

Contribution à la concurrence imparfaite

Abderrahmane Sidi Boubecar

▶ To cite this version:

Abderrahmane Sidi Boubecar. Contribution à la concurrence imparfaite. Economies et finances. Normandie Université, 2017. Français. NNT: 2017NORMC040. tel-01735059

HAL Id: tel-01735059 https://theses.hal.science/tel-01735059

Submitted on 15 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité SCIENCES ECONOMIQUES

Préparée au sein de l'Université de Caen Normandie

Contribution à l'étude de la concurrence imparfaite

Présentée et soutenue par Abderrahmane Sidi Boubecar

	Thèse soutenue publiquement le 12 déc devant le jury composé de	cembre
Mme/ Sarah Biancini	Professeur des universités - Université de Caen Normandie	Examinatrice
Mme / Marie-Laure Allain	Chargé de Recherche CNRS- Palaiseau	Examinatrice
Mr/ Habib Benbayer	Professeur- Université d'Oran 2- Algérie	Rapporteur
Mr/ Mohamed Benbouziane	Professeur- Université de Tlemcen- Algérie	Rapporteur
Mr / Bernard Franck	Professeur des universités émérite- Université de Caen Normandie	Examinateur
Mr / Abderrahmane Ziad	Maitre de conférences HDR- Université de Caen Normandie	Directeur de thèse

Thèse dirigée par Abderrahmane Ziad, laboratoire CREM







Remerciements

À la fin de la préparation de mon travail de thèse, je voudrais remercier toutes les personnes qui m'ont aidé durant cette période pleine des défis.

Je souhaite adresser mes premiers remerciements à monsieur Bernard Franck qui m'a aidé à travers son apport, ses consignes et ses remarques dans tous les chapitres de cette thèse. Je saisis cette opportunité pour vous exprimer ma sincère gratitude pour votre soutien.

Mes remerciements vont aussi à mon professeur Mr Abderrahmane Ziad pour sa révision et ses corrections de ce travail, et Je n'oublie pas aussi de remercier Mme Clémence Christin pour ses remarques et consignes, surtout dans le dernier chapitre de cette thèse, je la remercie vivement.

Je tiens aussi à remercier les membres de mon jury, Mr BEN BAYER HABIB et Mr MOHAMED BENBOUZIANE pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et Mme SARA BIANCHINI et Mme ANNE MARIE-LAURE qui en ont été les examinatrices.

Spécial dédicace de ce travail à mon cher oncle HAMOUDA BOUYAHMEDE qui m'a beaucoup soutenu financièrement pendant mes premières années de séjour en France.

Pour finir, mes profonds remerciements pour ma chère grande mère, ma mère, mon père, mes oncles, mes frères et sœur, et toute la famille sans oublier ma femme. Je vous remercie tous pour votre patience et encouragement pendant ces années.

Table des matières

Introduction générale	7
Première partie: Traitement de l'effet de l'ouverture des magasins le dimanche	14
1 Chapitre préliminaire: Revue de littérature	15
1-1 Les conséquences de la déréglementation sur la compétition	15
1-2 L'effet de la déréglementation sur le prix	17
1-3 Pronostic de la croissance économique	19
1-4 Traitement du bien-etre des consommateurs	23
Conclusion	25
2 Concurrence à la Cournot et à la Bertrand en cas d'ouverture le dimanche	26
2.1 Description du modèle	29
2.2 Modèlisation de la demande	29
2.3 Modélisation de la fonction des des coûts de production	30
2.4 Compétition en cas des biens homogènes	31
2.4.1 Cas de compétition classique	31
2.4.2 Cas d'une seule firme qui ouvre le dimanche	32
2.4.3 Cas où les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche	35
2.5 Compétition en cas des biens différenciés	
2.6 Compétition à la Bertrand	
2.6.1 Cas d'une seule firme qui ouvre le dimanche	40
2.6.2 Cas où les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche	41
2.7 Compétition à la Cournot	44
2.7.1 Cas où une seule firme ouvre le dimanche	45
2.7.2 Cas où les deux firmes ouvrent simultanément	46
Conclusion	51
Annexes	52
3 Ouverture du dimanche et le surplus des consommateurs	65

3.1 Description du modèle	66
3.1.1 L'équilibre en cas où aucune firme n'ouvre le dimanche	68
3.1.2 L'équilibre en cas où une seule firme ouvre le dimanche	71
3.1.3 L'équilibre en cas où les deux firmes ouvrent le dimanche	73
3.1.4 Analyse et comparaison	75
3.1.5 L'effet de l'ouverture sur le bien-être	80
3.1.6 Recherche de la nature d'équilibre	
Conclusion	
Annexes	

Deuxième partie: Analyse de la fusion horizontale......97

Chapitre préliminaire: Revue de littérature	
4-1 Compétition en cas du duopole mixte	98
4-2 Fusion en présence d'entreprise publique	102
4-3 Fusion en absence d'entreprise publique	103
Conclusion	
5 Fusion horizontale dans un duopole mixte	109
5.1 Description du modèle	110
5.2 Stratégie de fixation des prix	112
5.3 Analyse de motivation de fusion	114
5.4 Cas de présence d'une firme étrangère	
Conclusion	

6 Essai de modélisation de la fusion endogène	125
$6.1\mathrm{Description}\mathrm{du}\mathrm{mod}\mathrm{\acute{e}le}\mathrm{mod}\mathrm{\acute{e}le}$.126
6.1.1 L'incitation à la fusion	127
6.1.2 Régle de partage des profits	131
6.1.3 Exemple de fusion pour N=3	132
6.1.4 Processus de fusion: logique du raisonnement	135
6.1.4.1 Comparaison des séquences actualisée en période 3	136
6.1.4.2 Comparaison des séquences actualisée en période 2	136
6.2 Intuitions et recherche futur	138

Conclusion	140
Annexes	141
Conclusion générale	146
Bibliographie	149

Intoroduction générale

Cette thèse se veut une contribution à l'étude de la concurrence imparfaite au travers des modèles économiques qui traitent ce phénomène.

C'est à la suite des réflexions critiques qui sont adressées à la théorie marshallienne vers les années 1920 que la théorie de la concurrence imparfaite fut développée au sein de prestigieuses universités de Harvard et Cambridge, avec surtout l'apparition de " la théorie de la concurrence monopolistique" par EDWARD CHAMBERLIN, et " la théorie de la concurrence imparfaite" avec JOAN ROBINSON. Il faut noter cependant que les deux théories ont été développées dans des contextes différents, la théorie presentée par ROBINSON est née suite à la critique de la courbe d'offre et d'une insatisfaction dans le traitement des rendements croissants par la théorie marshalienne, alors que celle de CHAMBERLIN est élaborée en repondant aux réflexions sur le monopole et les limites des théories de la concurrence. Depuis lors, plusieures recherches ont été faites sur sur la concurrence entre un petit nombre d'entreprises, à titre d'exemple W.FELLNER (théorie de l'oligopole). Parmi les aspects clés qui caractérisent la concurrence imparfaite, c'est l'intéraction entre les agents économiques qui exigent le recours à l'utilisation des outils de la théorie des jeux afin de prévoir le comportement stratégique qu'un agent économique devrait avoir pour maximiser son utilité.

Notre apport dans cette thèse peut être classé en deux parties majeures suivant l'ogranisation des sujets développés. En particulier, nous abordons en première partie, l'effet de

l'ouverture des magasins le dimanche sur leurs stratégies de compétition, nous recherchons ainsi les équilibres en quantité et en prix et aussi l'effet de cette ouverture sur le bien-être social. Dans la deuxième partie, nous analysons un thème classique qui est la fusion horizontale.

La question de l'ouverture des magasins le dimanche a suscité depuis longtemps diverses opinions, entre partisans et opposants à cette idée, les raisons de telles attitudes étaient de nature réligieuse, commerciale ou morale. Cependant, ce phénomène est devenu grandissant et il s'étend à plusieurs pays: Allemagne, Grande Bretagne, Espagne et récemment la France entre en lice. Cette mesure tend à donner aux magasins qui sont habituellement fermés le dimanche, (contrairement à certains autres qui sont ouverts le dimanche: magasins des Champs Elysées, aéroports, gares), plus de flexibilité en matière du temps de travail. L'objectif essentiel d'une telle mesure vise à combler un besoin de certaines catégories.

Pour ceux qui soutiennent l'ouverture le dimanche, les restrictions imposées ce jour là seraient contre-intuitives, étant donné que les consommateurs aiment se procurer leurs achats au moment de leur choix. En plus, ce jour-ci, la plupart des gens ne travaillent pas et peuvent alors faire leurs achats. Ils estiment aussi que les avantages économiques de l'extension des heures d'ouverture pourraient créer des milliers d'emplois et des revenus considérables, ce qui va certainement stimuler la croissance économique. Alors que pour les opposants, le dimanche doit rester un jour de repos pour des raisons de nature spir-ituelle et traditionnelle. Ils prétendent aussi que cela pourrait être nuisible pour les petites entreprises qui ne sont pas soumises aux restrictions. Néanmoins, les habitudes de consommation ont changé ainsi que le besoin social, d'où la necessité d'un change-

ment de la philosophie économique, y compris le regard envers l'ouverture des magasins le dimanche.

Plus généralement, certains chercheurs se sont engagés à étudier l'effet du prolongement du temps d'ouverture. Ce prolongement s'est transformé dans certains pays en une forme de déréglementation. C'est le cas par exemple du Canada où MORRISON et MORWAN (1983), TANGUY et al (1995), INDERST st et IRMAN (2005) ont traité l'effet de la libéralisation du temps d'ouverture dans le cadre de la compétition entre des petits commerces et les industries des grandes surfaces. En fait, ils ont voulu explorer la réaction de deux parties sur la demande et aussi le prix appliqué. À la différence de ces articles, nous considérons dans notre cadre d'analyse, des entreprises de même taille, spécialement, les entreprises des grandes surfaces. Dans cette étape, nous nous intéressons à trouver des réponses à des questions telles que: quel type d'équilibre pourrait surgir si les produits sont identiques? ou quel type de compétition (Cournot ou Bertrand) pourrait être plus pertinent ?. Et finalement, quelle stratégie d'ouverture devrait avoir une entreprise dans une telle situation ?.

Par ailleurs, l'intérêt des consommateurs a été analysé en cas du prolongement du temps d'ouverture des magasins. Un effet mitigé pourrait être dégagé à l'issue de ses études. Pour certains chercheurs, cette mesure est bénéfique pour les consommateurs voir KAY et MORRIS (1987); TANGUAY et al (1995); CLEMENZ (1994); DE MEZA (1984); FERRIS (1990). Alors que pour d'autres, le prolongement ne conduit jamais à une amélioration du bien-être des consommateurs SHY et STENBACKA (2008); INDERST et IRMAN (2005). À la différence de l'approche utilisée dans ces articles, nous essayons, dans la seconde étape de cette partie, de traiter l'effet de l'ouverture le dimanche en identifiant les caractéristiques de chaque catégorie des conosmmateurs selon leur préférence pour le temps d'achat. Dans cette approche, nous abordons le degré d'influence d'une eventuelle augmentation du prix sur chaque catégorie de consommateurs.

Nous consacrons la deuxième partie de cette thèse à l'étude de la concurrence et la concentration dans le marché. Nous commençons dans un premier temps dans le cas du N = 2 entreprises, puis nous généralisons à N > 2. Dans notre première étape de cette partie (cas du duopole), nous analysons les interactions stratégiques qui se produisent entre les entreprises en présence d'une entreprise publique. Les marchés mixtes, dans lesquels les entreprises publiques ayant pour but de maximiser le bien-être social se livrent à une concurrence avec le secteur privé dont l'objectif est de maximiser son propre profit sont devenus de plus en plus populaires dans les dernières décennies. Cette concurrence entre les entreprises privées et publiques se manifeste dans de nombreux marchés oligopolistiques tels que ceux des services bancaires, des prêts au logement, assurance-vie, les services de radiodiffusion,...etc. Les intéractions entre les entreprises ayant des fonctions objectives différentes ont fait l'objet d'étude avec notamment, M. BOS (1991), VICKERS ET YARROW (1988), NETT (1993), DE FRAJA et DELBONO (1989). Selon ces derniers, l'oligopole mixte peut être défini par la présence sur un marché d'un bien homogène ou différencié qui est offert par un nombre restreint de firmes. Les fusions entre des entreprises mixtes conduisent le plus souvent à une privatisation ou une nationalisation partielle. À ttitre d'exemple l'alliance entre Renaut-Nissan en 1999 (le capital de l'entreprise française est détenu à 15% par l'État français) et récemment aussi le groupe énergétique français Gaz De France a fusionné avec le groupe privé SUEZ, une fusion qui donne naissance au géant énergétique européen (GDF SUEZ). Le mouvement de privatisation consiste à convertir une société publique en une société par actions possédées et contrôlées par des investisseurs privés. La littérature d'intéraction entre entreprise publique et privée a connu une extension depuis les années 1980. Notre modèle exposé dans ce chapitre traite de la concurrence puis de la fusion en cas de duopole mixte, sachant que les entreprises prennent le prix pour variable stratégique en posant comme problématique, l'influence de la distance entre les entreprises publiques et privées sur la profitabilité de la fusion pour le secteur public et privé.

Dans la deuxième étape de cette partie, nous nous intéressons à l'analyse de la fusion endogène. Dans une économie composée de plus de deux firmes, nous analysons la stabilité des fusions tout en prenant en compte la possibilité de la déviation d'une firme. L'objectif est de voir comment la fusion peut être endogènement profitable sans la présence d'un facteur exogène. Dans cette étape, nous nous inspirons des travaux réalisés sur la fusion séquentielle qui se produit entre des firmes asymétriques, GOWRISANKARAN (1999), BARROS (1998). En effet, GOWRISANKARAN développe un modèle dynamique de fusion, où la fusion, l'investissement, l'entrée et la sortie sont des variables endogènes choisies rationnellement par les entreprises afin de maximiser les bénéfices futurs escomptés. Son modèle diffère des analyses précédentes en ce qu'il intègre la dynamique et endogénéise le processus de fusion. Ainsi, son modèle génère des prédictions raisonnables : permettre la fusion a un effet attendu sur l'entrée, la sortie, l'investissement et le surplus. A la différence de son modèle, nous reprenons pas en compte des facteurs pouvant influencer la décision de fusion: entrée, sortie, investissement. Nous supposons que le seul élément qui pourrait être obtenu suite à la fusion se manifeste sous forme de gain de productivité

Nous récapitulons les conclusions retenues dans les différents modèles traités de cette thèse comme suit : dans le chapitre 2 où nous recherchons l'équilibre de NASH quantitéprix en cas d'ouverture le dimanche. Nos principaux résultats sont : dans le cas où les biens sont homogènes, nous trouvons qu'il y a une infinité d'équilibres dans la mesure où les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche. Dans le cas où les biens sont différenciés, nous établissons une valeur seuil des coûts de production qui garantit la profitabilité de chaque type de compétition (COURNOT ou BERTRAND). Finalement, nous procédons une comparaison pour savoir quel type de compétition permet plus aux firmes d'ouvrir le dimanche.

Dans le chapitre 3, qui constitue la suite du deuxième chapitre, nous recherchons l'effet de l'ouverture du dimanche sur le surplus des consommateurs. Pour mieux évaluer cet effet, nous distinguons les consommateurs en trois catégories selon leurs préférences sur le temps d'achat. Ce que l'on a trouvé comme résultat dans ce chapitre est qu'en cas d'ouverture le dimanche, les consommateurs ayant une préférence pour la semaine (excepté le dimanche) voient leurs surplus baisser. Qunat aux consommateurs qui ont une préférence pour le dimanche, leur surplus augmente en cas d'ouverture d'une firme sept jours sur sept. Cette augmentation du surplus atteint son maximum lorsque les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche.

Dans le chapitre 5, nous traitons dans un modèle à la HOTTELING, la profitabilité de la fusion d'un duopole mixte formé d'une entreprise publique et un secteur privé. Nous considérons un jeu constitué de deux étapes. Dans la première étape, on traite la possibilté d'une fusion entre les deux entreprises, en deuxième étape, les entreprises se livrent à une concurrence de prix. Le principal résultat qu'on a trouvé est que la fusion n'est pas profitable si le secteur privé est de nature nationale. Si le secteur privé est d'origine étrangére, la fusion est toujours profitable.

Finalement dans le chapitre 6, nous présentons un essai de la modélisation de la fusion endogène. Pour ce faire, nous imaginons un processus de fusion dynamique englobant des firmes asymétiques. Nous commençons par le cas de trois firmes.Nous démontrons que la fusions dans ce cas est bien réalisable sous certaines conditions. Ensuite, nous essayons de généraliser la fusion endogène à travèrs des intuitions pour N firmes avec N > 3 Nous conclusons avec une discussion de nos intuitions.

Part I.

Traitement de l'effet de l'ouverture des magasins le dimanche

Dans cette première partie de thèse, nous passons en revue la littérature réalisée sur la déréglementation du temps d'ouverture des magasins et specialement l'ouverture le jour du dimanche. En fait, le caractére essentiel de ce phénomène est qu'il permet aux consommateurs de se procurer plus de temps pour leurs achats. Cependant, cette déréglementation crée aussi une augmentation des coûts de production. Ce chapitre s'intéresse entièrement à mesurer l'effet de la déréglementation sur la compétition ainsi que sur les prix des produits vendus. En suite, nous passons en revue les conséquences d'un tel phénomène sur la croissance économique, et finalement sur le bien-être social.

1.1. Les conséquences de la déréglementation sur la compétition

Beaucoup de travaux en Economie Industrielle étudient les caractéristiques stratégiques des firmes en matière de compétition afin de maximiser leurs profits sans tenir compte de la durée de vente offerte à chaque firme. Les seules variables stratégiques sur lesquelles les entreprises peuvent agir sont le plus souvent la quantité et le prix. Néanmoins, si on imagine une troisième variable qui est le temps d'achat, alors celle-ci peut influencer

significativement les stratégies des entreprises ainsi que les consommateurs. Comme nous pouvons le voir dans la littlerature, *Morisson* et NERWAN (1983) ont traité l'effet redistributif du temps d'ouverture des magasins en considérant dans leur cadre d'analyse le cas du Canada. Ils montrent qu'il en résulte une redistribution des ventes des petits commerces vers les grandes surfaces. En fait, dans leur modèle, ils associent le petit commerce avec un prix élevé et un faible coût d'accès, alors que les grandes surfaces avec un prix faible et un coût d'accès élevé. Ce qui veut dire qu'une plus grande libéralisation du temps d'ouverture des magasins mène à une réduction du coût d'accès.



On peut constater que pour une quantité achetée Q^{*}, le consommateur est indifférent entre acheter dans des petits commerces ou dans les grandes surfaces. Au dessous de cette quantité, il trouve de l'intérêt à acheter dans les petits commerces. Alors que, au dessus de cette quantité, il se trouve bénéficiaire à acheter dans les grandes surfaces. Ce résultat est dû à une réduction des coûts d'accès. Dans le modèle de MORISSON et NORWAN, le prix , le temps d'ouverture et le coût d'accès ne sont pas déterminés de façon endogène.

