HAL
open science

Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour des mesures de particules discrètes en volume et la reconnaissance de forme de particules irrégulières

Lila Ouldarbi

▶ **To cite this version:**

Lila Ouldarbi. Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour des mesures de particules discrètes en volume et la reconnaissance de forme de particules irrégulières. Optique [physics.optics]. Normandie Université, 2017. Français. NNT : 2017NORMR050 . tel-01691306

HAL Id: tel-01691306

https://theses.hal.science/tel-01691306v1

Submitted on 23 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Normandie Université

THÈSE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité Optique et Laser

Préparée au sein de l'Université de Rouen Normandie

Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour des mesures de particules discrètes en volume et la reconnaissance de forme de particules irrégulières

Présentée par
Lila OULDARBI

Thèse soutenue publiquement le mercredi 14 juin 2017 devant un jury composé de		
M. Gilles PAULIAT	Directeur de Recherche CNRS - Institut d'Optique Graduate School, Palaiseau	Rapporteur
M. Pascal PICART	Professeur à l'ENSIM, Le Mans	Rapporteur
M. Marc BRUNEL	Professeur à l'Université de Rouen Normandie	Directeur de thèse
M. Gérard GREHAN	Directeur de Recherche CNRS - CORIA, Saint-Etienne-du-Rouvray	Examinateur
Mme Gaële PERRET	Maître de Conférences à l'Université du Havre Normandie	Examinateur
M. Pascal LEMAITRE	Ingénieur – Docteur à l'IRSN, Saclay	Examinateur
Mme Alice CALMELS-GRANDIN	Ingénieure à Airbus Operations, Toulouse	Membre Invité

Thèse dirigée par Marc BRUNEL, laboratoire CORIA

Normandie Université

ED PSIME

UMR 6614 CORIA COMPLEXE DE RECHERCHE INTERPROFESSIONNEL EN AEROTHERMOCHIMIE

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé dans le cadre du projet LABEX EMC3, en tant que partenariat entre les laboratoires CORIA et LOMC.

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, le professeur Marc Brunel, pour la confiance qu'il m'a accordée en me permettant de travailler sur ce sujet qui m'a passionnée. Je remercie également Gaële Perret du LOMC et Pascal Lemaitre de l'IRSN avec qui il a été agréable de travailler.

J'éprouve également une très grande gratitude envers mes précédents encadrants de stage, qui m'ont permis de progresser dans les meilleures conditions pour accéder au doctorat : Gilles Martel et Denis Lebrun du CORIA, ainsi que Fabrice Lamadie du laboratoire LGCI du CEA. Je voudrais remercier tous mes amis doctorants dont certains sont déjà docteurs, avec qui j'ai passé des moments absolument géniaux. Parmi mes amis du début je pense à Emeline, Adrien, Thomas et Benoît. Mes colombiens préférés Manu et Andrés, Erwan, Fred, Antonio, Justin, Stan, Thanh, Marcos qui sont devenus des amis véritablement précieux pour moi. Je n'oublie pas aussi Léa, Pradip, Alex, Abou et Hakim qui ont travaillé avec moi pour l'association des doctorants du CORIA. Il y a aussi les Félix français et allemand, Ly, Chanisa, Yann, Cédric, Florestan, Hassan, Arezki, Eliot, Sylvain, Stephano, Lorenzo, Mohamed, Nathalie, Lancelot, Pierre.

Je remercie sincèrement les membres du personnel du laboratoire CORIA pour leur aide et pour avoir rendu le lieu de travail agréable pour moi au quotidien : l'administration, l'atelier, le service informatique, les techniciens, les ingénieurs et les chercheurs.

Merci également aux membres de mon jury de thèse : Gérard Gréhan, Gilles Pauliat, Pascal Picart et Alice Calmels-Grandin d'avoir accepté d'examiner et de rapporter mon travail, ainsi que pour leurs remarques et leurs suggestions.

Je n'oublie pas les membres de ma famille qui m'ont soutenue, ainsi que mes plus anciens amis et tous ceux qui ont contribué au fait qu'aujourd'hui et pour longtemps, j'ai de très bons souvenirs de mes années de doctorat.

Table des matières

Liste des symboles **vii**

Table des figures **x**

1 Introduction **1**
1.1 Contexte . . . 1
1.2 Caractérisation de particules dans un écoulement . . . 3
1.2.1 Domaines d'application . . . 3
1.2.2 Principales techniques de granulométrie en mécanique des fluides . . . 4
1.3 Objectifs et contributions . . . 7
1.4 Structure de la thèse . . . 8

2 Imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules sphériques transparentes **11**
2.1 Diffusion de la lumière par une particule sphérique . . . 12
2.1.1 Théorie de Lorenz-Mie généralisée . . . 12
2.1.2 Lois de l'optique géométrique . . . 14
2.1.3 Expansion en séries de Debye . . . 15
2.2 Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour la caractérisation de gouttelettes (ILIDS) . . . 17
2.2.1 Principe de l'ILIDS . . . 17
2.2.2 Détermination de l'angle de diffusion optimal . . . 19
2.3 Formalisme matriciel pour la propagation d'une onde à travers un système d'imagerie . . . 20
2.4 Détermination de la taille des particules sphériques . . . 22
2.5 Détermination des positions des particules . . . 25
2.5.1 Position transverse . . . 25
2.5.2 Position axiale . . . 27
2.6 Méthode de simulation . . . 29
2.6.1 Description de l'ouverture par optique géométrique . . . 29
2.6.2 Description de l'ouverture par superposition de fonctions gaussiennes . . . 30
2.7 Conclusion . . . 32

3 Imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules rugueuses irrégulières **35**
3.1 Aspect des images en défauts de mise au point et position des particules . . . 36
3.2 Modèle pour simulation d'images en défaut de mise au point de particules irrégulières . . . 39
3.3 Détermination de dimensions de particules irrégulières par autocorrélation . . . 41
3.3.1 Simulation d'interférogrammes de particules irrégulières . . . 41

3.3.2 Expression analytique de l'intensité des interférences générées par les deux émetteurs les plus distants . . . 43
3.3.3 Mesure du grain de tavelure . . . 45
3.3.4 Relation entre la taille du grain des tavelures et la taille de la particule . 46
3.4 Détermination de dimensions de particules irrégulières par transformée de Fourier 2D . . . 47
3.4.1 Relation entre la transformée de Fourier 2D de l'interférogramme et l'autocorrélation de la silhouette de la particule . . . 47
3.4.2 Relation entre les dimensions de la "silhouette" de la particule et les dimensions de son autocorrélation 2D . . . 49
3.5 Influence de l'ouverture et du défaut de mise au point sur la détermination de tailles de particules irrégulières . . . 50
3.6 Conclusion . . . 55

4 Dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la mesure simultanée de tailles et de positions tridimensionnelles de bulles et de grains de sable 57
4.1 Détermination de l'angle de diffusion optimal . . . 58
4.1.1 Décomposition en série de Debye . . . 58
4.1.2 Vérification de l'influence d'un troisième glare point . . . 58
4.2 Montage expérimental . . . 62
4.3 Analyse d'images expérimentales . . . 63
4.4 Simulation d'interférogrammes à partir de résultats expérimentaux . . . 65
4.5 Analyse détaillée de particules irrégulières . . . 66
4.5.1 Taille et forme des particules . . . 66
4.5.2 Positions tridimensionnelles des particules . . . 70
4.6 Limites de concentration de particules . . . 71
4.7 Résultats de l'étude d'interférogrammes superposés . . . 73
4.8 Algorithme de détection d'ellipses . . . 76
4.8.1 Présentation de l'algorithme . . . 76
4.8.2 Détection d'interférogrammes sur une acquisition expérimentale . . . 77
4.8.3 Incertitude de la méthode de détection d'ellipses . . . 79
4.9 Suivi et orientation de particules dans une houle . . . 82
4.10 Conclusion . . . 84

5 Reconnaissance de forme et mesure tridimensionnelle de particules irrégulières rugueuses par imagerie en défaut de mise au point 89
5.1 Montage expérimental . . . 91
5.2 Concordance des acquisitions selon deux angles de vue . . . 92
5.2.1 Analyse d'une particule de type bâtonnet . . . 92
5.2.2 Obtention d'un critère de validation des mesures . . . 94
5.3 Comparaison entre simulations et résultats expérimentaux . . . 95
5.3.1 Modèles pour la simulation d'autocorrélation de silhouettes de particules 95
5.3.2 Résultats pour des particules de formes différentes . . . 97
5.3.3 Sources d'erreurs . . . 103
5.3.4 Correction de l'angle d'observation . . . 103
5.4 Conclusion . . . 104

6 Conclusion générale 107
6.1 Conclusion . . . 107
6.2 Perspectives . . . 108

Annexes **109**

A Formalisme matriciel **111**

B Distance entre points brillants et déphasage en fonction du diamètre d'une particule **115**

C Liste des publications **119**

Références **121**

Liste des symboles

α	Angle de collection
β	Facteur de correction pour la corrélation entre période d'interférence et taille du grain d'une tavelure
$\Delta\varphi_{jk}$	Différence de phase pour deux émetteurs j et k
Δp	Défaut de mise au point
ΔV	Volume de mesure
δx, δy, δd	Taille du grain d'une tavelure mesurée selon les axes x, y, d
$\delta(x - x_0, y - y_0)$	Impulsion de Dirac de coordonnées (x_0, y_0)
$\Delta\theta$	Inter-frange angulaire
λ	Longueur d'onde
μ	Angle formé par la direction entre deux émetteurs et l'axe x
ν	Angle formé par la direction de franges d'interférences et l'axe x
ϕ_x,ϕ_y	Longeurs des l'axes de l'image en défaut de mise au point d'un émetteur suivant x et y
θ	Angle de diffusion
φ_j	Phase de l'onde électromagnétique provenant d'un émetteur j
A_1^q,B_1^q,C_1^q,D_1^q	Coefficients de la matrice de transfert correspondant au trajet d'un rayon lumineux entre une particule et l'ouverture du système optique
A_2^q,B_2^q,C_2^q,D_2^q	Coefficients de la matrice de transfert correspondant au trajet d'un rayon lumineux entre l'ouverture du système optique et le capteur
a_j, b_j	Coordonnées en (x, y) d'un émetteur j à la surface d'une particule
A_T^q,B_T^q,C_T^q,D_T^q	Coefficients de la matrice de transfert correspondant au trajet d'un rayon lumineux entre une particule et le capteur
$c_{1,j}$	Chemin optique parcouru par la lumière d'un émetteur j à l'ouverture du système
$c_{2,j}$	Chemin optique parcouru par la lumière provenant d'un émetteur j de l'ouverture du système au capteur
c_j	Chemin optique parcouru par la lumière venant d'un émetteur j sur le trajet total
d	Diamètre d'une particule sphérique
D_0	Diamètre de l'ouverture d'un système d'imagerie

D_e^{jk}	Distance entre deux émetteur j et k
D_{max}	Distance maximale entre deux émetteurs à la surface d'une particule irrégulière
D_{pics}^{jk}	Distance entre deux pics d'intensité sur l'autocorrélation d'un ensemble d'émetteurs
f	Distance focale d'une lentille
f_i	Fréquence des franges d'interférences
$G(x, y, z)$	Champ électrique dans le plan z après propagation à partir d'une particule
$G_0(x, y, z)$	Champ électrique dans le plan de la particule
g_x	Grandissement introduit par une lentille
$I(x, y, z)$	Intensité lumineuse dans le plan z après propagation de lumière diffusée à partir d'une particule
k_x, k_y	Composantes du vecteur $\vec{k}$ définissant la direction des franges d'interférences
m	Indice de réfraction du milieu environnant une particule
M_1^q	Matrice de transfert correspondant au trajet d'un rayon lumineux entre une particule et l'ouverture du système optique
M_2^q	Matrice de transfert correspondant au trajet d'un rayon lumineux entre l'ouverture du système optique et le capteur
M_T^q	Matrice de transfert correspondant au trajet d'un rayon lumineux entre une particule et le capteur
N	Nombre de fonctions considérées pour la décomposition en fonction gaussiennes pour la description de l'ouverture d'un système optique
n	Indice de réfraction d'une particule sphérique
n_1,n_2	Indices de réfraction de part et d'autre d'un dioptre
N_e	Nombre d'émetteurs ponctuels à la surface d'une particule
N_f	Nombre de franges par interférogramme
p	Ordre de l'onde partielle
P_k, Q_k	Coefficients pour la décomposition d'une ouverture circulaire en fonctions gaussiennes
t	Angle d'incidence d'un rayon à la surface d'une particule
$T(x, y)$	Coefficient de transmission pour la description d'une ouverture circulaire
T_x, T_y, T_d	Période spatiale d'interférences selon les axes x, y et d
X'_{max}	Distance entre les images en mise au point de deux émetteurs
x_p	Paramètre de taille d'une particule sphérique
x_C,y_C	Coordonnées du centre d'une goutte dans le plan (x, y)
x_{image},y_{image}	Coordonnées sur le capteur du centre de l'image en défaut de mise au point d'un émetteur de coordonnées x_{PB}, y_{PB}
$X_{j,k}$, $Y_{j,k}$	Différences entre des coordonnées en x et en y de deux émetteur j et k

X_{lim}	Distance maximale entre deux émetteur mesurable par autocorrélation
X_{max}	Distance maximale entre deux émetteurs alignés selon x à la surface d'une particule irrégulière
x_{PB},y_{PB}	Coordonnées d'un émetteur dans le plan (x, y)
Y_{max}	Distance maximale entre deux émetteurs alignés selon y à la surface d'une particule irrégulière

Table des figures

1.1 Accrétion de glace réalisée dans l'Icing Reasearch Tunnel de la NASA pour deux conditions de température différentes : proche de la température de gel (a) et très en dessous de la température de gel (b). y/c et x/c correspondent la position de la glace, définie par rapport à la longueur de corde de l'aile c [1]. 2
1.2 Schéma simplifié d'un réacteur à lit fluidisé. 3
1.3 Principe de l'extraction liquide-liquide en colonne pulsée [2]. 4
1.4 Techniques de granulométrie les plus utilisées en écoulement pour diverses particules (sphériques, irrégulières, elliptiques ou cylindriques). Les statistiques sont différenciées en catégories : temporelles (T), spatiales (S) et méthodes de champ (C). 5
1.5 Montage d'holographie numérique dans l'axe pour la mesure de taille et de positions tridimensionnelles de bulles. 6
1.6 Canal à houle du LOMC. 7

2.1 Polarisation parallèle et perpendiculaire d'une onde électromagnétique 12
2.2 Diagrammes de diffusion en théorie de Lorenz-Mie 13
2.3 Trajet des rayons diffusés par une goutte selon l'optique géométrique 14
2.4 Décomposition en séries de Debye pour une polarisation de la lumière parallèle (a) et perpendiculaire (b) dans le cas d'une goutte d'eau de 100 µm pour une longueur d'onde de 532 nm 16
2.5 Montage d'ILIDS classique : formation de l'image d'une particule sphérique en mise au point et en défaut de mise au point 17
2.6 Trajet des rayons lumineux à travers une gouttelette d'indice n 18
2.7 Images d'une goutte d'eau en mise au point (a) et en défaut de mise au point (b) 19
2.8 Dispositif d'ILIDS classique 21
2.9 Position des points brillants à la surface d'une particule sphérique transparente (n<m). 23
2.10 Détermination de la position transverse du centre d'une particule sphérique . . . 26
2.11 Image en défaut de mise au point de plusieurs gouttelettes d'eau à des positions axiales différentes 28
2.12 Images en défaut de mise au point de bulles d'air dans de l'eau avec un dispositif comportant une lentille cylindrique 28
2.13 Image en défaut de mise au point de trois bulles d'air dans de l'eau 29
2.14 Image en défaut de mise au point d'une goutte d'eau (a), simulation sans prise en compte de la diffraction (b), simulation modélisant l'ouverture par superposition de fonctions gaussiennes 32

3.1 Principe de l'adaptation de l'imagerie en défaut de mise au point pour des particules irrégulières. 36
3.2 a) Image en mise au point de deux grains de sel, b) répartition de points brillants à la surface des particules sous illumination laser. 37

3.3 Image en défaut de mise au point de deux grains de sel de tailles différentes à une même position axiale. 38
3.4 Schéma d'un dispositif d'ILIDS avec un système d'imagerie astigmate. 38
3.5 Images en défaut de mise au point de deux grains de sels de taille similaire à des positions axiales différentes. 39
3.6 Positions tridimensionnelles de 8 émetteurs sur une demi-sphère (a) et leur projection sur le plan (x, y) (b). 40
3.7 Schéma d'un dispositif d'ILIDS classique adapté à la mesure de particules irrégulières. 42
3.8 Image en défaut de mise au point simulée d'une particule irrégulière (a) et son autocorrélation 2D (b). 42
3.9 Représentation schématique des angles μ et ν définissant respectivement la direction d'alignement de deux émetteurs et la direction des interférences qu'ils génèrent. 44
3.10 a) Zoom sur le pic central de l'autocorrélation 2D d'une image en défaut de mise au point, la direction d'alignement des émetteurs les plus éloignés est indiquée en rouge. b) Profil d'intensité selon cette direction d'alignement pour deux modèles de simulation de l'ouverture du système : sans prise en compte de l'ouverture (ligne noire) et superposition de fonctions gaussiennes (ligne rouge en pointillés). 45
3.11 Taille du grain de l'image en défaut de mise au point en fonction de la taille de la particule diffusante. La valeur théorique $\beta T_{\varnothing}$ de la période d'interférences calculée pour la taille de la particule (ligne noire) est comparée avec la valeur calculée pour la distance entre les émetteurs les plus distants générés aléatoirement βT_d (ligne rouge). La superposition de ces deux courbes montre que la distance entre les émetteurs les plus distants correspond à la dimension de la particule. La taille du grain mesurée δd est comparée à ces courbes. 47
3.12 Image en mise au point d'une particule de sable (a), autocorrélation 2D de l'image en mise au point de la particule (b), transformée de Fourier 2D de l'image en défaut de mise au point de la particule [3]. 49
3.13 a) Positions d'un ensemble de 4 émetteurs. b) Positions des pics d'intensité sur l'autocorrélation de cet ensemble. 50
3.14 Image en défaut de mise au point d'un grain de sel avec un faible défaut de mise au point 51
3.15 Position limite de deux images en défaut de mise au point non superposées. . . . 51
3.16 Taille du grain de l'image en défaut de mise au point en fonction de la taille de la particule diffusante. Comparaison entre théorie (βT_d) et mesure du grain (δd) pour deux défauts de mise au point Δp différents. 52
3.17 Images en défaut de mise au point pour trois particules (A,B,C) de tailles différentes et pour deux défaut de mise au point $|\Delta p_1| > |\Delta p_2|$. Le contour des images en défaut de mise au point des émetteurs les plus distants sur la particule apparaît en rouge. 53
3.18 Mesure de la taille du grain par autocorrélation de l'interférogramme complet (δx) et par sélection de la zone centrale ($\delta x_{sélection}$). Comparaison avec la valeur théorique (βT_x). Le taux de recouvrement des images des émetteurs les plus distants apparaît en pointillés. 54

4.1 Décomposition en séries de Debye de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau sous illumination de polarisation perpendiculaire à 532 nm 59
4.2 Principe de la visualisation de la position de points brillants à la surface d'une particule sphérique par la théorie de Lorenz-Mie. 59

4.3 a) Franges d'interférences simulées par théorie de Lorenz-Mie pour une bulle d'air dans de l'eau de 100 µm ; b) hologramme correspondant généré par l'ajout d'une onde de référence. 60
4.4 Points brillants à la surface d'une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau restitués à partir d'un hologramme simulé en théorie de Mie. 60
4.5 Séries de Debye prévalentes autour de 41 ° pour une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau illuminée par une source laser polarisée perpendiculairement à 532 nm . 61
4.6 Oscillations de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau simulé par théorie de Mie. 61
4.7 Oscillations de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau : simulation par somme des contributions des premières séries de Debye. Résultats pour : a) $p = 0$ et $p = 1$; b) de $p = 0$ à $p = 3$. 62
4.8 Dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la mesure de position tridimensionnelle et de tailles de bulles d'air et de grains de sable 63
4.9 Images en défaut de mise au point expérimentales de deux bulles et d'un grain de sable dans un aquarium. 64
4.10 Position axiale z_1 d'une particule en fonction du rapport d'ellipticité de son image en défaut de mise au point. 65
4.11 Images en défaut de mise au point simulées de deux bulles et d'un grain de sable dans un aquarium. 66
4.12 Transformée de Fourier 2D d'interférogrammes expérimental (a) et simulé (b). . 67
4.13 Répartition d'émetteurs pour la simulation de particules irrégulières. 68
4.14 Pic d'autocorrélation 2D calculé à partir de l'interférogramme expérimental d'un grain de sable (a) et pic calculé à partir de l'interférogramme simulé correspondant (b). 69
4.15 Répartition d'émetteurs sur une forme ellipsoïde (a). Vue dans le plan (x, y) (b). 69
4.16 Distribution de tailles de grains de sable et de bulles dans l'eau. Taille de classe : 50 µm. 70
4.17 Positions tridimensionnelles de trois particules dans un aquarium (a) : deux bulles (cercles bleus) et un grain de sable (cercle plein rouge). Résolution Δz_1 suivant l'axe z (b). $z_1 = 0$ correspond à la paroi de l'aquarium la plus proche de la caméra, la paroi opposée se trouve à $z_1 = 50$ mm. 71
4.18 Aire d'une image en défaut de mise au point d'une particule en fonction de la position axiale de la particule dans un montage comportant une lentille cylindrique (ligne bleu continue) et sans lentille cylindrique (ligne discontinue rouge). 72
4.19 Images en défaut de mise au point se superposant de deux grains de sable et d'une bulle. 73
4.20 Transformées de Fourier 2D de deux interférogrammes partiellement superposés. Chaque transformée de Fourier 2D est réalisée sur une zone de l'interférogramme excluant la zone de recouvrement. 74
4.21 Interférogrammes simulés de deux grains de sable et d'une bulle d'air dans de l'eau. 74
4.22 Interférences supplémentaires observées au niveau de la zone de recouvrement de deux interférogrammes expérimentaux (a) et de deux interférogrammes simulés (b). Les lignes rouges délimitent les contours de chaque interférogramme elliptique. 75
4.23 a) Transformée de Fourier 2D de la zone de recouvrement de deux interférogrammes. b) Représentation schématique de la distance entre deux particules. . 75
4.24 Principe de la GPV pour la détection de cercles (a) et d'ellipses (b). 76
4.25 a) Interférogrammes expérimentaux et b) simulation à partir des données extraites de l'acquisition expérimentale. 77

4.26 Détection d'ellipses pour des interférogrammes expérimentaux [4]. 78
4.27 Détection d'ellipses pour des interférogrammes sur des acquisitions expérimentales [4]. 79
4.28 Interférogrammes simulés de bulles d'air dans de l'eau dont les contours sont déterminés théoriquement (a) et recalculés par un algorithme de traitement d'image (b). 80
4.29 Détection d'ellipses pour des interférogrammes simulés. 81
4.30 Illustration d'un interférogramme non détecté. 81
4.31 Canal à houle du laboratoire LOMC. 82
4.32 Schéma général du dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules dans le canal à houle du laboratoire LOMC. 83
4.33 Vue du dessus du dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules dans le canal à houle du laboratoire LOMC. 83
4.34 Acquisitions d'images en défaut de mise au point de grains de sable dans un canal à houle à des instants différents. La trajectoire 2D d'un grain apparaît en ligne bleue. Chaque point rouge correspond au centre d'une image en défaut de mise au point d'un même grain de sable pour des acquisitions successives à une cadence de 30 images par seconde. 86
4.35 Acquisitions d'interférogrammes d'un grain de sable dans un canal à houle à des instants différents (à gauche) et transformées de Fourier 2D correspondantes (à droite). 87

5.1 Dispositif pour la mesure et la reconnaissance de forme tridimensionnelle de particules irrégulières. 91
5.2 Particules en forme de croix (a), de bâtonnet (b), de plaque (c) 92
5.3 Interférogrammes d'une particule en forme de bâtonnet obtenus à partir de deux vues différentes. 93
5.4 Transformées de Fourier 2D d'interférogrammes d'un bâtonnet obtenu à partir de deux vues différentes. 93
5.5 Différence relative dans la mesure de la taille de 70 particules selon deux angles de vue. Largeur de classe : 0.5%. 94
5.6 Notation des dimensions d'un modèle en forme de croix. Les angles d'observation des caméras 1 et 2 sont illustrés par des flèches. 95
5.7 Simulation d'un ensemble d'émetteurs sur une particule en forme de croix. . . . 97
5.8 Binarisation de l'autocorrélation d'un ensemble d'émetteurs sur une particule en forme de croix. 97
5.9 Interférogrammes d'une particule en forme de bâtonnet obtenus à partir de deux vues différentes. 98
5.10 Autocorrélations 2D simulées des silhouettes d'une particule vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de bâtonnet. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. 98
5.11 Orientation et dimensions calculées pour une particule en forme de bâtonnet. . . 99
5.12 Interférogrammes d'une particule en forme de croix obtenus à partir de deux vues différentes. 100
5.13 a) Autocorrélation 2D simulées des silhouettes d'une particule vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de croix. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. b) Orientation et dimensions calculées de la particule. 100
5.14 Interférogrammes d'une particule en forme de croix obtenus à partir de deux vues différentes. 101

5.15 a) Autocorrélations 2D simulées des silhouettes vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de croix. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. b) Orientation et dimensions calculées de la particule. 101
5.16 Image mise au point d'une particule de polymère. Le plus petit intervalle de graduation est de 100 µm. 102
5.17 Interférogrammes d'une particule en forme de plaque obtenus à partir de deux vues différentes. 102
5.18 a) Autocorrélations 2D simulées des silhouettes vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de plaque. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. b) Orientation et dimensions calculées de la particule. 103
5.19 Transformée de Fourier 2D d'une plaque (ligne a) et d'une croix (ligne b) pour des acquisitions prises selon deux angles de vue. 104

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Contexte **1**

1.2 Caractérisation de particules dans un écoulement **3**

1.2.1 Domaines d'application 3

1.2.2 Principales techniques de granulométrie en mécanique des fluides . . . 4

1.3 Objectifs et contributions **7**

1.4 Structure de la thèse **8**

1.1 Contexte

La compréhension de l'interaction entre un écoulement près du fond marin et des structures immergées telles que des hydroliennes nécessite de comprendre la dynamique tridimensionnelle des tourbillons créés. Ils génèrent des écoulements turbulents qui peuvent fortement perturber les fonds marins. Les méthodes optiques, par leur aspect non intrusif, permettent d'effectuer de telles mesures.

Le laboratoire CORIA (Complexe de Recherche Interprofessionnel en Aérothermochimie) au sein duquel cette thèse a principalement été réalisée s'implique depuis plusieurs années dans le développement de la technique d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour la réalisation d'instruments aéroportés. Ces instruments visent à permettre la mesure de gouttes d'eau dans l'atmosphère à travers le projet européen EUFAR piloté par Météo France, et plus récemment de cristaux de glace avec le projet européen HAIC piloté par Airbus [5]. Ces études ont conduit à développer des codes de simulation robustes décrivant cette technique, qui permettent la description de systèmes d'imagerie complets, comportant divers éléments tels que des hublots, des lentilles et des objectifs [6, 7]. Ces codes de simulation rendent possible notamment la description et l'interprétation de mesures réalisées *in situ*. Cette technique s'adapte également à l'étude de bulles dans un liquide, des montages originaux ont été développés au CORIA pour la caractérisation en position tridimensionnelle et en taille de bulles dans un écoulement [8, 9].

Cette thèse entre dans le cadre du projet LABEX EMC3 « Développement de Techniques optiques 3D pour écoulements complexes » et a été réalisée en collaboration avec le laboratoire LOMC du Havre (Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique). Dans le cadre de ce projet Labex 3D, l'objectif est de caractériser le déplacement de bulles dans un canal à houle, en trois dimensions. Parallèlement à cette thèse, d'autres techniques sont évaluées, telles que l'holographie numérique en ligne [10–12]. Nous proposons de développer et tester une

méthode de mesure complémentaire. Les travaux de recherche proposés consistent à développer la technique d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour des mesures en volume dans un canal à houle. Les résultats issus de différentes techniques permettront d'apporter des informations complémentaires et d'affiner la précision des techniques testées.

Cette technique d'imagerie doit permettre de différencier les bulles des sédiments, les signaux générés par ces deux types de particules étant de natures différentes (franges d'interférences régulières ou figures de type tavelures laser), de manière similaire à ce qui a été réalisé pour distinguer des gouttes d'eau de cristaux de glace dans l'atmosphère. L'étude s'est donc réalisée parallèlement aux projets déjà menés au CORIA en recherche aéroportée, utilisant notamment des simulateurs d'images [5, 6], et ouvrant un nouveau champ d'applications.

Dans un deuxième temps, les travaux de thèse présentés ici visent également à étendre le champ de la technique d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point à une analyse plus fine de particules irrégulières (telles que des cristaux de glace). Il s'agit de réaliser un dispositif permettant l'étude tomographique de telles particules, de manière à reconnaître leur forme, la caractérisation de gouttelettes et de cristaux de glace dans l'atmosphère étant particulièrement importante pour comprendre les phénomènes physiques se produisant dans les nuages. Pour assurer la sécurité d'appareils aéronautiques en vol, il est nécessaire de pouvoir mesurer la taille de cristaux de glace de manière à gérer ou éviter des conditions délétères pour le matériel. Diverses recherches ont été effectuées depuis ces 80 dernières années en vue d'étudier le phénomène d'accrétion de glace sur les avions et son impact sur l'aérodynamisme. La figure 1.1 montre par exemple l'accrétion de glace sur un modèle d'aile d'avion réalisée expérimentalement par la NASA dans un tunnel pour étudier l'influence de la température sur le givrage du fuselage d'appareils aéronautiques [1].

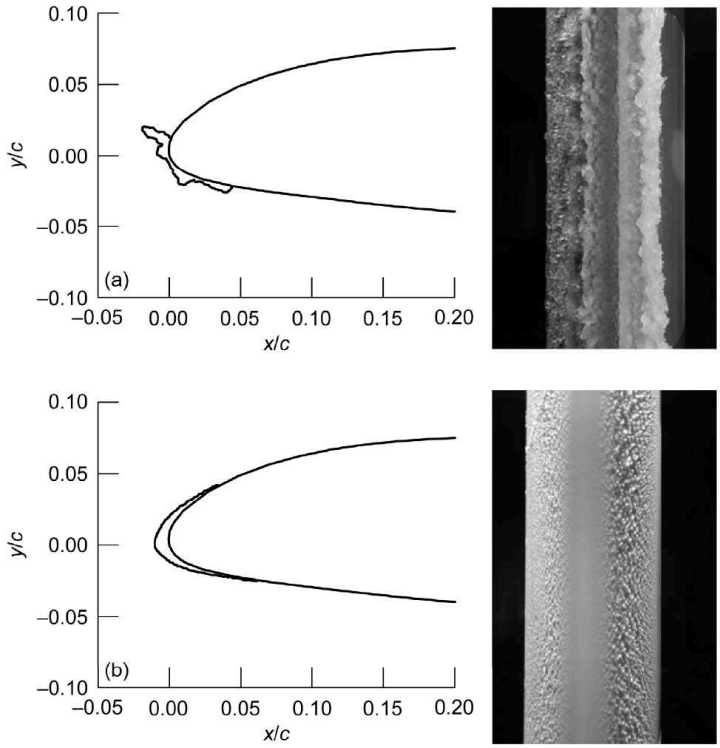


FIGURE 1.1 – Accrétion de glace réalisée dans l'Icing Reasearch Tunnel de la NASA pour deux conditions de température différentes : proche de la température de gel (a) et très en dessous de la température de gel (b). y/c et x/c correspondent la position de la glace, définie par rapport à la longueur de corde de l'aile c [1].

L'étude de la formation de cristaux de glace dans des conditions réelles de vol présente un

intérêt certain, or une telle étude ne peut se faire que par l'utilisation *in situ* d'instrumentation aéroportée. L'imagerie interférométrique en défaut de mise au point présente donc un attrait par sa capacité à ne pas perturber le milieu de mesure.

1.2 Caractérisation de particules dans un écoulement

1.2.1 Domaines d'application

Les écoulements dispersés multiphasiques solide-fluide jouent un rôle important dans divers processus naturels et industriels. Les transports de sédiments dans les rivières et au fond des océans ainsi que la formation de nuages déjà évoqués sont des systèmes naturels de ce type, on peut également citer les tempêtes de sable et la dispersion du pollen [13]. Parmi les systèmes industriels faisant intervenir des milieux multiphasiques, la plupart présentent un écoulement turbulent, ce qui augmente la complexité de l'étude dans le domaine de la mécanique des fluides. L'importance économique de tels systèmes a fait d'eux l'objet de nombreuses études expérimentales, analytiques et numériques [13]. Les particules en écoulement dans ce genre de systèmes sont de deux types : il peut s'agir de traceurs passifs ou de particules lourdes ou légères. La dynamique des particules en suspension dans un écoulement turbulent donné dépend de leur taille et de leur densité. Les enjeux des études diffèrent suivant le type de particules étudiées. Les traceurs passifs sont utilisés pour comprendre la dynamique de certains fluides, puisque les mouvements de ces particules suivent la physique des fluides qui les contiennent. Les autres particules sont quant à elles étudiées par rapport à leurs interactions avec le milieu les contenant.

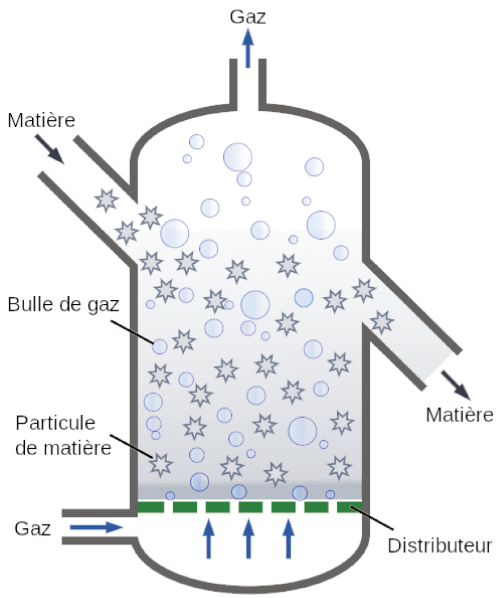
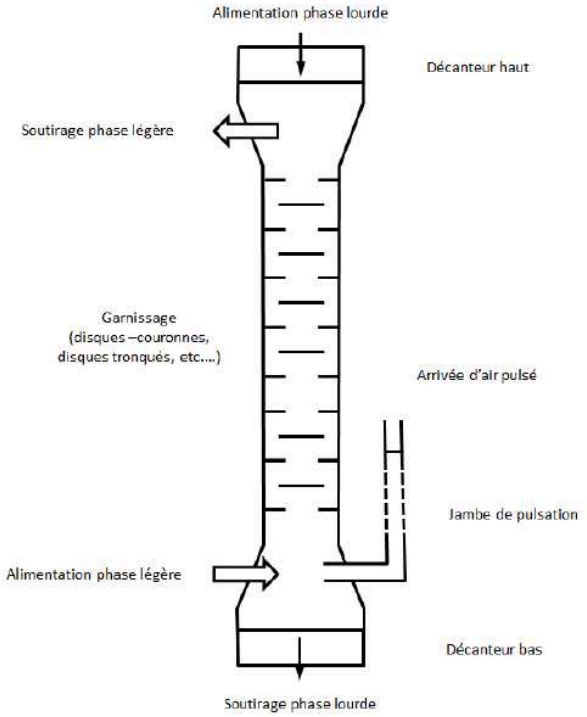


FIGURE 1.2 – Schéma simplifié d'un réacteur à lit fluidisé.

Parmi les systèmes industriels grandement étudiés, on peut citer les réacteurs à lit fluidifié, illustrés figure 1.2. Ces dispositifs permettent de conférer à des matériaux granulaires certaines propriétés des fluides, liquides ou gaz, de manière à améliorer l'efficacité de catalyses hétérogènes ou le transport de poudres. Leur traitement théorique est rendu complexe par la présence de phénomènes turbulents et leur grande dépendance à la variation de paramètres. La meilleure compréhension de ces réacteurs peut rendre accessible une meilleure maîtrise de leur instabilité et permettre un meilleur rendement [14].

Les méthodes d'extraction liquide-liquide, dont un exemple est illustré figure 1.3, sont également des systèmes multiphasiques très étudiés. Ce procédé a pour but la séparation sélective de produits au sein d'un mélange. Deux liquides non miscibles sont mis en contact, l'un aqueux et l'autre organique. L'une des phases contient une molécule extractante, qui est capable d'extraire une certaine molécule hors de la phase voulue. La surface d'échange de la phase dispersée conditionnant la qualité des transferts, il est nécessaire de pouvoir mesurer et étudier les tailles de bulles formées dans ces colonnes d'extraction. Ce type d'appareils est utilisé pour diverses opérations chimiques, comme par exemple l'élimination de déchets nucléaires [2].



(a) Schéma de principe d'une colonne pulsée avec garnissage à disques-couronnes

(b) Exemple d'émulsion générée dans une colonne pulsée de laboratoire de diamètre ϕ=25 mm munie d'un garnissage à disques tronqués

FIGURE 1.3 – Principe de l'extraction liquide-liquide en colonne pulsée [2].

De nombreux autres domaines d'applications, notamment l'étude de spray pour l'optimisation de la combustion ou encore l'étude de la diffusion de polluants bénéficient des progrès de la recherche en matière de technique de granulométrie.

1.2.2 Principales techniques de granulométrie en mécanique des fluides

La figure 1.4 regroupe les principales techniques de granulométrie laser (d'après F. Onofri, 2012 [15, 16]). Le nombre de composantes accessibles lors de la mesure de la vitesse est spécifié dans le tableau pour chaque technique par la mention 1C, 2C ou 3C lorsqu'elle est possible. Le projet Labex 3D visant l'étude de la dynamique tourbillonnaire, parmi ces techniques seules celles permettant une analyse de champs de vitesse à trois composantes peuvent être envisagées. D'après ces critères, l'imagerie interférométrique et l'holographie sont deux techniques de champ retenues pour être développées en parallèle à travers une collaboration entre le LOMC et le CORIA dans le cadre de ce projet.

Mesures / Techniques	Forme des particules	Diamètres (µm)							Statistique			Vitesses
		<0.001	<0.01	<0.1	<1	<10	<100	<1000	T	S	C	
Interférométrie phase Doppler	Sph. Cyl.											1C, 2C, 3C
Ellipsométrie	Sph. Ell.											-
Diffraction avant	Sph.											-
Diffraction en arc-en-ciel	Sph.											-
Diffraction critique	Sph.											-
Imagerie ombroscopique	Sph. Ell. Irr.											2C
Imagerie inter-férométrique	Sph.											3C
Holographie	Sph. Irr.											3C
Spectométrie Extinction	Sph. Irr.											-
Spectométrie Correl. Photons	Sph. Irr.											-
Imagerie : Fluor./ Elastique	Sph.											2C
Incandescence induite par laser	Sph. Irr.											-

FIGURE 1.4 – Techniques de granulométrie les plus utilisées en écoulement pour diverses particules (sphériques, irrégulières, elliptiques ou cylindriques). Les statistiques sont différenciées en catégories : temporelles (T), spatiales (S) et méthodes de champ (C).

L'holographie numérique dans l'axe est une technique qui permet de déterminer la taille de particules ainsi que leurs positions tridimensionnelles à l'aide d'une seule caméra et sans objectif, en analysant les figures de diffraction qui y sont enregistrées. La figure 1.5 illustre un montage simple d'holographie numérique dans l'axe permettant la mesure de taille de bulles dans une colonne ainsi que la détermination de leur position tridimensionnelle. Des particules de petite dimension illuminées par un faisceau laser génèrent des figures de diffraction dans le plan de la caméra, par exemple dans le cas de particules sphériques, l'intensité diffractée forme des anneaux concentriques. Le motif de diffraction, communément appelé "hologramme" contient des informations sur la distance de la particule au capteur, c'est-à-dire sa position

en z sur le schéma de la figure 1.5, ainsi que sa position dans le plan (x, y) et sa taille [17]. A partir de cet hologramme, il est possible de "reconstruire" l'image nette de la particule par traitement d'image adapté. On dit qu'on restitue l'image, en calculant une image reconstruite plan par plan pour différentes distances en z, jusqu'à l'obtention d'une image aux contours nets située à une distance de restitution optimale. Cette distance de restitution obtenue correspond à la position en z estimée de la particule par rapport au capteur. Les dimensions de l'image de la particule pouvant être mesurées sur l'image restituée, et connaissant le grandissement du système, il est possible de connaître la taille de la particule [18].

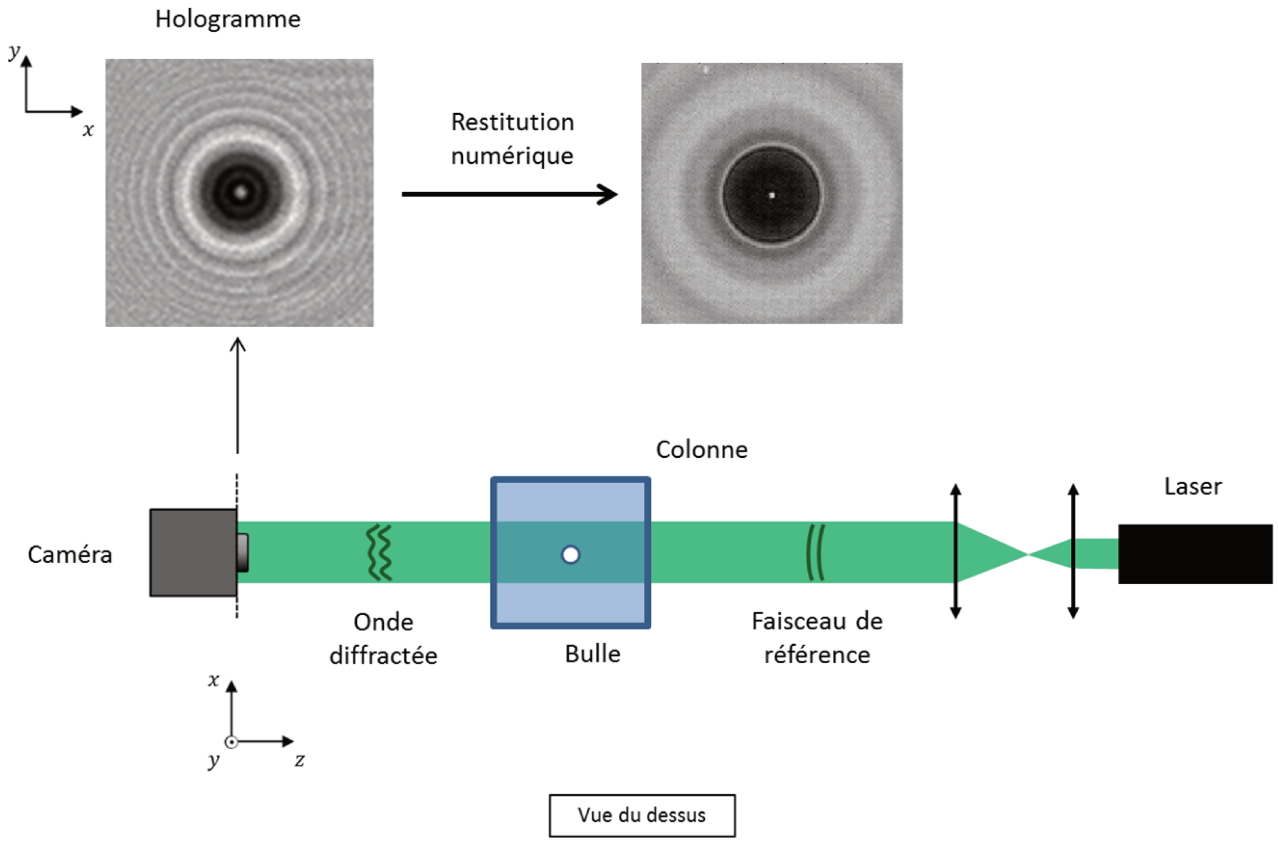


FIGURE 1.5 – Montage d'holographie numérique dans l'axe pour la mesure de taille et de positions tridimensionnelles de bulles.

A travers l'utilisation de l'holographie numérique dans l'axe pour le projet Labex 3D, Lebon *et al.* ont pu valider la mesure tridimensionnelle de champs de vitesse dans des tourbillons par l'utilisation de bulles en tant que traceurs [19]. Également dans le cadre de ce projet, Grare *et al.* ont développé une nouvelle technique de vélocimétrie tridimensionnelle par holographie à deux longueurs d'onde, visant à augmenter la gamme de vitesses mesurables avec un enregistrement sur un seul support numérique [20]. Les travaux de thèse présentés ici se concentrent quant à eux sur l'imagerie interférométrique. On note qu'à l'origine, en accord avec les informations mentionnées dans le tableau récapitulatif de la figure 1.4, il s'agit d'une technique de mesure de particules sphériques uniquement. Le nom de la méthode dans ce champ d'application est "Granulométrie par imagerie laser à défaut de mise au point", appelée ILIDS en anglais, pour "Interferometric Laser Imaging Droplet Sizing". La technique a par la suite été couplée avec une méthode de suivi de particule (PTV : Particle Tracking Velocimetry) afin d'obtenir la vitesse des particules mesurées, telles que des bulles d'air dans le phénomène de cavitation [21], ou encore pour l'étude de spray [22].

1.3 Objectifs et contributions

L'objectif principal du projet de thèse concerne l'extension à l'étude de particules irrégulières du modèle d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point développé au CORIA pour des bulles et gouttelettes dans le cadre de la thèse de Huanhuan Shen [7,8]. Une étude exploratoire a été menée au CORIA pour créer un dispositif permettant de caractériser en taille et en position un mélange de particules sphériques et de particules rugueuses. Ce projet a été mené en collaboration avec le LOMC, le laboratoire disposant d'installations expérimentales adaptées à l'étude de l'hydrodynamique marine telles qu'un canal équipé d'un générateur de houle (illustré figure 1.6). Une collaboration avec l'IRSN (Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire) a porté sur le développement d'un algorithme de détection automatique d'images en défaut de mise au point de forme elliptique dans le cadre de cette étude. Le deuxième aspect concerne l'élaboration d'un dispositif d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour la tomographie de particules irrégulières. Il s'agit de créer une technique capable de déterminer la forme d'une particule selon son appartenance à une famille (bâtonnet, croix, plaque...), de manière à mesurer sa taille et connaître son orientation tridimensionnelle. Cette étude s'inscrit dans la logique de l'utilisation de l'imagerie interférométrique dans le cadre du projet Labex CISTIC (Corrélateur d'Images de Speckle pour Tomographie Interférométrique de Cristaux de glace), qui rassemble les laboratoires CORIA et GPM (Groupe de Physique des Matériaux) de Rouen, ainsi que le CIMAP à Caen (Centre de recherche sur les Ions, les Matériaux et la Photonique).

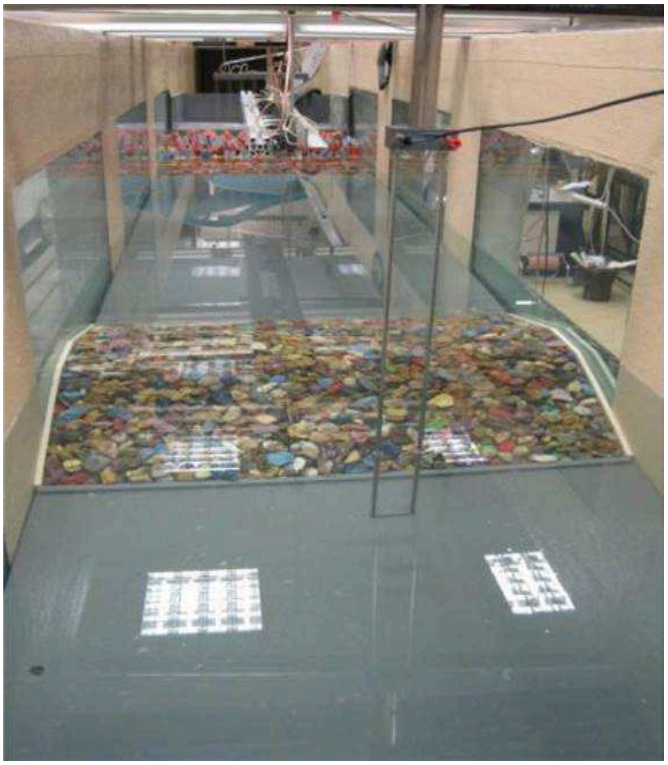


FIGURE 1.6 – Canal à houle du LOMC.

Les contributions principales apportées dans le cadre de ce projet sont listées ci-dessous.

- Développement de codes de simulation d'images en défaut de mise au point pour des éléments diffusants plus complexes que des bulles sphériques, telles que les sédiments, dans des conditions astigmates. Investigation de méthodes d'analyse d'images en défaut de mise au point expérimentales pour de telles particules.

- Validation des codes par la réalisation d'un montage expérimental permettant de mesurer de manière simultanée des tailles de bulles d'air dans l'eau et des grains de sable, de même que leurs positions tridimensionnelles

- Recherche des paramètres influant sur l'optimisation et l'efficacité de l'imagerie interférométrique en défaut de mise au point appliquée à des particules irrégulières : limites de la technique.

- Etude de l'adaptation d'un dispositif d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point au canal à houle du Havre, ayant la capacité d'effectuer des mesures en profondeur.

- Développement d'un montage original d'imagerie interférométrique à deux voies pour la tomographie de particules irrégulières.

1.4 Structure de la thèse

Ce premier chapitre a permis de développer le contexte dans lequel ces travaux de thèse ont été réalisés, ainsi que les objectifs et motivations à l'origine de leur réalisation.

Le second chapitre présente en détail le principe de la technique de granulométrie par imagerie laser en défaut de mise au point. Les fondements théoriques sont rappelés à travers trois modèles physiques nécessaires pour la compréhension des images expérimentales observées. Les récents développements de la technique réalisés au CORIA sont également présentés ici. Ce chapitre concerne la détermination de tailles de particules sphériques transparentes exclusivement, ainsi que la détermination de leur position tridimensionnelle. Cette partie rassemble les développements théoriques qui ont été utilisés pour le design de dispositifs d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point réalisés dans le cadre de cette thèse, ainsi que pour le traitement d'acquisitions expérimentales.

Le troisième chapitre se concentre sur l'extension de la technique d'imagerie en défaut de mise au point à la détermination de tailles de particules rugueuses irrégulières. Dans le cas de ce type de particules, l'image en défaut de mise au point a un aspect de granularité laser, également appelé "tavelure", ou encore "speckle" en anglais. Une interprétation physique de ce type d'interférogrammes est proposée, ainsi qu'une méthode de simulation basée sur le même formalisme que celui développé pour l'ILIDS au laboratoire. Deux méthodes d'analyse d'images en défaut de mise au point sont présentées pour la détermination de tailles de particules irrégulières. Les méthodes sont comparées et les conditions à respecter concernant les différents paramètres des dispositifs expérimentaux sont présentées afin de faciliter leur conception.

Le quatrième chapitre met en application les concepts théoriques développés dans les deux chapitres précédents. Un montage expérimental d'imagerie en défaut de mise au point destiné à mesurer la position tri-dimensionnelle et la taille de particules contenues dans une cuve d'eau a été réalisé. Les particules à caractériser constituent un mélange de bulles d'air et de grains de sable. Les acquisitions expérimentales ainsi que leur traitement sont exposés dans ce chapitre, de même que la comparaison avec des simulations. La concordance entre expérience et simulation est vérifiée. Un second montage présentant une application à plus grande échelle montre la faisabilité de l'utilisation de l'imagerie en défaut de mise au point pour le suivi de particules irrégulières dans une houle. Le sujet de la forme et de l'orientation des particules irrégulières est abordé.

Le cinquième chapitre présente un dispositif expérimental permettant de déterminer la forme et l'orientation de particules irrégulières appartenant à certaines familles de formes. Un montage à deux caméras a été réalisé, permettant l'acquisition simultanée d'images en défaut de mise au point de particules selon deux angles de vue. Les informations de taille, de forme et d'orientation des particules sont retrouvées grâce à une méthode de corrélation à partir de simulations. Un tel dispositif peut trouver une application dans le domaine de l'étude de cristaux de glace, pour lequel le traitement des analyses expérimentales peut se faire par corrélation avec une banque de données de formes de cristaux connus.

Le sixième chapitre résume les conclusions des travaux développés, présente les projets actuels et propose des perspectives pour des travaux à venir dans la continuité des recherches présentées ici.

Chapitre 2

Imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules sphériques transparentes

Sommaire

2.1 Diffusion de la lumière par une particule sphérique 12

2.1.1 Théorie de Lorenz-Mie généralisée 12

2.1.2 Lois de l'optique géométrique 14

2.1.3 Expansion en séries de Debye 15

2.2 Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour la caractérisation de gouttelettes (ILIDS) 17

2.2.1 Principe de l'ILIDS 17

2.2.2 Détermination de l'angle de diffusion optimal 19

2.3 Formalisme matriciel pour la propagation d'une onde à travers un système d'imagerie 20

2.4 Détermination de la taille des particules sphériques 22

2.5 Détermination des positions des particules 25

2.5.1 Position transverse 25

2.5.2 Position axiale 27

2.6 Méthode de simulation 29

2.6.1 Description de l'ouverture par optique géométrique 29

2.6.2 Description de l'ouverture par superposition de fonctions gaussiennes . 30

2.7 Conclusion 32

La granulométrie par imagerie interférométrique en défaut de mise au point est une technique utilisée pour la mesure de tailles de gouttelettes dans l'air ou de bulles de gaz dans l'eau. De manière plus générale, elle tient compte des propriétés de diffusion de la lumière par des particules sphériques transparentes. Un formalisme matriciel a récemment été développé afin de prendre en compte les différents éléments optiques traversés par la lumière diffusée par la particule. Ainsi il est possible de décrire la propagation de la lumière depuis la particule diffusante jusqu'au capteur enregistrant l'image en défaut de mise au point. Ce formalisme permet donc la description de systèmes d'imagerie complets contenant des éléments tels que des vitres ou de multiples lentilles planes ou cylindriques ainsi que des objectifs photographiques.

Les résultats théoriques les plus généraux sont donnés dans ce chapitre, permettant de modéliser une particule sphérique liquide ou gazeuse à partir de son indice de réfraction et celui de son environnement, dans des conditions d'imagerie en symétrie sphérique ou cylindrique. Ce formalisme matriciel a rendu possible le développement de codes de simulation. Cette méthode de simulation prend en considération la description de l'ouverture du système pour reproduire le phénomène de diffraction observable au niveau des images en défaut de mise au point des particules.

2.1 Diffusion de la lumière par une particule sphérique

Trois théories seront présentées ici afin de décrire les phénomènes observés lors de la diffusion de la lumière par des particules sphériques homogènes et isotropes. Le premier modèle est celui de la théorie de Lorenz-Mie généralisée, il permet de décrire rigoureusement les variations d'intensité de la lumière diffusée par une particule sphérique. Le second modèle présenté est l'optique géométrique, cette théorie permet d'introduire de nombreuses simplifications par le biais d'approximations. Enfin la théorie de Debye est un modèle rigoureux qui permet de mettre en évidence la relation entre la théorie de Lorenz-Mie généralisée et l'optique géométrique.

2.1.1 Théorie de Lorenz-Mie généralisée

La théorie de Lorenz-Mie fournit une solution rigoureuse au phénomène de la diffusion de la lumière par des particules sphériques telles que des gouttelettes d'eau dans l'air ou des bulles dans l'eau. Cette théorie a été développée pour décrire la diffusion d'une onde plane harmonique par une sphère homogène et isotrope par L. Lorenz [23] et G. Mie [24] puis reformulée par Debye [25, 26]. Elle permet de calculer les propriétés de diffusion de la lumière de particules de tailles et d'indices de réfraction arbitraires [27]. Le développement de la Théorie de Lorenz-Mie Généralisée (TLMG) a par la suite permis d'étendre le champ de la théorie au cas de faisceaux de formes arbitraires, permettant de lever l'hypothèse d'éclairement uniforme [28–30].

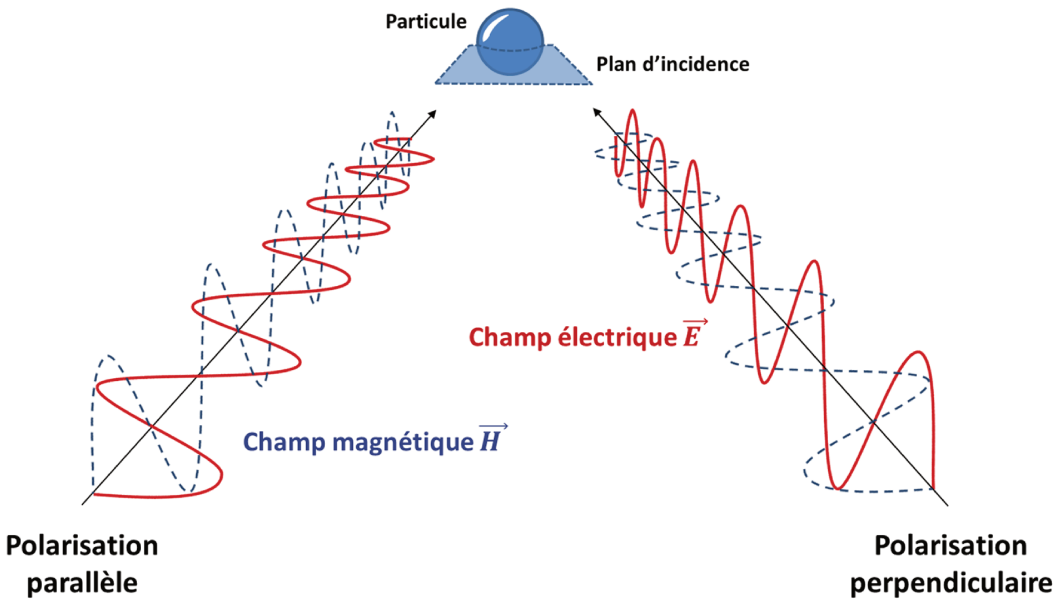


FIGURE 2.1 – Polarisation parallèle et perpendiculaire d'une onde électromagnétique

La publication de programmes fiables capables de décrire la diffusion d'après Lorenz-Mie a débuté dans les années 1960 [31], avec notamment des algorithmes développés par Giese [32] et

Dave [33]. De nos jours de nombreux algorithmes et logiciels sont disponibles et fiables pour de grands paramètres de taille de particules [34]. Le logiciel Mieplot [1] fournit une interface développée pour l'algorithme BHMIE publiée par Bohren et Huffmann [35] décrivant la diffusion de Mie par une sphère [36]. Les tracés d'intensité de lumière diffusée par des particules sphériques selon les théories de Mie et Debye présentés ici ont été réalisés avec ce logiciel.

