



HAL
open science

Signaux gravitationnels transitoires générés par rupture sismique

Kévin Juhel

► **To cite this version:**

| Kévin Juhel. Signaux gravitationnels transitoires générés par rupture sismique. Géophysique
| [physics.geo-ph]. Institut de Physique du Globe de Paris, 2017. Français. NNT: . tel-01697369

HAL Id: tel-01697369

<https://theses.hal.science/tel-01697369>

Submitted on 31 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ SORBONNE PARIS CITÉ



Thèse préparée à l'Institut de Physique du Globe de Paris
École Doctorale STEP'UP – ED 560
IPGP – Équipe de Sismologie

Signaux gravitationnels transitoires générés par rupture sismique

par

Kévin Juhel

Thèse de doctorat de Sciences de la Terre et de l'environnement

présentée et soutenue publiquement le
4 décembre 2017

devant un jury composé de

Séverine Rosat	Chargée de recherche (IPGS, Strasbourg, France)	Rapporteur
Gaetano Festa	Maître de Conférence (Univ. de Naples, Italie)	Rapporteur
Adrien Oth	Chercheur (ECGS, Luxembourg)	Examineur
Barbara Romanowicz	Professeur (IPGP, Collège de France, U. C. Berkeley)	Examineur
Matteo Barsuglia	Directeur de recherche (APC, Paris, France)	Directeur de thèse
Jean-Paul Montagner	Professeur (IPGP, Paris, France)	Directeur de thèse

UNIVERSITÉ SORBONNE PARIS CITÉ



Thèse préparée à l'Institut de Physique du Globe de Paris
École Doctorale STEP'UP – ED 560
IPGP – Équipe de Sismologie

Signaux gravitationnels transitoires générés par rupture sismique

par

Kévin Juhel

Thèse de doctorat de Sciences de la Terre et de l'environnement

présentée et soutenue publiquement le
4 décembre 2017

devant un jury composé de

Séverine Rosat	Chargée de recherche (IPGS, Strasbourg, France)	Rapporteur
Gaetano Festa	Maître de Conférence (Univ. de Naples, Italie)	Rapporteur
Adrien Oth	Chercheur (ECGS, Luxembourg)	Examineur
Barbara Romanowicz	Professeur (IPGP, Collège de France, U. C. Berkeley)	Examineur
Matteo Barsuglia	Directeur de recherche (APC, Paris, France)	Directeur de thèse
Jean-Paul Montagner	Professeur (IPGP, Paris, France)	Directeur de thèse

Résumé

Lors d'un tremblement de terre, la rupture sismique et la propagation d'ondes qui en résulte perturbent le champ de densité terrestre. Cette redistribution transitoire de masses conduit à un ré-équilibre global et instantané du champ de gravité terrestre, mesurable avant l'arrivée du front d'ondes sismiques. Un instrument déployé au sol enregistre cette perturbation du champ gravitationnel, ainsi qu'une accélération inertielle induite par gravité : nous appelons le signal total résultant, perturbation élasto-gravitationnelle. Nous modélisons la réponse élasto-gravitationnelle complète d'un instrument à une rupture sismique à travers le formalisme des modes propres. Ce formalisme permet la simulation de perturbations dans des modèles sphériques auto-gravitants, homogènes ou radialement stratifiés. Le tremblement de terre de Tohoku-oki (magnitude 9.1, mars 2011, Japon) a développé l'une des ruptures les plus importantes de ces dernières décennies, à proximité de réseaux intégrant une instrumentation de pointe. Nous présentons la détection et la modélisation précise de perturbations élasto-gravitationnelles induites par cette rupture. Un système de détection précoce de tremblements de terre permet de détecter l'occurrence d'un séisme avant l'arrivée des ondes sismiques destructrices générées par la rupture, afin d'en limiter les dégâts humains et matériels. Les systèmes d'alerte actuels reposent sur la différence de temps de propagation entre ondes de compression P (peu destructrices) et ondes de cisaillement S (plus lentes, mais dangereuses). Associé au développement de capteurs du gradient du champ de gravité à haute précision, nous introduisons un système de détection précoce reposant sur la gravité.

Summary

During a seismic event, the rupture and the propagation of seismic waves redistribute masses within the Earth. This mass redistribution generates in turn a dynamic long-range perturbation of the Earth gravitational potential, which can be recorded before the arrival of the direct seismic waves. A ground-based seismometer then records a gravity-induced inertial acceleration in addition to the gravitational potential perturbation: we refer to the overall signal as elasto-gravitational perturbation. We present a normal-mode simulation of elasto-gravitational perturbations, as recorded by a ground-based seismometer. The normal-mode approach enables the computation of elasto-gravitational signals in uniform and layered spherical Earth models, with self-gravitation included. Transient perturbations are observed and accurately modelled before the arrival of the direct seismic waves following the Tohoku-oki event (magnitude 9.1, march 2011, Japan). Earthquake early warning (EEW) systems are automatic devices able to detect the occurrence of an earthquake before the arrival of ground-shaking waves, and to provide warning. Conventional EEW systems rely on the velocity difference between the fast seismic P-waves and the devastating S-waves. Associated with the current development of high-precision gravity strainmeters, we introduce a gravity-based EEW system.

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier les membres de mon jury, Séverine Rosat, Barbara Romanowicz, Gaetano Festa et Adrien Oth d'avoir accepté d'évaluer ces travaux, ainsi que pour leurs remarques et conseils à suivre à l'avenir.

Je remercie chaleureusement Jean-Paul et Matteo de m'avoir offert cette opportunité de travailler sur un sujet novateur, qui est encore loin d'avoir porté tous ses fruits. Leur foi inébranlable en un sujet à l'issue alors incertaine a été remarquable, et m'a porté durant ces trois années passées à leur côté. Avoir eu la possibilité de voir se rencontrer leurs deux mondes - la sismologie et la recherche d'ondes gravitationnelles (encore à l'état de prédiction au début de ces travaux) - a été plus qu'enrichissant.

Je tiens tout particulièrement à remercier Martin, Pascal et Pablo avec qui j'ai eu la chance de collaborer ces trois dernières années, et qui ont chacun contribué à améliorer ce manuscrit. Martin, notre collaboration a débuté tardivement, mais cela a été un réel plaisir d'échanger des idées et de partager ces derniers mois avec toi. Pascal, un grand merci pour ta disponibilité à toute épreuve, pour ton soutien et ces séances de travail où fourmillaient mille bonnes idées (et schémas associés). Pablo, nos discussions lors de mes différents séjours à Caltech m'ont beaucoup appris, et m'ont offert une jolie vision du monde de la recherche scientifique.

Un grand merci également à Éric, Bernard et Jan pour leurs remarques et conseils distillés tout au long de ces travaux. Je remercie aussi Yann Capdeville et David Al Attar d'avoir généreusement mis à disposition leurs codes, et un peu de leur temps. Merci également à Claudio et Éric Chassande-Mottin, membres de mes comités de thèse qui m'ont fait partager leurs points de vue et conseils sur le sujet.

Je remercie l'équipe de sismologie dans son ensemble, les chercheurs permanents ou seulement de passage, pour leur accueil formidable et la belle ambiance de travail qui règne au 3e étage. Un grand merci en particulier à Michel, Geneviève, Sylvie et Marie-Christine sans qui les ordinateurs ne pourraient ordiner, le \LaTeX latexer, et les missions missionner.

Une #dédicace aux étudiants de l'équipe de sismologie, compagnons de moults déjeuners, squashes et autres cafés. Pour cette belle camaraderie, merci pêle-mêle à Pierre, Vincent, Martha, Marina, Julien, Agnès, Jean, Julien, Marine, Thomas, Matthias, William et tous les autres. Une pensée également aux amis de promo, pour tous les moments (et galères) partagés : Tom, Sophie, Anaïs, Marthe et Séb.

Un énorme merci aux personnes avec lesquelles j'ai partagé toutes ces journées : les pensionnaires du bureau 312 Léonard, Clara, Florent, Mathurin et John (et le Père Noël).

Évoluer au quotidien dans un environnement tel que le Tibakistan est une chance : merci encore pour tous ces moments de rires, de squash, de petits bacs enflammés, d'entraide, et de science aussi !

Merci à Arnaud et Jean-Marie, qui m'ont appris dans la bonne humeur à valider des données sismiques, pour les observatoires volcanologiques et sismologiques français.

J'ai passé trois merveilleuses années d'enseignement au cours de mon monitorat, en interaction avec Chloé, Laurent, Arnaud, Frédéric et Lambert. Mention A+ pour Tom et Julien, avec qui j'ai vécu de bien belles heures de préparation. Et pour finir un grand merci aux étudiants de l'UFR STEP, pour m'avoir supporté (même les lundis à 8h30) et fait aimer l'enseignement.

Le temps est venu de remercier les gens de ma grise contrée. Je pense tout d'abord aux amis de toujours Nico, Jérémy et Vincent, et à toutes ces chamailleries qui ne devraient pas cesser de sitôt.

Maman, merci de m'avoir offert cette chance de faire de longues études, et de m'avoir supporté dans mes (multiples) revirements d'orientation. Merci aussi à ma triplète de soeurs (eh oui) Typhaine, Malvina et Laurine, pour avoir toujours été là, tout simplement. Je remercie du fond du coeur ma Mamie, dont les appels hebdomadaires m'ont toujours remonté le moral. Enfin, merci à la grande famille Geneviève et Claude, et aux cousins Guillaume, Sylvain et Nadège (4 mercis pour toi, cela va de soi).

Merci à Alain et Marie-Pierre d'être venu à Paris, pour la seule raison de m'écouter parler pendant deux heures. Merci à vous deux, à Elsa et Julien, à Loulou (sans oublier numéro 2!) de m'accueillir dans cette nouvelle famille.

Enfin merci à toi Aline, pour avoir été à mes côtés ces quatre dernières années : ta présence compte plus encore que je ne saurais le dire. Je suis tout simplement heureux d'écrire avec toi les prochaines pages de notre histoire.

Table des matières

Résumé	3
Summary.....	5
Table des matières.....	10
Liste des figures	12
Introduction	13
1 Perturbation élasto-gravitationnelle induite par rupture sismique	19
1.1 Réponse élasto-gravitationnelle à une rupture sismique	20
1.1.1 Champ et potentiel gravitationnels	20
1.1.2 Équations fondamentales de la dynamique	20
1.1.3 Réponse instrumentale d'un sismomètre	22
1.2 Formulations analytiques de la perturbation du potentiel gravitationnel	23
1.2.1 Dans un milieu infini, homogène et non-autogravitant	23
1.2.2 Dans un demi-espace homogène et non-autogravitant	24
1.3 Description en modes propres de la réponse gravitationnelle.....	27
1.3.1 Décomposition sur une base d'harmoniques sphériques	27
1.3.2 Calcul des fonctions propres d'un modèle sphérique homogène	29
1.3.3 Réponse à un tenseur des moments	32
1.4 Simulations numériques de la perturbation élasto-gravitationnelle	36
1.4.1 Paramètres numériques utilisés	36
1.4.2 Modélisation de la perturbation gravitationnelle à la station	37
1.4.3 Modélisation de l'accélération inertielle induite par gravité	38
1.4.4 Annulation de la réponse élasto-gravitationnelle en milieu infini	39
1.5 Discussion.....	40
1.6 Conclusion	44
1.7 Contributions	45
2 Détection d'un signal de gravité induit par rupture sismique	47
2.1 Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-oki earthquake.....	48
2.1.1 The M9.1 Tohoku-oki earthquake and instrumental dataset	48
2.1.2 Statistical analysis of the Kamioka gravimeter data.....	49
2.1.3 Statistical analysis including broadband seismic data	52
2.1.4 Conclusion	54
2.2 Observations and modelling of early elasto-gravity signals	56
2.2.1 Data processing and normal-mode modelling of the perturbations	56
2.2.2 Early estimation of the earthquake magnitude	60
2.3 Contributions	61

3	Application : détection précoce de tremblements de terre	63
3.1	Systèmes de détection précoce classiques	64
3.1.1	Zones à risques et systèmes d'alerte rapide existants	64
3.1.2	Principes de fonctionnement	65
3.1.3	Bénéfices et limitations.....	66
3.2	Mesures futures de la déformation du champ de gravité à haute précision	68
3.2.1	Concepts instrumentaux.....	68
3.2.2	Sensibilité prévisionnelle et modèle de bruit	69
3.3	Algorithme de détection	71
3.3.1	Maillage du réseau et de la zone de rupture.....	71
3.3.2	Banque de données de ruptures sismiques.....	71
3.3.3	Procédure de détection et d'estimation des paramètres de sources	74
3.4	Discussion et conclusions	76
3.5	Contributions	77
	Conclusions et Perspectives	81
	Références	84
A	Annexes	93
A.1	Elasto-gravitational response cancellation in full-space	94
A.2	Composantes horizontales de la perturbation élasto-gravitationnelle	98
B	Publications	103
	Normal mode modeling of elasto-gravity signals (subm. to <i>Geophys. Journ. Int.</i>).....	104
	Prompt gravity signal induced by the Tohoku earthquake (<i>Nat. Comms.</i> , 2016).....	123
	Observations and modeling of early elasto-gravity signals (<i>Science</i> , 2017)	130

Table des figures

1	Enregistrement du gravimètre supraconducteur GWR C026	14
2	Redistribution de masse induite par un tremblement de terre	15
3	Perturbation dynamique du champ de gravité	16
1.1	Composantes du signal enregistré par un sismomètre	22
1.2	Modes de vibration d'une sphère	28
1.3	Fonctions propres U, V et P du mode ${}_0S_2$	33
1.4	Effet de l'auto-gravitation sur les courbes de dispersion	34
1.5	Effet de l'auto-gravitation sur les fonctions propres $\dot{P}(r)$	35
1.6	Effet de l'auto-gravitation sur les perturbations gravitationnelles	36
1.7	Coupes transversales des grilles de calcul hémisphériques	37
1.8	Simulations directe et indirecte de perturbations gravitationnelles $\nabla\phi_1$	38
1.9	Perturbation élasto-gravitationnelle en milieu infini homogène	39
1.10	Perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$ et géométrie du modèle	40
1.11	Perturbation gravitationnelle verticale induite en surface par Tohoku	42
1.12	Coupes transversales le long de l'azimut de la station MDJ	43
1.13	Perturbation élasto-gravitationnelle induite aux stations KA et MDJ	44
2.1	Tokoku-oki earthquake source time functions	49
2.2	Map of the superconducting gravimeter and selected seismometers	50
2.3	Detrending and extrapolation for a typical time interval	51
2.4	Distributions of reduced gravity signals \mathcal{A} for different T and d	53
2.5	Time series of residuals and reduced gravity signal	54
2.6	Statistical analysis of gravity and seismic data	55
2.7	Map of the selected broadband stations	57
2.8	Observed elasto-gravitational perturbations induced by the Tohoku earthquake ..	58
2.9	Observed perturbations, and corresponding normal-mode simulations	59
3.1	Carte des aléas sismiques et systèmes d'alerte existants	64
3.2	Principe de fonctionnement d'un système de détection précoce	65
3.3	Barres de torsion	69
3.4	Sensibilité prévisionnelle des capteurs de déformation du champ de gravité	70
3.5	Configuration du réseau et maillage de la zone de rupture	72
3.6	Banque de données de ruptures sismiques	73
3.7	Fonctions sources du tremblement de terre de Tohoku (SCARDEC)	75
3.8	Fonctions sources du précurseur au séisme de Tohoku (SCARDEC)	75
3.9	Détection, localisation et estimation de la magnitude du séisme de Tohoku	78

3.10	Estimation de la magnitude du séisme de Tohoku, à $t + 120$ secondes	79
3.11	Détection, localisation et estimation de la magnitude du précurseur de Tohoku .	80
A.1	Homogeneous gravitating sphere of infinite radius	95
A.2	Static equilibrium and perturbation $+mH(t)$	96
A.3	Perturbation gravitationnelle horizontale (Nord) induite en surface par Tohoku .	99
A.4	Perturbation gravitationnelle horizontale (Est) induite en surface par Tohoku ...	100
A.5	Perturbations (trois composantes) aux stations INU et MDJ	101

Introduction

« *Miaou* »

Gandhi

Ce travail de thèse porte sur les perturbations du champ de gravité induites par une rupture sismique. La gravitation est l'une des quatre forces fondamentales de l'univers : tout corps exerce une influence gravitationnelle sur son voisinage, du fait de sa masse. Ainsi une pomme, piégée dans le champ gravitationnel terrestre, tombera en direction du sol. La Lune orbite autour de la Terre, qui elle-même orbite dans le champ de gravité du Soleil.

En 1687, Isaac Newton décrit la force gravitationnelle exercée par un corps de masse m_1 sur un corps de masse m_2 à l'aide de sa loi universelle de la gravitation :

$$\mathbf{F}_{1/2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{e}_r ,$$

avec G la constante gravitationnelle de Newton, r la distance séparant les deux corps et \mathbf{e}_r le vecteur unitaire orienté dans la direction 1 vers 2. Le caractère instantané de l'interaction décrite par cette loi est cependant incompatible avec la relativité restreinte (1905), qui spécifie qu'aucune information ne peut voyager plus vite que la lumière. La relativité générale d'Albert Einstein (1915) lève cette incompatibilité, en décrivant directement un espace-temps déformé par les masses qu'il contient. Néanmoins, pour de petites masses et des vitesses de propagation faibles devant celle de la lumière, l'approximation newtonienne de la gravitation reste valable, et sera adoptée dans le reste de ce manuscrit. Les temps de propagation des effets gravitationnels décrits par la suite seront ainsi négligés.

De nos jours, de nombreux instruments de haute précision mesurent l'évolution temporelle du champ de gravité terrestre : gravimètres absolus, gravimètres relatifs, ou bien encore satellites. La mesure d'un gravimètre absolu provient de la chute libre d'un objet (coin de cube ou atomes froids) dans une chambre sous vide, évaluée précisément à l'aide d'un montage interférométrique de Michelson. Dans un gravimètre relatif classique, la masse est cette fois mise en équilibre à l'aide d'un ressort. Ce ressort se déforme au fil du temps, entraînant une dérive instrumentale et une perte de précision. Ce système de suspension est donc remplacé dans un gravimètre supraconducteur par la lévitation magnétique d'une sphère supraconductrice. Un système d'asservissement maintient la sphère en place, et le signal de sortie provient du courant de compensation traversant une bobine supraconductrice.

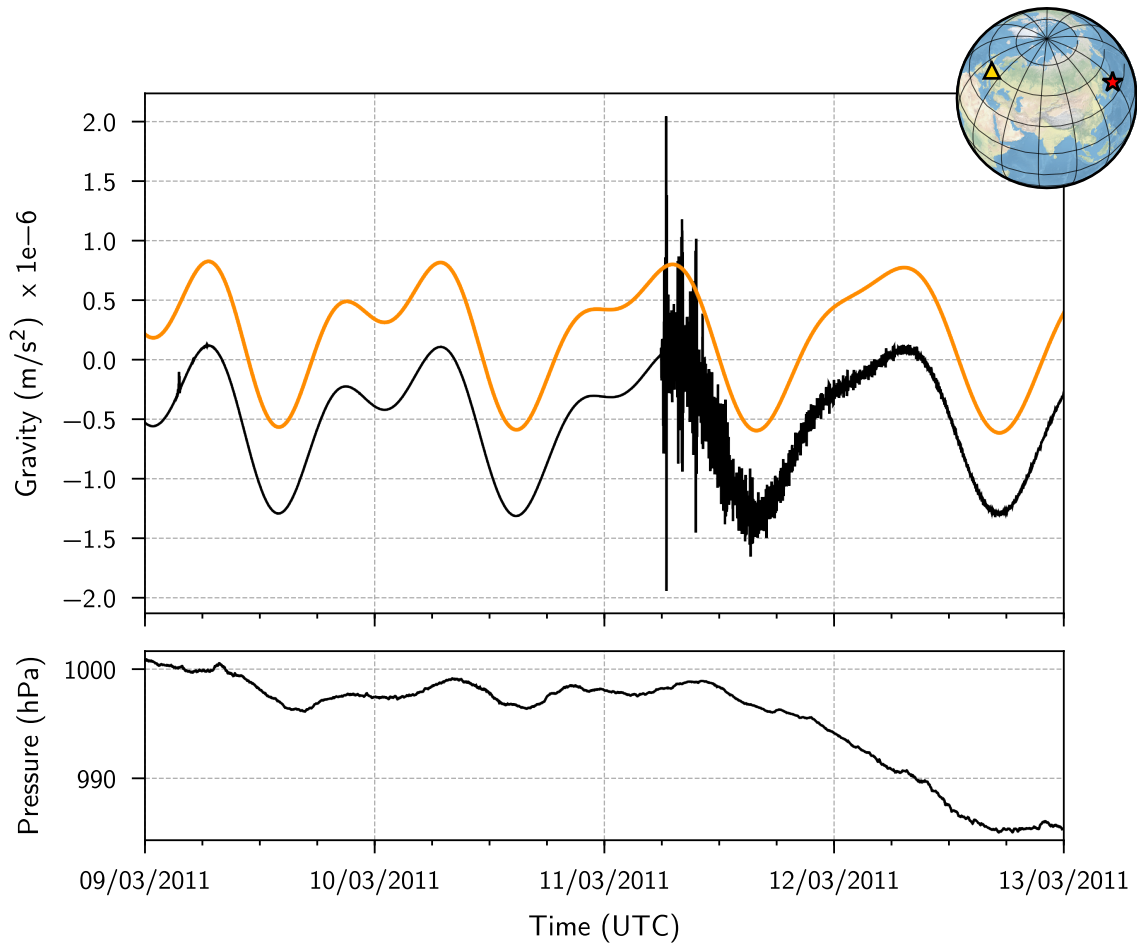


Figure 1 – Enregistrement du champ de gravité par le gravimètre supraconducteur GWR C026 (Strasbourg, France), mars 2011. (Haut) Champ de gravité (courbe noire) enregistré par le gravimètre supraconducteur. La perturbation associée au passage des ondes sismiques émises par le tremblement de terre de Tohoku-oki (11 mars, magnitude 9.1, Japon) est clairement identifiable. La composante associée aux marées, simulée à l'aide de la routine GWAVES (courbe orange), prédomine aux longues périodes. **(Bas)** Pression atmosphérique mesurée au voisinage du capteur. Il est possible de prendre en compte cette surcharge atmosphérique dans la mesure du champ de gravité, via un facteur d'admittance = $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$.

Le principe de fonctionnement d'un sismomètre est semblable à celui d'un gravimètre, les deux instruments mesurent donc en principe les mêmes contributions au champ de gravité. Ces contributions sont classées par amplitude décroissante par [Hinderer et al. \(2007\)](#) :

- (1) marées (liées à la Terre solide et aux océans),
- (2) perturbations affectant l'instrument, tremblements de terre,
- (3) surcharge atmosphérique,
- (4) mouvement du pôle (oscillation annuelle, oscillation libre de Chandler),
- (5) dérive instrumentale,
- (6) contribution hydrologique (précipitations, humidité des sols, circulation hydrothermale),
- (7) signaux résiduels.

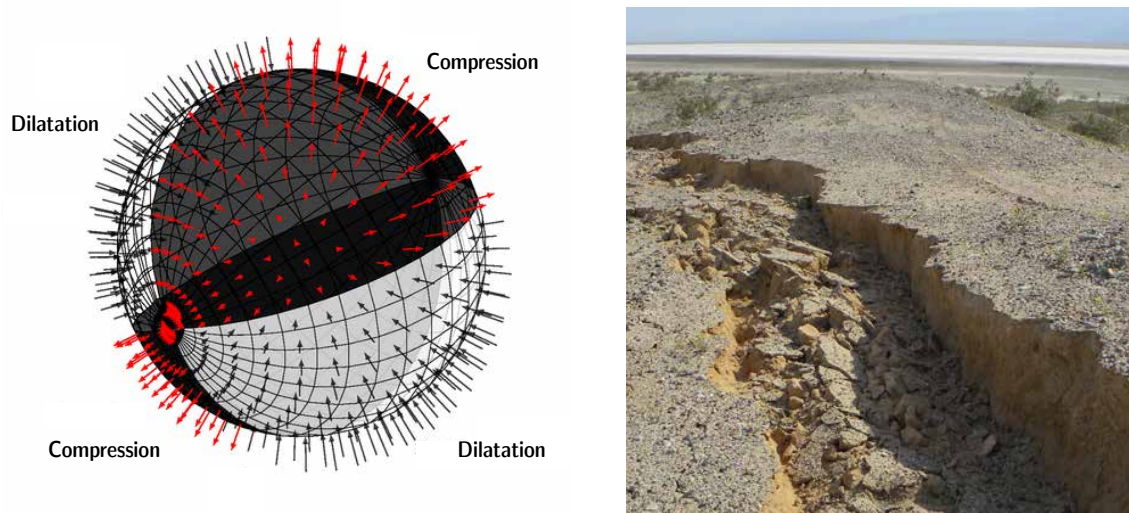


Figure 2 – Redistribution statique de masse induite par un tremblement de terre, en profondeur et en surface. (Gauche) Mécanisme au foyer décrivant le mouvement d'une faille. Les zones en noir sont comprimées par le glissement (les roches deviennent donc plus denses, plus "massives"), les zones blanches sont dilatées. **(Droite)** Glissement en surface d'une faille normale (désert du Mexique). Source : <https://blogs.agu.org>.

Le projet GGP (Global Geodynamics Project, remplacé par le programme IGETS, [Crossley et al. 1999](#)) a déployé et maintenu un réseau mondial de gravimètres supraconducteurs. Le champ de gravité enregistré en mars 2011 par le gravimètre situé à Strasbourg est illustré en figure 1.

Suite à un tremblement de terre, le glissement sur la faille entraîne une compression / dilatation des roches situées à proximité de la rupture, et une redistribution de masses en surface (figure 2). Cette redistribution de masse entraîne une perturbation statique du champ de gravité terrestre. De telles perturbations ont été détectées à l'aide d'un réseau de gravimètres supraconducteurs, suite au séisme de Tokachi-oki (magnitude 8.0, [Imanishi 2004](#)). La mission satellite GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment, [Tapley et al. 2004](#)) a également détecté à plusieurs reprises cette perturbation statique du champ de gravité, suite aux séismes de Sumatra-Andaman (magnitude 9.0-9.3, [Han et al. 2006](#)), de Maule (magnitude 8.8, [Han et al. 2010](#), [Heki and Matsuo 2010](#)) et de Tohoku-oki (magnitude 9.1, [Matsuo and Heki 2011](#)).

[Okubo \(1991, 1992\)](#) a développé des expressions analytiques de cette perturbation statique du champ, suite à la rupture d'une source ponctuelle et d'une faille rectangulaire enfouies dans un demi-espace homogène. [Sun et al. \(2009\)](#) ont par la suite formulé les fonctions de Green du potentiel et du champ de gravité co-sismiques, dans un modèle de Terre à symétrie sphérique. [De Linage et al. \(2009\)](#) ont quant à eux utilisé le formalisme des modes propres de la Terre pour modéliser la perturbation induite par le séisme de Sumatra-Andaman.

Au cours de cette thèse, je me suis intéressé à la perturbation *dynamique* du champ de gravité induite par un tremblement de terre. En effet, tel que schématisé en figure 3, la rupture sismique et la propagation d'ondes qui en résulte perturbent le champ de densité terrestre. Cette redistribution transitoire de masses conduit à un ré-équilibre global et

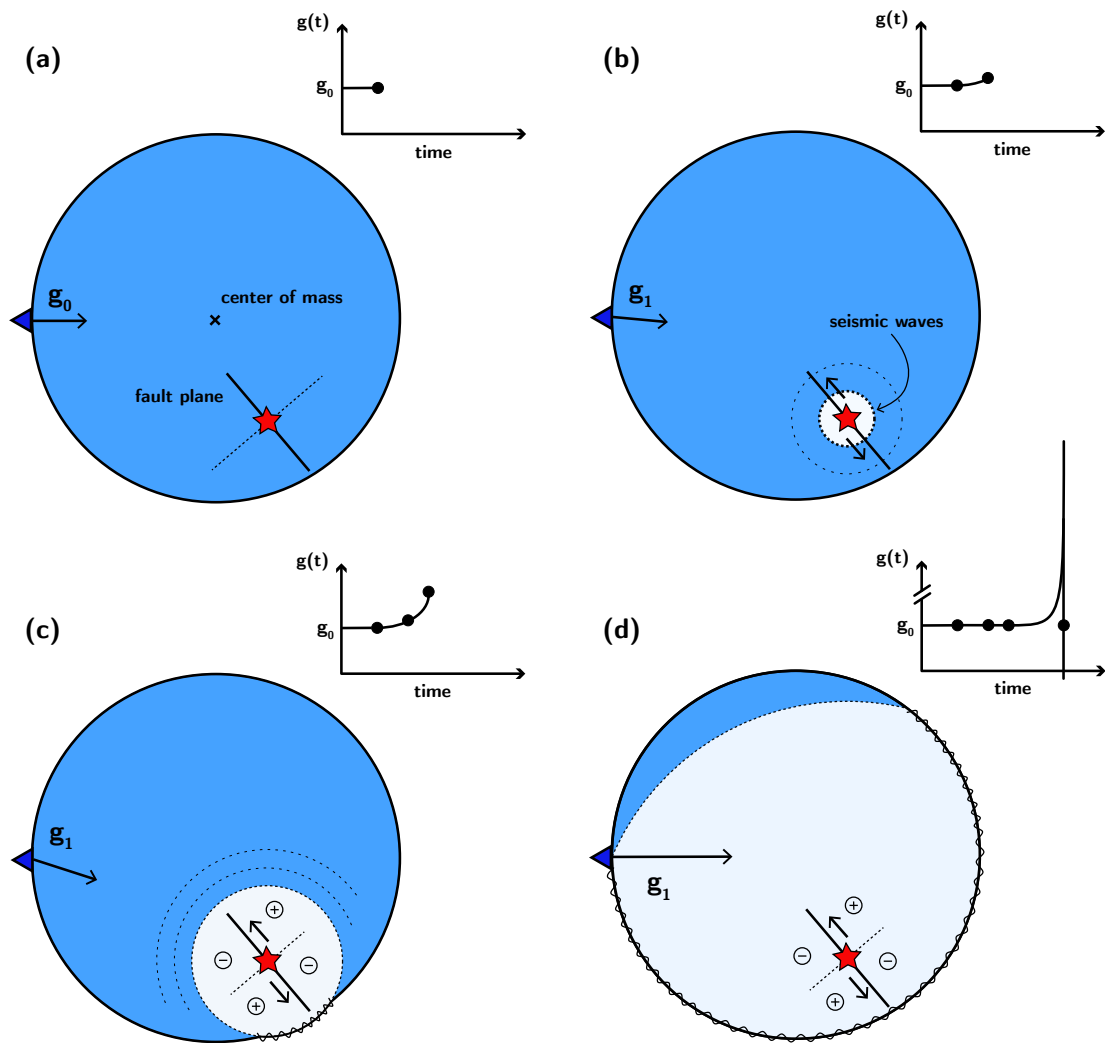


Figure 3 – Perturbation dynamique du champ de gravité lors d'un tremblement de terre. (a) Champ gravitationnel statique. **(b) et (c)** Initiation de la rupture sismique et début de la propagation des ondes sismiques dans le milieu. En théorie, un gravimètre situé de l'autre côté du globe enregistre une perturbation du champ de gravité. **(d)** Les ondes sismiques, plus lentes, arrivent à la station. Elles sont beaucoup plus impulsives, et masquent complètement la perturbation du champ de gravité. Une fois la rupture achevée et les ondes dissipées, il est possible d'observer une perturbation *statique* du champ de gravité.

instantané du champ de gravité terrestre, en théorie mesurable au devant du front d'ondes sismiques.

Le présent manuscrit sera articulé comme suit : dans le chapitre 1, nous décrivons les différentes composantes de la perturbation gravitationnelle enregistrée par un instrument au sol lors d'une rupture sismique. Après avoir présenté la théorie des modes propres de la Terre, nous nous attacherons ensuite à modéliser les différents termes de la perturbation. Le chapitre 2 décrira la détection d'une perturbation gravitationnelle, lors du tremblement de terre de Tohoku-oki (mars 2011, Japon). Finalement, une implémentation préliminaire d'un système de détection précoce de tremblements de terre reposant sur la gravité sera abordée au chapitre 3.

Chapitre 1

Perturbation élasto-gravitationnelle induite par une rupture sismique

1.1	Réponse élasto-gravitationnelle à une rupture sismique	20
1.1.1	Champ et potentiel gravitationnels	20
1.1.2	Équations fondamentales de la dynamique	20
1.1.3	Réponse instrumentale d'un sismomètre	22
1.2	Formulations analytiques de la perturbation du potentiel gravitationnel	23
1.2.1	Dans un milieu infini, homogène et non-autogravitant	23
1.2.2	Dans un demi-espace homogène et non-autogravitant	24
1.3	Description en modes propres de la réponse gravitationnelle	27
1.3.1	Décomposition sur une base d'harmoniques sphériques	27
1.3.2	Calcul des fonctions propres d'un modèle sphérique homogène	29
1.3.3	Réponse à un tenseur des moments	32
1.4	Simulations numériques de la perturbation élasto-gravitationnelle	36
1.4.1	Paramètres numériques utilisés	36
1.4.2	Modélisation de la perturbation gravitationnelle à la station	37
1.4.3	Modélisation de l'accélération inertielle induite par gravité	38
1.4.4	Annulation de la réponse élasto-gravitationnelle en milieu infini	39
1.5	Discussion	40
1.6	Conclusion	44
1.7	Contributions	45

Ce premier chapitre présente les théories et méthodes numériques utilisées au cours de cette thèse. Après avoir introduit les équations fondamentales de la dynamique, la section 1.1 détaille les différentes composantes de la réponse élasto-gravitationnelle d'un sismomètre à une rupture sismique. Les premières expressions analytiques de la perturbation gravitationnelle formulées par Harms et al. (2015) et Harms (2016) sont rappelées en section 1.2. La section 1.3 décrit quant à elle la réponse élasto-gravitationnelle complète d'un instrument à un tremblement de terre, à travers le formalisme des modes propres. Les simulations numériques résultantes des différentes approches théoriques sont enfin présentées dans la section 1.4.

Ce chapitre reprend les travaux d'un article soumis à *Geophysical Journal International* (premier auteur). Cet article est présenté dans sa version complète en annexe, à la fin de ce manuscrit.

1.1 Réponse élasto-gravitationnelle à une rupture sismique

1.1.1 Champ et potentiel gravitationnels

Considérons un modèle de Terre sphérique, radialement stratifié, sans rotation, élastique et isotrope, et en équilibre hydrostatique. Nous noterons ρ_0 sa masse volumique au repos et \mathbf{g}_0 son champ gravitationnel. Pour un corps présentant une distribution de masse à symétrie sphérique, le champ gravitationnel $\mathbf{g}_0 = -g_0(r) \mathbf{e}_r$ peut s'écrire sous la forme

$$g_0(r) = \frac{GM(r)}{r^2} = \frac{4\pi G}{r^2} \int_0^r \rho_0(r') r'^2 dr' , \quad (1.1)$$

où G est la constante gravitationnelle de Newton, $M(r)$ la masse interne du corps de rayon r , et \mathbf{e}_r le vecteur unitaire pointant vers le haut. Le champ gravitationnel dérive d'un potentiel scalaire ϕ_0 :

$$\mathbf{g}_0 = -\nabla\phi_0 = -\frac{\partial\phi_0}{\partial r} \mathbf{e}_r . \quad (1.2)$$

Ce potentiel gravitationnel, dit newtonien, obéit à l'équation de Poisson

$$\nabla^2\phi_0 = \frac{\partial^2\phi_0}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial\phi_0}{\partial r} = 4\pi G\rho_0 . \quad (1.3)$$

1.1.2 Équations fondamentales de la dynamique

La loi de conservation de l'impulsion s'écrit au repos

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_0 - \rho_0 \nabla\phi_0 = \mathbf{0} , \quad (1.4)$$

où $\boldsymbol{\sigma}_0$ désigne le tenseur des contraintes. Considérons à présent une perturbation \mathbf{s} du champ de déplacement, générée par une source sismique \mathbf{f} . Pour chaque paramètre considéré, les indices $_0$ et $_1$ caractériseront respectivement l'état au repos et l'état perturbé.

De même, les exposants ^E et ^L caractériseront la formulation eulérienne et lagrangienne du paramètre. La description eulérienne consiste à s'intéresser aux perturbations subies par un point fixe de l'espace. La description lagrangienne, quant à elle, consiste à suivre l'évolution d'une particule le long de sa trajectoire, et sera particulièrement adaptée pour décrire le mouvement de la masse d'un sismomètre. Il est possible de passer d'un paramètre f eulérien à son équivalent lagrangien par la relation

$$f_1^L = f_1^E + \mathbf{s} \cdot \nabla f_0. \quad (1.5)$$

La conservation de la masse du système est assurée par l'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho_1^E}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_0 \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} \right) = 0. \quad (1.6)$$

Dans son état perturbé, la conservation de l'impulsion s'écrit

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{s}} = \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}_0 + \boldsymbol{\sigma}_1^E) - (\rho_0 + \rho_1^E) \nabla (\phi_0 + \phi_1^E) + \mathbf{f}. \quad (1.7)$$

Les doubles points " " représentent la double dérivation par rapport au temps. En prenant en compte l'équation au repos (1.4), et en négligeant les termes de second degré, l'équation de propagation des ondes devient

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{s}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1^E - \rho_0 \nabla \phi_1^E - \rho_1^E \nabla \phi_0 + \mathbf{f}. \quad (1.8)$$

La propagation des ondes dans un modèle de Terre dit non auto-gravitant est obtenue en négligeant le terme $\rho_0 \nabla \phi_1^E$:

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{s}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1^E - \rho_1^E \nabla \phi_0 + \mathbf{f}. \quad (1.9)$$

Au contraire, dans un modèle auto-gravitant, le champ de déplacement \mathbf{s} généré par la propagation des ondes sismiques induit une perturbation du potentiel gravitationnel ϕ_1^E , qui à son tour engendre une perturbation du champ de déplacement. La propagation des ondes dans un tel modèle est alors décrite par le système d'équations couplées

$$\begin{cases} \rho_0 \ddot{\mathbf{s}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1^E - \rho_0 \nabla \phi_1^E - \rho_1^E \nabla \phi_0 + \mathbf{f} \\ \nabla^2 \phi_1^E = 4\pi G \rho_1^E = -4\pi G \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{s}), \end{cases} \quad (1.10)$$

où la dernière équation est l'équation de Poisson perturbée, obtenue en intégrant en temps l'équation de continuité (1.6).

Dans une Terre à symétrie sphérique, la solution intégrale de l'équation de Poisson s'écrit

$$\phi_1^E(\mathbf{r}, t) = G \int_V \frac{\rho_0(\mathbf{x}) \nabla \cdot \mathbf{s}(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{x}\|} d^3\mathbf{x} + G \int_V \frac{\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla \rho_0(\mathbf{x})}{\|\mathbf{r} - \mathbf{x}\|} d^3\mathbf{x}. \quad (1.11)$$

Le premier terme décrit la perturbation volumique créée en profondeur par une compression/dilatation, et le second terme une perturbation associée à des déplacements de gradients de densité pré-existants (aux interfaces de couches, par exemple).

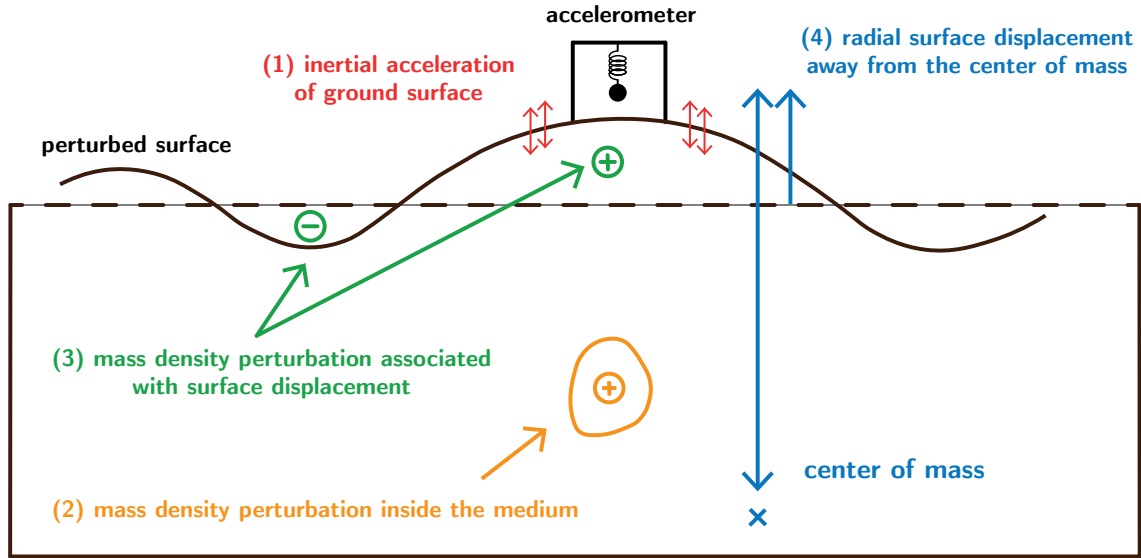


Figure 1.1 – Composantes du signal enregistré par un sismomètre.

1.1.3 Réponse instrumentale d'un sismomètre

Nous souhaitons modéliser la réponse élasto-gravitationnelle complète d'un instrument déployé au sol à une rupture sismique, avant l'arrivée des ondes sismiques à la station. D'après [Dahlen and Tromp \(1998\)](#), la réponse d'un sismomètre doit tenir compte de corrections gravitationnelles en plus de l'accélération inertielle de son boîtier. La conservation de l'impulsion s'écrit pour le capteur du sismomètre

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{F} + \mathbf{g}_1^L, \quad (1.12)$$

où $\boldsymbol{\xi}$ représente le déplacement de la masse du sismomètre, \mathbf{F} la force de contre-réaction et \mathbf{g}_1^L la force gravitationnelle. Le déplacement $\boldsymbol{\xi}$ de l'instrument peut être décomposé en deux termes, $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{s}^P + \boldsymbol{\nu}$ avec \mathbf{s}^P le déplacement du sol sous la station avant l'arrivée de l'onde P, solution de l'équation du mouvement (1.9) ou (1.10), et $\boldsymbol{\nu}$ le déplacement de la masse par rapport au boîtier de l'instrument.

En imposant \mathbf{F} de telle sorte que la masse ne bouge pas par rapport à son support ($\boldsymbol{\nu} = \mathbf{0}$), le sismomètre enregistre les contributions

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \ddot{\boldsymbol{\xi}} - \mathbf{g}_1^L = \ddot{\mathbf{s}}^P + g_1^L \mathbf{e}_r \\ &= \ddot{\mathbf{s}}^P + \left(g_1^E + \mathbf{s}^P \cdot \nabla g_0 \right) \mathbf{e}_r. \end{aligned} \quad (1.13)$$

D'après les équations (1.2) et (1.3), le gradient du champ gravitationnel s'écrit

$$\nabla g_0 = \left(4\pi G\rho_0 - 2g_0/r \right) \mathbf{e}_r. \quad (1.14)$$

La force électro-mécanique F_r de contre-réaction verticale s'écrit alors

$$F_r = \ddot{s}_r^P + \nabla\phi_1^E + s_r^P \left(4\pi G\rho_0 - 2g_0/r \right). \quad (1.15)$$

Ces quatre contributions, schématisées en figure 1.1, décrivent :

- (1) l'accélération inertielle du sol avant l'arrivée de l'onde de compression P,
- (2) la perturbation gravitationnelle sur la surface non déformée, soulevée par une redistribution de masses en profondeur,
- (3) une perturbation apparente de masse en surface,
- (4) une anomalie dite à l'air libre.

Il sera démontré que les termes couplés au champ gravitationnel statique - les contributions (3) et (4) - sont négligeables par rapport aux deux premières contributions.

1.2 Formulations analytiques de la perturbation du potentiel gravitationnel

1.2.1 Dans un milieu infini, homogène et non-autogravitant

Harms et al. (2015) ont développé la première formulation analytique de la perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$, induite par une source ponctuelle dans un milieu homogène, infini et non auto-gravitant. Nous reprenons dans ce paragraphe leurs principaux résultats.

Le champ de déplacement \mathbf{s} induit par la rupture sismique est décomposé selon ses potentiels de Lamé

$$\mathbf{s}(\mathbf{r}, t) = \nabla\varphi_s(\mathbf{r}, t) + \nabla \times \boldsymbol{\psi}_s(\mathbf{r}, t). \quad (1.16)$$

Sachant que la divergence du potentiel vectoriel $\nabla \cdot \boldsymbol{\psi}_s = 0$, il est possible d'écrire

$$\begin{aligned} \rho_1^E(\mathbf{r}, t) &= -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{s}(\mathbf{r}, t)) \\ &= -\rho_0 \nabla^2 \varphi_s(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (1.17)$$

L'équation de Poisson perturbée peut alors être reformulée

$$\nabla^2 \phi_1^E(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \rho_1^E(\mathbf{r}, t) = -4\pi G \rho_0 \nabla^2 \varphi_s(\mathbf{r}, t). \quad (1.18)$$

Connaissant l'expression du potentiel scalaire φ_s engendré par une force simple en milieu infini (Aki and Richards 2002), il est possible d'en déduire le potentiel φ_s induit par un double-couple et donc d'exprimer la perturbation gravitationnelle correspondante :

$$\begin{aligned} \phi_1^E(r, \theta, \varphi, t) &= G R^P(\theta, \varphi) \left[\frac{1}{r\alpha^2} m_0(t - r/\alpha) - \frac{3}{r^3} \int_0^{r/\alpha} u m_0(t - u) du \right] \\ &= -R^P(\theta, \varphi) \frac{3G}{r^3} \int_0^t dv \int_0^v m_0(u) du \quad \text{pour } t < r/\alpha. \end{aligned} \quad (1.19)$$

r est la distance épacentrale, m_0 la fonction source décrivant l'évolution du moment sismique, et $R^P(\theta, \varphi)$ le diagramme de radiation de l'onde de compression P :

$$\begin{aligned} R^P(\theta, \varphi) &= \sin(2\theta) \cos(\varphi) \\ &= 2 (\mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_g) (\mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_g). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Les vecteurs normalisés \mathbf{e}_s et \mathbf{e}_n sont orientés respectivement dans la direction du glissement sur la faille et dans la direction normale au plan de faille. \mathbf{e}_g représente quant à lui le vecteur normalisé orienté dans la direction source - station.

La perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1^E$ en milieu infini et homogène s'écrit finalement

$$\begin{aligned} \nabla\phi_1^E(\mathbf{r}, t) &= \left[(\mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_g) \mathbf{e}_n + (\mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_g) \mathbf{e}_s - 5(\mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_g)(\mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_g) \mathbf{e}_g \right] \\ &\times \frac{6G}{r^4} \int_0^t dv \int_0^v m_0(u) du . \end{aligned} \quad (1.21)$$

1.2.2 Dans un demi-espace homogène et non-autogravitant

Les expressions analytiques de la perturbation $\nabla\phi_1$ induite par une source ponctuelle à la surface d'un demi-espace homogène et non auto-gravitant ont par la suite été développées par [Harms \(2016\)](#). Plusieurs de ces résultats sont repris, et certains développements explicités dans la suite de ce paragraphe. Les calculs font notamment intervenir les transformations de Fourier et de Laplace, ainsi que la méthode de Cagniard-de Hoop, brièvement présentées ci-après.

Transformations de Fourier et de Laplace

Le vecteur position \mathbf{r} est décomposé selon ses composantes horizontales et verticale $(\boldsymbol{\rho}, z)$. De même, chaque vecteur \mathbf{v} pourra être décomposé en (\mathbf{v}_ρ, v_z) . La transformation de Fourier selon les composantes horizontales s'écrit

$$\begin{aligned} f(k_x, k_y, z) &= f(\mathbf{k}_\rho, z) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f(\boldsymbol{\rho}, z) \exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y) . \end{aligned} \quad (1.22)$$

De même, nous noterons “transformation de Laplace” l'opération

$$f(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt , \quad (1.23)$$

avec s réel positif.

Méthode de Cagniard-de Hoop

De nombreux problèmes en géophysique consistent à estimer la réponse $\gamma(\mathbf{r}, t)$ - dite fonction de Green - d'un milieu à une excitation impulsionnelle $\delta(t)$. Il est alors possible d'en déduire la réponse $r(\mathbf{r}, t)$ du milieu à une excitation quelconque $e(t)$ par la convolution

$$r(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} e(t - \tau) \gamma(\mathbf{r}, \tau) d\tau . \quad (1.24)$$

La réponse dite doublement transformée $\gamma(\mathbf{k}_\rho, z, s)$ est parfois plus facilement explicitée analytiquement. La méthode de Cagniard-de Hoop ([De Hoop 1960](#)) permet alors de

manipuler cette réponse et d'identifier $\gamma(\mathbf{r}, t)$, sans pour autant avoir à calculer les transformations inverses, qui peuvent s'avérer fastidieuses. Nous allons donc chercher à exprimer dans la suite de cette section la perturbation $\phi_1(\mathbf{k}_\rho, z, s)$. L'utilisation de la méthode de Cagniard-de Hoop permettant de retrouver $\phi_1(\mathbf{r}, t)$ ne sera pas décrite, mais est présentée dans [Harms \(2016\)](#).