OZ SHY et RUNE STENBACKA (2008) ont analysé les industries du détail différenciés

où les magasins s'engagent à une compétition sur deux étapes, sur le temps d'ouverture et sur le prix pratiqué. Le centre d'intérêt de leur article est de mesurer l'impact des différents scenarios du temps d'ouverture des magasins. Ils étudient en particulier la situation où les consommateurs sont bidirectionnels, c'est-à-dire si le magasin est fermé au moment préféré des consommateurs pour effectuer leurs achats, alors ces consommateurs peuvent reporter ou avancer leurs achats. Dans leur modèle, les consommateurs sont distribués uniformément le long de la dimension de temps. SHY et STENBACKA (2006) montrent qu'une prestation privée du temps d'ouverture est inefficace du point de vue social. Ils étudient comment une distribution asymétrique du temps de service idéal des consommateurs peut impacter la défaillance du marché. Ils démontrent surtout comment des distributions non uniformes du temps de service idéal des consommateurs peuvent générer des configurations industrielles où les fournisseurs de services maintiennent des heures d'ouverture inégales.

1.2. L'effet de la déreglementation sur le prix

Bien qu'il y ait plusieurs articles qui ont pour objectif l'analyse de l'effet de la déréglementation du temps d'achat ainsi que l'ouverture dominicale sur le prix, cependant, cet effet reste controversé. En fait, les auteurs sont divisés entre ceux qui croient qu'un tel phénomène va créer une augmentation des prix des produits et d'autres qui n'en trouvent aucune conséquence.

TANGUAY et al (1995) ont traité l'effet d'une libéralisation du temps d'ouverture des petits commerces et des industries de grandes surfaces sur la demande et le prix ap-

pliqués. Leur modèle prédit que le prix des grandes surfaces va augmenter après une dérégulation du temps d'ouverture des magasins et que le prix des petits points de vente diminue. Les auteurs considèrent l'hypothèse que la déréglementation réduit les coûts d'accès aux grands magasins changeant la demande des consommateurs, ce qui permet aux magasins d'augmenter les prix alors que les commerces du détail seraient obligés de réduire leur prix pour rester compétitifs. En extension des modèles précédents, INDERST et IRMAN (2005) ont traité une compétition en prix entre les petits commerces et les grandes surfaces. L'avantage de leur approche est que le choix du temps d'ouverture est endogène. Ils traitent l'impact de la dérégulation du temps d'ouverture sur le niveau du prix en associant dans leur modèle la taille du magasin avec les avantages en terme de coût. Des recherches plus récentes considèrent que le choix du temps d'ouverture est un choix endogène comme celles de INDERST et IRMEN, laissent entendre que la déréglementation pourrait mener au fait que certains magasins restent ouverts des heures plus longues que d'autres, et que les deux types des magasins pratiquent des prix élevés. INGENE (1986) et FERRIS (1990) soutiennent théoriquement que la déréglementation devrait mener à des coûts plus hauts d'exploitation pour les magasins et ainsi aux prix plus élevés.

DÉSORMEAUX, NANTEL et AMESSE [1988] ont prévu dans leur étude empirique réalisée sur le Québec que les supermarchés auront des coûts qui vont augmenter de quelques pourcents, mais pas suffisamment pour forcer les prix à augmenter. Les auteurs soutiennent qu'un plus grand volume de ventes de ces magasins pourrait même réduire les coûts moyens. Ainsi, l'impact de la déréglementation sur le volume de ventes pourrait être neutre (les consommateurs transfèrent une partie de leurs achats vers le dimanche) ou bien positif (les consommateurs dépensent plus leur revenu pour effectuer plus d'achats).

CLEMENZ(1990) suppose dans son article que les consommateurs n'ont pas une parfaite connaissance sur les prix et doivent recueillir des informations ce qui peut être coûteux. Il prédit que si une ouverture plus longue des magasins facilite la comparaison des prix alors la déréglementation pourrait réduire les prix en encourageant la concurrence entre les détaillants. DE MEZA (1984), FERRIS (1990) ont développé des modèles pour montrer que la déréglementation peut induire une plus grande concurrence ce qui entraine des frais de déplacement et des prix plus faibles. KAY et MORRIS (1987) ont trouvé par une simulation que les coûts ne peuvent pas augmenter après la déréglementation. REDDY (2012) analyse les changements récents en Allemagne en terme de déréglementation du temps d'ouverture des magasins. Il ne trouve aucun impact solide sur les prix. WENZEL (2010) étudie la concurrence en prix et les heures d'ouverture dans un modèle avec libre entrée. Son modèle prédit que les prix resteront constants à court terme mais augmenteront sur le long terme. La concentration dans le secteur du commerce de détail augmentera aussi. De plus, le niveau d'emploi dans le secteur du commerce de détail progresse.

1.3. Pronostic de la croissance économique

Beaucoup d'articles tendent à montrer le bienfait de la déréglementation du temps d'achat et la dérogation d'ouverture des magasins le dimanche sur la croissance des ventes des produits et la création d'emplois occasionnée par un tel phénomène. Cela se manifeste à travers plusieurs marchés dans différents pays. PRODROMIDIS, PETRALIAS

et PETROS (2013) fournissent des preuves empiriques que la prolongation de la durée d'ouverture des magasins ayant eu lieu en Grèce en 2005 a eu un impact positif sur le chiffre d'affaire et la quantité vendue.

Une étude empirique menée par MOOREHOUSE (1984) montre qu'aux Etats-Unis, les états qui pratiquent une régulation stricte du temps d'ouverture des magasins ont une plus petite proportion de magasins de grands surfaces.CHRISTOS GENAKOS et SVE-TOSLAV DANCHEV (2015) examinent dans leur article l'impact de la libéralisation du commerce le dimanche sur l'emploi, les dépenses, les prix et la structure du marché en utilisant une approche empirique d'analyse, des données provenant de 30 pays européens sur la période 1999-2013. Leurs résultats présentent une hétérogénéité significative entre les produits et les secteurs. Ils y trouvent cependant des preuves convaincantes d'un impact positif de l'ouverture le dimanche sur l'emploi et montrent que les dépenses augmentent également mais pas pour toutes les catégories de produits de détail. Par contre, il n'y a aucune influence significative sur les prix

La littérature empirique fournit des preuves solides que la levée des restrictions sur le travail du dimanche fait augmenter le niveau de l'emploi. BURDA et WEIL (2005) ont étudié les restrictions sur le commerce le dimanche en utilisant des données aux Etats-Unis sur un panel de la population américaine entre 1969 et 1993. Ils ont trouvé que les lois bleues américaines réduisent l'emploi dans le secteur de détail de 4.2% qui provient principalement de coût de l'emploi à temps partiel. GOOS (2004) examine la même problématique des restrictions le dimanche à l'aide des données du recensement économique quinquennal du commerce de détail entre 1977 et 1997. Il estime que la déréglementation augmente l'emploi total de 4.4% à 6.4%.

SKUTERUD (2005) réalise un article sur les différentes études qui ont été faites sur la déréglementation de l'industrie de vente au détail dans les provinces canadiennes. Il constate que la détente et l'élimination des lois commerciales le dimanche augmentent l'emploi dans les secteurs déréglementés de 5% à 12%. Il conclut que cette augmentation est attribuable à une augmentation du seuil travail (faire employer plus de gens) qui ne pouvait pas être satisfait par la simple augmentation des heures des employés actuels. BOSSLER et OBERFICHTNER (2014) ont trouvé plusieurs preuves dans le cas de l'Allemagne de l'effet de la déréglementation du temps d'ouverture des boutiques au cours de la semaine sur l'emploi ainsi que dans le commerce de détail alimentaire. Ils rapportent qu'il y a un effet positif de 3% à 4% sur l'emploi total tiré principalement d'une augmentation de l'emploi à temps partiel, alors que l'emploi à temps plein n'était pas affecté et l'effet de la déréglementation sur les prix est aussi théoriquement ambiguë.

Selon PILAT (1997) la déréglementation en Suéde a fait augmenter le chiffre d'affaire de l'industrie de production de 5%. GOOS (2004) estime que la déréglementation augmente la recette totale de 3.9% à 10% aux États-Unis. Par contre, REDDY (2012) et SENFTEBEN-König (2014) n'ont trouvé aucun impact sur les ventes en Allemagne. Les études empirique tendent à montrer un effet positif sur les ventes au détail. Il reste à savoir si cet effet provient d'un effet de substitution ou bien d'une croissance des dépenses des consommateurs. Par contre, l'effet de la déréglementation sur la concentration du marché n'a pas été suffisamment exploité. En principe la concentration pourrait augmenter si les grands magasins pouvaient profiter de la levée des restrictions le dimanche et prendre une plus grande partie du commerce. Pour sa part, GOOS a conclu que la

déréglementation a fait augmenter le nombre de magasins de 1% à 2% aux États-Unis. En Australie, il ne semble pas y avoir de relation entre la proportion de petits commerces de détail et la rigueur de la réglementation du temps d'ouverture. Ainsi la déréglementation ne semble pas avoir un effet néfaste sur la viabilité des petits commerces de détail. Il faut savoir que l'effet de la levée de restrictions sur le commerce le dimanche et sur la concentration est un effet sur le long terme qui est beaucoup plus difficile à identifier empiriquement que l'effet à court terme sur les prix, les ventes ou l'emploi.

D'après la littérature faite sur l'impact de la déréglementation, on peut conclure que l'ouverture le dimanche est rentable pour des grands magasins puisque cela augmente le chiffre d'affaires, elle est aussi bénéfique sur le plan économique puisque le niveau d'emploi dans le secteur concerné par la déréglementation augmente de façon significative, même s'il s'agit d'emplois partiels occasionnés par l'accroissement de la demande causé par l'ouverture dominicale.

GILBERT CETTE et al (2015) ont mesuré l'impact de l'ouverture le dimanche en se basant sur plusieurs approches : sociologique (les enquêtes de l'INSEE), un chiffrage de nature presque comptable pour évaluer les évolutions économiques qu'implique l'augmentation des coûts liée à l'ouverture du dimanche. Enfin, l'utilisation d'un modèle sectoriel qui permet d'estimer les conséquences macroéconomiques de la modification de la consommation des ménages. Ils citent dans leur papier les principaux effets de l'ouverture le dimanche qui sont entre autres, un effet d'offre qui correspond à une baisse du taux d'épargne des ménages puisqu'un tel phénomène provoque l'augmentation de la consommation de certains biens et services.

1.4. Traitement du bien-être des consommateurs

Quand nous recherchons les conséquences de l'ouverture le dimanche ou la déréglementation du temps d'achat sur le surplus des consommateurs, nous pourrons, là aussi trouver un effet mitigé.

WENZEL(2011) traite dans un modèle de type SALOP (1979) le choix du temps d'ouveture dans une compétition en prix entre des chaines de vente au détail et des concurrents indépendants. Dans la partie où il analyse l'effet de la déréglementation du temps d'ouverture des magasins sur le surplus des consommateurs et le bien-être social, il impose des hypothèses sous lesquelles, il montre que le bien-être ainsi que le surplus des consommateurs augmentent après la déréglementation. TANGUAY et al (1995) montrent que les consommateurs paient pour une grande souplesse du temps d'achat.

KAY et MORRIS (1987) traitent l'efficience économique des restrictions imposées sur l'ouverture le dimanche. Ils montrent dans leur article que la déréglementation peut mener dans un cadre théorique à des équilibres inefficaces puisque la pression de la concurrence dans un marché de détail pourrait induire une ouverture excessive des magasins à des moments où des coûts élevés causeraient des hausses de prix par rapport à une situation avec des heures d'achat restreintes. Néamoins, à la lumière d'une étude empirique, ils concluent que la déréglementation des heures d'ouverture entrainerait une baisse des coûts et des prix sur le marché. CLEMENZ (1994) considère un marché où

les biens sont homogènes avec des consommateurs qui ne se diffèrent que par leur temps d'achat préféré. Il met l'accent sur deux cas de figure: celui du monopole et aussi celui de la concurrence parfaite. En particulier, il montre qu'un monopoliste peut garder son magasin ouvert plus longtemps que ce qui est socialement optimal. En cas de concurrence parfaite, il montre que l'équilibre n'est pas unique et que le temps d'achat peut différer de l'optimum social.

D'autres auteurs estiment que la déréglementation pourrait mener à une augmentation des prix (INDERST et IRMEN (2005), SHY et STENBACKA (2008)) ce qui laisse entendre que le surplus des consommateurs pourrait s'effondrer. D'autres chercheurs prédisent qu'une ouverture des magasins plus longue peut être utile afin d'augmenter l'utilité des consommateurs (DE MEZA (1984), FERRIS (1990).

SHY et STENBACKA (2008) présentaient un modèle à la HOTTELING (1929) où ils traitent l'effet de la flexibilité du temps d'achat des consommateurs. En fait, dans leur modèle, les consommateurs sont supposés être hétérogènes selon leurs préférences du temps d'achat. Les auteurs procèdent à une comparaison entre les consommateurs dits bidirectionnels et ceux qui peuvent avancer ou reporter leurs achats par rapport au temps d'achat préféré. Les auteurs montrent que les magasins qui ont une durée d'ouverture plus longue pratiquent les prix plus élevés et que la différenciation du temps d'ouverture adoucit la concurrence des prix. Dans la partie où ils étudient le bien-être, les auteurs démontrent que la déréglementation du temps d'ouverture des magasins ne conduit jamais à plus de fourniture.

Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons parcouru les différentes contributions et modèles ayant trait à la déréglementation du temps d'ouverture des magasins ainsi que leur ouverture le jour du dimanche développés dans cette thèse.

Nous avons trouvé dans la première partie de la littérature que la déréglementation pourrait créer un climat de concurrence entre les industries de grandes surfaces et les petits commerces, changeant ainsi les préférences des consommateurs, alors que l'on trouve un effet ambigu sur les prix (certaines études théoriques montrent que le prix augmente à cause des charges accrues de production).

Néanmoins, la littérature nous renseigne sur le bienfait de la déréglementation ainsi que l'ouverture le dimanche sur le niveau de concentration des entreprises et l'emploi. Dans cette perspective, le niveau d'emploi augmente surtout dans la catégorie des travailleurs à temps partiel. Par ailleurs, la littérature tend à montrer un effet mitigé de la déréglementation sur le bien-être social suivant la variation du niveau du prix.

Concurrence à la Cournot et Bertrand en cas d'ouverture le dimanche

Dans ce chapitre, nous analysons l'effet économique d'une ouverture du marché le jour du dimanche. Citons par exemple, le cas de l'économie française où les autorités légales comptent désormais légiférer une ouverture du marchè le jour du dimanche à l'instar de certains d'autres pays, dans des secteurs d'activité où une telle ouverture n'était pas autorisée auparavant. Notre intérêt porte sur la dérogation d'ouverture des commerces de grande surface qui grâce à la réalisation de l'économie d'échelle peuvent vendre à un prix plus bas par rapport aux commerces de détail, et donc capturer la quasi-totalité de la demande le dimanche.

En effet, l'ouverture dominicale est devenue une revendication des distributeurs pour plus de libéralisation du temps d'ouverture des magasins, par contre ce besoin varie d'une région à l'autre et aussi selon les secteurs d'activités. Néamoins, pour qu'une ouverture soit rentable, il faut qu'elle génère du volume et aussi de la marge, surtout si le dimanche on paie jusqu'au double du salaire. Les bénéfices qu'on peut imaginer d'une extension des possibilités d'ouverture habituelle des commerces dépendent en premier lieu de la réaction de la demande, autrement dit, la réaction des consommateurs. Nous pouvons croire que l'effet de l'ouverture sur la consommation des ménages est nulle, surtout si les consommateurs se contentent de repartir différemment le temps qu'ils con-

2. Concurrence à la Cournot et Bertrand en cas d'ouverture le dimanche

sacrent pour leurs courses pendant la semaine sans dépenser davantage, dans ce cas, l'ouverture du dimanche se traduit par une augmentation des dépenses réalisées le jour du dimanche au détriment des autres jours de la semaine.

En effet, l'extension du temps d'ouverture des magasins a un impact positif sur l'accroissement de la demande, puisqu'ils accorde aux consommateurs plus de temps pour faire leurs courses et achats. Ce résultat est dû à l'effet du temps libre, qui pourrait permettre aux consommateurs de dépenser plus d'argent dans leurs achats importants pour lesquelles ils auraient pas suffisamment du temps pendant les autres jours de la semaine, en raison de leurs préoccupations quotidiennes qui peuvent fortement limiter le temps dédié à la consommation. L'ouverture du dimanche pourrait aussi stimuler l'activité économique par le biais d'un autre facteur, il s'agit des entreprises de grande distribution. En fait, l'ouverture du dimanche pourrait se traduire par une substitution des achats réalisés par les consommateurs des petits commerces de proximité vers les grandes surfaces. Par conséquent, une telle ouverture doit être justifiée par un bénéfice qui compense les charges fixes qui sont liées à l'augmentation des salaires pavés aux employés le jour du dimanche. Selon les propos de certains dirigeant des magasains qui ouvrent leurs portes le dimanche, ce jour là, le profit peut depasser 20% du bénéfice total et lorsqu'une enseigne avait dû fermer ses portes le dimanche, le chiffre d'affaires perdu ce jour-ci ne s'est pas reporté sur les autres jours, de tels résultats justifient l'ouverture dominicale de point de vue des firmes.

Notre apport dans ce chapitre, est la recherche de l'impact d'une ouverture du marché le dimanche sur les stratégies adoptées par les firmes pour maximiser leurs profits. Autrement dit, quand l'ouverture du dimanche est légiférée, nous recherchons à décrire quel type de compétition est capable d'assurer une stratégie pertinente pour les firmes.

2. Concurrence à la Cournot et Bertrand en cas d'ouverture le dimanche

Pour simplifier notre analyse, nous considérons un secteur d'activité économique où existe un duopole formé de deux entreprises qui produisent des biens et services. Nous supposons que les autorités légales legifèrent une ouverture le jour du dimanche. Dans ce cas, chaque entreprise a le choix d'ouvrir 6 jours dans la semaine ou bien d'ouvrir tous les jours de la semaine. Trois cas de figure sont possible après une telle autorisation, soit les deux firmes se contentent de garder leurs portes ouvertes 6 jours de la semaine, soit l'une des deux firmes ouvre le dimanche sans que l'autre ne fasse pareil, soit les deux firmes ouvrent tous les jours de la semaine y compris le dimanche. Nous nous concentrons sur les deux derniers cas de figure, puisque le premier cas est bien connu dans la litterature¹. En fait, l'élément qui est capable de nuancer nos résultats par rapport à ceux qui existent déjà dans la littérature, c'est l'augmentation des coûts de production qui sont liés à une rémunération plus élevée le jour du dimanche ou les jours feriés, ainsi que l'augmentation de la demande des consommateurs. Nous recherchons l'équilibre en cas de concurrence à la Cournot et à la Bertrand pour prévoir la meilleure stratégie possible qui dépend de la variable stratégique choisie . Nous considèrons dans un premier cas que les deux firmes produisent des biens identiques, et dans un second cas nous supposons que les biens sont differenciés.

Le travail s'organise comme suit, dans un premier temps nous faisons une présentation du modèle, puis dans un second temps nous recherchons les équilibres à chaque type de compétition, finalement nous effectuons des comparaisons qui sont capables de nous renseigner sur les interactions stratégiques entre les deux firmes.

¹en effet nous devons signaler que le profit d'entreprise différe selon si elle ouvre six jours ou sept. En fait, si elle ouvre sept jours alors le coût total de production est superieur au cas où elle ouvre seulement six jours puisque en dimanche il va y avoir une augmentation des coûts variables liée à une augmentation des remunération des employés

2.1. Le modèle

Nous considérons un duopole formé de deux firmes privées que l'on note i, j qui reçoivent repectivement les demandes X, Y au cours de la semaine (excepté le dimanche) sur un marché de biens et services, avec des coûts marginaux de production c_i, c_j . Nous supposons que la fonction de demande hebdomadaire si l'ouverture du dimanche n'est pas légiférée est donnée par Q = a - p. Nous supposons que cette fonction de demande change une fois que l'ouveture du dimanche est légiférée. Dans notre modèle, la libre entrée n'est pas permise. Nous nous intéressons donc à la modèlisation de la nouvelle fonction de demande ainsi que la nouvelle fonction des coûts de produtions. Avec ces nouvelles données nous recherchons les équilibres en terme de quantité, prix et profits.