Le formalisme de la diffusion de Lorenz-Mie s'écrit en séries infinies d'ondes partielles sphériques transverses électriques (TE) et transverses magnétiques (TM) [37]. Le plan d'incidence d'une onde est le plan formé par la direction de propagation de l'onde électromagnétique et la normale au plan de l'interface. Autrement dit en termes d'optique géométrique, il s'agit du plan contenant un rayon incident, son rayon réfléchi et son rayon réfracté. En prenant comme référence ce plan, on dit que des ondes TE et TM correspondent respectivement à une polarisation "perpendiculaire" et "parallèle" de la lumière, le plan d'oscillation du champ électrique étant perpendiculaire au plan d'incidence dans un cas et parallèle dans l'autre. Ces deux types de polarisation sont illustrés figure 2.1. La polarisation de la lumière ayant une incidence sur sa diffusion, on précisera dans chaque cas le type de polarisation en utilisant cette dernière dénomination.

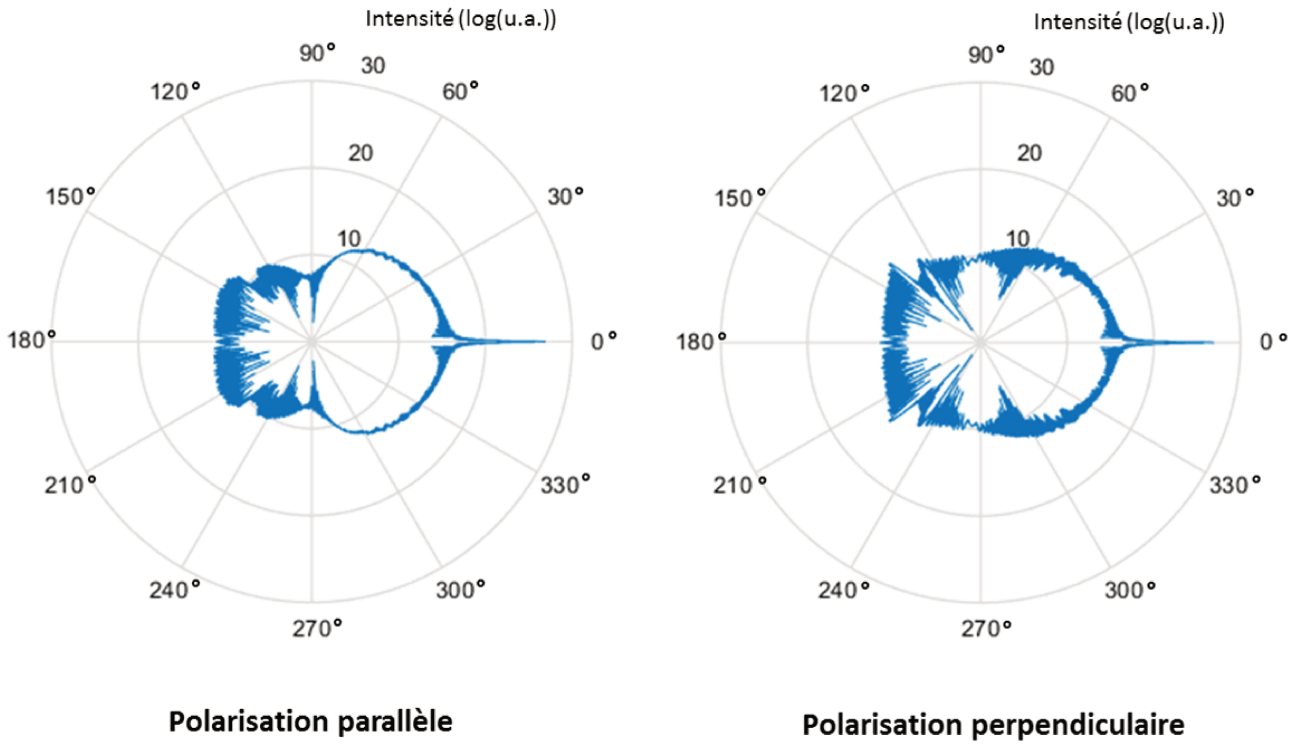


FIGURE 2.2 – Diagrammes de diffusion en théorie de Lorenz-Mie

La figure 2.2 montre la variation d'intensité de la lumière diffusée par une goutte d'eau de rayon 100 µm et d'indice de réfraction complexe $n = 1.3363024 + i1.8210^{-9}$. La longueur d'onde du laser illuminant la particule est de 532 nm, le diagramme d'intensité est donné pour une polarisation parallèle et perpendiculaire de la lumière.

Cette théorie rigoureuse permet de prendre en compte tous les phénomènes optiques tels que la diffraction, la diffusion et l'absorption. Cependant pour interpréter des données expérimentales, les temps de calculs sont conséquents. Une approche basée sur l'optique géométrique permet de tirer parti d'une vision complémentaire et plus intuitive du phénomène de diffusion.

1. http ://www.philiplaven.com/mieplot.htm

2.1.2 Lois de l'optique géométrique

Les lois de l'optique géométrique sont applicables dans le cas où le diamètre d de la goutte est suffisamment grand devant la longueur d'onde λ considérée, c'est-à-dire lorsque la valeur du paramètre de taille x_p est supérieure à environ 90 [38, 39] selon la relation suivante :

$$x_p = \frac{\pi d}{\lambda} \tag{2.1}$$

La méthode du tracé de rayon permet de représenter la lumière comme un ensemble de rayons distincts. La figure 2.3 illustre le trajet de rayons lumineux à travers une particule sphérique transparente. On considère des rayons parallèles arrivant sur la particule dont le diamètre est grand comparé à la longueur d'onde de la lumière.

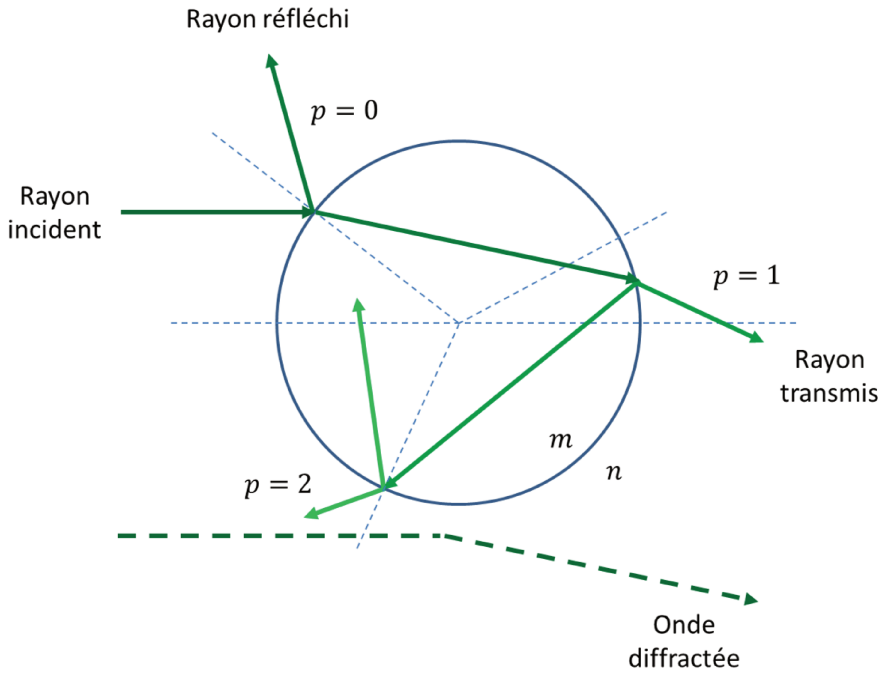


FIGURE 2.3 – Trajet des rayons diffusés par une goutte selon l'optique géométrique

Au niveau de la surface de la particule on observe une réfraction, une réflexion et une diffraction de la lumière incidente. La diffraction n'est pas décrite par le modèle de l'optique géométrique. Excepté dans le cas particulier de la réflexion totale, à chaque interface particule/environnement une partie du rayon est réfractée et l'autre réfléchie. Ces rayons ressortent suivant différentes directions, la lumière ainsi diffusée possède une phase différente suivant le chemin optique suivi. Les composantes réfléchies et réfractées de chaque rayon se trouvent toutes dans le plan d'incidence initial. [40]

La déviation d'un rayon lumineux en interaction avec une particule est décrite à partir des lois de Snell-Descartes. Un rayon réfléchi quitte la surface de la particule avec un angle de réflexion i_r égal à l'angle d'incidence i_1. Un angle réfracté traverse la surface en formant un angle i_2 avec la normale à la surface selon la relation suivante :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \tag{2.2}$$

où n_1 est l'indice du milieu contenant le rayon incident et n_2 est l'indice du milieu d'arrivée. Dans le cas où n_1 est supérieur à n_2, cette relation n'a de solution que pour $i_1 < i_{lim}$, selon

l'expression :

$$i_{lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \tag{2.3}$$

L'optique géométrique permet ainsi de déterminer la position les points de sortie de ces rayons, et à travers l'utilisation de coefficients de Fresnel, leur amplitude à la sortie de la particule en fonction de la polarisation de la lumière. La concentration en certains points de la surface de la particule de rayons diffusés se dirigeant vers un observateur se traduit pour lui par la visualisation de points lumineux en ces endroits précis. La théorie de Mie telle qu'elle a été originellement formulée ne permet de prédire ni la position de ces points brillants ni la contribution de chacun d'entre eux au champ électrique total de la lumière diffusée à une certaine distance de la particule. Elle rend plus difficile l'interprétation des interférences observées au niveau de l'intensité lumineuse.

2.1.3 Expansion en séries de Debye

La décomposition en série de Debye correspond à une reformulation de la théorie de Lorenz-Mie [41]. Elle permet de faire le lien entre la théorie de Lorenz-Mie et l'optique géométrique [42] et de décrire rigoureusement la présence de points brillants à la surface de particules sphériques. Elle décrit en particulier leurs amplitudes respectives en fonction de l'angle de diffusion considéré. La théorie de Debye permet ainsi d'interpréter les oscillations de l'intensité observées expérimentalement en tant qu'interactions entre rayons "diffusés" issus de ces points brillants. Ces interactions lumineuses résultent en interférences constructives et destructives pour différents angles de diffusion, elles expliquent l'aspect des variations d'intensité qui apparaissent sur les diagrammes de Mie figure 2.2.

En 1909, Debye a reformulé le problème de la diffusion dite de "Mie" en réécrivant les expressions obtenues par la théorie de Lorenz-Mie sous la forme de contributions dues à l'existence d'ondes partiellement réfléchies et partiellement transmises par une particule. De manière similaire à l'optique géométrique, il existe des coefficients de réflexion et de transmission pour chaque onde partielle notée p. L'onde partielle appelée $p = 0$ regroupe le phénomène de diffraction et la réflexion simple à la surface de la particule. Cette réflexion externe décrite par l'optique géométrique est illustré sur la figure 2.3, page 14. L'onde partielle $p = 1$ correspond sur cette même figure au rayon qui subit une réfraction à l'entrée de la particule puis une seconde en sortie. L'onde partielle $p = 2$ correspond au rayon qui après une réfraction en entrée et une réflexion interne est réfracté une seconde fois pour sortir de la particule. Les équivalences entre rayons d'ordres supérieurs et ondes partielles se font de la même façon : une onde partielle p correspondra à un rayon qui subit $p - 1$ réflexions internes.

La figure 2.4 montre l'intensité de chaque onde partielle diffusée en fonction de l'angle de diffusion θ, pour une goutte d'eau de 100 µm de diamètre et pour une longueur d'onde de 532 nm. Cette simulation correspond au pendant en décomposition en séries de Debye des diagrammes de Mie donnés figure 2.2, en représentant seulement les neuf premières séries, c'est-à-dire les neuf premiers ordres p.

Pour le calcul de l'intensité totale de la lumière diffusée, lorsque le nombre d'ondes partielles prises en compte tend vers l'infini il existe une équivalence stricte entre théorie de Lorenz-Mie et théorie de Debye [15]. L'expansion en séries de Debye présente un avantage par sa capacité à fournir des solutions rigoureuses, cependant l'optique géométrique peut lui être préférée car la forme des particules traitées est moins limitée et les calculs réalisés pour de grandes particules sont numériquement moins lourds [38].

Le tracé de l'intensité lumineuse après décomposition en séries de Debye permet de déterminer quels sont les rayons observés à un angle donné au sens de l'optique géométrique, en comparant l'amplitude de chacun des points brillants. Cette théorie rigoureuse peut servir de

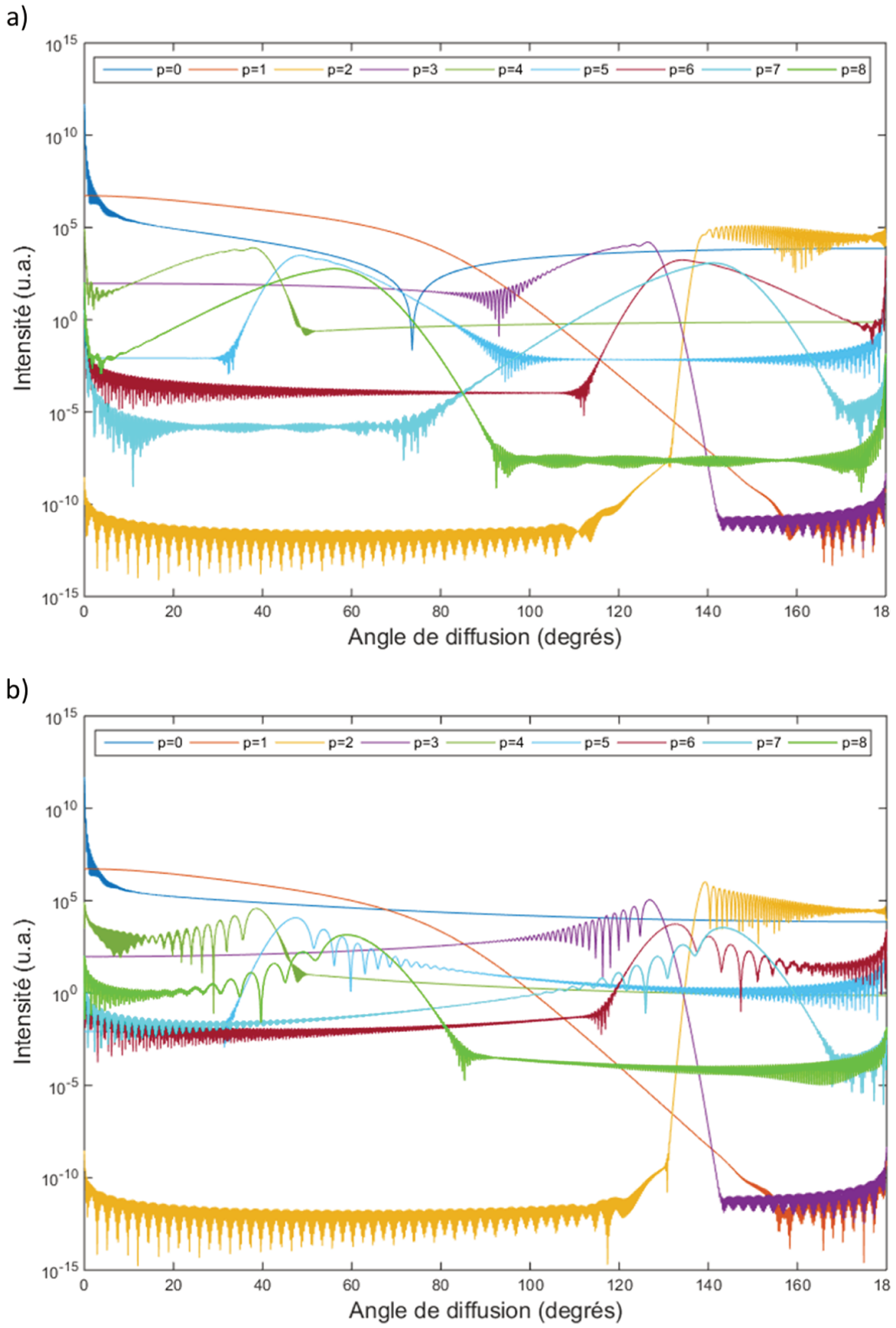


FIGURE 2.4 – Décomposition en séries de Debye pour une polarisation de la lumière parallèle (a) et perpendiculaire (b) dans le cas d'une goutte d'eau de 100 µm pour une longueur d'onde de 532 nm

validation de l'optique géométrique lorsque ce dernier modèle est privilégié dans le cas de la recherche d'une technique de diagnostic rapide en granulométrie. L'une de ces techniques de mesure de taille de particule appelée "granulométrie par imagerie interférométrique en défaut de mise au point" tire partie de la connaissance de la position des points brillants sur les particules.

2.2 Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour la caractérisation de gouttelettes (ILIDS)

2.2.1 Principe de l'ILIDS

La mesure de tailles de gouttelettes de l'ordre de la centaine de micromètres est cruciale, notamment pour la compréhension de la formation de précipitations et l'impact d'aérosols sur les nuages. L'une des méthodes possibles pour la caractérisation de ce genre de gouttes consiste en l'exploitation d'un phénomène visible lors de l'éclairement d'une particule sphérique par une lumière cohérente : en considérant un certain angle de diffusion, il est possible d'observer des oscillations de l'intensité de la lumière diffusée [43]. Ces oscillations peuvent être reliées au diamètre de la goutte et être mesurées selon la méthode d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point (ILIDS). L'ILIDS est une technique introduite par König *et al.* en 1986 [44] puis développée par Glover *et al.* en 1995 [45]. Cette méthode consiste à éclairer les particules à étudier grâce à une nappe laser, celles-ci diffusent alors la lumière de manière hétérogène suivant toutes les directions. Un dispositif destiné à collecter cette lumière diffusée est placé hors de l'axe de la nappe laser. Pour cela on utilise généralement et dans le cas le plus simple une lentille convergente et une caméra CCD pour l'enregistrement des images. La figure 2.5 illustre un tel dispositif.

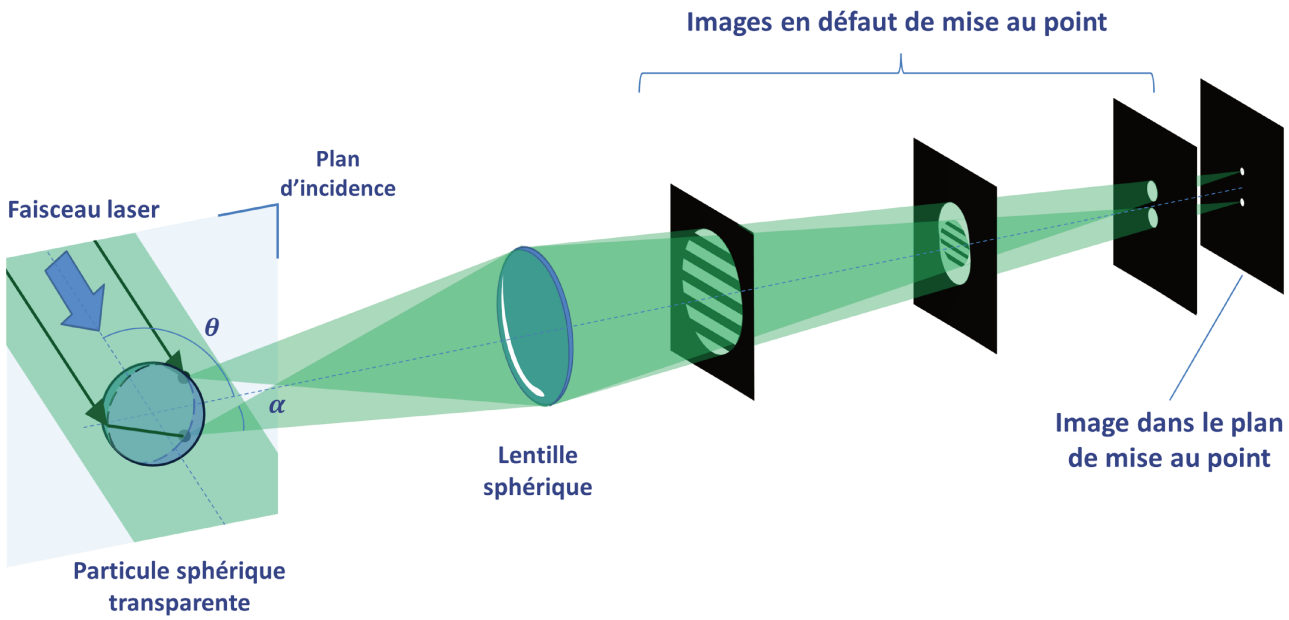


FIGURE 2.5 – Montage d'ILIDS classique : formation de l'image d'une particule sphérique en mise au point et en défaut de mise au point

Dans la section 2.1.2 il a été décrit la manière dont l'optique géométrique permet de représenter le trajet de la lumière à travers une goutte sous forme de rayons dont les trajectoires sont déterminées par l'angle d'impact sur la surface de la particule. Dans le cas d'un dispositif

d'ILIDS classique, deux de ces rayons en particulier sont importants : les premiers sont les rayons qui sont réfléchis par la particule, les seconds sont ceux qui pénètrent dans la particule puis en ressortent sans réflexion interne. Ces rayons correspondent aux séries de Debye $p = 0$ et $p = 1$ et sont illustrés figure 2.6 dans le cas d'une goutte d'indice n dans l'air. De manière générale, lorsqu'une particule sphérique transparente est observée à un certain angle de diffusion θ, il est possible d'observer que le point de réflexion du premier type de rayon et le point de sortie du second sont visibles sur la surface de la goutte comme deux points fortement brillants. Grâce à l'optique géométrique, il est possible d'établir une relation entre le diamètre d'une particule et les points brillants à sa surface pour un angle de diffusion donné [45].

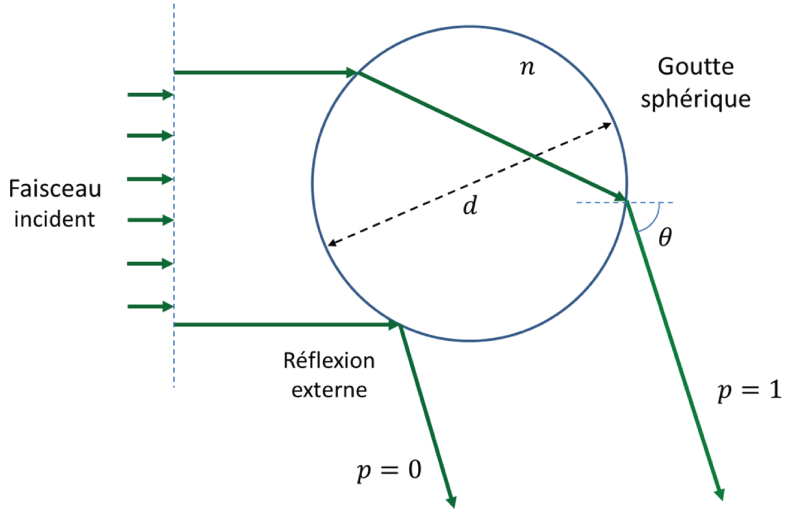


FIGURE 2.6 – Trajet des rayons lumineux à travers une gouttelette d'indice n

A cet angle de diffusion θ, l'amplitude de ces deux points brillants est nettement plus importante que l'amplitude de tous les autres. Ces deux points visibles se comportent comme deux nouvelles sources de lumière cohérente et sont à l'origine d'interférences. Observée à travers une lentille, dans le plan image on retrouvera l'image nette de la goutte, à savoir l'image de ces deux points source cohérents. En effet dans ce plan précis les rayons issus d'un même point de l'objet sont concentrés en un point image. Ces deux sources lumineuses apparaissent ainsi figure 2.7-a à la surface d'une goutte d'eau dans l'air lorsque leurs images sont observées en mise au point. Hors de ce plan en revanche, en défaut de mise au point, les rayons issus d'un point brillant ne forment plus une image nette et ponctuelle. Au fur et à mesure que le défaut de mise au point augmente, la tache image s'élargit. Ce phénomène est illustré figure 2.5, où on observe que l'élargissement puis le recouvrement des images en défaut de mise au point génère l'apparition de franges d'interférences, la lumière provenant des deux points brillants étant cohérente. Dans le cas idéal, lors de l'utilisation de l'imagerie interférométrique en défaut de mise au point, on recherchera des conditions pour lesquelles les images des deux points se superposent complètement jusqu'à ne former qu'une image, on choisira donc la position de la caméra en fonction de ce critère. La figure 2.7-b montre les franges d'interférences observées expérimentalement dans un plan en défaut de mise au point dans le cas d'une goutte d'eau.

En s'appuyant sur les travaux de Van de Hulst [46] et en utilisant des approximations d'optique géométrique, Glantsching *et al.* ont développé une relation entre le diamètre d d'une goutte sphérique d'indice n dans l'air et l'inter-frange angulaire $\Delta\theta$ des franges d'interférences générées par les deux points lumineux [47] :

$$d = \frac{2\lambda}{\Delta\theta}\left[cos\frac{\theta}{2} + \frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{\sqrt{n^2+1-2n\cos\frac{\theta}{2}}}\right]^{-1} \tag{2.4}$$

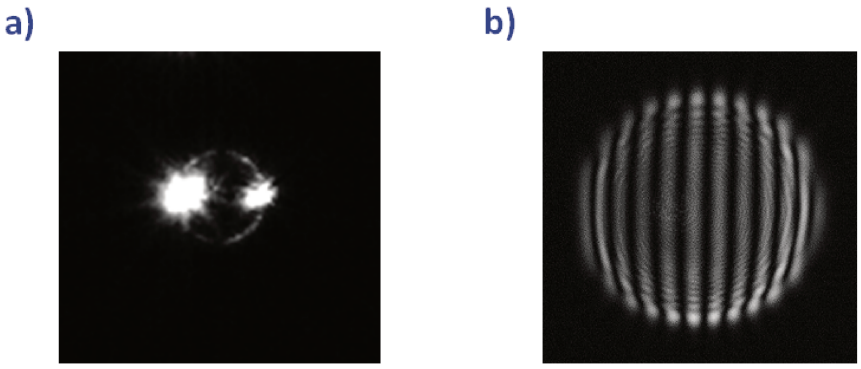


FIGURE 2.7 – Images d'une goutte d'eau en mise au point (a) et en défaut de mise au point (b)

Cet inter-frange angulaire $\Delta\theta$ est égal au rapport α/N_f, où α est l'angle de collection et N_f le nombre de franges dans l'interférogramme [48]. La possibilité de réaliser des mesures d'interfranges dans un motif de diffusion de taille restreinte tel qu'il apparaît figure 2.7-b a été introduit par Ragucci *et al.* [49], les précédentes études étant réalisées avec des interférences occupant tout l'espace sur le capteur, ce qui limitait la mesure à une seule particule. La diminution de la taille de l'interférogramme peut être atteinte avec une taille d'ouverture du système d'imagerie limitée (par l'utilisation notamment d'un diaphragme) et un défaut de mise au point suffisamment petit pour que les images des deux points brillants ne recouvrent pas tout le capteur, mais également suffisamment grand pour que les deux images se superposent et génèrent des interférences. En gérant ces paramètres, il est alors possible d'obtenir les images en défaut de mise au point de plusieurs particules sur une même acquisition. En dehors des gouttes, la technique a également été utilisée pour la caractérisation de bulles [22, 50]. Une concentration de particules trop élevée constitue une limite de la technique d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point. En effet un trop grand nombre de particules dans un volume d'étude peut mener à la superposition d'interférogrammes de nombreuses particules différentes, ce qui peut gêner leur analyse. Afin de partiellement lever cette limitation, Maeda *et al.* ont développé un système d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point bénéficiant d'une compression optique due à l'ajout d'une lentille cylindrique par rapport à un dispositif d'ILIDS classique [50]. Les interférogrammes ont alors une taille considérablement réduite suivant une dimension ce qui permet d'augmenter le nombre d'images sur une même acquisition, cela rend ainsi possible la caractérisation de particules dans des mélanges de concentrations plus élevées.

La relation (2.4) exprimant le diamètre d'une goutte en fonction de l'interfrange mesuré au niveau d'un capteur est donnée pour un angle de diffusion θ déterminé, il faut donc pouvoir choisir le meilleur angle θ pour une particule d'indice donné dans un milieu d'indice également connu.

2.2.2 Détermination de l'angle de diffusion optimal

Pour un traitement des interférogrammes facilité, il est préférable d'obtenir le meilleur contraste de franges possible. Cela signifie qu'il faut créer un dispositif d'imagerie de manière à ce que la différence d'intensité au niveau des zones d'interférences constructives et destructives soit maximale. Il faut également s'assurer du fait que les deux points brillants dont on cherche à mesurer la distance relative soient effectivement les plus brillants à l'angle observé et que la présence d'autres points ne contrarie pas la mesure. On utilise pour cela un tracé des séries de Debye tel qu'il a été décrit dans la section 2.1.3. En considérant le cas d'une goutte de 100 µm illuminée par un laser de longueur d'onde 532 nm polarisé perpendiculairement, on observe sur

la figure 2.4-b une intersection des courbes de $p = 0$ et $p = 1$ vers 67,3 ° , il s'agit donc de l'angle de diffusion optimal pour la réalisation d'un dispositif d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour des gouttes d'eau d'une gamme de taille autour de 100 µm. Lorsque l'onde incidente est polarisée parallèlement, on lit sur la figure 2.4-a que les amplitudes lumineuses sont équivalentes pour un angle de 87,3 ° . Cependant en théorie l'optique géométrique ne permet pas de prédire la position des points brillants à un angle de diffusion de 90 ° [47]. Des montages expérimentaux ont tout de même été réalisés à cet angle pour les avantages pratiques qu'il apporte. Ces études ont montré que la détermination de tailles de gouttes était tout de même possible par ILIDS à 90 ° [51–54].

Différents angles de diffusion sont choisis dans la littérature pour divers types d'applications [55]. Des développements de la technique en diffusion vers l'avant ont été couramment étudiées, notamment à 45 ° pour la mesure de tailles de gouttes [45, 56, 57] ou de bulles [8], également à 66 ° pour la mesure de gouttes [6, 7] ou encore à 73 ° [58]. La diffusion vers l'arrière a également été utilisée à 96 ° pour observer directement les points brillants en mise au point, afin d'étudier la vélocimétrie et la taille de bulles en écoulement [59].

2.3 Formalisme matriciel pour la propagation d'une onde à travers un système d'imagerie

Le formalisme matriciel est un modèle scalaire permettant de décrire la propagation de la lumière à travers un système optique. Il s'agit d'associer à chaque élément optique une matrice 2×2 spécifique. Les caractéristiques liées à la propagation peuvent alors être déterminées par multiplication des matrices élémentaires. Les expressions des matrices élémentaires utilisées sont données en annexe A. Le formalisme matriciel s'applique dans les conditions de Gauss, où les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique.

Un dispositif d'ILIDS peut être classiquement constitué d'une caméra, une lentille sphérique et un diaphragme. Le schéma d'un tel dispositif est présenté figure 2.8. Le diaphragme permet de limiter le diamètre de la lentille afin de satisfaire l'hypothèse de l'approximation paraxiale. Dans le cas où les conditions menant à l'approximation de Gauss ne sont pas respectées, on observe des aberrations géométriques. Il s'agit notamment du phénomène de distorsion visible par l'observation de franges non rectilignes au niveau des figures d'interférences.

Le montage précédemment décrit correspond au cas le plus simple, il est cependant possible de trouver des cas de figure pour lesquels davantage d'éléments optiques sont nécessaires. C'est le cas par exemple lorsque les particules à caractériser se trouvent dans une colonne cylindrique [9], ou encore lorsqu'un objectif est utilisé à la place d'une unique lentille sphérique afin d'observer des particules à une distance plus importante [60]. Il est alors nécessaire de pouvoir décrire la propagation d'une onde à travers un système d'imagerie quelconque.

Afin d'obtenir le champ électrique au niveau du capteur CCD en fonction du champ émis à partir d'une particule, on détermine une matrice de transfert. Celle-ci rend compte de la propagation des rayons sur tout le chemin optique, en tenant compte de chaque élément traversé. On sépare la composition du système optique en deux parties situées de part et d'autre du diaphragme d'ouverture. La première partie est constituée des éléments optiques se trouvant entre la particule et le diaphragme d'ouverture, la seconde s'étend du diaphragme d'ouverture au capteur. Dans le cas de la figure 2.8, le diaphragme d'ouverture correspond à un diaphragme ajouté avant la lentille sphérique. En l'absence de cet instrument, le diaphragme d'ouverture correspond à la monture de la lentille.

Dans le cas où la symétrie du dispositif d'imagerie est cylindrique par rapport aux axes transverses x et y, qui sont ceux que l'on retrouve dans le plan de la caméra, on définit une matrice de transfert différente suivant chaque axe. Le symbole q (en exposant) dans les équations

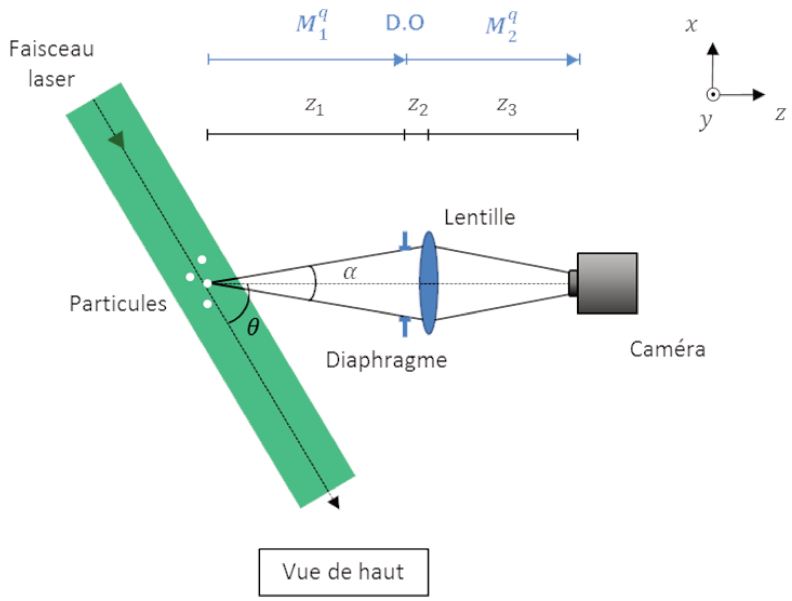


FIGURE 2.8 – Dispositif d'ILIDS classique

présentées par la suite correspondra à x ou y suivant l'axe considéré. En revanche si le système possède une symétrie sphérique, on aura une égalité des coefficients des matrices suivant x et y. Deux matrices, une suivant chaque axe, caractérisent donc la propagation sur la première partie du système optique. On notera ces matrices :

$$M_1^q = \begin{bmatrix} A_1^q & B_1^q \\ C_1^q & D_1^q \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Les matrices M_2^q caractérisant la deuxième partie du système s'écrivent de la même manière :

$$M_2^q = \begin{bmatrix} A_2^q & B_2^q \\ C_2^q & D_2^q \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Le système complet est finalement décrit par les matrices M_T^q, qui correspondent à la multiplication des matrices de transfert des première et deuxième parties du système optique :

$$M_T^q = M_2^q \times M_1^q \tag{2.7}$$

On nomme les coefficients de cette matrice ABCD :

$$M_T^q = \begin{bmatrix} A_T^q & B_T^q \\ C_T^q & D_T^q \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

On détaille ici la procédure suivie pour caractériser le dispositif optique dans le cas du montage illustré en figure 2.8. La lentille étant sphérique, on a $M_T^x = M_T^y$, ce qui signifie qu'une seule matrice totale est nécessaire pour la description du dispositif. A partir de la particule, les rayons se propagent dans le milieu d'indice m sur une distance z_1 jusqu'au diaphragme. Dans le cas de gouttes dans l'air, $m = 1$. La matrice permettant de caractériser optiquement ce trajet est :

$$M_{z_1} = \begin{bmatrix} 1 & z_1/m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Dans le cas présenté ici on a $M_1 = M_{z_1}$. À partir du diaphragme et jusqu'à la lentille, le trajet consiste également à une propagation en espace libre, sur une distance z_2. La matrice correspondante s'écrit :

$$M_{z_2} = \begin{bmatrix} 1 & z_2/m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

La lumière diffusée passe ensuite à travers la lentille mince. La matrice associée à cet élément optique est :

$$M_{Lentille} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -m/f & 1 \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

On note que si le dispositif d'imagerie comporte une lentille cylindrique supplémentaire, la focale est considérée comme étant infinie suivant l'un de ses deux axes x ou y. Dans ce cas, dans l'équation (2.11) on a $-m/f_\infty = 0$ suivant l'axe considéré.

La lumière traverse à nouveau le milieu d'indice m, sur une distance z_3, ce qui donne pour matrice correspondant à ce trajet :

$$M_{z_3} = \begin{bmatrix} 1 & z_3/m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

La matrice M_2 caractérisant la deuxième partie du système correspond à la multiplication des matrices de transfert précédemment décrites, à partir du diaphragme d'ouverture jusqu'au capteur. On a donc :

$$M_2^q = M_{z_3} \times M_{Lentille} \times M_{z_2} \tag{2.13}$$

Grâce au calcul des matrices M_1 et M_2, on obtient l'expression de la matrice totale décrivant le système complet : $M_T = M_2 \times M_1$.

La même procédure peut être appliquée pour des systèmes d'imagerie qui comportent d'avantage d'éléments optiques. Le calcul des coefficients des matrices de transfert du dispositif utilisé est la première étape avant l'analyse des figures d'interférences.

2.4 Détermination de la taille des particules sphériques

La fréquence donnée par l'analyse des franges d'interférences obtenue par ILIDS renseigne directement sur la distance entre les points brillants à la surface des particules, il est donc nécessaire d'établir une relation entre cette distance et le diamètre de la particule.

On considère une particule d'indice n entourée d'un fluide environnant d'indice m illuminé par un faisceau laser de longueur d'onde λ. De manière générale, comme présenté section 2.2.2, l'angle de diffusion est choisi de manière à observer principalement l'influence de deux points brillants au niveau de l'image en défaut de mise au point [8]. D'autres ordres de diffusion sont parfois étudiés dans le cadre de la technique, notamment $p = 0$ et $p = 2$ [61] et il est également possible de constater de manière simultanée l'influence de trois points brillants [62]. On représente pour cette raison les points brillants correspondant aux séries de Debye $p = 0$, $p = 1$ et $p = 2$ sur la figure 2.9. On notera ici ces trois points G_A,G_B et G_C. Notons que cette figure correspond au cas où l'indice de la particule est inférieur à celui du fluide environnant, par exemple dans le cas d'une bulle d'air dans de l'eau.

Afin de calculer la position des points brillants par optique géométrique en fonction de l'angle de diffusion θ, on exprime l'angle d'incidence t qui correspond à l'angle entre la direction définie par le rayon incident et la normale à la surface de la particule :

$$t = \arctan \frac{n \sin \frac{\theta}{2}}{m - n \cos \frac{\theta}{2}} \tag{2.14}$$

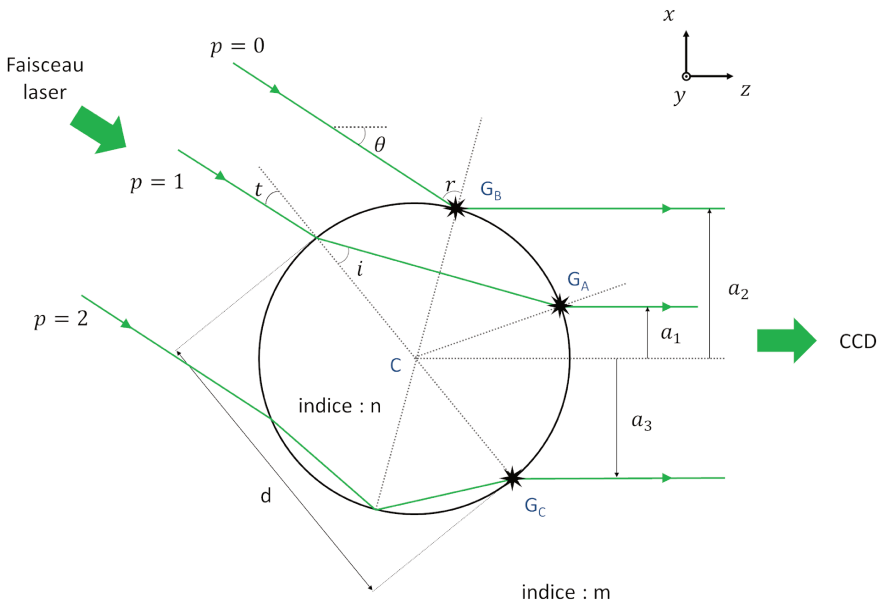


FIGURE 2.9 – Position des points brillants à la surface d'une particule sphérique transparente (n<m).

On note respectivement a_1, a_2 et a_3 les positions sur l'axe x des points brillants G_A,G_B et G_C (figure 2.9) :

$$a_1 = \frac{d}{2}\sin t \tag{2.15}$$

$$a_2 = \frac{d}{2}\cos\frac{\theta}{2} \tag{2.16}$$

$$a_3 = -\frac{d}{2}\frac{n}{m}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right) \tag{2.17}$$

A partir de ces distances, il est possible d'établir une relation entre d et $|a_2 - a_1|$ (c.f. annexe B) :

$$a_2 - a_1 = \frac{d}{2}\left(cos\frac{\theta}{2} + \frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{\sqrt{m^2+n^2-2mn\cos\frac{\theta}{2}}}\right) \tag{2.18}$$

Le décalage de phase entre le rayon réfléchi et le rayon réfracté une fois $(\varphi_1 - \varphi_2)$ s'écrit :

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{2\pi d}{\lambda}\left[m\sin\frac{\theta}{2} - \sqrt{m^2+n^2-2mn\cos\frac{\theta}{2}}\right] \tag{2.19}$$

Le décalage de phase observé entre les rayons p=1 et p=2 s'exprime sous la forme :

$$\Delta\varphi_{23} = \frac{2\pi d}{\lambda}\left[m\sin\frac{\theta}{2} + 2n\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{4}\right) - \sqrt{m^2+n^2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{4}\right)}\right] \tag{2.20}$$

Dans le cas où les conditions de Gauss sont respectées, la propagation d'un faisceau cohérent à travers un système d'imagerie peut être décrite grâce à l'intégrale d'Huygens-Fresnel généralisée [63, 64]. En négligeant l'ouverture du système, le champ électrique dans le plan du

capteur CCD s'obtient par la relation suivante :

$$\begin{aligned} G_1(x,y,z) = & \frac{\exp(i2\pi c/\lambda)}{i\lambda\sqrt{B_T^x B_T^y}} \int_{\mathbb{R}^2} G_0(x_0,y_0,0) \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_T^x}\left(A_T^x x_0^2 + D_T^x x_0^2 - 2xx_0\right)\right] \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_T^y}\left(A_T^y y_0^2 + D_T^y y_0^2 - 2yy_0\right)\right] \mathrm{d}x_0 \mathrm{d}y_0 \end{aligned} \tag{2.21}$$

où $G_0(x_0, y_0, 0)$ est le champ électrique diffusé par la gouttelette et c est le chemin optique parcouru par la lumière à partir de celle-ci. Le champ électrique dans le plan de la goutte est approximé comme étant issu de deux sources ponctuelles de lumière correspondant aux points brillants G_A et G_B [43]. Selon les cas, on pourra aussi introduire le troisième point brillant G_C. La contribution d'un point s'exprime par son amplitude $\alpha_1(\theta)$ ou $\alpha_2(\theta)$ en fonction de l'angle de diffusion multiplié par une fonction de Dirac qui décrit sa position sur l'axe x :

$$G_0(x_0,y_0,0) = \alpha_1(\theta)\delta(x_0 - a_1, y_0)e^{(i\varphi)} + \alpha_2(\theta)\delta(x_0 - a_2, y_0) \tag{2.22}$$

a_1 et a_2 étant les distances à l'axe optique de chacun des deux points brillants. φ est la phase introduite par la différence de chemin entre les rayons réfléchi et réfracté par la goutte. L'amplitude relative de ces deux points est facilement évaluable grâce à un logiciel de théorie de Lorenz-Mie. Le calcul de l'intégrale de l'expression de $G_1(x, y, z)$ donne :

$$G_1(x,y,z_{t1}) = \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}c}}{i\lambda\sqrt{B_T^x B_T^y}}\left(\alpha_1 e^{i\theta_1 + i\varphi} + \alpha_2 e^{i\theta_2}\right) \tag{2.23}$$

où les expressions de θ_1 et θ_2 sont les suivantes :

$$\theta_1 = \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{A_T^x a_1^2 + D_T^x x^2 - 2a_1 x}{B_T^x} + \frac{D_T^y y^2}{B_T^y}\right) \tag{2.24}$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{A_T^x a_2^2 + D_T^x x^2 - 2a_2 x}{B_T^x} + \frac{D_T^y y^2}{B_T^y}\right) \tag{2.25}$$

On obtient ensuite l'expression de l'intensité en multipliant G_1 par son expression conjuguée :

$$I_1(x,y,z) \propto \frac{1}{\lambda^2 B_T^x B_T^y}\left[\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\cos(\theta_1 - \theta_2 + \varphi)\right] \tag{2.26}$$

En notant $\varphi' = \frac{A_T^x}{B_T^x}(a_1^2 - a_2^2) + \varphi$, on peut réécrire l'expression de l'intensité I_1

$$I_1(x,y,z) \propto \frac{1}{\lambda^2 B_T^x B_T^y}\left[\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\cos\left(\frac{2\pi(a_2 - a_1)}{\lambda B_T^x}x + \varphi'\right)\right] \tag{2.27}$$

Cette dernière équation permet de remarquer que la périodicité de l'intensité $I_1(x, y, z_{t1})$ dépend uniquement d'un cosinus de la forme $\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi'\right) = \cos(k_x x + k_y y + \varphi')$, où les coordonnées du vecteur $\vec{k}$ indiquant la direction de la périodicité des franges dans le plan (x, y) sont :

$$\begin{cases} k_x = \dfrac{2\pi(a_2 - a_1)}{\lambda B_T^x} \\ k_y = 0 \end{cases} \tag{2.28}$$

Ainsi on doit observer une périodicité suivant la direction de ce vecteur $\vec{k}$ parallèle à l'axe x. La norme de $\vec{k}$ en fonction de la fréquence des franges s'exprime de la manière suivante :

$$\|\vec{k}\| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 2\pi f_i \tag{2.29}$$

La fréquence des franges d'interférences exprimée en fonction de la distance entre les points brillants est donc :

$$f_i = \frac{|a_2 - a_1|}{\lambda B_T^x} \tag{2.30}$$

Connaissant le rapport entre cette distance $|a_2 - a_1|$ et le diamètre de la goutte donné par l'équation (2.18), on peut établir la relation exprimant le diamètre d d'une particule sphérique en fonction de la fréquence des franges observées au niveau de son image en défaut de mise au point [6] :

$$d = 2\lambda f_i |B_T^x| \left[cos\frac{\theta}{2} + \frac{n \sin\frac{\theta}{2}}{\sqrt{m^2 + n^2 - 2mn\cos\frac{\theta}{2}}} \right]^{-1} \tag{2.31}$$

Cette dernière équation fait intervenir les indices de la particule et de son milieu environnant, n et m, qui sont supposés connus. La longueur d'onde λ du laser est également fixe ainsi que l'angle d'observation θ. En revanche pour un dispositif donné, le coefficient B_T^x peut varier. En effet, lors de l'observation de particules dans un volume, l'espace traversé par la lumière diffusée à partir de la particule jusqu'au capteur varie d'une particule à une autre. Le chemin optique emprunté par cette lumière étant différent pour une même particule selon qu'elle soit plus ou moins proche du capteur, il convient donc en amont du calcul du diamètre de la particule de pouvoir déterminer la position de la particule de manière très précise, et plus particulièrement le paramètre z_1 de la matrice M_{z_1} donnée équation (2.9).

2.5 Détermination des positions des particules

Différentes méthodes ont pu être utilisées depuis les débuts de l'utilisation de l'imagerie interférométrique en défaut de mise au point afin de déterminer la position des particules étudiées. Lors de l'utilisation de cette technique de granulométrie, la connaissance de la position de la particule par rapport à la caméra est primordiale puisque la fréquence des franges observées en défaut de mise au point dépend de la position de la particule sur l'axe z. Cette position selon z par rapport à la caméra est appelée position axiale, la position dans le plan (x, y) est la position transverse. Dans l'équation (2.31) donnant l'expression du diamètre d d'une particule en fonction de la fréquence des franges d'interférence, la prise en compte de la position axiale de la particule apparaît à travers le coefficient B_T^x, qui est calculé en fonction de la position en z de la particule. La connaissance de la position axiale est donc un pré-requis au calcul du diamètre de la particule.

Utilisant le formalisme précédemment introduit, la détermination de la position tridimensionnelle d'une particule nécessite l'utilisation des matrices de transfert permettant de caractériser le dispositif d'imagerie. Le dispositif est composé d'une première partie de la particule au diaphragme d'ouverture, puis d'une seconde partie du diaphragme d'ouverture au capteur. Les matrices décrivant ces deux parties ainsi que la matrice totale du dispositif ont été introduites dans la section 2.3, page 20.

2.5.1 Position transverse

D'après la théorie de l'optique géométrique, l'image d'un point observé en dehors d'un plan précis de mise au point n'est pas ponctuelle mais correspond à une tache lumineuse. Ainsi

que présenté dans les sections précédentes, si la symétrie du système d'imagerie est sphérique alors cette image sera une tache de symétrie circulaire. L'optique géométrique permet de relier la position du centre de cette tache sur le capteur à la position (x, y) du point objet. Cette relation peut-être adaptée au formalisme matriciel [51]. En notant (x_{PB}, y_{PB}) les coordonnées d'un point brillant sur l'objet et (x_{image}, y_{image}) celles du centre de son image sur le capteur, la relation entre les deux est la suivante :

$$\begin{cases} x_{PB} = \dfrac{x_{image}}{A_T^x - \frac{A_1^x B_T^x}{B_1^x}} \\ y_{PB} = \dfrac{y_{image}}{A_T^y - \frac{A_1^y B_T^y}{B_1^y}} \end{cases} \tag{2.32}$$

De manière générale, le dispositif d'ILIDS est réalisé de manière à ce que les images en défaut de mise au point des deux points brillants se superposent au maximum. On se place pour cela dans des conditions pour lesquelles le défaut de mise au point est suffisant. Pour cette raison dans des conditions expérimentales, la résolution du capteur ne permet généralement pas de distinguer la tache image du point G_A de celle du point G_B et on considère que le centre de l'interférogramme observé correspond à l'image du centre du segment reliant les deux points brillants. La figure 2.10 représente les points G_A et G_B projetés dans un plan parallèle au plan (x, y) passant par le point C, centre de la goutte. On considère un point E centre du segment reliant la position en x des points brillants G_A et G_B. La figure 2.10 illustre le tracé de rayons à partir de ce point, en mettant en évidence la prise en compte du diaphragme d'ouverture de diamètre D_0 qui influe sur la taille de l'image en défaut de mise au point. La tache image a un diamètre ϕ_0 et on appelle son centre E'.

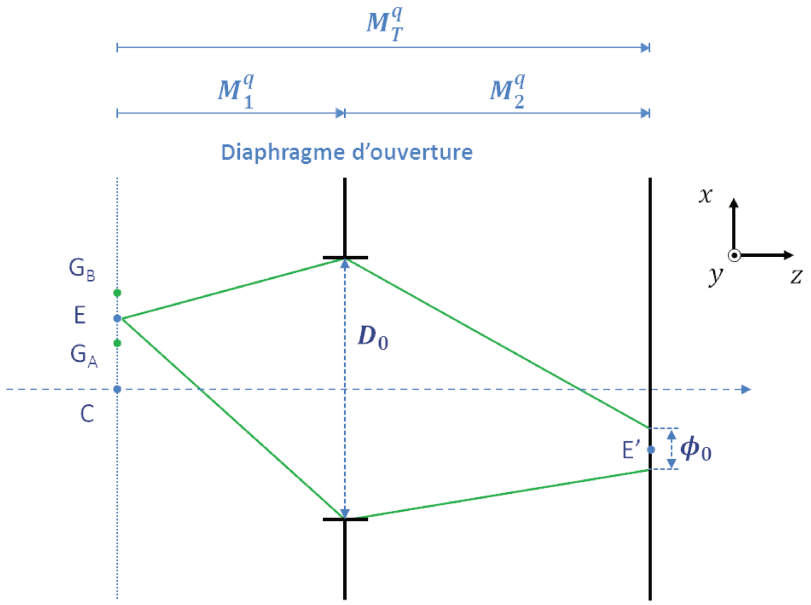


FIGURE 2.10 – Détermination de la position transverse du centre d'une particule sphérique

De la même manière que pour les positions des points brillants, la position du point E de

coordonnées (x_E, y_E) est liée à celle du point E' de coordonnées $(x_{E'}, y_{E'})$:

$$\begin{cases} x_E = \dfrac{x_{E'}}{A_T^x - \frac{A_1^x B_T^x}{B_1^x}} \\ y_E = \dfrac{y_{E'}}{A_T^y - \frac{A_1^y B_T^y}{B_1^y}} \end{cases} \tag{2.33}$$

La position du point E, centre des projections des positions des points brillants, est ainsi connue à partir de la position du centre de l'interférogramme, il est alors possible d'en déduire la position du centre de la particule sphérique. Les coordonnées (x_C, y_C) du centre C de la particule se calculent de la manière la suivante :

$$\begin{cases} x_C = x_E - \dfrac{d}{2}\left(\sin(t) + \cos(\theta/2)\right) \\ y_C = y_E \end{cases} \tag{2.34}$$

La position transverse du centre de la particule est ainsi déterminée à partir de la position du centre de l'image en défaut de mise au point.

2.5.2 Position axiale

Comme mentionné dans la section précédente, une bonne superposition des images en défaut de mise au point des deux points brillants est préférable pour l'analyse de l'interférogramme. Il faut pour cela avoir un défaut de mise au point relativement important. Dans ce cas de figure, la taille de l'interférogramme total est assimilable à la taille de l'image en défaut de mise au point d'un seul point brillant. La taille de l'image est liée au diamètre de l'ouverture du système D_0, qui correspond au diaphragme dans le cas du dispositif présenté figure 2.8, page 21. On note ϕ_q le diamètre de l'interférogramme suivant l'axe $q = x$ ou y [51] :

$$\phi_q = \frac{B_T^q}{B_1^q} D_0 \tag{2.35}$$

La taille de l'image en défaut de mise au point de la particule dépend également des caractéristiques du dispositif optique à travers les coefficient B_T^q et B_1^q. Dans le cas où la symétrie du système est sphérique, on a $\phi_x = \phi_y$ et l'image en défaut de mise au point est circulaire. L'information contenant la position en z est contenue dans ces coefficients, ainsi pour un dispositif donné, il est possible d'utiliser la mesure du diamètre de l'image en défaut de mise au point pour déterminer la position axiale de la particule [65, 66]. La figure 2.11 montre par exemple des images en défaut de mise au point de gouttes à des positions axiales différentes.

Dans le cas où une lentille cylindrique est utilisée ou que la particule se trouve dans une colonne cylindrique, on observe $\phi_x \neq \phi_y$ où les axes x et y sont alignés avec ceux de l'élément cylindrique. L'image en défaut de mise au point est alors elliptique et non plus circulaire (figure 2.12). A partir de l'équation (2.35) on définit le rapport ϕ_y/ϕ_x :

$$\phi_y/\phi_x = \frac{B_T^y B_1^x}{B_1^y B_T^x} \tag{2.36}$$

L'utilisation d'un système cylindrique peut ainsi avoir comme avantage le fait que la taille de l'ouverture n'intervient pas pour la mesure de la position axiale de la particule, cette position est calculée grâce au rapport d'ellipticité de l'image en défaut de mise au point.

