



HAL
open science

Modèle probabiliste h rarchique de la locomotion bipède

Raphaël Rose Rose-Andrieux

► **To cite this version:**

Raphaël Rose Rose-Andrieux. Modèle probabiliste h rarchique de la locomotion bipède. Automatique / Robotique. Université Paris sciences et lettres, 2016. Français. NNT : 2016PSLEE031 . tel-01731516

HAL Id: tel-01731516

<https://theses.hal.science/tel-01731516>

Submitted on 14 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche
Paris Sciences Lettres –
PSL Research University

préparée à
l'École normale supérieure

Modèle probabiliste hié-
rarchique de la loco-
motion bipède

par Raphaël Rose-Andrieux

École doctorale n°158
Spécialité : Robotique

Composition du Jury :

Mme Adriana TAPUS
ENSTA Paris-Tech
Rapporteur

M Julien DIARD
Université Grenoble-Alpes
Rapporteur

M Jacques DROULEZ
UPMC
Directeur de thèse

M Pierre BESSIÈRE
UPMC
Directeur de thèse

M Pierre-Yves OUDEYER
Inria
Membre du Jury

M Rodolphe GELIN
Softbank Robotics
Membre du Jury

M Jean-Pierre NADAL
École normale supérieure
Membre du Jury



Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes deux directeurs de thèse, Jacques Droulez et Pierre Bessière, pour leur soutien et leurs précieux conseils. Merci pour votre accompagnement avisé et pour tous les débats intenses du mardi après-midi !

Je remercie également les membres de mon jury de s'être intéressés à mon sujet. Merci en particulier à Adriana Tapus et Julien Diard d'avoir accepté de rapporter ma thèse. Merci pour votre lecture attentive et la qualité de vos remarques.

Merci aussi à tous les membres de l'ISIR pour leur joie de vivre, leur humour et l'ambiance du laboratoire. Mention spéciale à l'équipe d'ingénieurs qui m'a accueilli pendant les pauses et déjeuners, et qui a rythmé mon passage à l'ISIR de chansons, applis en tous genres et séances d'escalade.

Je remercie également la triade, avec qui j'ai surmonté les épreuves thésardesques main dans la main ! Merci pour votre amitié, les vacances déjantées, les diners gastronomiques, les soirées Gladiator-Golosino, les matinées bad/tennis et bien d'autres encore...

Merci aussi à la #DreamTeam pour toutes les soirées au QG, les descentes de rivière sauvage, les sessions sports/geek et les week-ends en Europe qui ont animé ces trois dernières années !

Merci également à la team RoadTrip en Australie, avec le trio de sup' en son coeur, qui a choisi de partir à l'étranger pour m'éviter pendant ces trois années.

Je voudrais aussi exprimer ma reconnaissance à ma famille pour leur soutien sans faille. Merci à mes frères et soeurs pour nos débats interminables qui ont développé mon sens de la conversation musclée. Merci à Mamilo pour nos déjeuners hebdomadaires au Comptoir du Panthéon. Merci à Stéphane pour son écoute et son soutien. Merci à Judith pour ses conseils de survie en fin de thèse. Merci à mon père pour le temps consacré à nos déjeuners confidences, où l'on philosophe sur la vie et le monde. Merci à ma mère de toujours croire en moi, et de me pousser à donner le meilleur de moi-même. J'ai aussi une pensée toute particulière pour Mikhaël qui, j'en suis sûr, aurait été très fier de son grand frère aujourd'hui.

Je remercie enfin Audrey, qui a su me supporter, m'aider et m'enrichir durant ces trois années, et avec qui je suis fier de partager ma vie.

Table des matières

1	Introduction	7
1.1	Intégrer les incertitudes	8
1.2	Objectif probabiliste	9
1.3	Hiérarchie	9
1.4	Apport scientifique	10
1.5	Plan de lecture	10
2	Récupérer son équilibre	13
2.1	Modèles de la dynamique	13
2.2	Différentes stratégies	15
2.3	Pendule linéaire inversé (LIP)	16
2.4	Capture point et contrôle de l'équilibre	17
2.5	Expérience sur l'Homme	18
2.5.1	Protocole	18
2.5.2	Matériel	19
2.5.3	Détails de l'expérience	20
2.5.4	Sujets	20
2.5.5	Résultats	20
3	Marche bipède	27
3.1	État de l'art	27
3.1.1	Zero Moment Point	27
3.1.2	Limit Cycle Walking	29
3.1.3	Hybrid Zero Dynamics	30
3.1.4	Contrôle découplé	31
3.1.5	Conclusion	32
3.2	Marche déterministe	33
3.2.1	Extension du Capture Point	33
3.2.2	Contrôle de la marche	34
3.3	Environnement de simulation	35
3.3.1	Boucle physique	36
3.3.2	Déplacement du centre de pression	36
3.3.3	Affichage graphique	36
3.3.4	Application de l'algorithme de marche	36

3.4	Conclusion	39
4	Modèle probabiliste	41
4.1	Motivation	41
4.2	Principe de la Programmation Bayésienne	42
4.2.1	Concepts de base	42
4.2.2	Principe	43
4.2.3	Décomposition	43
4.2.4	Question	44
4.3	Notre modèle	45
4.3.1	Variables	45
4.3.2	Variable de cohérence	46
4.3.3	Variable objectif	46
4.3.4	Capteurs	47
4.3.5	Décomposition	47
4.3.6	Signification	49
4.3.7	Question	50
4.3.8	Contrôle final	51
4.4	Découplage	52
4.5	Fusion de distributions	54
4.6	Conclusion	57
5	Incertitudes sur les variables mesurées	59
5.1	Les causes	59
5.2	Intégration dans le modèle probabiliste	60
5.2.1	Protocole	60
5.2.2	Résultats	62
5.3	Deuxième expérience : incertitude sur une variable du modèle	63
5.3.1	Protocole	63
5.3.2	Résultats	64
5.4	Conclusion	65
6	Incertitude sur la dynamique	67
6.1	Les causes	67
6.2	Intégration dans le modèle probabiliste	67
6.3	Expérience	68
6.3.1	Protocole	68
6.3.2	Résultats	68
6.4	Conclusion	71
7	Fusion d'objectifs	73
7.1	Principe	73
7.2	Nouveau modèle	74

7.3	Expérience	75
7.3.1	Protocole	76
7.3.2	Changement d'objectif	76
7.3.3	Stratégie	77
7.4	Résultats	79
7.5	Conclusion	81
8	Hiérarchie	83
8.1	Principe	83
8.2	Nouvelle tâche	84
8.3	Modèle $n + 1$	84
8.4	Application	86
8.4.1	Algorithme	86
8.4.2	Résultats	87
8.5	Conclusion	90
9	Expériences robotiques	91
9.1	Implémentation sur un robot réel	91
9.1.1	Le robot Jack	91
9.1.2	Contrôle du robot	92
9.1.3	Problèmes rencontrés	94
9.1.4	Bilan et solutions	98
9.2	Implémentation en simulation	98
9.2.1	Gazebo	99
9.2.2	Problèmes rencontrés	99
9.2.3	Bilan et leçons	101
9.3	Conclusion	101
10	Conclusion	103
10.1	Bilan	103
10.2	Discussion	107
	Bibliographie	109

Introduction

Les robots humanoïdes ont toujours fasciné, car leur potentiel d'application est considérable. En effet, si un robot avait les mêmes caractéristiques sensori-motrices et morphologiques qu'un homme, il pourrait théoriquement réaliser les mêmes tâches. Cet intérêt a donné lieu à de nombreux films et romans de science-fiction, imaginant un futur allant du monde parfait, à la catastrophe conduisant l'humanité à sa perte. L'attente du public est donc grande et beaucoup rêvent d'avoir enfin leur serviteur obéissant et motorisé. Mais bien que le marché de la robotique de service soit en pleine expansion, les humanoïdes peinent encore à sortir des laboratoires.

Une des raisons qui empêche le développement de ces robots est la complexité de la marche bipède. La marche bipède est par nature instable, et demande d'avoir des mouvements très dynamiques pour garder l'équilibre. De plus, une chute peut être fort coûteuse puisqu'elle risque d'endommager, non seulement le robot lui-même, mais aussi son environnement et les personnes pouvant s'y trouver. Il est donc essentiel pour un robot humanoïde de maîtriser son équilibre avant de pouvoir être mis en application. La marche humaine est quant à elle particulièrement robuste et versatile. En effet l'homme peut garder l'équilibre malgré d'importantes perturbations imprévues, et arrive à marcher dans une vaste gamme de conditions et contraintes. Reproduire ce niveau de performance en robotique est un objectif qui est aujourd'hui encore loin d'être achevé.

La manière la plus simple de marcher pour un robot consiste à exécuter un contrôle cyclique. Une fois que les bons paramètres sont trouvés, le robot peut marcher en répétant systématiquement le même pas. Cette méthode est efficace quand l'environnement est bien connu et sans perturbation extérieure. De nouvelles méthodes de contrôle permettent d'adapter chaque pas à la situation actuelle du robot, pour réagir en cas de perturbation ou d'obstacle imprévu. Certains robots commencent même à sortir marcher en extérieur, comme l'ont montré de récentes vidéos impressionnantes du robot ATLAS de Boston Dynamics ou du robot MARLO de Michigan Robotics. Mais il est difficile de voir en vidéo la répétabilité des différentes démonstrations. La finale du DARPA Robotics Challenge en 2015 a permis d'observer l'avancée réelle de la marche humanoïde. Soumis à une exigence de stabilité, sans fils pour retenir une éventuelle chute, la plupart des robots ont choisi une marche lente et très peu

dynamique. Les autres ont opté pour un système hybride où le robot peut se mettre sur roues. Sur les quatre meilleurs équipes, trois avaient choisi ce type de locomotion hybride, plus stable et plus rapide que la marche sur terrain plat.

Le risque de tomber est encore trop grand pour pouvoir appliquer une marche dynamique dans un cas pratique. Ce risque est la conséquence d'une accumulation d'incertitudes provenant de différentes sources : les retours des capteurs ont toujours un degré d'imprécision, les commandes ne sont jamais parfaitement exécutées par le robot, et le modèle du monde, servant à contrôler le robot, est une version simplifiée de la réalité. Dans cette thèse, nous allons développer un modèle probabiliste permettant d'intégrer ces incertitudes dans le contrôle de la marche.

1.1 Intégrer les incertitudes

La stratégie usuelle face aux incertitudes est d'essayer de les minimiser, en améliorant les capteurs, le robot ou le modèle par exemple, afin de pouvoir les ignorer sans que cela ne cause trop de problèmes. Mais en ignorant ces incertitudes, on perd la connaissance que l'on a sur celles-ci, qui aurait pu être utile pour améliorer notre contrôle.

Prenons l'exemple d'un robot qui doit choisir la position de son prochain point d'appui. Il sait que la position exacte de son prochain point d'appui ne sera pas précisément celle qu'il a choisi. Sachant cela, il vaut mieux qu'il évite de choisir une position très proche d'un ravin, même si celle-ci l'amène plus vite vers son objectif global. Comme il sait que son mouvement a de l'incertitude, le robot prend la décision raisonnable d'être plus prudent et de marcher un peu plus loin du ravin.

Dans un cas plus compliqué où le robot doit choisir entre passer proche d'un ravin, ou faire un long détour pour l'éviter, il est amené à se poser les questions suivantes :

1. Quel risque ai-je de tomber si je marche proche du ravin ?
2. Que me coûte le détour qui évite le ravin ?
3. Quelle est la meilleure décision à prendre ?

L'idée est de définir mathématiquement ces questions à l'aide de distributions de probabilité, et d'y répondre en utilisant l'inférence bayésienne. En ignorant les incertitudes, on perd l'information qui nous permet de répondre à la première question, et il devient plus compliqué de faire le bon choix.

Dans le cas général, le modèle juge une action en regardant les conséquences possibles de cette action, pondérées par leurs probabilités. Le modèle peut finalement choisir l'action jugée la meilleure.

1.2 Objectif probabiliste

Un objectif probabiliste est en réalité une distribution de probabilité sur une variable. Cette distribution représente nos préférences sur les valeurs possibles que peut prendre cette variable. Considérons dans l'exemple précédent que l'objectif du robot est une distribution sur la direction de sa vitesse. La différence entre la probabilité associée à la direction qui passe proche du ravin et celle qui fait le détour permet de répondre à la question "Que me coûte le détour qui évite le ravin ?". En réalité, calculer le coût du détour est plus compliqué que cela, car il faut d'abord pouvoir planifier le chemin qui permet au robot d'éviter le ravin. Dans ce travail, on suppose que la planification est faite par un modèle hiérarchique d'un niveau supérieur que l'on explique ci-après.

Un autre avantage d'un objectif probabiliste par rapport à un objectif déterministe, est qu'il est facile à combiner avec un deuxième objectif. Il est en effet immédiat de fusionner deux distributions à l'aide d'une inférence bayésienne, alors qu'il peut être compliqué de trouver soi-même le compromis entre deux objectifs déterministes.

1.3 Hiérarchie

Le dernier thème abordé dans ce travail sera celui de la hiérarchie. On ne parle pas ici de hiérarchie entre plusieurs tâches, mais plutôt d'un échelonnage des niveaux de décision. Les niveaux plus hauts dans la hiérarchie donnent leurs objectifs aux niveaux du dessous, et ainsi de suite. Il peut être très utile de séparer les problèmes de décision, afin de se concentrer pleinement sur chacun d'eux. La structure du modèle probabiliste développé dans ce travail permet à ces différents niveaux d'interagir, sans perdre de l'information durant les transitions.

Un exemple de hiérarchie pour la locomotion d'un robot bipède peut être le suivant :

1. Choisir la salle où l'on souhaite se rendre en tenant compte des avantages et inconvénients de chaque salle.
2. Choisir la vitesse pour se rendre à la salle souhaitée, en tenant compte de la carte du lieu et des obstacles présents sur le chemin.

3. Choisir la position du prochain point d'appui pour atteindre la vitesse souhaitée, en tenant compte des obstacles au sol et des possibilités mécaniques du robot.
4. Choisir les commandes des moteurs pour atteindre la position du point d'appui souhaitée, en tenant compte des synchronisations entre les moteurs, de leur puissance et de leur précision.

Dans ce travail, on se concentre sur le niveau 3 de cette hiérarchie. On s'intéressera aussi au niveau 2 pour observer les interactions entre ces deux niveaux, et on évoquera rapidement le niveau 4.

1.4 Apport scientifique

De nombreuses méthodes de contrôle de la marche bipède existent aujourd'hui. Le type de modèle probabiliste utilisé dans ce travail peut en réalité être développé autour de la majorité d'entre elles. L'objectif de cette thèse est donc de montrer l'intérêt de l'approche probabiliste dans le cadre du contrôle de la marche.

Le développement du modèle probabiliste, et la démonstration de son intérêt dans le cadre de l'intégration d'incertitudes et de la fusion d'objectifs, a été l'objet d'une publication dans les proceedings de la conférence CLARWAR 2016 (ROSE-ANDRIEUX *et al.*, 2016).

1.5 Plan de lecture

Dans le **Chapitre 2 : Récupérer son équilibre**, nous commencerons par présenter les méthodes existantes pour garder l'équilibre. Ces méthodes se basent sur des modèles simplifiés de la dynamique d'un humanoïde que nous présenterons, avant de nous concentrer sur le modèle que nous avons utilisé. À partir de ce modèle, on déduit une stratégie de rééquilibrage. Enfin, nous confronterons les prédictions de notre stratégie aux résultats d'une expérience préliminaire sur l'homme. Ceci va nous permettre de tester la validité des hypothèses de notre modèle et la pertinence de la stratégie de rééquilibrage choisie.

Dans le **Chapitre 3 : Marche bipède**, nous ferons en premier lieu une revue des différents contrôles de la marche existants en robotique. Nous choisirons la méthode qui nous paraît la plus prometteuse, et la plus à même d'être adaptée à un contrôle probabiliste. Dans la fin de ce chapitre, nous présenterons l'environnement de simulation qui sera réutilisé tout au long de ce travail, avant de montrer quelques trajectoires obtenues en suivant la stratégie développée dans le chapitre.

Le **Chapitre 4 : Modèle probabiliste** décrit en détails la manière dont on construit notre modèle probabiliste. Nous verrons l'utilité des différentes distributions qui composent ce modèle : pour intégrer les incertitudes des capteurs et du modèle, et pour combiner plusieurs objectifs. À la fin du chapitre, nous présenterons quelques simplifications mathématiques permettant de réduire la complexité du calcul de l'inférence. C'est le modèle probabiliste développé dans ce chapitre qui sera ensuite testé dans les chapitres 5, 6, 7 et 8.

Le **Chapitre 5 : Incertitudes sur les variables mesurées** et le **Chapitre 6 : Incertitude sur la dynamique** testent les capacités du modèle probabiliste à prendre en compte les incertitudes des capteurs et de la dynamique respectivement. Nous verrons dans un premier temps comment ces incertitudes sont intégrées dans notre modèle. Ensuite nous comparerons en simulation les performances de modèles ayant une estimation plus ou moins précise de l'incertitude réelle.

Le **Chapitre 7 : Fusion d'objectifs** explore les interactions entre deux objectifs dans le modèle probabiliste. De nouveaux éléments seront ajoutés à la simulation pour pouvoir tester efficacement ces interactions. Pour réaliser la tâche demandée, le modèle va devoir faire des compromis et changer rapidement d'objectif au cours de l'expérience.

Dans le **Chapitre 8 : Hiérarchie**, nous construisons un modèle à un niveau supérieur de la hiérarchie. Nous verrons comment ce modèle s'imbrique avec le précédent, et l'utilité de ce nouveau modèle dans une tâche qui demande de la planification.

Le **Chapitre 9 : Expériences robotiques** résume le travail fait pour implémenter le contrôle sur un robot réel, et dans le simulateur Gazebo. Nous analyserons les problèmes rencontrés dans chaque cas afin d'en tirer des leçons constructives.

Enfin le **Chapitre 10 : Conclusion** fait le bilan des résultats de cette thèse, avant d'évoquer des pistes de recherche intéressantes qui pourraient suivre celle-ci.

Récupérer son équilibre

Commençons par le commencement : pour marcher, il faut d'abord tenir debout. Bien que la plupart des robots arrivent à rester debout immobile, peu savent récupérer leur équilibre après une importante perturbation. Dans ce chapitre nous allons évoquer les différents modèles utilisés pour simplifier la dynamique d'un humanoïde puis spécifier les méthodes permettant de retrouver l'équilibre. Enfin nous expliquerons plus en détails la voie choisie au cours de cette thèse, avant de la confronter aux résultats d'une expérience sur l'homme.

2.1 Modèles de la dynamique

Avant de parler du contrôle complet de l'équilibre, intéressons-nous aux modèles utilisés pour prédire l'évolution du système. Dans beaucoup d'études, l'humanoïde est vu comme un simple pendule inversé tournant autour de la cheville (LORAM et LAKIE, 2002 ; MORASSO et SCHIEPPATI, 1999 ; WINTER *et al.*, 1998). Un pied de taille finie est ajouté pour représenter le polygone de sustentation (Figure 2.1a). On considère que toutes les masses du système sont concentrées sur le centre de masse (CoM). L'état du système est décrit par un angle avec la verticale et par la vitesse du CoM. Ce modèle est généralement considéré suffisant pour décrire l'équilibre bipède.

Cependant, en présence de perturbations (HORAK et NASHNER, 1986) ou de tâches secondaires (BARDY, 2004) la rotation en opposition de phase du haut et du bas du corps requiert une représentation avec plusieurs segments. Pour décrire cet aspect, un modèle courant est le double pendule inversé (BONNET *et al.*, 2007 ; MARTIN *et al.*, 2006 ; PARK *et al.*, 2004) (Figure 2.1b). Un modèle à trois segments incorporant un genou a aussi été utilisé (ALEXANDROV *et al.*, 2005 ; KOUIJ *et al.*, 2001) (Figure 2.1c).

Le modèle le plus couramment utilisé est le pendule linéaire inversé (LIP) proposé par KAJITA et TAN, 1991 (Figure 2.1d). Ce modèle contraint le CoM à bouger dans un plan horizontal au-dessus du sol grâce à des jambes télescopiques. Bien que ce modèle soit moins réaliste biologiquement, il linéarise et découple la dynamique du CoM dans les plans Sagittal et Frontal ce qui est très avantageux du point de vue du contrôle. Il néglige aussi les effets de rotations des différentes parties du

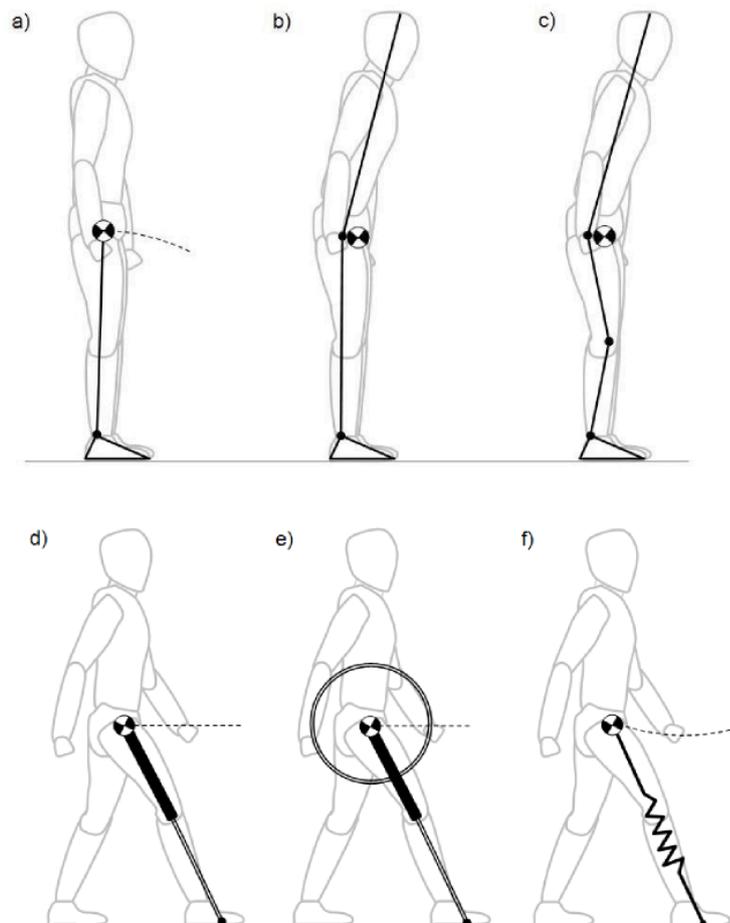


FIGURE 2.1: Quelques modèles couramment utilisés pour approximer la dynamique d'un humanoïde. a) Pendule inversé. b) Double pendule inversé. c) Double pendule inversé avec genou. d) Pendule linéaire inversé. e) Pendule linéaire inversé avec une roue inertielle. f) Pendule inversé avec une jambe-ressort. (AFTAB, 2012)

corps. Un moyen simple de les prendre en compte est de rajouter une roue inertielle centrée sur le CoM (KOMURA *et al.*, 2005 ; PRATT *et al.*, 2006)(Figure 2.1e). Enfin, pour inclure la complaisance de la jambe, un modèle à ressort a été proposé par GEYER *et al.*, 2006 (Figure 2.1f).

2.2 Différentes stratégies

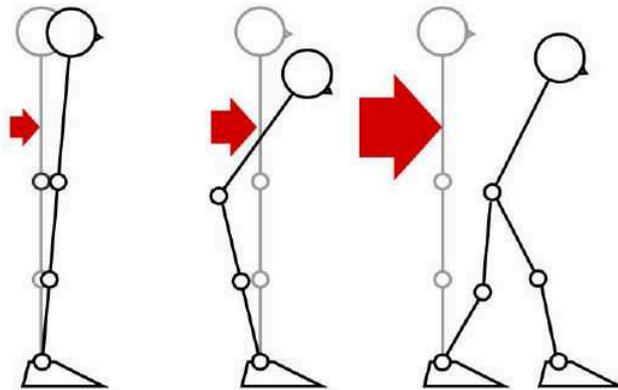


FIGURE 2.2: Différentes stratégies pour retrouver son équilibre : Cheville (à gauche), hanche (au milieu) et changement d'appui (à droite) (KANAMIYA *et al.*, 2010)

Les stratégies de récupération de l'équilibre peuvent être regroupées en deux grandes catégories :

1) Les stratégies à support fixe qui incluent la stratégie de la hanche et celle de la cheville (HORAK et NASHNER, 1986). La stratégie de la cheville consiste à tourner tout le corps autour de la cheville et sert généralement à résister à de faibles perturbations. La stratégie de la hanche est caractérisée par une rotation du haut du corps autour de la hanche dans le plan sagittal et est employée pour des perturbations un peu plus importantes.

2) Les stratégies avec changement de support. Elles impliquent un pas de compensation ou un support supplémentaire dans l'environnement (MAKI et MCILROY, 1997). Ces stratégies sont nécessaires pour répondre aux grandes perturbations.

Il a été montré que, quand on leur donne le choix, les sujets préfèrent faire un pas de rattrapage avant d'atteindre les limites théoriques des stratégies à support fixe (MAKI et MCILROY, 1997 ; PAI *et al.*, 2000).

Dans ce travail, nous nous concentrons sur la stratégie du changement de support à l'aide d'un pas. L'idée générale étant d'aller ensuite vers le contrôle de la marche qu'on pourra voir comme une succession de déséquilibres.

Nous avons pris comme point de départ la notion de *capture point* introduit par Pratt *et al.* (PRATT *et al.*, 2006). Le *capture point* est le point au sol où il faut placer le centre de pression pour que le système arrive à un équilibre. Pour expliciter cette notion, les auteurs utilisent le modèle du pendule linéaire inversé (LIP) cité

précédemment (Figure 2.1d). C'est aussi le modèle que nous avons choisi dans ce travail.

2.3 Pendule linéaire inversé (LIP)

Ce modèle est le plus simple pour décrire la dynamique d'un humanoïde. Il y a deux points d'intérêt, le centre de masse (CoM) et le centre de pression (CoP). Il fait deux hypothèses majeures :

- 1) la hauteur du centre de masse est constante ;
- 2) le moment cinétique global calculé au centre de masse est constant.

Les forces s'exerçant sur le système sont la force de gravité et la force de réaction du sol. On connaît bien la force de gravité si l'on connaît la masse du système, et les hypothèses du modèle nous permettent de déduire la force de réaction. En effet, la première hypothèse nous permet de trouver la composante verticale de celle-ci qui doit compenser la gravité. La deuxième hypothèse contraint la force de réaction à être orienté vers le CoM ce qui nous donne les deux autres composantes de celle-ci. Un des avantages de ce modèle qui a fait son succès est le fait que l'on puisse résoudre analytiquement les équations de sa dynamique. Notons $X(x, y, z)$ le vecteur position du CoM, $C(C_x, C_y, C_z)$ le vecteur position du centre de pression et $F(F_x, F_y, F_z)$ la force de réaction. En utilisant la deuxième loi de Newton, on obtient les équations suivantes :

$$m\ddot{x} = F_x \quad (2.1)$$

$$m\ddot{y} = F_y \quad (2.2)$$

$$m\ddot{z} = 0 = F_z - mg \quad (2.3)$$

Et en appliquant le théorème du moment cinétique avec l'hypothèse 2 du LIP on a :

$$0 = h F_x - (x - C_x)F_z \quad (2.4)$$

$$0 = (y - C_y)F_z - h F_y \quad (2.5)$$

$$0 = (x - C_x)F_y - (y - C_y)F_x \quad (2.6)$$

Où h est la hauteur du centre de masse qui est constante ($\forall t, z = h$). Ces équations nous donnent :

$$(2.1), (2.3), (2.4) \Rightarrow \ddot{x} = \frac{g}{h}(x - C_x) \quad (2.7)$$

$$(2.2), (2.3), (2.5) \Rightarrow \ddot{y} = \frac{g}{h}(y - C_y) \quad (2.8)$$

La hauteur du centre de masse étant constante, on s'intéresse uniquement à la projection du centre de masse au sol. Par souci de simplicité, on garde les notations X et C qui désignent maintenant des vecteurs en deux dimensions.

$$(2.7), (2.8) \Rightarrow \ddot{X} = \tau^{-2}(X - C) \quad (2.9)$$

Où $\tau = \sqrt{\frac{h}{g}}$ est la constante de temps du système.

L'équation (2.9) peut se résoudre analytiquement et on obtient :

$$X(t) = C + \frac{1}{2}(X(0) - C + \tau\dot{X}(0))e^{t/\tau} + \frac{1}{2}(X(0) - C - \tau\dot{X}(0))e^{-t/\tau} \quad (2.10)$$

$$\dot{X}(t) = \frac{1}{2\tau}(X(0) - C + \tau\dot{X}(0))e^{t/\tau} + \frac{1}{2\tau}(-X(0) + C + \tau\dot{X}(0))e^{-t/\tau} \quad (2.11)$$

Ces équations sont valides tant que le centre de pression C ne change pas.

2.4 Capture point et contrôle de l'équilibre

Le *capture point* (C_{eq}) est la valeur de C qui amène le système à un équilibre instable (ie le pendule exactement aligné sur la verticale). On voit grâce à l'équation 2.10 qu'il faut annuler le terme facteur de l'exponentielle positive. On obtient :

$$C_{eq} = X(0) + \tau\dot{X}(0) \quad (2.12)$$

L'algorithme de contrôle de l'équilibre décrit ici consiste simplement à changer d'appui pour que le centre de pression et le *capture point* coïncide.

Une dernière étape est nécessaire pour appliquer cet algorithme. Le *capture point* change de position en fonction du temps. Or changer d'appui demande un temps de transport non nul. Il faut donc prédire la position future du capture point pour effectuer un changement d'appui vers celle-ci. Heureusement, comme on connaît les équations décrivant l'évolution du système (équations (2.10) et (2.11)), on trouve :

$$\begin{aligned} \forall t, C_{eq}(t) &= X(t) + \tau\dot{X}(t) \\ \Rightarrow C_{eq}(t) &= C + (X(0) - C + \tau\dot{X}(0))e^{t/\tau} \end{aligned} \quad (2.13)$$

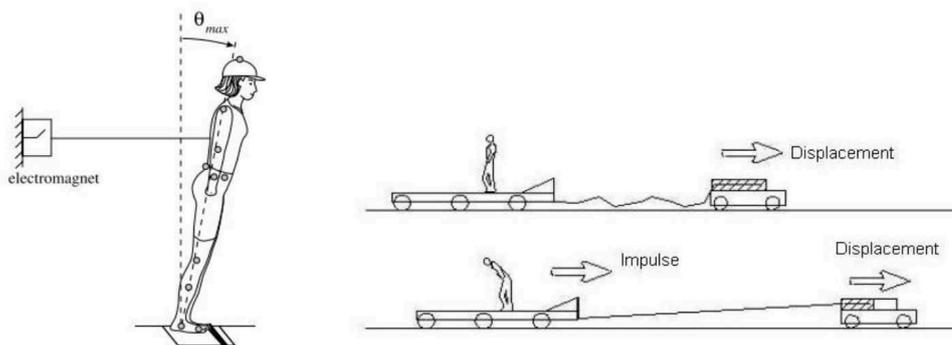


FIGURE 2.3: Deux protocoles pour étudier l'équilibre couramment utilisés (voir description dans le texte).

Pour récupérer son équilibre, il suffit donc de faire un changement d'appui vers la position $C_{eq}(T)$, où T est le temps de transport du pied.

2.5 Expérience sur l'Homme

Pour tester la pertinence du *capture point* et la validité du LIP, une expérience préliminaire sur l'homme a été réalisée.

2.5.1 Protocole

Il existe deux méthodes expérimentales très utilisées dans l'étude de l'équilibre. La première consiste à attacher le sujet à un fil et à le maintenir penché vers l'avant (Figure 2.3 à gauche). Le fil est ensuite relâché ce qui génère un déséquilibre sous l'effet de la gravité. Cette méthode a été introduite par DO *et al.*, 1982 et a été grandement utilisée depuis (THELEN *et al.*, 1997 ; MADIGAN et LLOYD, 2005 ; HSIAO-WECKSLER et ROBINOVITCH, 2007).

Dans la deuxième méthode, le sujet se tient debout sur une plateforme mobile qui peut être déplacée d'avant en arrière et sur les côtés (Figure 2.3 à droite) (MCILROY et MAKI, 1994 ; AFTAB, 2012) .

