence de la teneur en fines sur la liquéfaction des sables.

Minéralogie. La minéralogie des grains a une influence sur le comportement mécanique des grains à travers leur forme, leur angle de frottement, leur compressibilité et leur résistance à l'écrasement. L'étude de l'influence de la rupture des grains sur le comportement des matériaux granulaires est un domaine de recherche très actif (Lade et al., 1996; Daouadji and Hicher, 2009; Ovalle et al., 2015). La rupture des grains peut être vue comme une modification de la granulométrie au cours du chargement avec les conséquences que cela a sur les indices des vides e_{min} et e_{max} et donc sur la densité relative du matériau. Plusieurs études ont montré que la rupture des grains pouvait avoir une influence sur la contractance des matériaux (Sadrekarimi and Olson, 2008) et l'augmentation des pressions interstitielles (Okada et al., 2004).

2.3.7 Cadres d'interprétation issus des travaux expérimentaux

Le cadre conceptuel majoritairement utilisé aujourd'hui en géomécanique pour interpréter le comportement de sols liquéfiables est de nature phénoménologique (Poulos, 1981; Sladen et al., 1985; Lade, 1992). Il a été établi au cours des quarante dernières années sur la base d'observations faites à partir d'essais en laboratoire, principalement d'essais triaxiaux (i.e. en condition de chargement axisymétrique).

Indices d'état. L'utilisation des indices d'état a pour objet de permettre l'intégration de l'influence conjointe de l'indice des vides du milieu e et de la contrainte de confinement p'_{c} .

Been and Jefferies (1985) ont postulé que le comportement d'un sable pouvait être caractérisé par un couple de variables : un paramètre d'état combinant l'influence de l'indice des vides e et du champ de contrainte à travers son premier invariant p'; et un paramètre supposé refléter la microstructure de l'assemblage granulaire et son évolution : le déviateur des contraintes q^3 . Constatant que le paramètre d'état devait faire référence à un état indépendant des conditions initiales de l'essai, les auteurs ont fait l'hypothèse de l'existence d'une

^{3.} Il est clair que le déviateur des contraintes n'est pas un paramètre microstructurel. Cependant, l'auteur considère, faute de mieux, qu'il est possible de relier l'évolution de la microstructure à celle du déviateur des contraintes.



FIGURE 2.22 – Représentation des différentes zones dans le plan des contraintes (Sladen et al., 1985).

microstructure unique à l'état d'écoulement permanent (grandes déformations) en soulignant toutefois qu'il n'existait alors aucune preuve expérimentale de l'unicité de cet état. Le paramètre d'état a alors été défini pour une contrainte moyenne donnée comme la différence entre l'indice des vides initial et l'indice des vides de référence évalué à l'état permanent de déformation :

$$\psi = e(p') - e_{ref}(p') \tag{2.1}$$

où e_{ref} est l'indice des vides à l'état de référence. Des approches analogues et complémentaires ont été proposées par d'autres auteurs Ishihara (1993) sans que cela ne permette d'interpréter les résultats expérimentaux indépendamment du chemin de chargement suivi.

Surface d'effondrement. Dans le but de comprendre le mécanisme responsable de l'abandon de la construction du remblai sous-marin de Nerlerk, Sladen et al. (1985) ont réalisé une campagne d'essais triaxiaux non drainés contrôlés en déformation ou en contraintes. Les indices de vides des échantillons de sable testés variaient entre 0.7 et 0.9. Les auteurs on mis en évidence l'existence d'une surface d'effondrement ("collapse surface") définie dans l'espace (p', q, e) délimitant un domaine stable et un domaine instable (Fig.2.22). Plus précisément, trois zones sont définies dans le plan (p', q):

- une **zone stable** (A) correspondant aux état tels que le déviateur de contrainte est inférieur à celui atteint à l'état d'écoulement permanent;
- une **zone instable** (C) regroupant les états de contraintes situés au-dessus de la surface d'effondrement;
- un **zone instable** (B) correspondant aux état situés en-dessous de la droite d'effondrement mais dont le déviateur est supérieur à celui atteint à l'état d'écoulement permanent.

Dans tous les cas, la liquéfaction a lieu lorsque le chemin des contraintes franchit la surface d'effondrement.

Ce cadre interprétatif est le premier qui définisse l'état du matériau en fonction d'un état de contrainte, mais aussi d'une variable décrivant la microstructure puisque l'indice des vides



FIGURE 2.23 – Surface d'effondrement dans l'espace (p', q, e). Les chemins de contraintesindices des vides typiques sont représentés pour un essai de compression triaxial (a) non drainé et (b) drainé (Sladen et al., 1985).

peut être vu comme un tenseur représentatif de la microstructure d'ordre 0. Cette approche offre un moyen d'évaluer la résistance au cisaillement résiduelle du matériau pour un indice des vides donné en vue de réaliser des calculs de stabilité des pentes. Malheureusement, il a été montré que la surface d'effondrement définie sur la base d'essais triaxiaux non drainés après consolidation isotrope est différente si l'on réalise une consolidation anisotrope. La définition de la surface d'effondrement n'est pas intrinsèque : elle dépend du chemin de chargement suivi après la consolidation (Canou, 1991).

Droite d'instabilité. Sur la base d'essais expérimentaux en conditions non drainées, Lade (1992) définit le concept de *Droite d'Instabilité* ("Instability Line") dans le plan (p',q). Le domaine situé entre la droite de Coulomb ("Failure Line") et la droite d'instabilité est définie comme une région potentiellement instable (Fig. 2.24). La construction de la droite d'instabilité se fait en reliant les points correspondant aux pics du déviateur q correspondant aux différentes pression de consolidations testées. La notion de droite d'instabilité repose le choix expérimental de considérer des chemins de sollicitation non drainés.

2.4 Premières conclusions

Ce chapitre nous a permis d'identifier et de décrire le mécanisme de liquéfaction d'un point de vue phénoménologique. Nous avons ainsi montré que ce mécanisme concerne principalement les milieux granulaires saturés et que son déclenchement est lié aux propriétés de dilatance du matériau sous cisaillement. Par ailleurs, le retour d'expérience publié dans la littérature internationale montre que le mécanisme de liquéfaction statique concerne princi-


FIGURE 2.24 – Schéma décrivant la définition de la droite d'instabilité dans le plan (p', q) à partir d'une série d'essais triaxiaux non drainés (Lade, 2002).

palement les ouvrages hydrauliques et les pentes sous-marines.

La liquéfaction des sols est un mécanisme transitoire mais à l'échelle d'une couche de sol ou d'un ouvrage, l'évacuation du fluide interstitiel peut être relativement lente au regard de la vitesse de déformation du milieu. Pour cette raison, on considère généralement que la liquéfaction se produit à volume constant. Les essais en laboratoire réalisés pour étudier le mécanisme de liquéfaction sont donc conduits en conditions non drainées.

D'après les travaux expérimentaux réalisés en laboratoire, les paramètres qui influencent le déclenchement de la liquéfaction relèvent de la nature du matériau (nature et forme des grains, distribution granulométrique) et de son état (en termes de contraintes, de microstructure). L'analyse des résultats expérimentaux montre en effet que l'état d'un matériau granulaire ne peut pas être décrit par le seul état des contraintes qui y règne. Il ressort des travaux expérimentaux que l'utilisation d'un simple paramètre scalaire (indice des vides, densité relative) ne permet de prévoir le comportement du matériau que dans le cadre de classes de chemins de chargement particulières.

Cette dépendance s'explique par le fait que toute l'histoire du chargement agit sur l'état du matériau à travers l'évolution de la microtructure qui lui est associée. La microstructure d'un matériau granulaire dépend à la fois de sa microstructure initiale mais également de l'ensemble des déformations irréversibles subies par le matériau. Un bon modèle doit donc permettre de prendre en compte la microstructure initiale du matériau et reproduire son évolution au cours de toute l'histoire de chargement auquel il est soumis.

Chapitre 3

Modélisation des sols liquéfiables

Les déformations irréversibles des milieux granulaires résultent des déplacements relatifs des grains sous l'action de contraintes extérieures. On sait par ailleurs depuis les travaux d'Amontons et Coulomb que l'aptitude du milieu granulaire à résister au cisaillement est liée au frottement entre grains. La modélisation des milieux granulaires nécessite donc la prise en compte du rôle de l'arrangement géométrique des grains qui permet de faire le lien entre l'échelle microscopique du grain et l'échelle macroscopique de l'échantillon ou de l'ouvrage.

3.1 Microstructure et modèles constitutifs

Surface limite de charge. Dans un milieu composé de grains rigides interagissant par contact et frottement de Coulomb, le comportement macroscopique est nécessairement du type rigide-plastique. Comme ces interactions ne comportent aucune échelle de contrainte, le comportement global ne peut pas présenter d'échelle de contrainte particulière (Radjai and Roux, 2005). Il est important de souligner que l'absence d'échelle de contrainte n'est justifiée que dans le cas où les grains sont très rigides et ne se fracturent pas au cours du chargement et où les surfaces de contact entre grains ne subissent pas de matage. La surface limite de charge doit donc être invariante par homothétie dans l'espace des contraintes. La surface limite de charge est donc un cône caractérisé par un angle φ , appelé angle de frottement interne, défini par φ :

$$\sin\varphi = \frac{q}{p} \tag{3.1}$$

où p et q sont respectivement le déviateur des contraintes et la contrainte moyenne dans un élément de volume représentatif. L'angle de frottement est une grandeur macroscopique qui évolue au cours du chargement.

Règle d'écoulement. Il est bien connu que la loi de frottement de Coulomb qui régit les contacts inter-grains peut être vue comme une loi rigide-plastique non associée : la vitesse de glissement n'a aucune composante dans la direction normale au plan de contact. Il n'y a donc *a priori* aucune raison que la loi d'écoulement du matériau granulaire suive la règle de normalité. La direction de l'incrément de déformation plastique doit donc être décrite indé-

pendamment de la surface de charge. On définit alors un angle ψ , appelé angle de dilatance¹ (Rowe, 1962) :

$$\sin\psi = -\delta\varepsilon_v/\delta\varepsilon_d \tag{3.2}$$

où $\delta \varepsilon_v$ et $\delta \varepsilon_d$ représentent les déformations volumiques et déviatoriques incrémentales respectivement. Le signe négatif assure ici qu'une dilatance correspond à un angle positif. L'angle de dilatance définit une direction dans l'espace des déformations et sa valeur est dictée par la condition que l'état de contrainte du matériau reste sur la surface limite de charge précédemment décrite.

Le travail fourni au milieu lors d'un incrément de déformation s'écrit $\delta W = p\delta\varepsilon_v + q\delta\varepsilon_d$. Si l'on suppose que la déformation se produit en régime quasi-statique, c'est-à-dire que la déformation s'arrête en l'absence de sollicitation, il faut fournir du travail au système pour qu'il continue à se déformer. On a donc nécessairement $\delta W > 0$, ce qui implique :

$$\varphi > \psi$$
 (3.3)

Variables d'état. Les deux angles φ et ψ caractérisent respectivement la surface limite de charge et la règle d'écoulement du matériau pour un état quelconque de la microstructure. Ce ne sont pourtant pas des propriétés invariantes du matériau : ils évoluent avec la microstructure. Désignons par $\{\mathcal{M}_i\}$ un ensemble de variables décrivant la microstructure du matériau granulaire. Les angles de frottement et de dilatance mobilisés sont donc des fonctions de ces variables microstructurelles. L'évolution de ces variables microstructurelles définit les lois d'écrouissage du matériau :

$$\delta \mathcal{M}_i = f_i(\varepsilon_{ij}, \{\mathcal{M}_i\}) \tag{3.4}$$

Lorsqu'un cisaillement monotone se poursuit suffisamment longtemps, le milieu atteint un état stationnaire (état critique, steady state) tel que $\delta \mathcal{M}_i = 0$. Dans cet état particulier, les variables d'état, en tant que grandeurs moyennes définies à partir de la microstructure, n'évoluent plus et leurs valeurs asymptotiques \mathcal{M}_i^* sont indépendantes du chemin des déformations subies. Les angles φ^* et ψ^* correspondants sont alors des paramètres matériels proprement dits. Par ailleurs, le volume ne peut pas évoluer indéfiniment, ce qui implique que $\psi^* = 0$.

Construction d'un modèle. Une loi de comportement pour un matériau granulaire doit donc comporter trois ingrédients essentiels :

- Une surface limite de charge décrite par la fonction d'état $\varphi(\{\mathcal{M}_i\})$
- Une règle d'écoulement décrite par la fonction d'état $\psi(\{\mathcal{M}_i\})$
- Une loi d'écrouissage décrite par $\delta \mathcal{M}_i(\varepsilon_{ij}, \{\mathcal{M}_i\})$

Dans la pratique, les variables d'état peuvent être scalaires ou tensorielles (Cambou et al., 2000).

Plusieurs approches peuvent être mises en œuvre pour établir ces différentes fonctions. On distingue les modèles continus basés sur une approche purement phénoménologique, les modèles discrets basés sur la modélisation directe des grains en interaction et les modèles

^{1.} Le phénomène de dilatance a été décrit scientifiquement pour la première fois par Reynolds (1885)

multi-échelles qui se fondent sur des approches micro-mécaniques à l'échelle microscopique pour développer une loi de comportement exploitable à l'échelle macroscopique. Il n'est ici pas question de prétendre à l'exhaustivité des modèles existants, mais d'en présenter les fondements pour identifier leurs limites propres. Cela nous permettra d'étayer notre choix pour la modélisation du mécanisme de liquéfaction des sols à l'échelle de l'ouvrage.

3.2 Modèles continus

Parmi l'ensemble des modèles continus développés à ce jour, les modèles élasto-plastiques constituent l'essentiel de ceux qui sont implémentés dans les logiciels de calcul du commerce. En effet, la théorie de l'élasto-plasticité, qui est fondée sur une approche phénoménologique, s'est imposée au cours des années comme le premier cadre conceptuel et mathématique permettant de rendre compte des principales caractéristiques du comportement des géomatériaux observés en laboratoire ou in situ (Di Prisco et al., 1995; Andrade, 2009; Buscarnera and Whittle, 2012).

La théorie standard de l'élasto-plasticité est basée sur la décomposition de l'incrément du tenseur de déformation $\delta \varepsilon_{ij}$, défini comme le produit du tenseur de taux de déformation $\dot{\varepsilon}_{ij}$ avec l'incrément de temps dt, sous la forme :

$$\delta\varepsilon_{ij} = \delta\varepsilon^e_{ij} + \delta\varepsilon^p_{ij} \tag{3.5}$$

où les exposants e et p correspondent aux composantes élastique et plastique respectivement. Les incréments de contrainte sont reliés aux incréments de déformation élastiques par l'intermédiaire d'un tenseur d'élasticité :

$$\delta \varepsilon_{ij}^e = D_{ijkl} \,\delta \sigma_{kl} \tag{3.6}$$

ou réciproquement :

$$\delta\sigma_{ij} = E_{ijkl} \,\delta\varepsilon^e_{kl} \tag{3.7}$$

En chaque état du milieu issu d'une histoire de chargement donnée, le domaine élastique est délimité par une surface de charge fermée. Lorsque le chargement a conduit à l'apparition de déformations plastiques, la limite élastique varie selon une loi d'écrouissage. La surface de charge, décrite par une fonction f, doit donc faire intervenir les tenseurs de contrainte et de déformation plastique et vérifier :

$$f\left(\sigma_{ij},\varepsilon_{ij}^p\right) = 0 \tag{3.8}$$

Le domaine élastique correspond à l'ensemble des états vérifiant $f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) < 0$. La direction normale à la surface de charge est alors définie par le vecteur $\partial f/\partial \sigma_{ij}$ si bien que la condition de chargement est déduite du signe du produit $\delta \sigma_{ij} \partial f/\partial \sigma_{ij}$ (positif pour un chargement et négatif pour un déchargement). Ainsi, pour un incrément de contrainte $\delta \sigma_{ij} > 0$ donné, le système subit un incrément de déformation plastique $\delta \varepsilon_{ij}^p$ si l'état de contrainte du système atteint la surface de charge. Lorsque des déformations plastiques se développent, la direction de ces incréments de déformation est déterminée par une règle d'écoulement définie par :

$$\delta \varepsilon_{ij}^p = \delta \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \tag{3.9}$$

où $g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0$ définit l'équation d'une surface fermée dans l'espace des contraintes (la fonction g est appelée *potentiel plastique*). L'introduction du paramètre scalaire $\delta\lambda$, appelé multiplicateur plastique, permet d'assurer que l'état du système reste sur la surface de charge. Il est déterminé en écrivant la condition de consistance :

$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \delta \sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \delta \varepsilon_{ij}^p = 0$$
(3.10)

D'après cette équation, la direction de l'écoulement plastique est donnée par la normale à la surface définie par le potentiel plastique g, indépendamment de la direction de l'incrément de contrainte $\delta\sigma_{ij}$. Les lois de comportement vérifiant le principe de normalité f = g la règle d'écoulement est dite plastique associée. Lorsque $f \neq g$, la règle d'écoulement est dite plastique associée. Lorsque $f \neq g$, la règle d'écoulement est dite plastique associée.

$$H\delta\lambda = \frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}\delta\sigma_{ij} \tag{3.11}$$

Le paramètre H permet de contrôler les déformations plastiques lorsque l'état du matériau est sur la surface de charge. On montre alors que la relation incrémentale entre contraintes et déformations s'écrit :

$$\delta \varepsilon_{ij} = \left(D_{ijkl} + \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right) \delta \sigma_{kl}$$
(3.12)

ou réciproquement :

$$\delta\sigma_{ij} = \left(E_{ijkl} - \frac{E_{ijkl}\frac{\partial g}{\partial\sigma_{kl}}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}E_{ijkl}}{H + \frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}E_{ijkl}\frac{\partial g}{\partial\sigma_{kl}}}\right)\delta\varepsilon_{kl}$$
(3.13)

Les fonctions de charge et potentiels plastiques peuvent être exprimés en fonction des invariants des contraintes et des déformations. La loi de comportement peut alors s'écrire sous la forme :

$$\delta \varepsilon_v = \frac{1}{K} \delta p' + \delta \lambda \frac{\partial g}{\partial p'} \tag{3.14}$$

$$\delta \varepsilon_d = \frac{1}{3G} \delta q + \delta \lambda \frac{\partial g}{\partial q} \tag{3.15}$$

où K est le module de compressibilité du matériau et G le module de cisaillement, tous deux supposés indépendants de l'état de contrainte du matériau. La règle selon laquelle lorsque le matériau est plastifié l'état de contrainte reste sur la surface de charge, permet de déterminer la valeur du multiplicateur plastique et d'obtenir finalement :

$$\begin{pmatrix} \delta \varepsilon_v \\ \delta \varepsilon_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} + \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial p'} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial p'} \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial q} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{1}{3G} + \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial q} \frac{\partial f}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{pmatrix}$$
(3.16)

L'effet de l'écrouissage du matériau est généralement intégré explicitement dans la fonction de charge f en introduisant une dépendance explicite avec les déformations plastiques cumulées du matériau (Li and Dafalias, 2012). L'effet de l'écrouissage du matériau est par



FIGURE 3.1 – Comparaison de la réponse du modèle élasto-plastique développé par Andrade (2009) avec les données expérimentales issues de Doanh et al. (1997).

ailleurs également présent de manière implicite dans les relations qui existent entre l'indice des vides e du milieu et la pression moyenne p' et les modules élastiques G et K.

On remarque que l'existence de cette relation incrémentale repose sur l'hypothèse de régularité des fonctions f et g. Or, il a été démontré (Nicot and Darve, 2007b) que cette hypothèse, valable en condition axisymétrique, ne l'est plus dans le cas de chargement quelconque : la relation entre contraintes et déformations à l'état plastique devient tensorielle et dépend de la direction de la sollicitation.

Critère de bifurcation. Considérons le cas d'un essai triaxial non drainé ($\delta \varepsilon_v = 0$). L'annulation du travail du second ordre intervient lorsque $\delta q = 0$ (Équation 1.7). Le critère de bifurcation devient alors :

$$\left(\frac{1}{K} + \frac{1}{H}\frac{\partial g}{\partial p'}\frac{\partial f}{\partial p'}\right)\delta p' = 0$$
(3.17)

On définit alors le module plastique critique H_{cr} :

$$H_{cr} = -K \frac{\partial g}{\partial p'} \frac{\partial f}{\partial p'}$$
(3.18)

Lorsque le module plastique atteint cette valeur, l'incrément $\delta p'$ n'est plus défini de manière unique (Iai and Bardet, 2001; Andrade, 2009). Cette perte d'unicité ne permet plus la prédiction de l'évolution ultérieure du modèle. Il faut alors faire intervenir des hypothèses supplémentaires qui peuvent s'appuyer sur la prise en compte de la microstructure du milieu granulaire.

Prise en compte de la microstructure. La plupart des modèles de comportement phénoménologiques ont été développés en intégrant l'hypothèse d'état critique qui suppose l'isotropie du matériau. L'influence de la microstructure n'est donc pas prise en compte explicitement. En l'absence de modèle permettant la prise en compte explicite de la microstructure du milieu, Jeffries (1993) propose de calibrer le modèle sur une large gamme de conditions de



FIGURE 3.2 – Comparaison de la réponse du modèle élasto-plastique développé par Wan and Guo (2001) (c-d) avec les données expérimentales issues de Oda (1972) (a-b).

chargement, de densités, de méthodes de préparation des échantillons, etc. Cette approche, même si elle semble pragmatique, introduit néanmoins un niveau d'incertitude nuisible aux capacités prédictives du modèle.

Certains auteurs ont tenté d'introduire de manière explicite mais phénoménologique l'influence de la direction de chargement sur le comportement du matériau. Par exemple, Li and Dafalias (2002) ont introduit une surface de charge dépendante de l'angle de Lode. Oda (1993) a intégré explicitement les composantes du tenseur de texture dans l'expression des fonctions f et g. L'évolution du tenseur de texture est alors déterminée en fonction de la contrainte déviatorique incrémentale et de l'angle entre la direction de la contrainte principale et celle du tenseur de texture. Wan and Guo (2001) ont choisi d'introduire explicitement les composantes du tenseur de texture est ensuite reliée à l'évolution du rapport des contraintes q/p'. Li and Dafalias (2012) ont développé un modèle reliant les variations du tenseur de texture à celles des déformations déviatoriques plastiques du milieu $\delta \varepsilon_d^p$. La loi d'évolution des déformations plastiques en fonction de l'évolution du rapport des contraintes explicitement phénoménologique. Gao et al. (2014) ont proposé un modèle intégrant explicitement un tenseur de texture et une loi d'évolution des composantes de celui-ci faisant intervenir la valeur du multiplicateur plastique.

Si ces modèles ont démontré leurs capacités prédictives sur des essais triaxiaux en compression (Fig. 3.2), la validité de ces hypothèses supplémentaires pour d'autres chemins de chargement est difficile à justifier. De plus, l'introduction de paramètres supplémentaires est



FIGURE 3.3 – Représentation du gradient du déplacement relatif entre grains dans le cas d'une rupture localisée (a) et d'une rupture diffuse (b) survenues au cours d'un essai de chargement biaxial modélisées en DEM (Zhu et al., 2016a)

nécessaire, mais rendue délicate par le caractère peu physique de ces paramètres et l'interdépendance potentielle des paramètres entre eux. Cette démarche ne permet donc pas de s'affranchir des problèmes de calibration intrinsèques à l'approche phénoménologique.

3.3 Modèles discrets

Une solution alternative aux modèles phénoménologiques consiste à décrire les sols granulaires par un assemblage d'éléments discrets (des disques en deux dimensions) en contact les uns avec les autres (Cundall and Strack, 1979). Les simulations par éléments discrets sont de véritables expériences numériques qui permettent une compréhension fine des mécanismes de rupture et d'instabilité à l'échelle locale. La complexité et la diversité des comportements ne viennent plus de l'introduction de paramètres supplémentaires (paramètres d'écrouissage, de mémoire, etc.), puisque les lois de contact sont très simples (Mohr-Coulomb), mais de la prise en compte de la topologie des assemblages granulaires. La capacité des modèles micromécaniques à reproduire toute la richesse constitutive des géomatériaux provient du grand nombre de particules introduites, chaque contact se comportant de manière spécifique en fonction de son orientation. C'est cette variété géométrique qui confère à l'assemblage granulaire sa richesse de comportement à l'échelle macroscopique (Rothenburg and Bathurst, 1989; Gutierrez and Ishihara, 2000; Collins and Muhuntan, 2003; Guo and Zhao, 2013). Cette méthode est un outil d'investigation analytique puissant permettant de comprendre le rôle de la microstructure dans le comportement des milieux granulaires (Radjai et al., 2012; Guo and Zhao, 2013; Hadda et al., 2015; Sibille et al., 2015; Zhu et al., 2015, 2016a).

La principale limite de cette approche réside dans le fait qu'elle ne permet pas de traiter des assemblages au-delà de quelques millions de grains. Elle est donc aujourd'hui impossible à utiliser pour des modélisations à l'échelle de l'ouvrage. De plus, la prise en compte de la forme réelle des grains et de la granulométrie des matériaux est aujourd'hui encore un problème difficile à traiter. Enfin, la méthode de constitution réaliste et maîtrisée de l'assemblage initial reste à ce jour une question délicate.



FIGURE 3.4 – Modélisation de la localisation au cours d'un essai biaxial modélisé par une approche multi-échelles FEM×DEM (Guo and Zhao, 2014)

3.4 Modèles multi-échelles

Au-delà de quelques dizaines de milliers de grains, l'utilisation de modèles discrets devient couteuse. La réalisation de simulations à l'échelle de l'ouvrage nécessite donc la mise en œuvre de modèles multi-échelles. L'approche multi-échelle consiste calculer en chaque point de Gauss d'un maillage donné la réponse d'un assemblage de grains réduit supposé représentatif d'un VER. Les modèles multi-échelles diffèrent selon le modèle micro-mécanique implémenté à l'échelle du VER.

3.4.1 Modèles FEM×DEM

L'approche FEM×DEM appliquée aux milieux granulaires a récemment émergé (Miehe and Dettmar, 2004; Meier et al., 2008) et se développe intensivement depuis plusieurs années (Nitka et al., 2011; Guo and Zhao, 2014; Nguyen et al., 2014). La modélisation à l'échelle mésoscopique est basée sur la méthode des éléments discrets (DEM) appliquée à un assemblage de quelques centaines de grains et le problème macroscopique est traité par la méthode des éléments finis (FEM), en combinant les avantages des deux méthodes : bonne représentation de la physique des milieux granulaires au niveau de la loi de comportement fournie par la DEM à l'échelle mésoscopique, souplesse et économie des éléments finis au niveau de la représentation de la structure complète. Cette approche a montré sa capacité à reproduire les mécanismes de contractance et dilatance, la non-coaxialité de la réponse et le développement des bandes de cisaillement avec des conditions aux limites initialement symétriques (Guo and Zhao, 2014; Nguyen et al., 2014) (Fig. 3.4).

Il faut noter que l'obstacle du coût numérique élevé de ces approches peut être efficacement contourné en utilisant les méthodes de parallélisation du calcul intensif. Cependant, la difficulté liée à la définition de la microstructure initiale des assemblages en DEM reste un problème ouvert.

3.4.2 Modèle C-H

La prise en compte de l'influence de la microstructure locale sur le comportmenent de l'assemblage granulaire peut être faite en introduisant explicitement un tenseur de texture décrivant l'orientation dans l'espace des contacts inter-grains. Dans le modèle tridimensionnel développé par Chang and Hicher (2005), la déformation du volume représentatif du milieu granulaire est déduite de la mobilisation de chacun des contacts.

L'interaction entre les grains est décrite par une partie élastique basée sur la formulation de Hertz-Mindlin sous sa forme révisée par Chang et al. (1989) et par une partie plastique rendant compte de l'effet d'une dilatance. Le critère de rupture de Mohr-Coulomb intègre également une fonction d'écrouissage. Au total, la loi de contact est décrite par 6 paramètres. La définition du tenseur de texture ne permet pas de prendre en compte l'arrangement réel des grains entre eux. L'effet de l'enchevêtrement des grains est donc introduit en introduisant une relation entre la pression moyenne dans le milieu et son indice des vides critique ainsi qu'une relation entre l'indice des vides courant du milieu et l'angle de frottement inter-granulaire. Ces deux relations nécessitent l'introduction de 4 paramètres supplémentaires.

La texture du milieu est prise en compte à travers un tenseur qu'il est possible de définir à partir de deux paramètres microstructuraux : l'un représentant la densité moyenne des contacts dans une direction donnée et l'autre le degré d'anisotropie du milieu. Le modèle permet, à partir d'un incrément de contrainte donné, de déterminer l'incrément de déformation résultant via un processus d'intégration numérique itératif.

Ce modèle a montré sa capacité à modéliser le comportement de sables saturés ou partiellement saturés (Hicher and Chang, 2007), d'argiles naturelles (Chang et al., 2009) ou traitées (Yin and Hicher, 2013) sous sollicitations triaxiales (Figure 3.5). La première limite du modèle vient de l'absence d'évolution du tenseur de texture au cours du chargement. Ainsi, l'écrouissage du matériau ne peut être pris en compte qu'à travers la loi de contact via l'angle de frottement inter-grains et la rigidité plastique. Dans ce modèle, l'effet de l'évolution de la microstructure a donc une base phénoménologique.

3.4.3 Modèle μ -D

Une autre approche consiste à enrichir le modèle micro-directionnel (μ -D), initialement développé pour décrire le comportement mécanique de la neige (Nicot, 2003). Les modèles microdirectionnels considèrent un assemblage granulaire comme étant une distribution de contacts (Nicot and Darve, 2005b) orientés dans l'espace, les directions étant indépendantes les unes des autres. La loi de comportement, c'est-à-dire la relation entre un incrément de déformation et l'incrément de contrainte correspondant, est définie par un processus de localisation-homogénéisation décrit schématiquement sur la figure 3.6.

On considère un matériau monodisperse constitué d'un assemblage de grains sphériques de même rayon r_g qui subit un incrément de déformation $\delta \varepsilon_{ij}$. Chaque contact est défini par un vecteur normal \vec{n} . L'approche développée dans le modèle micro-directionnel repose sur l'hypothèse que l'incrément de déplacement au contact entre les grains est proportionnel à l'incrément de déformation moyenne de l'échantillon :

$$\delta u_i = 2r_g \delta \varepsilon_{ij} n_i n_j \tag{3.19}$$



FIGURE 3.5 – Comparaison des résultats d'essai triaxiaux sur du sable d'Hostun (a-b) avec les simulations issues du modèle de Chang and Hicher (2005) (c-d)



FIGURE 3.6 – Processus général d'homogénéisation reliant les incréments de contrainte aux incréments de déformation.



FIGURE 3.7 – Comparaison de la réponse du modèle μ -D avec des courbes expérimentales (a) courbe contraintes-déformation (b) courbes déformation volumique-déformation axiale (Nicot and Darve, 2005b)

L'incrément de déplacement est ensuite décomposé selon les directions normale et tangentielle au contact. Les composantes normale et tangentielle de la force de contact sont alors déterminées en considérant une loi de comportement élasto-plastique :

$$\delta F_n = k_n \delta u_n \tag{3.20}$$

$$\delta \vec{F}_t = \min\left\{ \left\| \vec{F}_t + k_n \delta \vec{u}_t \right\|, \tan\left(F_n + k_n \delta u_n\right) \right\} \frac{\vec{F}_t + k_n \delta \vec{u}_t}{\left\| \vec{F}_t + k_n \delta \vec{u}_t \right\|} - \vec{F}_t$$
(3.21)

où k_n est la raideur élastique normale inter-granulaire, k_t est la raideur élastique tangentielle inter-granulaire et φ_g l'angle de frottement inter-granulaire. L'incrément de contrainte est alors déduit sur la base de la formule d'homogénéisation (Love, 1927; Cambou et al., 2000; Nicot and Darve, 2005b) :

$$\delta\sigma_{ij} = 2r_g \left(\iint_D \delta\hat{F}_i n_j \omega d\Omega + \iint_D \hat{F}_i n_j \delta\omega d\Omega \right)$$
(3.22)

La prise en compte de l'évolution de la microstructure de l'assemblage nécessite la définition d'une fonction permettant de reproduire le mécanisme d'effondrement des chaînes de forces. En première approche, la notion de cône d'extinction est introduite (Nicot and Darve, 2005b). Elle consiste à supprimer les contacts orientés dans un cône défini par une direction parallèle à la direction de la contrainte principale majeure et un angle d'ouverture. Cette approche revient en fait à introduire de l'anisotropie dans la distribution initiale des contacts et permet de modéliser l'effet de cette anisotropie, notamment observé expérimentalement par Oda (1972), sur le comportement du milieu en termes de résistance au cisaillement et de dilatance (Fig. 3.7).



FIGURE 3.8 – Réponse du modèle H pour (a) des chargements biaxiaux drainés σ_2 =cste et (b) des chemins de déformations proportionnelles définis par $R = \delta \varepsilon_2 / \delta \varepsilon_1$ Nicot and Darve (2011a)

3.4.4 Modèle H

La principale limitation du modèle μ -D réside dans l'hypothèse cinématique traduite par l'équation 3.19. D'une part, cela conduit à des pénétrations inter-grains irréalistes. D'autre part, cette hypothèse n'est pas cohérente avec les observations selon lesquelles les assemblages granulaires se déforment en se réarrangeant par glissement, rotation et ouverture de contact entre grains. Il en résulte que le champ de déplacement relatif des grains n'est pas proportionnel au champ de déformation macroscopique. Il est donc clair que l'établissement d'un modèle de comportement nécessite une description cinématique plus fine du terme fluctuant basée sur la définition de la microstructure de l'assemblage à l'échelle mésoscopique. Le modèle H-microdirectionnel (H- μ) reprend donc les principes du modèle μ -D en introduisant une échelle intermédiaire constituée d'un assemblage hexagonal de 6 grains permettant de rendre compte de la fluctuation locale du champ de déformation (Nicot and Darve, 2011a).

La pertinence du choix d'un cycle à 6 grains a été validée *a posteriori* par des simulations d'essais biaxiaux menées par la méthode des éléments discrets (DEM) en 2D (Zhu et al., 2015, 2016b). Les analyses conduites ont mis en évidence le rôle des cycles de grains dans le comportement mécanique des assemblage granulaires. Il a notamment été montré que les groupes des cycles à 3 et 6 grains sont ceux dont les populations varient le plus au cours des chargements. De plus, il a été constaté une corrélation négative forte entre l'évolution de ces deux populations, indiquant une conversion mutuelle des cycles de 3 et 6 grains.

Dans les échantillons denses, le chargement de l'assemblage granulaire produit une augmentation de son volume. Le volume occupé par les cycles de grains augmente ce qui conduit à une conversion des cycles à 3 grains en cycles à 6 grains avant l'atteinte de l'état permanent de déformation. La résistance de l'assemblage diminue alors en raison de la conversion de cycles rigides en cycles plus déformables. Les cycles à 6 grains constituent donc les éléments clés du couplage entre les comportements mécanique et volumique des matériaux granulaires. Les premiers résultats de simulations (Nicot and Darve, 2011a; Nicot et al., 2013) ont démontré la capacité du modèle à modéliser la rupture des milieux granulaires de manière qualitative pour des essais biaxiaux drainés et des chemins de déformation proportionnels (Fig. 3.8).

3.5 Objectif de la thèse

Dans cette première partie, nous avons tenté de poser les bases phénoménologiques pour l'étude du mécanisme de liquéfaction et identifié les conditions de déclenchement de ce mécanisme à l'échelle de l'ouvrage et d'un échantillon de laboratoire. Nous avons développé le cadre d'interprétation théorique permettant l'analyse des instabilités dans les milieux granulaires et présenté un état de l'art des grandes familles de lois de comportement existantes pour modéliser la réponse des sols liquéfiables. Nous avons enfin conclu au caractère adapté des modèles multi-échelles et en particulier du modèle H pour la modélisation de la liquéfaction des sols.

L'objectif de cette thèse est donc de mettre en œuvre le modèle H pour décrire le mécanisme de rupture par liquéfaction des sols granulaires. Il sera implémenté dans un code de calcul numérique aux différences finies afin de conduire des calculs à l'échelle de l'ouvrage.