Une autre méthode de détermination de position tridimensionnelle a été développée par Shen *et al.* par le biais d'un dispositif générant des franges d'interférence dont l'inclinaison

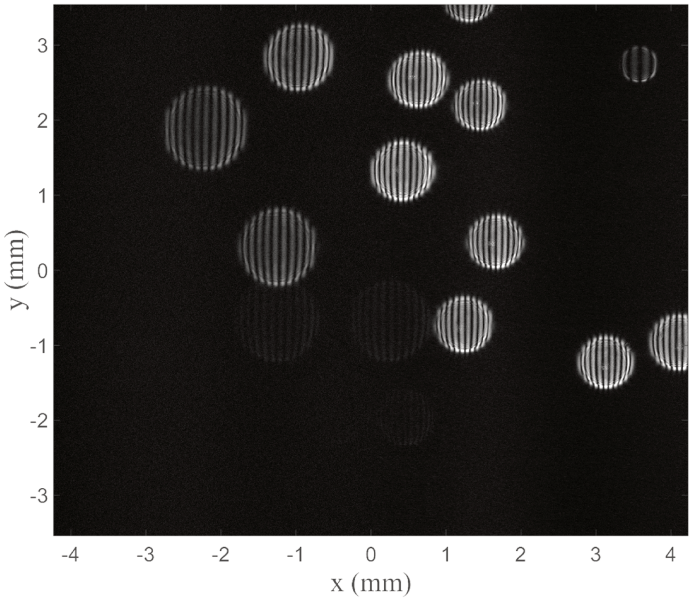


FIGURE 2.11 – Image en défaut de mise au point de plusieurs gouttelettes d'eau à des positions axiales différentes

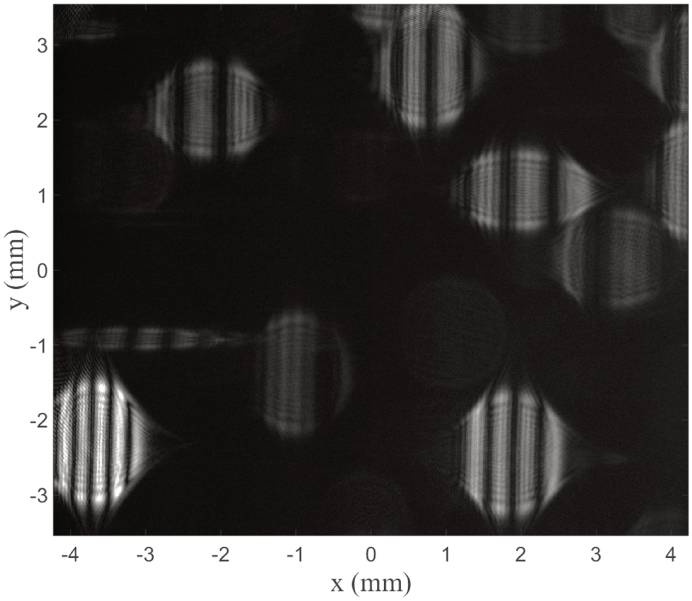


FIGURE 2.12 – Images en défaut de mise au point de bulles d'air dans de l'eau avec un dispositif comportant une lentille cylindrique

varie en fonction de la position axiale de la particule observée [8]. Le dispositif est constitué comme dans le cas précédent d'une lentille sphérique, d'une lentille cylindrique et d'une caméra. La différence tient au fait que l'axe x de la caméra et de la lentille cylindrique est incliné par rotation d'un angle de $45\,^{\circ}$ dans le plan (x, y). La figure 2.13 montre les images en défaut de mise au point de trois bulles d'air dans de l'eau, d'une taille variant de 153 à 200 µm. Les distances axiales sont déterminées par rapport à l'inclinaison des franges pour chaque image en défaut de mise au point. La bulle la plus proche de la caméra est ainsi celle de droite et la plus éloignée est celle du milieu, à une distance de $3,5$ mm de la première [8].

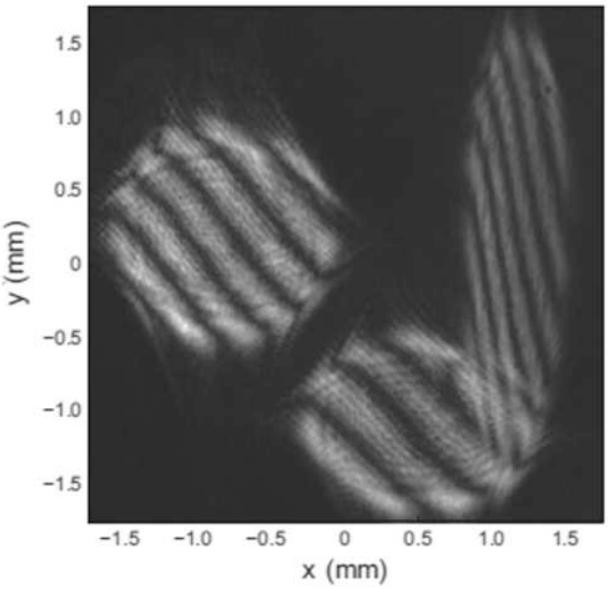


FIGURE 2.13 – Image en défaut de mise au point de trois bulles d'air dans de l'eau

2.6 Méthode de simulation

L'expression du champ électrique au niveau de la caméra donnée par la relation (2.23) ne tient pas compte de l'ouverture du système optique ; elle permet de décrire la périodicité des franges d'interférences qui apparaissent au niveau du capteur mais ne permet de reproduire ni les limites du contour de l'image en défaut de mise au point, ni l'influence du phénomène de diffraction provoqué par l'ouverture du système. Pour cela Shen *et al.* [6] ont présenté deux méthodes de simulation décrivant l'ouverture dont le principe est détaillé dans cette section.

2.6.1 Description de l'ouverture par optique géométrique

Les contours de l'image en défaut de mise au point peuvent être décrits par optique géométrique de la manière présentée section 2.5. La position $(x_{E'}, y_{E'})$ sur le capteur de l'interférogramme simulé est obtenue à partir de l'équation (2.33), page 27 connaissant la position de la particule diffusante. L'interférogramme peut être de forme circulaire ou elliptique selon la symétrie du système d'imagerie. Les axes ϕ_q de l'image suivant x et y sont donnés par l'équation (2.35).

On considère le cas où deux points brillants sont observés à la surface de la particule sphérique. L'expression du champ électrique au niveau du capteur sans prise en compte de l'ouverture du système est alors donnée par la relation (2.23), page 24. On détermine une fonction $ellipse_{\phi_q}$ définie grâce à un domaine délimité par l'ellipse d'axes ϕ_x et ϕ_y et de centre $(x_{E'}, y_{E'})$. On fixe la valeur de cette fonction à 1 pour les pixels du capteur simulé inclus dans l'ellipse et 0 en dehors. La multiplication de l'expression du champ électrique dans le plan de la caméra par cette fonction permet d'obtenir des interférences confinées dans les limites de l'image en défaut de mise au point déterminées par optique géométrique :

$$\begin{aligned} G_1(x,y,z) = & \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}c}}{i\lambda\sqrt{B_T^x B_T^y}} e^{i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_T^x x^2}{B_T^x}+\frac{D_T^y y^2}{B_T^y}\right)} \\ & \times \left(\alpha_1 e^{i\theta_1} + \alpha_2 e^{i\theta_2 + i\varphi}\right) \times ellipse_{\phi_q}(x - x_{E'}, y - y_{E'}) \end{aligned} \tag{2.37}$$

Ce modèle simplifié présente l'avantage de permettre de réaliser des simulations nécessitant

peu de temps de calcul, mais il ne permet en revanche pas de prendre en compte la diffraction générée par les bords de l'ouverture du système.

2.6.2 Description de l'ouverture par superposition de fonctions gaussiennes

La seconde méthode de simulation décrit l'ouverture sous la forme d'un coefficient de transmission $T(x, y)$ correspondant à une superposition de fonctions gaussiennes [67, 68] :

$$T(x, y) = \sum_{k=1}^{N} P_k \exp\left[-\frac{Q_k}{(D_0/2)^2}(x^2 + y^2)\right] \tag{2.38}$$

où P_k et Q_k sont des nombres complexes définis dans le tableau 2.1 pour un paramètre N égal à 10.

k	P_k	Q_k
1	11.428+0.95175i	4.0697+0.22726i
2	0.06002-0.08013i	1.1531-20.933i
3	-4.2743-8.5562i	4.4608+5.1268i
4	1.6576+2.7015i	4.3521+14.997i
5	-5.0418+3.2488i	4.5443+10.003i
6	1.1227-0.68854i	3.8478+20.078i
7	-1.0106-0.26955i	2.5280-10.310i
8	-2.5974+3.2202i	3.3197-4.8008i
9	-0.14840-0.31193i	1.9002-15.820i
10	-0.20850-0.23851i	2.6340+25.009i

Tableau 2.1 – Coefficients pour la décomposition d'une ouverture circulaire en $N = 10$ fonctions gaussiennes

Le système optique est divisé en deux parties. La première correspond à la propagation de la lumière à partir de la particule jusqu'à l'élément optique qui correspond au diaphragme d'ouverture. La deuxième partie va du diaphragme d'ouverture au capteur. Les matrices de transfert ABCD correspondantes sont données dans la section 2.3. Dans le plan de la particule, on considère que les points brillants sont assimilés à des pics de Dirac. Le champ électrique au niveau de la particule sera donc considéré comme nul partout à l'exception des positions de ces émetteurs. Comme présenté dans la section 2.4, on observe classiquement deux émetteurs à la surface des particules sphériques, cependant il est également possible que 3 émetteurs soient nécessaires pour décrire correctement les interférogrammes observés expérimentalement. Dans le cas de N_e émetteurs à la surface de la particule, on aura donc un champ G_0 :

$$G_0\left(x_0, y_0, 0\right) = \sum_{j=1}^{N_e} \alpha_j \delta(x_0 - a_j, y_0 - b_j) e^{(i\varphi_j)} \tag{2.39}$$

a_j et b_j correspondent respectivement à la position en x et y de l'émetteur j, α_j est son amplitude. φ_j est la phase introduite par la différence de chemin entre le rayon j considéré et celui choisi comme référence.

La propagation de la lumière provenant de ces émetteurs à travers la première partie du système d'imagerie peut être décrite grâce à l'intégrale d'Huygens-Fresnel généralisée. Le champ

électrique G_1 au niveau du diaphragme d'ouverture s'écrit donc :

$$\begin{aligned} G_1\left(x,y,z_{DO}\right) = & \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}c_1\right)}{i\lambda\sqrt{B_1^x B_1^y}} \iint_{\mathbb{R}^2} G_0\left(x_0,y_0,0\right) \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_1^x}\left(A_1^x x_0^2 + D_1^x x_0^2 - 2xx_0\right)\right] \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_1^y}\left(A_1^y y_0^2 + D_1^y y_0^2 - 2yy_0\right)\right] \mathrm{d}x_0 \mathrm{d}y_0 \end{aligned} \tag{2.40}$$

où c_1 est le chemin optique pour la première partie du système d'imagerie, on a $c_1 = mz_1$. z_{DO} correspond à la distance entre l'émetteur et le diaphragme d'ouverture. Ici $z_{DO} = z_1$.

Afin de tenir compte de l'influence de l'ouverture dans le calcul du champ, on multiplie l'expression du champ G_1 par le coefficient de transmission $T(x,y)$ donné par l'équation (2.38). Le champ électrique G_2 au niveau du plan du capteur peut alors être obtenu en décrivant la propagation de la lumière à travers la seconde partie du système, c'est-à-dire à partir du diaphragme d'ouverture jusqu'au capteur :

$$\begin{aligned} G_2\left(x,y,z_{CCD}\right) = & \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}c_2\right)}{i\lambda\sqrt{B_2^x B_2^y}} \iint_{\mathbb{R}^2} T\left(x_1,y_1\right) G_1\left(x_1,y_1,z_{DO}\right) \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_2^x}\left(A_2^x x_1^2 + D_2^x x_1^2 - 2xx_1\right)\right] \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_2^y}\left(A_2^y y_1^2 + D_2^y y_1^2 - 2yy_1\right)\right] \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}y_1 \end{aligned} \tag{2.41}$$

où z_{CCD} correspond à la distance entre l'émetteur et la caméra et $c_2 = m(z_2 + z_3)$ est le chemin optique sur la deuxième partie du système d'imagerie. Après calcul de l'intégrale, le champ électrique ainsi obtenu au niveau du capteur de la caméra peut s'écrire sous la forme suivante :

$$G_2(x,y,z_{CCD}) = \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}c} e^{i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_2^x}{B_2^x}x^2 + \frac{D_2^y}{B_2^y}y^2\right)}}{(i\lambda)^2\sqrt{B_{1,j}^x B_{1,j}^y B_2^x B_{2j}^y}} \times \sum_{j=1}^{N_e}\sum_{k=1}^{N}\left[\frac{P_k\pi}{\sqrt{\gamma_{x,j}(k)\gamma_{y,j}(k)}}\alpha_j e^{\kappa_j(k)} e^{i\varphi_j}\right] \tag{2.42}$$

$c = c_1 + c_2$ correspond au chemin optique total et l'expression des différents coefficients utilisés dans l'équation (2.42) est donnée ci-dessous :

$$\kappa_j(k) = i\frac{\pi A_1^x a_j^2}{\lambda B_1^x} + i\frac{\pi A_j^y b_j^2}{\lambda B_1^y} - \frac{\phi_{x,j}^2}{4\gamma_x(k)} - \frac{\phi_{y,j}^2}{4\gamma_y(k)} \tag{2.43a}$$

$$\gamma_x(k) = \frac{Q_k}{(D_0/2)^2} - i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_1^x}{B_1^x} + \frac{A_2^x}{B_2^x}\right) \tag{2.43b}$$

$$\gamma_y(k) = \frac{Q_k}{(D_0/2)^2} - i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_1^y}{B_1^y} + \frac{A_2^y}{B_2^y}\right) \tag{2.43c}$$

$$\phi_{x,j} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{a_j}{B_1^x} + \frac{x}{B_2^x}\right) \tag{2.43d}$$

$$\phi_{y,j} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{b_j}{B_1^y} + \frac{y}{B_2^y}\right) \tag{2.43e}$$

À partir de l'expression du champ G_2 donnée par l'équation (2.42), l'intensité I au niveau

du capteur CCD peut être calculée puisqu'on a $I(x, y, z) \propto |G_2(x, y, z)|^2$. La figure 2.14-a montre l'image en défaut de mise au point expérimentale d'une goutte d'eau d'environ 200 µm de diamètre. L'acquisition expérimentale est comparée avec les deux modèles de simulation décrivant l'ouverture du système : par optique géométrique (figure 2.14-b) et par superposition de gaussiennes (figure 2.14-c) [51]. La contribution de la diffraction apparaît sous la forme d'anneaux concentriques et notamment d'une bordure plus lumineuse de l'interférogramme sur l'image expérimentale et sur l'image simulée utilisant le formalisme précédemment décrit.

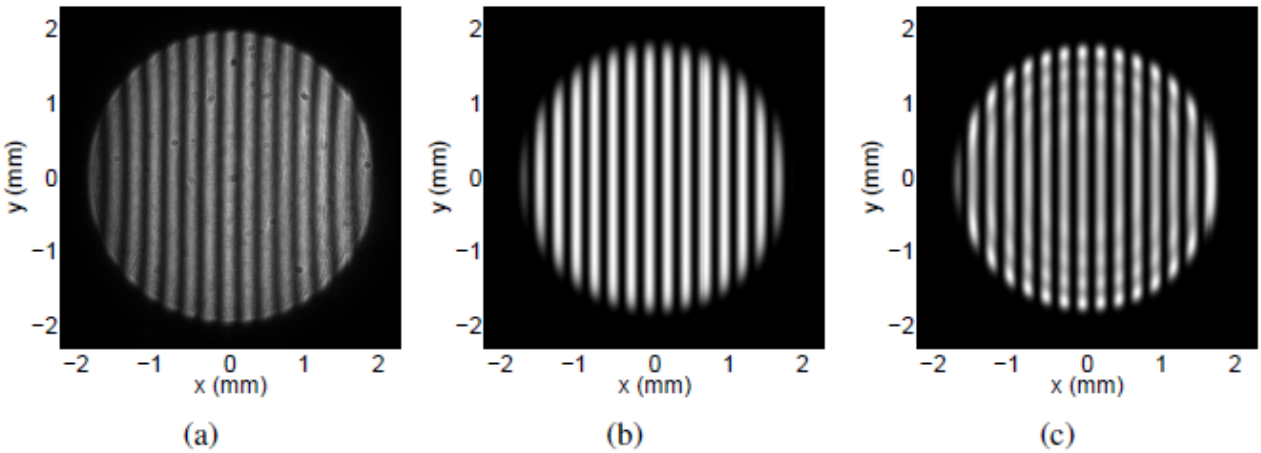


FIGURE 2.14 – Image en défaut de mise au point d'une goutte d'eau (a), simulation sans prise en compte de la diffraction (b), simulation modélisant l'ouverture par superposition de fonctions gaussiennes

Ce modèle décrivant l'ouverture du système optique par une somme de fonctions gaussiennes peut introduire des erreurs dans des conditions en champ proche [67]. Nous avons récemment démontré qu'il est possible d'obtenir une expression analytique exacte du champ électrique dans le plan de la caméra, décrivant rigoureusement l'ouverture à l'aide d'un développement en fonctions de Bessel capable de dépasser cette limite [69]. Les montages présentés dans ce manuscrit répondent approximativement aux critères de validité du modèle utilisant la somme de fonctions gaussiennes pour représenter l'ouverture. Les anneaux simulés peuvent dans certains cas ne pas décrire rigoureusement l'expérience, cependant contrairement au modèle utilisant l'optique géométrique, ce modèle permet de reproduire l'aspect hyperbolique qui peut être visible au niveau de la diffraction dans des conditions astigmates [70], tel qu'au bord des interférogrammes présentés figure 2.12. Pour cette raison, les simulations présentées ici sont réalisées grâce à ce modèle, malgré des temps de simulation plus lents par rapport au modèle utilisant l'optique géométrique, mais plus rapides que celui utilisant les fonctions de Bessel.

2.7 Conclusion

Dans ce second chapitre, nous avons introduit brièvement des théories de diffusion de la lumière par des particules sphériques sous illumination laser, en se limitant aux modèles nécessaires pour la compréhension de l'imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules. En complément de la détermination de la taille de ces particules, des méthodes de détermination de leur position tridimensionnelle ont été présentées. Ces méthodes nécessitent l'utilisation de matrices de transfert qui permettent de modéliser la propagation de la lumière à travers des systèmes d'imagerie complexes. La procédure à suivre pour déterminer les coefficients de ces matrices a été développée dans ce chapitre, de manière à

expliciter la méthode utilisée pour caractériser optiquement les dispositifs expérimentaux présentés par la suite. On note qu'en présence d'un élément optique introduisant de l'astigmatisme entre la particule et le capteur selon les axes x et y, une matrice totale déterminée selon chacun de ces deux axes est nécessaire.

L'imagerie interférométrique en défaut de mise au point a été de manière générale développée pour l'étude de gouttelettes, qui correspondent au type de particules pour lesquelles les théories exposées dans ce chapitre s'appliquent. Dans le prochain chapitre, nous verrons de quelle manière il est possible d'étendre le champ d'application de cette technique à des particules rugueuses irrégulières.

Chapitre 3

Imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules rugueuses irrégulières

Sommaire

3.1 Aspect des images en défauts de mise au point et position des particules . . . 36

3.2 Modèle pour simulation d'images en défaut de mise au point de particules irrégulières . . . 39

3.3 Détermination de dimensions de particules irrégulières par autocorrélation . . . 41

3.3.1 Simulation d'interférogrammes de particules irrégulières . . . 41

3.3.2 Expression analytique de l'intensité des interférences générées par les deux émetteurs les plus distants . . . 43

3.3.3 Mesure du grain de tavelure . . . 45

3.3.4 Relation entre la taille du grain des tavelures et la taille de la particule 46

3.4 Détermination de dimensions de particules irrégulières par transformée de Fourier 2D . . . 47

3.4.1 Relation entre la transformée de Fourier 2D de l'interférogramme et l'autocorrélation de la silhouette de la particule . . . 47

3.4.2 Relation entre les dimensions de la "silhouette" de la particule et les dimensions de son autocorrélation 2D . . . 49

3.5 Influence de l'ouverture et du défaut de mise au point sur la détermination de tailles de particules irrégulières . . . 50

3.6 Conclusion . . . 55

Dans le cas de particules irrégulières sous éclairage cohérent telles que des aérosols, la lumière diffusée par ces particules permet d'observer des motifs présentant des "îlots d'intensité" [71]. Par exemple, les figures d'interférences diffusées par des particules irrégulières peuvent être analysées afin de retrouver leur dimensions, en considérant que la taille moyenne de ces îlots d'intensité est inversement proportionnelle à la taille de la particule [72]. L'analyse de la lumière diffusée par des particules irrégulières a également permis l'étude de la rugosité de grains de pollen, de poussières minérales [73, 74]. Dans le cas des cristaux de glace, la néphélométrie polaire, basée sur les propriétés de diffusion de la lumière, a été mise en place expérimentalement en laboratoire pour permettre de mesurer différents paramètres tels que l'asymétrie des particules [75].

L'imagerie interférométrique en défaut de mise au point présentée dans le chapitre précédent est désormais considérée comme une méthode fiable de détermination de taille de particules sphériques [76–79]. Comme exposé dans le Chapitre 1, la possibilité de mesurer de manière simultanée des tailles de particules sphériques et de particules irrégulières dans un mélange pourrait permettre notamment l'étude du transport de sédiments ou de la formation de cristaux de glace. Dans ce but, ce nouveau chapitre présente l'extension de la méthode d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point à l'étude de particules irrégulières en se basant sur le formalisme matriciel introduit dans le Chapitre 2. Deux méthodes d'analyse d'images en défaut de mise au point de particules irrégulières sont proposées, ainsi qu'une discussion sur l'efficacité de leur utilisation relativement l'une à l'autre. L'influence des différents paramètres d'un dispositif d'imagerie sur l'exactitude des mesures de taille de particule est également étudiée.

3.1 Aspect des images en défauts de mise au point et position des particules

Il a été récemment démontré qu'il est possible d'étendre la technique d'imagerie en défaut de mise au point à l'étude de particules rugueuses irrégulières en utilisant le même formalisme que celui utilisé pour des particules sphériques [80]. Le rapprochement entre ces deux types de particules est envisageable si l'on considère que des sources ponctuelles lumineuses sont réparties sur toute la surface des particules rugueuses irrégulières lorsqu'elles se trouvent illuminées par un laser.

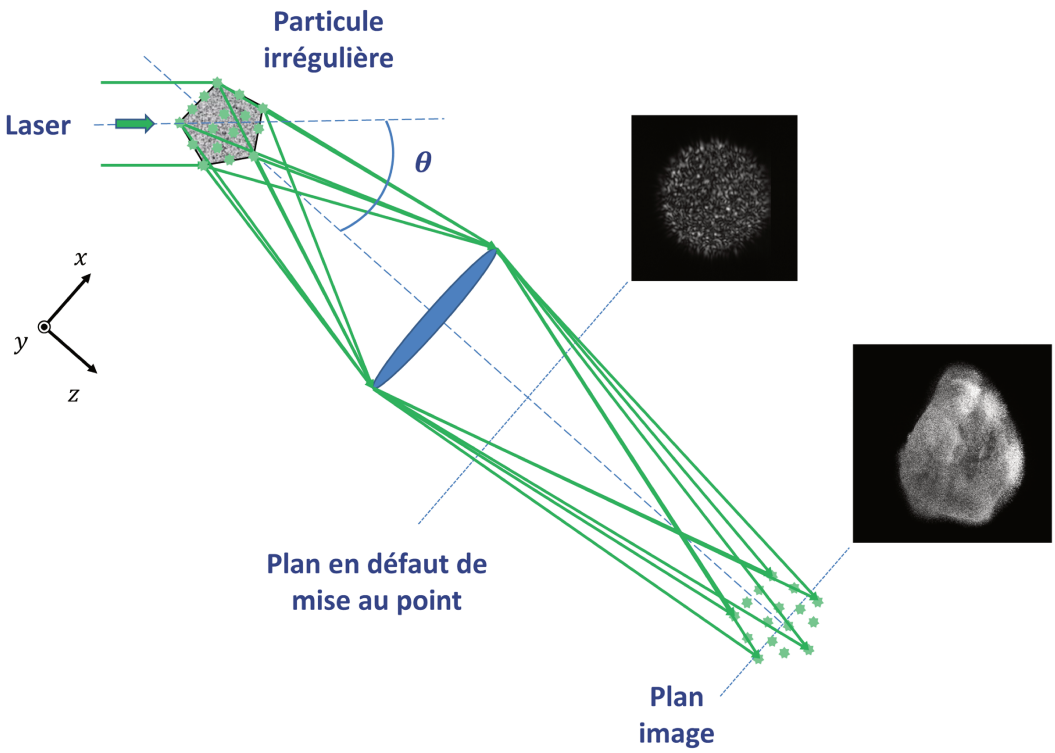


FIGURE 3.1 – Principe de l'adaptation de l'imagerie en défaut de mise au point pour des particules irrégulières.

La figure 3.1 illustre un dispositif d'imagerie en défaut de mise au point classique utilisé dans le cas d'une particule irrégulière. La lumière diffusée par la particule irrégulière est collectée grâce à une lentille sphérique. Pour un angle de diffusion donné, le type d'image observée dépend de la position du capteur sur l'axe formé par le centre de la particule et celui de la lentille.

Lorsque la caméra se trouve dans le plan image, on observe une multitude de points brillants répartis à la surface de la particule. Dans le cas de particules sphériques, lorsque le défaut de mise au point est suffisant on observe des interférences sous la forme de franges verticales par rapport au plan d'alignement des deux points brillants qui se trouvent à la surface de la particule. Dans le cas d'une particule irrégulière rugueuse, les images en défaut de mise au point ne sont pas des franges mais des granularités laser, encore appelées "tavelures" ou "speckle" en anglais. Il s'agit d'un ensemble de taches d'intensité lumineuse qui ont un aspect de grains. Cet apparence résulte du fait que les signaux issus de la multitude de sources lumineuses se superposent dans le plan de la caméra. Il a été démontré dans le chapitre précédent que la superposition de deux images de points brillants génèrent des franges. De la même manière, lorsque davantage de signaux se superposent, on observe alors un motif d'interférences plus complexe. En considérant que ces points brillants, qu'on appellera "émetteurs", sont répartis sur toute la surface d'une particule, on peut assimiler la taille de la particule à la distance entre les deux émetteurs les plus distants [3]. La distance entre les émetteurs conditionnant l'aspect des interférences visibles dans leur image en défaut de mise au point, il est possible de retrouver des informations sur les dimensions de la particule à partir de l'interférogramme généré par la lumière qu'elle diffuse.

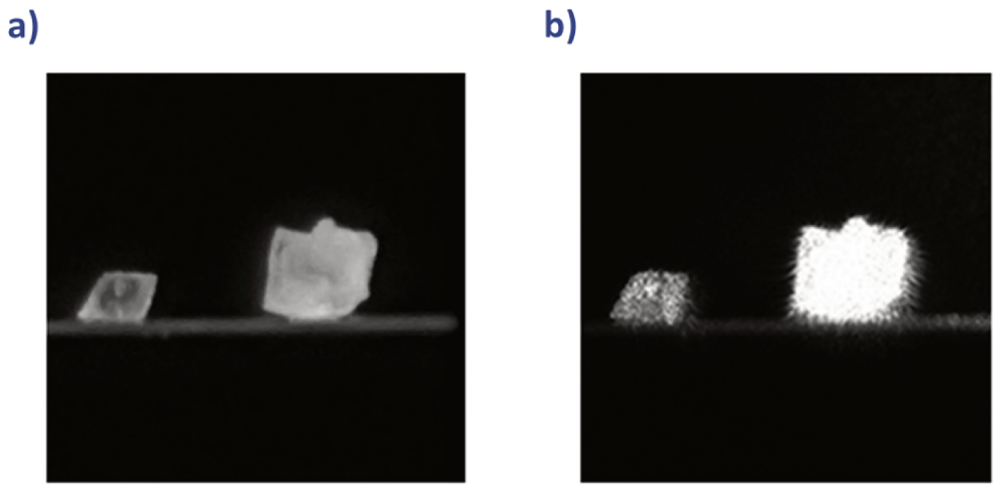


FIGURE 3.2 – a) Image en mise au point de deux grains de sel, b) répartition de points brillants à la surface des particules sous illumination laser.

L'image en mise au point de deux grains de sels est présentée figure 3.2-a. La figure 3.2-b montre la répartition de points source lumineux sur leur surface lorsqu'ils sont soumis à une illumination laser de longueur d'onde 532 nm. Observés dans un plan en défaut de mise au point, les images de ces deux grains de sel éclairés par laser apparaissent sur la figure 3.3. Les deux grains de sels ont des dimensions visibles en largeur respectivement égales à $0,95$ cm et $1,58$ cm. Ces deux particules sont situées à une même distance axiale z de la caméra. On observe une différence de taille du grain de la granularité laser en fonction de la taille de la particule diffusante. Le grain de sel à droite dont les dimensions sont plus grandes que celui de gauche laisse apparaître dans son image en défaut de mise au point des grains d'intensité élevée de plus petite taille. La différence de taille du grain des granularités témoigne de la différence de taille des deux particules. Plus la particule est grande, plus les émetteurs à la surface de la particule peuvent être éloignés. On observera donc des interférences de fréquence plus élevée dans l'image en défaut de mise au point de la particule, ce qui se traduit par un grain de speckle plus petit [80, 81].

Afin de déterminer la position tridimensionnelle de particules irrégulières, on utilise la même

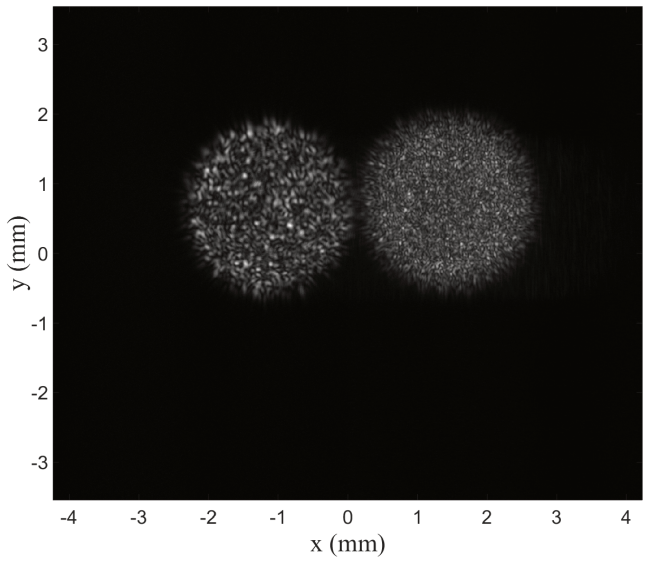


FIGURE 3.3 – Image en défaut de mise au point de deux grains de sel de tailles différentes à une même position axiale.

méthode que celle utilisée dans le cas de particules sphériques (développée section 2.5, page 25). En effet, lorsque le défaut de mise au point est suffisant, les images en défaut de mise au point de tous les émetteurs se superposent. On considère alors que la forme du contour de l'interférogramme est assimilable à celle de l'image en défaut de mise au point d'un seul émetteur. Nous avons vu que la forme de l'image en défaut de mise au point d'un émetteur est circulaire lorsque la symétrie du dispositif d'imagerie est sphérique, et elliptique lorsque la symétrie est cylindrique. Les dimensions de cette image dépendent de la position en z des émetteurs. La position axiale de la particule peut ainsi être retrouvée grâce à la forme de l'interférogramme qu'elle génère. Ainsi sur la figure 3.3 présentant une acquisition pour deux particules situées à une même position axiale z de la caméra, on observe que les images en défaut de mise au point des deux grains de sable ont une taille similaire.

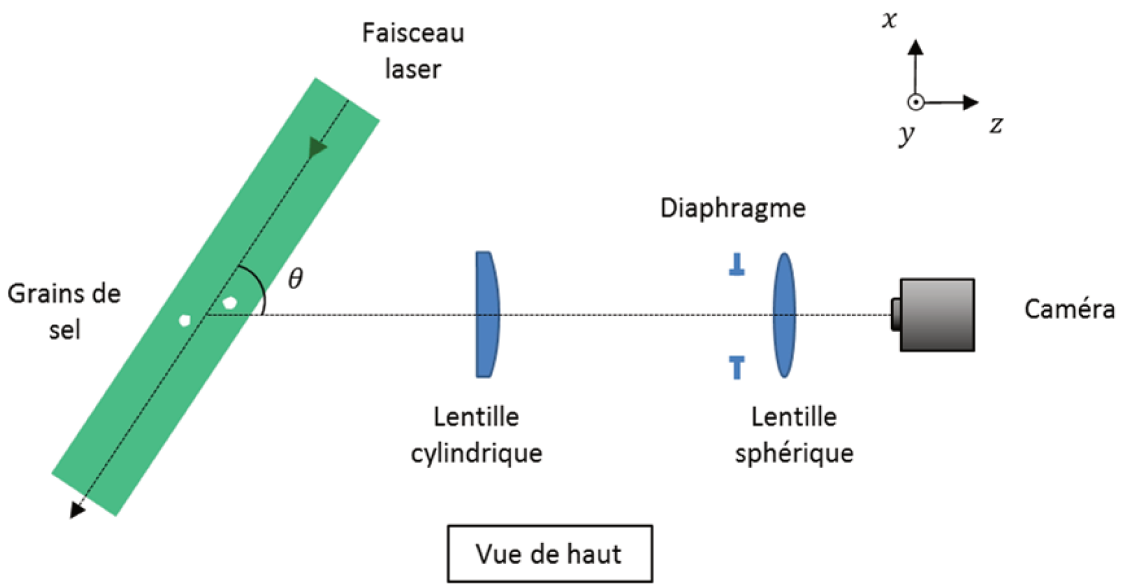


FIGURE 3.4 – Schéma d'un dispositif d'ILIDS avec un système d'imagerie astigmate.

Afin de détailler le cas d'un dispositif d'imagerie cylindrique, on réalise des acquisitions expérimentales grâce à un dispositif illustré figure 3.4, où il s'agit d'ajouter une lentille cylindrique par rapport à un montage d'ILIDS classique. Le système d'imagerie comporte une lentille sphérique de distance focale de 100 mm et une lentille cylindrique de distance focale de 200 mm selon y. Les particules étudiées sont illuminées par un faisceau laser de longueur d'onde 532 nm et la lumière diffusée est collectée à un angle θ de 45°. La distance entre la caméra et la lentille sphérique est de $83,3$ mm et celle entre la lentille sphérique et la lentille cylindrique est de $272,2$ mm. Un diaphragme de 7 mm de diamètre se trouve entre la lentille sphérique et la lentille cylindrique, à $22,2$ mm de la lentille sphérique. Les particules considérées ici sont deux grains de sel ayant des dimensions similaires de 0,5 $\pm$ $0,1$ mm. La figure 3.5 montre les deux interférogrammes expérimentaux générés par ces deux grains de sel. La particule générant l'interférogramme apparaissant sur la droite de cette image se trouve à 204 mm de la lentille cylindrique, tandis que la particule générant l'interférogramme de gauche se situe $18,5$ mm plus loin sur l'axe z par rapport à celle-ci.

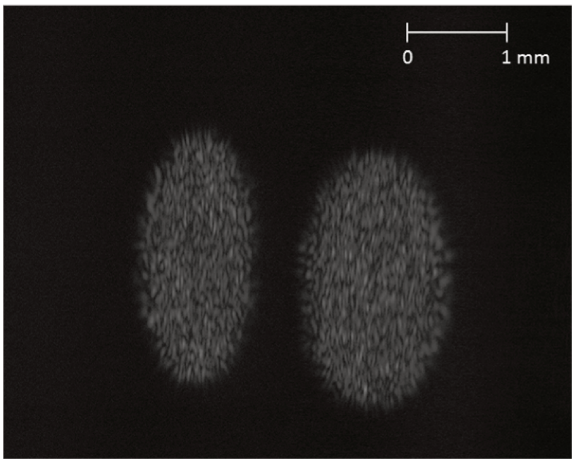


FIGURE 3.5 – Images en défaut de mise au point de deux grains de sels de taille similaire à des positions axiales différentes.

En termes de forme d'interférogramme, cette différence de position axiale de la particule se traduit par un rapport des axes verticaux et horizontaux ϕ_y/ϕ_x égal à 2,167 pour la particule de gauche et 1,571 pour la particule de droite. La mesure de ce ratio est caractéristique de la position axiale des émetteurs et permet donc de retrouver la position axiale des particules [51].

3.2 Modèle pour simulation d'images en défaut de mise au point de particules irrégulières

La méthode de simulation d'images en défaut de mise au point est similaire à celle utilisée pour des particules sphériques décrite dans la section 2.6 page 29. Au lieu de considérer deux émetteurs uniquement, dans le cas d'une particule rugueuse irrégulière, nous allons considérer un nombre suffisant d'émetteurs pour assurer le recouvrement de la silhouette de la particule vue par la caméra. Cette condition étant réalisée, le nombre d'émetteurs choisi peut-être arbitraire. Il est important que les émetteurs soient répartis aux extrémités de la particule, en effet la méthode de mesure repose sur la détermination de la distance maximale entre les émetteurs qui est assimilée à la taille de la particule elle-même. Si, dans la pratique, une partie de la particule est dans l'ombre, c'est-à-dire ne présentant aucune source lumineuse sur cette partie, l'analyse d'un interférogramme enregistré mènera à une mesure erronée de la taille de la particule.

De manière générale on considère que le champ électrique G_0 émis par la particule est une somme de N_e émetteurs ponctuels représentés chacun par une distribution de Dirac. On peut alors l'écrire :

$$G_0(x, y, 0) = \sum_{j=1}^{N_e} \alpha_j e^{i\varphi_j} \delta(x - a_j, y - b_j) \tag{3.1}$$

où α_j correspond à l'amplitude du j-ème émetteur, le couple (a_j, b_j) correspond à sa position transverse, c'est à dire dans le plan (x, y) et φ_j correspond à sa phase.

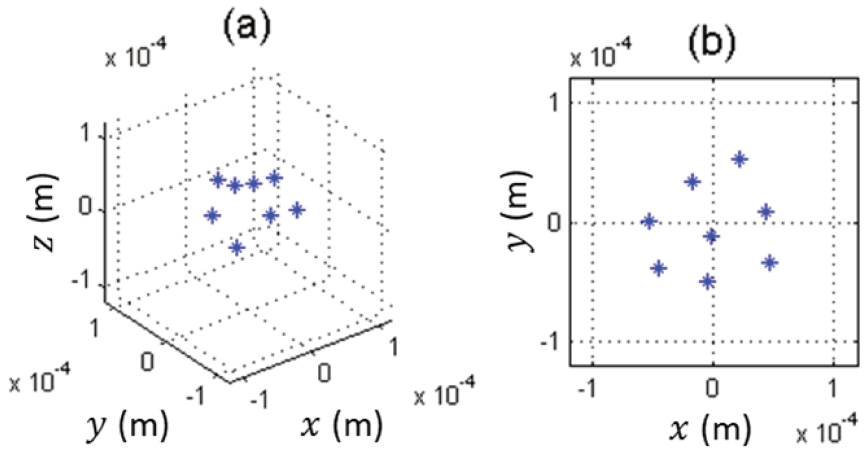


FIGURE 3.6 – Positions tridimensionnelles de 8 émetteurs sur une demi-sphère (a) et leur projection sur le plan (x, y) (b).

La figure 3.6-a montre la position tridimensionnelle de 8 émetteurs répartis aléatoirement à la surface d'une demi-sphère, la figure 3.6-b illustre leur projection dans le plan (x, y) parallèle à celui du capteur. On choisit une demi-sphère centrée en (0,0,0) dans le repère (x,y,z) dont la forme bombée est orientée vers le capteur comme support des émetteurs. Cette forme représente une particule rugueuse de forme globalement sphérique dont les émetteurs situés du coté opposé à la caméra ne seraient pas visibles. Le faible nombre d'émetteurs choisi ne garantit pas le fait que la distance maximale inter-émetteurs déterminée par l'analyse de l'interférogramme simulé corresponde de manière optimale à la taille de la particule.

Pour obtenir un aspect des interférogrammes simulés plus conforme à l'expérience, on peut générer des amplitudes α_j aléatoires pour chaque émetteur. En effet si l'amplitude de tous les émetteurs est la même, alors le contraste des interférences simulées apparaît plus marqué. La phase est choisie en tant que variable aléatoire comprise entre 0 et 2π, car dans le cas de particules de quelques dizaines de microns à quelques millimètres, le déphasage entre deux aspérités voisines d'une particule rugueuse dépassera largement 2π.

Le calcul du champ électrique dans le plan du capteur dans le cas d'une particule irrégulière se fait de manière similaire à la simulation d'interférogrammes de particules sphériques transparentes donnée par l'équation (2.42) (page 31), utilisant une décomposition sur la base de N fonctions gaussiennes pour simuler l'ouverture du système. Le même formalisme matriciel est utilisé pour décrire la propagation de la lumière de chaque émetteur jusqu'au capteur. Pour N_e émetteurs à des positions z différentes (répartis sur la surface d'une particule irrégulière), le champ électrique au niveau de la caméra située en $z = z_{CCD}$ peut s'écrire de la manière

suivante :

$$G_2(x,y,z_{CCD}) = \sum_{j=1}^{N_e}\sum_{k=1}^{N}\left[\frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}c_j}e^{i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_2^x}{B_2^x}x^2+\frac{D_2^y}{B_2^y}y^2\right)}}{(i\lambda)^2\sqrt{B_{1,j}^x B_{1,j}^y B_2^x B_{2j}^y}} \times \frac{P_k\pi}{\sqrt{\gamma_{x,j}(k)\gamma_{y,j}(k)}}\alpha_j e^{\kappa_j(k)}e^{i\varphi_j}\right] \tag{3.2}$$

c_j correspond au chemin optique total de l'émetteur j considéré au capteur. α_j est l'amplitude de l'émetteur j de position (a_j, b_j) dans le plan (x, y), φ_j est sa phase. Les expressions des différents coefficients utilisés dans l'équation (3.2) sont données ci-dessous :

$$\kappa_j(k) = i\frac{\pi A_{1,j}^x a_j^2}{\lambda B_{1,j}^x} + i\frac{\pi A_{1,j}^y b_j^2}{\lambda B_{1,j}^y} - \frac{\phi_{x,j}^2}{4\gamma_{x,j}(k)} - \frac{\phi_{y,j}^2}{4\gamma_{y,j}(k)} \tag{3.3a}$$

$$\gamma_{x,j}(k) = \frac{Q_k}{(D_0/2)^2} - i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_{1,j}^x}{B_{1,j}^x} + \frac{A_2^x}{B_2^x}\right) \tag{3.3b}$$

$$\gamma_{y,j}(k) = \frac{Q_k}{(D_0/2)^2} - i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{D_{1,j}^y}{B_{1,j}^y} + \frac{A_2^y}{B_2^y}\right) \tag{3.3c}$$

$$\phi_{x,j} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{a_j}{B_{1,j}^x} + \frac{x}{B_2^x}\right) \tag{3.3d}$$

$$\phi_{y,j} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{b_j}{B_{1,j}^y} + \frac{y}{B_2^y}\right) \tag{3.3e}$$

La section suivante de ce chapitre présentera des exemples d'images en défaut de mise au point obtenues grâce à ce modèle.

3.3 Détermination de dimensions de particules irrégulières par autocorrélation

3.3.1 Simulation d'interférogrammes de particules irrégulières

Afin de présenter la méthode d'analyse d'interférogrammes dans le cas de particules irrégulières, on considère le dispositif présenté figure 3.7. Ce montage est constitué d'une caméra ainsi que d'une lentille sphérique de distance focale $f = 100$ mm et de diamètre $D_0 = 10$ mm. La longueur d'onde du laser λ est de 532 nm. La distance de la particule à la lentille est $z_1 = 130$ mm. L'image nette de la particule se trouve à une distance $z_p = 433$ mm de la lentille. On introduit le paramètre de défaut de mise au point Δp qui est une distance relative entre la position du capteur et la position de l'image nette de l'objet. Pour le premier cas considéré, une distance de la caméra à la lentille égale à $z_2 = 373$ mm correspond à un défaut de mise au point $\Delta p = -60$ mm.

La particule irrégulière est modélisée sous la forme d'une demi-sphère de diamètre 120 µm à la surface de laquelle sont répartis aléatoirement 8 émetteurs. La position tridimensionnelle de ces émetteurs est donnée figure 3.6. On utilise l'équation (3.2) pour simuler la distribution d'intensité dans le plan du capteur. Le résultat de la simulation de l'image en défaut de mise au point obtenue à partir de cet ensemble d'émetteurs apparaît sur la figure 3.8-a.

Bien que ce modèle ne décrive pas rigoureusement les propriétés de diffusion de la lumière, il a été démontré qu'elle donne des informations quantitatives exactes sur les motifs observés [3, 80]. La taille des particles est alors estimée grâce à la taille moyenne du grain de tavelure, en considérant que les émetteurs les plus éloignés vont générer la plus haute fréquence dans

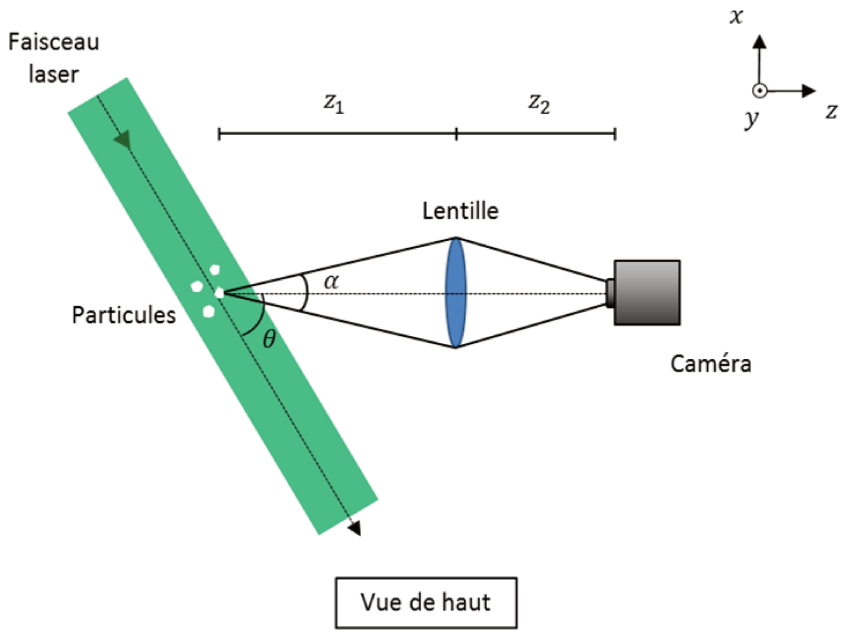


FIGURE 3.7 – Schéma d'un dispositif d'ILIDS classique adapté à la mesure de particules irrégulières.

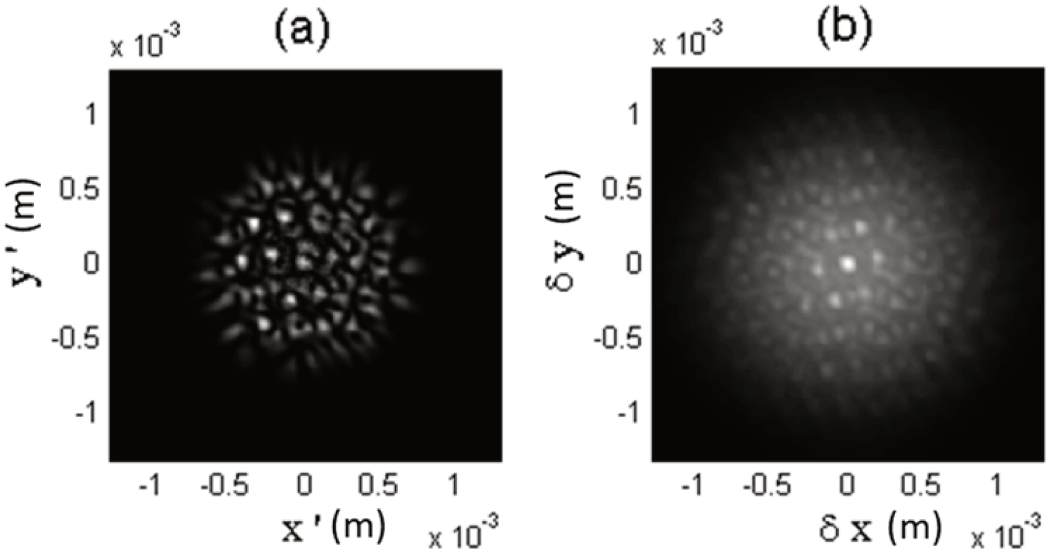


FIGURE 3.8 – Image en défaut de mise au point simulée d'une particule irrégulière (a) et son autocorrélation 2D (b).

l'interférogramme. De plus, des études menées au CORIA ont également permis de démontrer que la manière avec laquelle sont répartis des émetteurs change peu la mesure de la taille de la particule lors de l'analyse d'interférogrammes simulés. En effet, lorsque la répartition des émetteurs est aléatoire ainsi que dans le cas d'une répartition plus régulière, la taille du grain de l'interférogramme ne dépend que de la distance maximale entre les émetteurs [81].

3.3.2 Expression analytique de l'intensité des interférences générées par les deux émetteurs les plus distants

Afin de déterminer l'expression de la période spatiale des interférences générées par deux émetteurs de positions (a_1, b_1) et (a_2, b_2), on recherche l'expression analytique de l'intensité dans le plan du capteur de la lumière diffusée à partir de ces émetteurs, de manière similaire à l'expression (2.27) obtenue page 24. La différence tient ici au fait que les émetteurs ne sont pas nécessairement alignés selon l'axe x, ce qui peut mener à une orientation des franges dépendant de la symétrie du système d'imagerie. On considère donc le champ électrique dans le plan dans lequel se trouvent deux émetteurs modélisés par deux pics de Dirac, auxquels on associe une différence de phase φ et des amplitudes respectives α_1 et α_2 :

$$G_0\left(x_0, y_0, 0\right) = \alpha_1(\theta)\delta(x_0 - a_1, y_0 - b_1)e^{(i\varphi)} + \alpha_2(\theta)\delta(x_0 - a_2, y_0 - b_1) \tag{3.4}$$

En négligeant l'influence de l'ouverture du système d'imagerie qui sera étudiée par la suite, on applique l'intégrale d'Huygens-Fresnel généralisée afin de décrire la propagation de l'onde lumineuse des émetteurs au capteur :

$$\begin{aligned} G_1\left(x, y, z\right) = & \frac{\exp\left(i2\pi c/\lambda\right)}{i\lambda\sqrt{B_T^x B_T^y}} \int_{\mathbb{R}^2} G_0\left(x_0, y_0, 0\right) \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_T^x}\left(A_T^x x_0^2 + D_T^x x_0^2 - 2xx_0\right)\right] \\ & \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B_T^y}\left(A_T^y y_0^2 + D_T^y y_0^2 - 2yy_0\right)\right] \mathrm{d}x_0 \mathrm{d}y_0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Le calcul de l'intégrale de l'equation précédente donne l'expression du champ $G_1(x, y, z)$ au niveau du capteur :

$$G_1\left(x, y, z\right) = \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}n_l l}}{i\lambda\sqrt{B_T^x B_T^y}}\left(\alpha_1 e^{i\theta_1 + i\varphi} + \alpha_2 e^{i\theta_2}\right) \tag{3.6}$$

où les expressions de θ_1 et θ_2 sont les suivantes :

$$\theta_1 = \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{A_T^x a_1^2 + D_T^x x^2 - 2a_1 x}{B_T^x} + \frac{A_T^y b_1^2 + D_T^y y^2 - 2b_1 y}{B_T^y}\right) \tag{3.7}$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{A_T^x a_2^2 + D_T^x x^2 - 2a_2 x}{B_T^x} + \frac{A_T^y b_2^2 + D_T^y y^2 - 2b_2 y}{B_T^y}\right) \tag{3.8}$$

On obtient alors l'expression de l'intensité en multipliant G_1 par son expression conjuguée :

$$I_1(x, y, z) \propto \frac{1}{\lambda^2 B_T^x B_T^y}\left[\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\cos\left(\theta_1 - \theta_2 + \varphi\right)\right] \tag{3.9}$$

En notant $\varphi' = \frac{A_T^x}{B_T^x}(a_1^2 - a_2^2) + \frac{A_T^y}{B_T^y}(b_1^2 - b_2^2) + \varphi$, on peut réécrire l'expression de l'intensité I_1

$$I_1(x, y, z) \propto \frac{1}{\lambda^2 B_T^x B_T^y}\left[\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\cos\left(\frac{2\pi(a_2 - a_1)}{\lambda B_T^x}x + \frac{2\pi(b_2 - b_1)}{\lambda B_T^y}y + \varphi'\right)\right] \tag{3.10}$$

Cette dernière relation permet de remarquer que la périodicité de l'intensité $I_1(x, y, z)$ est décrite par un cosinus de la forme $\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi'\right) = \cos\left(k_x x + k_y y + \varphi'\right)$, où le vecteur $\vec{k}$ représenté figure 3.9 indique la direction de la périodicité des franges dans le plan (x, y). En

notant $X_{max} = |a_2 - a_1|$ et $Y_{max} = |b_2 - b_1|$ et d'après l'équation (3.10), les composantes de ce vecteur $\vec{k}$ s'écrivent :

$$\begin{cases} k_x = \dfrac{2\pi X_{max}}{\lambda B_T^x} \\ k_y = \dfrac{2\pi Y_{max}}{\lambda B_T^y} \end{cases} \tag{3.11}$$

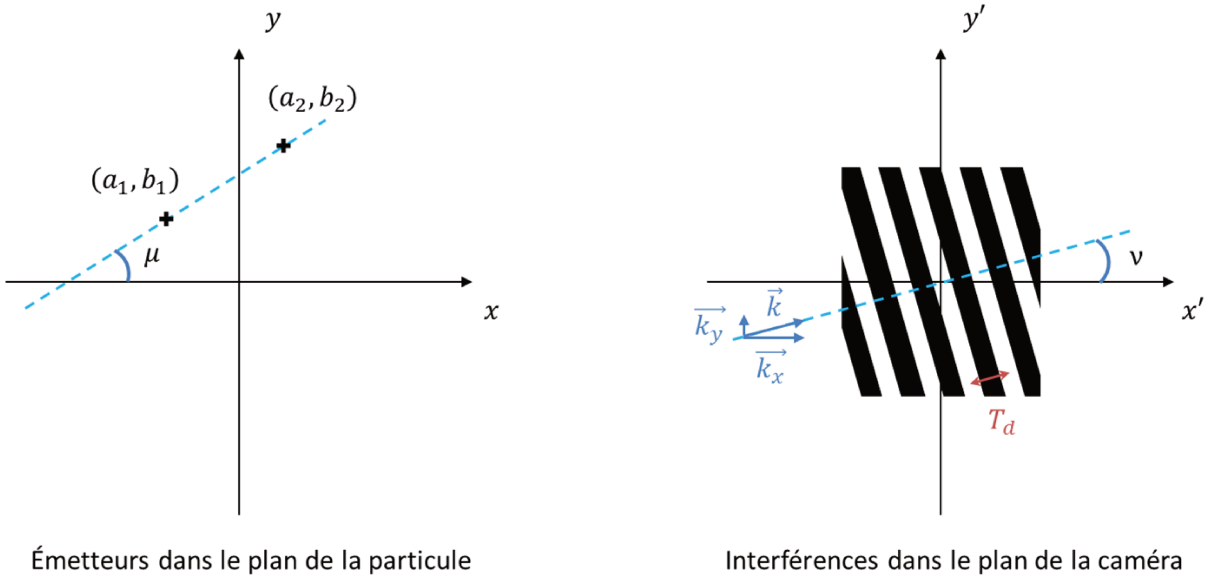


FIGURE 3.9 – Représentation schématique des angles μ et ν définissant respectivement la direction d'alignement de deux émetteurs et la direction des interférences qu'ils génèrent.

La norme de $\vec{k}$ est liée à la période spatiale T_d des franges d'interférences par la relation :

$$\|\vec{k}\| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \frac{2\pi}{T_d} \tag{3.12}$$

Deux émetteurs alignés suivant une direction faisant un angle μ avec l'axe x génèrent des franges d'interférence dans la direction inclinée d'un angle ν par rapport à l'axe x. Sachant que $\tan\mu = Y_{max}/X_{max}$ et d'après l'orientation des interférences donnée par l'équation (3.11), on détermine la relation entre la direction définie par les émetteurs et la direction des interférences qu'ils produisent :

$$\mu = \arctan\left(\frac{B_T^y}{B_T^x}\tan\nu\right) \tag{3.13}$$

Ainsi une période spatiale d'interférences mesurée suivant l'angle ν formé avec l'axe x correspondra à une distance entre des émetteurs alignés selon un angle μ avec l'axe x. Dans le cas où la symétrie du système est sphérique ($B_T^x = B_T^y$), la direction des franges d'interférences est perpendiculaire à l'axe défini par les deux émetteurs.

Les deux émetteurs créent donc des franges de période T_d suivant une certaine direction que l'on distingue par rapport à l'angle ν qu'elle forme avec l'axe x. En considérant un ensemble d'émetteurs, la période T_d générée par les deux émetteurs les plus distants sera liée à la largeur du grain lumineux dans l'image en défaut de mise au point [80]. La distance D_{max} entre deux points lumineux créant des interférences de fréquence $1/T_d$ est obtenue à partir des

équations (3.11) et (3.12) :

$$D_{max} = \frac{\lambda}{T_d\sqrt{\left(\frac{\cos\mu}{B_T^x}\right)^2 + \left(\frac{\sin\mu}{B_T^y}\right)^2}} \tag{3.14}$$

La largeur de la taille du grain de l'interférogramme est supposée liée à la période des interférences T_d dues aux émetteurs les plus éloignés. Elle peut être estimée en réalisant l'autocorrélation 2D de l'image en défaut de mise au point de la particule [81, 82]. La largeur du pic d'intensité central de l'autocorrélation 2D est caractéristique de la taille du grain de l'image en défaut de mise au point. L'autocorrélation 2D de l'interférogramme simulé figure 3.8-a est donnée figure 3.8-b.