Cependant, il est difficile d'avoir des informations sur le déclenchement de la stratégie de changement d'appui avec ces protocoles, car le sujet est en général soumis à de fortes perturbations qui nécessitent obligatoirement un changement d'appui. Ces remarques nous ont amenés à construire un nouveau protocole pour répondre à ces critères. La première idée a été de limiter le polygone de sustentation pour réduire la possibilité d'utilisation de la stratégie de la cheville mentionnée plus haut (Figure 2.2). Pour cela le sujet doit se tenir sur la pointe des pieds ou sur les

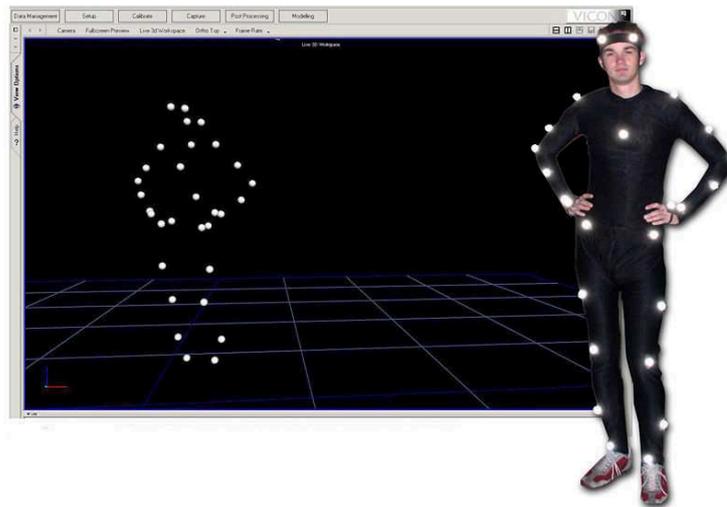


FIGURE 2.4: Dispositif de capture de mouvement. La disposition des marqueurs suit le modèle VICON "Plug-in-gait". Ce modèle permet d'estimer la position du centre de masse du sujet à partir des positions des marqueurs.

talons. La deuxième idée a été de demander au sujet de fermer les yeux. Fermer les yeux augmente l'incertitude que le sujet a, notamment sur la vitesse de son centre de masse. On a finalement constaté que ces deux contraintes génèrent des changements d'appuis spontanés comme nous le souhaitions et l'expérience a donc pu commencer.

2.5.2 Matériel

L'expérience s'est déroulée dans une salle d'environ 50 m² disposant d'un dispositif de capture de mouvement VICON. Ce dispositif est constitué de 12 caméras infrarouges disposées en hauteur tout autour de la pièce. Chaque caméra émet, à l'aide de DEL, de l'infrarouge dans la pièce et capte les réflexions. Des miroirs à infrarouges sphériques (marqueurs) sont disposés sur le sujet (voir Figure 2.4). À l'aide des données de toutes les caméras, le logiciel VICON arrive à retrouver les positions des marqueurs avec une précision submillimétrique. Grâce à ces marqueurs on peut repérer les mouvements des pieds et estimer la position du centre de masse du sujet.

Pour enregistrer la force de réaction du sol, le sujet doit se tenir sur une plateforme de force. C'est un plateau d'environ 50 cm × 50 cm et d'une hauteur de 15 cm. Cet outil calcule avec précision la position du centre de pression ainsi que la norme et l'orientation de la force de réaction. Ces données vont nous permettre d'étudier la validité de l'hypothèse du LIP qui postule que le moment angulaire global est nul, ce qui se traduit par la force de réaction orientée vers le centre de masse. De plus, en

observant la trajectoire du centre de pression, on va pouvoir avoir une analyse plus précise de l'instant de la prise de décision du changement d'appui.

2.5.3 Détails de l'expérience

Cette expérience se déroule sous la forme d'une série de prises durant chacune 30 s. Le sujet doit tenir debout sur la plateforme de force tout au long de l'expérience. Il existe quatre types de tâche :

- Le sujet est sur la pointe des pieds les yeux ouverts ;
- Le sujet est sur la pointe des pieds les yeux fermés ;
- Le sujet est sur les talons les yeux ouverts ;
- Le sujet est sur les talons les yeux fermés.

Le sujet effectue cinq fois chaque condition. L'ordre d'exécution de ces 20 enregistrements (5 enregistrements par condition) a été tiré aléatoirement pour chaque sujet.

2.5.4 Sujets

Cette expérience est une expérience pilote pour avoir une première idée des résultats de ce nouveau protocole. Il y a eu trois sujets, tous de sexe masculin. La taille des sujets varie entre 1.65 m et 1.80 m et le poids des sujets varie entre 69.8 kg et 93.8 kg.

2.5.5 Résultats

Validation des hypothèses

Tout d'abord mettons à l'épreuve les deux hypothèses du modèle face aux données récoltées. La première hypothèse est la hauteur constante du centre de masse. On voit Figure 2.5 que l'écart-type tout au long de l'expérience de la hauteur du centre de masse est de l'ordre de 1.3 cm pour chaque sujet. Cette valeur relativement faible conforte l'idée que cette hypothèse est viable. Cependant il ne faut pas négliger le fait que cette imprécision se traduira par une incertitude dans les prédictions du modèle.

La deuxième hypothèse concerne l'absence de rotation globale du corps. À l'aide du théorème du moment cinétique, cette hypothèse se traduit par l'orientation de la force de réaction vers le centre de masse. Nous avons donc calculé la distance

Sujet	NB	RR	PB
Ecart-type hauteur (mm)	15	11	12
Ecart-type distance (mm)	13	14	17

FIGURE 2.5: Écart-type par sujet sur toute l'expérience pour la hauteur du centre de masse et la distance du centre de masse à la "droite de réaction".

du centre de masse à la droite passant par le centre de pression avec pour vecteur directeur la force de réaction. L'écart-type de cette valeur tout au long de l'expérience est aussi de l'ordre d'1.5 cm (voir Figure 2.5). La conclusion est donc la même que pour la première hypothèse : la deuxième hypothèse semble bien justifiée même si elle rajoute de l'incertitude.

On verra plus en détails dans le chapitre 6, comment gérer l'incertitude des prédictions du LIP.

Pertinence du Capture Point

Le deuxième objet de cette expérience est d'étudier la pertinence du *capture point* dans la prédiction du comportement humain. L'équation (2.13) décrit l'évolution de la position du *capture point* en fonction du temps. Pour déplacer le centre de pression il faut déplacer le pied ce qui prend un temps T . Pour estimer le déséquilibre D_{es} , nous avons donc regardé l'écart entre la position actuelle du centre de pression et le *capture point* au temps T .

$$C_{eq}(T) - C = (X(0) - C + \tau \dot{X}(0))e^{T/\tau}$$

On utilise toujours le même temps de transport T pour estimer le déséquilibre, la variable intéressante est donc :

$$D_{es} = X(0) - C + \tau \dot{X}(0) \quad (2.14)$$

Cependant dans notre expérience le sujet est la plupart du temps en situation de double appui et le *capture point* est défini à partir du centre de pression qui peut changer rapidement de position dans la zone de support. Il faut donc adapter D_{es} dans le cas du double appui. On s'intéresse à la droite reliant les milieux des zones d'appuis de chaque pied. On remplace la valeur $X(0) - C$ par la distance entre cette droite et la projection du centre de masse au sol (voir Figure 2.6). On regarde uniquement le déséquilibre avant-arrière puisqu'il est très improbable d'être déséqui-

libré sur le côté. On remplace donc aussi la vitesse du centre de masse par sa vitesse projetée sur la droite orthogonale à celle des appuis (voir Figure 2.6). On a donc finalement un moyen d'estimer D_{es} dans le cas du double appui.

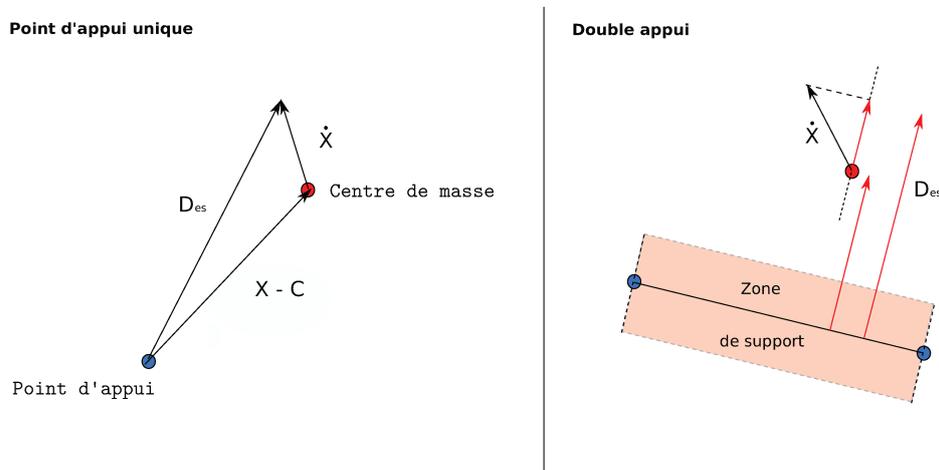


FIGURE 2.6: Dans ce schéma, on voit comment on généralise l'estimation du déséquilibre D_{es} à une situation de double appui. X_C est remplacé par la distance du centre de masse au milieu de la zone de support, et \dot{X} est remplacé par sa projection sur une droite orthogonale à celle des points d'appui.

On enregistre la valeur de D_{es} au moment du début de chaque changement d'appui et on fait l'histogramme de ces valeurs dans chaque condition.

Résultats des conditions sur les talons

La première idée pour limiter l'utilisation de la stratégie de la cheville a été de placer le sujet sur les talons. Dans cette situation, que ce soit les yeux ouverts ou fermés, il est très difficile de garder son équilibre et il faut régulièrement changer d'appui. On voit Figure 2.7 les deux histogrammes des conditions sur les talons. On a séparé les valeurs qui précèdent un changement d'appui vers l'avant (en bleu) de celles qui précèdent un changement vers l'arrière (en vert).

Un premier élément à regarder est si notre variable D_{es} prédit bien la direction du déséquilibre, c'est-à-dire si le signe de D_{es} permet de prédire la direction du changement d'appui. On voit que les histogrammes bleu et vert se superposent au centre et en utilisant le signe de D_{es} comme prédicteur on a juste environ 80% du temps. Ce nombre d'erreurs est important, mais est expliqué par le fait qu'il est très difficile de maintenir son équilibre sur les talons. La stratégie des sujets a été d'être en permanence en changement d'appui sans être obligatoirement en réponse à un déséquilibre ressenti. Ceci pourrait donc induire des erreurs dans le sens de certains

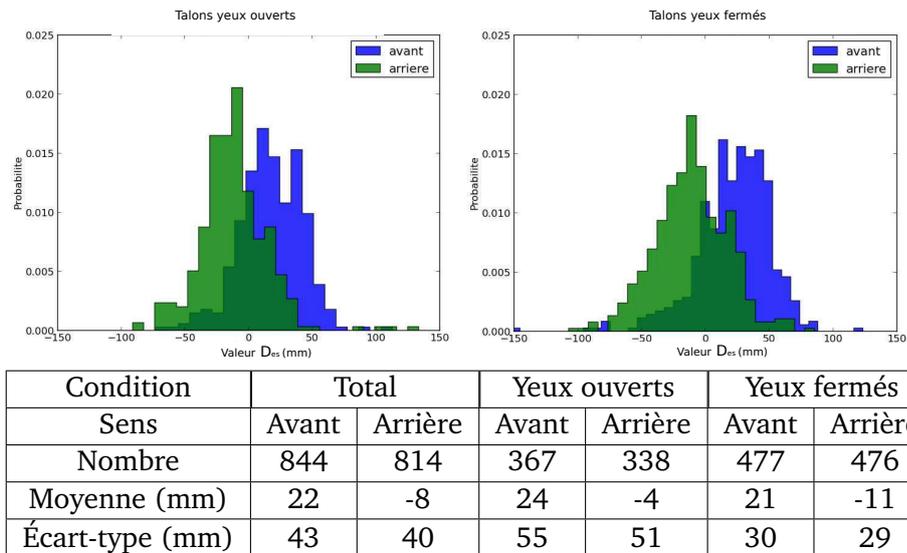


FIGURE 2.7: Histogrammes des valeurs de D_{es} au moment des changements d'appuis pour les conditions sur les talons. Les histogrammes bleus représentent les valeurs qui précèdent un changement d'appui vers l'avant et les histogrammes verts celles qui précèdent un changement d'appui vers l'arrière.

changements d'appuis, rapidement compensées par le changement d'appui suivant.

On peut cependant noter que la moyenne des valeurs de D_{es} pour des changements d'appuis vers l'arrière est bien plus faible (en valeur absolue) que celle pour des changements d'appuis vers l'avant : -8 mm contre 22 mm (voir Figure 2.7). L'hypothèse naturelle est qu'il est plus dangereux d'être en déséquilibre vers l'arrière (absence des mains pour se protéger, on ne voit pas où l'on tombe) ce qui fait que l'on réagit plus vite aux déséquilibres vers l'arrière.

Observons maintenant les résultats pour les conditions sur la pointe des pieds

Résultats des conditions sur la pointe des pieds

Dans cette posture, le polygone de sustentation est assez grand pour garder l'équilibre la plupart du temps. Nous évitons donc le problème de la stratégie de changement d'appuis cyclique des conditions sur les talons. La Figure 2.8 montre les histogrammes des résultats.

On remarque tout d'abord que les moyennes sont plus élevées en valeurs absolues que pour les conditions sur les talons. En effet elles sont de 37 mm et -23 mm

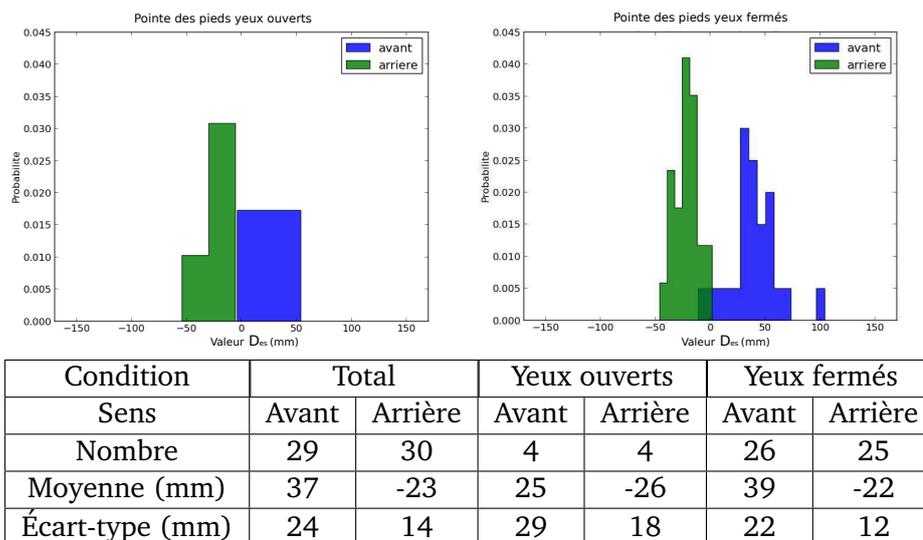


FIGURE 2.8: Histogrammes des valeurs de D_{es} au moment des changements d'appuis pour les conditions sur la pointe des pieds. Les histogrammes bleus représentent les valeurs qui précèdent un changement d'appui vers l'avant et les histogrammes verts celles qui précèdent un changement d'appui vers l'arrière.

contre 22 mm et -8 mm pour les talons. Ceci traduit bien le fait que les changements d'appuis sont réellement causés par des déséquilibres.

La condition sur la pointe des pieds les yeux ouverts étant plutôt simple à maintenir, il y a eu très peu de changement d'appui (seulement 8 pour tous les sujets). Il n'y a donc pas suffisamment de données pour donner de la crédibilité à ces histogrammes. On note cependant que l'allure générale est similaire à celle de la condition avec les yeux fermés.

On voit dans la condition sur la pointe des pieds les yeux fermés que les écart-types sont très faibles (22 mm vers l'avant et 12 mm vers l'arrière). Ceci est encourageant car c'est la condition la plus "naturelle". Avoir une faible variance renforce l'idée que la variable D_{es} est critique dans la prise de décision de changer d'appui.

De plus, on a cette fois des histogrammes presque disjoints. Cela implique que l'on peut prédire la direction du changement d'appui en regardant la variable D_{es} . En effet en utilisant cette variable pour anticiper le sens du mouvement, on ne se tromperait que dans 4% des cas.

Bilan

Ces résultats tendent à montrer la pertinence de la variable D_{es} et donc du *capture point* dans l'équilibre chez l'homme. En partant de ces résultats prometteurs, on va développer dans le prochain chapitre une stratégie de marche en la considérant comme une succession de déséquilibres.

Marche bipède

La marche bipède est l'un des défis les plus importants de la robotique humanoïde, car elle implique des situations très dynamiques où la marge d'erreur est faible. Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord faire une revue des différents types de contrôle utilisés de nos jours. Ensuite, nous développerons plus en détails le contrôle choisi au cours de cette thèse. Enfin nous présenterons l'environnement de simulation, utilisé tout au long de ce travail, pour montrer quelques trajectoires de marche induites par ce contrôle.

3.1 État de l'art

3.1.1 Zero Moment Point

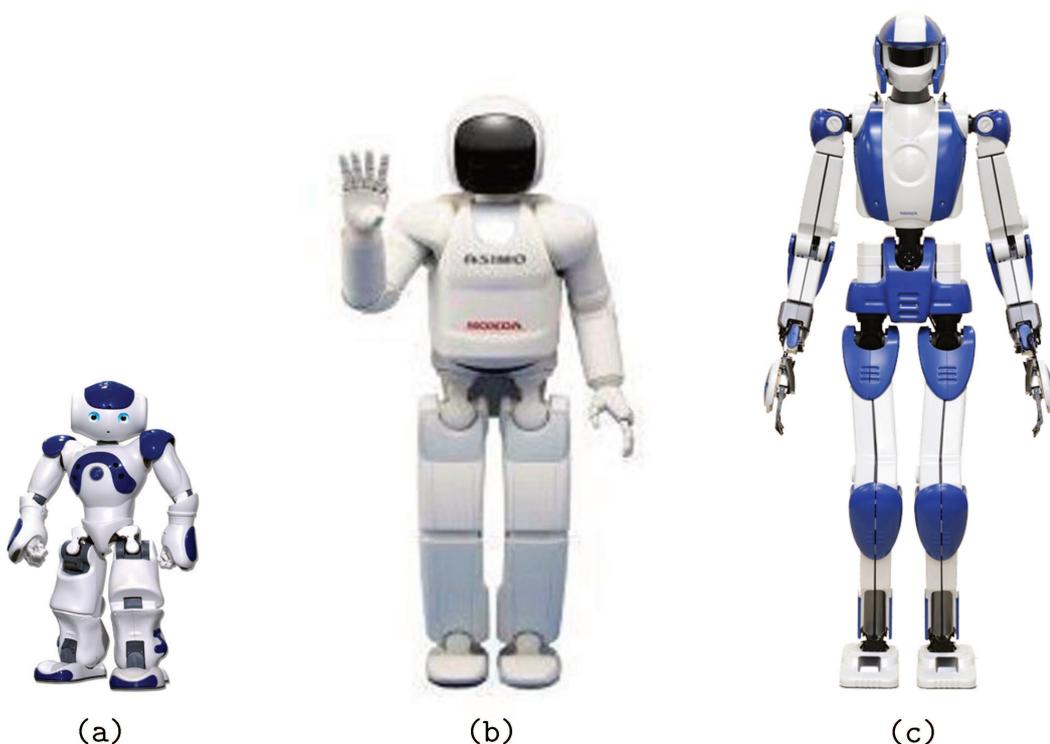


FIGURE 3.1: Exemple de quelques robots pouvant utiliser une méthode basée sur le ZMP. (a) NAO (STROM *et al.*, 2009) (b) ASIMO (HIRAI *et al.*, 1998) (c) HRP-4 (KANEKO *et al.*, 2011)

L'approche la plus populaire pour le contrôle de l'équilibre est basé sur le Zero Moment Point (ZMP) (VUKOBRATOVIC et JURICIC, 1969 VUKOBRATOVIĆ et BOROVAC, 2004). Le ZMP est le point au sol où la somme des moments des forces entre le robot et le sol est nulle. Pour un sol plat et horizontal, le ZMP est équivalent au centre de pression (POPOVIC, 2005). Bien que le ZMP soit une valeur décrivant l'état du système, et donc potentiellement utilisé dans de nombreuses approches de contrôle, il a été amené à désigner un type de contrôle très spécifique.

Les approches basées sur le ZMP sont caractérisées par le fait que le ZMP doit toujours être dans le polygone de sustentation. La distance entre le ZMP et le bord du pied est interprétée comme une mesure de stabilité (GOSWAMI, 1999). Des calculs hors-ligne permettent de trouver une trajectoire où le ZMP reste loin des bords du polygone de sustentation tout en respectant des consignes prédéfinies sur la longueur du pas ou la vitesse de l'allure par exemple (HUANG *et al.*, 2001 KAJITA *et al.*, 2003). Les modèles de la dynamique décrits dans le chapitre précédent sont utilisés pour créer des trajectoires de référence pour le centre de masse et pour le ZMP. Ces trajectoires sont ensuite suivies localement par les contrôleurs des articulations du robot. La posture typique engendré par un contrôle basé sur le ZMP a les pieds plats et les genoux pliés pour pouvoir garder le contrôle sur l'évolution du ZMP et du centre de masse.

Les robots bipèdes qui utilisent cette approche sont généralement des robots avec une morphologie humanoïde. Le but du développement de ces robots n'est pas uniquement la marche, mais aussi d'autres tâches qui utilisent la vision, la manipulation d'objets et l'intelligence artificielle. En respectant la contrainte du ZMP, le designer peut créer une grande variété de mouvements réalisables par le robot. Ceci a conduit à la réalisation d'un nombre impressionnant de tâches comme monter une échelle (HIRAI *et al.*, 1998) ou reproduire une danse (NAKAOKA *et al.*, 2003).

Il y a cependant de nombreux désavantages aux algorithmes basés sur le ZMP. Tout d'abord, la posture genoux pliés et pieds plats abouti généralement à une importante consommation énergétique. De plus, utiliser des trajectoires prédéfinies rend difficile une réponse à une perturbation imprévue. C'est pourquoi de nouvelles méthodes permettent d'adapter en temps réel les trajectoires de référence en réponse à d'importantes perturbations. (DIEDAM *et al.*, 2008 MORISAWA *et al.*, 2010). Malgré ces efforts, une limite intrinsèque reste le fait que le pied doit être posé à plat au sol, sinon le ZMP n'existe pas (ou est considéré virtuel VUKOBRATOVIĆ et BOROVAC, 2004).

Ces limitations n'enlèvent en rien l'intérêt du ZMP (ou du centre de pression) dans le contrôle du robot. Cependant au lieu d'adapter la configuration du robot pour atteindre un ZMP prédéfini, on peut adapter la position actuelle du ZMP en fonction de la configuration du robot pour contrôler la dynamique du centre de masse.

3.1.2 Limit Cycle Walking

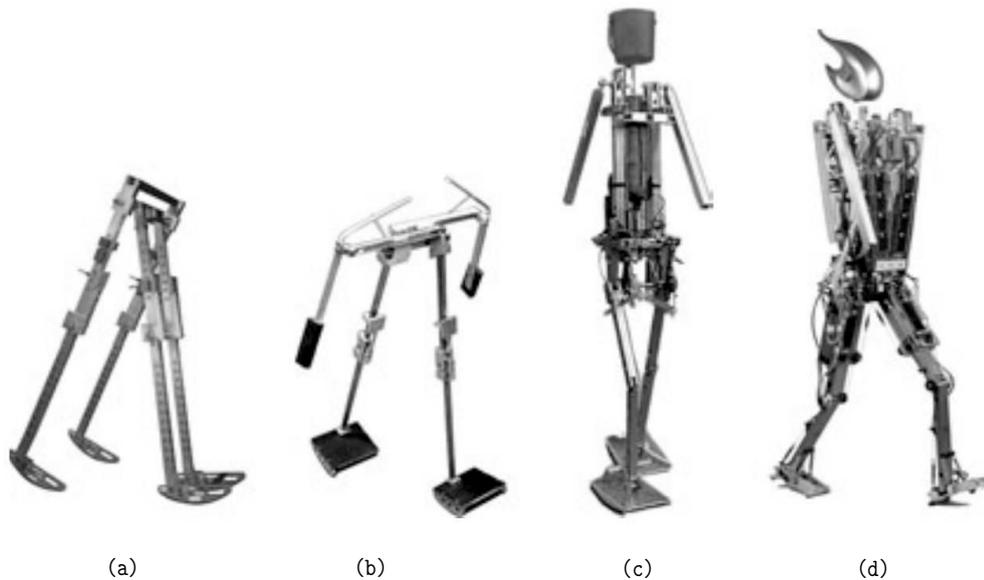


FIGURE 3.2: Exemple de quelques robots pouvant utiliser le Limit Cycle Walking. (a) Le marcheur passif développé par McGeer (MCGEER, 1990) (b) Marcheur passif avec des genoux (COLLINS *et al.*, 2001) (c) Denise (WISSE et LINDE, 2007) (d) Flame (HOBBELEN *et al.*, 2008)

À l'inverse de l'approche basé sur le ZMP, l'approche Limit Cycle Walking repose sur l'observation que la marche n'est pas seulement une question de contrôle, mais dépend aussi du design de la mécanique du bipède. C'est le résultat du travail de MCGEER, 1990 qui démontre qu'une mécanique sans moteurs pouvait atteindre une marche cyclique sur une pente douce. Le mouvement tire son énergie uniquement de la gravité et est localement stable : un faible changement de vitesse est naturellement compensé au pas suivant ce qui stabilise l'allure. Pour un ensemble d'états initiaux, l'allure converge vers un cycle limite stable.

Le travail de McGeer a conduit au développement d'une variété de mécanismes passifs avec des genoux (COLLINS *et al.*, 2001), un torse (WISSE *et al.*, 2004), certains sont même capables de courir (OWAKI *et al.*, 2010). De nouveaux prototypes avec moteurs ont aussi été développés, par exemple les bipèdes Figure 3.2c-d. Le principe général reste le même, c'est-à-dire que la dynamique du robot reste dominée par la dynamique passive de ses membres, et une action minimale des moteurs permet de

maintenir l'allure cyclique. Ce contrôle abouti à une démarche très peu coûteuse en énergie.

Analyser ou prouver la stabilité du cycle pour un bipède complexe n'est pas évident. En général le contrôle de ces robots se base sur un modèle de la dynamique très simple comme le pendule inversé. On peut ensuite tester comment la variation d'un paramètre affecte la stabilité du cycle. Cependant, la performance de ces robots repose souvent sur l'ajustement des paramètres et de la mécanique du robot (par exemple la forme du pied ou la rigidité des articulations). De plus, la méthode de stabilisation la plus importante, le placement du pied, résulte principalement de la dynamique passive du système, ce qui rend ces robots très sensibles aux changements dans l'environnement ou dans la mécanique.

3.1.3 Hybrid Zero Dynamics

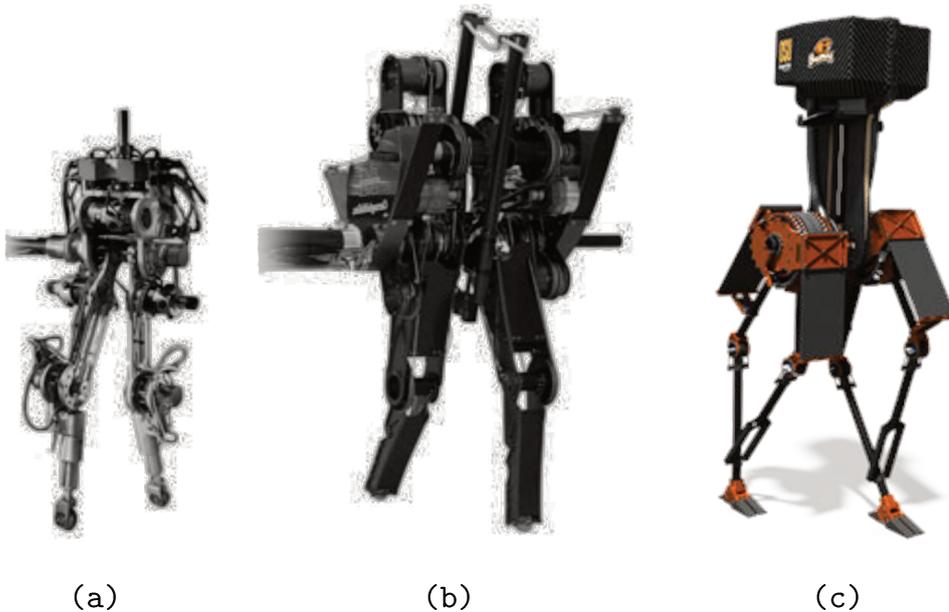


FIGURE 3.3: Exemple de quelques robots utilisant la méthode Hybrid Zero Dynamics. (a) Rabbit (CHEVALLEREAU *et al.*, 2003) (b) MABLE (GRIZZLE *et al.*, 2009) (c) MARLO (BUSS *et al.*, 2014)

Une manière de s'assurer de la convergence vers un cycle stable est d'utiliser des contraintes virtuelles. Cette méthode est appelée Hybrid Zero Dynamics (GRIZZLE *et al.*, 2001 WESTERVELT *et al.*, 2003). Des contrôleurs forcent le système à respecter ces contraintes, ce qui réduit le nombre de degrés de liberté de la marche à un. Les mouvements de chaque partie du robot sont fonction de ce degré de liberté : l'angle de la jambe en appui. En utilisant un modèle précis et de l'optimisation hors-ligne, le mouvement de chaque articulation est calculé pour assurer un cycle de marche stable.

Cette méthode a été implémentée pour faire marcher des bipèdes en deux dimensions (CHEVALLEREAU *et al.*, 2003 SREENATH *et al.*, 2011) et plus récemment en 3D (BUSS *et al.*, 2014). La stabilité du système est déterminée par la performance des moteurs qui doivent faire respecter les contraintes virtuelles à l'aide de retours fréquents, même en présence de perturbations (SREENATH *et al.*, 2011 WESTERVELT *et al.*, 2004). Étendre ces méthodes à des allures qui incluent une phase de double appui ou qui permettent d'adapter la position du point d'appui reste difficile (GRIZZLE *et al.*, 2010).

3.1.4 Contrôle découplé

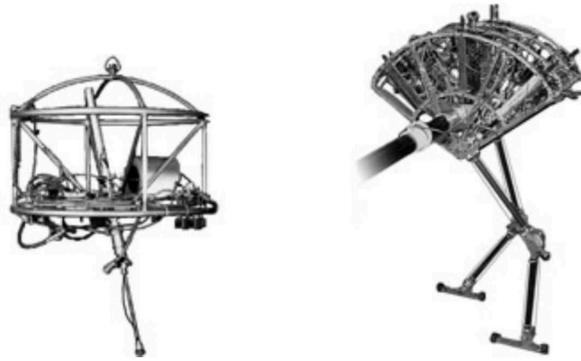


FIGURE 3.4: Exemple de quelques robots utilisant un contrôle découplé. (a) robot sauteur du MIT (RAIBERT, 1986) (b) "Spring Flamingo" (PRATT et PRATT, 1998)

Une autre façon de réduire la dimension de la marche bipède est de la modéliser comme un ensemble de tâches de dimension inférieure. Plusieurs méthodes se basent sur ce principe.

RAIBERT, 1986 par exemple, a décomposé le contrôle de la course en trois tâches : la hauteur du saut, l'orientation du corps et la vitesse. La vitesse était contrôlée en choisissant la position du point d'appui : le pied était placé en avant, en arrière, ou sur le "point neutre" pour respectivement accélérer, décélérer ou garder la même vitesse. La hauteur des sauts était contrôlée par l'étirement de la jambe et l'orientation du corps à l'aide des couples des hanches.

Ces règles très simples ont abouti à des performances impressionnantes sur plusieurs robots, par exemple le robot Figure 3.4a. Pratt et Pratt (1998) ont utilisé la même décomposition pour contrôler un robot marcheur en ajoutant un contrôle de la position de la jambe et de la phase de transition (Figure 3.4b). Encore une fois, des règles approximatives ont engendré un contrôle robuste (par exemple "augmenter la taille du pas quand le robot accélère"). Cependant dans cet exemple, la vitesse du

robot n'était pas seulement gérée grâce à la position du pied mais aussi à l'aide des couples articulaires pendant la phase de double appui.

Plus tard PRATT *et al.*, 2006 ont introduit le *capture point* que nous avons présenté dans le chapitre précédent. Cette notion se base sur la même idée que le "point neutre" de Raibert et de contrôler la vitesse du robot en gérant seulement la position du point d'appui. Le *capture point* a d'abord été utilisé pour garder l'équilibre mais a récemment été étendu à la marche (DE BOER, 2012 MISSURA et BEHNKE, 2013).

L'efficacité de ces approches se base souvent sur l'une des deux stratégies suivantes :

(a) Une succession rapide de pas permettant de corriger les erreurs induites par l'approximation. Cette méthode est envisageable pour des robots avec des moteurs puissants.