Deuxième partie

Un modèle constitutif pour les sols liquéfiables

Chapitre 4

Le modèle H

4.1 Relations constitutives

Le modèle H-microdirectionnel est développé dans le plan de référence (\vec{x}_1, \vec{x}_2) . Les directions \vec{x}_1 et \vec{x}_2 sont choisies de manière à coïncider avec les directions principales du tenseur de déformation qui sont supposées ne pas subir de rotation.

On sait que la cinématique locale des grains d'un assemblage granulaire ne peut pas être décrite correctement en décrivant seulement la distribution des contacts. Le déplacement relatif entre deux grains en contact n'est pas la variable cinématique locale pertinente. C'est pour cette raison qu'une variable cinématique tensorielle définie à l'échelle mésoscopique doit être introduite. Une mésostructure doit donc être choisie de manière à permettre le développement d'une cinématique suffisamment complexe tout en étant compatible avec une résolution analytique des équations constitutives du système. L'assemblage hexagonal, constitué de 6 grains sphériques de même diamètre r_g , a été choisi car il permettait notamment de coupler le comportement mécanique (résistance) et volumique (dilatance/contractance) à l'échelle mésoscopique.

Dans le modèle H-microdirectionnel, le milieu granulaire est décrit comme une distribution d'hexagones orientés selon une direction \vec{n} faisant un angle θ par rapport à \vec{x}_1 (Figure 4.1). Chaque hexagone présente deux plans de symétrie par rapport aux directions \vec{x}_1 et \vec{x}_2 . On sait que la déformation de chaque vecteur branche ne dérive pas directement du tenseur de déformation défini à l'échelle macroscopique. Il a été montré que l'hypothèse affine pouvait être raisonnablement appliquée pour décrire la déformation locale à l'échelle de quelques grains (Agnolin and Kruyt, 2008). Ainsi, la déformation de chaque hexagone dérive du tenseur de déformation macroscopique comme suit :

$$\delta l_n = -l_n \delta \varepsilon_{ij} n_i n_j \tag{4.1}$$

$$\delta l_t = -l_t \delta \varepsilon_{ij} t_i t_j \tag{4.2}$$

où l_n et l_t représentent les dimensions de l'hexagone dans les direction axiale \vec{n} et latérale \vec{t} . De plus, la rotation des grains n'est pas permise. Cette hypothèse, si elle est assurément douteuse pour des grains sphériques pour lesquels la rotation est un élément important de la déformation des assemblages granulaires (Kuhn and Bagi, 2004), semble raisonnable si



FIGURE 4.1 – Mésostructure hexagonale orientée dans l'espace.

l'on cherche à modéliser des matériaux granulaires réels qui sont constitués de grains dont la forme contient de nombreuses facettes ou irrégularités (Oda et al., 1982).

La loi de contact est décrite par un modèle élastique-plastique reliant les forces incrémentales normale et tangentielle aux composantes normale et tangentielle des déplacement relatifs entre grains. Il est important de noter que ce modèle de contact est couramment utilisé dans la plupart des codes de calcul en DEM (Discrete Element Method) tels que 'Yade' (Cundall and Strack, 1979; Smilauer et al., 2010) ou PFC (Itasca Consulting Group, 2014). L'utilisation de ce modèle s'est révélée pertinente pour simuler le comportement des sols granulaires (Calvetti, 2008) : dilatance (Yang et al., 2012), rupture des chaines de forces (Cates et al., 1998), développement des bandes de cisaillement (Bardet and Proubet, 1992), écrasement des grains Cheng et al. (2004), influence de l'histoire du chargement (Ting et al., 1989), détection de la liquéfaction au cours d'essais triaxiaux non drainés (Gong et al., 2012), etc. Ce modèle de contact introduit une raideur normale élastique k_n et une raideur tangentielle élastique k_t , toutes deux constantes. L'intensité de la composante tangentielle T_1 est limitée par un critère de Coulomb dépendant d'un angle de frottement inter-granulaire φ_g . Bien que φ_g soit considéré ici comme un paramètre intrinsèque, il est intéressant de noter que celui-ci peut dépendre d'autres paramètres comme la rugosité du contact, la présence d'eau ou l'intensité de la force normale (Singer and Pollock, 1992; Bardet, 1998).

4.1.1 Équations de compatibilité.

Les variables géométriques du modèle sont : d_1 la longueur du vecteur branche reliant les grains 1 et 2, d_2 la longueur du vecteur branche reliant les grains 2 et 3 et α l'angle d'ouverture de l'hexagone (Fig. 4.2). Ces variables sont reliées à l_n et l_t selon les relations :

$$l_n = d_2 + 2d_1 \cos \alpha \tag{4.3}$$

$$l_t = 2d_1 \sin \alpha \tag{4.4}$$



FIGURE 4.2 – Description des variables géométriques de l'hexagone.

4.1.2 Équations d'équilibre.

Les forces extérieures appliquées à l'assemblage granulaire sont supposées vérifier les mêmes conditions de symétrie si bien que la symétrie de l'assemblage est préservée tout au long du chargement et l'orientation de l'hexagone est préservée. Ainsi, la détermination des forces de contact entre les grains se résume à l'évaluation des composantes normale N_1 et tangentielle T_1 de la force de contact qui s'applique entre les grains 1 et 2 ainsi que la composante normale N_2 de la force de contact qui s'applique entre les grains 2 et 3 (Figure 4.3). Les grains diamétralement opposés peuvent également entrer en contact (Fig. 4.4). Si $l_n \leq 2r_g$, alors les grains 1 et 3 entrent en contact et on a la création d'une force de contact normale N_3 . De même, si $l_t \leq 2r_g$, les grains 2 et 6 (et donc 3 et 5, par symétrie) entrent en contact et on a la création d'une force de contact N_4 . Les contacts sont supposés ne pas pouvoir reprendre d'effort en traction si bien que l'on vérifie $N_i \geq 0$ avec i = 1, ..., 4.

L'équation d'équilibre du grain 2 projetée selon la direction \vec{n} s'écrit :

$$N_2 = N_1 \cos \alpha + T_1 \sin \alpha \tag{4.5}$$

De même les équations d'équilibre relatives aux grains 1 et 2 projetées sur les directions verticale et horizontale donnent respectivement :

$$F_n = 2(N_1 \cos \alpha + T_1 \sin \alpha) + N_3 \tag{4.6}$$

$$F_t = N_1 \sin \alpha - T_1 \cos \alpha + N_4 \tag{4.7}$$

Si l'on adopte la convention de signe classique en mécanique des sols (signe positif en compression), les composantes normales des forces de contact peuvent s'écrire en fonction des variables géométriques du modèle :

$$N_1 = k_n (2r_g - d_1) \tag{4.8}$$



FIGURE 4.3 – Description des forces de contact et des forces externes appliquées à l'hexagone.



FIGURE 4.4 – Conditions de mobilisation des forces de contact N_3 et N_4 .

$$N_2 = k_n (2r_g - d_2) \tag{4.9}$$

Les forces de contact N_3 et N_4 s'expriment directement en fonction des dimensions axiale et latérale de l'hexagone l_n et l_t :

$$N_3 = k_n (2r_g - l_n) \tag{4.10}$$

$$N_4 = k_n (2r_g - l_t) \tag{4.11}$$

4.1.3 Formulation incrémentale.

Les composantes normales des forces de contact incrémentales sont obtenues en dérivant les équations 4.8-4.11 :

$$\delta N_1 = -k_n \delta d_1 \tag{4.12}$$

$$\delta N_2 = -k_n \delta d_2 \tag{4.13}$$

$$\delta N_3 = -k_n \delta l_n \tag{4.14}$$

$$\delta N_4 = -k_n \delta l_t \tag{4.15}$$

La composante tangentielle de la force de contact incrémentale entre les grains 1 et 2 dépend du régime de contact déterminé en utilisant le critère de Mohr-Coulomb. En régime élastique :

$$\delta T_1 = k_t d_1 \delta \alpha \tag{4.16}$$

Comme il a été mentionné par Nicot and Darve (2005b) et Nicot et al. (2016), l'expression de δT_1 en régime élastique n'est pas une différentielle totale car elle ne peut pas être intégrée. En fait, l'évolution de T_1 dépend de l'évolution des variables géométriques d_1 , d_2 et α qui dépend du chemin de chargement imposé. Ainsi, même en régime élastique et sans dissipation d'énergie, l'évolution de T_1 dépend directement de l'histoire du chargement. En régime plastique :

$$\delta T_1 = \xi (N_1 + \delta N_1) \tan \varphi_g - T_1 \tag{4.17}$$

où ξ est le signe de la quantité $T_1 + k_t d_1 \delta \alpha$. La valeur de $\delta \alpha$ étant infinitésimale, il est raisonnable de supposer que ξ et T_1 ont le même signe.

Les équations 4.3 et 4.4 s'écrivent sous les formes incrémentales suivantes :

$$\delta l_n = \delta d_2 + 2\cos\alpha\delta d_1 - 2d_1\sin\alpha\delta\alpha \tag{4.18}$$

$$\delta l_t = 2\sin\alpha\delta d_1 + 2d_1\cos\alpha\delta\alpha \tag{4.19}$$

De même, la différentiation de l'équation d'équilibre 4.5 s'écrit :

$$\delta N_2 = \delta N_1 \cos \alpha - N_1 \sin \alpha \delta \alpha + T_1 \cos \alpha \delta \alpha + \delta T_1 \sin \alpha \tag{4.20}$$

Les équations 4.18, 4.19 et 4.20 combinées avec les relations 4.12 à 4.17 peuvent s'écrire sous la forme algébrique suivante :

$$\begin{bmatrix} 2\cos\alpha & 1 & -2d_1\sin\alpha\\ 2\sin\alpha & 0 & 2d_2\cos\alpha\\ \cos\alpha + A & -1 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta d_1\\ \delta d_2\\ \delta \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta l_n\\ \delta l_t\\ \delta C \end{bmatrix}$$
(4.21)

où $H = [(N_1 - B) \sin \alpha - T_1 \cos \alpha]/k_n$. Il est intéressant d'observer que les forces de contact N_3 et N_4 dépendant directement des dimensions axiale et latérale des hexagones, la création de ces forces de contact n'a pas d'influence sur l'évolution des variables géométriques du modèle et donc sur les forces de contact N_1 , T_1 et N_2 . En régime élastique,

$$\begin{aligned} A &= 0\\ B &= k_t d_1 \end{aligned} \tag{4.22}$$

et en régime plastique :

$$A = \xi \tan \varphi_g \sin \alpha$$

$$B = 0$$
(4.23)

Le terme incrémental δC correspond à un terme correctif qui garantit que le critère de Mohr-Coulomb ne soit pas violé. Il est nul sauf lorsque l'incrément correspond à une transition du régime élastique vers le régime plastique où il vaut alors $\sin \alpha (\xi N_1 \tan \varphi_g - T_1)/k_n$. La résolution du système linéaire 4.21 permet de déterminer les incréments δd_1 , δd_2 et $\delta \alpha$ et donc des incréments des forces de contact δN_1 , δN_2 et δT_1 .

Dans la pratique, on inverse dans un premier temps l'équation 4.21 en supposant le régime de contact élastique. S'il n'y a ni ouverture des contacts $(N_1 - k_n \delta d_1 > 0 \text{ et } N_2 - k_n \delta d_2 > 0)$ ni violation du critère de Mohr-Coulomb (glissement inter-grains), on réalise l'incrément suivant. S'il y a décollement d'un des contacts, alors les forces de contact N_1 , T_1 et N_2 sont annulées pour éviter la mise en tension du contact entre les grains. Si le critère de Mohr-Coulomb est violé, on reprend le calcul d'inversion à l'état précédent en supposant un régime de contact plastique.

4.1.4 Tenseur des contraintes.

Le tenseur de contrainte défini à l'échelle de l'hexagone est obtenu en intégrant les forces extérieures sur les directions axiale et latérale de l'hexagone. En rappelant que $\vec{n} = [\cos\theta \sin\theta]^{\mathrm{T}}$, le tenseur des contraintes à l'échelle de l'hexagone exprimé dans le repère global a pour expression :

$$\sigma^{\mathbf{h}} = \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_n & 0\\ 0 & \sigma_t \end{bmatrix} \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma_n \cos^2 \theta + \sigma_t \sin^2 \theta & (\sigma_n - \sigma_t) \sin \theta \cos \theta\\ (\sigma_n - \sigma_t) \sin \theta \cos \theta & \sigma_n \sin^2 \theta + \sigma_t \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$
(4.24)

avec

$$\sigma_n = F_n / l_t \tag{4.25}$$

$$\sigma_t = 2F_t/l_n \tag{4.26}$$

où **P** est la matrice de rotation permettant de passer du repère global $(\vec{x_1}, \vec{x_2})$ au repère local (\vec{n}, \vec{t}) . Le calcul du tenseur de contrainte se fait par homogénéisation (Nicot and Darve, 2011a) :

$$\sigma = \frac{N}{V} \int_0^\pi \omega(\theta) v(\theta) \sigma^{\mathbf{h}} d\theta$$
(4.27)

où N est le nombre total d'hexagones contenus dans le volume V, $\omega(\theta)$ est la fonction de distribution des hexagones en fonction de leur angle d'orientation θ et $v(\theta)$ est le volume élémentaire des hexagones orientés dans la direction θ .



FIGURE 4.5 – Représentation du volume élémentaire associé à chaque hexagone.

4.1.5 Porosité du milieu.

Dans le modèle H, les hexagones sont a priori indépendants les uns des autres. Il n'y a donc pas à ce stade de relation entre le nombre d'hexagones N et le volume de matériau considéré V. Or, les calculs à l'échelle de l'ouvrage impose la mise en œuvre d'un couplage hydro-mécanique qui nécessite d'établir un lien entre le comportement mécanique du modèle (résistance) et son comportement volumique (porosité). Il convient donc d'introduire une relation entre le nombre d'hexagones N caractérisés par leurs volumes élémentaires v et le volume V de l'échantillon définis par le rectangle $l_n \times l_t$ (Fig. 4.5) :

$$v(\theta) = 2d_1 \sin \alpha(\theta)(d_2 + 2d_1 \cos \alpha(\theta)) \tag{4.28}$$

Nous ferons ici l'hypothèse que le volume total du matériau modélisé V est égal à la somme des volumes élémentaires de chaque hexagone :

$$V = N \int_0^\pi \omega(\theta) v(\theta) d\theta \tag{4.29}$$

ou sous la forme discrétisée :

$$V = N\pi \sum_{i=1}^{n_{\theta}} \omega_i v_i \tag{4.30}$$

L'hypothèse cinématique affine précédemment décrite (équations 4.1 et 4.2) impose l'égalité entre la déformation volumique incrémentale à l'échelle macroscopique et la déformation volumique incrémentale à l'échelle de chaque hexagone. En effet, on montre aisément que pour chaque hexagone :

$$\delta v/v = \delta \varepsilon_1 + \delta \varepsilon_2 = \delta V/V \tag{4.31}$$

Ainsi, si le nombre d'hexagones compris dans le volume V reste constant tout au long du chargement, il y a cohérence entre le comportement volumique local des hexagones et le comportement volumique de l'assemblage à l'échelle macroscopique. La vérification de l'équation 4.29 permet de mettre en cohérence les comportements volumiques et mécaniques du matériau

et de rendre les relations constitutives du modèle H indépendantes du nombre d'hexagones N.

Si l'on néglige l'interpénétration des grains, on montre que la porosité définie à l'échelle d'un hexagone s'écrit :

$$n = 1 - \frac{3\pi - (\beta - \sin\beta)}{8\sin\alpha(1 + 2\cos\alpha)} \tag{4.32}$$

avec $\beta = 0$ lorsque $\alpha \le \pi/3$ et $\beta = 2 \arccos(2 \cos \alpha)$ si $\alpha > \pi/3$. Lorsque α varie entre 30° et 90°, la porosité varie entre 0,13 et 0,33. La porosité moyenne d'une distribution d'hexagones se calcule par homogénéisation :

$$\mathbf{n} = \frac{1}{V} \int_0^\pi \omega(\theta) v(\theta) n(\theta) \, d\theta \tag{4.33}$$

où $n(\theta)$ est la porosité associée à chaque hexagone orienté dans la direction θ . La porosité moyenne n du milieu correspond à la partie sphérique de ce tenseur. On peut alors en déduire les valeurs de l'indice des vides e, de la fraction volumique ϕ et de la densité ρ :

$$e = \frac{n}{1-n} \tag{4.34}$$

$$\phi = 1 - n \tag{4.35}$$

$$\rho = \rho_s (1 - n) \tag{4.36}$$

avec ρ_s la densité spécifique des grains, prise égale à 2750 $kg/m^3.$

4.2 Schéma de résolution.

La loi de comportement constitutive relie la contrainte incrémentale à une déformation incrémentale donnée (Fig. 4.6). La première étape consiste à effectuer un premier changement d'échelle pour évaluer la déformation de chaque hexagone δ_n et δ_t à partir de la déformation incrémentale du milieu $\delta \varepsilon_1$ et $\delta \varepsilon_2$ (Eq. 4.1 et 4.2. Les déplacements relatifs entre grains en sont déduits par inversion de la relation 4.21, puis l'écriture des équations d'équilibre permet de déterminer les incréments des forces agissant aux contacts entre les grains (Eq. 4.12 à 4.17). Il suffit alors de déterminer les contraintes correspondantes à l'échelle mésoscopique de l'hexagone σ_n et σ_t (Eq. 4.25 et 4.26) puis de remonter aux contraintes macroscopiques σ_1 et σ_2 par homogénéisation (Eq. 4.27).

4.3 Paramètres du modèle

Deux familles de paramètres peuvent être distinguées : i) les paramètres micromécaniques qui caractérisent la loi de contact inter-grains et ii) les paramètres microstructuraux qui décrivent la distribution des hexagones dans l'espace ainsi que leur géométrie. Afin de garantir le sens physique propre à chacun de ces paramètres, il convient de déterminer les intervalles de valeurs crédibles associés à ces paramètres.



FIGURE 4.6 – Schéma de résolution du modèle H.

TABLE 4.1 – Exemples de diamètres médians pour quelques sables.

Sables	$d_{50} \ (\mathrm{mm})$
Hostun H31	0,32
Fontainebleau	0,10
Sherbrooke	$0,\!60$
Ticino	0,50

4.3.1 Paramètres micro-mécaniques

Les paramètres micromécaniques permettent de décrire la loi de contact inter-grains.

Rayon des grains. Le rayon des grains doit être choisi en fonction des caractéristiques granulométriques du matériau que l'on souhaite modéliser. On peut par exemple choisir le critère suivant :

$$r_g = \frac{d_{50}}{2} \tag{4.37}$$

où d_{50} correspond au diamètre médian de la distribution granulométrique. Pour des sables, le rayon des grains variera donc entre 0,1 mm et 1 mm (Tab. 4.1).

Raideur normale des contacts. Les raideurs élastiques des contacts intergranulaires sont des éléments déterminants du comportement de l'assemblage granulaire en petites déformations. Le niveau de rigidité du matériau peut être caractérisé par le paramètre adimensionnel (Combe, 2004) :

$$\kappa_{\mu} = \frac{k_n}{p_{ref}} \tag{4.38}$$

où p_{ref} est une pression de référence qui sera en pratique prise égale à la moyenne géométrique de la pression atmosphérique p_{atm} =100 kPa et de la pression de condolidation de l'échantillon p_c :

$$p_{ref} = \sqrt{p_c \, p_{atm}} \tag{4.39}$$

Les niveaux de rigidité κ_{μ} utilisés pour $p_{ref} = p_{atm}$ dans la littérature pour des simulations bidimensionnelles en dynamique moléculaire varient entre 500 et 40000 (Combe, 2004).

Il est intéressant de comparer ce paramètre à la constante élastique macroscopique κ_M correspondant à la pente de la courbe de gonflement dans le plan $(1 + e, \ln p)$. Par définition, $\kappa_M = (1 + e)p/K$ où K est le module de compressibilité volumique. Par ailleurs, Liao et al. (1997) ont établi une relation entre les paramètres élastiques de l'assemblage à l'échelle macroscopique et les rigidités des contacts. Leur analyse, qui prend en compte la fluctuation locale des déplacements inter-grains par rapport au champ de déplacement moyen imposé à l'échelle macroscopique, les a conduits à proposer une relation que l'on peut écrire sous la forme $k_n = \pi(1 + e)K$. Ainsi, il vient $\kappa_M = \pi(1 + e)^2 p/k_n$ d'où finalement :

$$\kappa_{\mu} = \frac{\pi (1+e)^2}{\kappa_M} \tag{4.40}$$

où κ_M est généralement compris entre 0,002 et 0.008 pour des sables, avec une valeur moyenne de 0,005 (Yu, 1998). Pour des sables, l'indice des vides est généralement compris entre 0,5 et 1,2 (Cubrinovski and Ishihara, 2002). L'approche développée par Hoomans et al. (1996) permet ensuite d'estimer l'intervalle des indices des vides correspondant à ces deux états en deux dimensions : $0.2 \leq e_0 \leq 0.53$. On en déduit que la formulation conduit à un intervalle de niveaux de rigidité $550 \leq \kappa_{\mu} \leq 3700$ compris dans celui issu de la littérature.

Raideur tangentielle des contacts. Il a été montré, aussi bien théoriquement (Mindlin, 1949) que numériquement (Bathurst and Rothenburg, 1988), que le rapport des rigidités k_t/k_n est relié au coefficient de Poisson de l'assemblage granulaire. Parmi les formules existantes dans la littérature, nous retiendrons celle de Liao et al. (1997) :

$$\frac{k_t}{k_n} = \frac{1 - \nu}{1 + 3\nu} \tag{4.41}$$

Sachant que le coefficient de poisson varie entre 0,10 et 0,40 pour des sables, le rapport des rigidités devrait vérifier $0,25 \le k_t/k_n \le 0,75$.

Angle de frottement intergranulaire. L'angle de frottement interne d'un matériau granulaire (φ) a pour borne inférieure la valeur de l'angle de frottement intergranulaire φ_g (Rowe, 1969). L'angle de frottement intergranulaire doit donc nécessairement vérifier $0 \leq \varphi_g \leq \varphi$ avec $30^o \leq \varphi \leq 45^o$ (Terzaghi, 1955). Il convient de garder à l'esprit que l'angle de frottement inter-granulaire rend également compte de l'effet de la géométrie réelle des grains sur la résistance au glissement des grains entre eux. Pour des grains anguleux, il n'est pas anormal d'avoir recours à des valeurs de φ_g élevées.



TABLE 4.2 – Intervalles des paramètres de la loi de contact.

FIGURE 4.7 – Exemples de distributions tensorielles d'ordre 2.

4.3.2 Paramètres microstructurels

Angle d'ouverture initial. L'angle d'ouverture initial des hexagones (α_0) peut varier entre 30° et 90°. On déduit des équations 4.32 et 4.34 l'expression de l'indice des vides propre à un hexagone :

$$e = \frac{8\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{3\pi(\beta-\sin\beta)} - 1 \tag{4.42}$$

avec $\beta = 0$ lorsque $\alpha \leq \pi/3$ et $\beta = 2 \arccos(2 \cos \alpha)$ si $\alpha > \pi/3$. Chaque angle d'ouverture initial correspond donc à un indice des vides. La relation n'est cependant pas bijective, comme il sera discuté au chapitre 5.

Distribution initiale des hexagones. La microstructure du milieu granulaire est décrite par une distribution $\omega(\theta)$ de l'orientation des hexagones que l'on peut écrire sous la forme :

$$\omega(\theta) = \frac{1}{\pi} \left(1 + a_{\omega} \cos 2(\theta - \beta_{\omega}) \right) \tag{4.43}$$

où a_{ω} représente le degré d'anisotropie de la distribution et β_{ω} la direction principale d'anisotropie. Lorsque $a_{\omega} = 0$, la distribution est isotrope : il y a le même nombre d'hexagones dans toutes les directions de l'espace. Il convient de noter que la fonction $\omega(\theta)$ est supposée ne pas changer au cours du chargement. Cela signifie que l'orientation des hexagones reste constante vis-à-vis des directions principales du tenseur des déformations. Quelques exemples de distributions sont donnés sur la figure 4.7.



FIGURE 4.8 – Exemple de représentation de la fonction de distribution des contacts $c(\theta)$ et des fonctions de distribution de l'orientation des hexagones $\omega(\theta)$ pour $\alpha_0 = 45^\circ$, $a_\omega = 1$ et $\beta_\omega = 0$.

Distribution initiale des contacts. Une distribution initiale de ce type correspond à une distribution d'orientations des contacts $c(\theta)$. Pour un angle d'ouverture initial α_0 , on a :

$$c(\theta) = \frac{1}{3} \left(\omega(\theta) + \omega(\theta + \alpha_0) + \omega(\theta - \alpha_0) \right)$$
(4.44)

Après quelques développements, on montre que la distribution des contacts s'écrit :

$$c(\theta) = \frac{1}{\pi} \left(1 + a_c \cos 2(\theta - \beta_\omega) \right) \tag{4.45}$$

avec $a_c = a_{\omega}(1+2\cos 2\alpha_0)/3$. La distribution des contacts correspond donc également à un développement tensoriel d'ordre 2 dont le degré d'anisotropie est fonction de l'angle d'ouverture initial des hexagones. Par exemple, pour $\alpha_0 = \pi/4$, le degré d'anisotropie de la distribution des contacts vaut le tiers de celui de la distribution des hexagones (Fig. 4.8).

Chapitre 5

Étude de l'instabilité de l'assemblage hexagonal

L'étude des conditions menant à la déstabilisation des cycles de grains revêt une importance capitale dans la compréhension des mécanismes à l'origine de la rupture dans les milieux granulaires (Tordesillas and Muthuswamy, 2009; Hadda, 2013; Hadda et al., 2015). Nous nous proposons ici d'étudier la topologie du domaine de bifurcation des cycles hexagonaux qui constituent les briques élémentaires du modèle H. Ce domaine de bifurcation, défini à l'échelle mésoscopique, n'a a priori aucune raison d'être semblable à celui qui peut être défini à l'échelle macroscopique du VER. En effet, on peut s'attendre à ce que le passage de l'échelle macroscopique, à laquelle des hétérogénéités sont moyennées, à l'échelle mésoscopique accentue l'effet de la microstructure sur les modes de rupture et les conditions de déclenchement des instabilités (Tordesillas and Muthuswamy, 2009; Nicot et al., 2016).

Nous excluons de l'analyse les configurations où il y a contact entre les grains 1-4 $(N_3 > 0)$ ou 2-6 et 3-5 $(N_4 > 0)$. Afin de simplifier les notations, nous considérerons dans ce chapitre un hexagone orienté selon la direction principale du tenseur des déformations $(\vec{n} = \vec{x}_1)$.

5.1 Établissement de la matrice de rigidité tangente

Contraintes de Cauchy. L'introduction des expressions de N_1 (Eq. 4.8) et N_2 (Eq. 4.9) dans l'équation 4.6 permet de déterminer l'expression de T_1 en fonction des variables géométriques du modèle :

$$T_1 = k_n \frac{(2r_g - d_2) - (2r_g - d_1)\cos\alpha}{\sin\alpha}$$
(5.1)

En utilisant les équations 4.6 et 4.7, les longueurs des vecteurs branches peuvent être exprimées comme suit :

$$d_1 = 2r_g - (F_n \cos \alpha + 2F_t \sin \alpha)/(2k_n) \tag{5.2}$$

$$d_2 = 2r_g - F_n/(2k_n) \tag{5.3}$$

Les expressions des forces exterieures deviennent :

$$F_n = 2k_n(2r_g - d_2) \tag{5.4}$$

$$2F_t = 2k_n \frac{(2r_g - d_1) - (2r_g - d_2)\cos\alpha}{\sin\alpha}$$
(5.5)

Ainsi, les deux composantes du tenseur de contraintes peuvent être exprimées en fonction des variables géométriques :

$$\frac{\sigma_1}{k_n} = \frac{(2r_g - d_2)}{d_1 \sin \alpha} \tag{5.6}$$

$$\frac{\sigma_2}{k_n} = 2 \frac{(2r_g - d_1) - (2r_g - d_2)\cos\alpha}{\sin\alpha(d_2 + 2d_1\cos\alpha)}$$
(5.7)

Ces équations, qui relient l'état de contrainte, représenté par σ_1 et σ_2 , et l'état géométrique, représenté par le triplet (d_1, d_2, α) , est formellement indépendant du régime de contact. Elles sont également indépendantes des paramètres de la loi de contact k_t et φ_g . La dépendance explicite de l'état de contrainte vis-à-vis de la variable microstructurelle α est cruciale et a des conséquences importantes sur la topologie du domaine de bifurcation, comme nous le verrons plus loin.

Relations incrémentales. Les propriétés du système constitué par l'assemblage hexagonal dérivent de celles de la matrice de rigidité tangente. La dernière ligne du système linéaire de l'équation 4.21 donne une relation explicite entre $\delta \alpha$, δd_1 et δd_2 . Il est donc possible de relier la déformation de l'hexagone aux variations incrémentales des vecteurs branches :

$$\begin{bmatrix} 2\cos\alpha + 2d_1\sin\alpha(\cos\alpha + A)/H & 1 - 2d_1\sin\alpha/H \\ 2\sin\alpha - 2d_1\cos\alpha(\cos\alpha + A)/H & 2d_1\cos\alpha/H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta d_1 \\ \delta d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta l_n \\ \delta l_t \end{bmatrix}$$
(5.8)

avec $H = [(N_1 - B) \sin \alpha - T_1 \cos \alpha]/k_n$. Les paramètres A et B sont donnés par les équations 4.22 et 4.23. Les déformations incrémentales peuvent être définies par $\delta \varepsilon_1 = -\delta l_n/l_n$ et $\delta \varepsilon_2 = -\delta l_t/l_t$. On peut donc écrire :

$$\delta d_i = L_{ij} \delta \varepsilon_j \tag{5.9}$$

où les composantes L_{ij} sont données par :

$$L_{11} = -2k_n d_1 \cos \alpha (d_2 + 2d_1 \cos \alpha) / \Delta$$

$$L_{12} = [d_1 (-B - 4d_1 k_n + 4k_n r_g + 2k_n (d_2 - 2r_g) \cos \alpha + (B + 2d_1 k_n) \cos 2\alpha)] / \Delta$$

$$L_{21} = -(d_2 + 2d_1 \cos \alpha) + 4d_1 k_n (d_2 + 2d_1 \cos \alpha) / \Delta$$

$$L_{22} = 2d_1 \cos \alpha - 4d_1^2 k_n (A + 3 \cos \alpha) / \Delta$$
(5.10)

avec $\Delta = B + 7d_1k_n - 4k_nr_g + 2k_n(Ad_1 - d_2 + 2r_g)\cos\alpha + (-B + d_1k_n)\cos 2\alpha$. On constate que les termes L_{ij} dépendent des valeurs de A et B. L'expression de la matrice de rigidité tangente doit donc logiquement dépendre du régime du contact entre les grains 1 et 2. Il convient alors de définir une zone tensorielle pour chaque régime de contact (Darve and Labanieh, 1982). Dans une zone tensorielle donnée, les composantes des contraintes incrémentales peuvent s'exprimer comme suit :

$$\delta\sigma_i = \frac{\partial\sigma_i}{\partial d_1}\delta d_1 + \frac{\partial\sigma_i}{\partial d_2}\delta d_2 + \frac{\partial\sigma_i}{\partial\alpha}\delta\alpha$$
(5.11)

i.e., en utilisant la dernière ligne de la relation algébrique 4.21 :

$$\delta\sigma_i = \left(\frac{\partial\sigma_i}{\partial d_1} - \frac{\cos\alpha + A}{H}\frac{\partial\sigma_i}{\partial\alpha}\right)\delta d_1 + \left(\frac{\partial\sigma_i}{\partial d_2} + \frac{1}{H}\frac{\partial\sigma_i}{\partial\alpha}\right)\delta d_2 \tag{5.12}$$

En introduisant les termes de la matrice de rigidité tangente K :

$$\delta\sigma_i = K_{ij}\delta\varepsilon_j \tag{5.13}$$

où (i, j) = 1,2 avec

$$K_{ij} = \left(\frac{\partial\sigma_i}{\partial d_1} - \frac{\cos\alpha + A}{H}\frac{\partial\sigma_i}{\partial\alpha}\right)L_{1j} + \left(\frac{\partial\sigma_i}{\partial d_2} + \frac{1}{H}\frac{\partial\sigma_i}{\partial\alpha}\right)L_{2j}$$
(5.14)

Les dérivées partielles des composantes du tenseur des contraintes s'obtiennent par simple dérivation des équations 5.6 et 5.7 :

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial d_1} = k_n \frac{(d_2 - 2r_g)}{d_1^2 \sin \alpha}$$
$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial d_2} = -k_n \frac{1}{d_1 \sin \alpha}$$
$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial d_2} = k_n \frac{(d_2 - 2r_g) \cos \alpha}{d_1 \sin^2 \alpha}$$
$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial d_1} = -2k_n [(4r_g + 2d_2 \cos \alpha - 4r_g \cos \alpha) \cos \alpha + d_2]$$
$$/[\sin \alpha (d_2 + 2d_1 \cos \alpha)^2]$$
$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial d_2} = 2k_n [2d_1 + 2r_g (\cos \alpha - 1) + d_1 \cos 2\alpha]$$
$$/[\sin \alpha (d_2 + 2d_1 \cos \alpha)^2]$$
$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial \alpha} = -k_n [(4d_2r_g + d_1 (-6r_g + d_2)) \cos \alpha - 4d_1 (d_1 - 2r_g) \cos 2\alpha + (d_2 - 2r_g) (2d_2 + d_1 \cos 3\alpha)]$$
$$/[\sin^2 \alpha (d_2 + 2d_1 \cos \alpha)^2]$$

Dans une zone tensorielle donnée, les dérivées partielles des composantes du tenseur des contraintes sont indépendantes du régime de contact. Toutefois, l'expression de la matrice de rigidité tangente dépend du régime de contact à travers les termes A et B. Pour un état géométrique caractérisé par un triplet (d_1, d_2, α) , il existe deux matrices de rigidité propres à chaque zone tensorielle. En régime élastique :

$$K_{11}^{el} = k_n (2k_n + 4k_n \cos \alpha - 2\sigma_1 \sin \alpha + \sigma_1 \sin 2\alpha)
(-4k_n (k_n + k_t) - 2\sigma_1 \sigma_2 + 4k_n (-k_n + k_t) \cos 2\alpha
+ \sigma_2 (\sigma_1 (\cos \alpha + 2\cos 2\alpha - \cos 3\alpha)
+ (5k_n + 3k_t) \sin \alpha + 4k_n \sin 2\alpha + (k_n - k_t) \sin 3\alpha))/
(-2k_n \sin \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha)\Delta$$
(5.16)

$$K_{12}^{el} = (8k_n^2\sigma_1 + 4k_n(5k_n + k_t)\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_2^2) -\sigma_2(2k_n(k_n - k_t) + \sigma_1\sigma_2)(\cos\alpha + \cos 3\alpha) -2(4k_n^2\sigma_1 + 2k_n(-k_n + k_t)\sigma_2 + \sigma_1\sigma_2^2)\cos 2\alpha -\sigma_2(6k_n\sigma_1 + 13k_n\sigma_2 + 3k_t\sigma_2)\sin\alpha -4k_n(2k_n(-k_n + k_t) + \sigma_2^2)\sin 2\alpha +\sigma_2(2k_n\sigma_1 - k_n\sigma_2 + k_t\sigma_2)\sin 3\alpha)/\Delta$$
(5.17)

$$K_{21}^{el} = (4k_n(5k_n + k_t)\sigma_1 + 2(4k_n^2 + \sigma_1^2)\sigma_2 + \sigma_2(2k_n(3k_n + k_t) - \sigma_1^2)\cos\alpha + 2(-2k_nk_t\sigma_1 - \sigma_1^2\sigma_2 + 2k_n^2(\sigma_1 + 2\sigma_2))\cos 2\alpha + \sigma_2(2k_n(k_n - k_t) + \sigma_1^2)\cos 3\alpha - \sigma_1\sigma_2(11k_n + 3k_t)\sin\alpha + 8k_n(k_n^2 - k_nk_t - \sigma_1\sigma_2)\sin 2\alpha + \sigma_1\sigma_2(k_n + k_t)\sin 3\alpha)/\Delta$$
(5.18)

$$K_{22}^{el} = 4k_n \sin \alpha (\sigma_2 \sin \alpha - 2k_n)(-4k_n(k_n + 2k_t) - \sigma_1 \sigma_2 -\sigma_1 \sigma_2 (\cos \alpha - \cos 3\alpha) + (4k_n(k_n - k_t) + \sigma_1 \sigma_2) \cos 2\alpha + (5k_n + 3k_t) \sigma_2 \sin \alpha + 2k_n (3\sigma_1 + \sigma_2) \sin 2\alpha + (-k_n + k_t) \sigma_2 \sin 3\alpha) / (2k_n + 4k_n \cos \alpha - 2\sigma_1 \sin \alpha + \sigma_1 \sin 2\alpha)\Delta$$
(5.19)

où $\Delta = 4k_n(5k_n + k_t) + 2\sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_2\cos\alpha + \sigma_1\sigma_2\cos3\alpha - 2\sigma_2(7k_n + k_t + 4k_n\cos\alpha)\sin\alpha - 2\cos2\alpha(2k_n(-k_n + k_t) + \sigma_1\sigma_2 + (k_n - k_t)\sigma_2\sin\alpha).$

