HAL
open science

Caractérisation géométrique d'organes tubulaires

Florent Grelard

To cite this version:

Florent Grelard. Caractérisation géométrique d'organes tubulaires. Autre [cs.OH]. Université de Bordeaux, 2017. Français. NNT : 2017BORD0815 . tel-01692193

HAL Id: tel-01692193

https://theses.hal.science/tel-01692193v1

Submitted on 24 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DE MATHÉMATIQUES ET D'INFORMATIQUE

par **Florent Grélard**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : INFORMATIQUE

Caractérisation géométrique d'organes tubulaires

Date de soutenance : 4 décembre 2017

Devant la commission d'examen composée de :

Fabien Baldacci	Maître de Conférences	Examinateur
Isabelle Debled-Rennesson	Professeur	Rapporteure
Jean-Philippe Domenger	Professeur	Directeur de thèse
Jacques-Olivier Lachaud	Professeur	Examinateur
Serge Miguet	Professeur	Rapporteur
Nicolas Passat	Professeur	Président du jury
Anne Vialard	Maître de Conférences	Examinateur

– 2017 –

Résumé Cette thèse s'inscrit dans un contexte d'analyse d'images médicales et s'attache plus particulièrement à l'étude des organes tubulaires (vaisseaux, bronches, neurones...). De nombreuses pathologies, telles que les bronchopneumopathies chroniques obstructives (BPCO) pour les bronches, affectent la structure des organes tubulaires. Des outils automatiques sont nécessaires afin d'effectuer des mesures précises, reproductibles et permettant un suivi dans le temps. L'objectif de la thèse est de proposer de nouveaux outils facilitant la caractérisation automatique de ces organes. Cette caractérisation se base le plus souvent sur l'analyse de la géométrie de l'organe segmenté. Il existe de nombreuses méthodes permettant d'effectuer des mesures géométriques, mais certaines nécessitent d'extraire des sous-représentations de l'organe. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à deux de celles-ci : le squelette curvilinéaire et les plans de coupe 2D reconstruits orthogonalement à l'axe de l'organe. Notre première contribution est une méthode d'estimation précise des plans orthogonaux. Nous avons également proposé un algorithme de squelettisation spécifique aux organes tubulaires, ainsi que des outils d'amélioration de squelettes existants. De plus, nous présentons à la fin de ce document, un travail en cours sur une méthode de filtrage de structures tubulaires à partir d'images en niveaux de gris.

Mots-clés Organes tubulaires, squelette, plans orthogonaux, mesure de covariance des cellules de Voronoï

Laboratoire d'accueil Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique (LaBRI), 351, de la Libération, 33405 Talence CEDEX

Title Geometrical analysis of tubular organs

Abstract This thesis is dedicated to the study of tubular organs, such as blood vessels, bronchii, or neurons. Several diseases, such as chronic obstructive pulmonary disease (COPD) for bronchii, distort the structure of tubular organs. Several tools are necessary in order to make precise and reproducible measurements and to track the organ over time. The main goal of this thesis is to define new tools for the automatic characterization of tubular organs. This characterization is based on the geometrical analysis from a segmentation. There are various state-of-the-art methods to perform geometrical measurements, but some of them require to extract alternative representations from the organ. In this thesis, we focus on two of these : curvilinear skeletons and 2D planes computed from the axis of the tube. Our first contribution is a method for the precise estimation of orthogonal planes. In addition, we propose a skeletonization algorithm as well as methods to improve existing skeletons. At the end of this manuscript, we introduce a method from a work in progress which allows to filter tubular structures in grayscale images.

Keywords Tubular organs, skeleton, orthogonal planes, Voronoï covariance measure

Institution Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique (LaBRI), 351, de la Libération, 33405 Talence CEDEX

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les rapporteurs de cette thèse, Isabelle Debled-Rennesson, ainsi que Serge Miguet pour la qualité de leurs remarques lors de la soutenance, et la lecture de grande qualité de mon manuscrit. Je remercie également Nicolas Passat pour la pertinence de ses remarques et questions, qui ouvrent de vraies perspectives sur mon travail.

J'ai eu la chance de travailler et de discuter avec des chercheurs et doctorants qui ont grandement influencé ma vision du monde de la recherche : Jacques-Olivier Lachaud dont je respecte infiniment la rigueur et le dynamisme, Bertrand Kerautret par sa capacité impressionnante à mener de front de multiples projets, et Aldo Gonzalez-Lorenzo par sa sérénité et son enthousiasme.

Je remercie mon directeur de thèse, Jean-Philippe Domenger, pour m'avoir montré que le métier de chercheur ne se borne pas uniquement à la recherche, mais comprend bien d'autres aspects tout aussi importants.

Ma thèse n'aurait pas eu la même teneur sans l'encadrement impeccable de mes deux encadrants, Fabien Baldacci et Anne Vialard. Ils m'ont énormément fait grandir scientifiquement, et se sont toujours rendus disponibles et à l'écoute. Ils ont su créer une ambiance de travail saine, mêlant à la fois rigueur, respect et décontraction. Faire cette thèse en leur compagnie fut un véritable plaisir.

Au-delà de la recherche, cette thèse fut l'occasion pour moi d'enseigner. Je tiens à remercier toute l'équipe de l'IUT Informatique de Bordeaux, en particulier Nicholas Journet, Olivier Gauwin, Franck Rubi et Isabelle Dutour. Leurs conseils m'ont été précieux et ont considérablement enrichi mes interactions avec les étudiants. Je remercie également la responsable du Master Bio-informatique, Marie Beurton-Aimar, pour sa tranquillité et sa bonne humeur inaltérables.

Dans un laboratoire de l'envergure du LaBRI, on croise de nombreuses personnes et personnalités. Certaines resteront éternellement dans ma mémoire, et leur amitié m'est très chère : Rémi et son sens de l'humour, Joachim et ses talents d'improvisation musicale, Samah, Kilian, Luce, Nicolas, Grégoire, Mathias, David, Simon, Adrien et Mary.

Je remercie également tous ceux qui m'ont accompagné pendant cette thèse. L'ensemble de ma famille : mes parents, Vincent et Béné alias Véné : le couple

glamour de 2016, Anne-Laure, Jean et Gabriel, ainsi que François.

Merci à tous mes amis pour m'avoir chacun apporté des choses simples mais ô combien importantes : Clément pour tous les métiers qu'il m'inspire à faire après la thèse, Cynthia pour ses jeux de mots, Sami et Matthias pour la veste de chasseur, Maëva pour sa grand-mère, Jonathan pour ses slams et sa poésie, Rania pour ses histoires qui me font immanquablement pleurer de rire, Lorraine pour les longues discussions sur la musique, Léa, Antonin, Juliette et Lucille pour m'avoir trouvé un sosie, et enfin Sébastien Chattard, simplement pour lui-même.

Table des matières

Table des matières vii

Table des figures xi

Introduction 1

1 Contexte et problématique 3
1 Organes tubulaires 5
1.1 Structure 6
1.1.1 Parties tubulaires 7
1.1.2 Jonctions 7
1.1.3 Repliements 7
1.2 Mesures géométriques 8
1.2.1 Mesures globales 8
1.2.2 Mesures locales 9
2 De l'image aux mesures géométriques 10
2.1 Chaîne de traitement 10
2.2 Notions pour l'analyse d'ensemble de voxels 13
2.2.1 Objets discrets 3D 13
2.2.2 Connexité 14
2.3 Outils d'analyse d'un objet discret 15
2.3.1 Transformée en distance 15
2.3.2 Diagramme de Voronoï 16
2.3.3 Axe médian 16
2.3.4 Squelette 17
3 Bilan du chapitre 18

2 Estimation de plans orthogonaux 21
1 Travaux connexes 23
1.1 Chemins géodésiques 23
1.2 Estimation de tangente 24
1.2.1 Méthode naïve 24
1.2.2 Méthodes basées sur une courbe lissée 25
1.2.3 Estimateurs sur la courbe discrète 27

2 Voronoï Covariance Measure 29
2.1 Formulation sur des nuages de points 29
2.2 Transposition à des ensembles de voxels 32
3 Application du VCM à l'estimation de plans orthogonaux 33
3.1 Estimation 33
3.2 Paramètres du VCM 34
3.2.1 Étude des paramètres du VCM 35
3.2.2 Algorithme pour la détermination du paramètre d'intégration r 38
3.3 Détection des jonctions 39
4 Résultats 41
4.1 Données synthétiques bruitées 41
4.2 Données réelles 45
4.2.1 Estimation à partir de la courbe 45
4.2.2 Estimation à partir du volume 45
5 Bilan du chapitre 46

3 Amélioration de squelettes existants 49
1 Ébarbulage 51
1.1 Travaux connexes 51
1.1.1 Mesures de pertinence indépendantes de l'algorithme de squelettisation 53
1.1.2 Seuillage automatique des mesures de pertinence 57
1.1.3 Utilisation des mesures de pertinence 58
1.2 Mesure de pertinence par les plans orthogonaux 59
1.2.1 Définition 59
1.2.2 Ébarbulage 60
1.3 Résultats 61
1.4 Conclusion sur l'ébarbulage 65
2 Recentrage 65
2.1 Travaux connexes 66
2.2 Utilisation des plans orthogonaux 69
2.2.1 Volumes tubulaires 69
2.2.2 Volumes contenant des jonctions 70
2.3 Résultats 75
2.4 Discussion et conclusion sur le recentrage 78
3 Bilan du chapitre 78

4 Algorithme de squelettisation 81
1 Travaux connexes 83
1.1 Extraction de ligne centrale par suivi 83
1.2 Algorithmes de squelettisation 85

1.2.1 Transformée en distance 87
1.2.2 Champs de vecteurs 92
1.2.3 Amincissement 94
1.2.4 Conclusion sur l'état de l'art 98
2 Algorithme de suivi 98
2.1 Squelette dans les parties tubulaires 99
2.2 Traitement des jonctions 101
3 Résultats 103
3.1 Données synthétiques 103
3.2 Données réelles 105
4 Bilan du chapitre 105

5 Estimation de l'échelle pertinente 109
1 Travaux connexes 111
1.1 Approches différentielles 111
1.2 Approches morphologiques 116
2 Détermination de la δ_χ-distance 119
3 Résultats 120
3.1 Évaluation de la δ_χ-distance 122
3.1.1 Données synthétiques 122
3.1.2 Données réelles 123
3.2 Échelle pertinente 124
3.2.1 Utilisation de la δ_χ-distance 124
3.2.2 Données synthétiques 125
3.2.3 Données réelles 128
4 Bilan du chapitre 131

Conclusion 133
Bilan 133
Perspectives 134

A Liste des publications 139

Bibliographie 141

Table des figures

1.1 De l'acquisition à la caractérisation d'un arbre trachéo-bronchique. 4
1.2 Segmentations 3D d'organes tubulaires (1/2). 5
1.3 Segmentations 3D d'organes tubulaires (2/2). 6
1.4 Spécificités structurelles couramment observées dans les organes tubulaires. 8
1.5 Défauts des images. 11
1.6 Nécessité de la précision des plans orthogonaux. 12
1.7 Chaîne de traitement, de l'acquisition à l'estimation de mesures géométriques sur des organes tubulaires. 13
1.8 Différents types de voisinage sur un objet discret. 14
1.9 Transformée en distance euclidienne sur un objet discret 2D tubulaire. 15
1.10 Deux représentations du diagramme de Voronoï, par cellules et sites. 16
1.11 Calcul de l'axe médian sur un objet discret 2D. 17

2.1 Utilisation des plans orthogonaux pour faire des mesures géométriques sur des organes tubulaires. 22
2.2 Estimation de plans orthogonaux par la méthode des boucles géodésiques. 24
2.3 Estimation de la tangente en un point d'un squelette curvilinéaire. 25
2.4 Méthode des zones de chevauchement minimales des boules inscrites de Bradley et Withers [2016]. 26
2.5 Tangente estimée par le λ-MST en deux points d'une courbe 3D. 28
2.6 Nuages de points 2D et diagrammes de Voronoï associés. 29
2.7 Définition et application du VCM sur nuage de points. 31
2.8 Calcul du VCM en un point sur deux objets discrets 2D. 32
2.9 Correspondance entre les cellules de Voronoï et les plans orthogonaux. 34
2.10 Estimation de plans orthogonaux à partir de points situés à proximité du bord d'un objet 3D. 35

2.11 Procédure pour déterminer automatiquement le rayon d'intégration r : volume synthétique et rayons obtenus. 36
2.12 Détection de jonctions en fonction de la géométrie et la topologie. 40
2.13 Volumes tubulaires synthétiques utilisés pour l'évaluation de notre méthode d'estimation de plans orthogonaux. 42
2.14 Résultats : valeurs moyennes d'aire et de compacité pour tous les plans orthogonaux estimés sur le tube courbé bruité. 43
2.15 Résultats des plans orthogonaux sur un tube avec des variations de diamètre. 44
2.16 Résultats des plans orthogonaux sur données réelles. 46
2.17 Résultats des plans orthogonaux estimés sur diverses segmentations d'organes tubulaires avec notre méthode. 47

3.1 Squelette avec des défauts : présence de barbules et de points décentrés. 50
3.2 Volume contenant une protubérance en surface, qui est la cause de l'apparition d'une barbule. 51
3.3 Suppression des barbules par seuillage sur des mesures de pertinence. 52
3.4 Mesures de pertinence simples sur un objet avec des variations de diamètre et une barbule. 54
3.5 Mesure de pertinence : longueur des parties volumiques. 55
3.6 Mesure de pertinence liée au λ-axe médian. 55
3.7 Mesure de pertinence par l'angle bissecteur en deux points du squelette. 56
3.8 Algorithme d'ébarbulage de Serino et Sanniti di Baja [2014]. . . 58
3.9 Différence entre des plans orthogonaux estimés à partir du squelette et à partir du volume. 60
3.10 Squelettes initiaux et ébarbulés par notre méthode (1/2). 62
3.11 Squelettes initiaux et ébarbulés par notre méthode (2/2). 63
3.12 Élimination des barbules en forme de cycles par notre méthode. 64
3.13 Exemples de points décentrés. 66
3.14 Recentrage par la méthode de Tagliasacchi *et al.* [2009] sur des nuages de points orientés. 67
3.15 Recentrage d'un point de squelette selon la méthode de Barbieri *et al.* [2015]. 68
3.16 Méthodes de décomposition pour obtenir des sous-volumes. . . . 71
3.17 Obtention d'un sous-volume tubulaire constitué de l'union du tube parent avec un tube fils. 72
3.18 Estimation de deux plans orthogonaux en deux points de la même branche et variation d'aire associée. 73
3.19 Sous-volume calculé en utilisant le plan $\mathcal{P}_1$ sur un squelette initial. 74

3.20 Résultats : squelettes recentrés par notre méthode. 75
3.21 Recentrage de squelettes initiaux décentrés et irréguliers sur des segmentations d'arbres trachéo-bronchiques. 77

4.1 Graphes extraits à partir de deux squelettes curvilinéaires. . . . 82
4.2 Extraction de la ligne centrale par suivi. 84
4.3 Une limite des approches par suivi : le déplacement dans une zone de jonction. 85
4.4 Catégories d'algorithmes de squelettisation 3D. 86
4.5 Obtention du squelette par des chemins de coût minimal sur des cartes géodésiques. 87
4.6 Approche de Bitter *et al.* [2001] : algorithme de squelettisation basé sur la carte de distance (1/2). 88
4.7 Approche de Bitter *et al.* [2001] : algorithme de squelettisation basé sur la carte de distance (2/2). 89
4.8 Méthodes de squelettisation consistant en la propagation d'iso-surfaces par la méthode de *fast marching*. 91
4.9 Méthode de squelettisation par force de répulsion de charges en surface d'un objet de Cornea *et al.* [2005]. 93
4.10 Défauts des algorithmes d'amincissement. 95
4.11 Algorithme d'amincissement de Couprie *et al.* [2007]. 96
4.12 Algorithme d'amincissement parallèle directionnel de Palágyi et Kuba [1999]. 97
4.13 Suivi effectué par notre algorithme de squelettisation. 99
4.14 Méthode pour le traitement des jonctions : obtention des groupes. 102
4.15 Obtention des chemins dans les zones de jonctions. 103
4.16 Squelettes obtenus par notre méthode sur des segmentations d'organes tubulaires. 106
4.17 Squelettes obtenus par notre méthode sur des segmentations de neurites. 107

5.1 Indicateur de tubularité de Frangi sur une coupe de vaisseaux hépatiques. 110
5.2 Vecteurs propres de la matrice hessienne. 112
5.3 Interprétation géométrique des vecteurs propres de la matrice hessienne. 113
5.4 Résultats de l'indicateur de tubularité Frangi multi-échelle sur une acquisition 3D de poumons par scanner CT. 114
5.5 Indicateur OOF permettant de déterminer la direction du tube. 115
5.6 Indicateur de tubularité de Aykac *et al.* [2003] basée sur la fermeture morphologique d'une image 2D en niveaux de gris. . . . 116
5.7 Extraction des bronches avec la méthode de Aykac *et al.* [2003]. 117

5.8 Indicateur de tubularité RORPO : orientation des opérateurs morphologiques sur des chemins. 118
5.9 Détermination de la δ_χ-distance en un point. 120
5.10 Image synthétique utilisée afin d'évaluer la δ_χ-distance. 121
5.11 Comparaison entre la transformée en distance et la δ_χ-distance. 122
5.12 Résultats de la δ_χ-distance appliquée sur une image réelle. . . . 124
5.13 Utilisation de l'échelle pertinente pour les indicateurs de tubularité de Frangi, et d'Aykac. 126
5.14 Utilisation de l'échelle pertinente pour l'indicateur OOF. 128
5.15 Segmentations obtenues par l'indicateur de tubularité OOF multi-échelle et en utilisant l'échelle pertinente. 129
5.16 Résultats obtenus sur des données réelles avec les indicateurs de Frangi et Aykac en utilisant les valeurs d'échelle pertinente. . . . 130
5.17 Indicateur de tubularité VCM en niveaux de gris. 131
5.18 Raffinement de segmentation. 135
5.19 Estimation de torsion par le VCM. 136
5.20 Détection de jonctions par les VCM 136

Introduction

Il existe une grande diversité d'organes tubulaires chez l'Homme : arbre respiratoire, vaisseaux sanguins, côlon, ou neurones, par exemple. Ces organes sont le foyer de pathologies qui modifient l'anatomie de l'organe, telles que les bronchopneumopathies chroniques obstructives (BPCO) pour les bronches. Les perturbations structurelles induites sur l'organe peuvent alors être caractérisées sur les images. La caractérisation des organes permet également d'assurer un suivi de la pathologie au cours du temps.

Le processus de caractérisation des organes à partir d'images tridimensionnelles utilise une suite d'outils regroupés au sein d'une chaîne de traitement. La première étape consiste en la segmentation de l'organe, c'est-à-dire en l'extraction de la structure d'intérêt dans l'image. Il est alors possible d'estimer diverses mesures géométriques sur l'organe segmenté telles que la longueur de la structure tubulaire, ou son rayon. Certaines mesures ne peuvent être effectuées directement à partir de l'organe segmenté. Il est ainsi nécessaire de calculer des sous-représentations de l'organe, dont les deux principales sont les plans 2D de coupe orthogonaux à l'axe de l'organe tubulaire, ainsi que le squelette curvilinéaire. Les plans orthogonaux permettent d'analyser précisément les sections 2D du tube reconstruites à partir de ceux-ci pour l'estimation du rayon du tube, notamment. Le squelette curvilinéaire est un ensemble de courbes dont chacune correspond à une partie tubulaire de l'organe. Il facilite ainsi l'estimation de mesures telles que la longueur des parties tubulaires. Dans cette thèse, nous présentons des contributions dédiées au calcul de ces deux sous-représentations avec des approches spécifiques aux organes tubulaires.

Ce manuscrit s'ouvre sur un chapitre exposant la problématique de la caractérisation d'organes tubulaires, suivi de quatre chapitres de contributions principales.

Plus précisément, dans le Chapitre 1, après avoir présenté les particularités structurelles couramment rencontrées dans les organes tubulaires, nous présentons la chaîne de traitement permettant la caractérisation de ce type d'organe, qui aboutit à l'estimation de mesures géométriques. Nous présentons des notions générales formant le cadre dans lequel s'inscrivent nos contributions.

Le Chapitre 2 présente le calcul des plans orthogonaux. Les plans orthogonaux doivent être positionnés précisément, puisque certaines mesures sont effectuées à partir de ceux-ci. Nous présentons les méthodes de l'état de l'art,

généralement basées sur l'estimation de tangente à partir d'une représentation curvilinéaire de l'organe ainsi que notre méthode basée sur la mesure de covariance des cellules de Voronoï (Voronoi Covariance Measure, VCM). Les résultats, sur données synthétiques et réelles, illustrent la précision de notre méthode d'estimation. Un autre atout de notre méthode est qu'elle peut être calculée directement à partir de l'organe segmenté, et qu'elle n'utilise pas nécessairement une représentation curvilinéaire de l'organe.

Dans le Chapitre 3, nous présentons deux méthodes d'amélioration de squelettes existants. En effet, les squelettes produits par les algorithmes de l'état de l'art ont deux défauts principaux : l'apparition de barbules, c'est-à-dire de branches indésirables, et le fait qu'ils soient décentrés par rapport à l'axe du tube. Ces défauts impactent la caractérisation qui peut découler de ces squelettes. Nos contributions corrigent ces défauts spécifiquement sur des organes tubulaires, et sont indépendantes de l'algorithme de squelettisation utilisé.

Le Chapitre 4 est dédié à notre méthode d'extraction de squelette curvilinéaire spécifique aux organes tubulaires. Le squelette généré satisfait des propriétés intéressantes en lien avec la caractérisation de l'organe. Il est complet et est exempt des défauts principaux mentionnés dans le Chapitre 3.

Enfin, dans le Chapitre 5, nous nous intéressons à un outil permettant de faciliter la détection de structures tubulaires dans des images en niveaux de gris, puisque la précision des mesures géométriques effectuées sur la segmentation est dépendante de la qualité de la segmentation. Les indicateurs de tubularité facilitent la segmentation des structures tubulaire, mais ils donnent un résultat dépendant de l'échelle où ils sont calculés. Nous proposons donc une méthode permettant de détecter l'échelle pertinente à laquelle les méthodes de filtrage doivent être utilisées. Cette contribution ouvre des perspectives intéressantes dans le cadre de l'analyse des organes tubulaires.

Chapitre 1

Contexte et problématique

Sommaire

1 Organes tubulaires 5
1.1 Structure 6
1.1.1 Parties tubulaires 7
1.1.2 Jonctions 7
1.1.3 Repliements 7
1.2 Mesures géométriques 8
1.2.1 Mesures globales 8
1.2.2 Mesures locales 9
2 De l'image aux mesures géométriques 10
2.1 Chaîne de traitement 10
2.2 Notions pour l'analyse d'ensemble de voxels 13
2.2.1 Objets discrets 3D 13
2.2.2 Connexité 14
2.3 Outils d'analyse d'un objet discret 15
2.3.1 Transformée en distance 15
2.3.2 Diagramme de Voronoï 16
2.3.3 Axe médian 16
2.3.4 Squelette 17
3 Bilan du chapitre 18

L'analyse d'images médicales a connu un développement accéléré ces dernières années, de par les avancées technologiques liées aux techniques d'acquisition. Par exemple, les images issues de la tomodensitométrie haute-résolution ont permis d'analyser l'appareil respiratoire, aussi appelé arbre trachéo-bronchique, jusqu'aux bronches de huitième génération. Il est alors possible de détecter les déformations structurelles et anatomiques d'un organe liées à des perturbations fonctionnelles de l'organisme, c'est-à-dire des pathologies. Dans ce contexte, la caractérisation des organes permet d'aider le spécialiste au diagnostic, ou bien permet d'effectuer un suivi de l'organe au cours du temps. Quelle que soit l'application, la finalité est d'obtenir une caractérisation fine de la structure d'intérêt, aussi appelée *objet*, au-travers de mesures géométriques. Dans cette thèse, nous nous intéressons à la caractérisation d'organes tubulaires puisque ces organes sont largement retrouvés dans l'anatomie humaine.

Les images provenant d'acquisitions en trois dimensions (3D) contiennent plusieurs structures, il est donc nécessaire, tout d'abord, d'isoler la structure d'intérêt : il s'agit de l'étape de **segmentation** (cf. Fig. 1.1). La **caractérisation** se fait alors sur l'objet segmenté. Cette dernière peut impliquer des mesures géométriques diverses, telles que le volume, la longueur ou le diamètre d'un objet tubulaire (cf. Fig. 1.1c). Certaines mesures ne peuvent être obtenues précisément directement à partir de l'objet mais en considérant des sous-représentations de l'objet, telles que des plans orthogonaux ou un squelette curvilinéaire.

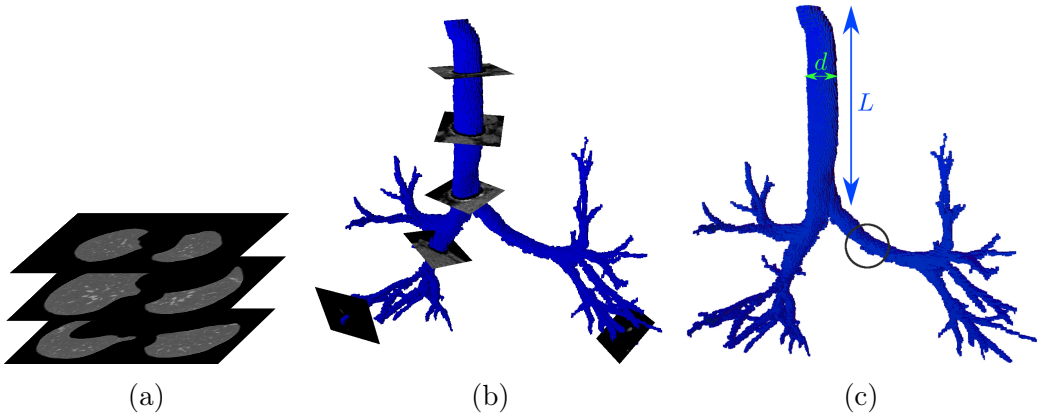
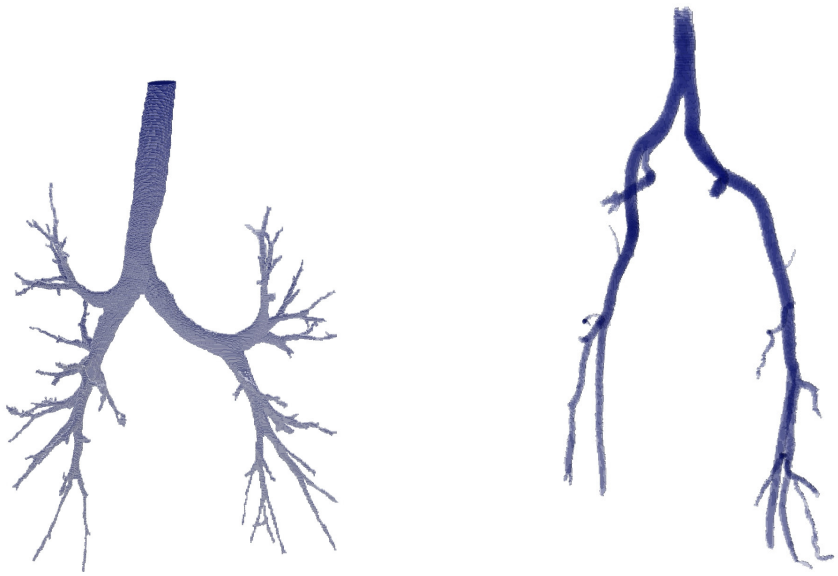


FIGURE 1.1 – De l'acquisition à la caractérisation d'un arbre trachéo-bronchique. (a) Image 3D en niveaux de gris, vue comme un empilement d'images 2D, contenant des bronches, des vaisseaux et le parenchyme pulmonaire. (b) Segmentation (en bleu) de la structure d'intérêt : l'arbre trachéo-bronchique. Les images 2D de coupe sont des images reconstruites à partir de l'image 3D. (c) Caractérisation : estimation de la longueur L, du diamètre d et localisation de la déformation d'un tube (zone entourée en noir).

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux outils permettant d'effectuer des mesures à partir d'un organe tubulaire. Nous présentons tout d'abord, dans ce chapitre, les caractéristiques structurelles des organes tubulaires, et les mesures couramment utilisées pour leur caractérisation. Nous décrivons également la chaîne de traitement permettant d'effectuer cette caractérisation.

1 Organes tubulaires

La caractérisation des organes de forme tubulaire est un enjeu majeur en médecine, puisqu'ils sont au cœur de la physiologie humaine. Ainsi, l'arbre trachéo-bronchique (cf. Fig. 1.2a) est un organe tubulaire dont des déformations peuvent induire des complications sévères chez le patient. Par exemple, les pathologies telles que les bronchopneumopathies chroniques obstructives induisent une obstruction des bronches [Laroia *et al.*, 2010] et se manifestent par des difficultés à respirer. Une étude de Chapman *et al.* [2006] estime que ces pathologies seront la troisième cause de mortalité dans le monde en 2020. La détection précoce de ces maladies permet de prévenir leur évolution.



(a) (b)

FIGURE 1.2 – Segmentations 3D d'organes tubulaires. (a) Arbre trachéo-bronchique, issu d'une acquisition par tomographie à rayons X. (b) Artères pelviennes, issues d'une acquisition par IRM.

Les vaisseaux sanguins (cf. Fig. 1.2b) sont également des conduits tubulaires. Ils peuvent notamment être déformés à cause d'anomalies dans le développement embryonnaire, de pathologies entraînant l'hypertension artérielle, à

cause de cancers, ou d'obstruction d'artères [Soikkonen *et al.*, 1995]. Une caractérisation fine de leur déformation permet de mieux appréhender les risques associés, et d'envisager un traitement adapté.

(a) (b)

FIGURE 1.3 – Segmentations 3D d'organes tubulaires : (a) côlon, acquis par tomographie à rayons X et (b) neurite, obtenu par microscopie électronique.

Le côlon (cf. Fig. 1.3a) est un organe tubulaire qui fait partie du gros intestin. Il est le siège de pathologies diverses, telles que le cancer du côlon. La prévention de cette pathologie passe par des dépistages par coloscopie, et des examens par tomographie à rayons X permettent ensuite de déterminer le stade d'avancement de la maladie.

À une autre échelle, les neurones sont des cellules, au sens biologique, dont le prolongement, appelé neurite, est tubulaire (cf. Fig. 1.3b). L'étude de l'organisation en réseau de ces cellules, par microscopie électronique, permet de mieux comprendre leur rôle physiologique.

Les illustrations de ces organes tubulaires mettent en évidence la variabilité de leurs caractéristiques géométriques. Dans cette section, nous précisons la notion de tubularité des organes, en détaillant la structure de ces derniers en termes d'anatomie et de géométrie. Ensuite, nous présentons des mesures couramment utilisées à des fins de caractérisation.

1.1 Structure

La nature des tissus impliqués dans les organes tubulaires diffère : pour les bronches de diamètre important, il s'agit de tissus durs, cartilagineux, qui assurent ainsi une rigidité de l'organe, et pour les vaisseaux, le côlon, et les petites bronches, il s'agit de tissus plus élastiques. Les tissus, ainsi que la

fonction physiologique de l'organe, déterminent la forme de ce dernier. Certains organes tubulaires sont constitués d'un ensemble de tubes de diamètre variable qui s'intersectent au sein de jonctions. D'autres organes tubulaires, comme le côlon, présentent des repliements du tube, correspondant localement à des zones non-tubulaires. Les jonctions et les repliements consistent tous deux en un élargissement local du tube, et impactent ainsi les mesures qui peuvent être faites sur le tube. L'anatomie et la géométrie de ces zones sont détaillées dans les paragraphes suivants.

1.1.1 Parties tubulaires

Un organe est **tubulaire**, lorsqu'il est allongé localement dans une direction, indépendamment de la forme de la section : circulaire ou elliptique, par exemple. Parmi les organes tubulaires présentés précédemment, le neurite est une structure tubulaire simple, par contraste au côlon, aux vaisseaux et aux bronches. Ces derniers sont des organes creux, c'est-à-dire que la *lumière* du tube, où passent les fluides, est délimitée par une paroi.

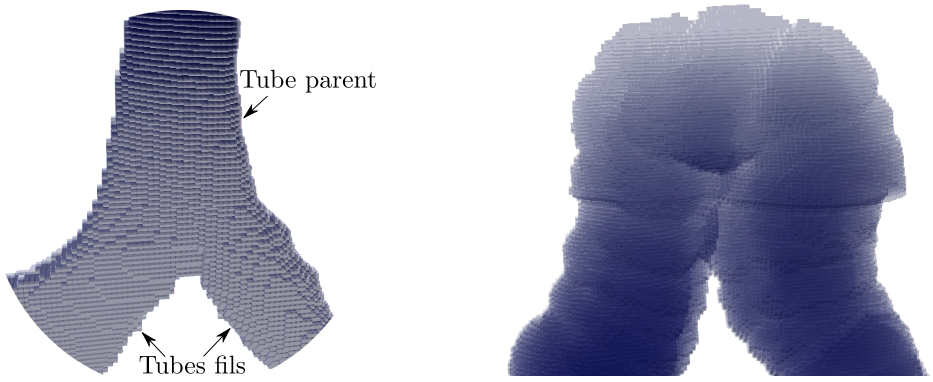
1.1.2 Jonctions

On appelle jonctions, ou bifurcations, les zones où plusieurs tubes s'intersectent au sein d'un organe tubulaire (cf. Fig. 1.4a). Ces zones sont localement non-tubulaires, il est alors difficile d'estimer certaines caractéristiques géométriques. Les jonctions impliquent la division d'un tube principal, appelé tube **parent**, généralement en deux tubes **fils**. Ces volumes s'apparentent donc à un arbre binaire et enraciné. La géométrie des jonctions est variable, puisqu'elle dépend de l'angle de division, c'est-à-dire de l'angle maximal formé par les tubes fils, du diamètre, de la longueur et du nombre de tubes impliqués dans la jonction.

La loi de Murray [Murray et Lopez, 1996] établit une correspondance entre le rayon d'un tube fils et le rayon du tube parent pour les organes creux : les tubes fils ont un rayon qui minimise le coût de transport du fluide dans l'organe. Soit r_P le rayon du tube parent et r_1 et r_2 les rayons des deux tubes fils, la somme des cubes des rayons des tubes fils est égale au rayon au cube du tube parent : $r_P^3 = r_1^3 + r_2^3$. Il est ainsi possible d'avoir un *a priori* sur le rayon des tubes fils en fonction du rayon du tube parent. Cette correspondance n'est toutefois pas toujours vérifiée dans les cas pathologiques, que l'on cherche précisément à identifier.

1.1.3 Repliements

Les organes tubulaires souples, tels que le côlon, peuvent se replier sur eux-mêmes (cf. Fig. 1.4b). Les zones de repliement sont proches des jonctions



(a) (b)

FIGURE 1.4 – Spécificités structurelles couramment observées dans les organes tubulaires. (a) Jonction impliquant la division d'un tube parent en deux tubes fils pour un arbre trachéo-bronchique. Le diamètre des tubes fils est plus faible, par la loi de Murray. (b) Repliement du côlon, formant une zone localement non tubulaire.

d'un point de vue géométrique, puisque le tube avant et après le repliement s'apparente à deux tubes fils dans une jonction.

Il s'agit, de la même façon, d'une zone localement non-tubulaire, qui perturbe l'étape de caractérisation de l'organe.

1.2 Mesures géométriques

La section précédente a illustré la variabilité de la forme des organes tubulaires. Leur caractérisation ne peut être précise qu'en tenant compte de ces spécificités. La caractérisation passe par des mesures géométriques *globales*, c'est-à-dire qui considèrent l'ensemble de l'organe, ou des mesures *locales*, qui ne considèrent qu'une partie de l'organe, et qui permettent d'identifier des déformations.

1.2.1 Mesures globales

Les mesures globales interviennent pour donner une première caractérisation de l'organe. Elles aident à détecter des anomalies dans la structure de l'organe, mais ne permettent pas d'identifier leur localisation ou leur nature.

Par exemple, le **volume** est une mesure intéressante pour les organes creux, puisqu'il représente le volume de fluide maximal pouvant y circuler. Pour l'arbre trachéo-bronchique, nombre de pathologies, telles que les bronchopneumopathies chroniques obstructives, impactent directement la capacité pulmonaire, par une diminution de la lumière des bronches. Ainsi, le volume

mesuré de l'organe sera plus élevé dans le cas d'un patient sain. Concernant les vaisseaux sanguins, le diabète induit des obstructions de la lumière par des dépôts de lipides sur la paroi, et impacte négativement le volume mesuré de l'organe.

La **longueur** est une autre mesure globale sur un organe tubulaire dépourvu de jonctions. La mesure de longueur permet, par exemple, d'évaluer la sinuosité d'un organe au travers du ratio entre la longueur de la corde des deux extrémités de l'organe et la longueur de l'organe. Dans le cadre médical, des vaisseaux sanguins de la rétine ont une longueur plus importante pour un patient atteint d'une pathologie rétinienne, car ils sont plus tortueux que pour un patient sain.

1.2.2 Mesures locales

Les mesures locales aident à localiser des perturbations de la géométrie de l'organe.

Dans le cas d'un organe tubulaire avec des jonctions, la longueur constitue une mesure locale, pouvant être estimée indépendamment pour chaque partie tubulaire.

Le **rayon**, ou plus généralement la longueur du grand axe de la section orthogonale du tube, est une mesure locale utilisée dans le contexte de l'identification des rétrécissements ou des élargissements du tube. Par exemple, pour l'arbre trachéo-bronchique, des pathologies induisent une augmentation du rayon de la trachée. Toutefois, l'arbre trachéo-bronchique contient naturellement des variations de diamètre au sein d'un même tube. Ainsi, si l'on considère les valeurs de rayon sans point de comparaison, il n'est pas possible d'identifier la localisation de déformations liées à des pathologies avec certitude. De plus, il est important de n'étudier que les parties tubulaires. En effet, à proximité d'une zone de jonction ou d'un repliement, le rayon du tube augmente.

La **courbure** permet d'identifier les zones de déformation sur la surface de l'objet. La courbure peut aussi être estimée à partir de courbes. Par exemple, en 2D, les variations de courbure permettent d'identifier les zones tortueuses dans les vaisseaux sanguins pathologiques de la rétine [H., 2012]. La courbure ne capture cependant pas toutes les déformations d'une courbe 3D. Un organe en forme d'hélice régulière a ainsi la même valeur de courbure en tout point. Une autre caractérisation de ces organes passe par la mesure de la **torsion**. Il s'agit d'une mesure qui quantifie la vitesse de changement de direction du plan osculateur sur les courbes 3D, c'est-à-dire le plan ayant une base formée par les deux tangentes à la courbe, de part et d'autre d'un point de la courbe [Nguyen et Debled-Rennesson, 2008].

Concernant les organes creux, l'**épaisseur de la paroi** et l'**aire de la lumière** constituent deux mesures locales qui nécessitent d'être effectuées sur

les coupes 2D orthogonales à l'organe. Ces mesures permettent notamment d'identifier des pathologies telles que l'asthme [Laroia *et al.*, 2010].

Concernant les organes avec des jonctions, l'**angle de division** est une mesure locale intéressante en lien avec certaines pathologies. Par exemple, dans le cadre de l'arbre trachéo-bronchique, l'angle de division correspondant à la trachée est modifié chez des patients souffrant d'adénopathie, c'est-à-dire d'un gonflement d'un ganglion lymphatique [Laroia *et al.*, 2010].

Ces différentes mesures permettent d'effectuer une caractérisation géométrique des organes tubulaires. Les organes tubulaires présentent une certaine variabilité dans leur structure, ce qui complique le processus de caractérisation à partir d'images 3D. Dans la section suivante, nous décrivons la chaîne de traitement utilisée à cette fin.

2 De l'image aux mesures géométriques

La caractérisation des organes tubulaires se fait à partir d'images 3D issues de différentes modalités d'acquisition, telles que la tomographie à rayons X, l'IRM, ou la microscopie électronique. À partir de ces images, les spécialistes cherchent à effectuer des mesures géométriques précises, permettant la caractérisation de l'organe.

Les mesures peuvent être effectuées manuellement par des experts, directement sur les images. La précision des mesures est alors sujette à l'appréciation de l'expert, ce qui motive le besoin d'une caractérisation **automatique** et **reproductible** des organes.

Nous présentons, dans les paragraphes suivants, la chaîne de traitement utilisée afin d'effectuer des mesures précises automatiquement. Afin d'effectuer certaines de ces mesures, il est indispensable d'obtenir des sous-représentations de l'organe – plans orthogonaux et squelette – qui soient calculées précisément.

2.1 Chaîne de traitement

La caractérisation d'organes tubulaires se fait à partir d'images 3D. Une **image 3D** est une fonction qui associe, à chaque voxel issu de la décomposition cellulaire de l'espace discret 3D [Kovalevsky, 1989], une valeur. Un voxel est représenté par un point à coordonnées entières (son centre). Les images 3D ont divers défauts, notamment le bruit ou les artefacts de volume partiel (cf. Fig. 1.5). Le bruit dans le signal se traduit par des aberrations dans les valeurs de niveaux de gris réparties sur l'ensemble de l'image. L'artefact de volume partiel se produit lorsqu'un voxel est situé à la frontière entre différents tissus. La valeur de niveaux de gris associée à cette position reflète alors la moyenne pondérée du signal résultant de ces tissus. Le bruit et l'effet de volume partiel ont tous deux un impact sur l'analyse faite en aval, puisqu'ils peuvent conduire

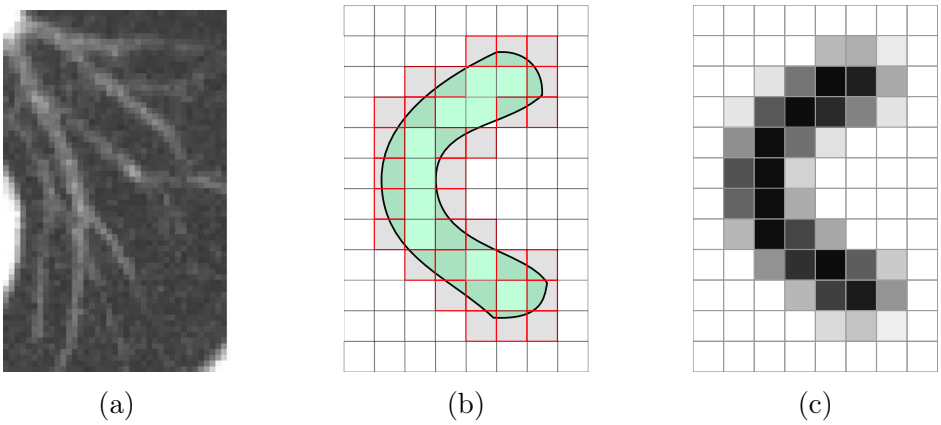


FIGURE 1.5 – Défauts des images : (a) bruit et (a–c) effets de volume partiel. (a) Image de vaisseaux du poumon par IRM. (b) Processus de discrétisation d'une forme tubulaire. L'effet de volume partiel concerne les pixels en gris, localisés à la frontière entre l'objet et l'arrière-plan. (c) Valeurs de niveaux de gris des pixels : les pixels affectés par l'effet de volume partiel ont une intensité dont la valeur est la moyenne pondérée des valeurs d'intensité des deux zones.

à des imprécisions dans les mesures faites *a posteriori*. Par exemple, Ballester *et al.* [2002] reportent qu'ignorer les effets de volume partiel peut conduire à des erreurs d'estimation pouvant aller de 20 à 60% pour l'épaisseur du cortex sur des images IRM du cerveau.

Tschirren *et al.* [2005] décrivent une chaîne de traitement qui permet d'effectuer des mesures précises automatiquement sur l'arbre trachéo-bronchique (cf. Figs 1.6 et 1.7) :

1. la **segmentation**, qui consiste à extraire l'organe tubulaire d'intérêt. Un grand nombre de méthodes est détaillé dans la littérature, notamment pour la segmentation des bronches [van Rikxoort et van Ginneken, 2013] ou des vaisseaux [Lesage *et al.*, 2009]. On obtient, à l'issue de cette étape, un objet segmenté. Cette étape ne fait pas l'objet de la thèse ; ces méthodes ne sont donc pas détaillées. Nous nous intéresserons toutefois aux méthodes permettant d'effectuer un filtrage des organes tubulaires, appelées indicateurs de tubularité (cf. Chapitre 5) ;
2. la **squelettisation**, qui extrait un squelette approchant l'axe du tube, et qui permet, par exemple, d'estimer la longueur ou la courbure de l'organe ;
3. l'estimation de **plans orthogonaux** à l'axe du tube, qui permettent de calculer une image 2D où peuvent être effectuées les mesures de rayon, par exemple ;
4. l'estimation de **mesures géométriques** à partir de l'objet segmenté,

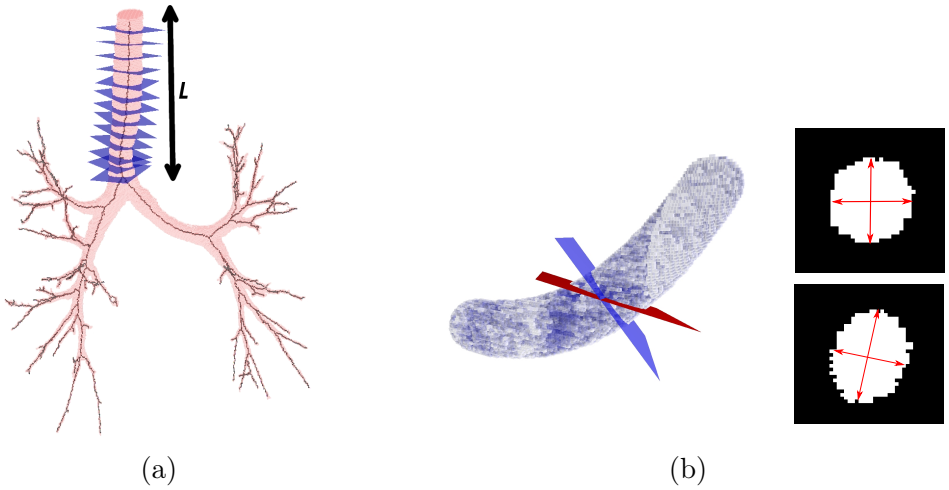


FIGURE 1.6 – Nécessité de la précision des plans orthogonaux. (a) Plans orthogonaux (en bleu) estimés à partir du squelette (ligne centrale en rouge), calculé sur une segmentation d'arbre trachéo-bronchique. Le squelette peut aussi être utilisé pour effectuer des mesures de longueur L. (b) Estimation de deux plans orthogonaux (en bleu et rouge) en un point centré (masqué) dans un tube synthétique, et leurs sections 2D associées (en haut et en bas à droite, respectivement). Le plan orthogonal en bleu est correctement positionné, tandis que celui en rouge est mal positionné. Les images 2D montrent que les mesures géométriques faites en aval sont conditionnées par la précision de l'estimation des plans orthogonaux. Par exemple, la longueur du grand axe estimée sur la section provenant du plan mal positionné est surestimée d'environ 30%.

du squelette, ou des plans orthogonaux.

La dernière étape consiste en l'estimation des mesures géométriques, dont celles présentées en Section 1.2, sur des ensembles de voxels. Idéalement, les estimateurs de ces mesures sont précis à petite échelle, pour les tubes de faible diamètre, et robustes aux perturbations. Certaines mesures, telles que le volume ou la courbure estimée à partir du bord de l'objet [Coeurjolly *et al.*, 2014], peuvent être effectuées directement sur l'objet segmenté. Cependant, d'autres mesures ne peuvent être estimées qu'à partir d'une représentation de l'objet discret en tant qu'ensemble de courbes, ou de plans orthogonaux (cf. Fig. 1.6).

Par exemple, afin d'estimer la longueur d'une partie tubulaire, il est nécessaire de considérer une représentation curvilinéaire de l'organe. Dans l'objectif de s'abstraire des irrégularités présentes sur la courbe, on peut alors, par exemple, considérer la longueur de segments de droite flous reconnus sur une courbe discrète [Debled-Rennesson *et al.*, 2003].

Les moments de l'image permettent aussi de décrire un ensemble de voxels, en donnant notamment l'orientation de l'organe tubulaire. Ils permettent de

déterminer la longueur du grand axe sur une image 2D reconstruite orthogonalement à l'axe du tube.

On peut estimer la courbure à partir d'une représentation curvilinéaire, telle qu'un squelette, avec la méthode de détermination du cercle osculateur de Coeurjolly et Svensson [2003], et la torsion par la méthode de Nguyen [2010], basée sur l'estimation de tangente et de normale sur une courbe discrète.

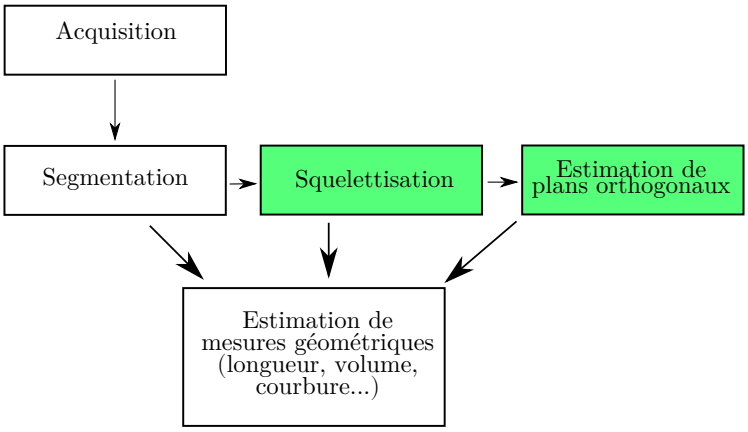


FIGURE 1.7 – Chaîne de traitement, de l'acquisition à l'estimation de mesures géométriques sur des organes tubulaires. Les contributions de cette thèse portent sur l'extraction d'une représentation curvilinéaire, c'est-à-dire le squelette, et sur l'estimation précise de plans orthogonaux (illustrées par des rectangles verts).

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'estimer les plans orthogonaux et de calculer un squelette curvilinéaire, mais celles-ci comportent généralement des défauts, qui sont exposés en détail dans les chapitres suivants. Nos contributions portent sur l'obtention de ces sous-représentations spécifiquement pour des objets tubulaires. Nous donnons, dans la section suivante, des notions de géométrie discrète utilisées au-travers de l'ensemble de nos contributions.