3.3.3 Mesure du grain de tavelure

Afin d'estimer la taille du grain de tavelure, on mesure la largeur du pic central sur l'autocorrélation 2D de l'image en défaut de mise au point. Pour mesurer la largeur du pic central selon une direction donnée, on peut tracer le profil d'intensité passant par le centre de l'image d'autocorrélation. La figure 3.10-a correspond à un zoom sur la partie centrale de l'autocorrélation 2D présentée figure 3.8-a. La direction d'alignement des émetteurs les plus éloignés est mise en évidence sur l'autocorrélation 2D.

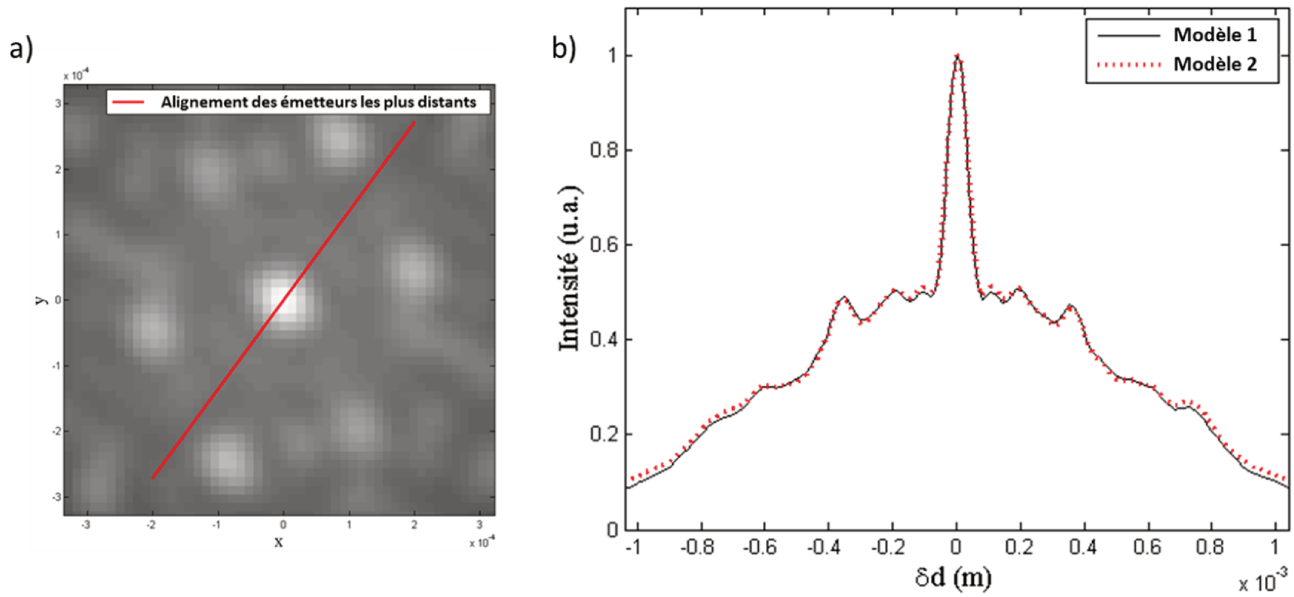


FIGURE 3.10 – a) Zoom sur le pic central de l'autocorrélation 2D d'une image en défaut de mise au point, la direction d'alignement des émetteurs les plus éloignés est indiquée en rouge. b) Profil d'intensité selon cette direction d'alignement pour deux modèles de simulation de l'ouverture du système : sans prise en compte de l'ouverture (ligne noire) et superposition de fonctions gaussiennes (ligne rouge en pointillés).

On constate sur cette image que la direction suivant laquelle les émetteurs les plus distants sont alignés correspond à la direction pour laquelle le pic central d'intensité est le moins large. Cela est cohérent avec le fait qu'une petite période d'interférences générée par deux émetteurs corresponde à une plus grande distance entre ces émetteurs. Le profil suivant cette direction est tracé en pointillés rouges figure 3.10-b. Pour cette simulation, la description de l'ouverture

du système optique est réalisée par l'utilisation d'une fonction de transmission composée de la superposition de fonctions gaussiennes. Il s'agit du "modèle 2" présenté dans la section 2.6, page 29, prenant en compte l'ouverture. Le "modèle 1" également présenté dans cette section 2.6 représente une approche simplifiée ne prenant pas en compte l'ouverture, elle permet d'obtenir la relation (3.14) reliant la taille du grain à la distance maximale entre émetteurs. Le profil d'autocorrélation obtenu grâce au modèle 1 apparaît sur la figure 3.10-b en ligne continue noire. Ces deux modèles donnent des résultats quasi-identiques.

3.3.4 Relation entre la taille du grain des tavelures et la taille de la particule

On fait l'hypothèse que la largeur du pic central de l'autocorrélation 2D est liée à la période générée par les émetteurs les plus éloignés par une relation de proportionnalité [81]. En effet, de manière générale, l'autocorrélation d'un pic d'intensité de largeur à mi-hauteur L_p correspondra à un pic de largeur βL_p, où β est un facteur de proportionnalité qui dépend de la fonction décrivant la distribution d'intensité. Afin de mesurer ce facteur de proportionnalité, on réalise des simulations pour diverses tailles de particules en connaissant la distance maximale entre les 8 émetteurs dont la position est déterminée aléatoirement. On mesure la largeur du pic central de l'autocorrélation 2D à 70% de sa hauteur pour chacune des simulations. On compare le résultat avec la valeur théorique attendue T_d, qui est calculée grâce à la relation (3.14) à partir de la distance maximale entre émetteurs D_{max}. La largeur du pic δd est mesurée selon la direction définie par les émetteurs les plus distants. Le résultat de ces mesures est exposé figure 3.11. La valeur théorique T_d correspondante est corrigée d'un facteur de proportionnalité β pour correspondre à la mesure de la largeur du pic [80, 83], dans le cas présenté, le coefficient correcteur est $\beta = 0,9$. Pour les plus grandes particules, on remarque une moins bonne corrélation entre la taille du grain et les dimensions de la particule, il sera donc nécessaire d'étudier les limites de validité de la méthode qui dépend des paramètres du système d'imagerie.

La détermination du coefficient de proportionnalité $\beta = 0,9$ pour le dispositif étudié permet d'interpréter l'image en défaut de mise au point simulée figure 3.8-a grâce à son autocorrélation donnée figure 3.8-b. Les valeurs obtenues pour la mesure de la largeur du pic d'autocorrélation selon trois directions sont données dans le tableau 3.2. Ces directions correspondent à l'axe x, l'axe y et la direction connue définie par les émetteurs les plus distants, on note cette direction l'axe d. Les distances X_{max}, Y_{max} et D_{max} sont les distances maximales entre émetteurs suivant chaque direction. Dans chaque cas, la largeur du pic d'autocorrélation est comparée à la période théorique de l'interfrange généré par les émetteurs les plus distants alignés suivant la direction donnée. Cette période est notée T_q, où q correspond à x, y, d selon l'axe considéré. La période βT_q correspond à la période T_q affectée du facteur de correction $\beta = 0,9$.

Axe q	Distance inter-émetteurs Q_{max} (µm)	Période T_q (µm)	Période βT_q (µm)	Taille du grain δq (µm)
x	100,84	95,494	85,945	81,472
y	102,60	93,849	84,464	84,527
d	113,75	84,655	76,190	77,555

Tableau 3.1 – Mesure de la taille du grain δq suivant 3 directions $q = x$, y, et d et valeur théorique T_q corrigée d'un facteur β.

On remarque d'après ces résultats que parmi les trois directions considérées, la période la plus petite correspond comme cela est attendu à la distance la plus grande entre les émetteurs.

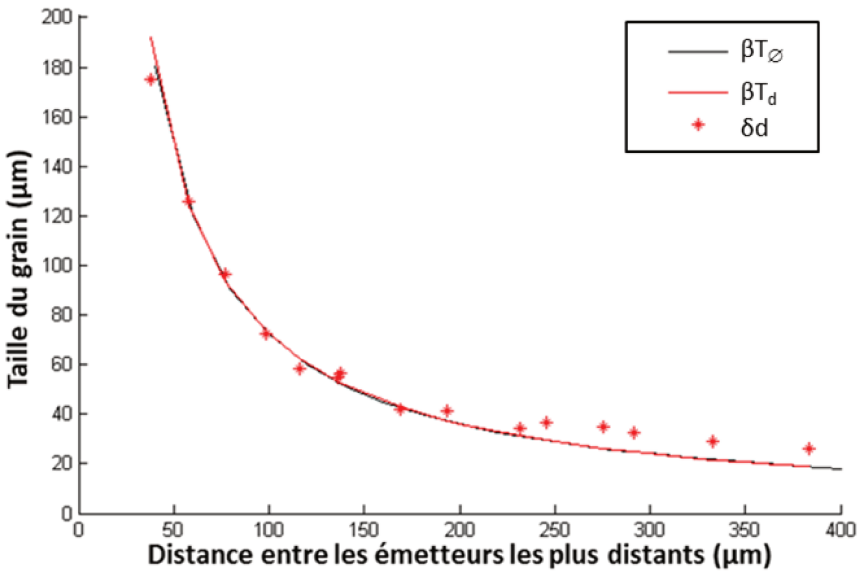


FIGURE 3.11 – Taille du grain de l'image en défaut de mise au point en fonction de la taille de la particule diffusante. La valeur théorique $\beta T_{\varnothing}$ de la période d'interférences calculée pour la taille de la particule (ligne noire) est comparée avec la valeur calculée pour la distance entre les émetteurs les plus distants générés aléatoirement βT_d (ligne rouge). La superposition de ces deux courbes montre que la distance entre les émetteurs les plus distants correspond à la dimension de la particule. La taille du grain mesurée δd est comparée à ces courbes.

Les valeurs de la largeur du pic d'autocorrélation sont effectivement proches des valeurs de la période T_q corrigée du coefficient β précédemment calculé. Ainsi à partir d'interférogrammes expérimentaux, en mesurant la largeur du pic d'autocorrélation et grâce à l'expression (3.14) reliant la taille de la particule à une taille d'interfrange, il est possible d'estimer la taille de la particule diffusante [60, 83].

3.4 Détermination de dimensions de particules irrégulières par transformée de Fourier 2D

3.4.1 Relation entre la transformée de Fourier 2D de l'interférogramme et l'autocorrélation de la silhouette de la particule

On considère de nouveau le champ électrique dans le plan d'une particule irrégulière G_0 comme un ensemble de N_e émetteurs ponctuels représentés chacun par une distribution de Dirac. On peut alors écrire :

$$G_0(x, y, 0) = \sum_{j=1}^{N_e} \alpha_j e^{i\varphi_j} \delta(x - a_j, y - b_j) \tag{3.15}$$

α_j est l'amplitude de l'émetteur j de position (a_j, b_j) dans le plan (x, y), φ_j est sa phase. De la même manière que précédemment, on obtient l'expression du champ électrique à une certaine position sur l'axe z après propagation de la lumière grâce à l'intégrale d'Huygens-

Fresnel généralisée :

$$G_1(x,y,z) = \sum_{j=1}^{N_e} \frac{\alpha_j}{i\lambda\sqrt{B_T^x B_T^y}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}c_j} e^{i(\theta_1+\varphi_j)} \tag{3.16}$$

où c_j correspond au chemin optique total de la lumière parcourue de l'émetteur j considéré au capteur. L'expression de θ_j utilisée dans la dernière relation est la suivante :

$$\theta_j = \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{A_T^x a_j^2 + D_T^x x^2 - 2a_j x}{B_T^x} + \frac{A_T^y b_j^2 + D_T^y y^2 - 2b_j y}{B_T^y}\right) \tag{3.17}$$

L'intensité dans le plan du capteur est ensuite obtenue par la multiplication du champ électrique par son expression conjuguée :

$$I_1(x,y,z) \propto \sum_{j=1}^{N_e}\left(\sum_{k=1}^{N_e} \frac{\alpha_j\alpha_k^* e^{i(\varphi_j-\varphi_j)}}{\lambda^2 B_T^x B_T^y} e^{\frac{i\pi}{\lambda}\left[\frac{A_T^x}{B_T^x}(a_j^2-a_k^2)+\frac{A_T^y}{B_T^y}(b_j^2-b_k^2)\right]} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda}\left[\frac{a_j-a_k}{B_T^x}x+\frac{b_j-b_k}{B_T^y}y\right]}\right] \tag{3.18}$$

En calculant la transformée de Fourier bidimensionnelle de l'intensité dans le plan du capteur, on obtient :

$$TF_{2D}[I_1(x,y,z)](u,v) \propto \sum_{j=1}^{N_e}\left(\sum_{k=1}^{N_e}\left(\frac{\alpha_j\alpha_k^* e^{i\vartheta_{j,k}}}{\lambda^2 B_T^x B_T^y}\delta\left(u - \frac{a_j-a_k}{B_T^x}, v - \frac{b_j-b_k}{B_T^y}\right)\right)\right) \tag{3.19}$$

où l'expression de $\vartheta_{j,k}$ est la suivante :

$$\vartheta_{j,k} = \varphi_j - \varphi_k + \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{A_T^x}{B_T^x}\left(a_j^2 - a_k^2\right) + \frac{A_T^y}{B_T^y}\left(b_j^2 - b_k^2\right)\right) \tag{3.20}$$

L'autocorrélation 2D du champ G_0 donné par l'équation (3.15) s'écrit :

$$A_{2D}\left[G_0(x,y)\right](dx,dy) = \sum_{j=1}^{N_e}\left(\sum_{k=1}^{N_e}\left(\alpha_j\alpha_k^* e^{i(\varphi_j-\varphi_k)}\delta\left(dx-(a_j-a_k), dy-(b_j-b_k)\right)\right)\right) \tag{3.21}$$

On remarque une similitude entre l'expression (3.19) de la transformée de Fourier 2D de l'intensité dans le plan du capteur et celle de l'autocorrélation 2D de la distribution d'émetteurs dans le plan de la particule donnée par l'équation (3.21). Par la multiplication des variables de l'espace des fréquences (u,v) par un facteur d'échelle λB_T^x selon u et λB_T^y selon v, on établit un lien entre la transformée de Fourier 2D de l'intensité de la lumière diffusée par une particule rugueuse irrégulière et l'autocorrélation 2D de la "silhouette" de la particule [3] :

$$|TF_{2D}[I(x,y,z)](\lambda B_T^x u, \lambda B_T^y v)| \propto |A_{2D}[G_0(x_0,y_0)](dx,dy)| \tag{3.22}$$

La figure 3.12-a montre l'image en mise au point d'un grain de sable et l'autocorrélation 2D de sa forme est donnée figure 3.12-b. La transformée de Fourier 2D de l'image en défaut de mise au point du grain de sable illuminé par un laser est illustrée sur la figure 3.12-c [3]. On observe sur les formes binarisées des colonnes b et c de la figure 3.12 la confirmation expérimentale de la relation (3.19). D'autres illustrations se trouvent dans la référence [3].

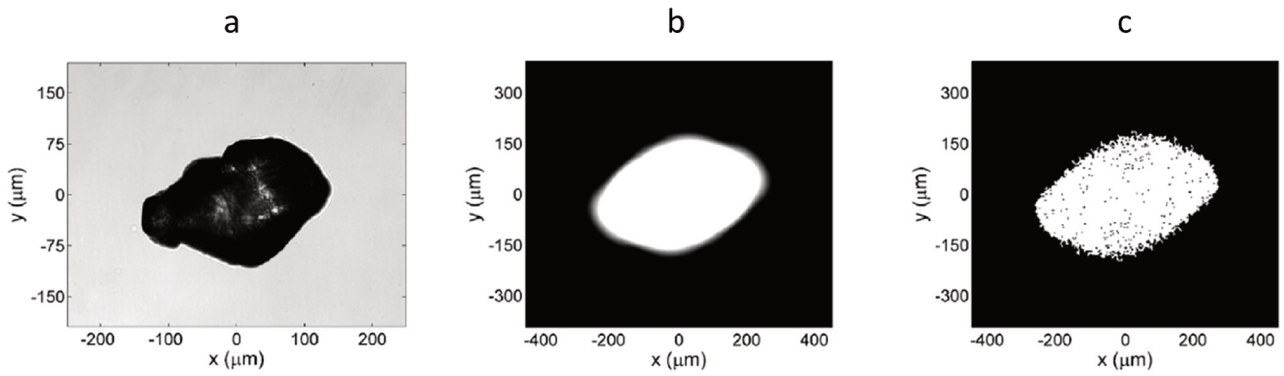


FIGURE 3.12 – Image en mise au point d'une particule de sable (a), autocorrélation 2D de l'image en mise au point de la particule (b), transformée de Fourier 2D de l'image en défaut de mise au point de la particule [3].

3.4.2 Relation entre les dimensions de la "silhouette" de la particule et les dimensions de son autocorrélation 2D

On note X_{jk} et Y_{jk} les distances entre les positions suivant x et y respectivement de deux émetteurs k et j, on a $X_{jk} = |a_j - a_k|$ et $Y_{jk} = |b_j - b_k|$. On note $\Delta\varphi_{jk} = |\varphi_j - \varphi_k|$ la différence de phase entre le j-ième et k-ième émetteur. On peut alors réécrire l'expression (3.21) de l'autocorrélation 2D de la répartition des émetteurs à la surface d'une particule de la manière suivante :

$$\begin{aligned} A_{2D}\left[G_0\left(x,y\right)\right]\left(dx,dy\right) = & \sum_{j=1}^{N_e}\left(\left|\alpha_j\right|^2\delta\left(dx,dy\right)\right) \\ & + \sum_{j=1}^{N_e-1}\left(\sum_{k>j}^{N_e}\left(\alpha_j\alpha_k^* e^{i\Delta\varphi_{jk}}\delta\left(dx-X_{jk},dy-Y_{jk}\right)\right)\right) \\ & + \sum_{j=1}^{N_e-1}\left(\sum_{k>j}^{N_e}\left(\alpha_j\alpha_k^* e^{-i\Delta\varphi_{jk}}\delta\left(dx+X_{jk},dy+Y_{jk}\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{3.23}$$

Cette formulation permet de distinguer différents pics d'intensité au niveau de l'autocorrélation 2D de la "silhouette" d'une particule.

- La première ligne de l'équation (3.23) correspond à la somme de distributions de Dirac au centre du repère. Chacun de ces pics d'intensité a une amplitude égale au module au carré de l'amplitude α_j de chacun des émetteurs considérés.
- Pour un couple d'émetteurs j et k, la seconde ligne de cette équation prédit la position d'un pic d'intensité de coordonnées (X_{jk}, Y_{jk}).
- La troisième ligne correspond à un pic de même intensité à la position $(-X_{jk}, -Y_{jk})$.

Ainsi pour une distance $D_e^{jk} = \sqrt{X_{jk}^2 + Y_{jk}^2}$ entre deux émetteurs, on observera une distance $D_{pics}^{jk} = 2\sqrt{X_{jk}^2 + Y_{jk}^2}$ entre les pics d'intensité correspondant sur l'autocorrélation 2D.

Par exemple, sur la figure 3.13-a des émetteurs sont distribués sur un repère, la position des pics d'intensités de l'autocorrélation 2D correspondante apparaît figure 3.13-b. La distance entre les points 1 et 3 se retrouve dans l'autocorrélation au niveau de la distance OA. De même que la distance entre les points 2 et 4 apparaît sur le segment OB. Ainsi, les dimensions

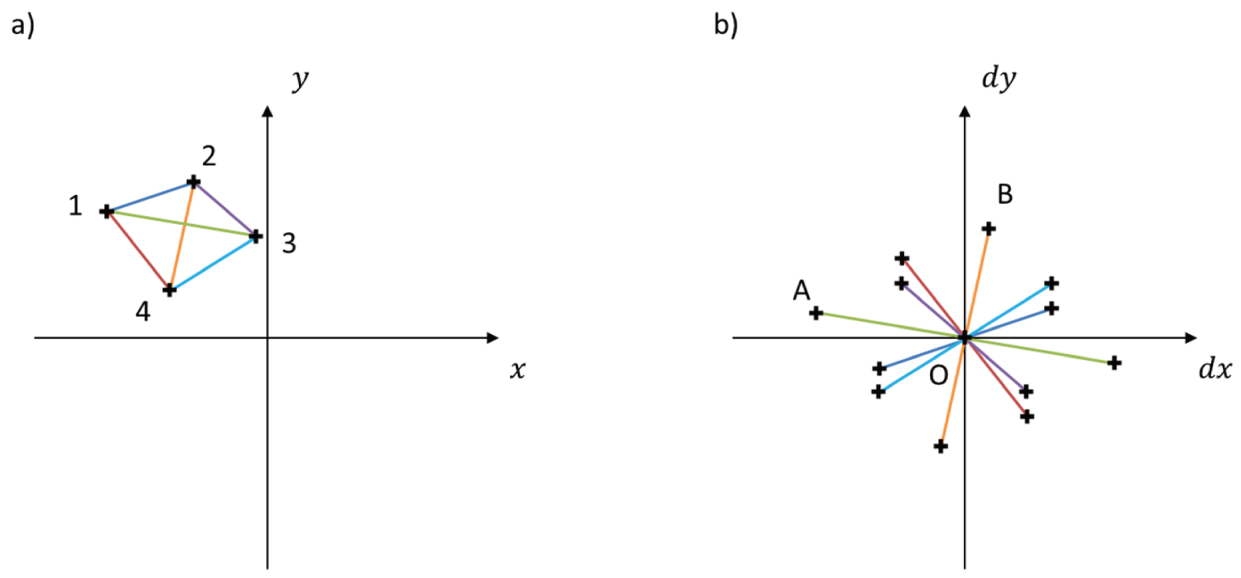


FIGURE 3.13 – a) Positions d'un ensemble de 4 émetteurs. b) Positions des pics d'intensité sur l'autocorrélation de cet ensemble.

maximales d'un objet suivant une direction peuvent être retrouvées grâce à son autocorrélation 2D.

En résumé l'équation (3.1) prédit la présence un pic d'intensité beaucoup plus important au centre du repère de l'autocorrélation 2D. Par extension c'est ce que l'on observe sur la transformée de Fourier 2D d'un interférogramme par la relation qui existe entre les deux. Les autres pics d'intensités visibles sur la transformée de Fourier 2D de l'interférogramme sont caractéristiques des contributions de chaque paire d'émetteurs.

On peut ainsi déterminer les distances entres les émetteurs les plus distants répartis à la surface d'une silhouette suivant chaque direction à partir de l'autocorrélation de cette silhouette. Par conséquent en considérant que les émetteurs sont situés aux extrémités de la particule et que la transformée de Fourier d'un interférogramme renseigne sur l'autocorrélation de la silhouette de la particule, il est possible de déterminer les dimensions globales de cette particule. Il convient cependant de s'assurer que l'interférogramme lui-même contient les informations nécessaires sur les positions relatives des émetteurs situés sur les bords externes de la particule. Il faut pour cela étudier l'influence de certains paramètres du dispositif d'imagerie sur l'aspect des images en défaut de mise au point des particules.

3.5 Influence de l'ouverture et du défaut de mise au point sur la détermination de tailles de particules irrégulières

Dans cette section on étudie l'influence des paramètres du système d'imagerie qui peuvent induire des erreurs dans la détermination de la taille de la particule diffusante.

La figure 3.14 montre l'image en défaut de mise au point expérimentale d'un grain de sel obtenu pour un montage composé d'un laser, d'une lentille sphérique et une caméra, similaire au système d'imagerie présenté figure 3.7 page 42. Dans le cas de cette image, on se place dans des conditions pour lesquelles le défaut de mise au point n'est pas suffisant, c'est-à-dire que la caméra est placée sur l'axe z à une position proche du plan de mise au point de l'image. On note que la taille du grain varie suivant la position dans l'interférogramme. Vers le centre de

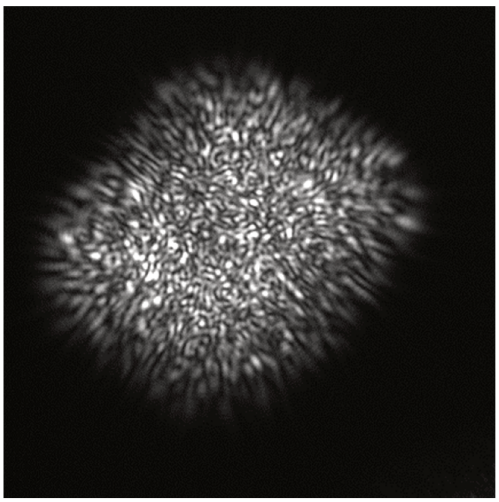


FIGURE 3.14 – Image en défaut de mise au point d'un grain de sel avec un faible défaut de mise au point

la figure, les grains sont plus petits que vers la périphérie, en augmentant progressivement de taille. La taille du grain étant liée à la distance maximale entre émetteurs d'après la théorie expliquée dans la section 3.3.2, on peut se demander si dans ce cas l'analyse d'une telle figure peut renseigner sur la taille de la particule.

On observe de plus sur la figure 3.14 que la forme de l'interférogramme correspondant à une seule particule ne dépend plus seulement de la forme du diaphragme d'ouverture. En effet l'ouverture définie par la lentille sphérique est circulaire, chaque image en défaut de mise au point d'un émetteur ponctuel est donc une tache circulaire. La superposition de toutes les images des émetteurs aura également une forme circulaire si leurs centres sont assez proches comparativement à leur taille. Or la taille de l'ouverture et le défaut de mise au point influent sur la taille de la tache image. De même une plus grande distance entre deux émetteurs implique une distance entre leurs images en défaut de mise au point également plus grande.

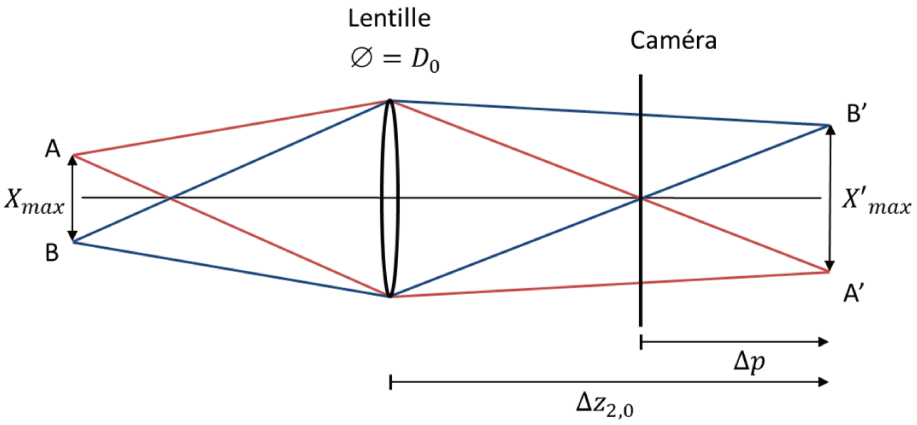


FIGURE 3.15 – Position limite de deux images en défaut de mise au point non superposées.

Les différents paramètres influant sur la superposition des images en défaut de mise au point des émetteurs sont illustrés figure 3.15. X_{max} correspond à la distance entre les deux émetteurs les plus distants selon l'axe x et X'_{max} est à la distance entre leurs points image dans le plan de mise au point. $\Delta z_{2,0}$ est la distance entre la lentille de diamètre D_0 et le plan de l'image en

mise au point. Δp est la distance relative entre la caméra et le plan de mise au point, sa valeur correspond au défaut de mise au point. Afin de pouvoir observer des interférences dans le plan de la caméra qui sont caractéristiques de la distance maximale entre émetteurs, il faut que les images en défaut de mise au point de ces émetteurs se superposent au moins partiellement. La figure 3.15 montre la distance limite entre deux émetteurs pour lesquels leurs images en défaut de mise au point ne se superposent plus pour une position de caméra fixée. En notant g_x le grandissement introduit par la lentille sphérique, on peut obtenir une estimation de la taille maximale de la particule X_{lim} qui peut être mesurée pour un dispositif donné [69] :

$$\left|\frac{\Delta p}{g_x X_{lim}}\right| = \frac{z_2}{D_0} \tag{3.24}$$

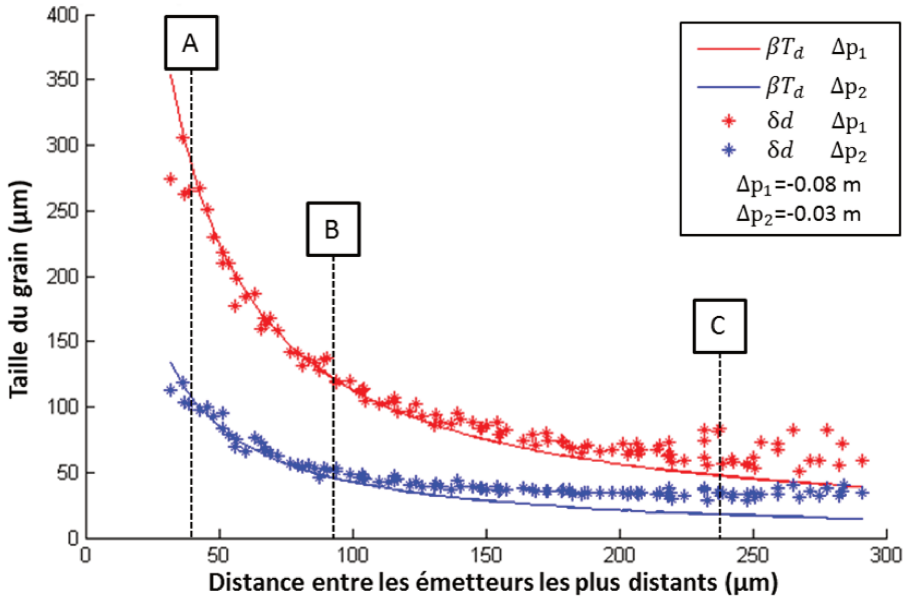


FIGURE 3.16 – Taille du grain de l'image en défaut de mise au point en fonction de la taille de la particule diffusante. Comparaison entre théorie (βT_d) et mesure du grain (δd) pour deux défauts de mise au point Δp différents.

Afin de confirmer cette estimation de l'influence du défaut de mise au point sur la validité du résultat de l'analyse d'une image en défaut de mise au point, on reprend le dispositif d'imagerie constitué d'une lentille sphérique et d'une caméra décrit dans la section 3.3 et présenté sur la figure 3.7 page 42. L'analyse de simulations a été effectuée dans cette précédente section pour un défaut de mise au point $\Delta p = -6$ cm. La taille limite de particule mesurable estimée par la relation (3.25) est $X_{lim} = 490$ µm pour cette configuration. On compare maintenant les résultats de mesure de grain obtenus pour les défauts de mise au point $\Delta p_1 = -8$ cm et $\Delta p_2 = -3$ cm.

On réalise des simulations d'images en défaut de mise au point de particules irrégulières entre 30 et 280 µm pour ces valeurs Δp_1 et Δp_2. L'estimation de la taille du grain est ensuite obtenue par autocorrélation. La détermination de la largeur du pic d'autocorrélation est faite suivant l'axe d passant par les deux émetteurs les plus distants. On détermine la largeur du pic d'autocorrélation à 70% de sa hauteur, le facteur de correction est $\beta = 0,9$. La mesure de la taille du grain δd est reportée sur la figure 3.16 en fonction de la distance maximale entre deux émetteurs. Ces mesures sont comparées à la valeur théorique attendue βT_d qui correspond à l'interfrange généré par les émetteurs les plus distants T_d corrigé du facteur β.

On remarque que la correspondance entre βT_d et δd fonctionne sur une plus grande gamme de tailles pour $\Delta p_1 = -8$ cm par rapport à $\Delta p_2 = -3$ cm. La taille de la particule est cor-

rectement estimée jusqu'à 140 µm environ pour le plus grand défaut de mise au point contre 100 µm pour le plus petit.

On réalise une analyse plus fine pour trois diamètres de particules différents : 40 , 100 et 240 µm repérés respectivement par les notations A, B et C sur la figure 3.16. Ces diamètres correspondent au diamètre de la sphère servant de support aux 8 émetteurs positionnés aléatoirement.

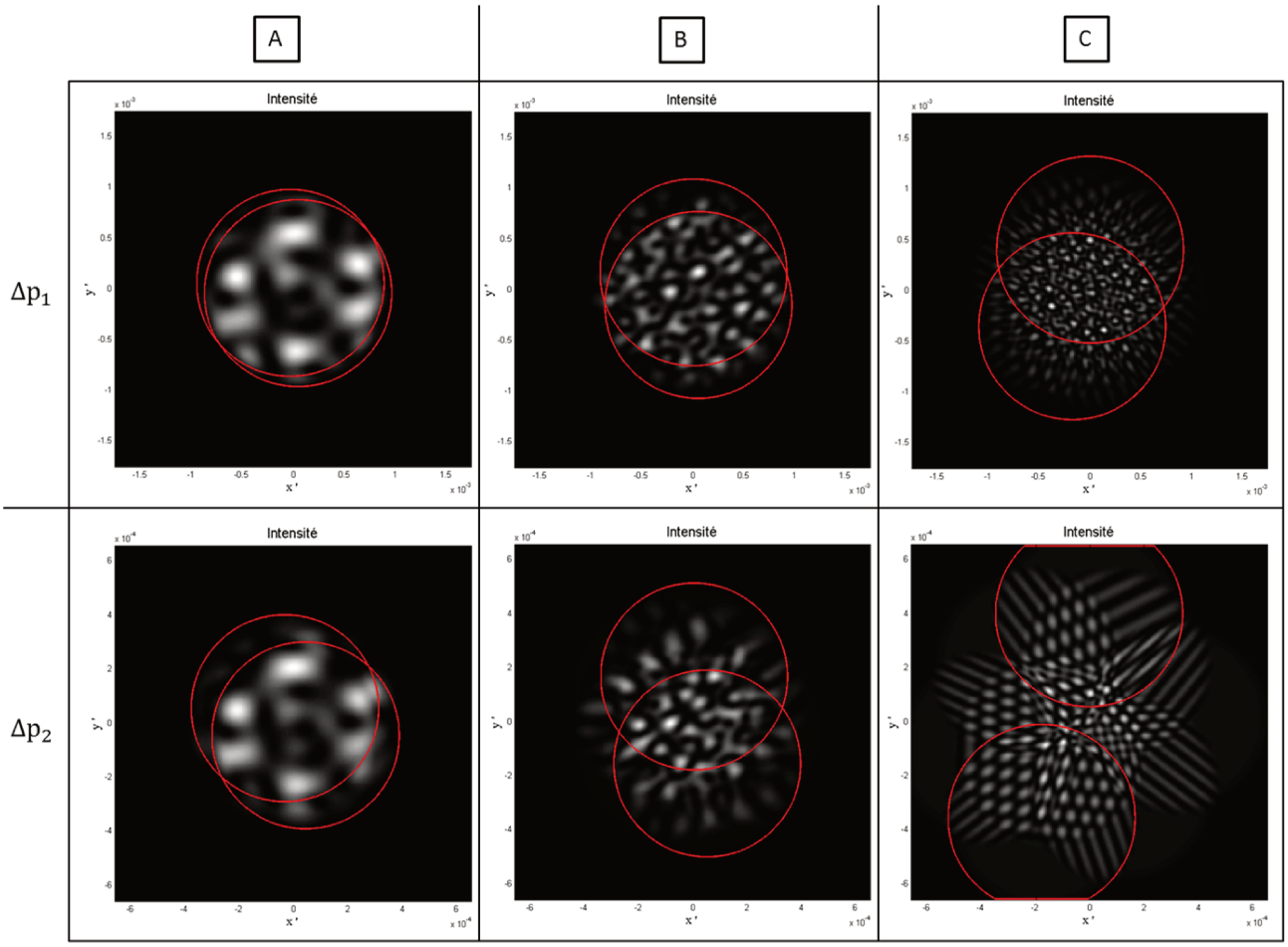


FIGURE 3.17 – Images en défaut de mise au point pour trois particules (A,B,C) de tailles différentes et pour deux défaut de mise au point $|\Delta p_1| > |\Delta p_2|$. Le contour des images en défaut de mise au point des émetteurs les plus distants sur la particule apparaît en rouge.

La figure 3.17 montre les images en défaut de mise au point pour ces trois particules A, B et C pour Δp_1 et Δp_2. Sur les interférogrammes, les cercles rouges délimitent les images des émetteurs les plus distants. Le détail de la mesure de la taille des grains et sa comparaison à la valeur théorique est donné dans le tableau 3.2.

En comparant les résultats du tableau 3.2 avec la superposition des images des émetteurs de la figure 3.17, on constate effectivement que la mesure du grain δd est proche de la valeur attendue βT_d uniquement lorsque les images des émetteurs les plus distants se recouvrent, c'est-à-dire dans le meilleur cas pour la plus petite particule. Plus la particule est grande et moins les images des émetteurs aux extrémités de la particule se superposent, ce qui perturbe l'interprétation de la mesure. Par ailleurs plus le défaut de mise au point est petit, plus les images des émetteurs sont petites, par conséquent elles se superposent moins.

On cherche maintenant à déterminer s'il est possible de mesurer une taille de grain proche de la valeur théorique dans le cas où le recouvrement des images n'est pas optimal. Pour un défaut

	Particule		$\Delta p_1 = 8$ cm		$\Delta p_2 = 3$ cm	
	Diamètre (µm)	D_{max} (µm)	βT_d (µm)	δd (µm)	βT_d (µm)	δd (µm)
A	40	37,897	304,488	306,9	114,975	113,52
B	100	97,656	118,161	133,83	44.6166	55,5
C	240	233,07	37,897	49,5081	18,6939	34,76

Tableau 3.2 – Comparaison entre la mesure de la taille du grain (δd) et la valeur attendue (βT_d) pour des tailles de particules et des défauts de mise au point différents.

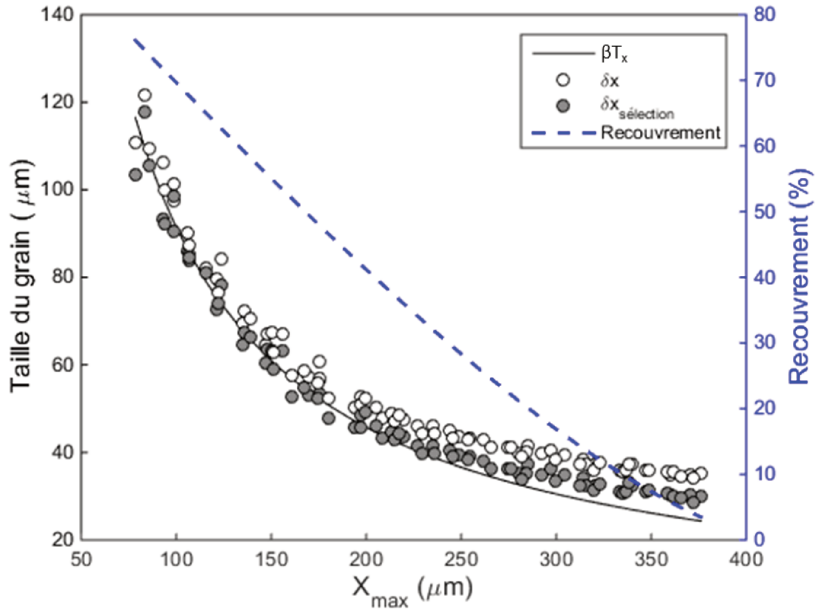


FIGURE 3.18 – Mesure de la taille du grain par autocorrélation de l'interférogramme complet (δx) et par sélection de la zone centrale ($\delta x_{sélection}$). Comparaison avec la valeur théorique (βT_x). Le taux de recouvrement des images des émetteurs les plus distants apparaît en pointillés.

de mise au point $\Delta p = -6$ cm, on reporte sur la figure 3.18 la mesure de la taille du grain δx selon l'axe x pour 90 tailles de particules entre 70 et 380 µm. La simulation est réalisée en considérant 50 émetteurs répartis aléatoirement à la surface d'une particule sphérique. On effectue la même opération en sélectionnant une zone au centre de l'interférogramme correspondant à 50% de l'image d'un émetteur. Pour cette seconde mesure notée $\delta_{selection}$, seule l'autocorrélation de cette zone est réalisée. Ces deux mesures sont comparées à la valeur théorique βT_d. En considérant les deux émetteurs les plus distants, on définit le taux de recouvrement comme le pourcentage de la surface de l'image en défaut de mise au point d'un émetteur qui recouvre celle du deuxième. Le taux de recouvrement des images des émetteurs les plus distants est indiquée sur le graphique en pointillés.

Quand l'analyse est faite sur la totalité de l'image en défaut de mise au point, on remarque que les tailles de grains de speckle correspondent à la valeur théorique attendue pour $X_{max} < 160$ µm, ce qui est équivalent au tiers de l'estimation $X_{lim} = 490$ µm donné par l'équation (3.25). Pour cette distance maximale, le recouvrement des images en défaut de mise au point est d'environ 50%. Pour de plus grandes tailles de particules, la taille du grain ne diminue pas de manière significative et on observe un comportement asymptotique de cette grandeur.

En revanche, la valeur de X_{max} mesurable peut augmenter si son interférogramme est tronqué pour analyser uniquement sa partie centrale, où un il y a un meilleur recouvrement des

images des différents points source. En effet on observe que dans ce cas l'estimation de la taille de la particule peut être correcte pour $X_{max} < 250$ µm, ce qui correspond approximativement à la moitié de notre première estimation X_{lim}. Pour cette dernière valeur, le recouvrement des images des émetteurs les plus distants est d'environ 25%. Pour de plus grandes particules, on retrouve un comportement asymptotique de la mesure de la taille du grain. On peut finalement conclure que la mesure de la taille d'une particule irrégulière à partir de la taille du grain de son interférogramme est valide jusqu'à une valeur limite :

$$X_{lim} = \left| \frac{D_0 \Delta p}{2 g_x z_2} \right| \tag{3.25}$$

On note que cette dernière relation est correcte pour l'analyse de la zone centrale de l'interférogramme correspondant à 50% de la taille d'une image en défaut de mise au point d'un émetteur. On remarque par ailleurs qu'il est visuellement possible de déterminer si l'analyse d'un interférogramme complet peut mener à une bonne estimation de la taille de la particule. En effet si la taille du grain varie, et plus particulièrement si elle apparaît nettement plus grande sur les bords de l'interférogramme, c'est que le recouvrement des images des émetteurs n'est pas optimal et donc que la mesure de la particule est compromise. Cette étude a fait l'objet de l'article [69].

3.6 Conclusion

Nous avons vu qu'il est possible de modéliser une particule irrégulière par un ensemble d'émetteurs répartis aléatoirement sur la face illuminée de la particule. Le fait de choisir une répartition des émetteurs sur une forme tridimensionnelle ou sur une projection en deux dimensions de la silhouette de la particule n'a pas d'incidence sur le résultat de la simulation. En effet la phase choisie étant aléatoire, la différence de chemin optique parcourue selon z influe peu sur l'aspect de l'interférogramme. De plus à l'échelle de la particule, la position en z n'induit pas une différence mesurable au niveau de la taille de l'image en défaut de mise au point.

Concernant l'analyse d'interférogrammes, la méthode de l'autocorrélation 2D permet de déterminer les dimensions moyennes de la particule ainsi que son orientation, si on mesure la taille du grain suivant différents axes. La méthode de la transformée de Fourier 2D permet cela également, mais il est de plus possible de mieux approcher la forme de la particule irrégulière, puisque cette méthode permet d'obtenir l'autocorrélation 2D de la silhouette de la particule. Le temps de traitement par la méthode de l'autocorrélation 2D est plus court puisqu'il ne requiert qu'une autocorrélation suivie d'une mesure de largeur de pic facilement implémentable. La méthode de la transformée de Fourier requiert quant à elle une binarisation et possiblement une succession de traitements d'image pour l'isolement automatisé des pics d'intensité formant l'autocorrélation de la silhouette de la particule.

On a vu également qu'il est possible de définir les limites théoriques de la méthode, de manière à pouvoir optimiser un dispositif suivant la taille de particules que l'on veut mesurer. On a pu décrire pour cela l'évolution de l'aspect des interférogrammes en fonction de différents paramètres du système, et plus particulièrement pour des valeurs du défaut de mise au point différentes. On note par ailleurs que la taille de l'ouverture du système est un paramètre important pour obtenir un recouvrement optimal des images des émetteurs dans le plan du capteur. Ce paramètre apparaît en effet dans l'expression de la taille limite de particules mesurables par imagerie interférométrique en défaut de mise au point. Il est donc important de noter que plus l'ouverture est grande, plus les images des émetteurs se recouvrent. En revanche le nombre de particules différentes mesurables sur une même acquisition en est diminué, du fait de la superposition d'interférogrammes. La compréhension de l'influence des différents paramètres permet

de déterminer que dans le cas de la méthode de mesure de taille par autocorrélation, la sélection de la zone centrale de l'interférogramme permet une meilleure estimation de la taille de la particule lorsque le recouvrement des images des émetteurs d'une particule n'est pas optimal.

Chapitre 4

Dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la mesure simultanée de tailles et de positions tridimensionnelles de bulles et de grains de sable

Sommaire

4.1 Détermination de l'angle de diffusion optimal 58

4.1.1 Décomposition en série de Debye 58

4.1.2 Vérification de l'influence d'un troisième glare point 58

4.2 Montage expérimental 62

4.3 Analyse d'images expérimentales 63

4.4 Simulation d'interférogrammes à partir de résultats expérimentaux 65

4.5 Analyse détaillée de particules irrégulières 66

4.5.1 Taille et forme des particules 66

4.5.2 Positions tridimensionnelles des particules 70

4.6 Limites de concentration de particules 71

4.7 Résultats de l'étude d'interférogrammes superposés 73

4.8 Algorithme de détection d'ellipses 76

4.8.1 Présentation de l'algorithme 76

4.8.2 Détection d'interférogrammes sur une acquisition expérimentale 77

4.8.3 Incertitude de la méthode de détection d'ellipses 79

4.9 Suivi et orientation de particules dans une houle 82

4.10 Conclusion 84

La mesure de la vitesse de fluide à trois composantes (3C) dans un volume tridimensionnel (3D) est essentielle pour la compréhension d'écoulements turbulents et pour la validation de simulations d'écoulements multiphasiques dynamiques [84]. Le but de ce chapitre est de présenter un dispositif qui vise à étendre le domaine d'application de l'imagerie interférométrique en défaut de mise au point et permettre des mesures de champs de vitesses 3D3C dans des écoulements triphasiques. On étudiera plus particulièrement le cas d'un mélange de bulles d'air

dans une cuve d'eau en présence de grains de sables. La position transverse d'une bulle ou d'un grain de sable sera obtenue à partie de la position transverse de son image en défaut de mise au point sur le capteur CCD, et sa position longitudinale sera déduite de l'ellipticité de l'interférogramme considéré selon la théorie exposée dans les chapitres 2 et 3.

Lorsque des bulles sont observées, leurs tailles sont déduites de la fréquence des franges de leurs images en défaut de mise au point. Lorsque des particules de sable sont étudiées, des interférogrammes présentant des tavelures sont observés [3,80,85]. D'après la théorie développée dans le chapitre 3, la taille du grain de sable sera obtenue à partir de la taille du grain de la tavelure qu'il génère au niveau du capteur. Nous décrirons ensuite plus en détails de quelle manière certaines indications de morphologie de particules irrégulières peuvent être obtenues.

4.1 Détermination de l'angle de diffusion optimal

4.1.1 Décomposition en série de Debye

Ainsi que présenté dans le chapitre 2, l'application de l'imagerie en défaut de mise au point pour la détermination de taille de particules sphériques nécessite la recherche d'un angle d'observation optimal déterminé par théorie de Mie [86]. Le but est ici de créer un dispositif capable de mesurer des tailles de bulles d'air dans de l'eau pour une gamme de tailles allant de la centaine de microns au millimètre. On réalise pour cela un tracé grâce au logiciel Mieplot [1] introduit dans la section 2.1.1. La figure 4.1 montre donc la décomposition en séries de Debye de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau d'indice 1,3369 [87]. La lumière de longueur d'onde 532 nm illuminant la particule est polarisée perpendiculairement. Ce tracé permet de déterminer qu'à l'angle de 41,2 ° les deux émetteurs les plus brillants à la surface de la bulle auront la même intensité, et qu'il s'agit des contributions des séries de Debye $p = 0$ et $p = 1$.

4.1.2 Vérification de l'influence d'un troisième glare point

Un simulateur numérique basé sur la théorie de Lorenz-Mie et développé au CORIA permet de simuler des hologrammes hors-axe générés par des bulles ou des gouttelettes [88]. La configuration étudiée est exposée sur la figure 4.2.

L'origine du repère (x, y, z) centré en O est placée au centre de la particule étudiée. Une onde plane interagit avec une particule sphérique considérée comme étant une sphère diélectrique isotrope et homogène. La diffusion observée à un angle θ est simulée en calculant l'amplitude du champ électrique au niveau du capteur par la théorie de Lorenz-Mie.

On considère le cas d'une bulle d'air de 100 µm de diamètre dans de l'eau d'indice 1,3369 illuminé par un laser dont la lumière est polarisée perpendiculairement et dont la longueur d'onde est 532 nm. La distance de la particule au capteur est de 1 mm. L'angle de collection est de 14 ° centré sur l'angle de diffusion de 41,5 ° . Le capteur considéré est de forme carrée de 512 pixels de côté. La figure 4.3-a montre les franges d'interférences qui résultent de cette simulation et qui sont générées par des points brillants à la surface de la particule sphérique. On distingue sur cette figure que plusieurs fréquences apparaissent alors que classiquement dans le cas d'un dispositif d'imagerie en défaut de mise au point, deux sources lumineuses à la surface de la particule génèrent des franges présentant une fréquence unique. Afin de visualiser la position des points brillants à la surface de la particule, on ajoute au champ diffusé par la particule la contribution d'une onde de référence plane. L'ajout de cette onde de référence produit le motif observé figure 4.3-b. Par le principe de l'holographie, il est alors possible de restituer numériquement l'image des sources lumineuses dans le plan de la particule.

1. http ://www.philiplaven.com/mieplot.htm

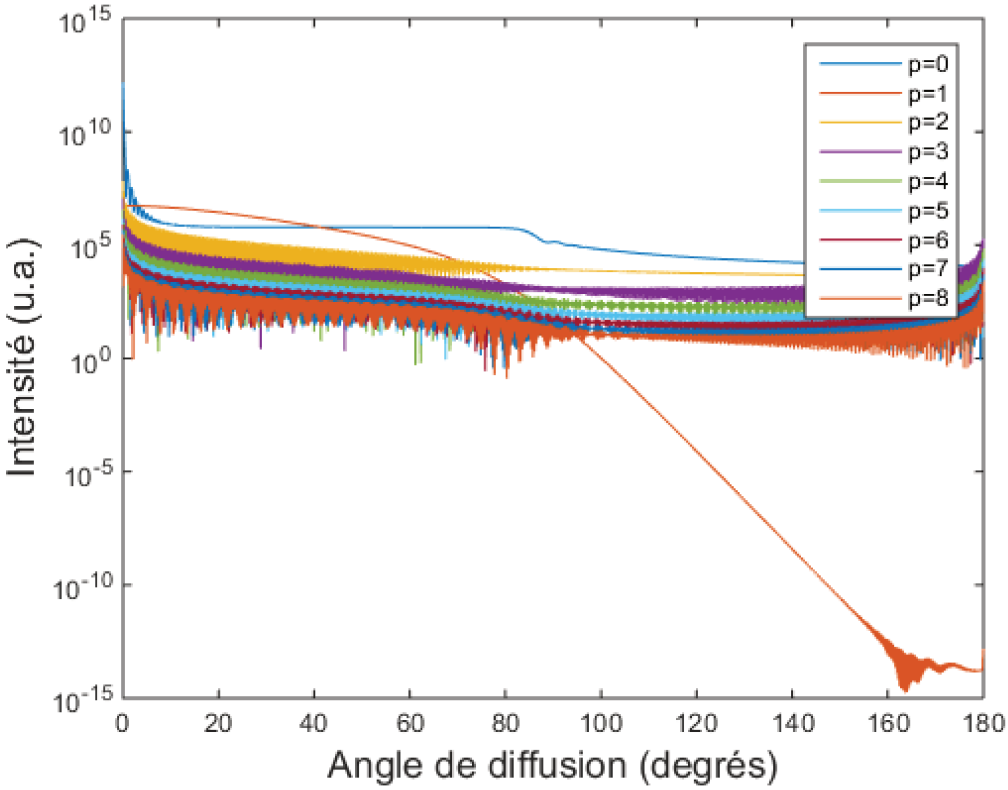


FIGURE 4.1 – Décomposition en séries de Debye de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau sous illumination de polarisation perpendiculaire à 532 nm

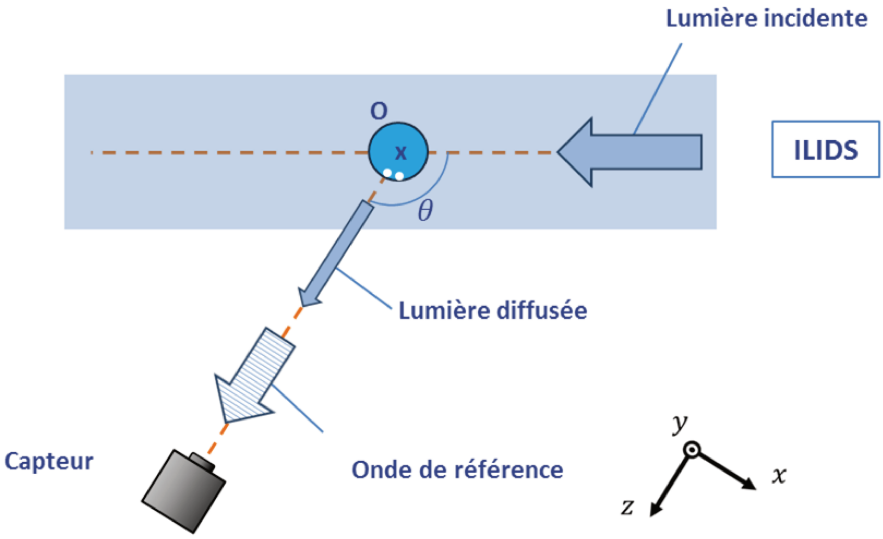


FIGURE 4.2 – Principe de la visualisation de la position de points brillants à la surface d'une particule sphérique par la théorie de Lorenz-Mie.

La figure 4.4 montre ainsi la restitution à une distance $z = 0,985$ mm du capteur, dans un plan proche de la position des sources lumineuses présentes à la surface de la particule. On constate que dans le cas d'une bulle de 100 µm et à l'ange de diffusion de 41,5 ° , trois sources lumineuses sont observables.

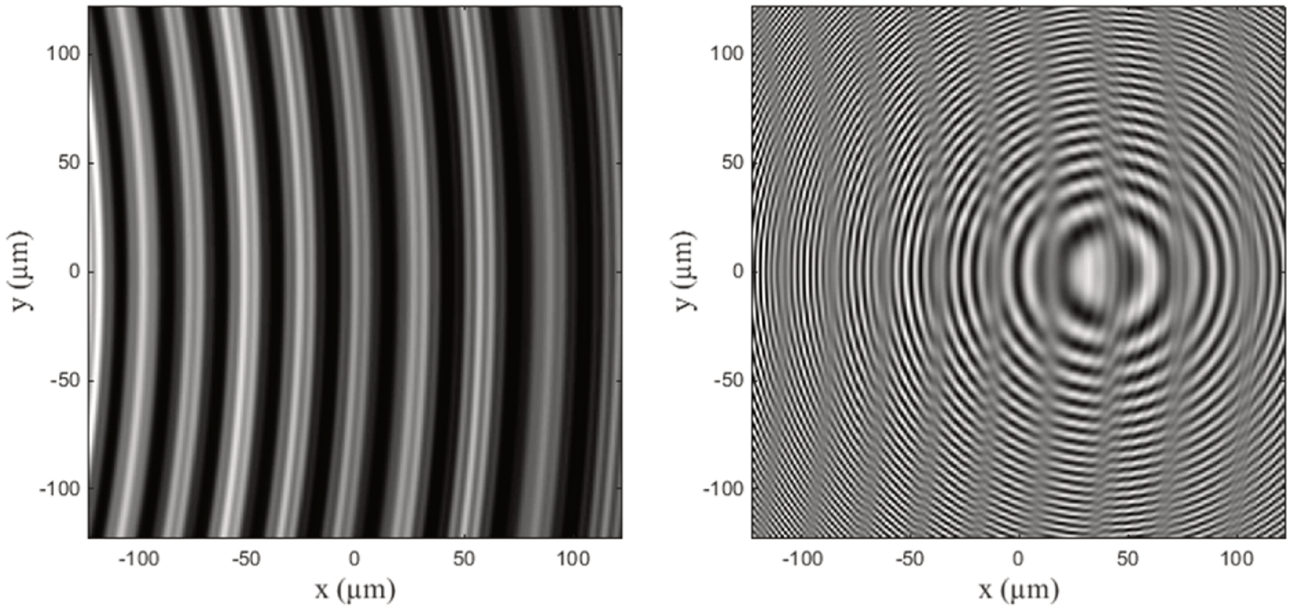


FIGURE 4.3 – a) Franges d'interférences simulées par théorie de Lorenz-Mie pour une bulle d'air dans de l'eau de 100 µm ; b) hologramme correspondant généré par l'ajout d'une onde de référence.