En régime plastique :

$$K_{11}^{pl} = k_n (2k_n(1+2\cos\alpha) + \sigma_1(-2\sin\alpha + \sin 2\alpha)) (4k_n^2 + 2\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\cos\alpha(\sigma_1 + \xi k_n \tan\varphi_g) + (4k_n^2 - 2\sigma_2\sigma_1)\cos 2\alpha + \sigma_2\cos 3\alpha(\sigma_1 + \xi k_n \tan\varphi_g) -5k_n\sigma_2\sin\alpha + 4k_n(-\sigma_2 + \xi k_n \tan\varphi_g)\sin 2\alpha - k_n\sigma_2\sin 3\alpha)/ (2k_n\sin\alpha - \sigma_2\sin^2\alpha)\Delta$$
(5.20)

$$K_{12}^{pl} = (2\sigma_1\sigma_2^2 + 4k_n^2(2\sigma_1 + 5\sigma_2) - 8k_n^3\xi \tan\varphi_g +\sigma_2(2k_n^2 + \sigma_1\sigma_2 + k_n\xi\sigma_2\tan\varphi_g)(\cos\alpha + \cos3\alpha) -2(k_n^2(4\sigma_1 - 2\sigma_2) + \sigma_1\sigma_2^2 + 4k_n^3\xi \tan\varphi_g)\cos2\alpha +k_n\sigma_2(-6\sigma_1 - 13\sigma_2 + 2k_n\xi \tan\varphi_g)\sin\alpha +4k_n(2k_n^2 - \sigma_2^2 + k_n\sigma_2\xi \tan\varphi_g)\sin2\alpha +k_n\sigma_2(2\sigma_1 - \sigma_2 + 2k_n\xi \tan\varphi_g)\sin3\alpha)/\Delta$$
(5.21)

$$K_{21}^{pl} = (2\sigma_1^2\sigma_2 + 4k_n^2(5\sigma_1 + 2\sigma_2) + 8k_n^3\xi \tan\varphi_g + (6k_n^2 - \sigma_1^2 - k_n\xi\sigma_1 \tan\varphi_g)\sigma_2\cos\alpha - 2(\sigma_1^2\sigma_2 - 2k_n^2(\sigma_1 + 2\sigma_2) + 4k_n^3\xi \tan\varphi_g)\cos 2\alpha + (2k_n^2 + \sigma_1^2 + k_n\xi\sigma_1 \tan\varphi_g)\sigma_2\cos 3\alpha - k_n\sigma_2(11\sigma_1 + 6k_n\xi \tan\varphi_g)\sin\alpha + 4k_n(2k_n^2 - 2\sigma_1\sigma_2 + k_n\xi\sigma_1 \tan\varphi_g)\sin 2\alpha + k_n\sigma_2(\sigma_1 + 2k_n\xi \tan\varphi_g)\sin 3\alpha)/\Delta$$
(5.22)

$$K_{22}^{pl} = (4k_n \sin \alpha (-2k_n + \sigma_2 \sin \alpha)) (-4k_n^2 - \sigma_1 \sigma_2 + 2k_n (\sigma_1 - \sigma_2) \xi \tan \varphi_g -\sigma_2 (\sigma_1 + 3k_n \xi \tan \varphi_g) \cos \alpha + (4k_n^2 + \sigma_1 \sigma_2 - 2k_n (\sigma_1 + \sigma_2) \xi \tan \varphi_g) \cos 2\alpha + \sigma_2 (\sigma_1 + k_n \xi \tan \varphi_g) \cos 3\alpha + \sigma_2 (5k_n - 2\sigma_1 \xi \tan \varphi_g) \sin \alpha + (6k_n \sigma_1 + 2k_n \sigma_2 + 4k_n^2 \xi \tan \varphi_g + \sigma_1 \sigma_2 \xi \tan \varphi_g) \sin 2\alpha -k_n \sigma_2 \sin 3\alpha))/ ((2k_n + 4k_n \cos \alpha - 2\sigma_1 \sin \alpha + \sigma_1 \sin 2\alpha)\Delta)$$
(5.23)

où ξ représente le signe de T_1 et $\Delta = 20k_n^2 + 2\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2(\sigma_1 + \xi k_n \tan \varphi_g) \cos \alpha + (4k_n^2 - 2\sigma_1\sigma_2) \cos 2\alpha + \sigma_2(\sigma_1 + \xi k_n \tan \varphi_g) \cos 3\alpha - 13k_n\sigma_2 \sin \alpha + 4k_n(-\sigma_2 + \xi k_n \tan \varphi_g) \sin 2\alpha - k_n\sigma_2 \sin 3\alpha.$

5.2 Caractérisation de la microstructure

Texture. La microstructure des milieux granulaires peut être décrite à l'aide d'un tenseur de texture F décrivant la distribution des directions normales n^k des contacts k (Satake, 1982) :

$$F_{ij} = \frac{1}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} n_i^k n_j^k$$
(5.24)

où N_c représente le nombre total de contacts (égal à 6 dans le cas spécifique de l'assemblage hexagonal). En raison des propriétés de symétrie de l'hexagone, les composantes du tenseur vérifient $F_{12} = F_{21} = 0$. On peut alors montrer que les valeurs principales du tenseur de texture ne dépendent que de α :

$$F_1 = (1 + 2\cos^2\alpha)/3 \tag{5.25}$$

$$F_2 = 2\sin^2 \alpha/3 \tag{5.26}$$

La projection des composantes du tenseur de texture selon la direction n faisant un angle θ avec la direction principale majeure donne :

$$F_n(\alpha, \theta) = p_F + q_F(\alpha) \cos 2\theta \tag{5.27}$$

où $p_F = (F_1 + F_2)/2 = 1/2$ et $q_F(\alpha) = (F_1 - F_2)/2 = (1 + 2\cos 2\alpha)/6$ sont les invariants sphérique et déviatorique du tenseur de texture. La fonction $F_n(\alpha, \theta)$ fournit une description de la microstructure de l'assemblage granulaire. La Figure 5.1 montre que les relations entre α et les composantes principales du tenseur de texture sont bijectives. Cela signifie qu'une valeur donnée de α correspond à une unique valeur de q_F . Ainsi, la microstructure peut être décrite de manière équivalente par α ou q_F . Le paramètre α offre donc un moyen pratique de décrire la texture à l'échelle mésoscopique. Des petites valeurs de α correspondent à des valeurs positives de q_F , i.e. une distribution préférentielle des contacts selon la direction axiale de l'hexagone. Des valeurs élevées de α correspondent à des valeurs négatives de q_F , i.e. à une distribution préférentielle des contacts selon la direction transversale de l'hexagone.

Notons $a_c = |q_F|$ le coefficient d'anisotropie de la distribution des contacts. Lorsque $\alpha < 60^{\circ}$, on a $a_c = q_F$ alors que $a_c = -q_F$ pour $\alpha > 60^{\circ}$. On peut écrire la relation 5.27 en faisant intervenir la direction principale d'anisotropie θ_c :

$$F_n(\alpha, \theta) = 1/2 + a_c(\alpha) \cos 2(\theta - \theta_c) \tag{5.28}$$

où $\theta_c = 0$ pour $\alpha < 60^\circ$ et où $\theta_c = 90^\circ$ pour $\alpha > 60^\circ$. L'équation 5.28 correspond à un développement en série de Fourier d'ordre 2 classiquement employé dans l'analyse microstructurelle des milieux granulaires (Radjai et al., 1998). La Figure 5.2 montre l'évolution du coefficient d'anisotropie a_c en fonction de α . L'anisotropie est maximale pour $\alpha = 30^\circ$ $(a_c = 1)$ puis diminue jusqu'à ce que a_c s'annule pour $\alpha = 60^\circ$. Lorsque α augmente de 60° à 90° , l'anisotropie augmente de $a_c = 0$ à $a_c = 1/2$.



FIGURE 5.1 – Invariants du tenseur de texture sphérique (p_F) et déviatorique (q_F) en fonction de l'angle d'ouverture de l'hexagone (α) .

Indice des vides. Le relation reliant l'indice des vides et l'angle d'ouverture de l'hexagone est donné par l'équation 4.42. On peut voir sur la Figure 5.2 que, dans le cas d'un chemin à α croissant, le comportement de l'hexagone est dilatant sur l'intervalle $\alpha \in [30^{\circ}; 53.6^{\circ}]$ alors qu'il est contractant sur l'intervalle $\alpha \in [53.6^{\circ}; 90^{\circ}]$. Réciproquement, dans le cas d'un chemin à α décroissant, le comportement de l'hexagone est dilatant sur l'intervalle $\alpha \in [53.6^{\circ}; 90^{\circ}]$. Ainsi, pour des conditions de chargement données, la dilatance de l'assemblage granulaire provient de ses propriétés microstructurelles. Il est intéressant de noter que l'indice des vides n'est pas une fonction bijective de α . L'indice des vides ne peut donc pas être considéré comme une variable caractéristique de la microstructure de l'assemblage.

En résumé, la variable microstructurelle α apparaît explicitement dans l'expression de l'état de contrainte de l'hexagone. De plus, α est reliée à la composantes déviatoire du tenseur de texture et à l'indice des vide définis à l'échelle de l'hexagone. Enfin, l'évolution de α est responsable du comportement dilatant ou contractant de l'assemblage granulaire.

5.3 Surfaces limites de Coulomb

Aucun déplacement relatif tangentiel entre les grains 2 et 3 n'est admis par le modèle. Entre ces grains, la direction de la force de contact est normale et son intensité n'est pas bornée par le critère de plasticité. La condition de Coulomb au contact entre les grains 1 et 2 peut s'écrire :

$$\xi T_1 - N_1 \tan \varphi_g \le 0 \tag{5.29}$$

où ξ représente le signe de T_1 . En se rappelant les équations 4.8 et 5.1, la condition de Coulomb peut s'exprimer en fonction des variables géométriques :

$$\xi[(2r_g - d_2) - (2r_g - d_1)\cos\alpha] - (2r_g - d_1)\sin\alpha\tan\varphi_g \le 0$$
(5.30)



FIGURE 5.2 – Indice des vides e, degré d'anisotropie a_c et direction principale d'anisotropie θ_c en fonction de l'angle d'ouverture de l'hexagone α .

Après réarrangement des équations 5.6 et 5.7, on obtient :

$$d_1 = 2k_n r_g \frac{\sigma_2 \sin \alpha - 2k_n}{\sigma_1 \sigma_2 \sin^2 \alpha - 2k_n (\sigma_1 + \sigma_2) \cos \alpha \sin \alpha - 2k_n^2}$$
(5.31)

$$d_2 = 4k_n r_g \frac{\sigma_1 \sin \alpha - (\sigma_1 + \sigma_2) \cos \alpha \sin \alpha - k_n}{\sigma_1 \sigma_2 \sin^2 \alpha - 2k_n (\sigma_1 + \sigma_2) \cos \alpha \sin \alpha - 2k_n^2}$$
(5.32)

La combinaison des équations 5.31 et 5.32 avec l'équation 5.30 aboutit finalement à l'expression de la surface limite de Coulomb :

$$A(\alpha)\sigma_1 + B(\alpha)\sigma_2 - C(\alpha)\sigma_1\sigma_2 = 0$$
(5.33)

оù

$$A(\alpha) = 2 \sin \alpha [\tan \varphi_g \cos \alpha - \xi \sin \alpha]$$

$$B(\alpha) = \tan \varphi_g \sin \alpha (2 \cos \alpha + 1) + \xi \cos \alpha (2 \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$C(\alpha) = \sin \alpha [\tan \varphi_g \sin \alpha + \xi (\cos \alpha + 1)]/k_n$$
(5.34)

Ainsi, deux surfaces limites de Coulomb existent en fonction du signe de T_1 (representé par ξ). Sachant que la condition limite plastique (Eq. 5.29) ne peut être violée, l'ensemble des états d'équilibre de l'hexagone est borné par ces deux surfaces. Le résultat, formalisé par les équations 5.33 et 5.34 remet en cause la notion d'état limite en tant que fonction du simple état de contrainte du système. En effet, l'équation 5.33 montre que la définition des limites du domaine de bifurcation intègre la variable microstructurelle α . Or, la microstructure évolue au cours de la déformation de l'hexagone en fonction du chemin de sollicitation auquel il est soumis. L'appartenance d'un état de contrainte donné à la surface limite de Coulomb dépend donc du chemin de sollicitation considéré.



TABLE 5.1 – Paramètres constitutifs de l'assemblage hexagonal

FIGURE 5.3 – Courbes de réponses du système en contrainte-déformation au cours d'une compression isotrope suivie d'une compression axiale non drainée. Le point I correspond à l'état pour lequel det K^s s'annule, le point A à la fin de la compression isotrope et au début du chargement non drainé, le point B à la transition entre le régime élastique et le régime plastique.

5.4 Investigations numériques

Les équations constitutives développées dans les paragraphes précédents ont été résolues numériquement afin d'analyser l'influence du chemin de sollicitation sur la topologie du domaine de bifurcation. Les paramètres considérés dans cette étude sont reportés dans le tableau 5.1. A partir d'une configuration d'hexagone non chargé (grains en contact), dont la géométrie initiale est définie par α_0 , on applique à l'assemblage une consolidation isotrope (p_c) puis un chargement non drainé ($\delta \varepsilon_2 = -\delta \varepsilon_1$) monotone contrôlé en déformation ($\delta \varepsilon_1 > 0$). L'expression du travail du second ordre est donc :

$$w_2 = \delta \varepsilon_1 \delta q \tag{5.35}$$

où $q = \sigma_1 - \sigma_2$ représente le déviateur des contraintes. L'équation 5.35 montre que l'annulation du travail du second ordre se produit lorsque $\delta q = 0$. Le comportement de l'assemblage hexagonal est analysé à partir des trois grandeurs suivantes :

- les contraintes σ_1 et σ_2 , normalisées par la raideur normale des contacts k_n ;
- le déterminant det K^s , normalisé par k_n^2 ;
- le travail du second ordre w_2 , normalisé par $||\delta\varepsilon|| ||\delta\sigma||$.

La Figure 5.3 montre que la réponse en contraintes-déformations du système devient non linéaire avant même que la pression de consolidation $p_c = 0.2 k_n$ ne soit atteinte. Le régime non linéaire débute un peu avant le point I, qui correspond à l'annulation du déterminant



FIGURE 5.4 – Evolution des variables géométriques au cours d'une compression isotrope suivie d'une compression axiale non drainée. Le point I correspond à l'état pour lequel det K^s s'annule, le point A à la fin de la compression isotrope et au début du chargement non drainé, le point B à la transition entre le régime élastique et le régime plastique.



FIGURE 5.5 – Réponse du système dans l'espace des contraintes au cours d'une compression isotrope suivie d'une compression axiale non drainée. Le point I correspond à l'état pour lequel det K^s s'annule, le point A à la fin de la compression isotrope et au début du chargement non drainé, le point B à la transition entre le régime élastique et le régime plastique.


FIGURE 5.6 – Evolution du travail du second ordre normalisé w_2 (ligne pointillée) et du déterminant det K^s (ligne pleine) au cours d'une compression isotrope suivie d'une compression axiale non drainée. Le point I correspond à l'état pour lequel det K^s s'annule, le point Aà la fin de la compression isotrope et au début du chargement non drainé, le point B à la transition entre le régime élastique et le régime plastique.

det K^s (Fig. 5.6). La non-linéarité de la réponse est associée à une diminution du travail du second ordre normalisé. Le système étant alors en régime élastique, ce comportement ne peut avoir qu'une origine géométrique. En effet, la Figure 5.4 montre que le point I correspond à un changement de pente de la courbe représentant α en fonction de la déformation axiale. Au début du chargement non drainé (point A), le contact entre les grains 1 et 2 commence à se décomprimer, alors que le contact entre les grains 2 et 3 poursuit sa compression (Fig. 5.4). Les contraintes axiale et latérale diminuent, mais le déviateur des contraintes augmente, ce qui conduit à une augmentation du travail du second ordre normalisé. Le déterminant det K^s diminue jusqu'à ce que le système entre dans le régime plastique (point B). Au-delà de ce point, le système reste en régime plastique. La contrainte axiale σ_1 diminue et la contrainte latérale σ_2 augmente légèrement. La transition entre le régime élastique et le régime plastique se manifeste par un saut discontinu de w_2 et det K^s en dessous de zéro, ce qui suggère que l'état mécanique du système entre dans le domaine de bifurcation lorsque le critère de Coulomb est atteint. La discontinuité de ces courbes est liée à l'évolution discontinue des termes A et B intervenant dans l'expression de la matrice de rigidité tangente (Eq. 4.22 et (4.23). Les deux courbes contrainte-déformation se croisent juste après le point B, autour de $\varepsilon_1 = 0.35$. Dans l'espace des contraintes, ce point correspond à l'état où la courbe $\sigma_1 - \sigma_2$ s'annule, i.e. lorsque l'état de contrainte croise la droite de compression isotrope (Fig. 5.5). Au-delà de ce point, le déviateur des contraintes devient négatif. La contrainte latérale atteint un pic autour de $\varepsilon_1 = 0.40$ puis diminue brutalement, plus rapidement que la contrainte axiale σ_1 , si bien que le travail du second ordre redevient positif. L'annulation des contraintes se produit pour une déformation axiale $\varepsilon_1 = 0.65$.

Le caractère non intuitif du comportement observé au-delà du point B peut s'expliquer par le fait que la décompression du contact entre les grains 1 et 2 se produit avant celle du contact entre les grains 2 et 3. En effet, il y a deux mécanismes en compétition : la diminution



FIGURE 5.7 – Réponse du système dans l'espace des contraintes obtenue pour un chargement non drainé après compression isotrope pour $p_c = 0.16 k_n$ et $p_c = 0.17 k_n$.

des forces de contact due à la décompression des contacts entre grains et l'augmentation de α qui provoque l'alignement des contacts dans la direction latérale (augmentation de F_2 et diminution de q_F). Avant $\varepsilon_1 = 0.40$, le déviateur du tenseur de texture q_F évolue rapidement avec α si bien que l'influence de la variation de α est dominante. Pour des déformations plus grandes et des valeurs de α plus élevées, la variation de q_F est plus modérée et c'est l'effet de la décompression des contacts qui devient dominant.

Cette analyse montre que l'hexagone peut atteindre le domaine de bifurcation en régime élastique au cours d'une compression isotrope. Au cours du chargement non drainé, le déterminant det K^s et le travail du second ordre w_2 augmentent tous deux, que ce soit en régime élastique ou en régime plastique. Cependant, le déterminant ne s'annule pas avant de devenir négatif. C'est la transition du régime élastique au régime plastique, qui provoque un saut discontinu de w_2 et det K^s en dessous de zéro, et place le système dans le domaine de bifurcation.

Revenons à la question soulevée par la dépendance de la surface limite plastique avec la variable microstructurelle α (Eq. 5.34) et analysons la consistance de la notion de domaine de bifurcation définie à partir du seul état de contrainte du système. Considérons pour cela deux réponses dans l'espace des contraintes correspondant à deux pressions de consolidation $p_c = 0.16 k_n$ et $p_c = 0.17 k_n$. Les deux réponses se croisent au point C (Fig. 5.7) qui correspond à $\sigma_1 \approx 0.164 k_n$ et $\sigma_2 \approx 0.154 k_n$. En ce point, le déterminant det K^s est positif dans le cas $p_c = 0.16 k_n$ alors qu'il est négatif dans le cas $p_c = 0.17 k_n$. Au point C, on a $\alpha = 59.5^{\circ}$ pour $p_c = 0.16 k_n$ alors que $\alpha = 64.7^{\circ}$ pour $p_c = 0.17 k_n$ (Fig. 5.8). Ainsi, l'état de contrainte au point C appartient ou non au domaine de bifurcation en fonction de la valeur de la variable microstructurelle α . La topologie du domaine de bifurcation doit donc être étudiée dans un espace incluant la variable microstructurelle α .



FIGURE 5.8 – Réponse du système dans l'espace (σ_1, α) obtenue pour un chargement non drainé après compression isotrope pour $p_c = 0.16 k_n$ et $p_c = 0.17 k_n$.

5.5 Analyse du domaine de bifurcation

Le domaine de bifurcation sera analysé dans l'espace $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$. Le domaine rassemblant l'ensemble des états de contraintes pouvant être atteints est borné par les deux surfaces limites de Coulomb représentées sur la Figure 5.9. Le domaine élastique est compris entre ces deux surfaces qui sont définies par l'équation 5.33.

On peut montrer que l'équation de la surface $\det K = 0$ peut être développée sous la forme d'un polynôme de degré 4 :

$$P_4(\sigma_1, \sigma_2, \alpha) = 0 \tag{5.36}$$

En régime élastique, la surface det K = 0 intersecte les deux surfaces limites de Coulomb (Fig. 5.10(a)). Ce résultat suggère que la matrice de rigidité tangente peut devenir singulière en régime élastique. En régime plastique, la surface det K = 0 diffère des surfaces limites de Coulomb et ne les intersecte que le long de la droite $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ (Fig. 5.10(b)). Ces résultats montrent que la surface det K = 0 ne peut être atteinte par le système en régime plastique. En réalité, le déterminant det K devient négatif dès que le système entre en régime plastique. Il n'y a donc pas d'équivalence entre la condition de Coulomb et la condition det K = 0, généralement admise à l'échelle macroscopique.

Cependant, si l'on considère que le comportement d'un assemblage granulaire à l'échelle macroscopique résulte des contributions cumulées des cycles de grains (Zhu et al., 2016b), det K décroît progressivement à mesure que de plus en plus d'hexagones entrent en régime plastique. Lorsqu'un nombre suffisant d'hexagones sont en régime plastique, le déterminant det K défini à l'échelle macroscopique s'annule. Ainsi, le découplage entre la condition de Coulomb et le critère det K = 0 observé à l'échelle mésoscopique disparaît lorsqu'on passe à l'échelle macroscopique.

On peut également montrer que l'équation de la surface det $K^s = 0$ peut s'exprimer sous la forme d'un polynôme de degré 6 :

$$P_6(\sigma_1, \sigma_2, \alpha) = 0 \tag{5.37}$$



FIGURE 5.9 – Représentation des surfaces limites de Coulomb pour $\xi=1$ et $\xi=-1.$



FIGURE 5.10 – Représentation de la surface det K = 0 (dégradé arc-en-ciel) dans l'espace tridimensionnel $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$ (a) en régime élastique et (b) en régime plastique (les surfaces en dégradé de gris correspondent aux surfaces limites plastiques).



FIGURE 5.11 – Représentation des surfaces det K = 0 (dégradé arc-en-ciel) et det $K^s = 0$ (niveaux de gris) dans l'espace tridimensionnel ($\sigma_1, \sigma_2, \alpha$) (a) en régime élastique et (b) en régime plastique.

La figure 5.11 permet de visualiser l'écart qui existe entre les surfaces det K = 0 et det $K^s = 0$ en régimes élastique et plastique. En régime élastique, lorsque le tenseur de texture est isotrope ($\alpha \approx 60^{\circ}$), ces deux surfaces sont quasiment confondues (Fig. 5.11(a)). Lorsque la microstructure est fortement anisotrope, les surfaces det K = 0 et det $K^s = 0$ diffèrent significativement. En régime plastique, la surface det $K^s = 0$ reste bien en dessous de la surface det K = 0. Il est important de noter qu'un état ($\sigma_1, \sigma_2, \alpha$) donné appartenant à la surface det $K^s = 0$ vérifie det K > 0. En d'autres termes, la surface det K = 0 appartient au domaine de bifurcation.

La surface det $K^s = 0$ en régime élastique intersecte les deux surfaces limites de Coulomb (Fig. 5.10(a)). Ainsi, le domaine élastique est composé d'un domaine à l'intérieur duquel tout état est inconditionnellement stable et pour lequel le déterminant det K^s est positif (Fig. 5.12(a)) et d'un domaine complémentaire faisant partie du domaine de bifurcation et pour lequel le déterminant det K^s est négatif (Fig. 5.12(b)). Ces deux sous-domaines sont délimités par la surface de bifurcation det $K^s = 0$. En régime plastique, la surface det $K^s = 0$ n'intersecte pas les surfaces limites de Coulomb dans le domaine des contraintes positives. Ce résultat démontre que la surface det $K^s = 0$ ne peut pas être atteinte par le système en régime plastique. En fait, dans le domaine des contraintes positives, le déterminant det K^s est négatif dès que le système entre en régime plastique. Ainsi, tout état ($\sigma_1, \sigma_2, \alpha$) appartement aux surfaces limites de Coulomb appartient au domaine de bifurcation.

Afin d'analyser les conditions mécaniques conduisant à la bifurcation, des chemins de sollicitation à α constant sont appliqués aux hexagones. Les simulations sont réalisées pour des angles d'ouverture variant entre 30° et 90°. L'exemple d'un chemin de sollicitation à α constant pour $\alpha = 55^{\circ}$ est donné sur la Figure 5.13. Toutes les simulations que nous avons conduites montrent que le système reste en régime élastique tout au long des chemins à α constant. En effet, le modèle ne permet pas de déplacement relatif tangentiel entre les grains



FIGURE 5.12 – Représentation des deux sous-domaines élastiques dans l'espace tridimensionnel $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$: (a) le domaine des états inconditionnellement stables et (b) le domaine de bifurcation.

2 et 3. Comme α reste constant, le déplacement incrémental au contact entre les grains 1 et 2 ne peut être qu'une translation selon la direction normale au contact. Le déplacement relatif tangentiel est donc nul et aucun contact ne peut atteindre le critère limite plastique.

Il est possible de déterminer, pour chaque valeur de α , les vecteurs branches d_1 et d_2 , les dimensions axiale et latérale l_n et l_t , les forces normales de contact N_1 et N_2 et les forces extérieures F_n et F_t correspondant à l'état où le critère det $K^s = 0$, i.e. lorsque le domaine de bifurcation est atteint. La Figure 5.14 montre que le domaine de bifurcation en régime élastique est atteint lorsque le contact entre les grains 1 et 2 est suffisamment comprimé. Le vecteur branche d_1 pour lequel det $K^s = 0$ diminue de $d_1/2r_g = 0.83$ à $d_1/2r_g = 0.72$ lorsque α augmente de 30° à 90° . Au contraire, le vecteur branche d_2 correspondant à det $K^s = 0$ augmente de $d_2/2r_g = 0.86$ à $d_1/2r_g = 1.0$ lorsque α augmente de 30° à 90° . Comme on peut s'y attendre, l'évolution des forces de contact normales N_1 et N_2 suit la tendance inverse à celle des vecteurs branches d_1 et d_2 (Fig. 5.15).

On peut observer sur la figure 5.15 que les forces extérieures correspondant à det $K^s = 0$ diminuent lorsque α augmente. La moyenne des forces extérieures correspondant à det $K^s = 0$ suit la même tendance que q_F en décroissant à mesure que l'hexagone s'aplatit. Notons que la courbe représentative des forces extérieures latérales $2F_t$ en fonction de α est celle qui montre la décroissance la plus rapide.

La Figure 5.14 montre que les dimensions de l'hexagone varient également avec α . La dimension latérale l_t augmente lorsque α augmente de $\alpha = 30^{\circ}$ à une valeur maximum autour de $\alpha = 75^{\circ}$ puis décroît pour $\alpha > 75^{\circ}$. De plus, comme le prévoient les équations 4.25 et 4.26, l'état de contrainte de l'hexagone résulte de la compétition entre la variation des forces extérieures et des dimensions de l'hexagone. La Figure 5.16 montre que la contrainte axiale σ_1 correspondant à det $K^s = 0$ est une fonction croissante de α , alors que la contrainte latérale σ_2 correspondant à det $K^s = 0$ est une fonction décroissante de α . La contrainte moyenne correspondant à det $K^s = 0$ n'est quant à elle pas une fonction monotone de α : elle est croissante pour $\alpha < 45^{\circ}$ et décroissante pour $\alpha > 45^{\circ}$.



FIGURE 5.13 – Représentation du chemin de sollicitation à α constant pour $\alpha = 55^{\circ}$. Le point noir correspond au point où det $K^s = 0$.



FIGURE 5.14 – Représentation des variables géométriques correspondant à det $K^s = 0$ pour des chemins de sollicitation à α -constant.



FIGURE 5.15 – Représentations des forces de contact et des forces extérieures correspondant à det $K^s = 0$ pour des chemins de sollicitation à α -constant.



FIGURE 5.16 – Influence de la variable microstructurelle α sur l'état de contrainte correspondant à det $K^s = 0$ pour des chemins de sollicitation à α -constant.



FIGURE 5.17 – Projection du domaine de bifurcation (gris foncé) et du domaine inconditionnellement stable (gris clair) sur le plan $\alpha = 55^{\circ}$. On peut noter que les courbes de Mohr-Coulomb font partie du domaine de bifurcation.

Plans α -constant. L'étude des plans α -constant permet d'analyser l'influence de la variable microstructurelle α sur les frontières du domaine de bifurcation. La coupe transversale du domaine de bifurcation selon le plan $\alpha = 55^{\circ}$ est représentée sur la Figure 5.17. Le domaine élastique est délimité par des courbes de Mohr-Coulomb quasi linéaires qui passent par l'origine et qui confèrent au domaine élastique une topologie conique. Le domaine de bifurcation est quasi-symétrique par rapport à la droite des contraintes isotropes $\sigma_1 = \sigma_2$. La ligne de bifurcation, définie comme la projection de la surface de bifurcation sur le plan α -constant, est quasiment perpendiculaire à la droite des contraintes isotropes, ce qui suggère que pour une valeur donnée de α la valeur de la contrainte moyenne est la variable déterminante de l'état mécanique de l'hexagone vis-à-vis de l'appartenance au domaine de bifurcation.

La Figure 5.18 illustre l'influence de α sur les frontières du domaine de bifurcation dans l'espace des contraintes. Lorsque α augmente, les courbes de Mohr-Coulomb pivotent dans le sens horaire alors que la surface du domaine élastique ne varie pas. Ainsi, α peut être vue comme une variable d'écrouissage cinématique du domaine de bifurcation. Au contraire, l'orientation de la ligne de bifurcation dans l'espace des contraintes reste quasi-constante. Lorsque α augmente, le domaine des états de contrainte inconditionnellement stables se dilate selon la direction des contraintes isotropes. La contrainte moyenne minimale nécessaire pour atteindre le domaine de bifurcation varie de $0.16 k_n$ pour $\alpha = 45^{\circ}$ à $0.20 k_n$ pour $\alpha =$ 65° (Fig. 5.18). Ce résultat est en accord avec les simulations de chemins de sollicitation à α constant pour lesquelles il a été montré que la contrainte moyenne correspondant à det $K^s = 0$ augmente avec α lorsque $\alpha > 45^{\circ}$. La présente analyse montre qu'un état de contrainte donné peut appartenir au domaine de bifurcation ou non selon la valeur de la variable microstructurelle α .

Plans σ_2 -constant. Le plan σ_2 -constant correspond à l'ensemble des états $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$ potentiellement atteint au cours d'un chargement biaxial drainé. La coupe transversale du domaine



FIGURE 5.18 – Influence de la variable microstructurelle α sur les frontières du domaine de bifurcation projeté dans l'espace des contraintes.

de bifurcation selon le plan $\sigma_2 = 0.2 k_n$ est représentée sur la Figure 5.19. Pour un état de contrainte donné, représenté par une droite horizontale, l'état d'équilibre ne peut être atteint que dans un intervalle limité de valeurs de α . Cet intervalle est délimité par les courbes de Mohr-Coulomb qui correspondent à la projection des surfaces limites plastiques sur le plan σ_2 constant. Les courbes de Mohr-Coulomb décroissent lorsque α augmente. Ainsi, la contrainte axiale nécessaire à l'atteinte de la limite plastique diminue lorsque l'hexagone s'aplatit.

Tout état d'équilibre qui vérifie $\sigma_1 > 0.2 k_n$ appartient au domaine de bifurcation. De même, tout état d'équilibre qui vérifie $\alpha < 50^{\circ}$ appartient également au domaine de bifurcation. Lorsque $0.12 k_n \leq \sigma_1 \leq 0.2 k_n$, un même état de contrainte peut être atteint en régime élastique ou plastique, et appartenir ou non au domaine de bifurcation. En régime élastique, le domaine de bifurcation est délimité par des faibles valeurs de α correspondant à une anisotropie orientée dans la direction axiale ($q_F > 0$ et $\theta_c = 0$). Dans le cas d'une compression axiale de l'hexagone (augmentation de α), les états mécaniques appartenant au domaine de bifurcation correspondent à un comportement dilatant des hexagones (Fig. 5.2). En régime élastique, il a déjà été montré que le contact entre les grains 1 et 2 devait atteindre un certain niveau de compression pour que le système entre dans le domaine de bifurcation. Pour un état de contrainte donné, ce contact est d'autant plus comprimé que la normale du contact est orientée dans la direction du chargement de l'hexagone. Pour une contrainte latérale σ_2 donnée, plus α augmente, plus la contrainte axiale σ_1 doit être élevée pour que le système entre dans le domaine de bifurcation. Cela explique pourquoi la ligne de bifurcation est une fonction croissante de α .

L'influence de la contrainte latérale sur les limites du domaine de bifurcation peut être visualisée sur la Figure 5.20. En régime plastique, les limites supérieure et inférieure de la contrainte axiale augmentent lorsque la contrainte latérale augmente. En régime élastique, l'augmentation de la contrainte latérale conduit à une translation de la ligne de bifurcation vers des valeurs de α plus élevées et à une augmentation de la surface du domaine de bifurcation. La translation du domaine de bifurcation s'explique par le fait que lorsque α augmente,



FIGURE 5.19 – Projection du domaine de bifurcation (gris foncé) et du domaine inconditionnellement stable (gris clair) sur le plan $\sigma_2 = 0.2 k_n$. Notons que les lignes de Mohr-Coulomb appartiennent au domaine de bifurcation.

la contrainte la frale σ_2 doit augmenter pour assurer un niveau de compression suffisant du contact entre les grains 1 et 2.

Pour $\sigma_2 = 0.1 k_n$, la ligne de bifurcation en régime élastique est quasi-horizontale ce qui suggère que c'est l'état de contrainte qui est le critère déterminant de l'appartenance au domaine de bifurcation. Lorsque la contrainte latérale augmente, la pente de la ligne de bifurcation augmente. Pour $\sigma_2 = 0.3 k_n$ et $\sigma_1 \leq 0.2 k_n$, c'est α qui devient le paramètre déterminant. Ainsi, l'influence de α sur la borne inférieure du domaine de bifurcation devient de plus en plus déterminante à mesure que la contrainte latérale augmente.