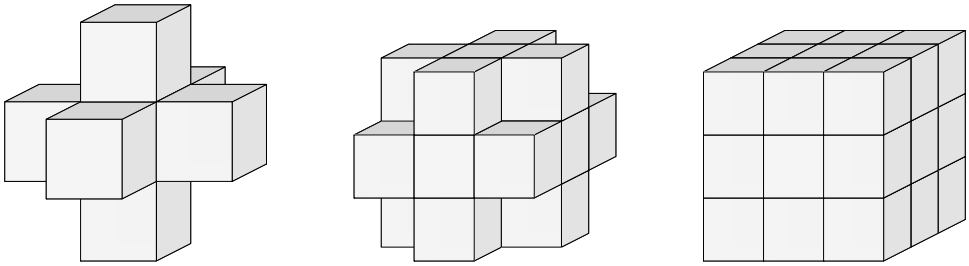
2.2 Notions pour l'analyse d'ensemble de voxels

À ce stade, nous considérons avoir un objet tubulaire segmenté. Dans cette section, nous donnons quelques notions centrales à l'analyse d'ensembles de voxels.

2.2.1 Objets discrets 3D

Un objet discret est un sous-ensemble O de $\mathbb{Z}^3$, soit un ensemble de voxels. Le nombre de points de l'objet discret est noté $\mathbf{card}(O)$. Le complémentaire $\bar{O}$ de O, ou arrière-plan, est donné par : $\bar{O} = \{p \in \mathbb{Z}^3 \mid p \notin O\}$.

2.2.2 Connexité



(a) (b) (c)

FIGURE 1.8 – Voisinage $\mathcal{N}_k$ d'un point central (masqué), pour différents types de voisinage k. (a) $k = 6$, (b) $k = 18$ et (c) $k = 26$.

Il existe différents types de voisinage, ou connexité, définis par leur type k (cf. Fig. 1.8). En 3D, les types de voisinage $k = 6$, $k = 18$, ou $k = 26$ donnent le nombre de voisins considérés. Soient p et q deux points, x_{pq} la valeur absolue de la différence de coordonnées en x entre p et q, c'est-à-dire $x_{pq} = |x_p - x_q|$, alors on a :

$$\mathcal{N}_6(p) = \{\ q \in O \mid x_{pq} + y_{pq} + z_{pq} = 1\ \} \tag{1.1}$$

$$\mathcal{N}_{18}(p) = \{\ q \in O \mid \max(x_{pq}, y_{pq}, z_{pq}) = 1 \text{ et } x_{pq} + y_{pq} + z_{pq} \leq 2\} \tag{1.2}$$

$$\mathcal{N}_{26}(p) = \{\ q \in O \mid \max(x_{pq}, y_{pq}, z_{pq}) = 1\ \} \tag{1.3}$$

Les voisinages définis ci-dessus sont dits **directs**, c'est-à-dire que les voxels au voisinage de p partagent tous au moins un sommet avec p. Sauf mention contraire, on considère que le voisinage d'un point p est strict, c'est-à-dire qu'il n'inclut pas p. On dit qu'un point q est k-voisin d'un point p de O si $q \in \mathcal{N}_k(p)$. Dans la suite du manuscrit, les objets discrets sont considérés avec la 26-connexité.

Le voisinage d'un point p peut être étendu au-delà des voxels partageant un sommet avec p, à une distance plus élevée. Le voisinage à une distance r de p est donné par l'intersection de la boule de rayon r avec l'objet : $B(p, r) \cap O$. Le voisinage considéré est dépendant de la distance utilisée. Dans le reste du manuscrit, sauf mention contraire, nous considérons la distance euclidienne.

Une **courbe discrète** est un ensemble de points $\{p_1, \ldots, p_i\}$ tel que, pour tout $j \in [2, i-1]$, p_j a strictement deux voisins directs p_{j-1} et p_{j+1}, et les extrémités p_1 et p_i ont un seul voisin, respectivement p_2 et p_{i-1}. Une courbe discrète est fine, par contraste aux objets discrets **épais**, c'est-à-dire les objets dont au moins un point a plus de deux voisins.

Le **bord** de l'objet, aussi appelé surface de l'objet, et noté δ_O, est l'ensemble des points de l'objet qui sont 6-voisins de points de l'arrière-plan.

On dit de O qu'il est **connexe**, si chaque paire de points de O peut être reliée par une courbe discrète incluse dans O. Un sous-ensemble $P \subseteq O$ est une **composante connexe** C de O s'il est connexe et n'est pas inclus dans un autre sous-ensemble connexe de O.

2.3 Outils d'analyse d'un objet discret

Dans cette section, nous présentons différents outils qui facilitent la caractérisation d'objets discrets : la transformée en distance, le diagramme de Voronoï, l'axe médian et le squelette.

2.3.1 Transformée en distance

La transformée en distance est un outil d'analyse d'ensembles de voxels qui associe, à chaque point de l'objet, la distance au point du complémentaire le plus proche (cf. Fig. 1.9). Dans le cadre de la caractérisation des organes tubulaires, la transformée en distance permet de donner une approximation du rayon du tube, en considérant la valeur de transformée en distance des points centrés dans l'objet.

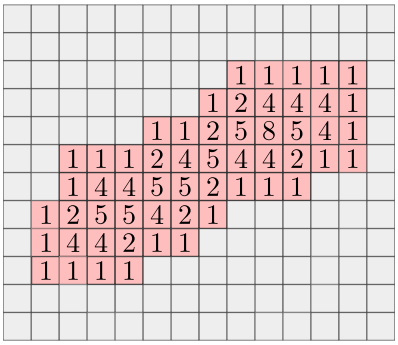
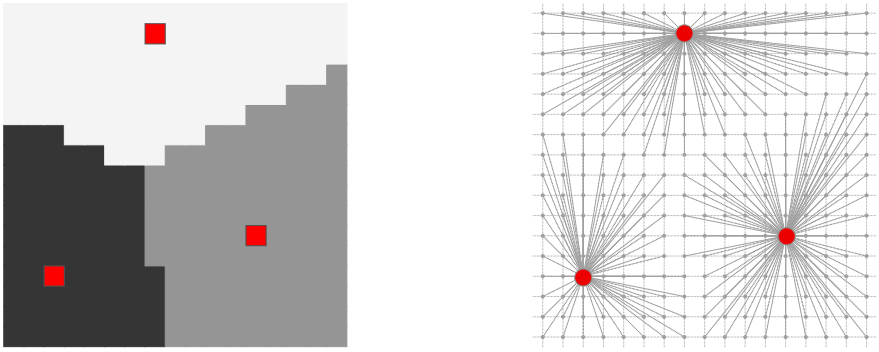


FIGURE 1.9 – Transformée en distance euclidienne sur un objet discret 2D tubulaire (en rouge), qui associe, à chaque point, la distance euclidienne au point du complémentaire le plus proche. Les valeurs représentées ici correspondent au carré de la distance euclidienne.

La définition de la transformée en distance est dépendante de la métrique utilisée. Dans ce manuscrit, nous utilisons la transformée en distance euclidienne dont un algorithme en temps linéaire est donnée par Coeurjolly [2002] ou Maurer *et al.* [2003]. Soit l'ensemble de points $P \subseteq \mathbb{Z}^3$, la distance euclidienne d entre un point p et l'ensemble P est donnée par : $d(p, P) = \min_{q \in P} d(p, q)$. La transformée en distance DT, associe, à chaque point p de l'objet, la valeur suivante : $DT(p) = d(p, \bar{O})$.

2.3.2 Diagramme de Voronoï

Le diagramme de Voronoï d'un ensemble de points $S \subseteq \mathbb{Z}^3$, appelé **sites**, est une partition de l'espace discret en cellules. Chaque cellule est l'ensemble des points de $\mathbb{Z}^3$ plus proches d'un site donné que de tout autre site. Le point p appartient à la cellule de Voronoï $\mathrm{Vor}(p)$ associée au site s_i si et seulement si, pour tout site $s_j \in S$ tel que $s_j \neq s_i$, $d(p, s_i) \leq d(p, s_j)$ (cf. Fig. 1.10). Dans le cadre de l'analyse géométrique d'un objet discret, il peut être intéressant de calculer le diagramme de Voronoï dont les sites sont les points de l'objet. En effet, un lien peut être établi entre la forme des cellules de Voronoï ainsi obtenues et l'orientation des normales au bord de l'objet. Nous exploiterons cette caractéristique pour définir un estimateur de plan orthogonal, décrit dans le Chapitre 2.



(a) (b)

FIGURE 1.10 – Deux représentations du diagramme de Voronoï calculé sur un ensemble de sites (points en rouge). (a) Cellules associées à chaque site (en blanc, gris et noir). (b) Représentation alternative où chaque point de la grille est relié à son site (en rouge) par une ligne (en gris).

2.3.3 Axe médian

L'axe médian permet d'obtenir une représentation simplifiée de l'objet et facilite ainsi l'interprétation géométrique de ce dernier.

Le modèle de feu de prairie de Blum [1967] localise les points de l'axe médian à l'intersection des fronts de propagation initiés à la surface de l'objet (cf. Fig. 1.11a). Un point de l'axe médian résulte donc de fronts de propagation initiés à partir d'au moins deux points de la surface. Ces points de la surface sont appelés projections de p sur la surface, et notés $F(p)$.

Une définition équivalente pour l'axe médian est basée sur les boules maximales. Une boule, de centre p et de rayon r est dite maximale si cette dernière

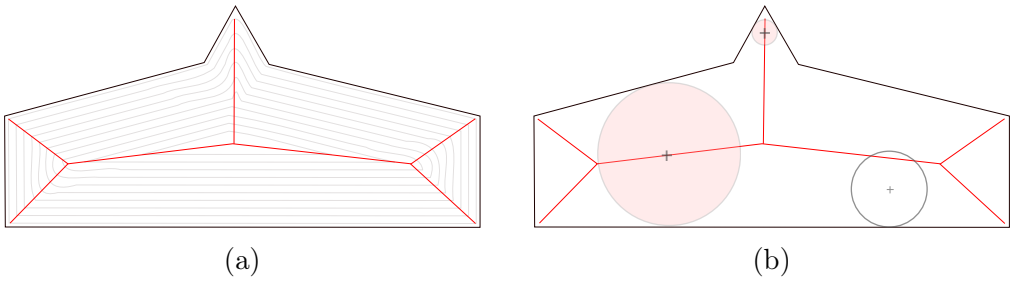


FIGURE 1.11 – Calcul de l'axe médian sur un objet 2D (contour en noir). (a) Propagation de fronts à partir du bord d'un objet 2D, représentés par les lignes de niveaux (en gris clair). L'intersection des fronts correspond à l'ensemble des points de l'axe médian (en rouge). (b) Axe médian (en rouge) dont les points correspondent aux centres des boules maximales (en rouge pâle). La boule non colorée, à droite, ne correspond pas à une boule maximale puisqu'elle est incluse dans une autre boule inscrite dans la forme.

est entièrement contenue dans l'objet, et qu'il n'existe aucune autre boule inscrite dans l'objet qui la contienne. L'axe médian correspond à l'ensemble des centres des boules maximales. Les boules maximales intersectent au minimum le bord de l'objet en deux points, qui correspondent aux projections $F(p)$ de p sur la surface. On peut également voir l'axe médian comme les lignes de crête de la transformée en distance. Les points de l'axe médian sont alors donnés par les maxima locaux de la transformée en distance.

L'axe médian comporte des défauts qui limitent son utilisation dans la caractérisation de l'objet discret. Tout d'abord, l'axe médian n'est pas toujours connexe. Il ne peut donc pas être utilisé pour effectuer des mesures de longueur. En outre, pour des objets 3D tubulaires dont la section n'est pas parfaitement circulaire, l'axe médian est un ensemble de surfaces. Dans l'idéal, on souhaiterait disposer d'une représentation curvilinéaire de l'objet. Cette représentation est fournie par un squelette curvilinéaire.

2.3.4 Squelette

Le squelette d'un objet 3D est une représentation curvilinéaire ou surfacique, qui satisfait certaines propriétés supplémentaires par rapport à l'axe médian [Saha *et al.*, 2017]. Un squelette curvilinéaire permet notamment d'effectuer des mesures précises de longueur d'un tube, en effectuant les mesures directement sur la courbe. En outre, il permet de décomposer une forme complexe, constituée de plusieurs tubes, telle que l'arbre trachéo-bronchique, en plusieurs parties. Des mesures peuvent ensuite être effectuées indépendamment sur les parties tubulaires provenant de la décomposition. Enfin, le squelette curvilinéaire permet d'extraire les plans orthogonaux. En effet, il est possible,

en chaque point de la courbe, d'estimer la tangente au squelette. La tangente correspond alors à la normale du plan orthogonal. Les méthodes d'estimation de tangente à partir d'une courbe discrète sont détaillées dans le Chapitre 2.

Nous nous intéressons en particulier au squelette curvilinéaire d'un objet tubulaire, sans toutefois nous attacher à son mode de calcul. Les différents algorithmes de squelettisation sont détaillés dans le Chapitre 4.

La squelettisation consiste en la réduction en dimensions de l'objet original, et ne peut s'effectuer sans certains compromis. Un squelette curvilinéaire ne possède pas de définition unique, mais est caractérisé par un ensemble de propriétés qui garantissent la fidélité de cette représentation par rapport à l'objet original. Ces propriétés sont notamment décrites par Cornea *et al.* [2007]. Un squelette curvilinéaire doit être idéalement :

— homotopique à l'objet correspondant : le squelette doit respecter le genre de l'objet ;
— centré dans l'objet, de façon à ne pas induire de biais dans l'estimation de mesures géométriques ;
— fin et connexe, c'est-à-dire qu'il doit s'apparenter à une courbe discrète, ou un ensemble de courbes discrètes ;
— complet, c'est-à-dire que toutes les parties pertinentes de l'objet doivent être représentées par le squelette ;
— robuste, c'est-à-dire qu'il n'est pas sensible aux irrégularités potentiellement présentes sur la surface de l'objet ;
— lisse, c'est-à-dire que le squelette calculé ne possède pas d'irrégularités, autrement dit des changements fréquents et abrupts de la direction de la tangente sur le squelette.

Il est toutefois difficile de garantir l'ensemble de ces propriétés. L'enjeu de la squelettisation est donc d'offrir un compromis parmi ces propriétés, en garantissant un sous-ensemble de celles-ci. Le choix des propriétés se fait en fonction de l'application finale du squelette au sein d'une chaîne de traitement (caractérisation, mesures, etc).

3 Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté quelques spécificités structurelles des organes tubulaires. Les organes tubulaires peuvent avoir un diamètre variable, s'apparenter à un arbre où plusieurs tubes s'imbriquent, ou encore se replier sur eux-mêmes. Ils peuvent donc présenter des parties non-tubulaires. Dans le cadre de leur caractérisation, il n'est donc pas toujours possible d'exploiter l'*a priori* que ces organes sont allongés dans une direction. Il est alors crucial de détecter les parties tubulaires et non-tubulaires présentes au sein d'un organe.

Dans l'objectif de la caractérisation de ces organes, il est nécessaire d'utili-

ser des sous-représentations permettant d'effectuer des mesures géométriques : le squelette et les plans orthogonaux. Bien qu'il existe de nombreuses méthodes dans la littérature dédiées à leur calcul, elles comportent généralement des défauts qui introduisent des biais dans les mesures. L'objectif de cette thèse est donc de proposer des outils dédiés spécifiquement aux organes tubulaires qui soient précis et exempts des défauts retrouvés dans la littérature. Nos contributions font l'objet des Chapitres 2 à 4.

De plus, puisque la qualité de la segmentation détermine la précision des mesures, nous nous intéressons, dans le Chapitre 5, aux méthodes facilitant la segmentation, et dédiées au filtrage de structures tubulaires.

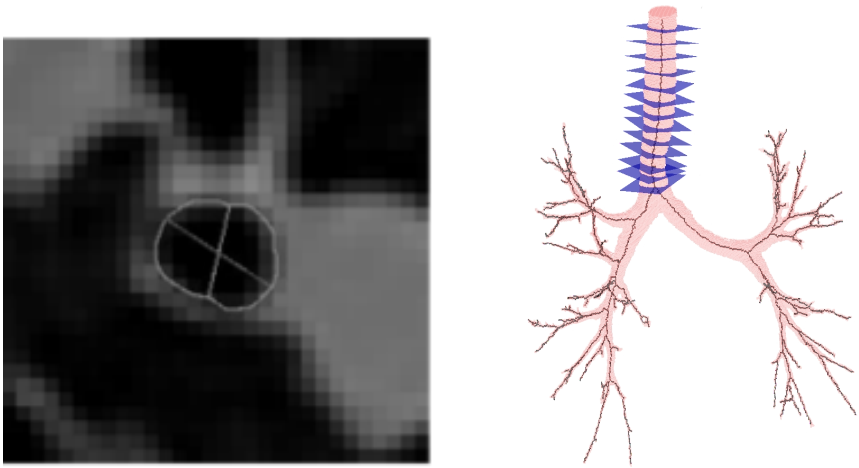
Chapitre 2

Estimation de plans orthogonaux

Sommaire

1 Travaux connexes 23
1.1 Chemins géodésiques 23
1.2 Estimation de tangente 24
1.2.1 Méthode naïve 24
1.2.2 Méthodes basées sur une courbe lissée . . . 25
1.2.3 Estimateurs sur la courbe discrète 27
2 Voronoï Covariance Measure 29
2.1 Formulation sur des nuages de points 29
2.2 Transposition à des ensembles de voxels 32
3 Application du VCM à l'estimation de plans orthogonaux 33
3.1 Estimation 33
3.2 Paramètres du VCM 34
3.2.1 Étude des paramètres du VCM 35
3.2.2 Algorithme pour la détermination du paramètre d'intégration r 38
3.3 Détection des jonctions 39
4 Résultats 41
4.1 Données synthétiques bruitées 41
4.2 Données réelles 45
4.2.1 Estimation à partir de la courbe 45
4.2.2 Estimation à partir du volume 45
5 Bilan du chapitre 46

Diverses mesures géométriques locales peuvent être effectuées afin de caractériser les organes tubulaires : estimation du diamètre et de l'aire d'une section du tube, et mesure de l'épaisseur de la paroi. La précision de ces mesures est un critère indispensable à la bonne caractérisation des tubes. Cependant, ces mesures doivent être faites dans la section 2D prise perpendiculairement à l'axe du tube (cf. Fig. 2.1). Les plans orthogonaux permettent également de raffiner une segmentation existante, comme présenté par Tschirren *et al.* [2005] (cf. Fig. 2.1a). Un plan orthogonal à l'objet est défini par la direction de l'axe du tube (cf. Fig. 2.1b). La **section orthogonale** 2D est l'intersection du plan orthogonal avec l'objet discret.



(a) (b)

FIGURE 2.1 – (a) Section orthogonale 2D obtenue à partir d'une image 3D d'arbre trachéo-bronchique (image tirée de Tschirren *et al.* [2005]). (b) Estimation des plans orthogonaux (en bleu) sur un squelette curvilinéaire (en rouge). Les plans orthogonaux sont utilisés pour faire des mesures précises de diamètre ou d'aire sur un arbre trachéo-bronchique.

Le chapitre se présente comme suit. La Section 1 récapitule les méthodes de l'état de l'art dédiées à l'estimation des plans orthogonaux. Les limites de ces méthodes sont exposées, et motivent l'introduction d'un nouvel estimateur. Cette nouvelle méthode repose sur l'estimateur basé sur la Voronoï Covariance Measure (VCM), présenté dans la Section 2. La Section 3 décrit notre méthode d'estimation de plans orthogonaux. Un avantage majeur est que celle-ci peut être appliquée sur un squelette ou directement sur un volume. Enfin, la Section 4 illustre les résultats obtenus sur des volumes tubulaires synthétiques et des segmentations d'organes tubulaires.

1 Travaux connexes

Les travaux existants s'attachent à capturer la géométrie du tube, en particulier la direction de son élongation, puisque la normale du plan orthogonal est alignée avec l'axe du tube. Les approches classiques se basent sur un squelette curvilinéaire pour en déterminer la tangente. En un point de la courbe, la tangente correspond en effet à la normale du plan orthogonal.

Certaines méthodes d'estimation de plans orthogonaux sur des maillages, telles que L. *et al.* [2001] ou Goyal *et al.* [2012], ont un parallèle intéressant avec notre méthode d'estimation de plans orthogonaux par le VCM (voir Section 3). Les auteurs exploitent, en effet, les normales unitaires à la surface du maillage pour estimer les plans orthogonaux. Cependant, pour des ensembles de voxels, ces méthodes ne sont pas pertinentes car les normales unitaires d'une face d'un voxel ne correspondent pas à la normale de l'objet.

Dans ce qui suit, on s'intéresse uniquement aux méthodes basées sur des ensembles de voxels.

1.1 Chemins géodésiques

La méthode de Reniers et Telea [2007] vise à décomposer un objet en parties significatives. Cette méthode se base sur la reconnaissance de plusieurs boucles géodésiques sur le bord de l'objet. L'ensemble des boucles permet de séparer l'objet en plusieurs parties. Dans le cadre de l'estimation des plans orthogonaux, une boucle peut être vue comme l'intersection d'un plan orthogonal avec la surface de l'objet (cf. Fig. 2.2a), bien que ce rapprochement ne soit pas évoqué par les auteurs.

Pour déterminer l'ensemble des boucles géodésiques associé à un point p de l'axe médian, les auteurs considèrent les projections $F(p)$ de p sur la surface (cf. Chapitre 1). Ils déterminent ensuite les projetés du 26-voisinage de p : $F'(p) = \cup_{x \in \mathcal{N}_{26}(p)} F(x)$. Chaque projeté sur la surface est relié à un autre projeté par des géodésiques γ. L'ensemble de ces chemins forme une boucle géodésique, notée Γ et donnée par :

$$\Gamma(p) = \bigcup_{a,b \in F'(p)} \gamma(a,b)$$

Cette définition implique que la boucle géodésique Γ ne consiste pas nécessairement en une courbe discrète, mais peut être épaisse. L'ensemble Γ est proche de l'intersection du plan orthogonal avec le bord de l'objet dans des parties tubulaires régulières. On peut alors déterminer le plan orthogonal par régression linéaire sur l'ensemble de points Γ. Par ailleurs, dans les zones où plusieurs tubes s'intersectent, i.e. dans les zones de jonctions, les chemins géodésiques forment autant d'arcs que de tubes impliqués dans la jonction (cf. Fig. 2.2b). Dans le cas où le tube possède de fortes variations de diamètre, les chemins

passent par des zones d'étranglement qui minimisent leur longueur (comme illustré en Fig. 2.2c). Ces boucles ne correspondent donc pas à l'intersection du plan orthogonal avec l'objet. Cette méthode ne paraît donc applicable que dans le cas de tubes réguliers, sans variation majeure de diamètre.

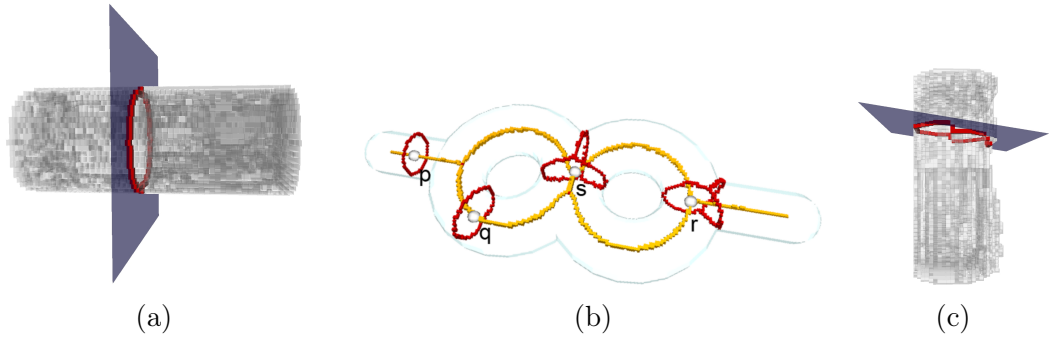


FIGURE 2.2 – Boucles géodésiques (en rouge) sur divers volumes. (a) Correspondance entre boucle géodésique et intersection du plan orthogonal avec la surface d'un cylindre. (b) Boucles géodésiques en quatre points de l'axe médian, p, q, r, s. Aux jonctions, la boucle géodésique est divisée en trois parties. Ces parties ont une correspondance avec l'intersection du plan orthogonal avec la surface de chaque tube impliqué dans la jonction (image d'origine tirée de Reniers et Telea [2007]). (c) La boucle géodésique calculée est sensible aux variations de diamètre du tube.

1.2 Estimation de tangente

Afin de déterminer la direction d'élongation du tube, diverses méthodes s'attachent à estimer la tangente à partir d'une représentation curvilinéaire de l'objet. La tangente à la courbe correspond en effet à la normale du plan orthogonal (cf. Fig. 2.3).

Diverses méthodes existent pour estimer la tangente en un point d'un squelette curvilinéaire. L'estimation de la tangente en un point correspond à l'estimation d'une quantité locale, c'est-à-dire que les points au voisinage du point sont considérés dans l'estimation, et non l'ensemble du squelette. Le principal enjeu est donc de trouver le bon compromis entre une intégration localisée, et qui ne soit pas tributaire d'irrégularités en surface.

1.2.1 Méthode naïve

Une approche naïve pour estimer la tangente en un point consiste à utiliser des différences finies dans le voisinage direct de ce point. Le vecteur tangent $\hat{T}$ au point à la i-ème position de la courbe C est estimé par :

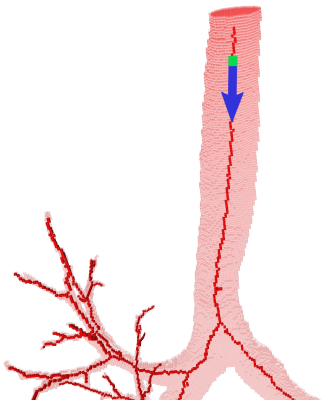


FIGURE 2.3 – Estimation de la tangente (en bleu) en un point (en vert) d'un squelette curvilinéaire.

$$\hat{T}(C_i) = \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{2}$$

Le principal problème de cette approche est que la tangente est très sensible aux irrégularités de la courbe. Il existe deux approches pour pallier ce problème : des méthodes s'attachent à reconstruire une courbe lissée de laquelle on peut estimer la tangente de façon plus robuste ; d'autres sont des estimateurs qui extraient l'information à partir de la courbe discrète.

1.2.2 Méthodes basées sur une courbe lissée

Afin de réduire les effets de discrétisation et l'impact des irrégularités observées sur des courbes discrètes, des méthodes considèrent une courbe lissée.

Convolution avec un filtre gaussien Une méthode consiste à calculer une courbe lissée par un filtre gaussien. On peut ensuite appliquer la méthode naïve pour estimer la tangente. Des limites de cette approche, et communes aux méthodes basées lissage, sont détaillées à l'issue de cette section.

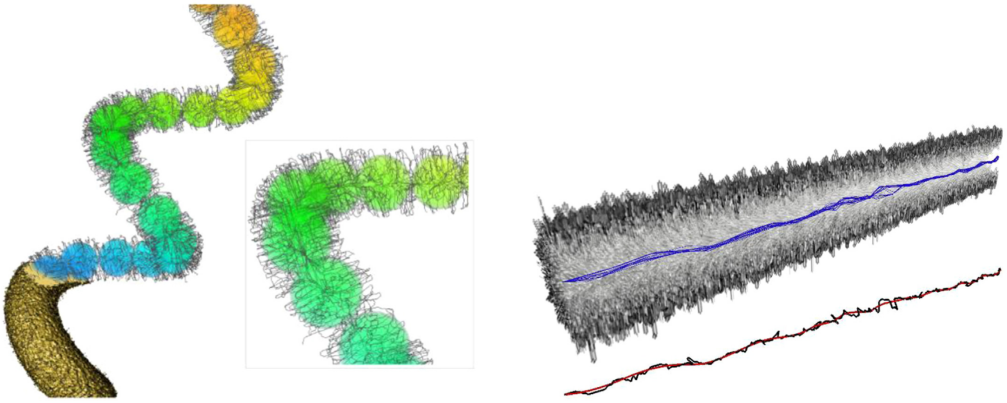
Splines L'estimation naïve étant sensible à la nature discrète de la courbe, une approche consiste à approcher la courbe discrète par une courbe continue. Materka *et al.* [2015] cherchent à calculer des plans orthogonaux sur des vaisseaux sanguins, afin d'effectuer des mesures précises. Les auteurs déterminent tout d'abord le squelette curvilinéaire à partir des organes segmentés. Ensuite, la tangente en un point est donnée par la dérivée d'une spline approximée localement sur le squelette. Cette approche est robuste aux irrégularités de la courbe, mais partage les défauts des méthodes basées lissage.

Centres des zones de chevauchement minimales La méthode de Bradley et Withers [2016] est une étape de post-traitement du squelette qui tient compte de l'information du volume. Les auteurs déterminent un sous-ensemble S' de points centrés dans un objet tubulaire. Ces points sont ensuite reliés pour constituer le squelette S. Plus précisément, la méthode est basée sur les boules inscrites dans le volume, c'est-à-dire les boules centrées en un point du squelette p et de rayon égal à la valeur de transformée en distance $DT(p)$ de p. Les auteurs cherchent un sous-ensemble de boules dont l'union est proche du volume, en minimisant les zones de chevauchement entre les boules (cf. Fig. 2.4). Soit S' l'ensemble des centres des boules dont la zone de chevauchement est minimale. Initialement, S' contient le point c_0 à une extrémité du squelette. Ensuite, soit c_i, un point connu de S' ; on cherche à déterminer le point suivant c_{i+1} qui minimise la zone de chevauchement entre leurs boules inscrites respectives dans le volume. Un sous-ensemble de points $P \subseteq S$ est considéré tel que :

$$P = \{p \in S \mid \|c_i - p\| \leq DT(p) + DT(c_i)\}$$

Le centre de la boule suivant c_{i+1} est donné par :

$$c_{i+1} = \arg\max_{p \in P} (\|c_i - p\|)$$



(a) (b)

FIGURE 2.4 – Méthode des zones de chevauchement minimales des boules inscrites de Bradley et Withers [2016], dont les images sont tirées. (a) Boules inscrites qui minimisent la zone de chevauchement. Le squelette est obtenu en reliant par des chemins les centres des boules. (b) Famille de courbes obtenues en considérant différents points initiaux (en bleu). Le squelette en noir correspond au squelette initial, et le squelette en rouge au squelette lissé.

Ensuite, les centres des boules de S' sont reliés par des splines. La courbe résultante dépend du point initial choisi : les centres des boules avec une zone

de chevauchement minimale sont localisés à des positions différentes en fonction du point initial. Ainsi, les auteurs calculent une famille de courbes en prenant plusieurs points initiaux choisis aléatoirement. Le squelette résultant correspond à la courbe résultant de la moyenne des ensembles de points appartenant à la famille de courbes. Les auteurs utilisent ensuite cette courbe pour estimer la longueur et la sinuosité d'une branche. Elle pourrait également être utilisée pour estimer la tangente. Cette approche est cependant sensible aux irrégularités importantes du squelette initial, puisque les valeurs de transformée en distance pour ces points ne correspondent pas au rayon du tube. Les centres des boules peuvent donc être proches les uns des autres, et les parties irrégulières sont alors conservées.

Limites Le principal problème des méthodes basées sur un lissage est que des détails pertinents de la courbe discrète peuvent être gommés. Par ailleurs, elles dépendent souvent d'un paramètre (σ pour la gaussienne, par exemple), souvent lié à la taille du voisinage à prendre en compte. Il faut donc avoir un *a priori* sur la courbe initiale pour choisir correctement les paramètres.

1.2.3 Estimateurs sur la courbe discrète

L'approche naïve d'estimation de la tangente est insuffisante puisque, bien souvent, le voisinage direct d'un point n'est pas représentatif de la géométrie de la courbe. Il faut donc déterminer quelle est la partie pertinente de la courbe pour l'estimation de tangente. La longueur de ces parties est variable en fonction de la courbure : dans des zones de forte courbure, des petites parties de la courbe doivent être considérées afin de tenir compte des inflexions de la courbe. Les approches décrites ci-après visent à déterminer automatiquement la partie de la courbe discrète pertinente à l'estimation de tangente en un point.

Segments discrets Plusieurs méthodes sont basées sur la reconnaissance des segments de droite discrets. En 3D, un segment de droite discret de vecteur directeur $(a, b, c) \in \mathbb{Z}^3$ et de positions μ et μ' satisfait les deux inégalités suivantes :

$$\mu \leq cx - az < \mu + |a| + |c| \tag{2.1}$$

$$\mu' \leq bx - ay < \mu' + |a| + |b| \tag{2.2}$$

L'idée est qu'un segment de droite localement confondu avec la courbe donne une bonne estimation de la tangente. Les méthodes existantes varient dans la façon de reconnaître les segments de droite. La difficulté est de reconnaître des segments qui soient à la fois le plus long possible et localisés autour du point d'intérêt [De Vieilleville, 2007].

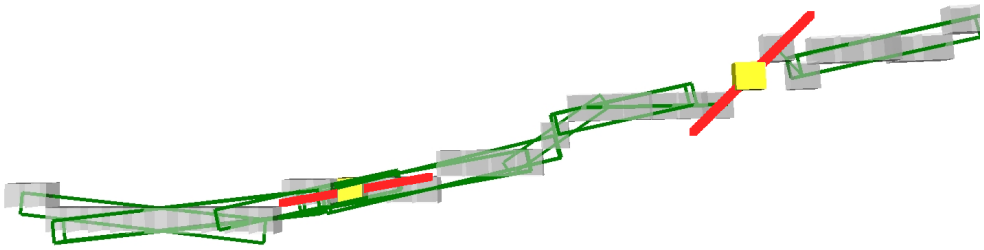


FIGURE 2.5 – Tangente (en rouge) estimée par le λ-MST en deux points (en jaune) d'une courbe 3D (en gris). Les segments maximaux sont représentés en vert. La tangente correspond à une moyenne pondérée de l'orientation des segments maximaux passant par ce point. Sur le point à droite, la tangente estimée est dépendante des irrégularités de la courbe puisque l'estimation se fait sur un point au centre d'un segment où ne passe que ce dernier.

λ-MST Le λ-MST de Lachaud *et al.* [2007], étendu en 3D par Postolski *et al.* [2012], est un estimateur de tangente qui s'adapte à la forme locale de la courbe.

La méthode repose sur la décomposition de la courbe en segments maximaux, décrite initialement dans Feschet et Tougne [1999] sous le nom de couverture tangentielle. Un segment maximal est un sous-ensemble de la courbe. Il correspond à la discrétisation d'un segment de droite qui ne peut être étendu ni à gauche, ni à droite sur la courbe.

Un point peut appartenir à plusieurs segments maximaux. L'idée du λ-MST pour l'estimation de la tangente est de pondérer l'orientation de tous les segments maximaux passant par le point (cf. Fig. 2.5, sur une courbe 3D).

Notons par $P(p)$ l'ensemble des segments maximaux passant par p, $\vec{t}_M$ le vecteur directeur du segment maximal M. Des poids sont attribués à chacun des segments en fonction de l'excentricité e_M de p par rapport au segment M, définie comme $e_M(p) = \dfrac{M_p - M_f}{M_d - M_f}$ où $M_p - M_f$ est la distance exprimée en différence d'indices entre le point p et le dernier point f de M, et $M_d - M_f$ est la longueur du segment M. Cette fonction est donc décroissante sur l'intervalle $[M_d, M_f]$ de 1, pour $M_p = M_d$, à 0, lorsque $M_p = M_f$. La composée de fonctions $\lambda \circ e_M$ permet de donner plus de poids à l'orientation d'un segment si p est proche du centre de ce segment. Généralement, λ est la fonction triangle, avec $\lambda(0) = \lambda(1) = 0$, et un pic en $x = 0.5$. Le vecteur tangent en un point p est estimé par :

$$\hat{T}(p) = \frac{\sum_{M \in P(p)} \lambda(e_M(p))\ \vec{t}_M}{\sum_{M \in P(p)} \lambda(e_M(p))} \tag{2.3}$$

Cette approche a pour avantage de respecter la géométrie de la courbe. Ce-

pendant, pour de courtes parties irrégulières ou bruitées, il est possible d'avoir une estimation de tangente biaisée (cf. Fig. 2.5). Dans le pire des cas, l'estimation s'apparente ainsi à une estimation naïve.

2 Voronoï Covariance Measure

Notre approche d'estimation de plans orthogonaux repose sur la mesure de covariance du diagramme de Voronoï (Voronoï Covariance Measure, ou VCM). Le VCM permet l'estimation de normales à la surface d'un objet donné. Le VCM a tout d'abord été décrit et formalisé sur des nuages de points, puis transposé à des ensembles de voxels.

2.1 Formulation sur des nuages de points

Le VCM a été inspiré par les travaux de Alliez *et al.* [2007] dans le cadre de la reconstruction de surfaces à partir d'un nuage de points. La reconstruction de surfaces passe généralement par l'estimation de normales. Les deux principaux enjeux dans cette optique sont, d'une part, de prendre en compte la géométrie sous-tendue par le nuage de points, et d'autre part, de s'abstraire du bruit. La méthode de Alliez *et al.* [2007] relève ces deux enjeux en faisant une analyse en composantes principales (ACP) d'un ensemble de cellules de Voronoï. L'idée est que la cellule de Voronoï d'un point est allongée dans le sens de sa normale (cf. Fig. 2.6a).

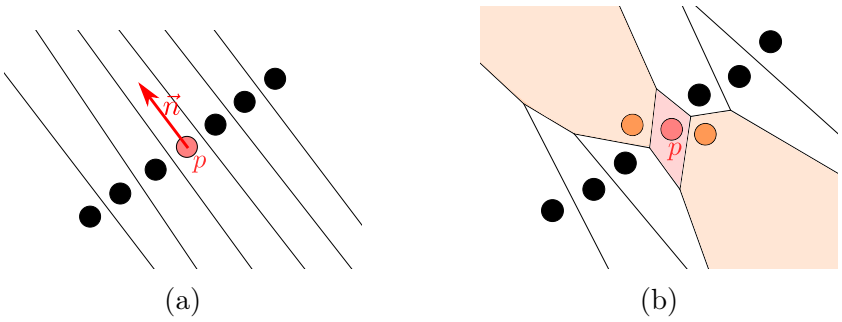


FIGURE 2.6 – Nuages de points 2D et diagrammes de Voronoï associés dont la limite des cellules est représentée par les lignes noires. (a) La forme des cellules de Voronoï est liée à la direction de la normale. (b) Dans un cas bruité, la correspondance entre cellule de Voronoï du point p (en rouge) et normale en ce point est perdue. Il est possible de la retrouver en considérant les cellules de Voronoï des points au voisinage de p (en orange).

Soit p un point $\in \mathbb{R}^3$ et Vor(p) sa cellule de Voronoï. La matrice de covariance **cov(.)** d'une cellule de Voronoï est dépendante de son centre de gravité

g et est donnée par :

$$\mathbf{cov}(\mathrm{Vor}(p)) = \int_{\mathrm{Vor}(p)} (x-g)(x-g)^T dx$$

La normale à un point est approchée par le vecteur avec la plus grande valeur propre dans la matrice de covariance de sa cellule de Voronoï. Cependant, en présence de bruit, la forme de la cellule de Voronoï d'un point est perturbée et ne permet pas d'estimer la normale de façon robuste. Pour pallier ce problème, les cellules de Voronoï des points au voisinage de p sont prises en compte dans le calcul de covariance (cf. Fig. 2.6b). Une procédure automatique permet de déterminer les voisins nécessaires à une estimation robuste de la normale en estimant l'anisotropie de l'union de cellules de Voronoï, c'est-à-dire leur élongation dans une direction. Soient $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ les valeurs propres de la matrice de covariance d'une cellule de Voronoï de site p, alors l'anisotropie σ d'une cellule de Voronoï est estimée par $\sigma(\mathrm{Vor}(p)) = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3}$. La taille du voisinage r est incrémentée jusqu'à ce que l'anisotropie de l'union des cellules de Voronoï intégrées soit suffisamment importante (cf. Algorithme 1).

Algorithme 1 : Détermination automatique de la taille du voisinage r en considérant l'anisotropie des cellules de Voronoï, par Alliez *et al.* [2007].

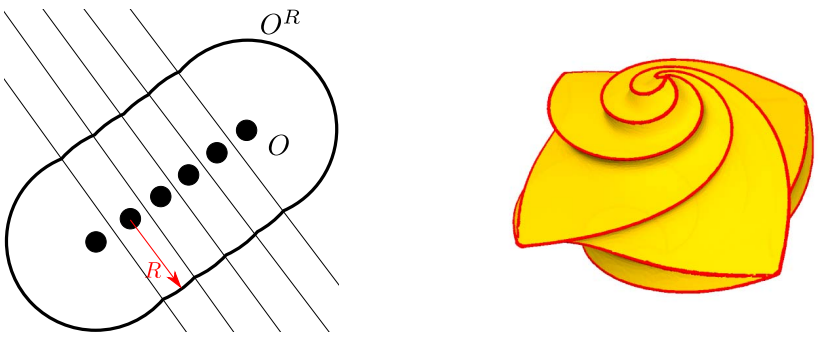
Données : p point initial, t seuil pour l'anisotropie, r_{max} taille de voisinage maximale
Résultat : r taille du voisinage

1 $r \leftarrow 0$
2 $S \leftarrow \mathrm{Vor}(p)$
3 **répéter**
4 $\quad M \leftarrow \mathrm{ACP}(S)$
5 $\quad (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \leftarrow \mathrm{eigval}(M)$
6 $\quad \sigma(S) \leftarrow 1 - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_3}$
7 $\quad r \leftarrow r + 1$
8 $\quad S \leftarrow \bigcup_{s \in B(p,r) \cap O} \mathrm{Vor}(s)$
9 **jusqu'à** $\sigma(S) > t$ ***ou*** $r > r_{max}$;
10 **retourner** r

Le VCM dérive du travail précédent et est formalisé pour la première fois par les travaux de Mérigot *et al.* [2011] dans le cadre de l'extraction de points saillants. Le VCM comprend un paramètre d'*offset* R supplémentaire, afin de considérer la forme des cellules de Voronoï de façon plus locale. Le diagramme de Voronoï étant global par nature, la forme des cellules de Voronoï aux pôles est souvent peu pertinente, voire n'est localement pas représentative de la géométrie du nuage de points : les cellules de Voronoï de la Fig. 2.6b en constituent

un exemple. Le *R-offset*, noté O^R, permet de limiter les cellules de Voronoï localement autour des sites $s(.)$ et est défini par l'union de boules B centrées en chaque point de l'objet O :

$$O^R = \cup_{o \in O} B(o, R)$$



(a) (b)

FIGURE 2.7 – Définition et application du VCM sur nuage de points. (a) *R-offset* O^R limitant les cellules de Voronoï localement autour des points de l'objet O pour le calcul du VCM. (b) Exemple de résultats obtenu pour l'extraction de points saillants (en rouge), image tirée de Mérigot *et al.* [2011].

Les cellules de Voronoï considérées dans le calcul du VCM sont bornées par le *R-offset* : $\mathrm{Vor}_R(p) = \mathrm{Vor}(p) \cap O^R$ (cf. Fig. 2.7a). La matrice de covariance d'une cellule de Voronoï bornée par le *R-offset* est alors donnée par :

$$\mathbf{cov}(\mathrm{Vor}_R(p)) = \int_{\mathrm{Vor}_R(p)} (x - s(x))(x - s(x))^T dx$$

Notons que l'on considère, dans le calcul de covariance, les sites $s(.)$ des cellules de Voronoï et non leur centre de gravité, puisqu'un site est généralement plus proche du centre de gravité de l'union des cellules de Voronoï intégrées.

Soit $W = B(p, r) \cap O$, l'ensemble des points intégrés de l'objet autour du point p. Le VCM en p, noté $\mathcal{V}(p)$, est donné par :

$$\mathcal{V}(p) = \sum_{w \in W} \mathbf{cov}(\mathrm{Vor}_R(w))$$

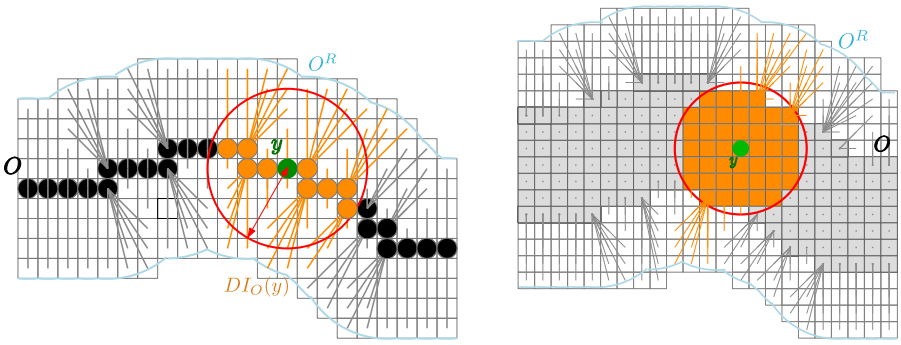
L'intégration de plusieurs cellules de Voronoï dans l'estimation permet de s'affranchir des effets de discrétisation. En outre, Mérigot *et al.* [2011] montrent que l'estimateur est robuste aux *outliers* au sens de Hausdorff, c'est-à-dire aux irrégularités situées à une faible distance du nuage de points.

Les auteurs utilisent le VCM pour déterminer les points saillants d'un objet 3D. En effet, pour les points appartenant aux arêtes d'un objet, les cellules de

Voronoï sont aplaties. La forme des cellules étant capturées par le VCM, un critère mesurant l'anisotropie des cellules permet de classifier un point en tant que saillant ou non-saillant : $\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}$. Un exemple de résultat est montré en Figure 2.7b.

2.2 Transposition à des ensembles de voxels

Le VCM a été défini de façon analogue pour des ensembles de voxels dans Cuel *et al.* [2014b]. Pour de tels objets, l'enjeu est de déterminer les points à considérer dans l'intégration.



(a) (b)

FIGURE 2.8 – Calcul du VCM en un point y (en vert) sur deux objets discrets 2D O (a) une courbe et (b) un objet épais. Les vecteurs correspondent à une représentation alternative des cellules de Voronoï, où chaque point du domaine est relié à son site. (a) Le VCM est la matrice de covariance des cellules de Voronoï dans le domaine d'intégration $DI_O(y)$ (vecteurs associés en orange). (b) Les cellules de Voronoï se réduisent au site pour les points à l'intérieur de l'objet O. Seuls les points au bord de l'objet possèdent une cellule de Voronoï allongée.

On rappelle que W correspond à l'intersection de la boule d'intégration de rayon r avec l'objet O, et que O^R est le R-*offset* de O. Le domaine d'intégration du VCM discret $DI_O(p, r, R)$ en p est donné par :

$$DI_O(p, r, R) = \cup_{w \in W} \left(\mathrm{Vor}(w) \cap O^R\right)$$

Le VCM est la matrice de covariance des points du domaine d'intégration DI_O (cf. Fig. 2.8). Le VCM discret $\mathcal{V}_O(p, r, R)$ est donné par :

$$\mathcal{V}_O(p, r, R) = \sum_{x \in DI_O(p,r,R)} (x - s(x))(x - s(x))^T$$

Là-aussi, la normale correspond au vecteur avec la plus grande valeur propre dans la matrice de covariance. Le VCM est défini sur tout ensemble compact. Sur la Figure 2.8a, le VCM est calculé sur un point d'une courbe discrète 2D, et sur la Figure 2.8b, il est calculé sur un objet discret 2D épais. Puisque la cellule de Voronoï d'un point situé à l'intérieur d'un objet est réduite au site, elle ne modifie pas la matrice de covariance calculée. Seuls les points au bord de l'objet possèdent une cellule de Voronoï allongée, qui contribue au calcul du VCM. Dans le cas d'objets épais, la taille de la boule d'intégration est donc cruciale : suffisamment de points de surface doivent être pris en considération, tout en conservant une intégration locale autour du point initial.

Le VCM converge asymptotiquement, la preuve de convergence est disponible dans l'article de Cuel *et al.* [2014b]. Par ailleurs, les auteurs montrent que le VCM est robuste au bruit de Hausdorff, c'est-à-dire à des points bruités situés à proximité de l'objet. En revanche, en cas d'*outliers* éloignés de l'objet, la méthode n'est pas robuste. En effet, le diagramme de Voronoï étant global par nature, il est perturbé par un point isolé. Les cellules de Voronoï d'un *outlier* peuvent impacter la forme des cellules de points appartenant à l'objet.

3 Application du VCM à l'estimation de plans orthogonaux

À partir du VCM, des normales robustes peuvent donc être obtenues en tout point de la surface d'un objet discret. Nous allons utiliser l'information capturée par le VCM pour extraire les plans orthogonaux sur des organes tubulaires.

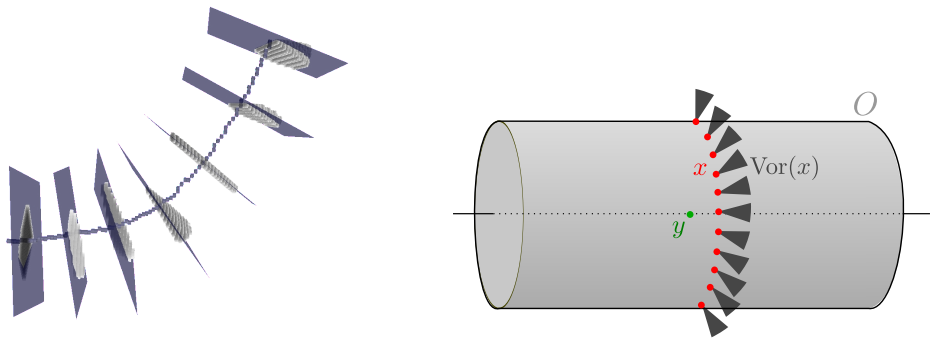
3.1 Estimation

Notre méthode d'estimation des plans orthogonaux a été décrite dans Grélard *et al.* [2015]. L'idée est qu'une cellule de Voronoï sur un point d'une courbe 3D est allongée dans deux directions principales formant une base du plan orthogonal à la courbe (cf. Fig. 2.9a). Comme expliqué en Section 2, le VCM estime la forme des cellules de Voronoï en un point en intégrant plusieurs cellules de Voronoï au voisinage de ce point. En 2D, la normale en un point d'une courbe discrète est approchée par le vecteur propre avec la plus grande valeur propre dans le VCM. Estimer un plan orthogonal sur une courbe discrète est le pendant 3D de l'estimation de normales en 2D. Le vecteur $\vec{v}_1$ avec la plus petite valeur propre correspond à la tangente à la courbe. Ainsi, le plan orthogonal $\mathcal{P}(p)$ en p de normale $\vec{n}_{\mathcal{P}}$ est donné par :

$$\vec{n}_{\mathcal{P}} = \vec{v}_1(\mathcal{V}_O(p))$$

Puisque le VCM est défini sur tout ensemble compact, l'estimation des plans orthogonaux peut se faire sur tout objet discret, et pas nécessairement sur une courbe. Cela implique que l'estimation ne passe pas nécessairement par une étape préalable de squelettisation. Cependant, celle-ci doit se faire sur des parties tubulaires puisque les plans orthogonaux ne sont définis que dans ces zones.

