



**HAL**  
open science

# La reconnexion magnétique explosive dans les nappes de courant multiples : application à l'environnement des pulsars

Tohir Akramov

## ► To cite this version:

Tohir Akramov. La reconnexion magnétique explosive dans les nappes de courant multiples : application à l'environnement des pulsars. Astrophysique [astro-ph]. Université de Strasbourg, 2017. Français. NNT : 2017STRAE012 . tel-01717736

**HAL Id: tel-01717736**

**<https://theses.hal.science/tel-01717736v1>**

Submitted on 26 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

***ÉCOLE DOCTORALE 182 – Physique et Chimie physique***

**CNRS, UMR 7550 Université de Strasbourg**

**Observatoire Astronomique de Strasbourg**

**THÈSE** présentée par:

**Tohir AKRAMOV**

soutenue le: 28 septembre 2017

pour obtenir le grade de: **Docteur de l'Université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité: Astrophysique

**La reconnexion magnétique explosive  
dans les nappes de courant multiples:  
application à l'environnement des  
pulsars**

**THÈSE dirigée par :**

**M. BATY Hubert**

Maître de conférence, Université de Strasbourg

**RAPPORTEURS :**

**M. OTTAVIANI Maurizio**

Professeur, CEA/Cadarache

**M. CASSE Fabien**

Maître de conférence, Université Paris-Diderot – Paris VII

---

**AUTRES MEMBRES DU JURY :**

**Mme. JANVIER Miho**

Astronome-Adjointe, Université Paris-Sud

**M. HELLUY Philippe**

Professeur, Université de Strasbourg

**M. HAMEURY Jean-Marie**

Directeur de recherche, Université de Strasbourg



Thèse effectuée au sein de l'**Observatoire Astronomique de Strasbourg**

dans l'Université de Strasbourg

11, rue de l'Université

BP 49

67000 Strasbourg

France

**Résumé:** La Nébuleuse du Crabe, contenant en son centre une étoile à neutrons très magnétisée – le pulsar du Crabe, était essentiellement considérée comme une chandelle standard stable dans les rayons-gamma. Récemment, ce point de vue a été contredit par des éruptions en rayons- $\gamma$  observées par les satellites spatiaux *AGILE/Fermi-LAT*. Même si le vent magnétique relativiste du pulsar est considéré comme la source d'énergie, le mécanisme physique à la base de ces événements éruptifs est encore un mystère. Nous avons, dans cette thèse, amélioré la compréhension d'un mécanisme basé sur la reconnexion magnétique rapide, partant du modèle du vent magnétique généré par le pulsar central qui perd son énergie rotationnelle. En effet, la structure du vent magnétique implique la présence des stries à lignes de champ magnétique de polarités alternées (d'où le nom "vent strié") à travers le plan équatorial du pulsar. Dans un modèle simplifié local, nous supposons l'initiation de la dynamique à partir d'une configuration à double nappe de courant (induite par la structure magnétique) dans le repère du vent strié.

La première partie de notre travail permet d'explorer, via des simulations MHD non-relativistes, le mécanisme physique sous-tendant le développement de la reconnexion rapide sur un profil magnétique général. On a montré que ce système à double nappe de courant se développe via une instabilité de mode de double-déchirement ("double-tearing mode" ou DTM) et se dirige vers une phase de reconnexion rapide/explosive. L'échelle de temps de l'instabilité du DTM explosive est calculée ( $\tau \sim \eta^\alpha$  avec  $\alpha \simeq 0$ ; ici,  $\eta$  est un paramètre de dissipation magnétique inconnu, probablement très faible) signifiant que cette phase du DTM est de caractère non-résistif. Au cours de cette phase explosive, la formation des plasmoides est observée sur les nappes de courant, lorsque la valeur de  $\eta$  est suffisamment petite. Les plasmoides, en tant que de petites structures magnétiques transitoires, n'ont eu aucun effet sur la dynamique principale du système et n'ont pas modifié la loi d'échelle obtenue. Du fait de l'indépendance entre l'échelle de temps et le paramètre  $\eta$ , cette loi d'échelle confirme la robustesse du mécanisme de DTM à l'application au vent strié du Crabe pour expliquer les éruptions.

Dans une seconde partie du travail, nous avons mené des calculs 3D de particules-test combinés avec les simulations MHD, pour investiguer les mécanismes d'accélération des particules associée à la reconnexion rapide. Les études ont montré que l'accélération non-thermique est très efficace pendant la phase explosive en raison du champ électrique convectif lié à la dynamique du DTM et les particules sont accélérées jusqu'à des vitesses relativistes.

De plus, on a étudié l'effet du profil magnétique d'équilibre sur la dynamique de DTM en présence de plasmoides. En utilisant une autre forme de champ magnétique très particulier (adaptée plutôt pour une configuration de tokamak) lors des simulations MHD, on a confirmé que le caractère de développement du DTM est affecté par le choix du profil. Cet effet s'est montré dans l'échelle de temps du DTM explosif où un facteur de puissance non-nul est trouvé,  $\tau \propto \eta^\alpha$  avec  $\alpha \simeq 0.26$ .

**Mots-clé:** Reconnexion magnétique - Instabilité résistive - Modes de double déchirement  
- Magnétohydrodynamique - Particules-test - Eruptions de la nébuleuse du Crabe

**Explosive magnetic reconnection  
in multiple current-sheets:  
application to the environment of  
pulsars**

**Abstract:** The Crab Nebula, containing in its center a highly magnetized neutron star - the Crab pulsar, was essentially considered as a standard steady-state candle in gamma rays. Recently, this point of view has been challenged by  $\gamma$ -ray flares observed by space satellites *AGILE/Fermi-LAT*. Even if the relativistic magnetic wind of the pulsar is considered to be the source of energy, the physical mechanism underlying these eruptive events is still a mystery. In this thesis, we improved the understanding of a mechanism based on fast magnetic reconnection, starting from the model of the magnetic wind generated by the central pulsar which loses its rotational kinetic energy. Indeed, the structure of the magnetic wind implies the presence of stripes with magnetic field lines of alternating polarities (hence the name "striped wind") through the equatorial plane of the pulsar. In a simplified local model, we assume the initiation of the dynamics from a double-current sheet configuration (induced by the magnetic structure) in the striped wind reference.

The first part of our work allows us to explore, by means of non-relativistic MHD simulations, the physical mechanism underlying the development of the fast magnetic reconnection on a general magnetic profile. It has been shown that this double-current sheet system develops via double-tearing mode (DTM) instability and is leading to a fast/explosive reconnection phase. The time scale of the explosive DTM instability is obtained ( $\tau \sim \eta^\alpha$  with  $\alpha \simeq 0$ ; here,  $\eta$  is an unknown magnetic dissipation parameter, probably very small) meaning that this phase of the DTM is of non-resistive character. During this explosive phase, the formation of plasmoids is observed on the current sheets when the value of  $\eta$  is sufficiently small. The plasmoids, as minor transient magnetic structures, have no effect on the main dynamics of the system and did not alter the obtained scaling law. Due to the independence between the time scale and the  $\eta$  parameter, this scaling law confirms the robustness of the DTM mechanism on the application to the Crab striped wind to explain the observed eruptions.

In a second part of the work, we carried out 3D test-particle calculations combined with the MHD simulations, to investigate the mechanisms of particles acceleration associated with the fast reconnection phase. Studies have shown that non-thermal acceleration is very efficient during the explosive phase due to the convective electric field associated with DTM dynamics and the particles are accelerated up to relativistic velocities.

In addition, the effect of the equilibrium magnetic field profile on the DTM dynamics was studied in the presence of plasmoids. Using a very particular form of magnetic field (adapted for a tokamak configuration) during MHD simulations, it was confirmed that the character of the DTM development is affected by the choice of the profile. This effect was shown in the time scale of the explosive DTM phase where a non-zero value of exponent has been found,  $\tau \propto \eta^\alpha$  with  $\alpha \simeq 0.26$ .

**Keywords:** Magnetic reconnection - Resistive instability - Double-tearing modes - Magnetohydrodynamics - Test-particles - Flares of the Crab nebula

# Remerciements

Tout d'abord, j'aimerais remercier mon directeur de thèse, Hubert, qui a accepté de me diriger durant ce travail de thèse. Je suis profondément reconnaissant à Hubert pour ses conseils et ses encouragements continus. Son exigence, son rigueur, sa finesse et son intelligence ont été et sont un vrai défi pour moi. Je souhaite témoigner aussi à Jérôme de toute ma gratitude pour les heures qu'il m'a consacrées sans compter, pour n'avoir jamais refusé de m'accorder quelques instants lorsque je le sollicite. Merci également à Jean-Marie pour ses conseils et aide pour l'amélioration de ce manuscrit.

Les simulations présentées dans la thèse ont été menées dans les installations informatiques disponibles à Equip@Meso de l'Université de Strasbourg et je voudrais également remercier tous ceux qui m'ont accordé le financement du doctorat l'IdEx.

J'exprime mes remerciements à mes amis et collègues de l'Observatoire, Thomas, Andrea, Anu, Iwona, Julien, Guillaume, Khyati ... et sans oublier la secrétaire Sandrine Langenbacher. Merci également à mon partenaire de bureau, Manfred, pour avoir fourni des discussions scientifiques et parfois des objets de discours sociaux, les deux étaient tout aussi importants. À tous mes autres amis, je vous remercie de m'avoir permis de vous ennuyer avec des détails sur ma thèse.

Je tiens à saisir cette occasion et adresser mes profonds remerciements à mon père et ma mère qui ont été une forme constante de soutien tout au long de ma vie, toujours en m'encourageant à faire de mon mieux. Merci de m'avoir inspiré pour travailler dur et pour votre confiance sans fin en moi. Qu'il me soit enfin permis de remercier ma femme qui a été avec moi à travers chaque étape de mon étude et mon doctorat, et j'ai partagé mes sentiments avec elle en cours de route. Je n'aurais vraiment pas pu surmonter tous les obstacles sans toi.

Je voudrais consacrer ma thèse à la mémoire de mon grand-père, Salakhiddin Qori. J'ai promis que je terminerais mon doctorat et je sais qu'il aurait été très fier de moi maintenant.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1	Introduction . . . . .	2
1.1.1	Éruptions en provenance de la Nébuleuse du Crabe . . . . .	3
1.1.2	Problématique de l'origine des éruptions . . . . .	7
1.2	Le Pulsar du Crabe et sa structure magnétique . . . . .	7
1.2.1	Formation d'une étoile à neutrons . . . . .	7
1.2.2	La morphologie du Crabe (pulsar+nébuleuse) . . . . .	9
1.2.3	La structure magnétique du Pulsar du Crabe . . . . .	12
1.3	Différents modèles proposés pour expliquer les éruptions . . . . .	17
1.3.1	Le modèle basé sur l'accélération de particules dans le choc terminal	17
1.3.2	Le modèle avec l'accélération dans le plasma turbulent de la Nébuleuse	18
1.3.3	Les modèles basés sur la reconnexion magnétique . . . . .	19
1.4	Le point de départ de la thèse . . . . .	22
1.4.1	Simulations MHD résistive non-relativiste . . . . .	22
1.4.2	Accélérations de particules-test . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Modèle MHD et instabilités de reconnexion</b>	<b>25</b>
2.1	Modèle MHD . . . . .	26
2.1.1	Les hypothèses de validité de la MHD . . . . .	26
2.1.2	Le modèle MHD pour le vent strié . . . . .	27
2.1.3	Les équations MHD non-relativistes . . . . .	28
2.1.4	Nombres sans dimensions/MHD parfaite et MHD résistive . . . . .	31
2.2	La reconnexion magnétique . . . . .	33
2.2.1	Reconnexion bidimensionnelle . . . . .	33

2.2.2	Reconnexion en trois dimensions . . . . .	40
2.2.3	Effets principaux de la reconnexion . . . . .	42
2.3	L'instabilité de mode de tearing magnétique . . . . .	42
2.3.1	L'instabilité de tearing en régime linéaire . . . . .	43
2.3.2	Régime de Rutherford . . . . .	47
2.3.3	Petit résumé pour le mode de tearing résistif . . . . .	50
2.3.4	Mode de tearing idéal . . . . .	50
2.4	Instabilité de tearing en double nappe de courant . . . . .	51
2.4.1	Bref histoire du DTM . . . . .	53
2.4.2	Résultats principaux: une phase très rapide et dynamique . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Instabilité explosive du mode de double-tearing</b>	<b>63</b>
3.1	Hypothèse de la structure en double nappe . . . . .	64
3.2	Configuration numérique des simulations MHD . . . . .	64
3.3	Les résultats des simulations MHD . . . . .	68
3.3.1	Evolution typique de DTM . . . . .	68
3.3.2	Formation de plasmoides au cours de la phase explosive . . . . .	71
3.3.3	Les lois d'échelle des taux de croissance d'instabilités de DTM . . . . .	75
3.4	Configuration numérique des calculs de particules-test . . . . .	81
3.4.1	Équation du mouvement . . . . .	81
3.5	Résultats de calculs de particules-test . . . . .	82
3.5.1	Les spectres en énergie . . . . .	82
3.5.2	Mécanismes d'accélération et dynamique des particules lors de la reconnexion explosive . . . . .	83
3.6	Discussion . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Effet du profil de structure magnétique</b>	<b>93</b>
4.1	Configurations numériques des deux structures magnétiques . . . . .	94
4.2	Resultats des simulations MHD . . . . .	96
4.2.1	L'évolution typique de système pour le profil BDTM . . . . .	96
4.2.2	La phase rapide du profil BDTM/Formation de plasmoides . . . . .	99
4.2.3	Les lois d'échelle des taux de croissance pour les deux profils . . . . .	102
4.3	Conclusion . . . . .	105

---

<b>5</b>	<b>Conclusions - Discussions et Perspectives</b>	<b>107</b>
5.1	Conclusions et Discussions . . . . .	108
5.2	Perspectives . . . . .	111
<b>A</b>	<b>Instabilité de DTM</b>	<b>113</b>
A.1	Instabilité de DTM . . . . .	114
A.1.1	La configuration de système aux nappes de courant périodiques . . .	114
A.1.2	Les DTMs symétrique/antisymétrique . . . . .	114
A.1.3	Le mode antisymétrique du DTM . . . . .	115
<b>B</b>	<b>Le code MPI-AMRVAC</b>	<b>119</b>
B.1	Le code MPI-AMRVAC . . . . .	120
B.1.1	Caractéristiques du MPI-AMRVAC . . . . .	120
B.1.2	Equations à résoudre avec MPI-AMRVAC . . . . .	120
B.1.3	La grille . . . . .	121
B.1.4	Discrétisations temporelle et spatiale . . . . .	121
B.1.5	Les équations MHD multi-dimensionnelles: la contrainte $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ .	122
<b>C</b>	<b>Méthode de Boris-Buneman</b>	<b>123</b>
C.1	Méthode de Boris-Buneman . . . . .	124
C.1.1	Description théorique de la méthode . . . . .	124
C.1.2	Exemples/Tests . . . . .	128
	<b>Bibliography</b>	<b>140</b>



# Table des figures

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1	Les points représentent la somme des flux de la nébuleuse et du pulsar. Les pointillés indiquent la somme des flux moyens de 33 mois d'inverse-Compton de la nébuleuse et du pulsar, qui sont stables dans le temps. Les traits discontinus représentent le flux de la nébuleuse synchrotron moyenne rajouté au précédent. Les lignes verticales rouges indiquent les intervalles de temps où le flux reste constant dans les incertitudes statistiques. Les fenêtres de temps sont énumérées en haut du panneau. Le flux correspondant est indiqué par le marqueur rouge en dessous de chaque chiffre. Le SED pour chacune des fenêtres de temps est représenté dans la Fig. 1.2 (d'après Buehler et al., 2012).	4
1.2	Evolution des SEDs pendant l'éruption du Crabe d'avril 2011.	5
1.3	Courbes de lumières gamma lors d'une éruption provenant du Crabe	6
1.4	La Nébuleuse du Crabe vue dans les différentes longueurs d'ondes	10
1.5	La Nébuleuse du Crabe représentée à travers les certains sites	11
1.6	Diagramme typique du modèle dipolaire magnétique d'un pulsar	12
1.7	Schéma d'une topologie magnétique pour un vent relativiste à partir d'un rotateur oblique.	14
1.8	Nappes de courant dans le vent de pulsar à partir d'une solution analytique	15
1.9	Vent strié pour un rotateur oblique avec l'angle $\chi$ entre les axes magnétique et de rotation. Dans le plan méridional, la nappe de courant (courbe bleue) est ondulée et sépare les stries de polarité magnétique opposée. La composante dominante du champ magnétique est toroïdale. Dans le plan équatorial, la nappe de courant développe une spirale d'Archimède (d'après Mochol, 2017).	15

1.10	Interprétation du "knot" interne comme une partie fortement oblique du choc terminal (d'après Komissarov & Lyutikov). . . . .	18
1.11	Reconnexion dans la nébuleuse vue de dessus du plan toroïdal. Comme le montre à droite, chaque site de reconnexion se compose d'entrées de plasma dans la région de reconnexion et de sorties opposées relativistes dit "minijets" (d'après Clausen-Brown & Lyutikov). . . . .	19
1.12	Illustration des résultats de Baty et al. (2013) obtenus par le modèle de DTM dans le vent strié du Crabe. Le système de configuration contenant la double nappe de courant est regardé sur le plan équatorial, dans le repère du vent relativiste. . . . .	21
<b>2</b>	<b>Modèle MHD et instabilités de reconnexion</b>	<b>25</b>
2.1	Le concept de la MHD parfaite: dans un plasma hautement conducteur, où le nombre de Lundquist $S$ est grand, le champ magnétique est gelé au plasma. En conséquence, deux volumes de plasma, P1 et P2, qui sont initialement reliés par les lignes de champs A et B, resteront connectés par les lignes A et B, quels que soient les mouvements individuels $v_1$ et $v_2$ des volumes individuels. . . . .	32
2.2	Le changement de topologie des lignes de champ magnétique dans une région localisée de petite largeur où l'orientation du champ magnétique s'inverse et les effets dissipatifs deviennent importants. . . . .	33
2.3	Modèle qualitatif de la reconnexion bidimensionnelle. . . . .	35
2.4	Deux modèles stationnaires de la reconnexion magnétique 2D. . . . .	39

2.5	Illustrations mettant en évidence les caractéristiques de reconnexion (a) 2D et (b, c) 3D où les tubes épais représentent des tubes de flux avec des flèches indiquant la direction du champ, les flèches épaisses représentent la direction du plasma sortant et les sphères violettes ombrées sont le volume de diffusion en 3D avec les flèches indiquant la direction du flux de plasma sur sa surface. (a) Reconnexion 2D au point nul de type- $X$ dans lequel une paire de tubes de flux $A_1B_1$ et $C_1D_1$ se reconnectent pour former une nouvelle paire de tubes de flux $A_2D_2$ et $C_2B_2$ . (b) Reconnexion 3D dans laquelle une paire de tubes de flux $AB$ et $CD$ se reconnectent, mais ils ne forment pas une nouvelle paire de tubes de flux. (c) En 3D, les tubes de flux minces qui se reconnecteront dans une zone de diffusion, d'un côté du volume de diffusion, semblent se déplacer lentement, mais de l'autre côté, ils se déplacent très rapidement. En réalité, le plasma de ce côté se déplace tout aussi lentement qu'il en est de l'autre côté, et ce "flux virtuel" est simplement une conséquence du changement de connectivité des lignes de champ dans la région de diffusion (les images sont prises de Priest et al. (2003) et Cargill et al. (2010)). . . . .	40
2.6	Le champ magnétique d'équilibre $\mathbf{B} = B(x)\mathbf{e}_y$ dont la direction s'inverse en point $x = 0$ . . . . .	43
2.7	Configuration d'équilibre de Harris $B_y(x) = \tanh(x)$ . . . . .	46
2.8	Relations de dispersion de l'instabilité de tearing, l'éq. (2.26), pour différentes résistivités. Le taux de croissance $\sigma$ et le nombre d'onde $k$ sont normalisés. . . . .	47
2.9	Taux de croissance numériques tracés pour $0 < k < 1$ avec (a) $\eta = 10^{-2}$ , (b) $\eta = 10^{-3}$ et (c) $\eta = 10^{-4}$ . La ligne discontinue montre le taux de croissance analytique correspondant calculé par l'éq. (2.26) et la ligne pointillée indique $k_c = \eta^{1/4}$ pour chaque cas. Le panneau (d) montre un graphe du taux de croissance numérique en fonction de $\eta$ sur l'échelle logarithmique où $k = 0.5$ est fixé (d'après Bowness, 2011). . . . .	48
2.10	Contours du flux magnétique normalisé $\chi = 8X^2 - \cos(\theta)$ représentant les îlots magnétiques lors d'un développement du mode de tearing. . . . .	49
2.11	Configuration de la double nappes de courant formées par le champ magnétique initial $\mathbf{B} = B(x)\mathbf{e}_y$ qui change la direction deux fois sur $\pm x_0$ . La distance entre les deux nappes de courant de polarité opposée vaut $2x_0$ . . .	52
2.12	Relations de dispersion de l'instabilité de tearing linéaire en double nappe de courant . . . . .	53



2.13	Configuration magnétique du tokamak: (a) les lignes de champ magnétique forment une série de surfaces de flux magnétique imbriquées; (b) la répartition en espace des lignes du champ magnétique sur une surface de flux. . . . .	54
2.14	La vue schématique de la répartition en espace des îlots magnétiques à partir de l'instabilité du mode de tearing (crédit: Fitzpatrick, 2010). . . . .	55
2.15	Lignes de champ magnétique lors d'une coalescence des îlots magnétiques dans la phase explosive du DTM (d'après Wang et al., 2007). . . . .	57
2.16	Diagramme de DTM saturés (triangles) et explosifs (carrés) obtenus en fonction de la position des surfaces rationnelles ( $x_0 = x_s$ ) et de la longueur d'onde de l'instabilité $\lambda = L_y$ . La ligne continue indique la transition (d'après Janvier et al., 2011). . . . .	58
2.17	(a) Vitesse d'écoulement $V_x$ maximale en fonction du temps. Les quatre phases de DTM sont indiquées respectivement par les étiquettes a, b, c et d. Trois étapes correspondant à trois phases instables distinctes sont indiquées en ajoutant une ligne discontinue en bleue. (b) La vitesse $V_x$ au fond des lignes de champ magnétique à quatre moments différents, de gauche à droite et de haut en bas: $t = 400$ (a), $t = 1000$ (b), $t = 1500$ (c), $t = 1800$ (d). Les valeurs négatives de $V_x$ sont en bleu et les valeurs positives en rouge (d'après Baty et al., 2013). . . . .	60
2.18	Spectres en énergie du rayonnement synchrotron pour quatre valeurs du paramètre de magnétisation $\sigma_{mag} = \sigma$ . Le pic d'énergie augmente avec $\sigma_{mag}$ -paramètre, environ 100 fois lorsque le paramètre $\sigma_{mag}$ augmente d'un ordre de grandeur (d'après Takamoto et al., 2015). . . . .	61
<b>3</b>	<b>Instabilité explosive du mode de double-tearing</b>	<b>63</b>
3.1	La spirale d'Archimède formée par la nappe de courant dans le vent strié. La boîte numérique 2D est illustrée par le carré entourant deux nappes de courant de polarité opposée qui séparent des lignes de champ magnétique ancrées au pulsar. . . . .	64
3.2	Schéma de la configuration de la double nappe de courant initiale. Le champ magnétique est unidirectionnel avec une composante $B_y(x)$ qui s'inverse deux fois et forme deux couches de courant dont la demi-largeur vaut $a$ . Les deux couches de courant sont séparées par une distance $2x_0$ . . . . .	65
3.3	La configuration de Harris contenant double nappe de courant: (a) la composante- $y$ de champ magnétique en fonction de $x$ donnée par (3.2); (b) la densité de courant électrique définie par la loi d'Ampère, $j_z(x) = dB_y/dx$ . . . . .	66

3.4	Relation de dispersion du DTM linéaire obtenue pour le profil magnétique simplifié (voir l'Annexe A). Le nombre d'onde correspondant à $\lambda = 4$ est marqué avec la ligne discontinue verticale. . . . .	68
3.5	Evolution typique de DTM représentée par la vitesse d'écoulement de plasma $v_y$ et la densité de courant $j_z$ durant quatre phases. . . . .	69
3.6	Cartes de contour colorées de $v_y$ superposées par des lignes de champ magnétique à différents moments correspondant aux phases (a) linéaire, (b) Rutherford, (c) explosive et (d) de relaxation (voir la Fig. 3.5). . . . .	70
3.7	Cartes de contour colorées de (a) la vitesse $v_y$ superposée par des lignes de champ magnétique, (b) la pression $p$ , (c) la densité de courant électrique $j_z$ et (d) le champ électrique $E_z$ qui correspondent au moment $t = 247\tau_A$ (qui suit la Fig. 3.6c dans la phase explosive) où les plasmoides sont observables. . . . .	72
3.8	Présence (points noirs) et absence (triangles bleus) des plasmoides dans le plan $(\eta, S_l)$ . Le nombre de Lundquist local $S_l$ est estimé sur la nappe de courant allongée dont la longueur $l$ est mesurée juste avant la formation éventuelle de plasmoides. . . . .	73
3.9	Les cartes de contour colorées de la pression thermique de plasma prises à différents moments ( $t = 209\tau_A, 210\tau_A$ et $211\tau_A$ ) pendant la phase explosive pour la simulation en utilisant $\eta = 10^{-4}$ . Notez que les plasmoides sont présents pour ce test. . . . .	74
3.10	Les évolutions temporelles de (a) la vitesse $v_{y,max}$ et (b) l'énergie cinétique totale de plasma $\varepsilon_{kin}$ pour six différentes valeurs de résistivité. . . . .	75
3.11	Evolution temporelle de $B_{x,max}$ pour les tests MHD utilisant les valeurs de résistivité $\eta = 5 \times 10^{-5}$ , $\eta = 2.5 \times 10^{-5}$ et $\eta = 1.25 \times 10^{-5}$ . . . . .	77
3.12	Les taux de croissance (a) moyen et (b) maximum pour la phase rapide de DTM. Les lois d'échelle sont obtenues à l'aide de la méthode des moindres carrés où les valeurs de résistivité $\eta = 2 \times 10^{-6}$ et $2.5 \times 10^{-4}$ ont été exclues. . . . .	79
3.13	Les spectres énergétiques des particules-test obtenues pendant (a) la phase de Rutherford à $t = 100$ , et pendant (b) la phase explosive à $t = 241, 247, 250$ , en utilisant la valeur de résistivité $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . La ligne pointillée verticale dans le panneau (a) représente l'énergie cinétique initiale des particules. . . . .	83
3.14	Carte colorée du champ électrique $E_z$ superposée par les lignes magnétiques autour d'un plasmotide agrandi. . . . .	85

3.15	Trajectoire d'une particule légèrement accélérée. (a) La trajectoire (ligne continue noire) dans le plan- $xy$ superposé à une carte de contour du champ électrique $E_z$ recouvert de lignes de champ magnétique (ligne continue blanche), obtenue pour $0 \leq \Omega t \leq 70$ . Un zoom du chemin très initial est également visible dans le coin supérieur gauche. La position initiale $(0.5; -1.88)$ est indiquée avec un point circulaire noir. (b) Évolution du temps correspondant des trois composantes de vitesse $(v_{q,x}, v_{q,y}, v_{q,z})$ . (c) L'évolution de l'énergie cinétique correspondante en fonction du temps (panneau à gauche) et de la coordonnée- $x$ (panneau à droite). (d) Évolution de l'énergie cinétique en fonction du temps pendant l'intégration du temps complet $0 \leq \Omega t \leq 4.4 \times 10^3$ . . . . .	89
3.16	Identique à celle de la Fig. 3.15 pour un cas de particule modérément accélérée, la position initiale est $(0.6; -1.55)$ . . . . .	90
3.17	Identique à celle de la Fig. 3.15 pour un cas de particule fortement accélérée, la position initiale est $(0.686; 1.88)$ . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Effet du profil de structure magnétique</b>	<b>93</b>
4.1	Deux structures magnétiques d'équilibre. (a) La composante- $y$ du champ magnétique initial en fonction de $x$ donnée par (4.1) et (b) la densité de courant électrique définie par la loi d'Ampère (4.2). La ligne bleue correspond à la configuration de Harris (HDTM) et celle de rouge à la configuration de type-tokamak (BDTM). . . . .	95
4.2	Evolution typique de système du profil BDTM représentée par la vitesse d'écoulement de plasma $v_y$ et l'énergie cinétique totale $\varepsilon_{kin}$ à l'aide d'une valeur de résistivité $\eta = 10^{-5}$ . . . . .	97
4.3	Les lignes de champ magnétique à différents moments de l'évolution de BDTM. . . . .	98
4.4	Les lignes de champ magnétique superposées sur la densité de courant $j_z$ à différents moments de la phase rapide du profil BDTM. . . . .	99
4.5	Les lignes de champ magnétique superposées sur le champ électrique $E_z$ à différents moments de la phase rapide du profil BDTM. . . . .	101
4.6	Les évolutions temporelles de la vitesse $v_{y,max}$ et de l'énergie cinétique du plasma $\varepsilon_{kin}$ pour les profils (a)-(b) BDTM et (c)-(d) HDTM avec différentes valeurs de résistivité. . . . .	103
4.7	Les lois d'échelle du taux de croissance explosive pour les deux profils d'équilibre. Les valeurs de la résistivité $\eta$ et du taux $\sigma_{max}$ sont données dans le tableau 4.1. . . . .	104

<b>5</b>	<b>Conclusions - Discussions et Perspectives</b>	<b>107</b>
5.1	Les spectres en énergie des particules-test obtenues dans la phase explosive, $t = 247$ . Ce qui fait la différence entre ces spectres et celui de la Fig. 3.13b, c'est le champ-guide uniforme ( $B_z/B_0 = 1$ et 0.5) implanté dans la boîte numérique. Dans ce cas, le spectre de particules-test manifeste avec l'indice spectral $\alpha = 3.97$ (illustré par une ligne discontinue rouge). . . . .	110
<b>A</b>	<b>Instabilité de DTM</b>	<b>113</b>
A.1	Le champ magnétique d'équilibre $B_x$ (en haut) et la densité de courant $j_z$ (en bas) sont représentés en fonction de $y$ . A l'intérieur des nappes de courant, $B_x$ varie de manière linéaire et la densité de courant est donc de forme d'escalier au lieu du profil classique $\cosh^{-2}$ . . . . .	114
A.2	(a) Relations de dispersion pour $l/a = 2.5$ avec $S = 10^2, 10^3, 10^4$ et $10^5$ de la courbe supérieure jusqu'à la courbe inférieure. (b) Relations de dispersion pour $l/a = 2, 3, 4$ et $5$ avec $S = 10^3$ de la courbe supérieure jusqu'à la courbe inférieure. Le taux de croissance $q$ et le nombre d'onde $k$ sont normalisés par $a/v_A$ et $a$ , respectivement. . . . .	116
A.3	Relations de dispersion de modes de déchirement simples pour $S = 10^2, 10^3, 10^4$ et $10^5$ avec $l/a = 300$ de la courbe supérieure jusqu'à la courbe inférieure. Le taux de croissance $q$ et le nombre d'onde $k$ sont normalisés par $a/v_A$ et $a$ , respectivement. . . . .	116
A.4	(a) Loi d'échelle du taux de croissance maximum $q_{max} = \gamma_{max}$ avec le nombre de Lundquist pour les demi-distances $l/a = 2.5$ et $300$ . (b) Loi d'échelle du nombre d'onde maximum $k_{max}$ correspondant au taux de croissance maximum en fonction du nombre de Lundquist pour les demi-distances $l/a = 2.5$ et $300$ . Le taux de croissance $q$ et le nombre d'onde $k$ sont normalisés par $a/v_A$ et $a$ , respectivement. . . . .	117
<b>B</b>	<b>Le code MPI-AMRVAC</b>	<b>119</b>
<b>C</b>	<b>Méthode de Boris-Buneman</b>	<b>123</b>
C.1	Schéma de la méthode d'intégration saut-mouton. La position de particule est avancée à des pas de temps entiers, et la vitesse est renouvelée à des pas de temps entier-plus-demi-temps. . . . .	125

---

C.2	Rotation de la particule autour du champ magnétique en conservant le module de vitesse, $ \mathbf{v}^-  =  \mathbf{v}^+ $ . L'angle de rotation pendant $\Delta t$ intervalle de temps est $ \tan \frac{\theta}{2}  = \frac{qB}{m} \frac{\Delta t}{2}$ . . . . .	126
C.3	Trajectoire toroïdale d'une particule dans le champ électromagnétique statique donné par (C.10): $\mathbf{E} = -\nabla\varphi = (\frac{10^{-2}x}{(x^2+y^2)^{3/2}}, \frac{10^{-2}y}{(x^2+y^2)^{3/2}}, 0)$ , $B_z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . La position et la vitesse initiales de la particule sont $x_0 = 1$ , $y_0 = 0$ , $v_{x0} = 0.2$ $v_{y0} = 0$ . . . . .	129
C.4	L'évolution de l'énergie cinétique: pour l'algorithme de Boris-Buneman, l'erreur d'énergie est limitée pour tous les temps, tandis que celle avec la méthode RK2, augmente sans limite. L'axe du temps a été normalisé par la gyro-période de la particule. . . . .	130

# Liste des tableaux

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modèle MHD et instabilités de reconnexion</b>	<b>25</b>
<b>3</b>	<b>Instabilité explosive du mode de double-tearing</b>	<b>63</b>
3.1	Les 13 résistivités utilisées pendant les simulation MHD, et les taux de croissance correspondants sur les trois phases instables. Ici, les deux types de taux de croissance ( $\bar{\sigma}$ et $\sigma_{max}$ ) sont donnés pour la phase III. . . . .	78
3.2	Le résumé des travaux antérieurs dédiés à l'étude de la phase rapide de DTM. Sur le tableau, DTH désigne le profil magnétique d'équilibre constitué de la double-tangente hyperbolique (3.2), RK4 pour la méthode de Runge-Kutta du quatriem ordre et FDM pour la méthode des différences finies. . .	80
<b>4</b>	<b>Effet du profil de structure magnétique</b>	<b>93</b>
4.1	Les 8 valeurs de résistivité $\eta$ utilisées pour l'ensemble des simulations BDTM & HDTM, et les taux de croissance maximums $\sigma_{max}$ correspondants aux derniers moments de la phase III. . . . .	104
<b>5</b>	<b>Conclusions - Discussions et Perspectives</b>	<b>107</b>
<b>A</b>	<b>Instabilité de DTM</b>	<b>113</b>
<b>B</b>	<b>Le code MPI-AMRVAC</b>	<b>119</b>
<b>C</b>	<b>Méthode de Boris-Buneman</b>	<b>123</b>



## Chapitre 1

# Introduction générale



## 1.1 Introduction

Les événements éruptifs sont de processus fondamentaux en Astrophysique à Haute Énergie. Ils sont observés dans de nombreux systèmes astrophysiques, y compris la couronne solaire, la magnétosphère terrestre sous forme d'orages magnétiques et de sous-orages, les nébuleuses à vent de pulsar. De même, ils sont d'une grande importance dans le contexte des machines à fusion thermonucléaire (e.g. tokamaks) lors de la disruption brutale du confinement magnétique en quelques millisecondes. Dans la plupart de ces cas, les éruptions (en anglais *flares*) sont généralement accompagnées d'éjections (jets) rapides du plasma, de puissants flux de chaleur et de rayonnement électromagnétique dur ainsi que de l'accélération impulsive des particules chargées vers des énergies très élevées. Bien que les énergies totales des éruptions couvrent une grande dynamique, elles suivent typiquement un modèle commun avec des étapes impulsives et graduelles, et le profil des distributions spectrales entre les différents rayonnements est remarquablement similaire.

Sur le Soleil, notre capacité à résoudre spatialement la surface permet d'observer les éruptions dans les détails, et une grande partie de notre compréhension des processus d'éruption et de leurs conséquences proviennent des observations des éruptions solaires.

Dans l'atmosphère solaire, la seule source d'énergie qui serait capable de fournir la libération intense d'énergie radiative et cinétique lors d'une éruption, c'est l'énergie magnétique. Par exemple, avant le début d'une éruption solaire, la densité d'énergie magnétique ( $B^2/(2\mu_0)$ , où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide) est  $\sim 40 \text{ J/m}^3$  si on prend d'une valeur typique du champ magnétique coronal 100 G. Comme les grandes éruptions ont typiquement une énergie de  $\sim 10^{25} \text{ J}$  dans un volume de  $10^{24} - 10^{25} \text{ m}^3$ , la densité d'énergie de  $1 - 10 \text{ J/m}^3$  est demandée en moyenne. Seule la densité d'énergie magnétique est capable de donner cette valeur et tous les modèles non-magnétiques (e.g., thermique, cinétique, gravitationnel) ont échoués [1].

Les éruptions (ou tempêtes) solaires sont causées par la libération rapide de l'énergie magnétique stockée dans des zones de champs magnétiques intenses (dites "zones actives") de la couronne, au niveau de l'équateur solaire. L'énergie totale typique d'une éruption solaire varie de  $10^{22}$  à  $10^{25} \text{ J}$ , et il n'y a pas eu d'observations d'éruptions solaires plus énergiques que  $10^{25} \text{ J}$ . L'échelle de temps pour l'apparition des éruptions solaires est très rapide. D'après les observations, il a été estimé que jusqu'à  $10^{25} \text{ J}$  ( $10^{32} \text{ erg}$ ) est généré sous forme d'énergie thermique et cinétique au cours des quelques premières minutes après le début. C'est une échelle de temps extrêmement courte pour qu'un processus organisé se produise sur une région dont la taille est de l'ordre de  $10^5 \text{ km}$  et implique des vitesses de l'ordre de 100 à 1000 km/s – proche de la vitesse à laquelle les ondes magnéto-acoustiques se propagent dans la couronne. L'implication d'une telle grande production d'énergie en si peu de temps est que  $\sim 10 \%$  de l'énergie magnétique disponible dans un volume de  $10^{15} \text{ km}^3$  est converti en énergie thermique et cinétique en quelques temps de déplacement

d'onde. En d'autres termes, les éruptions nécessitent un mécanisme de déclenchement qui traite l'énergie magnétique avec un rendement de l'ordre de 10 % sur une échelle de temps qui n'est que quelques fois supérieure au temps de déplacement de l'onde. Cette combinaison d'efficacité et de vitesse n'est pas facile à expliquer théoriquement.

Comme les éruptions solaires conduisent à des orages magnétiques (aussi appelé *tempêtes magnétiques*) sur la Terre, des dégâts considérables peuvent être causés dans notre civilisation par de grandes éruptions solaires. Les tempêtes géomagnétiques induisent des courants électriques qui peuvent avoir un impact important sur les équipements de transmission électrique, entraînant une panne généralisée. En 1989, le 13 mars, au Québec, Canada, 6 millions de personnes étaient privées d'électricité pendant 9 heures à la suite d'une énorme tempête géomagnétique. De plus, en 1859, notre civilisation a connu la plus grande éruption sur le Soleil ( $\sim 10^{32}$  erg), appelée *l'éruption de Carrington* pour l'honneur de son découvreur [2], qui a causé la plus grande tempête magnétique dans les 200 dernières années, menant à un échec dans le système télégraphique partout en Europe et en Amérique du Nord.

Dans l'atmosphère solaire, il existe trois types différents de phénomènes éruptifs à grande échelle qui sont tous considérés comme des manifestations d'un processus physique unique. Ceux sont des éruptions, des éjections de masse coronale (en abrégé EMC) et des protubérances solaires. Ce qu'ils ont en commun, c'est qu'ils impliquent tous interruption du champ magnétique coronal. Le nombre des événements varie, de plusieurs par jour lorsque le Soleil est particulièrement "actif" et moins d'une fois par semaine lorsque le Soleil est "silencieux", suivant le cycle solaire de 11.2 ans [3].

Le Soleil n'est pas le seul d'être la scène aux tels événements. Les éruptions stellaires sont très susceptibles d'être fondamentalement semblables aux éruptions solaires en ce qu'elles impliquent la libération soudaine de l'énergie magnétique. Nous regardons, de près, les éruptions de la nébuleuse du Crabe.

### 1.1.1 Éruptions en provenance de la Nébuleuse du Crabe

La Nébuleuse du Crabe était essentiellement considérée comme une chandelle standard stable dans les rayons-gamma, au point que les flux dans l'Astrophysique à Haute Energie habituellement mesuraient en unités du flux du Crabe. Récemment, ce point de vue a été mis à l'épreuve par une augmentation violente du flux de rayons- $\gamma$  dans une bande spectrale étroite à quelques centaines de MeV, observées par le satellite *AGILE* [4, 5]. Cette découverte a ensuite été confirmée par le satellite *Fermi-LAT* [6, 7]. L'éruption s'est poursuivie pendant 4 jours, du 18 au 22 septembre 2010, après quoi le flux de rayons-gamma est revenu au niveau pré-éruption. Fermi a également témoigné que l'émission pulsée du pulsar du Crabe est demeurée inchangée pendant l'éruption, ce qui suggère que l'éruption provient de la nébuleuse. Les observations du pulsar du Crabe avec le radio télescope

*Jodrell Bank* n'ont montré aucun glitch (une augmentation brusque de la fréquence de rotation qui est probablement causé par un bref couplage du noyau superfluide en rotation à la croûte, qui sont habituellement découplés [8]) pendant l'événement, soutenant cette hypothèse [9]. Dans le même temps, INTEGRAL n'a signalé aucune détection de l'éruption au cours du 19 septembre dans la fenêtre de 20 – 400 keV et le Swift/Burst Area Telescope (BAT) n'a pas observé de variabilité significative pendant le rayonnement gamma dans l'intervalle 14 – 150 keV. Swift n'a pas non plus signalé d'impact de noyau galactique actif envers le Crabe, ce qui suggère que la nébuleuse du Crabe elle-même est responsable de l'éruption.

En avril 2011, Fermi-LAT a rapporté prochaine éruption [10], où le flux a été renforcé par un facteur  $\sim 10$ . Le flux intégral au-dessus de 100 MeV en fonction du temps est montrée dans la Fig. 1.1. Le flux a doublé dans  $t_d \lesssim 8$  h au niveau des bords montés sur deux sursauts principaux pendant l'éruption. Issue d'une analyse de l'évolution

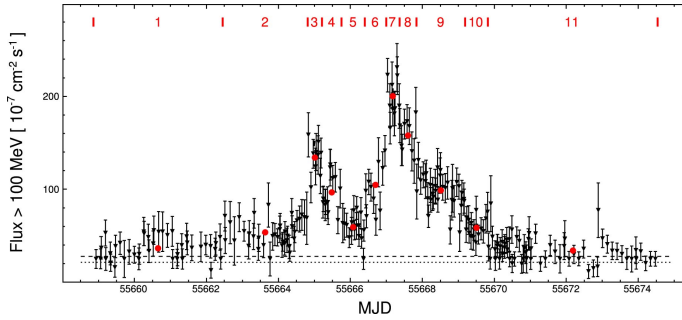


FIGURE 1.1: Les points représentent la somme des flux de la nébuleuse et du pulsar. Les pointillés indiquent la somme des flux moyens de 33 mois d'inverse-Compton de la nébuleuse et du pulsar, qui sont stables dans le temps. Les traits discontinus représentent le flux de la nébuleuse synchrotron moyenne rajouté au précédent. Les lignes verticales rouges indiquent les intervalles de temps où le flux reste constant dans les incertitudes statistiques. Les fenêtres de temps sont énumérées en haut du panneau. Le flux correspondant est indiqué par le marqueur rouge en dessous de chaque chiffre. Le SED pour chacune des fenêtres de temps est représenté dans la Fig. 1.2 (d'après Buehler et al., 2012).

spectrale de l'éruption (Fig. 1.2), la distribution spectrale énergétique (spectral energy distribution ou SED) est paramétrée comme les suivantes: la composante spectrale émergente est bien caractérisée par un spectre d'une loi de puissance avec une coupure exponentielle ("exponential cut-off"). L'indice spectral  $\gamma = 1.27 \pm 0.12$  reste constant au cours de l'éruption, tandis que l'énergie de coupure ("cut-off energy", i.e. l'extrémité haute énergie du spectre)  $\epsilon_C$  et le flux énergétique total de la composante synchrotron au-dessus de 100 MeV varient avec une loi  $L_{ns,100} \propto \epsilon_C^{3.42 \pm 0.86}$ . Au maximum de l'éruption, l'énergie de coupure est  $\epsilon_{C,max} = 375 \pm 26$  MeV et la luminosité isotrope totale dans la composante synchrotron est  $L_{max,100} \approx 4 \times 10^{36}$  erg/s, environ 1% de la puissance totale

de "spindown" du pulsar. Cependant, la résolution angulaire des télescopes actuels aux rayons-gamma est  $> 18$  arcmin qui n'est pas suffisante pour spécifier l'emplacement de la

région des éruptions à l'intérieur de la nébuleuse.

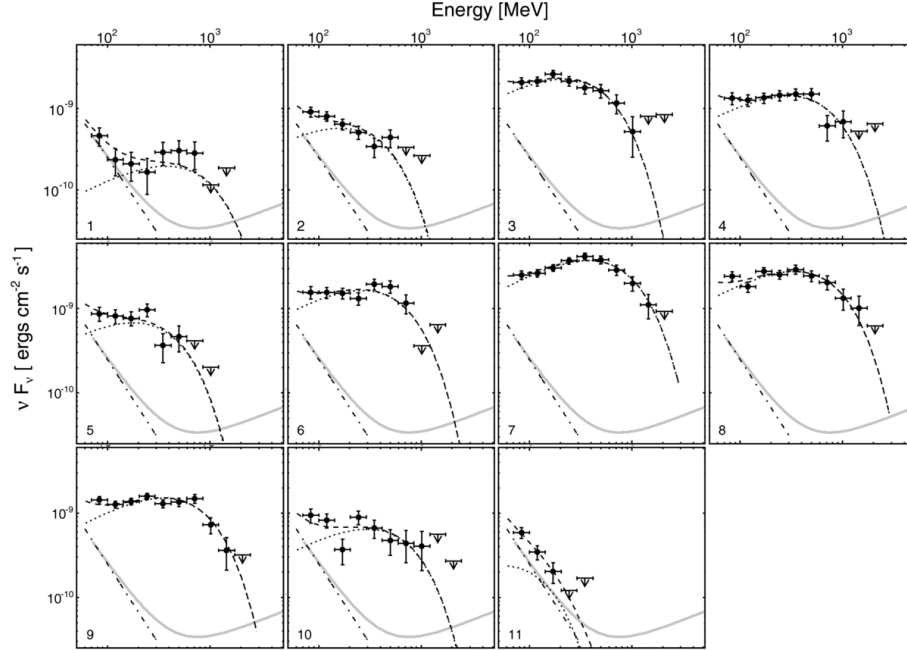


FIGURE 1.2: *Evolution des SEDs pendant l'éruption du Crabe d'avril 2011. Les fenêtres de temps sont indiquées dans le coin inférieur gauche de chaque panneau et correspondent à celles indiquées sur la Fig. 1.1. Les pointillés montrent le SED de la composante éruptive, les traits-pointillés indiquent le fond constant de la nébuleuse synchrotron et les traits discontinus sont la somme des deux composantes. Le spectre nébuleux moyen du Crabe dans les 33 premiers mois d'observations de Fermi est également montré en gris pour la comparaison (d'après Buehler et al., 2012).*

Dans la Fig. 1.3, nous avons montré les quatre épisodes éruptifs observés entre 2007 et 2011, avec la même échelle de temps et de flux. Ici, les courbures rouges indiquent le comportement des éruptions caractérisé par des échelles de temps de montée et de descente [9]. Sur les tracés des courbes de lumière gamma, les éruptions apparaissent comme une extension de la composante synchrotron vers les énergies plus élevées, jusqu'à  $\approx 1$  GeV pour le flare de septembre 2010 et un peu moins dramatique pour le flare de février 2009.

En effet, l'émission synchrotron semble être le seul processus de rayonnement qui soit suffisamment efficace pour tenir compte de l'émission d'éruptions dans l'environnement de la nébuleuse [7]. Cependant, les particules accélérées dans les écoulements magnétohydrodynamique (MHD) ne peuvent émettre qu'une émission synchrotron jusqu'à une énergie maximale 160 MeV [11]. Cette limite est donnée par l'équilibre de deux forces antagonistes agissant sur les particules relativistes: (i) la force électrique d'accélération, et (ii) la force de réaction de rayonnement opposée au mouvement de la particule relativiste due à l'émission de photons synchrotron. Par conséquent, il y a une énergie maximale limitée par les

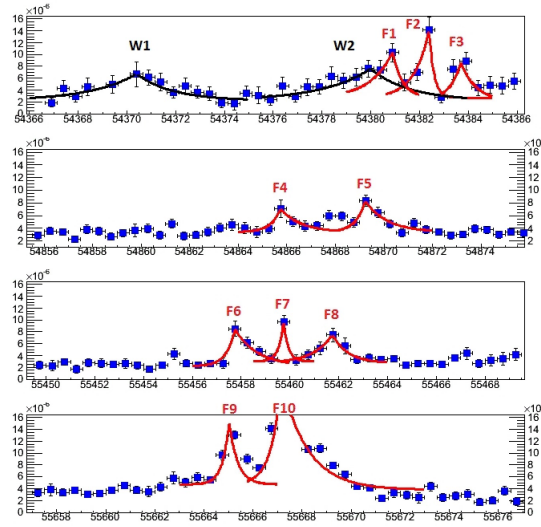


FIGURE 1.3: Les courbes de lumière gamma supérieures à 100 MeV (le pas de temps de 12 heures sur l'axe  $x$ ) provenant du Crabe détectées par AGILE et Fermi-LAT (d'après Striani et al., 2013). De haut en bas: l'événement de septembre à octobre 2007 (données AGILE), l'événement de février 2009 (données Fermi-LAT), l'événement de Sept. 2010 (données Fermi-LAT) et l'événement d'avril 2011 (données Fermi-LAT).

pertes synchrotron plutôt que par la taille de l'accélérateur. Ensuite, on peut montrer que l'énergie maximale (critique) du photon synchrotron émis par l'électron dans un champ magnétique doit être [12]

$$\epsilon_{max}^{sync} = \frac{9m_e c^2}{4\alpha_F} \left( \frac{E}{B_{\perp}} \right) \approx 160 \times \left( \frac{E}{B_{\perp}} \right) \text{ MeV}, \quad (1.1)$$

où  $m_e$  est la masse d'électron au repos,  $\alpha_F \approx 1/137$  est la constante de structure fine,  $E$  le champ électrique, et  $B_{\perp}$  le champ magnétique perpendiculaire à la direction de mouvement de la particule<sup>1</sup>. Une particule accélérée au-dessus de la limite de réaction au rayonnement émettrait la plus grande partie de son énergie dans une "échelle sous-Larmor" - échelle plus courte que le rayon de Larmor électronique. Dans la plupart des cas, c'est la MHD idéale qui s'applique ( $E \ll B$ ) de sorte que le spectre synchrotron devrait être coupé  $\ll 100$  MeV. Cette règle s'applique généralement bien aux sources astrophysiques, et en particulier à la nébuleuse du Crabe quiescente où le spectre synchrotron tourne à environ la limite de 100 MeV [13]. Cependant, l'émission éruptive s'étend systématiquement de manière significative au-dessus de 160 MeV, jusqu'à environ 1 GeV [7]. A moins que la région émettrice ne se déplace à des vitesses fortement relativistes ( $\gtrsim 0.9c$ ) vers notre ligne de mire, cela implique que  $E \gtrsim 5B_{\perp}$ , ce qui suggère qu'un processus MHD non-idéal peut

1. Ici, le champ électrique est paramétré en terme de champ magnétique,  $E \sim v_e B/c$ , où  $v_e$  est la vitesse d'écoulement caractéristique de plasma; et le champ perpendiculaire est défini comme  $B_{\perp} = B \sin \theta$ , où  $\theta$  est une "pitch-angle" de l'électron.

être à l'œuvre. Ceci est, une fois de plus, difficile à expliquer avec des modèles classiques d'accélération de particules.

### 1.1.2 Problématique de l'origine des éruptions

Au jour d'aujourd'hui, il n'est ni clair quel mécanisme entretient ces éruptions ni où exactement dans la Nébuleuse elles auraient lieu. Or, la durée des éruptions est  $10^6$  fois plus longue par rapport à la période rotationnelle du pulsar d'une part, et  $10^2$  fois plus courte devant l'évolution séculaire de la Nébuleuse d'autre part. En d'autres termes, il est impossible d'attribuer directement le phénomène éruptif à la rotation de pulsar ou à l'évolution de nébuleuse. De plus, aucun changement dans les propriétés de la pulsation radio n'a été observé pendant les événements. Sous la lumière de ces données observationnelles, les investigations des éruptions se heurtent à des certains problèmes, e.g.:

- Quel est le mécanisme physique sous-jacent permettant d'expliquer les éruptions du Crabe?
- De quelle manière les particules sont accélérées pour émettre de rayons-gamma au dessus de 160 MeV?
- Sur quelle région de la nébuleuse du Crabe auraient-elles lieu les éruptions?

Nous allons essayer de répondre à ces questions. Tout d'abord, on va connaître la structure morphologique du pulsar du Crabe et sa magnétosphère.

## 1.2 Le Pulsar du Crabe et sa structure magnétique

### 1.2.1 Formation d'une étoile à neutrons

Toute étoile de séquence principale ayant une masse initiale supérieure à 8 fois la masse du Soleil ( $8M_{\odot}$ ) a le potentiel de produire une étoile à neutrons. Comme l'étoile évolue loin de la séquence principale, la combustion nucléaire subséquente produit un noyau riche en fer. Quand tout le combustible nucléaire dans le noyau a été épuisé, le noyau doit être soutenu par la pression de dégénérescence d'électrons seule. D'autres dépôts de masse provenant de la combustion des coquilles font que le noyau dépasse la limite de Chandrasekhar. La pression de dégénérescence des électrons est surmontée et le noyau s'effondre encore en montant des températures de plus de  $5 \times 10^9$  K. A ces températures, la photodisintégration (rupture des noyaux de fer en particules alpha par des rayons gamma de haute énergie) se produit. A mesure que la température grimpe encore plus, les électrons et les protons se combinent pour former des neutrons via la capture d'électrons libérant une inondation de neutrinos. Lorsque les densités atteignent une densité nucléaire de  $4 \times 10^{17}$  kg/m<sup>3</sup>, la pression de dégénérescence des neutrons arrête la contraction. L'enveloppe externe de l'étoile est arrêtée et jetée vers l'extérieur par un flux de neutrinos produit dans la création

des neutrons, devenant une supernova. Le rémanent restant est une étoile à neutrons. Si le rémanent a une masse supérieure à environ  $3M_{\odot}$ , il s'effondre davantage pour devenir un trou noir [14].

Comme le noyau d'une étoile massive est comprimé au cours d'une supernova de *Type II*, *Type Ib* ou *Type Ic*, et s'effondre dans une étoile à neutrons, il conserve la majeure partie de son moment angulaire. Mais, comme il ne possède qu'une infime fraction du rayon de son parent (et donc son moment d'inertie est fortement réduit), une étoile à neutrons se forme avec une vitesse de rotation très élevée, puis sur une très longue période elle ralentit. La densité de l'étoile à neutrons lui donne aussi une gravité superficielle très élevée, avec des valeurs typiques allant de  $10^{12}$  à  $10^{13}$  m/s<sup>2</sup> (plus de  $10^{11}$  fois celle de la Terre). Une mesure d'une telle gravité immense est le fait que les étoiles à neutrons ont une vitesse d'échappement allant de 100000 km/s à 150000 km/s, c'est-à-dire d'un tiers à la moitié de la vitesse de la lumière. Les étoiles à neutrons ont des densités globales de  $3.7 \times 10^{17}$  à  $5.9 \times 10^{17}$  kg/m<sup>3</sup> ( $2.6 \times 10^{14}$  à  $4.1 \times 10^{14}$  fois la densité du Soleil), ce qui est comparable à la densité approximative d'un noyau atomique de  $3 \times 10^{17}$  kg/m<sup>3</sup>. La densité de l'étoile à neutrons varie d'environ  $10^9$  kg/m<sup>3</sup> dans la croûte, augmentant avec la profondeur jusqu'à environ  $6 \times 10^{17}$  ou  $8 \times 10^{17}$  kg/m<sup>3</sup> (plus dense qu'un noyau atomique) plus profondément à l'intérieur. Une étoile à neutrons est si dense qu'une cuillère à thé (5 millilitres) de son matériau aurait une masse supérieure à  $5.5 \times 10^{12}$  kg (soit 1100 tonnes par 1 nanolitre), soit environ 900 fois la masse de la Grande Pyramide de Gizeh. Le champ gravitationnel à la surface de l'étoile à neutrons est environ  $2 \times 10^{11}$  fois celui de la Terre. La pression augmente de  $3 \times 10^{33}$  à  $1.6 \times 10^{35}$  Pa de la croûte intérieure au centre [15].