Perturbation ϕ_1 dans l'espace transformé

Dans un demi-espace homogène, la perturbation du potentiel gravitationnel (1.11) peut être simplifiée en

$$\begin{aligned}\phi_1(\mathbf{r}, t) &= G\rho_0 \left[\int_V \frac{\nabla \cdot \mathbf{s}(\mathbf{r}', t)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dV' - \int_S \frac{s_z(\mathbf{r}', t)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dS' \right] \\ &= \phi_1^{\text{vol}}(\mathbf{r}, t) + \phi_1^{\text{srf}}(\mathbf{r}, t).\end{aligned}\quad (1.25)$$

La transformée de Fourier du terme de compression/dilatation ϕ_1^{vol} s'écrit

$$\begin{aligned}\phi_1^{\text{vol}}(\mathbf{k}_\rho, z, t) &= 2\pi G\rho_0 \frac{1}{k_\rho} \int_{-\infty}^0 dz' e^{-k_\rho|z'-z|} \\ &\quad \times \left[\partial_z s_z(\mathbf{k}_\rho, z', t) + i\mathbf{k}_\rho \cdot \mathbf{s}_\rho(\mathbf{k}_\rho, z', t) \right].\end{aligned}\quad (1.26)$$

Par intégration par partie du terme de gauche, nous obtenons

$$\begin{aligned}\phi_1^{\text{vol}}(\mathbf{k}_\rho, z, t) &= 2\pi G\rho_0 \frac{1}{k_\rho} \left[s_z(\mathbf{k}_\rho, 0, t) e^{-k_\rho|z|} \right. \\ &\quad + \int_{-\infty}^0 dz' e^{-k_\rho|z'-z|} \text{sgn}(z' - z) k_\rho s_z(\mathbf{k}_\rho, z', t) \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^0 dz' e^{-k_\rho|z'-z|} i\mathbf{k}_\rho \cdot \mathbf{s}_\rho(\mathbf{k}_\rho, z', t) \right].\end{aligned}\quad (1.27)$$

La transformée de Fourier de la perturbation ϕ_1^{srf} associée au déplacement en surface s'écrit quant à elle

$$\phi_1^{\text{srf}}(\mathbf{k}_\rho, z, t) = -2\pi G\rho_0 \frac{1}{k_\rho} s_z(\mathbf{k}_\rho, 0, t) e^{-k_\rho|z|}.\quad (1.28)$$

La transformée de la perturbation totale (1.25) s'écrit donc

$$\begin{aligned}\phi_1(\mathbf{k}_\rho, z, t) &= 2\pi G\rho_0 \frac{1}{k_\rho} \int_{-\infty}^0 dz' e^{-k_\rho|z'-z|} \\ &\quad \times \left[\text{sgn}(z' - z) k_\rho s_z(\mathbf{k}_\rho, z', t) + i\mathbf{k}_\rho \cdot \mathbf{s}_\rho(\mathbf{k}_\rho, z', t) \right].\end{aligned}\quad (1.29)$$

Nous décrivons le champ de déplacement à l'aide des potentiels de Lamé scalaires

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(\mathbf{r}, t) &= \nabla \varphi_s(\mathbf{r}, t) + \nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi_s(\mathbf{r}, t)) \\ &= \begin{pmatrix} \partial_x \varphi_s(\mathbf{r}, t) + \partial_z \partial_x \psi_s(\mathbf{r}, t) \\ \partial_y \varphi_s(\mathbf{r}, t) + \partial_z \partial_y \psi_s(\mathbf{r}, t) \\ \partial_z \varphi_s(\mathbf{r}, t) - (\partial_x^2 + \partial_y^2) \psi_s(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

ce qui équivaut à écrire dans le domaine de Fourier

$$\mathbf{s}(\mathbf{k}_\rho, z, t) = \begin{pmatrix} ik_x [\varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t) + \partial_z \psi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t)] \\ ik_y [\varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t) + \partial_z \psi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t)] \\ \partial_z \varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t) + (k_x^2 + k_y^2) \psi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t) \end{pmatrix}.$$

La transformée de la perturbation totale (1.29) devient donc

$$\begin{aligned} \phi_1(\mathbf{k}_\rho, z, t) &= 2\pi G \rho_0 \int_{-\infty}^0 dz' e^{-k_\rho |z'-z|} \\ &\quad \times \left[\text{sgn}(z' - z) \left(\partial_z \varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z', t) + k_\rho^2 \psi_s(\mathbf{k}_\rho, z', t) \right) \right. \\ &\quad \left. - k_\rho \left(\varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z', t) + \partial_z \psi_s(\mathbf{k}_\rho, z', t) \right) \right] \end{aligned} \quad (1.30)$$

Par intégration par partie des termes en $\partial_z \varphi_s$ et $\partial_z \psi_s$, nous obtenons dans le cas $z < 0$:

$$\begin{aligned} \phi_1(\mathbf{k}_\rho, z, t) &= -2\pi G \rho_0 e^{-k_\rho |z|} \left(\text{sgn}(z) \varphi_s(\mathbf{k}_\rho, 0, t) + k_\rho \psi_s(\mathbf{k}_\rho, 0, t) \right) \\ &\quad - 4\pi G \rho_0 \varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z, t). \end{aligned} \quad (1.31)$$

L'expression se simplifie pour $z \geq 0$ en :

$$\phi_1(\mathbf{k}_\rho, z, t) = -2\pi G \rho_0 e^{-k_\rho z} \left(\varphi_s(\mathbf{k}_\rho, 0, t) + k_\rho \psi_s(\mathbf{k}_\rho, 0, t) \right). \quad (1.32)$$

Il s'agit à présent d'obtenir l'expression transformée du potentiel sismique φ_s . En réponse à une source $\delta(\mathbf{r})\delta(t)\mathbf{f}$, la solution de l'équation de l'élasto-dynamique exprimée sous forme de potentiel sismique s'écrit

$$\begin{aligned} \varphi_s(\mathbf{k}_\rho, z, s) &= \frac{1}{2i\rho_0 s^2} \left(e^{-k_\rho z} (\mathbf{f}_\rho \cdot \mathbf{k}_\rho / k_\rho + i f_z) \right. \\ &\quad \left. - e^{-\nu_\alpha z} (\mathbf{f}_\rho \cdot \mathbf{k}_\rho / \nu_\alpha + i f_z) \right), \end{aligned} \quad (1.33)$$

avec $\nu_\alpha = (s^2/\alpha^2 + k_\rho^2)^{1/2}$. La source ponctuelle peut s'écrire

$$\mathbf{f} = -i(\mathbf{M} \cdot \mathbf{k}) e^{-ik_z z_s}, \quad (1.34)$$

avec \mathbf{M} le tenseur des moments sismiques, et nous obtenons finalement trois contributions

à la perturbation $\phi_1(\mathbf{k}_\rho, z, s)$:

$$\begin{aligned}\phi_1^\infty(\mathbf{k}_\rho, z, s) &= 2\pi G e^{-k_\rho(z-z_s)} \frac{1}{k_\rho s^2} (k_x, k_y, ik_\rho) \cdot \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ ik_\rho \end{pmatrix} \\ \phi_1^\alpha(\mathbf{k}_\rho, z, s) &= -4\pi G e^{-k_\rho z + \nu_\alpha z_s} \frac{1}{s^2} \frac{k_\rho(k_\rho - \nu_\beta)^2}{(\nu_\beta^2 + k_\rho^2)^2 - 4\nu_\alpha \nu_\beta k_\rho^2} (k_x, k_y, i\nu_\alpha) \cdot \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ i\nu_\alpha \end{pmatrix} \\ \phi_1^\beta(\mathbf{k}_\rho, z, s) &= -4\pi G e^{-k_\rho z + \nu_\beta z_s} \frac{1}{s^2} \frac{k_\rho^2 - 2k_\rho \nu_\alpha + \nu_\beta^2}{(\nu_\beta^2 + k_\rho^2)^2 - 4\nu_\alpha \nu_\beta k_\rho^2} (k_x \nu_\beta, k_y \nu_\beta, ik_\rho^2) \cdot \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ i\nu_\beta \end{pmatrix}\end{aligned}$$

avec $\nu_\beta = (s^2/\beta^2 + k_\rho^2)^{1/2}$.

La méthode de Cagniard-de Hoop permet alors d'obtenir l'expression de la perturbation $\phi_1^\infty(\mathbf{r}, t)$, équivalente à la solution en milieu infini présentée dans la section précédente, et les perturbations $\phi_1^\alpha(\mathbf{r}, t)$ et $\phi_1^\beta(\mathbf{r}, t)$ soulevées par la propagation des ondes de compression et de cisaillement.

1.3 Description en modes propres de la réponse gravitationnelle

1.3.1 Décomposition sur une base d'harmoniques sphériques

Il est possible de décomposer toute perturbation qui agite une sphère en une somme de mouvements oscillants, dites oscillations libres de la sphère. Quatre de ces modes sont représentés sur la figure 1.2. Nous adoptons la représentation suivante pour le champ de déplacement \mathbf{s} , la traction \mathbf{t} et le potentiel gravitationnel ϕ :

$$\begin{cases} \mathbf{s} = [\mathbf{U}(r) \mathbf{e}_r + \mathbf{V}(r) k^{-1} \nabla_1 - \mathbf{W}(r) k^{-1} (\mathbf{e}_r \times \nabla_1)] \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \\ \mathbf{t} = [\mathbf{R}(r) \mathbf{e}_r + \mathbf{S}(r) k^{-1} \nabla_1 - \mathbf{T}(r) k^{-1} (\mathbf{e}_r \times \nabla_1)] \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \\ \phi = \mathbf{P}(r) \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi), \end{cases}$$

où ∇_1 est l'opérateur gradient sur la surface de la sphère, $(\mathbf{e}_r \times \nabla_1)$ est l'opérateur rotationnel, $k = \sqrt{\ell(\ell+1)}$ et $\mathcal{Y}_{\ell m}$ est l'harmonique sphérique généralisée du mode (n, ℓ, m) (Phinney and Burridge 1973) :

$$\begin{aligned}\mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) &= \left(\frac{2\ell+1}{4\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{2^\ell \ell!} \left[\frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!} \right]^{1/2} \\ &\times (\sin \theta)^{|m|} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\ell+|m|} (\sin \theta)^{2\ell} \\ &\times \begin{cases} \sqrt{2} \cos m\varphi & \text{si } -\ell \leq m < 0 \\ 1 & \text{si } m = 0 \\ \sqrt{2} \sin m\varphi & \text{si } 0 < m \leq \ell \end{cases} .\end{aligned}\tag{1.35}$$

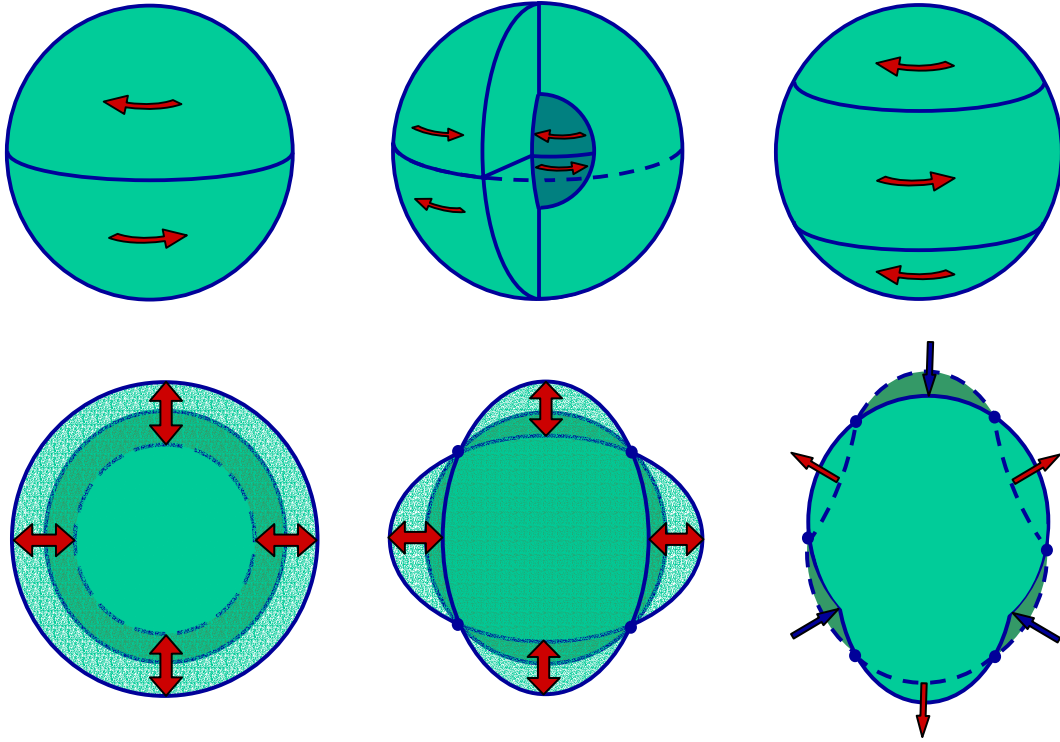


Figure 1.2 – Modes de vibration d'une sphère. (Haut) Modes de vibration toroïdaux ${}_0T_2$ (période : 44.2 min), ${}_1T_2$ (12.6 min) et ${}_0T_3$ (28.4 min). **(Bas)** Modes de vibration sphéroïdaux ${}_0S_0$ (période : 20.5 min), ${}_0S_2$ (53.9 min) et ${}_0S_3$ (25.7 min). Source : <https://www.srosat.com>.

U, V, R, S et P sont appelées fonctions propres sphéroïdales, et W et T sont les fonctions propres toroïdales. Ces fonctions dépendent seulement du rayon. Les modes toroïdaux décrivent des mouvements de torsion et ne contribuent donc pas à la description d'une redistribution de masse. Ils ne sont pas affectés par une perturbation de gravité.

Cette représentation des paramètres permet de transformer l'équation différentielle de deuxième ordre (1.9) (sans terme \mathbf{f}), décrivant la conservation de l'impulsion dans un modèle non auto-gravitant, en un système d'équations différentielles du premier ordre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = -2(\kappa + 4\mu/3)^{-1}(\kappa - 2\mu/3)U/r \\ \quad + k(\kappa + 4\mu/3)^{-1}(\kappa - 2\mu/3)V/r + (\kappa + 4\mu/3)^{-1}R \\ \dot{V} = -kU/r + V/r + S/\mu \\ \dot{R} = \left[-\omega^2\rho_0 + 12\kappa\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}/r^2 \right] U \\ \quad - 6k\kappa\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}V/r^2 - 4\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}R/r + kS/r \\ \dot{S} = -6k\kappa\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}U/r^2 \\ \quad - \left[\omega^2\rho_0 + 2\mu/r^2 - 4k^2\mu(\kappa + \mu/3)(\kappa + 4\mu/3)^{-1}/r^2 \right] V \\ \quad - k(\kappa - 2\mu/3)(\kappa + 4\mu/3)^{-1}R/r - 3S/r . \end{array} \right.$$

Les indices (r) sont omis par souci de lisibilité des équations, et l'opération \cdot représente ici la dérivée spatiale.

Dans le cas d'un modèle auto-gravitant, le couplage avec l'équation de Poisson ajoute au système deux nouvelles équations différentielles de premier ordre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = -2(\kappa + 4\mu/3)^{-1}(\kappa - 2\mu/3)U/r \\ \quad + k(\kappa + 4\mu/3)^{-1}(\kappa - 2\mu/3)V/r + (\kappa + 4\mu/3)^{-1}R \\ \dot{V} = -kU/r + V/r + S/\mu \\ \dot{P} = -4\pi G\rho_0 U - (l+1)P/r + B \\ \dot{R} = \left[-\omega^2\rho_0 - 4\rho_0 g_0/r + 12\kappa\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}/r^2\right]U \\ \quad + \left[k\rho_0 g_0/r - 6k\kappa\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}/r^2\right]V \\ \quad - 4\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}R/r + kS/r \\ \quad - (l+1)\rho_0 P/r + \rho_0 B \\ \dot{S} = \left[k\rho_0 g_0/r - 6k\kappa\mu(\kappa + 4\mu/3)^{-1}/r^2\right]U \\ \quad - \left[\omega^2\rho_0 + 2\mu/r^2 - 4k^2\mu(\kappa + \mu/3)(\kappa + 4\mu/3)^{-1}/r^2\right]V \\ \quad - k(\kappa - 2\mu/3)(\kappa + 4\mu/3)^{-1}R/r - 3S/r + k\rho P/r \\ \dot{B} = -4\pi G(l+1)\rho_0 U/r + 4\pi Gk\rho_0 V/r + (l-1)B/r, \end{array} \right.$$

avec $B = \dot{P} + 4\pi G\rho_0 U + (l+1)P/r$ une nouvelle fonction propre auxiliaire.

1.3.2 Calcul des fonctions propres d'un modèle sphérique homogène

Dans le cas d'une sphère solide et homogène, il est possible de résoudre directement les systèmes d'équations différentielles de premier ordre présentés dans la section précédente. Ces solutions rendront possible une comparaison avec les géométries de modèle simple utilisées dans le cadre des solutions analytiques en section 1.2. Les solutions exactes des oscillations sphéroïdales d'une sphère solide homogène sont développées dans [Pekeris and Jarosch \(1958\)](#) et [Takeuchi and Saito \(1972\)](#) : les fréquences et fonctions propres employées par la suite sont calculées à l'aide de leurs développements.

Modèle homogène non auto-gravitant

Les fonctions propres d'une sphère solide, homogène et non auto-gravitante sont exprimées dans [Takeuchi and Saito \(1972\)](#) sous la forme de fonctions de Bessel sphériques de degré ℓ et $(\ell + 1)$, $j_\ell(\gamma r)$ et $j_{\ell+1}(\gamma r)$, où ℓ est le nombre d'onde angulaire du mode (n, ℓ) . Les

auteurs de l'article écrivent les deux systèmes de solutions sphéroïdales

$$\begin{cases} \mathbf{U}_1(r) &= \ell j_\ell(\gamma r)/r - \gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{V}_1(r) &= k j_\ell(\gamma r)/r \\ \mathbf{R}_1(r) &= -[(\lambda + 2\mu)\gamma^2 - 2\ell(\ell - 1)\mu/r^2] j_\ell(\gamma r) + 4\mu\gamma j_{\ell+1}(\gamma r)/r \\ \mathbf{S}_1(r) &= 2k\mu[(\ell - 1) j_\ell(\gamma r)/r^2 - \gamma j_{\ell+1}(\gamma r)/r] \end{cases} \quad (1.36)$$

avec $\gamma = \omega/\alpha$ et

$$\begin{cases} \mathbf{U}_2(r) &= -\ell(\ell + 1) j_\ell(\gamma r)/r \\ \mathbf{V}_2(r) &= -k(\ell + 1) j_\ell(\gamma r)/r + k\gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{R}_2(r) &= 2\mu[-\ell(\ell^2 - 1) j_\ell(\gamma r)/r^2 + \ell(\ell + 1)\gamma j_{\ell+1}(\gamma r)/r] \\ \mathbf{S}_2(r) &= k\mu[\gamma^2 - 2(\ell^2 - 1)/r^2] j_\ell(\gamma r) - 2k\mu\gamma j_{\ell+1}(\gamma r)/r \end{cases} \quad (1.37)$$

avec $\gamma = \omega/\beta$.

Les conditions aux limites imposent l'annulation des tractions verticale et transverse à la surface libre, soit $\mathbf{R}(a) = \mathbf{S}(a) = 0$ (avec a le rayon terrestre). Une fréquence propre de la sphère ω correspond donc à une fréquence permettant l'annulation du déterminant

$$\det \begin{vmatrix} \mathbf{R}_1(a) & \mathbf{R}_2(a) \\ \mathbf{S}_1(a) & \mathbf{S}_2(a) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.38)$$

Une fonction propre \mathbf{F} est obtenue par combinaison linéaire des solutions $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + b\mathbf{F}_2$, avec b vérifiant les conditions aux limites fixées.

Une fois les fonctions propres $\mathbf{U}(r)$ et $\mathbf{V}(r)$ décrivant les déplacements radial et transverse estimées, il est possible d'obtenir la fonction propre du potentiel gravitationnel $\mathbf{P}(r)$ par

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(r) = & -\frac{4\pi G}{2\ell + 1} \left[\frac{1}{r^{\ell+1}} \int_0^r \rho_0(r') [\ell \mathbf{U}(r') + k \mathbf{V}(r')] r'^{\ell+1} dr' \right. \\ & \left. + r^\ell \int_r^a \rho_0(r') [-(\ell + 1) \mathbf{U}(r') + k \mathbf{V}(r')] \frac{1}{r'^\ell} dr' \right] \end{aligned} \quad (1.39)$$

(Pekeris and Jarosch 1958). Cette formulation est équivalente à l'équation (1.11), exprimée à l'aide de modes propres.

Modèle homogène auto-gravitant

Dans le paragraphe précédent, les fonctions propres $\mathbf{P}(r)$ n'influent pas sur les fonctions propres $\mathbf{U}(r)$ et $\mathbf{V}(r)$. L'auto-gravitation est activée par la résolution conjointe du système d'équations du mouvement et de Poisson. Les deux premiers systèmes de solutions

s'écrivent pour un modèle sphérique homogène et auto-gravitant

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}_i(r) = \ell \xi j_\ell(\gamma r)/r - \zeta \gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{V}_i(r) = k \xi j_\ell(\gamma r)/r + k \gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{R}_i(r) = -\left[(\lambda + 2\mu)\zeta\gamma^2 - 2\ell(\ell-1)\mu\xi/r^2 \right] j_\ell(\gamma r) \\ \quad + 2\mu \left[2\zeta + \ell(\ell+1) \right] \gamma j_{\ell+1}(\gamma r)/r \\ \mathbf{S}_i(r) = k\mu \left[\gamma^2 + 2(\ell-1)\xi/r^2 \right] j_\ell(\gamma r) - 2k\mu(\zeta+1) \gamma j_{\ell+1}(\gamma r)/r \\ \mathbf{P}_i(r) = -4\pi G \rho \zeta j_\ell(\gamma r) \\ \mathbf{B}_i(r) = -4\pi G \rho \left[\ell(\ell+1) + (\ell+1)\zeta \right] j_\ell(\gamma r)/r \end{array} \right. \quad (1.40)$$

avec

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \frac{\omega^2}{2\beta^2} + \frac{\omega^2 + 16\pi G \rho/3}{2\alpha^2} \\ &\pm \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\omega^2}{\beta^2} - \frac{\omega^2 + 16\pi G \rho/3}{\alpha^2} \right)^2 + \left(\frac{8\pi G k \rho}{3\alpha\beta} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \zeta &= 3\beta^2 \left(\gamma^2 - \omega^2/\beta^2 \right) (4\pi G \rho)^{-1} \\ \xi &= \zeta - (\ell + 1) . \end{aligned}$$

La troisième solution indépendante prend la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}_3(r) = \ell r^{\ell-1} \\ \mathbf{V}_3(r) = k r^{\ell-1} \\ \mathbf{R}_3(r) = 2\ell(\ell-1)\mu r^{\ell-2} \\ \mathbf{S}_3(r) = 2k\mu(\ell-1)r^{\ell-2} \\ \mathbf{P}_3(r) = (\omega^2 - 4\pi G \rho \ell/3) r^\ell \\ \mathbf{B}_3(r) = \left[(2\ell+1)\omega^2 - 8\pi G \ell(\ell-1)\rho/3 \right] r^{\ell-1} . \end{array} \right. \quad (1.42)$$

À nouveau, il n'y a aucune traction sur la surface libre. L'auto-gravitation impose de nouvelles conditions aux limites : la continuité du potentiel gravitationnel ϕ_1 et de sa dérivée,

$$\frac{\partial \phi_1^{\text{ext}}}{\partial r} - \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = 4\pi G \rho_0 s_r . \quad (1.43)$$

Sachant que $\phi_1^{\text{ext}}(r) = (a/r)^{\ell+1} \phi_1(a)$, la fonction propre B définie précédemment par

$$\mathbf{B}(r) = \dot{\mathbf{P}}(r) + 4\pi G \rho_0 \mathbf{U}(r) + (\ell+1) \mathbf{P}(r)/r \quad (1.44)$$

s’annule elle aussi à la surface libre : $R(a) = S(a) = B(a) = 0$. Une fréquence propre de la sphère ω correspond donc à une fréquence permettant l’annulation du déterminant

$$\det \begin{vmatrix} R_1(a) & R_2(a) & R_3(a) \\ S_1(a) & S_2(a) & S_3(a) \\ B_1(a) & B_2(a) & B_3(a) \end{vmatrix} = 0 . \quad (1.45)$$

Une fonction propre F est alors obtenue par la combinaison linéaire $F = F_1 + bF_2 + cF_3$, avec b et c vérifiant les conditions aux limites fixées.

Effets de l’auto-gravitation sur les fréquences et fonctions propres

À titre d’exemple, les fonctions propres U , V et P du mode ${}_0S_2$ d’une sphère homogène et du Preliminary Reference Earth Model (PREM, [Dziewonski and Anderson 1981](#)) sont représentées en figure 1.3. Le package Mineos reposant sur la méthode des mineurs ([Woodhouse 1988](#)) est utilisé pour le calcul des oscillations libres du modèle PREM. En absence d’auto-gravitation, les fonctions propres P et \dot{P} ne sont usuellement pas calculées. Une routine réalisant le calcul intégral (1.39) a donc été ajoutée au package afin de calculer les fonctions propres P .

Les diagrammes de dispersion de modèles PREM (sans océan) auto-gravitant et non auto-gravitant sont représentés en figure 1.4. L’auto-gravitation est non négligeable pour une fréquence inférieure à quelques mHz, et un ordre angulaire $\ell < 10$. Un effet similaire est observable en figure 1.5 sur les fonctions propres \dot{P} d’une sphère solide homogène. La perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1^E$ induite aux stations INU et MDJ par le tremblement de terre de Tohoku-oki est représentée en figure 1.6, pour des modèles PREM non auto-gravitant et auto-gravitant. Une tendance longue-période diffère sur les sismogrammes ainsi obtenus.

1.3.3 Réponse à un tenseur des moments

Une fois le catalogue de fréquences et fonctions propres estimé, un coefficient d’excitation propre à chaque mode doit être calculé afin de reconstruire la réponse d’un point du modèle à une excitation. Considérons une source sismique décrite par un tenseur des moments \mathbf{M} et un taux de moment normalisé $\dot{m}(t)$. La perturbation gravitationnelle transitoire est décrite par

$$\nabla\phi_1^E(r, \theta, \varphi, t) = \sum_i \mathbf{M} : \boldsymbol{\epsilon}_i(\mathbf{r}_s) \dot{m}(t) * \frac{1 - \cos(\omega_i t)}{\omega_i^2} \mathcal{A}_i(r, \theta, \varphi) , \quad (1.46)$$

où ω_i est la fréquence propre du mode $i = (n, \ell, m)$ ([Gilbert 1971](#)). Le produit du tenseur des moments et du tenseur des déformations forme le coefficient d’excitation $\mathbf{M} : \boldsymbol{\epsilon} = M_{pq} \epsilon_{pq}$, évalué à la source \mathbf{r}_s . L’astérisque $*$ dénote la convolution par le taux de moment

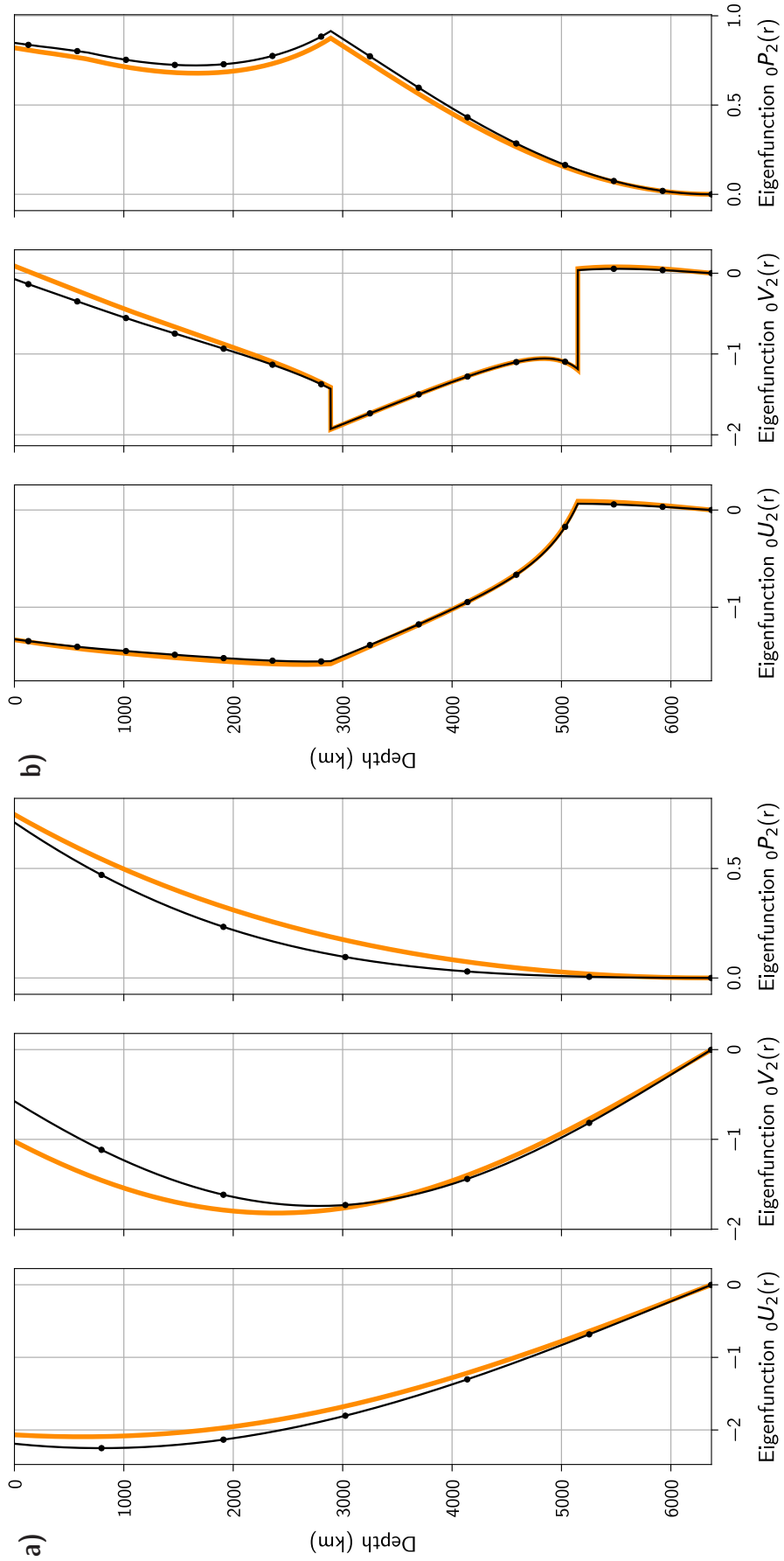


Figure 1.3 – Fonctions propres \bar{U} , \bar{V} et \bar{P} du mode ${}_0S_2$, dans (a) le modèle sphérique homogène et (b) le modèle PREM isotrope (sans océan). Les courbes noires correspondent aux fonctions propres calculées dans un modèle de Terre auto-gravitant. Les courbes oranges sont calculées dans un modèle de Terre non auto-gravitant, les fonctions propres $\bar{P}(r)$ sont alors estimées par intégration des fonctions propres $\bar{U}(r)$ et $\bar{V}(r)$.

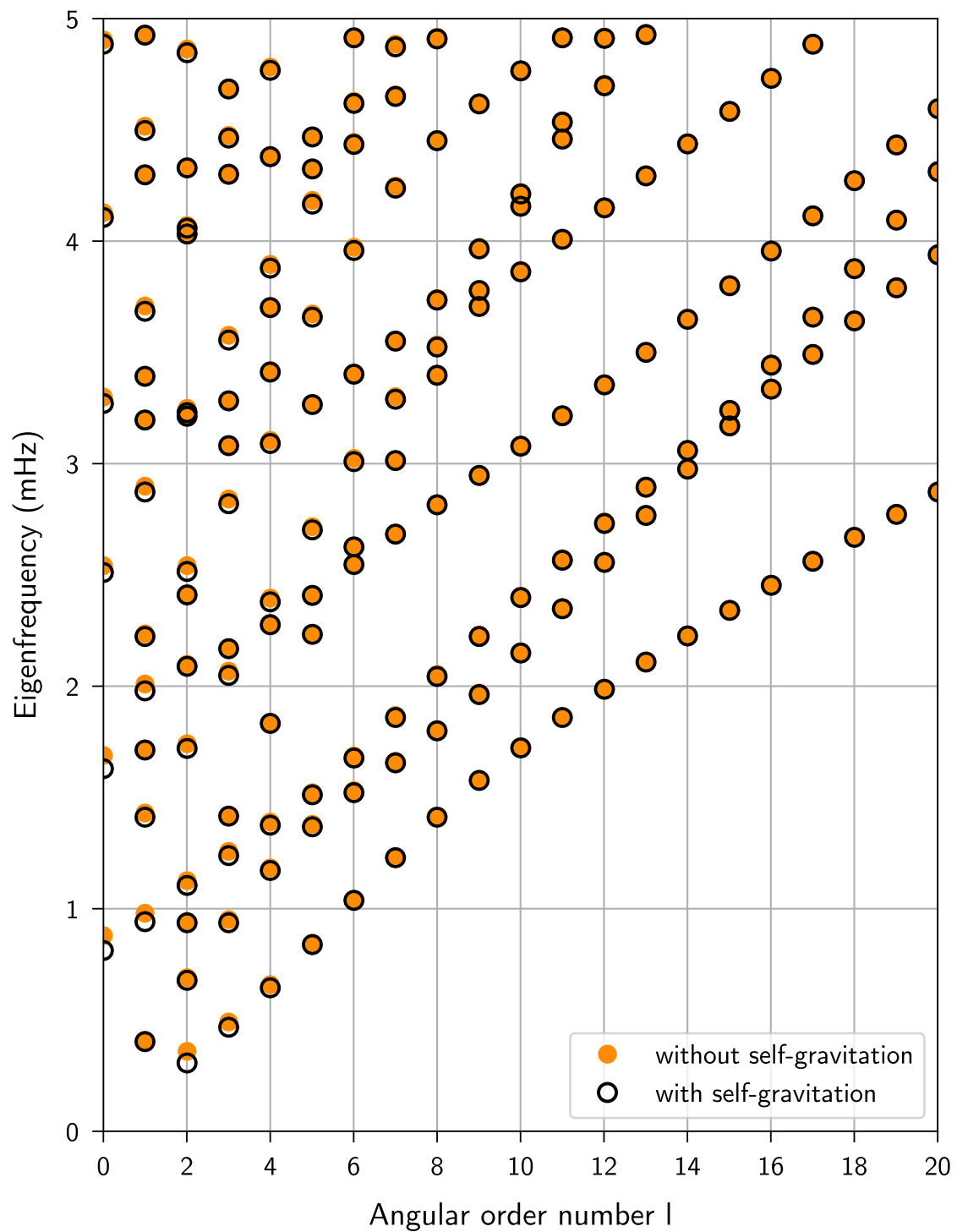


Figure 1.4 – Courbes de dispersion des modes sphéroïdaux du modèle PREM isotrope (sans océan), avec (points noirs) et sans (points oranges) auto-gravitation. L'auto-gravitation est non négligeable à basses fréquences et ordres angulaires l .

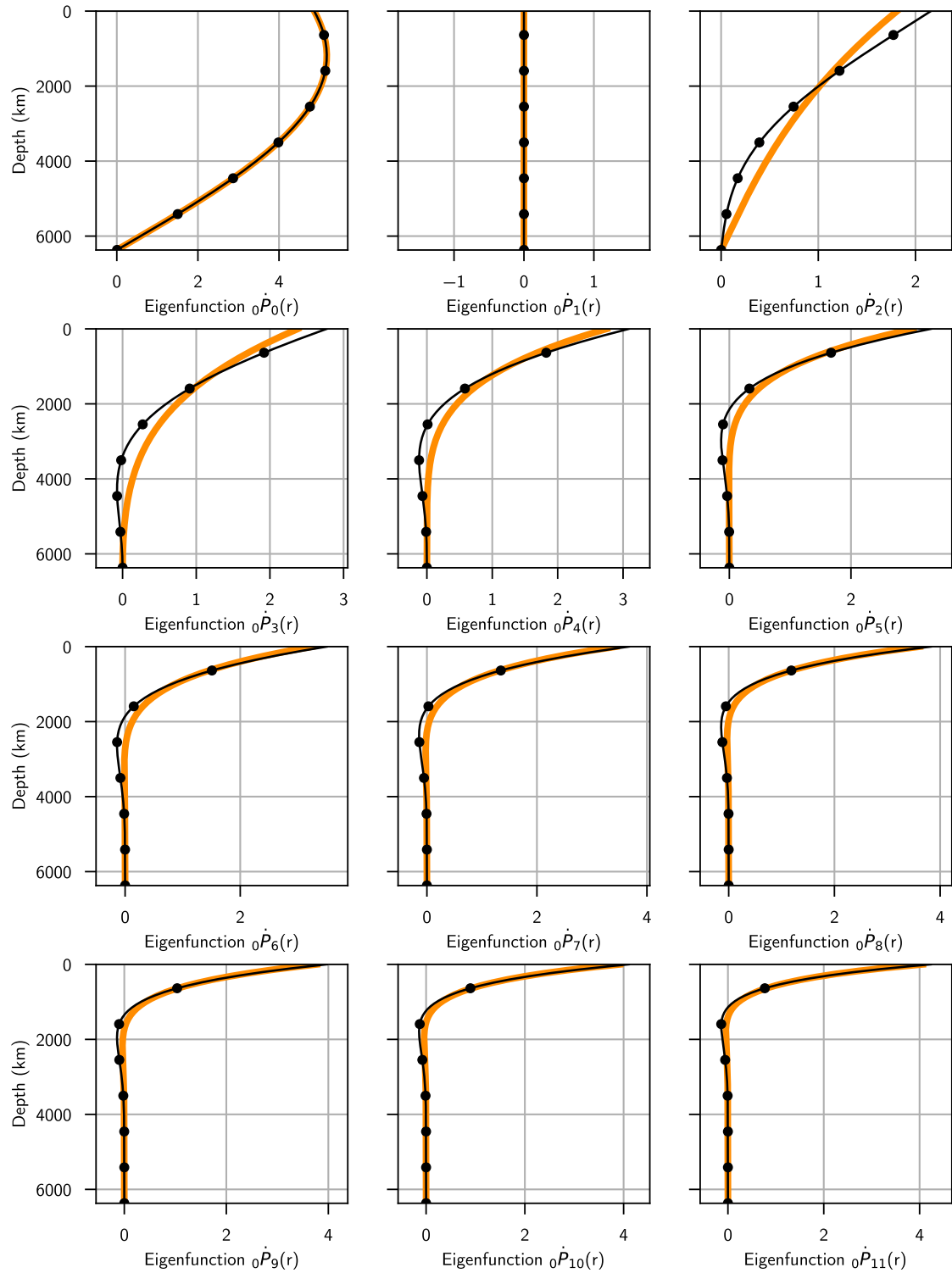


Figure 1.5 – Fonctions propres $\dot{P}(r)$ du modèle homogène, avec (courbes noires) et sans (courbes oranges) auto-gravitation. L'ordre angulaire ℓ de ces modes fondamentaux ($n = 0$) varie de 0 à 11. L'auto-gravitation est non négligeable à basses fréquences. Le mode propre sphéroïdal ${}_0S_1$ n'est pas calculé, car il implique une translation du centre de la Terre.

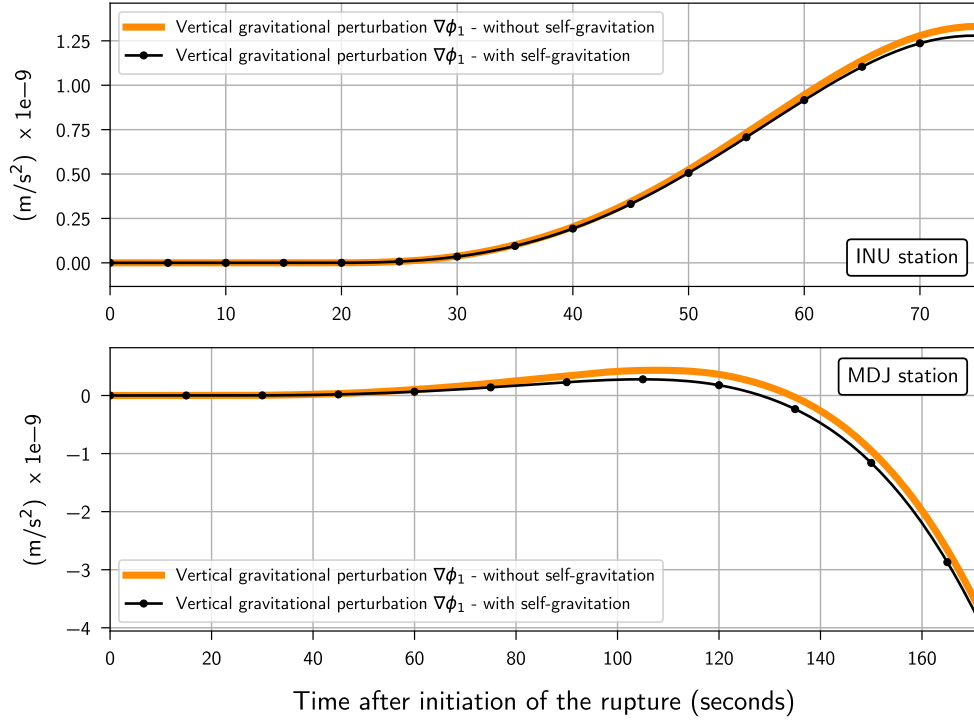


Figure 1.6 – Perturbations gravitationnelles induites aux stations INU (haut) et MDJ (bas) par le tremblement de terre de Tohoku, dans un modèle PREM auto-gravitant (courbes noires) et non auto-gravitant (courbes oranges).

$\dot{m}(t)$. L'opérateur \mathcal{A} regroupe les trois composantes de la perturbation gravitationnelle :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_{lm}(r, \theta, \varphi) = & \frac{\partial P(r)}{\partial r} \mathcal{Y}_{lm}(\theta, \varphi) \mathbf{e}_r \\
 & + \frac{P(r)}{r} \partial_\theta \mathcal{Y}_{lm}(\theta, \varphi) \mathbf{e}_\theta \\
 & + \frac{P(r)}{r} \frac{1}{\sin(\theta)} \partial_\varphi \mathcal{Y}_{lm}(\theta, \varphi) \mathbf{e}_\phi,
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

où \mathbf{e}_θ et \mathbf{e}_ϕ sont des vecteurs normalisés pointant respectivement vers les directions Sud et Est.

1.4 Simulations numériques de la perturbation élasto-gravitationnelle

1.4.1 Paramètres numériques utilisés

Dans les paragraphes suivants, nous considérerons une sphère solide homogène de densité 2700 kg/m^3 , à la vitesse des ondes de compression $\alpha = 6.4 \text{ km/s}$ et de cisaillement $\beta = 3.7 \text{ km/s}$. La sphère n'est pas auto-gravitante afin de permettre une comparaison avec les solutions analytiques. Les harmoniques sont sommées jusqu'à la fréquence 100 mHz et

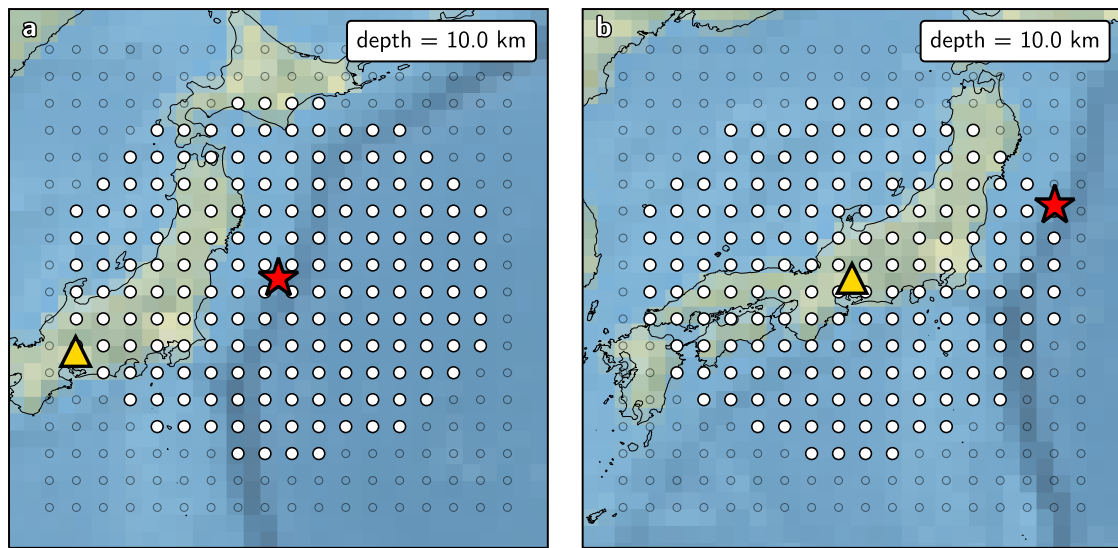


Figure 1.7 – Coupes transversales des grilles de calcul hémisphériques, à 10 km de profondeur. Ces grilles sont utilisées pour (a) la modélisation indirecte de la perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$ et (b) la modélisation de l'accélération inertielle induite \ddot{s}^p . L'étoile rouge et le triangle jaune indiquent respectivement les positions de l'épicentre et de la station INU. (a) Le champ de déplacement direct induit par le tremblement de terre est calculé aux points blancs, puis intégré en perturbation gravitationnelle à la station. (b) Une perturbation gravitationnelle excite chaque point blanc, les ondes élastiques ainsi émises sont propagées vers la station et sommées en accélération inertielle induite par gravité.

l'ordre angulaire correspondant $\ell = 1174$. Deux moyennes glissantes successives à 10 secondes (c'est-à-dire à la fréquence de coupure) sont appliquées afin de lisser les sismogrammes.

Nous considérons également un modèle PREM isotrope, sans couche d'eau, et calculons ses fonctions propres et fréquences propres à l'aide du package Mineos. Les harmoniques sont sommées jusqu'à l'ordre angulaire $\ell = 2695$ et la fréquence correspondante 200 mHz, et progressivement apodisées entre 100 mHz et 200 mHz. Deux moyennes glissantes à 10 secondes sont à nouveau appliquées.

Les perturbations élasto-gravitationnelles présentées dans la suite de ce chapitre sont induites par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki (37.52°N , 143.05°E). Nous nous focaliserons sur la station INU du réseau français GÉOSCOPE (35.35°N , 137.03°E), la station MDJ du réseau chinois IC (44.62°N , 129.59°E) et la station KA du réseau de gravimètres supra-conducteurs GGP (36.43°N , 137.31°E). Le plan de la rupture sismique est décrit par les angles (strike, dip, rake) = (203° , 10° , 88°) et nous adoptons comme taux de moment la fonction triangle isocèle du projet Global Centroid Moment Tensor (Ekström et al. 2012).

1.4.2 Modélisation de la perturbation gravitationnelle à la station

Vallée et al. (2017) ont simulé la perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$ dans un modèle stratifié non auto-gravitant, à l'aide du code AXITRA (Cotton and Coutant 1997). Les auteurs ont procédé en deux temps : ils ont tout d'abord simulé le champ de déplacement direct \mathbf{s}

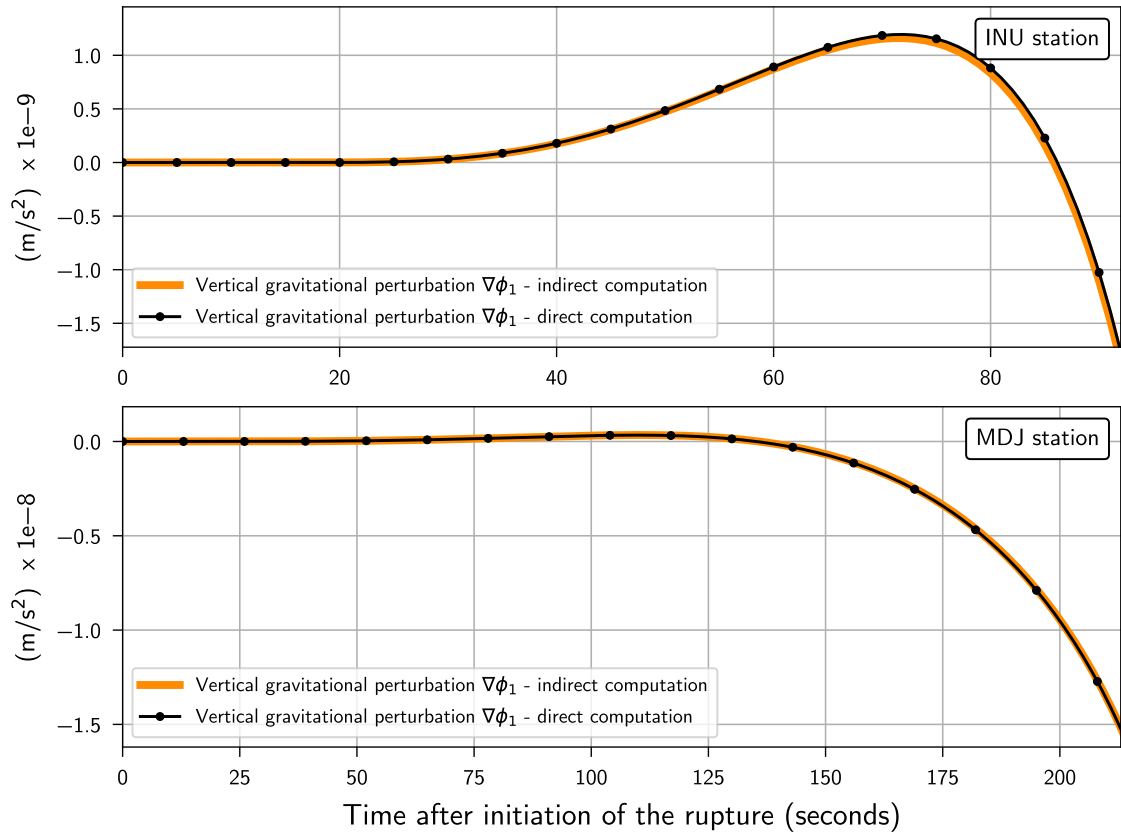


Figure 1.8 – Simulations directe et indirecte de perturbations gravitationnelles $\nabla\phi_1$. Les perturbations sont induites par le tremblement de terre de Tohoku aux stations INU (haut) et MDJ (bas), et calculées dans le modèle homogène non auto-gravitant. Les courbes oranges représentent les perturbations calculées de manière indirecte, les courbes noires les perturbations calculées directement à l’aide des fonctions propres P et \dot{P} .

induit par la propagation des ondes sismiques dans le milieu, sur une grille hémisphérique centrée sur l’hypocentre de la rupture. Ils ont ensuite intégré ce champ de déplacement en estimant le gradient de l’équation (1.11), et obtenu la perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$ à la station. La grille hémisphérique utilisée par ce calcul est présentée en figure 1.7(a).

Nous simulons la perturbation gravitationnelle à l’aide d’une somme de modes propres, en suivant tout d’abord les deux étapes de calcul proposées par Vallée et al. (2017), puis directement à l’aide des équations (1.46) et (1.47). L’équivalence entre ces deux approches est illustrée en figure 1.8, dans la sphère homogène non auto-gravitante. L’approche indirecte impose la simulation des milliers de sismogrammes intermédiaires, réalisée sur le service de calcul parallèle S-CAPAD (IPGP). L’approche directe se révèle donc bien plus efficace.

1.4.3 Modélisation de l’accélération inertielle induite par gravité

L’écart d’amplitude entre l’accélération inertielle $\ddot{\mathbf{s}}^P$ induite par gravité avant l’arrivée de l’onde de compression P ($\sim 10^{-9}$ m/s² à 1000 km de la rupture) et l’accélération induite par le passage des ondes sismiques elles-mêmes ($\sim 10^{-3}$ m/s² à 1000 km de la rupture) entâche d’oscillations numériques les premières secondes des sismogrammes synthétiques.

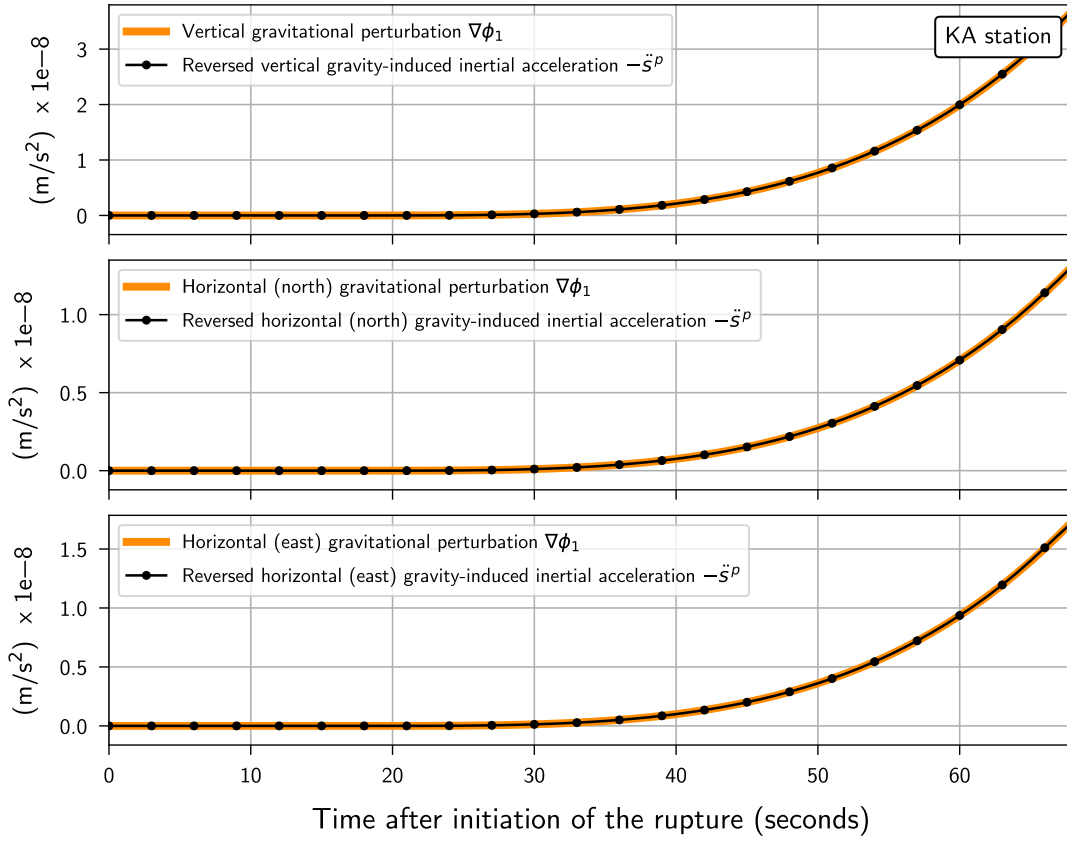


Figure 1.9 – Perturbation élasto-gravitationnelle en milieu infini homogène. Les perturbations gravitationnelles $\nabla\phi_1$ (courbes oranges) et accélérations inertielles induites par gravité $-\ddot{\xi}^P$ (courbes noires, signes inversés) sont induites par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku à la station KA. L’enregistrement qui résulte de la différence des deux termes est nul, en accord avec la théorie.

Ces oscillations proviennent de la coupure dans la somme de modes propres, qui en théorie devrait être infinie. Il n’est donc pas possible de simuler directement l’accélération induite par gravité à partir de l’équation (1.46) et de l’opérateur approprié.

Nous devons donc suivre une approche voisine de celle proposée par Vallée et al. (2017), qui consiste ici en seulement deux étapes. Nous définissons tout d’abord une grille hémisphérique de sources secondaires, centrée sur le point d’observation et décrite en figure 1.7(b). Chaque point de cette grille est excité à distance par une perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$ en provenance de la rupture. Chaque point ainsi excité émet à son tour des ondes élastiques en direction du point d’observation, qui arriveront avant l’onde P directe à la station. La somme de toutes ces contributions élastiques constitue le terme d’accélération inertielle induite par gravité $\ddot{\xi}^P$.