Le plan orthogonal estimé en un point p correspond à l'union des cellules de Voronoï dont les sites sont localisés au bord de l'objet, et au voisinage de p (cf. Fig. 2.9b). De façon similaire à l'estimation sur une courbe discrète, la base du plan orthogonal est donnée par les deux vecteurs propres ayant les valeurs propres les plus élevées. Dans le cas d'un objet 3D, il est nécessaire d'intégrer les points de surface nécessaires et suffisants pour que le plan orthogonal soit aligné avec les cellules de Voronoï. Les paramètres r et R sont donc très importants pour une estimation précise de la normale en un point. Une étude empirique corrélant la géométrie du tube au choix de ces paramètres est détaillée dans la section suivante.



(a) (b)

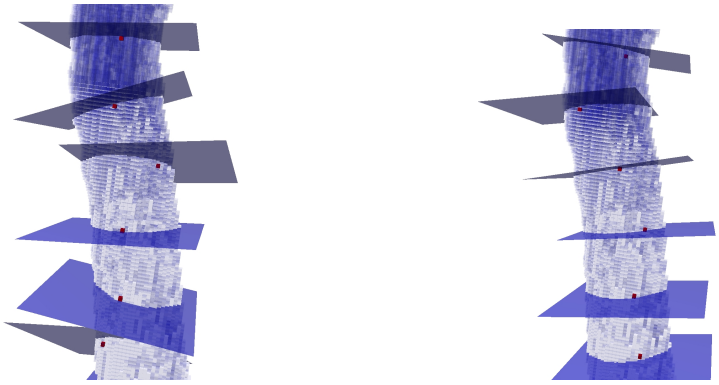
FIGURE 2.9 – Correspondance entre les cellules de Voronoï et les plans orthogonaux. (a) Les cellules de Voronoï (en gris) déterminées aux points de la courbe sont alignées avec les plans orthogonaux (en bleu). (b) Calcul du VCM sur un volume (un cylindre) sur un point de la ligne centrale y. De la même façon qu'en 2D (cf. Fig. 2.8b), seuls les points x au bord de l'objet ont une cellule de Voronoï $\mathrm{Vor}(x)$ qui ne soit pas réduite à leur site. Le plan orthogonal en y est aligné avec les cellules de Voronoï dont les sites sont sur le bord de l'objet et proches de y.

3.2 Paramètres du VCM

Le choix des paramètres du VCM, c'est-à-dire le paramètre d'intégration r et le *R-offset*, est crucial afin de fournir une estimation de plans orthogonaux

qui soit précise. L'algorithme 1 permet de déterminer r automatiquement en fonction de l'anisotropie de l'union des cellules de Voronoï. Un inconvénient de cette méthode est que l'anisotropie est dépendante du seuil choisi et du paramètre d'*offset* R : la valeur d'anisotropie augmente avec R. Par ailleurs, pour des points situés à proximité de la surface de l'objet, le seuil d'anisotropie peut être atteint en intégrant des cellules de Voronoï dont les sites sont localisés sur une zone restreinte du tube. La forme des cellules de Voronoï intégrées n'est donc pas nécessairement représentative de la forme du tube (cf. Fig. 2.10a).

Dans cette section, une étude empirique pour le choix des paramètres du VCM a été menée. L'idée est de vérifier si une corrélation existe entre la géométrie du tube, en particulier son rayon, et les paramètres du VCM. À partir de cette étude, une méthode permet de déterminer automatiquement la valeur de r qui permet une estimation robuste des plans orthogonaux.



(a) (b)

FIGURE 2.10 – Estimation de plans orthogonaux (en bleu) à partir de points proches de la surface (en rouge) de l'objet 3D. Le choix de r est indispensable à la bonne estimation des plans orthogonaux. (a) En utilisant l'algorithme 1 de Alliez *et al.* [2007], l'estimation est biaisée car le r choisi est trop petit, ce qui implique que la forme des cellules de Voronoï intégrées est tributaire d'irrégularités en surface. (b) Estimation des plans orthogonaux en utilisant notre méthode (cf. Algorithme 2) qui tient mieux compte de la forme globale du tube.

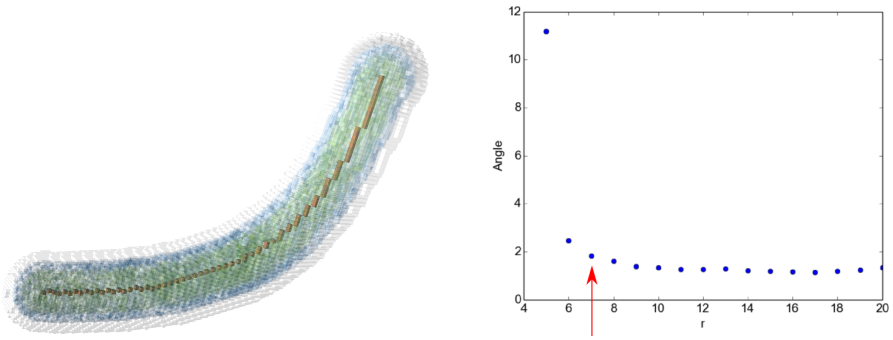
3.2.1 Étude des paramètres du VCM

Nous étudions ici comment choisir les paramètres d'intégration r et d'*offset* R en fonction de la géométrie du tube. Pour différents tubes synthétiques, de rayon ρ connu, deux types d'évaluation sont effectués :

1. à partir de points centrés dans l'objet ;

2. à partir de points non centrés.

Les tubes synthétiques sont générés par une équation paramétrique $x(t) = t$, $y(t) = t$, $z(t) = \ln(t)$. Le volume est formé de l'union des boules de rayon ρ et centrées en chaque point de la courbe paramétrique (cf. Fig. 2.11a).



(a) (b)

FIGURE 2.11 – (a) Volume synthétique tubulaire : les différentes couleurs représentent différents rayons du tube. (b) Différence d'angle entre les tangentes théorique et calculée par notre méthode, en fonction du rayon d'intégration r pour un volume tubulaire de rayon $\rho = 5$. Le r optimal (indiqué par une flèche rouge) correspond à la plus petite abscisse où la dérivée de la courbe est proche de 0.

Pour chacun des volumes tubulaires, les plans orthogonaux sont estimés en chaque point de la courbe avec notre méthode. À partir de l'équation paramétrique, le vecteur tangent théorique T en un point p de coordonnées $(x(t), y(t), z(t))$ est : $T(p) = (x'(t),\ y'(t),\ z'(t))$.

Choix de r La différence d'angle entre la tangente théorique et la tangente calculée par le VCM permet d'estimer la déviation de la tangente calculée en fonction du rayon d'intégration r. Le rayon r optimal correspond à la plus petite abscisse où la dérivée de la courbe Angle $= f(r)$ est proche de 0 (cf. Fig. 2.11b). Le tableau 2.1 résume les rayons d'intégration r optimaux pour chaque point de la ligne centrale.

Sur la courbe ($\rho = 0$), la valeur optimale de r est 5, pour laquelle la différence d'angle avec la tangente théorique est de 2 degrés. Dans le cas d'une courbe, r doit être choisi pour que les effets de discrétisation n'influent pas sur la forme des cellules de Voronoï intégrées.

Pour les volumes avec $\rho > 2$, la valeur optimale de r dépend directement du rayon du tube. Tous les points du bord de la section orthogonale en un point donné doivent être pris en compte dans le domaine d'intégration. Choisir $r = \rho$

TABLE 2.1 – Valeurs optimales de r et R pour différents volumes de rayon ρ : courbe théorique ($\rho = 0$), et tubes de différents rayons (de $\rho = 1$ à $\rho = 10$). Les résultats montrent que le rayon d'intégration r est dépendant du rayon du tube ρ. Ce n'est pas le cas pour R.

Volume ($\rho =$)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r optimal	5	5	5	5	6	7	8	9	10	11	12
R optimal	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7

n'est pas suffisant en raison des effets de discrétisation. Ceci est confirmé par l'expérimentation qui donne une valeur optimale pour r quand il est égal à $\rho + 2$. Cette observation n'est toutefois pas vérifiée pour les tubes de faible rayon ($\rho \leq 2$). Pour ces tubes, le rayon d'intégration r optimal est plus élevé, ce qui peut s'expliquer par le fait qu'il est nécessaire de tenir compte d'un plus grand voisinage, en raison de la faible résolution.

Les résultats précédents sont vrais pour l'estimation du plan orthogonal en des points de la ligne centrale. Nous nous intéressons désormais au choix optimal de r pour des points non centrés dans le volume. On suppose qu'il faut choisir le même rayon d'intégration r pour tous les points à la même distance du bord du tube. Le protocole pour estimer le meilleur choix de r pour des points non centrés suit quatre étapes : (a) créer des groupes de points avec la même valeur de transformée en distance DT ; (b) pour chaque groupe G, utiliser différentes valeurs de r ; (c) estimer la normale du plan orthogonal avec le VCM en chaque point $g \in G$; et (d) identifier la valeur optimale pour r comme rayon, c'est-à-dire la plus petite abscisse de la courbe $r \mapsto$ Moyenne(Angle) où la dérivée est proche de 0. Le plan orthogonal théorique est le plan orthogonal à la ligne centrale (courbe) intersectant g. Dans ce qui suit, le tube de rayon $\rho = 7$ est utilisé.

TABLE 2.2 – Valeurs optimales de r sur un tube de $\rho = 7$ pour des points non-centrés.

Valeur de DT	1	2	3	4	5	6
r optimal	16	15	14	13	11	10

Le tableau 2.2 montre les valeurs optimales de r obtenues en des points avec les mêmes valeurs de DT, c'est-à-dire appartenant au même groupe. Plus un point est proche de la surface de l'objet (valeurs de DT faibles), plus r est élevé. Par conséquent, pour un point non-centré dans le volume, il n'est pas possible de définir r à $\rho + 2$ comme pour les points centrés. En effet, tous les

points du bord de la section orthogonale sont nécessaires à l'estimation. En d'autres termes, lorsqu'un point est proche de la surface de l'objet, les points de la surface situés à l'opposé du tube doivent être pris en compte dans le domaine d'intégration du VCM. L'algorithme 1 de Alliez *et al.* [2007] peut donner de faibles valeurs de rayon pour des points non centrés (cf. Fig. 2.10a), cet algorithme n'est pas donc adapté dans ce contexte.

Cependant, l'observation selon laquelle tous les points du bord de l'objet doivent être pris en compte pose problème pour des points situés dans des zones de courbure élevée. En effet, puisque l'intégration est faite par l'intersection de l'objet par une boule, trop de points de surface seront intégrés afin de bien tenir compte de la courbure locale. Ainsi, l'observation précédente ne tient que pour les volumes tubulaires de faible courbure.

Choix de R La même étude a été menée pour des valeurs de R. Les résultats dans le tableau 2.1 montrent que les valeurs optimales de R sont indépendantes du rayon ρ du volume. La valeur idéale de R est donc indépendante du rayon du tube ρ. De façon informelle, R devrait être suffisamment important pour tenir compte des effets de discrétisation des cellules de Voronoï, mais suffisamment faible pour une intégration locale.

3.2.2 Algorithme pour la détermination du paramètre d'intégration r

D'après la section précédente, le rayon d'intégration r doit être choisi de façon à capturer la forme locale de l'objet, tout en ne tenant pas compte des irrégularités en surface. D'après l'étude des paramètres de la section précédente, le rayon d'intégration r pour des points centrés est fonction du rayon du tube et doit être choisi comme $\rho + 2$. Cette étude montre aussi que r doit être choisi pour qu'il contienne (a) les points en surface de l'objet pour lesquels les cellules de Voronoï associées sont alignées avec le plan orthogonal attendu et (b) le moins de points de surface non pertinents. Puisque l'on cherche précisément à estimer le plan orthogonal, les points en surface pertinents ne sont pas connus *a priori*. Dans ce qui suit, une procédure automatique est utilisée pour estimer de façon robuste le rayon r pertinent de la boule d'intégration.

L'idée est d'incrémenter progressivement le rayon r de façon à ce que la boule d'intégration inclue tous les points de la section orthogonale du tube. Soit $\mathcal{P}(p)$ le plan orthogonal en un point p. Le rayon initial r_0 est choisi comme $DT(p) + 2$. Cette valeur n'est pas suffisante pour les points p non centrés dans l'objet. Un premier plan orthogonal $\mathcal{P}_0(p)$ est estimé avec la valeur de rayon initial r_0. Soit C la section orthogonale donnée par $\mathcal{P}(p) \cap O$ et qui contient p. Soit $d_{max}(p, C)$ la plus grande distance entre p et $x \in C$. Si $d_{max}(p, x) > r$, alors r est incrémenté. Cette procédure est répétée tant qu'il y a un point dans C qui est à une distance de p supérieure à r. Cette procédure permet

d'avoir une valeur de r suffisante pour inclure tous les points de surface de C nécessaires à l'estimation (cf. Algorithme 2).

Algorithme 2 : Détermination automatique de la taille du voisinage r en considérant la section orthogonale 2D définie par le plan estimé par notre méthode.

Données : p point initial, O objet, DT transformée en distance de O, r_{max} taille de voisinage maximale
Résultat : r taille du voisinage

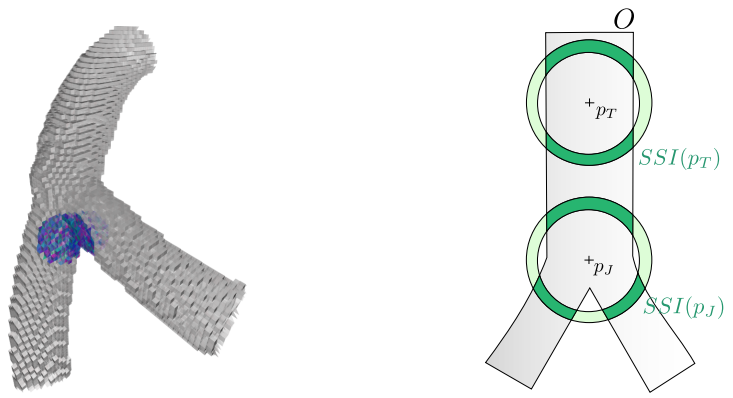
1 $r \leftarrow DT(p) + 2$
2 **répéter**
3 $\quad \mathcal{V} \leftarrow \mathrm{VCM}(r)$
4 $\quad (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) \leftarrow \mathrm{eigvec}(\mathcal{V})$
5 $\quad \vec{n}_{\mathcal{P}(p)} \leftarrow \vec{v}_1$
6 $\quad C \leftarrow \mathcal{P}(p) \cap O$
7 $\quad r \leftarrow r + 1$
8 **jusqu'à** $d_{max}(p, C) < r$ ***ou*** $r > r_{max}$;
9 **retourner** r

3.3 Détection des jonctions

La méthode d'estimation des plans orthogonaux fait la supposition que les points intégrés de l'objet correspondent à une zone localement tubulaire. Les organes tubulaires peuvent toutefois contenir des jonctions, qui sont des zones non-tubulaires (cf. Chapitre 1). On désigne par jonctions, ou bifurcations, les zones où plusieurs tubes s'intersectent. Chaque tube impliqué dans une jonction est allongé selon une direction différente. Par conséquent, l'orientation des plans orthogonaux sur chacun des tubes est différente. La méthode d'incrémentation du rayon de l'algorithme 2 va considérer l'ensemble des tubes impliqués dans la jonction, c'est-à-dire l'ensemble des normales associées à leur surface. En résulte un plan orthogonal dont la direction de la normale est influencée par l'ensemble des contributions, sur chaque tube, des normales en surface. Dans l'objectif d'obtenir des mesures géométriques précises, il est donc important de pouvoir détecter automatiquement les jonctions afin de ne pas considérer ces zones dans l'estimation.

La géométrie de la jonction peut être vue comme une zone en « selle de cheval », c'est-à-dire une zone où les courbures principales sont de signe opposé (cf. Fig. 2.12a). La détection des jonctions pourrait être effectuée en utilisant des estimateurs de courbure, comme ceux présentés dans l'article de Coeurjolly *et al.* [2012]. Une autre approche basée géométrie [Kumar *et al.*, 2015] s'attache à détecter l'augmentation de l'ellipticité et du rayon dans les sections

orthogonales prises dans les jonctions. Le problème de telles approches est que la géométrie de la jonction est variable (angle entre les tubes, nombre et diamètre des tubes impliqués) ce qui rend leur détection par de telles approches peu fiable.



(a) (b)

FIGURE 2.12 – (a) Parallèle entre la géométrie d'une zone selle (en bleu) et une jonction. (b) Méthode par l'intersection d'anneaux (SSI, en vert foncé) permettant de détecter les jonctions. Le nombre de composantes connexes de l'intersection des anneaux avec le volume O est égal à deux dans une partie tubulaire (p_T) et à trois dans une jonction (p_J).

Une approche, basée sur la topologie des jonctions a été décrite par Xiong *et al.* [2012]. Les auteurs utilisent l'intersection d'anneaux avec le volume (*Spherical Shell Intersection*, ou SSI) afin d'extraire les parties tubulaires ou les jonctions. Le SSI est défini comme la différence entre deux boules concentriques intersectées avec le volume. Le nombre de composantes connexes du SSI est égal, dans une partie tubulaire, à deux et, dans une jonction, au nombre du tubes impliqués dans celle-ci (cf. Fig. 2.12b). Les deux boules sont définies par la distance géodésique de façon à ne considérer l'objet que localement. Les auteurs montrent que le choix pour les rayons des deux boules est déterminant dans la détection des jonctions. En effet, si le rayon de la boule interne est trop faible, une zone de jonction pourrait être considérée comme une partie tubulaire. À l'inverse, si ce rayon est trop important, une jonction impliquant un ou plusieurs tubes de faible longueur pourrait ne pas être détectée comme telle. Les auteurs de Xiong *et al.* [2012] choisissent les rayons de façon empirique en se basant sur les valeurs de transformée en distance à partir de points centrés et pour des tubes avec des sections orthogonales circulaires, c'est-à-dire dans des cas où la valeur de DT est égale au rayon du tube. Cependant, la valeur de DT ne correspond pas au rayon pour des tubes avec des sections orthogonales elliptiques. Ainsi, nous déterminons des valeurs de rayon qui ont du sens quelle que

soit la forme du tube, en nous basant sur notre méthode d'estimation des plans orthogonaux. Soit p un point où l'on cherche à déterminer s'il appartient à une zone de jonction ou à une zone tubulaire. Tout d'abord, le plan orthogonal en ce point est estimé avec notre méthode. Le rayon r pour la boule d'intégration est choisi en appliquant l'algorithme 2. Ensuite, une analyse en composantes principales de la section orthogonale permet d'extraire la longueur du grand axe. Cette longueur détermine le rayon r_{int} de la boule interne. Le rayon de la boule externe est fixé à $r_{\text{ext}} = 1.5 * r_{\text{int}}$. Les points satisfaisant $\text{SSI}(p) \geq 3$ ne sont pas considérés dans l'estimation des plans orthogonaux.

4 Résultats

Dans cette section, la méthode d'estimation des plans orthogonaux basée sur le VCM est évaluée par comparaison avec le λ-MST (cf. Section 1). Notre méthode, ainsi que l'ensemble des contributions présentées dans cette thèse, sont implémentées grâce à la bibliothèque DGtal [D. Coeurjolly *et al.*, 2016], rassemblant divers outils de géométrie discrète, dont une implémentation du λ-MST.

L'évaluation qui suit est d'une part quantitative, sur des volumes synthétiques dont on maîtrise l'équation de la ligne centrale, et d'autre part visuelle, sur des segmentations d'organes tubulaires tels que le côlon, l'arbre trachéo-bronchique, ou les neurites. L'estimation des plans orthogonaux par notre méthode se fait à partir d'un squelette mais aussi directement à partir de l'objet discret.

4.1 Données synthétiques bruitées

L'objectif est d'évaluer la précision de notre méthode et sa robustesse aux irrégularités présentes sur une courbe, ou en surface du volume. Nous comparons notre méthode à l'estimateur λ-MST. Deux volumes sont utilisés : un tube courbé avec un diamètre constant (cf. Fig. 2.13) et un cylindre avec des sections orthogonales elliptiques de rayon variable (cf. Fig. 2.15a). Dans les deux cas, l'équation de la ligne centrale théorique est connue : il s'agit d'un segment de droite pour le cylindre avec des variations de diamètre, et de l'équation paramétrique $x(t) = t$, $y(t) = t$, $z(t) = \ln(t)$ pour le tube courbé (cf. Section 3.2). À partir de ces équations, la tangente théorique est connue et peut être calculée.

Afin d'obtenir un squelette contenant des irrégularités, une version bruitée des volumes est générée. Pour ce faire, l'algorithme de Kanungo [Kanungo *et al.*, 2000] permet d'ajouter du bruit sur des images binaires, où chaque voxel p peut voir son intensité permuter avec une probabilité $\alpha^{DT(p)}$. Les cavités et les voxels de bruit non connectés à l'objet sont supprimés en utilisant des opé-

(a) (b) (c)

FIGURE 2.13 – (a) Volume tubulaire courbé et bruité (en gris) obtenu par l'union de boules à partir d'une courbe d'équation connue, constituant le squelette théorique (en rouge). (b) Squelette calculé en utilisant la méthode de L. *et al.* [1994] et contenant des irrégularités. (c) Exemples de plans orthogonaux (en bleu) obtenus avec notre méthode sur le tube synthétique courbé et bruité. L'intégration est faite à partir du volume.

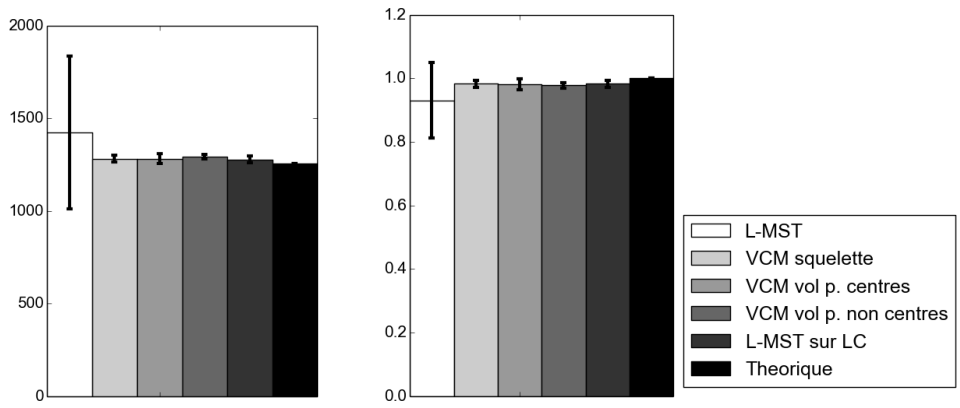
rateurs morphologiques (érosion et dilatation). L'algorithme de squelettisation de L. *et al.* [1994] est ensuite appliqué sur le volume bruité, et produit un squelette contenant des irrégularités. L'estimation de tangente par le λ-MST et par notre méthode se fait en chaque point de ce squelette. Pour le VCM, en chaque point du squelette, on évalue les deux méthodes d'intégration des points : à partir du squelette ou à partir du volume. L'estimation par notre méthode à partir du volume est faite à partir de points centrés, c'est-à-dire appartenant au squelette, et à partir de points non centrés.

Concernant le tube courbé, on s'intéresse aux sections orthogonales provenant de l'intersection des plans orthogonaux estimés avec le volume non bruité. Puisque le tube initial a un rayon constant et connu, il est possible d'estimer la déviation du plan orthogonal estimé avec le plan orthogonal théorique au travers de deux mesures géométriques sur la section orthogonale :

— l'aire, estimée en nombre de pixels ;
— la compacité, donnée par $\frac{4A}{\pi * a^2}$ où a est la longueur du grand axe. Cette mesure va de 0 (segment de droite) à 1 (cercle parfait).

Les valeurs théoriques peuvent être calculées avec le rayon connu du tube courbé (20 pixels).

Les résultats sur les points du squelette (points centrés) ont été obtenus sur 93 sections orthogonales 2D. Concernant l'estimation à partir de points non centrés, l'estimation est faite à partir de 93 sections choisies aléatoirement. Quelques uns des plans orthogonaux obtenus avec notre méthode sont montrés sur le tube courbé dans la Figure 2.13c. Les valeurs moyennes obtenues



(a) (b)

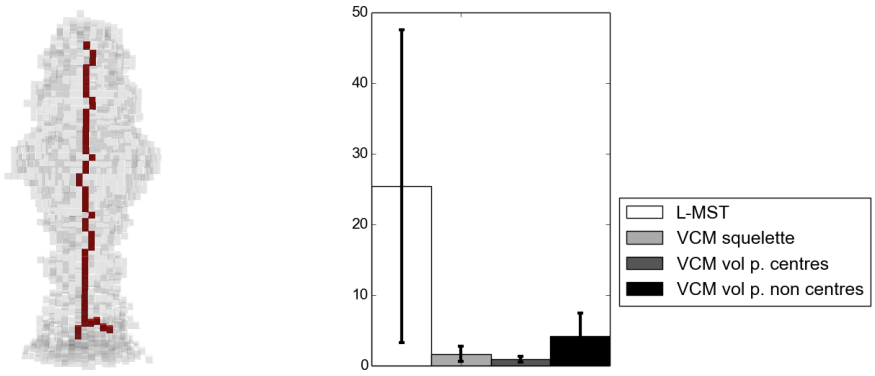
FIGURE 2.14 – Valeurs moyennes (a) d'aire en pixels et (b) de compacité pour tous les plans orthogonaux estimés sur le tube courbé bruité de la Figure 2.13, pour différentes méthodes (λ-MST, et notre méthode). Pour notre méthode, l'estimation se fait à partir du squelette (VCM squelette), à partir du volume (VCM vol) sur des points du squelette (p. centrés) et des points non-centrés (p. non-centrés). Le λ-MST sur le squelette contenant des irrégularités (en blanc) fournit des résultats avec une grande variabilité, alors que la même méthode sur la ligne centrale théorique et notre méthode d'estimation sur le squelette irrégulier et sur le volume bruité produisent des résultats stables et proches des valeurs théoriques.

avec notre méthode, indépendamment de la provenance des points intégrés (squelette ou volume), sont proches des valeurs théoriques (cf. Fig. 2.14). Ce n'est pas le cas du λ-MST, dont les résultats montrent la sensibilité de cette méthode aux irrégularités sur la courbe. Le λ-MST produit des résultats avec de fortes valeurs d'écart-type pour les deux mesures. Le coefficient de variation, défini comme le ratio de l'écart-type sur la moyenne est de 29% et 12% pour le λ-MST, contre 1.5% et 1.1% pour notre méthode, pour l'aire et la compacité respectivement. Cela reflète la variabilité du λ-MST. Par contraste à cette méthode, notre méthode est stable dans les parties irrégulières du squelette, et aux extrémités.

Concernant l'estimation à partir du volume sur des points non-centrés, notre méthode est légèrement moins précise que lorsque l'estimation est faite à partir de points du squelette. Plus spécifiquement, l'aire moyenne est estimée à 1293 pixels, contre 1281 pixels et la compacité à 0.978 contre 0.983 pour une estimation à partir de points du squelette par notre méthode. La différence de précision s'explique par le fait que pour des points non-centrés, le rayon d'intégration r est plus important que pour des points centrés. L'intégration est moins localisée, et des points non pertinents dans l'analyse locale du tube sont

considérés. De plus, pour plusieurs points situés dans la même extrémité du volume, les plans orthogonaux associés peuvent avoir une orientation légèrement différente. Cela s'explique par le fait que les cellules de Voronoï intégrées sont non représentatives du plan orthogonal attendu.

Concernant le cylindre avec les variations de diamètre, on cherche à évaluer, en un point donné, la différence entre la normale du plan estimé, et la normale théorique. La normale théorique est la même en chaque point du squelette. Pour chaque point du squelette obtenu par la méthode de L. *et al.* [1994], la différence d'angle entre la normale du plan estimée et théorique est calculée pour chaque méthode d'estimation de plans orthogonaux. La Figure 2.15 montre les résultats obtenus sur 50 coupes.



(a) (b)

FIGURE 2.15 – (a) Cylindre avec des sections orthogonales elliptiques, généré selon une ligne centrale dont la direction de la tangente est constante. Le squelette obtenu par L. *et al.* [1994] (en rouge) contient des irrégularités. (b) Différence d'angle (en degrés) entre la normale du plan orthogonal estimé et la normale théorique sur le cylindre. Les résultats montrent que notre méthode n'est pas sensible aux irrégularités, aussi bien sur le squelette que sur le volume.

Notre méthode, indépendamment des points intégrés (squelette ou volume), produit une estimation dont la différence moyenne avec la normale du plan théorique est proche de zéro. Pour le λ-MST, la différence moyenne, ainsi que l'écart-type associé sont plus élevés, ce qui montre encore une fois que cette méthode n'est pas stable face aux irrégularités (l'écart-type est de 22 degrés pour le λ-MST, contre 1.1 et 0.46 degrés pour notre méthode sur le squelette et sur des points centrés à partir du volume respectivement). Pour des points non centrés, l'estimation est, pour les raisons évoquées précédemment, moins précise : la différence d'angle vaut en moyenne 4 degrés. Toutefois, l'estimation reste plus précise que les méthodes de l'état de l'art qui impliquent toutes deux un calcul de squelette préalable.

Ces deux évaluations sur des données synthétiques montrent que notre méthode est stable face aux irrégularités de la courbe, quelle que soit la provenance des points intégrés – squelette ou volume.

4.2 Données réelles

Cette section est dédiée à l'évaluation de notre méthode sur des données réelles : organes tubulaires segmentés tels que le côlon, l'arbre trachéo-bronchique ou les neurites. Il s'agit d'une estimation visuelle de notre méthode, car nous ne disposons pas de vérité terrain. De façon similaire à l'évaluation sur des données synthétiques, l'estimation se fait, d'une part, à partir d'un squelette, et d'autre part, à partir du volume.

4.2.1 Estimation à partir de la courbe

Tout d'abord, l'estimation est faite sur le squelette d'une segmentation d'arbre trachéo-bronchique. La segmentation est obtenue manuellement et le squelette est calculé par l'algorithme de L. *et al.* [1994]. Le squelette contient des irrégularités, ce qui conduit à des estimations biaisées par l'estimateur λ-MST (cf. Fig. 2.16). En revanche, des résultats similaires à ceux obtenus sur des données synthétiques sont observés pour notre méthode : celle-ci n'est pas sensible aux irrégularités du squelette.

Les zones de jonction ne sont pas considérées dans l'estimation à partir du volume (cf. Section 3.3), puisque la partie du volume associée n'est localement pas tubulaire. Cependant, dans le cas du squelette, il est possible de considérer chaque branche une à une, en isolant le point de jonction, c'est-à-dire le point possédant trois voisins dans le squelette. Des exemples de plans orthogonaux estimés avec notre méthode et avec le λ-MST dans la jonction sont illustrés dans la Figure 2.16. Les résultats sur les données réelles avec l'estimation faite à partir du squelette confirment donc les résultats obtenus sur des données synthétiques : notre méthode est plus stable lorsque des irrégularités sont présentes en surface ou sur la courbe.

4.2.2 Estimation à partir du volume

L'estimation des plans orthogonaux à partir du volume présente un intérêt majeur puisqu'elle n'est pas dépendante d'un calcul de squelette préalable et de ses potentiels défauts. Les méthodes de l'état de l'art sont basées sur un calcul de squelette préalable ; par conséquent, seuls les résultats de notre méthode sont illustrés dans cette section. Le rayon r a été déterminé automatiquement par l'algorithme 2.

L'estimation des plans orthogonaux à partir du volume requiert que le volume initial soit tubulaire. Les plans orthogonaux peuvent en effet être mal estimés dans des zones où le volume n'est pas localement tubulaire, dans le sens

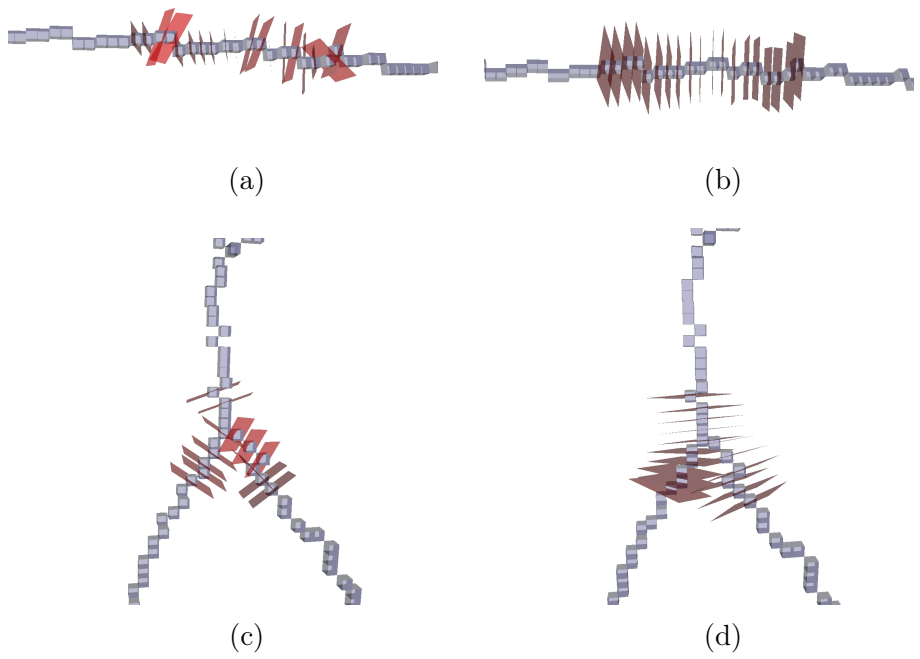


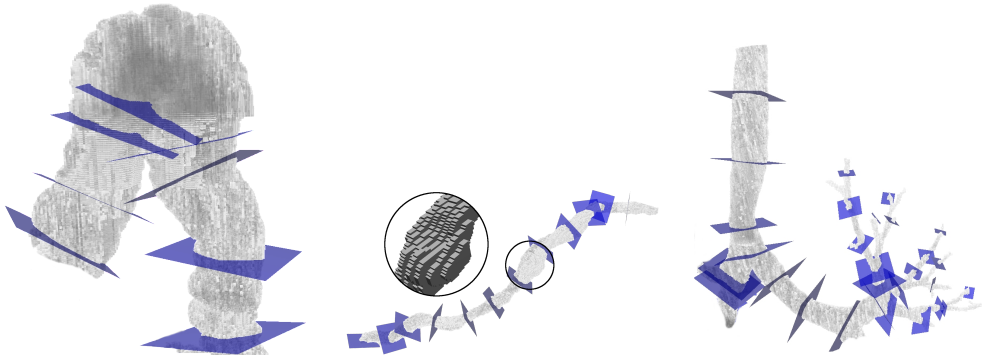
FIGURE 2.16 – Plans orthogonaux estimés à partir du squelette d'une segmentation d'arbre trachéo-bronchique avec (a,c) le λ-MST et (b,d) avec notre méthode. Les plans orthogonaux estimés avec le λ-MST sont impactés par des irrégularités du squelette, ce qui n'est pas le cas de notre méthode.

des points intégrés par la boule d'intégration. C'est notamment le cas du côlon qui présente des repliements (cf. Fig. 2.17a). Concernant les autres organes, une inspection visuelle permet de constater que les plans estimés respectent bien la géométrie des tubes sous-jacents. Notre méthode est robuste aux irrégularités présentes en surface du volume. Concernant l'arbre trachéo-bronchique (cf. Fig. 2.17c), les plans orthogonaux correspondent aussi aux plans attendus. Les zones de jonction sont ici détectées en utilisant la méthode de l'intersection d'anneaux avec le volume, comme présenté dans la Section 3.3.

L'estimation des plans orthogonaux à partir du volume est donc similaire à celle faite à partir du squelette pour des objets tubulaires. L'estimateur volumique est donc un outil puissant puisque l'étape préalable de squelettisation n'est pas nécessaire.

5 Bilan du chapitre

Nous avons décrit, dans ce chapitre, une méthode originale pour l'estimation de plans orthogonaux, basée sur l'estimateur VCM, initialement utilisé pour l'estimation de normales à la surface d'objets discrets. L'intérêt de cette



(a) (b) (c)

FIGURE 2.17 – Plans orthogonaux (en bleu) estimés sur diverses segmentations d'organes tubulaires avec notre méthode. (a) Sur un côlon, dont les données proviennent de Cornea *et al.* [2005] ; (b) sur un neurite, où les données sont issues du challenge SNEMI3D [Kasthuri *et al.*, 2015], avec un gros plan montrant les irrégularités en surface du volume : notre méthode n'y est pas sensible ; (c) un volume d'arbre trachéo-bronchique contenant des jonctions.

méthode est qu'elle est précise, non sensible aux irrégularités et que l'estimation peut être effectuée à partir d'une courbe (un squelette) ou directement à partir du volume.

Les plans orthogonaux estimés peuvent être intersectés avec l'objet pour effectuer différentes mesures géométriques, telles que la mesure de rayon ou d'aire de la section du tube. On peut envisager ensuite que les mesures faites sur l'organe, du fait de la précision de l'estimation des plans orthogonaux, permette de détecter automatiquement des déformations induites, par exemple, par des pathologies.

Le fait que notre estimateur puisse être utilisé directement sur un volume ouvre la voie à d'autres méthodes de caractérisation des organes tubulaires. Nous verrons dans le Chapitre 3, comment il est possible de corriger les défauts de squelettes existants grâce à l'estimation des plans orthogonaux à partir du volume.

Chapitre 3

Amélioration de squelettes existants

Sommaire

1 Ébarbulage 51

1.1 Travaux connexes 51

1.1.1 Mesures de pertinence indépendantes de l'algorithme de squelettisation 53

1.1.2 Seuillage automatique des mesures de pertinence 57

1.1.3 Utilisation des mesures de pertinence . . . 58

1.2 Mesure de pertinence par les plans orthogonaux . . . 59

1.2.1 Définition 59

1.2.2 Ébarbulage 60

1.3 Résultats 61

1.4 Conclusion sur l'ébarbulage 65

2 Recentrage 65

2.1 Travaux connexes 66

2.2 Utilisation des plans orthogonaux 69

2.2.1 Volumes tubulaires 69

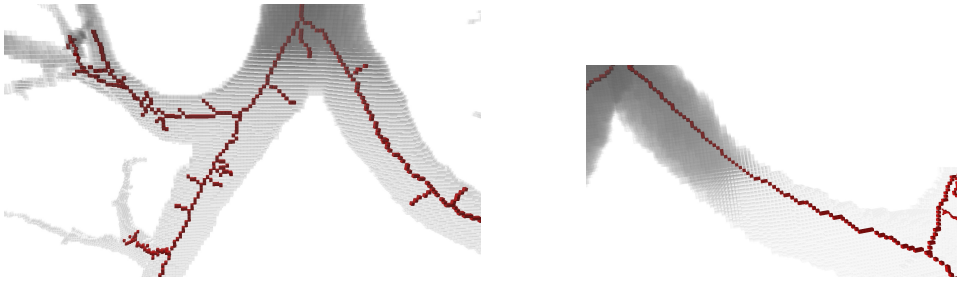
2.2.2 Volumes contenant des jonctions 70

2.3 Résultats 75

2.4 Discussion et conclusion sur le recentrage 78

3 Bilan du chapitre 78

Les plans orthogonaux permettent de faire des mesures précises dans la section prise orthogonalement à l'axe du tube (cf. Chapitre 2). D'autres mesures, telles que l'estimation de longueur ou la sinuosité d'un tube, ne peuvent pas être effectuées dans la section orthogonale. Ces mesures peuvent être obtenues sur une représentation curvilinéaire qui suit l'axe du tube, telle qu'un squelette, comme mentionné dans le Chapitre 1. Les algorithmes de squelettisation visent à extraire un squelette qui satisfasse certaines propriétés, notamment la centralité du squelette au sein de l'objet, sa connexité ou le fait qu'il préserve la topologie de l'objet initial. Les squelettes satisfont généralement un sous-ensemble de ces propriétés, ce qui résulte en l'apparition de défauts dans le squelette, par exemple de points non-centrés.



(a) (b)

FIGURE 3.1 – Squelette (en rouge) avec des défauts : (a) présence de barbules (branches non pertinentes vis-à-vis du volume) et (b) squelette décentré.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons uniquement aux squelettes curvilinéaires, dont les **branches** correspondent à un tube dans le volume. Un squelette contient potentiellement des points de branchement, c'est-à-dire des points ayant au moins trois voisins dans la courbe. Les branches sont les ensembles maximaux de points du squelette ne contenant pas de point de branchement. Les **branches périphériques** sont les branches qui possèdent un point n'ayant qu'un seul voisin direct dans la courbe. Par contraste, les **branches internes** sont les branches dont les points ont au moins deux voisins. Les squelettes présentent deux défauts principaux. Tout d'abord, les squelettes peuvent avoir des branches non désirables, appelées **barbules**, qui ne correspondent pas à un tube. En outre, les squelettes sont potentiellement **décentrés**. Dans ce chapitre, nous verrons deux approches de raffinement des squelettes : l'ébarbulage, c'est-à-dire la suppression des branches non pertinentes d'une part, et le recentrage des points du squelette d'autre part.

1 Ébarbulage

Bien que le squelette facilite les mesures faites sur les organes tubulaires, il est difficile de garantir qu'il corresponde géométriquement au volume tubulaire associé. En particulier, des branches non pertinentes, ou barbules, peuvent y apparaître. Les barbules sont issues d'irrégularités en surface de l'objet qu'il est difficile de distinguer de parties pertinentes de l'objet (cf. Fig. 3.2). L'enjeu consiste donc à supprimer les barbules, tout en conservant les parties pertinentes du squelette.

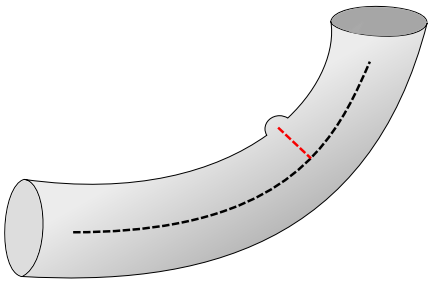


FIGURE 3.2 – Volume (en gris) contenant une protubérance en surface. Cette irrégularité est la cause de l'apparition d'une barbule (en rouge) dans le squelette (le squelette est représenté en pointillés).

Dans la Section 1.1, nous présentons tout d'abord les différentes méthodes de la littérature consacrées à l'ébarbulage. De façon générale, les méthodes d'ébarbulage sont souvent dépendantes, voire partie intégrante de l'algorithme de squelettisation utilisé. Une méthode d'ébarbulage en lien avec un algorithme de squelettisation donné peut donc être mal adaptée à un autre algorithme de squelettisation. Par ailleurs, elles ne sont souvent pas appropriées pour des volumes tubulaires avec des variations de diamètre. Ces raisons motivent l'introduction d'une nouvelle méthode d'ébarbulage, présentée dans la Section 1.2, et basée sur les plans orthogonaux estimés par le VCM (cf. Chapitre 2). Des résultats de notre méthode sont illustrés dans la Section 1.3.

1.1 Travaux connexes

Trois types d'approches peuvent être employés pour limiter l'apparition des barbules dans un squelette :

— une étape de pré-traitement qui **lisse la surface** afin de diminuer la probabilité d'apparition des barbules lors de la squelettisation [Gage et Hamilton, 1986; Desbrun *et al.*, 1999] ;

— une mesure de pertinence des points dans le squelette au travers de la **squelettisation multi-échelle** [Cornea *et al.*, 2005; Giesen *et al.*, 2009; Jalba *et al.*, 2016] ;

— une étape de post-traitement : l'**ébarbulage** [Lam *et al.*, 1992; Arcelli et Sanniti di Baja, 1993; Coeurjolly et Montanvert, 2007; Chaussard *et al.*, 2011].

Des méthodes de pré-traitement sur les maillages considèrent une version **lissée** de la surface du volume afin d'atténuer l'effet des irrégularités en surface. Par exemple, le mouvement par courbure moyenne (ou *mean curvature flow*) consiste à déplacer chaque point de la surface vers l'intérieur du volume selon sa normale, et à une distance proportionnelle à la courbure moyenne [Gage et Hamilton, 1986; Desbrun *et al.*, 1999]. Il est ensuite possible d'appliquer les algorithmes de squelettisation classiques sur la surface lissée, afin de diminuer la fréquence d'apparition des barbules dans le squelette. Un avantage de cette méthode est que ce déplacement préserve la topologie de la surface initiale. Cette approche considère néanmoins qu'il existe un niveau de détail qui permet de distinguer les irrégularités des parties pertinentes du volume. Or, pour des organes tubulaires avec des variations de diamètre, il est possible que les irrégularités soient plus ou moins importantes en fonction du rayon du tube. Un lissage trop important pourrait supprimer de petites parties pertinentes, à l'inverse d'un lissage trop faible qui conserverait des irrégularités. Il est donc difficile, par de telles approches, d'obtenir un bon compromis entre la suppression des irrégularités et la fidélité à la géométrie de la surface initiale.

(a) (b)

FIGURE 3.3 – Mesures de pertinence représentées par un dégradé du bleu (faibles valeurs) au rouge (fortes valeurs), pour des points du squelette. Algorithmes (a) des boucles géodésiques (en violet) de Cornea *et al.* [2005] et (b) de Jalba *et al.* [2016]. Ces mesures sont toutes deux plus faibles aux extrémités du squelette, ce qui peut induire une suppression de branches pertinentes. Les images sont tirées des articles respectifs.

Les algorithmes de **squelettisation multi-échelle** capturent la pertinence d'un point pendant le déroulement de l'algorithme [Cornea *et al.*, 2005; Giesen *et al.*, 2009; Jalba *et al.*, 2016]. Chaque point du squelette se voit attribuer une mesure de pertinence qui permet de contrôler le niveau de détail du squelette, en ajustant un seuil (cf. Fig. 3.3). La pertinence d'un point est évaluée de

diverses façons, en fonction de l'algorithme de squelettisation. Reniers *et al.* [2008] présentent un algorithme de squelettisation multi-échelle basé sur les boucles géodésiques, décrites dans la Section 1.1 du Chapitre 2. Un point appartient au squelette si la boucle géodésique correspondante divise l'objet en deux parties. Les auteurs définissent ensuite une mesure de pertinence en fonction de l'aire de la surface des deux parties. Soit Aire_{max} l'aire associée à la plus grande partie de la surface et Aire_{tot} l'aire totale de la surface. Les auteurs attribuent pour chaque point la mesure de pertinente suivante : $\frac{\text{Aire}_{tot} - \text{Aire}_{max}}{0.5 * \text{Aire}_{tot}}$. Le problème est que cette mesure donne des valeurs plus faibles pour des points du squelette pertinents proches des extrémités. Il est difficile d'obtenir un niveau de détail optimal qui conserve les branches pertinentes et supprime les barbules. De façon générale, ces mesures de pertinence sont liées à l'algorithme de squelettisation, et sont souvent inapplicables à d'autres algorithmes de squelettisation.

Nous nous intéressons par la suite uniquement aux approches de post-traitement dédiées à l'**ébarbulage** du squelette. De façon générale, elles filtrent les points non pertinents dans un squelette au travers de différentes mesures de pertinence, impliquant souvent le volume associé. Puisque le processus d'ébarbulage supprime des points dans le squelette initial, un autre enjeu est de s'assurer que ce processus préserve la topologie du squelette. Dans ce qui suit, nous présentons quelques mesures de pertinence indépendantes de l'algorithme de squelettisation, et la façon dont elles sont utilisées pour l'ébarbulage.

1.1.1 Mesures de pertinence indépendantes de l'algorithme de squelettisation

Les mesures de pertinence donnent quantitativement, pour un point ou une branche du squelette, sa probabilité d'appartenir réellement au squelette. Ainsi, un point appartenant à une barbule devrait avoir une mesure de pertinence faible. Un seuil sur les valeurs de pertinence permet de filtrer les points non pertinents. Historiquement, les premières mesures de pertinence apparaissent pour filtrer les barbules de l'axe médian. Dans ce qui suit, nous ne nous intéressons qu'aux mesures de pertinence pouvant être transposées aux algorithmes de squelettisation en 3D.

Une mesure de pertinence simple considère uniquement la longueur des branches du squelette [Olszewski, 1992], en supposant que les barbules ont une longueur plus faible que les branches pertinentes. Une autre mesure de pertinence considère les valeurs de transformée en distance [Lam *et al.*, 1992; Coeurjolly et Montanvert, 2007], en se basant sur l'observation que les barbules sont des branches non centrées au sein de l'objet. La limite principale de telles approches est qu'il est impossible de choisir un seuil pertinent pour conserver à la fois les branches pertinentes, et supprimer les barbules, dans le cas de volumes tubulaires avec des variations de diamètre (cf. Fig 3.4). En effet, les

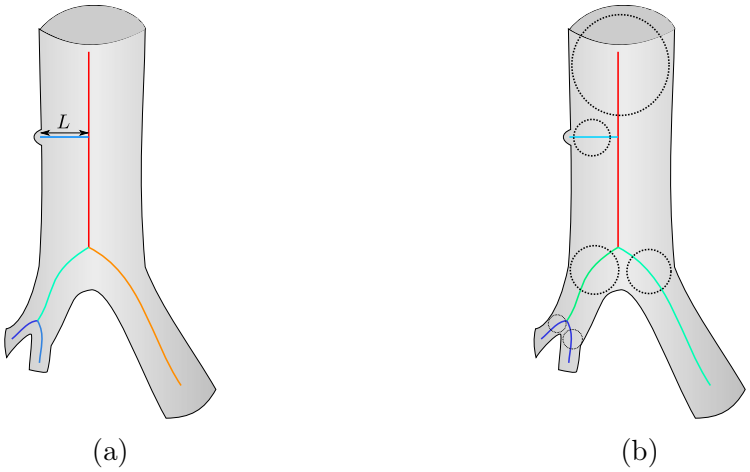


FIGURE 3.4 – Mesures de pertinence simples sur un objet avec des variations de diamètre et une barbule. Les valeurs de pertinence sont représentées par un dégradé du bleu (faibles valeurs) vers le rouge (fortes valeurs). (a) Mesure de longueur des branches et (b) mesure basée sur les valeurs moyennes de transformée en distance pour une branche (représentées par une boule pour chaque branche). Dans les deux cas, il est difficile de choisir un seuil pour conserver les branches pertinentes et supprimer la barbule.

branches du squelette correspondant à de petites parties pertinentes dans le volume ont une longueur et des valeurs de rayon faibles. Une variante du critère basé sur la longueur est donnée par Arcelli *et al.* [2011], où la mesure de pertinence $\frac{N}{L}$ dépend du nombre de centres de boules maximales N dans une branche, et de la longueur de la branche L. L'inconvénient d'une telle mesure est que la propriété de centralité du squelette doit être satisfaite.

Longueur des parties volumiques La mesure de pertinence de Arcelli et Sanniti di Baja [1993] cherche à estimer la longueur de la partie du volume associée à chaque branche du squelette.