(b) D'autres moyens pour garder l'équilibre (comme la stratégie de la cheville ou de la hanche) qui permettent de corriger la trajectoire.

Ces recherches suggèrent que l'utilisation de modèles de la dynamique simples en se concentrant uniquement sur la dynamique du centre de masse peuvent aboutir à un contrôle robuste de la marche. C'est aussi ce qu'indiquent des études biomécaniques, où ces modèles ont permis de prédire correctement le placement du pied chez l'homme (HOF *et al.*, 2010 MILLARD *et al.*, 2009).

3.1.5 Conclusion

Dans cette revue, on compare quatre types de contrôle de la marche différents.

Pour le contrôle basé sur le Zero Moment Point, la dynamique du centre de masse par rapport au centre de pression est contrôlée explicitement. Cependant, c'est généralement la dynamique du CoM qui s'adapte à une trajectoire du ZMP pré-calculée plutôt que l'inverse. Cela implique une limite dans l'utilisation de ces stratégies dans les cas où le centre de masse dévie fortement de la trajectoire désirée.

Dans la stratégie du Limit Cycle Walking, la position des pas s'adapte à la position actuelle du robot mais est contrôlée implicitement par la dynamique passive du système. Il est donc compliqué d'étendre cette approche pour répondre à des perturbations où a des changements volontaires de l'allure.

Utiliser la méthode Hybrid Zero Dynamics requiert des optimisations hors-ligne importantes pour obtenir une allure stable. Le mouvement de chaque articulation est une fonction explicite de l'angle de la jambe en appui. Ainsi cette méthode est applicable seulement si le robot peut s'adapter à cette unique allure. De plus, l'adap-

tation de cette technique à des robots plus complexes avec une cheville motorisée reste problématique.

Pour le contrôle découplé, la marche est vue comme un ensemble de tâche de faibles dimensions. Cela permet d'adapter rapidement le contrôle en fonction de l'état du robot. C'est l'approche qui nous a paru la plus prometteuse. Cependant cette méthode est intrinsèquement liée à des incertitudes puisqu'elle repose sur des approximations. C'est pourquoi le modèle probabiliste développé dans cette thèse s'y prête très bien puisqu'il permet entre autres de prendre en compte ces incertitudes dans le contrôle.

3.2 Marche déterministe

3.2.1 Extension du Capture Point

On va maintenant reprendre les équations du chapitre précédent pour étendre l'idée du *capture point* au contrôle de la marche. Pour rappel, on utilise le modèle du pendule linéaire inversé pour prédire l'évolution de la position et de la vitesse du centre de masse. On a obtenu les équations 2.10 et 2.11 répétées ici :

$$X(t) = C + \frac{1}{2}(X(0) - C + \tau\dot{X}(0))e^{t/\tau} + \frac{1}{2}(X(0) - C - \tau\dot{X}(0))e^{-t/\tau} \quad (3.1)$$

$$\dot{X}(t) = \frac{1}{2\tau}(X(0) - C + \tau\dot{X}(0))e^{t/\tau} + \frac{1}{2\tau}(-X(0) + C + \tau\dot{X}(0))e^{-t/\tau} \quad (3.2)$$

où X est la position du centre de masse, C est la position du centre de pression et τ est la constante de temps du système.

Le *capture point* (noté C_{eq}) est le point au sol où il faut mettre le centre de pression pour atteindre un équilibre. En d'autres termes, si le centre de pression est sur le *capture point*, au bout d'un temps infini, le centre de masse sera au-dessus du centre de pression avec une vitesse nulle. L'idée est de résoudre les équations analytiques pour trouver le point qui, au lieu d'arrêter le système au bout d'un temps infini, l'amène vers un vecteur vitesse V au bout d'un temps T . Les paramètres V et T peuvent être adaptés en fonction des objectifs du contrôleur. On note ce point $C_{V,T}$.

La définition de $C_{V,T}$ se traduit par le fait que si $C = C_{V,T}$, on doit avoir $\dot{X}(T) = V$. Autrement dit en utilisant l'équation 3.2 on a :

$$\frac{1}{2\tau}(X(0) - C_{V,T} + \tau\dot{X}(0))e^{T/\tau} + \frac{1}{2\tau}(-X(0) + C_{V,T} + \tau\dot{X}(0))e^{-T/\tau} = V \quad (3.3)$$

On résout cette équation et on obtient :

$$C_{V,T} = X(0) + \tau \left(\dot{X}(0) \frac{(e^{T/\tau} + e^{-T/\tau})}{(e^{T/\tau} - e^{-T/\tau})} - V \frac{2}{(e^{T/\tau} - e^{-T/\tau})} \right) \quad (3.4)$$

On retrouve bien le *capture point* en prenant $V = 0$ et $T = +\infty$:

$$C_{0,+\infty} = X(0) + \tau(\dot{X}(0) * 1 - 0 * 0) = X(0) + \tau\dot{X}(0) = C_{eq} \quad (3.5)$$

3.2.2 Contrôle de la marche

En utilisant ce nouveau point d'intérêt, on va construire un algorithme de la marche.

Tout d'abord, comme pour le *capture point*, la position de $C_{V,T}$ dépend de la position et la vitesse du centre de masse qui changent au cours du temps. Heureusement on peut prédire l'évolution de la position et de la vitesse du centre de masse et trouver pour tout t , la valeur de $C_{V,T}(t)$.

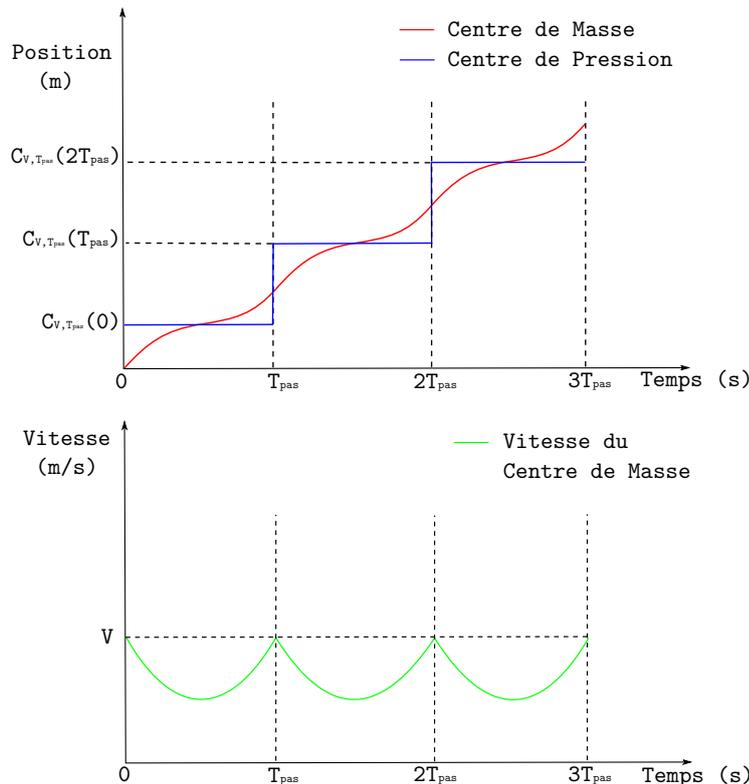


FIGURE 3.5: On voit ici l'évolution théorique des positions du centre de masse et du centre de pression ainsi que de la vitesse du centre de masse en appliquant l'algorithme décrit partie 3.2.2. Il s'agit ici d'un cas sans perturbations et, par souci de clarté, les tracés ne portent que sur une seule dimension.

Le temps nécessaire pour déplacer le pied est noté T_{pas} , et le temps total entre deux changements d'appuis est noté T_{cycle} . L'algorithme de marche est le suivant :

1. Au temps t , on calcule la position $C_{V,T}(T_{pas})$ et on dirige le pied vers cette position.
2. Au temps $t + T_{pas}$, le pied se pose et on commence la phase de double appui.
3. Au temps $t + T_{cycle}$, retour à l'étape 1 avec l'autre pied

On trouve un premier type de marche en fixant $T = T_{cycle} = T_{pas}$. Dans ce cas il n'y a pas de phase de double appui. Sans perturbations, on aura au début de la phase trois (qui coïncide avec le début de la phase 1 pour le pas suivant) $\dot{X}(t + T_{cycle}) = V$ puisque le centre de pression au temps t est superposé à $C_{V,T_{cycle}}$. La Figure 3.5 montre l'évolution théorique du centre de pression (CoP), du centre de masse (CoM) et de la vitesse du CoM en une dimension en exécutant cet algorithme.

Nous allons maintenant créer un environnement de simulation pour pouvoir tester ce premier algorithme très simple.

3.3 Environnement de simulation

Tout au long de cette thèse, nous allons tester notre contrôle dans un environnement de simulation que nous avons créé. Nous allons décrire ici les détails techniques de cet environnement, puis montrer quelques figures pour en comprendre le fonctionnement. De nouveaux éléments seront ajoutés à la simulation dans la suite de ce travail, pour explorer différents aspects de notre contrôle.

Cette simulation a été faite sous Python avec la bibliothèque Pygame. On considère que l'on est sur un sol plat et l'on ne regarde que la projection au sol du centre de masse.

3.3.1 Boucle physique

La boucle principale du code tourne à 100 Hz. À chaque pas de temps, on va mettre à jour la position et la vitesse du centre de masse en suivant les équations du pendule linéaire inversé (3.1) et (3.2) :

$$X(t + 0.01) = C + \frac{1}{2}(X(t) - C + \tau\dot{X}(t))e^{\frac{-0.01}{\tau}} + \frac{1}{2}(X(t) - C - \tau\dot{X}(t))e^{\frac{-0.01}{\tau}} \quad (3.6)$$

$$\dot{X}(t + 0.01) = \frac{1}{2\tau}(X(t) - C + \tau\dot{X}(t))e^{\frac{-0.01}{\tau}} + \frac{1}{2\tau}(-X(t) + C + \tau\dot{X}(t))e^{\frac{-0.01}{\tau}} \quad (3.7)$$

où C est la position du centre de pression au temps t .

3.3.2 Déplacement du centre de pression

Le centre de pression peut changer instantanément de position à l'intérieur du polygone de sustentation qui est l'enveloppe convexe la plus petite contenant les deux pieds. Si un pied est en déplacement, ce polygone est réduit à la surface du pied qui est resté au sol.

Pour déplacer un pied, il faut un temps minimum T_{pas} que l'on peut régler. La position finale du pied ne peut pas changer pendant que le pied est "en l'air".

3.3.3 Affichage graphique

L'affichage graphique est fait à l'aide de la librairie Pygame. On voit Figure 3.6 comment sont représentés les différents éléments du système. L'affichage représente toujours une vue du dessus du sol où le "centre de masse" est en réalité la projection du centre de masse au sol.

3.3.4 Application de l'algorithme de marche

On va tester ici rapidement et visuellement l'algorithme de marche décrit précédemment. La position de chaque pas est donnée par l'algorithme et la position du centre de pression sera toujours au milieu du pied qui vient de se poser.

Marche en ligne droite

On donne à chaque pas le même objectif en vitesse, qu'on choisit dirigée vers le haut sans nuire à la généralité. On obtient une marche "de funambule" que l'on voit Figure 3.7a.

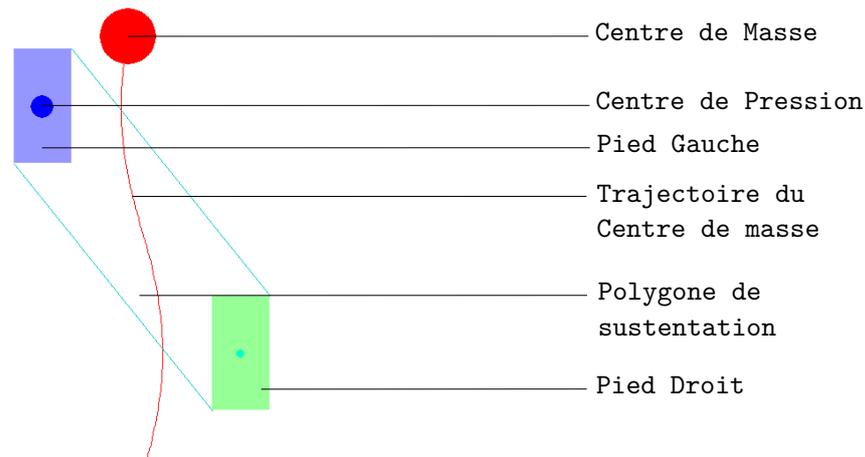


FIGURE 3.6: On voit dans cette Figure les différents éléments de l’affichage graphique de la simulation. Cet affichage sera utile pour visualiser les trajectoires et les points d’appui choisis tout au long de cette thèse.

Tournant

On observe Figure 3.7b un cas où l’on a changé l’objectif en vitesse en le tournant de 90° vers la droite. On peut observer que la position du pas induit par les équations théoriques permet bien de changer de direction. On remarque cependant que la marche après le tournant est une marche "en pas chassés" car les pieds n’ont pas tourné. En effet on ne modélise pas la rotation des pieds dans ce travail et comme les jambes ne se gênent pas entre elle, une marche "en pas chassés" est aussi facile à exécuter qu’une marche "normale".

Perturbation

Un exemple de trajectoire avec perturbation est donné Figure 3.7c. On voit que le retour à l’équilibre est réussi après un pas de rattrapage tout en maintenant la vitesse de marche.

Marche "humaine"

On voit aussi Figure 3.7d un exemple où on rajoute à l’objectif en vitesse une composante orthogonale, que l’on inverse à chaque pas de manière à donner un profil de pas plus naturel et plus robuste aux perturbations latérales.

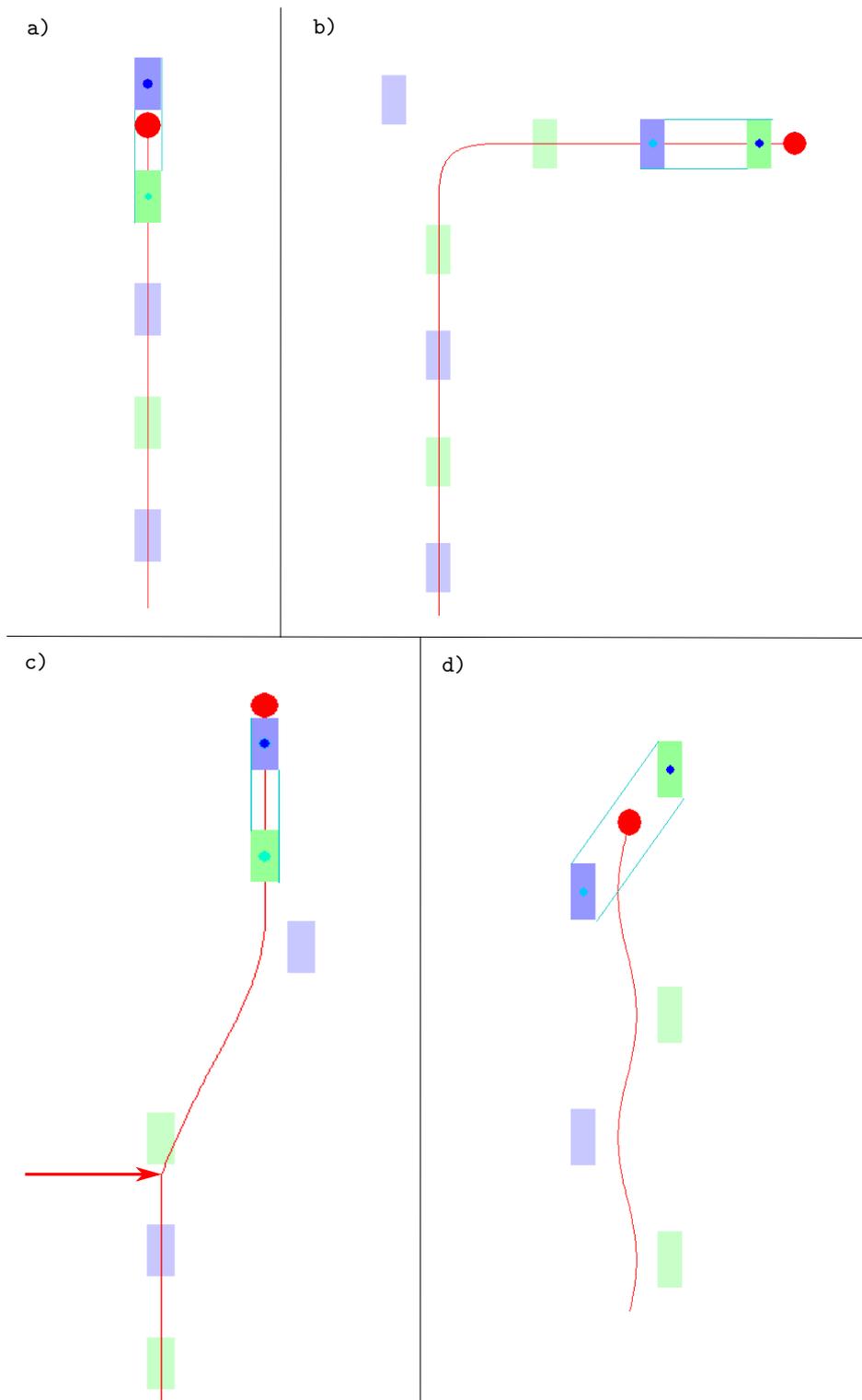


FIGURE 3.7: On observe ici quatre trajectoires induites par le contrôle développé ci-dessus. a) La ligne droite : l'objectif en vitesse est toujours le même et est dirigé vers le haut. b) Le tournant : même objectif que pour la première trajectoire au début avant de le changer brusquement en le tournant de 90 degrés. c) L'objectif est le même que pour la première trajectoire mais une perturbation, sous la forme d'un changement brusque de vitesse du centre de masse, survient au milieu de la trajectoire. d) On rajoute une composante orthogonale à l'objectif en vitesse qu'on inverse à chaque pas pour se rapprocher d'une marche humaine.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons comparé les différentes stratégies de marche existantes. Nous avons ensuite détaillé celle qui nous a paru la plus prometteuse avant de l'implémenter en simulation. La nature même de la méthode choisie repose sur des approximations de la dynamique du système. Dans le cadre actuel, la dynamique de la simulation respecte les hypothèses du modèle. Cependant, pour une application réelle, l'incertitude générée par ces approximations rend le contrôle moins fiable et robuste. C'est de cette remarque qu'est venue l'idée de développer un modèle probabiliste autour de ce contrôle, qui permet de prendre en compte cette incertitude.

Modèle probabiliste

Dans ce chapitre, nous allons construire un modèle probabiliste de la marche. Après une présentation générale de la méthode, nous allons spécifier les variables impliquées dans notre contrôle. Nous expliquerons ensuite l'intérêt des différentes distributions composant le modèle, avant d'aborder quelques simplifications mathématiques permettant de réduire sa complexité.

4.1 Motivation

Par le passé, l'utilité première de la robotique était industrielle, dans les chaînes d'assemblages par exemple. Aujourd'hui les robots sortent des usines et opèrent dans des environnements non connus. Pour agir dans ces nouveaux environnements, l'importance des capteurs devient primordiale. De plus il faut maintenant que le contrôle puisse s'adapter à de multiples situations. Dans ce nouveau contexte, l'incertitude a de multiples sources : la précision des capteurs, l'imprédictibilité de l'environnement, les approximations faites dans le modèle physique ou encore la mécanique même du robot.

Il est naturel de parler de distributions de probabilité pour exprimer l'incertitude. Une manière plus générale de présenter les probabilités consiste à dire qu'une distribution de probabilité est un moyen d'exprimer des connaissances. Une incertitude importante sur une variable se rapporte à une connaissance faible de cette variable, et est représentée par une distribution de probabilité ayant une grande variance. Cette représentation a été utilisée pour combiner les informations venant de plusieurs capteurs afin d'améliorer la connaissance globale, et a abouti à une amélioration des performances, par exemple dans le cas de la localisation ou du suivi d'objet dans une image (LEBELTEL, 2006 ; HELD *et al.*, 2016). De plus ces connaissances peuvent être conservées et affinées au cours du temps en les combinant à de nouvelles informations acquises (DIARD, 2003 ; TAPUS et SIEGWART, 2005 ; THRUN *et al.*, 2005). Garder en mémoire la connaissance est le fondement même de l'apprentissage, et il n'est pas étonnant qu'il existe de nombreuses méthodes d'apprentissage probabilistes (FERREIRA et MIRANDA DIAS, 2014).

Mais l'intérêt des probabilités ne s'arrête pas à la représentation des connaissances. En effet les outils mathématiques permettent de manipuler ces connaissances afin d'inférer de nouvelles informations. Un modèle probabiliste permet ainsi de prendre des décisions à partir des distributions de probabilité représentant les connaissances, qui elles-mêmes intègrent les incertitudes. Pour ces raisons, les modèles probabilistes ont été utilisés pour modéliser la cognition humaine (COLAS *et al.*, 2010) ou encore pour construire des intelligences artificielles (SYNNAEVE, 2012).

4.2 Principe de la Programmation Bayésienne

La méthode utilisée dans ce travail a été développée et présentée dans le livre Bayesian Programming (BESSIERE *et al.*, 2013).

4.2.1 Concepts de base

On va tout d'abord préciser les notations que l'on va utiliser par la suite ainsi que quelques équations utiles :

- Un ensemble de variables (qui peut être réduit à une seule variable) est toujours noté avec une lettre majuscule, par exemple X .
- Une valeur possible que peut prendre X est notée avec une lettre minuscule, exemple x .
- On note la probabilité conjointe de plusieurs variables avec une virgule, exemple $P(X, Y)$.
- Par souci de lisibilité, $\sum_{\forall x \in X} P(X = x)$ est noté $\sum_X P(X)$
- On va régulièrement utiliser le théorème de Bayes :

$$P(X|Y)P(Y) = P(Y|X)P(X) = P(X, Y) \quad (4.1)$$

- On va également utiliser le théorème de normalisation :

$$\sum_X P(X) = 1 \quad \text{et} \quad \sum_X P(X|Y) = 1 \quad (4.2)$$

- Et enfin le théorème de marginalisation :

$$P(X) = \sum_Y P(X, Y) \quad (4.3)$$

Une dernière remarque importante est que toutes les variables sont supposées discrètes. En réalité, la plupart des variables de l'environnement du robot sont continues. Cependant il est rare de pouvoir calculer analytiquement les inférences sur des

variables continues. Les variables sont donc discrétisées pour pouvoir calculer numériquement une approximation de l'inférence. Par abus de langage, nous appellerons Gaussiennes des distributions qui seront en réalité des histogrammes approchant des Gaussiennes.

4.2.2 Principe

Le but du modèle probabiliste est d'extraire des informations sur certaines de ses variables. Pour cela on remarque qu'en ayant connaissance de la distribution conjointe de toutes les variables, on peut calculer n'importe quelle distribution sur un sous-ensemble de ces variables.

Prenons l'exemple de deux sous-ensembles de variables X et Y et supposons qu'on connaît $P(X, Y)$. On peut dériver les quatre distributions suivantes :

$$P(X) = P(X) \sum_Y P(Y|X) = \sum_Y P(X)P(Y|X) = \sum_Y P(X, Y) \quad (4.4)$$

$$P(Y) = \sum_X P(X, Y) \quad (4.5)$$

$$P(X|Y) = \frac{P(X, Y)}{P(Y)} = \frac{P(X, Y)}{\sum_X P(X, Y)} \quad (4.6)$$

$$P(Y|X) = \frac{P(X, Y)}{\sum_Y P(X, Y)} \quad (4.7)$$

L'idée est donc de trouver un moyen simple pour calculer la distribution conjointe de toutes les variables. On pourra ensuite extraire des informations sur n'importe quel sous-ensemble de ces variables.

4.2.3 Décomposition

La clé du problème est donc de faciliter le calcul de la probabilité conjointe. Prenons un exemple à trois variables A, B, C . Pour calculer la probabilité $P(A, B, C)$, on va la décomposer à l'aide du théorème de Bayes (4.1) :

$$P(A, B, C) = P(A)P(B, C|A) = P(A)P(B|A)P(C|A, B) \quad (4.8)$$

L'idée est ensuite de simplifier les distributions qui résultent de cette décomposition en identifiant des indépendances conditionnelles. Par exemple si $P(C|A)$ est indépendant de B , il est possible de remplacer $P(C|A, B)$ par $P(C|A)$.

L'ordre dans lequel est faite la décomposition (comme dans l'équation 4.8) est important car il faut que les distributions finales aient un sens pour pouvoir les calculer facilement.

4.2.4 Question

À ce modèle probabiliste on va poser une question. Dans notre cas par exemple, la question que l'on se pose est : "où mettre le pied pour atteindre une vitesse désirée?". Pour définir une question mathématiquement, on répartit les variables du modèle en trois groupes S , K et F .

- S est le groupe des variables qui sont l'objet de la question.
- K comprend les variables connues, comme les objectifs ou les retours des capteurs.
- F inclut toutes les autres variables.

La question est en réalité le calcul de la distribution de probabilité : $P(S|K = k)$.

On se ramène au calcul de la probabilité jointe $P(S, K, F)$ en utilisant les équations (4.4) puis (4.6) :

$$P(S|K = k) = \sum_F P(S, F|K = k) = \frac{\sum_F P(S, K = k, F)}{\sum_{S,F} P(S, K = k, F)} \quad (4.9)$$

Pour une valeur s , plus la probabilité $P(S = s|K = k)$ est grande, plus cette valeur a de chance de satisfaire nos objectifs.

Pour choisir la valeur que l'on va utiliser comme commande, plusieurs solutions sont possibles.

On peut choisir la valeur s qui maximise $P(S = s|K = k)$. Une autre possibilité est de tirer aléatoirement la position finale en suivant la distribution $P(S = s|K = k)$. En faisant cela, les positions associées à une probabilité élevée ont plus de chances d'être tirées, mais toute position ayant une probabilité strictement positive peut aussi être tirée. On peut voir ici un parallèle avec le dilemme exploitation-exploration, la première méthode exploitant totalement le modèle et la deuxième laissant de la place à l'exploration. Dans la suite, nous avons choisi l'exploitation et la position finale est donc : $s_{final} = \arg \max_s P(S = s|K = k)$.

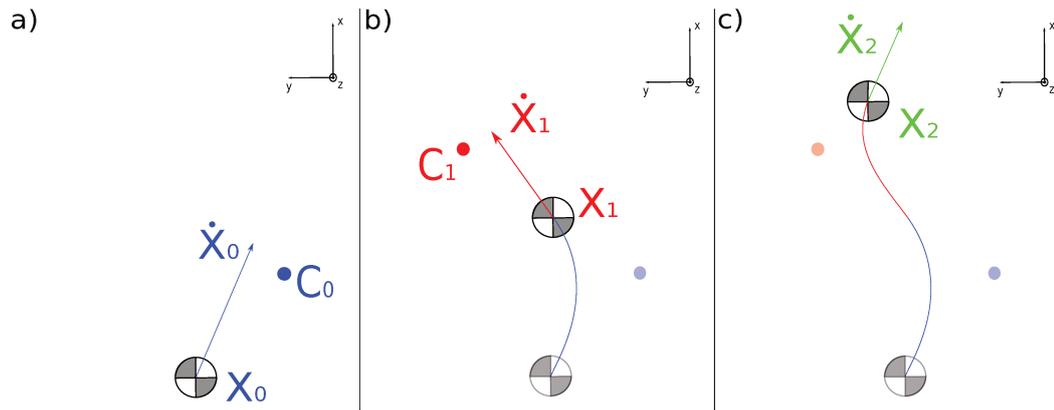


FIGURE 4.1: Ces trois graphiques sont des vues du dessus à trois temps différents. a) Au temps $t = 0$, au début du pas bleu sur lequel on n'a pas de contrôle. b) Au temps $t = T_{pas}$, à la fin du temps de transport du pied et au début du pas rouge que l'on a choisi. c) Au temps $t = T_{cycle} = 2T_{pas}$, à la fin du pas rouge. On veut contrôler l'état du système à cet instant.

4.3 Notre modèle

En utilisant la méthode que l'on vient d'expliquer, on va maintenant créer un contrôle probabiliste autour de la marche. On prend comme point de départ le contrôle déterministe du chapitre précédent.

4.3.1 Variables

Notre modèle est composé de différentes variables. On considère le système à trois temps différents :

- À l'état initial, où l'on doit décider du prochain point d'appui.
- À la fin du transport du pied, au moment où la position du centre de pression change.
- À la fin de ce nouveau pas. On veut contrôler la vitesse du centre de masse à cet instant.

On appelle ces trois temps 0, 1 et 2 respectivement et on pose les huit variables suivantes :

- X_i , la position du centre de masse au temps $i \in \{0, 1, 2\}$
- \dot{X}_i , la vitesse du centre de masse au temps $i \in \{0, 1, 2\}$
- C_i , la position du centre de pression au temps $i \in \{0, 1\}$

La figure 4.1 permet de visualiser ces variables. Toutes les variables sont définies dans un référentiel lié au sol et considéré Galiléen.

Dans ce premier exemple, on a choisi de contrôler la vitesse du centre de masse et non sa position. On peut donc retirer la variable X_2 de ce premier modèle.

4.3.2 Variable de cohérence

En réalité il y a une dernière variable cachée derrière \dot{X}_2 . En effet il faut distinguer d'une part la vitesse réelle du centre de masse à la fin du pas (qui est la conséquence de la dynamique du système) et d'autre part notre variable de préférence sur cette vitesse. On va donc noter \tilde{X}_2 la variable représentant notre objectif que nous expliquerons plus en détails dans la prochaine section. Pour lier mathématiquement les deux variables, il faut introduire une variable de cohérence qu'on note $\lambda_{\dot{X}_2}$ et qui est définie comme suit :

$$\lambda_{\dot{X}_2} = 1 \text{ ssi } \dot{X}_2 = \tilde{X}_2 \quad (4.10)$$

$$\lambda_{\dot{X}_2} = 0 \text{ ssi } \dot{X}_2 \neq \tilde{X}_2 \quad (4.11)$$

En fixant $\lambda_{\dot{X}_2} = 1$, on pourra ainsi s'assurer que l'on utilise la même vitesse pour d'une part, estimer sa probabilité à l'aide du modèle dynamique, et d'autre part estimer sa valeur en fonction de notre objectif.

4.3.3 Variable objectif

Une variable un peu particulière est la variable \tilde{X}_2 . Cette variable est cruciale dans le contrôle. La distribution associée peut être vue comme une fonction de score.

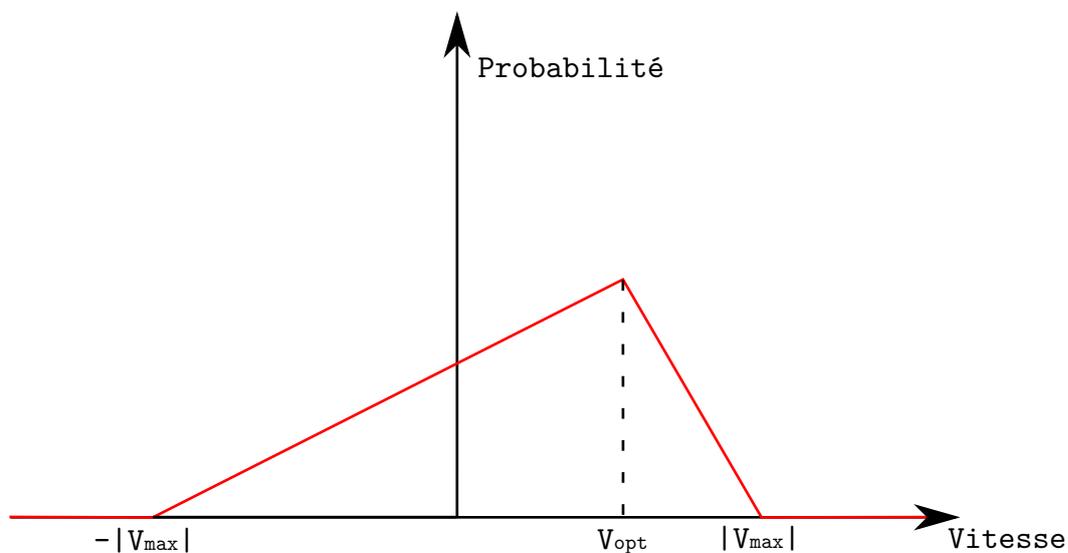


FIGURE 4.2: Un exemple d'une distribution possible sur \tilde{X}_2 en une dimension.

L'avantage de cette distribution est qu'on peut à la fois définir un objectif, par exemple une vitesse V_{opt} , mais aussi la tolérance autour de celui-ci. On peut de plus rajouter des contraintes et exprimer des objectifs multimodaux.