1.4.4 Annulation de la réponse élasto-gravitationnelle en milieu infini

Afin de valider la simulation en deux temps de l’accélération induite par gravité, nous proposons de simuler à la fois la perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$ et l’accélération induite $\ddot{\xi}^P$ dans un milieu homogène infini. En effet, dans cette géométrie particulière, l’accélération induite par gravité compense parfaitement la perturbation gravitationnelle avant l’arrivée

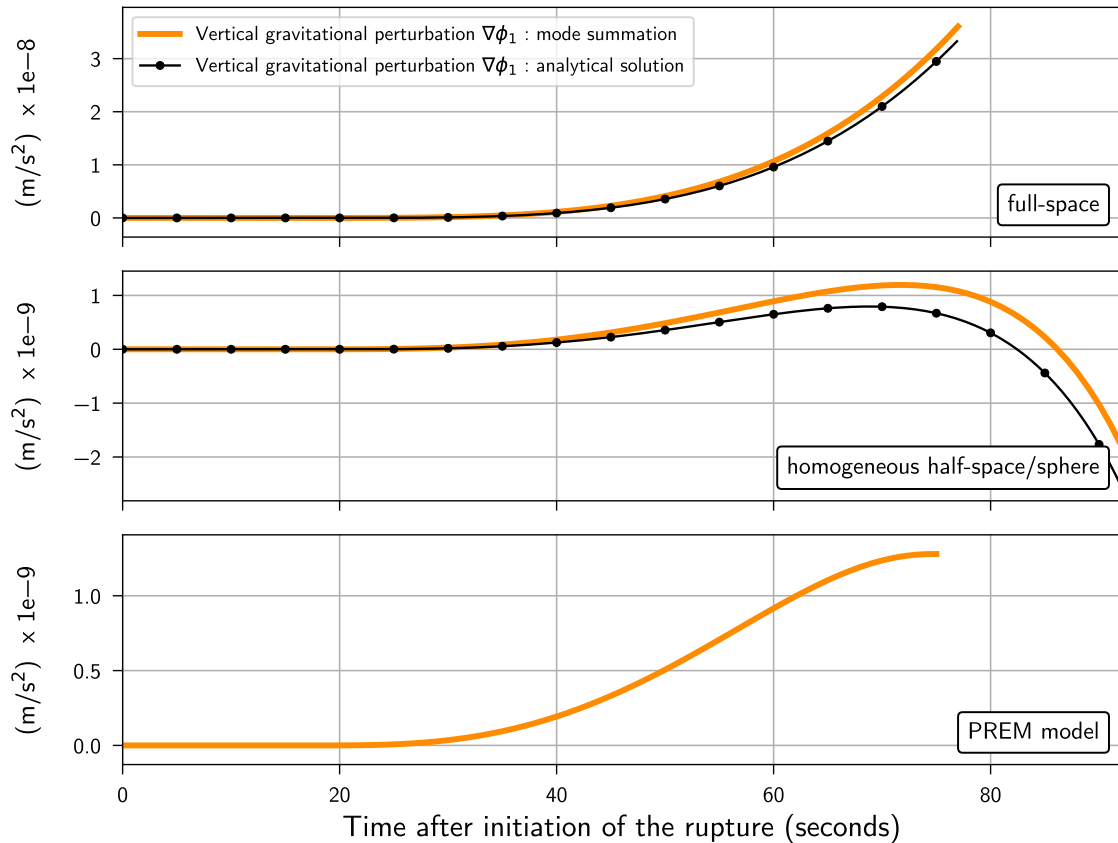


Figure 1.10 – Perturbation gravitationnelle verticale induite par le tremblement de terre de Tohoku à la station INU, (**haut**) en milieu infini homogène, (**milieu**) dans le modèle sphérique homogène non auto-gravitant et (**bas**) dans le modèle PREM auto-gravitant. Les courbes oranges sont calculées par somme de modes propres. Les courbes noires sont estimées à l’aide des formules analytiques développées dans [Harms et al. \(2015\)](#) et [Harms \(2016\)](#). Les sismogrammes sont coupés à l’arrivée de l’onde P, variable selon les modèles considérés.

des ondes sismiques. Cette géométrie de modèle est donc particulièrement adaptée pour évaluer la convergence des simulations numériques. La démonstration théorique de cette annulation est accessible dans les matériels supplémentaires de [Vallée et al. \(2017\)](#), ainsi qu’en annexe [A.1](#).

Afin de reproduire un milieu infini avec une approche en modes propres - qui décrit intrinsèquement les mouvements d’une sphère de dimension finie - , nous proposons d’enfouir à 1000 km de profondeur dans la sphère homogène la source et la station, sans modifier leurs latitudes et longitudes, de telle sorte que les ondes sismiques n’aient pas le temps d’atteindre la surface libre de la sphère. La compensation des termes élasto-gravitationnels est illustrée en figure [1.9](#) à la station KA, suite au tremblement de terre de Tohoku.

1.5 Discussion

Le bon accord existant entre la solution analytique en milieu infini et le sismogramme obtenu par somme de modes propres est présenté en figure [1.10](#). Cependant, l’approximation de milieu infini surestime la perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$, et une géométrie

de modèle plus complète, présentant notamment une surface libre, doit être considérée pour modéliser correctement la perturbation quelques secondes avant l’arrivée de l’onde de compression. La solution analytique en demi-espace homogène présente des similarités avec le sismogramme obtenu par somme de modes propres dans la sphère homogène (figure 1.10). Ces géométries permettent la propagation d’ondes réfléchies par une surface libre, les formes et amplitudes des solutions diffèrent donc de façon significative des solutions en milieu infini. Le calcul de perturbations dans des milieux stratifiés tels que le modèle PREM permet de simuler des fronts d’onde et temps d’arrivée réalistes.

La perturbation gravitationnelle verticale $\nabla\phi_1$ simulée en surface du modèle PREM 150 secondes après l’initiation du tremblement de terre de Tohoku est illustrée en figure 1.11. Les stations situées dans le secteur dilaté par l’onde P (\sim le long de l’azimut de la station MDJ) enregistrent une forte perturbation gravitationnelle au devant du front d’onde sismique. Quelques secondes avant l’arrivée de l’onde P, ces stations enregistrent une perturbation d’autant plus forte qu’elles sont situées à distance régionale de la zone de rupture, l’anomalie de densité ayant alors été alimentée par la rupture grandissante et la propagation des ondes dans le milieu. Ces stations sont donc particulièrement indiquées pour la détection de perturbations élasto-gravitationnelles, comme souligné par l’analyse de données de Vallée et al. (2017).

Des coupes en profondeur du champ de divergence et de la perturbation gravitationnelle verticale sont réalisées dans la sphère homogène, le long de l’azimut de la station MDJ (figure 1.12). Quelques secondes après l’initiation de la rupture, les stations situées en direction de la station MDJ enregistrent une perturbation gravitationnelle négative, engendrée par du matériel comprimé sous la zone de rupture. Ces roches comprimées sont situées plus en profondeur que les roches situées dans le quadrant dilaté, et contribuent donc plus à la perturbation de gravité par projection sur l’axe vertical de l’instrument. Lorsque le front d’onde P dilaté se rapproche, le matériel dilaté est progressivement rapproché du point d’observation, et l’efficacité de sa projection sur l’axe vertical de l’instrument augmente. La perturbation gravitationnelle devient donc progressivement négative.

Les perturbations élasto-gravitationnelles verticales enregistrées aux stations KA et MDJ sont présentées en figure 1.13. Les termes couplés au champ gravitationnel statique (perturbation de masse en surface + anomalie à l’air libre) sont bien négligeables. L’accélération inertielle induite par gravité réduit l’amplitude de la perturbation totale dans les premières secondes de la rupture, ainsi que l’a supposé Heaton (communication personnelle). Cependant, cet effet de compensation, effectif jusqu’à l’arrivée des ondes sismiques en milieu infini, n’est plus valide à la surface libre et une perturbation élasto-gravitationnelle surgit bien avant l’arrivée des ondes à la station. L’évolution de la perturbation élasto-gravitationnelle complète diffère de la seule perturbation gravitationnelle $\nabla\phi_1$, il est donc important de simuler les deux composantes de la perturbation.

Les perturbations gravitationnelles horizontales sont illustrées en annexe A.2. L’amplitude des perturbations à l’arrivée de l’onde P est comparable sur les trois composantes. Cependant, les enregistrements horizontaux, plus sensibles aux variations de tilt du sol, sont en pratique plus bruités que l’enregistrement vertical. Une détection de perturbation élasto-gravitationnelle sur des composantes horizontales devrait donc se révéler plus ardue, mais mérite d’être tentée.

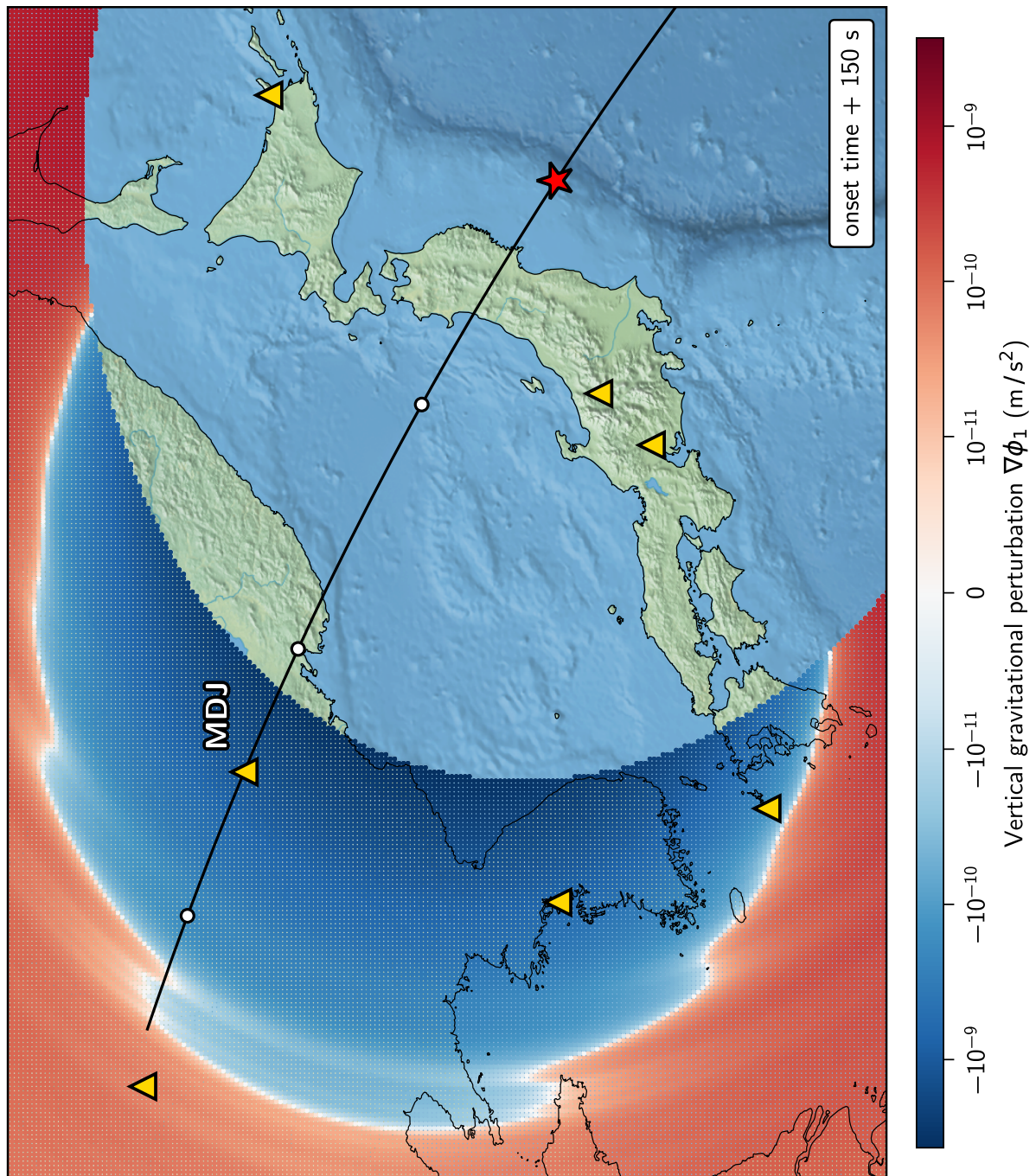


Figure 1.11 – Perturbation gravitationnelle verticale induite en surface par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki, 150 secondes après l'initiation de la rupture. L'étoile rouge représente l'épicentre, les triangles jaunes les stations exploitées dans Vallée et al. (2017). Sont uniquement représentées les positions au devant du front d'onde P. Une coupe transversale est réalisée le long de l'azimut de la station MDJ (ligne noire).

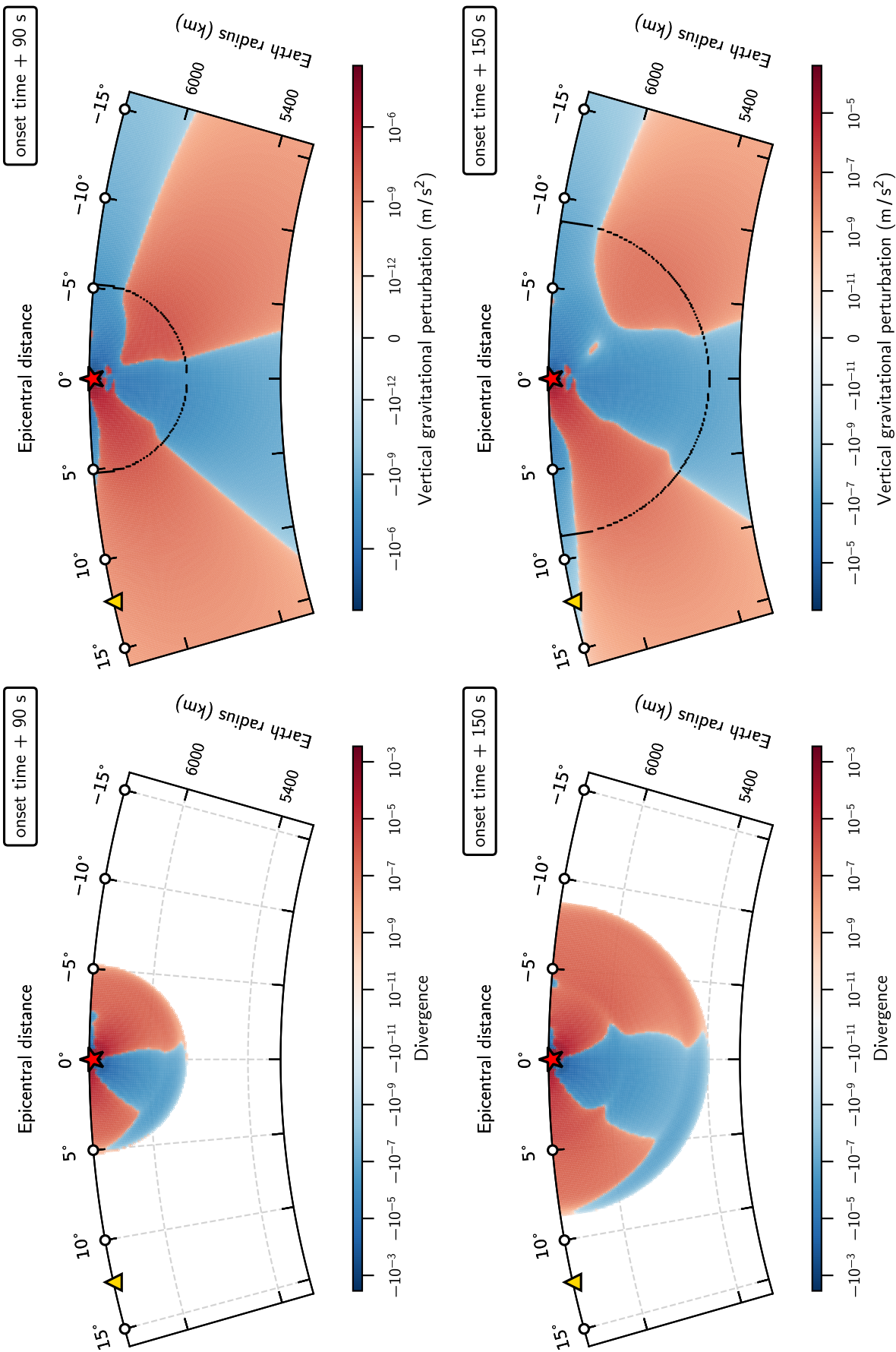


Figure 1.12 – Coupes transversales du champ de divergence (gauche) et de la perturbation gravitationnelle verticale (droite), le long de l'azimut de la station MDJ, induites par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki, (haut) 90 secondes et (bas) 150 secondes après l'initiation de la rupture. L'étoile rouge représente l'épicentre, le triangle jaune la station MDJ. (gauche) Les zones bleues sont comprimées au passage des ondes, et les zones rouges dilatées. (droite) La propagation du front d'onde P est représentée par les points noirs.

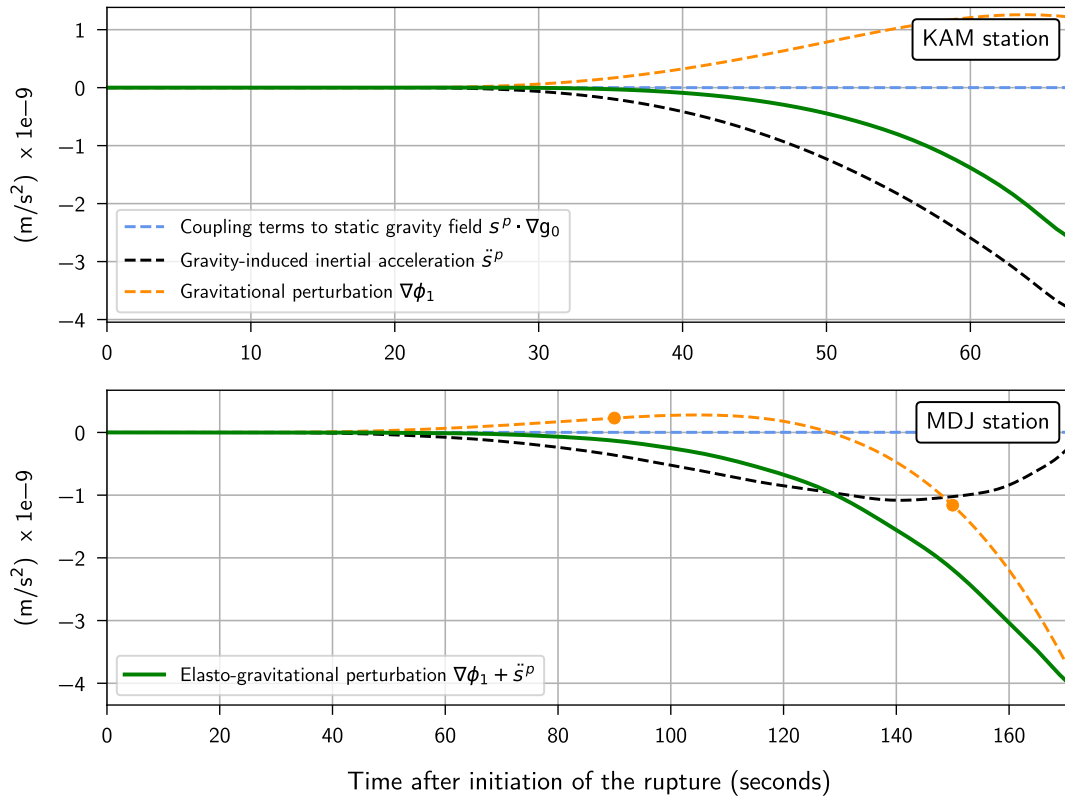


Figure 1.13 – Perturbation élasto-gravitationnelle verticale aux stations KA (haut) et MDJ (bas), induite par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki dans le modèle PREM auto-gravitant. Les termes couplés au champ de gravité statique (lignes bleues pointillées) sont négligés par rapport aux autres composantes.

Il est possible de s’affranchir de l’effet de compensation observé pendant les premières secondes de la rupture en employant des instruments isolés des contributions inertielles. Des capteurs de gradient du champ de gravité à haute précision sont actuellement développés dans le cadre de la détection d’ondes gravitationnelles. Ces détecteurs, tels que les barres de torsion (Ando et al. 2010, McManus et al. 2017) et les gradiomètres supraconducteurs (Moody et al. 2002, Paik et al. 2016) enregistrent le gradient du champ gravitationnel perturbé à l’aide de plusieurs masses test suspendues au même support. Ces concepts permettent donc en théorie de s’affranchir du bruit sismique. Bien que le gradient du champ de gravité perturbé soit bien plus faible que la perturbation du champ elle-même, et que plusieurs limitations instrumentales doivent encore être dépassées, la sensibilité de ces instruments pourrait à terme dépasser $10^{-15} \text{ Hz}^{-1/2}$ dans la gamme de fréquence 0.1 – 1.0 Hz. Ils pourraient donc être utilisés dans le cadre d’un système de détection précoce de tremblements de terre. La simulation précise et rapide du gradient de la perturbation gravitationnelle à l’aide de modes propres pourrait alors s’avérer utile.

1.6 Conclusion

Un sismomètre déployé en surface enregistre lors d’un tremblement de terre une perturbation gravitationnelle ainsi qu’une accélération inertielle induite par gravité, et ce avant

l'arrivée de l'onde de compression P à la station. À l'aide de fonctions propres P et \dot{P} dédiées, la théorie des modes propres permet la simulation directe de la perturbation gravitationnelle, en milieu auto-gravitant ou non auto-gravitant. Le calcul du terme inertiel induit par gravité nécessite néanmoins deux étapes de calcul. La convergence de ce calcul est vérifiée en milieu homogène et infini, avec la compensation complète des termes de la perturbation élasto-gravitationnelle. L'approche proposée par Vallée et al. (2017) est ainsi validée par nos travaux. L'importance de la prise en compte de la sphéricité et du terme induit a de nouveau été démontrée. La simulation précise de perturbations élasto-gravitationnelles permet d'isoler des zones propices à la détection, dans la direction du glissement et à des distances régionales. Associée au développement de capteurs du gradient du champ de gravité à haute précision, la simulation en modes propres pourrait contribuer à un système de détection précoce de tremblements de terre reposant sur la gravité.

1.7 Contributions

Au cours de cette thèse, deux séjours en Californie m'ont permis d'identifier les différentes composantes de l'enregistrement de la perturbation élasto-gravitationnelle, avec l'aide de Jean Paul Ampuero (Caltech).

J'ai développé les codes (Fortran) permettant le calcul des fréquences et fonctions propres d'une sphère solide homogène, en m'appuyant sur des routines mises à disposition par Yann Capdeville (Université de Nantes) et David Al Attar (University of Cambridge). Le calcul des fonctions de Bessel a dû être adapté aux hauts degrés considérés. Le calcul des fonctions propres P et \dot{P} et la prise en compte de l'auto-gravitation ont par ailleurs nécessité l'implémentation de nouvelles routines.

La somme des modes propres a été réalisée à l'aide du code NMS (Normal Mode Summation) mis à disposition par Yann Capdeville. J'ai complété ce code pour permettre le calcul de l'opérateur (1.47), non pris en compte dans la version classique. J'ai également implémenté une version parallélisée de ce code, afin de permettre son lancement sur la plateforme de calcul parallèle S-CAPAD (IPGP).

Les codes numériques (Matlab) permettant le calcul des formulations analytiques en milieu infini et demi-espace homogènes ont été fournis par Jan Harms (Università degli Studi di Urbino). J'ai traduit ces codes en langage Python, et contribué à identifier une erreur de signe cachée derrière le calcul des termes α et β .

Martin Vallée (IPGP) a élaboré la méthode permettant le calcul de l'accélération inertielle induite par gravité, et l'a calculée avec le code AXITRA. Sur ses conseils, j'ai adapté cette procédure à la méthode des modes propres et redémontré l'annulation des termes élasto-gravitationnels en milieu infini. La démonstration analytique de cette annulation a été réalisée par Pascal Bernard (IPGP).

Chapitre 2

Détection d'un signal gravitationnel généré par une rupture sismique : cas du séisme de M9.1 Tohoku-oki, mars 2011.

2.1	Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-oki earthquake.....	48
2.1.1	The M9.1 Tohoku-oki earthquake and instrumental dataset.....	48
2.1.2	Statistical analysis of the Kamioka gravimeter data.....	49
2.1.3	Statistical analysis including broadband seismic data	52
2.1.4	Conclusion	54
2.2	Observations and modelling of early elasto-gravity signals	56
2.2.1	Data processing and normal-mode modelling of the perturbations	56
2.2.2	Early estimation of the earthquake magnitude	60
2.3	Contributions	61

Ce chapitre rapporte les détections de perturbations élasto-gravitationnelles effectuées lors du tremblement de terre de Tohoku-oki (magnitude 9.1, mars 2011, Japon). Ce séisme présente en effet l'avantage d'avoir développé l'une des ruptures les plus importantes de ces dernières décennies (avec le séisme de Sumatra, décembre 2004), tout en bénéficiant d'une durée de rupture relativement faible et d'une instrumentation de pointe déployée à proximité. La section 2.1 s'articule ainsi autour d'un jeu de données issu du gravimètre supraconducteur de Kamioka et de sismomètres large-bande du réseau japonais F-net (situés à ~ 500 km de l'épicentre). Une analyse statistique de ce jeu de données révèle que pendant la rupture une perturbation diffère du bruit ambiant, avec une significativité $>$ à 99%. La section 2.2 complète cette étude en considérant un jeu de données issu de stations large-bande (parmi les meilleures en activité), situées à des distances comprises entre 400 et 3000 km de la rupture. Des perturbations élasto-gravitationnelles sont particulièrement bien observées et modélisées à des distances comprises entre 1000 et 2000 km, tel que souligné en chapitre 1.

La première section de ce chapitre est extraite d'un article publié dans Nature Communications (Montagner et al. 2016; second auteur, article complet en annexe). La section suivante reprend quant à elle l'analyse réalisée par Vallée et al. (2017) (troisième auteur, article en annexe), publiée dans la revue Science.

2.1 Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-oki earthquake

In addition to the static signal, a transient gravity change is expected to appear everywhere during a seismic rupture, before the arrival of seismic waves (Harms et al. 2015). Such a prompt gravity signal is in general expected to be very small compared to the background seismic noise that affects all gravity sensors (see section 4.1 of Harms et al. (2015)). Thus, to maximize the chance of detection, it is necessary to consider a very large earthquake recorded in a low-noise environment at distances large enough to capitalize on the time between rupture onset and arrival of seismic waves, but short enough to not be challenged by the rapid distance decay of the gravity field.

2.1.1 The M9.1 Tohoku-oki earthquake and instrumental dataset

The March 11th 2011 Tohoku-oki earthquake occurred off the Pacific coast of northern Honshu, Japan (Simons et al. 2011, Tajima et al. 2013). The rupture onset time is $t_{\text{EQ}} = 05:46:21$ UTC and the epicenter coordinates are (38.19°N, 142.68°E) (Chu et al. 2011). The moment rate function (Wei et al. 2012) has an overall duration of more than 2 minutes and reaches its maximum over about 1 minute (see figure 2.1). Based on the theory developed by Harms et al. (2015), we expect a prompt gravity signal amplitude of a fraction of μgal (10^{-8} m/s²) around 65 seconds after the rupture onset, just before the arrival of the seismic P-waves at the instruments.

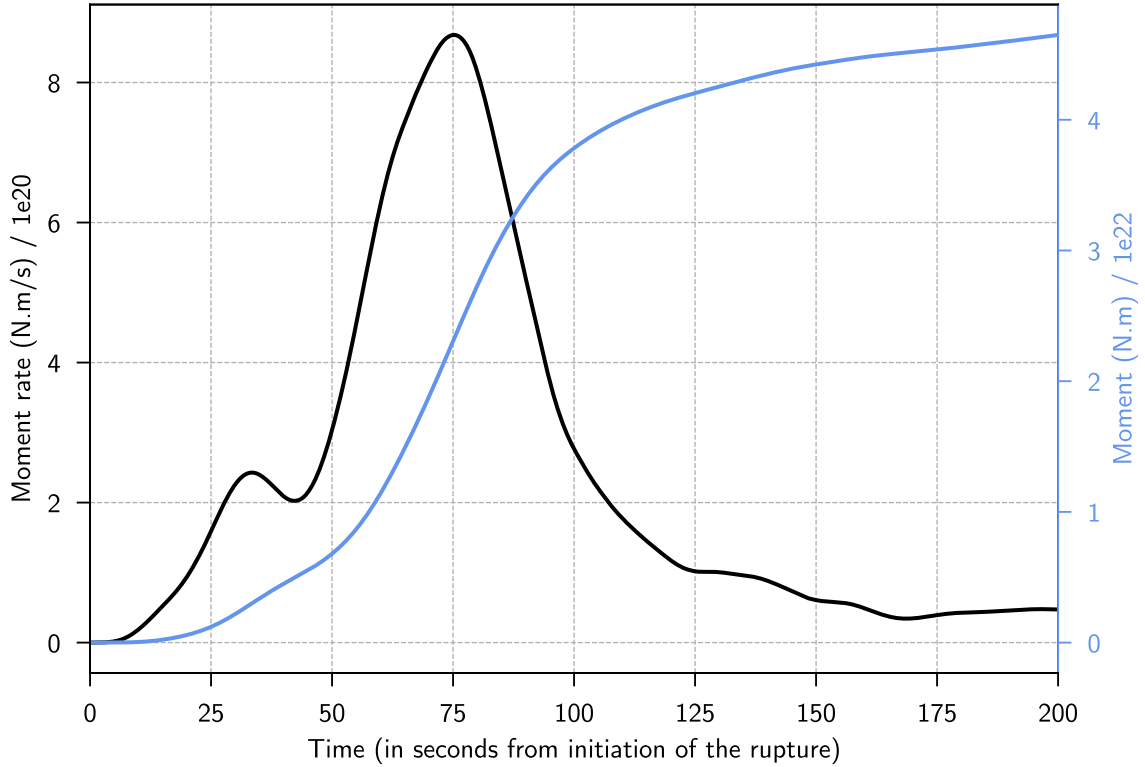


Figure 2.1 – Tokoku-oki earthquake source time functions. Seismic moment (blue line) and moment rate (black line) time-functions of the Tohoku-oki earthquake (Wei et al. 2012).

A superconducting gravimeter is located in the underground Kamioka observatory and is operated by the National Astronomical observatory of Japan (Mizusawa VERA observatory) in the framework of the Global Geodynamics Project. It was the only superconducting gravimeter available at that time in Japan that records at sufficiently high sampling rate for our purposes (1 Hz). The distance and azimuth between the Tohoku-oki earthquake epicenter and the Kamioka station are approximately 510 km and 250° , respectively (see figure 2.2). The P-wave arrival time at the Kamioka station identified on the gravimetric record is $t_P \simeq 05:47:35$ UTC. The data, recovered from the GGP1 channel, contains an analog anti-aliasing filter (8th order Bessel filter, with corner frequency of 61 mHz).

We also consider the five F-net stations closest to Kamioka observatory to validate the Kamioka station gravity observations. Their locations are shown in figure 2.2. They are either STS-1 or STS-2 broadband velocimeters, and the acceleration waveforms are obtained through single derivation. The distance from the Tohoku-oki epicenter and the travel times of P-waves exceed respectively 500 kilometers and 65 seconds, for all stations.

2.1.2 Statistical analysis of the Kamioka gravimeter data

The goal of our analysis is to assess the existence of a transient gravity signal within the 65 seconds-long interval between the rupture onset time t_{EQ} and P-wave arrival time t_P .

We first focus our analysis on the superconducting gravimeter recording. To achieve an objective signal detection assessment in such a low signal-to-noise environment, avoiding

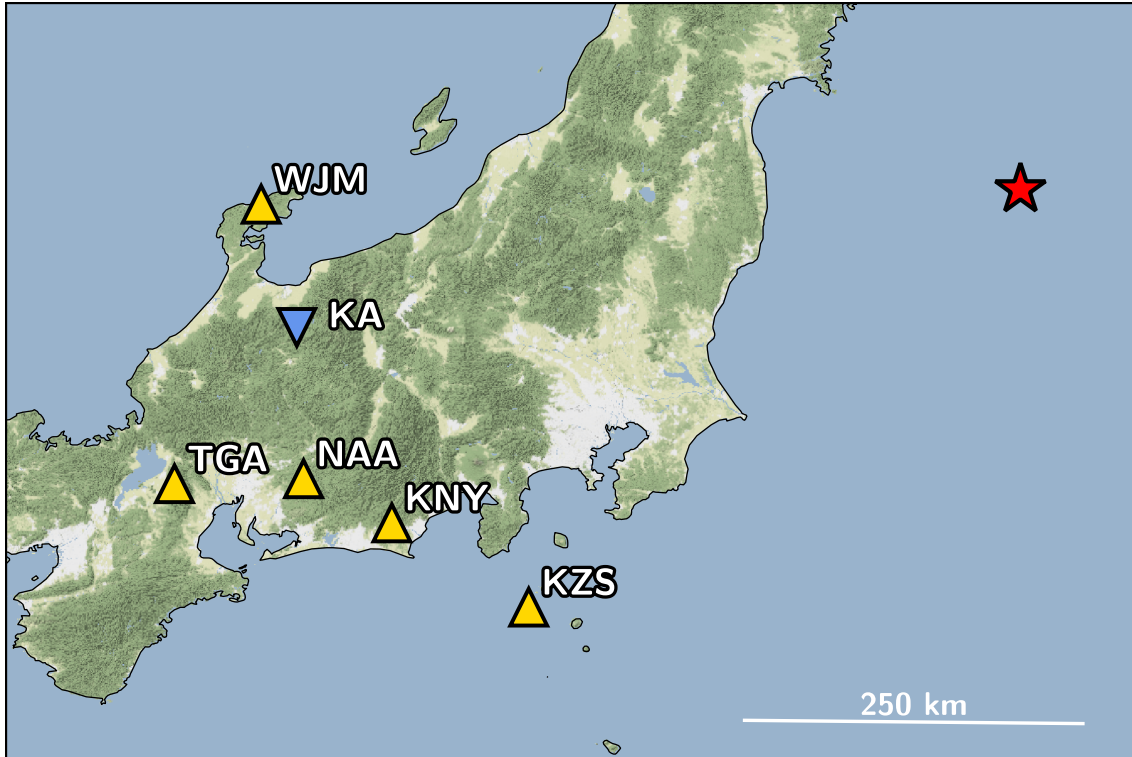


Figure 2.2 – Map of the superconducting gravimeter and selected seismometers. Locations of the epicenter (red star), the Kamioka observatory (reversed blue triangle) and five nearest F-net seismic stations (yellow triangles).

any human bias, we have developed a completely independent statistical detection procedure. Its parameters are tuned using only background data that excludes data recorded in the period around the Tohoku-oki earthquake : 60 days, from 2011 March 1st 05:46:00 UTC to March 11th 05:46:00 UTC, and from March 12th to April 30th. Only once the optimal analysis parameters are determined, we “open the box” and apply the detection procedure to the data around the Tohoku-oki rupture onset time (hereafter denoted as the event interval). We then compute its statistical significance, without any posterior re-tuning of the analysis parameters. This kind of analysis is called blind since, during the tuning stage, the results (strength and statistical significance of the signal at the time of the earthquake) are not known.

Our analysis of the gravimetric data does not rely on a specific model of the transient signal, only on the theoretical expectation that it grows monotonically (Harms et al. 2015, Harms 2016). The slow trend in the gravimeter data $\mathbf{x}(t)$, which includes tidal perturbations, is fitted by polynomial functions $\mathbf{f}_{a,\tau}(t)$ of degree d over time segments $[t_{\text{beg}}, t_{\text{end}}]$ of duration T (see figure 2.3). For the event interval, we set $t_{\text{end}} = t_{\text{EQ}}$. Once the fitting coefficients are computed, we extrapolate the fitted function beyond t_{end} . We then compute a reduced gravity signal \mathcal{A} by averaging the residuals between data and extrapolating function over a time window $[t_1, t_2]$, by a discretized version of

$$\mathcal{A} = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{f}_{a,\tau}(t)] dt. \quad (2.1)$$

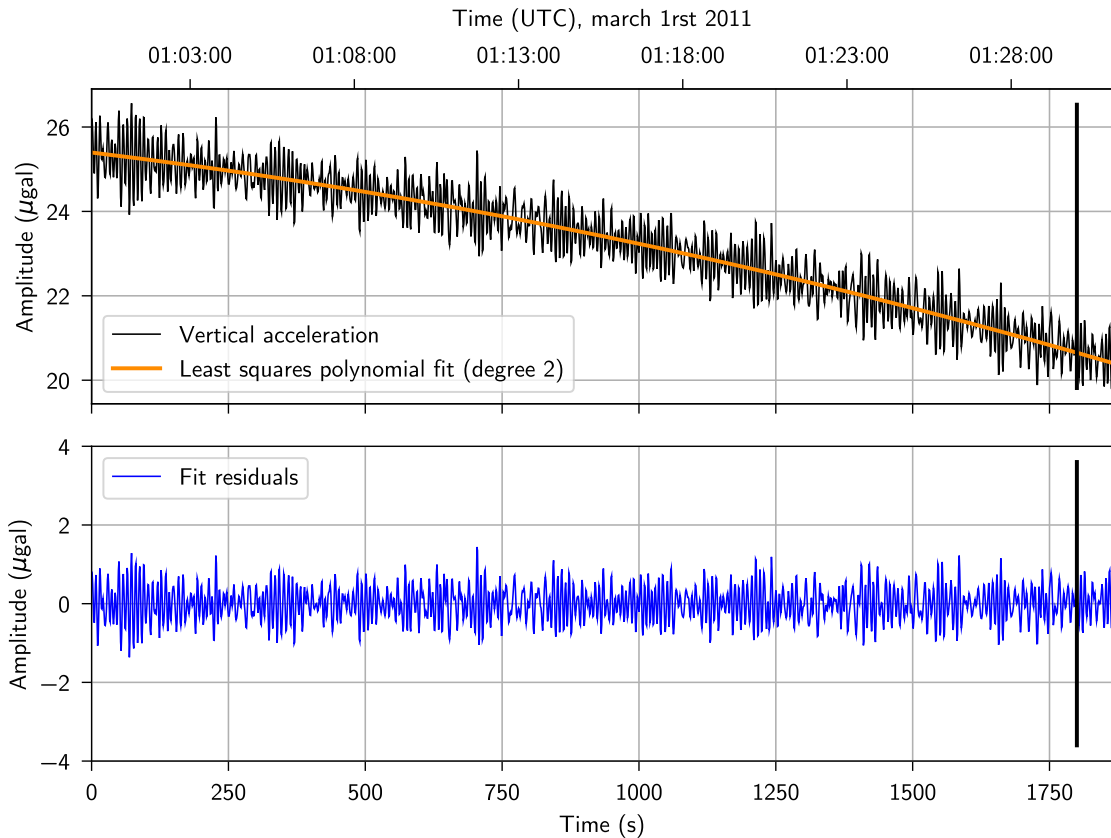


Figure 2.3 – Detrending and extrapolation for a typical time interval. The signal is largely dominated by the microseismic noise, which is reduced by applying a 30 seconds-sliding average window. **(Top)** Least squares polynomial fit (orange) applied on a background time interval signal (black). The degree of the fitting polynomial is 2, and its coefficients are those that minimize the sum of squared errors in the 1800 seconds-long interval (up to the vertical line). Once the coefficients are determined, we extrapolate the fitting polynomial after the vertical line, for 65 seconds. **(Bottom)** Fit residuals, i.e. the difference between the fitting polynomial and the vertical acceleration. If its standard deviation differs significantly from the standard deviation of the event interval σ_{EQ} , the corresponding time interval is rejected, and the reduced gravity signal \mathcal{A} is not computed.

We stress that \mathcal{A} is not the value of the gravity signal at a specific time, but an overall measure of the signal strength, whose statistical significance will be assessed. We define \mathcal{A} by a simple average because the transient gravity signal is expected to grow monotonically, as the second time integral of the seismic moment function (Harms et al. 2015, Harms 2016). The microseismic noise present in the residuals with periods between 5 and 10 s is partially filtered out by the average in equation (2.1) by setting $t_2 - t_1 = 30$ s. Since the transient gravity signal is expected to increase rapidly with time (Harms et al. 2015), the strongest signals should be contained in the last part of the time window $[t_{\text{EQ}}, t_{\text{P}}]$. For this reason, we set $t_2 = t_{\text{end}} + 65$ s. For the event interval, since $t_2 = t_{\text{P}} - 9$ s, the analysis is not corrupted by P-waves.

The analysis has two free parameters, both related to fitting, namely the duration of the trend-fitting segment T , and the polynomial order d . We tune their value by a blind procedure applied to data from the background. To maximize the number of background reduced signals, we overlap the segments and repeat the fitting procedure every 10 seconds on the background data. In order to assess the statistical significance of the prompt gravity signal during the event interval, we need to discard background data contaminated by other earthquakes. We retain only the segments with noise characteristics similar to the event interval. More precisely, defining σ_{EQ} as the standard deviation of a 30 minutes-long time window preceding the Tohoku event, we keep segments if the standard deviation of their trend-fitting section σ fulfills $0.75 \sigma_{\text{EQ}} < \sigma < 1.25 \sigma_{\text{EQ}}$ and if the standard deviation of their extrapolation section σ_{extr} obeys $\sigma_{\text{extr}} < 10 \sigma_{\text{EQ}}$. These choices, still performed in a blind way (using only the background data and not the Tohoku signal), realize a reasonable trade-off between the available amount of background data and its statistical consistency with the Tohoku-oki data.

We computed the reduced gravity signal \mathcal{A} of all selected background time intervals for a range of values of parameters d and T (see figure 2.4). The parameter values providing the best fit, i.e. the smallest variance of \mathcal{A} , are $d = 2$ and $T = 690$ s. The reduced gravity signal time-series for the Tohoku-oki data with this optimal parameter setting are shown in figure 2.5. The resulting gravity signal strength is $\mathcal{A}_{\text{EQ}} = -0.10 \mu\text{gal}$. It is compared to the background distribution in figure 2.6(a). The cumulative probability, i.e. the probability for a signal strength to exceed \mathcal{A} , is displayed in figure 2.6(c). We note that the tails of the background distribution are not Gaussian. The fraction of background intervals with a larger $|\mathcal{A}|$ gives the statistical significance p of the result. The reduced gravity signal equals or exceeds \mathcal{A}_{EQ} for 2061 out of 127,885 background intervals, hence the probability that the signal strength in the Tohoku interval arises from background fluctuations is $p = 2061/127885 = 1.6\%$ (dashed vertical line in figure 2.6(c)). In other words, we can reject the null hypothesis that the observed Kamioka signal is due simply to background fluctuations with 98.4% confidence.

2.1.3 Statistical analysis including broadband seismic data

To gather further evidence of a transient gravity signal, we extend the analysis to five broadband F-net stations with similar epicentral distances and excitation amplitude (far from radiation nodes). The seismic waveforms are filtered with the same anti-alias filter

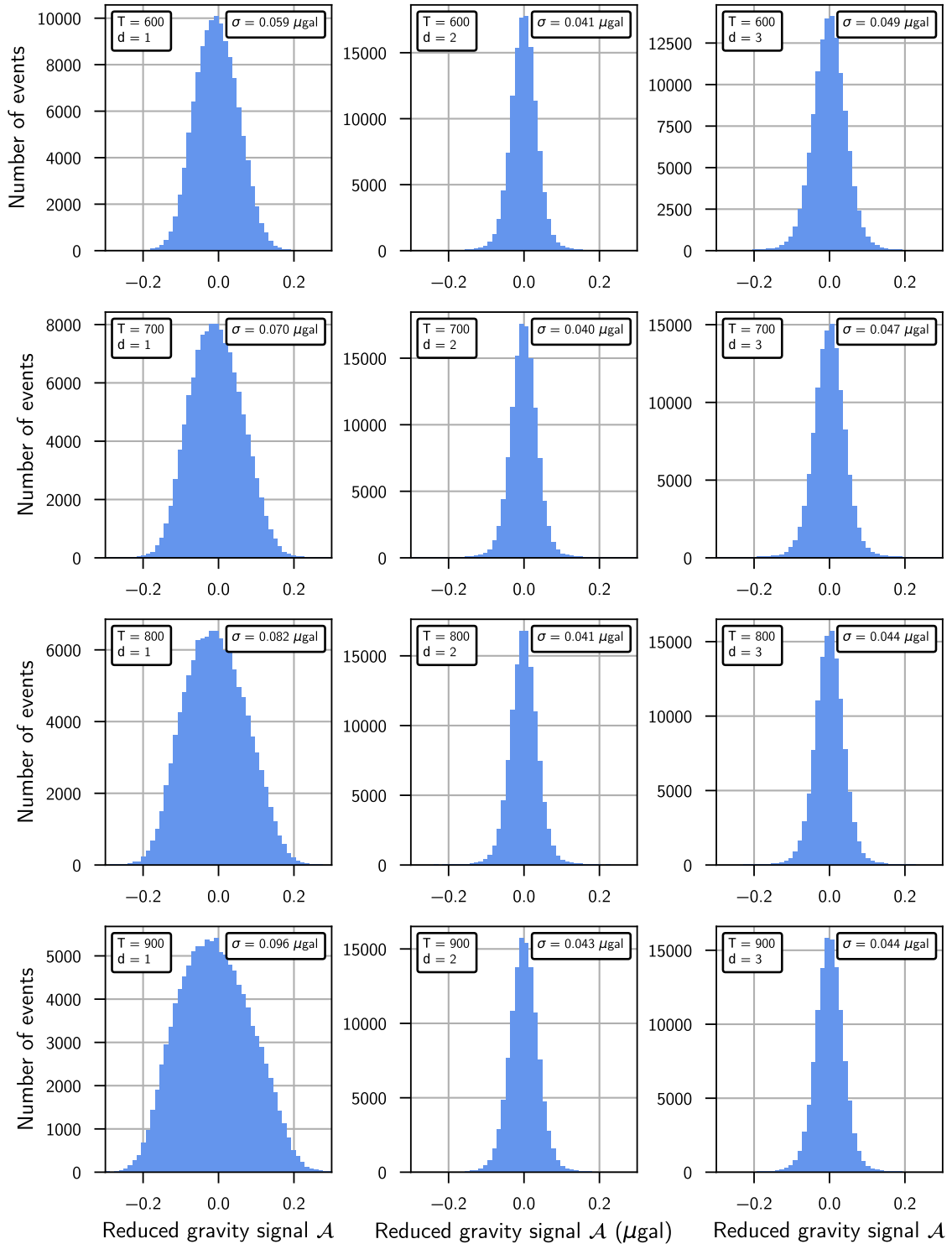


Figure 2.4 – Distributions of the reduced gravity signals \mathcal{A} for a range of parameters T and d . For a given duration T , if d is too small, the fit cannot represent the complexity of the data, whereas if d is too large, its extrapolation diverges quickly. In both cases, the resulting \mathcal{A} distributions are broadened. The parameters providing the best fit correspond to the \mathcal{A} distribution with the smallest variance : for this rough parameter space exploration, the optimal setting is obtained for $d=2$ and $T=700$ seconds (not far from the optimal parameter setting, $d=2$ and $T=690$ s, obtained with a more thorough, refined exploration).

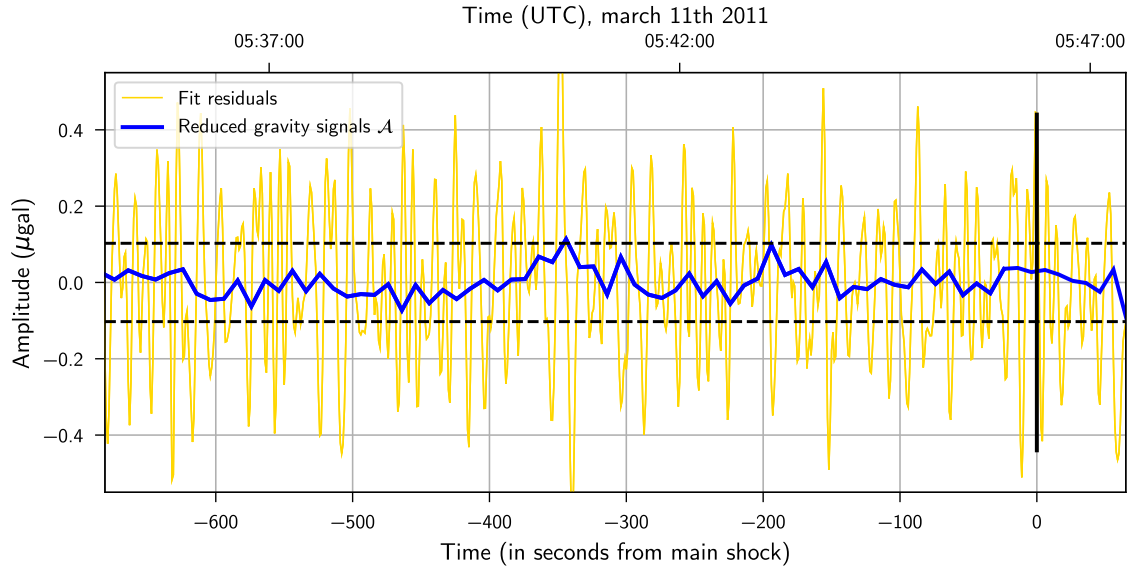


Figure 2.5 – Time series of residuals and reduced gravity signal. (yellow line) Residuals obtained from least squares polynomial fit ($d=2$, $T=690$ seconds). **(blue line)** Reduced gravity signal \mathcal{A} around the occurrence of the Tohoku-oki earthquake (vertical solid line). The horizontal dashed lines indicate $\pm|\mathcal{A}_{EQ}|$. The \mathcal{A} value exceeding the upper dashed line near (-350) seconds is considered an outlier.

as the Kamioka gravimetric data. In addition, both gravimetric and seismic data are filtered with a causal high-pass 4th order Bessel filter with corner frequency 1 mHz. Even though the F-net stations are noisier than the Kamioka gravimeter at long periods, one way to reduce the propagating noise on the network and to enhance the detection of a transient gravity signal, recorded in theory at the same time by all stations, is to stack the recordings. To achieve an optimal stack despite variable signal-to-noise levels at each station, the stack is weighted by the expected (theoretical) signal amplitude (Harms et al. 2015) and the variance of noise at each station, as follows :

$$\text{stack} = \sum_{\text{station}} \frac{\text{time series} \times \text{expected max signal amplitude}}{\text{noise amplitude}^2}. \quad (2.2)$$

The blind statistical detection procedure is then repeated on the stacked data. The parameter values providing the smallest variance of \mathcal{A} in the background data are in this case $d = 1$ and $T = 1900$ s. We compare the background distribution of \mathcal{A} to the value of \mathcal{A} in the Tohoku interval in figure 2.6(b). The fraction of background intervals with a larger $|\mathcal{A}|$ than the Tohoku interval gives the statistical significance $p = 548/66804 = 0.82\%$ (dashed line in the cumulative probability display in figure 2.6(d)). Thus, we can reject the null hypothesis with more than 99% confidence.

2.1.4 Conclusion

We have reported the search of a prompt gravity signal produced by an earthquake, a gravitational precursor to ground shaking. The search is based on a blind statistical detection algorithm and yields a statistical significance $p \sim 99\%$ when combining the Kamioka gravimeter and five F-net stations. Our analysis illustrates that detection of

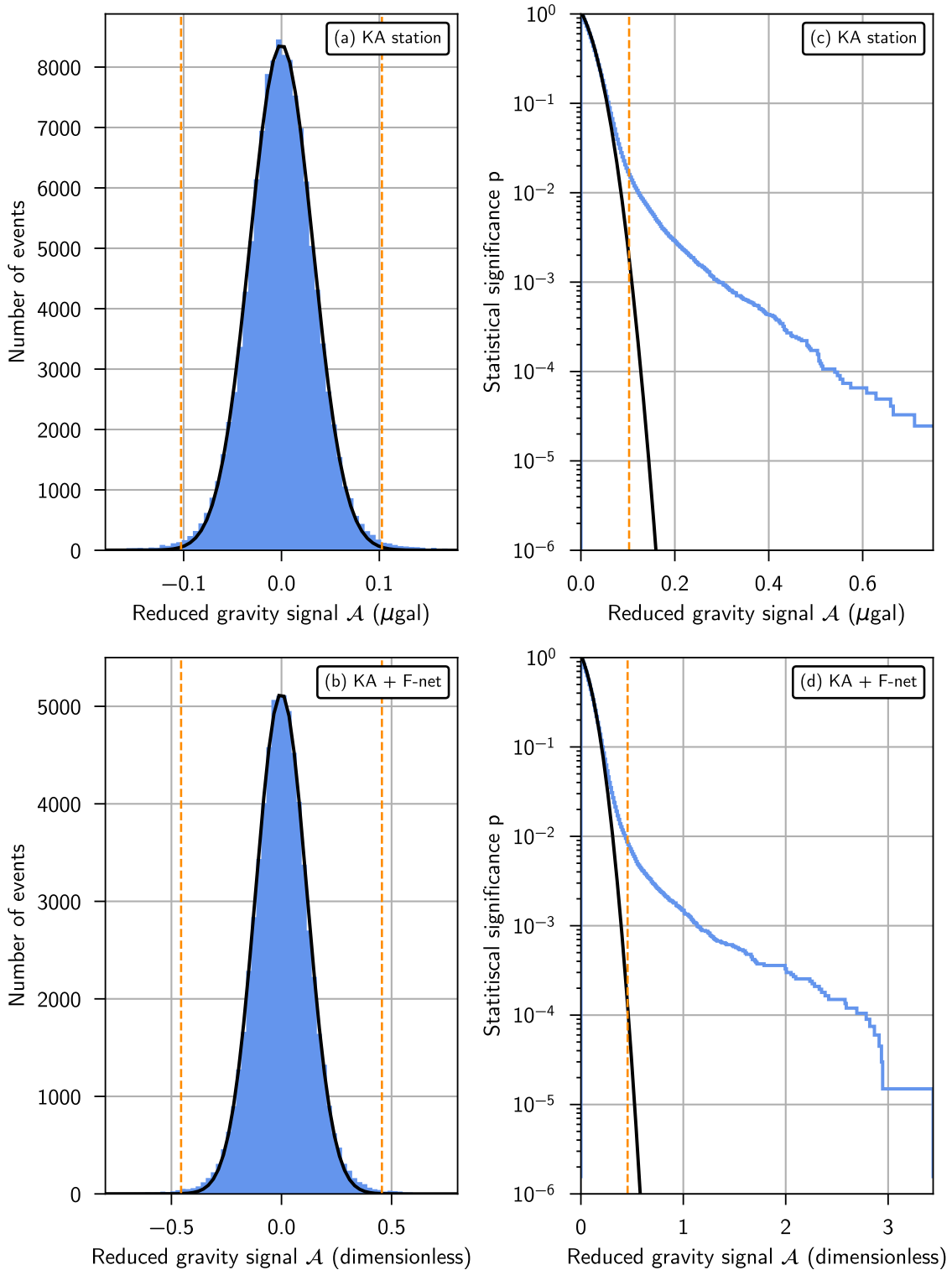


Figure 2.6 – Statistical analysis of gravity and seismic data. Distribution of the background reduced gravity signals \mathcal{A} for **(a)** the superconducting gravimeter record only ($d=2$, $T=690$ seconds) and **(b)** the weighted stack of gravimeter and broadband seismometers records ($d=1$, $T=1900$ seconds). The dashed orange vertical lines represent the reduced gravity signal for the event $\pm|\mathcal{A}_{\text{EQ}}|$. Note that the weighted stack is dimensionless. Empirical cumulative probability function (probability for a signal to exceed \mathcal{A}) (blue curve) for **(c)** the gravimeter record only and for **(d)** the weighted stack record. The probability to obtain a signal larger than \mathcal{A}_{EQ} (dashed vertical line) is 1.6% for (c) and 0.8% for (d). In all plots, the black curve corresponds to the best fitting Gaussian distribution.

transient gravity signals is hindered by background seismic noise. Therefore, in order to improve the capability to measure a prompt gravity signal, a new class of instruments is necessary.