Pour une branche donnée d'extrémités p et q, telle que $DT(p) \leq DT(q)$, la longueur l est dépendante des valeurs de transformée en distance DT et de la distance entre les deux points $d(p, q)$:

$$l(p, q) = DT(p) - DT(q) + d(p, q)$$

Pour une barbule, la longueur l est relativement faible, puisque la partie du volume associée correspond généralement à une irrégularité de surface. En revanche, pour un point d'une branche pertinente du squelette, la longueur est plus importante (cf. Fig. 3.5). L'inconvénient est que cette approche est basée sur les valeurs de transformée en distance. Pour des tubes avec des sections

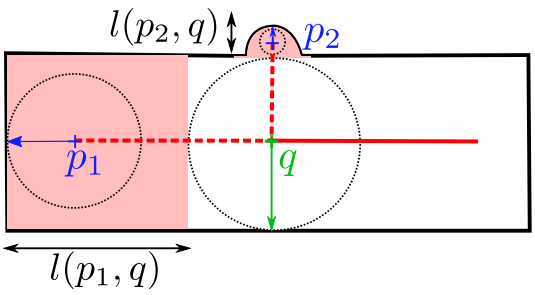


FIGURE 3.5 – Squelette curvilinéaire (en rouge) et parties d'un objet 2D épais (en rouge pâle) correspondant à deux branches en pointillés. La longueur l pour la branche pertinente p_1q est plus importante que pour la barbule p_2q.

orthogonales elliptiques, la valeur de transformée en distance n'est pas un indicateur fiable du grand axe.

λ-axe médian La boule maximale centrée en un point p de l'axe médian d'un objet a au moins deux points de contact sur la surface (cf. Chapitre 1). Ces points sont les projections $F(p)$ de p sur la surface. L'ensemble de points $F'(p)$ est défini comme l'union des projections de p et de son 26-voisinage.

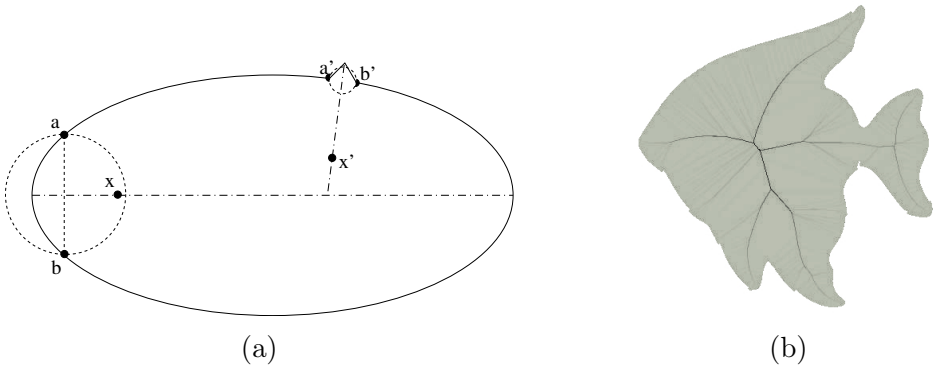


FIGURE 3.6 – Mesure de pertinence liée au λ-axe médian. (a) Définition des plus petites boules englobant les projections sur la surface des points de l'objet x et x'. (b) Mesure de pertinence sur le squelette : du gris clair (faibles valeurs de pertinence) au noir (fortes valeurs). Les images sont tirées de Chaussard *et al.* [2011].

Le λ-axe médian, défini sur des ensembles de voxels par le travail de Chaussard *et al.* [2011], est un algorithme de squelettisation avec une mesure de pertinence basée sur l'observation que les projections d'un point du squelette, dans le cas de barbules, sont proches les unes des autres en terme de distance géodésique, et éloignées dans le cas d'une branche pertinente. Les auteurs définissent

une mesure de pertinence qui est le rayon $R(F'(p))$ de la plus petite boule qui englobe les projections $F'(p)$. Un seuil sur $R(F'(p))$ permet de filtrer les barbules. L'inconvénient majeur de cette approche est qu'elle n'est pas adaptée aux volumes tubulaires avec des variations de diamètre : il est impossible de choisir un seuil pertinent de façon à supprimer toutes les barbules et conserver les branches pertinentes dans les zones de faible diamètre (cf. Fig. 3.6b).

Fonction bissectrice La mesure de pertinence de Couprie *et al.* [2007] utilise aussi l'ensemble $F'(p)$ des projections.

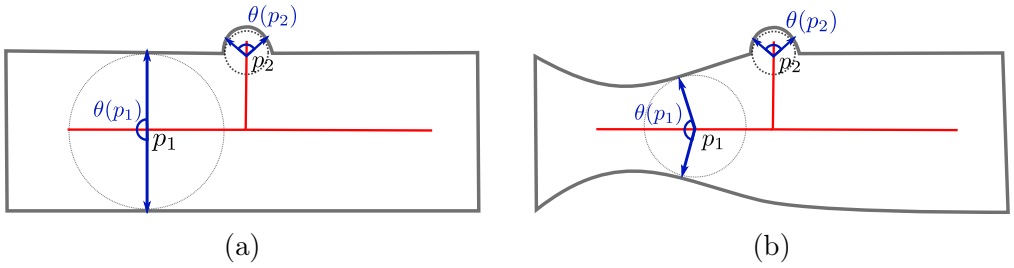


FIGURE 3.7 – Angle bissecteur θ en deux points du squelette p_1 et p_2. (a) L'angle θ est plus faible pour les barbules (point p_2) que pour les branches pertinentes (point p_1). (b) Dans le cas d'un tube avec des variations de diamètre, l'angle θ d'une branche pertinente peut diminuer.

Les auteurs définissent l'angle bissecteur $\theta(p)$ en p comme l'angle maximal formé par les vecteurs $\overrightarrow{pa}$ et $\overrightarrow{pb}$, pour toute paire de points $(a, b) \in F'(p)$:

$$\theta(p) = \max_{(a,b)\in F'(p)} \widehat{apb}$$

Leur mesure de pertinence est la fonction bissectrice qui associe, à chaque point p de O, la valeur de l'angle bissecteur. Pour des points d'une barbule, l'angle θ est faible, alors que pour des points d'une branche pertinente, θ est élevé (cf. Fig. 3.7). Les auteurs combinent cette mesure de pertinence avec un critère basé sur la longueur des branches du squelette afin de supprimer les petites branches du squelette où la mesure de l'angle est moins précise. L'inconvénient d'une telle approche, outre le problème lié à l'utilisation de la longueur des branches comme mesure de pertinence, est que l'angle bissecteur est sensible aux variations de diamètre. Un angle faible peut être observé pour des points d'une branche pertinente à proximité d'un étranglement dans le volume, ce qui rend difficile le choix d'un seuil pour conserver les branches pertinentes dans le squelette et supprimer les barbules.

1.1.2 Seuillage automatique des mesures de pertinence

Les mesures de pertinence ci-dessus dépendent toutes d'un seuil qui distingue les points pertinents des points non pertinents dans le squelette. Le principal problème est que les mesures présentées sont dépendantes du diamètre du tube : choisir un seuil fixé n'est pas adapté dans le cas de volumes avec des variations de diamètre. Nous présentons ici des méthodes qui s'attachent à définir des seuils adaptatifs pour différentes mesures de pertinence.

Normalisation de la longueur par le diamètre Puisque les barbules sont des branches qui rejoignent les branches pertinentes du squelette, leur longueur est de l'ordre du rayon du tube. L'approche de Van Uitert et Bitter [2007] considère la mesure de pertinence basée sur la longueur des barbules mentionnée en introduction de la Section 1.1 et dont le seuil est fixé empiriquement à deux fois la valeur de transformée en distance. Choisir un seuil égal à $1 * DT(p)$ est insuffisant puisque les barbules peuvent contenir des irrégularités qui augmentent leur longueur, en terme de nombre de pixels. L'inconvénient d'une telle approche est que les branches périphériques pertinentes de faible longueur sont aussi supprimées.

Décomposition hiérarchique Le travail de Serino et Sanniti di Baja [2014] s'attache à l'ébarbulage de squelettes 3D curvilinéaires en construisant un graphe hiérarchique du squelette à partir duquel des seuils sont déduits automatiquement pour chaque mesure de pertinence. Dans le graphe hiérarchique, chaque arête correspond à une branche du squelette, et chaque nœud aux extrémités de la branche. Soit A une arête, $d_T(n_1, n_2)$ la distance calculée en nombre de noeuds entre deux nœuds n_1 et n_2, $d_T(n_1, N)$ la distance minimale entre n_1 et le nœud le plus proche $n \in N$, et F l'ensemble des feuilles dans le graphe, c'est-à-dire les extrémités dans le squelette. On note par b_A et e_A les sommets de A qui correspondent au début et à la fin de l'arête respectivement, tels que $d_T(b_A, F) \leq d_T(e_A, F)$. Le premier niveau hiérarchique du graphe h_1 comprend l'ensemble des arêtes périphériques, c'est-à-dire dont le sommet b_A est une feuille. Ensuite, les niveaux de hiérarchie h_i sont donnés par les arêtes A telles que toutes les arêtes au voisinage de b_A sont dans le niveau de hiérarchie h_{i-1}. Les branches sont d'abord considérées dans l'ordre croissant de leur niveau de hiérarchie lors du processus d'ébarbulage. Une branche de niveau hiérarchique h_i ne peut être supprimée que si les branches connexes de niveau h_{i-1} sont supprimées préalablement.

L'algorithme d'ébarbulage des auteurs utilise quatre mesures de pertinence simples : un critère de longueur, un critère qui estime la centralité de la branche, et deux critères qui sont des variations autour de la mesure de longueur des parties volumiques correspondant au squelette. Pour chaque niveau de hiérarchie, le seuil pour une mesure est défini en fonction de la moyenne de la mesure

sur l'ensemble des branches de même hiérarchie. Ensuite, une branche est ébarbulée lorsqu'une combinaison de ces critères est vérifiée : pour les branches de premier niveau hiérarchique, seuls le critère de longueur des branches et le critère de centralité sont pris en compte ; et pour les branches des niveaux de hiérarchie suivants, les critères qui estiment la quantité que la branche encode dans le volume, ainsi que la longueur des branches sont considérés.

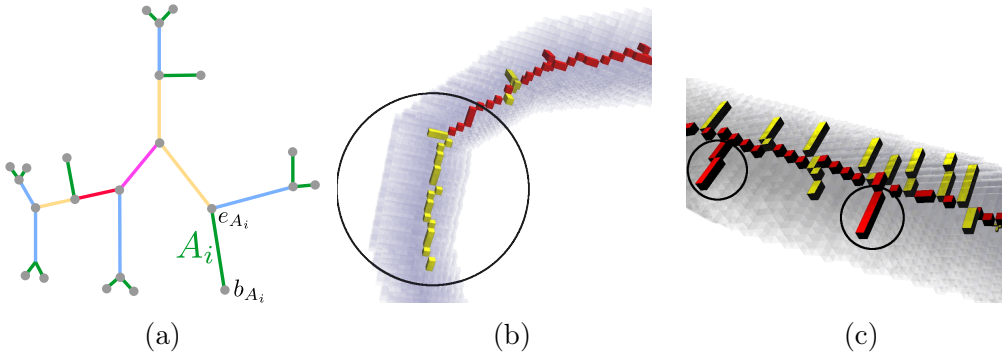


FIGURE 3.8 – Algorithme d'ébarbulage de Serino et Sanniti di Baja [2014]. (a) Graphe hiérarchique : une arête A_i et ses noeuds b_{A_i} et e_{A_i}. Les couleurs des arêtes correspondent aux arêtes ajoutées par les différents niveaux de hiérarchie. Cinq niveaux de hiérarchie sont présents dans le graphe : les arêtes niveau h_1 sont représentées en vert, celles ajoutées au niveau h_2 en bleu, h_3 en jaune, h_4 en rouge et h_5 en magenta. (b–c) Branches ébarbulées (en jaune) d'un squelette calculé par l'algorithme de Cornea *et al.* [2005] sur des volumes tubulaires (en gris). (b) Certaines branches pertinentes sont supprimées, à cause du critère de centralité, et (c) des barbules sont conservées.

Une limite de cette approche est liée aux mesures de pertinence utilisées : le critère de centralité ne peut être garanti par tous les algorithmes de squelettisation (cf. Fig. 3.8). Par ailleurs, déterminer les seuils de façon automatique en faisant la moyenne des valeurs de pertinence n'est pas adapté dans le cas où les barbules sont de longueur différente.

1.1.3 Utilisation des mesures de pertinence

Les approches précédentes donnent une mesure de pertinence pour chaque point du squelette. Si l'on fixe un seuil en considérant les points individuellement, la suppression des points non pertinents peut induire des déconnexions dans le squelette. Il est possible d'ajouter une condition supplémentaire pour ne supprimer que les points simples, c'est-à-dire les points dont la suppression ne modifie pas la topologie du squelette initial.

Une approche plus classique est de considérer les branches périphériques et non les points du squelette dans le processus d'ébarbulage. La valeur de per-

tinence d'une branche est donnée par la moyenne des valeurs de chaque point la constituant. De la même façon, un seuil permet de supprimer ou conserver la branche. Seules les branches périphériques sont considérées de façon à ne pas induire de déconnexions dans le squelette. Il s'agit d'une procédure itérative : une branche interne devient périphérique et est prise en compte pour l'ébarbulage seulement si toutes ses branches périphériques voisines sont ébarbulées. Cela implique qu'il faut décomposer le squelette initial en un ensemble de branches. La décomposition se fait en identifiant les points de branchement c'est-à-dire les points avec trois voisins ou plus dans le squelette. Néanmoins, la décomposition ne peut s'effectuer que si certaines propriétés du squelette sont garanties : il faut que le squelette soit *mince*, et *connexe*, de façon à correctement identifier les points de branchement en fonction de leur voisinage.

1.2 Mesure de pertinence par les plans orthogonaux

Notre mesure de pertinence a été présentée dans Grélard *et al.* [2016a]. Le principal défaut des mesures de pertinence de la littérature est qu'elles sont inadaptées à des volumes avec des variations de diamètre : il est, dans ce cas de figure, difficile de supprimer toutes les barbules et de conserver toutes les branches périphériques pertinentes. Il apparaît donc nécessaire de définir une nouvelle mesure de pertinence spécifique aux volumes tubulaires. Notre mesure de pertinence est basée sur l'estimation de plans orthogonaux présentée dans le Chapitre 2. L'idée est que les barbules ne sont pas alignées avec l'axe du tube, alors que les branches pertinentes le sont. Dans cette section, nous présentons une nouvelle mesure de pertinence qui vise à estimer la déviation d'une branche du squelette par rapport à l'axe du tube.

1.2.1 Définition

La méthode présentée dans le Chapitre 2 permet d'estimer les plans orthogonaux à partir du squelette et du volume. L'expérimentation montre que les plans orthogonaux pour des points non centrés dans le volume sont bien orientés (cf. Section 4 du Chapitre 2). Notre mesure de pertinence découle de ces propriétés.

En effet, notre mesure de pertinence en un point p correspond à l'angle α formé par deux plans orthogonaux. Le premier est estimé à partir des points du volume, et le second à partir des points du squelette initial. Si p est un point d'une barbule, alors la normale du plan orthogonal en p estimée à partir du squelette est dirigée vers la protubérance ou l'irrégularité en surface, alors que la normale au même point p estimée à partir du volume est dirigée selon l'axe du tube. Dans le cas d'une branche pertinente, les normales des deux plans orthogonaux estimés sont orientées selon l'axe du tube. L'angle α est donc faible pour les branches pertinentes, et fort pour les barbules (cf. Fig. 3.9).

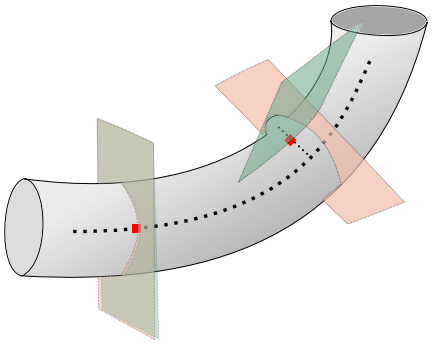


FIGURE 3.9 – Différence entre des plans orthogonaux estimés à partir du squelette (en vert) et à partir du volume (en rouge pâle). Sur la gauche, il s'agit d'une branche pertinente : les deux plans orthogonaux se chevauchent, car le squelette est aligné avec l'axe du tube. Sur la droite, dans le cas d'une barbule, le plan estimé à partir des points du squelette est dévié par rapport à celui estimé sur les points du volume.

En ce sens, il s'agit donc d'une mesure de « non »-pertinence des points du squelette.

Concernant l'estimation à partir du **volume**, les plans orthogonaux sont estimés de façon robuste en déterminant le rayon d'intégration r par l'algorithme 2 du Chapitre 2. Cette procédure permet de s'assurer que, pour des points non centrés tels que des points d'une barbule, la normale estimée est proche de la direction donnée par l'axe du tube.

Concernant l'estimation à partir du **squelette**, il est important de choisir une valeur de r qui ait du sens indépendamment de la branche considérée – barbule ou branche pertinente. La valeur de r est ici fixée empiriquement à 5. Il est possible de choisir un rayon fixe, puisque l'on cherche la direction globale de la branche. Pour les branches pertinentes, ce rayon permet de considérer un voisinage local autour du point d'intérêt (cf. Section 3.2 du Chapitre 2). Concernant les barbules, leur longueur peut être inférieure au rayon choisi, mais ce rayon permet, dans ce cas, de s'abstraire des irrégularités et de considérer la direction globale de la barbule.

1.2.2 Ébarbulage

Ce paragraphe s'attache à l'utilisation de notre mesure de pertinence afin d'ébarbuler le squelette. La décision de l'ébarbulage est prise pour l'ensemble des branches. Puisque le squelette initial est décomposé en branches, celui-ci doit être mince et connexe. Notre approche n'a pas de restriction supplémentaire, ce qui la rend applicable pour un grand nombre de méthodes de squelettisation.

La différence d'angle α est calculée pour chaque point dans une branche.

Ensuite, une branche donnée est ébarbulée en fonction d'un seuil global sur la moyenne de α pour l'ensemble des points de la branche. Contrairement aux méthodes présentées dans la Section 1.1, l'utilisation d'un seuil global est adaptée aux volumes avec des variations de diamètre, puisque notre mesure de non-pertinence α est indépendante du diamètre local du tube. Le choix du seuil est fait empiriquement, et décrit dans la section suivante.

De façon à supprimer les cycles dans le squelette, notre analyse n'est pas restreinte aux branches périphériques (cf. Fig. 3.12). Ainsi, toutes les branches dans le squelette sont analysées durant la procédure d'ébarbulage. Une branche n'est supprimée que si sa suppression n'entraîne pas de modification de la topologie du squelette initial. À chaque suppression de branche, le squelette est mis à jour et l'ébarbulage est effectué jusqu'à ce qu'aucune branche ne satisfasse la condition $\alpha >$ seuil. Cela garantit que le squelette ébarbulé ne soit pas déconnecté, et que l'ensemble des barbules soit supprimé.

1.3 Résultats

Dans cette section, notre méthode d'ébarbulage est évaluée par comparaison avec la méthode de Serino et Sanniti di Baja [2014]. Les squelettes initiaux ont été générés par l'algorithme de squelettisation de Cornea *et al.* [2005], avec des paramètres choisis spécifiquement pour générer des barbules. Notre méthode d'ébarbulage est ensuite appliquée sur ces squelettes. L'expérimentation montre que les seuils intéressants pour notre mesure α sont trouvés dans un intervalle de 20 à 35 degrés. En deçà de 20 degrés, des branches pertinentes peuvent être supprimées, puisque la direction du squelette initial est légèrement déviée par rapport à celle de l'axe du tube, et au delà de 35 degrés, des barbules peuvent ne pas être supprimées, en fonction de l'angle qu'elles forment, au point de branchement, avec les branches pertinentes. Le seuil optimal dépend de l'angle minimal que forment les barbules avec l'axe du tube. En pratique, puisque notre mesure α est calculée pour l'ensemble des branches du squelette, il est possible d'ajuster le seuil et de visualiser les branches ébarbulées en temps réel. Les résultats sur huit volumes tubulaires avec des variations de diamètre sont présentés dans les Figures 3.10 et 3.11.

La qualité d'une approche d'ébarbulage est déterminée par le nombre de barbules qu'elle supprime, et le nombre de branches pertinentes qu'elle conserve. Parmi les huit volumes, seule une branche non pertinente n'est pas supprimée (cf. Fig. 3.12). Cette barbule est alignée avec l'axe du tube, ainsi, elle ne peut être supprimée en utilisant notre méthode. Néanmoins, les barbules qui s'intersectent et forment des cycles peuvent être supprimées (cf. Figs. 3.12a and 3.12b).

De plus, notre méthode d'ébarbulage préserve les branches pertinentes. Seules les courtes branches pertinentes localisées dans les jonctions peuvent être supprimées, puisqu'il est difficile d'estimer la normale du plan orthogonal

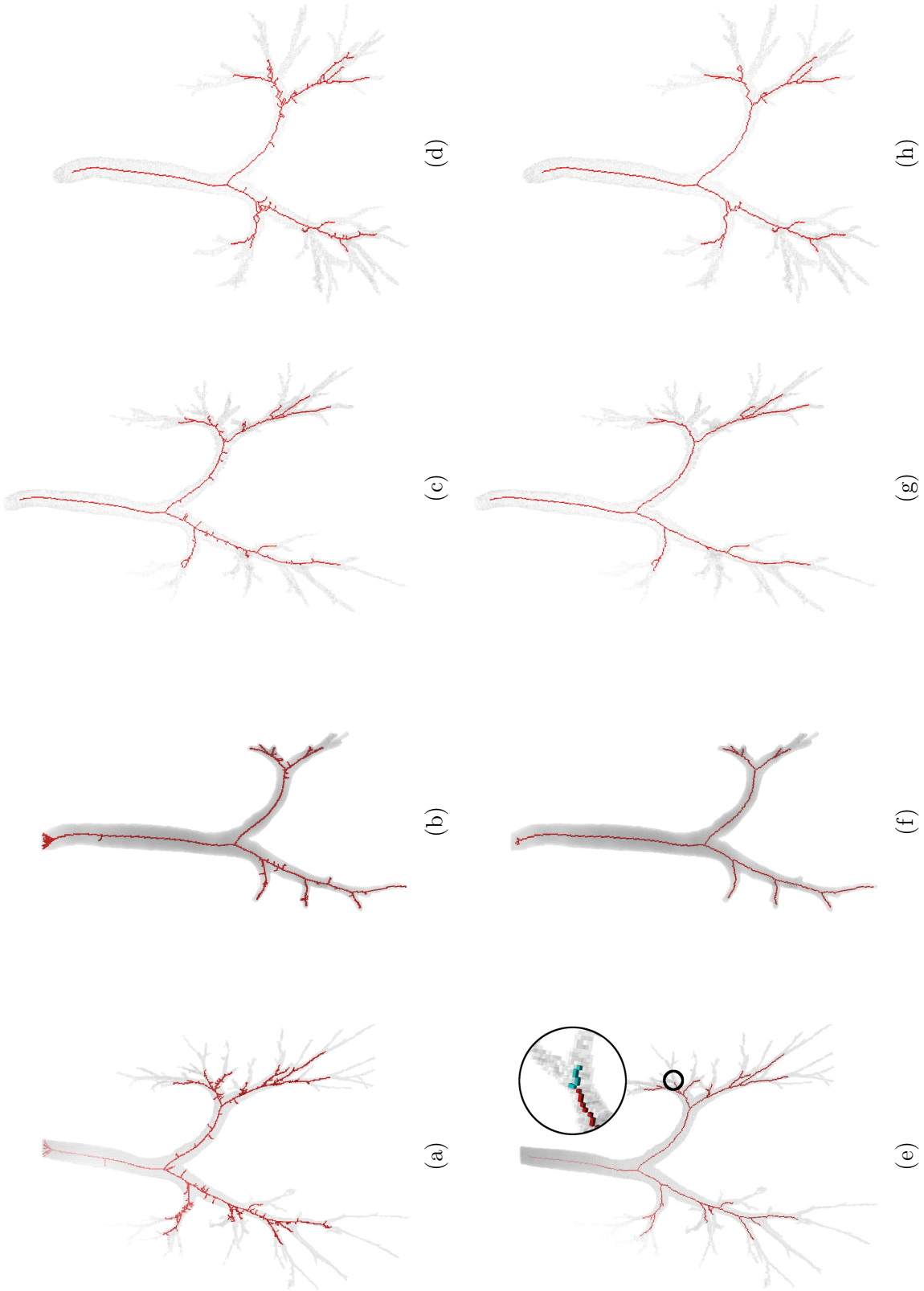


FIGURE 3.10 – (a–d) Squelettes initiaux générés en utilisant l'algorithme de squelettisation de Cornea *et al.* [2005] sur diverses segmentations d'arbres trachéo-bronchiques. (e–h) Squelettes ébarbulés automatiquement avec notre méthode, contenant peu à pas de barbules. Le gros plan dans la Fig. 3.10e montre des exemples de branches pertinentes supprimées (en cyan), cependant, ces branches sont situées dans une zone non tubulaire (une jonction) et donc inadaptées à l'étude des organes tubulaires.

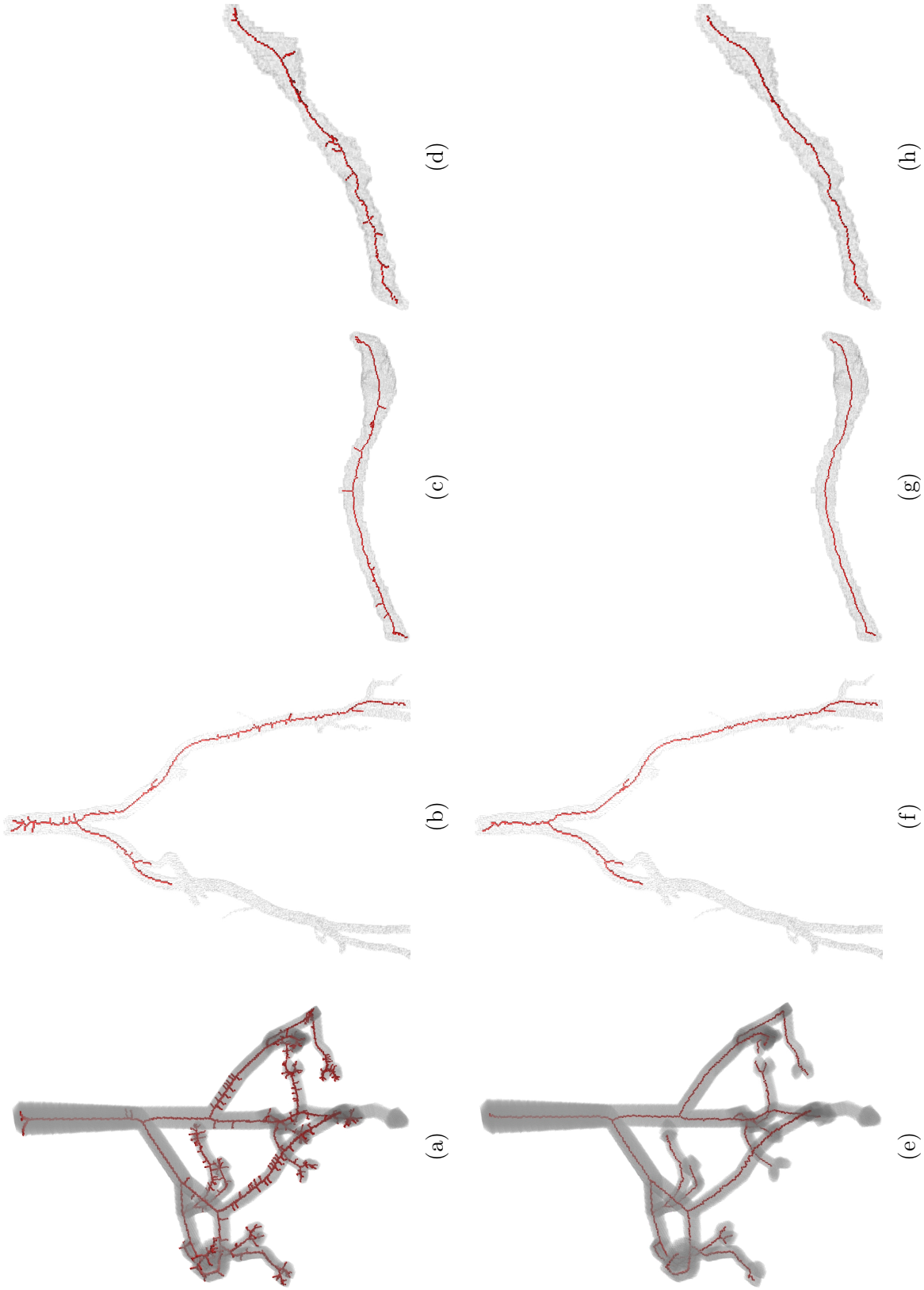
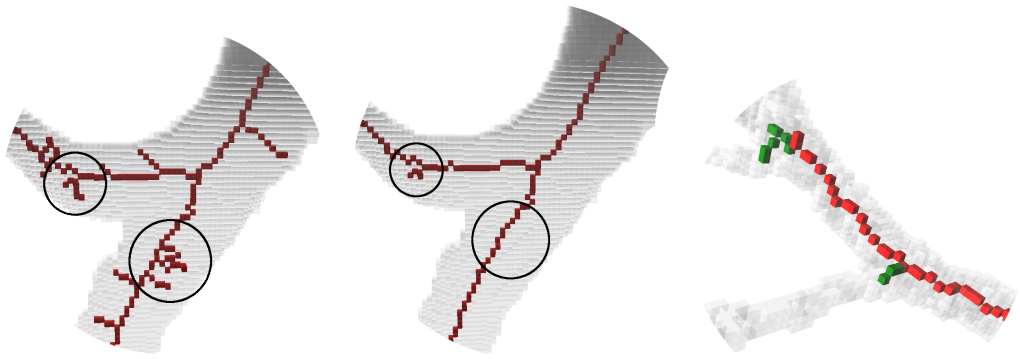


FIGURE 3.11 – (a–d) Squelettes initiaux générés en utilisant l'algorithme de squelettisation de Cornea *et al.* [2005] sur divers volumes tubulaires avec des variations de diamètre. (e–h) Squelettes ébarbulés avec notre méthode, ne contenant aucune barbule.

TABLE 3.1 – Comparaison de notre méthode d'ébarbulage à la méthode de Serino et Sanniti di Baja [2014]. Quatre mesures sont utilisées pour évaluer la sensibilité et la spécificité de notre méthode par rapport à celle de l'état de l'art : (1) le nombre de barbules supprimées par la méthode de l'état de l'art et non supprimées par la nôtre, notée $\mathrm{Err}_{\mathrm{VCM1}}$; (2) le nombre de barbules supprimées par notre méthode mais non supprimées par l'existante, notée $\mathrm{Err}_{\mathrm{SER1}}$; (3) le nombre de branches pertinentes supprimées par notre méthode mais conservées par l'existante, noté $\mathrm{Err}_{\mathrm{VCM2}}$; et (4) le nombre de branches pertinentes supprimées par l'existante, mais préservées par la nôtre, notée $\mathrm{Err}_{\mathrm{SER2}}$. Ces mesures sont calculées sur les quatre volumes de la Fig. 3.10 et les quatre volumes de la Fig. 3.11.

Volumes Fig.	3.10a	3.10b	3.10c	3.10d	3.11a	3.11b	3.11c	3.11d
$\mathrm{Err}_{\mathrm{VCM1}}$	1	0	0	0	0	0	0	0
$\mathrm{Err}_{\mathrm{SER1}}$	6	4	2	6	3	8	4	4
$\mathrm{Err}_{\mathrm{VCM2}}$	4	1	3	4	1	1	1	0
$\mathrm{Err}_{\mathrm{SER2}}$	15	3	19	3	4	0	0	0



(a) (b) (c)

FIGURE 3.12 – (a) Gros plan sur des barbules dans le squelette initial qui s'intersectent, formant un cycle (entouré en noir). (b) Sur la partie entourée à gauche, une barbule est conservée par notre méthode. Sur la droite, le cycle est bien supprimé. (c) Branches pertinentes de faible longueur supprimées par notre approche (en vert).

dans de telles zones (cf. Fig. 3.12c). Néanmoins, du fait de leur localisation, ces branches ne sont pas adaptées à l'étude des organes tubulaires ; leur suppression n'impacte donc pas l'analyse en aval.

Le tableau 3.1 montre les résultats obtenus par comparaison avec la méthode de Serino et Sanniti di Baja [2014]. Les résultats montrent que notre méthode est plus complète puisqu'elle supprime plus de barbules que l'existant (cf. les valeurs élevées obtenues pour $\mathrm{Err}_{\mathrm{SER1}}$ et les faibles valeurs pour $\mathrm{Err}_{\mathrm{VCM1}}$). De plus, notre méthode est plus sensible, puisqu'elle préserve davantage de branches pertinentes (cf. $\mathrm{Err}_{\mathrm{VCM2}}$ et $\mathrm{Err}_{\mathrm{SER2}}$).

1.4 Conclusion sur l'ébarbulage

Dans cette section, nous avons présenté une nouvelle mesure de pertinence. Puisque les plans orthogonaux peuvent être estimés à partir de points de la courbe ou directement à partir de points du volume, il est possible de mesurer l'angle α que fait la barbule avec l'axe du tube. Cette méthode est indépendante de l'algorithme de squelettisation, et, contrairement aux mesures de pertinence de la littérature, est particulièrement adaptée aux volumes avec des variations de diamètre.

Le squelette ébarbulé correspond à une meilleure représentation curvilinéaire du volume correspondant. D'autres défauts peuvent toutefois subsister, tels que la non-centralité des points dans le squelette. La section suivante est consacrée à l'étude des méthodes pour le recentrage des points dans le squelette.

2 Recentrage

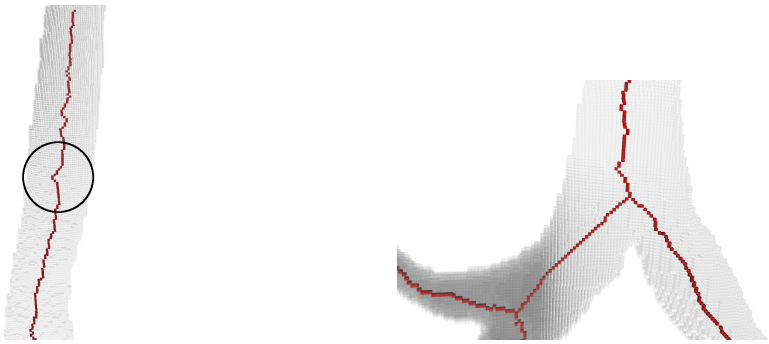
Outre la présence de barbules, le squelette peut être décentré, ce qui impacte, par exemple, les mesures de longueur ou de sinuosité prises sur le squelette. On distingue deux cas de figure où les points du squelettes ne sont pas centrés :

— les **irrégularités**, ou « zig-zags » ;

— les **points décentrés**, pouvant toutefois former une courbe lisse.

Les **irrégularités** sur un squelette proviennent d'irrégularités en surface ou d'un rayon de tube pair (en nombre de voxels). Dans ce dernier cas de figure, un point de la ligne centrale théorique devrait se situer entre deux voxels. Étant donnée la nature discrète des données, les points du squelette peuvent se répartir en « alternant » autour de la ligne centrale.

Les squelettes **décentrés** sont générés par des algorithmes de squelettisation qui ne satisfont pas la propriété de centralité, tels que l'algorithme d'amincissement de Palágyi et Kuba [1999]. Cela concerne aussi certains algorithmes de squelettisation par suivi tels que [Zhang *et al.*, 2014]. Les points des



(a) (b)

FIGURE 3.13 – Exemple de points dans le squelette résultant d'un algorithme de squelettisation ne vérifiant pas la propriété de centralité [Palágyi et Kuba, 1999] (a) irrégularités et (b) points décentrés.

squelettes résultant des algorithmes par suivi sont souvent, dans une première étape, déconnectés les uns des autres. Dans une seconde étape, chaque point du squelette est relié par un chemin ou un segment de droite, qui ne respecte pas nécessairement la géométrie du volume.

Dans cette section, nous nous intéressons à un algorithme de recentrage du squelette de façon à corriger ces deux défauts. Les méthodes de l'état de l'art, présentées en Section 2.1, ne sont attachées généralement qu'à un seul des types de points. Notre méthode, présentée en Section 2.2, permet de recentrer à la fois les irrégularités et les points décentrés. Des résultats de notre méthode sur des volumes tubulaires avec des variations de diamètre sont présentés en Section 2.3.

2.1 Travaux connexes

Les méthodes de l'état de l'art sont généralement dédiées à un seul type de points ne respectant pas le critère de centralité : soit les irrégularités, soit les points décentrés. Les techniques présentées interviennent en post-traitement de la squelettisation. La littérature est peu fournie concernant les points décentrés ; la majorité des approches est dédiée au lissage des irrégularités (cf. Section 1 du Chapitre 2). Ces méthodes ont deux défauts principaux : le lissage peut supprimer des parties pertinentes de la courbe discrète, et elles sont généralement dépendantes d'un paramètre déterminant la taille du voisinage à considérer, souvent difficile à choisir en pratique.

Nous ne considérons par la suite que les approches dédiées au recentrage de points décentrés du squelette.

Points invariants par rotation Tagliasacchi *et al.* [2009] présentent un algorithme de squelettisation qui comprend une étape de recentrage, sur un nuage de points bruité et avec des données manquantes. Cette méthode utilise les normales associées à chaque point du nuage de points, données en entrée. Les auteurs remplacent un point décentré p par un point centré p_r, nommé point ROSA (pour *ROtational Symmetry Axis*). L'ensemble des points ROSA approche l'axe de symétrie de l'objet (cf. Fig. 3.14).

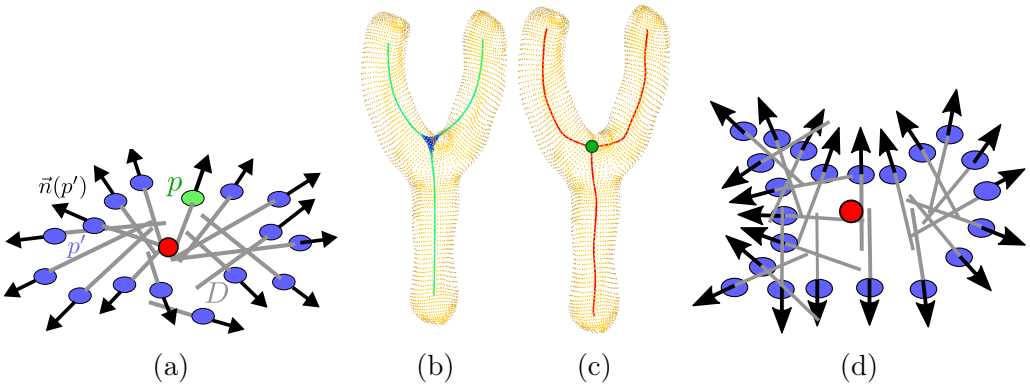


FIGURE 3.14 – Recentrage par les points ROSA de Tagliasacchi *et al.* [2009] sur des nuages de points orientés. (a) Les normales $\vec{n}$ permettent de déterminer le point ROSA (en rouge) à partir des droites D (en gris). (b) Squelette décentré initial obtenu par la première étape de l'algorithme de squelettisation, et (c) squelette recentré par les points ROSA. (d) Le point ROSA (en rouge) n'est pas centré lorsque la section contient des concavités : le point est déplacé vers ces zones. (a–c) Images tirées de Tagliasacchi *et al.* [2009].

Soient $p' \in \mathcal{N}_d(p)$ un point du nuage de points à une distance $\leq d$ de p, $\vec{n}(p')$ le vecteur normal en p', et $D(p')$ la demi-droite obtenue à partir de p' et orientée vers l'intérieur du nuage de points : $D(p') = \{p' - k\vec{n}(p') \mid k \in \mathbb{R}\}$. Dans le cas idéal non bruité, les demi-droites D s'intersectent en un point à l'intérieur de l'objet : il s'agit du point ROSA p_r. L'idée est donc que p_r est le point de $\mathbb{R}^3$ qui minimise la somme des distances au carré aux points les plus proches sur les droites $D(p')$. La position de p_r est donnée, de façon équivalente, en minimisant la somme des aires des parallélogrammes dont les côtés sont définis par le vecteur normal en p' et par le vecteur reliant p_r à p' :

$$p_r = \underset{r \in \mathbb{R}^3}{\arg\min} \sum_{p' \in \mathcal{N}_d(p)} \|(r - p') \wedge \vec{n}(p')\|^2$$

L'idée est que ces vecteurs sont colinéaires pour un point p_r centré : l'aire du parallélogramme associée est donc faible.

Cette approche pourrait être transposée pour des ensembles de voxels en utilisant les normales à la surface estimées par le VCM. Un défaut de cette approche est qu'elle n'est pas adaptée pour les volumes dont la section orthogonale présente des concavités (cf. Fig. 3.14d). En effet, les demi-droites D associées aux points situés dans une zone concave ne sont pas orientées vers le centre de l'objet. Dans ces conditions, le point ROSA est déplacé vers les parties concaves, et n'est pas centré. Enfin, dans les zones de jonction, où plusieurs tubes s'intersectent, le squelette recentré est prolongé dans le tube principal (cf. Fig. 3.14c), et ne correspond pas à la géométrie de l'objet.

Barycentre des sections orthogonales Barbieri *et al.* [2015] présentent une approche de recentrage qui fait partie d'une suite d'outils applicatifs de post-traitement du squelette à partir d'ensembles de voxels. Bien que la méthode ne soit pas optimale, elle constitue, à notre sens, une bonne piste de réflexion pour le recentrage des points. À partir d'un point p du squelette décentré, une section orthogonale est définie par la tangente naïve du squelette (cf. Section 1 du Chapitre 2). Ensuite, n rayons uniformément distribués sont lancés dans la section orthogonale à partir de p. On note par $i_{\vec{v}}$ l'intersection la plus proche de p du rayon $\vec{v}$ avec la bordure de l'objet dans la section orthogonale. Pour tous les rayons lancés, le milieu m du segment $[i_{\vec{v}}, i_{-\vec{v}}]$ est calculé. Le point recentré p_r est donné par le barycentre de l'ensemble des milieux des segments (cf. Fig. 3.15).

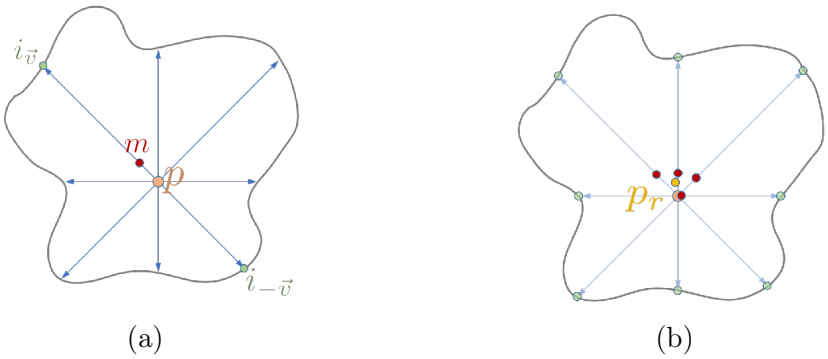


FIGURE 3.15 – Recentrage d'un point de squelette selon la méthode de Barbieri *et al.* [2015]. (a) Lancer de rayons dans une section orthogonale 2D, à partir d'un point décentré p, et calcul du milieu m du segment défini par les intersections des rayons avec la surface de l'objet. (b) Le nouveau point recentré p_r est le barycentre de l'ensemble des milieux m des segments.

L'inconvénient principal d'une telle approche est qu'elle repose sur une estimation biaisée de la section orthogonale par la tangente naïve. En outre, le recentrage est dépendant de la position du point. En effet, pour un point

localisé dans une protubérance, le milieu des segments est proche du barycentre de la protubérance, et non de celui du tube. Cette approche n'est donc pas adaptée à des points fortement décentrés. Par ailleurs, dans les zones de jonctions, de la même façon que pour la méthode de Tagliasacchi *et al.* [2009], cette méthode n'est pas adaptée, puisque le squelette s'étend dans la zone de jonction.

2.2 Utilisation des plans orthogonaux

Notre méthode de recentrage des points est également décrite dans Grélard *et al.* [2016a]. Le recentrage est basé sur l'estimation des plans orthogonaux estimés par le VCM. Plus précisément, un point décentré du squelette initial est remplacé par le barycentre de la section orthogonale. Ce point n'est centré que si le plan orthogonal est estimé sur une partie tubulaire. Pour les volumes avec des jonctions, c'est-à-dire dont le squelette initial contient un point de branchement, nous extrayons des sous-volumes tubulaires à partir desquels il est possible de recalculer un point centré. Dans cette section, nous décrivons notre méthode de recentrage pour les volumes contenant uniquement des parties tubulaires, puis pour des volumes contenant des jonctions.

2.2.1 Volumes tubulaires

Soit $S(p_i)$ la section orthogonale estimée par notre méthode en un point p_i du squelette. Pour les volumes strictement tubulaires, c'est-à-dire dépourvus de jonctions ou de repliements, le point recentré p_r correspond au barycentre g de la composante connexe C de $S(p_i)$ contenant p_i :

$$p_r = g(C(p_i))$$

L'estimation du plan orthogonal se fait à partir des points du volume, et le choix du rayon d'intégration se fait par incrémentation du rayon jusqu'à ce que la boule d'intégration contienne l'ensemble des points de surface de la section orthogonale, selon l'algorithme 2 du Chapitre 2. Le squelette initial doit posséder les mêmes propriétés que les squelettes traités par notre méthode d'ébarbulage (cf. Section 1.2), c'est-à-dire qu'il doit être mince et connexe. En outre, chaque branche du squelette doit avoir une correspondance avec un tube de l'objet, ce qui signifie que le squelette initial ne doit pas contenir de barbules. Il est possible, à cette fin, d'utiliser notre méthode d'ébarbulage, présentée en Section 1.

Les points recentrés peuvent être déconnectés les uns des autres dans le squelette, puisqu'un déplacement est effectué sur chacun des points initiaux. Cependant, puisque le squelette initial est connexe, les plans orthogonaux estimés sont placés à proximité les uns des autres le long du squelette. Ainsi, les points recentrés sont proches – généralement à un voxel d'écart – dans les

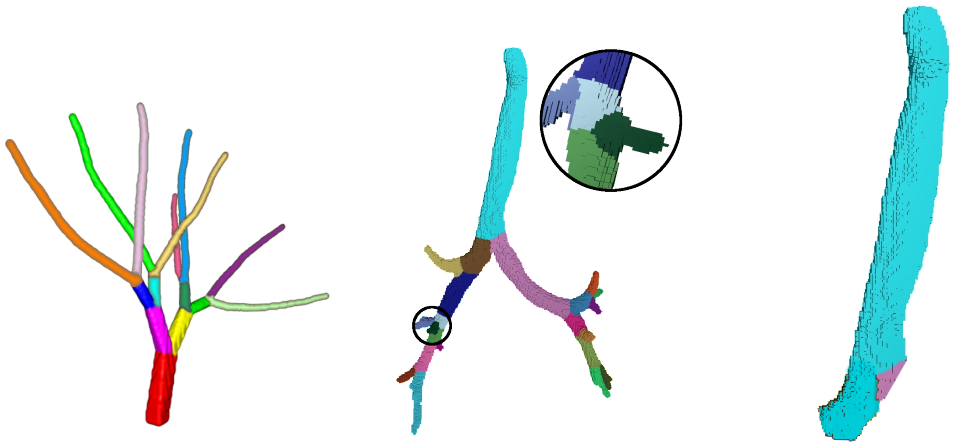
parties tubulaires régulières, c'est-à-dire dans les zones de faible courbure et sans variation majeure de diamètre. Afin d'assurer la connexité du squelette, un point recentré est relié au point recentré le plus proche par un petit segment de droite. La longueur du segment n'excède pas un voxel dans les parties régulières, ce qui n'impacte pas la centralité du squelette recentré.

2.2.2 Volumes contenant des jonctions

Les squelettes initiaux contenant des points de branchement, c'est-à-dire correspondant à des volumes avec des jonctions, ne peuvent être recentrés par la procédure décrite dans le paragraphe précédent. En effet, les jonctions sont des zones localement non-tubulaires. Dans cette section, nous considérons que le volume s'apparente à un arbre enraciné, c'est-à-dire que les tubes ont une relation de parenté. Ainsi, une jonction est constituée d'un tube **parent**, qui se divise en plusieurs tubes **fils**. Nous ne considérons ici que les cas où un tube parent se divise en deux tubes fils. Ce cas de figure est le plus couramment rencontré dans la structure des organes tubulaires. Nous discuterons de la généralisation de notre méthode à des jonctions impliquants $n > 2$ tubes fils dans la Section 2.4. Chaque jonction dans le volume est traitée localement et individuellement par notre méthode.

Notre méthode construit deux sous-volumes tubulaires, qui représentent l'union du tube parent avec un tube fils, pour les deux tubes fils. Les sous-volumes sont obtenus par décomposition du volume en parties tubulaires. Il existe, dans la littérature, divers algorithmes de décomposition [Reniers et Telea, 2007, 2008; Palágyi *et al.*, 2006] dont la pertinence dépend de la façon dont les parties volumiques sont utilisées *in fine*. La méthode de Palágyi *et al.* [2006] assigne une étiquette différente à chaque branche du squelette initial. Ensuite, les points du volume prennent l'étiquette du point le plus proche sur le squelette. Les points ayant la même étiquette constituent une partie décomposée du volume. Cette méthode, ainsi que celle de Reniers et Telea [2007], décrite en Section 1.1 du Chapitre 2, fournissent des parties dans le volume qui ne permettent pas de construire des sous-volumes tubulaires. En effet, l'union de deux parties partageant une frontière n'est pas tubulaire (cf. Fig. 3.16c). Elles ne sont donc pas adaptées au recentrage du squelette dans les jonctions. Nous décrivons ici une nouvelle méthode de décomposition adaptée au recentrage des points du squelette dans les zones de jonction.

Notre méthode de décomposition consiste à placer des plans de façon à ce qu'ils délimitent un tube fils du reste du volume (cf. Fig. 3.17). Les plans qui délimitent ainsi le volume sont appelés plans **de découpe**. Dans cette section, les jonctions sont considérées localement, dans un volume restreint O^J autour du point de branchement b du squelette. Une définition plus précise pour O^J est donnée dans le paragraphe suivant. Ensuite, le sous-volume correspond à l'intersection du volume restreint O^J avec le demi-espace défini par le plan de



(a) (b) (c)

FIGURE 3.16 – Méthodes de décomposition de la littérature pour obtenir des sous-volumes. (a) Méthode de décomposition de Reniers et Telea [2007] (dont l'image est tirée) basée sur la détermination des boucles géodésiques. Chaque couleur représente une partie issue de la décomposition. L'union d'un tube parent et d'un tube fils issus de cette décomposition n'est pas tubulaire. (b) Décomposition d'un arbre trachéo-bronchique par la méthode de Palágyi *et al.* [2006]. (c) L'union d'un tube parent et d'un tube fils (en cyan) fournis par la décomposition en (b) mettent en évidence que les parties créées ne sont pas tubulaires. Afin d'obtenir un sous-volume tubulaire, il manque la partie du tube fils opposé (en violet).

découpe et contenant le tube parent.