On voit Figure 4.2 un exemple de distribution possible sur \tilde{X}_2 en projetant sur une dimension. Dans cette distribution, on attribue un score nul aux vitesses qui ont une norme plus grande qu'une valeur V_{max} . Cela peut être utile, par exemple pour exprimer l'impossibilité de récupérer l'équilibre si le robot dépasse une certaine vitesse. On a aussi indiqué une vitesse préférée V_{opt} et le score diminue linéairement en s'éloignant de cette vitesse.

Exprimer un objectif sous la forme de distribution permet aussi de le combiner facilement avec d'autres objectifs ou contraintes. Si par exemple un obstacle nous empêche d'atteindre la vitesse V_{opt} , le modèle probabiliste va automatiquement choisir la vitesse ayant le meilleur score parmi celles que l'on peut atteindre.

4.3.4 Capteurs

Les variables X_0 , \dot{X}_0 et C_0 décrivent l'état initial et sont estimées à l'aide de capteurs. On considère que ces variables ne sont pas parfaitement connues pour prendre en compte l'incertitude associée à ces estimations. On verra dans le chapitre 5 comment intégrer cette incertitude.

4.3.5 Décomposition

La probabilité conjointe de toutes les variables est :

$$P(X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2, \lambda_{\dot{X}_2})$$

On la décompose en plusieurs distributions à l'aide du théorème de Bayes :

$$\begin{aligned} &P(X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, X_2, \dot{X}_2, \tilde{X}_2, \lambda_{\dot{X}_2}) \\ &= P(X_0)P(\dot{X}_0|X_0)P(C_0|X_0, \dot{X}_0) \\ &\quad P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1)P(C_1|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1) \\ &\quad P(\dot{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1)P(\tilde{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2) \\ &\quad P(\lambda_{\dot{X}_2}|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2) \end{aligned} \tag{4.12}$$

Il faut maintenant simplifier chacune de ces distributions à l'aide d'indépendances conditionnelles entre les variables.

- $P(X_0)$ est déjà sous la forme la plus simple
- $P(\dot{X}_0|X_0) \rightarrow P(\dot{X}_0)$
Car la vitesse initiale \dot{X}_0 est indépendante de la position cartésienne X_0 .
- $P(C_0|X_0, \dot{X}_0) \rightarrow P(C_0)$
Car on suppose que l'information apportée par la connaissance de X_0, \dot{X}_0 sur la position de C_0 est négligeable par rapport à l'estimation des capteurs.
- $P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)$ reste inchangée.
En effet, pour estimer la position du centre de masse au temps 1, il faut connaître X_0, \dot{X}_0 et C_0 .
- $P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1) \rightarrow P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)$
Comme pour la distribution précédente il faut connaître X_0, \dot{X}_0 et C_0 mais la position X_1 n'est pas nécessaire.
- $P(C_1|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1) \rightarrow P(C_1|X_1)$
Sans connaître notre objectif en vitesse, on peut simplement dire que la position du prochain point d'appui C_1 est située autour de X_1 .
- $P(\dot{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1) \rightarrow P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)$
Pour prédire l'évolution de la vitesse du centre de masse pendant la deuxième partie du mouvement, il est suffisant de connaître l'état du système au début du mouvement, c'est-à-dire X_1, \dot{X}_1 et C_1 .
- $P(\tilde{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2) \rightarrow P(\tilde{X}_2)$
On suppose que notre objectif est indépendant de l'état initial du système, donc $P(\tilde{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2) \rightarrow P(\tilde{X}_2|C_1, \dot{X}_2)$. L'indépendance avec les variables C_1 et \dot{X}_2 est moins évidente car à première vue C_1 est choisi en fonction de notre objectif et le but du modèle est de contrôler \dot{X}_2 . Mais l'indépendance est en réalité due au fait qu'on ne connaît pas la variable $\lambda_{\dot{X}_2}$ car c'est cette variable de cohérence qui fait la liaison entre ces deux variables. Sans connaître $\lambda_{\dot{X}_2}$, on peut donc écrire $P(\tilde{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2) \rightarrow P(\tilde{X}_2)$.
- $P(\lambda_{\dot{X}_2}|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2) \rightarrow P(\lambda_{\dot{X}_2}|\dot{X}_2, \tilde{X}_2)$
Par définition, connaître \dot{X}_2 et \tilde{X}_2 suffit pour connaître $\lambda_{\dot{X}_2}$.

En prenant en compte toutes ces simplifications, l'équation (4.12) devient :

$$\begin{aligned}
 & P(X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \ddot{X}_2, \lambda_{\dot{X}_2}) \\
 & = P(X_0)P(\dot{X}_0)P(C_0) \\
 & \quad P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(C_1|X_1) \\
 & \quad P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)P(\ddot{X}_2) \\
 & \quad P(\lambda_{\dot{X}_2}|\dot{X}_2, \ddot{X}_2)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

4.3.6 Signification

Comme nous l'avons évoqué précédemment, il est crucial que les distributions résultantes de la décomposition aient un sens. D'une part pour avoir un moyen simple de les calculer et d'autre part pour comprendre le raisonnement derrière le calcul du modèle. Cette partie permet d'avoir une vue d'ensemble des possibilités du modèle probabiliste.

Nous allons passer en revue chaque distribution de l'équation (4.13) afin de bien les comprendre.

$P(X_0)$, $P(\dot{X}_0)$ et $P(C_0)$

Interprétation : Ces distributions représentent l'incertitude des capteurs.

Utilité : L'avantage de ces distributions est d'intégrer l'incertitude des capteurs dans le contrôle. Dans le cas classique, chacune de ces distributions est une Gaussienne centrée sur notre estimation. La variance de la Gaussienne représente l'incertitude qu'on attribue à cette estimation. Il est aussi possible d'incorporer un biais par exemple qui rendrait une distribution asymétrique ou encore d'apprendre une distribution au cours d'expériences. On verra dans le chapitre 5 l'intérêt de ces distributions.

$P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)$, $P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)$ et $P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)$

Interprétation : Ces distributions sont associées à la dynamique du système. Elles représentent la connaissance que l'on a sur une variable d'état à la fin d'un mouvement, sachant l'état du système au début du mouvement.

Utilité : On utilise ces distributions pour intégrer l'incertitude que l'on a sur la dynamique. On sait que le modèle de la dynamique utilisé, dans notre cas le pendule linéaire inversé, est différent de la réalité. À l'aide de ces distributions, on peut incorporer l'incertitude associée à ces prédictions afin d'améliorer notre contrôle. Prenons un exemple qualitatif : si l'on sait que notre prédiction sur la vitesse est imprécise, on va éviter d'approcher des vitesses proches de la vitesse limite à ne pas dépasser. On étudiera plus en détails les possibilités apportées par ces distributions dans le chapitre 6.

$P(C_1|X_1)$

Interprétation : Cette distribution représente la connaissance que l'on a sur la position du prochain point d'appui sachant uniquement la position du centre de masse au moment du changement d'appui.

Utilité : Cette distribution peut être très utile. Par exemple pour exprimer le fait que l'on ne puisse pas poser le pied trop loin du centre de masse. Il suffit de poser pour toute position c_1 telle que $\|X_1 - c_1\| > l$, $P(C_1 = c_1|X_1) = 0$, où l est le seuil à ne pas dépasser. On explorera plus en détails les possibilités associées à cette distribution dans le chapitre 5.

$P(\tilde{X}_2)$

Nous avons vu dans le paragraphe 4.3.3 ce que représentait cette distribution. On verra dans le chapitre 7 différentes utilisations de celle-ci.

$P(\lambda_{\dot{X}_2}|\dot{X}_2, \tilde{X}_2)$

Interprétation : Cette distribution est une fonction indicatrice de l'égalité entre \dot{X}_2 et \tilde{X}_2 .

Utilité : Elle sert à s'assurer que l'on utilise la même valeur de vitesse dans les deux distributions précédentes. Pour ce faire, on fixe $\lambda_{\dot{X}_2} = 1$ en posant une question au modèle.

4.3.7 Question

A ce modèle probabiliste on va finalement poser une question. Dans notre cas, la question que l'on pose est : "où mettre le pied pour atteindre une vitesse désirée?".

Cette question porte donc sur la position du prochain point d'appui C_1 . La variable connue est la variable de cohérence qui permet d'exprimer le fait que l'on veut que la vitesse du système corresponde à notre objectif. Les observations des capteurs, qui sont parfois exprimées comme variables connues du modèle, sont ici directement intégrées dans la forme des distributions détaillées plus haut. La question finale est donc :

$$P(C_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1) \quad (4.14)$$

On va maintenant exprimer cette question comme une fonction de la probabilité conjointe de toute les variables avec la méthode évoquée au début de ce chapitre.

$$P(C_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1) = \frac{\sum_{X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2} P(X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2, \lambda_{\dot{X}_2} = 1)}{\sum_{X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2} P(X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2, \lambda_{\dot{X}_2} = 1)} \quad (4.15)$$

4.3.8 Contrôle final

Pour contrôler le robot, il faut envoyer une commande, c'est-à-dire une position déterministe du prochain point d'appui. Notre modèle probabiliste nous dit qu'il faut choisir la position c_1 telle que la probabilité $P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1)$ soit la plus grande possible.

Comme il y a une infinité de positions possibles et qu'il n'y a pas de solution analytique, on calcule la probabilité associée à toutes les positions d'une grille et on choisit la position avec la plus grande probabilité. Dans notre simulation, on utilise une grille d'un mètre carré contenant 10 000 positions (chaque point est donc à une distance d'un centimètre de ses voisins).

Pour calculer la probabilité $P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1)$, on remarque que le dénominateur de l'équation (4.15) ne dépend pas de la valeur de C_1 . Comme il s'agit de choisir la probabilité maximum, on peut éliminer cette constante qui ne change pas l'ordre final. On calcule donc pour chaque c_1 :

$$\begin{aligned}
& P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1) \\
& \propto \sum_{X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2} P(X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, C_1 = c_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2, \lambda_{\dot{X}_2} = 1) \\
& \propto \sum_{X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, \dot{X}_2, \tilde{X}_2} \left(\begin{array}{l} P(X_0)P(\dot{X}_0)P(C_0) \\ P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(C_1 = c_1|X_1) \\ P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1 = c_1)P(\tilde{X}_2) \\ P(\lambda_{\dot{X}_2} = 1|\dot{X}_2, \tilde{X}_2) \end{array} \right) \\
& \propto \sum_{X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, \dot{X}_1, \dot{X}_2} \left(\begin{array}{l} P(X_0)P(\dot{X}_0)P(C_0) \\ P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(C_1 = c_1|X_1) \\ P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1 = c_1)P(\tilde{X}_2 = \dot{X}_2) \end{array} \right) \tag{4.16}
\end{aligned}$$

Il faut enfin remarquer que si l'on ne veut pas intégrer l'incertitude sur une variable, on peut simplifier le calcul en enlevant la somme sur cette variable. Par exemple si l'on considère que notre estimation x_0 de la position X_0 est correcte, $P(X_0)$ est nul partout et égal à 1 en x_0 . On peut donc retirer la somme \sum_{X_0} et remplacer X_0 par $X_0 = x_0$.

4.4 Découplage

Le temps de réponse du modèle dépend du temps de calcul de la probabilité $P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1)$. Pour diminuer ce temps de calcul, une manière efficace est de trouver des variables qui peuvent être découplées. En effet il faut $\text{card}\{A\} * \text{card}\{B\}$ multiplications et additions pour calculer $\sum_A \sum_B P(A)P(B)$ alors qu'il faut seulement $\text{card}\{A\} + \text{card}\{B\}$ additions et une multiplication pour calculer $\left(\sum_A P(A)\right) \times \left(\sum_B P(B)\right)$.

Rappelons que dans l'équation (4.16) les variables sont en réalité des vecteurs à deux dimensions x et y . Comme notre modèle dynamique est découplé, on va pouvoir séparer la plupart de ces variables ce qui nous permet de réduire grandement le temps de calcul. Bien que la formule soit imposante réécrivons l'équation (4.16) avec uniquement des variables unidimensionnelles.

$$P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1)$$

$$\propto \sum_{\substack{X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, X_1^x, \dot{X}_1^x, \dot{X}_2^x \\ X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, X_1^y, \dot{X}_1^y, \dot{X}_2^y}} \left(\begin{array}{l} P(X_0^x)P(\dot{X}_0^x)P(C_0^x) \\ P(X_0^y)P(\dot{X}_0^y)P(C_0^y) \\ P(X_1^x|X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x)P(\dot{X}_1^x|X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x)P(C_1^x = c_1^x|X_1^x) \\ P(X_1^y|X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y)P(\dot{X}_1^y|X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y)P(C_1^y = c_1^y|X_1^y, X_1^x, C_1^x = c_1^x) \\ P(\dot{X}_2^x|X_1^x, \dot{X}_1^x, C_1^x = c_1^x)P(\tilde{X}_2^x = \dot{X}_2^x) \\ P(\dot{X}_2^y|X_1^y, \dot{X}_1^y, C_1^y = c_1^y)P(\tilde{X}_2^y = \dot{X}_2^y) \end{array} \right)$$

Détaillons rapidement la séparation des dimensions.

$$— P(X_0) \rightarrow P(X_0^x)P(X_0^y)$$

L'état initial du système dans une dimension est indépendant de son état dans la dimension orthogonale. De même on a :

$$P(\dot{X}_0) \rightarrow P(\dot{X}_0^x)P(\dot{X}_0^y)$$

$$P(C_0) \rightarrow P(C_0^x)P(C_0^y)$$

$$— P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0) \rightarrow P(X_1^x|X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x)P(X_1^y|X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y)$$

Comme le pendule linéaire inversé est un modèle de la dynamique découplé, les variables nécessaires pour faire une prédiction dans une dimension sont uniquement celles de la même dimension. Pour la même raison on a :

$$P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0) \rightarrow P(\dot{X}_1^x|X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x)P(\dot{X}_1^y|X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y)$$

$$P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1) \rightarrow P(\dot{X}_2^x|X_1^x, \dot{X}_1^x, C_1^x)P(\dot{X}_2^y|X_1^y, \dot{X}_1^y, C_1^y)$$

$$— P(\tilde{X}_2 = \dot{X}_2) \rightarrow P(\tilde{X}_2^x = \dot{X}_2^x)P(\tilde{X}_2^y = \dot{X}_2^y)$$

Cette séparation est un choix. On autorise uniquement des objectifs décorrélés sur les deux dimensions pour diminuer le temps de calcul.

$$— P(C_1|X_1) \rightarrow P(C_1^x = c_1^x|X_1^x)P(C_1^y = c_1^y|X_1^y, X_1^x, C_1^x = c_1^x)$$

Pour cette dernière séparation, on garde une corrélation entre les deux dimensions. On veut garder cette corrélation pour définir le prior sur la position du prochain point d'appui sur des positions précises au sol. Cela va être utile pour pouvoir intégrer des contraintes, par exemple des trous dans le sol à éviter. On verra plus en détails comment utiliser ces distributions dans le chapitre 5.

On peut grandement diminuer le nombre d'opérations nécessaires en réarrangeant ces sommes. L'arrangement final est le suivant :

$$P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1) \propto$$

$$\begin{aligned} & \sum_{X_1^x, X_1^y} P(C_1^x = c_1^x | X_1^x) P(C_1^y = c_1^y | X_1^y, C_1^x = c_1^x) \\ & \times \left[\sum_{X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, \dot{X}_1^x, \dot{X}_2^x} \begin{pmatrix} P(X_0^x) P(\dot{X}_0^x) P(C_0^x) \\ P(X_1^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x) P(\dot{X}_1^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x) \\ P(\dot{X}_2^x | X_1^x, \dot{X}_1^x, C_1^x = c_1^x) P(\tilde{\dot{X}}_2^x = \dot{X}_2^x) \end{pmatrix} \right] \\ & \times \left[\sum_{X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, \dot{X}_1^y, \dot{X}_2^y} \begin{pmatrix} P(X_0^y) P(\dot{X}_0^y) P(C_0^y) \\ P(X_1^y | X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y) P(\dot{X}_1^y | X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y) \\ P(\dot{X}_2^y | X_1^y, \dot{X}_1^y, C_1^y = c_1^y) P(\tilde{\dot{X}}_2^y = \dot{X}_2^y) \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.5 Fusion de distributions

On peut encore réduire le temps de calcul en fusionnant deux distributions. En effet on peut remarquer que la variable \dot{X}_1 est simplement une étape pour le calcul de la variable \dot{X}_2 . La distribution $P(\dot{X}_1 | X_0, \dot{X}_0, C_0)$ représente notre prédiction de l'évolution de la vitesse du centre de masse pendant la première phase du mouvement. La distribution $P(\dot{X}_2 | X_1, \dot{X}_1, C_1)$ représente la même chose mais pendant la deuxième partie du mouvement. On va donc pouvoir fusionner ces distributions dans certains cas.

On considère que l'incertitude pour une prédiction est une Gaussienne.

On pose $\mathcal{N}(\mu, \sigma_1^2)$ la Gaussienne associée à $P(\dot{X}_1 | X_0, \dot{X}_0, C_0)$. Ici μ dépend de X_0, \dot{X}_0 et C_0 et est égal à la prédiction donnée par le modèle physique du pendule linéaire inversé.

$$\mu = C_0 + \frac{1}{2}(X_0 - C_0 + \tau \dot{X}_0) e^{t/\tau} + \frac{1}{2}(X_0 - C_0 - \tau \dot{X}_0) e^{-t/\tau} \quad (4.18)$$

De même on appelle $\mathcal{N}(a\dot{X}_1 + b, \sigma_2^2)$ la Gaussienne associée à $P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)$. On sait que la moyenne de cette distribution peut être écrite sous la forme $a\dot{X}_1 + b$ d'après l'équation 2.11 du pendule linéaire inversé :

$$a = \frac{1}{2\tau}(e^{(t_2-t_1)/\tau} - e^{-(t_2-t_1)/\tau}) \quad (4.19)$$

$$b = \frac{-C_1}{2\tau}(e^{(t_2-t_1)/\tau} - e^{-(t_2-t_1)/\tau}) + \frac{\dot{X}_1}{2}(e^{(t_2-t_1)/\tau} + e^{-(t_2-t_1)/\tau}) \quad (4.20)$$

Pour faire le calcul analytique, on suppose que les variables sont continues. On a donc :

$$\begin{aligned} & \sum_{\dot{X}_1} P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1) \\ & \rightarrow \int_{\mathbb{R}} P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)d\dot{X}_1 \end{aligned}$$

Il faut donc maintenant simplifier cette dernière valeur :

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbb{R}} P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)d\dot{X}_1 \\ & = \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} e^{-\frac{(\dot{X}_1-\mu)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{(\dot{X}_2-(a\dot{X}_1+b))^2}{2\sigma_2^2}} d\dot{X}_1 \\ & = \frac{1}{a} \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} e^{-\frac{(\dot{X}_1-\mu)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\frac{\sigma_2}{a})^2}} e^{-\frac{(\frac{\dot{X}_2}{a}-\dot{X}_1-\frac{b}{a})^2}{2(\frac{\sigma_2}{a})^2}} d\dot{X}_1 \quad (4.21) \end{aligned}$$

La valeur (4.21) correspond à la convolution de deux fonctions densités de Gaussiennes f et g évaluée en $\frac{\dot{X}_2}{a}$, le tout divisé par a . Avec f la densité associée à la Gaussienne $\mathcal{N}(\mu, \sigma_1^2)$ et g la densité associée à la Gaussienne $\mathcal{N}(\frac{b}{a}, (\frac{\sigma_2}{a})^2)$.

Il a été montré que le résultat de la convolution de deux Gaussiennes, $\mathcal{N}(\mu'_1, \sigma_1'^2)$ et $\mathcal{N}(\mu'_2, \sigma_2'^2)$, est une Gaussienne avec pour moyenne $\mu'_1 + \mu'_2$, et pour variance $\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2$.

$f * g$ est donc la densité de probabilité associée à $\mathcal{N}(\mu + \frac{b}{a}, \sigma_1^2 + (\frac{\sigma_2}{a})^2)$
On a donc :

$$\begin{aligned}
& \int_{\mathbb{R}} P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1)d\dot{X}_1 \\
&= \left(\frac{1}{a}\right)(f * g)\left(\frac{\dot{X}_2}{a}\right) \\
&= \frac{1}{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + (\frac{\sigma_2}{a})^2)}} e^{-\frac{(\frac{\dot{X}_2}{a} - \mu - \frac{b}{a})^2}{2(\sigma_1^2 + (\frac{\sigma_2}{a})^2)}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi(a^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} e^{-\frac{(\dot{X}_2 - a\mu - b)^2}{2(a^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \\
&= h(\dot{X}_2)
\end{aligned}$$

Avec h représentant la densité de probabilité de $\mathcal{N}(a\mu + b, a^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.

En marginalisant sur \dot{X}_1 on a donc obtenu une nouvelle probabilité sur \dot{X}_2 qui est une Gaussienne de moyenne $a\mu + b$ et de variance $a^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2$. Cette distribution dépend de X_0, \dot{X}_0 et C_0 car μ est une fonction de ces variables. Elle dépend aussi de X_1 et C_1 car b est une fonction de ces variables. Finalement, on peut simplifier le temps de calcul du modèle probabiliste en faisant le remplacement :

$$\sum_{\dot{X}_1} P(\dot{X}_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)P(\dot{X}_2|X_1, \dot{X}_1, C_1) \rightarrow P(\dot{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, C_1) \quad (4.22)$$

Au final le calcul fait par le modèle est :

$$P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1) \propto$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{X_1^x, X_1^y} P(C_1^x = c_1^x | X_1^x) P(C_1^y = c_1^y | X_1^y, C_1^x = c_1^x) \\
& \times \left[\sum_{X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, \dot{X}_2^x} \begin{pmatrix} P(X_0^x)P(\dot{X}_0^x)P(C_0^x) \\ P(X_1^x|X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x) \\ P(\dot{X}_2^x|X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, X_1^x, C_1^x = c_1^x) \\ P(\tilde{X}_2^x = \dot{X}_2^x) \end{pmatrix} \right] \\
& \times \left[\sum_{X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, \dot{X}_2^y} \begin{pmatrix} P(X_0^y)P(\dot{X}_0^y)P(C_0^y) \\ P(X_1^y|X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y) \\ P(\dot{X}_2^y|X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, X_1^y, C_1^y = c_1^y) \\ P(\tilde{X}_2^y = \dot{X}_2^y) \end{pmatrix} \right] \quad (4.23)
\end{aligned}$$

Ce calcul a été implémenté dans la simulation sur un processeur intel core i7, cadencé à 3.50 GHz. Le temps nécessaire pour trouver le prochain point d'appui est d'environ 15 ms.

4.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de voir en détails le fonctionnement du contrôle probabiliste utilisé au cours de cette thèse. Le cadre mathématique rigoureux a été développé et on a ensuite interprété qualitativement celui-ci. Cela donne un aperçu du potentiel de cette méthode. Enfin, à l'aide du découplage et de la fusion de plusieurs distributions, on a pu grandement diminuer le temps de calcul global qui va nous permettre d'implémenter ce contrôle en temps réel.

Dans la suite de ce manuscrit, on va explorer, quantitativement cette fois, les différents avantages du modèle probabiliste.

Incertitudes sur les variables mesurées

En se confrontant pour la première fois à du hardware, l'apprenti roboticien se rend rapidement compte des multiples sources générant de l'incertitude quand il cherche à estimer une variable. Dans ce chapitre, nous allons étudier comment notre modèle peut intégrer l'incertitude des estimations et l'avantage que nous obtenons sur le contrôle.

5.1 Les causes

Pour gérer l'incertitude, il faut d'abord en comprendre les causes. Les capteurs sont en première ligne pour estimer les variables. Bien que la qualité des capteurs s'améliore rapidement, les données brutes renvoyées ont souvent une erreur non négligeable. Une manière de réduire cette incertitude est d'avoir plusieurs capteurs estimant la même variable, puis de fusionner ces informations. Mais à l'inverse, il est souvent nécessaire de devoir combiner les retours de plusieurs capteurs pour estimer une variable intéressante. Par exemple pour estimer la position du centre de masse d'un robot, il faut estimer la position du centre de masse de chacune de ses pièces avec la masse associée. L'incertitude globale est donc la combinaison de l'incertitude de chaque capteur articulaire, l'incertitude de la mesure du poids de chaque pièce et celle de l'estimation de la position du centre de masse de chaque pièce.

La deuxième cause d'incertitude, c'est l'incomplétude du modèle physique. Dans la plupart des cas, la donnée brute n'est pas la valeur intéressante et on doit combiner ces données brutes à l'aide d'un modèle afin d'obtenir ce que l'on cherche. En effet pour reprendre le cas de notre estimation du centre de masse, on suppose par exemple qu'on peut connaître la position d'une pièce à l'aide des capteurs articulaires. Cependant il peut y avoir du jeu entre les pièces qui n'est pas repéré par les capteurs, ou encore des déformations de la pièce elle-même dues à l'usure ou aux chocs. Ces éléments ne sont souvent pas pris en compte, soit parce qu'il serait trop compliqué de les intégrer, soit parce qu'il est trop difficile de les mesurer.

On peut donc conclure qu'il est très difficile d'éliminer complètement l'incertitude. En revanche on peut souvent estimer cette incertitude et adapter le contrôle en conséquence. C'est l'idée que l'on explore dans ce chapitre.

5.2 Intégration dans le modèle probabiliste

Pour rappel dans notre méthode, on contrôle la marche par gestion des points d'appuis. Pour choisir le prochain point d'appui, on fait appel au modèle probabiliste qui va trouver la position c_1 qui maximise la probabilité $P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1)$ qu'on calcule grâce à l'équation (4.23).

Pour prédire l'évolution du système, on a besoin d'estimer la position et la vitesse du centre de masse, X_0 et \dot{X}_0 , ainsi que la position du centre de pression C_0 . Le modèle probabiliste ne prend pas en entrée l'estimation de ces variables mais une distribution associée à chacune d'elle : $P(X_0)$, $P(\dot{X}_0)$ et $P(C_0)$. Chacune de ces distributions décrit les connaissances que l'on a sur chaque variable. Ainsi si les capteurs et modèles étaient parfaits, ces distributions seraient des Diracs centrées sur les valeurs mesurées. Dans le cas classique, si l'on peut estimer la variance de l'incertitude associée à nos mesures initiales, ces distributions seront des Gaussiennes centrées sur les valeurs mesurées et de même variance. Enfin dans certains cas, on peut avoir des informations plus précises sur ces incertitudes. Un aspect bimodal par exemple ou bien un biais dans la mesure. Ces informations sont intégrées dans le modèle via des distributions répondant à tous ces critères.

La distribution $P(C_1|X_1)$ peut aussi servir pour intégrer l'incertitude sur des variables extérieures au modèle. Par exemple on va voir dans ce chapitre comment elle permet d'intégrer l'incertitude sur la position d'obstacles au sol.

5.2.1 Protocole

On reprend l'environnement de simulation décrit dans la section 3.3. Pour cette expérience on rajoute des obstacles au sol. À chaque pas la simulation va vérifier si le robot marche ou non sur un obstacle. Si c'est le cas, la simulation s'arrête et on considère que le robot est tombé. Le centre de masse peut passer au-dessus des obstacles sans problème. La tâche du robot est de marcher dans ce champ d'obstacles, et l'on compte le nombre de pas que le robot arrive à faire avant de tomber. L'information que la simulation donne au contrôleur sur la position des obstacles peut être bruitée.

Pour incorporer cette nouvelle contrainte on va modifier la distribution $P(C_1|X_1)$. Cette distribution est un prior sur la position du prochain point d'appui C_1 , sachant uniquement la position du centre de masse au moment où l'on va poser le pied X_1 . On intègre dans $P(C_1|X_1)$ une contrainte sur la longueur maximale du pas l_{max} : pour tout c_1 , si $\|c_1 - X_1\| > l_{max}$, $P(C_1 = c_1|X_1) = 0$ (voir Figure 5.1a). Marcher sur un obstacle conduit automatiquement à une chute donc pour éliminer cette possibilité, pour toute position c_1 qui coïncide avec un obstacle, on fixe $P(C_1 = c_1|X_1) = 0$ (voir Figure 5.1b).

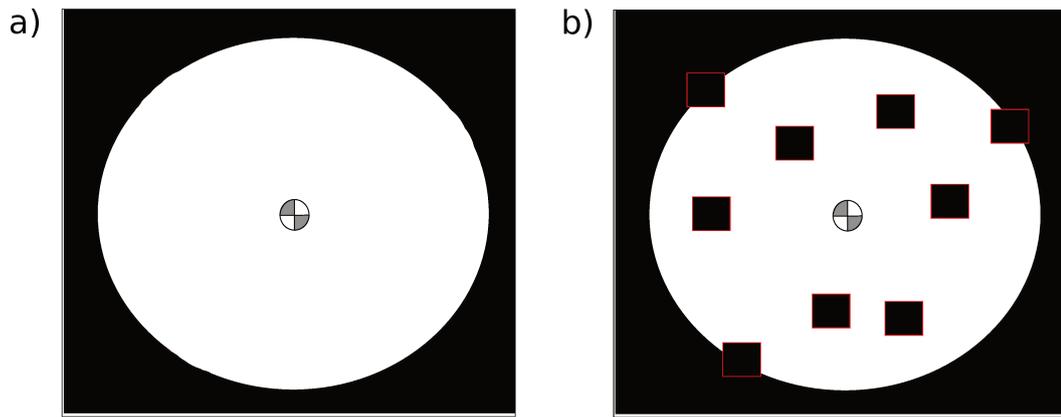


FIGURE 5.1: a) La distribution initiale sur $P(C_1|X_1)$ centrée sur X_1 . Le noir représente une probabilité de 0 et le blanc une probabilité de 1. b) La nouvelle distribution à laquelle on a ajouté des zones interdites pour chaque obstacle.

En utilisant cette dernière distribution, le modèle va trouver une solution pour continuer à marcher tout en évitant les obstacles. Cependant s'il y a de l'incertitude sur la position des obstacles, le robot va parfois marcher sur un obstacle mal détecté. Pour limiter ces erreurs on peut ajouter dans la distribution $P(C_1|X_1)$ une zone où la probabilité diminue autour de chaque obstacle. Cela se traduit par le fait que l'on considère qu'il est plus coûteux de marcher proche d'un obstacle, puisqu'il y a un risque de se tromper et de marcher dessus. On obtient finalement la distribution que l'on voit Figure 5.2 qui intègre une zone de précaution pour gérer l'incertitude. La

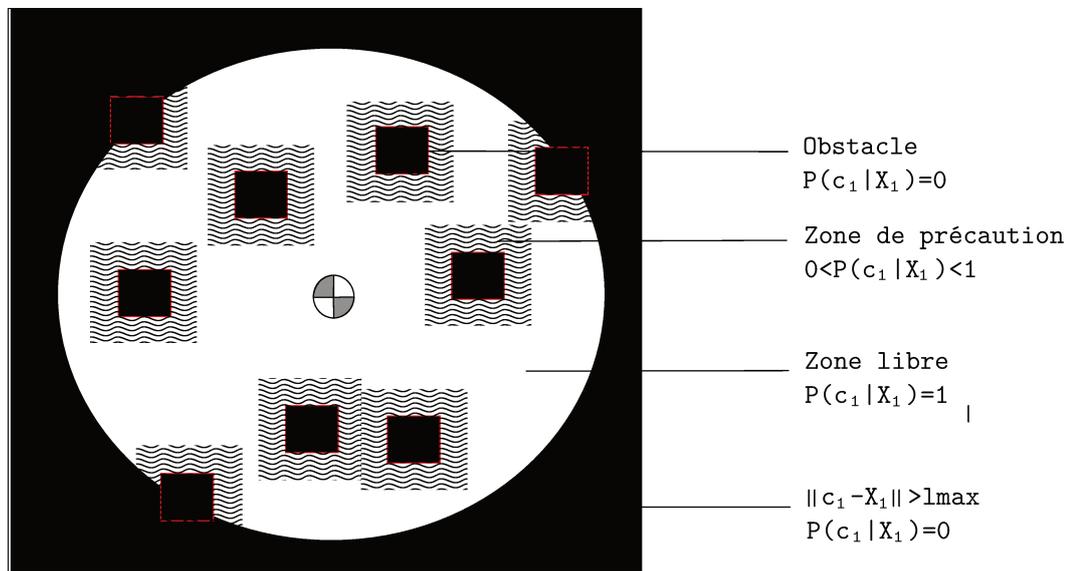


FIGURE 5.2: La distribution $P(C_1|X_1)$ utilisée dans l'expérience. Une zone de précaution a été ajoutée pour prendre en compte l'incertitude sur la position des obstacles.

taille de la zone de précaution est adaptée à notre estimation de la variance de l'incertitude. Si l'on estime que l'incertitude est faible, la zone de précaution sera plus petite que si l'on estime qu'elle est grande. On a choisi une forme linéaire assez

simple pour la zone de précaution, pour montrer l'efficacité de celle-ci sans qu'elle soit trop spécifique à un type d'incertitude.