L'analyse du domaine de bifurcation selon des plans σ_2 constant montre que les limites du domaine de bifurcation sont influencées par la contrainte moyenne et par la variable microstructurelle α . Dans le plan (σ_1, α), les limites plastiques se déplacent vers le haut lorsque σ_2 augmente. La limite inférieure du domaine de bifurcation en régime élastique est une fonction croissante de α et subit une translation vers la droite dans le plan ($\alpha, \sigma_1/k_n$) lorsque σ_2 augmente.

5.6 Synthèse des analyses

Dans ce chapitre, nous avons étudié la topologie du domaine de bifurcation pour une classe de chargement consistant en une compression isotrope suivie d'une compression biaxiale non drainée. Il a été montré que le domaine de bifurcation, exprimé en termes d'état de contrainte, dépend du chemin de sollicitation. La notion de domaine de bifurcation, entendue au sens classique du terme, doit donc être remise en cause. La définition du domaine de bifurcation et de son évolution au cours du chargement nécessite donc d'intégrer des variables microstructurelles pertinentes dans la description de l'état du système. A l'échelle mésoscopique de l'hexagone, le domaine de bifurcation doit être défini dans l'espace ($\sigma_1, \sigma_2, \alpha$).

Il a été montré que lorsque le système est en régime plastique, les surfaces limites de



FIGURE 5.20 – Influence de la contrainte latérale σ_2 sur les frontières du domaine de bifurcation dans le plan $(\sigma_1/k_n, \alpha)$.

Coulomb sont incluses dans le domaine de bifurcation. A l'échelle mésoscopique, les surfaces limites de Coulomb ne vérifient pas le critère det K = 0. De plus, il existe des états de contrainte tels que det $K^s \leq 0$ en régime élastique et, par conséquent, un domaine de bifurcation élastique peut être défini dans l'espace $(\sigma_1, \sigma_2, \alpha)$.

Dans l'espace bidimensionnel des contraintes, la variable microstructurelle α peut être vue comme un paramètre d'écrouissage cinématique. En étudiant le domaine de bifurcation projeté selon des plans à contrainte latérale σ_2 constante, nous avons constaté que les lignes de Mohr-Coulomb et de bifurcation sont influencées par l'état de contrainte et par la variable microstructurelle α . En régime élastique, il a été montré que les états appartenant au domaine de bifurcation correspondent à des microstructures anisotropes dont les contacts sont préférentiellement orientés dans la direction du chargement. Enfin, nous avons établi que l'influence de α sur les frontières du domaine de bifurcation augmente lorsque la contrainte moyenne augmente.

Nos analyses ont mis en évidence la relation qu'il y a entre la topologie du domaine de bifurcation des cycles de grains et leur microstructure. Ces investigations donnent un éclairage nouveau sur les conditions conduisant à la rupture des cycles de grains en cause dans la déstabilisation des chaînes de force. Ce travail ouvre donc de nouvelles perspectives pour la compréhension des propriétés du modèle H et des mécanismes impliqués dans la rupture des matériaux granulaires.

Chapitre 6

Comportement mécanique d'une distribution d'hexagones

Nous allons à présent nous intéresser au comportement mécanique d'une distribution d'hexagones. Lorsqu'on réalise des simulations à l'échelle du point matériel, il n'est pas nécessaire de modéliser explicitement le fluide interstitiel. Le fluide interstitiel utilisé en laboratoire a pour seule fonction de permettre la mesure de la variation de volume de l'échantillon (lorsque le drainage est ouvert) ou le contrôle du volume de l'échantillon (lorsque le drainage est fermé). Les conditions de chargement des principaux essais en laboratoire peuvent donc être introduites en termes de relations entre incréments de contrainte ou de déformation, i.e. en termes de direction de chargement (Tableau 6.1).

Le modèle H sera testé selon des chemins de sollicitation correspondant à des essais de compression biaxiale en conditions drainées et non drainées après avoir subi une consolidation isotrope. Le matériau est supposé chargé selon la direction axiale ($\delta \varepsilon_1 > 0$). Les directions axiale et transversale sont confondues avec les directions principales majeure et mineure respectivement.

6.1 Définitions

Invariants. Le modèle H est défini en deux dimensions. Par conséquent, les invariants des contraintes s'expriment en fonction de la contrainte principale majeure σ_1 et mineure σ_2 . Le déviateur des contraintes q et la contrainte moyenne p s'écrivent :

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tag{6.1}$$

Types d'essais	Chemin de chargement	Direction de chargement
Consolidation K_0	$\delta \sigma_2 {=} K_0 \ \delta \sigma_1$	$\theta_{\sigma} = atan(K_0)$
Cisaillement Non Drainé	$\delta\varepsilon_2 = -\delta\varepsilon_1$	$\theta_{\varepsilon} = -45^o$
Cisaillement Drainé	$\delta\sigma_2 = 0$	$\theta_{\sigma} = 0$
Essai oedométrique	$\delta\varepsilon_2 = 0$	$\theta_{\varepsilon} = 0$

TABLE 6.1 – Conditions de chargement imposées pour les essais triaxiaux classiques.

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \tag{6.2}$$

Les invariants du tenseur des déformations s'expriment quant à eux en fonction des déformations principales majeure ε_1 et mineure ε_2 . La déformation volumique moyenne ε_v et la déformation déviatorique s'écrivent γ :

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tag{6.3}$$

$$\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \tag{6.4}$$

Modules tangents. Par définition, les modules tangents de déformation isotrope K (bulk modulus) et de cisaillement G (shear modulus) relient les incréments des invariants des contraintes à ceux des déformations :

$$K = \frac{\delta p}{\delta \varepsilon_v} \tag{6.5}$$

$$G = \frac{\delta q}{\delta \gamma} \tag{6.6}$$

Angles de frottement et de dilatance. Le comportement déviatorique du sol est caractérisé par l'angle de frottement mobilisé φ (Han and Vardoulakis, 1991) :

$$\sin\varphi = \frac{q}{p} \tag{6.7}$$

qui ne dépend que des contraintes principales majeure et mineure. Les angles de frottement dépendent des conditions de chargement. En particulier, les angles de frottement mesurés en déformations planes ont tendance à être plus élevés que ceux mesurés lors d'un essai triaxial.

Le comportement volumique du matériau soumis à une compression drainée en déformation plane est quant à lui caractérisé par l'angle de dilatance mobilisé (Bolton, 1986) :

$$\sin\psi = -\frac{\delta\varepsilon_v}{\delta\gamma} \tag{6.8}$$

Un angle de dilatance positif correspond à un comportement dilatant sous cisaillement alors qu'un angle de dilatance négatif correspond à un comportement contractant sous cisaillement. On considère généralement que cet angle est indépendant des conditions de chargement : il est identique qu'on soit en déformations planes ou en conditions axisymétriques. En petites déformations, le comportement volumique du matériau est caractérisé par son coefficient de Poisson. Celui-ci peut être évalué à partir des incréments de déformations principales :

$$\nu = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\delta \varepsilon_v}{\delta \varepsilon_1} \right) \tag{6.9}$$

En deux dimensions, le coefficient de poisson ν varie entre 0 et 1.

Identification des états-limites. Les grandeurs définies ci-dessus évoluent au cours du chargement. L'analyse quantitative des résultats de simulations nécessite donc de se référer à des états particuliers qu'il convient de définir.

L'état de transition de phase (T) qui est atteint au cours d'un essai non drainé (Ishihara et al., 1975) délimite le domaine dans lequel la pression effective moyenne diminue et le domaine dans lequel la pression effective moyenne augmente. Lorsque le matériau présente un pic du déviateur des contraintes suivi d'une chute temporaire de résistance au cisaillement, le point de transition de phase peut être associé à un état de déformation appelé "Quasi Steady State" pendant lequel la résistance au cisaillement reste constante. L'état de transition de phase est l'analogue de l'état caractéristique qui est défini dans le cas d'essais drainés (Luong, 1980).

L'état limite de Coulomb est atteint lorsque l'angle de frottement mobilisable est maximum (Lizcano et al., 1997) :

$$\frac{\delta \sin \varphi}{\delta \gamma} = 0 \tag{6.10}$$

L'angle de frottement à l'état limite de Coulomb est noté φ_C .

L'état limite de Tresca est atteint lorsque le déviateur des contraintes est maximum :

$$\delta q / \delta \gamma = 0 \tag{6.11}$$

L'angle de frottement à l'état limite de Tresca sera noté φ_T . En condition drainée, l'état limite de Tresca correspond à l'état limite de Coulomb. En conditions non drainées, l'ensemble des points d'état limite de Tresca dans le plan (p',q) correspond à l'instability line définie par Lade (1992).

L'état permanent de déformation ("Steady state"), introduit dans le cadre de l'analyse d'essais triaxiaux non drainés (Castro and Poulos, 1977; Poulos, 1981), est l'état ultime qui suit le pic de résistance et durant lequel le sable se déforme à volume, état de contraintes et pression interstitielle constants. Le sol développe alors une structure d'écoulement qui ne dépend que de la vitesse de déformation et de la contrainte effective moyenne (Poulos, 1981). Cet état est atteint pour de grandes déformations et est indépendant des conditions initiales (mode de dépôt, état de contrainte initiale, etc.) et de l'histoire du chargement. En pratique, l'état permanent de déformation sera identifié comme un état limite de Tresca en grande déformation. L'angle de frottement à l'état permanent de déformation sera noté φ_{ss} .

La notion d'état critique (Roscoe et al., 1958) et celle d'état permanent de déformation sont très proches (Been and Jefferies, 1985; Sladen et al., 1985). Toutes les deux caractérisent un état de plasticité parfaite pour lequel la déformation est continue et se poursuit à volume et état de contraintes constants. L'état permanent de déformation se différencie de l'état critique par le fait que celui-ci est associé à une structure d'écoulement et requiert donc une vitesse de déformation constante alors que ces deux notions ne sont pas introduites dans la définition de l'état critique. De nombreux travaux menés à partir d'essais triaxiaux ont démontré que les différences entre ces deux états ne sont pas significatives du point de vue pratique (Been and Jefferies, 1991; Chu, 1995; Riemer and Seed, 1997; Zhang and Garga, 1997). Cependant, afin d'éviter les confusions, nous réserverons le terme d'état critique à l'interprétation d'essais en conditions de chargement drainées et le terme d'état d'écoulement

Paramètres	Valeurs de référence
r_g	$0,5 \mathrm{mm}$
κ_{μ}	2000
k_t/k_n	$0,\!5$
φ_g	30^{o}

TABLE 6.2 – Valeurs de référence des paramètres de la loi de contact.

TABLE 6.3 – Grandeurs macroscopiques calculées pour les paramètres de référence après consolidation isotrope à 200 kPa.

Paramètre de consolidation	p_c	200.0 kPa
Essai non drainé (CU)	G_0	49.6 MPa
	φ_C	$30.6\degree$
	φ_{ss}	26.2°
Essai drainé (CD)	G_0	49.6 MPa
	$ u_0 $	0.29
	φ_C	31.8°
	ψ_C	5.9°
	φ_{cs}	24.6°

stationnaire à l'interprétation des essais en conditions de chargement non drainées. En pratique, l'état critique sera identifié en grande déformation au pic de déformation volumique :

$$\delta \varepsilon_v / \delta \gamma = 0 \tag{6.12}$$

L'angle de frottement à l'état critique sera noté φ_{cs} .

6.2 Comportement du matériau de référence

Les simulations seront conduites à partir d'un jeu de paramètres de la loi de contact de référence (Tab. 6.2). La réponse du matériau isotrope a été calculée en simulant des essais biaxiaux en compression consolidés drainés (CD) et non drainés (CU). Les grandeurs caractéristiques de ces réponses sont synthétisées dans le Tableau 6.3. L'angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 45^{\circ}$ est supposé identique pour chaque hexagone et correspond à un matériaux lâche ($I_D=0.13$).

Le module de cisaillement d'un sable en petites déformations peut être déterminé à partir de la vitesse des ondes de cisaillement V_s transitant dans un sol de densité ρ par la relation $G = \rho V_s^2$. La masse volumique des sables lâches pouvant varier entre 1700 et 1900 kg/m^3 et les vitesses associées des ondes de cisaillement pouvant varier entre 100 m/s et 200 m/s (Aris, 2012), on peut s'attendre à ce que les modules de cisaillement en petites déformations varient entre 17 et 76 MPa. L'ordre de grandeur du module de cisaillement en petites déformations issue du modèle est donc raisonnable.

En ce qui concerne l'essai non drainé, l'angle de frottement mobilisé à l'état limite de Coulomb est d'un ordre de grandeur acceptable pour un sable lâche.



FIGURE 6.1 – Réponse du matériau de référence soumis à un essai de compression biaxiale CU.

Analyse détaillée de l'essai non drainé. L'état initial après consolidation est représenté par le point I (Figure 6.1). En ce point, le déviateur des contraintes q est nul et tous les hexagones sont en régime élastique. Lorsque le chargement biaxial débute q augmente linéairement avec γ jusqu'à ce que les premiers hexagones entrent en régime plastique (point P). A partir de ce point, q n'augmente plus linéairement avec γ . Le module de cisaillement tangent et la pression moyenne p diminuent jusqu'au point T à partir duquel la pression moyenne augmente à nouveau.

Le point T correspond à l'état de transition de phase. En dehors des directions $\theta = 45^{\circ}$ et $\theta = 135^{\circ}$, les hexagones entrent en régime plastique ou en tension (direction horizontale). A ce stade, la microstructure de l'assemblage n'a que très peu évolué puisque la distribution des angles d'ouverture des hexagones est quasi-identique à celle observée avant le chargement biaxial à l'issue de la phase de consolidation (Figure 6.2 (a)). En revanche, l'analyse directionnelle montre l'apparition d'un pic très marqué de la courbe $r_2(\theta)$ (Eq. 1.4) dans la direction du chargement ainsi qu'un point bas où la courbe vient toucher la courbe $r_2(\theta) = 1$ pour $\theta_{\varepsilon} \approx -50^{\circ}$. Le point T est donc situé sur la limite du domaine de bifurcation du matériau.

La plastification des hexagones orientés axialement et la mise en tension des hexagones orientés latéralement se poursuivent alors jusqu'au point C représentant la mobilisation de l'angle de frottement maximum. En ce point, les hexagones orientés dans la direction axiale sont quasiment tous en régime plastique (Figure 6.4 (d)) et ceux orientés latéralement sont en tension (il y a perte de contact entre les grains). La contribution des hexagones orientés latéralement est donc nulle (Figure 6.3 (d)) que ce soit en termes de contraintes locales axiale σ_n ou latérale σ_t .

Le chemin de chargement compris entre les points C et E est marqué par la poursuite de la mise en tension des hexagones orientés latéralement jusqu'à $\theta = 45 - 90^{\circ}$. Du point de vue microstructurel, cette phase de chargement se traduit par une augmentation sensible de l'angle d'ouverture des hexagones orientés dans la direction axiale. La contribution des hexagones orientés dans la direction axiale continue d'augmenter malgré leur plastification jusqu'au point E où les hexagones orientés dans la direction $\theta = 0^{\circ}$ reprennent une contrainte axiale de l'ordre de 3 MPa. Au point E, le déviateur de contraintes est maximal. L'analyse



FIGURE 6.2 – Réponse du matériau de référence en termes de distributions angulaires (a) des angles d'ouverture α des hexagones et (b) de la représentation polaire du travail du second ordre r_2 calculée par analyse directionnelle au cours du chargement. La direction $\theta_{\varepsilon} = -\pi/4$ figurée par la flèche correspond à la direction de chargement de l'essai non drainé.

directionnelle montre que la tangente de la courbe r_2 vient s'aligner sur la direction de chargement. La direction de chargement entre dans le cône d'instabilité et le point E marque donc le déclenchement de la rupture du milieu.

Cette rupture se poursuit jusqu'à la fin du chargement (point F). La rupture progressive du milieu se caractérise par une augmentation de la borne supérieure du cône d'instabilité. Du fait de leur ouverture continue, la contribution des hexagones orientés dans la direction axiale diminue au bénéfice des hexagones orientés selon les directions $\theta = 45^{\circ}$ et $\theta = 135^{\circ}$ (Figure 6.3 (f)).

6.3 Influence de la pression de consolidation

La pression de consolidation isotrope intervient dans la définition du chemin de chargement mais également dans le calcul de la raideur élastique des contacts, conformément à l'équation définissant k_n en fonction de la pression moyenne du milieu (Eq. 4.38). Le module de cisaillement élastique varie donc avec la pression de consolidation proportionnellement à $\sqrt{p_c}$. Les résultats des simulations montrent que la résistance maximale au cisaillement augmente avec la pression de consolidation (Fig. 6.5). Cependant, le pic du rapport des contraintes q/p diminue lorsque la pression de consolidation augmente, pour les essais drainés comme non drainés. On constate également que plus on augmente la pression de consolidation, plus la déformation à laquelle le pic est atteint est élevée. Dans le cas des essais drainés, on constate que le comportement volumique du modèle montre bien deux phases : la réponse commence par une phase contractante (diminution du volume sous cisaillement) et est suivie par une phase dilatante (augmentation du volume de l'échantillon associée à un mécanisme de désenchevêtrement des grains). On remarque également que plus la pression de confinement est élevée, plus la plage de déformation correspondant à un comportement



FIGURE 6.3 – Distributions angulaires des contraintes locales σ_n et σ_t (a) au début du chargement $\gamma = 0$ (point I), (b) à la première plastification d'un hexagone $\gamma = 0.0023$ (point P), (c) au point de transformation de phase $\gamma = 0.0086$ (point T), (d) à l'état limite de Coulomb $\gamma = 0.046$ (point C), (e) à l'état limite d'écoulement permanent $\gamma = 0.166$ (point E) et (f) à la fin du chargement $\gamma = 0.30$ (point F).



FIGURE 6.4 – Distributions angulaires des régimes de contact des hexagones (a) au début du chargement $\gamma = 0$ (point I), (b) à la première plastification d'un hexagone $\gamma = 0.0023$ (point P), (c) au point de transformation de phase $\gamma = 0.0086$ (point T), (d) à l'état limite de Coulomb $\gamma = 0.046$ (point C), (e) à l'état limite d'écoulement permanent $\gamma = 0.166$ (point E) et (f) à la fin du chargement $\gamma = 0.30$ (point F).



FIGURE 6.5 – Réponse d'un matériau isotrope pour un angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 45^{\circ}$ soumis à un essai de compression biaxiale CU.

contractant est étendue et moins l'angle de dilatance semble marqué (Fig. 6.6). La réponse du modèle vis-à-vis de l'influence de la pression de consolidation (i.e. la barotropie) est donc conforme aux données expérimentales sur des matériaux granulaires tels que les sables.

6.4 Influence de l'angle d'ouverture initial

Le paramètre α_0 est un paramètre microstructurel associé à la densité moyenne du milieu. Pour une distribution isotrope, les angles d'ouverture initiaux 40°, 45° et 50° correspondent à des indices de vides initiaux égaux à 0.45, 0.54 et 0.60 (Eq. 4.32). Sachant que les indices des vides des hexagones varient entre $e_{min} = 0.160$ et $e_{max} = 0.494$, ces angles d'ouverture initiaux correspondent à des indices de densité relative égaux à 0.34, 0.13 et 0.02 respectivement.

L'angle d'ouverture initial des hexagones a une influence faible sur les paramètres de déformabilité du matériau en petites déformations. Le module de cisaillement G_0 diminue de moins de 10% lorsque α_0 passe de 45° à 50°, i.e. lorsque la densité relative initiale passe de 0.13 à 0.02.

La densité relative initiale du matériau a une grande influence sur le comportement du matériau à la rupture. Ainsi, une diminution de l'indice des vides de 0.54 ($\alpha_0 = 45^\circ$) à 0.45 ($\alpha_0 = 40^\circ$) conduit à l'augmentation de l'angle de frottement à l'état limite de Coulomb de l'ordre de 7° sur le chemin non drainé et de 9° sur le chemin drainé (Tableau 6.4).

La dépendance de la réponse du modèle en fonction de sa densité (pyknotropie) peut être expliquée par son comportement volumique que l'on peut observer sur le chemin drainé. Lorsque le milieu est dense (indice des vides initial égal à 0.45), le domaine de déformation contractant est réduit et le matériau est très dilatant (Fig. 6.7). Lorsque le milieu est lâche (indice des vides initial égal à 0.60), le matériau est purement contractant et l'angle de dilatance est très faible, voire négatif. Au-delà de $\gamma = 0.10$, la résistance au cisaillement diminue et son volume également : le matériau s'effondre sur lui-même.

Sur le chemin non drainé, on observe une légère diminution du rapport q/p consécutive au premier pic en $\gamma \approx 1\%$ (Fig. 6.8). Cette perte de résistance s'explique par une diminution



FIGURE 6.6 – Réponse d'un matériau isotrope pour un angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 45^{\circ}$ soumis à un essai de compression biaxiale CD.



FIGURE 6.7 – Influence de l'angle d'ouverture initial des hexagones sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CD.



FIGURE 6.8 – Influence de l'angle d'ouverture initial des hexagones sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CU.

TABLE 6.4 – Influence de l'angle d'ouverture initial α_0 sur la réponse du matériau isotrope consolidé ($p_c=200$ kPa) soumis à une compression biaxiale.

Angle d'ouverture initial	α_0	40°	45°	50°
Déformabilité	ν_0	0.30	0.29	0.28
	G_0	$55.5 \mathrm{MPa}$	$49.6 \mathrm{MPa}$	$46.4 \mathrm{MPa}$
Résistance non drainée (CU)	φ_C	37.5°	30.6°	22.4°
	φ_{ss}	29.6°	26.2°	21.8°
Résistance drainée (CD)	φ_C	40.6°	31.8°	21.5°
	ψ_C	11.8°	5.9°	-0.5°
	φ_{cs}	30.6°	24.6°	21.0°

rapide de p jusqu'à $\gamma \approx 2.5\%$. Le matériau regagne ensuite de la résistance et finit par s'effondrer à nouveau pour $\gamma \geq 5\%$.

6.5 Influence des paramètres micro-mécaniques

L'influence des paramètres micro-mécaniques sera étudiée à partir d'un matériau de référence constitué d'une distribution isotrope d'hexagones ayant tous le même angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 45^{\circ}$. Les grandeurs macroscopiques issues des calculs sont synthétisés dans le Tableau 6.3. L'étude de sensibilité ne vise pas l'exhaustivité, mais a pour but d'identifier les paramètres micro-mécaniques les plus influents et de quantifier leur influence sur la réponse du modèle.

6.5.1 Influence du niveau de raideur des contacts

Le niveau de raideur des contacts est introduit à travers le paramètre κ . Ce paramètre a évidemment une grande influence sur le module de cisaillement en petites déformations,



FIGURE 6.9 – Influence du niveau de raideur κ sur la réponse du matériau isotrope ($\alpha_0=45^\circ$) soumis à un chargement consolidé ($p_c=200$ kPa) drainée.

TABLE 6.5 – Influence du niveau de raideur κ sur la réponse du matériau isotrope ($\alpha_0=45^\circ$) consolidé ($p_c=200$ kPa) soumis à une compression biaxiale.

Niveau de raideur	κ_{μ}	1000	2000	4000
Déformabilité	ν_0	0.29	0.29	0.29
	G_0	$24.6 \mathrm{MPa}$	49.6 MPa	$99.1 \mathrm{MPa}$
Résistance non drainée (CU)	φ_C	29.0°	30.6°	31.8°
	φ_{ss}	25.8°	26.2°	26.4°
Résistance drainée (CD)	φ_C	28.4°	31.8°	34.8°
	ψ_C	4.8°	5.9°	7.3°
	φ_{cs}	23.1°	24.6°	24.7°

mais il agit également sur le comportement du milieu à l'état limite de Coulomb. Ainsi, si l'on divise par 2 le niveau de raideur initial, l'angle de frottement mobilisé à l'état limite de Coulomb diminue de 1,6° en condition non drainée et de plus de 3° en condition drainée. De même, une augmentation de 100% du niveau de raideur produit une augmentation de ce même angle de l'ordre de 1,2° en condition non drainée et de 3° en condition drainée. Le niveau de raideur n'a cependant que peu d'influence sur l'état d'écoulement permanent. Les angles de frottement à l'état permanent de déformation ne varient que de 0,6° lorsque le niveau de raideur varie de 1000 à 4000. En revanche, la réponse volumique du matériau est fortement influencée par le niveau de raideur des contacts. Qualitativement, on voit que la plage de déformation correspondant à un comportement contractant s'étend lorsque le niveau de raideur diminue. Inversement, plus le niveau de raideur est élevé, plus le matériau est dilatant. Ce phénomène se retrouve sur l'évolution de l'angle de dilatance en fonction du niveau de raideur : il passe de 4.8° à 7.3° lorsque le niveau de raideur varie entre 1000 et 4000.



FIGURE 6.10 – Influence du niveau de raideur κ sur la réponse du matériau isotrope ($\alpha_0=45^\circ$) soumis à un chargement consolidé ($p_c=200$ kPa) non drainé.

TABLE 6.6 – Influence du rapport des raideurs k_t/k_n sur la réponse du matériau isotrope $(\alpha_0=45^\circ)$ consolidé $(p_c=200 \text{ kPa})$ soumis à une compression biaxiale.

Rapport des raideurs	k_t/k_n	0.25	0.50	0.75
Déformabilité	$ u_0 $	0.17	0.29	0.40
	G_0	$28.6 \mathrm{MPa}$	$49.6 \mathrm{MPa}$	$68.5 \mathrm{MPa}$
Résistance non drainée (CU)	φ_C	$30.6\degree$	30.6°	$30.6\degree$
	φ_{ss}	26.2°	26.2°	26.2°
Résistance drainée (CD)	φ_C	31.9 $^{\circ}$	31.8°	31.8°
	ψ_C	6.0°	5.9°	5.9°
	φ_{cs}	24.5°	24.6°	24.6°

6.5.2 Influence du coefficient de raideur tangentielle

Le rapport des raideurs k_t/k_n n'a aucune influence sur la réponse du matériau en grandes déformations : les angles de frottement associés aux différents états-limites restent inchangés lorsque k_t/k_n varie entre 0.25 et 0.75 (Tableau 6.6).

En revanche, le rapport des raideurs a une grande influence sur la déformabilité du matériau en petites déformations. Lorsque le rapport des raideurs est divisé par 2, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson diminuent de 40% (Tab. 6.6). De même, lorsque le rapport des raideurs est multiplié par 2, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson augmentent de 38%. L'augmentation de la rigidité globale de l'assemblage (représentée par le module de cisaillement G_0) avec le rapport des raideurs est intuitif et a été observée par de nombreux auteurs. L'influence du rapport des raideurs k_t/k_n sur le coefficient de Poisson des assemblages granulaires a également été observée dans le cadre de modélisations en éléments discrets (Liao et al., 1997; Kruyt and Rothenburg, 1998). La corrélation entre le rapport des raideurs k_t/k_n et le coefficient de Poisson était alors négative.



FIGURE 6.11 – Influence du coefficient de raideur tangentielle sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CD.



FIGURE 6.12 – Influence du coefficient de raideur tangentielle sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CU.



FIGURE 6.13 – Influence de l'angle de frottement inter-granulaire sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CD.



FIGURE 6.14 – Influence de l'angle de frottement inter-granulaire sur la réponse du matériau isotrope de référence soumis à un essai de compression biaxiale CU.

6.5.3 Influence de l'angle de frottement inter-granulaire

Sur les chemins drainés, une augmentation de φ_g a pour effet d'augmenter la valeur maximale du rapport q/p. De plus, le pic de la courbe est décalé vers des déformations déviatoriques plus élevées (Fig. 6.13). Sur les chemins non drainés, l'augmentation du rapport q/p maximal est également constatée dans les mêmes proportions mais la déformation déviatorique associée n'augmente pas (Fig. 6.14).

Le paramètre φ_g n'a pas d'influence sur le comportement du matériau en petites déformations : G_0 et ν_0 ne varient pas lorsque φ_g varie entre 20° et 40° (Tableau 6.7).

L'augmentation de φ_g diminue la dilatance du matériau. La plage de déformations correspondant à un comportement contractant s'étend et la déformation volumique maximale diminue lorsque φ_g augmente. L'angle de dilatance à l'état limite de Coulomb passe de 6.6° à 5° lorsque φ_g varie entre 20° et 40° (Tableau 6.7). Pour une variation de φ_g de l'ordre de 30%, les angles de frottement de Coulomb varient entre 23% et 30%, les angles de frottement à l'état d'écoulement stationnaire et à l'état critique entre 27% et 32%.

		-		
Angle de frottement inter-granulaire	φ_g	20°	30°	40°
Déformabilité	ν_0	0.29	0.29	0.29
	G_0	$49.5 \mathrm{MPa}$	$49.6 \mathrm{MPa}$	$49.5 \mathrm{MPa}$
Résistance non drainée (CU)	φ_C	23.1°	30.6°	39.7°
	φ_{ss}	19.2°	26.2°	34.6°
Résistance drainée (CD)	φ_C	24.4°	31.8°	40.0°
	ψ_C	6.6°	5.9°	$5.0\degree$
	φ_{cs}	17.5°	24.6°	31.8°

TABLE 6.7 – Influence de l'ange de frottement inter-granulaire φ_g sur la réponse du matériau isotrope ($\alpha_0=45^\circ$) consolidé ($p_c=200$ kPa) soumis à une compression biaxiale.

6.6 Influence de l'anisotropie microstructurelle

6.6.1 Anisotropie d'orientation des hexagones

L'influence de la distribution des hexagones est étudiée en considérant un chemin de sollicitation non drainé. Nous considérerons ici un degré d'anisotropie maximal $(a_{\omega} = 1)$ et un angle d'ouverture initial $\alpha_0 = 50^{\circ}$ identique pour tous les hexagones. La direction d'anisotropie sera choisie variable entre $\beta_{\omega} = 0^{\circ}$ et $\beta_{\omega} = 90^{\circ}$. Il est important de noter que toutes ces simulations sont menées à partir de matériaux ayant la même porosité initiale n = 0.33 (correspondant à une densité relative proche de 0). Le matériau est donc considéré comme très lâche.

Aux petites déformations, les courbes $q - \varepsilon_1$ sont toutes confondues (Figure 6.15(a)). Ainsi, la direction d'anisotropie n'a pas d'influence sur le module de cisaillement en petites déformations du milieu. La pente initiale des courbes p - q varie quant à elle en fonction de la direction d'anisotropie (Figure 6.15(b)). Elle est positive lorsque la direction d'anisotropie est axiale ($\beta_{\omega} < 45^{\circ}$) et négative lorsque la direction d'anisotropie est latérale ($\beta_{\omega} > 45^{\circ}$).

Lorsque l'axe principal d'anisotropie est orienté parallèlement à la direction du chargement $(\beta_{\omega} = 0^{\circ})$, le déviateur des contraintes et la contrainte moyenne dans le milieu augmentent de manière monotone jusqu'à la rupture pour une déformation axiale de l'ordre de $\varepsilon_1 = 3.5\%$. Lorsque l'axe principal d'anisotropie est orienté perpendiculairement à la direction du chargement ($\beta_{\omega} = 90^{\circ}$), on obtient une rupture du milieu par liquéfaction.

A l'échelle d'un hexagone, deux mécanismes interviennent au cours d'un chargement : *i*) la variation de volume due à l'évolution de α et *ii*) la variation de volume liée à l'évolution de l'interpénétration entre grains. Lorsqu'un hexagone est orienté dans le sens du chargement, α augmente. Puisque $\alpha \leq 60^{\circ}$, le comportement de l'hexagone est dilatant et la condition de déformation à volume constant a pour effet d'augmenter l'interpénétration des grains, i.e. l'augmentation de la pression moyenne du milieu. Réciproquement, lorsque l'hexagone est orienté dans le sens perpendiculaire au chargement, α diminue. Puisque $\alpha \leq 60^{\circ}$, le comportement et la condition de déformation à volume constant a pour effet de diminuer l'interpénétration des grains, i.e. la diminution de la pression moyenne du milieu. Le comportement d'un assemblage d'hexagones résulte de la concurrence de ces deux mécanismes (l'un intrinsèque à l'hexagone, l'autre lié aux conditions aux limites) et dépend de la distribution de l'orientation de ces hexagones.



FIGURE 6.15 – Influence de la direction d'anisotropie β_{ω} sur la réponse du matériau soumis à un essai de compression biaxiale non drainé. Dans ces simulations, $\alpha_0 = 50^o$ et $a_{\omega} = 1$.

Lorsque les hexagones sont orientés dans la direction du chargement, la rupture survient lorsque l'augmentation de α des hexagones orientés dans la direction du chargement induit une réduction de leur volume. Lorsque les hexagones sont orientés dans la direction perpendiculaire au chargement, la rupture survient par décompression progressive des contacts (initialement comprimés lors de la phase de consolidation).

Il est intéressant de noter que l'effet de la direction d'anisotropie β_{ω} peut être rapproché de celui de l'angle de sédimentation d'un sable par rapport à la direction du chargement dont l'influence a été étudiée expérimentalement par Wan and Guo (2001). Les auteurs ont utilisé le modèle élasto-plastique développé par Wan and Guo (1998) pour reproduire ces essais. Nous avons obtenu avec le modèle H des courbes contrainte-déformation similaires à celles établies par les auteurs.

L'allure des courbes de réponse p-q du modèle H dans les cas de liquéfaction montre une augmentation quasi-linéaire du déviateur en fonction de la pression moyenne puis une chute brutale après avoir atteint le pic de résistance au point L'. La brutalité de cette diminution n'est généralement pas observée expérimentalement.

6.6.2 Anisotropie de distribution des angles d'ouverture

Nous avons donc étendu le modèle H en enrichissant la distribution des paramètres définissant la géométrie initiale des hexagones. On sait que la distribution des vides locaux dans un milieu granulaire n'est pas homogène. Les travaux expérimentaux qui ont été menés sur des sables montrent que leur distribution est assez étendue et évolue au cours d'un chargement (Desrues et al., 1996; Frost and Jang, 2000; Evans and Frost, 2010). Nous avons donc introduit une distribution de vides locaux par le biais d'une distribution des angles d'ouverture initiaux fonction de l'orientation des hexagones. La distribution de l'angle d'ouverture initial est alors définie par une fonction dépendant de deux paramètres a_{α} et β_{α} :

$$\alpha_0(\theta) = \overline{\alpha}_0 \left(1 + a_\alpha \cos 2(\theta - \beta_\alpha) \right) \tag{6.13}$$



FIGURE 6.16 – Analyses directionnelles menées au cours de chargements non drainés pour (a) $\beta_{\omega} = 0^{\circ}$ et (b) $\beta_{\omega} = 90^{\circ}$. Dans ces simulations, $\alpha_0 = 50^{\circ}$ et $a_{\omega} = 1$.

La direction β_{α} correspond à la direction dans laquelle les hexagones ont l'angle d'ouverture le plus grand. Le paramètre $\overline{\alpha}_0$ correspond à l'angle d'ouverture moyen. Le paramètre a_{α} correspond au degré d'anisotropie de la distribution, i.e. l'amplitude de l'intervalle des valeurs d'angle d'ouverture générées. Le cas $a_{\alpha} = 0$ correspond au cas d'une distribution isotrope : tous les hexagones ont initialement le même angle d'ouverture. Il est important de noter que la distribution des angles d'ouverture des hexagones est définie initialement par la fonction $\alpha_0(\theta)$ mais que ces angles d'ouverture évoluent au cours du chargement appliqué. L'utilisation de la distribution d'ordre 2 peut conduire à générer des angles d'ouverture inadmissibles au regard des conditions de compatibilité du modèle. Dans les directions pour lesquelles la fonction de distribution conduit à un angle d'ouverture inférieur à 30° , on imposera $\alpha_0 = 30^{\circ}$, ce qui revient à avoir deux cycles à 3 grains et un cycle à 4 grains (Fig. 6.17(a)). Dans les directions pour lesquelles la fonction de distribution conduit à un angle d'ouverture supérieur à 90°, on imposera $\alpha_0 = 90^\circ$, ce qui revient à deux cycles à 4 grains (Fig. 6.17(b)). Cette nouvelle distribution de la géométrie initiale des hexagones permet donc i de générer de la variabilité dans la distribution des vides locaux et ii) d'enrichir la description microstructurelle du milieu en introduisant des cycles à 3 et 4 grains.