2.2. Modélisation de la demande

Nous supposons dans notre analyse qu'une ouverture du marché le dimanche entraine deux phénoménes liés à la demande:

* un transfert de la demande: en fait ceci dit qu'une partie de la demande qui aurait été faite au cours de la semaine va être décalée vers le dimanche, ce qui s'explique qu'une partie des consommateurs par faute de disponibilité va effectuer ses achats probablement le dimanche (il s'agit par exemple des travailleurs qui sont occupés au cours de la semaine). Nous supposons que cette fraction de la demande est noté par $\lambda(a - p)$ avec comme hypothése $0 < \lambda < 1$

* une nouvelle demande: un phénoméne qui s'explique essentiellement par le fait que l'offre, le jour du dimanche crée la demande sur le marché. Dans notre analyse, nous supposons que lorsque les firmes ouvrent leurs portes le dimanche, cela crée une demande supplémentaire qui augmente la quantité totale vendue sur le marché (ce constat est confirmé par des études empiriques). Nous notons cette demande supplementaire h(a - p). Nous allons donc utiliser les notations suivantes pour modéliser la demande la demande de 6 jours qu'on note $Q' = (1 - \lambda)(a - p)$ demande de 7^{em} jour qu'on note $q = \lambda(a - p) + h(a - p) = (h + \lambda)(a - p)$ donc la demande totale qu'on note $Q'' = Q' + q = (1 - \lambda)(a - p) + (h + \lambda)(a - p) =$ (1 + h)(a - p)

On peut constater que la fonction de la demande totale est strictement croissante en paramétre h, ce qui s'explique que la demande supplémentaire du dimanche fait croitre la quantité de la demande totale sur le marché. Par ailleurs, si $h > 1 - 2\lambda$, cela veut dire que la demande du dimanche est supérieur à celle des autres jours de la semaine ce qui n'est probablement pas le cas en réalité, nous fixons donc comme hypothèse que $0 < h < 1-2\lambda$, ce qui implique que $\lambda < 1/2$. Par souci de simplification, nous supposons dans ce travail que h est le même qu'une seule ou les deux magasins ouvrent le dimanche.

2.3. modélisation de la fonction des coûts de production

Nous supposons pour modéliser les coûts de production, que la firme *i* ait un coût marginal égal à c_i pendant la semaine excepté le dimanche, si elle ouvre le dimanche donc son coût marginal dévient de la forme c'_i nous supposons que ce dernier terme peut être écrit comme $c'_i = c_i + \delta_i$ où δ_i mesure l'augmentation des charges supplémentaires de production qui sont liées aux coûts variables et essentiellement aux salaires des employés (en général les magasins doivent payer plus ses employés le jour du dimanche). On suppose aussi que la firme *j* ait un coût marginal égale à c_j pendant la semaine excepté le dimanche si elle decide d'ouvrir le dimanche donc son coût marginal dévient $c'_j = c_j + \delta_j$.²

²nous supposons que la valeur de δ_i et δ_j dépend du degré de rémunération que chaque entreprise accorde à ses employés plus que la remunération est grande plus que la valeur du paramétre est élévée

Dans notre modèle, nous supposons que les coûts fixes sont nuls $F_i = F_j = 0$

2.4. Compétition à la Counot-Nash (biens homogènes)

2.4.1. Cas de compétition classique

Dans cette partie, nous présentons l'équilibre en cas de compétition classique, c'est à dire lorsqu'aucune firme n'ouvre le jour du dimanche. Dans ce cas, la fonction de demande inverse est Q = a - p, et les fonctions des profits sont données par

$$\pi_i = (p - c_i)X$$
$$\pi_j = (p - c_j)Y$$

En cas de compétition à la Cournot-Nash, les deux firmes choisissent les quantités qui maximisent leurs profits, on obtient à l'équilibre les quantités et profits que l'on note

$$X^{\circ} = \frac{a - 2c_i + c_j}{3}, Y^{\circ} = \frac{a - 2c_j + c_i}{3}, \ \pi_i^{\circ} = \left(\frac{a - 2c_i + c_j}{3}\right)^2, \\ \pi_j^{\circ} = \left(\frac{a - 2c_j + c_i}{3}\right)^2,$$

Nous retenons ces valeurs de quantités et de profits d'équilibre que nous comparerons plus tard avec les cas où les firmes ouvrent le dimanche. Maintenant, nous considérons pour modéliser les profts des firmes en cas d'ouverture le dimanche, que les demandes adressées aux deux firmes le jour du dimanche sont respectivement x et y. Si la firme i reste fermée le jour du dimnche x = 0 et elle réalise un profit nul le dimanche , idem pour l'entreprise j si elle ferme le dimanche donc y = 0. Par conséquent, on note les profits des deux firmes comme

$$\pi_i = (p - c_i)X + (p - c'_i)x$$

$$\pi_j = (p - c_j)Y + (p - c'_j)y$$

La premiére partie dans la fonction du profit représente le profit de la firme au cours des 6 premiers jours, alors que la deuxiéme partie exprime son profit le jour du dimanche. Pour qu'une ouverture dominicale soit rentable, il faut que la firme maximise sa recette totale pour compenser une eventuelle augmentation du coût total et afin d'arriver à ce but, elle doit choisir la quantité qui maximise son profit, en ce qui suit nous analysons les différents équilibres qui sont suceptibles de surgir lors d'une competition à la Cournot.

2.4.2. Cas d'une seule firme qui ouvre le dimanche

Nous supposons dans ce cas qu'une seule firme ouvre le dimanche, soit la firme *i* qui ouvre seule le dimanche alors la firme *j* reste fermée. Dans ce cas la firme *i* capte la totalité de la demande du dimanche qui est exprimée par $x = (h + \lambda)(a - p)$, avec bien evidemment, la fonction de la demande inverse qui est donnée par p = a - (Q''/1 + h)avec Q'' = X + Y + x, on peut donc exprimer les profits des deux firmes comme suit

$$\pi_i(7,6) = (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_i)X + (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c'_i)x$$

$$\pi_j(7,6) = (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_j)Y$$

La firme *i* maximise son profit par rapport à deux variables *X* et *x* mais sous contrainte que $x = \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X+Y)$ alors que la firme *j* maximise son profit par rapport à *Y*. On utilise le lagrangien pour résoudre le programme de maximisation de la firme *i* soit Ψ le multiplicateur de lagrange, alors on écrit

2. Concurrence à la Cournot et Bertrand en cas d'ouverture le dimanche

$$L_{i} = (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_{i})X + (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_{i}')x + \Psi(x - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y))$$

D'aprés les conditions de kuhn-tuker, on peut avoir $\frac{\partial L_i}{\partial X} = 0, \frac{\partial L_i}{\partial x} = 0, \frac{\partial L_i}{\partial \Psi} = 0$

ce qui nous donne le système suivant

$$\begin{aligned} a &- \frac{2\mathbf{X} + \mathbf{Y} + 2\mathbf{x}}{1 + \mathbf{h}} - c_{\mathbf{i}} - \frac{\mathbf{h} + \lambda}{1 - \lambda} \Psi = 0\\ a &- \frac{2\mathbf{X} + 2\mathbf{x} + \mathbf{Y}}{1 + \mathbf{h}} - c'_{\mathbf{i}} + \Psi = 0\\ x &- \frac{\lambda + h}{1 - \lambda} (X + Y) = 0 \end{aligned}$$

En substituant la valeur de x dans les deux premières équations du système, puis en égalisant les deux équations, on peut exprimer la valeur de X sans le multiplicateur Ψ comme suit

$$X = \frac{(1-\lambda)a}{2} - \frac{(1+2h+\lambda)Y}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c'_i}{2(1+h)}$$

La firme j maximise son profit par rapport à Y soit $\frac{\partial \pi_J}{\partial Y}=0, \Rightarrow$

$$Y = \frac{(1+h)}{(2-\lambda+h)} [(1-\lambda)a - X - (1-\lambda)c_j]$$

Les valeurs de X, x, Y représentent les fonctions de réactions des deux firmes, ainsi nous pouvons écrire les quantités à l'équilibre comme

$$X = \frac{1}{3} \left[(1 - 2\lambda - h)a + (1 + 2h + \lambda)c_j - \frac{(\lambda + h)(2 - \lambda + h)}{1 + h} (c'_i + \frac{1 - \lambda}{h + \lambda}c_i) \right]$$
(2.1)

$$x = \frac{h+\lambda}{1-\lambda} \left[\frac{2(1-\lambda)a}{3} + \frac{(\lambda-1)c_j}{3} + \frac{(h+\lambda)(\lambda-1)c'_i}{3(1+h)} + \frac{(1-\lambda)(\lambda-1)c_i}{3(1+h)}\right]$$
(2.2)

$$Y = \frac{(1+h)a}{3} + \frac{(1-\lambda)c_i}{3} + \frac{(h+\lambda)c'_i}{3} - \frac{2(1+h)c_j}{3}$$
(2.3)

À l'équilibre nous obtenons les profits de deux firmes à la Cournot-Nash (voir l'annexe).

D'aprés les résultats obtenus dans le cas où aucune firme n'ouvre le dimanche et le cas où une seule firme ouvre le dimanche, nous formulons la théorème suivante

Théorème: Si pour les deux firmes, nous avons $c_i = c_j = o$, nous pouvons alors avoir que

$$\begin{cases} X^{0} > X \\ Y > Y^{0} \\ X + Y + x > X^{0} + Y^{0} \qquad si \quad \delta < \frac{2ha}{(h+\lambda)} \\ \pi_{j}(7,6) > \pi_{j}^{0} \\ \pi_{i}(7,6) > \pi_{i}^{0} \rightarrow \delta suffisament \quad petit \end{cases}$$

1

Nous pouvons constater que sous l'hypothèse de coùts marginaux initiaux nuls $c_i = c_j = o$, la firme qui ouvre le dimanche (firme *i*) produit moins que si elle n'ouvre pas ce jour-ci. Ce résultat est dû au fait qu'elle supporte des coûts supplémentaires δ_i . par ailleurs, nous constatons que la firme qui n'ouvre pas le dimanche (firme *j*) produit plus en cas où la firme *i* ouvre le dimanche que si elle n'ouvre pas $(Y > Y^0)$. La firme *j* réagit à la diminution de la production de la firme *i* en augmentant sa propre production, en l'occurence, elle réalise un profit superieur $(\pi_j(7,6) > \pi_j^0)$. En plus, nous pouvons voir que la demande totale en cas d'ouverture d'une seule firme le dimanche accroit si les coûts supplémentaires sont inferieurs à certain niveau. Quand à la comparaison des profits de la firme *i* dans les deux cas $(\pi_i(7.6), \pi_i^0)$, nous pouvons trouver une équation du deuxième degré (voir l'annexe1) dont nous éprouvons une difficulté dans la manipulation des coefficients. Néanmoins, en raisonnant de façon asymptotique, nous pouvons voir que si δ tend vers zéro alors la firme *i* trouve intérêt à ouvrir le dimanche. En

l'occurrence, le profit $\pi_i(7,6)$ devient un équilibre.

2.4.3. Cas où les deux firmes ouvrent le dimanche

Nous supposons maintenant que les deux firmes ouvrent simultanémant tous les jours de la semaine y compris le jour du dimanche. Dans ce cas, la quantité totale sur le marché est Q'' = X + Y + x + y, nous exprimons les fonctions des profits des deux firmes comme suit

$$\pi_i = (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_i)X + (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c'_i)x$$

$$\pi_j = (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_j)Y + (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c'_j)y$$

La firme *i* choisit X et x qui maximise son profit, alors que la firme *j* choisit Y et y qui maximise son propre profit. À l'équilibre, chaque firme choisit la meilleure réponse en terme de quantité en prenant en compte la stratégie de sa rivale. Nous soulignons l'existance de la contrainte de la demande dominicale exprimée comme x+y = $(h + \lambda)(a - p)$, une telle expression peut s'ecrire $x + y = \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X + Y)$, en utilisant le lagrangien pour résoudre le problème de maximisation, nous pouvons avoir

$$L_i = (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_i)X + (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c'_i)x + \Psi(x + y - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y))$$

D'aprés les conditions de kuhn-tuker, on peut avoir $\frac{\partial L_i}{\partial X} = 0, \frac{\partial L_i}{\partial \Psi} = 0$ ce qui nous donne le système suivant

$$a - (2X + Y + 2x + y)/(1+h) - c_i - \frac{h+\lambda}{1-\lambda}\Psi = 0$$
$$a - (2X + Y + 2x + y)/(1 + h) - c'_i + \Psi = 0$$
$$x + y - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y) = 0$$

Par procédure d'élimination, on peut écrire les deux premières équations sans Ψ sous forme

$$\frac{(1+h)a}{h+\lambda} - \frac{(2X+Y+2x+y)}{(\lambda+h)} - (c'_i + \frac{1-\lambda}{\lambda+h}c_i) = 0$$
(2.4)

Idem pour la firme j pour maximiser son profit, elle utilise le lagrangien comme suit

$$L_j = (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_j)Y + (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c'_j)y + \Psi'(x + y - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y))$$

Les conditions de kuhn-tuker nous donnent $\frac{\partial L_j}{\partial Y} = 0, \frac{\partial L_j}{\partial y} = 0, \frac{\partial L_j}{\partial \Psi'} = 0$, on en déduit que

$$a - \frac{1}{1+h}(X + 2Y + x + 2y) - c_j - \frac{h+\lambda}{1-\lambda}\Psi' = 0$$
$$a - \frac{1}{1+h}(X + 2Y + x + 2y) - c'_j + \Psi' = 0$$
$$x + y - \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X + Y) = 0$$

On peut exprimer les deux premières équations en une seule équation sans Ψ' sous la forme

$$\frac{(1+h)a}{h+\lambda} - \frac{(X+2Y+x+2y)}{(\lambda+h)} - (c'_j + \frac{1-\lambda}{\lambda+h}c_j) = 0$$
(2.5)

pour trouver les valeurs des quantités produites à l'équilibre par les deux firmes, on doit alors résoudre le système suivant

$$\frac{(1+h)a}{h+\lambda} - \frac{(2X+Y+2x+y)}{(\lambda+h)} - (c'_i + \frac{1-\lambda}{\lambda+h}c_i) = 0$$

$$\frac{(1+h)a}{h+\lambda} - \frac{(X+2Y+x+2y)}{(\lambda+h)} - (c'_j + \frac{1-\lambda}{\lambda+h}c_j) = 0$$

$$x + y - \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X+Y) = 0$$

On peut constater qu'il y a plus de variables que d'équations, donc le système admet une infinité de solutions.

Proposition 1: dans la mesure où les deux frmes ouvrent toute la semaine y compris dimanche, et que la compétition se fait à la Cournot-Nash, alors il y aura une infinité d'équilibres en terme de quantité si les deux firmes fabriquent des produits homogènes sur le marché.

D'aprés notre analyse de la compétition à la Cournot, si les produits sont identiques, il y a un équilibre unique dans la mesure où une seule firme ouvre le dimanche. Nous avons constaté en plus que la quantité produite sur le marché augmente suite à l'acroissement de la demande. Par ailleurs, si les deux firmes ouvrent le dimanche, alors il y a une multitude d'équilibres. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que le prix reste inchangé en cas d'ouverture du dimanche. Pour pousser plus loin la recherche de l'impact de l'ouverture dominicale sur les stratégies des firmes, nous allons enlever l'hypothèse selon laquelles les produits sont identiques pour y substituer l'idée qu'ils sont differenciés. SINGH et VIVES 1984 ont montré dans leur étude du duopole avec des produits differenciés qu'il y a une stratégie dominante pour la firme selon le type de stratégie choisi : il y a une stratégie dominante pour la firme de choisir la compétition à la Cournot (Bertrand) quand les produits sont substituables (complementaires). Or dans notre travail, nous ne intéressons pas à l'importance du degré de différenciation des produits mais plutôt à l'effet de la demande excédentaire d'une part, et des coûts variables d'autres part qui sont occasionnés conjointement par l'ouverture dominicale. Notre intérêt porte sur l'importance de ces dernières variables sur la stratégie faite par la firme.

2.5. Compétition avec des biens différenciés

Nous considérons dans cette deuxième partie, contrairement à la première où les biens sont homogènes, que les deux firmes produisent des biens differenciés. On suppose qu'en cas de non ouverture le dimanche, les fonctions de demandes inverses sont exprimées comme :

$$p_i = \frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^2}$$

$$P_j = \frac{(1+b)a - Y - bX}{1 - b^2}$$

Où le paramétre b mesure le degré de différenciation des produits avec 0 < b < 1. Nous traitons l'effet de l'ouverture du dimanche sur la compétition entre les deux firmes dans le cas où les produits sont differenciés, à partir de la fonction de la demande inverse on peut tirer les demandes directes adressées aux deux firmes comme suit

$$X = a - p_i + bp_j$$
$$Y = a - p_j + bp_i$$

Soit $\pi_{(i,j)}$ qui désigne le profit, ainsi nous supposons que ces valeurs ci-dessus de X et Y décrivent la fonction de la demande directe des deux firmes lorsqu'aucune firme n'ouvre le dimanche, avec des profits $\pi_{i(6,6)}$ et $\pi_{j(6,6)}$. Si les deux firmes ouvrent le dimanche alors la demande de la firme *i* sur 6 jours dévient $(1 - \lambda_i)(a - p_i + bp_j)$ alors que sa demande le jour du dimanche est $(\lambda_i + h)(a - p_i + bp_j)$, idem pour la firme *j*, nous considérons que sa demande sur 6 jours est $(1 - \lambda_j)(a - p_j + bp_i)$ et sa demande le jour du dimanche est $(\lambda_j + h)(a - p_j + bp_i)$. Par souci de simplification d'écriture des

profits nous supposons que $\pi_{i(7,6)}$ exprime le profit de la firme *i* quand elle reste ouverte tous les jours de la semaine y compris le dimanche alors que la firme *j* reste fermée le dimanche. D'autre part l'expression $\pi_{i(6,7)}$ designe le bénéfice de la firme *i* quand elle reste fermée le dimanche alors que la firme *j* ouvre tous les jours de la semaine y compris le dimanche, Même raisonnement pour les gains de la firme *j* $\pi_{j(6,7)}$ et $\pi_{j(7,6)}$. Quand les deux firmes ouvrent simultanément alors leurs profits sont notés $\pi_{i(7,7)}$, $\pi_{j(7,7)}$

2.6. [Compétition à la Bertrand]

Nous commençons par l'étude du premier cas où aucune firme n'ouvre le jour du dimanche, chaque firme choisit le prix qui maximise son profit en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, nous exprimons les profits donc comme

$$\pi_{i(6,6)} = (p_i - c_i)(a - p_i + bp_j)$$

$$\pi_{j(6,6)} = (p_j - c_j)(a - p_j + bp_i)$$

En appliquant les conditions de premier ordre de maximisation de profit on obtient

$$\partial \pi_{i(6,6)} / \partial p_i = 0 \Rightarrow p_i = \frac{a + b p_j + c_i}{2}$$

 $\partial \pi_{j(6,6)} / \partial p_j = 0 \Rightarrow p_j = \frac{a + b p_i + c_j}{2}$

