



HAL
open science

Interaction Fluide-Structure et Érosion de Cavitation

Yves Paquette

► **To cite this version:**

Yves Paquette. Interaction Fluide-Structure et Érosion de Cavitation. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2017. Français. NNT : 2017GREAI104 . tel-01734896

HAL Id: tel-01734896

<https://theses.hal.science/tel-01734896v1>

Submitted on 15 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Mécanique des fluides, Énergétique, Procédés**
Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Yves PAQUETTE

Thèse dirigée par **Marc FIVEL**, Directeur de Recherche, SIMAP, CNRS,
codirigée par **Giovanni GHIGLIOTTI**, Maître de Conférence, LEGI, UGA

préparée au sein du **Laboratoire des Écoulements
Géophysiques et Industriels**
dans l'**École Doctorale I-MEP2 - Ingénierie - Matériaux,
Mécanique, Environnement, Énergétique, Procédés,
Production**

Interaction Fluide-Structure en Érosion de Cavitation

Thèse soutenue publiquement le **29 Novembre 2017**,
devant le jury composé de :

Monsieur Alain Cartellier

Directeur de Recherche, CNRS, Univ. Grenoble Alpes, LEGI, Président.

Monsieur Eric Goncalves Da Silva

Professeur, ENSMA, Institut Pprime, Rapporteur.

Monsieur Arjen Roos

Ingénieur de Recherche, Safran Tech , Rapporteur.

Monsieur François-Xavier Demoulin

Professeur, Univ. de Rouen, CORia, Examineur.

Monsieur Marc FIVEL

Directeur de Recherche CNRS, Univ. Grenoble Alpes, SIMaP, Encadrant.

Monsieur Giovanni Ghigliotti

Maître de Conférences, Univ Grenoble Alpes, LEGI, Encadrant.

Monsieur Jean-Pierre Franc

Directeur de Recherche, CNRS, Univ. Grenoble Alpes, LEGI, Invité.

Monsieur Eric Johnsen

Professeur Associé, University of Michigan, USA, Invité.





Ever tried. Ever failed. No matter. Try again. Fail again. Fail better.

Samuel Beckett et Stanislas Wawrimka

*Le sport va chercher la peur pour la dominer, la fatigue pour en triompher,
la difficulté pour la vaincre.*

Jonathan Dassé et Pierre de Coubertin

A ma famille,

Remerciements

La thèse est un épreuve individuelle à laquelle il est impossible de triompher seul. Cette section sera donc dédiée à tous ceux qui m'auront apporté ces petits ou gros supplément d'âmes dans mon travail et m'auront permis de réussir (et autant dire que ce sera long). Il est inévitable que des noms m'auront échappé durant la rédaction de ces remerciements aussi je les prie de m'en excuser

Mes premières pensées iront envers mes encadrants, Giovanni Ghigliotti, Marc Fivel, Jean-Pierre Franc et Eric Johnsen qui m'auront accompagné tout au long de cette aventure. Il m'est difficile de trouver les mots justes tant j'ai de la reconnaissance et de la gratitude pour tout ce que vous m'avez apporté durant cette thèse. Je souhaite à tous les doctorants de bénéficier d'une équipe d'encadrement de cette qualité, car ce fut un honneur et un vrai plaisir de travailler sous leur direction. Leur soutien fut la clef de voute de la réussite de cette thèse. Enfin, merci à toi Christian de m'avoir fait confiance et de m'avoir donné ma chance sur ce projet.

Je tiens également à remercier Eric Goncalves Da Silva et Arjen Roos pour avoir accepté de rapporter ma thèse et m'avoir permis, à travers leurs commentaires et remarques, d'améliorer ma connaissance et ma compréhension du sujet. J'adresse aussi mes remerciements aux membres du jury, Alain Cartelier et François-Xavier Demoulin pour m'avoir accordé le privilège de leur présence dans mon jury. Vous présenter mes travaux et échanger avec vous aura été un honneur et un plaisir.

J'ai aussi eu la chance d'encadrer à quatre reprises des stagiaires. Chacune de ces expériences m'aura beaucoup apporté sur la plan professionnel et aussi sur le plan humain, aussi tous mes remerciements à Mickael, Antoine, Paul et Johan d'avoir accepté quelques mois d'esclavagisme sous ma direction.

Pendant ces trois ... presque quatre ans de thèse, j'ai pu côtoyer un service informatique formidable avec Patrick, Cyrille, Gaby et Olivier qui auront toujours su trouver une réponse à mes problèmes informatiques. Leur efficacité m'a parfois donné l'impression qu'ils étaient plus magiciens qu'informaticiens. Une autre forme

de magie fut celle du service Administratif Jhoan, Lafiyatou, Cecile et Julie pour avoir su m'apporter des solutions, à chaque fois efficaces, à mes (très) nombreuses question/problèmes administratifs. Enfin, je ne pourrais oublier Matthieu et Laure de TEC21 tant je garderai de grands souvenirs de chacun de mes passages dans leur bureau.

Un laboratoire ne serait rien sans sa communauté doctorante et post-doctorante, source intarissable de bonne humeur (et de râlage). Je commencerai par remercier mes contemporains dont le meilleur des co-bureau Cabronus Maximus 1er du nom alias Antoine, Tim mon sanglier préféré, Flavia(ccita), Lydia euh ... Sylvie non .. Sylvia, Nat' (la terreur des femmes de ménages), Lucas, Jean-Bastien, Vincent, Sofien, Stefan, Jan, Alex (Simon et Sikora), Boris, Guillaume et Sam. Une pensée ira aussi à ceux qui à mon grand plaisir ont rejoint le laboratoire durant ma thèse : Captain Miguel, Xiaoyu, Arkadii, Ivan, François, Matthieu, Jeremie, Prasanta, Shrey, Cyril, Antoine (team LEGI-GOLO), Antoine (team Tim), Camille, Christophe, Guillaume, Yann, Pierre, Andrey et Manu. Ils seraient injustes d'oublier nos glorieux aïeux qui m'auront accueilli et mis en confiance dès mon premier passage au LEGI, je pense notamment à Uros, Mouloud, Antoine D. et Antoine V., Laurent, Tobit, David et bien évidemment Cornic. Enfin j'aimerais aussi remercier Mario, Pauline et Adriane, des stagiaires au passage fugace mais qui auront apporté beaucoup de bonne humeur du coté de mon bureau.

D'une manière plus générale, j'aimerais remercier tout les membres du LEGI avec qui j'ai eu le plaisir de discuter/rigoler à de multiples reprises (ils se reconnaîtront sans aucun doute) et qui m'auront permis d'apprécier la vie au laboratoire durant toutes ces années. Enfin, j'aimerais remercier aussi Jean-Marc et Stéphane pour leur bonne humeur au quotidien qui peut vous aider à surmonter des journées parfois mal démarrée !

Cette thèse n'aurait pas été la même sans la vie Grenobloise à coté. Certaines personnes ont la chance (le malheur ?) de me côtoyer pendant toutes ces années, merci donc à Rémy, Seb(s), Élo, Simon et Clément pour votre amitié. Il y a aussi les membres d'un confrérie bien particulière qui méritent bien des remerciements : Jerome, Morvan, Aurélien, Stéphane, Rati et Lucas. De l'Iseran au Kilimandjaro en passant par Nice, merci à toi John, pour toutes nos aventures. Un grand merci aux judokas de Berthe de Boissieux, Florian, Valentin, Guillaume, Yoann, Laurent, JiBé et Yann-Lo parce que le Judo c'est bien, mais le Judo et la Nat c'est encore mieux. Merci aussi à tous les collègues du rugby et en particulier du Rugbycube : Julien, Cubi, Victor, Alexis, Come, Marchal, Vernass, Pierre, Dorian, Alan, Johan, Lulu,

Adrien, Victor, Thierry, Henri, mon petit Benny et Monsieur le Président Francois Béline. Un grand remerciement au coach Monsieur Renaud qui pensait quand je suis arrivé à l'INP rugby que je ne survivrai pas un mois. Merci coach pour tout ce que tu m'auras apporté! Enfin, le rugby m'aura aussi permis de découvrir et de coacher un groupe de filles fantastiques qui m'auront apporté bien plus que ce qu'elles n'imaginent. Merci du fond du cœur à Fanny, Audrey, Julia, Anne-Laure, Caro, Léa et Mathilde.

Ces remerciements ne seraient pas complet sans un passage dédié aux clermontois, la plupart étaient là avant la thèse, ils ont été là pendant et seront là sans aucun doute après. Toute mon amitié à Milé, Jérémie, Estelle, Camille, Soeur Clémoon, Adrien, Marion, Matthieu, Hortense, Marion, Ying, Claire, Raphaël, Grégoire, Pierre, Alexandre, Héloïse et Charles.

Avant de conclure, j'aimerais aussi remercier le Joueur du Grenier, Hans Zimmer et Peter Jackson dont les travaux auront accompagné la majorité de mes journées de travail.

Enfin, j'aimerais dédié ce dernier paragraphe au soutien que j'ai reçu de la part de ma famille (mention spéciale à Taty Lambri). Ces mots s'adresseront plus particulièrement à mon Frère et à ma Parents qui m'auront soutenu du début à la fin sans jamais faillir et avec une confiance dans ma réussite bien supérieure à celle que j'avais moi-même. Ces derniers mots auront donc pour but de témoigner tout la reconnaissance et l'affection que j'ai pour eux.

Résumé

Lorsqu'un liquide est soumis à de fortes dépressions, des bulles de gaz et de vapeur peuvent apparaître en son sein. Ce phénomène est appelé cavitation. Ces bulles sont susceptibles d'imploser dans les zones de surpression et d'endommager les parois solides environnantes à travers la création d'écoulements violents. Dans les applications industrielles, ce phénomène d'érosion par cavitation peut réduire la durée de vie des machines hydrauliques. Dans le domaine biomédical, le phénomène d'érosion par onde de choc est utilisé pour l'ablation de tissus mous ou la destruction de calculs rénaux.

Dans ce travail, à caractère numérique, nous nous intéressons à une bulle d'air isolée implosant au voisinage d'une paroi déformable sous l'effet d'une surpression générée par une onde de choc incidente. Le travail de thèse a consisté à mettre en place un couplage fluide structure pour simuler le phénomène d'implosion de la bulle dans la partie fluide et la déformation plastique engendrée dans la partie solide. Pour cela, une stratégie en deux étapes a été mise en oeuvre. La première étape a consisté à construire un code fluide avec maillage mobile pour gérer le déplacement de l'interface fluide/solide. Le code développé est dérivé du modèle numérique proposé par Eric Johnsen et al. à University of Michigan dans lequel nous avons implémenté une méthode ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) permettant de passer d'une description eulérienne sur maillage fixe à une description eulérienne sur maillage mobile. La seconde étape a consisté à modéliser la déformation élasto-plastique de la partie solide au cours de l'implosion de la bulle grâce à un couplage fort du code fluide avec le logiciel CAST3M. La communication entre les deux codes utilise la bibliothèque MPI.

A l'issue du couplage, nous avons été en mesure de simuler l'implosion d'une bulle d'air à proximité d'une paroi déformable. Nous avons pu calculer le niveau de déformation de la paroi solide ainsi que l'amortissement de la surpression en paroi pour plusieurs matériaux. L'outil numérique ainsi développé permettra à terme d'étudier le comportement de revêtements amortissants capables de protéger des structures industrielles de l'érosion de cavitation ou d'optimiser les effets bénéfiques des traitements par onde de choc dans les applications biomédicales.

Abstract

This work is devoted to cavitation erosion modeling. When liquid is subjected to pressure decrease, gas bubbles and vapor bubbles can appear. This phenomenon is called cavitation. In liquid high pressure zones, these bubbles may collapse and create a violent flow which can damage nearby solid wall. In industry, this phenomenon called cavitation erosion can reduce the lifetime of components of hydraulic machines. In biomedical, erosion by shockwave is used for ablation of human soft tissues or the destruction of kidney stones.

In this numerical work, we focused on the collapse of one single air bubble near a deformable wall. This collapse is produced by the impact of an incident high pressure wave. Our work consists in developing a numerical fluid-structure coupling in order to compute the collapse of the bubble in the fluid code and the plastic deformation induced in the solid code. We chose a two-steps development strategy. The first step consisted in building a fluid code with a mobile mesh to integrate the displacement of the fluid-structure interface. This code was derived from the numerical model of Johnsen et al. at the University of Michigan. We implemented an ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) method which allows us to describe the flow from an eulerian way on a fixed mesh to an eulerian way on a moving mesh. Then, the second step consists in the numerical modeling of elastic and plastic deformation of the solid during the bubble collapse. This latter was performed by the software CAST3M. Finally, a two-way coupling between the two physics was developed. The communication between the two codes is established thanks to MPI library.

This coupling allows us to compute the collapse of an air bubble close to a deformable wall. We can study the deformation of this wall and relaxation effects on the pressure of the wave hitting the wall. This numerical tool is a first step toward the understanding of the behaviour of compliant materials used to protect components from cavitation erosion and also toward the improvement of the benefits of biomedical shockwaves therapies.

Table des matières

Table des matières	IX
Table des figures	XIII
1 Cavitation et Érosion	1
1.1 Qu'est-ce que la cavitation ?	1
1.1.1 Mécanisme de cavitation	1
1.1.1.1 Origine physique	1
1.1.1.2 Cause de la cavitation	2
1.2 De la cavitation à l'érosion	4
1.2.1 Phénomène lors de l'implosion	4
1.2.2 Force d'impact sur la paroi	6
1.2.3 Endommagement des matériaux	7
1.2.3.1 Fatigue dans les matériaux	8
1.2.3.2 Erosion de cavitation	9
1.2.4 Application de l'érosion de cavitation	11
1.3 Couplage fluide-structure : vers l'érosion de cavitation.	11
1.3.1 Erosion de cavitation et mécanique des fluides.	12
1.3.2 Erosion de cavitation et mécanique des solides.	16
1.3.3 Mise en relation des deux physiques.	17
1.3.4 Mise en avant de la problématique traitée.	19
1.4 Objectifs de la thèse	20
2 Code Implosion Fluide	23
2.1 Objectif du code fluide	23
2.2 Description du code en maillage non-conforme	24
2.2.1 Mise en équations du problème	25
2.2.2 Génération du maillage	28
2.2.2.1 Description du maillage	28
2.2.2.2 Optimisation du maillage	30
2.2.3 Résolution numérique du système intégral	32

2.2.3.1	Discrétisation en temps : méthode de Runge-Kutta	32
2.2.3.2	Discrétisation spatiale : méthode WENO et solveur HLLC	34
2.3	Implosion de bulle	43
2.3.1	Convergence du maillage et validation de l'implosion	44
2.3.1.1	Déroulement de l'implosion d'une bulle	44
2.3.1.2	Convergence en maillage	49
2.3.1.3	Comparaison avec Caviflow et Fluent	54
2.3.2	Étude paramétrique de l'implosion de bulle	59
2.3.2.1	Amplitude de l'onde de choc	60
2.3.2.2	Effet de distance à la paroi.	63
2.4	Mobilité du maillage : méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian	65
2.4.1	Différents types de description du phénomène	65
2.4.1.1	Description Lagrangienne	65
2.4.1.2	Description Eulérienne	66
2.4.1.3	Description Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)	66
2.4.2	Équations fondamentales de l'ALE	67
2.4.2.1	Changement de repère	68
2.4.2.2	Dérivée temporelle d'une quantité scalaire	69
2.4.2.3	Transport dans un volume mobile	70
2.4.3	Transition entre description Eulérienne et description ALE	72
2.4.3.1	Écriture du système d'équations en description ALE	73
2.4.3.2	Résolution temporelle en ALE : méthode de Runge- Kutta	74
2.4.3.3	Résolution spatiale en ALE : méthode WENO et sol- ver HLLC de Riemann	75
2.4.3.4	Conditions aux limites en ALE	76
2.5	Validation de l'implémentation de la description ALE dans le code.	77
2.5.1	Invariance par translation du maillage.	77
2.5.1.1	Vitesse de maillage uniforme dans le domaine.	77
2.5.1.2	Vitesse de maillage avec un gradient uniforme dans une direction.	79
2.5.1.3	Vitesse de maillage avec un gradient uniforme dans chaque direction.	81
2.5.2	Réponse à un déplacement issu d'une onde de choc.	84
2.6	Conclusion sur le chapitre CFD	87
3	Code Déformation Solide	89
3.1	Objectif du code solide.	89

3.2	Équations de la mécanique des solides	90
3.2.1	Équation d'équilibre dans un solide	91
3.2.2	Loi de comportement	93
3.2.2.1	Le modèle élastique	93
3.2.2.2	Le modèle plastique	93
3.2.2.3	Loi de comportement élastique	94
3.2.2.4	Loi de comportement plastique	96
3.2.3	Résolution par la méthode des éléments finis	100
3.3	Résolution thermo-mécanique dans PASAPAS	104
3.3.1	Rapide présentation de CAST3M	105
3.3.2	La procédure PASAPAS	106
3.3.2.1	Calcul complet : procédure PASAPAS	107
3.3.2.2	Un pas de temps en mécanique : procédure UNPAS .	109
3.4	Exemple d'onde de choc sur un solide	111
3.4.1	Onde choc sur une paroi : point de vue solide élastique	111
3.4.2	Simulation "one-way" d'implosion de bulle : calcul de la dé- formation plastique induite	114
3.4.2.1	Simulation "one-way" d'implosion de bulle	115
3.4.2.2	Condition de sortie d'onde	122
3.4.2.3	Relâchement du chargement	126
3.5	Conclusion sur le chapitre mécanique du solide	130
4	L'Union des Deux Codes	133
4.1	Retour sur le couplage	133
4.1.1	Principe de couplage	133
4.1.2	Nécessité du couplage	136
4.2	Itérations de convergence	137
4.2.1	Itérations de couplage	138
4.2.2	Itération de convergence	138
4.2.3	Intervention dans CAST3M	141
4.3	Utilisation de MPI	142
4.3.1	Message Passing Interface	143
4.3.2	Communication entre les codes	145
4.4	Résultats comparatifs	147
4.4.1	Propagation d'une onde de choc	147
4.4.2	Implosion de bulle : comparaison entre paroi rigide et déformable	152
4.4.3	Effet de la plasticité	160
4.4.4	Comparaison entre matériaux réels	165
4.5	Conclusion sur le chapitre couplage	175

5 Conclusions et perspectives	179
Bibliographie	185
A Impact d'une onde de pression sur un massif élastique	193
B Effet de viscosité	197
C Invariance de la dynamique de la bulle en maillage multi-blocs.	199
D Connexion entre les mailles pour un maillage multi-blocs.	201
E Relations de Rankine-Hugoniot	203
F Types d'éléments finis.	205
G Temps de calcul comparés entre "one-way" et "two-way".	209

Table des figures

1.1	Diagramme d'état de l'eau.	1
1.2	Visualisation de différents types de cavitation	4
1.3	Visualisation expérimentale d'un jet rentrant [55].	5
1.4	Implosion schématique d'une bulle à proximité d'une paroi (http://crevette-cavitation.e-monsite.com/medias/images/microjet-3d.png).	5
1.5	Exemple théorique d'une courbe de Wöhler avec les différents niveaux de fatigue.	8
1.6	Essai d'érosion d'un échantillon de NAB (Boucle Prevero, Laboratoire LEGI, Grenoble)	10
1.7	Implosions multiples de bulles [52].	12
1.8	Comparaison numérique-expérimental d'un échantillon érodé par cavitation [48].	14
1.9	Génération d'un pit par perte de masse [53].	16
1.10	Modélisation numérique d'une implosion de bulle (champ de pression) et de la déformation plastique engendrée par méthode SPH (S. Joshi).	18
2.1	Implosion d'une bulle d'air de rayon 0.05 mm située à 0.1 mm de la paroi par une onde de choc de 1200 bar : masse volumique (haut), pression (bas). 24	
2.2	Structure de maillage : Nœuds → Interfaces → Mailles.	29
2.3	Description du voisinage sans (gauche) et avec (droite) condition limite . 29	
2.4	Connexion entre mailles et nœuds, exemple du nœud numéro 3.	29
2.5	Champ de pression à deux différents instants (gauche), coupe du maillage et phénomènes captés par les différents niveaux de raffinements (droite) . 31	
2.6	Exemple de mise en place du maillage multi-blocs	31
2.7	Utilisation des méthodes WENO puis HLLC pour calculer le flux F entre deux mailles adjacentes à partir d'un champ quelconque f en centre de maille	35
2.8	Exemple de définition des stencils pour WENO d'ordre 5 ($n=2$). Maille de calcul en vert.	36
2.9	Problème de Riemann à l'interface de la maille de calcul entre deux mailles voisines notées $i-1$ et i	38

2.10	Problème de Riemann à l'interface de la maille de calcul entre deux mailles voisines notées $i-1$ et i	38
2.11	Champ stationnaire (gauche), flux stationnaire (droite).	39
2.12	Répartition des champs après propagation des perturbations.	39
2.13	Exemple de maille fantôme pour la méthode WENO d'ordre 5. Les mailles fantôme permettent de calculer le champ à l'interface entre les mailles i et $(i + 1)$ en dehors du domaine de calcul.	42
2.14	Configuration du calcul d'implosion de bulle.	45
2.15	Comparaison des formes de bulles à différents stades de l'implosion.	46
2.16	Évolution de la pression de différents points du domaine et champs de pression (haut) et de densité (bas) associés. (Onde de pression : 1200 bar ; rayon de bulle : 0.05 mm ; distance centre de bulle - paroi : 0.1 mm)	48
2.17	Coupe du maillage allant des mailles les plus grossières aux plus fines en paroi (64 mailles en paroi sur le domaine complet sur cette image)	49
2.18	Localisation des trois points de mesure : PH : point d'impact (bleu) ; PM point à mi-distance (vert) ; PB point au niveau de condition limite basse de gradient nul (rouge).	50
2.19	Convergence de la pression en chaque point de mesure en fonction de la résolution, de haut en bas : PH , PM , PB	51
2.20	Évolution des pics de pression au point d'impact en fonction de la résolution et du CFL.	52
2.21	Vitesse le long de l'axe de symétrie pour les résolutions 512, 1024 et 1536 mailles en paroi.	53
2.22	Visualisation de la bulle d'air durant son implosion pour différents codes.	56
2.23	Taux de vide (α) le long de l'axe de symétrie à différents instants de l'implosion pour CaviFlow , Fluent et FSI4CAV	57
2.24	Pression en paroi : au point d'impact PH (gauche) et au quart de distance du bord opposé (droite) en fonction du code utilisé.	58
2.25	Niveau d'implosion de la bulle en fonction de l'onde incidente.	60
2.26	Pression au point d'impact PH en fonction de l'onde incidente (gauche), pression au point d'impact PH normalisée par la pression de l'onde incidente (droite).	61
2.27	Ratio $\frac{P_{impact}}{P_{incidente}}$ en fonction de la pression incidente.	62
2.28	Pression au point PH pour différentes valeurs de γ	63
2.29	Pression maximale en paroi à différents γ	64
2.30	Particule de fluide \circ , nœuds de maillage \times	67
2.31	Descriptions et leur repère associé, fonctions de changement de base [10].	68
2.32	Évolution temporelle d'un volume mobile [23].	71
2.33	Evolution temporelle d'un volume mobile [23].	71

2.34	Vitesse d'ondes c et vitesse d'interface \hat{v}	75
2.35	Visualisation de la bulle d'air après déplacement du maillage (position de la bulle en mm).	78
2.36	Taux de vide (α) au niveau de la bulle le long de l'axe de symétrie à $t = 748ns$ pour différentes vitesses de maillage.	79
2.37	Visualisation de la bulle d'air après déplacement du maillage.	80
2.38	Taux de vide (α) au niveau de la bulle le long de l'axe de symétrie à $t = 748ns$ pour différentes vitesses de maillage en limite du domaine.	81
2.39	Visualisation de la bulle d'air après déplacement du maillage.	82
2.40	Taux de vide (α) au niveau de la bulle le long de l'axe de symétrie (en haut à gauche), à mi-rayon (en haut à droite) et à trois-quarts de rayon (en bas) à $t = 748ns$ pour le maillage statique et le maillage mobile.	83
2.41	Validité à $\pm 1\%$ de la relation $P_l = (\rho cv)_l$	85
2.42	Comparaison numérique-analytique de l'évolution de la surpression en fonction de la vitesse de l'interface : cas 1200 bar (gauche), cas 200 bar (droite).	86
2.43	Contribution de l'écart de surpression par rapport à la pression totale en paroi : cas 1200 bar (gauche), cas 200 bar (droite).	86
3.1	Exemple d'utilisation actuelle de CAST3M. Mécanique des solides et Rupture : Génération d'une fissure dans un solide (gauche) / Mécanique des fluides et diffusion particulière : Concentration de particule dans un aérosol (droite)	90
3.2	Courbe contrainte-déformation pour l'Aluminium 7075 suivant une loi de Ludwig	97
3.3	Exemple de charge décharge sur de l'Aluminium 7075 : loi de Ludwig	98
3.4	Modèle de Johnson-Cook : contrainte-déformation pour différentes vitesses de déformation plastique pour de l'Aluminium 7075	100
3.5	Fonctionnement de la procédure PASAPAS.	107
3.6	Intervention de la procédure PERSO1 dans PASAPAS, les indices indiquent le numéro d'appel.	108
3.7	Fonctionnement de la procédure UNPAS.	110
3.8	Maillage du calcul solide.	112
3.9	Exemple caractéristique de déplacement(gauche) et vitesse(droite) de l'interface lié au choc d'une onde de pression plane.	112
3.10	Vitesses d'interfaces calculées numériquement et analytiquement pour différentes pression de choc (droite). Comparaison numérique-analytique pour le cas sans déformations transverses (gauche).	113
3.11	Maillage du calcul solide.	114

3.12	Evolution du chargement à l'interface (gauche), indication des points de contrôle sur l'interface (droite)	115
3.13	Comparaison pression/vitesse à l'interface au point PH (haut), PM (milieu) et PB (Bas).	116
3.14	Évolution du déplacement à l'interface.	118
3.15	Évolution de l'écart entre déplacement du cas plastique par rapport au cas élastique.	118
3.16	Évolution de la plasticité en fonction du temps.	119
3.17	Comparaison plastique/élastique de la position finale de l'interface.	121
3.18	Influence de la taille du domaine sur le déplacement au niveau de la sortie d'onde (PB).	122
3.19	Évolution du déplacement aux points PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge) suivant la condition limite imposée sur le bord inférieur du domaine simulé.	124
3.20	Comparaison de la forme d'interface pour les deux conditions de sortie d'onde au moment de l'impact de l'onde incidente (en haut à gauche), de l'onde issue de la bulle (en haut à droite) et en fin de calcul (en bas).	125
3.21	Evolution du chargement avec relâchement à l'interface.	126
3.22	Vitesse de l'interface (cas avec relâchement du chargement) aux points PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge).	127
3.23	Interpolation de la vitesse moyenne d'interface à chargement nul aux points PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge).	128
3.24	Evolution du déplacement à l'interface (cas avec relâchement du chargement).	129
3.25	Forme de l'interface à différents temps (cas avec relâchement du chargement).	129
4.1	Couplage "one-way" pour l'implosion de bulle.	134
4.2	Couplage "two-way" à chaque pas de temps, pour simuler l'implosion d'une bulle.	135
4.3	Couplage "two-way" pour l'implosion de bulle.	136
4.4	Principe résumé d'une itération de couplage	138
4.5	Vitesse du maillage dans le domaine fluide	139
4.6	Schéma d'une itération de convergence incluant les étapes de CFD , CAST3M et Convergence	139
4.7	Intervention de la procédure PERSO1 dans PASAPAS.	141
4.8	Procédure PASAPAS pour le couplage.	142
4.9	Exemple de parallélisation sur deux nœuds.	144
4.10	Fonctionnement des deux codes couplés sur un même nœud de calcul.	145
4.11	Principe résumé d'une itération de couplage	147

4.12	Impact d'une onde de choc sur un massif élastique	149
4.13	Cas 1200 bar : signaux de pression, vitesse et déplacement à l'interface. Vitesse d'interface : 10% de la vitesse du fluide de l'onde incidente.	150
4.14	Surpression engendrée en fonction de la vitesse de l'interface, cas onde de 200 bar (gauche) et onde de 1200 bar (droite).	151
4.15	Écart relatif des surpressions et des vitesses d'interface pour les cas 200 bar (gauche) et 1200 bar (droite)	152
4.16	Loi contrainte-déformation de l'aluminium dans les calculs two-way.	153
4.17	Pression comparée entre paroi rigide (- - -) et paroi aluminium (—), en zone d'impact (PH) (—), en milieu d'interface (PM) (—) et en sortie d'onde (PB) (—)	154
4.18	Vitesse de l'interface aux trois points de contrôle pour les calculs "one- way" (gauche) et "two-way" (droite).	155
4.19	Pression, Déplacement et Vitesse le long de l'interface à $t = 379ns$, pour le cas "two-way".	156
4.20	Position de l'interface à $t = 256ns$, $384ns$ et $1150ns$ pour les 2 simulations.	157
4.21	Comparaison des contraintes de Von-Mises.	158
4.22	Comparaison des déformations plastiques dans le solide.	159
4.23	Loi contrainte-déformation pour les trois matériaux (gauche), zoom sur les comportements plastiques (droite).	160
4.24	Pic de pression suivant le point de contrôle PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge) et le modèle solide.	161
4.25	Profil de vitesse suivant le point de contrôle PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge) et le modèle solide.	163
4.26	Profil déformé de l'interface pour chacun des trois cas d'étude.	164
4.27	Comparaison des déformations plastiques dans le solide.	165
4.28	Loi de Ludwig pour les trois matériaux (gauche), zoom sur l'élasticité (droite).	166
4.29	Pic de pression suivant le matériau (A2205, Al7075 ou NAB) et le point de contrôle PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge).	167
4.30	Vitesse de l'interface suivant le matériau (A2205, Al7075 ou NAB) et le point de contrôle.	169
4.31	Comparaison des déformations plastiques suivant le matériau.	170
4.32	Comparaison des déplacements en zone d'impact (—), en milieu d'inter- face (—) et en sortie d'onde (—) suivant le matériau.	171
4.33	Déplacement en sortie d'onde (PB) dû au choc de l'onde incidente (gauche) et déplacement en zone d'impact (PH) dû au choc de l'onde issue de la bulle (droite).	172
4.34	Forme de l'interface en fin de calcul suivant le matériau.	174

A.1	Configuration de l'onde s'approchant de l'interface.	193
A.2	Configuration de l'onde s'approchant de l'interface.	194
B.1	Profil de pression aux trois points de contrôle en prenant en compte les effets visqueux.	197
B.2	Profil de pression aux trois points de contrôle sans prendre en compte les effets visqueux.	198
C.1	Définition des zones de transition par rapport à la bulle.	199
C.2	Taux de vide le long de l'axe de symétrie à différents instants de l'implosion pour un maillage Uniforme ou Multi-blocs.	200
D.1	Exemple de création d'un maillage multi-blocs.	201
D.2	Exemple de création d'un maillage multi-blocs.	202
E.1	Configuration d'une onde de choc.	203

Chapitre 1: Cavitation et Érosion

1.1 Qu'est-ce que la cavitation ?

1.1.1 Mécanisme de cavitation

1.1.1.1 Origine physique

Les écoulements en mécanique des fluides sont le siège de nombreux phénomènes physiques. Dans le cas d'un écoulement d'eau liquide, des bulles de vapeur peuvent se créer sous certaines conditions. Ces bulles sont issues d'un changement de phase local de l'état liquide à l'état gazeux. Pour illustrer ce phénomène, nous nous intéressons au cas de l'eau, en se référant à son diagramme d'état en figure 1.3.

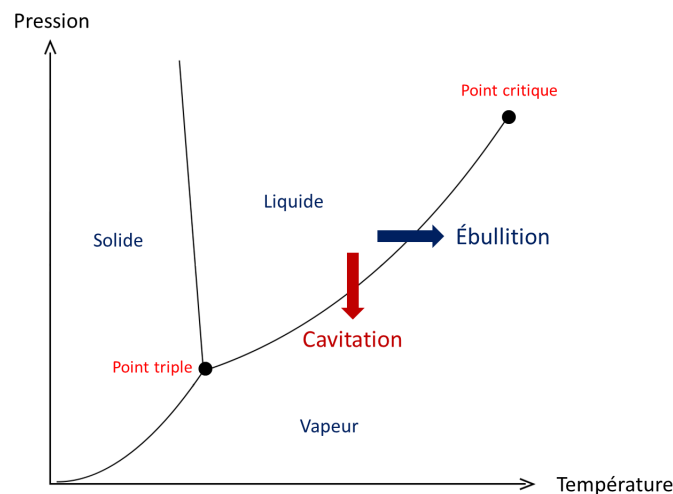


FIGURE 1.1 – Diagramme d'état de l'eau.

La flèche bleue (1.3) correspond au phénomène d'ébullition. Celui-ci traduit le passage de l'eau liquide à l'eau sous forme de vapeur suite à une augmentation de température de l'eau à pression constante. Cette hausse de température entraîne une augmentation du mouvement moléculaire dans le fluide. Ce mouvement va réduire les forces intermoléculaires, ce qui entraîne une augmentation des distances intermoléculaires. Au-delà d'une distance critique l'eau passe de l'état liquide à l'état gazeux.

La flèche rouge (1.3) correspond, au phénomène de cavitation qui nous intéresse dans ce travail. À température constante, une baisse de pression dans le fluide va traduire un relâchement des forces intermoléculaires. En conséquence, la distance intermoléculaire va augmenter. Ceci se traduira à terme par un passage du fluide à l'état gazeux. Au niveau macroscopique, ce phénomène va se caractériser par une baisse de pression locale jusqu'à atteindre puis traverser la courbe de vapeur saturante. Cette courbe définit la séparation entre état liquide et état gazeux, tout en reliant le point triple au point critique.

En faisant une brève revue historique, ce phénomène semble avoir été pour la première fois évoqué par Euler [12]. Cependant, ce serait Reynolds qui aurait offert en 1873, la première étude sur la cavitation [51] et ce serait Froude qui aurait le premier mentionné le terme de cavitation [56]. Quant à la notion d'érosion de cavitation, c'est à dire l'endommagement d'une surface solide à cause d'un écoulement présentant de la cavitation, ce serait Rayleigh qui aurait proposé le premier un modèle d'érosion de cavitation lié à l'implosion d'une bulle unique [50].

1.1.1.2 Cause de la cavitation

Une explication simple de l'apparition de ce phénomène peut être obtenue à partir de l'équation de Bernoulli qui représente la conservation de l'énergie sur une ligne de courant dans un écoulement incompressible. En appliquant cette équation pour de l'eau liquide, nous pouvons considérer que la masse volumique de l'eau ρ change peu à l'état liquide :

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \quad (1.1)$$

Si la vitesse v du fluide augmente, la pression P du fluide évoluera de manière à compenser cette augmentation :

$$(P + \Delta P) + \frac{1}{2}\rho(v + \Delta v)^2 = \text{constante} \quad (1.2)$$

D'où :

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho(v^2 - (v + \Delta v)^2) \quad (1.3)$$

Si la vitesse du fluide augmente ($\Delta v > 0$), la pression du fluide diminue ($\Delta P < 0$). Comme nous l'avons vu en figure (1.3), si la baisse de pression générée par la hausse de vitesse est trop importante et atteint la pression de vapeur saturante, le liquide se vaporisera. Des bulles de vapeur vont se former dans l'écoulement. Le maintien d'une pression inférieure à cette pression de vapeur saturante dans l'écoulement permettra de développer des structures de cavitation de plus en plus complexes.

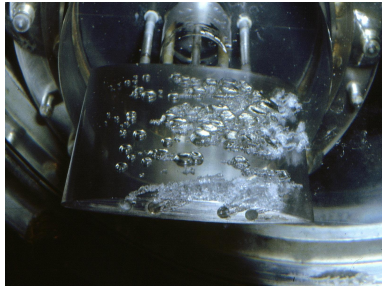
La création de ces zones de dépression peut avoir des origines multiples dont les principales sont :

- une géométrie générant de fortes vitesses, comme un rétrécissement de la section de passage du fluide.
- une zone à fort cisaillement, comme le choc produit par l'arrivée d'un fluide s'écoulant à forte vitesse sur un fluide au repos.
- un mouvement d'oscillation du fluide imposé, générant des fluctuations de la pression.
- une dépressurisation générée par un changement brusque dans la topologie de l'écoulement.

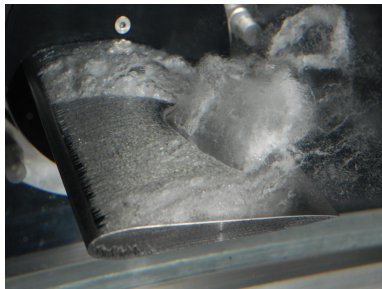
L'origine de la zone de dépression, tout comme les caractéristiques de l'écoulement, auront un rôle prépondérant dans le développement des structures cavitantes. Celles-ci peuvent être caractérisées par ces quatre catégories :

- La cavitation par bulles (figure 1.2a) : des bulles de vapeur isolées se créent dans les zones de basses pressions. Lorsque ces bulles sont transportées vers une zone à pression plus élevée, les bulles implosent.
- La cavitation par poches ou cavités (figure 1.2b) : une poche de gaz se crée généralement sur des aubages ou des hélices. Des bulles sont générées dans la zone de fermeture de la cavité et implosent. Ces implosions sont susceptibles d'endommager la surface du matériau au niveau de la zone de fermeture de la poche.
- La cavitation dans les tourbillons marginaux (figure 1.2c) : en extrémité des pales d'hélices ou de turbines, des zones de faible pression locale peuvent se créer. Des bulles de cavitation peuvent en être issues. Elles auront un mouvement qui sera impulsé par le mouvement de rotation de la pale ou de l'hélice dont elles sont originaires.
- Cavitation en zone cisillée : les écoulements à fort taux de cisaillement ou à fort taux de turbulence peuvent être sujets à de fortes baisses de pression locales. Ceci peut générer une vaporisation du fluide et la formation de bulles de gaz.

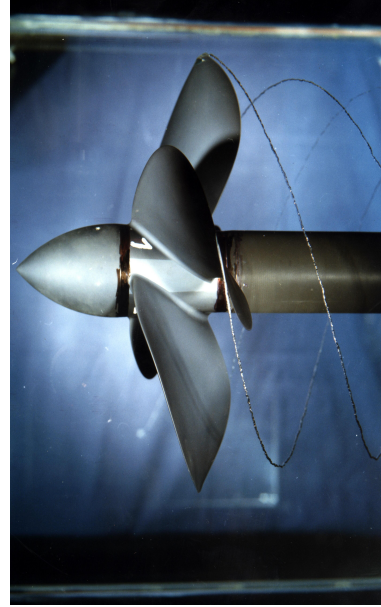
La figure 1.2 illustre les trois premières formes de cavitation.



(a) Cavitation par bulles



(b) Cavitation par poche



(c) Cavitation dans les tourbillons en bout de pales

FIGURE 1.2 – Visualisation de différents types de cavitation

Les figures 1.2a et 1.2b sont issues d'études sur la cavitation sur un hydrofoil au sein du laboratoire LEGI de Grenoble [3]. La figure 1.2c est issue d'études sur hélice au sein du bassin de Carènes [16]. Dans chacun de ces cas, les bulles composant chacune de ces structures cavitantes peuvent endommager le matériau solide à proximité duquel les structures se sont développées. Ces endommagements peuvent entraîner la détérioration des systèmes hydrauliques situés à proximité. Afin de mieux comprendre les raisons de ces détériorations, nous allons aborder les phénomènes se générant lors d'une implosion de bulle.

1.2 De la cavitation à l'érosion

La transition entre cavitation non-érosive et érosion de cavitation va dépendre du niveau de mise en contrainte du solide. Celui-ci va être la conséquence de différents phénomènes lors de l'implosion des bulles composant la structure cavitante. Dans cette partie nous proposons de connecter les phénomènes issus de l'implosion à la détérioration du solide par érosion.

1.2.1 Phénomène lors de l'implosion

Les bulles de gaz créées par cavitation sont susceptibles d'imploser lorsque le milieu liquide les environnant est à une pression plus élevée que celle des bulles. Nous

concentrerons notre attention sur deux phénomènes : le jet rentrant et la génération d'onde de choc.

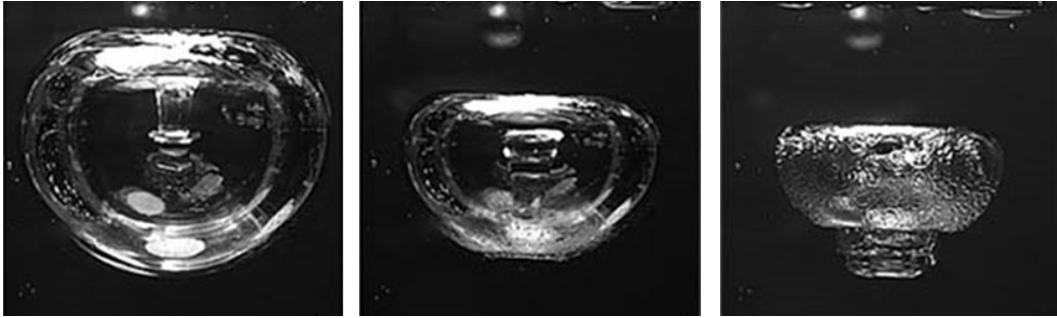


FIGURE 1.3 – Visualisation expérimentale d'un jet rentrant [55].

Implosion en milieu infini Lors de l'implosion d'une bulle unique en milieu infini, la bulle de gaz reste sphérique durant sa déformation. Le liquide est aspiré de façon uniforme tout autour de la bulle. Le diamètre de la bulle diminue jusqu'à une valeur minimum pour laquelle la bulle devient punctiforme. Une onde de choc sphérique à forte amplitude est alors générée.

Implosion à proximité d'une paroi Si la bulle se trouve à proximité d'une paroi, la condition de symétrie sphérique lors de l'implosion n'est plus respectée (voir figure 1.4).

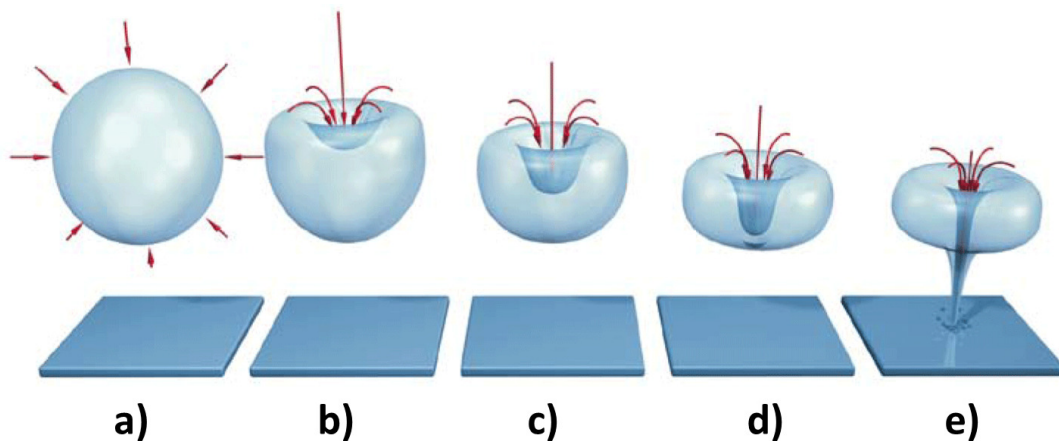


FIGURE 1.4 – Implosion schématique d'une bulle à proximité d'une paroi (<http://crevette-cavitation.e-monsite.com/medias/images/microjet-3d.png>).

Le confinement du liquide entre la bulle et la paroi va réduire l'effet d'aspiration du fluide par rapport au fluide situé de l'autre côté de la bulle. La partie de l'interface de la bulle opposée à la paroi va se déformer à une vitesse beaucoup plus élevée que

le reste de l'interface (b)). Cette déformation va creuser la bulle et le fluide va être aspiré dans ce creux à une vitesse égale à la vitesse de déformation de l'interface (c) et d)). Ce mouvement du fluide est alors appelé **jet rentrant**. Lorsque les deux interfaces rentrent en contact, le liquide va traverser la bulle au niveau du point de contact et **une onde de choc** sphérique se génère. Cette onde se propage entre autre en direction de la paroi et son choc sur la paroi sera susceptible d'endommager le matériau constituant la paroi. Au niveau de la bulle, une cavité toroïdale est alors créée tandis que le jet liquide se propagera en direction de la paroi. Plus la paroi sera éloignée, plus il se répandra dans le fluide et plus il sera amorti avant d'impacter la paroi (e)).

L'amplitude de chacun de deux phénomènes, le jet rentrant et l'onde de choc, sera influencée par rayon de la bulle et la différence de pression entre la bulle et le fluide l'environnant. Plus cette dernière sera élevée, plus la vitesse d'implosion de la bulle sera grande et plus l'amplitude de l'onde de pression sera élevée. Enfin la distance à la paroi jouera un rôle dans l'amplitude des phénomènes observés en paroi. Plus la bulle est éloignée de la paroi, plus le front d'onde de forme sphérique s'étalera avant d'atteindre la paroi et moins la pression d'impact sera importante.

1.2.2 Force d'impact sur la paroi

L'onde de choc comme le jet rentrant vont chacun imposer une force sur la paroi.

Onde de choc sphérique L'onde de choc représente une onde de pression se propageant dans l'espace. La force qu'elle exercera en impactant la paroi correspondra à une force de pression s'appliquant directement en paroi. Cette onde est susceptible d'être plus ou moins amortie en fonction de la distance entre la bulle et la paroi. Lorsque l'onde atteint la paroi, l'énergie de l'onde incidente E va être répartie entre l'énergie transmise dans le matériau solide T et l'énergie réfléchie dans le fluide R qui se superposera à l'onde incidente. La conservation de l'énergie impose l'égalité : $E = R + T$. Chaque milieu est caractérisé par une impédance acoustique qui caractérise la résistance du milieu au passage d'une onde. Le rapport entre énergie réfléchie et transmise dépend du rapport des impédances acoustiques noté α_{ac} entre le matériau d'où provient l'onde et celui dans lequel l'onde sera transmise. Ce rapport caractérise la différence Dans le cadre de la diffusion de l'onde de choc dans l'eau impactant une paroi solide, nous avons :

$$\alpha_{ac} = \frac{\rho_s c_s}{\rho_l c_l} \quad (1.4)$$

ρ étant la masse volumique et c la célérité du son dans le solide ou dans le liquide. La quantité d'énergie réfléchie vaut $R = \frac{(\alpha_{ac}-1)^2}{(1+\alpha_{ac})^2} E$ tandis que celle transmise dans le matériau solide vaudra $T = \frac{4\alpha_{ac}}{(1+\alpha_{ac})^2} E$ (voir Annexe A). Pour un matériau particulièrement résistant $\alpha_{ac} \gg 1$, l'énergie est entièrement réfléchie dans le fluide et aucune ne se propage dans le solide. Enfin dans le cadre d'un solide ayant une impédance acoustique très proche de l'eau $\alpha_{ac} \approx 1$, il n'y aura pas d'énergie réfléchie et l'onde continuera de se propager après l'interface entre les deux matériaux.

Jet rentrant Lorsque le microjet se forme, il va se propager en direction de la paroi et s'amortir en fonction de la distance à la paroi. Lorsque celui-ci impacte la paroi, une onde de choc est générée dans le matériau solide. Il est possible de déterminer analytiquement les paramètres du jet en sortie d'implosion de bulle et la pression qu'il exercera en impactant la paroi. La pression exercée par le jet p_{jet} sur la paroi dépend directement de la vitesse du jet v_{jet} et des caractéristiques du fluide et du matériau sur lequel il s'exerce.

$$p_{jet} = \frac{\alpha_{ac}}{1 + \alpha_{ac}} \rho_l c_l v_{jet} \quad (1.5)$$

La vitesse du jet en sortie d'implosion correspond à la vitesse à laquelle la bulle est traversée par le jet. Ce jet s'amortira selon la distance qu'il aura à parcourir dans le fluide.

Les contraintes générées par l'impact de l'onde de choc ou le jet rentrant vont être responsables de la dégradation des matériaux. La répétition et l'amplitude des implosions sur le matériau solide seront à l'origine du phénomène d'érosion.

1.2.3 Endommagement des matériaux

La réponse d'un matériau solide va être caractérisée par les différentes lois de comportement du solide : élasticité, plasticité voire viscoplasticité qui seront détaillées dans le chapitre 3 consacré à la mécanique des solides. Ces comportements vont être liés à l'amplitude des contraintes qui seront appliquées sur le solide. Si la contrainte imposée sur un seul chargement dépasse la limite de rupture, le matériau solide va se détériorer. Au sein du solide, nous verrons apparaître des fissures qui pourront déclencher la dissociation d'une partie du solide qui sera entraîné par l'écoulement : c'est le phénomène de perte de masse. Cependant l'amplitude de la contrainte n'est pas l'unique responsable de la détérioration du solide.

1.2.3.1 Fatigue dans les matériaux

Pendant longtemps, la valeur de contrainte de rupture pour un essai statique était utilisée pour estimer les risques de rupture des matériaux. À la fin du XIX^{me} siècle, Auguste Wöhler a mis en évidence le rôle de la répétition des chargements sur la diminution de la contrainte de rupture. Cette caractérisation de la limite de rupture est résumée sous la forme de courbes définissant les différents niveaux de fatigue dans un solide en fonction du nombre de cycles de mise en contraintes. La figure 1.5 présente un exemple générique d'une courbe dite de Wöhler.

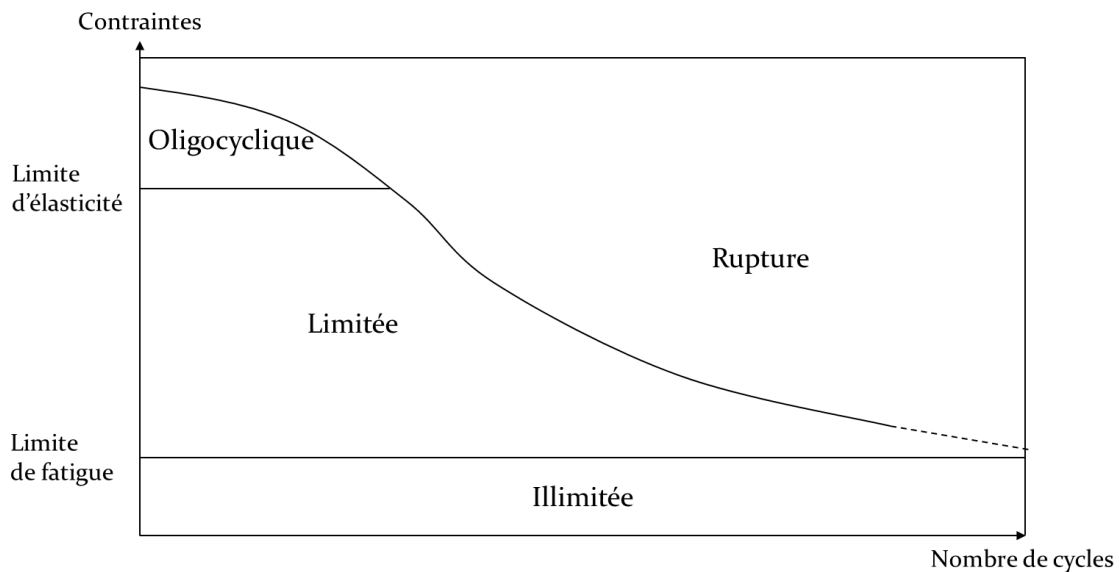


FIGURE 1.5 – Exemple théorique d'une courbe de Wöhler avec les différents niveaux de fatigue.

Nous retrouvons les différents niveaux de fatigue dans le solide en fonction de la répétition des cycles :

Fatigue illimitée Le matériau est soumis à des contraintes inférieures à une limite dite limite de fatigue. Cette limite de fatigue est elle-même bien inférieure à la limite d'élasticité du matériau. Celui-ci pourra subir un nombre infini de chargements de ce type sans être sujet à une rupture. Cependant, ce domaine de fatigue illimitée n'existe pas forcément pour tous types de matériau.

Fatigue limitée Dans ce cas, les contraintes exercées sur le matériau sont comprises entre la limite de fatigue et la limite d'élasticité. Aucune déformation permanente n'est constatée dans le matériau. Cependant au fur et à mesure des cycles de chargement, la limite de rupture diminue. Elle va passer en dessous de la limite d'élasticité et le risque de détérioration va augmenter au fur et à mesure de la répétition des cycles de mise en contrainte.

Fatigue oligocyclique Dans cette configuration, les contraintes exercées sur le matériau sont relativement élevées, comprises entre la limite d'élasticité et la limite de rupture. Des déformations permanentes issues de la plastification du matériau sont constatées. Néanmoins, tant que la contrainte exercée reste inférieure à la limite de rupture, il n'y aura pas de perte de masse dans le matériau. Cependant au bout de quelques cycles, la limite de rupture passera sous la limite d'élasticité et inévitablement des fissures puis une rupture ou de la perte de masse dans le matériau sera constatée.

Lors de l'implosion d'un nuage de bulles, les implosions de bulles répétées sur le solide peuvent être traduites sur ce diagramme comme autant de cycles de mise en contraintes du matériau solide. Plus l'écoulement sera agressif, avec de fortes surpressions générées par les implosions de bulles, plus le risque d'érosion du matériau sera important. De plus, plus un écoulement génère des implosions de bulles à proximité du solide, plus le risque d'érosion sera important dû au grand nombre de cycles de mise en contraintes.

1.2.3.2 Erosion de cavitation

Une fois le processus d'arrachement de matière enclenché, celui-ci va évoluer à travers différentes étapes avant de se stabiliser. Nous allons revenir sur les différentes étapes du phénomène de perte de masse qui ont été clairement décrites par Chahine et al. [32].

Incubation Dans un premier temps, la surface du solide se durcit sous l'effet des pits de cavitation (déformation locale du solide). Il y a une plastification en surface du solide. Aucune perte de masse n'est constatée durant cette phase. La fin de la période d'incubation se traduit par le début de l'érosion proprement dite et la détérioration du matériau.

Accélération Des fissures se créent dans le matériau et la matière commence à être arrachée suite à la répétition des chocs. Durant cette phase, la vitesse d'arrachement de matière ne fait qu'augmenter jusqu'à atteindre un maximum. Cette valeur est principalement définie par les caractéristiques de résistance du matériau et le niveau d'agressivité de l'écoulement.

Régime stationnaire À ce stade, la surface du matériau est considérablement modifiée, en particulier sa rugosité. Les multiples pores créés dans le solide vont capturer les bulles de gaz générés par la cavitation. Les cratères les plus larges

peuvent piéger des bulles de gaz. La gaz contenu dans la cavité peut avoir un effet d'amortissement des ondes de chocs générées par l'implosion de bulle (effet de couche souple). Une forme d'équilibre va être atteinte entre l'agressivité du fluide sur le solide et la réaction de celui-ci. Cette phase va se caractériser par une stabilisation de la vitesse d'arrachement de la matière tant que les propriétés de l'écoulement ou que les propriétés du solide n'évoluent pas de manière significative.

La figure 1.6 permet d'illustrer cette évolution des volumes arrachés et de la vitesse de détérioration de matière.

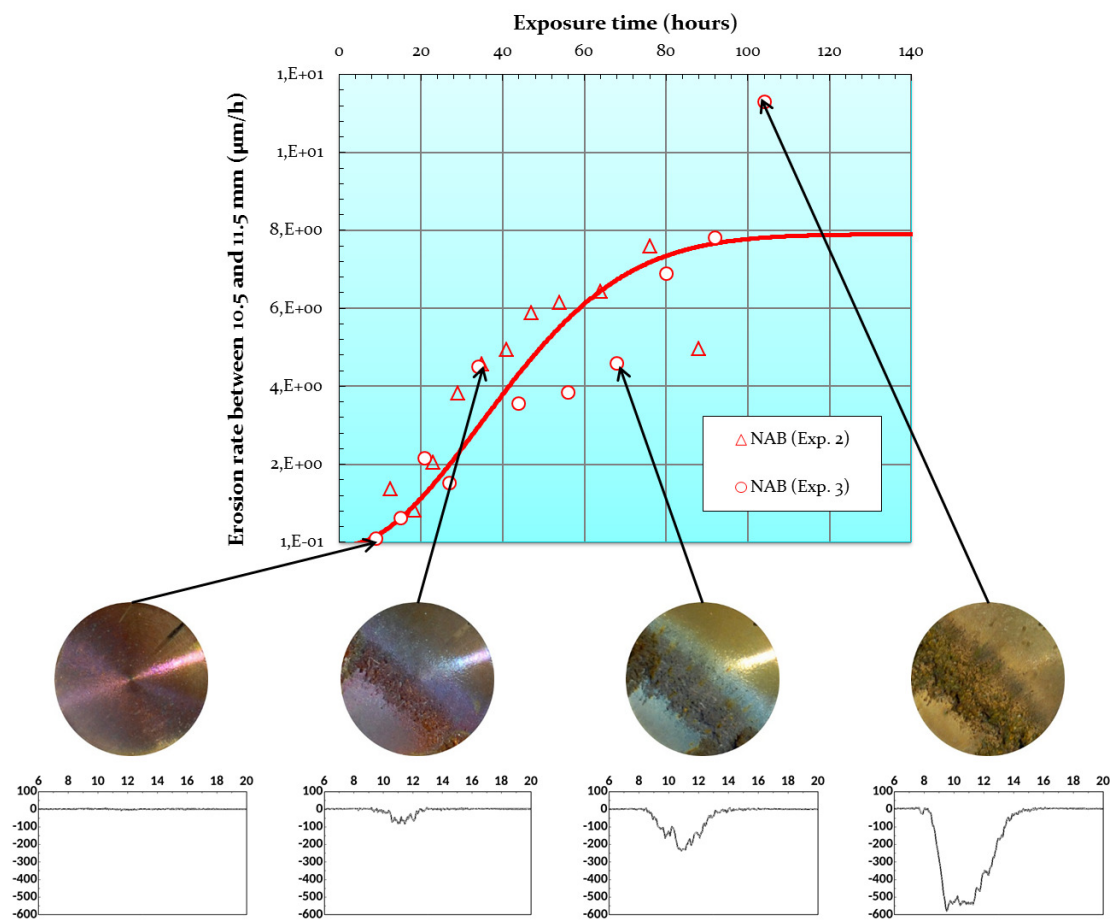


FIGURE 1.6 – Essai d'érosion d'un échantillon de NAB (Boucle Prevero, Laboratoire LEGI, Grenoble)

Sur le haut de la figure 1.6 nous avons l'évolution du taux d'arrachement interpolé à partir des données expérimentales de deux tests sur un échantillon de NAB (alliage de Nickel Aluminium Bronze). Nous retrouvons bien les trois périodes, l'incubation sur les premières heures, puis le début de l'érosion et l'accélération progressive de la vitesse d'arrachement, puis une stabilisation de cette vitesse d'arrachement au-delà de 100h d'érosion. La partie centrale donne un aperçu de la surface des échantillons

après différents temps d'érosion. Enfin, la partie basse de la figure 1.6 propose une mesure de la profondeur des zones érodées en fonction de la position sur l'échantillon.

A l'issue de cette section, nous avons une première approche du phénomène de cavitation en abordant la création de vapeur, les interactions avec le solide et l'arrachement de matière solide. De nombreux domaines cherchent aujourd'hui à éviter ou encore à se servir du phénomène de cavitation. La section suivante va proposer un petit aperçu de ces applications de l'érosion par cavitation.

1.2.4 Application de l'érosion de cavitation

L'érosion de cavitation est un phénomène clef dans le domaine industriel. Dans le domaine de la production d'énergie, le phénomène de détérioration des turbines de centrale hydro-électrique a soulevé de nombreuses études dont le but était de déterminer les possibles zones d'érosion de cavitation. Le risque de détérioration sur les systèmes novateurs de production d'énergie, comme les hydroliennes, a entraîné des études similaires afin de limiter les interventions de maintenance ou de remplacement de celles-ci. Le coût de fonctionnement s'en trouverait réduit. Dans le domaine militaire, des projets similaires ont pour but de mieux comprendre la formation de cette cavitation et de la détérioration qu'elle peut générer. En effet, en plus d'être particulièrement néfaste pour les performances, celle-ci est aussi bruyante. Dans le domaine biomédical, l'utilisation des ondes de choc s'est développée ces dernières années. Des travaux de l'université d'Oxford, ont permis de montrer que l'utilisation d'onde de choc associée aux transports des médicaments permet d'améliorer la zone de transmission de ceux-ci. Les méthodes de lithotripsie s'inspirent des phénomènes de pitting (création d'une multitude de puits rapprochés) sur les matériaux et de la répétition d'ondes de choc, qui réduisent à terme en fragments les calculs rénaux. Enfin nous pourrions aussi citer les méthodes d'ablation de tissu par onde de choc qui cherchent à s'inspirer du phénomène puissant et localisé qu'est l'implosion de bulle, pour ablater les tissus cancéreux.

1.3 Couplage fluide-structure : vers l'érosion de cavitation.

Aujourd'hui il existe de nombreuses études cherchant à comprendre et anticiper le phénomène d'érosion lié à la cavitation. Certaines se basent sur la mécanique des fluides et cherchent à définir les contraintes générées par un écoulement cavitant sur une paroi solide située à proximité. D'autres sont basées sur la mécanique des solides

et cherchent à comprendre quel écoulement a pu générer l'endommagement. Dans ces deux cas, l'intérêt principal n'est porté qu'à une des deux physiques. Il existe cependant quelques études qui cherchent à lier les deux physiques et observer les effets de l'une sur l'autre. Néanmoins, aucune n'a apporté un modèle de cavitation conciliant à la fois l'agressivité de l'écoulement et l'endommagement qui sera généré sur le solide. Dans ce paragraphe, nous présentons quelques études notables liées à l'érosion de cavitation.

1.3.1 Érosion de cavitation et mécanique des fluides.

La majorité des calculs d'implosion de bulles sont limités au calcul d'une bulle ou de quelques bulles simultanément. Cependant, les travaux de Rossineli et al. [52] ont ouvert des possibilités sur la simulation de nuages de bulles. Lors de la remise du prix Gordon Bell 2013, ils ont présenté la simulation de l'implosion d'un nuage comportant 15 000 bulles, visible en figure 1.7. Cette simulation a nécessité de nombreux développements informatiques afin de fonctionner. À présent les auteurs ambitionnent de coupler ces simulations multi-implosions avec des modèles d'érosion de cavitation et de rendre leurs simulations plus réalistes (beaucoup d'hypothèses simplificatrices ont été apportés pour obtenir ce calcul informatiquement performant). Ceci offrirait une possibilité de prédiction d'érosion très intéressante pour des applications industrielles.



FIGURE 1.7 – Implosions multiples de bulles [52].

Cette étude s'est principalement intéressée à l'écoulement à l'origine du phénomène d'érosion plus qu'à l'érosion en elle-même. Néanmoins, les travaux visant à modéliser l'érosion de cavitation à partir du fluide sont aujourd'hui nombreux. Ces travaux sont basés sur des simulations à l'échelle macroscopique de l'écoulement cavitants. Les implosions de bulles, qui sont responsables de l'érosion, se déroulent

à l'échelle microscopique. Dans les cas présentés, des modèles macroscopique de cavitation chercheront à représenter au mieux ces phénomènes d'implosion. Dans une grande partie des cas, la modélisation de l'érosion de cavitation suivra une même ligne directrice : 1. La modélisation d'un écoulement cavitant autour d'une géométrie adéquate, 2. la définition des zones de contact entre cavitation et interface avec le solide, 3. l'évaluation de l'agressivité de la cavitation par comparaison entre un paramètre de l'écoulement et un critère d'érosion du solide. Cette étape est la clé, car le choix du critère d'érosion va mettre en avant l'influence d'un ou plusieurs paramètres de l'écoulement et de l'implosion de bulles. Chaque étude présentée dans la suite du paragraphe proposera une caractérisation de l'érosion de cavitation par un paramètre de l'écoulement différent.

Dans l'étude d'Hidalgo et al. [24], l'érosion sur un profil de NACA0015 est considérée à partir de l'énergie potentielle générée par l'implosion de bulles. À chaque pas de temps, les contraintes générées par la cavitation sont calculées pour chaque cellule contenant de la vapeur. Ces contraintes sont comparées à une valeur seuil définie comme étant la résistance du solide à l'érosion obtenue expérimentalement. Si la contrainte est supérieure, le solide sera susceptible d'être érodé à chaque instant ou la contrainte se maintiendra au-dessus de la valeur seuil. Cette méthodologie permet d'avoir une localisation précise des zones susceptibles d'être érodées. Cependant, elle ne permet pas de quantifier cette érosion.

Dans l'étude de Peters et al. [48], la mesure de l'érosion passe par l'évaluation de l'amplitude des micro jets dus aux implosions de bulles. Dans un premier temps, les cellules comprenant un niveau de vapeur suffisamment fort sont retenues. Dans ces cellules, la vitesse des micro-jets est calculée à partir de la pression du mélange. Cette vitesse est comparée à une vitesse critique calculée à partir d'un modèle 1-D d'impact d'une masse fluide sur une interface solide. Si le rapport entre vitesse des jets et vitesse critique est supérieur à 1, l'érosion sur la cellule est considérée comme réelle. La rapport est alors conservé sous le nom d'intensité de l'érosion au temps t , il est considéré comme nul sinon. Cependant, les auteurs remarquent qu'il est difficile d'évaluer le nombre d'implosions par cellule alors qu'ils remarquent que la répétition d'impacts est le facteur majeur responsable de l'érosion. Pour chaque cellule, l'auteur effectue la moyenne temporelle de l'intensité d'érosion. La pondération de cette moyenne par la moyenne temporelle de l'intensité d'érosion cumulée sur l'ensemble du domaine de calcul permet de créer pour chaque cellule un coefficient appelé coefficient de déformation. Le coefficient obtenu pour chaque cellule permet de mettre en évidence les niveaux d'érosion les uns par rapport aux autres. Cette méthode a fourni d'excellents résultats sur les cas d'érosion de Franc et al. [17], visibles en

figure 1.8, tant sur le plan du rapport d'endommagement que sur la localisation. Le seul bémol est qu'il ne permet pas de déterminer directement l'amplitude maximum de l'endommagement, néanmoins il offre une modélisation des zones érodées et des différents niveaux d'érosion.

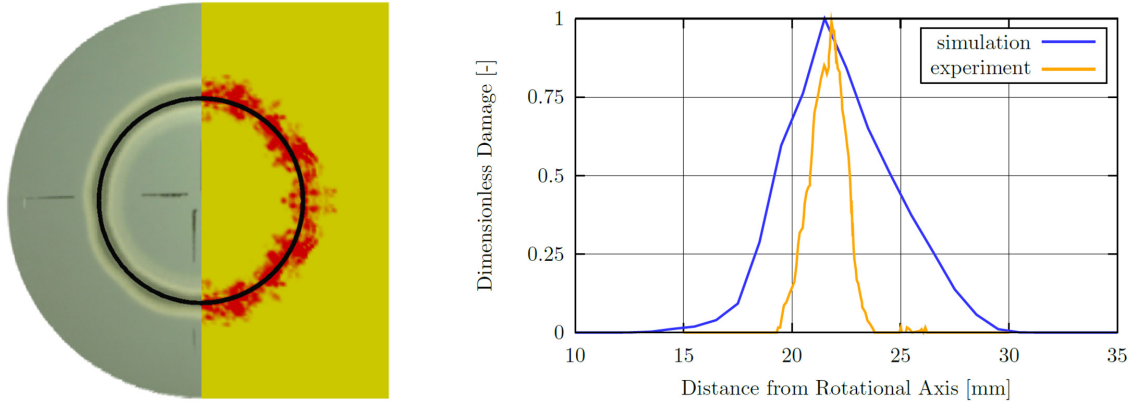


FIGURE 1.8 – Comparaison numérique-expérimental d'un échantillon érodé par cavitation [48].

Dans la thèse de Krumenacker [35], des recherches ont été menées afin de prendre en compte l'ensemble des phénomènes à différents niveaux d'échelles : échelle macroscopique du profil et échelle microscopique des bulles. À partir de simulations de type U-RANS autour d'une configuration donnée, la méthode a pour but d'évaluer la population de bulles au cours de la simulation. Elle permet ainsi de définir les nuages de bulles et leur constitution. Ensuite, en s'intéressant à l'implosion d'une bulle et en particulier aux ondes de surpression, l'auteur propose d'évaluer l'agressivité à partir du cumul des implosions des bulles composant le nuage. Malheureusement, l'auteur pense que l'ensemble des hypothèses mises en place dans son manuscrit sont trop importantes pour modéliser l'érosion de cavitation. Néanmoins, ce travail présente une méthode de post-traitement d'écoulement cavitant indépendante du cas de calcul, permettant de gérer l'écoulement aussi bien au niveau du profil qu'au niveau des bulles de cavitation. L'amélioration de la définition du chargement pourrait offrir une méthodologie permettant d'évaluer l'érosion causée par le fluide sur le solide, mais sans tenir compte d'une éventuelle atténuation de l'agressivité du fluide par l'absorption des chocs par le solide.

Enfin, nous allons aborder les travaux de Fortes et Challier [14] qui proposent un scénario complet d'implosion de bulle, jusqu'à la réaction du solide. Ce scénario basé sur l'équilibre énergétique est découpé en deux étapes : la transmission d'énergie entre la bulle qui implose et les ondes de surpressions qui sont générées et l'interaction entre ces ondes et le solide. Dans un premier temps, un coefficient de transmission d'énergie entre la bulle et les ondes est défini. La modélisation de

multiples cas a permis de montrer de manière empirique que ce coefficient était directement lié au rapport des pressions entre la pression du gaz dans la bulle et celle du milieu infini. Dans un deuxième temps, le coefficient de transmission entre l'onde et le solide est défini. Il permet de relier l'énergie liée à la plasticité dans le solide avec celle de l'onde frappant le solide. L'énergie de plasticité est ensuite reliée au volume du pit créé en fonction des propriétés du solide. La procédure présentée permet ainsi de relier un volume d'arrachement de matière à une implosion de bulle particulière en prenant en compte un bon nombre de paramètres comme la surpression entre la bulle et le milieu extérieur, la distance bulle-paroi et les propriétés du solide. Cependant, il semblerait que l'amortissement de l'onde fluide dû à la déformation n'est pas pris en compte, les contraintes appliquées sur le solide risquent donc d'être surestimées. D'autre part, la dynamique dans le solide semble négligée, le solide va donc répondre simplement à la sollicitation en paroi, sans tenir compte de sa diffusion dans le solide.

Ce modèle énergétique a été repris dans la thèse, actuellement en cours, de Leclercq [38] [39]. Celui-ci est parti d'un modèle à trois équations de Navier-Stokes dans lequel il tient compte de la création et destruction de vapeur. À partir des simulations sur un profil NACA65012 et une pompe centrifuge, l'intensité d'érosion de cavitation est mesurée sur chacun des profils par une méthode énergétique. Cette intensité représente la moyenne temporelle de la puissance surfacique générée par une cavitation suffisamment forte pour endommager le matériau solide. Les résultats présentés avec le profil NACA65012 et de la pompe centrifuge offrent une bonne cohérence qualitative avec des observations d'érosion sur ces deux profils, tant sur le plan de la localisation que sur celui des différents niveaux d'érosion dans le solide.

Ces quelques travaux ont été choisis car ils sont représentatifs d'études récentes en modélisation de l'érosion par cavitation. Nous pourrions également citer les travaux de Mottyll et Skoda [45] sur l'étude des mécanismes d'érosion par un solveur compressible utilisant un modèle barotrope homogène appliqué au cas d'une cavitation ultrasonore. Les travaux de Koukouvini et al. [34] utilisent aussi un modèle diphasique homogène mais la technique de simulation des grandes échelles (LES) pour estimer les pics de pression dus au collapse des bulles de cavitation dans une géométrie d'injecteur Diesel. Le nettoyage de surface par cavitation a été modélisé par Chahine et al. [5]. Mihatsch et al. [43], [44] ont utilisé un modèle numérique compressible capable de capturer la formation des ondes de choc générées par le collapse de bulles de cavitation et en ont déduit des spectres de pics de pression qu'ils ont comparés à des mesures expérimentales. De nombreuses autres publications sont disponibles sur la modélisation de l'érosion de cavitation comme [11], [13] [33], [41], [46] et [58] ce qui tend à montrer la difficulté à modéliser numériquement

ce phénomène.

1.3.2 Erosion de cavitation et mécanique des solides.

La majorité des études cherchant à évaluer l'impact de la cavitation ont pour point de départ un écoulement cavitant, leur objectif étant de définir comment le solide va réagir à cet écoulement. Cependant, certaines études proposent un point de vue inverse : se servir du matériau érodé comme d'un capteur d'information sur l'écoulement cavitant l'ayant agressé.

Ce type de recherches fut typiquement celles développées par Roy et al. [54]. Ce travail à caractère numérique avait pour objectif de mettre en relation le type de cavité créée avec un écoulement cavitant et un signal de pression en paroi. Pour cela, un profil de pression de type gaussien a été appliqué sur le solide. L'amplitude, la largeur de la gaussienne ainsi que son temps d'application ont permis de modéliser différents types d'impacts. Les auteurs ont ainsi pu mettre en évidence la formation de puits dus à la répétition d'impact ou à un impact de forte amplitude. Par ce travail, les auteurs ont aussi montré la possibilité de générer des puits sur-mesure à partir du chargement approprié (figure 1.10). Ceci signifiant donc qu'à partir d'un puit observé sur une structure érodé par la cavitation, il serait possible de remonter à l'agressivité hydrodynamique l'ayant généré. Cette méthode offre donc une manière innovante de déterminer l'agressivité d'un écoulement, dans des zones où des mesures expérimentales seraient complexes à mettre en place.

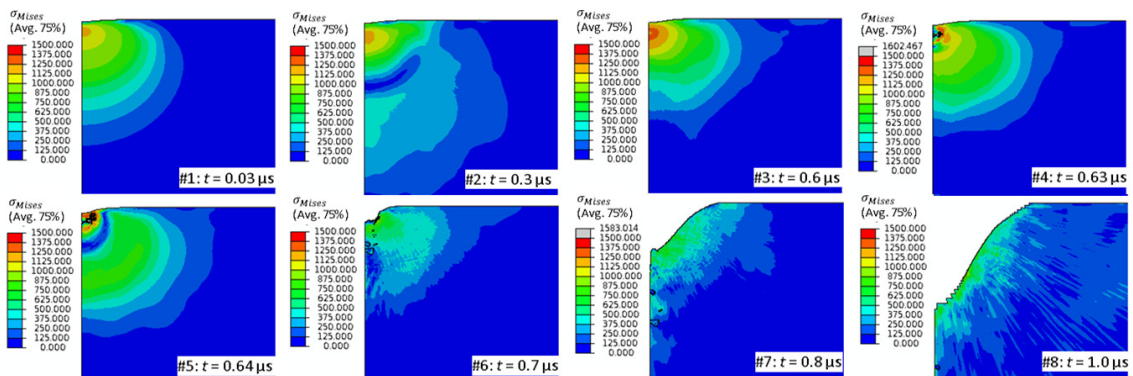


FIGURE 1.9 – Génération d'un puit par perte de masse [53].

De son côté, Hattori a utilisé la matériau solide comme support expérimental pour évaluer et définir les différentes périodes de cavitation [22]. Dans cette étude un jet cavitant est envoyé via une buse sur un échantillon solide, un capteur de pression permet de comptabiliser les impacts dus aux implosions de bulle et leurs amplitudes. Les mesures sur trois types d'acier à différents temps d'exposition ont permis de relier linéairement la somme des forces des impacts à la vitesse d'érosion moyenne.

Ensuite l'auteur s'est intéressé à la définition du temps d'incubation dans le solide. À partir de ses mesures, il a défini deux paramètres propres à chaque matériau, permettant d'estimer le temps d'incubation à partir de l'agressivité de l'écoulement.

Dans les deux travaux présentés, deux types de destruction du solide ont été étudiées. Le cas d'impacts peu répétés mais à très fortes amplitudes, qui génère de la fatigue oligocyclique avant rupture, a été abordé par Roy, tandis celui d'un écoulement comprenant un nombre élevé d'impacts de faibles amplitudes, mettant en jeu la notion de fatigue limitée du solide avant rupture, a été approché aussi bien de manière numérique par Roy qu'expérimentale par Hattori. Ces deux types de fatigue ont été présentés sur la figure 1.5 du paragraphe 1.2.3.1. En parallèle, nous pourrions citer les travaux de Fortes Patella [15] qui sont la conséquence directe du modèle fluide présenté dans le paragraphe précédent [14], et qui se sont spécifiquement intéressés à la notion de fatigue dans le solide. Au final, ces études ont montré que bien que la cavitation soit un phénomène d'origine fluide, l'étude des solides érodés par cavitation peut-être une source d'information importante sur l'écoulement à l'origine de cette érosion.

1.3.3 Mise en relation des deux physiques.

A notre connaissance le seul travail d'interaction fluide-structure lors d'une implosion de bulle a été effectué par Chahine [4], [26]. Ces travaux ont pour objectif de modéliser les phénomènes de pitting et d'érosion de cavitation. Pour cela, la modélisation de l'interaction est divisée en plusieurs étapes. L'écoulement autour de la bulle est modélisé par un code d'écoulement potentiel incompressible. Un code basé sur la méthode BEM (Boundary Element Method) permet de définir l'évolution de l'interface de la bulle. Pour modéliser l'implosion de la bulle, le milieu extérieur va être successivement soumis à une pression plus faible que celle de la bulle afin de permettre un grossissement de celle-ci puis en surpression pour permettre son implosion. Dans chaque cas, le code incompressible est utilisé en premier pour initialiser les conditions autour de la bulle qui sont transmises comme condition limite au code BEM. Une fois la bulle implorée, les propriétés de l'onde générée sont transmises à un code compressible qui se charge de les transmettre jusqu'à la paroi. Le code solide va résoudre les équations de la dynamique des solides. Pour obtenir l'interaction entre le fluide et le solide, le champ de pression du fluide en paroi est fourni en début de pas de temps au code solide qui calculera l'évolution des champs dans le solide : contraintes et déformations. La nouvelle position de l'interface fluide/solide est renvoyée comme nouvelle condition limite pour le code fluide. L'absence d'itérations de convergence fluide structure au niveau de l'interface est justifiée par les

auteurs par de très faibles pas de temps qui réduiraient les effets de cette absence de convergence. Dans ce travail, les auteurs offrent une étude assez complète de l'implosion d'une bulle unique à proximité d'une paroi rigide s'intéressant aux différentes étapes clés de l'implosion de bulle. Une réserve peut être émise sur l'absence réelle de convergence fluide-structure qui peut jouer sur la relaxation de pression et la transmission d'énergie lors du choc en paroi.