Data availability

The data from the superconducting gravimeter of Kamioka observatory are publicly accessible upon request to Yoshiaki Tamura or from the Global Geodynamics Project web site : <http://www.eas.slu.edu/GGP/tohoku2011.html>.

The F-net data are accessible on the web site : <http://www.fnet.bosai.go.jp/waveform>.

All codes written for this study and a copy of the data are available on GitHub at the following URL : <https://github.com/kjuhel/prompt-gravity>.

2.2 Observations and modelling of early elasto-gravity signals

The previous section relies on the analytical formulations developed in a homogeneous full-space by [Harms et al. \(2015\)](#), and on data recorded ~ 500 km away from the rupture. Progress have now been made on the description and the precise simulation of elasto-gravitational terms, and the advantages of regional distances have been raised in chapter 1. In this section, we reproduce the analysis presented in [Vallée et al. \(2017\)](#), and retrieve all the regional broadband seismic data available at the IRIS data center at distances up to 3000 km from the earthquake.

2.2.1 Data processing and normal-mode modelling of the perturbations

The vertical waveforms are truncated at (handpicked) P-wave arrival time, and deconvolved from the instrument acceleration response. We then apply a lowpass filter at 0.03 Hz (6 poles) in order to get rid of the Earth natural noise in the microseismic frequency band. Due to instrumental limitations of the broadband seismometers at low frequencies, we also apply a highpass filter (2 poles) at 0.002 Hz, for stabilization purposes.

Applying [Vallée et al. \(2017\)](#) signal-to-noise criterion, we only select waveforms that remain in the ± 0.8 nm/s² range in the 30 minutes-long window preceding the earthquake. Nine regional stations are selected (figure 2.7) : most of them are known as high-quality stations (see the montly updates of the Waveform Quality Center). In order to improve azimuthal and distance coverage without adding redundancy, we add two stations from the japanese F-net network to the data set (broadband stations FUK and SHR). The epicentral distances then range from 400 to 3000 km.

[Vallée et al. \(2017\)](#) computed the elasto-gravitational perturbations induced by the M9.1 Tohoku-oki earthquake in a non-self gravitating, spherically layered Earth model using the AXITRA code ([Cotton and Coutant 1997](#)), based on a discrete wavenumber summation ([Bouchon 1981](#)). In this section, we model the elasto-gravitational perturbations in a

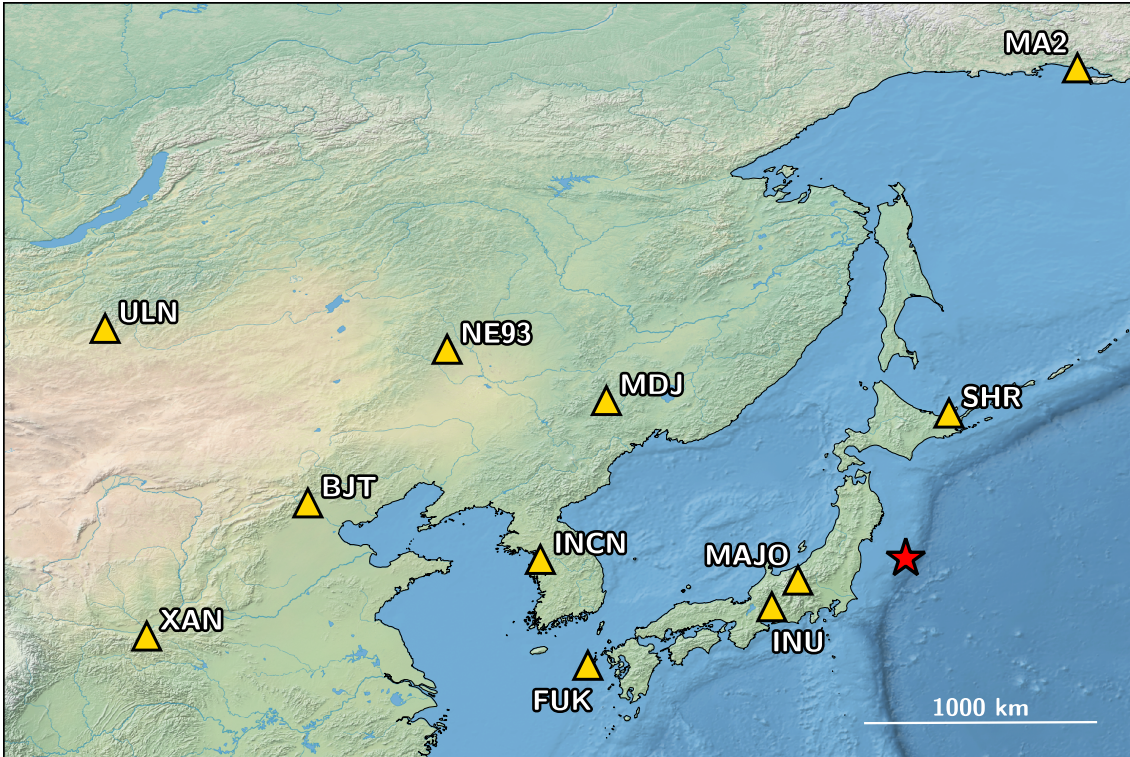


Figure 2.7 – Map of the selected broadband stations.

self-gravitating PREM model (no ocean), with normal mode summation. The summation parameters are those presented in subsection 1.4.1.

The selected waveforms and corresponding simulations are displayed in figures 2.8 and 2.9. Between the initiation of the rupture and P-wave arrival time, most stations display a consistent downward acceleration trend. Data and synthetics are systematically in very good agreement. We notice the following features :

- the observability of the perturbations reaches a maximum for stations located 1000 to 2000 km West from the earthquake, where the observed perturbations reach 1.6 nm/s^2 (MDJ, FUK, INCN, NE93, BJT). Such distances are favorable since the P-wave arrives 130-190 seconds after the initiation of the rupture, when the Tohoku earthquake already released most of its seismic moment.
- closer to the earthquake, the time window before P-wave arrival is short relative to the earthquake duration. The cancelling effects between $\nabla\phi_1$ and \ddot{s}^P reduce even more the window where the signal can be observed.
- at further distances (e.g. ULN and XAN) the weaker amplitude is due to the decay of $\nabla\phi_1$ with increasing epicentral distance (Harms et al. 2015).
- independently of the distance, we observe and model a strong azimuthal effect due to the earthquake focal mechanism. The M9.1 Tohoku-oki earthquake is a thrust event occurring on a North-South striking, shallow-dipping subduction interface. $\nabla\phi_1$ is thus very small for the stations to the North (MA2 and SHR).

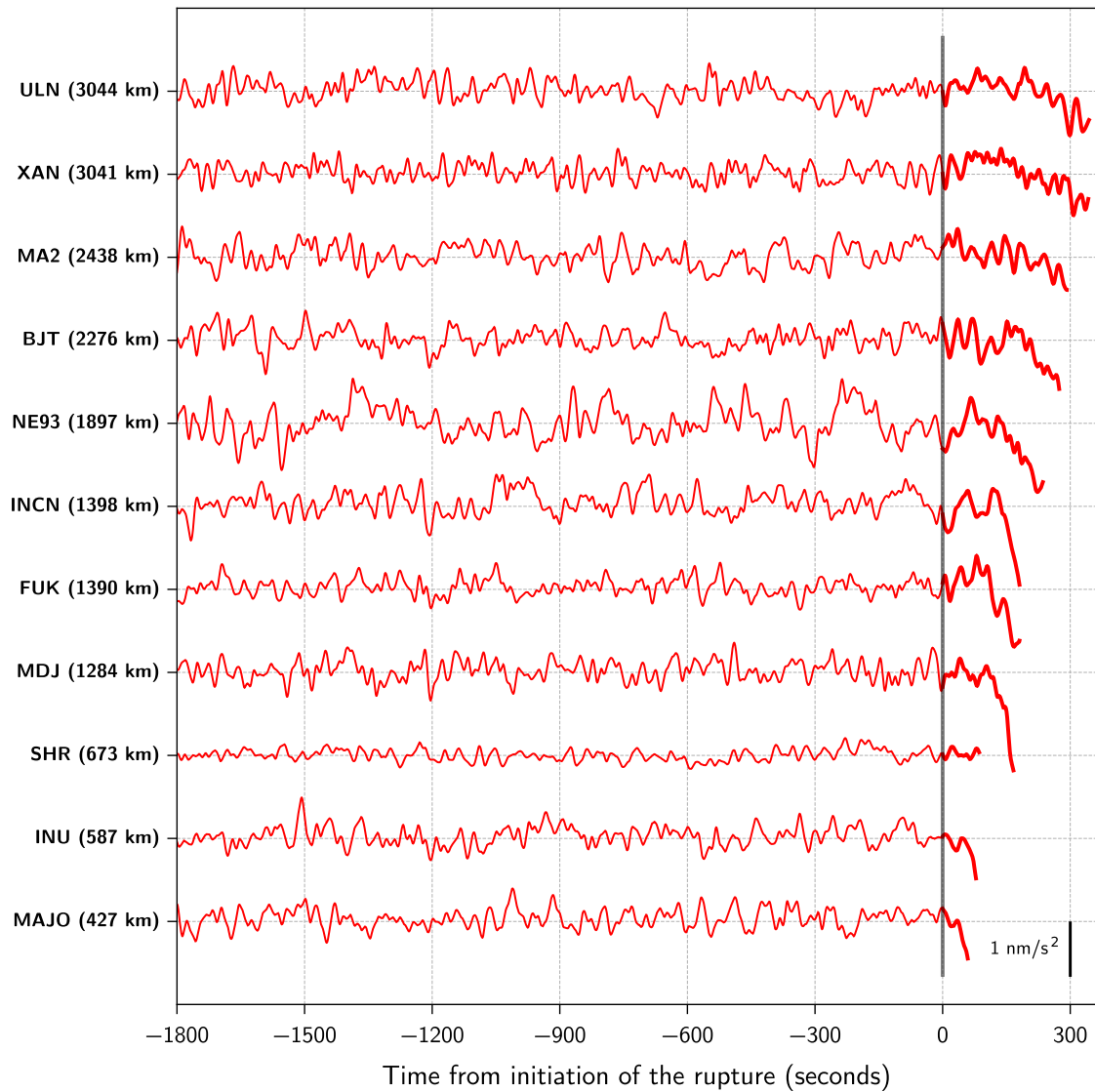


Figure 2.8 – Observed elasto-gravitational perturbations induced by the Tohoku earthquake. Acceleration waveforms are filtered in the 0.002-0.03 Hz frequency band. Epicentral distance for each station is annotated on the left panel. **(regular lines)** 30 minutes-long pre-signal windows used to evaluate data quality. **(thick lines)** Recordings between the initiation of the rupture and P-wave arrival time.

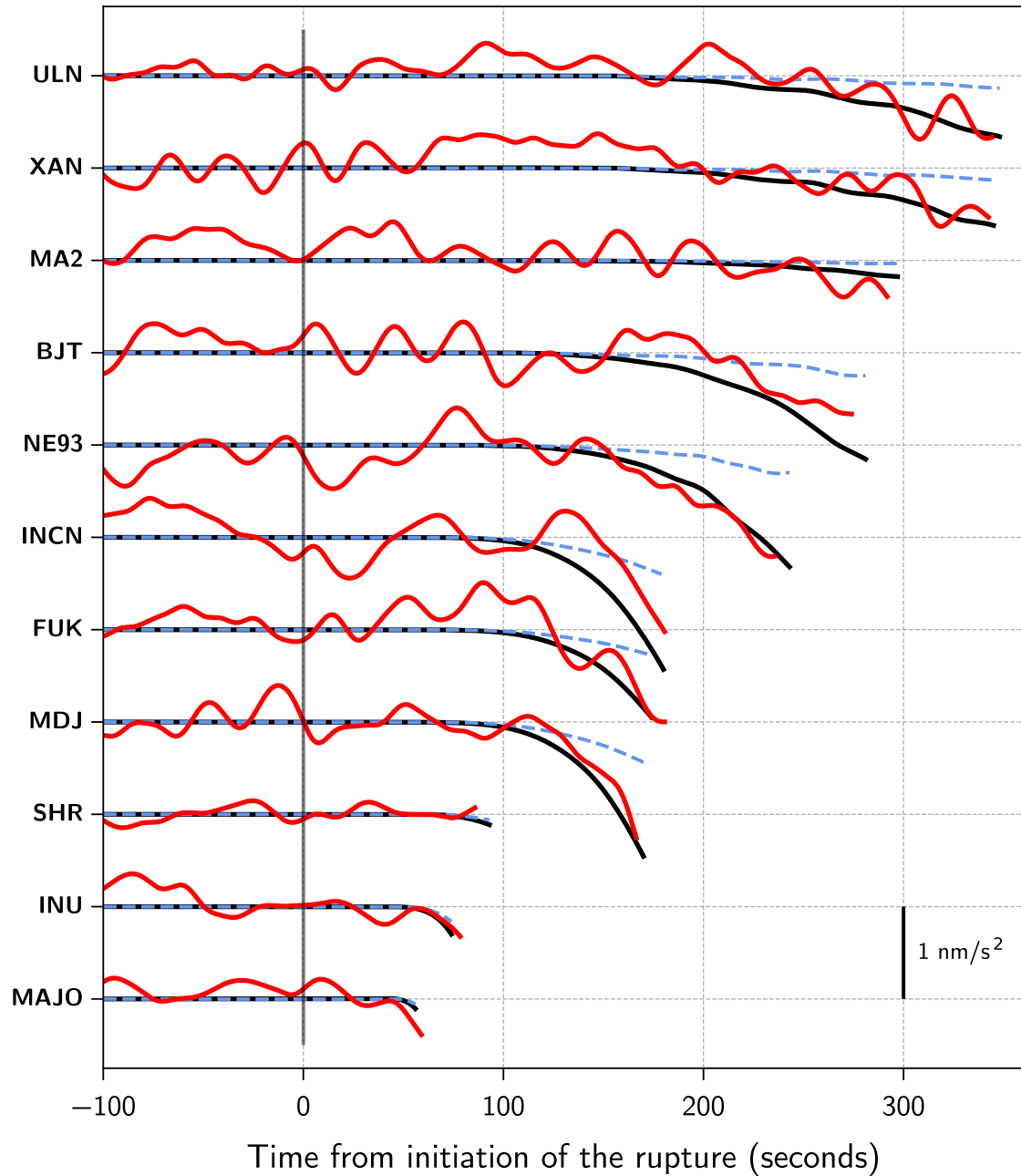


Figure 2.9 – Observed perturbations, and corresponding normal-mode simulations. Acceleration waveforms (red lines) and mode simulations (black lines) are filtered in the 0.002-0.03 Hz frequency band. We also apply two 10-second moving averages. Mode simulations for a M8.5 earthquake scenario (dashed blue lines) display large amplitude differences, directly illustrating the magnitude determination potential existing in these prompt elastogravity signals.

2.2.2 Early estimation of the earthquake magnitude

These observations of elasto-gravitational perturbations and their accurate modelling can provide an early estimate of the earthquake magnitude. Downscaling the magnitude to $M_w = 8.5$ in test simulations, Vallée et al. (2017) showed that such detection of pre-P acceleration amplitudes greater than 1 nm/s^2 1000 to 1500 km away from the rupture is a direct evidence of an earthquake with $M_w > 8.7$. The corresponding mode simulations are displayed in figure 2.9.

This magnitude estimate can be refined once the epicenter location and origin time are approximated (in the tens of seconds following origin time). Knowing the P-wave propagation time at each station, it is straightforward to extract the time window between the rupture onset and P-wave arrival time (hereafter denoted as pre-P time window). While the post-P time window record a complex elastic wave field that can saturate instruments for large earthquakes, the pre-P time window provides both an earlier and simpler way to evaluate how large the earthquake was.

The Tohoku-oki earthquake has a short duration compared to its magnitude (Vallée 2013, Ye et al. 2016). It is thus unlikely that a smaller magnitude earthquake generates a larger perturbation at a given distance. Observing values of $\simeq 1.5 \text{ nm/s}^2$ just before P-wave arrival time about 1300 km from the earthquake is therefore an evidence of the occurrence of a $M_w > 9$ earthquake. If such an approach were followed during the Tohoku earthquake, using stations where P-arrival times are less than 180 seconds, a lower bound of its huge magnitude would have been reliably detected 3 minutes after origin time. Using updates from further stations (e.g. ULN or XAN) narrows down the magnitude estimation, and offers the potential to provide an exact magnitude determination once they detect that the earthquake has stopped growing.

The magnitude > 9 estimation three minutes after origin time can be compared with our current ability to quantify large earthquakes magnitude. The initial magnitude provided by the Japan Meteorological Agency (JMA) during the Tohoku event was 7.9, and corrected to 8.8 three hours later (Okada 2011). These real-time magnitudes were estimated based on instrumental peak amplitudes (see next chapter), which are poorly correlated with magnitude for large earthquakes. The determination of the moment magnitude in the minutes following an earthquake can be performed with local data (Pasyanos et al. 1996, Delouis 2014), but is complicated by finite-source effects for large ruptures. Currently, moment magnitudes are more efficiently determined at distances far from the source (Ekström et al. 2012, Kanamori and Rivera 2008, Vallée et al. 2011). Such methods are nonetheless fundamentally limited by the seismic waves propagation time : even the fastest available methods (Kanamori and Rivera 2008) are unlikely to provide a reliable magnitude estimate within the first 20 minutes following the earthquake.

Perturbation amplitudes are everywhere lower than 0.5 nm/s^2 in the $M_w = 8.5$ scenario. Individual detections are in this case difficult, even with excellent broadband seismometers located in quiet sites. The authors therefore emphasize the strong benefit of installing and maintaining high-quality sensors at regional distances from potential large earthquakes, such that stacking or coherence techniques can be applied to detect early gravity signals from earthquakes in the 8–9 magnitude range. At lower magnitudes, the potential detection

of such signals would depend on our future ability to separate the gravity signal from the background seismic noise.

Data availability

The IRIS (Incorporated Research Institutions for Seismology) data are accessible on the web site : <http://ds.iris.edu/ds/nodes/dmc/>.

The F-net data are accessible on the web site : <http://www.fnet.bosai.go.jp>.

The Waveform Quality Center is accessible on the web site : www.ldeo.columbia.edu.

The AXITRA code is publicly available on the web site : <https://www.isterre.fr>.

2.3 Contributions

Jean-Paul Montagner a réalisé une analyse préliminaire du jeu de données présenté dans la première section. J'ai réalisé le traitement des données gravimétriques et sismiques de background, ainsi que leur analyse statistique, en suivant les conseils de Matteo Barsuglia et Éric Chassande-Mottin (APC).

La sélection ainsi que le traitement des données sismiques régionales présentées dans la seconde section ont été réalisés par Martin Vallée (IPGP), et reproduits dans ce chapitre. J'ai réalisé les simulations des perturbations élasto-gravitationnelles reposant sur la méthode des modes propres.

Chapitre 3

Application aux systèmes de détection précoce de tremblements de terre

3.1	Systèmes de détection précoce classiques.....	64
3.1.1	Zones à risques et systèmes d'alerte rapide existants	64
3.1.2	Principes de fonctionnement	65
3.1.3	Bénéfices et limitations.....	66
3.2	Mesures futures de la déformation du champ de gravité à haute précision	68
3.2.1	Concepts instrumentaux.....	68
3.2.2	Sensibilité prévisionnelle et modèle de bruit	69
3.3	Algorithme de détection	71
3.3.1	Maillage du réseau et de la zone de rupture.....	71
3.3.2	Banque de données de ruptures sismiques	71
3.3.3	Procédure de détection et d'estimation des paramètres de sources	74
3.4	Discussion et conclusions	76
3.5	Contributions	77

Ce chapitre introduit une application potentielle de la mesure et la simulation de perturbations gravitationnelles : la détection précoce de tremblements de terre. Le principe de fonctionnement des systèmes d’alerte rapide existants est décrit en section 3.1. De nouveaux concepts instrumentaux portés par la communauté de physiciens à la recherche d’ondes gravitationnelles, et enregistrant la déformation du champ de gravité à haute précision sont présentés en section 3.2. De tels instruments rendent envisageable un système d’alerte reposant sur la gravité, dont nous décrivons une implémentation préliminaire et les performances potentielles en section 3.3.

3.1 Systèmes de détection précoce classiques

3.1.1 Zones à risques et systèmes d’alerte rapide existants

Les zones à forte concentration de séismes de magnitude importante ($M_w > 6$) correspondent aux limites de plaques tectoniques. Lorsqu’elles sont associées à une forte densité de population, ces zones justifient l’implémentation d’un système de détection précoce (figure 3.1).

Le Mexique depuis 1991 (SAS, Aranda et al. 1995) et le Japon depuis 2007 (Kamigaichi et al. 2009) bénéficient ainsi de systèmes de détection alertant leur population en cas de crises sismiques. D’autres pays disposent de systèmes partiels à l’adresse d’usagers spécifiques (entreprises, autorités publiques, chercheurs) : les États-Unis (ShakeAlert, Böse et al. 2014), la Turquie (Istanbul, Alcik et al. 2009), la Roumanie (Bucarest, Böse et al. 2007), Taiwan (Hsiao et al. 2009), l’Italie (Naples, Zollo et al. 2009) ou encore la Chine (opérationnel en 2020).

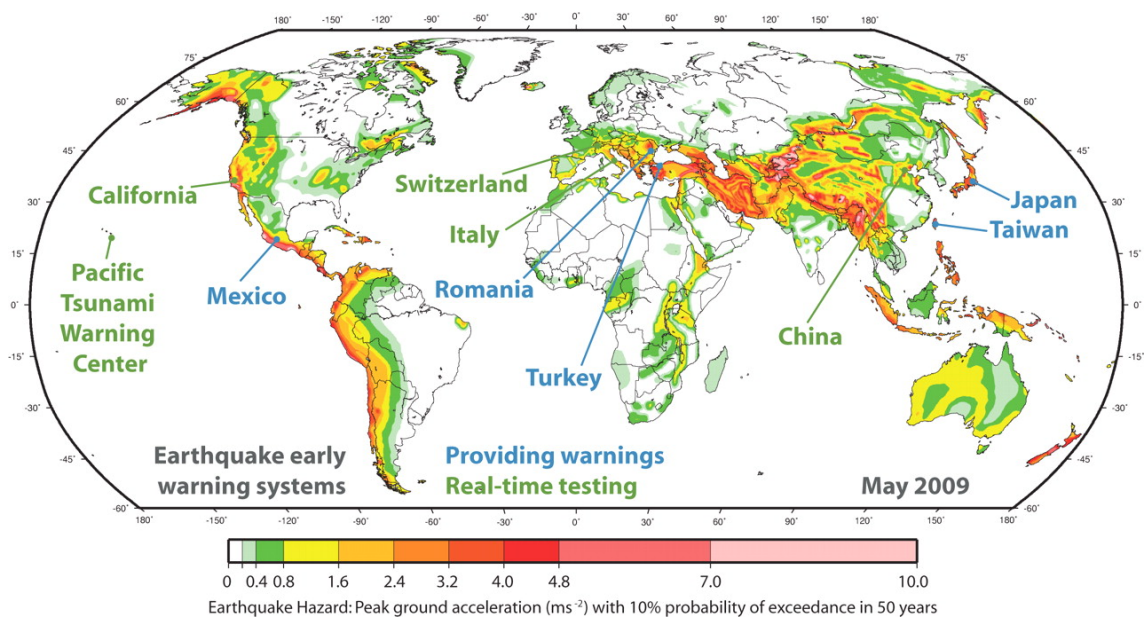


Figure 3.1 – Carte des aléas sismiques et systèmes d’alerte existants. Sont indiqués en bleu les systèmes de détection en activité (publics ou à l’adresse d’usagers spécifiques), et en vert les systèmes en cours d’implémentation (en 2009). D’après Allen et al. (2009).

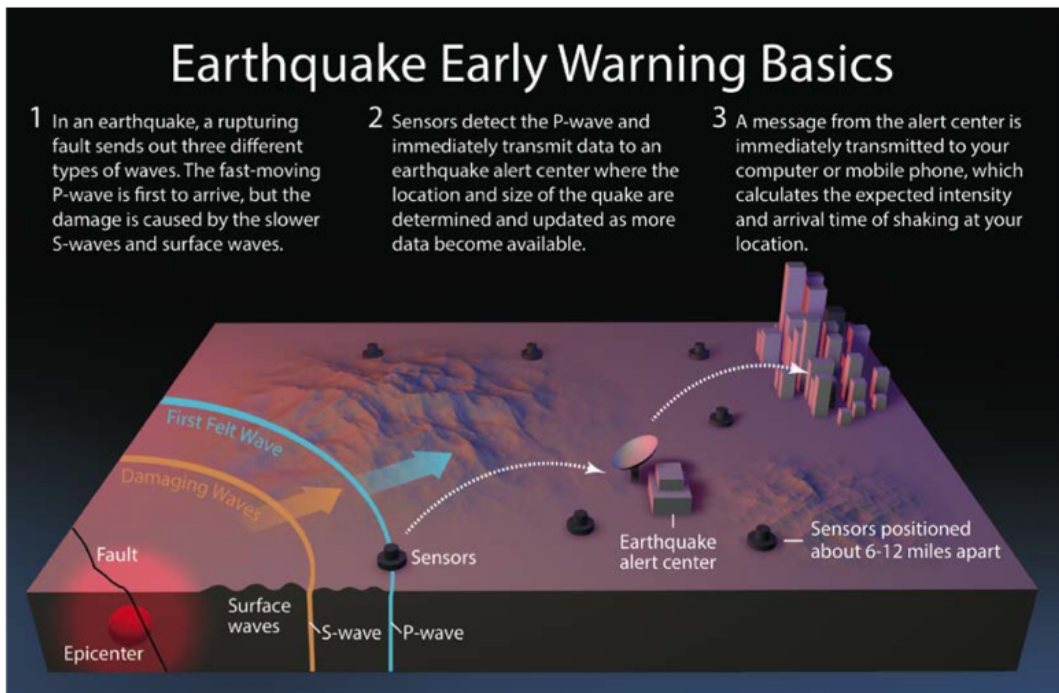


Figure 3.2 – Principe de fonctionnement d'un système de détection précoce de tremblements de terre. Les ondes de compression P (rapides et peu destructrices, en bleu) et de cisaillement S (plus lentes et dangereuses, en orange) se propagent dans le milieu. Les ondes P déclenchent les capteurs situés proches de la zone de rupture, une alerte (temps d'arrivée et magnitude attendue) est alors envoyée rapidement avant l'arrivée du front d'ondes S. Source : <https://earthquake.usgs.gov>.

3.1.2 Principes de fonctionnement

Un système de détection précoce de tremblements de terre est un système automatisé associant sismomètres et infrastructures de communication. Son but est de détecter l'occurrence d'un tremblement de terre avant l'arrivée des ondes sismiques destructrices générées par la rupture, et ainsi d'en limiter les dégâts humains et matériels (Heaton 1985, Allen et al. 2009). Son principe de fonctionnement est résumé en figure 3.2.

Les systèmes d'alerte actuels reposent sur la détection d'ondes de compression P (pour primaires), qui sont les ondes sismiques les plus rapides et peu destructrices. Les ondes de cisaillement S (pour secondaires) et les ondes de surface sont quant à elles plus lentes, mais leurs polarisations les rendent nettement plus dangereuses. On appellera zone aveugle à la détection la zone touchée par les ondes de cisaillement S avant l'émission de l'alerte. Plus l'alerte sera rapide, et plus cette zone aveugle sera réduite. Dans les environs des agglomérations de San Francisco et Los Angeles, cette zone s'étend sur moins de 30 km (pour un séisme dont l'épicentre se situe à 8 km de profondeur, avec une détection à 4 stations et 4 secondes de traitement/transmission de l'alerte). Cependant, la zone aveugle augmente brutalement (> 50 km) dans les zones où le CISN (California Integrated Seismic Network) est plus lâche (Kuyuk and Allen 2013).

Les systèmes de détection dits *onsite* exploitent les premières secondes du train d'ondes P enregistré à une seule station, avant d'émettre une alerte locale. Des lois d'échelle permettent en effet de relier la période effective τ_c et le pic de déplacement P_d du train d'ondes

P (connaissant la distance épacentrale) à la magnitude ou l’amplitude des secousses à venir (Kanamori 2005, Wu and Kanamori 2005a, b). L’estimation de la magnitude sature cependant en cas de rupture importante ($M_w > 7$). Des algorithmes associant les deux paramètres (méthode dite $\tau_c - P_d$, Böse et al. 2009) émettent une alerte locale en cas de fortes secousses attendues : les usagers disposent alors au maximum d’un temps d’alerte équivalent à la différence entre les temps d’arrivée de l’onde P et de l’onde S.

Les systèmes de détection reposant sur un réseau de sismomètres (dits régionaux) exploitent la détection de l’onde P aux quatre stations situées les plus proches de la zone de rupture, afin d’estimer les paramètres de la source : localisation de l’hypocentre, temps d’origine, et magnitude. Les estimations sont alors relayées à plus grande échelle par les infrastructures de communication. Ces systèmes s’appuient sur les attributs *onsite* τ_c et P_d , ainsi que sur la combinaison d’enregistrements provenant de multiples stations. Ils reposent sur des algorithmes tels que ElarmS (Allen 2007, Kuyuk et al. 2014), Virtual Seismologist (Cua et al. 2009) ou encore PRESTo (Satriano et al. 2011). Ces systèmes délivrent des alertes plus précises (avec un taux de fausses alertes amoindri), mais plus lentes (multiples détections, temps de transmission sur le réseau de communication). Ces approches inversent le plus souvent des sources ponctuelles, et ont donc tendance à sous-estimer la magnitude de ruptures importantes ($M_w > 6$).

Une troisième classe de systèmes est alors spécifiquement utilisée dans le cas de séisme important, et cherche à reproduire le glissement sur une faille de dimension finie. C’est notamment le cas des algorithmes FinDer (Finite Fault Rupture Detector, Böse et al. 2012, 2017) et BEFORES (Bayesian Evidence-based Fault Orientation and Real-time Earthquake Slip, Minson et al. 2014), qui intègrent respectivement des données sismiques et GPS.

Chacun des systèmes précédemment décrit possède ses forces et faiblesses, la rapidité ou la précision. En pratique, il est utile de combiner ces différentes approches, tels que dans les systèmes FinDer–BEFORES ou ShakeAlert (Böse et al. 2014).

3.1.3 Bénéfices et limitations

Bénéfices

Les systèmes de détection précoce sont capables d’émettre une alerte quelques secondes à quelques minutes avant l’arrivée de secousses importantes. Ainsi Sendai, l’agglomération japonaise la plus proche de l’épicentre du séisme de Tohoku, a reçu une alerte 15 secondes avant l’arrivée des ondes destructrices (Fujinawa and Noda 2013). Cela peut paraître peu, comparé aux heures voire même jours de préparation permis par les systèmes de détection de tsunamis et ouragans. Ces secondes peuvent néanmoins être mises à profit de multiples façons (Heaton 1985, Zschau et al. 2009) :

- diffusée par SMS, radios ou chaînes de télévision, une alerte permet à la population de se mettre à couvert (sous une table, le long d’un mur porteur) : de multiples traumatismes ou décès par chutes d’objets sont ainsi évités. Une alerte plus longue permet de sortir de bâtiments à la structure jugée trop fragile. Il est également conseillé de fermer les rideaux, afin de prévenir les blessures par projection d’éclats de verre.

- des entreprises de secteurs à risques peuvent voir leurs machines protégées, et leurs produits toxiques mis en sûreté. Cela a notamment été le cas du fabricant de matériel de télécommunication OKI (Japon) (Allen 2013). Des systèmes d'arrêt d'urgence (ASTS, automatic seismic trip system) de réacteurs nucléaires ont également été envisagés (IAEA 2011), non sans risques (Cauzzi et al. 2016).
- des systèmes de freinage automatiques peuvent stopper, ou du moins réduire la vitesse des trains circulant dans les zones à risques, limitant les risques de déraillements. Le BART (Bay Area Rapid Transport, San Francisco) et le train à grande vitesse Shinkansen (Japon, Nakamura 1984, Nakamura and Saita 2007) en sont notamment équipés.
- dans les hôpitaux, les opérations chirurgicales peuvent être interrompues en toute sécurité, et les patients nécessitant des soins particuliers pris en charge.
- les ascenseurs peuvent être équipés de capteurs qui ramènent automatiquement l'habitacle au rez-de-chaussée, en prévision de secousses.
- les équipes de secouristes évoluant dans des immeubles présentant des risques d'effondrement peuvent être alertés en cas de répliques.
- les systèmes de distribution de gaz peuvent être coupés, limitant ainsi le nombre de foyers d'incendie potentiels.

Performances

Au Mexique, 91% des utilisateurs estiment que le système SAS est d'utilité publique (Suárez et al. 2009). Ce système s'est par ailleurs révélé performant lors du tremblement de terre de M7.4 Ometepe (mars 2012), en produisant une alerte 25 secondes avant l'arrivée des ondes à Acapulco, et 80 secondes avant leur arrivée à Mexico (Cuéllar et al. 2014).

Au Japon, entre 82 et 91% des sondés (selon les études) ont un avis favorable sur le système de détection (Strauss and Allen 2016). Lors du séisme de Tohoku, 80% des sondés ont été en capacité de prendre des mesures de précaution après avoir été alertés par le système de détection (Fujinawa and Noda 2013). Le système a également démontré son efficacité en 2016 lors de la crise sismique de Kumamoto (M7, Kodera et al. 2016).

Rentabilité

Strauss and Allen (2016) ont estimé qu'une fois mis en place, le coût de maintien de ShakeAlert s'élèverait à 16.1 M€/an. Cette somme serait alors compensée par 3 vies sauvées (d'après les standards de l'agence fédérale des situations d'urgence FEMA), un déraillement (BART) évité ou deux usines (du type OKI) alertées.

Limitations

Les systèmes conventionnels ont néanmoins quelques limites. Une surestimation de la magnitude peut ainsi mener à une fausse alerte, conduisant à prendre des mesures de pré-

caution qui peuvent s’avérer coûteuses. Au contraire, une sous-estimation de la magnitude peut conduire à une absence d’émission préjudiciable. Le temps d’émission de l’alerte peut également être trop long pour permettre une réponse adéquate. Les systèmes classiques sont actuellement limités par les critères suivants :

- la vitesse de propagation des ondes sismiques,
- la densité du réseau de sismomètres,
- le nombre de stations nécessaires à l’estimation des paramètres de la source,
- les délais de transmission de l’information sur l’infrastructure de communication.

Dans le cas d’un système de détection précoce reposant sur la gravité, la perturbation provenant de la rupture est ressentie (quasi-)instantanément à toutes les stations du réseau. Le gain potentiel correspond donc au temps de propagation de l’onde P, de la rupture aux premières stations du réseau. Dans le cas de séismes profonds ou situés à l’extérieur du réseau (Japon, Seattle), ce gain pourrait être conséquent (> 10 s).

3.2 Mesures futures de la déformation du champ de gravité à haute précision

3.2.1 Concepts instrumentaux

Les sismomètres large-bande et gravimètres supraconducteurs employés dans le chapitre 2 ne permettent pas une détection suffisamment robuste pour rendre possible l’implémentation d’un système de détection précoce reposant sur la gravité, qui chercherait à détecter de façon systématique toute rupture de magnitude supérieure à 6.

Nous proposons d’utiliser une nouvelle classe d’instruments de haute précision, bénéficiant de systèmes d’isolation au bruit sismique sophistiqués. Il s’agit de capteurs du gradient du champ de gravité, développés dans le cadre de la détection d’ondes gravitationnelles. Ces instruments mesurent l’évolution temporelle de l’accélération relative de deux masses placées dans un champ gravitationnel fluctuant. La sensibilité de tels capteurs sera exprimée sous la forme d’une racine de la densité spectrale de puissance, d’unité $\sqrt{[\text{déformation}]^2/\text{Hz}} = 1/\sqrt{\text{Hz}}$.

Les interféromètres laser LIGO (Abbott et al. 2009) et Virgo (Accadia et al. 2011) ont récemment permis la détection d’ondes gravitationnelles (Abbott et al. 2016, 2017). Dans leur configuration avancée, leur sensibilité est de $10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$ dans la gamme de fréquences 30–2000 Hz. La première onde gravitationnelle observée (GW150914, issue de la fusion de deux trous noirs en rotation) a ainsi produit une déformation de 1.0×10^{-21} (Abbott et al. 2016) : cela correspond au rapport entre la taille d’un atome et la distance Terre–Soleil. Cependant, dans la gamme de fréquences < 1 Hz qui nous intéresse, la sensibilité de ces capteurs n’est pas suffisante.

De nouveaux concepts instrumentaux sensibles dans la gamme de fréquences 0.1–10 Hz ont donc été proposés : un interféromètre atomique (Hohensee et al. 2011, Geiger 2016),

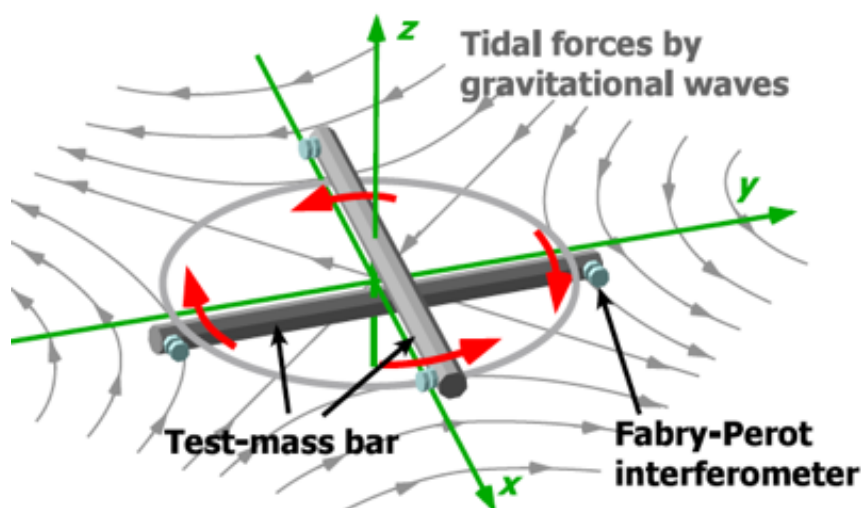


Figure 3.3 – Barres de torsion mesurant le gradient du champ de gravité. Le gradient du champ est évalué par une mesure précise de l'angle séparant les deux bras de l'antenne, réalisée par interférométrie. Source : <http://www.gw-indigo.org>.

des barres de torsions (principe en figure 3.3, Ando et al. 2010, McManus et al. 2017) ainsi qu'un gradiomètre supraconducteur (Moody et al. 2002, Paik et al. 2016). L'interféromètre atomique mesure la position relative de deux nuages d'atomes supraconducteurs en chute libre. Les deux autres concepts mesurent l'accélération relative de deux masses suspendues au même support. Le terme inertiel ressenti en commun par les deux masses via leur support est donc très proche, et peut être réduit de façon significative. Le bruit sismique ressenti séparément par les deux masses reste cependant un des facteurs limitants de ces instruments.

3.2.2 Sensibilité prévisionnelle et modèle de bruit

La sensibilité prévisionnelle à moyen terme de ces concepts s'élève à $10^{-15} \text{ Hz}^{-1/2}$ à 0.1 Hz : elle serait alors suffisante pour détecter une perturbation élasto-gravitationnelle induite par rupture sismique (Harms et al. 2015). Ces prototypes permettraient à leurs concepteurs d'étudier les gradients locaux du champ de gravité (appelés bruit newtonien par la communauté étudiant les ondes gravitationnelles), et représenteraient un premier pas vers l'objectif de sensibilité à long terme : $10^{-20} \text{ Hz}^{-1/2}$ à 0.1 Hz (Harms et al. 2013). Une détection d'ondes gravitationnelles à "basses fréquences" serait alors envisageable.

Afin de construire un modèle de sensibilité prévisionnelle unique représentant les futures performances de ces trois concepts instrumentaux, nous nous positionnons dans la suite de ce chapitre sur l'objectif à moyen terme. En dessous de 0.1 Hz, le bruit instrumental augmente rapidement pour les trois concepts : cette augmentation est reproduite par une évolution de la sensibilité en $1/f^2$ entre 0.01 et 0.1 Hz. Les concepts diffèrent pour la gamme de fréquences $> 0.1 \text{ Hz}$: alors que la sensibilité des barres de torsion reste stable à hautes fréquences, la sensibilité du gradiomètre supraconducteur augmente, et celle de l'interféromètre atomique diminue. Nous choisissons de reproduire un modèle de bruit de type barres de torsion, détaillé en figure 3.4.

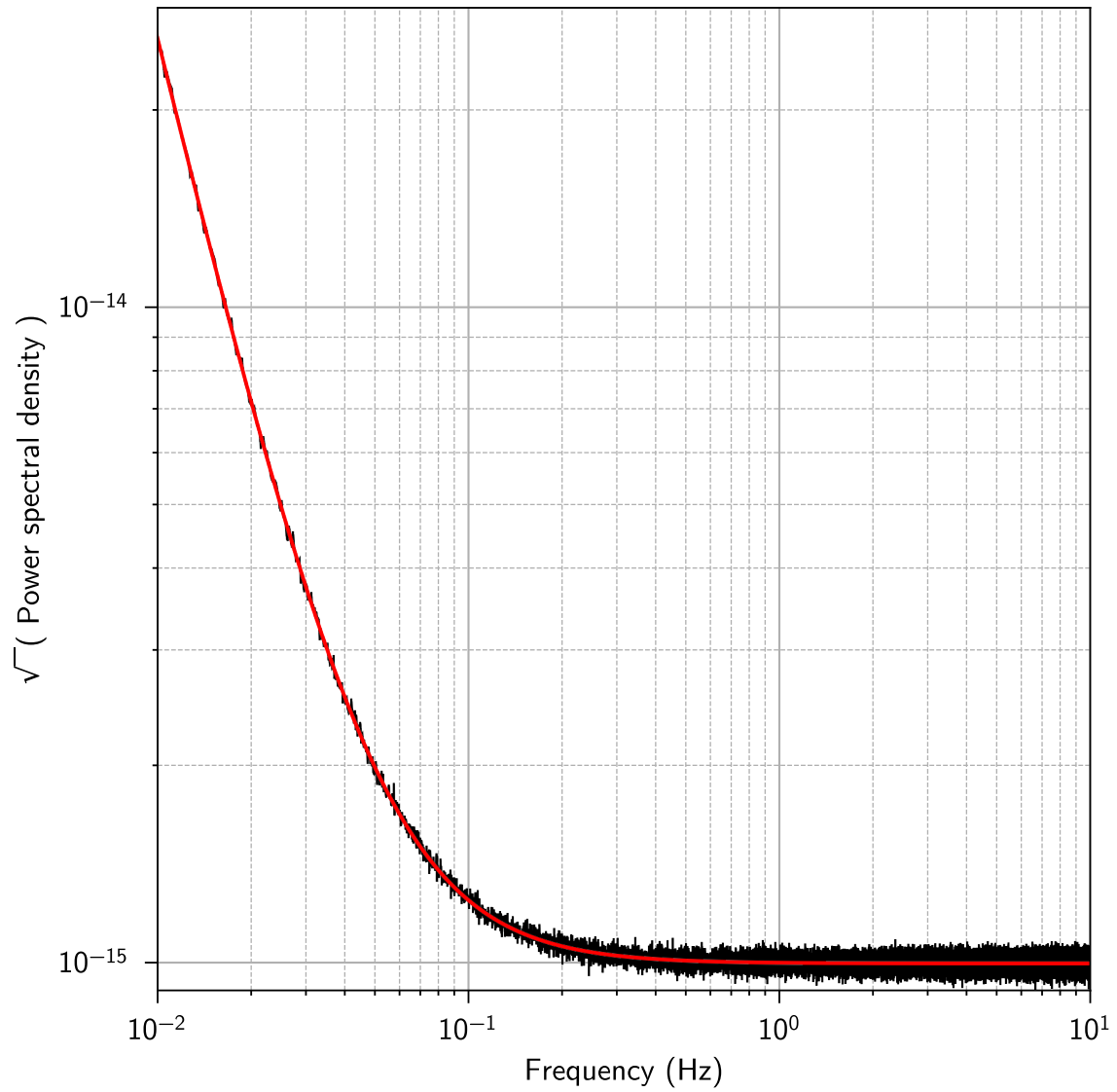


Figure 3.4 – Sensibilité prévisionnelle des capteurs de déformation du champ de gravité. Modèle théorique de la sensibilité (courbe rouge), fixée à $10^{-15} \text{ Hz}^{-1/2}$ pour une fréquence > 0.1 Hz. Le bruit instrumental (courbe noire) est reproduit par blanchiment (convolution avec un bruit blanc gaussien).

Les détecteurs sont également sensibles à des perturbations sismiques, atmosphériques ou anthropiques, regroupées sous le terme de bruit gravitationnel local. Ce bruit local peut être minimisé par le déploiement d'instruments sur des sites peu bruités, ou en profondeur. Il peut également être précisément estimé par des capteurs environnementaux (sismomètres, capteurs de pression) installés à proximité du détecteur, puis retiré de l'enregistrement du gradiomètre. Le bruit gravitationnel local ne sera donc pas considéré dans le modèle de bruit prévisionnel.

3.3 Algorithme de détection

3.3.1 Maillage du réseau et de la zone de rupture

Nous supposons disposer de capteurs de la déformation du champ de gravité présentant la sensibilité décrite en figure 3.4. La configuration optimale d'un réseau composé de ces capteurs sera à terme identifiée par le test de multiples géométries de réseau (figure 3.5), comme étant celle conduisant en moyenne à la détection la plus rapide, la plus fiable et la plus précise. Nous allons dans la suite de cette section analyser la performance de certaines configurations choisies arbitrairement (figure 3.5), dans le but de procéder à une détection précoce ou à une estimation rapide de la magnitude du séisme de Tohoku, ainsi que de son précurseur du 9 mars 2011 (M7.4).

Lors du processus de détection en “temps réel”, la position de l'épicentre de la rupture sera estimée sur une grille de relocalisation présentée en figure 3.5. Nous imposons une profondeur pour l'épicentre (20 km), et recherchons les paramètres suivants : temps d'initiation de la rupture, latitude et longitude du centroïde, et magnitude de l'évènement. Nous utiliserons dans le futur une grille inclinée représentant plus fidèlement la géométrie de la faille, et nous inverserons également la profondeur de l'épicentre. Une quatrième station pourrait alors être ajoutée au réseau.

3.3.2 Banque de données de ruptures sismiques

Nous approximons le contexte de subduction entre les plaques Pacifique et nord-américaine le long du littoral japonais par un mécanisme au foyer type décrit par les angles (strike, dip, rake) = (180°, 10°, 90°). Il sera possible d'ajouter une boucle supplémentaire sur ces trois paramètres, en complément des boucles actuelles sur la latitude et la longitude de la grille de relocalisation de l'épicentre, afin de reproduire un glissement sur une géométrie de faille plus complexe.

L'évolution temporelle du taux de moment relâché sera décrite par une banque de données de ruptures sismiques, dont un sous-ensemble est représenté en figure 3.6. Il existe actuellement une controverse sur la prédictabilité de l'évolution temporelle de la source, connaissant les premières secondes de la rupture (Colombelli et al. 2014, Meier et al. 2016). Analytiquement, la résolution des équations de l'élasto-dynamique pour des modèles de rupture de type *crack* (vitesse de rupture et chute de contrainte constantes) ou *pulse* mène à un taux de moment évoluant en t^2 pendant les premières secondes de la rupture (Sato

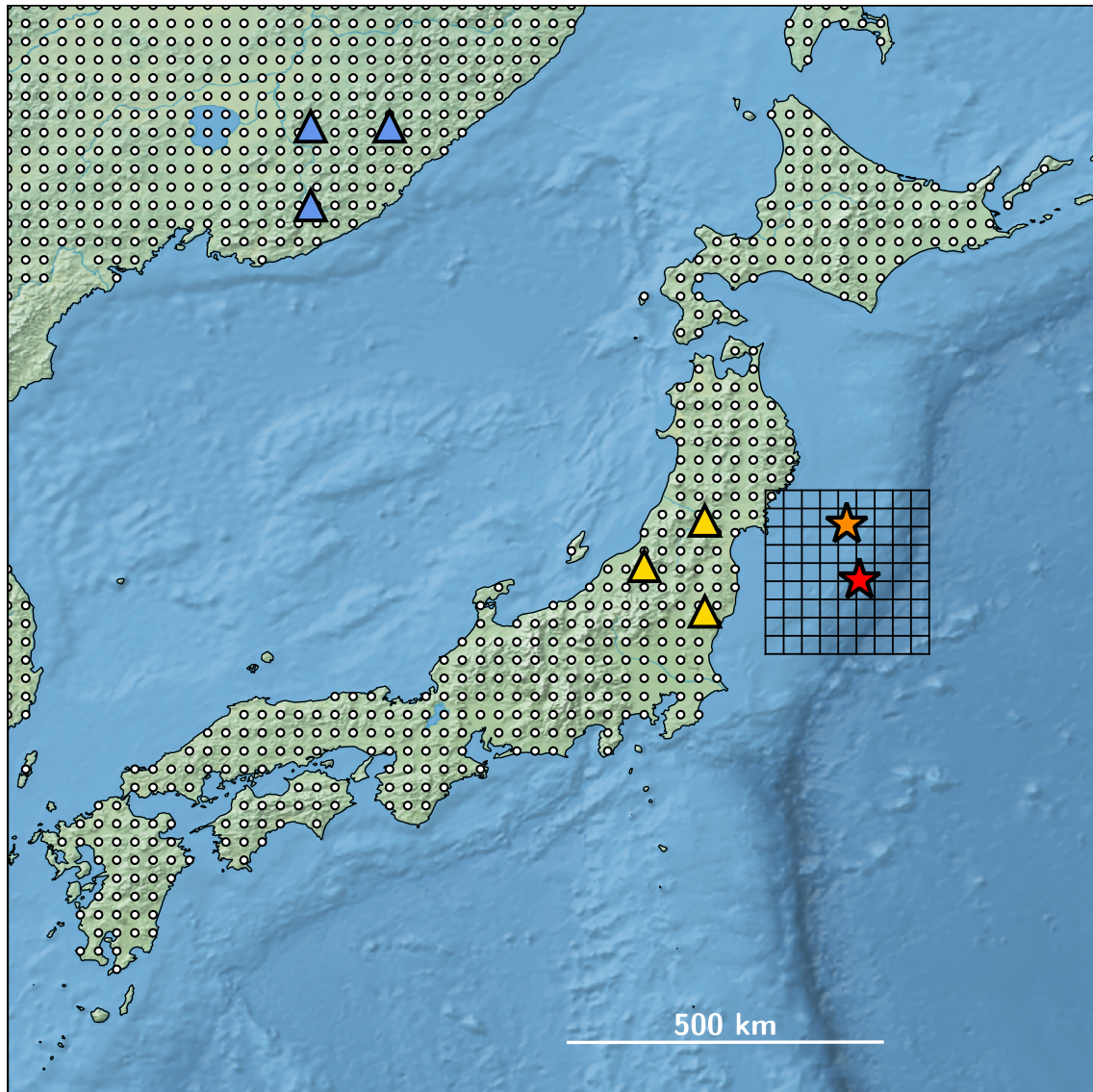


Figure 3.5 – Configuration du réseau et maillage de la zone de rupture. La localisation des capteurs du réseau de gradiomètres sera optimisée par un tirage au sort parmi les points blancs. Nous fixons pour le moment la localisation de trois capteurs test (triangles jaunes ou triangles bleus). Lors du processus de détection, nous chercherons à localiser une source ponctuelle sur la grille régulière. L'épicentre du tremblement de terre de Tohoku-oki est identifié par l'étoile rouge, et l'épicentre de son précurseur par l'étoile orange.

