

Mesures de déformations par Capteurs à Fibre Optique au cœur de matériaux composites

Pierre-Antoine Morvan

► To cite this version:

Pierre-Antoine Morvan. Mesures de déformations par Capteurs à Fibre Optique au cœur de matériaux composites. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université de Nantes (UNAM), 2013. Français. NNT: . tel-01706178

HAL Id: tel-01706178 https://theses.hal.science/tel-01706178

Submitted on 10 Feb 2018 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE SPIGA SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR, GÉOSCIENCES, ARCHITECTURE

Année 2013

N°	attı	ribu	ıé j	par	la	bi	blie	oth	ièq	ue
L										

Mesures de déformations par Capteurs à Fibre Optique au cœur de matériaux composites

THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Sciences de l'Ingénieur Spécialité : Génie Mécanique

Présentée et soutenue publiquement par

Pierre-Antoine Morvan

Le 21 Février 2013 à l'Université de Nantes devant le jury ci-dessous

Président	Philippe Olivier	Professeur, Université de Toulouse
Rapporteurs	Nadia Bahlouli	Professeur, Université de Strasbourg
	Pierre Ferdinand	Directeur de recherche, CEA LIST Saclay
Examinateurs	Christian Boisrobert	Professeur, Université de Nantes
	Pascal Casari	Professeur, Université de Nantes
	Dominique Leduc	Maître de conférences HDR, Université de Nantes
	Cyril Lupi	Maître de conférences, Université de Nantes
	Laurent Robert	Maître de conférences, École des Mines d'Albi

Directeur de Thèse Pascal Casari, Professeur Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique de Nantes (GeM) Encadrant Cyril Lupi, Maître de conférences Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique de Nantes (GeM)

 $\mathrm{N}^{\circ}\mathrm{ED}$

Table des matières

Li	iste d	les figu	Ires	viii
Li	iste d	les tab	leaux	ix
In	trod	uction		1
1	Éta	t de l'a	rt sur l'emploi des Capteurs à Fibres Optiques dans les matéria	ux
	con	iposite	8.	5
	1.1	Qu'est	ce qu'un capteur à fibre optique.	6
		1.1.1	Description géométrique du guidage optique	6
		1.1.2	Description ondulatoire du guidage optique au sein de la fibre optique.	7
	1.2	Diffus	ion de la lumière : ou comment mesurer des déformations et des	
		tempé	ratures	8
	1.3	Capte	urs à réseaux de Bragg Fibrés et techniques de mesures associées	12
	1.4	Métho	des d'analyses de la réponse d'un réseau de Bragg	16
		1.4.1	Méthodes performantes et appropriées à des mesures de terrains	16
		1.4.2	Réflectométrie à faible cohérence optique et <i>Layer Peeling</i>	17
	1.5	Eléme	nts de base sur les matériaux composites	20
		1.5.1	Généralités	20
		1.5.2	Les procédés de fabrication	24
	1.6	Etat c	le l'art sur l'emploi des capteurs à fibres optiques dans les composites	25
		1.6.1	Application au suivi de fabrication de composites	25
		1.6.2	Mesures de déformations au cœur des matériaux composites	27
	1.7	Conclu	usion	29
2	Mo	délisat	ion analytique et numérique du comportement mécanique d'un	
	rése	eau de	Bragg au cœur d'un matériau.	31
	2.1	Étude	analytique du problème	33
		2.1.1	Fibre optique dans un matériau isotrope soumis à de la traction pure.	33
		2.1.2	Fibre optique dans un matériau isotrope transverse soumis à de la	
			traction pure	42
		2.1.3	Matériau Isotrope soumis à un chargement thermique	47
		2.1.4	Bilan concernant l'analyse de la variation de longueur d'onde d'un	
			FBG en réponse à une sollicitation mécanique.	51
	2.2	Comp	ortement mécanique du capteur : analyse numérique	51
		2.2.1	Contexte de l'analyse numérique	51
		2.2.2	Simulation d'une éprouvette soumise à un chargement de traction $\dot{-}$	52
		2.2.3	Eprouvette soumise à un chargement thermique.	55

	2.3	Comment déterminer simultanément les déformations ε_z et ε_r d'un capteur	
		IDre optique (57
		2.3.1 Architecture à deux reseaux de Bragg classiques de pas différents.	57
		2.3.2 Utilisation d'un reseau de Bragg inscrit dans une fibre birefringente.	- 59 - 60
	24	2.5.5 Architecture a reseaux courte et a longue periode juxtaposes	60
	2.4		02
3	Car	actérisation mécanique de réseaux de Bragg libres et insérés dans	
	une	resine epoxy.	65
	3.1	Essais de traction sur des fibres fibres	60 66
		3.1.1 Fibre denudee	00 60
	2.0	3.1.2 Fibre avec son revetement acrylate.	69
	3.2	Conception de l'eprouvette d'essais mecaniques integrant des reseaux de	70
	<u></u>	Mice en course de l'énergy est la constance en course de l'énergy est été de l'énergy est été de la course de l'énergy est été de la course de l'énergy est été de la course d	70
	ე.ე ე_₄	Fassi de traction sur une épreuvette équipée de résour de Programintemes	(1
	0.4	Essai de traction sur une eprouvette equipée de reseaux de Bragg internes	79
	25	Eccepted au corps d'épréduée de précise équipée d'un réceau de Prege	10 76
	3.0 2.6	Essai de le température sur une éprouvette en resilie equipée d'un reseau de Dragg.	70
	3.0 3.7	Variation de la temperature sur une eprouvette equipée de reseaux de Bragg.	70
	5.7		19
4	Ide	ntification de champs de déformation non uniformes	81
	4.1	Essai de traction sur une éprouvette bi-composant	81
		4.1.1 Présentation	81
		4.1.2 Modélisation numérique	83
		4.1.3 Mise en œuvre de l'éprouvette	84
		4.1.4 Essai mécanique de traction	91
	4.2	Instrumentation d'un composite stratifié à travers son épaisseur	99
		4.2.1 Objectif	99
		4.2.2 Mise en œuvre	99
		4.2.3 Mesure du retrait de la résine dans un stratifié avec un réseau de	
		Bragg	102
		4.2.4 Présentation des essais de flexion	104
		4.2.5 Modélisations associées	107
		4.2.6 Résultats	109
		4.2.7 Discussion	110
		4.2.8 Conclusion	111
Co	onclu	usion Générale	113
Α	Mes	sure du coefficient de réflexion complexe de composants fibrés	115
	A.1	Réflectométrie en lumière faiblement cohérente	115
		A.I.I Dispositif experimental	115
		A.1.2 Analyse des données	116
в	Mes	sure du profil d'indice de réseaux de Bragg	119
	B.1	Théorie des modes couplés	119
	B.2	Algorithme du «Layer Peeling»	120
	B.3	Détermination des caractéristiques du réseau	121

Bibliographie

123

Table des figures

$\frac{1}{2}$	Fibre optique au dessus d'une mine de crayon	$\frac{2}{2}$
1.1	Constitution d'une fibre optique.	6
1.2	Perte de la puissance lumineuse dans une fibre "silice dopée"/silice	6
1.3	Réflexion totale à l'interface cœur/gaine	7
1.4	Allure schématique du spectre de la lumière diffusée par un milieu diffusant	
	quelconque. [2]	9
1.5	Schéma de principe d'un réflectomètre temporel.	11
1.6	Variation longitudinale de l'indice optique le long d'un réseau de Bragg fibré, ce qui correspond à la distribution spatiale de l'indice photo-inscrit	
	dans le cas d'un montage de type miroir de Llovd	12
17	Schéma du décalage la longueur d'onde de Bragg lorsque que la fibre est	12
1	sollicitée en traction	14
1.8	Schéma du principe de comportement du capteur sous sollicitation ho-	± 1
1.0	mogène dans un plan transverse à la fibre optique.	15
1.9	Schéma du principe du comportement du capteur sous sollicitation axiale	10
1.0	homogène.	15
1.10	Schéma du principe de la mesure de longueur d'onde de Bragg dans un	
	réseau à l'aide d'un analyseur de spectre.	16
1.11	Schéma du dispositif interférométrique.	17
1.12	Méthodologie pour l'analyse locale d'un réseau de Bragg.	19
1.13	Les différents types de renforts de base.	21
1.14	Renforts principaux utilisés à coté d'une FO.	21
1.15	Différents types de renfort fibreux : (a) nappe unidirectionnelle, (b) mat,	
	(c) tissus, (d) tissu 3D orthogonal.	23
1.16	Différentes familles de matrices.	24
1.17	Description des phénomènes de l'injection.	26
1.18	Procédé de fabrication de pièces composites	27
1.19	Fibre optique insérée dans un environnement complexe [3]	28
2.1	Schéma de la fibre optique avec les repères utilisés	32
2.2	Schéma du modèle analytique d'un matériau isotrope soumis à de la traction	
	pure	33
2.3	Erreur relative sur la déformation commise par l'approximation en fonction	
	de R_e	38
2.4	Erreur commise sur la valeur de la déformation en fonction du ν de l'éprouvette	~ ~
	avec E fixé arbitrairement.	38
2.5	Erreur commise sur la valeur de la déformation commise en fonction de E	
	de l'éprouvette avec ν fixé arbitrairement	39

2.6	Courbe 3D de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du ${\cal E}$	
	et du ν de l'éprouvette. (0 $GPa < E < 1000 GPa$)	39
2.7	Courbe 3D de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du E	
	et du ν de l'éprouvette. (0 $GPa < E < 200 GPa$)	40
2.8	Courbe plane de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du	10
0.0	<i>E</i> et du ν de l'éprouvette. (0 <i>GPa</i> < <i>E</i> < 1000 <i>GPa</i>)	40
2.9	Courbe plane de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du \mathbf{E}	10
0.10	<i>E</i> et du ν de l'eprouvette. (0 <i>GPa</i> < <i>E</i> < 200 <i>GPa</i>)	40
2.10	Schema du modele analytique d'un materiau isotrope transverse soumis a	49
9.11	de la traction pure.	43
2.11	Schema du modele analytique d'un materiau isotrope soumis à un charge-	18
9 19	ment thermique	40 51
2.12 2.13	Schéma du corps d'épreuve en traction	52
2.10 2 1/	Simplification du modèle en avisymétrie	53
2.14 2.15	Maillage de l'éprouvette en traction	54
2.16	Courbe de ε_r en fonction de ε_r pour l'éprouvette en traction.	54
2.17	Simplification du modèle en axisymétrie.	56
2.18	Déformation le long de l'axe z de la fibre optique	56
2.19	Dans la zone colorée, les décalages des longueurs d'onde de Bragg des 2	
	réseaux sont inférieurs à 1 pm.	59
2.20	Évolution de λ_{LPG} en fonction de $(\varepsilon_z, \varepsilon_r)$.	61
2.21	Évolution de a_{2z} (respectivement a_{2r} en fonction de ε_z (respectivement ε_r).	62
2.22	Dans la zone colorée, les décalages des longueurs d'onde de Bragg des 2	
	réseaux sont inférieurs à 1 pm.	63
3.1	Banc de traction pour fibre optique	66
$3.1 \\ 3.2$	Banc de traction pour fibre optique	$66 \\ 67$
$3.1 \\ 3.2 \\ 3.3$	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68
3.1 3.2 3.3 3.4	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 68
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 68 68
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 68 69 71
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 68 69 71 72
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 68 69 71 72 73
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 3.10	Banc de traction pour fibre optique	666 67 68 68 68 69 71 72 73 74
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 3.10 3.11	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 69 71 72 73 74 74
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 3.10 3.11 3.12	Banc de traction pour fibre optique	66 67 68 68 69 71 72 73 74 74
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 3.10 3.11 3.12	Banc de traction pour fibre optique	666 67 68 68 68 69 71 72 73 74 74 74
$\begin{array}{c} 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 \\ 3.10 \\ 3.11 \\ 3.12 \\ 3.13 \end{array}$	Banc de traction pour fibre optique	$\begin{array}{c} 66\\ 67\\ 68\\ 68\\ 69\\ 71\\ 72\\ 73\\ 74\\ 74\\ 74\\ 75\\ 76\end{array}$
$\begin{array}{c} 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 \\ 3.10 \\ 3.11 \\ 3.12 \\ 3.13 \\ 4.1 \end{array}$	Banc de traction pour fibre optique	666 67 68 68 69 71 72 73 74 74 74 75 76 82
$\begin{array}{c} 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 \\ 3.10 \\ 3.11 \\ 3.12 \\ 3.13 \\ 4.1 \\ 4.2 \end{array}$	Banc de traction pour fibre optique	$\begin{array}{c} 666 \\ 67 \\ 68 \\ 68 \\ 69 \\ 71 \\ 72 \\ 73 \\ 74 \\ 74 \\ 75 \\ 76 \\ 82 \\ 84 \end{array}$
$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2\\ 3.3\\ 3.4\\ 3.5\\ 3.6\\ 3.7\\ 3.8\\ 3.9\\ 3.10\\ 3.11\\ 3.12\\ 3.13\\ 4.1\\ 4.2\\ 4.3\end{array}$	Banc de traction pour fibre optique. . Courbe de traction d'une fibre optique à réseau de Bragg. . Montage optique utilisé pour mesurer la déformation de la fibre optique. . Exemple de cliché réalisé. . Courbe de traction d'une fibre optique dénudée. . Courbe de traction d'une fibre optique avec son revêtement acrylate. . Courbe de traction d'une fibre optique avec son revêtement acrylate. . Eprouvette instrumentée et montage d'essais associé. . Mise en œvre d'une éprouvette avec réseaux de Bragg intégrés. . Réponse spectrale du capteur intégré à l'éprouvette. . Éprouvette en résine pure instrumentée de quatre réseaux de Bragg. . Schéma du réseau de Bragg collée à l'extérieur de l'éprouvette. . Courbe de la déformations moyenne des quatres fibres optiques dans une éprouvette. . Schéma de l'éprouvette en flexion. . Eprouvette bi-composant. . Simplification du modèle de calcul. . Cartographie 3D des contraintes de Von Mises dans notre éprouvette sans	$\begin{array}{c} 666\\ 67\\ 68\\ 68\\ 69\\ 71\\ 72\\ 73\\ 74\\ 74\\ 75\\ 76\\ 82\\ 84\\ \end{array}$
$\begin{array}{c} 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 \\ 3.10 \\ 3.11 \\ 3.12 \\ 3.13 \\ 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \end{array}$	Banc de traction pour fibre optique.	666 67 68 68 69 71 72 73 74 74 75 76 82 84 85
$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2\\ 3.3\\ 3.4\\ 3.5\\ 3.6\\ 3.7\\ 3.8\\ 3.9\\ 3.10\\ 3.11\\ 3.12\\ 3.13\\ 4.1\\ 4.2\\ 4.3\\ 4.4\\ \end{array}$	Banc de traction pour fibre optique.	$\begin{array}{c} 666\\ 67\\ 68\\ 68\\ 69\\ 71\\ 72\\ 73\\ 74\\ 74\\ 74\\ 75\\ 76\\ 82\\ 84\\ 85\\ 86\end{array}$
$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2\\ 3.3\\ 3.4\\ 3.5\\ 3.6\\ 3.7\\ 3.8\\ 3.9\\ 3.10\\ 3.11\\ 3.12\\ 3.13\\ 4.1\\ 4.2\\ 4.3\\ 4.4\\ 4.5\end{array}$	Banc de traction pour fibre optique.	$\begin{array}{c} 666\\ 67\\ 68\\ 68\\ 68\\ 69\\ 71\\ 72\\ 73\\ 74\\ 74\\ 74\\ 75\\ 76\\ 82\\ 84\\ 85\\ 86\\ 87\\ \end{array}$
$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2\\ 3.3\\ 3.4\\ 3.5\\ 3.6\\ 3.7\\ 3.8\\ 3.9\\ 3.10\\ 3.11\\ 3.12\\ 3.13\\ 4.1\\ 4.2\\ 4.3\\ 4.4\\ 4.5\\ 4.6\end{array}$	Banc de traction pour fibre optique	$\begin{array}{c} 666\\ 67\\ 68\\ 68\\ 69\\ 71\\ 72\\ 73\\ 74\\ 74\\ 75\\ 76\\ 82\\ 84\\ 85\\ 86\\ 87\\ \end{array}$
$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2\\ 3.3\\ 3.4\\ 3.5\\ 3.6\\ 3.7\\ 3.8\\ 3.9\\ 3.10\\ 3.11\\ 3.12\\ 3.13\\ 4.1\\ 4.2\\ 4.3\\ 4.4\\ 4.5\\ 4.6\end{array}$	Banc de traction pour fibre optique	$\begin{array}{c} 666\\ 67\\ 68\\ 68\\ 69\\ 71\\ 72\\ 73\\ 74\\ 74\\ 75\\ 76\\ 82\\ 84\\ 85\\ 86\\ 87\\ 88\end{array}$

4.8	Géométrie du mod	èle axisymétrie i	incluant la fil	pre optique	89	
4.9	Déformation théorique dans l'éprouvette modélisée avec et sans fibre optique. 89					
4.10	Erreur relative sur	la déformation !	le long du rés	seau de Bragg	90	
4.11	Etape de fabrication de l'éprouvette bi-composant. $\dots \dots \dots$					
4.12	Déformation du réseau dû à la fabrication de l'éprouvette. $\dots \dots \dots$					
4.13	Contrainte tangentielle à la frontière des trois matériaux					
4.14	Photographie de m	iontage de tracti	on		92	
4.15	Réponse spectrale	nesurée à l'analy	seur optique	(cf 1.4.1, page 16) du	réseau	
	de Bragg dans l'ép	rouvette			93	
4.16	Analyse spectrale of	les mesures à l'O	DLCR		94	
4.17	Réponse spectrale	du capteur avec	et sans sollie	itation de traction.	95	
4.18	Courbes de déform	ation pour l'épre	ouvette bi-co	mposant	95	
4.19	Schéma de princip	e de la méthode.			96	
4.20	Courbes de déform	ation pour l'épr	couvette bi-co	omposant en fonction	de la	
	méthode d'identifie	cation			96	
4.21	Profil d'indice le le	ng du réseau.			97	
4.22	Gradient de déform	nation théorique	e et mesuré d	ans la fibre optique i	ncluse	
	dans l'éprouvette b	oi-composant			98	
4.23	Défaut possible sur	: l'éprouvette.			99	
4.24	Montage de mise e	n place stratifié/	réseaux de E	Bragg	100	
4.25	Coupe micrograph	ique d'une fibre	optique insér	ée à 45° dans un stra	tifié 101	
4.26	Réponse spectrale	du réseau de Bra	agg dans l'ép	rouvette stratifiée.	102	
4.27	Fibre insérée à 90°.				102	
4.28	Déformation du rés	seau due au retr	ait de cuissor	n pour une fibre insér	$ée a 90^{\circ}.103$	
4.29	Fibre insérée à 45°.				103	
4.30	Déformation du rés	seau due au retr	ait de cuissor	n pour une fibre insér	$ée à 45^{\circ}.104$	
4.31	Essai de flexion				105	
4.32	Configuration	1	-	flexion	pure;	
		M = 1975 N	T.mm, T = 0	N		
4 0.0	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				105	
4.33	Configuration	2	-	flexion	simple;	
		M = 1646 N.n	m, T = 13, 1	7 N		
			,-			
					106	
4.34	Configuration	3	-	flexion	$\operatorname{simple};$	
		M = 320 Nm	m T = 13 1'	7 N		
		M = 525 M.m	m, 1 = 10, 11	1 11		
					106	
4.35	Configuration	4	-	Cisaillement	pur ;	
		M = 0 N.mm	n, T = 19, 76	N		
					106	
4.36	Configuration	5	-	Flexion	simple:	
	U				• /	
		$M = 494 \ N.n$	nm, T = 6, 59	N		
					107	
	• • • • • • • • • •				107	

4.37	Maillage utilisé pour la modélisation sous Comsol
4.38	Flexion pure
4.39	Cisaillement pur
4.40	Configuration 1 - Comparaison Comsol / Expérience
4.41	Configuration 2 - Comparaison Comsol / Expérience
4.42	Configuration 3 - Comparaison Comsol / Expérience
4.43	Configuration 4 - Comparaison Comsol / Expérience
4.44	Configuration 5 - Comparaison Comsol / Expérience
A.1	Le réflectomètre
A.2	Parcours de l'onde optique

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques de fibres usuelles	22
1.2	Caractéristiques de fibres naturelles.	22
1.3	Bilan sur les techniques de mesures appliquées au matériaux composites	29
2.1	Caractéristiques SMF 28	37
2.2	Caractéristiques de la fibre en silice contenant à réseau de Bragg et de la	
	résine epoxy utilisée.	41
2.3	Caractéristiques mécanique FBG et Composite.	46
2.4	Caractéristiques mécaniques et thermiques FBG et Résine.	49
2.5	Déformations ε_z et ε_r de la FBG en fonction de la température	56
3.1	Déformations des quatre fibres optiques dans une éprouvette.	75
3.2	Résultats théoriques pour l'essai de flexion.	77
3.3	Déformations mesurées par le réseau de Bragg en fonction de la méthode	
	utilisée	77
3.4	Déformations de l'éprouvette soumise à un champ de température	79
4.1	Caractéristiques matériaux du ciment dentaire et de la résine époxy.	81
4.2	Caractéristiques matériaux du ciment dentaire et de la résine époxy.	91
4.3	Déformations mesurées dans l'éprouvette bi-composant.	95
4.4	Déformations de la résine en fonction de la méthode	96
4.5	Puissance perdue pour une fibre insérée à 90°	101
4.6	Puissance perdue pour une fibre insérée à 45°	101

Chapitre 0

Introduction.

Les structures mécaniques ont pour particularité de se déformer de manière quasiment imperceptible sous l'effet de de changements de température, de sollicitations mécaniques ou de l'évolution de leur chimie. Pour évaluer l'effet de ces facteurs, il est nécessaire de connaître les contraintes mécaniques subies par des pièces, objets et structures pour surveiller leur état de santé. Cela est rendu possible par le biais de modélisation par la mécanique des milieux continus entre autres qui relie les contraintes et les déformations. Gageons que dans un futur proche, toutes les structures (ponts, avions, centrales nucléaires, immeubles,...) seront équipées de moyens de contrôle pour prévenir des pertes humaines ou écologiques.

Pour les pièces "prototypes", être capable de mesurer exactement leur déformation permet de connaître leurs caractéristiques mécaniques précises, et ainsi de mieux dimensionner la pièce finale ou de valider ses propriétés fonctionnelles. Pendant la fabrication de pièces, des mesures de déformation peuvent permettre d'améliorer leur qualité et leur coût de fabrication. Nous pensons notamment au process RTM dont les mesures *in situ* permettent d'éviter la construction de nombreuses pièces prototypes.

Des techniques de mesures optiques externes (interférométrie, holographie,...) existent, mais elles sont généralement impossible à utiliser hors du laboratoire, nécessitent un recalibrage répété et ne permettent pas de mesures à longue distance.

Les jauges de déformations sont donc majoritairement utilisées. Jusque dans les années 2000 étaient principalement utilisées des jauges électriques constituées de simples extensomètres à fils dont la résistance est proportionnelle à la déformation.

Mais avec l'avènement des fibres optiques dans le domaine de la télécommunication, il est apparu que celles-ci pouvaient aussi devenir d'excellents outils pour mesurer la déformation, particulièrement avec l'utilisation des fibres optiques à réseaux de Bragg. Elles possèdent en effet de nombreux avantages par rapport aux jauges "classiques".

Leur faible taille (250 μm de diamètre environ pour la gaine mécanique, et 125 μm pour la gaine optique soit environ deux cheveux humain) permet de les loger au cœur même des matériaux, permettant ainsi des mesures *in situ*. Nous présentons sur la photographie 1 une fibre optique ou nous pouvons voir sa gaine et son cœur.

Contrairement à la mesure électrique, les réseaux de Bragg ont recours à la lumière et sont non conductrices d'électricité (contrairement aux fils en cuivre) ce qui les rend insensibles à toute interférence électromagnétique. Leur grande résolution (environ 3 μdef) s'avère utile pour mesurer de faibles déformations, comme dans certaines pièces en matériau composite. Des mesures à longue distance sont possibles car la perte de signal est très faible. Ainsi, des mesures de déformation sont réalisées dans des tunnels et des mines souterraines. Les réseaux de Bragg composés de silice sont chimiquement inertes, ce qui permet de les placer dans des zones très exposées aux agressions chimiques. Il est possible



FIGURE 1 – Fibre optique au dessus d'une mine de crayon.

d'interroger simultanément des dizaines de capteurs sur une même fibre, ce multiplexage est particulièrement pratique lors du contrôle de structures géantes telles que des barrages hydrauliques ou des bateaux de compétitions. Ainsi, l'équipe double vainqueur de la coupe de l'America a équipé son dernier multicoque de nombreux capteurs à fibre optique à réseau de Bragg (cf figure 2, page 2).



FIGURE 2 – Instrumentation du multicoque Alinghi pour la coupe de l'America. [1]

Dans ces travaux, nous nous sommes particulièrement intéressés à une utilisation en laboratoire de ces fibres optiques à réseau de Bragg.

Dans un premier chapitre, nous décrivons les différentes techniques de mesures par fibre optique présentées dans la littérature. Nous portons une attention particulière à l'utilisation de ces outils dans un environnement mécanique complexe que sont les matériaux composites.

La seconde partie est dédiée à l'utilisation de capteur à réseau de Bragg fibré et plus particulièrement à l'étude mécanique analytique et numérique de ce capteur au cœur des matériaux. En effet, un étalonnage précis et souvent négligé est souvent nécessaire pour obtenir une grande précision en fonction du matériau hôte. A l'aide de modèles analytiques et numériques nous proposons des corrections sur les mesures afin de déterminer précisément la déformation au cœur d'un matériau.

Le troisième chapitre présente les caractérisations des propriété mécaniques des capteurs à fibres optiques que nous exploiterons par la suite au cœur des matériaux composites. Une mesure du module d'Young de la fibre optique et de son revêtement est réalisée. Puis une validation expérimentale de l'analyse de la réponse d'un capteur enfoui au cœur de matériaux homogènes sous sollicitations mécaniques est réalisée.

Le dernier chapitre est consacré à l'insertion de réseaux de Bragg au cœur de matériaux composites et à l'analyse des résultats de mesures obtenus à l'aide de la technique de réflectométrie à faible cohérence (OLCR). Une éprouvette bi-composant instrumentée sous sollicitations mécaniques permet d'analyser le comportement d'un réseau de Bragg dans un champ de déformation hétérogène. Enfin un capteur introduit à travers les plis d'un matériau composite stratifié permet d'accéder au comportement mécanique de l'éprouvette dans laquelle il est inclus.

Chapitre 0

Chapitre 1

État de l'art sur l'emploi des Capteurs à Fibres Optiques dans les matériaux composites.

Depuis maintenant deux décennies, les capteurs à fibres optiques sont des outils qui se vulgarisent en environnement industriel. Les domaines d'application vont de la mécanique en passant par la chimie pour aller vers les sciences du vivant. Un capteur à fibre optique est un instrument qui permet de mesurer une grandeur physique à partir d'une mesure basée sur l'emploi d'une fibre optique. Souvent la grandeur mesurée se traduit par une variation des propriétés de propagation de la lumière dans le guide d'onde que constitue la fibre optique. Cet outil présente plusieurs avantages indéniables :

- Le capteur à fibre optique, pour beaucoup de mesurandes, présente une très grande résolution;
- le matériau qui le constitue, la silice, fait de lui un élément chimiquement inerte : en d'autres termes il peut être mis dans des environnements sévères. Par exemple, il ne se corrode pas, ce qui présente un avantage en présence d'humidité;
- les faibles pertes du guide d'onde font de lui un très bon candidat pour des mesures sur de longues distances et l'on dispose des possibilités de multiplexages qui permettent alors de constituer un réseau de capteurs;
- sa faible dimension fait de lui un outil pertinent dans le cas ou nous avons besoin de faible intrusivité : nous verrons cependant que les dimensions sont non négligeables dans le cas des matériaux composites à renforts fibreux;
- enfin sa constitution fait que la fibre optique est insensible aux perturbations électromagnétiques et permet donc de réaliser des mesures en environnement pollué électromagnétiquement.

Aussi nous allons tout d'abord nous attacher à décrire le mode de fonctionnement d'une fibre optique et ses propriétés de guidage de la lumière. Par la suite nous expliciterons quelles sont les grandeurs physiques qui sont mesurables avec ce genre d'outil et les techniques de mesures associées.

La fibre optique est un guide d'onde constitué de matériaux diélectriques transparents dans la majeure partie du spectre visible. La propagation de l'onde dans la fibre optique est souvent décrite avec des notions d'optique géométrique souvent destinées à la vulgarisation du concept. Cependant afin d'écrire plus rigoureusement le principe de guidage nous introduirons par la suite la description ondulatoire de la lumière. En effet, une simple description géométrique peut s'avérer trop restrictive dans l'analyse du comportement élasto-optique de la fibre.

1.1 Qu'est ce qu'un capteur à fibre optique.

1.1.1 Description géométrique du guidage optique

La fibre optique est généralement décrite comme un cylindre de silice constitué de deux milieux cylindriques concentriques : un premier appelé généralement cœur, d'indice optique légèrement plus élevé que celui du second milieu qui l'entoure appelé gaine optique (cf figure 1.1, 6).



FIGURE 1.1 – Constitution d'une fibre optique.

Autour de cette gaine optique, un revêtement (polyacrylate, polyimide,...) assure la tenue mécanique de la fibre optique. Lorsque le matériau qui constitue le guide est de la silice dopée, la transparence du milieu est telle que l'on peut transmettre des données sur plusieurs kilomètres compte tenu du faible affaiblissement linéique du matériau (cf figure 1.2, page ??).



FIGURE 1.2 – Perte de la puissance lumineuse dans une fibre "silice dopée"/silice.

Souvent la description du mode de guidage de l'onde lumineuse dans une fibre optique est basée sur la réflexion totale du rayon lumineux au sein de la fibre à l'interface cœur/gaine. Pour cela il faut que l'indice du cœur soit plus élevé que celui de la gaine (cf figure 1.3, page 7).

Ce modèle permet alors de définir une grandeur caractéristique de la fibre optique qu'est l'ouverture numérique. La notion d'ouverture numérique, définie à partir des indices de réfraction de la gaine n_g et du coeur n_c est représentée à l'aide des relations 1.1, page 7 et 1.2, page 7 :



FIGURE 1.3 – Réflexion totale à l'interface cœur/gaine.

$$\Delta n = \frac{n_c - n_g}{n_c} \tag{1.1}$$

$$O.N. = \sin \theta_{max} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \tag{1.2}$$

Cela présuppose que la variation radiale de l'indice dans la fibre est liée à un saut d'indice à l'interface coeur/gaine. Cela est le cas dans certaines fibres optiques que l'on appelle alors à saut d'indice. Quand cette variation d'indice est d'environ 4% entre le coeur et la gaine et que son diamètre de coeur est de 8 μ m alors la fibre optique est monomode à 1550 nm de longueur d'onde. Il existe des fibres optiques à saut d'indice pour des diamètres de coeur plus importants (50 μ m typiquement) et ces fibres sont dites multimodes. Pour ce genre de type de fibre optique, certaines réalisations sont faites en faisant varier graduellement l'indice optique radialement, ces fibres optiques sont alors dites multimodes à gradient d'indice.

Les descriptions faites ci-dessus sont généralement suffisantes pour comprendre sommairement comment fonctionne une fibre optique et pour spécifier un produit à partir de ses caratéristiques géométriques et de son ouverture numérique. Or pour mieux interpréter les phénomènes physiques mis en jeux il est nécéssaire d'avoir une description ondulatoire de la propagation de la lumière au sein de la fibre optique.

1.1.2 Description ondulatoire du guidage optique au sein de la fibre optique.

Le formalisme de l'optique ondulatoire repose sur l'écriture des équations de Maxwell dans un milieu diélectrique transparent d'indice n (relation 1.3, page 7).

$$\operatorname{rot} \overrightarrow{E} = -\mu_0 \frac{\partial \overrightarrow{H}}{\partial t} \operatorname{rot} \overrightarrow{H} = \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$$
(1.3)

où \overrightarrow{E} et \overrightarrow{H} sont respectivement les vecteurs champs électrique et magnétique associés à l'onde électromagnétique qu'est l'onde lumineuse. ε_0 est la permittivité du vide. Ces équations nous mènent à l'équation de propagation ou équation de Helmholtz :

$$\Delta \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \tag{1.4}$$

Une équation analogue pour le champ magnétique peut être également écrite.