Une alternative à la méthode "multi-codes" présentée dans le paragraphe précédent est la méthode "Smoothed Particle Hydrodynamics" qui permet de modéliser aussi bien l'écoulement fluide que la déformation du solide. Dans ces méthodes, l'ensemble des physiques sont décrits de manière Lagrangienne par un ensemble de particules ayant les propriétés du milieu auquel elles appartiennent. Une fonction appelée fonction noyau, permet de définir l'évolution des propriétés d'une particule à partir de ses voisines. Ce type d'approche permet de s'affranchir des problèmes d'interface car le changement de milieu sera uniquement traduit par un changement de propriétés des particules. L'utilisation de la méthode de suivi particulaire a été la source de travaux du Laboratoire des Machines Hydrauliques de Lausanne. Un code SPH appelé SPHEROS est en cours de développement depuis 2010 [28] et permet aujourd'hui d'explorer de nombreux cas dont certains proches de l'industrie [59] et d'autres s'intéressant à des interfaces liquide-solide dans le cadre d'études sur la sédimentation et l'érosion [27]. Ce type de simulation apporte une alternative intéressante aux calculs de codes couplés car le même solveur est utilisé pour la partie fluide et pour la partie matériau, ce qui fait que le couplage est quasi automatique. Néanmoins, il reste aujourd'hui des incertitudes dans la précision des phénomènes fluides, en particulier concernant l'évaluation de la pression.

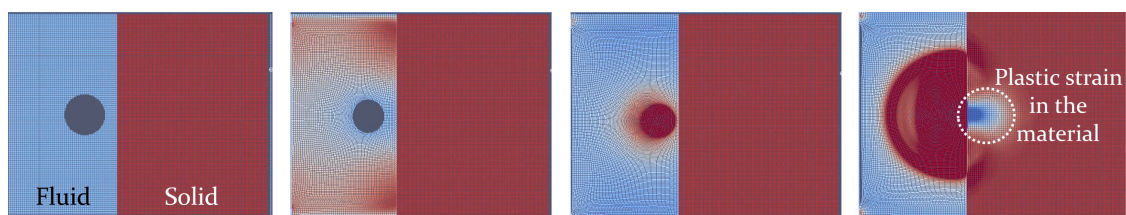


FIGURE 1.10 – Modélisation numérique d'une implosion de bulle (champ de pression) et de la déformation plastique engendrée par méthode SPH (S. Joshi).

Cette étude finalise ce tour d'horizon des différents travaux liés aux phénomènes d'érosion de cavitation. Il existe néanmoins des travaux d'interactions fluide-structure particulièrement aboutis dans les domaines navale et aéronautique que nous avons choisi de ne pas développer dans ce mémoire.

1.3.4 Mise en avant de la problématique traitée.

La problématique que peut représenter l'érosion de cavitation au niveau industriel (turbines d'usine hydroélectrique,...) comme au niveau militaire (hélices de sous-marin, ...) a permis de proposer de nombreuses modélisations permettant de représenter au mieux les structures cavitantes dans le fluide. A l'issue de cette partie, il apparaît que l'érosion de cavitation a été traitée de multiples manières : effet du fluide sur le solide, définition de l'agressivité du fluide à partir du marquage solide et études couplées des comportements du fluide et du solide. Bien que certaines études soient très abouties, aucune n'a pu apporter de modèle d'érosion de cavitation de validité universelle, à l'image de ce qui existe aujourd'hui dans l'étude de la turbulence (par exemple les modèles de turbulence $k - \varepsilon$ ou $k - \omega$). Dans une grande partie des travaux étudiés, les interactions mutuelles entre le fluide et le solide ne sont que très peu traitées. Dans ce travail, nous avons choisi de mesurer l'influence de ce phénomène grâce au couplage de deux codes : un code fluide servant à modéliser l'implosion de bulle et un code solide permettant de mesurer les déformations générées par l'impact d'ondes de choc. Les deux codes seront amenés à travailler de concert afin d'avoir pour chaque simulation les effets conjoints de la mécanique des fluides et de la mécanique des solides. À l'issue de ces simulations, nous espérons pouvoir être en mesure de proposer une approche pour quantifier l'effet d'amortissement de la pression d'impact dans le cas d'un solide élasto-plastique.

Ce travail se situe en amont des thèses de P. Sarkar et S.Joshi démarrées en 2015 au sein du programme européen ITN CaFE (<http://cafe-project.eu/>) et actuellement en cours de réalisation. La thèse de P.Sarkar qui a pour objectif de coupler le code de mécanique des fluides de haute résolution YALES2 (<https://www.coria-cfd.fr/index.php/YALES2>) et le code de mécanique des solides CAST3M. Nous aurons ici un couplage comportant deux codes, l'un s'intéressant à l'implosion d'une bulle de vapeur dans l'eau à proximité d'une paroi solide et le second modélisant la réaction de cette même paroi solide. Ce type de simulation couplée permettra d'avoir une première estimation des dégâts créés par l'implosion d'une bulle de vapeur. À terme, l'extension du problème à un nuage de bulles sera envisagée. Dans la thèse de Joshi [31], il est proposé de mettre en œuvre les méthodes SPH présentées au paragraphe 1.3.3, afin d'utiliser un même solveur pour la partie fluide et pour la partie solide.

1.4 Objectifs de la thèse

L'objectif de cette thèse est de partir de l'étape première d'un écoulement cavitant, la formation de bulles de cavitation. Nous allons nous concentrer sur la dynamique d'implosion d'une seule bulle, la réponse du matériau au chargement imposé et la relaxation du fluide engendrée par la déformation du matériau. Notre travail se base sur un code de calcul développé par Eric Johnsen et al. actuellement à University of Michigan [2], [29]. Nous allons ici simuler l'implosion d'une bulle d'air dans de l'eau. Ce choix d'un liquide et d'un gaz non miscible permet de simplifier le modèle en évitant les phénomènes de changement d'état et de transfert de masse entre les deux phases qui pourront être abordés dans un aspect ultérieur du travail. Pour faire imploser la bulle, nous enverrons une onde de choc plane frapper la bulle d'air. Celle-ci verra sa taille diminuer suite à la surpression extérieure jusqu'à ce que les deux interfaces composant la bulle entrent en contact. Le choc entre ces deux interfaces générera une onde de choc qui se propagera jusqu'à la paroi et qui sera à l'origine du chargement sur le matériau solide.

Pour parvenir à nos fins, le code d'origine sera source de nombreuses modifications. Dans un premier temps nous avons introduit une gestion du maillage plus puissante qui va nous permettre d'avoir plus de liberté sur le positionnement des nœuds. Cependant, cette liberté a un coût et nous avons dû généraliser les méthodes de calcul à une taille de maille quelconque. Nous vérifierons la bonne implémentation de ces changements par comparaison avec des codes déjà existants, comme CaviFlow, code de recherche reconnu [19] et le code commercial Ansys-Fluent (<http://www.ansys.com/fr-FR>). Cet aspect du travail de thèse nous a permis de développer un code permettant de modéliser avec précision la dynamique d'implosion d'une bulle d'air, cela se rapprochant de l'implosion d'une bulle de vapeur. Nous pourrions notamment extraire l'évolution de la pression en paroi qui sera utilisée dans un second temps comme condition limite pour le domaine de calcul solide. La réaction du solide à cette pression générera un mouvement de la paroi devenue interface fluide-structure. Afin de prendre en compte ce mouvement de l'interface dans le code fluide, nous avons introduit une nouvelle description de l'écoulement basée sur les méthodes Arbitraire Lagrangienne-Eulérienne (ALE) décrites par Donea et al [10]. Ainsi le code fluide sera à même de concilier l'implosion de bulle et la génération du chargement en paroi et la relaxation du fluide due à la déformation de la paroi.

Nous allons ensuite aborder le code de mécanique des solides qui est le code CAST3M développé par le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies al-

ternatives (CEA, <http://www-cast3m.cea.fr/>). Ce code va permettre de résoudre la dynamique de déformation dans le solide et en particulier au niveau de l'interface avec le fluide. Nous pourrons ainsi étudier plusieurs types de comportement du solide : l'élasticité et la plasticité. En appliquant le champ de pression obtenu par les simulations fluides, nous aurons ainsi une première approche de la déformation du solide et des zones générant de la plasticité. L'amplitude de ces dernières donnera une première indication sur la nécessité du couplage.

Nous pourrons ainsi aborder la dernière partie de cette thèse qui consiste à mettre en relation les deux codes. Ils seront regroupés au sein d'une même procédure de couplage qui s'appuiera sur la librairie MPI à partir de laquelle nous avons créé des fonctions dédiées à la communication dans chaque code. À chaque pas de temps, nous nous assurerons d'avoir une convergence du mouvement de l'interface entre le côté fluide et le côté solide. Ainsi, nous aurons deux codes couplés permettant d'avoir au sein d'une même simulation la dynamique d'implosion d'une bulle, la réponse du matériau au chargement imposé et l'amortissement de l'impact engendré par la déformation du matériau. Nous proposerons ainsi quelques cas d'implosion de bulle qui permettront de mettre en évidence les effets d'amortissement de l'impact par la déformation de la paroi.

Chapitre 2: Code Implosion Fluide

2.1 Objectif du code fluide

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à la modélisation de l'implosion d'une bulle unique par un code de simulation numérique. Pour réaliser ce type de simulation, nous avons besoin d'un code d'écoulement compressible pour modéliser la propagation d'onde dans le fluide; d'un code diphasique afin de pouvoir modéliser la bulle de gaz et le fluide l'environnant et d'un code capable de permettre des déformations du domaine de calcul afin de pouvoir considérer la déformation de l'interface fluide-structure. Ce code devra aussi être capable de gérer la discontinuité de quantité physique : discontinuité de masse volumique dans le cas d'une interface entre deux fluides et discontinuité de masse volumique, de vitesse du fluide et de pression dans le cas d'une onde de choc.

Le code de simulation fluide développé par Johnsen et al. [1], [29] présente plusieurs de ces possibilités : il permet de modéliser un écoulement compressible dans lequel il y a un mélange diphasique (ici une bulle de gaz et de l'eau liquide) et présente une méthode de résolution qui permet de gérer avec précision les discontinuités. Nous avons choisi d'utiliser ce code pour simuler l'implosion d'une bulle d'air dans de l'eau liquide. L'implosion de la bulle va être causée par une onde de pression plane se propageant dans l'eau et qui va créer une surpression entre l'eau liquide et la bulle d'air. La figure 2.1 montre un exemple de simulation d'implosion d'une bulle par une onde de pression plane. Celle-ci a été réalisée avec le code de Johnsen, en 2014, au début de ce travail de thèse.

Une onde de pression plane venant de la gauche du domaine impacte la bulle qui implose sous le choc (figures de $t = 0 \text{ ns}$ à $t = 276 \text{ ns}$). La surpression imposée par l'onde de pression sur l'interface gauche va déformer la bulle qui va se creuser au niveau de son interface gauche. À l'instant où les deux interfaces de la bulle rentrent en contact et une onde de pression circulaire est générée (figure à $t = 361 \text{ ns}$), la bulle a implosé. L'onde de pression va impacter la paroi rigide située à droite du domaine (figure à $t = 376 \text{ ns}$).

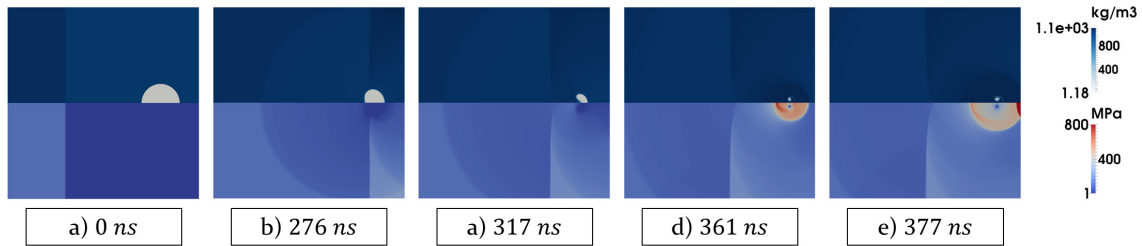


FIGURE 2.1 – Implosion d’une bulle d’air de rayon 0.05 mm située à 0.1 mm de la paroi par une onde de choc de 1200 bar : masse volumique (haut), pression (bas).

Ce code permet d’effectuer des simulations détaillées d’implosion de bulles mais il demande de nombreuses modifications afin de pouvoir prendre en compte une déformation d’une des frontières du domaine de calcul (telle une paroi solide déformable). En effet, l’intégralité du code est écrite pour un maillage uniforme et fixe dans le temps. Dans le cas d’une simulation d’implosion de bulle à proximité d’une paroi déformable, il ne sera pas possible d’intégrer une déformation des conditions limites si le maillage est fixe.

Nous présenterons donc dans un premier temps le fonctionnement du code d’implosion de bulle et l’introduction d’un maillage non conforme, permettant notamment de contrôler la position de chaque nœud indépendamment des autres nœuds. Cependant, ce contrôle plus poussé du maillage a un coût et nous avons dû généraliser les méthodes de calcul à une taille de maille quelconque. Ensuite nous reviendrons sur les méthodes Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) pour lesquelles nous nous baserons sur les travaux de Donea et al. [10]. Celles-ci permettront de résoudre une ou plusieurs équations de conservation dans un référentiel mobile. Enfin nous appliquerons ces méthodes à notre code de calcul dans la perspective d’une interaction avec un code solide. Ces différentes parties seront illustrées d’exemples permettant de valider la bonne implémentation des différentes parties du code.

2.2 Description du code en maillage non-conforme

Dans le paragraphe 2.2.1, nous présenterons le modèle diphasique sur lequel est basé le code de simulation du fluide. Ce modèle devra traiter deux phases : la bulle de gaz et le liquide l’environnant. Au sein de ce code, nous souhaitons pouvoir accéder à la position de chaque nœud et pouvoir la modifier, ce qui permettra de générer des maillages avec une taille de maille uniforme ou non-uniforme. Cette partie décrira donc les différentes étapes qui ont permis d’obtenir l’ensemble de ces caractéristiques.

2.2.1 Mise en équations du problème

Le mélange diphasique va être modélisé par un modèle monofluide : un seul système d'équations sera résolu en tout point du domaine de calcul. La résolution est faite par une formulation volumes finis, ce qui signifie que nous allons étudier l'évolution des quantités physiques moyennées sur un volume de contrôle en évaluant le flux de ces quantités physiques entre le volume de contrôle et les volumes de contrôle adjacents. Cette méthode est basée sur le théorème de Green-Ostrogradski qui permet de remplacer une intégrale sur un volume par une intégrale sur la surface de contour en trois dimensions, ou une intégrale sur une surface par une intégrale sur le contour en deux dimensions. L'utilisation de cette méthode permet d'avoir une méthode numérique qui résout l'évolution des quantités physiques de manière conservative : le flux sortant d'une maille de calcul sera égal au flux entrant dans la maille de calcul adjacente.

Dans cette partie, nous nous plaçons dans le cas d'un volume de contrôle fixe dont la taille et la position n'évolueront pas au cours du temps. Intéressons-nous donc à l'évolution temporelle de la masse volumique ρ , de la vitesse \mathbf{v} et de l'énergie volumique E au sein de ce volume de contrôle. Il s'agit de trois équations classiques de conservation :

- Conservation de la masse totale (sommées des deux phases) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S \rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.1)$$

- Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} dV + \int_S \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_S P \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.2)$$

- Conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V E dV + \int_S E(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_S P(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_S (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.3)$$

avec \mathbf{q} représentant le flux de chaleur.

Nous avons décidé de négliger les contraintes visqueuses car leur influence est négligeable tant sur notre calcul d'implosion de bulle que sur l'amplitude de la contrainte fluide en paroi (Annexe B).

Afin de prendre en compte le caractère diphasique de notre simulation, nous considérerons la conservation de la masse de liquide. Elle s'exprimera à partir de la

masse volumique du mélange ρ et la fraction massique de liquide z (rapport entre la masse de liquide et la masse totale du mélange). La conservation de la masse de liquide associée à la conservation de la masse permet de s'assurer de la conservation de la masse de chaque phase séparément : la masse de gaz étant égale à la différence entre la masse totale du mélange et la masse du liquide, si ces deux dernières sont conservées alors la première sera conservée.

- Conservation de la masse de liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho z dV + \int_S \rho z (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.4)$$

Ces quatre équations s'écrivent avec une structure équivalente :

(Évolution temporelle d'une quantité)+(Bilan des flux de cette quantité)=(Termes sources).

Elles pourront donc être résolues numériquement avec les mêmes méthodes de discrétisation.

Cependant nous avons actuellement un système de quatre équations (2.1), (2.2), (2.3) et (2.4) mais pour six inconnues ρ , \mathbf{v} , P , E , \mathbf{q} et z . Il va donc falloir au minimum deux équations supplémentaires afin de clore le système.

Les transferts thermiques seront modélisés par la loi de Fourier :

$$\mathbf{q} = -\kappa \int_{S(t)} \mathbf{grad} T dS \quad (2.5)$$

Elle relie directement le flux thermique q au gradient de température T et à la conductivité thermique κ . Dans un fluide pur, κ est considéré constant, dans notre mélange il est calculé comme la moyenne pondérée de la fraction massique de chaque composant. Ce calcul est présenté en fin de paragraphe. Nous avons donc remplacé une inconnue, le flux thermique \mathbf{q} , par une autre, la température T . Le système n'est toujours pas fermé, il faut donc toujours deux équations supplémentaires. Pour cela, nous allons ajouter une équation d'état qui puisse être valable en tout point du mélange eau-air. Cette propriété est indispensable pour que notre modèle reste monofluide. L'équation d'état dite *Stiffened Equation of State* ou "équation des gaz raides" proposée par Le Métayer et al. [36] propose une modèle simple reliant directement l'énergie interne e , la pression et la masse volumique :

$$P = \rho(e - e_0)(\gamma - 1) - \gamma B \quad (2.6)$$

Le coefficient B correspond à une pression de référence. Elle décompose la pression en deux contributions, le terme $\rho(e - e_0)(\gamma - 1)$ représente la répulsion intra-moléculaire dans le fluide et γB l'attraction intermoléculaire [36]. Le premier principe de la

Constantes	Air	Eau
κ	0.026 W.m ⁻¹ .K ⁻¹	0.6 W.m ⁻¹ .K ⁻¹
γ	1.4	2.35
B	0 GPa	1 GPa
e_0	0 kJ.kg ⁻¹	-1170 kJ.kg ⁻¹
c_v	0.721 kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹	2.487 kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹

TABLE 2.1 – Constantes des équations d'état.

thermodynamique, valable en tout point du fluide, permet de relier énergie interne et température et nous fournira la dernière équation nécessaire :

$$\rho(e - e_0) = \rho c_v T + B \quad (2.7)$$

Cette équation introduit la capacité thermique à volume constant c_v . Dans ces deux équations, l'énergie est directement reliée à l'énergie interne par la relation $E = e + \frac{1}{2}\rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})$. Les coefficients B , c_v , e_0 , γ et κ sont des constantes déterminées expérimentalement pour chaque fluide pur. Les valeurs utilisées ici sont répertoriées dans le tableau 2.1, et sont issues des travaux de Le Métayer et al. [37]. A partir de l'équation (2.6), nous obtenons directement la pression à partir de l'énergie du fluide, ce qui nous permettra de nous affranchir de e dans notre système final :

$$P = \rho(E - \frac{1}{2}\rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) - e_0)(\gamma - 1) - \gamma B \quad (2.8)$$

Enfin en combinant (2.7) et (2.8), nous obtenons la température à partir de la masse volumique et de la pression :

$$T = \frac{1}{\rho c_v} \left(\frac{P}{\gamma - 1} + \frac{B}{\gamma - 1} \right) \quad (2.9)$$

Grâce à ces deux dernières équations, nous obtenons finalement un système fermé de sept équations : (2.1), (2.2), (2.3), (2.4), (2.5), (2.8) et (2.9) à sept inconnues : ρ , \mathbf{v} , P , E , z , \mathbf{q} et T qui permettra de définir le comportement du fluide diphasique.

Les champs de pression P et de température T découlent directement de la valeur de l'énergie E et de la vitesse \mathbf{v} (équations (2.8) et (2.9)). Being [1] a identifié que cette procédure pouvait être source d'erreur numérique et générer des oscillations non-physiques de la pression et de la température. Pour pallier à ces oscillations, nous avons adopté sa solution qui consiste à résoudre une équation de conservation de la forme : $\frac{\partial}{\partial t} \int_V f dV + \int_S f(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0$ pour les scalaires $\frac{1}{\gamma-1}$, $\frac{\gamma B}{\gamma-1}$, ρe_0 et $\frac{B}{\gamma-1}$.

Enfin, les constantes κ et c_v du mélange eau-air seront directement calculées à partir de la fraction massique de chaque composant du mélange.

$$\begin{pmatrix} c_v \\ \kappa \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} c_{v\text{eau}} \\ \kappa_{\text{eau}} \end{pmatrix} + (1 - z) \begin{pmatrix} c_{v\text{air}} \\ \kappa_{\text{air}} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Nous connaissons à présent l'ensemble des paramètres qui décrivent notre mélange diphasique ainsi que l'ensemble des équations qui régissent son évolution. Nous pouvons donc aborder les différents aspects des méthodes numériques : la génération du maillage et les méthodes de discrétisation numérique.

2.2.2 Génération du maillage

2.2.2.1 Description du maillage

Pour décrire l'évolution temporelle du mélange diphasique et notamment l'implosion de la bulle d'air, nous devons résoudre le système proposé dans la partie 2.2.1 en tout point du domaine de calcul que nous étudions. Pour cela, nous allons décomposer le domaine de calcul en une multitude de sous-domaines ou mailles de calcul dans lesquels nous résoudrons le même système d'équations en imposant les lois de conservation couplées (bilans de masse, moment, énergie) sur chacune d'entre elles. Elles interagissent les unes avec les autres au travers des méthodes de discrétisations numériques. L'ensemble des mailles assemblées en une structure cohérente représente le maillage du domaine de calcul.

Dans le code de calcul originel, le domaine de calcul était fixe dans l'espace au cours du temps ; il était écrit pour le cas particulier d'un maillage composé exclusivement de cellules carrées de même taille (appelé maillage uniforme). Cependant, nous souhaitons travailler avec une condition de paroi déformable, ceci implique qu'au minimum les mailles situées au niveau de la paroi devront avoir un mouvement coïncidant avec la déformation de la paroi. Il faudra donc avoir une description du maillage plus complexe (cellules non carrées et mouvement du maillage au cours du temps).

Nous allons dans un premier temps définir chaque maille par ses différentes composantes géométriques :

- nœud : point défini par ses coordonnées spatiales (x,y) .
- interface : composée de deux nœuds adjacents.
- maille : composée de plusieurs interfaces formant un contour fermé.

En utilisant ces différentes composantes, la figure 2.2 montre la génération des mailles dans le code. A présent, nous pouvons facilement décrire les connexions entre cellules. Toutes cellules partageant une interface commune sont automatiquement voisines. Une cellule qui possède une ou plusieurs interfaces non-partagées sera une cellule de bord de domaine, soumise à une condition limite (figure 2.3).



FIGURE 2.2 – Structure de maillage : Nœuds → Interfaces → Mailles.

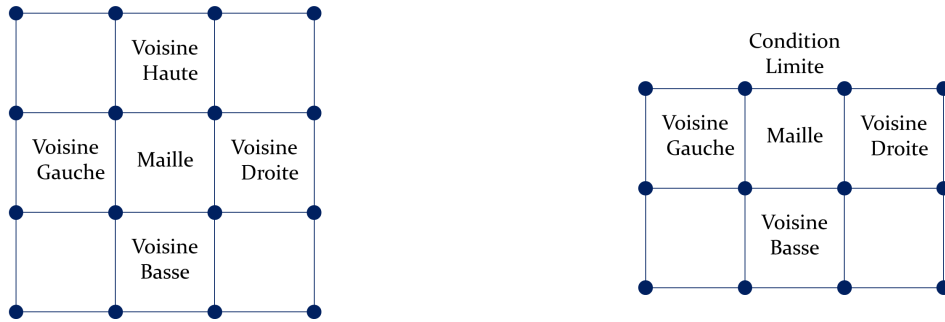


FIGURE 2.3 – Description du voisinage sans (gauche) et avec (droite) condition limite

Durant la génération du maillage, nous générons une information supplémentaire qui permet de relier chaque nœud aux différentes mailles auxquelles il appartient. Ainsi à partir de chaque maille nous pourrions retrouver les nœuds qui la compose et à partir de chaque nœud nous pourrions obtenir les mailles auxquelles il appartient. Ces connexions sont illustrer sur la figure 2.4.

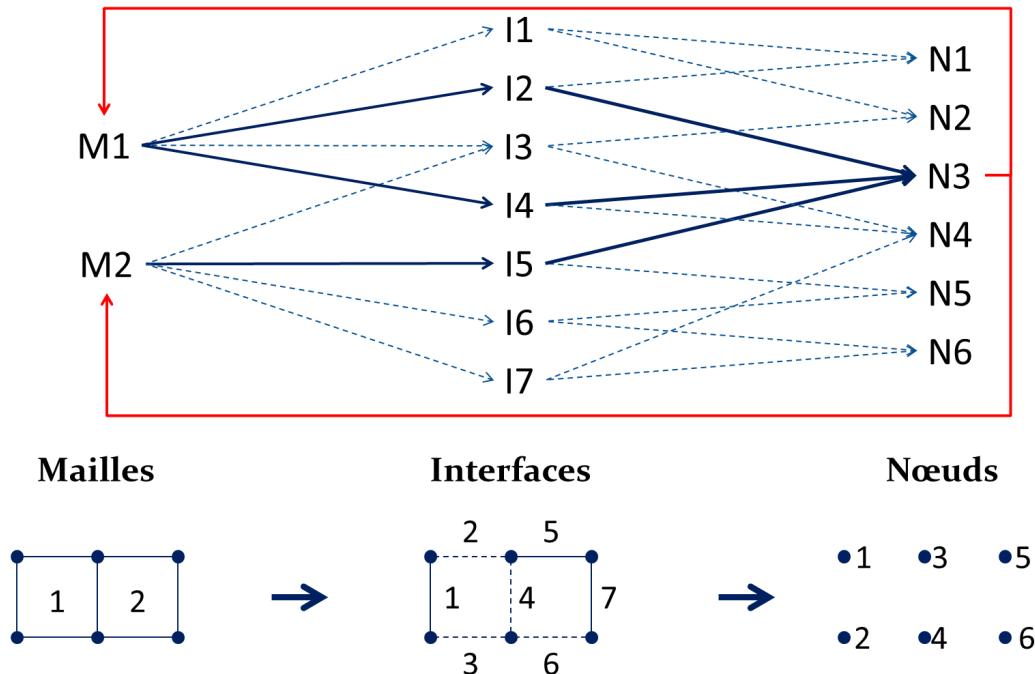


FIGURE 2.4 – Connexion entre mailles et nœuds, exemple du nœud numéro 3.

Sur cette figure, l'exemple du nœud numéro 3 est mis en avant. Ce nœud appartient à la fois aux mailles 1 et 2. Notre procédure du maillage permet de connaître pour

chacun de quatre nœuds qui composent les mailles 1 et 2 et parmi ces nœuds, le nœud 3 (flèche épaisse en bleue). À cela, nous avons ajouté la connexion supplémentaire (flèche en rouge) qui permet de savoir que le nœud 3 appartient aux mailles 1 et 2. Cette connexion se révélera particulièrement utile lorsque le maillage deviendra mobile et que chaque nœud aura une vitesse de déplacement propre non-nulle.

2.2.2.2 Optimisation du maillage

Grâce au protocole présenté dans le paragraphe 2.2.2.1, nous avons à présent un accès direct à l'ensemble des paramètres du maillage. Celui-ci n'est plus tenu d'être uniforme, nous allons donc proposer un maillage avec différents niveaux de raffinement. L'objectif de ce maillage sera de maintenir une résolution fine dans les zones qui nous intéressent et un maillage plus grossier dans les zones les moins importantes du calcul. Nous diminuerons le nombre de mailles par rapport à un maillage uniforme de même résolution fine, ce qui réduira le temps de calcul.

En se référant à la description du phénomène d'implosion de la bulle (figure 2.1 et paragraphe 2.1), nous pouvons identifier deux comportements du fluide qui ne nécessiteront pas un même niveau de précision de maillage. Cela correspond à des tailles de maille susceptibles de varier dans le domaine de calcul. A l'état initial ($t = 0 \text{ ns}$), la propagation de l'onde incidente est un phénomène monodimensionnel qui ne nécessitera pas une haute résolution spatiale tant que l'onde n'est pas suffisamment proche de la bulle pour interagir avec elle. Le choc des interfaces de la bulle ($t = 361 \text{ ns}$) nécessitera une grosse résolution spatiale, pour capter tous les détails du phénomène. Ceci imposera la création d'un maillage grossier loin de la bulle et d'un maillage plus fin autour de la bulle et aussi autour de la paroi solide, la déformation de la paroi solide constituant un des points centraux de ce travail. Afin d'éviter des erreurs numériques qui seraient générées par un passage brutal entre grosse maille et petite maille, nous créons une zone de transition de maillage. La fin de cette zone a été fixée à un diamètre du centre de la bulle ; nous avons vérifié qu'elle était suffisamment éloignée de la bulle pour qu'elle n'ait aucune influence sur son implosion (Annexe C). Pour générer cette transition les dimensions (longueur et largeur) des mailles seront progressivement augmentées d'un facteur deux jusqu'à atteindre la taille des mailles grossières. Nous pourrons donc générer un maillage constitué de plusieurs raffinements successifs comme présenté sur la figure 2.5.

Pour réaliser ce maillage, nous avons adopté une stratégie de maillage par blocs. L'ensemble du domaine est tout d'abord maillé avec un maillage grossier. Les mailles générées seront toutes des mailles de génération zéro, c'est à dire qu'elles représen-

Onde de choc 1200 bar, bulle de rayon 0,05 mm, centre de bulle à 0,1mm de la paroi.

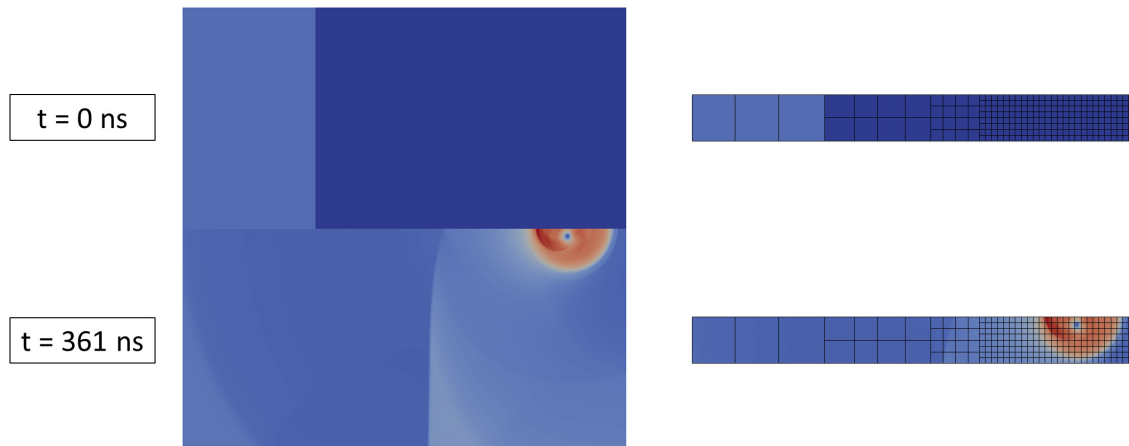


FIGURE 2.5 – Champ de pression à deux différents instants (gauche), coupe du maillage et phénomènes captés par les différents niveaux de raffinements (droite)

teront la taille maximum de maille que nous aurons dans le domaine de calcul. Une partie de ces mailles seront conservées et correspondront à la partie grossière du maillage. Les autres mailles seront subdivisées en mailles plus petites dont les dimensions seront la moitié de celle de la maille d'origine. Ce processus sera répété jusqu'à obtenir le niveau de raffinement de maillage désiré dans chaque partie du domaine de calcul comme le montre l'exemple de la figure 2.6.

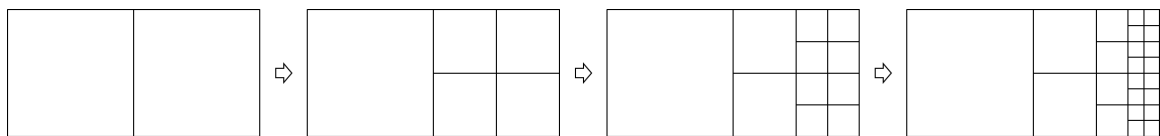


FIGURE 2.6 – Exemple de mise en place du maillage multi-blocs

Chaque maille étant issue du maillage grossier (de génération zéro), le concept de voisinage, présenté dans le paragraphe 2.2.2.1, sera identique pour toutes les mailles. Le seul changement proviendra d'un voisinage entre mailles de différentes tailles comme nous pouvons le voir sur la figure 2.6. Au final, dans chaque zone du maillage (génération zéro ou supérieur), seules les mailles plus fines (de plus haute génération), seront actives durant le calcul, les autres resteront inactives tout en gardant un rôle de connectivité dans le maillage (voir Annexe D). Cette optimisation permettra, dans la cas d'étude, de réduire de près de 60% le nombre de mailles actives utilisées durant les simulations par rapport à un calcul avec maillage uniforme comprenant la même résolution dans la zone bulle-paroi.

2.2.3 Résolution numérique du système intégral

Une fois le domaine de calcul découpé en mailles, il va falloir calculer les flux de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de fraction massique entre celles-ci. Ces flux sont définis par le système d'équations présenté dans le paragraphe 2.2.1. Chaque équation intégrale est associée à un volume de contrôle qui deviendra la maille de calcul. Aujourd'hui, il n'est pas possible de résoudre analytiquement ces équations et d'obtenir une loi temporelle pour chacune des quantités physiques du système. Pour décrire l'implosion de la bulle, nous allons faire intervenir des méthodes de discrétisation spatio-temporelle qui vont permettre d'approximer l'évolution temporelle de chacune des quantités physiques en cherchant à minimiser au maximum les erreurs d'approximation.

2.2.3.1 Discrétisation en temps : méthode de Runge-Kutta

Les méthodes de Runge-Kutta sont des méthodes d'approximation pour les équations différentielles ordinaires (Ordinary Differential Equation : ODE). Elles furent proposées par les mathématiciens Carl Runge et Martin Wilhelm Kutta au début du XIX^{ème} siècle. Ce sont des méthodes particulièrement utilisées pour l'intégration temporelle dans de multiples domaines physiques et en particulier en mécanique des fluides.

Pour illustrer cette méthode nous allons partir d'une équation de conservation d'un scalaire f quelconque :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} f dV + \int_{S(t)} f(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.11)$$

Cette équation va subir quelques modifications :

- En assimilant le volume de contrôle V à celui d'une maille, nous pouvons redéfinir f par sa valeur moyenne sur la maille $f = \frac{1}{V(t)} \int_{V(t)} f dV$.
- Nous travaillons dans une maille carrée, l'intégrale du terme d'advection peut être transformée en somme sur chaque interface composant la maille :

$$\int_{S(t)} f(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \sum_{i=1}^4 (S_i f_i(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}))$$
 Où i correspond à l'un des quatre interfaces de la maille. Nous noterons cette quantité $F(f(t))$ pour alléger l'écriture.
- Dans toute la partie 2.2 le maillage sera considéré comme fixe, V et S ne dépendront pas du temps.

Nous obtenons ainsi l'équation qui nous servira de point de départ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(f(t)) + \frac{1}{V}F(f(t)) = 0 \quad (2.12)$$

En linéarisant cette équation, nous pouvons obtenir la variation de la quantité f sur un pas de temps Δt , il s'agit de la discrétisation d'Euler ou méthode de Runge-Kutta d'ordre 1 :

$$\frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} + \frac{1}{V}F(f(t)) = 0 \quad (2.13)$$

Nous avons ainsi une première approximation de la quantité fV au temps suivant :

$$f(t + \Delta t) = f(t) - \frac{\Delta t}{V}F(f(t)) \quad (2.14)$$

Cette méthode propose une première valeur de $f(t + \Delta t)$ mais est assez simpliste car elle suppose une évolution de f ne dépendant que de F calculé au temps t , sur l'ensemble du pas de temps Δt . C'est une approximation assez importante, dont la précision est seulement d'ordre 1 en Δt . Afin de réduire l'erreur générée par cette approximation, nous allons calculer $f(t + \Delta t)$ non-plus en une étape mais en quatre étapes, c'est la méthode Runge-Kutta d'ordre 4. L'objectif sera de calculer f à des temps intermédiaires entre t et $t + \Delta t$ afin d'affiner le calcul de $F(f)$. Dans la méthode classique de Runge-Kutta d'ordre 4, ces temps intermédiaires correspondent à $t + \frac{\Delta t}{2}$ noté ⁽¹⁾, $t + \frac{\Delta t}{2}$ noté ⁽²⁾ et $t + \Delta t$ noté ⁽³⁾. Nous aurons le système suivant :

$$f(t)^{(1)} = f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F(f(t)) \quad (2.15a)$$

$$f(t)^{(2)} = f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F(f(t)^{(1)}) \quad (2.15b)$$

$$f(t)^{(3)} = f(t) - \frac{\Delta t}{V}F(f(t)^{(2)}) \quad (2.15c)$$

$$f(t + \Delta t) = f(t) - \frac{\Delta t}{6V} (F(f(t)) + 2F(f(t)^{(1)}) + 2F(f(t)^{(2)}) + F(f(t)^{(3)})) \quad (2.15d)$$

Cependant, l'équation finale (2.15d) comporte encore un défaut majeur, pour obtenir $f(t + \Delta t)$, il faudra stocker la quantité f obtenue lors des quatre étapes intermédiaires $f(t)$, $f(t)^{(1)}$, $f(t)^{(2)}$ et $f(t)^{(3)}$. Pour des simulations avec une résolution élevée et donc un grand nombre de mailles, beaucoup d'informations seraient stockées en mémoire à chaque pas de temps. En remplaçant $f(t)^{(1)}$, $f(t)^{(2)}$ et $f(t)^{(3)}$ par leur valeur en fonction de $f(t)$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} f(t + \Delta t) = f(t) - \frac{\Delta t}{6V} & \left[F(f(t)) + 2F\left(f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F(f(t))\right) \right. \\ & + 2F\left(f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F\left(f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F(f(t))\right)\right) \\ & \left. + F\left(f(t) - \frac{\Delta t}{V}F\left(f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F\left(f(t) - \frac{\Delta t}{2V}F(f(t))\right)\right)\right) \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Afin de simplifier cette expression, intéressons-nous à la linéarité de la fonction $F(f(t)) = \int_{S(t)} f(t)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})dS$ qui représente le bilan du flux dans la cellule de calcul. Nous avons :

$$\begin{aligned} F(f(t) - \lambda F(f(t))) &= \int_S (f(t) - \lambda F(f(t)))(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})dS \\ &= \int_S f(t)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) - \lambda F(f(t))(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})dS \\ &= F(f(t)) - \lambda F(F(f(t))) \end{aligned}$$

F est bien linéaire par linéarité de l'intégrale qui la définit. Cette linéarité de F permet de réécrire l'équation (2.16) sous la forme :

$$f(t + \Delta t) = f(t) - \frac{\Delta t}{V} F \left(f(t) - \frac{\Delta t}{2V} F \left(f(t) - \frac{\Delta t}{3V} F \left(f(t) - \frac{\Delta t}{4V} F(f(t)) \right) \right) \right) \quad (2.17)$$

Nous obtenons une forme particulièrement intéressante qui fait apparaître quatre étapes distinctes dans le calcul de $f(t + \Delta t)$:

$$f(t)^{(1)} = f(t) - \frac{\Delta t}{4V} F(f(t)) \quad (2.18a)$$

$$f(t)^{(2)} = f(t) - \frac{\Delta t}{3V} F(f(t)^{(1)}) \quad (2.18b)$$

$$f(t)^{(3)} = f(t) - \frac{\Delta t}{2V} F(f(t)^{(2)}) \quad (2.18c)$$

$$f(t + \Delta t) = f(t) - \frac{\Delta t}{V} F(f(t)^{(3)}) \quad (2.18d)$$

Avec cette formulation, la discrétisation par la méthode de Runge-Kutta nécessite un stockage d'informations moins important. En effet, chaque étape est calculée directement à partir du résultat de l'étape précédente. Ainsi, les seules informations à conserver seront l'état initial en début de pas de temps et l'état de l'étape en cours. D'autre par les temps intermédiaires ont évolués par rapport aux équations 2.15a, 2.15b, 2.15c et 2.15d, et sont devenus : $t + \frac{\Delta t}{4}$ noté ⁽¹⁾, $t + \frac{\Delta t}{3}$ noté ⁽²⁾ et $t + \frac{\Delta t}{2}$ noté ⁽³⁾. C'est cette formulation qui avait été choisie dans le code par Johnsen et al. La suite logique est d'explicitier le calcul des flux $F(f(t)) = \int_{S(t)} f(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})dS$ par les méthodes de discrétisation spatiale.

2.2.3.2 Discrétisation spatiale : méthode WENO et solveur HLLC

Le calcul des flux spatiaux est divisé en deux étapes. Dans un premier temps, la méthode Weighted Essentially Non Oscillatory (WENO) va permettre à partir des champs physiques définis en centre de maille d'interpoler leurs valeurs de chaque côté des interfaces entre les mailles. Ensuite, à partir des valeurs calculées de chaque côté d'une interface, le solveur Harten-Lax-van Leer-Contact (HLLC) va permettre

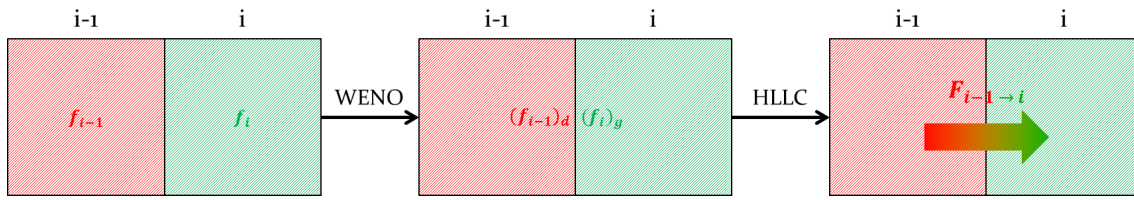


FIGURE 2.7 – Utilisation des méthodes WENO puis HLLC pour calculer le flux F entre deux mailles adjacentes à partir d'un champ quelconque f en centre de maille

de calculer le flux passant au travers de l'interface.

Dans notre cas le champ f représente, la masse volumique, une composante de la vitesse ou la pression dans le fluide. Ces deux méthodes sont dites de haute fidélité, car elles vont permettre de gérer avec un maximum de précision les discontinuités de champs aux interfaces (telles que la discontinuité due à l'onde de choc ou celle liée au changement de fluide).

Interpolation des champs aux interfaces : méthode WENO. Dans notre code, la valeur de chaque champ est affectée au centre des mailles. La méthode HLLC permet de calculer le flux traversant une interface et nécessite de connaître les champs de chaque côté de l'interface. Pour cela, nous avons conservé la méthode initialement présente dans le code [2] : la méthode WENO. Cette méthode, développée par Liu, Chan et Osher en 1994 [42], a été conçue pour interpoler l'évolution des champs dans une maille en particulier pour des problèmes contenant des discontinuités dans le cadre d'un maillage cartésien. Elle a fait suite à la méthode "Essentially Non-Oscillatory" (ENO) proposée par Harten et al. en 1987 [20].

Cette méthode permettant d'interpoler l'évolution d'une quantité f suivant une dimension, pour reconstruire l'évolution de f en plusieurs dimensions, il suffira d'appliquer la méthode WENO séparément pour chacune des dimensions du problème. Nous présenterons donc la méthode WENO suivant une dimension, la seconde dimension suivra la même procédure. Pour construire une méthode WENO d'ordre n , considérons une maille de calcul d'indice i , et ses n voisins de gauche et ses n voisins de droite. Nous aurons ainsi un assemblage de $2n + 1$ mailles qui composera le "stencil" principal. Nous définirons ainsi $n + 1$ stencils différents de $n + 1$ mailles voisines contenant la cellule de calcul comme nous pouvons le voir sur la figure 2.8. Pour chacun des $n + 2$ stencils (les $n + 1$ stencils et le stencil complet), nous calculons le polynôme d'interpolation de f sur l'ensemble du stencil. Ce polynôme sera de degré $2n$ pour le stencil principal et de degré n pour les autres stencils. Dans chacune des mailles composant le stencil, nous imposons que le polynôme d'interpolation

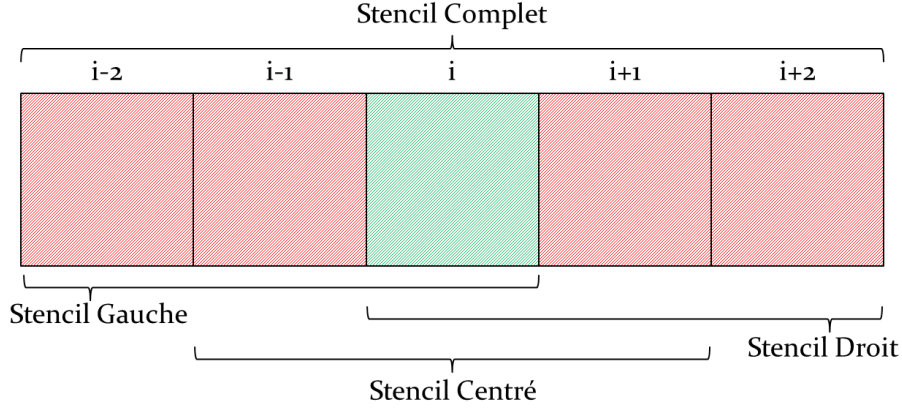


FIGURE 2.8 – Exemple de définition des stencils pour WENO d'ordre 5 ($n=2$). Maille de calcul en vert.

respecte :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta x_k} \int_{I_k} P(x) dx &= f_k \\ \frac{1}{\Delta x_k} \int_{I_k} Q(x) dx &= f_k \end{aligned} \quad (2.19)$$

Cela signifie que la valeur moyenne du polynôme dans une maille d'indice k devra être égale à la valeur moyenne du champ f dans cette maille. Nous avons pour chaque stencil une condition par maille le composant, nous pouvons donc définir tous les coefficients des polynômes d'interpolation associés à chaque stencil. Le polynôme du stencil principal sera choisi de la forme :

$$Q(x) = \sum_{m=0, \dots, 2n} q_m (x - x_i)^m \quad (2.20)$$

Tandis que les polynômes des autres stencils auront la forme :

$$P_{j:1..n+1}(x) = \sum_{m=0, \dots, n} p_m (x - x_{p_j})^m \quad (2.21)$$

x_{p_j} correspondant au centre du stencil

En imposant l'égalité entre le polynôme du stencil principal Q et ceux des autres stencils $P_{j=1..n+1}$ à chaque interface de la maille de calcul, nous obtenons deux jeux de coefficients de pondération (γ^+ et γ^-) correspondant respectivement au coefficient de pondération pour l'interface à droite et l'interface à gauche de la maille :

$$\begin{aligned} Q(x_{i+\frac{1}{2}}) &= \sum_{j=0, \dots, n+1} \gamma_j^+ P_j(x_{i+\frac{1}{2}}) \\ Q(x_{i-\frac{1}{2}}) &= \sum_{j=0, \dots, n+1} \gamma_j^- P_j(x_{i-\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Nous obtenons un premier polynôme de reconstruction $R^\pm(x) = \sum_j \gamma_j^\pm P_j(x)$ qui représentera au mieux l'évolution de la quantité f au niveau des interfaces de la cellule i avec ses voisines $i - 1$ et $i + 1$.

À présent, dans le but d'éviter des oscillations numériques, un coefficient de régularité est calculé pour chaque polynôme d'interpolation P_j .

$$\beta_j = \sum_{l=1, \dots, n+1} \int_{I_i} (\Delta x_i)^{2l-1} \left(\frac{d^l}{dx^l} P(x) \right)^2 dx \quad (2.23)$$

Il sera nul pour un polynôme constant et sera d'autant plus élevé que le polynôme sera irrégulier sur la maille de calcul. Il s'agit en fait de la norme L_2 des dérivées de chaque polynôme d'interpolation. Grâce à ce second coefficient calculé pour chaque polynôme d'interpolation, nous pouvons modifier les coefficients de pondération de façon à donner plus de poids aux polynômes d'interpolation les plus réguliers dans le polynôme de reconstruction :

$$w_j^\pm = \frac{\gamma_j^\pm}{\beta_j + \epsilon} \quad (2.24)$$

Le coefficient ϵ permet d'éviter un w_j^\pm infini en cas de β_j nuls. Dans le code, ϵ est arbitrairement fixé à 10^{-8} . Les nouveaux coefficients de pondération vont ensuite être normalisés :

$$\omega_j^\pm = \frac{w_j^\pm}{\sum_k w_k^\pm} \quad (2.25)$$

Ainsi nous avons le polynôme de reconstruction suivant :

$$R^\pm(x) = \sum_j \omega_j^\pm P_j(x) \quad (2.26)$$

En évaluant chaque polynôme de reconstruction à l'interface correspondante, nous pouvons obtenir le champ f au niveau des deux interfaces de chaque maille :

$$f_{i+\frac{1}{2}} = \sum_j \omega_j^+ P_j(x_{i+\frac{1}{2}}) = R^+(x_{i+\frac{1}{2}}) \quad (2.27a)$$

$$f_{i-\frac{1}{2}} = \sum_j \omega_j^- P_j(x_{i-\frac{1}{2}}) = R^-(x_{i-\frac{1}{2}}) \quad (2.27b)$$

En appliquant cette méthode à chaque maille de calcul nous avons à présent une valeur de chaque champ (masse volumique, quantité de mouvement, énergie et fraction massique), des deux côtés de chaque interface. Ceci s'apparente à un problème de Riemann, que nous présentons ultérieurement, et c'est ici que va intervenir le solveur HLLC qui permettra de calculer le flux traversant chaque interface.

Calcul des flux par résolution d'un problème de Riemann. Suite à l'interpolation des champs par la méthode WENO (partie 2.2.3.2), nous sommes dans la situation présentée en figure 2.9. Les champs sont connus de chaque côté de chaque interface et peuvent présenter une forte discontinuité dans le cas d'onde de choc (discontinuité de pression, masse volumique et vitesse du fluide) ou à l'interface entre deux fluides (discontinuité de masse volumique et de fraction massique). Cette configuration est aussi appelée problème de Riemann.

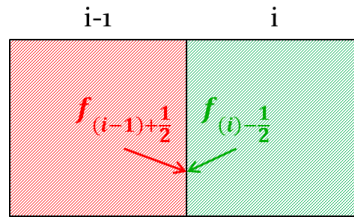


FIGURE 2.9 – Problème de Riemann à l'interface de la maille de calcul entre deux mailles voisines notées $i-1$ et i .

Dans la suite de la résolution, nous noterons $f_{(i-1)+\frac{1}{2}}$ et $f_{(i)-\frac{1}{2}}$ respectivement f_g et f_d . Dans le cadre d'une quantité soumise à une équation de transport, le solveur Harten-Lax-van Leer-Contact (HLLC), développé par Toro et al. [57], permet d'obtenir le flux traversant une interface soumise à cette configuration. Celui-ci est basé sur le solveur Harten-Lax-van Leer (HLL) proposé par Harten et al. [21].

Chaque champ situé de chaque côté de l'interface est assimilé à deux perturbations dans le fluide se propageant dans la direction de l'interface. Au début du pas de temps, les fronts des deux perturbations sont considérés en contact au niveau de l'interface entre les deux mailles. Lorsque le temps avance chacune des deux perturbations se propage dans la maille voisine, comme illustré en figure 2.10.

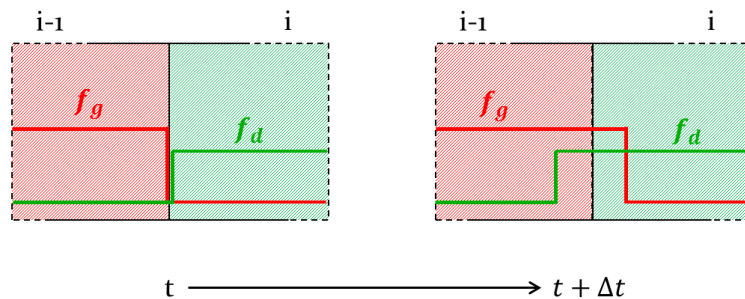


FIGURE 2.10 – Problème de Riemann à l'interface de la maille de calcul entre deux mailles voisines notées $i-1$ et i .

Entre les deux fronts des perturbations se propageant, le fluide est dans un état stationnaire qui ne sera plus modifié sans le passage d'une perturbation supplémentaire.

L'objectif du solveur de Riemann est de trouver l'état stationnaire au niveau de l'interface après le passage des deux perturbations. Cet état peut être représenté par un champ uniforme (masse volumique, quantité de mouvement, énergie) ou un flux uniforme de chacune de ces trois quantités, dans toute la zone considérée comme stationnaire,. Dans notre cas nous nous intéressons plutôt à ce flux uniforme qui traduira le flux passant d'une maille à sa voisine au travers de l'interface. La figure 2.11 permet d'illustrer la définition de ce flux dans notre cas particulier.

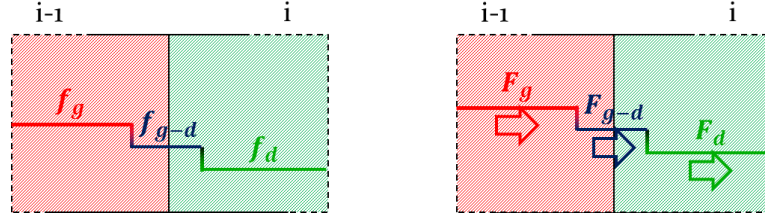


FIGURE 2.11 – Champ stationnaire (gauche), flux stationnaire (droite).

Ce flux à l'équilibre doit maintenant être explicité. Pour cela nous allons nous baser sur les travaux de Davis [8]. Nous allons considérer qu'entre les deux centres de maille, après un temps Δt , nous avons l'état présentée en figure 2.13.

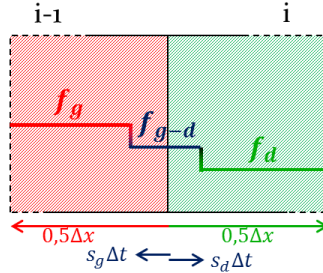


FIGURE 2.12 – Répartition des champs après propagation des perturbations.

s_d et s_g sont les vitesses de propagation des perturbations se propageant de chaque côté de l'interface Dans ce cas s_g et s_d sont de signes contraires, nous prendrons s_d positif. Nous pouvons évaluer la quantité f comprise dans cette intervalle :

- En considérant la moyenne de f sur chaque intervalle :

$$(s_g \Delta t + \frac{\Delta x}{2}) f_g + (s_d \Delta t - s_g \Delta t) f_{g-d} + (\frac{\Delta x}{2} - s_d \Delta t) f_d$$

- En considérant la valeur d'origine de f sur l'intervalle et en retirant ce qui a été transporté :

$$\frac{\Delta x}{2} (f_g + f_d) + \Delta t (F_g - F_d)$$

L'égalité de ces deux quantités nous permet d'obtenir la valeur du champ stationnaire f_{g-d} .

$$f_{g-d} = \frac{s_d f_d - s_g f_g + (F_g - F_d)}{s_d - s_g} \quad (2.28)$$

Maintenant intéressons-nous à une demi maille (arbitrairement celle de droite) et répétons le même procédé pour évaluer la quantité f .

- En considérant la moyenne de f sur la demi-maille :

$$(s_d \Delta t) f_{g-d} + \left(\frac{\Delta x}{2} - s_d \Delta t\right) f_d$$
- En considérant la valeur d'origine de f la demi-maille et en retirant ce qui a été transporté :

$$\frac{\Delta x}{2}(f_d) + \Delta t(F_{g-d} - F_d)$$

Nous obtenons ainsi deux équations égales dont d'entre elles qui contient le flux recherché F_{g-d} . En égalisant ces deux quantités, nous obtenons :

$$F_{g-d} = F_d + s_d(f_{g-d} - f_d) \quad (2.29)$$

En réintroduisant l'équation (2.28), nous pouvons expliciter le terme f_{g-d} de l'équation (2.29) et nous obtenons ainsi la valeur du flux F_{g-d} au travers de l'interface entre les deux mailles durant le temps Δt en fonction des valeurs de champs f_g et f_d et de flux F_g et F_d calculées de chaque côté de l'interface par la méthode WENO.

$$F_{g-d} = \frac{s_d f_g - s_g f_d + s_d s_g (f_d - f_g)}{s_d - s_g} \quad (2.30)$$

Il reste à présent à expliciter la vitesse de propagation de chacune des perturbations (gauche et droite) et pour cela nous nous basons sur les travaux de Davis [8]. Ces vitesses sont calculées à partir de la vitesse de propagation d'une onde acoustique (c'est à dire la vitesse du son) par rapport au fluide :

$$s_d = \max(v_g + c_g, v_d + c_d) \quad (2.31a)$$

$$s_g = \min(v_g - c_g, v_d - c_d) \quad (2.31b)$$

c_g et c_d correspondent à la vitesse du son et v_g et v_d correspondent à la vitesse du fluide respectivement à gauche et à droite de l'interface. La vitesse du son est définie à partir de l'équation d'état des gaz raides :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma(P + B)}{\rho}} \quad (2.32)$$

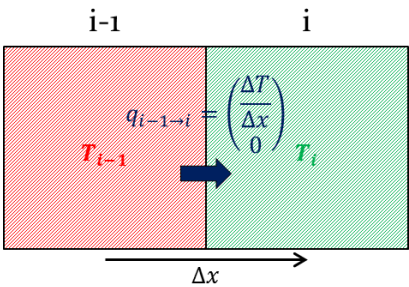
Ainsi, nous connaissons l'ensemble des paramètres permettant de calculer le flux F_{g-d} d'une quantité f , défini par l'équation (2.30), se diffusant au travers de l'interface. Nous pouvons aborder l'évolution des quantités qui n'ont pas de dépendance temporelle explicite, la température T et le flux thermique q .

Bilan sur la détermination des inconnues. Si nous nous référons au système d'équations à résoudre de le paragraphe 2.2.1, seul le champ de température et les flux thermiques ne sont pas résolus par une équation de conservation. Il ne seront donc pas résolue par les méthodes présentés précédemment. Ces deux quantités sont définies par les relations 2.33a et 2.33b.

$$\mathbf{q} = -\kappa \int_{S(t)} \mathbf{grad}T dS \quad (2.33a)$$

$$T = \frac{1}{\rho c_v} \left(\frac{P}{\gamma - 1} + \frac{B}{\gamma - 1} \right) \quad (2.33b)$$

T est calculé directement à partir de P , B , γ , ρ , c_v . Quant à \mathbf{q} , il est calculé en appliquant l'équation de Fourier au niveau de chaque interface.



$$\mathbf{q} = \sum_{interfaces} -\kappa S \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Ainsi nous sommes en mesure de résoudre l'évolution des champs physiques à l'intérieur du domaine de calcul. Afin de compléter la méthode de résolution présentée dans ce chapitre, le comportement numérique des frontières du domaine de calcul doit être précisé.

Conditions aux limites. Pour compléter le modèle numérique, nous devons expliciter la modélisation des différentes conditions inhérentes aux limites du domaine de calcul. Dans ce paragraphe, nous allons détailler la modélisation de trois conditions limites différentes : la condition de gradient nul, de symétrie et de paroi rigide. Chacune de ces conditions interviendra au besoin dans la simulation d'implosion de bulle.

Elles interviendront au cours de la méthode WENO dans le cas où une maille est proche de la limite du domaine de calcul et n'a donc pas suffisamment de mailles voisines du côté d'un de ses quatre interface. Dans ce cas il ne sera plus possible de définir les différents stencils nécessaires pour l'interpolation WENO tel que nous l'avons fait dans le paragraphe 2.2.3.2. Pour une méthode WENO, d'ordre $2n + 1$, il faut n voisins de chaque côté de la maille de calcul. Si le nombre de voisins existants est insuffisant, nous introduirons des mailles dites fantômes au delà de la frontière, pour compenser cette absence. Un exemple est visible en figure 2.13.

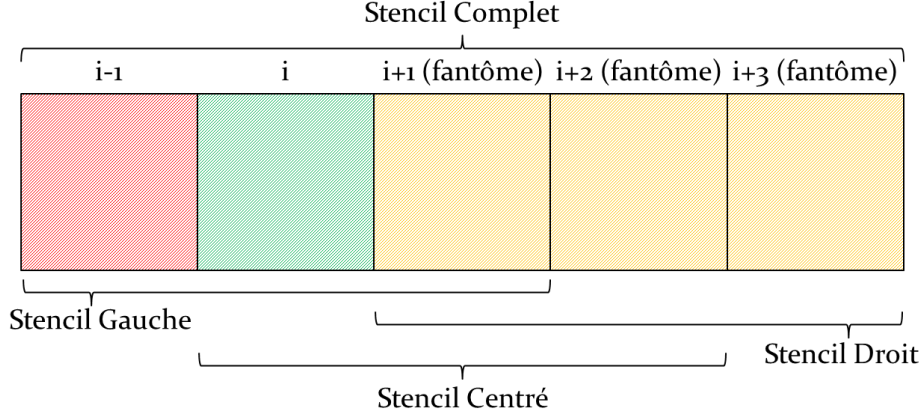


FIGURE 2.13 – Exemple de maille fantôme pour la méthode WENO d’ordre 5. Les mailles fantôme permettent de calculer le champ à l’interface entre les mailles i et $(i + 1)$ en dehors du domaine de calcul.

Cependant ces mailles sont temporaires, elles ne font pas partie du domaine de calcul d’origine et disparaissent une fois la méthode WENO terminée dans l’itération de calcul. Aucune valeur de champs ne leur est donc attribuée. Il faut leur affecter des valeurs cohérentes avec la condition limite associée. Nous répertorions ci-après les différentes modélisations de conditions aux limites. L’indice i correspond à la maille en limite de domaine de calcul, k est réel valant 0, 1 ou 2, v représente les composantes de vitesse et f représente toute autre quantité scalaire.

- gradient nul, qui correspond à $\mathbf{grad}(f) \cdot \mathbf{n} = 0$

$$v_{x_{(i+1+k)}} = v_{x_i} \quad (2.35a)$$

$$v_{y_{(i+1+k)}} = v_{y_i} \quad (2.35b)$$

$$f_{(i+1+k)} = f_i \quad (2.35c)$$

- symétrie, qui correspond à un plan de symétrie coïncidant avec le bord du domaine

$$v_{x_{(i+1+k)}} = v_{x_{i-k}} \quad (2.36a)$$

$$v_{y_{(i+1+k)}} = v_{y_{i-k}} \quad (2.36b)$$

$$f_{(i+1+k)} = f_{i-k} \quad (2.36c)$$

- paroi rigide plus condition d’adhérence, qui correspond à une réflexion d’onde en paroi et une vitesse nulle du fluide en paroi

$$v_{x_{(i+1+k)}} = -v_{x_i} \quad (2.37a)$$

$$v_{y_{(i+1+k)}} = -v_{y_i} \quad (2.37b)$$

$$f_{(i+1+k)} = f_i \quad (2.37c)$$

Nous avons à présent décrit l'ensemble des méthodes numériques permettant de modéliser l'évolution des champs physiques ρ , \mathbf{v} , P , E , T et z lors de l'implosion d'une bulle d'air dans de l'eau. Nous avons aussi précisé le comportement des frontières du domaine en fonction des conditions aux limites. Nous allons aborder une première phase d'exploitation du code dans laquelle nous nous intéresserons à l'implosion d'une bulle unique d'air dans de l'eau liquide.

2.3 Implosion de bulle

Ce paragraphe va présenter des résultats obtenus avec le code de simulation fluide seul avec une paroi rigide en limite de domaine. Ces résultats se découperont en deux parties : une étude du cas d'implosion d'une bulle unique d'air dans de l'eau liquide, dont le centre sera situé à deux rayons de bulle de la paroi, et qui sera déclenché par une onde de choc plane de 1200 bar ; ensuite nous chercherons à mesurer les influences de l'onde incidente et de la distance entre la bulle et la paroi.

Dans un premier temps nous allons revenir sur la simulation complète de l'implosion de la bulle afin de mettre en avant les événements importants lors de l'implosion. Nous comparerons le comportement d'une bulle lors d'une simulation d'implosion avec des observations expérimentales d'implosion de bulle.

Nous ferons ensuite une analyse détaillée d'une simulation numérique d'implosion de bulle et notamment des phénomènes se déroulant sur la paroi située à proximité. À partir de ces constatations, nous pourrons étudier la convergence des calculs en espace et en temps. Pour estimer cette convergence, nous nous intéresserons à l'évolution de la pression en différents points de la paroi. Ceci permettra d'estimer la bonne qualité des forces de pression qui seront transmises pour le couplage. Nous observerons aussi l'évolution, en fonction du temps, du profil de vitesse le long de l'axe de symétrie traversant la bulle pour différentes résolutions du maillage. Enfin un regard sera porté sur le temps de calcul par anticipation avec le couplage. Nous pourrons finalement utiliser les résultats obtenus avec une résolution suffisante pour comparer notre modèle d'implosion avec d'autres codes : un code commercial Ansys Fluent (<http://www.ansys.com/fr-FR/Products/Fluids/ANSYS-Fluent>) et un code de recherche CaviFlow [19] qui seront présentés ultérieurement dans le paragraphe 2.3.1.3. Durant cette comparaison, nous espérons obtenir des résultats d'implosion de bulle proche pour chacun des trois codes.

Une fois l'implosion de la bulle décortiquée, nous nous concentrerons sur l'influence de l'onde de choc incidente. Différentes amplitudes de l'onde incidente vont être utilisées afin de voir comment elles influencent la dynamique d'implosion de la bulle. Ensuite, nous étudierons l'influence de la distance entre le centre de bulle et la paroi. Dans notre cas de référence, le centre de la bulle est situé à un diamètre de bulle de la paroi. Nous verrons dans quelles proportions un rapprochement de celui-ci influencera le phénomène d'implosion de bulle et plus particulièrement l'amplitude de l'onde de pression résultante en paroi. L'ensemble de ces résultats permettra d'analyser différents cas d'implosion de la bulle unique et d'approfondir notre compréhension de ce phénomène d'implosion.

2.3.1 Convergence du maillage et validation de l'implosion

Afin d'obtenir une résolution optimale pour un calcul d'implosion de bulle, nous allons faire évoluer deux paramètres, la résolution spatiale Δx et le pas de temps Δt avec le nombre de Courant. Celui-ci définit pour une dimension un rapport entre la vitesse de propagation du fluide dans une direction de l'espace et le pas de temps sur la résolution spatiale dans cette même direction. Par anticipation sur le couplage il va falloir travailler avec une résolution proposant un compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul des simulations. Ce dernier sera plus élevé dans le cas d'un calcul couplé car il faudra aussi prendre en compte le temps du code solide et le temps du couplage. Dans un premier temps, revenons sur les différentes étapes de l'implosion de la bulle au travers d'une simulation d'implosion de bulle. Dans cette section, nous porterons un intérêt particulier au champ de masse volumique (qui définit la présence de la bulle), au champ de vitesse (pour le jet rentrant) et surtout au champ de pression (pour le couplage).

2.3.1.1 Déroulement de l'implosion d'une bulle

Pour la simulation d'implosion de bulle nous avons opté pour la configuration décrite en figure 2.14. Nous faisons imploser une bulle d'air d'un rayon $r = 50\mu m$, dont le centre est situé à 2 rayons de bulle de la paroi soit $100\mu m$. Le domaine de calcul a une longueur de 10 rayons de bulle et une largeur de 5 rayons de bulle. Cette bulle implose suite à la propagation d'une onde de choc, qui est ici une onde de pression plane dont les propriétés au sein de l'onde sont définies par les conditions de Rankine-Hugoniot (Annexe E), entrant par le côté opposé à la paroi. Lorsqu'elle arrive au contact de la bulle, l'onde crée une surpression autour de la bulle, nécessaire pour faire imploser la bulle.

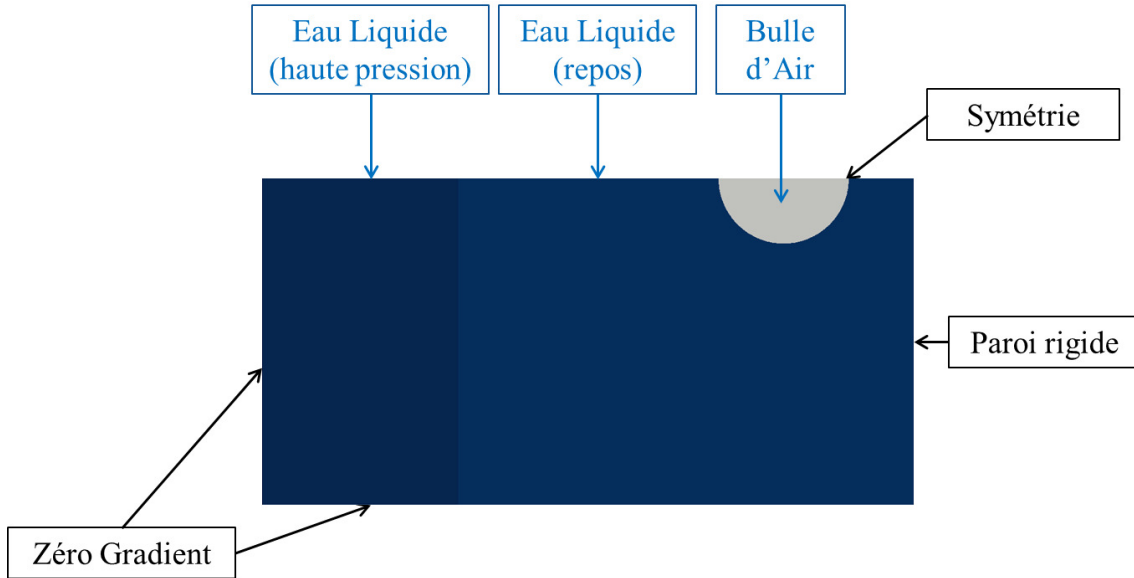


FIGURE 2.14 – Configuration du calcul d'implosion de bulle.

Les propriétés du fluide dans les différentes parties du domaine de calcul sont précisées dans le tableau 2.2 ci-dessous :

Constantes	Eau (Choc)	Eau (Repos)	Air (Repos)
$P(\text{bar})$	1200	1	1
$\rho(\text{kg.m}^{-3})$	1049.9	1000	1.1765
$v_x(\text{m.s}^{-1})$	76	0	0
$T(\text{K})$	319.2	298.8	298.3

TABLE 2.2 – État initial des champs physiques dans le domaine de calcul.

La paroi est située sur le bord droit du domaine. Dans cette section, nous travaillons avec un modèle de paroi rigide, qui réfléchit entièrement les ondes. Dans les simulations couplant code fluide et code solide, la paroi sera déformable et absorbera une partie de l'énergie transportée par les différentes ondes de choc se propageant dans le fluide. Le haut du domaine est une condition de symétrie permettant d'avoir une bulle (2D) complète. Le bas du domaine ainsi que le côté opposé à la paroi sont des conditions de gradient nul. Dans ce cas, lorsque le fluide arrive au niveau de la condition limite, il ne sera pas affecté par la présence de celle-ci, comme si le fluide à l'infini avait les mêmes propriétés. Cette condition permet ainsi d'éviter la réflexion des ondes sortant par les limites basse et gauche du domaine de calcul qui n'influeraient donc pas sur la pression en paroi.

Cette configuration de calcul d'implosion de bulle peut être rapprochée des visualisations d'implosion de bulles laser obtenues par Ohl à Singapour [47], [49]. La

figure 2.15 propose une comparaison entre la structure de la bulle numérique et de la bulle réelle à différents stades de l'implosion. Notre calcul étant en deux dimensions, nous perdons l'effet de sphéricité par rapport à la réalité et la comparaison ne peut donc être que qualitative. De plus, les mécanismes à l'origine de l'implosion sont différents dans les deux cas. Dans les simulations, l'implosion est provoquée par une onde de choc plane se propageant dans le fluide alors que dans les expériences, l'implosion est provoquée par une pression plus élevée dans tout le fluide par rapport à la bulle de gaz. Ce type d'implosion est aussi appelé cas de Rayleigh. Le contenu de la bulle est également différent dans la mesure où la bulle numérique est supposée contenir uniquement de l'air alors que dans le cas expérimental, elle est composée de vapeur d'eau. Malgré ces différences, les dynamiques de bulle apparaissent assez semblables.

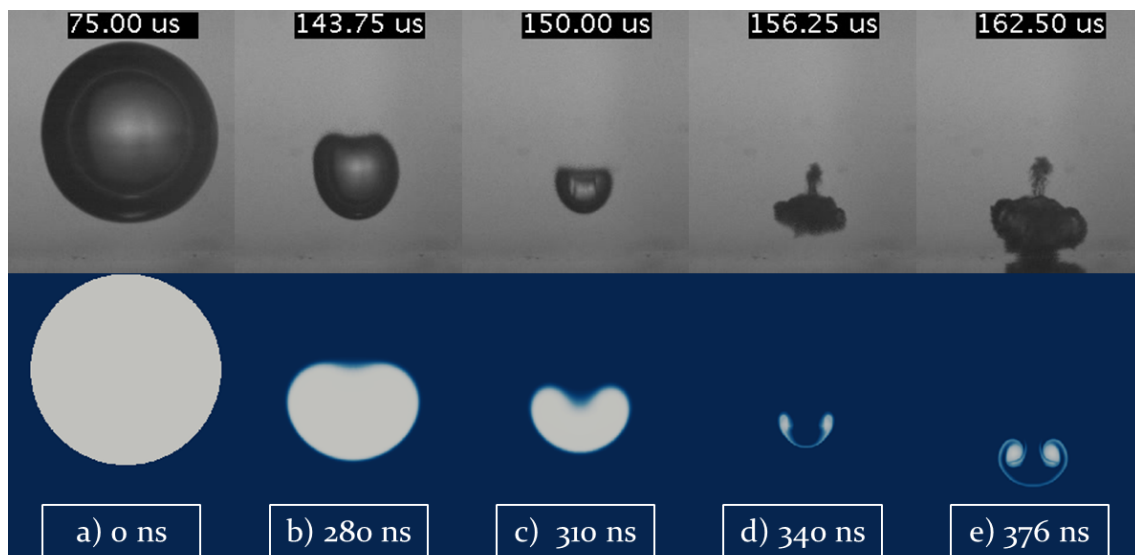


FIGURE 2.15 – Comparaison des formes de bulles à différents stades de l'implosion.

A l'état initial (figure a), nous retrouvons dans les deux cas une bulle en équilibre instable dans l'eau liquide. La présence d'une perturbation dans le fluide environnant va entraîner l'implosion de la bulle (figure b) : bulle en sous-pression par rapport à l'eau dans le cas expérimental, impact d'une onde de choc plane pour le cas numérique. La présence de la paroi va permettre la création d'un jet rentrant sur la face de la bulle opposée à la paroi. Ce jet va traverser la bulle et la scinder en deux (figure c). Au moment où les deux interfaces rentrent en contact une onde de choc est générée. Cette onde se propage dans le fluide et impacte la paroi. D'autre part le jet traverse la bulle, se propage en direction de la paroi et peut potentiellement impacter la paroi s'il n'a pas été dissipé dans le fluide auparavant. Une fois la bulle scindée en deux, deux bulles de gaz vont persister en 2D, tandis que dans le cas 3D, il y a création d'une cavité toroïdale (figure d). Elle se décompose en plusieurs bulles qui imploseront à leurs tours, générant une seconde sollicitation en paroi. En 2D, les

deux bulles cylindriques vont rester en équilibre avec le fluide environnant (figure e).

À présent intéressons-nous au signal de pression pour une implosion de bulle numérique. La figure 2.16 propose l'évolution de la pression au point d'impact et de la pression en paroi au bord opposé du domaine de calcul. À ces deux courbes, nous avons ajouté l'évolution de la pression au point de contact des interfaces avant et après la génération de l'onde de choc. À quatre instants caractéristiques de la simulation : a) état initial, b) impact de l'onde incidente en paroi, c) génération de l'onde de choc due au choc entre les deux interfaces liquide/gaz et d) impact de cette dernière en paroi. Pour ces quatre instants, la figure 2.16 présente les visualisations des champs de pression et de densité associés.