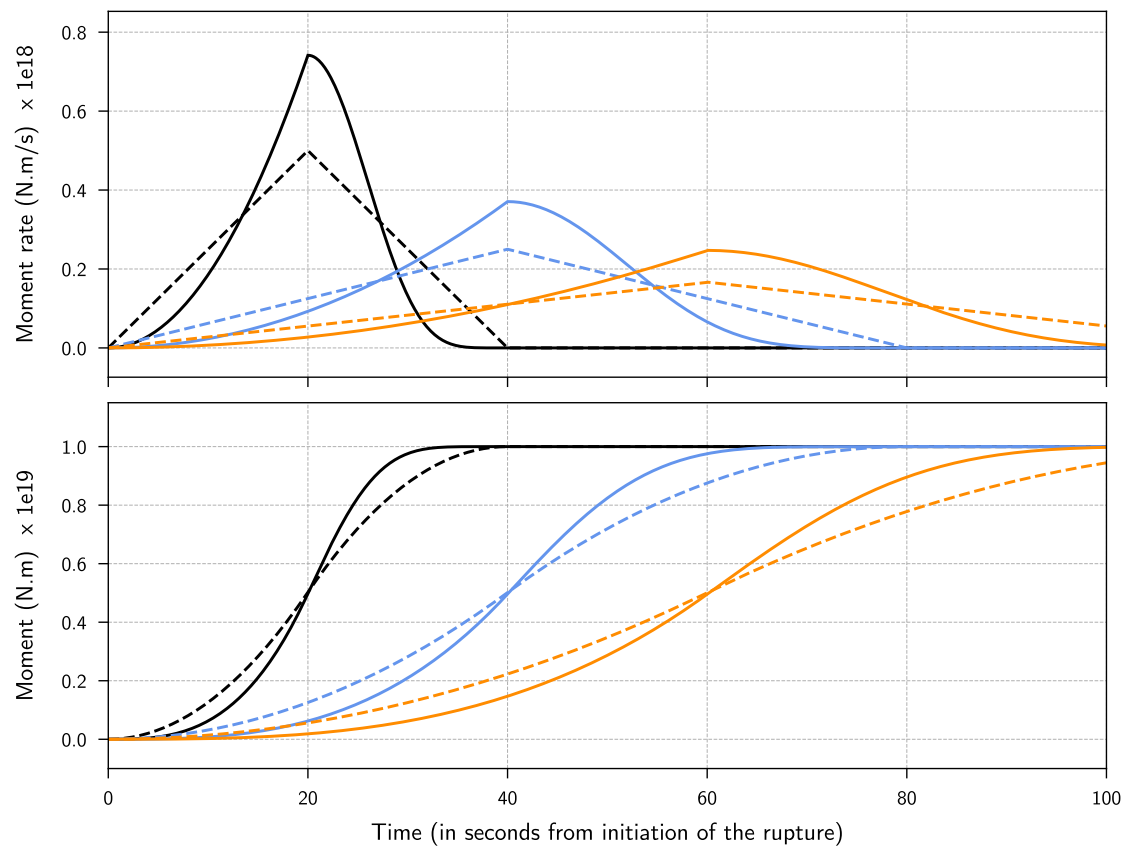


Figure 3.6 – Banque de données de ruptures sismiques. Une large gamme de 1/2 durée de rupture est testée. **(haut)** L'évolution du taux de moment sismique est choisie linéaire, triangulaire et symétrique, ou bien auto-similaire (croissance initiale quadratique). **(bas)** Chaque template est normalisé de tel sorte que le moment sismique final atteigne 10^{19} N.m, soit une magnitude \sim M6.7.

and Hirasawa 1973, Madariaga 1976, Nielsen and Madariaga 2003). Cette évolution est indépendante de la magnitude, elle est dite auto-similaire (Aki 1967). Une étude récente reposant sur des observations décrit quant à elle une évolution linéaire du taux de moment, pour des séismes de magnitude $M_w > 7$ (Meier et al. 2017). L'évolution initiale du taux de moment dans notre banque de données sera donc linéaire ou quadratique (figure 3.6). Une large gamme de 1/2 durée de rupture est testée. Chaque fonction source sera corréllée aux données dans son intégralité ou bien tronquée, afin d'estimer si la rupture est en cours, ou déjà terminée. La magnitude observée sera obtenue par une mise à l'échelle des modèles de rupture, normalisés à 10^{19} N.m. À terme, il est envisageable d'ajouter à la banque de données un catalogue complet d'anciennes ruptures locales, et de profiter de cette information *a priori* pour optimiser le processus de détection (approche bayésienne, Yin 2017).

Afin de décrire la rupture du tremblement de terre de Tohoku-oki, nous adoptons comme taux de moment la fonction source moyenne du catalogue SCARDEC (Vallée and Douet 2016). La fonction source et les modèles de rupture approchant (1/2 durée de rupture = 70 secondes, moment final mis à l'échelle = 5.31×10^{22} N.m) sont illustrés en figure 3.7. La fonction source SCARDEC du précurseur et les modèles de rupture approchant (1/2 durée de rupture = 12 secondes, moment final mis à l'échelle = 1.425×10^{20} N.m) sont également illustrés en figure 3.8. Leurs mécanismes au foyer seront pour le moment simplifiés en (strike, dip, rake) = (180°, 10°, 90°).

3.3.3 Procédure de détection et d'estimation des paramètres de sources

La mesure de la déformation du champ de gravité aux trois stations du réseau est simulée artificiellement, en calculant séparément bruit instrumental et signal théorique attendu :

- (1) Nous reconstruisons tout d'abord de longues séries temporelles de bruit instrumental, en calculant à chaque station la transformée de Fourier inverse du modèle de bruit détaillé en figure 3.4. Nous supposons que le bruit instrumental est gaussien et stationnaire, le spectre est donc préalablement blanchi par convolution avec un bruit blanc gaussien.
- (2) Nous ajoutons ensuite à un temps arbitraire (qui sera donc l'initiation de la rupture, que nous souhaiterons retrouver) la déformation du champ de gravité induite par la rupture réelle. Dans un premier temps, nous calculons en deux points séparés de quelques mètres la perturbation gravitationnelle analytique $\nabla\phi_1$, dans le demi-espace homogène. Nous estimons ensuite par différence finie le gradient $\nabla\nabla\phi_1$ attendu à chaque station. La déformation du champ de gravité attendue est enfin obtenue par une double intégration en temps de ce gradient.

Nous calculons et conservons pour chaque station du réseau la déformation du champ de gravité induite par chaque modèle de rupture, localisé à chacune des positions de la grille de relocalisation. Cette collection de signaux de déformation est ensuite ajustée en temps réel sur les données, par moindres carrés. Afin de permettre cet ajustement, les signaux de déformation et les données sont auparavant normalisés par leur écart-type maximal (inter-station) à chaque fenêtre de temps considérée.

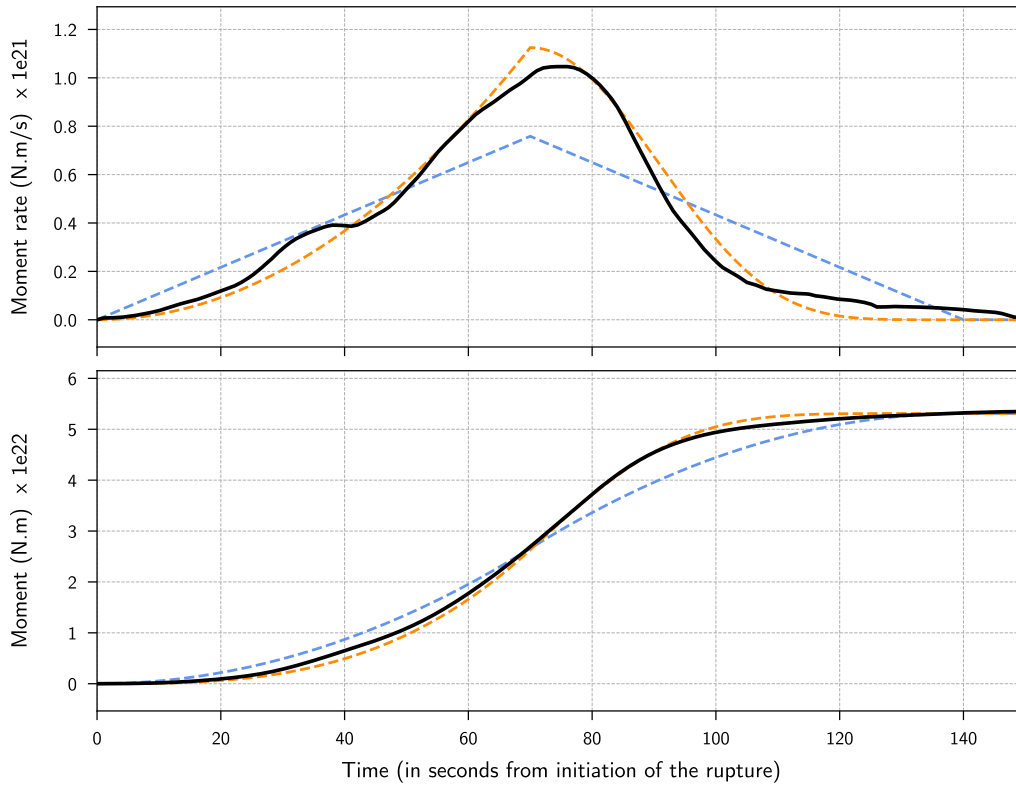


Figure 3.7 – Fonctions sources du tremblement de terre de Tohoku (SCARDEC) et modèles de rupture approchant. Pour les modèles analytiques, la demi-durée de rupture est fixée à 70 secondes, et le moment sismique final à 5.31×10^{22} N.m.

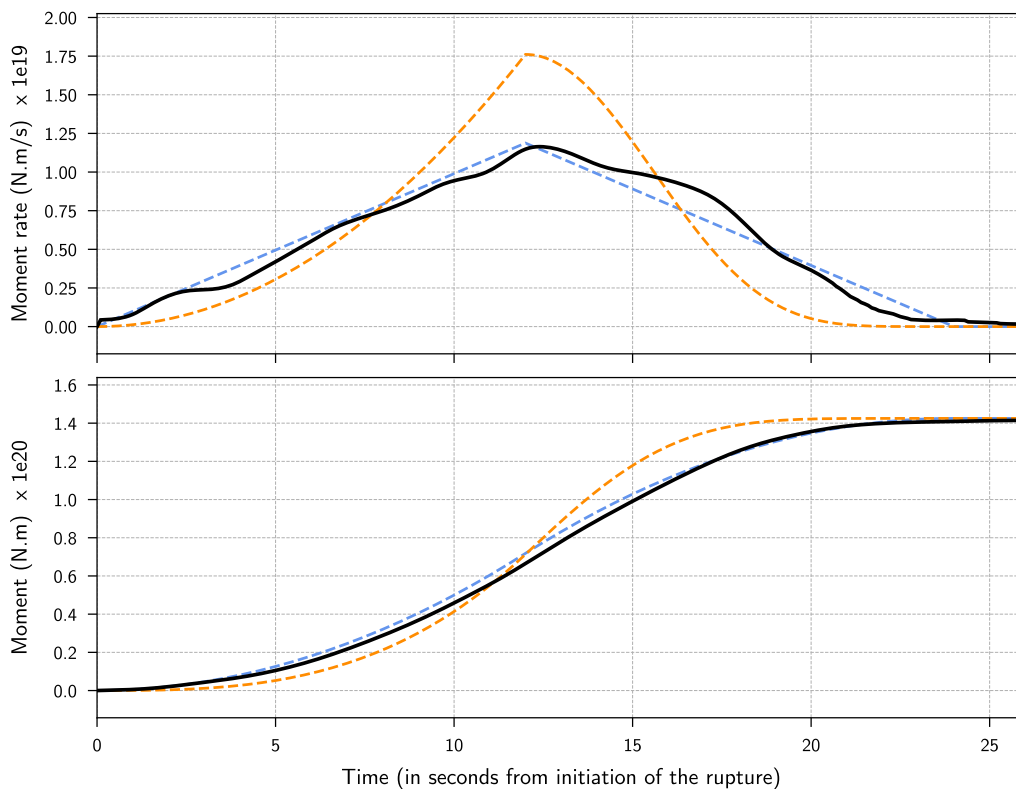


Figure 3.8 – Fonctions sources du précurseur au tremblement de terre de Tohoku (SCARDEC) et modèles de rupture approchant. Pour les modèles analytiques, la demi-durée de rupture est fixée à 12 secondes, et le moment sismique final à 1.425×10^{20} N.m.

Nous définissons la vraisemblance χ de l'occurrence d'un tremblement de terre initié il y a N secondes à la position (θ, φ) à l'aide d'un paramètre estimant en temps réel l'écart existant entre chaque modèle m et les données d :

$$\text{misfit}_m(t) = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=0}^N \left[d(k, t - i\Delta t) - m(k, t - i\Delta t, \theta, \varphi) \right]^2 \quad (3.1)$$

$$\chi_m(t) = \exp(-\text{misfit}_m(t)^2) \quad (3.2)$$

Le paramètre k symbolise la somme sur les stations du réseau. Une valeur de vraisemblance proche de 0 indique que rien ne se passe, tandis qu'une valeur proche de 1 indique qu'une rupture sismique a vraisemblablement lieu. La valeur seuil de vraisemblance conduisant à l'émission d'une alerte peut être adaptée à l'utilisateur. Des utilisateurs pouvant aisément mettre en application des mesures de précaution peu coûteuses sont susceptibles d'accepter un taux de fausses alertes relativement élevé (1/100 par exemple). Ce pourrait être le cas de particuliers se mettant à couvert, ou d'un conducteur de train souhaitant ralentir son convoi. Au contraire, des stratégies de protection coûteuses ou lourdes à mettre en place, telle que la mise hors production d'une centrale nucléaire, nécessitent une évaluation des secousses à venir plus fiable.

En cas de dépassement du seuil de tolérance, les paramètres de la source (initiation, localisation de la source et magnitude) sont inversés. L'épicentre estimé correspond au maximum de vraisemblance sur la grille de relocalisation. La magnitude est elle obtenue par une mise à l'échelle du modèle de rupture le plus probable (correspondant au maximum de vraisemblance, et contenant un moment valant 10^{19} N.m) sur les données non normalisées. La 1/2 durée de source et la longueur du modèle le plus probable indiquent également le temps d'initiation de la rupture, et si cette rupture s'est achevée ou non.

3.4 Discussion et conclusions

La détection, la localisation et l'estimation de la magnitude du séisme de Tohoku par des réseaux proches et lointains sont illustrées en figures 3.9 et 3.10. Treize secondes après l'initiation de la rupture, un réseau triangulaire proche de la zone de rupture détecte un séisme avec une vraisemblance proche de 1 (figure 3.9). Le réseau favorise un modèle de rupture long de 13 secondes, représentant une rupture encore en cours. La magnitude inversée est d'environ M7.6, et justifie l'émission d'une alerte. Le rapport signal sur bruit observé aux trois stations est fort avant même l'arrivée de l'onde de compression sur les côtes japonaises. Les ondes sismiques atteignent la première station 36 secondes après l'initiation de la rupture, alors que le séisme de Tohoku n'a pas relâché tout son moment. Un tel réseau localisé à proximité de la zone de failles pourrait donc permettre une détection précoce de la rupture, mais non une estimation de la magnitude finale de l'évènement.

Un réseau triangulaire situé à distance régionale pourrait alors fournir une estimation de cette magnitude, tel que suggéré en chapitre 2. Nous supposons connue la localisation de la zone de rupture, par des méthodes de localisation traditionnelles ou des réseaux de gradiomètres situés plus proches de la zone en cours de glissement. 120 secondes après l'initiation

du séisme, alors que la rupture a quasiment relâché toute son énergie (figure 3.7), le réseau régional détecte un tremblement de terre de magnitude > 9 (figure 3.10).

La détection du précurseur au séisme de Tohoku par un réseau proche est quant à elle illustrée en figure 3.11, 16 secondes après l'initiation de sa rupture. Le réseau détecte une rupture justifiant une alerte (magnitude inversée $\sim M7$), avant l'arrivée du front d'ondes P sur les côtes japonaises.

Bien qu'illustrées dans un contexte simplifié et *a priori* favorable de larges ruptures offshore, ces performances suggèrent qu'un réseau de capteurs de la déformation du champ de gravité pourrait raccourcir le temps d'émission d'une alerte, et donc réduire la taille de la zone aveugle. Un tel réseau contribuerait ainsi à l'amélioration des systèmes de détection actuels, en complément des réseaux de sismomètres et stations GPS existants. Un réseau de gradiomètres pourrait également permettre une estimation rapide et robuste de la magnitude d'un tremblement de terre, et concurrencer les méthodes d'estimation actuelles reposant sur la phase W (Kanamori and Rivera 2008, Duputel et al. 2011) ou l'intégration de données GPS (Melgar et al. 2013).

3.5 Contributions

La procédure de détection a été élaborée suite à des discussions avec Jean Paul Ampuero (Caltech) et Éric Chassande-Mottin (APC).

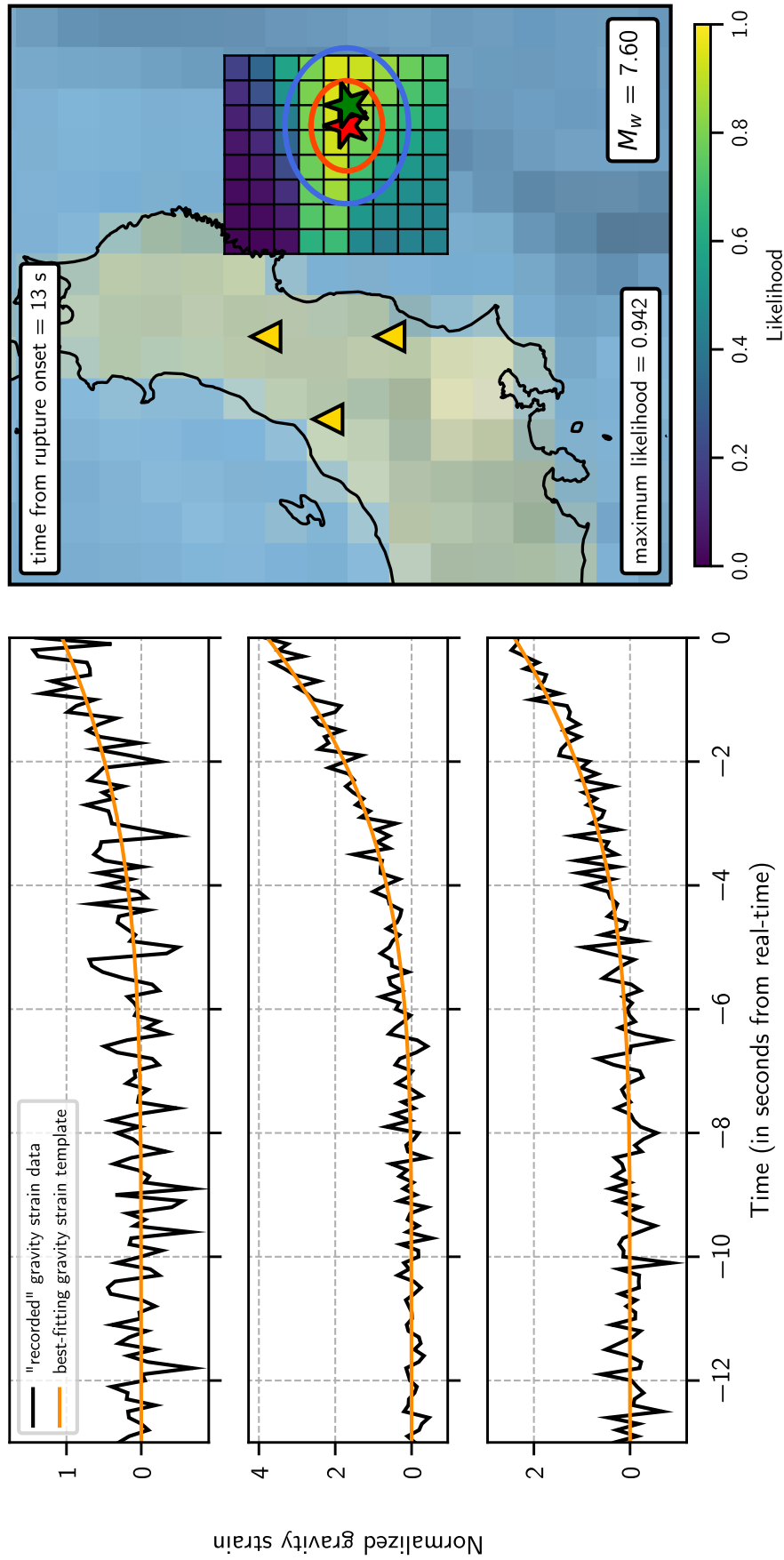


Figure 3.9 – Détection, localisation et estimation de la magnitude en “temps réel” du tremblement de terre de Tohoku-oki par un réseau proche, 13 secondes après l’initiation de la rupture. (gauche) Enregistrements de la déformation du champ de gravité (normalisés, courbes noires). La modélisation de la déformation (courbes oranges) qui reproduit au mieux la mesure du champ est sélectionnée par moindres carrés. **(droite)** Les étoiles verte et rouge représentent respectivement l’estimation de la localisation de la source et l’épicentre réel du tremblement de terre. Sont également représentés les fronts d’onde sismique P (bleu) et S (rouge). Treize secondes après l’initiation de la rupture (donnée non disponible en “temps réel” pour l’utilisateur), le réseau détecte un séisme de magnitude 7.6 initié 13 secondes plus tôt, avec une vraisemblance proche de 1. Les ondes P n’ont alors pas encore atteint le littoral japonais.

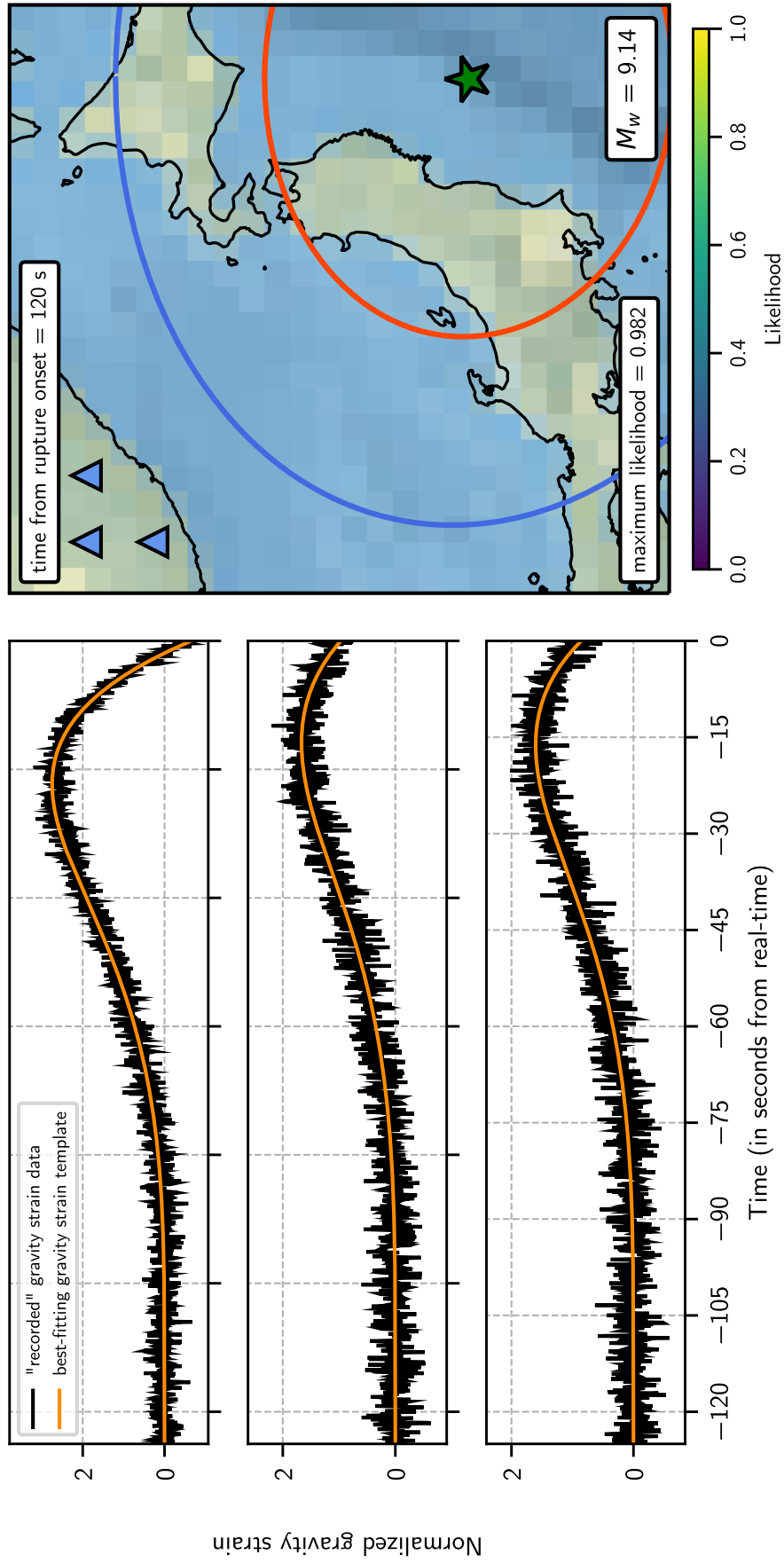


Figure 3.10 – Estimation de la magnitude en “temps réel” du tremblement de terre de Tohoku-oki par un réseau lointain, 120 secondes après l’initiation de la rupture. (gauche) Enregistrements de la déformation du champ de gravité (normalisés, courbes noires). La modélisation de la déformation (courbes oranges) qui reproduit au mieux la mesure du champ est sélectionnée par moindres carrés. (droite) Nous supposons estimée (par des réseaux plus proches) la localisation de l’épicentre (étoile verte). Les fronts d’onde sismique P (bleu) et S (rouge) sont à nouveau représentés. 120 secondes après l’initiation de la rupture, le réseau détecte un séisme de magnitude > 9 .

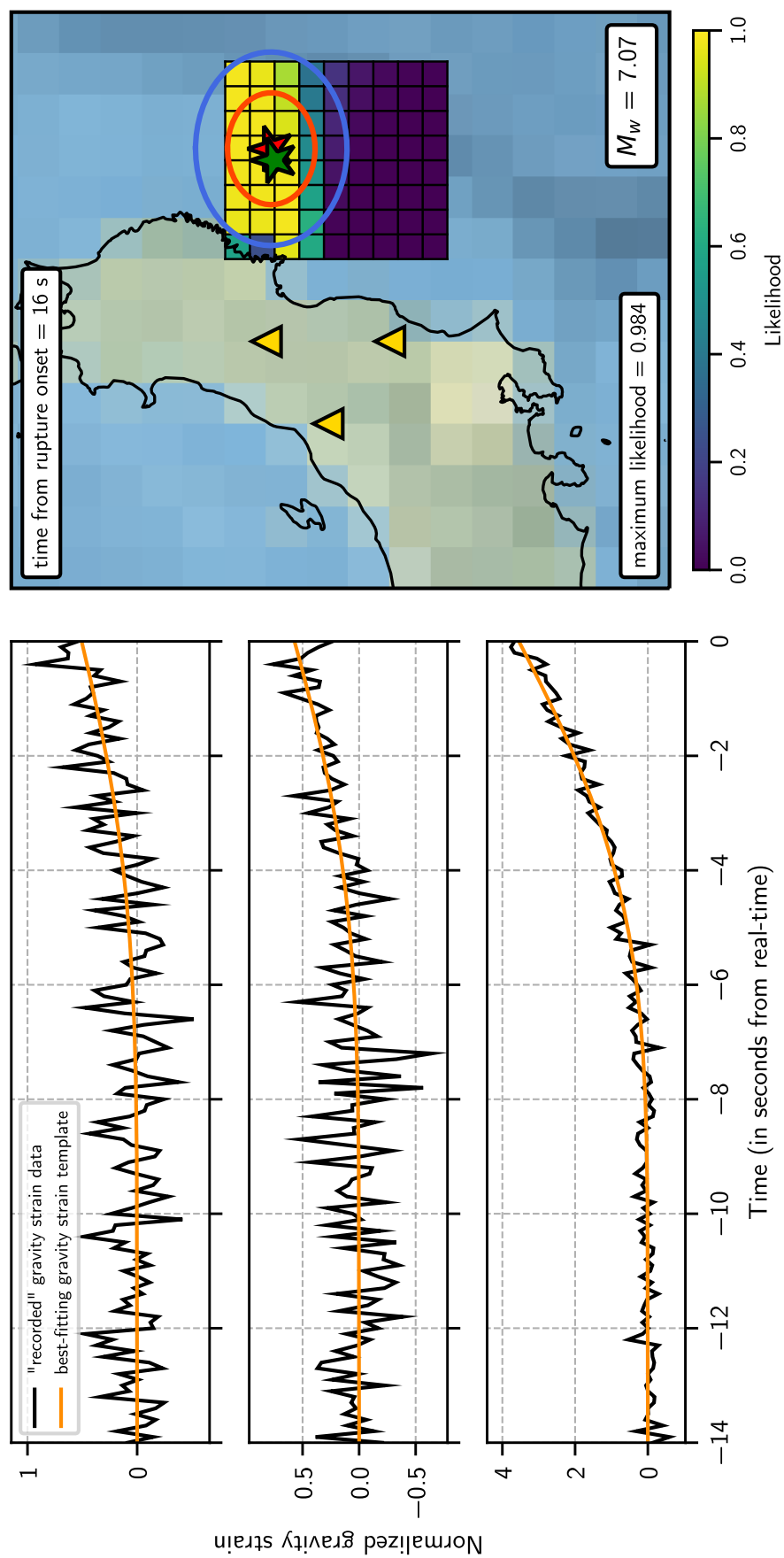


Figure 3.11 – Détection, localisation et estimation de la magnitude en “temps réel” du précurseur au tremblement de terre de Tohoku-oki par un réseau proche, 16 secondes après l’initiation de la rupture. (gauche) Enregistrements de la déformation du champ de gravité (normalisés, courbes noires), et modélisations optimales correspondantes (courbes oranges). **(droite)** Les étoiles verte et rouge représentent respectivement l’estimation de la localisation de la source et l’épicentre réel du tremblement de terre. Seize secondes après l’initiation de la rupture (donnée non disponible en “temps réel” pour l’utilisateur), le réseau détecte un séisme de magnitude > 7 initié 14 secondes plus tôt, avec une vraisemblance proche de 1. Les ondes P (front bleu) n’ont alors pas encore atteint le littoral japonais.

Conclusions et Perspectives

Conclusions

À travers le glissement de deux blocs de roche le long d'un plan de faille, un tremblement de terre est un processus qui redistribue les masses à l'intérieur de la planète. La redistribution finale de masses (en surface et en profondeur) engendre une perturbation statique du champ de gravité terrestre, qui décrit l'influence gravitationnelle qu'exerce la Terre sur son voisinage. Des mesures de la perturbation statique du champ gravitationnel ont été rapportées à la suite de grands tremblements de terre, et des expressions analytiques de cette perturbation ont été formulées.

Cette thèse s'est attachée à décrire les effets gravitationnels transitoires engendrés par un tremblement de terre. Ainsi, au cours des premières secondes suivant la rupture, le glissement le long du plan de faille et la propagation des ondes sismiques dans le milieu environnant perturbent le champ de densité terrestre. Un instrument déployé au sol est alors attiré par les zones devenues plus denses, et repoussé par les roches dilatées, avant même le passage des ondes sismiques. Dans un premier temps, nous avons caractérisé la réponse instrumentale complète d'un sismomètre à une rupture sismique. Cette réponse rapide consiste en l'enregistrement de la perturbation du potentiel gravitationnel terrestre, à laquelle s'ajoute un terme d'accélération inertielle. Des termes de couplage au champ de gravité statique sont en théorie également mesurés.

Afin de simuler cette réponse élasto-gravitationnelle, nous avons introduit le formalisme des modes propres. Des fonctions propres dédiées permettent alors la simulation directe du potentiel gravitationnel perturbé, tandis que deux étapes de calcul sont nécessaires à la convergence du terme inertielle induit par gravité. Nos simulations numériques du potentiel perturbé coïncident avec des formulations analytiques exprimées dans des géométries de modèles simples. La convergence des simulations numériques est par ailleurs vérifiée en milieu infini, dans lequel la réponse instrumentale s'annule. Nous avons également démontré qu'il était possible de négliger les termes couplés au champ statique.

Les perturbations induites sont faibles, il est donc nécessaire de considérer une rupture importante et courte ainsi qu'une instrumentation de pointe afin d'optimiser le potentiel de détection. Le mégaséisme de Tohoku-oki (magnitude 9.1, mars 2011, Japon) a offert l'opportunité de détecter pour la première fois une perturbation élasto-gravitationnelle induite par rupture sismique. Nous avons analysé un premier jeu de données, composé des enregistrements du gravimètre supraconducteur de Kamioka et de cinq stations large-bande du réseau japonais F-net, situés à environ 500 kilomètres de l'épicentre du tremblement

de terre. L'analyse statistique du niveau de bruit ambiant révèle une perturbation lors de la rupture, avec une significativité $> 99\%$.

Nous avons par la suite analysé un second jeu de données, composé d'enregistrements de stations sismiques large-bande situées entre 400 et 3000 km de la rupture. Les stations situées à distance régionale, entre 1000 et 2000 km de l'épicentre, enregistrent une forte perturbation élasto-gravitationnelle. Ces stations bénéficient en effet d'une fenêtre d'observation plus grande avant l'arrivée des ondes sismiques, et visualisent donc une rupture plus avancée et un volume perturbé par les ondes plus étendu que des stations situées plus proches de la zone de rupture. L'effet de compensation des deux termes composant la perturbation est également moins présent. Nos simulations numériques reproduisent fidèlement les perturbations élasto-gravitationnelles observées, que ce soit leur dépendance azimutale ou à la distance épacentrale. Nous soulignons que l'évaluation de l'amplitude de ces perturbations aurait pu mener à l'estimation rapide d'une magnitude supérieure à 9, 180 secondes après l'initiation du tremblement de terre de Tohoku (contre 20 minutes pour une inversion de la source reposant sur la phase W).

Nous proposons d'utiliser la mesure de perturbations élasto-gravitationnelles dans le cadre d'un système de détection précoce de tremblements de terre. Le but d'un tel système est la détection rapide d'une rupture en cours, sa caractérisation et l'envoi d'une alerte aux sites concernés. Les systèmes de détection conventionnels exploitent les premières secondes de l'enregistrement du train d'ondes de compression, rapide (6-10 km/s) et peu destructeur, avant l'arrivée des ondes sismiques destructrices (ondes de cisaillement et de surface), plus lentes. Les perturbations élasto-gravitationnelles sont propagées quasiment instantanément (à la vitesse de la lumière, 3×10^5 km/s), un système de détection reposant sur la gravité pourrait donc permettre de gagner de précieuses secondes.

L'instrumentation de pointe actuellement à notre disposition ne permet pas la détection systématique de perturbations élasto-gravitationnelles induites par toute rupture de magnitude supérieure à 6. Nous proposons donc d'utiliser des capteurs du gradient du champ de gravité, en cours de développement. Nous avons présenté une implémentation préliminaire d'un système de détection reposant sur ces capteurs, dans le cadre de séismes de subduction situés à l'extérieur du réseau. Nous montrons que dans le cas du tremblement de terre de Tohoku et de son précurseur (M7.4), un réseau localisé à proximité de la zone de glissement aurait détecté l'occurrence de la rupture avant même l'arrivée des ondes de compression sur le littoral japonais. Dans le cadre de la méga-rupture de Tohoku, un système disposé à distance régionale aurait enregistré l'intégralité du glissement et permis une évaluation robuste de sa magnitude, à même de concurrencer les méthodes d'estimation les plus rapides. Nous soutenons donc que l'intégration de capteurs du gradient de champ de gravité pourrait à terme contribuer à l'amélioration des systèmes d'alerte existants, ainsi qu'à l'évaluation rapide des risques de tsunamis.

Perspectives

Nous avons vu que notre modélisation de la perturbation élasto-gravitationnelle permet de reconstruire le signal effectivement enregistré par un instrument avant l'arrivée des ondes

sismiques. Une étude systématique du rôle du mécanisme au foyer et de la profondeur de l'hypocentre sur l'amplitude des perturbations peut être menée. Nous pourrions alors identifier les contextes *a priori* favorables à la détection d'une perturbation gravitationnelle, et tenter de détecter une perturbation dans un autre contexte que celui du tremblement de terre de Tohoku.

Dans les contextes moins favorables, la simulation précise des perturbations pourrait permettre d'obtenir un gain de réseau sur le jeu de données considéré, en sommant chaque enregistrement pré-onde de compression, préalablement pondéré par la perturbation attendue.

La compréhension des processus physiques à l'oeuvre pourra également être approfondie par la formulation analytique de la perturbation élasto-gravitationnelle complète en milieu simple.

Nous avons soulevé dans ce manuscrit les limitations imposées par le bruit sismique ambiant aux sismomètres et gravimètres classiques. La mesure non plus de l'accélération gravitationnelle mais du gradient du champ de gravité est donc indiquée, mais nécessite de surmonter certaines difficultés expérimentales.

Enfin, de nombreuses améliorations peuvent être apportées à l'algorithme de détection décrit en chapitre 3 :

- La disposition en réseau des capteurs peut être optimisée en testant de nombreuses configurations pour un même scénario de rupture : distance inter-station, distance à la zone de glissement, géométrie.
- Un tremblement de terre a jusqu'à présent été reproduit par un point source, un mécanisme au foyer simplifié et une fonction source moyenne. Nous devons simuler un glissement étendu sur un plan de faille conforme au contexte de subduction considéré, et tester la robustesse de l'inversion des paramètres de la source.
- Une estimation précise du gain de temps qu'apporterait un système de détection reposant sur la gravité peut être réalisée dans différents contextes : épicycle localisé à l'intérieur ou l'extérieur du réseau, hypocentre plus ou moins profond, ruptures simultanées. Les bénéfices potentiels associés pourraient alors être évalués.
- Pour finir, nous pourrions chercher à évaluer la performance du système non plus en termes de caractérisation des paramètres de la source (relocalisation et magnitude), mais plutôt en termes de paramètres concrets pour un utilisateur donné (comme l'intensité des secousses attendues, et leur temps d'arrivée, [Meier 2017](#)).

Références

- Abbott, B., Abbott, R., Adhikari, R., Ajith, P., Allen, B., Allen, G., Amin, R., Anderson, S., Anderson, W., Arain, M., et al. (2009). LIGO : the laser interferometer gravitational-wave observatory. *Reports on Progress in Physics*, 72(7) :076901.
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T., Abernathy, M., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adams, T., Addesso, P., Adhikari, R., et al. (2016). Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical review letters*, 116(6) :061102.
- Abbott, R., Abbott, T., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adams, T., Addesso, P., Adhikari, R., Adya, V., Affeldt, C., et al. (2017). GW170814 : A three-detector observation of gravitational waves from a binary black hole coalescence. *arXiv preprint arXiv :1709.09660*.
- Accadia, T., Acernese, F., Antonucci, F., Astone, P., Ballardin, G., Barone, F., Barsuglia, M., Basti, A., Bauer, T. S., Bebronne, M., et al. (2011). Status of the Virgo project. *Classical and Quantum Gravity*, 28(11) :114002.
- Aki, K. (1967). Scaling law of seismic spectrum. *Journal of Geophysical Research*, 72(4) :1217–1231.
- Aki, K. and Richards, P. G. (2002). *Quantitative Seismology*. University Science Books, U.S.
- Alcik, H., Ozel, O., Apaydin, N., and Erdik, M. (2009). A study on warning algorithms for Istanbul earthquake early warning system. *Geophysical Research Letters*, 36(5).
- Allen, R. (2013). Seismic hazards : Seconds count. *Nature*, 502(7469) :29.
- Allen, R. M. (2007). The ElarmS earthquake early warning methodology and application across California. In *Earthquake Early Warning Systems*, pages 21–43. Springer.
- Allen, R. M., Gasparini, P., Kamigaichi, O., and Böse, M. (2009). The status of earthquake early warning around the world : An introductory overview. *Seismological Research Letters*, 80(5) :682–693.
- Ando, M., Ishidoshiro, K., Yamamoto, K., Yagi, K., Kokuyama, W., Tsubono, K., and Takamori, A. (2010). Torsion-bar antenna for low-frequency gravitational-wave observations. *Physical review letters*, 105(16) :161101.

- Aranda, J. E., Jimenez, A., Ibarrola, G., Alcantar, F., Aguilar, A., Inostroza, M., and Maldonado, S. (1995). Mexico City seismic alert system. *Seismological Research Letters*, 66(6) :42–53.
- Böse, M., Allen, R., Brown, H., Gua, G., Fischer, M., Hauksson, E., Heaton, T., Hellweg, M., Liukis, M., Neuhauser, D., et al. (2014). CISN ShakeAlert : An earthquake early warning demonstration system for California. In *Early Warning for Geological Disasters*, pages 49–69. Springer.
- Böse, M., Hauksson, E., Solanki, K., Kanamori, H., Wu, Y.-M., and Heaton, T. (2009). A new trigger criterion for improved real-time performance of onsite earthquake early warning in southern California. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2A) :897–905.
- Böse, M., Heaton, T. H., and Hauksson, E. (2012). Real-time finite fault rupture detector (FinDer) for large earthquakes. *Geophysical Journal International*, 191(2) :803–812.
- Böse, M., Ionescu, C., and Wenzel, F. (2007). Earthquake early warning for Bucharest, Romania : Novel and revised scaling relations. *Geophysical Research Letters*, 34(7).
- Böse, M., Smith, D., Felizardo, C., Meier, M.-A., Heaton, T., and Clinton, J. (2017). FinDer v. 2 : Improved real-time ground-motion predictions for M2-M9 with seismic finite-source characterization. *Geophysical Journal International*.
- Bouchon, M. (1981). A simple method to calculate Green’s functions for elastic layered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 71(4) :959–971.
- Cauzzi, C., Behr, Y., Le Guenan, T., Douglas, J., Auclair, S., Woessner, J., Clinton, J., and Wiemer, S. (2016). Earthquake early warning and operational earthquake forecasting as real-time hazard information to mitigate seismic risk at nuclear facilities. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 14(9) :2495–2512.
- Chu, R., Wei, S., Helmberger, D. V., Zhan, Z., Zhu, L., and Kanamori, H. (2011). Initiation of the great Mw 9.0 Tohoku–oki earthquake. *Earth and Planetary Science Letters*, 308(3) :277–283.
- Colombelli, S., Zollo, A., Festa, G., and Picozzi, M. (2014). Evidence for a difference in rupture initiation between small and large earthquakes. *Nature Communications*, 5.
- Cotton, F. and Coutant, O. (1997). Dynamic stress variations due to shear faults in a plane-layered medium. *Geophysical Journal International*, 128(3) :676–688.
- Crossley, D., Hinderer, J., Casula, G., Frnacis, O., Hsu, H.-T., Imanishi, Y., Jentzsch, G., Kääriäinen, J., Merriam, J., Meurers, B., et al. (1999). Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 80(11) :121–126.
- Cua, G., Fischer, M., Heaton, T., and Wiemer, S. (2009). Real-time performance of the Virtual Seismologist earthquake early warning algorithm in southern California. *Seismological Research Letters*, 80(5) :740–747.

- Cuéllar, A., Espinosa-Aranda, J., Suárez, R., Ibarrola, G., Uribe, A., Rodríguez, F., Islas, R., Rodríguez, G., García, A., and Frontana, B. (2014). The Mexican Seismic Alert System (SASMEX) : Its alert signals, broadcast results and performance during the M7.4 Punta Maldonado earthquake of March 20th, 2012. In *Early Warning for Geological Disasters*, pages 71–87. Springer.
- Dahlen, F. A. and Tromp, J. (1998). *Theoretical Global Seismology*. Princeton University Press.
- De Hoop, A. (1960). A modification of Cagniard’s method for solving seismic pulse problems. *Applied Scientific Research, Section B*, 8(1) :349–356.
- De Linage, C., Rivera, L., Hinderer, J., Boy, J.-P., Rogister, Y., Lambotte, S., and Biancale, R. (2009). Separation of coseismic and postseismic gravity changes for the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from 4.6 yr of GRACE observations and modelling of the coseismic change by normal-modes summation. *Geophysical Journal International*, 176(3) :695–714.
- Delouis, B. (2014). FMNEAR : Determination of focal mechanism and first estimate of rupture directivity using near-source records and a linear distribution of point sources. *Bulletin of the Seismological Society of America*.
- Duputel, Z., Rivera, L., Kanamori, H., Hayes, G. P., Hirshorn, B., and Weinstein, S. (2011). Real-time W phase inversion during the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake. *Earth, Planets and Space*, 63(7) :5.
- Dziewonski, A. M. and Anderson, D. L. (1981). Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25(4) :297–356.
- Ekström, G., Nettles, M., and Dziewoński, A. (2012). The Global CMT project 2004–2010 : Centroid-moment tensors for 13,017 earthquakes. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 200 :1–9.
- Fujinawa, Y. and Noda, Y. (2013). Japan’s earthquake early warning system on 11 March 2011 : performance, shortcomings, and changes. *Earthquake Spectra*, 29(s1) :S341–S368.
- Geiger, R. (2016). Future gravitational wave detectors based on atom interferometry. *arXiv preprint arXiv :1611.09911*.
- Gilbert, F. (1971). Excitation of the normal modes of the Earth by earthquake sources. *Geophysical Journal International*, 22(2) :223–226.
- Han, S.-C., Sauber, J., and Luthcke, S. (2010). Regional gravity decrease after the 2010 Maule (Chile) earthquake indicates large-scale mass redistribution. *Geophysical Research Letters*, 37(23).
- Han, S.-C., Shum, C., Bevis, M., Ji, C., and Kuo, C.-Y. (2006). Crustal dilatation observed by GRACE after the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. *Science*, 313(5787) :658–662.
- Harms, J. (2016). Transient gravity perturbations from a double-couple in a homogeneous half-space. *Geophysical Journal International*, 205(2) :1153–1164.

- Harms, J., Ampuero, J.-P., Barsuglia, M., Chassande-Mottin, E., Montagner, J.-P., Somala, S. N., and Whiting, B. F. (2015). Transient gravity perturbations induced by earthquake rupture. *Geophysical Journal International*, 201(3) :1416–1425.
- Harms, J., Slagmolen, B. J., Adhikari, R. X., Miller, M. C., Evans, M., Chen, Y., Müller, H., and Ando, M. (2013). Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors. *Physical Review D*, 88(12) :122003.
- Heaton, T. H. (1985). A model for a seismic computerized alert network. *Science*, 228 :987–991.
- Heki, K. and Matsuo, K. (2010). Coseismic gravity changes of the 2010 earthquake in central Chile from satellite gravimetry. *Geophysical Research Letters*, 37(24).
- Hinderer, J., Crossley, D., and Warburton, R. (2007). Gravimetric Methods – Superconducting Gravity Meters. *Treatise on Geophysics*, 3 :65–122.
- Hohensee, M., Lan, S.-Y., Houtz, R., Chan, C., Estey, B., Kim, G., Kuan, P.-C., and Müller, H. (2011). Sources and technology for an atomic gravitational wave interferometric sensor. *General Relativity and Gravitation*, 43(7) :1905–1930.
- Hsiao, N.-C., Wu, Y.-M., Shin, T.-C., Zhao, L., and Teng, T.-L. (2009). Development of earthquake early warning system in Taiwan. *Geophysical research letters*, 36(5).
- IAEA (2011). *Earthquake Preparedness and Response for Nuclear Power Plants*. Number 66 in Safety Reports Series. INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, Vienna.
- Imanishi, Y. (2004). A network of superconducting gravimeters detects submicrogal coseismic gravity changes. *Science*, 306(5695) :476–478.
- Kamigaichi, O., Saito, M., Doi, K., Matsumori, T., Tsukada, S., Takeda, K., Shimoyama, T., Nakamura, K., Kiyomoto, M., and Watanabe, Y. (2009). Earthquake early warning in Japan : Warning the general public and future prospects. *Seismological Research Letters*, 80(5) :717–726.
- Kanamori, H. (2005). Real-time seismology and earthquake damage mitigation. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 33 :195–214.
- Kanamori, H. and Rivera, L. (2008). Source inversion of W phase : speeding up seismic tsunami warning. *Geophysical Journal International*, 175(1) :222–238.
- Kodera, Y., Saitou, J., Hayashimoto, N., Adachi, S., Morimoto, M., Nishimae, Y., and Hoshihara, M. (2016). Earthquake early warning for the 2016 Kumamoto earthquake : performance evaluation of the current system and the next-generation methods of the Japan Meteorological Agency. *Earth, Planets and Space*, 68(1) :202.
- Kuyuk, H. S. and Allen, R. M. (2013). Optimal seismic network density for earthquake early warning : A case study from California. *Seismological Research Letters*, 84(6) :946–954.

- Kuyuk, H. S., Allen, R. M., Brown, H., Hellweg, M., Henson, I., and Neuhauser, D. (2014). Designing a network-based earthquake early warning algorithm for California : ElarmS-2. *Bulletin of the Seismological Society of America*.
- Madariaga, R. (1976). Dynamics of an expanding circular fault. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66(3) :639–666.
- Matsuo, K. and Heki, K. (2011). Coseismic gravity changes of the 2011 Tohoku-oki earthquake from satellite gravimetry. *Geophysical Research Letters*, 38(7).
- McManus, D., Forsyth, P., Yap, M., Ward, R., Shaddock, D., McClelland, D., and Slagmolen, B. (2017). Mechanical characterisation of the TorPeDO : a low frequency gravitational force sensor. *Classical and Quantum Gravity*, 34(13).
- Meier, M.-A. (2017). How 'good' are real-time ground motion predictions from earthquake early warning systems? *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*.
- Meier, M.-A., Ampuero, J., and Heaton, T. (2017). The hidden simplicity of subduction megathrust earthquakes. *Science*, 357(6357) :1277–1281.
- Meier, M.-A., Heaton, T., and Clinton, J. (2016). Evidence for universal earthquake rupture initiation behavior. *Geophysical Research Letters*, 43(15) :7991–7996.
- Melgar, D., Crowell, B. W., Bock, Y., and Haase, J. S. (2013). Rapid modeling of the 2011 Mw 9.0 Tohoku-oki earthquake with seismogeodesy. *Geophysical Research Letters*, 40(12) :2963–2968.
- Minson, S. E., Murray, J. R., Langbein, J. O., and Gomberg, J. S. (2014). Real-time inversions for finite fault slip models and rupture geometry based on high-rate GPS data. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 119(4) :3201–3231.
- Montagner, J.-P., Juhel, K., Barsuglia, M., Ampuero, J. P., Chassande-Mottin, E., Harms, J., Whiting, B., Bernard, P., Clévéde, E., and Lognonné, P. (2016). Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-oki earthquake. *Nature Communications*, 7 :13349.
- Moody, M. V., Paik, H. J., and Canavan, E. R. (2002). Three-axis superconducting gravity gradiometer for sensitive gravity experiments. *Review of scientific instruments*, 73(11) :3957–3974.
- Nakamura, Y. (1984). Development of earthquake early-warning system for the Shinkansen, some recent earthquake engineering research and practical in Japan. *The Japanese national committee of the international association for earthquake engineering*, pages 224–238.
- Nakamura, Y. and Saita, J. (2007). UrEDAS, the earthquake warning system : Today and tomorrow. *Earthquake Early Warning Systems*, page 249.
- Nielsen, S. and Madariaga, R. (2003). On the self-healing fracture mode. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93(6) :2375–2388.