Une étoile à neutrons possède certaines des propriétés d'un noyau atomique, y compris la densité (dans un ordre de grandeur) et étant composé de nucléons. Dans l'écriture scientifique populaire, les étoiles à neutrons sont donc parfois décrites comme des noyaux géants. Cependant, à d'autres égards, les étoiles à neutrons et les noyaux atomiques sont tout à fait différents. En particulier, un noyau est maintenu ensemble par l'interaction forte, tandis qu'une étoile à neutrons est maintenue ensemble par la gravité, et ainsi la densité et la structure des étoiles à neutrons peut être plus variable.

Les étoiles à neutrons ont de forts champs magnétiques. L'intensité du champ magnétique sur la surface des étoiles à neutrons a été estimée au moins à l'intervalle de  $10^8$  à  $10^{15}$  G ( $10^4$  à  $10^{11}$  T) [16]. En comparaison, la magnitude à la surface de la Terre varie de 25 à 65 microteslas (0.25 à 0.65 G) [17], ce qui rend le champ au moins  $10^8$  fois plus fort que celui de la Terre. Les variations des intensités de champ magnétique sont très probablement le principal facteur qui permet de distinguer différents types d'étoiles à neutrons par leurs spectres et explique la périodicité des pulsars [16]. Les étoiles à neutrons connues sous le nom de "magnétars" ont les champs magnétiques les plus forts, dans la gamme de  $10^{12}$  à  $10^{15}$  G [18]. Les origines du champ magnétique fort ne sont pas encore claires. Une hypothèse est celle du *flux gelé*, ou la conservation du flux magnétique original a lieu

pendant la formation de l'étoile à neutrons. Si un objet a un certain flux magnétique au-dessus de sa surface, et que cette zone se rétrécit vers une zone plus petite, mais que le flux magnétique est conservé, alors le champ magnétique augmenterait en fonction du rapport entre les rayons initial et final comme  $(R_i/R_f)^2$ . De même, une étoile s'effondrant commence par une surface beaucoup plus grande que l'étoile à neutrons résultante, et la conservation du flux magnétique résulterait en un champ magnétique beaucoup plus fort. Cependant, cette explication simple ne justifie pas complètement les intensités de champ magnétique des étoiles à neutrons [16].

### 1.2.2 La morphologie du Crabe (pulsar+nébuleuse)

Le Pulsar du Crabe est une étoile à neutrons relativement jeune, l'un des objets les plus étudiés au-delà du système solaire. Ce pulsar ("*pulsating star*") résulte de l'explosion de la supernova historique SN 1054 de Type II, phénomène appelé *supernova à effondrement gravitationnel de cœur*, qui comprime le cœur à la densité des noyaux atomiques. La Nébuleuse du Crabe est le centre du rémanent de la supernova SN 1054, qui a été observée pour la première fois le 4 juillet 1054, et est restée visible pendant environ deux ans. L'événement a été enregistré dans l'astronomie chinoise de l'époque, et des références à elle sont également trouvés dans un document *japonais* plus tard (13ème siècle), et dans un document du *monde arabe*. En outre, il existe un certain nombre de références proposées, mais douteuses, provenant de sources européennes enregistrées au 15ème siècle et peut-être un pictogramme associé à la culture *Puebloan ancestrale* trouvée près du site de Peñasco Blanco au Nouveau-Mexique. La Nébuleuse du Crabe se situe à 6.5 mille année-lumière de la Terre, dans la *constellation du Taureau*.

Découvert en 1968, le pulsar du Crabe (aussi appelé PSR B0531+21) fut le premier à être relié à un rémanent de supernova. Le Pulsar du Crabe, en tant qu'une étoile à neutrons tournant très rapidement sur elle-même, est hautement magnétisée et émet un faisceau de rayonnement électromagnétique dans la direction de son axe magnétique. Ce rayonnement ne peut être observé que lorsque le faisceau d'émission est dirigé vers la Terre, et est responsable de l'apparition pulsée de l'émission radio ("effet de phare"). En effet, l'axe magnétique du pulsar n'est pas parfaitement alignée avec son axe de rotation, et le faisceau de rayonnement balaie un cône en raison de la rotation de l'étoile. La période rotationnelle ( $P \sim 33.5$  ms, ou 30 tours par seconde) est régulière et stable (semble-t-elle). Toutefois, la période de rotation ralentit de 38 ns par jour, et sa luminosité "spindown" est  $L_{PSR} \sim 5 \times 10^{38}$  erg/s ( $10^5$  fois la luminosité du Soleil) est considéré la source d'énergie du système tout entier. Le pulsar du Crabe perd ainsi son énergie cinétique de rotation, et nous parlerons plus tard que c'est à cause de la formation d'un vent froid ultra-relativiste et magnétisé. Le Pulsar du Crabe interagit avec la Nébuleuse environnante par ce vent relativiste composé de particules (électrons/positrons et peut être, ions).



Bien que le pulsar du Crabe ait un rayon de l'ordre de 10 km, sa masse est d'environ 1.4 fois celle du Soleil ( $1.4M_{\odot}$ ). La plupart des modèles de base pour cet objet impliquent que le pulsar est composé presque entièrement de neutrons, qui sont des particules subatomiques sans charge électrique et avec une masse légèrement plus grande que les protons. Ils sont soutenus contre un nouvel effondrement par la pression de dégénérescence des neutrons, un phénomène décrit par le principe d'exclusion de Pauli. Il est si dense qu'une boîte d'allumette de taille normale contenant le matériel d'étoile à neutrons aurait une masse d'approximativement 13 millions de tonnes. La densité et la pression extrêmes font de la majeure partie de l'étoile un superfluide de neutrons qui est un supraconducteur jusqu'à des températures  $T \sim 3 \times 10^8$  K au centre, et la température de surface est autour de  $1.6 \times 10^6$  K.

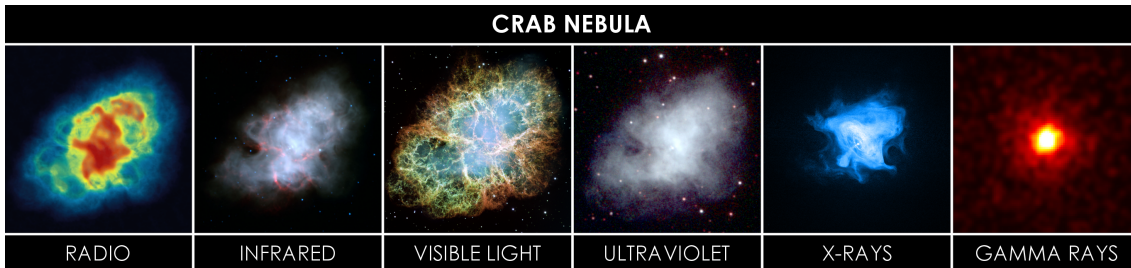


FIGURE 1.4: *La nébuleuse du Crabe vue dans la radio, l'infrarouge, la lumière visible, l'ultraviolet, les rayons-X et les rayons-gamma.*

La nébuleuse du Crabe a été observée à toutes les longueurs d'onde, de la radio à des rayons gamma de très haute énergie (voir la Fig. 1.4). Son émission non-thermique au-dessous de  $\epsilon \simeq 500$  MeV est une émission synchrotron d'électrons relativistes dans le champ magnétique de la nébuleuse, et au-dessus de  $\epsilon$ , c'est l'émission inverse Compton des mêmes électrons. La durée de vie synchrotronique des électrons émettant en optique est comparable à la dynamique temporelle de la nébuleuse, ce qui rend difficile la localisation exacte des accélérations de particules. Dans les rayons-gamma en dessous de  $\epsilon$ , où la durée de vie devient courte ( $\sim 1$  jour), la résolution angulaire des télescopes est insuffisante pour voir la structure de la nébuleuse. Cependant, les observations indiquent une variabilité de l'émission de rayons gamma dans l'intervalle  $[1 - 150]$  MeV [13, 19] sur une échelle d'environ 1 an. De Jager et al. [13] ont proposé que cette émission puisse provenir en raison des caractéristiques optiques variables observées avec le télescope spatial Hubble (HST) dans les régions polaires de la nébuleuse interne, en particulier d'un endroit dit "anvil" (enclume). La variabilité à une échelle de temps similaire a été récemment découverte dans l'émission de rayons-X [20].

Par rapport à l'émission thermique hautement filamentaire, l'émission non-thermique est relativement peu caractéristique. Pourtant, il a été découvert déjà en 1920 que des "wisps" fine et dynamique sont en quelque sorte produit au centre de la nébuleuse [21, 22]. Plus tard, les observations des rayons-X ont permis de découvrir la fameuse structure du

jet+tore dans la nébuleuse interne [23, 24], et les observations optiques à haute résolution avec HST ont révélé une structure sub-arcseconde de l'émission non-thermique, y compris quelques nœuds optiques [24, 25].

Selon le modèle MHD largement accepté de la Nébuleuse du Crabe, il y a de différents sites à l'intérieur de la Nébuleuse [26, 27] que nous allons montrer à l'aide de la Fig. 1.5:

- (S1) le site s'étendant de la surface du pulsar jusqu'au cylindre-lumière, une surface de cylindre dont le rayon  $R_{lc} = cP/(2\pi)$ , sur laquelle la vitesse d'un objet tournant en co-rotation avec le pulsar devient lumineuse. Conventionnellement, cette région s'appelle *magnétosphère de pulsar*, source de paires  $e^\pm$  ultra-relativistes;
- (S2) la région au delà du cylindre lumière, conventionnellement nommée *vent de pulsar* qui se prolonge jusqu'au bord du choc terminal. Ce vent froid ultra-relativiste s'écoule vers la nébuleuse;
- (S3) la région du choc terminal où le vent équatorial du pulsar claque dans la nébuleuse environnante à une distance  $R \approx 10^8 R_{lc}$  et un champ magnétique  $B \approx 10^{-8}$  T. Le vent équatorial apparaissant comme une série de stries semblables à des "wisps" qui se raidissent, s'éclairent et s'évanouissent alors qu'ils s'éloignent du pulsar dans le corps principal de la nébuleuse;
- (S4) le tore et les jets générés par l'asymétrie du choc terminal qui est plus proche aux pôles du pulsar qu'à l'équateur (visibles dans l'image de rayons-X en forme de l'anneau, Fig. 1.4). Le tore ressemble beaucoup plus à une collection de nœuds qu'une surface lisse;
- (S5) la Nébuleuse à grande échelle.

Nous allons tenter de décrire la structure de la magnétosphère (site S1) ainsi que le vent de pulsar (site S2) dans lesquels les champs électromagnétique dominant la dynamique, en nous limitant sur les grandes lignes qui seraient importantes pour comprendre les éruptions.

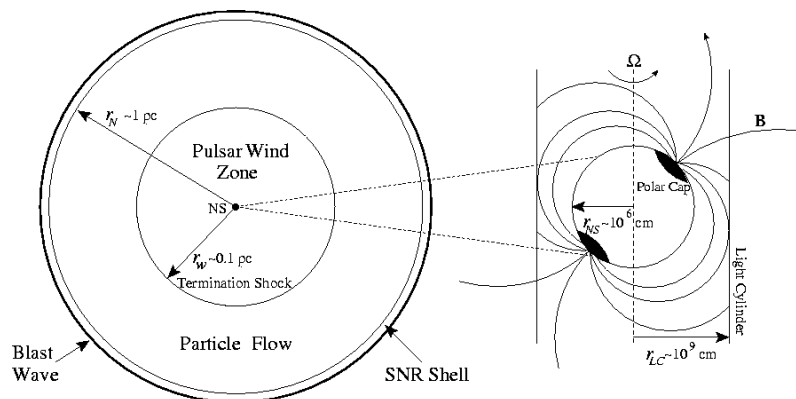


FIGURE 1.5: Différents sites à l'intérieur de la nébuleuse du Crabe. A droite, la magnétosphère de pulsar est illustrée: à l'intérieur du cylindre-lumière, les lignes de champ magnétique sortent d'une calotte polaire et rentrent dans l'autre.

## 1.2.3 La structure magnétique du Pulsar du Crabe

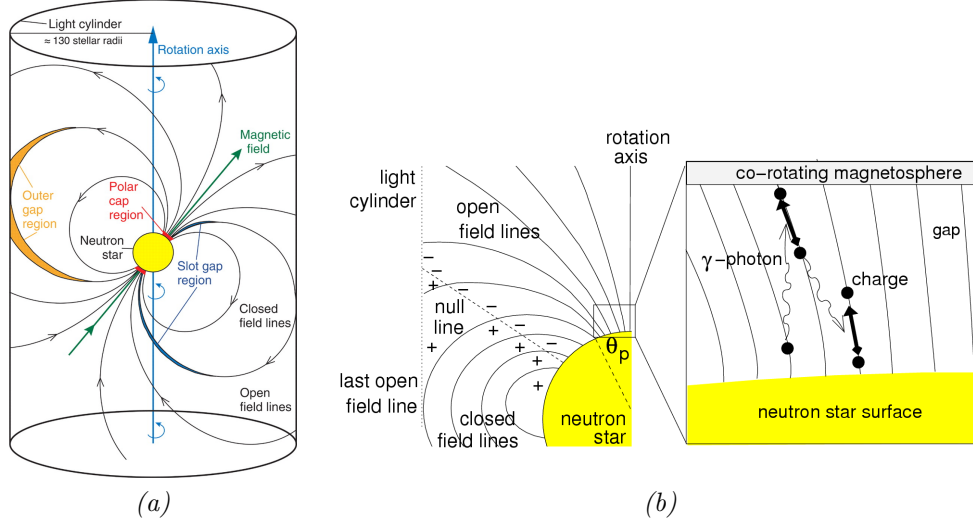


FIGURE 1.6: (a) Diagramme du modèle dipolaire magnétique traditionnel d'un pulsar. (b) Schéma de la cascade électron-positron qui est exigée par de nombreux modèles afin d'expliquer les émissions radio pulsées.

Dans la plupart des théories, il est admis que l'hypothèse d'un dipôle magnétique reflète suffisamment bien l'électrodynamique de magnétosphère. La magnétosphère typique d'un pulsar en tant qu'un rotateur oblique (dans le sens où les axes magnétique et rotationnel ne sont pas parallèles) est représentée dans la Fig. 1.6. Les lignes de champ co-rotatives sortant des calottes polaires traversent le cylindre lumière (le cylindre centré sur le pulsar et aligné avec l'axe de rotation) et ces lignes de champ ne peuvent pas fermer, Fig. 1.6a. Les électrons injectés au niveau des calottes polaires sont piégés et accélérés à des énergies très élevées le long des lignes de champ ouvertes mais courbées, où l'accélération résultant de la courbure leur fait émettre des photons-gamma par un rayonnement de courbure fortement polarisé dans le plan de courbure. Ces photons-gamma interagissent (i) avec le champ magnétique près de la surface de l'étoile où le champ magnétique est très fort, résultant de l'absorption des rayons gamma; et (ii) avec les photons à basse énergie pour produire des *paires électron-positron* ainsi que du rayonnement des photons à plus haute énergie ( $> 10$  GeV), Fig. 1.6b. Les résultats finaux de ce processus en cascade sont des faisceaux de particules chargées qui peuplent la magnétosphère avec le plasma et qui rayonnent à des longueurs d'onde radio. De plus, des cavités vides se produisent au niveau de la calotte polaire très proche de la surface d'étoile à neutrons dans une couche mince s'étendant sur plusieurs rayons stellaires le long de la frontière de la magnétosphère fermée, dit "slot gap", et dans la région extérieure à proximité du cylindre lumière ("outer gap"). Les cavités vides sont remplies de plasma, mais sa densité est inférieure à la densité critique de Goldreich-Julian, dans laquelle le champ électrique induit est saturé, et donc les électrons peuvent être accélérés à des énergies très élevées. Les paires  $e^\pm$  sont ainsi produites avec une énergie

qui varie de dizaines à des centaines de MeV, et la densité énergétique totale du plasma produit reste faible par rapport à la densité d'énergie magnétique. Néanmoins, la présence du plasma est d'une importance cruciale, car la structure électromagnétique dans la zone éloignée du cylindre lumière est fortement influencée par les courants qu'il transporte.

### 1.2.3.1 Le vent strié

Essayons maintenant de comprendre la structure magnétique globale s'étendant de la surface du pulsar jusqu'au choc terminal du Crabe. A l'intérieur du cylindre lumière, la structure du modèle de rotateur oblique peut être représentée en prenant en compte que le champ magnétique est gelé dans le plasma (Magnétohydrodynamique parfaite). Comme le plasma d'électron/positron ne peut pas tourner avec une vitesse supraluminique, les lignes de champ magnétique ouvertes au-delà du cylindre lumière sont enroulées vers l'arrière par rapport à la rotation du pulsar, Fig. 1.7a. Dans la ceinture équatoriale de rotation, le champ magnétique azimuthal (= toroïdal) à un rayon fixe alterne en direction à la fréquence de rotation, étant relié, chaque demi-période, à un pôle magnétique différent [28]. Du fait de l'inclinaison du pulsar, une structure semblable à celle observée dans le vent solaire émerge: les faisceaux de lignes de champ ouvertes provenant des deux calottes polaires forment un vent équatorial composé de stries magnétiques. A travers l'équateur, les champs électromagnétiques se propagent vers l'extérieur sous la forme d'ondes électromagnétiques en raison de la rotation inclinée. Le flux de plasma dans cette zone évolue en régions de plasma froid étant dominé magnétiquement et séparé par des nappes de courant très étroites et chaudes, Fig. 1.7b. Aux hautes latitudes, le champ magnétique ne change pas de signe, et il n'y a pas de nappes de courant incorporées dans le flux [29]. A ces endroits, les oscillations magnétiques peuvent se propager comme des ondes d'Alfvén.

Nous illustrons les esquisses 3D de la structure magnétique de pulsar ainsi que son vent dans la Fig. 1.8. Comme dans le cas d'un rotateur aligné, la nappe de courant est ici une surface unique qui sépare des lignes de champ magnétique ancrées à des hémisphères magnétiques opposés sur la surface stellaire. La nappe de courant développe des ondulations dont l'amplitude augmente linéairement avec la distance de l'étoile. La nappe de courant coupe maintenant le plan équatorial rotationnel le long des spirales adjacentes, qui séparent des stries de champ magnétique de polarité opposée - d'où le nom de *vent strié* [30].

Dans la zone lointaine, la distance entre les ondulations successives est faible par rapport au rayon de courbure de leurs surfaces, et la spirale dans le plan équatorial devient fortement enroulée. Dans la ceinture autour de l'équateur, dont l'épaisseur dépend de l'angle entre les axes magnétique et rotationnel, le flux ressemble localement à une séquence de nappes de courant sphériques concentriques, voir la Fig. 1.9. Une telle structure peut être considérée comme contenant deux discontinuités tangentielles par longueur d'onde,

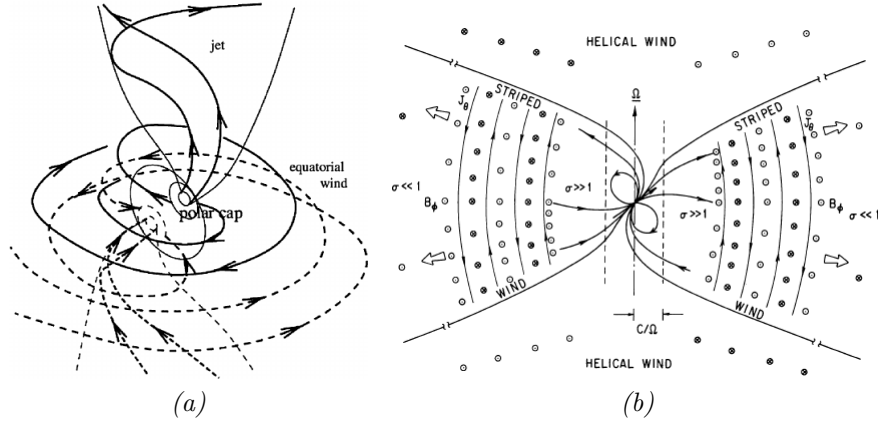


FIGURE 1.7: (a) Les lignes de champ magnétique où les lignes continues sont sortantes, les lignes discontinues sont des lignes de champs entrantes. L'ellipsoïde central représente la partie fermée de la magnétosphère s'étendant vers le cylindre lumière. Le flux de chaque calotte polaire est divisé en deux tubes de flux. Une partie du flux ouvert d'une calotte polaire se relie à un jet où la direction du champ magnétique varie doucement dans l'espace tandis que le reste se joint à un tube de flux similaire de l'autre calotte polaire pour former un vent équatorial strié qui consiste essentiellement en des tubes de flux alternés enroulés l'un autour de l'autre (d'après Kuijpers, 2001). (b) Schéma (pas à l'échelle) d'une topologie magnétique plausible pour un vent relativiste à partir d'un rotateur oblique. Près de l'équateur de rotation, le champ magnétique toroïdal  $B_\theta$  a une polarité alternative. Ces stries magnétiques sont séparées par de fines nappes de courant ( $J_\theta$ ). En dehors de l'équateur, le flux magnétique dans les stries vers et loin est inégal si l'obliquité du dipôle n'est pas égale à  $\pi/2$ . Les régions de flux opposés d'un vent initialement fort-magnétisé anéantissent lentement, ce qui entraîne un vent de faible magnétisation et thermiquement chaud à de grandes distances. Près des pôles de rotation, le champ magnétique toroïdal doit être enroulé en hélice, car le flux provient d'une seule calotte polaire (d'après Coroniti, 1990).

chacune séparant les lignes de champ d'un pôle magnétique de la nappe de courant. La structure correspondante en hydrodynamique est appelée *onde entropique*. Il s'agit simplement d'un "pattern" stationnaire à température et densité spatialement variables, qui est en équilibre de pression dans un plasma immobile. De ce fait, le pulsar perd de l'énergie cinétique de rotation en entraînant un vent composé de plasma, et l'énergie est dépensée pour la génération du champ magnétique dans le vent strié.

La longueur d'onde des ondulations électromagnétiques est d'au plus  $2\pi R_{lc}$ . Dans la zone éloignée, c'est beaucoup plus petite que le rayon (le rayon depuis le centre de pulsar jusqu'à la zone considérée). Pour cette raison, les processus dissipatifs, qui ne fonctionnent que sur des petites échelles, sont susceptibles d'être beaucoup plus importants dans le vent d'un rotateur oblique que dans un vent axisymétrique et stable. Par conséquent, la dissipation ou l'amortissement de ces ondes pourrait être un important mécanisme de transformation

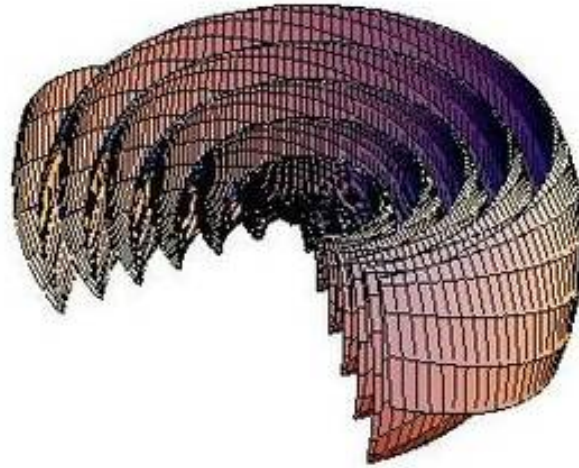


FIGURE 1.8: Les nappes de courant dans le vent strié, esquissé à partir d'une solution analytique pour le flux magnétohydrodynamique relativiste où le rotateur oblique possède une inclinaison entre les axes  $\pi/6$  (d'après Bogovalov, 1999). Les projections sur les planes méridionale et équatoriale sont montrées dans la Fig. 1.9.

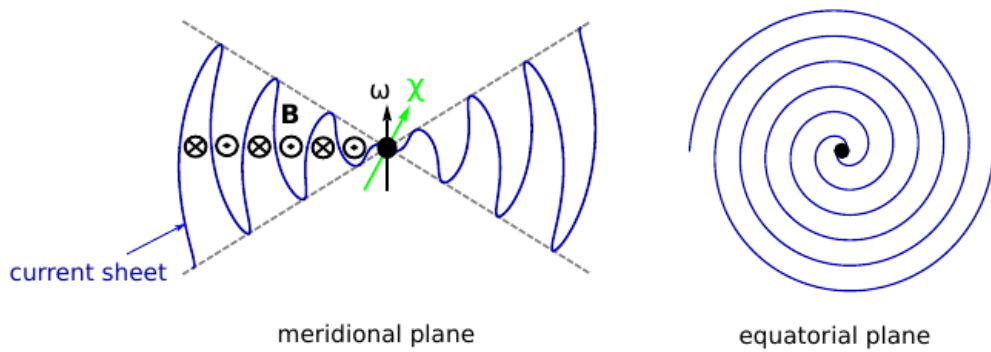


FIGURE 1.9: Vent strié pour un rotateur oblique avec l'angle  $\chi$  entre les axes magnétique et de rotation. Dans le plan méridional, la nappe de courant (courbe bleue) est ondulée et sépare les stries de polarité magnétique opposée. La composante dominante du champ magnétique est toroïdale. Dans le plan équatorial, la nappe de courant développe une spirale d'Archimède (d'après Mochol, 2017).

de l'énergie magnétique dans un vent de pulsar [26].

### 1.2.3.2 Le champ électromagnétique du vent strié

Après avoir représenté la morphologie magnétique du Crabe, nous allons voir comment évolue le champ électromagnétique dans le vent strié. Pétri [31] a résolu ce problème de manière analytique avec de paramètres plus réalistes, c'est-à-dire avec une épaisseur finie pour la nappe de courant et un flux magnétique s'étendant radialement vers l'extérieur à une vitesse constante  $V = \beta_v c$  légèrement inférieure à la vitesse de lumière  $c$ . Dans le système des coordonnées sphériques  $(R, \theta, \varphi)$  centré sur l'étoile et avec l'axe- $z$  le long de l'axe de rotation, les expressions explicites pour les composantes du champ électromagnétique dans le repère de l'étoile au repos sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_R = \beta_v^2 B_{lc} \frac{R_{lc}^2}{R^2} \tanh(\Psi_s/\Delta) \\ B_\theta = 0 \\ B_\varphi = -\beta_v B_{lc} \frac{R_{lc}}{R} \sin \theta \tanh(\Psi_s/\Delta) \\ E_R = 0 \\ E_\theta = -\beta_v^2 c B_{lc} \frac{R_{lc}}{R} \sin \theta \tanh(\Psi_s/\Delta) \\ E_\varphi = 0. \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Ici,  $R_{lc} = c/\Omega$  est le rayon du cylindre lumière,  $\Omega = 2\pi/P$  est la vitesse angulaire du pulsar,  $B_{lc}$  est le champ magnétique fiduciaire au voisinage du cylindre lumière,  $V$  est la vitesse radiale du vent et  $\Delta$  représente un paramètre caractérisant l'échelle de l'épaisseur de nappe de courant.  $\Psi_s$  est la fonction du flux magnétique qui s'annule dans la nappe de courant. On voit que la composante du champ magnétique  $B_R (\propto 1/R^2)$  décroît plus rapidement que le champ azimutal  $B_\varphi (\propto \sin \theta/R)$  ce qui permet de dire que le champ magnétique dans la zone éloignée du vent pourrait être essentiellement azimutal, même si chaque ligne de champ magnétique est une spirale ancrée sur la surface de l'étoile.

### 1.2.3.3 Le paramètre de magnétisation

Les propriétés du plasma dans la nébuleuse du Crabe, ainsi que dans la magnétosphère de pulsar sont très particulières: la densité d'énergie du champ magnétique peut dépasser non seulement la densité d'énergie thermique mais également la densité d'énergie de la masse au repos des particules de plasma. Afin de quantifier une magnétisation aussi forte, il est commode d'utiliser le paramètre de magnétisation relativiste ( $\sigma_{mag}$ ) qui est le rapport entre le flux d'énergie électromagnétique et le flux d'énergie des particules [30]:

$$\sigma_{mag} = \frac{\text{flux de Poynting}}{\text{flux d'enthalpie des particules}} = \frac{B^2}{4\pi m_e c^2 n \Gamma}, \quad (1.3)$$

où  $n$  est le nombre de densité des particules et  $\Gamma$  est le facteur de Lorentz du plasma. Dans les plasmas conventionnels solaires et de laboratoire, ce paramètre est très faible ( $\sigma_{mag} \ll 1$ ). Mais, pour le vent strié du pulsar, c'est différent: il est dominé par le flux de Poynting ( $\sigma_{mag} \gg 1$ ) avant le choc terminal et ensuite dominé par le plasma près du choc, de sorte que le paramètre de magnétisation est  $\sigma_{mag} = 3 \times 10^{-3}$  (voir la Ref. [30]). Cependant, il est difficile d'expliquer exactement comment  $\sigma_{mag}$  évolue de  $\sigma_{mag} \gg 1$  près du pulsar (par exemple, au cylindre lumière, la magnétisation est estimée  $\sigma_{mag,lc} \sim 6 \times 10^4$  [32]) à  $\sigma_{mag} \ll 1$  au niveau du choc terminal. Ce problème est connu sous le nom de " $\sigma$ -problem". Il est intéressant aussi de noter que ce paramètre est uniquement lié à la vitesse d'Alfvén  $v_A$  via

$$(v_A/c)^2 = \sigma_{mag}/(1 + \sigma_{mag}). \quad (1.4)$$

### 1.3 Différents modèles proposés pour expliquer les éruptions

Les observations avec les télescopes spatiaux témoignent que les électrons sont accélérés jusqu'à des énergies PeV<sup>2</sup> lors d'une éruption du Crabe, ce qui indique que le mécanisme d'accélération des particules est très efficace. Même si le vent magnétique ultra-relativiste du pulsar est considéré comme la source d'énergie [30, 33], le mécanisme réel de l'accélération non-thermiques des particules est encore un mystère. Jusqu'ici, plusieurs modèles ont été développés pour expliquer les éruptions du Crabe. Les principaux candidats sont (i) le choc terminal du vent, (ii) la turbulence MHD dans la Nébuleuse, et (iii) les événements de reconnexion magnétique. Quel que soit le mécanisme, l'énergie d'une particule ne peut être augmentée que par le travail effectué par le champ électrique, puisque la force de Lorentz due au champ magnétique est perpendiculaire à la direction de mouvement de la particule.

#### 1.3.1 Le modèle basé sur l'accélération de particules dans le choc terminal

Komissarov & Lyutikov [34] ont élaboré ce modèle à travers les simulations Magnétohydrodynamique (MHD) relativiste, à partir d'une structure du choc terminal très déformé et dynamique qui se compose de choc de l'arc, choc de la jante et la ceinture de Mach ("arch shock", "rim shock", "Mach belt"). Sur ce modèle, le vent de pulsar est considéré comme une onde très froide (le paramètre de température  $a \rightarrow 0$ ) et hautement relativiste (le facteur de Lorentz  $\Gamma \gg 1$ ), et cette onde provoque de perturbations de l'ondulation sur le choc terminal oblique. Par la suite, ce choc dynamique produit un flux

---

2. Le facteur de Lorentz d'un électron/positron ayant de l'énergie cinétique de 1 PeV, est  $\Gamma \simeq 2 \times 10^9$ .



"post-choc" légèrement relativiste au voisinage de l'arc supérieur où le champ magnétique propre est hautement élevé et azimuthal, dans la direction de l'observateur, Fig. 1.10.

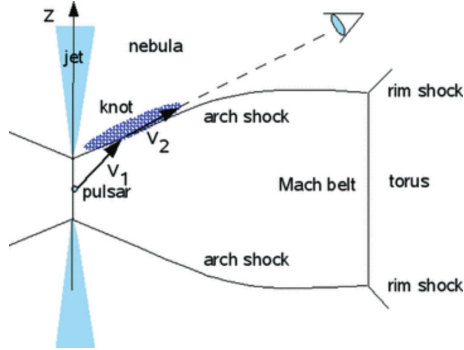


FIGURE 1.10: *Interprétation du "knot" interne comme une partie fortement oblique du choc terminal (d'après Komissarov & Lyutikov).*

Et avec l'effet de "Doppler beaming" (le facteur de Doppler est aussi élevé que  $D = 10$ ), ce flux se représente en tant qu'un *nœud* ("knot") brillant qui serait responsable des rayons-gamma autour de 100 MeV. En effet, le nœud interne présente des variations significatives de son flux et éventuellement de son emplacement sur l'échelle temporelle comparable à celle de la variabilité des rayons gamma ( $\sim 1$  an) rapportée par de Jager et al. [13]. Ces données suggèrent d'envisager la possibilité que le nœud interne puisse être une source forte de rayons gamma, pendant et entre

les éruptions. La courte échelle de temps de l'éruption peut être attribuée au changement de direction du choc normal à cause d'une perturbation de l'ondulation, provoquant la vitesse post-choc qui balaie à travers la ligne de visée et crée une éruption courte dans l'émission. Dans ce scénario, les auteurs n'ont pas clarifié le mécanisme de variabilité du choc alors qu'il est l'un des ingrédients de base.

### 1.3.2 Le modèle avec l'accélération dans le plasma turbulent de la Nébuleuse

Ensuite, Bykov et al. [35] ont proposé un modèle basé sur des processus d'accélération des particules qui se produisent au niveau du choc terminal du vent strié. Dans ce scénario, les éruptions surviennent autour de la ceinture équatoriale où l'annihilation des stries au choc génère une turbulence magnétique facilitant les processus d'accélération de Fermi. Ils constatent qu'une concentration de champ magnétique fluctuant peut générer un signal de rayons-gamma itératif, fortement polarisé, qui est le plus prononcé à la fin du spectre synchrotron d'haute-énergie. Dans ce modèle, des photons synchrotron supérieurs à 100 MeV peuvent être émis si le champ magnétique varie sur une échelle de temps plus courte que le temps de refroidissement synchrotron des particules qui est déterminé sur la valeur moyenne quadratique ("root mean square" ou RMS) du champ. La variabilité des rayons-gamma observée serait alors donnée par les propriétés statistiques des fluctuations magnétiques (durée de vie, amplitude). Cependant, les échelles de temps courtes-durées des éruptions aux rayons-gamma ne sont pas complètement en faveur de ce modèle.

1.3.3 Les modèles basés sur la reconnexion magnétique

Comme nous avons remarqué plus haut, la reconnexion magnétique – le réarrangement topologique des lignes de champ magnétique, est un candidat naturel pour les éruptions. Or, c'est le principal mécanisme par lequel l'énergie-libre stockée dans le champ magnétique peut être soudainement convertie en énergie cinétique des particules. Ce phénomène a été invoqué dans le système solaire, c'est précisément ce qui est observé, où le flare intermittent et la production de particules non-thermiques sont régulièrement associés à la reconnexion magnétique [36]. En outre, les modèles des flares rapides dans les Sursauts de rayons-gamma (GRBs) et dans les Noyaux Actifs de Galaxies (AGNs) sont basés sur ce mécanisme [37–39]. Pourtant, les modèles proposés dans le cadre des éruptions du Crabe se distinguent sur la localisation où se déclenche la reconnexion.

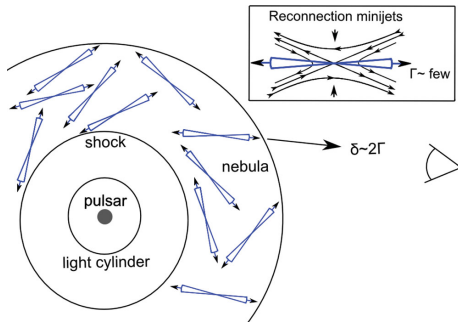


FIGURE 1.11: Reconnexion dans la nébuleuse vue de dessus du plan toroïdal. Comme le montre à droite, chaque site de reconnexion se compose d'entrées de plasma dans la région de reconnexion et de sorties opposées relativistes dit "minijets" (d'après Clausen-Brown & Lyutikov).

Par exemple, selon le scénario proposé par Clausen-Brown & Lyutikov [40], la reconnexion relativiste est supposée (sans l'explication) d'avoir lieu à des multiples sites dans la nébuleuse au-delà du choc terminal avec le paramètre de magnétisation d'ordre quelques uns,  $\sigma_{mag} \gtrsim 1$ <sup>3</sup>. Les vitesses en aval de reconnexion sont alors légèrement relativistes, et se comportent comme des "minijets" (équivalents des knots dans Komissarov & Lyutikov [34]). Parfois, ces minijets sont dirigés vers l'observateur et détectés comme d'éruptions sporadiques, Fig. 1.11. Pour analyser les distributions spectrales d'énergie ("spectral energy distribution"s ou SEDs) des flares observés, il

a été développé le modèle statistique des minijets dans lequel des sites de reconnexion s'activent aléatoirement avec un taux de reconnexion moyen  $n_r$ , et sont donc décrits par la statistique de Poisson. Les SEDs des flares suggèrent que des particules non-thermiques sont générées dans des régions de reconnexion et subissent un mouvement relativiste le long de la ligne de visée. Les modèles d'accélération des particules pendant la reconnexion tendent à créer une loi de puissance avec un indice proche de  $p \sim 1$ . Les auteurs ont montré que de telles distributions peuvent facilement former un "carambolage" (pile-up) près de la limite de réaction au rayonnement impliquée par MHD (i.e.  $\simeq 160$  MeV).

Baty et al. [42–44] sont premiers à avoir proposé un mécanisme de *reconnexion rapide* pour expliquer les flares, partant du modèle du vent strié qui implique la présence des multiple-

3. Le " $\sigma$ -problem" provoque des modèles concurrents qui suggèrent  $\sigma_{mag} \gtrsim 1$  au niveau du choc, près de l'emplacement inféré du choc inverse [41].

nappes de courant à travers le plan équatorial du pulsar. En effet, de telles configurations sont sujets à des instabilités résistives de mode de multiple déchirement ("multiple tearing mode" ou MTM dont on parlera dans le chapitre suivant) qu'on peut attendre de la structure magnétique dans la magnétosphère des pulsars. Sur ce modèle, il a été considéré un système de configuration contenant la double nappe de courant dans le repère du vent strié qui se déplace avec une vitesse relativiste. A travers des simulations MHD résistives relativistes, les auteurs ont exploré le phénomène de reconnexion magnétique via le mode de double-déchirement ("double-tearing mode" ou DTM) qui se caractérise par un développement multi-phase des instabilités. D'après les résultats numériques, le système de double nappe de courant se dirige (sous certaines conditions) vers une *phase de reconnexion rapide* qui serait déclenchée après une phase d'évolution lente, et une échelle de temps d'une *instabilité de tearing explosive* serait obtenue permettant d'expliquer les éruptions de courte-durée. En effet, le caractère dynamique du mécanisme de reconnexion est dû au développement soudain et rapide de l'instabilité explosive non-linéaire qui est générée par l'interaction des îlots magnétiques initiaux situés sur deux couches de courant successives. En d'autres termes, une coalescence des îlots magnétiques entraîne l'instabilité explosive et ça se traduit par un écoulement de plasma en amont de site de reconnexion, dont la vitesse est proche de celle de la lumière. A l'aide de ce modèle, les contraintes sur le facteur de Lorentz  $\Gamma$  du vent strié lors d'une éruption et sur l'emplacement de la région d'émission  $R$  sont instaurées par (i) la durée d'une éruption typique ( $\sim 10$  h) dans le repère du laboratoire et (ii) la longueur d'onde de DTM ( $\sim 2\pi R_{lc}$ ) dans le repère de vent strié:  $\Gamma \lesssim 300$  et  $R \approx 50R_{lc}$  [42, 43]. Néanmoins, à ce stade du modèle, il est impossible de discuter de spectres des flares car cela nécessite une description cinétique de la dynamique des particules dans le site de reconnexion. De plus, il est difficile de réaliser une analyse pour expliquer la rareté des flares observés (quelques événements par an [45]).

Dans la continuité du travail, Takamoto, Pétri & Baty [44] ont proposé d'étendre les résultats précédents en ajoutant l'effet d'une composante champ-guide magnétique perpendiculaire au plan de reconnexion. Nous avons déjà vu que la structure du champ magnétique dans le vent strié peut être décrite par les expressions analytiques données par Pétri [31]: le champ magnétique est dominé par la composante toroïdale le long de la direction azimutale,  $B_\varphi$ , alors que la partie poloïdale est dirigée le long du rayon,  $B_\theta \sim B_r$ . En raison de cette configuration magnétique particulière, on avait obtenu  $B_\varphi \propto R_{lc}/R$  et  $B_r \propto (R_{lc}/R)^2$  ayant tous deux la même grandeur au cylindre lumière,  $B_\varphi = B_r$ . Par conséquent, l'effet du champ-guide dans le vent strié de pulsar devrait devenir négligeable pour des distances beaucoup plus grandes que  $R_{lc}$ . Il a été étudié également l'énergétique thermique du processus de reconnexion à partir d'un modèle approximatif de fluide magnétisé ( $\sigma_{mag} \leq 120$ ). Plus précisément, le changement de la distribution de température a été déterminé pendant la phase explosive pour déduire un spectre en énergie de particules thermiques et l'émission synchrotron qui en résulte. Le spectre atteint un pic d'énergie

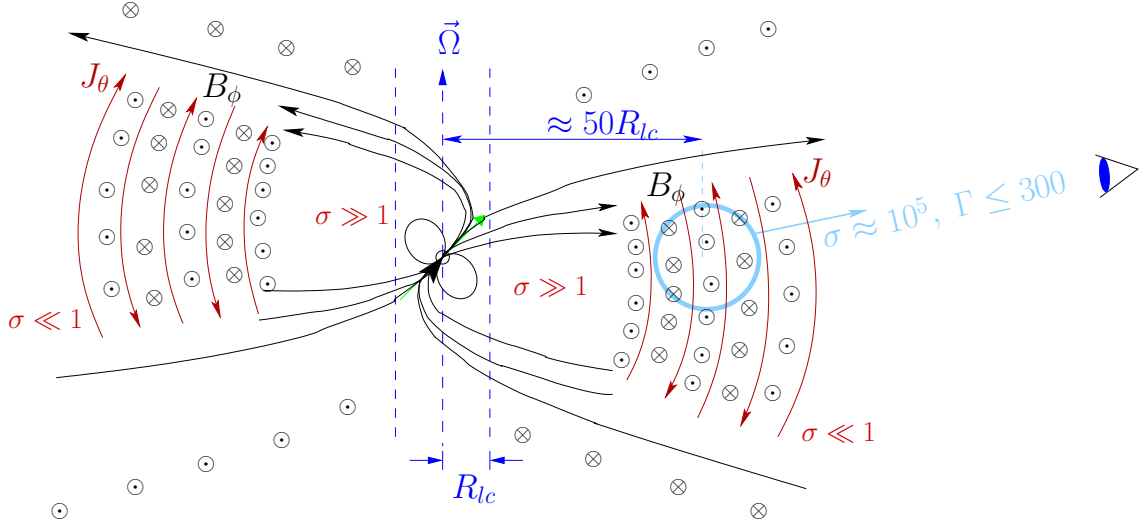


FIGURE 1.12: *Illustration des résultats de Baty et al. (2013) obtenus par le modèle de DTM dans le vent strié du Crabe. Le système de configuration contenant la double nappe de courant est regardé sur le plan équatorial, dans le repère du vent relativiste.*

$\varepsilon_p$  simplement lié au paramètre de magnétisation  $\sigma_{mag}$  par  $\varepsilon_p \propto \sigma_{mag}^2$ . Les auteurs ont donc conclu que si les éruptions du Crabe auraient lieu dans la région où le paramètre de magnétisation est  $\sigma_{mag} \gtrsim 10^5$ , l'énergie moyenne de photons émis par les particules thermiques deviendra  $10^2 - 10^3$  MeV, ce qui est dans la même gamme d'énergie que les données observationnelles. Cette condition s'ajoute aux deux contraintes précédentes (sur l'emplacement de l'origine des flares et sur le facteur de Lorentz maximal du vent strié) résumées dans la Fig. 1.12.

Très récemment, Lyutikov [46] a soumis un article proposant un modèle de reconnexion explosive pour expliquer les éruptions gamma du Crabe. L'auteur a renoncé l'ancien modèle [34] où il requiert que le secteur du vent qui produit le noeud interne ait une magnétisation faible,  $\sigma_{mag} \ll 1$ . Ainsi, ce n'est pas une bonne région où les éruptions apparaissent car les éruptions nécessitent un milieu fortement magnétisé et de plus, bien localisé. Il a développé le modèle d'accélération de particules lors des événements de reconnexion explosive dans le plasma relativiste hautement magnétisé. Le modèle de reconnexion explosive repose sur le développement d'instabilités MHD entraînées par le courant (current-driven) telles que la coalescence des courants et l'effondrement des points- $X$  (les points où le champ magnétique s'annule), entraînées par des attractions des courants parallèles. Via des méthodes analytique et numérique (simulations MHD/PIC), il a été étudié l'instabilité du système bidimensionnel libre-force des îlots/tubes de flux magnétiques (structures 2D dit "ABC"). Ce scénario a permis ainsi de localiser la région des éruptions: celle-ci est située à des latitudes intermédiaires polaires, entre 10 et 45 degrés, où la magnétisation du vent devrait être élevée (la limite inférieure de la latitude d'éruption provient du potentiel

requis disponible, tandis que la limite supérieure provient de la modélisation du nœud interne du Crabe).

Dans cette thèse, nous sommes particulièrement intéressés au modèle de reconnexion magnétique explosive basé sur le mode de double-déchirement (DTM) qui a été développé dans l'article de Baty et al. [42] et ses extensions suivantes [43, 44].

## 1.4 Le point de départ de la thèse

### 1.4.1 Simulations MHD résistive non-relativiste

Nous allons tenter donc d'améliorer ce modèle. Premièrement, on cherche à explorer plus en détail le mécanisme physique qui sous-tend le mode de double-déchirement (DTM), en mettant l'accent sur *la loi d'échelle du taux de croissance d'instabilité* dans la phase rapide de DTM, donnant le caractère explosif du phénomène éruptif. Par commodité, tous les termes dissipatifs du système physique sont désignés par une seule quantité – la résistivité de plasma ( $\eta$ ). Les paramètres de dissipation résistive dans le vent strié du Crabe sont inconnus (on suppose qu'ils sont très petits,  $\eta \rightarrow 0$ ), cependant la dépendance du taux de croissance avec la résistivité (ou bien, la loi d'échelle du taux de croissance en fonction de résistivité) est de grande importance pour étudier l'évolution dynamique de DTM rapide. Bien que ce problème ait été étudié dans les travaux antérieurs [47, 48], les résultats restent toujours nettement différents et incertains. Plus précisément, Wang et al. [47] ont proposé que le taux de croissance varie comme  $\eta^{0.2}$ , tandis que dans Zhang & Ma [48], la dépendance du taux de croissance avec la résistivité est encore plus faible,  $\eta^{0.06}$ . Différemment de ces études précédentes, Baty et al. [42] ont étudié ce problème dans le régime relativiste et obtenu  $\eta^{0.2-0.3}$ . Notre objectif est d'étudier et de clarifier ce point au moyen de simulations MHD résistives en géométrie cartésienne implantée dans une région locale du vent strié. Il faut noter que la Magnétohydrodynamique (MHD) est une approche macroscopique, indispensable lors d'une étude des propriétés électromagnétiques d'un fluide conducteur. Dans notre cas, c'est le plasma composé des leptons  $e^\pm$  et probablement d'ions dans le vent strié. Nous tenons aussi à souligner que dans ce scénario, tout le processus de reconnexion se passe dans le plan équatorial (presque) sans effet de la composante poloïdale de champ magnétique, car la région considérée dans la simulation est localisée assez loin du cylindre-lumière. Tout cela nous permet de réaliser les simulations MHD en géométrie bidimensionnelle (2D).

Dans la suite, nous adopterons le système complet des équations compressibles dans le cadre de MHD non-relativiste, et la vitesse d'écoulement du plasma se compare à la vitesse d'Alfvén ( $v_A$ ) au lieu de la célérité de la lumière (qui est utilisée dans le cas relativiste). Nous allons voir que l'approche MHD non-relativiste du mode de tearing serait aussi valable que celle du régime relativiste pour les plasmas magnétiquement dominés (voir

Komissarov et al. [49]).

Deuxièmement, vu que la reconnexion magnétique explosive est sujet à une instabilité secondaire (dite "plasmoïde") dans la phase rapide pour des résistivités assez faibles, la loi d'échelle du taux de croissance d'instabilité pourrait être affectée. Récemment, Nemati et al. [50] ont obtenu un résultat surprenant dans lequel une loi d'échelle du taux de croissance avec la puissance *négative* de résistivité est observée en présence de ces instabilités secondaires. Nous examinerons alors la dynamique de cette instabilité secondaire lors des simulations MHD afin qu'on puisse vérifier son effet sur la loi d'échelle. Pour cela, un intervalle relativement large de valeurs du paramètre de résistivité est pris, avec des valeurs suffisamment petites pour investiguer le régime des plasmoïdes.

#### 1.4.2 Accélération de particules-test

Les fonctions de distribution non-maxwelliennes (ou non-thermiques) peuvent être très importantes pour la compréhension des événements éruptifs. Le faible taux de collision entre les particules de plasma dans la plupart des systèmes astrophysiques signifie que l'échelle de temps pour la relaxation à une distribution d'équilibre est généralement beaucoup plus longue que celle de la dynamique physique de système. Cela permet la formation d'une composante supra-thermique de la fonction de distribution (souvent une loi de puissance). Dans les éruptions du Crabe, les spectres de rayons-gamma observés et donc les distributions en énergie des particules rayonnantes sont non-thermiques, décrits par les lois de puissance. Cela constitue donc une raison importante d'envisager une étude cinétique de la dynamique des particules à côté des modèles MHD de reconnexion. La nature à petite échelle de la zone non-idéale de la reconnexion magnétique conduit à d'autres dynamiques importantes de la fonction de distribution telles que la production de faisceaux énergétiques grâce à une forte accélération des particules près de la ligne- $X$  de reconnexion. Pour cette raison, la question de l'accélération des particules non-thermiques est un problème clé dans notre étude. Par conséquent, il faut étudier l'accélération des particules pendant la reconnexion explosive, puis le rayonnement synchrotron émis par les particules accélérées pour avoir des spectres synthétiques et comparer aux observations.

L'accélération des particules dans la reconnexion est généralement abordée au moyen de la théorie analytique [51, 52], ainsi que de simulations PIC [53–59] et particule-test [60, 61]. Dans le cadre de notre travail de thèse, nous menons des calculs non-relativistes, indépendants des simulations MHD, pour intégrer le mouvement dynamique de particules chargées dans le champ électromagnétique. En utilisant l'approche "particule-test", nous examinons les spectres en énergie des particules non-thermiques à différents moments de la phase explosive. Cette étude est valable à condition que l'échelle de temps de mouvement dynamique de particule soit plus courte que l'échelle de temps MHD. En d'autres termes, le champ électromagnétique ne change pas pendant le temps d'intégration du mouvement

de la particule.

## Chapitre 2

# Modèle MHD et instabilités de reconnexion



## 2.1 Modèle MHD

La description formelle de la reconnexion nécessite le choix d'un modèle dynamique. Ici, nous limitons la discussion à la magnétohydrodynamique (MHD), où nous permettons une résistivité finie (MHD résistive) comme le seul processus de transport non idéal.

La magnétohydrodynamique (MHD) est une théorie de fluide qui concerne la compréhension de la nature macroscopique des écoulements de fluides en présence de champs magnétiques. Conventionnellement, l'approche fluide de MHD est déduite à partir de la théorie cinétique de plasma (en terme de *l'équation de Boltzmann/Vlasov* [62]) en définissant des quantités statistiques (moyennes) appropriées telles que la densité, pression, vitesse d'écoulement de plasma ainsi que la densité de courant. Le point central de la théorie MHD est que les fluides conducteurs peuvent supporter les champs magnétiques. La présence de champs magnétiques conduit à des forces qui, à leur tour, agissent sur le plasma, ce qui modifie potentiellement la géométrie (ou la topologie) et l'intensité (en anglais *strength*) des champs magnétiques eux-mêmes. L'ensemble des équations qui décrivent MHD est une combinaison des équations de Navier-Stokes de la dynamique des fluides et des équations de Maxwell de l'électromagnétisme. Ce chapitre donne une introduction de base à MHD à partir de laquelle nous connaissons comment les reconnexions magnétiques peuvent avoir des effets significatifs sur la nature des éruptions du Crabe. Nous soulignons que la plupart des gens sont d'accord sur le fait que le vent strié est composé des leptons  $e^\pm$  et éventuellement des ions.

En principe, le modèle MHD décrit la dynamique lente du plasma sur une grande échelle. Nous allons voir, dans la suite, les hypothèses qui construisent la base du modèle MHD.

### 2.1.1 Les hypothèses de validité de la MHD

L'approche MHD est valable lorsque le plasma est traité comme un milieu continu mono-fluide et électriquement quasi-neutre, c'est-à-dire qu'il y a autant de charges positives que négatives. Nous allons citer les concepts fondamentaux de la MHD:

1. Le plasma est dominé par des collisions électrons-ions d'où les distributions des particules sont proches de Maxwelliennes.
2. L'échelle de longueur caractéristique des variations spatiales ( $L_c$ ) est beaucoup plus longue par rapport au rayon de Larmor ionique<sup>1</sup> ( $r_{L,i}$ ) et au libre parcours moyen ( $\lambda_{e,i}$ ) des particules entre deux collisions successives électron-ion:  $L_c \gg r_{L,i}, \lambda_{e,i}$ .
3. L'échelle de temps caractéristique des variations temporaires ( $t_c$ ) est beaucoup plus longue par rapport à la période girationnelle des ions ( $T_{g,i}$ ) et au temps de parcours moyen ( $\tau_{e,i}$ ) entre deux collisions successives électron-ion:  $t_c \gg T_{g,i}, \tau_{e,i}$ .

---

1. En l'occurrence, la largeur de la nappe de courant est beaucoup plus longue par rapport au rayon de Larmor ionique (modèle du plasma fortement magnétisé).

Après avoir cité ces hypothèses, on pourrait se poser la question sur la validité du modèle MHD au plasma du vent strié composé des électrons/positrons (et probablement des ions).

### 2.1.2 Le modèle MHD pour le vent strié

Le plasma du vent strié peuplé des leptons  $e^\pm$  ne satisfait pas complètement les hypothèses de la MHD. Comme les masses des particules sont égales,  $m^- = m^+$ , contrairement au plasma collisionnel avec des électrons et des ions, le plasma du vent devient donc *peu collisionnel*. Néanmoins, ce plasma est fortement magnétisé ( $\sigma_{mag} \gtrsim 10^4 - 10^5$ , d'où fortement relativiste [29]) sous le champ magnétique du pulsar, et l'échelle de longueur de la variation du champ à travers une nappe de courant est beaucoup plus longue que le rayon de Larmor des leptons,  $1/L_c \sim |\frac{\nabla B}{B}| \ll 1/r_L$ , où  $B$  est le module de champ magnétique. Nous nous permettons donc d'utiliser la description MHD du vent strié, même si cette approximation serait à l'ordre le plus bas à cause de collisions insuffisantes. De plus, nous supposons que la dissipation de champ magnétique peut être représentée par le paramètre de résistivité macroscopique du plasma  $\eta$ , bien que celle-ci soit du type anormale, méditée par la turbulence du plasma et non par des collisions particules-particules.