5.2.2 Résultats

Pour tester l'efficacité de notre contrôle, on fait l'expérience avec quatre modèles de robot différents. La Figure 5.3 montre les résultats.

- Le premier robot, le robot rond bleu, n'intègre pas l'incertitude mais a des capteurs parfaits, c'est-à-dire que la simulation ne bruite pas les données avant de les transmettre au modèle probabiliste.
- Le deuxième robot, le robot triangle vert, reçoit des données bruitées : pour chaque position d'obstacle, on a ajouté dans chaque dimension un tirage d'une gaussienne de moyenne 0 et d'écart-type 8 cm. En revanche, ce robot incorpore dans la distribution $P(C_1|X_1)$, la zone de précaution mentionnée plus haut.
- Le troisième robot, le robot carré rouge, reçoit les mêmes données que le précédent mais n'a pas la zone de précaution prenant en compte les incertitudes sur les positions des obstacles.
- Enfin le dernier robot, le robot croix noir, sert de contrôle puisqu'il n'a pas du tout de capteur d'obstacles. Il marche donc avant de tomber dès le premier obstacle sur son chemin.

Pour chacun de ces robots et pour une densité d'obstacles donnée on calcule le nombre de pas moyen sur 200 tests en simulation. On arrête un test si le robot tombe ou s'il atteint le seuil de 20 pas. La position des obstacles est tirée aléatoirement au début de chaque test. On répète le procédé pour dix valeurs de pourcentage du sol couvert d'obstacle : 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80% et 90%.

On note tout d'abord que l'ordre de performance est bien celui que l'on attend : le robot bleu avec les capteurs parfaits en premier, puis le vert qui intègre l'incertitude, ensuite le rouge qui ignore l'incertitude et finalement le robot noir aveugle.

On peut voir que pour le robot bleu, changer la distribution $P(C_1|X_1)$ comme dans la Figure 5.1b permet bien de prendre en compte les obstacles au sol. La première chute survient quand environ 22% du sol est encombré d'obstacles. On remarque aussi que la performance du robot rouge est proche de celle du robot aveugle. Cela est dû au fait que ce robot "pense" que ses capteurs sont parfaits. Au moment de la rencontre avec un obstacle, le robot va placer son pied juste assez proche de l'obstacle pour l'éviter. Si l'erreur des capteurs est dans le mauvais sens, il va tout de suite tomber. On peut donc en déduire que ce robot tombe une fois sur deux quand il y a un obstacle sur son chemin et que sa performance sera donc seulement deux

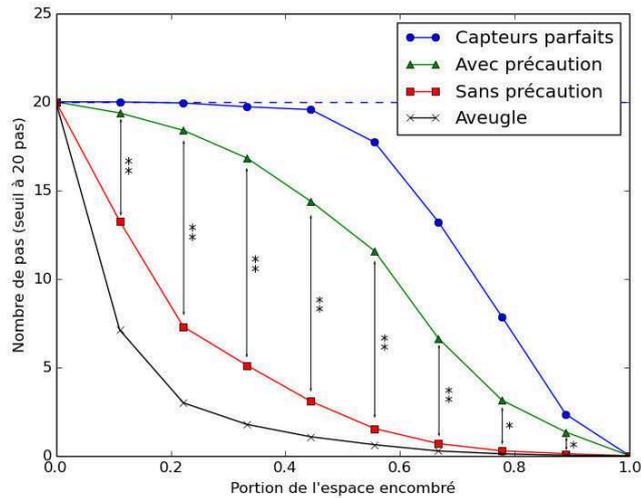


FIGURE 5.3: Le nombre de pas moyen en fonction du pourcentage du sol encombré d'obstacles, pour les quatre robots mentionnés dans le texte. Le test statistique de Student a été utilisé pour certifier de la significativité de l'écart entre les courbes verte et rouge. Deux étoiles sont associées à un risque $\alpha = 0.001$ et une étoile à un risque $\alpha = 0.002$. Par la suite, c'est toujours ce test et cette notation qui sera utilisée.

fois supérieure à celle d'un robot aveugle (du moins tant que le robot n'atteint pas le seuil des 20 pas). Ce résultat est proche de ce que l'on observe à partir de 20% en abscisse de la courbe.

Enfin, le résultat le plus notable s'observe sur la courbe du robot vert qui intègre l'incertitude. Malgré une incertitude élevée (8 cm d'écart-type) sur la position des obstacles, utiliser la distribution décrite Figure 5.2 qui intègre l'incertitude permet d'améliorer grandement la performance de ce robot et de se rapprocher du cas où les capteurs sont parfaits.

5.3 Deuxième expérience : incertitude sur une variable du modèle

5.3.1 Protocole

Pour cette expérience on reprend l'environnement de l'expérience précédente avec les obstacles au sol. On va cette fois s'intéresser à l'intégration de l'incertitude sur les variables du modèle. On va rajouter de l'incertitude sur la vitesse du centre de masse \dot{X}_0 mesurée. Dans le modèle probabiliste, la distribution $P(\dot{X}_0)$ peut être interprété comme un modèle de capteur de la vitesse du centre de masse. Le contrôleur reçoit en entrée une version bruitée de la vitesse du centre de masse, en lui ajoutant

un tirage d'une Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type 5 cm. On compare deux robots. Le premier, le robot rouge, estime que la valeur qu'il reçoit est exacte, c'est-à-dire que la distribution $P(\dot{X}_0)$ est un Dirac centré sur la valeur reçue. Le second, le robot vert, intègre l'incertitude sur la variable mesurée, la distribution $P(\dot{X}_0)$ est une gaussienne centrée sur la valeur mesurée et d'écart-type 5 cm.

5.3.2 Résultats

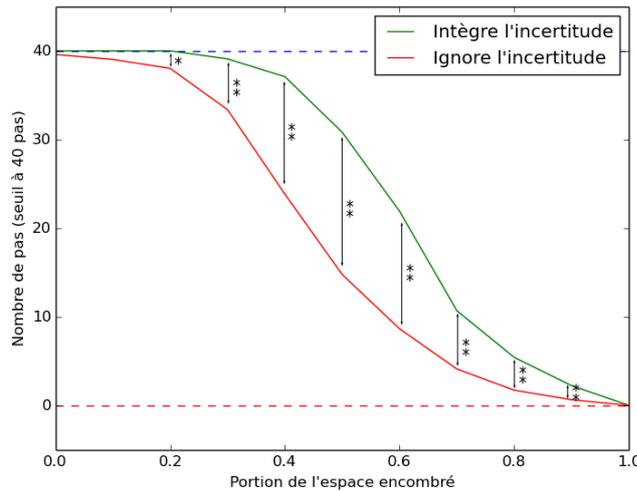


FIGURE 5.4: Comparaison de la moyenne du nombre de pas en fonction du pourcentage du sol encombré.

Sur la Figure 5.4 on voit les résultats de la comparaison. La limite avant l'arrêt de la simulation est cette fois de 40 pas. Tout d'abord on constate que le robot vert arrive à faire plus de pas sans tomber que le rouge. De plus, la première chute pour ce robot survient quand plus de 20% de l'espace est occupé, ce qui est aussi le résultat pour un robot avec un capteur parfait comme on l'a vu dans l'expérience précédente. Cependant pour éviter de tomber, le modèle génère des pas plus prudents et parcourt donc potentiellement une distance plus faible (pour le même nombre de pas) qu'un modèle imprudent. Nous avons donc enregistré la distance parcourue pour chaque robot (voir Figure 5.5).

Dans cette figure, on constate deux phases. Dans la première phase malgré un nombre moyen de pas plus faible, le robot rouge imprudent parcourt la plus grande distance. Cela s'explique par le fait qu'il y a un nombre de pas maximal avant l'arrêt de la simulation. Le robot vert privilégie l'objectif évitant toute chute ce qui n'est pas optimal du point de vue de la distance parcourue avec un nombre fixe de pas. En revanche le robot rouge est moins prudent, ce qui cause occasionnellement des chutes, et va plus loin pour des faibles densités d'obstacles. Dans la deuxième phase, l'environnement est plus contraint et une imprudence est plus vite punie. De plus,

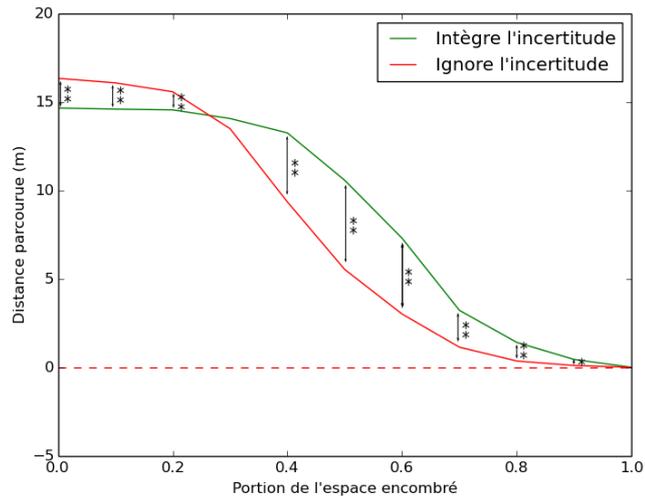


FIGURE 5.5: Comparaison de la distance moyenne parcourue en fonction du pourcentage du sol encombré.

la limite des 40 pas n'étant presque plus atteinte, même par le robot prudent, la comparaison n'est plus biaisée par ce seuil arbitraire. Le robot qui intègre l'incertitude passe alors en tête en distance parcourue.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pour la première fois mis en pratique le modèle probabiliste. Nous avons vu comment intégrer dans ce modèle, les incertitudes sur les variables mesurées. Nous avons pu ensuite comparer en simulation des robots intégrant ces incertitudes d'autres les ignorant. Les robots intégrant l'incertitude sont toujours plus stables mais plus lents. En revanche, sur le long terme il est préférable d'être plus prudent car la distance parcourue avant de tomber est plus grande.

Estimer les valeurs de variables comme la position et la vitesse du centre de masse permet de prédire l'évolution du système, grâce à un modèle de la dynamique. Cependant celui-ci n'est pas non plus dépourvu d'imperfections et c'est l'objet du chapitre suivant.

Incertitude sur la dynamique

Dans le chapitre précédent, nous avons vu qu'intégrer l'incertitude sur les variables dans le modèle probabiliste améliorerait le contrôle. L'estimation de ces variables sert à prédire la dynamique du système, pour finalement pouvoir choisir le bon point d'appui. Cette prédiction se base sur un modèle de cette dynamique, dans notre cas le pendule linéaire inversé. Les modèles étant par nature incomplets, nous allons voir dans ce chapitre comment appréhender l'incertitude associée à leurs prédictions.

6.1 Les causes

Un modèle physique est une version simplifiée du monde. Il n'a pas pour vocation d'être exact mais sert à donner rapidement des estimations pertinentes sur l'évolution du système. En fonction du besoin associé, les modèles utilisés sont plus ou moins précis. Dans le cas de machine lentes ou quand une erreur est très coûteuse par exemple, il est nécessaire d'avoir des modèles très précis. Le coût computationnel et théorique pour la mise en place de ces modèles est élevé et il n'est donc pas toujours possible de les utiliser. Une autre façon de procéder est d'utiliser des modèles plus approximatifs, et de corriger les erreurs à l'aide de retours fréquents des capteurs. C'est souvent la voie choisie pour le contrôle de robots humanoïdes où il est très difficile d'avoir un modèle précis. Le modèle que nous avons choisi, le pendule linéaire inversé, fait partie de cette deuxième catégorie et fait deux hypothèses majeures pour simplifier le calcul de la dynamique : la hauteur du centre de masse est constante et la variation du moment cinétique global est nulle. Dans la plupart des cas, ces hypothèses ne seront pas respectées, mais ce modèle fait tout de même partie des plus utilisés car il offre une solution analytique à l'équation différentielle de la dynamique du système. L'incertitude associée à ces prédictions est donc le prix à payer pour pouvoir estimer rapidement l'évolution du système. Nous allons donc voir comment nous pouvons intégrer cette incertitude dans notre modèle probabiliste.

6.2 Intégration dans le modèle probabiliste

Le modèle probabiliste cherche la position c_1 au sol qui maximise la probabilité $P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{x}_2} = 1)$ qu'on calcule grâce à l'équation (4.23).

Dans l'équation (4.23) les distributions $P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)$ et $P(\dot{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, C_1)$ sont celles qui traduisent notre connaissance sur la dynamique du système. Si l'on se fie totalement à la prédiction de notre modèle physique, ces distributions seraient des Diracs centrées sur les solutions analytiques du pendule linéaire inversé x_{1-LIP} et \dot{x}_{2-LIP} .

Notre contrôle peut cependant être affiné puisque nous savons qu'il y a de l'incertitude dans la prédiction de la dynamique. Si l'on a une estimation de la variance de cette incertitude par exemple, les distributions $P(X_1|X_0, \dot{X}_0, C_0)$ et $P(\dot{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, C_1)$ seront des gaussiennes centrées sur x_{1-LIP} et \dot{x}_{2-LIP} avec pour variance notre estimation. Il est aussi possible d'intégrer tout type d'information comme un biais dans la prédiction de la dynamique par exemple. On va maintenant tester l'efficacité de l'incorporation de cette incertitude.

6.3 Expérience

6.3.1 Protocole

On se place une nouvelle fois dans l'environnement de simulation avec des obstacles au sol. Cette fois-ci on va ajouter du bruit dans la dynamique du système. Comme indiqué dans la partie 3.3, la simulation tourne dans une boucle à 100 Hz et met à jour à chaque pas de temps la position et vitesse du centre de masse en suivant la solution analytique du pendule linéaire inversé. Pour bruitez ces données, on ajoute à chaque pas de temps et à chaque dimension de la position et de la vitesse du centre de masse, un tirage d'une Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type 1 cm. Dans cette expérience, nous allons comparer l'efficacité de deux robots. Le premier (le robot rouge) estime que son modèle de la dynamique est parfait, les distributions du modèle sont donc des Diracs centrés sur x_{1-LIP} et \dot{x}_{2-LIP} . Le second intègre l'incertitude du modèle et les distributions sont des Gaussiennes de moyenne x_{1-LIP} et \dot{x}_{2-LIP} et d'écart-types 10 cm (le robot vert).

6.3.2 Résultats

On peut voir Figure 6.1 le nombre de pas moyen que chaque robot fait en fonction de l'encombrement du sol. Notons d'abord qu'aucun des deux robots n'arrivent à faire 40 pas sans ne jamais tomber, même lorsqu'il n'y a pas d'obstacles. Cela est dû au fait que le bruit ajouté à la dynamique du système est en réalité très important. En effet un ajout d'une Gaussienne d'écart-type 1 cm tous les centièmes de seconde pendant 0.5s (la durée du pas dans cette expérience) revient à un bruit global d'écart-type

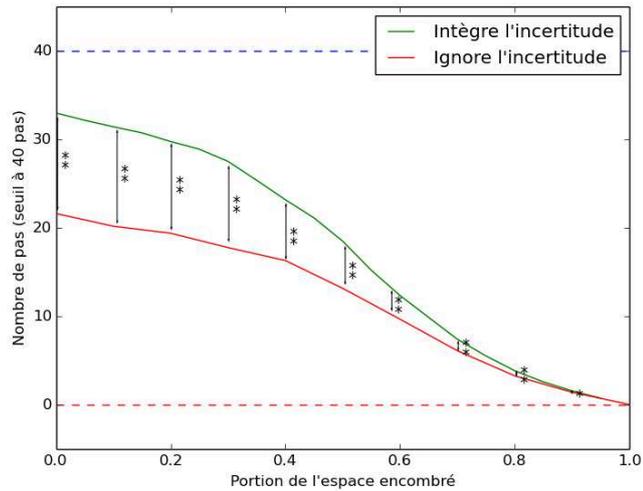


FIGURE 6.1: Comparaison de la moyenne du nombre de pas en fonction du pourcentage du sol encombré.

50 cm. Comme on s’y attend en revanche, le robot vert fait plus de pas que le robot bleu puisqu’il prend en compte l’incertitude du modèle et est donc plus prudent.

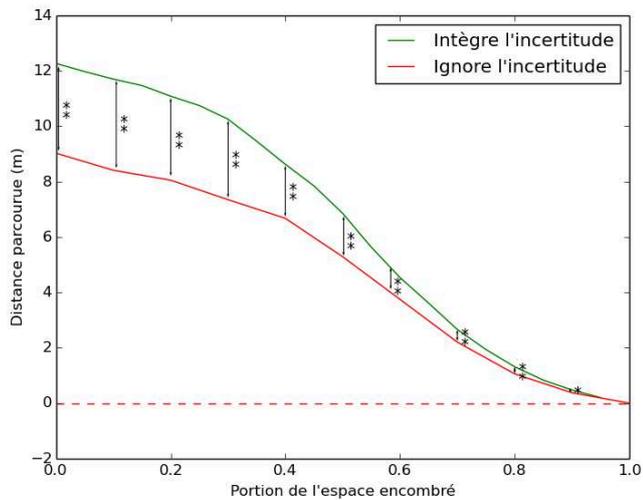


FIGURE 6.2: Comparaison de la moyenne de la distance parcourue en fonction du pourcentage du sol encombré.

Les distances moyennes parcourues par les deux robots sont comparées Figure 6.2. La différence entre les deux robots est nette tout au long de l’expérience. L’environnement étant très perturbé, la prudence du robot vert lui donne un avantage sur le robot rouge qui tombe très vite et qui fait dans le meilleur des cas en moyenne 22 pas sur les 40 disponibles. On peut cependant remarquer que même le robot vert n’intègre pas parfaitement l’incertitude puisqu’il considère que l’écart-type est de 10 cm alors qu’il est en réalité de 50 cm. On peut donc se demander quelle serait

la performance d'un troisième robot qui intégrerait précisément l'incertitude du modèle. Nous avons donc refait l'expérience pour un robot avec des distributions Gaussiennes d'écart-type 50 cm. La Figure 6.3 montre les résultats en comparaison avec les deux autres robots.

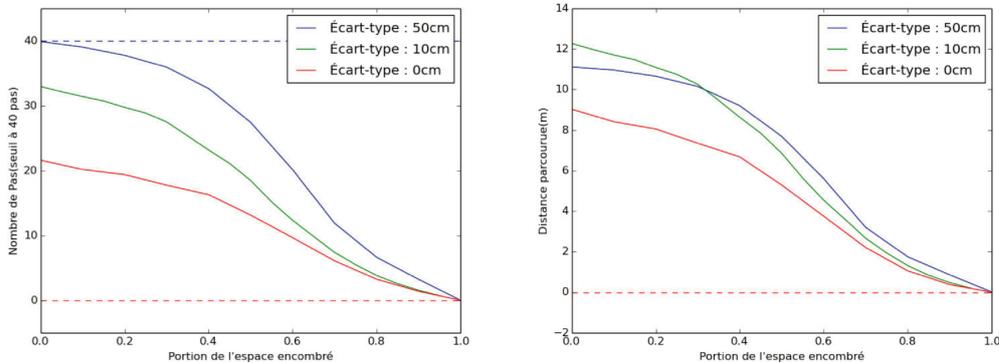


FIGURE 6.3: À gauche on compare les trois robots sur la moyenne du nombre de pas en fonction de la portion de l'espace encombré. À droite, on compare ces mêmes robots sur la distance moyenne parcourue. Par souci de lisibilité, les étoiles représentant la significativité statistique ne sont pas représentées. Les tests ont cependant été exécutés et tous les écarts sont significatifs ($\alpha = 0.002$) excepté au moment du croisement entre les courbes verte et bleu, comme attendu.

Le robot ayant une connaissance précise de l'incertitude, le robot bleu, arrive à faire le plus de pas. Malgré une très grande incertitude ce robot arrive à ne presque jamais tomber dans le cas où il n'y a pas d'obstacles (nombre de pas moyen 39.85). En regardant les distances parcourues, on constate un phénomène similaire à celui de l'expérience du chapitre précédent. Malgré le fait que le robot bleu fasse plus de pas, il est derrière le robot vert en distance parcourue pour des densités d'obstacle faibles. Cela s'explique par le fait qu'il y a un seuil à 40 pas qui biaise le résultat. Atteindre 40 pas sans tomber est une réussite en soi mais n'est pas optimal dans le contexte de cette expérience. En effet le dernier pas par exemple aurait pu être beaucoup plus imprudent, quitte à tomber parfois, pour parcourir une plus grande distance. Quand on est loin du seuil des 40 pas, la comparaison est plus pertinente car il n'y a plus ce biais introduit par l'arrêt de la simulation.

Une dernière question intéressante porte sur un robot qui surestimerait l'incertitude. Si le modèle intègre correctement la distribution sur la dynamique, ce dernier robot devrait être moins performant que le robot bleu. La Figure 6.4 présente les résultats de cette comparaison.

Le robot noir qui surestime l'incertitude fait un nombre de pas similaire au robot bleu qui a intégré la bonne distribution de l'incertitude. Cela traduit le fait qu'être trop prudent n'apporte pas d'amélioration sur la stabilité. En revanche quand on s'intéresse aux distances parcourues, on voit que le robot noir est significativement en dessous du robot bleu et est donc moins performant. Ce robot est donc plus

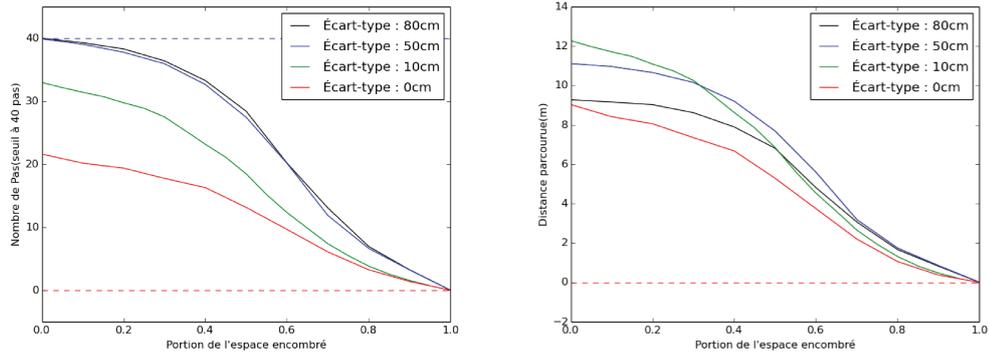


FIGURE 6.4: À gauche on compare les quatre robots sur la moyenne du nombre de pas en fonction de la portion de l'espace encombré. À droite, on compare ces mêmes robots sur la distance moyenne parcourue. Comme pour la figure précédente, les étoiles représentant la significativité statistique n'ont pas été représentées. Les écarts entre la courbe noire et les autres courbes sont toujours significatifs ($\alpha = 0.002$) sauf avec la courbe bleue sur le nombre de pas, et avec la courbe verte au moment du croisement sur la distance parcourue.

prudent que nécessaire. Ces résultats tendent à montrer que le calcul fait par le modèle pour intégrer l'incertitude est correct puisque la valeur optimale à donner en entrée au modèle est la valeur réelle de l'incertitude de la dynamique.

6.4 Conclusion

On a vu dans cette partie comment prendre en compte dans notre modèle probabiliste l'incertitude sur la dynamique du système. On constate que le meilleur contrôle est obtenu dans le cas où l'on entre précisément dans le modèle l'incertitude du système. Cependant, même si la distribution donnée au modèle ne correspond pas parfaitement avec la distribution réelle, s'en rapprocher apporte déjà une amélioration conséquente et présente donc un intérêt concret.

Fusion d'objectifs

Dans notre modèle probabiliste décrit au chapitre 4, l'objectif en vitesse est défini à l'aide d'une distribution de probabilité. Ce type de représentation a de nombreux avantages. Il permet par exemple d'exprimer directement un objectif déterministe, et une tolérance autour de celui-ci. Dans le cas où il y a de multiples objectifs, l'avantage est encore plus prononcé puisqu'il est facile de combiner plusieurs distributions de probabilité.

Dans ce chapitre, nous allons étudier plus en détails la représentation des objectifs dans notre modèle. Nous allons ensuite introduire un deuxième objectif et tester ce nouveau modèle en simulation avec une nouvelle tâche à résoudre.

7.1 Principe

La distribution sur l'objectif est donnée en entrée au modèle par le roboticien, et peut être interprétée comme une fonction de préférence. Prenons l'exemple de la distribution décrite Figure 7.1.

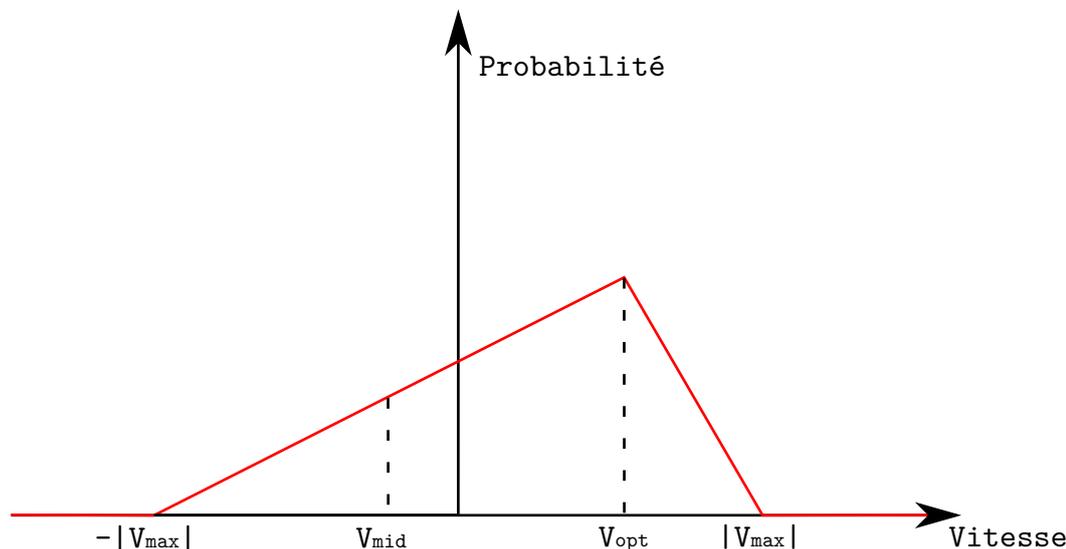


FIGURE 7.1: Un exemple d'une distribution possible sur \tilde{X}_2 en une dimension.

Dans cette distribution, on voit que pour toute vitesse V de norme supérieure à V_{max} , la probabilité associée est nulle. Une probabilité nulle pour une vitesse V signifie que cette vitesse est "infiniment" moins bonne qu'une vitesse avec une probabilité strictement positive. Si l'on regarde maintenant la vitesse V_{mid} , située à équidistance

de $-|V_{max}|$ et de V_{opt} , sa probabilité est deux fois plus faible que celle de V_{opt} . Il faut donc interpréter que la vitesse V_{mid} est deux fois moins "bonne" que la vitesse V_{opt} .

Cette manière de définir les préférences est à mettre en lien avec la manière de fonctionner d'une distribution de probabilité. Une probabilité deux fois plus importante pour une valeur a que pour une valeur b , indique deux fois plus de chance d'obtenir a plutôt que b .

Dans le cas où l'on a plusieurs objectifs, le modèle va automatiquement combiner toutes les distributions afin de trouver la commande qui maximise le score global. Il est donc important de bien définir ces distributions afin d'obtenir le comportement souhaité. Dans ce cadre, il n'y a pas de hiérarchie entre les différents objectifs. Les conséquences possibles d'une action sont jugées à la lumière des deux objectifs, et le modèle choisit au final l'action jugée la meilleure.

7.2 Nouveau modèle

Pour mettre en évidence les relations entre objectifs, il faut changer le modèle et introduire un nouvel objectif. Pour le moment, notre objectif était de contrôler la vitesse du centre de masse à la fin de chaque pas. Cela nous a permis de marcher tout en évitant des obstacles au sol dans les chapitres précédents. Le centre de masse pouvait passer au-dessus de ces obstacles sans problèmes. En revanche, dans un cas où le centre de masse ne doit pas passer au-dessus d'un obstacle, par exemple pour éviter d'entrer en collision avec un mur, le contrôle en vitesse ne suffit plus. Pour intégrer ce type de contraintes, on a choisi comme nouvel objectif la position du centre de masse à la fin du pas.

Pour intégrer cet objectif dans le modèle, la méthode est la même que pour l'objectif en vitesse \tilde{X}_2 . Nous allons donc introduire trois nouvelles variables :

- \tilde{X}_2 , la position désirée à la fin du pas.
- X_2 , la position réelle à la fin du pas, qui est la conséquence de la dynamique du système.
- λ_{X_2} , la variable de cohérence entre X_2 et \tilde{X}_2 . $\lambda_{X_2} = 1 \Leftrightarrow X_2 = \tilde{X}_2$.

Nous ajoutons au modèle précédent (voir 4.23) trois distributions bidimensionnelles :

- $P(\tilde{X}_2)$. La distribution de nos préférences sur la position du centre de masse.

- $P(X_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, C_1)$. Comme la distribution $P(\dot{X}_2|X_0, \dot{X}_0, C_0, X_1, C_1)$ pour la vélocité, cette distribution représente l'estimation de X_2 à l'aide de la dynamique du système.
- $P(\lambda_{X_2}|X_2, \tilde{X}_2)$. Cette distribution est utilisée pour forcer la cohérence entre X_2 et \tilde{X}_2 .

La nouvelle question posée au nouveau modèle est donc (les nouveaux éléments sont affichés en vert) :

$$\begin{aligned}
P(C_1 = c_1 | \lambda_{\dot{X}_2} = 1, \lambda_{X_2} = 1) &\propto \\
&\sum_{X_1^x, X_1^y} P(C_1^x = c_1^x | X_1^x) P(C_1^y = c_1^y | X_1^y, C_1^x = c_1^x) \\
&\times \left[\sum_{X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, \dot{X}_1^x, \dot{X}_2^x, X_2^x} \begin{pmatrix} P(X_0^x) P(\dot{X}_0^x) P(C_0^x) \\ P(X_1^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x) \\ P(\dot{X}_2^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, X_1^x, C_1^x = c_1^x) \\ P(X_2^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, X_1^x, C_1^x = c_1^x) \\ P(\tilde{X}_2^x = \dot{X}_2^x) \\ P(\tilde{X}_2^x = X_2^x) \end{pmatrix} \right] \\
&\times \left[\sum_{X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, \dot{X}_1^y, \dot{X}_2^y, X_2^y} \begin{pmatrix} P(X_0^y) P(\dot{X}_0^y) P(C_0^y) \\ P(X_1^y | X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y) \\ P(\dot{X}_2^y | X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, X_1^y, C_1^y = c_1^y) \\ P(X_2^y | X_0^y, \dot{X}_0^y, C_0^y, X_1^y, C_1^y = c_1^y) \\ P(\tilde{X}_2^y = \dot{X}_2^y) \\ P(\tilde{X}_2^y = X_2^y) \end{pmatrix} \right] \tag{7.1}
\end{aligned}$$

On ajoute à chaque sous somme la marginalisation sur X_2 . En fixant $\lambda_{X_2} = 1$, la marginalisation sur \tilde{X}_2 se réduit au cas où $\tilde{X}_2 = X_2$.

7.3 Expérience

7.3.1 Protocole

Pour explorer les capacités de ce nouveau modèle, on a construit une nouvelle expérience. Toujours dans l'environnement de simulation décrit Section 3.3, le robot doit marcher et entrer dans un couloir. Le centre de masse ne doit pas toucher les murs du couloir et évidemment on ne peut pas poser le pied dans un mur du couloir.

Pour réussir cette tâche, il est tentant de vouloir contrôler le système uniquement en position. On pourrait ainsi conduire le centre de masse à l'intérieur du couloir tout en évitant les murs. Le problème d'un contrôle en position est qu'il ne garantit pas la stabilité du système. En effet si la bonne position est atteinte avec une vitesse très grande, le robot peut ne pas arriver à se rattraper. Le contrôle en vitesse assure de son côté la stabilité du système mais ne permet pas d'éviter les murs du couloir. Le contrôle avec plusieurs objectifs permet d'effectuer la tâche tout en garantissant la stabilité.

7.3.2 Changement d'objectif

Il y a quatre distributions d'objectifs unidimensionnels sur les variables $\tilde{X}_2^x, \tilde{X}_2^y$ et $\tilde{X}_2^x, \tilde{X}_2^y$. Dans le modèle probabiliste, on peut facilement ne pas tenir compte d'un objectif. Il suffit d'envoyer une distribution d'objectif uniforme. Cela revient à supprimer la somme sur la variable associée ainsi que sa distribution. En effet si par exemple $P(\tilde{X}_2^x)$ est uniforme et égal à α :

$$\begin{aligned} & \sum_{X_2} P(X_2^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, X_1^x, C_1^x = c_1^x) P(\tilde{X}_2^x = X_2^x) \\ &= \alpha \sum_{X_2} P(X_2^x | X_0^x, \dot{X}_0^x, C_0^x, X_1^x, C_1^x = c_1^x) \\ &= \alpha \end{aligned}$$

On peut donc remplacer cette somme de distributions par α . Mais comme le résultat qui nous intéresse est une distribution proportionnelle à la distribution $P(C_1 = c_1 | \lambda_{\tilde{X}_2} = 1, \lambda_{X_2} = 1)$, on peut aussi supprimer le facteur α .