Pour une onde sinusoïdale de pulsation ω et en introduisant le nombre d'onde $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ nous obtenons alors l'équation :

$$\Delta \vec{E} = -k_0^2 n^2 \vec{E} \tag{1.5}$$

Compte tenu des conditions aux limites et de la continuité des champs à l'interface cœur-gaine, il existera un nombre fini de solutions que l'on appelle modes de propagation. La fibre optique étant un guide d'onde diélectrique cylindrique, nous résolvons l'équation de propagation en développant le Laplacien en coordonnées cylindriques. Cette équation est alors résolue pour la composante longitudinale E_z ce qui donne :

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} + \left(k_0 n(r)^2 - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2}\right) E_z = 0$$
(1.6)

Dans le cas d'une fibre à saut d'indice n(r) est constant dans chaque milieu que constituent le cœur et la gaine, l'équation prend alors la forme classique de l'équation différentielle de Bessel qui possède une solution analytique. Pour que le mode soit guidé il faut donc que $k_0^2 n^2 - \beta^2$ soit positif dans le cœur et négatif dans la gaine. Donc β que l'on appelle constante de propagation doit être comprise entre $k_0 n_2$ et $k_0 n_1$ (n_1 indice du cœur et n_2 indice de la gaine). Dans le cas d'une fibre optique à saut d'indice monomode, le calcul des équations de Maxwell pour les champs transverses aboutit à ce que l'on appelle plus communément l'équation modale :

$$\frac{J_1(ha)}{haJ_0(ha)} = -\frac{K(qa)}{qaK_0(qa)} \tag{1.7}$$

où J et K sont les fonctions de Bessels, a le rayon du cœur, et

$$h = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} \quad ; \quad q = -k_0^2 n_2^2 + \beta^2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_2^2} \tag{1.8}$$

Ainsi la constante de propagation (β) du mode pouvant se propager dans le cœur est solution de l'équation modale. Elle peut également s'exprimer comme étant égale à la quantitée $k_0 n_{\text{eff}}$ ce qui permet de définir un indice effectif (n_{eff}) qui caractérise la vitesse de propagation de l'énergie du mode associé.

Comme nous le verrons par la suite c'est généralement une grandeur qui permet de caractériser la propagation de l'onde lumineuse dans la fibre et par conséquent sera à prendre en compte dans les phénomènes physiques que nous allons observer.

Le même genre d'analyse peut être porté pour une fibre optique multimode et mener à des solutions que l'on peut rattacher à des indices effectifs associés à chaque mode.

1.2 Diffusion de la lumière : ou comment mesurer des déformations et des températures.

Le guidage de la lumière dans la fibre optique avec de faibles pertes leur confère un intérêt indéniable : celui de permettre des mesures déportées. Cependant la modification de l'environnement dans lequel se propage la lumière se traduit généralement par des modifications des propriétés de propagation de l'onde qui sont mesurables et sont à l'origine de l'utilisation de fibre comme capteur. Les différents capteurs à fibre optique sont basés sur différents concepts physiques dont la diffusion de la lumière très largement exploités pour les mesures de déformations et de températures. Par ailleurs, comme cela a été explicité préalablement, l'indice effectif du mode guidé dans la fibre optique est généralement sensible aux variations thermiques et de déformations de la fibre optique. Cet effet est très largement exploité dans la mesure à partir de réseaux de Bragg fibrés qui sont couramment utilisés comme transducteurs. Enfin nous noterons que la fibre optique peut également sonder le milieu extérieur dans lequel elle est plongée en mesurant son indice. Cela peut être fait par diverses techniques : capteurs de Fresnel, cavités Fabry-Perot, réseaux de Bragg...

Nous nous contenterons d'introduire les principes de fonctionnement des capteurs de déformations et températures car en pratique ces deux phénomènes sont souvent rencontrés simultanément.

D'une manière générale un spectre de lumière diffusé par un milieu, illuminé par une onde monochromatique, révèle plusieurs composantes spectrales. Celles-ci correspondent à des contributions spécifiques, c'est à dire que chaque type de diffusion à des origines étroitement liées aux fluctuations d'une propriété optique déterminée du milieu.



L'amplitude respective des intensités des raies spectrales n'est pas respectée

FIGURE 1.4 – Allure schématique du spectre de la lumière diffusée par un milieu diffusant quelconque. [2]

Comme résumé dans la figure 1.4, page 9 à chacune des fréquences optiques est associée un type de diffusion. Quand la diffusion a lieu à la même fréquence optique que l'onde incidente nous parlons de diffusion élastique. Lorsqu'elle se produit à une autre fréquence cette diffusion est dite inélastique. Par convention, les composantes dont la fréquence est inférieure à celle de l'onde incidente sont appelées Stokes, celles dont la fréquence est supérieure sont appelées anti-Stokes. Ces composantes sont classifiées de la manière suivante :

 La diffusion Rayleigh provient des centres de diffusion introduits par des fluctuations de densité du milieu. Ces centres de diffusion étant statiques, ils ne provoquent pas de modifications de la fréquence de l'onde.

- La diffusion Brillouin est générée par la présence d'ondes acoustiques hypersonores du milieu. Elle peut être considérée comme la diffusion de la lumière par des phonons acoustiques du milieu. Le décalage en fréquence est directement relié à la vitesse de propagation des ondes acoustiques (donc à la densité du milieu).
- La diffusion Raman est quant à elle issue de l'interaction de la lumière avec les modes de vibration collectifs des molécules du milieu. Elle est aussi perçue comme la diffusion de la lumière par les phonons optiques du milieu.
- La diffusion dans les ailes de la raie Rayleigh trouve son origine dans les fluctuations de l'orientation des molécules asymétriques.

La réponse du milieu à la présence d'une onde électromagnétique se traduit par l'apparition d'un champ de polarisation \overrightarrow{P} , dont l'amplitude dépend linéairement de la suceptibilité diélectrique du milieu χ et du champ électrique \overrightarrow{E} . Classiquement les phénomènes de diffusion se traduisent par l'ajout d'une polarisation $\overrightarrow{P_d}$ telle que :

$$\overrightarrow{P} = \varepsilon_0 \chi \overrightarrow{E} + P_d = \varepsilon_0 \chi \overrightarrow{E} + \Delta \varepsilon \overrightarrow{E}$$
(1.9)

Où $\Delta \varepsilon$ est le tenseur diélectrique qui contient toute l'information sur les fluctuations (temporelles et spatiales) qui mènent à la diffusion de la lumière. L'analyse de la diffusion se traduira alors par la résolution des équations de Maxwell avec un terme perturbatif ajouté à l'équation d'onde :

$$\Delta \overrightarrow{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \Delta \varepsilon \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2}$$
(1.10)

Ainsi pour une fibre optique la diffusion se traduira par une rétrodiffusion de la lumière et se propagera vers la source de l'onde incidente et chaque fluctuation de la diffusion se traduira par une variation de l'indice effectif (solution de l'équation d'onde perturbée). Cette variation est directement reliée aux modifications des propriétés élastiques et diélectriques du milieu. Puisque ces deux grandeurs dépendent de la température et de la pression (ou déformation du milieu). Les variations des réponses spectrales du milieu seront reliées à ces deux variables.

Cela se traduit par une variation d'amplitude dans le cas de la diffusion Rayleigh et une variation de la longueur d'onde de la diffusion inélastique de Brillouin. Ainsi mesurer ces variations de fréquence ou d'amplitude permet de remonter à la variation de température si l'on connait la déformation et réciproquement. Dans le cas de la diffusion Raman, le mécanisme conduit à générer les deux fréquences Stokes (ν_S) et anti-Stokes (ν_{AS}). Les niveaux de populations des états sont définies par la loi de Boltzmann qui nous mène directement à une relation entre le rapport des intensités Stokes et anti-Stokes diffusées (l'intensité étant directement reliée aux niveaux de populations) et la température 1.11, page 10 :

$$R = \left(\frac{\nu_{AS}}{\nu_S}\right)^4 e^{\left(\frac{-h(\nu_{AS} - \nu_S)}{2kT}\right)} \tag{1.11}$$

où h est la constante de Planck et k la constante de Boltzmann.

Finalement, pour réaliser l'interrogation d'une fibre optique soumise à une déformation ou à une variation de température, nous injectons dans la fibre optique une impulsion lumineuse à travers un coupleur optique et nous recueillons la lumière rétrodiffusée à travers l'autre entrée du coupleur à fibre optique sur un photorécepteur (cf figure 1.5, page 11). La source optique est un laser impulsionnel dont la largeur de l'impulsion défini la résolution spatiale. Cette technique est plus communément appelée "Optical Time Domain Reflectometry" (OTDR). La résolution spatiale obtenue à ce jour pour la diffusion Rayleigh est de l'ordre de un mètre pour plusieurs kilomètres de portée.



FIGURE 1.5 – Schéma de principe d'un réflectomètre temporel.

Il existe une technique plus résolue spatialement pour mesurer déformation et température à partir de la rétrodiffusion Rayleigh, une technique basée sur l'interférométrie fréquentielle (Optical Frequency Domain Reflectométrie) où un laser accordable modulé linéairement et répétitivement vient sonder la fibre à travers un interféromètre de Mach-Zehnder qui permet de faire interférer l'onde sonde avec l'onde rétrodiffusée par la fibre à la même fréquence. Ce dispositif permet d'atteindre des résolutions spatiales de l'ordre de quelques dizaines de centimètres sur une portée de quelques dizaines de mètres.

La sensibilité est alors typiquement de quelques microdéformations $(\frac{\mu m}{m})$ en terme de mesure de déformation et de quelques dixièmes de degré Celsius en terme de mesure de température.

Pour mesurer les diffusions Raman et Brillouin, et remonter alors à la température dans le cas de la diffusion Raman et au couple déformation/température dans le cas de la diffusion de Brillouin, il est nécessaire de détecter les fréquences inélastiques associées à chaque phénomène. Généralement le système d'interrogation est assez similaire à un réflectomètre temporel, mais il diffère au niveau de la détection de la fréquence optique associée, soit par filtrage optique, soit par une détection cohérente en effectuant le mélange de l'onde rétrodiffusée avec un oscillateur local.

Si l'on se base sur les techniques OTDR classiques, la résolution spatiale d'un interrogateur Raman ou Brillouin est de l'ordre de 1 m en raison de la largeur impulsionnelle minimale des impulsions laser d'environ 10 ns.

La sensibilité de tels appareils commerciaux est de l'ordre de la dizaine de microdéformations et du degré voire du dixième de degré ([2]).

Cependant les récents travaux de l'EPFL ([4]) sur le sujet montrent que l'on peut atteindre une résolution spatiale de l'ordre du centimètre avec des techniques de Brillouin stimulé, associées à un codage de phase entre la pompe Brillouin et l'onde rétrodiffusée. Une résolution de l'ordre de quelques millimètres a même été atteinte et présentée dans la littérature ([5] et [6]). L'ensemble de ces techniques basées sur la diffusion de la lumière permet donc d'accéder à la déformation tout le long de la fibre optique, il s'agit de technique de mesure répartie.

Il existe une technique basée sur l'emploi de capteurs distribués spatialement dans la fibre optique plus communément appelé réseau de Bragg fibré (Fiber Bragg Gratings). Ce sont des capteurs que nous allons couramment utiliser pour la suite de nos travaux. Nous allons donc consacrer la partie suivante à la présentation de ces capteurs et aux différentes techniques d'interrogations associées.

1.3 Capteurs à réseaux de Bragg Fibrés et techniques de mesures associées

Le principe du capteur à réseau de Bragg fibré repose sur une modulation périodique de l'indice de réfraction au coeur de la fibre optique le long de son axe (figure 1.6, page 12).



FIGURE 1.6 – Variation longitudinale de l'indice optique le long d'un réseau de Bragg fibré, ce qui correspond à la distribution spatiale de l'indice photo-inscrit dans le cas d'un montage de type miroir de Lloyd.

Cette modulation périodique de l'indice de réfraction du cœur peut être écrite sous la forme : $n(z) = n_{co} + \Delta n(z)$ autour de l'indice de réfraction effectif et la perturbation Δn s'écrit :

$$\Delta n(z) = \Delta n_{DC}(z) + \Delta n_{AC}(z) \cos\left[\frac{2\pi}{\Lambda_0}z + \frac{2\pi}{\Lambda_0^2}\int_0^z (\Lambda(z') - \Lambda_0)dz'\right]$$
(1.12)

où Δn_{AC} et Δn_{DC} sont respectivement l'amplitude de modulation et l'indice effectif moyen selon l'axe de la fibre optique. Cette structure est généralement réalisée par un procédé de photo-inscription qui consiste à éclairer la fibre optique à l'aide d'un régime d'interférences obtenu à partir de deux faisceaux ultra-violet, à une longueur d'onde pour laquelle la fibre optique est photo-sensible (244 nm).

Ainsi le mode optique qui est guidé dans le cœur de la fibre optique est diffracté par cette structure qui est physiquement caractérisée par l'amplitude de modulation Δn_{AC} , l'indice effectif moyen Δn_{DC} , la longueur L sur laquelle est photo-inscrit le réseau ainsi que le pas de modulation de l'indice Λ . Le réseau de diffraction ainsi constitué se comporte comme un filtre réjecteur de bande de transmission et passe bande en réflexion.

Le spectre en réflexion du réseau de Bragg fibré est généralement très étroit ($\simeq 200 nm$) pour les applications en terme de capteur. Ce genre de structure est également utilisé comme aplanisseur de gain dans les technologies d'amplificateurs à fibre optique pour les télécommunications à haut débits. Le spectre, dans une application capteur, est centré sur une longueur d'onde centrale caractéristique appelée longueur d'onde de Bragg et défini par la relation suivante :

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$$

où n_{eff} est l'indice effectif du mode de propagation et Λ le pas de modulation d'indice du réseau.

Une variation de température ΔT qui est appliquée au réseau engendre des variations de n_{eff} par effets thermo-optique (variation de l'indice optique avec la température) et de n_{eff} et Λ par effet de dilatation thermique de la structure. Cela a pour effet de faire varier la longueur d'onde de Bragg du réseau.

De manière analogue, une sollicitation mécanique appliquée à la fibre optique le long de son axe modifie l'indice effectif par effet photo-élastique, ainsi que le pas du réseau et par conséquence la longueur d'onde de Bragg varie avec cette déformation longitudinale (cf figure 1.7, page 14).

Classiquement¹ la technique de mesure consiste à déterminer les constantes K_T et K_{ε} de la relation suivante :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = K_T \Delta_T + K_{\varepsilon}\varepsilon$$

Quand le capteur est libre de se déformer radialement, il est alors aisé de déterminer la déformation longitudinale et K_{ε} s'exprime à partir des coefficients du tenseur de photoélasticité de la silice et son coefficient de Poisson. Dans cette même configuration K_T s'exprime majoritairement à l'aide du coefficient thermo-optique de la silice (les effets de dilatation thermique sur la fibre optique laissée libre de se déformer sont négligeables).

Lorsque la fibre est noyée dans un milieu, pour pouvoir rigoureusement établir une relation de bijection entre la déformation longitudinale et la longueur d'onde de Bragg (à température constante) il est alors nécessaire de connaître parfaitement les propriétés

^{1.} En toute rigueur nous devrions écrire $ln(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0})$ au lieu de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$, mais dans notre cas l'erreur commise est de l'ordre du demi pour cent et par conséquence négligeable



FIGURE 1.7 – Schéma du décalage la longueur d'onde de Bragg lorsque que la fibre est sollicitée en traction.

mécaniques du matériau hôte (Module d'Young E et coefficient de Poisson ν) ou alors de réaliser une éprouvette dans laquelle est inclus le capteur afin de procéder à un étalonnage expérimental. Ce contexte sera développé dans le chapitre 2. Lorsque la fibre est libre de tout mouvement la dépendance de la longueur de Bragg respectivement à la température et à la déformation est clairement établie comme étant de l'ordre de 10 $pm/^{\circ}C$ et 1 $pm/\mu\varepsilon$.

Il faut cependant noter que la contrainte thermique ou mécanique appliquée au réseau de Bragg doit être homogène sur toute sa longueur. Typiquement un réseau de Bragg a une longueur comprise entre quelques millimètres et quelques centimètres, même si des réseaux supérieur au mètres ont été réalisé.

Une contrainte non uniforme le long du réseau a pour effet de modifier la gabarit du filtre interférentiel que constitue le réseau et peut mener à des spectres ou la longueur d'onde de Bragg n'est pas déterminable (cf figure 1.8, page 15).

Il existe cependant des configurations où l'on peut exploiter les données et en extraire de l'information pertinente.

Dans le cas où le champ de déformation est constant sur la longueur du réseau mais hétérogène dans le plan transverse à la fibre optique, la densification de la fibre optique dans une direction plus que dans une autre provoque de la biréfringence : l'onde qui se propage dans la fibre voit alors deux indices optiques ([7]). Pour un réseau de Bragg cela se traduit par l'existence de deux longueurs d'onde de Bragg (cf figure 1.9, page 15) associées à chacun des deux modes de polarisation reliés aux indices effectifs n_{effx} et n_{effy} selon :

$$\lambda_{Bx} - \lambda_{By} = 2(n_{effx} - n_{effy})\Lambda$$

Suivant les conditions expérimentales, plusieurs dispositifs sont envisageable pour relever la réponse spectrale. Aussi nous allons nous attacher à présenter différents modes d'analyses de réponse du réseau de Bragg.



 ${\rm FIGURE}$ 1.8 – Schéma du principe de comportement du capteur sous sollicitation homogène dans un plan transverse à la fibre optique.



 $\ensuremath{\mathsf{FIGURE}}$ 1.9 – Schéma du principe du comportement du capteur sous sollicitation axiale homogène.

1.4 Méthodes d'analyses de la réponse d'un réseau de Bragg

1.4.1 Méthodes performantes et appropriées à des mesures de terrains

La technique la plus basique pour analyser l'évolution de la réponse d'un réseau de Bragg consiste à injecter de la lumière faiblement cohérente (spectre large) dans une fibre optique contenant le réseau de Bragg et à en relever soit le spectre réfléchi, soit le spectre transmis à l'aide d'un analyseur de spectre (cf figure 1.10, page 16).



FIGURE 1.10 – Schéma du principe de la mesure de longueur d'onde de Bragg dans un réseau à l'aide d'un analyseur de spectre.

La configuration expérimentale décrite ci-dessus présente l'intérêt de pouvoir visualiser le spectre avant et après la contrainte appliquée. Cela permet d'identifier directement si le spectre en allure est conforme à l'initial (hormis sa fréquence centrale de Bragg λ_B). Dans ce cas de figure, la contrainte est homogène le long du réseau de Bragg de longueur L et l'analyse rigoureuse du décalage de la longueur d'onde de Bragg peut être envisagée pour remonter à la déformation si l'on connait la température. Cependant cette architecture représente un désavantage certain en terme de coût et de rapidité de mesure, la fréquence d'acquisition est en effet limitée par la vitesse de balavage de l'analyseur de spectre si par exemple celui-ci est de type Télécom. Pour pallier cette problématique, une source accordable à l'émission ou une cavité Fabry Perot permet de garantir la détection de la longueur d'onde de Bragg avec des fréquences d'acquisition beaucoup plus rapides (de l'ordre, voire supérieures du kHz) avec une résolution spatiale de l'ordre de 0, 1 pm soit 0, 1 $\mu\varepsilon^2$ en terme de déformation. Ces systèmes d'interrogation peuvent garantir en temps réel la mesure de fibres optiques contenant plusieurs capteurs à réseau de Bragg. Il est possible de monter en fréquence d'acquisition en utilisant un filtre passif en réflexion pour atteindre une fréquence de l'ordre du MHz, mais la résolution spectrale est moindre (de l'ordre de 1 pm).

La quasi totalité de ces techniques est aujourd'hui accessible commercialement. Elles garantissent la possibilité de réaliser des mesures de terrain. Malheureusement, elles ne permettent pas de réaliser une mesure si la contrainte n'est pas homogène sur toute la longueur L du réseau de Bragg. Pour remédier à cela, une technique de laboratoire associée à des algorithmes inverses permet de reconstruire les caractéristiques du réseau de Bragg $(\Delta_{nAC}, \Delta_{nDC})$ et phase $\Psi(z)$ avec une résolution spatiale de l'ordre de 20 μ m.

^{2. 1} $\mu \varepsilon = 1 \ \mu m/m = 1 \ \mu def$

1.4.2 Réflectométrie à faible cohérence optique et Layer Peeling

Lorsque la contrainte n'est pas homogène le long du réseau de Bragg, on observe un signal similaire à celui de la réponse spectrale de la figure 1.8, page 15.

Pour l'analyser, l'idée consiste à utiliser une technique qui permet de réaliser une mesure sur une distance l du réseau de Bragg, sur laquelle le champ de déformation est homogène.

Pour se faire, une méthode inverse (Layer Peeling : [8], [9]) permet de déterminer l'indice moyen (Δn_{DC}) et l'amplitude de modulation (Δn_{AC}) à partir de la connaissance du coefficient de réflexion complexe du réseau $r(\sigma)$ (où σ est l'inverse de la longueur d'onde). Le dispositif expérimental employé dans ces travaux pour déterminer le coefficient complexe est un réflectomètre à faible cohérence ([10], [11]).

Ce dispositif présenté sur la figure 1.11, page 17 est constitué de deux interféromètres de Michelson, l'un en lumière cohérente (à gauche sur la figure 1.11, page 17), l'autre en lumière incohérente (à droite sur la figure 1.11, page 17), connectés à un chariot se déplaçant sur coussin d'air.



FIGURE 1.11 – Schéma du dispositif interférométrique.

L'interféromètre de mesure (lumière incohérente) est presque entièrement fibré. Il utilise une source large bande type ASE émettant entre 1525 nm et 1575 nm. Un coupleur « deux vers deux » tient lieu de lame séparatrice. Une de ses sorties permet de connecter facilement l'échantillon sous test au dispositif de mesure. La seconde correspond au bras de référence. Dans ce bras, la propagation de la lumière s'effectue en espace libre. Un miroir parabolique doré permet de collimater la lumière. Ce montage évite les problèmes d'aberrations chromatiques rencontrés dans les systèmes de collimation classiques. L'alignement optique est réalisé de telle manière que le faisce au parallèle issu du miroir soit dirigé par coin cube sur un miroir plan fixe. Le rétroréflect eur est fixé sur le chariot sur coussin d'air. Le flux d'air comprimé est régulé a fin d'éviter toute fluctuation engendrant des instabilités. Un photorécept eur est également connecté au coupleur « deux vers deux » afin de détecter les interférogrammes. Le système de réception que nous utilisons est un dispositif commercial (New focus Frond-End receiver modèle 2011). Il présente une gamme de filtres électroniques analogiques relativement étendue du continu à 100 kHz. Son facteur de réponse à 1550 nm de longueur d'onde est de 0,8 A/W et son gain de conversion de 1,5 $10^{-7} V/W$ avec un bruit de 0,2 pW/Hz.

Le réseau de Bragg constitue un miroir sélectif en longueur d'onde dans le bras test (lorsqu'il constitue l'échantillon sous test). Lorsque le chariot sur coussin d'air se déplace autour de la position d'équilibre des deux bras, le photorécepteur enregistre les variations d'intensité lumineuse constituant un interférogramme. L'intensité s'écrit dans notre configuration :

$$I(\Delta x) = I_1 + I_2 + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{r}(\sigma) S(\sigma) e^{-i8\pi\sigma\Delta x n_{air}} d\sigma$$
(1.13)

 Δx représentant le déplacement du chariot, σ le nombre d'onde $(\frac{1}{\lambda})$, $S(\sigma)$ est le spectre de la source, I_1 et I_2 les intensités réparties dans chacun des deux bras de l'interféromètre. Dans l'espace de Fourier, il est alors possible de déterminer le coefficient de réflexion complexe du réseau de Bragg en déterminant la transformée de Fourier de l'interférogramme (équation 1.14, page 18) à laquelle on substituera le spectre de la source optique $S(\sigma)$.

$$F(I(\Delta x)) = I(\sigma) = r(\sigma) S(\sigma) e^{i \phi(\sigma)}$$
(1.14)

Cependant pour déterminer correctement la transformée de Fourier il est nécessaire que l'échantillonnage spatial (Δx) soit régulier. L'échantillonage de l'interférogramme est donc réalisé à l'aide du second interféromètre de Michelson (lumière cohérente) en espace libre. Un laser hélium-néon stabilisé en fréquence est utilisé pour remplir le critère de stabilité. La fréquence du laser a pour valeur $\nu = (473\,612\,192\pm\,3)\,Mhz$ soit en longueur d'onde ($632,991428\pm4\,10^{-6}$) nm. Lorsque le chariot sur coussin d'air se déplace, la source étant très cohérente, l'intensité reçue par le détecteur varie sinusoïdalement. Ce signal est transformé en signal créneau 0-5 V afin de servir d'horloge d'acquisition. Comme le faisceau est replié dans le bras test, la période des franges d'interférences est égale à $\frac{\lambda_{He-Ne}}{8n_{air}} \approx 79,1 nm$. Pour un déplacement du chariot de 390 nm, le signal d'acquisition présente 5 points d'échantillonage par période du signal infra-rouge, ce qui permet d'avoir un échantillonage fin.

Ainsi la méthodologie employée dans la suite de ces travaux est schématisée par la figure 1.12, page 19.

Une mesure du réseau de Bragg à l'aide du réflectomètre est tout d'abord réalisée, une transformée de Fourier sur l'interférogramme est ensuite réalisée afin d'extraire le coefficient de réflexion complexe du réseau. Ce dernier est ensuite utilisé comme donnée d'entrée de la méthode inverse de *Layer Peeling* donnant alors l'indice moyen et l'amplitude de modulation du réseau de Bragg.

D'une manière générale, on exprime la phase du réseau (equation 1.15, page 18) afin de déterminer les contraintes appliquées au réseau :

$$\Psi(z) = -\frac{2\eta\pi}{n_{\rm eff}\Lambda_0} \int_0^z \Delta n_{\rm dc}(z\prime) \, dz\prime - \frac{2\pi}{\Lambda_0^2} \int_0^z \left(\Lambda(z\prime) - \Lambda_0\right) \, dz\prime \tag{1.15}$$

 η étant le facteur de confinement du mode.



FIGURE 1.12 – Méthodologie pour l'analyse locale d'un réseau de Bragg.

Connaissant les propriétés intrinsèques de la fibre optique, nous pouvons remonter aux contraintes mécaniques et thermiques. Tout d'abord, considérons qu'initialement, le réseau de Bragg se trouve soumis à une température et à une déformation longitudinale éventuellement non uniforme le long du réseau, mais constant dans un plan transverse à la fibre optique. Une première mesure donne $\Psi_0(z)$, la phase du réseau dans cet état initial. Supposons qu'ensuite la température et la déformation varient, et notons $\Delta T(z)$ et $\mathcal{E}(z)$ les écarts par rapport à l'état initial. Une nouvelle mesure de la phase $\Psi(z)$ correspond alors à ce second état et $\Psi(z)$ est reliée à $\Psi_0(z)$, $\Delta T(z)$ et $\mathcal{E}(z)$ par :

$$\Psi(z) - \Psi_0(z) = \int_0^z \left(K_{\varepsilon}^{\Psi} \mathcal{E}(z\prime) + K_{\Delta T}^{\Psi} \Delta T(z\prime) \right) dz\prime$$
(1.16)

Comme pour la technique basée sur la mesure du décalage spectral, les variations de température et de déformation longitudinale doivent être mesurées séparément en s'assurant que $\Delta T(z)$ ou $\mathcal{E}(z)$ ne varient pas entre l'état initial et final lors des mesures de la phase du réseau de Bragg. Par ailleurs, l'étalonnage des coefficients $K_{\Delta T}^{\Psi}$ et K_{ε}^{Ψ} est également nécessaire [12].

Dans notre étude, nous procéderons à une mesure du réseau de Bragg pré et postcontraint et nous relierons directement la variation d'indice moyen mesurée à un allongement relatif appliqué au réseau de Bragg au cours du procédé de mise en œuvre des matériaux composites.

1.5 Eléments de base sur les matériaux composites.

1.5.1 Généralités

La littérature présente souvent les capteurs à fibres optiques comme des outils de pointe (ce qu'ils sont indéniablement) mais s'ils sont employés dans un environnement de contraintes hétérogènes, l'analyse des résultats peut s'en trouver compromise si des précautions expérimentales et théoriques, tant au niveau mécanique qu'optique, ne sont pas prises.

Aussi, si l'emploi de ces capteurs s'est largement vulgarisé, il n'en demeure pas moins que leur emploi dans des environnements complexes tels que les matériaux composites doit s'accompagner de précautions d'emploi réservées aux initiés.

Il convient tout d'abord de définir ce qu'est un matériau composite : ce dernier est constitué de l'assemblage d'au moins deux matériaux de nature différente, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément [13].

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique,... Ils enrichissent les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures (15 à 45 % par rapport à une pièce métallique dans le domaine de l'aéronautique) et de réaliser des pièces de formes complexes.

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéresserons plus particulièrement aux matériaux composites stratifiés dans lesquels un arrangement de fibres d'un matériau résistant (le renfort) est noyé dans une matrice polymère dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible. Le rôle de la matrice est de maintenir la disposition géométrique de la structure fibreuse, de la protéger de l'environnement extérieur et de lui transmettre les sollicitations mécaniques auxquelles est soumise l'éprouvette. Les propriétés du matériau final résultent de la nature et des propriétés des matériaux de base (renfort et matrice), de leur distribution géométrique et de leur fraction volumique.

Dans un premier temps, nous définirons les différents renforts et matrices les plus utilisés dans l'industrie du composite puis nous présenterons les principales méthodes de mise en oeuvre de ces éléments.

1.5.1.1 Le renfort

Cet élément supporte la majeure partie des sollicitations mécaniques subies par la pièce. Il est souvent de nature fibreuse. Les différents types de renforts sont présentés sur la figure 1.13, page 21.



FIGURE 1.13 – Les différents types de renforts de base.

Dans l'industrie, nous rencontrons principalement deux types de renforts : la fibre de verre et la fibre de carbone. Ces fibres tissées sont représentées sur la figure 1.14, page 21 et elles sont visuellement discernables par leurs couleurs.



(a) Fibre de verre.

(b) Fibre de carbone.

FIGURE 1.14 – Renforts principaux utilisés à coté d'une FO.

Suivant ses conditions de fabrication, la fibre de verre existe sous différents types qui ont chacun des propriétés différentes (tableau 1.1, page 22). La fibre de verre la plus

rencontrée est de type E, elle est utilisée pour les composites de grande diffusion et les applications courantes.

Le second type de renfort le plus couramment employé est la fibre de carbone. Il en existe plusieurs variétés que l'on peut classer selon deux types principaux : la fibre haut module HM et la fibre haute résistance HR. La fibre de carbone est obtenue par carbonisation d'un polymère (PAN : PolyAcryloNitrile) et c'est au cours de ce traitement à très haute température que la fibre va obtenir une structure qui la rendra soit plus rigide (HM) soit plus résistante (HR).

Le tableau 1.1, page 22 présente certaines caractéristiques géométriques et mécaniques des fibres présentées précédemment.

	Verre E	Carbone HM	Carbone HR
Diamètre du filament (μm)	16	6,5	7
$\begin{array}{c} \text{Masse volumique} \\ (kg.m^{-3}) \end{array}$	2600	1800	1750
Module d'élasticité longitudinal (<i>MPa</i>)	74000	390000	230000
$\begin{array}{c} \text{Module de} \\ \text{cisaillement } (MPa) \end{array}$	30000	20000	50000
Coefficient de Poisson	0,25	0,35	0,3
$\begin{array}{c} \text{Contrainte de rupture} \\ \text{en traction } (MPa) \end{array}$	2500	2500	3200
Allongement à la rupture (%)	$3,\!5$	0,6	1,3
Coefficient de dilatation thermique (K^{-1})	5.10^{-6}	8.10^{-7}	2.10^{-7}

TABLE 1.1 – Caractéristiques de fibres usuelles.

Récemment il apparaît une motivation croissante pour employer des fibres naturelles [14] qui peuvent être d'origines végétales (lin, chanvre, coton,...), animales, ou minérales. Compte tenu du développement des connaissances et de l'évolution de la législation (protection de l'environnement), ces fibres sont amenées à se développer dans de nombreux secteurs d'activités. Les caractéristiques mécaniques les plus utilisées sont présentées dans le tableau 1.2, page 22.

	Lin	Chanvre	Jute
Masse volumique $(kg.m^{-3})$	1500	1100	1400
Module d'élasticité longitudinale (MPa)	60000	35000	26000
Contrainte de rupture en traction (MPa)	1300	400	600

TABLE 1.2 – Caractéristiques de fibres naturelles.

Les efforts de développement avant leur utilisation industrielle se portent sur :

- la mise en place de filière de production et de distribution pour répondre aux besoins de l'industrie;
- l'augmentation de connaissances sur ces matériaux;
- la diffusion des connaissances sur ces matériaux;
- la mise en place de filières de recyclage;
- la mise au point de bio-polymères ayant un coût compétitif;
- la prise en compte des impacts sur l'environnement;
- le développement de technologies industrielles pour transformer ces fibres végétales.

Les renforts sont constitués de plusieurs centaines ou milliers de fibres de diamètre variant de 6,5 à 16 μm (tableau 1.1, page 22), regroupés en mèches ce qui permet de les traiter sur des machines textiles.

Le renfort peut se présenter sous forme linéique de type fils ou mèches (figure 1.15, page 23), sous forme surfacique (mat, tissus,...) ou sous forme multidirectionnelle (tissus 3D). Le choix du type de renfort dépend des directions dans lesquelles la pièce composite subit des contraintes.