Comme nous avons invoqué dans l'introduction, le vent strié est relativiste et en principe, c'est la MHD relativiste qui devrait être utilisée (comme c'est le cas du travail de Baty et al. [42]). Cependant, Komissarov et al. [49] ont démontré que la dynamique de l'instabilité de tearing pour le plasma fortement magnétisé ( $\sigma_{mag} \gg 1$ ) reste la même que dans le régime non-relativiste. Du fait de forte magnétisation, la densité de masse au repos et la pression thermodynamique du plasma sont complètement ignorées dans l'ordre-zéro des équations MHD relativiste. Par conséquent, il a été obtenu les équations magnétodynamiques (MD) qui décrit la dynamique du champ magnétique tout seul sous l'influence des pression et tension magnétiques. Il a été effectué une analyse plus approfondie de magnétodynamique (MD) résistive et découvert que dans la limite de quasi-équilibre, qui est caractérisée par de faibles vitesses de dérive, ses équations deviennent effectivement similaires à celles de MHD non-relativiste. En particulier, la densité d'énergie de masse du champ magnétique ( $\rho = B^2/(8\pi c^2)$ ) prend le rôle de la densité de masse de la MHD classique alors que la vitesse de dérive  $\mathbf{V}_E = c \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$  joue le rôle de la vitesse du fluide. Ainsi, la dynamique du système peut être décrite comme un flux d'énergie de masse magnétique sous l'action de la pression et de la tension magnétiques. Les auteurs ont démontré numériquement que le temps caractéristique ( $\tau$ ) du taux de croissance de l'instabilité de tearing dans le régime relativiste est le même que dans le cas de la MHD non-relativiste si on remplace la vitesse de la lumière par la vitesse d'Alfvén, à savoir  $\tau = \sqrt{\tau_A \tau_d}$ , où  $\tau_A$  est le temps de parcours d'Alfvén et  $\tau_d$  est le temps de diffusion du champ à travers une nappe de courant [63, 64]. De plus, comme dans le cas non-relativiste, il a été observé la formation d'îlots magnétiques dans la phase non-linéaire de l'instabilité. Cela s'accompagne de

l'apparition de points neutres de type- $O$  et  $X$ . Le développement d'un point- $X$  peut être considéré comme une première étape dans la mise en place de la nappe de reconnexion où l'énergie magnétique dissipée et le flux magnétique sont constamment renouvelés en raison de l'écoulement de plasma [65]. La raison de cette coïncidence dans la dynamique c'est que la similitude étroite entre les équations gouvernantes, en particulier dans l'approximation du quasi-équilibre. Notamment, le rôle de la densité de masse de MHD non-relativiste est joué par la densité d'énergie de masse du champ magnétique.

En nous appuyant sur la conclusion de Komissarov et al., nous allons traiter le vent strié dans le cadre de la MHD résistive non-relativiste.

### 2.1.3 Les équations MHD non-relativistes

L'approche pédagogique que nous utiliserons est d'abord définir les variables MHD de plasma et ensuite représenter les équations qui constituent le modèle MHD d'un plasma et de ses champs électromagnétiques. Nous commençons par définir les variables MHD du plasma mono-fluide:

$$\text{densité de plasma:} \quad \rho \equiv \sum_s m_s n_s \simeq m_{e^-} n_{e^-} + m_{e^+} n_{e^+} = 2m_{e^+} n_{e^+}, \quad (2.1a)$$

$$\text{vitesse d'écoulement:} \quad \mathbf{v} \equiv \frac{\sum_s m_s n_s \mathbf{v}_s}{\sum_s m_s n_s} \simeq \frac{m_{e^-} n_{e^-} \mathbf{v}_{e^-} + m_{e^+} n_{e^+} \mathbf{v}_{e^+}}{\rho} = \frac{\mathbf{v}_{e^+} + \mathbf{v}_{e^-}}{2}, \quad (2.1b)$$

$$\text{densité de courant:} \quad \mathbf{j} \equiv \sum_s n_s q_s \mathbf{v}_s \simeq e n_{e^+} (\mathbf{v}_{e^+} - \mathbf{v}_{e^-}), \quad (2.1c)$$

$$\text{pression de plasma:} \quad p \equiv \sum_s \left[ p_s + \frac{n_s m_s}{3} |\mathbf{v}'_s|^2 \right] \simeq p_{e^+} + p_{e^-}, \quad (2.1d)$$

où  $\mathbf{v}'_s \equiv \mathbf{v}_s - \mathbf{v}$  est la vitesse d'écoulement des espèces relative par rapport à la vitesse d'écoulement du plasma tout entier,  $\mathbf{v}$ . Ici, les formes de droite indiquent d'abord l'expression générale sous forme d'une somme sur l'indice d'espèces  $s$  (des électrons/positrons et éventuellement, des ions), et après une égalité approximative, sur la forme à bi-fluides d'électron-positron sans inclure les ions.

Les équations utilisées pour décrire le modèle MHD d'un plasma magnétisé et les champs électriques et magnétiques associés sont constituées des équations de fluide avec les équations d'électrodynamique de Maxwell. Comme pour toute description de fluide d'un système cinétique, une approximation de fermeture doit être appliquée au moment le plus

élevé de l'équation de distribution des particules. Ceci est souvent réalisé avec des approximations du flux de chaleur par une condition d'adiabaticité ou d'isothermalité.

La description MHD de plasma (idéale,  $\eta \rightarrow 0$ ; résistive, pour  $\eta \neq 0$ ) est donc:

$$\text{densité de masse:} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.2a)$$

$$\text{continuité de charge:} \quad \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (2.2b)$$

$$\text{moment:} \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p, \quad (2.2c)$$

$$\text{loi d'Ohm:} \quad \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j}, \quad (2.2d)$$

$$\text{équation d'état:} \quad p \cdot \rho^{-\gamma} = Cste, \quad (2.2e)$$

$$\text{dérivée du temps totale:} \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (2.2f)$$

où  $\mathbf{v}$  est le champ de vitesse,  $\mathbf{B}$  le champ magnétique,  $\mathbf{E}$  le champ électrique et  $\mathbf{j}$  la densité de courant électrique. Dans ce système des équations, nous avons ignoré les termes visqueux.

La contenu physique de la description MHD du plasma est brièvement comme suit:

- L'équation de la densité de masse ( $\rho$ ) est également appelée équation de continuité et peut être écrite sous la forme  $\partial \rho / \partial t = -\mathbf{v} \cdot \nabla \rho - \rho \nabla \cdot \mathbf{v}$ . Lorsqu'il est écrit dans cette dernière forme, il décrit les changements de densité de masse dus à l'advection ( $\mathbf{v} \cdot \nabla \rho$ ) et à la compressibilité ( $\nabla \cdot \mathbf{v} \neq 0$ ) par la vitesse de flux de masse  $\mathbf{v}$ .
- L'équation de continuité de charge est la forme quasi-neutre ( $\rho_q \simeq 0$ ) de l'équation de continuité de charge générale  $\partial \rho_q / \partial t + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$  qui résulte de l'addition d'équations pour les densités de charge des espèces d'électrons et de positrons dans le plasma.
- L'équation de moment, qui est également connue sous le nom d'équation de mouvement, fournit l'équilibre de densité de force pour un élément de fluide (volume infinitésimal de fluide): la force d'inertie ( $\rho d\mathbf{v}/dt$ ) est égale à la force magnétique de Lorentz ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ) plus la force (expansive) de gradient de pression ( $-\nabla p$ , où  $p = p_{e^+} + p_{e^-}$  est la pression totale de plasma) sur un élément de fluide. La force de Lorentz peut se diviser en deux parties:  $\mathbf{j} \times \mathbf{B} \equiv \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \nabla \left( \frac{B^2}{2\mu_0} \right)$ . Le premier terme représente une force due à la variation de champ magnétique dans la direction du champ, qui s'appelle *la force de tension*. Le second terme est le gradient de ce qu'on appelle la pression magnétique,  $\frac{B^2}{2\mu_0}$ . Le rapport entre la pression thermique de plasma et la pression magnétique donne le paramètre de *plasma- $\beta$* :  $\beta_p = \frac{p}{B^2/(2\mu_0)}$ , ce qui caractérise la domination de matière sur le champ. Lorsque le champ magnétique domine dans le fluide,  $\beta \ll 1$ , le fluide est forcé de se déplacer le long du champ. Dans le cas contraire, lorsque le champ est faible,  $\beta \gg 1$ , le champ est torsadé par le fluide.

## CHAPITRE 2: MODÈLE MHD ET INSTABILITÉS DE RECONNEXION

- La loi d'Ohm de MHD, qui est une forme simplifiée de l'équation de quantité de mouvement d'électron, est juste la loi d'Ohm de base  $\mathbf{E}' = \eta \mathbf{j}$  pour un fluide se déplaçant avec la vitesse d'écoulement de plasma  $\mathbf{v}$ :  $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Le paramètre  $\eta$  est la résistivité électrique qui a été identifié comme le paramètre de diffusion de champ magnétique.
- L'équation d'état MHD est une équation d'état isentropique (adiabatique en thermodynamique) avec le rapport des chaleurs spécifiques,  $\gamma$ , qui vaut typiquement 5/3. La température du plasma  $T$  peut être déterminée à partir de la densité  $\rho$  et de la pression thermodynamique  $p$ , en utilisant l'équation d'état (e.g. la loi du gaz parfait). Par exemple, dans le plasma du vent strié, cette équation est  $p = 2k_B T \rho / m_{e^+}$ , où  $k_B$  est le constant de Boltzmann.
- La dérivée du temps totale (ou dérivée Lagrangienne) dans (2.2f) indique que les variations temporelles changent à la fois en raison des variations temporelles locales (Eulérienne)  $(\partial/\partial t|_{\mathbf{x}})$  et du fait qu'elles sont transportées (advectées) avec le fluide MHD  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)$  à la vitesse  $\mathbf{v}$ .

Nous représentons maintenant les équations de Maxwell qui caractérisent l'évolution du champ magnétique:

$$\text{loi de Faraday:} \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (2.3a)$$

$$\text{loi de Gauss magnétique:} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3b)$$

$$\text{loi d'Ampère:} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad (2.3c)$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide. On rappelle que dans la loi d'Ampère, le courant de déplacement  $(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t})$  est négligé en raison du régime non-relativiste où les vitesses typiques du plasma sont beaucoup plus inférieures à la vitesse de la lumière.

On constate que dans la liste des équations de Maxwell, la loi de Gauss électrique ( $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_e / \epsilon_0$ , où  $\rho_e$  est la densité de charge électrique et  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide) n'apparaît pas, car sur le modèle MHD, le plasma est quasi-neutre ( $\rho_e \simeq 0$ ) dans lequel le champ électrique est déterminé de façon autonome par la loi d'Ohm, la loi d'Ampère et l'équation de continuité de charge (voir l'éq. (2.2d)).

Après quelques manipulations mathématiques, on obtient les équations MHD qui donnent les relations en forme *conservative* de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie:

$$\text{équation de masse:} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.4a)$$

$$\text{équation de moment:} \quad \frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{T} = 0, \quad (2.4b)$$

$$\text{équation d'énergie:} \quad \frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = 0, \quad (2.4c)$$

dans lesquelles

$$\text{tenseur de contrainte:} \quad \mathbf{T} \equiv \rho \mathbf{v} \mathbf{v}^T + p_{tot} \mathbf{I} - \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}^T}{\mu_0}, \quad (2.5a)$$

$$\text{densité d'énergie:} \quad e \equiv \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}, \quad (2.5b)$$

$$\text{flux d'énergie:} \quad \mathbf{S} \equiv (e + p_{tot}) \mathbf{v} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})}{\mu_0} \mathbf{B} + \frac{\eta}{\mu_0} \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (2.5c)$$

Ici, la pression totale (thermique+magnétique) est définie par  $p_{tot} = p + B^2/(2\mu_0)$ . Les vecteurs  $\mathbf{v}^T$  et  $\mathbf{B}^T$  sont les transposés des vecteurs  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$ , respectivement, et  $\mathbf{I}$  est le tenseur d'identité.

Les contributions au tenseur de contrainte du système MHD ( $\mathbf{T}$ ) sont dues au flux ( $\rho \mathbf{v} \mathbf{v}^T$ , la contrainte de Reynolds), à la pression isotrope ( $p\mathbf{I}$ ), à la dilatation isotrope [ $(B^2/2\mu_0)\mathbf{I}$ ] et à la tension ( $-\mathbf{B}\mathbf{B}^T/\mu_0$ ) du champ magnétique. La densité d'énergie du système ( $e$ ) est composée des densités de l'énergie interne ( $3p/2$  pour un système tridimensionnel avec  $\gamma = 5/3$ ), de l'énergie cinétique ( $\rho v^2/2$ ), et de la densité d'énergie du champ magnétique ( $B^2/2\mu_0$ ).

Maintenant, nous allons tenter d'évoluer le champ magnétique au cours du temps: en substituant les éqs. (2.2d) et (2.3c) dans la loi de Faraday (2.3a), on obtient *l'équation d'induction* pour la résistivité uniforme dans l'espace ( $\eta = cst.$ ):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \underbrace{\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}_{\text{advection}} + \underbrace{\frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B}}_{\text{diffusion}}. \quad (2.6)$$

Cette équation décrit comment le champ magnétique  $\mathbf{B}$  change dans le temps en raison de l'advection du champ à la vitesse  $\mathbf{v}$  avec le plasma et la diffusion à travers le plasma. Une fois qu'on détermine la vitesse  $\mathbf{v}$ , l'équation d'induction pourrait être utilisée à trouver le champ  $\mathbf{B}$ , tandis que  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  devrait s'imposer en tant que la condition initiale.

#### 2.1.4 Nombres sans dimensions/MHD parfaite et MHD résistive

En termes de vitesse  $v_c$  et d'échelle de longueur  $L_c$  caractéristiques de plasma, le rapport du terme advectif au terme diffusif de l'éq. (2.6) est un nombre sans dimension,

$$\mathcal{R}_m \equiv \frac{\mu_0 L_c v_c}{\eta}, \quad (2.7)$$

appelé *le nombre de Reynolds magnétique*. Le nombre de Reynolds magnétique est une mesure de la force du couplage entre le flux et le champ magnétique. Etant donné que  $\eta$  est extrêmement petit pour la plupart des plasmas (e.g. tokamaks, couronne solaire, vent des pulsars),  $\mathcal{R}_m \gg 1$  de sorte que ce couplage est très fort et le champ magnétique est

gelé au plasma.<sup>2</sup>

Souvent, pendant des études de la reconnexion magnétique, on utilise le nombre de Lundquist qui est un cas particulier du nombre de Reynolds magnétique:

$$S = \frac{\mu_0 L_c v_A}{\eta}, \quad (2.8)$$

où  $v_A$  est la vitesse de l'onde d'Alfvén (l'onde d'Alfvén est une propagation d'oscillation de basse fréquence des ions et du champ magnétique [66]) définie comme  $v_A = B/\sqrt{\mu_0 \rho}$ . Dans la limite du grand  $S$  ou  $\mathcal{R}_m$ , les termes impliquant la résistivité peuvent être négligés sur les échelles de temps  $\tau_d = \mu_0 L_c^2/\eta$ , et les équations (2.4) - (2.6) se ramènent aux équations de la MHD parfaite [64].

Fait important, la MHD parfaite implique la conservation de la topologie de ligne de champ magnétique. Dans la MHD parfaite, ce fait peut également être exprimé par la

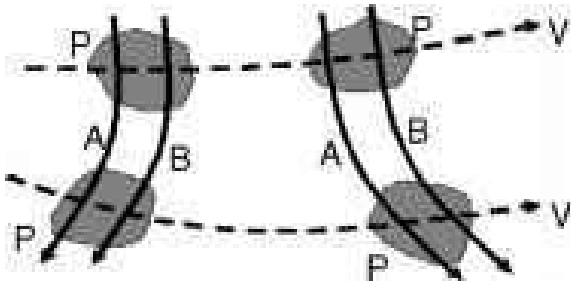


FIGURE 2.1: Le concept de la MHD parfaite: dans un plasma hautement conducteur, où le nombre de Lundquist  $S$  est grand, le champ magnétique est gelé au plasma. En conséquence, deux volumes de plasma,  $P1$  et  $P2$ , qui sont initialement reliés par les lignes de champs  $A$  et  $B$ , resteront connectés par les lignes  $A$  et  $B$ , quels que soient les mouvements individuels  $v1$  et  $v2$  des volumes individuels.

propriété que deux éléments de plasma qui sont connectés par une ligne de champ magnétique à un moment donné sont reliés par une ligne de champ magnétique à tout moment ultérieur (conservation de ligne magnétique). De plus, le flux magnétique à travers un contour arbitraire transporté par le champ de vitesse est également conservé, Fig. 2.1. D'autre part, les contraintes magnétiques peuvent créer des régions localisées de petite largeur, où les gradients forts de champ magnétique créent des courants électriques intenses et des effets non-idéaux (e.g. la dissipation résistive) deviennent importants. En cette circonstance, la reconnexion de champ magnétique peut avoir lieu, puisque la connectivité magnétique des éléments de plasma n'est pas préservée dans l'évolution

qui en résulte. L'aspect intéressant est qu'une non-idéalité locale peut avoir un effet global. Dans de telles circonstances, les structures de plasma hautement conducteur sont capables de transformer l'énergie magnétique en énergie cinétique de manière efficace et la topologie magnétique peut changer, voir la Fig. 2.2. Dans la suite, nous allons discuter sur ce

2. En utilisant l'identité  $\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a}(\nabla \cdot \mathbf{b}) - \mathbf{b}(\nabla \cdot \mathbf{a}) + (\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \nabla)\mathbf{b}$ , on peut écrire l'éq. (2.6) comme  $\frac{d\mathbf{B}}{dt} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{v} - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{v})$  sans la partie diffusive. Par conséquent, le plasma peut se déplacer librement le long des lignes de champ, mais, en mouvement perpendiculaire à elles, les lignes de champ sont traînées avec le plasma ou les lignes de champ poussent le plasma.

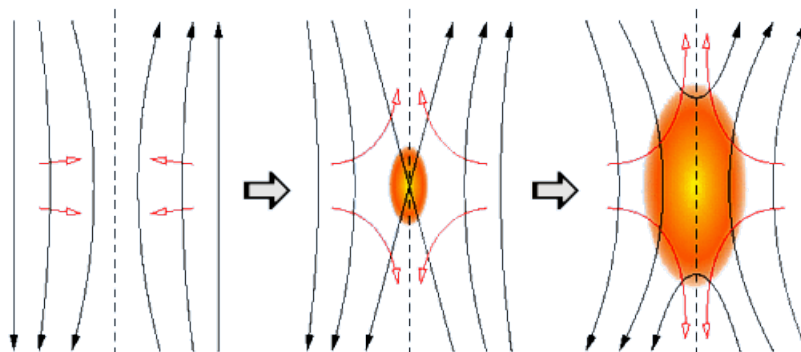


FIGURE 2.2: *Le changement de topologie des lignes de champ magnétique dans une région localisée de petite largeur où l'orientation du champ magnétique s'inverse et les effets dissipatifs deviennent importants.*

phénomène plus en détail.

## 2.2 La reconnexion magnétique

La reconnexion magnétique est un phénomène physique dans le plasma bon conducteur qui se caractérise par des changements des topologies magnétiques dans des régions résistives bien localisées. Ces changements topologiques se réalisent au voisinage de lignes de champ magnétique de polarités différentes. *Ce processus pourra permettre de convertir une partie de l'énergie libre de champ magnétique en énergie thermique et cinétique du plasma durant l'échelle de temps intermédiaire entre l'échelle de diffusion résistive lente du champ magnétique et l'échelle rapide d'Alfvén.* On pense que la reconnexion magnétique joue un rôle important dans la dynamique de plusieurs systèmes astrophysiques où les dégagements d'énergie et les éjections de masses ont été observés. Dans les machines à fusion thermonucléaires par confinement magnétique, la reconnexion magnétique est également d'une grande importance. Elle est en effet le déclencheur de l'accident de "dents de scie" qui perturbe le confinement en détruisant les surfaces de flux fermées, permettant au plasma central chaud de se mélanger avec le plasma plus froid près du mur.

Nous allons parler, par la suite, de la reconnexion bidimensionnelle avant de la généraliser en 3D.

### 2.2.1 Reconnexion bidimensionnelle

La géométrie la plus simple dans laquelle la reconnexion peut être décrite est à deux dimensions spatiales. Donnons deux exemples. Dans un tokamak, la composante toroïdale du champ magnétique est plus grande (à peu près un ordre de grandeur) que la composante poloidale, ce qui permet de décrire le phénomène sur le plan poloidal avec la MHD réduite



2D. En ce qui concerne notre cas, le processus de reconnexion se passe dans le plan équatorial du pulsar sans effet de la composante poloïdale de champ magnétique, et nous considérons un plasma compressible en MHD 2D.

Dans cette sous-section, les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  sont utilisées, et on suppose que les grandeurs physiques sont indépendantes de  $z$  ( $\partial/\partial z = 0$ ). Nous allons d'abord considérer le cas stationnaire et ensuite introduire la reconnexion dépendante du temps en 2D.

### 2.2.1.1 Reconnexion stationnaire

La configuration de base de la reconnexion 2D en régime stationnaire est illustrée dans la Fig. 2.3. Toutes les grandeurs de champs (e.g., le champ de vitesse et le champ électromagnétique) sont indépendantes du temps,  $\partial/\partial t = 0$ . En outre, le champ magnétique  $\mathbf{B}$  et la vitesse de plasma  $\mathbf{v}$  sont supposés se situer dans le plan- $xy$ , tandis que pour le champ électrique une composante- $z$  non-nulle est admise. Le plasma se comporte comme un milieu idéal tel que le nombre de Lundquist est grand,  $S \gg 1$ .

Pour obtenir une conversion efficace de l'énergie magnétique en énergie cinétique (le long des trajectoires d'éléments fluides), il est approprié de supposer un champ d'écoulement de type de stagnation  $\mathbf{v}$ , et des champs magnétiques opposés dans la partie supérieure et la partie inférieure de la région d'entrée, Fig. 2.3. L'annihilation du flux magnétique a lieu à l'origine dite "*point neutre*" (selon la forme des lignes de champ magnétique, le point neutre, où le champ magnétique est nul, est parfois appelé point nul du type- $X$  ou simplement point- $X$ ); vu en trois dimensions, une *ligne neutre* (parfois appelée aussi "*ligne- $X$* " sur laquelle  $B = 0$ ) s'étend le long de l'axe- $z$ .

Comme  $S$  est grand, pour un flux de plasma avec des gradients maximums associés sur l'échelle globale de longueur  $L_c$ , la condition plasma-gelé ne permettrait pas l'annihilation du flux magnétique de façon significative. Cette difficulté est évitée par la présence d'une *région de diffusion* au voisinage du point- $X$ , où le terme résistif  $\eta \mathbf{j}$  dans la loi d'Ohm est beaucoup plus important que dans l'environnement approximativement idéal ("région externe"), typiquement par une augmentation de  $j_z$ . La région de diffusion possède des échelles de longueur  $a$  et  $l$  (voir la Fig. 2.3) avec  $L_c \geq l \geq a$ . Un nombre de Lundquist défini localement, où  $L_c$  est remplacé par  $a$  dans (2.8), peut être considérablement plus petit que le nombre de Lundquist global, indiquant que, dans la région de diffusion, la diffusion résistive peut jouer un rôle important. Là, le plasma et les champs magnétiques peuvent se découpler efficacement, de sorte que l'annihilation du champ le long du trajet du fluide devient possible. Dans cette circonstance, la loi de Faraday (2.3a) implique que  $E_z$  est une constante positive,  $E_0$ . L'existence de la région de diffusion permet d'obtenir une valeur non-nulle de  $E_0$ , car sinon (c'est-à-dire dans des conditions idéales avec  $\eta \mathbf{j}$  négligeable) la composante- $z$  de l'éq. (2.2d) exigerait  $E_z = 0$  au point neutre, et  $E_0$  devrait être nul.

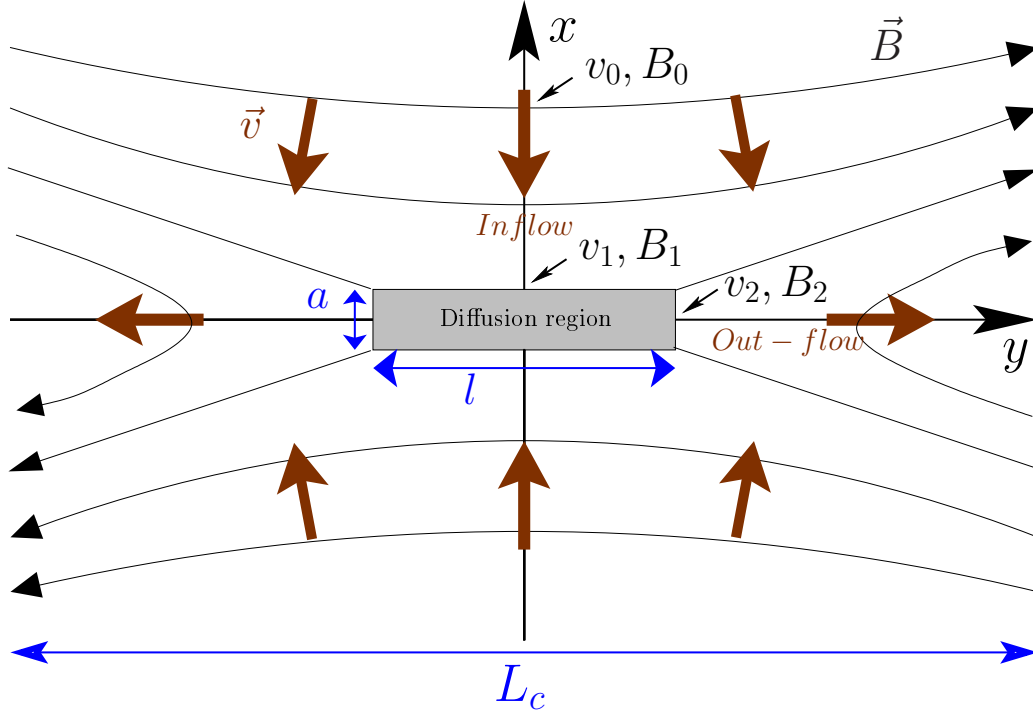


FIGURE 2.3: Modèle qualitatif de la reconnexion bidimensionnelle.

Une autre propriété importante de la géométrie actuelle (représentée sur la Fig. 2.3) est que  $\partial B_y / \partial x > \partial B_x / \partial y$  ou  $j_z > 0$ . Donc,  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = E_0 j_z > 0$  ce qui, par l'équation d'évolution d'énergie (2.4c), implique que l'énergie magnétique est convertie en énergie cinétique. En effet, à partir de l'éq. (2.4c) on trouve<sup>3</sup>

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \right) > 0 \quad (2.9)$$

où (2.2a) a été utilisé en supposant que  $\rho v \neq 0$ , et  $s$  désigne la longueur d'arc de la trajectoire de l'élément de plasma (augmentant dans la direction de  $\mathbf{v}$ ). Noter que la partie thermique du côté gauche de (2.9) est l'enthalpie par unité de masse plutôt que l'énergie interne par unité de masse, parce que le travail effectué par la force de pression est inclus.

Pour une discussion des conséquences de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, nous spécialisons les équations MHD résistives (2.3)-(2.4) ainsi que la loi

3. L'énergie totale du système se compose de l'énergie mécanique et de l'énergie électromagnétique. L'équation d'énergie (2.4c) se divise donc en deux parties [67]:

$$\begin{aligned} \partial_t \left( \rho v^2 / 2 + \frac{p}{\gamma - 1} \right) + \nabla \cdot \left( \left( \rho v^2 / 2 + \frac{p}{\gamma - 1} + p \right) \mathbf{v} \right) &= \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}, \\ \partial_t \left( \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right) &= -\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}. \end{aligned}$$

d'Ohm (2.2d) en utilisant la condition d'incompressibilité avec la densité constante  $\rho_0$  au lieu de l'équation d'énergie (2.4c). Alors les équations MHD résistives pour un état stationnaire prennent la forme

$$\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (2.10a)$$

$$E_0 + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_z = \eta j_z, \quad (2.10b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.10c)$$

$$(\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{e}_z = \mu_0 j_z, \quad (2.10d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.10e)$$

Les grandeurs de la zone d'entrée extérieure sont caractérisées par leurs grandeurs au point  $(x_0, 0)$  situé sur l'axe- $x$ . Elles sont marquées par l'indice zéro, en particulier (en plus de  $\rho_0, E_0$ )

$$p_0 = p(x_0, 0), \quad B_0 = B_y(x_0, 0), \quad v_0 = -v_x(x_0, 0)$$

( $v_0$  et  $B_0$  sont indiqués dans la Fig. 2.3). De façon analogue, les indices "1" et "2" se réfèrent aux points d'entrée et de sortie du plasma sur la limite de la région de diffusion (Fig. 2.3) et l'indice "nl" est utilisé pour les quantités sur la ligne neutre.

En conservant la forme de la géométrie actuelle, la longueur d'échelle globale  $L_c$  pouvant varier, on peut s'attendre à ce que, dans les conditions actuelles,  $\rho_0, p_0, v_0, B_0, L_c$  et  $\eta$  soient un ensemble de paramètres de contrôle. Notons toutefois que, vu la non-linéarité du problème, une solution n'est pas garantie pour des choix arbitraires de paramètres.

Pour ne pas tenir compte des configurations  $\mathbf{B}$  qui ne sont que le résultat d'une transformation de similarité, il est intéressant de noter qu'à partir de ces paramètres, on peut former deux grandeurs sans dimension indépendantes, qui sont choisies conventionnellement comme

$$M_0 = \frac{v_0}{v_A}, \quad S_0 = \frac{\mu_0 L_c v_A}{\eta}, \quad (2.11)$$

où  $v_A$  est la vitesse d'Alfvén d'entrée  $B_0/\sqrt{\mu_0 \rho_0}$ . La reconnexion est ainsi un processus à deux paramètres,  $M_0$  et  $S_0$ . Le paramètre  $M_0$  est considéré comme présentant un intérêt particulier et est habituellement appelé *taux de reconnexion*. Il mesure la vitesse avec laquelle le plasma entre dans la région considérée (normalisée par la vitesse d'Alfvén locale). Le taux de reconnexion ainsi défini ne doit pas être confondu avec le *taux de reconnexion du flux magnétique*, qui est défini par le taux auquel la conservation du flux est violée dans le processus de reconnexion qui, dans le cas présent, est donné par le champ électrique  $E_z$  le long de la ligne neutre, ce qui équivaut à  $E_0 = v_0 B_0$ .

Il n'existe pas de traitement analytique pleinement satisfaisant du système des équations (2.10). Il existe des solutions pour la région externe (idéale) et des solutions pour la région de diffusion, basées sur des expansions asymptotiques singulières. Cependant,

une adaptation rigoureuse de ces solutions n'a pas encore été réalisée. Dans cette situation, on introduit des hypothèses ou des simplifications intuitives. Une grande partie de la discussion dans la littérature est basée sur l'image approximative suivante.

En accord avec  $j_z > 0$ , supposons que le rapport d'aspect  $\kappa = l/a$  soit grand par rapport à 1, que les dérivées par rapport à  $x$  soient plus grandes que les dérivées par rapport à  $y$  et que  $|B_x| \ll B_0$ . La pression est traitée comme constante dans la région externe. Ensuite, les relations approximatives sont obtenues de la manière suivante:

— condition d'incompressibilité (2.10c)

$$v_1 l = v_2 a;$$

— composante- $x$  de l'éq (2.10a) à  $y = 0$

$$p_1 + \frac{B_1^2}{2\mu_0} = p_{nl};$$

— composante- $y$  de l'éq (2.10a) à  $x = 0$  en ignorant  $B_x$

$$\frac{\rho_2 v_2^2}{2} + p_2 = p_{nl};$$

— loi d'Ohm

$$E_0 = v_1 B_1 = v_2 B_2 = \eta j_{nl}.$$

En combinant ces équations et en utilisant, compte tenu des hypothèses,  $\rho_2 = \rho_1 = \rho_0$ ,  $p_1 = p_2 = p_0$  on obtient:

$$v_2 = v_{A,1} = \frac{B_1}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}}, \quad (2.12a)$$

$$M_1 = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\sqrt{S_1}}, \quad (2.12b)$$

$$\frac{M_1}{M_0} = \left(\frac{B_0}{B_1}\right)^2, \quad (2.12c)$$

$$\frac{l}{L_c} = \frac{S_1 B_0}{S_0 B_1}. \quad (2.12d)$$

Ce système d'équations doit être complété par une équation pour le rapport  $B_0/B_1$  qui requiert une solution plus complète des équations (2.10). En l'absence d'une telle solution on introduit une condition supplémentaire comme hypothèse *ad hoc*, soit à partir de la seule solution externe, soit à partir de calculs numériques. Nous donnons deux exemples.

(a) *Modèle de Sweet-Parker* [68]. On suppose ici que la région de diffusion est une structure allongée mince telle que  $l = L_c$ , Fig. 2.4a. La région externe est en grande partie homogène telle que  $B_1 = B_0$  et  $S_1 = S_0$ . Dans ces conditions, (2.12b) donne

le taux de reconnexion

$$M_0 = \frac{1}{\sqrt{S_0}}. \quad (2.13)$$

Étant donné que le nombre de Lundquist  $S$  est très grand dans la plupart des cas astrophysiques, le taux de reconnexion correspondant est trop faible, pour expliquer les événements de dégagements d'énergie observés. A titre d'exemple, prenons la couronne solaire dont le nombre de Lundquist est  $S \sim 10^{12} - 10^{14}$ . L'estimation théorique (2.13) nous conduit à dire que les éruptions solaires dans la couronne devraient durer  $\sim 2$  mois, alors qu'en réalité, ces événements ne durent que quelques dizaines de minute. Les mêmes prédictions insatisfaisantes sont obtenues pour les phénomènes de reconnexion dans presque tous les plasmas examinés [69]. Cependant, le modèle de Sweet-Parker est un modèle de reconnexion assez simple, qui peut décrire le phénomène de reconnexion lente et donne une bonne compréhension générale du processus de reconnexion fondamental.

- (b) *Modèle de Petschek [70]*. Dans ce modèle, on suppose que  $l \ll L_c$ , Fig 2.4b. Dans ce cas, il est nécessaire de considérer la présence de modes de choc lent (ici dans la limite d'incompressibilité) sur deux côtés de l'interface diffusive, ce qui implique que  $B_1$  peut être considérablement plus petit que  $B_0$ . On trouve approximativement  $B_1/B_0 = 1 - 4M_0/(\pi \ln S_0)$ . Le taux de reconnexion maximum  $M_{0,max}$  correspond à  $B_1/B_0 \simeq 1/2$ , de sorte que

$$M_{0,max} \simeq \frac{\pi}{8} \frac{1}{\ln S_0}. \quad (2.14)$$

Habituellement, ce taux de reconnexion est considérablement plus grand que celui du processus de Sweet-Parker. Cependant, il faut souligner que le modèle de Petschek est très controversé. Certaines études analytiques/numériques indiquent que la reconnexion de Petschek n'est générée que lorsque des conditions spécifiques sont satisfaites, dont la plupart dépendent de la variation spatiale de la résistivité [71]. Après des années de débat sur ce dernier aspect, une analyse théorique récente a permis de clarifier la situation [72]. Cette nouvelle analyse montre que les solutions Petschek sont structurellement instables lorsque la résistivité est uniforme. Cette instabilité inhérente explique également pourquoi les solutions de Sweet-Parker sont les seules solutions stationnaires observées dans les simulations avec une résistivité uniforme. La situation est différente lorsqu'un profil de *résistivité non-uniforme* est utilisé. Dans ce cas, une solution stationnaire de Petschek peut se produire si le profil de résistivité est convenablement choisi.

La reconnexion stationnaire a été étudiée pour deux raisons principales: (i) elle donne les premières estimations sur l'échelle de temps du processus et (ii) dans la plupart des cas astrophysiques, les phénomènes éruptifs (e.g. les éruptions solaires) se passent de manière quasi-stationnaire durant la plus grande partie de l'éruption.

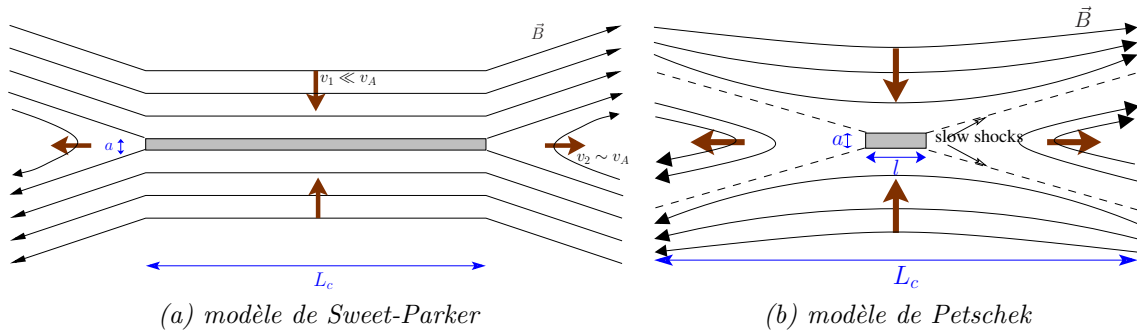


FIGURE 2.4: Deux modèles stationnaires de la reconnexion magnétique 2D.

### 2.2.1.2 Reconnexion dépendante du temps

Bien que, historiquement, la reconnexion stationnaire ait reçu beaucoup d'attention, de nombreux phénomènes impliquant une reconnexion se produisent à des échelles de temps si courtes qu'aucun état stationnaire ou quasi-stationnaire ne peut exister. Par exemple, dans les éjections de masse coronale à grande vitesse ( $> 1000$  km/s), la nappe de courant créée par l'éjection augmente à une vitesse qui est de l'ordre de la vitesse d'Alfvén ambiante [73].

La reconnexion dépendante du temps a d'abord été considérée par Dungey [74] qui a noté que, dans un plasma fortement magnétisé, les mouvements au voisinage d'une ligne- $X$  peuvent conduire à une formation très rapide d'une nappe de courant. La première solution explicite démontrant cette possibilité a été publiée par Imshennik & Syrovatskii [75]. Ils ont constaté que si la pression du gaz est négligeable et que la résistivité est faible, alors lors de la formation initiale de la nappe, le champ électrique,  $E$ , dans la ligne- $X$  varie comme  $\propto (t_c - t)^{-4/3}$  où  $t_c$  vaut  $(\pi/2)^{3/2}$  fois le temps d'Alfvén du système. À l'instant  $t = t_c$ , le champ électrique devient infini, mais les hypothèses sous-jacentes de la solution ne sont plus vérifiées avant que ce temps ne soit atteint.

La plupart des efforts théoriques sur la reconnexion dépendante du temps se sont concentrés sur l'instabilité de tearing suggérée en 1963 par H. P. Furth, J. Killeen et M. N. Rosenbluth [63]. Il s'agit d'une instabilité non-idéale (i.e. résistive) dans laquelle la reconnexion magnétique des lignes de champ joue un rôle central. Le tearing a été invoqué dans certains modèles de flares solaires comme un mécanisme pour libérer de l'énergie magnétique (e.g., Heyvaerts et al. [76]), mais, en tant que mécanisme de flare, il souffre du fait que le tearing résistif est relativement lent. Le début de la plupart des flares surviennent sur une période de temps sur l'ordre de l'échelle du temps d'Alfvén dans la couronne, mais l'échelle de temps du mode de tearing est beaucoup plus lente, de l'ordre de  $\sqrt{\tau_A \tau_d}$  en termes de temps de parcours d'Alfvén ( $\tau_A$ ) et de temps de diffusion ( $\tau_d$ ). Nous revenons sur le sujet de tearing dans la section suivante pour en discuter plus en détail.

Il y a de subtiles différences entre la reconnexion 2D et la reconnexion 3D. Dans le cas

bidimensionnel la reconnexion ne peut se produire qu'à un point- $X$ ; un champ de vitesse ( $\mathbf{v}$ ) existe toujours et est singulier au point- $X$ ; et dans la région de diffusion, les lignes de champ glissent à travers le plasma et changent leurs de topologie seulement au voisinage du point- $X$ .

### 2.2.2 Reconnexion en trois dimensions

Au cours des cinquante dernières années, l'objectif principal des chercheurs a concerné les aspects bidimensionnels de la reconnexion magnétique, car cela permet de simplifier considérablement les problèmes analytiques et numériques (voir, par exemple, Priest & Forbes [36]). Cependant, on sait maintenant que la reconnexion tridimensionnelle a des caractéristiques différentes de la reconnexion 2D et est un processus beaucoup plus riche et plus varié (Schindler et al. [77]; Hesse & Schindler [78]; Hornig & Priest [79]), Fig. 2.5. En effet, même une légère déviation d'une configuration exactement 2D entraîne un comportement considérablement différent. Dans la suite, on comparera les caractéristiques de la reconnexion 2D et 3D avant de discuter des géométries possibles de reconnexion 3D.

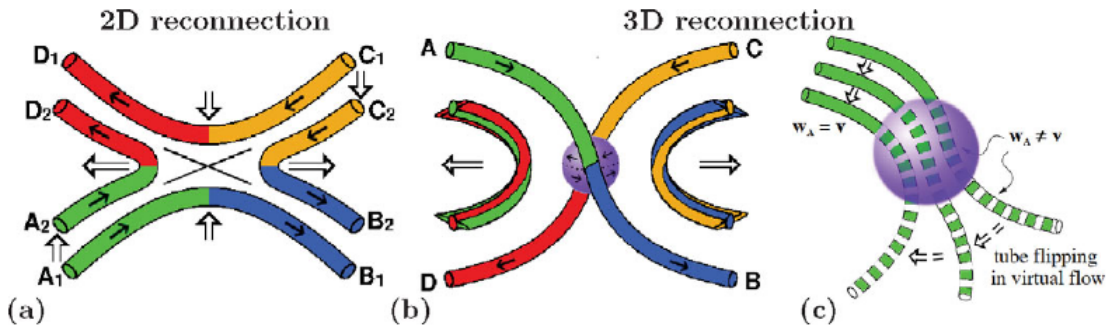


FIGURE 2.5: Illustrations mettant en évidence les caractéristiques de reconnexion (a) 2D et (b, c) 3D où les tubes épais représentent des tubes de flux avec des flèches indiquant la direction du champ, les flèches épaisses représentent la direction du plasma sortant et les sphères violettes ombrées sont le volume de diffusion en 3D avec les flèches indiquant la direction du flux de plasma sur sa surface. (a) Reconnexion 2D au point nul de type- $X$  dans lequel une paire de tubes de flux  $A_1B_1$  et  $C_1D_1$  se reconnectent pour former une nouvelle paire de tubes de flux  $A_2D_2$  et  $C_2B_2$ . (b) Reconnexion 3D dans laquelle une paire de tubes de flux  $AB$  et  $CD$  se reconnectent, mais ils ne forment pas une nouvelle paire de tubes de flux. (c) En 3D, les tubes de flux minces qui se reconnecteront dans une zone de diffusion, d'un côté du volume de diffusion, semblent se déplacer lentement, mais de l'autre côté, ils se déplacent très rapidement. En réalité, le plasma de ce côté se déplace tout aussi lentement qu'il en est de l'autre côté, et ce "flux virtuel" est simplement une conséquence du changement de connectivité des lignes de champ dans la région de diffusion (les images sont prises de Priest et al. (2003) et Cargill et al. (2010)).

En 3D, la reconnexion se produit dans des lieux différents qui peuvent, mais ne sont pas

forcement, être associés à des points nuls (les points où tous les composants du champ magnétique sont nuls), contrairement à ce qui se passe en 2D où la reconnexion ne peut se produire qu'au point nul de type- $X$ , Fig. 2.5(a). La reconnexion en 3D se produit dans un volume fini, connu sous le nom de région de diffusion, dans laquelle le plasma et les lignes de champ deviennent "non-gelés", c'est-à-dire que les éléments de plasma peuvent se déplacer indépendamment des lignes de champ, Fig. 2.5(b). Dans ce volume de diffusion, les lignes de champ diffusent continuellement et sans interruption à travers le plasma et, tant qu'une partie d'une ligne de champ traverse le volume de la région de diffusion, elle se reconnectera à d'autres lignes de champ, Fig. 2.5(c). En raison de ce comportement, il n'est pas possible, en général, de trouver des paires de lignes de champ qui, après la reconnexion, correspondent pour former deux nouvelles paires de lignes de champ, comme cela se produit dans la reconnexion 2D. Au lieu de cela, il est seulement possible de trouver deux surfaces (ou des volumes) de lignes de champs qui se reconnectent pour former deux nouvelles surfaces (ou volumes). Une conséquence de la reconnexion dans un volume fini est que les mappages de ligne de champ sont continus, par opposition à discontinus comme ils le sont en reconnexion 2D.

Une condition nécessaire et suffisante pour la reconnexion 3D est qu'il existe une région où l'hypothèse de la MHD-parfaite n'est pas satisfaite, c'est-à-dire une région de diffusion par laquelle

$$\int_{fl} \mathbf{E}_{\parallel} \cdot d\mathbf{l} \neq 0, \quad (2.15)$$

où  $fl$  est le chemin le long de ligne de champ et  $\mathbf{E}_{\parallel}$  est la composante du champ électrique parallèle à la ligne de champ [78]. Du produit scalaire de la loi d'Ohm en MHD avec le champ magnétique,  $\mathbf{B}$ ,

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} \cdot \mathbf{B}, \Rightarrow \mathbf{E}_{\parallel} = \eta \mathbf{j}_{\parallel}. \quad (2.16)$$

Par conséquent, la présence de courants électriques est essentielle pour la reconnexion 3D, de la même manière que pour la reconnexion 2D, mais en 3D, c'est la composante parallèle du courant qui joue un rôle crucial. En 3D, de fortes accumulations de nappes de courant et courants électriques peuvent apparaître dans une grande variété d'emplacements et ne sont pas seulement associées à des points nuls magnétiques, comme c'est le cas en 2D.

Les emplacements pour la formation des nappes de courant en 3D peuvent être divisés en ceux qui sont associés aux *caractéristiques topologiques* (e.g., points nuls magnétiques 3D) et ceux associés aux *caractéristiques géométriques* (e.g., "Quasi separatrix layers") [80].

Un autre aspect de la reconnexion est la dynamique de *l'hélicité magnétique*. Alors qu'en deux dimensions la source de l'hélicité magnétique ( $-2\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ ) disparaît, ce n'est pas nécessairement le cas en trois dimensions. Ainsi, la reconnexion magnétique en trois dimensions ne conserve pas nécessairement l'hélicité magnétique.



Dans cette thèse, nous sommes principalement intéressés à la reconnexion bidimensionnelle.

### 2.2.3 Effets principaux de la reconnexion

La reconnexion magnétique affecte évidemment la dynamique du plasma, l'énergie et le transport. Il couple les échelles globales et locales, est profondément impliqué dans l'auto-organisation du plasma, et est nécessaire pour l'amplification du champ magnétique par l'effet dynamo.

De manière générale, les effets principaux ordinaires de la reconnexion sont [69]:

- (i) de convertir une partie de l'énergie magnétique en chaleur via la dissipation ohmique;
- (ii) d'accélérer le plasma via la conversion de l'énergie magnétique en énergie cinétique;
- (iii) de générer de forts courants électriques et des champs électriques, ainsi que des ondes de choc et la filamentation du courant, qui peuvent tous accélérer des particules rapides;
- (iv) de changer la topologie globale des lignes du champ et d'affecter donc les trajectoires des particules rapides qui suivent le long des lignes magnétiques.

Afin de déterminer l'importance de ces effets, nous étudions par la suite l'instabilité de tearing magnétique.

## 2.3 L'instabilité de mode de tearing magnétique

L'instabilité de tearing provient du découplage entre des lignes de champ magnétique et le plasma en raison d'une résistivité non-nulle (entre autres).

Pour le plasma collisionnel, le papier fondamental de Furth et al. [63] a développé la théorie de base de l'instabilité du mode de tearing résistif. Dans cet article, une approche de couche limite est adoptée. La nappe de courant est particulièrement importante dans la limite de conductivité élevée, puisque le problème se sépare ensuite en l'analyse de deux régions: (i) une région centrale étroite où une résistivité non-nulle permet des mouvements relatifs de champ et de fluide, et où la courbure géométrique peut être négligée et (ii) une région externe sur laquelle le champ et le fluide sont couplés comme dans le cas idéal.

Dans Furth et al. [63], la viscosité est négligée, de même que les termes d'inertie dans la loi d'Ohm, une résistivité uniforme est utilisée et l'incompressibilité de plasma est supposée. Un profil de *tangence hyperbolique* est utilisé comme modèle spécifique pour l'équilibre de sorte que les équations résultantes peuvent être résolues explicitement et une approximation "constante- $\psi$ " est supposée:  $\psi$  est la solution extérieure à l'équation idéale du mouvement, négligeant les termes d'inertie, et la "constante- $\psi$ " suppose que  $\psi$  est

approximativement constant à travers la couche résistive. Notons que  $\psi$  se rapporte à la composante- $x$  du champ magnétique perturbé (en général,  $\psi$  est la composante transverse du champ magnétique perturbé par rapport au champ reconnectant). Le document décrit un modèle de base pour le mode de tearing qui est largement accepté et de nombreux auteurs ont utilisé ce modèle, le modifiant et l'étendant à bien des égards.

### 2.3.1 L'instabilité de tearing en régime linéaire

Nous discutons d'un modèle simple de l'instabilité du mode de tearing, suivant des travaux antérieurs de Furth et al. [63] et Bowness [81] dans sa thèse. Imaginons l'interface entre deux plasma contenant des champs magnétiques de différentes polarités. La configuration du champ magnétique est illustré dans la Fig. 2.6. Ici, le champ varie sur l'axe- $x$  et la direction reste dans l'axe- $y$ . Le champ est pointé dans la direction  $-y$  pour  $x < 0$ , et dans la direction  $+y$  pour  $x > 0$ . L'interface dite "singulière" est située en  $x = 0$  sur laquelle le champ magnétique s'annule,  $\mathbf{B}(0) = 0$ .

Le champ magnétique d'équilibre est écrit par

$$\mathbf{B}_0 = B_y(x)\mathbf{e}_y, \quad (2.17)$$

où  $B_y(-x) = -B_y(x)$ . Le changement brusque du champ à travers la ligne singulière génère une nappe du courant électrique dirigé dans le sens de l'axe  $z$ , et la demi-largeur de nappe vaut  $a$ , Fig. 2.6.

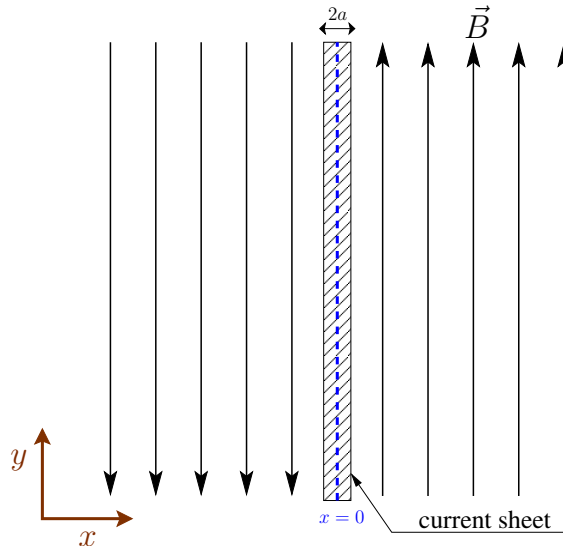


FIGURE 2.6: Le champ magnétique d'équilibre  $\mathbf{B} = B(x)\mathbf{e}_y$  dont la direction s'inverse en point  $x = 0$ .

Dans ce qui suit, nous allons décrire (les grandes lignes de) la méthode standard pour

## CHAPITRE 2: MODÈLE MHD ET INSTABILITÉS DE RECONNEXION

déterminer l'instabilité linéaire du type de configuration du champ magnétique représenté sur la Fig. 2.6, en tenant compte de l'effet de la résistivité de plasma. Les instabilités de tearing sont stables en l'absence de résistivité et ne croient que lorsque la résistivité est non-nulle. Puisque la reconnexion magnétique est, en fait, un processus non-linéaire, nous allons ensuite étudier le développement non-linéaire des modes de tearing.

Les équations MHD 2D résistives linéarisées décrivant un plasma incompressible sont données par

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_1) \times \mathbf{B}_0 + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_1, \quad (2.18a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}_1, \quad (2.18b)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_1) = 0, \quad (2.18c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_1 = 0, \quad (2.18d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0. \quad (2.18e)$$

Dans ces équations, les grandeurs sont normalisées de manière suivante: (i) les champs magnétiques  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{B}_1$  par  $B_0$ , (ii) les longueurs  $x$  et  $y$  par  $a$ , (iii) la vitesse  $\mathbf{v}_1$  par  $v_A$ , et (iv) le temps  $t$  par le temps d'Alfvén  $\tau_A$  défini par  $a/v_A$ .

Si on suppose que les composantes 1D de perturbations des champs de vitesse et magnétique ont de formes

$$\mathbf{v}_1 = (v_x(x), v_y(x), 0) e^{iky + \sigma t}, \quad \mathbf{B}_1 = (b_x(x), b_y(x), 0) e^{iky + \sigma t}$$

avec le taux de croissance  $\sigma$  et le nombre d'onde  $k$  normalisés ( $\sigma$  est normalisé par le temps d'Alfvén  $\tau_A$  et  $k$  par la demi-largeur de nappe  $a$ ), on obtient les équations de base pour les deux composantes des champs  $v_x$  et  $b_x$  [81]:

$$\sigma \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} - k^2 v_x \right) = \frac{ikB_y}{\mu_0 \rho_0} \left( \frac{\partial^2 b_x}{\partial x^2} - k^2 b_x \right) - \frac{ikB_y''}{\mu_0 \rho_0} b_x, \quad (2.19a)$$

$$\sigma b_x = ikB_y v_x + \eta \left( \frac{\partial^2 b_x}{\partial x^2} - k^2 b_x \right), \quad (2.19b)$$

où  $B_y'' = \frac{d^2 B_y}{dx^2}$ . Le champ magnétique a une valeur zéro à un certain point, que nous avons supposé être à  $x = 0$ . Nous notons alors que les effets de conductivité électrique finis ne sont importants que dans une couche étroite autour du centre de la nappe où le champ magnétique disparaît et de sorte que l'instabilité est localisée autour de  $B_y(0) = 0$ . L'importance de cette couche localisée dépend d'une puissance de  $\eta$ , tout comme le taux de croissance de l'instabilité.

Bien loin de cette couche limite, les termes d'inertie de l'équation (2.19a) peut être négligée

et le champ magnétique perturbé satisfait

$$\frac{ikB_y}{\mu_0\rho_0} \left( \frac{\partial^2 b_x}{\partial x^2} - k^2 b_x \right) - \frac{ikB_y''}{\mu_0\rho_0} b_x = 0. \quad (2.20)$$

La solution valable près de  $x = 0$  doit être appariée sur la solution extérieure de cette équation. Le champ magnétique perturbé  $b_x$  est continu à  $x = 0$  mais il y a un saut dans la dérivée. Cela signifie que la densité de courant devient importante et le terme résistif dans l'équation d'induction devient important. La solution de couche limite doit éliminer la discontinuité dans la dérivée.

Afin d'obtenir une estimation de l'ordre de grandeur simple pour le taux de croissance et l'épaisseur de la couche limite normalisée  $\epsilon$ , suivant Furth et al., on suppose

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \sigma v_x, \quad \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = \frac{v_x}{\epsilon^2}.$$

Au bord de la couche limite, on peut approximer le champ magnétique d'équilibre comme

$$B_y(x) = B_y' \epsilon.$$

Comme la solution de couche limite doit résoudre le saut dans le gradient du champ magnétique perturbé, on définit **l'indice de stabilité au déchirement**

$$\Delta' = \frac{b_x'}{b_x}, \quad (2.21)$$

où  $b_x$  est la solution extérieure de l'équation du mouvement idéale (négligeant les termes d'inertie). Nous supposons que  $b_x$  est approximativement constant à travers la couche. Cette hypothèse est équivalente à l'approximation "constante- $\psi$ " utilisée dans Furth et al. [63]<sup>4</sup>

Après avoir fait certaines manipulations mathématiques à l'intérieur de la couche limite [81], on peut écrire les lois d'échelles de l'épaisseur de la couche limite et du taux de croissance avec la résistivité:

$$\epsilon = \eta^{2/5} (\Delta')^{1/5} (kB_y')^{-2/5}, \quad (2.22)$$

$$\sigma = \eta^{3/5} (\Delta')^{4/5} (kB_y')^{2/5}. \quad (2.23)$$

On constate que pour  $\Delta' > 0$ ,  $\sigma$  est réel et positif d'où le système est instable.

---

4. Si  $\sigma \ll \eta^{1/3}$ , alors le mode de déchirement croît sur une échelle de temps bien plus longue que l'échelle de temps sur laquelle le flux magnétique diffuse à travers la couche non-idéale. Par conséquent, le champ magnétique "radial" normalisé  $b_x$  est approximativement constant à travers la couche, puisque toute non-uniformité dans  $b_x$  serait lissée par diffusion résistive.

Il est intéressant de noter que jusqu'ici nous n'avons pas utilisé la forme explicite de  $B_y(x)$ . En d'autres termes, quelque soit le profil magnétique d'équilibre, on peut l'utiliser dans (2.22)-(2.23) à condition qu'il satisfasse  $p + B_y^2/(2\mu_0) = Cste$ .