Dans un squelette ébarbulé, les points de branchement sont localisés dans les zones de jonction, et les plans de découpe recherchés sont localisés à proximité de ceux-ci. Notre méthode est divisée en deux étapes :

1. identification de la position du plan de découpe à proximité du point de branchement ;
2. réorientation du plan de façon à ce qu'il délimite un tube fils.

Position du plan de découpe On cherche ici à estimer un **point de découpe**, c'est-à-dire un point du squelette initial où passe le plan de découpe. Le plan de découpe doit être localisé à l'extrémité du tube fils la plus proche du tube parent. Ainsi, le point de découpe est localisé sur la branche du squelette associée à un tube fils, de façon à minimiser sa distance au point de branchement.

Soient b un point de branchement du squelette, $A_1(b)$ et $A_2(b)$ les deux branches du squelette associées à chaque tube fils et qui contiennent b, $L_{A(b)}$

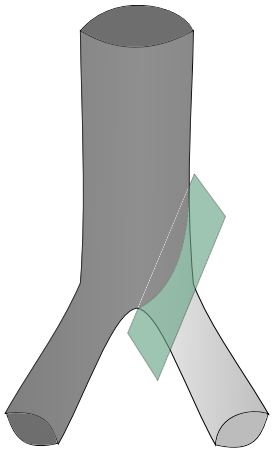


FIGURE 3.17 – Obtention d'un sous-volume tubulaire (en gris foncé) constitué de l'union du tube parent avec un tube fils. Un deuxième sous-volume est extrait par l'union du tube parent avec l'autre tube fils (non illustré). Un plan de découpe (en vert) permet d'extraire le sous-volume.

leur longueur en nombre de voxels et $L_{\max(b)}$ la longueur maximale des branches qui contiennent b. On considère qu'un point p d'une branche $A(b)$ du squelette est localisé dans une jonction si $d(p,b) < \frac{1}{2} \times L_{A(b)}$; l'ensemble des points de la branche satisfaisant cette condition constitue une branche restreinte, notée A^J. Le volume restreint O^J est la composante connexe de l'ensemble de points $\{ B(b, \frac{3}{4}L_{\max(b)}) \cap O \}$ contenant b. Le volume restreint est étendu aux extrémités ($\frac{3}{4}$ vs $\frac{1}{2}$ pour les branches restreintes) afin que le recentrage ne soit pas impacté aux extrémités du sous-volume.

Afin de déterminer la position du point de découpe, on considère la variation de l'aire des sections orthogonales centrées en des points du squelette et estimées avec notre méthode en intégrant des points du volume (cf. Chapitre 2). Les plans orthogonaux estimés en des points de $A_1^J(b)$ situés à proximité d'un point de branchement intersectent la branche $A_2^J(b)$ (cf. Fig. 3.18). En d'autres termes, l'aire de la section orthogonale est plus importante dans la jonction que dans un tube fils. Ainsi, si l'on parcourt une branche $A^J(b)$ du squelette séquentiellement à partir de b, le point de découpe correspond au point de $A^J(b)$ où la variation d'aire est la plus grande. Soient $\mathcal{N}_{A^J}(p)$ le voisinage direct de p sur la branche A^J, et Aire(p) l'aire calculée comme le nombre de points dans la section orthogonale estimée en p. La variation $\sigma(p)$ de l'aire dans la branche A^J est donnée par :

$$\sigma(p) = \max_{n \in \mathcal{N}_{A^J}(p)} \frac{\text{Aire}(n)}{\text{Aire}(p)}$$

Le point de découpe p_d dans la branche A^J est alors défini comme $p_d = \arg\max_{p \in A^J} \sigma(p)$.

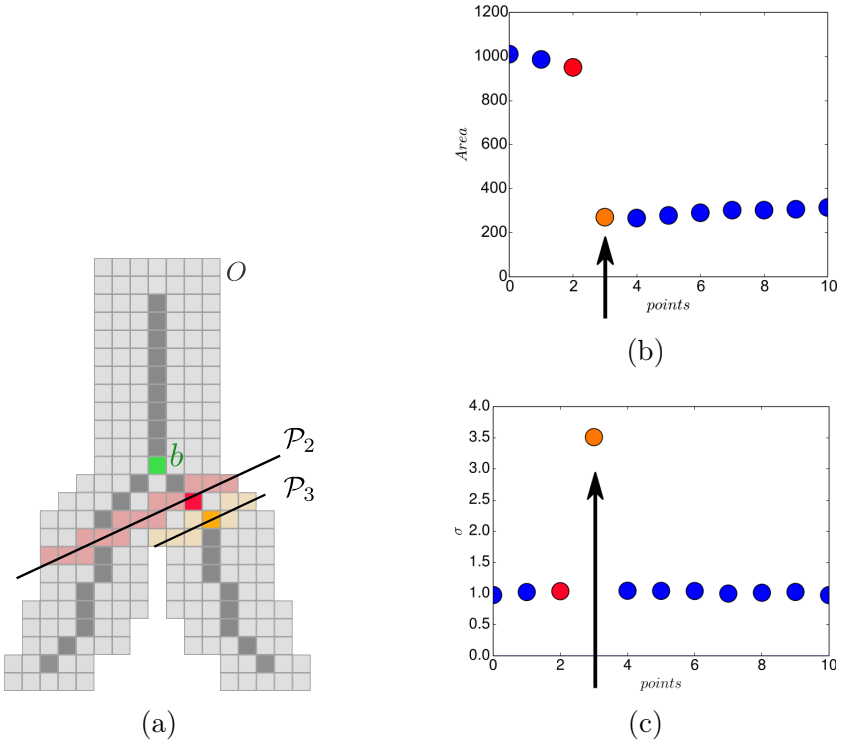


FIGURE 3.18 – (a) Estimation des plans orthogonaux $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ en deux points (en rouge et orange) de la même branche. L'aire de la section orthogonale associée varie dans la zone de jonction. (b) Variation d'aire typique observée le long d'une branche. Les points sont parcourus séquentiellement d'un point de branchement jusqu'à l'extrémité de la branche. (c) Valeurs de σ associées aux valeurs d'aires de la Fig. 3.18b. Le point de découpe p_d, c'est-à-dire le centre du plan de découpe, est le point où la valeur de σ est la plus élevée (montrée par une flèche).

Orientation des plans Soient $\mathcal{P}$ le plan orthogonal situé au point de découpe p_d, C_{p_d} la composante connexe de l'intersection entre $\mathcal{P}$ et le volume restreint O^J et contenant le point p_d, alors $\mathcal{P}$ fournit une décomposition au travers de la composante connexe de l'ensemble de points $\{ O^J \setminus C_{p_d} \}$. Cependant, les parties issues de cette décomposition ne permettent pas de construire des sous-volumes tubulaires. En effet, l'union d'un tube parent et d'un tube fils n'est pas tubulaire (cf. Fig. 3.19). L'orientation des plans orthogonaux est donc modifiée de façon à obtenir des plans de découpe P.

L'idée est d'aligner le plan situé dans un tube fils avec l'axe du tube fils opposé, de façon à prolonger le tube fils opposé au sein du tube parent. La direction de l'axe du tube est donnée par la normale du plan orthogonal, c'est-à-dire la tangente, estimée en un point de la branche du squelette. Ainsi, la

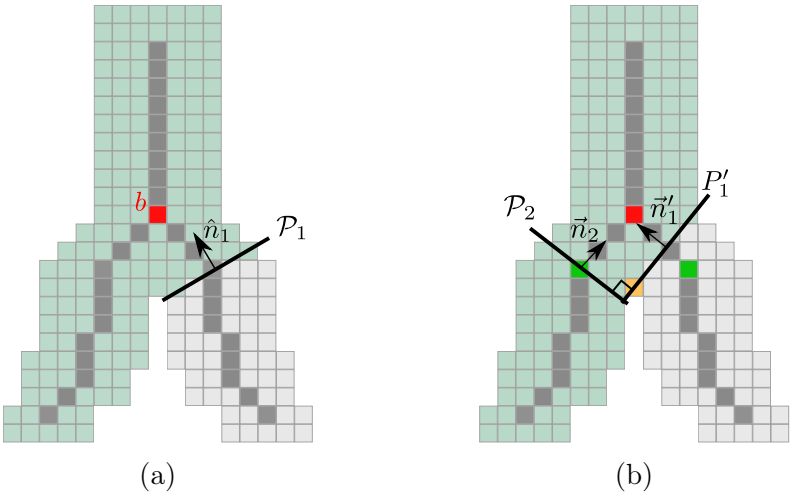


FIGURE 3.19 – (a) Sous-volume (en vert) calculé en utilisant le plan $\mathcal{P}_1$ sur un squelette initial. La décomposition obtenue ne permet pas de recentrer les points du squelette. (b) Sous-volume tubulaire obtenu après rotation du plan $\mathcal{P}_1$ autour du centre de rotation (en orange) de façon à ce que le plan de découpe P'_1 soit orthogonal au plan $\mathcal{P}_2$ situé dans l'autre tube fils.

normale $\vec{n}_1$ du plan orthogonal $\mathcal{P}_1$ estimé au point de découpe p_d subit une rotation de façon à ce que $\mathcal{P}_1$ soit orthogonal au plan $\mathcal{P}_2$, de normale $\vec{n}_2$, et estimé au point de découpe sur la branche localisée dans l'autre tube fils. La direction de l'axe de rotation est donnée par le produit vectoriel de $\vec{n}_1$ par $\vec{n}_2$. La normale $\vec{n}'_1$ du plan de découpe P'_1 est calculée par :

$$\vec{n}'_1 = (\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2) \wedge \vec{n}_2$$

L'axe de rotation est placé sur un point de la section orthogonale définie par $\mathcal{P}_1$ et qui minimise la distance à la section orthogonale définie par $\mathcal{P}_2$.

Après rotation des plans, deux sous-volumes tubulaires S_1 et S_2 sont extraits pour chaque jonction (cf. Fig. 3.19b). Les sous-volumes S_1 et S_2 sont définis par l'intersection du volume restreint O^J avec tous les points du demi-espace défini par les plans de découpe P_1 et P_2, respectivement, et contenant le point de branchement b. Notons que le sous-volume S_1 contient la branche du squelette A_2, et que le sous-volume S_2 contient A_1.

Les points du squelette initial sont recentrés en estimant les plans orthogonaux à partir des sous-volumes, en chacun des points du squelette, et en extrayant ensuite les barycentres de la section orthogonale associée (cf. paragraphe précédent). Plus précisément, soit A^J_P la branche restreinte du squelette correspondant à un tube parent, les points du squelette considérés sont les ensembles $A^I_1 = \{A^J_P \cup A^J_1\}$ et $A^I_2 = \{A^J_P \cup A^J_2\}$, correspondant aux sous-volumes S_2 et S_1, respectivement. Ensuite, pour le recentrage, chaque branche A^I est

parcourue séquentiellement à partir de l'extrémité non-b de la branche du squelette correspondant au tube fils. La branche associée au tube parent est donc considérée deux fois pour le recentrage. Un critère d'arrêt permet de mettre fin à la procédure itérative, afin d'éviter de calculer deux fois le squelette dans le tube parent, et de générer potentiellement un squelette recentré qui soit épais. Le critère d'arrêt est le suivant : les points du squelette sont recentrés jusqu'à ce que l'ensemble des points de A^I soit traité ou que le point recentré soit voisin d'un point déjà existant dans le squelette recentré. Les points recentrés sont ensuite reliés par de petits segments de droite, et le squelette résultant est centré et mince dans la zone de jonction.

2.3 Résultats

Dans cette section, nous présentons des résultats obtenus avec notre méthode de recentrage. Les squelettes initiaux ont été générés avec l'algorithme de squelettisation de Palágyi et Kuba [1999] et ébarbulés avec notre méthode, présentée en Section 1 de ce Chapitre.

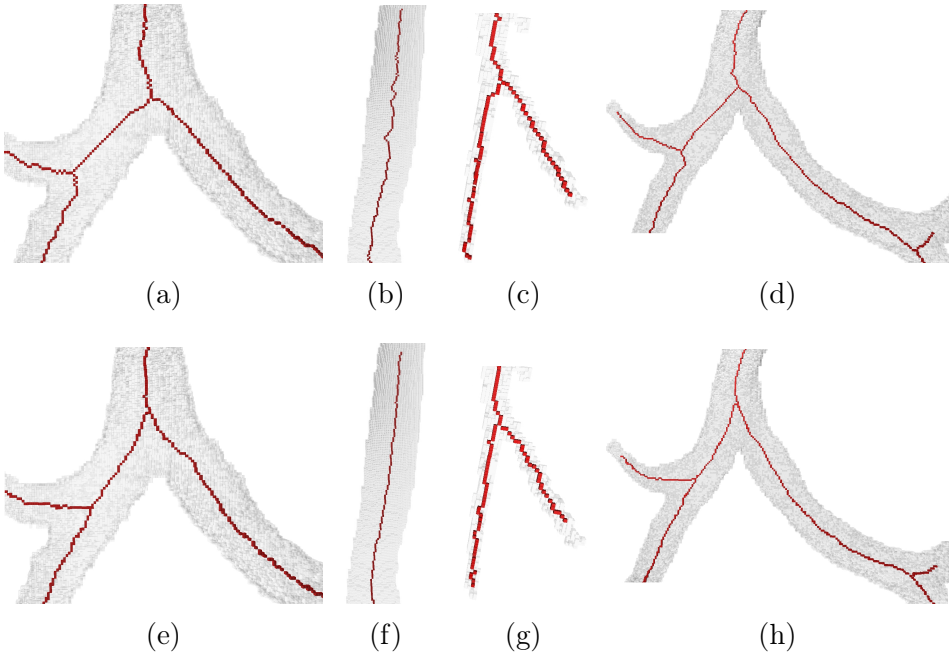


FIGURE 3.20 – (a–d) Squelettes initiaux décentrés générés en utilisant l'algorithme de squelettisation de Palágyi et Kuba [1999] sur des segmentations d'arbres trachéo-bronchiques. (e–h) Squelettes recentrés par notre méthode.

Tout d'abord, une évaluation quantitative permet de vérifier que notre méthode de recentrage produit un squelette recentré. Des volumes tubulaires en

forme de « Y », c'est-à-dire avec un tube parent se divisant en deux tubes fils, ont été générés par l'union de boules centrées sur chaque point d'un squelette théorique T connu. La distance de Hausdorff $d_H(C, C')$ entre deux ensembles C et C', c'est-à-dire la distance maximale entre un point dans C' et son plus proche voisin dans C, nous permet de quantifier la centralité du squelette issu de notre méthode de recentrage. Ici, les distances de Hausdorff entre deux paires d'ensembles de points nous intéressent : la distance de Hausdorff $d_H(T, I)$ entre le squelette théorique T et le squelette initial décentré I, et la distance de Hausdorff $d_H(T, I_R)$ entre T et le squelette I_R produit par notre méthode de recentrage.

Table 3.2 – Distance de Hausdorff entre (première ligne) un squelette théorique centré T et un squelette initial décentré I généré par l'algorithme de Palágyi et Kuba [1999] et (ligne du bas) entre T et un squelette I_R recentré par notre méthode, sur des volumes en forme de « Y » avec diverses valeurs d'angle de division (une jonction).

	0.45π	0.40π	0.35π	0.30π	0.25π
$d_H(T, I)$	3.74	2.82	3.74	4.47	5.91
$d_H(T, I_R)$	1	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2, pour des volumes avec des valeurs d'angle variables entre les deux tubes fils (0.45π ; 0.40π ; 0.35π ; 0.30π ; 0.25π), mais avec un rayon et une longueur fixes (7 et 50 voxels, respectivement). Les résultats montrent que notre méthode de recentrage produit des squelettes recentrés à partir de squelettes décentrés. En effet, les squelettes recentrés sont au plus à une distance de $\sqrt{2}$ du squelette théorique, ce qui signifie que les squelettes théoriques et recentrés partagent, dans le pire des cas, une arête de voxel. En outre, notre méthode est indépendante de l'angle de division du tube parent.

Une évaluation visuelle sur des segmentations d'arbres trachéo-bronchiques montre que le squelette est centré dans les jonctions, et que les irrégularités sont lissées (cf. Figs. 3.20 et 3.21). L'expérimentation montre que la variation d'aire σ est adaptée pour positionner le point de découpe sur des volumes avec des variations de diamètre. Pour de tels organes, bien que des variations soient constatées dans les parties régulières, elles sont généralement faibles entre deux points voisins dans le squelette. Ainsi, la valeur de σ la plus importante est retrouvée pour le point de découpe recherché.

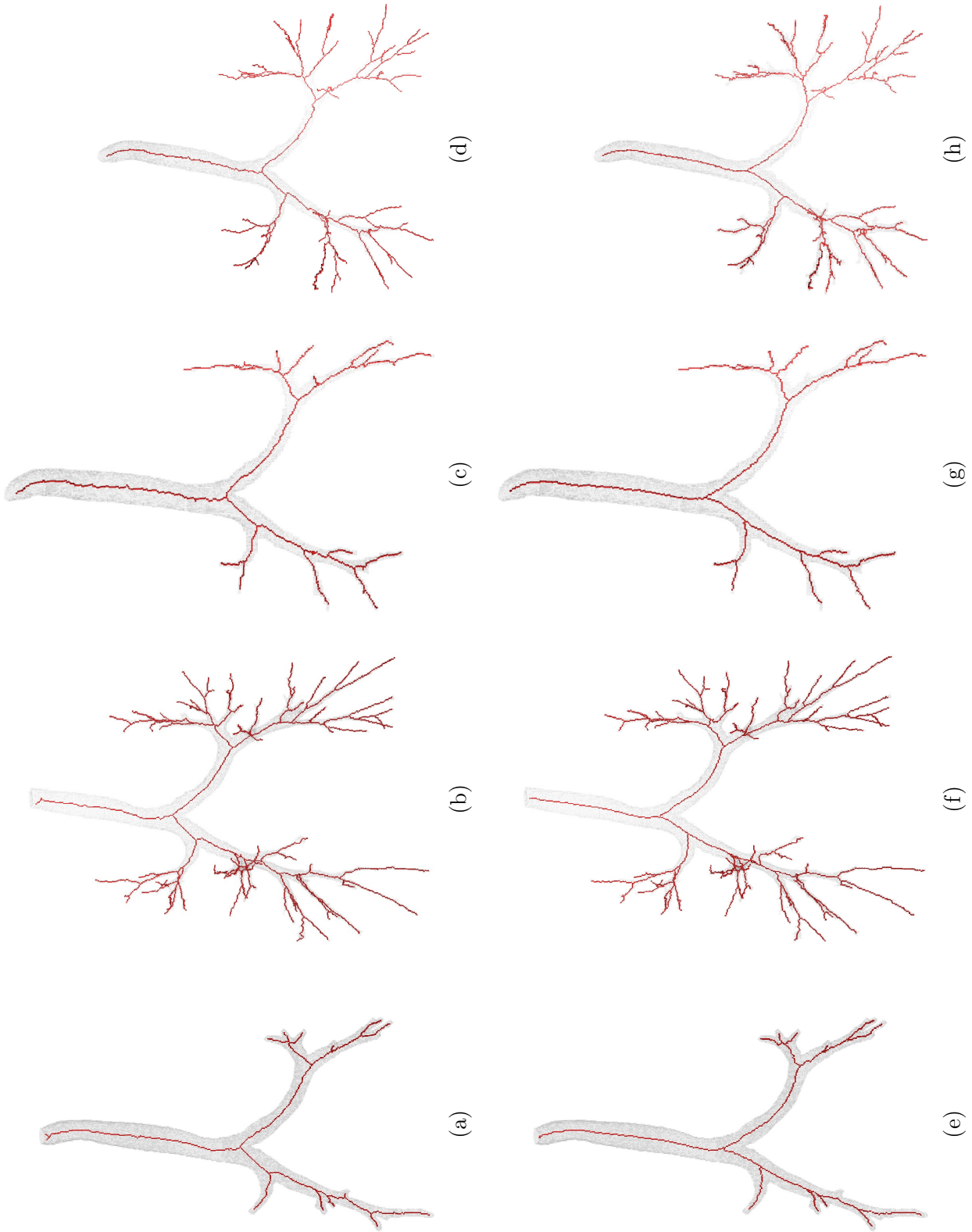


FIGURE 3.21 – Recentrage de squelettes initiaux décentrés et irréguliers générés par la méthode de Palágyi et Kuba [1999] sur des segmentations d'arbres trachéo-bronchiques. (a–d) Squelettes initiaux. (e–h) Squelettes recentrés par notre méthode. Les squelettes obtenus ne contiennent pas d'irrégularités et sont bien centrés.

2.4 Discussion et conclusion sur le recentrage

Notre méthode de recentrage est adaptée aux volumes tubulaires et aux volumes contenant des jonctions, et produit un squelette représentatif du volume. Bien que notre approche pour traiter les jonctions n'ait été détaillée que pour le cas de jonctions où un tube parent se divise en deux tubes fils, elle peut être généralisée à des jonctions impliquant un tube parent se divisant en trois tubes, ou plus. Le sous-volume tubulaire correspondant à une branche A_i du squelette est alors donné par l'intersection du volume restreint O^J avec l'intersection des demi-espaces définis par les plans de découpe sur $A_j, \forall i \neq j$. En revanche, si le volume ne s'apparente pas à un arbre enraciné, notre méthode de recentrage n'est pas applicable, puisque les sous-volumes tubulaires contiennent nécessairement un tube parent. La racine de l'arbre peut être déterminée manuellement, en sélectionnant la branche du squelette associée. Les relations de parenté dans le reste de l'arbre peuvent ensuite être déterminées par un parcours en largeur. Une méthode automatique consiste à utiliser les *a priori* des organes tubulaires, dans lesquels les tubes parents ont généralement un diamètre plus important.

Pour résumer, notre méthode de recentrage est adaptée aux volumes tubulaires :

— possédant, ou non, des jonctions ;
— s'apparentant à un arbre enraciné ;
— n'ayant pas de variations majeures de diamètre dans les parties tubulaires.

Notre méthode est indépendante de l'algorithme de squelettisation initial utilisé, pour peu que le squelette soit mince, connexe, et ébarbulé. Elle recentre à la fois les irrégularités, et les points décentrés d'un squelette initial en assurant une correspondance entre le squelette et le volume. Les mesures de longueur et de sinuosité estimées sur le squelette recentré seront donc plus précises.

3 Bilan du chapitre

Nous avons présenté, dans ce chapitre, deux méthodes permettant le raffinement des squelettes. Nous avons défini une nouvelle mesure de pertinence qui correspond à la différence d'angle formée par la tangente à une branche du squelette, et l'axe du tube. Cette mesure est indépendante du diamètre du tube, ce qui rend son utilisation avantageuse pour les organes tubulaires tels que les arbres trachéo-bronchiques. Notre méthode de recentrage permet, sur un squelette ébarbulé, de lisser les irrégularités et recentrer les points décentrés. Contrairement aux méthodes de l'état de l'art, elle est adaptée aux volumes tubulaires contenant des jonctions.

La correspondance géométrique plus fine entre le squelette et le volume,

assurée par ces deux méthodes, ouvre la voie à une meilleure caractérisation des organes tubulaires, au travers, notamment, de mesures de longueur et de sinuosité. L'utilisation de notre méthode d'ébarbulage, suivie de notre méthode de recentrage permet, dans un autre ordre d'idée, de comparer plus facilement des squelettes issus de différents algorithmes de squelettisation. En effet, les plans orthogonaux estimés à partir du volume en des points de deux squelettes différents sont placés à proximité les uns des autres, d'après les résultats du Chapitre 3. Ainsi, les deux squelettes recentrés sont proches géométriquement, et une comparaison, basée par exemple sur la distance entre les deux ensembles, indiquera des différences ou des similitudes d'ordre structurel.

Notre méthode de recentrage ne peut cependant pas rendre un squelette complet, c'est-à-dire que les branches pertinentes absentes du squelette initial sont absentes du squelette recentré. La difficulté de la squelettisation sur des organes tubulaires est d'obtenir une correspondance entre un tube dans le volume et une branche du squelette. Nous verrons dans le Chapitre 4, une méthode de squelettisation par suivi basée sur le barycentre des sections orthogonales qui produit un squelette complet.

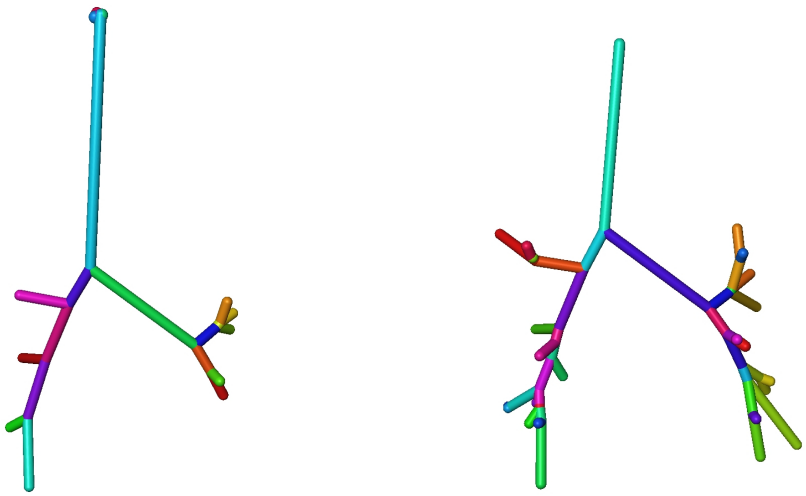
Chapitre 4

Algorithme de squelettisation

Sommaire

1 Travaux connexes 83
1.1 Extraction de ligne centrale par suivi 83
1.2 Algorithmes de squelettisation 85
1.2.1 Transformée en distance 87
1.2.2 Champs de vecteurs 92
1.2.3 Amincissement 94
1.2.4 Conclusion sur l'état de l'art 98
2 Algorithme de suivi 98
2.1 Squelette dans les parties tubulaires 99
2.2 Traitement des jonctions 101
3 Résultats 103
3.1 Données synthétiques 103
3.2 Données réelles 105
4 Bilan du chapitre 105

Afin de suivre l'évolution de pathologies, il peut être intéressant d'effectuer un suivi de l'organe au cours du temps. Pour l'arbre trachéo-bronchique, un suivi temporel permet d'évaluer les variations du volume d'air au sein des bronches au cours des cycles d'inspiration et d'expiration. En particulier, les bronches de plus petit diamètre se vident de leur air à l'expiration, ce qui se reflète, à l'acquisition, par l'impossibilité de détecter ces bronches. Le suivi au cours du temps d'une forme complexe est faite au moyen de sa représentation par graphe (cf. Fig. 4.1). La comparaison de graphe permet de comparer deux segmentations provenant d'une même image, en étudiant notamment le nombre de tubes détectés à une génération donnée de l'arbre. L'extraction d'un graphe à partir d'un volume est faite au moyen d'un squelette curvilinéaire. Les méthodes de raffinement vues dans le chapitre précédent sont dédiées à des squelettes décentrés ou comportant des barbules. Ces méthodes ne rendent pas pour autant un squelette plus complet : les branches pertinentes manquantes dans le squelette initial ne seront pas ajoutées par nos méthodes. Or, afin d'analyser finement la forme d'une segmentation d'organe tubulaire, il est nécessaire d'avoir une correspondance stricte entre le squelette et le volume, c'est-à-dire que chaque tube doit être représenté par une branche dans le squelette.



(a) (b)

FIGURE 4.1 – Graphes extraits de deux squelettes curvilinéaires générés par l'algorithme de Cornea *et al.* [2005] sur deux segmentations d'arbres trachéo-bronchiques aux stades de (a) l'expiration et (b) de l'inspiration. La longueur des arêtes est proportionnelle à la longueur des branches du squelette.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux algorithmes de squelettisation curvilinéaires adaptés à l'étude des organes tubulaires. Les méthodes de la littérature, présentées dans la Section 1, présentent divers défauts, ce qui

se répercute sur l'analyse géométrique en aval. Nous proposons une nouvelle méthode de squelettisation dans la Section 2, qui est spécifique aux objets tubulaires. Il s'agit d'un algorithme de squelettisation par suivi des barycentres des sections orthogonales estimées par la méthode présentée dans le Chapitre 2. Des résultats de notre méthode de squelettisation sont présentés dans la Section 3.

1 Travaux connexes

Dans le cadre de l'analyse des organes tubulaires, la **ligne centrale** peut être extraite directement à partir de l'image en niveaux de gris par suivi. Les méthodes par suivi se basent sur le fait que le volume tubulaire sous-jacent est allongé dans une direction donnée. Ainsi, la ligne centrale est obtenue par déplacements successifs selon l'axe du tube. On distingue, dans cette section, la ligne centrale, extraite d'une image en niveaux de gris, des **squelettes curvilinéaires**, calculés sur un objet discret. Il existe un grand nombre d'algorithmes de squelettisation, dont une classification peut être établie en fonction de leur mode de calcul.

Dans cette section, nous détaillons tout d'abord une méthode représentative des algorithmes d'extraction de ligne centrale par suivi, puis détaillons les différentes méthodes qui permettent d'extraire un squelette curvilinéaire.

1.1 Extraction de ligne centrale par suivi

Divers travaux s'attachent à extraire la ligne centrale d'organes tubulaires par suivi, à partir d'images en niveaux de gris [Flasque *et al.*, 2001; Xu *et al.*, 2007; Kumar *et al.*, 2015]. La ligne centrale est ensuite généralement utilisée pour la segmentation de l'organe, ou pour effectuer des mesures en aval, telles que la longueur ou la sinuosité.

Les méthodes par suivi construisent une ligne centrale itérativement. À partir d'un point s_i de la ligne centrale, le point suivant s_{i+1} de la ligne centrale est obtenu en deux étapes. Tout d'abord, un point p_{i+1} est obtenu par déplacement selon un vecteur suivant, idéalement, l'axe du tube (cf. Fig. 4.2). Le point p_{i+1} est potentiellement décentré, il est donc recentré dans une seconde étape. Le point recentré correspond à un point de la ligne centrale. Les méthodes de suivi varient en fonction de la détermination du vecteur de déplacement et du recentrage.

L'approche de Kumar *et al.* [2015], utilisée pour l'extraction de la ligne centrale d'images 3D provenant d'acquisitions d'artères est représentative de ces méthodes. À partir d'un point initial p_0, les auteurs calculent la matrice hessienne, c'est-à-dire la matrice qui stocke les dérivées partielles secondes des valeurs d'intensité de l'image. Dans cette matrice, le vecteur propre $\vec{v}_1$

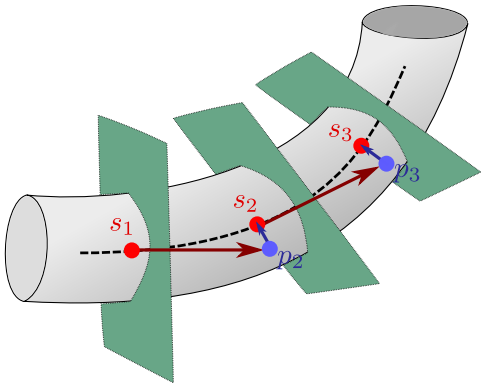
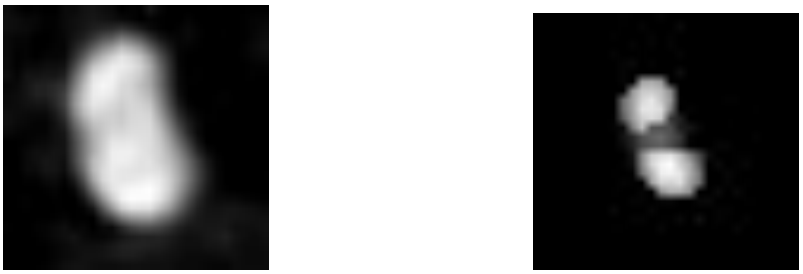


FIGURE 4.2 – Extraction de ligne centrale par suivi, où le point de la ligne centrale s_{i+1} est obtenu par déplacement du point précédent s_i avec un vecteur suivant l'axe du tube (vecteur en rouge), et par un recentrage (vecteur en bleu).

correspondant à la valeur propre de plus petite valeur absolue est considéré comme la direction du tube. Le point suivant p_{i+1} est obtenu par suivi de ce vecteur : $p_{i+1} = p_i + \vec{v}_1$. Le déplacement s'effectue donc au voisinage du point p_i. Le point p_{i+1} peut toutefois être décentré. Ainsi, les auteurs considèrent la section orthogonale définie par le plan orthogonal de normale $\vec{v}_1$ au point p_{i+1}. Soit σ l'écart-type de la gaussienne utilisé pour calculer la matrice hessienne, choisi ici comme la taille du grand axe de la section orthogonale du tube. Les auteurs définissent un critère de centralité $C(\sigma)$, dépendant des valeurs propres de la matrice hessienne calculée sur la section orthogonale 2D, avec $|\lambda_1| \leq |\lambda_2|$: $C(\sigma) = \dfrac{\lambda_2 + \lambda_1}{|\lambda_2 - \lambda_1|}$. Les valeurs de C sont calculées sur l'ensemble des points de la section orthogonale 2D, et le point centré est donné comme le point avec la valeur maximale de $C(\sigma)$. Un point de la ligne centrale est ainsi détecté dans les parties régulières du tube.

Dans les jonctions, il est nécessaire de détecter plusieurs points de la ligne centrale, correspondant aux centres de chacun des tubes résultant de la division. Ici, les jonctions sont détectées comme des zones où les variations de diamètre et de compacité prises sur les sections orthogonales estimées en p_i et p_{i+1} sont supérieures à un seuil donné. Ensuite, les auteurs détectent les différents tubes impliqués dans la jonction en définissant la mesure de centralité C multi-échelle (cf. Fig. 4.3) : $C_{multi} = \max_{\sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}} C(\sigma)$, où $\sigma_{\max}$ correspond au grand axe de la section orthogonale 2D, et $\sigma_{\min} = \frac{1}{3}\sigma_{\max}$.

Chacun des tubes impliqués dans la jonction est isolé par seuillage sur les valeurs de centralité multi-échelle. Ensuite, le centre de chaque tube est extrait comme le point avec la valeur maximale de centralité. Les deux centres sont stockés dans une liste et l'algorithme de suivi reprend à partir d'un de ces deux points jusqu'à ce que la liste soit vide.



(a) (b)

FIGURE 4.3 – Sections orthogonales obtenues dans une même zone de jonction, avec : (a) le critère de centralité avec une valeur de σ fixe choisie comme le grand axe de la section orthogonale et (b) le critère de centralité multi-échelle, permettant d'obtenir les deux tubes impliqués dans la jonction. Un seuil permet d'obtenir deux composantes connexes. Images tirées de Kumar *et al.* [2015].

L'algorithme se termine lorsque le déplacement par suivi se fait sur un point en dehors du tube, c'est-à-dire sur un point avec une valeur de niveau de gris inférieure à un seuil.

Les méthodes similaires de l'état de l'art telles que Flasque *et al.* [2001]; Xu *et al.* [2007] reprennent le même principe et diffèrent dans la façon d'obtenir le point suivant dans la ligne centrale, ou de calculer le centre du tube. Ces méthodes produisent une ligne centrale dont il est difficile de garantir des propriétés, telles que la correspondance entre celle-ci et le volume.

Dans la section suivante, nous nous intéressons aux algorithmes de squelettisation dédiés aux ensembles de voxels, ainsi qu'aux maillages s'ils peuvent être transposées à des ensembles de voxels.

1.2 Algorithmes de squelettisation

Les squelettes curvilinéaires fournissent une représentation simplifiée d'un ensemble de voxels qui permet d'en faire une analyse topologique et géométrique. Nous avons présenté, dans le Chapitre 1, un ensemble de propriétés à satisfaire pour un algorithme de squelettisation. Dans le cadre de l'analyse des organes tubulaires, un sous-ensemble de propriétés est nécessaire. Les squelettes curvilinéaires doivent être idéalement :

— centrés, afin d'effectuer des mesures précises, comme expliqué dans le Chapitre 1 ;
— minces et connexes, pour identifier les points de branchement dans le squelette et obtenir une représentation par un graphe ;
— complets, et sans barbule, de façon à assurer une correspondance du

squelette avec le volume.

Les algorithmes existants ne satisfont pas l'ensemble de ces propriétés, et présentent des défauts – tels que les barbules ou des points décentrés (cf. Chapitre 3).

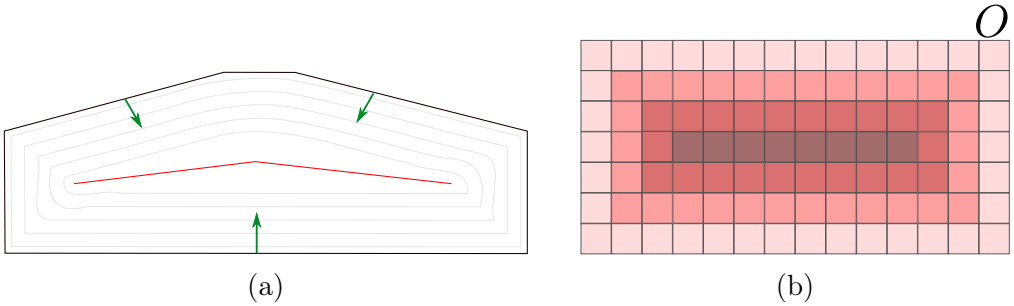


FIGURE 4.4 – Catégories d'algorithmes de squelettisation 3D. (a) Propagation de fronts, représentés par des courbes de niveau, en gris clair. Le squelette (en rouge) est situé aux points d'intersection des deux fronts. Cette idée est à la source des algorithmes basés sur la transformée de distance et des champs de vecteurs. (b) Amincissement, où chaque couche de pixels est représenté avec un niveau de transparence différents. Les points non terminaux du squelette (en rouge foncé) sont non-simples puisque leur suppression modifie la topologie de l'objet.

On distingue trois catégories principales d'algorithmes de squelettisation produisant un ensemble de courbes 3D, classifiées par Cornea *et al.* [2007] selon la façon dont le squelette est calculé (cf. Fig. 4.4) :

1. par la **transformée en distance**, [Bitter *et al.*, 2001; Hassouna et Farag, 2005, 2009] où les points du squelette correspondent aux lignes de crête de la transformée en distance. Ces méthodes rappellent le modèle de feu de prairie de Blum [1967] ;
2. par un **champ de vecteurs** [Cornea *et al.*, 2005; Tagliasacchi *et al.*, 2012] où les points du squelette sont données par les singularités de ces champs ;
3. par **amincissement** [Couprie *et al.*, 2007; Palágyi *et al.*, 2006], où des « couches » de voxels sont enlevées successivement jusqu'à l'obtention d'un squelette ;

Des algorithmes de squelettisation spécifiques peuvent ne rentrer dans aucune catégorie, comme c'est le cas pour la méthode de Reniers *et al.* [2008], évoquée dans le Chapitre 3. Un autre exemple est la méthode de Kerautret *et al.* [2016] qui définit des segments partant des points de la surface, et orientés vers l'intérieur du volume dans la direction de la normale, sur le même principe

que la méthode de Tagliasacchi *et al.* [2009], présentée dans la Section 2 du Chapitre 3. Par ailleurs, les nombreuses méthodes basées sur le diagramme de Voronoï pour l'extraction de squelettes sur des maillages, ne sont pas adaptées pour des ensembles de voxels. Enfin, les méthodes par apprentissage telles que Sironi *et al.* [2014] fournissent des squelettes dépendants des images utilisées pour la phase d'apprentissage. Il est ainsi difficile de prédire les propriétés des squelettes obtenus par de telles méthodes ; ces dernières ne font donc pas l'objet de cette section. Notons que la squelettisation multi-échelle, dont il a été question dans le Chapitre 3, n'entre pas dans la classification, puisque ces méthodes donnent une hiérarchie de squelettes indépendamment du mode de calcul.

Dans cette section, nous présentons des algorithmes de squelettisation représentatifs de leur catégorie et en lien avec l'analyse des organes tubulaires, c'est-à-dire qui satisfont une partie des propriétés voulues.

1.2.1 Transformée en distance

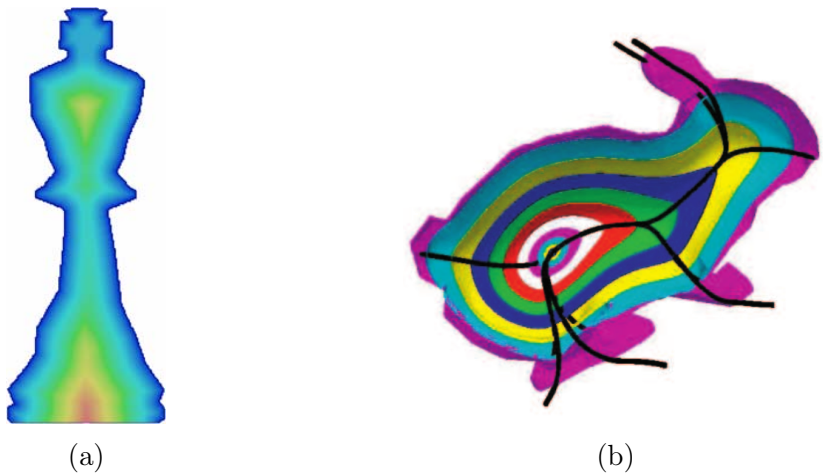


FIGURE 4.5 – (a) Transformée en distance calculée sur un volume 3D. Le dégradé de couleurs représente les valeurs de la transformée en distance : faibles (bleu) à fortes (rouge). Image tirée de Cornea *et al.* [2007]. (b) Squelette (en noir), donné dans Hassouna et Farag [2009], par des chemins de coût minimal sur des cartes géodésiques.

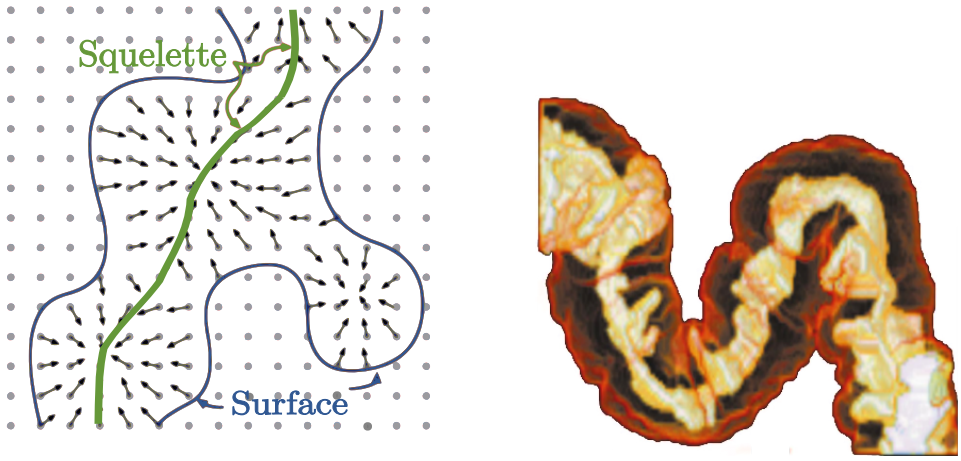
Cette catégorie d'algorithmes de squelettisation est basée sur la transformée en distance. Le calcul du squelette se fait en trois étapes principales :

1. calcul de la transformée en distance ;
2. identification des maxima locaux de la transformée en distance ;
3. connexion des maxima par des chemins.

Les diverses méthodes de la littérature diffèrent principalement dans l'étape d'identification des maxima locaux, positionnés sur les lignes de crête de la transformée en distance.

La méthode de Bitter *et al.* [2001] consiste à identifier les points centrés comme les singularités du champ de vecteurs gradient de la transformée en distance. Dans un autre ordre d'idée, la méthode de Hassouna et Farag [2005, 2009] utilise les iso-surfaces définies par des cartes géodésiques, et identifie les points du squelette comme les points de forte courbure des iso-surfaces (cf. Fig. 4.5b). Les méthodes de Bitter *et al.* [2001] et Hassouna et Farag [2005, 2009] sont détaillées et discutées dans les paragraphes suivants puisqu'elles sont représentatives de cette catégorie d'algorithmes.

Singularités du champ de vecteurs gradient de la transformée en distance La méthode de Bitter *et al.* [2001] est basée sur la transformée en distance obtenu sur des ensembles de voxels. Le champ de vecteurs gradient de la transformée en distance permet d'identifier des points importants du squelette surfacique. Ce squelette est ensuite utilisé pour déterminer un squelette curvilinéaire.



(a) (b)

FIGURE 4.6 – Obtention d'un squelette surfacique S' par la méthode de Bitter *et al.* [2001] (d'où les images sont tirées). (a) Champ de vecteurs gradient de la transformée en distance. Les points localisés sur les lignes de crête (en vert) de la carte de distance ont, dans leur voisinage, des vecteurs gradient orientés en sens inverse. (b) Squelette surfacique (en jaune) obtenu par des chemins qui relient les points localisés sur les lignes de crête.

Tout d'abord, le champ de vecteurs gradient $\vec{\nabla}$ de la transformée en distance DT est extrait. Le vecteur gradient en un point est obtenu par différences

finies dans le 6-voisinage du point. Ce champ de vecteurs permet d'identifier des points importants du squelette. En effet, les vecteurs gradient au voisinage de points situés sur la ligne de crête ont des directions contraires (cf. Fig. 4.6a). Les auteurs considèrent des sous-régions de taille 2^3 dans le volume. Dans une région R, soient $\vec{\nabla} DT(p)$ le vecteur gradient en un point p de cette région, et $\vec{\nabla} R$ la moyenne des vecteurs gradient de l'ensemble des points dans la région : $\vec{\nabla} R = \frac{1}{2^3} \sum_{n \in R} \vec{\nabla} DT(n)$. Les vecteurs gradient ont une direction contraire si :

$$\exists p \in R,\ \vec{\nabla} DT(p) \cdot \vec{\nabla} R \leq 0$$

Les points satisfaisant cette condition sont déconnectés. Chaque paire de points les plus proches est reliée par un plus court chemin contraint, de façon à ce que ce dernier soit centré au sein du volume. L'idée est de pénaliser un chemin passant par des points proches de la surface. Ainsi, pour un point p, la pénalité est donnée par : $\text{pen}(p) = 1 - \frac{DT(p)}{\max_{p' \in O} DT(p')}$. La distance pénalisée entre deux points p et q est donnée par $d_{\text{pen}}(p, q) = \|p - q\| + \text{pen}(p) + \text{pen}(q)$. L'ensemble des chemins forme un squelette surfacique S' (cf. Fig. 4.6). Les auteurs utilisent ensuite S' pour obtenir un squelette curvilinéaire S.

(a) (b)

FIGURE 4.7 – Obtention d'un squelette curvilinéaire par Bitter *et al.* [2001] (d'où les images sont tirées). (a) Transformée en distance pénalisée DT_{pen} calculée à partir d'un point source p_s. Cette transformée permet d'identifier les extrémités des branches du squelette. (b) Squelette curvilinéaire obtenu en reliant les extrémités par des chemins de coût minimal en terme de distance pénalisée.

À ce stade, les auteurs cherchent à relier les extrémités du squelette curvilinéaire par des chemins de coût minimal. Ils définissent un point source, comme le maximum de la transformée en distance de S', à partir duquel

une transformée en distance pénalisée DT_{pen} est initialisée (cf. Fig. 4.7a). L'extrémité correspond au point le plus éloigné du point source, c'est-à-dire $\arg\max_{p \in S'} DT_{\text{pen}}(p)$. Un chemin de coût minimal reliant l'extrémité au point source permet d'extraire une première branche du squelette S (cf. Fig. 4.7b). Une nouvelle transformée DT_{pen} est initialisée à partir de cette première branche, et la procédure est répétée jusqu'à ce que l'extrémité détectée soit à une distance supérieure à un seuil.

Le problème d'une telle approche est que le squelette résultant n'est pas nécessairement complet. En effet, le critère d'arrêt utilisé ne génère pas de branches dans le squelette pour des tubes de faible longueur, et n'est donc pas adapté à des volumes avec des variations de diamètre.

Maxima d'iso-surfaces La méthode de Hassouna et Farag [2005, 2009], adaptée aux maillages, calcule un squelette curvilinéaire en déterminant d'abord ses extrémités, puis en les reliant par des chemins de coût minimal. Cette méthode est basée sur la propagation d'iso-surfaces à partir d'un point initial centré à l'intérieur du volume.

La méthode de *fast marching* [Adalsteinsson et Sethian, 1995] permet d'initier, à partir d'un point p_s centré dans l'objet, une transformée en distance géodésique à p_s, dont les iso-surfaces représentent des fronts de propagation (cf. Fig. 4.8a). Hassouna et Farag [2005, 2009] modifient ces fronts en contrôlant leur convexité, par le biais d'un paramètre α. Plus formellement, le front évolue à la vitesse $F(p_s) = \exp^{\alpha DT(p_s)}$. Les auteurs montrent que lorsque α tend vers l'infini, les points centrés dans l'objet sont ceux qui apparaissent le plus rapidement lors de la propagation du front, et sont localisés aux zones de forte courbure des iso-surfaces.

L'extraction du squelette se fait en deux étapes. Tout d'abord, les extrémités des branches du squelette sont détectées en initiant une première transformée en distance géodésique à partir de $p_s = \arg\max_{p \in O} DT(p)$, à une vitesse F modérée. Les extrémités du squelette sont données par les maxima locaux de cette transformée en distance. Ensuite, les extrémités des branches sont reliées en suivant le chemin de coût minimal dans une seconde transformée en distance géodésique initiée à partir de p_s, à une vitesse élevée ($\alpha \longrightarrow \infty$). À partir de chaque extrémité p_e, le chemin, correspondant à une branche du squelette, est obtenu par l'ensemble des étapes de la descente du gradient du temps d'apparition des points lors de la propagation du front.Le chemin s'arrête s'il parvient au point p_s, ou s'il intersecte un point d'une branche du squelette déjà calculée.

La méthode de Van Uitert et Bitter [2007] utilise le même principe d'extraction des chemins de coût minimal dans la transformée en distance géodésique, mais diffère dans la façon d'identifier les points de branchement. La procédure est itérative : la première extrémité p_{e_0} correspond au maximum d'une première transformée en distance géodésique initiée à partir de $p_s = \arg\max_{p \in O} DT(p)$.