- À l'état initial, $t = 0ns$ (figure a), la bulle est en équilibre avec le milieu extérieur.
- À $t = 213ns$ (figure b), l'onde de choc incidente atteint la paroi. La contrainte imposée à la paroi est beaucoup moins importante lorsque la bulle a un effet d'écran sur l'onde. Lorsque que l'onde incidente impacte la bulle, une partie est réfléchiée sous forme d'une onde de dépression, celle-ci a une forme circulaire à cause de la courbure de la bulle. La seconde partie se propage au sein de la bulle, mais elle est ralentie car la vitesse de propagation dans l'air (347 m.s^{-1}) est près de 5 fois inférieure à celle dans l'eau (1580 m.s^{-1}). L'onde non réfléchiée se propage ensuite de nouveau dans le fluide avant d'impacter la paroi.
- À $t = 344ns$ (figure c), les deux interfaces opposés de la bulle (côté paroi et côté opposé à la paroi) rentrent en contact. Ce contact entre les deux interfaces génère une onde de choc circulaire dont l'amplitude est donnée par le pic de pression en rouge. Cette onde circulaire se propage ensuite dans toutes les directions, et une partie arrivera en paroi.
- À $t = 377ns$ et à $t = 387ns$ (figure d), nous constatons deux pics de pression consécutifs en paroi. Ils sont tous deux issus de l'implosion de la bulle mais n'apparaissent qu'à partir d'une certaine amplitude de l'onde incidente comme nous pourrions le voir dans le paragraphe 2.5.1.1. Pour une différence plus faible de pression entre l'onde incidente et la bulle, il n'y aura plus qu'un seul pic.
- Dans la suite du calcul, les ondes se dissipent et le calcul converge vers un état stationnaire constitué d'une pression uniforme dans tout le domaine et égale à environ deux fois l'amplitude de l'onde de choc initiale. Le facteur 2 est dû à la superposition de l'onde incidente avec l'onde réfléchiée par la paroi (supposée ici rigide). Rappelons que le profil de l'onde de choc incidente pour la masse

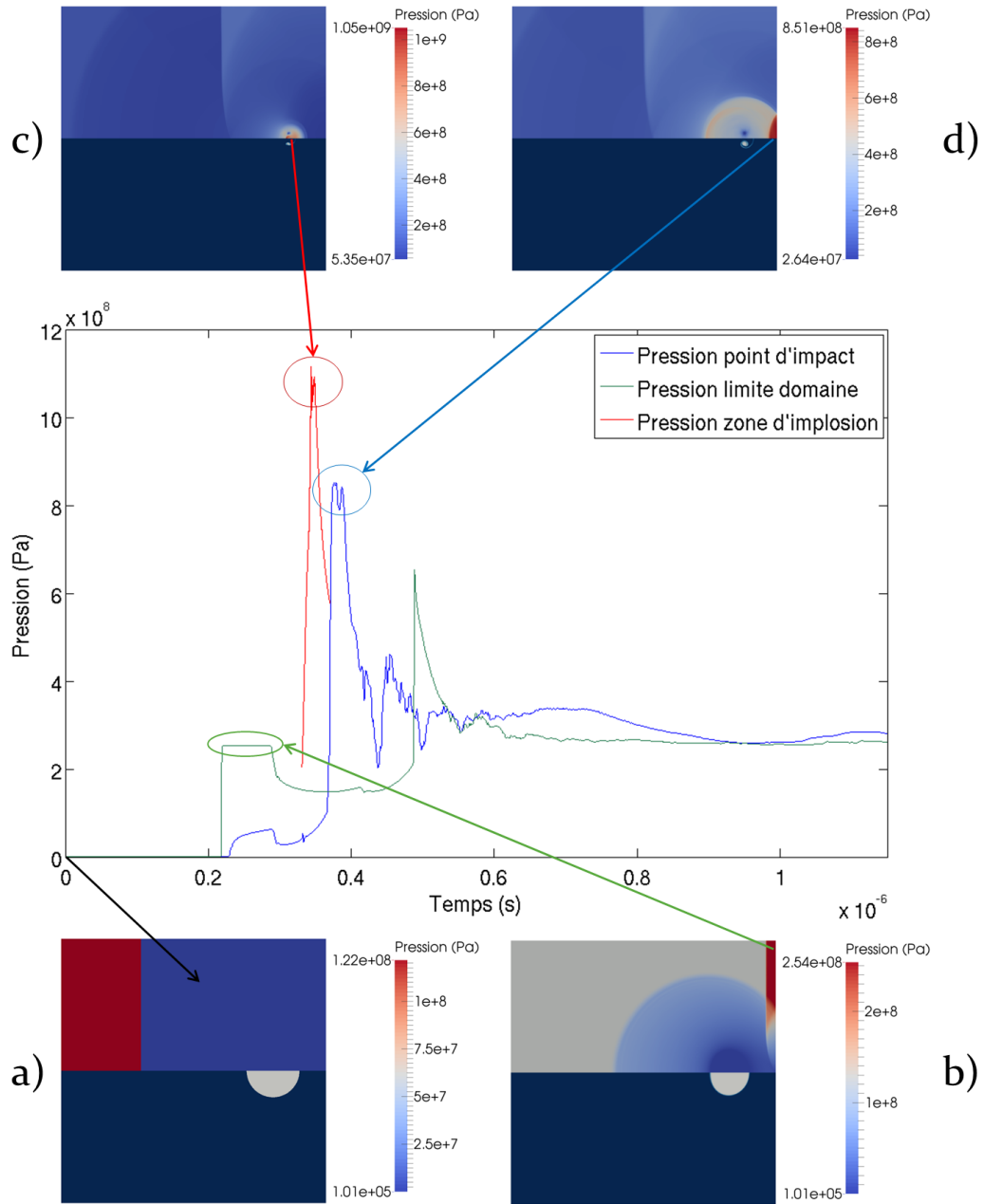


FIGURE 2.16 – Évolution de la pression de différents points du domaine et champs de pression (haut) et de densité (bas) associés. (Onde de pression : 1200 bar ; rayon de bulle : 0.05 mm ; distance centre de bulle - paroi : 0.1 mm)

volumique, la pression et la vitesse du fluide, est une fonction de Heaviside pour laquelle l'état du fluide après le passage de l'onde n'est pas le même que celui d'avant le passage de l'onde.

Les deux pics de pression (figure d) vont être les chargements principaux, c'est à dire les forces s'appliquant sur l'interface, qui seront utilisés pour le couplage. Nous allons à présent chercher les résolutions proposant les résultats les plus proche de la convergence numérique, puis nous chercherons quelle résolution permet le meilleur compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul des simulations dans la perspective du couplage avec le code solide.

2.3.1.2 Convergence en maillage

Nous avons vu dans la partie précédente que l'implosion de la bulle génère une onde de pression circulaire. Lorsqu'elle impacte la paroi, deux pics de pression, très proches en temps, ont lieu. Il sera donc important que ces deux pics soient résolus le plus précisément possible.

Pour cela, nous avons généré un maillage basé sur une résolution de référence qui correspond au nombre de mailles le long de la paroi. Cette résolution est ensuite étendue de façon à inclure la bulle et une épaisseur supplémentaire d'un rayon de bulle, afin de s'assurer que l'implosion de la bulle et l'impact en paroi se fasse avec une résolution uniforme. Ensuite la taille de chaque dimension d'une maille est multipliée par deux à trois reprises. Nous obtiendrons un maillage présentant quatre tailles de maille. Les plus résolues qui sont les plus proche de la paroi occuperont 37.5% de la surface du domaine, la génération deux fois plus grande 6.25% du domaine, celle quatre fois plus grande 18.75% du domaine et enfin celle huit plus grande qui est composé des mailles les plus éloignées de la paroi, 37.5% du domaine. Ceci est présenté en figure 2.17. Dans une direction parallèle à la paroi, la taille de maille est uniforme.



FIGURE 2.17 – Coupe du maillage allant des mailles les plus grossières aux plus fines en paroi (64 mailles en paroi sur le domaine complet sur cette image) .

Nous allons chercher quelle résolution en paroi permettra de capter au mieux ce double pic en paroi. Nous avons testé des résolutions de 64, 128, 256, 512, 1024, 1536 et 2048 mailles en paroi. Dans chacune des configurations le diamètre de bulle correspondra à $\frac{1}{5}$ de la taille du domaine de calcul. Nous nous intéressons à la pression en trois points de la paroi. Le premier est situé derrière la bulle et correspond au

point d'impact de l'onde issue de l'implosion de la bulle (PH). Le second est situé à mi-distance entre le point d'impact et le bord opposé du domaine de calcul (PM). Enfin le troisième est situé au niveau de la condition de sortie libre des ondes (PB) comme précisé sur la figure 2.18.



FIGURE 2.18 – Localisation des trois points de mesure : PH : point d'impact (bleu); PM point à mi-distance (vert); PB point au niveau de condition limite basse de gradient nul (rouge).

Pour chacun de ces trois points nous comparons les évolutions temporelles du champ de pression en fonction de la résolution (figure 2.19, page suivante). En observant la courbe au point PH , il apparaît clairement qu'il faut une résolution d'au moins 512 mailles en paroi pour observer le double pic de pression. Le second pic semble converger rapidement entre 512 et 1536 mailles en paroi car il évolue entre 827 MPa et 848 MPa soit une hausse d'environ 2% de l'amplitude de ce pic pour une diminution de la taille de maille en paroi de 66 %. Le premier pic semble lui beaucoup moins convergé. Entre une résolution de 512 mailles et une résolution de 1536 mailles en paroi, l'amplitude passe de 789 MPa à 892 MPa ce qui correspond à une hausse de plus de 15 % de l'amplitude du premier pic. Sur le point à mi-distance PM nous n'avons plus qu'un seul pic de pression pour toutes les résolutions. Cependant la hausse d'amplitude entre les résolutions 512 et 1536 est passée à 25 %. Enfin sur le point PB , nous retrouvons ce pic de pression unique. Il est possible qu'il y ait un effet de bord réalisé par la condition de gradient nul; car la hausse d'amplitude entre les résolutions 512 et 1536 s'est atténuée et n'est plus que de 11%.

Afin d'éclaircir cette transition au point d'impact entre simple pic pour les résolutions 256 mailles en paroi et inférieur et double pics pour les résolutions 512 mailles en paroi et supérieures, nous avons étudié l'influence du pas de temps. Celui-ci est calculé au début de chaque itération et prend en compte le temps qu'une onde

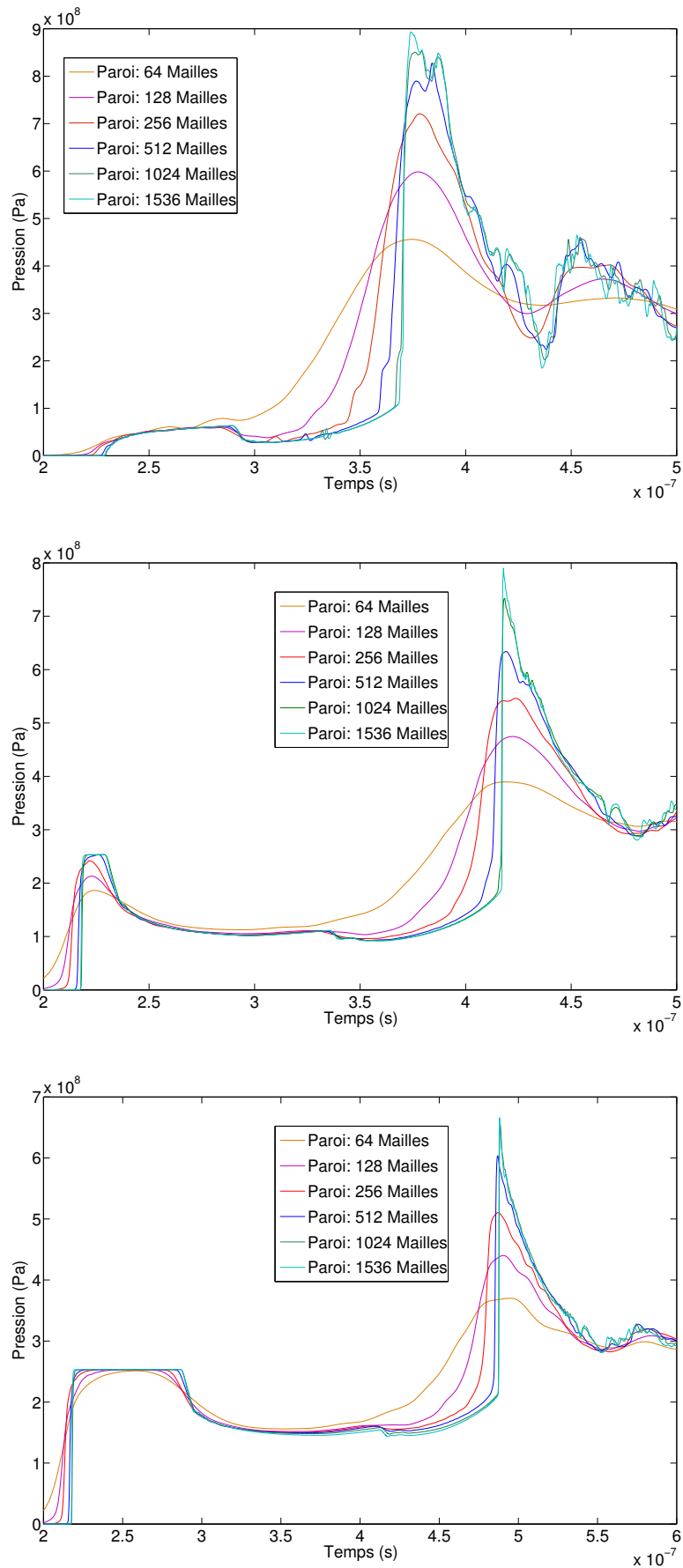


FIGURE 2.19 – Convergence de la pression en chaque point de mesure en fonction de la résolution, de haut en bas : PH, PM, PB.

acoustique mettra pour parcourir une maille de calcul de la plus fine résolution.

$$dt = CFL \frac{dx_{min}}{v_{max}} \quad (2.38)$$

Ici v_{max} correspond à la vitesse de l'onde dans le milieu, c'est à dire $v_{fluide} + v_{son}$. Ce ratio est pondéré par le nombre de courant noté CFL. Si celui-ci vaut 1, alors une onde acoustique couvrira la distance d'une maille durant un pas de temps. Pour l'étude de convergence présentée au début de cette partie, nous avons pris $CFL = 0.4$. Nous allons à présent faire diminuer la valeur du CFL, afin de diminuer le pas de temps et d'étudier la convergence temporelle. La figure 2.20 montre l'évolution de la courbe en pression au point d'impact en fonction de différentes valeurs du CFL pour des résolutions de 256 et 512 mailles en paroi.

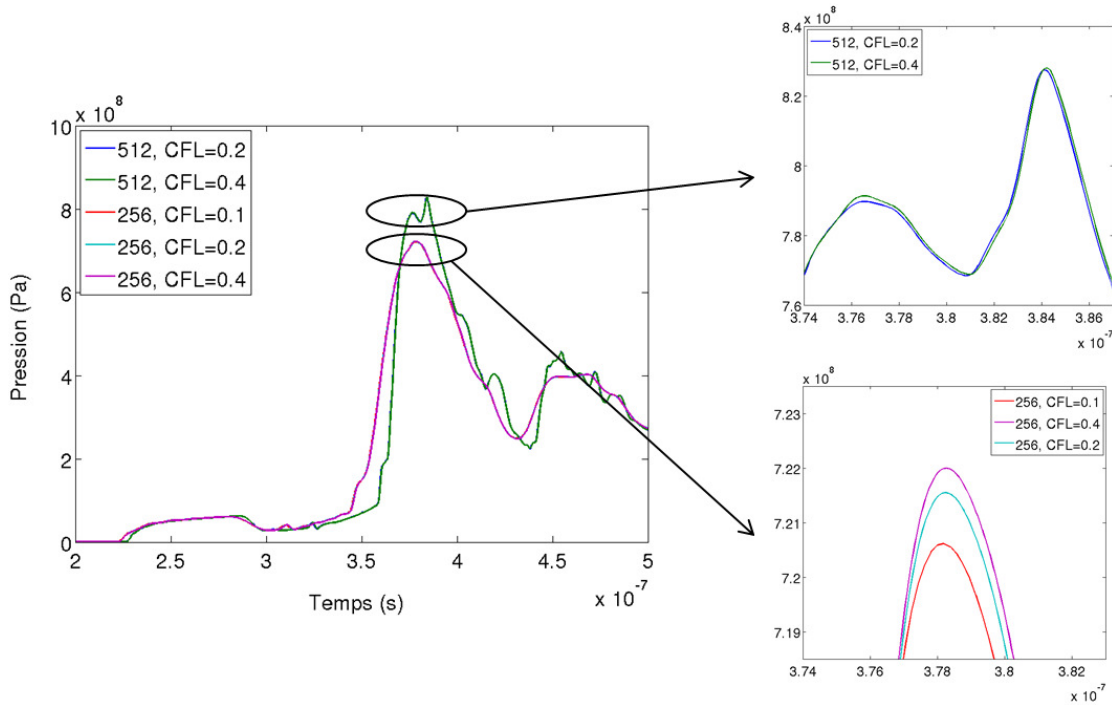


FIGURE 2.20 – Évolution des pics de pression au point d'impact en fonction de la résolution et du CFL.

L'influence du nombre CFL reste très limitée sur les résultats. Malgré une réduction de celui-ci à 0.4 ou 0.1 pour 256 mailles en paroi ou une baisse 0.4 et 0.2 pour 512 mailles en paroi l'amplitude des pics de pression n'évolue que très peu. Une hausse de moins de 0.2% est constatée entre des CFL de 0.4 et 0.1 pour 256 mailles en paroi. De plus, nous conservons un seul pic de pression pour une résolution de 256 mailles en paroi et deux pics pour 512 mailles en paroi alors qu'un calcul à 256 mailles avec un CFL de 0.2 et un calcul à 512 mailles avec un CFL de 0.4 ont un même pas de temps. Le pas de temps n'a donc pas d'influence sur la forme et l'amplitude des pics de pression en paroi. Aussi, nous nous limiterons dorénavant à des calculs avec une

résolution supérieure ou égale à 512 mailles en paroi et un CFL de 0.4.

La dernière étape de notre étude de convergence va passer par l'étude du champ de vitesse lors de l'implosion. Pour cela, nous nous intéresserons à l'évolution au cours du temps de la vitesse le long de l'axe de symétrie. Nous aurons ainsi une information sur la vitesse du jet rentrant traversant la bulle lors de l'implosion. De plus, nous pourrions mesurer l'amplitude de la vitesse du jet s'approchant de la paroi, même si celui-ci est fortement ralenti par la condition de paroi rigide et la condition d'adhérence du fluide sur celle-ci qui impose une vitesse du fluide nulle en paroi.

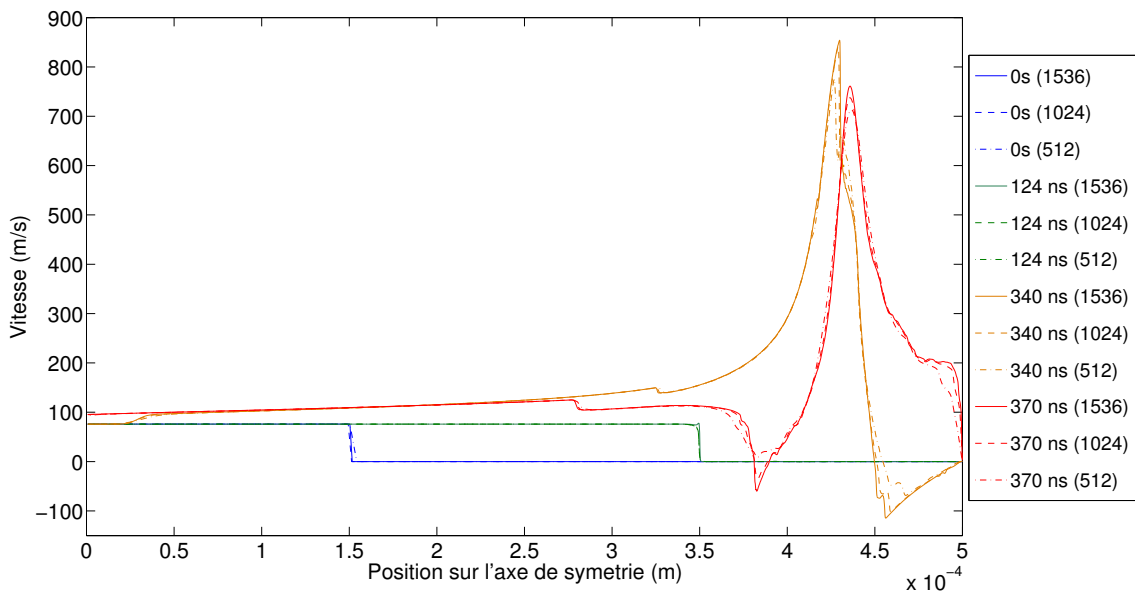


FIGURE 2.21 – Vitesse le long de l'axe de symétrie pour les résolutions 512, 1024 et 1536 mailles en paroi.

Sur la figure 2.21, les courbes correspondent aux trois résolutions à quatre temps différents. Les trois résolutions ont des comportements très proches aux différents temps étudiés. Cependant à $t = 340ns$, la résolution correspondant à 512 mailles en paroi semble surestimer la vitesse du jet rentrant. À $t = 370ns$, la bulle a implosé et l'onde de choc issue de l'implosion a frappé la paroi. Lors de la propagation de l'onde vers la paroi, celle-ci a mis le liquide en mouvement. En proche paroi (x compris entre $0.47mm$ et $0.5mm$) la vitesse du fluide semble plus faible pour une résolution de 512 mailles que pour des résolutions plus élevées. La perturbation étant légèrement moindre pour 512 mailles en paroi, cette baisse de vitesse est donc assez logique. En s'éloignant de la paroi, à $x = 0.45mm$, l'eau passe entre la bulle résiduelle et sa symétrie, la section de passage du fluide diminue entre ces deux bulles résiduelles et le liquide s'accélère lors de son passage. Cette vitesse semble légèrement inférieure pour une résolution de 512 mailles en paroi.

Au final nous disposons de trois résolutions en paroi pour le cas de référence d'une paroi rigide : 512, 1024 et 1536 mailles. Les résultats avec la résolution la plus grossière (512 mailles) présentent un léger écart de précision sur l'ensemble des champs par rapport aux deux autres résolutions. Nous verrons dans la partie couplage qu'un écart de quelques pourcents de la pression en paroi peut avoir des conséquences sur la déformation d'un matériau solide (paragraphe 4.4). Cependant, comme nous nous intéresserons aux effets d'amortissement par rapport à un cas de référence (celui d'une paroi rigide), nous nous limiterons donc à un cas de 512 mailles en paroi. Celui-ci présentera un temps de calcul par itérations et un nombre d'itérations pour atteindre un même temps physique plus faibles que le deux autres résolutions, ce qui en fera la seule résolution éligible sur la durée de cette thèse. Bien que les pics de pressions ne seront pas parfaitement convergés, ils présentent des amplitudes assez proche de celles du calcul le plus résolu (1536 mailles). L'ensemble des points clés présentés dans ce paragraphe est détaillé dans le tableau récapitulatif 2.3.

Résolution	Nb de Mailles	P_{impact}	V_{impact}	$V_{jet\ rentrant}$	$T_{itération}$
512	214 016	789 MPa	$\approx 188\ m.s^{-1}$	$832\ m.s^{-1}$	0.79 s
1024	856 064	850 MPa	$\approx 228\ m.s^{-1}$	$812\ m.s^{-1}$	2.95 s
1536	1 926 144	892 MPa	$\approx 231\ m.s^{-1}$	$811\ m.s^{-1}$	6.57 s

TABLE 2.3 – Résumé des paramètres de l'étude de convergence : la vitesse d'impact est estimée à partir de la vitesse du fluide lors de l'impact de l'onde de pression en paroi ; la vitesse du jet rentrant est celle du fluide traversant la bulle au moment du choc des interfaces.

2.3.1.3 Comparaison avec Caviflow et Fluent

L'objectif de ce paragraphe est de comparer le modèle d'implosion de la bulle que nous avons proposé à partir du code de Johnsen avec celui obtenu avec le code commercial Fluent et celui obtenu avec le code de recherche CaviFlow. Nous nous intéresserons aux mêmes paramètres que pour le calcul de convergence, c'est à dire la pression en paroi et le champ de vitesse le long de l'axe de symétrie. À cela nous allons ajouter une mesure de la vitesse d'implosion de la bulle à partir du champ de masse volumique sur l'axe de symétrie. Mais avant cela, nous présentons rapidement les deux codes utilisés :

- **CaviFlow** : Le code CaviFlow a été développé par Eric Goncalves au sein du Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels de Grenoble, dans un premier temps, puis actuellement à l'institut Pprime de Poitiers. Il résout les équations de Navier-Stokes moyennées (moyenne de Favre), compressibles, instationnaires, tri-

dimensionnelles, couplées avec un modèle de turbulence à équations de transport formulées dans le cadre de l'hypothèse de Boussinesq. La discrétisation est de type volumes finis centrée, sur des maillages quadratiques, structurés, multi-blocs. L'approche de l'écoulement est du type fluide homogène. Cette description succincte est issue de la thèse de Maxime Champagnac [6]. Il est possible de trouver plus de détails sur la structure du code au sein de l'article de Goncalves et Fortes-Patella [19], ainsi que dans les thèses de Champagnac [6], Decaix [9] et Charriere [7]. Ce code est reconnu pour effectuer des simulations précises sur des écoulements cavitants. Nous avons ainsi pu avoir la simulation en deux dimensions de la configuration présentée dans la figure 2.14 et le tableau 2.2, effectuée avec la loi d'état des gaz raides 2.6 et les mêmes paramètres que ceux présentés dans le tableau 2.1.

- **Ansys Fluent** : Le logiciel Ansys Fluent est un logiciel de la suite Ansys spécialisé dans la résolution d'écoulements. Ansys Fluent offre un très large éventail de fonctionnalités pour modéliser les phénomènes physiques d'écoulement fluide, de turbulence, de transfert de chaleur et de réaction chimique (<http://www.ansys.com/fr-FR/Products/Fluids/ANSYS-Fluent>). Nous avons exploité cette possibilité de pouvoir intervenir sur tout type de problème pour effectuer la simulation d'implosion de bulle proposée par la figure 2.14 et le tableau 2.2. Un léger changement dans la physique du problème a été opéré, le gaz a été modélisé par une loi des gaz parfait (qui est ici identique à la loi des gaz raides pour de l'air pur). Cependant, nous avons dû revenir à une loi de Tait pour l'eau qui ne tient pas compte de l'influence de la température.

Loi des gaz parfaits (air)	Loi de Tait (eau)
$P = \rho \frac{R}{M} T$	$\frac{P+B}{P_0+B} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$

TABLE 2.4 – Loi d'état du gaz et du liquide utilisés avec Fluent

Pour la loi des gaz parfaits, P correspond à la pression du gaz, ρ à sa masse volumique, R à la constante des gaz parfaits, M à sa masse molaire et T à sa température. Pour la loi de Tait, P correspond à la pression du liquide et P_0 à une pression de référence de 1 bar, B est une constante valant 3049 bar, ρ correspond à la masse volumique du liquide et ρ_0 à une masse volumique de référence de 1000 kg.m^{-3} , enfin n à une constante valant 7.15.

Nous allons commencer par étudier le comportement de la bulle d'air lors de l'implosion. Pour chacun des trois codes, nous conservons un maillage en paroi très proche avec 512 mailles pour Fluent et FSI4CAV et 500 mailles pour CaviFlow. Sur la figure 2.22, nous pouvons observer une comparaison de la forme de la bulle en

fonction du code, à différents temps après le choc entre l'onde incidente et la bulle. L'instant auquel l'onde de choc vient frapper la bulle d'air est utilisé comme instant de référence pour le début de l'implosion.

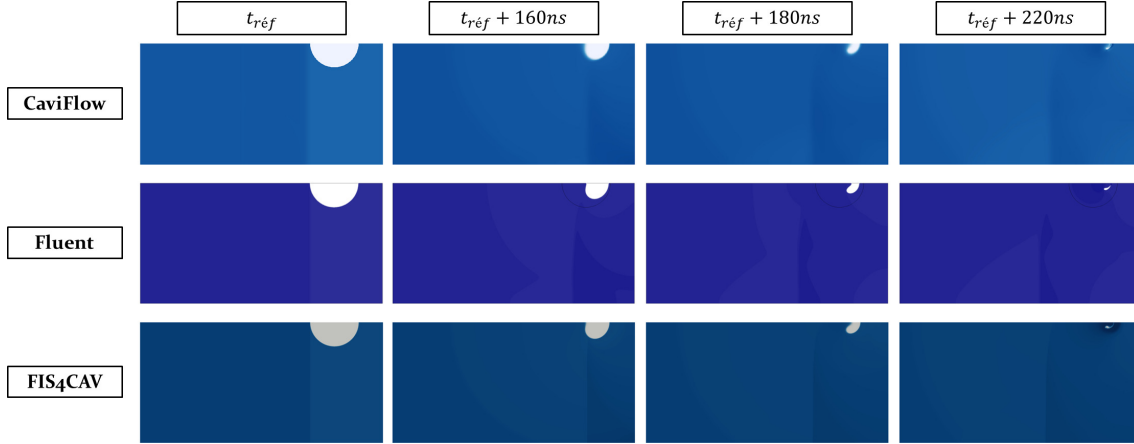


FIGURE 2.22 – Visualisation de la bulle d'air durant son implosion pour différents codes.

Au niveau visuel, les résultats semblent très proches les uns des autres. Nous estimons le temps d'implosion entre l'instant où l'onde incidente rentre en contact avec la bulle et l'instant où les deux interfaces rentrent en contact. Pour le code CaviFlow, ce temps est évalué à 215 ns, pour Fluent à 217 ns et pour FSI4CAV à 206 ns. Nous obtenons donc des temps d'implosion extrêmement proches, avec une implosion légèrement plus rapide pour FSI4CAV. Afin de mieux capturer cette dynamique d'implosion, nous allons étudier le taux de vide au niveau de l'axe de symétrie. Le taux de vide, noté ici α , correspond au ratio entre le volume de gaz contenu dans la maille et le volume de la maille. La figure 2.23 présente l'évolution du taux de vide à plusieurs instants entre le temps de référence t_{ref} défini précédemment et $t_{ref} + 250ns$.

Entre $t = t_{ref}$ et $t = t_{ref} + 150ns$, les deux interfaces de la bulle sont définies par le passage de 1 à 0 de la quantité $1 - \alpha$. Celle-ci peut être apparentée à un taux de liquide. À $t = t_{ref} + 200ns$, la taille de la bulle de FSI4CAV est légèrement plus petite que pour les deux autres codes. L'implosion de bulle semble s'être légèrement accélérée dans FSI4CAV par rapport aux deux autres codes. À $t = t_{ref} + 250ns$, l'implosion est terminée et il ne reste que des résidus d'air dans un mélange composé presque exclusivement d'eau liquide au niveau de l'axe de symétrie. Nous avons donc une confirmation que chacune des implosions de bulles proposées par les trois codes CaviFlow, FSI4CAV et Fluent sont très proches, chaque implosion n'étant décalée que de quelques nanosecondes pour une implosion durant un peu plus de 200ns.

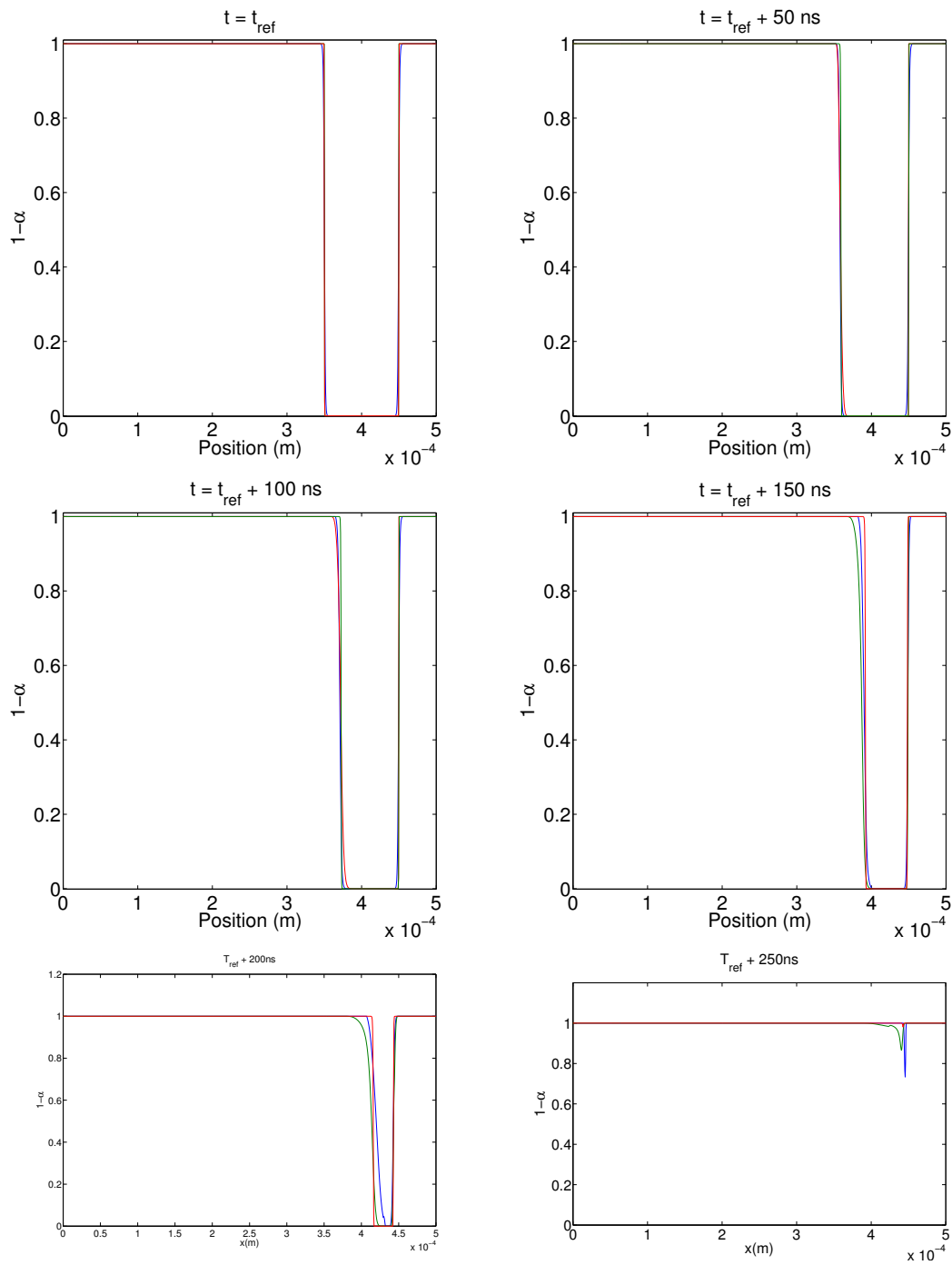


FIGURE 2.23 – Taux de vide (α) le long de l'axe de symétrie à différents instants de l'implosion pour CaviFlow, Fluent et FSI4CAV

Nous avons trois dynamique d'implosion de la bulle très proches, à présent intéressons-nous à la pression en paroi donnée par les trois codes. A l'image de l'étude de la pression en paroi du paragraphe 2.3.1.2, nous nous intéressons à deux zones en paroi : la zone d'impact de l'onde issue de l'implosion (PH), et une zone située à $62.5 \mu\text{m}$ de la zone d'impact (à mi-chemin entre PH et PM) (voir figure 2.18). Cette deuxième zone est proche de la zone d'impact (distante de 1.25 rayons de bulle) car les résultats fournis par CaviFlow ont été réalisés sur un temps de simulation plus court que ceux de FSI4CAV et ne proposait pas la propagation de l'onde sur l'ensemble de la paroi. Le cas Fluent a été effectué avec, par défaut, une condition limite de symétrie sur le bord opposé à l'axe de symétrie de la bulle tandis que les deux autres codes ont été traités avec une condition de gradient nul. Ceci entraîne une réflexion d'onde dans le cas de Fluent à la place d'une évacuation des ondes pour les deux autres codes. Nous n'étudierons pas le champ de pression au niveau de cette condition limite. La figure 2.24 présente l'évolution temporelle des champs de pression pour les deux autres zones de contrôle.

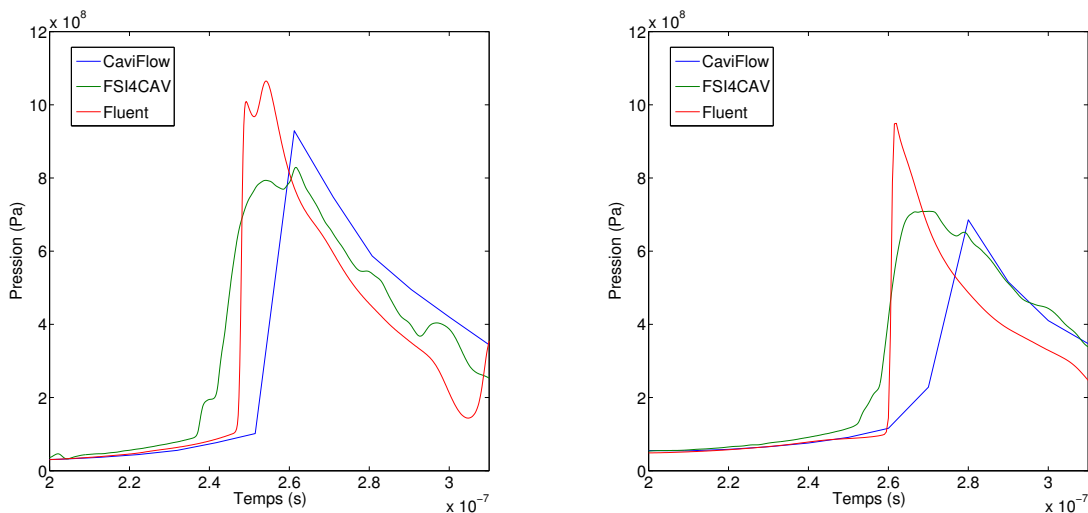


FIGURE 2.24 – Pression en paroi : au point d'impact PH (gauche) et au quart de distance du bord opposé (droite) en fonction du code utilisé.

Tout d'abord, il faut noter que les courbes obtenues sous CaviFlow sont réalisées avec un pas d'enregistrement de données de 10 ns. Tandis que les courbes avec FSI4CAV ont un pas d'enregistrement de 0.1 ns et celle avec Fluent de 0.2 ns. Il est donc normal que le pic de pression soit moins précis sur la courbe correspondant à CaviFlow. Cependant dans les trois cas, les amplitudes restent proches entre les codes avec un écart de 28% entre FSI4CAV (828 MPa) et Fluent (1065 MPa), et un écart de 12% entre FSI4CAV (828 MPa) et CaviFlow (929 MPa) au moment de l'impact. Sur la deuxième courbe, l'onde est diffusée sur la paroi, soit environ $15ns$ après l'impact de l'onde en paroi. L'écart entre les amplitudes se réduit entre les

codes FSI4CAV (709 MPa) et CaviFlow (685 MPa), il n'est plus que de 3%. Par contre, il reste stable entre FSI4CAV (709 MPa) et Fluent (948 MPa), soit près de 33%. Cependant l'écart d'amplitude reste le même (de 237 MPa à 239 MPa), les ondes semblent donc décroître à la même vitesse. En s'intéressant à la forme des pics, la comparaison avec CaviFlow est assez compliquée à effectuer en raison de la grosse différence de pas d'enregistrement entre chaque point. Nous retrouvons néanmoins un fort gradient de pression correspondant à l'arrivée de chaque pic d'implosion. La comparaison entre FSI4CAV et Fluent propose des structures de pics similaires avec notamment deux pics consécutifs en pression espacés respectivement de 7 et 5 ns suivant les codes.

En conclusion, ce paragraphe a pour but de comparer la dynamique d'implosion de bulle par onde de choc grâce à trois codes : le code présenté dans cette thèse FSI4CAV, le code de recherche CaviFlow et le code commercial Ansys FLuent. La figure 2.23 a montré que nous avons des formes de bulle lors de l'implosion et des vitesses d'implosion similaire pour les trois codes. Les temps d'implosion sont proches avec un écart maximum d'environ 10 ns pour une implosion totale de plus de 200ns. L'analyse de l'évolution temporelle de la pression en paroi est plus délicate. La figure 2.24 a confirmé une amplitude des pics de pression en paroi de l'ordre du GigaPascal pour l'impact de l'onde issue de la bulle, cependant nous avons constaté des écarts atteignant plus de 33% entre FSI4CAV et Fluent au niveau des maximums de pression. Les écarts entre FSI4CAV et CaviFlow restent plus mesurés.

À l'issue de cette section 2.3.1, nous avons pu mettre en avant les différents phénomènes se déroulant durant l'implosion d'une bulle par une onde de choc incidente. Parmi ces phénomènes, nous retiendrons le double pic de pression de l'ordre du GigaPascal en paroi en conséquence de l'implosion de la bulle. Cette pression constituera la principale sollicitation sur le solide lors des calculs couplés. Nous allons à présent proposer une étude sur deux paramètres de la configuration initiale qui influence directement l'implosion de la bulle : la pression de l'onde incidente et la distance entre la bulle et la paroi.

2.3.2 Étude paramétrique de l'implosion de bulle

Dans nos simulations, nous avons deux paramètres qui influencent particulièrement l'amplitude des phénomènes lors de l'implosion de la bulle : la distance bulle-paroi et l'amplitude de l'onde incidente. Nous aborderons tout d'abord l'influence de l'onde de choc incidente sur l'amplitude des impacts en paroi et la vitesse d'implosion de la bulle. Ensuite, nous observerons l'influence de la distance entre le centre de la bulle et la paroi, mesurée en rayons de bulle.

2.3.2.1 Amplitude de l'onde de choc

L'onde de choc incidente joue plusieurs rôles dans l'implosion de la bulle. Outre le déséquilibre qu'elle provoque, son amplitude va définir la surpression entre l'eau et la bulle. La valeur de cette surpression est susceptible de modifier le temps d'implosion de la bulle et l'amplitude des phénomènes qui seront générés. Nous allons nous concentrer sur l'évolution de ces deux paramètres en fonction de l'onde de choc incidente. Jusqu'à maintenant, nous avons présenté des cas avec une onde incidente de 1200 bar. Nous allons donc partir de la configuration de référence (figure 2.14 du paragraphe 2.3.1.1) avec un maillage de 512 mailles en paroi. Nous avons démarré avec une amplitude de l'onde incidente de 75 bar avant d'effectuer des cas à 150 bar, 300 bar, 600 bar, 1200 bar et 2400 bar. Nous allons dans un premier temps nous intéresser à la durée d'implosion de la bulle dans chacun de ces cas. La figure 2.25 permet d'avoir une première idée des différentes dynamiques d'implosion des bulles à différents instants après l'impact de l'onde.

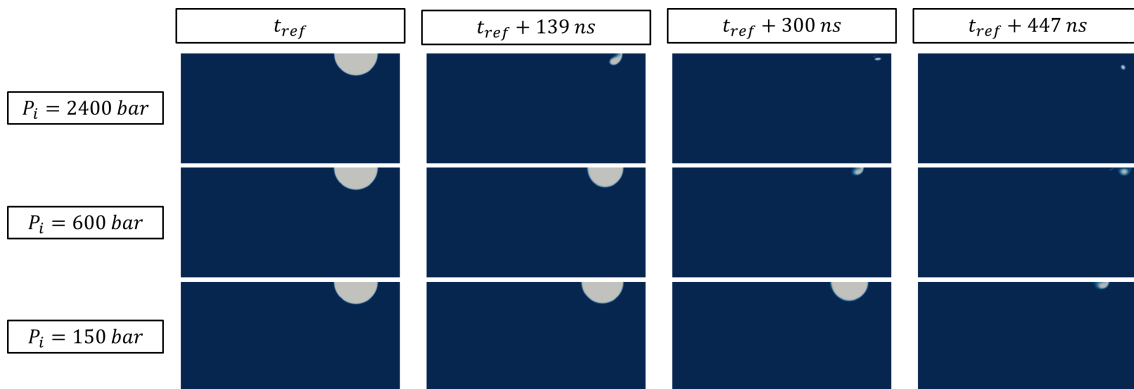


FIGURE 2.25 – Niveau d'implosion de la bulle en fonction de l'onde incidente.

Le temps t_{ref} correspond à l'instant auquel l'onde de choc incidente vient frapper la bulle. Plus la surpression entre l'onde incidente et la bulle est élevée, plus le temps d'implosion sera court. Lorsque l'onde arrive au contact de la bulle, elle va créer un déséquilibre de pression au niveau de l'interface entre le liquide et la bulle. La pression à l'extérieur de la bulle devient beaucoup plus forte que celle au sein de la bulle. La bulle est donc comprimée côté onde incidente (côté gauche de la bulle sur de domaine de calcul). Côté paroi (côté droit du domaine), la bulle ne subit pas de compression ou très peu de la part du liquide. Cette différence de compression entre les deux côtés de la bulle va directement influencer la vitesse du jet rentrant qui traverse la bulle et donc la vitesse à laquelle les deux interfaces vont entrer en contact. Le tableau 2.5 montre l'évolution du temps d'implosion en fonction de l'amplitude de l'onde incidente. Comme dans le paragraphe 2.3.1.3, celui-ci est défini entre l'instant où l'onde de choc incidente impacte la bulle et celui où les deux interfaces de la bulle entrent en contact.

Pression incidente	75 bar	150 bar	300 bar	600 bar	1200 bar	2400 bar
Temps d'implosion	957 ns	633 ns	430 ns	298 ns	206 ns	142 ns

TABLE 2.5 – Temps d'implosion en fonction de l'onde de choc incidente.

En interpolant la courbe de décroissance du temps d'implosion en fonction de la pression incidente, nous retrouvons une relation pour laquelle le temps d'implosion T_i varie linéairement en fonction de l'inverse de la racine carrée de la pression incidente P_i : $T_i = C * \sqrt{\frac{1}{P_i}}$, dans laquelle C est une constante. Cette relation peut être rapprochée du temps d'implosion théorique de Rayleigh $T_i = R_{max} * \sqrt{\frac{\rho}{P_i}}$ [32], où R_{max} correspond au rayon maximum atteint par la bulle avant d'imploser et ρ la masse volumique du liquide. Cette relation correspond au temps d'implosion d'une bulle réelle donc en trois dimensions soumise à une surpression uniforme autour de la bulle.

À présent, concentrons-nous sur l'évolution de la pression en paroi, en particulier au niveau du point d'impact PH. La figure 2.26 propose l'évolution temporelle de la pression au point d'impact pour cinq des six valeurs d'onde incidente présentées en début de paragraphe.

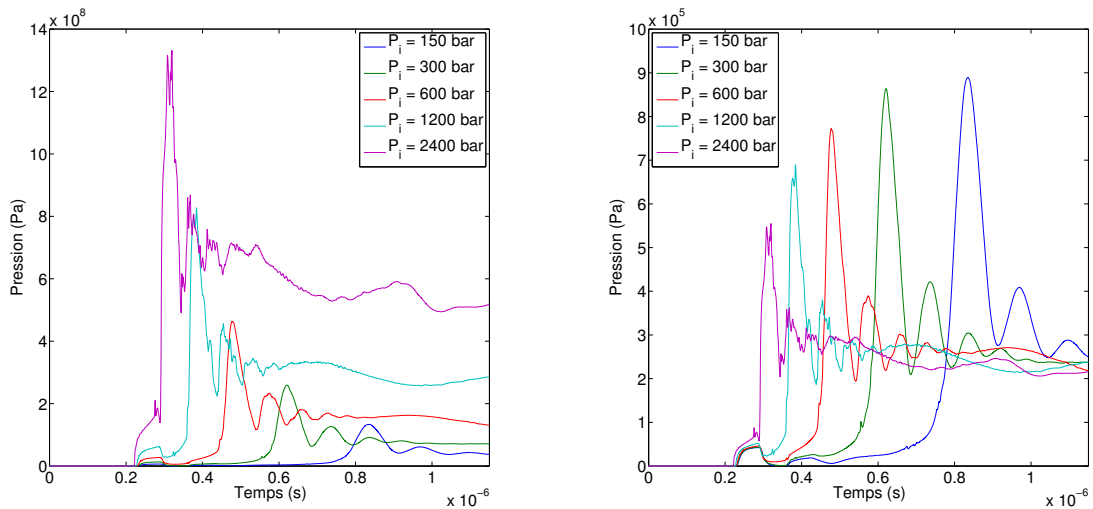


FIGURE 2.26 – Pression au point d'impact PH en fonction de l'onde incidente (gauche), pression au point d'impact PH normalisée par la pression de l'onde incidente (droite).

L'écart des temps d'implosion de bulle peut être estimé entre le contact entre l'onde incidente et la bulle, situé aux alentours des 200 ns, et le pic de pression issu de l'onde de choc. Plus l'amplitude de l'onde incidente est faible, plus le temps d'implosion est fort. L'amplitude du pic en paroi semble pilotée par l'amplitude de l'onde incidente. En effet, plus l'amplitude de l'onde incidente est élevée, plus la bulle implose vite.

Une bulle qui implosera plus vite générera une onde de choc à plus forte amplitude au moment du choc des interfaces. Nous noterons que pour une onde incidente inférieure à 1200 bar, nous n’observons plus qu’un seul pic de pression en paroi au moment de l’impact de l’onde de choc.

En normalisant la pression en paroi par la pression de l’onde incidente (figure 2.26, droite), chaque implosion semble avoir la même structure avec un premier pic principal issu du choc en paroi, puis une série de pics plus faibles pour évoluer vers un état stationnaire dans lequel la pression en paroi correspond au double de la pression de l’onde incidente. Cette dernière correspond à la pression de l’onde incidente et sa réflexion sur la paroi. En s’intéressant à l’amplitude du pic principal, nous pouvons tracer son évolution en fonction de l’amplitude de l’onde incidente, visible en figure 2.27.

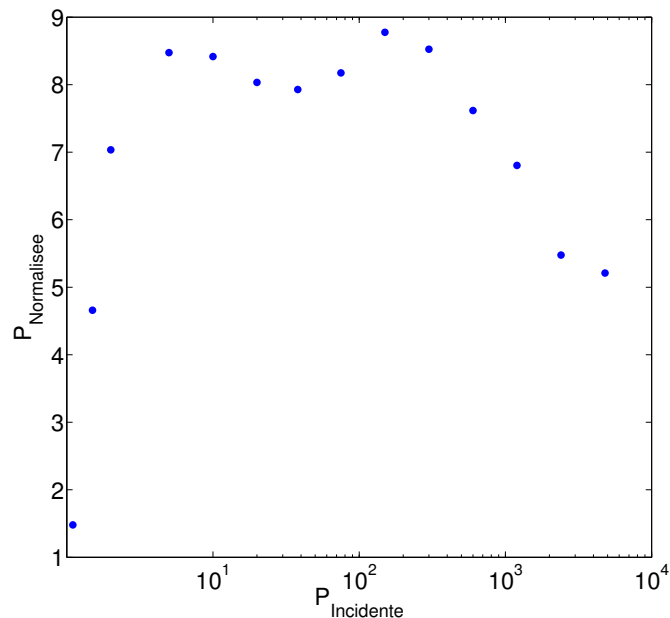


FIGURE 2.27 – Ratio $\frac{P_{impact}}{P_{incidente}}$ en fonction de la pression incidente.

Il apparaît que le ratio entre la pression d’impact et la pression incidente passe par un maximum obtenu pour une pression incidente aux alentours de 150 bar. C’est pour cette pression incidente que l’implosion est la plus violente avec une pression d’impact presque 9 fois supérieure à celle de l’onde incidente. Pour une onde incidente inférieure à 150 bar, ce rapport diminue jusqu’à tendre vers 1 qui correspond à l’absence de sollicitation de la bulle et donc la non-implosion de celle-ci. Pour des ondes supérieures à 150 bar, la surpression due à l’impact de la bulle décroît pour tendre vers une valeur asymptotique de 5 fois la pression de l’onde incidente. Ce dernier graphe nous permet d’avoir une idée plus précise de l’évolution

du chargement en paroi en fonction de l'onde incidente. Dans le paragraphe suivant, nous allons nous intéresser à un second paramètre influençant la pression en paroi : la distance de la bulle par rapport à la paroi.

2.3.2.2 Effet de distance à la paroi.

La distance adimensionnelle à la paroi aussi connue sous le nom de "Standoff-distance" est un paramètre permettant de comparer les effets de taille de bulle par rapport aux effets de distance en paroi. Il est défini par le rapport :

$$\gamma = \frac{L}{R} \quad (2.39)$$

où L correspond à la distance entre le centre de la bulle et la paroi et R correspond au rayon de la bulle.

Ainsi pour un $\gamma > 1$, la bulle ne sera pas en contact avec la paroi. Pour un $\gamma = 1$, l'interface de la bulle est tangente à la paroi. Pour un $\gamma < 1$, la bulle est en partie écrasée sur la paroi et la condition de paroi rigide accentue cet écrasement en paroi avant même l'implosion de la bulle. Cette écrasement de la bulle va modifier l'évolution de son implosion et proposera une signal de pression en paroi ne comprenant qu'un seul pic. Ces cas ne seront abordés qu'en deuxième partie du paragraphe.

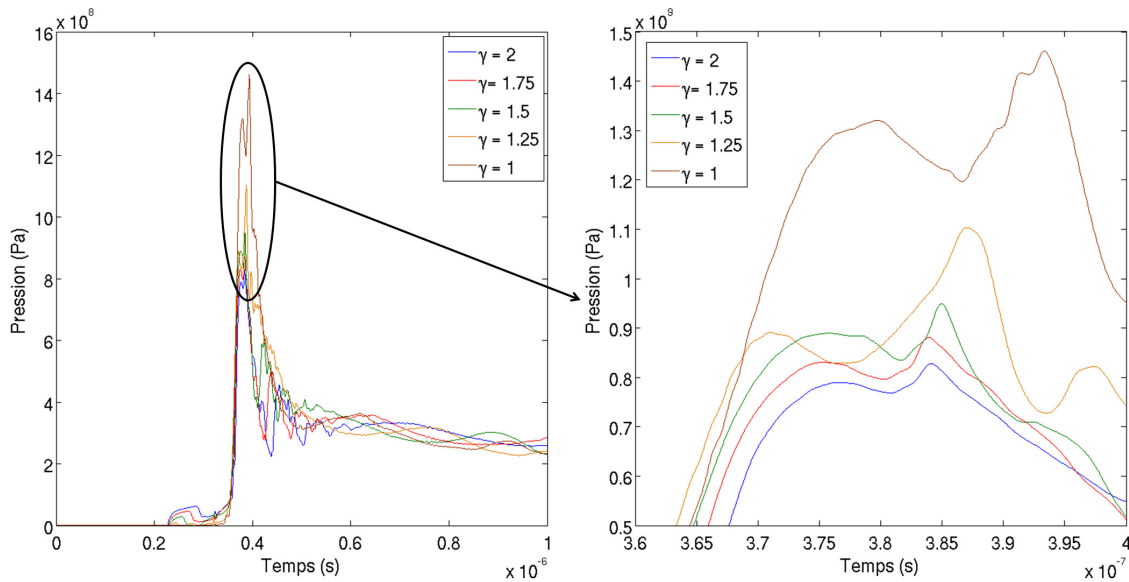


FIGURE 2.28 – Pression au point PH pour différentes valeurs de γ .

La figure 2.28 présente l'évolution de la pression en paroi au point d'impact PH (voir figure 2.18) pour $\gamma \geq 1$. L'amplitude du premier palier généré par le choc de l'onde incidente en paroi est directement lié à la position de la bulle par rapport à la paroi. Plus la bulle est proche de la paroi, plus elle aura un effet écran sur la propagation de l'onde incidente et plus l'amplitude du palier sera faible. Lorsque la bulle

est tangente à la paroi (cas $\gamma = 1$), l'onde incidente est totalement écrantée, et nous n'observons pas de surpression en paroi lors du passage de l'onde incidente. Ensuite, lorsque la bulle implose, elle génère une onde de choc qui engendre un double pic de pression en paroi. Le maximum de pression pour $\gamma = 1, 1.25, 1.5, 1.75$ et 2 est respectivement de 1467 MPa, 1103 MPa, 949 MPa, 880 MPa et 827 MPa. Le rapprochement de la bulle de la paroi va entraîner une hausse de la pression d'impact. Cette évolution croissante de la pression en paroi en fonction du rapprochement de la bulle de la paroi va être précisée par la figure 2.29 qui montre l'évolution du rapport entre la pression d'impact et la pression incidente en fonction de γ . Nous intégrons sur cette courbe les résultats obtenus pour $\gamma < 1$.

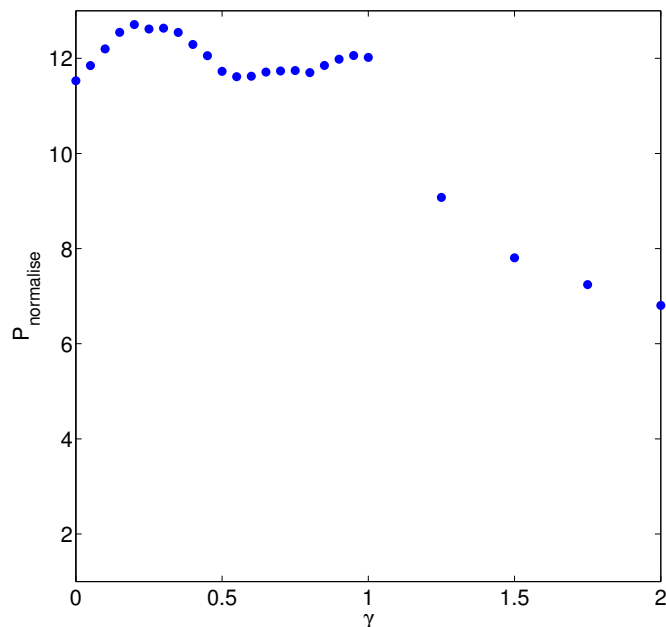


FIGURE 2.29 – Pression maximale en paroi à différents γ .

Sur cette figure, deux tendances différentes se présentent. Pour $\gamma < 1$, c'est à dire tant que la bulle est en contact avec la paroi, il semble que la pression d'impact reste autour d'un rapport entre 11.5 et 13 fois la pression de l'onde incidente. Le rapport maximal est atteint pour $\gamma = 0.2$ avec un rapport de 12.7 fois la pression de l'onde incidente. Ensuite, dès que la bulle n'est pas en contact avec la paroi, l'amplitude maximale du double pic de pression décroît en fonction de γ , suivant une allure en $\frac{1}{\gamma^{0.87}}$. Malgré la distinction nette entre bulle en contact et non en contact avec la paroi, il reste néanmoins complexe de définir un comportement général lors d'une implosion de bulle, notamment concernant les évolutions de pression en paroi en fonction de γ .

Les analyses présentées dans les paragraphes 2.5.1.1 et 2.5.1.2 permettent de mieux comprendre la dynamique de l'implosion de bulle en fonction de la sollicitation et sa position. Elles mériteraient d'être étendues à des simulations en trois dimensions (plus proches d'une bulle réelle) pour permettre des comparaisons expérimentales avec des implosion de bulles créées par focalisation d'un faisceau laser. Les différents cas présentés dans cette partie d'exploitation 2.3.2 du code de simulation fluide pourront fournir, à plus long terme, différents cas d'études pour des calculs couplés dans lesquels il sera possible de varier l'amplitude du chargement sur le solide en fonction de ce que nous voudrions étudier.

À présent, la suite de ce chapitre va s'articuler autour de l'intégration d'un maillage mobile et déformable. Ce maillage permettra d'adapter le domaine de calcul fluide à la déformation de la paroi solide.

2.4 Mobilité du maillage : méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian

Jusqu'à présent la totalité des modèles et des calculs présentés ont été réalisés avec un maillage cartésien fixe dans l'espace et dans le temps. Ce type de description du phénomène est donc une description qualifiée d'Eulérienne qui est utilisée en mécanique des fluides. Or nous souhaitons à présent travailler avec une paroi mobile, c'est à dire une frontière du domaine de calcul fluide qui n'est plus fixe dans l'espace et dans le temps. Le mouvement de la paroi sera défini à partir du mouvement des nœuds qui la compose. Ce type de description se rapproche d'une description Lagrangienne, couramment utilisée en mécanique des solides. Revenons sur le principe de ces deux méthodes, afin de trouver un compromis efficace pour l'introduction de la paroi mobile dans le code CFD.

2.4.1 Différents types de description du phénomène

2.4.1.1 Description Lagrangienne

Un solide est caractérisé par une relation linéaire entre les contraintes et la déformation du solide. Lorsque le solide est soumis à des sollicitations particulières (traction, compression, fissure ...), deux particules voisines s'éloigneront jusqu'à ce que l'état stationnaire soit atteint dans le solide. Une fois l'état stationnaire atteint, la distance entre les deux particules restera constante au cours du temps. Pour décrire ces mouvements, il sera plus judicieux d'observer le mouvement de la matière et donc des particules de matière par rapport à l'espace : c'est la description Lagrangienne.

2.4.1.2 Description Eulérienne

Un fluide est caractérisé par une relation linéaire entre les contraintes et le taux de déformations du fluide. Par exemple, dans un écoulement de Poiseuille, la distance entre deux particules voisines, et sur une même ligne de courant au départ, ne fera qu'augmenter tant que l'écoulement est en place. Sur un temps infini, cette distance entre les deux particules peut tendre vers l'infini. De plus, suivant la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent) le mouvement des particules sera peu ou plus complexe. Dans ce cas, il sera judicieux de se placer au niveau d'un point fixe dans l'espace (par exemple un nœud de maillage) et d'observer le mouvement des particules par rapport à ce point. Cette description de l'écoulement est dite Eulérienne.

Dans le cadre de la modélisation fluide-structure, il sera impossible de faire co-exister ces deux approches au niveau d'une interface entre le fluide et le solide mobile. En effet, ce sera impossible d'avoir un nœud de maillage en paroi qui appartient au fluide (description eulérienne : mécanique des fluides) et mobile (description lagrangienne : mécanique des solides). Afin d'apporter une solution à ce problème nous avons appliqué la méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) introduite en 1972 par Hirt et al. [25].

2.4.1.3 Description Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)

Le concept de la méthode ALE est un mélange des descriptions Eulérienne et Lagrangienne. En effet, le calcul de la vitesse des particules de fluide va être effectué à partir de points de référence (nœuds de maillage) différents des particules fluides (point de vue Eulérien). Cependant ces points seront eux aussi animés d'un mouvement par rapport à un repère fixe (à l'image du suivi de la matière par rapport à l'espace dans le point de vue Lagrangien). Ainsi pour un point de maillage appartenant à l'interface fluide-structure, le mouvement du fluide pourra être décrit par rapport à ce point, et dans le même temps se déplacer avec le solide.

Nous avons donc décidé d'adopter cette description dans le code de simulation fluide. Ainsi, les nœuds appartenant au maillage du code fluide pourront être animés d'un mouvement que nous définirons. Comme nous avons une paroi mobile, qui sera l'interface fluide-structure, son mouvement sera calculé par le code de mécanique des solides. Pour suivre la déformation du solide, suite à la pression à l'interface calculée par le code de mécanique des fluides, nous appliquerons ce mouvement aux nœuds du maillage en paroi du code fluide. Nous aurons ainsi au niveau de l'interface un déplacement coïncidant entre solide et fluide, c'est-à-dire qu'un nœud de l'interface

fluide et de l'interface solide sera confondu en début de calcul et le restera tout le long.

Ce choix de description pour le code fluide engendre un changement de référentiel, il va donc falloir adapter le système d'équations à un référentiel en mouvement par rapport au référentiel fixe mais aussi par rapport à la matière : le référentiel ALE. De plus, nous allons devoir introduire une nouvelle inconnue dans le code fluide, la vitesse de maillage associée à un nœud : $\hat{\mathbf{v}}$. Cette inconnue sera calculée à partir du mouvement de la paroi par le code de mécanique des solides CAST3M.

Nous allons à présent aborder la formulation de la méthode ALE à travers les changements de repère entre les référentiels Eulérien, Lagrangien et ALE. Nous verrons ensuite comment cette méthode va s'appliquer au système d'équations et aux méthodes de discrétisation numérique. Pour effectuer ces développements, nous nous sommes basés sur les travaux de Donea et al. [10].

2.4.2 Équations fondamentales de l'ALE

Nous avons donc les trois types de descriptions résumés sur le figure 2.30 :

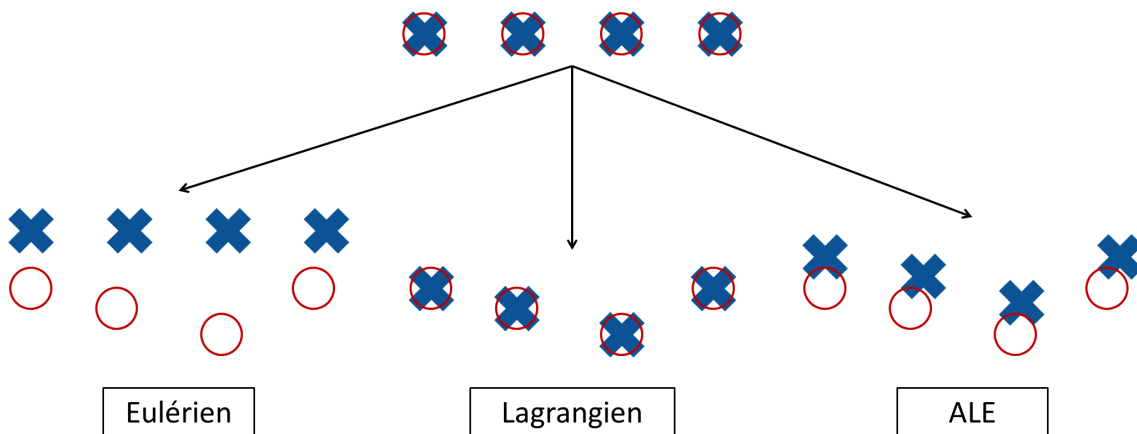


FIGURE 2.30 – Particule de fluide \circ , nœuds de maillage \times .

Dans le cas Eulérien, les particules bougent et le maillage est fixe ; en Lagrangien, les particules et le maillage ont le même mouvement ; en ALE, les particules et le maillage ont des mouvements indépendants. Chacune de ces descriptions est liée à un référentiel et à un système de coordonnées. La première étape va donc être de relier ces référentiels entre eux.

2.4.2.1 Changement de repère

Il est possible de passer d'un système de coordonnées à l'autre en utilisant des fonctions de changement de base. Les coordonnées temporelles restent identiques quel que soit le système. Les systèmes de coordonnées (x, t) , (X, t) et (χ, t) correspondent

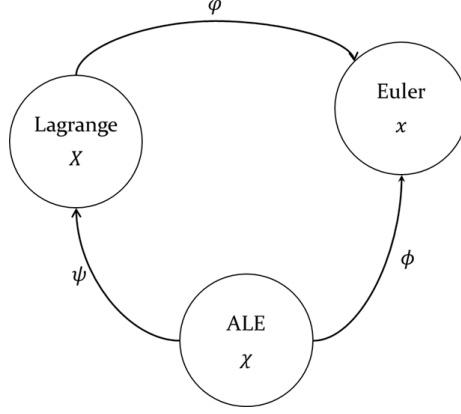


FIGURE 2.31 – Descriptions et leur repère associé, fonctions de changement de base [10].

respectivement aux repères Eulérien, Lagrangien et ALE. Chacune des fonctions φ , Φ et Ψ permet de relier une base avec une autre :

$$(X, t) \rightarrow \varphi(X, t) = (x, t) \quad \text{Lagrangien} \rightarrow \text{Eulérien} \quad (2.40a)$$

$$(\chi, t) \rightarrow \Phi(\chi, t) = (x, t) \quad \text{ALE} \rightarrow \text{Eulérien} \quad (2.40b)$$

$$(\chi, t) \rightarrow \Psi(\chi, t) = (X, t) \quad \text{ALE} \rightarrow \text{Lagrangien} \quad (2.40c)$$

Toutes ces fonctions sont reliées entre elles. En effet, nous pouvons passer directement du repère Lagrangien au repère Eulérien, mais nous pouvons aussi passer par une étape intermédiaire en passant du repère lagrangien au repère ALE, puis du repère ALE au repère eulérien :

$$\varphi = \Phi \circ \Psi^{-1} \quad (2.41)$$

$$\text{Lagrangien} \rightarrow \text{Eulérien} = \text{Lagrangien} \rightarrow \text{ALE} \rightarrow \text{Eulérien}$$

En calculant le gradient de cette égalité (2.41), il résulte :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial (X, t)}(X, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial (\chi, t)}(\chi, t) \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial (X, t)}(X, t) \quad (2.42)$$

L'écriture de cette équation (2.42) sous forme matricielle permet d'obtenir quatre équations dont trois ne présentant aucun intérêt. Nous nous attarderons sur la quatrième :

$$\left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_X = \left. \frac{\partial x}{\partial \chi} \right|_t \left. \frac{\partial \chi}{\partial t} \right|_X + \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_\chi \quad (2.43)$$

Cette équation permet de définir quatre termes qui relient, pour chacun d'eux, le mouvement d'une particule ou du maillage à un des trois référentiels :

- $\left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{X \text{ constant}} = v$: vitesse de la particule par rapport au référentiel fixe
- $\left. \frac{\partial \chi}{\partial t} \right|_{X \text{ constant}} = w$: vitesse de la particule par rapport au maillage mobile
- $\left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{\chi \text{ constant}} = \hat{v}$: vitesse du maillage par rapport au référentiel fixe
- $\left. \frac{\partial x}{\partial \chi} \right|_{t \text{ constant}}$: rotation et déformation du maillage ALE par rapport au référentiel fixe

Chacun des termes correspond au mouvement d'un référentiel par rapport à un autre. Nous pouvons donc réécrire l'équation (2.43) sous la forme :

$$v = \left. \frac{\partial x}{\partial \chi} \right|_t \cdot w + \hat{v} \quad (2.44)$$

C'est l'équation fondamentale de la cinématique en ALE, celle-ci fait apparaître la différence $v - \hat{v}$:

$$c = v - \hat{v} = \left. \frac{\partial x}{\partial \chi} \right|_t \cdot w \quad (2.45)$$

Cette quantité c correspond à la différence entre la vitesse de la particule et la vitesse du maillage ALE, toutes deux vues depuis le référentiel fixe. Elle se rapproche de w , qui définit le mouvement d'une particule dans le référentiel ALE. Cependant, c est définie par rapport au référentiel fixe. Par conséquent, c contient une information supplémentaire à w : le mouvement du maillage, qui sera essentielle dans la suite du développement.

2.4.2.2 Dérivée temporelle d'une quantité scalaire

A présent, nous connaissons les relations cinématiques dans le référentiel ALE. Nous allons maintenant chercher les relations temporelles entre ces différentes descriptions. Notons f_x , f_X et f_χ une quantité scalaire f décrite respectivement dans les référentiels Eulérien, Lagrangien et ALE. Ces quantités sont reliées entre elles par les fonctions de changements de base, par exemple entre ALE et Lagrangien nous aurons :

$$f_\chi(\chi, t) = f_\chi(\Psi^{-1}((X, t))) = f_\chi \circ \Psi^{-1}(X, t) \text{ donc } f_X = f_\chi \circ \Psi^{-1} \quad (2.46)$$

En calculant le gradient de la relation $f_X = f_x \circ \Psi^{-1}$, nous obtenons :

$$\frac{\partial f_X}{\partial(X,t)}(X,t) = \frac{\partial f_x}{\partial(\chi,t)}(\chi,t) \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial(X,t)}(X,t) \quad (2.47)$$

Après développement matriciel, nous obtenons :

$$\frac{\partial f_X}{\partial t} \Big|_X = \frac{\partial f_x}{\partial t} \Big|_\chi + \frac{\partial f_x}{\partial \chi} \Big|_t \cdot w \quad (2.48)$$

Cette équation permet de relier directement dérivée temporelle Lagrangienne et dérivée temporelle ALE. Cependant en utilisant l'équation (2.45), issue de la relation de la cinématique en ALE (2.44), nous avons :

$$\frac{\partial f_x}{\partial \chi} \Big|_t \cdot w = \frac{\partial f_x}{\partial \chi} \Big|_t \frac{\partial \chi}{\partial x} \Big|_t \cdot c = \frac{\partial f_x}{\partial x} \Big|_t \cdot c \quad (2.49)$$

En remplaçant cette égalité dans (2.48), il résulte :

$$\boxed{\frac{\partial f_X}{\partial t} \Big|_X = \frac{\partial f_x}{\partial t} \Big|_\chi + \frac{\partial f_x}{\partial x} \Big|_t \cdot c} \quad (2.50)$$

Nous obtenons l'équation fondamentale de l'ALE. Celle-ci relie entre elles la dérivée temporelle Lagrangienne : $\frac{\partial f_X}{\partial t} \Big|_X$; la dérivée temporelle ALE : $\frac{\partial f_x}{\partial t} \Big|_\chi$; et l'advection Eulérienne de la quantité f : $\frac{\partial f_x}{\partial x} \Big|_t \cdot c$. Elle rassemble donc toutes les descriptions en une seule équation. En appliquant cette relation aux équations intégrales du système présenté dans le paragraphe 2.2.1, nous pourrions redéfinir ce système pour un volume de contrôle mobile. Cependant, afin de mieux comprendre la suite du développement, revenons sur le bilan de la quantité scalaire f dans un volume mobile.

2.4.2.3 Transport dans un volume mobile

Notons $V(t)$ le volume au temps t et $V(t + \Delta t)$ sa nouvelle position et taille au temps $t + \Delta t$. Sur la figure 2.32, nous remarquons que $V(t + \Delta t)$ et $V(t)$ sont reliés par $V(t + \Delta t) = V(t) + V_2(\Delta t) - V_1(\Delta t)$. $V_2(\Delta t)$ correspond au volume ajouté à V et $V_1(\Delta t)$ au volume retiré. $S_2(t)$ correspond au contour de $V(t)$ appartenant aussi à $V(t + \Delta t)$ tandis que $S_1(t)$ correspond au reste du contour de $V(t)$. En complément, \vec{v}_V correspond au mouvement du centre de gravité du volume pendant Δt .

Étudions à présent, l'évolution de la quantité scalaire f dans ce volume mobile :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x,t) dV &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V(t+\Delta t)} f(x,t+\Delta t) dV - \int_{V(t)} f(x,t) dV \right] \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V(t)} f(x,t+\Delta t) dV + \int_{V_2(\Delta t)} f(x,t+\Delta t) dV \right. \\ &\quad \left. - \int_{V_1(\Delta t)} f(x,t+\Delta t) dV - \int_{V(t)} f(x,t) dV \right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

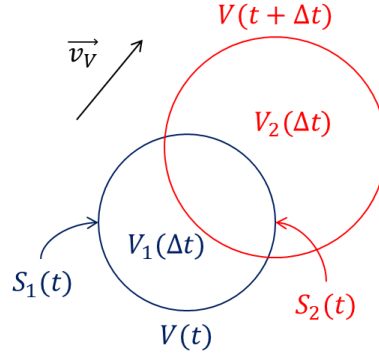


FIGURE 2.32 – Évolution temporelle d'un volume mobile [23].

Et d'après la définition d'une dérivée partielle :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x, t) dV = \int_{V(t)} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} dV + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V_2(\Delta t)} f(x, t + \Delta t) dV - \int_{V_1(\Delta t)} f(x, t + \Delta t) dV \right] \quad (2.52)$$

Nous obtenons la dérivée temporelle du scalaire f en $\frac{\partial f(x, t)}{\partial t}$ que nous retrouvons pour la masse volumique, la quantité de mouvement et de l'énergie dans les équations de Navier-Stokes. Il faut à présent déterminer la deuxième partie de l'équation : $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [\int_{V_2(\Delta t)} f(x, t + \Delta t) dV - \int_{V_1(\Delta t)} f(x, t + \Delta t) dV]$.

Le volume V_2 correspond au volume ajouté, il correspond donc au volume balayé par l'interface commun à $V(t)$ et $V(t + \Delta t)$, c'est à dire S_2 , sur un intervalle de temps Δt . Il va donc être défini par $V_2 = S_2(t)(\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n})\Delta t$. Si nous nous intéressons à une portion de ce volume dV , nous aurons le volume balayé par une partie de l'interface dS , comme nous le voyons en figure 2.33.

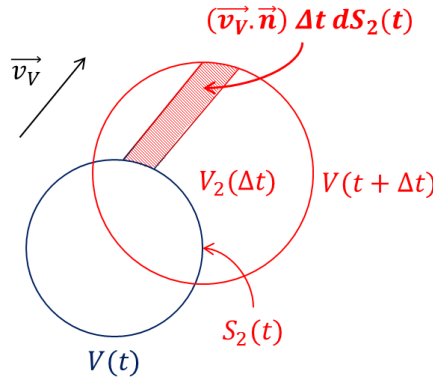


FIGURE 2.33 – Évolution temporelle d'un volume mobile [23].

Par conséquent, nous aurons ici $dV = dS(\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n})\Delta t$. Ainsi :

$$\int_{V_2(\Delta t)} f(x, t + \Delta t) dV = \int_{S_2} f(x, t + \Delta t) \Delta t (\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n}) dS \quad (2.53)$$

Le volume V_1 sera lui défini comme $V_1 = S_1(t)(\mathbf{v}_v \cdot -\mathbf{n})\Delta t$. Le vecteur (\mathbf{n}) est une normale sortante de sens contraire à \mathbf{v}_v , nous utiliserons $(-\mathbf{n})$ afin de préserver un volume V_1 positif. Nous aurons ici $dV = -dS(\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n})\Delta t$.

$$\int_{V_1(\Delta t)} f(x, t + \Delta t)dV = - \int_{S_1} f(x, t + \Delta t)\Delta t(\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n})dS \quad (2.54)$$

En remplaçant ces équations (2.53) et (2.54) dans l'équation (2.52) de bilan de f :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x, t)dV = \int_V (t) \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} dV + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\int_{S_2+S_1} f(x, t + \Delta t)(\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n})dS \right] \quad (2.55)$$

Et comme $S_1(t)+S_2(t) = S(t)$ correspond au contour du volume $V(t)$, nous obtenons finalement :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x, t)dV = \int_{V(t)} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} dV + \int_{S(t)} f(x, t)(\mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n})dS \quad (2.56)$$

Cette équation est valable quel que soit le type de description. En appliquant ce bilan pour une quantité définie dans le repère Lagrangien, le volume de contrôle est le volume de particules qui sont contenues par ce volume. Il se déplace à la même vitesse que le fluide $\mathbf{v}_v = \mathbf{v}_f$, et le volume $V(t)$ n'est plus constant.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t)dV = \int_{V(t)} \frac{\partial f_X(x, t)}{\partial t} dV + \int_{S(t)} f_X(x, t)(\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n})dS \quad (2.57)$$

Par contre pour une quantité décrite en ALE, le volume de contrôle correspond à une cellule de maillage. Il se déplacera à la même vitesse que le maillage $\mathbf{v} = \hat{\mathbf{v}}$, et son volume $V(t)$ est susceptible d'augmenter.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t)dV = \int_{V(t)} \frac{\partial f_X(x, t)}{\partial t} dV + \int_{S(t)} f_X(x, t)(\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n})dS \quad (2.58)$$

Cette dernière équation 2.58 permet de relier la dérivée temporelle dans le repère ALE avec la même dérivée temporelle dans le repère Eulérien.

2.4.3 Transition entre description Eulérienne et description ALE

Dans le paragraphe 2.4.2, nous avons défini les équations fondamentales de l'ALE (2.44) et (2.50) ainsi que le transport d'un scalaire dans un volume mobile quel que soit la description (2.57) et (2.58).

En réarrangeant ces deux dernières équations :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t)dV - \int_{S(t)} f_X(x, t)\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}dS = \int_{V(t)} \frac{\partial f_X(x, t)}{\partial t} dV \quad (2.59a)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t)dV - \int_{S(t)} f_X(x, t)\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}dS = \int_{V(t)} \frac{\partial f_X(x, t)}{\partial t} dV \quad (2.59b)$$

Et en faisant l'égalité des termes de droite, nous avons :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t) dV - \int_{S(t)} f_x(x, t) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t) dV - \int_{S(t)} f_x(x, t) \hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.60)$$

Enfin en regroupant les termes associés à chaque description, nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t) dV = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} f_X(x, t) dV + \int_{S(t)} f_x(x, t) (\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.61)$$

Nous obtenons ainsi une formulation intégrale de la relation (2.50). Comme nous travaillons sur un système d'équations intégrales, cette formulation sera plus facile à appliquer pour obtenir le système d'équations en description ALE.

2.4.3.1 Écriture du système d'équations en description ALE

Nous allons à présent appliquer la relation (2.61) aux équations temporelles du système présenté en partie 2.2.1.