FIGURE 1.15 – Différents types de renfort fibreux : (a) nappe unidirectionnelle, (b) mat, (c) tissus, (d) tissu 3D orthogonal.

Après avoir abordé les renforts, nous allons présenter les différentes matrices fréquemment employées.

1.5.1.2 La matrice

Cet élément permet de lier les fibres du renfort fibreux entre elles et ainsi transmettre les efforts mécaniques. Elle assure également la protection du renfort vis à vis de l'environnement extérieur (contre l'humidité par exemple). Nous retrouvons sur la figure 1.16, page 24, les différentes matrices qui se décomposent en deux familles distinctes que sont les matrices organiques et les matrices minérales.

Les résines les plus employées dans l'industrie des matériaux composites sont les résines organiques thermodurcissables (epoxy par exemple) ou thermoplastiques.


FIGURE 1.16 – Différentes familles de matrices.

Les résines thermodurcissables sont des polymères qui, après un traitement thermique et/ou physico-chimique (catalyseur, durcisseur), réagissent pour former un réseau tridimensionnel amorphe. Ces résines ont donc la particularité de ne pouvoir être mise en forme qu'une seule fois. Leur transformation est irréversible.

Les résines thermoplastiques sont mises en forme par chauffage et se solidifient en cours de refroidissement. Leur transformation est réversible (fusion-solidification) et cette propriété permet de les recycler plus aisément.

Après cette brève présentation de différents renforts et matrices, nous abordons quelques procédés de fabrication qui permettent l'élaboration du matériau composite.

1.5.2 Les procédés de fabrication

Il existe **la méthode humide** qui consiste à imprégner les renforts au moyen de la résine liquide au cours de la fabrication du produit : matériau composite et produit sont réalisés simultanément. Elle s'oppose à **la méthode sèche** qui consiste à mettre en forme des renforts préimprégnés d'une matrice. Nous disposons alors d'un semi-produit prêt à l'emploi. La réalisation des pièces se déroule en deux étapes :

- 1. fabrication et stockage du semi-produit
- 2. mise en forme du semi-produit et polymérisation

Il existe une multitude de procédés de fabrication c'est pourquoi nous citerons uniquement les procédés les plus couramment employés [15].

1.5.2.1 Les technologies manuelles de transformation

Nous distinguons deux techniques de mise en oeuvre. Il y a *le moulage au contact* dont le principe consiste à imprégner manuellement les renforts disposés dans un moule. Cette solution peu onéreuse permet de fabriquer des pièces de formes quelconques mais la cadence de fabrication est très faible. La seconde technique est *le moulage par projection simultanée*. Cette méthode est une évolution du moulage au contact. Elle consiste à projeter simultanément sur le moule des fibres coupées et de la résine au moyen d'un pistolet. L'avantage de cette méthode est d'atteindre des rendements supérieurs. Ces deux techniques sont utilisées dans la fabrication de pièces de petites séries (moins de 1000 pièces par an).

1.5.2.2 Les technologies de transformation par moulage

Les procédés de transformation par moulage sont compatibles avec des cadences plus élevées (1000 15000 pièces par an) et se scindent en deux groupes. Dans le premier, le procédé consiste à injecter une résine basse pression dans un moule fermé où le renfort a été au préalable mis en place. Il y a réalisation simultanée du matériau et du produit. Il s'agit de procédés comme le RTM (Resin Transfer Molding) et le RIM (Reaction Injection Molding). Le procédé d'injection peut également consister à injecter le semi-produit dans un moule fermé. C'est le cas du BMC (Bulk Molding Compound) qui est d'abord fabriqué dans un malaxeur avant son injection. Le second cas est le moulage par compression. Le principe est le suivant : sur un demi-moule inférieur, nous disposons les renforts puis nous versons en vrac la résine sous forme de semi-produit ou de granulés nécessaires à l'imprégnation du renfort. Le demi-moule supérieur vient alors comprimer l'ensemble provoquant ainsi la mise en mouvement de la résine et l'imprégnation du renfort. On parle de procédés comme l'estampage TRE (Thermoplastique Renforc Estampable), ou le moulage par compression du SMC (Sheet Molding Compound).

1.5.2.3 Les procédés de transformation en continu

Ces procédés de transformation regroupés sous le terme de « Pultrusion » permettent de fabriquer par une opération unique et continue le matériau composite et le produit fini sous forme de profilés longs. Les applications des composites réalisés par ce procédé d'imprégnation continue sont limitées par la lenteur du procédé. En revanche il permet une production en continu avec la possibilité de réaliser des sections très complexes et d'avoir un taux de renfort élevé (et donc des qualités mécaniques élevées).

1.5.2.4 Les procédés de fabrication des formes de révolution

Il existe des procédés de mise en oeuvre spécifiques à la réalisation de corps creux ayant un axe de révolution : tuyaux, citernes, silos. On peut distinguer deux principaux types de procédés. Tout d'abord l'enroulement filamentaire dont le principe consiste en un enroulement sous tension de fibres continues préalablement imprégnées d'un liant sur un mandrin en rotation. Les avantages sont la disposition optimale des renforts, les très bonnes propriétés mécaniques et la possibilité de réaliser des pièces de grandes dimensions avec des surfaces internes lisses.

Le second procédé de moulage de pièces creuses est le moulage par centrifugation. Le principe consiste à déposer le renfort et la résine à l'intérieur d'un moule mis en rotation à grande vitesse. On utilise alors la force centrifuge pour maintenir les constituants sur la paroi intérieure du moule et pour imprégner le renfort.

1.6 Etat de l'art sur l'emploi des capteurs à fibres optiques dans les composites

1.6.1 Application au suivi de fabrication de composites

Le procédé de fabrication de matériaux composites est un processus mettant en jeu plusieurs paramètres physiques qui sont des variables couplées du problème. En effet pour réaliser un composite à renforts fibreux tissés ou non, dans la majeure partie des procédés de fabrication (RTM, RFI, VAP,...) la résine doit être injectée dans l'espace laissé libre au sein du renfort. Cette phase plus communément appelée injection est complexe à maîtriser car plusieurs phénomènes physiques transitoires sont mis en jeu. Les équations qui la décrivent sont fortement couplées. (cf figure 1.17, page 26)



FIGURE 1.17 – Description des phénomènes de l'injection.

En effet le phénomène de l'écoulement régit par les équations de conservation de la masse et la quantité de mouvement font intervenir la vitesse et la pression comme variables. L'équation de la chaleur qui décrit la conservation de l'énergie et dont la variable est la température peut influer sur les autres variables de l'écoulement. Enfin, la cinétique de réticulation de la résine qui est qualifiée par le degré de polymérisation α influe également sur les deux premières variables.

C'est pourquoi il est très important de pouvoir accéder à ces différentes variables : \vec{v}, P, T et α pendant le procédé de fabrication afin de le contrôler. Aussi de nombreux travaux sont accessibles dans la littérature sur ce sujet mais nous ne nous focaliserons que sur ceux qui ont été menés en exploitant les technologies à fibres optiques. Un capteur à fibre optique peut mesurer la température à partir des effets thermo-optique (variation de l'indice de la fibre optique avec la température). La variable α est quant à elle accessible par le biais de la modification de l'indice optique de la résine durant sa transformation. Néanmoins cela présuppose d'avoir réalisé un étalonnage de l'évolution de l'indice de la résine considérée en fonction de son degré de polymérisation. Plusieurs technologies de capteurs à fibres optiques ont été utilisées pour suivre la polymérisation. Nous noterons dans la littérature la mesure de l'évolution de la réticulation par la mesure directe de l'indice par l'emploi de capteurs de Fresnel ([16], [17]), de l'emploi de réseaux de Bragg ([18]). Dunkers mesure la réticulation à partir de mesure de fluorescence relevée à l'aide de réseau de Bragg fibré [19]).

Souvent le processus de réticulation s'accompagne d'une diminution du volume de la résine. Ce phénomène est appelé retrait. Le procédé de fabrication conditionne donc fortement les propriétés mécaniques et géométriques de la pièce comme cela est schématisé sur la figure 1.18, page 27.

C'est pourquoi beaucoup d'auteur de la littérature se sont attachés à mesurer le retrait



FIGURE 1.18 – Procédé de fabrication de pièces composites.

des pièces composites à partir de réseaux de Bragg fibrés ([18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27])

Nous noterons que certains auteurs prennent bien la précaution de mesurer simultanément la température pour corriger les effets thermo-optiques en vue de déterminer les contraintes appliquées au réseau de Bragg fibré. Dans certains cas expérimentaux, lorsque le réseau de Bragg est positionné entre deux plis de renforts fibreux, les auteurs ont observé de la biréfringence liée à des retraits différents dans deux directions transverses de la fibre optique. ([28, 20])

Enfin, la littérature fait aussi état du suivi de procédé de fabrication de composite en exploitant des cavités Fabry-Perot qui vont mesurer les déformations ([29, 30]).

1.6.2 Mesures de déformations au cœur des matériaux composites

L'objectif final de l'expérimentateur est de pouvoir déterminer les déformations au cœur du matériau (sollicité mécaniquement ou non). Idéalement, c'est l'ensemble des composantes du tenseur des déformations qui est recherché. Pour cela Guemes [31] propose l'utilisation de réseaux de Bragg fibrés positionné dans un composite laminé afin de pouvoir remonter aux éléments du tenseur de déformations. Pour réaliser de telles mesures Pierre Ferdinand a déposé un brevet ([32]) sur l'utilisation de rosettes pour remonter au tenseur de déformation dans le plan. Ce même genre de structure est utilisée pour décorréler déformation et température ([33]).

Les réseaux de Bragg ont souvent été utilisés pour mesurer des déformations ou détecter des évènements dans les matériaux composites ([34, 35]). Une des équipes les plus actives

sur le sujet reste l'équipe de J. Botsis à l'E.P.F.L.. Dans leurs travaux, on trouve notamment la mesure de déformation dans des plaques composites soumises à la flexion ([36]), l'étude des effets des conditions limites sur la déformation des plaques composites ([37]), ou encore la détermination de rupture ou délaminations à l'aide de réseaux de Bragg fibrés ([38, 39]).

Mais le résultat le plus marquant à notre sens est la détermination de gradient de déformations le long du réseau de Bragg fibrés en utilisant la technique de l'OLCR couplé à une méthode inverse dite du "Layer-peeling" ([40, 41]).

L'avantage de cette technique réside dans le fait que son emploi permet de réduire la longueur de la jauge de déformation de quelques millimètres (longueur initiale du Bragg) à quelques dizaines de micromètres. Nous pouvons alors supposer qu'à l'échelle de la structure composite (dimensions des mèches et des fibres de renfort, positionnement et orientation des renforts), cette jauge d'environ 10 μm de long soit dans une zone de déformation constante : les valeurs du tenseur de déformations sont alors homogènes. Malheureusement, à l'échelle des matériaux composites, un Bragg de quelques centimètres permet rarement une mesure de déformation homogène. Ainsi, Xianghua Li ([3]) commet peut-être une erreur expérimentale en réalisant sa mesure dans un environnement complexe (1.19, page 28).



FIGURE 1.19 – Fibre optique insérée dans un environnement complexe [3].

Ni la longueur des réseaux de Bragg employés, ni les spectres optiques ne figurent dans cet article pour mettre en avant le bien fondé expérimental de la mesure.

Dans un même ordre d'idée, la mesure de déformation à l'aide d'un réseau de Bragg doit être réalisée en corrigeant l'effet de la température, or la fabrication d'un matériau composite s'accompagne d'une réaction exothermique liée à la réticulation de la résine. La cinétique peut engendrer des points plus chauds que d'autres. C'est pourquoi il est important de pouvoir mesurer la température et la déformation aux mêmes endroits et non en deux localisations différentes. Les travaux de Triollet ([42, 43]) consistant à développer un réseau de Bragg associé à un réseau à longue période permettent de mesurer température et déformation au même point de localisation de la fibre optique.

1.7 Conclusion

Après avoir passé en revue le fonctionnement des capteurs à fibres optiques et les différentes techniques de mesures associées nous allons, dans la suite de nos travaux focaliser notre attention sur les mesures de déformations. La majeure partie des travaux de la littérature repose soit sur la connaissance du matériau hôte soit sur l'étalonnage d'une éprouvette dans laquelle est inclus un réseau de Bragg fibré en vue d'établir le couplage de la fibre optique avec le matériau hôte. Aussi nous allons tout d'abord chercher à établir les relations entre le comportement mécanique de la fibre optique dans un matériau hôte et la réponse optique du capteur. Il faut noter que notre démarche sur les réseaux de Bragg fibrés a également tout son sens lorsque d'autres techniques d'interrogation (Raman, Brillouin, OFDR) sont employées car toutes les techniques sont sensibles aux variations d'indice effectif.

Ainsi les différentes techniques de mesures employées sont plus ou moins bien appropriées à une utilisation dans un environnement de champ de déformation complexe comme c'est le cas au cœur des matériaux composites.

Technique	Résolution		Aventagos	Inconvénients
de mesure	déformation	spatiale	Availtages	mentements
Brillouin	$2 \ \mu m/m$	$0,1 \ m$	Mesure répartie	Résolution
Rayleigh	$1 \ \mu m/m$	$0,02 \ m$	Mesure répartie	Résolution
Réseau de Bragg	$0,1 \ \mu m/m$	mm au m	Résolution	Mesure localisée
Réseau de Bragg		20	Résolution	Mosuro localisóo
+OLCR		$20 \ \mu m$	spatiale	Mesure localisee

TABLE 1.3 – Bilan sur les techniques de mesures appliquées au matériaux composites.

Chapitre 1

Chapitre 2

Modélisation analytique et numérique du comportement mécanique d'un réseau de Bragg au cœur d'un matériau.

Comme nous l'avons explicité au chapitre 1.3, page 12, la caractéristique du réseau de Bragg est associée à la longueur d'onde de Bragg autour de laquelle est centrée la bande spectrale étroite réfléchie par le réseau.

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda_0 \tag{2.1}$$

où n_{eff} est l'indice effectif du mode qui se propage dans la fibre, et Λ_0 , le pas de modulation d'indice.

Cette caractéristique est au cœur de nombreuses applications des réseaux de Bragg, et en particulier de leur utilisation en tant que capteurs. En effet, toute sollicitation externe modifiant l'indice effectif ou le pas du réseau provoque un décalage de la longueur d'onde de Bragg tel que :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{\Delta n_{\rm eff}}{n_{\rm eff}} + \frac{\Delta\Lambda_0}{\Lambda_0} \tag{2.2}$$

La mesure de ce décalage permet, après étalonnage ou à l'aide d'un modèle *ad hoc*, de remonter à la sollicitation exercéet¹. L'intérêt de cette procédure réside dans le fait que l'information est codée dans la longueur d'onde, et donc insensible à toute fluctuation d'intensité, ce qui rend les mesures beaucoup plus robustes.

Les réseaux de Bragg sont en particulier très souvent utilisés comme capteurs de déformation. La littérature est abondante sur le sujet et il serait illusoire de vouloir en donner ici une liste exhaustive. Il existe même désormais des capteurs de déformation de type commercial. Cependant la grande limitation de ces capteurs dans leur format actuel, réside dans le fait qu'ils ne fournissent que la déformation axiale de la fibre optique.

Or, connaître aussi la déformation radiale d'un réseau de Bragg en plus de sa déformation axiale est évidemment une information intéressante en tant que tel mais pas seulement. Cette information s'avère absolument nécessaire lorsque le capteur est enfoui à l'intérieur d'un matériau hôte, pour évaluer correctement sa déformation axiale.

^{1.} En toute rigueur nous devrions à nouveau écrire $ln(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0})$ au lieu de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$, mais dans notre cas l'erreur commise est de l'ordre du demi pour cent et par conséquence négligeable

Lorsque le matériau du réseau de Bragg est soumis à une sollicitation externe, il se déforme dans toutes les directions de l'espace. Ces déformations induisent par effet photoélastique une variation d'indice :

$$\Delta\left(\frac{1}{n_{ij}^2}\right) = p_{ijkl}\varepsilon_{kl} \qquad (i, j, k, l = 1, 2, 3)$$
(2.3)

où p_{ijkl} sont les composantes du tenseur de photo-élasticité et ε_{kl} les composantes du tenseur de déformation. En pratique, pour une fibre optique classique, lorsque la déformation est isotrope dans le plan transverse (axisymétrie), la variation d'indice effectif se résume à :

$$\frac{\Delta n_{\rm eff}}{n_{\rm eff}} = -\frac{n_{\rm eff}^2}{2} \left[(p_{11} + p_{12})\varepsilon_r + p_{12}\varepsilon_z \right]$$
(2.4)

où $\varepsilon_r = \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$ est la déformation radiale et $\varepsilon_z = \varepsilon_{33}$ la déformation axiale [44] (cf figure 2.1, page 32). Cette variation provoque un décalage de la longueur d'onde de Bragg qui, selon (2.2, page 31), vaut :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = -\frac{n_{\text{eff}}^2}{2}(p_{11} + p_{12})\varepsilon_r + \left(1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2}p_{12}\right)\varepsilon_z \tag{2.5}$$



FIGURE 2.1 – Schéma de la fibre optique avec les repères utilisés.

On le voit, la variation de la longueur d'onde de Bragg dépend en fait de deux grandeurs inconnues. Si la fibre est soumise à de la traction pure, c'est à dire si elle est fixe en deux points sur la structure étudiée, de façon à suivre fidèlement la déformation suivant la direction définie par les deux points d'ancrage, tout en restant libre de se déformer radialement, alors la déformation radiale est liée la déformation axiale par le coefficient de Poisson : $\varepsilon_r = -\nu \varepsilon_z$. Dans ce cas, il ne subsiste plus qu'une inconnue qui peut être déterminée à l'aide d'une unique mesure de décalage de longueur d'onde de Bragg :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{ 1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \left[p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12}) \right] \right\} \varepsilon_z \tag{2.6}$$

La relation (2.6, page 32) est massivement utilisée dans la littérature, au point qu'elle tend à acquérir le statut de relation universelle. Or elle n'est valide que dans les strictes conditions de déformations axiales homogènes et notamment pas dans le cas d'un capteur enfoui. Utilisée à mauvais escient, elle peut conduire à des résultats erronés. Pour s'en convaincre, nous allons étudier de manière analytique puis numérique l'exemple d'une fibre incluse dans des cylindres isotropes ou isotropes transverses soumis à un chargement mécanique puis thermique.

2.1 Étude analytique du problème

2.1.1 Fibre optique dans un matériau isotrope soumis à de la traction pure.

Afin de pouvoir déterminer un comportement mécanique analytique, nous allons calculer le comportement d'un cylindre inclus dans un autre cylindre. Dans la figure 2.2, page 33, le cylindre intérieur représente la fibre optique, tandis que le cylindre extérieur représente l'éprouvette en résine donc les deux cylindres comportent des caractéristiques mécaniques différentes et subissent de la traction pure.



FIGURE 2.2 – Schéma du modèle analytique d'un matériau isotrope soumis à de la traction pure.

Modèle général pour un cylindre

Compte tenu de la géométrie du problème l'analyse sera faite en coordonnées cylindriques, la longueur L représentera la longueur initiale du cylindre considéré et ΔL son allongement axial suivant l'axe z. R_e et R_i représentent les rayons externes et internes du modèle. Dans ce cadre, le champ de déplacement pour les deux cylindres s'expriment de la manière suivante :

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} u_r \overrightarrow{e_r} \\ u_z \overrightarrow{e_z} \end{cases}$$
(2.7)

À partir de ce champ de déplacement nous pouvons alors établir une relation entre le déplacement et la déformation en partant de :

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (grad \, \overrightarrow{u} + grad \, \overrightarrow{u}^T) \tag{2.8}$$

Le tenseur des déformations $\overline{\overline{\varepsilon}}$ s'écrit alors :

$$\overline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} & \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{\theta r} & \varepsilon_{\theta \theta} & \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{zr} & \varepsilon_{z\theta} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} - \frac{u_{\theta}}{r} \end{bmatrix} & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} - \frac{u_{\theta}}{r} \end{bmatrix} & \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_{\theta}}{\partial z} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \end{bmatrix} & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_{\theta}}{\partial z} \end{bmatrix} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(2.9)

Soit dans notre cas :

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & 0\\ 0 & \frac{u_r}{r} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(2.10)

Nous pouvons alors exprimer le tenseur des contraintes en exploitant la loi de Hooke, et en utilisant les coefficients de Lamé λ et μ :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \lambda trace(\overline{\overline{\varepsilon}})\overline{I} + 2\mu\overline{\overline{\varepsilon}}$$
(2.11)

où : $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ et $\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$ ce qui dans le cas de la traction pure mène à :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda (\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}) & 0 & 0\\ 0 & 2\mu \frac{u_r}{r} + \lambda (\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}) & 0\\ 0 & 0 & 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda (\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}) \end{bmatrix}$$
(2.12)

À l'équilibre la relation suivante est vérifiée :

$$div\overline{\overline{\sigma}} = \overline{0} \tag{2.13}$$

Pour aboutir aux trois relations suivantes :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0$$
(2.14)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} = 0 \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0 \tag{2.16}$$

L'expression (2.14, page 34) permet d'établir l'équation différentielle 2.18, page 35 :

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_r = 0$$
(2.17)

dont la solution est du type $U_r = Cr + \frac{D}{r}$ ou C et D sont des constantes, alors que l'équation (2.16, page 34) nous donne finalement l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0 \tag{2.18}$$

dont la solution est du type $U_z = Kz$ ou K est une constante.

Finalement nous pouvons aboutir pour un cylindre aux expressions suivantes pour le déplacement, la déformation et la contrainte appliquée à ce cylindre en traction pure :

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} Cr + \frac{D}{r} \overrightarrow{e_r} \\ Kz \overrightarrow{e_z} \end{cases}$$
(2.19)

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} C - \frac{D}{r^2} & 0 & 0\\ 0 & C + \frac{D}{r^2} & 0\\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}$$
(2.20)

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 2\mu(C - \frac{D}{r^2}) + \lambda(2C + K) & 0 & 0\\ 0 & 2\mu(C + \frac{D}{r^2}) + \lambda(2C + K) & 0\\ 0 & 0 & 2\mu K + \lambda(2C + K) \end{bmatrix}$$
(2.21)

Modèle général pour deux cylindres inclus l'un dans l'autre

Dans notre cas de figure, les deux cylindres (fibre optique et matériau hôte) vérifient les déplacements, les déformations et les contraintes des équations 2.19 page 35, 2.20 page 35 et 2.21 page 35.

Par conséquent nous utiliserons les indices f et r pour désigner respectivement les quantités relatives au cylindre intérieur (fibre optique) et au cylindre creux extérieur (résine). Les conditions aux limites vont permettre d'établir des relations entre les divers constantes à déterminer. Les conditions aux limites sont donc les suivantes :

- déplacement radial nul au centre de l'éprouvette : $u_r^f(0) = 0$
- continuité des déplacements axiaux : $u_z^f(R_i) = u_z^r(R_i)$
- continuité des contraintes radiales à l'interface des deux cylindres : $\sigma_{rr}^f(R_i) = \sigma_{rr}^r(R_i)$
- continuité des déplacements radiaux à l'interface des deux cylindres : $u_r^f(R_i) = u_r^r(R_i)$
- contrainte radiale nulle sur les bords extérieurs : $\sigma_{rr}^r(R_e) = 0$

Ces cinq relations établies à partir des équations 2.19 page 35, 2.20 page 35 et 2.21 page 35 nous conduisent au système d'équations :

$$D^f = 0 \tag{2.22}$$

$$K^f = K^r = K \tag{2.23}$$

$$\lambda^{f}(2C^{f} + K) + 2\mu^{f}C^{f} = 2\mu^{r}(C^{r} - \frac{D^{r}}{R_{i}^{2}}) + \lambda^{r}(2C^{r} + K)$$
(2.24)

$$C^r R_i + \frac{D^r}{R_i} = C^f R_i \tag{2.25}$$

$$2\mu^r (C^r - \frac{(D^r)^2}{R_e^2}) + \lambda^r (2C^r + K) = 0$$
(2.26)

35

La résolution de ce système d'équations nous permet alors d'établir dans un premier temps l'expression des constantes D^r , C^f et C^f à partir des coefficients de Lamé associés à chaque matériaux et des rayons des cylindres :

$$D^{r} = \frac{K}{2} \frac{(\lambda^{f} \mu^{r} - \lambda^{r} \mu^{f}) R_{e}^{2} R_{i}^{2}}{\left((\mu^{r})^{2} + (\lambda^{r} - \lambda^{f} - \mu^{f}) \mu^{r}\right) R_{i}^{2} - \left((\mu^{r})^{2} + (\mu^{f} + \lambda^{f} + \lambda^{r}) \mu^{r} + \lambda^{r} \mu^{f} + \lambda^{f} \lambda^{r}\right) R_{e}^{2}} \tag{2.27}$$

$$C^{f} = -\frac{K}{2} \frac{\mu^{r} (\lambda^{f} - \lambda^{r}) R_{i}^{2} - ((\lambda^{f} + \lambda^{r}) \mu^{r} + \lambda^{f} \lambda^{r}) R_{e}^{2}}{((\mu^{r})^{2} + (\lambda^{r} - \lambda^{f} - \mu^{f}) \mu^{r}) R_{i}^{2} - ((\mu^{r})^{2} + (\mu^{f} + \lambda^{f} + \lambda^{r}) \mu^{r} + \lambda^{r} \mu^{f} + \lambda^{f} \lambda^{r}) R_{e}^{2}}$$
(2.28)

$$C^{r} = -\frac{K}{2} \frac{\mu^{r} (\lambda^{f} - \lambda^{r}) R_{i}^{2} - (\lambda^{r} \mu^{r} + \lambda^{r} \mu^{f} + \lambda^{f} \lambda^{r}) R_{e}^{2}}{\left((\mu^{r})^{2} + (\lambda^{r} - \lambda^{f} - \mu^{f}) \mu^{r} \right) R_{i}^{2} - \left((\mu^{r})^{2} + (\mu^{f} + \lambda^{f} + \lambda^{r}) \mu^{r} + \lambda^{r} \mu^{f} + \lambda^{f} \lambda^{r} \right) R_{e}^{2}}$$
(2.29)

À partir des expressions de ces constantes caractéristiques du milieu, il est aisé de déterminer pour chaque milieu les solutions u_r et u_z des équations 2.14, page 34 et 2.16, page 34. Connaissant u_r et u_z , les expressions des déformations et contraintes dans chaque milieu sont alors déterminées si l'on connait les modules d'Young et les coefficients de Poisson de chaque milieu (E^f, ν^f) et (E^r, ν^r) :

$$\overrightarrow{u^{f}} = \begin{cases} C^{f} r \overrightarrow{e_{r}} \\ Kz \ \overrightarrow{e_{z}} \end{cases}$$
(2.30)

$$\overline{\overline{\varepsilon^f}} = \begin{bmatrix} C^f & 0 & 0\\ 0 & C^f & 0\\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}$$
(2.31)

$$\overline{\overline{\sigma^f}} = \begin{bmatrix} 2\mu^f C^f + \lambda^f (2C^f + K) & 0 & 0\\ 0 & 2\mu^f C^f + \lambda^f (2C^f + K) & 0\\ 0 & 0 & 2\mu^f K + \lambda^f (2C^f + K) \end{bmatrix}$$
(2.32)

$$\overrightarrow{u}^{r} = \begin{cases} C^{r}r + \frac{D^{r}}{r} \overrightarrow{e_{r}} \\ Kz \overrightarrow{e_{z}} \end{cases}$$
(2.33)

$$\overline{\overline{\varepsilon^r}} = \begin{bmatrix} C^r - \frac{D^r}{r^2} & 0 & 0\\ 0 & C^r + \frac{D^r}{r^2} & 0\\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}$$
(2.34)

$$\overline{\overline{\sigma^r}} = \begin{bmatrix} 2\mu^r (C^r - \frac{D^r}{r^2}) + \lambda(2C^r + K) & 0 & 0\\ 0 & 2\mu^r (C^r + \frac{D^r}{r^2}) + \lambda_2(2C^r + K) & 0\\ 0 & 0 & 2\mu^r K + \lambda^r (2C^r + K) \end{bmatrix}$$
(2.35)

Nous notons ici que le rapport entre déformation radiale ($\varepsilon_r^f = C^f$) et la déformation axiale ($\epsilon_z^f = K$) est constant, mais n'est pas égal au coefficient de Poisson de la fibre ν^f . Il y a donc bien un couplage entre la déformation dans le milieu hôte et dans la fibre optique, de telle sorte que cette dernière est influencée par les propriétés du matériau dans lequel le réseau de Bragg est inséré. Nous introduisons donc un terme le couplage :

$$\kappa = -\frac{\varepsilon_r^f}{\epsilon_z^f} \tag{2.36}$$

Soit

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{\mu^r (\lambda^f - \lambda^r) R_i^2 - \left((\lambda^f + \lambda^r) \mu^r + \lambda^f \lambda^r \right) R_e^2}{\left((\mu^r)^2 + (\lambda^r - \lambda^f - \mu^f) \mu^r \right) R_i^2 - \left((\mu^r)^2 + (\mu^f + \lambda^f + \lambda^r) \mu^r + \lambda^r \mu^f + \lambda^f \lambda^r \right) R_e^2} \tag{2.37}$$

L'expression 2.5, page 32, peut alors s'écrire :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{ 1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \left[p_{12} - \kappa(p_{11} + p_{12}) \right] \right\} \varepsilon_z \tag{2.38}$$

Afin de généraliser notre résultat à n'importe quelle éprouvette isotrope homogène nous posons l'hypothèse que le milieu hôte est infini et donc $\frac{R_i^2}{R_e^2} = 0$. Nous obtenons ainsi les résultats suivant généralisables à toutes sections d'éprouvettes soumise à de la traction pure :

$$D^f = 0 D^r = 0 (2.39)$$

$$\varepsilon_r^r = C^r = \nu^r \varepsilon_z \tag{2.40}$$

$$\varepsilon_r^f = C^f = -\kappa \varepsilon_z \tag{2.41}$$

Le terme de couplage κ se simplifie également :

$$\kappa = \frac{-\nu^{f} E^{f} - \nu^{f} E^{f} \nu^{h} - \nu^{h} E^{h} + \nu^{h} E^{h} \nu^{f} + 2\nu^{h} E^{h} (\nu^{f})^{2}}{-E^{f} - E^{f} \nu^{h} - E^{h} + E^{h} \nu^{f} + 2E^{h} (\nu^{f})^{2}}$$
(2.42)

Nous traçons la courbe 2.3, page 38, représentant l'erreur relative commise entre notre résultat exact et l'utilisation de l'approximation $\frac{R_i^2}{R_e^2} \rightarrow 0$, et nous constatons la pertinence de l'utilisation de cette dernière. Notre modèle analytique est donc bien valide dans tout type de structure hôte.

Résultats

À partir de ces expressions, nous avons cherché à évaluer les erreurs qui peuvent être commises sur la déformation axiale lorsque l'on ne tient pas compte des propriétés mécaniques du matériau hôte. Nous utilisons pour cela les caractéristiques mécaniques de la fibre optique SMF28 que nous avons caractérisé dans la partie 3.1, page 65, et que nous utiliserons par la suite dans nos manipulations expérimentales (cf tableau 2.1, page 37).

Grandeurs	Fibre à réseau de Bragg
E(GPa)	$75,\!3$
ν	0,19
ϕ	$125 \ \mu m$

TABLE 2.1 – Caractéristiques SMF 28.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'influence du coefficient de Poisson pour un module d'Young fixe.

Les courbes d'erreurs de la déformation (2.4, page 38) nous montrent que le coefficient de Poisson de l'éprouvette n'intervient que très peu dans la mesure de la déformation



FIGURE 2.3 – Erreur relative sur la déformation commise par l'approximation en fonction de R_e .



FIGURE 2.4 – Erreur commise sur la valeur de la déformation en fonction du ν de l'éprouvette avec E fixé arbitrairement.

axiale. En effet, avec des valeurs de modules d'Young courants, une variation extrême du coefficient de Poisson ne provoque qu'une erreur de 2% dans l'interprétation du résultat de la déformation axiale du réseau de Bragg.

Dans un second temps, c'est pour des coefficients de Poisson fixes et en fonction du module d'Young que l'erreur commise sur la déformation axiale est représentée (cf figure 2.5, page 39).



FIGURE 2.5 – Erreur commise sur la valeur de la déformation commise en fonction de E de l'éprouvette avec ν fixé arbitrairement.

Les courbes d'erreur (2.5, page 39) nous montrent que le module d'Young de l'éprouvette n'intervient que très peu dans la mesure de la déformation axiale. En effet, avec des valeurs de coefficient de Poisson courants, une variation extrême du module d'Young ne provoque qu'une erreur de moins de 1% dans l'interprétation du résultat de la déformation axiale du réseau de Bragg.

L'analyse de l'erreur commise sur le couple module d'Young et coefficient de Poisson (E,ν) est représentée sur les figures 2.6, page 39, à 2.9, page 40.