- Okada, Y. (2011). Preliminary report of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake. www.bosai.go.jp/e/pdf/Preliminary_report110328.pdf.
- Okubo, S. (1991). Potential and gravity changes raised by point dislocations. *Geophysical Journal International*, 105(3) :573–586.
- Okubo, S. (1992). Gravity and potential changes due to shear and tensile faults in a half-space. *Journal of Geophysical Research*, 97(B5) :7137.
- Paik, H. J., Griggs, C. E., Moody, M. V., Venkateswara, K., Lee, H. M., Nielsen, A. B., Majorana, E., and Harms, J. (2016). Low-frequency terrestrial tensor gravitational-wave detector. *Classical and Quantum Gravity*, 33(7) :075003.
- Pasyanos, M. E., Dreger, D. S., and Romanowicz, B. (1996). Toward real-time estimation of regional moment tensors. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86(5) :1255–1269.
- Pekeris, C. L. and Jarosch, H. (1958). The free oscillations of the Earth. In *Contributions in Geophysics in Honor of Beno Gutenberg*, pages 171–192. Pergamon Press.
- Phinney, R. A. and Burridge, R. (1973). Representation of the elastic - gravitational excitation of a spherical Earth model by generalized spherical harmonics. *Geophysical Journal International*, 34(4) :451–487.
- Sato, T. and Hirasawa, T. (1973). Body wave spectra from propagating shear cracks. *Journal of Physics of the Earth*, 21(4) :415–431.
- Satriano, C., Elia, L., Martino, C., Lancieri, M., Zollo, A., and Iannaccone, G. (2011). PRESTo, the earthquake early warning system for southern Italy : Concepts, capabilities and future perspectives. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31(2) :137–153.
- Simons, M., Minson, S. E., Sladen, A., Ortega, F., Jiang, J., Owen, S. E., Meng, L., Ampuero, J.-P., Wei, S., Chu, R., et al. (2011). The 2011 magnitude 9.0 Tohoku-oki earthquake : Mosaicking the megathrust from seconds to centuries. *Science*, 332(6036) :1421–1425.
- Strauss, J. A. and Allen, R. M. (2016). Benefits and costs of earthquake early warning. *Seismological Research Letters*.
- Suárez, G., Novelo, D., and Mansilla, E. (2009). Performance evaluation of the seismic alert system (SAS) in Mexico City : A seismological and a social perspective. *Seismological Research Letters*, 80(5) :707–716.
- Sun, W., Okubo, S., Fu, G., and Araya, A. (2009). General formulations of global co-seismic deformations caused by an arbitrary dislocation in a spherically symmetric earth model-applicable to deformed earth surface and space-fixed point. *Geophysical Journal International*, 177(3) :817–833.
- Tajima, F., Mori, J., and Kennett, B. L. (2013). A review of the 2011 Tohoku-oki earthquake (Mw 9.0) : Large-scale rupture across heterogeneous plate coupling. *Tectonophysics*, 586 :15–34.

- Takeuchi, H. and Saito, M. (1972). Seismic surface waves. In *Methods in Computational Physics : Advances in Research and Applications*, pages 217–295. Elsevier.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M., and Reigber, C. (2004). The Gravity Recovery And Climate Experiment : Mission overview and early results. *Geophysical Research Letters*, 31(9).
- Vallée, M. (2013). Source time function properties indicate a strain drop independent of earthquake depth and magnitude. *Nature Communications*, 4 :2606.
- Vallée, M., Charléty, J., Ferreira, A. M., Delouis, B., and Vergoz, J. (2011). SCARDEC : a new technique for the rapid determination of seismic moment magnitude, focal mechanism and source time functions for large earthquakes using body-wave deconvolution. *Geophysical Journal International*, 184(1) :338–358.
- Vallée, M. and Douet, V. (2016). A new database of Source Time Functions (STFs) extracted from the SCARDEC method. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 257 :149–157.
- Vallée, M., Ampuero, J. P., Juhel, K., Bernard, P., Montagner, J.-P., and Barsuglia, M. (2017). Observations and modeling of the elasto-gravity signals preceding direct seismic waves. *Science*.
- Wei, S., Graves, R., Helmberger, D., Avouac, J.-P., and Jiang, J. (2012). Sources of shaking and flooding during the Tohoku-oki earthquake : A mixture of rupture styles. *Earth and Planetary Science Letters*, 333 :91–100.
- Woodhouse, J. H. (1988). The calculation of the eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the Earth and the Sun. In *Seismological Algorithms : Computational Methods and Computer Programs*. Academic Press.
- Wu, Y.-M. and Kanamori, H. (2005a). Experiment on an onsite early warning method for the Taiwan early warning system. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95(1) :347–353.
- Wu, Y.-M. and Kanamori, H. (2005b). Rapid assessment of damage potential of earthquakes in Taiwan from the beginning of P waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95(3) :1181–1185.
- Ye, L., Lay, T., Kanamori, H., and Rivera, L. (2016). Rupture characteristics of major and great ($M_w > 7.0$) megathrust earthquakes from 1990 to 2015 : 1. Source parameter scaling relationships. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 121(2) :826–844.
- Yin, L. (2017). *Reducing Latencies in Earthquake Early Warning*. PhD thesis, California Institute of Technology.
- Zollo, A., Iannaccone, G., Lancieri, M., Cantore, L., Convertito, V., Emolo, A., Festa, G., Gallovič, F., Vassallo, M., Martino, C., Satriano, C., and Gasparini, P. (2009). Earthquake early warning system in southern Italy : Methodologies and performance evaluation. *Geophysical Research Letters*, 36(5).

Zschau, J., Gasparini, P., and Papadopoulos, G. (2009). SAFER, seismic early warning for Europe, final report.

Chapitre A

Annexes

A.1	Elasto-gravitational response cancellation in full-space.....	94
A.2	Composantes horizontales de la perturbation élasto-gravitationnelle	98

A.1 Elasto-gravitational response cancellation in full-space

In this section, we will demonstrate the exact cancellation of the elasto-gravitational terms, namely the gravitational perturbation and the induced inertial acceleration, in a homogeneous full-space.

To mimic the mass redistribution induced by the rupture and the propagation of seismic waves, we will first consider a single point mass $-m$ located at the center of a homogeneous gravitating sphere of infinite radius. We suddenly remove this mass from the medium : the $+mH(t)$ operation thus reproduces an impulsive earthquake rupture. We develop the expression of the perturbed displacement or acceleration fields in the medium. The complexity of the seismic waves propagation in full-space geometry can then be decomposed into a superposition of such point masses problem.

Static displacement field induced by a mass (-m)

As we saw in chapter 1, the static equilibrium of a homogeneous gravitating shell can be written

$$\nabla \cdot \sigma_0 + \rho g_0 = \mathbf{0} , \quad (\text{A.1})$$

where σ_0 is the initial stress tensor, ρ the density and g_0 the gravitational force.

Let us now consider the homogeneous gravitating shell represented figure (A.1), with a mass $-m$ located at its center. In such a medium, the static equilibrium equation writes

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \delta g = \mathbf{0} , \quad (\text{A.2})$$

where σ is the stress tensor raised by the point mass and δg the corresponding gravitational force.

The divergence of the stress tensor reads

$$\nabla \cdot \sigma = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}) \quad (\text{A.3})$$

with non-zero components :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\lambda \frac{u}{r} \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{\varphi\varphi} = \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + 2(\lambda + \mu) \frac{u}{r} . \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

λ and μ are respectively the Lamé elastic modulus and rigidity, and u describes the radial displacement field raised by the mass inclusion (the only non-zero component of displacement in our problem).

The divergence of the stress tensor can then be written as

$$\nabla \cdot \sigma = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - (\lambda + 2\mu) \frac{2u}{r^2} . \quad (\text{A.5})$$

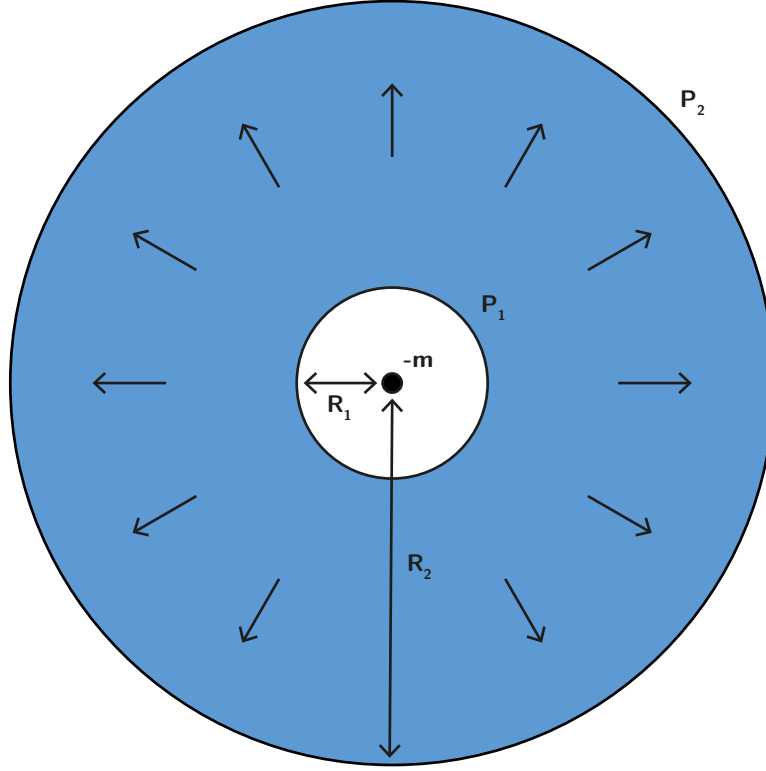


Figure A.1 – Homogeneous gravitating sphere of infinite radius, in equilibrium state with a mass (-m) located at $r=0$. $R_1 \ll 1$ and $R_2 \gg 1$.

We then get

$$\nabla \cdot \sigma - \rho \delta g = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} \right) - \frac{G(-m)\rho}{r^2} = 0, \quad (\text{A.6})$$

and the elasto-static equation finally writes :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = -\frac{1}{\alpha^2} \frac{Gm}{r^2}. \quad (\text{A.7})$$

G is the gravitational constant and α the P-wave velocity.

The solution of this second-order linear differential equation takes the form

$$u(r) = c_1 r + \frac{c_2}{r^2} + \frac{1}{2} \frac{Gm}{\alpha^2}. \quad (\text{A.8})$$

c_1 and c_2 are two constants determined by the boundary conditions $\sigma(R_1) = P_1$ and $\sigma(R_2) = P_2$:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{1}{(3\lambda + 2\mu)(R_1^3 - R_2^3)} \left[R_1^3 P_1 - R_2^3 P_2 + \lambda \frac{Gm}{\alpha^2} (R_1^2 - R_2^2) \right] \\ c_2 = \frac{1}{4\mu} \frac{(P_2 - P_1)}{\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3}} - \frac{\lambda}{4\mu} \frac{Gm}{\alpha^2} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2}. \end{cases}$$

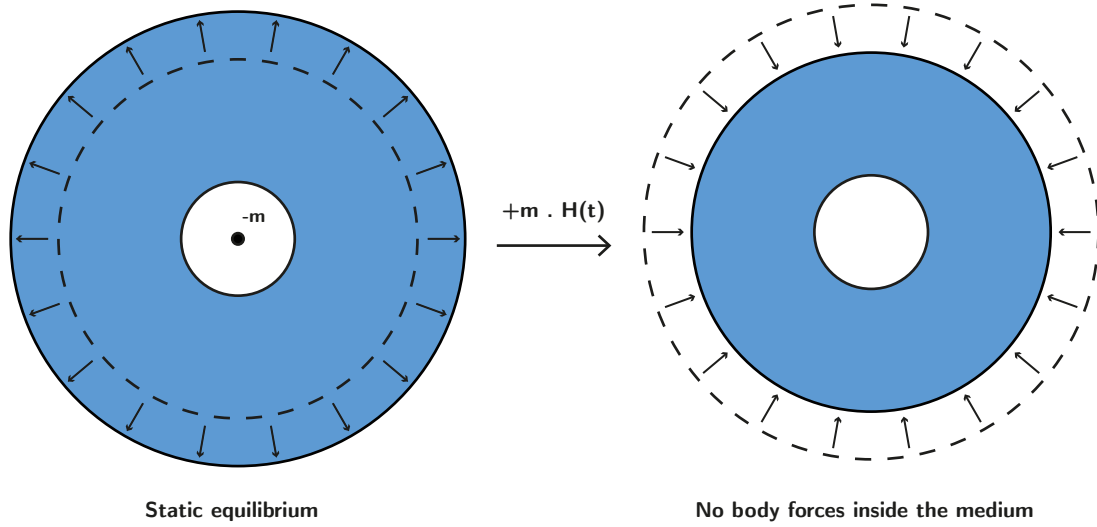


Figure A.2 – A static equilibrium is induced by a repulsive mass (-m) located at $r=0$. We then add the mass $+mH(t)$, i.e. we remove all body forces in the system.

If we choose to impose no traction on boundaries (i.e. $P_1 = P_2 = 0$), it follows :

$$\begin{cases} c_1 = \frac{\lambda}{(3\lambda + 2\mu)} \frac{Gm}{\alpha^2} \frac{R_1 + R_2}{R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2} \\ c_2 = -\frac{\lambda}{4\mu} \frac{Gm}{\alpha^2} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2} \end{cases}$$

Since $R_1 \ll r \ll R_2$, we get the simplified expressions :

$$\begin{cases} c_1 = \frac{\lambda}{(3\lambda + 2\mu)} \frac{Gm}{\alpha^2} \frac{1}{R_2} \\ c_2 = -\frac{\lambda}{4\mu} \frac{Gm}{\alpha^2} R_1^2 \end{cases}$$

and the static solution becomes :

$$u(r) = c_1 r + \frac{c_2}{r^2} + \frac{1}{2} \frac{Gm}{\alpha^2} \sim + \frac{1}{2} \frac{Gm}{\alpha^2}. \quad (\text{A.9})$$

Dynamic displacement field

We add a mass $+m H(t)$ such that there are no longer body forces in the medium (see figure A.2). We write the resulting inertial displacement field u in terms of Lamé potential ϕ :

$$u(r, t) = \nabla \phi(r, t). \quad (\text{A.10})$$

The potential ϕ follows the equations (4.9-13) from [Aki and Richards \(2002\)](#) :

$$\ddot{\phi} = \frac{\Phi}{\rho} + \alpha^2 \nabla^2 \phi = \alpha^2 \nabla^2 \phi. \quad (\text{A.11})$$

The body force scalar potential $\Phi = 0$ since there are no forces anymore in the medium.

We write ϕ as a sum of upgoing and downgoing solutions :

$$\phi(r, t) = \frac{f(r - \alpha t)}{r} + \frac{f(r + \alpha t)}{r}, \quad (\text{A.12})$$

(true up to $t = r/\alpha$, when the wave coming from $r = 0$ reaches the observation point) and from (A.10) the displacement becomes :

$$u(r, t) = \frac{f'(r - \alpha t)}{r} - \frac{f(r - \alpha t)}{r^2} + \frac{f'(r + \alpha t)}{r} - \frac{f(r + \alpha t)}{r^2}. \quad (\text{A.13})$$

Inserting $u(r, t = 0)$ into equation (A.9), we get

$$\frac{2f'(r)}{r} - \frac{2f(r)}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{Gm}{\alpha^2} \quad (\text{A.14})$$

and the solution f can be written as

$$f(r) = \frac{1}{4} \frac{Gm}{\alpha^2} r^2. \quad (\text{A.15})$$

Inserting f into (A.13), we finally get for the dynamic solution of the displacement field :

$$u(r, t) = \frac{1}{2} \frac{Gm}{\alpha^2} - \frac{1}{2} \frac{Gm}{r^2} t^2. \quad (\text{A.16})$$

Instrumental recording

Two successive differentiations over time of the inertial displacement field lead to

$$\ddot{u}(r, t) = - \frac{Gm}{r^2}, \quad (\text{A.17})$$

which is the exact form of the gravitational perturbation at our station :

$$\ddot{u}(r, t) = \delta g. \quad (\text{A.18})$$

The inertial acceleration induced by a single mass $+m$ thus cancels the gravitational perturbation. Since an instrument records $(\ddot{u} - \delta g)$, there is no instrumental recording raised by a single mass point in a homogeneous full-space. We have not treated self-gravitation in this section. The additional forces δg_{self} raised by this coupling can be treated separately with the same approach, and by linearity should be cancelled out with the corresponding inertial term.

In full-space geometry, a double couple can be decomposed into four different mass quadrants, which can be reduced to four growing point masses. These four point masses can be treated separately into four problems like the one presented in this section, hence there is no instrumental recording at all in full-space geometry.

A.2 Composantes horizontales de la perturbation élasto-gravitationnelle

Les perturbations gravitationnelles horizontales simulées 150 secondes après l'initiation du tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki sont présentées en figures [A.3](#) et [A.4](#). Les diagrammes de radiation diffèrent de façon significative par rapport à la radiation verticale présentée en figure [1.11](#).

Les perturbations élasto-gravitationnelles simulées sur les trois composantes des stations INU et MDJ sont illustrées en figure [A.5](#).

L'amplitude des perturbations à l'arrivée de l'onde P est comparable sur les trois composantes. Cependant, les enregistrements horizontaux sont en pratique plus bruités que l'enregistrement vertical, à cause du bruit sismique ambiant. Une détection de perturbation élasto-gravitationnelle sur des composantes horizontales devrait donc se révéler plus ardue, mais mérite d'être tentée.

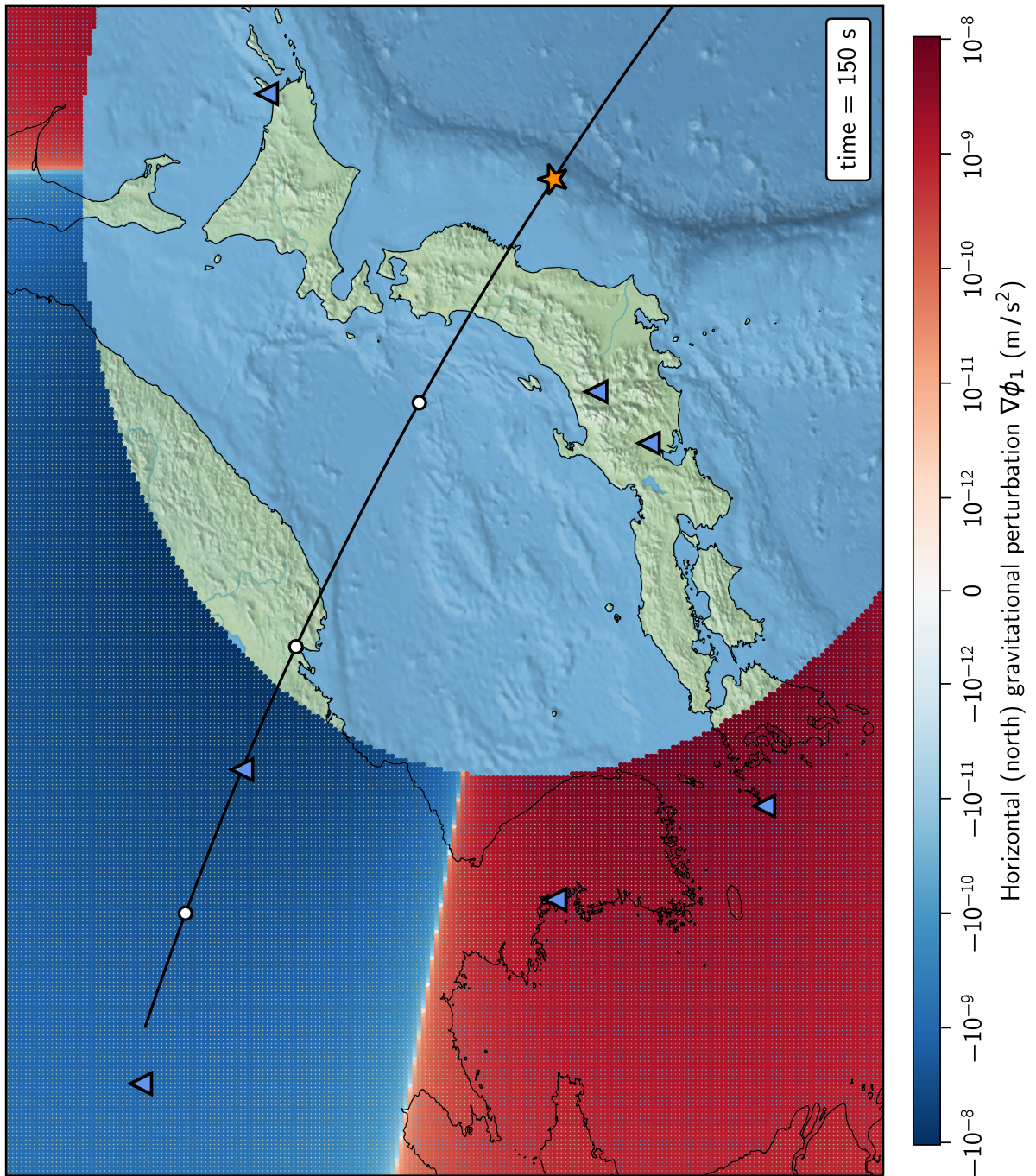


Figure A.3 – Perturbation gravitationnelle horizontale (Nord) induite en surface par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki, 150 secondes après l'initiation de la rupture. L'étoile orange représente l'épicentre, les triangles bleus les stations exploitées dans Vallée et al. (2017). Sont uniquement représentées les positions au devant du front d'onde P.

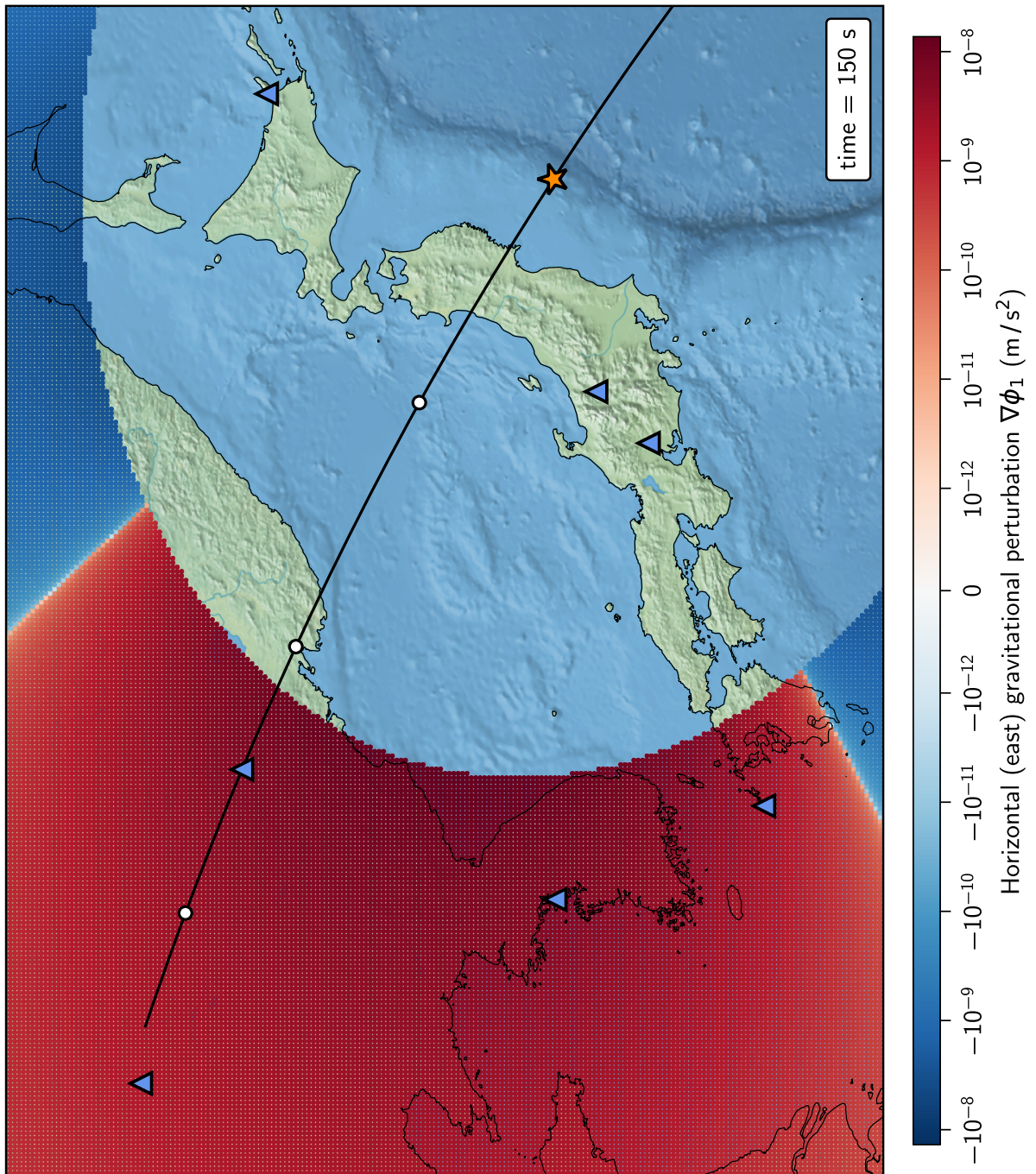


Figure A.4 – Perturbation gravitationnelle horizontale (Est) induite en surface par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku-oki, 150 secondes après l'initiation de la rupture. L'étoile orange représente l'épicentre, les triangles bleus les stations exploitées dans Vallée et al. (2017). Sont uniquement représentées les positions au devant du front d'onde P.

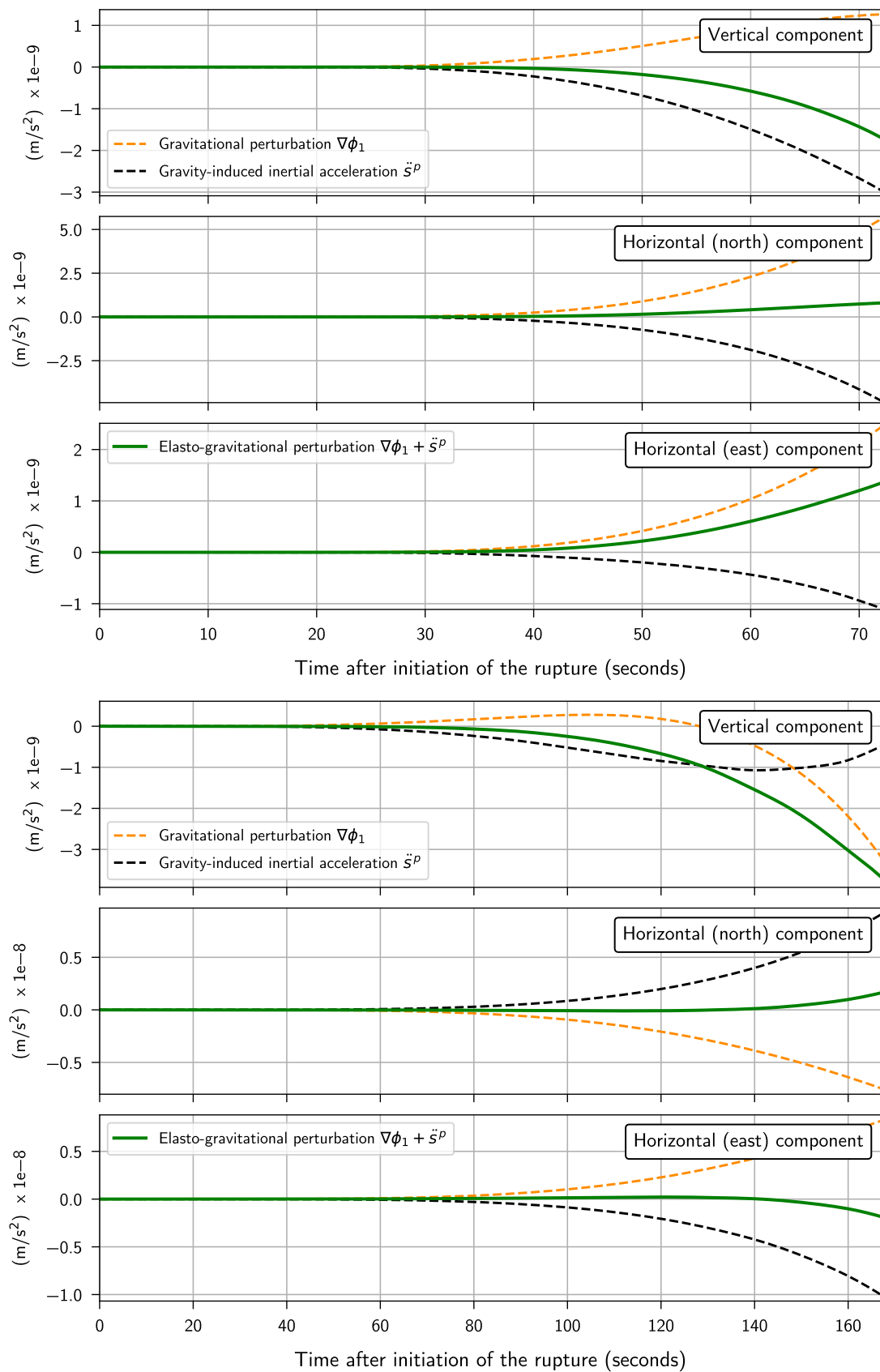


Figure A.5 – Enregistrements trois-composantes de la perturbation élasto-gravitationnelle aux stations INU (haut) et MDJ (bas) (courbes vertes), décomposée en perturbation gravitationnelle (courbes oranges) et accélération inertielle induite par gravité (courbes noires), induite par le tremblement de terre de M9.1 Tohoku dans le modèle PREM auto-gravitant.

Chapitre B

Publications

Normal mode modeling of elasto-gravity signals (subm. to <i>Geophys. Journ. Int.</i>).....	104
Prompt gravity signal induced by the Tohoku earthquake (<i>Nat. Comms.</i> , 2016).....	123
Observations and modeling of early elasto-gravity signals (<i>Science</i> , 2017)	130

Normal mode simulation of early elasto-gravitational perturbations induced by earthquake rupture

K. Juhel,¹ J.-P. Montagner,¹ J. P. Ampuero,² M. Barsuglia,³ P. Bernard,¹

E. Clévéde,¹ J. Harms,^{4,5} M. Vallée¹ and B. F. Whiting⁶

¹ *Institut de Physique du Globe de Paris, Paris, France, e-mail : juhel@ipgp.fr*

² *Seismological Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA*

³ *AstroParticule et Cosmologie, Sorbonne Paris Cité, Paris, France*

⁴ *National Institute for Nuclear Physics, Sesto Fiorentino, Italy*

⁵ *Università degli Studi di Urbino, Urbino, Italy*

⁶ *Department of Physics, University of Florida, Gainesville, Florida, USA*

SUMMARY

During a seismic event, the rupture and the propagation of seismic waves redistribute masses within the Earth. This mass redistribution generates in turn a long-range perturbation of the Earth gravitational potential, which can be recorded before the arrival of the direct seismic waves. Following the first detections of such early gravitational perturbations, efforts have been made to model every aspect of the signals. We present here a normal mode-based simulation of elasto-gravitational perturbations, as recorded by a ground-based seismometer. The normal mode approach enables a faster computation of elasto-gravitational signals in uniform and layered spherical Earth models, with self-gravitation included. A precise computation of elasto-gravitational perturbations may prove useful in the implementation of a gravity-based earthquake early warning system.

Key words: Transient deformation, Time variable gravity, Numerical solutions, Theoretical seismology

1 INTRODUCTION

During and after large earthquakes, changes in the gravitational potential of the Earth arise from a redistribution of internal masses, due to volumic strain and displacement of pre-existing density gradients. Static changes have been reported from before to after great earthquakes such as the M8.0 Tokachi-oki earthquake, using data recovered by ground-based superconducting gravimeters (Imanishi 2004). The satellite mission Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE) (Tapley et al. 2004) also recorded gravity changes following the M9.0-9.3 Sumatra-Andaman earthquake (Han et al. 2006), the M8.8 Maule earthquake (Han et al. 2010; Heki & Matsuo 2010) and the M9.1 Tohoku-oki earthquake (Matsuo & Heki 2011).

Okubo (1991, 1992) developed analytical expressions of the co-seismic potential and gravity changes due to a point dislocation and faulting of a rectangular finite plane, buried in a homogeneous half-space medium. Sun et al. (2009) later developed the co-seismic Green's functions of potential and gravity changes in a spherically symmetric Earth model, at the deformed Earth surface and in space. de Linage et al. (2009) modeled the static potential perturbation induced by the Sumatra-Andaman earthquake, using normal modes summation.

Disturbance due to seismic waves propagation induces also a dynamic long-range perturbation of the gravitational potential, during the seismic rupture. Evidences of such transient perturbations, observed before the arrival of the direct seismic waves following the M9.1 Tohoku-oki event, have been reported in Montagner et al. (2016) and Vallée et al. (2017).

Harms et al. (2015) first addressed a full time-domain solution of potential changes raised by point dislocation, in a homogeneous full-space model. Harms (2016) later provided a time-domain solution of surface perturbations produced by a dislocation buried in a homogeneous half-space. While this study neglects self-gravity effects and does not account for the Earth's sphericity, it is the most accurate analytical solution so far and can predict perturbations to distances up to hundreds of kilometers from the epicenter.

A ground-based seismometer records a gravity-induced inertial acceleration in addition to the gravitational potential perturbation. We refer to the overall signal as elasto-gravitational perturbation. Vallée et al. (2017) computed the elasto-gravitational perturbation induced by the M9.1 Tohoku-oki earthquake in a non-self gravitating, spherically layered Earth model using the AXITRA code (Cotton & Coutant 1997), based on a discrete wavenumber summation (Bouchon 1981). In the present study,

we use an approach based on normal mode theory, in non self-gravitating and self-gravitating spherical Earth models. Inherent eigenfunctions are used to directly compute the gravitational perturbations. While the direct computation of the inertial term remains impossible due to numerical limitations, its convergence is achieved with a two-step computation.

2 EARLY ELASTO-GRAVITATIONAL RESPONSE TO AN EARTHQUAKE RUPTURE

2.1 Fundamental equations

Let ρ_0 and ϕ_0 denote the initial density distribution and gravitational potential of a spherically symmetric Earth model. Let also denote the corresponding gravitational acceleration

$$\mathbf{g}_0 = -\nabla\phi_0 = -\frac{\partial\phi_0}{\partial r} \mathbf{e}_r = -g_0 \mathbf{e}_r, \quad (1)$$

where \mathbf{e}_r is the upward unit vector. The gravitational potential obeys Poisson's equation

$$\nabla^2\phi_0 = \frac{\partial^2\phi_0}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial\phi_0}{\partial r} = 4\pi G\rho_0, \quad (2)$$

where G is Newton's gravitational constant. We neglect rotation and ellipticity of the Earth, and assume a hydrostatic initial stress.

Let us now consider the displacement perturbation field \mathbf{s} due to a seismic source \mathbf{f} . From this point, the ₁ subscript refers to the perturbed state of a parameter, and the ^L and ^E exponents will describe Lagrangian and Eulerian representations, respectively. In a non self-gravitating Earth, the equation of motion writes

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{s}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1^E - \rho_1^E \nabla\phi_0 + \mathbf{f}, \quad (3)$$

where $\boldsymbol{\sigma}$ denotes the stress tensor. In a self-gravitating Earth, the displacement field raised by seismic wave propagation induces gravitational perturbations ϕ_1^E , which in turn disturb the displacement field

$$\begin{cases} \rho_0 \ddot{\mathbf{s}} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1^E - \rho_1^E \nabla\phi_0 - \rho_0 \nabla\phi_1^E + \mathbf{f} \\ \nabla^2\phi_1^E &= 4\pi G \rho_1^E = -4\pi G \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{s}). \end{cases} \quad (4)$$

The integral solution of the perturbed Poisson's equation in a spherically symmetric Earth is

$$\phi_1^E(\mathbf{r}, t) = G \int_V \frac{\rho'_0 \nabla \cdot \mathbf{s}'}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dV' + G \int_V \frac{s'_r \nabla\rho'_0}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dV', \quad (5)$$

where the first term comprises the volumic perturbation due to dilatation, and the second term gives the perturbation due to displacement of pre-existing density gradients.

2.2 Response of a recording instrument

We aim to model the complete elasto-gravitational response of a seismometer to an earthquake, prior to the seismic waves arrivals. Following Dahlen & Tromp (1998), the response of a recording instrument must account for gravitational effects in addition to the inertial acceleration of its housing. Thus, we write the momentum equation of its sensing element

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{F} + \mathbf{g}_1^L, \quad (6)$$

where $\boldsymbol{\xi}$ represents the displacement of the sensing element, \mathbf{F} the force feedback and \mathbf{g}_1^L the perturbed gravitational force. The instrument displacement $\boldsymbol{\xi}$ can be decomposed into two terms, $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{s}^P + \boldsymbol{\nu}$, with \mathbf{s}^P the displacement of the ground below the station prior to P-wave arrival, and $\boldsymbol{\nu}$ the displacement of the sensing element with respect to the instrument housing. Adjusting \mathbf{F} such that the sensing element does not move relatively to its housing ($\boldsymbol{\nu} = \mathbf{0}$), the instrument records

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \ddot{\mathbf{s}}^P - \mathbf{g}_1^L \\ &= \ddot{\mathbf{s}}^P - \left(\mathbf{g}_1^E + \mathbf{s}^P \cdot \nabla \mathbf{g}_0 \right). \end{aligned} \quad (7)$$

From equations (1) and (2), the gradient of the gravitational acceleration writes

$$\nabla \mathbf{g}_0 = - \left(4\pi G \rho_0 - \frac{2}{r} g_0 \right) \mathbf{e}_r. \quad (8)$$

The radial electro-mechanical force F_r imposed by the seismometer can then be written as

$$F_r = \ddot{s}_r^P + \nabla \phi_1^E + s_r^P (4\pi G \rho_0 - 2g_0/r). \quad (9)$$

These four different terms account respectively for 1) the gravity-induced inertial acceleration of the ground before P-wave arrival time, 2) the gravitational perturbation on the undeformed surface due to volumetric deformation, 3) the apparent surface-mass perturbation and 4) the free-air gradient (Fig. 1). It will be shown that the coupling terms to the static gravity field, namely terms 3 and 4, are negligible compared to the gravitational perturbation and gravity-induced inertial acceleration.

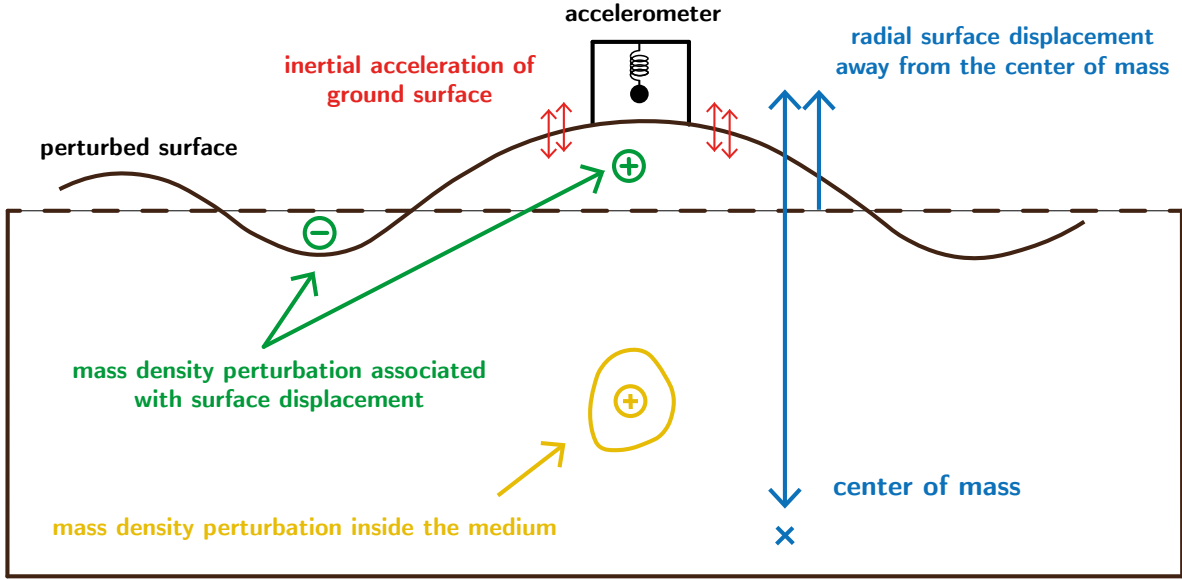


Figure 1. Schematics of the different terms recorded by a seismometer.

3 NORMAL MODE REPRESENTATION OF THE GRAVITATIONAL RESPONSE

3.1 Spherical-harmonic decomposition

To compute the early elasto-gravitational response of the Earth to an earthquake, we use a spheroidal spherical-harmonic representation of the displacement \mathbf{s} , traction \mathbf{t} and gravitational potential ϕ

$$\begin{cases} \mathbf{s} = [\mathbf{U}(r) \mathbf{e}_r + \mathbf{V}(r) k^{-1} \nabla_\ell] \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \\ \mathbf{t} = [\mathbf{R}(r) \mathbf{e}_r + \mathbf{S}(r) k^{-1} \nabla_\ell] \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \\ \phi = \mathbf{P}(r) \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi), \end{cases}$$

where $\mathcal{Y}_{\ell m}$ is the generalized spherical harmonic of a given (n, ℓ, m) mode (Phinney & Burridge 1973), ∇_ℓ the surface gradient on the sphere and $k = \sqrt{\ell(\ell+1)}$. Toroidal modes cannot describe a density redistribution, and are not affected by gravity changes. \mathbf{U} , \mathbf{V} , \mathbf{R} , \mathbf{S} and \mathbf{P} are radial eigenfunctions and only depend on the radius.

3.2 Computation of eigenfunctions in a uniform solid Earth model

The exact solutions for spheroidal oscillations of a uniform Earth are developed e.g. in Pekeris & Jarosch (1958) and Takeuchi & Saito (1972). The eigenfrequencies and eigenfunctions computed in the present study, both in non self-gravitating and self-gravitating models, are based on their results.

3.2.1 Non self-gravitating solid sphere

The eigenfunctions of a non self-gravitating, homogeneous solid sphere are expressed in Takeuchi & Saito (1972) in terms of spherical Bessel functions of degrees ℓ and $\ell + 1$, $j_\ell(\gamma r)$ and $j_{\ell+1}(\gamma r)$, with ℓ the angular wavenumber of a given mode (n, ℓ) . The authors write the two independent solutions of the spheroidal oscillations as

$$\begin{cases} \mathbf{U}_1(r) &= \ell r^{-1} j_\ell(\gamma r) - \gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{V}_1(r) &= k r^{-1} j_\ell(\gamma r) \\ \mathbf{R}_1(r) &= -\left[(\lambda + 2\mu)\gamma^2 - 2\ell(\ell - 1)\mu r^{-2}\right] j_\ell(\gamma r) + 4\mu\gamma r^{-1} j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{S}_1(r) &= 2k\mu\left[(\ell - 1)r^{-2} j_\ell(\gamma r) - \gamma r^{-1} j_{\ell+1}(\gamma r)\right], \end{cases} \quad (10)$$

with $\gamma = \omega/\alpha$ and

$$\begin{cases} \mathbf{U}_2(r) &= -\ell(\ell + 1) j_\ell(\gamma r) / r \\ \mathbf{V}_2(r) &= -k(\ell + 1) j_\ell(\gamma r) / r + k\gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{R}_2(r) &= 2\mu\left[-\ell(\ell^2 - 1)r^{-2} j_\ell(\gamma r) + \ell(\ell + 1)\gamma r^{-1} j_{\ell+1}(\gamma r)\right] \\ \mathbf{S}_2(r) &= k\mu\left[\gamma^2 - 2(\ell^2 - 1)r^{-2}\right] j_\ell(\gamma r) - 2k\mu\gamma r^{-1} j_{\ell+1}(\gamma r), \end{cases} \quad (11)$$

with $\gamma = \omega/\beta$.

Boundary conditions impose no radial and shear traction at the free surface : $\mathbf{R}(a) = \mathbf{S}(a) = 0$. We get any radial eigenfunction $\mathbf{F}(r)$ as a linear combinaison of the solutions, $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + b\mathbf{F}_2$ with b such that the aforementioned boundary conditions are satisfied.

With $\mathbf{U}(r)$ and $\mathbf{V}(r)$ the eigenfunctions describing radial and transverse displacement, we finally compute the gravitational potential eigenfunction $\mathbf{P}(r)$ as

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(r) = & -\frac{4\pi G}{2\ell + 1} \left[\frac{1}{r^{\ell+1}} \int_0^r \rho_0(r') \left[\ell \mathbf{U}(r') + k \mathbf{V}(r') \right] r'^{\ell+1} dr' \right. \\ & \left. + r^\ell \int_r^a \rho_0(r') \left[-(\ell + 1) \mathbf{U}(r') + k \mathbf{V}(r') \right] \frac{1}{r'^\ell} dr' \right] \end{aligned} \quad (12)$$

(Pekeris & Jarosch 1958). It can be noted that this expression is the normal mode equivalent formulation of equation (5).

3.2.2 Self-gravitating solid sphere

In the previous section, eigenfunctions $\mathbf{P}(r)$ play no feedback role on eigenfunctions $\mathbf{U}(r)$ and $\mathbf{V}(r)$. Self-gravitation can be turned on by solving directly the equations of motion system for all three eigenfunctions (Pekeris & Jarosch 1958; Takeuchi & Saito 1972). The first two solutions for spheroidal

oscillations of a self-gravitating uniform Earth then become

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}_i(r) = \ell \xi r^{-1} j_\ell(\gamma r) - \zeta \gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{V}_i(r) = k \xi r^{-1} j_\ell(\gamma r) + k \gamma j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{R}_i(r) = -\left[(\lambda + 2\mu) \zeta \gamma^2 - 2\ell(\ell - 1) \mu \xi r^{-2} \right] j_\ell(\gamma r) \\ \quad + 2\mu \left[2\zeta + \ell(\ell + 1) \right] \gamma r^{-1} j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{S}_i(r) = k \mu \left[\gamma^2 + 2(\ell - 1) \xi r^{-2} \right] j_\ell(\gamma r) - 2k \mu (\zeta + 1) \gamma r^{-1} j_{\ell+1}(\gamma r) \\ \mathbf{P}_i(r) = -4\pi G \rho \zeta j_\ell(\gamma r), \end{array} \right. \quad (13)$$

with

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \frac{\omega^2}{2\beta^2} + \frac{\omega^2 + 16\pi G \rho / 3}{2\alpha^2} \\ &\pm \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\omega^2}{\beta^2} - \frac{\omega^2 + 16\pi G \rho / 3}{\alpha^2} \right)^2 + \left(\frac{8\pi G k \rho}{3\alpha\beta} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\zeta = 3\beta^2 (\gamma^2 - \omega^2 / \beta^2) (4\pi G \rho)^{-1}$$

$$\xi = \zeta - (\ell + 1).$$

The third independent solution writes

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}_3(r) = \ell r^{\ell-1} \\ \mathbf{V}_3(r) = k r^{\ell-1} \\ \mathbf{R}_3(r) = 2\ell(\ell - 1) \mu r^{\ell-2} \\ \mathbf{S}_3(r) = 2k \mu (\ell - 1) r^{\ell-2} \\ \mathbf{P}_3(r) = (\omega^2 - 4\pi G \rho \ell / 3) r^\ell. \end{array} \right. \quad (15)$$

There are once again no radial and shear traction at the free surface. Self-gravitation imposes additional boundary conditions : the equality between internal ϕ_1 and external ϕ_1^{ext} gravitational potentials, and equality between their gradients,

$$\frac{\partial \phi_1^{\text{ext}}}{\partial r} - \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = 4\pi G \rho_0 s_r. \quad (16)$$

With $\phi_1^{\text{ext}}(r) = (a/r)^{\ell+1} \phi_1(a)$, we define the auxiliary eigenfunction

$$\mathbf{B}(r) = \dot{\mathbf{P}}(r) + 4\pi G \rho_0 \mathbf{U}(r) + (\ell + 1) r^{-1} \mathbf{P}(r), \quad (17)$$

which vanishes at the free surface : $\mathbf{R}(a) = \mathbf{S}(a) = \mathbf{B}(a) = 0$. We then get any eigenfunction $\mathbf{F}(r)$ as a linear combinaison of the solutions, $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + b \mathbf{F}_2 + c \mathbf{F}_3$ with b and c such that the aforementioned

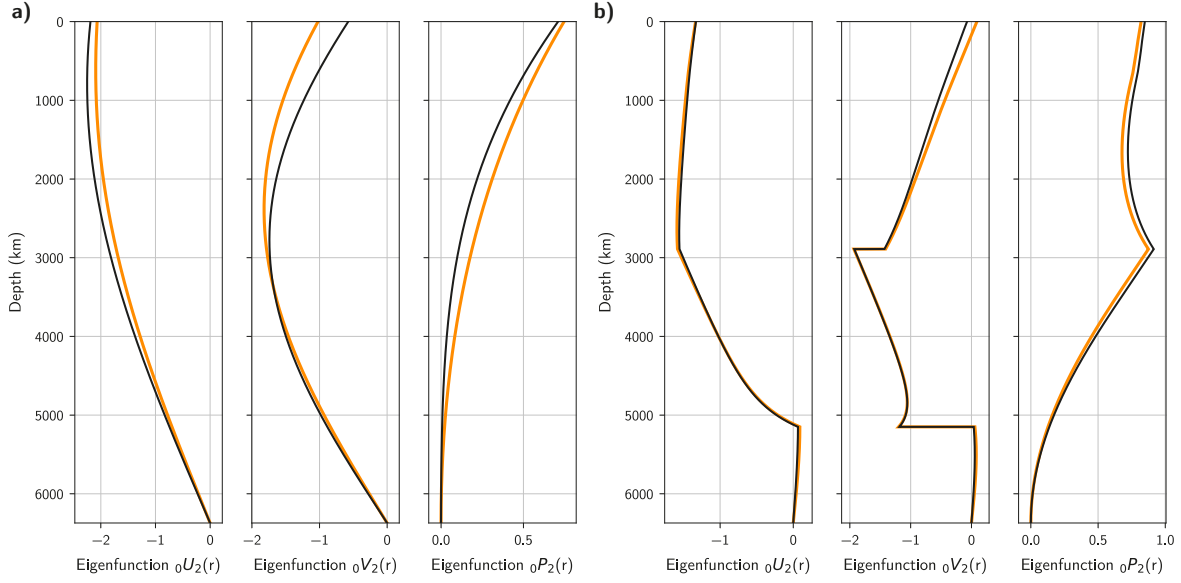


Figure 2. Radial eigenfunctions $U(r)$, $V(r)$ and $P(r)$ for the ${}_0\mathcal{S}_2$ mode, within (a) a homogeneous solid sphere and (b) the isotropic PREM model (no ocean). Black lines correspond to eigenfunctions computed in self-gravitating Earth models. Orange lines correspond to eigenfunctions computed in non self-gravitating Earth models, eigenfunctions $P(r)$ are then computed through the integration of eigenfunctions $U(r)$ and $V(r)$.

boundary conditions are satisfied.

As an example, $U(r)$, $V(r)$ and $P(r)$ eigenfunctions for the ${}_0\mathcal{S}_2$ mode of a uniform solid sphere and the spherically layered PREM model (Dziewonski & Anderson 1981) are displayed in Fig. 2. We use the Mineos package (Woodhouse 1988) to compute the free oscillations of the PREM model. When self-gravitation is shut down, we apply equation (12) to compute $P(r)$ eigenfunctions. The influence of self-gravitation on eigenfrequencies, eigenfunctions and seismograms is discussed in more detail in Appendix ??.

3.3 Response to a moment-tensor source

Let us consider a seismic source described by a moment-tensor \mathbf{M} and a normalized moment source-time function $m(t)$. The transient gravitational perturbation writes

$$\nabla\phi_1^E(r, \theta, \varphi, t) = \sum_i \mathbf{M} : \boldsymbol{\epsilon}_i(\mathbf{r}_s) \dot{m}(t) * \frac{1 - \cos(\omega_i t)}{\omega_i^2} \mathcal{A}_i(r, \theta, \varphi), \quad (18)$$

where ω_i is the eigenfrequency of a given mode $i = (n, \ell, m)$ (Gilbert 1971). The double dot product between the moment and strain tensors forms the excitation coefficient $\mathbf{M} : \boldsymbol{\epsilon} = M_{pq} \epsilon_{pq}$, estimated at source location \mathbf{r}_s . The asterisk $*$ indicates convolution by the moment-rate source-time function

$\dot{m}(t)$. The acceleration operator \mathcal{A} comprises the three components of gravitational perturbation :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\ell m}(r, \theta, \varphi) &= \frac{\partial P(r)}{\partial r} \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \mathbf{e}_r \\ &+ \frac{P(r)}{r} \partial_{\theta} \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \mathbf{e}_{\theta} \\ &+ \frac{P(r)}{r} \frac{1}{\sin(\theta)} \partial_{\varphi} \mathcal{Y}_{\ell m}(\theta, \varphi) \mathbf{e}_{\phi}, \end{aligned} \quad (19)$$

where \mathbf{e}_{θ} and \mathbf{e}_{ϕ} are unit vectors pointing into South and East directions, respectively.

4 NUMERICAL SIMULATIONS OF ELASTO-GRAVITATIONAL PERTURBATIONS

4.1 Numerical parameters

In the following sections, we consider as uniform Earth model a homogeneous solid sphere of density 2700 kg/m³, P-wave velocity $\alpha = 6.4$ km/s and S-wave velocity $\beta = 3.7$ km/s. Self-gravitation is shut down to enable comparison with the analytical solutions. Overtones are all summed up to 100 mHz and corresponding wavenumber $\ell = 1174$. Two successive moving-averages are applied at 10 seconds - i.e. at cut-off frequency - to smooth the obtained synthetics.