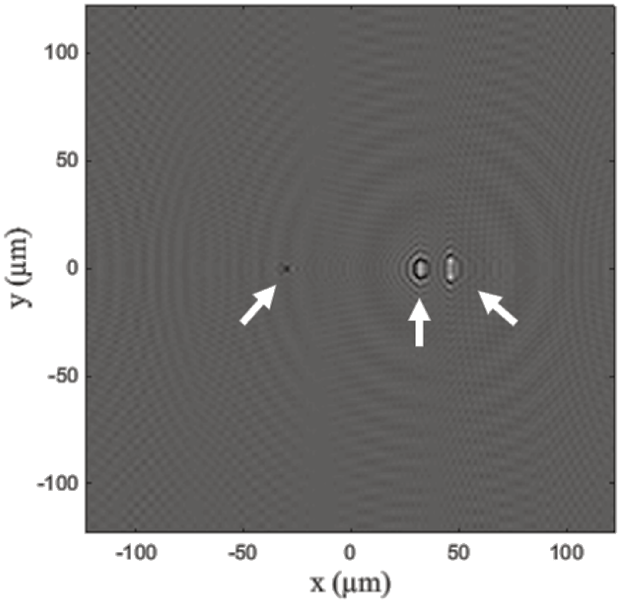


FIGURE 4.4 – Points brillants à la surface d'une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau restitués à partir d'un hologramme simulé en théorie de Mie.

Le principe de l'ILIDS se base sur la mesure de la taille de particules sphériques en sachant quels sont les rayons lumineux à l'origine des points brillants. Dans le cas classique, il s'agira des rayons réfléchis et des rayons réfractés une fois dans la particule. La distance entre ces points clairement définis est alors reliée par optique géométrique à la taille de la particule. Il est donc très important de déterminer à quels ordres des séries de Debye ces points brillants correspondent, afin de pouvoir interpréter correctement des acquisitions expérimentales.

La figure 4.5 permet d'observer de plus près la décomposition en séries de Debye autour de l'angle de diffusion considéré. On constate qu'à l'angle de diffusion optimal, un facteur 10 sépare les intensités des ordres $p = 0$ et $p = 1$ d'une part, et $p = 2$ d'autre part. L'intensité de

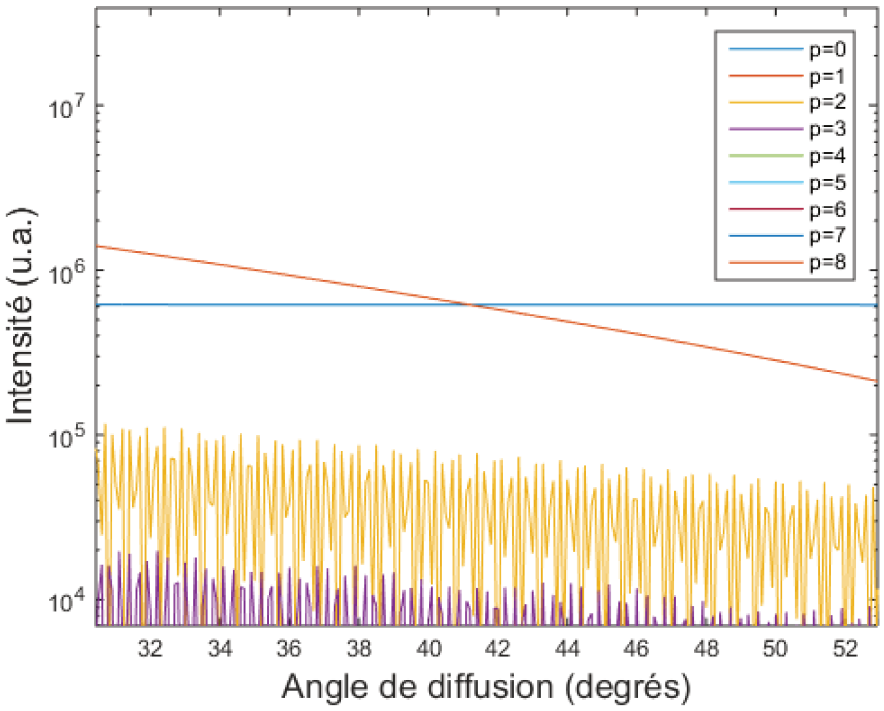


FIGURE 4.5 – Séries de Debye prévalentes autour de 41 ° pour une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau illuminée par une source laser polarisée perpendiculairement à 532 nm

$p = 3$ semble également relativement proche.

Il est également possible de tracer le profil de la lumière diffusée en théorie de Mie grâce au logiciel Mieplot. La figure 4.6 montre un tel tracé pour une bulle d'air dans l'eau d'un diamètre de 100 µm.

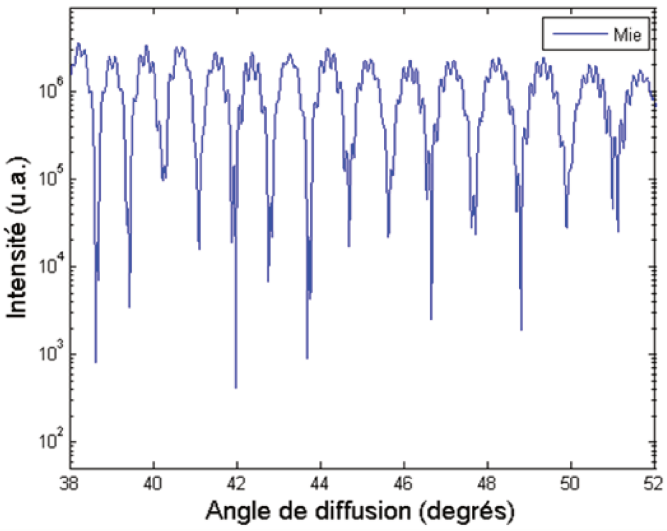


FIGURE 4.6 – Oscillations de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau simulé par théorie de Mie.

On observe là encore de larges oscillations de l'intensité et de plus petites. Dans le cas de bulles d'un diamètre de l'ordre de 100 µm, la théorie de Mie prédit donc que deux types de

franges sont visibles si la résolution du capteur le permet. Il s'agit de savoir quelles sont les séries de Debye qui contribuent de manière significative à cet aspect des figures d'interférences.

Le tracé des contributions des séries $p = 0$ et $p = 1$ effectué grâce à Mieplot et apparaissant sur la figure 4.7-a permet de constater que les franges les plus larges sont dues aux interférences générées par les deux premiers ordres. On remarque par même occasion que l'amplitude de ces oscillations est effectivement maximale vers un angle de diffusion de 41 °.

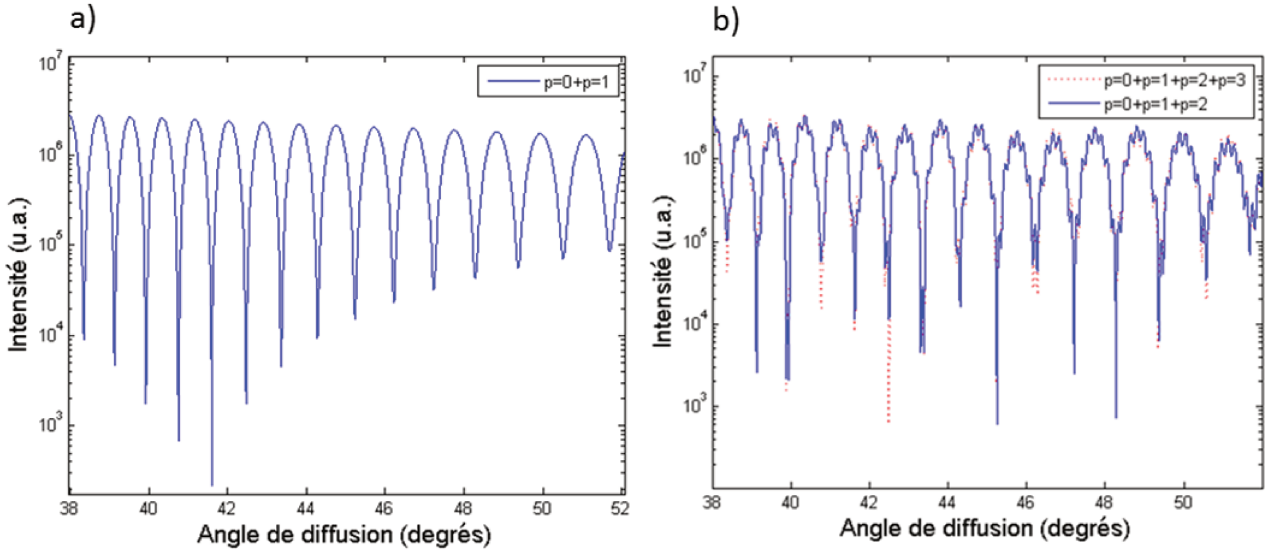


FIGURE 4.7 – Oscillations de la lumière diffusée par une bulle d'air de 100 µm dans de l'eau : simulation par somme des contributions des premières séries de Debye. Résultats pour : a) $p = 0$ et $p = 1$; b) de $p = 0$ à $p = 3$.

Sur la figure 4.7-b on trace l'intensité de la lumière diffusée en ne prenant en compte que les premiers ordres : on compare l'intensité cumulée des ordres 0, 1, et 2 (en ligne bleue) avec celle des ordres 0, 1, 2 et 3 (en pointillés rouge). Ce tracé permet de remarquer que la contribution de l'ordre $p = 3$ n'est pas significative. Les rayons correspondants aux séries de Debye $p = 0$, $p = 1$ et $p = 2$ suffisent donc à décrire les oscillations de l'intensité lumineuse observées expérimentalement. Il semble que dès que le rapport d'intensité entre les deux premiers ordres et un ordre supérieur atteint un facteur 10, l'effet de la contribution de cet ordre supplémentaire apparaît comme étant non négligeable.

Cette étude nous montre que dans l'interprétation des résultats, et pour nos simulations à venir, il faudra probablement tenir compte de trois émetteurs pour représenter les bulles d'air : deux d'intensité égale et un troisième d'intensité plus faible.

4.2 Montage expérimental

Le montage expérimental est présenté figure 4.8. Des bulles d'air et des grains de sable dans une cuve d'eau sont illuminées par un laser Nd :YAG émettant des impulsions de 4 ns et 5 mJ à 532 nm. La lumière du laser est polarisée perpendiculairement. Le sable est injecté grâce à une seringue dans la cuve, générant par la même occasion des bulles d'air. La lumière est collectée à 45 ° par un système optique qui consiste en une lentille sphérique, un diaphragme et une lentille cylindrique alignés avec une caméra CCD. Les particules de sable sont sélectionnées par tamisage de manière à obtenir une taille connue de 200 ± 30 µm. Afin d'interpréter correctement les images en défaut de mise au point des particules enregistrées par le capteur, il est important

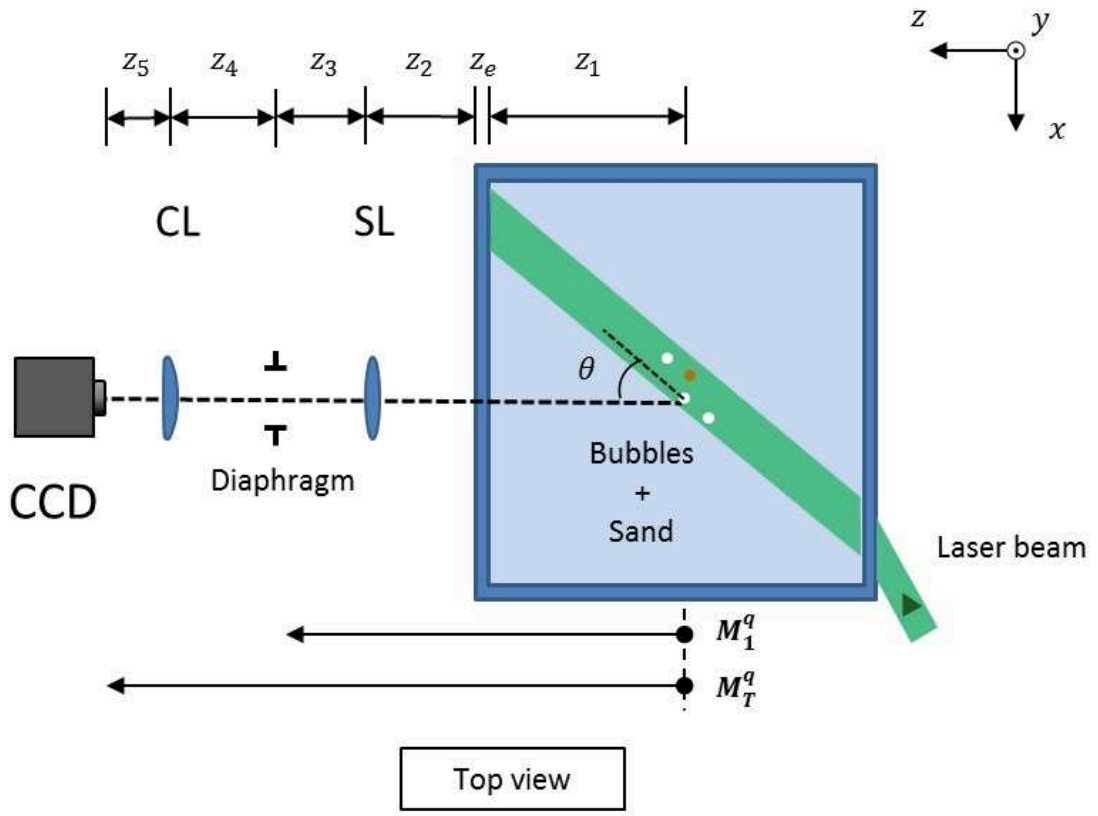


FIGURE 4.8 – Dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la mesure de position tridimensionnelle et de tailles de bulles d'air et de grains de sable

de connaître précisément tous les éléments composant le système d'imagerie. La distance entre une particule considérée et la paroi de la cuve est notée z_1, il s'agit d'un paramètre inconnu dont la mesure est recherchée. L'intérieur de la cuve étant d'une largeur de 50 mm, la valeur de z_1 est comprise entre 0 et 50 mm. La paroi de la cuve est constituée de verre acrylique (PMMA) d'épaisseur $z_e = 10,2$ mm et d'indice de réfraction 1,495. La distance entre la cuve et la lentille sphérique (SL) vaut $z_2 = 122$ mm. La distance focale de la lentille sphérique est de 100 mm. Un diaphragme se trouve à une distance $z_3 = 60,0$ mm de la lentille sphérique. Son diamètre correspond à l'ouverture du système optique et vaut $D_0 = 7,2$ mm. La distance entre cette ouverture et la lentille cylindrique (CL) est $z_4 = 64,0$ mm. Cette lentille cylindrique a une distance focale de 200 mm selon l'axe x et infinie suivant l'axe y. Le but de cette lentille est de créer une ellipticité dans la forme de l'interférogramme générée au niveau du capteur par la lumière diffusée par les particules. Ainsi qu'exposé dans la section 2.5, cette ellipticité est caractéristique de la position z_1 de la particule. Enfin, la caméra se trouve à une distance $z_5 = 121$ mm de la lentille cylindrique. Ses dimensions sont 2452×2054 pixels, pour une taille de pixels de $3,45$ µm.

4.3 Analyse d'images expérimentales

La figure 4.9 montre un exemple d'acquisition expérimentale. Le plan (x', y') du capteur de la caméra est parallèle au plan (x, y) présenté sur la description du dispositif figure 4.8. Il s'agit des images en défaut de mise au point expérimentales de deux bulles et d'un grain de sable dans un aquarium. Conformément aux prévisions exposées précédemment dans ce chapitre, plusieurs fréquences sont observables au sein d'un même interférogramme de bulle. La particule de droite correspond à une image en défaut de mise au point d'un grain de sable tandis que les

deux autres correspondent à la lumière diffusée par des bulles. A partir de cette acquisition, on cherche à obtenir les tailles et positions de chaque particule.

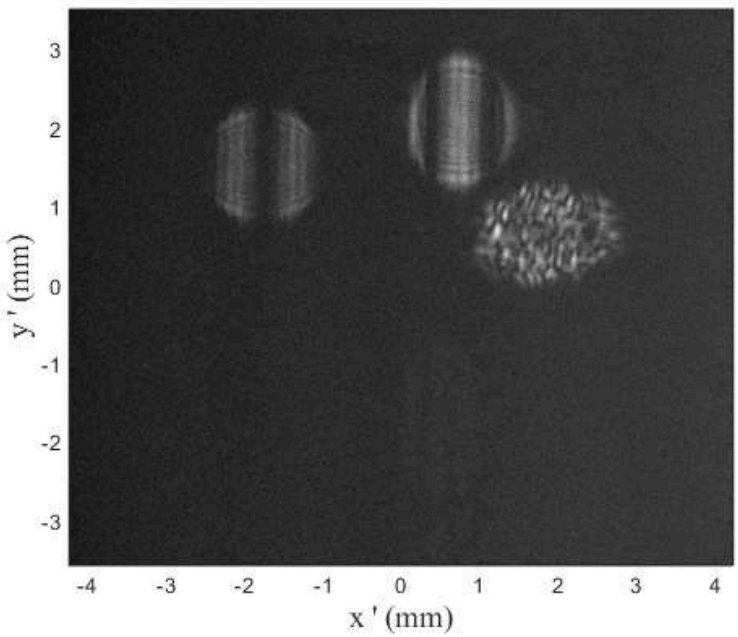


FIGURE 4.9 – Images en défaut de mise au point expérimentales de deux bulles et d'un grain de sable dans un aquarium.

La figure 4.10 montre la position axiale z_1 d'une particule en fonction du rapport d'ellipticité de son image en défaut de mise au point. Cette courbe est calculée numériquement à partir de la détermination des coefficients des matrices de transfert selon chaque axe [51] :

$$\phi_y/\phi_x = \frac{B_T^y B_1^x}{B_1^y B_T^x} \tag{4.1}$$

Pour chaque interférogramme expérimental elliptique, le rapport des axes selon y et x est calculé, puis la courbe 4.10 est utilisée pour retrouver la position z_1 correspondante.

La caractérisation des bulles est déduite à partir de la théorie développée dans le chapitre 2. L'analyse théorique présentée dans la section 4.1.2 a permis de déterminer le fait que les basses fréquences observées sur les interférogrammes de bulles sont dues aux ordres 0 et 1 des séries de Debye. Par conséquent l'expression liant la distance entre les points brillants et le diamètre d de la bulle définie dans la section 2.4 s'applique. Cette expression est rappelée ci-dessous :

$$d = 2\lambda f_i |B_T^x| \left[\cos\frac{\theta}{2} + \frac{n \sin\frac{\theta}{2}}{\sqrt{m^2 + n^2 - 2mn\cos\frac{\theta}{2}}} \right]^{-1} \tag{4.2}$$

où $n = 1$ est l'indice de la bulle d'air et $m = 1,3369$ l'indice de l'eau. L'angle de diffusion θ vaut 45 ° et $\lambda = 532$ nm. La fréquence f_i est la plus basse fréquence mesurée sur un interférogramme de bulle pour une particule considérée.

Les particules irrégulières sont mesurées dans un premier temps grâce à la méthode de la transformée de Fourier 2D. Le tableau 4.1 regroupe les informations extraites de la figure 4.9. Les incertitudes données dans ce tableau sont calculées selon la formule générale de propagation des incertitudes. Dans le cas général, pour une grandeur $h = h(x, ..., z)$ fonction des variables

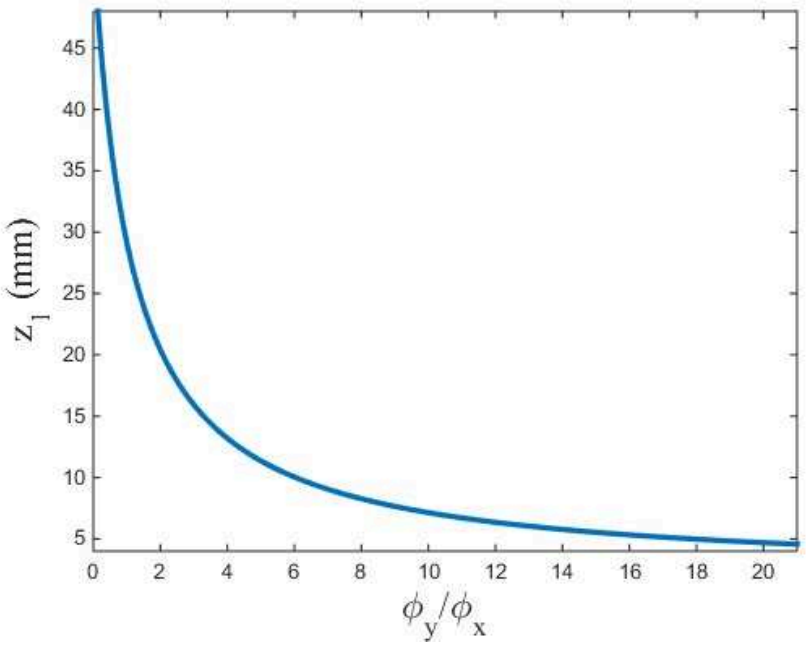


FIGURE 4.10 – Position axiale z_1 d'une particule en fonction du rapport d'ellipticité de son image en défaut de mise au point.

indépendantes $x, ..., z$, l'incertitude est donnée par la relation [89] :

$$\delta h = \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial x}\delta x\right)^2 + ... + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\delta z\right)^2} \tag{4.3}$$

où $\delta x, ..., \delta z$ sont les incertitudes des variables mesurées. On considère une incertitude de 1 pixels pour les grandeurs mesurées sur le capteur et une incertitude de $0,2$ mm pour chaque distance en z mesurée sur le dispositif (z_2, z_3, z_4, z_5).

Particule	x_0 (mm)	y_0 (mm)	z_1 (mm)	Dimension d (µm)
Bulle 1	1,439 ± 0,003	-1,021 ± 0,003	30,4 ± 0,2	158,2 ± 2,2
Bulle 2	-0,625 ± 0,003	-1,363 ± 0,003	26,4 ± 0,2	137,5 ± 1,9
Sable	-1,463 ± 0,003	-0,422 ± 0,003	32,3 ± 0,2	d_{max} = 191,2 ± 1,8 d_{min} = 95,6 ± 1,8

Tableau 4.1 – Positions tridimensionnelles et tailles des particules mesurées à partir des interférogrammes expérimentaux de la figure 4.9.

4.4 Simulation d'interférogrammes à partir de résultats expérimentaux

Il est possible de calculer l'aspect d'images en défaut de mise au point grâce au formalisme présenté dans les chapitres précédents. On cherche dans cette section à comparer des images

expérimentales avec des images simulées afin de valider la théorie exposée dans les chapitres 2 et 3 dans le cas d'un mélange de sable et de bulles. Les bulles sont modélisées comme possédant trois points brillants à leur surface correspondant aux trois premiers ordres de Debye. La position de ces points est déterminée par optique géométrique selon les expressions détaillées dans la section 2.4. A partir de ces positions, la propagation de la lumière est simulée par l'intégrale d'Huygens-Fresnel généralisée associée au formalisme des matrices de transfert tel que présenté dans la section 2.6.2.

Ainsi à partir des données rassemblées dans le tableau 4.1 extraites de la figure 4.9, on réalise la simulation présentée figure 4.11. Notons la grande ressemblance avec l'image expérimentale présentée sur la figure 4.9.

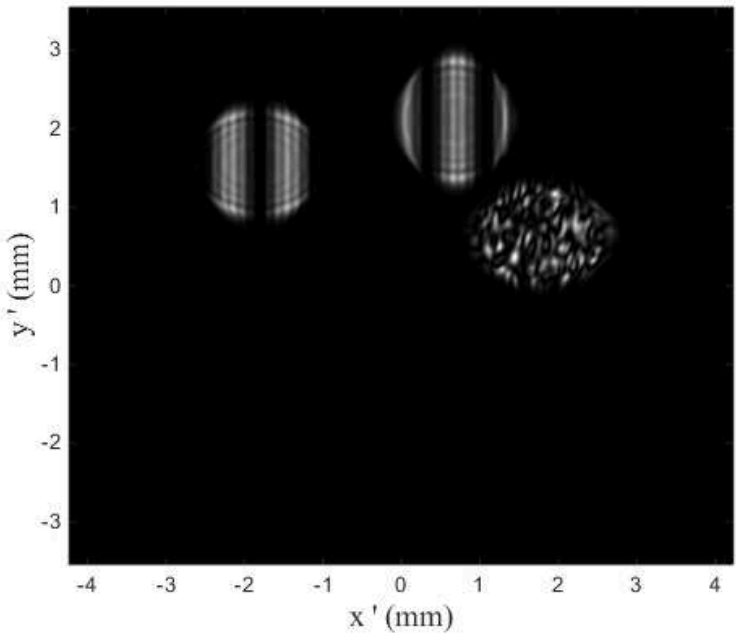


FIGURE 4.11 – Images en défaut de mise au point simulées de deux bulles et d'un grain de sable dans un aquarium.

4.5 Analyse détaillée de particules irrégulières

4.5.1 Taille et forme des particules

Deux méthodes permettant de mesurer la taille et l'orientation les particules irrégulières à partir de leurs interférogrammes sont développées dans le chapitre 3. Ces deux méthodes sont appliquées ici.

Pour la première méthode, on calcule la transformée de Fourier 2D de interférogramme du grain de sable de l'acquisition expérimentale 4.9. Le résultat est donné sur la figure 4.12-a. Le motif obtenu est assimilé à l'autocorrélation de la silhouette de la particule grâce à un facteur d'échelle selon l'expression :

$$|TF_{2D}[I(x,y,z)]\,(\lambda B_T^x u, \lambda B_T^y v)| \propto |A_{2D}[G_0(x_0,y_0)]\,(dx,dy)| \tag{4.4}$$

L'intensité du pic central de la transformée de Fourier 2D est tellement importante par rapport au reste de l'image qu'il gène la visualisation des autres composantes spectrales. On utilise pour cette raison un masque ramenant à 0 l'intensité du centre de l'image afin de révéler les pics

de plus faibles amplitudes. Les facteurs d'échelle λB_x et λB_y ont été introduits pour afficher la transformée de Fourier 2D. Les facteurs d'échelle suivant les axes x et y sont différents car la symétrie du système est cylindrique. D'après la relation (4.4), ce tracé donne l'autocorrélation 2D de la silhouette de la particule, projetée dans le plan (x, y). Le contour de l'autocorrélation de la silhouette de la particule ainsi déterminée apparaît en ligne blanche sur la figure 4.12-a. A partir de cette figure, on constate que la particule n'est pas sphérique. La particule a une forme elliptique de taille $191,2$ µm suivant son grand axe et $95,6$ µm suivant son petit axe.

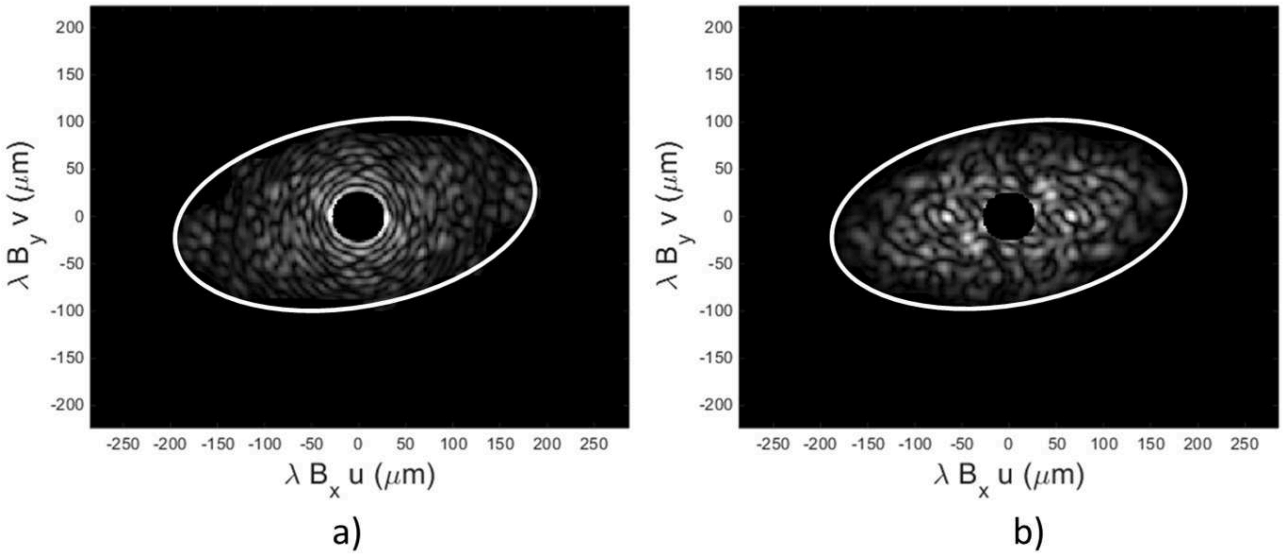


FIGURE 4.12 – Transformée de Fourier 2D d'interférogrammes expérimental (a) et simulé (b).

Pour réaliser une simulation fine, on répartit 160 émetteurs sur la silhouette obtenue par cette méthode, laquelle est affectée d'un facteur 1/2 au niveau des distances afin de correspondre aux dimensions de la particule (l'autocorrélation d'un objet est deux fois plus grande que l'objet considéré). Cette répartition d'émetteurs est visible sur la figure 4.13. On calcule ensuite l'interférogramme en simulant la propagation de la lumière à partir de ces émetteurs par intégrale d'Huygens-Fresnel généralisée.

La transformée de Fourier 2D de l'interférogramme de grain de sable ainsi simulé est présentée sur la figure 4.12-b pour comparaison. On remarque sur la figure 4.12-a que le grand axe de l'ellipse en ligne blanche est incliné d'un angle de 10 ° par rapport à l'axe x. Le contour est reporté en ligne blanche. Les résultats expérimentaux et simulés montrent sur ces images une bonne concordance.

Dans le but de confirmer cette mesure de taille, l'autocorrélation 2D de l'interférogramme expérimental est calculée afin d'évaluer la taille du grain de la tavelure. Cette seconde méthode nécessite l'utilisation de l'autocorrélation 2D de l'interférogramme de la particule. La largeur à mi-hauteur du pic central de l'autocorrélation 2D étant assimilée à la période des franges T_d générées par les deux émetteurs les plus éloignés selon une direction, la distance D_{max} entre ces deux points s'évalue de la manière suivante :

$$D_{max} = \frac{\lambda}{T_d \sqrt{\left(\frac{\cos\mu}{B_T^x}\right)^2 + \left(\frac{\sin\mu}{B_T^y}\right)^2}} \tag{4.5}$$

où μ est l'angle formé entre la direction définie par les deux émetteurs et l'axe x (c.f figure 3.9, page 44). L'orientation μ de la particule est retrouvée à partir de l'angle ν formé entre la

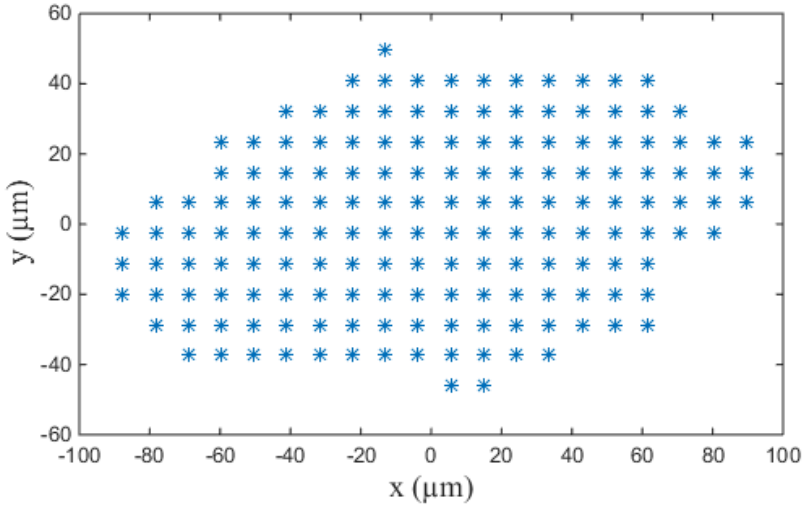


FIGURE 4.13 – Répartition d'émetteurs pour la simulation de particules irrégulières.

direction définie par la période T_d lue et l'axe x selon l'expression :

$$\mu = \arctan\left(\frac{B_T^y}{B_T^x}\tan\nu\right) \tag{4.6}$$

Ainsi une période spatiale d'interférences mesurée suivant l'angle ν formé avec l'axe x correspondra à une distance entre des émetteurs alignés selon un angle μ avec l'axe x.

La figure 4.14-a montre le pic d'autocorrélation 2D obtenu pour l'analyse de l'interférogramme du grain de sable.

Afin de simuler l'interférogramme du grain de sable à partir de cette nouvelle analyse, on modélise cette fois la particule sous la forme d'une demi-ellipsoïde d'axes $193, 6\times96, 6\times96, 6$ µm pour correspondre aux mesures relevées sur le pic d'autocorrélation. On répartit 160 émetteurs aléatoirement sur la surface convexe de cet objet, visibles sur la figure 4.15. Le grand axe de cette ellipsoïde est incliné d'un angle de $10\,^\circ$ avec l'axe x dans le plan (x, y). On calcule de nouveau l'interférogramme simulé à l'aide de l'intégrale d'Huygens-Fresnel généralisée.

L'autocorrélation 2D de l'interférogramme simulé ainsi obtenu est présentée sur la figure 4.14-a et peut être comparée avec le résultat expérimental. Les deux montrent une bonne correspondance, ce qui confirme le fait que la particule de sable et la forme simulée possèdent les mêmes dimensions.

Des mesures ont été réalisées suivant les deux méthodes à partir des traitements des images expérimentales des figures 4.12 et 4.14 afin de comparer leur précision. Le tableau 4.2 regroupe ainsi les résultats de l'analyse de l'interférogramme de la particule irrégulière par transformée de Fourier 2D et autocorrélation 2D. Des résultats similaires sont observés.

L'utilisation simultanée des deux méthodes n'est pas nécessaire pour déterminer la taille des particules. La transformée de Fourier 2D apparaît plus pratique pour estimer la forme globale et les dimensions des particules. En revanche dans le cas d'images de deux interférogrammes superposés, l'autocorrélation 2D peut être réalisée plus facilement sur une région sélectionnée de l'interférogramme tout en donnant une bonne approximation des dimensions de la particule.

Dans le but de valider plus largement cette technique, plusieurs acquisitions expérimentales ont été analysées. Les résultats de cette analyse réalisée sur 113 particules sont résumés sur

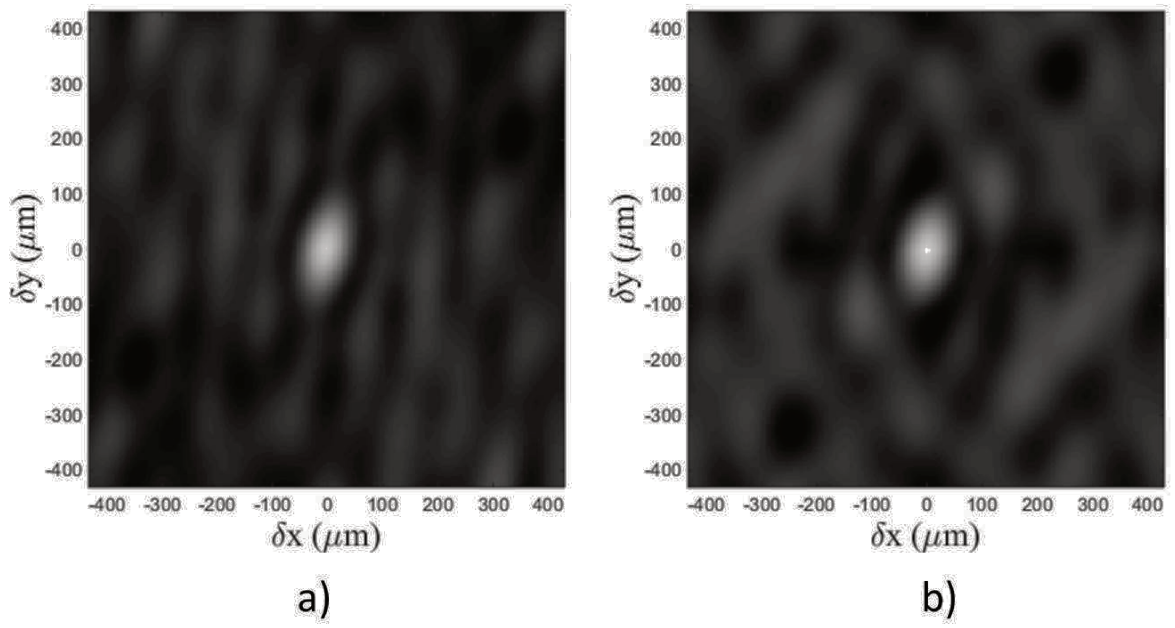


FIGURE 4.14 – Pic d'autocorrélation 2D calculé à partir de l'interférogramme expérimental d'un grain de sable (a) et pic calculé à partir de l'interférogramme simulé correspondant (b).

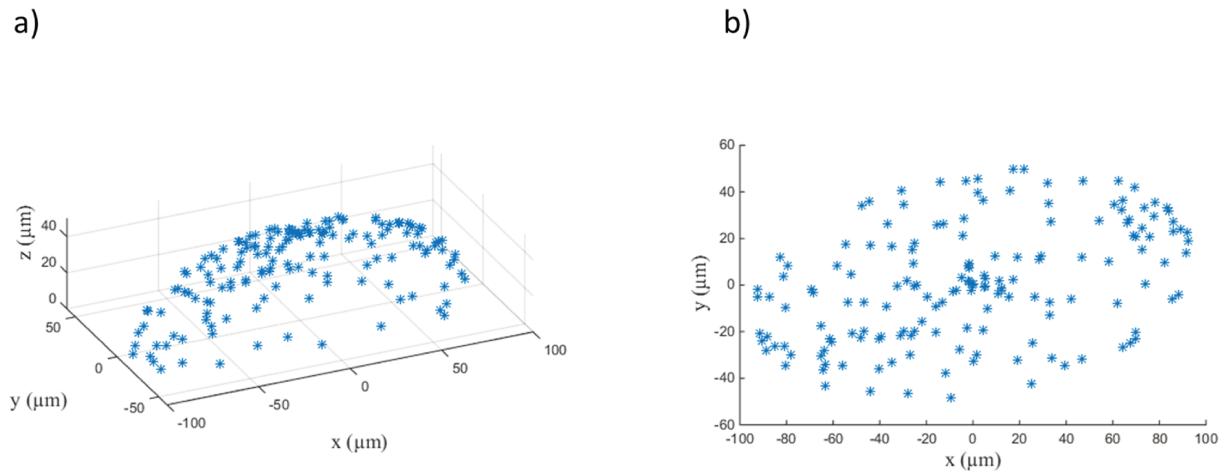


FIGURE 4.15 – Répartition d'émetteurs sur une forme ellipsoïde (a). Vue dans le plan (x, y) (b).

Méthode	Transformée de Fourier		Autocorrélation	
Dimensions	d_{max} (μm)	d_{min} (μm)	d_{max} (μm)	d_{min} (μm)
Mesure	191,2 ± 1,8	95,6 ± 1,8	193,6 ± 2,3	96,6 ± 1,8

Tableau 4.2 – Dimensions d'un grain de sable mesurées par deux méthodes différentes à partir d'un interférogramme expérimental.

la figure 4.16. Les grains de sable sont sélectionnés par tamisage pour avoir des dimensions de l'ordre de 200 ± 30 µm. Le résultat de l'analyse des images en défaut de mise au point de ces particules montre que les tailles mesurées sont dans la gamme de taille correcte (pour leur plus grande dimension dans le cas de particules ellipsoïdales). La taille des bulles varie entre 100 et 1650 µm avec ce dispositif. En utilisant la description de chaque bulle avec trois émetteurs, la taille des bulles est évaluée avec une précision de ± 5%. L'incertitude sur la taille des particules irrégulières est plus élevée et est liée à l'aspect des interférogrammes. On note cependant que pour 30 particules de sable détectées, toutes ont une dimension maximale située dans la gamme attendue [170 µm, 230 µm]. On considère en effet que les particules de sable ont une taille connue de 200 ± 30 µm. Nous n'avons pas la possibilité d'obtenir la précision particule par particule et nous sommes limités par la différence de taille entre deux tamis utilisés successivement. En revanche nous pouvons affirmer que la précision de la détermination de la dimension maximale des particules irrégulières est dans le pire des cas ± 30% (en considérant qu'une particule de 170 µm a été mesurée en tant que particule de 230 µm et réciproquement), cependant la précision est très probablement significativement meilleure.

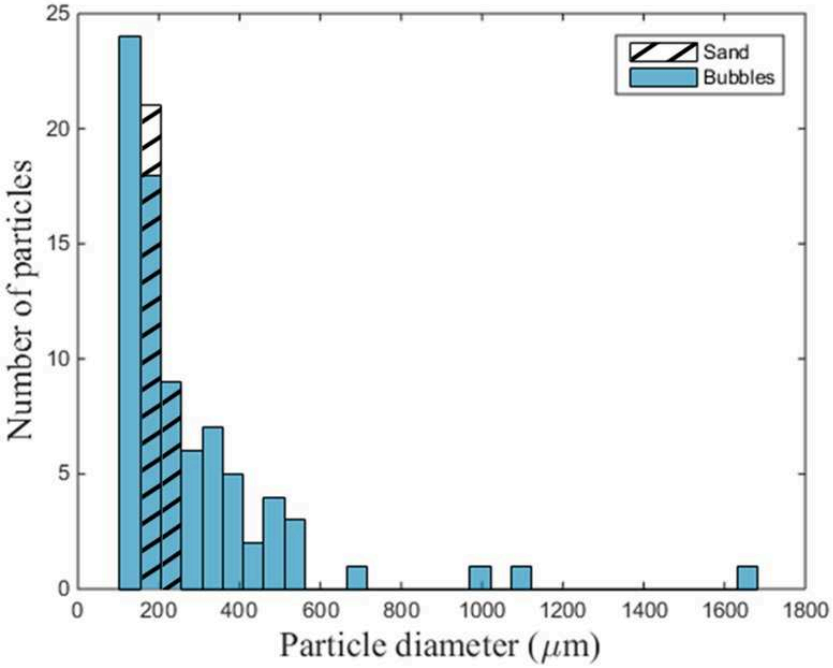


FIGURE 4.16 – Distribution de tailles de grains de sable et de bulles dans l'eau. Taille de classe : 50 µm.

Les particules mesurées sont distribuées dans un volume $\Delta V = 6,79 \times 4,43 \times 26,0$ mm. La dimension indiquée de $26,0$ mm selon l'axe z correspond à la plus grande variation observée pour cette coordonnée. Cette limite est principalement définie par la largeur du faisceau laser, puisque les particules qui se trouvent en dehors du faisceau n'en diffusent pas la lumière.

4.5.2 Positions tridimensionnelles des particules

A titre d'illustration, les positions tridimensionnelles dans la cuve des particules de l'acquisition expérimentale 4.9 sont présentées sur la figure 4.17-a où les parois de la cuve apparaissent en $z_1 = 0$ et $z_1 = 50$ mm. Le volume de mesure possédant une profondeur non négligeable, il convient de mesurer la résolution en z de ce dispositif et de vérifier qu'elle ne varie pas excessivement.

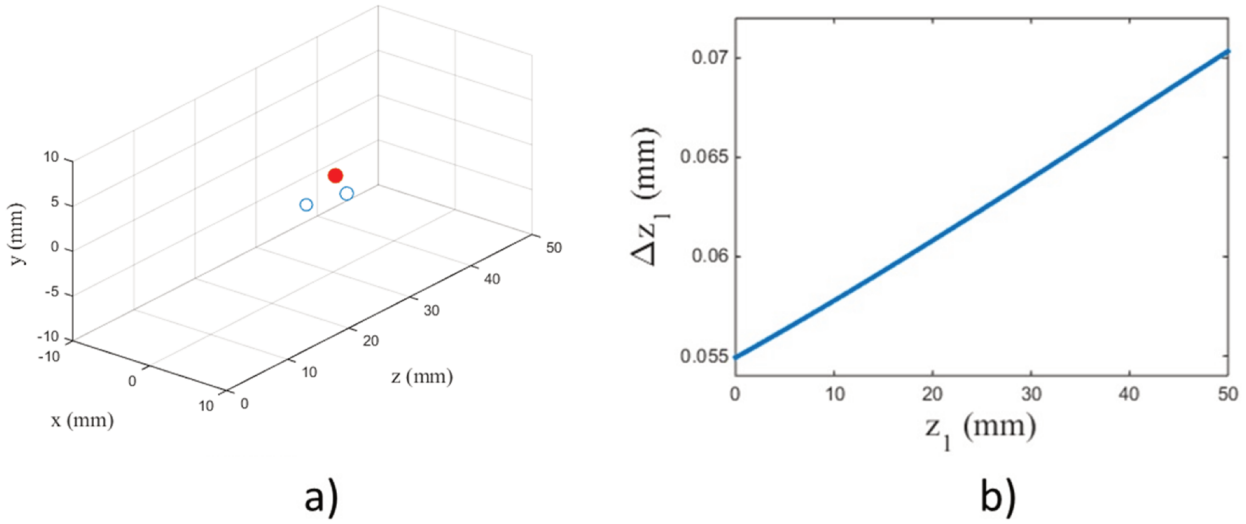


FIGURE 4.17 – Positions tridimensionnelles de trois particules dans un aquarium (a) : deux bulles (cercles bleus) et un grain de sable (cercle plein rouge). Résolution Δz_1 suivant l'axe z (b). $z_1 = 0$ correspond à la paroi de l'aquarium la plus proche de la caméra, la paroi opposée se trouve à $z_1 = 50$ mm.

La résolution suivant l'axe z dépend de la résolution du capteur CCD et des caractéristiques des éléments optiques du système d'imagerie. Dans le cas de notre dispositif, la meilleure résolution est $\Delta z_1 = 55$ µm pour les particules à proximité de la paroi de la cuve la plus proche de la caméra, et augmente jusqu'à $\Delta z_1 = 70$ µm pour les plus éloignées. Cette variation de Δz_1 est illustrée figure 4.17-b en fonction de la position axiale de la particule z_1. Δz_1 est définie comme le déplacement axial de la particule sur l'axe z tel que la dimension de l'un des axes x ou y varie d'un pixel sur le capteur. Cette valeur dépend de la dimension des pixels et du grandissement introduit par le système optique. La résolution peut être optimisée en modifiant les positions et distances focales des lentilles.

4.6 Limites de concentration de particules

La concentration maximale permise par cette technique peut être estimée à travers l'étude de la taille des images en défaut de mise au point. La figure 4.18 montre l'aire d'une image en défaut de mise au point d'une particule en fonction de la position axiale z_1 de la particule dans le cas du montage présenté ici (en ligne bleu continue). La variation relativement faible de cette aire par rapport à la position de la particule, d'un rapport inférieur à 3, est permise par la présence de la lentille cylindrique. On considère un dispositif identique auquel on soustrait la lentille cylindrique. Dans un tel cas, la position axiale de la particule est donnée par le rayon de son interférogramme circulaire. L'aire de l'interférogramme en fonction de la position axiale de la particule est tracée en pointillés rouges sur la figure 4.18 pour ce second cas de figure. On observe que dans ce cas l'aire varie d'un facteur 9, ce qui peut provoquer pour certaines positions une intensité des interférogrammes plus importante, car concentrée sur une plus petite surface. Cette variation dans l'intensité mesurée pour deux interférogrammes de particules dans des plans différents qui apparaissent dans une même acquisition peut générer des difficultés pour la détection et l'analyse de l'interférogramme le moins brillant. Dans notre configuration cylindrique, ce rapport inférieur à 3 garantit une observation satisfaisante de toutes les particules quelle que soit leur position.

En considérant une aire moyenne de $1,594\ \mathrm{mm}^2$ pour l'interférogramme d'une particule dans la cuve, il est possible de déterminer qu'environ 35 images complètes peuvent être visibles simultanément sans se superposer sur le capteur de $59,95\ \mathrm{mm}^2$. Dans notre dispositif et considérant le volume de mesure ΔV, nous pouvons déduire que la concentration maximale évitant les superpositions d'interférogrammes serait d'environ 47 particules par cm^3. Cependant, la superposition partielle d'interférogrammes n'est pas un obstacle à la caractérisation des particules.

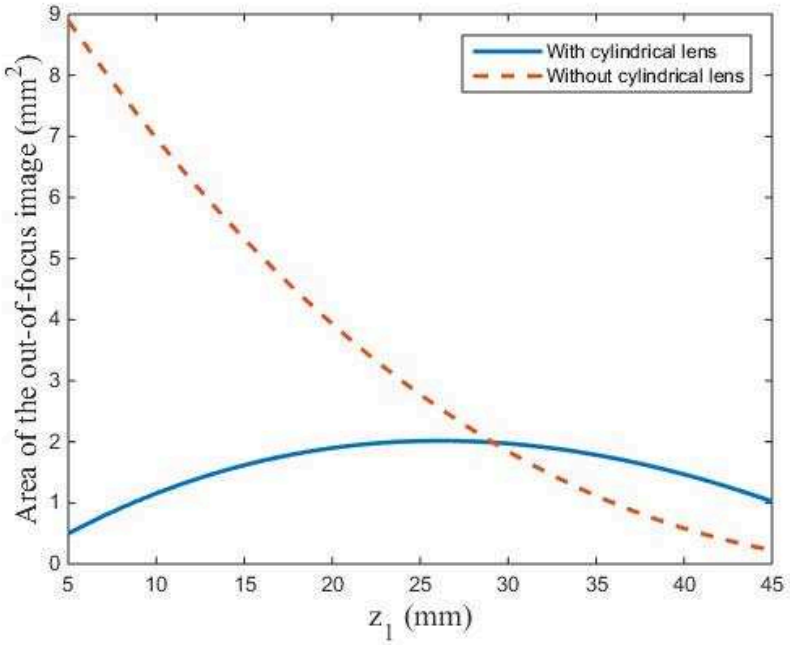


FIGURE 4.18 – Aire d'une image en défaut de mise au point d'une particule en fonction de la position axiale de la particule dans un montage comportant une lentille cylindrique (ligne bleu continue) et sans lentille cylindrique (ligne discontinue rouge).

La figure 4.19 montre les images en défaut de mise au point de deux grains de sable et d'une bulle se superposant. Il s'agit d'une acquisition entièrement exploitable malgré le recouvrement des contributions du champ de la lumière diffusée provenant de plusieurs particules différentes au niveau de certaines zones du capteur.

Pour déterminer la taille des grains de sable de la figure 4.19, chaque interférogramme peut être analysé par l'utilisation de l'une des deux méthodes rappelées dans ce chapitre. La portion de l'image qui est analysée doit exclure la zone de superposition, mais doit être assez grande pour inclure plusieurs périodes d'interférences. Globalement, nos algorithmes de détection d'ellipse tolèrent une superposition d'interférogrammes de l'ordre de 15% de leur surface, ce qui permet de considérer que la concentration maximale mesurable avec le dispositif présenté ici atteint 55 particules par cm^2. Cette concentration maximale peut être améliorée si nécessaire pour un même dispositif par deux moyens différents :

- en réduisant l'épaisseur du faisceau laser. La concentration maximale peut être doublée quand la profondeur du volume de mesure est divisée par deux.
- en réduisant la taille de l'ouverture, ce qui implique une diminution de la surface des interférogrammes sur le capteur. Avec une taille réduite des images en défaut de mise au point, davantage d'interférogrammes peuvent être observés sur une acquisition sans se superposer. Cependant l'ouverture doit être assez grande pour permettre une estimation correcte de la taille des particules.

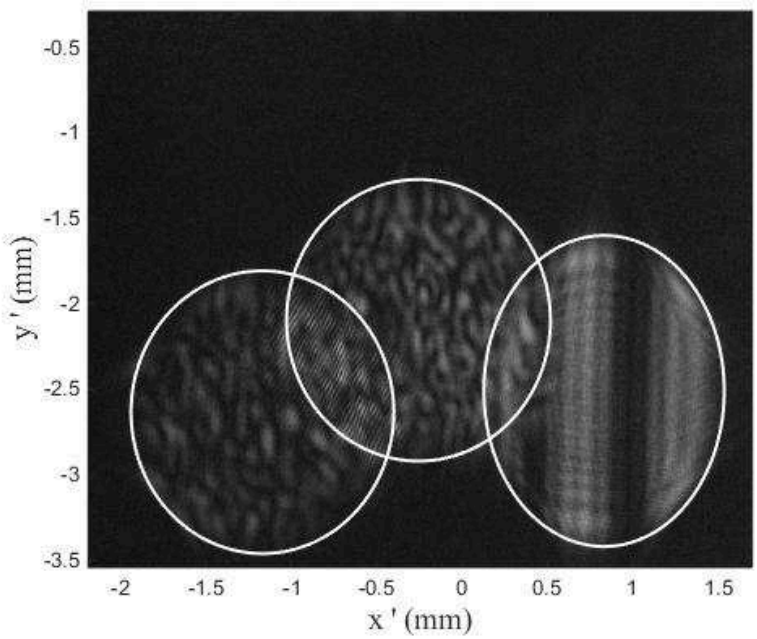


FIGURE 4.19 – Images en défaut de mise au point se superposant de deux grains de sable et d'une bulle.

Les résultats obtenus grâce au dispositif d'imagerie présenté dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication [62].

4.7 Résultats de l'étude d'interférogrammes superposés

On réalise une transformée de Fourier 2D sur les deux motifs de tavelure de la figure 4.19 en excluant les zones de recouvrement. La figure 4.20-a correspond à l'analyse de l'interférogramme de gauche sur l'acquisition de la figure 4.19, de même la figure 4.21-b correspond à l'analyse de l'interférogramme de droite présentant des granularités.

Le tableau 4.3 résume les positions tridimensionnelles et les tailles des particules de la figure 4.19 suite à cette analyse. La figure 4.21 montre une simulation réalisée à partir de ces données.

Particule	x_0 (mm)	y_0 (mm)	z_1 (mm)	d_{max} (µm)
Sable 1	0,959 ± 0,003	1,707 ± 0,003	28,19 ± 0,20	182,1 ± 1,8
Sable 2	0,209 ± 0,003	1,358 ± 0,003	28,31 ± 0,20	222,7 ± 1,8
Bulle	-0,678 ± 0,003	1,617 ± 0,003	25,82 ± 0,20	167,0 ± 1,8

Tableau 4.3 – Positions tridimensionnelles et tailles des particules après analyse des interférogrammes de la figure 4.19

La figure 4.22-a permet d'observer plus en détail la zone de l'acquisition expérimentale 4.19 pour lesquels les contributions de l'intensité de la lumière diffusée provenant de deux grains de sable se chevauchent. La figure 4.22-b montre la même zone sur l'image simulée. Les lignes rouges délimitent les contours de chaque interférogramme elliptique.

Sur ces figures, on observe que la zone de recouvrement des interférogrammes des deux grains de sable montre des franges de haute fréquence caractéristiques. Cette zone contient des

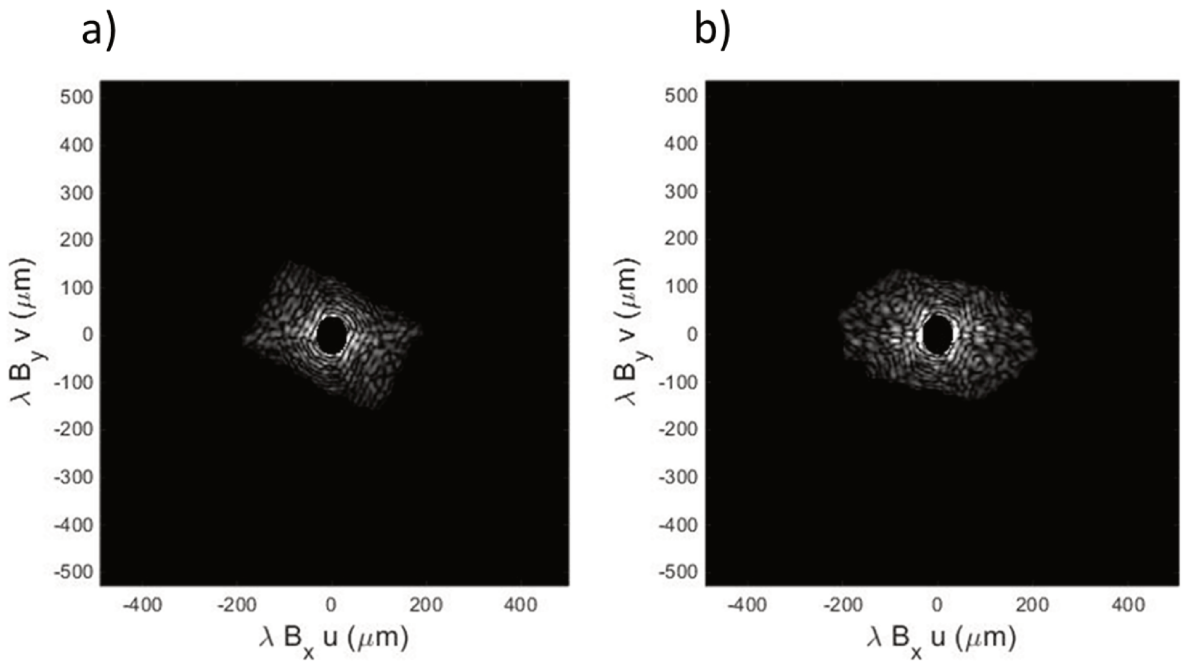


FIGURE 4.20 – Transformées de Fourier 2D de deux interférogrammes partiellement superposés. Chaque transformée de Fourier 2D est réalisée sur une zone de l'interférogramme excluant la zone de recouvrement.