- Conservation de la masse, ici $\frac{d}{dt} \Big|_X \int_{V(t)} \rho dV = 0$ donc :

$$\frac{d}{dt} \Big|_X \int_{V(t)} \rho dV + \int_{S(t)} \rho ((\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.62)$$

- Conservation de la quantité de mouvement, ici $\frac{d}{dt} \Big|_X \int_{V(t)} \rho \mathbf{v} dV = - \int_{S(t)} P \mathbf{n} dS$ donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big|_X \int_{V(t)} \rho \mathbf{v} dV + \int_{S(t)} \rho \mathbf{v} ((\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S(t)} P \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.63)$$

- Conservation de l'énergie, ici $\frac{d}{dt} \Big|_X \int_{V(t)} E dV = - \int_{S(t)} P (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS - \int_{S(t)} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) dS$ donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big|_X \int_{V(t)} E dV + \int_{S(t)} E ((\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S(t)} P (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S(t)} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.64)$$

- Conservation de la fraction massique, ici $\frac{d}{dt} \Big|_X \int_{V(t)} \rho z dV = 0$ donc :

$$\frac{d}{dt} \Big|_X \int_{V(t)} \rho z dV + \int_{S(t)} \rho z ((\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.65)$$

Entre le système présenté dans le paragraphe 2.2.1, et celui-ci, il n'y a qu'une simple modification notable : la quantité dont nous cherchons l'évolution temporelle n'est plus transportée par la vitesse du fluide \mathbf{v} , mais par la vitesse du fluide relative à

celle du maillage $(\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}})$. D'autre part les équations (2.5), (2.8) et (2.9) qui fermaient le système n'avaient aucun terme de transport, elles ne sont donc pas influencées par le changement de référentiel. Nous avons aussi appliqué une modification identique à l'équation de conservation utilisée pour les variables $\frac{1}{\gamma-1}$, $\frac{\gamma B}{\gamma-1}$, ρe_0 et $\frac{B}{\gamma-1}$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} f dV + \int_{S(t)} f((\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (2.66)$$

Nous rappelons que ces équations permettent une meilleure stabilité du code [1].

Nous avons à présent les équations (2.62), (2.63), (2.64), (2.65), (2.5), (2.8) et (2.9) qui décrivent notre mélange diphasique dans une description ALE. Le champ $\hat{\mathbf{v}}$ est une inconnue qui devra être renseignée par l'utilisateur. Nous remarquerons que si $\hat{\mathbf{v}} = v$, la description ALE se confond avec la description Lagrangienne et lorsque $\hat{\mathbf{v}} = 0$, la description ALE se confond avec la description Eulérienne. À présent, abordons les modifications induites par la description ALE dans les méthodes de discrétisation numériques.

2.4.3.2 Résolution temporelle en ALE : méthode de Runge-Kutta

La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 présentée dans la partie 2.2.3.1 s'écrit sous la forme :

$$f^{(t+\frac{\Delta t}{4})} = f(t) - \frac{\Delta t}{4V} F(f(t)) \quad (2.67a)$$

$$f^{(t+\frac{\Delta t}{3})} = f(t) - \frac{\Delta t}{3V} F(f(t)^{(t+\frac{\Delta t}{4})}) \quad (2.67b)$$

$$f^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = f(t) - \frac{\Delta t}{2V} F(f(t)^{(t+\frac{\Delta t}{3})}) \quad (2.67c)$$

$$f(t + \Delta t) = f(t) - \frac{\Delta t}{V} F(f(t)^{(t+\frac{\Delta t}{2})}) \quad (2.67d)$$

L'indice $(t+\frac{\Delta t}{4})$ signifie dans cet exemple : "évalué à $(t + \frac{\Delta t}{4})$ ". Dans chacune des quatre étapes une simplification avait été faite en divisant par le volume de la maille, qui était constant au cours du temps. Dans la description ALE, ce volume ne sera plus constant, la simplification ne sera plus possible. Nous considérerons dans la suite une évolution linéaire du volume de la maille sur l'ensemble du pas de temps Δt . Par exemple, à $(t + \frac{\Delta t}{4})$, le volume de la maille vaudra $V(t + \frac{\Delta t}{4}) = V(t) + \frac{V(t+\Delta t) - V(t)}{4}$.

Ainsi la méthode de Runge-Kutta s'écrira dorénavant :

$$(fV)^{(t+\frac{\Delta t}{4})} = (fV)(t) - \frac{\Delta t}{4} F(f) \quad (2.68a)$$

$$(fV)^{(t+\frac{\Delta t}{3})} = (fV)(t) - \frac{\Delta t}{3} F(f)^{(t+\frac{\Delta t}{4})} \quad (2.68b)$$

$$(fV)^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = (fV)(t) - \frac{\Delta t}{2} F(f)^{(t+\frac{\Delta t}{3})} \quad (2.68c)$$

$$(fV)^{(t+\Delta t)} = (fV)(t) - \Delta t F(f)^{(t+\frac{\Delta t}{2})} \quad (2.68d)$$

À présent, intéressons-nous aux méthodes de discrétisation spatiale permettant d'explicitier le terme de flux $F(f)$.

2.4.3.3 Résolution spatiale en ALE : méthode WENO et solveur HLLC de Riemann

L'interpolation WENO s'effectuant à un temps donné, à une position donnée, elle n'est donc pas affectée par le mouvement du maillage. Par contre le solveur de Riemann HLLC permet de calculer les flux traversant chacun des interfaces durant un pas de temps. Contrairement à ce que nous avons décrit dans la partie 2.2.3.2, ces interfaces ne seront plus fixes dans l'espace mais mobiles. Il faudra donc tenir compte de ce mouvement dans le calcul de la vitesse des deux perturbations se propageant de chaque côté de l'interface et laissant place à l'état stationnaire (voir paragraphe 2.2.3.2) à partir duquel nous calculons le flux $F(f)$ (figure 2.11).

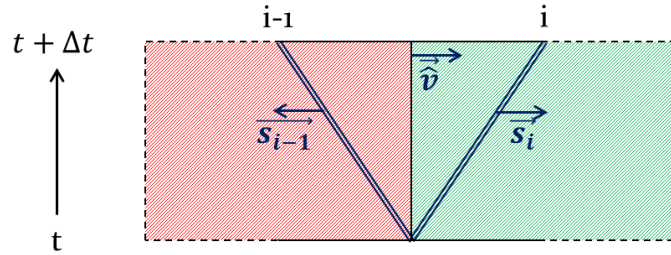


FIGURE 2.34 – Vitesse d'ondes c et vitesse d'interface \hat{v} .

À partir des vitesses de propagation des perturbations proposées par Davis [8], nous définissons dorénavant les vitesses de propagation des perturbations par rapport à l'interface mobile. Nous rappelons que v correspond à la vitesse du fluide, c à la vitesse du son dans le fluide et \hat{v} à la vitesse de l'interface.

$$s_{i-1} = \max((v_{i-1} + c_{i-1} - \hat{v}), (v_i + c_i - \hat{v})) \quad (2.69a)$$

$$s_i = \max((v_{i-1} - c_{i-1} - \hat{v}), (v_i - c_i - \hat{v})) \quad (2.69b)$$

Notons que si la perturbation se propage dans la même direction que le mouvement

de l'interface, elle s'éloignera moins vite de l'interface que la perturbation se propageant dans la direction opposée.

Nous avons vu comment la description ALE engendre des modifications sur les méthodes de discrétisation temporelle et spatiale, nous pouvons aborder le dernier point : les conditions aux limites du domaine de calcul.

2.4.3.4 Conditions aux limites en ALE

Dans le paragraphe 2.2.3.2, nous avons abordé trois types de conditions limites : la condition de gradient nul, de symétrie et de paroi rigide. Les deux premières ne seront pas influencées par la description ALE tandis que la troisième est directement impactée par l'ALE. En effet, l'objectif de l'ALE est de pouvoir générer un mouvement de la paroi lors de l'interaction avec un code de mécanique des solides. Cette transition entre paroi rigide et paroi mobile est la raison principale de la réécriture du code en description ALE. À l'origine, les équations (2.37a),(2.37b) et (2.37c) permettaient d'avoir une vitesse nulle en paroi tout en n'influençant pas le calcul des autres champs. À présent, nous souhaitons conserver l'adhérence en paroi mais pour une paroi se déplaçant à la vitesse $\hat{v} = \begin{pmatrix} \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{pmatrix}$. Nous avons donc modifié les équations de la paroi rigide de façon à faire intervenir le mouvement de la paroi dans les cellules fantômes (voir figure 2.13). L'indice i correspond à la maille en limite de domaine de calcul, k est réel valant 0, 1 ou 2.

$$v_{x_{i+1+k}} = -v_{x_i} + 2\hat{v}_x \quad (2.70a)$$

$$v_{y_{i+1+k}} = -v_{y_i} + 2\hat{v}_y \quad (2.70b)$$

$$f_{i+1+k} = f_i \quad (2.70c)$$

v_x et v_y représente les composantes de vitesse et f représente tout autre quantité scalaire. Ainsi, en calculant la valeur des champs en paroi (à partir de la moyenne des champs de la dernière cellule avant la paroi et de la première cellule fantôme), nous obtenons : $v_x = \hat{v}_x$, $v_y = \hat{v}_y$, $f = f_i$. Le fluide se déplace à la même vitesse que la paroi, la condition d'adhérence est donc bien respectée.

Toutes les modifications liées à la description ALE, dans le système d'équations du mélange diphasique et dans les méthodes numériques, ont été introduites. À présent, nous allons vérifier leur bon fonctionnement à travers différents cas de validation.

2.5 Validation de l'implémentation de la description ALE dans le code.

La mise en mouvement du maillage demande de vérifier deux aspects, un aspect numérique et un aspect physique. Dans un premier temps, il s'agira de s'assurer que le mouvement du maillage n'augmente pas la diffusion de l'interface de la bulle dans le fluide au repos. Cette invariance des résultats par translation du maillage au niveau de l'interface air-bulle, dans le cas du fluide au repos, permettra de vérifier le bon transfert des quantités physiques entre chaque maille pour un mouvement lié uniquement au maillage. Dans un second temps, il s'agira de vérifier le bon comportement physique de l'implémentation en ALE. Pour cela nous nous limiterons au cas 1D d'une onde de choc impactant sur une paroi déformable. Il est possible à partir des conditions de choc proposées (Annexe A) de déterminer la pression du fluide après la réflexion de l'onde en fonction du mouvement de l'interface. La validation de ces deux aspects permettra de valider complètement l'implémentation de l'ALE dans l'optique du couplage avec le code solide.

2.5.1 Invariance par translation du maillage.

Dans cette section nous allons chercher à vérifier qu'un mouvement du maillage sera sans influence sur la bulle. Pour cela, nous allons étudier le comportement de la bulle dans un milieu non confiné (sans paroi). En effet le maintien de la paroi mobile dans un fluide au repos générerait une dépression entre la paroi et la bulle. Cette dépression changerait la dynamique de la bulle, ce qui ne nous intéresse pas pour notre test. Dans la suite, nous allons appliquer différentes conditions de vitesse sur les bords droit et gauche du domaine de calcul. Dans chacun des cas nous commencerons par une analyse globale de la position de la bulle dans le domaine de calcul, puis nous nous intéresserons de plus près à la définition exacte de l'interface de la bulle en observant l'évolution du taux de vide le long de l'axe de symétrie.

2.5.1.1 Vitesse de maillage uniforme dans le domaine.

Dans ce paragraphe (2.5.1.1) et les suivants (2.5.1.2 et 2.5.1.3), le maillage est uniforme dans tout le domaine de calcul, ceci afin d'éviter que la bulle ne soit déplacée dans la zone grossière du maillage. Dans les calculs couplés, ceci ne peut pas arriver car le mouvement du maillage n'est pas assez grand pour que la bulle se déplace dans la zone grossière du maillage (voir les simulations couplés du chapitre 4). Nous avons testé des vitesses de maillage de $400m.s^{-1}$, $40m.s^{-1}$ et $4m.s^{-1}$. Ces vitesses de maillage ont été maintenues jusqu'à ce que le bord gauche du domaine se rapproche à

un rayon de bulle de l'interface de la bulle soit 0.05 mm . Pour le cas 400 m.s^{-1} , ceci correspond à un temps physique de simulation de 748 ns . Afin d'éviter de comparer des résultats avec différents niveaux de diffusion numérique de l'interface air-eau, nous avons simulé les cas 40 m.s^{-1} et 4 m.s^{-1} pour un même temps physique. La figure 2.35 permet de visualiser la position de la bulle en début puis en fin de calcul pour les trois vitesses de maillages.

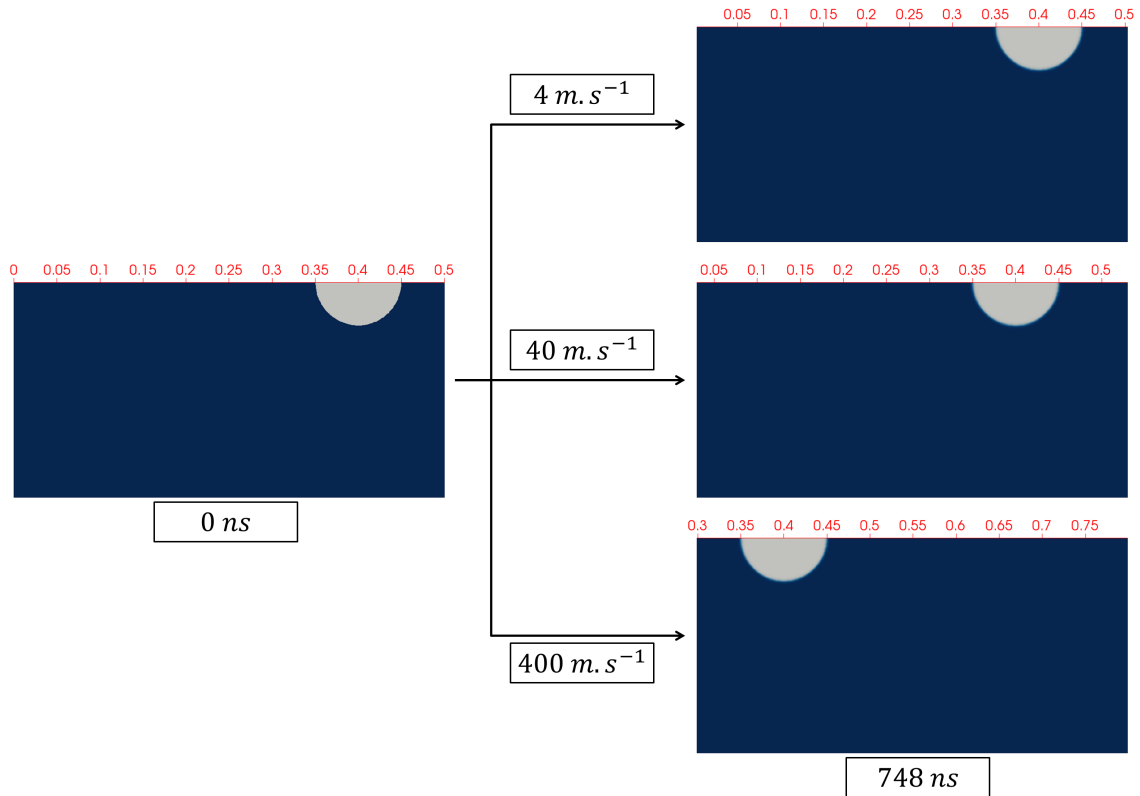


FIGURE 2.35 – Visualisation de la bulle d'air après déplacement du maillage (position de la bulle en mm).

Dans chacun des trois cas, nous conservons une bulle de forme circulaire. Cette bulle est toujours centrée au même point qu'en début de calcul avec un centre situé sur l'axe de symétrie à une abscisse de 0.4 mm . Sur la figure 2.35, le diamètre de chaque bulle est toujours de 0.1 mm , la diffusion de la bulle reste donc limitée. L'observation du taux de vide le long de l'axe de symétrie à $t = 748 \text{ ns}$, en figure 2.36, va permettre d'évaluer plus finement la diffusion de l'interface liée au mouvement du maillage.

À $t = 748 \text{ ns}$, les courbes correspondant aux trois vitesses de maillages se confondent sur la figure. Le déplacement du maillage n'a donc pas d'effet sur la position de la bulle. En tenant compte de la diffusion de l'interface, nous pouvons considérer que les interfaces de la bulle sont situées lorsque que $\alpha = 0.5$. Pour chacune des trois vitesses de maillage, la distance entre les deux interfaces, qui correspond au diamètre de la bulle reste stable à 0.1 mm . De plus nous n'observons aucune différence

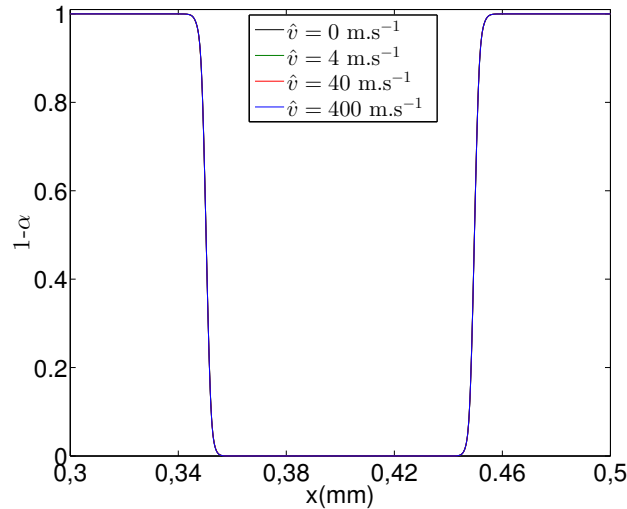


FIGURE 2.36 – Taux de vide (α) au niveau de la bulle le long de l'axe de symétrie à $t = 748ns$ pour différentes vitesses de maillage.

avec le cas du maillage statique ($\hat{v} = 0$). Il n'y a donc aucun effet de diffusion des interfaces de la bulle lié au mouvement du maillage. Nous pouvons donc considérer qu'un mouvement uniforme du maillage n'aura aucun effet sur le comportement de la bulle.

2.5.1.2 Vitesse de maillage avec un gradient uniforme dans une direction.

À présent, nous ne considérons plus une vitesse uniforme dans tout le domaine de calcul mais uniquement au niveau de la futur interface fluide-structure (bord droit du domaine) noté IFS dans la suite du chapitre. Le bord gauche du domaine sera considéré comme fixe. La vitesse du maillage évoluera de manière linéaire par rapport à la coordonnée spatiale x , entre chacun des deux bords du domaine, de façon à avoir la vitesse de maillage maximum sur l'IFS et une vitesse nulle sur le bord gauche du domaine.

$$v_{noeud} = \frac{x_{noeud}}{x_{lim} - x_0} v_{lim} \quad (2.71)$$

x_{lim} et v_{lim} correspondent à l'abscisse et à la vitesse d'un nœud de l'IFS. Nous testerons aussi des vitesses du maillage au niveau de l'IFS de $400m.s^{-1}$, $40m.s^{-1}$ et $4m.s^{-1}$. Comme dans le paragraphe précédent, nous étudierons l'évolution de l'interface de la bulle sur une durée de $748ns$. La figure 2.37 permet de visualiser la position de la bulle en début puis en fin de calcul pour les trois vitesses de maillage.

De nouveau, nous conservons une bulle circulaire centrée à une abscisse de $0.4mm$. Cependant, nous remarquons qu'en fin de calcul la taille du domaine n'est pas la

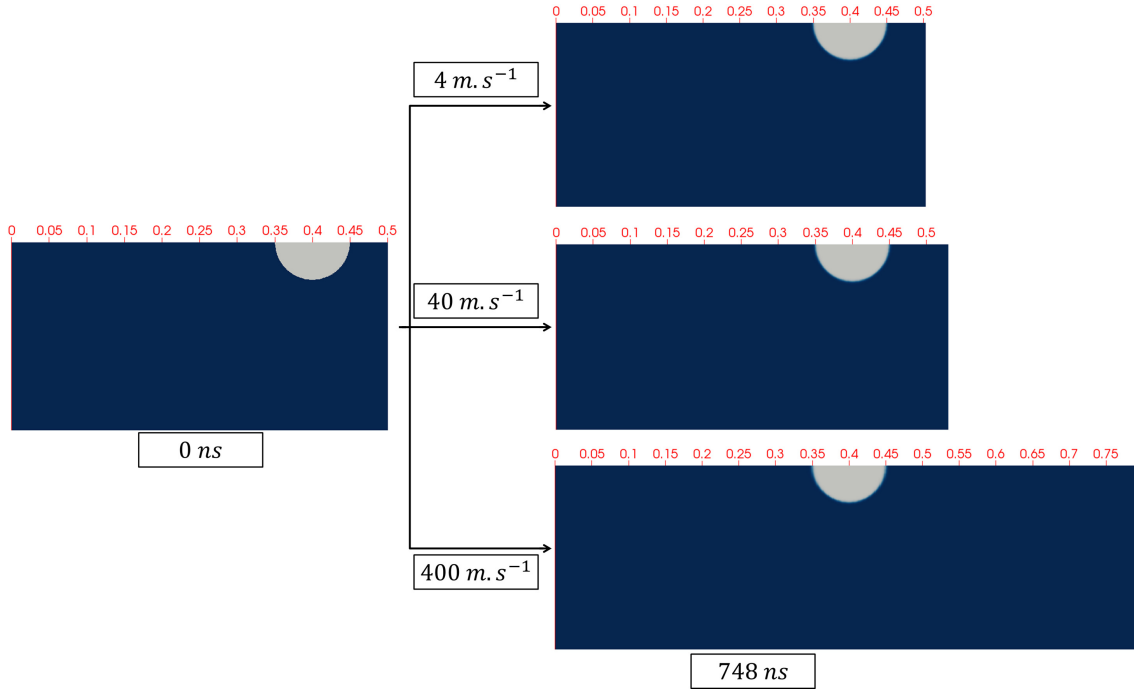


FIGURE 2.37 – Visualisation de la bulle d'air après déplacement du maillage.

même suivant le cas de calcul. En effet, il a augmenté de 60% pour la vitesse de maillage de $400m.s^{-1}$, de 6% pour la vitesse de $40m.s^{-1}$ et de 0.6% pour la vitesse de $4m.s^{-1}$. Par contre, pour chaque vitesse respectives, toutes les mailles augmenteront de la même taille. En effet, à même ordonnée, l'écart entre deux nœuds $x_{noeud_{i+1}} - x_{noeud_i}$ sur un temps dt vaut :

$$(x_{noeud_{i+1}} - x_{noeud_i})^{(t+dt)} - (x_{noeud_{i+1}} - x_{noeud_i})^{(t)} = \frac{1}{Nb_{maille}} v_{IFS} dt \quad (2.72)$$

L'augmentation de la distance entre deux nœuds voisins à même ordonnée est donc indépendante de la position des nœuds dans le maillage. Le tableau 2.6 présente à l'issue du calcul, l'augmentation de la distance inter-nœuds et l'augmentation du volume de chaque maille pour chaque vitesse de maillage.

$V_{maillage}$	4 m.s ⁻¹	40 m.s ⁻¹	400 m.s ⁻¹
Augmentation distance inter-nœuds	5.84 nm	58.41nm	584.07nm
Augmentation volume maille	0.6%	6%	60%

TABLE 2.6 – Évolution du maillage

Comme attendu, chaque maille s'étant allongée de manière uniforme, nous retrouvons bien les 60% d'augmentation à $400m.s^{-1}$, 6% d'augmentation à $40m.s^{-1}$ et 0.6% d'augmentation à $4m.s^{-1}$. Ces chiffres sont indicatifs du grossissement du maillage suivant le gradient de vitesse de maillage entre les deux bords (gauche et droit) du

domaine de calcul. En fonction des pics de vitesses de l'interface fluide-structure observés dans le calcul de déformation du solide du chapitre 3, nous pourrions estimer la déformation du maillage du code fluide.

À présent, intéressons-nous à l'influence de ce grossissement du maillage sur la position des interfaces de la bulle et donc le rayon de la bulle. De nouveau, nous observons l'évolution du taux de vide le long de l'axe de symétrie à $t = 748ns$, en figure 2.38.

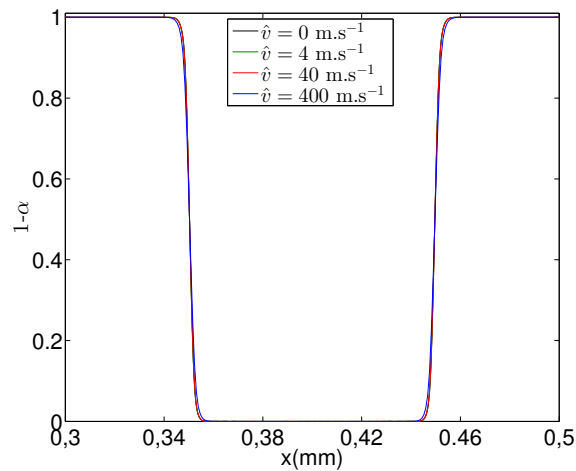


FIGURE 2.38 – Taux de vide (α) au niveau de la bulle le long de l'axe de symétrie à $t = 748ns$ pour différentes vitesses de maillage en limite du domaine.

De nouveau, à $t = 748ns$, les courbes qui correspondent aux trois vitesses du maillage se confondent. Le déplacement du maillage et l'augmentation relative des tailles de maille n'influencent pas le comportement de la bulle. De même, en observant les limites des interfaces de la bulle, définies pour $\alpha = 0.5$, nous retrouvons bien un rayon de bulle $0.05mm$ comme dans la situation initiale. En comparant avec le cas du maillage statique ($\hat{v} = 0$), aucune différence de diffusion supplémentaire des interfaces de la bulle n'est constatée. Nous venons donc de voir qu'un mouvement de maillage possédant un gradient constant dans une direction de l'espace n'influence donc pas le comportement de la bulle.

2.5.1.3 Vitesse de maillage avec un gradient uniforme dans chaque direction.

Enfin dans ce dernier cas de validation du mouvement du maillage, nous avons un mouvement de l'IFS qui ne sera plus uniforme, mais qui variera linéairement entre $4m.s^{-1}$ et $40m.s^{-1}$ suivant la position. Ce test permettra de voir l'influence des effets de déformation par cisaillement du maillage. Dans le cas d'implosion d'une bulle,

la pression la plus élevée s'exerce au niveau de la zone d'impact (en haut de l'IFS). C'est donc à cet endroit que nous appliquons le maximum de vitesse de $40m.s^{-1}$. La vitesse décroît linéairement, le long de l'IFS, en s'éloignant de la zone d'impact pour atteindre le minimum de $4m.s^{-1}$, sur le bord de domaine opposé à la zone d'impact. Nous conservons la même répartition des vitesses de maillage à même ordonnée que dans le paragraphe précédent. Nous simulons un temps physique de $748ns$. Dans un premier temps, nous observons sur la figure 2.39 le comportement de la bulle en début et en fin de calcul.

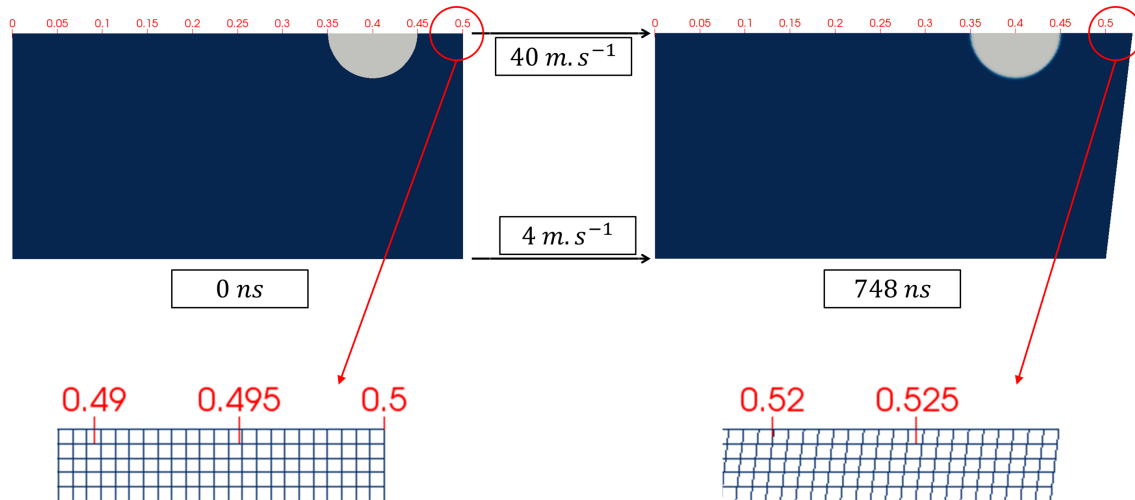


FIGURE 2.39 – Visualisation de la bulle d'air après déplacement du maillage.

Malgré la déformation du maillage par cisaillement, la bulle reste bien centrée à une abscisse de 0.4 mm, tout en conservant une forme circulaire. À présent, nous nous intéressons à la déformation des mailles. La linéarité du profil de vitesse de maillage suivant l'axe des abscisses et des ordonnées implique que toutes les mailles vont avoir la même déformation. Sur le bas de la figure 2.39, nous avons un exemple de la déformation au niveau de ce qui sera dans le futur, la zone d'impact de l'implosion de bulle. Les interfaces de chaque maille ont subi une déformation de 5° par rapport à la normale. Cette déformation ne semble pas négligeable, aussi pour évaluer son influence, nous allons observer la position des deux interfaces de la bulle à différentes ordonnées. Pour cela, nous observons l'évolution du taux de vide le long de l'axe de symétrie, et à des distances correspondant à $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ de rayon de bulle de l'axe de symétrie.

Sur la figure 2.40, l'évolution du taux de vide aux trois ordonnées choisies montre que les effets du déplacement du maillage sont sans influence sur la diffusion de l'interface de la bulle. L'analyse de l'évolution de la distance entre les interfaces de la bulle, définie pour $\alpha = 0.5$, montre que nous conservons une distance de 0.1 mm, 0.085 mm et 0.065 mm entre les interfaces situés respectivement au niveau de l'axe

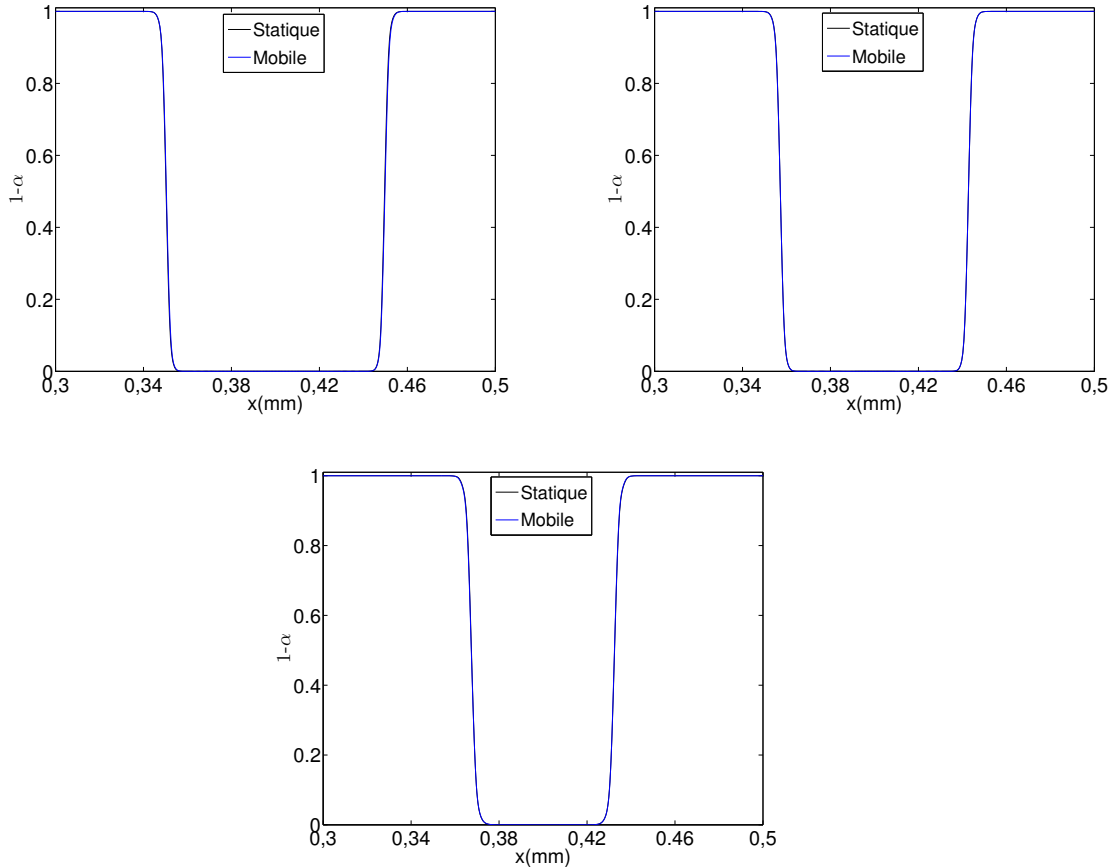


FIGURE 2.40 – Taux de vide (α) au niveau de la bulle le long de l'axe de symétrie (en haut à gauche), à mi-rayon (en haut à droite) et à trois-quarts de rayon (en bas) à $t = 748ns$ pour le maillage statique et le maillage mobile.

de symétrie, à $\frac{1}{2}$ rayon de bulle et $\frac{3}{4}$ de rayon de bulle de celui-ci. À l'issue de ce paragraphe nous pouvons conclure que la position des interfaces de la bulle n'est pas modifiée lors d'un mouvement du maillage comportant un gradient de vitesse dans les deux directions de l'espace.

Dans cette partie, nous avons étudié les effets de différents types de mouvement du maillage sur le comportement d'une bulle. Nous nous sommes limités à des simulations avec des maillages uniformes afin d'éviter d'avoir une interface de la bulle qui arriverait dans la partie la moins raffinée du maillage. La complexité du mouvement du maillage a été présentée de manière croissante : déplacement uniforme, gradient de vitesse selon une direction de l'espace et gradient de vitesse dans les deux directions de l'espace. Nous avons aussi utilisé différentes vitesses de déplacement du maillage afin de s'assurer que les interfaces de la bulle n'étaient pas modifiées pour des mouvements du maillage faibles comme des mouvements extrêmes. Au final, l'ensemble de ces tests ont été concluant et ont montré une influence négligeable du mouvement du maillage sur le comportement de la bulle. Nous pouvons donc

aborder la seconde partie des tests sur le mouvement du maillage qui vise à vérifier le bon fonctionnement physique de celui-ci.

2.5.2 Réponse à un déplacement issu d'une onde de choc.

Nous avons vérifié qu'un mouvement simple du maillage pour un système bulle d'air-eau liquide au repos était sans conséquence sur la position de la bulle et la définition de son interface. À présent, nous allons vérifier si un mouvement du maillage, génère une réponse physique cohérente dans un fluide sous pression. Pour cela, nous allons nous intéresser au cas d'une onde de choc impactant une paroi se déplaçant à différentes vitesses. En Annexe A, nous rappelons que la réponse analytique d'un solide élastique à une onde de choc dépend du rapport des impédances acoustiques des matériaux, $\alpha_{ac} = \frac{(\rho c)_s}{(\rho c)_l}$. Plus le matériau sera rigide, plus ce rapport sera fort et plus la vitesse d'interface $v_i = \frac{2}{1+\alpha_{ac}}v_l$ sera faible. Le cas d'une paroi rigide correspond à une valeur infinie de α_{ac} . Par contre, pour un matériau n'opposant que peu de résistance, α_{ac} se rapprochera de 1 et la vitesse de l'interface deviendra proche de celle du fluide. Dans le cas d'une onde choc, la vitesse du fluide est directement dépendante de la pression de l'onde de choc, par les conditions de Rankine-Hugoniot (Annexe E). La pression qui sera générée dans le fluide dépendra directement de la différence entre la vitesse d'impact du fluide et la vitesse de l'interface :

$$P_{reflechie} + P_{incidente} = (\rho cv)_l + (\rho c)_l(v_l - v_i) \quad (2.73)$$

ρ et c correspondent respectivement à la masse volumique du liquide et à la célérité du son dans le liquide dans lequel l'onde se propage. Cette équation est issue de la théorie des ondes acoustiques qui sont des ondes à faible amplitude respectant : $P_l = (\rho cv)_l + P_0$. P_0 correspond à la pression au repos ici, $P_0 = 1$ bar. Dans le cas de notre relation de Rankine-Hugoniot, avec une équation gaz raides comme équation d'état de l'eau (coefficients donnés par la tableau 2.1), la dépendance entre P_l et $(\rho cv)_l$ est donnée en figure 2.41.

Cette approximation est parfaitement valable pour des ondes ayant une amplitude inférieure à 290 MPa avec un écart inférieur à 1% entre P_l et $(\rho cv)_l$. Dans le cas de notre onde incidente de 1200 MPa, l'approximation reste correcte car l'écart reste inférieur à 4%. Par contre si nous nous intéressons au pic de pression dû à l'implosion de la bulle, l'écart s'approche des 20% donc il sera difficile de juger de la bonne cohérence physique de la relaxation de pression proposée par l'ALE dans cette gamme de pression, pour un cas d'onde de choc plane. Nous allons donc nous intéresser à la réaction du fluide au mouvement de la paroi pour deux amplitudes d'onde de choc : 1200 bar et 200 bar.

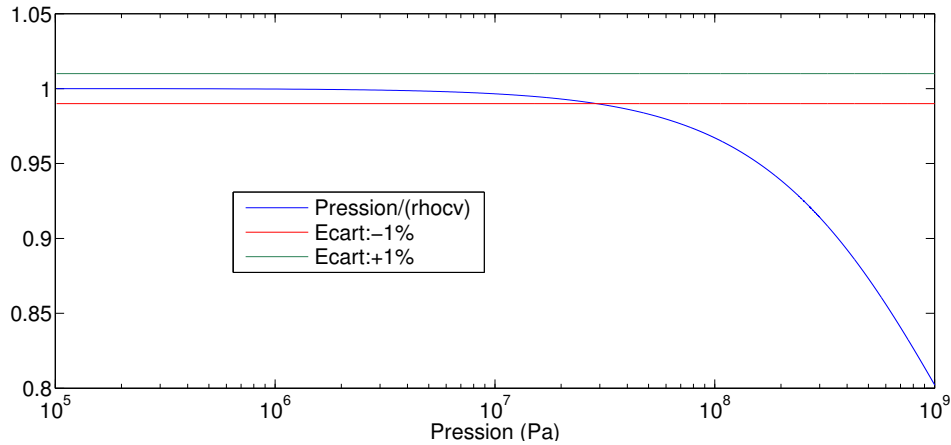


FIGURE 2.41 – Validité à $\pm 1\%$ de la relation $P_l = (\rho cv)_l$.

Pour chacun de ces deux cas, nous allons nous intéresser au terme de pression lié à la réflexion de l'onde défini par $(\rho c)_l(v_l - v_i)$. Dans chacune des simulations, l'état initial est défini comme l'état juste avant réflexion, c'est-à-dire que le domaine fluide incluant les cellules en proche paroi est uniformément rempli par un même champ fluide. Cet état correspond à l'eau liquide subissant la perturbation de l'onde de choc incidente. Le tableau 2.7 indique les paramètres de vitesse du fluide, vitesse du son et masse volumique associés à chaque pression d'onde de choc.

$Pression(bar)$	$v_{Fluide} (m.s^{-1})$	$v_{son} (m.s^{-1})$	Masse Volumique $kg.m^{-3}$
1200	75.91	1584.5	1049.8
200	13.04	1541.1	1009.5

TABLE 2.7 – Evolution du maillage

Pour chacune des deux amplitudes nous avons imposé une vitesse de la paroi qui va de 0% à 100% de la vitesse du fluide. Ceci correspond à différentes rigidités du solide, allant d'un matériau parfaitement rigide, à un matériau ayant la même résistance à la perturbation de l'onde que l'eau. Dans chacun des cas, nous comparons la surpression obtenue par la simulation à la valeur calculée analytiquement. La figure 2.42 présente cette comparaison pour les deux amplitudes : 1200 bars et 200 bars. Pour chacune des deux amplitudes, les courbes d'évolution de la surpression, calculées analytiquement et numériquement sont très proches. Dans le cas d'une onde de 1200 bars, une écart de surpression de 24 bars est observée pour une vitesse d'interface nulle, qui correspond à la paroi rigide et donc une onde totalement réfléchie. Par contre, lorsque la vitesse de l'interface s'approche de la vitesse du fluide les deux courbes se confondent. Pour l'onde de 200 bars, il n'y aucune équivoque et les surpressions calculées, analytiquement comme numériquement, ont une évolution très proche avec des écarts de surpression inférieurs à 0.6 bar.

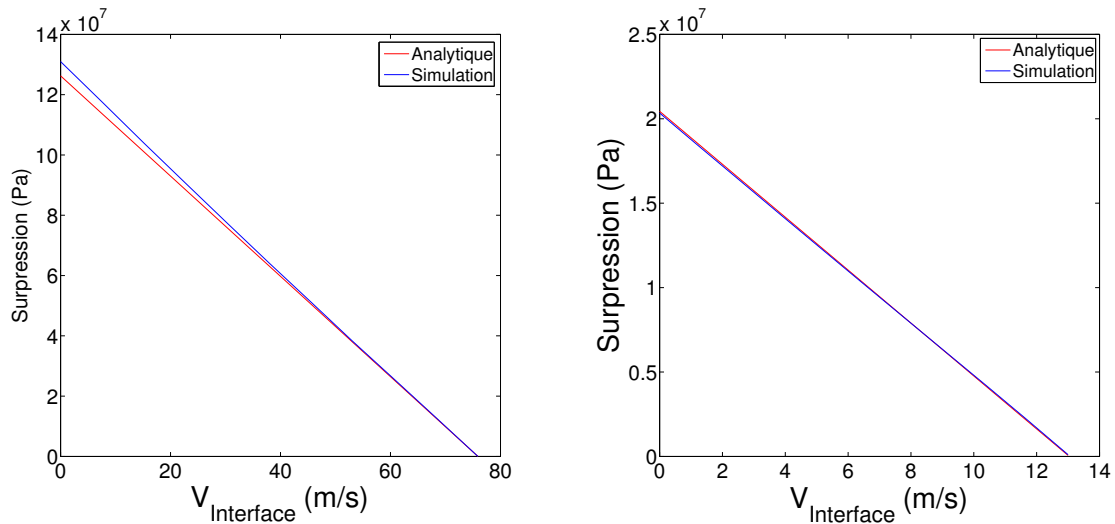


FIGURE 2.42 – Comparaison numérique-analytique de l'évolution de la surpression en fonction de la vitesse de l'interface : cas 1200 bar (gauche), cas 200 bar (droite).

Les résultats de simulations sont très proches des calculs analytiques. Néanmoins, ils ne sont pas identiques : à vitesse d'interface égale, il reste un léger écart de surpression générée en paroi entre solution analytique et solution numérique. Nous allons quantifier la valeur de cet écart par rapport à la pression totale observée en paroi. L'écart constaté permettra de juger si la différence entre la simulation ALE et le résultat analytique a un réel impact sur la pression totale en paroi et donc, à plus long terme, sur le chargement sur un matériau solide. La figure 2.43 montre l'évolution de cet écart en fonction de la vitesse d'interface.

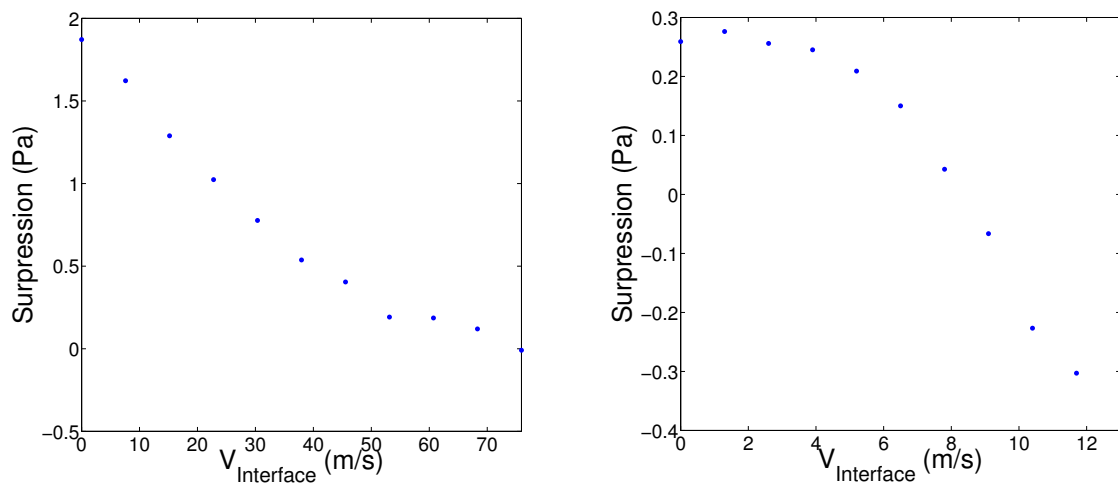


FIGURE 2.43 – Contribution de l'écart de surpression par rapport à la pression totale en paroi : cas 1200 bar (gauche), cas 200 bar (droite).

Pour une amplitude de 1200 bars, l'écart maximum des surpressions atteint les 2% de la pression totale du fluide, ceci dans le cadre d'une paroi rigide. Plus la paroi est mobile, plus cette contribution diminue pour s'approcher des 0% pour une vitesse d'interface proche de celle du fluide. À 200 bar, nous avons une évolution moins monotone qui oscille entre 0.3% et -0.3% de la pression totale. Dans les deux cas, la différence entre surpression analytique et surpression numérique est donc suffisamment faible pour que son influence soit minimale sur la pression en paroi et donc le chargement du solide.

L'étude de la réflexion d'une onde de choc sur une interface nous permet de valider la bonne précision des résultats de l'implémentation du mouvement du maillage au sein de notre code. Les écarts obtenus en termes de surpression générée par la réflexion de l'onde sur la paroi, entre le calcul analytique et la simulation, sont suffisamment petits pour considérer que le code propose une représentation précise du phénomène.

2.6 Conclusion sur le chapitre CFD

À l'issue de ce chapitre, nous allons revenir sur les points principaux qui ont été développés. Nous avons démarré ce travail par une généralisation du code fluide utilisé pour la simulation d'implosion de bulles, développé par Johnsen et al. [2], [29]. Ceci a permis d'introduire une procédure de maillage nous permettant de générer et faire évoluer la position de chacun des nœuds de maillages et de chacune des mailles à chaque pas de temps. En nous basant sur un cas d'implosion de bulle convergé à la fois en temps et en espace, nous avons caractérisé les différents phénomènes se produisant lors d'une implosion de bulle. Nous nous sommes ensuite intéressés aux effets de l'onde incidente sur l'implosion de la bulle ainsi qu'à l'influence de la position de cette dernière par rapport à la paroi. Cette analyse a permis de mettre en évidence un maximum de surpression générée par rapport à l'onde incidente pour une onde incidente d'environ 150 bars à une valeur de travail de la distance bulle-paroi égale à 2 rayons de bulle. De même nous avons pu observer qu'une bulle située à mi rayon de la paroi créera le chargement le plus important en paroi. Lorsque la bulle s'éloigne de la paroi, l'amplitude du choc sur celle-ci décroît en $\left(\frac{1}{\gamma}\right)^{0.8}$. Nous nous sommes ensuite intéressés au couplage de notre code CFD avec un code solide. Pour cela, nous avons modifié la description du fluide en nous basant sur les méthodes Arbitrary Lagrangian Eulerian. Ces dernières ont permis de conserver les avantages de la description Eulérienne tout en ayant la possibilité de donner un

mouvement arbitraire aux nœuds de maillage, en particulier les nœuds au niveau de l'interface fluide-structure. Nous avons enfin vérifié le bon fonctionnement de cette implémentation en vérifiant l'invariance du comportement de la bulle en fonction du mouvement du maillage . Enfin, nous avons aussi vérifié la précision des résultats physique en mesurant la réponse à une onde de choc plane pour différentes vitesses de déplacement de l'interface. Les résultats des ces différents tests ayant été positifs, le code de simulation fluide est maintenant opérationnel pour être couplé avec un code de mécanique des solides

Chapitre 3: Code Déformation Solide

3.1 Objectif du code solide.

Dans le chapitre précédent, nous avons abordé les différents aspects liés à la mécanique des fluides et au phénomène d'implosion d'une bulle de gaz. Nous allons à présent aborder les phénomènes liés à la déformation des solides engendrée par le champ de pression en paroi.

Nous avons effectué ce travail en utilisant le code CAST3M (<http://www-cast3m.cea.fr/>), développé par le Commissariat français à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA). Le développement de ce code a démarré dans les années 1980 au sein du Département Mécanique et Technologie (DMT) et du Service d'Études Mécaniques et Thermiques (SEMT). Il entrait dans le cadre d'une activité de recherche dont le but était de définir un outil numérique de haut niveau servant de support à la conception, au dimensionnement et à l'analyse de structures et de composantes, dans le domaine nucléaire ou dans le secteur industriel classique. À l'origine, la physique traitée était exclusivement, la mécanique et la thermique du solide. Aujourd'hui, le champ des problèmes traités s'est étendu en ajoutant des possibilités en mécanique des fluides, en magnéto-statique ou en diffusion d'espèces. Quelques exemples sont présentés en figure 3.1. De plus, Cast3M se tourne aujourd'hui vers les problèmes multi-physiques faisant intervenir le couplage entre plusieurs phénomènes physiques.

Cependant, pour le problème d'implosion de bulle faisant intervenir un problème diphasique compressible avec des phénomènes très rapides, les possibilités offertes par le solveur fluide de CAST3M n'étaient pas suffisantes. Nous nous concentrons donc dans ce chapitre sur l'utilisation de CAST3M pour résoudre un problème de mécanique du solide, voire éventuellement thermo-mécanique, en prenant en compte le comportement élasto-visco-plastique du milieu solide.

En plus de l'utilisation classique du logiciel CAST3M, dans le cadre de cette thèse, il a fallu également développer des outils de communication entre CAST3M

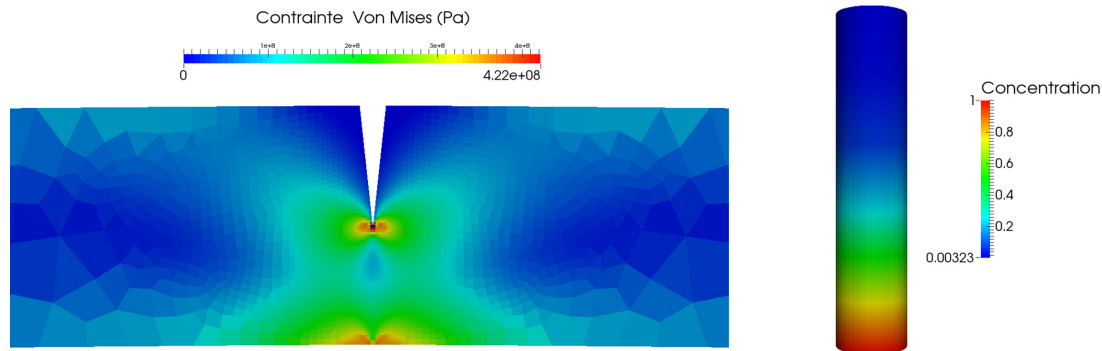


FIGURE 3.1 – Exemple d’utilisation actuelle de CAST3M. Mécanique des solides et Rupture : Génération d’une fissure dans un solide (gauche) / Mécanique des fluides et diffusion particulaire : Concentration de particule dans un aérosol (droite)

et le monde extérieur afin de coupler CAST3M au code fluide détaillé dans le chapitre précédent. Pour cela, nous avons dû nous intéresser à la structure et aux procédés permettant de résoudre les calculs en mécanique des solides afin de déterminer les points d’entrées dans CAST3M qui permettront d’échanger des informations avec l’extérieur du logiciel.

Ce chapitre se structurera donc dans un premier temps autour de la modélisation numérique en mécanique des solides. Nous aborderons les équations de l’équilibre mécanique dans un solide. Puis nous nous intéresserons aux lois de comportement élastique et plastique. Enfin nous reviendrons sur la discrétisation par la méthode des éléments finis qui est utilisée au sein de CAST3M. Dans un second temps, nous aborderons le fonctionnement du code CAST3M. Un intérêt particulier sera porté aux procédures permettant d’effectuer un calcul mécanique ou thermo-mécanique dépendant du temps. Ceci permettra d’aborder les modifications qui seront nécessaires pour préparer CAST3M au couplage avec le code fluide. Nous clôturerons ce chapitre avec quelques exemples d’utilisation du code CAST3M seul dans des conditions similaires au couplage présenté dans le chapitre suivant.

3.2 Équations de la mécanique des solides

Cette partie va aborder les différents points théoriques nécessaires pour la réalisation des simulations de déformation d’un solide engendrée par l’onde de choc produite par l’implosion d’une bulle. Nous aborderons dans la partie 3.2.1 la notion d’équilibre dans un solide. Ceci permettra de définir les équations fondamentales de l’équilibre dans un solide.

3.2.1 Équation d'équilibre dans un solide

Nous allons partir du principe des puissances virtuelles proposé par Germain en 1972 tel qu'il est décrit par Lemaitre [40]. Il est issu du principe des vitesses virtuelles énoncé par Bernoulli en 1725 et du principe de d'Alembert proposé par D'Alembert et Lagrange en 1743. Ce principe est composé de deux axiomes :

- **Axiome d'objectivité** : La puissance virtuelle des efforts intérieurs associée à tout mouvement rigidifiant est nulle.
- **Axiome d'équilibre** : Pour tout milieu matériel repéré dans un référentiel absolu, à chaque instant et pour tout mouvement virtuel, la puissance virtuelle des quantités d'accélération P_a est égale à la somme des puissances virtuelles des efforts intérieurs P_i et des efforts extérieurs P_x .

$$P_a = P_i + P_x \quad (3.1)$$

En explicitant ces différentes puissances appliquées à un solide, nous aurons :

- P_i : Puissance des efforts intérieurs :

$$P_i = - \int_{V_{Solide}} \underline{\sigma} : \hat{D} dV \quad (3.2)$$

$\underline{\sigma}$ correspond au tenseur des contraintes dans le solide et \hat{D} au tenseur du taux de déformations.

- P_x : Puissance des efforts extérieurs engendrée par :

- les forces volumiques, \mathbf{f} , s'exerçant à distance sur le solide, un exemple classique est la force de gravité. Ce sont des forces s'exerçant sur l'ensemble du volume du solide.
- les forces surfaciques, \mathbf{T} , s'exerçant sur le contour du solide. Ces forces surfaciques sont d'orientation quelconque et comportent donc une composante normale de pression et une composante tangentielle de cisaillement.

Nous avons donc :

$$P_x = \int_{V_{Solide}} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{S_{Solide}} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} dS \quad (3.3)$$

où \mathbf{v} correspond à la vitesse virtuelle de déplacement de chaque point du solide.

- P_a : Puissance des quantités d'accélération :

$$P_a = \int_{V_{Solide}} \rho \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{v} dV \quad (3.4)$$

ρ correspond à la masse volumique du solide. $\boldsymbol{\alpha}$ et \mathbf{v} représentent l'accélération et la vitesse de chaque point du solide.

En remplaçant chacune de ces trois puissances par leurs expressions dans l'égalité de l'axiome d'équilibre (3.1) :

$$- \int_{V_{Solide}} \underline{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\underline{D}} dV + \int_{V_{Solide}} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{S_{Solide}} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} dS = \int_{V_{Solide}} \rho \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{v} dV \quad (3.5)$$

En utilisant le théorème de la divergence et le fait que le tenseur $\underline{\boldsymbol{\sigma}}$ est symétrique, il est possible de réécrire la contribution de la puissance des efforts intérieurs sous la forme :

$$P_i = - \int_{V_{Solide}} \underline{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\underline{D}} dV = - \int_{S_{Solide}} \mathbf{v} \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} dS + \int_{V_{Solide}} \mathbf{div}(\underline{\boldsymbol{\sigma}}) \cdot \mathbf{v} dV \quad (3.6)$$

\mathbf{n} représente la normale sortante à la surface du solide.

En intégrant cette écriture dans l'équation (3.5), nous pouvons séparer les termes de surface des termes volumiques :

$$\int_{S_{Solide}} -(\mathbf{v} \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) + \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} dS + \int_{V_{Solide}} \mathbf{div}(\underline{\boldsymbol{\sigma}}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} - \rho \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{v} dV = 0 \quad (3.7)$$

Cette égalité est valable en tout point du solide et quel que soit le mouvement virtuel du point. Nous obtenons ainsi deux équations locales qui vont régir le mouvement du solide au cours du temps :

$$\mathbf{div}(\underline{\boldsymbol{\sigma}}) + \mathbf{f} - \rho \boldsymbol{\alpha} = 0 \quad \text{au sein du solide} \quad (3.8a)$$

$$\mathbf{T} = \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \quad \text{à la surface du solide} \quad (3.8b)$$

La première équation traduit l'équilibre mécanique local en dynamique dans le solide. Lorsque $\boldsymbol{\alpha} = 0$, nous obtenons $\mathbf{div}(\underline{\boldsymbol{\sigma}}) + \mathbf{f} = 0$ qui correspond à l'équilibre mécanique local statique dans le solide. Dans ce cas, forces extérieures et intérieures se compensent pour avoir constamment le solide à l'équilibre. La seconde équation assure que la contrainte normale en surface correspond aux efforts imposés au niveau de la surface du solide.

Ces deux équations vectorielles forment les relations fondamentales en mécanique des solides, elles permettent de régir les mouvements internes au solide. Cependant contrairement à la mécanique des fluides, les forces intermoléculaires sont beaucoup plus fortes. La déformation et les contraintes internes aux solides sont directement reliées. Nous allons donc aborder différents types de comportement du solide qui traduisent cette relation contraintes-déformations.

3.2.2 Loi de comportement

Dans cette partie nous allons aborder deux modèles fondamentaux de comportement du solide : l'élasticité et la plasticité. Ces modèles traduisent un mouvement à l'échelle moléculaire qui peut-être transcritible à l'échelle d'un élément solide plus grand comme une maille de calcul. Dans le cadre du modèle élastique il est possible de généraliser un modèle de comportement à tous types de solides. Cependant pour le modèle plastique il n'existe pas de modèle généralisable à tout type de solide. Nous nous appuyerons donc sur deux modèles particuliers : le modèle de Ludwig et le modèle de Johnson-Cook couramment utilisés pour simuler des comportements dynamiques. Tout d'abord revenons sur les effets à échelle microscopique des comportements élastique et plastique.

3.2.2.1 Le modèle élastique

Du point de vue de la physique, une déformation élastique macroscopique est la conséquence de nombreux mouvements microscopiques. En réponse à une sollicitation extérieure, les espaces interatomiques vont varier pour répondre à la sollicitation et rétablir l'équilibre mécanique dans le solide. Le comportement élastique induit donc des variations de volume. Ces modifications à l'échelle macroscopique se traduiront par un changement dans la géométrie du solide. Dans le cadre d'une déformation élastique, une fois la sollicitation retirée, les atomes reprendront leur configuration initiale et le solide retrouvera sa forme macroscopique de départ.

3.2.2.2 Le modèle plastique

Lorsque le solide quitte le domaine élastique et entre en plasticité, il y a toujours une modification des espaces interatomiques en réponse à la sollicitation imposée mais une partie des déplacements atomiques sera réversible comme dans le modèle élastique, tandis que la seconde partie sera irréversible et permanente. Dans la plupart des matériaux métalliques, la déformation plastique est engendrée par le mouvement de dislocations qui engendrent des cisaillements sur les plans de glissement. Par conséquent la déformation plastique se fait à volume constant. Une fois la sollicitation relâchée, le solide aura un nouvel état d'équilibre qui sera différent de celui de la configuration initiale.

Pour traduire ces deux types de modèles dans les équations de la mécanique, nous allons faire appel à des lois de comportements. Ces lois vont permettre de relier les contraintes obtenues par l'équation (3.8a) aux déformations. Ces déformations,

notées $\underline{\varepsilon}$, permettront de définir les mouvements au sein du solide par la simple relation $\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\text{grad}(\mathbf{u}) + (\text{grad}(\mathbf{u}))^T]$, \mathbf{u} étant le déplacement d'un élément solide.

3.2.2.3 Loi de comportement élastique

Dès le XVII^{me} siècle, le physicien Anglais Robert Hooke statuait d'une relation de proportionnalité entre la force nécessaire pour allonger ou comprimer un ressort et la déformation du ressort. Cette considération a permis d'établir la loi de Hooke pour un solide en comportement élastique. Elle relie linéairement chacune des composantes du tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$ à l'ensemble des composantes du tenseur des déformations $\underline{\varepsilon}$ dans le solide par un tenseur d'ordre 4 nommé $\underline{\underline{C}}$.

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}} : \underline{\varepsilon} \quad (3.9)$$

Cette loi est valable pour tout milieu élastique linéaire. Lorsque les comportements sont identiques dans toutes les directions, le comportement est alors linéaire isotrope et le tenseur $\underline{\underline{C}}$ peut s'exprimer à l'aide de seulement deux coefficients indépendants. Les déplacements atomiques générés par une déformation élastique étant réversibles (voir paragraphe 3.2.2.1), elles doivent rester petites et n'excéderont pas 0.002 à 0.005. Ceci garantit la linéarité du matériau.

Dans le cadre d'un milieu élastique linéaire isotrope, il est possible d'expliciter cette relation sous la forme [40] :

$$\underline{\sigma} = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \text{Tr}(\underline{\varepsilon}) \underline{I}_3 + \frac{E}{(1 + \nu)} \underline{\varepsilon} \quad (3.10)$$

Dans cette équation interviennent deux paramètres qui dépendent directement du solide étudié : le module d'Young E qui correspond au coefficient de proportionnalité (la pente de la droite) entre la contrainte appliquée en traction uniaxiale et la déformation engendrée dans le sens de la sollicitation ; le coefficient de poisson ν qui correspond à l'opposé du rapport des déformations transversales sur les déformations axiales qui sont dans la direction de l'application de l'effort. \underline{I}_3 correspond au tenseur unité d'ordre 2. Cette relation 3.10 est réversible et permet d'obtenir les déformations en fonction des contraintes :

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\underline{\sigma}) \underline{I}_3 \quad (3.11)$$

Finalement, il sera théoriquement possible de déterminer les champs solutions $\underline{\sigma}$ et \mathbf{u} à partir des équations 3.8a et 3.8b. En effet, en remplaçant $\underline{\sigma}$ par son expression en fonction de $\underline{\varepsilon}$ (3.10) puis en explicitant $\underline{\varepsilon}$ en fonction du champ de déplacement \mathbf{u} , l'équation vectorielle 3.8b permet de déterminer les trois composantes du champ

de déplacement solution du problème. Le champ des contraintes sera ensuite obtenu en utilisant l'équation $\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\underline{grad}(\mathbf{u}) + (\underline{grad}(\mathbf{u}))^T]$ et l'équation 3.10. Finalement le problème aux limites se résout par le jeu d'équations suivant :

- À la surface du solide :

$$\mathbf{T} = \underline{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (3.12)$$

- Au sein du solide :

$$\mathbf{div}(\underline{\sigma}) + \mathbf{f} - \rho \boldsymbol{\alpha} = 0 \quad (3.13a)$$

$$\underline{\sigma} = fn(\underline{\varepsilon}) \quad (3.13b)$$

Dans le cas de modélisations 2D, la relation entre contraintes $\underline{\sigma}$ et déformations $\underline{\varepsilon}$ (3.13b) peut être explicitée, soit dans l'hypothèse de contraintes planes, soit dans l'hypothèse de déformations planes. Ces hypothèses ne sont pas équivalentes. Nous distinguerons deux configurations.

Hypothèse des contraintes planes : Dans le cadre d'un calcul comprenant :

- Une configuration avec une dimension très inférieure par rapport aux deux autres.
- Une absence de forces externes s'exerçant dans cette troisième dimension.

Dans ce cas, les trois composantes du vecteur contrainte suivant la troisième dimension sont nulles et nous obtenons la relation :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+\nu}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (3.14a)$$

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \quad (3.14b)$$

Ceci implique l'existence d'une déformation perpendiculaire au plan de coupe qui dépend directement des déformations dans le plan de coupe. Le tenseur des déformations n'est donc pas 2D.

Hypothèse des déformations planes : Dans le cadre d'un calcul comprenant :

- Une configuration avec une dimension nettement supérieure aux deux autres.
- Un encastrement aux deux extrémités de cette dimension (non nécessaire si la dimension est infinie)
- Des sollicitations exercées dans le plan de coupe formé par les deux autres dimensions.

Dans ce cas, les déformations suivant la troisième dimension sont nulles et nous obtenons la relation :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}E & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}E & 0 \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}E & \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}E & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+\nu}E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (3.15a)$$

$$\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (3.15b)$$

Dans la même logique que pour les contraintes planes, nous aurons ici une contrainte dans le sens perpendiculaire au plan de coupe. Cette fois-ci bien que le tenseur des déformation soit 2D, l'effet Poisson implique que le tenseur des contraintes a une composante supplémentaire.

Dans notre cas, le code 2D fluide considère une pression hydrostatique et donc une composante σ_{33} qui n'est pas compatible avec l'hypothèse de contraintes planes. Par conséquent nous retiendrons un formalisme en déformation plane qui revient à considérer que la 3^{me} dimension est infinie. Autrement dit, dans notre modélisation 2D, la bulle simulée dans le domaine fluide correspond à un tube de longueur infinie. Comme précisé au début de paragraphe, cette loi ne reste valable que pour des déformations limitées. Au-delà, les déplacements atomiques générés par la sollicitation risquent de ne plus être réversibles. Le solide passera donc en comportement plastique.

3.2.2.4 Loi de comportement plastique

Nous avons vu au paragraphe 3.2.2.2 que la plasticité se traduit par des déplacements irréversibles au niveau atomique. Ce phénomène est beaucoup plus complexe que l'élasticité et nous ne proposerons dans cette section qu'une première approche phénoménologique. Lors d'une sollicitation, les atomes composant le solide vont se déplacer tout d'abord de manière réversible, tels des ressorts. Puis, lorsque les contraintes au sein du solide deviendront trop importantes, au-delà d'une limite appelée limite d'élasticité σ_e , les atomes se déplaceront de manière irréversible. Ces déplacements irréversibles vont générer une nouvelle configuration atomique au sein du solide à l'équilibre lorsque toute sollicitation sera évacuée. Si la sollicitation persiste et croît, dépassant le maximum supportable par le solide appelée limite de rupture σ_r , les liaisons interatomiques vont être détruites et l'intégrité du solide sera perdue.

Pour modéliser ce phénomène de plasticité à l'échelle macroscopique, il n'existe pas de modèle universel comme la loi de Hooke en élasticité. Des lois expérimentales

sont identifiées à partir d'essais mécaniques particulier. Nous pourrions citer comme exemples des tests de tractions ou de compressions. Ces tests permettront de définir les déformations plastiques ε_p qui viendront s'ajouter aux déformations élastiques ε_e en fonction des contraintes. Nous obtiendrons ainsi une loi du type $\underline{\varepsilon} = f(\underline{\sigma})$ au-delà de la limite d'élasticité. La quantité $\underline{\sigma}$ est un tenseur tandis que la limite d'élasticité σ_e est un réel mesuré sur un essai de traction. Il faut donc définir un critère objectif afin de déterminer si les contraintes internes au solide ont dépassé cette limite d'élasticité. Nous utiliserons le critère de Von Mises pour évaluer cette transition :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)]} \quad (3.16)$$

Si $\sigma_{VM} > \sigma_e$, le solide a plastifié. Nous aurons le système d'équations suivant pour modéliser un comportement élasto-plastique dans un solide :

$$\underline{\varepsilon} = \begin{cases} \frac{1+\nu}{E} \underline{\sigma} - \frac{\nu}{E} Tr(\underline{\sigma}) \underline{I}_3 & \text{si } \sigma_{VM} < \sigma_e \\ f(\underline{\sigma}) & \text{si } \sigma_{VM} > \sigma_e \end{cases} \quad (3.17)$$

Cette formulation permet de calculer le tenseur des déformations en fonction de celui des contraintes. Nous allons détailler la loi définissant le domaine plastique. La figure 3.2 présente une modélisation en loi puissance d'un essai de traction uniaxiale réalisé sur un alliage d'Aluminium Al-7075.

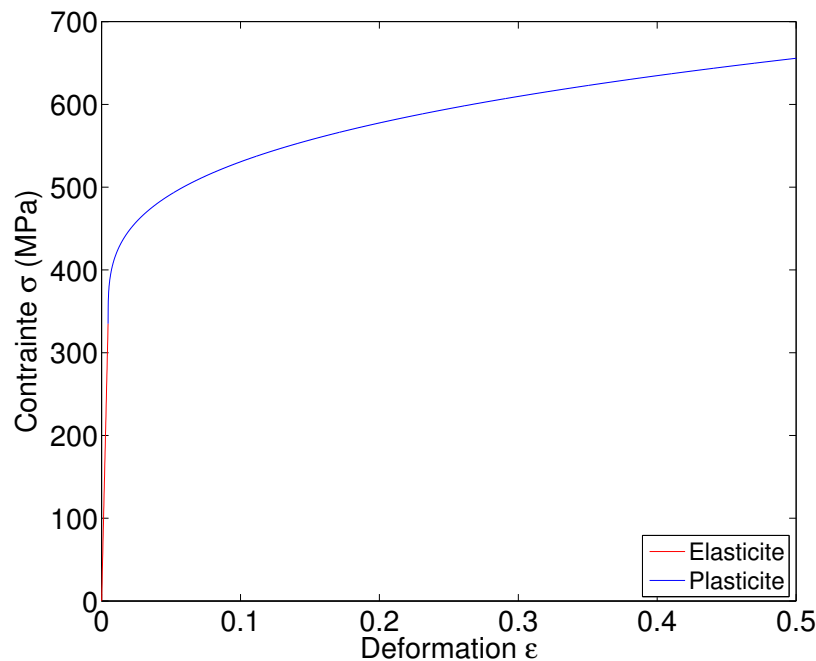


FIGURE 3.2 – Courbe contrainte-déformation pour l'Aluminium 7075 suivant une loi de Ludwig

Ce type de courbe est aussi connu sous le nom de courbe d'écroissage. Sur cette modélisation nous utilisons une loi de Ludwig. La contrainte engendrée dans l'axe principal de déformation prendra la forme :

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \text{si } \sigma < \sigma_e \\ \sigma_e + K(\varepsilon - \varepsilon_e)^n & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.18)$$

La transition entre plasticité et élasticité s'effectue lorsque la contrainte atteint la limite d'élasticité. Les déformations supplémentaires qui se génèrent s'ajoutent aux déformations déjà générées en élasticité pour atteindre cette limite d'élasticité. Sur la figure 3.2 et les suivantes les coefficients utilisés sont ceux de l'Aluminium 7075 déterminés par Roy [54]. La limite élastique σ_e est fixée à 335 MPa, le module d'Young E est de 71.9GPa, les coefficients K et n sont fixés respectivement à 396 MPa et 0.30.

Lorsque le solide est soumis à une sollicitation générant de la plasticité, la déformation générée au-delà de la limite d'élasticité perdure après relâchement de la sollicitation. Lorsqu'un nouveau chargement est effectué, la limite d'élasticité est modifiée et correspond à la contrainte atteinte avant relâchement de la sollicitation. Pour pouvoir créer une déformation plastique supplémentaire, il faudra dépasser cette nouvelle limite d'élasticité. Ce concept d'écroissage avec décharge est représenté par la figure 3.3 .

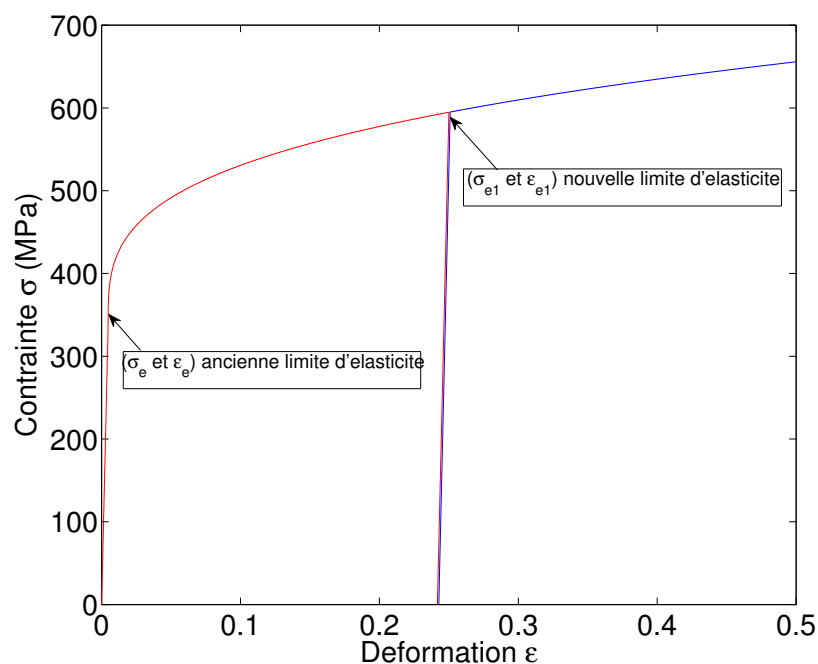


FIGURE 3.3 – Exemple de charge décharge sur de l'Aluminium 7075 : loi de Ludwig

Pour conclure, ce paragraphe sur les modèles de plasticité, nous allons introduire le modèle de plasticité de Johnson-Cook [30]. Il permet de prendre en compte l'effet de la vitesse de déformation et l'adoucissement induit par la température d'une manière très simpliste :

$$\sigma = (\sigma_e + K(\varepsilon - \varepsilon_e)^n) \left(1 + C \log\left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right)^m \right) \quad (3.19)$$

Le rapport $\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}$ correspond au rapport entre le taux de déformations en plasticité et un taux de déformation de référence. Le coefficient C dépendra du matériau. La dépendance thermique $\frac{T - T_0}{T_m - T_0}$ dépend la température du solide T , d'une température de référence T_0 et de la température de fusion du solide T_m . Elle contient une valeur comprise entre 0 et 1 qui vaut 1 en-dessous de la température de transition vitreuse du solide et qui s'annule au-delà de la température de fusion. En pratique cette contribution consiste à modéliser l'échauffement thermique induit localement par la déformation plastique.

Lors de son application nous négligerons l'adoucissement thermique et ne prendrons en compte que les dépendances mécanique de la loi de Johnson-Cook (3.19). La relation contrainte-déformation sera : $\sigma = (\sigma_e + K(\varepsilon - \varepsilon_e)^n) \left(1 + C \log\left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \right)$ avec les valeurs proposées par Roy [54] dans le cas de l'Aluminium 7075 : $K=396$ MPa, $n=0.30$ et $C=0.0068$. Nous pouvons voir sur la figure 3.4 les effets de différents rapports entre le taux de déformation plastique et le taux de déformation de référence.

Le niveau d'érouissage va se produire pour des niveaux de contraintes plus élevés lorsque la vitesse de déformation augmente. Dans le cas de cet alliage d'aluminium, le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation est relativement faible ($C=0.0068$) qui permet de négliger ce terme de vitesse. Mais pour d'autres matériaux, comme par exemple l'acier inox A-2205 utilisé par Roy, nous obtenons un coefficient plus élevé ($C=0.031$) qui induit des courbes d'érouissage plus élevées lorsque la vitesse de déformation augmente.

A l'issue de cette section nous avons toutes les équations nécessaires (3.8a), (3.8b), (3.18) et (3.19) pour connaître l'évolution temporelle des champs de contraintes, déformations et déplacements issus d'une sollicitation extérieure. La prochaine section abordera la méthode de résolution numérique utilisée pour résoudre ces équations : la méthode des éléments finis.

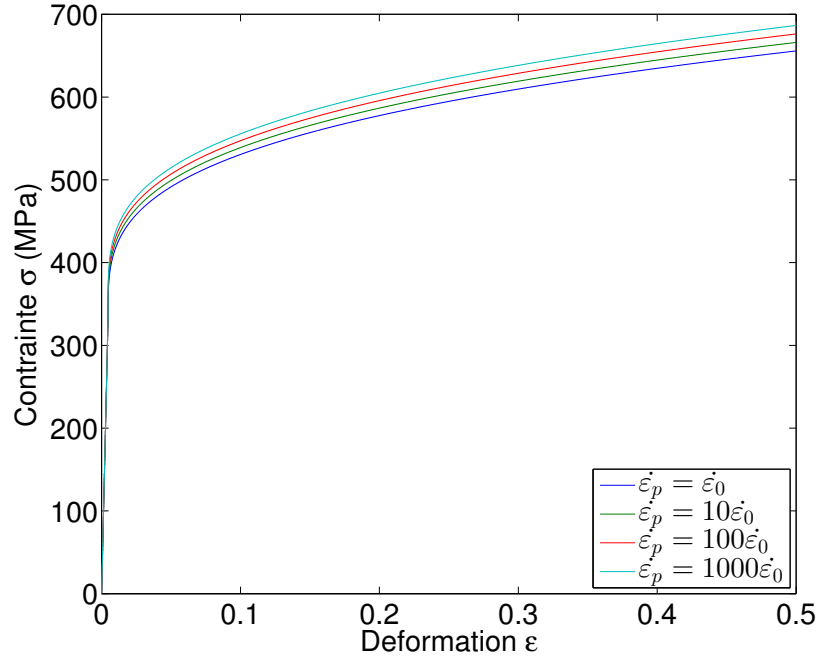


FIGURE 3.4 – Modèle de Johnson-Cook : contrainte-déformation pour différentes vitesses de déformation plastique pour de l’Aluminium 7075

3.2.3 Résolution par la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode de résolution d’équations aux dérivées partielles se basant sur le concept d’élément fini défini en 1940 par Newmark, Hrenikoff, Mc Henry et Courant. Le domaine de calcul sur lequel s’applique la méthode est découpé en petits sous-domaines contigus et non recouvrants appelés ici éléments finis. Dans chacun des éléments, le système d’équations aux dérivées partielles est linéarisé. Ceci génère une équation matricielle par éléments. L’ensemble des équations obtenues, associé aux conditions limites, permet d’obtenir un système d’équations fermé. À partir de ce système, les champs solutions sont calculés en chaque point composant l’ensemble des éléments finis. Nous allons à présent appliquer cette méthodologie à l’équation issue du principe des puissances virtuelles (équation 3.20). Elle réunit au sein d’une même équation les contributions des efforts intérieurs, des efforts extérieurs et des effets d’inertie dans le solide :

$$-\int_{V_{Solide}} \underline{\sigma} : \hat{D} dV + \int_{V_{Solide}} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{S_{Solide}} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} dS = \int_{V_{Solide}} \rho \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{v} dV \quad (3.20)$$

Dans cet exemple nous nous limiterons dans un premier temps au cas d’une évolution statique non-linéaire qui ne tient pas compte des effets d’inertie. L’équation (3.20) devient :

$$\int_{V_{Solide}} \underline{\sigma} : \hat{D} dV = \int_{V_{Solide}} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{S_{Solide}} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} dS \quad (3.21)$$

Le cas dynamique se résout de manière identique mais est complexifié par l'intervention du temps, nous le prendrons en compte dans la fin de paragraphe. Dans l'équation (3.21), nous avons le terme de tenseur des taux de déformations \hat{D} , ce tenseur est lié au tenseur des déformations par la relation $\hat{D} = \dot{\underline{\varepsilon}}$. Ce tenseur des déformations se décompose en deux contributions, celle de l'élasticité et celle de la plasticité :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}_{elas} + \underline{\varepsilon}_{plas} \quad (3.22)$$

Il est directement relié aux contraintes dans le solide par la loi de comportement :

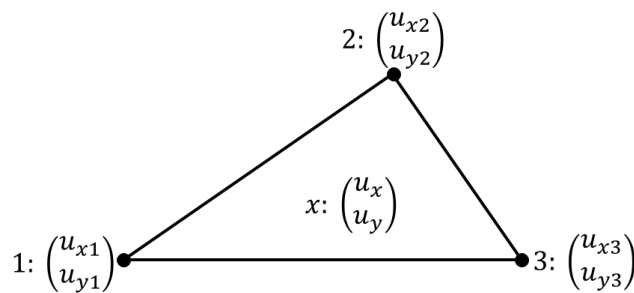
$$\underline{\sigma} = \underline{C} : \underline{\varepsilon}_{elas} = \underline{C} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{plas}) \quad (3.23)$$

Et il est aussi directement relié au déplacement dans le solide :

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\underline{grad}(\mathbf{u}) + (\underline{grad}(\mathbf{u}))^T] \quad (3.24)$$

Cette dernière équation ((3.24)) est particulièrement importante car elle permet d'introduire la notion de déplacement \mathbf{u} dans l'équation (3.21) qui sera notre inconnue principale dans la méthode des éléments finis.