En substituant la valeur de p_j en p_i et inversement, on obtient les prix exprimés à l'équilibre ainsi que les profits comme

$$p_i = \frac{(2+b)a + bc_j + 2c_i}{4 - b^2} \tag{2.6}$$

$$p_j = \frac{(2+b)a + bc_i + 2c_j}{4 - b^2} \tag{2.7}$$

$$\pi_{i(6,6)} = \left[\frac{(2+b)a + bc_j + (b^2 - 2)c_i}{4 - b^2}\right]^2 \tag{2.8}$$

$$\pi_{j(6,6)} = \left[\frac{(2+b)a + bc_i + (b^2 - 2)c_j}{4 - b^2}\right]^2 \tag{2.9}$$

2.6.1. Cas d'une seule firme qui ouvre le dimanche

Nous traitons le cas où une seule firme ouvre ce jour-ci, soit la firme i qui ouvre le dimanche, alors on peut exprimer les profits des firmes comme

$$\pi_{i(7,6)} = (1 - \lambda_i)(p_i - c_i)X + (\lambda_i + h)(p_i - c'_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_jY$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1 - \lambda_j)(p_j - c_j)Y$$

Avec le paramétre h qui représente la demande supplémentaire en cas du monopole de la firme i le dimanche, nous pouvons constater que le premier terme dans le bénéfice de la firme i représente son profit sur 6 jours, alors les autres termes représentent son profit le jour du dimanche. Une partie de ce profit n'est qu'une fraction de la demande directe de la firme j qui par faute de fermeture de ses portes le jour du dimanche ses consommateurs vont se procurer leurs achats chez la firme i. Soit $\mu_i = \frac{(1-\lambda_i)c_i+(h+\lambda_i)c'_i}{1+h}$, nous pouvons alors écrire le profit de la firme i comme $(1+h)(p_i - \mu_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_jY$. Chaque firme choisit le prix qui maximise son profit en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, en appliquant les conditions des premier ordre de maximisation des profits, nous obtenons

$$\frac{\partial \pi_{i(7,6)}}{\partial p_i} = 0 \rightarrow p_i = \frac{(1+h+\lambda_j)a+(b(1+h)-\lambda_j)p_j+(1+h)\mu_i-b\lambda_jc'_i}{2(1+h-b\lambda_j)}$$
$$\frac{\partial \pi_{j(7,6)}}{\partial p_j} = 0 \rightarrow p_j = \frac{a+bp_i+c_j}{2}$$

ces équations décrivent les fonctions des réactions des deux firmes, à l'équilibre nous trouvons les prix et les profits des deux firmes comme

$$p_{i} = \frac{((1+h)(2+b) + \lambda_{j})a + (b(1+h) - \lambda_{j})c_{j} + 2(1+h)\mu_{i} - 2b\lambda_{j}c_{i}'}{(4-b^{2})(1+h) - 3b\lambda_{j}}$$
(2.10)

$$p_j = \frac{((1+h)(2+b) - b\lambda_j)a + 2((1+h) - b\lambda_j)c_j + b(1+h)\mu_i - b^2\lambda_jc'_i}{(4-b^2)(1+h) - 3b\lambda_j}$$
(2.11)

Pour les valeurs des profits pour les deux firmes i et j (voir l'annexe 2)

Nous pouvons constater que le paramétre δ joue un rôle important dans la formation du prix. Plus les coûts variables augmentent, plus le prix augmente aussi. Un résultat qui semble évident. Nous allons voir maintenant, comment les équilibres se produisent quand les deux firmes ouvrent leurs portes simultanément.

2.6.2. Cas où les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche

Nous pouvons écrire les profits dans la situation où les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche comme

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h)[p_i - \mu_i]X$$

$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)[p_j - \mu_j]Y$$

Où *h* représente la fraction de la demande excédentaire en cas du duopole. Nous supposons pour simplifier notre modèle que le flux de la demande excédentaire en cas du monopole est égal celui du duopole , avec $\mu_i = \frac{(1-\lambda_i)c_i + (h+\lambda_i)c'_i}{(1+h)}$ et $\mu_j = \frac{(1-\lambda_j)c_j + (h+\lambda_j)c'_j}{(1+h)}$,

chaque firme choisit le prix qui maximise son profit tout en prenant en compte la stratégie de sa concurrente. En appliquant les conditions de premiers ordres de maximisation du profit par rapport au prix, nous obtenons

$$\partial \pi_{i(7,7)} / \partial p_i = 0 \rightarrow p_i = \frac{a+bp_j+\mu_i}{2}$$
 et $\partial \pi_{j(7,7)} / \partial p_j = 0 \rightarrow p_j = \frac{a+bp_i+\mu_j}{2}$

à l'équilibre nous trouvons les prix et profits des deux firmes come

$$p_i = \frac{(b+2)a + 2\mu_i + b\mu_j}{(4-b^2)} \tag{2.12}$$

$$p_j = \frac{(b+2)a + b\mu_i + 2\mu_j}{(4-b^2)} \tag{2.13}$$

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h) \left[\frac{(b+2)a + (b^2 - 2)\mu_i + b\mu_j}{(4-b^2)}\right]^2$$
(2.14)

$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)\left[\frac{(b+2)a + b\mu_i + (b^2 - 2)\mu_j}{(4-b^2)}\right]^2$$
(2.15)

Pour étudier l'equilibre lorsque la compétition se fait à la Bertrand, nous supposons que les deux firmes i et j se livrent à un jeu que l'on note G avec un ensemble de stratégies que l'on note S et de fonctions de paiements que l'on note $g_i = \pi_i(s_i)$, $g_{-i} = \pi_j(s_j)$ qui associe à chaque stratégie le profit espéré par la firme suivant sa décision d'ouvrir le dimanche ou non. Nous supposons qu'il y ait une information complète et que chaque firme est censée être rationnelle. Dans le tableau ci-dessous nous exposons l'ensemble des stratégies offertes aux deux firmes ainsi que le profit espéré à chaque choix stratégique.

i/j	oui	non
oui	$\pi_i(7,7),\pi_j(7,7)$	$\pi_i(7,6), \pi_j(7,6)$
non	$\pi_i(6,7), \pi_j(6,7)$	$\pi_i(6,6), \pi_j(6,6)$

Pour pouvoir simplifier les comparaisons, nous supposons que $c_i = c_j = 0$ ainsi nous fixons l'hypothése que $\lambda_i = \lambda_j = \lambda$ et $\delta_i = \delta_j = \delta$. Ceci implique que $\mu_i = \mu_j = \mu$. Nous commençons par une comparaison des prix dans les différents cas, pour se faire, nous effectuons une simulation numérique sur la valeur du prix.

Proposition 2: En cas de compétition à la bertrand, l'ouverture du marché le jour du dimanche fait augmenter le prix pratiqué.

En faisant une simulation sur les prix appliqués par les deux firmes (voir en l'annexe 4), nous pouvons avoir $p_{6.6} < p_{j7.6} < p_{i7.6} < p_{7.7}$. Si la firme *i* ouvre le dimanche, la firme *j* augmente elle aussi son prix même si elle n'ouvre pas le dimanche, en cas de l'ouverture des deux firmes, le prix atteint son maximum. L'augmentation du prix en cas d'ouverture du dimanche peut s'expliquer d'une part par l'augmentation de la demande totale et d'autre part par l'augmentation des charges de production. Nous traitons maintenant la nature de l'équilibre dans ce marché en se réfèrant au tableau ci-dessus, pour que l'ouverture simultanée des deux firmes tous les jours de la semaine soit un équilibre de Nash, alors il faut que $\pi_i(7,7), > \pi_i(6,7)$ et aussi $\pi_j(7,7) > \pi_j(7,6)$, or nous pouvons verifier par simple comparaison³ que $\pi_i(6,6) < \pi_i(7,6)$. Ceci veut que la non

 $^{^{3}}$ Voir le Tableau en annexe 5

ouverture de la firme *i* le dimanche n'est pas sa meilleure stratégie, autrement dit, le couple des profits $\pi_i(6,6), \pi_j(6,6)$ ne peut pas être un équilibre de Nash. L'hypothèse d'égalité des valeurs des paramètres λ et δ pour les deux firmes rend les profits aussi égaux, autrement dit, $\pi_i(7,7) = \pi_j(7,7)$ et $\pi_i(6,7) = \pi_j(7,6)$. En l'occurence, pour que l'ouverture tous les jours de la semaine constitue un équilibre pour les deux firmes nous avons une seule contrainte qui est : $\pi_k(7,7) > \pi_k(7,7)$ pour k=i,j. On en déduit alors que

$$(1+h)\left[\frac{(b+2)a+(b^{2}+b-2)\mu}{(4-b^{2})}\right]^{2} > (1-\lambda)\left[\frac{((2+b)(1+h)-b\lambda)a+((b^{2}-2)(1+h)+b\lambda)c_{j}+b(1+h)\mu-b^{2}\lambda c_{i}^{'}}{(4-b^{2})(1+h)-3b\lambda}\right]^{2}$$

D'aprés cette contrainte, on peut imposer une condition sur le coût supplémentaire qui est

$$\delta < \frac{(1+h)[(\sqrt{\frac{1+h}{1-\lambda}})(b+2)[(4-b^2)(1+h)-3b\lambda]-(4-b^2)[(2+b)(1+h)-b\lambda]]a}{b(1+h)(4-b^2)(\lambda+h-b\lambda)-(\sqrt{\frac{1+h}{1-\lambda}})(\lambda+h)(b^2+b-2)[(4-b^2)(1+h)-3b\lambda]}$$

Appelons cette valeur seuil par δ^{B} , on pour rait donc en déduire la proposition suivante.

Proposition 3: l'ouverture de deux firmes *i* et *j* tous les jours de la semaine y compris le dimanche est un équilibre Bertrand-Nash si $\delta < \delta^{B}$

2.7. [Compétition à la Cournot]

Dans cette partie, nous traitons la compétition à la Cournot où les deux firmes choisissent la variable quantité pour maximiser leurs profits, avec $p_i = \frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^2}$ et $p_J = \frac{(1+b)a - Y - bX}{1 - b^2}$, nous recherchons l'équilibre dans les différents cas selon l'ouverture du dimanche ou non. Nous traitons le premier cas où aucune firme n'ouvre le jour du dimanche, chaque firme choisit la quantité qui maximise son profit en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, nous exprimons les profits donc comme

$$\pi_{i(6,6)} = (p_i - c_i)X$$

$$\pi_{j(6,6)} = (p_j - c_j)Y$$

En appliquant les conditions des premiers ordres de maximisation de profit par rapport à la quantité on obtient

$$\frac{\partial \pi_{i(6,6)}}{\partial X} = 0 \Rightarrow X = \frac{(1+b)a - bY - (1-b^2)c_i}{2}$$
$$\frac{\partial \pi_{j(6,6)}}{\partial Y} = 0 \Rightarrow Y = \frac{(1+b)a - bX - (1-b^2)c_j}{2}$$

Nous obtenons à l'équilibre les quantités et profits comme

$$X = \frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)c_i + b(1-b^2)c_j}{4-b^2}$$
(2.16)

$$Y = \frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)c_j + b(1-b^2)c_i}{4-b^2},$$
(2.17)

$$\pi_{i(6,6)} = \frac{1}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)c_i + b(1-b^2)c_j}{4-b^2} \right]^2$$
(2.18)

$$\pi_{j(6,6)} = \frac{1}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)c_j + b(1-b^2)c_i}{4-b^2} \right]^2$$
(2.19)

2.7.1. Cas où une seule firme ouvre le dimanche

Nous traitons maintenant la situation où l'ouverture du dimanche est légiférée, soit une seule firme ouvre le dimanche alors sa concurrente reste fermée, soit la firme i qui ouvre le dimanche alors les focntions des profits sont

$$\pi_{i(7,6)} = (1 - \lambda_i)(p_i - c_i)X + (\lambda_i + h)(p_i - c'_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_J Y$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1 - \lambda_j)(p_j - c_j)Y$$

Où h représente la fraction de la demande excédentaire en cas de monopole de la firme i le jour du dimanche, nous pouvons constater que le premier terme dans le profit de la

firme *i* représente son profit sur 6 jours, alors les autres termes représentent son profit le jour du dimanche. Une partie de ce profit n'est qu'une partie de la demande directe de la firme *j* qui par faute de fermeture de ses portes le jour du dimanche ses consommateurs vont se procurer les biens chez la firme *i*, soit $\mu_i = \frac{(1-\lambda_i)c_i+(h+\lambda_i)c'_i}{1+h}$ alors nous pouvons écrire le profit de la firme *i* comme $(1+h)(p_i - \mu_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_jY$. Chaque firme choisit la quantité qui maximise son profit en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, en appliquant les conditions des premiers ordres de maximisation des profits nous obtenons

$$\frac{\partial \pi_{i(7,6)}}{\partial X} = 0 \to X = \frac{(1+b)a - (1-b^2)\mu_i}{2} - \frac{(b(1+h) + \lambda_j)Y}{2(1+h)}$$
$$\frac{\partial \pi_{j(7,6)}}{\partial Y} = 0 \Rightarrow Y = \frac{(1+b)a - bX - (1-b^2)c_j}{2}$$

à l'équilibre nous obtenons les quantités et les profits comme suit

$$X = \frac{(1+b)[(2-b)(1+h) - \lambda_j]a}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j} + \frac{(1-b^2)[b(1+h) + \lambda_j]c_j}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j} - \frac{2(1+h)(1-b^2)\mu_i}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j}$$
(2.20)

$$Y = \frac{(1+b)(2-b)(1+h)a}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j} - \frac{2(1-b^2)(1+h)c_j}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j} + \frac{b(1+h)(1-b^2)\mu_i}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j}$$
(2.21)

Pour les valeurs des profits pour les deux firmes i et j (voir l'annexe 3).

2.7.2. Cas où les deux firmes ouvrent simultanément

Les profits dans le cas où les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche sont exprimés comme

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h)[p_i - \mu_i]X$$

$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)[p_j - \mu j]Y$$

Avec le paramètre h qui mesure la demande excédentaire le jour du dimanche en cas du duopole. Chaque firme choisit la variable quantitative qui lui permet de maximiser son profit tout en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, en appliquant les conditions de premiers ordres de maximisation du profit par rapport au quantité, nous obtenons

$$\partial \pi_{i(7,7)} / \partial X = 0 \rightarrow X = \frac{(1+b)a - bY - (1-b^2)\mu_i}{2}$$

 $\partial \pi_{j(7,7)} / \partial Y = 0 \Rightarrow Y = \frac{(1+b)a - bX - (1-b^2)\mu_j}{2}$

Nous en déduisons que à l'équilibre les quantités produites des deux firmes sont

$$X_{7-7} = \frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)\mu_i + b(1-b^2)\mu_j}{4-b^2}$$
(2.22)

$$Y_{7-7} = \frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)\mu_j + b(1-b^2)\mu_i}{4-b^2}$$
(2.23)

Nous pouvons maintenant faire une comparaison des quantités à l'équilibre à chaque cas de figure. Sous la condition que $c_i = c_j = 0$, nous voyons que si $X_{7-7}>X_{6-6}$ alors cela implique que $\frac{b}{2} > \frac{\mu_i}{\mu_j}$ pour la firme i et $\frac{b}{2} > \frac{\mu_i}{\mu_i}$ pour la firme j, par ailleurs on peut constater que dans le cas où une seule firme ouvre le dimanche c'est à dire le cas 7 - 6, la quantité vendue par la firme qui n'ouvre pas le dimanche est supérieure à la quantité d'équilibre dans le cas 6 - 6, nous trouvons les profits à l'équilibre comme

$$\pi_{i(7,7)} = \frac{1+h}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)\mu_i + b(1-b^2)\mu_j}{4-b^2} \right]^2$$
(2.24)

$$\pi_{j(7,7)} = \frac{1+h}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)\mu_j + b(1-b^2)\mu_i}{4-b^2} \right]^2$$
(2.25)

Nous supposons que les deux firmes i et j se livrent à un jeu que l'on note G avec un ensemble de stratégies que l'on note S et de fonctions de paiements que l'on note $g_i = \pi_i s_i$, $g_{-i} = \pi_{j\#i} s_j$ qui associe à chaque stratégie le profit espéré par la firme suivant sa décision d'ouvrir le dimanche ou non. Nous supposons qu'il y ait une information commune et que chaque firme est censée être rationnelle, nous exposons dans le tableau ci-dessous les différents profits suivant la stratégie choisie par la firme (ouverture le dimanche ou non),

i/j	oui	non
oui	$\pi_j(7,7), \pi_i(7,7)$	$\pi_j(7,6), \pi_i(7,6)$
non	$\pi_j(6,7), \pi_i(6,7)$	$\pi_j(6,6), \pi_i(6,6)$

Dans la mesure où les coûts marginaux sont nuls, la diminution de la production en cas d'ouverture le dimanche par rapport à son niveau initial (le cas où l'ouverture du dimanche n'est pas autorisée), peut s'expliquer par l'augmentation des charges supplémentaires.

Pour que l'ouverture simultanée des deux firmes sept jours soit un équilibre, alors il faut que $\pi_i(7,7), > \pi_i(6,7)$ et aussi $\pi_j(7,7) > \pi_j(7,6)$ pour pouvoir comparer les profits dans les différents cas, nous maintenons comme précédemment l'hypothèse que $c_i = c_j = 0$ c'est à dire que les coûts initiaux de production sont nuls. Ainsi, nous supposons que $\delta_i = \delta_j = \delta$, et $\lambda_i = \lambda_j = \lambda$. Nous pouvons voir par comparaison que $\pi_i(7,6), > \pi_i(6,6),$ ce qui signifie que la non ouverture du dimanche ne constitue pas un équilibre pour la

firme *i*. L'hypothèse l'égalité des valeurs des paramètres λ et δ pour les deux firmes, rend les profits aussi égaux, autrement dit, $\pi_i(7,7) = \pi_j(7,7)$ et $\pi_i(6,7) = \pi_j(7,6)$. En l'occurence, pour que l'ouverture du dimanche constitue un équilibre, il y a une seule condition, qui est

$$\frac{1+h}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a+(b-2)(1-b^2)\mu}{4-b^2}\right]^2 > (1-\lambda) \left[\frac{(1+b)(2-b)(1+h)a}{(4-b^2)(1+h)-b\lambda_j} - \frac{2(1-b^2)(1+h)c_j}{(4-b^2)(1+h)-b\lambda_j} + \frac{b(1+h)(1-b^2)\mu_i}{(4-b^2)(1+h)-b\lambda_j}\right]^2$$

On en déduit que $\delta < \frac{(1+h)(1+b)(2-b)[(4-b^2)(1+h)(\sqrt{\frac{1+h}{(1-b^2)(1-\lambda)}}-1)-b\lambda\sqrt{\frac{1+h}{(1-b^2)(1-\lambda)}}]a}{b(4-b^2)(1-b^2)(1+h)(\lambda+h)-(b-2)(h+\lambda)(1-b^2)(\sqrt{\frac{1+h}{(1-b^2)(1-\lambda)}})[(4-b^2)(1+h)-b\lambda]}$

appelons cette dernière valeur seuil par δ^{C} . En l'ocurrence, nous en déduisons la proposition suivante.

Proposition 4: L'ouverture de deux firmes tous les jours y compris le dimanche est un équilibre en cas de compétition Cournot-Nash si $\delta < \delta^{C}$.