L'influence des paramètres a_{α} et β_{α} est difficile à apprécier dans la mesure où il y a couplage. Cependant, on constate que ce type de distribution permet d'obtenir des réponses en contrainte-déformation et des chemins de contrainte réalistes, aussi bien en conditions drainées que non drainées (Fig. 6.18 et 6.19). Pour une anisotropie dans la direction axiale de l'échantillon ($\beta_{\alpha} = 0$), une augmentation de a_{α} correspond à une diminution de la densité des contacts dans la direction du chargement. Une augmentation de l'anisotropie induit donc une diminution de la résistance au cisaillement du modèle. Pour les mêmes raisons, plus la densité de contacts dans la direction axiale est élevée (a_{α} faible), plus la pente initiale de la courbe p - q est inclinée vers la droite. Réciproquement, plus la densité de contacts dans la direction est devé), plus la pente initiale de la courbe p - q est inclinée vers la droite. Réciproquement, plus la densité de contacts dans la la faible (a_{α} élevé), plus la pente initiale de la courbe p - q est inclinée vers la droite. Réciproquement, plus la densité de contacts dans la la faible (a_{α} élevé), plus la pente initiale de la courbe p - q est inclinée vers l'origine.

On observe cependant que pour le degré d'anisotropie le plus élevé ($a_{\alpha}=0,3$ par exemple),



FIGURE 6.17 – Identification des cycles à 3 et 4 grains correspondant aux hexagones ayant des angles d'ouverture (a) $\alpha_0=30^\circ$ et (b) $\alpha_0=90^\circ$.



FIGURE 6.18 – Influence du degré d'anisotropie a_{α} pour $\beta_{\alpha} = 0$ sur le chemin drainé.

l'écrasement des hexagones dans certaines directions provoque une augmentation irréaliste du déviateur des contraintes (Fig. 6.18 et 6.19). Ce mécanisme intervient pour une déformation en cisaillement de l'ordre de 8%. C'est pourtant ce phénomène qui permet de contrôler la contractance du modèle aux grandes déformations et ainsi d'assurer une tendance réaliste au comportement volumique du modèle. Nous supposerons par ailleurs que ce phénomène sera atténué dans le cas des résolutions de problèmes aux limites non homogènes.

6.7 Calibration du modèle dans un cas de liquéfaction

Afin de tester la performance du modèle, nous avons réalisé une calibration des paramètres du modèle à partir des résultats d'un essai triaxial consolidé non drainé réalisé sur le Sable d'Hostun RF (Benahmed, 2001). L'échantillon avait été préparé par damage humide à un indice des vides initial $e_0 = 0.965$ ($I_D = 0.16$) puis consolidé de manière isotrope à



FIGURE 6.19 – Influence du degré d'anisotropie a_{α} pour $\beta_{\alpha} = 0$ sur le chemin non drainé.

 TABLE 6.8 – Paramètres de calibration du modèle permettant de simuler l'essai triaxial consolidé non drainé.

Paramètre	Valeur
κ	1000
p_c	$100 \mathrm{kPa}$
$arphi_g$	33°
k_t/k_n	0.5
\overline{lpha}_0	60°
eta_{ω}	0
a_{ω}	0
eta_{lpha}	0
a_{lpha}	0.15

une pression de 100 kPa. La procédure de calibration, réalisée par essai-erreur, a abouti aux paramètres figurant dans le tableau 6.8. La comparaison des courbes expérimentales et numériques est représentée sur la Figure 6.20. On observe qu'il est possible de reproduire à la fois la courbe contrainte-déformation et la courbe q - p. Il est intéressant de noter que l'angle d'ouverture initial moyen correspond à un indice de densité $I_D = 0.07$, relativement proche de celui de l'échantillon réel. Par ailleurs, les valeurs des paramètres micromécaniques du modèle sont tout à fait réalistes. Cela démontre la capacité du modèle à reproduire des essais de liquéfaction sur des échantillons de sables.

6.8 Synthèse

Ce chapitre a permis d'étudier la réponse du modèle H lorsqu'il est soumis à une compression biaxiale en conditions drainées et non drainées. Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude de sensibilité en faisant varier les paramètres micromécaniques du modèle autour d'un jeu de paramètres de référence. Ce travail nous a conduits à quantifier l'influence de ces paramètres au regard des grandeurs macroscopiques constituant les données d'entrée



FIGURE 6.20 – Comparaison des résultats de l'essai triaxial consolidé non drainé et des simulations réalisées à l'aide du modèle H (a) en contrainte-déformation et (b) dans l'espace des contraintes

TABLE 6.9 – Synthèse qualitative de l'étude de sensibilité sur les paramètres homogènes du modèle H-microdirectionnel. Les signes + et - correspondent au signe de la corrélation entre les paramètres micro et macro. Leur nombre indique l'intensité de la corrélation.

Paramètre	G_0	$ u_0 $	φ_C	ψ_C	φ_{ss}	φ_{cs}
κ	++	0	+		0	0
$arphi_g$	0	0	++	-	++	++
k_t/k_n	++	++	0	0	0	0
α_0	-	0				

des modèles classiques (modules, angles de frottement, angle de dilatance,...). Une synthèse qualitative des résultats obtenus est proposée dans la Table 6.9.

Dans un second temps, nous avons analysé l'influence d'une anisotropie de distribution de l'orientation des hexagones. Nous avons montré que celle-ci permettait de retrouver les tendances observées expérimentalement mais que dans les cas de liquéfaction, l'allure des courbes de réponse dans l'espace des contraintes n'était pas réaliste. Nous avons donc proposé une nouvelle approche de définition de l'anisotropie microstructurelle fondée sur une distribution orientée des angles d'ouverture initiaux des hexagones. Cette approche nous a permis de simuler des courbes de réponses dans l'espace des contraintes plus réalistes et de calibrer le modèle à partir d'un essai triaxial non drainé de manière satisfaisante.

Nous avons ainsi vérifié que le modèle H était en capacité de simuler le phénomène de liquéfaction des matériaux granulaires. Il apparait donc pertinent d'implémenter ce modèle dans un logiciel de calcul général en vue de conduire des simulations numériques à l'échelle de l'ouvrage.

Troisième partie

Modélisations de la rupture à l'échelle de l'ouvrage

Chapitre 7

Implémentation du modèle H dans FLAC

7.1 Méthode de résolution du logiciel FLAC

7.1.1 Généralités

Le logiciel FLAC est utilisé pour réaliser des simulations numériques à l'échelle de l'ouvrage en conditions statiques ou dynamiques. La modélisation numérique du comportement des géomatériaux et des ouvrages associés rencontre généralement des difficultés de trois ordres :

- la non-linéarité de la relation contrainte/déformation
- la dépendance de la réponse du matériau au chemin de sollicitation
- les instabilités matérielles qui se manifestent par une diminution de la résistance du matériau après sa rupture

Afin de traiter ces difficultés, le logiciel FLAC met en œuvre une approche Lagrangienne en adoptant un schéma de résolution dynamique explicite selon la méthode des différences finies. Nous allons dans un premier temps préciser les principes à la base de la méthode de résolution implémentée dans FLAC.

Schéma de résolution dynamique explicite. La méthode de résolution en dynamique explicite mise en œuvre dans FLAC permet de s'affranchir des difficultés énoncées ci-dessus en résolvant les équations dynamiques du mouvement, même pour la résolution de problèmes statiques. Cette approche permet de simuler les mécanismes physiques de manière réaliste. Par exemple, lorsqu'une rupture se produit, une partie de l'énergie de déformation est convertie en énergie cinétique qui se propage et se dissipe. Ce mécanisme est explicitement intégré dans la formulation du problème résolu par le logiciel FLAC. Ainsi, contrairement aux méthodes de résolution implicites qui nécessitent la mise en œuvre d'algorithmes de résolution complexes qui peuvent poser des problèmes de convergence, le schéma explicite reste stable même lorsque le système physique modélisé est instable. Cette spécificité en fait un logiciel particulièrement adapté à la modélisation du mécanisme de liquéfaction des sols.

Méthode des différences finies. La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées des équations constitutives par des expressions algébriques faisant simplement intervenir les valeurs des champs de variables en des points discrets de l'espace et du temps. La simplicité des équations qui en découlent fait que celles-ci peuvent être régénérées à chaque pas de temps, ce qui évite le stockage de la matrice de rigidité globale du système qui est couteux en termes de mémoire.

Approche Lagrangienne. La résolution d'un problème aux limites consiste à déterminer l'évolution des champs de déformation et de contrainte d'un volume de matériau préalablement maillé. Dans le logiciel FLAC, les coordonnées des points du maillage sont mises à jour à chaque pas de temps. Les incréments de déplacement sont alors ajoutés aux coordonnées des points du maillage. Cette formulation adopte donc le point de vue Lagrangien dans la mesure où le maillage se déforme avec le volume de matériau qu'il discrétise. L'intérêt de l'approche Lagrangienne est qu'elle permet de traiter simplement les problèmes en grandes déformations.

7.1.2 Formulation théorique

Le traitement des problèmes hydro-méchaniques nécessite la résolution d'un ensemble d'équations : les équations du mouvement, les relations constitutives et les lois d'écoulement en milieu poreux. La discrétisation de toutes ces équations est effectuée selon la méthode des différences finies.

Équations du mouvement. En un point donné du maillage, l'équation du mouvement est régie par la relation :

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \tag{7.1}$$

où ρ représente la densité du matériau, \dot{u}_i représente la composante *i* du vecteur vitesse, σ_{ij} les composantes du tenseur des contraintes, x_i la i^{ème} coordonnée et g_i la composante du vecteur gravité. Les indices *i* font référence aux composantes dans le repère Cartésien et la répétition des indices indique une sommation conformément à la convention d'Einstein.

Lois de comportement. Les composantes des taux de déformation du matériau sont définies à partir des gradients de vitesse évalués en un point donné du maillage :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \tag{7.2}$$

Les lois de comportement sont implémentées de manière à fournir un tenseur des contraintes à l'instant $t + \Delta t$ à partir du tenseur des contraintes à l'instant t, de l'incrément du tenseur de déformation $\Delta \varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}(t)\Delta t$ et d'un ensemble de paramètres de mémoires \mathcal{H} :

$$\sigma_{ij}(t + \Delta t) = \mathcal{L}(\sigma_{ij}(t), \Delta \varepsilon_{ij}, \mathcal{H})$$
(7.3)

où \mathcal{L} est la fonctionnelle décrivant une relation incrémentale entre contraintes et déformations. Lorsque le calcul s'effectue en grande déformation, une mise à jour du tenseur des contraintes prenant en compte la rotation d'un élément au cours d'un pas de temps est réalisée.
Couplage hydro-mécanique. La modélisation des différentes phases de vie d'un ouvrage nécessite la simulation d'écoulements hydrauliques. Le logiciel FLAC permet de conduire des simulations hydro-mécaniques couplées dans le cadre de la théorie quasi-statique de Biot. La loi qui régit le transport du fluide dans le matériau poreux s'écrit :

$$q_i = -C_{ij}^k \kappa(s) \frac{\partial (P - \rho_w g_k x_k)}{\partial x_j}$$
(7.4)

où q_i est le débit, C_{ij} le coefficient de mobilité du fluide, s le degré de saturation, $\kappa(s)$ la perméabilité relative (qui vaut 1 lorsque le sol est saturé), P la pression du fluide, ρ_w la densité volumique du fluide et g_k le vecteur gravité. Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{q_i}{\partial x_i} + q_v \tag{7.5}$$

où ζ est la variation de la teneur en fluide du milieu poreux et q_v le débit volumique d'une éventuelle source. La loi de comportement du milieu en termes d'évolution de la pression interstitielle s'exprime :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = M \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) \tag{7.6}$$

où M est la module de Biot, α le coefficient de Biot et ε_v la déformation volumique du matériau. Nous considérerons en première analyse que la compressibilité des grains est négligeable devant celle de l'assemblage granulaire et postulerons donc :

$$\alpha = 1 \tag{7.7}$$

$$M = \frac{B_w}{n} \tag{7.8}$$

La réalisation de simulations hydromécaniques couplées peut donc se faire à partir de B_w , n, ρ_w et C_{ii}^k .

7.1.3 Formulation numérique

Maillage. Le solide est dans un premier temps maillé en un ensemble d'éléments quadrilatères. Dans le logiciel FLAC, ce maillage est appelé grille. Chaque élément de ce maillage, appelé zone, est repéré dans la grille par un couple d'indices (i, j) où i correspond à un numéro de colonne et j à un numéro de ligne (Fig. 7.1).

Principes de résolution. Le principe de résolution est représenté par le diagramme de la Figure 7.2. Les équations du mouvement fournissent les incréments de déplacement et de vitesse aux nœuds du maillage. On en déduit alors les incréments de déformation puis les contraintes actualisées via la loi de comportement et les forces nodales correspondantes. Les équations du mouvement sont alors réécrites avec les variables actualisées. La résolution des équations n'est pas réalisée à l'échelle des zones, mais au sein de 4 sous-zones triangulaires issues de deux partitions différentes de chaque zone. Ces zones triangulaires sont notées a, b, c et d (Fig. 7.3). Le vecteur force appliqué en chaque nœud de la zone est calculé comme



FIGURE 7.1 – Repérage des éléments du maillage dans la grille utilisée dans le logiciel FLAC.



FIGURE 7.2 – Cycle de calcul explicite du logiciel FLAC



 ${\rm FIGURE}$ 7.3 – Définition des deux partitions d'une zone quadrilatère en deux sous-zones triangulaires.

étant la moyenne des forces nodales calculées à partir de la résolution des équations sur les deux partitions de la zone. Si une des partitions est très distordue, i.e. si un des triangles est beaucoup plus petit que l'autre, celle-ci n'est pas utilisée pour le calcul de la force nodale résultante. Dans le cas où les deux partitions sont très distordues, FLAC envoie un message d'erreur. La partition des zones a pour but de permettre un contrôle de leur distorsion. Si cet algorithme est totalement transparent pour l'utilisateur (sauf en termes de temps de calcul), il ne l'est pas pour le développeur qui doit fournir les contraintes associées à chacun des triangles correspondant aux deux partitions.

Principes de discrétisation des équations. Considérons une grandeur f scalaire, vectorielle ou tensorielle, définie sur une surface A délimitée par un contour S. Le théorème de Green-Ostrogradski permet d'écrire :

$$\int_{A} \frac{\partial f}{\partial x_{i}} \, dA = \int_{S} f \, n_{i} \, ds \tag{7.9}$$

où x_i sont les vecteurs position et n_i les normales au contour S. Si l'on définit la valeur moyenne du gradient de f par :

$$<\frac{\partial f}{\partial x_i}>=\frac{1}{A}\int_A\frac{\partial f}{\partial x_i}\,dA$$
(7.10)

la relation 7.9 devient :

$$\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \rangle = \frac{1}{A} \int_S f n_i \, ds$$
 (7.11)

L'approximation aux différences finies appliquée à un élément triangulaire consiste à évaluer l'intégrale sur les contours par une somme :

$$\int_{s} f n_{i} ds \approx \sum_{k} \langle f \rangle^{(k)} n_{i}^{(k)} \Delta S^{(k)}$$
(7.12)

où ΔS^k est la longueur d'un côté du triangle repéré par la normale n^k et la sommation est effectuée sur chacun de ses trois côtés k. La valeur moyenne de $\langle f \rangle^{(k)}$ est alors calculée pour chaque côté.

Vitesses nodales. L'application de cette formulation au calcul des gradients de vitesses nodales (qui permettent de calculer le tenseur des taux de déformation) donne :

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \approx \frac{1}{A} \sum_k \frac{\dot{u}_i^{(M)} + \dot{u}_i^{(N)}}{2} n_j^{(k)} \Delta S^{(k)}$$
(7.13)

où M et N sont deux points consécutifs du contour, i.e. les points extrémités du segment de longueur ΔS (Fig. 7.4).



FIGURE 7.4 – Définition des grandeurs utilisées dans le calcul des taux de déformation (a) et des forces nodales (b).

Forces nodales. Les contraintes appliquées aux contours des triangles créent des forces nodales dont la résultante provient de la contribution des contraintes appliquées aux deux côtés adjacents :

$$F_{i} = \frac{1}{2}\sigma_{ij}(n_{j}^{1}\Delta S^{1} + n_{j}^{2}\Delta S^{2})$$
(7.14)

Les conditions aux limites peuvent s'exprimer en termes de contraintes ou de vitesse imposées en certains points du maillage. Définir une condition aux limites de vitesse en un point du maillage revient à imposer un vecteur vitesse. Définir une condition aux limites en contraintes en un point du maillage revient à imposer des composantes de force nodale :

$$F_i = \sigma^b_{ij} n_j \Delta S \tag{7.15}$$

où σ_{ij}^b représente la condition aux limites exprimée en termes de contraintes appliquées sur la facette de l'élément de frontière dont le vecteur normal a pour composantes n_i et pour longueur ΔS .

Les forces no dales calculées pour chaque sous-zone triangulaire sont moyennées pour obtenir les forces no dales appliquées aux zones quadrilatères. Les forces no dales dues à la gravité sont estimées en affectant à chaque nœud du triangle la masse m_g égale à 1/3 de la masse to to to tale du triangle :

$$F_i^g = m_g g_i \tag{7.16}$$

Déplacements nodaux. La forme discrétisée de l'équation du mouvement s'écrit :

$$\dot{u}_i(t + \Delta t/2) = \dot{u}_i(t - \Delta t/2) + \sum F_i(t) \frac{\Delta t}{m_n}$$
(7.17)

où m_n représente la masse nodale du nœud *i*. Les coordonnées des nœuds sont actualisées suivant la relation :

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t - \Delta t) + \dot{u}_i(t + \Delta t/2)\Delta t$$
(7.18)

Amortissement mécanique. Les équations du mouvement doivent être amorties afin de pouvoir fournir des solutions statiques (non-inertielles). Cependant, l'utilisation d'un amortissement de type visqueux, i.e. dépendant de la vitesse, induit des biais et des difficultés d'ordre théoriques et numériques. En particulier, le choix de la viscosité dépend des propriétés spectrales de la matrice de rigidité tangente et peut donc être indéfinie, sa détermination à chaque pas de temps a des conséquences en termes de temps de calcul et l'introduction de forces nodales additionnelles est susceptible d'influencer les modes de rupture que l'on cherche à simuler. Afin de contourner ces difficultés, un modèle d'amortissement local a été développé et implémenté dans le logiciel FLAC (Cundall, 1982). Le principe est d'introduire une force nodale supplémentaire F_i^d dont la magnitude est proportionnelle à $\sum F_i(t)$ résultante des forces non équilibrées à l'instant t et dont la direction est choisie de manière à dissiper de l'énergie :

$$F_{i}^{d} = \xi |\sum F_{i}(t)| sgn \left[\dot{u}_{i}(t - \Delta t/2) \right]$$
(7.19)

où ξ est un coefficient de dissipation compris entre 0 et 1. La forme discrétisée de l'équation du mouvement (Eq. 7.17) devient alors :

$$\dot{u}_i(t + \Delta t/2) = \dot{u}_i(t - \Delta t/2) + \left(\sum F_i(t) - F_i^d\right) \frac{\Delta t}{m_n}$$
(7.20)

Pas de temps critique. Le schéma de résolution explicite implémenté dans FLAC appelle la procédure décrivant le modèle constitutif une fois par sous-zone et par pas de temps. La stabilité du schéma numérique repose sur l'hypothèse selon laquelle aucune itération n'est nécessaire car le pas de temps est choisi suffisamment petit pour que l'information ne puisse pas se propager d'une zone à l'autre pendant la durée du pas de temps. Le pas de temps maximum permettant de vérifier cette hypothèse, appelé pas de temps critique, est dans le cas d'un volume solide de dimension d caractérisé par une vitesse de propagation de l'information C:

$$\Delta t < \frac{d}{C} \tag{7.21}$$

Pour un élément donné, la distance minimale de propagation de l'information est égale à A/d_{max} où d_{max} est la plus grande dimension de l'élément triangulaire. Le pas de temps critique s'exprime donc :

$$\Delta t = \frac{A}{C \, d_{max}} \tag{7.22}$$

Masses nodales fictives. Dans l'équation du mouvement amortie discrétisée (Eq. 7.20), le terme $\Delta t/m_n$ peut être vu comme un terme de relaxation. Il est par ailleurs équivalent de diminuer Δt ou d'augmenter m_n . Pour un pas de temps Δt donné, la condition 7.21 peut donc être traduite en une condition sur la masse modale. Dans ce cas, il s'agit d'une masse fictive qui n'affecte pas la masse nodale réelle utilisée dans le calcul des forces nodales dues à l'effet de la gravité (Eq. 7.16). Chaque nœud du triangle se voit attribuer une masse égale au tiers de la masse du triangle $\rho A/3$. La masse nodale fictive est ensuite sommée sur l'ensemble des triangles connectés au nœud puis divisée par deux pour tenir compte du recouvrement entre les deux partitions de la zone quadrilatère :

$$m_n = \Delta t \frac{\rho C}{6} \sum d_{max} \tag{7.23}$$



FIGURE 7.5 – Système masse-ressort équivalent à un alignement de grains en contact élastique

Célérité des ondes de propagation. Le calcul de la masse nodale fictive suppose de disposer d'une estimation de la vitesse de propagation de l'information C. Pour cela, nous allons considérer un système idéalisé constitué d'un alignement de grains en contact élastique. Ce système revient à celui d'un alignement de points matériels de masse m reliés par des ressorts de raideur k_n de longueur à vide $2r_g$ (Fig. 7.5). La célérité des ondes de compression C est alors donnée par la relation :

$$C^2 = 4r_g^2 \frac{k_n}{m} \tag{7.24}$$

La masse du grains, quant à elle, est égale à $\rho_g \pi r_g^2.$ On en déduit :

$$C^2 = 4 \frac{k_n}{\rho_g \pi} \tag{7.25}$$

Le logiciel FLAC détermine la célérité des ondes à partir des modules élastiques de compression K et de cisaillement G en utilisant la formule $C^2\rho = K + 4G/3$. Il faut donc fournir au logiciel des modules K et G correspondant à l'équation 7.25. La vérification du critère de pas de temps critique sera donc garantie par le choix de modules K et G pertinents. Si l'on pose arbitrairement $G = K = K_0$ et que l'on approxime $\rho/\rho_g = 2/3$, on obtient :

$$K_0 = \frac{8}{7} \frac{k_n}{\pi}$$
(7.26)

7.2 Implémentation des lois de comportement

7.2.1 Principes généraux

Les modèles constitutifs doivent être implémentés dans FLAC sous une forme incrémentale. Connaissant l'état de contrainte dans un volume de matériau à l'instant t et l'incrément de déformation auquel est soumis ce volume au cours de l'intervalle de temps Δt , il s'agit de déterminer le nouvel état de contrainte à l'instant $t + \Delta t$. Tous les modèles constitutifs sont écrits en contraintes effectives. A chaque pas de temps, la pression interstitielle est déduite des contraintes totales avant d'appeler la procédure du modèle constitutif.

Dans la pratique, l'écriture des lois constitutives se décompose en deux fonctions. La fonction initialize() consiste à initialiser les variables internes à partir des paramètres

d'entrée de la loi constitutive. La fonction **run()** contient la procédure calculant les variables internes et le nouvel état de contrainte à l'instant $t + \Delta t$ en fonction de l'incrément de déformation que subit le matériau pendant l'incrément de temps Δt .

7.2.2 Application au modèle H

L'implémentation du modèle H suit les mêmes principes. Cependant, contrairement aux lois élasto-plastiques, il ne nécessite pas la décomposition de la déformation en une composante élastique et une autre plastique, ni la définition de la surface de charge ou du potentiel plastique. Comme nous l'avons vu aux chapitres précédents, lorsque le critère de Coulomb est atteint pour un hexagone donné, ce n'est pas une correction simple de l'état de contrainte qui est apportée : le calcul incrémental est repris depuis l'état du milieu à l'instant t en supposant un comportement purement plastique des hexagones tout au long de l'incrément.

La difficulté principale liée à l'implémentation du modèle H réside dans le grand nombre de variables internes caractérisant l'état du matériau. Bien que le modèle $H - \mu$ soit écrit en considérant θ_i et ω_i fixés, nous avons choisi de les traiter comme des variables associées à chaque direction d'hexagone. Cela permettra de faire évoluer le modèle ultérieurement en donnant la possibilité de gérer d'éventuelles créations, suppressions ou rotations d'hexagones. Ainsi, à chaque pas de temps et en chaque point d'intégration (4 par zone), il faut stocker les variables internes θ_i , ω_i , α_i , d_{1i} et d_{2i} . Ainsi, si on définit N_{θ} orientations d'hexagones, il faut stocker $5N_{\theta}$ variables internes en chaque point d'intégration. Si l'on définit une orientation d'hexagones tous les 5 degrés (N_{θ} =36), le nombre de variables à stocker est égal à 720 par zone. C'est la gestion de ce grand nombre de variables internes qui nous a contraint à implémenter le modèle H en tant que *User Defined Model* (UDM) en langage C++.

En pratique, le stockage de ces paramètres associés à chaque orientation est réalisé via un vecteur data_ dont chaque composante a une structure de type OrientationData qui contient pour chaque orientation le quintuplet data_= $(\omega_i, \theta_i, \alpha_i, d_{1i}, d_{2i})$. Le nombre de composantes du vecteur data_ n'est pas fixé a priori et l'allocation de l'espace mémoire correspondant se fait au moment de l'initialisation des valeurs des quintuplets.

7.3 Données d'entrée du modèle

Dans le logiciel FLAC, les données d'entrée sont fournies dans un script de commande écrit en langage *FISH*. Le mot-clé qui déclenche l'appel de la loi de comportement du modèle H est hmicrodir. La définition des paramètres du modèle commence donc par la ligne de commande :

model hmicrodir

L'utilisation du modèle H nécessite la définition de propriétés d'entrée et de sortie associées à chaque zone. Les données d'entrée des lois de comportement sont de nature micro-mécanique ou microstructurelle. Par ailleurs, le couplage hydro-mécanique nécessite d'autres données d'entrée relatives au fluide interstitiel et des propriétés hydrauliques du matériau dépendantes de la microstructure du matériau.



FIGURE 7.6 – Schéma de principe de l'algorithme de résolution intégrant le modèle Hmicrodirectionnel. Les encadrés bleus correspondent aux procédures implémentées dans la loi constitutive. Soulignons que toutes les propriétés définies à l'échelle d'une zone sont susceptibles d'être modifiées à chaque itération.

7.3.1 Paramètres mécaniques

Le paramètre density, qui représente la densité du matériau (kg/m^3) , est générique à tout modèle constitutif implémenté dans FLAC. Il doit être impérativement renseigné avant tout calcul et doit être strictement positif. Il convient donc de lui donner une valeur initiale, qui sera éventuellement modifiée au cours du calcul. Les paramètres d'entrée spécifiques au modèle H-microdirectionnel sont les suivants :

— m_nh : le nombre d'hexagones par point d'intégration N_H

- m_rg : le rayon des grains r_g (m)
- m_kn : la raideur élastique normale du contact k_n (N/m)
- m_kt : la raideur élastique tangentielle du contact k_t (N/m)
- m_pg : l'angle de frottement inter-granulaire φ_g (rad.)
- m_mode : mode de définition de la microstructure

En raison du principe de cohérence entre volume total d'échantillon et somme des volumes des hexagones, le paramètre m_nh correspondant au nombre d'hexagones total utilisé pour le calcul en chaque nœud n'a pas d'influence sur les résultats du calcul. La syntaxe à utiliser est donc la suivante :

prop dens= ρ m_nh= N_H prop m_rg= r_q m_kn= k_n m_kt= k_t m_pg= φ_q

Initialement, tous les hexagones sont supposés non chargés : $d_{1i} = d_{2i} = 2r_g$. La définition de la microstructure initiale consiste donc à définir un ensemble de n_{θ} triplets $(\theta_i, \omega_i, \alpha_{0i})$ où ω_i et α_{0i} représentent la proportion et l'angle d'ouverture initial des hexagones associés à chaque direction θ_i . Le paramètre m_mode déterminant le mode de définition de la microstructure peut prendre les valeurs 1, 2 ou 3. Les paramètres à fournir dépendent du mode de définition de la microstructure choisi.

m_mode=1. Dans ce mode, les triplets sont définis un par un, de manière explicite. Les paramètres d'entrée sont les numéros d'instance des tables servant à la définition de chacune des composantes du triplet :

— m_ntsize : nombre d'orientations d'hexagones n_{θ}

— m_nt1 : numéro d'instance de la table des θ_i

- m_nt2 : numéro d'instance de la table des ω_i

— m_nt3 : numéro d'instance de la table des α_{0i}

où it_{θ} , it_{ω} et it_{α_0} désignent les numéros d'instance des tables. Ce mode nécessite la construction préalable de 3 tables : une pour les θ_i , une pour les ω_i et une pour les α_{0i} . La syntaxe à utiliser est la suivante :

prop m_ntsize= n_{θ} m_nt1= it_{θ} m_nt2= it_{ω} m_nt3= it_{α_0}

Ce mode de définition a pour but de permettre une modélisation de matériaux cristallins ayant un faible nombre d'orientations à définir. Cette approche peut notamment permettre de définir des matériaux monocristallins, i.e. des matériaux dont tous les hexagones sont orientés dans la même direction $(n_{\theta}=1)$.

m_mode=2. Les triplets sont définis par le biais des fonctions de distribution que nous avons exposées dans les chapitres précédents (Eqs. 4.43 et 6.13). Chaque triplet $i = 0, ..., n_{\theta} - 1$ est défini comme suit :

$$\theta_i = \frac{i}{n_{\theta}}\pi\tag{7.27}$$

$$\omega_i = \frac{1}{n_\theta} \left(1 + a_\omega \cos 2(\theta_i - \beta_\omega) \right) \tag{7.28}$$

$$\alpha_{0i} = \overline{\alpha}_0 \left(1 + a_\alpha \cos 2(\theta_i - \beta_\alpha) \right) \tag{7.29}$$

L'utilisation de ce mode nécessite donc le renseignement de 6 paramètres : n_{θ} , a_{ω} , β_{ω} , $\overline{\alpha}_{0}$, a_{α} , β_{α} . La syntaxe utilisée est la suivante :

prop m_mode=2
prop m_ntheta=
$$n_{ heta}$$

prop m_alphaw= a_{ω} m_betaw= β_{ω}
prop m_alpha0= $\overline{\alpha}_0$ m_alphaa= a_{α} m_betaa= β_{α}

mode=3. Dans ce mode, la distribution des orientations des hexagones est définie par le biais d'une fonction de distribution correspondant à un développement tensoriel d'ordre 4. Afin de limiter le nombre de paramètres, nous avons choisi une fonction de la forme suivante :

$$\omega_i = \frac{1}{n_\theta} \left(1 - a_\omega \cos 2(2\theta_i - \beta_\omega) \right) \tag{7.30}$$

La distribution des angles d'ouverture est quant à elle définie comme au mode 2. L'utilisation de ce mode nécessite le renseignement des mêmes paramètres et a la même syntaxe que pour le mode 2.

7.3.2 Paramètres hydrauliques

La réalisation de calculs hydro-mécaniques couplés nécessite la définition des propriétés mécaniques du fluide. Le comportement du fluide est supposé élastique linéaire. La limite de traction de l'eau intervient dans le cas d'un milieu saturé (s = 1) et correspond à la limite de cavitation. Les propriétés à définir sont les suivantes :

- dens : la masse volumique de l'eau ρ_w (kg/m³)
- bulk : le module de compression du fluide B_w (Pa)
- tens : la résistance limite du fluide à la traction t_w (Pa)

La syntaxe à utiliser est la suivante :

water dens= ρ_w bulk= B_w tens= t_w

Dans la pratique, la masse volumique de l'eau ρ_w sera prise égale à 1000 kg/m³, et le module de déformation B_w à 200 MPa. La traction limite sera quant à elle comprise entre -1 à -10 MPa aux températures usuelles (Caupin and Herbert, 2006). Il est à noter que lorsque l'option biot n'est pas activée, le coefficient de Biot α est fixé à 1 et le module de Biot est calculé à partir de l'équation 7.8.

Les propriétés hydrauliques nécessaire au couplage hydro-mécanique sont :

— porosity : la porosité moyenne du milieu n (-)

— permeability : le coefficient de mobilité moyen du milieu $< C^k > (Pa/s)$

Notons que la perméabilité peut être donnée sous une forme tensorielle par le renseignement des paramètres k11,k22 et k12.

7.4 Propriétés en sortie

Plusieurs propriétés sont calculées dans chaque zone à chaque pas de temps. Il est possible d'y accéder tout au long du calcul :

- m_poro : la porosité moyenne de la zone
- m_dens : la densité moyenne de la zone
- m_perm : le coefficient de mobilité hydraulique moyen de la zone
- m_pl : le ratio d'hexagones plastifiés
- m_tens : le ratio d'hexagones en tension
- m_w2 : le travail du second ordre moyen de la zone

Cette fonctionnalité est particulièrement intéressante dans le cadre de simulations hydromécaniques couplées. En effet, il est possible de mettre à jour les valeurs de m_poro, m_perm et m_dens calculées à chaque pas de temps pour mettre à jour les valeurs de porosité, de perméabilité et de densité dans chaque zone. On peut donc prendre en compte l'évolution de ces variables au cours du chargement. La syntaxe à utiliser est alors la suivante :

density(i,j)=z_prop(i,j,'m_dens')
porosity(i,j)=z_prop(i,j,'m_poro')
permeability(i,j)=z_prop(i,j,'m_perm')

7.5 Vérification de l'implémentation

Jusqu'à présent, le modèle H n'était implémenté que dans une routine Fortran permettant de réaliser des simulations à l'échelle du point matériel. L'implémentation du modèle dans le logiciel FLAC nécessitait alors une traduction du code en C++ et une restructuration des données compatibles avec l'architecture interne de FLAC, chacune de ces étapes étant source potentielle d'erreurs. Nous avons donc vérifié la qualité du travail d'implémentation en réalisant des calculs comparatifs de plusieurs distributions d'orientation ou d'angles d'ouverture des hexagones et pour différentes conditions de chargement drainé et non drainé. La Figure 7.7 donne quelques exemples de comparaison entre les résultats issus du programme Fortran et ceux issus des calculs menés à l'aide du logiciel FLAC. On peut constater que l'implémentation du modèle H donne des résultats confondus avec ceux issus du programme Fortran. On en déduit que l'implémentation ne contient pas d'erreur significative et que la méthode de résolution explicite ne semble pas introduire de biais remettant en cause l'utilisation de cette approche pour la résolution de problèmes aux limites non homogènes.



FIGURE 7.7 – Comparaison des réponses calculées par le programme Fortran et l'implémentation dans le logiciel FLAC : (a) distribution monocristalline orientée horizontalement soumise à un essai biaxial drainé, (b) distribution monocristalline orientée verticalement soumise à un essai biaxial non drainé, (c) distribution isotrope soumise à un essai drainé, (d) distribution isotrope soumise à un essai non drainé, (e) distribution d'orientations d'hexagones anisotrope soumise à un essai drainé et (f) distribution d'angles d'ouverture anisotrope soumise à un essai non drainé.

Chapitre 8

Simulations d'essais biaxiaux

La simulation d'un essai biaxial nécessite la modélisation des conditions d'interface entre l'éprouvette et les plateaux inférieur et supérieur qui compriment l'échantillon. Il est en effet bien reconnu que ces conditions d'interface associées aux effets géométriques dus à la déformation des échantillons ont un effet important sur le mode de rupture de l'échantillon (Sheng et al., 1997; Liyanapathirana et al., 2005; Gao and Zhao, 2013; Jiang and Zhang, 2015).

Dans un premier temps, afin de nous affranchir des effets géométriques et des conditions d'interface, nous conduirons des essais biaxiaux "idéalisés" pour lesquels la mise en charge des échantillons est réalisé à l'aide de parois rigides et parfaitement lisses (Fig. 8.1(a)). Les modes de rupture et conditions de localisation seront étudiés en suivant des chemins de chargement en déformations proportionnelles.