Pour chaque élément, l'inconnue (le déplacement) est cherchée au niveau de chacun des nœuds composant cet élément. La valeur au sein de l'élément sera issue d'une interpolation des valeurs aux nœuds le composant. Nous allons illustrer cette méthode avec l'exemple de l'élément fini 2D le plus simple : le triangle à trois nœuds. Les différents types d'éléments finis existants seront détaillés en Annexe F.



Le champ de déplacement au point x vaudra donc :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \alpha_1(x) \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \end{pmatrix} + \alpha_2(x) \begin{pmatrix} u_{x2} \\ u_{y2} \end{pmatrix} + \alpha_3(x) \begin{pmatrix} u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Les coefficients α_i sont définis tels que pour chacun des nœuds :

$$\alpha_i(x_i, y_i) = 1 \text{ et } \alpha_i(x_j, y_j) = 0 \quad (3.26)$$

Nous aurons donc ici trois équations par nœud. Les coefficients α_i s'écriront donc sous la forme :

$$\alpha_i(x_i, y_i) = a_i x + b_i y + c_i \quad (3.27)$$

À présent, revenons à l'équation (3.25), et écrivons la sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1(x) & 0 & \alpha_2(x) & 0 & \alpha_3(x) & 0 \\ 0 & \alpha_1(x) & 0 & \alpha_2(x) & 0 & \alpha_3(x) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Dans la suite, nous noterons $[A]$ la matrice des coefficients d'interpolation évalués au point x et (\mathbf{U}_N) le vecteur déplacement aux nœuds d'un élément N . Nous avons directement la matrice des déformations par l'équation (3.24), en utilisant l'opérateur gradient discrétisé noté $[G]$:

$$(\underline{\varepsilon}) = [G] (\mathbf{U}_N) \quad (3.29)$$

Pour chaque élément, déplacements et déformations sont à présent écrits en fonction des nœuds qui vont composer l'élément.

À présent, revenons à l'équation des puissances virtuelles (équation (3.21)) et écrivons la en fonction des déformations et des déplacements :

$$\int_{V_{Solide}} \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}} dV = \int_{V_{Solide}} \mathbf{f} \cdot \dot{\mathbf{u}} dV + \int_{S_{Solide}} \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{u}} dS \quad (3.30)$$

En écriture matricielle et en utilisant la forme vectorielle des tenseurs des contraintes et des taux de déformations, l'équation 3.30 devient pour chaque élément :

$$\int_{V_{Element}} (\underline{\dot{\varepsilon}})^T (\underline{\sigma}) dV = \int_{V_{Element}} (\dot{\mathbf{u}})^T (\mathbf{f}) dV + \int_{S_{Element}} (\dot{\mathbf{u}})^T (\mathbf{T}) dS \quad (3.31)$$

L'indice T signifiant transposé du vecteur. Ensuite, nous pouvons remplacer $(\dot{\mathbf{u}})$ et $(\underline{\dot{\varepsilon}})$ par leurs valeurs issues des vitesse aux nœuds de l'élément. Ces valeurs sont définies par la dérivée temporelle des relations (3.28) et (3.29).

$$\int_{V_{Element}} (\dot{\mathbf{U}}_N)^T [G]^T (\underline{\sigma}) dV = \int_{V_{Element}} (\dot{\mathbf{U}}_N)^T [A]^T (\mathbf{f}) dV + \int_{S_{Element}} (\dot{\mathbf{U}}_N)^T [A]^T (\mathbf{T}) dS \quad (3.32)$$

La loi de comportement du solide en élasticité est définie par l'équation (3.23), que nous pouvons intégrer dans l'équation précédente :

$$\begin{aligned} \int_{V_{Element}} (\dot{\mathbf{U}}_N)^T [G]^T [C] [B] (\mathbf{U}_N) dV &= \int_{V_{Element}} (\dot{\mathbf{U}}_N)^T [A]^T (\mathbf{f}) dV \\ &+ \int_{S_{Element}} (\dot{\mathbf{U}}_N)^T [A]^T (\mathbf{T}) dS \end{aligned} \quad (3.33)$$

Nous pouvons ensuite extraire les matrices de vitesses aux nœuds (\dot{U}_N) qui sont constantes dans tout l'élément.

$$\begin{aligned} (\dot{U}_N)^T \int_{V_{Element}} [\underline{G}]^T [C] [\underline{G}] dV (U_N) &= (\dot{U}_N)^T \int_{V_{Element}} [A]^T (f) dV \\ &+ (\dot{U}_N)^T \int_{S_{Element}} [A]^T (T) dS \end{aligned} \quad (3.34)$$

Et en simplifiant par $(\dot{U}_N)^T$, nous obtenons :

$$\int_{V_{Element}} [\underline{G}]^T [C] [\underline{G}] dV (U_N) = \int_{V_{Element}} [A]^T (f) dV + \int_{S_{Element}} [A]^T (T) dS \quad (3.35)$$

Nous pouvons distinguer trois composantes dans cette équation : la matrice de rigidité $[K]$ qui sera composée de $\int_{V_{Element}} [\underline{G}]^T [C] [\underline{G}] dV$; le champ de déplacement aux nœuds du maillage (U_N) qui est l'inconnue et la composante de force nodale $\int_{V_{Element}} [A]^T (f) dV + \int_{S_{Element}} [A]^T (T) dS$ que nous noterons $[F]$. Pour chaque nœuds nous aurons donc la relation :

$$[K] (U_N) = [F] \quad (3.36)$$

Cette équation n'est valable qu'en élasticité, pour prendre en compte l'influence de la plasticité, tout se joue lors de l'intégration de la loi de comportement (équation (3.34)). L'introduction de la plasticité provient de la loi de comportement (equation (3.23)) $\underline{\sigma} = \underline{C} : \underline{\varepsilon} - \underline{C} : \underline{\varepsilon}_{plas}$. Ceci va faire intervenir un second membre dans l'équation (3.35) de la forme $\int_{V_{Element}} [C] (\mathbf{f}) dV$ que nous noterons $[P]$. L'équation (3.36) deviendra :

$$[K] (U_N) = [F] + [P] \quad (3.37)$$

Cette équation est valable quel que soit l'élément fini composant le maillage du matériau solide. Pour mettre en place le système à résoudre nous sommerons chacun des systèmes matriciels correspondant à un élément (3.36) sur l'ensemble des éléments. C'est l'opération d'assemblage. Nous aurons ainsi le système total qui aura la forme :

$$\left(\sum^{Ne} [K] \right) (U) = \sum^{Ne} ([F] + [P]) \quad (3.38)$$

Ne correspond au nombre total d'éléments et (U) au vecteur déplacement inconnu comprenant tous les nœuds du maillage. Dans la suite nous noterons la matrice raideur assemblée sur l'ensemble du domaine $[K_t]$, les forces nodales $[F_t]$ et la plasticité $[P_t]$. Nous obtenons ainsi le système suivant pour résoudre le champ de déplacement

aux nœuds sur l'ensemble du domaine :

$$[K_t](U) = [F_t] + [P_t] \quad (3.39)$$

C'est ce système matriciel qui dans le cas d'un calcul statique va être résolu au sein du code CAST3M dont nous détaillerons le fonctionnement dans la partie 3.3.

Dans le cadre de ce travail nous allons modéliser une déformation dynamique du solide. Nous devons donc tenir compte de l'inertie au sein du solide $\int_{V_{Solide}} \rho \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{v} dV$ qui est intégrée dans l'équation (3.20). Le système matriciel à résoudre prendra la forme :

$$[M_t](\ddot{U}) + [K_t](U) = [F_t] + [P_t] \quad (3.40)$$

$[M_t]$ correspond à la matrice de masse associée aux nœuds et (\ddot{U}) le vecteur accélération associé aux nœuds. Enfin il est possible de tenir compte de la dissipation de l'énergie en introduisant un terme d'amortissement cinétique. Ce terme peut se justifier par le caractère visqueux du solide. Il dépend de la vitesse de déplacement des nœuds (\dot{U}) : Le système matriciel à résoudre prend alors la forme :

$$[M_t](\ddot{U}) + [AM_t](\dot{U}) + [K_t](U) = [F_t] + [P_t] \quad (3.41)$$

$[AM_t]$ correspond ici à la matrice d'amortissement. Il est possible de retrouver la forme générale du système (3.39) :

$$[K_t'] (U) = [F_t] + [P_t] \quad (3.42)$$

$[K_t']$ dépendra de $[K_t]$, $[M_t]$, de l'éventuel terme d'amortissement $[AM_t]$ et de la méthode de discrétisation temporelle utilisée. Ce système (3.42) est celui qui sera résolu au sein du code CAST3M et permettra d'obtenir la déformation du solide suite au chargement issu de l'implosion de la bulle. La partie suivante va aborder le fonctionnement du code CAST3M et les différentes procédures qui permettront d'avoir l'évolution temporelle de la déformation du solide.

3.3 Résolution thermo-mécanique dans PASAPAS

Dans la partie précédente, nous avons abouti au système matriciel discrétisé par la méthode des éléments finis. Ce système traduit l'évolution du déplacement des nœuds de maillages dans le solide en fonction des sollicitations qui leur sont imposées et du temps. Dorénavant l'objectif va être d'obtenir la valeur de ces déplacements et c'est ici qu'intervient le code Cast3M.

3.3.1 Rapide présentation de CAST3M

Le code CAST3M est développé au sein du Commissariat à l'Énergie Atomique. Ce code a été initié dans les années 1980 à partir de trois codes séparés permettant respectivement de générer un maillage, d'effectuer un calcul mécanique et de visualiser les résultats. Il couvre aujourd'hui un vaste champ de phénomènes physiques tels que la mécanique des structures, la thermique et certains problèmes de mécanique des fluides, de magnétostatique ou de diffusion d'espèces. Pour l'ensemble de ces problèmes CAST3M utilise une résolution par la méthode des éléments finis. Dans notre cas, nous avons retenu CAST3M pour ses capacités en mécanique des solides et pour la possibilité de le coupler avec un code fluide externe.

Le code est écrit en langage Esope qui peut être assimilé à du Fortran 77 dans lequel aurait été introduite la programmation orientée objet. Les aspects de communication de CAST3M vers le code fluide ont été programmés en Esope et seront détaillés dans le chapitre suivant. L'utilisation de CAST3M se fera grâce à un second langage, un langage utilisateur appelé langage GIBIANE. Ce langage va faire interagir trois types d'éléments : les objets, les opérateurs et les directives.

Les objets sont des données définies par l'utilisateur. Ils peuvent être simples comme l'objet "entier" qui décrit un nombre entier mais peuvent être beaucoup plus complexes comme l'objet "chargement" qui décrit l'évolution temporelle d'un chargement sur un maillage.

$A = 1;$ (Création de l'entier A valant 1)

$TABLE B;$ (Création d'une structure arborescente de nom B)

Ces objets peuvent aussi être créés par les opérateurs.

Un opérateur est une fonction écrite en Esope qui lorsqu'elle est appelée par le langage GIBIANE crée un ou plusieurs objets en effectuant une transformation sur un objet initial.

$P_0 = 0. 0.;$ (Création du point P0)

$P_1 = 0. 1.;$ (Création du point P1)

$L_0 = DROITE P_0 P_1;$ (Création de la droite liant P0 à P1)

Enfin les objets peuvent aussi être modifiés par les directives.

Une directive est une fonction écrite en Esope qui lorsqu'elle est appelée par le langage GIBIANE modifie un objet situé en argument ou bien génère une sortie

graphique à partir de ce même objet.

PASAPAS TABRES; (Résolution temporelle du problème paramétré dans TABRES)
REMP A &I B; (Remplacement du $i^{\text{ème}}$ élément de A par B)

Le script permettant de résoudre un problème physique sous CAST3M s'écrira donc à partir d'une combinaison d'objets, d'opérateurs et de directives.

Enfin, il est possible de réunir objets, opérateurs et directives dans un dernier élément : **les procédures**. Les procédures vont permettre d'appliquer de multiples transformations à un ou plusieurs objets donnés en argument. Elles peuvent aussi créer de nouveaux objets réutilisables dans la suite du script à condition que ceux-ci soient renseignés comme argument de sortie. Une procédure n'est pas limitée en taille (la procédure UNPAS contient plus de 10 000 lignes). Certaines sont déjà incluses dans CAST3M mais l'utilisateur a aussi la possibilité de créer ses propres procédures. Elles ont la structure suivante :

DEBP (nom procédure) (OBJ1 : argument d'entrée)
 —
 opérateurs et directives
 —
 FINP (nom procédure) (OBJ2 : argument de sortie)

Ce sont les procédures qui permettent d'effectuer les opérations les plus complexes dans CAST3M. Nous allons porter un intérêt particulier à la procédure PASAPAS qui est indiquée pour résoudre des problèmes non linéaires dynamiques non-stationnaires en mécanique des solides.

3.3.2 La procédure PASAPAS

La procédure PASAPAS est la procédure principale pour les simulations de mécanique des solides non-stationnaire dans CAST3M. Elle est articulée autour de la procédure RESOUDRE qui permet d'obtenir une solution à l'équation matricielle $[K] (U) = (F)$. La procédure RESOUDRE n'est capable de donner l'état d'équilibre que pour une raideur et une force aux nœuds donnée. La procédure PASAPAS est plus ambitieuse, son objectif est de pouvoir introduire une dépendance en temps. Celle-ci peut traduire un comportement élasto-plastique non linéaire, un calcul dynamique avec des phénomènes de propagation d'onde dans le solide ou plus simplement l'évolution d'une condition limite sur le domaine de calcul au cours du

temps. Nous allons donc aborder dans ce chapitre la structure générale de PASAPAS puis nous nous intéresserons à la procédure UNPAS qui permet de résoudre une itération temporelle dans une simulation en mécanique des solides.

3.3.2.1 Calcul complet : procédure PASAPAS

La procédure PASAPAS permet d'effectuer les différentes étapes du calcul :

- Initialisation des paramètres du calcul à partir des arguments d'entrée
- Bouclage en temps
- Résolution à chaque pas de temps avec vérification de la convergence
- Sauvegarde des résultats

Elle garantit aussi le chaînage entre ces différentes étapes. Il est possible de la représenter par le schéma bloc suivant 3.5.

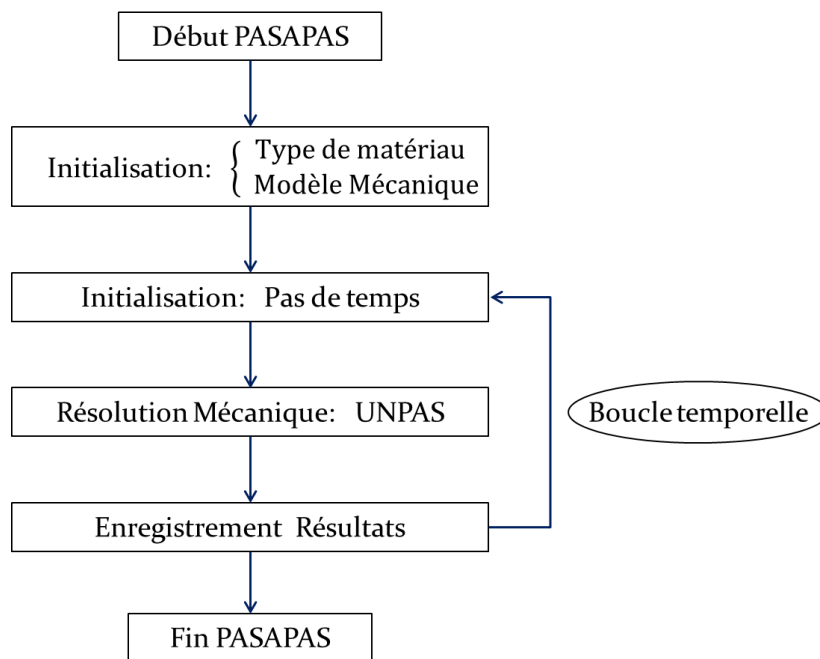


FIGURE 3.5 – Fonctionnement de la procédure PASAPAS.

Cette figure et sa description se concentreront sur les aspects utiles pour notre travail. Il est possible de trouver une description plus détaillée de l'ensemble des possibilités de PASAPAS au sein de la documentation CAST3M (www-cast3m.cea.fr).

La première étape est une phase d'initialisation, elle contient la création de tous les objets nécessaires pour le bon déroulement du calcul. Elle utilise l'argument d'entrée qui est une Table. Celle-ci doit contenir un modèle de comportement

(élastique ou élasto-plastique), les caractéristiques du matériau (valeurs des paramètres de la loi de comportement), les différents types de conditions limites imposées (blocages, amortissements et chargement), le temps de calcul total et le pas de temps. Par défaut, l'équation de la statique est résolue, il faut activer l'option `TABRES.DYNAMIQUE = VRAI`; pour que l'équation de la dynamique soit résolue.

Une fois le calcul initialisé, nous rentrons au sein de la boucle temporelle. Pour effectuer le calcul mécanique sur un pas de temps, nous ferons appel à la procédure UNPAS. Le fonctionnement général de cette procédure sera détaillé dans la section suivante 3.3.2.2. La procédure PASAPAS se charge ensuite de mettre à jour l'ensemble des données et de préparer le pas de temps suivant si nécessaire. Elle peut aussi sauvegarder les champs solutions à la demande de l'utilisateur. Lorsque le temps final est atteint le calcul sort de la boucle temporelle et la procédure se termine.

Il est possible d'intervenir au sein de la procédure à travers des procédures dites utilisateurs. Elles peuvent intervenir en début de calcul, avant et après la partie mécanique ou en fin d'itération temporelle.

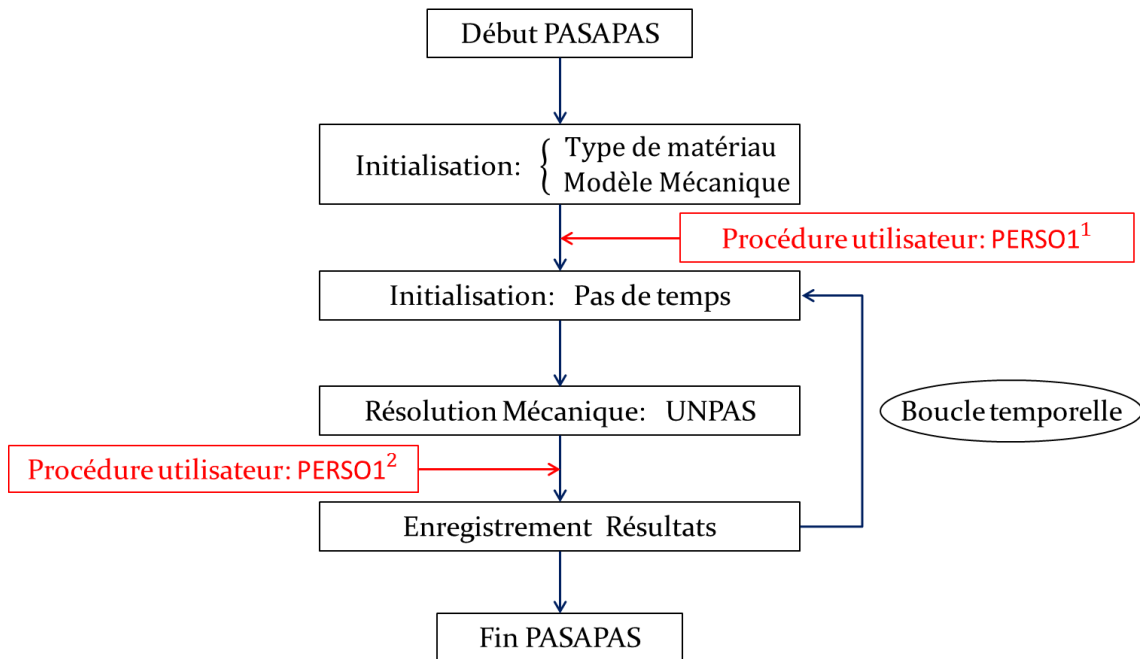


FIGURE 3.6 – Intervention de la procédure PERSO1 dans PASAPAS, les indices indiquent le numéro d'appel.

Dans notre cas nous nous intéresserons à la procédure PERSO1 qui a l'avantage d'intervenir à plusieurs reprises au sein de la procédure PASAPAS. Il est possible de choisir à quel instant doit intervenir la procédure PERSO1 : en renseignant un

numéro d'appel de 1, elle interviendra avant la boucle temporelle ; en renseignant un numéro d'appel de 2, elle interviendra à la fin de chaque pas temps mécanique. Nous verrons dans le chapitre 4 l'utilisation de cette procédure pour effectuer les communications entre les deux codes et assurer la convergence entre mécanique des fluides et mécanique des solides depuis CAST3M.

3.3.2.2 Un pas de temps en mécanique : procédure UNPAS

La résolution sur un pas de temps, de l'équation d'équilibre dans le solide (3.8a) s'effectue avec la procédure UNPAS. Pour un calcul statique ou pour un calcul dynamique, cette procédure va résoudre un système matriciel du type $\left[K \right] (\mathbf{u}) = \left(F \right) + \left(P \right)$ (voir l'équation (3.40) de la partie 3.2.3). La valeur des coefficients du tenseur de rigidité $\left[K \right]$ est directement liée au caractère statique ou non du calcul. $\left(F \right)$ correspond aux forces nodales qui sont calculées en début de pas. $\left(P \right)$ correspond à la contribution de la plasticité. Le déroulement de UNPAS prendra la structure présentée en figure 3.7 (page suivante).

À partir de l'état du solide au pas de temps précédent, c'est à dire les contraintes, les déformations et les variables internes (qui permettent entre autres d'extrapoler la plasticité), nous obtenons ainsi les efforts intérieurs au sein du solide. À l'équilibre ces forces compensent les forces extérieures appliquées au solide. Au début du pas, la différence de ces deux forces en chaque nœud est appelée le résidu : $R = F_{ext} - F_{int}$. À partir de ce résidu, nous cherchons à obtenir l'évolution du déplacement sur le pas de temps : $\Delta \mathbf{u} = \left[K \right]^{-1} \left(R \right)$. Cette variation du déplacement est incrémentée à celui au début du pas $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta \mathbf{u}$. À partir des nouveaux déplacements calculés et de la loi de comportement, les efforts intérieurs et les déformations sont recalculés. Le champ de plasticité $\left(P \right)$ est extrapolé à partir des valeurs des déformations à la fin de la 1^{re} itération de convergence et de toutes les suivantes. Si le champ de plasticité est modifié, une itération de convergence supplémentaire est automatiquement nécessaire. Le résidu est ensuite recalculé, si celui-ci est suffisamment petit, la convergence mécanique est atteinte, sinon il y a une réitération du calcul du déplacement jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Dans le cadre d'un modèle simplement élastique, la contribution de la plasticité est nulle et nous avons donc directement une solution de la forme $\mathbf{u} = \left[K \right]^{-1} \left(F \right)$. La convergence mécanique d'un calcul élastique sera beaucoup plus facile à atteindre car il n'y aura aucune hypothèse sur les potentielles déformations plastiques à effectuer au début du pas de temps. Dans le cadre d'un calcul dynamique, une méthode dite du

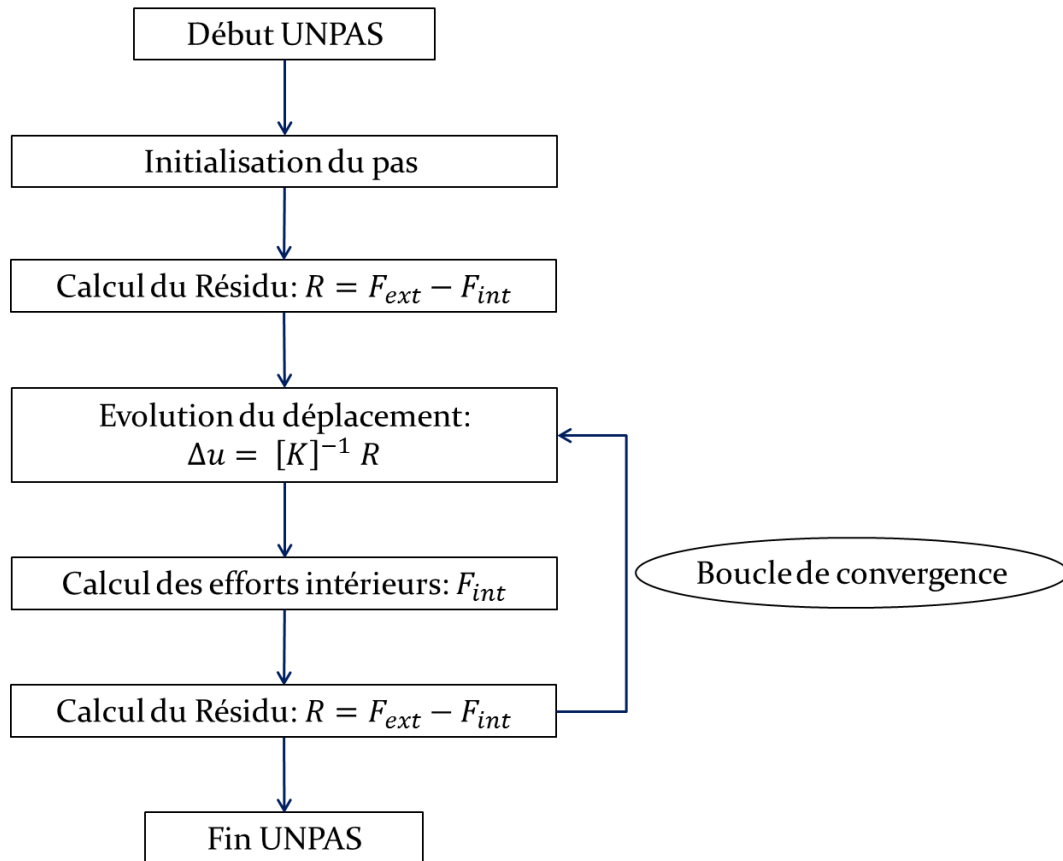


FIGURE 3.7 – Fonctionnement de la procédure UNPAS.

pas de temps dual est utilisée. L'équation d'équilibre $[M] \ddot{\mathbf{u}} + [K] \mathbf{u} = (\mathbf{F}) + (\mathbf{P})$ devient $([M] (\frac{2}{\Delta t})^2 + [K]) \mathbf{u} = (\mathbf{F}) + (\mathbf{P})$. En plus du champ de déplacements, l'accélération et la vitesse de chaque nœud seront calculées au cours du pas de temps. Le champ de vitesse des nœuds en paroi revêtira une importance particulière pour le couplage. Elle sera directement comparée à la vitesse des nœuds interpolées par les méthodes Arbitrary-Lagrangian-Eulerian pour estimer la convergence fluide-structure à l'interface.

Nous avons à présent vu les éléments fondamentaux utilisés pour les calculs en mécanique des solides. Avant d'aborder le couplage entre les codes de mécanique des solides et de mécanique des fluides, nous allons détailler deux exemples d'application du code CAST3M. Le premier aura pour but de vérifier les vitesses de déplacement d'une interface sous l'effet d'une onde de choc. Le second sera l'application du champ de pression à l'interface fourni par la mécanique des fluides (section 2.3) comme condition limite sur une plaque d'aluminium. Ce type de simulation dans laquelle le calcul réalisé en mécanique des fluides est utilisé comme condition limite pour la mécanique des solides est aussi appelé couplage "one-way".

3.4 Exemple d'onde de choc sur un solide

3.4.1 Onde choc sur une paroi : point de vue solide élastique

Dans le chapitre 2.5.2 , nous nous sommes intéressés au cas d'une onde de choc impactant une paroi et la surpression qui pouvait être générée en paroi en fonction du mouvement de celle-ci. Maintenant, nous allons nous placer du point de vue de la mécanique des solides en appliquant une pression en paroi correspondant à l'onde impactant plus la surpression théorique due à la réflexion. Nous étudierons le mouvement de la paroi qui sera ainsi généré. Pour cela nous nous référons de nouveau aux équations de comportement d'une onde de choc définies en Annexe A. Au niveau de la mécanique des solides, l'équation à vérifier relie le chargement en paroi P_{paroi} , à la vitesse d'interface v_i et à l'impédance acoustique du solide ρc .

$$P_{paroi} + P_{incidente} = (\rho c)_s v_i \quad (3.43)$$

ρ correspond à sa masse volumique et c à la célérité du son dans le solide. Cette relation n'est valable qu'en élasticité, aussi nous allons tenter de la vérifier pour de l'aluminium. Celui-ci aura les propriétés suivantes : Module d'Young $E=70$ GPa, masse volumique $\rho=2700$ k.m⁻³ et coefficient de poisson $\nu=0.36$. Le calcul de la vitesse du son va dépendre de la configuration de notre calcul. Nous pouvons répertorier différents calculs de la vitesse du son dans la direction longitudinal à la propagation d'une onde en compression ou en traction [18] :

- Pour une barre non contrainte : $c_3 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.
- Pour une barre avec déformations planes : $c_2 = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$.
- Pour une barre sans déformations transverses : $c_1 = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$.

Pour l'aluminium, nous aurons donc les trois possibilités de vitesses du son :

Non Contrainte	Déformations Planes	Sans Déformations Transverses
5091.7 m.s ⁻¹	5457.6 m.s ⁻¹	6600.9 m.s ⁻¹

TABLE 3.1 – Célérité des ondes en fonction de la configuration.

Dans notre cas de calcul (la modélisation d'une onde de compression), le domaine est composé d'un chargement en pression sur la gauche du domaine et un blocage de déplacement sur le côté droit du domaine. La condition limite haute est une condition de symétrie tandis que la condition de limite basse est une frontière absorbante. Ce sont les mêmes conditions que nous utiliserons ultérieurement pour les simulations de déformations du solide dues à l'implosion d'une bulle unique. Ces deux

conditions ne perturberont pas la propagation de l'onde dans le sens longitudinal de propagation.

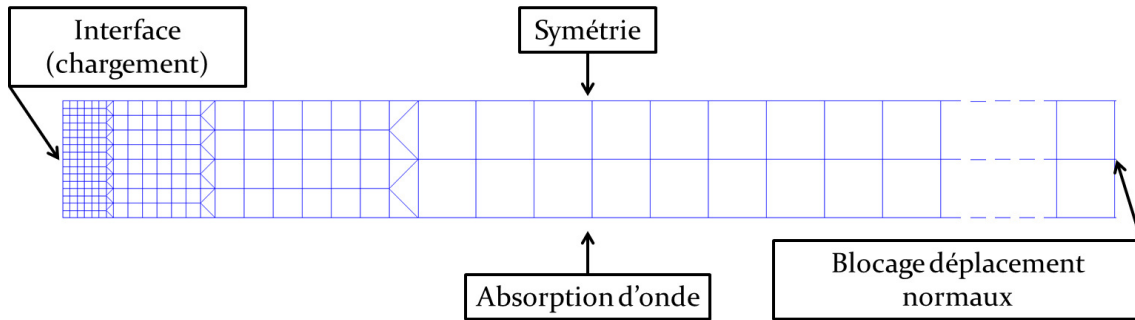


FIGURE 3.8 – Maillage du calcul solide.

Nous serons donc dans le cas d'une compression sans déformations transverses que nous pouvons modéliser en 1D. Pour ce test de compression, nous allons appliquer à $t = 0$ une pression augmentant brusquement de 0 Pa (aucun chargement) à un chargement de 800 MPa qui correspond à la pression maximum évaluée en paroi lors des simulations d'implosion de bulle. La figure 3.9 montre l'évolution caractéristique de la vitesse et du déplacement d'un nœud de l'interface au cours d'une simulation.

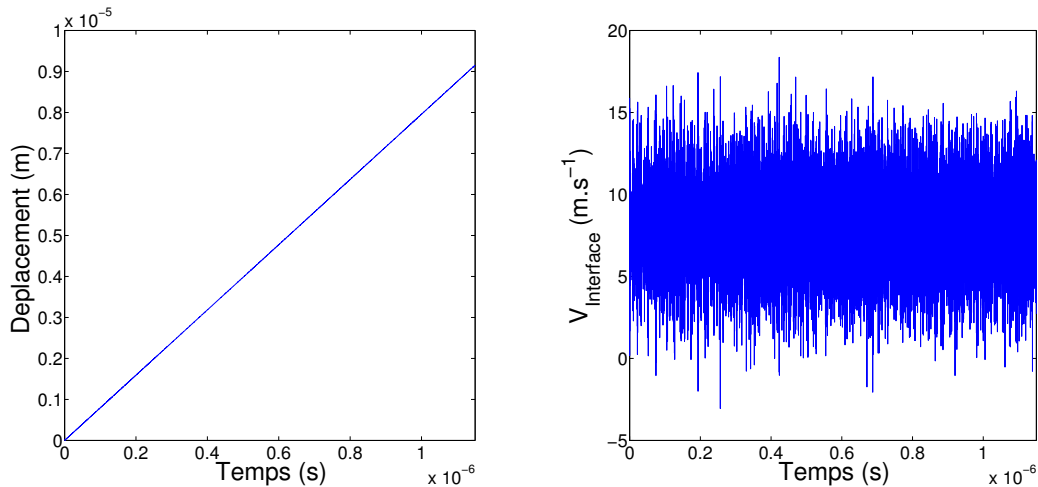


FIGURE 3.9 – Exemple caractéristique de déplacement(gauche) et vitesse(droite) de l'interface lié au choc d'une onde de pression plane.

Nous obtenons un déplacement de paroi qui croît de façon quasi linéaire. Ceci contraste fortement avec le champ de vitesse qui oscille fortement. Cependant, il semblerait que ces oscillations ont lieu autour d'une vitesse moyenne de déplacement de l'interface. En calculant la régression linéaire de la courbe de déplacement, nous obtenons une loi reliant le déplacement D et le temps t : $D = a*t + b$. a correspond la vitesse moyenne de l'interface et nous retrouvons la même valeur en calculant la

valeur moyenne du champ de vitesses sur l'ensemble des pas de temps. Nous obtenons un coefficient de corrélation de 1, ceci signifie que l'évolution du déplacement est linéaire au cours du temps. Les oscillations de vitesses se compensent donc pour avoir un déplacement de l'interface qui évolue en fonction de la vitesse moyenne de l'interface. Dans la suite, nous allons donc nous intéresser à cette vitesse moyenne de l'interface pour caractériser le mouvement global de la paroi.

À présent, intéressons-nous à l'évolution de cette vitesse d'interface en fonction de la sollicitation à l'interface. Sur la figure 3.10, nous voyons les résultats des simulations comparées aux résultats analytiques calculé à partir des trois formules de célérité du son présenté précédemment dans ce paragraphe.

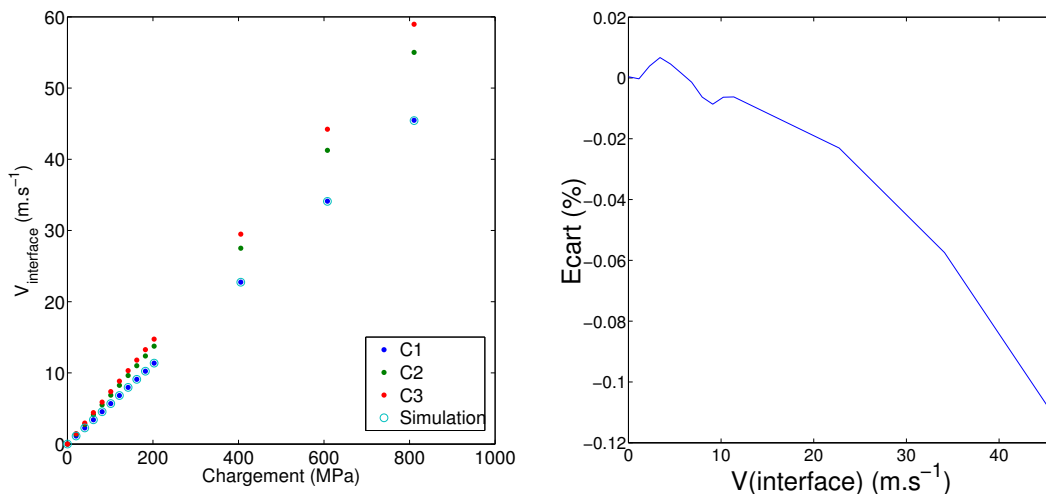


FIGURE 3.10 – Vitesses d'interfaces calculées numériquement et analytiquement pour différentes pression de choc (droite). Comparaison numérique-analytique pour le cas sans déformations transverses (gauche).

Sur la figure de gauche, nous voyons que l'hypothèse d'absence de déformation transverse dans notre calcul d'onde de choc plane est bien valide. Pour cette hypothèse, les courbes d'évolution de vitesses d'interfaces analytique et simulée sont très proches. La figure de droite présente l'écart relatif entre les valeurs analytiques et les simulations. Nous constatons que cet écart est extrêmement faible, moins de 0.1%. Le choc et la déformation qui est générée par une onde plane sont donc parfaitement reproduits par le maillage proposée en figure 3.8 et le code Cast3M. Nous pouvons donc aborder le calcul plus complexe de l'impact de l'implosion de bulle sur une paroi en modèle élasto-plastique.

3.4.2 Simulation "one-way" d'implosion de bulle : calcul de la déformation plastique induite

Dans ce paragraphe, nous allons aborder les premiers calculs couplés d'implosion de bulle. Nous allons seulement étudier les effets du fluide sur le solide en utilisant les résultats d'implosion de bulle pour paroi rigide, comme chargement au niveau de l'interface pour la simulation solide. Le solide sera un aluminium qui aura les mêmes propriétés que celui présenté au paragraphe 3.4.1, avec une limite d'élasticité fixée à 500 MPa. Nous précisons qu'aucun phénomène d'amortissement cinétique ne sera étudié dans l'ensemble des simulations présentées dans ce chapitre et le chapitre suivant. Dans un premier temps, nous allons observer le comportement du solide en supposant un comportement élasto-plastique. Puis nous nous attarderons sur les différentes solutions de sortie d'onde proposées par CAST3M. Enfin, nous regarderons l'effet d'un relâchement du chargement en fin de calcul, comme nous serions susceptibles de le retrouver dans la réalité. Avant d'aborder ces différents résultats, la figure 3.11 donne la configuration de calcul utilisée.

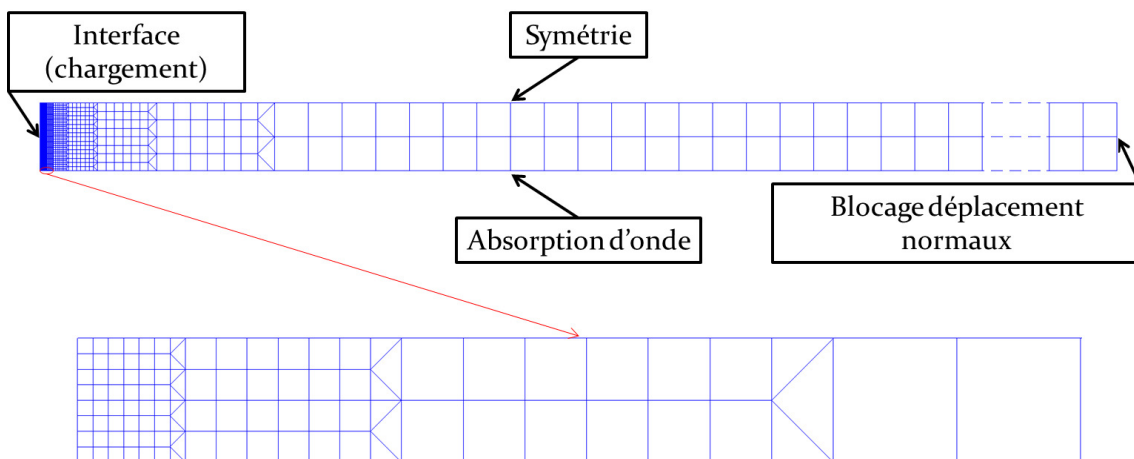


FIGURE 3.11 – Maillage du calcul solide.

Le chargement en pression est situé sur le bord gauche du domaine, il est issu de l'implosion de bulle. Le haut du domaine est une condition de symétrie pour être en accord avec la condition de symétrie de la bulle. A droite du domaine, nous avons une condition de blocage du domaine afin d'éviter d'avoir un domaine qui se déplace intégralement sous l'effet de la pression à l'interface. La longueur du domaine solide est égale à huit fois celle du domaine fluide (4 mm) afin d'éviter que la réflexion d'onde sur le blocage influence le comportement à l'interface. Enfin le bas du domaine est une condition de sortie d'onde, nous avons testé plusieurs cas de conditions limites sous CAST3M afin d'obtenir une condition limite optimale. Ces différents essais sont détaillés plus loin dans cette partie.

3.4.2.1 Simulation "one-way" d'implosion de bulle

Dans cette partie, nous allons étudier la réaction du solide au chargement en pression issu de l'implosion d'une bulle. Ce chargement a déjà été décrit au chapitre précédent et la figure 3.11 rappelle l'évolution de pression au niveau du point d'impact, d'un point situé au milieu de l'interface et d'un point sur le coté absorption d'onde.

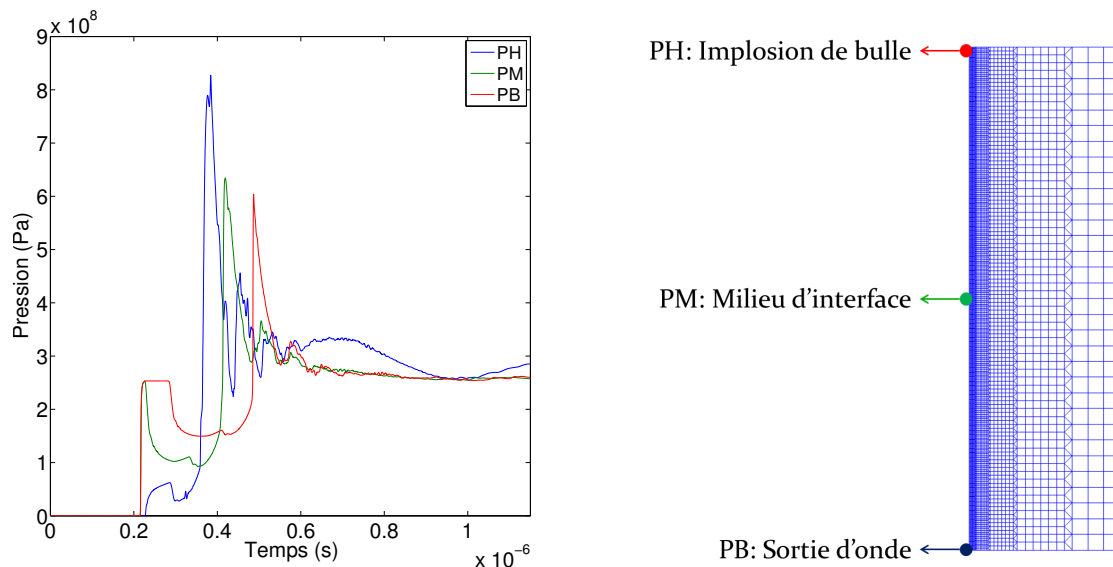


FIGURE 3.12 – Evolution du chargement à l'interface (gauche), indication des points de contrôle sur l'interface (droite)

Le bas du domaine et la condition de sortie d'onde sont impactés une première fois par l'onde incidente. Ensuite c'est le haut du domaine qui sera impacté par l'onde issue de l'implosion de la bulle. Celle-ci se propage ensuite le long de l'interface jusqu'à atteindre la condition de sortie d'onde et s'évacuer du domaine.

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à la vitesse de l'interface. Celle-ci va être conditionnée par le chargement en pression au niveau de la paroi, comme nous avons pu le voir pour le cas d'une onde de choc dans le paragraphe précédent. Comme dans le chapitre CFD, nous nous intéresserons à l'évolution en trois points, le point d'impact de l'onde issue de l'implosion de bulle situé au niveau de l'axe de symétrie (PH), le point en milieu d'interface (PM) et le point en bas d'interface au niveau de la condition de sortie d'onde (PB). La figure 3.13 en page suivante présente l'évolution des vitesses de la paroi au point considéré en comparaison avec le signal de pression en ce même point.

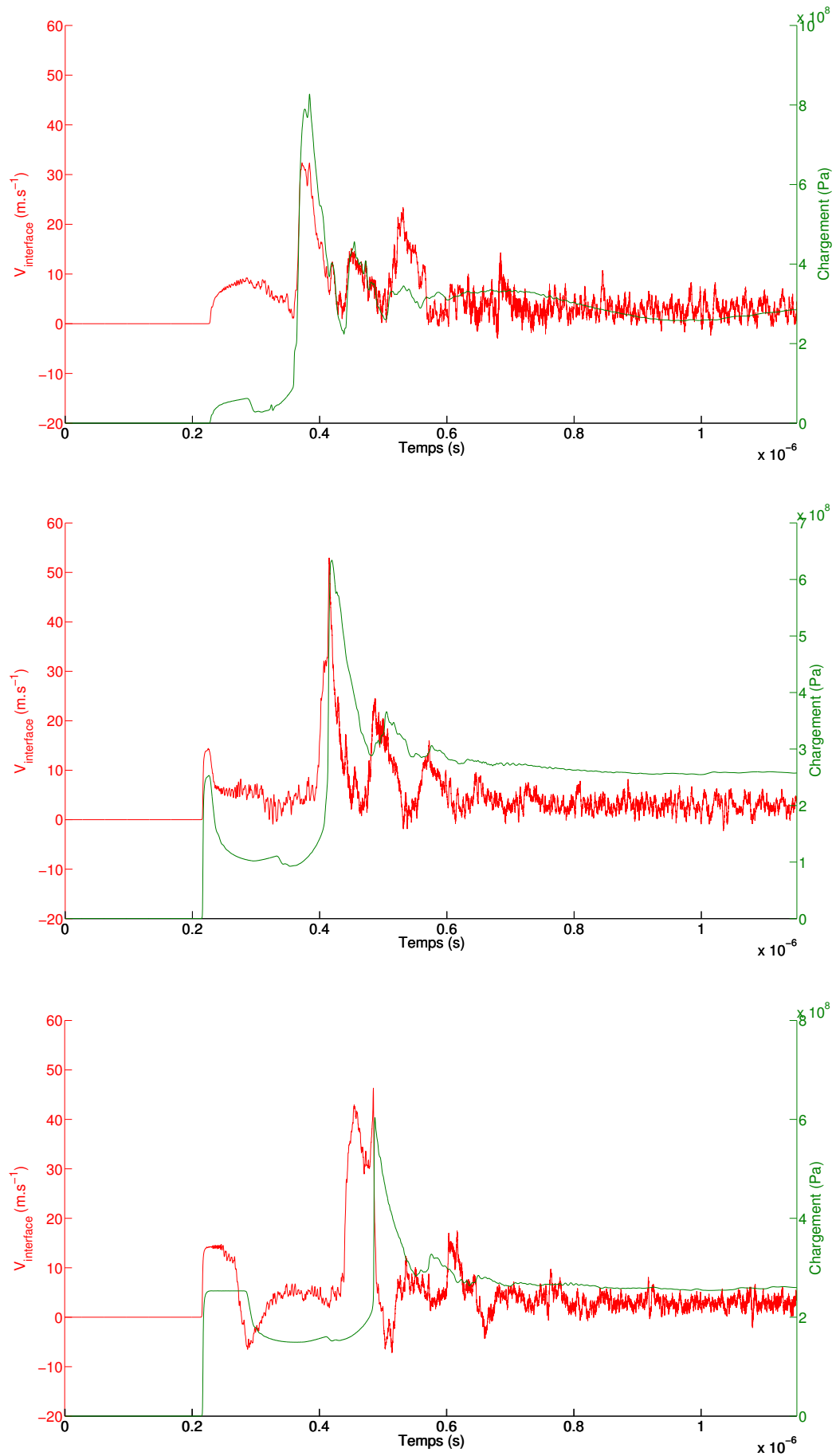


FIGURE 3.13 – Comparaison pression/vitesse à l'interface au point PH (haut), PM (milieu) et PB (Bas).

Sur la figure du haut, c'est-à-dire dans la zone d'implosion, il y a une réaction directe à la sollicitation en paroi. Lorsque l'onde ayant contourné la bulle frappe la paroi, la vitesse de l'interface augmente jusqu'à atteindre 9 m.s^{-1} . De même lorsque l'onde issue de l'implosion de la bulle atteint le point de mesure PH (à $t = 0,37\mu\text{s}$), une nouvelle hausse de vitesse atteignant 39 m.s^{-1} est constatée. Le reste du temps, les profils de vitesses et de pression ont une évolution assez proche. Nous avons cependant un pic de vitesse d'interface, montant à 23.5 m.s^{-1} , à $t = 0.53\mu\text{s}$ qui ne s'explique pas directement par une évolution du chargement à l'interface.

En milieu d'interface (courbes au centre de la figure 3.13), nous pouvons identifier les mêmes réactions au chargement à l'interface, avec une montée courte de la vitesse d'interface à 14 m.s^{-1} qui caractérise l'impact de l'onde incidente sur la paroi. Ensuite un deuxième pic qui correspond à la propagation de l'onde issue de l'implosion de bulle le long de l'interface. Lorsque celle-ci arrive au point d'étude PM, son amplitude est de près de 55 m.s^{-1} .

Enfin au niveau de la sortie d'onde (courbe du bas de la figure 3.13), nous obtenons une première réaction du solide liée à l'impact de l'onde incidente sur la paroi. Cette réaction se relâche avant la fin du chargement en paroi, ceci signifiant que le solide a atteint un état d'équilibre avec le chargement appliqué. Ensuite à $t = 0.45\mu\text{s}$, un pic de vitesse est constaté sans que la pression du fluide n'ait changé en paroi. Enfin un deuxième pic de vitesse à près de 50 m.s^{-1} qui correspond à l'arrivée de l'onde issue de la bulle en fin de domaine, au niveau du point PB. La pression en paroi s'équilibre ensuite et la vitesse de l'interface adopte un comportement similaire.

La vitesse de déplacement de l'interface permet de mesurer la réponse du solide à une sollicitation. Cette vitesse va entraîner un déplacement de l'interface dont la partie rémanente définira le pit de cavitation. La figure 3.14 montre l'évolution en fonction du temps du déplacement des trois points d'étude considérés. Nous retrouvons à $t = 0.22\mu\text{s}$ un premier déplacement significatif de la paroi suite à l'arrivée de l'onde incidente. À la fin de mise en contrainte de la paroi par l'onde, nous avons un maximum de déplacement au niveau du bas du domaine (PB) qui traduit le creusement du matériau à cet endroit. La paroi reprend ensuite un aspect rectiligne dû à l'uniformisation de la pression sur celle-ci. Ensuite, l'implosion de la bulle génère une hausse du déplacement de l'interface, au niveau de la zone d'impact (PH), puis au milieu de l'interface (PM) et enfin à la sortie de l'onde (PB). Lorsque l'onde s'évacue, il reste la pression de l'onde incidente réfléchiée qui continue d'appuyer sur la paroi qui génère un mouvement de l'interface à vitesse constante. Ceci entraîne une augmentation du déplacement continue en chaque point de l'interface. Cepen-

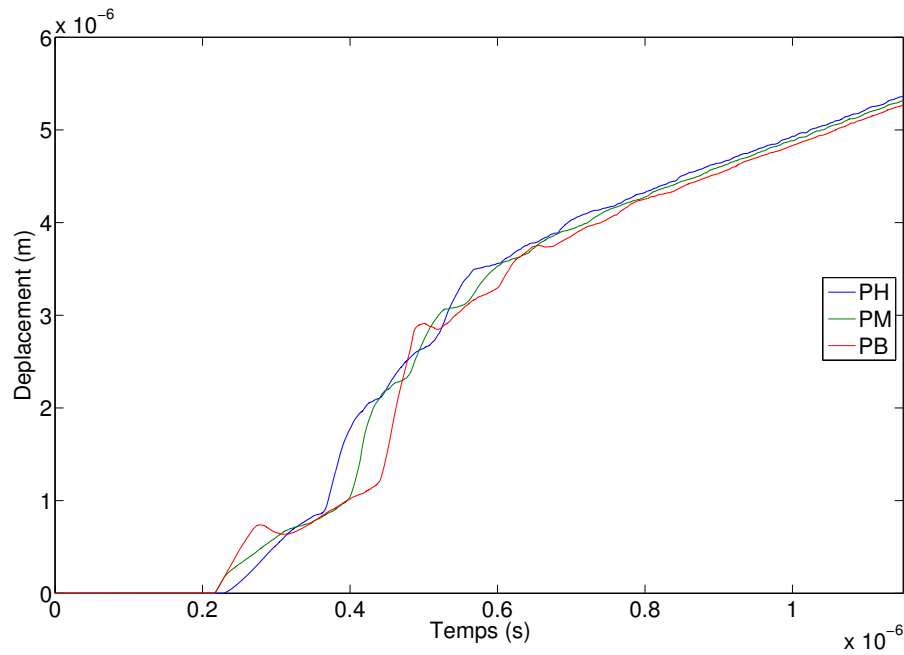


FIGURE 3.14 – Évolution du déplacement à l'interface.

nant, nous remarquons que le déplacement n'est pas le même suivant la position sur l'interface. Il semble donc y avoir un déplacement résiduel issu de la plastification d'une partie du domaine solide.

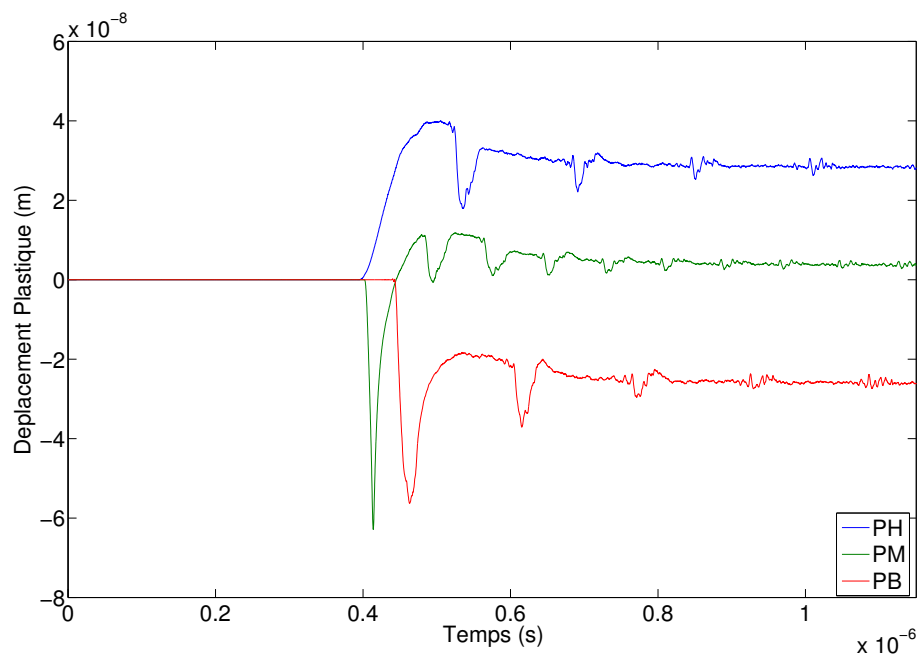


FIGURE 3.15 – Évolution de l'écart entre déplacement du cas plastique par rapport au cas élastique.

Pour quantifier la part du déplacement plastique, nous allons comparer le déplacement que nous venons de décrire, obtenu avec une loi plastique, à celui obtenu avec une loi élastique. La figure 3.15, présente ce déplacement issu uniquement de la plastification. Il est obtenu en soustrayant le déplacement de la simulation élastique à celui du de la simulation plastique. Ces résultats sont assez logiques au premier abord, plus la zone subit une pression importante, plus la différence de déplacement entre cas élastique et cas plastique est élevée. De plus, il semble que la plastification du solide génère une augmentation du déplacement dans la région de l'impact (PH) à laquelle est associée une diminution du déplacement en bas du domaine (PB), par rapport à un cas purement élastique.

Afin de mieux comprendre cette modification du déplacement dû à la plasticité, nous allons observer la génération de la déformation plastique en associant des visualisations des champs de vitesse, de déformation plastique et de contrainte de Von Mises dans le solide à différents instants.

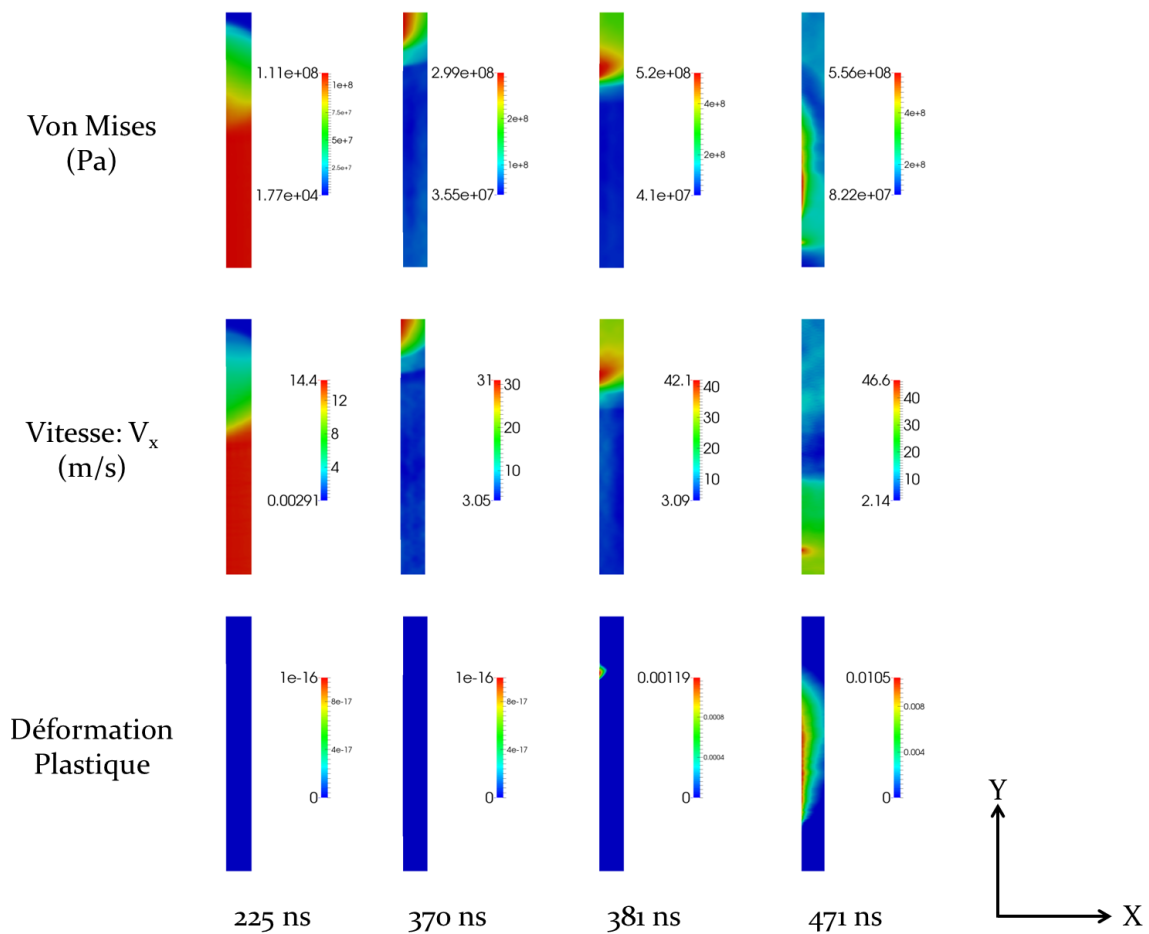


FIGURE 3.16 – Évolution de la plasticité en fonction du temps.

La figure 3.16 propose la visualisation d'une partie du domaine solide proche de l'interface. L'intégralité de l'interface fluide-solide correspond à la limite droite de chaque image.

- À $t = 225ns$, l'onde incidente frappe la paroi. Ceci entraîne un mouvement de la paroi de l'ordre de $14.4m.s^{-1}$ et induit des contraintes dans le solide. Cependant la contrainte maximale de Von Mises observée est de 111 MPa, ce qui est en dessous des 500 MPa de la limite d'élasticité. Il n'y a donc aucun effet de plastification.
- À $t = 370ns$, l'onde issue de l'implosion de la bulle a frappé la paroi. Nous avons donc une mise en mouvement et une mise en contraintes de la paroi au niveau de la zone d'impact (PH). Cependant, la contrainte de Von Mises dans le solide ne dépasse pas les 300 MPa. C'est en-dessous de la limite d'élasticité, la déformation du solide va donc se résorber.
- À $t = 381ns$, l'onde de choc se propage le long de la paroi. Cependant, la contrainte engendrée dans le solide augmente tout comme la vitesse de déplacement de l'interface. La contrainte de Von Mises dépasse 500 MPa, les déformations dans le solide deviennent définitives. Les effets de cisaillement dans le solide entraîne la formation de plasticité. Le solide subit des déformations irréversibles liées à l'implosion de la bulle.
- Enfin à $t = 470ns$, l'onde de choc s'approche du bord du domaine, elle est repérable à la zone rouge de forte vitesse. Cependant, celle-ci s'est atténuée, la mise en contraintes du solide est redescendue en dessous de 500 MPa au passage de l'onde. Elle ne génère donc plus de plasticité. Nous pouvons observer l'ensemble de la zone qui a été plastifiée par le passage de l'onde qui correspond à la zone non-bleuté de la déformation plastique à 470ns.

Au final, il est intéressant de remarquer que la zone touchée par la plastification n'est pas la zone d'impact de l'onde mais une zone située légèrement en dessous de la zone d'implosion. En observant les profils d'interface en fin de simulation, tracés sur la figure 3.17, il est possible de vérifier ce constat. Il y a un déplacement important au niveau de la zone d'impact (PH) mais le déplacement le plus important est constaté à une distance de l'ordre d'un rayon et demi de la zone d'impact. Nous remarquons qu'il y a une hausse nette du déplacement en paroi à $0.05mm$ de la zone d'impact. Cette zone correspond au début de plastification du solide. Une fois le maximum de

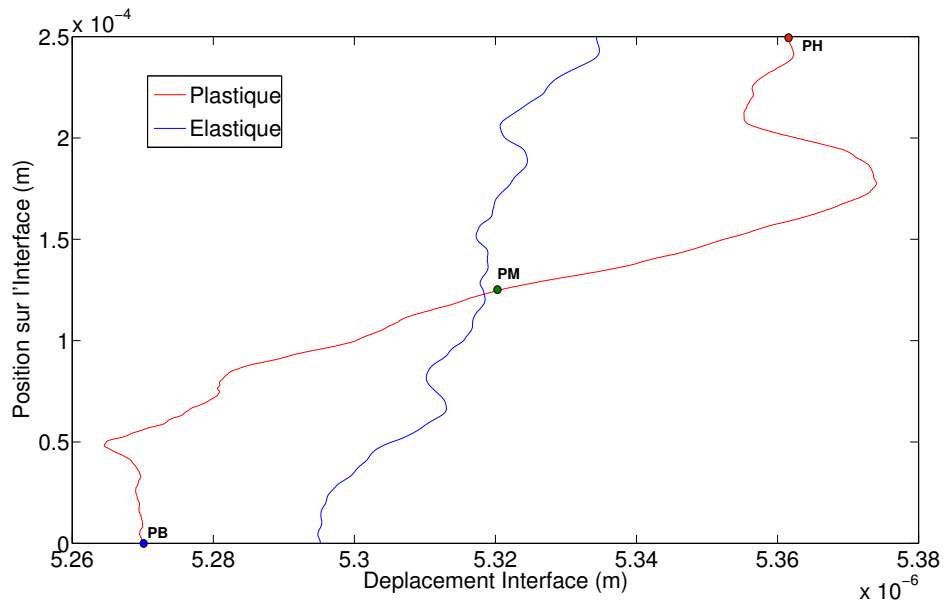


FIGURE 3.17 – Comparaison plastique/élastique de la position finale de l'interface.

déplacement atteint, il diminue pour atteindre un minimum plus faible que pour le cas purement élastique. Ce fort déplacement semble se compenser au niveau de la sortie d'onde (PB) par un déplacement plus faible que pour le cas élastique. Au final, le développement de la plasticité va générer un effet de creusement plus important dans le solide que pour un cas simplement élastique.

À l'issue de cette partie, nous avons pu étudier la réponse caractéristique d'un échantillon d'aluminium aux sollicitations générées par l'implosion de la bulle, dont le chargement a été calculé par le code fluide en supposant une interface rigide. Nous avons vu que la mise en mouvement de l'interface était bien corrélée à l'impact de l'onde de pression. Ce déplacement semblait être le plus important au point d'impact de la bulle, mais la visualisation de l'interface en fin de calcul montre que les déplacements les plus importants étaient situés entre un et deux fois le rayon de la bulle du point d'impact. Cette zone correspond au début du développement de la création de plasticité lors de la propagation de l'onde en paroi. Lorsque l'onde arrive en bord d'interface, le solide redevient purement élastique et le déplacement de l'interface est moindre par rapport à une simulation purement élastique. Il doit donc y avoir un phénomène de compensation par rapport au fort déplacement généré par la plasticité. Enfin, nous pouvons noter que le déplacement maximal est de $4.76 \mu m$, ce qui correspond à près d'un centième de la taille du domaine fluide. Le champ de pression fourni en paroi par le calcul fluide avait une résolution de plus d'un millième de domaine. Fort de cette constatation, nous verrons dans le prochain chapitre que le couplage "two-way" peut se justifier à partir d'une telle déformation.

3.4.2.2 Condition de sortie d'onde

Dans le paragraphe précédent, nous avons étudié la réponse caractéristique d'un échantillon d'aluminium à l'implosion de la bulle d'air en paroi. Nous allons ici aborder quelques points associés aux conditions limites.

Sur le bord opposé à l'interface, nous avons défini une condition de blocage afin d'éviter que le domaine ne se déplace uniformément sous l'impact de différentes ondes de choc. Cependant, cette condition va générer une réflexion des ondes qui vont l'atteindre. Il va donc falloir définir un domaine suffisamment grand pour éviter que ces réflexions ne viennent perturber le mouvement de la paroi. En considérant la durée du calcul entre l'impact de la première onde et la fin du calcul, soit $950ns$, et en considérant le cas extrême où l'onde incidente se comporte comme une onde plane, les premières ondes auront parcouru une distance de 6.3 mm soit 12.6 fois la taille du domaine fluide. Cependant, pour que les ondes perturbent vraiment l'interface, il faut qu'après réflexion, elles aient effectué un trajet retour suffisant en direction de l'interface. Nous avons donc testé trois configurations de calcul avec un domaine solide respectivement 4 fois, 8 fois et 16 fois plus grand que le domaine fluide. Ce dernier servira de domaine de référence car nous avons la certitude qu'il n'y aura pas de réflexion d'onde en fin de domaine. Pour ces trois cas, nous étudions l'influence de la longueur du domaine sur le déplacement de l'interface. La figure 3.18 permet de mesurer la différence de déplacement au niveau de la sortie d'onde (PB), qui est la première frappée par une onde : l'onde incidente, puis l'évolution de l'interface en fin de calcul.

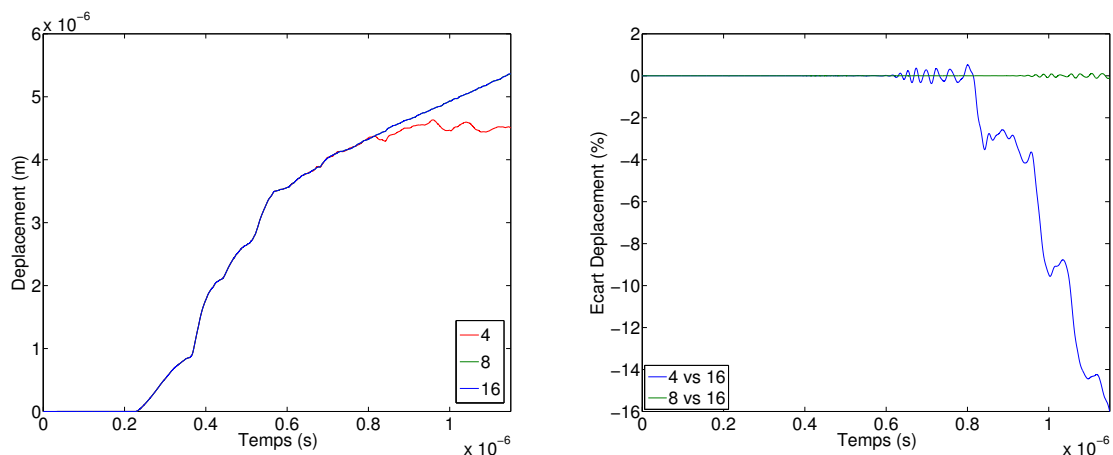


FIGURE 3.18 – Influence de la taille du domaine sur le déplacement au niveau de la sortie d'onde (PB).

Sur la figure de droite, nous constatons une différence claire entre le déplacement de l'interface au niveau de la sortie d'onde entre un domaine faisant quatre fois la

longueur du domaine fluide et un domaine faisant huit et seize fois la longueur du domaine fluide. Ce constat est confirmé par la figure de gauche qui marque l'écart relatif du déplacement par rapport au cas référence (16 fois la longueur du domaine fluide). Dès que t atteint $600ns$, le déplacement pour le taille 4 commence à se détacher de la référence en oscillant autour de celle-ci. Ensuite à $t = 840ns$, la différence de déplacement devient nette, avec le retour de l'onde incidente réfléchie qui compense une majeure partie du chargement du fluide et ralentit fortement l'évolution du déplacement de l'interface. Pour le cas du domaine de taille 8, nous pouvons apercevoir les prémices du retour d'onde après réflexion à partir de $t = 1\mu s$. Cependant l'écart relatif ne dépasse pas les 0.1%, l'effet de retour reste donc négligeable. Dans la suite de ce travail nous pourrions nous limiter à un domaine solide faisant huit fois la longueur du domaine fluide (soit 4 mm).

Sur le bas de l'interface, en opposition à la zone d'implosion, nous avons introduit une condition ayant pour but d'absorber les ondes se déplaçant de manière tangentielle à l'interface. CAST3M permet d'introduire deux types de frontières absorbantes par la directive FRONABS. Une est appelée LYSMER et a pour vocation originel une utilisation sol-structure dans le cadre d'onde planes telles les ondes sismiques. La seconde est appelée WHITE qui a pour objectif de traiter l'arrivée simultanée de plusieurs onde avec angle d'incidence différents. Cette dernière semble plus à même de répondre à nos critères car nous allons avoir l'arrivée de l'onde incidente qui sera quasi-tangentielle à cette condition, puis nous aurons la dépression due à la réflexion de l'onde incidente sur la bulle et enfin l'onde circulaire issue de l'implosion de la bulle. Nous avons donc testé ces deux conditions auxquelles nous avons ajouté le cas d'une condition de symétrie. Dans chacun de ces cas, nous avons étudié le déplacement au cours du temps des trois points de référence. Celui-ci est présenté en fonction de la condition de bord en figure 3.19.

La condition de symétrie se dégage clairement des deux autres, le déplacement continue de croître avec une vitesse moyenne beaucoup plus forte que dans le cadre des deux conditions d'absorption d'onde (de l'ordre de 22 m.s^{-1} à l'état quasi-stationnaire de fin de calcul). Ceci s'explique par la définition de la condition de symétrie. En effet, lorsqu'une onde arrive au niveau de la condition limite, elle sera totalement réfléchie étant donné que sa jumelle va arriver de l'autre côté de l'axe de symétrie. Ainsi chaque onde va balayer de haut en bas le domaine sans s'échapper du domaine de calcul. Pour les deux autres conditions limites, chaque onde balaye le domaine jusqu'à atteindre la condition limite qui va permettre son évacuation. Ainsi la symétrie va générer un déplacement final de l'interface qui sera plus de trois fois supérieur à celui obtenu dans le cadre d'une évacuation d'onde. Nous al-

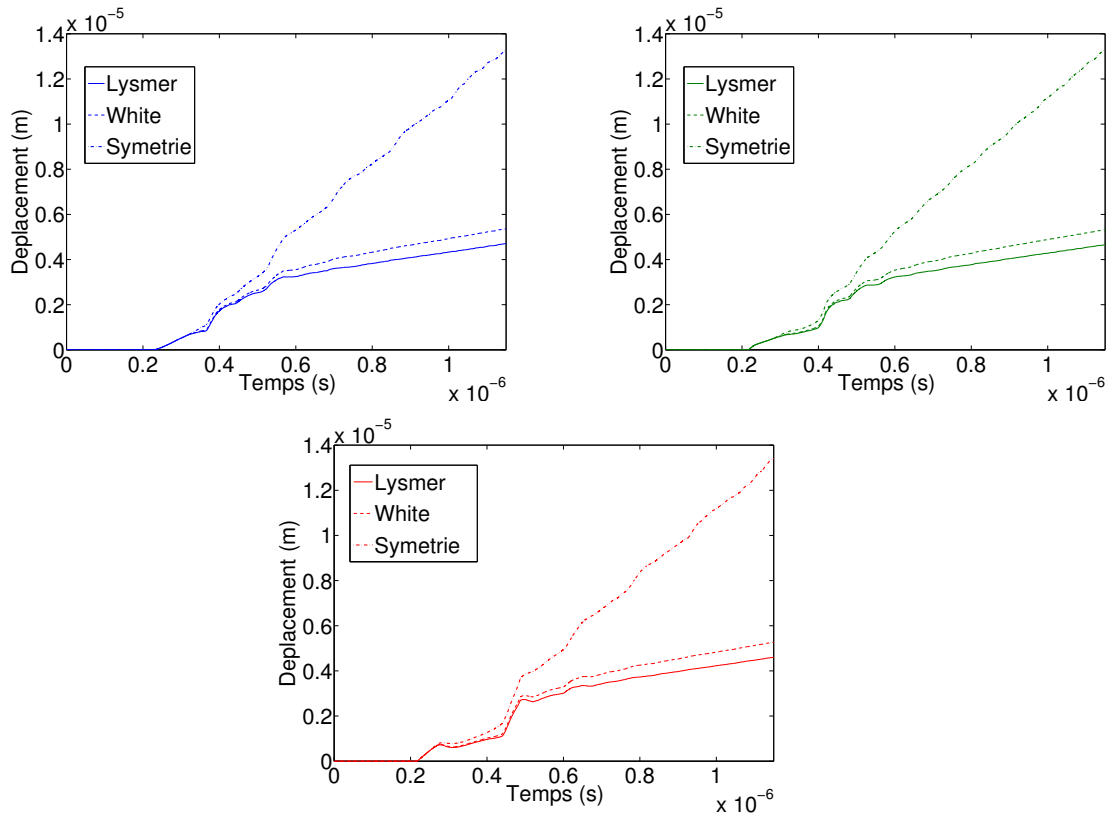


FIGURE 3.19 – Évolution du déplacement aux points PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge) suivant la condition limite imposée sur le bord inférieur du domaine simulé.

lons donc écarter cette condition de symétrie par la suite. Il nous reste donc deux conditions d'absorptions d'onde, une privilégiant l'absorption des composantes normales des ondes se propageant dans le solide : LYSMER, la seconde construite pour l'absorption d'onde simultanée à angles d'incidence multiples : WHITE. Nous allons comparer pour ces deux conditions limites, l'interface au moment de l'impact de l'onde incidente, de l'onde issue de la bulle et en fin de calcul.