FIGURE 2.6 – Courbe 3D de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du E et du ν de l'éprouvette. (0 GPa < E < 1000 GPa)



FIGURE 2.7 – Courbe 3D de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du E et du ν de l'éprouvette. (0 GPa < E < 200 GPa)



FIGURE 2.8 – Courbe plane de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du E et du ν de l'éprouvette. (0 GPa < E < 1000 GPa)



FIGURE 2.9 – Courbe plane de l'erreur relative de la déformation commise en fonction du *E* et du ν de l'éprouvette. (0 *GPa* < *E* < 200 *GPa*)

Discussions

Les courbes (2.6, page 39) et (2.7, page 40) nous indiquent que des erreurs importantes peuvent être commises pour des matériaux possédant des caractéristiques mécaniques extrêmes.

En effet, nous pouvons voir que si pour certains matériaux communs comme le Béton $(E \simeq 40 \ GPa, \nu \simeq 0,3)$, le caoutchouc $(E \simeq 10 \ MPa, \nu \simeq 0,5)$, le liège $(E \simeq 5 \ MPa, \nu \simeq 0)$ ou le plexiglas $(E \simeq 2,4 \ GPa, \nu \simeq 0,42)$ l'erreur de mesure sur la déformation est négligeable (inférieure au pour cent) il faut commencer à être vigilent lorsque la fibre optique est incluse dans des matériaux dont le module d'Young est important. Nous obtenons par exemple des erreurs relatives sur la mesure de déformation de environ 2% si la fibre est noyée dans de l'Aluminium $(E \simeq 70 \ MPa, \nu \simeq 0, 33)$ ou de la fibre de verre $(E \simeq 73 \ MPa, \nu \simeq 0, 3)$, de environ 3% si elle est noyée dans du titane $(E \simeq 114 \ MPa, \nu \simeq 0, 34)$ de l'acier $(E \simeq 210 \ MPa, \nu \simeq 0, 3)$ ou des fibres de carbone haute résistance $(E \simeq 240 \ MPa, \nu \simeq 0, 3)$ et de environ 4% si la fibre est noyée dans des fibres de carbone haut module $(E \simeq 640 \ MPa, \nu \simeq 0, 3)$.

Si l'inclusion de réseaux de Bragg au sein de matériaux métalliques semble peu probable, les matériaux renforcés à base de nanotubes de carbone peuvent être des candidats à la mesure *in situ* par de Bragg. Dans un futur proche, en les ajoutant à des résines nous pouvons espérer fabriquer des matériaux approchant leurs caractéristiques matériaux exceptionnelles ($E \simeq 1100 \ MPa$, $\nu \simeq 0,003$) ([45]), ce qui provoquerait des erreurs de mesures de l'ordre de 9 % si l'on intégrait un réseau de Bragg en leur sein.

Dans la suite de ces travaux nous allons développer une éprouvette cylindrique réalisée à l'aide d'une résine epoxy (EPOLAM 2020 de chez AXSON Technologies). Au cœur de cette éprouvette seront noyés des réseaux de Bragg fibrés. Les réseaux sont réalisés chez IxFiber à partir d'une fibre optique de type SMF 28. C'est pourquoi nous avons voulu évaluer l'erreur commise dans ce cas expérimental.

Aussi nous avons mis en œuvre une mesure sur fibre optique nue, regainée et sur un réseau de Bragg pour déterminer les coefficients de Poisson et le module d'Young de la fibre optique de notre fournisseur (cf 3.1, page 65). Simultanément à ces mesures, une éprouvette réalisée en résine epoxy équipée de jauges de déformations a été conçue en vue de mesurer son module d'Young et son coefficient de Poisson.

Ce sont ces grandeurs expérimentales qui à partir des relations établies préalablement permettent d'établir l'erreur relative commise sur la détermination de la déformation axiale. Elles sont reportés dans le tableau 2.2, page 41.

Grandeurs	Réseau de Bragg	Résine
E(GPa)	$75,\!3$	3,1
ν	$0,\!19$	0,4
ϕ	$125 \ \mu m$	20 mm

TABLE 2.2 – Caractéristiques de la fibre en silice contenant à réseau de Bragg et de la résine epoxy utilisée.

En imposant une déformation suivant z de $\frac{\Delta L}{L} = 1000 \ \mu def$, la constante $C^f = \varepsilon_{rr}^f$ prend pour valeur $-194 \ \mu def$ et nous obtenons donc une valeur κ de 0, 194. Si l'on emploi la relation 2.5, page 32, que nous rappelons ici :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{11}\varepsilon_r + p_{12}(\varepsilon_r + \varepsilon_z)]$$

Ou la relation équivalente 2.38, page 37 :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{ 1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \left[p_{12} - \kappa(p_{11} + p_{12}) \right] \right\} \varepsilon_z$$

La variation de longueur d'onde de Bragg est : $\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} = 7,36.10^{-4}$.

Pour déterminer cette valeur nous avons exploité les valeurs des coefficients de Pockels $p_{11} = 0,113$ et $p_{12} = 0,252$ fourni par Bertholds ([46]) dans la littérature pour une fibre optique. Malheureusement ces valeurs sont déterminées à 633 nm de longueur d'onde et la rigueur aurait voulu que l'on remesure ces coefficients 1550 nm de longueur d'onde qui est celle correspondant à la réponse de notre réseau de Bragg.

L'indice effectif retenu pour notre application numérique est $n_{eff} = 1,447$.

Finalement si nous exploitons abusivement la relation 2.6, page 32, qui fait l'hypothèse d'une traction pure de la fibre optique dans l'air, nous rappelons ici la relation :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12}(1-\nu) - \nu p_{11}] \right\}$$

à partir du $\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B}$ réel déterminée à l'aide de la relation 2.5, page 32, nous pouvons déterminer la valeur de la déformation axiale ε_z qui est la seule inconnue de cette relation 2.6, page 32. Dans ce cas particulier, la déformation axiale est de 1002 μdef , ce qui correspond à une erreur relative de 0.2 %. Cela reste très faible à la vue de toutes les incertitudes et bruits inhérents à la réalité expérimentale.

Dans la très grande majorité des matériaux homogènes (dont notre résine epoxy), l'erreur commise par l'utilisation de la formule 2.6, page 32, sans tenir compte de la déformation radiale de la fibre sur la mesure de déformation est négligeable.

Il semble que les seuls matériaux où une correction peut être nécessaire sont les matériaux composites haut de gamme tel que la fibre de carbone haut module. Ces matériaux ne sont malheureusement pas homogènes mais sont isotropes transverses. C'est pourquoi nous allons dans la suite, étudier de la même manière que dans ce chapitre, le cas d'une fibre optique incluse dans un matériau isotrope transverse et soumis à une traction pure dans le sens axiale.

2.1.2 Fibre optique dans un matériau isotrope transverse soumis à de la traction pure.

Comme dans le cas homogène de la partie 2.1.1, page 33, nous allons modéliser le comportement de deux cylindres. Le premier réprésentant la fibre optique étant inclus dans le second qui représente notre matériau composite. Ces deux cylindres subissent de la traction selon l'axe z. Leurs rayons respectifs restent R_i et R_e , L et ΔL représentent toujours la longueur initiale, et l'allongement axial des cylindres.

Si la fibre optique est homogène, le matériau hôte est cette fois-ci isotrope transverse c'est à dire que ses caractéristiques mécaniques diffèrent selon la direction. Nous avons choisi de placer la fibre optique dans le sens axiale (z) du matériau (cf schéma 2.10, page 43). Le matériau composite a donc des caractéristiques mécaniques selon l'axe z, et d'autres caractéristiques selon les axes r et θ . La fibre optique et les fibres de renforts sont alors parallèles.

Modèle général pour un cylindre



FIGURE 2.10 – Schéma du modèle analytique d'un matériau isotrope transverse soumis à de la traction pure.

La première partie du calcul ne diffère pas du cas homogène 2.1.1 page 33, et nous obtenons de la même manière le champ de déplacement 2.9 ainsi que le tenseur des déformations 2.9, page 34. Nous les rappelons ci-dessous

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} u_r \ \overrightarrow{e_r} \\ u_z \ \overrightarrow{e_z} \end{cases}$$
$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_r}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Dans la base isotrope transverse (cf figure 2.10, page 43) la loi de Hooke nous donne la matrice de souplesse :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{r\theta} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{z\theta} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{zr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & -\frac{\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & -\frac{\nu_{tt}}{E_t} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sqrt{2}\sigma_{r\theta} \\ \sqrt{2}\sigma_{z\theta} \\ \sqrt{2}\sigma_{zr} \end{bmatrix}$$
(2.43)

Une inversion matricielle nous donne la formulation en rigidité :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sqrt{2}\sigma_{r\theta} \\ \sqrt{2}\sigma_{z\theta} \\ \sqrt{2}\sigma_{zr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{12} & 0 & 0 & 0 \\ H_{12} & H_{22} & H_{23} & 0 & 0 & 0 \\ H_{12} & H_{23} & H_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{H_{22}-H_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{r\theta} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{zr} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{zr} \end{bmatrix}$$
(2.44)

avec :

$$\begin{aligned} H_{11} &= \frac{1 - \nu_{tt}^2}{E_t^2 \Delta} ; \qquad H_{22} = \frac{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}}{E_l E_t \Delta} ; \\ H_{12} &= \frac{\nu_{tl} (1 - \nu_{tt})}{E_t^2 \Delta} ; \qquad H_{23} = \frac{\nu_{tt} - \nu_{lt} \nu_{tl}}{E_l E_t \Delta} ; \\ H_{66} &= 2G ; \qquad \Delta = \frac{1 - 2\nu_{lt} \nu_{tl} - \nu_{tt}^2 - 2\nu_{lt} \nu_{tl} \nu_{tt}}{E_l E_t^2} . \end{aligned}$$

À l'équilibre, nous vérifions comme dans la partie 2.1.1, page 33 la relation d'équilibre A.5, page 117 : $div\overline{\sigma} = \overline{0}$ qui aboutit à nouveau aux trois mêmes relations 2.14 page 34, 2.15 page 34 et 2.16 page 34 que nous rappelons :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0$$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0$$
$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0$$

Après calculs, et en considérant respectivement $H_{11} \neq 0$ et $H_{22} \neq 0$ les équations (2.14, page 34) et (2.16, page 34) nous donnent finalement les mêmes équations différentielles que dans la partie 2.1.1, page 33. Nous les rappelons ici :

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_r = 0$$

dont la solution est du type $U_r = Cr + \frac{D}{r}$ ou C et D sont des constantes.

 et

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0$$

dont la solution est $U_z = Kz$ ou K est une constante.

Nous obtenons finalement les expressions suivantes dans un cylindre isotrope transverse pour son déplacement, sa déformation et sa contrainte :

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} Cr + \frac{D}{r} \overrightarrow{e_r} \\ Kz \overrightarrow{e_z} \end{cases}$$
(2.45)

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} C - \frac{D}{r^2} & 0 & 0\\ 0 & C + \frac{D}{r^2} & 0\\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}$$
(2.46)

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} KH_{12} + H_{22}(C - \frac{D}{r^2}) & 0 & 0 \\ +H_{23}(C + \frac{D}{r^2}) & 0 & 0 \\ 0 & KH_{12} + H_{22}(C + \frac{D}{r^2}) & 0 \\ 0 & +H_{23}(C - \frac{D}{r^2}) & 0 \\ 0 & 0 & KH_{11} + 2CH_{12} \end{bmatrix}$$
(2.47)

Modèle général pour deux cylindres inclus l'un dans l'autre

Dans notre cas, nous avons deux cylindres imbriqués l'un dans l'autre. Nous utiliserons les indices f et c respectivement pour le cylindre intérieur (Fibre optique) et le cylindre extérieur (Composite). Les conditions aux limites vont permettre d'établir les relations entre les divers constantes inconnues.

- déplacement radial nul au centre de l'éprouvette : $u_r^f(0) = 0$;
- continuité des déplacements axiaux : $u_z^f(R_i) = u_z^c(R_i)$;
- continuité des contraintes radiales à l'interface des deux cylindres : $\sigma_{rr}^f(R_i) = \sigma_{rr}^c(R_i)$;
- continuité des déplacements radiaux à l'interface des deux cylindres : $u_r^f(R_i) = u_r^c(R_i);$
- contrainte radiale nulle sur les bords extérieurs : $\sigma_{rr}^c(R_e) = 0$.

Ces cinq relations, que nous appliquons aux équations 2.45 page 45, 2.46 page 45 et 2.47 page 45 nous mènent au système d'équations suivant :

$$D^f = 0 \tag{2.48}$$

$$K^f = K^c = K \tag{2.49}$$

$$\lambda^{f}(2C^{f} + K) + 2\mu^{f}C^{f} = (C^{c} - \frac{D^{c}}{R_{i}^{2}})H_{22}^{c} + (C^{c} + \frac{D^{c}}{R_{i}^{2}})H_{23}^{c}$$
(2.50)

$$C^c R_i + \frac{D^c}{R_i} = C^f R_i \tag{2.51}$$

$$KH_{12}^c + (C^c - \frac{D^c}{R_e^2})H_{22}^c + (C^c + \frac{D^c}{R_e^2})H_{23}^c = 0$$
(2.52)

La résolution de ce système nous permet d'établir la valeur des constantes C^c , C^f et D^c en fonction des caractéristiques mécaniques de chaque matériau. Ces valeurs ne sont pas détaillées car trop complexes, mais elles nous permettent de déterminer pour chaque milieu les expressions de leurs déplacements, déformations et contraintes.

$$\overrightarrow{u^{f}} = \begin{cases} C_{r}^{f} r \overrightarrow{e_{r}} \\ Kz \ \overrightarrow{e_{z}} \end{cases}$$
(2.53)

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{rr}^{f} &= C^{f} \\
\varepsilon_{\theta\theta}^{f} &= C^{f} \\
\varepsilon_{zz}^{f} &= K
\end{aligned}$$
(2.54)

$$\sigma_{rr}^{f} = KH_{12}^{f} + H_{22}^{f}C^{f} + KH_{23}^{f}C^{f}
\sigma_{\theta\theta}^{f} = KH_{12}^{f} + H_{22}^{f}C^{f} + KH_{23}^{f}C^{f}
\sigma_{zz}^{f} = KH_{11}^{f} + 2CH_{12}^{f}$$
(2.55)

$$\overrightarrow{u^c} = \begin{cases} C_r^c r + \frac{D^c}{r} \ \overrightarrow{e_r} \\ Kz \ \overrightarrow{e_z} \end{cases}$$
(2.56)

$$\varepsilon_{rr}^{c} = C^{c} - \frac{D^{c}}{r^{2}}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{c} = C^{c} + \frac{D^{c}}{r^{2}}$$

$$\varepsilon_{zz}^{c} = K$$
(2.57)

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{c} &= KH_{12}^{c} + H_{22}^{c}(C^{c} - \frac{D^{c}}{r^{2}}) + KH_{23}^{c}(C^{c} + \frac{D^{c}}{r^{2}}) \\ \sigma_{\theta\theta}^{c} &= KH_{12}^{c} + H_{22}^{c}(C^{c} + \frac{D^{c}}{r^{2}}) + KH_{23}^{c}(C^{c} - \frac{D^{c}}{r^{2}}) \\ \sigma_{zz}^{c} &= KH_{11}^{c} + 2C^{c}H_{12}^{c} \end{aligned}$$
(2.58)

Résultats

À partir de ces expressions, nous utilisons les propriétés mécaniques d'une fibre optique et d'un composite en fibres de renfort carbone (tableau 2.3, page 46) pour tester l'erreur commise avec l'utilisation de la relation (2.6, page 32) par rapport à la relation (2.5, page 32) c'est à dire l'erreur si l'on ne tient pas compte des propriétés mécaniques du matériau hôte.

Crandours	FBC	Composite		
Grandeurs	TDG	sens parallèle aux fibres	sens perpendiculaire aux fibres	
E(GPa)	$75,\!3$	400	40	
ν	0,19	0,3	0,03	
G(GPa)		70		
ϕ	$125 \ \mu m$	20 mm		

TABLE 2.3 – Caractéristiques mécanique FBG et Composite.

Nous utilisons la même méthode de calcul que pour le cas isotrope. Une déformation axiale de 1000 μdef provoque une déformation radiale dans la fibre de $\varepsilon_{rr}^{f} = -215 \ \mu def$ soit $\kappa = 0, 215$

Discussions

Nous obtenons que l'utilisation abusive dans ce cas de figure de la formule 2.6, page 32 rappelée ici

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12}(1-\nu) - \nu p_{11}] \right\}$$

nous donnerait un résultat pour la déformation axiale de 1012 μdef , soit une erreur de 1,2% par rapport à la réalité de la déformation.

L'utilisation de la formule 2.38, page 37 prenant en compte les caractéristiques mécaniques du matériau hôte :

$$\kappa = -\frac{\varepsilon_r^J}{\epsilon_z^f = K}$$

peut s'avérer utile pour obtenir une mesure précise de la déformation axiale dans un matériau composite.

2.1.3 Matériau Isotrope soumis à un chargement thermique.

Supposons maintenant qu'une fibre soit incluse dans une résine thermodurcissable du type de celles qui sont employées dans les matériaux composites. La résine initialement liquide est chauffée et devient solide. En se refroidissant, elle exerce une contrainte mécanique sur la fibre aussi bien radialement qu'axialement. Cette configuration peut se retrouver lors du suivi de fabrication d'un matériau plastique. On imagine alors que des réseaux de Bragg ont été positionnés dans le moule avant l'injection d'une résine. À travers deux cas d'école, nous allons essayer d'appréhender l'interprétation des décalages de longueur d'onde de Bragg que nous serions alors amenés à observer.

Pour cela nous allons étudier deux cylindres inclus l'un dans l'autre qui subissent un chargement thermique ΔT (cf 2.11, page 48). Les cylindres interne et externe représentent respectivement la fibre optique et la résine et possèdent respectivement des rayons R_i et R_e .

Modèle

Les deux matériaux possèdent des coefficients de dilatation α différents ce qui provoque des contraintes sur la fibre optique. Deux cas de figures sont envisagés et sont représentés sur la figure 2.11, page 48 :

- Dans le premier cas les cylindres sont libres de se déplacer axialement et radialement ;
- dans le second cas, nous allons bloquer la déformation axiale, les cylindres ne subiront donc qu'une déformation radiale.

Le champs de déplacement et le tenseur des déformations pour un cylindre se retrouvent de façon identique à la partie 2.1.1, page 33 et 2.1.2, page 42. Ils sont de la forme :

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} u_r \ \overrightarrow{e_r} \\ u_z \ \overrightarrow{e_z} \end{cases}$$
$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_r}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Nous exprimons ensuite le tenseur des contraintes en utilisant la loi de Hooke, et en utilisant les coefficients de Lamé λ et μ , à laquelle nous ajoutons une composante thermique :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \lambda trace(\overline{\overline{\varepsilon}})\overline{\overline{I}} + 2\mu\overline{\overline{\varepsilon}} - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T\overline{\overline{I}}$$
(2.59)

où α désigne le coefficient de dilatation thermique du matériau.

Dans notre cas nous obtenons donc :

$$\sigma_{rr} = 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T$$
(2.60)

47



(a) Éprouvette soumise à un refroidissement thermique.

(b) Déformation subie par la fibre lorsque les cylindres sont libres de se déplacer axialement et radialement.

(c) Déformation subie par la fibre lorsque la déformation axiale est bloquée.

FIGURE 2.11 – Schéma du modèle analytique d'un matériau Isotrope soumis à un chargement thermique.

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu \frac{u_r}{r} + \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T$$
(2.61)

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T$$
(2.62)

La relation d'équilibre A.5, page 117 : $div\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{0}}$ aboutit au trois relations 2.14 page 34, 2.15 page 34 et 2.16 page 34 :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0$$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0$$
$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0$$

Et donc aux équations différentielles (2.14, page 34) et (2.16, page 34):

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_r = 0$$

dont la solution est du type $U_r = Cr + \frac{D}{r}$ ou C et D sont des constantes.

 et

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0$$

dont la solution est $U_z = Kz$ ou K est une constante.

Nous obtenons finalement dans un cylindre soumis à un chargement thermique les expressions suivantes pour le déplacement, la déformation et la contrainte :

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} Cr + \frac{D}{r} \overrightarrow{e_r} \\ Kz \overrightarrow{e_z} \\ \end{array} \\ \overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} C - \frac{D}{r^2} & 0 & 0 \\ 0 & C + \frac{D}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix} \\ \sigma_{rr} = 2\mu(C - \frac{D}{r^2}) + \lambda(2C + K) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \\ \sigma_{\theta\theta} = 2\mu(C + \frac{D}{r^2}) + \lambda(2C + K) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \\ \sigma_{zz} = 2\mu K + \lambda(2C + K) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \end{cases}$$

Les deux cylindres que sont la fibre optique et la résine vérifient donc les équations ci-dessus.

Nous utiliserons l'indice f et r respectivement pour le cylindre intérieur (Fibre optique) et le cylindre extérieur (résine).

- Les conditions limites de la partie 2.1.1, page 33 sont bien entendu toujours valables :
 - déplacement radial nul au centre de l'éprouvette : $u_r^f(0) = 0$;
 - continuité des déplacements axiaux : $u_z^f(R_i) = u_z^r(R_i)$ (= 0 dans le second cas de chargement);
 - continuité des contraintes radiales à l'interface des deux cylindres : $\sigma_{rr}^f(R_i) = \sigma_{rr}^r(R_i)$;
 - continuité des déplacements radiaux à l'interface des deux cylindres : $u_r^f(R_i) =$ $u_r^r(R_i)$;

- contrainte radiale nulle sur les bords extérieurs : $\sigma_{rr}^r(R_e) = 0$; - équilibre des forces : $\int_0^{R_i} r \sigma_{zz}^f dr + \int_{R_i}^{R_e} r \sigma_{zz}^r dr = 0$. La résolution du système d'équation découlant des conditions aux limites avec Maxima nous donne finalement $D^f = 0$, $D^r \simeq 0$, $C^f = \varepsilon_{rr}^f$, $C^r \simeq \varepsilon_{rr}^r$ et $K^f = K^r = K = \varepsilon_z$ (= 0 dans le second cas de chargement).

Résultats

Dans la suite de nos travaux, nous avons réalisé des essais sur une éprouvette en résine epoxy dans laquelle est noyée une fibre optique SMF 28. Nous évaluons donc l'erreur commise dans ce cas précis. Les coefficient α de la résine et de la fibre optique proviennent respectivement des références [47] et [48].

Les grandeurs expérimentales utilisées sont reportées dans le tableau 2.4, page 49.

Grandeurs	FBG	Résine
E(GPa)	75,3	3,1
ν	0,19	0,4
ϕ	$125 \ \mu m$	20 mm
$\alpha (K^{-1})$	5.10^{-7}	75.10^{-6}

TABLE 2.4 – Caractéristiques mécaniques et thermiques FBG et Résine.

Cas ou le cylindre est libre de se déformer axialement et radialement

Nous avons choisi arbitrairement d'imposer un chargement thermique de $\Delta T = -10 K$ et nous obtenons pour le premier cas de chargement les résultats de déformations suivants dans la fibre : $C^f = \varepsilon_{rr}^f = 118 \ \mu def, \ K = \varepsilon_{zz} = -750 \ \mu def$ et donc $\kappa = 0, 157$. La rétractation du cylindre en résine due à la dilatation thermique a pour effet de mettre le FBG en traction axiale, ce qui entraine par effet Poisson une augmentation du rayon de la fibre, alors que le rayon de la résine diminue.

D'après la formule (2.5, page 32) augmentée d'un terme prenant en compte les fluctuations de température, la baisse de température de 10 K, dans un réseau de longueur d'onde de Bragg initiale de 1550 nm, se traduira par l'observation d'un décalage $\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} = 6, 8.10^{-4}$.

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{11}\varepsilon_r + p_{12}(\varepsilon_r + \varepsilon_z)] + a\Delta T$$
(2.63)

Ou encore avec le terme κ

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12}(1-\kappa) - \kappa p_{11}] \right\} - a\Delta T$$
(2.64)

Avec les coefficients de Pockels $p_{11} = 0, 113, p_{12} = 0, 252, \nu = 0, 19, n_{eff} = 1, 447467$ et $a = 7, 8.10^{-6}$.

Une interprétation de la déformation axiale avec la formule (2.6, page 32) :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12}(1-\nu) - \nu p_{11}] \right\} - a\Delta T$$
(2.65)

nous donnerait une déformation mécanique selon z de $-739~\mu def$ soit une erreur de 1,56 % avec la réalité.

Nous avons ensuite décidé de généraliser cette étude à des matériaux hôtes possédant différentes caractéristiques mécaniques mais un coefficient de dilatation thermique semblable.

Les résultats de cette étude sont portés sur la courbe qui nous montre que des erreurs très importantes peuvent être commises si nous employons directement la formule 2.6, page 32 pour interpréter un résultat de déformation axiale.

Cas ou le cylindre est libre de se déformer radialement mais est bloqué axialement.

Dans notre second cas de chargement nous avons choisi de bloquer la déformation axiale i.e. $\varepsilon_z = 0$. Ainsi, le cylindre en résine se rétractera seulement radialement. Ce problème obéit aux mêmes équations que dans notre premier exemple. Toutefois, dans ce cas, nous avons directement $\varepsilon_z = 0$.

La baisse de température de $\Delta T = -10 K$ dans cet exemple provoque une déformation radiale de $\varepsilon = -28 \ \mu def$ et donc une variation de la longueur d'onde de Bragg de $\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} = 6,7.10^{-5}$ en utilisant la formule 2.63, page 50. Le dépouillement de cette donnée avec la formule 2.6, page 32, nous amènerait à penser que le FBG a subi un allongement axial de 13 μdef alors que cet allongement est bien évidemment nul.



FIGURE 2.12 – % de l'erreur commise en fonction du E et du ν de l'éprouvette.

L'interprétation rapide des signaux optiques est dangereuse si l'on souhaite connaître précisément la déformation dans un matériau. Elle nécessite de bien connaître le matériau hôte pour corriger les effets radiaux provoqués par effet Poisson.

2.1.4 Bilan concernant l'analyse de la variation de longueur d'onde d'un FBG en réponse à une sollicitation mécanique.

Ces quelques exemples montrent qu'il est nécessaire d'établir un modèle du couplage entre un matériau hôte et le capteur à fibre optique plus élaboré que le modèle classique si l'on veut mesurer la déformation dans le cas d'un capteur enfoui. Nous sommes alors confrontés d'après (2.5, page 32), au fait que, même pour un matériau isotrope, le problème est à deux inconnues. La connaissance du décalage de la longueur de Bragg n'est donc pas suffisante pour déterminer la déformation axiale du capteur. Plusieurs solutions sont envisagées pour pallier ce problème :

- Étaloner expérimentalement le capteur [49];
- utiliser le modèle analytique avec une connaissance est des caractéristiques mécaniques du matériau hôte;
- disposer de la déformation radiale (ε_r) et ainsi d'utiliser la formule 2.5, page 32.

Les caractéristiques exactes du matériau hôte n'étant que très rarement connues, la fabrication d'une éprouvette d'étalonnage étant parfois impossible ou trop couteuse, nous proposerons donc par la suite des idées afin de mesurer ε_r simultanément à la déformation axiale ε_z dans le capteur à fibre optique.

2.2 Comportement mécanique du capteur : analyse numérique

2.2.1 Contexte de l'analyse numérique

Précédemment nous avons établi les relations analytiques nous permettant d'analyser le comportement et la réponse du capteur en fonction de son environnement mécanique. L'intérêt de ce genre d'analyses préliminaires, quand cela est possible, permet de pouvoir vérifier la validité de l'expérience. Cependant quand il n'existe pas de relation établie, l'outil numérique permet de nous aider à établir le comportement du phénomène considéré. C'est pourquoi nous avons exploité le logiciel Comsol qui est un code commercial présentant l'avantage de pouvoir résoudre les équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis. Ce code est exploité au sein du laboratoire car il permet de coupler les effets mécaniques, thermiques et électromagnétiques ce qui représente un intérêt certain pour les couplages thermo-hygro-mécanique et l'usage des capteurs à fibre optique.

Dans notre cas de figure, l'objectif est de pouvoir déterminer le décalage en longueur d'onde de Bragg en fonction des deux inconnues ε_z et ε_r . Pour la mise au point de notre outil numérique et vérifier la validité de son exploitation, nous allons établir numériquement un rapport linéaire entre ε_z et ε_r tel que $-\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z} = \kappa$ avec κ qui est une constante que l'on a introduit dans l'équation 2.5, page 32, pour obtenir la relation 2.38, page 37, rappelée ici :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{ 1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \left[p_{12} - \kappa(p_{11} + p_{12}) \right] \right\} \varepsilon_z$$

Cette constante κ est directement reliée à notre méthode analytique, ainsi nous pourrons valider l'exploitation de l'outil numérique en le confrontant à l'expression analytique pour pouvoir l'exploiter dans un environnement plus complexe ou il n'y a pas de solution analytique.

2.2.2 Simulation d'une éprouvette soumise à un chargement de traction

Un réseau de Bragg encapsulé dans un bloc de résine est soumis à de la traction et sa réponse élasto-optique est modélisée par la relation 2.38, page 37. Nous choisissons alors de représenter la fibre optique encapsulée au cœur du barreau parallélépipédique par un petit cylindre comprenant le FBG au centre et de la résine autour. Nous nous assurons toutefois que le champs de déformations au bord du cylindre n'est pas affecté par la fibre optique en optant pour un diamètre suffisamment grand.

L'intérêt de cette simplification est de diminuer sensiblement la taille du modèle de calcul par éléments finis et de permettre de raffiner le maillage de la fibre pour résoudre l'équilibre. Nous représentons alors un modèle axisymétrique.



FIGURE 2.13 – Schéma du corps d'épreuve en traction.

Nous pouvons alors remplacer l'ensemble par une fibre optique enrobée d'un cylindre de résine en traction.



FIGURE 2.14 – Simplification du modèle en axisymétrie.

La géométrie, les conditions limites, et le chargement sont alors axisymétriques, nous allons utiliser un modèle axisymétrique (cf figure 2.14, page 53).

Le choix du maillage s'est porté sur un maillage avec des éléments triangles dans le logiciel en utilisant 41997 éléments selon la figure 2.15, page 54. Le maillage de la fibre optique est composé de 35578 éléments d'environ $2.10^{-6} m$ chacun. Ce maillage nous garantit un résultat mécanique équivalent à la solution analytique présentée précédemment.

Cas isotrope

Dans le cas d'une résine pure avec un coefficient de poisson de $\nu = 0, 4$ et d'un module d'Young de E = 3, 1 GPa. Nous obtenons un terme de couplage $-\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_z} = \kappa = 0, 1944$.

Cette valeur découle des résultats obtenus par la simulation de ε_z et ε_r et du tracé de $\varepsilon_r(\varepsilon_r)$ représenté sur la figure 2.16, page 54. Elle est strictement identique à celle trouvée par notre calcul analytique.

L'écart alors constaté entre la valeur de déformation axiale déterminée à partir des relations (2.38, page 37) et (2.5, page 32) est de 0, 2 % ce qui est parfaitement en accord avec le résultat analytique déterminé précédement.

Ce modèle numérique est donc validé avant une utilisation dans des modes de chargements plus complexe de la fibre. Nous allons maintenant tester un modèle numérique d'une fibre optique noyée dans une éprouvette isotrope transverse.



FIGURE 2.15 – Maillage de l'éprouvette en traction.



FIGURE 2.16 – Courbe de ε_r en fonction de ε_z pour l'éprouvette en traction.

Cas isotrope transverse

La géométrie et les conditions aux limites du problème à modéliser sont les mêmes que précédemment, à l'exception de la résine qui est remplacée par un matériau orthotrope.

Nous appliquons donc à la fibre optique et au matériau hôte les caractéristiques du tableau 2.3, page 46, que nous avons précédement utilisé pour le modèle numérique.

Avec ces caractéristiques matériaux, nous obtenons un terme de couplage $\kappa = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z} = 0,215$ qui est à nouveau strictement identique au résultat analytique.

2.2.3 Éprouvette soumise à un chargement thermique.

Nous souhaitons à nouveau trouver la constante de couplage $\kappa = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}$ liée à la déformation de la fibre optique lorsque celle-ci est incluse dans une éprouvette. Cette éprouvette est cette fois-ci soumise à un chargement thermique. L'idée est de comparer la constante κ que nous allons déterminer numériquement avec la constante κ que nous avons déterminé analytiquement précédemment.

Le barreau de résine instrumenté est celui utilisé pour l'essai expérimental 3.6, page 77. Le FBG étant placé suffisament loin du bord de l'éprouvette nous pouvons modéliser deux cylindres inclus l'un dans l'autre, le cylindre intérieur étant la fibre optique et le cylindre extérieur la résine. Comme dans le modèle numérique de l'éprouvette en traction, les conditions sont réunies pour utiliser un modèle axisymétrique, cependant dans ce cas la longueur de l'éprouvette doit être suffisamment grande pour éviter les effets de bord (cf 2.17, page 56). Le maillage choisit pour la fibre optique contient 38408 éléments triangles Comsol tandis que celui de la résine en contient 81896 d'environ $5.10^{-6} m$ chacun.