Le profil classique vérifiant cette condition, c'est la configuration de Harris (sous la forme sans-dimensionnelle)

$$B_y(x) = \tanh(x) \quad (2.24)$$

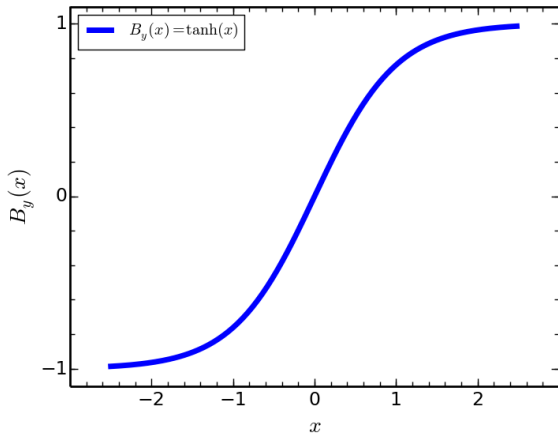


FIGURE 2.7: Configuration d'équilibre de Harris  $B_y(x) = \tanh(x)$ .

représentée dans la Fig. 2.7. Pour ce champ d'équilibre, l'indice de stabilité au déchirement devient

$$\Delta' = \frac{-k - \tanh(x) + \frac{1}{k} \operatorname{sech}^2(x)}{1 + \frac{1}{k} \tanh(x)}. \quad (2.25)$$

Au centre de la couche  $x = 0$ , cette indice a pour expression

$$\Delta' = -k + \frac{1}{k}$$

qui est positive pour  $k < 1$ , et la configuration d'équilibre est instable.

Après les études analytiques des solutions interne et externe de la couche limite, élaborées auparavant par Bowness [81], on obtient le taux de croissance asymptotique (toujours normalisé):

$$\sigma \simeq 0.954(\Delta')^{4/5} k^{2/5} \eta^{3/5}. \quad (2.26)$$

Un graphique du taux de croissance de l'équilibre de Harris pour  $0 < k < 1$  est montré dans la Fig. 2.8, où la ligne bleue montre  $\eta = 10^{-2}$ , la ligne rouge (discontinue)  $\eta = 10^{-3}$  et la ligne verte correspond à  $\eta = 10^{-4}$ .

Pour avoir la solution numérique du taux de croissance de tearing linéaire, un calcul numérique basé sur un schéma de "prédicteur-correcteur", dépendant du temps a été mené [81]. La Fig. 2.9 en montre le résultat du taux de croissance en fonction de  $k$  lorsque (a)  $\eta = 10^{-2}$ , (b)  $\eta = 10^{-3}$  et (c)  $\eta = 10^{-4}$ . Pour comparaison, les taux de croissance analytiques donnés par l'éq. (2.26) sont superposés en lignes discontinues. Il a été estimé qu'à une valeur critique  $k_c = \eta^{1/4}$ , la solution analytique n'est plus valable comme montré dans Biskamp [82].

Pour voir cela, nous considérons le "scaling"  $\epsilon = \eta^{2/5} k^{-2/5} (\Delta')^{1/5}$ . On peut montrer que ceci est valable pour des profils assez généraux  $B_y(x)$ , en particulier pour les grandes longueurs d'onde,  $\Delta' \propto k^{-1}$ . Par conséquent, pour  $k$  suffisamment petit, l'hypothèse de constante- $\psi$  (c'est-à-dire que  $b_x$  est approximativement constante à travers la couche)

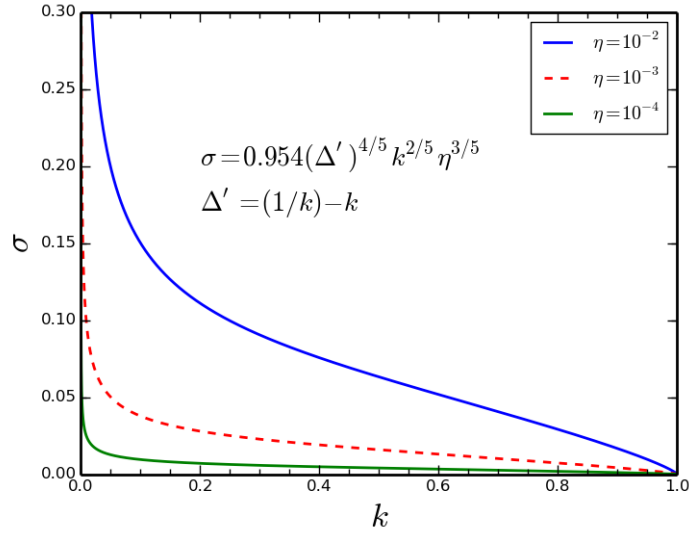


FIGURE 2.8: Relations de dispersion de l'instabilité de tearing, l'éq. (2.26), pour différentes résistivités. Le taux de croissance  $\sigma$  et le nombre d'onde  $k$  sont normalisés.

sous-jacente le scaling ci-dessus tombe en défaut. On obtient une valeur estimée  $k_c$ , où on s'attend à ce qu'une déviation se produise, en posant  $\Delta' = \epsilon^{-1}$  et en utilisant  $\Delta' \simeq k_c^{-1}$  dans le scaling de  $\epsilon$ . Ceci implique  $(\Delta')^{-1} \simeq \eta^{2/5} k_c^{-2/5} k_c^{-1/5}$  et donc nous obtenons  $k_c \simeq \eta^{1/4}$ .

Dans la Fig. 2.9, la ligne (verticale) pointillée sur le graphique indique  $k_c$  pour chaque valeur de  $\eta$ , qui est calculée comme étant  $k_c = 0.3162, 0.11778, 0.1$  pour  $\eta = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$ , respectivement. De plus, on peut remarquer que l'emplacement du taux de croissance maximum se déplace à gauche en diminuant  $\eta$ : (a) pour  $\eta = 10^{-2}$ , le maximum  $\sigma_{max}$  est situé autour de  $k_{max} = 0.3$ ; (b) pour  $\eta = 10^{-3}$  il est placé plus près de  $k_{max} = 0.2$ ; et (c) pour  $\eta = 10^{-4}$ , le maximum est à  $k_{max} = 0.15$ . Comme on le voit clairement dans la Fig. 2.9(a)-(c), à mesure que la résistivité diminue, il existe une meilleure corrélation entre l'estimation numérique du taux de croissance et  $\sigma$  calculée analytiquement. La Fig. 2.9(d) montre un graphe log-log du taux de croissance numérique avec une valeur  $k = 0.5$  fixée contre diverses valeurs de  $\eta$ . Le taux de croissance analytique  $0.954\eta^{3/5}$  est superposé en ligne discontinue. On voit encore de nouveau que la diminution de  $\eta$  voit une amélioration de l'estimation numérique.

### 2.3.2 Régime de Rutherford

Nous avons vu que si  $\Delta' > 0$  alors une configuration de champ magnétique du type représenté dans la Fig. 2.6 est instable à un mode de tearing. Examinons maintenant comment une instabilité de tearing affecte la configuration du champ à mesure qu'elle se développe, et nous suivons de près le travail de R. Fitzpatrick (2011).

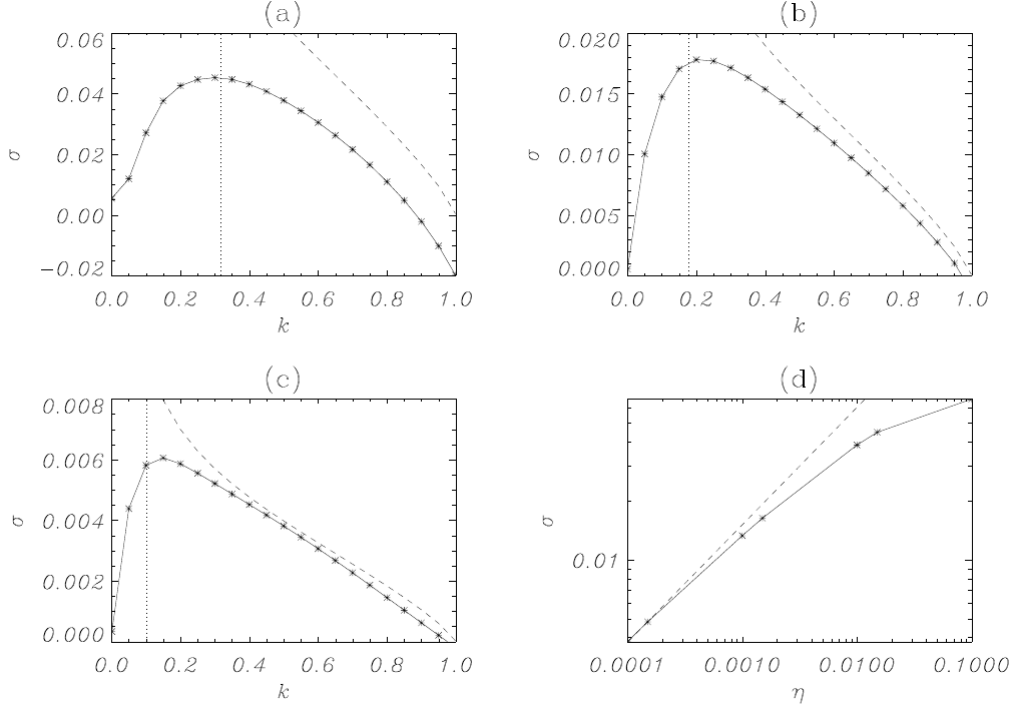


FIGURE 2.9: Taux de croissance numériques tracés pour  $0 < k < 1$  avec (a)  $\eta = 10^{-2}$ , (b)  $\eta = 10^{-3}$  et (c)  $\eta = 10^{-4}$ . La ligne discontinue montre le taux de croissance analytique correspondant calculé par l'éq. (2.26) et la ligne pointillée indique  $k_c = \eta^{1/4}$  pour chaque cas. Le panneau (d) montre un graphe du taux de croissance numérique en fonction de  $\eta$  sur l'échelle logarithmique où  $k = 0.5$  est fixé (d'après Bowness, 2011).

Il est commode d'écrire le champ magnétique en fonction du flux magnétique  $\Psi$  (qui est normalisé par  $B_0 a$ ):

$$\mathbf{B} = \nabla \Psi \times \mathbf{e}_z. \quad (2.27)$$

On rappelle que  $\mathbf{B} \cdot \nabla \Psi = 0$ . Nous pouvons écrire

$$\Psi(x, y) \simeq \Psi_0(x) + \Psi_1(x, y), \quad (2.28)$$

où  $\Psi_0(x)$  génère le champ magnétique d'équilibre, et  $\Psi_1(x, y)$  génère le champ magnétique perturbé associé au mode de tearing. Au voisinage de l'interface  $x = 0$ , nous avons

$$\Psi \simeq -\frac{B'_y(0)}{2}x^2 + \Theta \cos(ky), \quad (2.29)$$

où  $\Theta$  est un constant. Ici, on a utilisé le fait que  $\Psi_1(x, y) \simeq \Psi_1(y)$  si l'approximation  $\psi$ -constante est bonne (ce qui est supposé être le cas [63]).

Soit  $\chi = -\Psi/\Theta$  et  $\theta = ky$ . Il s'ensuit que la fonction du flux magnétique perturbé re-

normalisé  $\chi$  au voisinage de l'interface prend la forme

$$\chi = 8X^2 - \cos(\theta), \quad (2.30)$$

où  $X = x/W$ , et

$$W = 4\sqrt{\frac{\Theta}{B'_y(0)}}. \quad (2.31)$$

La Fig. 2.10 montre les contours de  $\chi$  tracés dans l'espace  $X - \theta$ . On voit que le mode de déchirement donne lieu à la formation des îlots magnétiques centrés sur l'interface,  $X = 0$ . Les lignes de champ magnétique situées à l'extérieur de la séparatrice sont déplacées par le mode de tearing, tout en conservant leur topologie d'origine. En revanche, les lignes de champ à l'intérieur de la séparatrice ont été rompues et reconnectées, et possèdent maintenant une topologie très différente. La reconnexion a évidemment lieu aux points- $X$ , qui sont situés à  $X = 0$  et  $\theta = (2j + 1)\pi$ , où  $j$  est un entier. La largeur maximale de la zone reconnectée est donnée par la largeur de l'îlot,  $W$ . Notons que la largeur de l'îlot est proportionnelle à la racine carrée du champ magnétique "radial" perturbé à l'interface (c'est-à-dire,  $W \propto \sqrt{\Theta}$ ).

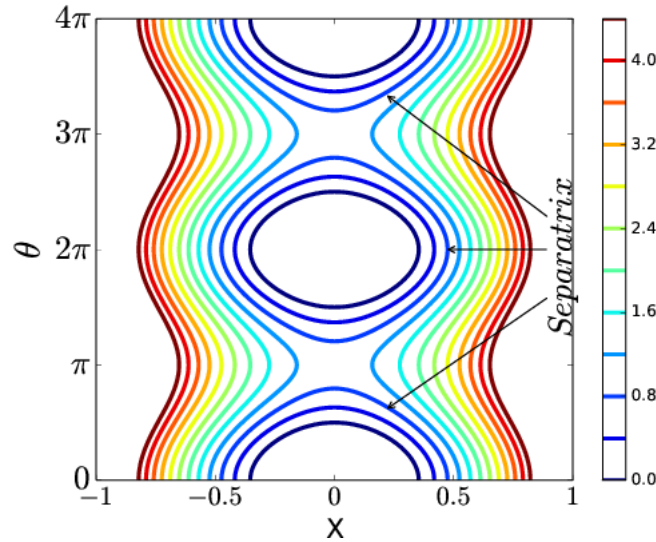


FIGURE 2.10: Contours du flux magnétique normalisé  $\chi = 8X^2 - \cos(\theta)$  représentant les îlots magnétiques lors d'un développement du mode de tearing.

D'après le résultat établi auparavant dans l'article de base de Rutherford [83], l'évolution non-linéaire de la largeur de l'îlot est régie par

$$0.823\tau_d \frac{dW}{dt} = \Delta'(W), \quad (2.32)$$



où

$$\Delta'(W) = \left[ \frac{1}{\Psi} \frac{d\Psi}{dx} \right]_{-W/2}^{+W/2} \quad (2.33)$$

est le saut dans la dérivée logarithmique de  $\Psi$  prise à travers l'îlot magnétique. Il est clair qu'une fois que le mode de tearing entre dans le régime non-linéaire (c'est-à-dire, une fois que la largeur de l'îlot normalisée,  $W$ , dépasse la largeur de la couche linéaire normalisée,  $\sim \eta^{2/5}$ ), le taux de croissance de l'instabilité ralentit considérablement, jusqu'à ce que le mode finalement finit par croître sur l'échelle de temps extrêmement lente  $\tau_d \sim \eta^{-1}$ . Le mode de tearing cesse de croître lorsqu'il a atteint une largeur d'îlot saturée  $W_0$ , satisfaisant

$$\Delta'(W_0) = 0. \quad (2.34)$$

La largeur saturée est fonction de l'équilibre initial de système, mais elle est indépendante de la résistivité. Notez qu'il n'y a aucune raison particulière pour laquelle  $W_0$  doit être petit: c'est-à-dire, en général, la largeur d'îlot saturée est comparable à l'échelle de longueur de la configuration magnétique. Nous concluons que, bien que la MHD parfaite n'est pas valable dans une étroite région de largeur  $\sim \eta^{2/5}$  centrée sur l'interface  $x = 0$ , la reconnexion des lignes de champ magnétique qui se produit dans cette région est capable de modifier de manière significative la configuration de champ magnétique entier.

### 2.3.3 Petit résumé pour le mode de tearing résistif

Si on résume la théorie standard de l'évolution du mode de tearing illustrée jusqu'ici, on dirait que ce mode résistif identifie typiquement trois étapes. La première c'est la phase linéaire décrite par la théorie de Furth-Killeen-Rosenbluth (FKR). Au cours de cette phase, la largeur de l'îlot  $W$  (qui est proportionnelle à la racine carrée du champ magnétique perturbé (2.31)) croît exponentiellement dans le temps jusqu'à ce qu'elle atteigne la largeur de la couche de dissipation résistive,  $\epsilon \propto \eta^{2/5} (\Delta')^{1/5}$ , où  $\eta$  est la résistivité et  $\Delta'$  est l'indice de stabilité au déchirement, voir la formule (2.22). Une fois  $W \sim \epsilon$ , les termes non-linéaires sont suffisamment importants pour remplacer l'inertie en tant que force opposée au modèle d'afflux. Un ralentissement de la croissance de  $W$  s'ensuit, de la forme exponentielle à la forme algébrique dans le temps,  $dW/dt \sim \eta \Delta'$ . C'est la deuxième étape de l'évolution du mode de tearing, connue sous le nom du régime de Rutherford. Enfin, la troisième étape, saturée, est atteinte lorsque la largeur de l'îlot devient comparable à la longueur de cisaillement d'équilibre.

### 2.3.4 Mode de tearing idéal

Comme montré pour la première fois par des simulations MHD 2D par Biskamp [84], les sites de reconnexion stationnaire de type-SP deviennent instables une fois que le nombre

de Lundquist dépasse une valeur critique d'ordre  $S_c \sim 10^4$  et sont soumis à des modes de tearing rapides et formation de plasmoides lorsque le rapport d'aspect longueur-par-largeur  $l/a$  devient suffisamment important, augmentant également le taux de reconnexion locale. Des analyses linéaires et des simulations récentes ont confirmé ces résultats [85–88]. En particulier, on a montré que la nappe de courant SP de rapport d'aspect inverse  $a/l \sim S_l^{-1/2}$  (où  $S_l = \mu_0 l v_A / \eta$ ), en présence du modèle typique d'entrée/sortie caractérisant une reconnexion stationnaire, était instable avec des taux de croissance  $\sigma \sim S_l^{1/4}$ .

L'existence des instabilités avec des taux de croissance de loi d'échelle en puissance positive de  $S_l$  pose des problèmes conceptuels sévères, puisque la limite idéale, correspondant à  $S_l \rightarrow \infty$ , conduirait à des instabilités infiniment rapides, alors qu'il est bien connu qu'en MHD parfaite, la reconnexion est impossible. Ce problème a été résolu par Pucci & Velli [89], qui ont étudié la stabilité des nappes de courant avec des rapports d'aspect inverse génériques  $a/l \sim S_l^{-\alpha}$ . Les auteurs ont découvert qu'un exposant critique  $\alpha_c$  sépare les nappes de courant sujettes à des instabilités lentes avec des taux de croissance à l'échelle de puissance négative de  $S_l$ , d'instabilités rapides non-physiques des échelles en puissance positive de  $S_l$ . En effet, pour  $\alpha_c = 1/3$ , ils ont trouvé le taux de croissance du mode de tearing le plus rapide devient indépendant du nombre de Lundquist. Ils ont donc supposé que les nappes de courant ne devraient pas s'effondrer à des rapports d'aspect supérieurs à cette valeur critique, moment auquel l'instabilité, qu'ils appelaient le mode de tearing "idéal", conduit à la reconnexion indépendante du nombre de Lundquist. Pour ce rapport d'aspect, les nappes de courant ont une épaisseur jusqu'à 100 fois supérieure à une couche de reconnexion SP typique et l'instabilité a développé de points- $X$  et plasmoides, empêchant ainsi tout effondrement à la nappe de courant SP standard ou toute autre configuration stable avec un  $\alpha > 1/3$ . Cette nouvelle instabilité de tearing "idéale" est très rapide, avec un taux de croissance asymptotique  $\sigma \simeq 0.62$ , et conduit à la formation soudaine de plusieurs plasmoides. En particulier, Pucci & Velli ont trouvé la relation  $k_{max} \sim S_l^{1/6}$ , avec  $k_{max}$  le vecteur d'onde à croissance la plus rapide le long de la nappe de courant.

Ainsi, le mode de tearing "idéal" sur les échelles de temps d'Alfvén pourrait s'appliquer naturellement au plasma de couronne solaire, où le chauffage est censé être causé par l'activité éruptive à toutes les échelles à l'intérieur des boucles coronales. En outre, le même scénario pourrait très probablement être pertinent aussi pour le plasma à paires relativistes, et en particulier à la modélisation du vent strié dans la nébuleuse du Crabe.

## 2.4 Instabilité de tearing en double nappe de courant

Plus haut, nous avons étudié le développement de l'instabilité de tearing dans une seule (simple) nappe de courant. Maintenant, nous allons tenter de voir la dynamique d'un

système composé de nappes de courant multiples. En effet, les nappes de courant multiples sont souvent formées dans des divers plasmas solaires et astrophysiques [90, 91], ainsi que dans des dispositifs à fusion thermonucléaire par le confinement magnétique [92, 93]. Il est bien connu que de tels systèmes sont soumis aux instabilités de modes de tearing double, triple ou même multiple (DTM, TTM et MTM). Par souci de simplicité, nous étudions, dans la suite, la configuration magnétique sujet à des modes de double tearing, Fig. 2.11.

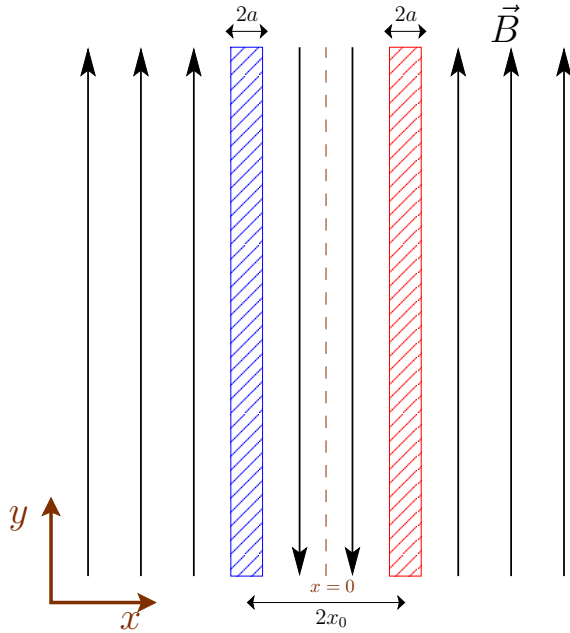


FIGURE 2.11: Configuration de la double nappes de courant formées par le champ magnétique initial  $\vec{B} = B(x)\vec{e}_y$  qui change la direction deux fois sur  $\pm x_0$ . La distance entre les deux nappes de courant de polarité opposée vaut  $2x_0$ .

Otto & Birk [94] ont étudié analytiquement le développement linéaire des DTM dans un système des nappes de courant périodiques sur un profil simplifié (le courant électrique est exprimée par la fonction d'escalier ou "step-function" au lieu d'une fonction hyperbolique). Les auteurs ont montré que la perturbation initiale du champ magnétique entraîne deux types différentes de l'instabilité de tearing: l'une est un mode symétrique, l'autre est un mode antisymétrique. Ce dernier est plus important pour l'évolution des îlots magnétiques, car le taux de croissance linéaire du mode antisymétrique augmente quand les nappes de courant se rapprochent, tandis que le taux de croissance du mode symétrique diminue, voir l'Annexe A.

En se basant sur ce travail, on a résolu numériquement la relation de dispersion obtenue pour le mode antisymétrique de DTM dans un système à double nappe de courant. Le taux de croissance normalisé ( $\sigma\tau_A$ ,

où  $\tau_A = a/v_A$ ) est tracé sur la Fig. 2.12 en fonction du nombre d'onde normalisé ( $ka$ ) pour cinq valeurs de la distance entre les nappes, à savoir  $x_0/a = 1, 2, 3, 4$  et  $300$ . Les courbes sont obtenues en utilisant les résistivités  $\eta = 10^{-3}$  et  $\eta = 10^{-4}$ . Noter que seuls les modes avec un nombre d'onde  $ka \lesssim 0.75$  sont instables, différent de  $ka \lesssim 1$  qui est attendue de la théorie de tearing résistif classique. Cette différence est simplement due au profil du courant électrique supposé dans la nappe, qui est utilisé au lieu du profil hyperbolique traditionnel. On voit que le taux de croissance de l'instabilité de DTM diminue avec l'augmentation de la distance entre les nappes de courant. En outre, nous avons trouvé que le taux de croissance le plus rapide de l'instabilité DTM varie en fonction de résistivité comme  $\sigma_{max} \sim \eta^{0.43}$  et le nombre d'onde correspondant  $k_{max} \sim \eta^{0.13}$  pour les distances

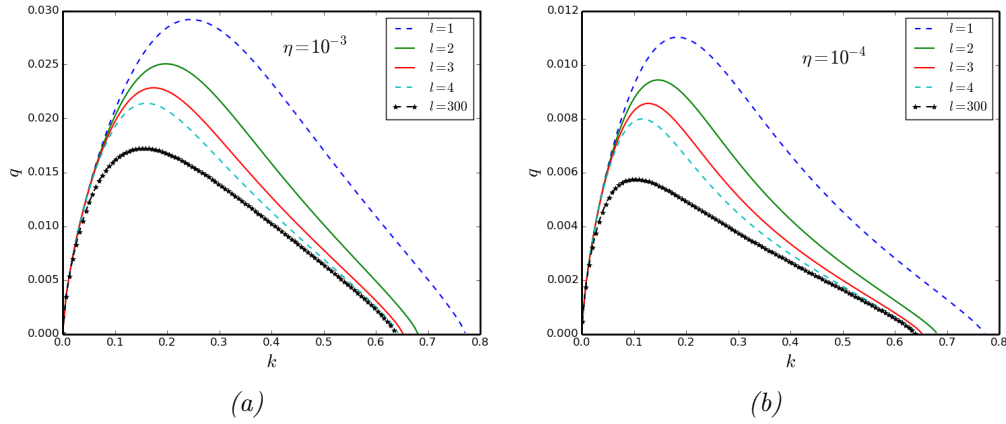


FIGURE 2.12: Taux de croissance normalisé ( $\sigma\tau_A = q\tau_A$ ) de DTM en fonction du nombre d'onde normalisé ( $ka$ ) obtenu pour les demi-distances  $x_0/a = l/a = 1, 2, 3, 4$  et 300 avec les résistivités (a)  $\eta = 10^{-3}$  et (b)  $\eta = 10^{-4}$ .

de séparation relativement proches ( $x_0/a \gtrsim 1$ ).

Pour obtenir la relation de dispersion analytique sur une simple nappe de courant, nous avons pris le positionnement des nappes de plus en plus éloigné (i.e.  $x_0/a \gg 1$ ), et considéré que l'influence bilatérale entre les nappes serait négligeable (i.e., chaque nappe de courant se comporte comme une simple nappe). Pour vérifier cela, nous avons choisi la valeur  $x_0/a = 300 \gg 1$  dans les relations de dispersion de la Fig. 2.12. La comparaison entre nos résultats analytiques et les relations de dispersion numériques de Bowness (voir la Fig. 2.9) indique que les taux de croissances à une résistivité donnée s'accordent largement bien même s'il y a de (légère) différence entre les deux configurations magnétiques. Pour ce cas, nous avons obtenu les scaling  $\sigma_{max} \sim \eta^{0.48}$  et  $k_{max} \sim \eta^{0.19}$  (les figures représentant les lois d'échelle de DTM sont données dans l'Annexe A).

### 2.4.1 Bref histoire du DTM

Le développement d'étude des instabilités de DTM est directement lié aux investigations de la performance du confinement magnétique de plasma dans un dispositif de recherche sur la fusion thermonucléaire. Par exemple, dans un tokamak typique, un plasma à haute température est confiné dans un vaisseau toroïdal axisymétrique par un champ magnétique hélicoïdal. Le champ magnétique d'équilibre ( $\mathbf{B}$ ) consiste d'une composante toroïdale et d'une composante poloïdale. La composante toroïdale,  $B_\varphi$ , est la partie principale du champ magnétique total. Le champ magnétique poloïdal,  $B_\theta$ , est induit par le courant électrique de plusieurs méga Ampère circulant le long de la direction toroïdale dans les bobines principales et  $B_\theta$  dépend de la distribution du courant  $j_\varphi(r)$  (cette dernière est généralement plus élevée à l'axe magnétique). De la Fig. 2.13, nous pouvons clairement avoir une idée de la configuration. Le panneau (a) montre que les lignes de champ magné-

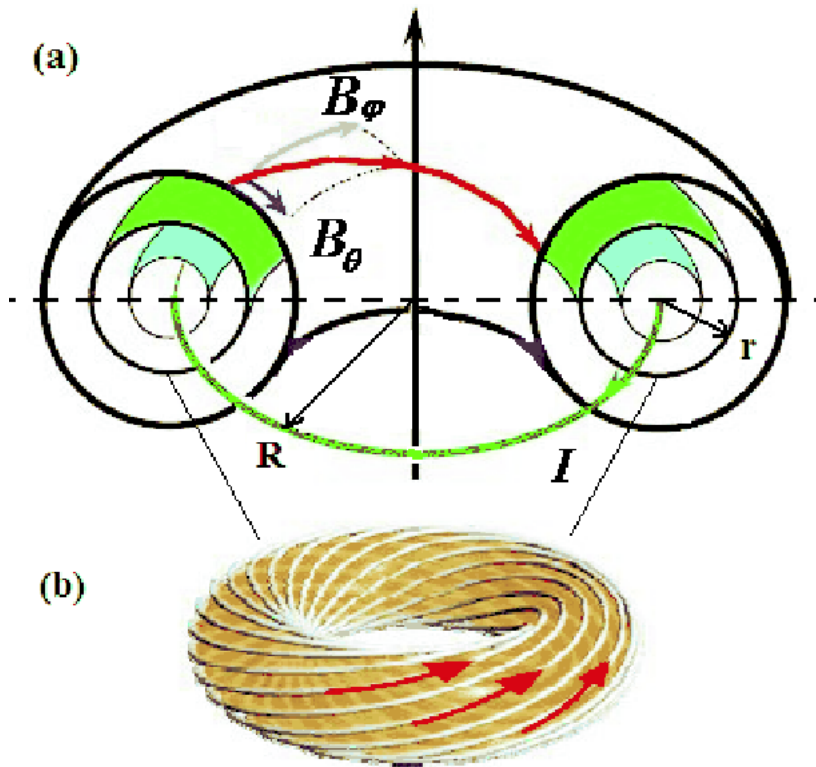


FIGURE 2.13: Configuration magnétique du tokamak: (a) les lignes de champ magnétique forment une série de surfaces de flux magnétique imbriquées; (b) la répartition en espace des lignes du champ magnétique sur une surface de flux.

tique s'étendent le long de la direction toroïdale, tournent le long de la direction poloïdale et forment une série de surfaces de flux magnétique imbriquées. Le panneau (b) montre la répartition en espace des lignes du champ magnétique sur une surface de flux magnétique. Le taux d'enroulement des lignes magnétiques est caractérisée par le facteur de sécurité  $q$  qui représente le nombre de tours effectués par une ligne de champ magnétique dans la direction toroïdale lorsque celle-ci effectue un tour poloïdal:  $q = d\varphi/d\theta$ , où  $\varphi$  et  $\theta$  sont des angles toroïdal et poloïdal respectivement. Comme les champs magnétiques  $B_\varphi$  et  $B_\theta$  varient tout au long du tokamak, mais les lignes de champ ne se croisent pas, différentes surfaces dans la géométrie de tokamak ont des valeurs distinctes de  $q$ : cette quantité monte du centre vers le bord. Sa variation logarithmique à travers les surfaces de flux définit le *cisaillement magnétique*  $s \equiv d \log q / d \log r$ . Le facteur de sécurité et son cisaillement ont des implications importantes pour la stabilité du plasma MHD. Le facteur de sécurité  $q$  est ainsi appelé en raison du rôle qu'il joue dans la détermination de la stabilité.

Les instabilités de modes de tearing dans le tokamak peuvent conduire à l'apparition spontanée d'îlots magnétiques habituellement à grande échelle, tels que ceux illustrés sur la Fig. 2.14. Ils brisent l'imbrication simple des surfaces toroïdales axisymétriques, d'où l'axisymétrie de l'équilibre magnétique. Ces îlots se forment sur des surfaces de flux ra-

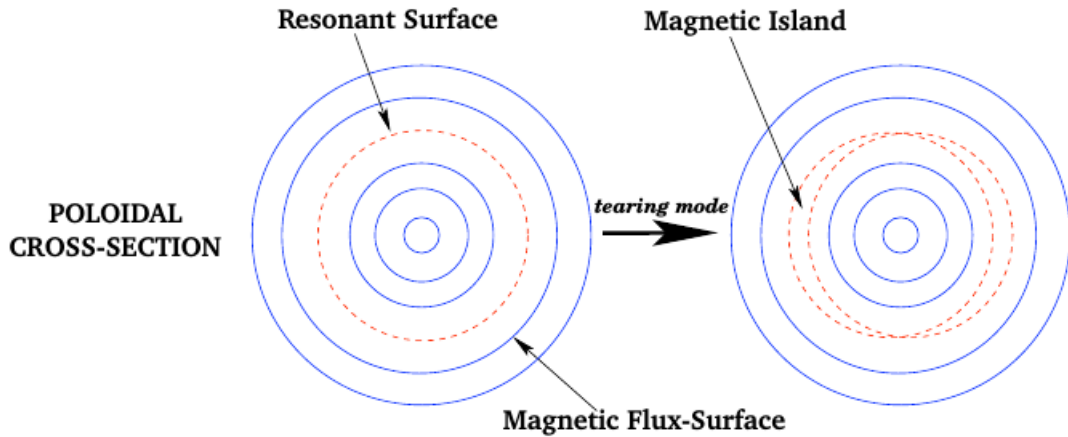


FIGURE 2.14: La vue schématique de la répartition en espace des îlots magnétiques à partir de l'instabilité du mode de tearing (crédit: Fitzpatrick, 2010).

tionnelles qui satisfont  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ , où  $\mathbf{k}$  est un nombre d'onde du mode, avec des valeurs rationnelles du facteur de sécurité  $q$ . Ils impliquent des modes caractérisés par des nombres d'onde poloïdal ( $m$ ) et toroïdal ( $n$ ) de sorte que  $q = -m/n$ . Ces modes sont résonnants sur cette surface magnétique, dans le sens où ils ont la même hélicité que le champ magnétique d'équilibre à la surface de flux considérée. Là, les lignes de champ magnétique initialement bien définies se rompent et se reconnectent pour former des îlots magnétiques.

Pour des performances élevées et des opérations à régime permanent de tokamaks avancés [92, 93], il a été proposé des scénarios pour augmenter le confinement à l'intérieur de la chambre de tokamak par la formation de barrières de transport internes dues à un *cisaillement magnétique inverse* [95]. Il faut savoir que le régime du cisaillement inverse ("reversed magnetic shear") est obtenu en utilisant de courant moteur non-inductif ("non-inductive current drive") et/ou de courant de démarrage ("bootstrap current"), où la densité de courant peut être plus élevée loin du centre. Par conséquent, la valeur minimum du facteur de sécurité s'éloigne du centre de plasma. Avec le cisaillement inverse, certains tokamaks (e.g., TFTR aux États-Unis, JT-60U au Japon) ont montré des performances de plasma considérablement améliorées. Cependant, ces configurations sont souvent accompagnées d'activités MHD menant à des perturbations de plasma. Parmi eux, c'est le DTM qui a été considéré comme l'un des mécanismes importants, caractérisant la perte soudaine de confinement due à l'interaction entre les îlots magnétiques formés sur deux surfaces rationnelles du même facteur de sécurité  $q$ . Auparavant, les expériences avaient montré que l'évolution non-linéaire du mode  $m/n = 2/1$  DTM (ici,  $m$  et  $n$  sont des nombres de modes MHD poloïdal et toroïdal) a conduit à des sciages hors axe observés dans le réacteur TFTR [93]. Également, Ishii et al. [96–98] ont étudié une instabilité de DTM non-linéaire entraînée par une structure pour le mode  $m/n = 3/1$ . Il a été souligné que les îlots magnétiques initialement situés aux surfaces de résonance interne et externe

échantent leurs positions radiales les uns avec les autres, accompagnant une croissance explosive de l'instabilité. Pendant la phase de croissance explosive, l'énergie cinétique du plasma a augmenté plusieurs ordres en quelques dizaines de temps d'Alfvén. Les mécanismes de l'instabilité ont été identifiés comme étant la *déformation triangulaire* des îlots magnétiques et le point de courant électrique intense autour du point- $X$  dans une étude de simulation. Par conséquent, la structure typique de la configuration magnétique déformée a été revendiquée comme étant l'élément crucial conduisant à l'instabilité explosive.

Dans Réf. [93], cependant, une simulation similaire pour le mode  $m/n = 2/1$  responsable des accidents de dents de scie hors axe a trouvé quatre phases distinctes en accord avec l'expérience: la première phase de croissance, la phase de reconnexion lente non-linéaire, la phase en dents de scie et la phase d'aplatissement du profil final. Pendant la première croissance et la reconnexion lente non-linéaire, les îlots sur différentes surfaces de résonance étaient bien séparés. Dans la phase en dents de scie, cependant, les îlots intérieurs se déplacent vers l'extérieur à travers les points- $X$  des îlots extérieurs, tandis que les îlots extérieurs se déplacent vers l'intérieur à travers les points- $X$  des îlots intérieurs, avec un taux de reconnexion beaucoup plus rapide que dans le régime de Rutherford. De toute évidence, le caractère multi-phase du processus de reconnexion était très similaire à celle de la simulation en mode  $m/n = 3/1$ . Néanmoins, en raison de la géométrie du mode  $m/n = 2/1$ , il n'y a manifestement ni déformation triangulaire de l'îlot magnétique, ni courant intensif considérés comme responsables du régime de reconnexion rapide. En outre, le modèle a été également appliqué aux plasmas solaires. Une étude numérique 3D des éruptions solaires et de l'éjection de masse coronale a trouvé un régime similaire de reconnexion rapide en raison de l'interaction des îlots mais pas de déformation triangulaire [99]. Par conséquent, la cause de la reconnexion rapide était toujours en cause. De plus, la dépendance de résistivité du taux de reconnexion dans la phase de reconnexion rapide n'était pas encore claire.

### 2.4.2 Résultats principaux: une phase très rapide et dynamique

Wang et al. [47] ont étudié numériquement le développement des modes de double tearing avec le modèle MHD 2D pour comprendre le caractère multi-phase du DTM<sup>5</sup>, ainsi que les lois d'échelle de taux de reconnexion avec résistivité dans diverses phases. Les résultats de l'étude indiquent que le processus de reconnexion passe sur quatre phases de développement, comme on le voit dans l'expérience TFTR [93]: la première phase de croissance, la phase de saturation lente, la croissance rapide et la relaxation. Les deux premières phases conduisent à la formation et à la croissance d'îlots magnétiques et sont suivies d'une phase de reconnexion rapide pour achever le processus. Cette phase rapide, voire explosive, est

---

5. La configuration du champ magnétique d'équilibre est  $B_y(x) = 1 - (1+b_c)sech(\xi x)$ , où les paramètres constants  $b_c = 0.233509$  et  $\xi = 2.68298$  sont choisis pour planter les deux nappes de courant dans  $x = \pm x_0 = \pm 0.25$ .

## 2.4 INSTABILITÉ DE TEARING EN DOUBLE NAPPE DE COURANT 57

entraînée par un phénomène de fusion de séparatrices magnétiques voisines et de couplage des îlots magnétiques comme montré dans la Fig. 2.15. Les dépendances de résistivité pour différentes phases sont étudiées et présentées pour la première fois par une analyse de l'échelle de taux de croissance d'instabilité ( $\sigma$ ). Il a été noté que la première phase de type Sweet-Parker dispose de l'échelle  $\sigma \sim \eta^{1/2}$ , la phase non-linéaire lente dans un régime de Rutherford représente de l'échelle  $\sigma \sim \eta^1$  qui est suivie par la phase de reconnexion rapide avec une échelle  $\sigma \sim \eta^{1/5}$ . A la fin du développement de DTM, la phase de relaxation se réalise pour compléter le processus de reconnexion avec les lignes de champ magnétique entre les deux surfaces singulières (voir la Fig. 2.15(d)).

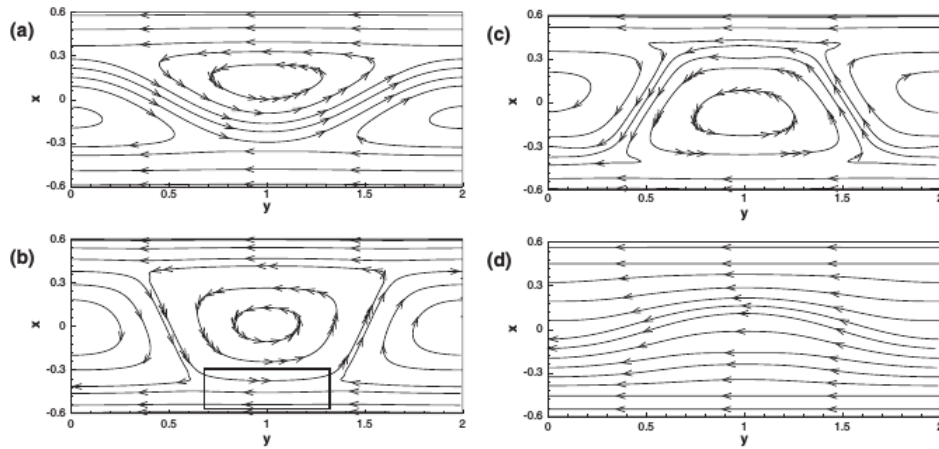


FIGURE 2.15: Lignes de champ magnétique lors d'une coalescence des îlots magnétiques dans la phase explosive du DTM (d'après Wang et al., 2007).

Plus tard, Janvier et al. [100–102] ont étudié le mécanisme de l'instabilité explosive non-linéaire dans la phase rapide. Pour cela, les auteurs ont utilisé les équations MHD réduites (RMHD) 2D avec la même forme de configuration magnétique d'équilibre que dans Wang et al. [47]. Il a été démontré que pendant la phase de saturation de Rutherford, le courant électrique d'équilibre est légèrement modifié par l'évolution non-linéaire des perturbations, qui aplatit le courant autour des surfaces singulières, et donc réduit la source d'énergie libre (donnée par le gradient de courant). Cependant, une fois que les non-linéarités deviennent significatives, le courant est modifié de sorte que les effets d'ondulation peuvent devenir importants, et donc ce dernier déstabilise les modes de tearing consécutifs. Dans le même temps, la structure 2D peut également affecter les développements de mode. L'interaction ultérieure entre ces ondulations de profil de courant et la déformation 2D de la structure magnétique devrait être le déclencheur initial de la croissance explosive du DTM [100].

Pour approfondir l'étude du seuil de déclenchement de DTM explosive, les auteurs ont effectué certains nombre de simulations avec différentes positions des surfaces singulières,  $x_0$  [101]. Pour chaque  $x_0$ , la longueur d'onde de l'instabilité  $\lambda$  est modifié de façon à trouver le seuil d'instabilité non-linéaire délimitant le régime des îlots saturés et le régime



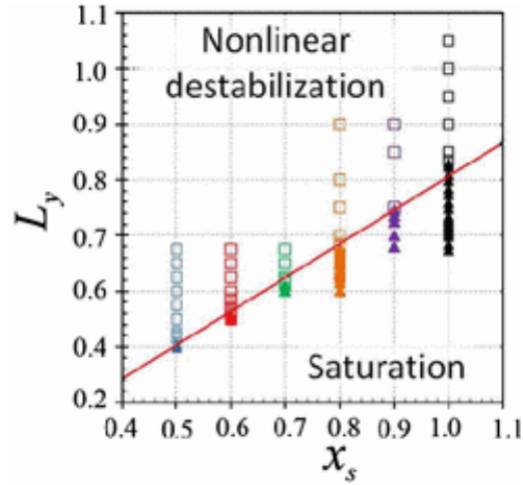


FIGURE 2.16: Diagramme de DTM saturés (triangles) et explosifs (carrés) obtenus en fonction de la position des surfaces rationnelles ( $x_0 = x_s$ ) et de la longueur d'onde de l'instabilité  $\lambda = L_y$ . La ligne continue indique la transition (d'après Janvier et al., 2011).

de déstabilisation non-linéaire. Les résultats sont donnés dans la Fig. 2.16. On peut voir que lorsque la distance entre les surfaces singulières diminue, le seuil de  $\lambda$  diminue également. Ceci est compréhensible car avec des  $x_0$  plus petits, étant plus instables, de petites longueurs d'onde peuvent être fortement excitées, conduisant à la dynamique abrupte du DTM intermédiaire.

De plus, il a été étudié les termes physiques dans l'équation du mouvement tels que la force de pression et la force de tension de la ligne magnétique qui n'apparaissent pas explicitement dans l'ensemble des équations RMHD, mais les deux sont attendues à être liées à la déformation structurelle des îlots magnétiques résultant de la croissance DTM [102]. Les auteurs ont proposé d'abord des calculs non-linéaires des équations RMHD montrant un cas typique de déstabilisation non-linéaire de DTM, associé à une croissance non-linéaire explosive. A partir de l'équation de moment fournissant l'équation de l'accélération de l'îlot, les changements dynamiques des forces dans le régime non-linéaire ont été étudiés. Ce qui est trouvé c'est que la force de pression, dominée par son homologue magnétique, joue un rôle majeur dans l'échange des îlots, accélérant les îlots à double déchirement vers leur point- $X$  opposé. Comme une reconnexion implique la réduction du champ magnétique entre les deux surfaces de résonance, une boucle de rétroaction est instaurée, expliquant le processus très rapide trouvé dans le développement non-linéaire des DTMs complètement reconnectés.

Zhang & Ma [48], quant à eux, ont étudié l'évolution dynamique non-linéaire du DTM par simulation MHD complète<sup>6</sup>. Ils ont trouvé qu'au cours de la phase non-linéaire explosive,

6. Le champ magnétique d'équilibre initial est donné par la configuration de double-Harris:  $B_x(z) = 1 + \tanh \frac{z-z_0}{a} - \tanh \frac{z+z_0}{a}$ , où  $a$  est la demi-largeur de nappe et  $\pm z_0$  sont les localisations des nappes.

## 2.4 INSTABILITÉ DE TEARING EN DOUBLE NAPPE DE COURANT 59

le taux de reconnexion maximum ( $\sigma_{max}$ ) augmentait faiblement avec l'augmentation de la résistivité,  $\sigma_{max} \sim \eta^{0.06}$ . Encore plus intéressant, le taux de reconnexion maximum dans la phase explosive augmente avec l'augmentation de séparation des nappes de courant initiales. Une instabilité de tearing secondaire dite "plasmoïde" a été observée lors d'une séparation de nappe de courant modérée. En se basant sur les résultats de la simulation, ils ont prétendu que l'instabilité de plasmoïde se produit seulement lorsque le rapport d'aspect longueur-par-largeur  $l/a$  de la région de reconnexion dépasse environ 20.

### 2.4.2.1 Résultats issus de simulations MHD relativistes

Dans le cadre de l'étude des événements éruptifs du Crabe, Baty, Pétri & Zenitani [42] ont élaboré le développement multi-phase de DTM en effectuant des simulations MHD résistives relativistes (RRMHD) 2D de plasmas modérément magnétisés (la configuration magnétique d'équilibre reste similaire avec Zhang & Ma [48]). Les équations RRMHD qui ont été utilisées lors des simulations MHD sont écrites dans la notation de Lorentz-Heaviside avec  $c = 1$  comme suivantes:

$$\partial_t(\Gamma\rho) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0, \quad (2.35a)$$

$$\partial_t(\mathbf{m} + \mathbf{E} \times \mathbf{B}) + \nabla \cdot \left( \left( p + \frac{B^2 + E^2}{2} \right) \mathbf{I} + h\mathbf{u}\mathbf{u} - \mathbf{B}\mathbf{B} - \mathbf{E}\mathbf{E} \right) = 0, \quad (2.35b)$$

$$\partial_t \left( e + \frac{B^2 + E^2}{2} \right) + \nabla \cdot (\mathbf{m} + \mathbf{E} \times \mathbf{B}) = 0, \quad (2.35c)$$

$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (2.35d)$$

$$\partial_t \mathbf{E} - \nabla \times \mathbf{B} = -\mathbf{j}, \quad (2.35e)$$

$$\partial_t \rho_e + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (2.35f)$$

$$\Gamma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} - (\mathbf{E} \cdot \mathbf{v})\mathbf{v}) = \eta(\mathbf{j} - \rho_e \mathbf{v}). \quad (2.35g)$$

Ici,  $\rho$  est la densité de masse propre,  $p$  est la pression propre,  $\mathbf{u} = \Gamma\mathbf{v}$  est la partie spatiale de 4-vitesse,  $h$  est l'enthalpie,  $\mathbf{m} = \Gamma h\mathbf{u}$  est le moment, et  $e = \Gamma^2 h - p$  est la densité d'énergie. De même,  $\rho_e$  est la densité de charge et  $\eta$  est la résistivité. La vitesse d'Alfvén est définie par  $c_A^2 = B_0^2/(\rho h + B_0^2)$ , où  $B_0$  est l'amplitude du champ magnétique, et le nombre de Lundquist par  $S = Lc_A/\eta$ . Il a été employé l'équation d'état sous la forme de  $\gamma$ -loi avec le rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma = 4/3$  d'où l'enthalpie devient  $h = \rho + 4p$ . En outre, il a été utilisé un paramètre de magnétisation indépendant de repère  $\sigma_{mag} = b^2/h = (B^2 - E^2)/h$ .

Le système des équations (2.35) est résolu par une variante de la méthode HLL à temps partiel, où les termes rigides non-idéaux sont traités à l'aide d'un schéma de relaxation. Une méthode de nettoyage de divergence hyperbolique est également utilisée pour traiter la condition de solénoïdalité (voir les Réfs. [103, 104]).

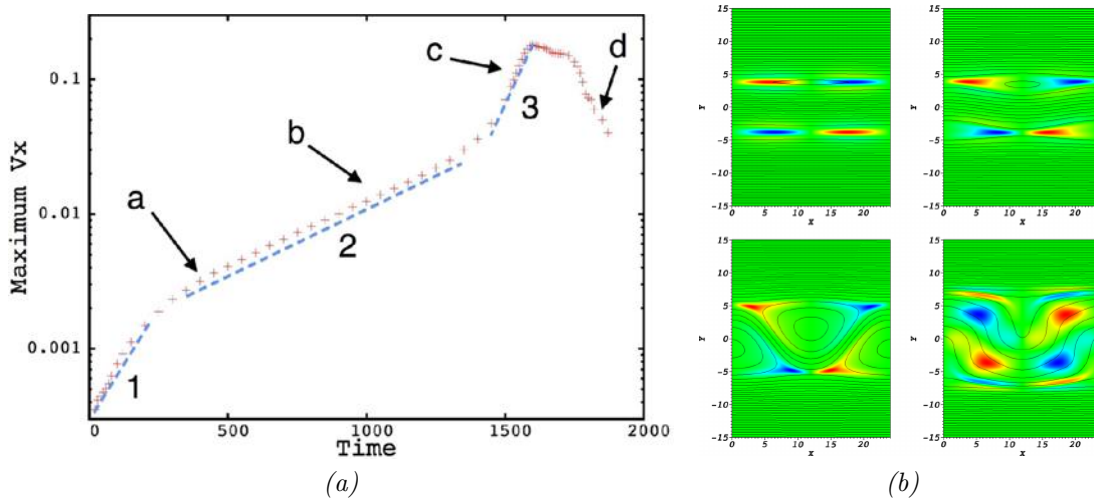


FIGURE 2.17: (a) Vitesse d'écoulement  $V_x$  maximale en fonction du temps. Les quatre phases de DTM sont indiquées respectivement par les étiquettes a, b, c et d. Trois étapes correspondant à trois phases instables distinctes sont indiquées en ajoutant une ligne discontinue en bleue. (b) La vitesse  $V_x$  au fond des lignes de champ magnétique à quatre moments différents, de gauche à droite et de haut en bas:  $t = 400$  (a),  $t = 1000$  (b),  $t = 1500$  (c),  $t = 1800$  (d). Les valeurs négatives de  $V_x$  sont en bleu et les valeurs positives en rouge (d'après Baty et al., 2013).

Selon les résultats obtenus, le développement multi-phase de DTM relativiste commence par la phase de type Sweet-Parker (comme dans le régime non-relativiste) caractérisée par une croissance des îlots magnétiques dont la loi d'échelle du taux de croissance d'instabilité est  $\sigma \sim \eta^{1/2}$ , suivie d'une saturation en accord avec le régime de Rutherford plus lent,  $\sigma \sim \eta^1$ .

La troisième phase représentant une croissance rapide est déclenchée lorsque la longueur d'onde longitudinale (par rapport au champ magnétique reconnectant) dépasse une valeur critique, soit  $\sim 6$  fois la demi-distance entre les deux nappes de courant. Comme précédemment obtenu en MHD classique par Janvier et al. [101], l'instabilité explosive de la phase rapide a été entraînée par une déformation géométrique des îlots magnétiques qui se manifeste par un processus de coalescence rapide entre les deux îlots. Les résultats indiquent également une dépendance relativement faible du taux de croissance d'instabilité dans la phase explosive avec la résistivité  $\sigma \sim \eta^{0.2-0.3}$ . La Fig. 2.17 illustre l'évolution temporelle de la vitesse d'écoulement  $V_x$  à travers les quatre phases issue d'une simulation où le nombre de Lundquist est  $S = 1/\eta = 200$ .

Plus tard, Pétri, Takamoto, Baty & Zenitani [43] ont repris le calcul du travail précédent avec les nombres de Lundquist plus élevés ( $S \leq 3200$ ) pour un plasma fortement magnétisé ( $\sigma_{mag} \leq 120$ ). Les analyses ont montré que dans le régime de faible magnétisation (ce qui

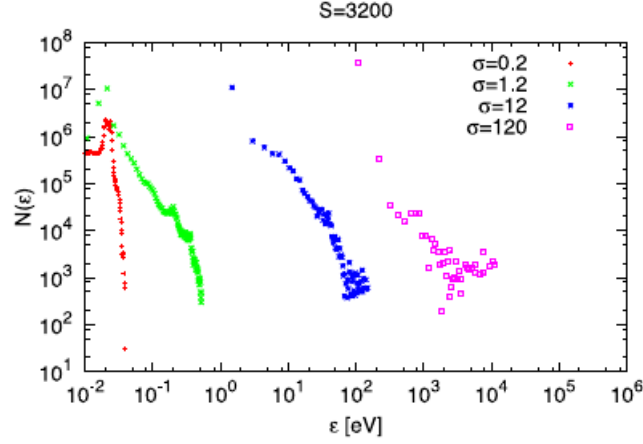


FIGURE 2.18: Spectres en énergie du rayonnement synchrotron pour quatre valeurs du paramètre de magnétisation  $\sigma_{mag} = \sigma$ . Le pic d'énergie augmente avec  $\sigma_{mag}$ -paramètre, environ 100 fois lorsque le paramètre  $\sigma_{mag}$  augmente d'un ordre de grandeur (d'après Takamoto et al., 2015).

était le cas du travail précédent où  $\sigma_{mag} \leq 1.2$ ), le taux de croissance d'instabilité explosive dépend faiblement de la résistivité,  $\sigma \sim \eta^{0.2-0.3}$ . Dans la limite de magnétisation élevée, la loi d'échelle du taux de croissance a montré une transition vers une dépendance encore plus faible,  $\sigma \sim \eta^\alpha$  avec  $\alpha \approx 0$ .

Dans la continuité du travail, Takamoto, Pétri & Baty [44] ont exploré l'évolution temporelle de l'énergie thermique au cours du processus de reconnexion explosive pour le plasma magnétisé. Plus précisément, il a été analysé le changement de la distribution de température pendant la phase rapide pour déduire un spectre de particules thermique effectif, et l'émission synchrotron qui en résulte. Effectivement, le vent strié de pulsar est considéré comme un plasma de haute-magnétisation avec un très grand nombre de Lundquist ( $S \rightarrow \infty$ ), et l'instabilité de DTM est supposée d'être suffisamment énergétique pour expliquer les éruptions du Crabe. Les auteurs ont démontré que la température de plasma augmente très rapidement dans des sites de reconnexion explosive même dans le cas d'une valeur modérée du paramètre de magnétisation. Ensuite, il a été étudié le spectre du rayonnement synchrotron en supposant que le rayonnement est principalement émis par la paire d'électron/positron dans le plasma qui est en équilibre thermique local en raison de l'approximation MHD. La Fig. 2.18 illustre les spectres en énergie, pour quatre valeurs du paramètre de magnétisation  $\sigma_{mag}$ , sur les moments correspondant à la fin de la phase rapide de DTM. Cette figure montre clairement que le spectre atteint un pic d'énergie  $\varepsilon_p$  simplement lié au paramètre de magnétisation  $\sigma_{mag}$  par  $\varepsilon_p \propto \sigma_{mag}^2$ .