En enlevant les distributions sur le nouvel objectif \tilde{X}_2 , on retrouve bien l'ancien modèle à un seul objectif. Ce nouveau modèle est donc une extension du premier modèle qui peut accepter deux objectifs. L'avantage d'avoir un seul modèle qui

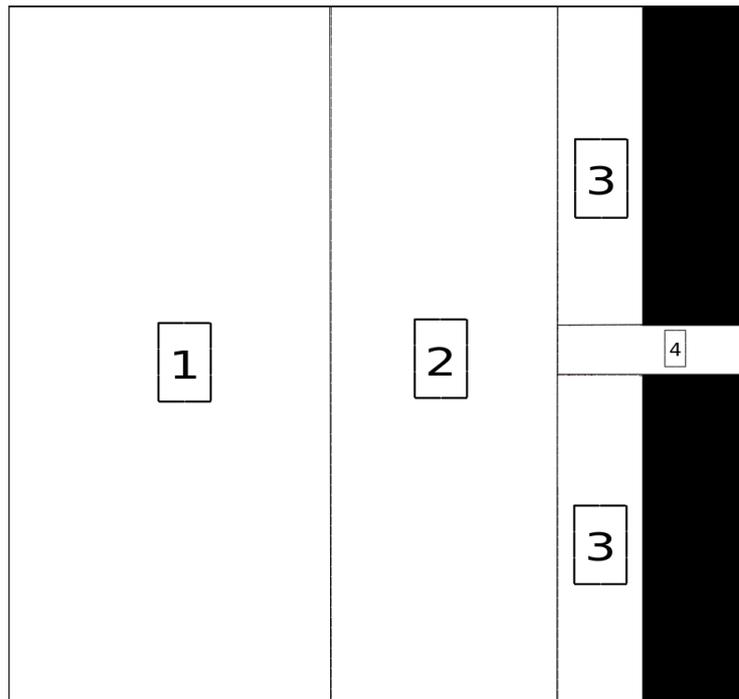


FIGURE 7.2: Vue du dessus du sol. À droite, on peut voir les murs du couloir en noir. La largeur du couloir est de 1 mètre. Les quatre zones numérotées correspondent à des stratégies différentes qui sont détaillées dans le texte. L'axe gauche-droite est appelé axe X, et l'axe bas-haut est appelé axe Y.

peut prendre en compte un ou plusieurs objectifs est qu'il est possible de changer rapidement d'objectif au cours de l'expérience.

7.3.3 Stratégie

Pour résoudre la tâche on va distinguer quatre zones différentes qui vont correspondre à des combinaisons différentes d'objectifs.

On voit Figure 7.2 la séparation de ces zones :

- Zone 1 : Le couloir n'est pas encore détecté, pas d'objectif en déplacement, uniquement un objectif en vitesse.
- Zone 2 : Le couloir est détecté mais est encore loin. On garde le même objectif en vitesse et on ajoute un objectif sur la position du centre de masse sur l'axe Y. Ce nouvel objectif va favoriser les déplacements rapprochant la position sur l'axe Y du centre de masse de l'entrée du couloir.
- Zone 3 : Le couloir est proche et le centre de masse n'est pas devant l'entrée du couloir. Sur l'axe X, on contrôle seulement la position du centre de masse afin d'être sûr d'éviter de rentrer dans le mur. Sur l'axe Y, on contrôle la vitesse du centre de masse pour l'amener devant l'entrée du couloir.

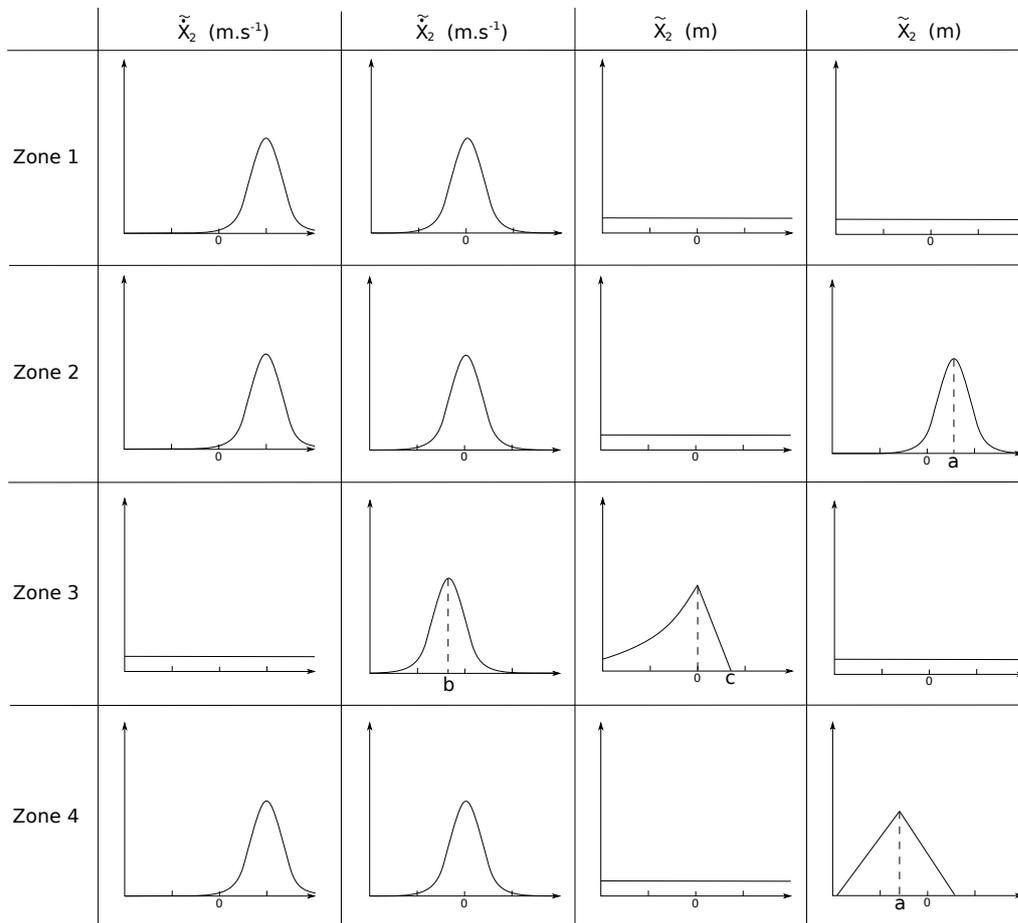


FIGURE 7.3: Cette figure montre les distributions unidimensionnelles sur chaque objectif en fonction de la zone. Dans la zone 2, le paramètre a est proportionnel à la différence verticale entre le centre de masse et l'entrée du couloir. Dans la zone 3, le paramètre b est proportionnel à la différence verticale entre le capture point et l'entrée du couloir, pour amener le robot en équilibre devant l'entrée du couloir. Le paramètre c est la distance horizontale entre le centre de masse et le mur du couloir. Dans la zone 4, le paramètre a est la distance verticale entre le centre de masse et le milieu du couloir.

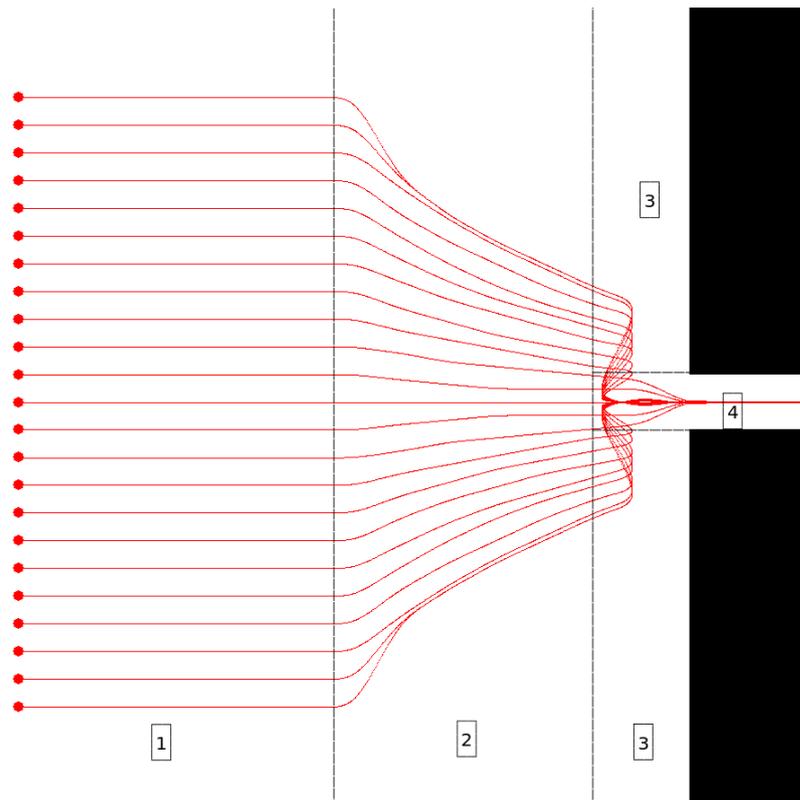


FIGURE 7.4: Dans cette Figure, les tracés rouges représentent les différentes trajectoires du centre de masse induites par le contrôle décrit plus haut. Voir le texte pour plus d'explications sur les comportements observés dans chaque zone.

- Zone 4 : Le couloir est proche et le centre de masse est devant l'entrée du couloir, ou bien on est déjà dans le couloir. Dernière ligne droite, on contrôle la vitesse du centre de masse pour aller vers la droite et on contrôle la position du centre de masse sur l'axe Y pour éviter de rentrer dans un mur.

La Figure 7.3 montre les différentes distributions correspondant à chaque zone de contrôle.

7.4 Résultats

Dans la figure 7.4, on peut voir les différentes trajectoires du centre de masse induites par la stratégie décrite dans la section précédente. Analysons le comportement pour chaque zone de notre contrôle.

Zone 1

Dans cette zone, le contrôle est seulement en vitesse. Comme on s'y attend, sans perturbations le robot suit l'objectif et avance horizontalement vers la droite.

Zone 2

Dans cette zone, l'objectif sur l'axe X est toujours uniquement en vitesse. En revanche il y a un conflit sur l'axe Y entre position et vitesse. L'objectif optimal en vitesse est le vecteur nul et l'objectif optimal en position se rapproche de l'entrée du couloir.

On observe le compromis fait par le modèle sur l'axe Y. Le mouvement qui en découle se rapproche de l'entrée du couloir, mais n'aboutit pas devant l'entrée pour toutes les configurations initiales. Une manière d'améliorer le contrôle est de changer l'objectif en vitesse pour l'orienter vers l'entrée du couloir. Ici, on a voulu garder une contradiction claire afin de mieux observer le compromis fait par le modèle.

Zone 3

Cette fois l'objectif sur l'axe X est uniquement en position. La position ayant la plus grande préférence est celle qui reste à la même distance du mur qu'au début du pas. On remarque que pour revenir à cette distance, le robot doit repartir en arrière (s'il avait une vitesse positive sur l'axe X au début du pas). C'est ce qu'on constate sur les trajectoires dans cette zone. Sur l'axe Y, on contrôle la vitesse pour amener le robot devant l'entrée du couloir tout en contrôlant sa stabilité.

Zone 4

Dans cette dernière zone, sur l'axe X, l'objectif est seulement en vitesse.

Sur l'axe Y en revanche, on a une combinaison intéressante d'objectifs. La vitesse optimale sur ce plan est toujours le vecteur nul, mais l'objectif en position exprime la contrainte de ne pas toucher les murs, avec une préférence pour les positions les plus loin possible des murs. Contrairement à la zone 2 où il y avait conflit entre objectifs, on a ici l'un des deux objectifs qui agit sous la forme de contrainte. Dans cette situation, il n'y a pas d'amélioration évidente que l'on peut faire sur l'objectif en vitesse pour éviter de toucher les murs comme il y en avait dans la zone 2 (i.e. changer la direction optimale de la vitesse vers l'entrée du couloir). On voit bien ici l'intérêt du modèle qui combine l'objectif et la contrainte.

La trajectoire obtenue arrive rapidement à un équilibre stable avec le centre de masse au milieu du couloir.

7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu comment intégrer mathématiquement plusieurs objectifs dans le modèle probabiliste et la manière dont le modèle fait des compromis à partir des distributions de préférences. Le nouveau modèle est flexible puisqu'il est très facile de changer d'objectif en temps réel. On peut d'ailleurs facilement retrouver le modèle précédent à un seul objectif. Enfin, à l'aide d'une expérience en simulation, on a pu mettre en oeuvre ce nouveau modèle et utiliser sa flexibilité pour résoudre une nouvelle tâche, rentrer dans un couloir.

Il faut cependant faire attention à la manière dont sont définis nos distributions de préférences. Dans ce chapitre, les distributions étaient choisies à la main, la plupart du temps considérées Gaussiennes par souci de simplicité. Ces distributions sont loin d'être optimales, et parfois même ne décrivent pas correctement nos préférences. Cependant, il est possible de définir proprement ces distributions à l'aide d'un cadre hiérarchique auquel le modèle probabiliste se prête très bien. En effet l'entrée du modèle est une distribution de probabilité sur les objectifs et sa sortie est aussi une distribution de probabilité. On peut donc imaginer un modèle d'un niveau supérieur qui donnerait en sortie les bonnes distributions de préférences sur nos objectifs. C'est l'objet du chapitre suivant.

Hiérarchie

Le chapitre précédent a permis de montrer l'importance de bien définir les distributions sur les objectifs. Jusqu'à présent, ces distributions étaient définies manuellement pour répondre aux différents problèmes. Cependant, ces distributions peuvent être difficiles à définir dans le cas où il y aurait de nombreuses informations à prendre en compte. Une solution pour les définir proprement est d'utiliser un autre modèle probabiliste à un niveau supérieur, qui va prendre en compte ces informations. C'est ce qu'on explore dans ce chapitre.

8.1 Principe

La réponse donnée par le modèle probabiliste est en réalité une distribution de probabilité. Dans les exemples précédents, on choisissait simplement le maximum de cette distribution pour choisir la prochaine position du point d'appui. Mais une autre possibilité est d'utiliser cette distribution comme objectif pour un autre modèle à un niveau inférieur. Ici, on va plutôt remonter la hiérarchie et utiliser un modèle à un niveau supérieur pour obtenir en sortie une distribution sur un objectif.

Le modèle du niveau supérieur, appelé par la suite modèle $n + 1$, peut prendre en entrée des variables de plus haut niveau, comme l'endroit où l'on souhaite se rendre ou la position d'un obstacle lointain par exemple. La sortie de ce modèle sera une distribution sur la vitesse du centre de masse qui sera utilisée comme objectif dans notre modèle de niveau inférieur.

L'avantage de cette structure hiérarchique est qu'elle permet de séparer les différents problèmes, tout en transmettant l'objectif au niveau inférieur sans perte d'information grâce à la forme probabiliste de l'objectif. Avoir plusieurs modèles permet de garder leurs tailles assez limitées pour pouvoir les décomposer et comprendre les différentes distributions.

8.2 Nouvelle tâche

Dans le chapitre 5, on a vu comment intégrer des obstacles au sol dans le modèle probabiliste. Cette méthode marche pour des petits obstacles qui n'impliquent pas de changer l'objectif global en vitesse. Dans cette nouvelle expérience, le robot doit éviter un petit lac d'un diamètre de 5 m . Le vecteur reliant le centre de masse au lac à l'instant initial est $(-1\text{ m}, 10\text{ m})$.

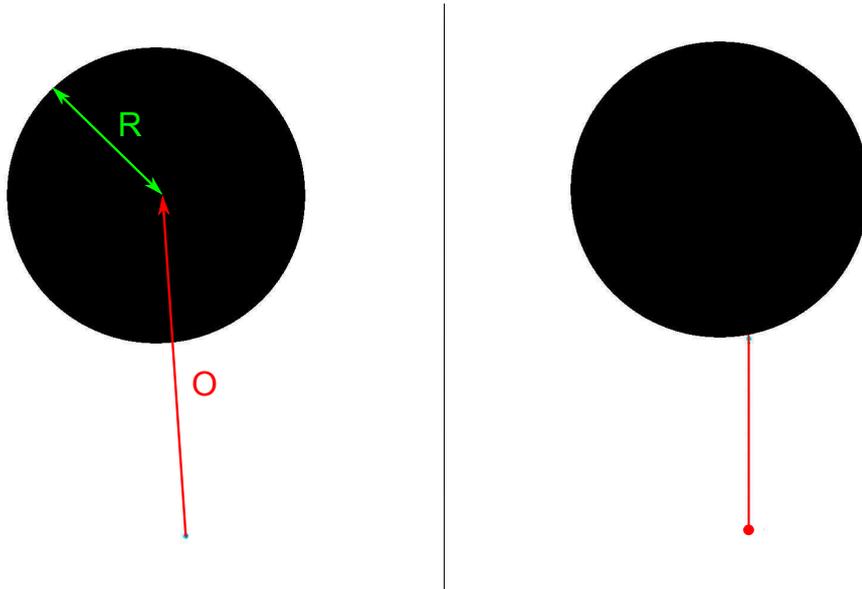


FIGURE 8.1: Le lac est représenté par le disque noir. À gauche de cette figure, on peut voir le vecteur O , qui est la position du lac par rapport au centre de masse, et la variable R qui est le rayon du lac. À droite, on peut voir en rouge la trajectoire générée par l'ancien modèle. Le robot marche tout droit et tombe en essayant d'enjamber le lac.

Si l'on applique la même méthode que pour le chapitre 5, on obtient la trajectoire que l'on voit Figure 8.1 à droite. Tant que le lac n'empêche pas de poser le pied, le comportement du robot reste le même. Arrivé devant le lac, le modèle va choisir le point d'appui qui maintient le robot à la même vitesse en évitant de marcher dans le lac. Cependant au pas suivant, il n'y aura plus de positions au sol permettant de se rattraper car le robot sera au-dessus du lac. En effet, rien n'indique au robot que le lac est trop grand pour pouvoir l'enjamber et qu'il faut changer d'objectif en vitesse.

8.3 Modèle $n + 1$

Ce nouveau modèle sert à adapter la distribution de préférence sur la vitesse pour éviter le lac.

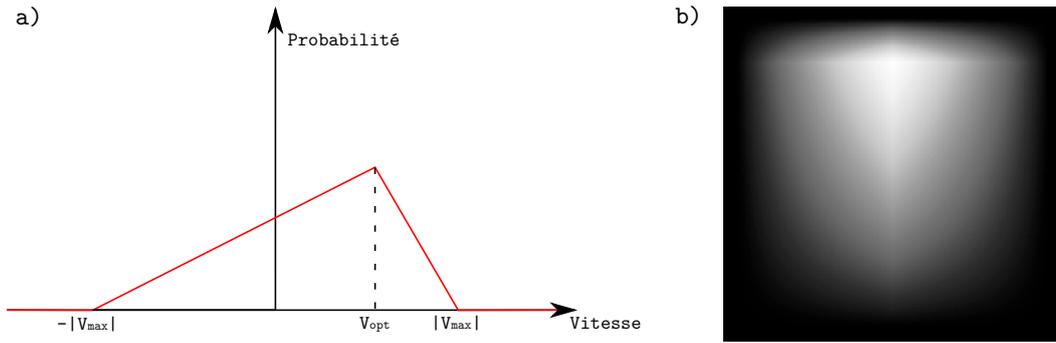


FIGURE 8.2: a) La distribution en une dimension utilisée comme objectif en vitesse. b) La distribution en deux dimensions avec comme vecteur optimal $V_{opt} = (0, 1) m.s^{-1}$. En abscisse la valeur v_x , en ordonnée v_y et la clarté représente $P(\tilde{V} = (v_x, v_y))$ (blanc=max, noir=0).

- O , la position relative du lac par rapport au centre de masse (voir Figure 8.1).
- R , le rayon du lac détecté (voir Figure 8.1).
- V , la vitesse qui sera la commande pour l'objectif du dessous.
- \tilde{V} , l'objectif en vitesse construit à la main ou venu du niveau $n + 2$.
- λ_V , la variable de cohérence liant V et \tilde{V} .

Il faut donc maintenant décomposer la distribution jointe de toutes ces variables. Comme ce qu'on a fait dans le chapitre 4, on utilise pour ça le théorème de Bayes et des indépendances conditionnelles. La décomposition utilisée est la suivante :

$$P(O, R, V, \tilde{V}, \lambda_V) = P(O)P(R)P(V|O, R)P(\tilde{V})P(\lambda_V|V, \tilde{V}) \quad (8.1)$$

La distribution $P(\tilde{V})$ représente l'objectif en vitesse venu du niveau $n + 2$. Dans notre cas, on peut réutiliser la distribution que l'on avait dans le modèle précédent où il n'y avait pas de lac. Le modèle du niveau $n + 1$ va adapter cette distribution pour éviter de tomber dans le lac. La figure 8.2 représente cette distribution.

La distribution $P(V|O, R)$ décrit notre stratégie d'évitement du lac. C'est la valeur de chaque vitesse, sachant la position du lac par rapport au centre de masse (O) et son rayon (R). Nous avons choisi une distribution très simple où la valeur d'une vitesse est égale à zéro quand elle pointe vers le lac, et est constante sinon. La figure 8.3 représente cette distribution.

Les distributions $P(O)$ et $P(R)$ servent à intégrer l'incertitude sur l'estimation des variables O et R . Ici, ce sont des Gaussiennes centrées sur l'estimation de ces va-

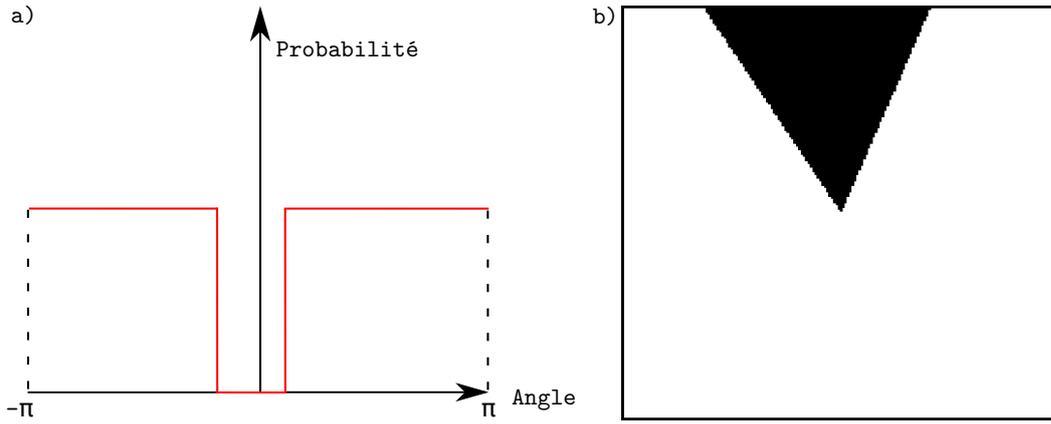


FIGURE 8.3: a) Distribution $P(V|O, R)$ en fonction de l'angle. La probabilité est nulle quand l'angle pointe vers le lac. b) La distribution $P(V|O, R)$ en deux dimensions. En abscisse la valeur v_x , en ordonnée v_y et la clarté représente $P(V = (v_x, v_y)|O, R)$ (blanc=max, noir=0).

riables par les capteurs, et de variance l'incertitude associée à chaque capteur.

Enfin, la question posée au modèle est $P(V|\lambda_V = 1)$. On veut connaître la distribution sur V permettant d'éviter le lac et de s'approcher au mieux de notre objectif. En marginalisant, et en retirant le facteur de normalisation, on obtient :

$$\begin{aligned}
 P(V|\lambda_V = 1) &\propto \sum_{O, R, \tilde{V}} P(O)P(R)P(V|O, R)P(\tilde{V})P(\lambda_V = 1|V, \tilde{V}) \\
 &\propto \sum_{O, R} P(O)P(R)P(V|O, R)P(\tilde{V} = V)
 \end{aligned}$$

8.4 Application

8.4.1 Algorithme

Le calcul se sépare maintenant en deux phases. Dans la première phase, on exécute le modèle $n + 1$. Pour une grille de vitesses de 100 lignes et 100 colonnes, on calcule $P(V = v|\lambda_V = 1)$. On enregistre ces valeurs dans un tableau. On crée la distribution $P(\tilde{V})$ qui sera l'objectif du niveau d'en dessous en associant à chaque vitesse, la probabilité de son plus proche voisin appartenant à la grille. On peut voir un exemple simple avec une grille de 5×5 Figure 8.4.

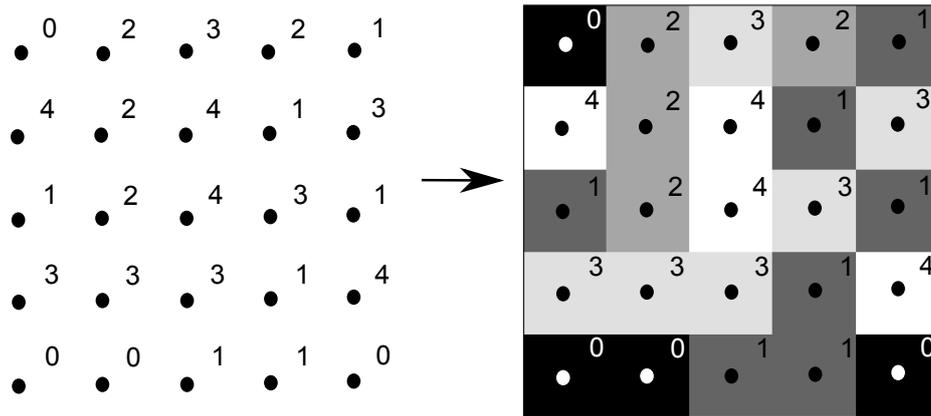


FIGURE 8.4: Illustration du principe de transmission de la distribution du modèle $n + 1$ au modèle n . Une valeur a été associée à chaque point pour représenter la probabilité $P(V = v | \lambda_V = 1)$ calculée dans le modèle $n + 1$. À droite la distribution résultante qui sera utilisée comme objectif $P(\tilde{V})$ dans le modèle n . Dans notre cas, la grille n'est pas de taille 5×5 mais 100×100 .

8.4.2 Résultats

Nous allons suivre la trajectoire du centre de masse et expliciter la distribution de vitesse à la sortie du modèle $n + 1$. La Figure 8.5 montre les résultats à quatre différents instants sans incertitudes sur les variables O et R :

- L'instant initial. Le lac est à une position $(-1m, 10m)$ du centre de masse. La distribution résultante du modèle $n + 1$ montre bien l'aspect tout ou rien de la distribution $P(V|O, R)$. Toutes les vitesses qui sont pointées vers le lac sont éliminées et le reste de la distribution est inchangée.
- Après quelques pas, le modèle a automatiquement choisi d'éviter le lac par la droite car celui-ci était légèrement sur la gauche à l'instant initial. La direction initiale est conservée, c'est la direction qui évite le lac tout en étant le plus proche possible de la vitesse optimale.
- À l'approche du lac, de nouvelles directions plus proches de la vitesse optimale deviennent accessibles. Le robot change de trajectoire jusqu'à atteindre la direction nord-sud préférée.
- Le lac est dépassé et ne gêne plus le mouvement du robot.

On peut voir que le robot passe très proche des bords du lac. En effet, il considère qu'il n'y a pas d'incertitude sur la position de celui-ci ou sur son rayon. Mais le modèle est capable d'intégrer ces incertitudes à l'aide des distributions $P(O)$ et $P(R)$. Observons ce qu'il se passe si l'on rajoute de la variance dans la distribution

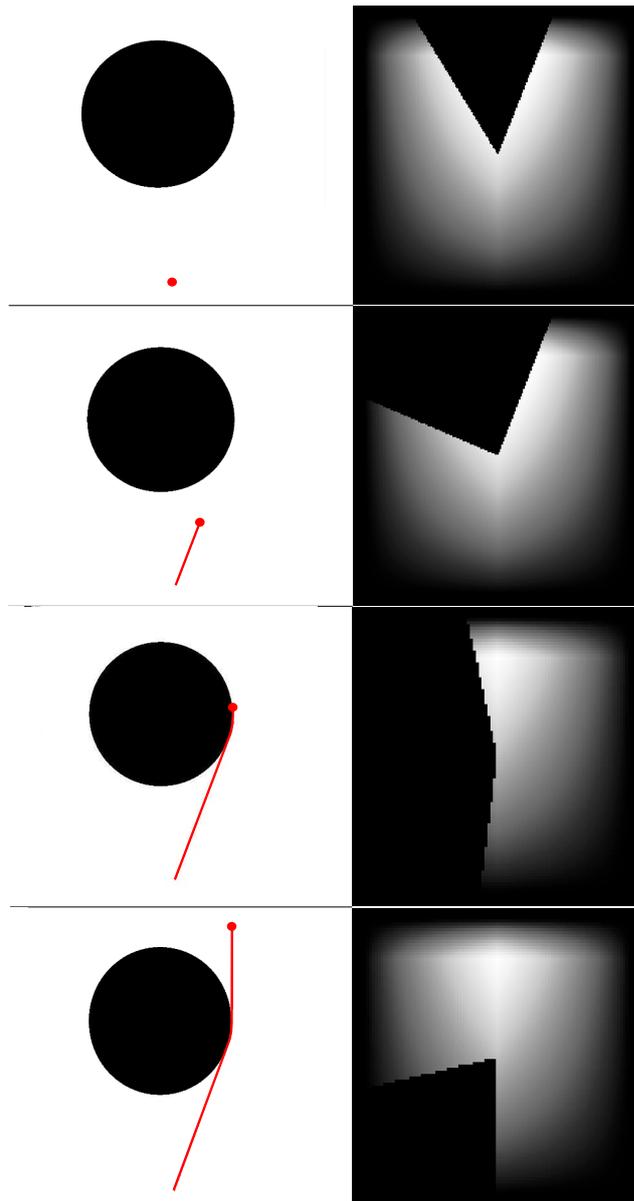


FIGURE 8.5: Cette figure décrit la situation à quatre instants différents de l'évitement du lac. À gauche on peut voir la position du centre de masse, du lac, et la trajectoire du centre de masse jusqu'à cet instant. À droite est affichée la distribution de vitesse qui ressort du modèle $n + 1$ pour chaque situation.

$P(R)$, ce qui revient à faire croire au robot que son estimation du rayon du lac est incertaine. La trajectoire et les distributions associées sont visibles figure 8.6.

On remarque que les nouvelles distributions sont moins marquées que les précédentes. La zone des vitesses associées à une probabilité nulle est plus réduite (zone noire dans la distribution). Cela s'explique par le fait que le modèle considère qu'il y a de l'incertitude sur le rayon du lac, le vrai rayon est donc potentiellement plus

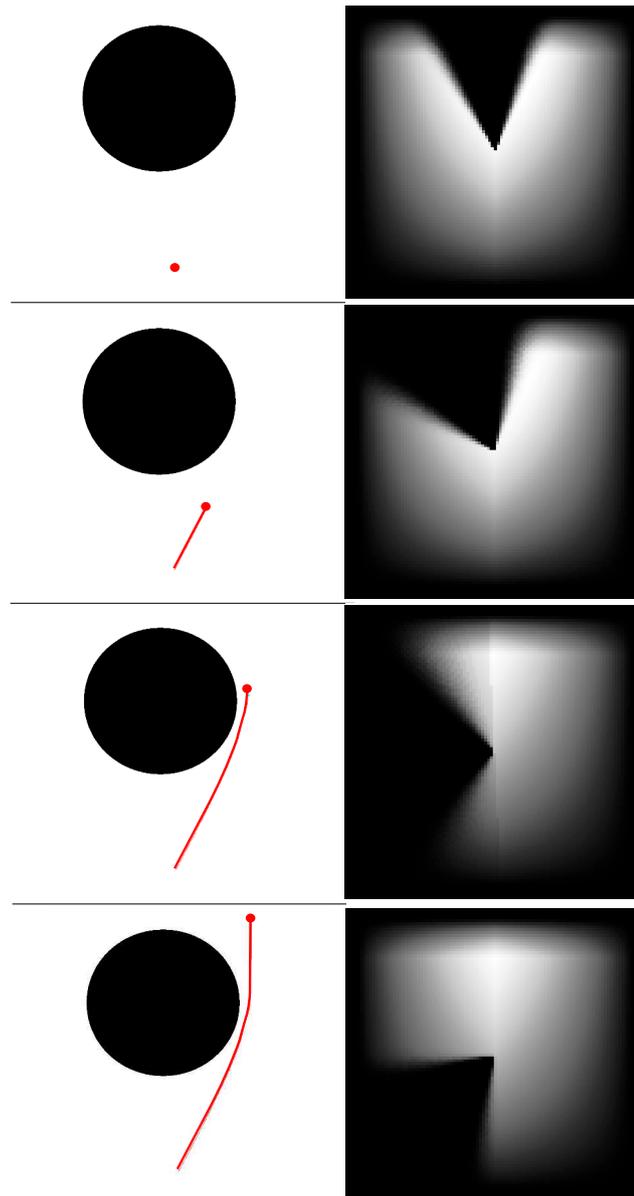


FIGURE 8.6: Même disposition que pour la figure précédente, mais cette fois le modèle estime que son estimation du rayon du lac est imprécise. On voit les conséquences sur les distributions résultantes qui sont beaucoup moins nettes. La trajectoire obtenue passe beaucoup plus loin des bords du lac pour éviter de tomber.

petit que le rayon mesuré, ce qui rend certaines directions potentiellement valides.