Dans un second temps, nous conduirons des simulations d'essais biaxiaux en considérant des conditions aux limites plus réalistes (Fig. 8.1(b)). Nous étudierons l'effet de la densité relative initiale du matériau sur la réponse des échantillons soumis à des essais drainés. Enfin, nous illustrerons l'influence de l'anisotropie microstructurelle et du chemin de sollicitation sur la réponse des échantillons soumis à des essais biaxiaux non drainés.

Pour toutes les simulations, l'échantillon initial est de forme rectangulaire, de dimensions $H=140 \text{ mm} \times L=70 \text{ mm}$ maillé en 1152 éléments (24×48) éléments carrés. Les valeurs des paramètres micro-mécaniques utilisés dans les simulations sont fournies dans le tableau 8.1.

-	-	
Paramètres	Symbole	Valeur
Rayon des grains	r_{g}	$0,5 \mathrm{~mm}$
Raideur normale	k_n	$10 imes 10^6 \ \mathrm{N/m}$
Raideur tangentielle	k_t	$5 imes 10^6 \ { m N/m}$
Angle de frottement inter-granulaire	φ_g	30°

TABLE 8.1 – Paramètres micromécaniques utilisés pour les simulations d'essais biaxiaux.



FIGURE 8.1 – Schéma de principe des essais biaxiaux idéalisés (a) et réalistes (b).

8.1 Essais biaxiaux idéalisés

L'influence du chemin de chargement sur la réponse de l'échantillon soumis à un chargement en déformations proportionnelles est étudiée en considérant une distribution isotrope $(a_{\omega}=0)$ correspondant à un matériau lâche $(\alpha_0=50^\circ)$.

8.1.1 Principes de modélisation

La mise en charge des échantillons est réalisée comme s'ils étaient déformés par des parois rigides et lisses. Cela permet d'assurer des conditions de déformations homogènes sur chaque face de l'échantillon. Ce type de modélisation est couramment utilisé pour modéliser des essais biaxiaux en DEM (Hadda et al., 2015; Zhu et al., 2015; Sibille et al., 2015). En pratique, le contrôle du chargement est réalisé en déformation. On applique aux frontières de l'échantillon une vitesse de déplacement normale. Les vitesses tangentielles au contact des parois sont quant à elles laissées libres. Le caractère proportionnel des déformations appliquées est lié au coefficient R_{ε} qui relie les incréments de déformation axial et latéral $\delta \varepsilon_2 = R_{\varepsilon} \delta \varepsilon_1$. Exprimée en termes de vitesse des parois, cette relation devient $\dot{x}_r/l_r = -R_{\varepsilon} \dot{y}_a/l_a$.

8.1.2 Consolidation isotrope

L'échantillon est dans un premier temps soumis à une phase de consolidation isotrope. Les parois inférieure et supérieure se déplacent à vitesse constante et le déplacement des parois latérales est asservi de manière à avoir à chaque pas de chargement $\sigma_2 \approx \sigma_1$.

La microstructure de l'échantillon et les conditions aux limites qui lui sont appliquées ont deux plans de symétrie : l'un axial, l'autre vertical. Il n'est donc pas surprenant d'obtenir des champs de déformation déviatoriques et sphériques présentant les mêmes plans de symétrie



FIGURE 8.2 – État initial de l'échantillon isotrope après consolidation : (a) champ des déformations déviatoriques, (b) champ des déformations volumiques et (c) distribution de porosité.

(Fig. 8.2). La variabilité du champ de déformation déviatorique à la fin de la consolidation n'excède cependant pas 0.01%.

8.1.3 Chargement en déformations proportionnelles

Les chargements en déformations proportionnelles sont définis par le coefficient $R_{\varepsilon} = \delta \varepsilon_2 / \delta \varepsilon_1$. La dilatance imposée à l'échantillon vérifie à chaque incrément :

$$\delta \varepsilon_v = (1 + R_\varepsilon) \delta \varepsilon_1 \tag{8.1}$$

où $\delta \varepsilon_v$ est compté positivement en compression. Nous avons considéré trois valeurs de coefficients R_{ε} =-0.70, -1.0 et -1.30. Lorsque R_{ε} =-0.70, le rapport $\delta \varepsilon_v / \delta \varepsilon_1$ est positif et l'échantillon est soumis à une contractance imposée. Réciproquement, le coefficient R_{ε} =-1.30 correspond à un chemin à dilatance imposée. Le coefficient R_{ε} =-1.0 est associé à des conditions de déformations à volume constant. La réponse mécanique des échantillons est analysée à partir des courbes contrainte-déformation et des courbes de réponse de l'échantillon dans l'espace des contraintes. Les modes de rupture seront discutés à partir de représentations des champs de déformation déviatorique et volumique, des distributions spatiales du travail du second ordre, de la porosité, du ratio des hexagones plastifiés et du ratio des hexagones en tension.

Les simulations montrent une grande influence de R_{ε} sur la réponse des échantillons exprimée sur les courbes contrainte-déformation, dans l'espace des contraintes ainsi qu'à travers l'évolution des champs de déformations (Fig. 8.3).

Chargement à contractance imposée. Au début du chargement ($\varepsilon_1=0,1\%$), les champs des déformations déviatoriques et volumiques restent symétriques par rapport aux deux plans de symétrie issus de la phase de consolidation (Fig. 8.4). Les hexagones sont tous comprimés et en régime élastique. La distribution de la porosité montre une faible variabilité (Fig. 8.5). Le déviateur des contraintes augmente rapidement avec la déformation axiale avant de montrer une petite inflexion correspondant à l'atteinte de la droite de Coulomb dans l'espace des contraintes.



FIGURE 8.3 – Réponse de matériaux isotropes soumis à des essais biaxiaux en déformations proportionnelles.

En $\varepsilon_1=1\%$, les champs de déformation montrent alors l'initiation d'une bande qui se réfléchit sur les parois de l'échantillon et dans laquelle les déformations déviatoriques et volumiques sont plus faibles qu'ailleurs. La symétrie axiale des champs de déformation est brisée. Le ratio d'hexagones plastifiés est supérieur à 75% alors que le ratio d'hexagones en tension reste nul. Par ailleurs, le travail du second ordre est positif en tout point de l'échantillon.

Aux alentour de $\varepsilon_1=2\%$, la courbe contraintes-déformation marque une seconde inflexion. Elle correspond à l'apparition d'une localisation des champs de déformation, mais également de la distribution de la porosité, du ratio d'hexagones plastifiés et du ratio d'hexagones en tension. Le motif des bandes de localisation est symétrique par rapport à l'axe horizontal. Les bandes de localisation ont une orientation de 45° par rapport à la verticale et semblent se réfléchir contre les parois de l'échantillon. Le travail du second ordre reste quant à lui positif sur la quasi-totalité de l'échantillon.

Le pic du déviateur est atteint pour $\varepsilon_1 \approx 3\%$. Alors que la pression moyenne dans l'échantillon augmente de manière monotone tout au long du chargement, le déviateur diminue de manière brutale. Cette diminution est associée à une concentration des éléments présentant un travail du second ordre négatif dans les bandes de localisation des champs de déformation. Les localisations des champs de déformation sont associées à une augmentation de la porosité et à une augmentation du ratio d'hexagones en tension, au détriment du ratio d'hexagones plastifiés. Il est intéressant de noter que la symétrie des champs de déformation par rapport à l'axe horizontal est perdue et que seule une symétrie par rapport au centre géométrique de l'échantillon subsiste.

Chargement à volume constant. Dans la première phase du chargement, l'augmentation du déviateur se fait à pression moyenne quasi-constante. La pente de la courbe contraintedéformation est identique à celle du chargement à contractance imposée. En $\varepsilon_1=0,1\%$, les champs de déformation présentent également les plans de symétrie axial et transversal (Fig. 8.6). La symétrie de la distribution de la porosité n'est pas parfaite mais les imperfections









ont une amplitude inférieure à 0.01% (Fig. 8.5).

En $\varepsilon_1 = 1\%$, la courbe contrainte-déformation est décroissante. Les champs de déformation et les distributions des différentes grandeurs montrent une organisation en une multitude de bandes de localisation croisées. Des éléments présentant un travail du second ordre négatif se concentrent dans les éléments les moins déformés et où le ratio d'hexagones plastifiés est le plus élevé.

En $\varepsilon_1=3\%$, la courbe contrainte-déformation est croissante. La courbe de réponse dans l'espace des contraintes suit la droite de Coulomb. Les champs de déformation sont plus diffus et se rapprochent de ceux observés lors du chargement à contractance imposée en $\varepsilon_1=1\%$. Le travail du second ordre est strictement positif, le ratio d'hexagones plastifiés est homogène et de l'ordre de 60% et le ratio d'hexagones en tension de 50%.

Le pic du déviateur est atteint pour $\varepsilon_1 \approx 5\%$ et est suivi d'un phase de décroissance brutale jusqu'à une valeur résiduelle de l'ordre de 10 kPa pour $\varepsilon_1 \approx 7\%$. Les champs de déformation montrent alors des localisations très marquées qui ne présentent aucune symétrie. Les éléments présentant un travail du second ordre négatif sont concentrés dans ces bandes de localisation. Dans ces bandes, la quasi-totalité des hexagones sont en tension.

Chargement à dilatance imposée. Dans la première phase du chargement, l'augmentation du déviateur se fait à pression moyenne décroissante. La pente de la courbe contraintedéformation est identique aux deux autres chemins de chargement. Les symétries des champs de déformation et des distributions sont respectées malgré un certaines fluctuations (Fig. 8.8). En $\varepsilon_1 \approx 0, 1\%$, le déviateur est proche de sa valeur de pic. C'est sans doute pour cette raison que le ratio d'hexagones plastifiés est de l'ordre de 25% (Fig. 8.9).

En $\varepsilon_1=0.5\%$, la quasi-totalité des éléments présente un travail du second ordre négatif. Les champs de déformation semblent s'organiser en bandes de localisation croisées, mais de manière moins marquée que pour le chemin de chargement à volume constant. Les ratios d'hexagones plastifiés ou en tension sont distribués de manière homogène avec des valeurs de 75% et 30% respectivement. A mesure que le chargement se poursuit, le ratio d'hexagones plastifiés diminue au profit du ratio d'hexagones en tension ($\varepsilon_1=1\%$). Lorsque le contraintes effectives s'annulent ($\varepsilon_1=2,5\%$), les champs de déformation montrent une très légère localisation, le travail du second ordre tend vers zéro et la totalité des hexagones sont en tension.

Discussion. Les résultats présentés montrent que la nature de la réponse du matériau dépend très largement du mode de chargement qui lui est appliqué. Le chargement à contractance imposée conduit à une valeur résiduelle non nulle du déviateur alors que le chargement à dilatance imposée conduit à une annulation des contraintes effectives.

Le mode de rupture semble également influencé par le chemin de chargement. Le chargement à contractance imposée semble favoriser l'apparition d'un réseau de bandes de localisation au sein des champs de déformation alors que le chargement à dilatance imposée semble frustrer le développement de ces bandes de localisation et favoriser un mode de déformation plus diffus. Il a également été montré que le mécanisme de localisation est associé à un travail du second ordre négatif. Ces conclusions sont tout-à-fait cohérentes avec celles obtenues par Sibille et al. (2015) sur la base de simulations DEM.











FIGURE 8.8 - Évolution des champs de (a) déformations déviatoriques, (b) déformations volumiques, (c) travail du second ordre au cours du chargement biaxial en déformations proportionnelles $R_{\epsilon} = -1, 30$ (dilatance imposée).





8.2 Essais biaxiaux drainés

Des simulations d'essais biaxiaux drainés ont été réalisées sur des matériaux de différentes densités initiales. La densité relative du matériau est déterminée à partir de la relation :

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \tag{8.2}$$

où e_{max} et e_{min} sont les indices des vides maximum et minimum respectivement. L'indice des vides du matériau est déterminé à partir de l'équation 4.42. Nous nommerons matériau lâche le matériau pour lequel $I_D=0.02$, $(\alpha_0=50^\circ)$, matériau moyennement lâche le matériau pour lequel $I_D=0.13$ ($\alpha_0=45^\circ$) et matériau moyennement dense le matériau pour lequel $I_D=0.34$ ($\alpha_0=40^\circ$). La réponse des matériaux sera analysée au regard des courbes de réponse contrainte-déformation, déformation volumique-déformation axiale et réponse dans l'espace des contraintes (Fig. 8.10). Les modes de ruptures seront discutés à partir des champs de déformation déviatorique en fin de chargement.

D'une manière générale, la pente initiale de la courbe $q - \varepsilon_1$ est très peu influencée par la densité initiale du matériau. La valeur de pic du déviateur q augmentent avec la densité initiale du matériau. L'angle de frottement au pic varie entre 20° et 35° lorsque la densité relative varie de 0.02 à 0.34 (Fig. 8.10(b)). Par ailleurs, tous les échantillons montrent un comportement contractant en début de chargement. Au-delà de $\varepsilon_1 = 1\%$, le comportement des échantillons devient dilatant jusqu'à ce que la déformation volumique atteigne un palier. Le modèle converge vers un état résiduel pour lequel le déviateur et le volume de l'échantillon varient peu. Le modèle H-microdirectionnel est donc capable de simuler l'atteinte, au moins temporairement, de l'état critique. Les oscillations des courbes autour des valeurs résiduelles de q ont vraisemblablement une origine numérique liée à la vitesse de chargement appliquée.

Les modes de rupture des trois échantillons sont analogues. La Figure 8.11 représente le scénario de localisation du champ de déformation pour le matériau initialement moyennement lâche. On constate que les plans de symétrie axial et transversal sont conservés jusqu'à la rupture l'échantillon. La localisation des déformations se produit selon un motif en croix dont le centre correspond au centre géométrique de l'échantillon.

Les champs de déformation déviatorique en fin de chargement pour les trois densités initiales sont représentés sur la Figure 8.12. On constate que l'inclinaison des bandes de localisation par rapport à la direction axiale η_{mes} (cf. Fig. 1.15(b)) varie avec la densité initiale de l'échantillon (Tab. 8.2). Les valeurs mesurées peuvent être comparées avec la borne supérieure de cette inclinaison évaluée à partir de l'équation 1.37 et d'une évaluation de l'angle de dilatance.

Il est possible d'évaluer un angle de dilatance moyen $\overline{\psi}$ à partir de la courbe $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ sur un intervalle de déformation $\Delta \varepsilon_1$:

$$\sin\overline{\psi} = \frac{\Delta\varepsilon_v/\Delta\varepsilon_1}{2 - \Delta\varepsilon_v/\Delta\varepsilon_1} \tag{8.3}$$

Les valeurs de $\overline{\psi}$ données dans le tableau 8.2 correspondent à une moyenne sur l'intervalle $\varepsilon_1 = 1\% - \varepsilon_1 = 4\%$. La comparaison des angles mesurés η_{mes} et de la borne supérieure $\pi/2 - \overline{\psi}$ montre qu'il existe un bon accord entre les valeurs d'inclinaison mesurées et celles estimées à partir des courbes $\varepsilon_v - \varepsilon_1$.



FIGURE 8.10 – Influence de la densité relative initiale I_D sur la réponse du matériau : déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale (a), déformation volumique en fonction de la déformation axiale (b) et courbe de réponse dans l'espace des contraintes (c).

 TABLE 8.2 – Orientations des bandes de cisaillement. Comparaison des valeurs mesurées et des valeurs calculées.

I_D	$\Delta \varepsilon_v / \Delta \varepsilon_1$	$\overline{\psi}$	$\pi/2 - \overline{\psi}$	η_{mes}
0.02	0.0	0	45°	45°
0.13	0.22	8°	41°	40°
0.34	0.50	19°	35°	36°



FIGURE 8.11 – Évolution du champ de déformation déviatorique au cours d'un essai de compression drainé pour une distribution isotrope d'hexagones et un matériau initialement moyennement lâche ($I_D=0.13$).



FIGURE 8.12 – Champs des déformations déviatoriques pour $\varepsilon_1=4\%$ pour les différentes densités relatives initiales.

8.3 Essais biaxiaux non drainés

Les essais non drainés sont généralement réalisés afin d'évaluer le comportement d'un matériau soumis à un chargement rapide, c'est-à-dire sur une échelle de temps très petite au regard du temps nécessaire au drainage du matériau. Le volume global de l'échantillon est conservé mais le volume de chaque élément ne l'est en principe pas. De même, si le drainage du fluide interstitiel à l'extérieur de l'échantillon est interdit, des transferts de fluide se produisent afin d'homogénéiser la pression d'eau dans l'échantillon. L'hypothèse de blocage des écoulements en tout point du milieu n'est donc pas pertinente. La modélisation d'un essai biaxial non drainé nécessite donc la mise en œuvre d'un calcul hydro-mécanique couplé.

Relation entre microstructure et direction de chargement. Nous considérons ici 3 distributions d'hexagones ω_{θ} correspondant à des matériaux lâches ayant des densités relatives identiques $I_D = 0.02$ ($\alpha_0 = 50^\circ$). Les paramètres microstructurels utilisés figurent sur le Tableau 8.3 et les représentations polaires de ces distributions présentent des plans de symétrie par rapport aux deux directions principales axiale et latérale (Fig. 8.13(a)). Les courbes de réponse issues des simulations d'essais de compression et d'extension sont représentées sur la Figure 8.13. Les angles de frottement mobilisés au pic du déviateur sont donnés dans le Tableau 8.3.

Tout d'abord, on constate que l'angle de frottement au pic du matériau isotrope est très proche de celui déterminé par un essai drainé. Ensuite, comme nous l'avions observé et expliqué au chapitre 6, on constate que la résistance du matériau augmente lorsque la direction principale d'anisotropie est colinéaire à la direction du chargement. L'angle de frottement au pic du matériau dont l'anisotropie est orientée verticalement ($\beta_{\omega}=0$) est élevée en compression, mais faible en extension. Réciproquement, lorsque la direction principale d'anisotropie est horizontale ($\beta_{\omega} = \pi/2$), l'angle de frottement au pic est plus élevé en extension qu'en compression. De même, pour une microstructure donnée, l'angle de frottement au pic est plus élevé lorsque le chargement est appliqué dans la direction principale d'anisotropie. Lorsque la microstructure est isotrope, les angles de frottement au pic sont quasiment identiques en extension et en compression. Ce résultat suggère que la moindre résistance des échantillons testés en extension proviendrait des modes de confection des éprouvettes testées en laboratoire qui favoriseraient la création de microstructures dont la direction principale d'anisotropie est horizontale.

On constate également que les courbes de réponse (q,ε_1) et (q,p') du matériau $\beta_{\omega}=0$ sollicité en compression sont, aux incertitudes numériques près, confondues avec les courbes $(-q,-\varepsilon_1)$ et (-q,p') du matériau $\beta_{\omega} = \pi/2$ sollicité en extension. Cela illustre parfaitement la relation qui existe entre la réponse mécanique d'un matériau granulaire, son anisotropie et la direction du chargement à laquelle il est soumis.

La comparaison des champs de déformations déviatoriques obtenus pour un même matériau soumis à une compression ou à une extension montre que l'intensité de la localisation dépend de la direction de chargement par rapport à la direction principale d'anisotropie. La localisation des déformations déviatoriques est d'autant plus marquée que le chargement s'applique dans la direction principale d'anisotropie. Lorsque le chargement s'applique dans la direction orthogonale à la direction d'anisotropie, la localisation des déformations est moins marquée.

Distributions	α_0	a_{ω}	β_{ω}	a_{α}	β_{α}	φ_{comp}	φ_{ext}
ISO	50°	0.0	-	0.0	-	19.2°	19.6°
TD2-1	50°	1.0	0	0.0	-	21.7°	17.4°
TD2-2	50°	1.0	$\pi/2$	0.0	-	15.5°	21.7°

TABLE 8.3 – Paramètres microstructuraux des différentes distributions considérées et angles de frottement mobilisés au pic en compression (φ_{comp}) et en extension(φ_{ext}).



FIGURE 8.13 – Réponse d'un échantillon soumis à une compression biaxiale non drainée pour différentes distributions d'orientations d'hexagones : (a) représentation polaire des distributions, (b) réponses en contraintes-déformations et (c) courbes de réponse dans l'espace des contraintes. La densité relative initiale $I_D = 0,02$ ($\alpha_0=50^\circ$) est identique pour chaque distribution.



FIGURE 8.14 – Champs des déformations déviatoriques après rupture pour les différentes microstructures sollicitées en compression (a) ou en extension (b).

8.4 Conclusions

L'analyse du comportement d'un échantillon soumis à un chargement biaxial selon des chemins de déformations proportionnelles montre que l'utilisation du modèle H permet de reproduire des modes de rupture localisés ou diffus. Les chargements à dilatance imposée favorisent la concentration des déformations en bandes de cisaillement et la rupture localisée des échantillons tandis que les chargements à contractance imposée frustrent l'apparition des localisations et favorisent la rupture diffuse des échantillons. Pour les chemins à volume constant ou à contractance imposée, la rupture s'accompagne d'une concentration des déformations déviatoriques dans des bandes de cisaillement et d'une relaxation des zones situées en dehors de ces bandes.

Les modélisations non homogènes d'essais biaxiaux ont démontré la pertinence du modèle H à reproduire les principales propriétés des matériaux granulaires. Les simulations d'essais drainés ont fourni des angles de frottement au pics réalistes et ont mis en évidence l'augmentation de l'angle de frottement avec la densité du matériau. La réponse volumique des échantillons s'est montrée satisfaisante et aux grandes déformations, l'échantillon semble avoir convergé vers un état critique caractérisé par des déformations qui se poursuivent à déviateur et volume quasi-constants. Enfin, les orientations des bandes de cisaillement qui apparaissent à la rupture sont comprises dans la plage expérimentale observée en laboratoire. Les simulations d'essais non drainés ont permis de valider le couplage hydro-mécanique du modèle et mis en évidence l'influence conjuguée de l'anisotropie microstructurelle et de la direction de chargement dans la réponse du matériau.

Chapitre 9

Modélisation à l'échelle d'un ouvrage

Nous allons à présent réaliser des simulations numériques à l'échelle de l'ouvrage en utilisant le modèle H. L'objectif de ce paragraphe est de démontrer la capacité du modèle à reproduire le comportement des matériaux granulaires à l'échelle de l'ouvrage. Dans un premier temps, nous étudierons le cas d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle puis celui d'une digue en remblai soumise à une crue. La durée des calculs qui ont été menés dans le cadre de ces simulations varie entre 6 et 12 heures.

9.1 Rupture d'une fondation superficielle

Cette étude de cas a pour objet de confronter le modèle H à un problème aux limites classique, largement étudié et dont des solutions analytiques sont connues.

9.1.1 Présentation du problème

Nous considérons ici une fondation superficielle de largeur B=1.0 m reposant sur un massif de sol de hauteur H=3m (Fig. 9.1). Le massif de sol s'étend de 4 m de part et d'autre de la semelle. Les paramètres du modèle constitutif sont donnés dans le tableau 9.1.



FIGURE 9.1 – Modèle de fondation superficielle reposant sur un massif de sol.

Modèle	Paramètres	Symbole	Unité	Valeur
Modèle H	Masse volumique sèche	$ ho_d$	$\rm kg/m^3$	1600
	Raideur normale	k_n	MN/m	100
	Raideur tangentielle	k_t	MN/m	50
	Angle de frottement inter-grains	$arphi_g$	degrés	30
	Angle d'ouverture initial	α_0	degrés	45
	Degré d'anisotropie	a_{ω}	-	0.0
	Direction principale d'anisotropie	β_{α}	degrés	0

TABLE 9.1 – Paramètres du modèle H retenus pour la modélisation de la rupture d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle.



FIGURE 9.2 – Contrainte moyenne appliquée par la semelle en fonction de l'enfoncement imposé.

Le maillage est constitué de 3696 éléments rectangulaires. La semelle est chargée à vitesse verticale imposée avec déplacement horizontal nul. Le contact entre la semelle et le massif de sol est modélisé par une interface frottante ayant un angle de frottement égal à 28° (cette valeur correspond à l'angle de frottement mobilisé par le matériau lors de l'essai de compression biaxial drainé réalisé au chapitre 8). La simulation est menée jusqu'à atteindre un déplacement vertical égal à 30 cm de manière à ce que l'ensemble du mécanisme de rupture du massif de sol se développe.

9.1.2 Résultats numériques et discussion

La Figure 9.2 représente la contrainte moyenne q_{ref} appliquée par la semelle sur le massif de sol en fonction de l'enfoncement de celle-ci. On constate que la courbe présente plusieurs pics consécutifs dont la valeur augmente avec l'enfoncement de la fondation. Cependant, aux grandes déformations (enfoncement > 25 cm), la contrainte moyenne converge vers un palier dont la valeur correspond au premier pic. C'est donc cette valeur que nous retiendrons pour caractériser la capacité portante de la fondation. L'existence d'un pic de capacité portante suivi d'un radoucissement jusqu'à une valeur minimale est cohérente avec les résultats d'essais expérimentaux observés sur des sols granulaires non cohésifs (Vesic, 1973).

La capacité portante de la fondation estimée à partir du modèle numérique est égale à q_{ref} =330 kPa environ. Cette valeur peut être comparée à une solution analytique connue. La capacité portante ultime q_{ult} d'une semelle filante non encastrée reposant sur un sol non cohésif peut être évaluée à partir de la formulation analytique de Prandtl (Terzaghi and Peck, 1948) :

$$q_{ult} = \gamma B \tan \varphi \left(e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(\pi/4 + \varphi/2) - 1 \right)$$
(9.1)

où γ représente le poids volumique du sol et *B* la largeur de la fondation. Si l'on considère $\gamma = 16kN/m^3$ et B = 1m, la capacité portante de la fondation calculée numériquement correspond à un angle de frottement interne de l'ordre de $\varphi=35^\circ$. Cette valeur est sensiblement plus élevée que celle obtenue au chapitre précédent lors des essais biaxiaux de compression en conditions drainées. Cela peut s'expliquer par le fait que les contraintes de confinement sont ici bien plus faibles que celle de l'essai biaxial et que le modèle analytique ne prend pas en compte la dilatance du matériau. La contrainte ultime obtenue numériquement à l'aide du modèle H reste cependant dans un intervalle de valeurs réalistes pour ce type de problème.

L'évolution des champs de déplacements et de déformations déviatoriques au cours du chargement permet de préciser le mode de rupture du massif de fondation (Fig. 9.3). Au début du chargement, les déformations déviatoriques se concentrent aux coins de la fondation puis s'étendent dans la direction verticale jusqu'à une profondeur de l'ordre de 1,0 m. Au alentours de s=6 cm, des bandes de cisaillement obliques se développent pour former un triangle dont la pointe se situe à environ 1,0 m de profondeur également. Le développement de ce premier mécanisme de rupture correspond à la première phase de radoucissement observée sur la courbe contrainte-enfoncement (Fig. 9.2). A ce stade, on voit clairement que les bandes de localisation correspondent à des zones de discontinuité dans le champ de déplacement et délimitent des blocs quasi-rigides qui semblent se déplacer les uns par rapport aux autres. Entre 9 et 15 cm d'enfoncement, les zones de localisation des déformations déviatoriques (zone triangulaire et coins de la fondation) s'accentuent et s'élargissent sans que d'autres zones de localisation n'apparaissent. Lorsque l'enfoncement atteint 30 cm, on voit l'apparition de bandes de localisation secondaires partant du coin de la fondation à partir desquelles se développent des bandes de cisaillement circulaires qui remontent jusqu'à la surface du massif. Le mode de rupture identifié ici présente de grandes similitudes avec le mode de rupture simplifié classiquement admis (Terzaghi and Peck, 1948) et avec celui qui a été observé en laboratoire (De Beer and Vesic, 1958) ou reproduit numériquement en utilisant le modèle PLASOL (Nicot et al., 2007). Les différences observées pourraient être dues à l'effet de l'anisotropie induite par l'hétérogénéité du champ de déformation du massif. La mise en œuvre de cette simulation montre que l'utilisation du modèle H permet de reproduire de manière réaliste la rupture d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle. Ce premier calcul confirme la capacité du modèle H à reproduire le comportement d'un matériau granulaire dans le cadre d'un problème aux limites classique de géomécanique.

FIGURE 9.3 – Evolution des champs de déplacement et de déformation du massif de sol au cours du chargement de la fondation.





FIGURE 9.4 – Coupe transversale d'une section de l'ouvrage hydraulique modélisé.

9.2 Rupture d'une digue en remblai

L'objectif de cette étude de cas est de modéliser le mécanisme de liquéfaction à l'échelle de l'ouvrage dans le cadre de simulations hydromécaniques couplées.

9.2.1 Présentation de l'ouvrage

Nous avons considéré un ouvrage en remblai homogène fondé sur un sol constitué de deux couches homogènes et horizontales. Les paramètres géométriques du remblai sont sa hauteur H_r , la largeur de sa crête L_c , et la pente de ses talus amont et aval β . La géométrie des couches du sol de fondation est caractérisée par leurs épaisseurs H_1 et H_2 (Fig. 9.4). La hauteur d'eau retenue en amont de l'ouvrage est égale à H_w . Le modèle s'étend de part et d'autre du remblai sur une distance égale à $3H_r$ de manière à minimiser les effets de bord sur le comportement du remblai.

Le comportement du matériau constitutif du remblai est supposé décrit par le modèle H et les deux couches de fondation sont supposées décrites par une loi élasto-plastique de Mohr-Coulomb. Les paramètres du modèle géométrique et des modèles constitutifs sont donnés dans les Tableaux 9.2 et 9.3 respectivement.

Le maillage du modèle est composé de 1260 éléments rectangulaires et de 1341 noeuds. Les conditions aux limites mécaniques sont les suivantes :

- déplacements horizontaux nuls sur les faces latérales du modèle
- déplacements nuls dans les deux direction à la base de la fondation
- contrainte normale correspondant à la hauteur de la colonne d'eau appliquée sur la surface humide du modèle

Les conditions aux limites hydrauliques sont :

- débit nul à la base de la fondation et sur les faces latérales du modèle
- pression nulle à la surface de la fondation et du remblai côté aval
- pression de fluide égale à la colonne d'eau appliquée sur la surface humide du modèle
$TA\underline{BLE} \ 9.2 - Données géométriques du problème.$

Paramètres	$\operatorname{Symbole}$	Valeur
Épaisseur couche L1	H_1	$5,0 \mathrm{m}$
Épaisseur couche L2	H_2	$2,0 \mathrm{m}$
Hauteur du remblai	H_r	$5,0~{ m m}$
Largeur de la crête	L_c	$4,0 \mathrm{~m}$
Pente des talus	eta	2,5

TABLE 9.3 – Paramètres géomécaniques des différents matériaux.

Matériau / modèle	Paramètres	Symbole	Unité	Valeur
Couche L_1	Masse volumique sèche	$ ho_d$	kg/m^3	1700
$Mohr ext{-}Coulomb$	Module de compression	K	MPa	200
	Module de cisaillement	G	MPa	100
	Cohésion effective	c'	kPa	0
	Angle de frottement effectif	arphi'	$\operatorname{degr\acute{e}s}$	35
	Angle de dilatance	ψ	$\operatorname{degr\acute{e}s}$	5
	Perméabilité	k	${ m m/s}$	10^{-6}
Couche L_2	Masse volumique sèche	$ ho_d$	kg/m^3	1700
$Mohr ext{-}Coulomb$	Module de compression	K	MPa	200
	Module de cisaillement	G	MPa	100
	Cohésion effective	c'	kPa	10
	Angle de frottement effectif	arphi'	$\operatorname{degr\acute{e}s}$	30
	Angle de dilatance	ψ	$\operatorname{degr\acute{e}s}$	0
	Perméabilité	k	${ m m/s}$	10^{-7}
Remblai	Masse volumique sèche	$ ho_d$	kg/m ³	1600
Modèle H	Raideur normale	k_n	MN/m	100
	Raideur tangentielle	k_t	MN/m	50
	Angle de frottement inter-grains	φ_g	degrés	30
	Angle d'ouverture initial	$lpha_0$	$\operatorname{degr\acute{e}s}$	50
	Degré d'anisotropie	a_{ω}	-	0.0
	Direction principale d'anisotropie	β_{ω}	degrés	0
	Perméabilité	k	m/s	10^{-6}
	Porosité	n	-	0.327

9.2.2 Procédure de calcul

La simulation mise en œuvre se décompose en trois phases : i) une phase d'initialisation des contraintes dans le sol de fondation, ii) une phase de construction du remblai et iii) une phase de crue.

Initialisation des contraintes. La phase d'initialisation des contraintes consiste dans un premier temps à initialiser le champ des contraintes verticales et à en déduire le champ de contraintes horizontales à partir d'un coefficient de poussée des terres au repos K_0 . La gravité est ensuite appliquée pour que le champ de contraintes initial converge vers l'équilibre.

Construction du remblai. La construction du remblai est modélisée en activant les zones constituant le remblai couche par couche. Un calcul mécanique est réalisé à la mise en place de chaque couche. De cette manière, les champs de contraintes et de déformations obtenus tiennent compte du phasage de construction et des caractéristiques mécaniques des matériaux du remblai et de la fondation.

Situation de crue. L'épisode de crue est modélisé par l'augmentation progressive de H_w jusqu'à la crête de l'ouvrage (si la rupture ne se produit pas avant). En pratique, l'effet de la montée de l'eau est simulé par l'application d'une pression interstitielle et d'une pression mécanique aux points du maillage concernés. L'incrément de pression appliqué est donc fonction de l'ordonnée du point auquel on l'applique.

Afin d'optimiser les temps de calcul, le calcul hydro-mécanique est conduit par incrément de hauteur d'eau selon une approche découplée. Dans un premier temps, un calcul hydraulique est conduit jusqu'à ce que le champ des pressions interstitielles ait convergé. Pendant cette phase, le calcul mécanique n'est pas activé, c'est-à-dire que les noeuds du maillage sont bloqués. Dans un second temps, le champ de pression interstitielle est bloqué et le calcul mécanique est réalisé. Si le modèle converge, on passe à l'incrément de hauteur d'eau suivant. Si la convergence du calcul n'est pas atteinte après un nombre maximum d'itérations ou si la distorsion d'un élément devient trop grande, le calcul s'arrête. Lorsque que le niveau d'eau correspondant à la divergence du calcul est déterminé, le calcul est repris après l'étape de calcul hydraulique en remplaçant le dernier pas de calcul mécanique découplé ayant divergé par un calcul hydromécanique couplé en dynamique.

9.2.3 Résultats numériques

Le comportement de l'ouvrage est apprécié en termes de distributions spatiales des propriétés suivantes :

- contraintes moyenne et déviatorique
- vecteurs déplacements
- déformations volumétriques et déviatoriques
- proportion de directions plastifiées
- proportion de directions en tension
- travail du second ordre normalisé

De plus, la réponse de l'ouvrage est suivie en quelques points particuliers (Fig.9.5) :



FIGURE 9.5 – Coupe transversale du modèle et points de suivi de la réponse de l'ouvrage. Les points B et C correspondent au suivi des déplacements de la base du parement aval et de la crête aval de l'ouvrage. Les zones a, b et c correspondent au suivi des chemins de contraintes effectives et de pression interstitielle.

- déplacements en crête aval (point C) et à la base du talus aval (point B)
- contraintes effectives et pression interstitielle dans le corps de l'ouvrage (zones a, b, c)

Construction du remblai

En fin de construction, on constate que la contrainte effective moyenne et le déviateur des contraintes augmente avec la profondeur (Fig. 9.6 (a) et (b)). Le champ de déplacement est caractéristique d'un étalement latéral et le déplacement maximum observé en pied de talus est de l'ordre du centimètre (Fig. 9.6 (g)). Les champs de déformation présentent une symétrie par rapport à l'axe vertical du remblai. La déformation volumique du matériau varie avec l'altitude tout en restant inférieure à 1% (Fig. 9.6 (e)). Il semble que le matériau de remblai se dilate légèrement lors de sa mise en place puis se contracte sous l'effet du chargement par les couches supérieures. Les déformations déviatoriques se concentrent quant à elles à la base du remblai mais leur amplitude reste inférieure à 0.5%. En fin de construction, le ratio d'hexagones plastifiés est nul mais le ratio des hexagones en tension est non nul sur les 1,5 m superficiels du remblai. On constate par ailleurs que le travail du second ordre est positif dans l'ensemble du corps du remblai.