Il faut noter que dans ces études, les lois d'échelles ont été obtenues avec les valeurs de  $\eta$  relativement grandes (à cause de dissipations numériques assez importantes dans les codes utilisés) comparées aux valeurs attendues plus réalistes dans les environnements de

## **CHAPITRE 2: MODÈLE MHD ET INSTABILITÉS DE RECONNEXION**

---

pulsars. En fait, la résistivité du plasma à travers le vent strié doit être calculée à partir de la cinétique des particules, mais elle est introduite en tant qu'un paramètre de dissipation magnétique. On ne connaît pas sa valeur exacte tout en faisant l'hypothèse qu'elle est proche du zéro et le nombre de Lundquist, l'inverse de la résistivité ( $S \sim 1/\eta$ ), tend vers l'infinie. C'est pour cette raison qu'on cherche à définir les lois d'échelles (du taux de croissance de l'instabilité explosive ou du temps caractéristique) avec les paramètres inconnus ( $\eta$  ou  $S$ ).

## Chapitre 3

# Instabilité explosive du mode de double-tearing

### 3.1 Hypothèse de la structure en double nappe

Nous allons tenter d'élaborer une hypothèse qui permet de développer le scénario de l'instabilité de double tearing dans les vents striés des pulsars. On a déjà vu (dans la sous-section 1.2.3.1) que le vent relativiste du Crabe se compose des striés toroïdales de polarité opposée du champ magnétique qui alterne en direction à la fréquence de rotation du pulsar. Par conséquent, le flux de plasma du vent strié évolue d'une région à une autre par le plasma froid fortement magnétisé et séparé par des multiples nappes de courant électrique très chaudes et peu magnétisées. Par souci de simplicité, nous allons regarder un système contenant seulement la double nappe de courant dans une région bien localisée du vent, i.e. ni très loin et ni trop près du cylindre-lumière. Or, la région envisagée devrait être placée assez proche du pulsar pour avoir suffisamment d'énergie magnétique avant que le champ magnétique ne s'affaiblisse en éloignant de l'étoile à neutrons. En outre, du fait que l'instabilité de tearing est un mode à longueurs d'onde relativement grandes (voir la section 2.3), la double nappe de courant sujette à développement des modes de tearing devrait être suffisamment distancée par rapport au cylindre-lumière du pulsar. En se positionnant dans un plan qui coupe l'équateur de rotation du pulsar, nous négligeons aussi les courbures de lignes de champ magnétique et de nappes de courant, voir la Fig. 3.1.

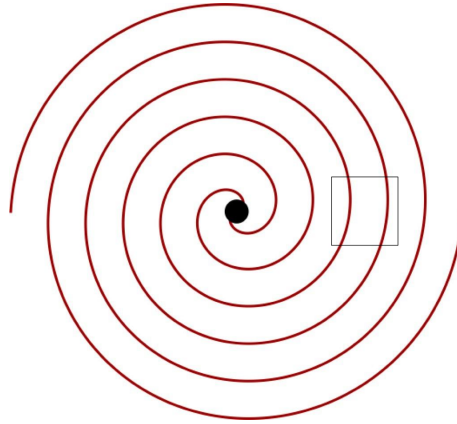


FIGURE 3.1: La spirale d'Archimède formée par la nappe de courant dans le vent strié. La boîte numérique 2D est illustrée par le carré entourant deux nappes de courant de polarité opposée qui séparent des lignes de champ magnétique ancrées au pulsar.

### 3.2 Configuration numérique des simulations MHD

Nous considérons un plasma bidimensionnel (2D) compressible décrit par le système des équations MHD résistives non-relativistes (2.3)-(2.4)-(2.6).

Supposons que la reconnexion magnétique s'effectue dans le plan- $xy$  (l'orientation de l'axe-

$x$  correspond à la direction radiale et celle de l'axe- $y$  à la direction toroïdale de la Fig. 3.1) et que le champ guide magnétique perpendiculaire au plan de la reconnexion soit négligé. Par conséquent, la variation des quantités physiques selon l'axe- $z$  est ignorée,  $\partial/\partial z = 0$ . Le champ magnétique s'écrit alors via deux composants:

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{e}_x + B_y \mathbf{e}_y. \quad (3.1)$$

La configuration initiale MHD consiste de la double nappe de courant de Harris avec la composante de champ magnétique  $B_y$  qui varie sur l'axe- $x$  comme

$$B_x = 0, \quad B_y(x) = B_0 \left[ 1 - \tanh\left(\frac{x + x_0}{a}\right) + \tanh\left(\frac{x - x_0}{a}\right) \right], \quad (3.2)$$

où  $B_0$  est l'amplitude initiale du champ,  $x_0$  est la demi-distance entre les deux couches de courant et  $a$  est la demi-largeur de chaque couche, Fig. 3.2. Nous définissons  $B_0 = 1$ ,  $a = 0.2$  et  $v_A = 1$  (la vitesse d'Alfvén) pour désigner les paramètres de normalisation des équations MHD. La distance entre les deux couches est également fixée à  $2x_0 = 1$ . Par conséquent, le temps est normalisé par le temps de parcours ( $\tau_A$ ) de la distance entre deux couches avec la vitesse  $v_A$ ,  $\tau_A = 2x_0/v_A = 5a/v_A$ .

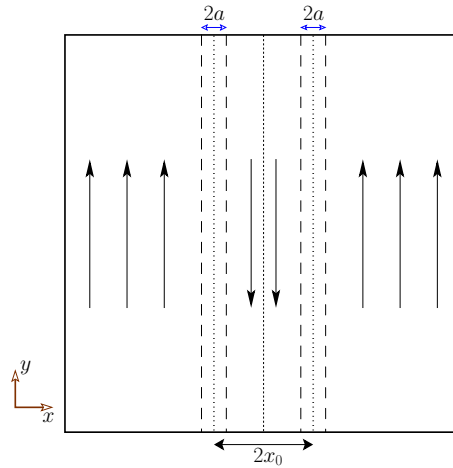


FIGURE 3.2: Schéma de la configuration de la double nappe de courant initiale. Le champ magnétique est unidirectionnel avec une composante  $B_y(x)$  qui s'inverse deux fois et forme deux couches de courant dont la demi-largeur vaut  $a$ . Les deux couches de courant sont séparées par une distance  $2x_0$ .

Le champ magnétique initial (3.2) induit le courant électrique au niveau des deux couches,



exprimé par la loi d'Ampère<sup>1</sup>:

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} = \frac{dB_y}{dx} \mathbf{e}_z = a^{-1} \cdot \left( \tanh^2\left(\frac{x+x_0}{a}\right) - \tanh^2\left(\frac{x-x_0}{a}\right) \right) \mathbf{e}_z.$$

Nous avons représenté les graphiques des fonctions  $B_y(x)$  et  $j_z(x)$  dans la Fig. 3.3 pour les valeurs  $a = 0.2$  et  $x_0 = 0.5$ .

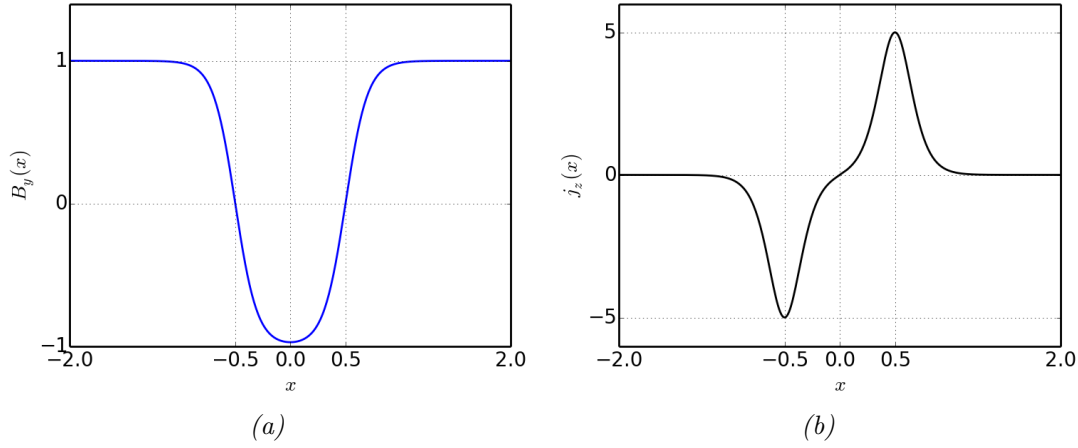


FIGURE 3.3: La configuration de Harris contenant double nappe de courant: (a) la composante-y de champ magnétique en fonction de  $x$  donnée par (3.2); (b) la densité de courant électrique définie par la loi d'Ampère,  $j_z(x) = dB_y/dx$ .

Après avoir donné le champ magnétique et la densité de courant électrique, nous pouvons décrire maintenant le champ électrique par la loi d'Ohm:

$$\mathbf{E} = \eta \mathbf{j} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

avec quelque résistivité  $\eta$ . En vue de la configuration magnétique, on n'a donc que la composante- $z$  du champ électrique:

$$E_z = \eta j_z - (v_x B_y - v_y B_x).$$

Si le plasma est initialement au repos,  $\mathbf{v} = 0$ , le champ électrique se réduit donc à  $E_z = \eta j_z$ .

Initialement, un équilibre statique est considéré avec une balance entre la force de Lorentz ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ) et la force du gradient de pression thermique ( $\nabla p$ ). A son tour, la pression thermique de plasma s'exprime avec la densité de masse dans un milieu isotherme (le développement de l'instabilité de tearing ne dépend pas de l'hypothèse de régime isothermique),  $p(x) = T\rho(x)$ , où

$$T = \beta/2, \quad \rho(x) = \frac{1 + \beta - B_y^2(x)}{\beta}. \quad (3.3)$$

1. Dans nos unités, la perméabilité magnétique du vide est considérée comme l'unité,  $\mu_0 = 1$ .

Ici, le paramètre de plasma- $\beta$  est fixé sur  $\beta = 0.2$  (plasma magnétiquement dominé) à l'extérieur de limite- $x$ . Il est important de noter que notre configuration suit de près la configuration adoptée dans la Réf. [48].

Pour déclencher le processus de développement des modes de tearing, nous perturbons le système d'équilibre par un faible champ magnétique ( $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B} + \nabla \times \delta \mathbf{A}$ ) de "divergence-free" dont le potentiel vecteur est

$$\delta \mathbf{A} = -B_1 \frac{\lambda}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(y - \lambda/2)\right) e^{-\frac{(|x|-x_0)^2}{a^2}} \mathbf{e}_z, \quad (3.4)$$

où  $B_1$  est l'amplitude initiale de perturbation ayant pour valeur  $3 \times 10^{-4}$ , et  $\lambda$  est la longueur d'onde d'oscillation cosinusoidale dans la direction- $y$ . Noter que cette perturbation magnétique est initialement concentrée, de manière symétrique, sur les deux nappes de courant et diminue exponentiellement en s'éloignant des nappes. De plus, nous tenons à souligner que la perturbation (3.4) n'est pas un mode propre de tearing et c'est au système de choisir son mode propre le plus rapide (à priori, ça serait de modes de tearing antisymétriques). La valeur de longueur d'onde  $\lambda = 4$  est choisie raisonnablement entre deux critères: (a) d'une part,  $\lambda$  ne pourrait pas être très courte pour avoir d'instabilités de tearing qui sont des modes relativement longues; (b) d'autre part,  $\lambda$  ne devrait pas être trop longue pour éviter d'apparitions des harmoniques supérieurs de modes de tearing. Pour comprendre ce dernier critère, analysons la relation de dispersion de l'instabilité de double tearing linéaire (comme discutée dans l'Annexe A) avec les paramètres de configuration à nous<sup>2</sup>. Nous avons obtenu les taux de croissance d'instabilité normalisés ( $\sigma\tau_A$ ) en fonction du nombre d'onde normalisé ( $ka \lesssim 0.66$ ) ayant utilisé la demi-distance  $x_0 = 0.5$  pour différentes valeurs du nombre de Lundquist  $S \in [4 \times 10^2 : 10^5]$  (calculé sur la nappe de courant,  $S = av_A/\eta$ ), Fig. 3.4. On voit que le nombre d'onde normalisé  $ka = \frac{2\pi}{\lambda}a = 0.314$  marqué par une ligne discontinue verticale reste toujours sur la coté droite de  $k_{max}a$  correspondant au taux de croissance maximum pour chaque valeur de  $S$ . Or, ce choix permet d'abandonner des apparitions des harmoniques supérieurs des modes de tearing.

La boîte numérique consiste de  $960 \times 960$  maillages uniformes entre  $-L_x/2 \leq x \leq L_x/2$  et  $-L_y/2 \leq y \leq L_y/2$  où  $L_x = L_y = 4$ . Les conditions fixées aux limites sont choisies à  $x = \pm L_x/2$  qui sont suffisamment éloignées de la double nappe afin d'avoir un effet négligeable sur la dynamique du système. Les conditions périodiques aux limites sont supposées dans la direction- $y$ , avec la valeur de  $L_y$  étant exactement une longueur d'onde de la perturbation ( $L_y = \lambda$ ) pour exciter un seul mode du DTM. Nous utilisons le code **MPI-AMRVAC** basé sur la méthode de volume fini (voir l'Annexe B). Les équations MHD sont résolues en sélectionnant un schéma de capteur de choc du second ordre, à

2. Il faut tenir en compte que dans notre cas, la demi-largeur de nappe  $a = 0.2$  est 5 fois plus petite que dans Otto & Birk [94]. Par conséquent, la demi-distance entre deux nappes  $x_0 = 0.5$  correspond à  $l = 2.5$ . Nous avons tenu ainsi en compte le rapport des facteurs de normalisation.

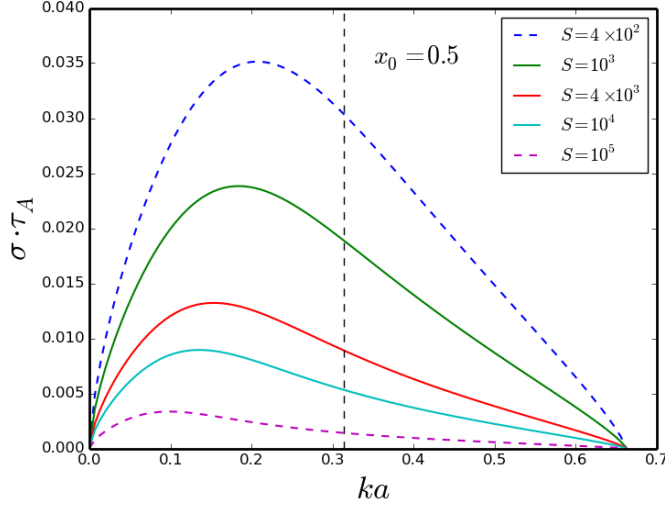


FIGURE 3.4: Relation de dispersion du DTM linéaire obtenue pour le profil magnétique simplifié (voir l'Annexe A). Le nombre d'onde correspondant à  $\lambda = 4$  est marqué avec la ligne discontinue verticale.

savoir le solveur HLL combiné avec un limiteur de flux de Koren. En effet, un choix de solveur robuste (et par conséquent, un peu diffusif) est nécessaire pour pouvoir suivre la phase de reconnexion explosive, car nous n'utilisons pas de termes de viscosité explicites supplémentaires dans nos équations MHD contrairement aux études antérieures [48, 105]. La divergence non-zéro du champ magnétique numériquement générée est traitée en choisissant l'approche diffusive. Un grand nombre (typiquement 13) de valeurs de résistivité situées dans l'intervalle  $[2 \times 10^{-6} : 2.5 \times 10^{-4}]$  sont utilisées dans les simulations MHD. Il faut noter que le choix des valeurs de  $\eta$  est fait sous deux contraintes: (i) d'une part, la résistivité ne doit pas être très faible, sinon elle devient comparable avec la résistivité numérique de simulation à une résolution donnée; (ii) d'autre part, elle ne doit pas être très grande pour que l'équilibre des forces ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p$ ) ne diffuse pas très rapidement et que le temps d'évolution des modes de tearing soit suffisamment longue<sup>3</sup>.

### 3.3 Les résultats des simulations MHD

#### 3.3.1 Evolution typique de DTM

Le comportement typique d'un système à double nappe de courant instable est illustré sur les Figs. 3.5-3.6, pour une valeur de résistivité donnée  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . A savoir, la Fig. 3.5

3. Prenons exemple: soit  $\eta = 10^{-3}$ , d'où le nombre de Lundquist sur la nappe est  $S = av_A/\eta = 0.2 \times 10^3 = 2 \times 10^2$ . L'échelle de temps de la diffusion magnétique est  $\tau_D = a^2/\eta = 40$ , et l'échelle de temps caractéristique de la reconnexion magnétique de Sweet-Parker est  $\tau \sim S^{1/2} \approx 15$ , i.e. le même ordre de grandeur. Nous cherchons donc les cas où  $\tau_D \gg \tau$ , de préférence.

représente les évolutions temporelles de valeurs absolues maximales du composant  $y$  de vitesse,  $v_{y,max}$  (panneau (a)), et de la densité de courant,  $j_{z,max}$  (panneau (b)). Étant donné que la perturbation initiale n'est pas un mode propre de l'instabilité de DTM, elle entraîne une excitation non seulement du mode propre avec la longueur d'onde égale à la taille de la boîte numérique sur la direction  $y$  (i.e.  $\lambda = L_y$ ), mais aussi ses harmoniques (modes de DTM symétriques/ antisymétriques) ainsi que les ondes de propagation. Ces derniers sont partiellement transmis par les limites  $x$  de la boîte numérique et ne poussent pas en amplitude, et ils sont dominés par les modes propres de DTM. Lorsque la longueur d'onde du mode propre de DTM antisymétrique est inférieure à celle du mode au maximum dans la courbe de dispersion (ce qui est le cas actuel, puisque  $2\pi/\lambda > 2\pi/\lambda_{max}$  comme montré dans la Fig. 3.4), elle domine complètement l'évolution de la perturbation à mesure que les harmoniques symétriques se développent plus lentement. Par conséquent, les fluctuations présentes dans les évolutions de  $v_{y,max}$  et  $j_{z,max}$  (Fig. 3.5) sont dues à des développements éventuels des harmoniques symétriques qui ne sont pas amorties à cause du manque de viscosités explicites dans les équations MHD.

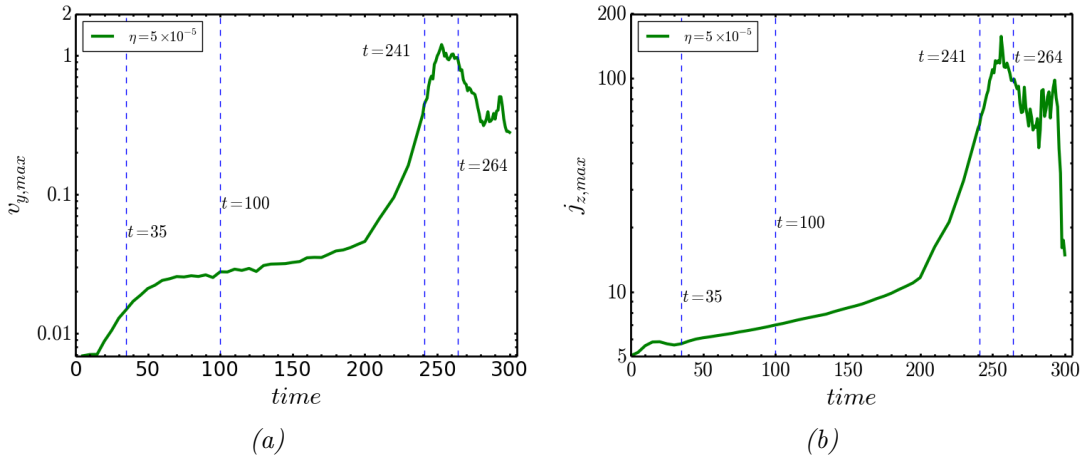


FIGURE 3.5: Evolution typique de DTM fonctionnant à l'aide d'une valeur de résistivité  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . Les valeurs absolues maximales de (a) la vitesse  $v_y$  et (b) la densité de courant  $j_z$  sont tracées en fonction du temps (dans unité du temps d'Alfvén). Les temps correspondant aux panneaux de la Fig. 3.6 sont indiqués en utilisant des lignes discontinues verticales.

On constate que l'évolution de  $v_{y,max}$  présente quatre phases distinctes: trois en croissance et une dernière quatrième phase de relaxation. La phase I (intervalle de temps  $15\tau_A \lesssim t \lesssim 60\tau_A$  dans la Fig. 3.5) correspond à la croissance primaire des îlots magnétiques topologiquement bien séparés, qui se trouvent sur les deux nappes de courant à  $x = \pm x_0 = \pm 0.5$ , Fig. 3.6a. Dans cette phase, chaque îlot est décalé par rapport à l'autre du fait de la dominance du mode antisymétrique sur celui de symétrique. Par conséquent, l'îlot magnétique à droite (gauche) au milieu (sur les côtés) de la figure est formé par

reconnexion à partir de la ligne singulière à droite (gauche).

Ensuite, une transition vers une deuxième phase plutôt longue se produit tandis que les îlots magnétiques continuent à croître (voir la Fig. 3.6b) sur un intervalle de temps  $60\tau_A \lesssim t \lesssim 210\tau_A$  dans la Fig. 3.5. La phase II correspond à un régime de Rutherford [83], pour lequel le champ magnétique perturbé se développe sur l'échelle de temps purement diffusive extrêmement lente.

Une fois qu'un seuil est atteint (voir la prochaine phrase), les îlots magnétiques commencent à croître de manière explosive (phase III). Il a été déjà montré [101] que le mécanisme de déclenchement de cette phase explosive est une instabilité non-linéaire générée par la structure magnétique de système, ce qui se développe lorsque  $L_y/x_0 \gtrsim 6$  (réviser la Fig. 2.16). Ce dernier critère est clairement rempli pour notre configuration comme  $L_y/x_0 = 8$ .

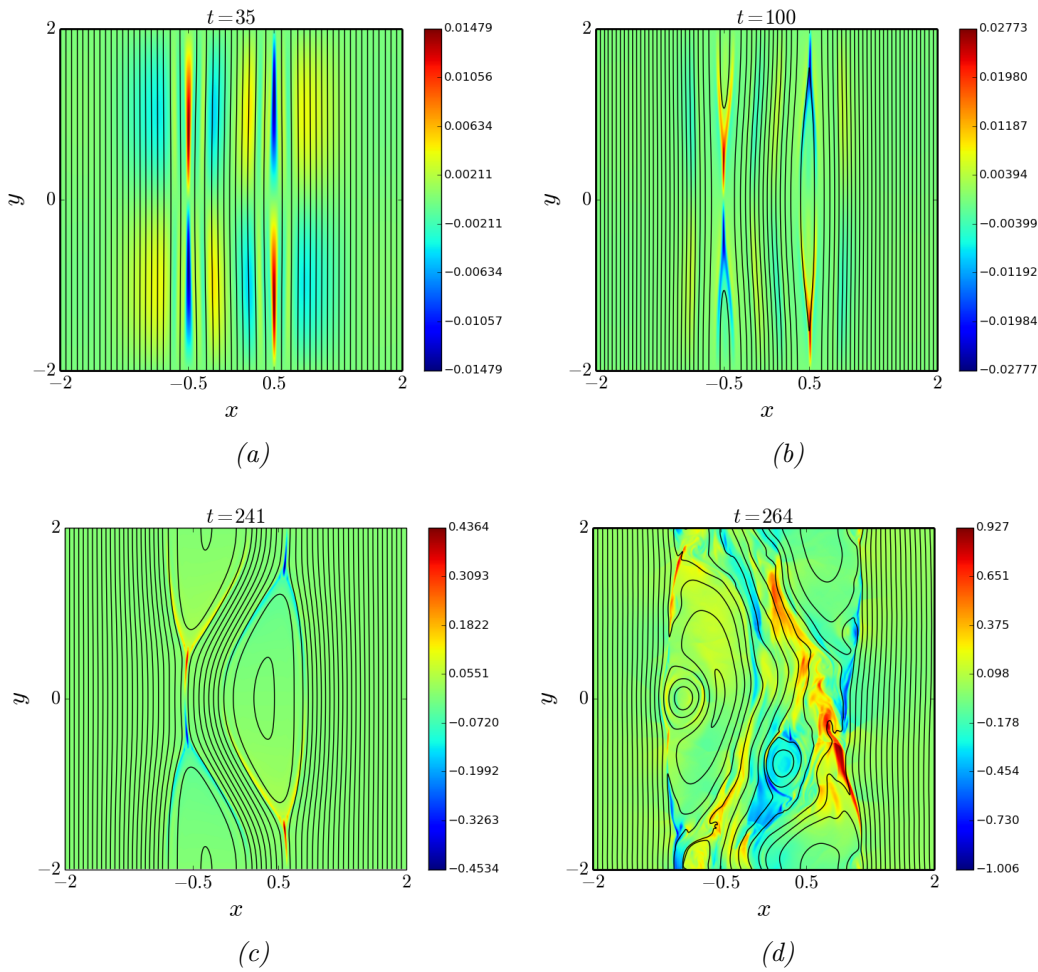


FIGURE 3.6: Cartes de contour colorées de  $v_y$  superposées par des lignes de champ magnétique à différents moments correspondant aux phases (a) linéaire, (b) Rutherford, (c) explosive et (d) de relaxation (voir la Fig. 3.5).

Afin de comprendre le mécanisme physique de cette croissance explosive, nous analysons le développement du système suite à l'évolution structurelle des lignes de champ magnétique. Il faut souligner à nouveau qu'il existe deux lignes singulières à  $x = \pm x_0$  (sur lesquelles le champ magnétique d'équilibre initial s'annule), et donc, comme on le voit sur la Fig. 3.6c, il y a deux séparatrices magnétiques formées, l'une générée par le point- $X$  à droite et l'autre par la gauche. Au début et en transition, les deux séparatrices sont séparées par les lignes de champs ouvertes entre les deux îlots, voir les Figs. 3.6(a)-(b). À mesure que les îlots grandissent, la branche à gauche de la séparatrice de l'îlot droite et la branche à droite de la séparatrice de l'îlot gauche se confondent. En d'autres termes, les bords des deux îlots qui se trouvent entre les lignes singulières, sont superposés. Également montré sur les Figs. 3.6(b)-(c), la partie à droite de l'îlot droite se rétrécit dans la direction- $y$  lorsque la reconnexion continue à pousser toute la structure de l'îlot vers la gauche tandis que l'îlot gauche est poussé vers la droite. Ainsi, les îlots magnétiques interagissent de plus en plus, conduisant à une déformation triangulaire. Finalement, les îlots magnétiques adjacents échangent leurs positions relatives dans la direction- $x$ , jusqu'à ce que toutes les lignes de champ entre les lignes singulières soient reconnectées.

Pendant cette phase, la vitesse  $v_{y,max}$  et la densité de courant  $j_{z,max}$  augmentent considérablement, plus d'un ordre de grandeur, pendant quelques dizaines du temps d'Alfvén, Fig. 3.5. Voire,  $v_{y,max}$  atteint une valeur maximale d'ordre de la vitesse d'Alfvén à la fin de la phase ( $t \approx 255\tau_A$ ) tout en affirmant la non-linéarité du processus. Une caractéristique intéressante est également observée au cours de cette phase explosive, à savoir la formation de petits îlots magnétiques secondaires sur les deux nappes de courant qu'on va illustrer dans la sous-section suivante.

Enfin, le système observe la dernière phase où  $v_{y,max}$  et  $j_{z,max}$  se font affaiblir et la configuration magnétique se relaxe vers un nouvel état stable, Fig. 3.6d. L'état final obtenu à la fin de notre simulation est exempt d'îlots magnétiques et de couches de courant, et les lignes de champ magnétique correspondantes ont tendance à redevenir rectilignes. De plus, nous avons vérifié que, pendant tout le processus, une partie non-négligeable ( $\sim 50\%$ ) de l'énergie magnétique stockée dans la région centrale (entre les deux nappes de courant initiales) a été transformée en énergie cinétique/thermique de plasma, en proportion sensiblement égale.

Noter que l'évolution multi-phase de DTM reste toujours la même quelque que soit la valeur de résistivité (voir la Fig. 3.10). Sauf, la durée de temps des phases instables varie en fonction de la valeur de  $\eta$ .

### 3.3.2 Formation de plasmoides au cours de la phase explosive

Comme indiqué précédemment, de petits îlots magnétiques secondaires apparaissent sur les nappes de courant pendant la phase explosive. La Fig. 3.7 illustre la topologie de ces petites

structures sur les cartes colorées de la vitesse  $v_y$  (panneau (a)), de la pression thermique du plasma  $p$  (panneau (b)), de la densité de courant  $j_z$  (panneau (c)) et du champ électrique  $E_z$  (panneau (d)). De plus, les lignes de champ magnétique sont superposées sur  $v_y$  dans la Fig. 3.7a où un îlot secondaire à gauche est élargi afin de montrer une ligne magnétique fermée. Ceci est en accord avec des études antérieures affirmant que ces petits îlots sont des plasmoides [50]. Un résultat similaire est également montré pour une contrepartie MHD relativiste de DTM [42–44]. La preuve de les identifier comme des plasmoides, c’est que le nombre de Lundquist local, défini par  $S_l = lv_A/\eta$  (où  $l$  est la longueur locale de la couche, et  $v_A$  est la vitesse d’Alfvén en amont), peut atteindre une valeur critique de  $S_c \sim 10^4$  [86, 106, 107].

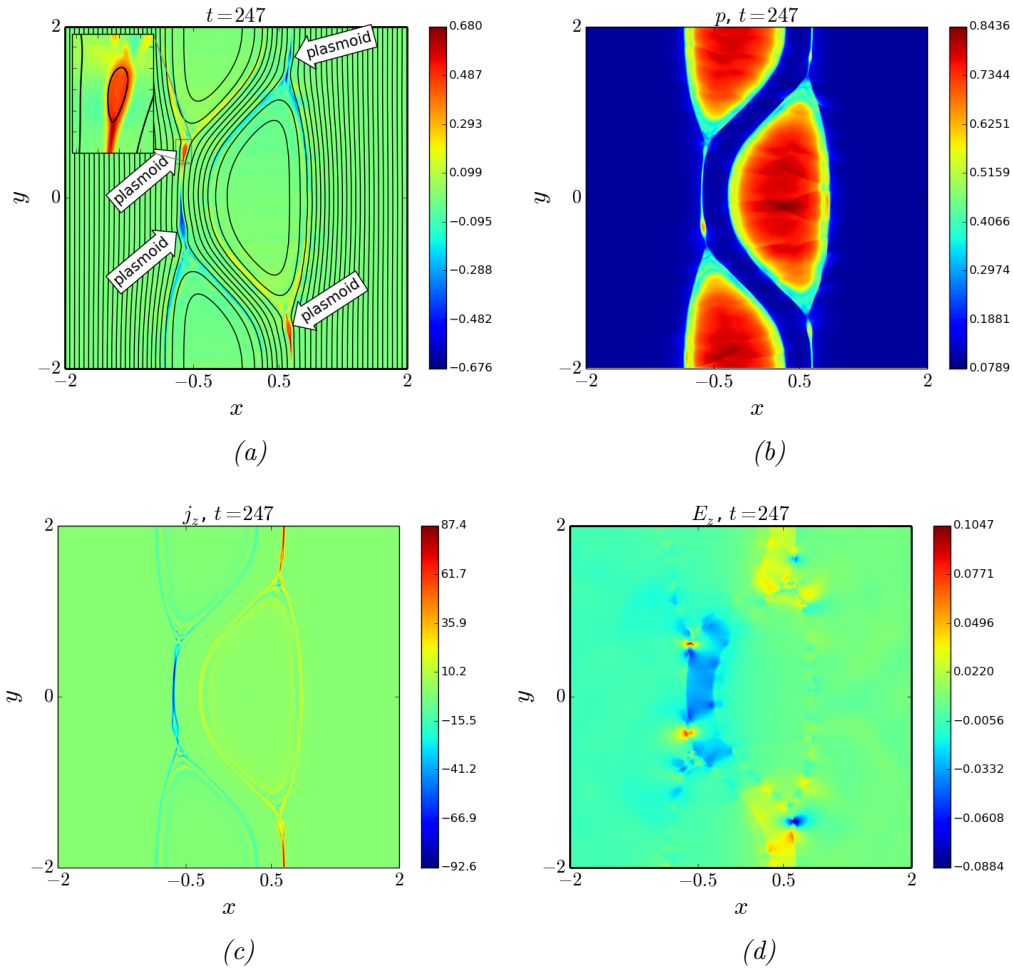


FIGURE 3.7: Cartes de contour colorées de (a) la vitesse  $v_y$  superposée par des lignes de champ magnétique, (b) la pression  $p$ , (c) la densité de courant électrique  $j_z$  et (d) le champ électrique  $E_z$  qui correspondent au moment  $t = 247\tau_A$  (qui suit la Fig. 3.6c dans la phase explosive) où les plasmoides sont observables.

Pour relier la présence/absence de plasmoides au nombre de Lundquist local, nous avons

calculé  $S_l$  ayant mesuré les valeurs de longueur  $l$  (juste avant la formation éventuelle des plasmoides) lors de tests de simulation MHD à différentes résistivités,  $\eta \in [2 \times 10^{-6} : 2.5 \times 10^{-4}]$ . Les résultats qui sont tracés sur la Fig. 3.8 montrent un accord étroit avec cette valeur critique ci-dessus (la ligne rouge horizontale): les plasmoides ont été observés sur les tests où  $\eta \leq 1.25 \times 10^{-4}$  (points noirs), et ils ne se sont pas formés pour  $\eta \geq 1.6 \times 10^{-4}$  (triangles bleus). De plus, nous avons constaté que le temps d'existence de plasmoides (la durée du temps depuis l'apparition de plasmoides jusqu'à la fin de la phase rapide pour un  $\eta$  donné) est prolongé avec la diminution de la résistivité.

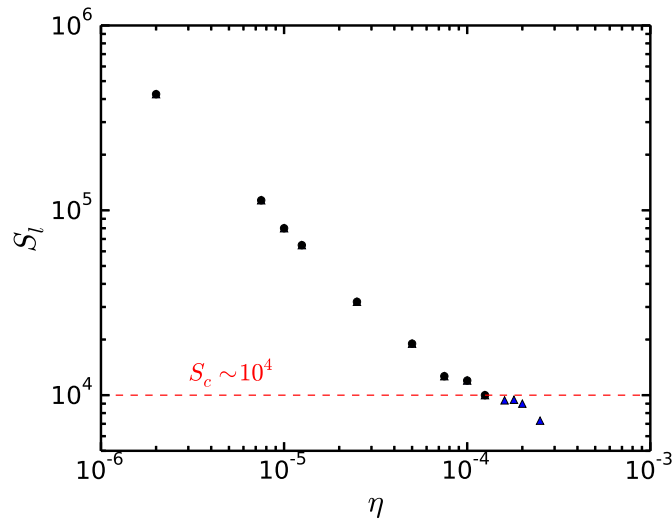


FIGURE 3.8: *Présence (points noirs) et absence (triangles bleus) des plasmoides dans le plan  $(\eta, S_l)$ . Le nombre de Lundquist local  $S_l$  est estimé sur la nappe de courant allongée dont la longueur  $l$  est mesurée juste avant la formation éventuelle de plasmoides.*

Lors des simulations MHD, nous avons observé une large variété des propriétés cinématiques/dynamiques des plasmoides - après la formation, un plasmotide peut se déplacer vers le haut ou vers le bas avec la vitesse la plus élevée de la boîte. La question fondamentale dans notre analyse est les conditions qui déterminent la direction du mouvement de plasmotide. Etant donné que la tension magnétique des lignes de champ reconnectées,  $\sim (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}$ , est le principal moteur du mouvement du plasma en aval de reconnexion, on compare les profils de lignes de champ magnétique dans des cas de mouvements ascendant et descendant. Dans la partie zoomée de la Fig. 3.7a, nous avons montré le plasmotide qui se bouge vers le haut (noter que les lignes de champ au-dessous du plasmotide sont plus courbées que celles au-dessus, donnant lieu à la tension dirigée vers le haut).

Le paramètre principal qui régit les formes décrites des lignes de champ est le taux de reconnexion du flux magnétique (le taux auquel la conservation du flux est violée dans le processus de reconnexion,  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ) aux deux points- $X$  (au-dessus et au-dessous) du



plasmoïde. Si  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  est plus élevé au point- $X$  au-dessous du plasmoïde qu'au point- $X$  ci-dessus, c'est-à-dire si le taux par lequel le flux magnétique est reconnecté dans la région de diffusion inférieure est plus élevé que dans le haut, les lignes de champ forment un profil comme dans la Fig. 3.7a. En l'occurrence, la composante- $z$  du produit vectoriel  $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_z$  s'obtient les valeurs  $\simeq 0.03$  et  $\simeq -0.1$  sur les points- $X$  au-dessous et au-dessus, respectivement. Par conséquent, la force de tension des lignes magnétiques entraîne le plasmoïde vers le haut. Si plus de lignes de champ sont reconnectées dans la région de diffusion supérieure que dans la partie inférieure, le plasmoïde est expulsé vers le bas.

La question cruciale concerne maintenant le rôle joué par les plasmoïdes sur la principale dynamique de la reconnexion. Une inspection étroite sur les figures instantanées de la distribution de pression thermique de plasma à trois moments successifs pendant la phase explosive (voir la Fig. 3.9 issue de la simulation pour une valeur de résistivité  $\eta = 10^{-4}$ ) révèle des caractéristiques intéressantes. En effet, un plasmoïde formé dans la couche de courant à gauche (premier panneau) semble être éjecté vers le haut (deuxième panneau) et finalement fusionné avec l'îlot principal à gauche (troisième panneau). Cette interaction entraîne le ralentissement du plasmoïde et excite des perturbations de pression à l'intérieur de l'îlot. De nouveaux plasmoïdes sont déjà générés au moment du troisième panneau. Un scénario similaire est observé pour les autres tests de résistivités plus petites.

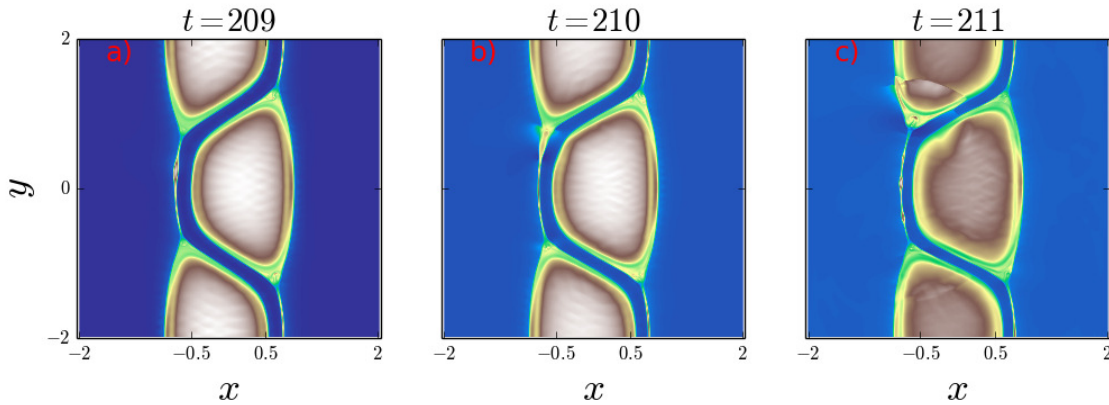


FIGURE 3.9: Les cartes de contour colorées de la pression thermique de plasma prises à différents moments ( $t = 209\tau_A$ ,  $210\tau_A$  et  $211\tau_A$ ) pendant la phase explosive pour la simulation en utilisant  $\eta = 10^{-4}$ . Notez que les plasmoïdes sont présents pour ce test.

Cependant, au moment du processus de fusion principal entre les deux couches (correspondant aux amplitudes maximales atteintes dans la Fig. 3.5), les plasmoïdes disparaissent complètement. Du fait que les plasmoïdes sont de petites caractéristiques transitoires dont la largeur constitue  $\sim 1\%$  de la taille des îlots principaux, ils n'ont aucun effet sur la dynamique globale de reconnexion rapide, y compris le taux de croissance de l'instabilité

explosive.

### 3.3.3 Les lois d'échelle des taux de croissance d'instabilités de DTM

Pour obtenir les lois d'échelle de taux de croissance sur les trois phases instables, nous allons étudier maintenant, la dynamique de l'évolution typique de DTM à différentes résistivités. La Fig. 3.10 représente la vitesse  $v_{y,max}$  et l'énergie cinétique totale  $\varepsilon_{kin}$  de plasma pour six valeurs de  $\eta$  (à savoir,  $\eta = 1.25 \times 10^{-4}$ ,  $10^{-4}$ ,  $7.5 \times 10^{-5}$ ,  $5 \times 10^{-5}$ ,  $2.5 \times 10^{-5}$  et  $1.25 \times 10^{-5}$ ). Noter que l'énergie cinétique totale à un moment donné est trouvée par l'intégration des éléments d'énergie cinétique sur tout les maillages dans la boîte numérique, i.e.:

$$\varepsilon_{kin}(t) = \frac{1}{2} \int_{Box} \rho(x, y, t) \left( v_x^2(x, y, t) + v_y^2(x, y, t) \right) dx dy. \quad (3.5)$$

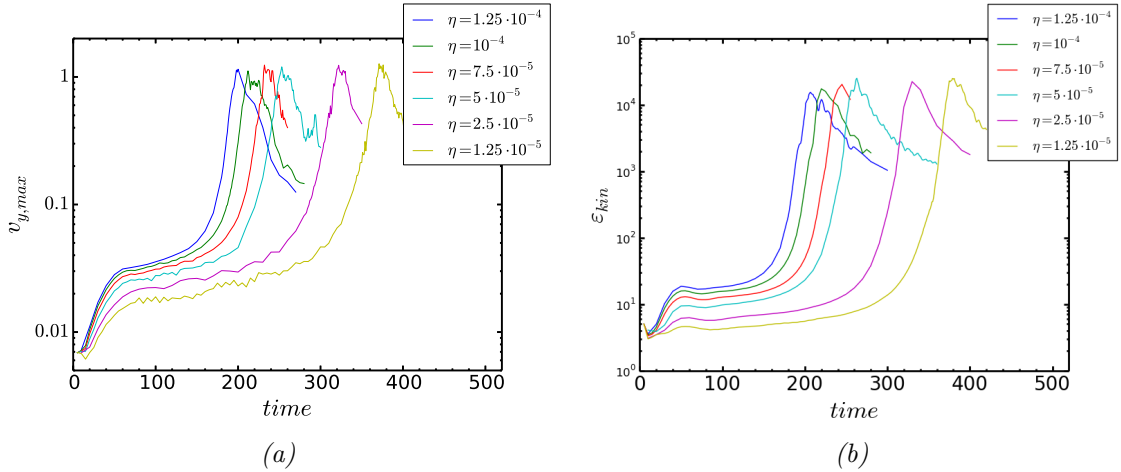


FIGURE 3.10: Les évolutions temporelles de (a) la vitesse  $v_{y,max}$  et (b) l'énergie cinétique totale de plasma  $\varepsilon_{kin}$  pour six différentes valeurs de résistivité.

Pour simplifier, en tant que mesure diagnostique de la grandeur d'instabilité, nous avons choisi la vitesse  $v_{y,max}$  (au lieu de  $v_y$ , on pourrait considérer l'énergie cinétique totale de plasma [48, 105], l'amplitude de perturbation magnétique [108]) afin de calculer les taux de croissance des instabilités sur chaque  $\eta$ .

#### 3.3.3.1 Les taux de croissance des instabilités pour le test $\eta = 5 \times 10^{-5}$

A titre d'exemple, nous prenons le cas de  $\eta = 5 \times 10^{-5}$  dont la vitesse  $v_{y,max}$  est déjà montrée dans la Fig. 3.5a aussi que dans la Fig. 3.10a. Le taux de croissance instantané

de l'instabilité de DTM est calculé par la formule

$$\sigma \equiv \partial_t(v_{y,max})/v_{y,max} \sim \frac{2}{v_{1y,max} + v_{2y,max}} \frac{v_{2y,max} - v_{1y,max}}{t_2 - t_1}, \quad (3.6)$$

où  $v_{1y,max}$  et  $v_{2y,max}$  sont des valeurs de la vitesse  $v_{y,max}$  dans les moments  $t_1$  et  $t_2$ , respectivement. A l'aide de (3.6), nous avons obtenu le taux pour la première phase (constituée des régimes de DTM linéaire+début non-linéaire)  $\sigma_{lin} \simeq 2.9 \times 10^{-2} \tau_A^{-1}$  qui est à peu près d'accord avec une valeur de  $\approx 2.2 \times 10^{-2} \tau_A^{-1}$  déduite des travaux de Zhang & Ma [48]. Nous avons également vérifié que la valeur de  $\sigma_{lin}$  reste proche d'une estimation théorique  $\sim 4.5 \times 10^{-2} \tau_A^{-1}$ , qui est montrée dans la Fig. 3.4 pour  $S = 4 \times 10^3$ , obtenue lors de l'utilisation de la configuration d'équilibre simplifiée avec variation du champ magnétique linéaire dans les nappes de courant. La différence entre le résultat qu'on a obtenu issu de la simulation MHD et l'estimation théorique est probablement liée au fait que le profil du courant électrique considéré dans la théorie, dispose de la forme d'escalier permettant d'augmenter la valeur du taux de croissance.

Sur la phase correspondant au régime de Rutherford, on a supposé que la vitesse  $v_{y,max}$  varie en fonction du temps de manière algébrique sous la forme  $v_{y,max}(t) = v_{0y,max} + \sigma_R(t - t_0)$ , où  $v_{0y,max}$  est la vitesse initiale au début du regime,  $v_{0y,max} = v_{y,max}(t_0)$ , et le taux de croissance est estimé plus lent,  $\sigma_R \simeq 0.9 \times 10^{-4} \tau_A^{-1}$ .

Nous allons regarder maintenant la phase III qui est caractérisée par son évolution très rapide et dynamique. Tout d'abord, nous avons exploré la dépendance temporelle du taux de croissance instantané défini par (3.6). Nos résultats ont confirmé la caractéristique explosive de la phase pendant laquelle  $\sigma$  augmente avec le temps. En d'autres termes, sous le régime de transition entre la phase II de Rutherford et la phase d'explosion (l'intervalle de temps  $200\tau_A \lesssim t \lesssim 210\tau_A$  dans la Fig. 3.5), le taux de croissance est moins élevé. Et après la transition, le taux de croissance augmente avec le temps pour atteindre son maximum vers la fin de la phase. Nous avons calculé donc deux types du taux de croissance de l'instabilité explosive: le taux moyen sur toute la phase explosive depuis le régime transitoire jusqu'à la fin de la phase,  $\bar{\sigma} = (t_{fin} - t_{in})^{-1} \int_{t_{in}}^{t_{fin}} \sigma(t) dt \sim \ln(v_{fin}/v_{in}) / (t_{fin} - t_{in})$ , où  $t_{in}$  et  $t_{fin}$  sont les temps initial et final de la phase III; et le taux de croissance maximum correspondant aux derniers moments la phase III,  $\sigma_{max} \sim \sigma(t_{fin})$ , calculé par la formule (3.6). Ainsi, le taux de croissance moyen est  $\bar{\sigma} \simeq 4.5 \times 10^{-2} \tau_A^{-1}$  et le taux de croissance maximum est  $\sigma_{max} \simeq 14.3 \times 10^{-2} \tau_A^{-1}$ .

Un comportement similaire (et une conclusion) est obtenu lorsque nous prenons une autre définition de  $\sigma(t)$  en utilisant la grandeur maximale de la composante- $x$  de champ magnétique,  $B_{x,max}$ , c'est-à-dire  $\sigma(t) = \partial_t \ln(B_{x,max})$ , comme on peut en déduire de la Fig. 3.11 pour trois valeurs de résistivité différentes. Cependant, on suppose que la dépendance exponentielle de  $\sigma$  lui-même avec le temps (comme  $\sigma \sim e^{\phi t}$  suggéré dans la Réf. [101], où  $\phi$  est un constant arbitraire) n'est probablement pas atteinte dans nos simulations.

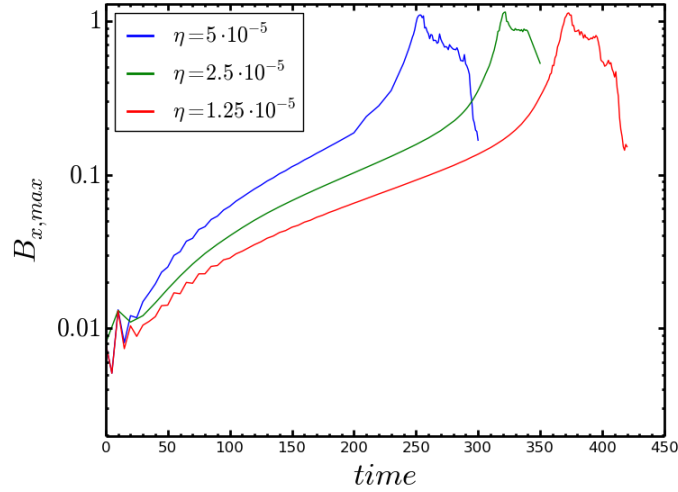


FIGURE 3.11: Evolution temporelle de  $B_{x,max}$  pour les tests MHD utilisant les valeurs de résistivité  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\eta = 2.5 \times 10^{-5}$  et  $\eta = 1.25 \times 10^{-5}$ .

Ainsi, nous avons calculé les taux de croissance dans les trois phases instables de DTM pour chaque résistivité comme on a montré ci-dessus avec  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . Les résultats sont résumés dans le tableau 3.1, où  $\sigma_{lin}$  et  $\sigma_R$  signifient les valeurs dans les phases I et II, respectivement. Pour la phase explosive, les taux de croissance moyen et maximum sont désignés par  $\bar{\sigma}$  et  $\sigma_{max}$ , respectivement. Intéressons-nous maintenant à trouver les lois d'échelle de ces taux de croissance avec la résistivité. Il est nécessaire de noter que nous nous intéressons en particulier, à la phase rapide de DTM, puisque les deux premières phases ont déjà été étudiées et leurs lois d'échelle sont bien connues.

### 3.3.3.2 Les lois d'échelle des taux pour les phases I/II

Nous allons tenter de donner la loi d'échelle du taux de croissance des instabilités sous la forme  $\sigma \sim \eta^\alpha$ , où  $\alpha$  est un facteur de puissance à définir pour chacune des trois phases.

- A l'aide des données issus du tableau 3.1 et en utilisant la méthode des moindres carrés, nous avons trouvé la loi d'échelle pour la phase I comme  $\sigma_{lin} \sim \eta^{0.28 \pm 0.03}$ . Cette phase entière (constituée de l'instabilité de DTM linéaire + début non-linéaire) a précédemment été montrée de suivre une échelle de  $\sigma \sim \eta^{1/3}$  (voir e.g., la Réf. [47]). De toute façon, ce n'était pas notre objectif de trouver la loi d'échelle exacte pour cette phase. Sinon, on aurait mis d'une perturbation magnétique initiale d'ordre  $|\delta \mathbf{A}| \sim 10^{-5} - 10^{-4}$  au lieu de  $10^{-3}$  dans (3.4). En outre, on sait déjà le résultat analytique via la théorie de l'instabilité de DTM linéaire développée dans le travail élégant d'Otto & Birk [94],  $\sigma_{lin} \sim \eta^{3/7}$ . En rajoutant à cela, on dirait que la dynamique du DTM pendant la phase I n'est pas fondamentalement différente du mode de tearing en une simple nappe de courant ce qui conduit à des lois d'échelle

Resistivity, $\eta$	$\sigma_{lin}, [10^{-2}\tau_A^{-1}]$	$\sigma_R, [10^{-4}\tau_A^{-1}]$	$\bar{\sigma}, [10^{-2}\tau_A^{-1}]$	$\sigma_{max}, [10^{-2}\tau_A^{-1}]$
$2.0 \times 10^{-6}$	1.6134	0.34	3.0488	14.936
$7.5 \times 10^{-6}$	2.1507	0.2271	3.0121	10.8621
$1.0 \times 10^{-5}$	2.44	0.254	4.0989	10.5795
$1.25 \times 10^{-5}$	2.5157	0.3276	4.6264	13.0922
$2.5 \times 10^{-5}$	2.1583	0.51	4.5759	14.3783
$5.0 \times 10^{-5}$	2.8987	0.901	4.5013	14.2805
$7.5 \times 10^{-5}$	3.7777	1.0103	4.6271	12.0662
$1.0 \times 10^{-4}$	4.7376	1.0865	5.1136	12.0122
$1.25 \times 10^{-4}$	4.2637	1.056	5.0669	10.9859
$1.6 \times 10^{-4}$	4.9839	1.6873	7.2764	11.0589
$1.8 \times 10^{-4}$	5.0355	1.346	7.1586	15.7107
$2.0 \times 10^{-4}$	5.3	1.105	5.716	15.9198
$2.5 \times 10^{-4}$	3.7366	0.94	4.6328	12.4855

TABLE 3.1: Les 13 résistivités utilisées pendant les simulation MHD, et les taux de croissance correspondants sur les trois phases instables. Ici, les deux types de taux de croissance ( $\bar{\sigma}$  et  $\sigma_{max}$ ) sont donnés pour la phase III.

légèrement différentes pour le taux de croissance maximum et le nombre d'onde correspondant (voir l'Annexe A).

- Pour la phase II correspondant au régime de Rutherford [83], la loi d'échelle du taux de croissance de l'instabilité est trouvée plus lente que celle de la phase I,  $\sigma_R \sim \eta^{0.56 \pm 0.05}$ . Cependant, cette loi d'échelle est très différente par rapport aux résultats précédents (voir la Réf. [47] et les papiers là-dedans) où la loi d'échelle de croissance a été trouvée comme  $\sim \eta^1$ .

Rappeler encore une fois que le but principal dans notre travail c'est de trouver la loi d'échelle de  $\sigma$  en fonction de  $\eta$  pour la phase III et non pas les phases I/II qui ont été bien étudiées auparavant.

### 3.3.3.3 Les lois d'échelle des taux pour la phase III rapide

Nous nous focalisons maintenant sur la phase rapide. Comme nous avons dit à la fin du Chapitre 2, la dépendance relativement faible du taux de croissance à la résistivité est obtenue dans les études précédentes. De manière plus explicite, dans une première analyse basée sur l'utilisation de l'évolution temporelle de l'énergie cinétique, une échelle du taux de croissance  $\sim \eta^{1/5}$  est rapportée par Wang et al. [47]. Bien que non spécifié, cette étude utilise probablement une *estimation moyenne* du taux de croissance pendant la phase rapide. Deuxièmement, Zhang & Ma [48] ont mesuré un taux de reconnexion maximum associé à la phase rapide (les auteurs ne disent pas est-ce que le taux de reconnexion maximum correspond au taux de croissance de l'instabilité), conduisant à une autre loi d'échelle suivant  $\sim \eta^{0.06}$ .

Malgré cette conclusion commune sur la dépendance faible entre le taux de l'instabilité explosive et la résistivité, les différences dans les lois d'échelle représentées sont perceptibles. C'est un point important qui doit être étudié. Car, dans les régimes à résistivité très faible (pertinent pour les plasmas de l'éruption solaire, de l'éruption du Crabe, etc.), cela pourrait conduire à une différence non-négligeable sur l'échelle de temps du phénomène réel.

En utilisant des taux de croissance calculés depuis l'évolution de la vitesse  $v_{y,max}$  dans la phase III, nous avons trouvé les lois d'échelle pour les deux types du taux de croissance (dont on a parlé tout à l'heure). La première est pour le taux de croissance moyen,  $\bar{\sigma}$ , correspondant à une pente moyenne estimée sur toute la phase explosive. La seconde est pour le taux de croissance maximum,  $\sigma_{max}$ , correspondant à la pente maximale (généralement à la fin de la phase).

La méthode des moindres carrés est exploitée afin d'obtenir les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  de la régression linéaire  $y = \alpha x + \beta$ , où  $x = \log_{10} \eta$  et  $y = \log_{10} \sigma$ . Dans la Fig. 3.12a, l'ajustement de cette loi est illustré sur le plan  $(\log_{10} \eta, \log_{10} \bar{\sigma})$  où les points bleus sont issus du tableau 3.1<sup>4</sup>. Comme on peut le déduire de la figure, le taux de croissance moyen varie en fonction de  $\eta$  comme  $\bar{\sigma} \sim \eta^\alpha$  avec le facteur de puissance  $\alpha \simeq 0.17$ , et le coefficient de corrélation  $r = 0.84$ . Cette valeur du coefficient de corrélation qui est très proche de l'unité signifie que l'ajustement linéaire entre  $\log_{10} \sigma$  et  $\log_{10} \eta$  est fortement corrélé.