Ce que nous vérifions en traçant la déformation axiale ε_z et ε_r tout le long du cœur de la fibre optique pour un chargement arbitraire de -10 K : 2.18, page 56.

Le centre de la fibre optique, c'est à dire à l'endroit où se situe le réseau de Bragg, n'est effectivement pas affecté par les effets de bords. Notre modélisation a donc des dimensions suffisantes.

Nous choisissons évidemment de modéliser le cas de notre résine EPOLAM 2020 avec une fibre SMF 28 (dont les données sont dans le tableau 2.4, page 49) afin de pouvoir comparer nos résultats numériques avec nos résultats expérimentaux.

Comme dans les calculs analytiques, nous allons traiter deux cas. Le premier où les cylindres seront libres de se déformer axialement et radialement, puis un second où les déplacements longitudinaux seront interdits.

Cas ou le cylindre est libre de se déformer axialement et radialement

Les résultats du premier cas présentés dans le tableau 2.5, page 56, nous donnent un rapport entre la déformation radiale (ε_r) et la déformation axiale(ε_z) constant et égale au coefficient de couplage κ égale à 0, 157. Nous obtenons donc la même valeur de κ que lors de notre calcul analytique.



FIGURE 2.17 – Simplification du modèle en axisymétrie.



FIGURE 2.18 – Déformation le long de l'axez de la fibre optique.

Température $^{\circ}C$	Déformation axiale ε_z ($\mu\varepsilon$)	Déformation radiale ε_r ($\mu\varepsilon$)
23	0	0
33	742	-116
43	1485	-232
53	2227	-349

TABLE 2.5 – Déformations ε_z et ε_r de la FBG en fonction de la température.

Cas ou le cylindre est libre de se déformer radialement mais est bloqué axialement.

Dans notre second cas de chargement, nous trouvons bien entendu une déformation axiale nulle et la déformation radiale de la fibre optique est de $-28 \ \mu def$ pour une diminution de température de 10 K. Cette valeur est strictement identique à celle trouvée dans notre cas analytique, ce qui conforte la validité de nos modèles.

2.3 Comment déterminer simultanément les déformations ε_z et ε_r d'un capteur fibre optique?

Finalement, à la vue de ce que nous avons déterminé préalablement, lorsque le matériau est bien connu (E, ν) et qu'il est homogène dans un plan transverse à la fibre, nous pouvons aisément déterminer la déformation axiale en exploitant le coefficient κ . Dans un cas plus pratique et pragmatique où l'on ne connait pas le matériau, nous pouvons fabriquer une éprouvette contenant un capteur et se contenter d'un étalonnage de cette éprouvette.

Dans une démarche plus académique, ou dans le cas où (par exemple) le procédé de fabrication ne garantit pas des propriétés mécaniques homogènes au cours du procédé, il est nécessaire de pouvoir corréler ε_z et ε_r au cours de la mesure et à la même localisation dans le matériau.

Pour bien discriminer les déformations radiales et axiales, il faut mesurer deux quantités linéairement indépendantes. Plusieurs solutions sont possibles pour atteindre cet objectif : inscrire simultanément deux réseaux de Bragg de pas très différents, utiliser un réseau de Bragg inscrit dans une fibre très biréfringente, ou encore juxtaposer un réseau longue période et un réseau classique.

Les deux premières solutions sont formellement identiques car elles correspondent toutes deux à la propagation de deux modes de cœur. Nous allons cependant les étudier séparément par soucis de clarté. Nous décrirons dans un premier temps le capteur à deux réseaux de pas très différents et procéderons à l'analyse de sa sensibilité et de sa résolution, de façon à dégager les paramètres d'influence. Nous appliquerons ensuite cette analyse au cas du capteur biréfringent.

Dans une seconde partie, nous examinerons la configuration formée de la juxtaposition de réseaux courte et longue période. L'analyse est très différente dans ce cas car un mode se propage dans le cœur, tandis que l'autre se propage dans la gaine, et nous verrons que cela a d'importantes conséquences sur la résolution.

2.3.1 Architecture à deux réseaux de Bragg classiques de pas différents.

Description du dispositif

Dans cette configuration, deux réseaux de Bragg de pas très différents sont photoinscrits simultanément, comme cela se fait pour les réseaux de Moiré, de telle façon qu'ils soient résonnants pour deux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 . Ce système nécessite d'utiliser deux sources lumineuses larges spectres, contenant respectivement λ_1 et λ_2 . Le spectre en réflexion comporte alors 2 pics biens distincts.

L'indice effectif du premier réseau vaut $n_1 = n_{\text{eff}}(\lambda_1)$ et celui du second réseau vaut $n_2 = n_{\text{eff}}(\lambda_2) = n_1 + B$. Pour que *B* soit le plus grand possible, il faut que λ_1 et λ_2 soient les plus éloignées possibles. À titre indicatif, pour deux réseaux inscrits dans une

fibre SMF28, de longueurs d'onde de Bragg $\lambda_1 = 1300$ nm et $\lambda_2 = 1550$ nm, la différence d'indice *B* est de l'ordre de 1.10^{-3} .

Dans ces deux configurations, lorsque le capteur est au repos, il possède deux longueurs d'onde de Bragg, λ_{10} et λ_{20} données par la relation (2.1, page 31). Lorsque le réseau est contraint, les longueurs d'onde de Bragg se décalent. D'après la relation (2.4, page 32), les décalages sont donnés par le système :

$$\begin{cases} \delta\lambda_1 = \lambda_1 - \lambda_{10} = a_{1z}\varepsilon_z + a_{1r}\varepsilon_r \\ \delta\lambda_2 = \lambda_2 - \lambda_{20} = a_{2z}\varepsilon_z + a_{2r}\varepsilon_r \end{cases}$$
(2.66)

où

$$\begin{cases} a_{iz} = \left(1 - \frac{n_i^2}{2} p_{12}\right) \lambda_i \\ a_{ir} = -\frac{n_i^2}{2} (p_{11} + p_{12}) \lambda_i \end{cases}$$
(2.67)

Ce système a une solution unique à condition que les deux équations soient linéairement indépendantes, soit si :

$$D = a_{1z}a_{2r} - a_{1r}a_{2z} \neq 0 \tag{2.68}$$

Dans le cas présent, comme B est petit :

$$\begin{cases}
 a_{2z} \simeq a_{1r} \left(1 + \frac{3B}{\Lambda_1^2} \right) \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \\
 a_{2r} \simeq a_{1z} \left(1 + \frac{B}{n_1} \frac{1 - \frac{3}{2} n_1^2 p_{12}}{1 - \frac{1}{2} n_1^2 p_{12}} \right) \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2}
\end{cases}$$
(2.69)

où Λ_1 et Λ_2 sont les pas des réseaux ($\Lambda_1 = \Lambda_2$ pour le réseau biréfringent). Cela implique que $a_{2r} - a_{1r}$ est de l'ordre de B et que $a_{2z} - a_{1z}$ est de l'ordre d'un dixième de B. Finalement D est lui même de l'ordre de B. Il est donc faible, mais pas nul, ce qui veut dire que le système (2.66, page 58) est inversible :

$$\begin{cases} \varepsilon_z = \frac{a_{1r} \,\delta\lambda_2 - a_{2r} \,\delta\lambda_1}{D} \\ \varepsilon_r = \frac{a_{2z} \,\delta\lambda_1 - a_{1z} \,\delta\lambda_2}{D} \end{cases}$$
(2.70)

Performances du dispositif

La précision de la mesure s'obtient, par un calcul d'incertitude à partir de (2.70, page 58) :

$$\Delta \varepsilon_{z,r} = \frac{|a_{1z,r}| + |a_{2z,r}|}{|D|} \,\delta\lambda_{\min} \tag{2.71}$$

où $\delta\lambda_{\min}$ est le plus petit décalage de longueur d'onde de Bragg détectable, sachant que les meilleurs systèmes d'interrogation peuvent descendre à 1 pm. On obtient $\Delta\varepsilon_{z,x} = 1400 \ \mu\varepsilon$ pour $B = 1.10^{-3}$ et $\delta\lambda_{\min} = 1$ pm, ce qui n'est bien évidemment pas acceptable.

En fait, $\Delta \varepsilon_{z,r}$ est inversement proportionnel à D, et donc à B. Pour que la résolution devienne raisonnable il faut que B augmente. Cela paraît difficile à obtenir avec des réseaux fonctionnant à des longueurs d'onde différentes, mais envisageable avec des fibres biréfringentes.

2.3.2 Utilisation d'un réseau de Bragg inscrit dans une fibre biréfringente.

Quand on inscrit un réseau de Bragg dans une fibre biréfringente d'axes propres orientés suivant \vec{e}_x et \vec{e}_y , tout se passe comme s'il existait deux réseaux différents : les ondes polarisées suivant \vec{e}_x voient un réseau d'indice effectif $n_1 = n_{\text{eff}x}$ et les ondes polarisées suivant \vec{e}_y un réseau d'indice effectif $n_2 = n_{\text{eff}y} = n_{\text{eff}x} + B$. À chaque réseau correspond une longueur d'onde de Bragg donnée par (2.1, page 31). Si l'onde incidente n'est pas polarisée, le spectre en réflexion contient deux pics centrés sur les deux longueurs d'onde de Bragg. On le voit, ce système est très ressemblant au précédent. Cependant, dans ce cas, les deux réseaux ont le même pas, les deux pics sont donc très rapprochés. En pratique, il faut que *B* soit supérieur à 1.10^{-4} pour que les deux pics soient distincts.

Les fibres les plus biréfringentes disponibles commercialement possèdent une biréfringence B de l'ordre de 3.10^{-4} . Des valeurs plus élevées peuvent être atteintes avec des fibres spéciales. Par exemple, des biréfringences de $1,5.10^{-2}$ 4.10^{-2} ont été expérimentalement obtenues avec des microfibres de silice [50, 51]. Les fibres microstructurées pourraient aussi être d'excellentes candidates : des simulations [52, 53] ont en effet montré qu'avec des trous elliptiques, elles pourraient présenter une biréfringence de 1.10^{-2} , voire 5.10^{-2} .



FIGURE 2.19 – Dans la zone colorée, les décalages des longueurs d'onde de Bragg des 2 réseaux sont inférieurs à 1 pm.

Dans les conditions optimales ($B = 5.10^{-2}$ et $\delta\lambda_{\min} = 1$ pm), la précision vaut $\Delta\varepsilon_{z,x} = 30 \ \mu\varepsilon$. Pour que la mesure puisse être analysée il faut que $\delta\lambda_1$ ou $\delta\lambda_2$ soient supérieurs à $\delta\lambda_{\min}$. Dans l'espace des déformations ($\varepsilon_z, \varepsilon_r$) cette condition est vérifiée en dehors d'un fuseau incliné qui s'étire dans un rectangle de dimensions $\varepsilon_{z\min} \times \varepsilon_{r\min}$ (cf figure 2.19, page 59). Pour $B = 5.10^{-2}$ et un minimum détectable de 1 pm, $\varepsilon_z = 40 \ \mu\varepsilon$ et $\varepsilon_x = 60 \ \mu\varepsilon$. On peut donc estimer que la plus petite déformation détectable est de l'ordre de la précision, soit 30 $\mu\varepsilon$.

En conclusion, cette architecture présente des performances moyennes alors qu'elle requiert des fibres de hautes technologie, elle paraît donc peu pertinente.
2.3.3 Architecture à réseaux courte et à longue période juxtaposés

Description du dispositif

Cette configuration consiste en la juxtaposition d'un réseau de Bragg courte période et d'un réseau longue période. Les deux peuvent être inscrits simultanément et former ainsi une superstructure [54], ou séparément [42]. Les travaux menés sur cette configuration jusqu'à présent ont montré son efficacité pour réaliser des mesures simultanées de température de déformation dans la limite où la relation (2.6, page 32) s'applique. Il reste à prouver qu'elle peut aussi discriminer les déformations axiales et radiales.

On choisit de considérer une fibre proche d'une SMF 28, mais à double gaine, comme Allsop [55]. La gaine externe sert de tampon avec le milieu extérieur. Elle est choisie en verre, de façon à avoir les mêmes propriétés mécaniques que le reste de la fibre optique. Son indice de réfraction est légèrement inférieur à celui de la première gaine et son rayon est suffisament grand pour qu'on puisse la considérer comme semi-infinie.

Dans cette configuration le réseau de Bragg courte période se comporte de façon classique et réfléchit une bande de lumière étroite centrée sur la longueur d'onde de Bragg : $\lambda_{\rm FBG} = n_{\rm FBG}\Lambda_{\rm FBG}$, où $n_{\rm FBG}$ est l'indice effectif du mode qui se propage dans le cœur de la fibre et $\Lambda_{\rm FBG}$ le pas du réseau. Cette portion de lumière est soustraite à l'intensité transmise et apparaît donc comme un creux dans le spectre en transmission. Le réseau longue période couple, quant à lui, le mode fondamental se propageant dans le cœur des modes de gaine. Une partie de la lumière incidente se transfère ainsi dans la gaine où elle se propage en s'atténuant à cause des pertes de courbures notamment. Elle est donc, elle aussi, absente du spectre en transmission qui se compose finalement de plusieurs creux correspondant aux longueurs d'onde des modes résonnants. Pour le réseau longue période, la condition de résonance est :

$$\lambda_{\rm LPG} = (n_{\rm FBG} - n_{\rm LPG})\Lambda_{\rm LPG} \tag{2.72}$$

où n_{LPG} est l'indice effectif du mode qui se propage dans la gaine et Λ_{LPG} le pas du réseau. L'indice effectif d'un mode de gaine est donné par l'équation de dispersion [56] :

$$\zeta_0(\lambda, a_1, a_2, n_1, n_2, n_3, n_{\text{LGP}}) = \zeta_0'(\lambda, a_1, a_2, n_1, n_2, n_3, n_{\text{LGP}})$$
(2.73)

où a_1 est le rayon du cœur, a_2 le rayon de la gaine, n_1 l'indice du cœur, n_2 l'indice de la gaine et n_3 , l'indice de la gaine extérieure. Les fonctions ζ_0 et ζ'_0 sont détaillées dans la partie 3.1, page 65.

Lorsque la fibre est déformée, n_1 , n_2 et n_3 varient selon (2.4, page 32) et les rayons du cœur et de la gaine comme :

$$a_i = (1 + \varepsilon_r)a_{i0} \tag{2.74}$$

où a_{i0} est le rayon au repos. Cependant, contrairement à ce qui passe pour l'indice effectif du mode dans le cœur, l'indice effectif d'un mode de gaine ne suit pas une évolution décrite par la relation (2.4, page 32). Il n'est donc pas possible dans ce cas d'écrire de façon analytique le système d'équations auxquelles obéissent les décalages de longueurs d'onde de Bragg en fonction des coefficients du tenseur de photoélasticité, comme on l'a fait dans la section 2.3.1, page 57. Pour étudier la réponse du système aux déformations, il est nécessaire d'avoir recours à des simulations.

Analyse de la sensibilité du dispositif

Les caractéristiques utilisées pour les calculs sont les suivantes : $a_{10} = 4, 2 \ \mu m$ et $a_{20} = 65, 5 \ \mu m$. Le pas du réseau courte période est pris égal à 535,7 nm et celui du réseau

longue période à 48,16 μm de façon à ce que les longueurs d'onde de Bragg des réseaux au repos soient respectivement égales à 1550 nm et 1540 nm. De plus, comme l'équation modale dépend de la longueur d'onde, il est nécessaire de tenir compte de la variation des indices de réfraction en fonction de ce paramètre. Dans les zones de transparence, ces variations sont bien décrites par une loi de Sellmeier :

$$n^{2}(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_{j}\lambda^{2}}{\lambda^{2} - \lambda_{j}^{2}}$$

où A_j , λ_j et N sont des caractéristiques du matériau. On utilisera pour la gaine les coefficients de Sellmeier relatifs au verre trempé donné par Bhatia dans sa thèse [57] : $A_1 = 0,696750, A_2 = 0,408218, A_3 = 0,890815, \lambda_1 = 0,069066 \ \mu m, \lambda_2 = 0,115662 \ \mu m$ et $\lambda_3 = 9,900559 \ \mu m$. On supposera ensuite que $n_1 = 1,0036n_2$ comme c'est généralement le cas pour une SMF28.



FIGURE 2.20 – Évolution de λ_{LPG} en fonction de $(\varepsilon_z, \varepsilon_r)$.

La variation des indices en fonction de la longueur d'onde implique que la relation (2.72, page 60) n'est pas algébrique. En fait, elle ne possède pas de solution analytique et doit donc être résolue de façon numérique. En pratique, pour évaluer l'influence de la déformation sur la réponse du réseau longue période, on fait varier n_1 , n_2 et n_3 conformément à (2.4, page 32) et a_1 , a_2 suivant (2.74, page 60), et ensuite on résout (2.72, page 60) par dichotomie pour déterminer λ_{LPG} . On réitère cette procédure pour chaque couple ($\varepsilon_r, \varepsilon_z$).

La figure 2.20, page 61, présente la longueur d'onde du mode gainée considéré en fonction de la déformation subie par la fibre, dans la gamme $\pm 5000 \ \mu \varepsilon$. Elle évolue linéairement en fonction de ε_z et ε_r . Cependant le facteur de proportionnalité avec la déformation suivant une direction dépend légèrement de la déformation suivant l'autre direction. Cela apparaît clairement sur la figure 2.21, page 62, qui montre que ces coefficients subissent une variation de 1% dans la gamme de déformations étudiées. Cela constitue la limite de l'approximation linéaire utilisée par la suite.



FIGURE 2.21 – Évolution de a_{2z} (respectivement a_{2r} en fonction de ε_z (respectivement ε_r).

Un ajustement linéaire : $\lambda_{\text{LPG}} = a_{2z} \varepsilon_z + a_{2r} \varepsilon_r$ nous donne les coefficients : $a_{2z} = -2,316 \ pm/\mu\varepsilon$ et $a_{2r} = 2,845 \ pm/\mu\varepsilon$. Les paramètres du réseaux courte période n'ont eux pas changé : $a_{2z} = 1,12 \ pm/\mu\varepsilon$ et $a_{2r} = -0,57 \ pm/\mu\varepsilon$. On peut donc écrire à l'aide de ces coefficients un système d'équations similaire à 2.66, page 58, donnant les décalages des longueurs d'onde de Bragg des deux réseaux. Dans ce cas, |D| = 1,63 et E = 64%. Ces deux valeurs sont très nettement supérieures à celles des configurations précédentes. On s'attend donc à une bien meilleure efficacité. En effet, si on trace dans la plan ($\varepsilon_z, \varepsilon_z$) le domaine où le décalage est détectable, en supposant que $\delta\lambda_{\min}=1$ pm, on obtient un parallélogramme compris dans une zone de 4 $\mu\varepsilon \times 4 \mu\varepsilon$ (cf figure 2.22, page 63). On peut donc estimer que la plus petite valeur de déformation détectable est de l'ordre de 2 $\mu\varepsilon$.

Conformément (2.71, page 58), la précision de la mesure est dans ce cas égale à $1,03\delta\lambda_{\min}$ soit 1 $\mu\varepsilon$ si $\delta\lambda_{\min}=1$ pm. Cela veut dire qu'avec ce dispositif, on est capable de conserver la précision habituellement attendue d'un réseau de Bragg, en mesurant à la fois ε_z et ε_r .

2.4 Conclusion

Dans la quasi-totalité des cas, lorsqu'un réseau de Bragg est employé comme capteur de déformation, il est implicitement supposé que sa déformation radiale est liée à sa déformation axiale suivant une loi linéaire faisant intervenir le coefficient de poisson : $\varepsilon_r = -\nu\varepsilon_z$. Le problème est alors à une inconnue et le décalage de la longueur d'onde de Bragg s'analyse sans ambiguïté. Cela convient parfaitement lorsque le réseau est collé en deux points sur la surface de la structure observée.

Il n'en va pas de même lorsque le capteur est enfoui. Dans ce chapitre, nous nous sommes penchés sur cette configuration et nous avons étudié différents cas de chargements mécaniques et thermiques, avec différentes conditions aux limites. Nous avons alors montré que la détermination simultanée de ε_r et ε_z s'avérait dans certains cas absolument indispensable pour éviter de faire une analyse erronée sur la valeur de ε_z .

Forts de ce constat, nous avons proposé différentes architectures de capteurs permet-



FIGURE 2.22 – Dans la zone colorée, les décalages des longueurs d'onde de Bragg des 2 réseaux sont inférieurs à 1 pm.

tant de déterminer à la fois ε_r et ε_z . Nous avons essentiellement considéré deux types de configurations. Les premières s'appuyaient sur deux modes de cœur, tandis que les secondes mettaient en jeu un mode de cœur et un mode de gaine. Nous avons analysé la sensibilité de chaque architecture. Il en ressort que les dispositifs à deux modes de cœur peinent à découpler les effets des déformations radiales et axiales. Cela est dû au fait que les deux modes étant confinés dans le cœur, ils subissent des effets proches, et finalement fournissent deux fois la même information. En pratique, il nous apparait que ces architectures pourraient être envisageables mais sous la condition que la différence entre les indices effectifs des modes soient supérieurs à 5.10^{-2} , voire 1.10^{-1} . Cela paraît difficilement réalisable avec des fibres classiques, mais pourrait être possible avec des fibres photoniques.

À l'heure actuelle, une architecture de capteur incluant à la fois un réseau courte période et un réseau longue période, présentant de ce fait un mode de cœur et un mode de gaine, nous semble la plus prometteuse. Nous avons en effet montré qu'il était possible de réaliser un capteur de ce type possédant une résolution de l'ordre de 1 $\mu\varepsilon$. C'est à dire un capteur aussi performant qu'un réseau de Bragg classique, mais pouvant être en toute confiance enfoui dans une structure tant que les déformations restent homogènes le long du réseau et transversalement isotropes.

Chapitre 3

Caractérisation mécanique de réseaux de Bragg libres et insérés dans une résine époxy.

Afin de vérifier nos modèles analytiques et numériques nous réalisons deux séries d'expériences. La première est conduite sur des capteurs libres par des essais de traction sur fibres gainées ou non afin de caractériser les propriétés des constituants que sont le cœur et la gaine optique d'un côté, et la gaine acrylate de l'autre. La seconde série d'essais est effectuée sur un barreau de résine époxy dans lequel on a inséré deux réseaux de Bragg afin de les soumettre à des déformations de traction, de compression ou induites par un changement de température. Cette éprouvette est conçue et mise en œuvre pour garantir d'une part les meilleures conditions possibles d'uniformité du champ de déformations, et d'autre part le plus grand respect des hypothèses du problème de reconstruction du profil d'indice au réflectomètre à faible cohérence (OLCR).

3.1 Essais de traction sur des fibres libres

Les valeurs mesurées à l'aide d'un analyseur de spectre (OSA) sont les décalages de la longueur d'onde de Bragg que l'on relie à la déformation à l'aide de la formule 2.38, page 37, rappelée ici :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{ 1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \left[p_{12} - \kappa(p_{11} + p_{12}) \right] \right\} \varepsilon_z$$

La fibre optique à réseau de Bragg utilisée est de type SMF28 monomode fabriquée par IxFiber. Les diamètres du cœur, de la gaine optique et de la gaine mécanique sont respectivement de 8 μm , 125 μm et 250 μm . [58]

Afin de connaitre précisément le module d'Young de la fibre optique et de son revêtement, nous avons décidé de mettre en place nos propres essais et nous avons donc réalisé un banc de traction (3.1, page 66) pour imposer une force F à la fibre optique et mesurer la déformation ε au moyen de plusieurs techniques.

Connaissant le diamètre ϕ de la fibre, nous connaissons la surface S sur laquelle s'applique la force avec $S = \prod(\frac{\phi}{2})^2$

Connaissant ϕ et F nous pouvons alors calculer la contrainte σ appliquée selon la formule : $\sigma = \frac{F}{S}$.

Nous présenterons dans ce qui suit différentes méthodes pour mesurer la déformation ε subie par la fibre. Le module d'Young E étant défini comme le rapport entre la contrainte



FIGURE 3.1 – Banc de traction pour fibre optique.

 σ et la déformation ε , nous allons tracer une courbe de traction ($\sigma = f(\varepsilon)$) dont la pente nous donnera le module d'Young E du matériau étudié. La fibre optique est enroulée à ses extrémités sur des poulies qui assurent son maintien et évitent d'éventuelles pertes de signal.

3.1.1 Fibre dénudée.

Une fibre optique SMF28 dans laquelle est inscrit un réseau de Bragg est débarrassée de son revêtement acrylate sur toute la longueur utile d'un essai de traction afin de caractériser mécaniquement le cœur et la gaine optique. On détaille deux techniques de mesure de déformation employées pour en déduire le module d'Young.

Mesure de la déformation par réseau de Bragg.

Pour quantifier la déformation longitudinale de la fibre optique considérée comme une éprouvette, nous mesurons la réponse du réseau (le décalage de longueur d'onde de Bragg $\Delta \lambda_B$) avec un analyseur de spectre optique. Nous appliquons l'expression [48] :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12}(1-\nu) - \nu p_{11}] \right\}$$

L'application numérique avec $p_{11}=0,113,$ $p_{12}=0,252,$ $\nu=0,19$ et $n_{eff}=1.447467$ nous donne :

$$\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} = b \varepsilon_z \ avec \ b = 0.805/(m/m)$$

Nous obtenons une valeur de b qui est légèrement différente de celle fournie dans la littérature [48]

Le calcul de la pente de la courbe 3.2, page 67, contrainte - déformation correspond au module d'Young E.

Nous en déduisons la valeur du module d'Young de la fibre nue $E = 75, 2 \pm 0, 2$ GPa. Cette valeur est légèrement supérieure à celle que l'on trouve généralement dans la littérature [12, 21, 48, 59].



FIGURE 3.2 – Courbe de traction d'une fibre optique à réseau de Bragg.

Mesure de la déformation par analyse d'images photographiques.

Sur le même essai, on mesure le déplacement ($\Delta L = L - L_0$) de deux points de référence marqués sur la fibre optique, espacés au début de l'essai de traction d'une distance L_0 . Ainsi nous trouvons la déformation ε de la fibre optique selon la relation $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$.

Les deux marques sont placés directement sur la fibre optique, ce qui nous affranchit d'éventuels problèmes de glissement de la fibre aux extrémités.

Nous utilisons un montage optique, dont le fonctionnement est représenté sur la figure 3.3, page 68, composé d'un jeu de miroirs et d'un appareil photo pour mesurer la déformation appliquée à la fibre.

Grâce à ce montage nous nous donnons la meilleure résolution possible de mesure de la déformation. Nous obtenons ainsi des clichés (cf photo 3.4, page 68) d'une précision très satisfaisante.

En effet, l'ensemble de la zone de prise de vue est exploitée pour relever le déplacement horizontal des marques imprimées sur la fibre optique. Une prise de vue directe verrait les cibles à chaque extrémité du cadre de prise de vue, ce qui pénaliserait la technique en terme de précision. Ainsi nous mesurons des déplacements avec une résolution de $\pm 25 \ \mu m$ sur deux zones éloignées de 0,5 m. L'incertitude sur la déformation est finalement d'environ 0,25 %.

On distingue sur le schéma un laser qui révèle les axes optiques entre les objets et leurs images afin de faciliter le réglage des miroirs.

Cette méthode sera reproduite sur une fibre gainée de son revêtement acrylate.

La courbe 3.5, page 68, obtenue présente l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation et nous obtenons avec cette méthode un module d'Young de la fibre nue $E = 75, 4 \pm 0, 6$ GPa.



FIGURE 3.3 – Montage optique utilisé pour mesurer la déformation de la fibre optique.



FIGURE 3.4 – Exemple de cliché réalisé.



FIGURE 3.5 – Courbe de traction d'une fibre optique dénudée.

Ce résultat est proche du précédent, et nous conforte dans nos essais et mesures.

3.1.2 Fibre avec son revêtement acrylate.

Le diamètre ϕ de la fibre avec son revêtement est de 245 μ m. La valeur de la contrainte homogène est donc différente de précédemment pour une même force appliquée, et la pente de la courbe de traction nous donnera un module d'Young pour l'ensemble fibre et revêtement. Disposant de la rigidité de la fibre dénudée d'un côté, et de celle de la fibre gainée de l'autre, nous pourrons en déduire le module d'Young de la gaine.

La déformation est mesurée avec la même méthode que précédemment en 3.1.1, page 67, (montage optique avec miroirs) sur une fibre avec son revêtement acrylate.

L'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour une fibre optique revêtue est donnée sur la figure 3.6, page 69. Le module d'Young est, pour l'ensemble fibre et revêtement, de $E_e = 21, 1 \pm 0, 3$ GPa.



FIGURE 3.6 – Courbe de traction d'une fibre optique avec son revêtement acrylate.

Détermination du module d'Young du revêtement.

Pour déterminer le module d'Young du revêtement, nous avons exploité les résultats obtenus précédemment. σ , F, S, E et ε représentent respectivement la contrainte, la force, la section, le module d'Young et la déformation. Les indices $_f$, $_r$ et $_e$ représentent respectivement les paramètres de la fibre, du revêtement et de l'ensemble fibre et revêtement.

La déformation étant uniforme sur toute la longueur des fibres, les trois grandeurs ε_r , ε_f et ε_e sont égales. Nous en déduisons la relation : $\varepsilon_f = \varepsilon_r = \varepsilon_e$ donc $\sigma_e = \frac{F_e}{S_e} = E_e \varepsilon_f = E_e \varepsilon_r = E_e \frac{\sigma_f}{E_f} = E_e \frac{\sigma_r}{E_r}$

Or les efforts subis par le revêtement et la fibre sont définis par : $F_f = \sigma_f S_f = E_f \varepsilon_e S_f$ $F_r = \sigma_r S_r = E_r \varepsilon_e S_r$ Ce qui nous permet d'établir $F = \sigma_e S_e = E_e \varepsilon_e S_e = F_f + F_r = E_f \varepsilon_e S_f + E_r \varepsilon_e S_r$ Nous obtenons après simplification par ε_e : $E_e S_e = E_f S_f + E_m S_m$ Et E_e , E_f , S_e et S_f étant connus, nous pouvons déterminer le module d'Young du revêtement :

$$E_r = \frac{E_e S_e - E_f S_f}{S_r}$$

L'application numérique en utilisant les deux E_f déterminés expérimentalement donne $E_r = 3.1$ GPa ou $E_r = 3.00$ GPa en fonction du choix de la méthode de mesure (Cette grandeur est assez proche de celle fournie dans la littérature [60] où l'on trouve $E_{acrylic} = 3,2$ GPa).

3.2 Conception de l'éprouvette d'essais mécaniques intégrant des réseaux de Bragg.

Pour caractériser les capteurs de déformation à réseaux de Bragg insérés au sein d'un matériau, nous avons opté pour l'emploi d'une résine époxy mise en œuvre sous vide dans un moule fermé. L'emploi de fibres optiques dans ce type d'échantillon contraint beaucoup la géométrie et le mode de mise en œuvre de certaines parties du corps d'épreuve mécanique. En effet, il faut que la position des capteurs soit parfaitement connue, et que les entrées et sorties des fibres optiques soient suffisamment robustes pour pouvoir supporter un cycle de fabrication éprouvant et de nombreuses manipulations. De plus, nous souhaitons respecter le plus possible les hypothèses qui gouvernent la loi de couplage élasto-optique employée, à savoir que chaque tranche du réseau de Bragg demeure cylindrique et subisse le moins possible de perturbations telles qu'une biréfringence accidentelle ou des pertes de signal liées à des effets de bord. Le résultat est illustré sur la figure 3.7, page 71. On distingue le barreau de résine au centre du montage fixé à ses extrémités à deux disques au moyen de coquilles en matériaux composites. Des trous de fixation et des bras solidaires des disques permettent l'installation de deux capteurs de force afin d'appliquer successivement à l'éprouvette des sollicitations de traction, compression, flexion ou torsion.

Nous précisons ici quelques éléments qui justifient la conception choisie.

Ergonomie.

L'ensemble du dispositif doit pouvoir être logé dans l'environnement du banc interférométrique permettant la reconstruction du profil d'indice ce qui correspond à un encombrement maximum de 1 $m \times 0, 35 m \times 0, 35 m$. Cela impose aussi de bannir tout actionneur qui serait source de vibrations parasites et de pouvoir maintenir les sollicitations mécaniques de manière stable durant le temps nécessaire aux mesure par le réflectomètre. Cela est assuré par des écrous de fixation. Nous avons employé des matériaux composites à fibres de carbone pour rendre l'ensemble léger et ainsi ne pas introduire de sollicitations parasites liées au poids propre.

Géométrie de l'éprouvette.

La géométrie la plus adapté ici est celle d'une poutre de section circulaire, ce qui permet à la fois de pouvoir appliquer plusieurs types de sollicitation (traction, compression, flexion et torsion) tout en conservant une distribution de contraintes et de déformations homogènes sur les réseaux de Bragg qui sont insérés à cœur du barreau de résine époxy. La longueur de l'échantillon est suffisamment grande pour respecter dans sa zone centrale l'hypothèse de Barré de Saint-Venant : l'état des contraintes peut être déduit exclusivement des efforts



FIGURE 3.7 – Eprouvette instrumentée et montage d'essais associé.

internes à conditions de s'éloigner suffisamment des appuis et des lieux d'introduction des efforts extérieurs.