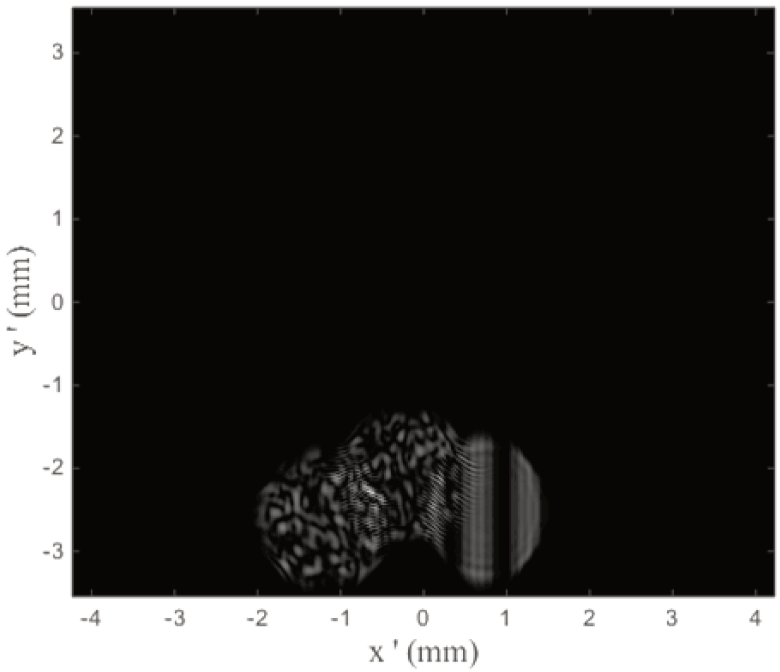


FIGURE 4.21 – Interférogrammes simulés de deux grains de sable et d'une bulle d'air dans de l'eau.

informations sur la distance entre les deux particules. La figure 4.23-a montre la transformée de Fourier 2D de la zone de recouvrement des deux interférogrammes. On retrouve dans ce cas également un pic central de haute intensité qui doit être occulté afin de pouvoir distinguer le reste de la figure.

Une paire d'amas de pics symétriques de part et d'autre de l'amas central correspond à la présence de deux particules irrégulières suffisamment proches pour diffuser de la lumière

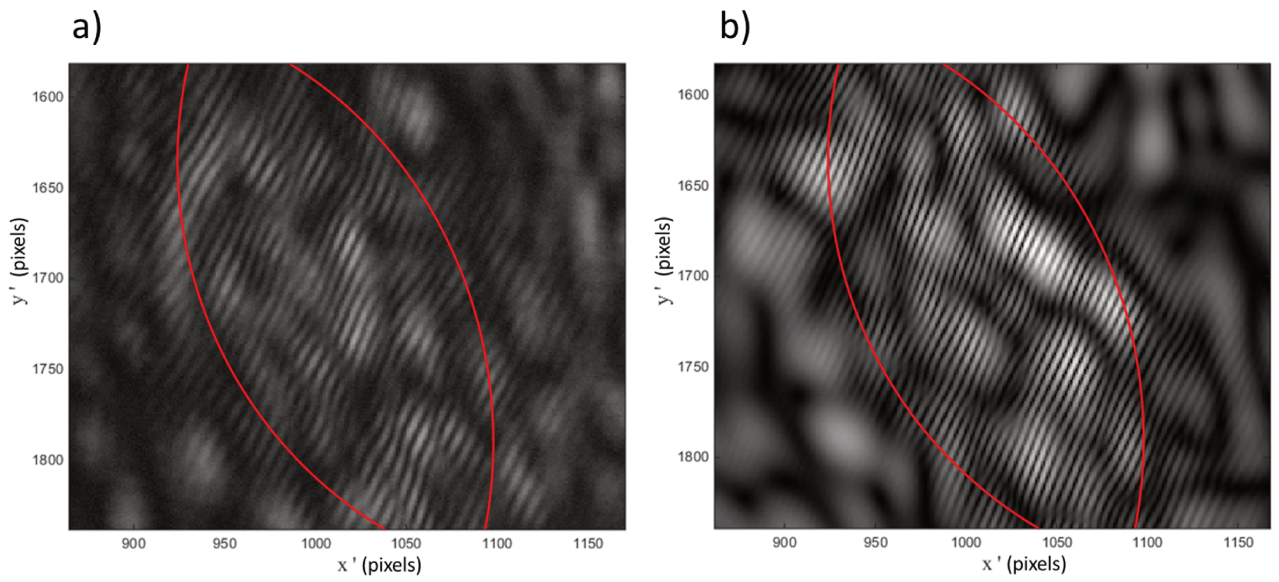


FIGURE 4.22 – Interférences supplémentaires observées au niveau de la zone de recouvrement de deux interférogrammes expérimentaux (a) et de deux interférogrammes simulés (b). Les lignes rouges délimitent les contours de chaque interférogramme elliptique.

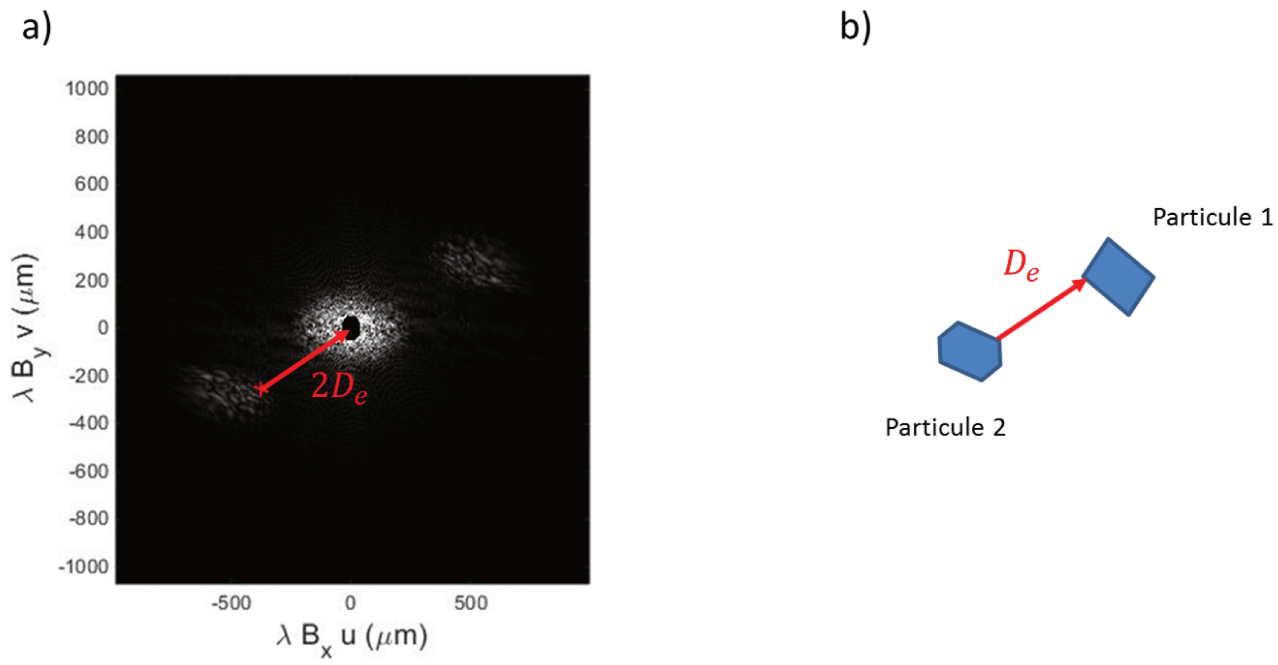


FIGURE 4.23 – a) Transformée de Fourier 2D de la zone de recouvrement de deux interférogrammes. b) Représentation schématique de la distance entre deux particules.

qui interfère dans le plan du capteur. Un amas éloigné du centre de la transformée de Fourier est généré par des émetteurs qui se trouvent sur deux particules différentes. Au sein d'un amas excentré, le pic d'intensité le plus proche du centre est le résultat de l'interaction de la lumière provenant de deux émetteurs situés sur les extrémités de deux particules différentes. Ceci est illustré schématiquement sur la figure 4.23-b. En utilisant le facteur d'échelle donné par l'équation (4.4), il est possible d'estimer la distance D_e entre les deux particules dans le plan

(x, y) en mesurant la distance entre le centre de l'un des amas et le centre de la transformée de Fourier 2D. Ce phénomène peut être utile dans le cas où le recouvrement des interférogrammes est trop important, de manière à éviter le traitement de deux interférogrammes séparément. Le nombre de particules dont les interférogrammes se recouvrent peut également apparaître dans la transformée de Fourier 2D, puisqu'une paire d'amas de pics correspond à une paire de particules. La taille de particules irrégulières ainsi que leurs positions relatives ont ainsi pu être déterminées et validées par des comparaisons entre expériences et simulations dans le cas d'images interférométriques superposées générées par des particules de glace [90].

4.8 Algorithme de détection d'ellipses

4.8.1 Présentation de l'algorithme

L'efficacité d'une méthode de caractérisation de particules en écoulement repose notamment sur sa capacité à être automatisée de manière à pouvoir analyser un grand nombre d'acquisitions en un temps limité. Dans cette optique, il est indispensable de disposer d'algorithmes capables de reconnaître les interférogrammes dans un premier temps, afin de réaliser par la suite des analyses sur chacun d'eux.

Parmi les différentes méthodes de détection de cercles existantes, on peut citer la méthode de l'appariement de vecteurs gradient (GPV pour "Gradient Pair Vectors") développée par Rad *et al.* [91]. Cette technique illustrée sur la figure 4.24-a repose sur le fait qu'un cercle est une figure à symétrie centrale. Ainsi considérant une figure circulaire noire sur fond blanc, les vecteurs des gradients d'intensité de deux points diamétralement opposés sur le cercle doivent être de même direction et de sens opposés. Ces vecteurs sont illustrés sur la figure 4.24-a par les vecteurs $\overrightarrow{V_i}$ et $\overrightarrow{V_j}$ dont l'origine se situe sur les points N et M appartenant au cercle. Il s'agit du principe de base pour la reconnaissance de contours circulaires par l'utilisation de cette technique, diverses contraintes supplémentaires ont été proposées afin d'éviter les erreurs d'appariement de vecteurs [61].

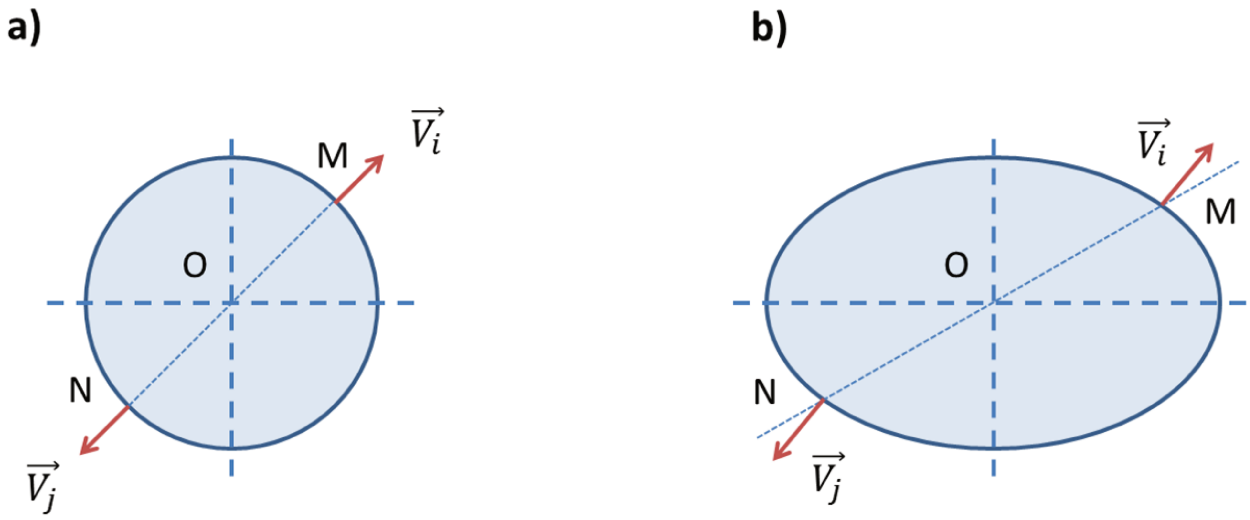


FIGURE 4.24 – Principe de la GPV pour la détection de cercles (a) et d'ellipses (b).

Cette méthode a été récemment utilisée pour la détection d'interférogrammes circulaires générés par des nuages de gouttes et de cristaux de glace mélangés [92]. Afin de pouvoir mesurer de la même manière des positions et tailles d'interférogrammes de forme elliptique, Lemaître

et al. a étendu cette technique à la détection d'ellipses (figure 4.24-b). Une collaboration entre le CORIA et l'IRSN a permis d'éprouver cet algorithme sur des simulations ainsi que sur des acquisitions expérimentales obtenues grâce au dispositif présenté dans ce chapitre [4]. Je présente dans la suite cette étude à laquelle j'ai participé.

4.8.2 Détection d'interférogrammes sur une acquisition expérimentale

Cet algorithme de détection d'ellipses par GPV a été utilisé sur un certain nombre d'acquisitions présentant notamment des superpositions d'interférogrammes de bulles et de grains de sable. On détaille ici un exemple de résultat de détection d'interférogrammes expérimentaux obtenus grâce au dispositif présenté dans ce chapitre. La figure 4.25-a montre une acquisition expérimentale dont l'analyse manuelle donne les résultats résumés dans le tableau 4.4. La position tridimensionnelle et la taille de chaque particule est obtenue de la manière exposée dans ce chapitre.

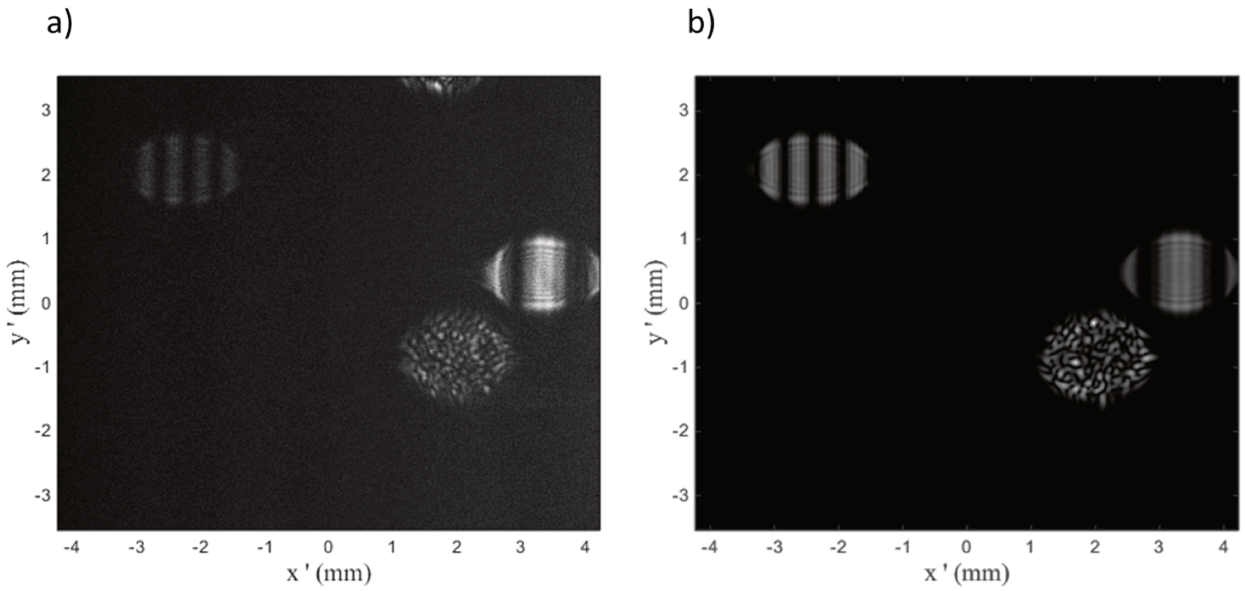


FIGURE 4.25 – a) Interférogrammes expérimentaux et b) simulation à partir des données extraites de l'acquisition expérimentale.

Particule	d (µm)	x_0 (mm)	y_0 (mm)	z_1 (mm)
1	329,1 ± 2,6	1,892 ± 0,003	-1,380 ± 0,004	36,00 ± 0,21
2	201,4 ± 1,8	-1,667 ± 0,003	0,548 ± 0,004	31,85 ± 0,21
3	124,5 ± 2,4	-2,818 ± 0,004	-0,316 ± 0,002	33,60 ± 0,21

Tableau 4.4 – Positions tridimensionnelles et tailles des particules de la figure 4.25-a.

La simulation réalisée à partir de ces données et présentée sur la figure 4.25-b permet de vérifier la cohérence de ces résultats. Il s'agit alors de réaliser une détection automatique des interférogrammes sur l'acquisition expérimentale grâce à l'algorithme, afin de pourvoir comparer les positions tridimensionnelles des particules calculées automatiquement et manuellement. Les positions des ellipses détectées par l'algorithme apparaissent sur la figure 4.26. A partir de la position des ellipses et du rapport de d'ellipticité de chacune, la position z_1 de la particule

dans la cuve est calculée. La position dans le plan (x, y) de la particule est obtenue à partir de la position en (x, y) de l'interférogramme correspondant. Ces données sont présentées dans le tableau 4.5.

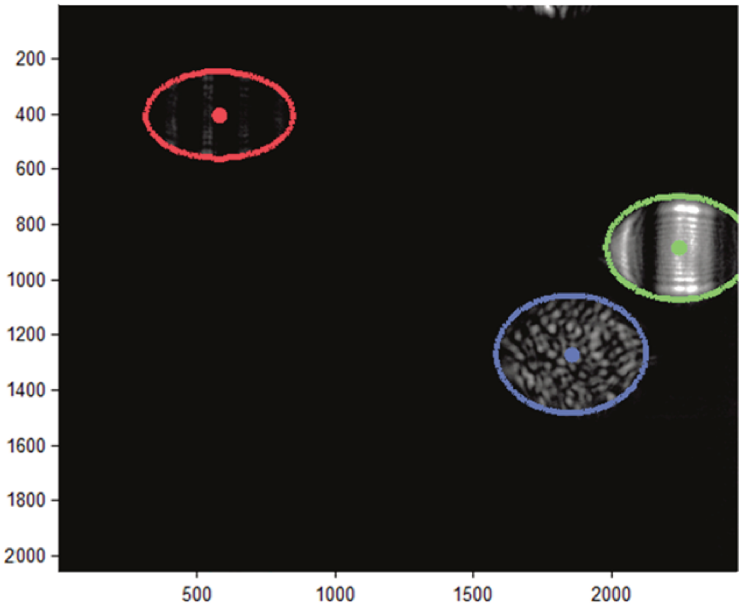


FIGURE 4.26 – Détection d'ellipses pour des interférogrammes expérimentaux [4].

	Interférogrammes (pixels)					**Particules** (mm)		
Particule	x'	y'	Φ_x	Φ_y	Φ_y/Φ_x	x_0	y_0	z_1
1	560,61	426,29	262,08	148,08	0,57	1,922	-1.371	36,08
2	1807,09	1268,21	253,12	208,85	0,83	-1,658	0,544	31,52
3	2185,21	894,17	262,73	181,59	0,69	-2,752	-0,301	33,81

Tableau 4.5 – Caractéristiques des interférogrammes de la figure 4.26 numérotés de gauche à droite et positions des particules calculées correspondantes.

Le tableau 4.6 permet de résumer les différences de positions de particules calculées manuellement et automatiquement. Pour l'acquisition considérée, l'écart maximal est de 66 µm selon x, 15 µm selon y et 334 µm selon z. Les particules mesurées sont distribuées dans un volume $\Delta V = 6,79 \times 4,43 \times 26,0$ mm. Ainsi les écarts relatifs maximaux selon x, y et z sont respectivement 0,97%, 0,34% et 1,28%.

Particule	$\left\lvert x_0^{algo} - x_0^{mesure} \right\rvert$ (mm)	$\left\lvert y_0^{algo} - y_0^{mesure} \right\rvert$ (mm)	$\left\lvert z_0^{algo} - z_0^{mesure} \right\rvert$ (mm)
1	0,0296	0,0090	0,08
2	0,0096	0,0046	0,33
3	0,0660	0,0149	0,21
Δr_{max}	0,97 %	0,34 %	1,28 %

Tableau 4.6 – Différence entre les positions des particules de la figure 4.26 mesurées manuellement et de manière automatisée. Les particules sont numérotées de gauche à droite.

La détection automatique d'interférogrammes d'autres acquisitions expérimentales obtenues grâce à notre dispositif est présentée sur la figure 4.27. L'incertitude des mesures de positions de

particules calculées par l'algorithme peut être estimée de manière plus précise par comparaison avec les caractéristiques déterminées d'interférogrammes simulés.

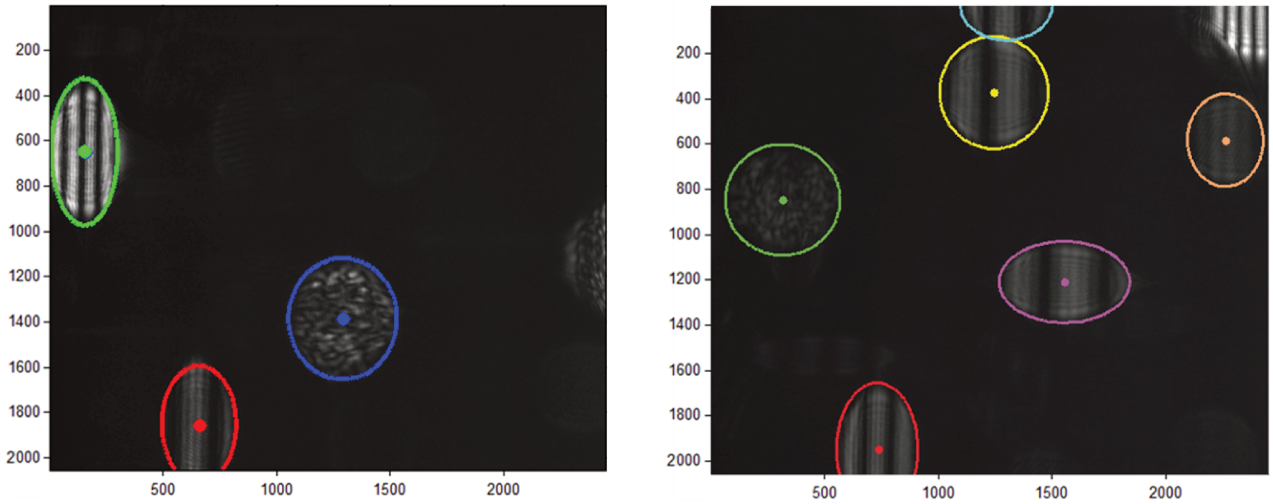


FIGURE 4.27 – Détection d'ellipses pour des interférogrammes sur des acquisitions expérimentales [4].

4.8.3 Incertitude de la méthode de détection d'ellipses

Afin de déterminer l'efficacité de l'algorithme par rapport à des interférogrammes de caractéristiques connues précisément, on réalise plusieurs simulations d'images en défaut de mise au point pour des mélanges de bulles et particules irrégulières. Les positions et tailles des particules sont déterminées aléatoirement. Le diamètre des bulles varie entre 500 et 1000 µm et les particules irrégulières sont sphériques de diamètre compris entre 25 et 200 µm. Les coordonnées des particules varient entre -3 et 3 mm en x et entre -2 et 2 mm y. La position z_1 dans la cuve des particules est comprise entre 12 et 47 mm. La figure 4.28-a illustre une acquisition ainsi simulée. Le tableau 4.7 regroupe les caractéristiques déterminées aléatoirement des particules qui apparaissent sur cette acquisition. Les ellipses définissant le contour des interférogrammes sont obtenues à partir des positions des particules. Ces contours et leurs centres sont calculés à l'aide des équations d'optique géométrique définissant la taille de l'image en défaut de mise au point d'un émetteur ponctuel introduites dans la section 2.5, page 25.

Particule	d (µm)	x_0 (mm)	y_0 (mm)	z_1 (mm)
1	957	0,785	-0,651	27,100
2	576	1,675	-1,351	37,660
3	912	2,604	1,177	38,609
4	769	-2,220	-0,755	40,200
5	998	0,413	0,114	32,165
6	539	-0,184	-1,337	22,263
7	721	-2,928	0,408	26,182

Tableau 4.7 – Positions tridimensionnelles et tailles des particules simulées.

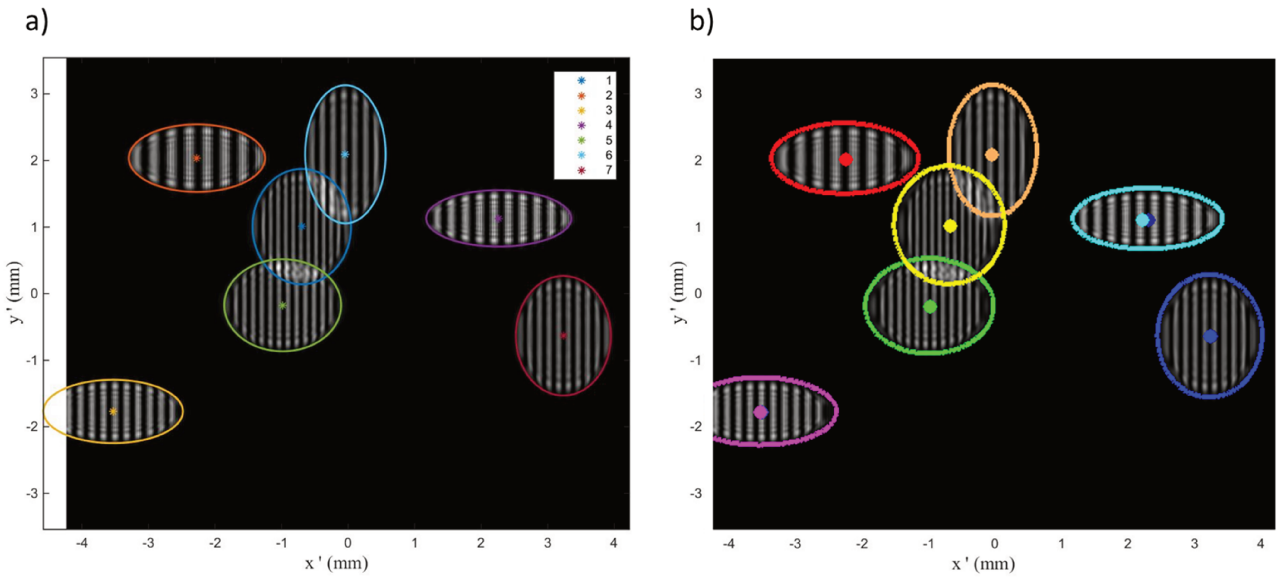


FIGURE 4.28 – Interférogrammes simulés de bulles d'air dans de l'eau dont les contours sont déterminés théoriquement (a) et recalculés par un algorithme de traitement d'image (b).

Les interférogrammes détectés par l'algorithme pour cette acquisition apparaissent sur la figure 4.28-b. On réalise de la même manière la comparaison entre les cordonnées de chaque particule sur 29 images simulées avec les valeurs recalculées par l'algorithme. Pour cela on calcule la différence entre les coordonnées d'entrée des particules et les coordonnées recalculées à partir de la position et du rapport d'ellipticité de chaque interférogramme. Afin de déterminer l'incertitude des mesures de position selon chaque coordonnée pour l'ensemble des acquisitions, on mesure la différence moyenne entre les coordonnées des images simulées $(x_j^{simu}, y_j^{simu}, z_j^{simu})$ et les coordonnées calculées grâce à l'algorithme $(x_j^{algo}, y_j^{algo}, z_j^{algo})$. On note $\overline{\Delta x}$, $\overline{\Delta y}$ et $\overline{\Delta z}$ ces écarts moyens qui s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\overline{\Delta x} &= \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left|x_j^{simu} - x_j^{algo}\right| \\
\overline{\Delta y} &= \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left|y_j^{simu} - y_j^{algo}\right| \\
\overline{\Delta z} &= \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left|z_j^{simu} - z_j^{algo}\right|
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Ce calcul est réalisé pour les 29 acquisitions présentant au total 89 interférogrammes de bulles et 38 de particules irrégulières. Les coordonnées des particules ne possédant pas les mêmes amplitudes de variation ($\Delta x = 6$ mm, Δy =4 mm, Δz =36mm), les écarts moyens sont normalisés par ces amplitudes respectives. Le tableau 4.8 résume les valeurs obtenues des écarts moyens et les incertitudes relatives correspondantes.

On obtient ainsi des incertitudes de mesure de position de particules de 1,3%, 0,8% et 1,9% selon x, y et z respectivement. La plus grande incertitude de mesure correspond à la position longitudinale de la particule qui est mesurée grâce au rapport d'ellipticité de l'interférogramme. Afin d'améliorer la précision de la détection en z, il devrait être possible de rajouter une contrainte sur la mesure du rapport des axes. En effet pour chaque distance z des particules, la théorie permet de calculer une longueur d'axe d'ellipse selon x et selon y. Or le rapport Φ_y/Φ_x mesuré ici et à partir duquel on détermine la distance z ne prend pas en considération

Axe	Écart moyen	Écart relatif
x	77 µm	1,3 %
y	33 µm	0,8 %
z	700 µm	1,9 %

Tableau 4.8 – Écarts moyens et relatifs entre les coordonnées des bulles simulées et recalculées.

la relation théorique qui existe entre les deux axes. L'ajout d'une contrainte pourrait permettre d'abaisser cette incertitude de mesure qui reste cependant peu élevée.

La figure 4.29 montre des détections d'ellipses sur d'autres exemples d'acquisitions simulées, certaines présentant des chevauchements ou des interférogrammes partiels aux bords du capteur. Dans ces cas particuliers, on observe que l'algorithme reste efficace tant qu'une symétrie est détectée au niveau du contour des images.

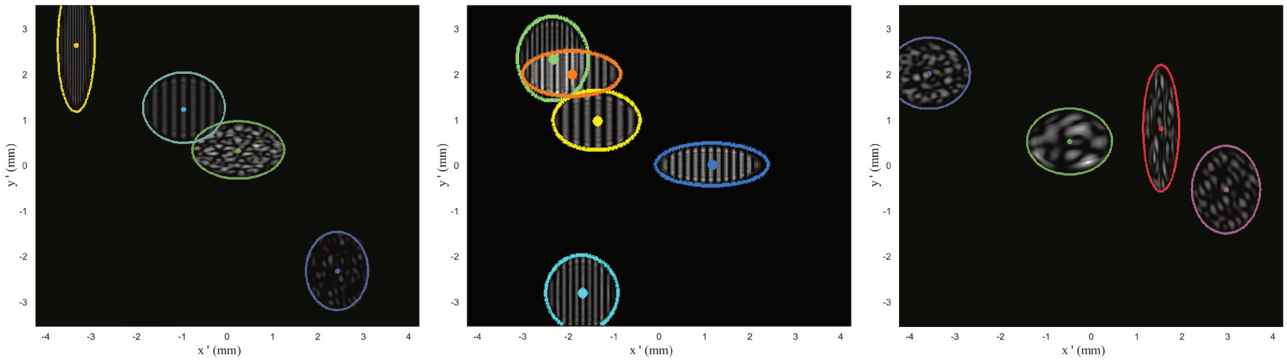


FIGURE 4.29 – Détection d'ellipses pour des interférogrammes simulés.

Sur les 127 interférogrammes simulés, 126 sont détectés, soit 99,2% des particules. Le seul interférogramme non détecté de cette série de simulation est exposé sur la figure 4.30. Dans ce cas, l'algorithme ne détecte aucune paire de vecteurs gradient sur cet interférogramme, à cause de la superposition de deux autres interférogrammes qui recouvrent une grande partie de son contour.

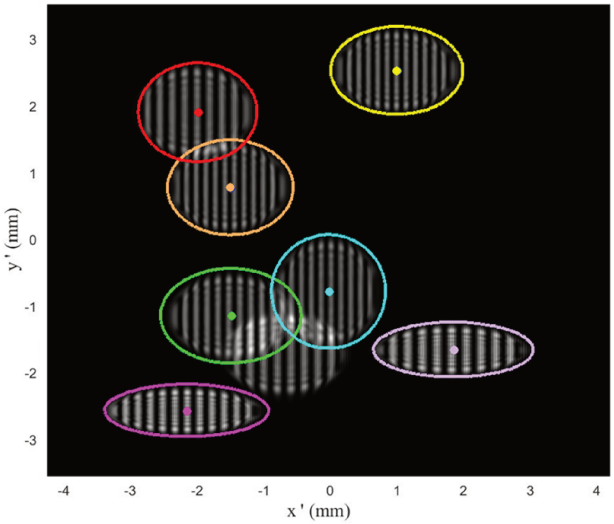


FIGURE 4.30 – Illustration d'un interférogramme non détecté.

4.9 Suivi et orientation de particules dans une houle

Il est possible grâce à l'holographie numérique en ligne d'effectuer des mesures de vitesse, de trajectoire et d'orientation de particules irrégulières grâce à une seule caméra [93]. Afin de réaliser une étude comparable par le biais de l'imagerie interférométrique en défaut de mise au point, nous avons mené une campagne de mesures sur un canal équipé d'un générateur de houle à l'UMR 6294 LOMC. Il s'agit d'un canal de 35 m de long et 90 cm de large dans lequel peuvent être ensemencées diverses particules servant de traceurs pour des études de mécanique des fluides. Ce canal, illustré sur la figure 4.31, permet l'observation d'un mouvement ondulatoire de l'eau généré par un batteur. Diverses caractéristiques de la houle sont ainsi réglables, telles que sa hauteur et sa fréquence.

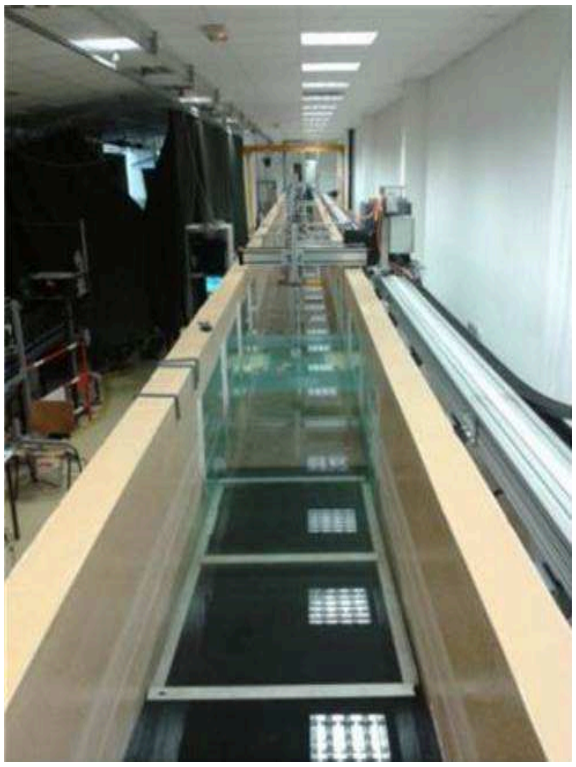


FIGURE 4.31 – Canal à houle du laboratoire LOMC.

Le montage réalisé sur le canal est schématisé sur la figure 4.32. Pour l'illumination des particules, deux lasers Nd :YAG identiques de cadence 15 Hz sont utilisés, synchronisés de manière à permettre de réaliser des acquisitions à une fréquence de 30 Hz. On cherche à réaliser des mesures vers le centre du canal, c'est à dire à 45 cm environ de la paroi verticale du canal et proche du fond. Afin de pouvoir réaliser des observations à cette distance tout en disposant d'un champ permettant de visualiser le déplacement de particules, on choisit d'utiliser un objectif photographique de focale 200 mm et d'ouverture f/4. Afin d'observer la variation de position d'une même particule selon l'axe longitudinal, on inclue au système optique une lentille cylindrique qui influence l'ellipticité de l'image en défaut de mise au point de la particule.

Le dispositif optique illustré en détails sur la figure 4.33 est composé d'un objectif photographique, d'un diaphragme de 3 mm de diamètre et d'une lentille cylindrique de 100 mm de focale selon l'axe x. L'angle entre l'axe du faisceau laser et celui de la caméra est approximativement de 45 $^\circ$. La caméra utilisée possède un capteur de 2048×2048 pixels, pour une taille de pixels de $5,5$ µm.

On note z_1 la distance entre une particule observée et la paroi du canal d'épaisseur $z_e = 2$ cm. $z_2 = 13,3$ cm correspond la distance entre la paroi et l'objectif qui mesure $z_{obj} = 22,25$

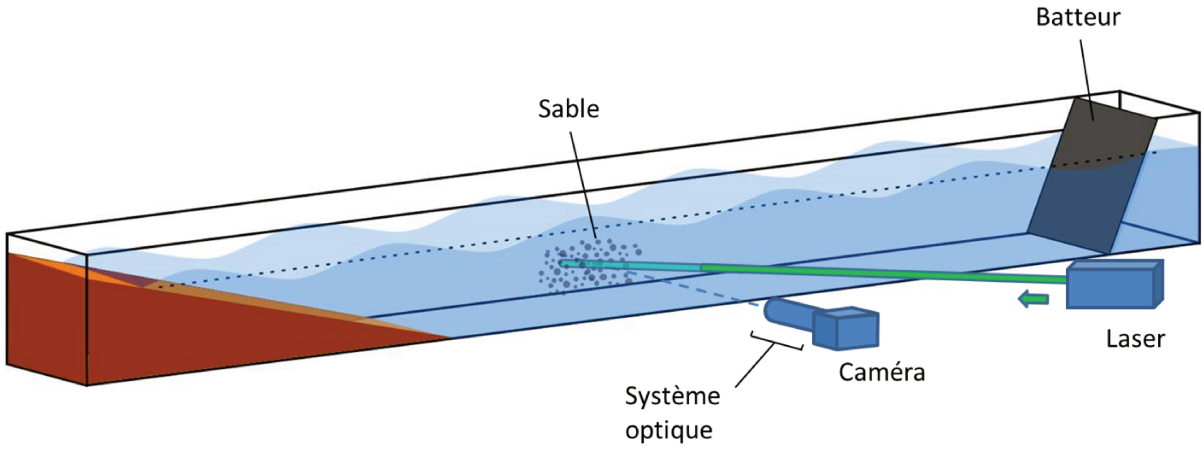


FIGURE 4.32 – Schéma général du dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules dans le canal à houle du laboratoire LOMC.

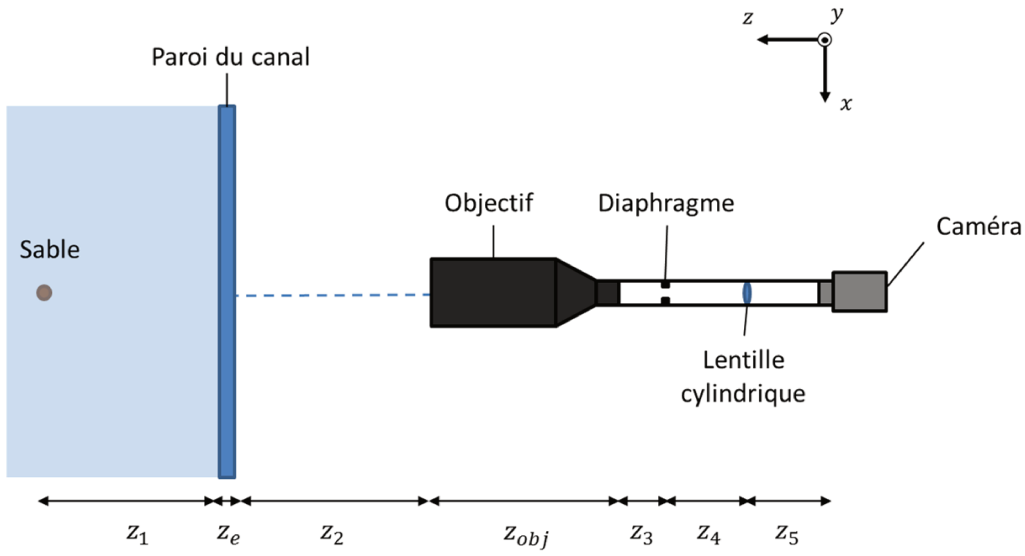


FIGURE 4.33 – Vue du dessus du dispositif d'imagerie en défaut de mise au point pour la caractérisation de particules dans le canal à houle du laboratoire LOMC.

cm. $z_3 = 1,5$ cm est la distance entre l'objectif et le diaphragme. La lentille cylindrique se situe à une distance $z_4 = 10$ cm du diaphragme. Enfin, la lentille et le capteur sont séparés d'une distance $z_5 = 4,7$ cm.

Des grains de sable de dimensions de l'ordre de 50 à 200 µm sont déversés dans le canal. Les acquisitions expérimentales ont été réalisées à moins de 4 cm du fond avec une houle régulière. En effet les techniques permettant des mesures en proche paroi présentent un intérêt accru, on cherche donc à vérifier la faisabilité de telles mesures.

La figure 4.34 montre six images enregistrées à des instants différents. On y voit plusieurs interférogrammes de particules dont l'ellipticité dépend de la position axiale de la particule correspondante. Dans le cas de ces expériences dans le canal à houle, on observe une perte de contraste comparativement aux acquisitions réalisées dans une cuve. Les images de particules demeurent cependant exploitables et on observe en particulier nettement les motifs de tavelure. Il est par ailleurs possible de suivre le mouvement de particules, ainsi sur la figure 4.34, 111

acquisitions ont été utilisées afin de déterminer la trajectoire d'un grain de sable. Pour chaque acquisition, l'ellipticité de l'image est caractéristique de la position z_1 de la particule, tandis que sa position dans le plan (x, y) est liée à la position (x', y') du centre de son interférogramme. Parmi les 111 acquisitions, 6 sont présentées ici en montrant le contour des interférogrammes de la particule observée. Le temps $t = 0$ marque le début de l'acquisition. Par souci de lisibilité seuls les centres de tous les interférogrammes mesurés apparaissent sur ces images. Ce tracé correspond à un déplacement de particule d'une durée de 3,7 secondes pour lequel on mesure un mouvement d'une période de 1,27 ± 0,03 secondes. Cette période, caractéristique de la houle générée, est mesurée en considérant le temps séparant deux positions équivalentes de l'image en défaut de mise au point. Par exemple, on remarque sur la figure 4.34 qu'un temps équivalent à une période s'écoule entre les instants $t = 0,47$ s et $t = 1,73$ s. Une particule en suspension dans l'eau sous l'action d'une houle régulière monochromatique seule possède un mouvement elliptique 2D. Dans le cas présent, le dépôt de sable dans le fond du canal est remué puis on observe les grains se redéposer, ce qui ajoute un léger déplacement longitudinal et transversal en plus du mouvement périodique de la houle.

Détaillons maintenant l'analyse d'un grain de sable à partir de plusieurs acquisitions. Dans un premier temps, on détermine l'ellipticité des interférogrammes à chacun des instants étudiés. Il s'agit de mesurer chaque axe de l'interférogramme et d'en calculer le rapport Φ_y/Φ_x. Dans un deuxième temps, on réalise la transformée de Fourier 2D de chaque interférogramme. Du fait de l'utilisation d'une lentille cylindrique, les facteurs d'échelle sont différents selon x et y. La détermination de l'ellipticité de l'interférogramme permet de connaître le rapport des coefficients des matrices totales B_x/B_y pour chaque image. Le calcul de ce rapport nous permet de tracer convenablement à l'échelle suivant les 2 axes. La figure 4.35 regroupe l'illustration de ces interférogrammes enregistrés à différents instants ainsi que les résultats des transformées de Fourier 2D correspondantes. Ces analyses permettent d'obtenir l'autocorrélation 2D de la silhouette de la particule pour chacun de ces instants. On observe alors une légère modification de l'orientation de la particule au cours d'un temps total de $0,43$ s.

Ces résultats restent pour l'instant qualitatifs. En effet, l'utilisation d'un objectif au lieu d'une simple lentille sphérique rend le calcul des coefficients des matrices de transfert plus complexe. Pour cette raison davantage de calculs doivent encore être réalisés afin de pouvoir exploiter pleinement ces acquisitions et ainsi pouvoir déterminer les trajectoires tridimensionnelles des particules, leurs vitesses et leurs dimensions de manière quantitative.

4.10 Conclusion

Dans le cas de bulles d'air de l'ordre de la centaine de microns observées à un angle proche de 41 °, une étude préliminaire théorique a permis de montrer que la considération des trois premières séries de Debye est suffisante pour la description des phénomènes observés au niveau du capteur. Ce fait a été confirmé par les acquisitions expérimentales obtenues.

Nous avons également détaillé dans ce chapitre la procédure utilisée pour déterminer simultanément la position tridimensionnelle, la taille ainsi que l'orientation de particules irrégulières à partir d'acquisitions expérimentales. Des résultats expérimentaux ainsi que des comparaisons avec des simulations ont été présentés, pour le cas de deux méthodes de traitement différentes : la méthode de la transformée de Fourier 2D et la méthode de l'autocorrélation 2D.

Le cas d'interférogrammes superposés a été également étudié, nous avons pu montrer que les acquisitions présentant ce type d'images sont exploitables.

Le principe d'un algorithme de détection d'ellipse développé à l'IRSN pour le traitement d'acquisitions expérimentales a été brièvement expliqué. L'algorithme s'est révélé efficace pour le traitement de nos acquisitions expérimentales et simulées.

Enfin, nous avons pu mettre à contribution les enseignements tirés des études théoriques du chapitre 3 et de l'étude d'un mélange de bulles et de grains de sable en réalisant une campagne d'expériences dans des conditions plus contraignantes. Nous avons pu obtenir des acquisitions réalisées dans un canal de grandes dimensions en présence d'une houle régulière, et ainsi observer des trajectoires de grains de sable ainsi que la modification de leur orientation. Les résultats sont présentés de manière qualitative et pourront être approfondis, notamment par la caractérisation de l'objectif utilisé par le biais de matrices de transfert.

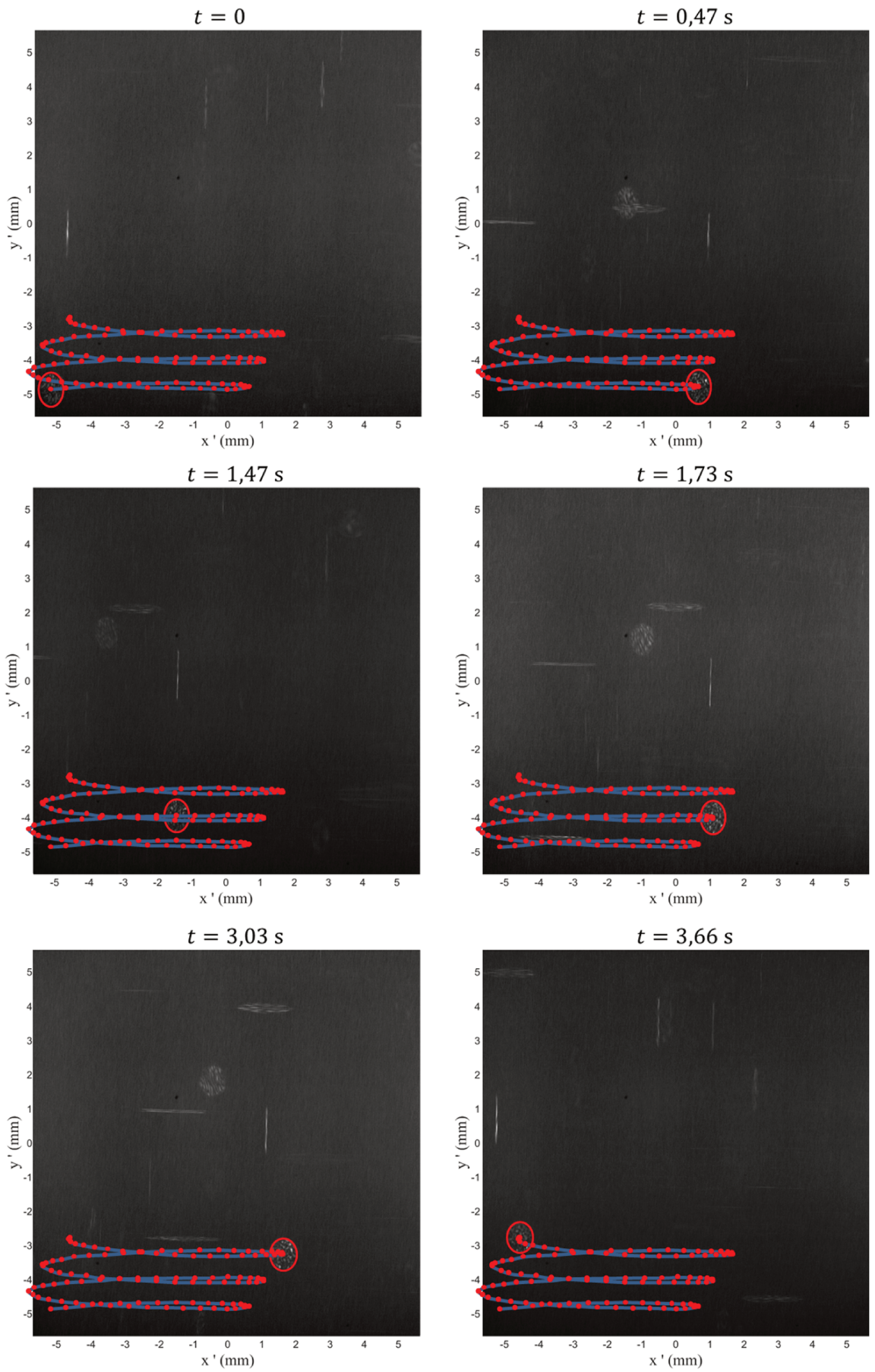


FIGURE 4.34 – Acquisitions d'images en défaut de mise au point de grains de sable dans un canal à houle à des instants différents. La trajectoire 2D d'un grain apparaît en ligne bleue. Chaque point rouge correspond au centre d'une image en défaut de mise au point d'un même grain de sable pour des acquisitions successives à une cadence de 30 images par seconde.

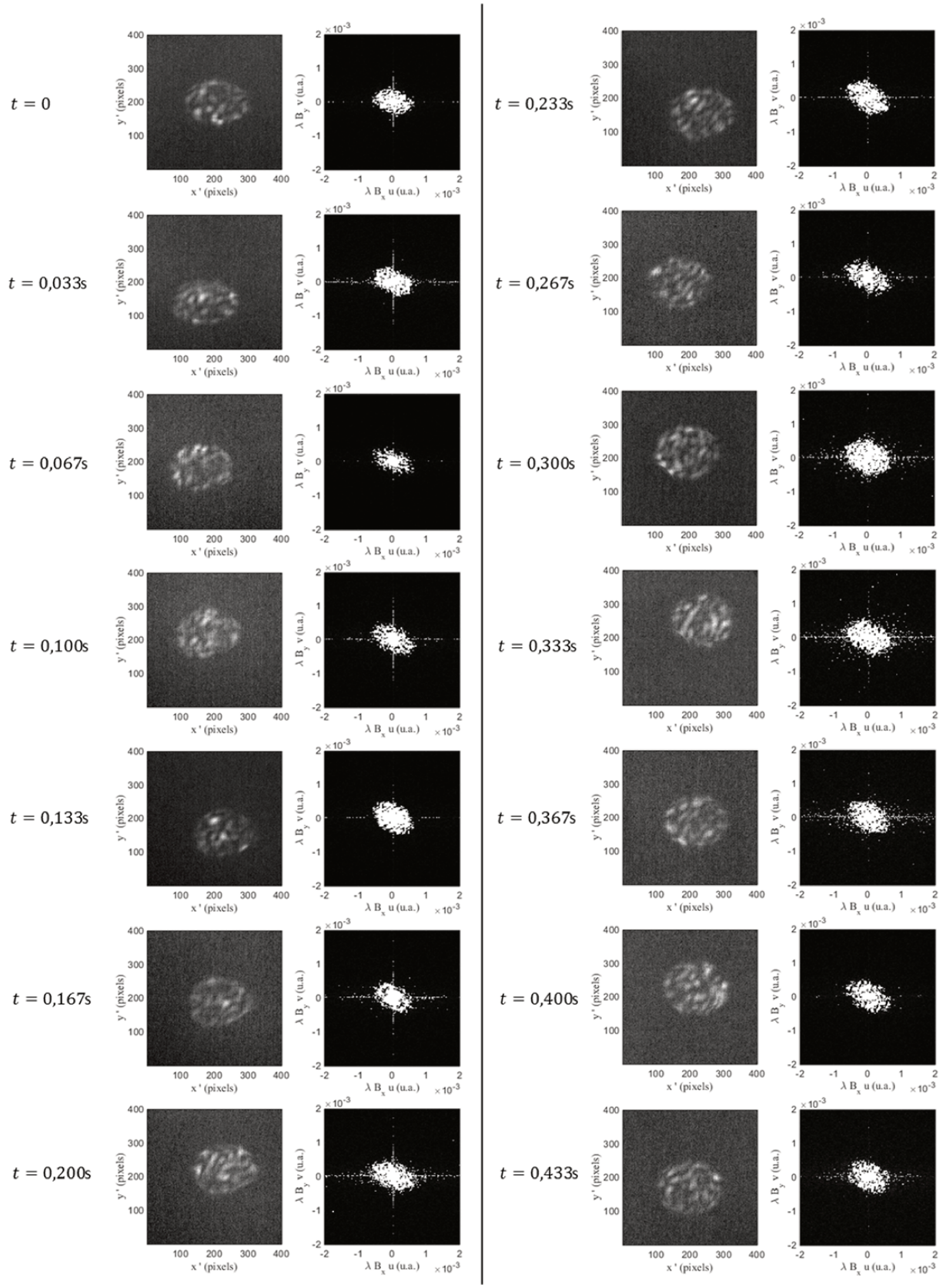


FIGURE 4.35 – Acquisitions d'interférogrammes d'un grain de sable dans un canal à houle à des instants différents (à gauche) et transformées de Fourier 2D correspondantes (à droite).

Chapitre 5

Reconnaissance de forme et mesure tridimensionnelle de particules irrégulières rugueuses par imagerie en défaut de mise au point

Sommaire

5.1 Montage expérimental 91

5.2 Concordance des acquisitions selon deux angles de vue 92

5.2.1 Analyse d'une particule de type bâtonnet 92

5.2.2 Obtention d'un critère de validation des mesures 94

5.3 Comparaison entre simulations et résultats expérimentaux 95

5.3.1 Modèles pour la simulation d'autocorrélation de silhouettes de particules 95

5.3.2 Résultats pour des particules de formes différentes 97

5.3.3 Sources d'erreurs 103

5.3.4 Correction de l'angle d'observation 103

5.4 Conclusion 104

L'importance que tiennent dans la littérature les recherches sur le comportement de particules en interaction avec leur environnement a poussé au développement de recherches prenant en compte diverses formes de particules. On peut citer d'une part les particules régulières telles que des sphères ou des cubes qui peuvent être décrites grâce à de simples paramètres analytiques et qui sont largement utilisées dans les études numériques considérant des systèmes de particules [94]. La description de particules irrégulières nécessite quant à elle d'introduire les notions de "forme", de "silhouette" et de "surface" associées à des descriptions 1D, 2D et 3D respectivement [95]. La forme peut correspondre par exemple à une longueur, une largeur ou une épaisseur. La notion de silhouette a été introduite au chapitre 3 en tant qu'image projetée d'une particule sur un plan. Enfin, la surface rend compte de propriétés géométriques tridimensionnelles telles que le volume ou la sphéricité. L'étude de la morphologie bidimensionnelle de particules irrégulières a été largement réalisée grâce des systèmes d'imagerie directe par le biais de lentilles ou objectifs [96]. Afin d'approfondir la connaissance de telles particules, il devient intéressant de mesurer la surface tridimensionnelle réelle. Dans cet objectif, le scanner laser tridimensionnel permet de scanner la surface extérieure de l'objet pour une reconstruction

numérique de l'enveloppe externe à l'aide des points mesurés [97]. Utilisée pour la même application, la tomographie numérique permet l'obtention d'informations tridimensionnelles externes et internes sur la particule observée. La reconstruction d'un volume est réalisée à partir d'une série de mesures effectuées par tranche dont la transmission varie [98–100]. Ces deux dernières méthodes requièrent le prélèvement d'échantillons et le placement minutieux des particules à caractériser, elles pourraient cependant être développées en vue de permettre la mesure in-situ de particules irrégulières en mouvement. Dans le but de pouvoir réaliser de telles études, une méthode de mesure par holographie numérique en ligne a été récemment proposée, visant à déterminer la position longitudinale de chaque point constituant la bordure tridimensionnelle d'une particule vue à partir d'une unique caméra [101].

Nous avons exposé dans le chapitre 3, puis vérifié expérimentalement dans le chapitre 4, le fait qu'une particule irrégulière observée par un dispositif d'imagerie en défaut de mise au point génère un motif de type tavelure qui peut être traité par transformée de Fourier 2D afin de retrouver l'aspect de l'autocorrélation de la silhouette de la particule. D'après cette propriété, il apparaît qu'à travers l'utilisation d'un dispositif à plusieurs vues, il est possible de retrouver des informations sur la forme tridimensionnelle d'une particule irrégulière. Ce sera l'objectif de ce chapitre.