Nous procédons maintenant à une comparaison des deux valeurs seuils δ^C et δ^B en effectuant une simulation sur les valeurs des paramètres, on fixe les valeurs des paramètres a et b et on s'intéresse essentiellement aux paramétres h et λ avec $0 < h < 1 - 2\lambda$ et $\lambda < 1/2$ le tableau ci-dessous nous renseigne sur cette comparaison.

a	b	λ	h	δ^C	δ^B
1	0.25	0.05	0.65	0.53	1.94
1	0.25	0.08.	0.60	0.52	1.87
1	0.25	0.1	0.55	0.51	1.84
1	0.25	0.15	0.47	0.42	1.78
1	0.25	0.2	0.42	0.42	1.65
1	0.25	0.25	0.32	0.43	1.52
1	0.25	0.35	0.2	0.41	1.29
1	0.25	0.4	0.05	0.32	.0.93

On peut constater selon les données du tableau que δ^C est toujours inferieur à δ^B et c'est indépendament des valeurs de h, λ , partant de ce constat nous pouvons trouver la proposition suivante

Proposition 4 : si les deux firmes ouvrent simultanément le dimanche, alors on peut dire que la compétition à la Cournot est plus restrictive que Bertrand .



Nous pouvons constater dans le schéma ci-dessus que pour une valeur δ inférieur à

 δ^C , les deux firmes peuvent ouvrir simultanément le dimanche si la compétition se fait à la Cournot ou à la Bertrand. Si $\delta^C < \delta < \delta^B$ alors les deux firmes peuvent ouvrir sept jours uniquement si la compétition se fait à la Bertrand. Quand $\delta > \delta^B$ alors l'ouverture du dimanche de deux firmes ne constitue pas un équilibre de Nash.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité l'effet de la prolongation des jours d'ouverture des magasins sur les stratégies des firmes, autrement dit les répercussions de l'ouverture dominicale sur le choix de la variable quantitative ainsi que la variable prix comme etant moyen de maximiser le profit des firmes. Le modèle qui a été étudié peut nous renseigner sur les natures d'équilibres qui sont susceptibles de surgir ainsi que les meilleurs stratégies qu'une firme peut concevoir dans les diiférents cas de figures afin de formuler sa fonction de meilleure réponse

Nous pouvons voir que la demande totale sur le marché est fonction croissante du paramétre h qui mesure le degré d'augmentation de la demande excédentaire crée par l'ouverture dominicale, cette demande excédentaire atteint son maximun dans le cas où les deux firmes ouvrent simultanémment le dimanche

En cas de compétition à la Cournot avec des biens homogènes, le modèle prédit que s'il y a une seule firme qui ouvre le dimanche, la demande augmente uniquement pour la firme qui n'ouvre pas le dimanche et en l'occurrence son profit aussi. Par ailleurs, si les deux firmes ouvrent le dimanche alors il y a une infinité d'équilibre et pas un seul

Pour le cas où les biens sont différenciés, la compétition à la Bertrand prédit que le

prix est changeable en fonction du temps d'ouverture des magasins. Par ailleurs, nous constatons que pour le cas où $c_i = c_j = 0$ le prix à l'équilibre augmente au fur et à mesure du prolongement de l'ouverture. Par contre, en cas de compétition à la Cournot, nous avons étudié les possibilités dans lesquelles la demande augmente en fonction des stratégies d'ouverture des firmes.

Finalement, nous avons examiné la nature d'équilibres stratégiques qui peuvent surgir en fonction des profits espérés pour chaque cas des figure. Le principal résultat qu'on a trouvé dans ce chapitre est que si l'ouverture de sept jours constitue un équilibre de Nash pour les deux firmes, alors la compétition à la Cournot est plus restrictive que celle de Bertrand dans la mesure où l'augmentation des charges salariales devraient être plus restreintes. Il nous reste à étudier l'effet de l'ouverture dominicale sur le surplus des consommateurs et le bien-être social, ce sera l'objectif de notre recherche dans la deuxième partie où nous abordons cette question dans un modèle de différenciation spatiale (hottling).

Annexe chapitre 2

```
Annexe 1: Biens homogènes

1/ Cas (6,6)

\pi_i = (p - c_i)X

\pi_j = (p - c_j)Y

Avec Q = a - p et Q = X + Y

\rightarrow

\pi_i = (a - Q - c_i)X \rightarrow \pi_i = (a - (X + Y) - c_i)X

\pi_j = (a - Q - c_j)Y \rightarrow \pi_j = (a - (X + Y) - c_j)Y
```

$$\partial \pi_i / \partial X = 0 \rightarrow a - (2X + Y) - c_i = 0$$

 $\partial \pi_j / \partial Y = 0 \rightarrow a - (X + 2Y) - c_j = 0$

En remplaçant l'expression de X en Y et inversement nous obtenons

$$2X = a - \frac{a - X - c_j}{2} - c_i \rightarrow \frac{3X}{2} = \frac{a}{2} + \frac{c_j}{2} - c_i$$

$$2Y = a - \frac{a - Y - c_i}{2} - c_j \rightarrow \frac{3Y}{2} = \frac{a}{2} + \frac{c_i}{2} - c_j$$

D'où

$$X = \frac{a + c_j - 2c_i}{3}$$

$$Y = \frac{a + c_i - 2c_j}{3}$$

$$P = a - Q = a - (X + Y)$$

$$= a - \frac{2a - c_i - c_j}{3}$$

$$= \frac{a + c_i + c_j}{2}$$

 $-\frac{3}{3}$ On en deduit alors que

$$\pi_i = \left[\frac{a+c_i+c_j}{3} - c_i\right] \left[\frac{a+c_j-2c_i}{3}\right] = \left[\frac{a+c_j-2c_i}{3}\right]^2$$

$$\pi_{j} = \left[\frac{a+c_{i}+c_{j}}{3} - c_{j}\right] \left[\frac{a+c_{i}-2c_{j}}{3}\right] = \left[\frac{a+c_{i}-2c_{j}}{3}\right]^{2}$$
2/ Cas (7,6)
$$\pi_{i} = (a - (X+Y+x)/(1+h) - c_{i})X + (a - (X+Y+x)/(1+h) - c_{i}')x$$

$$\pi_{j} = (a - (X+Y+x)/(1+h) - c_{j})Y$$

La demande totale est $Q'' = (1+h)(a-p) \rightarrow p = a - \frac{Q''}{1+h}$, Q'' = V + V

$$Q'' = X + Y + x, \text{ où } x = (\lambda + h)(a - p)$$

$$\to x = \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y + x) \to \frac{(1 - \lambda)x}{(1 + h)} = \frac{(\lambda + h)}{(1 + h)}(X + Y)$$

$$\to x = \frac{(\lambda + h)}{(1 - \lambda)}(X + Y)$$

$$\pi_i = (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_i)X + (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c'_i)x$$

$$\pi_j = (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_j)Y$$

Le programme de la firme i

$$L_{i} = (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_{i})X + (a - (X + Y + x)/(1 + h) - c_{i}')x + \Psi(x - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y))$$

D'aprés les conditions de kuhn-tuker, on peut avoir $\frac{\partial L_i}{\partial X} = 0, \frac{\partial L_i}{\partial x} = 0, \frac{\partial L_i}{\partial \Psi} = 0$

$$\begin{aligned} a &- \frac{2X+Y+2x}{1+h} - c_{i} - \frac{h+\lambda}{1-\lambda}\Psi = 0 \rightarrow \Psi = \frac{1-\lambda}{h+\lambda} \begin{bmatrix} a - \frac{2X+Y+2x+}{1+h} - c_{i} \end{bmatrix} \\ a &- \frac{2X+2x+Y}{1+h} - c_{i}^{'} + \Psi = 0 \rightarrow \Psi = -a + \frac{2X+Y+2x+}{1+h} + c_{i}^{'} \\ x &- \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X+Y) = 0 \end{aligned}$$

En égalisant les équations nous pouvons trouver

$$\begin{split} &\frac{1-\lambda}{h+\lambda} \big[a - \frac{2X+Y+2x}{1+h} - c_i \big] = -a + \frac{2X+Y+2x}{1+h} + c'_i \rightarrow \\ &\frac{(1+h)a}{h+\lambda} - \frac{Y}{(h+\lambda)} - \frac{2x}{(h+\lambda)} - \frac{(1-\lambda)c_i}{(h+\lambda)} - c'_i = \frac{2X}{(h+\lambda)} \\ &X = \frac{(1+h)a}{2} - \frac{Y}{2} - x - \frac{(1-\lambda)c_i}{2} - \frac{(h+\lambda)c'_i}{2} \end{split}$$

En remplaçant x par sa valeur qui est $x=\frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X+Y),$ nous obtenons

$$\begin{aligned} X &= \frac{(1+h)a}{2} - \frac{Y}{2} - \frac{\lambda+h}{1-\lambda} (X+Y), -\frac{(1-\lambda)c_i}{2} - \frac{(h+\lambda)c'_i}{2} \\ \frac{(1+h)X}{(1-\lambda)} &= \frac{(1+h)a}{2} - \frac{(1+2h+\lambda)Y}{2(1-\lambda)} - \frac{(1-\lambda)c_i}{2} - \frac{(h+\lambda)c'_i}{2} \\ X &= \frac{(1-\lambda)a}{2} - \frac{(1+2h+\lambda)Y}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c'_i}{2(1+h)} \end{aligned}$$

La firme j maximise son profit par rapport à Y

$$\pi_{j} = [a - \frac{(X+Y+x)}{1+h} - c_{j}]Y$$

$$\frac{\partial \pi_{J}}{\partial Y} = 0, \Rightarrow a - \frac{(X+2Y+x)}{1+h} - c_{j} = 0 \rightarrow 2Y = (1+h)a - (X+x) - (1+h)c_{j}$$

$$Y = \frac{(1+h)a - (X+x) - (1+h)c_{j}}{2}$$

En remplaçant x par ca valeur nous obtenons

$$Y = \frac{(1+h)a - (X + \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X+Y)) - (1+h)c_j}{2}$$

$$Y = \frac{(1-\lambda)(1+h)a - (1+h)X - (\lambda+h)Y - (1-\lambda)(1+h)c_j}{2(1-\lambda)}$$

$$\frac{(2-2\lambda+\lambda+h)Y}{2(1-\lambda)} = \frac{(1+h)[(1-\lambda)a - X - (1-\lambda)c_j]}{2(1-\lambda)}$$

$$Y = \frac{(1+h)}{(2-\lambda+h)}[(1-\lambda)a - X - (1-\lambda)c_j]$$

En remplaçant la fonction de réaction de la firme j en X

$$\begin{split} X &= \frac{(1-\lambda)a}{2} - \frac{(1+2h+\lambda)Y}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c'_i}{2(1+h)} \\ X &= \frac{(1-\lambda)a}{2} - \frac{(1+2h+\lambda)}{2(1+h)} (\frac{1+h}{2-\lambda+h}) [(1-\lambda)a - X - (1-\lambda)c_j] - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c'_i}{2(1+h)} \\ X &= \frac{(1-\lambda)a}{2} - \frac{(1-\lambda)(1+2h+\lambda)a}{2(2-\lambda+h)} + \frac{(1+2h+\lambda)X}{2(2-\lambda+h)} + \frac{(1-\lambda)(1+2h+\lambda)c_j}{2(2-\lambda+h)} - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c'_i}{2(1+h)} \\ \frac{3(1-\lambda)X}{2(2-\lambda+h)} &= \frac{(1-\lambda)(1-2\lambda-h)a}{2(2-\lambda+h)} + \frac{(1-\lambda)(1+2h+\lambda)c_j}{2(2-\lambda+h)} - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c'_i}{2(1+h)} \\ X &= \frac{1}{3} [(1-2\lambda-h)a + (1+2h+\lambda)c_j - \frac{(\lambda+h)(2-\lambda+h)}{1+h}(c'_i + \frac{1-\lambda}{h+\lambda}c_i)] \end{split}$$

En remplaçant la fonction de réaction de la firme i en ${\cal Y},$ nous obtenons

$$\begin{split} Y &= \frac{(1+h)}{(2-\lambda+h)} [(1-\lambda)a - X - (1-\lambda)c_j] \\ Y &= \frac{(1+h)}{(2-\lambda+h)} [(1-\lambda)a - (\frac{(1-\lambda)a}{2} - \frac{(1+2h+\lambda)Y}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} - \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c_i'}{2(1+h)}) - (1-\lambda)c_j] \\ \frac{3(1-\lambda)Y}{2(2-\lambda+h)} &= \frac{(1+h)}{(2-\lambda+h)} [\frac{(1-\lambda)a}{2} + \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} + \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c_i'}{2(1+h)} - (1-\lambda)c_j] \\ Y &= \frac{2(1+h)}{3(1-\lambda)} [\frac{(1-\lambda)a}{2} + \frac{(1-\lambda)^2c_i}{2(1+h)} + \frac{(1-\lambda)(h+\lambda)c_i'}{2(1+h)} - (1-\lambda)c_j] \\ Y &= \frac{(1+h)a}{3} + \frac{(1-\lambda)c_i}{3} + \frac{(h+\lambda)c_i'}{3} - \frac{2(1+h)c_j}{3} \end{split}$$

On en déduit que par conséquent que

$$\begin{aligned} x &= \frac{\lambda+h}{1-\lambda} (X+Y) = \frac{\lambda+h}{1-\lambda} \left[\frac{2(1-\lambda)a}{3} + \frac{(\lambda-1)c_j}{3} + \frac{(h+\lambda)(\lambda-1)c'_i}{3(1+h)} + \frac{(1-\lambda)(\lambda-1)c_i}{3(1+h)} \right] \\ \text{D'où } Q'' &= X+Y+x = \frac{1+h}{1-\lambda} \left[\frac{2(1-\lambda)a}{3} + \frac{(\lambda-1)c_j}{3} + \frac{(h+\lambda)(\lambda-1)c'_i}{3(1+h)} + \frac{(1-\lambda)(\lambda-1)c_i}{3(1+h)} \right] \\ P &= a - \frac{Q''}{1+h} = a - \frac{1}{(1-\lambda)} \left[\frac{2(1-\lambda)a}{3} + \frac{(\lambda-1)c_j}{3} + \frac{(h+\lambda)(\lambda-1)c'_i}{3(1+h)} + \frac{(1-\lambda)(\lambda-1)c_i}{3(1+h)} \right] \\ &= \frac{a}{3} - \frac{(\lambda-1)c_j}{3(1-\lambda)} - \frac{(h+\lambda)(\lambda-1)c'_i}{3(1+h)(1-\lambda)} - \frac{(\lambda-1)c_i}{3(1+h)} \end{aligned}$$

Nous pouvons alors écrire les profits à l'équilibre comme

$$\begin{aligned} \pi_i &= \frac{1}{3} \left[\frac{a}{3} - \frac{(\lambda - 1)c_j}{3(1 - \lambda)} - \frac{(h + \lambda)(\lambda - 1)c_i'}{3(1 + h)(1 - \lambda)} - \frac{(\lambda + 2 + 3h)c_i}{3(1 + h)} \right] \left[(1 - 2\lambda - h)a + (1 + 2h + \lambda)c_j - \frac{(\lambda + h)(2 - \lambda + h)}{1 + h}(c_i' + \frac{1 - \lambda}{h + \lambda}c_i) \right] + \frac{\lambda + h}{1 - \lambda} \left[\frac{a}{3} - \frac{(\lambda - 1)c_j}{3(1 - \lambda)} - \frac{\left[(h + \lambda)(\lambda - 1) + 3(1 + h)(1 - \lambda)\right]c_i'}{3(1 + h)(1 - \lambda)} - \frac{(\lambda - 1)c_i}{3(1 + h)(1 - \lambda)} \right] \left[\frac{2(1 - \lambda)a}{3} + \frac{(\lambda - 1)c_j}{3} + \frac{(h + \lambda)(\lambda - 1)c_i'}{3(1 + h)} + \frac{(1 - \lambda)(\lambda - 1)c_i}{3(1 + h)} \right] \right] \\ \pi_j &= \left[\frac{a}{3} - \frac{2(1 - \lambda)c_j}{3(1 - \lambda)} - \frac{(h + \lambda)(\lambda - 1)c_i'}{3(1 + h)(1 - \lambda)} - \frac{(\lambda - 1)c_i}{3(1 + h)} \right] \left[\frac{(1 + h)a}{3} + \frac{(1 - \lambda)c_i}{3} + \frac{(h + \lambda)c_i'}{3} - \frac{2(1 + h)c_j}{3} \right] \end{aligned}$$

 $\begin{aligned} \text{Comparaison de profit de la firme } i \text{ En comparant le profit de la firme } i, \text{ nous obtenons} \\ \pi_i(7.6) - \pi_i^0 &= \frac{ha^2}{9} + \left[\frac{(h+\lambda)^2(\lambda-1) - 2(h+\lambda)[(h+\lambda)(\lambda-1) + 3(1+h)(1-\lambda)] - [3(1-\lambda)(2-\lambda+h)(h+\lambda) + (h+\lambda)(\lambda-1)(1-2\lambda+h)]}{9(1+h)(1-\lambda)}\right] a\delta + \left[\frac{(h+\lambda)^2(\lambda-1)[(1-\lambda)(2-\lambda+h) - (h+\lambda)(\lambda-1) - 3(1+h)(1-\lambda)]}{9(1+h)^2(1-\lambda)^2}\right] \delta^2 \end{aligned}$

3/Cas (7,7)

Le programme de la firme i est exprimé comme

 $L_{i} = (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_{i})X + (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_{i}')x + \Psi(x + y - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y))$

D'aprés les conditions de kuhn-tuker, on peut avoir $\frac{\partial L_i}{\partial X} = 0$, $\frac{\partial L_i}{\partial \Psi} = 0$, $\frac{\partial L_i}{\partial \Psi} = 0$ ce qui nous donne le système suivant

$$\begin{aligned} a - (2X + Y + 2x + y)/(1+h) - c_i - \frac{h+\lambda}{1-\lambda}\Psi &= 0 \rightarrow \Psi = \frac{1-\lambda}{h+\lambda} \left[a - \frac{2X+Y+2x+y}{1+h} - c_i \right] \\ a - (2X + Y + 2x + y)/(1+h) - c_i' + \Psi &= 0 \rightarrow \Psi = -a + \frac{2X+Y+2x+y}{1+h} + c_i' \\ x + y - \frac{\lambda+h}{1-\lambda}(X+Y) &= 0 \end{aligned}$$

L'égalisation de deux équation nous donne $\frac{1-\lambda}{h+\lambda}[a-\frac{2X+Y+2x+y}{1+h}-c_i] = -a + \frac{2X+Y+2x+y}{1+h} + c_i'$ On en déduit que

$$\left(\frac{1+h}{h+\lambda}\right)a - \left(\frac{1+h}{h+\lambda}\right)\left(\frac{2X+Y+2x+y}{1+h}\right) - \frac{(1-\lambda)c_i}{\lambda+h} - c'_i = 0$$

Le programme de la firme j est exprimé comme

$$L_{i} = (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_{j})Y + (a - (X + Y + x + y)/(1 + h) - c_{j}')y + \Psi'(x + y - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda}(X + Y))$$

D'aprés les conditions de kuhn-tuker, on peut avoir $\frac{\partial L_i}{\partial Y} = 0$, $\frac{\partial L_i}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial L_i}{\partial \Psi'} = 0$ ce qui nous

donne le système suivant

$$\begin{aligned} a - (X + 2Y + x + 2y)/(1 + h) - c_j - \frac{h + \lambda}{1 - \lambda} \Psi' &= 0 \rightarrow \Psi' = \frac{1 - \lambda}{h + \lambda} \left[a - \frac{X + 2Y + x + 2y}{1 + h} - c_j \right] \\ a - (X + 2Y + x + 2y)/(1 + h) - c'_j + \Psi' &= 0 \rightarrow \Psi' = -a + \frac{X + 2Y + x + 2y}{1 + h} + c'_j \\ x + y - \frac{\lambda + h}{1 - \lambda} (X + Y) &= 0 \end{aligned}$$