Sur la figure 3.20 (gauche), au moment où l'onde incidente frappe la paroi, une onde se propageant dans une direction tangente à la condition limite est générée, la condition d'absorption n'a pas d'effet sur celle-ci et les interfaces ne diffèrent pas suivant la condition utilisée. Lorsque l'onde issue de l'implosion impacte la paroi (figure centrale), l'interface est déjà différent suivant la condition utilisée. Lorsque l'onde incidente s'est réfléchiée sur la bulle, une onde circulaire a été émise dans le fluide. Cette onde a déjà frappée la paroi et s'est propagée dans le solide. Cependant, elle n'a pas été absorbée de la même façon au niveau de la condition limite. Pour la condition LYSMER, l'onde est moins bien absorbée et le solide se durcit plus. Le déplacement généré à l'interface devient donc plus faible car le solide opposera une plus grande résistance à la pression du fluide. Cette différence d'absorption va accentuer la différence de déplacement au cours du calcul. À la fin du calcul,

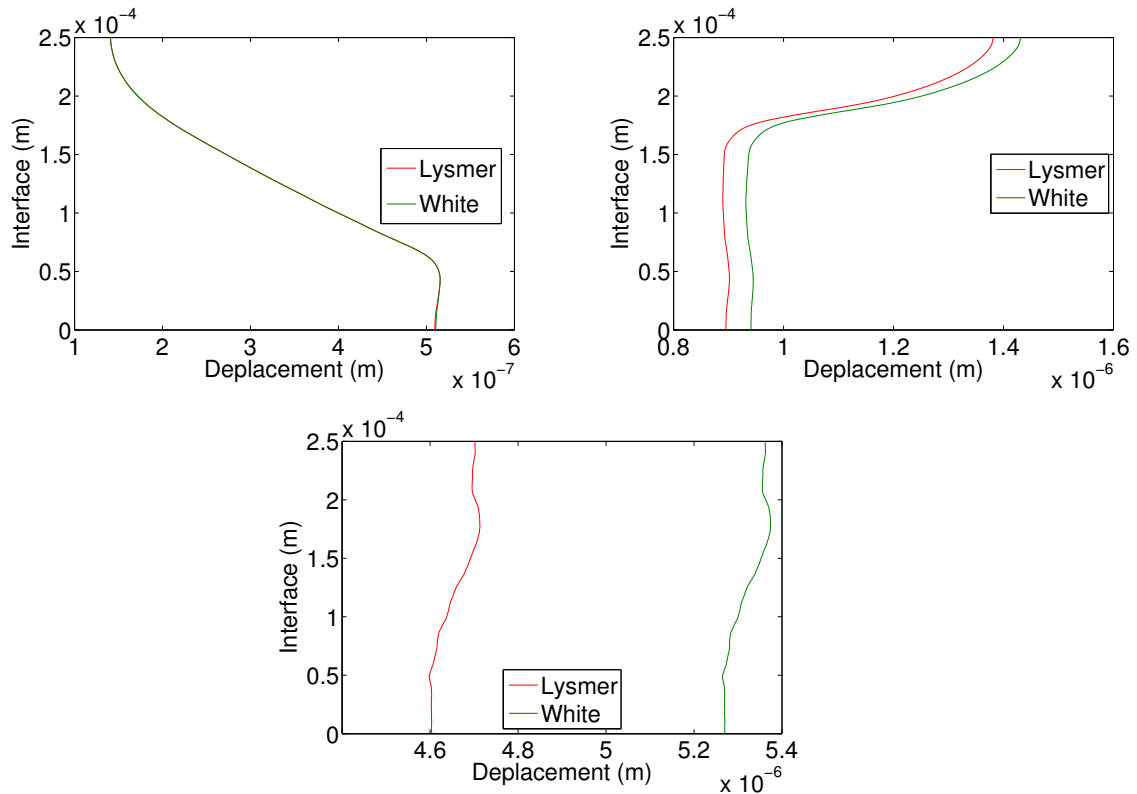


FIGURE 3.20 – Comparaison de la forme d’interface pour les deux conditions de sortie d’onde au moment de l’impact de l’onde incidente (en haut à gauche), de l’onde issue de la bulle (en haut à droite) et en fin de calcul (en bas).

nous obtenons deux interfaces de forme similaire mais le déplacement obtenu avec la condition WHITE est translaté de 660 nm par rapport à celui obtenu avec LYSMER. Au final nous obtenons deux conditions générant un comportement de l’interface très semblable. Néanmoins, il semble que la condition WHITE génère un durcissement moins important au niveau de la frontière du domaine lors de l’évacuation des ondes. C’est pour cela que nous avons choisi d’utiliser cette condition limite dans la suite des calculs.

À l’issue de ce paragraphe nous avons précisé les deux conditions limites qui n’étaient pas imposées dans le calcul mécanique. Nous utiliserons donc un domaine solide d’une largeur huit fois supérieure (4 mm) à celle du domaine fluide (0.5 mm) et une condition d’absorption d’onde de type WHITE pour retrouver une évacuation des ondes sur le bas de domaine en accord avec celle utilisée dans le calcul fluide. Nous allons à présent aborder un dernier élément de la réponse du solide au champ de pression émis par la bulle : le cas d’un relâchement de la pression après l’implosion de la bulle.

3.4.2.3 Relâchement du chargement

Dans cette dernière section, nous allons nous intéresser à un relâchement possible du chargement en paroi. Ceci a pour but de modéliser un cas plus réaliste. Dans notre cas d'implosion de bulle, les conditions limites de zéro-gradient font que le milieu fluide reste à la pression de l'onde de choc initiale après réflexion soit environ 2400 bars. Cette contrainte est donc maintenue en paroi jusqu'à la fin du calcul. Or, nous pouvons raisonnablement estimer que dans un cas réel, la pression du milieu fluide va diminuer pour revenir à la pression du milieu au repos, ici la pression atmosphérique. Nous avons donc repris notre profil de pression en paroi et, à partir de l'état stationnaire post-implosion, nous avons diminué linéairement la pression jusqu'à atteindre un chargement nul pour $t = 1\mu s$ (figure 3.21).

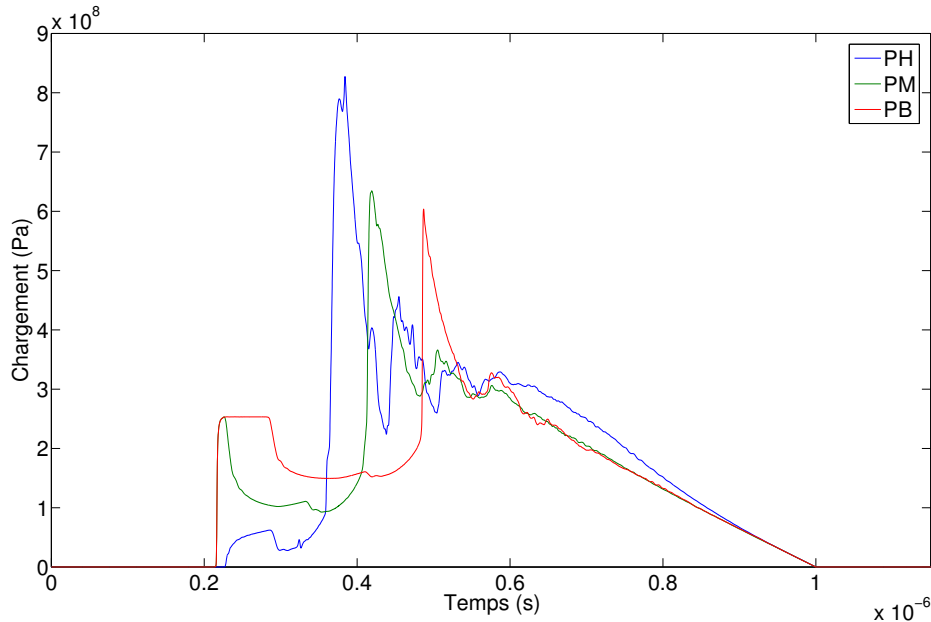


FIGURE 3.21 – Evolution du chargement avec relâchement à l'interface.

Le chargement nul a été maintenu jusqu'à $t_{final} = 2.77\mu s$. Ce relâchement final correspond à l'évacuation de l'onde incidente au niveau de l'interface. De plus le domaine a été allongé à 24 fois la taille du domaine fluide afin d'éviter toute réflexion d'onde dans le domaine solide qui pourrait influencer le comportement de l'interface.

Dans un premier temps, en figure 3.22, nous observons la vitesse de l'interface aux niveaux des trois points de l'interface : zone d'impact (PH), milieu d'interface (PM) et sortie d'onde (PB). Dans les trois cas, nous avons une diminution de la vitesse de l'interface qui devient négative, c'est-à-dire que le solide va comprimer le fluide en proche paroi durant la phase de relâchement de la pression démarrée à $t = 0.6\mu s$. À $t = 1.0\mu s$, la pression du chargement est de retour au niveau de la pression

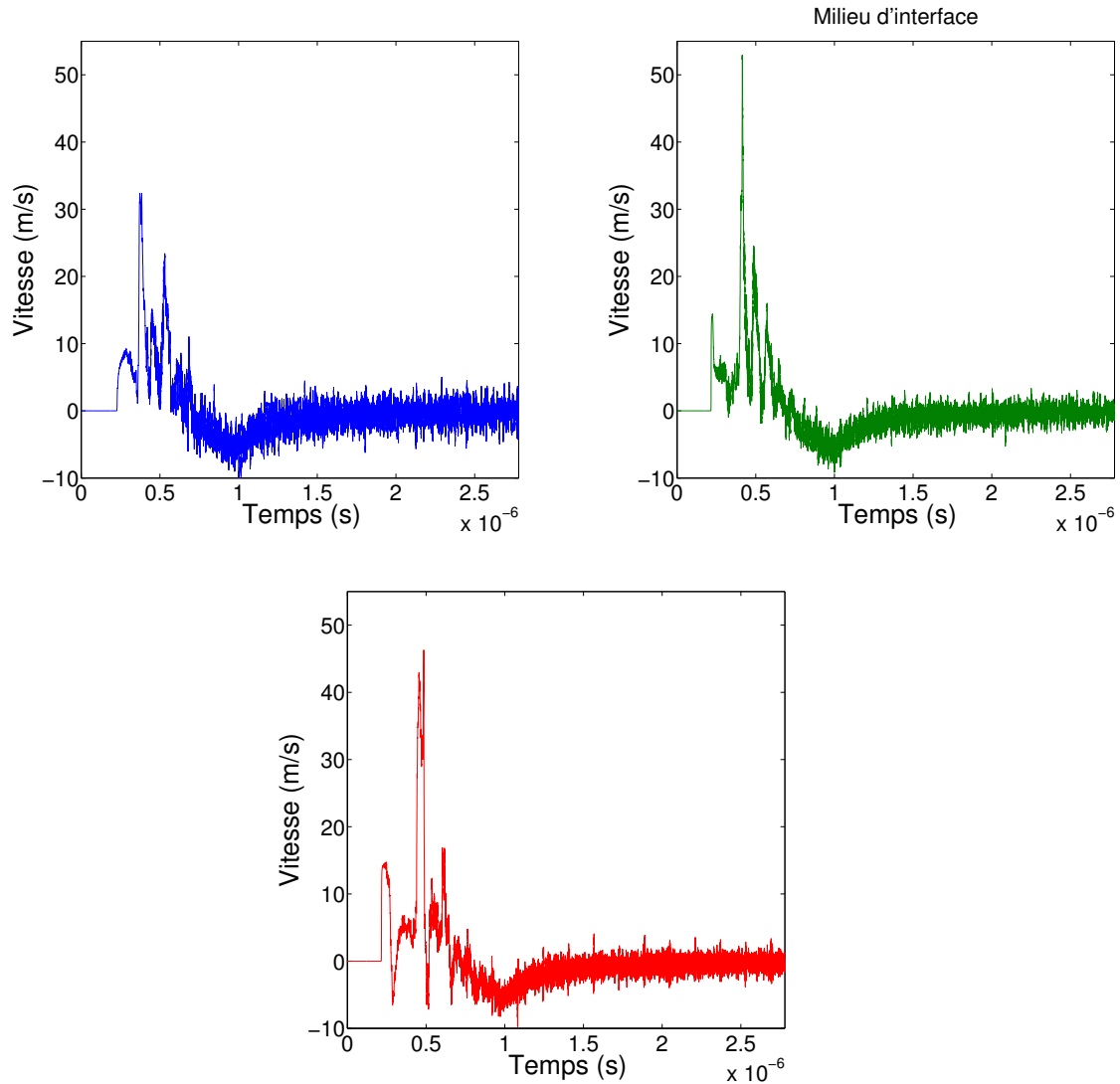


FIGURE 3.22 – Vitesse de l'interface (cas avec relâchement du chargement) aux points PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge).

atmosphérique. Le mouvement de retour du solide se ralentit et la vitesse semble tendre progressivement vers une vitesse d'interface nulle. Il est possible de mieux caractériser cette tendance en s'intéressant à la vitesse de l'interface pour cette phase à chargement nul. Sur la figure 3.23, nous zoomons sur cette zone et proposons une courbe d'interpolation de l'évolution de la vitesse en fonction du temps.

Pour chaque cas, nous avons utilisé une courbe de type puissance et nous avons obtenus respectivement une évolution de la vitesse en $t^{-4.136}$, $t^{-4.014}$ et $t^{-3.896}$ pour les courbes allant de gauche à droite. La vitesse d'interface semble donc respecter une loi en t^{-4} pour atteindre l'équilibre.

En s'intéressant à présent au déplacement des trois points de contrôle sur l'interface, nous obtenons un comportement en accord avec l'évolution des vitesses d'interfaces (figure 3.24). En fin de calcul, l'évolution du déplacement tend à se ralentir

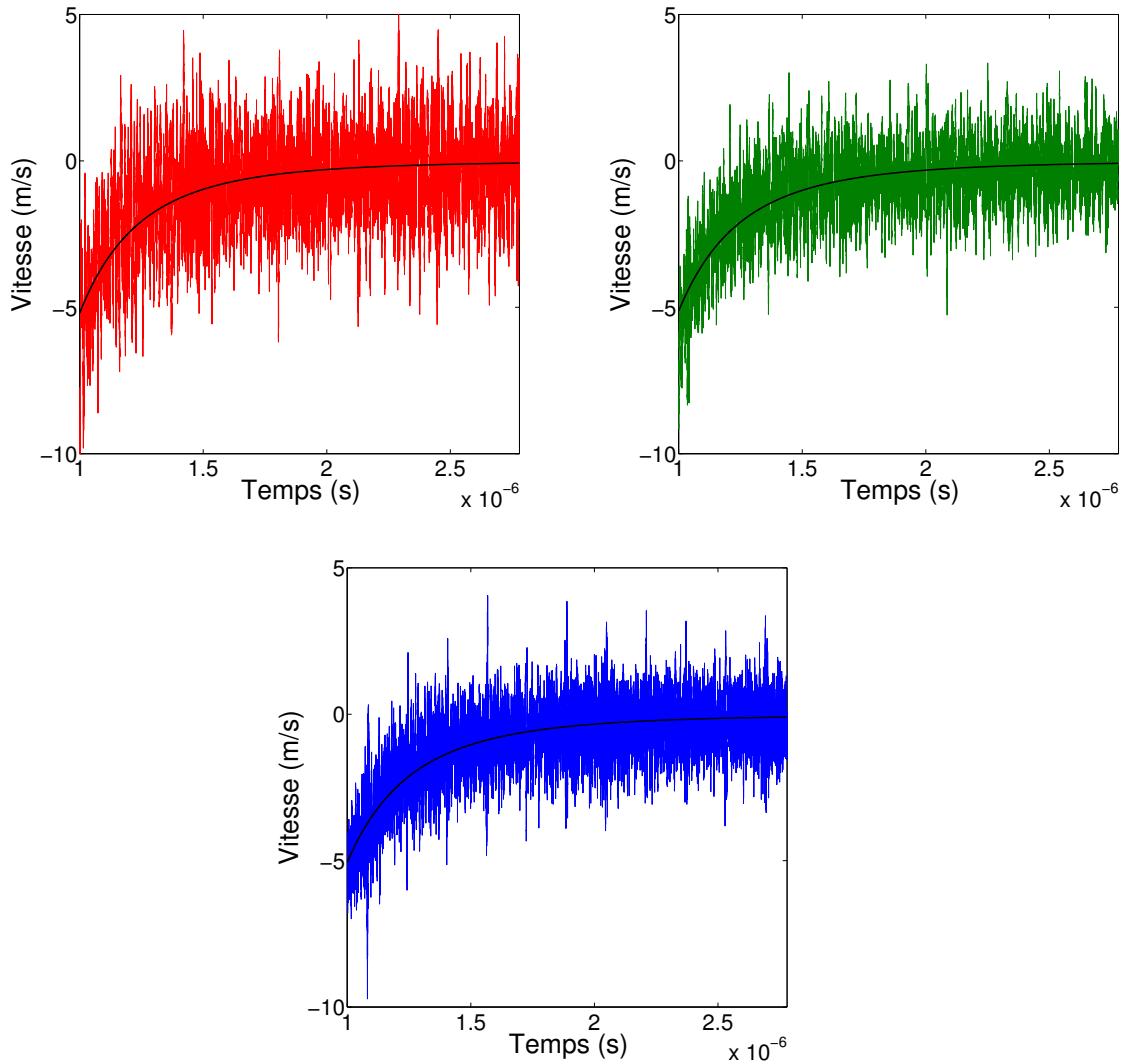


FIGURE 3.23 – Interpolation de la vitesse moyenne d’interface à chargement nul aux points PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge).

et semble tendre asymptotiquement vers une valeur limite qui devrait correspondre au déplacement plastique résiduel. Néanmoins le temps pour retrouver cet équilibre est beaucoup plus long que celui nécessaire pour générer la déformation maximale de l’interface. En effet, entre l’impact initial et la déformation maximale de l’interface, nous mesurons un temps de 481 ns, tandis que plus de 2000 ns après le début de relâchement de la pression et 1770 ns après le retour à un chargement à pression atmosphérique, le retour à l’équilibre n’est toujours pas atteint. Nous pouvons malgré cela estimer la forme de l’interface finale en croisant l’estimation des zone plastifiées obtenues dans le paragraphe 3.4.2.1 et l’évolution de l’interface au cours de la décharge. La figure 3.25 présente la forme de l’interface à $t=1.0\mu s$, $t=1.5\mu s$, $t=2.0\mu s$ et $t=2.7\mu s$.

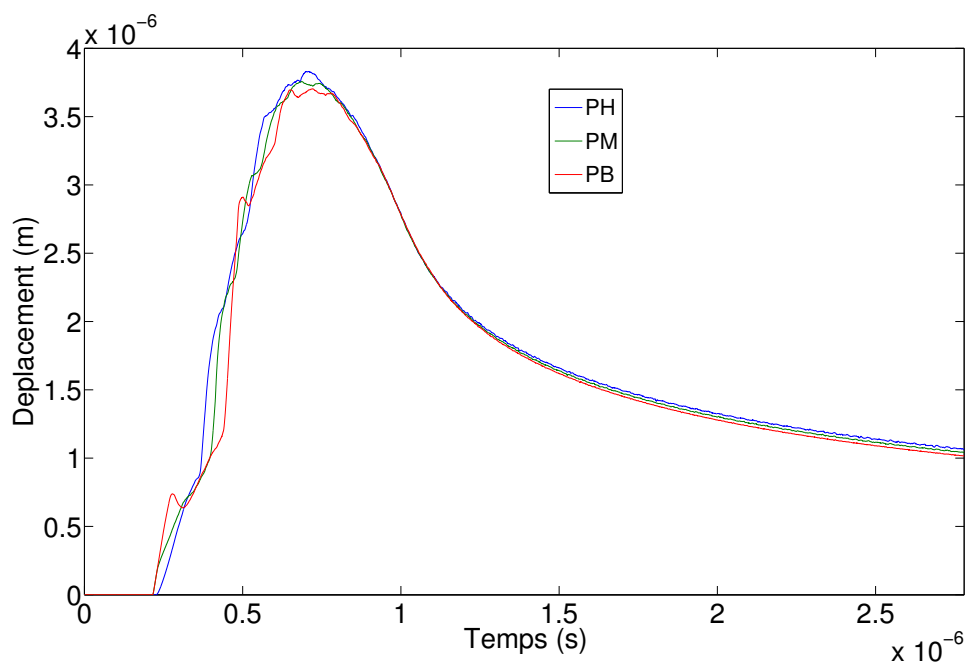


FIGURE 3.24 – Evolution du déplacement à l'interface (cas avec relâchement du chargement).

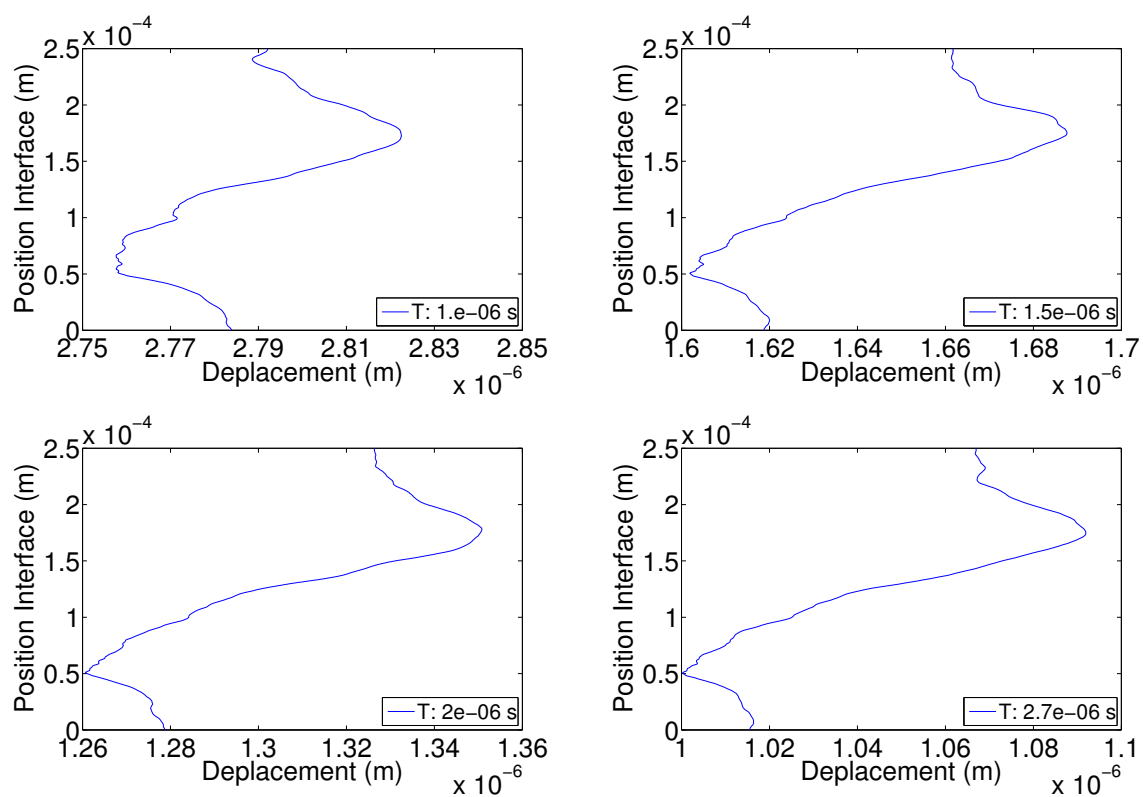


FIGURE 3.25 – Forme de l'interface à différents temps (cas avec relâchement du chargement).

À $t=1.0\mu s$, nous observons une interface plus comprimée avec un écart de $0.67\mu m$ entre le déplacement le plus forte et le déplacement le plus faible tous deux situés dans la zone plastifiée. Cet écart s'accroît dès que la décharge est complète pour atteindre $0.92\mu m$ en fin de calcul. Le profil de l'interface est conservé sur les quatre instants, avec un creusement de l'interface à proximité de la zone d'impact de l'onde issue de l'implosion de la bulle et une réaction de l'autre côté de l'interface. Au final, cette forme représente probablement la forme du pit obtenu après que l'ensemble des contraintes en paroi se soit relâché et que seul reste le déplacement résiduel, soit celui dû à la création de plasticité dans le solide.

Cette dernière constatation conclut cette section sur le comportement du solide dans le cas d'une simulation solide simple à partir des signaux de pression enregistrés dans le code fluide. Nous allons donc aborder à présent les conclusions générales liées à ce chapitre.

3.5 Conclusion sur le chapitre mécanique du solide

Dans ce chapitre, nous avons traité la partie de notre problème liée à la mécanique des solides. La première partie a consisté à présenter le fonctionnement du code solide utilisé : le code CAST3M (<http://www-cast3m.cea.fr/>). Nous avons donc présenté les équations constitutives de la mécanique des solides résolues dans le code puis le modèle de comportement élasto-plastique lié à un solide. Nous avons présenté deux lois de comportement, la loi de Ludwig et la loi de Johnson-Cook, même si cette dernière n'a pas été utilisée et a été présentée comme une ouverture sur les perspectives de ce travail. Nous sommes ensuite revenus sur la méthode de résolution des éléments finis qui est utilisée dans CAST3M. Ainsi, nous avons pu aborder le fonctionnement du code CAST3M et en particulier de sa principale procédure, la procédure PASAPAS. Nous avons ensuite présenté des applications du code CAST3M avec dans un premier temps, une validation du code à travers le cas de la propagation d'une onde de choc plane due à un chargement en pression uniforme. Nous avons ensuite analysé les résultats de calcul "one-way", dans lequel le chargement imposé comme condition limite est directement issu des signaux de pression consécutifs à l'implosion de bulle à proximité l'interface. Nous avons ainsi mis en évidence la création d'une interface plus déformée au niveau de la zone d'impact de la bulle qu'en sortie d'onde et de la génération de plasticité légèrement en dessous de la zone d'impact. Nous avons ensuite agrémenté notre analyse d'une étude de différentes conditions limites proposées par CAST3M pour traiter l'évacuation des ondes. Enfin nous avons complété notre analyse par l'étude sur le retour à l'équilibre

dans le solide dans le cas d'un relâchement total des contraintes à l'interface. Nous pouvons ainsi clore ce chapitre lié à la mécanique des solides et aborder l'étude simultanée des deux physiques grâce au couplage des deux codes.

Chapitre 4: L'Union des Deux Codes

À ce point du mémoire, nous avons développé un code de CFD simulant l'implosion de bulle et capable de fournir, à chaque instant, la pression et donc le chargement sur la paroi près de laquelle la bulle implose. Nous avons également présenté un code de mécanique des solides qui permet de calculer le déplacement de la paroi d'un solide élasto-plastique soumis à un champ de pression sur sa frontière. L'objectif est maintenant de faire fonctionner simultanément ces deux codes afin de considérer les effets couplés des deux physiques. Dans un premier temps, nous aborderons le principe du couplage en nous intéressant aux types de couplages déjà existants. Ensuite, nous aborderons la méthodologie du couplage retenue et en particulier les systèmes itératifs utilisés pour assurer la convergence des données au niveau de l'interface fluide-solide. Ceci nous amènera à introduire le système de communication que nous avons retenu pour faire fonctionner les deux codes simultanément. Enfin, nous pourrions aborder les calculs couplés d'implosion de bulle au voisinage de différents matériaux élasto-plastiques.

4.1 Retour sur le couplage

4.1.1 Principe de couplage

L'utilisation du couplage a pour but d'étudier le comportement d'une interface où deux physiques différentes coexistent et qui sont résolues par deux codes ou deux méthodes de résolutions différentes. Dans notre cas, nous avons d'un côté la mécanique des fluides approchée par une description ALE et résolue par la méthode des volumes finis, et de l'autre la mécanique des solides approchée par une description lagrangienne et résolue par la méthode des éléments finis. Nous sommes donc en présence de deux problèmes physiques et deux résolutions bien différentes qui cherchent pourtant à décrire le même comportement de l'interface, chacun apportant la contribution liée à sa propre physique.

La méthode de couplage la plus simple consiste à faire fonctionner les deux codes séparément, avec un code fournissant les données d'entrée au second. Dans notre cas,

c'est l'implosion de la bulle qui va faire réagir la paroi solide, sans implosion pas de mouvement de l'interface. La simulation en mécanique des fluides va donc être réalisée en premier afin d'obtenir l'évolution de pression en paroi en fonction du temps. Cette pression est donnée comme condition limite pour la simulation solide qui va déterminer la déformation et la plastification éventuelle du matériau solide. La figure 4.1 présente ce type de couplage qui est appelé couplage "one-way" ou

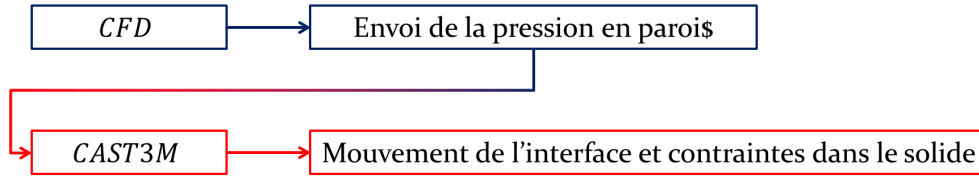


FIGURE 4.1 – Couplage "one-way" pour l'implosion de bulle.

couplage faible. Il n'y a pas de rétroaction entre les deux physiques. C'est la méthode que nous avons utilisée en fin du chapitre 3 pour tester le logiciel CAST3M.

Dans notre cas, un couplage "one-way" consistera à modéliser le profil déformé d'une paroi à partir de données de pression obtenues sur une paroi rigide. Cette approche simplifiée est satisfaisante si le mouvement de la paroi est suffisamment faible pour que cela n'atténue pas sensiblement l'impact hydrodynamique. Dans le paragraphe 4.1.2, nous étudierons à partir des données "one-way", si la déformation du solide est suffisamment faible pour que la paroi puisse être considérée comme quasi-rigide dans le code fluide.

Une alternative au couplage faible est un couplage qui consiste à prendre en compte la rétroaction du solide sur le fluide. Une première méthode consisterait à faire un premier calcul fluide, en supposant une paroi rigide, de l'évolution spatio-temporelle de la pression en paroi sur l'intégralité du temps de simulation souhaité. La distribution spatio-temporelle de la pression serait alors appliquée comme condition limite dans le code solide afin de calculer une première distribution spatio-temporelle du déplacement de la paroi. La distribution spatio-temporelle du déplacement serait alors utilisée dans le code fluide en vue de calculer une seconde estimation de la distribution de pression en paroi et ainsi de suite jusqu'à obtenir une convergence des champs de pression et de déplacement à chaque instant du calcul. Dans ce cas, chacun des codes fonctionne toujours séparément. Cependant, nous n'avons pas retenu cette stratégie car en cas de grosses différences des champs de pression en paroi entre chaque simulation, il faudrait effectuer un grand nombre de simulations sans pour autant être assuré de la convergence des phénomènes en paroi. Finalement, ce type d'approche est une répétition de couplages "one-way" entre

mécanique des fluides et mécanique des solides jusqu'à convergence des champs de pression et de déplacement à l'interface.

Nous avons adopté une stratégie similaire, mais nous allons effectuer des échanges de données non pas en fin de calcul mais à la fin de chaque pas de temps. Ce type de couplage est appelé couplage fort. Les codes fonctionneront ainsi de manière simultanée, chacun effectuant son itération de calcul dès qu'il aura reçu l'information nécessaire : la pression en paroi pour le code solide, le mouvement de la paroi pour le code fluide. Le fonctionnement de ce type de couplage est présenté par la figure 4.2, en page suivante.

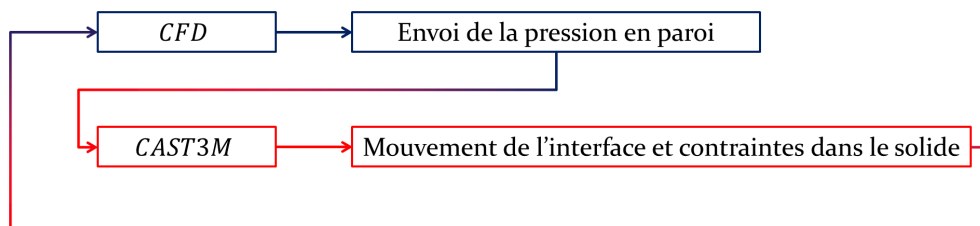


FIGURE 4.2 – Couplage "two-way" à chaque pas de temps, pour simuler l'implosion d'une bulle.

Ce type de couplage est appelé couplage "two-way" ou couplage fort, le fonctionnement du couplage est détaillé dans la section suivante 4.2.

Enfin un dernier type de couplage peut exister, il s'agit d'une résolution des deux physiques au sein d'une même outil numérique résolvant mutuellement, mécanique des fluides et mécanique des solides suivant les propriétés du nœud : fluide, solide ou à l'interface. Ce type de couplage est appelé résolution monolithique. Les calculs avec la méthode SPH présentés en introduction (paragraphe 1.3.3) relèvent de ce type d'approche puisqu'un solveur unique est utilisé à la fois pour le fluide et pour le solide.

Nous allons à présent revenir sur la nécessité du couplage "two-way". Pour cela, nous allons effectuer une rapide application des résultats du calcul "one-way" solide sur le maillage coté fluide et estimer quelle déformation de ce maillage elle générerait. Ensuite, le modèle élastique présenté en Annexe A et basé sur la considération des impédances acoustiques des deux milieux, liquide et solide, donnera une première estimation de l'importance de l'interaction fluide/structure dans le cas élastique.

4.1.2 Nécessité du couplage

À partir des chapitres 2 et 3, il est possible d'estimer le déplacement du maillage. En effet à la fin du chapitre 3 3.4.2 nous avons appliqué comme condition à la limite du code solide CAST3M, la pression obtenue par le code fluide. Nous avons obtenu une amplitude du déplacement de l'interface se situant entre $5.265\mu\text{m}$ et $5.374\mu\text{m}$. Or les mailles fluide de plus forte résolution ont une taille de $0.488\mu\text{m}$. La figure 4.3 présente le déplacement de l'interface évalué par une simulation "one-way" adimensionné par la dimension d'une maille fluide.

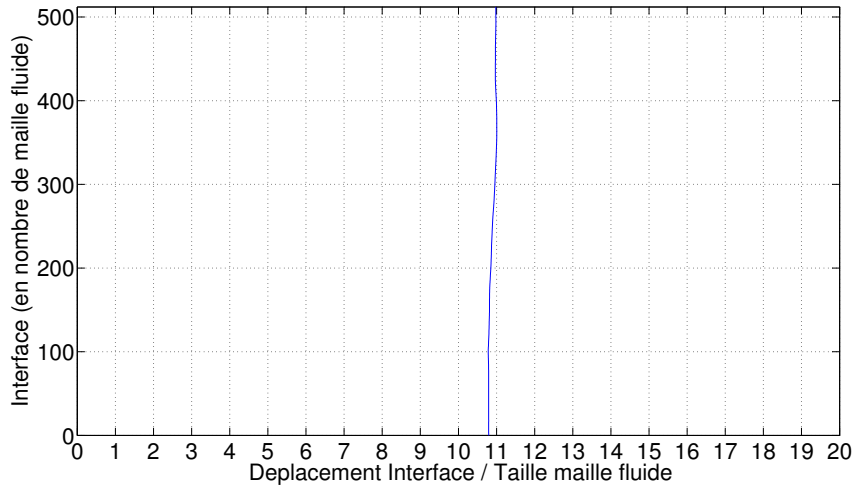


FIGURE 4.3 – Couplage "two-way" pour l'implosion de bulle.

Ce déplacement va se situer entre 10 et 11 mailles fluides. Ceci signifie qu'en gardant le maillage fluide fixe, il aurait fallu ajouter 11 colonnes de mailles résolues au maillage en début de calcul pour tenir compte de la déformation de l'interface. Cette option n'a pas été adoptée et nous avons choisi de décrire le fluide par une méthode ALE qui permet d'avoir un maillage mobile. Ainsi, le mouvement du solide va générer une augmentation de la longueur du domaine fluide de 1.07%.

À présent, revenons sur la cas analytique de l'onde de choc plane en paroi (Annexe A). Dans le cas d'une paroi d'aluminium supposé élastique, il est possible de déterminer la surpression à partir de la pression de l'onde de choc incidente :

$$P_r = P_i + \frac{\alpha_{ac}}{1 + \alpha_{ac}} P_i \quad (4.1)$$

La surpression $\frac{\alpha_{ac}}{1 + \alpha_{ac}} P_i$ liée à la réflexion dépend directement de l'onde incidente et des rapports des impédances acoustiques α_{ac} des deux milieux composant l'interface. Dans le cas de l'implosion de bulle nous avons constaté un maximum du pic de pression en paroi de 827MPa. Si nous l'associons à une onde de choc plane

se réfléchissant sur une paroi parfaitement rigide, ceci correspondrait à une onde incidente de 413.5MPa. En reprenant, les conditions de Rankine Hugoniot et la loi d'état des gaz raides, nous obtenons une impédance acoustique du fluide de $1.96 \times 10^6 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$. Pour l'aluminium dans le cadre de la propagation d'une onde plane sans déformations transverses, nous avons une impédance acoustique du solide de $1.78 \times 10^7 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$. Nous obtenons ainsi un rapport α_{ac} des impédances acoustique de 9.03. Ainsi, nous obtiendrons une surpression due à l'onde réfléchie de 372.5 MPa, ayant donc subi une diminution de 41 MPa, soit près de 10% de la pression incidente, par rapport à une paroi rigide.

Reprenons ce même calcul en utilisant nos résultats de simulations numériques : nous considérons une onde de choc plane de 413.5 MPa impactant la paroi. Il est possible d'évaluer la surpression lors de l'impact à partir de la vitesse de l'interface. Nous avons :

$$P_r = P_i + (P_i - \rho_l c_l v_{interface}) \quad (4.2)$$

Dans le cadre des simulations "one-way" effectuées sur de l'aluminium (paragraphe 3.4.2.1), nous avons obtenu un pic de vitesse de l'interface de 32.4 m.s^{-1} en réponse à l'impact de l'onde en paroi. Dans l'équation 4.2, la quantité $\rho_l c_l$ correspond à l'impédance acoustique du fluide déjà évaluée à $1.96 \times 10^6 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$. La chute de pression liée à la relaxation se calcule donc directement à partir de $\rho_l c_l v_{interface}$ et sera évaluée à 63.4 MPa. Ceci se traduirait par une baisse de 15% de la réflexion par rapport à une paroi rigide.

Dans les deux cas présentés, la comparaison qualitative entre paroi rigide et paroi réelle en aluminium se traduit par une baisse significative de la pression lors de la réflexion de l'onde en paroi. Bien que cette analyse ait été réalisée pour une onde de choc plane au lieu de circulaire et dans le cadre d'une approximation acoustique qui n'est pas forcément valable pour cette amplitude d'onde de pression, l'atténuation de la réflexion obtenue met en avant la nécessité d'effectuer des calculs couplés fluide-structure afin de s'assurer de l'existence et de l'influence de ce phénomène de relaxation de pression sur la déformation du solide. Nous pouvons donc aborder à présent le fonctionnement détaillé de ce couplage.

4.2 Itérations de convergence

L'objectif d'un couplage est d'obtenir un équilibre entre les différentes physiques mises en jeu. Dans notre cas il s'agira d'avoir un équilibre entre mécanique des fluides et mécanique des solides à l'interface. D'un point de vue physique, ceci se

traduira par une position et une vitesse de l'interface identiques côté fluide et côté solide qui traduira un équilibre des contraintes de chaque côté de l'interface. Une modification de cet équilibre traduira une remise en mouvement de l'interface.

4.2.1 Itérations de couplage

En pratique, la contrainte en paroi sera initialisée par la première étape du transfert d'informations. Au sein d'une itération de couplage nous aurons le procédé suivant :

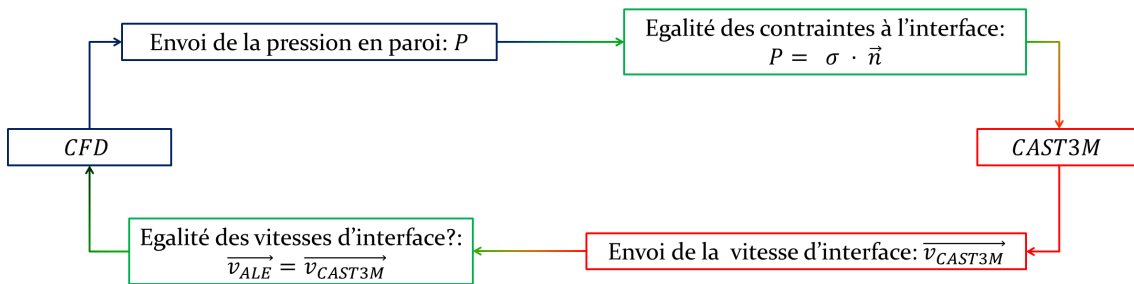


FIGURE 4.4 – Principe résumé d'une itération de couplage

L'itération commence par le calcul de mécanique des fluides qui permet de déterminer un champ de pression en paroi. L'égalité des contraintes à l'interface permet de déterminer la condition limite pour le code CAST3M de mécanique des solides. Celui-ci va déterminer la vitesse de l'interface qui correspondra à l'équilibre des contraintes dans tout le domaine solide. Cette vitesse est envoyée au code de mécanique des fluides et comparée à la vitesse du maillage en paroi (notée ici \vec{v}_{ALE}), l'itération de couplage se termine à cet instant.

Cependant, il n'y a pas forcément d'égalité entre la vitesse du maillage, fixée par la mécanique des fluides, et la vitesse de l'interface, calculée par la mécanique des solides, à la fin de la première itération de couplage. Il faut donc mettre en place une procédure itérative permettant d'aboutir à la convergence.

4.2.2 Itération de convergence

La procédure itérative est basée sur la modification de la vitesse du maillage fluide. Cette dernière est déterminée à partir de la vitesse en paroi comme nous pouvons le voir sur la figure 4.5. La vitesse du maillage à l'interface doit correspondre à la vitesse de l'interface calculée par le code de mécanique des solides. Au niveau du bord de domaine opposé, la vitesse du maillage est nulle afin d'éviter un déplacement dans l'espace de l'ensemble du domaine de calcul. La vitesse d'un nœud quelconque du domaine de calcul sera évaluée par interpolation linéaire en fonction de sa position

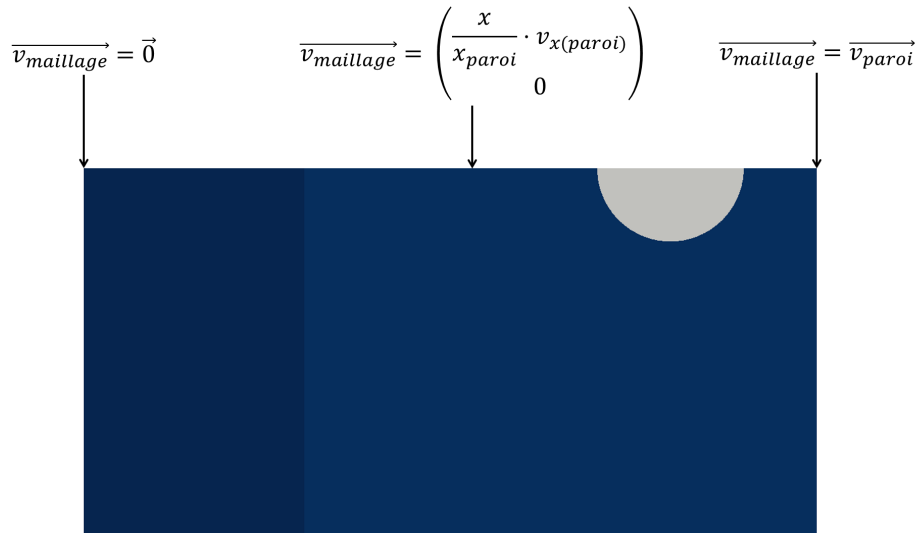


FIGURE 4.5 – Vitesse du maillage dans le domaine fluide

entre les deux extrémités du domaine de calcul. La vitesse d’une cellule est calculée à partir de la vitesse des quatre nœuds la composant. Dans nos simulations, la vitesse du maillage est imposée comme nulle dans tout le domaine de calcul au début des simulations. Ensuite, elle va évoluer en fonction de l’évolution de la vitesse de l’interface calculée par le code solide. De plus, son évolution sera directement régie par le calcul de la convergence fluide-structure au sein d’une itération de couplage. Le fonctionnement complet d’une itération de couplage convergé est proposé en figure 4.6.

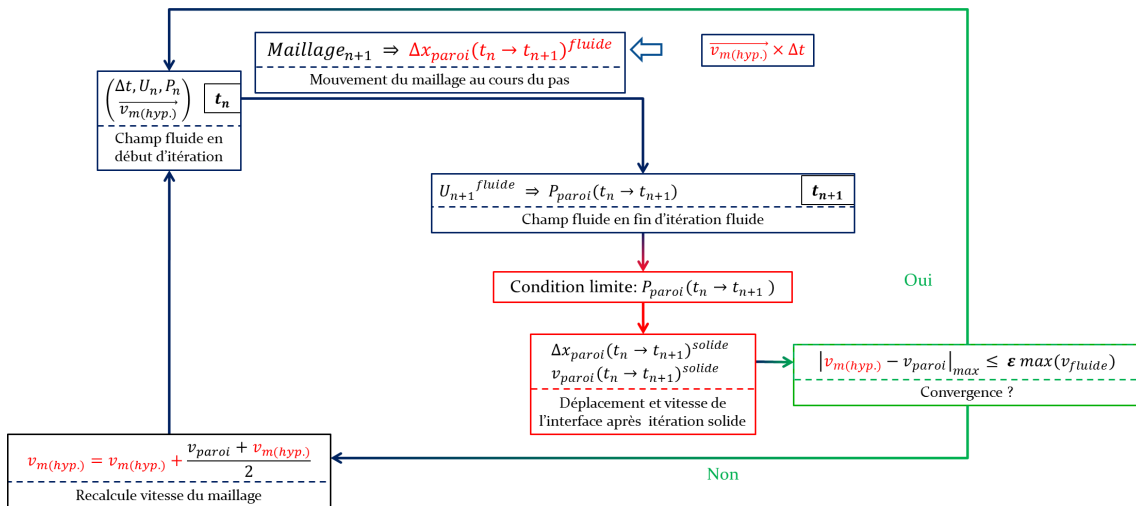


FIGURE 4.6 – Schéma d’une itération de convergence incluant les étapes de CFD, CAST3M et Convergence.

Chaque sous-itération de couplage respectera la procédure suivante :

- L’itération démarre dans le coin gauche de la figure 4.6 avec l’état des champs CFD à l’instant t_n . Le pas de temps Δt , l’ensemble des champs physiques U_n

dont le champ de pression P_n et la vitesse hypothétique du maillage $v_m(hyp)$ sont connus.

- L'itération temporelle de CFD permet de passer au temps suivant t_{n+1} . Durant cette itération, chaque nœud se déplace d'un déplacement Δx . Le mouvement de la paroi Δx_{paroi} sera déterminé par le produit de la vitesse du maillage et du pas de temps $v_m(hyp)\Delta t$.
- À t_{n+1} , les champs physiques U_{n+1} dont le champ de pression P_{n+1} ont été calculés sur le maillage mobile. Cette évolution du champ de pression en paroi $P(t_n \rightarrow t_{n+1})$ est envoyée au code CAST3M et servira de condition limite pour le pas de temps solide.
- À l'issue du pas de temps solide, CAST3M fournit le déplacement $\Delta x_{paroi}^{solide}$ et la vitesse de l'interface v_{paroi} correspondant au champ de pression fourni par la mécanique des fluides.
Cette vitesse de l'interface est envoyée au code CFD pour l'étude de convergence.
- En chaque nœud de l'interface la différence entre la vitesse du maillage hypothétique utilisée par la CFD et la vitesse de la paroi calculée par CAST3M est comparée à la vitesse maximum dans le fluide pondérée par un coefficient de convergence. Ce coefficient, qui mesure la précision du calcul, est fixé à $\frac{1}{10000}$. La vitesse du fluide ne dépassant pas $1000m.s^{-1}$ cela nous assure d'une précision de la vitesse d'interface inférieure à $0.1m.s^{-1}$.
- Si l'ensemble des nœuds respecte la condition de convergence, l'itération fluide-structure est convergée et nous passons au pas de temps suivant. La vitesse du maillage n'est pas modifiée.
- Dans le cas contraire, l'écart entre la vitesse du maillage fluide et la vitesse de la paroi solide est trop élevé. La vitesse de maillage est recalculée en considérant la moyenne entre la vitesse de maillage et celle de la paroi. Le pas de temps $t_n \rightarrow t_{n+1}$ est ainsi recalculé suivant la même procédure.

À l'issue de cette procédure nous obtenons donc une vitesse de l'interface fluide-structure convergée. Cette convergence se traduira par une erreur de moins de

$0.1m.s^{-1}$ entre la vitesse de l'interface côté fluide et celle côté solide. Dans notre résolution de référence (512 mailles en paroi), le pas de temps est de l'ordre de 0.117 ns, ceci signifiera donc que nous connaîtrons le déplacement sur le pas de temps à 11.7 pm. Cette erreur correspond à moins de 0.005% de la taille d'une maille en paroi. Nous pouvons donc considérer que l'écart entre la position de l'interface côté fluide et la position de l'interface côté solide est suffisamment petite pour être négligée. Avant d'aborder les résultats de couplage, un dernier point doit être abordé, il s'agit des interventions qu'il a fallu effectuer au sein du logiciel CAST3M pour permettre ce couplage.

4.2.3 Intervention dans CAST3M

Dans le paragraphe 3.3.2.1 du chapitre 3, nous avons vu le fonctionnement de la procédure de calcul PASAPAS pour les simulations de dynamique des solides et la possibilité d'intervenir en cours de calcul pour modifier certains paramètres de calcul à l'aide de la procédure PERSO1. La figure 4.7 est reprise du chapitre 3 et rappelle les interventions de PERSO1 dans PASAPAS :

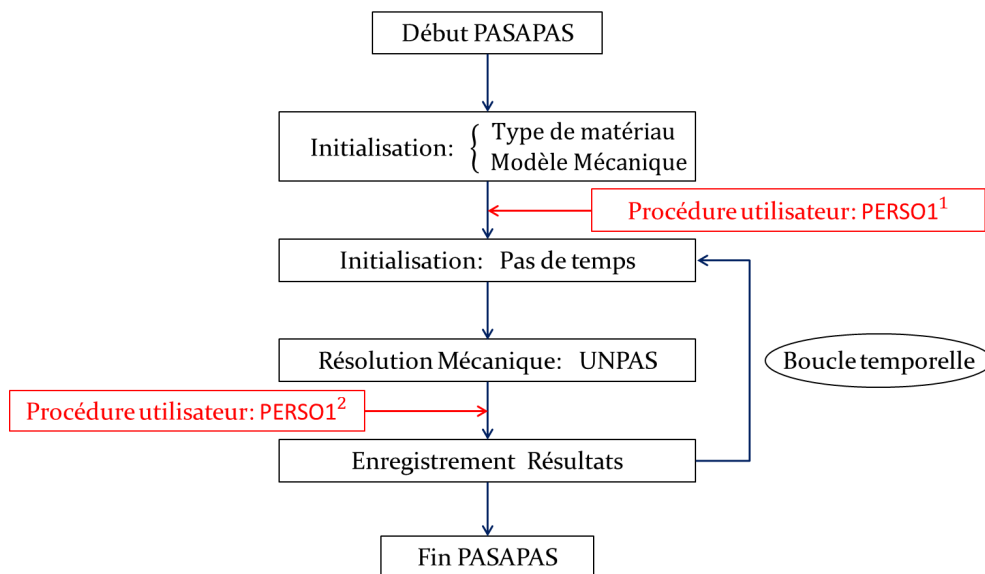


FIGURE 4.7 – Intervention de la procédure PERSO1 dans PASAPAS.

Dans notre travail, le second appel à PERSO1 est particulièrement intéressant car il se situe à la fin de chaque pas de temps. Cependant il intervient trop tardivement car l'ensemble des préparatifs pour le pas de temps solide suivant sont déjà effectués. Or nous n'avons pas l'assurance que le pas fluide-structure sera convergé. Nous avons donc défini un appel supplémentaire à PERSO1 situé juste après la fin de boucle de convergence thermo-mécanique qui valide la fin du pas de temps solide. Il s'effectuera lorsqu'un numéro d'appel de 3 est renseigné dans PERSO1. Cet appel

supplémentaire à PERSO1 sera utilisé pour effectuer l'ensemble des communications entre CAST3M et le code CFD depuis CAST3M. Afin de s'assurer que CAST3M, en fin de pas, ne remplit pas l'ensemble des tables de résultats avec des données non-convergées, nous avons ajouté une boucle dite de convergence fluide-structure qui démarre en tout début de pas mécanique des solides. Au final, la procédure PASAPAS prendra la structure présentée en figure 4.8.

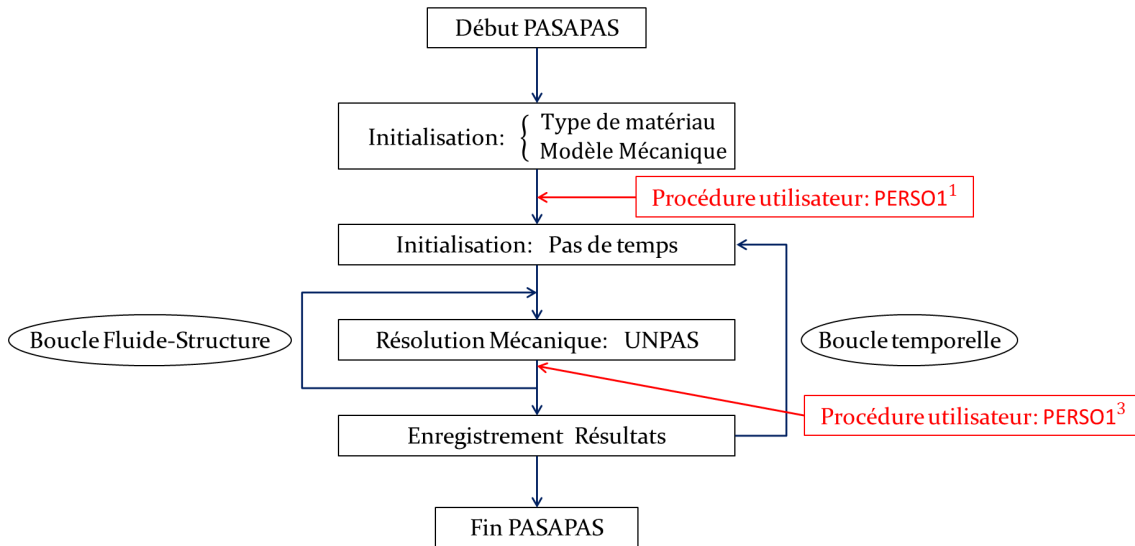


FIGURE 4.8 – Procédure PASAPAS pour le couplage.

À présent, nous allons aborder le dernier paramètre essentiel pour faire fonctionner ce couplage, la communication entre les deux codes.

4.3 Utilisation de MPI

Le transfert d'informations entre les codes était le principal challenge de ce travail. En effet les deux codes utilisés n'étaient pas conçus pour communiquer entre eux. Le code à l'origine du code fluide FSI4CAV n'était pas écrit pour communiquer avec l'extérieur tandis que le code CAST3M comptait des développements dans ce sens mais sans que nous puissions directement les utiliser pour un couplage "two-way". En effet, dans le paragraphe 3.4, nous avons vu que nous pouvions déjà proposer une déformation du solide à partir de données de pression envoyées par le code fluide. Cependant, nous souhaitons avoir une communication plus poussée avec des échanges d'information à chaque pas de temps entre les deux codes. Pour cela différentes possibilités s'offraient à nous :

- Utiliser des fichiers de données que chacun des codes lirait ou écrirait au besoin (principe s'approchant du système utilisé pour les calculs "one-way").

- Un script python qui récupérerait les données d'un code pour les envoyer vers l'autre code.
- L'utilisation d'une bibliothèque de calcul permettant d'envoyer et recevoir des messages au sein d'une même architecture mémoire partagée.

La première solution a été rapidement exclue car elle demandait de faire de nombreux procédés de lecture et écriture de fichier qui sont très coûteux en temps. La seconde option avait toutes les chances d'offrir des résultats intéressants, mais elle a été abandonnée au profit de la troisième solution qui permettait d'être intégrée directement dans l'exécution de chacun des codes de calculs. De plus, la bibliothèque utilisée : MPI, présentait l'avantage d'être aussi bien utilisable en langage C (code de mécanique des fluides) qu'en langage Fortran (code de mécanique des solides).

4.3.1 Message Passing Interface

Message Passing Interface est une norme conçue en 1994 qui réunit une bibliothèque de fonctions open source permettant de faire communiquer des ordinateurs à distance ou des multiprocesseurs. Cette bibliothèque est utilisable aussi bien avec le langage C/C++ (FSI4CAV) que Fortran (CAST3M). Le principe de cette bibliothèque est donc de faire communiquer les processeurs entre eux par passage de messages. Elle est couramment utilisée aujourd'hui pour paralléliser les codes de calcul sur des architectures multi-processeurs composés chacun de plusieurs cœurs de calcul. Ces processeurs ont chacun une mémoire propre qu'ils ne partagent pas avec leurs voisins. Les cœurs de calcul ont accès à une mémoire commune, la mémoire du processeur (aussi appelé nœud de calcul) dans laquelle ils peuvent lire et modifier des informations. Un exemple de parallélisation d'un code de calcul va être de découper le domaine de calcul entre les différents processeurs. Chacun de ces sous-domaines aura des informations en bord de domaine qui seront utiles pour les autres sous-domaines. La bibliothèque MPI va être en charge de la communication entre ces processeurs pour transmettre ces informations entre sous-domaines. La figure 4.9 illustre un exemple simple de ce type de communication.

Dans notre cas, nous avons deux codes qui au moment de leurs exécutions respectives vont chacun générer deux processus. Chacun de ces deux processus va voir attribuer sa propre mémoire au sein des ressources de calcul demandées. Les informations du code fluide ne seront pas accessibles directement par le code solide et inversement. Aussi, nous allons utiliser la bibliothèque MPI afin de faire communiquer ces deux codes entre eux.

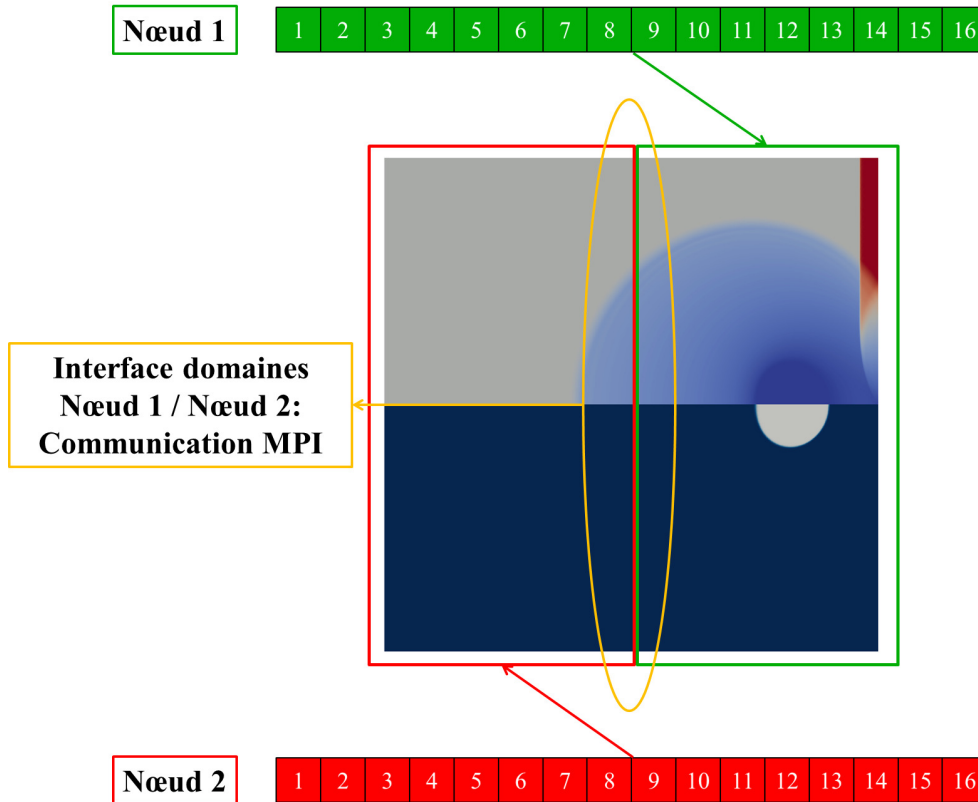


FIGURE 4.9 – Exemple de parallélisation sur deux nœuds.

Une difficulté supplémentaire s'est présentée à ce stade du travail : les codes de calculs que nous utilisons étant déjà parallélisés, il y avait un risque de conflit entre les communications internes à chacun des codes. Pour le code fluide ce problème n'en est en fait pas un car la parallélisation a été effectuée avec la bibliothèque OpenMP qui diffère de la bibliothèque MPI. Les messages d'échanges internes au code ne risqueront pas d'être confondus avec les messages de communication avec l'extérieur car ils ne sont pas émis par les mêmes bibliothèques. Par contre le code solide est parallélisé à l'aide de la bibliothèque MPI. Les risques de conflits sont réels entre messages à destination interne nécessaire au fonctionnement du code et messages à destination externe utilisés pour le transfert d'information entre les codes. Nous avons donc redéfini un communicateur interne au code solide à partir du communicateur global `MPI_COMM_WORLD` nommé `MPI_COM_CAST3M`. Celui-ci se chargera des échanges d'informations exclusivement nécessaires au fonctionnement de `CAST3M`. Le communicateur `MPI_COMM_WORLD` sera lui chargé des échanges d'informations entre `CAST3M` et `FSI4CAV`.

Le fonctionnement de ces échanges d'informations est résumé par la figure 4.10. Chacun des codes a sa mémoire propre qui correspond aux cœurs qui lui sont attribués. Sous chaque code, le type de communication est précisé en italique. Enfin

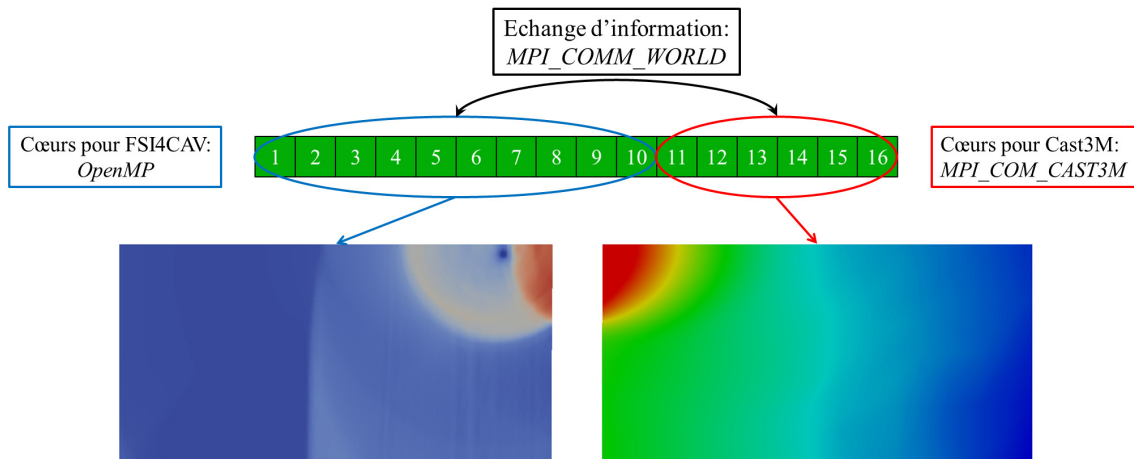


FIGURE 4.10 – Fonctionnement des deux codes couplés sur un même nœud de calcul.

l'échange entre les deux codes est effectué par un troisième type de communicateurs, lui aussi en italique.

À présent, nous allons aborder le détail de la communication entre les deux codes en s'intéressant à l'utilisation pratique de la bibliothèque MPI.

4.3.2 Communication entre les codes

Comme précisé dans le paragraphe précédent, chacun des deux codes va utiliser la bibliothèque MPI pour communiquer avec son alter-ego. Le code FSI4CAV utilise la bibliothèque pour langage C, tandis que le code CAST3M qui est écrit en Esope, un dérivé du fortran (3.3.1) fera appel à la bibliothèque Fortran. D'un point de vue pratique, il a fallu implémenter des fonctions dédiées à la communication dans chacun des codes. Dans FSI4CAV, ce travail s'est limité à ajouter des fonctions faisant appel aux directives MPI voulues. Par contre, dans CAST3M, nous avons eu besoin de comprendre clairement le déroulement du code afin d'introduire et d'effectuer les appels aux fonctions de communication dans les séquences d'instruction adaptées. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur les récents développements de CAST3M dans lequel un nouveau type d'opérateur appelé "collaborateur", dédié à la communication, a été intégré. Ces nouveaux opérateurs avaient pour but d'obtenir un niveau supérieur de parallélisme dans CAST3M et à plus long terme de permettre à CAST3M d'échanger avec d'autres codes.

Pour faire fonctionner cette communication inter-codes, nous avons fait appel aux fonctions suivantes :

- `MPI_Init` : Initiation de l'environnement de communication.

- `MPI_Comm_split` : Création des communicateurs.
- `MPI_Comm_size` : Calcul du nombre total de processus en communication.
- `MPI_Comm_rank` : Numéro d'identification du processus.
- `MPI_Finalize` : Fin de l'environnement de communication.

L'ensemble de ces fonctions vont mettre en place et paramétrer l'environnement de communication. Elles sont toutes appelées au début du calcul (exceptée `MPI_Finalize` qui termine le calcul) respectivement dans chacun des codes. Lorsque chacune de ces fonctions a effectué sa tâche, chaque code va dérouler son fonctionnement respectif et les échanges d'informations pourront démarrer.

- `MPI_Comm_Send` : Envoi de données par un processus.
- `MPI_Comm_Receive` : Réception de données par un processus.

Les communications effectuées entre les deux codes sont dites bloquantes. Le code attendra que l'instruction soit correctement effectuée avant d'exécuter la séquence d'instructions suivantes. Ceci signifie que chaque code envoyant une instruction attendra que celle-ci ait bien été envoyée avant de poursuivre son exécution. De même, un code attendant une information n'ira pas au-delà tant que cette information ne sera pas reçue. Il faut cependant noter que le code ayant envoyé l'information ne s'assurera pas de la bonne réception du message avant de poursuivre son déroulement. Il existe des fonctions permettant d'optimiser ces envois-réceptions de messages, qui notamment ne bloquent pas la communication mais elles n'ont pas été utilisées dans ce travail.

Pour communiquer dans le code `CAST3M`, nous avons utilisé les opérateurs collaborateurs (directive d'appel : `COLL`). Ce type d'opérateur est associé à un mot clef. L'utilisation des mots-clefs "début", "nombre", "rang" et "fin" va permettre d'effectuer toute la mise en place de l'environnement MPI. Il existe aussi des collaborateurs, liés aux envois et réceptions d'informations, appelés par les mots-clés envoyer et recevoir. Cependant, ils avaient vocation à effectuer de la communication au sein d'un même processus de `CAST3M`. Nous avons donc générer nos propres outils collaborateurs dédiés à une communication externe à `CAST3M`. Ces deux collaborateurs sont appelés avec les mots-clefs "toext" et "fromext" dans le fichier `GIBIANE`. Ce sont les seuls à utiliser le communicateur `COMM_WORLD`. Ils ont été écrits de façon à communiquer avec `FSI4CAV`. Ils permettent d'envoyer des réels

ou des tableaux de réels. La figure 4.11 résume l'ensemble des interactions entre les deux codes grâce à l'environnement MPI.

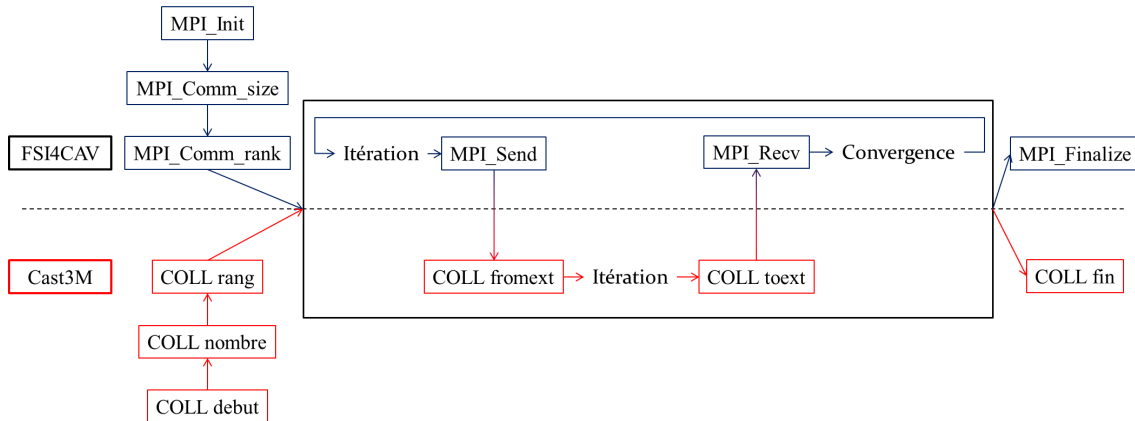


FIGURE 4.11 – Principe résumé d'une itération de couplage

Nous retrouvons les trois étapes du déroulement du calcul liées à la communication : mise en place de l'environnement, boucle temporelle et fermeture de l'environnement.

À l'issue de cette partie, nous avons abordé l'ensemble des points importants permettant d'avoir un couplage fonctionnel entre les deux codes : principe, itération de couplage et communication entre les codes. Nous pouvons donc aborder les différents résultats de calculs couplés et leur comparaison avec des calculs non-couplés.

4.4 Résultats comparatifs

Cette section va être découpée en deux approches : une étape de validation et une d'exploitation. La première aura pour but de valider le couplage grâce au calcul couplé de la propagation d'une onde de choc plane et de son impact à l'interface avec un milieu élastique. Une fois le couplage validé, nous pourrons passer à l'étude couplée de l'impact de l'implosion de la bulle sur l'interface. En premier lieu, nous comparerons les résultats entre paroi rigide et calcul solide "one-way" avec le calcul "two-way". Ensuite, nous aborderons les effets de plasticité sur l'amortissement de l'onde de choc. Enfin, nous appliquerons ce cas d'implosion à trois matériaux couramment utilisés en test pour l'érosion de cavitation : l'aluminium Al-7075, l'acier A-2205 et un alliage Nickel-Aluminium Bronze [54].

4.4.1 Propagation d'une onde de choc

Dans le paragraphe 2.5.2, nous avons appliqué une vitesse de déplacement du maillage et calculé la suppression d'une onde plane allant impacter la paroi. Ceci a permis de

valider le mouvement du maillage et la méthode ALE pour le code fluide. Ensuite dans le paragraphe 3.4.1, nous avons appliqué une pression en paroi et mesuré la vitesse de l'interface en réaction à ce choc de pression. Ceci a permis de valider le code solide. Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser au fonctionnement du couplage en étudiant la propagation d'une onde de choc plane depuis le fluide vers le matériau solide. Nous pourrions ainsi évaluer le bon fonctionnement de notre couplage en comparant les mesure de surpression à l'interface et de vitesse de l'interface aux valeurs analytiques dont la définition complète est donnée en Annexe A. La surpression ajoutée à l'onde incidente va dépendre directement de la vitesse du fluide et suit l'égalité :

$$\Delta P = \frac{\alpha_{ac} - 1}{\alpha_{ac} + 1} (\rho c)_l v_l \quad (4.3)$$

La vitesse de l'interface est elle aussi directement liée à la vitesse du fluide dans l'onde incidente :

$$v_i = \frac{2}{\alpha_{ac} + 1} v_l \quad (4.4)$$

Dans ces deux cas, nous retrouvons un deuxième paramètre en commun : le rapport des impédances acoustiques $\alpha_{ac} = \frac{(\rho c)_s}{(\rho c)_l}$. La valeur de l'impédance acoustique du fluide $(\rho c)_l$ est directement liée aux propriétés acoustiques du fluide et restera fixe dans nos calculs. La valeur de l'impédance acoustique du solide $(\rho c)_s$ est définie à partir de la masse volumique du solide ρ_s et de la vitesse des ondes dans le solide c_s définie dans le paragraphe 3.4.1 : nous aurons $(\rho c)_s = \rho \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$. Nous prendrons une masse volumique $\rho_s = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$ et un coefficient de poisson $\nu = 0.36$ constants qui correspondent aux propriétés de l'aluminium utilisé dans le chapitre 3 (paragraphe 3.4.1 et 3.4.2). Par contre, nous modifierons artificiellement le module d'Young afin d'avoir des vitesses d'interfaces analytiques allant de 0% à 100% de la vitesse du fluide par pas de 10%. Nous testerons cette comparaison numérique-analytique pour deux amplitudes de l'onde de choc incidente 200 bar et 1200 bar. Les propriétés des deux ondes, ainsi que les modules d'Young correspondant aux différentes vitesses d'interfaces sont présentés respectivement dans les tableaux 4.1a et 4.1b.

Dans un premier temps, nous pouvons vérifier le bon fonctionnement du couplage au niveau de la transmission de l'onde. La figure 4.12 présente simultanément les domaines fluides et solides à trois instants clés : en début de calcul, juste avant l'impact et à trois instants différents après l'impact.

Lors de l'impact, entre $t = 216 \text{ ns}$ et $t = 219 \text{ ns}$, la pression du fluide à l'interface se transmet au solide pour devenir la contrainte principale dans le solide. Comme le solide se retrouve en compression, cette contrainte est négative. Nous remarquons

P(bar)	200	1200
$v(\text{m.s}^{-1})$	13.04	75.91
$\rho(\text{kg.m}^{-3})$	1009.5	1049.8
$c(\text{m.s}^{-1})$	1541.1	1584.5

(a) Paramètres de l'onde de choc dans le fluide

P(bar)	200	1200
$\frac{v}{v_l}$	E(GPa)	
0.0	10^{27}	10^{27}
0.1	220.1	192.4
0.2	49.4	43.2
0.3	19.6	17.1
0.4	9.8	8.5
0.5	5.5	4.8
0.6	3.3	2.9
0.7	2.1	1.8
0.8	1.4	1.2
0.9	0.91	0.76
1.0	0.61	0.53

(b) Module d'Young associé à la vitesse d'interface

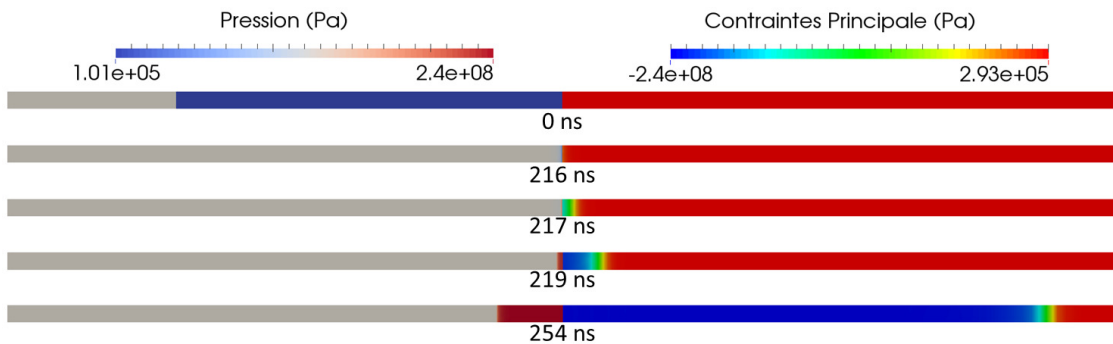


FIGURE 4.12 – Impact d'une onde de choc sur un massif élastique

bien la différence de propagation entre le fluide et le solide, à $t=217\text{ns}$, le front d'onde est plus étalé dans le solide que dans le fluide et à $t=219\text{ns}$, l'onde réfléchiée dans le fluide commence à être visible tandis que l'onde propagée dans le solide a parcouru une distance déjà plus significative. La vitesse de propagation dans le solide, 4 fois supérieure à celle dans le fluide, explique ce phénomène.

À présent, en se concentrant sur l'interface, nous pouvons observer un exemple d'évolution des signaux de pression, de vitesse et de déplacement en figure 4.13. À l'impact de l'onde de pression, la pression dans le fluide passe de l'état au repos (ici la pression atmosphérique) à la pression de l'onde incidente plus celle de l'onde réfléchiée. Cette transition ne durant que quelques pas de temps, elle donne l'effet d'un saut de pression à l'impact. Au niveau de la vitesse d'interface, le raisonnement est similaire, il y a une mise en mouvement brutale de l'interface, suite à l'impact de l'onde, qui génère des oscillations autour de la vitesse moyenne de l'interface. Ces oscillations s'atténuent au cours du temps pour se rapprocher d'une vitesse constante.

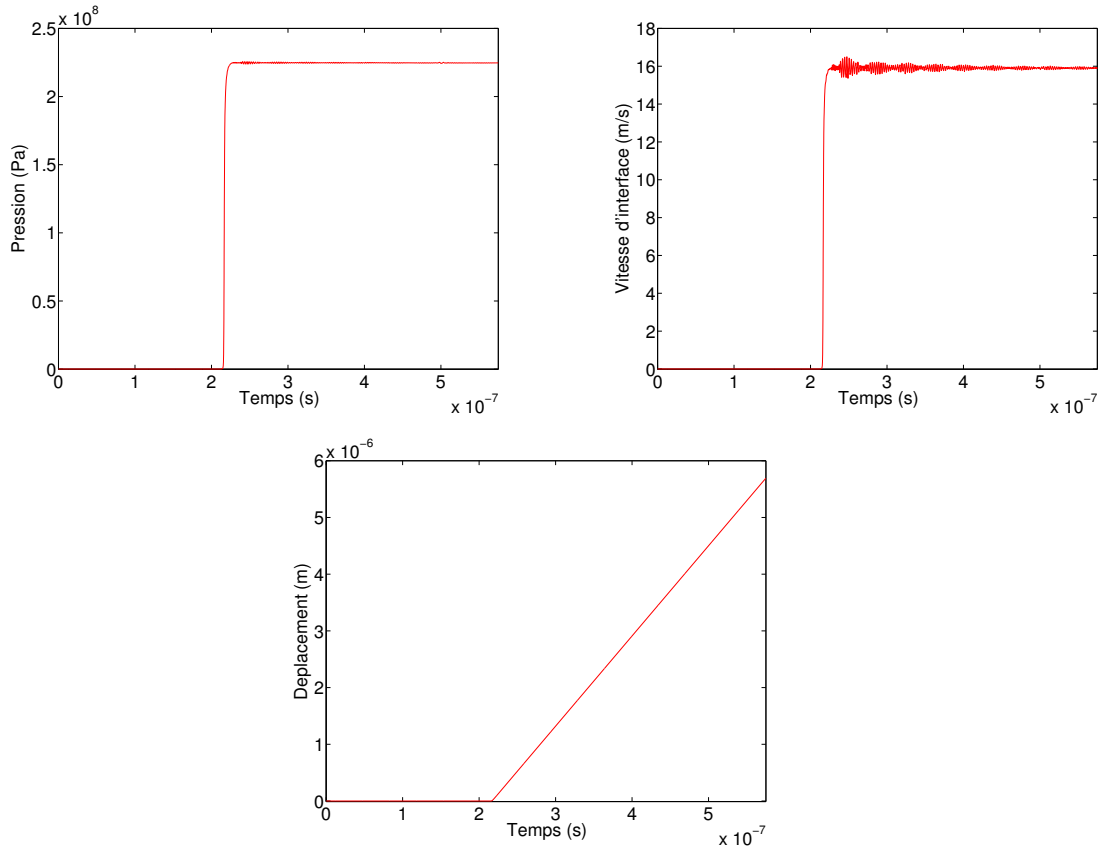


FIGURE 4.13 – Cas 1200 bar : signaux de pression, vitesse et déplacement à l'interface. Vitesse d'interface : 10% de la vitesse du fluide de l'onde incidente.

Enfin, la courbe de déplacement présente une rupture de pente à l'impact de l'onde. Les oscillations de vitesses ne se ressentent pas sur la courbe de déplacement qui a une allure linéaire. Une interpolation de la partie non nulle de la courbe de déplacement donne une relation linéaire, avec un coefficient de corrélation de 1, dont la pente est la vitesse moyenne de l'interface.