Conditions aux limites et chargements.

On assure une introduction des efforts aux extrémités de l'éprouvette via des collerettes collées qui évitent de provoquer des concentrations de contraintes susceptibles de rendre le montage capable de fluer sous charge.

Instrumentation.

On rappelle que l'objectif est de solliciter un réseau de Bragg noyé dans un milieu continu afin de le soumettre à un champ de déformations connu homogène. Pour cela on a choisi d'insérer deux fibres optiques qui permettent de quantifier les déformations produites par les efforts extérieurs et aussi de vérifier d'éventuelles dissymétries qui proviendraient de défauts de géométrie du montage.

3.3 Mise en œuvre de l'éprouvette instrumentée.

La résine et les fibres optiques utilisées sont à nouveau de type EPOLAM 2020 et SMF28 dont les caractéristiques figurent dans le tableau 2.2, page 41.

Nous avons fait le choix de ne pas laisser de gaine de protection entre le réseau de Bragg et le matériau du corps d'épreuve. Cela rend la fibre optique particulièrement fragile à cet endroit et rend son intégration particulièrement délicate. Il est donc nécessaire de respecter scrupuleusement un protocole préalablement validé. Dans un premier temps nous mettons en place les fibres optiques comme dans la figure 3.8(a), page 72. Les fibres sont fixées à la verticale au dessus de leur entrée dans le moule, et sont maintenues en tension à l'aide d'une masse de 200 grammes fixée à l'extrémité basse des fibres. Le réseau est localisé au milieu de l'éprouvette grâce à des repères visuels préalablement notés. Pour introduire les fibres optiques dans l'éprouvette tout en garantissant une certaine robustesse, nous avons utilisé des aiguilles hypodermiques. La fibre est ainsi guidée et renforcée à l'entrée et à la sortie du moule par des aiguilles positionnées dans des embouts en aluminium. Les aiguilles se solidarisent à l'éprouvette lors de la polymérisation de la résine époxy.

Dans un second temps nous injectons la résine époxy sous vide dans le moule (cf figure 3.8(b), page 72). Ce dernier étant opaque, nous avons placé en haut du moule un tuyau qui sert de trop plein, et qui permet de visualiser son remplissage. L'étanchéité du moule est assurée au niveau des fibres optiques par la pose d'un joint silicone tandis que celle du moule est assurée par un plan de joint rigide selon le modèle de Rötscher [61]¹.

L'éprouvette laissée dans son moule est ensuite placée en étuve pour subir une postcuisson. Ainsi, nous assurons la polymérisation complète de l'échantillon et une relaxation partielle des contraintes internes dues au retrait chimique de l'époxy (cf figure 3.8(c), page 72).



FIGURE 3.8 – Mise en œvre d'une éprouvette avec réseaux de Bragg intégrés.

Il faut noter que la fibre optique a subi une histoire de déformation relativement complexe. En effet, lors de la mise en place dans le moule, le réseau de Bragg subit d'abord une déformation de traction sous l'effet de la masse de 200 grammes accrochée. Ensuite, le retrait de la résine vient comprimer le capteur, ce qui le place dans un nouvel état d'équilibre sous contraintes internes. Enfin les déformations dues aux efforts extérieurs

^{1.} le cône de Rötscher donne une approximation de la zone de contact et la répartition de pression

sont appliquées et viennent se superposer à celles déjà subies à cause de la fabrication. Malgré ce traitement, nous constatons dans les figures 3.9, page 73, que les réponses spectrales du capteur dans l'éprouvette sont parfaitement analysable quelque soit le chargement de traction soumis au barreau de résine.



FIGURE 3.9 – Réponse spectrale du capteur intégré à l'éprouvette.

3.4 Essai de traction sur une éprouvette équipée de réseaux de Bragg internes et externes au corps d'épreuve.

Ici l'emploi de deux réseaux de Bragg permet de quantifier une flexion parasite et d'exploiter ainsi la moyenne des déformations mesurées, considérant que les fibres optiques sont diamétralement opposées, ce qui est assuré par les fonctions du moule. De plus, pour quantifier une éventuelle différence de réponse entre un réseau de Bragg libre déformé en traction et son homologue inséré dans la résine, on colle en surface de l'éprouvette deux réseaux de Bragg diamétralement opposés et situés dans le même plan que les deux autres réseaux préalablement insérés (cf figure 3.10, page 74).

Les réseaux de Bragg externes sont fixés au barreau par des points de colle "loin" des parties actives des capteurs. Cela pose une difficulté pour l'interprétation de leur déformation. En effet, si on peut légitimement supposer que la déformation est uniforme le long du barreau de résine, il n'en est pas de même pour la fibre optique car celle-ci est présente des zones avec gaine et des zones sans gaine qui ne se déforment évidemment pas de la même quantité lorsqu'elles sont soumises à un même effort de traction (3.11, page 74). Un calcul correctif est possible car nous connaissons désormais la rigidité des parties de fibres gainées ou non.

Nous devons toutefois corriger la mesure relevée par les réseaux de Bragg externes. En effet, la déformation le long du centimètre du réseau de Bragg est différente de celle de la fibre optique entre ses points de fixations (cf schéma 3.11, page 74) car cette séquence de fibre gainée puis dénudée ne procure pas une déformation uniforme entre les deux points de collage des capteurs externes. Nous posons les indices $_f$ pour la fibre sans sa gaine, $_G$ pour la fibre gainée et $_E$ pour l'ensemble.

La force F imposée est constante tout le long de la fibre : $F_E = F_f = F_G$ Nous savons que $\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{S}$ et donc $F = ES\frac{\Delta l}{l} = ES\varepsilon$,



FIGURE 3.10 – Éprouvette en résine pur e instrumentée de quatre réseaux de Bragg.



FIGURE 3.11 – Schéma du réseau de Bragg collée à l'extérieur de l'éprouvette.

avec l et ΔL les longueurs et allongements des matériau, et donc ϵ leurs déformations. avec E, σ et S les modules d'Young, la contrainte imposée et la section des matériaux. Dans notre cas, nous avons donc : $E_f \varepsilon_f S_f = E_G \frac{\Delta l_G}{l_G} S_G$

Ce qui nous donne alors $E_f \varepsilon_f S_f = E_G \frac{\Delta l_E - \Delta l_f}{l_G} S_G$ Pour aboutir enfin à $\varepsilon_E = \frac{E_f}{E_G} \frac{S_f}{S_G} \frac{l_G}{l_E} \varepsilon_f + \frac{\Delta l_f}{l_E} = \frac{E_f}{E_G} \frac{S_f}{S_G} \frac{l_G}{l_E} \varepsilon_f + \varepsilon_f \frac{l_f}{l_E} = \varepsilon_f (\frac{E_f}{E_G} \frac{S_f}{S_G} \frac{l_G}{l_E} + \frac{l_f}{l_E}).$

Nous avons mesuré E_E et E_f dans les parties 3.1.2 page 69 et 3.1.1 page 67, les diamètres des sections S_E et S_f sont respectivement de 245 μm et 125 μm [58] et les longueurs relevées sont de $l_G = 75 \pm 0, 1 \ mm$ et $l_f = 19, 4 \pm 0, 1 \ mm$.

La série de mesures présentée correspond à une mise en charge par paliers de force. Nous présentons dans le tableau 3.1, page 75, et la courbe correspondante 3.12, page 75, les déformations dues à la traction avec les moyennes sur les deux fibres internes et sur les deux fibres externes, puis les déformations de flexion dans le plan des quatres réseaux de Bragg qui correspondent à la demi-différence des valeurs mesurées tant en interne qu'en externe.

Force	Déformations moyenne		Déformation de	
(N)	mesurées $(\mu m/m)$		flexion $(\mu m/m)$	
	Fibres internes	Fibres externes	Fibres internes	Fibres externes
0	0	0	0	0
104	89	88	2	2
600	525	526	4	4
1088	948	948	14	13
1521	1327	1324	22	21
1049	1809	1811	37	36

TABLE 3.1 – Déformations des quatre fibres optiques dans une éprouvette.



FIGURE 3.12 – Courbe de la déformations moyenne des quatres fibres optiques dans une éprouvette.

Nous constatons un très bon accord entre les déformations mesurées en interne et en externe. Cela a nécessité de corriger les valeurs lues par les réseaux de Bragg non solidaire du barreau dans leur partie sensible. On a ainsi vérifié que les réseaux de Bragg insérés dans la résine se déforment comme ceux collés à l'extérieur, ce qui confirme les résultats de notre modélisation théorique.

3.5 Essai de flexion sur une éprouvette en résine équipée d'un réseau de Bragg.

Le barreau de résine instrumenté avec les deux fibres optiques à réseau de Bragg est placée de manière à solliciter les capteurs en traction et en compression.

Le montage d'essais est configuré pour permettre d'imposer au barreau de résine un moment de flexion pur (figure 3.7, page 71) afin de placer les réseaux de Bragg dans le plan qui "voit" les déformations les plus importantes.

Un accident de manipulation nous a privé d'un des réseaux de Bragg insérés initialement. Nous avons alors effectué les mesures avec le réseau de Bragg restant.

Pour calculer la déformation théorique de la fibre optique nous considérons notre barreau de résine comme une poutre (cf figure 3.13, page 76) avec l'hypothèse de Bernoulli (lors de la déformation, les sections droites restent perpendiculaires à la courbe moyenne). Nous souhaitons calculer la déformation axiale ε_z subit par l'éprouvette à l'endroit ou se trouve le réseaux de Bragg.



FIGURE 3.13 – Schéma de l'éprouvette en flexion.

$$\varepsilon_z = \frac{M_f}{EI} y$$

ou y, E, I, M_f sont respectivement la coordonnée de notre fibre, le module d'Young de l'éprouvette, son moment quadratique et le moment de flexion appliquée à l'éprouvette.

Nous savons $M_f = Fd$ avec F la force appliquée et d le bras de levier.

 $I = \pi \frac{D^4}{64}$ avec *D* le diamètre de l'éprouvette.

Les valeurs de déformations théoriques sont présentées dans le tableau 3.2, page 77.

Force (N)	Bras de levier (mm)	$\varepsilon_z ~(\mu m/m)$
0	196,75	0
20	198,06	1094 ± 100
40	$198,\!25$	2191 ± 100
60	$198,\!20$	3286 ± 100
0	$195,\!87$	0

TABLE 3.2 – Résultats théoriques pour l'essai de flexion.

Les résultats de la mesure réalisée avec le réseau de Bragg sont présentées dans le tableau 3.3, page 77.

Déformation $(\mu m/m)$			
Théorique	Mesurée	Écart relatif $(\%)$	
0	0		
1094	1153	$5,\!3$	
2191	2226	1,6	
3286	3316	0,9	

TABLE 3.3 – Déformations mesurées par le réseau de Bragg en fonction de la méthode utilisée.

Comme on pouvait s'y attendre après avoir vérifié qu'en traction les réseaux de Bragg donnaient bien les déformations attendues, le cas de chargement de flexion montre encore des résultats expérimentaux en accord avec les prédictions du modèle RDM.

3.6 Variation de la température sur une éprouvette équipée de réseaux de Bragg.

Nous plaçons dans une étuve :

- Un barreau de résine identique à celui utilisé précédemment pour la traction et la flexion équipé d'une fibre optique et d'un thermocouple placé au cœur de l'éprouvette.

- Un autre thermocouple externe est utilisé comme référence.

Nous relevons le décalage de la longueur d'onde de Bragg lorsque les deux thermocouples indiquent la même température depuis plusieurs minutes. Ainsi nous sommes certains que toute l'éprouvette est à la même température, et particulièrement à l'endroit où se trouve la fibre optique à réseau de Bragg.

Calcul de la déformation théorique

Pour calculer la déformation théorique, nous prenons en compte la différence de coefficient de dilatation thermique entre la résine et les fibres optiques. Nous considérons que les deux matériaux (fibres optiques et résine) sont de même longueurs, sont collés l'un à l'autre (ou noyés l'un dans l'autre) et que le champs de température est uniforme, alors l'équilibre des forces et la thermique nous amènent aux deux équations 3.1 et 3.2 :

$$E_f \varepsilon_f S_f + E_r \varepsilon_r S_r = 0 \tag{3.1}$$

$$\varepsilon_f \alpha_f \Delta T = \varepsilon_r \alpha_r \Delta T \tag{3.2}$$

où E, ε , S, α représentent respectivement le module d'Young, la déformation, la section et le coefficient de dilatation thermique. Les indices $_r$ et $_f$ représentent respectivement la résine et la fibre.

La résolution de système nous amène aux deux résultats 3.3 et 3.4 :

$$\varepsilon_f = \frac{E_r S_r (\alpha_r - \alpha_f)}{E_r S_r + E_f S_f} \Delta_T \tag{3.3}$$

$$\varepsilon_r = \frac{E_f S_f (\alpha_f - \alpha_r)}{E_r S_r + E_f S_f} \Delta_T \tag{3.4}$$

En réinjectant 3.3 et 3.4 dans 3.2 et en développent il vient l'allongement thermique de l'ensemble de l'éprouvette $\varepsilon_{eprouvette}$:

$$\varepsilon_{eprouvette} = \frac{E_f S_f \alpha_f + E_r S_r \alpha_r}{E_r S_r + E_f S_f} \Delta_T \tag{3.5}$$

L'application numérique nous donne finalement $\varepsilon_{eprouvette} = 74,929.10^{-6} K^{-1}$.

Nous avons appliqué les valeurs numériques suivantes : $\alpha_r = 75.10^{-6} K^{-1}$ ([47]) et $\alpha_f = 5.10^{-7} K^{-1}$ ([48]); $E_f = 75, 2 GPa$ (cf partie 3.1) et $E_r = 3, 1 GPa$ ([47]); $S_f = 1, 23.10^{-8} m^2$ et $S_r = 3, 14e_4 m^2$.

Correction dans les mesures

La variation de longueur d'onde entrainée par le changement de l'indice de la fibre provoqué par le changement de température est corrigé afin d'obtenir uniquement la déformation du réseau dû à la dilatation thermique de la résine.

La variation de température provoque une modification de l'indice de la fibre optique, ce qui entraine naturellement un décalage de la longueur de Bragg. Or nous souhaitons mesurer uniquement la déformation du réseau causée par la dilatation thermique de l'éprouvette en résine. Nous corrigeons donc la valeur de la longueur d'onde mesurée avec le terme $a\Delta T$ pour chaque mesure et nous obtenons finalement la formule 2.65, page 50, que nous rappelons ici :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12}(1-\nu) - \nu p_{11}] \right\} - a\Delta T$$

où *a* vaut 7,8.10⁻⁶ /°C.

Résultats

Les écarts sont significatifs car c'est dans ce cas que le couplage température / déformation est le plus important pour le réseau de Bragg. D'une part sa dilatation thermique naturelle est ici contrariée par la présence de la résine qui se dilate beaucoup plus que le verre du capteur et provoque donc une déformation radiale non-négligeable. D'autre part le coefficient de dilatation de la résine époxy peut varier quelque peu, une meilleur caractérisation de la dilatation thermique du matériau est donc nécessaire.

Tompáraturo °C	Déformation $(\mu \varepsilon)$		Écort relatif (%)
remperature C	Théorique	mesurée	Ecalt falatil (70)
28	0	0	/
33	375	313	16
38	750	645	14
43	1125	961	15
48	1500	1316	12

TABLE 3.4 – Déformations de l'éprouvette soumise à un champ de température.

3.7 Conclusion

Nous avons procédé à une caractérisation du capteur à réseau de Bragg seul et inséré dans une résine époxy. Les valeurs obtenues sur la fibre libre correspondent bien à celles trouvées dans la littérature. Si le capteur est utilisé en traction, nous montrons que la déformation mesurée au cœur de la résine époxy est très proche de la déformation mesurée à l'extérieur de notre échantillon. Cela a permi de garantir la validité de nos mesures dans ce type de condition.

Les expériences réalisées avec notre éprouvette soumise à un champ de température n'ont pas été concluentes, faute d'une caractérisation précise de la résine utilisée.

Ces cas d'études ont été conduits en assurant un champ de déformations homogène. Dans le prochain chapitre, nous lèverons cette condition et les réseaux de Bragg subiront des gradients de déformation.

Chapitre 4

Identification de champs de déformation non uniformes

Les fibres optiques à réseau de Bragg ont démontré leur aptitude à caractériser une déformation le long de leur axe tout en étant noyées dans un autre matériau.

Le fait de pouvoir les insérer à cœur d'un milieu continu (polymère ou composite) leur confère un avantage par rapport aux techniques classiques en surface des structures. Cependant, rien ne garantit que le champ de déformations à l'endroit du capteur sera homogène.

Dans ce chapitre, nous allons exploiter la technique de réflectométrie à faible cohérence qui permet d'accéder à des informations dans le cas ou le champ de déformation n'est pas homogène le long du réseau.

Dans un premier temps, en vue d'illustrer le comportement du capteur dans deux matériaux hôtes différents, un réseau de Bragg a été inclus dans une éprouvette bicomposant qui sera sollicitée en traction.

Puis un capteur à réseau de Bragg est inséré à travers les plis d'une éprouvette composite stratifiée sollicitée en flexion.

4.1 Essai de traction sur une éprouvette bi-composant

4.1.1 Présentation

Généralement, l'éprouvette de traction est employée pour assurer des champs uniformes de contraintes et de déformations. Ici nous fabriquons une éprouvette constituée de deux matériaux qui diffèrent essentiellement par leur rigidité élastique (cf figure 4.1, page 82).

Nous avons choisi pour les matériaux la résine époxy déjà utilisée précédemment et un composite chargé employé généralement pour la réparation dentaire. Leurs propriétés élastiques sont précisées dans le tableau 4.1, page 81.

Grandeurs	Ciment dentaire	Résine époxy
E(GPa)	17,1	3,1
ν	$0,\!27$	$0,\!4$

TABLE 4.1 – Caractéristiques matériaux du ciment dentaire et de la résine époxy.

Ces résines ont été sélectionnées pour leur relative facilité de mise en œuvre et leur compatibilité chimique. Le module d'élasticité du ciment dentaire plus élevé que celui de la



(a) Photo de l'éprouvette.

FIGURE 4.1 - Eprouvette bi-composant.

résine permet de prédire un état de déformations non uniforme au voisinage de la frontière entre les deux matériaux.

4.1.2 Modélisation numérique

L'éprouvette haltère assure à la fois que le maximum des déformations est atteint dans la partie courante (section réduite) et que le champs des contraintes est bien maîtrisé.

Une première modélisation par éléments finis sous COMSOL © de la partie courante de l'éprouvette est effectuée. On ne tient pas compte de la fibre optique et on exploite les symétries du problème qui conduisent à modéliser un quart du corps d'épreuve (cf figure 4.2, page 84). Les figures 4.4 page 86, 4.5 page ?? et 4.6 page 88 montrent les contraintes et les déformations des faces et de la coupe centrale de l'éprouvette.

Les figures 4.4, page 86, et 4.3, page 85, montre que des concentrations de contraintes sont présentes sur le pourtour de l'interface entre les deux matériaux, mais pas au centre, là où on a choisi de placer le capteur à fibre optique. On vérifie bien que la contrainte moyenne est la même pour les deux matériaux. La transition entre les deux blocs de rigidité différente ne révèle pas du tout de gradients au voisinage de l'implantation de la fibre optique.

Sur la figure 4.5 page 87, on détaille les composantes de la matrice des déformations. Suivant la direction z, les déformations moyennes ne sont pas identiques sur les deux matériaux car la résine est moins rigide que le ciment, ce qui la déforme plus et en proportion du module d'Young des deux milieux. Selon les directions x de l'épaisseur et y de la largeur, on voit que les déformations sont sensiblement homogènes en partie courante, mais présentent des gradients au niveau de la coupe à cause cette fois de la différence des déformations suivant z et des coefficients de Poisson.

Enfin sur la figure 4.6 page 88, on distingue la présence de contraintes de cisaillement à la périphérie de l'interface entre les deux matériaux. La forme rectangulaire accentue ces contraintes aux bords dans la direction de la largeur. Ces distorsions sont montrées afin de préciser que la fibre optique est implantée dans une zone qui ne présente pas de cisaillement, car notre préoccupation est de ne pas solliciter la fibre optique avec des déformations transversales non homogènes qui pourraient être sources de biréfringence ou de pertes de signal. Les contraintes de cisaillement dans le plan xy sont quasiment nulles partout à cause des symétries de l'éprouvette.

Nous choisissons de placer le réseau de Bragg au milieu de l'éprouvette et parallèlement à la direction de traction. Le réseau de longueur 10 mm est implanté pour une moitié dans le ciment dentaire et pour l'autre dans la résine époxy. La déformation calculée dans la direction de mesure est alors représentée sur les courbes 4.7 page 88.

Pour estimer l'intrusivité du capteur, nous construisons un modèle numérique semblable au précédent, mais en adoptant une géométrie axisymétrique incluant la fibre optique (cf figure 4.8, page 89).

Les dimensions du cylindre sont choisies pour minimiser les effets de bord. Le maillage utilisé comporte 96002 éléments triangulaires d'environ 10 μm de côté pour la fibre optique et 56162 éléments pour chaque polymère.

Pour évaluer l'effet de la présence de la fibre optique sur le champ de déformation, nous comparons les profils des déformations le long de l'axe de symétrie de l'éprouvette haltère dans la région frontière des deux matériaux avec ceux calculés par le modèle incluant la fibre optique (cf courbes 4.9, page 89).



FIGURE 4.2 – Simplification du modèle de calcul.

Et nous traçons sur la courbe 4.10 page 90, l'erreur relative entre les deux distributions de déformations obtenues par les modèles.

On constate d'abord que la fibre optique subit un gradient de déformation très important mais relativement localisé. Le rapport des déformations entre le milieu souple (la résine époxy) et le milieu rigide (le ciment) est égal au rapport des modules d'Young, soit environ 5,5. L'erreur représentée sur la figure 4.10, page 90, compare pour le moment deux modèles entre eux, ce qui ne prédit pas nécessairement le niveau d'erreur qui sera commis lors des mesures, mais on distingue quand-même qu'une zone de transition de l'ordre de 2 mm de long est particulièrement perturbée par les gradients de déformation. la présence de la fibre optique provoque une modification du champ de déformation avec deux effets : l'un relatif au niveau de déformation et l'autre correspondant à un lissage qui réduit nécessairement le gradient dans la zone de transition.

Il semble donc préférable d'inclure la fibre optique dans notre modèle lorsqu'on souhaite caractériser un gradient de déformations, mais le résultat sera affecté par le surcroît de rigidité apporté par la fibre qui sera plus ou moins intrusive selon le niveau de gradient mesuré et les matériaux en présence.

4.1.3 Mise en œuvre de l'éprouvette

La réalisation de l'éprouvette (figure 4.11, page 90) se déroule en plusieurs étapes. Dans un premier temps, la fibre optique (dénudée au niveau du réseau) est mise en position sur un moule puis calée au centre par deux moules de positionnement. Le ciment dentaire est ensuite posé de manière à recouvrir la moitié du réseau de Bragg. Une fois le ciment dentaire réticulé, la résine est posée et le demi moule est cuit afin d'assurer une réticulation de l'ensemble. L'opération de pose du ciment puis de la résine est répétée après avoir



(a) Contrainte de Von Mises.



(b) Contrainte de Von Mises, vue en coupe.

FIGURE 4.3 – Cartographie 3D des contraintes de Von Mises dans notre éprouvette sans FO.



(a) Contrainte selon z.

(b) Contrainte selon z, vue en coupe.



(c) Contrainte selon x.

(d) Contrainte selon x, vue en coupe.



FIGURE 4.4 – Cartographie 3D de la contrainte dans notre éprouvette sans fibre optique.



(a) Déformation selon z (ε_z).

(b) Déformation selon z (ε_z), vue en coupe.



(c) Déformation selon x (ε_x).



(d) Déformation selon x (ε_x), vue en coupe.



- (e) Déformation selon y (ε_y).
- (f) Déformation selon y (ε_y) , vue en coupe.

FIGURE 4.5 – Cartographie 3D de la déformation dans notre éprouvette sans fibre optique.







(b) Contrainte de cisaillement selon yz, vue en coupe.



(c) Contrainte de cisaillement selon xz.

(d) Contrainte de cisaillement selon xz, vue en coupe.

FIGURE 4.6 – Cartographie 3D des contraintes de cisaillement dans notre éprouvette sans fibre optique.



FIGURE 4.7 – Déformation longitudinale et radiale au centre de l'éprouvette.



FIGURE 4.8 – Géométrie du modèle axisymétrie incluant la fibre optique.



 $\label{eq:Figure 4.9-Déformation théorique dans l'éprouvette modélisée avec et sans fibre optique.$



FIGURE 4.10 – Erreur relative sur la déformation le long du réseau de Bragg.

démoulé et retourné la demi éprouvette.



FIGURE 4.11 – Étape de fabrication de l'éprouvette bi-composant.

L'ensemble est alors post-cuit en étuve à 60°C durant 8 heures. Cette étape permet de garantir la polymérisation complète des polymères.

Les résines utilisées peuvent présenter un retrait plus ou moins important. Le retrait du ciment dentaire est réputé très inférieur à celui de la résine époxy employée. Pour établir l'état initial des déformations du réseau de Bragg après fabrication, on reconstruit le profil d'indice et la phase du réseau de Bragg avant et après insertion dans l'éprouvette bicomposant selon la technique développée au chapitre 1.4, page 16. À partir de ces mesures la déformation subie par le réseau de Bragg est représentée sur la figure 4.12, page 91. Cette déformation est provoquée à la fois par le retrait des matériaux lors de leurs polymérisations successives et par le refroidissement après la post-cuisson. Nous observons que le retrait du côté de la résine est le plus important, alors que celui du ciment dentaire est très inférieur. Ainsi on peut admettre que la fibre optique se trouve en état de contrainte de compression suivant son axe, mais également suivant la direction radiale. Cette configuration n'est pas favorable à la tenue mécanique de l'interface fibre-polymères. Cependant, le frettage radial pourrait favoriser dans certains cas la tenue de l'ensemble en évitant le déchaussement de la fibre optique sous l'effet des contraintes à l'interface.



FIGURE 4.12 – Déformation du réseau dû à la fabrication de l'éprouvette.

Ce résultat pose ainsi la question de la résistance mécanique entre la fibre optique et la résine. En effet, un équilibre des contraintes s'opère entre des milieux de rigidités différentes.

Pour estimer qualitativement ces effets on simule la phase de retrait chimique *via* un retrait thermique sur des matériaux présentant des coefficients de dilatation thermiques différents. L'échelle d'observation est alors agrandie pour pouvoir observer les effets du retrait à la surface de la fibre optique (de rayon égal à 62,5 microns).

La simulation est réalisée sous COMSOL C avec une géométrie axisymétrique avec les donnés du tableau 4.2, page 91 :

Grandeurs	Ciment dentaire	Résine époxy	Fibre optique
Hauteur (m)	3.10^{-2}	3.10^{-2}	6.10^{-2}
Largeur (m)	$2, 5.10^{-3}$	$2, 5.10^{-3}$	$6,25.10^{-4}$
α	0	6.10^{-4}	0
ΔT	0	1	0

TABLE 4.2 – Caractéristiques matériaux du ciment dentaire et de la résine époxy.

La cartographie des contraintes de cisaillement donnée sur la figure 4.13, page 92, montre un gradient important à la rencontre entre la fibre optique, le ciment et la résine. Ainsi des risques de défaillance peuvent survenir à l'interface entre ces constituants (déchaussement de la fibre, fluage ou plastification des matériaux polymères,...). À défaut de caractériser le comportement de chaque constituant au delà de leur domaine d'élasticité, nous ne pouvons pas approfondir cette analyse.

4.1.4 Essai mécanique de traction

Pour permettre d'effectuer des mesures au réflectomètre, nous avons choisi d'utiliser un simple montage de traction peu encombrant (cf figure 4.14, page 92).



FIGURE 4.13 – Contrainte tangentielle à la frontière des trois matériaux.



FIGURE 4.14 – Photographie de montage de traction.

Le protocole consiste à imposer des efforts par paliers en attendant que d'éventuels effets visqueux disparaissent avant de relever la valeur de la force à l'équilibre et de déclencher un interrogation au réflectomètre. Les niveaux d'efforts imposées sont 18, 1 N, 93, 1 N, 189, 2 N et 265, 5 N.

Les interférogrammes sont traités de deux manières.

Dans un premier temps nous leur appliquons une transformée de Fourier afin d'obtenir le coefficient de réflexion complexe dont l'amplitude nous donne le spectre en réflexion du réseau de Bragg.

Dans un second temps, nous appliquons la méthode de *layer peeling* sur le coefficient de réflexion complexe pour reconstruire le profil d'indice et la phase du réseau de Bragg et en tirer le profil de déformation sur sa longueur.

Analyse du spectre en réflexion

Lorsque le réseau est mesuré en réflexion avec un analyseur de spectre pour évaluer sa réponse spectrale nous obtenons le spectre représenté sur la figure 4.15, page 93. L'éprouvette est alors libre de contraintes extérieures.



FIGURE 4.15 – Réponse spectrale mesurée à l'analyseur optique (cf 1.4.1, page 16) du réseau de Bragg dans l'éprouvette.

On relève deux zones de pics prononcés aux longueurs d'onde 1548 nm et 1555 nm qui correspondent à la déformation de retrait de polymérisation spécifique à chacun des deux matériaux d'implantation : résine époxy et ciment dentaire. Ce spectre mesuré par la technique décrite en 1.4.1, page 16, contient également l'ensemble des longueurs d'ondes réfléchies par les différents défauts des composantes du système d'interrogation (connecteurs, coupleurs, épissures, retrait mécanique au niveau de l'entrée de la fibre optique dans l'éprouvette,...). C'est pourquoi nous retrouvons, ajouté à la réponse spectrale du réseau, une contribution non nulle dans la gamme spectrale considérée (1540 – 1560 nm).

Lorsque nous employons la technique de réflectométrie à faible cohérence (OLCR), nous recueillons un interférogramme (cf figure 4.16a, page 94) et la transformée de Fourier de ce dernier nous donne uniquement la contribution spectrale associée à la zone spatiale ou est localisé le réseau puisque la détection du dispositif est cohérente. Le spectre issu du



traitement de l'interférogramme par transformée de Fourier est présenté sur la figure (cf figure 4.16b, page 94).

FIGURE 4.16 – Analyse spectrale des mesures à l'OLCR.

Ce spectre n'est donc pas pollué par la rétrodiffusion de l'ensemble des éléments de la chaine de mesure. C'est pourquoi il est préférable d'appliquer la technique OLCR pour réaliser nos mesures spectrales.

L'analyse de la figure 4.16b, page 94, nous confirme la présence de deux réponses spectrales distinctes ($\simeq 1548 \ nm$ et $\simeq 1555 \ nm$). Afin d'écarter tout effet de biréfringence liée au processus de fabrication de l'éprouvette, nous avons introduit un polariseur devant le détecteur de notre système. Nous n'avons pas observé d'extinction d'une quelconque composante dans le spectre réfléchi.

Nous avons donc, pour chaque courbe, un λ_{Br} qui correspond à la déformation du réseau causée pas la réticulation et le refroidissement de la résine et un λ_{Bcd} causée par la réticulation et le refroidissement du ciment dentaire. Lorsque l'éprouvette est soumise à une sollicitation de traction, les deux réponses spectrales se translatent en longueur d'onde mais bien évidemment pas de la même quantité car les matériaux ne présentent pas le même module d'élasticité (cf figure 4.17, page 95).

Dans la cas de la réflexion centrée à λ_{Bcd} il est assez aisé d'établir une valeur du décalage de la longueur d'onde de Bragg, et ainsi de remonter à la déformation axiale. Par contre, dans le cas du spectre chahuté autour de λ_{Br} il est plus délicat de déterminer rigoureusement le décalage spectral. Demirel [62] dans ses travaux de thèse a évalué plusieurs techniques d'analyse de spectre en milieu inhomogène. Nous nous contenterons d'utiliser la méthode des barycentres qui permet d'avoir une longueur d'onde moyenne obtenue à partir des pondérations en puissance optique mesurée pour chaque longueur d'onde. Ainsi la déformation sur notre éprouvette en fonction de la contrainte appliquée est représentée dans la figure 4.18, page 95, issu du tableau de mesure 4.3, page 95.



FIGURE 4.17 – Réponse spectrale du capteur avec et sans sollicitation de traction.

Contrainte	Déformation (μdef)		
$(N.mm^{-2})$	ciment dentaire	résine	
0	0	0	
$9.25.10^5$	61	301	
$2.11.10^{6}$	171	704	
$3.05.10^{6}$	984	1124	

Déformation (µm/m) 1200 Résine Ciment dentaire 800 400 0 1.5 3 Contrainte (N/mm²)

TABLE 4.3 – Déformations mesurées dans l'éprouvette bi-composant.

FIGURE 4.18 – Courbes de déformation pour l'éprouvette bi-composant.