L'égalisation de deux équation nous donne $\frac{1-\lambda}{h+\lambda}[a-\frac{X+2Y+x+2y}{1+h}-c_j] = -a+\frac{X+2Y+x+2y}{1+h}+c_j'$ On en déduit que

$$\left(\frac{1+h}{h+\lambda}\right)a - \left(\frac{1+h}{h+\lambda}\right)\left(\frac{X+2Y+x+2y}{1+h}\right) - \frac{(1-\lambda)c_j}{\lambda+h} - c'_j = 0$$

Annexe 2: Biens differenciés Compétition à la Bertrand

1/ Cas 6,6

$$\pi_{i(6,6)} = (p_i - c_i)(a - p_i + bp_j)$$

$$\pi_{j(6,6)} = (p_j - c_j)(a - p_j + bp_i)$$

$$\partial \pi_{i(6,6)} / \partial p_i = 0 \Rightarrow 2p_i = a + bp_j + c_i$$

 $\partial \pi_{j(6,6)} / \partial p_j = 0 \Rightarrow 2p_j = a + bp_i + c_j$

En remplaçant l'expression de p_i en p_j et inversement, nous obtenons

$$2p_i = a + b\left[\frac{a+bp_i+c_j}{2}\right] + c_i$$

$$2p_j = a + b\left[\frac{a+bp_j+c_i}{2}\right] + c_j$$

$$p_i = \frac{(2+b)a+bc_j+2c_i}{4-b^2}$$
$$p_j = \frac{(2+b)a+bc_i+2c_j}{4-b^2}$$

En substituant les valeurs de p_i et p_j dans les formules des profits:

$$\begin{aligned} \pi_{i(6,6)} &= \left[\frac{(2+b)a+bc_j+2c_i}{4-b^2} - c_i\right] \left[a - \frac{(2+b)a+bc_j+2c_i}{4-b^2} + b.\frac{(2+b)a+bc_i+2c_j}{4-b^2}\right] \\ \pi_{j(6,6)} &= \left[p_j = \frac{(2+b)a+bc_i+2c_j}{4-b^2} - c_j\right] \left[a - \frac{(2+b)a+bc_i+2c_j}{4-b^2} + b.\frac{(2+b)a+bc_j+2c_i}{4-b^2}\right] \\ \pi_{i(6,6)} &= \left[\frac{(2+b)a+bc_j+(b^2-2)c_i}{4-b^2}\right] \\ \pi_{j(6,6)} &= \left[\frac{(2+b)a+bc_i+(b^2-2)c_j}{4-b^2}\right] \end{aligned}$$

2/ Cas (7,6)

$$\pi_{i(7,6)} = (1 - \lambda_i)(p_i - c_i)X + (\lambda_i + h)(p_i - c'_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_JY$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1 - \lambda_j)(p_j - c_j)Y$$

Soit $\mu_i = \frac{(1-\lambda_i)c_i + (h+\lambda_i)c'_i}{1+h}$

 \rightarrow

$$\pi_{i(7,6)} = (1+h)(p_i - u_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_J Y$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1-\lambda_j)(p_j - c_j)Y$$

$$\partial \pi_i / \partial p_i = 0 \to \left[(1+h)(p_i - u_i)(a - p_i + bp_j) + \lambda_j (p_i - c'_i)(a - p_j + bp_i) \right]' = 0$$

$$\partial \pi_j / \partial p_j = 0 \to \left[(1-\lambda_j)(p_j - c_j)(a - p_j + bp_i) \right]' = 0$$

$$(1+h)(a - 2p_i + bp_j + u_i) + \lambda_j(a - p_j + 2bp_i - bc'_i) = 0$$

(1 - \lambda_j)(a - 2p_j + bp_i + c_j) = 0
$$p_i = \frac{(1+h+\lambda_j)a + (b(1+h) - \lambda_j)p_j + (1+h)u_i - \lambda_j bc'_i}{2(1+h-b\lambda_j)}$$
$$p_j = \frac{a+bp_i+c_j}{2}$$

En remplaçant l'expression de $p_i \mathrm{en}~p_j \mathrm{et}$ inversement, nous obtenons alors

$$\begin{split} p_i &= \frac{(1+h+\lambda_j)a + (b(1+h)-\lambda_j)[\frac{a+bp_i+c_j}{2}] + (1+h)u_i - b\lambda_j c'_i}{2(1+h-b\lambda_j)} \\ \frac{[(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j]p_i}{4(1+h-b\lambda_j)} &= \frac{[(b+2)(1+h)+\lambda_j]a + (b(1+h)-\lambda_j)c_j + 2(1+h)u_i - 2b\lambda_j c'_i}{4(1+h-b\lambda_j)} \\ p_i &= \frac{[(2+b)(1+h)+\lambda_J]a + (b(1+h)-\lambda_j)c_j + 2(1+h)u_i - 2b\lambda_j c'_i}{(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j} \\ p_j &= \frac{a+bp_i+c_j}{2} = \frac{a+b[\frac{(1+h+\lambda_j)a + (b(1+h)-\lambda_j)p_j + (1+h)u_i - \lambda_j bc'_i}{2}] + c_j}{2}{2} \\ p_j &= \frac{2(1+h-b\lambda_j)a + b(1+h+\lambda_J)a + b(b(1+h)-\lambda_j)p_j + b(1+h) - b^2\lambda_j c'_i + 2(1+h-b\lambda_j)c_j}{4(1+h-b\lambda_j)} \\ \frac{[(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j]p_j}{4(1+h-b\lambda_j)} &= \frac{[(2+b)(1+h)-b\lambda_j]a + (1+h)u_i - b^2\lambda_j c'_i + 2(1+h-b\lambda_j)c_j}{4(1+h-b\lambda_j)} \\ p_i &= \frac{[(b+2)(1+h)-b\lambda_j]a + b(1+h)u_i - b^2\lambda_j c'_i + 2(1+h-b\lambda_j)c_j}{(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j} \end{split}$$

En remplaçant p_i et p_j par leurs valeurs dans les expressions des profits en cas où une seule firme ouvre le dimanche, nous trouvons alors à l'équilibre

$$\begin{aligned} \pi_{i(7,6)} &= \left(1+h\right) \left[\frac{((1+h)(2+b)+\lambda_j)a+(b(1+h)-\lambda_j)c_j-2b\lambda_jc'_i+((b^2-2)(1+h)+3b\lambda_j)\mu_i}{(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j}\right] \\ &\left[\frac{((2+b)(1+h)-(1+3b+b^2)\lambda_j)a+(b(1+h)+(1-2b^2)\lambda_j)c_j+(b^2-2)\mu_i+b(2-b^2)\lambda_jc'_i}{(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j}\right] \\ &+\lambda_j \left[\frac{((1+h)(2+b)+\lambda_j)a+(b(1+h)-\lambda_j)c_j+(b\lambda_j-(4-b^2)(1+h))c'_i+2(1+h)\mu_i}{(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j}\right] \\ &\left[\frac{((2+b)(1+h)-b\lambda_j)a+((b^2-2)(1+h)+b\lambda_j)c_j+b(1+h)\mu_i-b^2\lambda_jc'_i}{(4-b^2)(1+h)-3b\lambda_j}\right] \end{aligned}$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1 - \lambda_j) \left[\frac{((2+b)(1+h) - b\lambda_j)a + ((b^2 - 2)(1+h) + b\lambda_j)c_j + b(1+h)\mu_i - b^2\lambda_j c'_i}{(4-b^2)(1+h) - 3b\lambda_j} \right]^2$$
3/Cas (7,7)

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h)[p_i - \mu_i]X$$

$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)[p_j - \mu_j]Y$$

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h)[p_i - \mu_i](a - p_i + bp_j)$$

$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)[p_j - \mu_j](a - p_j + bp_i)$$

$$\partial \pi_{i(7,7)} / \partial p_i = 0 \rightarrow (1+h)(a-2p_i+bp_j+u_i) = 0$$

 $\partial \pi_{j(7,7)} / \partial p_j = 0 \rightarrow (1+h)(a-2p_j+bp_i+u_j) = 0$

$$\rightarrow 2p_i = a + bp_j + u_i$$
$$2p_j = a + bp_i + u_j$$

$$p_{i} = \frac{a + b[\frac{a + bp_{i} + u_{j}}{2}] + u_{i}}{2}$$
$$p_{j} = \frac{a + b[\frac{a + bp_{j} + u_{i}}{2}] + u_{j}}{2}$$

$$p_i = \frac{(2+b)a+bu_j+2u_i}{4-b^2}$$

$$p_j = \frac{(2+b)a + bu_i + 2u_j}{4-b^2}$$

En remplaçant les valeurs des prix dans les profits, nous trouvons

$$\begin{aligned} \pi_{i(7,7)} &= (1+h) \left[\frac{(2+b)a + bu_j + 2u_i}{4-b^2} - u_i \right] \left[a - \frac{(2+b)a + bu_j + 2u_i}{4-b^2} + b. \frac{(2+b)a + bu_i + 2u_j}{4-b^2} \right] \\ \pi_{j(7,7)} &= (1+h) \left[\frac{(2+b)a + bu_i + 2u_j}{4-b^2} - u_j \right] \left[a - \frac{(2+b)a + bu_i + 2u_j}{4-b^2} + b. \frac{(2+b)a + bu_j + 2u_i}{4-b^2} \right] \\ \pi_{i(7,7)} &= (1+h) \left[\frac{(2+b)a + bu_j + (b^2 - 2)u_i}{4-b^2} \right]^2 \\ \pi_{j(7,7)} &= (1+h) \left[\frac{(2+b)a + bu_i + (b^2 - 2)u_j}{4-b^2} \right]^2 \end{aligned}$$

Annexe 3: Compétition à la Cournot

1/ Cas (6,6)

$$\pi_{i(6,6)} = (p_i - c_i)X$$

$$\pi_{j(6,6)} = (p_j - c_j)Y$$

Où encore

 $\pi_{i(6,6)} = \left(\frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^2} - c_i\right) X$ $\pi_{j(6,6)} = \left(\frac{(1+b)a - Y - bX}{1 - b^2} - c_j\right) Y$

 $\frac{\partial \pi_{i(6,6)}}{\partial X} = 0 \Rightarrow 2X = (1+b)a - bY - (1-b^2)c_i$ $\frac{\partial \pi_{j(6,6)}}{\partial Y} = 0 \Rightarrow 2Y = (1+b)a - bX - (1-b^2)c_j$

$$X = \frac{1}{2}[(1+b)a - bY - (1-b^2)c_i]$$
$$Y = \frac{1}{2}[(1+b)a - bX - (1-b^2)c_j]$$

En remplaçant X en Y et inversement, nous obtenons

$$X = \frac{(2-b)(1+b)a+b^2X+b(1-b^2)c_j-2(1-b^2)c_i}{4}$$
$$Y = \frac{(2-b)(1+b)a+b^2Y+b(1-b^2)c_i-2(1-b^2)c_j}{4}$$

Nous trouvons à l'équilibre les quantités comme

$$X = \frac{(2-b)(1+b)a+b(1-b^2)c_j-2(1-b^2)c_i}{4-b^2}$$
$$Y = \frac{(2-b)(1+b)a+b(1-b^2)c_i-2(1-b^2)c_j}{4-b^2}$$

En remplaçant les valeurs des quantités dans les expressions de profits

$$\begin{aligned} \pi_{i(6,6)} &= \big(\frac{(1+b)a - [\frac{(b+1)(2-b)(1+b)a - b(1-b^2)c_j + (b^2 - 2)(1-b^2)c_i}{1-b^2}]}{1-b^2} - c_i\big)X\\ \pi_{j(6,6)} &= \big(\frac{(1+b)a - [\frac{(b+1)(2-b)(1+b)a - b(1-b^2)c_i + (b^2 - 2)(1-b^2)c_j}{1-b^2}] - c_j\big)Y\\ \pi_{i(6,6)} &= \big[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)c_j - 2(1-b^2)c_i}{(4-b^2)(1-b^2)}\big]\big[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)c_j - 2(1-b^2)c_i}{(4-b^2)}\big]\\ \pi_{j(6,6)} &= \big[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)c_i - 2(1-b^2)c_j}{(4-b^2)(1-b^2)}\big]\big[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)c_i - 2(1-b^2)c_j}{(4-b^2)}\big]^2\\ \pi_{i(6,6)} &= \frac{1}{1-b^2}\big[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)c_j - 2(1-b^2)c_i}{(4-b^2)}\big]^2\\ \pi_{j(6,6)} &= \frac{1}{1-b^2}\big[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)c_i - 2(1-b^2)c_i}{(4-b^2)}\big]^2\\ \mathbf{Z}/ \ \mathbf{Cas} \ \mathbf{du} \ (\mathbf{7,6})\\ \pi_{i(7,6)} &= (1-\lambda_i)(p_i - c_i)X + (\lambda_i + h)(p_i - c_i')X + (p_i - c_i')\lambda_JY \end{aligned}$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1 - \lambda_j)(p_j - c_j)Y$$

Ou bien

$$\pi_{i(7,6)} = (1+h)(p_i - \mu_i)X + (p_i - c'_i)\lambda_J Y$$

$$\pi_{j(7,6)} = (1-\lambda_j)(p_j - c_j)Y$$

$$\frac{\partial \pi_{i(7,6)}}{\partial X} = 0 \rightarrow \left[(1+h) \left[\frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^2} - u_i \right] X + \lambda_j \left[\frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^2} - c'_i \right] Y \right]' = 0$$

$$\frac{\partial \pi_{j(7,6)}}{\partial Y} = 0 \rightarrow \left[(1-\lambda_j) \left[\frac{(1+b)a - Y - bX}{1 - b^2} - c_j \right] Y \right]' = 0$$

$$\begin{aligned} (1+h)[\frac{(1+b)a-2X-bY}{1-b^2} - u_i] - \frac{\lambda_j Y}{1-b^2} &= 0\\ (1-\lambda_j)[\frac{(1+b)a-2Y-bX}{1-b^2} - c_j] &= 0 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \frac{2(1+h)X}{1-b^2} &= (1+h)(\frac{(1+b)a}{1-b^2} - u_i) - (\frac{b(1+h)+\lambda_j}{1-b^2})Y\\ \frac{2Y}{1-b^2} &= \frac{(1+b)a-bX}{1-b^2} - c_j\\ X &= \frac{(1+b)a-(1-b^2)\mu_i}{2} - \frac{(b(1+h)+\lambda_j)Y}{2(1+h)} \end{aligned}$$

$$Y = \frac{(1+b)a - bX - (1-b^2)c_j}{2}$$

En remplaçant X en Y et inversement nous obtenons

$$\begin{split} X &= \frac{(1+b)a - (1-b^2)u_i}{2} - \frac{[b(1+h) + \lambda_j][(1+b)a - bX - (1-b^2)c_j]}{4(1+h)} \\ Y &= \frac{(1+b)a - b[\frac{(1+b)a - (1-b^2)\mu_i}{2} - \frac{(b(1+h) + \lambda_j)Y}{2(1+h)}] - (1-b^2)c_j}{2} \\ \frac{[(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j]X}{4(1+h)} &= \frac{(1+b)[2-b)(1+h) - \lambda_j]a + (1-b^2)[b(1+h) + \lambda_j]c_j - 2(1+h)(1-b^2)u_i}{4(1+h)} \\ \frac{[(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j]Y}{4(1+h)} &= \frac{(1+b)(2-b)(1+h)a + b(1+h)(1-b^2)u_i - 2(1-b^2)(1+h)c_j}{4(1+h)} \\ X &= \frac{(1+b)[(2-b)(1+h) - \lambda_j]a + (1-b^2)[b(1+h) + \lambda_j]c_j - 2(1+h)(1-b^2)u_i}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j} \\ Y &= \frac{(1+b)[(2-b)(1+h) - \lambda_j]a + (1-b^2)[b(1+h) + \lambda_j]c_j - 2(1+h)(1-b^2)u_i}{(4-b^2)(1+h) - b\lambda_j} \end{split}$$

En remplaçant les valeurs de X et Y dans les profits en cas où une seule firme ouvre le dimanche, nous obtenons alors

$$\begin{aligned} \pi_{i(7,6)} &= \left(1+h\right) \left[\frac{\left[(2-b)(1+b)(1+h)+(1+b)(1-b)\lambda_{j}\right]a-(1-b^{2})[\lambda_{j}-b(1+h)]c_{j}-(1-b^{2})[2(1+h)-b\lambda_{j}]\mu_{i}}{(1-b^{2})[(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}]}\right] \\ &\left[\frac{(1+b)[(2-b)(1+h)-\lambda_{j}]a}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}} + \frac{(1-b^{2})[b(1+h)+\lambda_{i}]c_{j}}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}} - \frac{2(1+h)(1-b^{2})\mu_{i}}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}}\right] \\ &+ \lambda_{J} \left[\frac{\left[(2-b)(1+b)(1+h)+(1+b)(1-b)\lambda_{j}\right]a-(1-b^{2})[\lambda_{j}-b(1+h)]c_{j}-(1-b^{2})(1+h)(b^{2}-2)\mu_{i}-(1-b^{2})[(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}]c_{j}'}{(1-b^{2})[(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}]} \right] \\ &\left[\frac{(1+b)(2-b)(1+h)a}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}} - \frac{2(1-b^{2})(1+h)c_{j}}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}} + \frac{b(1+h)(1-b^{2})\mu_{i}}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}}\right] \right] \\ \pi_{j(7,6)} &= \left(1-\lambda_{J}\right) \left[\frac{(1+b)(2-b)(1+h)a}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}} - \frac{2(1-b^{2})(1+h)c_{j}}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}} + \frac{b(1+h)(1-b^{2})\mu_{i}}{(4-b^{2})(1+h)-b\lambda_{j}}\right]^{2} \end{aligned}$$

3/ Cas (7,7)

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h)[p_i - \mu_i]X$$
$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)[p_j - \mu_j]Y$$

$$\frac{\partial \pi_{i(7,7)}}{\partial X} = 0 \to \left[(1+h) \left[\frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^2} - u_i \right] X \right]' = 0$$

$$\frac{\partial \pi_{j(7,7)}}{\partial Y} = 0 \to \left[(1+h) \left[\frac{(1+b)a - Y - bX}{1 - b^2} - u_J \right] Y \right]' = 0$$

$$2X = (1+b)a - bY - (1-b^2)u_i$$

$$2Y = (1+b)a - bX - (1-b^2)u_j$$

$$2X = (1+b)a - b\left[\frac{(1+b)a - bX - (1-b^2)u_j}{2}\right] - (1-b^2)u_i$$

$$2Y = (1+b)a - b\left[\frac{(1+b)a - bY - (1-b^2)u_j}{2}\right] - (1-b^2)u_j$$

$$\frac{(4-b^2)X}{2} = \frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)u_j - 2(1-b^2)u_i}{2}$$

$$\frac{(4-b^2)Y}{2} = \frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)u_j - 2(1-b^2)u_j}{2}$$

$$X = \frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)u_j - 2(1-b^2)u_j}{4-b^2}$$

$$Y = \frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)u_j - 2(1-b^2)u_j}{4-b^2}$$

$$p_{i} = \frac{(1+b)a - X - bY}{1 - b^{2}} = \frac{(1+b) - \frac{(2-b)(1+b)^{2}a - b(1-b^{2})u_{j} + (b^{2}-2)(1-b^{2})u_{i}}{1 - b^{2}}}{1 - b^{2}}$$
$$= \frac{(2-b)(1+b)a - (b^{2}-2)(1-b^{2})u_{i} + b(1-b^{2})u_{j}}{(1-b^{2})(4-b^{2})}$$
$$p_{i} - u_{i} == \frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^{2})u_{i} + b(1-b^{2})u_{j}}{(1-b^{2})(4-b^{2})}$$

$$\pi_{i(7,7)} = (1+h)[p_i - \mu_i] X = \frac{1+h}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a - 2(1-b^2)u_i + b(1-b^2)u_j}{(4-b^2)}\right]^2$$

Idem pour la firme j

$$p_{j} = \frac{(1+b)a - Y - bX}{1 - b^{2}} = \frac{(1+b)a - \frac{(2-b)(1+b)^{2}a - b(1-b^{2})u_{i} + (b^{2}-2)(1-b^{2})u_{j}}{4 - b^{2}}}{1 - b^{2}}$$
$$= \frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^{2})u_{i} - (b^{2}-2)(1-b^{2})u_{j}}{(1-b^{2})(4-b^{2})}$$
$$p_{j} - u_{j} = \frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^{2})u_{i} - 2(1-b^{2})u_{j}}{(1-b^{2})(4-b^{2})}$$

$$\pi_{j(7,7)} = (1+h)[p_j - \mu j]Y = \frac{1+h}{1-b^2} \left[\frac{(2-b)(1+b)a + b(1-b^2)u_i - 2(1-b^2)u_j}{(4-b^2)}\right]^2$$

Annexe 4:

le tableau décrit la variation du prix dans les différents cas: le cas où il n'y a pas d'ouverture le dimabche p(6, 6), et les cas où la firme *i* ouvre seule le dimanche $p_i(7, 6)$,

 $p_j(7,6),\,\mathrm{et}$ finalement le cas où les deux firmes ouvrent simultanément.