Cependant, même si cette zone est plus petite, le chemin choisi par le modèle est plus prudent que le précédent et passe plus loin du lac. En effet, l'incertitude fait que le vrai rayon du lac est aussi potentiellement plus grand que celui mesuré, ce qui diminue la valeur des directions passant proche de celui-ci.

8.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous vu comment définir un objectif à l'aide d'un modèle probabiliste à un niveau supérieur. Ceci est utile quand il y a trop d'informations pour pouvoir définir correctement cet objectif à la main.

Nous avons pu observer les modifications faites sur l'objectif en vitesse par le modèle de niveau $n + 1$ dans le cas où il faut éviter un lac que le robot ne peut pas enjamber. Le nouveau modèle présente les mêmes avantages que l'ancien et permet aussi d'intégrer les incertitudes sur la position du lac ou son rayon.

Le type de modèle probabiliste utilisé dans cette thèse s'adapte très bien à une structure hiérarchique. Cela peut s'avérer très utile puisqu'il permet de séparer aisément différentes problématiques avant de les regrouper en transmettant les informations sous la forme de distributions de probabilité.

Expériences robotiques

Pour tester le modèle probabiliste dans un cadre réel, nous avons voulu implémenter le contrôle sur un robot. Cela nous aurait permis de constater l'efficacité du modèle, dans le cas où les incertitudes ne seraient pas Gaussiennes par exemple. De plus, il y aurait eu la possibilité de compléter la hiérarchie probabiliste en implémentant un nouveau modèle bas niveau pour contrôler les moteurs du robot.

Malheureusement, par une combinaison de problèmes relatifs au robot lui-même et au contrôle, la tâche n'a pas pu être réalisée. Ce chapitre décrit le bilan de ces expériences et les leçons à en tirer.

9.1 Implémentation sur un robot réel

9.1.1 Le robot Jack

On voit Figure 9.1 le robot utilisé dans ce travail. Ce robot se prénomme Jack et mesure 80 cm de haut. Il possède 28 degrés de liberté dont 6 par jambe (deux dans la cheville, un au genou et trois dans la hanche).

Les degrés de liberté sont actionnés par des moteurs dynamixel MX-64R, MX-28R et EX-106+. On peut voir Figure 9.2 leurs caractéristiques respectives. Tous les moteurs des jambes sont de type EX-106+, sauf le moteur de la hanche qui contrôle la rotation lacet qui est de type MX-64R. Ces moteurs sont contrôlés en position. La fonction interne, déterminant le couple exercé par le moteur en fonction de l'objectif en position, est décrite Figure 9.3. Chaque paramètre de cette fonction peut être modifié y compris durant le mouvement. L'ordinateur échange avec le robot via un câble "4 pins" avec tous les moteurs reliés en série. Pour un seul moteur, l'envoi de commandes et la réception d'informations peuvent être effectués à plus de 500 Hz. Quand l'ensemble des 28 moteurs est connecté, cette fréquence passe à 20 Hz.

Sous chaque pied, il y a quatre capteurs de pression de type FSR qu'on peut voir Figure 9.1 à droite. Le robot repose en réalité sur ces capteurs de pression qui font

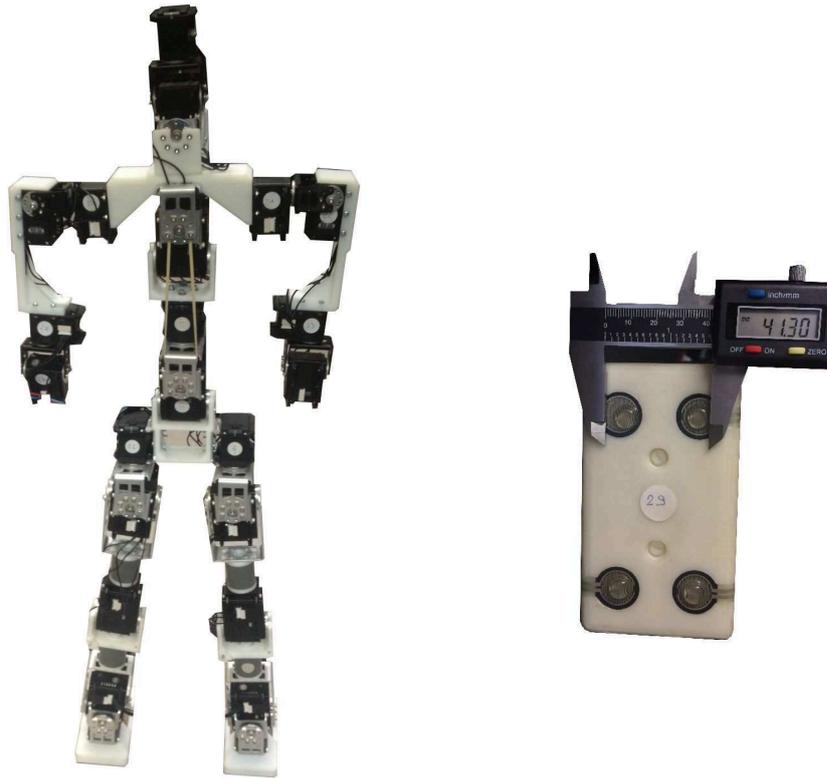


FIGURE 9.1: À gauche, le robot utilisé dans ce travail nommé "Jack". Il mesure 80 cm et possède 28 degrés de liberté dont 6 par jambe. À droite un zoom sur le dessous d'un pied du robot, qui repose sur des capteurs de pressions. La largeur du polygone de sustentation est de 4,1 cm et sa longueur est de 8.01 cm.

office de plots. La zone de support de chaque pied fait donc 8,01 cm de long sur 4,1 cm de large.

Ce robot a été entièrement conçu et monté dans le cadre d'un projet étudiant de l'école d'ingénieur Polytech Paris.

9.1.2 Contrôle du robot

Choix de la méthode

Pour pouvoir tester notre modèle, il faut que le robot puisse déplacer le pied vers une position donnée. Pour ce faire, il faut donc envoyer des commandes aux 28 moteurs du robot pendant une durée définie pour exécuter une trajectoire de pas.

Type	Couple max	Vitesse max à vide	Poids
EX-106+	10.9 N.m	91 rpm	154 g
MX-64R	7.3 N.m	78 rpm	126 g
MX-28R	3.1 N.m	67 rpm	72 g

FIGURE 9.2: Quelques caractéristiques des trois moteurs utilisés sur le robot Jack. Tous les moteurs de la jambe sont de type EX-106+ (à l'exception du moteur du lacet de la hanche qui est de type MX-64R).

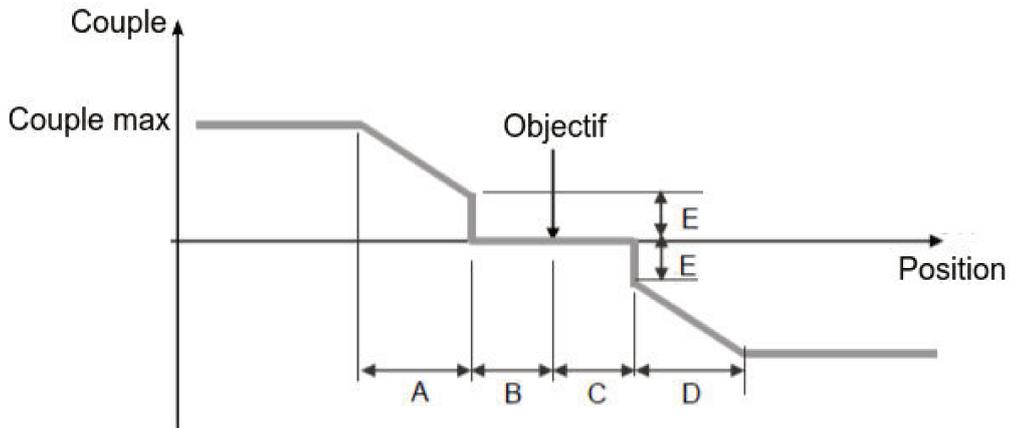


FIGURE 9.3: La fonction interne à chaque moteur calculant le couple de sortie en fonction de la position et de l'objectif. Les paramètres A et D déterminent la pente de la compliance. Les paramètres B et C sont les marges de compliance et le paramètre E est appelé "Punch".

La première idée est d'utiliser un nouveau modèle probabiliste de niveau $n - 1$. Ce modèle prendrait en entrée la distribution sur la position du prochain point d'appui, et rendrait en sortie les commandes de chaque moteur. Cependant si l'on compte que le temps de déplacement de la jambe est de 0.5 s, et que chaque moteur reçoit une commande toute les 0.05 s (20 Hz), notre modèle devrait donner en sortie une distribution conjointe de 280 variables. Même si l'on imagine qu'il n'y a que trois commandes possibles par moteur à chaque instant (+, - ou =), il faut quand même considérer 3^{280} possibilités. Il faut donc aborder le problème différemment pour diminuer la complexité, en le séparant en plusieurs sous-problèmes par exemple.

Mais avant de se lancer dans ce travail, il faut d'abord s'assurer que notre robot est capable d'effectuer la tâche considérée. Dans un premier temps, nous avons donc choisi de contrôler le robot à l'aide d'une méthode déterministe.

Détails du contrôle

Les moteurs sont contrôlés à l'aide du logiciel ROS. Chaque moteur est vu comme un nœud indépendant qui donne des informations sur son état (objectif, position

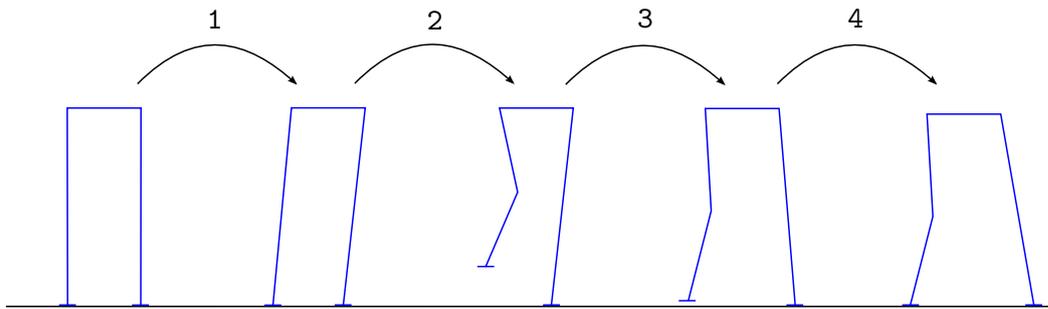


FIGURE 9.4: Schéma simple représentant le mouvement des jambes du robot. On distingue quatre étapes : 1. Déplacement latéral du centre de masse. 2. Soulèvement du pied. 3. Prédiction du mouvement du robot pendant la chute et positionnement de la jambe en vol. 4. Réception.

actuelle, vitesse, température) à une fréquence de 20 Hz. À la même fréquence, on peut envoyer à chaque moteur un nouvel objectif et changer les paramètres A,B,C,D,E que l'on voit Figure 9.2.

L'idée est d'utiliser la dynamique inverse combinée à de la géométrie pour réussir à exécuter un pas. Nous avons séparé le mouvement en quatre étapes (Figure 9.4) :

1. Déplacement latéral du robot. La vitesse de déplacement doit être la plus grande possible, pour augmenter le temps disponible pour exécuter le pas, sans tomber.
2. Soulèvement du pied.
3. Prédiction du mouvement du robot pendant la chute et positionnement de la jambe en vol. La pente de la compliance (paramètre A) est mise au maximum pour les moteurs du genou, de la cheville et de la hanche en tangage.
4. Réception et réinitialisation des compliances des moteurs. Début d'un nouveau pas.

Le haut du corps reste statique pendant tout le mouvement.

9.1.3 Problèmes rencontrés

Les problèmes rencontrés se répartissent en trois groupes.

Problèmes de précision

À chaque pas de temps, le robot renvoie la position angulaire de chacun de ses moteurs ainsi que les retours des capteurs de pression. Le capteur angulaire de chaque moteur est assez précis puisqu'il a une résolution de 0.06° . En revanche, il

faut tenir compte du jeu dans les articulations du robot qui n'est pas détecté par les moteurs.

Les capteurs de pression servent quant à eux à estimer la position du centre de pression. Le centre de pression sert à prédire le mouvement du robot pendant la phase de simple appui (étape 3 de la Figure 9.4) en utilisant les équations du pendule linéaire inversé. Cependant, à première vue, les capteurs FSR ne permettaient pas d'estimer de manière fiable la position du centre de pression. Faire un simple barycentre des réponses des capteurs ne concordait pas toujours avec le centre de pression que l'on estimait en regardant le robot (quand le robot est immobile, le centre de pression est à la verticale du centre de masse). Nous avons fait l'hypothèse que l'erreur venait de la fonction de réponse des capteurs, qui n'était pas forcément une fonction linéaire de la force exercée. Pour vérifier cette hypothèse, et ensuite inverser la fonction de réponse des capteurs, nous avons suivi la procédure suivante :

- On enregistre les réponses des capteurs de pression dans plusieurs positions statiques différentes
- On appelle $o_i, i \in \llbracket 1, 8 \rrbracket$ les observations des 8 capteurs et $F_i, i \in \llbracket 1 - 8 \rrbracket$ les forces associées à ces observations. On suppose qu'il existe un polynôme g tel que $\forall i, g(o_i) = F_i$.
- On sait que $\sum_i F_i = P$, P étant le poids du robot, car les postures sont statiques. On a donc une série d'équations de la forme $\sum_i g(o_i) = P$. À l'aide de ces équations, on peut estimer g en l'approximant à l'aide de la méthode des moindres carrés. Nous avons choisi de nous limiter à un polynôme de degré 3.

Enfin pour tester notre résultat, nous avons enregistré la réponse des capteurs dans 13 postures différentes. Les positions bleues sur la Figure 9.5 représentent les positions théoriques du centre de pression pour chaque posture. Les positions vertes sur la Figure 9.5 représentent l'estimation du centre de pression :

- En haut, en faisant simplement un barycentre des réponses des capteurs
- En bas, en faisant un barycentre des $g(o_i)$.

On constate une amélioration nette de l'estimation du centre de pression en inversant la fonction de réponse des capteurs. Cependant cette estimation reste toujours approximative et engendre de l'incertitude dans la prédiction du mouvement.

Enfin, un dernier problème est dû aux frottements secs dans les moteurs qui se bloquent à certaines positions. Ces frottements peuvent aller jusqu'à mettre le pied sur la tranche en roulis pendant l'étape 2 du mouvement (voir Figure 9.4), alors même que les moteurs de la cheville sont débranchés. Ces frottements génèrent donc de l'incertitude dans l'exécution du mouvement .

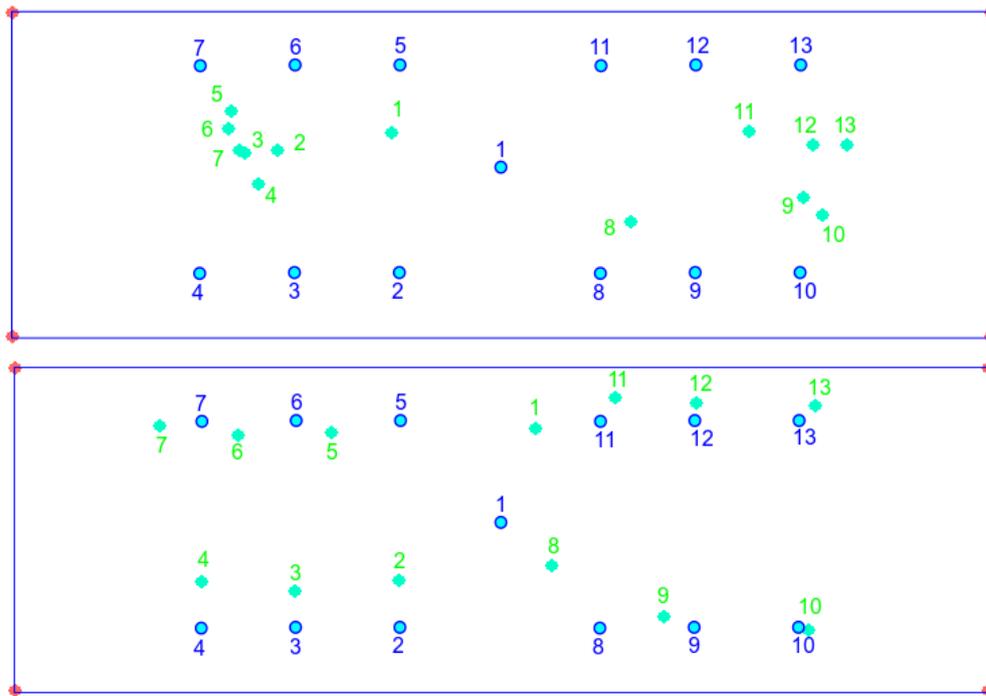


FIGURE 9.5: Le rectangle bleu représente le polygone de sustentation du robot. En haut, on peut voir en vert l'estimation du centre de pression sans modifier le retour des capteurs, comparé aux positions théoriques en bleu. L'erreur moyenne est de 5,45 cm. En bas la même comparaison mais on a cette fois passé la réponse des capteurs par la fonction g . L'erreur moyenne est de 2,35 cm.

Problèmes de puissance

Pour garder un équilibre bipède dynamique, il faut réagir rapidement. Cela demande beaucoup de puissance dans les moteurs des jambes, particulièrement ceux de la hanche et du genou. S'il n'y a pas assez de puissance il est impossible de réaliser des mouvements de récupération rapides. Pour l'homme, un pas rapide (on ne considère ici que le temps de vol du pied et non le temps de réaction ou le déplacement du centre de masse précédent le pas) dure entre 200 ms et 400 ms (AFTAB, 2012). On voit Figure 9.6 la trajectoire du moteur de la hanche ainsi que la commande envoyée, pour un pas durant 200 ms et un autre de 400 ms. La commande consiste simplement à lever le pied de 5 cm et à le reposer sur place, le tout en 200 ms ou 400 ms.

On voit bien que même pour un pas de 400 ms, le mouvement est encore trop rapide pour être suivi par les moteurs du robot. De plus, le robot étant environ deux fois plus petit qu'un homme, sa constante de temps ($\tau = \sqrt{\frac{h}{g}}$) est $\sqrt{2}$ fois plus faible que celle d'un homme. Le robot tombe donc plus vite qu'un homme et devrait pouvoir faire des pas plus rapides pour garder son équilibre. Le manque de puissance des moteurs limite donc le potentiel de rééquilibrage du robot.

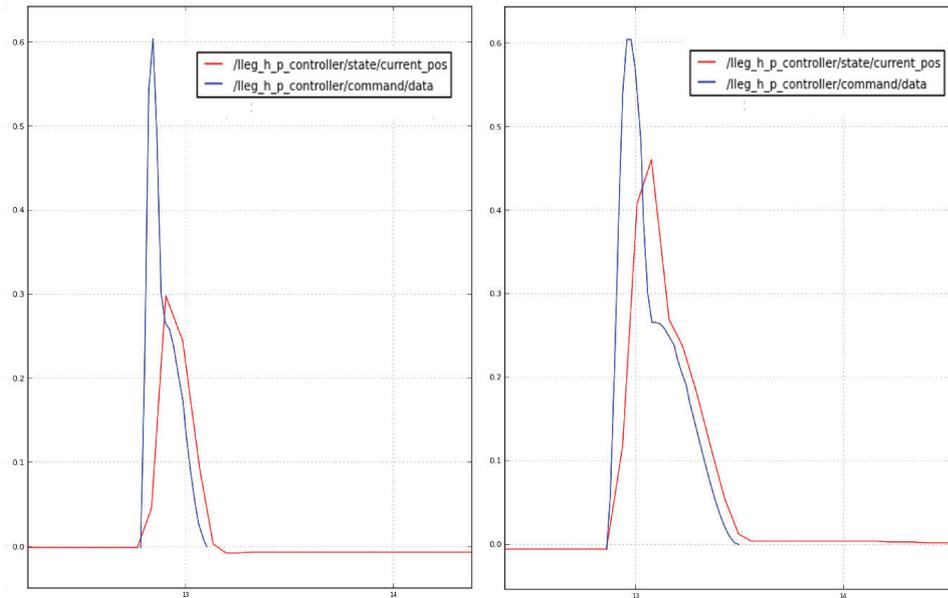


FIGURE 9.6: Deux graphiques décrivant les trajectoires du moteur de la hanche en tangage et de sa commande durant un pas. La commande est en bleu et la position renvoyée par le moteur en rouge. À gauche, on peut voir que pour un pas de 200 ms, le moteur atteint seulement la moitié de l'angle désiré (angle maximal de 0.3 rad contre 0.6 rad pour la commande). À droite, pour un pas de 400 ms, seulement trois quarts du mouvement est réalisé (angle maximal de 0.45 rad contre 0.6 rad pour la commande). Cela traduit un manque de puissance dans ce moteur pour effectuer des pas aussi rapides.

Ce manque de puissance génère également une désynchronisation des différents moteurs, les moteurs ayant le moins de charge étant très en avance par rapport aux autres moteurs. Cela va créer une imprécision dans le mouvement qui peut s'avérer critique, particulièrement au moment de la repose du pied.

Problème de compliance

Le problème de compliance a été particulièrement ressenti pendant l'étape 4 du contrôle, la repose du pied. Avec un contrôle très précis, on peut arriver à reposer le pied avec une vitesse verticale proche de zéro au moment du contact avec le sol. Cependant, quand la vitesse verticale est non nulle, cela crée un choc qui peut aller jusqu'à renverser le robot.

Dans notre cas, nous avons observé trois types de repose du pied.

- Le pied touche le sol avant que le robot ait fini le mouvement de la jambe en l'air. Le pied arrive donc au sol à grande vitesse et le choc fait chuter le robot.
- Le pied est très proche du sol quand le mouvement de la jambe s'arrête. Le choc est faible et le robot reste debout.

- Le pied est encore en hauteur à la fin du mouvement. Le robot est entraîné par la gravité ce qui crée une vitesse importante au moment où le pied touche le sol et le choc fait chuter le robot.

L'avantage de la compliance, c'est qu'elle permet d'amortir ces chocs et donc d'augmenter l'amplitude de mouvements possibles où le robot garde son équilibre.

Malheureusement la compliance électrique des moteurs n'est pas efficace lors de mouvements rapides et le robot n'a pas de compliance passive. Le contrôle n'étant pas assez précis pour toujours poser le pied à vitesse nulle, nous avons décidé d'arrêter notre implémentation.

9.1.4 Bilan et solutions

On peut donc résumer ce travail sur le robot Jack par le constat suivant : pour pouvoir exécuter une marche dynamique sur ce robot, il faut soit de la compliance pour pallier les erreurs dues aux imprécisions mécaniques et au manque de puissance, soit développer le contrôle de manière radicale, en améliorant le modèle et en compensant chaque erreur afin d'avoir le mouvement idéal.

Sur le marché aujourd'hui, on voit de nombreux robots qui optent pour plus de compliance passive avec le développement des SEA (series elastic actuators, PRATT et WILLIAMSON, 1995) et de la compliance hydraulique (BENTIVEGNA *et al.*, 2007) ou pneumatique (DAERDEN et LEFEBER, 2002). Contrôler un robot compliant apporte aussi son lot de difficultés, ce qui explique le développement des approches de contrôle en couple, qui s'adaptent bien à ce type de robot (MASON, 1981). On constate aussi la recherche pour augmenter la puissance des moteurs avec le développement des moteurs hydrauliques (comme ceux du robot ATLAS de Boston Dynamics) ou des moteurs électriques à refroidissement rapide (moteurs utilisés par le robot SCHAFT qui a gagné le DARPA Robotics Challenge Trials).

Pour résoudre une partie de nos problèmes, nous avons décidé d'implémenter notre modèle sur un robot en simulation. Cela nous permet d'éliminer le manque de puissance et les imprécisions des capteurs ou mécaniques.

9.2 Implémentation en simulation

9.2.1 Gazebo

Le simulateur utilisé est Gazebo. C'est l'un des simulateurs les plus populaires en robotique, se servant du moteur physique ODE. Le robot Jack n'ayant pas de modèle informatique déjà construit, le plus simple a été d'utiliser un robot similaire connu : DarwinOP. Le modèle du robot (fichier urdf) a été récupéré sur GitHub. On peut voir Figure 9.7 la photo du vrai DarwinOP et de sa version sous Gazebo.

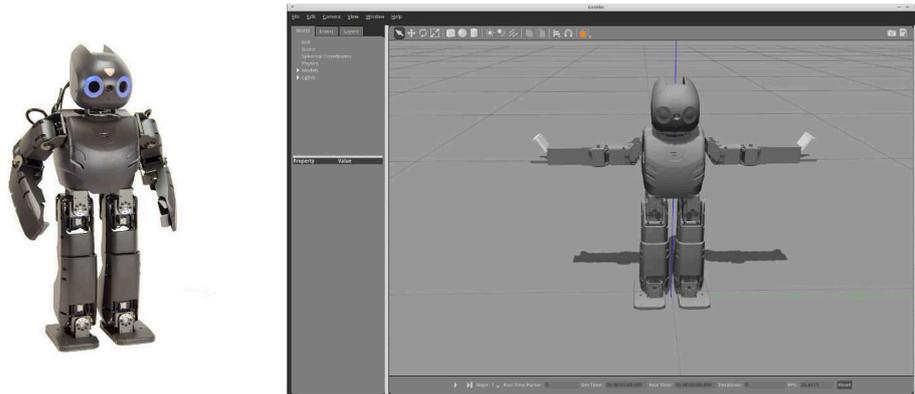


FIGURE 9.7: Le robot DarwinOP utilisé avec le simulateur Gazebo. Il mesure 45 cm et possède 20 degrés de liberté dont 6 par jambe.

Le nombre de degrés de liberté est toujours de 6 par jambe et de 20 sur l'ensemble du robot. L'interaction avec le robot se fait toujours via le logiciel ROS.

9.2.2 Problèmes rencontrés

Les deux principaux problèmes rencontrés sont basés sur le simulateur lui-même et sur son moteur physique.

Problème des inerties

Le premier constat fait, en regardant les premiers mouvements du robot simulé, est un manque de réalisme dans la manière dont le robot se déplace et garde l'équilibre. Le robot réalise des mouvements qui paraissent impossibles physiquement. En particulier le robot semble tomber lentement. Nous avons donc enregistré les trajectoires du tronc du robot pendant plusieurs chutes pour déterminer la constante de temps du robot entier. On peut voir une trajectoire Figure 9.8. La constante de temps que l'on trouve est de 0.52 s. En utilisant la formule $\tau = \sqrt{\frac{h}{g}}$, on voit que la hauteur du centre de masse associé à cette constante de temps est de 2,7 m !

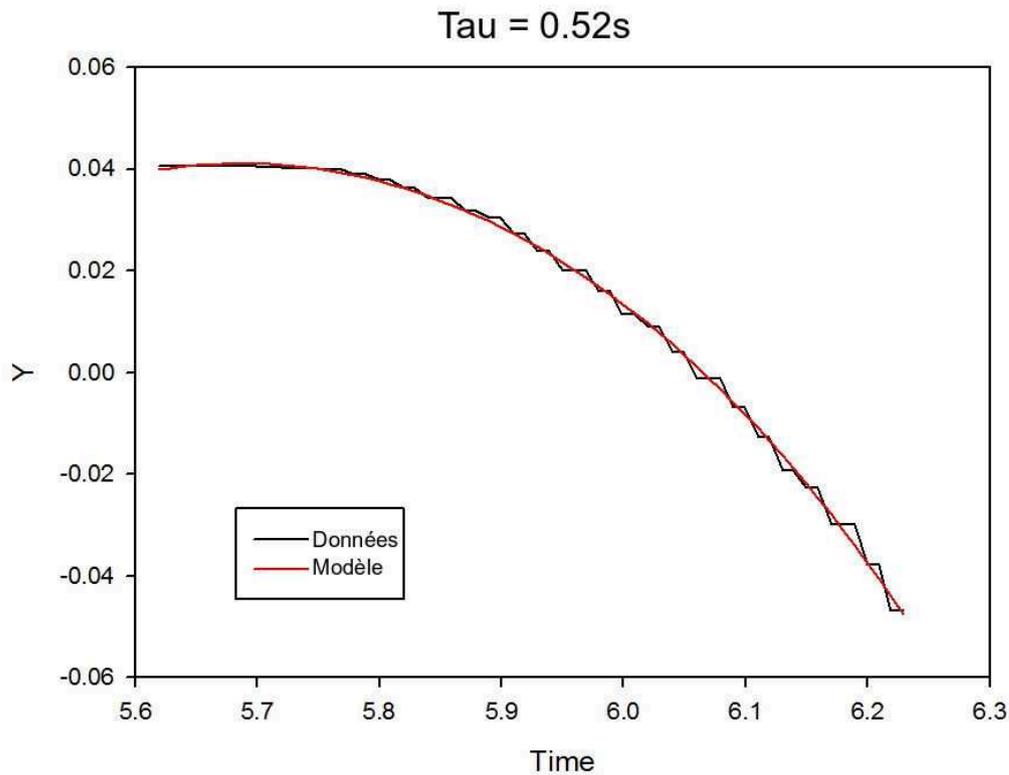


FIGURE 9.8: Une des trajectoires utilisées pour estimer la constante de temps du robot simulé. La modèle faisant la meilleure prédiction utilise une constante de temps de 0.52 s, ce qui correspond à une hauteur du centre de masse de 2,7 m.

En cherchant l'explication de ce problème, nous avons constaté que les matrices d'inerties du robot étaient de 100 à 1000 fois supérieures à ce qu'elles auraient dû être.

En effet dans le simulateur, à chaque segment du robot est associée une matrice d'inertie et une masse. Chacun de ces paramètres peut prendre une valeur, indépendamment de l'autre. Avoir des matrices d'inerties beaucoup plus grandes que ce qu'elles devraient être sans changer la masse, réduit d'autant l'effet de la gravité sur chaque segment. Ceci explique notre problème de constante de temps.

En remettant les matrices d'inerties à des valeurs réalistes on retrouve bien une constante de temps de 0.14 s ce qui donne une hauteur du centre de masse réaliste de 22,5 cm. Cependant changer les matrices d'inerties a révélé le deuxième problème.

Problème des contacts

Remettre les matrices d'inerties à la normale a directement généré d'important tremblements sur l'intégralité des segments du robot. En affinant précisément les paramètres du PID pour chaque moteur, les tremblements ont eu l'air de s'estomper. Cependant le robot continuait sa vibration de manière imperceptible. À l'échelle macroscopique, ces tremblements se traduisaient par ce qui semblait être un glissement du robot sur le sol. Le problème persiste aussi dans le cas où tous les moteurs sont éteints avec le robot qui "glisse", allongé sur le sol.

Ces observations révèlent un problème dans la gestion des contacts du moteur physique. C'est un problème complexe, qui est gênant pour une étude où la dynamique des contacts est primordiale. Augmenter la valeur des matrices d'inerties permet de diminuer l'impact de ce problème sur le robot, ce qui pourrait expliquer l'origine de notre premier problème.

9.2.3 Bilan et leçons

La simulation est un outil extrêmement utile pour pouvoir tester des algorithmes sans crainte de dégâts sur l'environnement ou sur le robot. Les progrès des moteurs physiques permettent de plus en plus de réalisme ce qui aide pour la transition de la simulation au monde réel. Malheureusement certains problèmes de simulation restent encore trop complexes, et c'est le cas des situations dynamiques avec de multiples contacts comme la marche.

Beaucoup de modèles de robots utilisent donc des matrices d'inerties plus grandes que ce qu'elles devraient être pour diminuer ces problèmes. Les algorithmes peuvent toujours être mis à l'épreuve en simulation, et on pourrait par exemple comparer plusieurs méthodes de contrôle au sein de la simulation elle-même. En revanche, dans le cadre de la marche, il n'est pas encore possible de voir la simulation comme un exemple réaliste de ce qui se passerait avec un robot réel.