Grâce à notre technique d'interrogation nous pouvons isoler la partie du réseau de Bragg que nous souhaitons étudier. Nous avons décidé de la scinder en 3 parties égales :

- une première partie ou le réseau se situe exclusivement dans le ciment dentaire ;
- une seconde partie ou le réseau se situe à moitié dans le ciment dentaire, et à moitié dans la résine;
- une dernière partie ou le réseau se situe uniquement dans la résine.

Nous avons donc trois interférogrammes que nous pouvons traiter indépendamment et qui correspondent chacun à une zone géographique dans le réseau de Bragg.

Nous effectuons ensuite une transformée de Fourier sur chacun des interférogrammes pour trouver la longueur d'onde de Bragg correspondante.

Nous comparons dans le tableau 4.4, page 96, et sur la courbe 4.20, page 96, les résultats de la déformation dans la résine issus de la méthode du barycentre avec ceux obtenus après extraction de l'interférogramme.


FIGURE 4.19 – Schéma de principe de la méthode.



TABLE 4.4 – Déformations de la résine en fonction de la méthode.



Il paraît donc imprécis d'utiliser la méthode du barycentre sur une configuration où la déformation est non uniforme.

Analyse du gradient de déformation

Dans un premier temps nous avons représenté l'évolution de la phase du réseau avant et après insertion dans l'éprouvette (avec et sans sollicitation de traction) (cf figure 4.21, page 97).



FIGURE 4.21 – Profil d'indice le long du réseau.

Nous utilisons la méthode décrite en 1.4.2, page 17, pour déterminer le gradient de déformation le long du réseau.

Dans le chapitre 2, page 31, nous nous sommes attachés à corriger l'erreur de mesure commise par la négligence de la déformation radiale appliquée au réseau. Or cette méthode utilise la formule 2.6, page 32, qui ne prend en compte que la déformation axiale appliquée au réseau de Bragg. Nous commettons donc une erreur de mesure, mais cette erreur reste très faible car inférieure au % (cf chapitre 2.1.1, page 37).

Dans les courbes 4.22, page 98, nous comparons les résultats expérimentaux et les résultats de la simulation numérique. Les allures générales sont similaires. On note cependant sur les courbes de mesure des ondulations qui atteignent plusieurs dizaines de pour cents de la valeur moyenne. Ces ondulations ne restent pas à la même position sur le réseau.

L'amplitude des déformations mesurées est à rapprocher du niveau des déformations dues au retrait de polymérisation. Nous constatons que les déformations initiales sont presque d'une ordre de grandeur supérieures à celle produites par le chargement mécanique.

Le décalage de niveau de déformation dans la zone de la résine époxy avec le modèle peut avoir plusieurs sources. Il peut s'agir d'un défaut de position de la fibre dans l'éprouvette ou d'un écart de l'axe de la force de traction par rapport à l'axe de symétrie de l'éprouvette. Il pourrait s'agir aussi du résultat d'un déchaussement de la fibre optique qui "glisserait" dans son logement tout en subissant un frottement important, résultat des contraintes de compression radiales.

Les ondulations sur les courbes peuvent provenir à la fois de défauts de fabrication et de la présence de déchaussements locaux qui évoluent avec le niveau de chargement extérieur. Concernant la résine, un mélange inhomogène des constituants de la résine époxy pourrait procurer des gradients de propriétés mécaniques locales. On peut aussi subir l'effet de porosités introduites lors de la coulée de la résine, bien que celle-ci ait été dégazée au préalable. Pour le savoir, il faudrait désormais découper l'éprouvette et examiner sa morphologie au voisinage du réseau de Bragg. Du côté du ciment dentaire, un



FIGURE 4.22 – Gradient de déformation théorique et mesuré dans la fibre optique incluse dans l'éprouvette bi-composant.

défaut de répartition des charges dont la taille maximale peut atteindre quelques microns créerait une perturbation du champs contraintes local.

Si l'interface fibre-résine ou fibre-ciment est endommagée, l'application d'une contrainte extérieure peut faire évoluer cet endommagement et redistribuer alors le champ de déformations. Ce type de pathologie a déjà été rapporté dans la littérature par Botsis [63].

Quelques imperfections géométriques peuvent aussi avoir été introduites à la fabrication de l'éprouvette, comme par exemple un décalage de la liaison résine-ciment entre les deux demi-éprouvettes(4.23, page 99).



FIGURE 4.23 – Défaut possible sur l'éprouvette.

4.2 Instrumentation d'un composite stratifié à travers son épaisseur

4.2.1 Objectif

L'intégration de fibres optiques dans les composites a été pratiquée depuis plus de 25 ans [24, 25, 28, 31, 35, 40, 41]. L'idée initiale consistait soit à coller un réseau de Bragg en surface d'un composite, soit à l'insérer à la fabrication.

Pour cela les composites stratifiés s'y prêtent bien. En effet, on peut déposer la fibre optique entre les couches de pré-imprégné par exemple. Cela peut toutefois affecter la résistance des plis voisins qui subissent une ondulation. Pour éviter ce phénomène, une idée consiste à noyer une fibre optique au sein d'un pli unidirectionnel dans la direction des fibres. Si ce pli a une épaisseur supérieure à celle de la fibre optique, alors aucune sur-épaisseur ou ondulation des plis voisins n'est constatée.

L'objectif de cette partie est d'expérimenter l'insertion de fibres optiques à travers l'épaisseur d'un stratifié. Cela peut présenter plusieurs intérêts comme :

- Soumettre le réseau de Bragg à de grandes hétérogénéité du champ de déformation ;
- évaluer les difficultés d'intégration du capteur;
- Suivre le retrait de polymérisation de la résine et quantifier la déformation induite;
- mesurer un gradient de déformation dû à l'effort tranchant.

Pour cela, nous avons développé un protocole de mise en œuvre d'un stratifié incluant un réseau de Bragg.

4.2.2 Mise en œuvre

Nous intégrons des capteurs à réseau de Bragg dans des plaques stratifiées. La mise en ceuvre consiste à stratifier les plis en voie humide, puis à piquer la fibre optique à travers le stratifié non réticulé, en plaçant le réseau de Bragg de 10 mm dans la zone stratifiée. Les fibres de renforts sont ainsi écartées et remplacées par la fibre optique et des zones riches en résine.

Différentes orientations d'intégration du capteur seront retenues, mais la réalisation des empilements, hormis leurs dimensions, sera basée sur l'utilisation de nappes unidirectionnelles de fibres de verre de 300 g/m^2 . La séquence d'empilement choisie pour notre étude est $[0, 90]_{4S}$.

Pour assurer l'intégrité des fibres optiques lors de leur insertion dans la plaque en cours de fabrication, il a fallu mettre au point des dispositifs spécifiques.

Le premier problème rencontré était de réaliser un support capable de maintenir les réseaux de Bragg ainsi que les plaques en composite en position adéquate pour permettre aux premiers de traverser les seconds sans courbures, sans contraintes externes ni pertes optiques. Nous avons opté pour l'emploi d'une guillotine comportant un plateau support capable d'accueillir les renforts à imprégner.



(a) Shéma du montage

(b) Photo du montage

FIGURE 4.24 – Montage de mise en place stratifié/réseaux de Bragg.

À cette guillotine a été incorporé un système de poulies auto-bloquantes afin de maintenir les réseaux en bonne position, c'est-à-dire suffisamment espacés pour qu'ils ne se gênent pas lors de la mise en place et durant la polymérisation.

Après avoir résolu le problème des fibres qui devaient traverser à la fois le stratifié, un film polyester sur chaque face et la plaque support qui sert de moule, il nous est apparu que les fibres pourraient subir des contraintes dans le stratifié lors de la polymérisation provoquant éventuellement des micros courbures source de pertes de signal. Pour limiter ce risque, plusieurs expériences ont été menées et sont rapportées dans les paragraphes qui suivent.

En vue de mettre en place un protocole expérimental pour l'insertion finale, des fibres sont sollicitées en tension en appliquant des poids différents aux extrémités de chaque fibre, et on mesure la perte de puissance optique après la polymérisation totale de la résine. Ces résultats sont reportés pour les deux orientations de fibres dans les tableaux 4.5, page 101, et 4.6, page 101.

Nous constatons dans le tableau 4.5, page 101, que lorsqu'on accroche un poids de 200 g à l'extrémité de la fibre, les pertes optiques sont totalement évitées.

Le tableau 4.6, page 101, nous montre que dans ce cas le niveau de traction que l'on impose sur la fibre optique n'est pas en mesure de réduire les pertes à zéro. La raison principale est que le retrait dans l'épaisseur du stratifié est plus important que le retrait

Poids appliqué	Puissance délivrée	Puissance détectée	Puissance relative
à la FO (g)	par la source (mW)	après passage dans la fibre	perdue $(\%)$
0	1,001	$0,\!674$	32,66
100	1,008	0,880	12,7
200	1,012	1,012	0

TABLE 4.5 – Puissance perdue pour une fibre insérée à 90°.

Poids appliqué	Puissance délivrée	Puissance détectée	Puissance relative
à la FO (g)	par la source (mW)	après passage dans la fibre	perdue $(\%)$
0	1,005	$0,\!845$	16
100	1,005	$0,\!894$	11
200	1,003	0,870	13

TABLE 4.6 – Puissance per due pour une fibre insérée à $45^{\circ}.$

dans le plan, ce qui contraint la fibre optique à onduler au passage de chaque pli du stratifié. Ce phénomène sera à rapprocher des résultats de mesure de déformation de l'éprouvette stratifiée à la fin de cette partie.

Le résultat de la mise en œuvre est une fibre optique dénudée insérée au sein de la matière comme représenté sur la coupe micrographique 4.25, page 101. On distingue la fibre optique à 45° de l'horizontale. Les plis orientés à 0° apparaissent comme des traits horizontaux puis des zones sombres plus riches en résine car la fibre optique a séparé les fibres de renfort obligées alors de passer devant et derrière par rapport à cette photographie. Les plis à 90° sont vus comme des points de couleur claire qui viennent en contact avec la fibre optique. Chaque plis a une épaisseur voisine de 0,3 mm.



FIGURE 4.25 – Coupe micrographique d'une fibre optique insérée à 45° dans un stratifié.

4.2.3 Mesure du retrait de la résine dans un stratifié avec un réseau de Bragg

Dans un premier temps nous avons utilisé ces capteurs à réseau de Bragg pour mesurer le retrait de la résine dans nos plaques composites. Préalablement à la mesure à l'OLCR, une mesure à l'OSA est effectuée. Nous notons au vu de la courbe 4.26, page 102, que le fort gradient de déformation axiale le long du réseau rend incohérente une éventuelle mesure de la déformation moyenne le long du réseau.



FIGURE 4.26 – Réponse spectrale du réseau de Bragg dans l'éprouvette stratifiée.

Les capteurs ont donc été insérés avant la polymérisation de la résine et les résultats de la mesure de déformation sont présentés sur la figure 4.28, page 103. Chaque réseau de Bragg commence et se termine à l'extérieur de la matière de part et d'autre de la plaque traversée.



FIGURE 4.27 – Fibre insérée à 90° .

La fibre optique se comporte comme un barreau en verre, matériau isotrope élastique linéaire. La polymérisation de la résine (qui diminue de volume) entraine la fibre optique dans son retrait à partir du moment ou la raideur de la résine devient suffisante.

Ce phénomène commence au milieu de l'éprouvette (moins de concentrations de contraintes qui facilitent l'écoulement aux extrémités) ce qui explique la forme parabolique (et la zone de transition) de la courbe représentant le profil de déformation de la fibre optique.



FIGURE 4.28 – Déformation du réseau due au retrait de cuisson pour une fibre insérée à 90° .

En effet, dans un premier temps, la résine trop liquide "glisse" sur la fibre optique. On note l'asymétrie de la courbe, due au process de fabrication asymétrique également. L'éprouvette étant posée un coté sur un support, et l'autre coté laissée libre pendant la polymérisation de la résine.

Ce même phénomène est observé lorsque la fibre optique est insérée à 45°.



FIGURE 4.29 – Fibre insérée à 45° .



FIGURE 4.30 – Déformation du réseau due au retrait de cuisson pour une fibre insérée à 45° .

Nous avons utilisé cette dernière une éprouvette pour permettre à la fibre optique de devenir un capteur de mesure de la déformation de cisaillement due à l'effort tranchant dans une poutre composite. Aucune autre technique extensométrique ne peut-être utilisée *in-situ*.

La poutre stratifiée est fabriquée plus longue que nécessaire initialement pour permettre de la déplacer sous les appuis du montage et ainsi placer le capteur dans différentes zones de flexion (avec ou sans effort tranchant, avec ou sans moment fléchissant). Le montage d'essai est entièrement mécanique afin de pouvoir se placer près du réflectomètre sans créer de vibrations. Une série d'essais de flexion a ainsi été réalisée dans différentes configurations afin d'obtenir le profil de déformation de la fibre optique insérée dans l'éprouvette en composite.

4.2.4 Présentation des essais de flexion

Cinq configurations de flexion quatre points sont employées afin d'appliquer à la fibre optique différents moments de flexion et efforts tranchants seuls ou en combinaison. Sur la figure (référence montage de flexion), on aperçoit la lame composite, deux appuis extérieurs fixés au marbre, un cavalier en aluminium fixé aux deux appuis centraux et supportant une masse en acier suspendue.



(a) Montage de flexion quatre points vu de profil. (b) Montage de flexion quatre points vu de dessus.



FIGURE 4.31 – Essai de flexion.



Dans la première série de mesure, le réseau de Bragg a été placé juste au milieu entre les deux appuis centraux. L'état des contraintes généralisées à l'endroit du capteur est appelé de la flexion pure : le moment fléchissant est constant et l'effort tranchant est nul. Les contraintes normales évoluent linéairement dans l'épaisseur et les contraintes tangentielles sont nulles.

FIGURE 4.32 – Configuration 1 - flexion pure; M=1975 N.mm, T=0 N.



Le capteur est placé entre un appui central et un appui extrême. A cet endroit, le chargement est dit de flexion simple, car le moment fléchissant et l'effort tranchant sont tous les deux non nuls. On se trouve en présence d'une distribution de contraintes normales et de contraintes tangentielles non nulles. Le niveau de ces dernières dépend de la position suivant l'axe x.

FIGURE 4.33 - Configuration 2 - flexion simple; M=1646 N.mm, T=13,17 N.



Il s'agit d'un chargement similaire au précédent, avec un moment fléchissant plus faible et le même effort tranchant.

FIGURE 4.34 - Configuration 3 - flexion simple; M=329 N.mm, T=13,17 N.



Un essai de flexion 4 points antisymétrique est réalisé. Comme dans les parties précédentes, la répartition des déformations normales et de cisaillement dépend de la position du réseau de Bragg par rapport aux appuis. Le réseau de Bragg est placé au centre de l'essai afin de le soumettre uniquement à un état de contraintes tangentielles.

FIGURE 4.35 - Configuration 4 - Cisaillement pur; M=0 N.mm, T=19,76 N.



Cas de flexion simple, avec un essai de flexion à 4 points antisymétrique. Ce cas revient pour le réseau de Bragg à une sollicitation similaire à celle de la figure 4.33.

FIGURE 4.36 - Configuration 5 - Flexion simple; M=494 N.mm, T=6,59 N.

4.2.5 Modélisations associées

Détermination des caractéristiques mécaniques de l'éprouvette

L'éprouvette utilisée mesure 500 mm de long, 50 mm de large et 4,75 mm de haut, et nous posons les hypothèses que nous travaillons en élasticité linéaire et que la liaison fibres/matrices est parfaite.

Module d'Young et coefficient de Poisson de la fibre de verre : $E_f = 75.4 \ GPa$ et $\nu_f = 0, 19$.

Module d'Young et coefficient de Poisson de la matrice époxy : $E_m = 3, 1$ GPa et $\nu_m = 0, 4$. Taux de fibre : $V_f = 0, 4$

La loi des mélanges nous donne $E_x = E_f V_f + E_m (1 - V_f) = 32,02$ GPa et $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) = 0,316$

La loi des mélanges inverse nous donne $E_y = E_z = \frac{1}{\frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}} = 5,03 \ GPa$ et nous avons $\nu_{yx} = \nu_{zx} = \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} = 0,05$

Pour la prise en compte de l'effort tranchant, nous calculons les modules de cisaillement :

 $\begin{array}{l} \text{Inerv}:\\ G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} \text{ et } G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)}\\ \text{Ce qui nous donne avec la loi des mélanges :}\\ G_{xy} = G_{xz} = \frac{1}{\frac{V_f}{G_f} + \frac{1-V_f}{G_m}} = 2,11 \ GPa \ \text{et } G_{yz} = \frac{E_t}{2(1+\nu_{xy})} = 2,17 \ GPa \end{array}$

Modélisation sous Comsol

Nous modélisons partiellement la séquence de stratification de l'éprouvette dans la région d'insertion du capteur. Le stratifié est constitué de 16 couches orthotropes. Nous simplifions le problème nous plaçant en état de déformations planes. Ce choix ne procure dans notre cas qu'un état de contraintes approché car cela revient à considérer que les déformations transverses dans le plan de l'éprouvette sont nulles. La fibre optique n'est pas représentée dans le modèle.

Maillage

L'éprouvette est séparée en trois zones afin de faciliter le calcul :

- la région où se trouve la fibre optique de 10 mm de large, représenté par 16 couches orthotropes maillée finement où la taille de chaque élément mesure au maximum 80 μm ;
- deux régions connectées à la première loin de la fibre qui complètent la longueur de l'éprouvette de large avec les caractéristiques mécaniques moyennes des plis, maillées avec 34740 éléments de type triangle.



FIGURE 4.37 – Maillage utilisé pour la modélisation sous Comsol.

On représente sur les figures 4.38, page 108 et 4.39, page 109, l'allure des contraintes normales et de cisaillement pour les cas dits de flexion pure et de cisaillement pur.



(a) Contrainte normale selon x.

FIGURE 4.38 – Flexion pure.

On constate bien que les contraintes normales évoluent linéairement dans la hauteur avec un niveau dépendant de la rigidité des plis. Les contraintes normales maximales étant dans les plis orientés à 0° par rapport à la direction X de l'éprouvette. L'allure des contraintes de cisaillement est parabolique avec une valeur nulle aux frontières haute et basse. Les déformations induites par ces distributions de contraintes seront représentées sur les courbes dans la partie résultats.



FIGURE 4.39 – Cisaillement pur.

Calcul de la déformation subie par la fibre optique

Le logiciel COMSOL nous permet d'extraire les composantes du tenseur des déformations sur le ligne théorique où se situe la fibre optique. A partir des composantes locales du champ de déformations, le résultat dont nous avons besoin est déduit au moyen des calculs suivants :

Dans le repère (x, z) de l'éprouvette, la matrice des déformations s'écrit : $\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_y \end{bmatrix}$

Les vecteurs \vec{n} et \vec{t} sont respectivement les vecteurs unitaires dans le sens axial et transversal de la fibre optique. Suivant la direction \vec{n} , le vecteur déformation s'écrit :

$$\vec{\epsilon} = \epsilon \vec{n} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}\epsilon_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\epsilon_{xy} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\epsilon_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\epsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

On retient uniquement la composante du vecteur déformation dans la direction de la fibre optique à l'aide du produit scalaire : $\epsilon_f = (\epsilon.\vec{n}).\vec{n} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \epsilon_{xy}$

C'est cette déformation ϵ_f qui est effectivement mesurée par notre capteur.

4.2.6 Résultats

Les profils de déformation calculés et mesurés sont tracés pour chaque configuration d'essai de flexion décrite plus haut.



FIGURE 4.40 – Configuration 1 - Comparaison Comsol / Expérience.



FIGURE 4.41 – Configuration 2 - Comparaison Comsol / Expérience.



FIGURE 4.42 – Configuration 3 - Comparaison Comsol / Expérience.



FIGURE 4.43 – Configuration 4 - Comparaison Comsol / Expérience.

4.2.7 Discussion

Tout d'abord, on relève des niveau faibles de déformation car nous avions choisi de solliciter faiblement l'éprouvette afin d'éviter une éventuelle défaillance de l'interface fibre optique - matériau composite. L'ensemble des déformations mesurées est ainsi inférieur à 150 micro-déformations. Sur les courbes expérimentales, des ondulations importantes apparaissent. Ces dernières semblent suivre spatialement la séquence d'empilement. Elles peuvent être dues essentiellement à trois facteurs :

- Le fait de transpercer l'empilement stratifié par la fibre optique avant polymérisation a provoqué de fortes hétérogénéités au voisinage de la fibre optique, mélangeant des zones riches en fibres ou en résine sur des zones périodiques de plusieurs dixièmes de millimètres. Ces hétérogénéités agissent comme des "points durs" qui activent nécessairement des gradients de contraintes et de déformations.



FIGURE 4.44 – Configuration 5 - Comparaison Comsol / Expérience.

- Comme nous l'avons déjà évoqué dans la partie décrivant la mise en œuvre du stratifié, le retrait anisotrope (plus important hors plan que dans le plan des plis du stratifié) provoque des pertes de signal d'une dizaine de pour cent qui signifient que la fibre optique subit des micro courbures. Ces dernières sollicitent la fibre optique de manière non rectiligne lorsqu'on applique des sollicitations extérieures.

On constate toutefois que les calculs suivent les tendances des courbes expérimentales, tant en ce qui concerne les déformations liées aux contraintes normales que celles dues aux contraintes de cisaillement. La différence majeure entre l'éprouvette et le calcul est que, dans la première, des hétérogénéités importantes sont présentes au voisinage de la fibre optique tandis que le calcul suppose que chaque pli est homogène.

4.2.8 Conclusion

Ces constats, associés aux remarques sur une possible défaillance de l'interface fibre optique - résine de la partie précédente, cautionnent fortement la possibilité de mesurer avec précision des gradients de déformations au sein d'un composite stratifié. De plus, nous avons observé que la fibre optique est intrusive dans la mesure où elle modifie la morphologie locale de l'empilement stratifié, rendant à la fois la modélisation impossible pour le moment et l'interprétation des mesures problématique. Nous ne conseillons donc pas d'intégrer des réseaux de Bragg à travers l'épaisseur d'un composite stratifié sans considérer différemment les modifications de microstructure générée par la présence du capteur et sans résoudre le problème du retrait important de la résine qui provoque un champ de déformations anisotrope.

Conclusion générale.

L'objectif scientifique de ce travail consistait à établir les possibilités et les limites de la mesure de déformations d'origine mécanique et thermique à l'aide de capteurs extensométriques à réseaux de Bragg insérés au cœur de matériaux polymères et composites. Le principe physique des mesures repose sur un couplage élasto-optique où l'indice de réfraction du cœur d'une fibre optique varie à la fois avec la déformation et la température et nous avons présenté à la fois le principe de mesures plutôt ponctuelles par réseau de Bragg comparativement à des mesures dites réparties appelées Raman, Brilloin et OFDR.

En nous intéressant plus particulièrement à l'utilisation des réseaux de Bragg, nous avons mis en évidence par des modèles ce calcul mécanique que lorsqu'une fibre optique, considérée comme un corps d'épreuve mécanique, est insérée à cœur d'un matériau hôte, la déformation transverse qu'elle subit influe parfois de manière non négligeable sur sa déformation longitudinale. Cette démonstration nous a donné l'opportunité de concevoir une nouvelle architecture de réseau de Bragg capable de mesurer les deux composantes axiale et radiale de la déformation locale.

En parallèle de ces développements théoriques, un grand nombre d'expériences ont été tentées avec plus ou moins de succès. Elles ont d'abord nécessité de développer un savoir-faire sur l'insertion d'une fibre optique *in situ* avec des matériaux homogènes ou composites. Le capteur devient, au cours de la mise en œuvre, un objet de préoccupation quant-à sa résistance à l'ensemble du process d'encapsulation, mais il nous renseigne aussi sur le comportement du matériau hôte en termes de retrait chimique et thermique. C'est ainsi que nous avons à la fois pris conscience que le capteur pouvait se trouver déjà fortement sollicité par cette étape, et accéder à des informations sur le comportement des matériaux avec les mesures de retrait plus on moins uniformes.

C'est souvent à cause de cette étape de mise en œuvre que le réseau de Bragg peut être soumis à un gradient de déformation qui rend sa lecture par simple analyse spectrale parfois chaotique, voire impossible. C'est pourquoi nous avons utilisé la technique de réflectométrie à faible cohérence qui, compte tenu de sa très grande précision de mesure de l'indice local de la fibre optique, nous a permis d'accéder aux gradients de déformation le long des réseaux employés.

En soumettant un barreau de résine époxy incluant des capteurs à des sollicitations de traction, de flexion et à un changement de température, nous avons mis en évidence que, lorsque le réseau de Bragg est sollicité principalement suivant son axe de mesure, l'erreur commise est négligeable. Par contre, pour une sollicitation d'origine thermique la dilatation différentielle de milieux solides en présence de la fibre provoque des déformations induites que le capteur traduit avec un niveau d'erreur significatif.

En concevant et en expérimentant un corps d'épreuve bi-composants, nous avons mis en défaut la technique d'interprétation qui consiste à détecter l'activité de plusieurs pics éventuels sur le spectre de la réponse du capteur. En effet, il n'y a pas bijection entre la distribution linéique des déformations sur le réseau de Bragg et la mesure spectrale. Il est donc, dans ce cas, indispensable de recourir à une mesure en réflectométrie OLCR. Sur cette éprouvette originale, nous avons soulevé des questions sur la tenue mécanique de l'interface entre le capteur et le matériau d'encapsulation, compte tenu que la phase de mise en œuvre (avec le retrait de la résine époxy) déforme le capteur de manière particulièrement sévère, ce qui cautionne sa réponse aux chargements mécaniques. En effet, le gradient de déformation imposé n'est pas reproduit par les mesures de manière très précise. Nous montrons par la modélisation mécanique que le réseau de Bragg est intrusif, sans pouvoir le décrire lors des essais à cause d'une série d'ondulations aléatoires dont nous n'expliquons pas l'origine de manière totalement satisfaisante. Nous atteignons vraisemblablement les limites de cette technique de mesure. Il faut toutefois admettre que le gradient de déformations que nous avons appliqué est particulièrement sévère avec un saut brusque entre les milieux de rigidités différentes.

Le passage à la mesure sur stratifié exacerbe l'ensemble des inconvénients que peut présenter la technique de mesure de déformation par réseau de Bragg. Même si nous avons trouvé avantage à exploiter la mesure de retrait pour mieux comprendre le comportement du stratifié à travers son épaisseur lors de la phase de réticulation, les résultats de mesure de gradient de déformation sans sollicitation mécanique sont peu en accord avec l'état de déformation théorique. Une partie de cet écart modèle-mesures est facile à admettre car, en insérant le capteur, nous avons modifié la microstructure locale et ainsi rendu le modèle de calcul inapproprié. Pour poursuivre éventuellement cette activité, il sera impératif dans la modélisation de décrire plus exactement l'architecture fibreuse au plus près du capteur.

En perspective, plusieurs développements peuvent être conduits pour compléter ces analyses. D'abord, il sera utile de poursuivre l'analyse de la réponse d'un réseau de Bragg classique à des sollicitations d'origines thermique et mécanique couplées dont nous pourrons mesurer les effets grâce au montage de sollicitation multiaxial développé.

Ensuite la nouvelle architecture de capteur à réseau de Bragg exploitant les modes de gaine mérite, à nos yeux, d'être développée pour procurer de nouvelles possibilités de mesures plus justes, car capables de tenir compte du couplage des déformations axiales et radiales entre la fibre optique et le matériau environnant. Enfin le potentiel des fibres optiques n'a pas encore été totalement exploité pour effectuer des mesures de déformation à très long terme.

Annexe A

Mesure du coefficient de réflexion complexe de composants fibrés

A.1 Réflectométrie en lumière faiblement cohérente

A.1.1 Dispositif expérimental

Le réflectomètre est composé de deux interféromètres de Michelson couplés : un interféromètre partiellement fibré et un interféromètre en espace libre, comme cela est schématisé sur la figure A.1.



 $FIGURE \ A.1 - \text{Le réflectomètre}$

L'échantillon testé est connecté à l'interféromètre fibré. L'intensité détectée est fonction de la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre, si bien que, lorsque le miroir mobile se déplace, le détecteur enregistre des variations d'intensité constituant un interférogramme. Etant donnée la largeur spectrale de la source, l'extension spatiale des interférogrammes est limitée. Par exemple, avec une source de largeur spectrale de l'ordre de 50 nm, les interférences se produisent sur une quarantaine de micromètres environ.

L'analyse des données requiert un échantillonnage fin et régulier des données. La méthode la plus efficace pour répondre à cet impératif consiste à exercer un contrôle

interférométrique du déplacement du miroir mobile du réflectomètre. C'est pourquoi ce miroir est inclus dans un second interféromètre de Michelson en espace libre. Comme la source de ce dernier interféromètre est très cohérente (laser stabilisé en fréquence), il peut, par comptage de franges, être utilisé pour repérer avec précision la position du miroir mobile.

A.1.2 Analyse des données



FIGURE A.2 - Parcours de l'onde optique

Au bras de test, de longueur ℓ_2 et d'indice n_2 , est connecté l'échantillon à analyser, de longueur ℓ_e et d'indice n_e . Le bras de référence est constitué d'une fibre de longueur ℓ_1 et d'indice n_1 . La distance parcourue par la lumière dans l'air est notée ℓ_a et l'indice de l'air n_a est calculé en fonction de la température, de la pression et de l'humidité à l'aide de la relation établie par Eldén¹.

Les champs électriques E_t et E_r des ondes provenant respectivement des bras de test et de référence sont donnés par :

$$E_{\rm r}(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} r_{\rm r}(\sigma)\rho(\sigma) {\rm e}^{{\rm i}2\pi\sigma[ct-L_{\rm r}(\sigma)]} {\rm d}\sigma$$

$$E_{\rm t}(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} r_{\rm t}(\sigma)\rho(\sigma) {\rm e}^{{\rm i}2\pi\sigma[ct-L_{\rm t}(\sigma)]} {\rm d}\sigma$$
(A.1)

où σ est le nombre d'onde, $\rho(\sigma)$ la densité spectrale d'amplitude du champ électrique et $r_{\rm r}(\sigma)$ et $r_{\rm t}(\sigma)$ les coefficients de réflexion du bras de référence et de l'échantillon. Ces fonctions ont été prolongées analytiquement pour les fréquences négatives de telle sorte que $f(-\sigma) = f^*(\sigma)$. Les chemins optiques $L_{\rm t}$ et $L_{\rm r}$ dans les bras de test et de référence s'expriment, d'après le schéma A.2, comme :

$$\begin{aligned} L_{\rm r} &= 2n_e \,\ell_e + 2n_2 \,\ell_2 \\ L_{\rm t} &= 2n_a \,\ell_a + 2n_1 \,\ell_1 \end{aligned}$$

Comme le détecteur intègre sur un temps long par rapport au temps de cohérence de la source, l'intensité lumineuse est la moyenne temporelle de l'intensité instantanée totale : $I = \langle |E_1(A,t) + E_2(A,t)|^2 \rangle_t$. En pratique le détecteur coupe la composante continue de l'intensité pour ne garder que le signal d'interférences :

$$I(x) = \int dt \int_{-\infty}^{+\infty} r_{\rm r}(\sigma)\rho(\sigma) e^{i2\pi\sigma[ct - L_{\rm r}(\sigma)]} d\sigma \int_{-\infty}^{+\infty} r_{\rm t}^*(\sigma')\rho^*(\sigma') e^{-i2\pi\sigma[2ct - L_{\rm t}(\sigma')]} d\sigma' \quad (A.2)$$

1. $10^{\circ}(n_a - 1) = 0.3836391 \text{ P}\left[\frac{1 + 1(0.011 - 0.0160 \text{ I})^{-1.10}}{1 + 0.0036610 \text{ T}}\right] - 3.033.10^{-3} \text{ H} \exp\left[0.057627 \text{ T}\right]$ où T est la température (en °C), P la pression atmosphérique (en mmHg), H l'humidité relative (en %). soit en inversant l'ordre des intégrations :

$$I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{\rm t}(\sigma) S(\sigma) e^{-i2\pi\sigma [L_{\rm r}(\sigma) - L_{\rm t}(\sigma)] d\sigma}$$
(A.3)

où $S(\sigma) = r_r(\sigma)|\rho(\sigma)|^2$ est la densité spectrale de puissance de la source filtrée par le système.

Dans le cas de l'interféromètre de Michelson en espace libre, parvenu à cette étape du calcul, il est naturel de choisir comme origine de mesure du déplacement du miroir mobile, la position d'équilibre des deux bras. Une telle définition n'est pas possible sans ambiguïté dans le cas de l'intefréromètre fibré. En effet, les fibres étant dispersives, il n'existe pas de position du chariot pour laquelle les chemins optiques dans les deux bras sont égaux pour chaque longueur d'onde.