Tableau (1a) montrant la variation des prix dans différents cas

а	b	λ		h	δ	p(6,6)	pi(7,6)	pj (7,6)	p (7,7)
	1	0,25	0,1	0,02	0,05	0,57142857	0,61071995	0,57633999	0,59801143
	1	0,25	0,13	0,03	0,07	0,57142857	0,62400758	0,57800095	0,61282057
	1	0,25	0,17	0,1	0,1	0,57142857	0,64204579	0,58025572	0,7084
	1	0,25	0,19	0,12	0,12	0,57142857	0,65246632	0,58155829	0,740608
	1	0,25	0,2	0,15	0,15	0,57142857	0,66067095	0,58258387	0,79021429
	1	0,25	0,22	0,17	0,17	0,57142857	0,67203602	0,5840045	0,82655486
	1	0,25	0,25	0,2	0,18	0,57142857	0,68584022	0,58573003	0,8784
	1	0,25	0,27	0,22	0,2	0,57142857	0,69785384	0,58723173	0,91883429
	1	0,25	0,29	0,25	0,22	0,57142857	0,70999867	0,58874983	0,97771429
	1	0,25	0,3	0,27	0,25	0,57142857	0,72084806	0,59010601	1,02507143
	1	0,25	0,33	0,3	0,27	0,57142857	0,73804465	0,59225558	1,09207429
	1	0,25	0,35	0,32	0,28	0,57142857	0,74877406	0,59359676	1,13716114
	1	0,25	0,37	0,35	0,3	0,57142857	0,76208907	0,59526113	1,20805714
	1	0,25	0,39	0,37	0,32	0,57142857	0,77596962	0,5969962	1,26290514
	1	0,25	0,41	0,38	0,35	0,57142857	0,79356255	0,59919532	1,30626857
	1	0,25	0,42	0,4	0,37	0,57142857	0,80361712	0,60045214	1,36272
	1	0,25	0,44	0,42	0,39	0,57142857	0,81839867	0,60229983	1,42438171

Annexe 5:

Tableau (2a) de comparaison de profits (compétition à la Bertrand)

а	b	λ	h	δ	πi 6-6	πi 7,6
1	0,25	0,1	0,02	0,05	0,32653061	0,36139601
1	0,25	0,13	0,03	0,07	0,32653061	0,37042342
1	0,25	0,17	0,1	0,1	0,32653061	0,39589515
1	0,25	0,19	0,12	0,12	0,32653061	0,40194158
1	0,25	0,2	0,15	0,15	0,32653061	0,40462312
1	0,25	0,22	0,17	0,17	0,32653061	0,4087363
1	0,25	0,25	0,2	0,18	0,32653061	0,42006909
1	0,25	0,27	0,22	0,2	0,32653061	0,42272287
1	0,25	0,29	0,25	0,22	0,32653061	0,42717833
1	0,25	0,3	0,27	0,25	0,32653061	0,42256844
1	0,25	0,33	0,3	0,27	0,32653061	0,42732002
1	0,25	0,35	0,32	0,28	0,32653061	0,43154521
1	0,25	0,37	0,35	0,3	0,32653061	0,43340512
1	0,25	0,39	0,37	0,32	0,32653061	0,43238797
1	0,25	0,41	0,38	0,35	0,32653061	0,42380255
1	0,25	0,42	0,4	0,37	0,32653061	0,42017813
1	0,25	0,44	0,42	0,39	0,32653061	0,41781709

Ouverture du dimanche et surplus des consommateurs

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié l'éffet de l'ouverture dominicale sur les différentes stratégies, suivant les types de compétition adoptés par les firmes sur le marché. Dans ce chapitre que nous consacrons pour l'étude du bien-être social, nous posons une question clef, qui est de savoir comment l'ouverture du dimanche peut affecter le surplus des consommateurs ainsi que le bien-être social.

Vu l'importance de l'intérêt des consommateurs, les autorités de concurrence peuvent instaurer les mesures nécessaires afin de prohiber toute pratique anticoncurrentielle qui s'avère nuisible aux consommateurs (conditions de fusion entre deux voire plusieurs firmes, l'entravement d'abus du pouvoir, monopole.....etc). Néamoins, si les autorités publiques légifèrent une ouverture du marché le dimanche, que sera l'effet sur le consommateur ?.

Pour apporter notre contribution veillant à repondre à ces questions posées, dans le cadre de notre analyse de l'effet de l'ouverture du marché le dimanche, nous nous démarquons par rapport à la littérature au fait qu'on traite l'effet de l'ouverture du dimanche sur différentes catégories de consommateurs, suivant leurs préférences pour le jour d'achats. Pour se faire, nous distinguons les consommateurs selon leurs préférences d'achat pour le jour du dimanche ou bien pour le reste de la semaine. Notre but est de mesurer l'effet de l'ouverture dominicale sur chaque catégorie de consommateurs. Cette nouvelle modélisation permet de rendre endogène les paramètres λ_i et λ_j du modèle précédent. Le chapitre est présenté comme suit: nous présentons tout d'abord un descriptif de notre modélisation du marché ainsi que les différentes catégories de consommateurs associées à leurs fonctions d'utilité. Dans un second temps, nous calculons les profits des firmes et les valeurs des surplus des consommateurs. Finalement, nous effectuons une comparaison du bien-être entre le cas où les firmes ouvrent le jour du dimanche et celui où elles n'ouvrent pas.

3.1. Le modèle

Nous considèrons pour établir notre modèle inspiré de celui de HOTELLING (1929), une ville linéaire de diamètre 1 où se trouvent deux firmes i et j qui se localisent sur les deux extrémités de la ville i.e 0 et 1, soit la firme i localisée à 0 et la firme j à 1. Chaque consommateur localisé sur la ville achète une seule unité vendue par l'une de deux firmes. Nous supposons, pour modéliser les coûts de production, que la firme ia un coût marginal égal à c_i pendant la semaine excepté le dimanche. Si elle ouvre le dimanche alors son coût marginal dèvient de la forme $c_i^{'}$, nous supposons que ce dernier terme peut être écrit comme $c_i^{'} = c_i + \delta_i$ où δ_i mesure l'augmentation des charges supplémentaires de production qui sont liées aux coûts variables et essentiellement aux salaires des employés. Idem aussi, on suppose que la firme j a un coût marginal égal à c_i pendant la semaine excepté le dimanche, si elle decide d'ouvrir le dimanche donc son coût marginal dèvient $c'_j = c_j + \delta_j$. Nous supposons que les deux firmes ont comme prix respectifs p_i et p_j . Trois cas de figures sont susceptibles de surgir, soit qu'aucune firme n'ouvre le dimanche, ou bien qu'une seule firme ouvre le dimanche, ou bien que les deux firmes ouvrent le dimanche. Nous supposons que la fonction d'utilité des consommateurs est donnée comme

3. Ouverture du dimanche et surplus des consommateurs

 $U{=}\{_{V-P_j-\theta|1-x|\text{ s'il achéte chez la firme }i}^{V-P_i-\theta|x|\text{ s'il achéte chez la firme }i}$

x étant la localisation du consommateur, avec $0 \le x \le 1$ et θ mesure les coûts de transport. Nous supposons que la valeur de V diffère d'une catégorie à l'autre et qu'elle est suffisament grande pour que le consommateur puisse effectuer ses achats. Quand aux consommateurs nous allons en distinguer trois types selon leurs préférences du temps d'achat

* Une première catégorie des consommateurs dont la proportion est égale à f_1 a une préférence pour la semaine, nous supposons que cette partie de consommateurs n'accorde pas d'importance à l'ouverture du marché le dimanche, nous notons pour cette catégorie que V = a où a représente l'utilité si on achète le jour préféré

*Une deuxième catégorie des consommateurs dont la proportion est égale à f_2 ayant une préférence rélative pour le dimanche, nous supposons que s'il y a une ouverture le dimanche, l'utilité de cette catégorie est V = a, s'il n'y a pas d'ouverture le jour du dimanche l'utilité de cette catégorie dèvient $V = a - u_1$ avec u_1 représente la désutilité de ne pas avoir achèté le jour préféré. Cette catégorie peut représenter par exemple les travailleurs qui n'ont pas assez du temps libre pendant la semaine pour effectuer leurs achats.

* Une troisième catégorie de consommateurs ayant une préférence absolue pour le dimanche dont la proportion est égale à f_3 . Nous supposons que l'utilité de ces consommateurs s'il y a une ouverture le jour du dimanche est V = a. Par contre, s'il n'y a pas d'ouverture le dimanche l'utilité dèvient $V = a - u_2$. Nous supposons que $a < u_2$, ceci veut dire que l'utilité dévient négative. Autrement dit, Cette catégorie n'effectue ses achats que s'il y a une ouverture dominicale. cette catégorie concerne essentiellement les consommateurs transfrontaliers et les touristes. Nous exposons donc dans le tableau ci-dessous les différentes utilités en fonction des préférences des consommateurs.

3. (Duverture	du	dimanche	et	surplus	s d	es	consommat	eurs
------	-----------	----	----------	----	---------	-----	----	-----------	------

	6 - 6	7 - 6	7 - 7
1 ^{er} catégorie	V = a	V = a	V = a
2 ^{ém} catégorie	$V = a - u_1$	$V = \begin{cases} a \\ a - u_1 \end{cases}$	V = a
$3^{\acute{em}}$ catégorie	V = 0	V = a	V = a

La somme des proportions est égale à 1 c'est à dire $f_1 + f_2 + f_3 = 1$, Nous voyons en colonnes les différentes possibilités d'ouverture des firmes alors qu'en lignes on trouve les catégories de consommateurs. Les deux firmes choisissent les prix qui maximisent leurs profits. Nous allons maintenant exposer les prix, les profits ainsi que le surplus des consommateurs dans les différents cas des figures.

3.1.1. L'équilibre en cas où aucune firme n'ouvre le dimanche

Dans ce cas, nous supposons qu'aucune firme n'ouvre le dimanche, donc les deux firmes n'ouvrent que six jours. Dans ce cas, uniquement deux catégories de consommateurs sont incitées à faire leurs achats, ce qui sont la première et la deuxième tandis que la troisième catégorie s'abstient puisque son utilité est nulle. La demande directe pour les deux catégories peut être calculée depuis l'utilité du consommateur indifferent qui est

$$a - p_i - \theta x = a - p_j - \theta |1 - x|$$
 pour la première catégorie
 $a - u_1 - p_i - \theta x = a - u_1 - p_j - \theta |1 - x|$ pour la deuxième catégorie

Nous constatons que la demande obtenue depuis l'utilité du consommateur indifférent

3. Ouverture du dimanche et surplus des consommateurs

est la même pour les deux catégories de consommateurs, notons cette demande par \dot{x} on peut alors l'écrire comme

$$\dot{x} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{p}_{j} - \mathbf{p}_{i}}{\theta} + 1 \right]$$
 (3.1)

Le programme des profits à maximiser par les deux firmes peut alors s'écrire comme

$$\pi_i = (p_i - c_i)(f_1 + f_2)\dot{x}$$

$$\pi_j = (p_j - c_j)(f_1 + f_2)(1 - \dot{x})$$

Les deux firmes maximisent leurs profits par rapport aux prix choisis, en appliqant les conditions des premiers ordres de maximisation, nous obtenons

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow (f_1 + f_2) \left[\frac{\mathbf{p}_j - 2\mathbf{p}_i}{2\theta} + \frac{1}{2} + \frac{c_i}{2\theta} \right] = 0$$
$$\frac{\partial \pi_J}{\partial p_J} = 0 \Leftrightarrow (f_1 + f_2) \left[\frac{1}{2} - \frac{2\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i}{2\theta} + \frac{c_j}{2\theta} \right] = 0$$

Nous exprimons les prix ainsi que les profits à l'équilibre comme

$$p_i = \theta + \frac{c_j}{3} + \frac{2c_i}{3} \tag{3.2}$$

$$p_j = \theta + \frac{2\mathbf{c}_j}{3} + \frac{\mathbf{c}_i}{3} \tag{3.3}$$

$$\pi_{i} = \frac{\theta(f_{1} + f_{2})}{2} (1 + \frac{c_{j}}{3\theta} - \frac{c_{i}}{3\theta})^{2}$$
(3.4)

$$\pi_j = \frac{\theta(f_1 + f_2)}{2} (1 - \frac{c_j}{3\theta} + \frac{c_i}{3\theta})^2$$
(3.5)

3. Ouverture du dimanche et surplus des consommateurs

On peut dire que la différence entre les prix des deux firmes dépend de la différence entre les coûts marginaux de production. Il suffit qu'une firme diminue son coût de production pour gagner de la demande, si $c_i = c_j$ alors les prix dans ce cas sont identiques. Par contre, si les coûts marginaux sont nuls alors le prix est égal au coût de transport, de même si les coûts marginaux sont nuls ou identiques, alors les profits des deux firmes sont aussi identiques. Dans ce cas, les deux firmes partagent de façon égalitaire le profit totale sur le marché qui est égal au produit du coût du trasport et la somme des proportions des consommateurs. Nous supposons que SC_{f1} et SC_{f2} répresentent respectivement les surplus des consommateurs pour la première et deuxième catégories, nous les exprimons comme

$$SC_{f1} = \int_0^{\dot{x}} (a - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - p_j - \theta |1 - x|) dx$$
$$SC_{f2} = \int_0^{\dot{x}} (a - u_1 - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - u_1 - p_j - \theta |1 - x|) dx$$

On peut voir que la valeur du surplus d'utilité diffère selon la catégorie des consommteurs, et peut être exprimée comme

$$SC_{f1} = a - \frac{5\theta}{4} + \frac{(c_j - c_i)^2 - 18\theta(c_i + c_j)}{36\theta}$$
(3.6)

$$SC_{f2} = a - \frac{5\theta}{4} - u_1 + \frac{(c_j - c_i)^2 - 18\theta(c_i + c_j)}{36\theta}$$
(3.7)

Nous pouvons voir que le surplus des consommateurs de la deuxième catégorie f_2 est inférieur à celui du f_1 car son utilité n'atteint son maximum que s'il y a une ouverture du marché le dimanche. Quand à la troisième catégorie, son utilité est nulle. Nous pouvons finalement exprimer le bien-être social dans le cas où il n'y a pas d'ouverture le jour du dimanche comme $W_{(6,6)} = f_1 S C_{f1} + f_2 S C_{f2} + \pi_i + \pi_j$

3.1.2. L'équilibre en cas où une seule firme ouvre le dimanche

Nous traitons maintenant la situation où une seule firme ouvre le jour du dimanche, soit la firme i celle qui ouvre le dimanche, alors que la firme j ouvre seulement six jours. On peut constater que toutes les catégories sont incitées à effectuer leurs achats y compris la troisième catégorie , nous calculons maintenant les demandes directes à partir de l'emplacement du consommateur indifférent pour chaque catégorie de consommateurs

 $a - p_i - \theta x = a - p_j - \theta |1 - x|$ pour la première catégorie

 $a - p_i - \theta x = a - u_1 - p_j - \theta |1 - x|$ pour la deuxième catégorie

Nous constatons qu'une partie des consommateurs de la deuxième catégorie qui s'adresse à la firme j ont une utilité inférieure à ceux qui s'adressent à la firme i, soit \dot{x} la demande directe tirée de l'utilité du consommateur indifférent de la première catégorie de consommateurs, alors que \ddot{x} représente la demande pour ceux de la deuxième catégorie, on peut les exprimer comme

$$\dot{x} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{p}_{j} - \mathbf{p}_{i}}{\theta} + 1 \right]$$
 (3.8)

$$\ddot{x} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{p}_{j} - \mathbf{p}_{i} + \mathbf{u}_{1}}{\theta} + 1 \right]$$
(3.9)

puisque la firme i ouvre seule le jour du dimanche, elle absorbe alors la totalité de la demande de la troisième catégorie de consommateurs, nous exprimons alors le programme
des profits à maximiser pour les deux firmes comme

$$\pi_{i} = f_{1}(p_{i} - c_{i})\dot{x} + (p_{i} - c_{i}')(f_{2}\ddot{x} + f_{3})$$

$$\pi_{j} = (p_{j} - c_{j})[f_{1}(1 - \dot{x}) + f_{2}(1 - \ddot{x})]$$

Chaque firme choisit le prix qui maximise son profit tout en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, en appliqant les conditions des premiers ordres, nous obtenons à l'équilibre les prix et les profits comme

$$p_i = \theta + \frac{f_2 u_1}{3(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{3} + \frac{2(f_1 + f_2)c_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{2f_2\delta_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{4\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}$$
(3.10)

$$p_j = \theta - \frac{f_2 u_1}{3(f_1 + f_2)} + \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{f_2 \delta_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{2c_j}{3} + \frac{2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}$$
(3.11)

$$\pi_i = \frac{f_1}{2} \Big[\theta + \frac{f_2 u_1}{3(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{3} - \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{2f_2 \delta_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{4\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} \Big] \Big[1 - \frac{2f_2 u_1}{3\theta(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{3\theta} - \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{f_2 \delta_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{2f_3}{3(f_1 + f_2)} \Big] \Big] \Big[\frac{f_2}{2} \Big[\theta + \frac{f_2 u_1}{3(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{3} - \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3(f_1 + f_2)} - \frac{(3f_1 + f_2)\delta_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{4\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} \Big] \Big[1 + \frac{(3f_1 + f_2)u_1}{3\theta(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{3\theta} - \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{f_2 \delta_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{f_2 \delta_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{f_2 \delta_i}{3\theta(f_1 + f_2)} \Big] \Big] \Big[1 + \frac{(3f_1 + f_2)u_1}{3\theta(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{3\theta} - \frac{(f_1 + f_2)c_i}{3\theta(f_1 + f_2)} - \frac{f_2 \delta_i}{3\theta(f_1 + f_2)} \Big] \Big] \Big] \Big]$$

$$\pi_{j} = \left[\theta - \frac{f_{2}u_{1}}{3(f_{1}+f_{2})} + \frac{(f_{1}+f_{2})c_{i}}{3(f_{1}+f_{2})} + \frac{f_{2}\delta_{i}}{3(f_{1}+f_{2})} - \frac{c_{j}}{3} + \frac{2\theta f_{3}}{3(f_{1}+f_{2})}\right] \left[\frac{f_{1}}{2\theta} \left(\theta + \frac{2f_{2}u_{1}}{3(f_{1}+f_{2})} + \frac{(f_{1}+f_{2})c_{i}}{3(f_{1}+f_{2})} + \frac{f_{2}\delta_{i}}{3(f_{1}+f_{2})} - \frac{c_{j}}{3(f_{1}+f_{2})}\right] \left[\frac{f_{1}}{2\theta} \left(\theta - \frac{(3f_{1}+f_{2})u_{1}}{3(f_{1}+f_{2})} + \frac{(f_{1}+f_{2})c_{i}}{3(f_{1}+f_{2})} + \frac{f_{2}\delta_{i}}{3(f_{1}+f_{2})} - \frac{c_{j}}{3} + \frac{2\theta f_{3}}{3(f_{1}+f_{2})}\right)\right]$$