Au travers de ces deux figures, nous avons pu voir le comportement caractéristique de la propagation d'une onde de choc plane dans nos calculs couplés. Nous pouvons donc aborder la validation du code en comparant les résultats de simulation de propagation d'onde de choc avec les résultats analytiques. Cette comparaison a été effectuée sur deux cas, une onde à 1200 bar et une onde à 200 bar sur des matériaux solides permettant à l'interface de se déplacer de 0% à 100% de la vitesse du fluide dans l'onde incidente (voir tableaux 4.1a et 4.1b) . La figure 4.14 propose la comparaison entre simulations et calculs analytiques de la surpression engendrée par l'impact en fonction de la vitesse de l'interface.

Sur la figure correspondant à une onde incidente de 200 bar (gauche), comme sur celle correspondant à une onde incidente de 1200 bar (droite), il y a un bon accord

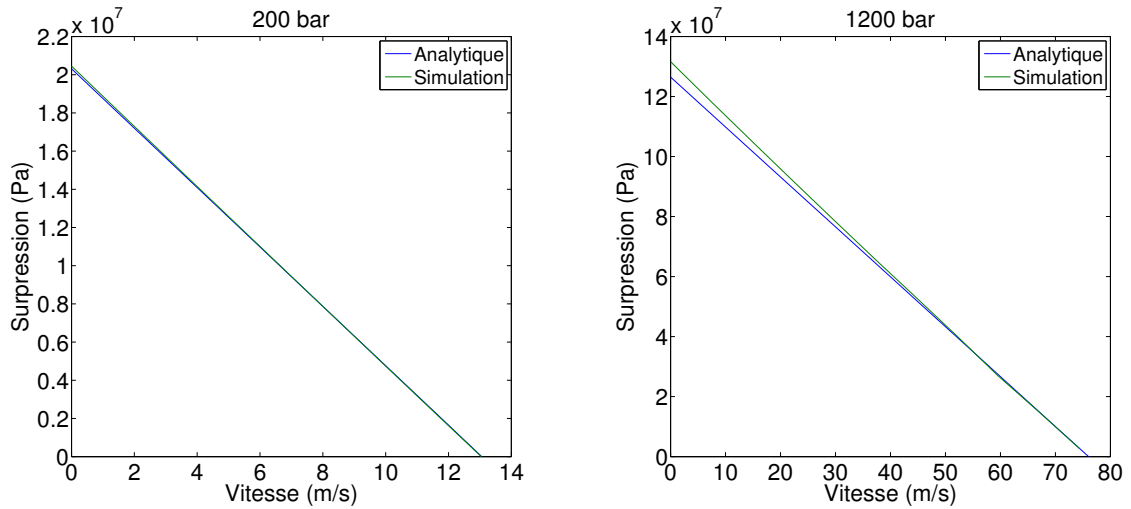


FIGURE 4.14 – Surpression engendrée en fonction de la vitesse de l’interface, cas onde de 200 bar (gauche) et onde de 1200 bar (droite).

entre les résultats de simulation et le calcul analytique. Pour une paroi quasi-rigide, il y a une légère surestimation de la surpression numérique par rapport à la surpression calculée analytiquement. Cette hausse doit être comparée à la pression totale dans le fluide après réflexion afin de s’assurer qu’elle reste négligeable devant le chargement qui est appliqué en paroi.

Pour valider définitivement notre couplage, nous allons comparer les écarts obtenus entre résolution analytique et résolution numérique pour chacun des deux paramètres (vitesse d’interface et surpression), à chacune des deux pressions d’incidence. La figure 4.15 présente l’écart relatif par rapport aux résultats analytiques pour ces quatre cas de figure. Les deux figures du haut présentent l’écart relatif des surpressions par rapport à la pression totale dans le fluide après réflexion de l’onde. Les deux figures du bas présentent l’écart relatif des vitesses d’interfaces.

Les résultats pour des cas de matériaux avec une impédance acoustique proche de celle de l’eau (qui correspond à une vitesse d’interface entre 80% et 100% de la vitesse du fluide dans l’onde incidente) sont donnés à titre qualitatif car ils présentent des instabilités à l’interface après le choc de l’onde incidente. Ces cas correspondent à des matériaux 100 fois moins rigides que l’aluminium et ne nous intéresseront pas dans la suite de ce travail. Le cas de la vitesse de paroi nulle n’est pas indiqué car un écart relatif par rapport à une valeur de référence nulle sera forcément infini. À titre indicatif, les écarts de vitesses entre analytique et simulation sont de l’ordre de $10^{-29} \text{ m.s}^{-1}$, ce qui est négligeable. Dans le cas de l’onde de 1200 bar, nous observons des résultats de simulation avec un écart inférieur à 2% par rapport au

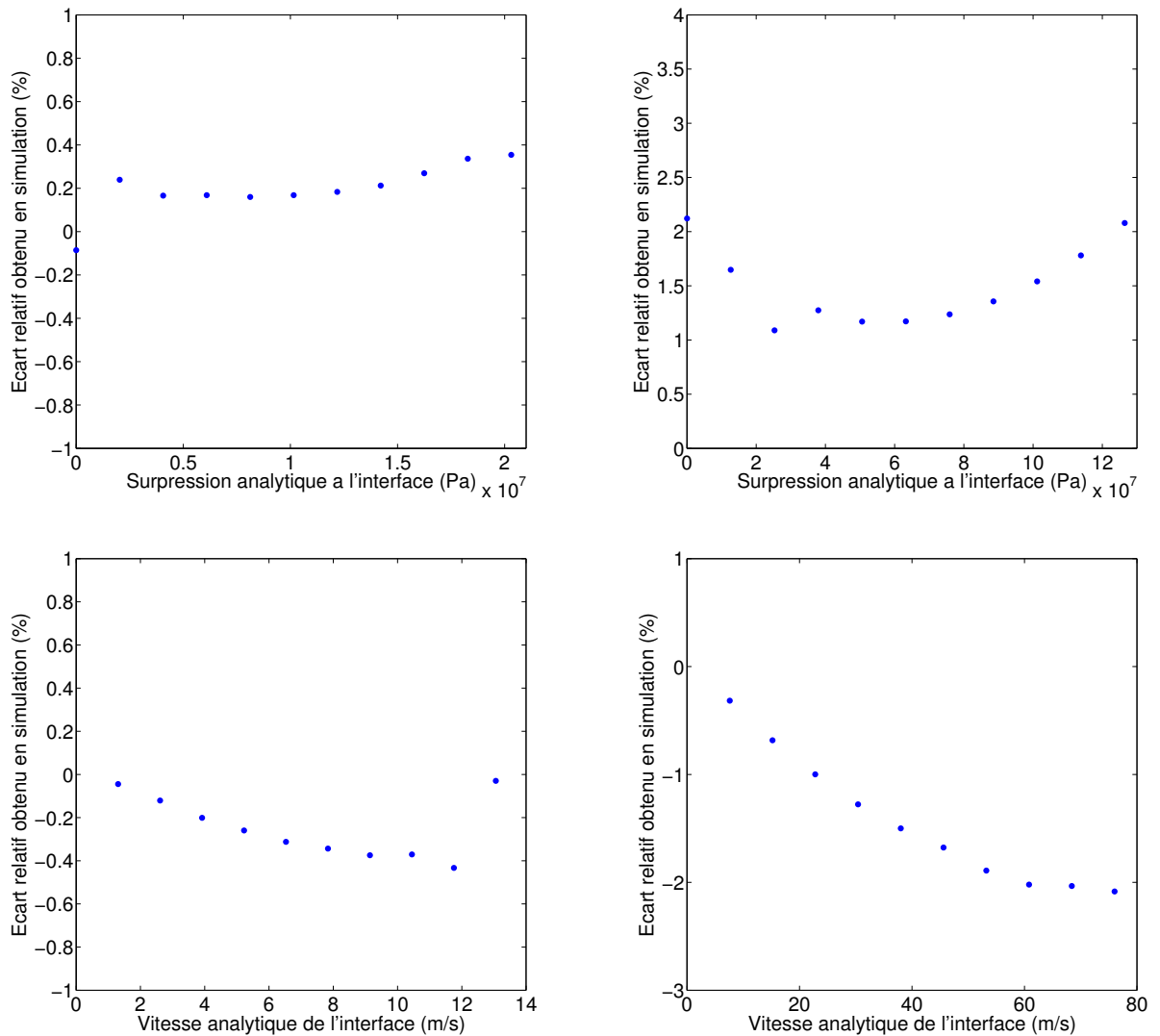


FIGURE 4.15 – Écart relatif des surpressions et des vitesses d'interface pour les cas 200 bar (gauche) et 1200 bar (droite)

modèle analytique. Pour le cas de l'onde de 200 bar, cette différence se réduit à moins de 0.4%. Nous avons donc des écarts suffisamment petits entre simulations et résultats analytiques pour considérer notre couplage comme valide. Nous pouvons donc aborder les calculs couplés d'implosion de bulles.

4.4.2 Implosion de bulle : comparaison entre paroi rigide et déformable

Dans ce paragraphe nous comparons le cas "one-way", c'est-à-dire avec un champ de pression induit par l'implosion d'un bulle calculé par CFD en supposant une paroi rigide (paragraphe 2.3.1.1) puis le calcul de la déformation du solide (paragraphe 3.4.2.1) à partir du signal de pression obtenu à l'interface, au cas "two-way" où

la position de l'interface est calculée à chaque instant de manière itérative entre le code fluide et le code solide. La partie solide sera composé d'Aluminium avec un module d'Young $E = 70$ GPa, une masse volumique $\rho = 2700$ kg.m⁻³, un coefficient de poisson $\nu = 0.36$ et une limite d'élasticité $\sigma_e = 500$ MPa. La loi de contrainte-déformation sera une loi de Ludwig présentée dans l'équation 3.18 du chapitre 3.2.2.4. Pour cette loi nous utiliserons les coefficients $K = 396$ MPa et $n = 0.30$. La courbe contrainte-déformation est donnée par la figure 4.16.

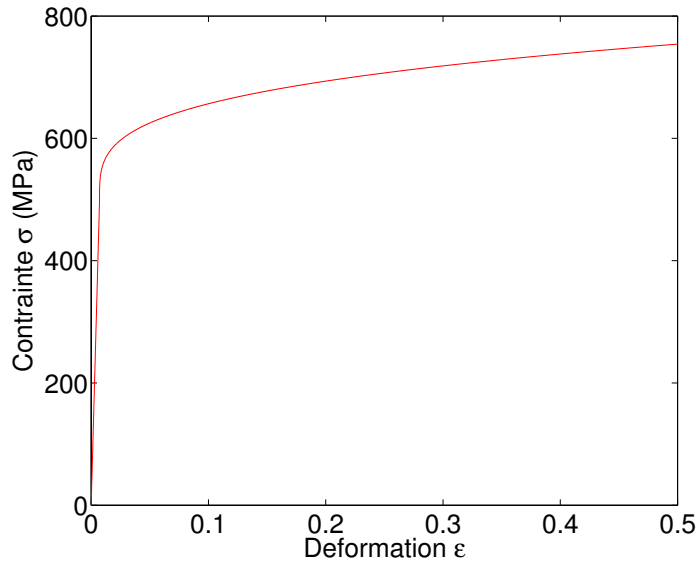


FIGURE 4.16 – Loi contrainte-déformation de l'aluminium dans les calculs two-way.

D'un point de vue général, nous retrouvons des comportements similaires dans le phénomène d'implosion de bulle et dans la déformation du solide avec cependant une différence d'amplitude des phénomènes à l'interface. Nous allons commencer par nous intéresser à la pression en paroi au niveau de la zone d'impact, du milieu de l'interface et en condition de sortie d'onde (respectivement les points PH, PM et PB). La position de ces trois points a été proposée précédemment en figure 2.18 pour le fluide et en figure 3.12 pour le solide.

Sur la figure 4.17, en bas, nous présentons l'évolution du champ de pression pour chacun des trois points de contrôle. À $t = 0.2\mu s$, l'onde incidente impacte la paroi. L'augmentation de pression, pour la paroi déformable en aluminium, est inférieure à celle de la paroi rigide (repère A). Un premier effet d'amortissement dû à la déformation de la paroi est donc constaté. L'impact de l'onde issue de l'implosion de la bulle et sa propagation le long de la paroi se caractérisent par trois pics successifs P1, P2, P3, dont l'amplitude est atténuée pour la paroi d'aluminium par rapport à la paroi rigide. En haut de la figure 4.17, les trois encarts montrent un zoom sur chacun des trois pics de pression. Nous observons une baisse de la pression de 82.7MPa

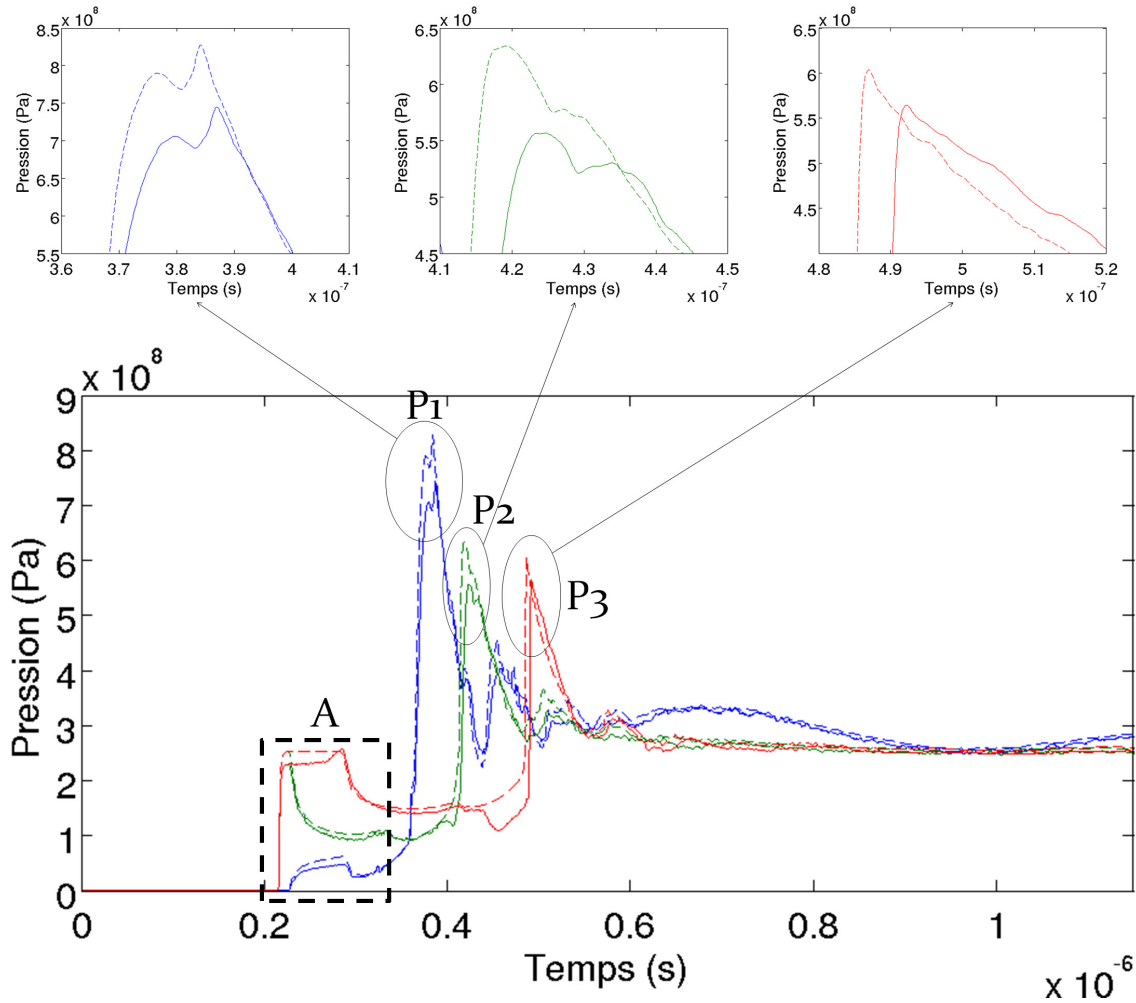


FIGURE 4.17 – Pression comparée entre paroi rigide (---) et paroi aluminium (—), en zone d'impact (PH) (—), en milieu d'interface (PM) (—) et en sortie d'onde (PB) (—)

au niveau de la zone d'impact (PH), de 77.4MPa en milieu d'interface (PM) et de 39.1MPa en sortie d'onde (PB). Ces trois valeurs correspondent respectivement à une baisse de 10%, 12,2% et 6.5% par rapport à la pression en paroi rigide. La baisse en sortie d'onde est donc moins importante que pour les autres points de contrôle. Il est probable que la condition limite de zéro-gradient ait un effet de bord sur cette pression en paroi et modère l'amortissement. Enfin, plus l'onde s'éloigne de son point d'impact en paroi, plus nous observons un retard du signal de la paroi déformable par rapport à la paroi rigide.

Nous avons vu que le calcul couplé a montré un amortissement du choc de pression à l'interface. À présent, regardons si cette réduction de la pression va influencer le déplacement et la vitesse de l'interface. De nouveau, nous allons observer l'évolution de ces deux quantités au trois points de contrôle de l'interface. Le cas "one-way" a été obtenu dans le chapitre précédent (paragraphe 3.4.2.1). La figure 4.18 présente

l'évolution des vitesses de l'interface en ces trois points pour chacune des deux méthode de couplage.

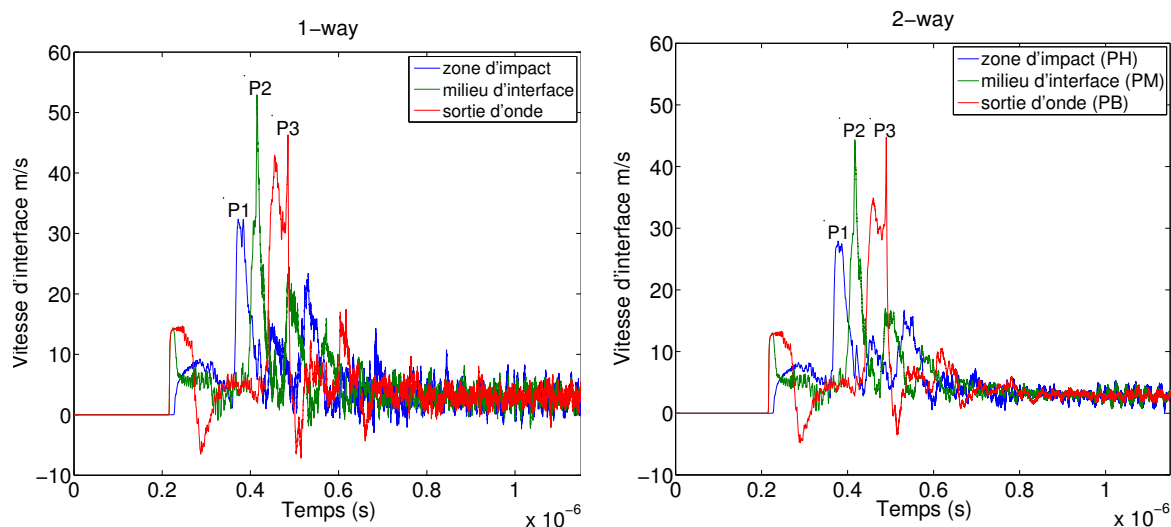


FIGURE 4.18 – Vitesse de l'interface aux trois points de contrôle pour les calculs "one-way" (gauche) et "two-way" (droite).

Nous distinguons trois pics de vitesses P1, P2, P3, dans les deux cas qui correspondent chacun à l'arrivée de l'onde de choc issue de l'implosion de la bulle au niveau du point de contrôle correspondant. Pour chacun de ces trois pics, la vitesse de mise en mouvement de l'interface est atténuée dans le cas du calcul "two-way". Entre les cas "one-way" et "two-way", la vitesse maximale lors du passage de l'onde décroît de $32.37\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $27.94\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en zone d'impact (PH), de $52.92\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $44.34\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en milieu d'interface (PM) et de $46.29\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $44.77\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en sortie d'onde (PB). Ceci correspond respectivement à une baisse de 13.7% à l'impact, 16.2% en milieu d'interface et de 3.3% en sortie d'onde. Ces baisses relatives restent cohérentes vis à vis des baisses de pression observées précédemment. De plus des effets de bords sont de nouveau mis en évidence au niveau de la sortie d'onde : le phénomène d'amortissement semble plus faible que dans le reste du domaine.

Sur ces signaux de vitesses, il y a un point à éclaircir : l'augmentation de vitesse d'interface entre le haut et le milieu de l'interface alors que dans le même temps la pression à l'interface a diminué. Nous pouvons tenter d'obtenir une réponse en observant l'évolution de la pression du fluide et de la vitesse de l'interface lors de l'impact de l'onde issue de la bulle en paroi. Pour cette analyse, nous nous baserons sur les résultats du cas "two-way".

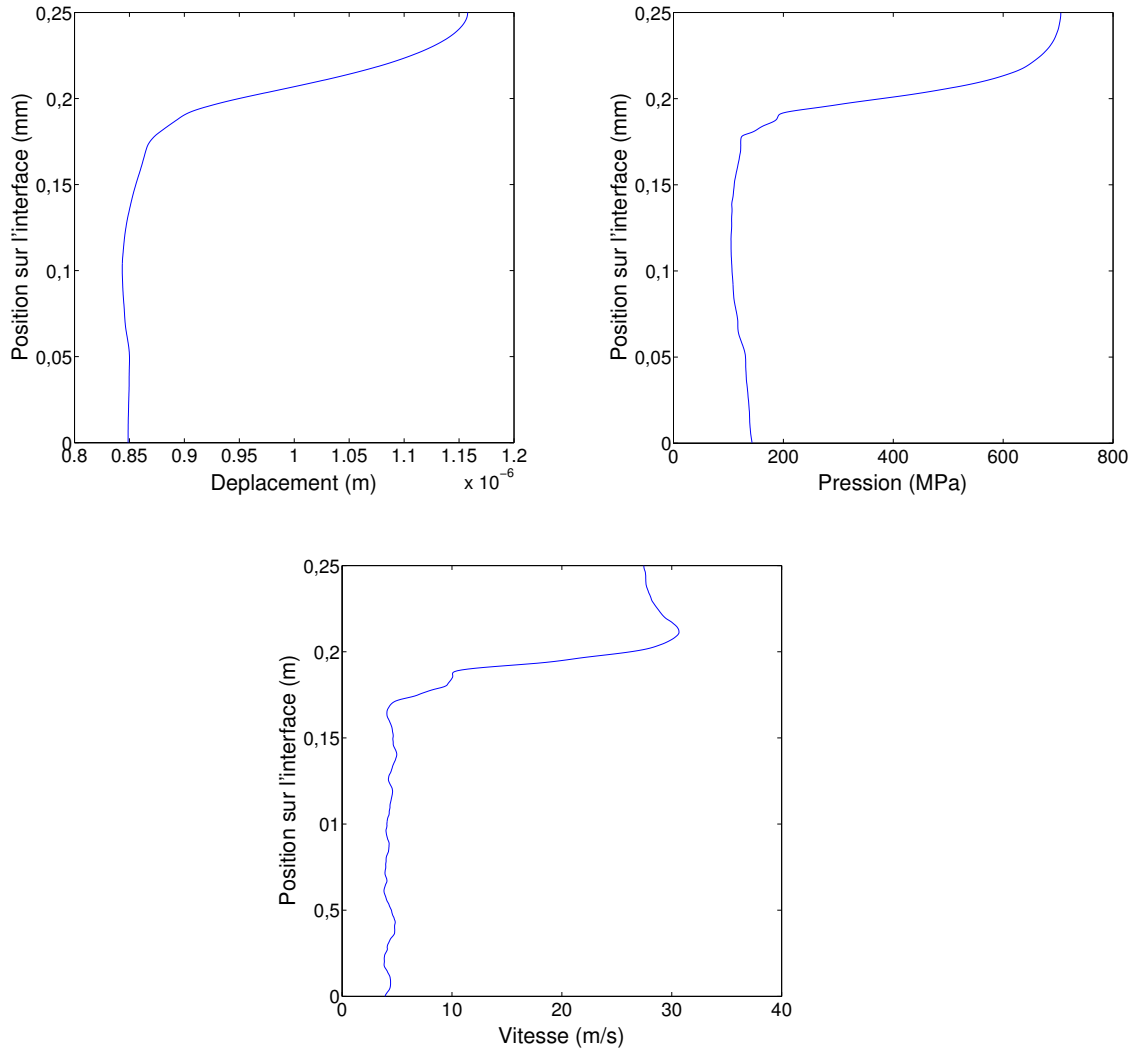


FIGURE 4.19 – Pression, Déplacement et Vitesse le long de l'interface à $t = 379ns$, pour le cas "two-way".

Nous nous intéresserons au premier pic de pression situé à $t = 379ns$. À cet instant la pression maximale à l'interface s'exerce en haut de l'interface, à l'endroit où l'onde issue de la bulle impacte la paroi (PH). L'interface s'enfonce en conséquence et nous pouvons observer une forte hausse du déplacement à un rayon de bulle de la zone d'impact (figure 4.19, en haut à gauche, $y = 0.2mm$). Cette zone de fort déplacement permet de faire la transition entre la zone sous pression qui s'est beaucoup déplacée (figure 4.19, en haut à droite, $y > 0.2mm$) et la zone à plus faible pression ($y < 0.2mm$) qui s'est moins déplacée. La transition entre ces deux zones est assez brusque et se traduit par un pic de vitesse (figure 4.19, en bas, $y = 0.2mm$). Le pic de vitesse ne correspond pas à la vitesse maximale atteinte par l'interface car la transition entre zones déformées et non-déformées deviendra encore plus marquée au fur à mesure de la propagation de l'onde le long de l'interface. La vitesse de l'interface sera d'autant plus élevée quand la transition sera plus fortement marquée.

À présent, nous allons nous intéresser à la déformation de l'interface. La figure 4.20 propose une comparaison entre les formes d'interfaces obtenues par la simulation "one-way" et par la simulation "two-way" à différents instants. La figure à $t = 256ns$, correspond à la réaction du solide après le choc de l'onde incidente. Celle à $t = 384ns$, correspond à la réaction du solide après l'impact de l'onde issue de l'implosion de la bulle. Enfin, celle à $t = 1150ns$ correspond à l'interface en fin de calcul.

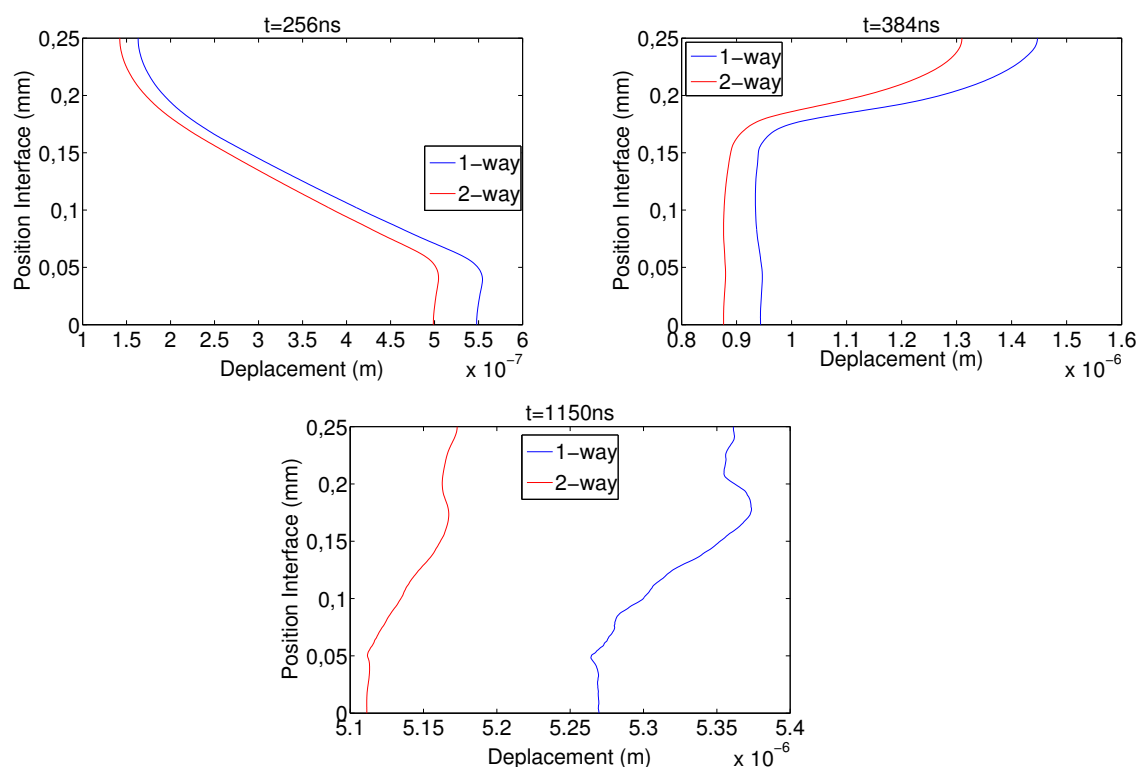


FIGURE 4.20 – Position de l'interface à $t = 256ns$, $384ns$ et $1150ns$ pour les 2 simulations.

Sur chacune des trois figures, nous retrouvons les mêmes formes d'interfaces. À $t = 256ns$, le profil de l'interface est faiblement déformé, uniquement à cause de l'onde incidente. Celle-ci étant en partie écrantée par la bulle, le déplacement de l'interface derrière la bulle (haut de l'interface) est moins important que celui au niveau du bas du domaine. Par contre, aux deux autres instants, la déformation de l'interface qui est due à l'onde de choc générée lors de l'implosion de la bulle est nettement plus importante et le profil de l'interface prend la forme d'un pit classique avec un déplacement de l'interface globalement plus important au niveau de la bulle (haut de l'interface). Pour chacun de ces trois temps, nous voyons que le déplacement de l'interface a été atténué dans le cas "two-way" par rapport au cas "one-way" mais que les formes d'interfaces restent globalement semblables. Nous

allons à présent comparer les niveaux de plasticité observés pour ces deux configurations.

Nous avons vu précédemment que la paroi déformable en aluminium avait généré une baisse de l'ordre de 10% du chargement en paroi. Cette baisse de chargement se traduit donc par une baisse des contraintes dans le matériau solide. Nous pouvons donc nous attendre à une zone plastifiée de moindre importance dans le cas "two-way" par rapport au cas "one-way". Pour le vérifier, nous comparons la contrainte de Von Mises dans le solide et la déformation plastique ϵ_{xx} engendrée à quatre instants choisis : l'impact de l'onde générée par l'implosion de la bulle ($t = 370ns$; défini par le pic de pression P1 sur la figure 4.17), le début de la plasticité en "one-way" ($t = 381ns$), en "two-way" ($t = 388ns$) et la fin du calcul ($t = 1150ns$). Ce dernier a été fixé afin d'avoir un état stationnaire de la pression et du mouvement de l'interface. La figure 4.21 montre l'évolution des contraintes de Von-Mises engendrées dans le solide tandis la figure 4.22 montre l'évolution de la déformation plastique. Ces deux figures sont une coupe du domaine de calcul à $50 \mu m$ de l'interface, la limite gauche de chaque image représente l'interface avec le fluide. Pour ces deux simulations, la limite d'élasticité est de 500 MPa, ceci signifie que tant que la contrainte de Von-Mises n'a pas atteint 500 MPa, il n'y a pas de déformation plastique.

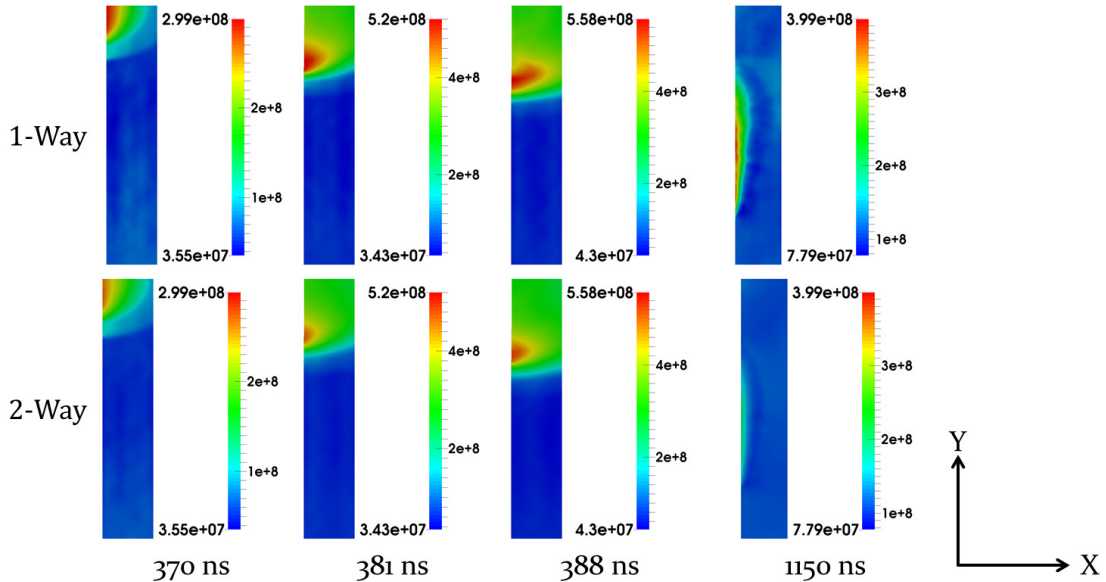


FIGURE 4.21 – Comparaison des contraintes de Von-Mises.

Les trois premières images ($t = 370ns$ à $t = 388ns$) de la figure 4.21 se concentrent sur l'impact de l'onde issue de la bulle en paroi (zoom sur le pic de pression P1 de la figure 4.17). La dernière image $t = 1150ns$, présente l'état du solide en fin de calcul. Dès l'impact de l'onde générée par l'implosion de la bulle, à $t = 370ns$, les

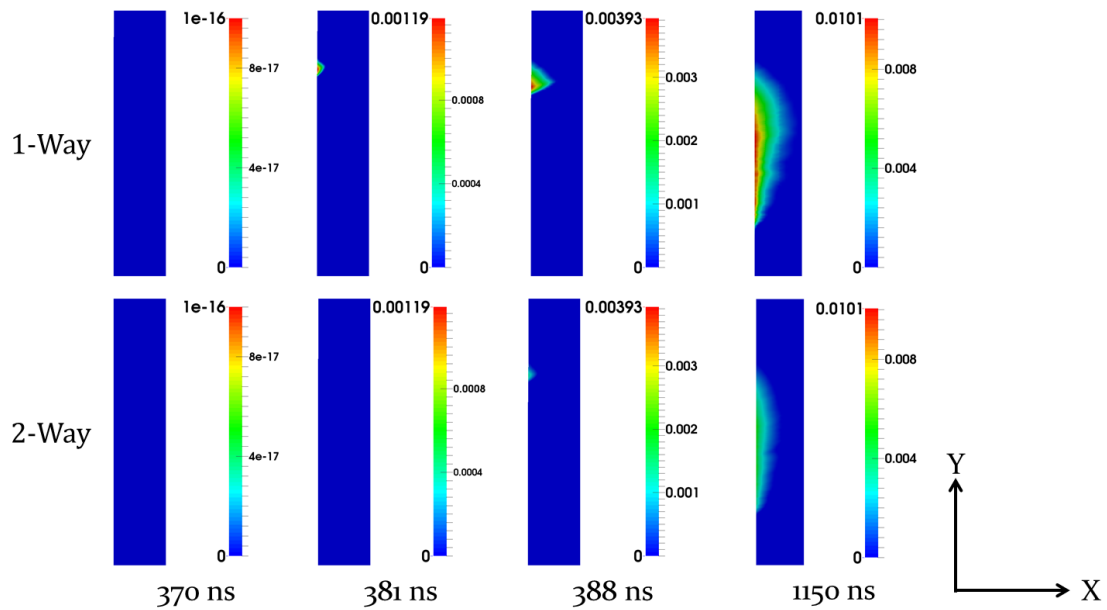


FIGURE 4.22 – Comparaison des déformations plastiques dans le solide.

contraintes de Von-Mises à proximité de l'interface apparaissent moins fortes dans le cas "two-way", passant d'un maximum de 299 MPa à un maximum de 220 MPa. De ce fait, il faut plus de temps pour atteindre la limite de plasticité et à $t = 381ns$, alors que le solide a commencé à se plastifier en "one-way", les contraintes en "two-way" restent, avec un maximum de 437 MPa, inférieures à la limite de plasticité. Il faudra attendre $t = 388ns$ pour observer les premiers signes de plasticité dans le cas "two-way". En fin de calcul les contraintes de Von-Mises restent beaucoup plus élevées dans le cas "one-way" que dans le cas "two-way" dans les zones ayant le plus plastifiées.

Sur la figure 4.22, nous constatons une génération de la plasticité qui est en parfait accord avec l'évolution de la contrainte de Von-Mises. Nous pouvons noter que la déformation plastique maximale calculée par la simulation "one-way" est deux fois supérieures à celle obtenues par le calcul "two-way". De plus, nous constatons que la formation des déformations plastiques les plus fortes (50% de la déformation maximum) se situe à environ 1.5 rayon de bulle du haut de l'interface dans les deux cas. Nous pouvons aussi quantifier la surface de la zone plastifiée dans le solide dans chacun des deux cas. Nous la définissons pour une déformation plastique supérieure à 1‰. Pour le cas "one-way", elle s'étend sur $3.13 \times 10^{-9} m^2$, tandis que pour le cas "two-way" elle n'est que de $1.52 \times 10^{-9} m^2$. Au final, la baisse de 10% de la pression en paroi se traduit par une baisse de 55% de la surface subissant des déformations définitives.

En conclusion de ce paragraphe nous avons observé les bénéfices d'un calcul "two-way" par rapport au calcul "one-way" en étudiant les différences au niveau de la physique à l'interface. L'absorption de l'onde par le solide se traduit par une diminution de la pression transmise à l'interface, qui va entraîner une baisse de vitesse de l'interface et un déplacement moindre de l'interface. Le solide moins contraint, va ainsi moins plastifier et les déformations irréversibles du solide dues à l'implosion de bulle seront donc réduites. Ce résultat constitue l'un des principaux résultats de cette thèse : les simulations "two-way" propose une bien meilleure estimation du vieillissement du matériau solide. Dans le paragraphe suivant, nous allons approfondir cet effet de la plasticité sur l'absorption d'onde.

4.4.3 Effet de la plasticité

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu l'intérêt d'un couplage fort entre mécanique des fluides et mécanique des solides afin de prendre en compte l'ensemble des phénomènes se déroulant à l'interface lors de l'implosion d'une bulle. Nous nous sommes pour l'instant limité au cas d'une paroi en aluminium possédant une limite d'élasticité assez forte : 500 MPa. Dans ce paragraphe, nous allons chercher à mieux caractériser les effets dus à la plasticité en étudiant trois comportements du solide. Il s'agira du même aluminium qu'au paragraphe précédent ($E = 70\text{GPa}$, $\rho = 2700\text{ kg.m}^{-3}$, $\nu = 0.36$) en régime élastique, en régime elasto-plastique avec une limite de plasticité élevée de 500 MPa et en régime élasto-plastique avec une limite de plasticité plus faible de 150 MPa. La loi de contrainte-déformation est une loi de Ludwig, présentée dans l'équation 3.18 du chapitre 3.2.2.4 avec les coefficients $K = 396\text{ MPa}$ et $n = 0.30$. La figure 4.23 propose une représentation de la loi contrainte-déformation pour ces trois cas.

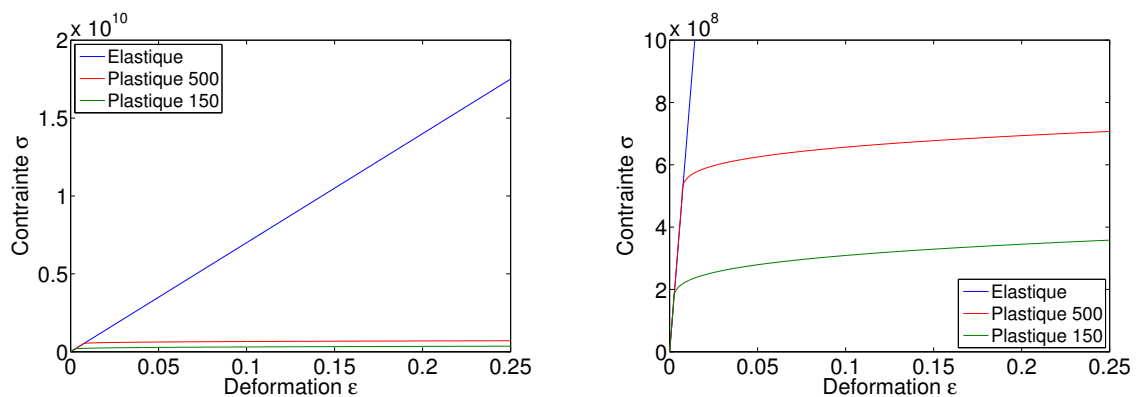


FIGURE 4.23 – Loi contrainte-déformation pour les trois matériaux (gauche), zoom sur les comportements plastiques (droite).

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que l'implosion de bulle causait dès le début de l'impact une contrainte de Von Mises supérieure à 150 MPa. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi d'abaisser arbitrairement la limite d'élasticité à 150 MPa afin que le solide se déforme plastiquement dès le début de l'impact, contrairement au cas où la limite d'élasticité est de 500 MPa.

Nous commençons par analyser le signal de pression à l'interface. Nous étudierons les trois points de contrôle usuellement utilisés dans ce travail : la zone d'impact (PH), du milieu de l'interface (PM) et en condition de sortie d'onde (PB). Sur la figure nous zoomons directement sur le pic de pression associé à chacun des trois points de contrôle afin de mieux voir les effets d'amortissement de pression.

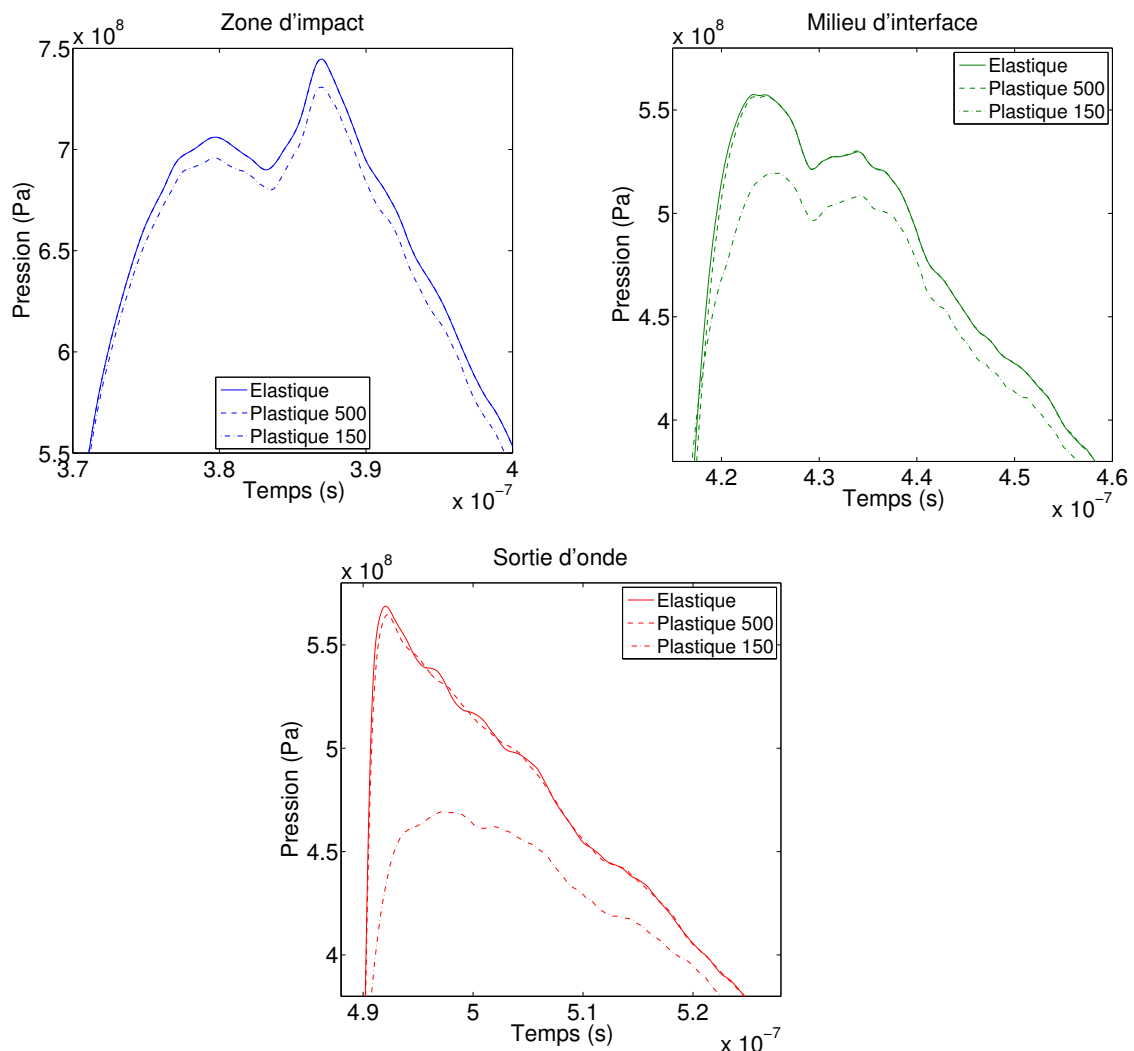


FIGURE 4.24 – Pic de pression suivant le point de contrôle PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge) et le modèle solide.

Au niveau de la zone d'impact (PH), aucune différence n'est visible entre les courbes élastique et plastique 500. En effet, nous avons vu dans le paragraphe précédent que

la contrainte maximale de Von Mises est inférieure à 500 MPa dans le cas plastique 500. Dans ces deux cas nous sommes donc toujours en régime élastique. Par contre, le cas plastique 150 concède une baisse de pression au niveau des deux pics, de l'ordre de 10 MPa pour le premier pic et de 14 MPa pour le second pic. Il y a donc un amortissement supplémentaire lié à la baisse de la limite d'élasticité qui engendre une déformation plastique supplémentaire et donc un recul plus important de la paroi.

En milieu d'interface (PM), ce phénomène s'accroît puisque le premier pic est atténué de 38MPa et le second 22 MPa. La courbe plastique 500 commence à se différencier de la courbe élastique au niveau du premier pic, mais cela reste très mesuré. L'écart entre les deux courbes reste inférieur à 1 MPa.

Enfin en sortie d'onde (PB), le constat est identique au précédent. Le pic de pression du cas plastique 150 est toujours largement plus atténué que les deux précédents. Il présente aussi un caractère beaucoup plus aplati et l'atténuation atteint 99 MPa. Le cas plastique 500 continue de se démarquer progressivement du cas élastique. La forme du pic de pression reste très proche de celle du cas élastique mais elle présente à présent une baisse de 4 MPa.

Nous constatons donc une influence nette de la limite d'élasticité sur l'amplitude du pic de pression à l'interface. Nous allons observer à présent l'évolution des phénomènes à l'interface coté solide. Dans un premier temps, intéressons-nous à la mise en mouvement de l'interface et aux champs de vitesse en paroi. La figure 4.25 montre l'évolution temporelle de la vitesse à l'interface aux trois points de contrôle.

À l'impact de l'onde en paroi (PH), nous observons une hausse nette de la vitesse d'interface de 6 m.s^{-1} pour le cas plastique 150 par rapport aux deux autres cas. Cet écart se maintient une fois que la pression du fluide en paroi se décharge. Cette augmentation de vitesse d'interface est en accord avec la baisse observée sur le signal de pression, l'interface se déplaçant plus vite, la relaxation du fluide sera plus importante.

En milieu d'interface (PM), la situation est différente, le cas plastique 150 présente le pic de vitesse le plus faible avec 38.8 m.s^{-1} , le cas élastique présente un pic à 41 m.s^{-1} et le cas plastique 500 a le pic le plus fort avec 44.3 m.s^{-1} .

Enfin, au niveau de la sortie d'onde (PB), nous avons un signal avec un seul pic pour le plastique 150 contre deux pics pour le plastique 500 et l'élastique. Le

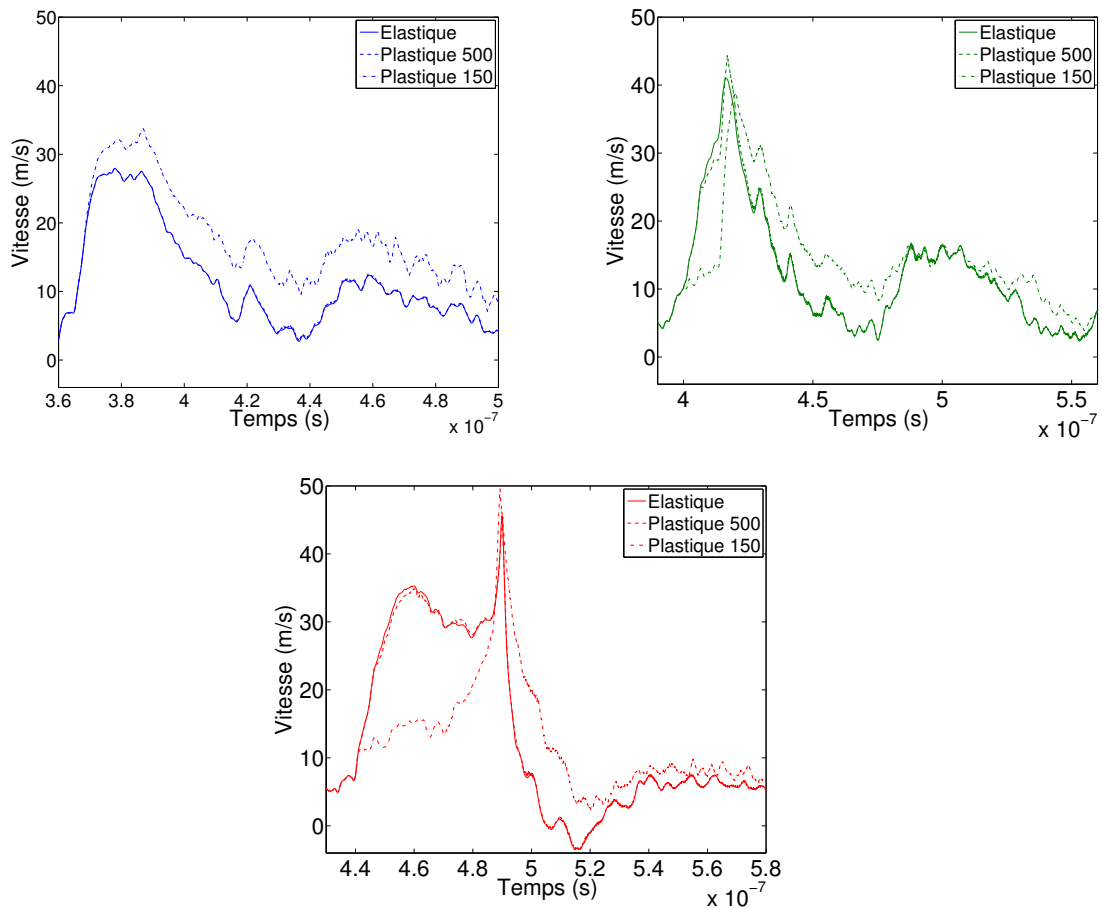


FIGURE 4.25 – Profil de vitesse suivant le point de contrôle PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge) et le modèle solide.

cas plastique 500 a quitté le régime plastique et est revenu en régime élastique. La courbe de vitesse du cas plastique 500 est donc très proche du cas élastique. Le cas plastique 150 est toujours en régime plastique et s'enfonce plus fortement que les deux autres cas, il présente donc la vitesse d'interface la plus élevée.

Les champs de déplacement confirment les résultats précédents. En effet, la forte plastification du cas plastique 150 entraînera les déplacements d'interface les plus forts, tandis que la petite plastification du cas plastique 500 entraînera un déplacement de l'interface légèrement plus élevé que celui du cas élastique. Nous allons plutôt nous intéresser à la forme de l'interface en fin de calcul qui est présentée en figure 4.26.

Sur la figure de gauche, les courbes élastique et plastique 500 ont été regroupées car elles sont d'un même ordre de grandeur. Par contre la courbe plastique 150 est présentée sur une courbe à part car elle écrase complètement les deux autres cas. Dans les trois cas, nous retrouvons une allure similaire, le maximum de déplacement

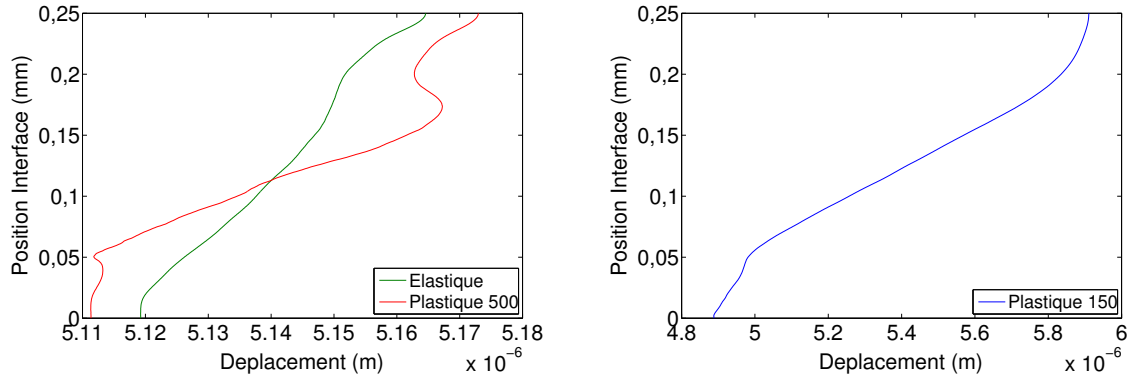


FIGURE 4.26 – Profil déformé de l'interface pour chacun des trois cas d'étude.

est atteint au niveau de la zone d'impact de l'implosion de la bulle ($y = 0.25\text{mm}$ sur la figure 4.26) . Nous pouvons évaluer la profondeur du pit en estimant l'écart entre le déplacement maximal et le déplacement minimal à l'interface. Pour le cas élastique, nous avons un écart de 46 nm, pour le cas plastique 500, il est de 62 nm et pour le cas plastique 150 nous obtenons 1023 nm. Plus le matériau plastifie facilement, plus nous obtenons un pit prononcé. Nous pouvons remarquer le facteur 16.5 en terme de profondeur de pit entre les cas plastique 500 et plastique 150, alors que la limite d'élasticité n'a baissé que d'un facteur 3.3. Ceci met en lumière l'influence considérable du seuil de plasticité sur la déformation du matériau et donc sur l'amortissement des ondes de chocs.

Pour conclure cette analyse, nous allons maintenant nous intéresser à la comparaison de la contrainte de Von Mises et de la déformation plastique entre les deux simulations générant de la plasticité : plastique 500 et plastique 150. Cette comparaison, présentée en figure 4.27, est effectuée peu après l'impact de l'onde issue de l'implosion de la bulle et en fin de calcul.

Lors de l'impact de l'onde, à $t = 381\text{ ns}$, nous retrouvons comme présenté figures 4.21 et 4.22 une contrainte de Von Mises inférieure à la limite élastique (500 MPa) pour le cas plastique 500 et aucune déformation plastique. Par contre dans le cas plastique 150, la contrainte maximale de Von Mises est plus faible, mais supérieure à la limite d'élasticité (150 MPa). Nous avons donc de la plastification qui se forme dès l'impact de l'onde issue de la bulle. À l'issue du calcul, à $t = 1150\text{ ns}$, les deux simulations présentent des déformations plastiques. Les champs de déformation plastique présentés figure 4.27 mettent en évidence une déformation plastique principale (supérieure à 50% de la déformation plastique maximale) situé à une distance de l'axe de la bulle d'environ un rayon de bulle dans le cas plastique 150 et 1.7 rayon de bulle pour le cas plastique 500. Ces déformations sont beaucoup plus

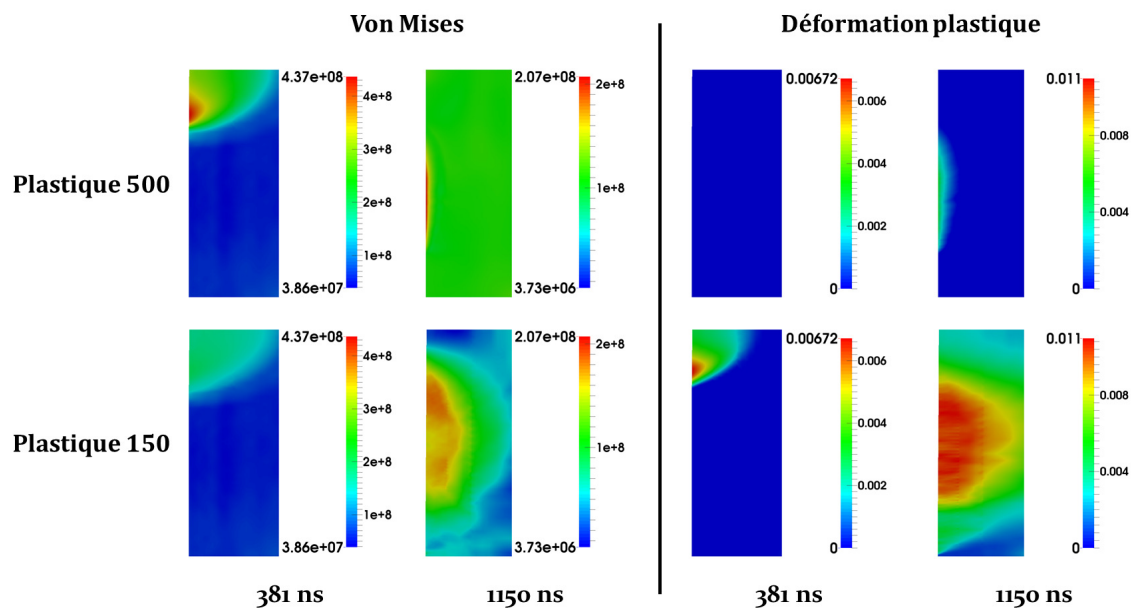


FIGURE 4.27 – Comparaison des déformations plastiques dans le solide.

prononcées dans le cas plastique 150 puisque leur amplitude maximale est 2.2 fois plus importante que pour le cas plastique 500. Enfin si nous nous attardons sur la surface plastifiée, nous voyons que le calcul plastique 150 a plastifié une zone de $95.8 \times 10^{-9} \text{m}^2$, contre $1.52 \times 10^{-9} \text{m}^2$, pour le cas plastique 500. Ceci représente une hausse d'un facteur 63 de la surface plastifiée.

Au final, nous avons vu dans ce paragraphe que la limite de plasticité n'était pas sans influence sur notre cas de calcul. Les cas élastique et plastique à haute limite d'élasticité ($\sigma_e = 500 \text{ MPa}$) présentent des résultats relativement similaires en termes de pression à l'interface et de vitesse d'interface, avec une forme d'interface un peu plus creusée dans le cas plastique. La baisse de la limite de plasticité de 500 MPa à 150 MPa va se traduire par une baisse nette de la pression à l'interface (jusqu'à 99 MPa en zone de sortie d'onde) et un pit beaucoup plus profond. Il y a aussi une hausse nette de la surface plastifiée qui augmente d'un facteur de plus de 60. Ce paragraphe permet donc de mettre en avant l'influence de la limite d'élasticité sur les calculs d'amortissement d'onde et de déformation du solide liés aux implosions de bulles.

4.4.4 Comparaison entre matériaux réels

Dans ce dernier paragraphe, nous allons nous intéresser aux interactions à des matériaux plus couramment utilisés lors de tests sur l'érosion de cavitation. L'idée va être d'avoir une première approche sur les capacités d'amortissement et d'absorption de ces matériaux sur notre cas d'implosion de bulle unique. Nous allons donc

effectuer une simulation couplée avec un alliage d'aluminium : l'aluminium Al-7075 ; un acier : l'acier A-2205 et un alliage nickel-acier bronze noté NAB [54]. Pour chacun de ces matériaux, nous allons analyser les mêmes phénomènes que dans les paragraphes précédents, nous comparerons tout d'abord l'amortissement des ondes de pression par rapport au cas de la paroi rigide, puis nous analyserons les déformations et les niveaux de plasticité engendrés au sein de chacun des trois matériaux.

Tout d'abord, revenons sur les propriétés mécaniques des trois matériaux. Nous utiliserons dans chaque cas une loi de Ludwig présentée dans l'équation 3.18 du chapitre 3.2.2.4. Le tableau 4.2 détaille masse volumique ρ , module d'Young E , coefficient de poisson ν , limite d'élasticité σ_e ainsi que les deux coefficients K et n nécessaires à la loi de Ludwig pour les trois matériaux.

Matériau	ρ ($kg.m^{-3}$)	E (GPa)	ν	σ_e (MPa)	K (MPa)	n
Al-7075	2810	71.9	0.33	335	396	0.30
A-2205	7805	186	0.3	508	832	0.51
NAB	7580	122	0.32	300	1150	0.58

TABLE 4.2 – Propriétés mécaniques des trois matériaux utilisés

Ces différentes propriétés donnent lieu à des lois de comportements différentes qui sont représentées par la courbe contrainte-déformation associée à chaque matériau en figure 4.28.

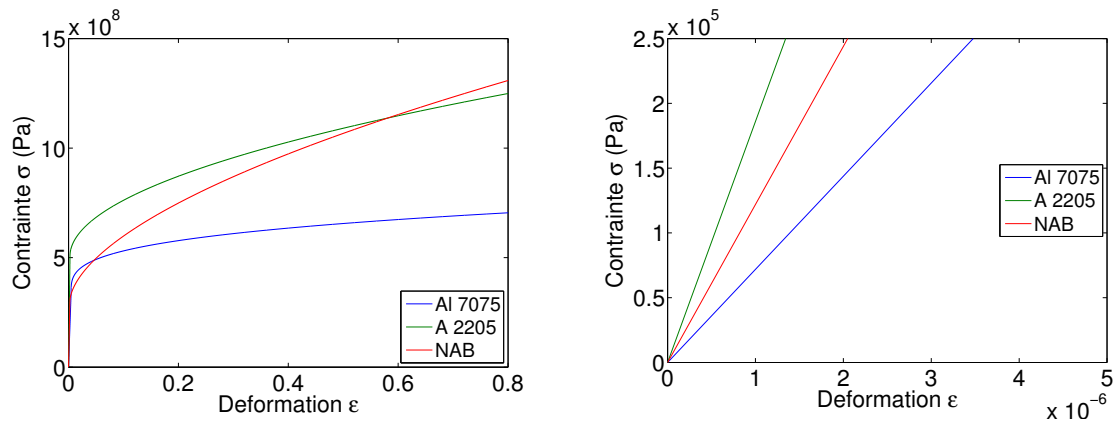


FIGURE 4.28 – Loi de Ludwig pour les trois matériaux (gauche), zoom sur l'élasticité (droite).

Ces deux figures donnent une première indication sur le comportement à prévoir de chacun des matériaux. La courbe d'élasticité de l'aluminium ayant la pente la plus faible, en régime élastique, il proposera le meilleur amortissement des ondes de pression car il génèrera le plus grand recul de l'interface. Nous aurons ensuite le NAB et l'amortissement le plus faible sera effectué par l'acier. En régime plastique,

c'est le NAB qui possède la limite d'élasticité la plus faible, il va donc plastifier plus facilement que les deux autres matériaux. Le NAB présentera la surface plastifiée la plus grande et entraînera un amortissement des ondes de pression grâce à la plasticité beaucoup plus importante que pour les autres matériaux. Enfin l'acier présente le module d'Young et la limite d'élasticité les plus élevés. Il présentera un amortissement plus faible des ondes de pression mais aussi un recul et une déformation de l'interface moins importants que pour les deux autres matériaux.

À la suite de cette analyse comportementale, nous pouvons donc aborder les résultats des calculs couplés en commençant par les signaux de pression. La figure 4.29 présente l'évolution temporelle de la pression pour les trois points de contrôles utilisés dans ce travail : la zone d'impact, du milieu de l'interface et en condition de sortie d'onde (respectivement PH, PM et PB sur les figures 2.18 et 3.12).

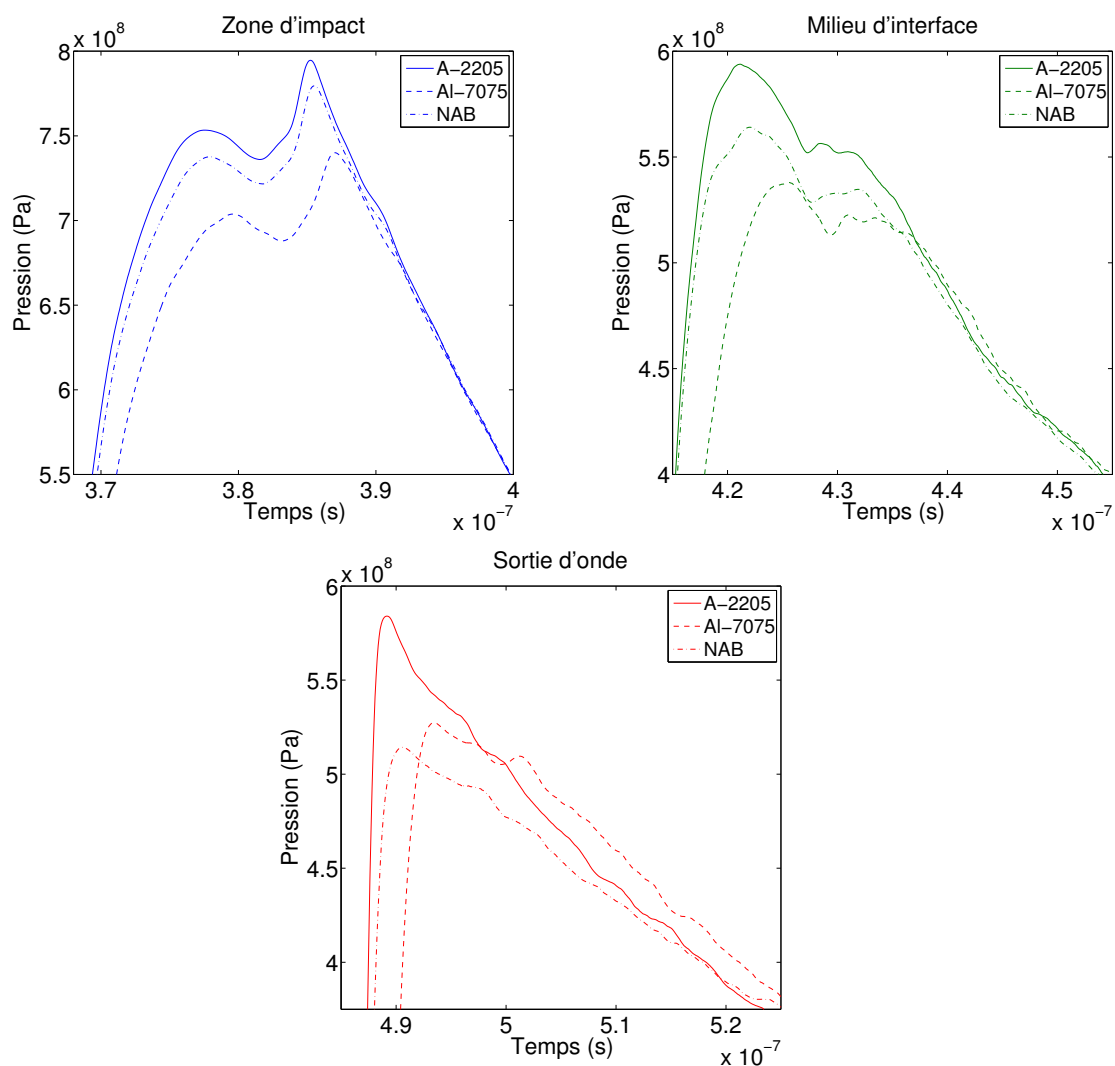


FIGURE 4.29 – Pic de pression suivant le matériau (A2205, Al7075 ou NAB) et le point de contrôle PH (bleu), PM (vert) et PB (rouge).

La pression d'impact la plus élevée est subie par l'acier avec un maximum de 794.6 MPa, le NAB subit une pression maximale de 779.5 MPa tandis que l'aluminium subit une pression de 740 MPa (figure 4.29, courbes bleues). D'autre part, il y a un léger décalage temporel de l'instant auquel ce maximum est constaté sur chacun des trois matériaux. L'acier est le premier frappé, puis vient le NAB et enfin l'aluminium. L'amortissement ainsi que le décalage temporel peuvent s'expliquer à partir de la différence de module d'Young entre les matériaux. Le matériau avec le module d'Young le plus faible aura le plus fort recul lors de l'impact de l'onde issue de la bulle et générera le plus fort amortissement. De plus, si un recul plus important est constaté, l'onde de pression aura besoin d'un temps supplémentaire pour atteindre la paroi.

L'onde se propage ensuite le long de l'interface. Lorsqu'elle atteint le milieu d'interface nous retrouvons une même organisation des courbes de pression. La pression d'impact la plus élevée est subie par l'acier avec un maximum de 593.9 MPa, le NAB subit une pression maximale de 564.1 MPa tandis que l'aluminium subit une pression de 538 MPa (figure 4.29, courbes vertes). La courbe de pression du NAB s'est éloignée de celle de l'acier et se rapproche de l'aluminium. Ces deux matériaux ayant une limite de d'élasticité proche et plus faible que l'acier, il est probable que les effets de plasticité accentuent la déformation du profil de l'interface de l'aluminium et du NAB par rapport à l'acier (voir dans la suite figure 4.30 et figure 4.31). L'amortissement de l'onde de pression sera donc plus important pour ces deux matériaux. Enfin le décalage en temps entre les pics de pression respectifs à chaque matériau a augmenté.

Pour finir, en sortie d'onde la situation a changé. L'amortissement le plus fort est à présent visible dans le cas du NAB avec un pic de pression de 514.3 MPa, l'aluminium présente un pic de pression de 527.5 MPa et l'acier de 584 MPa (figure 4.29, courbes rouges). Nous verrons dans la suite qu'à cet instant du calcul le NAB a développé une surface plastifiée beaucoup plus importante que les deux autres matériaux. Cette forte plastification est responsable de ce fort amortissement de pression. L'aluminium et l'acier conservent un même écart de pression entre leurs pics respectifs, de l'ordre de 55 MPa. Le décalage temporel des pics de pression a légèrement augmenté entre l'acier et le NAB.

En conclusion, chaque matériau présente un amortissement de la pression qui diffère. Cette différence est liée aux propriétés du solide à l'interface. Nous allons donc aborder le comportement du solide et en particulier la déformation de l'interface et la plastification de chaque matériau.

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à l'évolution de la vitesse de l'interface au niveau des trois points de contrôle PH, PM et PB.

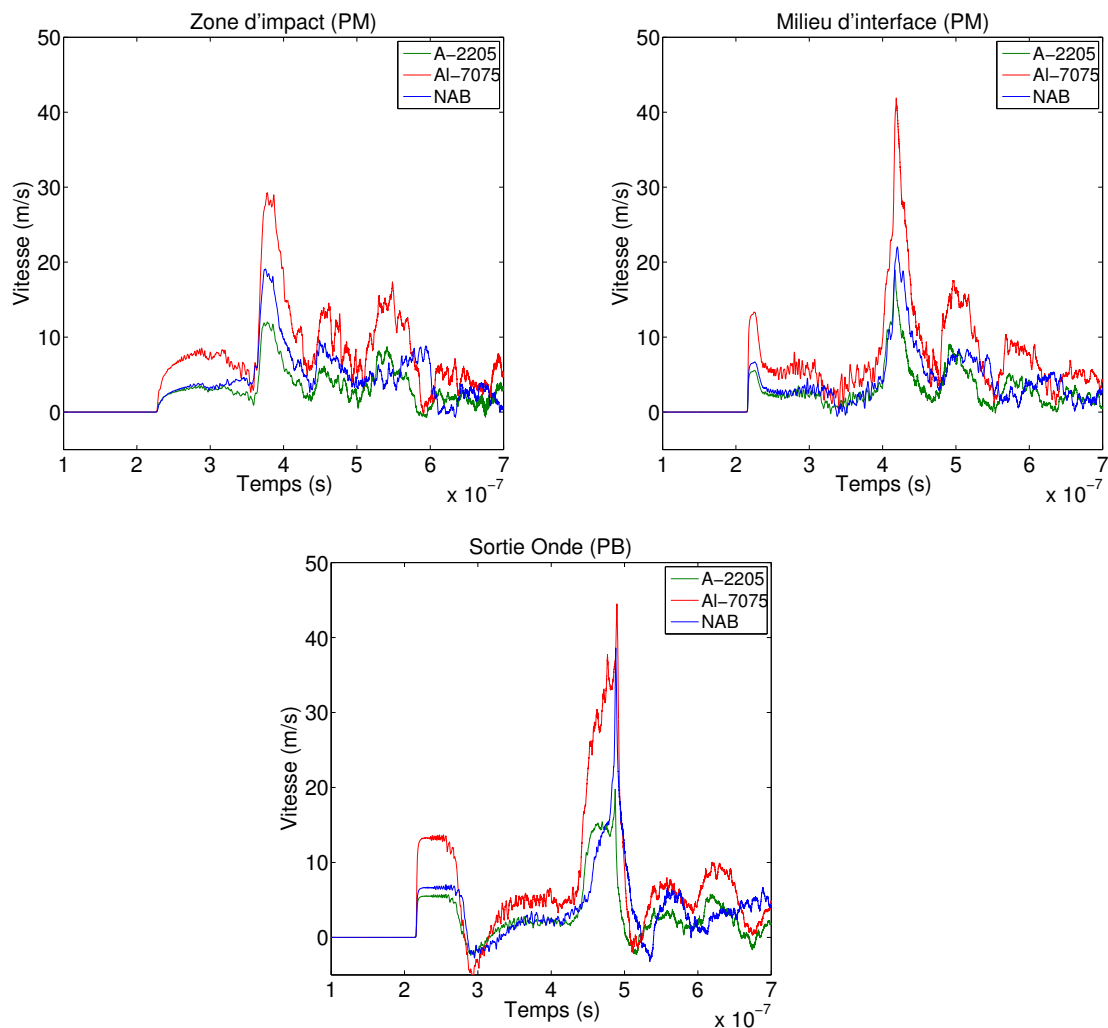


FIGURE 4.30 – Vitesse de l'interface suivant le matériau (A2205, Al7075 ou NAB) et le point de contrôle.

Au niveau de la zone d'impact (PH) et en milieu d'interface (PM), nous obtenons les résultats attendus : la vitesse d'interface et le niveau d'amortissement de chaque matériau sont liés. Plus un matériau amortit l'onde de pression, plus la vitesse de l'interface est élevée. Cependant, en sortie d'onde (PB) nous assistons à un résultat curieux : alors que le NAB est le matériau qui amortit le plus l'onde de pression, c'est l'aluminium qui a la vitesse de déformation de l'interface la plus élevée. À ce stade, le NAB va amortir l'onde de pression par une forte plastification (voir figure 4.31) qui deviendra plus efficace que l'amortissement de l'aluminium dû à un fort recul de l'interface en régime élastique. Pour valider cette hypothèse, observons à présent les effets de plasticité dans le solide.

La figure 4.31 montre l'évolution de la plastification et des contraintes de Von Mises à $t = 381 \text{ ns}$, soit peu après l'impact de l'onde issue de la bulle et à la fin du calcul à $t = 1150 \text{ ns}$.

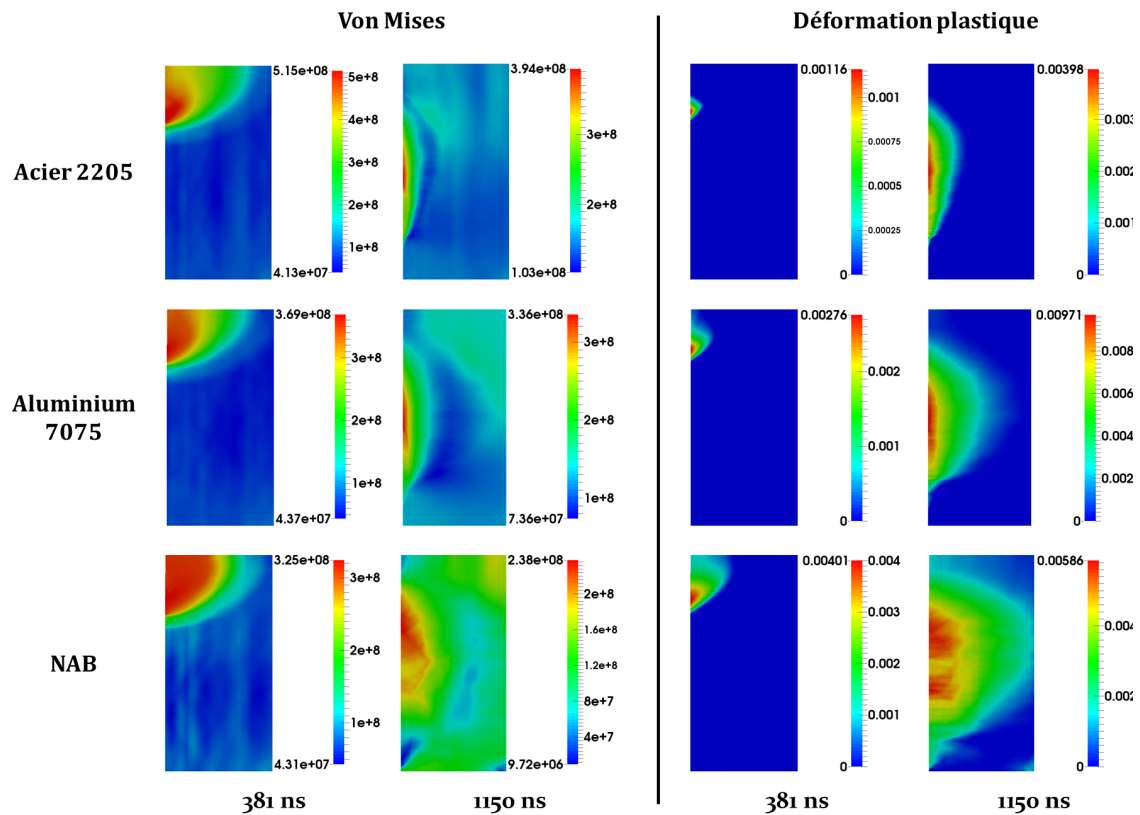


FIGURE 4.31 – Comparaison des déformations plastiques suivant le matériau.