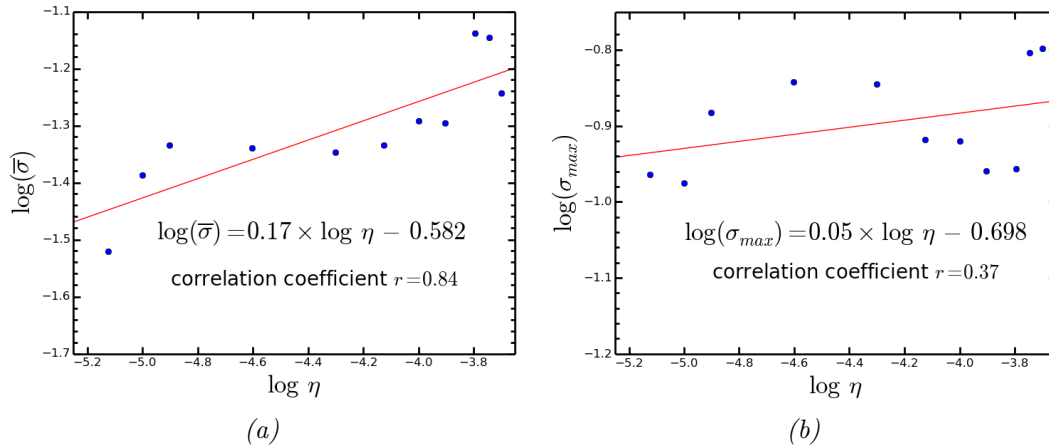


FIGURE 3.12: Les taux de croissance (a) moyen et (b) maximum pour la phase rapide de DTM. Les lois d'échelle sont obtenues à l'aide de la méthode des moindres carrés où les valeurs de résistivité  $\eta = 2 \times 10^{-6}$  et  $2.5 \times 10^{-4}$  ont été exclues.

A côté de cela, l'ajustement linéaire de  $\log_{10} \sigma_{max}$  est montré dans la Fig. 3.12b, d'où nous avons trouvé la loi d'échelle  $\sigma_{max} \sim \eta^{0.05}$ . Pour ce cas, le coefficient de corrélation est plus

4. Noter que, par précaution, les deux valeurs extrêmes de résistivité,  $\eta = 2.5 \times 10^{-4}$  et  $\eta = 2 \times 10^{-6}$ , ont été exclues de la procédure des moindres carrés. En effet, nous avons vérifié que le test numérique avec la résistivité la plus élevée est en partie influencé par une diffusion non-négligeable de l'équilibre de fond, et que le test avec la résistivité la plus faible est affecté par la résistivité numérique de simulation.

Auteurs	Profil en équil.	MHD	Schéma num.	Loi d'échelle
Wang et al. [47]	$1 - \frac{(1+b_c)}{\cosh(\xi x)}$	Réduite	RK4(2)	$\sim \eta^{1/5}$
Janvier et al. [101]	$1 - \frac{(1+b_c)}{\cosh(\xi x)}$	Réduite	FDM & Spectral	$\sigma_{max} \sim e^{\alpha t}$
Zhang & Ma [48]	DTH	Complète	RK4	$\sim \eta^{0.06}$
Nemati et al. [50]	$1 - \frac{(1+b_c)}{\cosh(\xi x)}$	Complète	RK4 & FDM	$\sim \eta^{-\alpha}$
Akramov & Baty	DTH	Complète	HLL	$\sim \eta^{0.05}$

TABLE 3.2: Le résumé des travaux antérieurs dédiés à l'étude de la phase rapide de DTM. Sur le tableau, DTH désigne le profil magnétique d'équilibre constitué de la double-tangente hyperbolique (3.2), RK4 pour la méthode de Runge-Kutta du quatriem ordre et FDM pour la méthode des différences finies.

proche du zéro plutôt qu'à l'unité,  $r = 0.37$ , permettant à dire que la corrélation entre les variables  $\log_{10} \sigma$  et  $\log_{10} \eta$  est linéairement faible.

Nos lois d'échelle concernant le taux de croissance de l'instabilité explosive concordent à peu près avec le résultat de Wang et al. [47] pour le taux moyen  $\bar{\sigma}$ . Elles sont également en excellent accord avec l'estimation du taux maximal [48], bien qu'elle est basée sur une procédure différente prenant un diagnostic du taux de reconnexion au lieu du taux de croissance de l'instabilité (e.g. dans notre travail). Nous pouvons ainsi concilier ces études précédentes. En outre, comme l'exposant dans la loi d'échelle du taux maximum semble être de 0.05 avec le coefficient de corrélation  $r = 0.37$ , nous concluons qu'un mécanisme d'entraînement idéal (indépendant de la résistivité) est probablement en action pendant le mécanisme de DTM. Un autre argument en faveur d'un mécanisme idéal pur est l'indépendance observée dans la vitesse  $v_{y,max}$  et l'énergie cinétique  $\varepsilon_{kin}$  maximales avec la résistivité qui sont visibles dans la Fig. 3.10. Il en va de même pour le champ magnétique perturbé maximum  $B_{x,max}$ , Fig. 3.11. Ceci est conforme aux conclusions tirées dans Janvier et al. [101], bien que sur la base des résultats obtenus, ils utilisent le modèle de la MHD réduite.

Noter que malgré la présence de plasmoides dans la plupart des tests numériques, nous n'avons observé aucun effet mesurable sur la dynamique principale de la phase III y compris sur l'échelle du taux de croissance. Cependant, dans une étude très récente, Nemati et al. [50] ont prétendu avoir obtenu un résultat assez surprenant (voire contradictoire), où une loi d'échelle de  $\sigma_{max}$  avec la puissance *négative* de résistivité est observée quand des plasmoides sont formés. Ce point va être abordé en détail dans le chapitre suivant, car le choix du profil magnétique en équilibre initial pourrait être important.

Sur le tableau 3.2, nous avons résumé tous ces résultats représentés antérieurement dans les littératures. Ici, il est cité, pour une simulation donnée, le profil du champ magnétique d'équilibre, le type du modèle MHD (MHD réduite/complète), le schéma numérique et la loi d'échelle du taux de croissance explosive obtenue. Vu que notre profil magnétique est similaire avec celui de Zhang & Ma, les lois d'échelle sont comparables même s'il y a

de différence sur les méthodes numériques pour résoudre les équations MHD. Ainsi, nous avons réconcilié les différents résultats précédents sur la loi d'échelle du taux de croissance avec la résistivité, en utilisant des diagnostics basés sur des taux de croissance explosive moyen et maximum.

### 3.4 Configuration numérique des calculs de particules-test

Comme nous avons déjà parlé, la notion du modèle MHD est basée sur l'approche fluide conducteur. Cette approche signifie que le plasma est considéré comme l'organisation des particules chargées et à priori, la somme des charges positives est égale à celle des charges négatives, ce qu'on appelle le plasma quasi-neutre. Sur ce modèle, nous ne sommes pas capables de voir le comportement dynamique de particule individuelle dans le champ électromagnétique. Pour le faire, il faut qu'on passe à l'échelle microscopique dans laquelle on pourra étudier la trajectoire et le processus d'accélération des particules chargées.

#### 3.4.1 Équation du mouvement

Admettons que la particule est mise en mouvement dans le champ électromagnétique, et que le champ généré par la particule ne modifie pas le champ global extérieur (*approximation "particule-test"*). L'équation de mouvement non-relativiste pour la particule (dont la masse est  $m_q$  et la charge électrique est  $q > 0$ ) soumise à un champ électrique  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique  $\mathbf{B}$  s'écrit:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_q, \quad \frac{d\mathbf{v}_q}{dt} = \alpha(\mathbf{E} + \mathbf{v}_q \times \mathbf{B}) \quad (3.7)$$

avec  $\alpha = \Omega\tau_A$ , où  $\Omega = qB_0/m_q$  est la gyro-fréquence de particule. Nous utilisons les mêmes unités que dans les équations MHD, et la vitesse de particule  $\mathbf{v}_q$  est normalisée  $v_A$ . La quantité sans dimension  $\alpha$  rapporte l'échelle MHD à l'échelle de mouvement des particules. Nous assumons que l'échelle de temps MHD est beaucoup plus lente que les gyro-périodes typiques de particules, c'est-à-dire  $\alpha \gg 1$ . Une valeur fixée de  $\alpha = 4.4 \times 10^3$  est prise dans cette étude. Cela correspondrait à une particule avec une masse effective  $m_q = 10m_e$ , et une charge électrique  $q = |e|$ . Ici,  $m_e$  et  $e$  sont la masse et la charge de l'électron, respectivement. Les particules sont déplacées en utilisant une méthode standard de l'intégration du temps de Boris-Bunemann du second ordre ce qui permet de mieux conserver l'énergie et le moment angulaire de particules (voir l'Annexe C). Les valeurs des champs électromagnétiques à chaque position des particules sont obtenues par une interpolation spatiale bi-linéaire à partir du maillage MHD. Noter également que le champ magnétique est directement obtenu à partir de la solution numérique MHD, tandis que le champ électrique  $\mathbf{E}$  est déduit par la loi d'Ohm,  $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta\mathbf{j}$ . Exprimé en unités



de  $v_A B_0$ , le champ électrique est ainsi la somme de la partie convective  $-\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  due à l'écoulement de plasma et d'une petite partie résistive supplémentaire  $\eta \cdot \mathbf{j} = \eta \cdot \nabla \times \mathbf{B}$  qui est importante uniquement dans les régions de nappe de courant où la reconnexion a lieu.

Les calculs de particules-test sont effectués à différents moments de l'évolution de DTM en utilisant  $10^4$  particules initialement mono-énergétiques ( $|\mathbf{v}_0| = 10^{-3}v_A$ ). Nous commençons par des particules ayant des positions et des directions initiales distribuées de manière aléatoire, dans une partie interne du domaine de simulation entier, c'est-à-dire avec  $x \in [-1 : 1]$  et  $y \in [-2 : 2]$ . Les particules quittant la boîte de simulation par les bords gauche/droite dans la direction- $x$  sont perdues et définitivement retirées de la simulation. Les particules qui échappent à la boîte de simulation par un bord de direction- $y$  sont réinjectées sur le bord opposé avec les mêmes vecteurs de vitesse. Enfin, comme nos simulations de MHD ne sont que bidimensionnelles (2D), l'intégration des trajectoires 3D de particules nécessite une certaine hypothèse pour la direction- $z$ . Dans la plupart des calculs de particules-test, nous considérons que la structure MHD est invariante sur cette direction. Cela signifie que nous nous concentrons sur le comportement de particules dans le plan- $xy$ , et que les particules peuvent être piégées indéfiniment dans des structures fermées (les îlots magnétiques).

## 3.5 Résultats de calculs de particules-test

### 3.5.1 Les spectres en énergie

Tout d'abord, pour obtenir un cas de référence, nous avons effectué des calculs de particules-test à partir d'une phase de Rutherford. Plus explicitement, nous avons considéré l'intégration des trajectoires de particules à l'aide de champs électromagnétiques pris à  $t = 100\tau_A$  pour le test MHD avec  $\eta = 5 \times 10^{-5}$  (voir les Figs. 3.5-3.6). Le spectre énergétique résultant obtenu lors de l'intégration finale est tracé sur la Fig. 3.13a. Notez qu'aucune particule n'est perdue dans ce cas. Deux populations distinctes sont formées. En effet, des particules essentiellement non-accélérées apparaissent avec des énergies réparties de chaque côté de l'énergie initiale pour une première population. La deuxième population contient des particules qui sont accélérées vers des énergies jusqu'à six ordres de grandeur, la première, correspondant aux vitesses finales de l'ordre de la vitesse Alfvén. L'examen de quelques trajectoires de particules montre que ces particules accélérées sont piégées à l'intérieur des deux îlots magnétiques principales, et font l'expérience d'un processus de type Fermi du premier ordre lié à la dérive de courbure des lignes de champ magnétique aux bords des îlots.

La même procédure est appliquée à partir de champs électromagnétiques pris dans la phase de reconnexion explosive. Les spectres en énergie résultants obtenus lors de l'intégration finale sont tracés sur la Fig. 3.13b pour les trois différents moments ( $t = 241\tau_A, 247\tau_A$

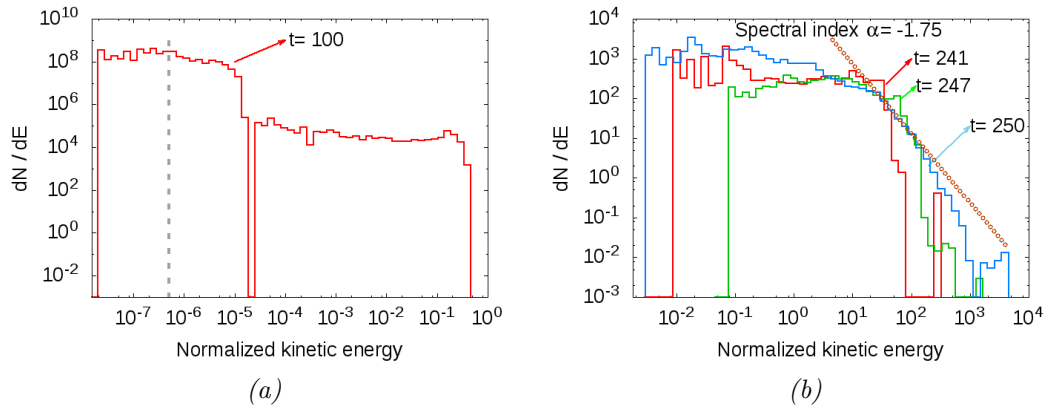


FIGURE 3.13: Les spectres énergétiques des particules-test obtenues pendant (a) la phase de Rutherford à  $t = 100$ , et pendant (b) la phase explosive à  $t = 241, 247, 250$ , en utilisant la valeur de résistivité  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . La ligne pointillée verticale dans le panneau (a) représente l'énergie cinétique initiale des particules.

et  $250\tau_A$ ) de la simulation MHD avec  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . Seuls quelques pour cent du nombre initial de particules sont perdus pendant toute l'intégration du temps. Tout d'abord, il faut noter qu'une seule population de particules fortement accélérées est formée. Ils ont également une énergie minimale comparable à la valeur maximale obtenue lors de la phase de Rutherford. Les particules les plus efficacement accélérées peuvent atteindre des énergies jusqu'à dix ordres de grandeur de la première, donnant une vitesse finale d'ordre  $10^2 v_A$ . En outre, une étude approfondie de la fonction de distribution montre que la partie haute énergie du spectre (voir la Fig. 3.13b) suit une loi de puissance  $dN/dE \propto E^{-\alpha}$  avec l'indice spectral de  $\alpha \simeq 1.75$ , qui est également presque indépendant du temps MHD. Ce résultat est une forte indication d'un mécanisme d'accélération non-thermique. Nous avons vérifié que des spectres similaires sont obtenus avec le même indice spectral pour d'autres valeurs de la résistivité.

Par la suite, nous allons aborder le sujet concernant des mécanismes d'accélération qui sont en jeu pendant l'énergisation des particules. Nous voulons simplement savoir comment les particules se comportent dans la configuration complexe du champ électromagnétique pendant la phase explosive de DTM.

### 3.5.2 Mécanismes d'accélération et dynamique des particules lors de la reconnexion explosive

Dans cette sous-section, nous décrivons quelques-uns des mécanismes importants pour accélérer les particules dans la phase explosive de DTM. Afin de comprendre le mouvement dynamique de particule, nous représentons d'abord le champ électromagnétique. Comme nous avons dit, le champ électrique s'exprime par la loi d'Ohm,  $\mathbf{E} = \eta \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , tandis

que le champ magnétique s'écrit avec ses deux composantes,  $\mathbf{B} = B_x(x, y)\mathbf{e}_x + B_y(x, y)\mathbf{e}_y$ . N'ayant que la composante- $z$ , le champ électrique,  $E_z = \eta(\partial_x B_y - \partial_y B_x) + (v_y B_x - v_x B_y)$ , est concentré aux voisinages des nappes de courant (voir la Fig. 3.7d) où la dérivée  $\partial_x B_y$  est forte, et surtout le module de la vitesse d'écoulement du plasma  $|\mathbf{v}|$  y est élevé en raison du régime de reconnexion explosive. Noter que tout au long de la boîte numérique, le champ électrique résistif  $\eta\nabla \times \mathbf{B}$  est beaucoup plus inférieur que le terme convectif,  $-\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , car  $\eta$  est choisi de sorte que le plasma est considéré comme un milieu très peu dissipatif.

Pour obtenir une équation d'évolution de l'énergie cinétique de particule, nous prenons le produit scalaire de la vitesse de particule  $\mathbf{v}_q$  avec l'équation du mouvement (3.7):

$$\frac{d}{dt}\varepsilon_{q,kin} = \alpha(\mathbf{E} + \mathbf{v}_q \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}_q = \alpha\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_q, \quad (3.8)$$

où  $\varepsilon_{q,kin} = \frac{v_q^2}{2}$  est l'énergie cinétique de particule normalisée par  $m_q v_A^2$ . Selon l'équation (3.8), une particule chargée peut gagner (si  $d_t \varepsilon_{q,kin} > 0$ ) ou perdre (si  $d_t \varepsilon_{q,kin} < 0$ ) de l'énergie cinétique dans un champ électromagnétique seulement si elle a une composante de vitesse dans le sens du champ électrique,  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_q \neq 0$ . Dans les champs magnétiques *uniformes*, cependant, le terme convectif des champs électriques  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  (où  $\mathbf{v}$  est la vitesse d'écoulement du plasma qu'il ne faut pas confondre avec  $\mathbf{v}_q$ ), toujours perpendiculaire aux champs de vitesses ( $\mathbf{v} \times \mathbf{B} \perp \mathbf{v}$ ), ne peut pas conduire au gain net de l'énergie cinétique. Cela se produit parce que la particule magnétisée maintient la rotation autour du champ magnétique étant accélérée et ralenti successivement dans une seule gyropériode.

La manière possible d'accélérer les particules dans les champs électriques convectifs est donc soit de les dé-magnétiser dans les sites de reconnexion, soit de les laisser dériver dans le sens du champ électrique via les forces de gradient et de courbure magnétiques. Ainsi, les particules dé-magnétisées peuvent être accélérées directement par le champ électrique, et les particules magnétisées ne peuvent que gagner de l'énergie tout en subissant un fort mouvement de dérive dans le sens du champ électrique.

Dans un champ magnétique non-uniforme, la force de gradient du champ magnétique  $\mathbf{F}_{grad} = (mv_{\perp}^2/2B)\nabla B$  et la force de courbure  $\mathbf{F}_{curv} = (mv_{\parallel}^2/R^2)\mathbf{R}$  provoquent un mouvement de dérive perpendiculaire à la fois au champ magnétique et au sens de la force<sup>5</sup>. S'il existe une composante de la vitesse de dérive dans la direction du champ électrique, les particules peuvent soit gagner ou perdre de l'énergie dans le champ électrique selon

---

5. La vitesse de dérive  $\mathbf{v}_{drift}$  est définie en générale par  $\mathbf{v}_{drift} = \mathbf{F} \times \mathbf{B}/(qB^2)$ .

l'équation (3.8). Les vitesses de dérive du gradient et de la courbure sont

$$\mathbf{v}_{grad} = \frac{mv_{\perp}^2}{2qB} \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{B^2}, \quad (3.9a)$$

$$\mathbf{v}_{curv} = \frac{mv_{\parallel}^2}{qB} \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{B}}{R^2 B}, \quad (3.9b)$$

où  $v_{\parallel} = \mathbf{v}_q \cdot \frac{\mathbf{B}}{B}$  et  $\mathbf{R}$  est le rayon de courbure pointant vers l'extérieur. Le fait que dans notre cas, le champ magnétique  $\mathbf{B}$  et son gradient  $\nabla B$ , ainsi que le rayon de courbure  $\mathbf{R}$  sont tous restés sur le plan- $xy$ , la direction des deux vitesses  $\mathbf{v}_{grad}$  et  $\mathbf{v}_{curv}$  s'oriente selon l'axe- $z$ . Les modules de ces vitesses de dérive sont inversement proportionnels à la grandeur du champ magnétique. Par conséquent, les dérives de particules sont maximales où le champ magnétique est minimal, et les gradients et les courbures sont forts. Une ligne- $X$  ou le bord d'un îlot magnétique fournissent un emplacement très probable pour ces effets.

### 3.5.2.1 Accélération pendant la phase explosive, $t = 247\tau_A$

Trois trajectoires correspondant à trois mécanismes d'accélération différents sont présentés par la suite. Nous utilisons les champs électromagnétiques obtenus à  $t = 247\tau_A$  issus de la simulation MHD avec  $\eta = 5 \times 10^{-5}$ . Comme nous avons montré plus haut (dans la Fig. 3.7), ce moment de la phase explosive représente les îlots secondaires - plasmoides qui sont apparus sur les nappes de courant. La chose intéressante ici est que sur une

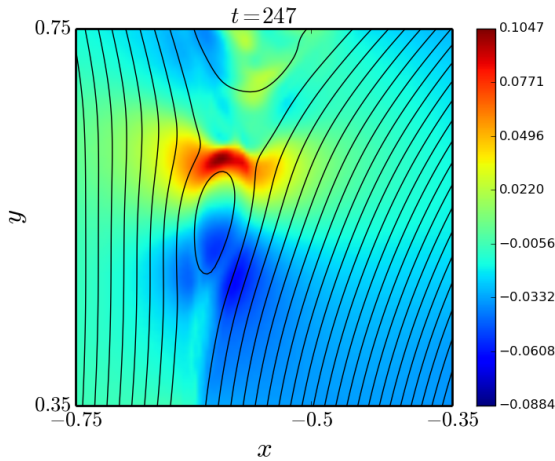


FIGURE 3.14

(rouge et bleu) qui indiquent la direction du champ électrique: ce dernier est dirigé vers nous dans les endroits où ses couleurs correspondent aux valeurs positives du champ. L'inversement de la direction autour du plasmotide pourrait être expliqué par le fait que la coalescence entre le plasmotide et l'îlot magnétique principal (vers lequel le plasmotide se

partie des plasmoides, la direction du champ électrique est inversée à partir de la direction du champ électrique primaire et dirigée de manière opposée par rapport au courant. Pour être claire sur notre discours, nous avons re-montré dans la Fig. 3.14, la carte colorée du champ électrique  $E_z$  superposée par les lignes magnétiques autour d'un plasmotide zoomé. On voit que le plasmotide, en tant qu'un îlot magnétique secondaire, est représenté par la ligne magnétique fermée. De plus, cette petite structure est distinguée par les différentes couleurs

dirige) entraîne une reconnexion dans le sens transversal par rapport à la reconnexion principale dans le système. Plus précisément, la reconnexion principale s'effectue entre les lignes de champ magnétique de polarités verticales (orientées vers le haut et vers le bas), tandis que la reconnexion issue de la coalescence a lieu entre les parties courbées des lignes de champ magnétique fermées.

Maintenant, on va passer à explorer les mécanismes d'accélération. Tout d'abord, le comportement temporel d'une particule légèrement accélérée, atteignant une vitesse finale d'ordre  $5v_A$ , est explorée, comme on peut le voir dans les panneaux de la Fig. 3.15. La position initiale de la particule a été choisie à coté de la nappe de courant et proche d'une structure plasmöide,  $\mathbf{r}_0 = (0.5; -1.88; 0)$ . La trajectoire donnée par la ligne noire est superposée à la carte du champ électrique  $E_z$ , Fig. 3.15a. Le segment important de la trajectoire est agrandi pour illustrer le mouvement de la particule autour du plasmöide. Les trois composantes de vitesse ( $v_{q,x}, v_{q,y}, v_{q,z}$ ) sont représentées sur la Fig. 3.15b au cours des moments initiaux ( $0 \leq \Omega t \leq 70$ ) de l'intégration complète. Pour le même intervalle de temps, le profil de l'énergie cinétique en fonction du temps et de la coordonnée- $x$  est montré sur la Fig. 3.15c. Comme le montre l'instantané de la trajectoire, la particule dérive vers la nappe de courant (avec la dérive du gradient et/ou de  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ) dans la direction- $x$ . Une fois que le site de reconnexion est atteint, la particule est *dé-magnétisée* et donc, accélérée de façon spectaculaire par le champ  $E_z$  jusqu'à l'instant  $\Omega t \lesssim 15$ . Pendant cette période, le long de la nappe, elle se dirige dans la direction- $y$ , par la force de Lorentz ( $\propto \mathbf{v}_q \times \mathbf{B}$ ), tout en continuant à gagner de l'énergie jusqu'à la région de plasmöide où la direction du champ électrique est inversée (tâche bleue de la Fig. 3.15a). En raison du contre-sens entre les vecteurs  $\mathbf{v}_q$  et  $\mathbf{E}$ , la particule décélère pendant le passage sur le plasmöide dans l'intervalle  $15 \lesssim \Omega t \lesssim 20$ . Par la suite, la dérive de courbure pousse la particule à l'intérieur de l'îlot magnétique principal pour la piéger autour du point- $O$ . Le champ électrique  $y$  est faible et l'énergisation n'est pas très efficace. En fait, le champ électrique est relativement élevé en aval des sites de reconnexion correspondant aux bords de l'îlot magnétique où la dérive de courbure est importante. Par conséquent, si la particule piégée atteint ces zones, elle reçoit un "coup de main" chaque fois qu'elle traverse les bords sur lesquels  $\mathbf{v}_{curv}$  et  $\mathbf{E}$  sont parallèles, et accélère. Enfin, la particule a gagné l'énergie  $\sim 13m_q v_A^2$  pendant un temps d'Alfvén qui est représenté sur la Fig. 3.15d.

Une deuxième trajectoire avec une particule modérément accélérée est considérée dans les panneaux de la Fig. 3.16. La vitesse finale obtenue est maintenant de l'ordre  $23v_A$ . Maintenant, la particule est lancée exactement à l'intérieur d'une structure plasmöide,  $\mathbf{r}_0 = (0.6; -1.55; 0)$ . Comme on peut le voir dans la structure agrandie, la particule est définitivement piégée dans le plasmöide. Dans le même temps, on obtient un gain parabolique dans l'énergie cinétique correspondant à une augmentation linéaire moyenne de la vitesse en direction- $z$ . L'accélération est due à un mécanisme de type Fermi du premier ordre avec réflexion aux bords du plasmöide. Comme les plasmöides formés pendant la phase rapide

de DTM occupent une région spatiale très limitée, ils ne contribuent probablement pas beaucoup aux particules les plus accélérées obtenues dans les spectres précédents.

Enfin, une troisième trajectoire d'une particule ayant une forte énergisation est représentée dans les panneaux de la Fig. 3.17. Dans ce cas, la particule est lancée dans un endroit très proche de la nappe de courant formée à la suite de la phase explosive. La particule dérive rapidement (avec la dérive  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ) vers la nappe sans gagner de l'énergie pendant la période de temps  $\Omega t = 0$  à  $\Omega t \simeq 18$ . Une fois arrivée à la couche de reconnexion (ou "ligne- $X$ "), la particule y est dé-magnétisée. Dans le reste de l'intégration, elle effectue un mouvement à méandre dans la direction- $x$  et est piégée dans la soi-disant "zone de diffusion interne" créée entre les lignes de champ magnétique de polarité opposée. Ainsi, la particule accélère continuellement d'une manière très efficace atteignant une énergie finale d'ordre  $1300m_q v_A^2$  comme représentée sur la Fig. 3.17d. Notez que l'accélération est portée par le champ électrique hors-plan et la partie dominante de l'énergie cinétique provient du composant- $z$  de la vitesse,  $v_z$ . Cela correspond à des particules qui sont principalement accélérées dans les spectres précédents. Nous avons vérifié que l'accélération est due au champ électrique relativement fort concentré sur la ligne- $X$ . Dans ce cas, la composante principale du champ électrique est due au terme convectif  $-\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  associé au mécanisme de DTM, et le terme résistif  $\eta \mathbf{j}$  est négligeable. L'accélération est très efficace car les gyro-rayons des particules sont beaucoup plus grands que l'épaisseur de la nappe (typiquement d'un ordre de grandeur), ce qui entraîne une augmentation temporelle quasi-linéaire de la composante- $z$  de la vitesse. Comme ces régions de champs électriques forts occupent des régions plutôt grandes, elles sont responsables de la majorité des particules fortement accélérées. La particule la plus rapide a une vitesse  $50v_A$ , qui reste inférieure à la vitesse maximale possible de  $440v_A$  obtenue en utilisant le champ électrique maximum (de l'ordre 0.1 dans nos unités) et accéléré en permanence pendant tout le temps d'intégration. Il faut souligner que nous restreignons le temps d'intégration à un seul temps d'Alfvén  $\tau_A$ , tandis que l'échelle de temps de la phase explosive est plus proche de  $10\tau_A$  (en accord avec  $\sigma_{max}\tau_A \sim 0.1$ ).

### 3.6 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'évolution dynamique non-linéaire de l'instabilité DTM en utilisant des simulations MHD dans la géométrie cartésienne 2D. Plus explicitement, la phase de croissance explosive a été examinée en détail pour différentes valeurs de résistivité incluant des valeurs suffisamment petites pour explorer un régime où les plasmoides peuvent se former. Nos valeurs de taux de croissance mesurées montrent l'indépendance entre le taux de croissance de l'instabilité explosive et la résistivité, en accord avec l'existence d'un processus idéal basé sur une instabilité non-linéaire entraînée par la structure magnétique du système [101]. Du fait de cette indépendance, la loi d'échelle

confirme la robustesse du mécanisme de DTM à l'application au vent strié du Crabe pour expliquer les éruptions. Autrement dit, on peut se permettre de modéliser les phénomènes éruptifs du Crabe par le mécanisme de reconnexion explosive, indépendamment de la valeur de résistivité de plasma à travers le vent strié qui est inconnue.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons mené des calculs 3D de particules-test pour investiguer les mécanismes d'accélération des particules dans les sites de reconnexion, en combinant avec les simulations MHD. Les spectres en énergies des particules issus de ces calculs ont montré que l'accélération non-thermique est particulièrement efficace pendant la phase rapide de DTM. Bien que ce travail aborde une question fondamentale dans l'accélération des particules pour des cas généraux, il est principalement motivé par le mystère des éruptions à rayons gamma de la nébuleuse du Crabe. Nous avons montré que les particules peuvent être facilement accélérées, par le champ électrique de reconnexion, jusqu'à des vitesses  $\sim 50v_A$  dans le régime non-relativiste. Comme le plasma du vent strié est considéré comme un milieu fortement magnétisé, la vitesse d'Alfvén tend vers la célérité de la lumière,  $v_A \rightarrow c$ , et les particules deviennent relativistes. Il est souhaitable maintenant d'élaborer notre modèle de particules-test dans le régime relativiste en rajoutant, dans l'équation de mouvement, des termes de pertes radiatives non-thermiques comme le rayonnement synchrotron.

Nos résultats peuvent être pertinents pas seulement pour les éruptions du Crabe, mais aussi pour la compréhension de certaines fonctionnalités associées aux événements solaires. Premièrement, si on considère la phase explosive comme un phénomène éruptif ayant une échelle de temps  $\tau = 10\tau_A = 500$  s, elle donnerait l'échelle de longueur caractéristique  $L_c = 2x_0 \sim 10^5$  km lorsque l'on prend une vitesse d'Alfvén  $v_A = 3 \times 10^3$  km/s (ici, le champ magnétique  $B_0 = 100$  G et une densité de plasma  $10^{10}$  cm<sup>-3</sup> sont supposés pour les valeurs typiques de la couronne solaire). Cette longueur est du même ordre de grandeur que les structures de longueur typique (les boucles magnétiques, par exemple) impliquées dans certains phénomènes éruptifs [1]. Comme notre estimation de l'accélération des particules lors de la dynamique explosive donne une vitesse finale de l'ordre 50 fois la vitesse d'Alfvén, les particules relativistes peuvent être facilement produites. Deuxièmement, la distribution en énergie des particules montre la loi de puissance avec la valeur d'indice spectral 1.75 qui conforme aux études précédentes sur l'accélération des particules par reconnexion magnétique [109], où l'indice spectral typique était dans l'intervalle [1 : 2]. Cela reste cependant inférieur aux valeurs attendues (2 – 4) obtenues à partir des observations lors des événements de l'éruption solaire [110].

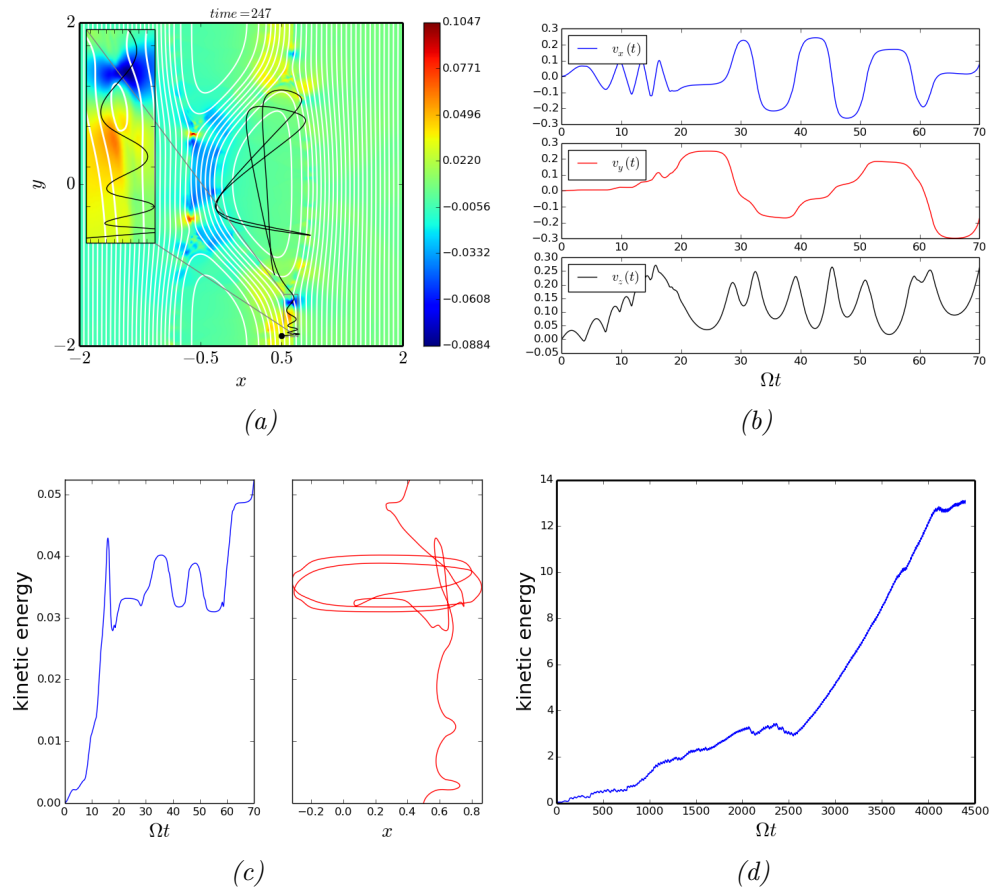


FIGURE 3.15: Trajectoire d'une particule légèrement accélérée. (a) La trajectoire (ligne continue noire) dans le plan- $xy$  superposé à une carte de contour du champ électrique  $E_z$  recouvert de lignes de champ magnétique (ligne continue blanche), obtenue pour  $0 \leq \Omega t \leq 70$ . Un zoom du chemin très initial est également visible dans le coin supérieur gauche. La position initiale  $(0.5; -1.88)$  est indiquée avec un point circulaire noir. (b) Évolution du temps correspondant des trois composantes de vitesse ( $v_{q,x}, v_{q,y}, v_{q,z}$ ). (c) L'évolution de l'énergie cinétique correspondante en fonction du temps (panneau à gauche) et de la coordonnée- $x$  (panneau à droite). (d) Évolution de l'énergie cinétique en fonction du temps pendant l'intégration du temps complet  $0 \leq \Omega t \leq 4.4 \times 10^3$ .



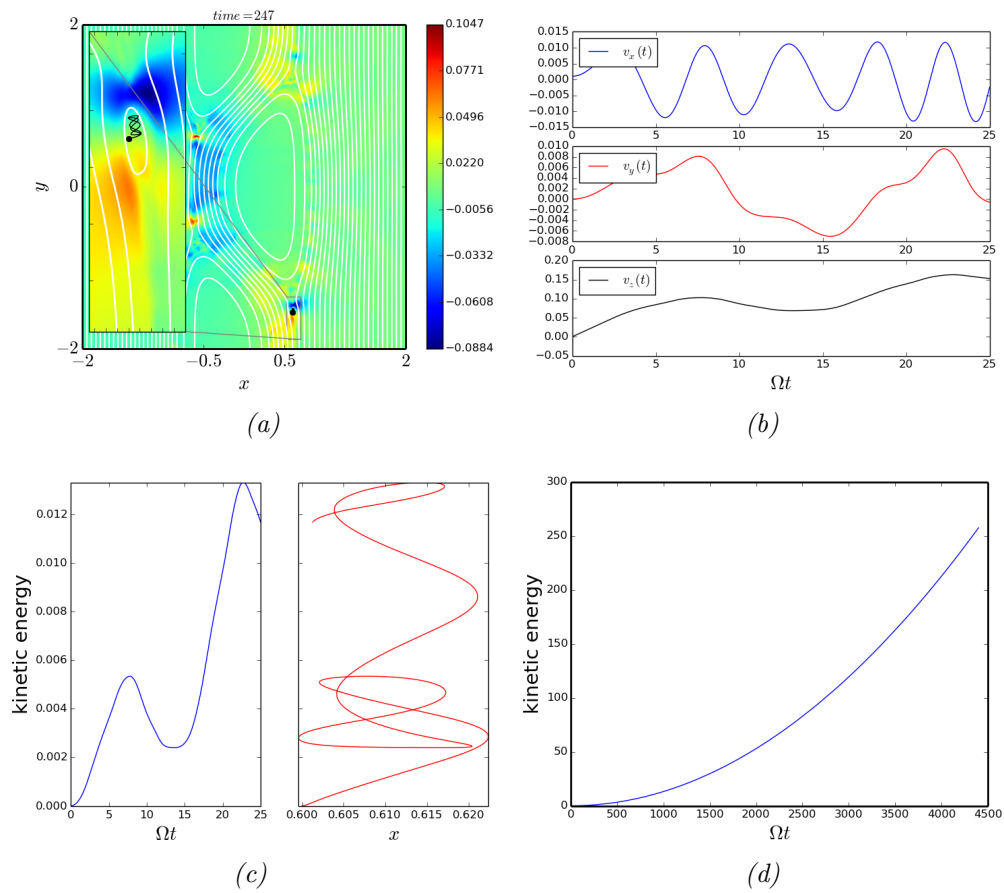


FIGURE 3.16: Identique à celle de la Fig. 3.15 pour un cas de particule modérément accélérée, la position initiale est  $(0.6; -1.55)$ .

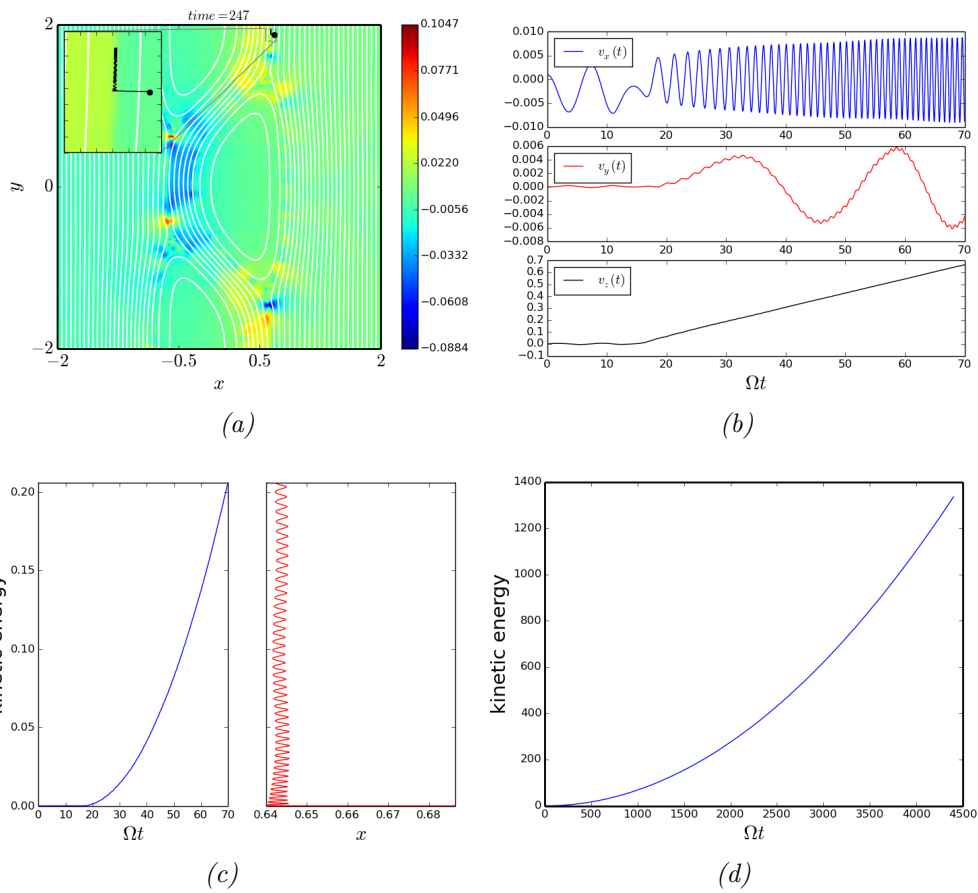


FIGURE 3.17: Identique à celle de la Fig. 3.15 pour un cas de particule fortement accélérée, la position initiale est (0.686; 1.88).



## Chapitre 4

# Effet du profil de structure magnétique

## 4.1 Configurations numériques des deux structures magnétiques

Reprenons le plasma compressible décrit par le système des équations MHD résistives (2.3)-(2.4)-(2.6) en géométrie cartésienne 2D. Pour le champ magnétique d'équilibre, dans un premier temps, la configuration utilisée par Nemati et al. [50] (et d'ailleurs par Pritchett et al. [111]; Wang et al. [47]) est prise et nous le nommerons comme "BDTM". Noter que cette configuration est principalement représentative du profil magnétique obtenu dans les expériences de tokamak. Alternativement, la deuxième configuration est choisie comme la double tangente hyperbolique de Harris utilisée dans le chapitre précédent et nous le nommerons comme "HDTM":

$$\text{BDTM:} \quad B_y(x) = B_0 (1 - (1 + b_c) \cdot \text{sech}(\zeta x)), \quad (4.1a)$$

$$\text{HDTM:} \quad B_y(x) = B_0 \left( 1 - \tanh\left(\frac{x + x_0}{a}\right) + \tanh\left(\frac{x - x_0}{a}\right) \right), \quad (4.1b)$$

où  $B_0$  est l'amplitude initiale du champ,  $x_0$  est la demi-distance entre les deux couches de courant et  $a$  est la demi-largeur de chaque couche. Dans (4.1a), les paramètres constants ont été choisis comme  $b_c = 0.233509$  et  $\zeta = 2.68298$  pour fixer les deux lignes singulières à  $x = \pm x_0 = \pm 0.25$  sur lesquelles le champ magnétique d'équilibre s'annule,  $B_y(\pm x_0) = 0$ . Pour les deux profils, nous définissons  $B_0 = 1$  et  $a = 0.1$  pour désigner les paramètres de normalisation des équations MHD. Par conséquent, le temps est normalisé par le temps d'Alfvén ( $\tau_A$ ) défini comme  $\tau_A = 4x_0/v_A = 10a/v_A$ , où  $v_A$  est la vitesse d'Alfvén qui vaut  $v_A = 1$  dans nos unités. On remarque que dans le profil HDTM, les paramètres de distance  $a$  et  $x_0$  sont deux fois moins élevés que ceux du Chapitre 3, ce qui signifie la diminution (deux fois) de la résistivité dans HDTM.

Chaque structure magnétique initiale donnée dans (4.1) induit le courant électrique correspondant au niveau des deux couches, exprimés par la loi d'Ampère,  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} = \frac{dB_y}{dx} \mathbf{e}_z$ :

$$\text{BDTM:} \quad j_z(x) = \zeta(1 + b_c) \cdot \tanh(\zeta x) \cdot \text{sech}(\zeta x), \quad (4.2a)$$

$$\text{HDTM:} \quad j_z(x) = a^{-1} \cdot \left( \tanh^2\left(\frac{x + x_0}{a}\right) - \tanh^2\left(\frac{x - x_0}{a}\right) \right), \quad (4.2b)$$

Les graphiques des fonctions  $B_y(x)$  et  $j_z(x)$  sont illustrées dans la Fig. 4.1 pour les deux profils. On voit que le profil BDTM dispose du champ magnétique telque son amplitude entre les deux nappes est  $\approx 4$  fois moins élevée que celle du HDTM (voir le panneau (a)) ce qui se traduit par une faible amplitude de densité de courant (voir le panneau (b)). Nous allons voir par la suite que cette faible amplitude de  $j_z$  a de grande importance sur l'évolution du système BDTM.

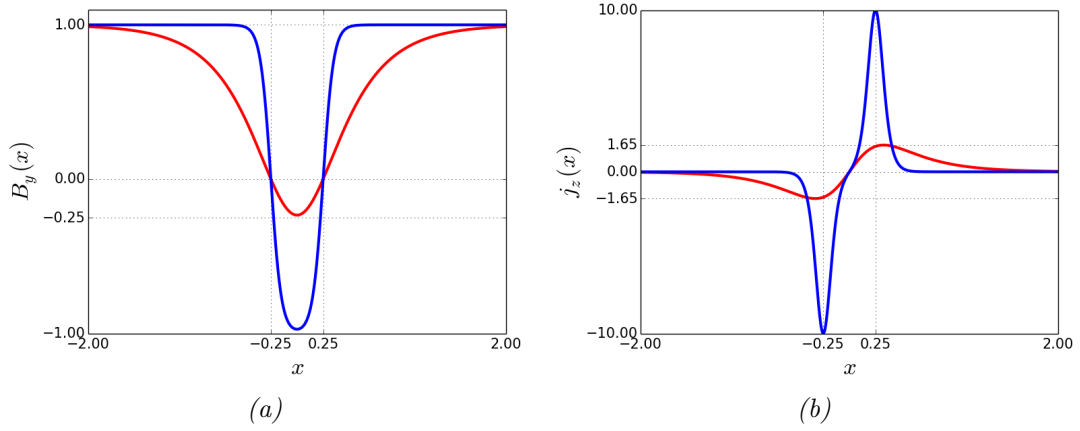


FIGURE 4.1: Deux structures magnétiques d'équilibre. (a) La composante- $y$  du champ magnétique initial en fonction de  $x$  donnée par (4.1) et (b) la densité de courant électrique définie par la loi d'Ampère (4.2). La ligne bleue correspond à la configuration de Harris (HDTM) et celle de rouge à la configuration de type-tokamak (BDTM).

Initialement, un équilibre statique est considéré avec une balance entre la force de Lorentz ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ) et la force du gradient de pression thermique ( $\nabla p$ ). A son tour, la pression thermique de plasma s'exprime avec la densité de plasma dans un milieu isotherme,  $p(x) = T\rho(x)$ , où

$$T = \beta/2, \quad \rho(x) = \frac{1 + \beta - B_y^2(x)}{\beta}. \quad (4.3)$$

Ici, le paramètre de plasma- $\beta$  est fixé sur  $\beta = 0.5$  (plasma magnétiquement dominé) à l'extérieur de limite- $x$ . Il est important de noter que notre configuration suit de près la configuration adoptée dans la Réf. [50].

Pour déclencher le processus de développement des modes de double tearing, nous perturbons le système d'équilibre par un faible champ magnétique de "divergence-free" dont le potentiel vecteur est

$$\delta \mathbf{A} = -B_1 \frac{\lambda}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(y - \lambda/2)\right) e^{-\frac{(|x|-x_0)^2}{a^2}} \mathbf{e}_z, \quad (4.4)$$

où  $B_1$  est l'amplitude initiale de perturbation ayant pour valeur  $3 \times 10^{-4}$ , et  $\lambda$  est la longueur d'onde d'oscillation cosinusoidale dans la direction- $y$ . Noter que cette perturbation magnétique est concentrée, de manière symétrique, sur les deux nappes de courant et diminue exponentiellement en s'éloignant des nappes. C'est donc au système de choisir le mode de double tearing le plus rapide. La valeur de longueur d'onde  $\lambda = 2$  est choisie raisonnablement entre deux critères: (a) d'une part,  $\lambda$  ne pourrait pas être très courte pour avoir des instabilités de tearing qui sont des modes relativement longues; (b) d'autre part,  $\lambda$  ne devrait pas être trop longue pour éviter d'apparitions des harmoniques supérieurs de

modes de tearing.

La boîte numérique consiste de  $1920 \times 960$  maillages uniformes entre  $-L_x \leq x \leq L_x$  et  $0 \leq y \leq L_y$  où  $L_x = L_y = 2$ . Les conditions fixées aux limites sont choisies à  $x = \pm L_x$  qui sont suffisamment éloignées de la double nappe afin d'avoir un effet négligeable sur la dynamique. Les conditions périodiques aux limites sont supposées dans la direction- $y$ , avec la valeur  $L_y = \lambda$  choisie pour exciter une seule longueur d'onde du mode DTM. Nous utilisons le code **MPI-AMRVAC** basé sur la méthode de volume fini (voir l'Annexe B). Les équations MHD sont résolues en sélectionnant un schéma de capteur de choc du second ordre, à savoir le solveur HLL combiné avec un limiteur de flux Koren. La divergence non-zéro du champ magnétique numériquement générée est traitée en choisissant l'approche diffusive. Nous avons mené les simulations MHD avec 7 valeurs de la résistivité situées dans l'intervalle  $[5 \times 10^{-6} : 10^{-4}]$ . Comme évoqué dans le Chapitre 3, le choix des valeurs de  $\eta$  est fait sous deux contraintes: (i) d'une part, la résistivité ne doit pas être très faible pour qu'elle ne devienne pas comparable avec la résistivité numérique de simulation à une résolution donnée; (ii) d'autre part, elle ne doit pas être très grande afin de limiter la diffusion de l'équilibre entre les forces le plus possible et donner suffisamment du temps pour développement des modes de tearing.

## 4.2 Resultats des simulations MHD

Les simulations MHD avec le profil HDTM donnent le même caractère de l'évolution temporelle qu'on a vu avec la configuration magnétique à double tangente hyperbolique dans le Chapitre 3. A savoir, les quantités physiques macroscopiques (e.g.,  $v_{y,max}$  ou  $j_z$ ) présentaient quatre phases distinctes de l'évolution incluant les trois phases instables et une dernière quatrième phase de relaxation. Ici, nous ne voulons pas répéter encore une fois tous qu'on a écrit auparavant concernant le développement de système à double tangente hyperbolique de Harris et on se focalise sur l'évolution du profil BDTM.

### 4.2.1 L'évolution typique de système pour le profil BDTM

Le comportement typique du profil BDTM est illustré sur les Figs. 4.2-4.3, pour une valeur de résistivité donnée  $\eta = 10^{-5}$ . Plus précisément, la Fig. 4.2 représente les évolutions temporelles (panneau (a)) de la vitesse,  $v_{y,max}$ , et (panneau (b)) de l'énergie cinétique totale,  $\varepsilon_{kin}$ , calculée par la formule (3.5). On constate que l'évolution multi-phases de  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  ressemble à celle observée dans la configuration de Harris incluant les quatre phases successives: trois en croissance et une dernière quatrième phase de relaxation. Noter que le caractère multi-phases de cette évolution a d'abord été observé dans le réacteur TFTR [93] et analysé numériquement en détail par Wang et al. [47].

La phase I (intervalle de temps  $100\tau_A \lesssim t \lesssim 120\tau_A$  dans la Fig. 4.2) correspond à la

croissance linéaire des îlots magnétiques bien séparés, qui se trouvent sur les deux nappes de courant à  $x = \pm x_0 = \pm 0.25$ , Fig. 4.3a. Dans cette phase, chaque îlot est décalé par rapport à l'autre du fait de la dominance du mode antisymétrique sur celui de symétrique. Par conséquent, l'îlot magnétique à gauche (droite) au milieu (sur les côtés) de la figure est formé par reconnexion à partir de la surface singulière de la gauche (droite).

Ensuite, la transition vers la deuxième phase plutôt longue se produit tandis que les îlots magnétiques continuent à croître (voir la Fig. 4.3b) sur un intervalle de temps  $120\tau_A \lesssim t \lesssim 380\tau_A$  dans la Fig. 4.2. La phase II correspond au régime de Rutherford [83] au cours duquel le champ magnétique perturbé se développe sur l'échelle de temps purement diffusif extrêmement lente.

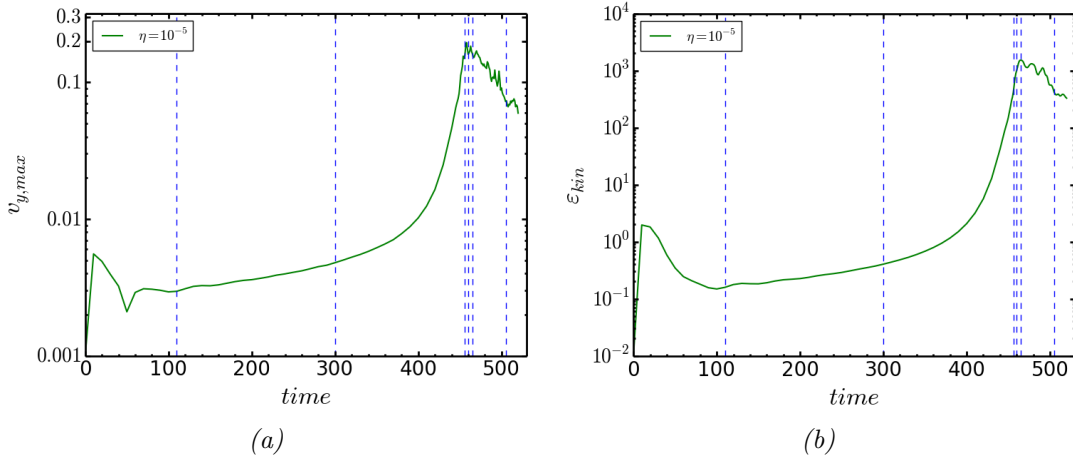


FIGURE 4.2: Evolution typique de système du profil BDTM pour une valeur de résistivité  $\eta = 10^{-5}$ . (a) La valeur absolue maximale de la vitesse  $v_y$ , et (b) l'énergie cinétique totale  $\varepsilon_{kin}$  sont tracées en fonction du temps (dans unité du temps d'Alfvén). Les temps ( $t = 110\tau_A, 300\tau_A, 456\tau_A, 460\tau_A, 465\tau_A, 505\tau_A$ ) correspondant aux panneaux des Figs. 4.3-4.4 sont indiqués en utilisant des lignes discontinues verticales.