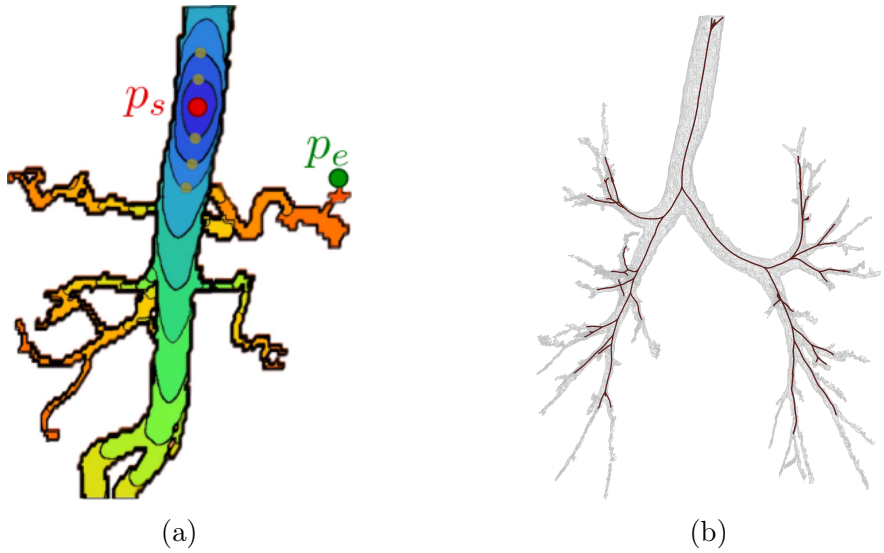


FIGURE 4.8 – Méthodes de squelettisation de Hassouna et Farag [2005, 2009]; Van Uitert et Bitter [2007] qui consistent en la propagation d'iso-surfaces par la méthode de *fast marching*. (a) Le dégradé de couleur représente les valeurs de distance au point source p_s – faibles, en bleu, et fortes, en rouge. p_e constitue un maximum local de la transformée en distance donnée par la méthode de *fast marching*. Les points en gris représentent quelques points du squelette, situés dans les zones de forte courbure des iso-surfaces. Image tirée de Van Uitert et Bitter [2007]. (b) Squelette (en rouge) calculé par Hassouna et Farag [2005, 2009]. Le squelette est incomplet : les tubes de faible diamètre n'ont pas de branche correspondante dans le squelette.

Cette première extrémité est reliée à p_s par un chemin obtenu par descente de gradient, sur le même principe que Hassouna et Farag [2005, 2009], qui donne une première branche du squelette S_0. Puis, une seconde extrémité p_{e_1} est extraite d'une seconde transformée en distance géodésique initiée à partir de S_0. De la même façon, p_{e_1} est relié à p_s, et cette procédure est répétée jusqu'à ce que les chemins obtenus aient une longueur inférieure au diamètre de l'objet, c'est-à-dire à deux fois la valeur de transformée en distance au point p_e, de façon à ne pas créer de barbules.

Ces deux méthodes sont toutefois susceptibles de créer des squelettes incomplets si elles sont appliquées à des volumes tubulaires, puisque toutes les extrémités du squelette ne sont pas détectées (cf. Fig. 4.8b). En effet, pour Van Uitert et Bitter [2007], les extrémités ne satisfaisant pas le critère de terminaison de l'algorithme ne sont pas détectées. Concernant la méthode de Hassouna et Farag [2005, 2009], la vitesse de propagation des fronts gouverne la détection des extrémités. Une vitesse de propagation faible induit

l'apparition de barbules dans le squelette, et une vitesse élevée ne permet pas de détecter les extrémités dans les tubes de faible diamètre.

Discussion Les méthodes basées distance produisent des squelettes lisses et centrés dans la forme. Cependant, il est difficile de choisir des paramètres afin d'obtenir un squelette complet, et dépourvu de barbules. Ces squelettes ne permettent pas de caractériser finement les volumes tubulaires, puisque la correspondance entre le squelette et le volume n'est pas assurée.

1.2.2 Champs de vecteurs

Les algorithmes de squelettisation de cette catégorie s'apparentent à la précédente, mais utilisent des fonctions diverses, autres que la distance, afin de définir les points du squelette. Les points du squelette correspondent aux singularités du champ de vecteurs associé au gradient de la fonction utilisée (cf. Fig. 4.9a). La formulation de ces fonctions est continue ; ainsi ces méthodes s'attachent à résoudre des questions de discrétisation des fronts, et à la façon de détecter les singularités.

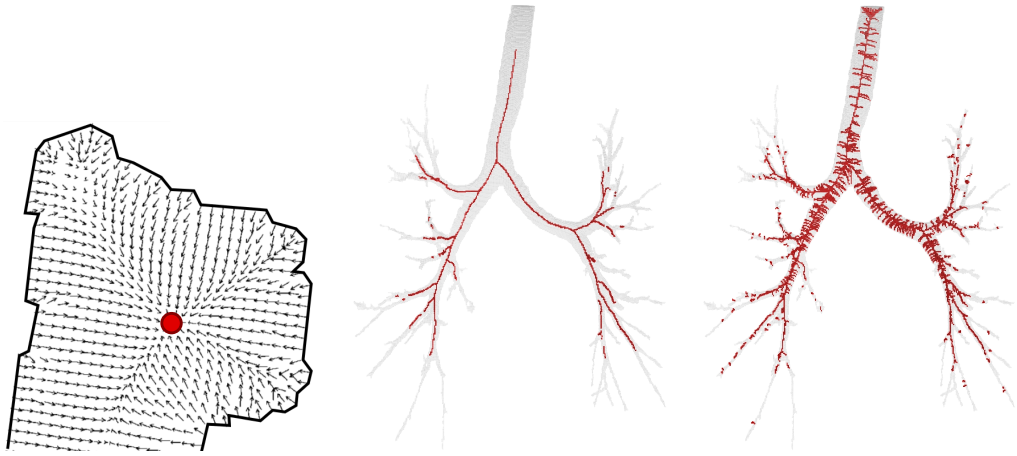
Le squelette résultant est dépendant de la fonction utilisée. Par exemple, Tagliasacchi *et al.* [2012] utilisent une approche de mouvement par courbure moyenne (cf. Chapitre 3) modifié de façon à produire un squelette préservant la topologie de l'objet initial en déplaçant la surface de l'objet dans le sens des normales, vers l'intérieur de l'objet. Cornea *et al.* [2005] définissent un champ potentiel par l'utilisation d'une force de répulsion à partir de points sur la surface. Les points du squelette sont alors localisés aux singularités de ce champ de vecteurs. Dans cette section, seule la méthode de Cornea *et al.* [2005] est détaillée du fait du faible nombre de représentants de cette catégorie.

Champ de potentiel électrostatique Cornea *et al.* [2005] définissent une fonction de répulsion électrostatique en chaque point de la surface de l'objet, qui déplace ces points vers l'intérieur de l'objet. Soit c le point de charge, p un point donné, la force répulsive $\overrightarrow{F}_{pc}$ d'ordre m déplace p à l'opposé de c :

$$\overrightarrow{F}_{pc} = \frac{\overrightarrow{cp}}{|p-c|^m}$$

La force de répulsion résultante $\overrightarrow{F}_p$ due à l'influence de plusieurs charges c_i est donnée par la somme de l'ensemble des forces : $\overrightarrow{F}_p = \sum_i \overrightarrow{F}_{pc_i}$. La force répulsive résultante est calculée en chaque point de l'intérieur de l'objet, à partir de l'ensemble des charges en surface. Le paramètre m contrôle donc l'importance attribuée aux charges, en fonction de leur distance au point p. Par exemple, pour $m = 1$, les charges ont toutes la même importance, ce qui signifie que les points intérieurs ont tous le même vecteur de répulsion résultant. Le

champ d'ordre $m = 2$, dit champ newtonien, est utilisé pour la squelettisation (cf. Fig. 4.9a).



(a) (b) (c)

FIGURE 4.9 – Méthode par force de répulsion de charges en surface d'un objet de Cornea *et al.* [2005]. (a) Vecteurs de la force de répulsion résultante, image tirée de l'article correspondant. Le point en rouge est un point critique, où les vecteurs à son voisinage convergent. (b – c) Deux niveaux de détails obtenus en variant le seuil pour détecter les points de divergence, sur une même segmentation d'arbre trachéo-bronchique. (b) Fortes valeurs de divergence : le squelette résultant est incomplet pour les tubes de plus petit diamètre. (c) Faibles valeurs de divergence : le squelette résultant contient des barbules.

À partir du champ vectoriel, les auteurs calculent, tout d'abord, le noyau du squelette, qui consiste en l'ensemble des points critiques du champ de vecteurs reliés par des chemins. Pour un champ de vecteurs continu, les points critiques sont les points où la norme du vecteur de la force de répulsion est nulle. Sur des données discrètes, un point est critique si l'orientation des vecteurs de force de répulsion aux huit sommets d'un voxel est différente selon les trois coordonnées x, y et z. Les points critiques sont ensuite reliés par des chemins suivant le flux calculé par les vecteurs de la force de répulsion et constituent le noyau du squelette. Le noyau du squelette est cependant incomplet : la correspondance entre des parties du squelette et du volume n'est pas assurée. Dans une seconde étape, les points de faible divergence du champ vectoriel sont ajoutés au squelette. Les zones de faible divergence sont des régions dans l'objet où les vecteurs du champ ont des orientations différentes et convergent vers le même point. La différence avec les points critiques est que les points de faible divergence sont calculés en considérant les vecteurs de répulsion dans un 26-voisinage. L'idée est ici d'extraire les points situés aux extrémités, ou dans

les jonctions, où les vecteurs convergent, en fonction d'un seuil sur la valeur de divergence. Ces points sont reliés au noyau du squelette par des chemins orientés selon la direction de la force de répulsion.

Le problème posé par cette méthode est qu'il est difficile d'obtenir un squelette qui soit à la fois complet, et dépourvu de barbules (cf. Fig. 4.9). En effet, la précision de l'orientation des vecteurs est dépendante de la résolution de l'objet. Ainsi, il est plus difficile de détecter les points critiques dans les tubes de faible diamètre. En outre, les squelettes obtenus peuvent ne pas être connexes.

Discussion La principale différence de ces méthodes par rapport aux méthodes basées sur la carte de distance est qu'un point du squelette résulte de l'intégration d'un plus grand nombre de points de la surface, par rapport aux méthodes basées sur la carte de distance où le point du squelette est associé aux points les plus proches sur la surface. En résultent deux avantages des méthodes basées sur les champs potentiels : ces algorithmes sont moins sensibles aux irrégularités sur la surface, et l'étape de connexion des points par des chemins n'est souvent pas nécessaire.

Cependant, ces méthodes sont souvent coûteuses d'un point de vue calculatoire. En outre, elles ne sont pas adaptées aux organes tubulaires avec des variations de diamètre, puisque moins de points de la surface de l'objet sont pris en compte pour des tubes de faible diamètre. Ainsi, le squelette résultant est plus sensible aux irrégularités dans des tubes de faible diamètre. En outre, il est difficile de choisir des paramètres pertinents pour obtenir un squelette complet.

1.2.3 Amincissement

L'amincissement (*thinning*, en anglais) est une catégorie d'algorithmes de squelettisation qui consiste à « peler » un volume, jusqu'à l'obtention d'une représentation fine et curvilinéaire. La squelettisation basée amincissement consiste en la suppression de **points simples** non-terminaux, c'est-à-dire des points qui, lorsqu'ils sont supprimés, ne modifient pas la topologie de l'objet. La suppression d'un point simple ne doit pas, entre autres, modifier le nombre de composantes connexes dans l'objet. Nous donnons ici une définition du point simple, retrouvée dans Ma [1994]; Palágyi et Kuba [1999]; Couprie *et al.* [2007]. Soient $\bar{O}$ le complémentaire d'un objet O, p un point de O, et $C(X)$ le nombre de composantes connexes d'un ensemble X de points. On note par $\mathcal{N}'_{26}(p)$ les 26-voisins d'un point p dans $\mathbb{Z}^3$. Un point est simple si :

$$C(\mathcal{N}'_{26}(p) \cap O) = 1 \text{ et } C(\mathcal{N}'_{6}(p) \cap \bar{O}) = 1$$

De plus, les points simples supprimés sont non-terminaux, de façon à préserver l'apparition de branches dans le squelette. De même, les définitions pour les points terminaux varient en fonction de l'algorithme de squelettisation. Dans

les paragraphes suivants, on considère qu'un point p est terminal si l'ensemble $\mathcal{N}'_{26}(p) \cap O$ ne contient qu'un point [Palágyi et Kuba, 1999].

Il existe deux types principaux d'algorithmes en fonction du mode de calcul : **séquentiel** et **parallèle**. Dans les algorithmes d'amincissement séquentiels, à une itération donnée, on teste la simplicité d'un point [Couprie *et al.*, 2007; Kardos *et al.*, 2009]. S'il est non simple, le point suivant est considéré ; s'il est simple, il est supprimé et un nouveau volume O' est obtenu. Ainsi, la simplicité du point suivant $\in O'$ dépend du point supprimé précédemment. L'ordre de suppression des points simples est déterminant dans l'obtention du squelette. En effet, si l'on supprime les points simples naïvement dans l'ordre du balayage de l'image, le squelette est décentré dans la direction du balayage (cf. Fig. 4.10a).

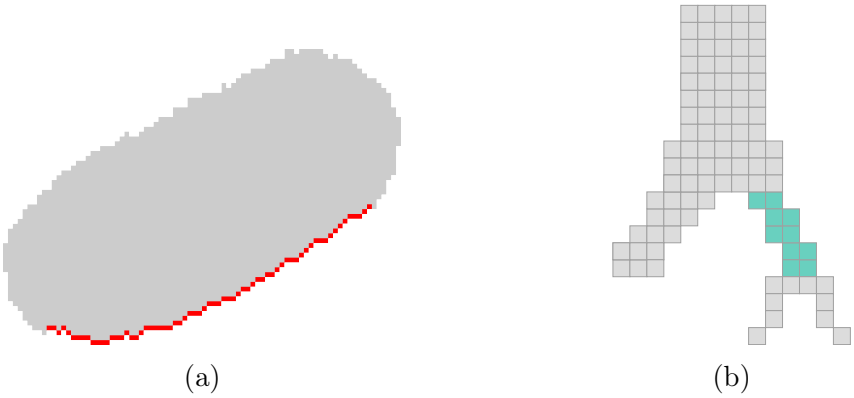


FIGURE 4.10 – (a) Squelette décentré (en rouge) obtenu par amincissement sur un objet 2D, où l'ordre de suppression des pixels se fait dans l'ordre du balayage de l'image. (b) Suppression des points simples en parallèle. Les points en verts sont simples, mais, s'ils sont supprimés simultanément, le squelette n'est pas homéomorphe à l'objet discret : deux composantes connexes sont obtenues.

Concernant les algorithmes d'amincissement parallèle, plusieurs points simples peuvent être supprimés simultanément. Cependant, la suppression de deux points simples de façon concomitante peut perturber la topologie (cf. Fig. 4.10b). Ces algorithmes doivent donc sélectionner des points qui peuvent être supprimés en parallèle [Palágyi et Kuba, 1999; Manzanera *et al.*, 1999; Németh *et al.*, 2010].

Amincissement séquentiel couplé à la distance L'approche de Couprie *et al.* [2007] est hybride puisque leur procédure d'amincissement séquentiel est guidée par la transformée en distance.

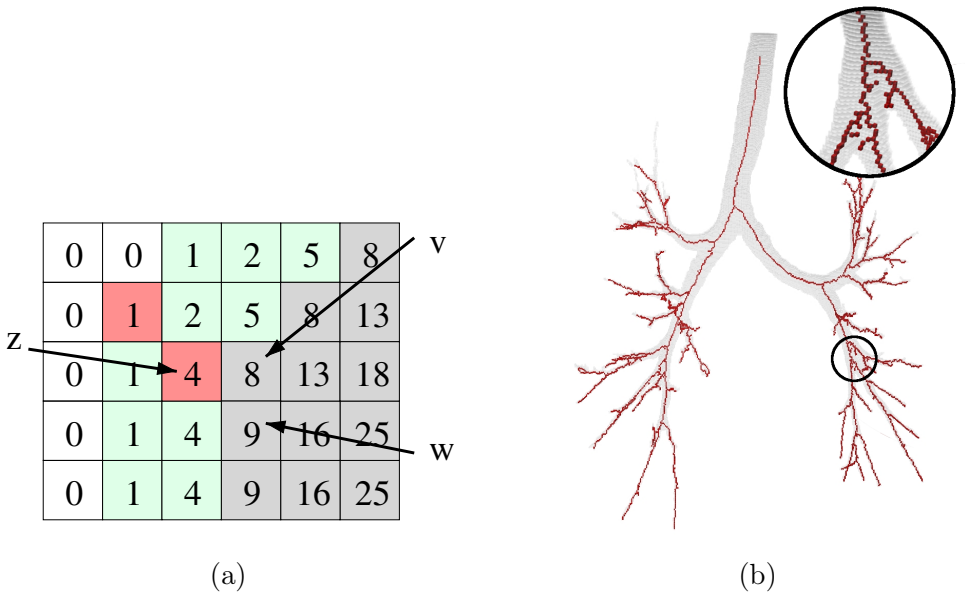


FIGURE 4.11 – Algorithme d'amincissement de Couprie *et al.* [2007]. (a) Utilisation de la transformée en distance comme fonction de priorité, où les nombres représentent la valeur de transformée en distance au carré, pour chaque point. Les points en vert sont les points simples déjà supprimés, les points en rouge ceux appartenant au squelette, et les points en gris les points restants de l'objet. En utilisant la transformée en distance en tant que fonction de priorité, le point v ($DT(v) = 8$) est supprimé avant le point w ($DT(w) = 9$), ce qui cause l'apparition de branches diagonales dans le squelette. Or, le point w devrait être supprimé avant v, car v a une plus forte valeur de gradient de la transformée en distance $\frac{DT(n)-DT(p)}{|p-n|}$. Image tirée de l'article correspondant. (b) Squelette obtenu avec l'algorithme de Couprie *et al.* [2007] sur un volume d'arbre trachéo-bronchique. Le gros-plan met en évidence que des barbules subsistent dans le squelette, quel que soit le choix du paramètre pour l'ébarbulage.

Les auteurs utilisent la transformée en distance afin d'obtenir un squelette curvilinéaire centré dans l'objet. Les valeurs de transformée en distance définissent une fonction de priorité, où les points avec les plus faibles valeurs de DT sont sélectionnés en premier et supprimés s'ils sont simples. La transformée en distance n'est cependant pas une fonction de priorité suffisante, car le squelette résultant contient des branches décentrées, diagonales, c'est-à-dire dont les points partagent une arête ou un sommet lorsqu'ils devraient partager une face (cf. Fig. 4.11). Pour éviter l'apparition de branches diagonales dans le squelette, les auteurs associent à chaque point non supprimé n, voisin d'un point p dans le squelette, la valeur suivante $\phi(n) = DT(p) + \frac{DT(n)-DT(p)}{|p-n|}$. Cette valeur, impliquant le gradient de la distance, permet de définir une nouvelle

fonction de priorité f_p au point n, donnée par : $f_p(n) = \min(DT(n), \phi(n))$.

Le squelette résultant est ainsi centré. La fonction bissectrice, présentée en Section 1.1 du Chapitre 3, est utilisée en post-traitement pour supprimer les barbules. Cependant, des barbules peuvent subsister (cf. Fig. 4.11b).

Amincissement parallèle directionnel Palágyi et Kuba [1999] définissent un algorithme d'amincissement parallèle par amincissement directionnel. À chaque sous-itération, l'algorithme supprime en parallèle tous les points simples non-terminaux dans une direction donnée. Soient les directions principales : N, pour la direction nord, S, pour sud, O pour ouest, E pour est, H pour haut et B pour bas (cf. Fig. 4.12). La méthode de Palágyi et Kuba [1999] utilise huit directions pour l'amincissement : HSO, BNE, HSE, BNO, HNE, BSO, HNO, BSE.

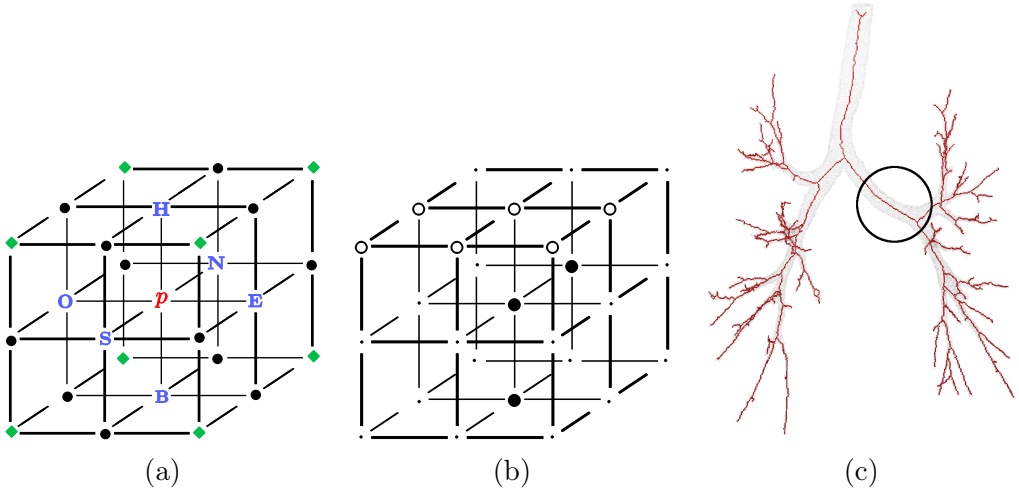


FIGURE 4.12 – Algorithme d'amincissement parallèle directionnel de Palágyi et Kuba [1999]. (a) Directions principales N, S, E, O, H, B et les huit directions utilisées par l'algorithme, représentées par des losanges verts. (b) Un exemple de configuration de point (au centre) pouvant être supprimé selon la direction HSO, donnée par la diagonale traversante du cube. Les sommets noirs représentent les points de l'objet, les sommets en blanc les points de l'arrière-plan. (c) Squelette obtenu par l'algorithme sur un volume d'arbre trachéo-bronchique. Le squelette est décentré dans les parties tubulaires (encadré en noir).

Palágyi et Kuba [1999] donnent des configurations 3×3×3 qui permettent d'obtenir des ensembles de points simples pouvant être supprimés en parallèle. Sept configurations donnent les cas de figure où un point est simple et doit être supprimé selon la direction HSO (cf. Fig. 4.12b). Les configurations selon les autres directions peuvent être obtenues par symétrie et/ou rotation.

Le problème d'une telle approche est que les squelettes résultants ne sont pas nécessairement centrés, en fonction de l'ordre dans lequel les différentes directions sont utilisées (cf. Fig. 4.12c).

Discussion L'avantage des méthodes basées amincissement est qu'elles produisent des squelettes fins et homotopiques au volume grâce à la suppression des points simples. Le squelette obtenu peut toutefois ne pas être centré, en fonction de l'ordre de suppression des points simples. En outre, ces méthodes produisent des squelettes contenant généralement un grand nombre de barbules et doivent être complétées par une méthode d'ébarbulage. Cependant, les méthodes d'ébarbulage associées sont peu adaptées aux organes tubulaires avec des variations de diamètre (voir, par exemple, la fonction bissectrice pour Couprie *et al.* [2007]).

1.2.4 Conclusion sur l'état de l'art

La classification des méthodes de squelettisation a permis de mettre en évidence les limites propres à chaque catégorie de méthodes. Aucune catégorie n'est entièrement satisfaisante vis-à-vis de la caractérisation géométrique des organes tubulaires. De façon générale, il est difficile de choisir des paramètres qui permettent d'obtenir une correspondance entre chaque tube dans le volume et chaque branche du squelette. Dans la section suivante, nous présentons notre méthode de squelettisation par suivi des barycentres de sections orthogonales, sur des ensembles de voxels. Notre méthode est dédiée spécifiquement aux organes tubulaires, afin d'obtenir un résultat plus complet que les méthodes généralistes.

2 Algorithme de suivi

Notre méthode de squelettisation par suivi a été présentée dans Grélard *et al.* [2016b]. L'idée principale de notre algorithme est que le squelette S d'un objet tubulaire O est obtenu par suivi de l'ensemble des barycentres des sections orthogonales estimées sur le volume par notre méthode (cf. Chapitre 2). Notre algorithme de squelettisation comprend deux passes. La première est une étape de suivi qui permet d'extraire les branches du squelettes dans les parties tubulaires du volume. La seconde passe permet d'extraire le squelette dans les zones de jonction, puisque les plans orthogonaux ne sont pas définis dans de telles zones. Le squelette résultant est centré, curvilinéaire, et chacune de ses branches a une correspondance avec un tube dans le volume.

2.1 Squelette dans les parties tubulaires

Dans cette section, nous décrivons la première passe de notre méthode, dédiée à l'extraction du squelette dans les parties tubulaires du volume par suivi. Le squelette est constitué de l'ensemble des barycentres des sections orthogonales estimées à partir du volume, par notre méthode. D'un point de vue calculatoire, il est coûteux et redondant d'estimer les plans orthogonaux en chaque point du volume. Ainsi, une approche par suivi nous permet d'estimer suffisamment de plans orthogonaux pour parcourir l'ensemble du volume.

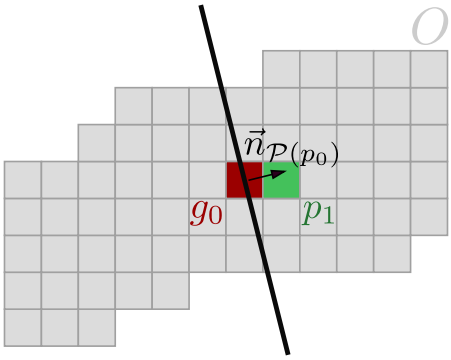


FIGURE 4.13 – Suivi effectué par notre algorithme de squelettisation. À partir du barycentre g_0 d'une section orthogonale, la propagation au point suivant se fait par la normale $\vec{n}_{\mathcal{P}(p_0)}$ du plan orthogonal.

Déplacement par suivi Le point de départ p_0 de l'algorithme est le point dans le volume qui possède la plus grande valeur de transformée en distance DT, soit $p_0 = \arg\max_{p \in O} DT(p)$. Soient $\mathcal{P}(p)$ le plan orthogonal estimé en p à partir des points du volume, et C_p la composante connexe de la section orthogonale associée à $\mathcal{P}(p)$ contenant p. Le premier point du squelette est le barycentre g_0 de C_{p_0}. Ce point est ajouté au squelette S. Ensuite, une procédure par suivi permet d'identifier le point p_{i+1} suivant le point du squelette g_i : celui-ci se situe dans le 26-voisinage de g_i dans la direction de la normale unitaire du plan orthogonal $\vec{n}_{\mathcal{P}(p_i)}$, que l'on notera $\vec{n}_i$ dans un souci de lisibilité, soit :

$$p_{i+1} = g_i + \vec{n}_i$$

Puisque $g_i + \vec{n}_i \approx g_{i+1}$ dans les parties tubulaires, le suivi effectué permet généralement de se déplacer sur un point du squelette ou son voisinage (cf. Fig. 4.13). Afin de garantir la centralité du point obtenu, le barycentre g_{i+1} de la section orthogonale en p_{i+1} est ajouté au squelette. Les barycentres g_i et g_{i+1} peuvent toutefois être déconnectés dans les parties du volume de forte courbure. Ils sont alors reliés par un segment de droite.

Critères de terminaison Divers critères permettent d'interrompre la procédure de suivi. On s'assure, pendant le suivi, que la normale du plan orthogonal est orientée dans la même direction que la normale précédente par : $\vec{n}_i = \text{sign}(\vec{n}_i \cdot \vec{n}_{i-1})\ \vec{n}_i$, de façon à ne pas revenir sur un point du squelette déjà calculé. En outre, dans les jonctions, les plans orthogonaux ne sont pas définis puisque ces zones ne sont pas localement tubulaires. On souhaite donc interrompre la procédure de suivi lorsqu'une jonction est atteinte. La procédure de suivi est également interrompue lorsque les extrémités du volume sont détectées. Bien que les plans orthogonaux estimés soient proches dans de telles zones (cf. Chapitre 2), il peut exister de légères variations dans leur orientation. Ainsi, pour deux plans estimés à deux points distincts aux extrémités, les barycentres peuvent être décalés, ce qui peut induire des épaisseurs dans le squelette. La détection des jonctions et des extrémités dans le volume est assurée par la méthode de Xiong *et al.* [2012], décrite dans le Chapitre 2. Un point est localisé dans une jonction lorsque le nombre de composantes connexes de l'intersection de la différence de deux boules concentriques avec l'objet, noté SSI, est supérieur ou égal à trois, et, dans une extrémité, lorsqu'il est égal à un. La valeur de SSI reflète, pour une jonction, le nombre de tubes impliqués dans la jonction. Lors du suivi, on détermine, pour chaque point p_i résultant du suivi par la normale, s'il appartient ou non à une jonction ou à une extrémité, c'est-à-dire s'il satisfait (a) $\text{SSI}(p) \geq 3$ ou (b) $\text{SSI}(p) = 1$. Si l'un de ces deux critères est satisfait, alors la procédure de suivi est interrompue.

Lorsque la procédure est terminée, elle est réinitialisée au point initial p_0, et le suivi est effectué dans la direction opposée, c'est-à-dire selon $-\vec{n}_0$. Les mêmes critères d'arrêt sont utilisés pour terminer la procédure de suivi dans cette direction.

Calcul du squelette dans l'ensemble des parties tubulaires Après la terminaison de la procédure, le squelette est constitué d'une branche, c'est-à-dire d'une partie curvilinéaire, correspondant à un tube dans le volume correspondant. Il est nécessaire d'extraire les branches associées aux autres tubes présents dans le volume. Les parties tubulaires du volume traitées par la procédure de suivi sont marquées dans un ensemble de points, noté M. L'ensemble M contient l'ensemble des sections orthogonales C_p, ainsi que les zones de jonctions et les extrémités détectées par l'approche de Xiong *et al.* [2012], c'est-à-dire l'intersection de la boule interne avec l'objet. Soient $T_i = \{p_0, p_1, \ldots, p_i\}$ l'ensemble des points suivis jusqu'à l'itération i, a_p la longueur du grand axe prise sur la section orthogonale C_p. L'ensemble des points marqués M_i à l'itération i est donné par :

$$M_i = \bigcup_{p \in T_i} \begin{cases} B(p, a_p) \cap O & \text{si SSI} \geq 3 \text{ ou SSI} = 1 \\ C_p & \text{sinon} \end{cases}$$

L'ensemble M permet d'initialiser un nouveau point de suivi, dans une partie tubulaire du volume qui n'a pas été traitée par notre algorithme. La procédure de suivi est initialisée à partir du point p'_0 avec la plus grande valeur de transformée en distance, et non présent dans M : $p'_0 = \arg\max_{p \in \{O \setminus M\}}(DT(p))$. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que tous les points du volume soient traités, c'est-à-dire lorsque $\mathbf{card}(M) = \mathbf{card}(O)$.

À l'issue de cette première passe, chaque tube dans le volume est représenté par une branche dans le squelette. Ces branches sont toutefois déconnectées dans les jonctions. Nous décrivons, dans la section suivante, l'extraction du squelette dans les jonctions, dans la seconde passe de notre algorithme.

2.2 Traitement des jonctions

À ce stade, des branches du squelette sont identifiées, il serait donc possible d'utiliser notre approche de décomposition (cf. Chapitre 3) pour créer des sous-volumes tubulaires dans la jonction, desquels le squelette pourrait être extrait. Cependant, l'extrémité d'une branche du squelette ne correspond pas nécessairement au point de découpe. Les sous-volumes reconstruits par les plans de découpe ainsi positionnés ne permettraient pas d'obtenir des points recentrés au sein du volume.

La seconde passe de notre algorithme de squelettisation consiste à relier chaque branche du squelette à une autre par une courbe de Bézier, de façon à ce que la géométrie du chemin soit représentative de celle du volume. Les volumes que l'on traite ici s'apparentent à un arbre enraciné, c'est-à-dire qu'ils sont constitués d'un tube parent et d'au moins deux tubes fils. La branche parente est la branche du squelette à laquelle les branches filles correspondant à la même zone de jonction doivent être reliées (cf. Fig. 4.15). Nous restreignons l'analyse des jonctions au cas avec deux tubes fils.

Identification des extrémités à relier Tout d'abord, il est nécessaire d'identifier les extrémités des branches du squelette, c'est-à-dire les points qui n'ont qu'un voisin dans le squelette et qui appartiennent à la même jonction. L'ensemble des zones de jonction est défini comme l'ensemble de points du volume qui sont plus proches d'un point de SSI ≥ 3 que d'un point de squelette. Une zone de jonction J est une composante connexe parmi l'ensemble des zones de jonction (cf. Fig. 4.14). Un groupe G est composé des extrémités des branches du squelette qui sont plus proches d'une zone de jonction commune que des autres zones de jonction. Les extrémités qui appartiennent à la même jonction et qui ne sont pas des points avec une valeur de SSI égale à un, c'est-à-dire correspondant à une extrémité dans le volume, doivent être reliées.

On cherche à identifier le point de branchement, noté e_{ref}, c'est-à-dire l'extrémité d'une branche de squelette localisée dans le tube parent impliqué dans une zone de jonction. Un tube parent est souvent caractérisé par

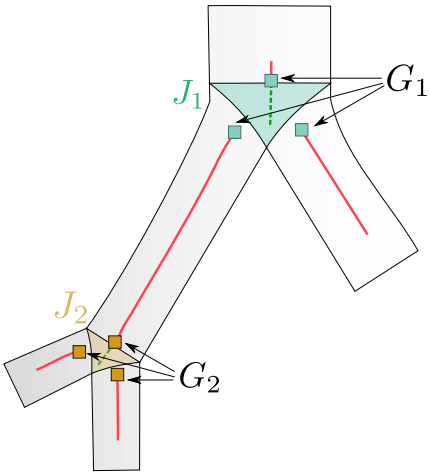


FIGURE 4.14 – Méthode utilisée pour le traitement des jonctions et permettant d'obtenir des groupes G_1 et G_2 de points appartenant à la même jonction dans l'objectif de les relier. Les zones de jonctions J_1, J_2 sont des ensembles de points qui sont plus proches d'un point de SSI = 3 (en pointillés) que d'un point du squelette (lignes rouges). Les extrémités des branches du squelette (carrés) sont groupées en fonction de leur distance à une zone de jonction commune.

son angle de division, c'est-à-dire l'angle formé entre ses deux tubes fils : l'angle entre un tube parent et un tube fils est, en effet, généralement plus élevé qu'entre deux tubes fils. Soit $\vec{n}_e$ la normale du plan orthogonal estimée à une extrémité e de la branche dont l'orientation est donnée par le voisin direct e_n de e : $\text{sign}(\overrightarrow{e - e_n} \cdot \vec{n}_e)$. Dans un même groupe G, le point e_{ref} est l'extrémité dont l'orientation de la normale $\vec{n}_e$ est la plus contraire aux directions des normales estimées aux autres extrémités de ce groupe : $e_{\text{ref}} = \arg\max_{e_1 \in G}(\mathbf{card}(\{e_2 \in G \mid \ \vec{n}_{e_1} \cdot \vec{n}_{e_2} < 0\}))$.

Chemins Enfin, chaque point e est relié au point e_{ref} appartenant au même groupe G avec des courbes de Bézier (cf. Fig. 4.15). Les normales $\vec{n}_e$, c'est-à-dire les tangentes aux branches du squelette, permettent de déterminer la position des points de contrôle de la courbe de Bézier. Soit $D(e)$ la demi-droite définie par $D(e) = \{e + k\vec{n}_e \mid \forall k \in \mathbb{R}\ \}$. Les deux points de contrôle de la courbe de Bézier sont définis par les points $c_1 \in D(e_{\text{ref}})$ et $c_2 \in D(e)$ les plus proches.

Plusieurs courbes de Bézier se rencontrent au point de branchement e_{ref}. Afin d'éviter qu'il subsiste des épaisseurs dans le squelette autour de ce point, les courbes de Bézier sont reliées séquentiellement au point de branchement. Une première courbe de Bézier, reliant e_{ref} à une première extrémité e_1, est ajoutée dans sa totalité dans le squelette S. Ensuite, pour l'extrémité e_2, la courbe de Bézier est ajoutée à partir de e_2 jusqu'à ce que l'un de ses points soit

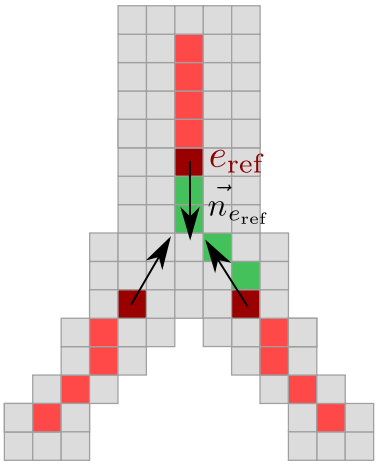


FIGURE 4.15 – Obtention des chemins dans les zones de jonctions. Le point de branchement e_{ref} auquel les extrémités d'un même groupe sont reliées est déterminé par comparaison de la direction des normales des plans orthogonaux estimés en ces points. Les normales permettent aussi de déterminer la position des points du contrôle (non illustrés) afin de tracer la courbe de Bézier (en vert) reliant les extrémités. Sur la figure, seul un chemin est illustré, par souci de clarté.

voisin d'un point déjà existant dans S. Cela garantit que le squelette calculé dans les jonctions soit mince.

À l'issue des deux passes de l'algorithme de squelettisation, le squelette obtenu est donc mince, centré, et chacune de ses branches est représentative d'un tube dans le volume. Dans la section suivante, nous présentons des résultats de notre méthode obtenus sur des organes tubulaires.

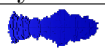
3 Résultats

Dans cette section, nous présentons les résultats de notre méthode de squelettisation par comparaison avec des méthodes de l'état de l'art (cf. Section 1) : la méthode basée amincissement de Couprie *et al.* [2007] et la méthode de champ de potentiel de Cornea *et al.* [2005]. Bien que les limites de ces deux méthodes aient déjà été exposées, les squelettes résultants satisfont des propriétés intéressantes. Notre méthode est évaluée sur des données synthétiques, et sur des volumes provenant de segmentations d'organes tubulaires.

3.1 Données synthétiques

L'union de boules centrées sur diverses courbes paramétriques T a permis de générer plusieurs volumes tubulaires : (a) un cylindre, (b) un cylindre avec

TABLE 4.1 – Distance de Hausdorff entre le squelette attendu et le squelette calculé pour chaque méthode (Thin [Couprie *et al.*, 2007], Potentiel [Cornea *et al.*, 2005] et Suivi, la nôtre) sur différents volumes bruités.

Données	Thin	Potentiel	Suivi
Cylindre	9.43	$\sqrt{2}$	1
 Cylindre déformé	11	$\sqrt{2}$	1
Tube courbé	9.06	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$
Jonction	6.40	$\sqrt{3}$	1

des variations de diamètre, appelé cylindre déformé, un volume contenant une jonction en « Y », et un tube courbé (cf. Tableau 4.1). Quatre versions bruitées de ces volumes ont été générées en utilisant la méthode de Kanungo pour ajouter du bruit en surface du volume (cf. Section 4 du Chapitre 2). Pour chaque volume, le squelette attendu est la courbe paramétrique T utilisée pour générer les volumes. Le squelette attendu est comparé aux squelettes calculés C en utilisant la distance de Hausdorff $d_H(C, C')$, qui représente la distance maximale entre un point de C et son point le plus proche dans C' (cf. Chapitre 3). Cette distance permet d'évaluer la centralité d'un squelette, mais ne permet pas de savoir s'il est complet. Le squelette est centré si $d_H(T, C) \leq \sqrt{3}$, c'est-à-dire si les points dans le squelette calculé sont voisins de points dans le squelette attendu. Si cette distance est supérieure à $\sqrt{3}$, le squelette n'est pas mince ou contient des barbules. Les résultats obtenus pour les squelettes calculés avec notre méthode et avec les différents algorithmes de la littérature sont présentés dans le tableau 4.1.

Divers paramètres pour les méthodes de l'état de l'art sont testés de façon à obtenir le squelette le plus complet possible, avec le moins de barbules. Seuls les résultats avec les meilleures valeurs de paramètre sont montrés ici.

Pour tous les volumes non-bruités, l'ensemble des méthodes produit des squelettes centrés, et dépourvus de barbules ($d_H(T, C) \leq \sqrt{3}$, résultats non montrés). Concernant les volumes bruités, notre méthode génère un squelette qui est, pour chaque volume, le plus proche de la courbe paramétrique initiale. La méthode basée amincissement de Couprie *et al.* [2007] produit des branches avec des barbules qui ne peuvent être supprimées, quel que soit le choix des valeurs de paramètres d'ébarbulage (cf. Section 1.1 du Chapitre 3). En consé-

quence, les valeurs de distance de Hausdorff pour ces squelettes sont élevées. Notre méthode produit des résultats proches de ceux obtenus par Cornea *et al.* [2005]. En effet, les squelettes produits par cette méthode sont centrés. Une inspection visuelle sur le volume de jonction en « Y » montre que notre squelette contient moins d'irrégularités, et qu'il est plus complet (c'est-à-dire que les extrémités du volume ont une correspondance dans le squelette). De plus, le squelette n'est pas perturbé par des variations de diamètre majeures et des irrégularités en surface du volume.

3.2 Données réelles

Notre méthode a été conçue pour extraire un squelette sur des organes tubulaires. Nous l'avons appliquée sur des segmentations de neurites, d'arbres trachéo-bronchiques et d'artères.

La Figure 4.17 montre les résultats obtenus sur diverses segmentations de neurites. Par rapport aux méthodes de l'état de l'art, notre squelette est mince et dépourvu de barbules. La Figure 4.16 montre les squelettes résultants sur quatre segmentations d'arbres trachéo-bronchiques, ainsi que sur des segmentations d'artères pelviennes et coronaires, qui contiennent aussi des jonctions. Une inspection visuelle montre que le squelette n'a pas les défauts des méthodes de l'état de l'art. En effet, le squelette résultant est complet, c'est-à-dire que chacune de ses branches a une correspondance avec un tube du volume. De plus, notre squelette est centré et n'est pas perturbé par des irrégularités majeures en surface de l'objet (cf. Fig. 4.16d). Une limite de notre approche est qu'elle n'est pas adaptée aux organes tubulaires tels que le côlon, présentant des repliements internes importants, qui font que le volume n'est localement pas tubulaire. Les propriétés du squelette obtenu, ainsi que le fait qu'il ait été obtenu automatiquement, sans l'utilisation de paramètres, rendent ce squelette particulièrement pertinent dans le cadre de l'analyse géométrique d'organes tubulaires et pour la comparaison de graphes.

4 Bilan du chapitre

Nous avons présenté, dans ce chapitre, une méthode de squelettisation par suivi qui permet d'extraire un squelette curvilinéaire sur un volume tubulaire. Le squelette obtenu est complet, sans barbules et permet de faire une analyse fine de la forme des organes tubulaires. Il représente donc un outil intéressant dans la chaîne de traitement des organes tubulaires.

Le traitement des jonctions a été décrit pour un tube parent se divisant en deux tubes fils. Cette approche peut toutefois être étendue à des jonctions avec plus de deux tubes fils, puisque toutes les extrémités des tubes fils proches d'une même jonction sont reliées au même point de branchement. Une limite de

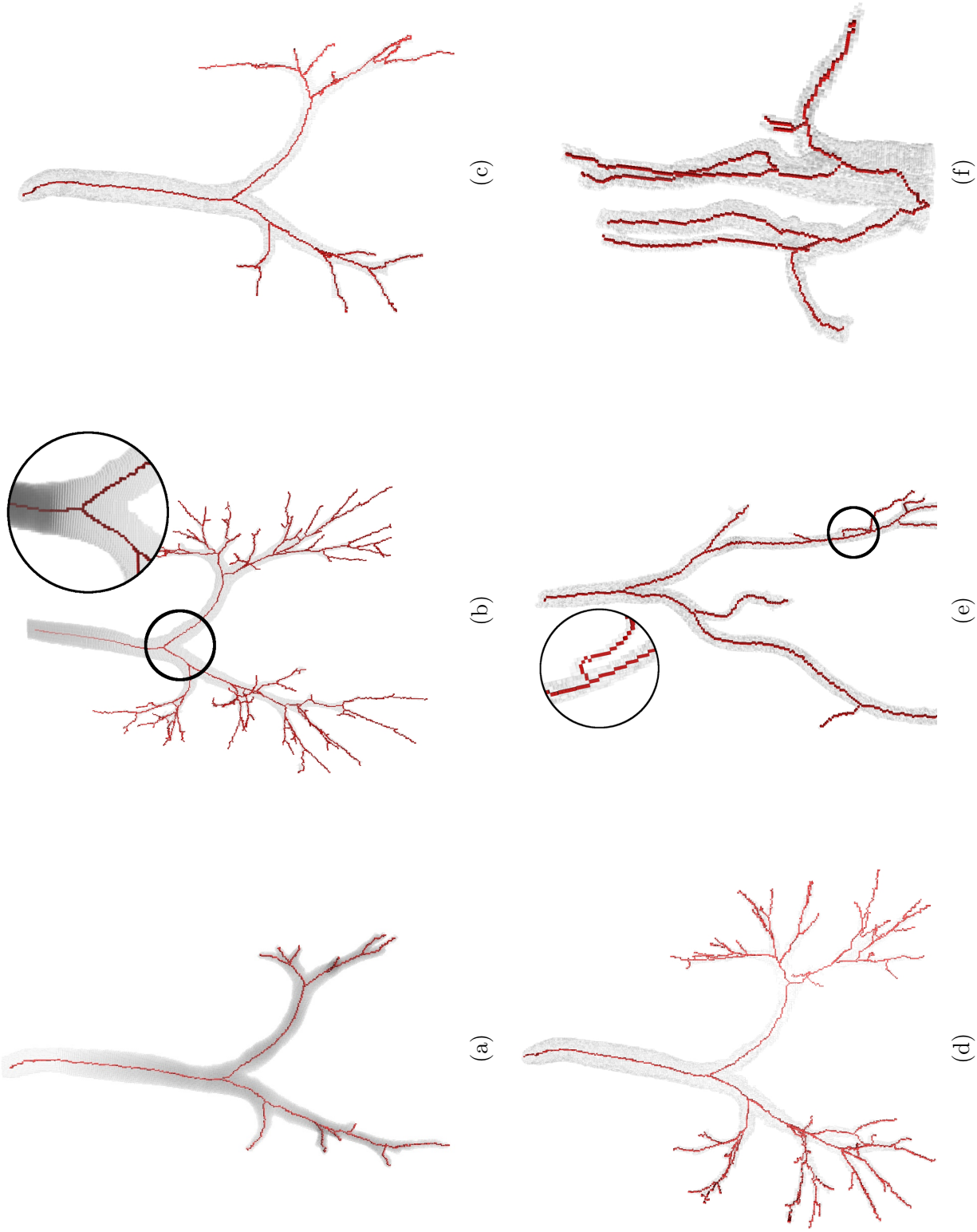


FIGURE 4.16 – Squelettes obtenus par notre méthode (a – d) sur quatre segmentations d'arbres trachéo-bronchiques (en gris) et (e – f) sur des segmentations d'artères pelviennes et coronaires, respectivement. Le squelette est complet, c'est-à-dire qu'il y a une branche dans le squelette pour chaque tube dans le volume. Notre squelette n'est pas dépendant d'irrégularités en surface du volume (cf. Fig. 4.16d).

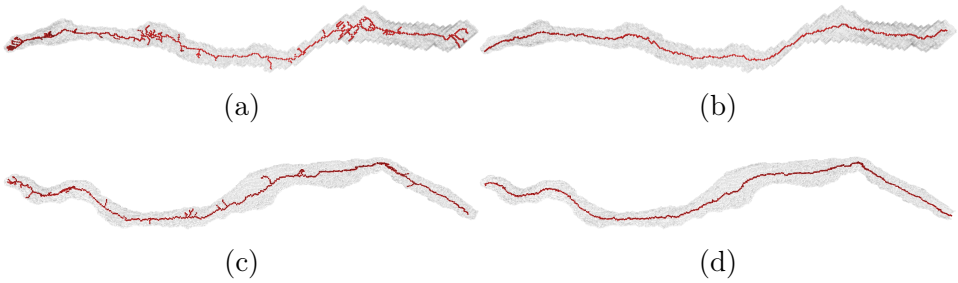


FIGURE 4.17 – Squelettes (en rouge) sur des segmentations de neurite (en gris) dont les données initiales sont issues du challenge de segmentation SNEMI3D [Kasthuri *et al.*, 2015]. (a, c) Squelette calculé par la méthode de squelettisation d'amincissement de Couprie *et al.* [2007]. (b, d) Squelette calculé par notre méthode. Notre méthode n'est pas sensible aux irrégularités et aux variations majeures de diamètres du volume. Les squelettes résultants sont complets.

l'approche est que les points du squelette dans les jonctions correspondent à une courbe de Bézier qui n'est pas nécessairement représentative de la géométrie du volume, puisqu'elle ne tient pas compte des rétrécissements ou déformations situés dans les zones de jonctions. Il est alors possible d'utiliser notre approche de recentrage, décrite dans le Chapitre 3, de façon à améliorer le squelette dans les jonctions, si nécessaire.

Le calcul du squelette, ainsi que les mesures qui en découlent, est dépendant de la qualité de la segmentation. Des méthodes de filtrage permettent de faciliter la segmentation de structures tubulaires. Ces méthodes sont calculées à différentes échelles afin de détecter les tubes de différents diamètres. Le problème d'un calcul à plusieurs échelles est que le bruit peut être détecté à des échelles faibles. Nous verrons, dans le Chapitre 5, une méthode de pré-filtrage qui permet d'estimer l'échelle pertinente à utiliser pour ces méthodes.

Chapitre 5

Estimation de l'échelle pertinente

Sommaire

1 Travaux connexes 111

1.1 Approches différentielles 111

1.2 Approches morphologiques 116

2 Détermination de la δ_χ-distance 119

3 Résultats 120

3.1 Évaluation de la δ_χ-distance 122

3.1.1 Données synthétiques 122

3.1.2 Données réelles 123

3.2 Échelle pertinente 124

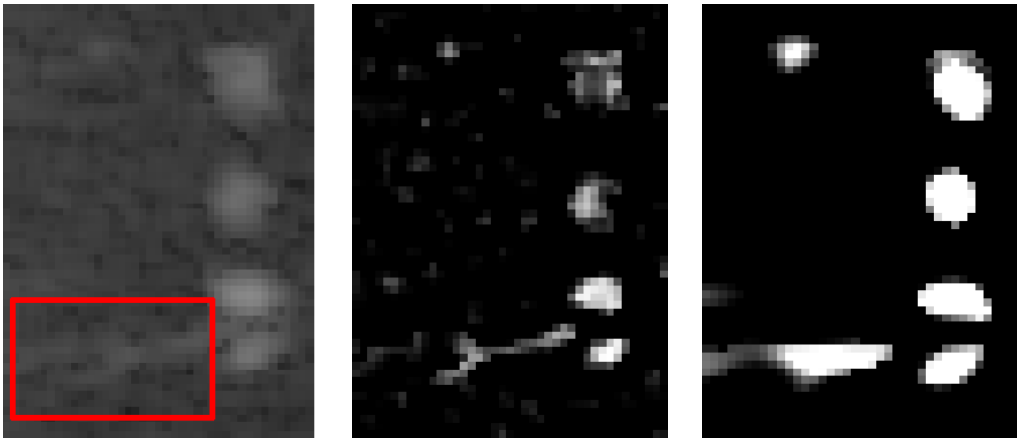
3.2.1 Utilisation de la δ_χ-distance 124

3.2.2 Données synthétiques 125

3.2.3 Données réelles 128

4 Bilan du chapitre 131

Les contributions précédentes sont obtenues sur des objets tubulaires préalablement segmentés. Les mesures effectuées sont tributaires de la qualité de la segmentation initiale. La segmentation peut être facilitée en utilisant des indicateurs de tubularité, c'est-à-dire des méthodes dédiées spécifiquement à l'extraction de structures tubulaires à partir d'images 3D. La transposition de l'estimateur VCM à des images en niveaux de gris pourrait constituer un nouvel indicateur de tubularité. En effet, la forme de l'union de cellules de Voronoï permettrait de discriminer une structure tubulaire d'une structure non tubulaire : pour un tube, l'union de cellules de Voronoï est un ensemble de points allongé dans deux directions (cf. Chapitre 2). Le diagramme de Voronoï n'est cependant pas défini sur des images en niveaux de gris. Dans ce Chapitre, nous définissons un outil alternatif en niveaux de gris, appelé δ_χ-distance, qui fait l'objet d'un travail en cours. Nous cherchons à valider cet outil et à vérifier s'il s'agit d'un bon candidat pour la transposition du VCM aux images en niveaux de gris.