Situation de crue

Mise en charge hydraulique. La montée du niveau d'eau en amont du remblai a pour effet de briser la symétrie des champs de contraintes et de déformations. Le mécanisme de déjaugeage du sol provoqué par l'élévation de la nappe dans le corps du remblai est plus important côté amont que côté aval. Il en résulte une augmentation des déplacements horizontaux en partie aval du remblai et une diminution des déformations déviatoriques en partie amont du remblai (Fig. 9.7(f)). Les déformations déviatoriques augmentent également pour atteindre près de 1% en base aval du corps de remblai. On constate que le ratio d'hexagones plastifié reste nul. Le ratio d'hexagones en tension est toujours inversement proportionnel à la profondeur (Fig. 9.7(d)) et atteint près de 70% près de la surface. Le travail du second ordre reste quant à lui positif dans la quasi-totalité du corps de l'ouvrage.

Les déplacements augmentent à mesure que le niveau d'eau augmente jusqu'à atteindre





environ 2,4 cm en pied de talus lorsque $H_w=4.5$ m (Fig. 9.8(a)). De manière conjointe, on constate une augmentation graduelle de la pression interstitielle pour les zones a et b. En zone c, les contraintes effectives varient très peu et la pression interstitielle reste nulle (la zone est située au-dessus de la ligne phréatique). Sur les courbes issues des calculs découplés, les décrochements des courbes des pressions interstitielles vers le bas correspondent à la relaxation des pressions en début de calcul hydraulique.

Phase de rupture. L'application du dernier palier de chargement hydraulique ($H_w = 5.0$ m) conduit à une divergence de la courbe des déplacements (Fig. 9.8(b)) et à l'annulation du travail du second ordre global (Fig. 9.11(a)). Si l'on réinitialise le temps t=0 au début de l'analyse dynamique couplée, on observe le déclenchement de la rupture de l'ouvrage peu après t=0.8s.

On constate tout d'abord que les déplacements en pied d'ouvrage atteignent des valeurs importantes. En fin de calcul, le déplacement horizontal dépasse 50 cm, i.e. plus de 10% de la hauteur de l'ouvrage (Fig. 9.10(g)). On observe que les déformations déviatoriques sont concentrées en pied du talus aval avec des valeurs qui atteignent 35% (Fig. 9.10(d)). La zone de concentration des déformations déviatoriques correspond également à une zone de compression importante du matériau (Fig. 9.10(e)). La zone de concentration des contraintes ne correspond pas à une zone fortement plastifiée : la proportion d'hexagones plastifiés y reste nul (Fig. 9.10(c)) alors qu'il atteint 30% au centre du corps de remblai. Au contraire, la concentration des déformations se traduit par une proportion d'hexagones en tension très élevé approchant localement 100% (Fig. 9.10(d)), ce qui témoigne d'une perte massive de contacts au sein du matériau granulaire. La zone à l'état de rupture $(w_2^n < 0)$ englobe la zone de concentration des déformations et tend à s'étendre jusqu'en crête (Fig. 9.10(h)). Toutefois, la zone à l'état de rupture n'est pas continue, ce qui empêche probablement le développement d'une surface de rupture intéressant la crête de l'ouvrage. Ainsi, si le calcul a pu être mené jusqu'à des déformations importantes, le mécanisme de rupture n'a pas pu se développer complètement avant l'arrêt du calcul en raison d'une distorsion trop importante de certains éléments du maillage.

Nous avons représenté les réponses des différentes zones dans l'espace des contraintes effectives (Fig. 9.11). On peut tout d'abord remarquer que les chemins de sollicitation auxquels sont soumis les zones du remblai diffèrent significativement de ceux que l'on reproduit en laboratoire. Dans la zone c, i.e. en partie supérieure du remblai, la pression interstitielle reste nulle et les contraintes effectives varient peu (Fig. 9.9(e)). A partir de t=1.0s environ, on observe des oscillations dues à la mise en mouvement de la masse glissante. Dans la zone c, le travail du second ordre normalisé reste positif tout au long du calcul (Fig. 9.10(b)). L'ensemble des états de contraintes atteints par le matériau dans cette zone correspond à un angle de frottement mobilisé compris entre 20° et 32° (Fig. 9.11(a)). Dans la zone b, i.e. à mi-hauteur du remblai, on constate dans un premier temps une augmentation des contraintes effective associée à une diminution de la pression interstitielle (Fig. 9.9(c)). L'état de contraintes du matériau se stabilise puis oscille autour d'une valeur constante à partir de t=1.0s. Au cours de l'ensemble du chargement, l'angle de frottement mobilisé varie entre 20° et 30° (Fig. 9.11(c)). Dans la zone a, on constate également une augmentation des contraintes effectives pendant la phase de montage du remblai, puis une diminution pendant sa mise en charge hydraulique. Pendant la phase de rupture, les contraintes effectives di-







(a) Mise en charge hydraulique - calcul décou- (b) Phase de rupture - calcul hydromécanique plé couplé

FIGURE 9.8 – Courbes représentatives du déplacement de l'ouvrage aux points B (en pied d'ouvrage) et C (en crête).

minuent de manière monotone jusqu'à une quasi-liquéfaction vers t=0.9s. Après un pic des contraintes effectives centré autour de t=0.95s, le matériau se liquéfie totalement pendant quelques centièmes de seconde avant que les contraintes effectives ne remontent légèrement puis connaissent des oscillations. En raison de l'amplitude des oscillations post-liquéfaction, qui rendent l'interprétation de la réponse dans l'espace des contraintes difficile, seule la réponse du matériau jusqu'au premier épisode de liquéfaction a été représentée (Fig. 9.9(b)). L'analyse de la réponse du matériau de la zone a (Fig. 9.9(a)) montre que les épisodes de liquéfaction sont temporaires et correspondent à des phases d'augmentation de la pression interstitielle. Par ailleurs, comme pour la zone c, l'angle de frottement mobilisé au cours du chargement varie entre 20° et 32° (Fig. 9.11(b)).

La réalisation de calculs hydromécaniques couplés a permis de reproduire le mécanisme de liquéfaction. Toutefois, ce couplage peut être qualifié de faible dans la mesure où les propriétés hydrauliques du matériau n'évoluent pas au cours du temps. La mise en œuvre d'un couplage hydromécanique fort du modèle H nécessitera la prise en compte de l'évolution des propriétés hydrauliques du matériau avec la microstructure.

9.3 Conclusion

Nous avons utilisé le modèle H dans le cadre de deux simulations numériques : i) la rupture d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle et ii) la rupture par liquéfaction d'une digue soumise à une crue.

La première simulation montre que l'utilisation du modèle H permet de reproduire la rupture d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle. La valeur de capacité portante obtenue est réaliste et la simulation permet de décrire un mode de rupture similaire à celui observé en laboratoire ou reproduit numériquement à l'aide d'autres modèles constitutifs.

La seconde simulation permet de montrer que l'utilisation du modèle H permet de repro-



FIGURE 9.9 – Courbes de réponse en contraintes dans les zones a (a-b), b (c-d) et c (e-f). Pour les calculs découplés (à gauche), les courbes sont représentées en fonction du pas d'incrément N_{step} . Pour le calcul couplé (à droite), les courbes sont représentées en fonction du temps t.







(a) Travail du second ordre normalisé



 $\varphi_m = 20^o$

 $\varphi_m = 32^o$

15

(b) Réponse dans l'espace des contraintes dans la zone a



(c) Réponse dans l'espace des contraintes dans (d) Réponse dans l'espace des contraintes la zone b dans la zone c

FIGURE 9.11 – Travail du second ordre et courbes de réponse dans l'espace des contraintes pour les zones a, b et c. Les phases de construction et de mise en charge hydraulique figurent en noir et la phase de rupture en couleur.

duire la liquéfaction des matériaux granulaires à l'échelle de l'ouvrage. En particulier, nos investigations confirment que le mécanisme de liquéfaction statique peut expliquer la rupture d'une digue soumise à une crue. Nos investigations montrent également que les chemins de sollicitation ayant conduit à la liquéfaction de l'ouvrage sont très différents de ceux qui sont reproduits au cours des essais triaxiaux réalisés en laboratoire. En particulier, la diminution des contraintes effectives dans le remblai ne se fait ni à déviateur constant ni à volume constant. Par ailleurs, les calculs dynamiques mettent en évidence une période transitoire post-liquéfaction pendant laquelle les contraintes effectives locales varient fortement. Ce phénomène est compatible avec les observations de certains témoins de rupture d'ouvrage qui ont ressenti des vibrations juste avant l'effondrement d'une digue. Des investigations sont toutefois nécessaires pour pouvoir attribuer à ce phénomène un caractère physique représentatif.

Conclusion générale

Synthèse des résultats

Le modèle H recèle une grande complexité en raison du nombre de variables microstructurelles (jusqu'à plusieurs centaines) qui décrivent l'état initial du matériau granulaire considéré et qui évoluent au cours du chargement. Ce travail de thèse s'est concentré autour de la compréhension du modèle H et de l'exploration de ses capacités à décrire le comportement des matériaux granulaires dans le cadre de la résolution de problèmes aux limites.

Nous avons étudié la topologie du domaine de bifurcation de l'assemblage hexagonal élémentaire pour une classe de chargement consistant en une compression isotrope suivie d'une compression biaxiale non drainée. Nos analyses ont mis en évidence la relation entre l'évolution du domaine de bifurcation et la microstructure de l'hexagone, ce qui nous a conduits à remettre en cause la notion de domaine de bifurcation défini dans le seul espace des contraintes. Ces investigations apportent un éclairage nouveau sur les conditions conduisant à la déstabilisation des chaînes de force et ouvrent de nouvelles perspectives pour la compréhension des mécanismes impliqués dans la rupture des matériaux granulaires.

Nous avons réalisé une étude de sensibilité en faisant varier les paramètres micromécaniques du modèle H autour d'un jeu de paramètres de référence. Ce travail nous a conduits à quantifier l'influence de ces paramètres au regard des grandeurs macroscopiques constituant les données d'entrée des modèles classiques. Nous avons ensuite analysé l'influence d'une anisotropie de distribution de l'orientation des hexagones. Nous avons montré que celle-ci permettait de retrouver les tendances observées expérimentalement mais que dans les cas de liquéfaction, l'allure des courbes de réponse dans l'espace des contraintes n'était pas réaliste. Nous avons donc proposé une nouvelle approche de définition de l'anisotropie microstructurelle fondée sur une distribution orientée des angles d'ouverture initiaux des hexagones. Cette approche nous a permis de simuler des courbes de réponses dans l'espace des contraintes plus réalistes et de calibrer le modèle à partir d'un essai triaxial non drainé de manière satisfaisante. Nous avons ainsi vérifié que le modèle H était en capacité de reproduire les propriétés essentielles des matériaux granulaires et de simuler le mécanisme de liquéfaction.

Le modèle H a ensuite été implémenté dans le logiciel FLAC. Le verrou technique était alors constitué par la nécessité de gérer un grand nombre de variables de mémoire à stocker d'un pas de temps à l'autre. Nous avons réalisé l'analyse du comportement d'un échantillon soumis à un chargement biaxial selon des chemins en déformations proportionnelles. Nos investigations ont montré que les simulations d'essais biaxiaux idéalisés permettent de reproduire des modes de rupture localisés ou diffus. Nous avons observé que les chargements à contractance imposée favorisent la concentration des déformations en bandes de cisaillement et la rupture localisée des échantillons tandis que les chargements à dilatance imposée frustrent l'apparition des localisations et favorisent la rupture diffuse des échantillons. Pour les chemins à volume constant ou à contractance imposée, la rupture s'accompagne d'une concentration des déformations déviatoriques dans des bandes de cisaillement et d'une relaxation des zones situées en dehors de ces bandes. Les modélisations non homogènes d'essais biaxiaux ont démontré la pertinence du modèle H à reproduire les principales propriétés des matériaux granulaires. Les simulations d'essais drainés ont donné des angles de frottement au pic réalistes et ont mis en évidence l'augmentation de l'angle de frottement avec la densité du matériau. La réponse volumique des échantillons s'est révélée satisfaisante et aux grandes déformations, l'échantillon semble converger vers un état critique. Enfin, les orientations des bandes de cisaillement qui apparaissent à la rupture sont comprises dans la plage des valeurs expérimentales observées en laboratoire. Les simulations d'essais non drainés ont permis de valider le couplage hydromécanique du modèle et mis en évidence l'influence conjuguée de l'anisotropie microstructurelle et de la direction de chargement dans la réponse du matériau.

Nous avons conduit des simulations à l'échelle de l'ouvrage pour modéliser le chargement d'une fondation superficielle et la rupture d'une digue soumise à une crue. Nous avons montré que l'utilisation du modèle H permet de reproduire la rupture d'un massif de sol chargé par une fondation superficielle. La valeur de capacité portante obtenue est réaliste et la simulation permet de décrire un mode de rupture similaire à celui observé en laboratoire ou reproduit numériquement à l'aide de modèles élasto-plastiques classiques. De même, l'utilisation du modèle H permet de reproduire la liquéfaction des matériaux granulaires à l'échelle de l'ouvrage. Nous avons en effet montré que le mécanisme de liquéfaction statique peut expliquer la rupture d'une digue soumise à une crue et que les chemins de sollicitation avant conduit à la liquéfaction de l'ouvrage se sont révélés très différents de ceux généralement reproduits au cours des essais triaxiaux réalisés en laboratoire. En particulier, il a été montré que la diminution des contraintes effectives dans le remblai ne se fait ni à déviateur constant ni à volume constant. Enfin, les calculs dynamiques couplés que nous avons menés ont mis en évidence une période transitoire post-liquéfaction pendant laquelle les contraintes effectives locales varient fortement. Ce phénomène est compatible avec les observations de certains témoins de rupture d'ouvrage qui ont ressenti des vibrations juste avant l'effondrement d'une digue sollicitée par un épisode de crue.

Les simulations numériques que nous avons menées nous ont permis de démontrer la pertinence de l'utilisation du modèle H pour la réalisation de calculs hydromécaniques couplés. Nous disposons donc aujourd'hui d'un outil d'analyse intégrant le modèle H et permettant de modéliser le mécanisme de liquéfaction et de traiter des problèmes aux limites complexes depuis l'échelle du VER jusqu'à celle de l'ouvrage.

Perspectives

A court terme, les perspectives naturelles de ce travail de thèse consisteraient à confronter les résultats d'essais biaxiaux en déformation plane à ceux d'une simulation numérique non homogène. Il conviendrait également de réaliser une étude complémentaire sur un cas d'ouvrage bien documentée afin valider définitivement les capacités prédictives du modèle H pour des calculs à l'échelle de l'ouvrage. De même, il semblerait intéressant de poursuivre les



FIGURE 9.12 – Perspectives d'enrichissement du modèle H : critère de rupture pour la modélisation des ponts solides inter-grains (a) et assemblage élémentaire du modèle H tridimensionnel (b).

investigations initiées dans cette thèse à d'autres chemins de sollicitation tels que le cisaillement simple ou les essais biaxiaux de consolidation K0. Il serait intéressant d'élargir le champ d'application du modèle H à des simulations d'essais biaxiaux cycliques, à la modélisation de la liquéfaction de la fondation d'une digue ou à la modélisation du comportement sismique d'un barrage en remblai. Ces analyses mettrons probablement en évidence la nécessité de compléter le modèle H en prenant en compte la rotation des hexagones ou leur cisaillement, ou bien à introduire d'autres types de distributions pour les angles d'ouverture ou l'orientation des hexagones¹. Ces travaux pourraient avantageusement s'appuyer sur la richesse des informations microstructurelles accessibles *via* le modèle H afin d'étudier les relations existant entre la réponse des échantillons aux chemins de sollicitations considérés et l'évolution des propriétés microstructurelles.

Un des principaux besoins identifiés en termes de modélisation des ouvrages hydrauliques réside dans la prise en compte de la saturation partielle des sols pendant les phases transitoires de crues. D'autre part, les exigences en termes de développement durable conduiront l'ingénierie à concevoir des projets utilisant moins de matériaux, à choisir des solutions minimisant l'impact environnemental et des méthodes de mise en œuvre plus sobres en énergie. La réutilisation des sols du site deviendra certainement une des clés des projets à venir. Il existe donc un fort besoin de disposer d'un outil numérique capable de modéliser, en condition saturée ou partiellement saturée, toute la palette de sols utilisés dans la construction des ouvrages hydrauliques ou rencontrés dans leur fondation : les sables (plus ou moins silteux), les argiles, les résidus miniers, les sols résiduels (latérites), les sols traités (à la chaux, au ciment ou bio-cémentés). Il nous semble donc important, à moyen terme, de poursuivre ce travail de thèse en étendant le modèle H aux milieux granulaires cohésifs. Un torseur d'action sera introduit afin de modéliser i) les forces capillaires ou ii) les ponts solides dans la loi de contact inter-grains (Fig. 9.12(a)).

Le passage du modèle H au cas tri-dimensionnel nous semble également indispensable (Fig. 9.12(b)). Il sera conduit en s'appuyant sur les résultats obtenus dans le cadre d'une

^{1.} L'impossibilité de modéliser l'état critique à l'échelle du VER est une limite identifiée du modèle H. Certaines pistes évoquées ici ont été étudiées sommairement au cours de cette thèse sans pouvoir aboutir à la levée de cette limite.

thèse en cours². De plus, la description micro-mécanique explicite à la base du modèle H tridimensionnel permettra d'envisager un couplage entre l'état microstructurel du matériau et ses propriétés hydrauliques. On pourra alors considérer chaque assemblage élémentaire comme un milieu poreux constitué d'un réseau de conduits dont les caractéristiques hydrauliques dépendent de sa microstructure. Il sera alors possible de déterminer à l'échelle de chaque hexagone une porosité et un tenseur de perméabilité en postulant une loi d'écoulement de Poiseuille dans chacun des conduits. Il est donc envisageable de réaliser un couplage hydromécanique complet du modèle H tridimensionnel et d'en évaluer les conséquences sur des simulations à l'échelle de l'ouvrage.

^{2.} Thèse de Hao Xiaong, Irstea Grenoble, dirigée par F. Nicot

Bibliographie

- I. Agnolin and N.P. Kruyt. On the elastic moduli of two-dimensional assemblies of disks, relevance and modeling of fluctuations in particle displacements and rotations. *Computers and Mathematics with Applications*, 55 :245–256, 2008.
- A Alarcon-Guzman, G.A. Leonards, and J.L. Chameau. Undrained monotonic and cyclic strength of sands. *Journal of Geotehnical Engineering*, 114(10) :1089–1109, 1988.
- K. A. Alshibli and S. Sture. Shear band thickness measured by digital image techniques. Journal of Computing in Civil Engineering, 13(2):103-109, 1999.
- K. A. Alshibli, S.N. Batiste, and S. Sture. Strain localization in sand : plane strain versus triaxial compression. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(6) : 483–494, 2003.
- J. E. Andrade. A predictive framework for liquefaction instability. *Géotechnique*, 59(8): 673–682, 2009.
- A. Andresen and L. Bjerrum. Slides in subaqueous slopes in loose sand and silt. Norwegian Geotechnical Institute Publication, 81 :1-9, 1968.
- M. Aris. Investigation expérimentale des effets de la microstructure sur le comportement des milieux granulaires et sur l'instabilité de liquéfaction. PhD thesis, Université d'Aix-Marseille, 2012.
- M. Arroyo. Compaction bands and oedometric testing in cemented soils. Soils and Foundations, 45(2):181–194, 2005.
- J.R.F. Arthur and T. Dunstan. Rupture layers in granular media. In Proceedings of the IUTAM Conference on Deformation and Failure in Granular Materials, pages 453–459, Delft, 1982. A.A. Balkema, Rotterdam.
- J.R.F. Arthur and B.K. Menzies. Inherent anisotropy in a sand. *Géotechnique*, 22(1) : 115–128, 1972.
- J.R.F. Arthur, T. Dunstan, G.A.J.L. Al-Ani, and A. Assadi. Plastic deformation in granular media. Géotechnique, 27(1):53-74, 1977.
- K. Bagi. Stress and strain in granular assemblies. *Mechanics of Materials*, 22(3):165–177, 1996.

- J.P. Bardet. *Behaviour of Granular Materials*, chapter Introduction to computational granular mechanics., pages 99–169. Springer Wien, New York, 1998.
- J.P. Bardet and J. Proubet. A numerical investigation of persistent shear bands in granular media. Géotechnique, 41(4):599-613, 1991.
- J.P. Bardet and J. Proubet. Shear band ananalysis idealized granular media. *Journal of Engineering Mechanics*, 118(2):397–415, 1992.
- R.J. Bathurst and L. Rothenburg. Micromechanical aspects of isotropic granular assembliesblies with linear contact interactions. *Journal of Applied Mechanics*, 55:17–23, 1988.
- K. Been and J. Jefferies, M.G.and Hachey. The critical state of sands. *Géotechnique*, 41(3): 365–381, 1991.
- K. Been and M.G. Jefferies. A state parameter for sands. *Géotechnique*, 35(2):99–112, 1985.
- N. Benahmed. Comportement mécanique d'un sable sous cisaillement monotone et cyclique : application aux phénomènes de liquéfaction et de mobilité cyclique. PhD thesis, ENPC, 2001.
- N. Benahmed, J. Canou, and J.-C Dupla. Structure initiale et propriétés de liquéfaction statique d'un sable. *Comptes Rendus Mecanique*, 332 :887–894, 2004.
- N. Benahmed, K.T. Nguyen, P.Y. Hicher, and M. Nicolas. An experimental investigation into the effects of low plastic fines content on the behaviour of sand/silt mixtures. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 19(1):109–128, 2015.
- M. and Bensoula. Critical undrained shear strength of loose-medium sand-silt mixtures under monotonic loading. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 53(2):331-344, 2015.
- D. Bigoni and T. Hueckel. Uniqueness and localization. i. associative and non-associative elastoplasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 28(2):197–213, 1991.
- A.W. Bishop. Geotechnical investigations into the causes and circumstances of the disaster of 21st october, 1966. Technical report, A selection of Technical reports submitted to Aberfan Tribunal, Welsh Office, London, 1969.
- L. Bjerrum. Subaquaeous slope failures in norwegian fjords. Technical report, Norvegian Geotechnical Institute Publications, 1971.
- L. Bjerrum, S. Kringstad, and O. Kummeneje. The shear strength of fine sand. In *Proceedings* of the 5th International Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris, volume 1, pages 29–37, 1961.
- G.E. Blight. Destructive mudflows as a consequence of tailings dyke failures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 125 :9–18, 1998.
- M.D. Bolton. The strength and dilatancy of sands. Géotechnique, 36(1):65-78, 1986.

- S. Bonelli, O. Millet, F. Nicot, and G. De Saxcé. On the definition of an average strain tensor for two-dimensional granular material assemblies. *International Journal of Solids and Structures*, 49 :947–958, 2012.
- G. Buscarnera and A.J. Whittle. Constitutive modelling approach for evaluating the triggering of flow slides. *Canadian Geotechnical Journal*, 49:499–511, 2012.
- F. Calvetti. Discrete modelling of granular materials and geotechnical problems. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 12(7-8):951-965, 2008.
- B. Cambou, M. Chaze, and F. Dedecker. Change of scale in granular materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 19:999-1014, 2000.
- J. Canou. Etude des propriétés de liquéfaction statique du sable d'hostun. Technical report, GRECO Géomatériaux, 1991.
- J. Canou and M. El Hachem. Effet de microstructure et liquéfaction statique d'un sable lâche. In 12ème congrès de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondation, Rio de Janeiro, 1989.
- A. Casagrande. Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills. *Journal Boston Society Civil Engineers*, 23:13–32, 1936.
- G. Castro and S. Poulos. Factors affecting liquefaction and cyclic mobility. *Journal of Geotechnical Engineering Division ASCE*, 103(GT6):501–516, 1977.
- G. Castro, R.B. Seed, and T.O. Keller. Steady-state strength analysis of lower san fernando dam slide. *Journal of Geotechnical Engineering*, 118(3):1992, 1992.
- J. Castro. Liquefaction of sands. PhD thesis, Harvard University, Cambridge, Massachusetts, 1969.
- M.E. Cates, J.P. Wittmer, J.-P. Bouchaud, and P. Claudin. Physical review letters. *Jamming*, Force Chains, and Fragile Matter, 81(9) :1841–1844, 1998.
- F. Caupin and E. Herbert. Comptes rendus physique. *Cavitation in water : a review*, 7 : 1000–1017, 2006.
- R. Chambon and D. Caillerie. Existence and uniqueness theorems for boundary value problems involving incrementally non linear models. *International Journal of Solids and Struc*tures, 36 :5089–5099, 1999.
- C.S. Chang and P. Y. Hicher. An elastoplastic model for granular materials with microstructural consideration. *International Journal of Solids and Structures*, 42(14):4258–4277, 2005.
- C.S. Chang, S.S. Sundaram, and A. Misra. Initial moduli of particulate mass with frictional contacts. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 13(6):626-641, 1989.

- C.S. Chang, P.Y. Hicher, Z. Yin, and L. Kong. Elastoplastic model for clay with microstructural consideration. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(9) :917-931, 2009.
- Y.P. Cheng, M.D. Bolton, and Y. Nakata. Crushing and plastic deformation of soils simulated using dem. Géotechnique, 54(2) :131-141, 2004.
- A. V. Chillaridge, N. R. Morgenstern, P. K. Robertson, and H. A. Christan. Seabed instability due to flow liquefaction in the fraser river delta. *Canadian Geotechnical Journal*, 34:520– 533, 1997.
- J. Chu. An experimental examination of the critical state and other similar concepts for granular soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 32 :1065–1075, 1995.
- I. Collins and B. Muhuntan. On the relationship between stress-dilatancy, anisotropy and plastic dissipation for granular materials. *Géotechnique*, 53(7):611–608, 2003.
- G. Combe. Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : étude par simulations numériques. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 2004.
- M. Cubrinovski and K. Ishihara. Flow potential of sandy soils with different grain compositions. Soils and Foundations, 40(4), 2000.
- M. Cubrinovski and K. Ishihara. Maximum and minimum void ratio characteristics of sands. Soils and Foundations, 42(6):65–78, 2002.
- P. Cundall and O. Strack. A dicrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1):47-65, 1979.
- P.A. Cundall. Adaptive density-scaling for time-explicit calculations. In Proceeding of the 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, pages 23–26, 1982.
- A. Daouadji and P.Y. Hicher. An enhanced constitutive model for crushable granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34(6): 555–580, 2009.
- A. Daouadji, F. Darve, H. Al Gali, P. Y. Hicher, F. Laouafa, S. Lignon, F. Nicot, R. Nova, M. Pinheiro, F. Prunier, L. Sibille, and R. Wan. Diffuse failure in geomaterials : Experiments, theory and modelling. *International Journal forNumerical and Analytical Methods* in Geomechanics, 35(16) :1731-1773, 2011.
- F. Darve and S. Labanieh. Incremental constitutive law for sands and clays : simulations of monotonic and cyclic tests. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 6 :243–275, 1982.
- F. Darve and F. Laouafa. Instabilities in granular materials and application to landslides. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 5(8):627-652, 2000.

- F. Darve, G. Servant, F. Laouafa, and H.D.V. Khoa. Failure in geomeaterials; continuous and discrete analyses. *Computer Methods in Applied Mechanical Engineering*, 193 :3057–3085, 2004.
- A. Das, G.D. Nguyen, and I. Einav. The propagation of compaction bands in porous rocks based on breakage mechanics. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118 :2049– 2066, 2013.
- E.E. De Beer and A.B. Vesic. étude expérimentale de la capacité portante du sable sous des fondations directes établies en surface. Annales des Travaux Publics de Belgique, 59(3) : 5–58, 1958.
- V. De Gennaro, J. Canou, J.C. Dupla, and N. Benahmed. Influence of loading path on the undrained behaviour of a medium loose sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 41:166–180, 2004.
- N. Della, A. Arab, and M. Belkhatir. nfluence of specimen-reconstituting method on the undrained response of loose granular soil under static loading. Acta Mechanica Sinica, 27(5):796-802, 2011.
- J. Desrues and E. Ando. Strain localisation in granular media. Comptes Rendus Physique, 16(1):26-36, 2015.
- J. Desrues and G. Viggiani. Strain localization in sand : an overview of the experimental results obtained in grenoble using stereophotogrammetry. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28:279–321, 2004.
- J. Desrues, R. Chambon, M. Mokni, and F. Mazerolle. Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography. *Géotechnique*, 46(3): 529–546, 1996.
- C. Di Prisco, R. Matiotti, and R. Nova. Theoretical investigation of the undrained stability of shallow submerged slopes. *Géotechnique*, 45(3):479–496, 1995.
- Hrabowski W. Dluzewski, J. M. and. Slope failure at dychów dam analytical and numerical study of the accident. In *Proceedings of the Symposium on Failures in Earthworks*, *Barcelona, Spain*. A.A. Balkema, 1998.
- T. Doanh, E. Ibraim, and R. Matiotti. Undrained instability of very loose hostun sand in triaxial compression and extension.part 1 : Experimental observations. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1 :47–70, 1997.
- J.D. Eckersley. Instrumented laboratory flowslide. $G\acute{e}otechnique$, 40(3) :489–502, 1990.
- A. Ekstrom and T. Olofsson. Water and frost stability risks for embnakments of fine grained soils. In London Institution of Civil Engineers, editor, *Proceedings of the Symposium on Failures in Earthworks*, volume 1, pages 155–156, March 6-7 1985.
- A. Emdal and N. Janbu. The shoreline slide at lade. In K. Senneset, editor, Proceedings of the 17th International Symposium on Landslides, pages 533-538. A.A. Balkema, june 1996.

- T.M. Evans and J.D. Frost. Multiscale investigation of shear bands in sand : physical and numerical experiments. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34 :1634–1650, 2010.
- J. Feda. Collapse of loess upon wetting. Engineering Geology, 25:263-269, 1988.
- Z. Fing and P. Dubujet. Undrained anisotropy of hostun rf loose sand : new experimental investigations. *Canadian Geotechnical Journal*, 43 :1195–1212, 2006.
- R. Finno, W. Harris, M. Mooney, , and G. Viggiani. Shear bands in plane strain compression of loose sand. *Géotechnique*, 47(1) :149–165, 1997.
- A.B. Fourie and G. Papageorgiou. Defining an appropriate steady state line for merriespruit gold tailings. *Canadian Geotechnical Journal*, 38:695–706, 2001.
- A.B. Fourie and Tshabalala. Initiation of static liquefaction and the role of k0 consolidation. Canadian Geotechnical Journal, 42:892–906, 2005.
- A.B. Fourie, G.E. Glight, and G. Papageorgiou. Static liquefaction as a possible explanation for the merriespruit tailings dam failure. *Canadian Geotechnical Journal*, 38:707–719, 2001.
- J.D. Frost and D.J. Jang. Evolution od sand microstructure during shear. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126(2):116-130, 2000.
- J.J. Fry and J.R. Courivaud. Analysis of unusual failure modes that may affect levees. In P. Royet and S. Bonelli, editors, *Digues maritimes et fluviales de protection contre les inondations*, Aix-en-Provence, France. Hermes, Lavoisier, 2013.
- Z. Gao and J. Zhao. Strain localization and fabric evolution in sand. International Journal of Solids and Structures, 50 :3634–3648, 2013.
- Z. Gao, J. Zhao, X.S. Li, and Y.F. Dafalias. A critical state sand plasticity model accounting for fabric evolution. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 38:370–390, 2014.
- O. Gay, L. Boutonnier, P. Foray, and E. Flavigny. Deformation characteristics of geomaterials, chapter Laboratory characterization of Hostun RF sand at very low confining stress, pages 423-430. A.A. Balkema, 2003.
- G. Gong, C. Thornton, and A. Chan. Dem simulations of undrained triaxial behavior of granular material. *Journal of Engineering Mechanics*, 138(6):560-566, 2012.
- G. Gudehus. A comparison of some constitutive laws under radially loading, symetric locading and unloading. In A.A. Balkema, editor, *Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, pages 1309–1323, 1979.
- N. Guo and J. Zhao. The signature of shear-induced anisotropy in granular media. *Computers* and *Geotechnics*, 47 :1–15, 2013.

- N. Guo and J. Zhao. A coupled fem/dem approach for hierarchical multiscale modelling of granular media. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 99:789–818, 2014.
- M. Gutierrez and K. Ishihara. Non-coaxiality and energy dissipation in granular materials. Soils and Foundations, 40 :49–59, 2000.
- P. Habib. Effet d'échelle et surface de glissement. Revue Française de Géotechnique, 31 : 5–10, 1985.
- P. Habib. Aspects géotechniques de l'accident du nouveau port de nice. Revue Française de Géotechnique, 65 :3-15, 1994.
- N. Hadda. Aspects micromécaniques de la rupture dans les milieux granulaires. PhD thesis, Université de Grenoble, 2013.
- N. Hadda, F. Nicot, R. Wan, and F. Darve. Microstructural self-organization in granular materials during failure. *Comptes Rendues Mecanique*, 343 :143-154, 2015.
- C. Han and I.G. Vardoulakis. Plane-strain compression experiments on water-saturated finegrained sand. *Géotechnique*, 41(1):49–78, 1991.
- A. Hazen. A study of the slip in the calaveras dam. *Engineering News-Records*, 81(26): 1158–1164, 1918.
- A. Hazen. Hydraulic-fill dams. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1458 :1713–1821, 1920.
- P.-Y. Hicher and C.S. Chang. A microstructural elastoplastic model for unsaturated granular materials. *International Journal of Solids and Structures*, 44 :2304–2323, 2007.
- R. Hill. A general theory of uniqueness and stability in elastic plastic solids. Journal of Mechanics and Physics of Solids, 6 :236-249, 1958.
- C.C. Hird and F. Hassona. Some factors affecting the liquefaction and flow of saturated sands in laboratory tests. *Engineering Geology*, 28 :149–170, 1990.
- D. Holcomb, J.W. Rudnicki, K.A. Issen, and K. Sternlof. Compaction localization in the earth and the laboratory : state of the research and research directions. Acta Geotechnica, 2 :1–15, 2007.
- B.P.B. Hoomans, J.A.M. Kuipers, W.J. Briels, and W.P.M. Van Swaaij. Discrete particle somulation of bubble and slug in a two dimensional gas-fluidized bed : a hard shphere approach. *Chemical Engineering Science*, 51(1):99–118, 1996.
- R. D. Hryciw, S. Vitton, and T. G. Thomann. Liquefaction and folow failure during seismic exploration. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 116(12):1881–1899, 1990.
- O. Hungr, S. Leroueil, and L. Picarelli. The varnes classification of landslide types, an update. Landslides, 11(2) :167–194, 2014.

- S. Iai and J.P. Bardet. Plane strain instability of saturated elasto-plastic soils. Géotechnique, 51(5):389-398, 2001.
- S. Iai, H. Tsushida, and K. Koizumi. A liquefaction criterion based on field performances around seismograph stations. *Soils and Foundations*, 29(2):52–68, 1989.
- K. Ikeda, K. Murota, Y. Yamakawa, and E. Yanagisawa. Mode switching and recursive bifurcation in granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54 (11-12): 1929–1953, 1997.
- K. Ikeda, Y. Yamakawa, J. Desrues, and K. Murota. Bifurcations to diversify geometrical patterns of shear bands on granular material. *Physical Review Letters*, 100(19) :198001, 2008.
- K. Ishihara. Post-earthquake failure of a tailings dam due to liquefaction of pond deposit. In Missouri University of Science and Technology, editors, Proceedings of the First International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, pages 1129–1143, 1984.
- K. Ishihara. Liquefaction and flow failure during earthquake. Géotechnique, 43(3):351–415, 1993.
- K. Ishihara, F. Tatsuoka, and S. Yasuda. Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses. *Soils and Foundations*, 15(1):29–44, 1975.
- Inc. Itasca Consulting Group. PFC Particle Flow Code. Minneapolis : Itasca, 2014.
- R.M. Iverson. Landslide triggering by rain infiltration. *Water Ressources Research*, 36(7): 1897–1910, 2000.
- R.M. Iverson and D.L. George. Modelling landslide liquefaction, mobility bifurcation and the dynamics of the 2014 oso disaster. *Géotechnique*, 66(3):175–187, 2016.
- R.M. Iverson, M.E. Reid, and R.G. LaHusen. Debris flow mobilization from landslides. Annual Review of Earth and Planetary Science, 25(1):85–138, 1997.
- R.M. Iverson, M.E. Reid, N.R. Iverson, R.G. LaHusen, M. Logan, J.E. Mann, and D.L. Brien. Acute sensitivity of landslide rates to intial soil porosity. *Science*, 290 :513–516, 2000.
- K. Iwashita and M. Oda. Rolling resistance at contacts in the simulation of shear band development by dem. *Journal of Engineering Mechanics*, 124(3):285–292, 1998.
- H.M. Jaeger, S.R. Nagel, and R.P. Behringer. Granular solids, liquids and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68 :1259–1273, 1996.
- M. Jefferies and K. Been. Soil liquefaction a critical state appraach. CRC Press, Taylor and Francis, 2016.
- M.G. Jeffries. Nor-sand : a simple critical state model for sand. *Géotechnique*, 43(1) :91–103, 1993.