Comme le critère de déclenchement de la phase rapide est vérifié dans la configuration actuelle ( $L_y/x_0 = 8$ ), les îlots magnétiques commencent à croître de manière explosive (phase III) par l'instabilité non-linéaire générée par la structure magnétique du système. Pendant cette phase correspondant à l'intervalle de temps  $380\tau_A \lesssim t \lesssim 465\tau_A$ , la vitesse  $v_{y,max}$  et l'énergie cinétique  $\varepsilon_{kin}$  augmentent considérablement dans le temps (près d'un ordre de grandeur pour  $v_{y,max}$  et trois ordres de grandeur pour  $\varepsilon_{kin}$ ), Fig. 4.2. Cependant, du fait de faible quantité de l'énergie magnétique stockée dans la région centrale (entre les deux nappes de courant), le niveau maximum de la vitesse  $v_{y,max}$  atteint à la fin de phase,  $v_{y,max}(t \approx 460\tau_A) \simeq 0.2v_A$ , est moins élevé que la valeur atteinte dans la configuration HDTM. Une caractéristique intéressante est également observée au cours de cette phase explosive, à savoir la formation de petits îlots magnétiques secondaires sur les deux nappes



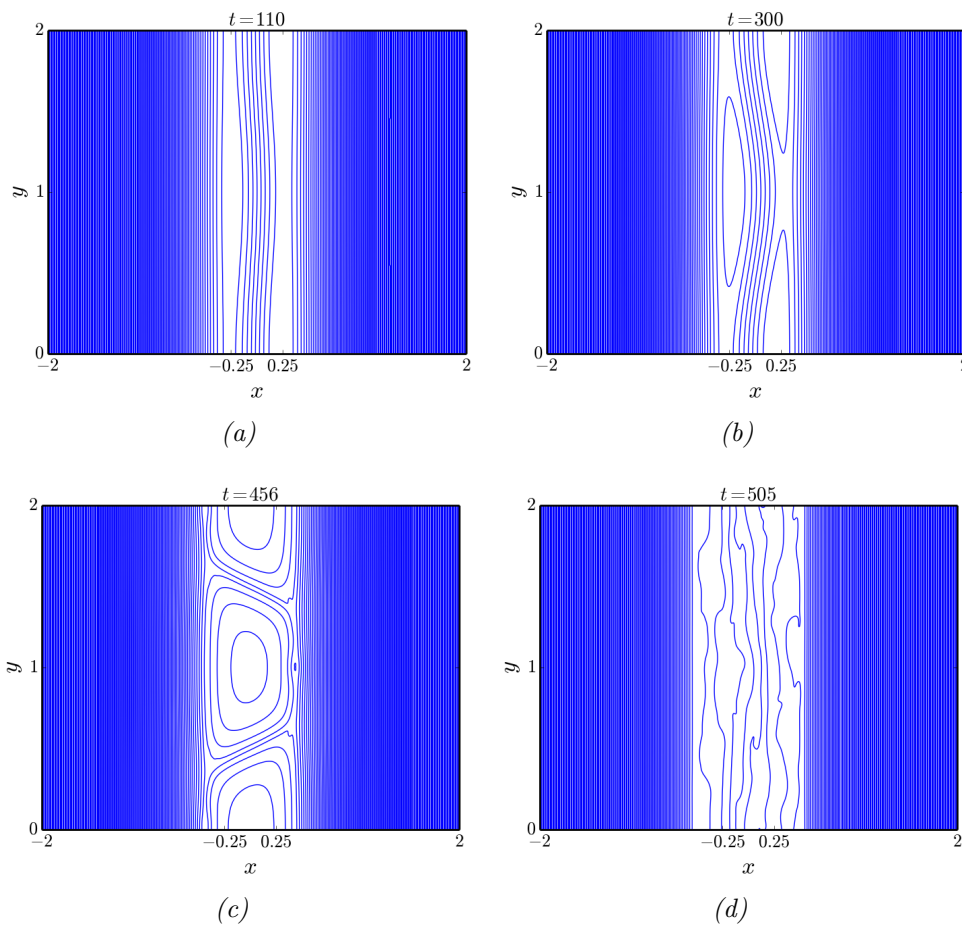


FIGURE 4.3: Les lignes de champ magnétique à différents moments de l'évolution de BDTM ( $\eta = 10^{-5}$ ) correspondant aux phases (a) linéaire, (b) lente de Rutherford, (c) rapide et (d) de relaxation (voir la Fig. 4.2).

de courant (voir la Fig. 4.3c) qu'on va illustrer dans la sous-section suivante.

Enfin, le système observe la dernière phase où  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  se font affaiblir et la configuration magnétique se relaxe vers un nouvel état stable, Fig. 4.3d. L'état final obtenu à la fin de notre simulation est exempt d'îlots magnétiques et de plasmoides, et les lignes de champ magnétique correspondantes ont tendance à redevenir rectilignes.

Nous allons voir, plus tard, que l'évolution multi-phase de DTM du profil BDTM reste toujours la même quelque que soit la valeur de résistivité (voir la Fig. 4.6). Sauf, la durée de temps des phases instables ainsi que les niveaux maximums des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  varient en fonction de la valeur de  $\eta$ .

## 4.2.2 La phase rapide du profil BDTM/Formation de plasmoides

Afin de comprendre le mécanisme physique de l'instabilité explosive dans la phase III, nous analysons le développement du système suite à l'évolution structurelle des lignes de champ magnétique. Il faut souligner à nouveau qu'il existe deux lignes singulières à  $x = \pm x_0$ , et donc, comme on le voit sur la Fig. 4.3c, il y a deux séparatrices magnétiques formées, l'une générée par le point- $X$  à droite et l'autre par la gauche. Au début et en transition, les deux

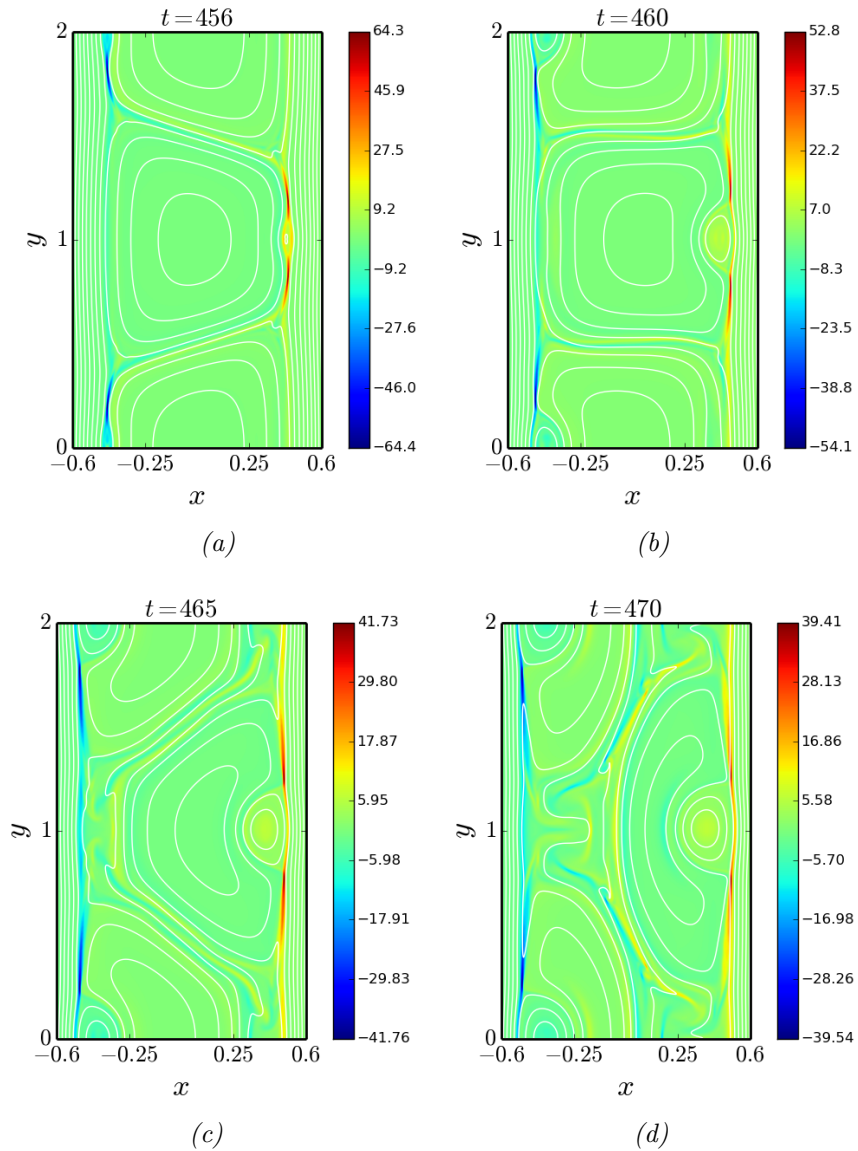


FIGURE 4.4: Les lignes (blanches) de champ magnétique superposées sur la densité de courant  $j_z$  à certains moments de la phase rapide où les plasmoides sont visibles. Le "colorbar" indique les valeurs de  $j_z(x, y)$ , et la valeur de résistivité est  $\eta = 10^{-5}$ . Le panneau (a) correspond au même moment ( $t = 456\tau_A$ ) où la Fig. 4.3c est montrée.

séparatrices sont séparées par les lignes de champs ouvertes entre les deux îlots, voir les Figs. 4.3(a)-(b). A mesure que les îlots grandissent, la branche à gauche de la séparatrice de l'îlot droite et la branche à droite de la séparatrice de l'îlot gauche se confondent. En d'autres termes, les bords des deux îlots entre les lignes singulières sont superposés. Également montré sur les Figs. 4.3(b)-(c), la partie à gauche de l'îlot gauche se rétrécit dans la direction- $y$  lorsque la reconnexion continue à pousser toute la structure de l'îlot vers la droite tandis que l'îlot droite est poussé vers la gauche. Ainsi, les îlots magnétiques interagissent de plus en plus, conduisant à une déformation triangulaire. Finalement, les îlots magnétiques adjacents échangent leurs positions relatives dans la direction- $x$ , jusqu'à ce que toutes les lignes de champ entre les lignes singulières soient reconnectées, Fig. 4.3d.

Dans la Fig. 4.4, nous avons montré l'évolution de la configuration magnétique pendant la phase de reconnexion rapide (les temps sont  $t = 456\tau_A, 460\tau_A, 465\tau_A$  et  $470\tau_A$ ) en nous focalisant particulièrement sur les îlots magnétiques principaux,  $-0.6L_x \leq x \leq 0.6L_x$ . En observant la série des panneaux qui représente les lignes de champ magnétique sur la densité de courant  $j_z$  en couleur, on voit que les nappes de courant à droite/gauche deviennent de plus en plus minces et longues, et le nombre de Lundquist local est  $S_l \gtrsim 10^5$ . Une telle nappe de courant à grand  $S$ , dépassant la valeur critique  $S_c \sim 10^4$ , est instable pour les modes de tearing de type-plasmoïde, de sorte qu'un îlot secondaire (plasmoïde) est produit et croît en taille au milieu de la nappe de courant à droite (également à gauche, au bord de la boîte numérique). Le plasmoïde constitue donc une instabilité secondaire qui divise la nappe de courant primaire en deux adjacents de chaque côté de celui-ci. Les Figs. 4.4(c)-(d) illustrent que lorsque le plasmoïde devient suffisamment grand et qu'il se déplace vers la gauche, il peut courber/déformer l'îlot principal du centre et le pousser de manière significative. Une des particularités du profil BDTM est ça, c'est-à-dire que la largeur du plasmoïde devient  $\sim 50\%$  de celle de l'îlot principal (alors qu'en HDTM, des plasmoïdes sont éjectés avant d'avoir de telle grande taille). Ainsi, le plasmoïde influence de manière significative sur la structure magnétique du système et accélère le processus de reconnexion. De toute évidence, une telle instabilité de plasmoïde sur la nappe de courant conduit à la croissance rapide de l'énergie cinétique  $\varepsilon_{kin}$  pendant  $456\tau_A \lesssim t \lesssim 470\tau_A$ , Fig. 4.2.

A ce stade de notre analyse, il serait intéressant de voir le champ électrique pour connaître son comportement en présence de plasmoïdes.

#### 4.2.2.1 Le champ électrique associé aux plasmoïdes

En effet, la deuxième particularité du profil BDTM c'est la distribution du champ électrique autour de plasmoïdes. Tout d'abord, rappeler que le champ électrique est obtenu en utilisant la loi d'Ohm,  $\mathbf{E} = \eta \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , avec les champs  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{v}$  calculés depuis les équations MHD. N'ayant que la composante- $z$ , le champ électrique  $\mathbf{E}$  est dominé par le

terme convectif  $-\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  qui est beaucoup plus supérieur que le terme résistif  $\eta \nabla \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j}$  en raison du paramètre de dissipation du champ magnétique très faible ( $\eta \sim 10^{-5}$ ). On peut ré-écrire donc  $\mathbf{E} \simeq -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Les cartes colorées du champ électrique  $E_z$  avec les lignes de champ magnétique sont données dans la Fig. 4.5. En observant la série des cartes,

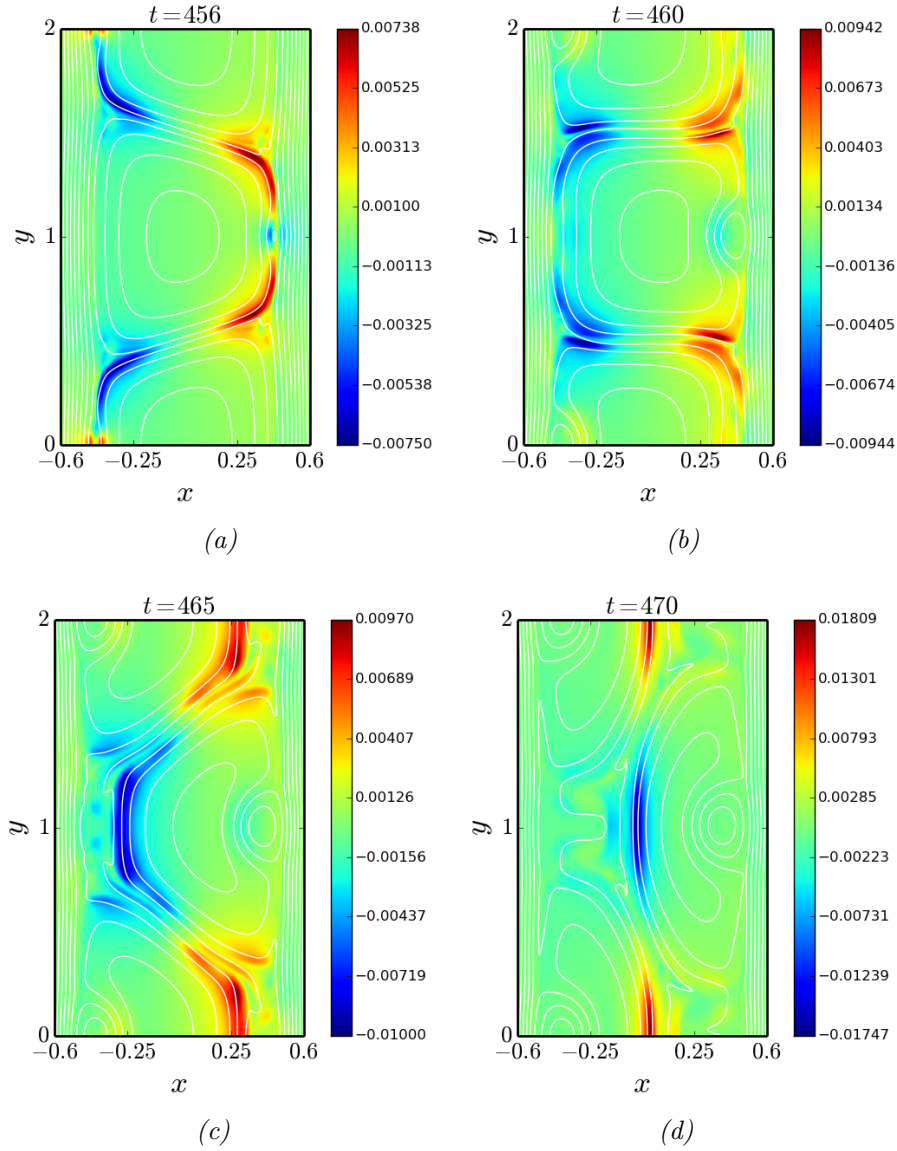


FIGURE 4.5: Les lignes (blanches) de champ magnétique superposées sur le champ électrique  $E_z$  à certains moments de la phase rapide où les plasmoides sont visibles. Le "colorbar" indique les valeurs de  $E_z(x, y)$ , et la valeur de résistivité est  $\eta = 10^{-5}$ . Les panneaux correspondent aux mêmes moments où la Fig. 4.4 est montrée.

on comprend bien pourquoi le plasmotide (situé à coté droite de l'îlot central) n'est pas éjecté vers un îlot principal en haut ou en bas, comme c'était le cas sur la configuration de

Harris HDTM (voir la sous-section 3.3.2). Car, contrairement à la situation dans le profil HDTM, le champ électrique ne change pas sa direction dans la partie inférieure/supérieure du plasmöide. Autrement dit, le taux de reconnexion du flux magnétique (le taux auquel la conservation du flux est violée dans le processus de reconnexion,  $\mathbf{v} \times \mathbf{B} \sim -\mathbf{E}$ ) qui détermine la direction de déplacement de plasmöide, est presque le même au-dessus et au-dessous du plasmöide. Par contre, le renversement de direction du  $\mathbf{E}$  est constaté sur ses cotés gauche/droite comme marqué par les taches bleues dans la Fig. 4.5a. Par la suite (à partir de  $t \gtrsim 460\tau_A$  jusqu'à la fin de la phase rapide), le champ  $E_z$  est négatif sur la coté gauche ( $E_z < 0$ ), et positif sur la coté droite, Figs. 4.5(b)-(c). Cela signifie que le taux par lequel le flux magnétique est reconnecté dans la partie à gauche du plasmöide est plus élevé que dans la partie à droite. De cette manière, le plasmöide soutient le processus de reconnexion dans le système.

Nous tenons aussi à souligner qu'on a observé les plasmöides dans les 4 simulations MHD avec les valeurs de résistivité  $\eta = 1.5 \times 10^{-5}$ ,  $10^{-5}$ ,  $7.5 \times 10^{-6}$  et  $5 \times 10^{-6}$ . En examinant les évolutions des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$ , nous pouvons facilement remarquer que plus la valeur de  $\eta$  est petite, plus les niveaux maximums des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  sont élevés.

### 4.2.3 Les lois d'échelle des taux de croissance pour les deux profils

#### 4.2.3.1 Comparaison des évolutions temporelles

Les évolutions temporelles de la vitesse  $v_{y,max}$  et de l'énergie cinétique totale du plasma  $\varepsilon_{kin}$  sont montrées dans la Fig. 4.6 pour les deux profils (BDTM & HDTM) avec différentes valeurs de  $\eta$ . Le caractère similaire dans l'évolution de ces profils c'est que plus la résistivité est élevée, plus la croissance des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  est rapide dans les phases I/II. Cependant, dans la phase III (phase rapide), la différence des évolutions entre les deux profils est évidente: sur le profil BDTM (voir les panneaux (a)-(b)), la valeur la plus faible de résistivité  $\eta = 5 \times 10^{-6}$  aboutit à un niveau le plus élevé des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$ . Contrairement à cela, le profil HDTM (voir les panneaux (c)-(d)) représente presque le même niveau des valeurs maximums des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  à la fin de la phase III, à part le cas d'une résistivité la plus grande ( $\eta = 10^{-4}$ ). En outre, le rapport entre les durées en temps des évolutions est considérable ( $\sim 2 - 6$  en fonction de  $\eta$ ), et les niveaux maximums des  $v_{y,max}$  et  $\varepsilon_{kin}$  sont différents lors de la phase rapide. A savoir, la vitesse  $v_{y,max}$  la plus élevée correspondant à  $\eta = 5 \times 10^{-6}$  ne monte que jusqu'à  $v_{y,max}(t = 760\tau_A) \approx 0.26v_A$  dans le BDTM, tandis que la valeur  $v_{y,max}(t = 124\tau_A) \approx 1.55v_A$  est atteinte sur le HDTM avec la même  $\eta$ . Sans citer les chiffres exactes des valeurs, nous pouvons aussi remarquer la supériorité de l'énergie cinétique  $\varepsilon_{kin}$  du HDTM sur celle-ci du BDTM en raison de la configuration du champ magnétique initial.

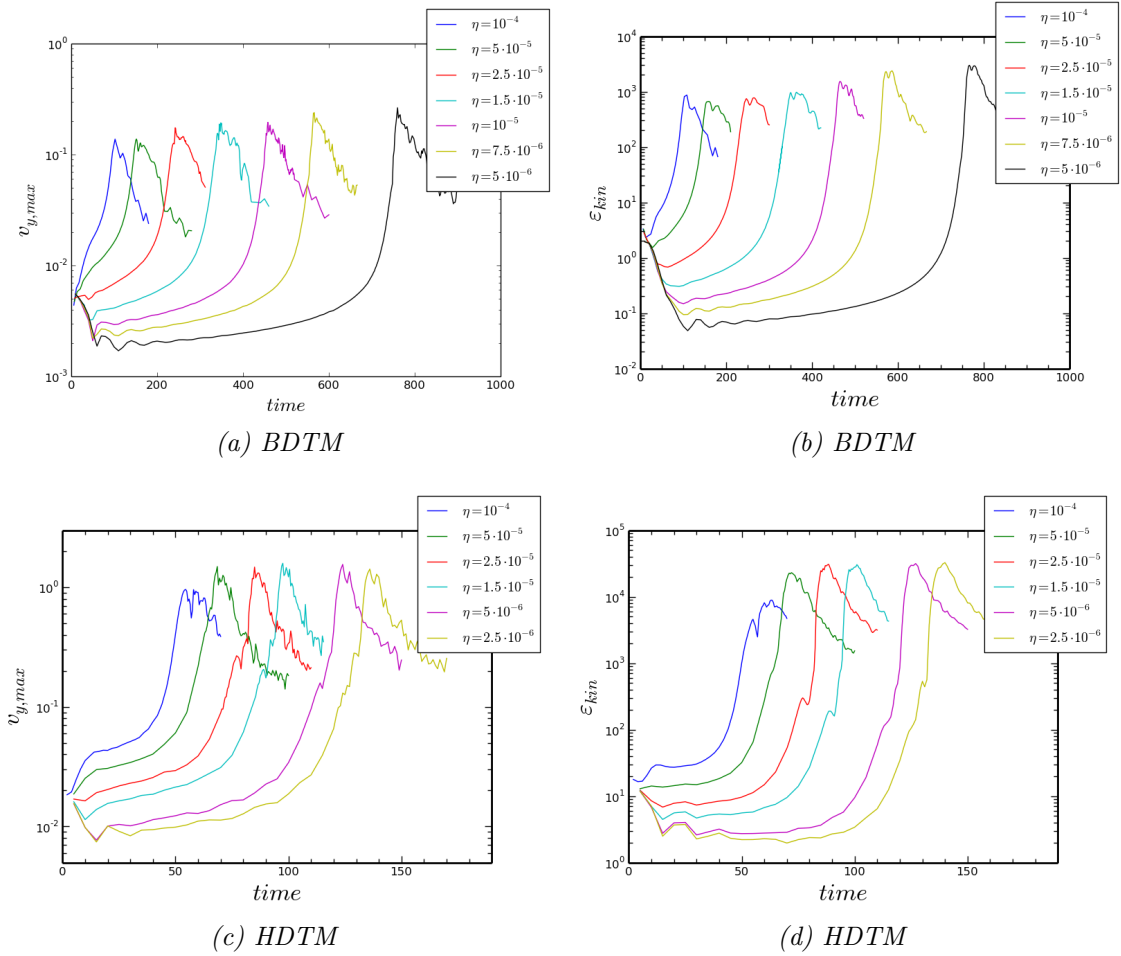


FIGURE 4.6: Les évolutions temporelles de la vitesse  $v_{y,max}$  et de l'énergie cinétique du plasma  $\varepsilon_{kin}$  pour les profils (a)-(b) BDTM et (c)-(d) HDTM avec différentes valeurs de résistivité.

#### 4.2.3.2 Les lois d'échelles

Pour les deux profils BDTM & HDTM, nous avons calculé le taux de croissance d'instabilité instantané  $\sigma(t)$  dans la phase III sur un  $\eta$  donné, en utilisant cette fois-ci, les valeurs de l'énergie cinétique<sup>1</sup>,  $\sigma(t) = 0.5\partial_t\varepsilon_{kin}/\varepsilon_{kin}$ . Comme  $\sigma(t)$  a tendance à croître avec le temps, nous nous sommes intéressés à sa valeur maximale ( $\sigma_{max}$ ) correspondant aux derniers moments de la phase rapide, et les résultats sont donnés dans le tableau 4.1. Il est important de noter qu'on a calculé des valeurs de  $\sigma_{max}$  en se basant sur la vitesse  $v_{y,max}$  (à savoir,  $\sigma(t) = \partial_t v_{y,max}/v_{y,max}$ ; les résultats ne sont pas montrés ici) pour comparer directement les résultats du profil HDTM avec ceux du chapitre précédent (voir le panneau 3.1): le rapport entre les valeurs de  $\sigma_{max}$  correspondants à une même résistivité est  $\sim 2$  qui est

1. On a préféré d'utiliser l'énergie cinétique à la vitesse d'écoulement  $v_{y,max}$  afin de minimiser l'effet des fluctuations sur les calculs, qui sont plus importantes dans l'évolution temporelle de  $v_{y,max}$ .

Resistivity, $\eta$	BDTM: $\sigma_{max}, [\tau_A]$	HDTM: $\sigma_{max}, [\tau_A]$
$2.5 \times 10^{-6}$	—	0.4172
$5 \times 10^{-6}$	0.1559	0.4228
$7.5 \times 10^{-6}$	0.1463	—
$1.0 \times 10^{-5}$	0.1371	—
$1.5 \times 10^{-5}$	0.0760	0.4315
$2.5 \times 10^{-5}$	0.0706	0.4505
$5.0 \times 10^{-5}$	0.0816	0.4605
$1.0 \times 10^{-4}$	0.0770	0.5511

TABLE 4.1: Les 8 valeurs de résistivité  $\eta$  utilisées pour l'ensemble des simulations BDTM & HDTM, et les taux de croissance maximums  $\sigma_{max}$  correspondants aux derniers moments de la phase III.

lié au rapport entre les distances de séparation des nappes dans les deux configurations initiales.

A l'aide des données du tableau 4.1, les lois d'échelle des taux de croissance maximums de l'instabilité explosive sont obtenues en utilisant la méthode des moindres carrés pour les deux profils. Avec cette méthode, nous avons obtenu les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  de la régression linéaire  $y = \alpha x + \beta$ , où  $x = \log_{10} \eta$  et  $y = \log_{10} \sigma$ , et l'ajustement de cette loi sur le plan  $(\log_{10} \eta, \log_{10} \bar{\sigma})$  est montré dans la Fig. 4.7. Sur la configuration du profil BDTM utilisée par Nemati et al. [50], la loi d'échelle du taux de croissance est trouvée  $\sigma_{max} \simeq 5.7 \times 10^{-3} \eta^\alpha$  avec un facteur de puissance négatif  $\alpha \simeq -0.26$ , Fig. 4.7a. Pour ce cas, le coefficient de corrélation très proche de l'unité,  $r = 0.8$ , est trouvé signifiant que l'ajustement linéaire entre  $\log_{10} \sigma$  et  $\log_{10} \eta$  est fortement corrélé.

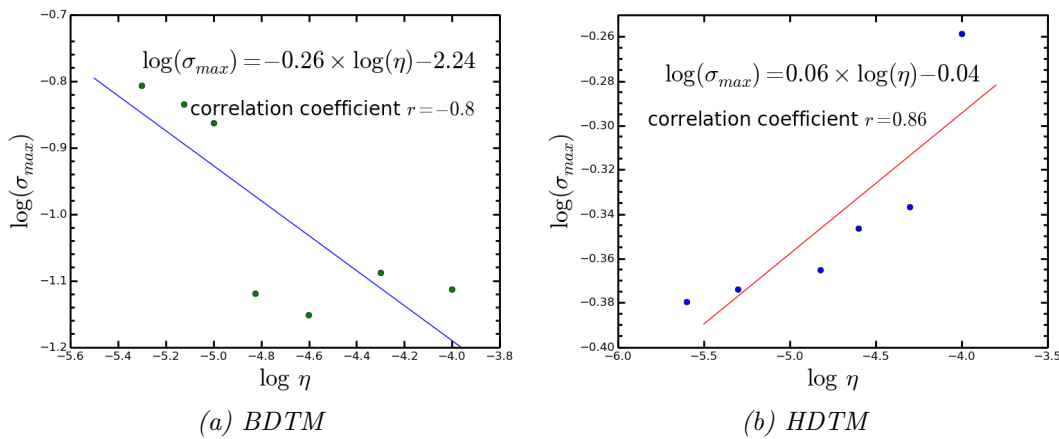


FIGURE 4.7: Les lois d'échelle du taux de croissance explosive pour les deux profils d'équilibre. Les valeurs de la résistivité  $\eta$  et du taux  $\sigma_{max}$  sont données dans le tableau 4.1.

Sur la configuration du profil HDTM, le taux de croissance varie en fonction de résistivité

comme  $\sigma_{max} \simeq 0.91\eta^\alpha$ , où  $\alpha \simeq 0.06$  (voir la Fig. 4.7b) qui est en excellent accord avec la loi d'échelle obtenue dans le Chapitre 3. Pour ce profil, le coefficient de corrélation est encore plus proche de l'unité,  $r = 0.86$ , permettant à dire que la corrélation entre les variables  $\log_{10} \sigma$  et  $\log_{10} \eta$  est linéairement forte.

### 4.3 Conclusion

Pour résumer les résultats de ce chapitre, on dirait que le profil de configuration magnétique BDTM de Nemati et al. [50] implique, en présence de plasmoides, une nouvelle forme d'évolution du DTM par rapport au profil à double tangente hyperbolique HDTM. Lorsque la nappe de courant à DTM allongée atteint un seuil pour des valeurs élevées du nombre de Lundquist local  $S_l \gtrsim 10^4$ , il devient instable pour les plasmoides. Au début, on forme un petit plasmotide, puis il grandit au fur et à mesure conduisant à un très haut niveau de l'énergie cinétique dans le système, par rapport au système sans plasmotide avec une valeur de  $\eta$  plus grande. Les analyses de l'évolution du système ont indiqué que la dynamique de développement est significativement affectée par la présence des plasmoides: ces derniers, dont la largeur devient  $\sim 50\%$  de celle d'un îlot magnétique principal, peuvent considérablement courber/déformer la structure magnétique globale du système. Par conséquent, une telle instabilité de plasmoides sur les nappes de courant a modifié le comportement du taux de croissance explosive ce qui varie en fonction de résistivité comme  $\sigma_{max} \simeq 5.7 \times 10^{-3}\eta^\alpha$  avec un facteur de puissance négatif  $\alpha \simeq -0.26$ . Cette loi d'échelle signifie que le taux de croissance de l'instabilité dans la phase rapide du DTM augmente avec la diminution de résistivité. Ce résultat confirme, une fois de plus, que l'instabilité explosive du DTM obtenue dans la phase rapide est générée par la structure magnétique du système et n'est pas de caractère résistif. C'est pour ça le facteur de puissance de  $\eta$  dans la loi d'échelle peut prendre de valeurs très proche du zéro ou négative en fonction du profil des configurations magnétiques d'équilibre.

Il est important de noter que les conclusions présentées ici sont obtenues à partir du modèle MHD résistif pour les plasmas collisionnels, et elles ne peuvent être valides que pour tenir compte de la reconnexion rapide dans les systèmes collisionnels à multiple nappes de courant dans un plasma résistif.





## Chapitre 5

# Conclusions - Discussions et Perspectives

## 5.1 Conclusions et Discussions

Cette thèse portait sur l'investigation de mécanisme physique sous-jacent permettant d'expliquer les éruptions observées du Crabe. Nous avons amélioré le mécanisme basé sur la reconnexion rapide des lignes de champ magnétique, partant du modèle du vent strié autour du pulsar, qui peut être compris comme une onde entropique composée de plasma chaud de paires  $e^\pm$  alimentée par le pulsar central. Sur ce modèle du vent strié, le pulsar du Crabe libère d'énormes quantités d'énergie cinétique de rotation sous la forme d'un fort vent relativiste qui serait capable de se transformer en énergie cinétique de particules et éventuellement dans les rayonnements synchrotron/inverse-Compton que nous observons. Cette structure implique la présence des nappes de courant électrique multiples à travers le plan équatorial de rotation du pulsar. En effet, de telles configurations sont sujettes à des instabilités résistives de modes de déchirement multiples ("multiple tearing mode") qu'on peut attendre de la structure magnétique dans le vent des pulsars. Noter que dans les latitudes supérieures de la magnétosphère, le vent comporte un champ magnétique uniforme (i.e, non-alternant), de sorte que le processus physique représenté par la reconnexion magnétique ne s'applique pas. Sur le modèle simplifié du vent strié, nous avons considéré une configuration contenant une double nappe de courant dans le repère du vent qui est en expansion radiale à une vitesse ultra-relativiste. A travers des simulations MHD résistives, on a exploré le phénomène de reconnexion magnétique via le mode de double-déchirement ("double-tearing mode" ou DTM) qui se caractérise par un développement multi-phases des instabilités à différents taux de croissance. Nous allons dans la suite rappeler certains résultats importants obtenus.

Dans le Chapitre 2, nous avons révisé certains concepts de base de la reconnexion magnétique dans le cadre du modèle MHD pour discuter par la suite, l'instabilité de tearing résistive développée dans une nappe de courant. En résolvant numériquement l'équation de dispersion du DTM antisymétrique dans la double nappe de courant obtenue par Otto & Birk [94], on a confirmé que le taux de croissance linéaire le plus rapide ( $\sigma_{lin}^{max}$ ) varie en fonction de la résistivité comme  $\sigma_{lin}^{max} \sim \eta^{0.43}$  et le nombre d'onde correspondant  $k_{lin}^{max} \sim \eta^{0.13}$ .

Au Chapitre 3, nous avons exploré plus en détail, à l'aide des simulations MHD 2D non-relativistes, le mécanisme physique qui sous-tend le développement de l'instabilité de DTM sur le profil de la double-tangente hyperbolique de Harris. On a montré que le système de la double nappe de courant se dirige vers une phase de reconnexion rapide en passant par deux phases: l'une correspond à la croissance primaire des deux îlots magnétiques (topologiquement) bien séparés et l'autre au régime de Rutherford [83] où les îlots magnétiques se développe sur l'échelle de temps purement diffusive extrêmement lente. Le caractère dynamique de procédure de la reconnexion rapide a semblé être dû au développement soudain et brusque de la phase explosive (non-linéaire) de DTM qui se traduit par la

coalescence des îlots magnétiques initiaux situés sur les deux nappes successives. En effet, nous avons calculé, via des simulations MHD avec différentes valeurs de résistivité, la loi d'échelle du taux de croissance maximum de l'instabilité correspondant à la phase rapide ( $\sigma_{max} \sim \eta^\alpha$  avec  $\alpha \simeq 0$ ) ce qui nous permet de dire que l'instabilité explosive est de caractère non-résistif. En d'autres termes, l'échelle de temps de l'instabilité explosive du DTM est indépendante de la résistivité. On a observé également, au cours de cette phase rapide, la formation des plasmoides sur les nappes de courant lorsque le nombre de Lundquist local ( $S_l = lv_A/\eta$ ) atteint la valeur critique  $S_c \sim 10^4$ . On a constaté que les plasmoides, en tant que de petites structures magnétiques transitoires disparaissant rapidement, n'ont aucun effet sur la dynamique de reconnexion explosive principale et n'ont pas modifié la loi d'échelle obtenue. Du fait de l'indépendance entre le taux de croissance et la résistivité, cette loi d'échelle confirme la robustesse du mécanisme de DTM à l'application au vent strié du Crabe pour expliquer les éruptions. Autrement dit, on peut se permettre de modéliser les phénomènes éruptifs du Crabe par le mécanisme de reconnexion explosive, indépendamment de la valeur de résistivité de plasma à travers le vent strié, qui reste toujours inconnue.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons mené des calculs 3D de particules-test, en combinant avec les simulations MHD, pour investiguer les mécanismes d'accélération des particules dans les sites de reconnexion. Les spectres en énergies des particules issus de ces calculs ont montré que l'accélération non-thermique est particulièrement efficace pendant la phase rapide de DTM et les particules peuvent être facilement accélérées, par le champ électrique de reconnexion, jusqu'à des vitesses relativistes (on a obtenu  $\sim 50v_A$  dans le régime non-relativiste). De plus, nous avons trouvé que la distribution en énergie des particules-test peut suivre la loi de puissance ( $dN/dE \propto E^{-\alpha}$ ) avec une valeur de l'indice spectral  $\alpha = 1.75$  qui reste presque constant aux derniers moments de la phase rapide. Ce qui est important, c'est que cette distribution des particules accélérées pourrait produire un spectre du rayonnement synchrotron dont l'énergie  $\epsilon_s \propto \nu^{-s}$ , où  $\nu$  est la fréquence du rayonnement synchrotron et  $s$  est l'indice spectral du rayonnement défini par  $s = (\alpha - 1)/2$  (voir, e.g., G. Ghisellini, "Radiative Processes in High Energy Astrophysics." 2013). Ainsi, nous pouvons trouver facilement la valeur de l'indice spectral  $s \simeq 0.38$ . Cela dit, cette valeur est largement différente de celle obtenue lors d'une éruption observée  $s_{obs} = 1.27 \pm 0.12$  (voir la Réf. [10]). Ce décalage est probablement lié au fait que dans nos calculs particules-test, il n'y avait pas de champ-guide magnétique perpendiculaire sur le plan de reconnexion  $xy$ . Afin de le confirmer, nous avons mené des calculs en implantant le champ-guide uniforme (nous avons pris comme valeurs  $B_z/B_0 = 1$  et  $0.5$ ) dans la boîte numérique et obtenu le spectre des particules-test avec l'indice spectral  $\alpha = 3.97$ , Fig. 5.1. Par conséquent, l'indice spectral du rayonnement synchrotron devient  $s \simeq 1.49$  en accord avec les observations.

Le Chapitre 4 a porté sur l'étude de l'effet du profil d'équilibre sur la loi d'échelle du

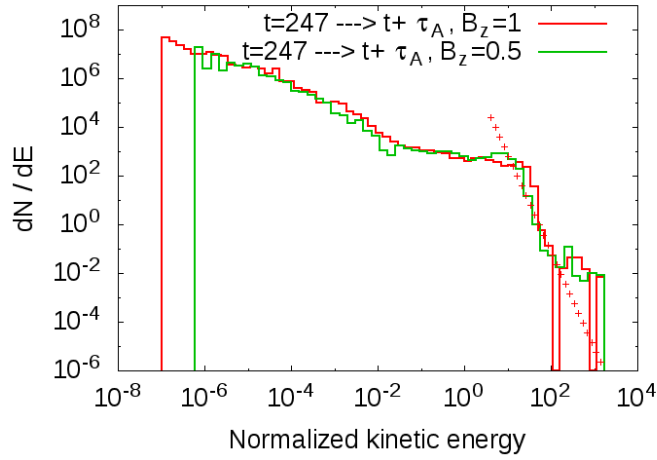


FIGURE 5.1: Les spectres en énergie des particules-test obtenues dans la phase explosive,  $t = 247$ . Ce qui fait la différence entre ces spectres et celui de la Fig. 3.13b, c'est le champ-guide uniforme ( $B_z/B_0 = 1$  et  $0.5$ ) implanté dans la boîte numérique. Dans ce cas, le spectre de particules-test manifeste avec l'indice spectral  $\alpha = 3.97$  (illustré par une ligne discontinue rouge).

taux de croissance de l'instabilité explosive. Nous avons réalisé d'autres simulations MHD avec la configuration magnétique très particulière, plutôt représentative du profil obtenu dans les expériences de tokamak. Les analyses de l'évolution du système ont indiqué que la dynamique de développement est significativement affectée par la présence des plasmoides: ces derniers, dont la largeur devient  $\sim 50\%$  de celle d'un îlot magnétique principal, peuvent considérablement courber/déformer la structure magnétique globale du système. Par conséquent, une telle instabilité de plasmoides sur les nappes de courant a modifié le comportement du taux de croissance explosive ce qui varie en fonction de résistivité comme  $\sigma_{max} \propto \eta^\alpha$  avec un facteur de puissance négatif  $\alpha \simeq -0.26$ . Comme on a dit, cette configuration magnétique d'équilibre est prise en considération dans des études de tokamaks, et nous préférons utiliser (par commodité du modèle physique du vent strié) le profil de la double-tangente hyperbolique pour modéliser les éruptions.

La difficulté dans le dernier modèle des éruptions est la phase initiale de DTM assez longue (très dépendante de la résistivité) nécessaire au développement des îlots magnétiques avant qu'ils puissent entrer dans la phase de croissance explosive, comme décrit tout à l'heure. En effet, cela impliquerait que les instabilités de DTM n'auront jamais assez de temps pour se développer, car elles se développent dans le repère du vent qui se propage radialement vers l'extérieur à une vitesse très relativiste. Ainsi, un mécanisme de forçage est nécessaire pour accélérer la phase initiale de DTM, comme le suggèrent les scénarios de propagation des chocs dans le vent strié (voir la Réf. [58]). Une autre manière d'accélérer la phase initiale de DTM, c'est l'instabilité de DTM idéale (indépendante de la résistivité) développée dans

les structures où le rapport d'aspect longueur-par-largeur des nappes  $L/a$  est suffisamment grand  $L/a \sim \eta^{-9/29}$  dans la limite asymptotique de la valeur inférieure de résistivité  $\eta \rightarrow 0$ , Réf. [112].

## 5.2 Perspectives

Dans ce manuscrit, nous avons porté notre attention sur l'image classique de la reconnexion magnétique avec la MHD newtonienne, en mettant l'accent sur les dynamiques 2D représentatives des nappes de courant planes. En réalité, le travail exposé dans cette thèse possède plusieurs prolongements. Dans une première partie, il sera souhaitable d'effectuer de simulations MHD 3D en rajoutant le champ guide (une composante de champ magnétique perpendiculaire au plan de reconnexion) dans le système à double nappe de courant, de sorte qu'il ne disparaît pas dans les nappes, qui serait une configuration plus réaliste dans le contexte du vent strié du pulsar. Des études antérieures sur les modes de tearing 3D ont montré que de nouvelles instabilités se développent, car les îlots magnétiques et les plasmoides apparaissent comme des structures en forme de tube (appelées cordes de flux) qui sont sujettes à des instabilités secondaires [113]. L'ajout d'un champ-guide à notre configuration à double-nappe pourrait donc influencer les résultats obtenus dans notre étude, car la cascade de modes devrait être différente. Une phase explosive pilotée par des processus MHD 3D associés à une reconnexion fortement turbulente pourrait également fonctionner [114]. Dans une étude future, il serait intéressant d'examiner comment nos résultats et conclusions actuels sont affectés en trois dimensions.

Dans la deuxième partie, une extension au régime MHD relativiste (RMHD) est souhaitable pour vérifier si la loi d'échelle du taux de croissance explosive reste identique. Plus précisément, il faudrait poursuivre le développement du code numérique MPI-AMRVAC représenté sur l'Annexe B, dans le but d'avoir la possibilité à effectuer des simulations MHD résistives relativistes (RRMHD). Cela permettra de mieux étudier le mécanisme physique de l'instabilité explosive du DTM pour une description cohérente de l'ensemble de la structure du vent strié.

D'autre part, il faudrait combiner des calculs relativistes de particules-test avec les simulations RRMHD pour reproduire les spectres en énergie des particules accélérées, et en déduire le spectre synthétique du rayonnement synchrotron. Finalement, on pourra appliquer directement tous ces résultats numériques aux éruptions et comparer avec les premières conclusions des travaux antérieurs [42, 44]

A plus long terme, il sera intéressant d'élaborer, dans le cadre de la MHD relativiste, le modèle du vent strié par une description bi-fluide du plasma constitué des leptons électron-positron (voir la Réf. [115]). Cela suggère que ce modèle à deux fluides peut décrire adéquatement la dynamique macroscopique du plasma sans collision sur les nappes

de courant, ce qui représente le caractère multi-phase dans le développement de DTM beaucoup plus précis. Cette approche permet d'étudier de manière plus réaliste les propriétés des phénomènes éruptifs du Crabe sans poser aucune hypothèse sur le modèle mathématique du plasma pour décrire le mécanisme de reconnexion magnétique.

**Annexe A**

**Appendix A**



## A.1 Instabilité de déchirement résistive à nappes de courant multiples

Notre discours est basé sur l'article de Otto & Birk [94] et nous citons seulement les grandes lignes concernant les relations de dispersion des modes de double-déchirement ("double tearing mode" ou DTM) issues de l'analyse linéaire.

### A.1.1 La configuration de système aux nappes de courant périodiques

Considérons ainsi un plasma incompressible initialement en équilibre dont le champ magnétique  $B_x(y)$  et la densité de courant  $j_z(y) = -dB_x/dy$  sont illustrés dans la Fig. A.1, où  $2l$  est la distance entre deux nappes de courant et la demi-largeur de la nappe vaut  $a = 1$ . C'est par souci de simplicité que la configuration magnétique est choisie de cette manière et la densité de courant est décrite par une "fonction d'escalier" ("step-function") au lieu du profil traditionnel à fonctions hyperboliques. Nous soulignons aussi qu'avec une configuration magnétique plus complexe que celle-ci, on n'aboutira jamais à une solution analytique complète.

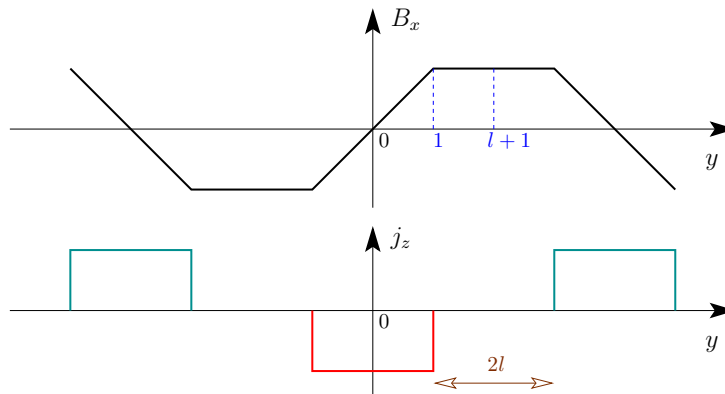


FIGURE A.1: Le champ magnétique d'équilibre  $B_x$  (en haut) et la densité de courant  $j_z$  (en bas) sont représentés en fonction de  $y$ . A l'intérieur des nappes de courant,  $B_x$  varie de manière linéaire et la densité de courant est donc de forme d'escalier au lieu du profil classique  $\cosh^{-2}$ .

### A.1.2 Les DTMs symétrique/antisymétrique

Après avoir linéarisé les équations MHD résistives avec des quantités perturbées de la forme  $\varphi_1(x, y, t) = \varphi(y) \exp(qt + ikx)$ , on est abouti au problème de la couche-limite ("boundary-layer problem"). Noter que  $q$  et  $k$  désignent le taux de croissance et le nombre d'onde qui sont normalisés par le temps d'Alfvén  $a/v_A$  et la demi-largeur de la couche  $a$ , respectivement. Ensuite, le calcul des solutions interne/externe par rapport à la couche de

courant périodique a permis deux solutions instables, à savoir une *solution symétrique* et une *solution antisymétrique* dont les relations de dispersion sont données comme:

$$\text{sym.:} \quad \frac{\pi q^{5/4} \rho^{1/4}}{k^{1/2} \eta^{3/4}} \frac{1}{1 - \lambda^2} \frac{\Gamma[(\lambda + 3)/4]}{\Gamma[(\lambda + 1)/4]} = k \frac{\cosh[k(l + 1)] - (1/k) \cosh(k) \sinh(kl)}{-\sinh[k(l + 1)] + (1/k) \sinh(k) \sinh(kl)}, \quad (\text{A.1a})$$

$$\text{antisym.:} \quad \frac{\pi q^{5/4} \rho^{1/4}}{k^{1/2} \eta^{3/4}} \frac{1}{1 - \lambda^2} \frac{\Gamma[(\lambda + 3)/4]}{\Gamma[(\lambda + 1)/4]} = k \frac{-\sinh[k(l + 1)] + (1/k) \cosh(k) \cosh(-kl)}{\cosh[k(l + 1)] - (1/k) \sinh(k) \cosh(-kl)}, \quad (\text{A.1b})$$

où  $\rho$  est la densité de plasma en équilibre,  $\eta$  la résistivité de plasma,  $\Gamma$  est la fonction gamma, et  $\lambda = S^{1/2} q^{3/2} / k$  avec le nombre de Lundquist  $S$  défini comme  $S = 1/\eta$  dans nos unités.

### A.1.3 Le mode antisymétrique du DTM

Les analyses sur le comportement des taux de croissance maximums  $q_{max}$  des modes symétrique/antisymétrique en fonction de la distance de séparation  $l$  montrent que le mode antisymétrique est plus important pour l'évolution dynamique du système (voir la Fig. 3 dans la Ref. [94]). Plus précisément, le taux de croissance linéaire du mode antisymétrique augmente quand les nappes de courant se rapprochent, tandis que le taux de croissance du mode symétrique diminue jusqu'à ce qu'il devienne stable quand  $l$  est inférieur à 2. De ce fait, nous nous focalisons par la suite, sur la relation de dispersion du mode de tearing antisymétrique (A.1b) dans les nappes de courant multiples.

Après des manipulations mathématiques, la relation de dispersion antisymétrique est écrite plus explicitement:

$$q^3 + \frac{k \cosh(k(l + 1)) - \sinh(k) \cosh(kl)}{\cosh(k) \cosh(kl) - k \sinh(k(l + 1))} \cdot \frac{\pi \Gamma((\lambda + 3)/4) k^{1/2} \eta^{1/4}}{\Gamma((\lambda + 1)/4)} q^{5/4} - \eta k^2 = 0, \quad (\text{A.2})$$

Nous avons résolu numériquement (par la méthode de dichotomie) l'éq. (A.2) pour différentes valeurs de  $S$  et  $l$ , Fig. A.2. Les relations de dispersion montrent que seuls les modes avec un nombre d'onde  $k \lesssim 0.68$  sont instables, différant de  $k \lesssim 1$  qui est obtenu issu de la théorie de modes de déchirement résistifs classiques. Cette différence est simplement due au profil du champ magnétique linéaire supposé dans la nappe, qui est utilisé au lieu du profil hyperbolique traditionnel. Le fait que l'instabilité de déchirement est un mode résistif, des petits nombres de Lundquist (c'est-à-dire des grandes résistivités) correspondent aux taux de croissance plus élevés pour une distance de séparation donnée, voir la Fig. A.2a. Egalement, de petites distances de séparation donnent des taux de croissance plus élevés, comme il est montré dans la Fig. A.2b.

Pour passer du mode de double déchirement à celui de simple, il suffit de tendre la distance

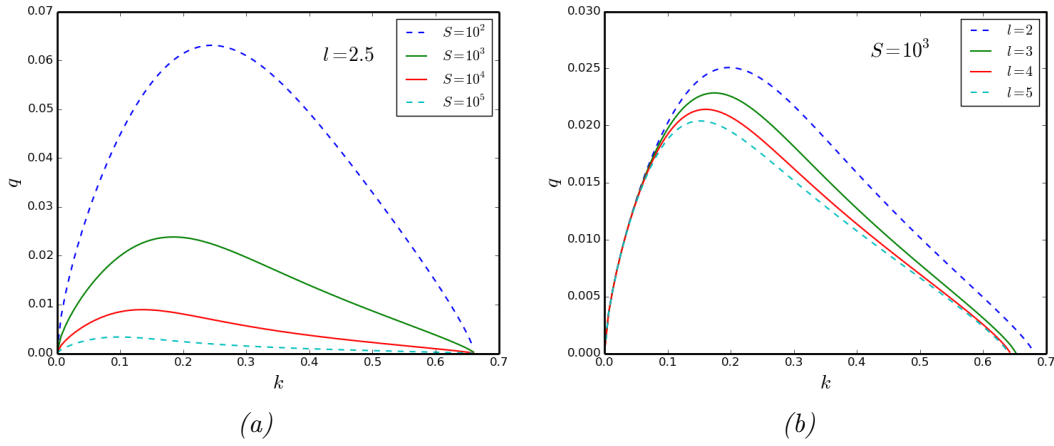


FIGURE A.2: (a) Relations de dispersion pour  $l/a = 2.5$  avec  $S = 10^2, 10^3, 10^4$  et  $10^5$  de la courbe supérieure jusqu'à la courbe inférieure. (b) Relations de dispersion pour  $l/a = 2, 3, 4$  et  $5$  avec  $S = 10^3$  de la courbe supérieure jusqu'à la courbe inférieure. Le taux de croissance  $q$  et le nombre d'onde  $k$  sont normalisés par  $a/v_A$  et  $a$ , respectivement.

de séparation à l'infini,  $l \rightarrow \infty$ , i.e. négliger l'interaction bilatérale entre les nappes de courant. Nous avons montré dans la Fig. A.3, les relations de dispersion pour différentes valeurs de  $S$  avec  $l = 300$  comme satisfaisant à la condition de  $l \gg 1$ .

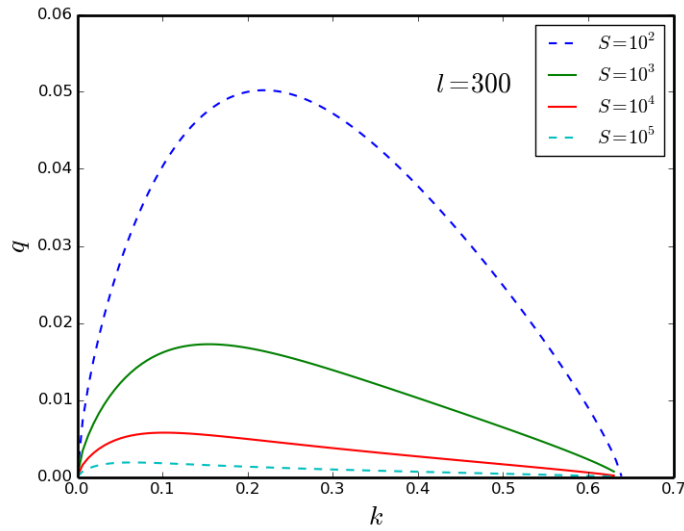


FIGURE A.3: Relations de dispersion de modes de déchirement simples pour  $S = 10^2, 10^3, 10^4$  et  $10^5$  avec  $l/a = 300$  de la courbe supérieure jusqu'à la courbe inférieure. Le taux de croissance  $q$  et le nombre d'onde  $k$  sont normalisés par  $a/v_A$  et  $a$ , respectivement.

Maintenant, nous allons tenter de définir les lois d'échelles pour (i) le taux de croissance le plus rapide  $q_{max}$  et (ii) le nombre d'onde correspondant  $k_{max}$  en fonction de  $S$  pour les

modes de double et simple déchirements. Pour une séparation suffisamment faible entre les deux nappes de courant (e.g.  $l = 2.5$ ), le taux de croissance maximum du DTM varie comme  $q_{max} \simeq 0.45 \times S^{-0.43}$  avec un nombre d'onde correspondant  $k_{max} \simeq 0.46 \times S^{-0.13}$ . Ces résultats sont complètement en accord avec ceux donnés dans l'article de Otto & Birk [94],  $q_{max} \sim S^{-3/7}$  et  $k_{max} \sim S^{-1/7}$ .

Quant à la séparation plus large,  $l = 300$ , nous avons obtenu les scaling  $q_{max} \simeq 0.48 \times S^{-0.48}$  et  $k_{max} \simeq 0.57 \times S^{-0.19}$  qui correspondent bien aux lois d'échelles du mode de simple-tearing. Pour rappeler que les lois d'échelles du simple-tearing issues des calculs analytiques sont  $q_{max} \sim S^{-1/2}$  et  $k_{max} \sim S^{-1/4}$  sur le profil de tangente hyperbolique. Nos résultats des lois d'échelles sont montrés dans la Fig. A.4.

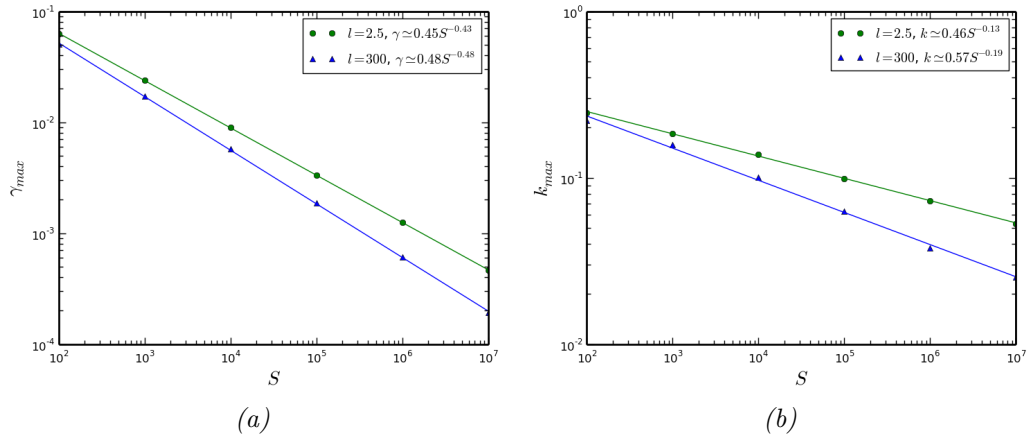


FIGURE A.4: (a) Loi d'échelle du taux de croissance maximum  $q_{max} = \gamma_{max}$  avec le nombre de Lundquist pour les demi-distances  $l/a = 2.5$  et 300. (b) Loi d'échelle du nombre d'onde maximum  $k_{max}$  correspondant au taux de croissance maximum en fonction du nombre de Lundquist pour les demi-distances  $l/a = 2.5$  et 300. Le taux de croissance  $q$  et le nombre d'onde  $k$  sont normalisés par  $a/v_A$  et  $a$ , respectivement.