(a) (b) (c)

FIGURE 5.1 – Indicateurs de tubularité sur (a) une coupe 2D d'une acquisition 3D de vaisseaux hépatiques. (b–c) Indicateur de tubularité de Frangi *et al.* [1998] à deux échelles différentes : (b) à petite échelle, et (c) à grande échelle. L'appartenance d'un pixel à une structure tubulaire est représentée par un dégradé allant du noir (valeurs faibles) au blanc (valeurs élevées). Cet indicateur (b) détecte du bruit à faible échelle et (c) induit des étalements du tube à forte échelle (cf. zone entourée en rouge).

Les indicateurs de tubularité de la littérature sont dédiés à la détection de structures tubulaires à une échelle donnée. Afin de détecter des tubes de différents diamètres, la réponse **multi-échelle** des indicateurs est considérée, c'est-à-dire que la réponse maximale de l'indicateur au travers de plusieurs échelles est choisie. Cependant, le calcul multi-échelle est sensible au bruit.

En outre, le rayon des structures tubulaires détectées peut être surestimé (cf. Fig. 5.1).

Ces raisons motivent la détermination de l'**échelle pertinente** à partir d'images 3D, c'est-à-dire l'échelle à considérer en un point. Nous montrons qu'il existe un lien entre la détermination de l'échelle pertinente et la δ_χ-distance, pour certains indicateurs de tubularité.

Dans la Section 1, nous présentons les indicateurs de tubularité multi-échelle décrits dans la littérature, et leurs limites. Dans la Section 2, nous définissons la δ_χ-distance et montrons comment elle peut être utilisée afin de déterminer l'échelle pertinente, dans la Section 3. Les résultats montrent que les organes ainsi segmentés respectent mieux la géométrie de la structure tubulaire présente sur l'image initiale. Notre méthode s'inscrit dans travail en cours, mais ouvre des perspectives intéressantes dans le cadre de la transposition du VCM aux images en niveaux de gris.

1 Travaux connexes

Dans le cadre de la segmentation d'organes tubulaires, les indicateurs de tubularité sont des méthodes qui donnent, pour chaque point de l'image, une valeur qui correspond à sa probabilité d'appartenir à une structure tubulaire. Ces méthodes exploitent l'*a priori* que l'objet tubulaire est allongé dans une direction. On distingue deux grands types d'indicateurs de tubularité :

1. les méthodes **différentielles** qui étudient localement les directions du gradient [Sato *et al.*, 1997; Frangi *et al.*, 1998; Law et Chung, 2008] ;
2. les méthodes basées sur la **morphologie mathématique** [Aykac *et al.*, 2003; Merveille *et al.*, 2017], qui s'intéressent à la forme des structures présentes dans l'image pour identifier les structures tubulaires.

Dans cette section, nous présentons ces deux types d'approches, ainsi que leur utilisation dans un contexte multi-échelle.

1.1 Approches différentielles

Ces méthodes étudient les directions des vecteurs gradients afin de déterminer la direction de la structure tubulaire. L'idée est que les structures tubulaires sont allongées dans une direction, le gradient varie donc peu selon la direction d'élongation du tube. On distingue les approches basées sur la matrice hessienne [Sato *et al.*, 1997; Frangi *et al.*, 1998], et les méthodes calculant les variations du gradient selon une direction donnée, telles que *Optimally Oriented Flux* (OOF) [Law et Chung, 2008].

Matrice hessienne Les indicateurs de tubularité tels que ceux présentés par Sato *et al.* [1997] et Frangi *et al.* [1998], sont basés sur la matrice hessienne.

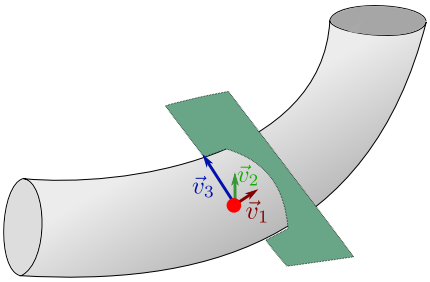


FIGURE 5.2 – Vecteurs propres $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ de la matrice hessienne calculée au point rouge, sur une structure tubulaire. Les vecteurs propres sont ordonnés selon leur valeur propre $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq |\lambda_3|$.

La matrice hessienne stocke les dérivées partielles secondes des valeurs d'intensité de l'image, c'est-à-dire qu'elle permet d'étudier les variations du gradient des valeurs d'intensité de l'image. La matrice hessienne est symétrique, elle est donc diagonalisable. Soient λ_1, λ_2, et λ_3 ses valeurs propres, et $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ les vecteurs propres ordonnés en fonction de leur valeur absolue : $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq |\lambda_3|$. Pour une structure tubulaire de section circulaire, on a :

$$\begin{aligned} &|\lambda_1| \approx 0 \\ &|\lambda_1| \ll |\lambda_2| \\ &|\lambda_2| \approx |\lambda_3| \end{aligned} \tag{5.1}$$

Le vecteur propre $\vec{v}_1$ est orienté selon l'axe du tube, alors que $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ donnent une base du plan orthogonal au tube (cf. Fig. 5.2).

La matrice hessienne en un point est calculée par convolution de l'image avec la dérivée seconde d'une gaussienne d'écart-type σ.

La méthode de Sato *et al.* [1997] permet de détecter les objets tubulaires dans une image en se basant sur l'*a priori* que les tubes sont des structures tubulaires claires avec des valeurs de niveaux de gris plus élevées que celles des structures avoisinantes. Frangi *et al.* [1998] étendent la méthode de Sato *et al.* [1997] pour définir un indicateur de tubularité indépendant du niveau de gris des structures tubulaires. Les auteurs fournissent une interprétation géométrique des valeurs absolues des valeurs propres de la matrice hessienne. Les vecteurs propres $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ de la matrice hessienne, ordonnés en fonction de leur valeur absolue $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq |\lambda_3|$, définissent un parallélépipède rectangle. La forme de ce parallélépipède varie en fonction de la structure analysée (cf. Fig. 5.3) : pour une structure plane, le parallélépipède est allongé dans une direction ; dans le cas d'un tube, il est allongé dans deux directions ; et dans le cas d'une sphère, il est allongé dans trois directions.

L'indicateur de tubularité est basé sur trois critères qui considèrent les valeurs absolues des valeurs propres de la matrice hessienne :

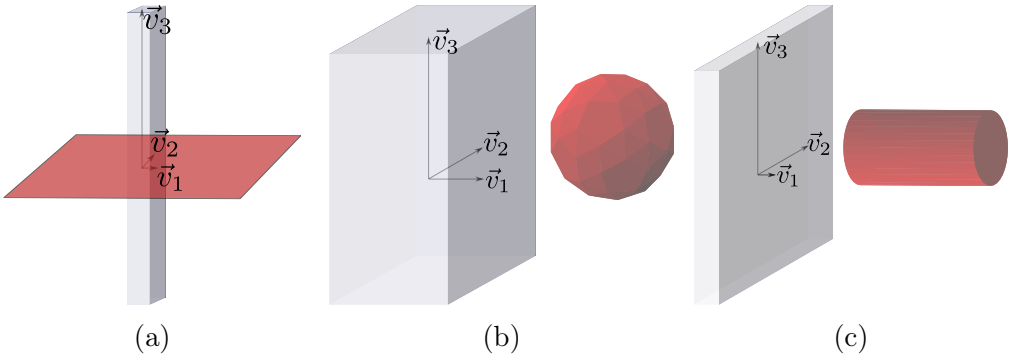


FIGURE 5.3 – Formes générées (en gris) par les vecteurs propres (en noir) de la matrice hessienne dont la norme est égale à leur valeur propre, pour différentes structures (en rouge) : (a) un plan, (b) une sphère et (c) un cylindre.

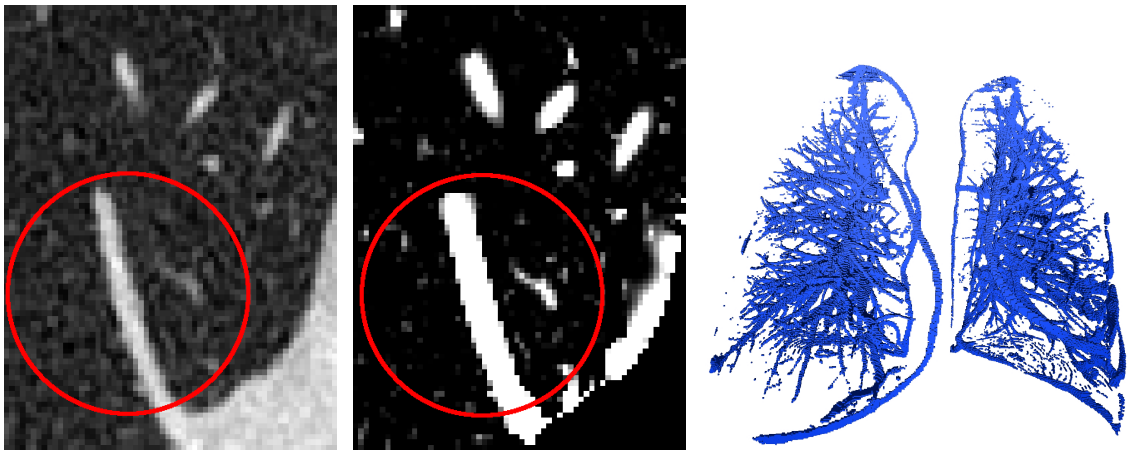
1. un critère R_A qui estime la circularité du tube : $R_A = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_3}$. Ce critère permet de distinguer un tube d'un plan : dans le cas d'un point appartenant à une structure plane, la valeur de λ_2 est plus faible que dans le cas d'un point appartenant à un tube ;
2. un critère R_B qui permet de distinguer un tube d'une sphère : $R_B = \dfrac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_2 * \lambda_3}}$: pour un point d'une structure sphérique, la valeur de λ_1 est plus élevée que pour un point d'un tube ;
3. un critère S pour filtrer le bruit : $\sqrt{{\lambda_1}^2 + {\lambda_2}^2 + {\lambda_3}^2}$.

Des paramètres α, β et γ permettent de pondérer chacun des critères au sein d'une fonction qui indique la probabilité d'appartenir à un tube. La fonction de probabilité $f(p)$ est, en tout point p :

$$f(p) = \left(1 - \exp(-\frac{{R_A}^2}{2\alpha^2})\right) * \left(\exp(-\frac{{R_B}^2}{2\beta^2})\right) * \left(1 - \exp(-\frac{S^2}{2\gamma^2})\right)$$

Les tubes trouvés dépendent de l'écart-type σ de la gaussienne. Afin de détecter l'ensemble des tubes, il est possible d'utiliser cette méthode dans un contexte multi-échelle. En effet, on peut faire varier l'écart-type σ de la gaussienne dans un intervalle $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$ afin de calculer n images indiquant la tubularité d'une structure. L'image résultante consiste en la réponse maximale de la fonction de probabilité $f(p)$ au travers des n images générées.

Le principal problème des méthodes basées sur la matrice hessienne est qu'elles induisent un étalement des bords des structures tubulaires et qu'elles capturent le bruit (cf. Fig. 5.4). Ainsi, l'effet d'étalement fusionne deux tubes distincts situés à proximité l'un de l'autre, et cause des biais sur les mesures



(a) (b) (c)

FIGURE 5.4 – Résultats de l'indicateur de tubularité de Frangi multi-échelle sur une acquisition 3D de vaisseaux pulmonaires et de bronches, par scanner CT. (a) Image 2D provenant de l'acquisition. (b) Estimation de la tubularité par Frangi sur l'image (a) : la géométrie en bordure des tubes (zone encadrée en rouge) est modifiée par rapport à l'acquisition, à cause de la convolution avec une gaussienne. De plus, des points de bruit sont détectés à petite échelle. (c) Segmentation 3D obtenue par seuillage sur l'indice de tubularité de Frangi, de façon à supprimer le bruit. Des tubes de faible diamètre sont supprimés.

géométriques découlant de la segmentation. De plus, il est difficile de choisir un intervalle d'échelles pertinent pour à la fois filtrer le bruit et détecter les structures tubulaires de faible diamètre.

Optimally Oriented Flux La méthode de Law et Chung [2008], appelée *Optimally Oriented Flux*, ou OOF, détermine la direction du tube en sommant les contributions locales des vecteurs gradients. La direction du tube est donnée comme la direction $\vec{d}$ qui minimise la somme des produits scalaires entre $\vec{d}$ et les vecteurs gradients intégrés à la surface d'une boule. Soient $B(p, r)$ une boule de centre p et de rayon r, $q \in \delta_B$ les points localisés sur son bord et dA le plus petit élément de la surface (*i.e.* un voxel), $\vec{n}(q)$ la normale de la boule B en q, $\vec{v}(q)$ le vecteur gradient de l'image en q ; alors la fonction f à minimiser en un point p et avec une direction $\vec{d}$ est donnée par :

$$f(p, \vec{d}) = \int_{\delta B} \Big(\, (\vec{v}(q) \cdot \vec{d}) \; \vec{d} \, \Big) \cdot \vec{n}(p) \; dA$$

La direction du tube est donnée comme la direction minimisant la quantité f. Plus concrètement, soient $\vec{v}_i$ la i-ème coordonnée du vecteur $\vec{v}$, Q une matrice

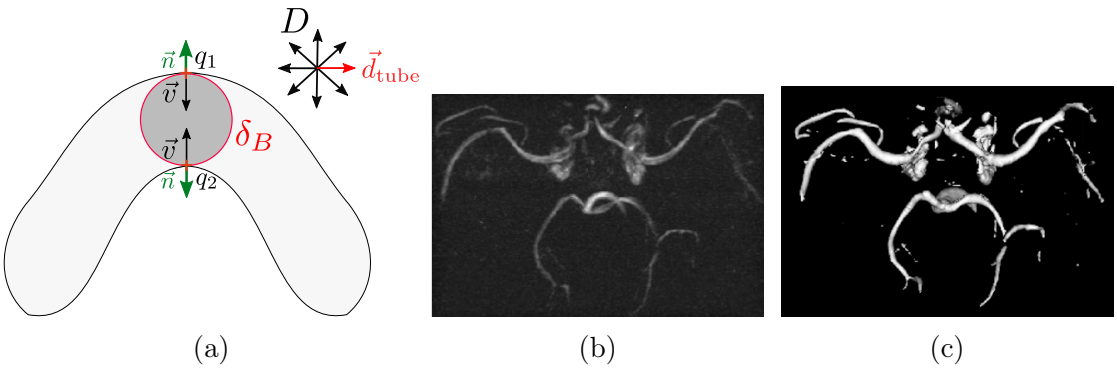


FIGURE 5.5 – Méthode des *Optimally Oriented Flux*, permettant de déterminer la direction du tube. (a) À partir d'un point centré dans le tube, la direction du tube $\vec{d}_{\text{tube}}$ est détectée comme la direction $\vec{d} \in D$ qui minimise la somme des produits scalaires entre $\vec{d}$ et les vecteurs gradients projetés selon la direction $\vec{d}$. (b) Image IRM de vaisseaux et (c) tubularité détectée par OOF multi-échelle. Il est difficile d'obtenir un bon compromis afin de filtrer le bruit et détecter les structures tubulaires. (b–c) Images tirées de Law et Chung [2008].

3×3, où la valeur à la i-ème ligne et j-ème colonne est donnée par la somme des produits scalaires $\int_{\delta_B} \vec{v}_i(p) * \vec{n}_j(p)$; f peut être écrite sous forme de produit matriciel : $f(p, \vec{d}) = \vec{d}^{\intercal} Q \vec{d}$. Les auteurs montrent que la direction du tube $\vec{d}_{\text{tube}}$ peut être déterminée comme le vecteur propre avec la plus grande valeur propre au sein de la matrice Q. Les deux autres vecteurs propres associés aux plus petites valeurs propres définissent la base du plan orthogonal. Ainsi, les vecteurs propres de la matrice Q ont une interprétation similaire à ceux de la matrice hessienne. Afin de donner une probabilité d'appartenance à une structure tubulaire, il est possible de remplacer, dans la fonction de probabilité de Frangi *et al.* [1998], les valeurs propres de la matice hessienne par les valeurs propres de la matrice Q.

Au sein d'une structure tubulaire, cette méthode donne une réponse maximale lorsque la surface de la boule contient un maximum de points du bord de ce tube, puisque leur valeur de gradient est élevée. Dans le cas d'un tube avec une section orthogonale circulaire, la réponse est maximale lorsque la boule est inscrite. La réponse est donc dépendante du rayon de la boule.

Il est possible d'utiliser cette méthode dans un contexte multi-échelle, en faisant varier le rayon de la boule utilisée, afin de détecter les tubes de différents diamètres. Puisque le rayon de la boule utilisée est directement lié au rayon du tube, il est nécessaire d'avoir un *a priori* sur les structures présentes dans l'image. Une limite de cette méthode est qu'elle induit des effets d'étalement au bord du tube similaires à ceux induits par l'indicateur de Frangi, puisqu'elle utilise, de la même façon, une convolution avec une dérivée de gaussienne pour

calculer les vecteurs gradients.

1.2 Approches morphologiques

Les approches de morphologie mathématique sont basées sur des opérateurs qui détectent l'élongation dans une direction des structures tubulaires.

Fermeture morphologique La méthode de Aykac *et al.* [2003] est dédiée à la détection des structures tubulaires sombres, c'est-à-dire avec une faible valeur de niveaux de gris, entourées par une paroi claire, telles que les bronches. Les auteurs calculent une fermeture morphologique sur chaque image de coupe 2D constituant l'image 3D.

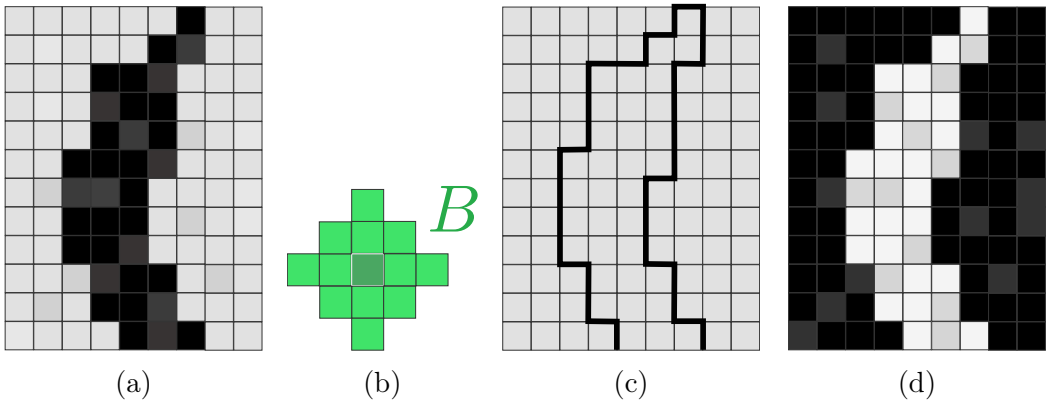


FIGURE 5.6 – Méthode de Aykac *et al.* [2003] basée sur la fermeture morphologique (a) d'une image 2D en niveaux de gris. (b) Élément structurant B utilisé pour la fermeture morphologique. (c) Résultat J de la fermeture morphologique par B sur l'image (a), où le contour du tube sur l'image (a) est représenté en noir. La fermeture morphologique consiste en la dilatation de l'image (a) par B suivie de l'érosion de l'image dilatée. (d) Différence entre l'image J et l'image initiale, permettant de mettre en évidence les structures tubulaires.

Les auteurs utilisent ici des éléments structurants binaires sur une image 2D en niveaux de gris. Soit B_p l'élément structurant B – un diamant – centré en un point p, l'érosion $\ominus$ de l'image I en niveaux de gris en un point p est donnée par :

$$(I \ominus B)(p) = \min_{q \in B_p} I(q)$$

La dilatation $\oplus$ de I par B en un point p est donnée par :

$$(I \oplus B)(p) = \max_{q \in B_p} I(q)$$

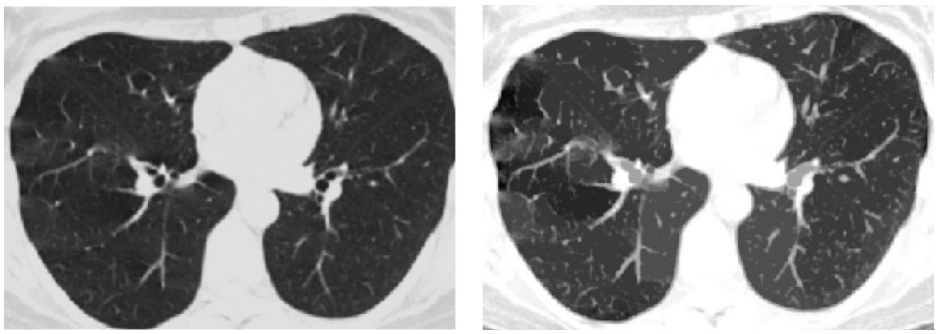
La fermeture morphologique $\bullet$ d'une image I par un élément structurant B est donnée par une dilatation suivie d'une érosion :

$$J = I \bullet B = (I \oplus B) \ominus B$$

Dans l'image J, les structures tubulaires sont « remplies » avec une valeur de niveaux de gris élevée (cf. Fig. 5.6). La différence D entre les images J et l'image initiale I permet d'identifier les structures tubulaires :

$$D = J - I$$

Cette méthode permet d'identifier les structures sombres associées aux bronches dans les images 2D (cf. Fig. 5.7). Un seuillage permet d'extraire une segmentation 3D, que les auteurs raffinent grâce à un algorithme de croissance de régions.



(a) (b)

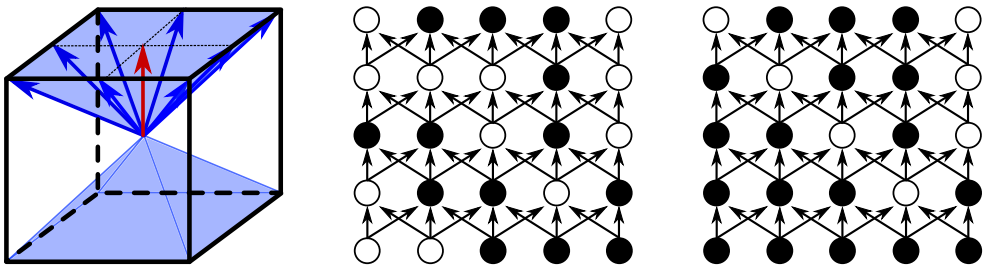
FIGURE 5.7 – Extraction des bronches avec la méthode de Aykac *et al.* [2003], dont les images sont tirées. (a) Image 2D originale issue d'une acquisition des poumons par tomographie à rayons X. (b) Obtention de l'image J par fermeture morphologique de l'image (a) par un élément structurant en forme de « diamant ». Les structures tubulaires sombres ont une intensité réhaussée. Une différence avec l'image initiale I permet ensuite d'extraire les structures tubulaires (non illustré).

La taille de l'élément structurant B est liée au rayon de la structure tubulaire sur l'image 2D. Les auteurs définissent ainsi une approche multi-échelle, c'est-à-dire dont la fermeture morphologique est calculée avec des éléments structurants de rayons variables, et où l'image finale est composée des réponses maximales au travers des échelles calculées.

L'inconvénient d'une telle approche est que les calculs sont faits sur les coupes 2D. Ainsi, elle est très sensible au bruit puisqu'un point de bruit sombre entouré de pixels clairs a une réponse similaire à un point localisé dans un tube de faible diamètre.

RORPO L'indicateur RORPO (*Ranking Orientation Responses of Path Operators*) de Merveille *et al.* [2017], évalue la tubularité des objets présents dans l'image en détectant la réponse, selon différentes orientations, de filtres anisotropes.

Les auteurs calculent l'ouverture morphologique où les éléments structurants sont des chemins orientés. Les chemins sont des courbes discrètes 3D, de longueur L et où la relation d'adjacence entre les points est restreinte selon une orientation, définissant les déplacements autorisés dans le chemin. Pour une orientation donnée selon un vecteur $\vec{v}_i$, la relation d'adjacence du chemin est définie par un cône orienté selon $\vec{v}_i$ et dans la direction opposée $-\vec{v}_i$ (cf. Fig. 5.8a). Les auteurs considèrent sept orientations différentes en 3D, correspondant aux configurations données par les relations d'adjacence par face et par sommet.



(a) (b) (c)

FIGURE 5.8 – (a) Relation d'adjacence d'un chemin orienté (vecteurs en bleu), donnée par le cône (en bleu pâle) orienté selon le vecteur aligné avec la relation d'adjacence par face (vecteur en rouge pointant vers le haut). (b) Image 2D binaire, où les points de l'objet sont en blanc. La relation d'adjacence est matérialisée par les vecteurs reliant chaque point de l'image, définissant les déplacements autorisés dans le chemin. (c) Ouverture morphologique par un chemin de longueur $L = 4$ sur l'image (b). Les points adjacents formant un chemin de longueur inférieure à 4 deviennent des points d'arrière-plan. Images tirées de Merveille *et al.* [2017].

Sept ouvertures morphologiques sont calculées pour chaque orientation, avec une longueur L de chemin donnée. L'ouverture morphologique permet d'identifier l'ensemble des voxels qui appartiennent à au moins un chemin de longueur L, pour une orientation donnée (cf. Figs. 5.8b et 5.8c). Les structures tubulaires étant allongées dans une direction, elles sont identifiées selon moins d'orientations que les structures sphériques ou planes. Les auteurs déterminent que les structures tubulaires sont retrouvées selon trois orientations au maximum, alors que les structures sphériques et planes sont retrouvées dans au minimum quatre orientations. Un seuil sur le nombre de réponses permet de

discriminer les structures tubulaires.

Il apparaît que le choix du paramètre de longueur L est particulièrement important pour discriminer les structures tubulaires. Une approche multi-échelle en fonction de la longueur L des chemins permet de détecter l'ensemble des tubes, en utilisant la réponse maximale de RORPO sur l'ensemble des échelles considérées. Il est difficile de déterminer des valeurs d'échelle pertinente pour cet estimateur puisqu'il dépend de plusieurs paramètres : la longueur et le diamètre du tube, ainsi que sa sinuosité.

2 Détermination de la δ_χ-distance

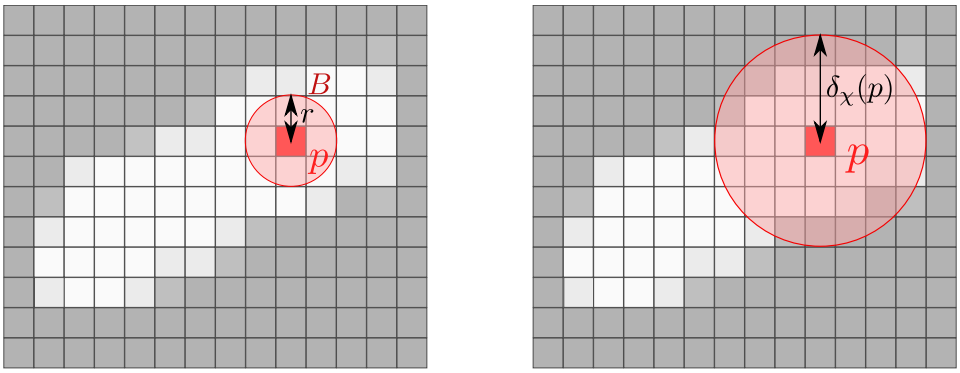
Dans cette section, nous présentons la δ_χ-distance, qui est un outil permettant de transposer l'estimateur VCM à des images en niveaux de gris. La δ_χ-distance correspond, pour un point d'une structure d'intérêt, à la distance à sa frontière. Pour une image binaire, les vecteurs gradients de la δ_χ-distance, correspondent aux vecteurs gradients de la transformée en distance. L'intégration des vecteurs gradients de la δ_χ-distance dans un voisinage devrait permettre de transposer l'estimateur VCM à des images en niveaux de gris. En outre, la définition de la δ_χ-distance permet d'estimer l'échelle pertinente pour les indicateurs de tubularité de la littérature, c'est-à-dire l'échelle adaptée à chaque point de l'image.

L'objectif est de définir une distance qui tienne compte de la différence de niveaux de gris entre les structures d'intérêt, claires, et les structures sombres avoisinantes, et qui s'abstraie du bruit et des variations de contraste. Notre méthode se base sur la définition de la δ-distance robuste aux *outliers* géométriques [Chazal *et al.*, 2011] et l'étend aux images de niveaux de gris.

Intégration La δ_χ-distance est déterminée par une approche locale, où la taille du voisinage est incrémentée jusqu'à la détection du bord de la structure d'intérêt. Plus précisément, la valeur de δ_χ en un point de l'image est donnée par le rayon de la plus petite boule intégrant des points appartenant à la fois à une structure claire et à une structure sombre (cf. Fig. 5.9). La boule intègre des points appartenant à ces deux types de structure si l'écart-type σ des points intégrés dans la boule est supérieur à un seuil. Soient $B(p, r)$ une boule centrée en p et de rayon r, σ_r l'écart-type des valeurs de niveaux de gris des points intégrés dans la boule B, t un seuil, alors l'échelle pertinente est donnée par :

$$\delta_\chi(p) = \inf\{r \geq 0,\ \sigma_r \geq t\}$$

Critère de terminaison Une condition de terminaison supplémentaire permet d'effectuer une intégration locale. Le rayon r de la boule B est incrémenté jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur maximale, notée $r_{\max}$. En pratique, $r_{\max}$ est déterminé en fonction du plus grand rayon du tube dans l'image.



(a) (b)

FIGURE 5.9 – Détermination de la δ_χ-distance en un point p sur une image en niveaux de gris, pour une structure tubulaire claire, et avec un seuil arbitraire. (a) Estimation de l'écart-type avec $r = 1$. L'écart-type des points intégrés dans la boule est inférieur au seuil défini, car la zone intégrée est homogène. Le rayon de la boule est alors incrémenté à $r = 2$ (étape non illustrée), puis à (c) $r = 3$ où σ est supérieur au seuil. La valeur de δ_χ-distance au point p est égale au rayon de la boule à cette étape, soit $\delta_\chi(p) = 3$.

Contrainte La détermination de la δ_χ-distance est contrainte afin de ne détecter les valeurs de distance que dans les structures claires. En effet, la valeur de δ_χ en un point p vaut 0 si la moyenne μ des points intégrés dans la boule de rayon δ_χ est supérieure à la moyenne dans la boule de rayon $\delta_\chi - 1$:

$$\mu_{\delta_\chi(p)} > \mu_{\delta_\chi(p)-1}$$

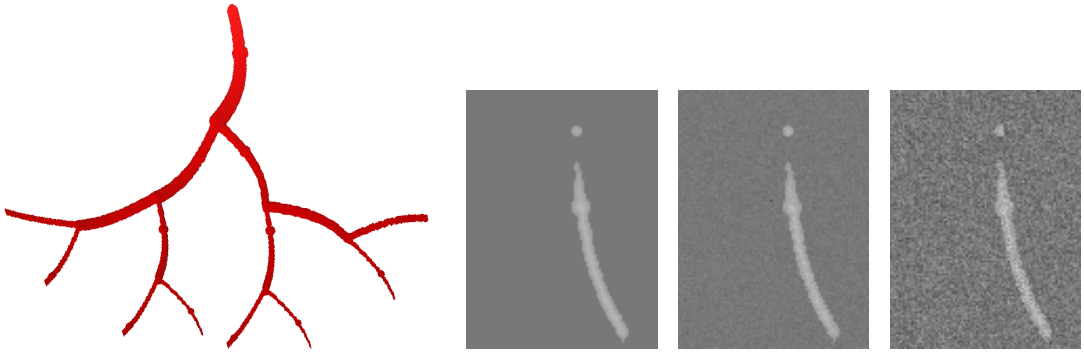
Le choix du seuil t est déterminant dans l'obtention d'échelles pertinentes. Sur une image non bruitée, contenant des structures claires et sombres, le seuil t peut être choisi comme la différence d_I entre le minimum I_{min} de la valeur dans la structure claire et le maximum I_{max} de la valeur de la structure sombre. Pour des images bruitées, le seuil peut être fixé à $d_I + \epsilon$ où ϵ est un paramètre de tolérance supplémentaire dépendant du niveau de bruit.

Il s'agit d'une approche peu sensible au bruit s'il est uniformément réparti, et robuste aux faibles variations de contraste dans la structure claire. Dans la section suivante, nous montrons comment utiliser la δ_χ-distance afin de déterminer l'échelle pertinente en lien avec divers indicateurs de tubularité.

3 Résultats

Dans cette section, nous présentons les résultats de notre méthode de détermination d'échelle pertinente. Tout d'abord, nous évaluons la précision des

valeurs de δ_χ-distance, puis nous utilisons la δ_χ-distance afin de détecter les tubes à une échelle pertinente, en utilisant trois des indicateurs de tubularité présentés dans la Section 1 : Frangi [Frangi *et al.*, 1998], OOF [Law et Chung, 2008], et Aykac [Aykac *et al.*, 2003]. Notre méthode n'est pas évaluée avec l'indicateur RORPO [Merveille *et al.*, 2017], puisque l'utilisation d'une approche multi-échelles est plus adaptée (cf. Section 1).



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 5.10 – Images synthétiques utilisées afin d'évaluer la δ_χ-distance. (a) Structure tubulaire 3D présente dans l'image synthétique, correspondant à un arbre où les tubes ont une section elliptique et des déformations (augmentation locale de la longueur du grand axe). (b) Image 2D provenant de l'image 3D synthétique originale non bruitée. (c) Image avec du bruit gaussien, où $\sigma = 5$ et (d) avec $\sigma = 15$.

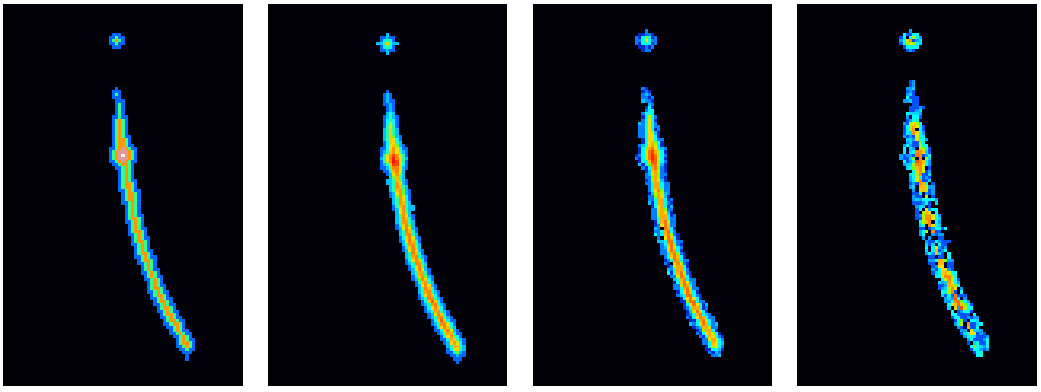
Notre méthode est évaluée quantitativement sur une image synthétique 3D en niveaux de gris, contenant une structure tubulaire, dont la segmentation théorique T est connue (cf. Fig. 5.10). L'ensemble de voxels T est un arbre, où les tubes sont courbés, ont une section orthogonale elliptique, et présentent des déformations (cf. Fig. 5.10a). En outre, les valeurs de niveaux de gris varient au sein de la structure claire : la valeur de niveaux de gris augmente linéairement en fonction de la distance au bord (cf. Fig. 5.10b). Deux versions bruitées de cette image sont générées afin de mesurer la robustesse de notre méthode au bruit. Le bruit ajouté est gaussien, avec $\sigma = 5$ et $\sigma = 15$. En outre, notre méthode est évaluée visuellement sur deux images réelles en 3D. La première est une image provenant de l'acquisition du foie, et la seconde est issue de l'acquisition des poumons par tomographie à rayons X. Ces images sont bruitées et contiennent des structures tubulaires avec des valeurs de niveaux de gris et de rayons variables.

3.1 Évaluation de la δ_χ-distance

Dans cette section, la δ_χ-distance est évaluée sur les images synthétiques et réelles. Dans les expérimentations suivantes, la valeur du seuil t est choisie empiriquement, et le rayon $r_{\max}$ est dépendant du plus grand rayon R_M du tube dans l'image : $r_{\max} = R_M + \sqrt{3}$.

3.1.1 Données synthétiques

Nous comparons les valeurs de la δ_χ-distance obtenues sur l'image synthétique en niveaux de gris aux valeurs de la transformée en distance euclidienne obtenue sur l'ensemble de voxels T. Afin de quantifier la précision des valeurs de δ_χ-distance obtenues, la transformée en distance DT est comparée point à point à l'image de δ_χ-distance. Soit $d = |DT(p) - \delta_\chi(p)|$ l'erreur faite par la δ_χ-distance en un point p, la quantification globale de la δ_χ-distance est donnée par la moyenne μ_d et l'écart-type σ_d des erreurs d sur l'ensemble de l'image. On considère que la δ_χ-distance est une bonne approximation globale de la transformée en distance lorsque $\mu_d + \sigma_d < \sqrt{3}$, c'est-à-dire lorsque, pour la majorité des points p de l'image, le point de l'arrière-plan le plus proche de p dans l'image binaire est voisin d'un point sur le bord de la boule $B(p, \delta_\chi)$ dans l'image en niveaux de gris.



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 5.11 – Comparaison entre (a) la transformée en distance et (b–d) la δ_χ-distance sur une image 2D issue de l'image synthétique, où les valeurs de distance sont représentées par des couleurs allant du bleu (faibles valeurs de distance) au rouge (fortes valeurs de distance). La δ_χ-distance est calculée sur l'image (b) non bruitée, (c) bruitée avec $\sigma = 5$ et (d) bruitée avec $\sigma = 15$.

Les résultats sont présentés dans le tableau 5.1. Concernant l'image non bruitée et l'image faiblement bruitée ($\sigma = 5$), la somme $\mu_d + \sigma_d$ est inférieure à

TABLE 5.1 – Moyenne μ_d et écart-type σ_d des erreurs de la δ_χ-distance sur l'image synthétique en niveaux de gris par rapport à la transformée en distance calculée sur l'ensemble de voxels connu T. L'ensemble de voxels T consiste en un arbre de tubes avec des diamètres variables. La δ_χ-distance est calculée sur l'image non bruitée et bruitée avec $\sigma = 5$ et $\sigma = 15$. Les valeurs de δ_χ-distance sur l'image bruitée avec $\sigma = 5$ sont proches de celles obtenues sur l'image non bruitée.

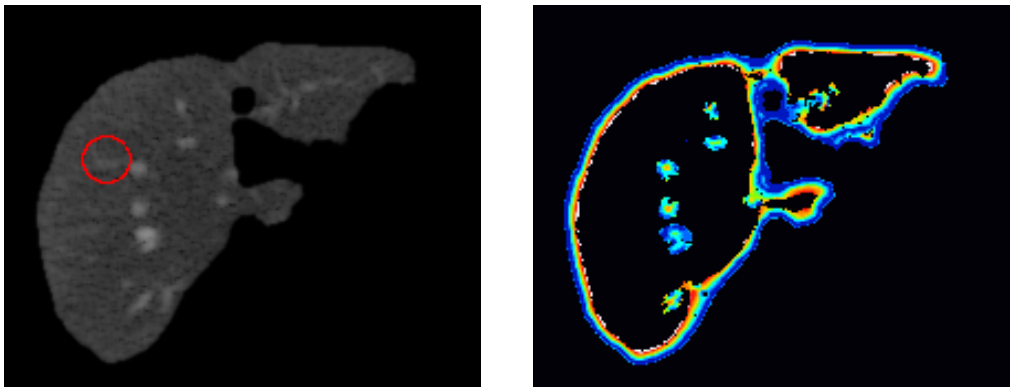
Image	Non bruitée	$\sigma = 5$	$\sigma = 15$
μ_d	0.355	0.486	1.28
σ_d	0.342	0.405	1.07

$\sqrt{3}$, c'est-à-dire que la δ_χ-distance est une bonne approximation de la transformée en distance (cf. Fig. 5.11). Cette condition n'est pas vérifiée pour l'image fortement bruitée ($\sigma = 15$), puisque le bruit induit des variations importantes de l'écart-type au sein de la structure claire, suffisantes pour vérifier $\sigma > t$. Il est difficile de choisir une valeur de t pertinente pour cette image.

3.1.2 Données réelles

La δ_χ-distance est aussi évaluée sur des données réelles, sur l'image de vaisseaux de foie (vaisseaux hépatiques) et de poumons. Ces images sont bruitées, et une inspection visuelle permet de vérifier que (a) l'ensemble des structures claires a des valeurs de δ_χ-distance et (b) que les valeurs de δ_χ-distance augmentent avec la distance au bord du tube.

Le résultat sur une image 2D provenant de l'image 3D de vaisseaux hépatiques est présenté dans la Figure 5.12. Des résultats similaires sont observés pour les vaisseaux pulmonaires. Les structures tubulaires claires avec une forte valeur d'intensité sont correctement identifiées, et les valeurs de δ_χ-distance augmentent en fonction de la distance au bord de la structure claire. Cependant, les structures claires de faibles valeurs de niveaux de gris ne sont pas détectées (cf. Fig. 5.12) : il est en effet difficile de choisir un seuil afin de s'abstraire du bruit et de considérer ces structures. Une autre conséquence de la définition de la δ_χ-distance est la détection de l'interface entre le foie et la zone remplie de pixels noirs. Cependant, la détection de cette zone n'impacte pas nécessairement l'utilisation de l'image de δ_χ-distance faite *a posteriori*. Dans la section suivante, nous montrons comment utiliser l'image de δ_χ-distance afin d'utiliser les indicateurs de tubularité à la bonne échelle.



(a) (b)

FIGURE 5.12 – Résultats de la δ_χ-distance appliquée sur une image réelle provenant de l'acquisition des vaisseaux de foie. (a) Image 2D provenant de l'image 3D originale avec des tubes de rayons variables et en présence de bruit. (b) δ_χ-distance calculée sur l'image (a). Le dégradé de couleurs va du noir (valeurs de distance nulles), passe par le bleu, vert, et le rouge (valeur maximale). La zone entourée en rouge sur l'image (a) illustre un tube avec de faibles valeurs de niveaux de gris non détecté dans l'image de δ_χ-distance.

3.2 Échelle pertinente

Dans cette section, nous utilisons la δ_χ-distance en tant qu'outil afin de choisir une échelle pertinente pour différents indicateurs de tubularité : OOF, Frangi, et Aykac.

3.2.1 Utilisation de la δ_χ-distance

Le principal problème des indicateurs de tubularité, résumé dans la Section 1, est que la réponse multi-échelle conduit souvent à une surestimation de la structure tubulaire ainsi qu'à la détection de bruit. Pour les méthodes de Frangi et OOF, la convolution avec une gaussienne induit un étalement des bords du tube. Concernant la méthode d'Aykac, il est difficile de choisir un seuil pertinent sur les valeurs données par cet indicateur afin de ne pas inclure des points de bruit. La façon d'utiliser la δ_χ-distance pour déterminer l'échelle pertinente diffère pour chaque indicateur.

OOF L'objectif, pour l'indicateur OOF, est de choisir une échelle pertinente de façon à limiter l'effet d'étalement au bord de la structure tubulaire. L'indicateur OOF utilise une boule B et détecte l'ensemble des tubes dans l'image en considérant différents rayons r pour B. Les auteurs montrent que le rayon de la boule est directement dépendant du rayon du tube. Plus précisément, dans le

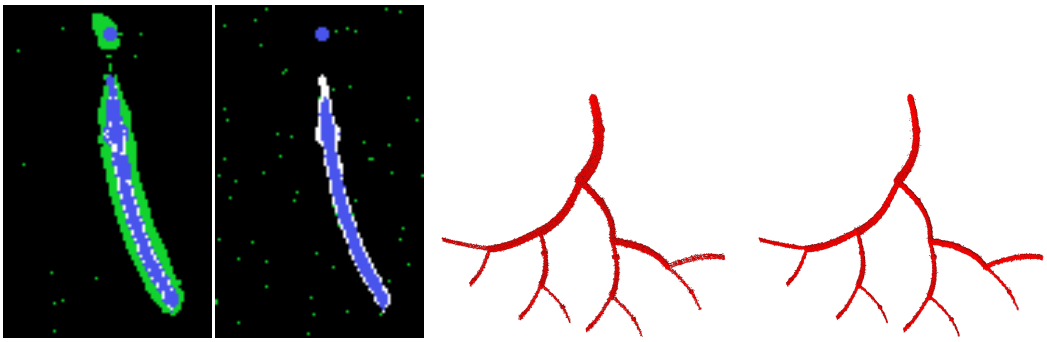
cas d'un tube avec une section orthogonale circulaire, la boule doit être inscrite dans la structure tubulaire. Ainsi, il est possible d'utiliser directement les valeurs de la δ_χ-distance afin de détecter l'échelle pertinente pour cet indicateur. Pour tout point p de l'image, la boule $B(p, r)$ utilisée par l'indicateur OOF est donnée par $B(p, \delta_\chi(p))$.

Aykac L'objectif, pour l'indicateur d'Aykac, est de détecter un ensemble de points localisés dans le tube et d'éliminer les points de bruit. Cet indicateur repose sur l'utilisation d'un élément structurant de rayon variable afin de détecter les structures tubulaires sombres à différentes échelles. Pour des points situés dans la structure d'intérêt (sombre), l'échelle choisie doit être suffisante pour inclure un point de la structure claire. Ainsi, il est possible d'utiliser directement les valeurs de la δ_χ-distance : le rayon r de l'élément structurant en un point p est donné par : $r(p) = \delta_\chi(p)$.

Frangi L'objectif, pour l'indicateur de Frangi, est de diminuer l'effet d'étalement sur les bords de la structure tubulaire, en considérant, de façon analogue à la méthode d'Aykac, un ensemble de points localisés dans la structure tubulaire. L'indicateur de Frangi repose sur la convolution de l'image avec une gaussienne, avec un écart-type σ variable, afin de détecter des tubes au travers de plusieurs échelles. Lorsque l'écart-type est élevé, la réponse maximale est obtenue pour des points centrés dans la structure tubulaire. L'échelle pertinente correspond donc à de faibles valeurs d'écart-type pour des points proches du bord du tube, afin de ne pas les détecter, et des fortes valeurs d'écart-type pour des points centrés, afin de les conserver. Ainsi, soient I une image, $\delta_{\max} = \max_{p \in I} \delta_\chi(p)$ la valeur maximale de δ_χ-distance dans I, alors l'écart-type σ de la gaussienne est donné par : $\sigma(p) = \delta_\chi(p) * \dfrac{\delta_\chi(p)}{\delta_{\max}}$. Cette échelle permet de diminuer la valeur de tubularité des points proches du bord du tube et d'identifier un sous-ensemble de points, plus proches du centre de la structure tubulaire. L'inconvénient d'une telle approche est que le maximum considéré est global ; elle est donc peu adaptée à la détection des points centrés dans les tubes de faible diamètre, puisque les valeurs sont identiques à celles utilisées pour des points proches du bord d'une structure tubulaire avec un diamètre élevé.

3.2.2 Données synthétiques

Dans cette section, l'utilisation des indicateurs de tubularité à l'échelle pertinente est comparée quantitativement à l'approche multi-échelle, sur l'image synthétique. Des images inversées sont utilisées pour l'indicateur d'Aykac, puisqu'il est dédié à la détection de structures tubulaires sombres.



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 5.13 – Utilisation des indicateurs de tubularité à l'échelle pertinente (a et c) Frangi (b et d) Aykac sur l'image synthétique bruitée avec $\sigma = 5$. (a–b) Images 2D représentant la superposition des valeurs d'indicateur de tubularité multi-échelle avec les valeurs d'indicateur de tubularité estimées à l'échelle pertinente par la δ_χ-distance. La segmentation théorique T est représentée en blanc. La différence entre la binarisation des valeurs données par les indicateurs multi-échelle et la segmentation théorique T est illustrée en vert, et la binarisation des valeurs données par les indicateurs utilisant l'échelle pertinente est superposée à la segmentation T en bleu. Les approches multi-échelle surestiment la structure tubulaire. L'utilisation de l'échelle pertinente permet d'améliorer la précision. (c–d) Volumes 3D correspondant à la binarisation des valeurs de tubularité seuillées (illustrées en bleu sur les images (a–b)).

Chaque indicateur est calculé en utilisant l'approche multi-échelle décrite dans la littérature, ainsi qu'en utilisant les échelles pertinentes décrites dans la section précédente. La comparaison quantitative des valeurs obtenues par l'échelle pertinente à celles obtenues par les approches multi-échelle est faite en considérant le rappel et la précision entre la meilleure binarisation de ces valeurs par rapport à l'ensemble de voxels T. La précision $\frac{|O \cap T|}{|O|}$ permet de quantifier si O est un sous-ensemble de T et le rappel $\frac{|O \cap T|}{|T|}$ est un critère supplémentaire qui permet de quantifier la proportion de voxels manquants dans l'ensemble de voxels O.

Les résultats pour les valeurs de précision sont présentés dans le tableau 5.2 et les segmentations obtenues sont illustrées dans les Figures 5.13 et 5.14. Les valeurs de rappel sont plus faibles qu'en utilisant l'approche multi-échelle : en moyenne 0.7 pour l'ensemble des indicateurs avec l'échelle pertinente vs. 0.95 pour l'approche multi-échelle. En effet, les valeurs d'échelle pertinente sont trop faibles pour extraire la totalité du bord de la structure tubulaire (cf. Fig 5.13). En revanche, pour l'ensemble des indicateurs calculés à l'échelle pertinente, les

TABLE 5.2 – Valeurs de précision de la segmentation obtenue par binarisation des valeurs données par les indicateurs de tubularité OOF, Frangi, et Aykac. Chaque indicateur est calculé par l'approche multi-échelle (Multi-) et en utilisant l'échelle pertinente (δ) sur les images non bruitée et bruitées ($\sigma = 5$ et $\sigma = 15$).