Cependant, si le spectre de la source lumineuse est suffisamment étroit et centré en σ_0 , alors il est possible d'effectuer un développement limité de l'indice de réfraction $n_j(\sigma)$ de chaque milieu autour de σ_0 :

$$n_{j}(\sigma) = n_{j}(\sigma_{0}) + \left. \frac{dn_{j}(\sigma)}{d\sigma} \right|_{\sigma_{0}} (\sigma - \sigma_{0}) + \left. \frac{1}{2} \frac{dn_{j}^{2}(\sigma)}{d\sigma^{2}} \right|_{\sigma_{0}} (\sigma - \sigma_{0})^{2} + \dots = \tilde{n}_{j} + \beta_{j}(\sigma) \quad (A.4)$$

où $\tilde{n}_j = n_j(\sigma_0) + \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{(-\sigma_0)^p}{p!} \left. \frac{d^p n_j(\sigma)}{d\sigma^p} \right|_{\sigma_0}$ est la somme de tous les termes constants du

développement limité et $\beta_j(\sigma)$ un polynôme qui ne comporte pas de terme constant. Compte tenu de ces expressions et des notations du schéma A.2, le point origine est défini comme la position ℓ_0 du chariot pour laquelle :

$$\tilde{n}_e \ell_e + \tilde{n}_2 \ell_2 = n_a \ell_0 + \tilde{n}_1 \ell_1 \tag{A.5}$$

Lorsque le rétroréflecteur s'éloigne d'une quantité x de la position d'origine, la distance parcourue par la lumière dans l'air (bras de référence) est égale à $n_a (\ell_0 + 2x)$, du fait du repliement du faisceau par le coin cube. La différence de marche, $\Delta L(\sigma) = L_r(\sigma) - L_t(\sigma)$, entre les deux ondes interférant, est alors égale à :

$$\Delta L(\sigma) = 2 \left[\beta_e(\sigma)\ell_e + \beta_2(\sigma)\ell_2 - \beta_1(\sigma)\ell_1\right] - 4\pi \, n_a \sigma x \tag{A.6}$$

Finalement, en reportant A.6 dans l'équation A.2, on obtient :

$$I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{t}(\sigma) S(\sigma) e^{i \Phi(\sigma)} e^{-i 8\pi \sigma \Delta x n_{a}} d\sigma$$
(A.7)

avec

$$\Phi(\sigma) = 4\pi\sigma \left[\beta_e(\sigma)\ell_e + \beta_2(\sigma)\ell_2 - \beta_1(\sigma)\ell_1\right]$$
(A.8)

La relation A.7 constitue la base de l'analyse des mesures. Elle montre que les termes $r_t(\sigma)$ et $\Phi(\sigma)$ peuvent être déterminés à l'aide à la transformée de Fourier de l'interférogramme.

 $\Phi(\sigma)$ contient toute la phase accumulée par l'onde lors de son trajet aller-retour dans le réflectomètre et l'échantillon. Dans l'équation A.8, le terme $\beta_e(\sigma)\ell_e$ est lié à l'élément étudié et le reste à l'interféromètre. Pour déterminer le déphasage dû à l'échantillon uniquement, il suffit donc d'effectuer une première mesure à vide qui donne le déphasage induit par l'interféromètre puis de connecter l'échantillon et d'effectuer une seconde mesure. Le déphasage $\Phi_e(\sigma)$ créé par l'échantillon seul s'obtient simplement par soustraction.

Le temps de groupe, qui correspond au temps mis par le paquet d'onde pour parcourir la longueur L de l'échantillon, est défini par : $\tau_g = (L/2\pi c) dk/d\sigma$ où k est le module du vecteur d'onde, soit : $k = 2\pi n_e(\sigma) \sigma$. Compte tenu de A.4, le temps de groupe peut s'exprimer comme :

$$\tau_g = \frac{1}{4\pi c} \left[2\tilde{n}_e \ell_e + \frac{d\Phi_e}{d\sigma} \right] \tag{A.9}$$

Le temps de groupe est donc directement relié à la dérivée première de la phase, à laquelle s'ajoute des termes constants, généralement indéterminés. En pratique, seules les variations du temps de groupe sont importantes. Ajouter des termes constants dans le temps de groupe revient simplement à ajouter une certaine longueur de propagation dans le vide, ce qui n'est pas dispersif et ne déforme donc pas le signal. C'est pourquoi, par la suite, c'est le temps de groupe relatif qui sera considéré. Ce dernier est simplement donné par :

$$\tau_g = \frac{1}{4\pi c} \frac{d\Phi_e}{d\sigma} \tag{A.10}$$

À partir du calcul précédent et de la définition de la dispersion $D_{\sigma} = -(\sigma^2/L) d\tau_g/d\sigma$ on aboutit à la relation suivante :

$$D_{\sigma} = -\frac{\sigma^2}{4\pi \,\ell_e \,c} \, \frac{d^2 \,\Phi_e}{d \,\sigma^2} \tag{A.11}$$

Le calcul de la dispersion fait donc intervenir la dérivée seconde de la phase qui peut être obtenue à partir de l'ajustement de la dérivée première par un polynôme ou directement calculée.

Annexe B

Mesure du profil d'indice de réseaux de Bragg

B.1 Théorie des modes couplés

Pour reconstruire le profil longitudinal d'indice de réseaux de Bragg à partir de mesures par réflectométrie, deux algorithmes ont été adaptés et employés : méthode de Gel'fand-Levitan-Marchenko [64] et Layer-peeling [8]. Ces deux algorithmes s'appuient sur les équations des modes couplés. La fibre est supposée monomode et sans pertes. La variation longtudinale d'indice s'écrit $n(z) = n_{\text{eff}} + \Delta n(z)$ où n_{eff} est l'indice effectif du mode qui se propage et $\Delta n(z)$ la perturbation :

$$\Delta n(z) = \Delta n_{dc}(z) + \Delta n_{ac}(z) \cos\left[\frac{2\pi}{\Lambda_0}z + \frac{2\pi}{\Lambda_0^2}\int_0^z \left(\Lambda(z\prime) - \Lambda_0\right)dz\prime\right]$$
(B.1)

 $\Delta n_{\rm ac}$ est l'amplitude de modulation, $\Delta n_{\rm dc}$ l'indice effectif moyen et $\Lambda(z)$ le pas de modulation.

Les équations des modes couplés s'appuient sur l'approximation scalaire de l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu d'indice n:

$$\nabla^2 E(x, y, z, t) = \frac{n^2(x, y, z)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(x, y, z, t)$$
(B.2)

Lorsque le cœur de la fibre optique n'est pas photoinscrit, son indice $n_{\text{eff}}(x, y)$ est indépendant de z. Une solution de l'équation B.2 est alors donnée par :

$$E(x, y, z, t) = \Psi(x, y) e^{-i(\omega t - \beta z)}$$
(B.3)

où $\Psi(z)$ représente un mode se propageant suivant z avec une constante de propagation β et un facteur de confinement $\eta = \int_{\text{coeur}} \Psi^2 dx \, dy / \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^2 dx \, dy$. En injectant cette solution dans l'équation de propagation, on obtient :

$$\left[\nabla_{\perp}^{2} - \left(\beta^{2} - \frac{n_{\text{eff}}^{2}(x, y)\omega^{2}}{c^{2}}\right)\right]\Psi(x, y) = 0$$
(B.4)

où $\nabla_{\!\perp}^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$ est le laplacien transverse.

La présence du réseau de Bragg se traduit par l'apparition d'une modulation longitudinale de l'indice du cœur de la fibre : $n(z) = n_{\text{eff}} + \Delta n(z)$. Si la fibre est sans perte et monomode, deux ondes se propageant dans des sens opposés peuvent coexister. On note $u_{\rm f}(z)$ et $u_{\rm b}(z)$ les enveloppes lentement variables des amplitudes des deux ondes contrapropagatives. Le champ électrique total est alors donné par :

$$E(x, y, z, t) = \Psi(x, y) \left\{ u_{\rm f}(z) \, e^{-i[\omega t - (\beta - k)z - \psi_{\rm dc}]} + u_{\rm b}(z) \, e^{-i[\omega t + (\beta - k)z + \psi_{\rm dc}(z)]} \right\}$$
(B 5)

où $k = \beta - \pi / \Lambda_0$ et $\psi_{dc}(z) = (\eta \pi / n_{eff} \Lambda_0) \int_0^z \Delta n_{dc}(z') dz'.$

Les variations des champs $u_{\rm f}(z)$ et $u_{\rm b}(z)$ le long de la perturbation sont supposées lentes : $\partial^2 u_{\rm f} / \partial z^2 \ll \beta \partial u_{\rm f} / \partial z$ et $\partial^2 u_{\rm b} / \partial z^2 \ll \beta \partial u_{\rm b} / \partial z$. Elles peuvent donc être négligées. En injectant alors B.5 dans B.2, on obtient après multiplication par $\Psi(x, y)$, intégration dans le plan transverse et en négligeant les termes non synchrones :

$$\begin{pmatrix} i\partial_z & \Omega(z) \\ \Omega^*(z) & -i\partial_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\rm f}(z) \\ u_{\rm b}(z) \end{pmatrix} = -k \begin{pmatrix} u_{\rm f}(z) \\ u_{\rm b}(z) \end{pmatrix}$$
(B.6)

où $\Omega(z)$ est le coefficient de couplage du réseau :

$$\Omega(z) = \frac{K}{2} \Delta n_{\rm ac}(z) \, \exp\left[-2i \left(K \int_0^z \Delta n_{\rm dc}(z\prime) \, dz\prime + \frac{\pi}{\Lambda_0^2} \int_0^z \left(\Lambda(z\prime) - \Lambda_0\right) \, dz\prime\right)\right] \quad (B.7)$$

avec $K = \frac{\eta \pi}{n_{\text{eff}} \Lambda_0}$. Les relations B.6 constituent les équations des modes couplés. Elles sont à la base des différentes méthodes de recontruction du profil d'indice de réseaux de Bragg.

B.2 Algorithme du «Layer Peeling»

La technique du «layer peeling» a été initialement imaginée pour résoudre des problèmes de géophysique, puis généralisée à toute une classe de problèmes de diffusion inverse. Elle a été ensuite appliquée au problème de la conception de réseaux de Bragg [8].

Le «layer peeling» est basé lui aussi sur les équations des modes couplés B.6. La donnée d'entrée de l'algorithme est le coefficient de réflexion complexe du réseau. Pour effectuer la reconstruction du profil d'indice, le réseau est découpé en N tranches uniformes, il est en quelque sorte assimilé à un empilement de miroirs partiellement réfléchissants. L'algorithme s'appuie alors sur un argument de causalité stipulant que, à l'instant initial, la lumière réfléchie ne peut provenir que de la première tranche. La réponse impulsionnelle du réseau à l'instant initial, h(0), est donc proportionelle à ρ_1 , le coefficient de réflexion de cette tranche : $h(0) = \rho_1/2\Delta \ell$. Par ailleurs, c'est un résultat classique, la réponse impulsionnelle du réseau est donnée par la transformée de Fourier du coefficient complexe de réflexion :

$$h(z = v t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} r(k) e^{-ikz} dk$$
 (B.8)

Si Δk est le pas d'échantillonnage en nombre d'onde et M le nombre d'échantillons, il vient :

$$\rho_1 = 2\Delta\ell h(0) = \frac{\Delta\ell\Delta k}{\pi} \sum_{p=1}^{M} r(p\,\Delta k) \tag{B.9}$$

Le coefficient de réflexion de la première tranche est donc aisément calculable lorsque le coefficient de réflexion complexe du réseau est mesuré.

Il reste maintenant à relier ρ_1 aux caractéristiques du réseau. Cela se fait aisément en utilisant la théorie des modes couplés. En effet, dans le cadre de cette modélisation, on peut associer à la tranche du réseau une matrice de transfert T^j qui lie les champs à la sortie de la tranche aux champs à son entrée. Le coefficient de réflexion ρ_j de cette tranche est alors donné par :

$$\rho_j = -\frac{T_{21}^j}{T_{22}^j} = i \tanh |\Omega(j\Delta\ell)\Delta\ell| e^{-i \arg [\Omega(j\Delta\ell)]}$$
(B.10)

où $\Omega(j\Delta \ell)$ est le coefficient de couplage de la tranche considérée. En utilisant B.9 et B.10, on peut donc calculer le coefficient de couplage de la première tranche et en déduire ses caractéristiques.

Lorsque la première tranche est caractérisée, on peut calculer sa matrice de transfert et ainsi déterminer les champs aller et retour à l'entrée de la seconde tranche et donc le coefficient de réflexion du réseau privé de sa première tranche. On se retrouve alors dans la même situation qu'au départ, on peut donc utiliser la même procédure pour caractériser la seconde tranche et ainsi de suite jusqu'à ce que le réseau soit entièrement reconstruit.

B.3 Détermination des caractéristiques du réseau

Les deux algorithmes décrits précédemment permettent de déterminer le coefficient de couplage du réseau à partir de la mesure de son coefficient de réflexion. Il reste maintenant à décrire comment il est possible de déduire l'amplitude de modulation du réseau, son indice effectif moyen et la variation de son pas.

La détermination de l'amplitude de modulation est triviale. En effet, d'après B.7 :

$$\Delta n_{\rm ac} (z) = \frac{2 n_{\rm eff} \Lambda_0}{\eta \pi} |\Omega(z)| \tag{B.11}$$

Les déterminations de l'indice effectif moyen du réseau et de la variation de son pas sont nettement plus délicates. En effet, ces deux paramètres interviennent dans la phase du coefficient de couplage du réseau car tous deux modifient le chemin optique vu par l'onde :

$$\arg\left[\Omega(z)\right] = -\frac{2\pi\eta}{n_{\rm eff}\Lambda_0} \int_0^z \Delta n_{\rm dc}(z') \, dz' - \frac{2\pi}{\Lambda_0^2} \int_0^z \left(\Lambda(z') - \Lambda_0\right) \, dz' \tag{B.12}$$

Cela implique qu'il est nécessaire de disposer d'informations à *priori* pour être en mesure de différencier les deux. Expérimentalement, nous avons disposés de deux types de réseaux : des réseaux uniformes et des réseaux linéairement chirpés. Nous examinerons donc ces deux cas de figure.

Le pas d'un réseau uniforme est constant tout au long du réseau. La variation de phase du coefficient de couplage est alors uniquement due à l'indice effectif moyen et l'équation B.7 peut simplement se transformer en :

$$\Delta n_{\rm dc}(z) = -\frac{n_{\rm eff} \Lambda_0}{2 \pi \eta} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \left(\arg\left[\Omega(z) \right] \right) \tag{B.13}$$

Les réseaux non uniformes étudiés ont été inscrits à l'aide de masques de phase linéairement chirpés. Le pas de ces réseaux doit donc lui aussi avoir une variation linéaire : $\Lambda(z) = \Lambda_0 + \alpha z$. L'indice effectif moyen a quant à lui été supposé constant ou rapidement oscillant autour d'une valeur moyenne $\Delta n_{\rm dc}(z) = \overline{\Delta n_{\rm dc}} + f(z)$. La fonction f(z) oscillant rapidement a été ajoutée pour tenir compte d'observations faites sur les premiers réseaux testés. Avec ces hypothèses, la phase du réseau devient :

$$\arg\left[\Omega(z)\right] = -\frac{2\pi\eta\,\overline{\Delta n_{\rm dc}}}{n_{\rm eff}\,\Lambda_0}\,z - \frac{\pi}{\Lambda_0^2}\,\alpha\,z^2 - \frac{2\pi\eta}{n_{\rm eff}\,\Lambda_0}\int_0^z f(z')\,dz' \tag{B.14}$$

Elle oscille donc rapidement autour d'une parabole. Le point important dans la relation précédente est que le coefficient du second degré ne dépend que du chirp α . On peut ainsi facilement déterminer ce dernier en ajustant la phase du réseau par un polynôme du second degré. Lorsque cela est fait, la détermination de l'indice effectif moyen est aisée puisqu'il suffit de soustraire le terme $\pi \alpha z^2/\Lambda_0$ à la dérivée de la phase.

B.3.0.1 Méthodologie de mesures

La mesure d'un champ de température ou d'une déformation longitudinale repose sur la reconstruction de l'argument $\Psi(z)$ du coefficient de couplage du réseau de Bragg par la méthode exposée précédemment.

Tout d'abord, considérons qu'initialement, le réseau de Bragg se trouve soumis à une température et à une déformation longitudinale éventuellement non uniformes le long du réseau. Une première mesure donne $\Psi_0(z)$ la phase du réseau dans cet état initial. Supposons qu'ensuite, la température et la déformation varient et notons $\Delta T(z)$ et $\epsilon(z)$ les écarts par rapport à l'état initial. Une nouvelle mesure de la phase $\Psi(z)$ correspond alors à ce second état et $\Psi(z)$ est reliée à $\Psi_0(z)$, $\Delta T(z)$ et $\epsilon(z)$ par :

$$\Psi(z) - \Psi_0(z) = \int_0^z \left(K_{\epsilon}^{\Psi} \epsilon(z\prime) + K_{\Delta T}^{\Psi} \Delta T(z\prime) \right) dz\prime$$
(B.15)

Comme pour la technique basée sur la mesure du décalage spectral, les variations de température et de déformation longitudinales doivent être mesurées séparément en s'assurant que $\Delta T(z)$ ou $\epsilon(z)$ ne varient pas entre l'état initial et final lors des mesures de la phase du réseau de Bragg. Par ailleurs, l'étalonnage des coefficients $K_{\Delta T}^{\Psi}$ et K_{ϵ}^{Ψ} est également nécessaire.

Bibliographie

- [1] Micron optics. Case study team alinghi. Technical report.
- [2] Pierre Ferdinand. Réseaux de capteurs fibres optiques mesures et multiplexage. Techniques de l'ingenieur r460, 1999.
- [3] X. Li, C. Zhao, J. Lin, and S. Yuan. The internal strain of three-dimensional braided composites with co-braided fbg sensors. *Optics and lasers in engineering*, 45(7):819– 826, 2007.
- [4] A. Zadok, Y. Antman, N. Primerov, A. Denisov, J. Sancho, and L. Thévenaz. Random-access distributed fiber sensing. *Laser & Photonics Reviews*, 2012.
- [5] J.H. Jeong, K. Lee, K.Y. Song, J.M. Jeong, and S.B. Lee. Differential measurement scheme for brillouin optical correlation domain analysis. *Optics Express*, 20(24) :27094–27101, 2012.
- [6] K.Y. Song, Z. He, and K. Hotate. Distributed strain measurement with millimeterorder spatial resolution based on brillouin optical correlation domain analysis. *Optics letters*, 31(17) :2526–2528, 2006.
- [7] R. Gafsi, A. Malki, F. Ahdad, P. Lecoy, and J. Bures. Static stress optical-fiber sensor. Sensors and Actuators A : Physical, 62(1):501–505, 1997.
- [8] J. Skaar, L. Wang, and T. Erdogan. On the synthesis of fiber bragg gratings by layer peeling. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 37:165–173, 2001.
- [9] L. Wang and T. Erdogan. Layer peeling algorithm for reconstruction of long-period fibre gratings. *Electronics Letters*, 37 :155–156, 2001.
- [10] C. Lupi. Réalisation et mise au point d'un banc de réflectométrie optique faible cohérente : étude de fiabilité et caractérisation de fibres optiques passives et actives et de divers composants. 2001.
- [11] X. Chapeleau. Réflectométrie en lumière incohérente : synthèse exprimentale de réseaux de bragg fibrés. 2004.
- [12] X. Chapeleau, P. Casari, D. Leduc, Y. Scudeller, C. Lupi, R. Le Ny, and C. Boisrobert. Determination of strain distribution and temperature gradient profiles from phase measurements of embedded fibre bragg gratings. *Journal of Optics*, 2006.
- [13] J. M. Berthelot. Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures.4e édition. TEC&DOC Lavoisier, 2005.
- [14] C. Baley. Fibres naturelles de renfort pour matériaux composites. 2004.
- [15] M. Reyne. Technologie des composites. Hermes, 1990.
- [16] S. Vacher, J. Molimard, A. Vautrin, and H. Gagnaire. Embedded fibre optic sensors for real-time lri process monitoring. SHM 2002, page 7.

- [17] X.A. Aduriz, C. Lupi, N. Boyard, J.-L. Bailleul, D. Leduc, V. Sobotka, N. Lefèvre, X. Chapeleau, C. Boisrobert, and D. Delaunay. Quantitative control of rtm6 epoxy resin polymerisation by optical index determination. *Composites Science and Technology*, 67(15-16) :3196 – 3201, 2007.
- [18] V. Dewynter-Marty, P. Ferdinand, E. Bocherens, R. Carbone, H. Beranger, S. Bourasseau, M. Dupont, and D. Balageas. Embedded fiber bragg grating sensors for industrial composite cure monitoring. *Journal of intelligent material systems* and structures, 9(10) :785–787, 1998.
- [19] J.P. Dunkers, J.L. Lenhart, S.R. Kueh, J.H. van Zanten, S.G. Advani, and R.S. Parnas. Fiber optic flow and cure sensing for liquid composite molding. *Optics and lasers* in engineering, 35(2):91–104, 2001.
- [20] X.-A. Aduriz. Suivi in-situ de la mise en forme de pièces composites par capteurs fibres optiques. Thèse, École polytechnique de l'université de Nantes, 2007.
- [21] Stéphane Vacher. Capteurs fibres optiques pour le contrôle de l'élaboration et la caractérisation mécaniques des matériaux composites. Thèse, École nationale supèrieur des mines de St Etienne, 2004.
- [22] V. Antonucci, A. Cusano, M. Giordano, J. Nasser, and L. Nicolais. Cure-induced residual strain build-up in a thermoset resin. *Composites Part A : Applied Science* and Manufacturing, 37(4):592–601, 2006.
- [23] M. Giordano, A. Laudati, J. Nasser, L. Nicolais, A. Cusano, and A. Cutolo. Monitoring by a single fiber bragg grating of the process induced chemo-physical transformations of a model thermoset. *Sensors and Actuators A : Physical*, 113(2) :166–173, 2004.
- [24] M. Mulle, F. Collombet, P. Olivier, and Y.H. Grunevald. Assessment of cure residual strains through the thickness of carbon–epoxy laminates using fbgs, part i : Elementary specimen. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(1) :94– 104, 2009.
- [25] M. Mulle, F. Collombet, P. Olivier, R. Zitoune, C. Huchette, F. Laurin, and Y.H. Grunevald. Assessment of cure-residual strains through the thickness of carbon–epoxy laminates using fbgs part ii : Technological specimen. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 40(10) :1534–1544, 2009.
- [26] Yasir Nawab. Characterization and modelling of cure dependent properties of thermoset composites – application to the simulation of residual stresses. Thèse, UNiversité de Nantes, 2012.
- [27] R. De Oliveira, S. Lavanchy, R. Chatton, D. Costantini, V. Michaud, R. Salathé, and J.A.E. Månson. Experimental investigation of the effect of the mould thermal expansion on the development of internal stresses during carbon fibre composite processing. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(7) :1083–1090, 2008.
- [28] L. Sorensen, T. Gmür, and J. Botsis. Residual strain development in an as4/pps thermoplastic composite measured using fibre bragg grating sensors. *Composites Part* A : Applied Science and Manufacturing, 37(2):270–281, 2006.
- [29] JS Leng and A. Asundi. Real-time cure monitoring of smart composite materials using extrinsic fabry-perot interferometer and fiber bragg grating sensors. *Smart materials* and structures, 11:249, 2002.
- [30] AL Kalamkarov, SB Fitzgerald, and DO MacDonald. The use of fabry perot fiber optic sensors to monitor residual strains during pultrusion of frp composites. *Composites Part B : Engineering*, 30(2) :167–175, 1999.

- [31] JA Guemes and JM Menéndez. Response of bragg grating fiber-optic sensors when embedded in composite laminates. *Composites science and technology*, 62(7):959–966, 2002.
- [32] P. Ferdinand, S. Magne, and S. Rougeault. Rosette-type optical microsystem of strain gauges having dielectric guides for measuring a longitudinal strain in a planar structure, March 10 1998. US Patent 5,726,744.
- [33] S. Magne, S. Rougeault, M. Vilela, and P. Ferdinand. State-of-strain evaluation with fiber bragg grating rosettes : application to discrimination between strain and temperature effects in fiber sensors. *Applied optics*, 36(36) :9437–9447, 1997.
- [34] Y. Fan and M. Kahrizi. Characterization of a fbg strain gage array embedded in composite structure. Sensors and Actuators A : Physical, 121(2) :297–305, 2005.
- [35] YM Gebremichael, W. Li, WJO Boyle, BT Meggitt, KTV Grattan, B. McKinley, GF Fernando, G. Kister, D. Winter, L. Canning, et al. Integration and assessment of fibre bragg grating sensors in an all-fibre reinforced polymer composite road bridge. *Sensors and Actuators A : Physical*, 118(1):78–85, 2005.
- [36] F. Bosia, M. Facchini, J. Botsis, T. Gmür, and D. de'Sena. Through-the-thickness distribution of strains in laminated composite plates subjected to bending. *Composites science and technology*, 64(1) :71–82, 2004.
- [37] M.A. Mostafa, T. Gmür, and J. Botsis. Experimental study on the effects of the boundary conditions on the deformations of composite plates. *Composites science* and technology, 66(11) :1756–1765, 2006.
- [38] M. Studer, K. Peters, and J. Botsis. Method for determination of crack bridging parameters using long optical fiber bragg grating sensors. *Composites Part B : Engineering*, 34(4) :347–359, 2003.
- [39] L. Sorensen, J. Botsis, T. Gmür, and J. Cugnoni. Delamination detection and characterisation of bridging tractions using long fbg optical sensors. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(10) :2087–2096, 2007.
- [40] J. Botsis, L. Humbert, F. Colpo, and P. Giaccari. Embedded fiber bragg grating sensor for internal strain measurements in polymeric materials. Optics and Lasers in Engineering, 43(3-5):491 – 510, 2005. Optics in Switzerland.
- [41] F. Colpo and L. Humbertand J. Botsis. Characterisation of residual stresses in a single fibre composite with fbg sensor. *Composite Science and Technology*, 2007.
- [42] S. Triollet, L. Robert, E. Marin, and Y. Ouerdane. Discriminated measures of strain and temperature in metallic specimen with embedded superimposed long and short fibre bragg gratings. *Measurement Science and Technology*, 22 :015202, 2011.
- [43] E. Marin, L. Robert, S. Triollet, and Y. Ouerdane. Liquid resin infusion process monitoring with superimposed fibre bragg grating sensor. *Polymer Testing*, 2012.
- [44] R. Gafsi and M.A. El-Sherif. Analysis of induced-birefringence effects on fiber bragg gratings. Optical Fiber Technology, 6(3):299–323, 2000.
- [45] Menghe Miao, Jill McDonnell, Lucy Vuckovic, and Stephen C. Hawkins. Poisson's ratio and porosity of carbon nanotube dry-spun yarns. *Carbon*, 48(10) :2802 – 2811, 2010.
- [46] A. Bertholds and R. Dandliker. Determination of the individual strain-optic coefficients in single-mode optical fibres. *Lightwave Technology*, *Journal of*, 6(1) :17–20, 1988.

- [47] Axson. Epolam 2020 resin. Technical report.
- [48] Pierre Ferdinand. Capteurs à fibres optiques à réseaux de bragg. Techniques de l'ingenieur R 6 735, 1999.
- [49] L. Khoun, R. Oliveira, V. Michaud, and P. Hubert. Investigation of process-induced strains development by fibre bragg grating sensors in resin transfer moulded composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 42(3) :274–282, 2011.
- [50] Haifeng Xuan, Jian Ju, and Wei Jin. Highly birefringent optical microfibers. Opt. Express, 18(4) :3828–3839, Feb 2010.
- [51] J. Kou, F. Xu, and Y. Lu. Highly birefringent slot-microfiber. *Photonics Technology Letters*, *IEEE*, 23(15) :1034–1036, 2011.
- [52] Yang Yue, Guiyun Kai, Zhi Wang, Tingting Sun, Long Jin, Yunfei Lu, Chunshu Zhang, Jianguo Liu, Yan Li, Yange Liu, Shuzhong Yuan, and Xiaoyi Dong. Highly birefringent elliptical-hole photonic crystal fiber with squeezed hexagonal lattice. *Opt. Lett.*, 32(5):469–471, Mar 2007.
- [53] Y.F. Chau, C.Y. Liu, H.H. Yeh, and D.P. Tsai. A comparative study of high birefringence and low confinement loss photonic crystal fiber employing elliptical air holes in fiber cladding with tetragonal lattice. *Progress In Electromagnetics Research*, 22:39– 52, 2010.
- [54] H. Chi, X.-M. Tao, D.-X. Yang, and K.-S. Chen. Simultaneous measurement of axial strain, temperature, and transverse load by a superstructure fiber grating. *Optics Letters*, 26 :1949–1951, December 2001.
- [55] T. Allsop, D.J. Webb, and I. Bennion. A comparison of the sensing characteristics of long period gratings written in three different types of fiber. *Optical Fiber Technology*, 9(4) :210–223, 2003.
- [56] T. Erdogan. Cladding-mode resonances in short-and long-period fiber grating filters. J. Opt. Soc. Am., 14(8) :1760–1773, 1997.
- [57] V. Bhatia. Properties and sensing applications of long-period gratings. Thèse, Virginia Tech. Blackburg, 1996.
- [58] Corning. Corning smf28 optical fiber. Technical report, 2002.
- [59] Larissa Sorensen. The response of embedded FBG sensors to non-uniform strains in CFRP composites during processins and delamination. Thèse, École polytechnique de Lausanne, 2006.
- [60] B Tang, A H W Ngan, and J B Pethica. A method to quantitatively measure the elastic modulus of materials in nanometer scale using atomic force microscopy. *Nan*otechnology, 19(49) :495713, 2008.
- [61] J. Mackerle. Finite element analysis of fastening and joining : A bibliography (1990–2002). International Journal of Pressure Vessels and Piping, 80(4) :253–272, 2003.
- [62] Mustafa Demirel. Contribution à l'optimisation des mesures de température et de déformation par capteur à fibre optique à réseau de Bragg : Application au procédé de fabrication des composites par infusion de résine. Thèse, École nationale supérieur des mines de Saint-Étienne, 2009.
- [63] M. Lai, J. Botsis, J. Cugnoni, and D. Coric. An experimental-numerical study of moisture absorption in an epoxy. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 2012.

[64] J. Capmany E. Peral and J. Marti. Iterative solution to the Gel'fand-Levitan-Marchenko coupled equations and application to synthesis of fiber gratings. *Journal* of Quantum Electronics, 1996.

Résumé

L'utilisation de fibres optiques pour mesurer des déformations se vulgarise en raison de ses nombreux avantages comparé aux autres technologies de capteurs. Aujourd'hui des jauges de déformations basées sur l'emploi de fibre optique sont disponibles commercialement. Cependant leur utilisation qui semble simple au premier abord peut s'avérer complexe lorsque cette fibre est encapsulée dans un matériau ayant des paramètres mécaniques très éloignés de la silice.

L'objectif de ces travaux est d'approfondir la réflexion sur l'utilisation de capteurs de déformations à base de fibres optiques pour obtenir des mesures quantifiables et/ou pertinentes au cœur des matériaux composites.

Dans un premier temps nous dressons un état de l'art des différents types de capteurs à fibres optiques en focalisant plus particulièrement notre attention sur leurs usages dans les matériaux composites.

La seconde partie de ces travaux est consacrée aux fibres optiques incluses dans différents matériaux homogènes. Des modèles analytiques et numériques sont confrontés à des études expérimentales afin de quantifier les éventuelles erreurs de mesures commises lorsque le capteur est noyé dans un matériau. Une méthode est alors proposée afin d'obtenir simultanément la déformation longitudinale et radiale à l'aide d'un seul capteur à fibre optique.

Enfin, les concepts exposés dans la seconde partie sont validés dans l'étude d'une éprouvette bi-composants instrumentée. Puis nous explorons l'utilisation d'un tel capteur dans une structure composite stratifiée dans une configuration différente de celle proposée dans la littérature : le capteur est inséré à travers les plis stratifiés.

Mots-clés : Capteur à fibre optique, Matériaux composites stratifiés, Gradient de déformation, Réseau de Bragg.

Abstract

The use of optical fibers for strain measurements tends to generalize because of its numerous advantages over other sensor technologies. Today strain gauges based on the use of optical fiber are easy and commercially available. However, this can become complex when the fiber is embedded into a material displaying very different mechanical properties from the properties of the silica.

The main purpose of this work is to further question the use of fiber optic strain sensors to obtain quantifiable and/or relevant measures inside composite materials.

Firstly we present a state of the art of different types of fiber optic sensors by focusing our attention on their use in composite materials.

The second part of this work is devoted to optical fibers included in different homogeneous materials. Analytical and numerical models are compared to experimental studies in order to quantify measurement errors eventually made when the sensor is embedded into a material. Then a method is proposed in order to obtain both the longitudinal and the radial strain with only one optical fiber sensor.

Finally, the concepts presented in the second part are validated through the study of a specimen made of two materials crossing the sensor's location. Furthermore we evaluate the use of this sensor in a laminated composite structure under a different configuration than that proposed in the literature : the sensor is inserted across the thickness of the laminate.

Keywords : Optical fiber sensor, Composite materials, Strain gradient, Bragg gratings.