- R.A. Jewell and C.P. Wroth. Direct shear tests on reinforced sand. *Géotechnique*, 37(1): 53–68, 1987.
- M. Jiang and W. Zhang. Dem analyses of shear band in granular materials. *Engineering* Computations, 32(4):985–1005, 2015.
- J.M. Konrad. Minimum undrained strength versus steady-state strength of sands. *Journal of Geotechnical Engineering*, 116(6):948–963, 1990.
- A. W. Koppejan, B. M. van Wamelen, and L. J. H. Weinberg. Coastal flow sildes in the duch province of zeeland. In *Proceedings of the 2nd International Conference Of Soil Mechanics* and Foundation Engineering, ASCE, Rotterdam, Netherlands, pages 89–96, June 21-30 1948.
- L.M. Kraft, T.M. Gavin, and J.C. Bruton. Submarine flow slide in puget sound. *Journal of Geotechnical Engineering*, 118(10):1577–1591, 1992.
- S.L. Kramer and H.B. Seed. Initiation of soil liquefaction under static loading conditions. Journal of Geotechnical Engineering, 114(4):412-430, 1988.
- N.P. Kruyt and L. Rothenburg. Micromechanical definition of the strain tensor for granular materials. *Journal of Applied Mechanics*, 63:706–711, 1996.
- N.P. Kruyt and L. Rothenburg. Statistical theories for the elastic moduli of two-dimensional assemblies of granular materials. *International Journal of Engineering Science*, 36:1127–1142, 1998.
- M.R. Kuhn and K. Bagi. Contact rolling and deformation in granular media. International Journal of Solids and Structures, 41:5793-5820, 2004.
- P. Lade. Instability, shear banding, and failure in granular materials. International Journal of Solids and Structures, 39:3337–3357, 2002.
- P.V. Lade. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 118(1):51-71, 1992.
- P.V. Lade and J.A. Yamamuro. Effects of nonplastic fines on static liquefaction of sands. Canadian Geotechnical Journal, 34(6) :918–928, 1997.
- P.V. Lade, J.A. Yamamuro, and P.A. Bopp. Significance of particle crushing in granular materials. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 122(4):309–316, 1996.
- K. L. Lee, H. B. Seed, Idriss I. M., and F. Maksidi. Properties of the soil in the san fernando hydraulic fill dams. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 101(GT8): 801–821, 1975.
- X. S. Li and Y. F. Dafalias. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behaviour. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 128(10):868-880, 2002.

- X. S. Li and Y. F. Dafalias. Anisotropic critical state theory : role of fabric. *Journal of engineering mechanics*, 138(3):263-275, 2012.
- C.L. Liao, T.P. Chang, and D.H. Young. Stress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit. *International Journal of Solids and Structures*, 34: 4087–4100, 1997.
- D.S. Liyanapathirana, J.P. Carter, and D.W. Airey. Numerical modeling of nonhomogeneous behavior of stuctured soils during triaxial tests. *International Journal of Geomechanics*, 5(1):10-23, 2005.
- A. Lizcano, I. Vardoulakis, and M. Goldsheider. Biaxial test on normally, anisotropically consolidated clay. In *Deformation and progressive failure in Geomechanics*, IS-Nagoya'97, pages 23-228, 1997.
- A.E.H. Love. A Treatise of Mathematical Theory of Elasticity. Cambridge University Press, 1927.
- P.M. Luong. Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents. Revue Française de Géotechnique, 10 :39–53, 1980.
- A. Lyapunov. Problème général de la stabilité du mouvement. Annales de la faculté des sciences de Toulouse, 2ème série, 9 :203-474, 1907.
- H.A. Meier, P. Steinmann, and E. Kuhl. Towards multiscale computation of confined granular media - contact forces, stresses and tangent operators. *Technische Mechanik*, 28(1):32–42, 2008.
- C. Miehe and J. Dettmar. A framework for micro-macro transitions in periodic particles aggregates of granular materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(3-5):225-256, 2004.
- R.D. Mindlin. Compliance of elastic bodies in contact. *Journal of Applied Mechanics*, 16: 259–268, 1949.
- J.K. Mitchell, J.M. Chatoian, and G.C. Carpenter. The influence of sand fabric on liquefaction behaviour. Technical report, College of Engineering, University of California, Berkeley, California, 1976.
- M.M. Monkul, E. Etminan, and A. Senol. Influence of coefficient of uniformity and base sand gradation on static liquefaction of loose sands with silt. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 89 :185–197, 2016.
- M.A. Mooney, R.J. Finno, and M.G. Viggiani. A unique critical state for sand? *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(11):1100–1108, 1998.
- J.P. Mulilis, H.B. Seed, C.K. Chan, J.K. Mitchell, and K. Arulanandan. Effects of sample preparation on sand liquefaction. *Journal of Geotechnical Engineering*, 103(GT2):91–108, 1977.

- Y. Nakata, M. Hyodo, H. Murata, and N. Yasufuku. Flow deformation of sands subjected to principal stress rotation. *Soils and Foundations*, 38(2):115–128, 1998.
- D. Negussey and M.S. Islam. Uniqueness of steady state and liquefaction potential. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(1):132–139, 1994.
- K.T. Nguyen. Rupture diffuse dans les ouvrages hydrauliques Application aux digues de protection de Camargue. PhD thesis, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique, 2014.
- N.S. Nguyen, H. Magoariec, B. Cambou, and A. Danescu. Analysis of structure and strain at the meso-scale in 2d granular media. *International Journal of Solids and Structures*, 46:3257–3271, 2009.
- N.S. Nguyen, H. Magoariec, and B. Cambou. Local stress analysis in granular materials at a mesoscale. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 36:1609–1635, 2012.
- T.K. Nguyen, G. Combe, D. Caillerie, and J. Desrues. Fem×dem modelling of cohesive granular materials : numerical homogenisation and multi-scale simulations. Acta Geophysica, 62(5) :1109–1126, 2014.
- F. Nicot. Constitutive modeling of snow cover with a change in scale. European Journal of Mechanics A/Solids, 22 :325–340, 2003.
- F. Nicot and F. Darve. On incremental non-linearity in granular media : phenomenological and multi-scale views (part i). International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 29:1387–1409, 2005a.
- F. Nicot and F. Darve. A multi-scale approach to granular materials. *Mechanics of Materials*, 37 :980–1006, 2005b.
- F. Nicot and F. Darve. A micro-mechanical investigation of bifurcation in granular materials. International Journal of Solids and Structures, 44 :6630–6652, 2007a.
- F. Nicot and F. Darve. Basic features of plastic strains : From micro-mechanics to incrementally nonlinear models. *International Journal of Plasticity*, 23 :1555–1588, 2007b.
- F. Nicot and F. Darve. The H-microdirectional model : accounting for a mesoscopic scale. Mechanics of Materials, 43(12) :918–929, 2011a.
- F. Nicot and F. Darve. Diffuse and localized failure modes : Two competing mechanisms. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 35(5):586– 601, 2011b.
- F. Nicot, F. Darve, and H. Khoa. Bifurcation and second-order work in geomaterials. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 31 :1007–1032, 2007.

- F. Nicot, L. Sibille, and F. Darve. Bifurcation in granular materials : an attempt at a unified framework. *International Journal of Solids and Structures*, 46 :3938–3947, 2009.
- F. Nicot, N. Challamel, J. Lebert, F. Prunier, and F. Darve. Bifurcation and generalized mixed loading conditions in geomaterials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35 :1409–1431, 2011.
- F. Nicot, N. Hadda, F. Bourrier, L. Sibille, R. Wan, and F. Darve. Inertia effects as a possible missing link between micro and macro second-order work in granular media. *International Journal of Solids and Structures*, 49 :1252–1258, 2012.
- F. Nicot, N. Hadda, and F. Darve. Second-order work analysis for granular materials using a multiscale approach. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 37(17):2987–3007, 2013.
- F. Nicot, G. Veylon, H. Zhu, J. Lerbet, and F. Darve. Mesoscopic-scale instability in particulate materials. *Journal of Engineering Mechanics*, x :x-x, 2016.
- M. Nitka, G. Combe, C. Dascalu, and J. Desrues. Two-scale modeling of granular materials : a dem-fem approach. *Granular Matter*, 13(3) :277–281, 2011.
- M. Oda. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular materials. Soils and Foundations, 12:17–36, 1972.
- M. Oda. Inherent and induced anisotropy in plasticity theory of granular soils. Mechanics and Materials, 16(1-2):35-45, 1993.
- M. Oda, J. Konishi, and S. Nemat-Nasser. Experimental micromechanical evaluation of strength of granular materials, effects of particle rolling. *Mechanics of Materials*, 1(4): 269–283, 1982.
- M. Oda, K. Iwashita, , and H. Kazama. Micro-structure developed in shear bands of dense granular soils and its computer simulation-mechanism of dilatancy and failure. In N. A. Fleck and A.C. F. Cocks, editors, *Proceedings of the Proc.*, *IUTAM Symposium on Mecha*nics of Granular and Porous Materials, pages 353–364. Kluwer, New York, 1997.
- M. Oda, T. Takemura, and M. Takahashi. Microstructure in shear band observed by microfocus x-ray computed tomography. *Géotechnique*, 54(8):539–542, 2004.
- Y. Okada, K. Sassa, and H. Fukuoka. Excess pore pressure and grain crushing of sands by means of undrained and naturally drained ring-shear tests. *Engineering Geology*, 75: 324-343, 2004.
- S. M. Olson. Liquefaction analysis of level and sloping ground using field case histories and penetration resistance. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001.
- S. M. Olson, T. D. Stark, W. H. Walton, and G. Castro. 1907 static liquefaction flow failure of the north dike of wachusett dam. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(12) :1184–1193, 2000.

- T. Omar and A. Sadrekarimi. Specimen size effect on behaviour of loose sand in triaxial compression tests. *Canadian Geotechnical Journal*, 52:732–746, 2015.
- C. Ovalle, C. Dano, P.Y. Hicher, and M. Cisternas. Experimental framework for evaluating the mechanical behavior of dry and wet granular materials based on particle breakage ratio. *Canadian Geotechnical Journal*, 52:587–598, 2015.
- E. Papamichos, J. Tronvoll, I. Vardoulakis, J.F. Labuz, A. Skjaerstein, T.E. Unander, and J. Sulem. Constitutive testing of red wilmoor sandstone. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 5 :1–40, 1998.
- H. Petryk. Theory of bifurcation and instability in time-dependent plasticity, volume 327, pages 95–152. Springer, 1993.
- T.D Pitman, P.K. Robertson, and D.C. Sego. Influence of fines on the collapse of loose sands. Canadian Geotechnical Journal, 31(5):728-739, 1994.
- S. Poulos. The steady-state of deformation. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, GT 5:553-562, 1981.
- S. Poulos and G. Castro. Liquefaction evaluation procedure closure. Journal of Geotechnical Engineering, 114(6):232-256, 1985.
- F. Radjai and V. Richefeu. Bond anisotropy and cohesion of wet granular materials. *Philisophical Transactions of the Royal Society A*, 367:5123–5138, 2009.
- F. Radjai and S. Roux. Microstructure et plasticité des milieux granulaires. In 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes, septembre 2005.
- F. Radjai, D.E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical Review Letters*, 80(1):61-64, 1998.
- F. Radjai, J.Y. Delenne, E. Azéma, and S. Roux. Fabric evolution and accessible geometrical sstate in granular materials. *Granular Matter*, 14:259–264, 2012.
- M. Rahman, S.R. Lo, and A.L. Baki. Equivalent granular state parameter and undrained behaviour of sand-fines mixtures. *Acta Geotechnica*, 6:183–194, 2011.
- O. Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact, with experimental illustrations. *Philosophical Magazine Series* 5, 20(127):469–481, 1885.
- J.R. Rice. The localization of plastic deformation. In W.T. Koiter, editor, *Theoretical and Applied Mechanics*, pages 207–220, 1976.
- J.R. Rice and J.W. Rudnicki. A note on some features of the theory of localization of deformation. *International Journal of Solids and Structures*, 16(7):597-605, 1980.
- M. Riemer and R. Seed. Factors affecting apparent position of steady-state line. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 123(3):281–288, 1997.

- P.K. Robertson. Evaluation of flow liquefaction and liquefied strength using the cone penetration test. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 136(6):842–853, 2010.
- K.H. Roscoe. Tenth rankine lecture : The influence of strains in soil mechanics. *Géotechnique*, 20(2) :129–170, 1970.
- K.H. Roscoe, A.N. Schofield, and C.A. Wroth. On the yielding of soils. *Géotechnique*, 8(1): 22–53, 1958.
- L. Rothenburg and R. Bathurst. Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials. *Géotechnique*, 39(4):601-614, 1989.
- P.W. Rowe. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proceedings of the Royal Society A*, 269 :500-527, 1962.
- P.W. Rowe. The relation between the shear strength of sands in triaxial compression, plane strain and direct shear. *Géotechnique*, 19(1):75-86, 1969.
- J.W. Rudnicki and J.R. Rice. Conditions for the localization of deformations in pressuresensitive dilatant materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23:371–394, 1975.
- A. Sadrekarimi and S.M. Olson. The importance of mineralogy and grain compressibility in understanding field behavior of failures. In 6th international conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Arlington, VA, August 2008.
- A. Sadrekarimi and S.M. Olson. Shear band formation observed in ring shear test on sandy soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 136(2):366–375, 2010.
- S. Sasitharan, P. K. Robertson, D. C. Sega, and N. R. Morgenstern. Collapse behavior of sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 30:569–577, 1993.
- M. Satake. Fabric tensor in granular materials. In P.A. Vermeer and H.J. Luger, editors, Proceedings of the IUTAM Symposium on Deformation and Failure of Granular Materials, pages 63–68, Delft, 1982. A.A. Balkema, Amsterdam.
- M. Satake. A discrete-mechanical approach to granular materials. International Journal of Engineering Science, 30(10):1525–1533, 1992.
- G. Scarpelli and D.M. Wood. Experimental observations of shear band patterns in direct shear tests. In *Proceedings of the IUTAM Conference on Deformation and Failure in Granular Materials*, pages 473–484, Delft, 1982. A.A. Balkema, Rotterdam.
- H. B. Seed. Soil liquefaction and cyclic mobility evaluation for level ground during earthquakes. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 105(2):201-255, 1979.
- H. B. Seed and K. L. Lee. Liquefaction of saturated sand during cyclic loading. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 92(6) :105–134, 1966.

- H. B. Seed, K. L. Lee, and I. M. Idriss. Analysis of sheffield dam failure. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 95(SM6) :1453-1490, 1969.
- H. B. Seed, K. L. Lee, Idriss I. M., and F. Maksidi. Dynamic analysis of the silde in the lower san fernando dam during earthquake of february 9, 1971. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(GT9) :889–911, 1975.
- H.B. Seed, R.B. Seed, F. Schlosser, F. Blondeau, and I. Juran. The landslide at the port of nice on october 16, 1979. Technical Report Report UCB/EERC-88/10, University of California, College of Engineering, Davis, California, 1988.
- J.F. Serratrice. Identification des sols argileux, limoneux et sableux du plateau deltaique du var à partir de sondages au piézocone. Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 279 :65–94, 2013.
- D. Sheng, B. Westerberg, H. Mattsson, and K. Axelsson. Effect of end restraint and strain rate in triaxial tests. *Computers and Geotechnics*, 21(3):163-182, 1997.
- L. Sibille, N. Hadda, F. Nicot, A. Tordesillas, and F. Darve. Granular plasticity, a contribution from discrete mechanics. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 75:119–139, 2015.
- F. Sidoroff, B. Cambou, and A. Mahboubi. Contact force distribution in granular media. Mechanics of Materials, 16:83-89, 1993.
- I.L. Singer and H.M. Pollock, editors. Fundamentals of Friction, Macroscopic and Microscopic Processes., 1992.
- J. A. Sladen, R. D. D'Hollander, J. Krahn, and D. E. Mitchell. Back analysis of the nerlek berm liquefaction slides. *Canadian Geotechnical Journal*, 22:579–588, 1985.
- V. Smilauer, E. Catalano, B. Chareyre, S. Dorofeenko, J. Duriez, A. Gladky, J. Kozicki, C. Modenese, L. Scholtes, L. Sibille, J. Stransky, and K. Thoeni. *The Yade Project*. Yade Documentation, 2010.
- T. D. Stark and S. M. Olson. Liquefaction resistance using cpt and filed cas histories. *Journal* of Geotechnical Engineering, 121(12):856–869, 1995.
- N. Sultan, B. Savoye, G. Jouet, D. Leynaud, P. Cochonat, P. Henry, S. Stegmann, and A. Kopf. Investigation of a possible submarine landslide at the var delta front (nice continental slope, southeast france). *Canadian Geotechnical Journal*, 47 :486–496, 2010.
- K.V. Talaganov. Stress-strain transformation and liquefaction of sands. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 15:411–418, 1996.
- F. Tatsuoka, M. Sakamoto, T. Kawamura, and S. Fukushima. Strength and deformation characteristics of and in plane strain compression at extremely low pressures. *Soils and Foundations*, 26(1):65–84, 1986.
- K. Terzaghi. The influence of geological factors in the engineering properties of sediments. Economic Geology, 50th Ann vol. :557-618, 1955.

- K. Terzaghi and R.B.. Peck. Soil mechnics in engineering practice. John Wiley and Sons, 1948.
- J. Ting, B. Corkum, C. Kauffman, and C. Greco. Discrete numerical model for soil mechanics. Journal of Geotechnical Engineering, 115(3):379–398, 1989.
- A. Tordesillas. Force chain buckling, unjamming transitions and shear banding in dense granular assemblies. *Philosophical Magazine*, 87(32):4987–5016, 2007.
- A. Tordesillas and M. Muthuswamy. On the modellling of confined buckling of force chains. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 57:706–727, 2009.
- A. Tordesillas, J. Zhang, and R. Behringer. Buckling force chains in dense granular assemblies : physical and numerical experiments. *Geomechanics and Geoengineering*, 4(1):3–16, 2009.
- A. Tordesillas, D.M. Walker, and Q. Lin. Force cycles and force chains. *Physical Review E*, 81:011302, 2010.
- A. Tordesillas, Q. Lin, J. Zhang, R.P. Behringer, and J. Shi. Structural stability and jamming of self-organized cluster conformations in dense granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59:265–296, 2011.
- A. Tsomokos and V.N. Georgiannou. Effect of grain shape and angularity on the undrained response of fine sands. *Canadian Geotechnical Journal*, 47:539–551, 2010.
- USACE. Report on the slide of a portion of the upstream face of the fort peck dam, fort peck, montana. Technical report, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1939.
- M. Uthayakumar and Y.P. Vaid. Static liquefaction fo sands under multiaxial loading. Canadian Geotechnical Journal, 35 :273–283, 1998.
- Y.P. Vaid and S. Sivathayalan. Static and cyclic liquefaction potential of fraser delta sand in simple shear and triaxial tests. *Canadian Geotechnical Journal*, 33:281–289, 1996.
- Y.P. Vaid and S. Sivathayalan. Fundamental factors affecting liquefaction susceptibility of sands. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(3):592–606, 2000.
- Y.P. Vaid and J. Thomas. Liquefaction and post liquefaction behaviour of sand. Journal of Geotechnical Engineering, 121(2):163-173, 1995.
- Y.P. Vaid, E.K.F. Chung, and R.H. Kuerbis. Stress path and steady state. Canadian Geotechnical Journal, 27 :1-7, 1990.
- Y.P. Vaid, S. Sivathayalan, and D. Stedman. Influence of specimen reconstituting method on the undrained response of sand. *Geotechnical Testing journal*, 22(1):187–195, 1999.
- I. Vardoulakis and E. Aifantis. A gradient flow theory of plasticity for granular materials. Acta Mechanica, 87(3-4) :197-217, 1992.

- I. Vardoulakis and B. Graf. Calibration of constitutive models for granular materials using data from biaxial experiments. *Géotechnique*, 35(3):299-317, 1985.
- P.A. Vermeer. The orientation of shear bands in biaxial tests. *Géotechnique*, 40(2):223–236, 1990.
- A.S. Vesic. Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *Journal of the Soil Mechanics* and Foundations Division, 99(1):45–73, 1973.
- R. Wan and P.J. Guo. A simple constitutive model for granular soils : modified stressdilatancy approach. *Computers and Geotechnics*, 22(2) :109–123, 1998.
- R. Wan and P.J. Guo. Effect of microstructure on undrained behaviour of sands. *Canadian Geotechnical Journal*, 38 :16–28, 2001.
- D. Wanatowski and J. Chu. Static liquefaction of sand in plane-strain. Canadian Geotechnical Journal, 44(3) :299–313, 2007.
- M. Wang and X. Bai. Collapse property and microstructure of loess. In Advances in Unsaturated Soil, Seepage, and Environmental Geotechnics, pages 111–118, 2006.
- K.J. Willam and M.M. Iordache. On the lack of symmetry in materials. In Austria Schloss Hofen, editor, *International Conference on Trends in Computational Structural Mechanics*, pages 233–242, May 2001.
- J.A. Yamamuro and K.M. Covert. Mionotonic and cyclic liquefaction of very loose sands with high silt content. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127(4):314–324, 2001.
- J.A. Yamamuro and P. Lade. Instability of granular materials at high pressures. Soils and Foundations, 37(1):41-52, 1997.
- J.A. Yamamuro, F.M. Wood, and P.V. Lade. Effect of depositional method on the microstructure of silty sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 45 :1538–1555, 2008.
- Z.X. Yang, X.S. Li, and J. Yang. Quantifying and modelling fabric anisotropy of granular soils. *Géotechnique*, 58(4):237-248, 2008.
- Z.X. Yang, J. Yang, and L.Z. Wang. On the influence of interdilatancy friction and dilatancy in granular soils : a numerical analysis. *Granular Matter*, 14 :433–447, 2012.
- Z. Yin and P.Y. Hicher. Micromechanics-based model for cement-treated clays. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 3(2):021006, 2013.
- M. Yoshimine and K. Ishihara. Flow potential of sand during liquefaction. Soils and Foundations, 38(3) :189–198, 1998.
- M. Yoshimine, K. Ishihara, and W. Vargas. Effects of principal stress direction and intermediate principal stress on undrained shear behaviour of sand. Soils and Foundations, 38(3): 179–188, 1998.

- T. L. Youd and I. M. Idriss. Liquefaction resistance of soils : summary report from the 1996 nceer and 1998 nceer/nsf workshops on evaluation of liquefaction resistance of soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 127(4) :297-313, 2001.
- T.L. Youd and M.J. Bennett. Liquefaction sites, imperial valley, california. *Journal of Geotechnical Engineering*, 109(3):440–457, 1983.
- H.-S. Yu. Casm : A unified state parameter model for clay and sand. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 22:621-653, 1998.
- H. Zhang and V.K. Garga. Quasi-steady state : a real behaviour? Canadian Geotechnical Journal, 34(5):749-761, 1997.
- L. Zhang, N.G.H. Nguyen, S. Lambert, F. Nicot, F. Prunier, and I. Djeran-Maigre. The role of force chains in granular materials : from statics to dynamics. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, pages 1–22, 2016.
- H. Zhu, F. Nicot, and F. Darve. Meso-structure evolution in a 2d granular material during biaxial loading. *Granular Matter*, in Press, 2015.
- H. Zhu, H.N.G. Nguyen, F. Nicot, and F. Darve. On a common critical state in localized and diffuse failure modes. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, pages 112–131, 2016a.
- H. Zhu, G. Veylon, F. Nicot, and F. Darve. On the mechanics of meso-scale structures in twodimensional granular materials. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, pages 1–24, 2016b.
- S. Zlatovic and K. Ishihara. Normalized behaviour of very loose non-plastic soils : effects of fabric. Soils and Foundations, 37(4) :47–56, 1997.

Quatrième partie

Annexes

A. Autres exemples de ruptures d'ouvrages par liquéfaction statique

Barrage de Wachusett, États-Unis, 1907.

Le 11 avril 1907, une rupture du talus amont du barrage de Wachusett (USA, Massachusetts) s'est produite. Ce cas d'étude a fait l'objet de plusieurs études synthétisées par Olson et al. (2000).

Le remblai était constitué de sable fin $(D_{50}\approx 0.42 \text{mm}, FC = 5 - 10\%, k\approx 10^{-5} \text{m/s})$ mis en place à l'état humide par déversement sans compactage, favorisant ainsi la création d'une microstructure macro-poreuse potentiellement instable. Les sondages de pénétration au carottier (SPT) réalisés lors des campagnes de reconnaissance de 1983 et 1991 ont montré que dans le remblai amont, le nombre de coups pour 30 cm de pénétration était de l'ordre de $N_{1,60} = 7$, soit une résistance de pointe corrigée estimée à $q_{c1} = 3,5$ MPa (Stark and Olson, 1995).

La rupture s'est produite après la fin de la construction pendant la phase de premier remplissage sans qu'aucune activité sismique ou dynamique n'ait été répertoriée a proximité de l'ouvrage. Le sol du talus amont s'est écoulé sur environ 100 m vers l'intérieur de la retenue en s'effondrant de plus de 12 m verticalement, le profil d'équilibre après rupture s'établissant à un angle de 5-6° (Fig. 9.13). La rupture a eu lieu au droit du lit de l'ancienne rivière, là où le barrage était le plus haut, et donc les contraintes de cisaillement les plus élevées. L'ensemble des observations laisse supposer que la liquéfaction s'est produite sous chargement purement statique. Le chantier du barrage s'étant déroulé plus de 3 ans avant son remplissage, il est très improbable que des surpressions interstitielles aient pu perdurer jusqu'à la rupture. L'accumulation des déformations qui conduit au déclenchement de la liquéfaction s'est donc vraisemblablement produite en conditions drainées, suivant un chemin de chargement qu'il est possible de reproduire en laboratoire (Sasitharan et al., 1993).

Barrage de Calaveras, Etats-Unis, 1918.

En 1918, le barrage de Calaveras (USA, Californie) était alors le plus grand barrage en remblai du monde, avec une hauteur de 73 m. La construction de ce barrage, débutée en 1914, avait été effectuée selon la méthode du remblaiement hydraulique pour ce qui est de son noyau et par déversement sans compactage pour la majeure partie de ses talus amont et aval. Le matin du 24 mars 1918, alors qu'il était en pleine phase de construction et qu'il atteignait 61 m de hauteur pour une profondeur de retenue de l'ordre de 23 m, une rupture intéressant plus de la moitié de la longueur du talus amont (215 m sur 385m) s'est produite





FIGURE 9.13 – Digue Nord du barrage de Wachusett : (a) vue de l'ouvrage depuis la crête le lendemain de la rupture (www.digitalcommonwealth.org) et (b) coupe transversale de l'ouvrage (Olson et al., 2000).


FIGURE 9.14 – Barrage de Calaveras : (a) vue du talus amont du barrage après rupture et (b) coupe transversale (Hazen, 1918).

(Fig. 9.14), provoquant l'écoulement de plus de 600 000 m³ de matériau dans la retenue (Hazen, 1918). Cette rupture faisait suite à 3 alertes sérieuses ayant nécessité l'arrêt de la construction au cours de 10 derniers mois, dont une la veille de la rupture suite à la mesure d'un déplacement horizontal du parement amont de l'ordre de 1,2 m.

Les investigations menées par la suite (Hazen, 1920) ont infirmé l'hypothèse selon laquelle le glissement aurait été provoqué par la présence de lentilles argileuses provenant du noyau. L'hypothèse d'un mécanisme de liquéfaction du matériau de remblai a alors été avancée. Le remblai était constitué de sables peu graveleux à sables silteux ($FC \approx 30\%$) ayant un poids volumique saturé compris entre 18,9kN/m³ en partie basse et 17,3kN/m³ en partie haute. D'autre part, les analyses menées par différents auteurs (Olson, 2001) suggèrent que la valeur représentative $N_{1,60}$ devrait être de l'ordre de 8, soit une résistance de pointe corrigée estimée à $q_{c1} = 5,5$ MPa.

Barrage de Van Norman, Etats-Unis, 1971.

A la suite du séisme de San Fernando ($M_w=6.6$, $a_{max} = 0,55-0,60$ g), le talus amont du barrage de San Fernando (USA, Californie) a subi un glissement important. Ce cas d'étude est, de loin, l'exemple de rupture par liquéfaction le plus documenté de la littérature. Les analyses menées par les différents auteurs (Seed et al., 1975; Lee et al., 1975) ont conclu à

la liquéfaction des sables fins silteux et silts sableux constitutifs du corps du remblai et au glissement de gros blocs du remblai dans la retenue (Fig. 9.15). Il est intéressant de noter que la rupture s'est produite entre 20 et 40 secondes après la fin du séisme. On peut donc considérer la liquéfaction comme statique dans la mesure où ce n'est pas la sollicitation sismique elle-même qui a produit la liquéfaction, mais la propagation des pressions interstitielles à travers le massif qui ont déclenché la rupture. Une fois le glissement stabilisé, le sol liquéfié a été retrouvé en surface dans l'interstice entre les blocs ainsi que plus de 61 m en aval du pied de l'ouvrage. Le pied du talus amont a également glissé de près de 46 m et le talus s'est affaissé d'environ 15 m.

Le barrage est fondé sur des alluvions constituées d'argiles compactes et de couches de sables et de graviers. La majeur partie du barrage a été réalisée par remblaiement hydraulique entre 1912 et 1915. Le remblai était essentiellement constitué de sables fins et silts stratifiés alors que le noyau est principalement constitué de sols argileux. La granulométrie du remblai aval, supposée identique à celle du remblai amont en raison du mode de construction symétrique de l'ouvrage, était caractérisée par un $D_{50} = 0.075$ mm et une teneur en fines moyenne FC = 50%. Le nombre de coups normalisé $N_{1,60}$ représentatif a été évalué à 11,5 (5-15), ce qui correspond à une résistance de pointe corrigée estimée à $q_{c1} = 4.7$ MPa (2,1-6,2 MPa).

Aéroport de Nice, France, 1979.

Le 16 octobre 1979, un glissement sous-marin d'au moins huit millions de mètres cubes s'est produit en bordure du remblai de l'aéroport de Nice alors que des travaux étaient en cours pour la réalisation d'un nouveau port (Fig. 9.16). Cet évènement a fait l'objet d'un grand nombre de travaux pour tenter de déterminer les causes de l'accident. Ne disposant que de témoignages partiels et le corps du glissement ayant disparu, son interprétation reste encore aujourd'hui assez fragile.

Seed et al. (1988) ont attribué la cause du glissement à une tsunami généré par un glissement sous-marin profond situé dans le canyon du Var à environ 15 km des côtes. L'abaissement temporaire du niveau marin engendré par ce glissement aurait conduit à un déjaugeage du remblai provoquant une augmentation des contraintes de cisaillement dans le sol de fondation. Les déformations alors engendrées auraient été suffisantes pour provoquer la liquéfaction des couches de sables présentes dans la fondation qui montraient des résistances de pointe de l'ordre de $q_c=3,0$ MPa (1,0-10,0 MPa).

D'autres scénarios ont été avancés pour expliquer l'origine du glissement (Habib, 1994; Sultan et al., 2010), comme la mise en pression des sables par la nappe sous-marine du Var. En toute hypothèse, la rapidité de la disparition du nouveau port et la forme du talus sous-marin résiduel qui est en partie convexe et finalement avec une pente assez douce à l'emplacement de ce qui fut le nouveau port font penser de manière à peu près certaine que le sol de fondation s'est liquéfié.

Remblai d'Asele Road, Suède, 1983.

Au cours d'une opération de réparation de la chaussée qu'il supportait, le remblai de la route n°351 près d'Asele, au nord de la Suède, s'est rompu lors du passage d'un compacteur vibrant de 3,6 tonnes. D'après les témoignages, le glissement s'est produit en une dizaine de



FIGURE 9.15 – Barrage de San Fernando : (a) vue aérienne du barrage de San Fernando après rupture et (b) coupe transversale du barrage de San Fernando avant et après rupture (Castro et al., 1992).

(b)

0

1000

SILTY SAND HYDRAULIC FILL



FIGURE 9.16 – Photographies aériennes de l'aéroport de Nice (a) avant rupture, (b) après rupture et (c) coupe schématique du talus du delta du var (Habib, 1994).

secondes alors que le compacteur effectuait son premier passage du côté amont du remblai. Le glissement s'étendait sur environ 60 m de longueur et aucune fissuration ni aucun tassement des épaulements n'a été observé immédiatement après la rupture. Bien que la sollicitation soit vibratoire, l'énergie transmise au massif est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer la sollicitation comme une perturbation plutôt qu'une véritable sollicitation dynamique cyclique.

Le sol de fondation du remblai était constitué de dépôt morainiques compacts. Le remblai avait été construit en hiver suivant la technique du remblaiement humide, laissant le remblai soumis au gel. Le gel du sol du remblai a empêché le compactage efficace du remblai, ce qui favorise la création d'une microstructure lâche du sol (Ekstrom and Olofsson, 1985). Les investigations postérieures à la rupture ont mis en évidence des couches de dépôt morainique sableux très lâches disséminées dans le remblai de part et d'autre de la zone de rupture. L'épaisseur cumulée de ces couches atteignait 1 à 2 m sur les 7,5 m de hauteur du remblai. Les caractéristiques du remblai étaient celles d'un sable silteux ($D_{50}=0,30$ mm, FC = 32%) dont la valeur représentative $N_{1,60}$ est de l'ordre de 7, soit une résistance de pointe corrigée estimée à $q_{c1} = 4.0$ MPa.

Remblai routier du lac Ackerman, Etats-Unis, 1987.

Le 24 juillet 1987, une rupture du remblai supportant une autoroute s'est produite au cours d'une campagne d'auscultation par réflexion sismique en vue d'une recherche de gise-





FIGURE 9.17 – Remblai d'Asele Road : (a) vue de l'ouvrage après rupture (Ekstrom and Olofsson, 1985) et (b) coupe transversale de l'ouvrage (Olson et al., 2000).



FIGURE 9.18 – Remblai routier du lac Ackerman : (a) vue de l'ouvrage après rupture et (b) coupe transversale de l'ouvrage (Hryciw et al., 1990).

ments pétroliers. La liquéfaction du remblai, mis en œuvre par déversement sous eau sans compactage au milieu des années 1950, a été déclenchée par le passage de plusieurs camions de 22 tonnes émettant des vibrations à intervalles réguliers à des fréquences variant entre 8 et 58 Hz. La rupture a concerné une longueur de 91 m et a généré une vague de 4,5 m de hauteur qui a traversé les 122 m du lac et détruit un ponton de débarquement. Les conducteurs des camions ont rapporté une impression de chute libre plutôt que de glissement progressif dans le lac.

Les investigations menées (Hryciw et al., 1990) ont montré que le remblai était constitué de sables propres ($D_{50}=0,40 \text{ mm}, FC = 0\%$) de granulométrie très uniforme (CU=2,5) dont les grains avaient une forme subarrondie. La densité relative a été estimée proche de 0%. La valeur représentative de $N_{1,60}$ à 3 (1-7), soit une résistance de pointe corrigée estimée à q_{c1} = 1; 9 MPa (0,6-4,4 MPa). "Si vous pensez que l'aventure est dangereuse, je vous propose d'essayer la routine... elle est mortelle !" PAOLO COELHO