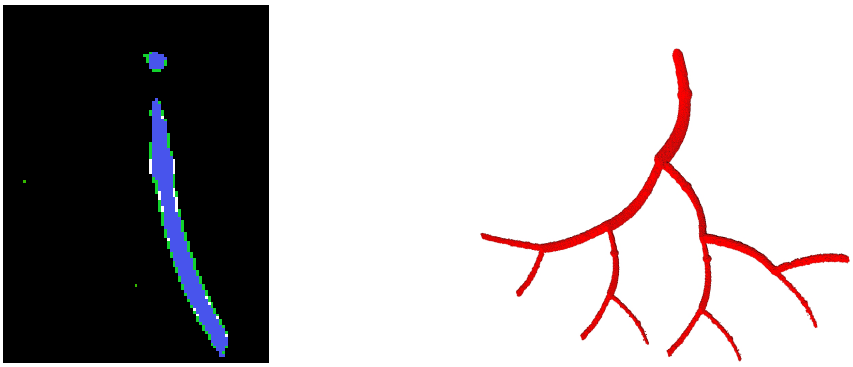
Image	Non bruitée	$\sigma = 5$	$\sigma = 15$
Multi-Frangi	0.450	0.347	0.031
δ-Frangi	**0.999**	**0.956**	**0.550**
Multi-Aykac	0.938	0.311	0.011
δ-Aykac	**0.942**	**0.929**	**0.013**
Multi-OOF	0.761	0.756	0.803
δ-OOF	**0.902**	**0.911**	**0.908**

valeurs de précision sont supérieures à celles obtenues avec l'approche multi-échelle. L'utilisation de l'échelle pertinente permet donc de limiter les effets d'étalement ou de surestimation du bruit liés aux indicateurs de tubularité.

Quel que soit l'indicateur utilisé, les valeurs de précision obtenues par l'échelle pertinente sur l'image fortement bruitée ($\sigma = 15$) sont plus faibles que sur les images non ou modérément bruitées, puisque les valeurs de δ_χ-distance sont perturbées par le bruit (cf. Fig 5.11). En utilisant les valeurs de δ_χ-distance associées à l'image non bruitée pour calculer l'échelle pertinente sur l'image bruitée avec $\sigma = 15$, les valeurs de précision sont de l'ordre de celles obtenues sur les images non bruitées (résultats non illustrés). Cela signifie que les valeurs d'échelle pertinente doivent être les mêmes, indépendamment du niveau de bruit.

Pour Frangi, les résultats montrent que l'utilisation de l'échelle pertinente permet d'augmenter la précision de la segmentation : les points sont correctement localisés au sein de la structure tubulaire (cf. Figs. 5.13a et 5.13c).

Concernant l'indicateur d'Aykac, les valeurs de tubularité calculées par une approche multi-échelle sont très sensibles au bruit : la précision vaut environ 1 pour l'image non bruitée, contre 0.31 et 0.01 pour les images bruitées avec $\sigma = 5$ et $\sigma = 15$, respectivement, puisqu'il est impossible de trouver un seuil pour la binarisation des valeurs qui permette à la fois de conserver les structures tubulaires et d'éliminer le bruit. En utilisant cet estimateur avec les valeurs d'échelle pertinente, les points de bruit ne sont pas détectés pour les images non ou modérément bruitées, ce qui se traduit par une meilleure précision (cf. Figs. 5.13b et 5.13d). L'utilisation de l'échelle pertinente produit des résultats sensiblement identiques à ceux obtenus par l'approche multi-échelle pour des images fortement bruitées : il n'est pas possible de choisir un seuil permettant



(a) (b)

FIGURE 5.14 – Utilisation de l'indicateur de tubularité OOF à l'échelle pertinente sur l'image synthétique bruitée ($\sigma = 5$). (a) Image 2D représentant la superposition des valeurs d'indicateur de tubularité multi-échelle (en vert) avec les valeurs d'indicateur de tubularité estimées à l'échelle pertinente (en bleu) par la δ_χ-distance. La segmentation théorique T est représentée en blanc. (b) Volume 3D correspondant à un seuillage sur les valeurs de tubularité (illustrées en bleu sur l'image (a)).

de s'abstraire du bruit.

L'indicateur OOF appliqué avec les valeurs d'échelle pertinente permet d'obtenir une segmentation complète (cf. Fig. 5.14). La précision est élevée lorsque les valeurs d'échelle pertinente sont utilisées, puisque les effets d'étalement au bord du tube induits par l'approche multi-échelle ne sont pas retrouvés.

De façon générale, l'utilisation des valeurs d'échelle pertinente pour l'ensemble des indicateurs de tubularité permet d'obtenir une segmentation plus fine pour des images non ou modérément bruitées.

3.2.3 Données réelles

Dans cette section, nous évaluons visuellement la qualité de la segmentation donnée par les différents indicateurs sur des données réelles.

Les résultats obtenus avec l'indicateur OOF multi-échelle et avec l'échelle pertinente sont présentés dans la Figure 5.15. Les segmentations obtenues en utilisant l'indicateur OOF multi-échelle identifient des tubes dont le rayon est surestimé par rapport à l'image originale. Les tubes détectés par l'indicateur avec les valeurs d'échelle pertinente (cf. Figs. 5.15b et 5.15d) ont un rayon qui correspond mieux à ce qui est observé dans les images originales. La segmentation présente quelques points isolés qui proviennent de structures tubulaires où la différence de gradient est plus faible. La présence de déconnexions est due

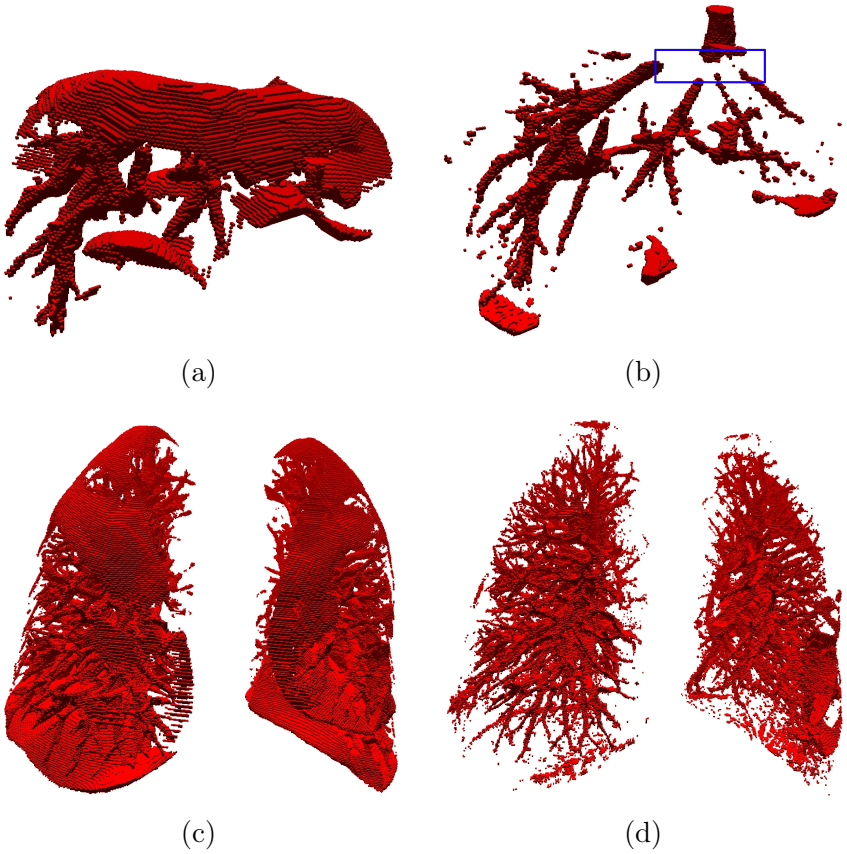
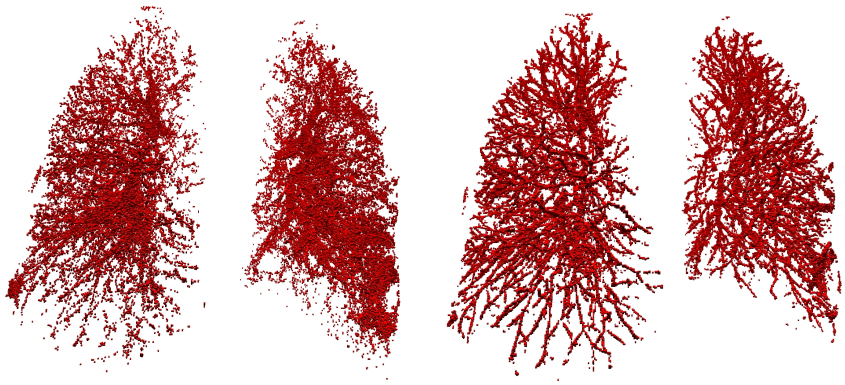


FIGURE 5.15 – Indicateur de tubularité OOF sur des images réelles. (a–b) Image de vaisseaux hépatiques (cf. Fig. 5.12a) et (c–d) Image de vaisseaux du poumon identique à celle utilisée pour obtenir les segmentations présentées dans la Figure 5.4c. Les images (a) et (c) sont calculées en utilisant l'approche multi-échelle : des voxels de la paroi de l'organe sont détectés, et les tubes sont plus épais que dans l'image originale. Les images (b) et (d) sont calculées en utilisant les valeurs d'échelle pertinente. (b) Les déconnexions entre les tubes, encadrées en bleu, sont présentes dans l'image originale et ne sont pas le résultat d'un défaut de l'indicateur.

à la méthode employée par OOF, et non à l'échelle à laquelle l'indicateur est calculé. En outre, si l'on compare la segmentation obtenue dans la Figure 5.15d à celle obtenue par Frangi (cf. Fig. 5.4c), plus de structures tubulaires sont détectées, en particulier les vaisseaux sanguins de faible diamètre. L'utilisation de l'OOF avec les valeurs de δ_χ-distance détecté à l'échelle pertinente fournit une segmentation plus complète qu'en utilisant la réponse multi-échelle de Frangi.



(a) (b)

FIGURE 5.16 – Résultats obtenus sur l'image de poumons avec les indicateurs de tubularité (a) Frangi et (b) Aykac. Il est possible de choisir un seuil permettant de s'abstraire du bruit et de détecter les tubes de faible diamètre.

Les résultats obtenus avec les indicateurs d'Aykac et de Frangi sur le poumon sont présentés dans la Figure 5.16. Les segmentations obtenues par l'indicateur de Frangi et d'Aykac avec l'échelle pertinente détectent moins de points de bruit que l'approche multi-échelle.

Pour la réponse multi-échelle obtenue avec l'indicateur de Frangi, il est impossible de déterminer un seuil permettant de détecter les tubes de faible diamètre et de supprimer le bruit (cf. Fig. 5.4c). Avec notre approche, il est possible de détecter les tubes de faible diamètre et de s'abstraire du bruit.

L'objet isolé par l'approche d'Aykac produit des résultats similaires à ceux donnés par l'indicateur OOF calculé à l'échelle pertinente. L'ensemble de points détecté semble complet : les tubes de faible diamètre sont détectés. De la même façon que pour la segmentation obtenue avec Frangi, les tubes de faible diamètre sont détectés. La segmentation obtenue par l'indicateur de Frangi présente toutefois plus de déconnexions dans les tubes de faible diamètre, puisque l'échelle utilisée considère le maximum global de la δ_χ-distance : l'écart-type utilisé pour ces tubes est donc trop faible.

4 Bilan du chapitre

Dans ce Chapitre, nous avons présenté la δ_χ-distance, c'est-à-dire la distance d'un point d'une structure claire à la structure sombre la plus proche. Il s'agit d'un outil qui tient compte des variations de contraste et du bruit, et permet d'utiliser des indicateurs de tubularité à l'échelle pertinente. Les biais induits par l'estimation multi-échelle de la tubularité sont diminués en utilisant les valeurs d'échelle pertinente, ce qui permet d'obtenir un ensemble de voxels segmenté plus proche de la géométrie des structures tubulaires dans l'image initiale. Ainsi, les mesures géométriques effectuées en aval sur les organes sont plus précises.

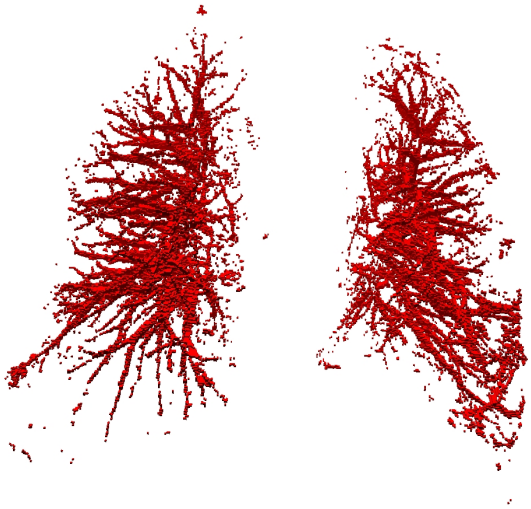


FIGURE 5.17 – Indicateur de tubularité VCM en niveaux de gris avec un rayon d'intégration fixe sur le poumon où les valeurs propres du VCM sont combinées en suivant la fonction de probabilité de Frangi. Les tubes de plus petit diamètre ne sont pas détectés, puisqu'une seule échelle est considérée.

La définition de la δ_χ-distance ouvre de nombreuses perspectives. En effet, nous avons expliqué dans les Chapitres 1 et 2 comment les vecteurs gradient de la transformée en distance sont alignés avec les normales au bord de l'objet. Puisque la δ_χ-distance approche les valeurs de la transformée en distance, il est possible de transposer le VCM sur des images en niveaux de gris. Une différence majeure dans le calcul de la δ_χ-distance est qu'elle est contrainte pour détecter des valeurs de distance dans les structures sombres et non les structures claires. Ainsi, les vecteurs gradients de la δ_χ-distance ainsi calculée approchent les normales au bord de l'objet. Si l'on note par $n_\delta(p)$ le vecteur gradient de la δ_χ-distance en p, O^R le R-offset du VCM, r le rayon de la boule d'intégration, $W^R = B(p,r) \cap O^R$, alors le VCM en niveaux de gris, noté $\mathcal{V}_\delta$, est donné par :

$$\mathcal{V}_\delta(p, r, R) = \int_{W^R} n_\delta(p) \times n_\delta(p)^T dx$$

Les vecteurs propres dans cette matrice sont analogues à ceux issus de la matrice hessienne (cf. Fig. 5.3). Ainsi, un travail en cours porte sur la définition d'un nouvel indicateur de tubularité en utilisant par exemple la fonction de probabilité de Frangi *et al.* [1998] sur les valeurs propres du VCM (cf. Fig 5.17).

Conclusion

Bilan

Dans cette thèse, nous avons proposé de nouveaux outils facilitant la caractérisation d'organes tubulaires. Dans la chaîne de traitement permettant cette caractérisation, la précision de sous-représentations et de la segmentation conditionne la qualité des mesures géométriques. Nous nous sommes intéressés à deux sous-représentations d'organes tubulaires : les plans orthogonaux et le squelette curvilinéaire. Un travail en cours porte sur les indicateurs de tubularité.

Dans le Chapitre 2, nous avons présenté une méthode d'estimation des plans orthogonaux. Les plans orthogonaux sont généralement déterminés par la direction de la tangente au squelette. Diverses méthodes d'estimation de la tangente sur une courbe discrète sont décrites dans la littérature, mais il est souvent difficile d'obtenir une tangente qui soit fidèle à la géométrie de la courbe et qui ne soit pas perturbée par des irrégularités. Notre méthode d'estimation des plans orthogonaux [Grélard *et al.*, 2015] repose sur l'estimateur VCM. L'idée est que le plan orthogonal est aligné avec la forme de l'union de plusieurs cellules de Voronoï. Les résultats illustrent que notre méthode est plus précise que les méthodes de l'état de l'art, et est robuste aux irrégularités de la courbe. Les plans orthogonaux peuvent être calculés directement à partir du volume segmenté, ce qui évite les biais introduits par le calcul d'une représentation curvilinéaire imparfaite.

Dans le Chapitre 3, nous nous sommes intéressés à deux méthodes d'amélioration des squelettes curvilinéaires. Les squelettes peuvent présenter deux types de défauts : la présence de barbules, c'est-à-dire de branches indésirables, et des points décentrés. Les méthodes de la littérature consacrées à l'ébarbulage ne sont pas adaptées aux variations de diamètre des objets tubulaires. Notre méthode estime la pertinence d'une branche dans le squelette en estimant la déviation de cette branche par rapport à l'axe du tube [Grélard *et al.*, 2016a]. Elle permet de supprimer des barbules indépendamment du diamètre du tube. Nous proposons également une méthode de recentrage du squelette. Les points recentrés correspondent aux barycentres des sections orthogonales estimées sur le volume. Notre méthode permet de recentrer un squelette associé à un vo-

lume tubulaire contenant des jonctions, en reconstruisant des sous-volumes à partir des tubes impliqués dans la zone de jonction.

Dans le Chapitre 4, nous avons proposé une nouvelle méthode de squelettisation dédiée spécifiquement aux objets tubulaires. Les méthodes de la littérature paramétrées de façon à ne pas créer de barbules produisent des squelettes incomplets. Afin d'obtenir une caractérisation précise des organes tubulaires, il est nécessaire d'obtenir un squelette dont chaque branche corresponde à une partie tubulaire. L'idée est de déterminer les points du squelette par suivi des barycentres des sections orthogonales estimées sur les parties tubulaires du volume Grélard *et al.* [2016b]. Les extrémités des branches du squelette appartenant à une même zone de jonction sont ensuite reliées par des chemins. Le squelette résultant est complet, centré, et ne présente pas de barbules : il s'agit donc d'une bonne représentation curvilinéaire de l'organe. Les contributions des Chapitres 2 à 4 ont été détaillées dans notre article de revue [Grélard *et al.*, 2017].

Dans le Chapitre 5, nous proposons un nouvel outil dédié aux indicateurs de tubularité sur les images en niveaux de gris. Les indicateurs de tubularité sont des méthodes qui donnent, en chaque point de l'image, la probabilité d'appartenance à une structure tubulaire. Un travail en cours porte sur la transposition de l'estimateur VCM sur des images en niveaux de gris pour définir un nouvel indicateur de tubularité. Dans cet objectif, nous avons défini la δ_χ-distance, qui donne la distance à la frontière d'une structure d'intérêt. Nous avons utilisé cet outil afin de déterminer l'échelle pertinente avec laquelle calculer divers indicateurs de tubularité de la littérature. Les résultats montrent que l'utilisation de l'échelle pertinente permet de faciliter la segmentation. Il s'agit donc d'un outil avec un fort potentiel pour la caractérisation de structures tubulaires.

Nos contributions sont implémentées grâce à la bibliothèque DGtal [D. Coeurjolly *et al.*, 2016] et sont accessibles en ligne [F. Grélard *et al.*, 2017]. Un travail en cours consiste à valider nos méthodes auprès de spécialistes sur un jeu de données plus important.

Perspectives

Les outils proposés ouvrent la voie à de nombreuses perspectives pour la caractérisation des organes tubulaires.

Échelle pertinente pour le δ_χ-VCM

Nous avons évoqué, dans la conclusion du Chapitre 5, une façon de transposer le VCM aux images en niveaux de gris, en utilisant les vecteurs gradients de la δ_χ-distance contrainte de façon à ce qu'elle donne des valeurs de distance dans les structures sombres. Comme mentionné dans le Chapitre 2, le choix

du rayon d'intégration pour le VCM détermine la précision des résultats obtenus. Sur un ensemble de voxels, nous avons présenté un algorithme permettant d'obtenir un rayon d'intégration permettant l'estimation robuste de plans orthogonaux, en intégrant des points localisés sur la circonférence du tube. Il est donc nécessaire de déterminer le rayon pertinent pour le δ_χ-VCM, sur des images en niveaux de gris, en utilisant, par exemple, les valeurs de δ_χ-distance dans la structure d'intérêt.

Raffinement de segmentation

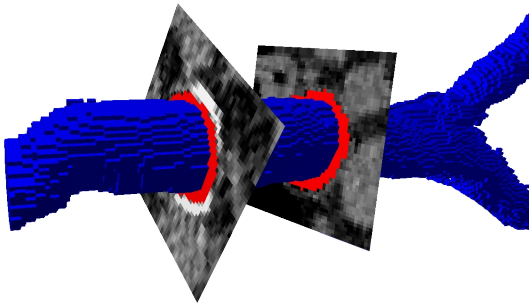


FIGURE 5.18 – Raffinement (en rouge) d'une segmentation initiale (en bleu) sur les sections orthogonales. L'ensemble des voxels rouges a été obtenu par binarisation d'un sous-ensemble de voxels de l'image 2D, localisé autour de la segmentation initiale.

Les plans orthogonaux pourraient également être utilisés afin de raffiner une segmentation existante incomplète. Les plans orthogonaux, estimés à partir d'une première segmentation incomplète, peuvent être reconstruits sur l'image en niveaux de gris initiale afin d'obtenir l'information manquante ou surestimée dans cette segmentation. Des méthodes de segmentation telles que celles de Tschirren *et al.* [2005] permettent de raffiner la segmentation sur les sections orthogonales 2D (cf. Fig. 5.18). La question est alors de déterminer les plans suffisants et nécessaires afin d'obtenir une segmentation complète. Une idée est d'estimer les plans orthogonaux en chaque point du squelette issu de notre méthode de squelettisation : une segmentation complète serait obtenue dans les parties tubulaires non courbées. Dans les parties courbées, l'ensemble de points de la segmentation initiale compris entre deux plans estimés en deux points successifs du squelette fournirait de nouveaux candidats pour positionner de nouveaux plans orthogonaux permettant le raffinement.

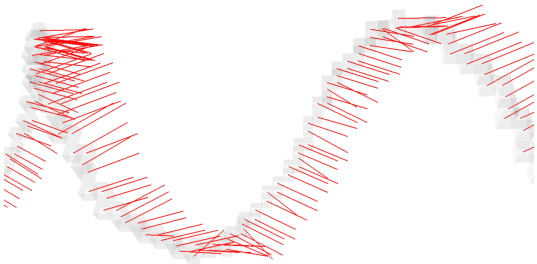


FIGURE 5.19 – Hélice discrète en 3D (en gris) et vecteurs associés à la valeur propre λ_3 dans le VCM (en rouge). Ce vecteur correspond au vecteur normal du plan osculateur. L'étude des variations de ce vecteur pourrait permettre d'estimer la torsion de la courbe.

Estimation de la torsion sur des courbes discrètes

L'estimateur VCM pourrait être utilisé pour estimer des mesures géométriques, telles que la torsion. En effet, les cellules de Voronoï sont allongées dans deux directions sur une courbe discrète : une direction correspond au vecteur normal principal, et une autre direction au vecteur binormal dans le repère de Frenet. Ainsi, en étudiant les variations du vecteur binormal, il serait possible de définir un nouvel estimateur de torsion basé sur le VCM. Dans le VCM, le vecteur binormal peut être associé au vecteur avec la valeur propre intermédiaire λ_2 ou bien à la plus grande valeur propre λ_3, en fonction des valeurs de courbure. Il serait nécessaire de déterminer le vecteur à choisir en chaque point de la courbe.

Détection des jonctions

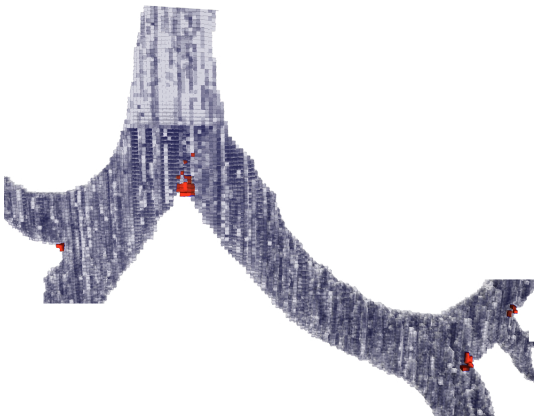


FIGURE 5.20 – Détection de jonctions (en rouge), vues comme des zones selle, par les VCM.

La détection des jonctions a été faite en dénombrant les composantes connexes de la différence entre deux boules concentriques (SSI). Une idée alternative est de capturer la géométrie de la jonction en utilisant le VCM. En effet, dans la zone de jonction, la géométrie s'apparente à celle d'une zone selle. Pour des points localisés proches du point selle, les cellules de Voronoï sont réduites dans l'ensemble des directions. Un critère basé sur le ratio entre la plus petite valeur propre du VCM et la somme des valeurs propres permettrait d'identifier les points localisés dans la zone selle (cf. Fig. 5.20). Un tel critère est cependant insuffisant pour détecter de façon robuste les jonctions, puisque des zones selle peuvent être retrouvées dans des zones avec des repliements. Un critère supplémentaire serait donc nécessaire afin de déterminer si cette zone selle résulte de la division d'un tube parent en plusieurs tubes fils. Une idée naïve pourrait être de considérer les variations de diamètre dans le tube parent, puisqu'une zone de jonction est souvent associée à un élargissement du tube. Une autre idée liée à notre algorithme de squelettisation, serait de considérer, en un point du squelette p suffisamment proche d'un point selle s, l'angle formé par le vecteur normal du plan orthogonal en p et le vecteur $\vec{ps}$. Des valeurs faibles pour cette mesure d'angle seraient associées à une zone de jonction, et de fortes valeurs indiqueraient des zones de repliement.

Objets tubulaires incomplets

Nos méthodes d'estimation de plans orthogonaux et de squelettisation pourraient être étendues à des objets tubulaires incomplets, d'une façon similaire à Tagliasacchi *et al.* [2009] et Kerautret *et al.* [2016]. Ces auteurs montrent qu'il n'est pas nécessaire de disposer de l'ensemble des points et de leurs normales afin de calculer un point centré dans le squelette. L'idée est d'intégrer un sous-ensemble des cellules de Voronoï contribuant au plan orthogonal. Puisque les données sont incomplètes, notre algorithme permettant de déterminer un rayon pertinent pour l'estimation de plans orthogonaux n'est sans doute pas adapté. Une approche heuristique pourrait être utilisée pour déterminer un rayon minimal qui permette d'obtenir un plan dont la normale varie peu lors de l'intégration de points supplémentaires.

Annexe A

Liste des publications

Revue avec comité de lecture

Florent Grélard, Fabien Baldacci, Anne Vialard, and Jean-Philippe Domenger. New methods for the geometrical analysis of tubular organs. *Medical Image Analysis*, 42(Supplement C) :89 – 101, 2017. ISSN 1361-8415. doi : 10.1016/j.media.2017.07.008.

Conférences internationales avec actes et comité de lecture

Florent Grélard, Fabien Baldacci, Anne Vialard, and Jean-Philippe Domenger. Improving curve skeletons of tubular volumes. In *Sixth International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications, IPTA 2016, Oulu, Finland, December 12-15, 2016*, pages 1–6, 2016a. doi : 10.1109/IPTA.2016.7820965.

Florent Grélard, Fabien Baldacci, Anne Vialard, and Jean-Philippe Domenger. Centerlines of tubular volumes based on orthogonal plane estimation. In *Discrete Geometry for Computer Imagery - 19th IAPR International Conference, DGCI 2016, Nantes, France, April 18-20, 2016. Proceedings*, pages 427–438, 2016b. doi : 10.1007/978-3-319-32360-2_33.

Florent Grélard, Fabien Baldacci, Anne Vialard, and Jacques-Olivier Lachaud. Precise cross-section estimation on tubular organs. In George Azzopardi and Nicolai Petkov, editors, *Computer Analysis of Images and Patterns*, volume 9257 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 277–288. Springer International Publishing, 2015. ISBN 978-3-319-23116-7. doi : 10.1007/978-3-319-23117-4_24.

Bibliographie

Adalsteinsson, D. et Sethian, J. A., 1995. A fast level set method for propagating interfaces. *Journal of Computational Physics*, 118(2) : 269–277.

Akima, H., 1970. A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures. *Journal of the ACM*, 17(4) : 589–602.

Alliez, P., Cohen-Steiner, D., Tong, Y. et Desbrun, M., 2007. Voronoi-based variational reconstruction of unoriented point sets. Dans *Proceedings of the Fifth Eurographics Symposium on Geometry Processing*, SGP'07, pages 39–48. Aire-la-Ville, Switzerland.

Arcelli, C. et Sanniti di Baja, G., 1993. Euclidean skeleton via centre-of-maximal-disc extraction. *Image and Vision Computing*, 11(3) : 163–173.

Arcelli, C., Sanniti di Baja, G. et Serino, L., 2011. Distance-driven skeletonization in voxel images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 33(4) : 709–720.

Arlicot, A., 2012. *Squelettisation en un balayage. Application à la caractérisation osseuse.* Thèse de doctorat, Université Nantes-Angers-Le Mans.

Aykac, D., Hoffman, E. A., McLennan, G. et Reinhardt, J. M., 2003. Segmentation and analysis of the human airway tree from three-dimensional X-ray CT images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(8) : 940–950.

Ballester, Angel González, Zisserman, A. P. et Brady, M., 2002. Estimation of the partial volume effect in MRI. *Medical Image Analysis*, 6(4) : 389–405.

Barbieri, S., Meloni, P., Usai, F. *et al.*, 2015. Skeleton Lab : An Interactive Tool to create, edit, and repair curve-skeletons. Dans *STAG*. The Eurographics Association.

Bitter, I., Kaufman, A. E. et Sato, M., 2001. Penalized-distance volumetric skeleton algorithm. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 7(3) : 195–206.

Blum, H., 1967. A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape. Dans *Models for the Perception of Speech and Visual Form*, pages 362–380. MIT Press, Cambridge.

Borgefors, G., 1984. Distance transformations in arbitrary dimensions. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 27(3) : 321–345.

Borgefors, G., 1996. On digital distance transforms in three dimensions. *Computer Vision and Image Understanding*, 64(3) : 368 – 376.

Bouraoui, B., Ronse, C., Baruthio, J., Passat, N. et Germain, P., 2010. 3D segmentation of coronary arteries based on advanced mathematical morphology techniques. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 34(5) : 377–387.

Bradley, R. S. et Withers, P. J., 2016. Post-processing techniques for making reliable measurements from curve-skeletons. *Computers in Biology and Medicine*, 72 : 120–131.

Cazals, F. et Pouget, M., 2003. Estimating Differential Quantities Using Polynomial Fitting of Osculating Jets. Dans *Eurographics Symposium on Geometry Processing*, pages 121–146. The Eurographics Association.

Chapman, K. R., Mannino, D. M., Soriano, J. B., Vermeire, P. A., Buist, A. S., Thun, M. J., Connell, C., Jemal, A., Lee, T. A., Miravitlles, M., Aldington, S. et Beasley, R., 2006. Epidemiology and costs of chronic obstructive pulmonary disease. *European Respiratory Journal*, 27(1) : 188–207.

Chaussard, J., Couprie, M. et Talbot, H., 2011. Robust skeletonization using the discrete λ-medial axis. *Pattern Recognition Letters*, 32(9) : 1384–1394.

Chazal, F., Cohen-Steiner, D. et Mérigot, Q., 2011. Geometric Inference for Probability Measures. *Foundations of Computational Mathematics*, 11(6) : 733–751.

Chazal, F. et Lieutier, A., 2005. The λ-medial axis. *Graphical Models*, 67(4) : 304–331.

Coeurjolly, D., 2002. *Algorithmic and digital geometry for curve and surface characterization.* Thèse de doctorat, Université Lumière–Lyon II.

Coeurjolly, D., Lachaud, J.-O. et Levallois, J., 2013. *Integral Based Curvature Estimators in Digital Geometry*, pages 215–227. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

Coeurjolly, D., Lachaud, J.-O. et Levallois, J., 2014. Multigrid convergent principal curvature estimators in digital geometry. *Computer Vision and Image Understanding*, 129 : 27–41.

Coeurjolly, D., Lachaud, J.-O. et Roussillon, T., 2012. *Digital Geometry Algorithms : Theoretical Foundations and Applications to Computational Imaging*, chapitre Multigrid Convergence of Discrete Geometric Estimators, pages 395–424. Springer Netherlands, Dordrecht.

Coeurjolly, D. et Montanvert, A., 2007. Optimal separable algorithms to compute the reverse Euclidean distance transformation and discrete medial axis in arbitrary dimension. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(3) : 437–448.

Coeurjolly, D. et Svensson, .S, 2003. *Estimation of Curvature along Curves with Application to Fibres in 3D Images of Paper*, pages 247–254. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

Cornea, N. D., Silver, D. et Min, P., 2007. Curve-skeleton properties, applications, and algorithms. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 13(3) : 530–548.

Cornea, N. D., Silver, D., Yuan, X. et Balasubramanian, R., 2005. Computing hierarchical curve-skeletons of 3d objects. *The Visual Computer*, 21(11) : 945–955.

Couprie, M., Coeurjolly, D. et Zrour, R., 2007. Discrete bisector function and Euclidean skeleton in 2D and 3D. *Image and Vision Computing*, 25(10) : 1519–1698.

Cuel, L., Lachaud, J.-O., Mérigot, Q. et Thibert, B., 2014a. Robust geometry estimation using the generalized Voronoi covariance measure. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, abs/1408.6210.

Cuel, L., Lachaud, J.-O. et Thibert, B., 2014b. *Voronoi-Based Geometry Estimator for 3D Digital Surfaces*, pages 134–149. Springer International Publishing.

D. Coeurjolly, J.-O. Lachaud, B. Kerautret *et al.*, 2016. DGtal : Digital geometry tools and algorithms library. http://dgtal.org.

de Boor, C., 2000. Computational aspects of multivariate polynomial interpolation : Indexing the coefficients. *Advances in Computational Mathematics*, 12(4) : 289–301.

De Vieilleville, F., 2007. *Analyse des parties linéaires des objets discrets et estimateurs de caractéristiques géométriques*. Thèse de doctorat. Université Bordeaux 1 2007.

Debled-Rennesson, I., 1995. *Etude et reconnaissance des droites et plans discrets*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur.

Debled-Rennesson, I., Rémy, J.-L. et Rouyer-Degli, J., 2003. Segmentation of Discrete Curves into Fuzzy Segments. Research Report RR-4989, INRIA.

Debled-Rennesson, I. et Reveillès, J.-P., 1995. A linear algorithm for segmentation of digital curves. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 9(4) : 635–662.

Desbrun, M., Meyer, M., Schröder, P. et Barr, A. H., 1999. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. Dans *Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH'99.

Dey, T. K. et Sun, J., 2006. Defining and computing curve-skeletons with medial geodesic function. Dans *Proceedings of the Fourth Eurographics Symposium on Geometry Processing*, SGP'06, pages 143–152.

Duché, Q., 2015. *Partial volume effects in brain MRI for cortical thickness estimation*. Thèse de doctorat, Université Rennes 1.

Even, P. et Kerautret, B., 2010. Extension des segments flous aux images en niveaux de gris pour l'extraction interactive de segments de droites. Dans *17e Congrès Francophone AFRIF-AFIA Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle–RFIA 2010*. Caen, France.

F. Grélard, F. Baldacci, A. Vialard *et al.*, 2017. Technical report. https://fgrelard.github.io/OrthogonalPlaneBasedTools/.

Feschet, F. et Tougne, L., 1999. Optimal time computation of the tangent of a discrete curve : Application to the curvature. Dans *Discrete Geometry for Computer Imagery, 8th International Conference, DCGI'99, Marne-la-Vallee, France, March 17-19, 1999, Proceedings*, pages 31–40.

Flasque, N., Desvignes, M., Constans, J.-M. et Revenu, M., 2001. Acquisition, segmentation and tracking of the cerebral vascular tree on 3D magnetic resonance angiography images. *Medical Image Analysis*, 5(3) : 173–183.

Frangi, A. F., Niessen, W. J., Vincken, K. L. et Viergever, M. A., 1998. *Multiscale vessel enhancement filtering*, pages 130–137. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

Gage, M. et Hamilton, R. S., 1986. The heat equation shrinking convex plane curves. *Journal of Differential Geometry*, 23(1) : 69–96.

Giesen, J., Miklos, B., Pauly, M. et Wormser, C., 2009. The scale axis transform. Dans *Proceedings of the Twenty-fifth Annual Symposium on Computational Geometry*, SCG'09, pages 106–115.

Gotway, M. B., Reddy, G. P., Webb, W. R., Elicker, B. M. et Leung, J. W T, 2005. High-resolution CT of the lung : Patterns of disease and differential diagnoses. *Radiologic Clinics of North America*, 43 : 513–542.

Goyal, M., Murugappan, S., Piya, C., Benjamin, W., Fang, Y., Liu, M. et Ramani, K., 2012. Towards locally and globally shape-aware reverse 3D modeling. *Computer-Aided Design*, 44(6) : 537–553.

Grélard, F., Baldacci, F., Vialard, A. et Domenger, J.-P., 2016a. Improving curve skeletons of tubular volumes. Dans *2016 Sixth International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA)*, pages 1–6.

Grélard, F., Baldacci, F., Vialard, A. *et al.*, 2015. Precise cross-section estimation on tubular organs. Dans *CAIP*, pages 277–288.

Grélard, F., Baldacci, F., Vialard, A. *et al.*, 2016b. Centerlines of tubular volumes based on orthogonal plane estimation. Dans *DGCI 2016*, pages 427–438.

Grélard, F., Baldacci, F., Vialard, A. et Domenger, J.P., 2017. New methods for the geometrical analysis of tubular organs. *Medical Image Analysis*, 42(Supplement C) : 89–101.

H., Hai-Chao, 2012. Twisted blood vessels : Symptoms, etiology and biomechanical mechanisms. *Journal of Vascular Research*, 49(3) : 185–197.

Hassouna, M. S. et Farag, A. A., 2005. Robust centerline extraction framework using level sets. Dans *Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)*, CVPR'05, pages 458–465. IEEE Computer Society, Washington, DC, USA.

Hassouna, S. et Farag, A., 2009. Variational curve skeletons using gradient vector flow. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 31(12) : 2257–2274.

Jalba, A. C., Kustra, J. et Telea, A. C., 2013. Surface and curve skeletonization of large 3D models on the GPU. *IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence*, 35(6) : 1495–1508.

Jalba, A. C., Sobiecki, A. et Telea, A. C., 2016. An unified multiscale framework for planar, surface, and curve skeletonization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 38(1) : 30–45.

Jones, C., Liu, T., Cohan, N. Wood, Ellisman, M. et Tasdizen, T., 2015. Efficient semi-automatic 3D segmentation for neuron tracing in electron microscopy images. *Journal of Neuroscience Methods*, 246 : 13–21.

Kang, D.-G., Seong, W. et Ra, J. B., 2006. Vessel cross-section determination based on nonrigid registration and electric field model. Dans *Medical Imaging 2006 : Physiology, Function, and Structure from Medical Images*, tome 6143 de *Proceedings SPIE*, pages 764–771.

Kanungo, T., Haralick, R.M., Baird, H.S. *et al.*, 2000. A statistical, nonparametric methodology for document degradation model validation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11) : 1209–1223.

Kardos, P., Németh, G. et Palágyi, K., 2009. *An Order–Independent Sequential Thinning Algorithm*, pages 162–175. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

Kasthuri, N., Hayworth, K. J., Berger, D. R. *et al.*, 2015. Saturated reconstruction of a volume of neocortex. *Cell*, 162(3) : 648–661.

Kerautret, B., Krähenbühl, A., Debled-Rennesson, I. et Lachaud, J.-O., 2016. Centerline detection on partial mesh scans by confidence vote in accumulation map. Dans *2016 23rd International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, pages 1376–1381.

Kerautret, B. et Lachaud, J.-O., 2012. Meaningful scales detection along digital contours for unsupervised local noise estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 34(12) : 2379–2392.

Kirbas, C. et Quek, F., 2004. A review of vessel extraction techniques and algorithms. *ACM Computing Surveys*, 36(2) : 81–121.

Klette, R. et Žunić, J., 2000. Multigrid convergence of calculated features in image analysis. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 13(3) : 173–191.

Kong, T. Y. et Rosenfeld, A., 1989. Digital topology : Introduction and survey. *Computer, Vision, Graphics, and Image Processing*, 48(3) : 357–393.

Kovalevsky, V. et Fuchs, S., 1992. Theoretical and experimental analysis of the accuracy of perimeter estimates. *Robust Computer Vision*, pages 218–242.

Kovalevsky, V. A., 1989. Finite topology as applied to image analysis. *Computer, Vision, Graphics, and Image Processing*, 46(2) : 141 – 161.

Kumar, R. P., Albregtsen, F., Reimers, M., Edwin, B., Langø, T. et Elle, O. J., 2015. Three-dimensional blood vessel segmentation and centerline extraction based on two-dimensional cross-section analysis. *Annals of Biomedical Engineering*, 43(5) : 1223–1234.

L., Ta-Chih, K., Rangasami L. et C., Chong-Nam, 1994. Building skeleton models via 3D medial surface/axis thinning algorithms. *CVGIP : Graphical Models and Image Processing*, 56(6) : 462–478.

L., Xuetao, W., Tong Wing, T., Tiow Seng et H., Zhiyong, 2001. Decomposing polygon meshes for interactive applications. Dans *Proceedings of the 2001 Symposium on Interactive 3D Graphics*, I3D'01, pages 35–42.

Lachaud, J.-O. et Vialard, A., 2003. *Geometric Measures on Arbitrary Dimensional Digital Surfaces*, pages 434–443. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

Lachaud, J.-O., Vialard, A. et de Vieilleville, F., 2005. Analysis and comparative evaluation of discrete tangent estimators. Dans *Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 3429 dans Lecture Notes in Computer Science, pages 240–251. Springer Berlin Heidelberg.

Lachaud, J.-O., Vialard, A. et de Vieilleville, F., 2007. Fast, accurate and convergent tangent estimation on digital contours. *Image and Vision Computing*, 25 : 1572–1587.

Lam, L., Lee, S.-W. et Suen, C. Y., 1992. Thinning methodologies–A comprehensive survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(9) : 869–885.

Laroia, A. T., Thompson, B. H., Laroia, S. T. et van Beek, E., 2010. Modern imaging of the tracheo-bronchial tree. *World Journal of Radiology*, 2(7) : 237–248.

Law, M. W. K. et Chung, A. C. S., 2008. Three dimensional curvilinear structure detection using optimally oriented flux. *European Conference on Computer Vision*, page 368–382.

Lesage, D., Angelini, E. D., Bloch, I. et Funka-Lea, G., 2009. A review of 3D vessel lumen segmentation techniques : Models, features and extraction schemes. *Medical Image Analysis*, 13(6) : 819–845.

Lo, P., Sporring, J., Ashraf, H., Pedersen, J. J.H. et de Bruijne, M., 2010. Vessel-guided airway tree segmentation : A voxel classification approach. *Medical Image Analysis*, 14(4) : 527–538.

Ma, C.M., 1994. On topology preservation in 3D thinning. *CVGIP : Image Understanding*, 59(3) : 328–339.

Manzanera, A., Bernard, T. M., Preteux, F. J. et Longuet, B., 1999. Unified mathematical framework for a compact and fully parallel n-D skeletonization procedure.

Materka, A., Kocinski, M., Blumenfeld, J., Klepaczko, A., Deistung, A., Serres, B. et Reichenbach, J. R., 2015. Automated modeling of tubular blood vessels in 3D MR angiography images. Dans *2015 9th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis (ISPA)*. IEEE.

Maurer, C. R., Qi, Rensheng et Raghavan, V., 2003. A linear time algorithm for computing exact Euclidean distance transforms of binary images in arbitrary dimensions. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(2) : 265–270.

Merveille, O., Talbot, H., Najman, L. et Passat, N., 2017. Curvilinear structure analysis by ranking the orientation responses of path operators. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*. To appear.

Montanari, U., 1968. A method for obtaining skeletons using a quasi-Euclidean distance. 15(4) : 600–624.

Murray, C. J. L. et Lopez, A. D., 1996. Evidence-Based Health Policy–Lessons from the Global Burden of Disease Study. *Science*, 274(5288) : 740–743.

Mérigot, Q., Ovsjanikov, M. et Guibas, L. J., 2011. Voronoi-based curvature and feature estimation from point clouds. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 17(6) : 743–756.

Naegel, B., Passat, N. et Ronse, C., 2007. Grey-level hit-or-miss transforms–part I : Unified theory. *Pattern Recognition*, 40(2) : 635–647.

Németh, G., Kardos, P. et Palágyi, K., 2010. *Topology Preserving 3D Thinning Algorithms Using Four and Eight Subfields*, pages 316–325.

Ngo, P., Nasser, H., Debled-Rennesson, I. et Kerautret, B., 2016. *Adaptive Tangential Cover for Noisy Digital Contours*, pages 439–451.

Nguyen, T. P. et Debled-Rennesson, I., 2008. Curvature and torsion estimators for 3D curves. Dans *4th International Symposium on Advances in Visual Computing–ISVC 2008*, tome 1 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 688–699. Springer Velag, Las Vegas, United States.

Nguyen, T.P., 2010. *Etude des courbes discrètes : applications en analyse d'images*. Thèse de doctorat. Université Nancy 1 2010.

Olszewski, J., 1992. A flexible thinning algorithm allowing parallel, sequential, and distributed application. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 18(1) : 35–45.

Palágyi, K. et Kuba, A., 1999. Directional 3D thinning using 8 subiterations. Dans *DGCI'99*, pages 325–336. Springer Berlin Heidelberg.

Palágyi, K., Tschirren, J., Hoffman, E. et Sonka, M., 2006. Quantitative analysis of pulmonary airway tree structures. *Computers in Biology and Medicine*, 36(9) : 974–996.

Postolski, M., Janaszewski, M., Kenmochi, Y. et Lachaud, J.-O., 2012. Tangent estimation along 3D digital curves. Dans *Proceedings of the 21st International Conference on Pattern Recognition (ICPR2012)*, pages 2079–2082.

Pottmann, H., Wallner, J., Huang, Q. et Yang, Y., 2009. Integral invariants for robust geometry processing. *Computer Aided Geometric Design*, 26(1) : 37–60.

Radon, J., 1986. On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 5(4) : 170–176.

Reniers, D. et Telea, A., 2008. Part-type segmentation of articulated voxel-shapes using the junction rule. *Computer Graphics Forum*, 27(7).

Reniers, D., van Wijk, J. J. et Telea, A., 2008. Computing multiscale curve and surface skeletons of genus 0 shapes using a global importance measure. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14(2) : 355–368.

Reniers, Dennie et Telea, Alexandru, 2007. Skeleton-based hierarchical shape segmentation. *IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications*, pages 179–188.

Ronse, C., 1996. A lattice-theoretical morphological view on template extraction in images. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 7(3) : 273–295.

Rosenfeld, A. et Pfaltz, J. L., 1966. Sequential operations in digital picture processing. *Journal of the ACM*, 13(4) : 471–494.

Runge, C., 1901. Über empirische funktionen und die interpolation zwischen äquidistanten ordinaten. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 46(20) : 224–243.

Saha, Punam K., Borgefors, Gunilla et Sanniti di Baja, Gabriella, 2017. Chapter 1–Skeletonization and its applications–A review. Dans *Skeletonization*, pages 3–42. Academic Press.

Sato, Y., Nakajima, S., Atsumi, H., Koller, T., Gerig, G., Yoshida, S. et Kikinis, R., 1997. *3D multi-scale line filter for segmentation and visualization of curvilinear structures in medical images*, pages 213–222.

Serino, L. et Sanniti di Baja, G., 2014. Pruning the 3D curve skeleton. Dans *Pattern Recognition (ICPR), 2014*, pages 2269–2274.

Shaked, D. et Bruckstein, A. M., 1996. The curve axis. *Computer Vision and Image Understanding*, 63(2) : 367–379.

Siddiqi, K., Bouix, S., Tannenbaum, A. et Zucker, S. W., 2002. Hamilton-Jacobi skeletons. *International Journal of Computer Vision*, 48(3) : 215–231.

Sironi, A., Lepetit, V. et Fua, P., 2014. Multiscale centerline detection by learning a scale-space distance transform. Dans *2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 2697–2704.

Soikkonen, K., Wolf, J. et Mattila, K., 1995. Tortuosity of the lingual artery and coronary atherosclerosis. *British Journal of Oral and Maxillofacial Surgery*, 33(5) : 309–311.

Tagliasacchi, A., Alhashim, I., Olson, M. et Zhang, H., 2012. Mean curvature skeletons. *Computer Graphics Forum*, 31(5) : 1735–1744.

Tagliasacchi, A., Zhang, H. et Cohen-Or, D., 2009. Curve skeleton extraction from incomplete point cloud. *ACM Trans. Graph.*, 28(3) : 1–9.

Tschirren, J., Hoffman, E. A., Mclennan, G. et Sonka, M., 2005. Intrathoracic airway trees : Segmentation and airway morphology analysis from lowdose CT scans. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 24 : 1529–1539.

Ubéda, S. et Marion-Poty, V., 1993. Parallel Thinning algorithm using KxK mask. Dans *Thinning Methodologies for Pattern Recognition*, tome 8.

Valdescault, A., Batailly, A. et Jones, S., 2012. Interpolation et approximation de données à l'aide de courbes et surfaces paramétriques de type B-splines. Rapport technique.

Valette, Sébastien, Chassery, Jean-Marc et Prost, Rémy, 2008. Generic remeshing of 3D triangular meshes with metric-dependent discrete Voronoi Diagrams. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14(2) : 369–381.

van Rikxoort, E. M et van Ginneken, B., 2013. Automated segmentation of pulmonary structures in thoracic computed tomography scans : A review. *Physics in Medicine and Biology*, 58(17) : R187.

Van Uitert, R. et Bitter, I., 2007. Subvoxel precise skeletons of volumetric data based on fast marching methods. *Medical Physics*, 34(2) : 627–638.

Visutsak, P. et Prachumrak, K., 2009. The smoothed 3D skeleton for animation. Dans *2009 Fifth International Joint Conference on INC, IMS and IDC*, pages 1348–1353.

Wade, L. et Parent, R. E., 2002. Automated generation of control skeletons for use in animation. *Visual Computer*, 18(2) : 97–110.

Xiong, G., Chen, C., Chen, J., Xie, Y. et Xing, L., 2012. Tracking the motion trajectories of junction structures in 4D CT images of the lung. *Physics in Medicine and Biology*, 57(15) : 4905.

Xu, Y., Zhang, H., Li, H. et Hu, G., 2007. An improved algorithm for vessel centerline tracking in coronary angiograms. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 88(2) : 131–143.

Zhang, L., Parrini, S., Freschi, C., Ferrari, V., Condino, S., Ferrari, M. et Caramella, D., 2014. 3D ultrasound centerline tracking of abdominal vessels for endovascular navigation. *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 9(1) : 127–135.