We also adopt a self-gravitating isotropic PREM model, with no ocean, and compute its eigenfrequencies and eigenfunctions using the Mineos package. Overtones are summed up to $\ell = 2695$ and 200 mHz, and progressively tapered from 100 mHz to 200 mHz. A 10-second moving-average is again applied twice for smoothing purposes.

We focus the following results on elasto-gravitational perturbations induced by the M9.1 Tohoku-oki earthquake (37.52°N, 143.05°E), modeled at GEOSCOPE INU station (35.35°N, 137.029°E), IC MDJ station (44.62°N, 129.59°E) and GGP KA station (36.43°N, 137.308°E) locations. Source rupture is described with angles (strike, dip, rake) = (203°, 10°, 88°) and we adopt as source time-function $\dot{m}(t)$ the triangular moment-rate function from the Global Centroid Moment Tensor project (Ekström et al. 2012).

4.2 Computation of gravitational perturbation at instrument location

Vallée et al. (2017) computed the gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ in a non-self gravitating Earth model using the AXITRA code. They followed a two-step approach : first, the direct displacement field \mathbf{s} induced by the seismic wave propagation is computed on a hemispheric grid, centered around the epicenter location (Fig. 3a). Then, the gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ is computed through the integration of the direct displacement field, by taking the gradient of equation (5).

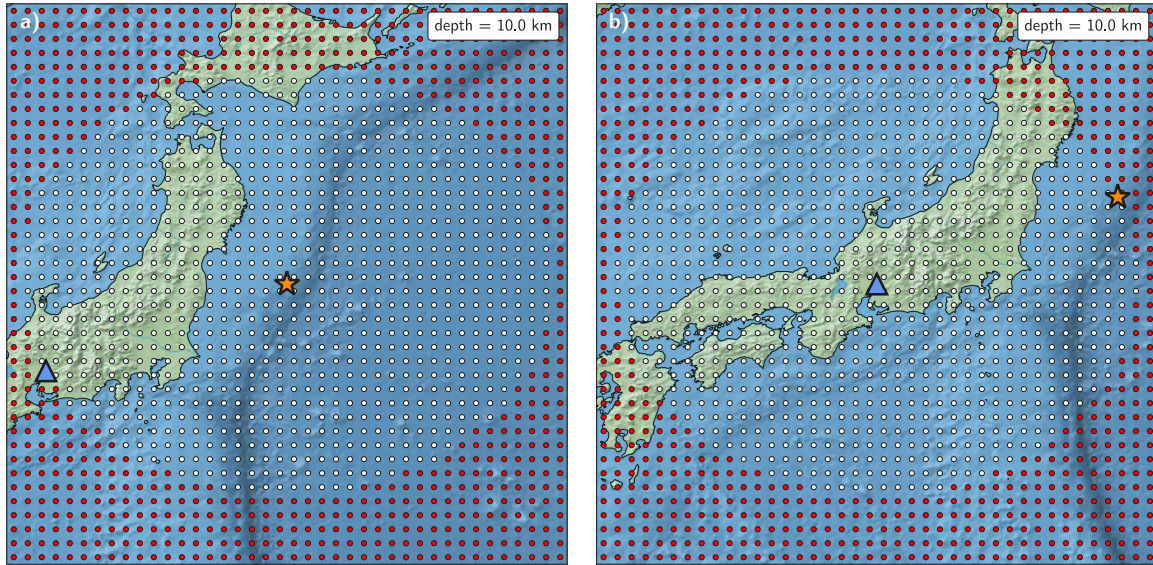


Figure 3. Cross-section of hemispheric grids used for (a) the indirect computation of gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ and (b) the computation of induced inertial acceleration $\ddot{\mathbf{s}}^P$, at depth 10 km. The orange star and blue triangle indicate the earthquake epicenter and INU station locations. (a) The displacement field induced by the earthquake is computed at white dot locations, and integrated into gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ at the station. (b) A gravitational perturbation excites every white dot locations, the resulting elastic waves are summed at station location into gravity-induced inertial acceleration $\ddot{\mathbf{s}}^P$.

We simulate the gravitational perturbation with a normal mode-based approach, first following Vallée et al. (2017) two-step procedure, then directly through the use of equations (18) and (19). The consistency between the two methods is presented in Fig. 4, in the homogeneous solid sphere. While the indirect approach imposes the computation of thousands of intermediate seismograms, the direct approach is significantly faster.

4.3 Computation of gravity-induced inertial acceleration

The immense amplitude difference between the gravity-induced inertial acceleration $\ddot{\mathbf{s}}^P$ (\sim a few 10^{-9} m/s² at 1000 km) and the following impulsive seismic waves (\sim a few 10^{-3} m/s² at 1000 km) leads to numerical oscillations in the very first seconds of the seismograms. Oscillations arise from the truncation in the theoretically infinite mode summation. Thus, the gravity-induced inertial acceleration $\ddot{\mathbf{s}}^P$ cannot be computed directly using equation (18) and the appropriate operator. We instead follow a procedure similar to the one proposed in Vallée et al. (2017), which consists here in only two steps. We first define a hemispheric grid of secondary sources, centered around the instrument location (Fig. 3b). Each grid point is excited remotely by a gravitational perturbation arising from the rupture, acting as

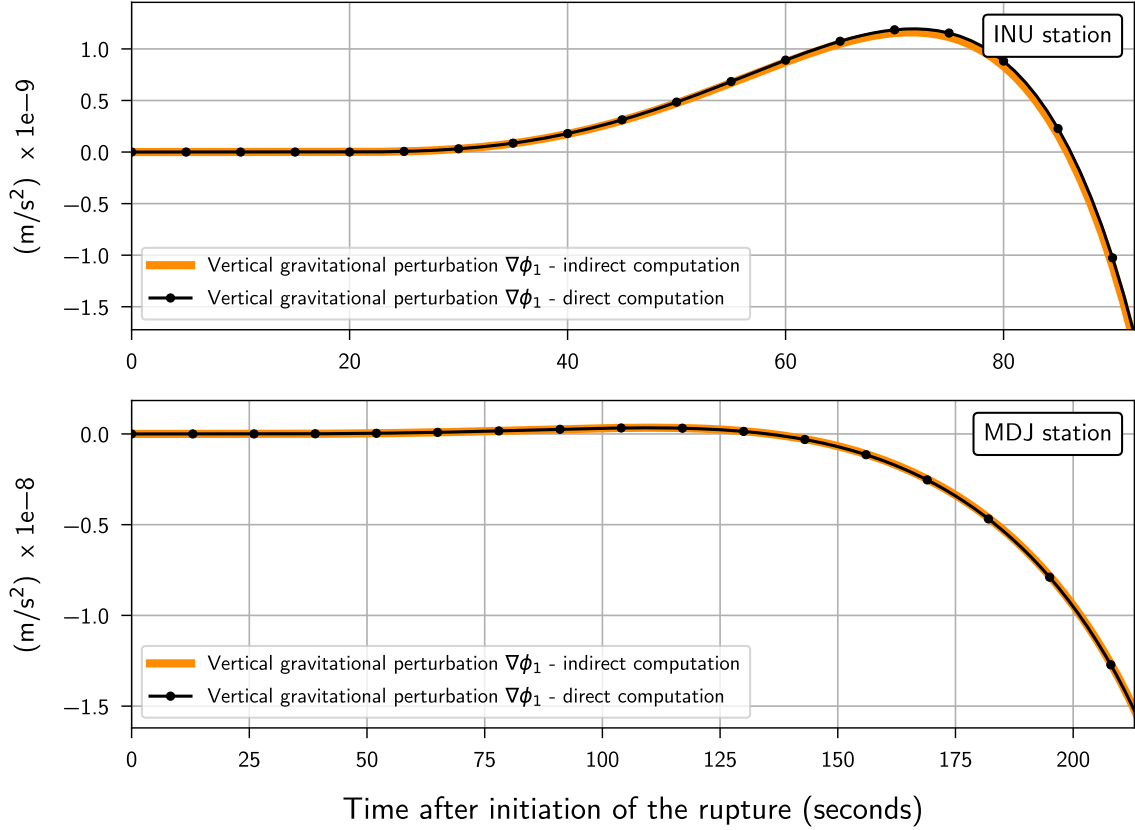


Figure 4. Gravitational perturbations $\nabla\phi_1$ induced by the M9.1 Tohoku earthquake, computed in the homogeneous solid sphere at INU (top) and MDJ (bottom) locations. Orange lines represent perturbations computed with a two-step approach. Black dotted lines represent perturbations computed directly through the use of $P(r)$ and $\dot{P}(r)$ eigenfunctions. Seismograms are truncated at P-wave arrival time.

a volumic force. These excited secondary sources will in turn produce elastic waves that propagate inside the medium and arrive at the instrument location before the direct seismic P-wave. The overall summation of these secondary terms leads to the gravity-induced inertial acceleration $\ddot{\mathbf{s}}^P$ recorded by the instrument.

4.4 Response cancellation in homogeneous full space

In order to validate the two-step computation of the gravity-induced inertial term, we propose to compute both the gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ and the gravity-induced inertial acceleration $\ddot{\mathbf{s}}^P$ in a homogeneous full-space. In this model geometry, the induced inertial acceleration fully cancels the gravitational perturbation, as demonstrated in Vallée et al. (2017). It is thus particularly well suited to assess the convergence of the numerical simulations.

To mimic a homogeneous full-space with a normal mode-based method, we bury both source and

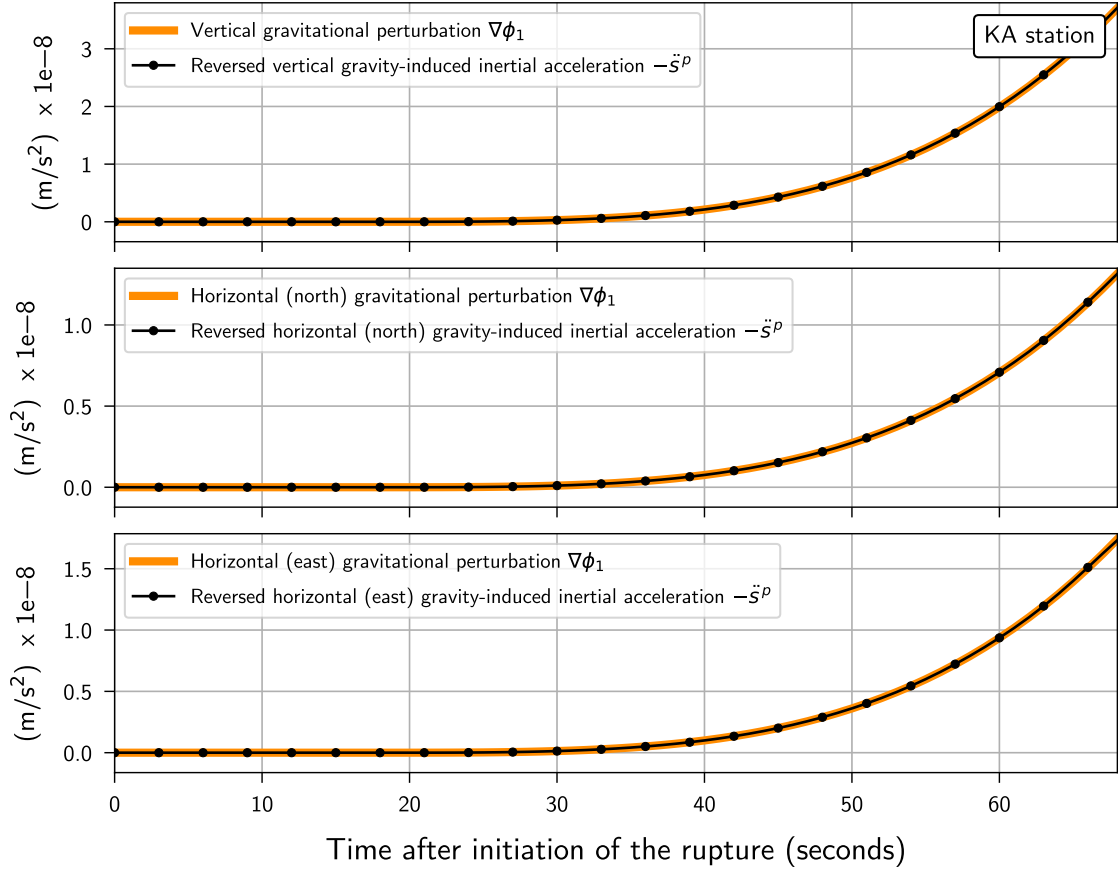


Figure 5. Gravitational perturbation (orange lines) and reversed gravity-induced inertial acceleration (black dotted lines) induced by the M9.1 Tohoku earthquake, recorded at KA station in a homogenous full-space. Seismograms are truncated at P-wave arrival time. The resulting instrumental record arising from the terms difference is null, in agreement with theory.

receiver in the homogeneous solid sphere at 1000 km depth, with unchanged latitudes and longitudes, such that no waves reach the free surface before P-wave arrival time at the station. Full cancellation of elasto-gravitational terms is enlightened at GGP KA station, during the M9.1 Tohoku-oki rupture (Fig. 5).

5 DISCUSSION

Harms et al. (2015) developed an analytical solution of the early potential perturbation in a homogeneous full-space of the form

$$\phi_1(\theta, \varphi, t) = -R^P(\theta, \varphi) \frac{3G}{r^3} \iint m_0(t) dt^2, \quad (20)$$

where r is the epicentral distance, $R^P(\theta, \varphi)$ the quadrupolar P-wave radiation pattern and $m_0(t)$ the moment function. The analytical solution shares a good agreement with the normal-mode gravitational

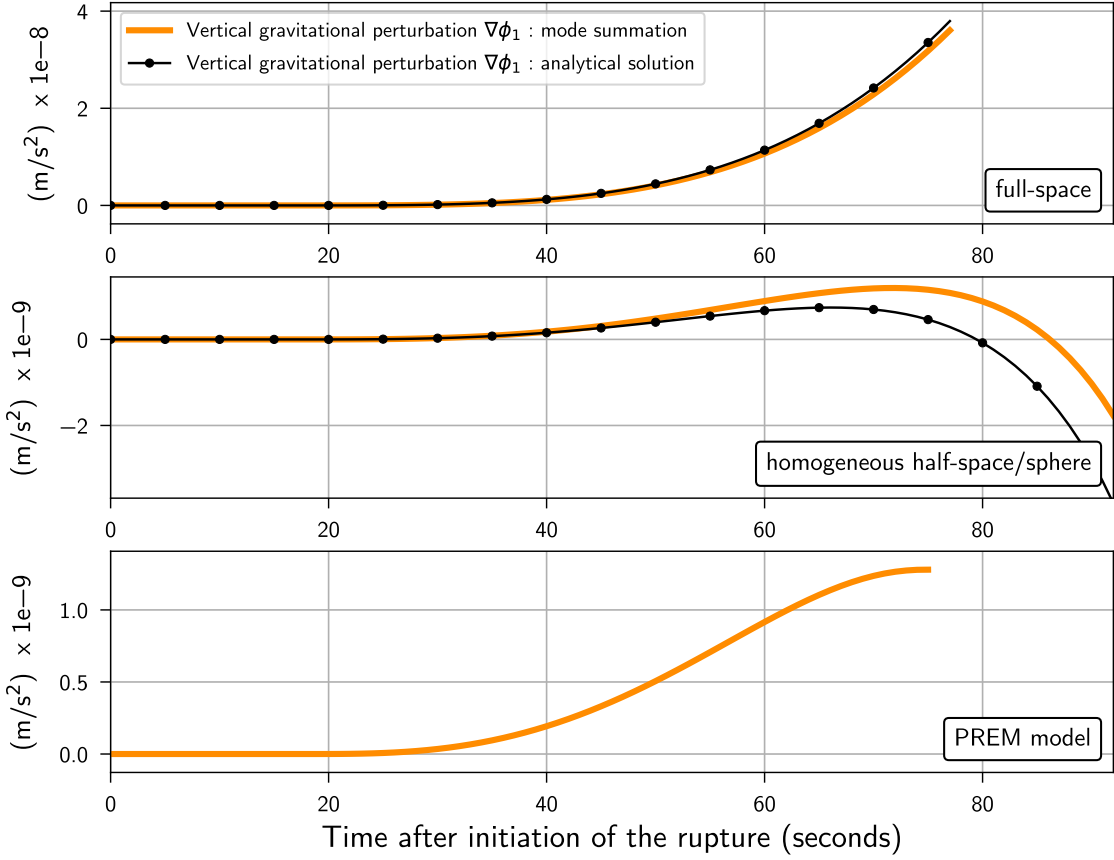


Figure 6. Vertical (upward) gravitational perturbations induced by the M9.1 Tohoku earthquake, recorded at INU station in the full-space (top), homogeneous solid sphere (middle) and self-gravitating PREM model (bottom). Orange lines represent normal mode seismograms. The black dotted lines are computed from Harms et al. (2015) and Harms (2016) analytical formulations. Seismograms are truncated at P-wave arrival time, which depend on model properties.

perturbation computed in full-space geometry (Fig. 6). However, the full-space approximation overestimates the gravitational perturbation, and a more complex geometry, taking into account surface effects, is needed to correctly model the gravitational perturbation a few seconds before P-wave arrival time. The homogeneous, half-space analytical solution developed in Harms (2016) shares common patterns with mode seismograms computed in the homogeneous sphere (Fig. 6). The refined geometry enables the propagation of seismic waves reflected by a free surface, hence the shapes and amplitudes of the seismograms differ significantly from the full-space geometry. The computation of gravitational perturbations in more complex, layered media such as the PREM model enables the simulation of realistic seismic wave-fronts and arrival times.

The vertical gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ simulated at the Earth surface 150 seconds after the initiation of the M9.1 Tohoku-oki rupture is displayed in Fig. 7, in the self-gravitating PREM model.

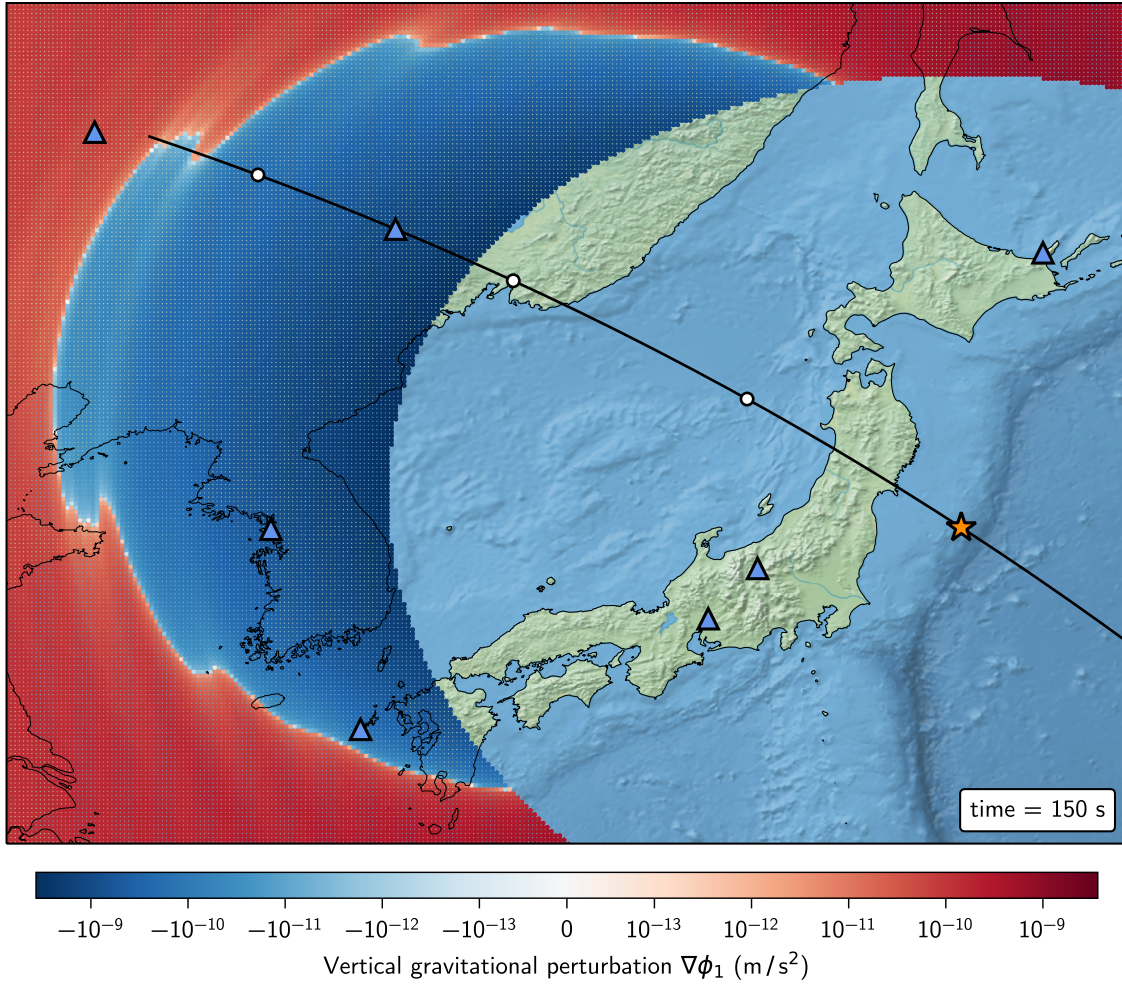


Figure 7. Vertical gravitational perturbation induced at the Earth surface by the M9.1 Tohoku-oki earthquake, 150 seconds after initiation of the rupture. The orange star represents the earthquake epicenter, the blue triangles stations used in Vallée et al. (2017) study. Are only represented locations ahead of the seismic P-wave front. A cross-section along azimuth to MDJ station is performed along the black line.

Stations located in the P-wave extensional direction (\sim along MDJ station azimuth) record a strong gravitational perturbation ahead of the seismic P-wave front. These stations record a stronger perturbation a few seconds before P-wave arrival time when deployed at regional distances from the ruptured area, due to the growing density anomaly generated by the rupture itself and the larger volume perturbed by the propagating seismic waves. These stations are particularly well-suited for detection of elasto-gravitational perturbations, as underlined by Vallée et al. (2017) data analysis.

A cross-section of the divergence field and vertical gravitational perturbation $\nabla\phi_1$ is performed along azimuth to the MDJ station (Fig. 8), in the homogeneous solid sphere. At short times, the gravitational perturbation recorded at stations located westward towards MDJ azimuth is initially positive,

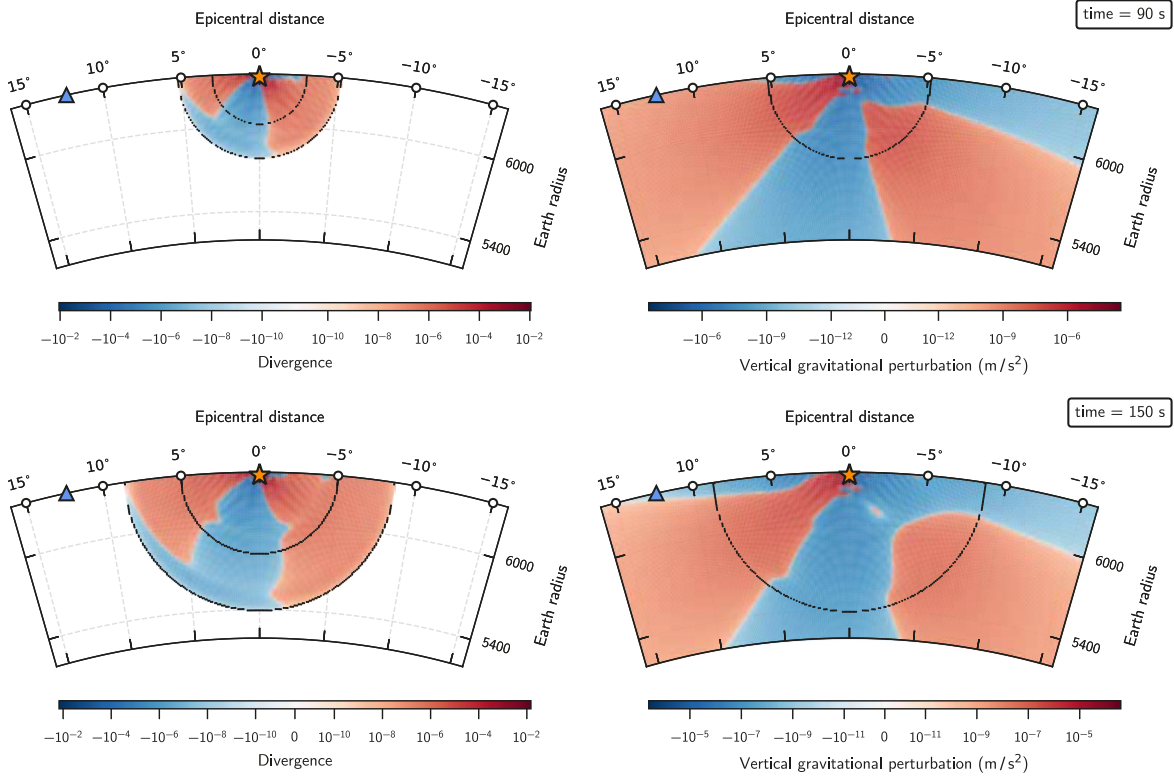


Figure 8. Cross-section along azimuth to MDJ station of the divergence (left) and vertical gravitational perturbations (right) induced by the M9.1 Tohoku-oki earthquake, (top) 90 seconds and (bottom) 150 seconds after initiation of the rupture. The orange star represents the earthquake epicenter, the blue triangle MDJ station location. (left) The propagation of the P-wave and S-wave fronts is enlightened with black dots. Blue areas are compressed by the seismic wave propagation, red areas are dilatated.

due to compressed material below the ruptured area. The compressed materials are located deeper than the dilatated materials, thus its projection on the instrument vertical axis is more effective. With the incoming dilatating P-wave front, the dilatated areas are progressively drawn closer to the observation point, and the effectiveness of its projection on the instrument vertical axis increases, hence the gravitational perturbation becomes increasingly negative.

The vertical elasto-gravitational perturbations simulated at KA and MDJ stations are displayed in Fig. 9. Observed perturbations at KA (high-pass filtered at 0.002 Hz, 2 poles) and MDJ (band-pass filtered between 0.002 Hz and 0.03 Hz, 2 and 6 poles) are superimposed to the mode seismograms. As expected, the apparent surface-mass perturbation and free-air gradient terms are negligible. A few seconds after the initiation of the rupture, the induced inertial acceleration reduce the amplitude of the overall perturbation, as hinted by Heaton (personal communication, 2017). However, the cancelling effect, effective up to P-wave arrival time in full-space geometry, is lifted at the Earth surface and an elasto-gravitational perturbation arises well before the seismic waves arrival. The shape of the elasto-

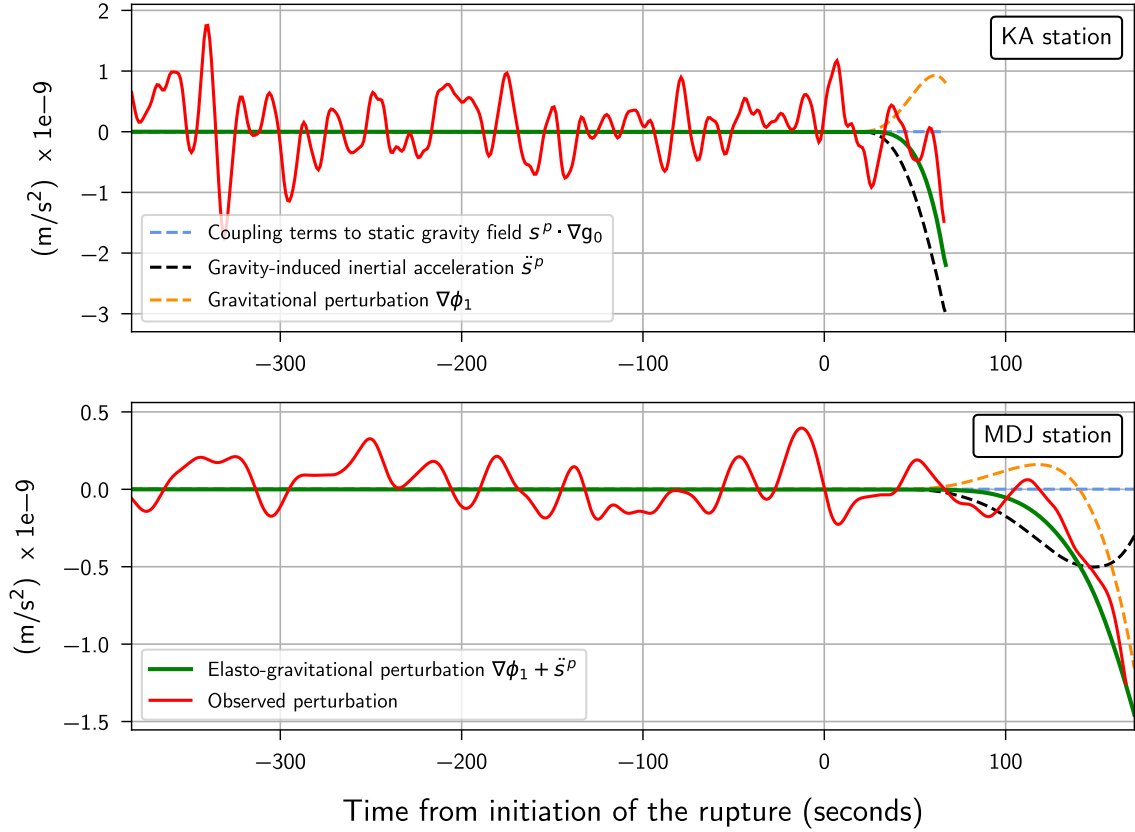


Figure 9. Vertical (upward) elasto-gravitational perturbations induced by the M9.1 Tohoku earthquake at KA (top) and MDJ (bottom) stations, in the self-gravitating PREM model. Coupling terms to the static gravity field (blue dashed lines) are as expected negligible compared to other terms.

gravitational perturbation diverges from the sole gravitational perturbation, hence both terms must be taken into account in a thorough simulation of such signals.

Horizontal components are displayed in Appendix ???. The amplitude of the perturbations is similar on all three components. However, due to natural seismic noise, horizontal recordings are usually noisier than verticals. Hence, an elasto-gravitational detection on horizontal recordings might prove difficult, but still need to be investigated.

The cancelling effect observed at short times can be solved by sensors unaffected by the inertial contribution. Ultra-sensitive gravity-gradient sensors are currently being developed for low-frequency gravitational waves detection purposes. Sensors such as torsion-bars antenna (Ando et al. 2010; McManus et al. 2017) or superconducting gravity strainmeters (Moody et al. 2002; Paik et al. 2016) record the gradient of the perturbed gravity field from several sensing masses, attached to a common housing. These concepts are thus by design isolated from the inertial contribution of the seismic noise. While the gravity gradient amplitude is significantly lower than the gravitational perturbation itself,

and several instrumental challenges are yet to be overcome, the sensitivity target of $10^{-15} \text{ Hz}^{-1/2}$ at 0.1 Hz seems within reach (Harms et al. 2015). Such sensitivity is sufficient for the measurement of gravity gradient perturbations induced by earthquakes. The fast and precise mode-based computation of the gravitational perturbation gradient may then benefit to an earthquake early warning system based on these gravity-gradient sensors.

6 CONCLUSION

Ground-based seismometers record the gravitational perturbation and gravity-induced inertial acceleration induced by a seismic rupture, before the arrival of the strong seismic P-wave at the station. In addition to Vallée et al. (2017) simulations, the present study provides an alternate way to model elasto-gravitational perturbations. The normal mode-based approach enables a direct and faster computation of the gravitational perturbation thanks to the eigenfunctions P and \dot{P} , in both non self-gravitating and self-gravitating Earth models. The computation of the gravity-induced inertial acceleration still requires a two-step simulation. Its convergence is confirmed in full-space geometry with the cancellation of elasto-gravitational terms. The importance of surface effects on the computation of gravitational perturbations, as well as the attenuation effect of the inertial term on the early overall perturbation, have been reinforced. The computation of elasto-gravitational perturbations enlightens locations where detection may be achieved, along-rake direction at regional distances from large ruptures. Associated with the current development of high-precision gravity strainmeters, the mode-based computation of gravitational perturbations will prove useful in the implementation of a gravity-based earthquake early warning system.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge the financial support from the UnivEarthS Labex program at Sorbonne Paris Cité (ANR-10-LABX-0023 and ANR-11-IDEX-0005-02) and the financial support of the Agence Nationale de la Recherche through the grant ANR-14-CE03-0014-01. JPM acknowledges the financial support of I.U.F. (Institut universitaire de France). We thank Philippe Lognonné, Yann Capdeville, David Al-Attar and Olivier Coutant for making their codes publicly available, and Thomas Heaton for stimulating discussions. Numerical computations were partly performed on the S-CAPAD platform, IPGP, France.

REFERENCES

- Ando, M., Ishidoshiro, K., Yamamoto, K., Yagi, K., Kokuyama, W., Tsubono, K., & Takamori, A., 2010. Torsion-bar antenna for low-frequency gravitational-wave observations, *Physical review letters*, **105**(16), 161101.
- Bouchon, M., 1981. A simple method to calculate green's functions for elastic layered media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **71**(4), 959–971.
- Cotton, F. & Coutant, O., 1997. Dynamic stress variations due to shear faults in a plane-layered medium, *Geophysical Journal International*, **128**(3), 676–688.
- Dahlen, F. A. & Tromp, J., 1998. *Theoretical Global Seismology*, Princeton University Press.
- de Linage, C., Rivera, L., Hinderer, J., Boy, J.-P., Rogister, Y., Lambotte, S., & Biancale, R., 2009. Separation of coseismic and postseismic gravity changes for the 2004 sumatra-andaman earthquake from 4.6 yr of GRACE observations and modelling of the coseismic change by normal-modes summation, *Geophysical Journal International*, **176**(3), 695–714.
- Dziewonski, A. M. & Anderson, D. L., 1981. Preliminary reference earth model, *Physics of the earth and planetary interiors*, **25**(4), 297–356.
- Ekström, G., Nettles, M., & Dziewoński, A., 2012. The global cmt project 2004–2010: Centroid-moment tensors for 13,017 earthquakes, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **200**, 1–9.
- Gilbert, F., 1971. Excitation of the normal modes of the earth by earthquake sources, *Geophysical Journal International*, **22**(2), 223–226.
- Han, S.-C., Shum, C., Bevis, M., Ji, C., & Kuo, C.-Y., 2006. Crustal dilatation observed by grace after the 2004 sumatra-andaman earthquake, *Science*, **313**(5787), 658–662.
- Han, S.-C., Sauber, J., & Luthcke, S., 2010. Regional gravity decrease after the 2010 maule (chile) earthquake indicates large-scale mass redistribution, *Geophysical Research Letters*, **37**(23).
- Harms, J., 2016. Transient gravity perturbations from a double-couple in a homogeneous half-space, *Geophysical Journal International*, **205**(2), 1153–1164.
- Harms, J., Ampuero, J.-P., Barsuglia, M., Chassande-Mottin, E., Montagner, J.-P., Somala, S. N., & Whiting, B. F., 2015. Transient gravity perturbations induced by earthquake rupture, *Geophysical Journal International*, **201**(3), 1416–1425.
- Heki, K. & Matsuo, K., 2010. Coseismic gravity changes of the 2010 earthquake in central chile from satellite gravimetry, *Geophysical Research Letters*, **37**(24).
- Imanishi, Y., 2004. A network of superconducting gravimeters detects submicrogal coseismic gravity changes, *Science*, **306**(5695), 476–478.
- Matsuo, K. & Heki, K., 2011. Coseismic gravity changes of the 2011 tohoku-oki earthquake from satellite gravimetry, *Geophysical Research Letters*, **38**(7).
- McManus, D., Forsyth, P., Yap, M., Ward, R., Shaddock, D., McClelland, D., & Slagmolen, B., 2017. Mechanical characterisation of the torpedo: a low frequency gravitational force sensor, *Classical and Quantum Gravity*, **34**(13).

- Montagner, J.-P., Juhel, K., Barsuglia, M., Ampuero, J. P., Chassande-Mottin, E., Harms, J., Whiting, B., Bernard, P., Clévéde, E., & Lognonné, P., 2016. Prompt gravity signal induced by the 2011 tohoku-oki earthquake, *Nature Communications*, **7**, 13349.
- Moody, M. V., Paik, H. J., & Canavan, E. R., 2002. Three-axis superconducting gravity gradiometer for sensitive gravity experiments, *Review of scientific instruments*, **73**(11), 3957–3974.
- Okubo, S., 1991. Potential and gravity changes raised by point dislocations, *Geophysical Journal International*, **105**(3), 573–586.
- Okubo, S., 1992. Gravity and potential changes due to shear and tensile faults in a half-space, *Journal of Geophysical Research*, **97**(B5), 7137.
- Paik, H. J., Griggs, C. E., Moody, M. V., Venkateswara, K., Lee, H. M., Nielsen, A. B., Majorana, E., & Harms, J., 2016. Low-frequency terrestrial tensor gravitational-wave detector, *Classical and Quantum Gravity*, **33**(7), 075003.
- Pekeris, C. L. & Jarosch, H., 1958. The free oscillations of the earth, in *Contributions in Geophysics in Honor of Beno Gutenberg*, pp. 171–192, Pergamon Press.
- Phinney, R. A. & Burridge, R., 1973. Representation of the elastic - gravitational excitation of a spherical earth model by generalized spherical harmonics, *Geophysical Journal International*, **34**(4), 451–487.
- Sun, W., Okubo, S., Fu, G., & Araya, A., 2009. General formulations of global co-seismic deformations caused by an arbitrary dislocation in a spherically symmetric earth model-applicable to deformed earth surface and space-fixed point, *Geophysical Journal International*, **177**(3), 817–833.
- Takeuchi, H. & Saito, M., 1972. Seismic surface waves, in *Methods in Computational Physics: Advances in Research and Applications*, pp. 217–295, Elsevier.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M., & Reigber, C., 2004. The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results, *Geophysical Research Letters*, **31**(9).
- Vallée, M., Ampuero, J. P., Juhel, K., Bernard, P., Montagner, J.-P., & Barsuglia, M., 2017. Observations and modeling of the elasto-gravity signals preceding direct seismic waves, *in revision*.
- Woodhouse, J. H., 1988. The calculation of the eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the earth and the sun, in *Seismological Algorithms: Computational Methods and Computer Programs*, Academic Press.

ARTICLE

Received 25 Jan 2016 | Accepted 26 Sep 2016 | Published 22 Nov 2016

DOI: 10.1038/ncomms13349

OPEN

Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-Oki earthquake

Jean-Paul Montagner¹, Kévin Juhel¹, Matteo Barsuglia², Jean Paul Ampuero³, Eric Chassande-Mottin², Jan Harms⁴, Bernard Whiting⁵, Pascal Bernard¹, Eric Clévéde¹ & Philippe Lognonné¹

Transient gravity changes are expected to occur at all distances during an earthquake rupture, even before the arrival of seismic waves. Here we report on the search of such a prompt gravity signal in data recorded by a superconducting gravimeter and broadband seismometers during the 2011 Mw 9.0 Tohoku-Oki earthquake. During the earthquake rupture, a signal exceeding the background noise is observed with a statistical significance higher than 99% and an amplitude of a fraction of μGal , consistent in sign and order of magnitude with theoretical predictions from a first-order model. While prompt gravity signal detection with state-of-the-art gravimeters and seismometers is challenged by background seismic noise, its robust detection with gravity gradiometers under development could open new directions in earthquake seismology, and overcome fundamental limitations of current earthquake early-warning systems imposed by the propagation speed of seismic waves.

¹Laboratoire de Sismologie, Institut de Physique du Globe, UMR/CNRS 7154, 1 rue Jussieu, 75238 Paris, France. ²APC, AstroParticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, CNRS/IN2P3, CEA/Irfu, Observatoire de Paris, Sorbonne Paris Cité, 10 Rue Alice Domon et Léonie Duquet, F-75205 Paris Cedex 13, France. ³Seismological Laboratory, California Institute of Technology, 1200 E. California Blvd., Pasadena, California 91125, USA. ⁴National Institute for Nuclear Physics, Sezione Firenze, Via G Sansone 1, Sesto Fiorentino, 50019 and Università degli Studi di Urbino "Carlo Bo", I-61029 Urbino, Italy. ⁵Department of Physics, 2001 Museum Road, University of Florida, Gainesville, Florida 32611-8440, USA. Correspondence and requests for materials should be addressed to J.-P.M. (email: jpm@ipgp.fr or jpmontagner@gmail.com).

Earthquakes induce mass redistribution that generates observable changes of the Earth's gravitational field¹. Static gravity changes have been previously observed by superconducting gravimeters and satellite gravity gradiometers^{2–5} long after the end of the rupture. These changes are consistent with theoretical predictions^{2,6,7}. In addition to the static signal, a transient gravity change is expected to appear everywhere during the rupture, before the arrival of seismic waves⁸. Such a prompt gravity signal is in general expected to be very small compared with the background seismic noise that affects all gravity sensors (see section 4.1 of ref. 8). Thus, to maximize the chance of detection, it is necessary to consider a very large earthquake recorded in a low-noise environment at distances large enough to capitalize on the time between rupture onset and arrival of seismic waves, but short enough to not be challenged by the rapid distance decay of the gravity field.

Here we report on the search for a prompt gravity signal during the rupture of the 2011 Mw 9.0 Tohoku-Oki earthquake in data recorded by a superconducting gravimeter in the underground Kamioka Observatory and five nearby broadband seismometers from the Japanese network F-net. Through a statistical blind analysis, we find significant evidence of the presence of a prompt gravity signal in the data set. This finding is further supported by the order-of-magnitude agreement between the signal amplitudes observed and those predicted by current theory. The measurement of gravity precursors to earthquake shaking with next-generation sensors could contribute to earthquake early warning and provide new insights on rupture initiation.

Results

Data. The 11 March 2011 Tohoku-Oki earthquake occurred off the Pacific coast of northern Honshu, Japan^{9,10}. The rupture onset time is $t_{\text{eq}} = 05:46:21$ UTC and the epicentre coordinates are 38.19° N, 142.68° E (ref. 11). The moment rate function¹² has an overall duration of more than 2 min and reaches its maximum over about 1 min (Fig. 1a). Based on the theory developed by Harms, J. *et al.*⁸ (see also the ‘Discussion’ section), we expect a prompt gravity signal amplitude of a fraction of μGal at ~ 65 s after the rupture onset, just before the arrival of the seismic P-waves at the instruments.

The superconducting gravimeter is located in the underground Kamioka Observatory and is operated by the National Astronomical Observatory of Japan (Mizusawa VERA Observatory) in the framework of the Global Geodynamics Project¹³. It is the only superconducting gravimeter in Japan that records at sufficiently high sampling rate for our purposes (1 Hz). The distance and azimuth between the Tohoku-Oki earthquake epicentre and the Kamioka station are ~ 510 km and 250° , respectively (Fig. 1b). The P-wave arrival time at the Kamioka station identified on the gravimetric record is $t_p \approx 05:47:35$ UTC. The data, recovered from the GGPI channel, contains an analogue anti-aliasing filter (eighth-order Bessel filter, with corner frequency of 61 mHz).

We also consider the five F-net stations closest to Kamioka Observatory to validate the Kamioka station gravity observations. Their locations are shown in Fig. 1b. They are either STS-1 or STS-2 broadband velocimeters, and the acceleration waveforms are obtained through single derivation. The distance from the Tohoku-Oki epicentre and the travel times of P-waves exceed, respectively, 500 km and 65 s for all stations.

Statistical analysis of the Kamioka gravimeter data. The goal of our analysis is to assess the existence of a transient gravity signal within the ~ 65 s-long interval between the rupture onset time t_{eq}

and the P-wave arrival time t_p . We first focus our analysis on the superconducting gravimeter recording. A preliminary analysis (see Supplementary Fig. 1) suggested the presence of a transient gravity signal whose amplitude does not obviously stand above the background microseism noise.

To achieve an objective signal detection assessment in such a low signal-to-noise environment, avoiding any human bias, we have developed a completely independent statistical detection procedure whose parameters are tuned using only the background data that excludes data recorded in the period around the Tohoku-Oki earthquake (60 days of background data, from 1 March 2011 05:46:00 UTC to 11 March 05:46:00 UTC and from 12 March to 30 April). Only once the optimal analysis parameters are determined, we ‘open the box’ and apply the detection procedure to the data around the Tohoku-Oki rupture onset time (hereafter denoted as the event interval). We then compute its statistical significance, without any posterior re-tuning of the analysis parameters. This kind of analysis is called blind since, during the tuning stage, the results (strength and statistical significance of the signal at the time of the earthquake) are not known. The technique is described in detail in the following sections and in the Supplementary Information.

Our analysis of the gravimetric data does not rely on a specific model of the transient signal, only on the theoretical expectation that it grows monotonically^{8,14}. The slow trend in the gravimeter data $x(t)$, which includes tidal perturbations, is fitted by polynomial functions $f_{d,\tau}(t)$ of degree d over time segments $[t_{\text{start}}, t_{\text{end}}]$ of duration T . For the event interval, we set $t_{\text{end}} = t_{\text{eq}}$. Once the fitting coefficients are computed, we extrapolate the fitted function beyond t_{end} . We then compute a reduced gravity signal \mathcal{A} by averaging the residuals between data and extrapolating function over a time window $[t_1, t_2]$, with $t_1 \geq t_{\text{end}}$ and $t_2 \leq t_p$, by a discretized version of:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} [x(t) - f_{d,\tau}(t)] dt. \quad (1)$$

We stress that \mathcal{A} is not the value of the gravity signal at a specific time, but an overall measure of the signal strength, whose statistical significance will be assessed. We define \mathcal{A} by a simple average because the transient gravity signal is expected to grow monotonically, as the second time integral of the seismic moment function^{8,14}. The microseismic noise present in the residuals with periods between 5 and 10 s is partially filtered out by the average in equation (1) by setting $t_2 - t_1 = 30$ s. Since the transient gravity signal is expected to increase rapidly with time⁸, the strongest signals should be contained in the last part of the time window $[t_{\text{eq}}, t_p]$. For this reason, we set $t_2 = t_{\text{end}} + 65$ s. For the event interval, since $t_2 = t_p - 9$ s, the analysis is not corrupted by P-waves.

The analysis has two free parameters, both related to fitting, namely the duration of the trend-fitting segment, T , and the polynomial order, d . We tune their value by a blind procedure applied to data from the background. To maximize the number of background-reduced signals, we overlap the segments and repeat the fitting procedure every 10 s on the background data. To assess the statistical significance of the prompt gravity signal during the event interval, we need to discard the background data contaminated by other earthquakes. We retain only the segments with noise characteristics similar to the event interval. More precisely, defining σ_{Tohoku} as the standard deviation of a 30 min-long time window preceding the Tohoku event, we keep segments if the standard deviation of their trend-fitting section σ fulfills $0.75\sigma_{\text{Tohoku}} < \sigma < 1.25\sigma_{\text{Tohoku}}$ and if the standard deviation of their extrapolation section σ_{extr} obeys $\sigma_{\text{extr}} < 10\sigma_{\text{Tohoku}}$. These

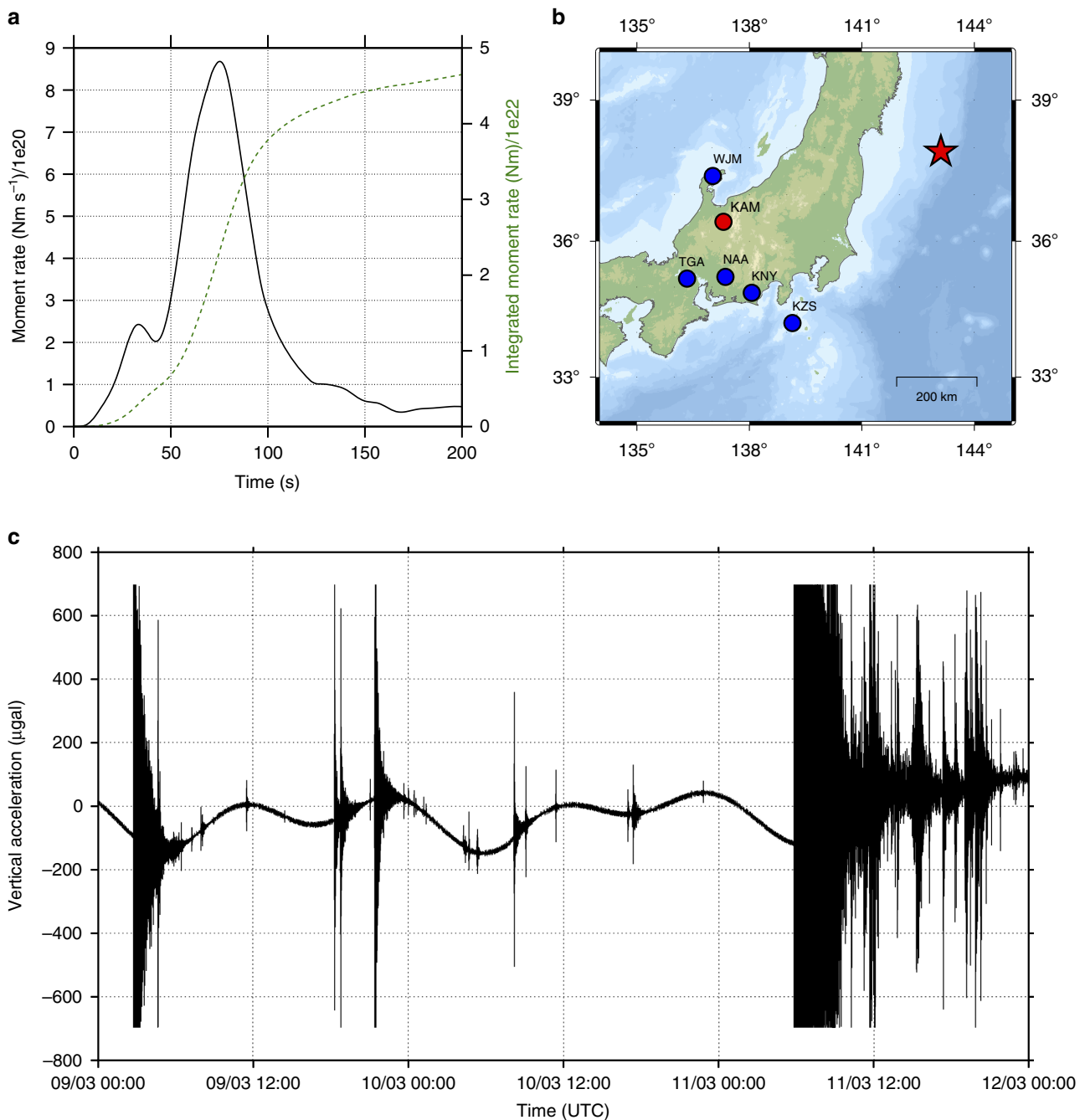


Figure 1 | The 2011 Tohoku-Oki earthquake and gravity changes recorded by the Kamioka superconducting gravimeter. (a) Seismic moment (dashed line) and moment rate (solid line) time-functions of the Tohoku-Oki earthquake¹². **(b)** Locations of the epicentre (red star), the Kamioka Observatory (red circle) and its five nearest F-net seismic stations (blue circles). **(c)** Three days of gravimetric recording at Kamioka Observatory, starting on 9 March 2011.

choices, still performed in a blind way (using only the background data and not the Tohoku signal), realize a reasonable trade-off between the available amount of background data and its statistical consistency with the Tohoku-Oki data.

We computed the reduced gravity signal \mathcal{A} of all selected background time intervals for a range of values of parameters d and T . The parameter values providing the best fit, that is, the smallest variance of \mathcal{A} , are $d=2$ and $T=690$ s. The reduced gravity signal time series for the Tohoku-Oki data with this optimal parameter setting are shown in Fig. 2. The resulting gravity signal strength is $\mathcal{A}_{\text{Tohoku}} = -0.10 \mu\text{Gal}$. It is compared with the background distribution in Fig. 3a. The cumulative

probability, that is, the probability for a signal strength to exceed \mathcal{A} , is displayed in Fig. 3c. We note that the tails of the background distribution are not Gaussian. The fraction of background intervals with a larger $|\mathcal{A}|$ gives the statistical significance P of the result. The reduced gravity signal equals or exceeds $\mathcal{A}_{\text{Tohoku}}$ for 2,061 out of 127,885 background intervals, hence the probability that the signal strength in the Tohoku interval arises from the background fluctuations is $P=2,061/127,885=1.6\%$ (dashed vertical line in Fig. 3c). In other words, we can reject the null hypothesis that the observed Kamioka signal is due simply to background fluctuations with 98.4% confidence.