Comme nous l'avons exposé dans les chapitres précédents, l'analyse des particules irrégulières à partir de tavelures ne peut être directe. En effet aucun modèle théorique ne permet de prédire rigoureusement l'aspect des images en défaut de mise au point [3]. De la même manière que précédemment, on modélisera ici encore une particule irrégulière comme un ensemble d'émetteurs repartis à sa surface. Dans le plan de la particule, le champ électrique diffusé par l'objet illuminé s'écrit de la manière suivante :

$$G_0\left(x,y,0\right) = \sum_{j=1}^{N_e} \alpha_j e^{i\varphi_j} \delta\left(x-a_j, y-b_j\right) \tag{5.1}$$

où δ est la distribution de Dirac. α_j et φ_j sont respectivement l'amplitude et la phase du $j$ème émetteur ; a_j and b_j sont les coordonnées du $j$ème émetteur dans un plan parallèle au plan du capteur. A partir de cette expression scalaire du champ électrique dans le plan de la particule, il est possible de décrire la propagation de la lumière par l'utilisation du formalisme de Huygens-Fresnel. Une expression analytique de l'intensité peut être obtenue et il a été démontré que la transformée de Fourier 2D de l'image en défaut de mise au point de la particule est donnée par l'autocorrélation 2D de la silhouette de la particule, ce qui s'exprime formellement par la relation suivante [3] :

$$\left|TF_{2D}[I(x,y,z)]\left(\lambda B_T u, \lambda B_T v\right)\right| \propto \left|A_{2D}[G_0(x_0,y_0)]\left(dx,dy\right)\right| \tag{5.2}$$

où I est l'intensité dans le plan du capteur, λ est la longueur d'onde de la lumière diffusée, (u,v) sont les coordonnées transverses dans le domaine des fréquences. B_T est le coefficient B de la matrice de transfert entre le plan de la particule et le plan du capteur. Comme il a été développé dans les chapitres précédents, cette relation permet d'établir une relation quantitative entre la répartition des aspérités diffusantes sur la particule (représentées par des émetteurs de Dirac) et la distribution d'intensité dans le plan du capteur. Cette expression est valable dans le cas où la symétrie du système est sphérique. En effet on considérera dans ce chapitre que $B_T^x = B_T^y$.

L'application de cette relation (5.2) pour la détermination de dimensions de particules irrégulières s'est révélée efficace dans le cas de la caractérisation de grains de sable, comme présenté dans le chapitre 4, mais également de cristaux de glace [83]. Certaines propriétés morphologiques bidimensionnelles des particules rugueuses irrégulières peuvent donc être déduites de l'analyse d'interférogrammes par transformée de Fourier 2D. Par ce procédé, on obtient des

informations sur la projection de la particule dans le plan du capteur à partir du point de vue considéré. Afin d'obtenir des informations concernant la forme tridimensionnelle de la particule, il est nécessaire d'enregistrer des interférogrammes selon plusieurs angles de vue différents. Une étude basée sur ce principe est détaillée ici.

5.1 Montage expérimental

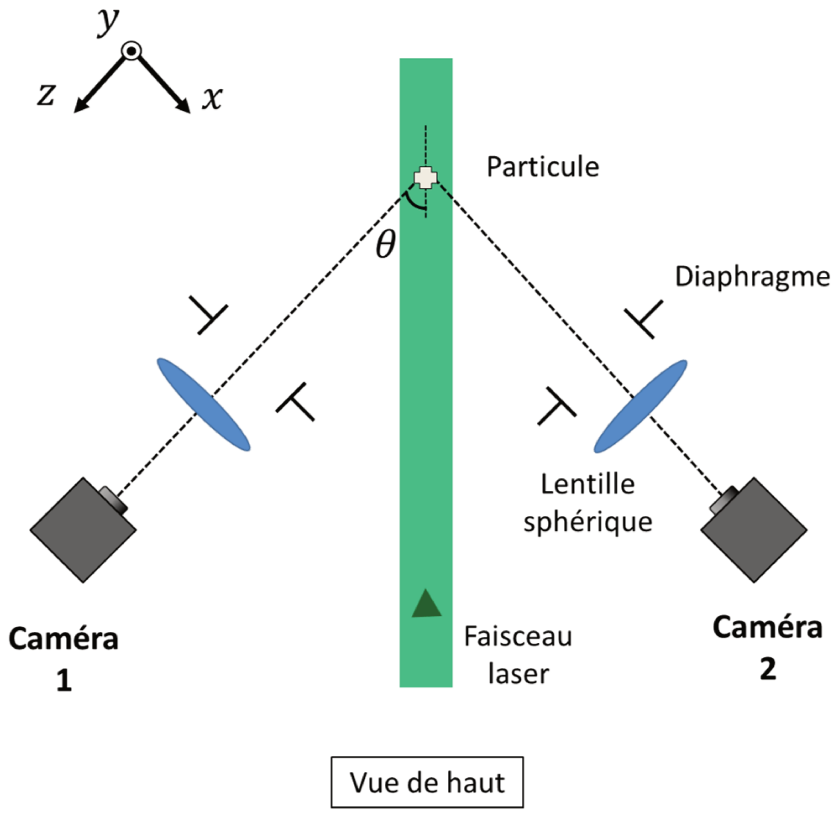


FIGURE 5.1 – Dispositif pour la mesure et la reconnaissance de forme tridimensionnelle de particules irrégulières.

Le montage expérimental est présenté figure 5.1. Un laser Nd:YAG émet des impulsions d'une durée de 4 ns, de 5 mJ et d'une longueur d'onde 532 nm vers des particules rugueuses irrégulières en chute libre dans l'air. L'utilisation d'une source laser pulsée permet d'éviter les effets de flou des images enregistrées qui peuvent dans certains cas entraver les mesures de taille de particules [102]. Un ensemble de deux systèmes d'imagerie en défaut de mise au point permet de collecter la lumière diffusée par ces particules selon deux angles de vue perpendiculaires. Deux capteurs CCD sont utilisés pour l'acquisition. Les coordonnées dans l'espace (x, y, z) sont utilisées pour la représentation tridimensionnelle des particules. La figure 5.1 montre que selon une vue du dessus, la camera 1 enregistre les acquisitions d'un dispositif d'imagerie dont l'axe fait un angle de $\theta = 45\,^{\circ}$ à gauche, tandis que l'axe du système d'imagerie de la camera 2 forme un angle de $\theta = 45\,^{\circ}$ sur la droite. Les dimensions des capteurs sont 2452×2054 pixels pour la camera 1 et 1628×1236 pixels pour la caméra 2. Les tailles des pixels pour les deux caméras sont respectivement $3,45$ µm et $4,4$ µm.

La distance focale de la lentille sphérique sur les deux voies est 100 mm. Les distances entre la particule et les diaphragmes sont 288 mm et 280 mm respectivement pour les caméras 1 et 2. Les distances diaphragmes-lentilles pour chaque voie sont $22,2$ mm et $19,3$ mm. Les distances entre les capteurs et les lentilles sont $83,3$ mm et $80,3$ mm respectivement. Pour ce dispositif

ainsi que dans les montages présentés précédemment, les diaphragmes sont utilisés de manière à réduire la taille des images en défaut de mise au point, leurs diamètres sont respectivement $7,00$ mm et $6,70$ mm pour les caméras 1 et 2.

La résolution dans le domaine des fréquences après transformée de Fourier 2D de l'interférogramme est $\frac{1}{\Delta q N_q}$, où N_q est le nombre de pixels et Δq la taille de pixel selon l'axe q. Après application du facteur d'échelle λB_T, la résolution obtenue dans la description de l'objet est égale à :

$$\Delta q = \frac{\lambda B_T}{\Delta q N_q} \tag{5.3}$$

Ainsi pour le dispositif présenté ici, les dimensions du "pixel" obtenu dans le plan de l'objet sont $8,6$ µm $\times$ $10,3$ µm pour la caméra 1 et $9,9$ µm $\times$ $13,1$ µm pour la caméra 2. On note que les deux capteurs ne sont pas les mêmes. Les différences entre les axes x et y sont dues au fait que les capteurs sont rectangulaires : le nombre de pixels est différent suivant chaque axe.

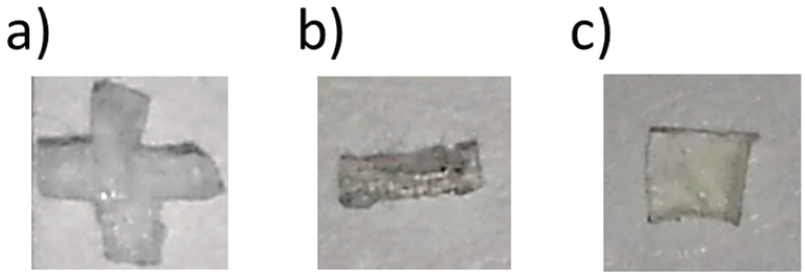


FIGURE 5.2 – Particules en forme de croix (a), de bâtonnet (b), de plaque (c)

Les particules irrégulières considérées sont découpées dans une matière constituée de polymères (Jelly Marbles). Différentes formes ont été réalisées : des bâtonnets, des croix et des plaques (figure 5.2). Leurs dimensions caractéristiques sont dans une gamme de taille de l'ordre de quelques centaines de micromètres à 2 millimètres. Le dispositif d'imagerie en défaut de mise au point est ajusté de manière à caractériser correctement les interférogrammes générés correspondant à de telles dimensions en se basant sur les limites définies dans la section 3.5 du chapitre 3.

5.2 Concordance des acquisitions selon deux angles de vue

5.2.1 Analyse d'une particule de type bâtonnet

Considérons un premier exemple. La figure 5.3 montre deux interférogrammes générés simultanément par la même particule et enregistrés respectivement par les caméras 1 et 2. Afin d'analyser ces acquisitions expérimentales, d'après la méthode développée dans la section 3.4, on réalise les transformées de Fourier 2D correspondant à ces deux motifs. Le résultat de ces opérations est présenté sur la figure 5.4.

Dans les deux cas le pic central de la transformée de Fourier 2D a été occulté de manière à améliorer le contraste des détails l'entourant. Le contour déterminé par traitement d'image de l'amas de pics d'intensité est mis en évidence grâce à une ligne blanche sur ces figures. Les deux figures obtenues ainsi correspondent d'après la théorie développée dans la section 3.4 à

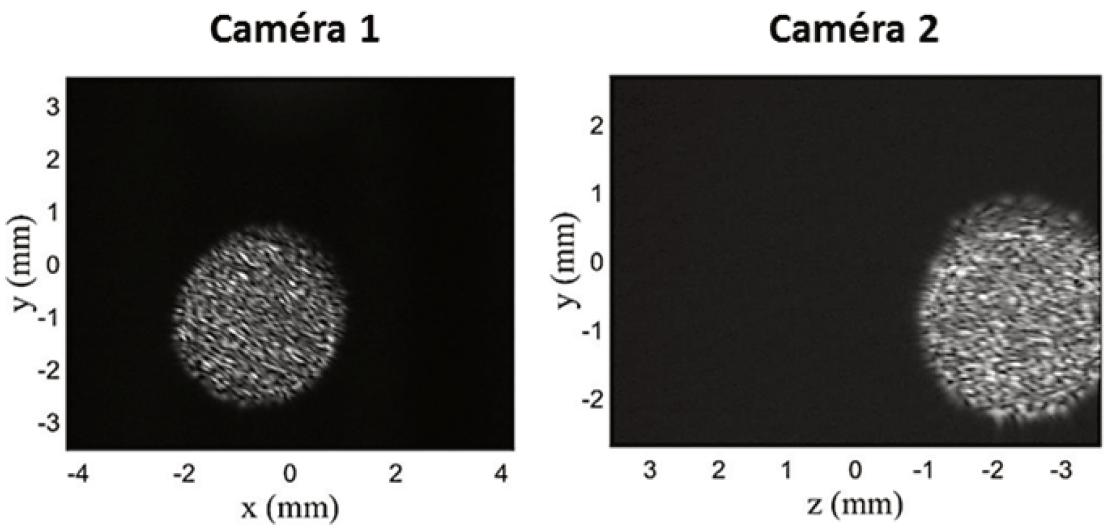


FIGURE 5.3 – Interférogrammes d'une particule en forme de bâtonnet obtenus à partir de deux vues différentes.

l'autocorrélation 2D de la forme globale de la particule, selon les deux angles de vue considérés. La particule analysée dans cet exemple présente une forme de bâtonnet.

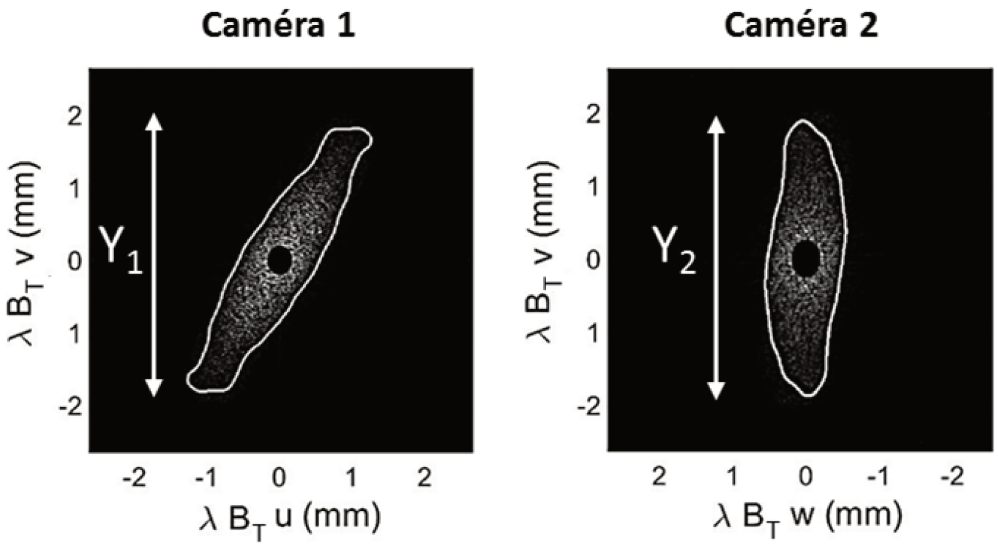


FIGURE 5.4 – Transformées de Fourier 2D d'interférogrammes d'un bâtonnet obtenu à partir de deux vues différentes.

Le traitement d'image permettant de délimiter le contour de la transformée de Fourier 2D est composé d'une succession d'opérations. La première étape consiste en une binarisation, le seuil est déterminé visuellement pour chaque caméra dans un premier temps. Le seuil est identique pour le traitement de toutes les particules pour les résultats présentés dans ce chapitre. A partir de l'image binarisée, une opération de dilation suivie d'une fermeture morphologique permettent d'obtenir un objet unique. Enfin la détection de contour est réalisée par filtre de Canny. Le résultat donne le contour illustré sur la figure 5.4, superposé ici pour comparaison au résultat de la transformée de Fourier 2D. Diverses mesures peuvent ainsi être réalisées automatiquement grâce aux coordonnées des points qui constituent ce contour, telle que la plus grande dimension de la particule, ou sa taille selon différents axes.

5.2.2 Obtention d'un critère de validation des mesures

Dans la configuration étudiée, la hauteur de la particule mesurée selon l'axe y grâce aux deux capteurs doit être la même. Cette hauteur est représentée sur la figure 5.4 par les distances Y_1 et Y_2. L'autocorrélation double les distances d'origine, ce qui signifie que suivant l'axe y, la distance maximale entre le haut et le bas de la particule devrait être égal à $D_y = Y_1/2 = Y_2/2$. On remarque que cela suppose le fait que la surface entière de la particule illuminée soit couverte d'émetteurs selon les deux vues. Cela signifie que la rugosité de la particule doit être telle qu'un grand nombre d'aspérités diffusantes soit réparti sur la totalité de la surface illuminée. En considérant la particule présentée figure 5.4, on mesure $Y_1/2 = 1877$ µm et $Y_2/2 = 1875$ µm, ce qui donne une divergence dans les résultats de 2 µm. Relativement à la résolution du dispositif, ces mesures sont cohérentes suivant les deux angles de vue.

70 particules de différentes formes ont été analysées (croix, cubes, triangles, bâtonnets, plaques). Dans tous les cas, la différence de taille mesurée ne dépasse pas 32.5 µm et la différence relative maximale reste inférieure à 3%. La figure 5.5 regroupe ces résultats sous la forme d'un histogramme. On observe que 40% des particules présentent une différence de mesure inférieure à 0.5%.

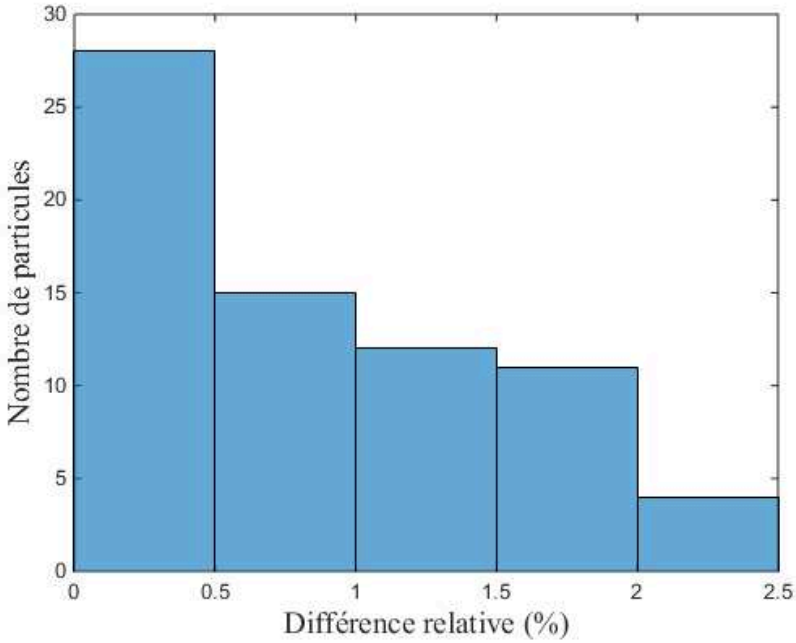


FIGURE 5.5 – Différence relative dans la mesure de la taille de 70 particules selon deux angles de vue. Largeur de classe : 0.5%.

Avec uniquement deux angles de vue, par le biais de cette technique il est impossible de déterminer la forme tridimensionnelle d'une particule irrégulière quelconque. Cependant, considérant un certain nombre de familles de formes, il est possible de déterminer à partir de deux interférogrammes la famille de la particule mesurée. Cette technique peut avoir des applications intéressantes dans le cas de cristaux de glace pour lesquels il est possible d'établir une librairie de formes classiques (colonnes, dendrites, plaques) [60, 90]. Une fois la famille d'une particule déterminée, il semble envisageable de retrouver simultanément la taille et l'orientation de la particule.

5.3 Comparaison entre simulations et résultats expérimentaux

5.3.1 Modèles pour la simulation d'autocorrélation de silhouettes de particules

Il est possible de réaliser des simulations en modélisant des particules en tant qu'objets tridimensionnels et en déterminant les contours de leurs projections dans le plan des capteurs, ici pour deux angles de vue perpendiculaires. Les modèles utilisés pour réaliser les autocorrélations 2D simulées des formes de particules sont créés grace au logiciel Matlab. Les particules présentées ici peuvent être décrites de manière simplifiée grâce à une ou plusieurs formes parallélépipèdiques. Par exemple dans le cas d'une croix, telle que celle qui apparaît sur la figure 5.2-a, on utilisera le type de modèle illustré sur la figure 5.6. On considère ainsi deux parallélépipèdes perpendiculaires de dimension $L_1 \times H_1 \times E_p$ et $L_2 \times H_2 \times E_p$, où E_p représente l'épaisseur de la particule. Dans cette exemple, les dimensions du modèles sont : L_1=1000 µm, H_1=300 µm, E_p=200 µm, L_2=1100 µm et H_2=300 µm.

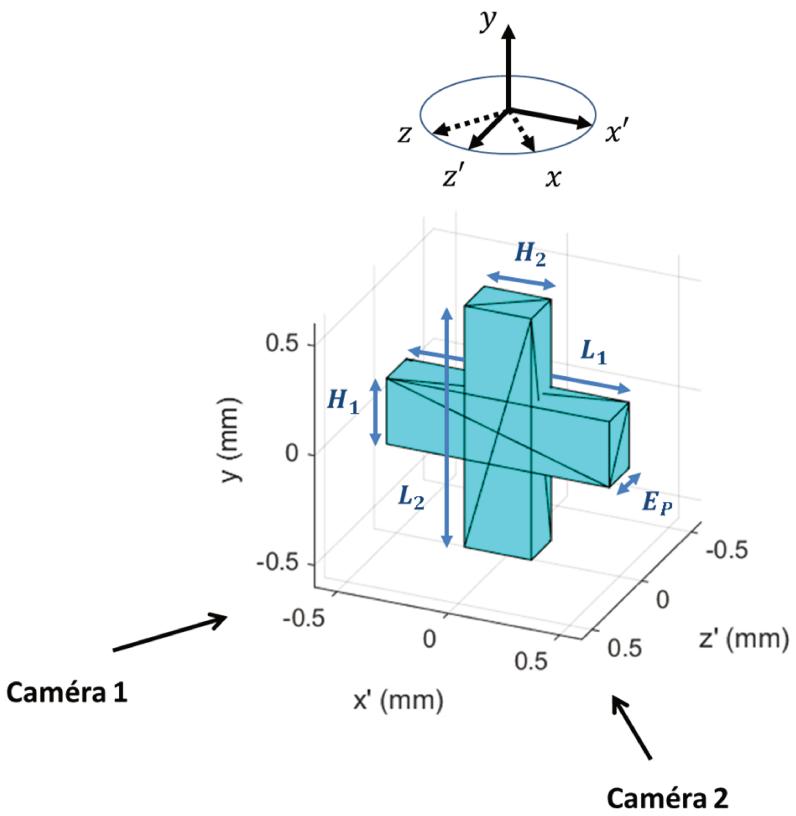


FIGURE 5.6 – Notation des dimensions d'un modèle en forme de croix. Les angles d'observation des caméras 1 et 2 sont illustrés par des flèches.

Les particules en forme de plaque, de bâtonnet ou de cube peuvent être décrits de la même manière à l'aide d'un seul parallélépipède de dimensions $L_1 \times H_1 \times E_p$.

L'orientation de l'objet peut être choisie par l'utilisation de matrices de rotation. On utilise des matrices de rotation d'angles ω_1, ω_2 et ω_3 autour des axes x', y et z' respectivement. Ces

matrices s'écrivent [103] :

$$R_x(\omega_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_1 & -\sin\omega_1 \\ 0 & \sin\omega_1 & \cos\omega_1 \end{pmatrix}$$
$$R_y(\omega_2) = \begin{pmatrix} \cos\omega_2 & 0 & \sin\omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\omega_2 & 0 & \cos\omega_2 \end{pmatrix} \tag{5.4}$$
$$R_z(\omega_3) = \begin{pmatrix} \cos\omega_3 & -\sin\omega_3 & 0 \\ \sin\omega_3 & \cos\omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L'association de ces matrices par la multiplication permet de décrire toutes les rotations possibles à travers la matrice de rotation R :

$$R(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = R_z(\omega_3)R_y(\omega_2)R_x(\omega_1) \tag{5.5}$$

Ce produit correspond à une rotation dont le roulis, le tangage et le lacet sont respectivement les angles ω_1, ω_2 et ω_3, aussi appelés angles de Cardan. L'orientation de la particule est modifiée par le calcul des nouvelles positions des sommets de l'objet par l'utilisation des angles de Cardan. Ainsi pour un sommet défini par le vecteur colonne $\overrightarrow{u_1}$ qui contient ses coordonnées, la nouvelle position après une rotation R sera $\overrightarrow{u_2} = R\overrightarrow{u_1}$. La rotation de la particule autour de son barycentre peut ainsi être simulée pour plusieurs angles de manière aussi fine que nécessaire.

Pour une orientation donnée du modèle, on réalise deux projections, une selon l'angle de vue de chaque caméra. Connaissant l'angle d'observation, les positions des projections des sommets de l'objet dans le plan de la caméra sont calculées par projection orthogonale. Pour un angle d'observation considéré, la silhouette projetée de chaque branche de l'objet est obtenue à partir de la position des sommets par triangulation de Delaunay. On obtient ainsi la silhouette de l'objet observée à partir des angles de vue des caméras 1 et 2. On cherche à reproduire par simulation ce que l'on peut observer par l'analyse d'acquisitions expérimentales. On répartit donc des émetteurs de position et d'amplitude aléatoires sur la silhouette ainsi définie. Cette répartition d'émetteurs est présentée selon les deux vues sur la figure 5.7. Cette orientation correspond à une rotation du modèle pour les angles $\omega_1 = 45\,^\circ$, $\omega_2 = 80\,^\circ$ et $\omega_3 = 45\,^\circ$ à partir de la position de départ illustrée figure 5.6.

On calcule par la suite l'autocorrélation 2D de ces distributions d'émetteurs. La binarisation du résultat obtenu est présenté figure 5.8. Afin de pouvoir réaliser des comparaisons avec les acquisitions expérimentales, les dimensions de l'image contenant l'autocorrélation 2D sont calculées de manière à correspondre aux caractéristiques du montage. En effet, la transformée de Fourier 2D d'une acquisition expérimentale, affectée du facteur d'échelle correspondant au dispositif, possède des dimensions de "pixel" définies par l'équation (5.3). Les dimensions de l'image contenant l'autocorrélation 2D simulée ainsi que la graduation de ses axes correspondent donc à celles que doivent avoir la transformée de Fourier 2D de l'image de speckle générée par la particule.

Chaque émetteur à la surface de la particule est représenté ici sous la forme d'une gaussienne bi-dimensionnelle d'amplitude et de position aléatoire. Nous avons pu noter cependant par la suite que cette étape de répartition aléatoire d'émetteurs sur la silhouette de la particule est superflue. Cette méthode permet en revanche de simuler des bords de particule plus irréguliers. Les dernières simulations réalisées utilisent par conséquent uniquement la silhouette projetée de la particule pour le calcul de l'autocorrélation 2D.

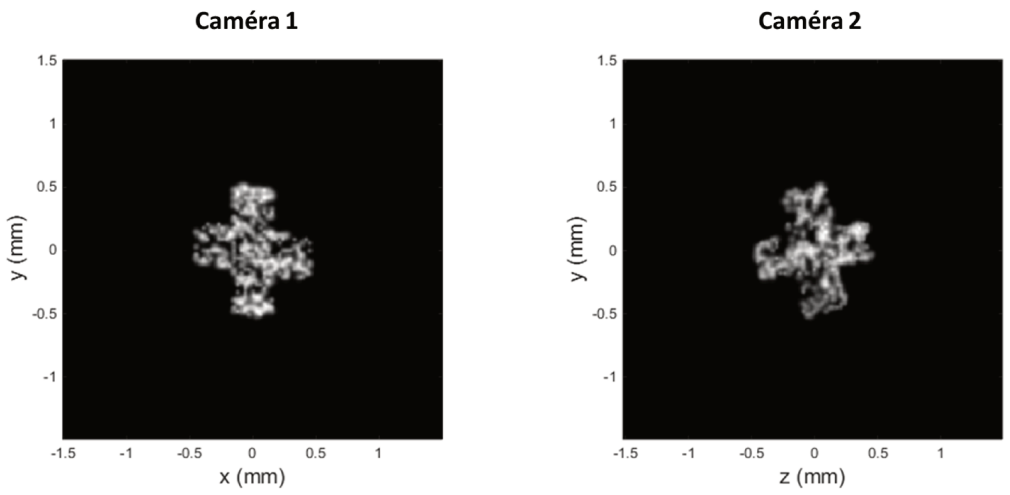


FIGURE 5.7 – Simulation d'un ensemble d'émetteurs sur une particule en forme de croix.

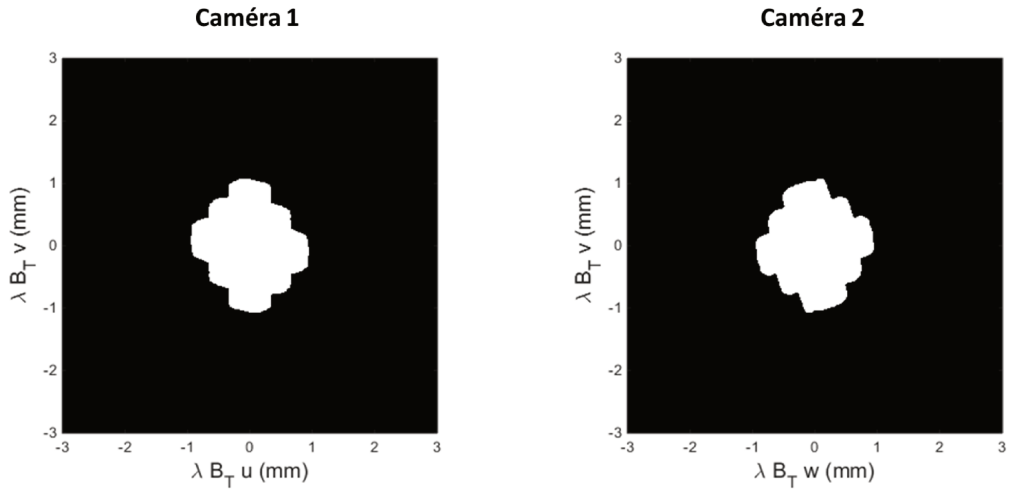


FIGURE 5.8 – Binarisation de l'autocorrélation d'un ensemble d'émetteurs sur une particule en forme de croix.

5.3.2 Résultats pour des particules de formes différentes

Nous présentons dans cette section les résultats de comparaisons réalisées entre simulations et résultats expérimentaux dans le cas de différentes formes de particules.

Particule en forme de bâtonnet

Examinons dans un premier temps le cas d'une particule en forme de bâtonnet. La figure 5.9 montre les acquisitions expérimentales obtenues pour les caméras 1 et 2. On peut observer pour chacune d'entre elles les tavelures générées par la présence de la particule sur le trajet du faisceau laser.

On réalise des transformées de Fourier 2D sur ces deux acquisitions expérimentales, auxquelles on affecte les facteurs d'échelle correspondant au dispositif. La ligne rouge sur la figure 5.10 correspond au contour de ces transformées de Fourier 2D. A partir de transformées de Fourier 2D, il s'agit de retrouver d'abord la meilleure correspondance de forme de particule, puis de taille et d'orientation.

L'orientation de la particule ainsi que ses dimensions sont retrouvées à partir de comparaison avec des simulations. En traitement du signal, la corrélation croisée est une opération

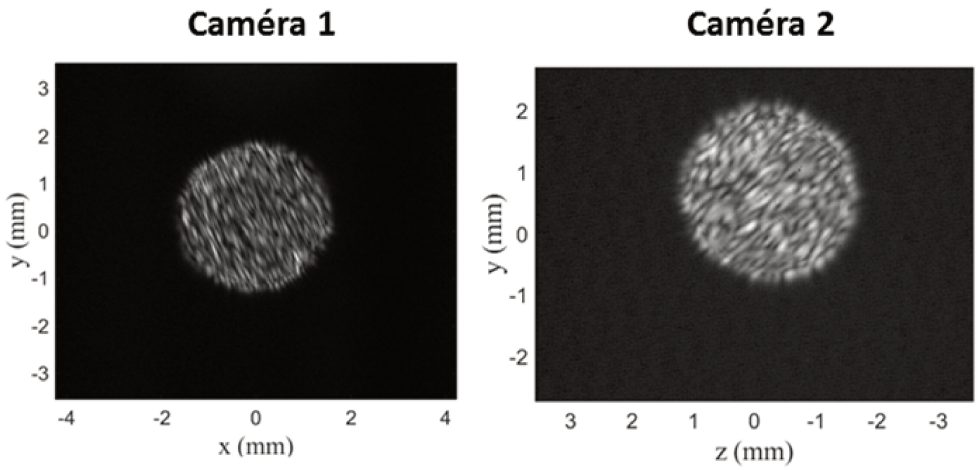


FIGURE 5.9 – Interférogrammes d'une particule en forme de bâtonnet obtenus à partir de deux vues différentes.

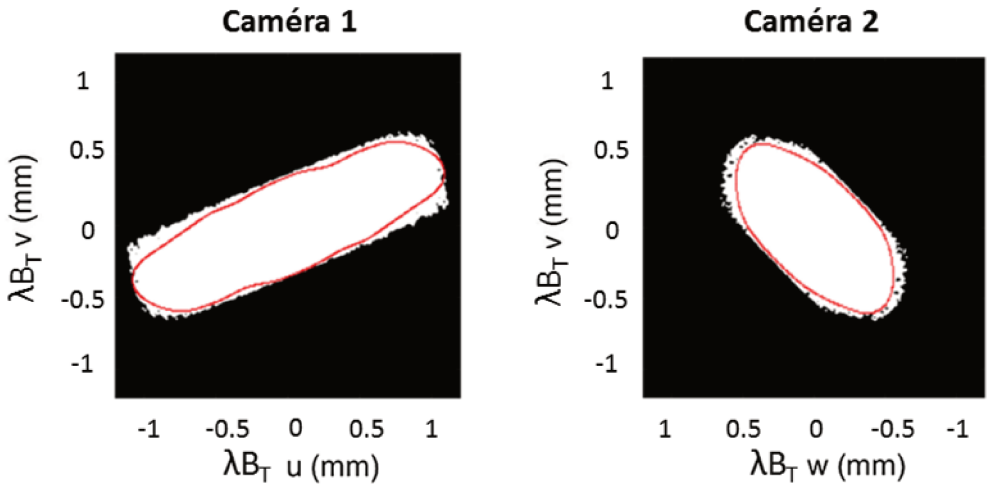


FIGURE 5.10 – Autocorrélations 2D simulées des silhouettes d'une particule vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de bâtonnet. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge.

mathématique utilisée afin de mesurer la similitude entre deux signaux. En réalisant donc la corrélation croisée d'une image simulée avec le résultat de la transformée de Fourier 2D d'une acquisition expérimentale, on dispose d'un outil permettant de comparer les deux images et pouvant être automatisé. Le résultat d'une corrélation croisée est un nombre compris entre 0 et 1, avec un maximum de cette valeur atteint lorsque les deux images comparées sont parfaitement similaires. Un coefficient de corrélation est obtenu pour chaque opération suivant les deux vues. Pour une même acquisition, on calcule alors la moyenne des deux coefficients entre les deux vues. La valeur maximale de cette moyenne permet de déterminer l'orientation du modèle correspondant le mieux aux analyses expérimentales. La même opération est réalisée automatiquement en faisant varier chaque dimension de l'objet utilisé comme modèle jusqu'à déterminer la meilleure correspondance avec les acquisitions expérimentales.

L'autocorrélation 2D binarisée de la silhouette projetée d'un modèle de particule en forme de bâtonnet apparaît en blanc sur la figure 5.10. La meilleure correspondance avec l'acquisition expérimentale est obtenue lorsque les contours rouges et les silhouettes blanches sont similaires selon les deux vues. Les différences observées entre simulation et expérience sont dues au fait que

les contours simulés ont des bords et des formes parfaitement réguliers, alors que les particules réelles utilisées sont nettement plus irrégulières (figure 5.2).

Dans le cas de cette particule en forme de bâtonnet, les dimensions obtenues grâce à la corrélation sont 1148 µm × 268 µm × 260 µm. Le modèle utilisé présentant la meilleure correspondance apparaît sur la figure 5.11 en vue "de face", c'est-à-dire dans le plan (x', y).

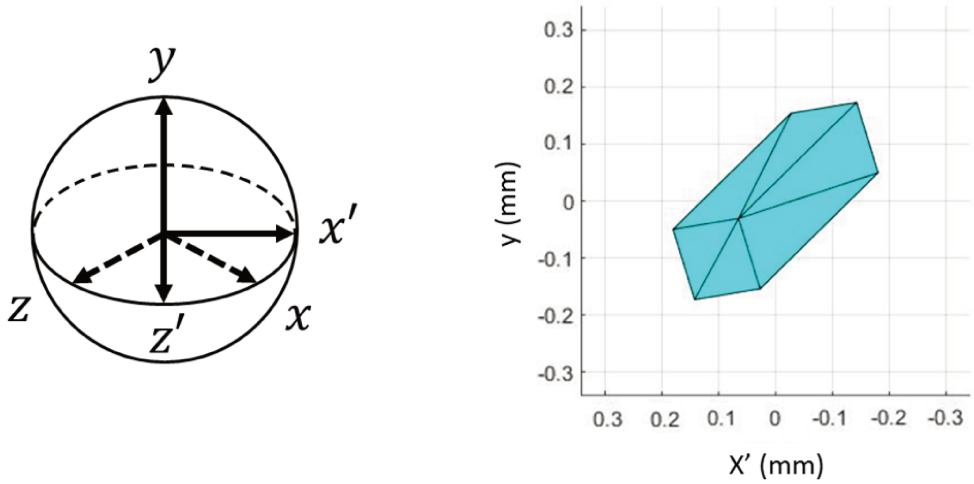


FIGURE 5.11 – Orientation et dimensions calculées pour une particule en forme de bâtonnet.

Particule en forme de croix

Afin de discuter le cas de la précision de la technique dans le cas de ce dispositif, considérons une particule en forme de croix découpée dans une matière en polymères. La particule cruciforme utilisée pour obtenir l'image expérimentale est montrée sur la figure 5.2-a. La particule est mesurée selon ses deux branches en utilisant une image en mise au point. Les longueurs des branches mesurées sont 2000 µm et 2030 µm, leurs largeurs sont 482 µm et 500 µm respectivement. L'épaisseur de la particule vaut 465 µm. On note que la mesure est réalisée en considérant la dimension maximale de chaque branche avec une incertitude de 35 µm. La même particule est lâchée plusieurs fois sur le trajet du faisceau laser, divers interférogrammes correspondant à la même particule selon plusieurs orientations sont ainsi obtenus.

On considère un premier couple d'acquisitions expérimentales présentant des tavelures générées par cette particule cruciforme. Ces interférogrammes sont présentés sur la figure 5.12.

Les transformées de Fourier 2D des tavelures ainsi que les autocorrélations 2D des silhouettes du modèle apparaissent sur la figure 5.13. La forme qui correspond le mieux dans le cas de cette première analyse est une croix composée de deux branches de longueurs 1980 µm et 2003 µm respectivement. La largeur des deux branches est 527 µm. L'épaisseur de cette particule est 452 µm. En considérant que la particule possède des extrémités inégales, ces mesures correspondent aux dimensions globales du modèle obtenu par comparaison avec les données expérimentales. Le modèle correspondant est illustré sur la figure 5.13-b. On observe pour chaque dimension de ce modèle une différence avec la mesure directe de la particule de l'ordre ou inférieure à l'incertitude de mesure de l'image en mise au point.

On présente ensuite sur la figure 5.14 un deuxième couple d'acquisitions obtenu grâce à la même particule lors d'un autre passage à travers le faisceau laser.

L'analyse de ces acquisitions est détaillée sur la figure 5.15-a. La meilleure correspondance est obtenue pour un modèle constitué de deux branches de longueurs 1974 µm et 1997 µm respectivement. La largeur des deux branches vaut 521 µm. L'épaisseur du modèle est 465 µm.

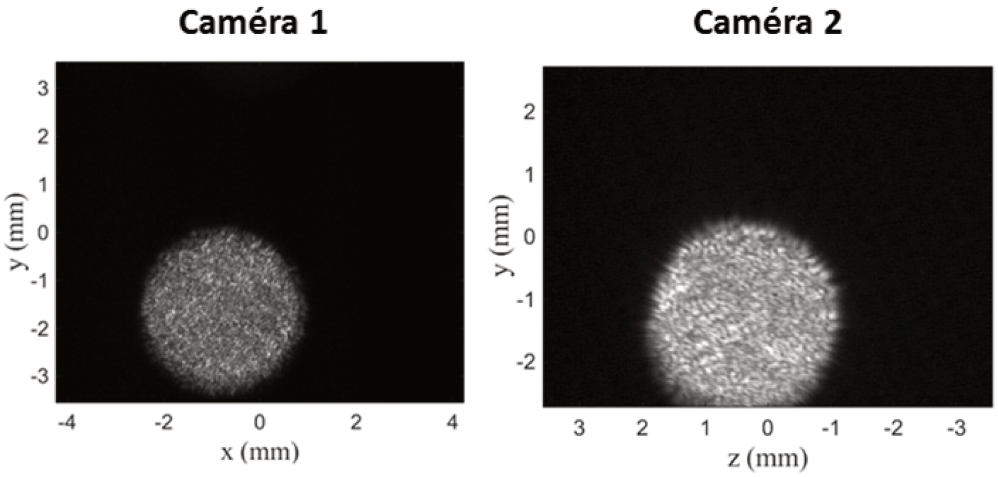


FIGURE 5.12 – Interférogrammes d'une particule en forme de croix obtenus à partir de deux vues différentes.

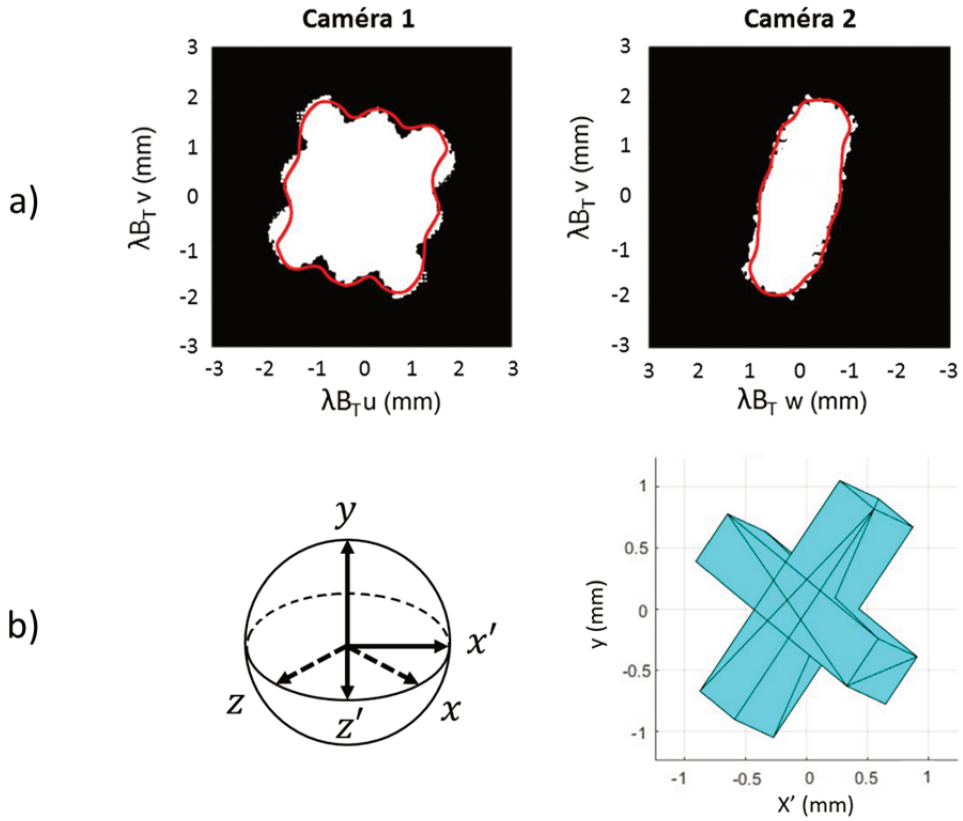


FIGURE 5.13 – a) Autocorrélation 2D simulées des silhouettes d'une particule vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de croix. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. b) Orientation et dimensions calculées de la particule.

Ces dimensions globales apparaissent similaires aux mesures effectuées sur l'image en mise au point, ainsi qu'à la précédente mesure de la particule. La nouvelle orientation illustrée sur la figure 5.15-b peut être comparée à l'orientation déterminée par le premier modèle sur la figure 5.13-b.

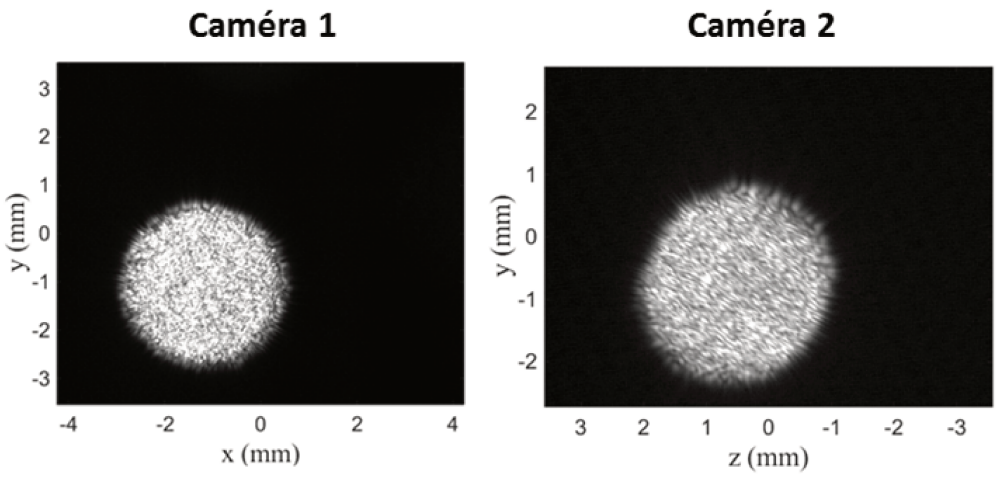


FIGURE 5.14 – Interférogrammes d'une particule en forme de croix obtenus à partir de deux vues différentes.

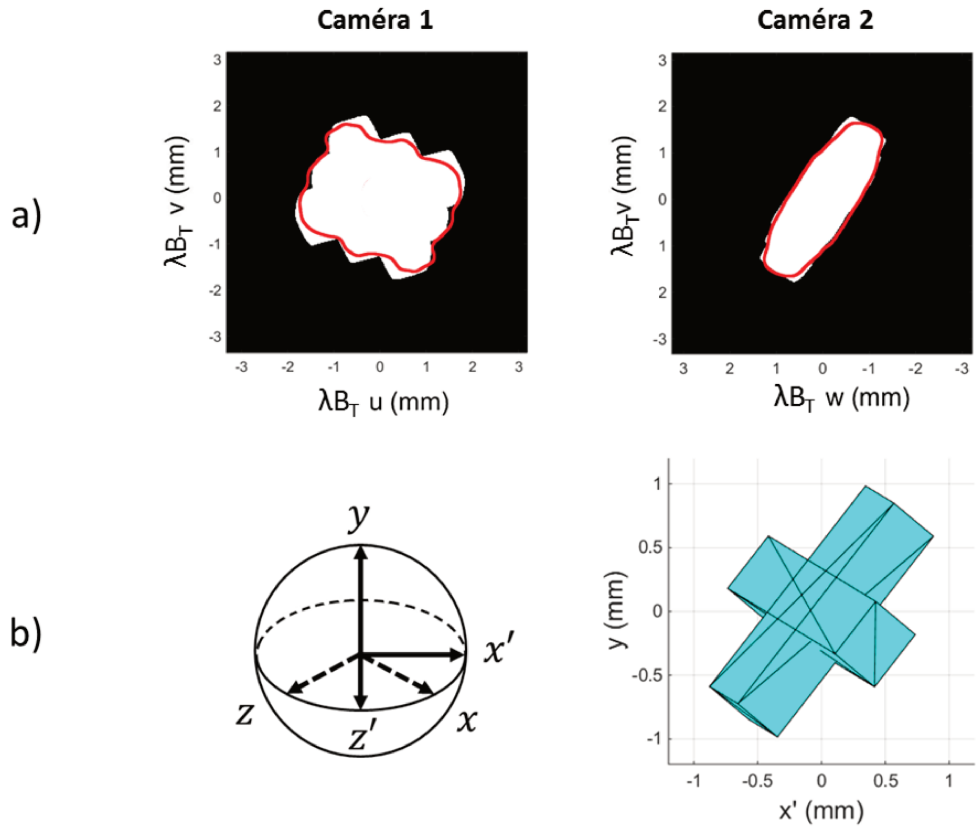


FIGURE 5.15 – a) Autocorrélations 2D simulées des silhouettes vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de croix. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. b) Orientation et dimensions calculées de la particule.

Particule en forme de plaque

Considérons maintenant le cas d'une particule en forme de plaque. L'image en mise au point de cette particule est présentée sur la figure 5.16. Ses dimensions mesurées à partir d'images en mise au point sont : 1881 µm × 1677 µm × 90 µm (± 10 µm). Ces mesures correspondent aux dimensions maximales mesurées suivant x et y pour la largeur et la hauteur de la plaque.

Les interférogrammes générés par cette particule et présentés sur la figure 5.17 sont obtenus

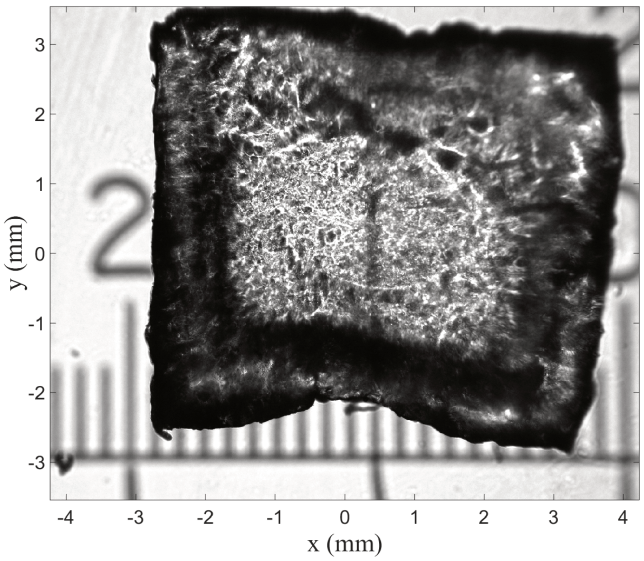


FIGURE 5.16 – Image mise au point d'une particule de polymère. Le plus petit intervalle de graduation est de 100 µm.

de la même manière que les acquisitions expérimentales précédentes.

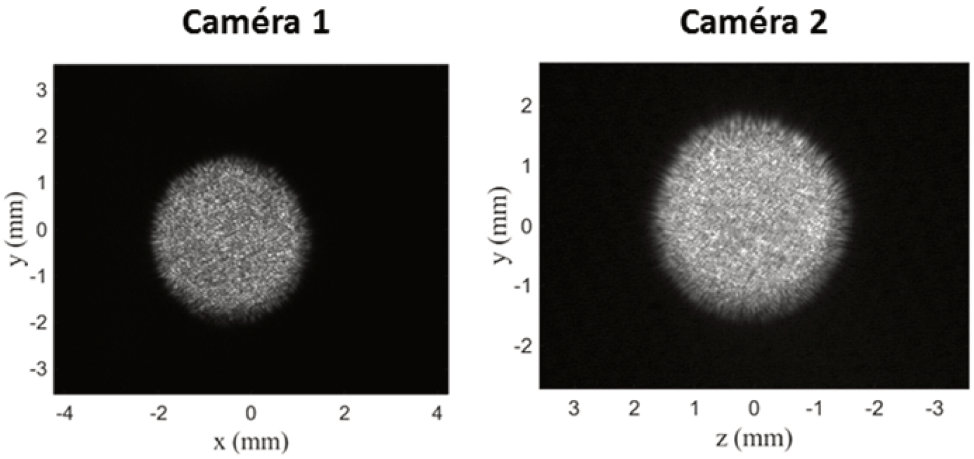


FIGURE 5.17 – Interférogrammes d'une particule en forme de plaque obtenus à partir de deux vues différentes.

De la même manière que précédemment, la figure 5.18-a montre l'autocorrélation 2D des silhouettes du modèle. Les lignes rouges sont les contours obtenus après transformée de Fourier 2D des interférogrammes expérimentaux enregistrés simultanément sur les deux capteurs.

Le modèle présentant la meilleure correspondance est une plaque de dimensions 1893 µm × 1639 µm × 76 µm visible sur la figure 5.18-b. La différence maximale avec les mesures réalisées en mise au point est de 38 µm pour la largeur de la particule (soit 2,3 % de la dimension mesurée), que l'on attribue à l'irrégularité des dimensions de la particule réelle comparée à celles du modèle.

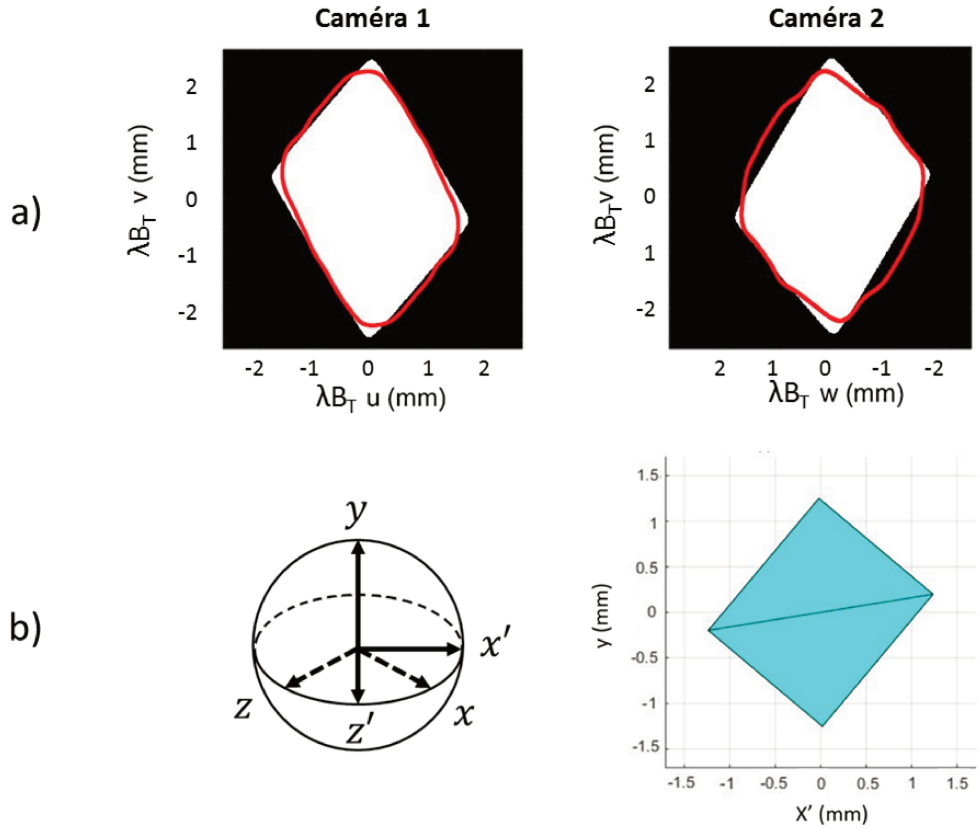


FIGURE 5.18 – a) Autocorrélations 2D simulées des silhouettes vues par les caméras 1 et 2 pour une particule en forme de plaque. Le contour de la transformée de Fourier 2D des acquisitions expérimentales apparaît en ligne rouge. b) Orientation et dimensions calculées de la particule.

5.3.3 Sources d'erreurs

On remarque cependant que pour certaines orientations de particules, la forme des particules n'apparaît pas clairement avec ce dispositif. Cela se produit avec des particules en forme de croix notamment. Il existe en effet des orientations de particule relativement aux angles de vue des deux caméras qui ne permettent pas de retrouver la forme 3D des particules. Il s'agit d'un phénomène qui n'est pas spécifique au dispositif d'imagerie en défaut de mise au point. Un problème similaire se produirait en considérant deux systèmes d'imagerie en mise au point. Ce cas est illustré sur la figure 5.19, où les particules observées sont une plaque (a) et une croix (b). La figure 5.19-a montre la transformée de Fourier 2D d'interférogrammes observés simultanément sur les deux capteurs dans le cas d'une plaque. La figure 5.19-b montre la même chose pour une croix. Ces deux particules sont plates et partagent une orientation telle que le plan contenant leur face la plus large est perpendiculaire au plan des deux caméras. Cette orientation rend la distinction entre croix et plaque impossible, cependant les dimensions globales des particules peuvent tout de même être déterminées sans nécessairement connaître la famille de la particule.