**Annexe B**

**Appendix B**

## B.1 Le code MPI-AMRVAC

MPI-AMRVAC<sup>1</sup> (The MPI-Adaptive Mesh Refinement – Versatile Advection Code) est un code MPI-parallélisé à maillage adaptatif, avec un certain patrimoine (dans la partie solveur) du "*Versatile Advection Code*" ou VAC, initié par Gábor Tóth à l'Institut Astronomique d'Utrecht en novembre 1994 avec l'aide de Rony Keppens depuis 1996. Cette version MPI utilise une approche par blocs octree complète et permet à des systèmes de coordonnées orthogonaux généraux. Le code a pour objectif d'intégrer n'importe quel système d'équations différentielles partielles (principalement hyperboliques) par un certain nombre de schémas numériques différents.

### B.1.1 Caractéristiques du MPI-AMRVAC

Ce code doit être configuré, prétraité et compilé dans un seul programme exécutable principal, **amrvac** qui peut être exécuté sur plusieurs processeurs utilisant MPI. Le code MPI-AMRVAC va initialiser et avancer les inconnues, et effectuer un raffinement automatisé de grille pour suivre tous les détails du flux (éventuellement dominé par les chocs). Le programme est divisé en plusieurs parties logiques et utilise fortement les modules et l'allocation dynamique. Les différentes parties sont simplement des ensembles de sous-programmes (subroutine) et de fonctions (function) qui appartiennent ensemble et sont mis dans un seul fichier.

Les fichiers-sources **src/\*.\*t** de AMRVAC sont écrits en notation indépendante de dimension, connue sous le nom de *LASY syntaxe*. Une version convenablement modifiée (et également simplifiée) du pré-processeur VAC (VAC Pre-Processor), VACPP traduit les fichiers de code source vers *Fortran 90*. Le code doit être exécuté sur des machines parallèles à l'aide de MPI, donc même sur un seul ordinateur portable ou un ordinateur de bureau.

### B.1.2 Equations à résoudre avec MPI-AMRVAC

En général, MPI-AMRVAC porte à résoudre un système d'équations différentielles partielles (principalement hyperboliques) écrites sous forme de conservation, avec des termes sources facultatifs sur le côté droit:

$$\partial_t \mathbf{U} + \sum_i \partial_i \mathbf{F}_i(\mathbf{U}) = \mathbf{S}_{phys}(\mathbf{U}, \partial_i \mathbf{U}, \partial_i \partial_j \mathbf{U}, \mathbf{x}, t). \quad (\text{B.1})$$

Ici, les variables conservatrices sont collectées dans  $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ , et les entiers  $i, j = 1, 2, 3$  signifient les composants de la coordonnée spatiale  $\mathbf{x}$ . Ces équations hyperboliques pourront être l'équation de transport, les équations hydrodynamiques (HD) ou les équations MHD

1. Voir le site web <https://homes.esat.kuleuven.be/~keppens/>

résistives (2.4).

### B.1.3 La grille

Dans MPI-AMRVAC, la grille est un maillage de dimension 1, 2 ou 3, soit cartésienne, cylindrique (à laquelle appartient polaire) ou sphérique. Les coordonnées de points de la grille sont représentées par le rang  $\mathbf{x}$ , généralement interprété en coordonnées cartésiennes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , à l'exception de la grille cylindrique ou polaire, lorsqu'ils contiennent  $R$ ,  $\phi$  et  $Z$ , et en sphérique ils contiennent toujours  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ . Les variables vectorielles sont représentées par leurs composants cartésiens, cylindriques ou sphériques respectifs. La conservation numérique est assurée sur la hiérarchie de la grille par une *discrétisation du volume fini*. Nous tenons à préciser que la méthode de volume fini (FVM) est basée sur la forme intégrale de l'équation au lieu de différentielle: plutôt que des approximations ponctuelles aux points de grille, on brise le domaine en cellules de grille et on rapproche l'intégrale totale de variable conservatrice sur chaque cellule de grille, puis diviser cette intégrale par le volume de la cellule pour trouver la moyenne de variable sur la cellule. Ces valeurs sont renouvelées à chaque pas de temps par le flux à travers les bords des cellules de grille [116].

Les grilles cartésiennes, cylindriques ou sphériques diffèrent dans la définition de volumes et de surfaces pour les cellules de la grille, et il existe de termes supplémentaires dans les équations, comme le terme  $\mathbf{p}/\mathbf{r}$  dans l'équation d'impulsion radiale pour l'hydrodynamique.

Les limites ("boundaries") sont représentées par des cellules fantômes ("ghost cells") autour du maillage physique. Bien sûr, pour un calcul adaptatif en grille, les limites internes sont traitées de manière appropriée et l'utilisateur devrait interférer uniquement avec les limites du domaine physique, qui représentent 2, 4 ou 6 régions en fonction de la dimensionnalité (1,2 ou 3). Les types de limites sont définis pour chaque région et chaque variable séparément.

### B.1.4 Discrétisations temporelle et spatiale

Dans MPI-AMRVAC, une intégration précise du temps explicite de deuxième ordre peut être obtenue par des discrétisations de type prédicteur-correcteur et de type Runge-Kutta. Les plus importants sont (i) le schéma d'Euler du premier ordre, (ii) le schéma prédicteur-correcteur du second ordre et (iii) le schéma de Runge-Kutta du troisième/quatrième ordre. Le pas de temps peut être ajusté dynamiquement pour satisfaire les critères de stabilité.

Les discrétisations spatiales sont des schémas numériques conservateurs capables de capter des chocs. A travers des simulations MHD, on peut utiliser un des schémas TVDLF, TVD, TVD-MUSCL, HLL et HLLC. Ici, les acronymes TVD, TVDLF et TVD-MUSCL représentent respectivement "Total Variation Diminishing", "TVD Lax-Friedrich" et "TVD



Monotonic Upwind Scheme for Conservation Laws". Le schéma HLL est celui de Harten, Lax et van Leer, avec la variante HLLC incluant un traitement pour la discontinuité des Contacts décrit dans le livre de Toro, "*Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*" (Berlin, Springer-Verlag, 1997). Dans nos simulations, les équations MHD sont résolues en sélectionnant le schéma HLL (le solveur de Roe) combiné avec un limiteur de flux Koren.

### B.1.5 Les équations MHD multi-dimensionnelles: la contrainte $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

Il est important de souligner que dans les simulations MHD multidimensionnelles, la divergence du champ magnétique peut devenir significativement différente du zéro,  $\nabla \cdot \mathbf{B} \neq 0$ . Cela peut causer une instabilité numérique ou des résultats inexacts. Il existe plusieurs options à terme pour résoudre ce problème. Par exemple, Powell et al. [117] ont proposé de rajouter *les termes-sources non-conservateurs*, qui sont proportionnels à  $\nabla \cdot \mathbf{B}$ , dans les équations MHD parfaites pour stabiliser/améliorer la précision des résultats:

$$\partial_t(\rho\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\mathbf{v}^T + (p + \frac{\mathbf{B}^2}{2})\mathbf{I} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^T) = -(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{B}, \quad (\text{B.2a})$$

$$\partial_t e + \nabla \cdot \left[ (e + p + \frac{\mathbf{B}^2}{2})\mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) \right] = -(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}, \quad (\text{B.2b})$$

$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{B}^T - \mathbf{B}\mathbf{v}^T) = -(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{v}. \quad (\text{B.2c})$$

Ainsi, cette approche modifie le solveur de Riemann approximatif pour "propager" des erreurs de  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  avec la vitesse du plasma et ajoute des termes sources non-conservateurs aux équations MHD proportionnels à  $\nabla \cdot \mathbf{B}$ . Ces derniers sont dits "correction de Powell" (Powell's fix) pour les problèmes numériques liés à la divergence du champ magnétique. Le schéma de Powell est rapide qui stabilise le solveur de Riemann. Pourtant, il est non-conservateur et la contrainte  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  n'est assurée que jusqu'à l'erreur de troncature. En outre, Janhunen [118] a formulé divers arguments pour maintenir le terme-source  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  seulement dans l'équation d'induction (B.2c), ce qui suffira à rétablir la conservation du moment et de l'énergie.

Dans nos simulations MHD résistives, nous avons pris une autre option consistant à utiliser l'approche diffusive [119]. Cette approche repose sur l'équation d'induction du champ magnétique écrite dans la forme

$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{B}^T - \mathbf{B}\mathbf{v}^T) = -\eta \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \nabla \cdot (C_d(\Delta x)^2(\nabla \cdot \mathbf{B})) \quad (\text{B.3})$$

avec le paramètre  $C_d$  de l'ordre unité. Ainsi, les erreurs locales de divergence sont diffusées et lissées jusqu'à la précision demandée.

**Annexe C**

**Appendix C**

## C.1 Méthode de Boris-Buneman

Pour explorer le mouvement d'une particule électriquement chargée dans un champ électromagnétique, on résout l'équation du mouvement associée avec la force de Lorentz:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (\text{C.1})$$

où  $m$  et  $q$  sont la masse et la charge électrique de la particule,  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  sont les champs électrique et magnétique,  $\mathbf{v}$  est la vitesse de la particule.

Il existe plusieurs méthodes numériques pour simuler ce type d'équations différentielles ordinaires (par exemple, la méthode de Runge-Kutta (RK), saut-mouton, Boris-Buneman). Pour les calculs de particules-test dans le Chapitre 3, nous avons utilisé de préférence la méthode de Boris-Buneman pour mieux respecter les conservations de certaines quantités physiques, à savoir l'énergie et le moment angulaire de particule. De plus, le schéma utilisé dans cette méthode est stable quelle que soit la taille de pas de temps pendant l'intégration cyclotron. Noter que cette méthode a été appliquée avec succès dans des études de simulation de plasmas magnétisés depuis plus de 40 ans, principalement en raison de leur excellente précision à long terme [120, 121]. Par exemple, la méthode est populaire dans les simulations électromagnétiques de particule-en-cellule ("particle-in-cell" ou PIC), car elle nécessite une seule évaluation de force par pas de temps tout en restant précise dans le second ordre. En revanche, le schéma de Runge-Kutta du second ordre (RK2) nécessite deux évaluations de force par pas de temps.

### C.1.1 Description théorique de la méthode

Généralement, pour passer du modèle mathématique au modèle de simulation, il faut discrétiser approximativement les équations mathématiques. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation dans la science computationnelle. Pour le moment, nous utilisons la méthode de l'approximation des différences finies. Dans cette méthode, les fonctions de la position continue  $\mathbf{x}$  et de la vitesse  $\mathbf{v}$  sont remplacées par des valeurs à des intervalles de temps discrets, voir la Fig. C.1.

Si on considère que l'équation du mouvement de particule (C.1) décompose en deux équations différentielles de premier ordre:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (\text{C.2a})$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}, \quad (\text{C.2b})$$

où  $\mathbf{F}$  est la force, elles peuvent être discrétisées comme

$$m \frac{\mathbf{v}_{new} - \mathbf{v}_{old}}{\Delta t} = \mathbf{F}_{old}, \quad (\text{C.3a})$$

$$\frac{\mathbf{x}_{new} - \mathbf{x}_{old}}{\Delta t} = \mathbf{v}_{new}, \quad (\text{C.3b})$$

puisque la condition de symétrie du temps se maintient: la différence en position ( $x^{n+1} - x^n$ ) est centrée autour de l'instant  $t^{n+1/2}$  et la différence en vitesse ( $v^{n+1/2} - v^{n-1/2}$ ) est centrée autour de  $t^n$  (voir la Fig. C.1). Par conséquent, l'équation du mouvement (C.1) devient

$$\frac{\mathbf{v}_{t+\Delta t/2} - \mathbf{v}_{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left[ \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_{t+\Delta t/2} + \mathbf{v}_{t-\Delta t/2}}{2} \times \mathbf{B} \right]. \quad (\text{C.4})$$

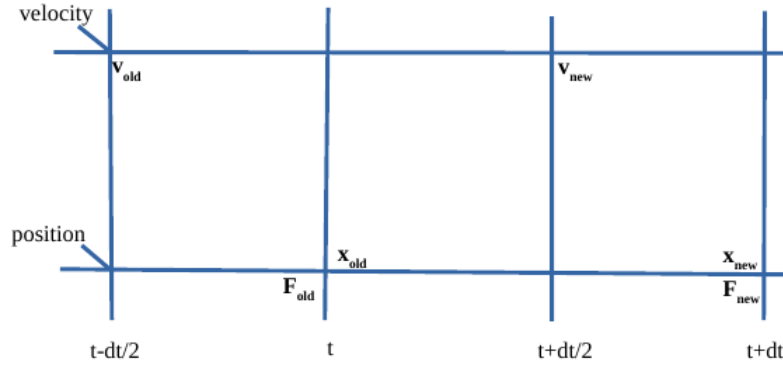


FIGURE C.1: Schéma de la méthode d'intégration saut-mouton. La position de particule est avancée à des pas de temps entiers, et la vitesse est renouvelée à des pas de temps entier-plus-demi-temps.

Le concept de la méthode de Boris-Buneman consiste à séparer les forces électrique et magnétique dans l'équation (C.4). Le premier génie de Boris est d'utiliser

$$\mathbf{v}_{t-\Delta t/2} = \mathbf{v}^- - \frac{q\mathbf{E} \Delta t}{m} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{v}_{t+\Delta t/2} = \mathbf{v}^+ + \frac{q\mathbf{E} \Delta t}{m} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{C.6})$$

dans l'éq. (C.4). Cela donne

$$\frac{\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-}{\Delta t} = \frac{q}{2m} (\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-) \times \mathbf{B} \quad (\text{C.7})$$

ce qui représente une rotation (voir la Fig. C.2). L'angle de rotation, pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$ , est

$$|\tan \frac{\theta}{2}| = \frac{|\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-|}{|\mathbf{v}^+ + \mathbf{v}^-|} = \frac{qB \Delta t}{m} \frac{\Delta t}{2}. \quad (\text{C.8})$$

Le deuxième génie de Boris est de décrire une rotation sous forme de vecteur, lorsque les directions de  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{v}$  étaient arbitraires en utilisant une certaine géométrie de base. La première étape consiste à trouver le vecteur qui coupe l'angle formé par les vitesses pré- et post-rotation. L'angle par lequel la vitesse tourne dans un pas de temps donné ( $\Delta t$ ) est  $\tan \frac{\theta}{2} = -\frac{qB}{m} \frac{\Delta t}{2}$  et dans la forme vectorielle, cela signifie

$$\mathbf{t} = -\mathbf{b} \tan \frac{\theta}{2} = \frac{q\mathbf{B}}{m} \frac{\Delta t}{2}.$$

Ensuite, le vecteur bissecteur  $\mathbf{v}'$ , qui est perpendiculaire à  $(\mathbf{v}^+ + \mathbf{v}^-)$  et  $\mathbf{B}$ , est

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}^- + \mathbf{v}^- \times \mathbf{t}.$$

Ensuite, la vitesse de post-rotation peut être écrite comme

$$\mathbf{v}^+ = \mathbf{v}^- + \mathbf{v}' \times \mathbf{s},$$

où  $\mathbf{s} = \frac{2\mathbf{t}}{1+t^2}$ , déterminé selon le fait que  $\mathbf{s}$  est parallèle à  $\mathbf{B}$  et à  $|\mathbf{v}^-| = |\mathbf{v}^+|$ .

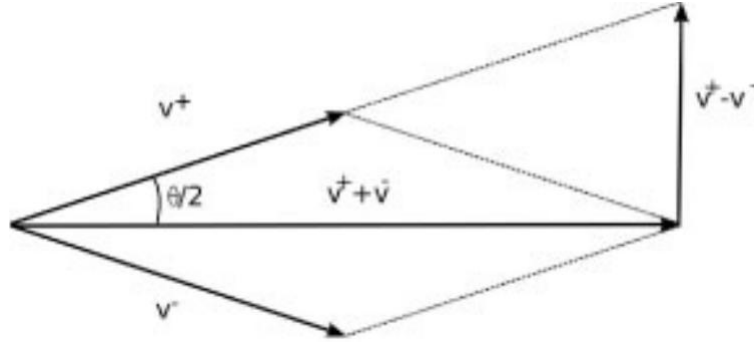


FIGURE C.2: Rotation de la particule autour du champ magnétique en conservant le module de vitesse,  $|\mathbf{v}^-| = |\mathbf{v}^+|$ . L'angle de rotation pendant  $\Delta t$  intervalle de temps est  $|\tan \frac{\theta}{2}| = \frac{qB}{m} \frac{\Delta t}{2}$ .

Une fois que  $\mathbf{v}^+$  est déterminé, alors  $\mathbf{v}_{t+\Delta t/2}$  sera obtenu avec l'équation (C.6) et la position de particule est renouvelée selon

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \mathbf{v}_{t+\Delta t/2} \Delta t. \quad (\text{C.9})$$

Ainsi, le schéma d'intégration de Boris alterne le renouvellement de position de particule avec accélération: l'accélération est divisée en une demi-étape d'accélération électrique, suivie d'une rotation due au champ magnétique, et suivie d'une demi-étape d'accélération électrique.

Il faut souligner que pour les intégrateurs standard d'équations différentielles ordinaires, les erreurs numériques sont estimées et contrôlées localement pour chaque pas de temps.

Par exemple, la méthode standard de Runge-Kutta du 2ème ordre (RK2) commit une erreur de troncature (commise lors de la discrétisation de termes de dérivées) qui est une quantité de 2ème ordre pour chaque pas de temps. Au fil du temps, l'erreur de troncature à chaque pas de temps s'accumule de manière cohérente. Les erreurs numériques ultérieures peuvent être illimitées et devenir significativement importantes. D'autre part, il a été démontré que l'algorithme de Boris-Buneman est capable de décrire la dynamique des particules avec précision pour un nombre arbitrairement grand de pas de temps [122]. C'est évidemment très nécessaire pour les études de simulation de la dynamique du plasma, qui est intrinsèquement multi-échelle, et la précision à long terme est indispensable.

Nous avons vu que l'algorithme de Boris-Buneman est explicite pour un calcul rapide et centré sur le temps pour une précision de second ordre (locale). Cependant, il est évident qu'être explicite et centrée sur le temps avec une précision à long terme est difficile à assurer. Une autre caractéristique souvent discutée de l'algorithme de Boris-Buneman est qu'elle conserve l'énergie exactement lorsqu'il n'y a pas de champ électrique. Pour presque toutes les applications, cependant, le champ électrique ne disparaît pas. Par conséquent, l'énergie n'est pas conservée numériquement, et une limite globale d'erreur d'énergie ne serait pas attendue. De plus, on a constaté que l'erreur d'énergie pour l'algorithme de Boris-Buneman est limitée pour tous les temps, comme en témoignent les exemples numériques donnés ci-dessous. Quelle est la raison de l'existence d'une limite globale sur les erreurs numériques? Un indice est que l'algorithme de Boris-Buneman ressemble à un schéma de saut-mouton. Dans les équations (C.3b) et (C.5)-(C.7),  $\mathbf{v}$  est défini comme étant la vitesse à  $t = t - \Delta t/2$ , i.e. un demi-pas de temps avant  $t$  où  $\mathbf{x}$  est évalué. Cette grille de temps "décalée" est la caractéristique déterminante d'un schéma de saut-mouton, dont la propriété de l'impact global sur les erreurs d'énergie a longtemps été reconnue. Maintenant, on a constaté que cette propriété exceptionnelle est due au fait que le schéma de saut-mouton est en fait l'algorithme symplectique<sup>1</sup> le plus simple, qui s'est avéré capable de lier les erreurs globales dans l'énergie et d'autres invariants de la dynamique. Malheureusement, l'algorithme de Boris-Buneman n'est pas une méthode de saut-mouton. Ceci est dû au fait que la force d'accélération ne peut pas dépendre de la vitesse dans le schéma de saut-mouton. On peut insister sur l'évaluation de  $\mathbf{v}$  à  $t - \Delta t/2$  et  $\mathbf{x}$  à  $t$ , même si la force d'accélération dépend de la vitesse. Mais la belle fonctionnalité associée aux schémas de saut-mouton peut ne pas résister. Néanmoins, il convient de se demander si l'algorithme de Boris-Buneman est symplectique. Dans l'affirmative, c'est la raison de l'existence de la limite globale de l'erreur énergétique. Sinon, il est important d'étudier si l'algorithme de Boris-Buneman possède certaines caractéristiques d'un algorithme symplectique qui peut lui contribuer une précision à long terme.

Qin et al. [120] ont montré que l'algorithme de Boris-Buneman n'est pas symplectique, mais il conserve le volume de l'espace de phase, c'est-à-dire qu'il est conservateur de volume. Un

1. ce qui conserve le volume de l'espace des phases composé des variables canoniques Hamiltoniennes.

algorithme consistant à conserver le volume est une condition nécessaire mais pas suffisante pour qu'il soit symplectique<sup>2</sup>. En d'autres termes, les auteurs ont montré que, même si l'algorithme de Boris-Buneman n'est pas symplectique selon la définition standard, il possède d'autre part la caractéristique bénéfique des algorithmes symplectiques, c'est-à-dire que le volume de l'espace des phases est conservé, et c'est la raison pour laquelle l'erreur d'énergie est globalement délimitée pour un nombre arbitrairement élevé de pas de temps de simulation.

### C.1.2 Exemples/Tests

Nous procédons maintenant à démontrer cette propriété par un exemple numérique représenté dans la Réf. [120]. Considérons la dynamique 2D d'une particule chargée dans un champ électromagnétique statique donné par

$$\mathbf{B}(x, y) = (x^2 + y^2)^{1/2} \mathbf{e}_z, \quad \varphi(x, y) = 10^{-2}(x^2 + y^2)^{-1/2}. \quad (\text{C.10})$$

Les grandeurs physiques sont normalisées par la taille du système  $a$ , le champ magnétique caractéristique  $B_0$  et la gyro-fréquence  $\Omega_0 \equiv qB_0/m$  de la particule. La Fig. C.3 illustre les solutions numériques utilisant l'algorithme de Boris-Buneman et la méthode RK2.

L'analyse théorique montre que l'orbite de la particule est un cercle en spirale avec un rayon constant (voir la Fig. C.3a). Le grand cercle correspond à la dérive  $\nabla B$  (gradient-B) et à la dérive  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  du centre-guide, tandis que le petit cercle est le gyro-mouvement rapide. L'algorithme de Boris-Buneman donne l'orbite correcte au début et à l'étape ultérieure de la solution numérique, tandis que la méthode RK2 échoue au stade ultérieur, Fig. C.3d. On voit que le gyro-mouvement est dissipé numériquement en raison de l'amortissement numérique de l'énergie cinétique ce qui s'est traduit par une décadence dans le moment perpendiculaire et une décadence artificielle du gyro-rayon.

Ceci est clairement démontré dans la Fig. C.4, où l'énergie normalisée est tracée en fonction du temps pour les deux méthodes. L'erreur d'énergie pour l'algorithme de Boris-Buneman n'est pas nulle, mais elle est délimitée pour tous les pas de temps de simulation, ce qui est la caractéristique souhaitable associée aux algorithmes symplectiques. L'algorithme RK2 échoue car le problème étudié est de nature multi-échelle. Le gyro-mouvement rapide coexiste avec la dynamique du centre-guide lent, et il est nécessaire de simuler le système pour un grand nombre de pas de temps. La méthode RK2, comme algorithme standard avec contrôle d'erreur locale, convient aux problèmes d'une seule échelle temporelle. Pour les problèmes à multi-échelles, il est donc essentiel d'utiliser des méthodes symplectiques ou de conservation de volume avec des erreurs numériques délimitées. C'est la raison pour

---

2. La propriété cruciale de l'intégrateur symplectique est que la position de particule est renouvelée par une quantité qui dépend uniquement du moment actuel, puis le moment est renouvelé par une quantité qui dépend uniquement de la position actuelle.

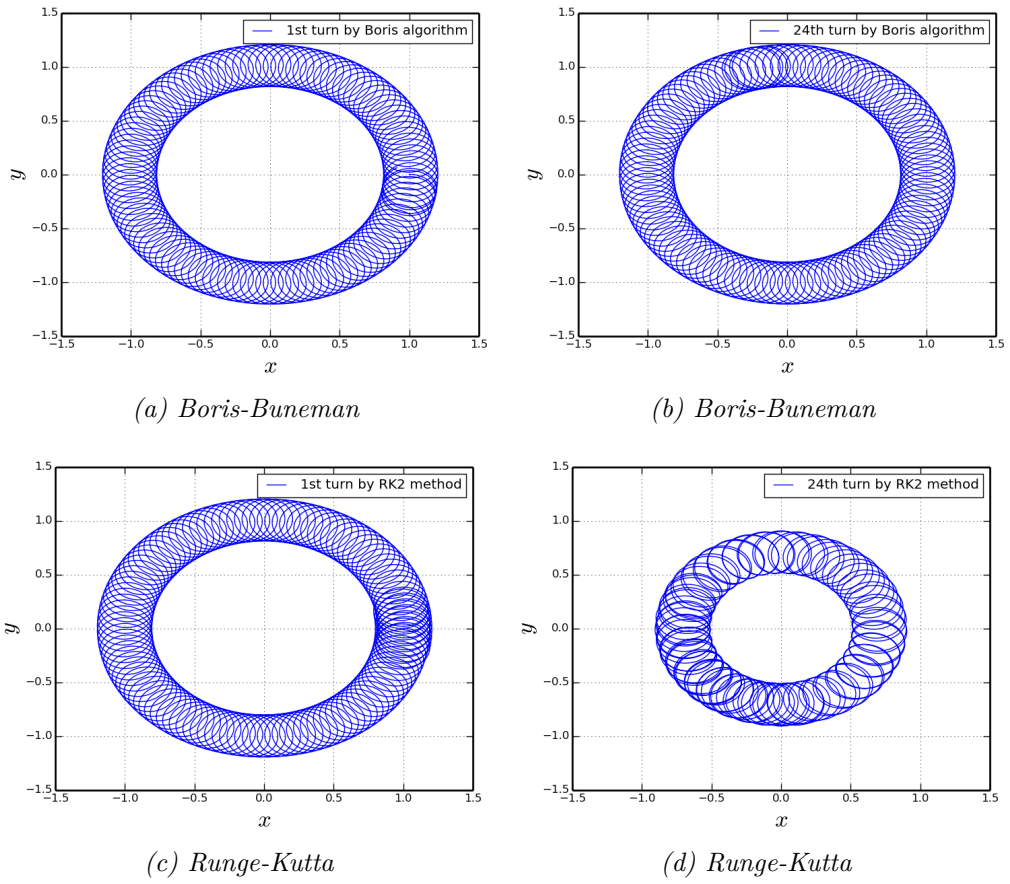


FIGURE C.3: Trajectoire toroïdale d'une particule dans le champ électromagnétique statique donné par (C.10):  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi = \left(\frac{10^{-2}x}{(x^2+y^2)^{3/2}}, \frac{10^{-2}y}{(x^2+y^2)^{3/2}}, 0\right)$ ,  $B_z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . La position et la vitesse initiales de la particule sont  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 0$ ,  $v_{x0} = 0.2$   $v_{y0} = 0$ .

laquelle l'algorithme de Boris-Buneman est un algorithme efficace pour la dynamique des particules chargées dans un champ électromagnétique, qui est intrinsèquement un problème dynamique à multi-échelles.



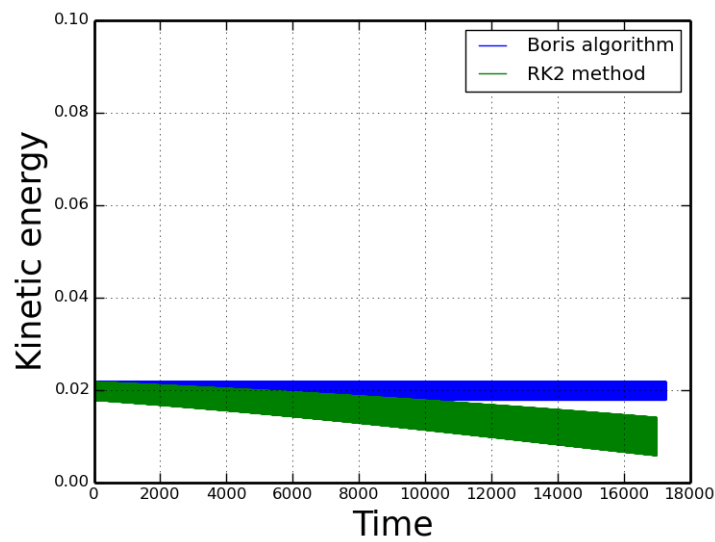


FIGURE C.4: L'évolution de l'énergie cinétique: pour l'algorithme de Boris-Buneman, l'erreur d'énergie est limitée pour tous les temps, tandis que celle avec la méthode RK2, augmente sans limite. L'axe du temps a été normalisé par la gyro-période de la particule.

# Bibliographie

- [1] E. R. Priest and T. G. Forbes, “The magnetic nature of solar flares,” *The Astronomy and Astrophysics Review*, vol. 10, pp. 313–377, 2002.
- [2] R. C. Carrington, “Description of a Singular Appearance seen in the Sun on September 1, 1859,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 20, pp. 13–15, Nov. 1859.
- [3] D. H. Hathaway, “The Solar Cycle,” *Living Reviews in Solar Physics*, vol. 12, p. 4, Dec. 2015.
- [4] M. Tavani, E. Striani, A. Bulgarelli, and et al, “AGILE detection of enhanced gamma-ray emission from the Crab Nebula region,” *The Astronomer’s Telegram*, vol. 2855, Sept. 2010.
- [5] M. Tavani, A. Bulgarelli, and et al., “Discovery of Powerful Gamma-Ray Flares from the Crab Nebula,” *Science*, vol. 331, p. 736, Feb. 2011.
- [6] R. Buehler, F. D’Ammando, and E. Hays, “Fermi LAT confirmation of enhanced gamma-ray emission from the Crab Nebula region,” *The Astronomer’s Telegram*, vol. 2861, Sept. 2010.
- [7] A. A. Abdo, M. Ackermann, and et al., “Gamma-Ray Flares from the Crab Nebula,” *Science*, vol. 331, p. 739, Feb. 2011.
- [8] J. Wang, N. Wang, H. Tong, and J. Yuan, “Recent glitches detected in the Crab pulsar,” *Astrophysics and Space Science*, vol. 340, pp. 307–315, Aug. 2012.
- [9] E. Striani, M. Tavani, and et al., “Variable Gamma-Ray Emission from the Crab Nebula: Short Flares and Long ”Waves”,” *ApJ*, vol. 765, p. 52, Mar. 2013.
- [10] R. Bühler and R. Blandford, “The surprising Crab pulsar and its nebula: a review,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 77, p. 066901, June 2014.
- [11] D. A. Uzdensky, B. Cerutti, and M. C. Begelman, “Reconnection-powered Linear Accelerator and Gamma-Ray Flares in the Crab Nebula,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 737, p. L40, Aug. 2011.

- [12] V. S. Beskin, A. Balogh, M. Falanga, M. Lyutikov, S. Mereghetti, T. Piran, and R. A. Treumann, *The Strongest Magnetic Fields in the Universe*. 2016.
- [13] O. C. de Jager, A. K. Harding, P. F. Michelson, H. I. Nel, P. L. Nolan, P. Sreekumar, and D. J. Thompson, "Gamma-Ray Observations of the Crab Nebula: A Study of the Synchro-Compton Spectrum," *ApJ*, vol. 457, p. 253, Jan. 1996.
- [14] J. Bally and B. Reipurth, *The Birth of Stars and Planets*. Aug. 2006.
- [15] P. Haensel, A. Y. Potekhin, and D. G. Yakovlev, eds., *Neutron Stars 1 : Equation of State and Structure*, vol. 326 of *Astrophysics and Space Science Library*, 2007.
- [16] A. Reisenegger, "Origin and evolution of neutron star magnetic fields," *ArXiv Astrophysics e-prints*, July 2003.
- [17] C. C. Finlay, S. Maus, C. D. Beggan, T. N. Bondar, A. Chambodut, T. A. Chernova, A. Chulliat, V. P. Golovkov, B. Hamilton, M. Hamoudi, R. Holme, G. Hulot, W. Kuang, B. Langlais, V. Lesur, F. J. Lowes, H. Lühr, S. Macmillan, M. Manda, S. McLean, C. Manoj, M. Menvielle, I. Michaelis, N. Olsen, J. Rauberg, M. Rother, T. J. Sabaka, A. Tangborn, L. Tøffner-Clausen, E. Thébaud, A. W. P. Thomson, I. Wardinski, Z. Wei, and T. I. Zvereva, "International geomagnetic reference field: the eleventh generation," *Geophysical Journal International*, vol. 183, no. 3, p. 1216, 2010.
- [18] S. A. Olausen and V. M. Kaspi, "The McGill Magnetar Catalog," *Astrophys. J. Sup.*, vol. 212, p. 6, May 2014.
- [19] R. Much, K. Bennett, R. Buccheri, M. Busetta, R. Diehl, D. Forrest, W. Hermesen, L. Kuiper, G. G. Lichti, M. McConnell, J. Ryan, V. Schoenfelder, H. Steinle, A. Strong, and M. Varendorff, "COMPTEL observations of the Crab during the CGRO sky survey.," *Astron. Astrophys.*, vol. 299, p. 435, July 1995.
- [20] C. A. Wilson-Hodge, M. L. Cherry, G. L. Case, W. H. Baumgartner, E. Beklen, P. Narayana Bhat, M. S. Briggs, A. Camero-Arranz, V. Chaplin, V. Connaughton, M. H. Finger, N. Gehrels, J. Greiner, K. Jahoda, P. Jenke, R. M. Kippen, C. Kouveliotou, H. A. Krimm, E. Kuulkers, N. Lund, C. A. Meegan, L. Natalucci, W. S. Paciesas, R. Preece, J. C. Rodi, N. Shaposhnikov, G. K. Skinner, D. Swartz, A. von Kienlin, R. Diehl, and X.-L. Zhang, "When a Standard Candle Flickers," *Astrophys. J. Lett.*, vol. 727, p. L40, Feb. 2011.
- [21] C. O. Lampland, "Observed Changes in the Structure of the "Crab" Nebula (N. G. C. 1952)," *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 33, p. 79, Apr. 1921.

- [22] J. D. Scargle, “Activity in the Crab Nebula,” *ApJ*, vol. 156, p. 401, May 1969.
- [23] M. C. Weisskopf, J. J. Hester, A. F. Tennant, R. F. Elsner, N. S. Schulz, H. L. Marshall, M. Karovska, J. S. Nichols, D. A. Swartz, J. J. Kolodziejczak, and S. L. O’Dell, “Discovery of Spatial and Spectral Structure in the X-Ray Emission from the Crab Nebula,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 536, pp. L81–L84, June 2000.
- [24] J. J. Hester, K. Mori, D. Burrows, J. S. Gallagher, J. R. Graham, M. Halverson, A. Kader, F. C. Michel, and P. Scowen, “Hubble Space Telescope and Chandra Monitoring of the Crab Synchrotron Nebula,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 577, pp. L49–L52, Sept. 2002.
- [25] J. J. Hester, P. A. Scowen, R. Sankrit, C. J. Burrows, J. S. Gallagher, III, J. A. Holtzman, A. Watson, J. T. Trauger, G. E. Ballester, S. Casertano, J. T. Clarke, D. Crisp, R. W. Evans, R. E. Griffiths, J. G. Hoessel, J. Krist, R. Lynds, J. R. Mould, E. J. O’Neil, Jr., K. R. Stapelfeldt, and J. A. Westphal, “WFPC2 Studies of the Crab Nebula. I. HST and ROSAT Imaging of the Synchrotron Nebula,” *ApJ*, vol. 448, p. 240, July 1995.
- [26] J. G. Kirk, Y. Lyubarsky, and J. Petri, “The Theory of Pulsar Winds and Nebulae,” in *Astrophysics and Space Science Library* (W. Becker, ed.), vol. 357 of *Astrophysics and Space Science Library*, p. 421, 2009.
- [27] M. Tavani, “Super-Acceleration in the Flaring Crab Nebula,” *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, vol. 243, pp. 131–140, Oct. 2013.
- [28] F. C. Michel, “Coherent Neutral Sheet Radiation from Pulsars,” *Comments on Astrophysics and Space Physics*, vol. 3, p. 80, May 1971.
- [29] F. V. Coroniti, “Magnetically striped relativistic magnetohydrodynamic winds - The Crab Nebula revisited,” *ApJ*, vol. 349, pp. 538–545, Feb. 1990.
- [30] C. F. Kennel and F. V. Coroniti, “Confinement of the Crab pulsar’s wind by its supernova remnant,” *ApJ*, vol. 283, pp. 694–709, Aug. 1984.
- [31] J. Pétri, “Phase-resolved polarization properties of the pulsar striped wind synchrotron emission,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 434, pp. 2636–2644, Sept. 2013.
- [32] J. G. Kirk, O. Skjæraasen, and Y. A. Gallant, “A wind model for high energy pulses,” in *Neutron Stars, Pulsars, and Supernova Remnants* (W. Becker, H. Lesch, and J. Trümper, eds.), p. 136, 2002.
- [33] M. J. Rees and J. E. Gunn, “The origin of the magnetic field and relativistic particles in the Crab Nebula,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 167, pp. 1–12, Apr. 1974.

- [34] S. S. Komissarov and M. Lyutikov, “On the origin of variable gamma-ray emission from the Crab nebula,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 414, pp. 2017–2028, July 2011.
- [35] A. M. Bykov, G. G. Pavlov, A. V. Artemyev, and Y. A. Uvarov, “Twinkling pulsar wind nebulae in the synchrotron cut-off regime and the  $\gamma$ -ray flares in the Crab Nebula,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 421, pp. L67–L71, Mar. 2012.
- [36] E. Priest and T. Forbes, *Magnetic Reconnection*. June 2000.
- [37] M. Lyutikov and E. G. Blackman, “Gamma-ray bursts from unstable Poynting-dominated outflows,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 321, pp. 177–186, Feb. 2001.
- [38] D. Giannios, D. A. Uzdensky, and M. C. Begelman, “Fast TeV variability in blazars: jets in a jet,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 395, pp. L29–L33, May 2009.
- [39] J. C. McKinney and D. A. Uzdensky, “A reconnection switch to trigger gamma-ray burst jet dissipation,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 419, pp. 573–607, Jan. 2012.
- [40] E. Clausen-Brown and M. Lyutikov, “Crab nebula gamma-ray flares as relativistic reconnection minijets,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 426, pp. 1374–1384, Oct. 2012.
- [41] M. Lyutikov, “A high-sigma model of pulsar wind nebulae,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 405, pp. 1809–1815, July 2010.
- [42] H. Baty, J. Pétri, and S. Zenitani, “Explosive reconnection of double tearing modes in relativistic plasmas: application to the Crab flares,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 436, pp. L20–L24, Nov. 2013.
- [43] J. Pétri, M. Takamoto, H. Baty, and S. Zenitani, “Explosive reconnection of the double tearing mode in relativistic plasmas with application to the Crab nebula,” *Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 57, p. 014034, Jan. 2015.
- [44] M. Takamoto, J. Pétri, and H. Baty, “Thermal synchrotron radiation from RRMHD simulations of the double tearing mode reconnection - application to the Crab flares,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 454, pp. 2972–2980, Dec. 2015.
- [45] E. Striani, M. Tavani, G. Piano, and et al., “The Crab Nebula Super-flare in 2011 April: Extremely Fast Particle Acceleration and Gamma-Ray Emission,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 741, p. L5, Nov. 2011.
- [46] M. Lyutikov, “What we recently learnt about Crab: structure of the wind, the shock, flares and reconnection,” *ArXiv e-prints*, Jan. 2017.

- [47] Z. X. Wang, X. G. Wang, J. Q. Dong, Y. A. Lei, Y. X. Long, Z. Z. Mou, and W. X. Qu, “Fast Resistive Reconnection Regime in the Nonlinear Evolution of Double Tearing Modes,” *Physical Review Letters*, vol. 99, p. 185004, Nov. 2007.
- [48] C. L. Zhang and Z. W. Ma, “Nonlinear evolution of double tearing mode with guiding magnetic field,” *Physics of Plasmas*, vol. 18, p. 052303, May 2011.
- [49] S. S. Komissarov, M. Barkov, and M. Lyutikov, “Tearing instability in relativistic magnetically dominated plasmas,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 374, pp. 415–426, Jan. 2007.
- [50] M. J. Nemati, Z. X. Wang, and L. Wei, “Formation of Plasmoids in Multiple Current Systems,” *ApJ*, vol. 821, p. 128, Apr. 2016.
- [51] J. S. Wagner, P. C. Gray, J. R. Kan, S.-L. Akasofu, and T. Tajima, “Particle dynamics in reconnection field configurations,” *Planetary and Space Science*, vol. 29, pp. 391–397, Apr. 1981.
- [52] Y. E. Litvinenko, “Particle Acceleration in Reconnecting Current Sheets with a Nonzero Magnetic Field,” *ApJ*, vol. 462, p. 997, May 1996.
- [53] S. Zenitani and M. Hoshino, “The Generation of Nonthermal Particles in the Relativistic Magnetic Reconnection of Pair Plasmas,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 562, pp. L63–L66, Nov. 2001.
- [54] N. Bessho and A. Bhattacharjee, “Fast Magnetic Reconnection and Particle Acceleration in Relativistic Low-density Electron-Positron Plasmas without Guide Field,” *ApJ*, vol. 750, p. 129, May 2012.
- [55] B. Cerutti, G. R. Werner, D. A. Uzdensky, and M. C. Begelman, “Beaming and Rapid Variability of High-energy Radiation from Relativistic Pair Plasma Reconnection,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 754, p. L33, Aug. 2012.
- [56] B. Cerutti, G. R. Werner, D. A. Uzdensky, and M. C. Begelman, “Gamma-ray flares in the Crab Nebula: A case of relativistic reconnection?” *Physics of Plasmas*, vol. 21, p. 056501, May 2014.
- [57] B. Cerutti, G. R. Werner, D. A. Uzdensky, and M. C. Begelman, “Three-dimensional Relativistic Pair Plasma Reconnection with Radiative Feedback in the Crab Nebula,” *ApJ*, vol. 782, p. 104, Feb. 2014.
- [58] L. Sironi and A. Spitkovsky, “Acceleration of Particles at the Termination Shock of a Relativistic Striped Wind,” *ApJ*, vol. 741, p. 39, Nov. 2011.
- [59] L. Sironi and A. Spitkovsky, “Relativistic Reconnection: An Efficient Source of Non-thermal Particles,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 783, p. L21, Mar. 2014.

- [60] P. Wood and T. Neukirch, “Electron Acceleration in Reconnecting Current Sheets,” *Solar Physics*, vol. 226, pp. 73–95, Jan. 2005.
- [61] B. Cerutti, D. A. Uzdensky, and M. C. Begelman, “Extreme Particle Acceleration in Magnetic Reconnection Layers: Application to the Gamma-Ray Flares in the Crab Nebula,” *ApJ*, vol. 746, p. 148, Feb. 2012.
- [62] E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Physical kinetics*. 1981.
- [63] H. P. Furth, J. Killeen, and M. N. Rosenbluth, “Finite-Resistivity Instabilities of a Sheet Pinch,” *Physics of Fluids*, vol. 6, pp. 459–484, Apr. 1963.
- [64] E. Priest and T. Forbes, eds., *Magnetic reconnection : MHD theory and applications*, 2000.
- [65] S. I. Syrovatskii, “Pinch sheets and reconnection in astrophysics,” *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 19, pp. 163–229, 1981.
- [66] J. P. H. Goedbloed and S. Poedts, *Principles of Magnetohydrodynamics*. Aug. 2004.
- [67] K. Schindler and G. Hornig, *Magnetic Reconnection*. Nov. 2000.
- [68] E. N. Parker, “Sweet’s Mechanism for Merging Magnetic Fields in Conducting Fluids,” *JGR*, vol. 62, pp. 509–520, Dec. 1957.
- [69] E. R. Priest, “MHD reconnection,” vol. 6, no. 2, p. 2371, 2011. revision 136731.
- [70] H. E. Petschek, “Magnetic Field Annihilation,” *NASA Special Publication*, vol. 50, p. 425, 1964.
- [71] H. Baty, T. G. Forbes, and E. R. Priest, “The formation and stability of Petschek reconnection,” *Physics of Plasmas*, vol. 21, p. 112111, Nov. 2014.
- [72] T. G. Forbes, E. R. Priest, D. B. Seaton, and Y. E. Litvinenko, “Indeterminacy and instability in Petschek reconnection,” *Physics of Plasmas*, vol. 20, p. 052902, May 2013.
- [73] J. Lin and T. G. Forbes, “Effects of reconnection on the coronal mass ejection process,” *JGR*, vol. 105, pp. 2375–2392, Feb. 2000.
- [74] J. W. Dungey, “The Neutral Point Discharge Theory of Solar Flares. a Reply to Cowling’s Criticism,” in *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics* (B. Lehnert, ed.), vol. 6 of *IAU Symposium*, p. 135, 1958.
- [75] V. S. Imshennik and S. I. Syrovatskiĭ, “Two-dimensional Flow of an Ideally Conducting Gas in the Vicinity of the Zero Line of a Magnetic Field,” *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 25, p. 656, Oct. 1967.

- [76] J. Heyvaerts, E. Priest, and D. M. Rust, “An emerging flux model for solar flares,” *Solar Physics*, vol. 53, pp. 255–258, July 1977.
- [77] K. Schindler, M. Hesse, and J. Birn, “General magnetic reconnection, parallel electric fields, and helicity,” *JGR*, vol. 93, pp. 5547–5557, June 1988.
- [78] M. Hesse and K. Schindler, “A theoretical foundation of general magnetic reconnection,” *JGR*, vol. 93, pp. 5559–5567, June 1988.
- [79] G. Hornig and E. Priest, “Evolution of magnetic flux in an isolated reconnection process,” *Physics of Plasmas*, vol. 10, pp. 2712–2721, July 2003.
- [80] C. E. Parnell and A. L. Haynes, “Three-Dimensional Magnetic Reconnection,” *Astrophysics and Space Science Proceedings*, vol. 19, pp. 261–276, 2010.
- [81] R. Bowness, *Current sheets in the solar corona: formation, fragmentation and heating*. PhD thesis, 2011.
- [82] D. Biskamp, *Nonlinear Magnetohydrodynamics*. July 1997.
- [83] P. H. Rutherford, “Nonlinear growth of the tearing mode,” *Physics of Fluids*, vol. 16, pp. 1903–1908, Nov. 1973.
- [84] D. Biskamp, “Magnetic reconnection via current sheets,” *Physics of Fluids*, vol. 29, pp. 1520–1531, May 1986.
- [85] N. F. Loureiro, A. A. Schekochihin, and S. C. Cowley, “Instability of current sheets and formation of plasmoid chains,” *Physics of Plasmas*, vol. 14, p. 100703, Oct. 2007.
- [86] A. Bhattacharjee, Y.-M. Huang, H. Yang, and B. Rogers, “Fast reconnection in high-Lundquist-number plasmas due to the plasmoid instability,” *Physics of Plasmas*, vol. 16, p. 112102, Nov. 2009.
- [87] R. Samtaney, N. F. Loureiro, D. A. Uzdensky, A. A. Schekochihin, and S. C. Cowley, “Formation of Plasmoid Chains in Magnetic Reconnection,” *Physical Review Letters*, vol. 103, p. 105004, Sept. 2009.
- [88] D. A. Uzdensky, N. F. Loureiro, and A. A. Schekochihin, “Fast Magnetic Reconnection in the Plasmoid-Dominated Regime,” *Physical Review Letters*, vol. 105, p. 235002, Dec. 2010.
- [89] F. Pucci and M. Velli, “Reconnection of Quasi-singular Current Sheets: The “Ideal” Tearing Mode,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 780, p. L19, Jan. 2014.
- [90] V. S. Titov, K. Galsgaard, and T. Neukirch, “Magnetic Pinching of Hyperbolic Flux Tubes. I. Basic Estimations,” *ApJ*, vol. 582, pp. 1172–1189, Jan. 2003.



- [91] D. W. Longcope, D. E. McKenzie, J. Cirtain, and J. Scott, "Observations of Separator Reconnection to an Emerging Active Region," *ApJ*, vol. 630, pp. 596–614, Sept. 2005.
- [92] L. L. Lao, K. H. Burrell, T. S. Casper, V. S. Chan, M. S. Chu, J. C. DeBoo, E. J. Doyle, R. D. Durst, C. B. Forest, C. M. Greenfield, R. J. Groebner, F. L. Hinton, Y. Kawano, E. A. Lazarus, Y. R. Lin-Liu, M. E. Mauel, W. H. Meyer, R. L. Miller, G. A. Navratil, T. H. Osborne, Q. Peng, C. L. Rettig, G. Rewoldt, T. L. Rhodes, B. W. Rice, D. P. Schissel, B. W. Stallard, E. J. Strait, W. M. Tang, T. S. Taylor, A. D. Turnbull, and R. E. Waltz, "Rotational and magnetic shear stabilization of magnetohydrodynamic modes and turbulence in DIII-D high performance discharges," *Physics of Plasmas*, vol. 3, pp. 1951–1958, May 1996.
- [93] Z. Chang, W. Park, E. D. Fredrickson, S. H. Batha, M. G. Bell, R. Bell, R. V. Budny, C. E. Bush, A. Janos, F. M. Levinton, K. M. McGuire, H. Park, S. A. Sabbagh, G. L. Schmidt, S. D. Scott, E. J. Synakowski, H. Takahashi, G. Taylor, and M. C. Zarnstorff, "Off-Axis Sawteeth and Double-Tearing Reconnection in Reversed Magnetic Shear Plasmas in TFTR," *Physical Review Letters*, vol. 77, pp. 3553–3556, Oct. 1996.
- [94] A. Otto and G. T. Birk, "Resistive instability of periodic current sheets," *Physics of Fluids B*, vol. 4, pp. 3811–3813, Nov. 1992.
- [95] C. Gormezano, A. Becoulet, P. Buratti, L. Carraro, F. Crisanti, B. Esposito, G. Giruzzi, R. Guirlet, G. T. Hoang, E. Joffrin, X. Litaudon, T. Luce, V. Pericoli-Ridolfini, O. Sauter, A. C. C. Sips, A. Tuccillo, and JET EFDA Contributors, "Hybrid advanced scenarios: perspectives for ITER and new experiments with dominant RF heating," *Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 46, pp. B435–B447, Dec. 2004.
- [96] Y. Ishii, M. Azumi, G. Kurita, and T. Tuda, "Nonlinear evolution of double tearing modes," *Physics of Plasmas*, vol. 7, pp. 4477–4491, Nov. 2000.
- [97] Y. Ishii, M. Azumi, and Y. Kishimoto, "Structure-Driven Nonlinear Instability of Double Tearing Modes and the Abrupt Growth after Long-Time-Scale Evolution," *Physical Review Letters*, vol. 89, p. 205002, Oct. 2002.
- [98] Y. Ishii, M. Azumi, Y. Kishimoto, and J. N. Leboeuf, "Long timescale plasma dynamics and explosive growth driven by the double tearing mode in reversed shear plasmas," *Nuclear Fusion*, vol. 43, pp. 539–546, July 2003.
- [99] K. Kusano, T. Maeshiro, T. Yokoyama, and T. Sakurai, "The Trigger Mechanism of Solar Flares in a Coronal Arcade with Reversed Magnetic Shear," *ApJ*, vol. 610, pp. 537–549, July 2004.

- [100] M. Janvier, Y. Kishimoto, and J. Li, “Investigation of Trigger Mechanism in the Explosive Nonlinear Growth of the Double Tearing Mode,” *Plasma and Fusion Research*, vol. 5, p. 2056, 2010.
- [101] M. Janvier, Y. Kishimoto, and J. Q. Li, “Structure-Driven Nonlinear Instability as the Origin of the Explosive Reconnection Dynamics in Resistive Double Tearing Modes,” *Physical Review Letters*, vol. 107, p. 195001, Nov. 2011.
- [102] M. Janvier, A. Ishizawa, J. Li, and Y. Kishimoto, “Role of the pressure force in the explosive dynamics of magnetic islands in double tearing modes,” *Physics of Plasmas*, vol. 18, p. 102112, Oct. 2011.
- [103] S. S. Komissarov, “Multidimensional numerical scheme for resistive relativistic magnetohydrodynamics,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 382, pp. 995–1004, Dec. 2007.
- [104] S. Zenitani, M. Hesse, and A. Klimas, “Resistive Magnetohydrodynamic Simulations of Relativistic Magnetic Reconnection,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 716, pp. L214–L218, June 2010.
- [105] M. J. Nemati, Z. X. Wang, and L. Wei, “Formation of Plasmoids in Multiple Current Systems,” *ApJ*, vol. 821, p. 128, Apr. 2016.
- [106] N. F. Loureiro, A. A. Schekochihin, and S. C. Cowley, “Instability of current sheets and formation of plasmoid chains,” *Physics of Plasmas*, vol. 14, pp. 100703–100703, Oct. 2007.
- [107] R. Samtaney, N. F. Loureiro, D. A. Uzdensky, A. A. Schekochihin, and S. C. Cowley, “Formation of Plasmoid Chains in Magnetic Reconnection,” *Physical Review Letters*, vol. 103, p. 105004, Sept. 2009.
- [108] S. Landi, L. Del Zanna, E. Papini, F. Pucci, and M. Velli, “Resistive Magnetohydrodynamics Simulations of the Ideal Tearing Mode,” *ApJ*, vol. 806, p. 131, June 2015.
- [109] V. V. Zharkova and M. Gordovskyy, “Energy spectra of particles accelerated in a reconnecting current sheet with the guiding magnetic field,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 356, pp. 1107–1116, Jan. 2005.
- [110] S. Krucker, E. P. Kontar, S. Christe, and R. P. Lin, “Solar Flare Electron Spectra at the Sun and near the Earth,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 663, pp. L109–L112, July 2007.
- [111] P. L. Pritchett, Y. C. Lee, and J. F. Drake, “Linear analysis of the double-tearing mode,” *Physics of Fluids*, vol. 23, pp. 1368–1374, July 1980.

- [112] H. Baty, “Explosive Magnetic Reconnection in Double-current Sheet Systems: Ideal versus Resistive Tearing Mode,” *ApJ*, vol. 837, p. 74, Mar. 2017.
- [113] S. D. Baalrud, A. Bhattacharjee, and Y.-M. Huang, “Reduced magnetohydrodynamic theory of oblique plasmoid instabilities,” *Physics of Plasmas*, vol. 19, p. 022101, Feb. 2012.
- [114] J. S. Oishi, M.-M. Mac Low, D. C. Collins, and M. Tamura, “Self-generated Turbulence in Magnetic Reconnection,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 806, p. L12, June 2015.
- [115] M. V. Barkov and S. S. Komissarov, “Relativistic tearing and drift-kink instabilities in two-fluid simulations,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 458, pp. 1939–1947, May 2016.
- [116] R. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press, 2002.
- [117] K. G. Powell, P. L. Roe, T. J. Linde, T. I. Gombosi, and D. L. De Zeeuw, “A Solution-Adaptive Upwind Scheme for Ideal Magnetohydrodynamics,” *Journal of Computational Physics*, vol. 154, pp. 284–309, Sept. 1999.
- [118] P. Janhunen, “A Positive Conservative Method for Magnetohydrodynamics Based on HLL and Roe Methods,” *Journal of Computational Physics*, vol. 160, pp. 649–661, May 2000.
- [119] O. Porth, C. Xia, T. Hendrix, S. P. Moschou, and R. Keppens, “MPI-AMRVAC for Solar and Astrophysics,” *ApJs*, vol. 214, p. 4, Sept. 2014.
- [120] H. Qin, S. Zhang, J. Xiao, J. Liu, Y. Sun, and W. M. Tang, “Why is Boris algorithm so good?,” *Physics of Plasmas*, vol. 20, p. 084503, Aug. 2013.
- [121] Y. He, Y. Sun, J. Liu, and H. Qin, “Volume-preserving algorithms for charged particle dynamics,” *Journal of Computational Physics*, vol. 281, pp. 135–147, Jan. 2015.
- [122] P. H. Stoltz, J. R. Cary, G. Penn, and J. Wurtele, “Efficiency of a Boris-like integration scheme with spatial stepping,” *Physical Review Special Topics Accelerators and Beams*, vol. 5, p. 094001, Sept. 2002.