À $t = 381 \text{ ns}$, soit peu après l'implosion de bulle, nous observons une zone plastifiée nettement visible en dessous de la zone d'impact. Cependant dans le cas du NAB, nous remarquons que des déformations plastiques se sont créées depuis le haut de l'interface, au point d'impact de la bulle. Dès l'impact de l'onde issue de la bulle, il y a donc formation de plasticité. Dans le cas des deux autres matériaux, l'acier et l'aluminium, le champ de plasticité est toujours nul tout en haut de l'interface, l'onde issue de l'implosion de la bulle n'a donc pas généré de plasticité au moment de l'impact avec la paroi. En fin de calcul, à $t = 1150 \text{ ns}$, chacun des trois matériaux a plastifié et nous retrouvons une forme bombée de la zone plastifiée, comme dans l'ensemble des cas traités précédemment dans ce manuscrit. Pour le NAB, nous remarquons que la plasticité s'étend entre les limites hautes et basses du domaine, c'est le seul matériau pour lequel nous constatons ce phénomène. L'hypothèse du fort amortissement de pression dans le NAB dû à la plasticité est donc vérifiée. En s'attardant sur la surface de la zone plastifiée (définie à plus d'1‰ de déformation plastique), le NAB présente la surface la plus étendue avec $21.65 \times 10^{-9} \text{ m}^2$, l'aluminium a une surface plastifiée de $10.51 \times 10^{-9} \text{ m}^2$, tandis que l'acier présente une surface

plastifiée de $3.10 \times 10^{-9} \text{m}^2$. Entre le matériau qui plastifie le plus (NAB) et celui qui plastifie le moins (acier), nous constatons un facteur 7 de la surface plastifiée. L'acier présentera donc 7 fois moins de déformations irréversibles que le NAB (et 3.2 fois moins que l'aluminium). Enfin si nous observons les zones de fortes plasticité, définie comme présentant une déformation supérieure à 50% de la déformation maximale observée dans le matériau, nous constatons que l'acier présente un taux de 53% de la surface plastifiée, supérieur au NAB, 44% et à l'aluminium, 31%. L'acier plastifie donc peu mais lorsque la plastification est établie, les zones de fortes plastification englobent une majeure partie de la surface plastifiée.

Nous pouvons donc aborder la dernière partie de cette analyse sur la réaction des trois matériaux à l'implosion d'une bulle d'air à proximité : la forme du pit dans le matériau. Tout d'abord, revenons sur l'évolution temporelle du déplacement de l'interface aux trois points de contrôle PH, PM et PB. Celle-ci est présentée en figure 4.32.

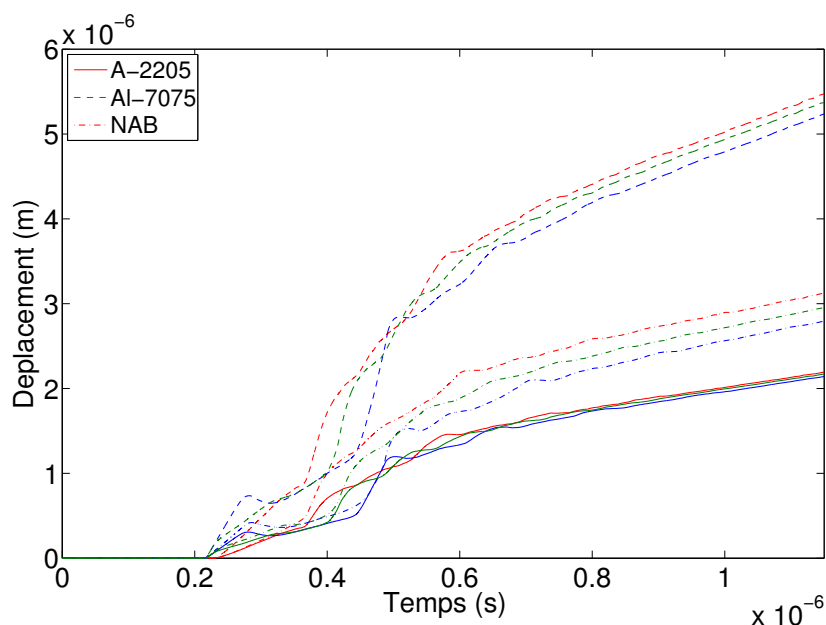


FIGURE 4.32 – Comparaison des déplacements en zone d'impact (—), en milieu d'interface (—) et en sortie d'onde (—) suivant le matériau.

Les courbes de déplacements présentent des résultats cohérents avec les profils de vitesse puisque nous avons observé les vitesses d'interfaces les plus élevées pour l'aluminium ce qui se traduit par les déplacements de l'interface les plus élevés. Nous retrouvons ensuite le NAB puis l'acier qui est le matériau se déformant le moins. Sur cette évolution temporelle, nous pouvons observer l'évolution du déplacement pour les deux impacts d'onde : l'onde incidente au niveau de la sortie d'onde (PB) et l'onde issue de la bulle au niveau de la zone d'impact (PH).
 Tout au long de ce mémoire, nous avons pu constater que l'onde incidente frappait

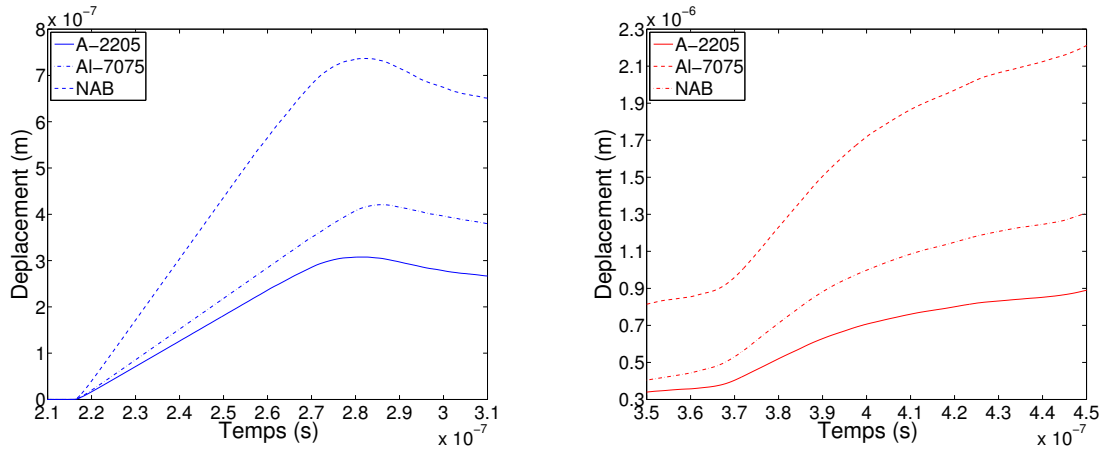


FIGURE 4.33 – Déplacement en sortie d’onde (PB) dû au choc de l’onde incidente (gauche) et déplacement en zone d’impact (PH) dû au choc de l’onde issue de la bulle (droite).

l’interface fluide-solide vers $t = 217 \text{ ns}$ et l’onde issue de l’implosion de la bulle vers $t = 370 \text{ ns}$ (voir figure 2.16). Sur la figure 4.33 à gauche, l’interface se met en mouvement dès l’impact de l’onde incidente. Chaque matériau étant en régime élastique, l’augmentation du déplacement est directement liée au module d’Young du matériau. Ainsi l’onde incidente génère un déplacement maximal de 736 nm pour l’aluminium, 421 nm pour le NAB et 307 nm pour l’acier. En régime élastique la contrainte principale et la déformation sont reliées linéairement par le module d’Young. Si on suppose, dans une première approche simplifiée, que la déformation correspond au rapport entre le déplacement et la taille de l’échantillon, nous avons donc une linéarité entre la contrainte principale (la pression) et le déplacement de l’interface qui aura la forme : $P \approx E \frac{\Delta L}{L}$ (L correspond à la taille de l’échantillon et ΔL au déplacement). Dans nos simulations la longueur du matériau ΔL est la même pour les trois matériaux et la pression de l’onde incidente est la même pour les trois implosions de bulles. Sans tenir compte de la rétroaction du solide sur le fluide, nous aurons une relation inversement proportionnelle entre le module d’Young et le déplacement de l’interface. L’acier étant le matériau le plus rigide des trois, nous prendrons la valeur de son module d’Young et de son déplacement maximal comme référence. Le tableau 4.3 propose les rapports de module d’Young et de déplacement maximal des deux autres matériaux par rapport à l’acier :

E		Déplacement Max	
$\frac{A_{2205}}{A_{7075}}$	2.58	$\frac{Al_{7075}}{A_{2205}}$	2.39
$\frac{A_{2205}}{NAB}$	1.52	$\frac{NAB}{A_{2205}}$	1.36

TABLE 4.3 – Réaction comparée à l’impact de l’onde incidente.

Dans les deux cas, nous observons un rapport des modules d'Young proche du rapport des déplacements maximums, le modèle donne donc des ordres de grandeur correct. La différence entre ces deux rapports est directement liée au phénomène d'amortissement de l'onde de pression par le matériau. L'aluminium est le matériau le moins rigide, il amortit l'onde de manière plus importante que l'acier, l'enfoncement relatif de l'interface va donc diminuer par rapport au rapport des modules d'Young (ici 0.19). Le NAB amortit lui aussi l'onde plus fort que l'acier, l'enfoncement relatif de l'interface va aussi diminuer par rapport au rapport des rigidités (ici 0.16). Cette analyse qualitative montre tout l'intérêt de prendre en compte l'effet d'amortissement : moins un matériau est rigide, plus il amortira et paradoxalement moins il se déplacera par rapport au cas sans amortissement.

Sur la figure 4.33 à droite, il n'est pas possible de reproduire cette analyse car le NAB a plastifié dès l'impact de l'onde issue de la bulle (voir figure 4.31). Néanmoins, nous pouvons quantifier l'augmentation de l'écart des déplacements avant ($t = 350ns$) et après l'impact ($t = 450ns$).

Matériau comparé	Écart du déplacement (nm)	
	$t = 350ns$	$t = 450ns$
$A_{2205} - Al_{7075}$	474.1	1309.5
$A_{2205} - NAB$	64.1	418.5
$NAB - Al_{7075}$	410	891

TABLE 4.4 – Réaction comparée à l'impact de l'onde issue de l'implosion.

Nous observons une hausse de l'écart beaucoup plus importante dans le cas de la comparaison entre le matériau le plus rigide (l'acier) et le matériau le plus mou (l'aluminium). Cependant, en s'intéressant au rapport de ces écarts, nous remarquons qu'il a augmenté d'un facteur 2.76 dans la comparaison Acier-Aluminium tandis qu'il a augmenté d'un rapport 6.52 pour la comparaison Acier-NAB. Le comportement du NAB qui était avant l'impact plus proche de l'acier, s'en est totalement éloigné pour adopter un comportement plus proche de celui de l'aluminium.

La dernière partie de cette analyse va se concentrer sur le profil de l'interface en fin de simulation (figure 4.34). Nous retrouvons des formes semblables du pit généré par l'acier et l'aluminium avec une interface plus déformée au niveau de la zone où la plasticité a commencé à se développer, c'est à dire à un peu plus d'un rayon de bulle de la zone d'impact. L'enfoncement à l'interface diminue ensuite jusqu'à atteindre un minimum au niveau de la fin de la plasticité. Pour le cas du NAB, nous avons vu sur la figure 4.31, que l'intégralité de l'interface avait plastifié. Le maximum de profondeur du pit est situé au niveau de la zone d'impact (haut de l'interface) tandis

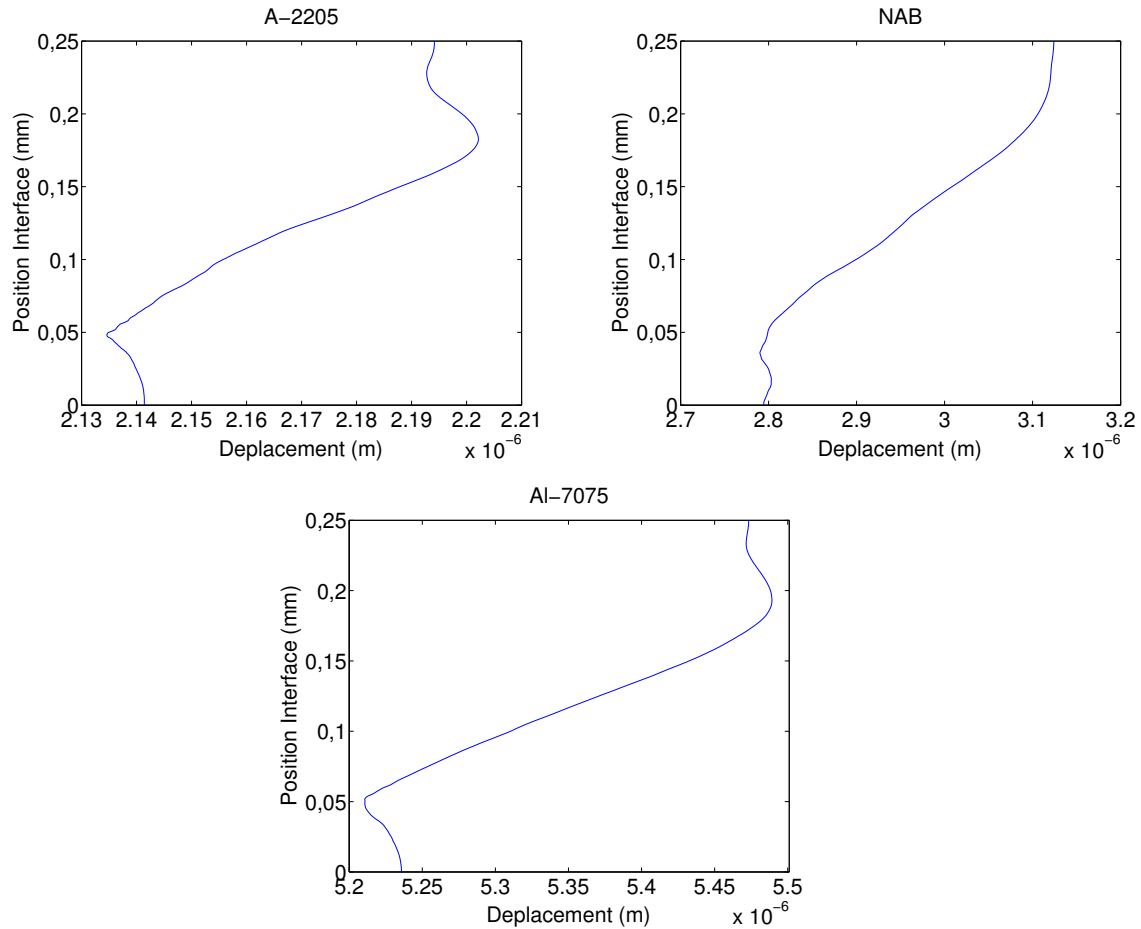


FIGURE 4.34 – Forme de l'interface en fin de calcul suivant le matériau.

que le minimum est au niveau de la sortie d'onde (bas de l'interface) . Si nous nous intéressons, à la profondeur du pit, nous avons une profondeur de 67 nm pour l'acier, de 278 nm pour l'aluminium et de 334 nm pour le NAB. Bien que l'enfoncement total le plus important ait été produit pour l'aluminium, la déformation du matériau la plus forte est visible sur le NAB.

Dans ce paragraphe, nous avons proposé une étude comparative de la réponse de trois matériaux, l'acier A-2205, l'aluminium Al-7075 et un alliage de nickel d'aluminium et de bronze (NAB), à l'implosion d'une bulle unique de rayon 0.05 mm située à deux rayons de bulles de l'interface fluide-solide. Nous avons constaté des comportements différents entre ces trois matériaux, tant sur le plan de l'amortissement des signaux de pression dans le fluide que dans le comportement élasto-plastique de chaque matériau. En effet, le matériau qui amortit le mieux les ondes de pression (l'aluminium) n'est pas celui qui présente le profil d'interface le plus déformé et la plus grande surface plastifiée (le NAB). L'étude comparée de ces trois matériaux présente donc trois comportements distincts en réaction à l'implosion de bulle : l'acier amortira peu l'onde de choc, mais compensera par sa forte rigidité pour absorber

l'énergie du choc ; l'aluminium se déformera beaucoup plus de manière élastique afin d'amortir l'onde de choc et d'absorber son énergie ; enfin le NAB va absorber cette énergie en plastifiant, ceci générera un enfoncement plus faible que l'aluminium mais une surface plastique plus importante. Au final, cette étude comparée de ces trois matériaux montre à quel point, il est difficile de dissocier les deux physiques se jouant à l'interface, tant la réaction du solide au choc de l'implosion peut changer l'amplitude du choc en retour.

4.5 Conclusion sur le chapitre couplage

Dans ce chapitre, nous avons présenté le couplage réalisé entre les deux codes tant sur le plan de la technique de couplage que sur celui des résultats de calculs couplés. Nous sommes tout d'abord revenu sur le principe de fonctionnement d'un couplage et la mise en avant de la nécessité d'une approche couplée dans notre cas d'étude. Pour fonctionner, le couplage nécessite une contribution de chacun des deux codes au sein d'un même pas de temps et implique d'avoir une pression et une vitesse de l'interface identique dans chaque code. Pour cela il est impératif d'avoir un processus de convergence permettant de s'assurer d'un comportement identique de l'interface du coté fluide et du coté solide. La communication entre les deux codes s'est effectuée grâce à la bibliothèque MPI qui a permis de faire fonctionner simultanément les deux codes sur une même architecture de calcul tout en s'assurant qu'ils puissent communiquer convenablement.

Nous avons ainsi pu aborder les simulations couplant mécanique des fluides et mécanique du solide. Les premiers tests furent des validations du comportement de l'interface au travers du cas de la propagation d'une onde de choc dans le fluide puis dans un solide élastique. Nous avons ensuite abordé les comparaisons entre simulations "one-way" et simulations "two-way" sur de l'aluminium qui ont mis en évidence des amortissements de pression à l'interface pour les simulations "two-way" et une baisse du niveau de plasticité. À l'inverse, le couplage "two-way" n'a présenté aucun changement dans la dynamique d'implosion de la bulle. Nous avons ensuite cherché à préciser l'influence de la plasticité sur l'exemple d'une implosion de bulle à proximité d'une paroi en aluminium élastique ou élasto-plastique avec différentes limites d'élasticité. Ces simulations ont permis de mettre en avant qu'un changement modéré de la limite d'élasticité pouvait avoir des conséquences importantes tant sur le signal de pression en paroi que sur la profondeur du pit produit et la plastification du solide. Ces effets des propriétés du solide ont enfin été approfondies grâce aux simulations couplées avec trois matériaux couramment utilisés dans le milieu

de la cavitation, l'aluminium Al-7075, l'acier A-2205 et un alliage Nickel–Aluminium Bronze. L'analyse des résultats proposés par les trois matériaux a montré que chaque matériau présentait une réaction propre à modifier les caractéristique de l'impact. L'aluminium va utiliser ses propriétés d'élasticité pour absorber l'énergie de l'onde générant un grand mouvement de l'interface. Le NAB va utiliser ses propriétés de plasticité pour absorber l'énergie du choc, impliquant un profil de l'interface plus déformé et une modification irréversible des propriétés mécanique à l'interface. Enfin, l'acier va utiliser sa forte rigidité pour compenser le choc sans beaucoup l'amortir. Finalement, les conclusions observées sur ces trois analyses montrent toute la complexité des phénomènes se déroulant à l'interface, et la nécessité de ne pas découpler mécanique des fluides et mécanique des solides afin de modéliser au mieux les phénomènes d'absorption et d'endommagement des matériaux lors d'implosion de bulles de gaz à proximité d'interfaces fluide-solide.

Chapitre 5: Conclusions et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse a été de développer un outil capable de modéliser l'interaction fluide-structure lors de l'implosion d'une bulle à proximité d'une paroi solide déformable. Une meilleure estimation de ce phénomène présente un grand intérêt tant sur le plan industriel que biomédical. Pour le premier, afin de déterminer des matériaux plus à-même d'absorber les contraintes causées par l'implosion de bulles de cavitation ; pour le second, afin d'améliorer les techniques de lithotripsie ou de destruction de tissus mous en optimisant la compréhension des réactions aux ondes de choc du corps humain et des éléments à détruire. Dans ce travail nous sommes concentrés sur l'implosion d'une bulle unique à proximité d'une paroi métallique. Pour parvenir à des simulations permettant de concilier mécanique des solides et mécanique des fluides, ce travail a été divisé en trois étapes :

- L'adaptation à un domaine de calcul déformable d'un code de simulation d'écoulements diphasiques compressibles ;
- l'utilisation d'un code de simulation des solides en réponse à la sollicitation causée par l'implosion de bulle ;
- le couplage des deux codes afin de regrouper les deux physiques au sein d'une même simulation, incluant la réponse de l'écoulement à la déformation du solide.

À l'issue de ces trois étapes, nous avons été en mesure de modéliser l'implosion d'une bulle à proximité d'une paroi solide déformable et d'étudier l'ensemble des phénomènes à l'interface aussi bien du point de vue du fluide que du point de vue du solide.

Le code de simulation de mécanique des fluides a été développé à l'origine par Johnsen et al. [2], [29]. Deux développements majeurs ont été réalisés : (i) le développement du solveur WENO pour pouvoir utiliser des maillages non-uniformes et (ii) la réécriture complète de la structure du maillage afin de pouvoir gérer les maillages non-uniformes. Ceci est rendu nécessaire par la déformation de l'interface liquide-solide (qui impose un changement de taille des mailles au cours du temps) mais permet en même temps d'utiliser des maillages optimisés résolus au niveau de la

bulle et de l'interface et plus grossier ailleurs. L'utilisation d'un maillage dépendant du temps, imposé par la déformation de la paroi, demande aussi l'implémentation d'une méthode Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) dans le solveur fluide.

À l'issue de ces développements, les simulations d'implosion de bulle ont été comparées aux résultats obtenus avec le code CaviFlow [19] et le code Ansys-Fluent afin de valider leur comportement. Nous avons ensuite mené quelques études caractéristiques sur l'implosion de bulle en nous intéressant à l'influence de la pression incidente et de la distance bulle-paroi γ . Ces études ont permis de montrer pour $\gamma = 2$ qu'une onde de choc incidente d'une amplitude de 150 bar génère la surpression la plus forte par rapport à l'onde incidente et qu'une onde incidente de 1200 bar ou plus génère un double pic de pression en paroi. À une amplitude de l'onde de choc incidente de 1200 bar, le rapprochement de la bulle de la paroi se traduit par une augmentation de la pression en paroi proportionnelle à $\gamma^{-0.8}$ pour une bulle qui n'est pas en contact avec la paroi ($\gamma > 1$). Lorsque la bulle est en contact avec la paroi ($\gamma < 1$), la pression maximale en paroi est observée pour $\gamma = 0.2$.

L'ensemble de ces analyses ont été effectuées avec une paroi rigide. Dans le cas d'une paroi réelle (donc déformable), la déformation de l'interface ne pouvait pas être prise en compte par le code fluide de départ qui utilise un maillage eulérien fixe dans le temps. Nous avons changé la description du fluide en passant à une description ALE. Cette description permet de prendre en compte un mouvement du maillage quelconque. Le mouvement du fluide n'est plus étudié par rapport à un repère fixe mais par rapport au mouvement du maillage. Dans les calculs couplés, nous avons choisi de calculer le mouvement du maillage en fonction de celui de l'interface, imposé par la déformation du solide. Cette procédure de maillage mobile a été ensuite validée au travers de plusieurs tests, dont une comparaison au résultat analytique de la dynamique d'une onde de choc plane se propageant du fluide vers un milieu élastique infini.

Le code de simulation de mécanique des solides utilisé est le code CAST3M développé par le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) dans sa version de 2015 (<http://www-cast3m.cea.fr/>). Nous avons utilisé ce code pour effectuer des simulations de la déformation d'un matériau solide en comportement élasto-plastique. Le solide va suivre une loi de comportement de type Ludwig, qui suppose une relation en loi de puissance entre contrainte et déformation lorsque le matériau est en régime plastique. Nous avons dans un premier temps reproduit le cas d'une onde de choc plane se propageant dans un solide élastique. Les résultats obtenus sont en excellent accord avec le modèle analytique d'une onde de choc plane se propageant dans un milieu élastique infini. Nous nous sommes ensuite intéressés à la déformation d'un solide en aluminium obtenue en appliquant au bord le champ

de pression obtenu avec le code fluide dans le cas d'une paroi rigide (couplage unidirectionnel ou "one-way"). Cette simulation a mis en évidence la génération de plasticité à une distance d'un rayon de bulle par rapport à l'axe bulle-paroi (qui est la zone de plus forte pression générée par l'implosion de la bulle). Par contre, la déformation de la surface du solide la plus importante a été observée au niveau de la zone d'impact, conformément aux pits observés expérimentalement.

La dernière partie de ce travail détaille le couplage entre code fluide et code solide. Ce couplage nécessite une convergence entre les deux codes, à chaque pas de temps, des champs de pression/contraintes et de vitesse d'interface/vitesse de maillage ALE. Nous avons donc proposé un algorithme de couplage dans lequel chacun des codes fonctionne alternativement au cours de chaque pas de temps et dans lequel nous nous assurons d'une égalité à l'interface fluide-solide entre la pression du fluide et la contrainte normale dans le solide et d'un écart entre la vitesse de l'interface et la vitesse du maillage inférieure à une valeur seuil petite. La communication entre les deux codes a été réalisée à l'aide de la bibliothèque MPI, couramment utilisée pour la parallélisation des codes de calcul.

Nous avons validé ce couplage dans le cas d'une onde de choc plane se propageant dans le fluide et impactant un solide élastique. La comparaison des ondes transmises et réfléchies et de la vitesse de l'interface fluide-solide a validé le couplage. Le résultat majeur de ce travail a été de montrer les effets d'amortissement des ondes de pression à l'interface fluide-solide. Cela a été fait en effectuant la comparaison des simulations réalisées dans les chapitres 2 et 3 (couplage "one-way") avec les simulations couplées (couplage "two-way"). Nous avons aussi constaté que la petite baisse de la pression d'impact (de l'ordre de 10%), liée à l'amortissement des ondes de pression dans la simulation "two-way", entraîne une baisse d'un facteur 2 de la surface de la zone plastifiée dans le solide par rapport à une simulation "one-way". Les simulations "two-way" propose donc une bien meilleure estimation du vieillissement du matériau et à plus long terme de sa résistance à l'érosion de cavitation.

L'influence de la plasticité a ensuite été quantifiée en comparant le comportement d'une paroi en aluminium (i) purement élastique, (ii) plastique avec une limite d'élasticité de 500 MPa et (iii) plastique avec une limite d'élasticité de 150 MPa. Cette dernière permet de réduire par rapport aux cas précédents de seulement quelques pourcents la pression d'impact mais d'augmenter considérablement la déformation de l'interface et la génération de plasticité. Un pit 16.5 fois plus profond a été constaté pour la limite de 150 MPa comparé à celle de 500 MPa. Encore plus remarquablement, la surface de la zone plastifiée a augmenté d'un facteur 63 dans le cas de la limite d'élasticité de 150 MPa par rapport au cas où cette limite est de 500 MPa. Ces comparaisons ont permis de mettre en avant l'importance de la limite

d'élasticité tant sur le plan de l'absorption des ondes que sur celui de la déformation du solide.

Enfin, nous avons étudié trois matériaux récemment considérés dans les études sur l'érosion de cavitation [32] [54], l'aluminium Al-7075, l'acier A-2205 et un alliage Nickel Aluminium Bronze (NAB). Ces trois matériaux possèdent des caractéristiques différentes en élasticité et en plasticité. Chacun des trois matériaux répond différemment à l'implosion de la bulle en proche paroi. Les propriétés élastiques de l'aluminium lui permettent d'absorber l'énergie transmise par l'implosion de la bulle. Ceci cause un important mouvement de recul de l'interface. Par contre les propriétés plastiques du NAB lui permettent d'absorber l'énergie transmise par l'implosion de la bulle, ceci impliquant une plus forte déformation de l'interface et une modification irréversible des propriétés mécaniques à l'interface. Enfin, le module d'Young et la limite d'élasticité élevés de l'acier lui permettent d'absorber l'énergie transmise par l'implosion avec peu d'amortissement et de faibles déformation et déplacement de l'interface. Au final, dans le cas de l'acier A-2205 nous obtenons les résultats les plus intéressants en termes de résistance à l'érosion de cavitation car il se déforme peu sous les effets de l'implosion de la bulle. Par contre le NAB donne des résultats peu intéressants car il amortit peu la sollicitation lors de l'impact et présente une surface plastifiée et une déformation de l'interface plus importantes que les deux autres matériaux étudiés.

En conclusion, ce travail constitue une étude des effets d'amortissement de la sollicitation produite par l'implosion de bulles dans un écoulement cavitant. Il a été mis en évidence que les petites variations dans l'estimation des contraintes dans le solide entre couplage "one-way" (résultat d'une simulation du fluide utilisé comme donnée d'entrée de la simulation solide) et "two-way" (prise en compte de la rétroaction du solide sur l'écoulement) résultent en des différences importantes dans la réponse plastique du matériau.

Le cas de travail étudié reste cependant assez simple (cas en deux dimensions, comprenant un liquide et un gaz non miscibles, une loi de comportement du solide ne prenant pas en compte la vitesse de déformation). Les directions pour poursuivre ce travail vers un plus grand réalisme peuvent être les suivantes :

- Un passage en trois dimensions. Ceci est nécessaire pour calculer des déformations plastiques extrêmes conduisant à la fissuration du matériau et à la perte de masse. À cause des temps de calcul des simulations 3D, cela nécessite une parallélisation sur une architecture multi-nœud du code de calcul fluide, ce qui représente une quantité de travail conséquente.
- La mise en place d'un système liquide-vapeur avec changement de phase afin

de simuler l'implosion d'une bulle de vapeur d'eau générée par cavitation.

Ces deux aspects sont actuellement approchés avec le code YALES2 (<https://www.coria-cfd.fr/index.php/YALES2>) dans la thèse de P. Sarkar (en cours depuis octobre 2015 au LEGI).

- L'utilisation d'une loi de comportement tenant compte de la vitesse de déformation du solide et de l'adoucissement thermique qui rendrait le comportement du solide encore plus réaliste. Cela ne pose pas de difficultés numériques majeures mais requiert de mener une campagne de simulations importante pour l'exploration de ces paramètres.
- L'utilisation d'un code solide plus performant afin de pouvoir modéliser des domaines de calcul plus grands et plus résolus. Ceci permettrait aussi d'étudier les réflexions et amortissements d'onde au sein même du solide, ce qui se répercuterait sur le mouvement de l'interface.

La mise en place de ce type de simulation permettrait de s'intéresser à l'implosion en trois dimensions d'une bulle de cavitation (en comparaison avec la bulle de gaz non condensable utilisée dans cette thèse) à proximité d'une paroi solide modélisée avec une loi de comportement plus réaliste. L'ensemble de ces implémentations pourra permettre de réaliser des simulations des effets sur la paroi solide de l'implosion d'un nuage de bulles de cavitation.

FIN

Bibliographie

- [1] S.A. Beig, J. Hartenberg, I.H. Lee, S.L. Ceccio, and E. Johnsen. Direct simulation of the compressible Navier-Stokes equations for interfacial flows. *8th International Conference on Multiphase Flow, ICMF2013, Korea*, pages 1–10, 2013.
- [2] S.A. Beig and E. Johnsen. Maintaining interface equilibrium conditions in compressible multiphase flows using interface capturing. *Journal of Computational Physics*, 302 :548–566, 2015.
- [3] J.-B. Carrat, R. Fortes Patella, and J.-P. Franc. Assessment of cavitating flow aggressiveness on a hydrofoil : experimental and numerical approaches. *ASME 2017 Fluids Engineering Division Summer Meeting.*, 2017.
- [4] G.L. Chahine and C.-T. Hsiao. Modelling cavitation erosion using fluid-material interaction simulations. *Interface Focus*, 5 :1–21, 2015.
- [5] G.L. Chahine, A. Kapahi, J.-K. Choi, and C.-T. Hsiao. Modeling of surface cleaning by cavitation bubble dynamics and collapse. *Ultrasonics Sonochemistry*, 29 :528–549, 2016.
- [6] M. Champagnac. *Modélisation numérique des écoulements cavitants : application à des écoulements 2D instationnaires*. PhD thesis, Ingénierie Matériaux Mécanique Energétique Environnement Procédés Production, 2011.
- [7] B. Charriere. *Modélisation et simulation d'écoulements turbulents cavitants avec un modèle de transport de taux de vide*. PhD thesis, Ingénierie Matériaux Mécanique Energétique Environnement Procédés Production, 2015.
- [8] S.F. Davis. Simplified second-order Godunov-type methods. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 9 :445–473, 1988.
- [9] J. Decaix. *Modélisation et simulation de la turbulence compressible en milieu diphasique : application aux écoulements cavitants instationnaires*. PhD thesis, Ingénierie Matériaux Mécanique Energétique Environnement Procédés Production, 2012.

- [10] J. Donea, A. Huerta, J.Ph. Ponthot, and A. Rodriguez-Ferran. *Encyclopedia of Computational Mechanics*, chapter 14. Stein, E. and De Borst, R. and Hughes, J.R., 2000.
- [11] M. Dular and O. Coutier-Delgosha. Numerical modelling of cavitation erosion. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 61 :1388–1410, 2009.
- [12] L. Euler. *Théorie plus complete des machines quis sont mises en mouvement par la réaction de l'eau*. 1754.
- [13] C. Flageul, R. Fortes-Patella, and A. Archer. Cavitation erosion prediction by numerical simulations. In *Proceedings of the 4th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery.*, 2012.
- [14] R. Fortes Patella, G. Challier, J.L. Reboud, and A. Archer. Energy balance in cavitation erosion : From bubble collapse to indentation of material surface. *Journal of Fluids Engineering*, 135 :1–11, 2013.
- [15] R. Fortes-Patella, T. Choffat, J.-L. Reboud, and A. Archer. Mass loss simulation in cavitation erosion : Fatigue criterion approach. *Wear*, 300 :205–215, 2009.
- [16] J.-P. Franc, F. Avellan, B. Belahadji, J.-Y. Billard, L. Briançon-Marjollet, D. Fréchou, D.H. Fruman, A. Karimi, J.-L. Kueny, and J.-M. Michel. *La Cavitation : Mécanismes physiques et aspects industriels*. Presses Universitaires de Grenoble, 1995.
- [17] J.-P. Franc, M. Riondet, A. Karimi, and G.L. Chahine. Impact Load Measurements in an Erosive Cavitating Flow. *Journal of Fluids Engineering*, 133 :1–8, 2011.
- [18] S.C. Ghomi. *Modelling And Simulation Of Elastic & Plastic Behaviour Of Propagating Impact Wave*. PhD thesis, Mälardalen University, Sweden, 2011.
- [19] E. Goncalves and R. Fortes Patella. Numerical simulation of cavitating flows with homogeneous models. *Computers & Fluides*, 38 :1682–1696, 2009.
- [20] A. Harten. Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes, III. *Journal of Computational Physics*, 71 :231–303, 1987.
- [21] A. Harten, P.D. Lax, and Van Leer B. On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Review*, 25 :35–61, 1983.
- [22] S. Hattori, T. Hirose, and K. Sugiyama. Prediction method for cavitation erosion based on measurement of bubble collapse impact loads. *Wear*, 269 :507–514, 2010.

- [23] G. Hauke. *An Introduction to Fluid Mechanics and Transport Phenomena*, chapter 5. Springer Netherlands, 2008.
- [24] V. Hidalgo et al. Numerical simulation of cavitation erosion on a NACA0015 hydrofoil based on bubble collapse strength. *Journal of Physics : Conference Series*, 656 :1–4, 2015.
- [25] C.W. Hirt, A.A. Amsden, and Cook J.L. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds. *Journal of Computational Physics*, 135 :203–216, 1997.
- [26] C.-T. Hsiao, A. Jayaprakash, A. Kapahi, J.-K. Choi, and G.L. Chahine. Modelling of material pitting from cavitation bubble collapse. *Journal of Fluid Mechanics*, 755 :142–175, 2014.
- [27] E. * Jahanbakhsh. *Simulation of silt erosion using particle-based methods*. PhD thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2014.
- [28] E. Jahanbakhsh, O. Pacot, and F. Avellan. Implementation of a parallel SPH-FPM solver for fluid flows. *Zetta, numerical simulation for science and technology*, 1 :16–20, 2012.
- [29] E. Johnsen and T. Colonius. Numerical simulations of non-spherical bubble collapse. *Journal of Fluid Mechanics*, 629 :231–262, 2009.
- [30] G. R. Johnson and W. H. Cook. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering Fracture Mechanics*, 21 :31–48, 1985.
- [31] S. Joshi, G. Ghigliotti, J.-P. Franc, and M. Fivel. Development of solid SPH solver with Fluid-structure interaction within SPHYSICS : Application to cavitation erosion. In *Proceedings of the 12th International SPHERIC SPH Workshop*,, 2017.
- [32] K.-H. Kim, G. Chahine, J.-P. Franc, and A. Karimi. *Advanced Experimental and Numerical Techniques for Cavitation Erosion Prediction*. Springer, 2014.
- [33] P. Koukouvinis, G. Bergeles, and M. Gavaises. A cavitation aggressiveness index within the Reynolds averaged Navier Stokes methodology for cavitating flows. *Journal of Hydrodynamics*. *Journal of Hydrodynamics*, 27 :579–586, 2015.
- [34] P. Koukouvinis, M. Gavaises, J. Li, and L. Wang. Large Eddy Simulation of Diesel injector including cavitation effects and correlation to erosion damage.. *Fue*, 175 :26–39, 2016.

- [35] B. Krumenacker. *Contribution à la prévision de l'érosion de cavitation à partir de simulations numériques : proposition d'un modèle à deux échelles pour l'estimation du chargement imposé en paroi par le fluide*. PhD thesis, Ingénierie Matériaux Mécanique Energétique Environnement Procédés Production, 2015.
- [36] O. Le Métayer, J. Massoni, and R. Saurel. Élaboration des lois d'états d'un liquide et de sa vapeur pour les modèles d'écoulements diphasiques. *International Journal of Thermal Sciences*, 43 :265–276, 2004.
- [37] O. Le Métayer, J. Massoni, and R. Saurel. Modelling evaporation fronts with reactive Riemann solvers. *Journal of Computational Physics*, 205 :567–610, 2005.
- [38] C. Leclercq, A. Archer, R. Fortes-Patella, and F. Cerru. First attempt on numerical prediction of cavitation damage on a centrifugal pump. In *Proceedings of the ASME 2017 Fluids engineering division summer meeting.*, 2017.
- [39] C. Leclercq, A. Archer, R. Fortes-Patella, and F. Cerru. Numerical cavitation intensity on a hydrofoil for 3D homogeneous unsteady viscous flows. *Journal of Fluids Machinery and Systems*, 10 :250–259, 2017.
- [40] J. Lemaitre and J.L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides 2ème édition*. Dunod, 1996.
- [41] Z. Li and T. Van Terwisga. On the capability of a RANS method to assess the cavitation erosion risk on a hydrofoil. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Cavitation.*, 2012.
- [42] X.-D. Liu, S. Osher, and T. Chan. Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes. *Journal of Computational Physics*, 115 :200–212, 1994.
- [43] M.S. Mihatsch, S.J. Schmidt, and N.A. Adams. Cavitation erosion prediction based on analysis of flow dynamics and impact load spectra. *Physics of Fluids*, 27 :1–2, 2015.
- [44] M.S. Mihatsch, S.J. Schmidt, M. Thalhamer, and N.A. Adams. Quantitative Prediction of Erosion Aggressiveness through Numerical Simulation of 3-D Unsteady Cavitationing Flows. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Cavitation.*, 2012.
- [45] S. Mottyll and R. Skoda. Numerical 3D flow simulation of ultrasonic horns with attached cavitation structures and assessment of flow aggressiveness and cavitation erosion sensitive wall zones. *Ultrasonics Sonochemistry*, 31 :570–589, 2016.

- [46] N. Ochiai, Y. Iga, M. Nohmi, and T. Ikohagi. Numerical Prediction of Cavitation Erosion Intensity in Cavitating Flows around a Clark Y 11.7% Hydrofoil. *Journal of Fluid Science and Technology*, 5 :416–431, 2010.
- [47] C.-D. Ohl, T. Kurz, R. Geisler, O. Lindau, and W. Lauterborn. Bubble dynamics, shock waves and sonoluminescence. *Philosophical Transactions Of The Royal Society A*, 357 :269–294, 1999.
- [48] A. Peters et al. Numerical Modelling and Prediction of Erosion Induced by Hydrodynamic Cavitation. *Journal of Physics : Conference Series*, 656 :1–4, 2015.
- [49] P. A. Quinto-Su and C.-D. Ohl. Interaction between two laser-induced cavitation bubbles in a quasi-two-dimensional geometry. *Journal of Fluid Mechanics*, 633 :425–435, 2009.
- [50] L. Rayleigh. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Philosophical Magazine Serie 6*, 34 :94–98, 1873.
- [51] O. Reynolds. The causes of the racing of the engines of screw investigated theoretically and by experiment. *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects*, 14 :56–67, 1873.
- [52] D. Rossinelli et al. 11 pflop/s simulations of cloud cavitation collapse. In *Proceedings of the International Conference on High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis*, pages 1–13, 2013.
- [53] S.C. Roy. *Modeling and analysis of material behavior during cavitation erosion*. PhD thesis, Ingénierie Matériaux Mécanique Energétique Environnement Procédés Production, 2015.
- [54] S.C. Roy, J.-P. Franc, N. Ranc, and M. Fivel. Determination of cavitation load spectra — Part 2 : Dynamic finite element approach. *Wear*, 344-345 :120–129, 2015.
- [55] O. Supponen, P. Kobel, D. Obreschkow, and M. Farhat. The inner world of a collapsing bubble. *Physics of Fluids*, 27 :1–2, 2015.
- [56] J.I. Thornycroft and S.W. Barnaby. Torpedo-Boat Destroyers. *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 122 :67, 1895.
- [57] E.F. Toro, M. Spruce, and W. Speares. Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. *Shock Waves*, 4 :25–34, 1994.

- [58] T.J.C. Van Terwisga, P.A. Fitzsimmons, Z. Li, and E.J. Foeth. Cavitation erosion - A review of physical mechanisms and erosion risk models. In *Proceedings of the 7th International Symposium on Cavitation.*, 2008.
- [59] C. Vessaz, E. Jahanbakhsh, and F. Avellan. Flow simulation of a Pelton bucket using finite volume particle method. In *Proceedings of the 27th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, pages 1–19, 2014.

Annexe A : Impact d'une onde de pression sur un massif élastique

Dans cette annexe, nous considérons une onde plane se propageant à une célérité v_c dans un milieu fluide indéfini en direction d'un milieu solide élastique. Dans le fluide, à l'endroit de l'onde, la vitesse, la pression et la masse volumique du fluide sont supposées subir une discontinuité. Nous présenterons en Annexe E la définition des propriétés de l'onde en fonction du fluide au repos, de la loi d'état du fluide et du saut de pression au niveau du front d'onde. Dans cette annexe, nous supposons que cette onde va arriver à proximité d'un massif élastique, nous allons étudier la réflexion de cette onde au niveau de l'interface fluide-solide et la vitesse de l'interface générée par l'impact de cette onde. La figure A.1 présente notre cas d'étude.

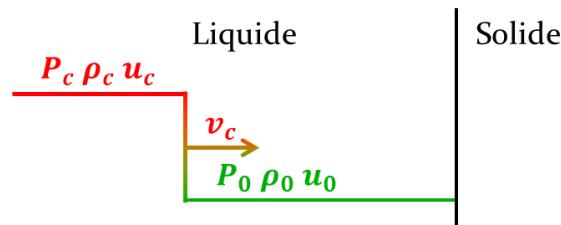


FIGURE A.1 – Configuration de l'onde s'approchant de l'interface.

Lorsque l'onde impacte un massif élastique, elle communique à l'interface une vitesse v inférieure à la vitesse du liquide v_c . Cette vitesse de l'interface constitue une inconnue du problème. L'onde se réfléchit partiellement à l'interface, la pression d'impact correspond à l'onde de pression incidente et l'onde de pression réfléchie qui constitue la seconde inconnue de ce problème. Dans le solide, la partie non-réfléchie et donc transmise depuis l'onde incidente dans le fluide, se propage. La figure A.2 illustre cet état après réflexion dans le fluide.

En acoustique, nous avons la relation $P = \rho c u$. La pression d'impact P dans le fluide sera estimée à partir de la pression de l'onde incidente et celle de l'onde réfléchie.

$$P = P_i + P_r = (\rho c) u_c + (\rho c) (u_c - u) \quad (\text{A.1})$$

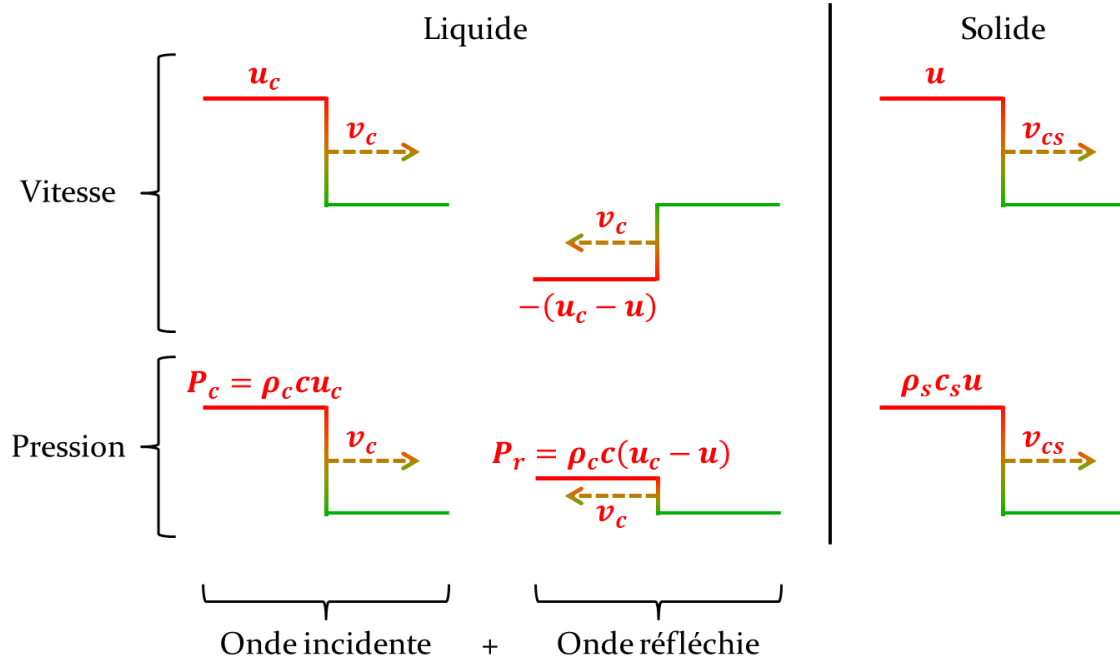


FIGURE A.2 – Configuration de l'onde s'approchant de l'interface.

L'égalité de la contrainte normale à l'interface impose que la pression côté et la pression côté solide sont égales :

$$P = (\rho_s c_s) u \quad (\text{A.2})$$

La vitesse de l'interface va être définie à partir de la vitesse du fluide u_c en égalisant les équations (A.1) et (A.2) :

$$u = \frac{2}{1 + \frac{\rho_s c_s}{\rho_c c}} u_c \quad (\text{A.3})$$

Cette équation fait apparaître le terme $\frac{\rho_s c_s}{\rho_c c}$ aussi connu sous le nom de rapport des impédances acoustiques des deux milieux composant l'interface. Nous le noterons α_{ac} dans la suite. Nous pouvons ainsi définir la pression d'impact et la vitesse de l'interface en fonction de ce paramètre α_{ac} et des propriétés de l'onde de choc incidente.

$$P = \frac{2\alpha_{ac}}{1 + \alpha_{ac}} (\rho_c c) u_c \quad (\text{A.4a})$$

$$u = \frac{2}{1 + \alpha_{ac}} u_c \quad (\text{A.4b})$$

Ces deux équations qui caractérisent le comportement de l'interface seront utilisées comme référence dans les étapes de validation du comportement de l'interface. Dans l'équation (A.4a), nous pouvons distinguer deux contributions :

- La pression incidente : $(\rho_c c) u_c$.
- La pression réfléchi : $\frac{\alpha_{ac}-1}{\alpha_{ac}+1} (\rho_c c) u_c$.

Enfin, nous pouvons calculer la puissance transmise PT par unité de surface dans le solide qui correspond à la puissance surfacique des forces de pressions s'exerçant sur l'interface. Elle est estimée à partir du produit de la pression (force par unité de surface) et de la vitesse de l'interface.

$$PT = P.u = \frac{4\alpha_{ac}}{(1 + \alpha_{ac})^2} (\rho_c c) u_c^2 \quad (\text{A.5})$$

La puissance réfléchie sera définie telle que :

$$PR = PI - PT = \frac{(1 - \alpha_{ac})^2}{(1 + \alpha_{ac})^2} (\rho_c c) u_c^2 \quad (\text{A.6})$$

Trois cas particulier de la valeur α_{ac} peuvent être mis en avant :

- $\alpha_{ac} \rightarrow \infty$: c'est une interface parfaitement rigide, la vitesse de l'interface est nulle $u = 0$, la pression est totalement réfléchie en paroi $P = 2(\rho_c c) u_c$ et la puissance transmise est nulle $PT = 0$.
- $\alpha_{ac} = 1$: le fluide et le solide ont la même impédance acoustique, la vitesse de l'interface est la même que celle du fluide $u = u_c$, l'onde de pression est entièrement transmise au solide de l'autre côté de l'interface $P = (\rho_c c) u_c$ et la puissance transmise est celle de l'onde incidente $PT = (\rho_c c) u_c^2$.
- $\alpha_{ac} = 0$: nous avons une interface absorbante, la vitesse de l'interface est le double de celle du fluide dans l'onde incidente $u = 2u_c$, l'onde pression est totalement absorbée lors de l'impact sur l'interface $P = 0$ et la puissance transmise est nulle $PT = 0$.

Annexe B : Effet de viscosité

Dans cette annexe, nous souhaitons savoir si la prise en compte de la viscosité a un effet significatif sur les résultats des calculs d'implosion de bulle et en particulier le champ de pression en paroi. Pour cela, nous allons comparer l'évolution temporelle de la pression en paroi pour chacun des trois points de contrôle *PH*, *PM* et *PB* dans le cadre de simulations avec ou sans viscosité. Ces simulations ont été réalisées avec la version de 2014 du code de Johnsen. Les figures B.1 et B.2 présentent les champs de pressions respectifs pour ces deux simulations.

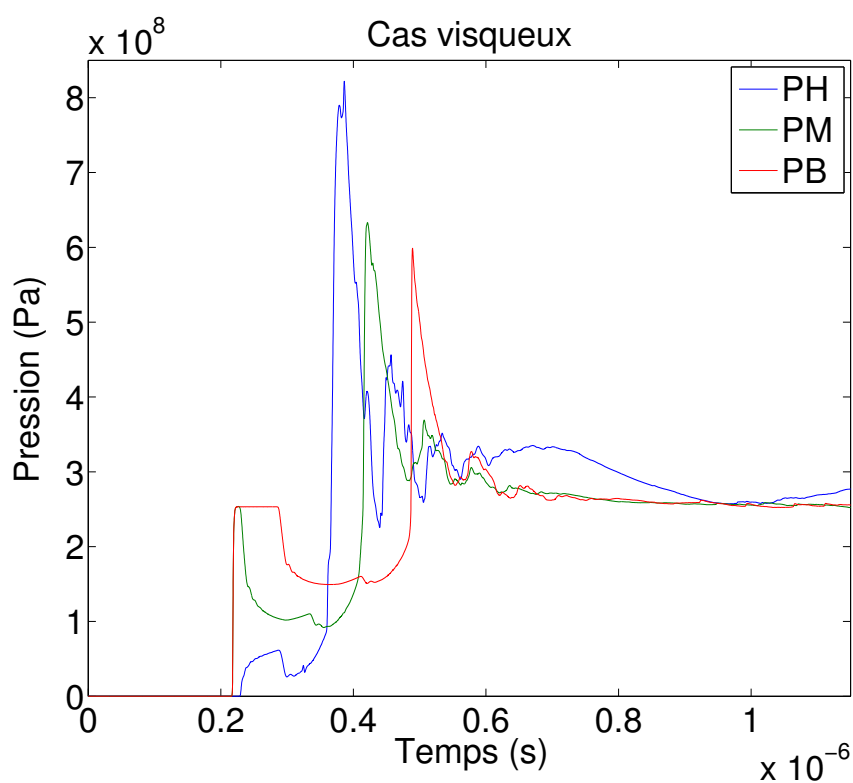


FIGURE B.1 – Profil de pression aux trois points de contrôle en prenant en compte les effets visqueux.

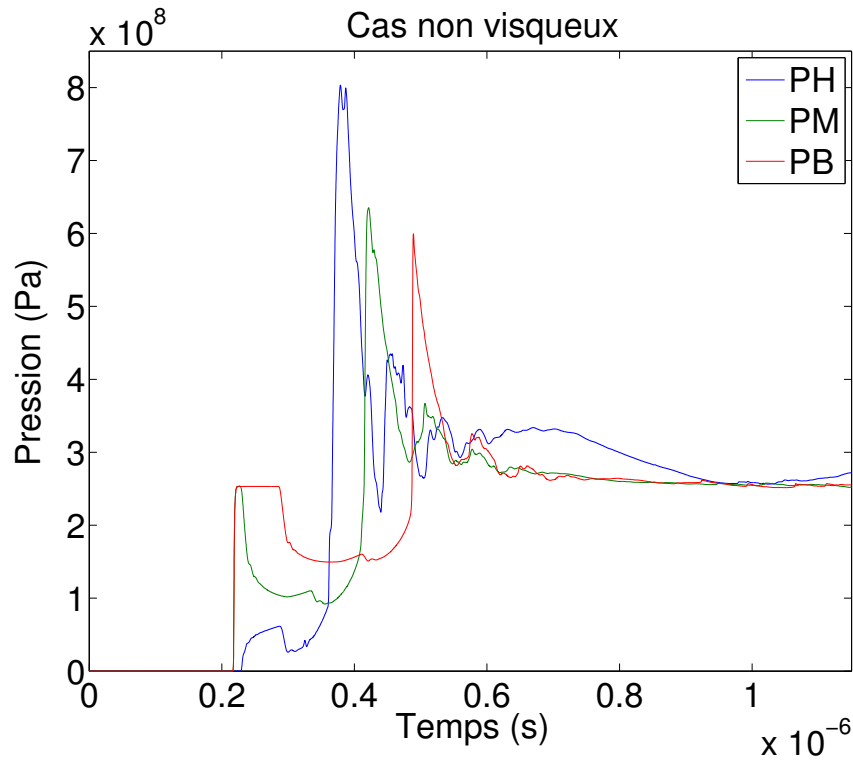


FIGURE B.2 – Profil de pression aux trois points de contrôle sans prendre en compte les effets visqueux.

Les deux cas présentent des allures absolument similaires avec des pics de pression se produisant au même instant. L'amplitude des pics change légèrement au point PH (courbes bleus) où un écart de 20 MPa est observé ce qui correspond à un écart de 2% de la pression maximum. Pour les point PM (courbes vertes) et PB (courbes rouges), l'écart observé entre les maximum de pression est inférieur à 1 MPa. Nous considérons donc par la suite que les écarts sont suffisamment faible pour négliger les effets visqueux.

Annexe C : Invariance de la dynamique de la bulle en maillage multi-blocs.

Dans cette annexe, nous souhaitons comparer la dynamique d'implosion de bulle pour un maillage uniforme et un maillage multi-bloc avec la zone de transition située à un rayon de bulle de l'interface de la bulle.

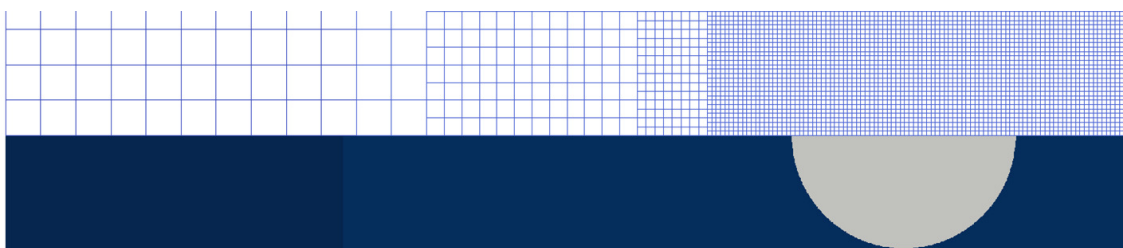
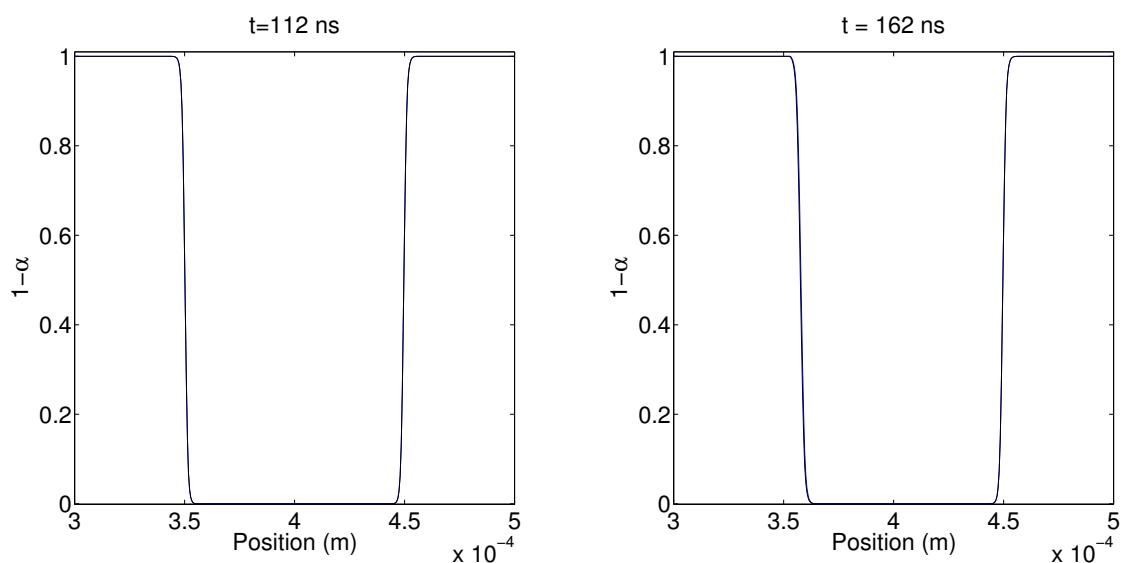


FIGURE C.1 – Définition des zones de transition par rapport à la bulle.

Afin de s'assurer que le maillage multi-bloc n'a pas d'influence sur la dynamique de la bulle, nous allons observer l'évolution du taux de vide le long de l'axe de symétrie du domaine (axe qui découpe la bulle en une demi-bulle). Cette évolution est représentée sur la figure C.2.



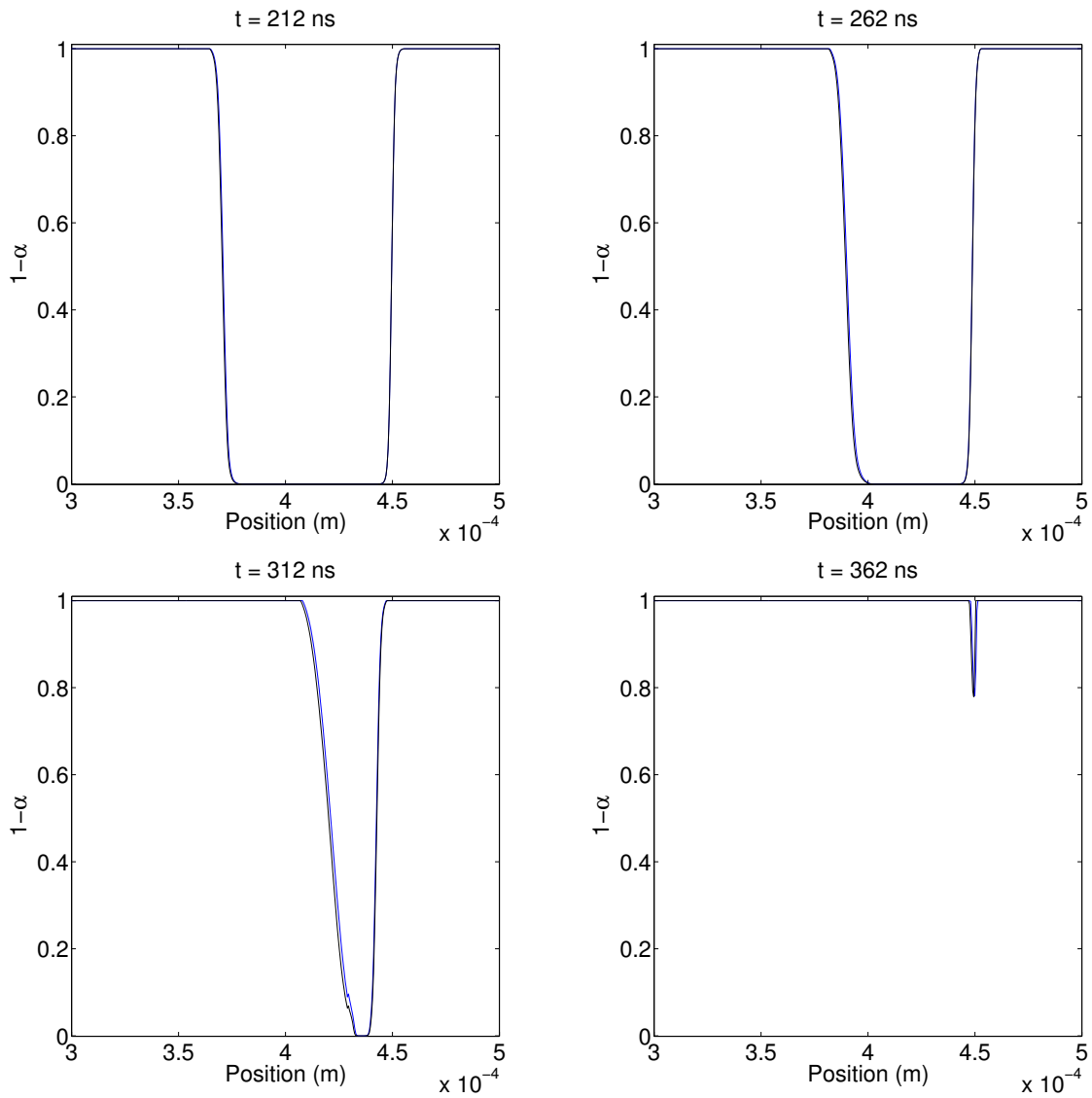


FIGURE C.2 – Taux de vide le long de l’axe de symétrie à différents instants de l’implosion pour un maillage [Uniforme](#) ou Multi-blocs.

Tout au long de l’implosion de la bulle, les deux courbes de taux de vide correspondant au maillage uniforme et multi-bloc se superposent. Les deux interfaces de la bulle évoluent de la même manière quelque soit le maillage. Le maillage multi-bloc avec une zone de transition située à un rayon de bulle de l’interface de la bulle est donc sans influence sur la dynamique de la bulle, nous pourrons l’utiliser dans la suite du mémoire.

Annexe D : Connexion entre les mailles pour un maillage multi-blocs.

Le maillage que nous avons proposé dans ce travail est un maillage multi-blocs avec quatre générations de mailles. Le passage d'une génération à la suivante se traduit par une diminution d'un facteur deux de la longueur et de la largeur d'une maille. Pour construire le maillage, nous maillons tout d'abord le domaine complet avec la génération zéro qui correspond aux mailles les plus grosses. Ensuite les générations suivantes viennent mailler successivement les zones nécessitant un raffinement de maillage. Une génération de maille ne pourra pas raffiner un maillage qui ne l'aura pas déjà été pas la génération précédente. La figure D.1 montre un exemple de création d'un maillage multi-blocs.

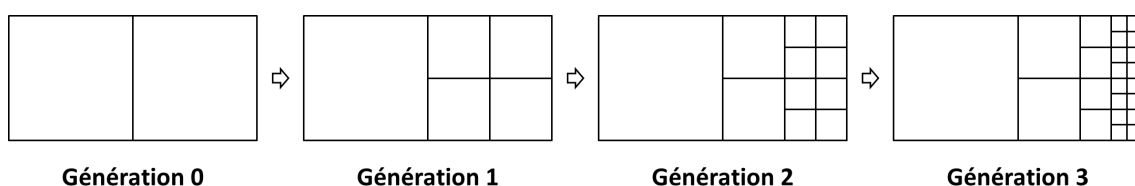


FIGURE D.1 – Exemple de création d'un maillage multi-blocs.

Pour chacune des mailles, le concept de voisin immédiat est essentiel, notamment pour le fonctionnement des méthodes de discrétisation spatiales. Pour un maillage uniforme, toutes les mailles ont la même dimension et partagent une seule et même interface avec chacune de leur voisine directe. Dans le cas du maillage multi-bloc ce ne sera plus forcément vrai. Au niveau des zones de transitions entre deux générations de mailles nous pourrons avoir une maille qui aura deux voisines dans une même direction.

Pour illustrer cet exemple reprenons le cas de la génération un sur la figure D.1. À droite de la maille de génération zéro nous avons deux mailles de génération un, or pour chaque maille nous ne définissons qu'un seul voisin dans chaque direction de l'espace. Pour palier à ce problème nous avons proposé la solution décrite après la figure D.2.

Bien qu'inactive (car elle n'est pas la maille de plus haute génération à cet endroit)

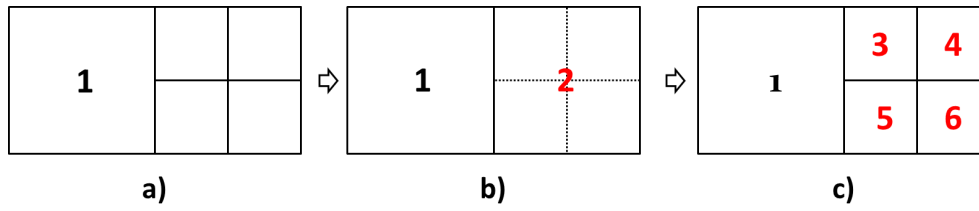


FIGURE D.2 – Exemple de création d’un maillage multi-blocs.

la maille de génération zéro numéro 2 reste l’unique voisine de droite de la maille numéro 1 (figure b). Lorsque la maille numéro 1 cherchera sa voisine droite, le code lui renverra la maille numéro 2. Cependant en arrivant dans la maille numéro 2, il vérifiera si celle-ci est de plus haute génération. Si ce n’est pas le cas, il va chercher quelles mailles ont été créées en haut à gauche et en bas à gauche à partir de la maille numéro 2, ici ce sont les mailles 3 et 5 (figure c). Ainsi lorsque le code aura besoin de la quantité physique ou du flux situé sur la droite de la maille numéro deux, il calculera la moyenne des quantités physiques ou flux proposés par les mailles 3 et 5. Le code tiendra aussi compte du changement de la taille des mailles 3 et 5 par rapport à la maille numéro 2 dans les différentes interpolations de la méthode WENO.

Annexe E : Relations de Rankine-Hugoniot

Les relations de Rankine-Hugoniot permettent de caractériser les propriétés d'une onde de choc dans un fluide à partir des propriétés du fluide non-choqué et du saut de pression au niveau du front d'onde. Considérons une onde de choc se propageant à une vitesse v_c dans un fluide régi par une loi d'état des gaz raides. Dans l'onde de choc, considérons les pression P_c et P_0 , la masse volumique ρ_c et ρ_0 et la vitesse du fluide normale au front d'onde u_c et u_0 , respectivement dans le cas du fluide en choc et au repos.

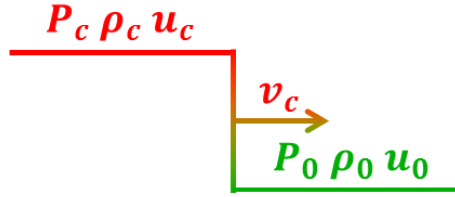


FIGURE E.1 – Configuration d'une onde de choc.

La relation entre énergie, masse volumique et pression sera définie par la loi d'état du fluide, ici la loi des gaz raides :

$$\rho(e - e_0) = \frac{P - \gamma B}{\gamma - 1} \quad (\text{E.1})$$

Et la vitesse du son dans le fluide définie à partir de cette loi d'état :

$$c = \sqrt{\gamma \frac{P + B}{\rho}} \quad (\text{E.2})$$

Les conditions de saut appliquées à la masse volumique, à la quantité de mouvement et à l'énergie au sein du fluide de chaque coté du front d'onde imposent :

$$v_c(\rho_c - \rho_0) = \rho_c u_c - \rho_0 u_0$$

$$v_c(\rho_c u_c - \rho_0 u_0) = (\rho_c u_c u_c + P_c) - (\rho_0 u_0 u_0 + P_0)$$

$$v_c\left(\rho_c\left(e_c + \frac{u_c^2}{2}\right) - \rho_0\left(e_0 + \frac{u_0^2}{2}\right)\right) = \rho_c u_c\left(e_c + \frac{u_c^2}{2} + \frac{P_c}{\rho_c}\right) - \rho_0 u_0\left(e_0 + \frac{u_0^2}{2} + \frac{P_0}{\rho_0}\right) \quad (\text{E.3a})$$

$$(\text{E.3b})$$

$$(\text{E.3c})$$

En réarrangeant l'équation (E.3a), nous obtenons le rapport des masses volumiques :

$$\frac{\rho_0}{\rho_c} = 1 - \frac{u_c - u_0}{v_c - u_0} \quad (\text{E.4})$$

De même en réarrangeant l'équation (E.3b) et en injectant l'équation (E.4) :

$$\rho_c(v_c u_c - u_c^2) + \rho_0(u_0^2 - v_c u_0) = P_c - P_0 \quad (\text{E.5a})$$

$$(v_c - u_0)^2 = \frac{P_c - P_0}{\rho_0 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_c}\right)} \quad (\text{E.5b})$$

Enfin, en réarrangeant l'équation (E.3c) et en injectant les équations (E.3a) et (E.3b), nous pouvons mettre en avant le saut en énergie :

$$e_c - e_0 = \frac{(u_c - u_0)^2}{2} - \left(\frac{\rho_0}{\rho_c} - 1\right) \frac{P_0}{\rho_0} \quad (\text{E.6a})$$

$$e_c - e_0 = \frac{(P_c - P_0)}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_c}\right) \quad (\text{E.6b})$$

Cette dernière équation permet, en introduisant la loi d'état définie par l'équation (E.1), de définir la masse volumique du fluide dans l'onde de choc, à partir de la masse volumique du fluide au repos :

$$\rho = \rho_0 \frac{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{P+B}{P_0+B} + 1}{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} + \frac{P+B}{P_0+B}} \quad (\text{E.7})$$

À partir de l'équation (E.5b) et de cette dernière équation, il est possible de déterminer la vitesse de propagation de l'onde en fonction de la vitesse du fluide au repos u_0 et la vitesse du son dans le fluide au repos c_0 :

$$v_c = u_0 + c_0 \sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} \left(\frac{P}{P_0} - 1\right) \frac{P_0}{P_0+B} + 1} \quad (\text{E.8})$$

Et enfin, à partir de l'équation (E.5a) et de cette dernière équation nous pouvons obtenir le deuxième champ manquant u_c (P_c est connu initialement à partir du saut de pression entre état au repos et état en choc) :

$$u_c = u_0 + \frac{c_0}{\gamma} \frac{\left(\frac{P}{P_0} - 1\right) \frac{P_0}{P_0+B}}{\sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} \left(\frac{P}{P_0} - 1\right) \frac{P_0}{P_0+B} + 1}} \quad (\text{E.9})$$

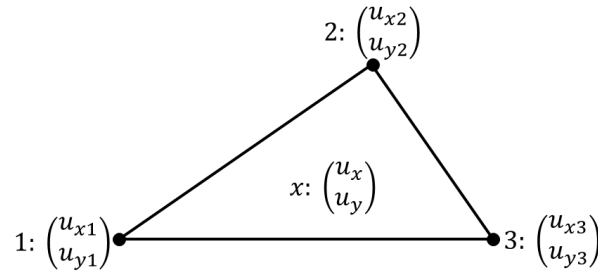
Annexe F : Types d'éléments finis.

Dans cette annexe, nous allons nous intéresser aux différents types d'éléments finis qui peuvent être utilisés pour constituer le maillage. Pour chacun des éléments, nous proposerons une description de l'élément et la forme du polynôme d'interpolation aux nœuds. Pour rappel, un champ en un point de coordonnées (x, y) en 2 dimensions et (x, y, z) en 3 dimensions, noté u_x , contenu dans l'élément sera calculé à partir des polynôme d'interpolation des champs associés à chaque nœud, noté $\alpha_i(x)$ pour le nœud i , et le champ au nœud i noté u_i .

$$u_x = \sum_i^{Nb\ Element} \alpha_i(x, y) u_i \quad (F.1)$$

Nous répertorions quatre éléments en deux dimensions et deux en trois dimensions.

- Le triangle à trois nœuds (2D) :



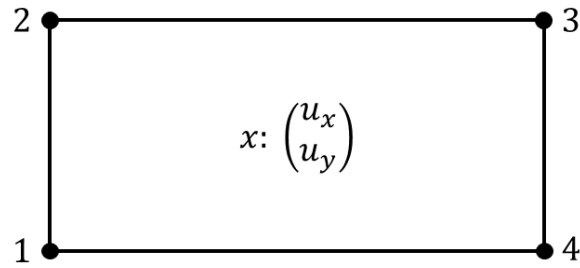
$$\alpha_i(x, y) = a + bx + cy \quad (F.2)$$

C'est un élément de degré 1 complet.

- Le quadrangle à quatre nœuds (2D) :

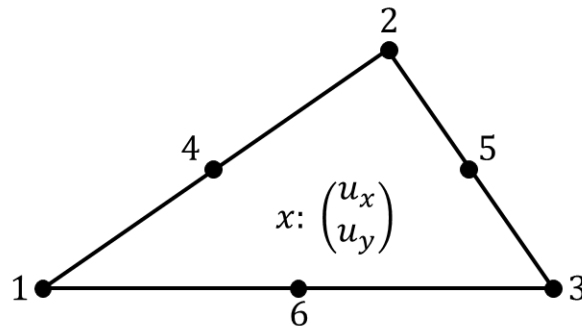
$$\alpha_i(x, y) = a + bx + cy + dxy \quad (F.3)$$

C'est un élément de degré 2 incomplet.



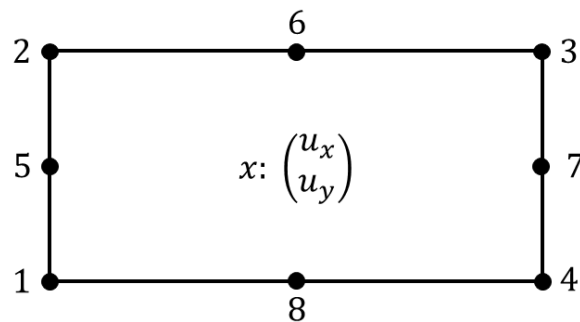
- Le triangle à six nœuds (2D) :

$$\alpha_i(x, y) = a + bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2 \quad (\text{F.4})$$



C'est un élément de degré 2 complet.

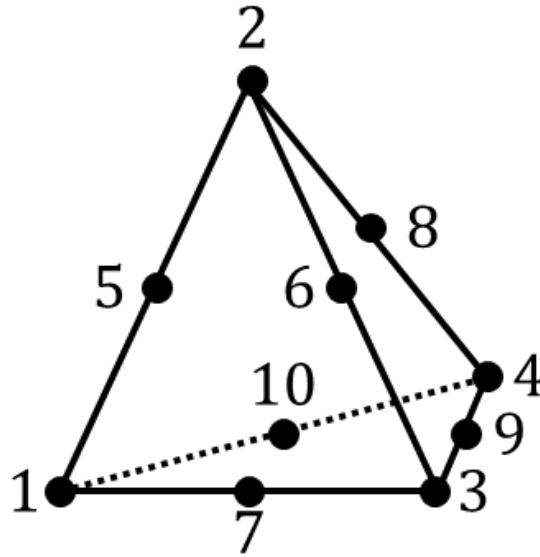
- Le quadrangle à huit nœuds (2D) :



$$\alpha_i(x, y) = a + bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2 + gx^2y + hxy^2 \quad (\text{F.5})$$

C'est un élément de degré 3 incomplet.

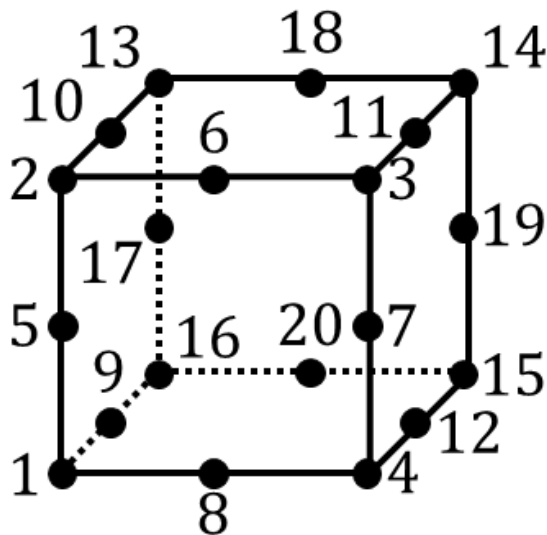
- Le tétraèdre à dix nœuds (3D) :



$$\alpha_i(x, y, z) = a + bx + cy + dz + ex^2 + fy^2 + gz^2 + hxy + ixz + jyz \quad (\text{F.6})$$

C'est un élément de degré 2 complet.

- Le cube à vingt nœuds (3D) :



$$\begin{aligned} \alpha_i(x, y, z) = & a + bx + cy + dz + ex^2 + fy^2 + gz^2 + hxy + ixz + jyz \\ & + kx^3 + ly^3 + mz^3 + nx^2y + px^2z + pxy^2 + qy^2z \\ & + rxz^2 + syz^2 + txyz \end{aligned} \quad (\text{F.7})$$

C'est un élément de degré 3 complet.

Annexe G : Temps de calcul comparés entre "one-way" et "two-way".

Dans cette annexe, nous nous intéressons au temps de calcul par itération dans le cas d'un calcul couplé et d'un calcul non couplé. Nous nous servons du cas Plastique 500 comme cas d'étude. Le tableau G.1 résume les temps de calcul pour la simulation fluide, la simulation solide et la simulation couplée.

	Simulation			
	Fluide	Solide	Fluide+Solide	Couplé
Temps total	8888 s	96382 s	105270 s	350184 s
Nombre d'itérations	11294	11294	11294	11336
Temps par itération	0.79 s	8.53 s	9.32 s	30.89 s

TABLE G.1 – Temps de calcul suivant la simulation.

Chaque itération du calcul couplé est 3.31 fois plus lente que la somme d'une itération du code fluide et d'une itération du code solide. Cependant, pour le calcul couplé nous avons une moyenne de 4.12 itérations de convergence fluide-structure par itération temporelle. Une itération fluide-structure durera donc 7.50 s ce qui est plus rapide que la somme d'une itération fluide et d'une itération solide.