9.3 Conclusion

Nous avons donc utilisé deux approches distinctes pour pouvoir tester notre modèle de contrôle de la marche. Dans l'approche avec un robot réel, notre contrôle n'était pas assez fin et précis pour compenser les lacunes de notre robot. Dans la simulation, notre recherche de réalisme nous a mis face aux limites actuelles du moteur physique

utilisé dans le logiciel Gazebo.

Cependant, malgré le fait que l'implémentation de notre modèle n'ait pas pu avoir lieu, ces expériences ont été très instructives. On a pu constater d'une part l'importance de la puissance et de la précision des moteurs pour diminuer les erreurs dans l'exécution. D'autre part l'intérêt de la compliancance qui permet d'amortir les erreurs restantes de l'exécution et du contrôle. En ce qui concerne la simulation, nous avons appris que l'état actuel permet de tester correctement la planification et la navigation par exemple, mais que le moteur physique n'est pas encore capable de simuler de manière réaliste des situations dynamiques avec de multiples contacts.

Conclusion

10.1 Bilan

Le bilan de ce travail est organisé sous la forme de questions-réponses. Chaque question ayant pour but de rappeler le fonctionnement du modèle, ou de rappeler les résultats obtenus.

Quel a été le but de cette thèse ?

La marche bipède est aujourd'hui encore le principal obstacle à l'émancipation des robots humanoïdes. La marge d'erreur est très faible, et les décisions doivent être prises rapidement avec une information souvent incomplète et incertaine. L'idée de ce travail a été de développer un contrôle plus robuste de la marche, qui adapte son choix d'action en tenant compte des incertitudes.

Quel est le principe utilisé pour contrôler la marche ?

Nous avons développé un modèle probabiliste autour d'une stratégie déterministe de marche, qui utilise la position des points d'appui pour influencer la trajectoire du centre de masse. L'extension probabiliste permet entre autres d'inclure les connaissances que l'on a sur les incertitudes.

Les incertitudes

Comment le modèle représente-t-il les incertitudes ?

De la manière la plus directe possible, à travers des distributions de probabilité. Une distribution de probabilité sur une variable représente la connaissance que l'on a sur celle-ci, en tenant compte des incertitudes. Par exemple, un capteur peut donner une estimation d'une variable, à laquelle est associée une variance. Cette connaissance est modélisée à l'aide d'une distribution Gaussienne. Mais il est aussi possible d'avoir des distributions multimodales s'il y a plusieurs estimations possibles, ou encore des

distributions uniformes si l'on sait uniquement que la variable est dans un support fini.

Quel intérêt a-t-on d'intégrer ces incertitudes ?

Avoir connaissance de son imprécision permet d'être plus prudent quand il le faut. Nous avons pu comparer en simulation, un modèle ignorant l'incertitude d'un autre qui la prend en compte. Le deuxième modèle est plus lent (sa vitesse moyenne est plus faible), mais cette prudence lui permet d'aller plus loin que son concurrent direct qui tombe plus vite (expériences chapitres 5 et 6).

Comment le modèle prend-il en compte les incertitudes ?

Une fois que l'on a défini la distribution de probabilité représentant une incertitude, le modèle modifie son action à l'aide d'une inférence probabiliste. Cela revient à considérer toutes les options, que l'on pondère par leur probabilité. Pour savoir si cette méthode était correcte, on a comparé en simulation les performances de trois robots (expérience chapitre 6). Leur seule différence étant la distribution représentant l'incertitude d'une variable : le premier sous-estime l'incertitude, le deuxième estime correctement l'incertitude et le troisième surestime l'incertitude (on sait que la distribution sous-estime ou surestime l'incertitude car l'on connaît précisément le bruit ajouté dans la simulation). Comme on pouvait s'y attendre la vitesse moyenne décroît quand l'estimation de l'incertitude augmente, car le robot est de plus en plus prudent. En revanche la stabilité du robot n'augmente plus une fois que l'on a atteint l'estimation correcte de l'incertitude. La meilleure performance correspond donc au robot qui utilise dans le modèle, la même distribution que l'incertitude réelle. Ceci tend à montrer que la méthode utilisée pour prendre en compte les incertitudes est correcte.

Que se passe-t-il s'il y a plusieurs variables incertaines ?

La manière d'intégrer l'incertitude de chaque variable reste la même. Le modèle combine les deux distributions lors de l'inférence qui permet de choisir la prochaine action.

Que se passe-t-il si l'on ne connaît pas l'incertitude ?

Si l'on ne connaît pas l'incertitude, il est possible que l'on puisse l'estimer. Plus l'on se rapproche de l'incertitude réelle, meilleure est la performance comme on a pu le voir dans l'expérience du chapitre 6. On peut aussi estimer qu'il n'y a pas d'incertitude, la distribution associée est alors un Dirac centré sur l'estimation du capteur.

Fusion d'objectifs

Comment le modèle représente-t-il un objectif ?

Un objectif est représenté à l'aide d'une distribution de probabilité sur une variable que l'on veut contrôler. Cette distribution peut être vue comme une carte de préférence sur cette variable.

Quel est l'intérêt de ce type de représentation ?

Avoir une distribution de probabilité comme objectif permet d'exprimer à la fois un objectif déterministe, et la tolérance autour de cet objectif. Cela permet au système d'effectuer une action même lorsqu'il n'est pas possible d'atteindre l'objectif déterministe optimal, ou encore de trouver une solution quand il y a plusieurs objectifs.

Qu'entend-on par "fusion d'objectifs" ?

On considère que deux objectifs sont fusionnés s'ils dépendent de la même action. Si l'on a un objectif en vitesse et un autre en position, les deux se rapportent au choix du prochain point d'appui. Il faut donc trouver le point d'appui qui fait le meilleur compromis entre ces deux objectifs. Il y a des objectifs qu'il est possible de considérer comme indépendants, par exemple l'orientation de la tête du robot et sa vitesse. Il n'est alors pas nécessaire de les fusionner.

Comment le modèle fusionne-t-il deux objectifs ?

De la même manière que pour les incertitudes, pendant l'inférence. Le modèle considère, pour une action, les différentes conséquences possibles. Il juge ensuite ces conséquences à l'aide des distributions d'objectifs, et les pondère par leur probabilité.

Avoir deux objectifs va influencer automatiquement la "note" de chaque action. Durant l'expérience où le robot doit entrer dans un couloir (chapitre 7), on a pu constater deux types d'interaction entre objectifs. Tout d'abord quand deux objectifs sont conflictuels, c'est-à-dire qu'il n'est pas possible de les maximiser en même temps, le modèle fait un compromis. Dans l'expérience du couloir le compromis n'est pas idéal puisque le robot n'arrive pas devant l'entrée du couloir à tous les coups. Cela est dû au fait que l'on n'a pas construit précisément les distributions sur chaque objectif. Une fois à l'intérieur du couloir, l'objectif en position est utilisé comme une contrainte pour empêcher le robot de rentrer dans les murs. Les objectifs ne sont plus conflictuels et le modèle trouve rapidement la position qui permet de maximiser les deux objectifs, au centre du couloir.

Comment construire la distribution de l'objectif ?

La distribution de l'objectif peut être construite à la main, si le contrôleur a une idée précise de ses préférences. Il est cependant possible qu'il y ait trop d'éléments à prendre en compte pour définir cette distribution. On peut alors utiliser un nouveau modèle d'un niveau supérieur, qui va prendre en compte tous les éléments utiles pour donner en sortie la bonne distribution d'objectifs.

Hiérarchie

De quelle hiérarchie parle-t-on ?

La hiérarchie dont parle ce travail est une hiérarchie de niveaux d'abstraction. Le modèle de plus haut niveau rend en sortie l'objectif du modèle du niveau inférieur, et ainsi de suite.

Comment l'information passe-t-elle d'un niveau à l'autre ?

La sortie de chaque modèle probabiliste est une distribution de probabilité. Le modèle suivant prend en entrée cette même distribution. Pour que la séparation des niveaux soit rigoureuse mathématiquement, il faut que les variables d'un niveau soient indépendantes des variables d'un autre niveau, mis à part la variable transmise.

Pourquoi la hiérarchie ?

Le découpage hiérarchique permet de séparer le problème global en sous-problèmes de tailles abordables. Chaque problème peut être étudié et développé séparément avant d'être combiné dans la hiérarchie globale.

10.2 Discussion

Le modèle probabiliste présente de nombreux avantages, et peut être développé autour de la plupart des méthodes de contrôle. Cependant le coût computationnel peut être élevé, car la complexité du calcul de l'inférence augmente exponentiellement avec le nombre de variables. Il existe plusieurs pistes pour diminuer cette complexité. Tout d'abord il faut noter qu'en ignorant l'incertitude sur une variable le temps de calcul est le même qu'un modèle sans cette variable. Il est donc possible de maintenir un temps computationnel raisonnable en prenant uniquement en compte l'incertitude des variables les plus importantes. Une autre possibilité pour réduire la complexité est d'améliorer la recherche de la meilleure action. Dans ce travail, pour trouver l'action ayant la plus grande valeur, on a calculé toutes les valeurs d'une grille de 10 000 actions possibles. Il existe cependant des méthodes plus efficaces pour trouver une solution approchée du maximum d'une fonction boîte noire, par exemple les méthodes de Monte Carlo.

Enfin, un dernier point qui mériterait d'être étudié concerne les capacités d'apprentissage du modèle. Lors d'une implémentation réelle, les distributions des incertitudes ne sont en général pas des Gaussiennes. Il peut y avoir des biais dans certaines distributions par rapport aux estimations des capteurs, ou des asymétries. Il serait donc intéressant de regarder si le contrôle s'améliore, et à quel point, si l'on apprend ces distributions lors de tests au préalable.

Bibliographie

- [AFTAB, 2012] Zohaib AFTAB, 2012. „Simulation dynamique de perte d'équilibre : Application aux passagers debout de transport en commun“. Thèse de doct. UNIVERSITE DE LYON (cf. p. 14, 18, 96).
- [ALEXANDROV *et al.*, 2005] Av. ALEXANDROV, Aa. FROLOV, Fb. HORAK, P. CARLSON-KUHTA et S. PARK, 2005. „Feedback equilibrium control during human standing“. en. In : *Biological Cybernetics* 93.5, p. 309–322 (cf. p. 13).
- [BARDY, 2004] Benoît G. BARDY, 2004. „Postural coordination dynamics in standing humans“. In : *Coordination dynamics : Issues and trends*. Springer, p. 103–121 (cf. p. 13).
- [BENTIVEGNA *et al.*, 2007] Darrin C. BENTIVEGNA, Christopher G. ATKESON et Jung Yup KIM, 2007. „Compliant control of a hydraulic humanoid joint“. In : *Robotics Institute*, p. 68 (cf. p. 98).
- [BESSIERE *et al.*, 2013] Pierre BESSIERE, Emmanuel MAZER, Juan Manuel AHUACTZIN et Kamel MEKHNACHA, 2013. *Bayesian programming*. CRC Press (cf. p. 42).
- [BONNET *et al.*, 2007] V. BONNET, J. LAGARDE, P. FRAISSE, N. RAMDANI, S. RAMDANI, P. POIGNET et B. BARDY, 2007. „Modeling human postural coordination to improve the control of balance in humanoids“. In : IEEE, p. 324–329 (cf. p. 13).
- [BUSS *et al.*, 2014] Brian G. BUSS, Amin RAMEZANI, Kaveh Akbari HAMED, Brent A. GRIFFIN, Kevin S. GALLOWAY et Jessy W. GRIZZLE, 2014. „Preliminary walking experiments with underactuated 3D bipedal robot MARLO“. In : *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), 2014 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, p. 2529–2536 (cf. p. 30, 31).
- [CHEVALLEREAU *et al.*, 2003] Christine CHEVALLEREAU, Gabriel ABBA, Yannick AOUS-TIN, Franck PLESTAN, E. R. WESTERVELT, Carlos CANUDAS-DE-WIT et J. W. GRIZZLE, 2003. „Rabbit : A testbed for advanced control theory“. In : *IEEE Control Systems Magazine* 23.5, p. 57–79 (cf. p. 30, 31).
- [COLAS *et al.*, 2010] Francis COLAS, Julien DIARD et Pierre BESSIÈRE, 2010. „Common Bayesian Models for Common Cognitive Issues“. en. In : *Acta Biotheoretica* 58.2-3, p. 191–216 (cf. p. 42).

- [COLLINS *et al.*, 2001] Steven H. COLLINS, Martijn WISSE et Andy RUINA, 2001. „A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees“. In : *The International Journal of Robotics Research* 20.7, p. 607–615 (cf. p. 29).
- [DAERDEN et LEFEBER, 2002] Frank DAERDEN et Dirk LEFEBER, 2002. „Pneumatic artificial muscles : actuators for robotics and automation“. In : *European journal of mechanical and environmental engineering* 47.1, p. 11–21 (cf. p. 98).
- [DE BOER, 2012] Tomas DE BOER, 2012. *Foot placement in robotic bipedal locomotion*. English. [S.l.] : [s.n.] (cf. p. 32).
- [DIARD, 2003] Julien DIARD, 2003. „La carte bayésienne : un modèle probabiliste hiérarchique pour la navigation en robotique mobile“. Thèse de doct. Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG (cf. p. 41).
- [DIEDAM *et al.*, 2008] Holger DIEDAM, Dimitar DIMITROV, Pierre-Brice WIEBER, Katja MOMBAUR et Moritz DIEHL, 2008. „Online walking gait generation with adaptive foot positioning through linear model predictive control“. In : *Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, p. 1121–1126 (cf. p. 28).
- [DO *et al.*, 1982] M. C. DO, Y. BRENIERE et P. BRENGUIER, 1982. „A biomechanical study of balance recovery during the fall forward“. In : *Journal of Biomechanics* (cf. p. 18).
- [FERREIRA et MIRANDA DIAS, 2014] João Filipe FERREIRA et Jorge MIRANDA DIAS, 2014. *Probabilistic Approaches to Robotic Perception*. T. 91. Springer Tracts in Advanced Robotics. Cham : Springer International Publishing (cf. p. 41).
- [GEYER *et al.*, 2006] H. GEYER, A. SEYFARTH et R. BLICKHAN, 2006. „Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running“. en. In : *Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences* 273.1603, p. 2861–2867 (cf. p. 15).
- [GOSWAMI, 1999] Ambarish GOSWAMI, 1999. „Postural stability of biped robots and the foot-rotation indicator (FRI) point“. In : *The International Journal of Robotics Research* 18.6, p. 523–533 (cf. p. 28).
- [GRIZZLE *et al.*, 2009] J. W. GRIZZLE, Jonathan HURST, Benjamin MORRIS, Hae-Won PARK et Koushil SREENATH, 2009. „MABEL, a new robotic bipedal walker and runner“. In : *American Control Conference, 2009. ACC'09*. IEEE, p. 2030–2036 (cf. p. 30).
- [GRIZZLE *et al.*, 2001] Jesse W. GRIZZLE, Gabriel ABBA et Franck PLESTAN, 2001. „Asymptotically stable walking for biped robots : Analysis via systems with impulse effects“. In : *Automatic Control, IEEE Transactions on* 46.1, p. 51–64 (cf. p. 30).
- [GRIZZLE *et al.*, 2010] Jessy W. GRIZZLE, Christine CHEVALLEREAU, Aaron D. AMES et Ryan W. SINNET, 2010. „3D bipedal robotic walking : models, feedback control, and open problems“. In : *IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*. T. 2, p. 8 (cf. p. 31).

- [HELD *et al.*, 2016] D. HELD, J. LEVINSON, S. THRUN et S. SAVARESE, 2016. „Robust real-time tracking combining 3D shape, color, and motion“. en. In : *The International Journal of Robotics Research* 35.1-3, p. 30–49 (cf. p. 41).
- [HIRAI *et al.*, 1998] Kazuo HIRAI, Masato HIROSE, Yuji HAIKAWA et Toru TAKENAKA, 1998. „The development of Honda humanoid robot“. In : *IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings*. T. 2. IEEE, p. 1321–1326 (cf. p. 27, 28).
- [HOBBELEN *et al.*, 2008] Daan HOBBELEN, Tomas DE BOER et Martijn WISSE, 2008. „System overview of bipedal robots flame and tulip : Tailor-made for limit cycle walking“. In : *Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, p. 2486–2491 (cf. p. 29).
- [HOF *et al.*, 2010] A. L. HOF, S. M. VERMERRIS et W. A. GJALTEMA, 2010. „Balance responses to lateral perturbations in human treadmill walking“. en. In : *Journal of Experimental Biology* 213.15, p. 2655–2664 (cf. p. 32).
- [HORAK et NASHNER, 1986] Fay B. HORAK et Lewis M. NASHNER, 1986. „Central programming of postural movements : adaptation to altered support-surface configurations“. In : *Journal of neurophysiology* 55.6, p. 1369–1381 (cf. p. 13, 15).
- [HSIAO-WECKSLER et ROBINOVITCH, 2007] Elizabeth T. HSIAO-WECKSLER et Stephen N. ROBINOVITCH, 2007. „The effect of step length on young and elderly women’s ability to recover balance“. en. In : *Clinical Biomechanics* 22.5, p. 574–580 (cf. p. 18).
- [HUANG *et al.*, 2001] Qiang HUANG, Kazuhito YOKOI, Shuuji KAJITA, Kenji KANEKO, Hirohiko ARAI, Noriho KOYACHI et Kazuo TANIE, 2001. „Planning walking patterns for a biped robot“. In : *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* 17.3, p. 280–289 (cf. p. 28).
- [KAJITA *et al.*, 2003] S. KAJITA, F. KANEHIRO, K. KANEKO, K. FUJIWARA, K. HARADA, K. YOKOI et H. HIRUKAWA, 2003. „Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point“. In : IEEE, p. 1620–1626 (cf. p. 28).
- [KAJITA et TAN, 1991] Shuuji KAJITA et Kazuo TAN, 1991. „Study of dynamic biped locomotion on rugged terrain-derivation and application of the linear inverted pendulum mode“. In : *Robotics and Automation, 1991. Proceedings., 1991 IEEE International Conference on*. IEEE, p. 1405–1411 (cf. p. 13).
- [KANAMIYA *et al.*, 2010] Yoshikazu KANAMIYA, Shun OTA et Daisuke SATO, 2010. „Ankle and hip balance control strategies with transitions“. In : *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*. IEEE, p. 3446–3451 (cf. p. 15).
- [KANEKO *et al.*, 2011] Kenji KANEKO, Fumio KANEHIRO, Mitsuharu MORISAWA, Kazuhiko AKACHI, Go MIYAMORI, Atsushi HAYASHI et Noriyuki KANEHIRA, 2011. „Humanoid robot hrp-4-humanoid robotics platform with lightweight and slim body“. In : *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, p. 4400–4407 (cf. p. 27).

- [KOMURA *et al.*, 2005] Taku KOMURA, Howard LEUNG, Shunsuke KUDOH et James KUFFNER, 2005. „A feedback controller for biped humanoids that can counteract large perturbations during gait“. In : *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on*. IEEE, p. 1989–1995 (cf. p. 15).
- [KOOIJ *et al.*, 2001] Herman van der KOOIJ, Ron JACOBS, Bart KOOPMAN et Frans van der HELM, 2001. „An adaptive model of sensory integration in a dynamic environment applied to human stance control“. In : *Biological cybernetics* 84.2, p. 103–115 (cf. p. 13).
- [LEBELTEL, 2006] Olivier LEBELTEL, 2006. „Programmation bayésienne des robots“. Thèse de doct. Institut National Polytechnique de Grenoble (cf. p. 41).
- [LORAM et LAKIE, 2002] Ian D. LORAM et Martin LAKIE, 2002. „Human balancing of an inverted pendulum : position control by small, ballistic-like, throw and catch movements“. en. In : *The Journal of Physiology* 540.3, p. 1111–1124 (cf. p. 13).
- [MADIGAN et LLOYD, 2005] Michael L. MADIGAN et Emily M. LLOYD, 2005. „Age and stepping limb performance differences during a single-step recovery from a forward fall“. In : *The Journals of Gerontology Series A : Biological Sciences and Medical Sciences* 60.4, p. 481–485 (cf. p. 18).
- [MAKI et MCILROY, 1997] Brian E. MAKI et William E. MCILROY, 1997. „The role of limb movements in maintaining upright stance : the “change-in-support” strategy“. In : *Physical therapy* 77.5, p. 488–507 (cf. p. 15).
- [MARTIN *et al.*, 2006] Luc MARTIN, Violaine CAHOUËT, Myriam FERRY et Florent FOUQUE, 2006. „Optimization model predictions for postural coordination modes“. en. In : *Journal of Biomechanics* 39.1, p. 170–176 (cf. p. 13).
- [MASON, 1981] Matthew T MASON, 1981. „Compliance and force control for computer controlled manipulators“. In : *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 11.6, p. 418–432 (cf. p. 98).
- [MCGEER, 1990] Tad MCGEER, 1990. „Passive dynamic walking“. In : *The international journal of robotics research* 9.2, p. 62–82 (cf. p. 29).
- [MCILROY et MAKI, 1994] William E. MCILROY et Brian E. MAKI, 1994. „The ‘deceleration response’ to transient perturbation of upright stance“. In : *Neuroscience letters* 175.1-2, p. 13–16 (cf. p. 18).
- [MILLARD *et al.*, 2009] Matthew MILLARD, Derek WIGHT, John MCPHEE, Eric KUBICA et David WANG, 2009. „Human Foot Placement and Balance in the Sagittal Plane“. en. In : *Journal of Biomechanical Engineering* 131.12, p. 121001 (cf. p. 32).
- [MISSURA et BEHNKE, 2013] Marcell MISSURA et Sven BEHNKE, 2013. „Omnidirectional capture steps for bipedal walking“. In : *Humanoid Robots (Humanoids), 2013 13th IEEE-RAS International Conference on*. IEEE, p. 14–20 (cf. p. 32).
- [MORASSO et SCHIEPPATI, 1999] Pietro G. MORASSO et Marco SCHIEPPATI, 1999. „Can muscle stiffness alone stabilize upright standing?“ In : *Journal of Neurophysiology* 82.3, p. 1622–1626 (cf. p. 13).

- [MORISAWA *et al.*, 2010] Mitsuharu MORISAWA, Fumio KANEHIRO, Kenji KANEKO, Nicolas MANSARD, Joan SOLA, Eiichi YOSHIDA, Kazuhiro YOKOI et Jean-Paul LAUMOND, 2010. „Combining suppression of the disturbance and reactive stepping for recovering balance“. In : *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, p. 3150–3156 (cf. p. 28).
- [NAKAOKA *et al.*, 2003] Shinichiro NAKAOKA, Atsushi NAKAZAWA, Kazuhito YOKOI, Hirohisa HIRUKAWA et Katsushi IKEUCHI, 2003. „Generating whole body motions for a biped humanoid robot from captured human dances“. In : *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*. T. 3. IEEE, p. 3905–3910 (cf. p. 28).
- [OWAKI *et al.*, 2010] Dai OWAKI, Masatoshi KOYAMA, Shin'ichi YAMAGUCHI, Shota KUBO et Akio ISHIGURO, 2010. „A two-dimensional passive dynamic running biped with knees“. In : *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*. IEEE, p. 5237–5242 (cf. p. 29).
- [PAI *et al.*, 2000] Y.-C. PAI, B. E. MAKI, K. IQBAL, W. E. MCILROY et S. D. PERRY, 2000. „Thresholds for step initiation induced by support-surface translation : a dynamic center-of-mass model provides much better prediction than a static model“. In : *Journal of biomechanics* 33.3, p. 387–392 (cf. p. 15).
- [PARK *et al.*, 2004] Sukyung PARK, Fay B. HORAK et Arthur D. KUO, 2004. „Postural feedback responses scale with biomechanical constraints in human standing“. In : *Experimental Brain Research* 154.4, p. 417–427 (cf. p. 13).
- [POPOVIC, 2005] M. B. POPOVIC, 2005. „Ground Reference Points in Legged Locomotion : Definitions, Biological Trajectories and Control Implications“. en. In : *The International Journal of Robotics Research* 24.12, p. 1013–1032 (cf. p. 28).
- [PRATT et WILLIAMSON, 1995] Gill A. PRATT et Matthew M. WILLIAMSON, 1995. „Series elastic actuators“. In : *Intelligent Robots and Systems 95. Human Robot Interaction and Cooperative Robots', Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on*. T. 1. IEEE, p. 399–406 (cf. p. 98).
- [PRATT *et al.*, 2006] J. PRATT, J. CARFF, S. DRAKUNOV et A. GOSWAMI, 2006. „Capture Point : A Step toward Humanoid Push Recovery“. In : *6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, p. 200–207 (cf. p. 15, 32).
- [PRATT et PRATT, 1998] Jerry PRATT et Gill PRATT, 1998. „Intuitive control of a planar bipedal walking robot“. In : *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*. T. 3. IEEE, p. 2014–2021 (cf. p. 31).
- [RAIBERT, 1986] Marc H RAIBERT, 1986. *Legged robots that balance*. MIT press (cf. p. 31).
- [ROSE-ANDRIEUX *et al.*, 2016] Raphaël ROSE-ANDRIEUX, Jacques DROULEZ et Pierre BESSIÈRE, 2016. „Probabilistic model for bipedal walking“. In : *Advances in Cooperative Robotics : Proceedings of the 19th International Conference on Clawar 2016*. World Scientific, p. 378 (cf. p. 10).

- [SREENATH *et al.*, 2011] Koushil SREENATH, Hae-Won PARK, Ioannis POULAKAKIS et Jessy W. GRIZZLE, 2011. „A compliant hybrid zero dynamics controller for stable, efficient and fast bipedal walking on MABEL“. In : *The International Journal of Robotics Research* 30.9, p. 1170–1193 (cf. p. 31).
- [STROM *et al.*, 2009] Johannes STROM, George SLAVOV et Eric CHOWN, 2009. „Omnidirectional walking using zmp and preview control for the nao humanoid robot“. In : *RoboCup 2009 : robot soccer world cup XIII*. Springer, p. 378–389 (cf. p. 27).
- [SYNNAEVE, 2012] Gabriel SYNNAEVE, 2012. „Programmation et apprentissage bayésien pour les jeux vidéo multi-joueurs, application à l’intelligence artificielle de jeux de stratégies temps-réel“. Thèse de doct. Grenoble (cf. p. 42).
- [TAPUS et SIEGWART, 2005] Adriana TAPUS et Roland SIEGWART, 2005. „Incremental robot mapping with fingerprints of places“. In : *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, p. 2429–2434 (cf. p. 41).
- [THELEN *et al.*, 1997] Darryl G. THELEN, Laura A. WOJCIK et Albert B. SCHULTZ, 1997. „Age Differences in Using a Rapid Step To Regain Balance During“. In : (cf. p. 18).
- [THRUN *et al.*, 2005] Sebastian THRUN, Wolfram BURGARD et Dieter FOX, 2005. *Probabilistic robotics*. MIT press (cf. p. 41).
- [VUKOBRATOVIĆ et BOROVIAC, 2004] Miomir VUKOBRATOVIĆ et Branislav BOROVIAC, 2004. „ZERO-MOMENT POINT — THIRTY FIVE YEARS OF ITS LIFE“. en. In : *International Journal of Humanoid Robotics* 01.01, p. 157–173 (cf. p. 28).
- [VUKOBRATOVIC et JURICIC, 1969] Miomir VUKOBRATOVIC et Davor JURICIC, 1969. „Contribution to the synthesis of biped gait“. In : *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on* 1, p. 1–6 (cf. p. 28).
- [WESTERVELT *et al.*, 2004] E. R. WESTERVELT, G. BUCHE et J. W. GRIZZLE, 2004. „Experimental Validation of a Framework for the Design of Controllers that Induce Stable Walking in Planar Biped“. en. In : *The International Journal of Robotics Research* 23.6, p. 559–582 (cf. p. 31).
- [WESTERVELT *et al.*, 2003] E.R. WESTERVELT, J.W. GRIZZLE et D.E. KODITSCHKEK, 2003. „Hybrid zero dynamics of planar biped walkers“. en. In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 48.1, p. 42–56 (cf. p. 30).
- [WINTER *et al.*, 1998] David A. WINTER, Aftab E. PATLA, Francois PRINCE, Milad ISHAC et Krystyna GIELO-PERCZAK, 1998. „Stiffness control of balance in quiet standing“. In : *Journal of neurophysiology* 80.3, p. 1211–1221 (cf. p. 13).
- [WISSE *et al.*, 2004] M. WISSE, A. L. SCHWAB et F. C. T. van der HELM, 2004. „Passive dynamic walking model with upper body“. en. In : *Robotica* 22.6, p. 681–688 (cf. p. 29).
- [WISSE et LINDE, 2007] Martijn WISSE et Richard Q. van der LINDE, 2007. „Denise ; Sideways Stability“. In : *Delft Pneumatic Biped*, p. 85–115 (cf. p. 29).

Résumé

Les robots humanoïdes ont toujours fasciné car leur potentiel d'application est considérable. En effet, si un robot avait les mêmes caractéristiques sensori-motrices et morphologiques qu'un homme, il pourrait théoriquement réaliser les mêmes tâches. Cependant, un premier obstacle au développement de ces robots est la stabilité d'une posture bipède. Lors d'une marche bipède, la marge d'erreur est très faible et les décisions doivent être prises rapidement avec une information souvent incomplète et incertaine. L'incertitude a de multiples sources comme des capteurs imparfaits, un modèle simplifié du monde ou encore une mécanique imprécise.

Dans cette thèse, nous partons d'un contrôle de la marche par gestion des points d'appuis. L'idée est d'affiner le choix des points d'appuis en intégrant dans notre modèle les incertitudes que l'on vient d'évoquer. Pour cela, nous allons utiliser un modèle probabiliste Bayésien. À l'aide d'une distribution de probabilité, on peut exprimer simultanément une estimation, et l'incertitude associée à celle-ci. Le cadre théorique des probabilités Bayésiennes permet de définir les variables, et de les intégrer de manière rigoureuse dans un modèle global.

Un autre avantage de ce modèle probabiliste est que notre objectif est aussi décrit sous la forme d'une distribution de probabilité. Il est donc possible de s'en servir pour exprimer à la fois un objectif déterministe, et une tolérance autour de celui-ci. Cela va nous permettre de fusionner facilement plusieurs objectifs et de les adapter automatiquement en fonction des contraintes extérieures. De plus, la sortie du modèle étant elle aussi une distribution de probabilité, ce type de modèle s'intègre parfaitement dans un cadre hiérarchique : l'entrée du modèle vient du niveau au-dessus et sa sortie est donnée en objectif niveau en dessous.

Dans ce travail, nous allons d'abord explorer une technique de maintien de l'équilibre et la comparer aux résultats d'une expérience préliminaire sur l'homme. Nous allons ensuite étendre cette technique pour créer une stratégie de marche. Autour de cette stratégie, nous allons construire un modèle probabiliste Bayésien. Ce modèle sera finalement implémenté en simulation pour pouvoir quantifier son intérêt dans les différentes situations évoquées plus haut : intégration des incertitudes, fusion d'objectifs et hiérarchie.

Mots Clés

Robotique, Marche bipède, Humanoïde, Probabilité, Programmation Bayésienne, Incertitude, Hiérarchie

Abstract

Humanoid robots have always fascinated due to the vast possibilities they encompass. Indeed, a robot with the same sensorimotor features as a human could theoretically carry out the same tasks. However, a first obstacle in the development of these robots is the stability of a bipedal gait. Bipedal walkers are inherently unstable systems experiencing highly dynamic and uncertain situations. Uncertainty arises from many sources, including intrinsic limitations of a particular model of the world, the noise and perceptual limitations in a robot's sensor measurements, and the internal mechanical imperfection of the system.

In this thesis, we focus on foot placement to control the position and velocity of the body's center of mass. We start from a deterministic strategy, and develop a probabilistic strategy around it that includes uncertainties. A probability distribution can express simultaneously an estimation of a variable, and the uncertainty associated. We use a Bayesian model to define relevant variables and integrate them in the global frame.

Another benefit of this model is that our objective is also represented as a probability distribution. It can be used to express both a deterministic objective and the tolerance around it. Using this representation one can easily combine multiple objectives and adapt them to external constraints. Moreover, the output of the model is also a probabilistic distribution which fits well in a hierarchical context : the input comes from the level above and the output is given as objective to the lower level.

In this work, we will review multiple ways to keep balance and compare them to the results of a preliminary experiment done with humans. We will then extend one strategy to walking using foot placement to keep balance. Finally, we will develop a probabilistic model around that strategy and test it in simulation to measure its benefits in different contexts : integrating uncertainties, fusing multiple objectives and hierarchy.

Keywords

Robotics, Bipedal walking, Humanoids, Probability, Bayesian Programming, Uncertainty, Hierarchy