5.3.4 Correction de l'angle d'observation

Le processus de corrélation entre image simulée et expérimentale requiert une attention particulière dans le cas où la particule n'est pas centrée par rapport à l'axe des deux caméras. L'interférogramme d'une particule peut en effet être décentré selon l'axe x (respectivement z) du capteur 1 (respectivement 2), ou de manière plus générale pour les deux caméras simulta-

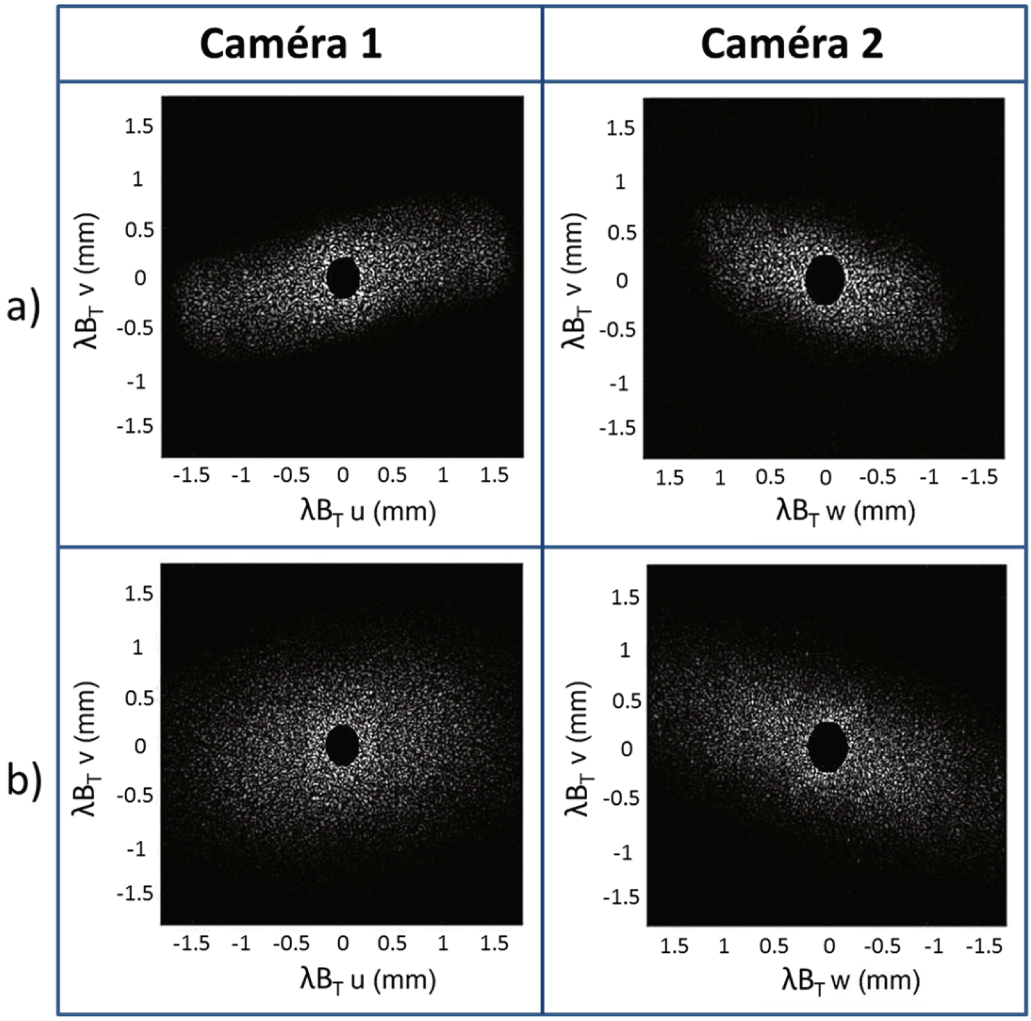


FIGURE 5.19 – Transformée de Fourier 2D d'une plaque (ligne a) et d'une croix (ligne b) pour des acquisitions prises selon deux angles de vue.

nément. Cela signifie que les deux axes de projection de la particule vers les deux capteurs ne réalisent pas exactement un angle de 90 ° . Dans ce cas, l'angle exact entre les deux directions de projection doit être d'abord déterminé à partir de la position tridimensionnelle de la particule. Cette position peut être obtenue par l'utilisation de la taille de l'interférogramme de la particule. En effet, comme nous l'avons mentionné dans les chapitres précédents, le diamètre de l'interférogramme d'une particule dépend de la position de la particule sur l'axe optique du système d'imagerie. Ainsi la taille de l'image sur la caméra 1 permet de mesurer la position sur l'axe z et de la même manière on peut retrouver la position sur l'axe x grâce à l'acquisition de la caméra 2. Le processus de corrélation entre image simulée et expérimentale peut alors être réalisé en prenant en compte la valeur exacte de ce paramètre.

5.4 Conclusion

De récents travaux ont montré qu'il est possible d'estimer la taille d'une particule irrégulière à partir de l'analyse de son image en défaut de mise au point. A partir de cette technique, nous avons mis en place une méthode permettant de déterminer la forme d'une particule irrégulière grâce à un montage à deux angles de vue. Considérant un certain nombre de familles de formes (bâtonnet, croix, plaque), nous sommes capables de déterminer la famille, l'orientation et la taille d'une particule rugueuse à partir de l'enregistrement d'une paire de motifs présentant des

tavelures.

En comparant la dimension de la particule selon l'axe commun aux deux angles de vue, nous pouvons définir un critère qui nous permet de confirmer si la rugosité de la particule est telle que sa forme peut être retrouvée.

Nos expériences montrent que la reconnaissance de forme de particules serait plus aisée dans le cas de particules particules de faible épaisseur. En utilisant deux angles de vue, plus la particule est épaisse, moins l'autocorrélation 2D de sa silhouette possède de caractéristiques qui permettent de la distinguer des autres familles de formes. Dans le cas de particules de glace très fines telles que des cristaux de glace, la technique devrait être particulièrement utile.

Dans certains cas, nous avons observé que la mesure de particules n'est pas possible. Par exemple, avec seulement deux angles de vue dont les plans sont orthogonaux à la face la plus large de la particule, la famille de la particule ne peut être déterminée. Ses dimensions globales peuvent en revanche être estimées. Ce problème peut être résolu par l'ajout d'une troisième caméra à partir d'un point de vue situé suivant un axe de visée différent.

Chapitre 6

Conclusion générale

6.1 Conclusion

Dans le cadre de cette thèse, l'objectif était d'approfondir notre compréhension de la génération de motifs de tavelure par la diffusion de la lumière par des particules irrégulières. Par là-même, le but était de rendre possible la mesure de telles particules dans un mélange contenant également des particules sphériques (de type bulle ou gouttelettes), dont la caractérisation est mieux connue par imagerie interférométrique en défaut de mise au point.

La première partie du travail a consisté en un ensemble d'études théoriques, afin de mieux comprendre la relation entre l'aspect des images en défaut de mise au point et la morphologie des particules qui les génèrent. Cela a nécessité l'écriture de codes de calcul permettant de simuler de tels motifs, ainsi que des codes permettant de les analyser. Nous nous sommes appuyés sur le formalisme d'Huygens-Fresnel pour la simulation de telles particules, en se basant sur des études précédemment réalisées au CORIA dans le cas de gouttelettes. Grâce aux codes de simulation, nous avons pu étudier en détail l'analyse de motifs de tavelure par l'utilisation de l'autocorrélation 2D. En effet, le calcul de l'autocorrélation 2D de ces motifs d'interférences a depuis longtemps été utilisé afin de retrouver des informations sur la surface diffusante. La modélisation de particules irrégulières en tant qu'ensemble d'émetteurs venant d'être développée au CORIA au moment du début de cette thèse, il a fallu dans un premier temps étudier les limites de l'utilisation de l'autocorrélation 2D grâce aux simulations générées de cette manière. Nous avons ainsi pu définir des critères de validité pour cette méthode d'analyse, et comprendre l'influence de l'ouverture du système optique et du défaut de mise au point sur la mesure de la taille du grain de tavelure.

Par la suite, à travers le design d'un dispositif d'imagerie en défaut de mise au point, nous avons pu réaliser la détermination de positions tri-dimensionnelles de particules constituées d'un mélange de bulles et de sable, simultanément à la mesure de leur taille. Nous avons pu réaliser des simulations conformes à l'expérience. La position tridimensionnelle des particules a pu être mesurée en exploitant le fait que la forme de l'image en défaut de mise en point renseigne sur la position axiale de la particule diffusante. La position transversale est quant à elle liée à la mesure de la position du centre de l'interférogramme. Concernant la détermination de la taille des particules irrégulières, nous avons pu comparer la méthode de l'autocorrélation 2D à celle de la transformée de Fourier 2D, qui présente l'avantage de renseigner sur l'autocorrélation 2D de la silhouette de la particule.

A travers une collaboration avec l'IRSN, nous avons éprouvé l'efficacité d'un algorithme de détection d'ellipses permettant d'automatiser l'analyse d'interférogrammes de bulles et de particules irrégulières. Puis nous avons mis en pratique l'expérience acquise lors des études précédentes pour réaliser une campagne d'expériences sur un canal de grandes dimensions à l'UMR 6294 LOMC, où nous avons pu mener une étude préliminaire sur la détermination de

trajectoire tridimensionnelle de particules irrégulières dans une houle.

Enfin, nous avons poussé plus loin l'étude de la morphologie de particules irrégulières en proposant un montage d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point à deux angles de vue. L'analyse des motifs de tavelure se fait dans ce cas par transformée de Fourier 2D. La forme de l'autocorrélation de la particule ainsi retrouvée peut être comparée à des simulations réalisées avec des modèles de familles de formes spécifiques. Nous avons pu montrer à travers un montage expérimental que l'orientation d'une particule peut être déterminée, ses dimensions peuvent être correctement estimées, et dans certains cas de familles de forme, l'aspect de la particule peut être retrouvé.

6.2 Perspectives

Nous pouvons conclure que la mesure de trajectoire tridimensionnelle d'un mélange de bulles et de particules irrégulières dans un écoulement est réalisable par le biais d'un montage simple nécessitant l'utilisation d'une seule caméra. Cette étude mérite cependant d'être approfondie et il sera possible de compléter l'étude initiée dans ce manuscrit concernant les mesures faites au LOMC.

D'autre part, le projet LABEX CISTIC vise à développer l'imagerie interférométrique pour le suivi en temps-réel de phénomènes de givrage. Il s'agira de pouvoir observer la formation et l'évolution de cristaux de glace à partir d'un dispositif d'imagerie interférométrique en défaut de mise au point à plusieurs angles de vue, dans la continuité des travaux présentés dans le chapitre 5 de ce manuscrit. Les résultats obtenus et présentés dans cette thèse permettent d'estimer que des mesures similaires pourront être réalisées dans le cas de cristaux de glace. Il s'agira alors d'établir des bibliothèques de formes connues de cristaux en réalisant des autocorrélations 2D de modèles selon divers angles de vue, de manière à pouvoir retrouver leur forme grâce à un corrélateur.

Annexes

ANNEXE A – Formalisme Matriciel

On considère un rayon arrivant sur un élément optique quelconque, il est caractérisé par sa hauteur y_{in} et son inclinaison θ_{in} par rapport à l'axe optique (Fig. A-1). Sa propagation est affectée par l'élément optique de manière à ce que son inclinaison de sortie soit θ_{out} et sa hauteur y_{out}.

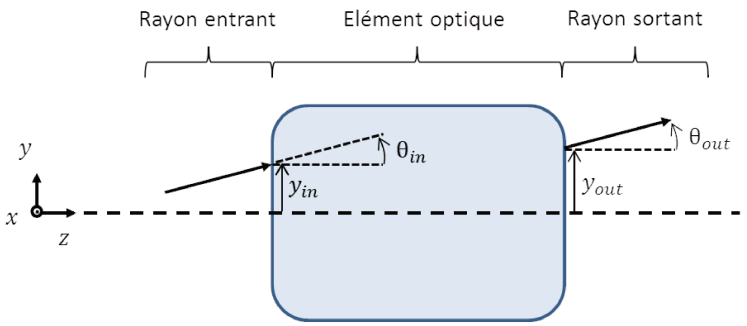


Fig. A-1 – Propagation d'un rayon lumineux à travers un élément optique

Il est possible de définir une matrice caractéristique de l'élément traversé. Celle-ci rend entièrement compte de la déviation du rayon et est déterminée par l'expression y_{out} et $n_2\theta_{out}$ en fonction de y_{in} et $n_1\theta_{in}$; où n_1 est l'indice du milieu précédant l'élément traversé et n_2 est l'indice du milieu dans lequel se trouve le rayon sortant :

$$\begin{bmatrix} y_{out} \\ n_2\theta_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{in} \\ n_1\theta_{in} \end{bmatrix}$$

On explicite ici les différentes matrices utilisées pour la description des montages présentés. On considèrera que l'on travaille dans les conditions de Gauss, c'est-à-dire pour des angles d'incidence faible qui pourront être assimilés à leurs sinus et tangente.

- <u>Tranche de milieu d'indice n et d'épaisseur e</u>

L'élément optique traversé est une tranche d'un milieu homogène, sans changement d'indice (Fig. A-2).

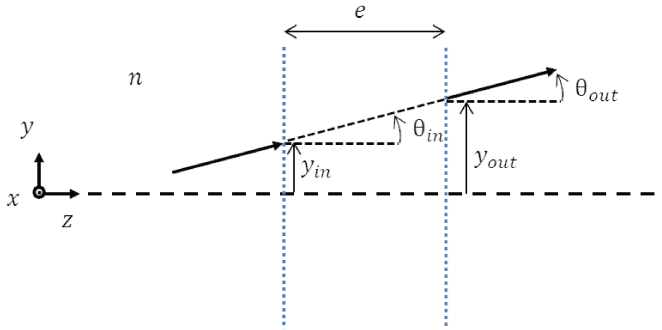


Fig. A-2 – Propagation d'un rayon lumineux à travers une tranche de milieu homogène

On a $\tan\theta_{in} = \frac{y_{out}-y_{in}}{e}$, de plus le rayon n'étant pas dévié lors de la traversée d'un milieu homogène : $\theta_{in} = \theta_{out}$. On peut donc écrire le système suivant :

$$\begin{cases} y_{out} = y_{in} + e\theta_{in} \\ \theta_{out} = \theta_{in} \end{cases}$$

On réécrit le système de manière à faire apparaître $n\theta_{in}$ et $n\theta_{out}$:

$$\begin{cases} y_{out} = y_{in} + \dfrac{e}{n} n\theta_{in} \\ n\theta_{out} = n\theta_{in} \end{cases}$$

La matrice associée à la traversée d'un milieu homogène d'épaisseur e et d'indice n est donc la suivante :

$$M_e = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- <u>Dioptre sphérique</u>

On considère un dioptre sphérique de rayon de courbure R (en valeur absolue), de centre C et de sommet S, qui sépare des milieux d'indices n_1 et n_2 (Fig. A-3).

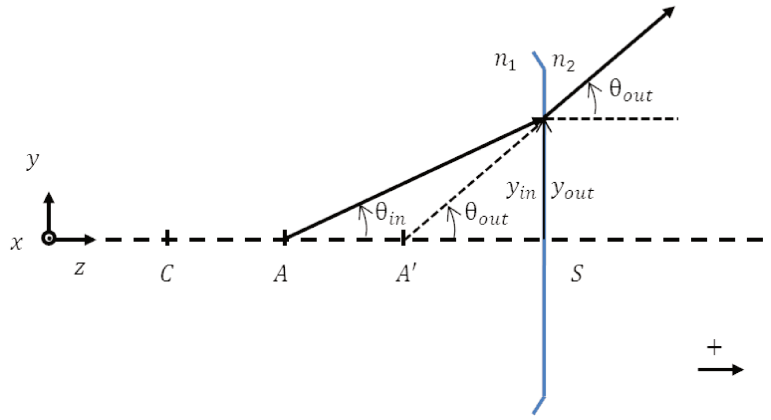


Fig. A-3 – Propagation d'un rayon lumineux à travers un dioptre sphérique

On a :

$$\tan\theta_{in} = -\frac{y_{in}}{\overline{SA}} \Leftrightarrow \overline{SA} \simeq -\frac{y_{in}}{\theta_{in}}$$

$$\tan\theta_{out} = -\frac{y_{out}}{\overline{SA'}} \Leftrightarrow \overline{SA'} \simeq -\frac{y_{out}}{\theta_{out}}$$

D'après la relation de conjugaison :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Ce qui conduit finalement au système suivant :

$$\begin{cases} y_{out} = y_{in} \\ \theta_{out} = \dfrac{(n_1 - n_2)}{n_2 \overline{SC}} y_{in} + \dfrac{n_1}{n_2} \theta_{in} \end{cases}$$

Que l'on réécrit :

$$\begin{cases} y_{out} = y_{in} \\ n_2 \theta_{out} = \dfrac{(n_1 - n_2)}{\overline{SC}} y_{in} + n_1 \theta_{in} \end{cases}$$

On en déduit la matrice associée à un dioptre sphérique :

$$M_{Dioptre\ Sphérique} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{(n_1 - n_2)}{\overline{SC}} & 1 \end{bmatrix}$$

Dans le cas de la colonne, le dioptre considéré comme sphérique selon x est concave : $\overline{SC} = -R$. Selon y le dioptre est plan, le rayon de courbure est infini donc la matrice devient :

$$M_{Dioptre\ Plan} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- <u>Lentille mince</u>

On néglige l'épaisseur dans le cas d'une lentille mince, on considère également que les points d'entrée et de sortie des rayons sont confondus au niveau de la lentille qui se trouve dans un milieu d'indice n (Fig. A-4).

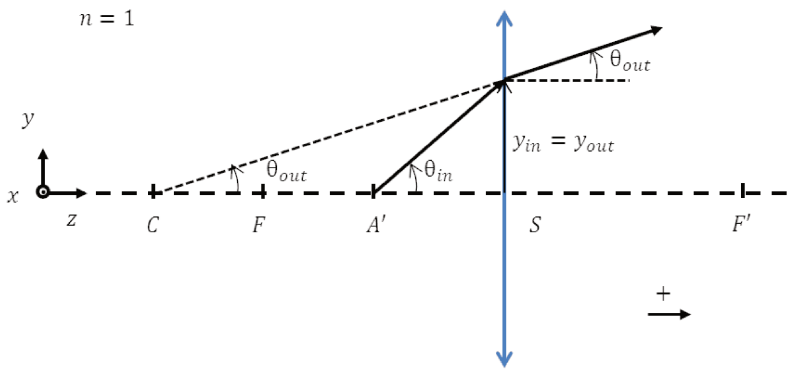


Fig. A-4 – Propagation d'un rayon lumineux après passage à travers une lentille

On a :

$$\tan \theta_{in} = -\frac{y_{in}}{\overline{SA}} \Leftrightarrow \overline{SA} \simeq -\frac{y_{in}}{\theta_{in}}$$

$$\tan \theta_{out} = -\frac{y_{out}}{\overline{SA'}} \Leftrightarrow \overline{SA'} \simeq -\frac{y_{out}}{\theta_{out}}$$

Dans le cas d'une lentille sphérique mince, on applique la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

Ce qui permet d'obtenir le système suivant :

$$\begin{cases} y_{out} = y_{in} \\ \theta_{out} = -\frac{1}{\overline{SF'}} y_{in} + \theta_{in} \end{cases}$$

De même que précédemment, on réécrit ce système de manière à faire apparaître $n\theta_{in}$ et $n\theta_{out}$:

$$\begin{cases} y_{out} = y_{in} \\ n\theta_{out} = -\frac{n}{\overline{SF'}} y_{in} + n\theta_{in} \end{cases}$$

$\overline{SF'} = f$, où f est la distance focale en valeur absolue. On obtient ainsi la matrice associée à une lentille sphérique mince :

$$M_{Lentille} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n}{f} & 1 \end{bmatrix}.$$

On note que dans le cas d'une lentille mince cylindrique, il faut utiliser une matrice différente selon chaque axe de la lentille. On considérera une distance focale infinie pour l'un (ce qui revient à obtenir la matrice correspondant à un dioptre plan) et une certaine distance focale f pour l'autre.

ANNEXE B – Distance entre points brillants et déphasage en fonction du diamètre d'une particule

On étudie le cas général d'une particule d'indice n contenue dans un milieu d'indice m éclairée par un faisceau laser de longueur d'onde λ (Fig. A-1).

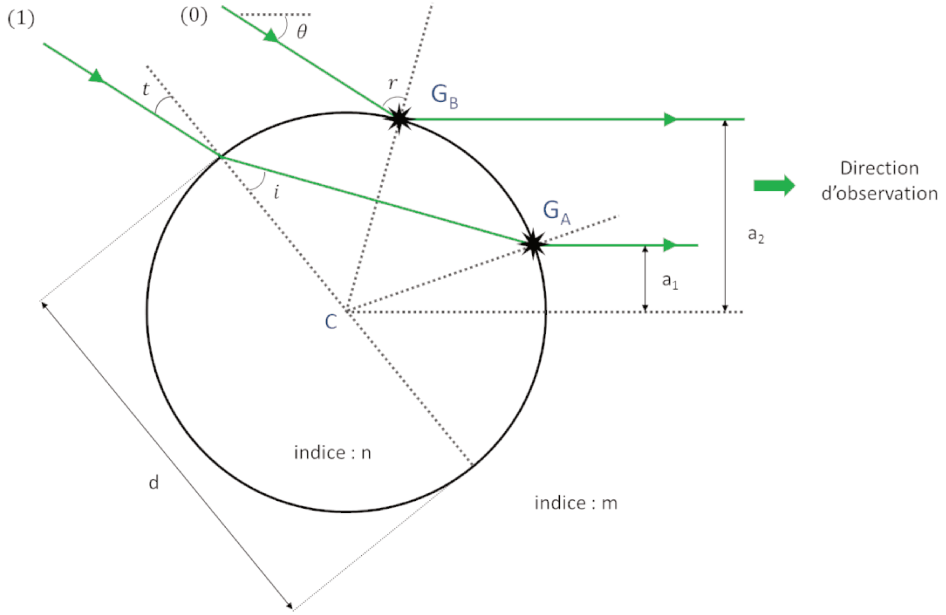


Fig. A-1 – Position géométrique des deux points brillants pour une goutte ou une bulle

Les points de sortie du rayon réfléchi (0) et du rayon réfracté une fois (1) dans la particule sont notés respectivement G_B et G_A. Ces positions correspondent physiquement à l'emplacement de deux points brillants, aussi appelés « glare points » [44], qui apparaissent à la surface de la particule lorsque l'on observe son image dans le plan de mise au point.

On note $|a_2 - a_1|$ la distance entre les points brillants telle qu'elle apparaît lorsque la particule est observée avec un angle θ par rapport à la direction d'incidence du laser sur la particule. Il s'agit ici de déterminer la relation entre cette distance et le diamètre d de la particule.

1) <u>Expression de l'angle d'incidence en fonction de l'angle de diffusion</u>

Sachant que $2r + \theta = \pi$ (Fig. A-2), on en déduit que l'angle du rayon réfléchi vaut $r = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$.

A l'entrée dans la particule, le rayon (1) vérifie la loi de Descartes : $m \sin t = n \sin(i)$. A la sortie de la particule, le triangle DCB étant isocèle, le rayon incident arrive avec un angle i. L'angle de sortie devant également respecter la loi de Descartes, on en déduit qu'il est égal à t.

La droite (CA) étant parallèle aux deux rayons sortants, on obtient $\widehat{BCA} = t$ et $\widehat{ECA} = r$. Le triangle BIC étant rectangle en I et considérant que la somme des angles d'un triangle vaut π, on en déduit la valeur de l'angle réfracté à l'entrée de la particule : $i = \frac{\theta}{2} + t$.

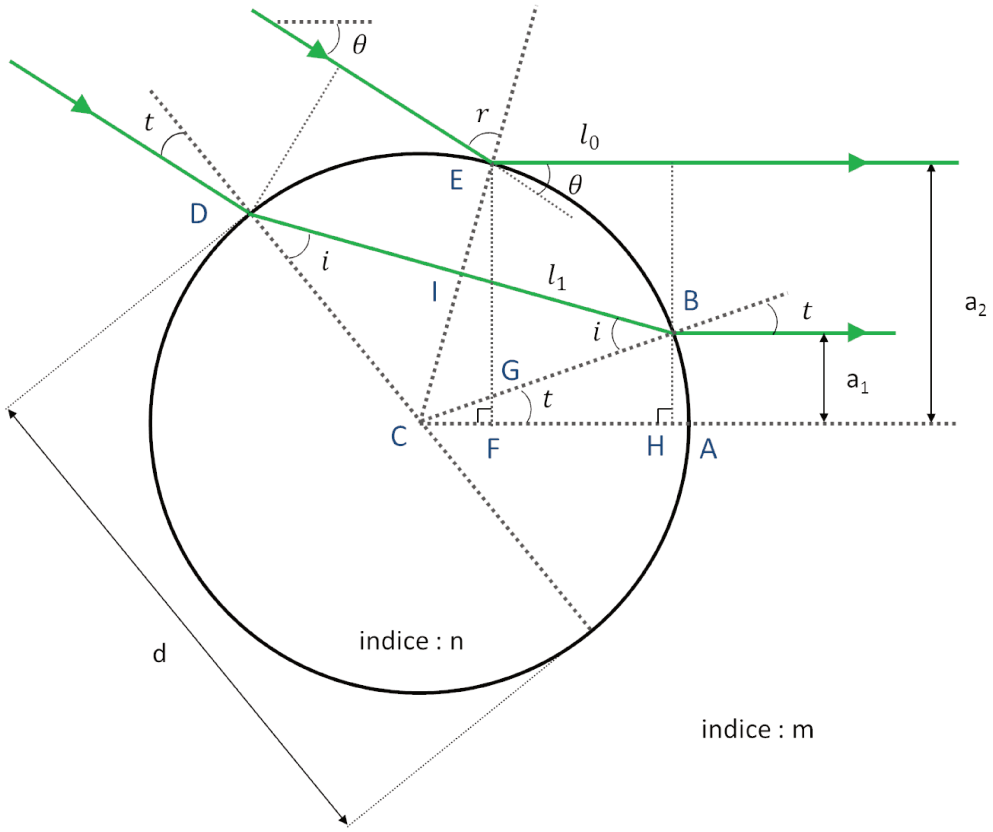


Fig. A-2 – Angles et points remarquables pour le calcul de $|a_2 - a_1|$

On considère l'interface milieu extérieur/particule au niveau de l'entrée du rayon réfracté. D'après la loi de Descartes on peut écrire :

$$m \sin t = n \sin\left(t + \frac{\theta}{2}\right)$$

$$m \sin t = n\left(\sin t \cos\frac{\theta}{2} + \cos t \sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\frac{m}{n} = \left(\cos\frac{\theta}{2} + \frac{1}{\tan t}\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\tan t = \frac{n \sin\frac{\theta}{2}}{m - n\cos\frac{\theta}{2}}$$

$$t = \operatorname{atan}\frac{n \sin\frac{\theta}{2}}{m - n\cos\frac{\theta}{2}}$$

On obtient ainsi l'expression de l'angle d'incidence en fonction de l'angle de diffusion.

2) <u>Distance $|b-a|$ en fonction du diamètre de la particule</u>

En considérant le triangle BCH rectangle en H, on détermine la position du point G_A :

$$a_1 = \frac{d}{2}\sin t$$

On considère le triangle ECF rectangle en F, l'angle $\widehat{CEF}$ valant $\frac{\theta}{2}$, on en déduit la position du point G_B :

$$a_2 = \frac{d}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

La distance observée entre les points brillants est donc :

$$a_2 - a_1 = \frac{d}{2}\cos\frac{\theta}{2} - \frac{d}{2}\sin t$$

$$a_2 - a_1 = \frac{d}{2}\left[\cos\frac{\theta}{2} - \sin\left(\operatorname{atan}\frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{m - n\cos\frac{\theta}{2}}\right)\right]$$

Or $\sin(\operatorname{atan} p) = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}$, on peut donc écrire :

$$a_2 - a_1 = \frac{d}{2}\left[\cos\frac{\theta}{2} - \frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{m - n\cos\frac{\theta}{2}} \times \left(1 + \left[\frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{m - n\cos\frac{\theta}{2}}\right]^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

$$\boxed{a_2 - a_1 = \frac{d}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} - \frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{\sqrt{m^2 + n^2 - 2mn\cos\frac{\theta}{2}}}\right)}$$

On obtient ainsi une équation générale liant la distance $|a_2 - a_1|$ au diamètre d'une particule sphérique diffusante. Il peut ainsi s'agir par exemple d'une goutte d'eau dans l'air ainsi que d'une goutte liquide contenue dans un autre liquide non miscible avec le premier.

3) <u>Calcul du déphasage introduit par la particule entre les rayons provenant des points brillants</u>

Les droites (FG) et (HB) étant parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire la relation suivante :

$$\frac{CF}{CH} = \frac{CG}{CB}$$

Dans le triangle GCF, on note que $CG = \frac{CF}{\cos t}$. En considérant le triangle CEF, on peut écrire : $CF = \frac{d}{2}\sin\frac{\theta}{2}$. Sachant que $CH = CF + l_0$ et d'après le théorème de Thalès, on en déduit :

$$l_0 = \frac{d}{2}\cos t - \frac{d}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

Dans le triangle BIC rectangle en I, on note que $\cos i = \frac{2}{d} l_1$. On a donc :

$$l_1 = \frac{d}{2}\cos\left(\frac{\theta}{2} + t\right)$$

La droite (CE) représente un axe de symétrie pour les trajets des rayons (1) et (0), en prenant en compte les indices des milieux traversés, la différence de marche qui existe entre ces deux rayons est donc :

$$\Delta = 2nl_1 - 2ml_0 = 2(nl_1 - ml_0)$$

$$\Delta = 2\left[\frac{nd}{2}\cos\left(\frac{\theta}{2} + t\right) - \frac{md}{2}\cos t + \frac{md}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right]$$

$$\Delta = d\left[m\sin\frac{\theta}{2} + n\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos t - n\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin t - m\cos t\right]$$

$$\Delta = d\left[m\sin\frac{\theta}{2} + \left(n\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\frac{1}{\tan t} - n\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - m\frac{1}{\tan t}\right) \times \sin t\right]$$

$$\Delta = d\left[m\sin\frac{\theta}{2} + \left(\left(n\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - m\right) \times \frac{m - n\cos\frac{\theta}{2}}{n\sin\frac{\theta}{2}} - n\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \times \sin t\right]$$

$$\Delta = d\left[m\sin\frac{\theta}{2} - \frac{m^2 + n^2 - 2mn\cos\frac{\theta}{2}}{n\sin\frac{\theta}{2}} \times \frac{n\sin\frac{\theta}{2}}{m - n\cos\frac{\theta}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{n^2\sin^2\frac{\theta}{2}}{\left(m - n\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}}}\right]$$

$$\Delta = d\left[m\sin\frac{\theta}{2} - \sqrt{m^2 + n^2 - 2mn\cos\frac{\theta}{2}}\right]$$

Le déphasage entre les sources lumineuses provenant des deux points brillants s'écrit : $\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$. On a donc :

$$\boxed{\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}\left[m\sin\frac{\theta}{2} - \sqrt{m^2 + n^2 - 2mn\cos\frac{\theta}{2}}\right]}$$

Annexe C

Liste des publications

M. Brunel, L. Ouldarbi, H. Shen, G. Gréhan, and S. Coëtmellec. "Limits on rough-particle sizing with low-defocus interferometric imaging". *Particuology*, 22 :52–58, 2015.

L. Ouldarbi, G. Perret, P. Lemaitre, E. Porcheron, S. Coëtmellec, G. Gréhan, D. Lebrun, and M. Brunel. "Simultaneous 3D location and size measurement of bubbles and sand particles in a flow using interferometric particle imaging". *Appl. Opt.*, 54(25) :7773–7780, 2015.

Pascal Lemaitre, Lila Ouldarbi, Huanhuan Shen, Emmanuel Porcheron, Jeroen van Beeck, Gerard Grehan, and Marc Brunel. "A new algorithm to determine the 3D location of particles in a flow using cylindrical interferometric out-of-focus imaging". *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 22(1-3) :131–150, 2015.

L. Ouldarbi, M. Talbi, S. Coëtmellec, D. Lebrun, G. Gréhan, G. Perret, and M. Brunel. "3D-shape recognition and size measurement of irregular rough particles using multi-views interferometric out-of-focus imaging". *Appl. Opt.*, 55(32) :9154-9159, 2016.

Conférences internationales

L. Ouldarbi, H. Shen, G. Perret, S. Coëtmellec, D. Lebrun, G. Gréhan, M. Brunel, “Simultaneous 3-D Location and size measurement of mixed bubbles and sand particles in a Flow using interferometric particle imaging”, Digital Holography and 3D Imaging, Shanghai, Chine (2015)

M. Brunel, S. Gonzalez Ruiz , J. Jacquot, L. Ouldarbi, S. Coëtmellec, G. Gréhan, J. van Beeck, “Interferometric out-of-focus imaging of irregular rough particles : from the estimation of their sizes to the determination of morphological properties”, 10th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing, Naples, Italie (2015)

L. Ouldarbi, H. Shen, G. Perret, S. Coëtmellec, D. Lebrun, G. Gréhan, M. Brunel, “Simultaneous 3D location and size measurement of bubbles and irregular sand particles using interferometric out-of-focus imaging”, 10th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing, Naples, Italie (2015)

L. Ouldarbi, M. Talbi, S. Coetmellec, G. Grehan, M. Brunel, “3D tomography of irregular rough particles using interferometric out-of-focus imaging”, 11th International Conference on Laser-light and Interactions with Particles, Xi’an, Chine (2016)

M. Brunel, L. Ouldarbi, S. Coetmellec, D. Lebrun, G. Grehan, M. Talbi, and D. Burel, "Multi-view Interferometric Out-of-focus Imaging for the Tomography of Irregular Rough Particles in a Flow", Digital Holography and 3D Imaging, Heidelberg, Allemagne (2016)

L. Ouldarbi, M. Talbi, S. Coëtmellec, G. Gréhan, M. Brunel, "Tomography of irregular rough particles using multi-view interferometric out-of-focus imaging", European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Brighton, Royaume-Uni (2016)

Références bibliographiques

[1] Thomas P. Ratvasky, Billy P. Barnhart, and Sam Lee. Current methods modeling and simulating icing effects on aircraft performance, stability, control. *Journal of aircraft*, 47(1) :201–211, 2010.

[2] Fabrice Lamadie. *Mesure d'un écoulement diphasique liquide/liquide par holographie numérique en ligne : Application à la caractérisation des émulsions en colonne pulsée.* PhD thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2013.

[3] Marc Brunel, Sara González Ruiz, Justin Jacquot, and Jeroen van Beeck. On the morphology of irregular rough particles from the analysis of speckle-like interferometric out-of-focus images. *Optics Communications*, 338 :193 – 198, 2015.

[4] Pascal Lemaitre, Lila Ouldarbi, Huanhuan Shen, Emmanuel Porcheron, Jeroen van Beeck, Gerard Grehan, and Marc Brunel. A new algorithm to determine the 3D location of particles in a flow using cylindrical interferometric out-of-focus imaging. *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 22(1-3) :131–150, 2015.

[5] A Quérel, P Lemaitre, M Brunel, E Porcheron, and G Gréhan. Real-time global interferometric laser imaging for the droplet sizing (ilids) algorithm for airborne research. *Measurement Science and Technology*, 21(1) :015306, 2010.

[6] Huanhuan Shen, Sébastien Coëtmellec, Gérard Gréhan, and Marc Brunel. Interferometric laser imaging for droplet sizing revisited : elaboration of transfer matrix models for the description of complete systems. *Appl. Opt.*, 51(22) :5357–5368, Aug 2012.

[7] Huanhuan Shen, Sebastien Coetmellec, and Marc Brunel. Cylindrical interferometric out-of-focus imaging for the analysis of droplets in a volume. *Opt. Lett.*, 37(19) :3945–3947, Oct 2012.

[8] H. Shen, S. Coetmellec, and M. Brunel. Simultaneous 3D location and size measurement of spherical bubbles using cylindrical interferometric out-of-focus imaging. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 131 :153 – 159, 2013. Concepts in electromagnetic scattering for particulate-systems characterization.

[9] H. Shen, S. Saengkaew, G. Gréhan, S. Coëtmellec, and M. Brunel. Interferometric out-of-focus imaging for the 3D tracking of spherical bubbles in a cylindrical channel. *Optics Communications*, 320 :156 – 161, 2014.

[10] Denis Lebrun, Daniel Allano, Loïc Méès, Françoise Walle, Frédéric Corbin, Romuald Boucheron, and Didier Fréchou. Size measurement of bubbles in a cavitation tunnel by digital in-line holography. *Appl. Opt.*, 50(34) :H1–H9, Dec 2011.

[11] S. Coëtmellec, C. Remacha, M. Brunel, D. Lebrun, and A. Janssen. Digital in-line holography with a spatially partially coherent beam. *Journal of the European Optical Society - Rapid publications*, 6(0), 2011.

[12] Xuecheng Wu, Siegfried Meunier-Guttin-Cluzel, Yingchun Wu, Sawitree Saengkaew, Denis Lebrun, Marc Brunel, Linghong Chen, Sébastien Coetmellec, Kefa Cen, and Gerard Grehan. Holography and micro-holography of particle fields : A numerical standard. *Optics Communications*, 285(13–14) :3013 – 3020, 2012.

[13] Aurore Naso and Andrea Prosperetti. The interaction between a solid particle and a turbulent flow. *New Journal of Physics*, 12(3) :033040, 2010.

[14] Hamid Arastoopour and John C Chen. *Fluidization and Fluid Particle Systems : Recent Research and Development*, volume 318. Amer Inst of Chemical Engineers, 1998.

[15] B. Alain. *Métrologie laser pour la mécanique des fluides : Granulométrie et techniques spectroscopiques ; Traité MIM, série Géomécanique.* Lavoisier, 2012.

[16] F. Onofri. État de l'art de la granulométrie laser en mécanique des fluides. In *9e Congrès Francophone de Techniques Laser, Bruxelles, Belgique*, Sept 2004.

[17] Fabrice Lamadie, Laurent Bruel, and Marc Himbert. Digital holographic measurement of liquid–liquid two-phase flows. *Optics and Lasers in Engineering*, 50(12) :1716 – 1725, 2012.

[18] Clément Remacha. *Etude et développement d'un dispositif d'holographie numérique pour la mesure de taille de gouttes dans les tours aéroréfrigérantes.* PhD thesis, Université de Rouen, 2012.

[19] Benoît Lebon, Gaële Perret, Sébastien Coëtmellec, Gilles Godard, Gérard Gréhan, Denis Lebrun, and Jérôme Brossard. A digital holography set-up for 3D vortex flow dynamics. *Experiments in Fluids*, 57(6) :1–11, 2016.

[20] S. Grare, D. Allano, S. Coëtmellec, G. Perret, F. Corbin, M. Brunel, G. Gréhan, and D. Lebrun. Dual-wavelength digital holography for 3D particle image velocimetry : experimental validation. *Appl. Opt.*, 55(3) :A49–A53, Jan 2016.

[21] G. Lacagnina, S. Grizzi, M. Falchi, F. Di Felice, and G. P. Romano. Simultaneous size and velocity measurements of cavitating microbubbles using interferometric laser imaging. *Experiments in Fluids*, 50(4) :1153–1167, 2011.

[22] T. Kawaguchi, T. Kobayashi, and M. Maeda. *Measurement of spray flow by an improved Interferometric Laser Imaging Droplet Sizing (ILIDS) system*, pages 209–220. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2002.

[23] L. Lorenz. Sur la lumière réfléchie et réfractée par une sphère (surface) transparente. In *Œuvres scientifiques de L. Lorenz. Revues et annotées par H. Valentiner*, pages 403–529. Libraire Lehmann & Stage, Copenhague, 1898.

[24] Gustav Mie. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3) :377–445, 1908.

[25] P. Debye. Der lichtdruck auf kugeln von beliebigem material. *Annalen der Physik*, 335(11) :57–136, 1909.

[26] F. Onofri, G. Gréhan, and G. Gouesbet. Electromagnetic scattering from a multilayered sphere located in an arbitrary beam. *Appl. Opt.*, 34(30) :7113–7124, Oct 1995.

[27] Craig F Bohren and Donald R Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles.* John Wiley & Sons, 2008.

[28] G Gouesbet, G Grehan, and B Maheu. On the generalized lorenz-mie theory : first attempt to design a localized approximation to the computation of the coefficients g n m. *Journal of Optics*, 20(1) :31, 1989.

[29] K. F. Ren, G. Gréhan, and G. Gouesbet. Radiation pressure forces exerted on a particle arbitrarily located in a Gaussian beam by using the generalized Lorenz-Mie theory, and associated resonance effects. *Optics Communications*, 108 :343–354, June 1994.

[30] J. P. Barton, D. R. Alexander, and S. A. Schaub. Theoretical determination of net radiation force and torque for a spherical particle illuminated by a focused laser beam. *Journal of Applied Physics*, 66(10) :4594–4602, 1989.

[31] Thomas Wriedt. *Mie Theory : A Review*, pages 53–71. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012.

[32] R. H. Giese. Light scattering by small particles and models of interplanetary matter derived from the zodiacal light. *Space Science Reviews*, 1(3) :589–611, 1963.

[33] J. V. Dave. Scattering of electromagnetic radiation by a large, absorbing sphere. *IBM J. Res. Dev.*, 13(3) :302–313, May 1969.

[34] Ankur Gogoi, Amarjyoti Choudhury, and Gazi A. Ahmed. Mie scattering computation of spherical particles with very large size parameters using an improved program with variable speed and accuracy. *Journal of Modern Optics*, 57(21) :2192–2202, 2010.

[35] Craig F. Bohren and Donald R. Huffman. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. Wiley Online Library, New York, 1983.

[36] Philip Laven. Simulation of rainbows, coronas, and glories by use of mie theory. *Appl. Opt.*, 42(3) :436–444, Jan 2003.

[37] Edward A. Hovenac and James A. Lock. Assessing the contributions of surface waves and complex rays to far-field mie scattering by use of the debye series. *J. Opt. Soc. Am. A*, 9(5) :781–795, May 1992.

[38] Lei Wu, Hongru Yang, Xudong Li, Bin Yang, and Gaoping Li. Scattering by large bubbles : Comparisons between geometrical-optics theory and debye series. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 108(1) :54 – 64, 2007.

[39] A.R. Jones. Light scattering for particle characterization. *Progress in Energy and Combustion Science*, 25(1) :1 – 53, 1999.

[40] George E. Davis. Scattering of light by an air bubble in water. *J. Opt. Soc. Am.*, 45(7) :572–581, Jul 1955.

[41] Gérard Gouesbet. Debye series formulation for generalized lorenz-mie theory with the bromwich method. *Particle & Particle Systems Characterization*, 20(6) :382–386, 2003.

[42] James A. Lock. Cooperative effects among partial waves in mie scattering. *J. Opt. Soc. Am. A*, 5(12) :2032–2044, Dec 1988.

[43] H. C. van de Hulst and R. T. Wang. Glare points. *Appl. Opt.*, 30(33) :4755–4763, Nov 1991.

[44] G. König, K. Anders, and A. Frohn. A new light-scattering technique to measure the diameter of periodically generated moving droplets. *Journal of Aerosol Science*, 17(2) :157 – 167, 1986.

[45] A. R. Glover, S. M. Skippon, and R. D. Boyle. Interferometric laser imaging for droplet sizing : a method for droplet-size measurement in sparse spray systems. *Appl. Opt.*, 34(36) :8409–8421, Dec 1995.

[46] H. C. van de Hulst. *Light scattering by small particles.* Wiley, 1957.

[47] Werner J. Glantschnig and Sow-Hsin Chen. Light scattering from water droplets in the geometrical optics approximation. *Appl. Opt.*, 20(14) :2499–2509, Jul 1981.

[48] Norbert Roth, Klaus Anders, and Arnold Frohn. Refractive-index measurements for the correction of particle sizing methods. *Appl. Opt.*, 30(33) :4960–4965, Nov 1991.

[49] Raffaele Ragucci, Antonio Cavaliere, and Patrizio Massoli. Drop sizing by laser light scattring exploiting intensity angular oscillation in the mie regime. *Particle and Particle Systems Characterization*, 7(1-4) :221–225, 1990.

[50] Masanobu Maeda, Tatsuya Kawaguchi, and Koichi Hishida. Novel interferometric measurement of size and velocity distributions of spherical particles in fluid flows. *Measurement Science and Technology*, 11(12) :L13, 2000.

[51] Huanhuan Shen. *Interferometric out-of-focus imaging and digital holography for the characterization of droplets or bubbles : theory, optical design, characterization of a flow, synchronized experiments.* PhD thesis, Université de Rouen, 2014.

[52] Christine Mounaiem-Rousselle and Olivier Pajot. Droplet sizing by interferometric mie scattering in an engine environment. In *Optical Technology in Fluid, Thermal, and Combustion Flow III*, volume 3172, pages 700–707, 1997.

[53] Christine Mounaïm-Rousselle and Olivier Pajot. Droplet sizing by mie scattering interferometry in si engine. *Particle and Particle Systems Characterization*, 16 :160–168, 1999.

[54] C. Lacour, D. Durox, S. Ducruix, and M. Massot. Interaction of a polydisperse spray with vortices. *Experiments in Fluids*, 51(2) :295–311, 2011.

[55] Karl Heinz Hesselbacher, Klaus Anders, and Arnold Frohn. Experimental investigation of gaussian beam effects on the accuracy of a droplet sizing method. *Appl. Opt.*, 30(33) :4930–4935, Nov 1991.

[56] S. M. Skippon, A. R. Glover, P. J. Cooney, and R. D. Boyle. Studies of mixture preparation in a spark ignition engine using interferometric laser imaging for droplet sizing (ilids). In *SAE Technical Paper*. SAE International, 02 1995.

[57] S. M. Skippon and Y. Tagaki. Ilids measurements of the evaporation of fuel droplets during the intake and compression strokes in a firing lean burn engine. In *SAE Technical Paper*. SAE International, 02 1996.

[58] Tatsuya Kawaguchi, Yukihiro Akasaka, and Masanobu Maeda. Size measurements of droplets and bubbles by advanced interferometric laser imaging technique. *Measurement Science and Technology*, 13(3) :308, 2002.

[59] S. Dehaeck, J. P. A. J. van Beeck, and M. L. Riethmuller. Extended glare point velocimetry and sizing for bubbly flows. *Experiments in Fluids*, 39(2) :407–419, 2005.

[60] Justin Jacquot Kielar, Pascal Lemaitre, Carole Gobin, Wu Yingchun, Emmanuel Porcheron, Sébastien Coëtmellec, Gérard Grehan, and Marc Brunel. Simultaneous interferometric in-focus and out-of-focus imaging of ice crystals. *Optics Communications*, 372 :185 – 195, 2016.

[61] Sam Dehaeck. *Development of glare point shadow and interferometric planar techniques for gas bubble sizing.* PhD thesis, von Karman Institute/Universiteit Gent, Belgique, 2007.

[62] L. Ouldarbi, G. Pérret, P. Lemaitre, E. Porcheron, S. Coëtmellec, G. Gréhan, D. Lebrun, and M. Brunel. Simultaneous 3D location and size measurement of bubbles and sand particles in a flow using interferometric particle imaging. *Appl. Opt.*, 54(25) :7773–7780, Sep 2015.

[63] C. Palma and V. Bagini. Extension of the fresnel transform to abcd systems. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(8) :1774–1779, Aug 1997.

[64] H. T. Yura and S. G. Hanson. Optical beam wave propagation through complex optical systems. *J. Opt. Soc. Am. A*, 4(10) :1931–1948, Oct 1987.

[65] N. Damaschke, H. Nobach, and C. Tropea. Optical limits of particle concentration for multi-dimensional particle sizing techniques in fluid mechanics. *Experiments in Fluids*, 32(2) :143–152, 2002.

[66] Nils Damaschke, Holger Nobach, Thomas I. Nonn, Nikolay Semidetnov, and Cameron Tropea. Multi-dimensional particle sizing techniques. *Experiments in Fluids*, 39(2) :336–350, 2005.

[67] J. J. Wen and M. A. Breazeale. A diffraction beam field expressed as the superposition of gaussian beams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83(5) :1752–1756, 1988.

[68] J. J. Wen and M. A. Breazeale. Gaussian beam functions as a base function set for acoustical field calculations. In *IEEE 1987 Ultrasonics Symposium*, pages 1137–1140, Oct 1987.

[69] M. Brunel, L. Ouldarbi, H. Shen, G. Gréhan, and S. Coëtmellec. Limits on rough-particle sizing with low-defocus interferometric imaging. *Particuology*, 22 :52 – 58, 2015.

[70] Nicolas Verrier, Sébastien Coëtmellec, Marc Brunel, Denis Lebrun, and Augustus J. E. M Janssen. Digital in-line holography with an elliptical, astigmatic gaussian beam : wide-angle reconstruction. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(6) :1459–1466, Jun 2008.

[71] Gustavo E. Fernandes, Yong-Le Pan, Richard K. Chang, Kevin Aptowicz, and Ronald G. Pinnick. Simultaneous forward- and backward-hemisphere elastic-light-scattering patterns of respirable-size aerosols. *Opt. Lett.*, 31(20) :3034–3036, Oct 2006.

[72] Z. Ulanowski, E. Hirst, P.H. Kaye, and R. Greenaway. Retrieving the size of particles with rough and complex surfaces from two-dimensional scattering patterns. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 113(18) :2457 – 2464, 2012. Electromagnetic and Light Scattering by non-spherical particles {XIII}.

[73] Zbigniew Ulanowski, Evelyn Hesse, Paul H. Kaye, and Anthony J. Baran. Light scattering by complex ice-analogue crystals. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 100(1–3) :382 – 392, 2006. {VIII} Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical ParticlesVIII Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles.

[74] Z. Ulanowski, P. H. Kaye, E. Hirst, R. S. Greenaway, R. J. Cotton, E. Hesse, and C. T. Collier. Incidence of rough and irregular atmospheric ice particles from small ice detector 3 measurements. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 14(3) :1649–1662, 2014.

[75] H. Gerber, Y. Takano, Timothy J. Garrett, and Peter V. Hobbs. Nephelometer measurements of the asymmetry parameter, volume extinction coefficient, and backscatter ratio in arctic clouds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 57(18) :3021–3034, 2000.

[76] S. Dehaeck and J. P. A. J. van Beeck. Designing a maximum precision interferometric particle imaging set-up. *Experiments in Fluids*, 42(5) :767–781, 2007.

[77] Yannis Hardalupas, Srikrishna Sahu, Alex M. K. P. Taylor, and Konstantinos Zarogoulidis. Simultaneous planar measurement of droplet velocity and size with gas phase velocities in a spray by combined ilids and piv techniques. *Experiments in Fluids*, 49(2) :417–434, 2010.

[78] R.S. Volkov, G.V. Kuznetsov, and P.A. Strizhak. Influence of droplet concentration on evaporation in a high-temperature gas. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 96 :20 – 28, 2016.

[79] H-E Albrecht, Nils Damaschke, Michael Borys, and Cameron Tropea. *Laser Doppler and phase Doppler measurement techniques*. Springer Science & Business Media, 2013.

[80] M. Brunel, S. Coetmellec, G. Gréhan, and H. Shen. Interferometric out-of-focus imaging simulator for irregular rough particles. *Journal of the European Optical Society - Rapid publications*, 9(0), 2014.

[81] Marc Brunel, Huanhuan Shen, Sébastien Coëtmellec, Gérard Gréhan, and Tony Delobel. Determination of the size of irregular particles using interferometric out-of-focus imaging. *International Journal of Optics*, 2014, 2014.

[82] J.W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications*. Roberts & Company, 2007.

[83] Justin Jacquot Kielar, Yingchun Wu, Sébastien Coëtmellec, Denis Lebrun, Gérard Gréhan, and Marc Brunel. Size determination of mixed liquid and frozen water droplets using interferometric out-of-focus imaging. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 178 :108 – 116, 2016. Electromagnetic and light scattering by nonspherical particles XV : Celebrating 150 years of Maxwell's electromagnetics.

[84] Dejiao Lin, Natalia C. Angarita-Jaimes, Siyu Chen, Alan H. Greenaway, Catherine E. Towers, and David P. Towers. Three-dimensional particle imaging by defocusing method with an annular aperture. *Opt. Lett.*, 33(9) :905–907, May 2008.

[85] E Ebert, A Kleinwächter, R Kostbade, and N Damaschke. Interferometric particle imaging for cavitation nuclei characterization in cavitation tunnels and in the wake flow. In *17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, 2014.

[86] H. M. Nussenzveig. High-frequency scattering by a transparent sphere. i. direct reflection and transmission. *Journal of Mathematical Physics*, 10(1) :82–124, 1969.

[87] David J Segelstein. *The complex refractive index of water.* PhD thesis, University of Missouri–Kansas City, 1981.

[88] Xuecheng Wu, Siegfried Meunier-Guttin-Cluzel, Yingchun Wu, Sawitree Saengkaew, Denis Lebrun, Marc Brunel, Linghong Chen, Sébastien Coetmellec, Kefa Cen, and Gerard Grehan. Holography and micro-holography of particle fields : A numerical standard. *Optics Communications*, 285(13–14) :3013 – 3020, 2012.

[89] John R Taylor. *An Introduction to Error Analysis (2nd edition).* University Science Books, 1997.

[90] M. Brunel, P. Lemaitre, E. Porcheron, S. Coëtmellec, G. Gréhan, and J. Jacquot-Kielar. Interferometric out-of-focus imaging of ice particles with overlapping images. *Appl. Opt.*, 55(18) :4902–4909, Jun 2016.

[91] Ali Ajdari Rad, Karim Faez, and Navid Qaragozlou. Fast circle detection using gradient pair vectors. In *Dicta*, pages 879–888, 2003.

[92] P Lemaitre, M Brunel, A Rondeau, E Porcheron, and G Gréhan. Quasi real-time analysis of mixed-phase clouds using interferometric out-of-focus imaging : development of an algorithm to assess liquid and ice water content. *Measurement Science and Technology*, 26(12) :125403, 2015.

[93] Yingchun Wu, Xuecheng Wu, Longchao Yao, Marc Brunel, Sébastien Coëtmellec, Denis Lebrun, Gérard Gréhan, and Kefa Cen. Simultaneous measurement of 3D velocity and 2D rotation of irregular particle with digital holographic particle tracking velocimetry. *Powder Technology*, 284 :371 – 378, 2015.

[94] Chunlei Pei, Chuan-Yu Wu, David England, Stephen Byard, Harald Berchtold, and Michael Adams. Numerical analysis of contact electrification using dem–cfd. *Powder Technology*, 248 :34 – 43, 2013. Discrete Element Modelling.

[95] P. J. BARRETT. The shape of rock particles, a critical review. *Sedimentology*, 27(3) :291–303, 1980.

[96] S. Tafesse, J.M.R. Fernlund, and F. Bergholm. Digital sieving-matlab based 3-d image analysis. *Engineering Geology*, 137–138 :74 – 84, 2012.

[97] D. Asahina and M.A. Taylor. Geometry of irregular particles : Direct surface measurements by 3-d laser scanner. *Powder Technology*, 213(1–3) :70 – 78, 2011.

[98] C.L. Lin and J.D. Miller. 3d characterization and analysis of particle shape using x-ray microtomography (xmt). *Powder Technology*, 154(1) :61 – 69, 2005.

[99] D. Garcia, C.L. Lin, and J.D. Miller. Quantitative analysis of grain boundary fracture in the breakage of single multiphase particles using x-ray microtomography procedures. *Minerals Engineering*, 22(3) :236 – 243, 2009.

[100] Nikhil Dhawan, M. Sadegh Safarzadeh, Jan D. Miller, Michael S. Moats, Raj K. Rajamani, and Chen-Luh Lin. Recent advances in the application of x-ray computed tomography in the analysis of heap leaching systems. *Minerals Engineering*, 35 :75 – 86, 2012.

[101] Yingchun Wu, Xuecheng Wu, Longchao Yao, Marc Brunel, Sébastien Coëtmellec, Denis Lebrun, Gérard Gréhan, and Kefa Cen. 3D boundary line measurement of irregular particle with digital holography. *Powder Technology*, 295 :96 – 103, 2016.

[102] Pedro García Carrascal, Sara González Ruiz, and Jeroen van Beeck. Irregular particle sizing using speckle pattern for continuous wave laser applications. *Experiments in Fluids*, 55(11) :1851, 2014.

[103] Jan Flusser, Tomas Suk, and Barbara Zitova. *2D and 3D Image Analysis by Moments*. John Wiley & Sons, 2016.

<u>Résumé</u> : Imagerie interférométrique en défaut de mise au point pour des mesures de particules discrètes en volume et la reconnaissance de forme de particules irrégulières.

Les structures immergées telles que des hydroliennes génèrent des écoulements turbulents pouvant fortement perturber les fonds marins. La compréhension de l'impact de la présence de ces structures nécessite de comprendre la dynamique tridimensionnelle des tourbillons qu'elles génèrent. Les méthodes optiques, par leur aspect non intrusif, permettent d'analyser de telles dynamiques. L'imagerie interférométrique en défaut de mise au point est une technique développée à l'origine pour la mesure de taille de particules sphériques transparentes telles que des gouttes ou des bulles. Nous proposons ici l'extension de cette technique à la mesure simultanée de particules irrégulières et sphériques. Un premier montage expérimental a permis de valider la méthode pour la mesure de taille et de position tridimensionnelle de grains de sable et de bulles d'air dans l'eau. Un second dispositif a été réalisé sur un canal à houle de plus grandes dimensions, permettant d'introduire les notions de suivi tridimensionnel de particules irrégulières et d'analyse de variation de leur orientation. Un troisième montage composé de deux dispositifs d'imagerie interférométrique selon deux angles d'observations est utilisé pour la reconnaissance de forme de différentes familles de particules irrégulières. Grâce à des comparaisons avec des simulations, les dimensions et l'orientation de ces particules sont déterminées. Ce type de montage devrait être adapté à la caractérisation de cristaux de glace dont divers types de formes sont connus. Ces travaux ouvrent des perspectives pour l'extension de la technique aux mesures de vitesses de particules dans des écoulements hostiles, combinées avec la reconnaissance de forme et la détermination de la rotation de particules.

Mots-clés : ILIDS, Imagerie interférométrique en défaut de mise au point, Métrologie, Diffusion de la lumière, Particules irrégulières.

<u>Abstract</u>: Interferometric particle imaging for particle characterization in a volume and shape recognition of irregular particles.

Submerged structures such as tidal turbines generate turbulent flows that can strongly disrupt the seabed. Understanding the impact of the presence of these structures requires understanding the three-dimensional dynamics of the vortices they generate. Optical methods, by their non-intrusive aspect, make it possible to analyze these dynamics. Interferometric Particle Imaging is a technique originally developed for the measurement of transparent spherical particles such as droplets or bubbles. We offer here an extension of this technique for the simultaneous characterization of irregular and spherical particles in a flow. A first experimental set-up has confirmed the validity of the method for the size and three-dimensional position measurement of grains of sand and air bubbles in water. A second device was used on a wave flume of bigger dimensions, introducing the notions of three-dimensional tracking of irregular particles and the analysis of the variation of their orientation. A third device made of two Interferometric Particle Imaging set-ups at two angles of observation is described for the shape recognition of different families of irregular particles. Through comparisons with simulations, dimensions and orientations of these particles are determined. This kind of device should be suitable for the characterization of ice crystals for which various shapes are known. The prospects that such results provide include the extension of the technique to the particle velocity measurement in hostile conditions, combined with the shape recognition and the determination of rotation of particles.

Key words : ILIDS, Interferometric Particle Imaging, Metrology, Light scattering, Irregular particles.