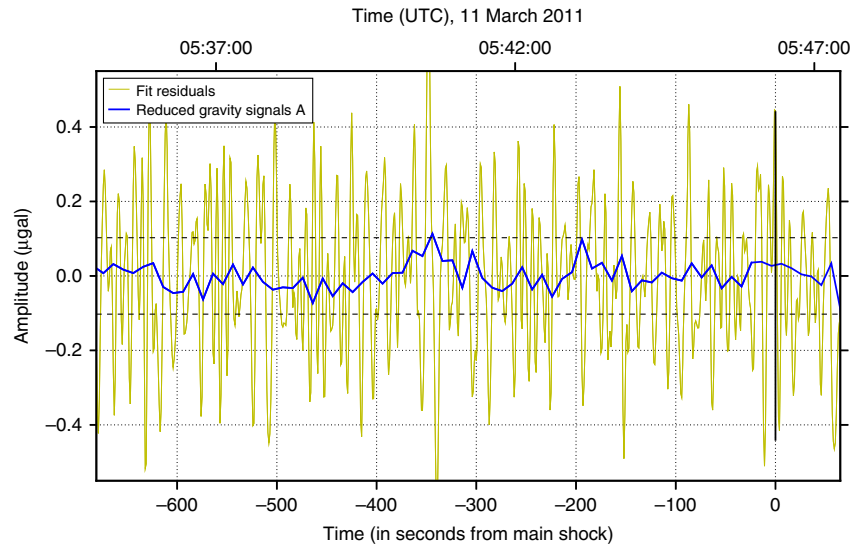


Figure 2 | Time series of residuals and reduced gravity signal. Yellow line: residuals obtained from least squares polynomial fit ($d=2$, $T=690$ s). Blue line: reduced gravity signal \mathcal{A} around the occurrence of the Tohoku-Oki earthquake (vertical solid line). The horizontal dashed lines indicate $\pm|\mathcal{A}_{\text{Tohoku}}|$. The \mathcal{A} value exceeding the upper dashed line near -350 s is considered an outlier.

Statistical analysis including broadband seismic data. To gather further evidence of a transient gravity signal, we extend the analysis to five broadband F-net stations with similar epicentral distances and excitation amplitude (far from radiation nodes). The preliminary analysis of the four closest stations is shown in Supplementary Fig. 2. Here we describe the independent blind analysis. The seismic waveforms are filtered with the same anti-alias filter as the Kamioka gravimetric data. In addition, both gravimetric and seismic data are filtered with a causal high-pass fourth-order Bessel filter with corner frequency 1 mHz. Even though the F-net stations are noisier than the Kamioka gravimeter at long periods, one way to reduce the propagating noise on the network and to enhance the detection of a transient gravity signal, recorded in theory at the same time by all stations, is to stack the recordings. To achieve an optimal stack despite variable signal-to-noise levels at each station, the stack is weighted by the expected (theoretical) signal amplitude (see next section) and the variance of noise at each station, as follows:

$$\text{Stack} = \sum_{sta=1}^6 \frac{(\text{time series} \times \text{expected signal amplitude})_{sta}}{(\text{noise amplitude})_{sta}^2} \quad (2)$$

The blind statistical detection procedure is then repeated on the stacked data. New background data are drawn by applying the same selection criteria as before to the stacked data. The parameter values providing the smallest variance of \mathcal{A} in the background data are in this case $d=1$ and $T=1,900$ s. We compare the background distribution of \mathcal{A} to the value of \mathcal{A} in the Tohoku interval in Fig. 3b. The fraction of background intervals with a larger $|\mathcal{A}|$ than the Tohoku interval gives the statistical significance $P=548/66,804=0.82\%$ (dashed line in the cumulative probability display in Fig. 3d). Thus, we can reject the null hypothesis with more than 99% confidence.

An alternative analysis, a matched filter detection using as template the theoretical solution presented in the next section and the whole 65 s-long interval before the P-waves arrival, gives comparable results.

Discussion

Past models of gravity perturbations generated by earthquakes have been mostly restricted to quasi-static gravity changes¹⁵.

A first-order analytical model of dynamic gravity transients from earthquakes⁸ is available for a point-shear dislocation in infinite, homogeneous, non-self-gravitating elastic media. Numerical simulations⁸ indicate that the model stays adequately accurate even after seismic waves have reached the Earth's surface¹⁴. This analytical model is used to predict the gravity perturbation from the Tohoku-Oki earthquake at the Kamioka Observatory and at the location of the F-net stations. More complete models¹⁴ will be implemented in further studies. Figure 4a shows the analytical perturbation at the Kamioka Observatory, filtered with the anti-alias filter described in the previous section. We then apply the 30 s sliding average to the filtered analytical prediction (Fig. 4b), and obtain $\mathcal{A}_{\text{th}} = -0.15 \mu\text{Gal}$ at the Kamioka Observatory. This value is within 50% of the measured value, $\mathcal{A}_{\text{Tohoku}} = -0.10 \mu\text{Gal}$, and has the same sign. We therefore conclude that the observation presented here is consistent with the first-order simple analytical model.

Figure 4c shows the analytical prediction of the gravity perturbation just before the P-wave arrival as a function of distance to the earthquake centroid, evaluated on the great circle connecting the earthquake centroid and Kamioka. While prompt gravity perturbations decrease with increasing distance as r^{-4} (ref. 8), the gravity perturbation at P-wave arrival increases for distances smaller than $\sim 1,000$ km since the source-time function rises quickly in the beginning of the event (see Fig. 1a). At longer distances, the perturbation decays due to the source-time function reaching its maximum after about 60 s, and due to the angular dependence of the signal. To roughly estimate a signal-to-noise ratio, we filter by a sliding-average the predicted signal and the residual of our preferred polynomial fit to the Tohoku-Oki data. The averaging window duration, $t_2 - t_1$, is scaled with distance to the centroid such that, at the distance of the Kamioka Observatory, it is equal to the value $t_2 - t_1 = 30$ s used in our main analysis of the Kamioka data. At each distance, the noise level is defined as the standard deviation of the sliding-averaged residuals before t_{start} , and the reduced gravity signal value is computed on the distance-scaled window $[t_1, t_2]$. Both quantities are shown in Fig. 4c by red and blue curves, respectively. Up to a distance of about 250 km, a strong reduction in noise level is observed, mostly due to increasingly efficient filtering of the

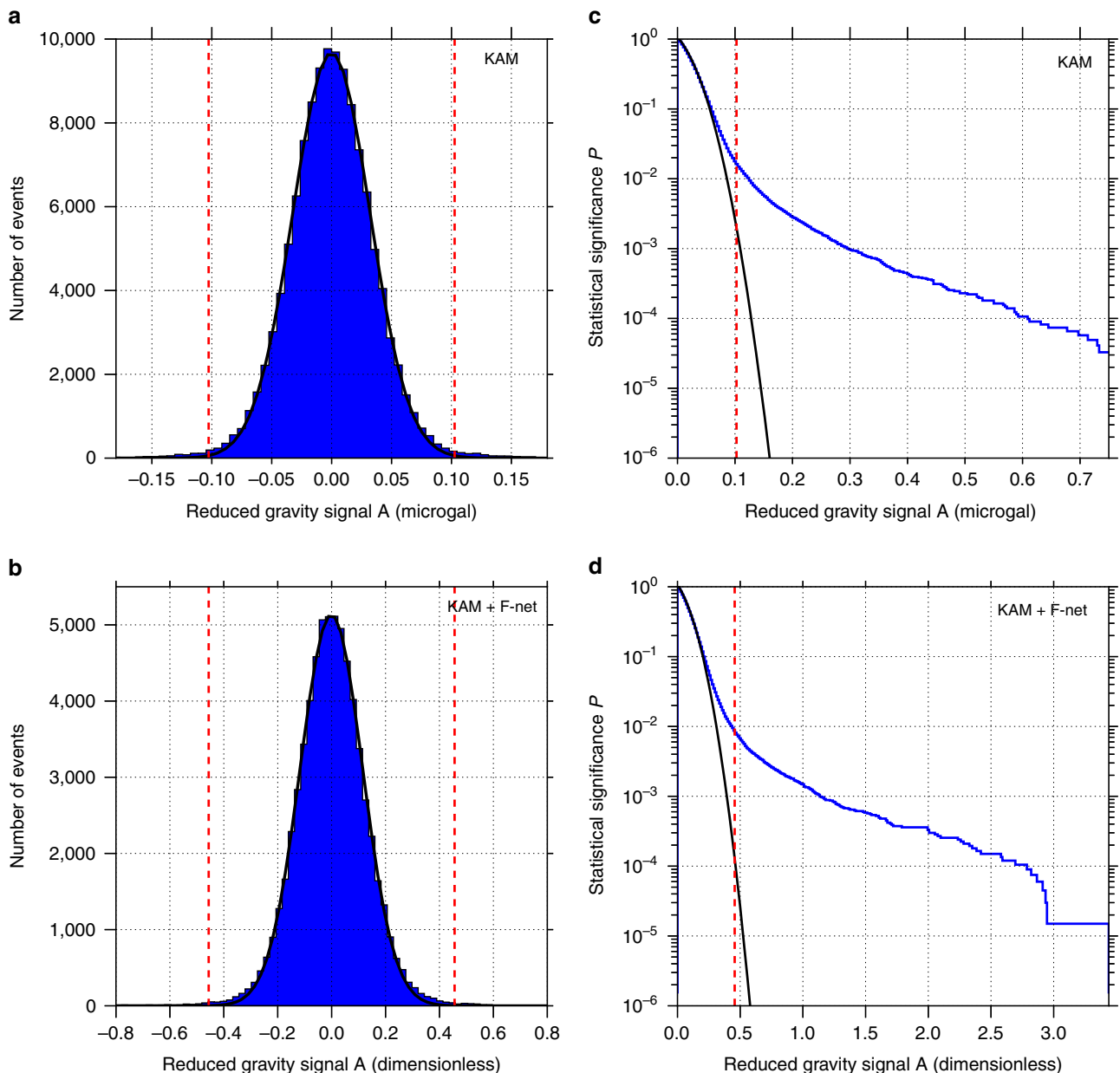


Figure 3 | Statistical analysis of gravity and seismic data. Distribution of the background reduced gravity signals \mathcal{A} for (a) the superconducting gravimeter record only ($d=2$, $T=690$ s) and (b) the weighted stack of gravimeter and broadband seismometers records ($d=1$, $T=1,900$ s). The dashed red vertical lines represent the reduced gravity signal for the event $\pm|\mathcal{A}_{\text{Tohoku}}|$. Note that the weighted stack is dimensionless. Empirical cumulative probability function (probability for a signal to exceed \mathcal{A}) (blue curve) for (c) the gravimeter record only and for (d) the weighted stack record. The probability to obtain a signal larger than $\mathcal{A}_{\text{Tohoku}}$ (dashed vertical line) is 1.6% for (c) and 0.8% for (d). In all plots, the black curve corresponds to the best fitting Gaussian distribution.

oceanic microseisms by the increasing sliding-average window duration. At larger distances, the noise level decays less rapidly. This calculation suggests that sensors with noise level similar to the Kamioka gravimeter, at a broad range of distances, may help to detect the transient gravity perturbation. A complete analysis of all F-net seismic stations will be presented elsewhere.

In conclusion, we have reported the search of the prompt gravity signal produced by an earthquake, a gravitational precursor to ground shaking. The search is based on a blind statistical detection algorithm and yields a statistical significance $\sim 99\%$ when combining the Kamioka gravimeter and five F-net stations. The amplitude of the detected signal agrees within a factor of 1.5 with a theoretical prediction.

Our analysis illustrates that detection of transient gravity signals is hindered by the background seismic noise. Therefore, to improve the capability to measure a prompt gravity signal, a new class of instruments is necessary. Very sensitive gravity strainmeters, able to measure the gravity gradient between seismically isolated test masses, are currently under study^{8,16}. The sensitivity of these new instruments remains to be demonstrated and an optimal signal detection strategy remains to be designed. Nevertheless, the robust detection of transient gravity signals by a network of such instruments has the potential to reduce the time required to declare a warning, thus opening new directions in earthquake seismology, enabling faster earthquake magnitude estimation (which currently takes up to several minutes^{17–19}).

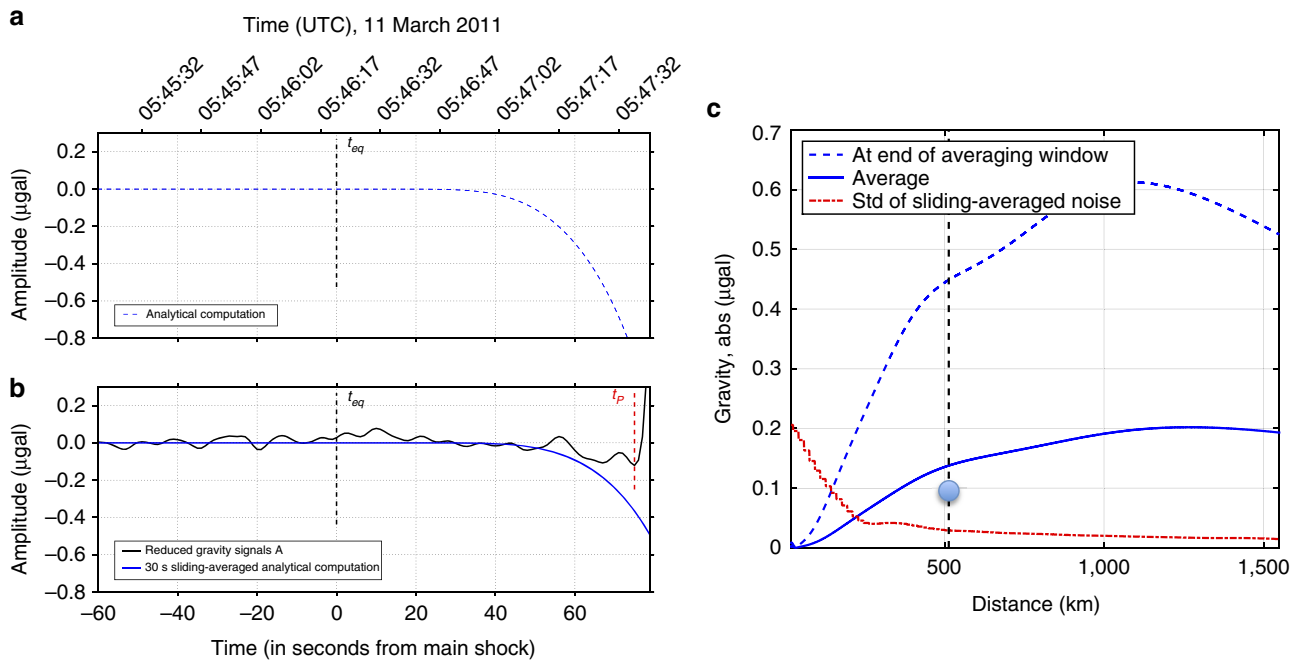


Figure 4 | Comparison between observations and a theoretical model. (a) Analytical computation of the gravity perturbation produced at Kamioka by the Tohoku-Oki earthquake. (b) The 30 s sliding-averaged theoretical prediction (solid blue) and observed reduced gravity signals (black). (c) Gravity perturbation near the P-wave arrival, with (solid blue) and without (dashed blue) sliding-average, as a function of distance to the earthquake centroid. The duration of the averaging window is increased with increasing distance to the source. The red line is the standard deviation of the sliding-averaged background noise. The vertical dashed line marks the distance of the Kamioka Observatory, the dot indicates the observed value of the reduced gravity signal at Kamioka.

and complementing earthquake early-warning systems currently based on seismic and geodetic networks^{20–23}.

Methods

Blind statistical analysis. Two steps of the blind statistical detection procedure are illustrated for the Kamioka records in Supplementary Figs 4–6. The blind analysis in the main text for Kamioka and F-net stations at similar epicentral distances follows the same procedure.

Data availability. The data from the superconducting gravimeter of Kamioka Observatory are publicly accessible from the Global Geodynamics Project web site (<http://www.eas.slu.edu/GGP/tohoku2011.html>) or upon request to Yoshiaki Tamura. The F-net seismic data are available on the web site: <http://www.fnet-bosai.go.jp/waveform/?LANG=en>. All codes were written for this study and a copy of the data are available on GitHub at the following URL: <https://github.com/kjuhel/prompt-gravity>.

References

- Chao, B. F. & Gross, R. S. Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by earthquakes. *Geophys. J. Int.* **91**, 569–596 (1987).
- Imanishi, Y., Sato, T., Higashi, T., Sun, W. & Okubo, S. A network of superconducting gravimeters detects submicrogal coseismic gravity changes. *Science* **306**, 476–478 (2004).
- Han, S.-C., Shum, C., Bevis, M., Ji, C. & Kuo, C.-Y. Crustal dilatation observed by GRACE after the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. *Science* **313**, 658–662 (2006).
- Wang, L., Shum, C. & Jekeli, C. Gravitational gradient changes following the 2004 December 26 Sumatra-Andaman earthquake inferred from GRACE. *Geophys. J. Int.* **191**, 1109–1118 (2012).
- Cambiotti, G. & Sabadini, R. Gravitational seismology retrieving centroid-moment-tensor solution of the 2011 Tohoku earthquake. *J. Geophys. Res.* **118**, 183–194 (2013).
- Okubo, S. Potential and gravity changes raised by point dislocations. *Geophys. J. Int.* **105**, 573–586 (1991).
- Okubo, S. Gravity and potential changes due to shear and tensile faults in a half-space. *J. Geophys. Res.* **97**, 7137–7144 (1992).
- Harms, J. *et al.* Transient gravity perturbations induced by earthquake rupture. *Geophys. J. Int.* **201**, 1416–1425 (2015).
- Simons, M. *et al.* The 2011 magnitude 9.0 Tohoku-Oki earthquake: mosaicking the megathrust from seconds to centuries. *Science* **332**, 1421–1425 (2011).

- Tajima, F., Mori, J. & Kennett, B. L. A review of the 2011 Tohoku-Oki earthquake (mw 9.0): large-scale rupture across heterogeneous plate coupling. *Tectonophysics* **586**, 15–34 (2013).
- Chu, R. *et al.* Initiation of the great mw 9.0 Tohoku-Oki earthquake. *Earth Planet. Sci. Lett.* **308**, 277–283 (2011).
- Wei, S., Graves, R., Helmberger, D., Avouac, J.-P. & Jiang, J. Sources of shaking and flooding during the Tohoku-Oki earthquake: A mixture of rupture styles. *Earth Planet. Sci. Lett.* **333**, 91–100 (2012).
- Hinderer, J., Crossley, D. & Warburton, R. Gravimetric methods—superconducting gravity meters. *Treatise Geophys.* **3**, 65–122 (2007).
- Harms, J. Transient gravity perturbations from a double-couple in a homogeneous half space. *Geophys. J. Int.* **205**, 1153–1164 (2016).
- Okubo, S. Reciprocity theorem to compute the static deformation due to a point dislocation buried in a spherically symmetric Earth. *Geophys. J. Int.* **115**, 921–928 (1993).
- Paik, H. J. *et al.* Low-frequency terrestrial tensor gravitational-wave detector. *Class. Quant. Grav* **33**, 07503 (2016).
- Blewitt, G. *et al.* Rapid determination of earthquake magnitude using GPS for tsunami warning systems. *Geophys. Res. Lett.* **33**, L11309 (2006).
- Minson, S., Murray, J. R., Langbein, J. O. & Gombert, J. S. Real-time inversions for finite fault slip models and rupture geometry based on high-rate GPS data. *J. Geophys. Res.* **119**, 3201–3231 (2014).
- Kanamori, H. & Rivera, L. Source inversion of W phase: speeding up seismic tsunami warning. *Geophys. J. Int.* **175**, 222–238 (2008).
- Brown, H. M., Allen, R. M. & Grasso, V. F. Testing alarms in Japan. *Seismol. Res. Lett.* **80**, 727–739 (2009).
- Allen, R. M., Gasparini, P., Kamigaichi, O. & Böse, M. The status of earthquake early warning around the world: an introductory overview. *Seismol. Res. Lett.* **80**, 682–693 (2009).
- Hoshihara, M. *et al.* Outline of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake (Mw 9.0)-earthquake early warning and observed seismic intensity. *Earth Planet. Space* **63**, 547–551 (2011).
- Böse, M. *et al.* in *Early Warning for Geological Disasters* 49–69 (Springer, 2014).

Acknowledgements

We are grateful to Yoshiaki Tamura (GGP Datacenter, Japan) for providing gravimetric data, Severine Rosat (EOST, Strasbourg, France) for technical discussions, NIED for providing F-net seismic data and Shengji Wei (Earth Observatory of Singapore) for providing an updated moment rate function. This work was supported by the

NSF Grants PHY 0855313, PHY 1314529 and PHY 1205512 to U.F. J.-P.M. acknowledges the financial support of Institut Universitaire de France. B.W. acknowledges sabbatical support from the Université Paris Diderot and CNRS through the APC, where part of this work was carried out. J.P.A. acknowledges support by a grant from the Gordon and Betty Moore Foundation to Caltech. K.J. is supported by a PhD fellowship of programme IDEX-USPC 'Double Culture'. We acknowledge the financial support from the UnivEarthS Labex programme at Sorbonne Paris Cité (ANR-10-LABX-0023 and ANR-11-IDEX-0005-02) and from the Agence Nationale de la Recherche through the grant ANR-14-CE03-0014-01.

Author contributions

J.-P.M. and M.B. conceived the data analysis study. J.-P.M. conducted the preliminary data analysis. M.B. and K.J. conducted the blind data analysis. J.P.A. and J.H. developed the comparison to theory. E.C. and P.L. contributed to preliminary stages of the comparison to theory. All authors (except E.C. and P.L.) contributed to the analysis and interpretation of results and participated in writing the manuscript.

Additional information

Supplementary Information accompanies this paper at <http://www.nature.com/naturecommunications>

Competing financial interests: The authors declare no competing financial interests.

Reprints and permission information is available online at <http://npg.nature.com/reprintsandpermissions/>

How to cite this article: Montagner, J.-P. *et al.* Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-Oki earthquake. *Nat. Commun.* **7**, 13349 doi: 10.1038/ncomms13349 (2016).

Publisher's note: Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons license, unless indicated otherwise in the credit line; if the material is not included under the Creative Commons license, users will need to obtain permission from the license holder to reproduce the material. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

© The Author(s) 2016

GEOPHYSICS

Observations and modeling of the elastogravity signals preceding direct seismic waves

Martin Vallée,^{1*} Jean Paul Ampuero,² Kévin Juhel,¹ Pascal Bernard,¹ Jean-Paul Montagner,¹ Matteo Barsuglia³

After an earthquake, the earliest deformation signals are not expected to be carried by the fastest (P) elastic waves but by the speed-of-light changes of the gravitational field. However, these perturbations are weak and, so far, their detection has not been accurate enough to fully understand their origins and to use them for a highly valuable rapid estimate of the earthquake magnitude. We show that gravity perturbations are particularly well observed with broadband seismometers at distances between 1000 and 2000 kilometers from the source of the 2011, moment magnitude 9.1, Tohoku earthquake. We can accurately model them by a new formalism, taking into account both the gravity changes and the gravity-induced motion. These prompt elastogravity signals open the window for minute time-scale magnitude determination for great earthquakes.

Earthquakes involve the displacement of large amounts of mass, which modifies the gravity field. This effect is not restricted to a permanent gravity change due to the final mass redistribution [e.g., (1–3)] but is also induced by the transient density perturbations carried by seismic waves. During the wave propagation, an observer feels attracted by the compressed parts of the medium and repelled by its dilated parts, with a global net effect depending on the earthquake mechanism. The gravity perturbations are transmitted at the speed of light ($3 \cdot 10^5$ km/s), far faster than the first-arriving (P) elastic waves that travel at 6 to 10 km/s in the crust and upper mantle. Additionally, at distances close to a large earthquake, it is difficult to estimate the event magnitude from the information provided by elastic waves, even when the area is densely instrumented by seismometers. In the case of the 2011, moment magnitude (M_w) 9.1, Tohoku earthquake, the near-real-time magnitude provided by the authoritative Japan Meteorological Agency (4) was 7.9 and was corrected only 3 hours later to 8.8 (5). This underestimation is due to the fact that real-time local magnitudes are generally derived from instrumental peak amplitudes, which are poorly correlated with moment magnitude when the earthquake is large. Detection of the gravity perturbations would provide a much faster method for estimating the size of fault ruptures.

The theoretical relations between the elastic and gravitational fields are well known [e.g., (6)], and analytical computations predicted the ex-

pected gravity change Δg^P before the arrival of the P waves in full-space (7) and half-space (8) models. The amplitude of Δg^P increases with increasing elastic deformation of the medium, and this growth is faster when the earthquake seismic moment rises quickly. Therefore the large-magnitude and short-duration earthquakes offer the best observation potential. As shown by (7) and (9), the optimal distances for detecting Δg^P are not the closest ones to the earthquake. As long as the earthquake is in its accelerating phase, with seismic moment growing faster than quadratically with time, the gravity acceleration expected just before the arrival of the hypocentral P wave grows with the distance from the earthquake. For a very large earthquake of magnitude 9, for which the accelerating phase lasts on the order of 100 s, the gravity signal is expected to increase as a function of distance at least up to 800 km from the earthquake. This effect stems from the fact that an earthquake source is not instantaneous and from the increasing duration of the pre- P observation window with distance. It is, however, not the only reason that close distances can be unfavorable to observe the early gravity signals with seismometers or gravimeters coupled to the ground. A previously overlooked phenomenon arises from ground accelerations themselves induced by the gravity changes, which tend to reduce the observability of the signal early in the earthquake (“early times”).

The Tohoku earthquake in Japan (11 March 2011, $M_w = 9.1$) was a suitable event to search for such prompt gravity-induced signals. The earthquake shares a similar magnitude with the 26 December 2004 Sumatra earthquake but benefits from a shorter source duration and a better seismic station coverage. We retrieved all the regional broadband seismic data available at the Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS) data center (10) at distances up to 3000 km from the earthquake, as well as the

broadband data from the F-net Japan network (11). Vertical waveforms are cut at the P -wave arrival time, deconvolved from the instrument acceleration response, and bandpass filtered between 0.002 and 0.03 Hz in order to get rid of most of the oceanic noise. We use two-pole high-pass and six-pole low-pass causal Butterworth filters; the simple data processing procedure is provided in data file S1 (12). We hereafter denote the observed signals as a_z^P . We further select waveforms based on a signal-to-noise criterion, requiring that a_z^P remains in the ± 0.8 nm/s² range in the 30-min-long window preceding the earthquake. Most of the nine regional stations thus selected (Fig. 1) are stations from the IRIS and GEOSCOPE global networks (10, 13) known for their high quality (14). This data set is complemented by two stations from the F-net network [Fukue, Japan (FUK) and Shari, Japan (SHR)], selected to improve azimuthal and distance coverage without adding redundancy. The range of distances considered here, from 400 to 3000 km, extends the analysis made by Montagner *et al.* (9) based on gravimetric and seismic data located about 500 km from the epicenter. Their results were promising because they show that a signal is very likely to be present (from a statistical point of view), even at these short distances. We show a_z^P at the selected stations, including the 30-min-long presignal window used to evaluate data quality (Fig. 1B). In the time frame between the earthquake’s origin time and the P -wave arrival, most stations show a consistent downward acceleration trend, particularly pronounced at stations located 1000 to 2000 km west of the earthquake [Mudanjiang, China (MDJ); FUK; Incheon, Korea (INCN); Zhalaiteqi Badaerhuzhen, China (NE93); and Baijiatuan, China (BJT)], where it reaches 1.6 nm/s². Even if this recorded acceleration is smaller by a factor of more than 10^5 than the following elastic P -wave train (fig. S1), it remains above the seismic noise owing to the large earthquake size.

The modeling of such signals first requires clarifying the relation between a_z^P and the physical fields. After correction from its response in acceleration, a seismometer is essentially sensitive to the difference between the gravity perturbation and the ground acceleration [e.g., (6)]. Combining the upward seismometry convention for a_z^P with the downward convention for the pre- P gravity perturbation Δg_z^P and ground acceleration \ddot{u}_z^P , this leads to $a_z^P = \Delta g_z^P - \ddot{u}_z^P$. We neglect additional contributions from the free-air and Bouguer gravity changes on the basis of their smaller amplitudes compared with the two other terms (12). Δg_z^P originates from the space-time evolution of the displacement generated by the earthquake (6–8) and can therefore be modeled in a realistic Earth model by an elastic wave propagation simulation. We use here the AXITRA code (15), based on a discrete wave-number summation (16), as further detailed in the supplementary materials (12). In Fig. 2, Δg_z^P is shown for two stations at different distances, Inuyama (INU) in Japan and MDJ in northeast China. In both cases, the perturbation is initially positive, because at

¹Institut de Physique du Globe de Paris, Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot, CNRS, France. ²Seismological Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA, USA. ³AstroParticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, CNRS/IN2P3, Commissariat à l’Energie Atomique et aux Energies Alternatives, Irfu, Observatoire de Paris, Sorbonne Paris Cité, France.

*Corresponding author. Email: vallee@ipgp.fr

early times the contributions to Δg_z^P come from the volume elements located below the earthquake, which are compressed by the P waves. At MDJ station, the sign of the perturbation changes due to the increasing effect of the volume elements located closer to the station, which are dilated by the P waves (fig. S2). The same effect explains the minor inflexion observed at INU station when approaching the P -wave arrival.

The discrepancy between Δg_z^P and a_z^P , in particular at INU station, indicates that the ground acceleration \ddot{u}_z^P cannot be neglected. Such pre- P ground acceleration exists because the gravity perturbation Δg^P , occurring simultaneously with the earthquake rupture, itself acts as a secondary source of elastic deformation in the whole Earth (17). We first calculated Δg^P not only at the station but at all locations where this secondary source can create waves arriving at the station before the hypocentral P -wave arrival (in an homogeneous medium, this would be a ball centered on the station with a radius equal to the distance between station and hypocenter). We then applied to each of these secondary source locations a body-force equal to $\rho \Delta g^P$ (where ρ is the density) and computed their radiated elastic waves with a seismic wave simulation method. Their overall wavefield provides \ddot{u}_z^P (12) (figs. S3 and S4). This new approach accounts for both gravity changes and gravity-induced motion and offers a concrete method able to reproduce a_z^P . It also explains why a_z^P can be referred to as the elastogravity signal preceding the P -wave arrival.

We found that \ddot{u}_z^P tends to compensate Δg_z^P at early times, as shown in Fig. 2 for both INU and MDJ stations. This effect, predicted by Heaton (17), can also be understood from the insightful infinite medium configuration in which there is a theoretical full cancellation of Δg^P by \ddot{u}^P (12), which our modeling approach reproduces very well (fig. S4). Earth's surface, and to a lesser extent the heterogeneities inside Earth, break the symmetries leading to this full-space cancellation (12), and realistic simulations show that \ddot{u}_z^P and Δg_z^P diverge before the hypocentral P arrival time (Fig. 2). As a consequence, the difference between these two quantities offers a much larger observation potential than predicted by (17) using an oversimplification of Earth's response. For the INU station, we show that \ddot{u}_z^P is stronger than Δg_z^P , which leads to the negative a_z^P signal recorded at this station. A ground-attached gravimeter would record the same, implying that it is paradoxically less sensitive to the gravitational field perturbations than to its induced effects. Recording exclusively the positive (and stronger) gravity perturbation would require an instrument uncoupled to the ground. The global feedback effect is less drastic when the station is farther away from the earthquake, as illustrated in Fig. 2 with the MDJ station. In this case, for about 60 s we observed an almost full cancellation of the signal, but the last 100 s before the P -wave arrival were increasingly dominated by Δg_z^P . This explains why the observed signal is very pronounced at MDJ station and at the neighboring INCN, FUK, NE93, and BJT stations.

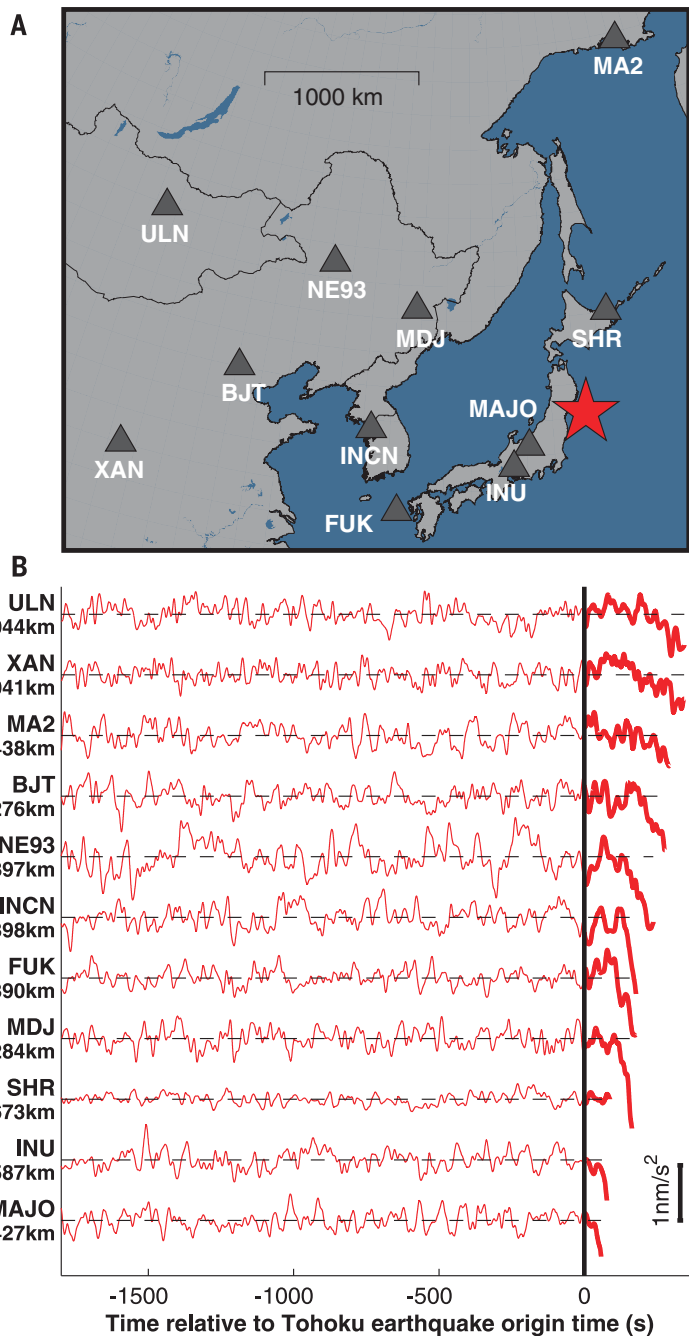


Fig. 1. Observations of the pre- P signals on broadband seismometers. (A) Map of the selected stations located in the 400- to 3000-km hypocentral distance range. The red star shows the Tohoku earthquake epicenter. **(B)** Acceleration signals a_z^P in the 0.002 to 0.03 Hz frequency range, represented in a time window starting 30 min before the earthquake origin time and terminating at the P -wave arrival time at each station (1 nm/s² scale is shown to the right). Names of the stations and their hypocentral distances in kilometers (following Earth's surface) are shown to the left of each signal. In the time window between origin time and P -wave arrival time, signals are drawn with a thick red curve. ULN, Ulaanbaatar, Mongolia; XAN, Xi'an, China; MA2, Magadan, Russia; BJT, Baijiatuan, China; NE93, Zhalaiteqi Badaerhuzhen, China; INCN, Incheon, Korea; FUK, Fukue, Japan; MDJ, Mudanjiang, China; SHR, Shari, Japan; INU, Inuyama, Japan; MAJO, Matsushiro, Japan.

We gathered the observed elastogravity signals and present our modeling results for the 11 regional stations (Fig. 3). The data and synthetics are systematically in very good agreement. The oscillations present at the shortest consid-

ered period (33 s), also in pre-earthquake time windows, are related to Earth's natural noise. The modeling helps us understand several important features of the waveforms. The observability of the signals reaches a maximum at about 1000 to

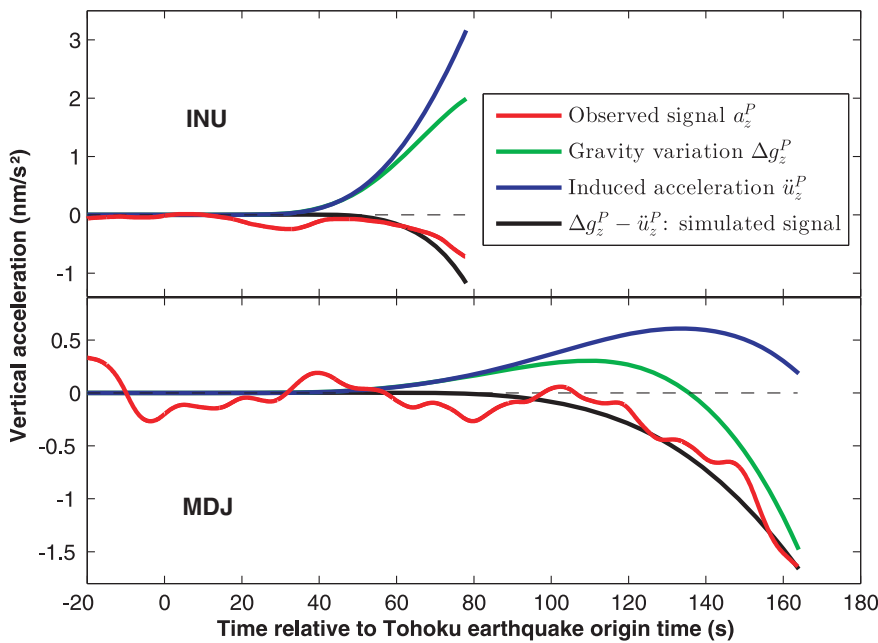


Fig. 2. Reconstruction of the observed elastogravity signals from the effects of the gravity variation and its induced acceleration. Examples at close distances [INU (GEOSCOPE) station in Japan] and at optimal distances in terms of signal observability [MDJ (IRIS) station in northeast China] are shown. The induced acceleration \ddot{u}_z^P cancels the gravity variation Δg_z^P at early times and can dominate (INU) or only affect (MDJ) Δg_z^P when approaching the P -wave arrival time.

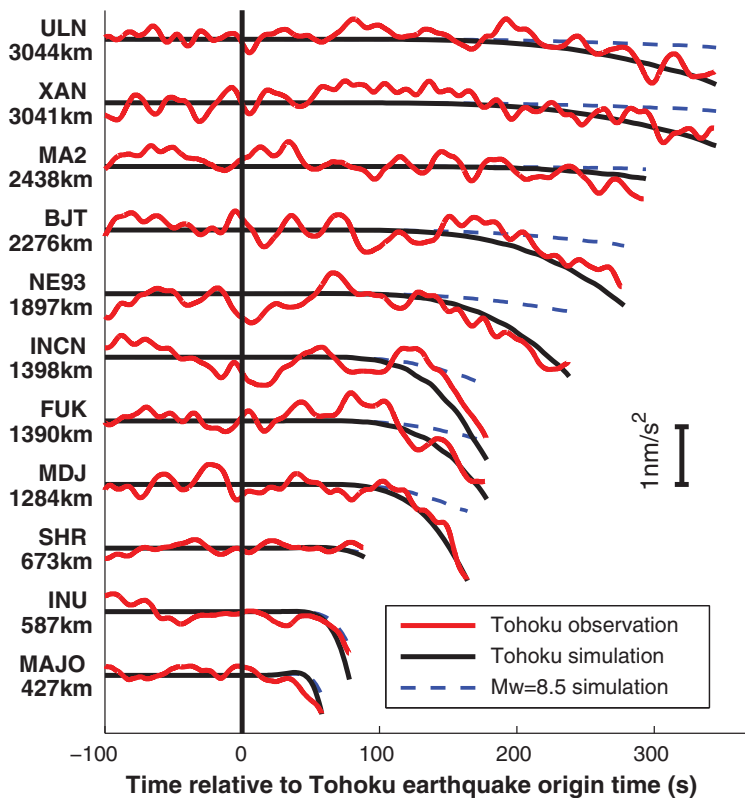


Fig. 3. Agreement between observed and modeled a_z^P signals and influence of the earthquake magnitude. Red (observed) and black (simulated) curves are in good agreement at all distances and azimuths from the Tohoku earthquake. The simulation for a fictitious $M_w = 8.5$ earthquake (dashed blue curve) shows large amplitude differences, directly illustrating the magnitude determination potential existing in these prompt elastogravity signals.

1500 km from the earthquake, as illustrated by the high-quality MDJ station. These distances are favorable because the hypocentral P wave arrives 130 to 190 s after the origin time, when the Tohoku earthquake already had released most of its seismic moment (12). Closer to the earthquake, the pre- P time window is short relative to the earthquake duration, and the canceling effects between Δg_z^P and \ddot{u}_z^P (Fig. 2) reduce even more the window where the signal can be observed. At further distances [e.g., Ulaanbaatar, Mongolia (ULN) and Xi'an, China (XAN) stations], where the latter two effects marginally affect the signal, the weaker amplitude is simply due to the distance dependence of Δg_z^P (7). Finally, independently of the distance, we observed and modeled the strong azimuthal effect due to the earthquake's focal mechanism. Because the Tohoku earthquake is a thrust event occurring on the north-south-striking, shallow-dipping subduction interface, Δg_z^P is very small for the stations to the north [Magadan, Russia (MA2) and SHR].

These observations of the elastogravity signals preceding the P waves, and their successful quantitative modeling, strongly motivate their use for an early magnitude estimate of megathrust earthquakes. Based on the proportionality in infinite space between Δg_z^P and the second temporal integral of the moment time function m of the earthquake (7), we expect a strong dependency of a_z^P on the earthquake magnitude. We show in Fig. 3 the synthetic signals for a realistic Tohoku-type earthquake, down-scaled to $M_w = 8.5$. Keeping the assumption of a triangular moment rate function \dot{m} (12), scaling relationships (18, 19) predict such an earthquake to have \dot{m} growing half as fast as and with half the duration of the Tohoku earthquake. As expected from the respective moment time evolutions, the signal amplitudes of the simulated $M_w = 8.5$ earthquake are about half the ones of the Tohoku earthquake at early times [INU and Matsushiro, Japan (MAJO) stations] and become increasingly smaller at late times, approaching the moment ratio value of 1/8. Even in this simulation, where the $M_w = 8.5$ earthquake lasts 70 s (which is short for such a magnitude) (19, 20), $|a_z^P|$ never exceeds 0.5 nm/s². This simple test therefore shows that detection of pre- P acceleration amplitudes reaching 1 nm/s² is a direct evidence of an earthquake with a seismic moment at least twice as large ($M_w > 8.7$), hundreds to thousands of kilometers away.

This estimate can be refined when a large earthquake has been detected and its epicenter has been located with local data (which can be done in the tens of seconds after the origin time). In this case, based on the theoretical or empirical (with classical triggering techniques) P -wave arrival time at regional stations, it is straightforward to extract the pre- P -wave arrival time window. Compared with the usual post- P -wave time window recording the complex regional elastic wavefield, the former window provides both an earlier and a simpler way to evaluate how large the earthquake was. In this respect, Fig. 3 can be directly used to get a reliable lower

bound of a megathrust earthquake magnitude. As the Tohoku earthquake has a short duration compared with its magnitude (12, 19, 20), it is unlikely that a smaller magnitude earthquake generates larger a_z^p values at a given distance. Observing values of $\approx 1.5 \text{ nm/s}^2$ about 1300 km from the earthquake (as in the case of MDJ, FUK, or INCN stations), just before the P -wave arrival time, is therefore evidence of the occurrence of a $M_w > 9$ earthquake. If such an approach were followed for the Tohoku earthquake, using these stations where the P arrival times are less than 180 s, a lower bound of its huge magnitude would have been reliably detected 3 min after the origin time. Using additional elastogravity signals recorded at further distances (like ULN or XAN stations) delays the time at which a first magnitude can be provided but offers the potential to provide an exact magnitude determination. Such data can indeed better detect that the earthquake has stopped growing (7), a necessary condition to move from a lower bound estimation to an exact determination.

The possibility of detecting, 3 min after the origin time, that the Tohoku earthquake had a magnitude larger than 9 has to be compared with our current ability to quantify large earthquakes' magnitudes. The determination of the moment magnitude in the minutes after an earthquake is possible with local data [e.g., (21, 22)], but for large-magnitude events, this is complicated by finite-source effects. Currently, moment magnitudes are more efficiently determined at distances far from the source (23–25), with a fundamental limitation imposed by the time needed for elastic wave propagation. Even the fastest available methods (24) are unlikely to provide a reliable magnitude estimate within the first 20 min after the earthquake.

Synthetic signals of the $M_w = 8.5$ earthquake show that maximum amplitudes are lower than 0.5 nm/s^2 everywhere, making individual detection difficult, even with excellent broadband seismometers located in quiet sites. We therefore emphasize the strong benefit of installing and maintaining high-quality sensors at regional distances from potential large earthquakes, such that stacking or coherence techniques can be applied to detect early gravity signals from earthquakes in the 8 to 9 magnitude range. At lower magnitudes, the potential detection of such signals depends on our ability to separate the gravity signal from the

background seismic noise. This can be done in principle by measuring the gradient of the gravity perturbation between two or more seismically isolated test masses. Relevant technologies are being developed in the context of low-frequency gravitational-wave detectors, with concepts such as torsion bars antennas (26, 27), superconducting gravity gradiometers (28, 29), and atom interferometers (30, 31). In the first two concepts, the test masses are linked to the ground by a common frame; the displacements driven by the seismic noise and affecting the gravity measurement can be made very similar for the two masses, and they are hence rejected by the differential measurement. In an atom interferometer, the phase of a laser beam is sensed by its interaction with two or more atomic clouds, giving an intrinsic partial immunity to the background seismic noise. The gravity gradient is, however, much weaker than the gravity itself, and making its measurement feasible should motivate further research to overcome additional challenges besides the suppression of seismic noise.

REFERENCES AND NOTES

- S. Okubo, *J. Geophys. Res.* **97**, 7137–7144 (1992).
- Y. Imanishi, T. Sato, T. Higashi, W. Sun, S. Okubo, *Science* **306**, 476–478 (2004).
- K. Matsuo, K. Heki, *Geophys. Res. Lett.* **38**, L00G12 (2011).
- Japan Meteorological Agency; www.jma.go.jp/jma/indexe.html.
- Y. Okada, Preliminary report of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake; www.bosai.go.jp/e/pdf/Preliminary_report110328.pdf (2011).
- F. A. Dahlen, J. Tromp, *Theoretical Global Seismology* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1998).
- J. Harms et al., *Geophys. J. Int.* **201**, 1416–1425 (2015).
- J. Harms, *Geophys. J. Int.* **205**, 1153–1164 (2016).
- J.-P. Montagner et al., *Nat. Commun.* **7**, 13349 (2016).
- Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS); <http://ds.iris.edu/ds/nodes/dmc/>.
- F-net Broadband Seismograph Network; www.fnet.bosai.go.jp.
- Information on materials and methods is available in the supplementary materials.
- GEOSCOPE Observatory; <http://geoscope.ipgp.fr/index.php/en/>.
- Waveform Quality Center, Lamont-Doherty Earth Observatory; www.ldeo.columbia.edu/~ekstrom/Projects/WQC/MONTHLY_HTML/.
- F. Cotton, O. Coutant, *Geophys. J. Int.* **128**, 676–688; www.isterre.fr/annuaire/pages-web-du-personnel/olivier-coutant/article/logiciels-logiciels?lang=fr (1997).
- M. Bouchon, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **71**, 959–971 (1981).
- T. H. Heaton, *Nat. Commun.* **8**, 966 (2017).
- H. Houston, *J. Geophys. Res.* **106**, 11137–11150 (2001).
- M. Vallée, *Nat. Commun.* **4**, 2606 (2013).
- L. Ye, T. Lay, H. Kanamori, L. Rivera, *J. Geophys. Res.* **121**, 826–844 (2016).
- M. E. Pasyanos, D. S. Dreger, B. Romanowicz, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **86**, 1255–1269 (1996).
- B. Delouis, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **104**, 1479–1500 (2014).
- G. Ekström, M. Nettles, A. M. Dziewonski, *Phys. Earth Planet. Inter.* **200–201**, 1–9 (2012).
- H. Kanamori, L. Rivera, *Geophys. J. Int.* **175**, 222–238 (2008).
- M. Vallée, J. Charléty, A. M. G. Ferreira, B. Delouis, J. Vergoz, *Geophys. J. Int.* **184**, 338–358 (2011).
- M. Ando et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 161101 (2010).
- D. J. McManus et al., *Class. Quantum Gravity* **34**, 135002 (2017).
- A.-M. V. Moody, H. J. Paik, E. R. Canavan, *Rev. Sci. Instrum.* **73**, 3957–3974 (2002).
- J. H. Paik et al., *Class. Quantum Gravity* **33**, 075003 (2016).
- M. Hohensee et al., *Gen. Relativ. Gravit.* **43**, 1905–1930 (2011).
- R. Geiger, Future gravitational wave detectors based on atom interferometry, in *An Overview of Gravitational Waves: Theory and Detection*, G. Auger, E. Plagnol, Eds. (World Scientific, 2017).

ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to the developers of AXITRA, and more specifically to O. Coutant for making his code publicly available, both in the moment tensor and in the single-force configurations. We thank engineers involved in the installation, maintenance, and data distribution of broadband seismic stations. High-quality signals come from the Global Seismograph Network (<https://doi.org/10.7914/SN/IU>), New China Digital Seismograph Network (<https://doi.org/10.7914/SN/IC>), National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience / F-net, GEOSCOPE (<https://doi.org/10.18715/GEOSCOPE.G>), and Northeast China Extended Seismic Array (https://doi.org/10.7914/SN/YP_2009) networks, all publicly available at the IRIS data management center (<http://ds.iris.edu/ds/nodes/dmc/>), Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP) data center (<http://datacenter.ipgp.fr/>), or the F-net data center (www.fnet.bosai.go.jp/top.php). Global Centroid-Moment-Tensor Project (www.globalcmt.org/) source parameters of the Tohoku earthquake were very valuable for this study. The careful reviews of three anonymous reviewers were very valuable to clarify observational and theoretical aspects of the initial manuscript. We acknowledge T. Heaton for stimulating discussions that pushed us to carefully study the role of the gravity-induced acceleration. J. Harms provided valuable comments on the relationships between gravity and elastic perturbations. Most numerical computations were performed on the S-CAPAD platform, IPGP, France. We acknowledge the financial support from the GEOSCOPE program (funded by CNRS Institute for Earth Sciences and Astronomy and IPGP), the UnivEarthS Labex program at Sorbonne Paris Cité (ANR-10-LABX-0023 and ANR-11-IDEX-0005-02), and the Agence Nationale de la Recherche through grant ANR-14-CE03-0014-01. Seismic Analysis Code (<http://ds.iris.edu/ds/nodes/dmc/software/downloads/sac/>) and Generic Mapping Tools (<http://gmt.soest.hawaii.edu/projects/gmt>) free software packages were used for data processing and figure preparation.

SUPPLEMENTARY MATERIALS

www.sciencemag.org/content/358/6367/1164/suppl/DC1
Materials and Methods
Figs. S1 to S4
Data S1
References (32–38)

11 June 2017; accepted 2 November 2017
10.1126/science.aao0746

Résumé – Lors d'un tremblement de terre, la rupture sismique et la propagation d'ondes qui en résulte perturbent le champ de densité terrestre. Cette redistribution transitoire de masses conduit à un ré-équilibre global et instantané du champ de gravité terrestre, mesurable avant l'arrivée du front d'ondes sismiques. Un instrument déployé au sol enregistre cette perturbation du champ gravitationnel, ainsi qu'une accélération inertielle induite par gravité : nous appelons le signal total résultant, perturbation élasto-gravitationnelle. Nous modélisons la réponse élasto-gravitationnelle complète d'un instrument à une rupture sismique à travers le formalisme des modes propres. Ce formalisme permet la simulation de perturbations dans des modèles sphériques auto-gravitants, homogènes ou radialement stratifiés. Le tremblement de terre de Tohoku-oki (magnitude 9.1, mars 2011, Japon) a développé l'une des ruptures les plus importantes de ces dernières décennies, à proximité de réseaux intégrant une instrumentation de pointe. Nous présentons la détection et la modélisation précise de perturbations élasto-gravitationnelles induites par cette rupture. Un système de détection précoce de tremblements de terre permet de détecter l'occurrence d'un séisme avant l'arrivée des ondes sismiques destructrices générées par la rupture, afin d'en limiter les dégâts humains et matériels. Les systèmes d'alerte actuels reposent sur la différence de temps de propagation entre ondes de compression P (peu destructrices) et ondes de cisaillement S (plus lentes, mais dangereuses). Associé au développement de capteurs du gradient du champ de gravité à haute précision, nous introduisons un système de détection précoce reposant sur la gravité.

Summary – During a seismic event, the rupture and the propagation of seismic waves redistribute masses within the Earth. This mass redistribution generates in turn a dynamic long-range perturbation of the Earth gravitational potential, which can be recorded before the arrival of the direct seismic waves. A ground-based seismometer then records a gravity-induced inertial acceleration in addition to the gravitational potential perturbation: we refer to the overall signal as elasto-gravitational perturbation. We present a normal-mode simulation of elasto-gravitational perturbations, as recorded by a ground-based seismometer. The normal-mode approach enables the computation of elasto-gravitational signals in uniform and layered spherical Earth models, with self-gravitation included. Transient perturbations are observed and accurately modelled before the arrival of the direct seismic waves following the Tohoku-oki event (magnitude 9.1, march 2011, Japan). Earthquake early warning (EEW) systems are automatic devices able to detect the occurrence of an earthquake before the arrival of ground-shaking waves, and to provide warning. Conventional EEW systems rely on the velocity difference between the fast seismic P-waves and the devastating S-waves. Associated with the current development of high-precision gravity strainmeters, we introduce a gravity-based EEW system.