Nous pouvons constater que p_i est superieur à p_j ce qui s'explique par le fait que l'augmentation de la demande des consommateurs ainsi que les charges de production fait que le prix de la firme *i* augmente. Nous allons maintenant exprimer le surplus des consommateurs selon les catégories des consommateurs.

$$SC_{f1} = \int_0^{\dot{x}} (a - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - p_j - \theta |1 - x|) dx$$

$$SC_{f2} = \int_0^{\ddot{x}} (a - p_i - \theta x) dx + \int_{\ddot{x}}^1 (a - u_1 - p_j - \theta |1 - x|) dx$$
$$SC_{f3} = \int_0^1 (a - p_i - \theta x) dx$$

Le surplus des consommateurs de la troisième catégorie est calculé sur la surface entière de la ville linéaire, nous trouvons les surplus en valeur comme

$$SC_{f1} = a - \frac{5\theta}{4} - \frac{1}{2}[c_i + c_j + \frac{f_2\delta_i + 2\theta f_3}{f_1 + f_2}] + \frac{1}{4\theta}[\frac{c_j}{3} - \frac{c_i}{3} - \frac{2f_2u_1 + f_2\delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}]^2 \quad (3.12)$$

$$SC_{f2} = a - \frac{5\theta}{4} - \frac{1}{2} [c_i + c_j + u_1 + \frac{f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{f_1 + f_2}] + \frac{1}{4\theta} [\frac{c_j}{3} + u_1 - \frac{c_i}{3} - \frac{2f_2 u_1 + f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}]^2 \quad (3.13)$$

$$SC_{f3} = a - \frac{3}{2}\theta - \frac{c_j}{3} - \frac{f_2u_1 + 2f_2\delta_i + 4\theta f_3 + 2(f_1 + f_2)c_i}{3(f_1 + f_2)}$$
(3.14)

Le premier constat est que $SC_{f2} < SC_{f1}$ malgré que le surplus de la première catégorie des consommateurs a diminué suite à l'augmentation du prix, alors que celui de la deuxième catégorie a augmenté. Finalement, nous trouvons le bien-être social en cas (7,6) comme

$$W_{(7,6)} = f_1 S C_{f1} + f_2 S C_{f2} + f_3 S C_{f3} + \pi_i + \pi_J$$

3.1.3. L'équilibre où les deux firmes ouvrent le dimanche

Dans ce cas de figure, nous imaginons la situation où les deux firmes ouvrent le dimanche. Dans ce cas, toutes les catégories de consommateurs ont la même valeur du surplus d'utilité, la demande directe adressée à la firme i peut être obtenue de l'utilité du consommateur indifférent, ce qui est égale à \dot{x} , le programme à maximiser par les deux firmes est

$$\pi_i = f_1(p_i - c_i)\dot{x} + (p_i - c'_i)(f_2 + f_3)\dot{x}$$

$$\pi_j = f_1(p_j - c_j)(1 - \dot{x}) + (p_j - c'_j)(f_2 + f_3)(1 - \dot{x})$$

À la compétition à la Bertrand, chaque firme choisit le prix qui maximise son profit en prenant en compte la stratégie de sa concurrente, en appliqant les conditions des premiers ordres, nous obtenons

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow f_1(\frac{\mathbf{p}_j - 2\mathbf{p}_i + \mathbf{c}_i}{2\theta} + \frac{1}{2}) + (f_2 + f_3)(\frac{\mathbf{p}_j - 2\mathbf{p}_i + \mathbf{c}_i'}{2\theta} + \frac{1}{2}) = 0$$

$$\frac{\partial \pi_J}{\partial p_J} = 0 \Leftrightarrow f_1(\frac{1}{2} - \frac{2\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i - \mathbf{c}_j}{2\theta}) + (f_2 + f_3)(\frac{1}{2} - \frac{2\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i - \mathbf{c}_j'}{2\theta}) = 0$$

À l'équilibre de Nash, nous obtenons les prix ainsi que les profits comme

$$p_i = \theta + \frac{c_j + 2c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j + 2\delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)}$$
(3.15)

$$p_j = \theta + \frac{2c_j + c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(2\delta_j + \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)}$$
(3.16)

$$\pi_{i} = \frac{f_{1}+f_{2}+f_{3}}{2\theta} \left[\theta + \frac{c_{j}-c_{i}}{3} + \frac{(f_{2}+f_{3})(\delta_{j}-\delta_{i})}{3(f_{1}+f_{2}+f_{3})}\right]^{2}$$
$$\pi_{j} = \frac{f_{1}+f_{2}+f_{3}}{2\theta} \left[\theta + \frac{c_{i}-c_{j}}{3} + \frac{(f_{2}+f_{3})(\delta_{i}-\delta_{j})}{3(f_{1}+f_{2}+f_{3})}\right]^{2}$$

Les prix d'équilibre varient en fonction du coût de transport mais également au niveau du coût marginal de production ainsi que les charges supplémentaires. Finalement, on peut constater en traitant le surplus des consommateurs dans le cas où les deux entreprises ouvrent le dimanche que toutes les catégories de consommateurs ont la même valeur du surplus, ce que nous exprimons comme

$$SC_{f1} = SC_{f2} = SC_{f3} = \int_0^{\dot{x}} (a - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - p_j - \theta |1 - x|) dx$$

ou bien

$$a - \frac{\theta}{4} - \frac{1}{2} \left[2\theta + c_i + c_j + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_i + \delta_j)}{(f_1 + f_2 + f_3)} \right] + \frac{1}{4\theta} \left[\frac{c_j - c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j - \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)} \right]^2 \quad (3.17)$$

Le bien-être social est la somme des surplus des consommateurs ainsi que les profits des deux firmes, ce qui s'exprime comme

$$W_{(7,7)} = f_1 S C_{f1} + f_2 S C_{f2} + f_3 S C_{f3} + \pi_i + \pi_J$$

3.1.4. Analyse et comparaison

Nous procédons maintenant à une comparaison des surplus des consommateurs dans tous les cas de figures. Mais avant de faire cette procédure, nous fixons comme hypothèse que les firmes sont identiques, (les coûts marginaux de production sont identiques) autrement dit $c_i = c_j = c$. En plus, nous admettons l'idée que l'écart des coûts de production est le même pour les deux firmes c'est à dire que $\delta_i = \delta_j = \delta$, un premier résultat qu'on peut trouver suite à la comparaison des prix nous mène à avoir

Proposition 1: en cas d'ouverture du marché le dimanche, alors le prix d'équilibre va augmenter

Nous pouvons voir une simple simulation (l'annexe 4) sur les valeurs des prix que $p_{6,6} < p_{7,6}$ et $p_{6,6} < p_{7,7}$. Cette augmentation du prix s'explique par l'augmentation de la demande et des charges supplémenatire de production. Un tel résultat a été trouvé dans le chapitre précédent. Avant de commencer la comparaison du surplus des consommateurs à travers des simulations, nous fixons les valeurs des paramètres qui ne jouent pas un rôle important dans la mesure de l'effet de l'ouverture du dimanche sur le surplus des consommateurs. Ces valeurs sont entre autres les coûts du transport et le coût marginal initial de production. Par contre, nous portons notre intérêt sur les

paramètres qui sont liés à l'ouverture dominicale tel que l'écart de coût de production δ , le paramètre de désutilité u_1 et les proportions f_2 , f_3 . Nous fixons la valeur de f_1 à 50% (cette proportion représente la grande partie des consommateurs car sa préférence est pour la semaine).

3.1.4.1. Effet de l'ouverture du dimanche sur les consommateurs f_1

Après avoir effectué des simulations (l'annexe 5) sur la valeur du surplus des consommateurs de la première catégorie pour tous les cas de figure nous pouvons avoir comme résultat

Proposition 2: la valeur du surplus des consommateurs pour la catégorie f_1 diminue en cas d'ouverture du marché le jour du dimanche.

La baisse de la valeur du surplus des consommateurs pour la première catégorie est dû essentiellement à l'augmentation des prix en cas d'ouverture du dimanche. D'aprés les données de simulation, nous pouvons constater les liens de causalité entre les proportions f_2, f_3 et les surplus $SCf_1(7, 6)$, $SCf_1(7, 7)$. Plus f_2 augmente $SCf_1(7, 6)$, et également plus f_3 augmente $SCf_1(7, 7)$. Inversement, si les valeurs des proportions diminuent les surplus baissent aussi. Nous pouvons voir par ailleurs que les paramètres δ et u_1 ont un impact négatif sur $SCf_1(7, 6)$, et $SCf_1(7, 7)$.



D'aprés le graphique, nous voyons que la valeur de $SCf_1(6,6)$ est le plus grand niveau d'utilité pour la première catégorie, alors que l'effet de l'ouverture le jour du dimanche fait baisser le surplus et laisse une ambiguité sur les valeurs de $SCf_1(7,6)$ et $SCf_1(7,7)$ suivant les valeurs des paramètres.

3.1.4.2. Effet de l'ouverture dominicale sur les consommateurs f_2

Pour mesurer l'effet de l'ouverture des magasins le jour du dimanche sur la deuxième catégorie de consommateurs, nous comparons le surplus des consommateurs dans le cas où les magasins n'ouvrent pas le dimanche à celui où ils ouvrent. Pour ce faire, nous procédons à des simulations numériques (l'annexe 6), d'après les résultats nous pourrons trouver **Proposition 3**: l'ouverture du dimanche augmente le surplus des consommateurs pour la catégorie f_2 . Ce surplus atteint son maximum en cas d'ouverture simultanée des deux firmes

Nous voyons, d'après les résultats de simulation que le surplus $SCf_2(6, 6)$ ne pourrait diminuer que si la valeur du paramètre u_1 augmente. Quand au surplus $SCf_2(7, 6)$, nous pouvons voir qu'il est fortement affecté par la valeur de la proportion f_2 . Le surplus grandit avec une augmentation du f_2 , il baisse dans le cas contraire. Par ailleurs, nous constatons que dans le cas $SCf_2(7,7)$ une augmentation de la proportion f_3 n'est pas suffisante pour pallier à un accroissement des paramètres δ et u_1 . Nous pouvons conclure que malgré l'augmentation du niveau du prix causée par l'ouverture du dimanche, la préférence de cette catégorie pour l'achat ce jour-là fait croitre son bien-être économique



Nous voyons une regression de la valeur du surplus $SCf_2(6,6)$ jusqu'au point où les con-

sommateurs n'ont plus d'incitation à acheter, chose causée essentiellement par l'augmentation des coûts de production. Avec une ouverture dominicale, le suplus peut varier suivant la variation des paramètres.

3.1.4.3. Effet de l'ouverture du dimanche sur les concommateurs f_3

En effectuant une comparaison des surplus des consommateurs entre $SCf_3(7,6)$ et $SCf_3(7,7)$ (l'annexe 7) afin de mesurer l'effet du dimanche sur cette catégorie des consommateurs, nous pouvons voir

Proposition 4: le surplus de catégorie f_3 en cas d'ouverture simultanée des deux firmes est supérieur à celui où une seule firme ouvre.

En fait, en cas d'ouverture d'une seule firme le dimanche, le prix d'équilibre atteint son maximum et la firme *i* capte la totalité de la demande de la catégorie f_3 , alors qu'en cas d'ouverture simultanée des deux firmes le prix baisse et le surplus des consommateurs augmentent aussi.



Nous constatons que le surplus $SCf_3(7,7)$ est nettement supérieur à $SCf_3(7,6)$, ce qui s'explique que l'ouverture des deux firmes donne plus de choix d'achat aux consommateurs de la troisième catégorie que dans le cas où une seule firme ouvre, ce qui permet de maximiser leur utilité.

3.1.5. L'effet de l'ouverture dominicale sur le bien-être social

Nous pouvons maintenant poser une question clé, à savoir quel est l'effet de l'ouverture dominicale sur le bien-être social ?. Afin de repondre à cette question nous suivons la méme démarche de comparaion (l'annexe 7), nous pouvons ainsi avoir le résultat suivant

Proposition 5: le bien-être social accroit dans le cas d'ouverture le jour du dimanche seulement lorsque les deux firmes ouvrent ce jour.

Bien qu'une ouverture dominicale fasse diminuer le surplus des consommateurs pour la catégorie f_1 , néamoins, cette ouverture fait augmenter le surplus des autres catégories des consommateurs ainsi que les profits des deux firmes.



Nous pouvons voir que le bien-être atteint son maximum dans la mesure où les deux firmes ouvrent simultanément. Dans le cas où une seule firme ouvre le dimanche, nous apercevons que la valeur du bien-être va s' effondrer au point qu'elle soit nettement inférieure à sa valeur au cas où aucune firme n'ouvre le dimanche.

3.1.6. Recherche de la nature d'équilibre pour ce jeu

Nous consacrons cette partie à étudier les stratégies adoptées par les firmes dans cette économie. Nous recherchons la nature d'équilibre qui caractérise le jeu entre des firmes ayant différentes stratégies (ouverture le jour du dimanche ou non) associées à leurs paiements comme montré dans la matrice de paiement suivante

iæ	oui	non
oui	$\pi_i(7,7) - \pi_j(7,7)$	$\pi_i(7,6) - \pi_j(7,6)$
non	$\pi_i(6,7) - \pi_j(6,7)$	$\pi_i(6,6) - \pi_j(6,6)$

Proposition 6: l'ouverture le jour du dimanche constitue une stratégie strictement dominante pour les deux firmes

D'aprés les simulations (voir tableau 5), nous pouvons voir que le profit d'une firme dans le cas de l'ouverture de deux firmes $\pi(7,7)$ domine strictement son profit dans tous les autres cas, puisqu'il assure le profit le plus élevé à la firme.

Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons traité l'éffet d'une ouverture dominicale sur le surplus des consommateurs ainsi que le bien-être global.

Pour approfondir ces recherches, nous avons classifié les consommateurs dans différentes catégories selon leurs préférences du jour d'achat. Nous avons démontré, que l'ouverture dominicale est nuisible pour les consommateurs n'ayant pas préférence d'achat pour ce jour-ci, car l'augmentation des charges occasionnée oar une telle ouverture fait augmenter le prix. En plus, nous avons constaté un lien de causalité entre les proportion

 f_2 et f_3 et les consommateurs de cette catégorie. Par ailleurs, les paramètres δ et u_1 ont un impact négatif sur le surplus de cette catégorie. Quand aux consommateurs qui ont une préférence pour le dimanche, cette catégorie voit son surplus augmenter. Cette augmentation atteint son maximum, lorsque les deux firmes ouvrent simultanément le jour du dimanche. En plus, nous constatons que l'augmentation des proportions f_2 et f_3 fait augmenter le surplus des consommateurs. Nous avons prouvé aussi à travers une simulation numérique, que le bien-être global augmente suite à une ouverture du dimanche. Finalement, nous avons montré que l'ouverture du dimanche constitue une stratégie dominante pour les deux firmes.

Annexes Chapitre 3 Annexe 1:Calcul du cas où aucune firme n'ouvre le dimanche (6,6)

La demande directe de la firme *i* est calculée depuis l'égalisation d'utilités du consommateur indifférent pour la première catégorie $a - p_i - \theta x = a - p_j - \theta(1 - x) \rightarrow 2\theta x = p_j - p_i + \theta \rightarrow x = \frac{1}{2}(\frac{p_j - p_i}{\theta} + 1)$, pour la deuxième catégorie l'égalisation d'utilités du consommateur indifférent nous donne $a - u_1 - p_i - \theta x = a - u_1 - p_j - \theta(1 - x) \rightarrow 2\theta x = p_j - p_i + \theta \rightarrow x = \frac{1}{2}(\frac{p_j - p_i}{\theta} + 1)$, donc les deux catégories ont une demande identique qu'on note $\dot{x} = \frac{1}{2}[\frac{p_j - p_i}{\theta} + 1]$.

$$\pi_i = (p_i - c_i)(f_1 + f_2)\dot{x}$$

$$\pi_j = (p_j - c_j)(f_1 + f_2)(1 - \dot{x})$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow (f_1 + f_2) [\frac{\mathbf{p}_j - 2\mathbf{p}_i}{2\theta} + \frac{1}{2} + \frac{c_i}{2\theta}] = 0$$
$$\frac{\partial \pi_J}{\partial p_J} = 0 \Leftrightarrow (f_1 + f_2) [\frac{1}{2} - \frac{2\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i}{2\theta} + \frac{c_j}{2\theta}] = 0$$

$$p_i = \frac{p_j + c_i + \theta}{2}$$
 , $p_j = \frac{p_i + c_j + \theta}{2}$

 $p_i = \theta + \frac{c_j + 2c_i}{3}, p_j = \theta + \frac{c_i + 2c_j}{3}.$ D'où la valeur de $\dot{x} = \frac{1}{2} [\frac{c_j - c_i}{3\theta} + 1].$

$$\begin{aligned} \pi_i &= \frac{(f_1+f_2)}{2} [\theta + \frac{c_j + 2c_i}{3} - c_i] [\frac{c_j - c_i}{3\theta} + 1] = \frac{\theta(f_1 + f_2)}{2} [\frac{c_j - c_i}{3\theta} + 1]^2 \\ \pi_j &= (f_1 + f_2) (\theta + \frac{c_i + 2c_j}{3} - c_j) [1 - \frac{1}{2} (\frac{c_j - c_i}{3\theta} + 1)] = (f_1 + f_2) (\theta + \frac{c_i - c_j}{3}) [1 - \frac{1}{2} + \frac{c_i - c_j}{6\theta}] = \frac{\theta(f_1 + f_2)}{2} [\frac{c_i - c_j}{3\theta} + 1]^2 \\ 1]^2 \end{aligned}$$

Nous calculons les surplus des consommateurs pour les deux catégories comme

$$SC_{f1} = \int_{0}^{\dot{x}} (a - p_{i} - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^{1} (a - p_{j} - \theta |1 - x|) dx = \left[ax - p_{i}x - \frac{\theta x^{2}}{2} \right]_{0}^{\dot{x}} + \left[ax - p_{j}x - \theta (\frac{2x - x^{2}}{2}) \right]_{\dot{x}}^{1}$$

$$= a\dot{x} - p_{i}\dot{x} - \frac{\theta \dot{x}}{2} + a - p_{j} - \frac{\theta}{2} - a\dot{x} + p_{j}\dot{x} + \theta (\frac{2\dot{x} - \dot{x}^{2}}{2})$$

$$= a - \frac{p_{i}}{2} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta} + 1) + \frac{P_{j}}{2} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta} - 1) - \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta} + 1) - \frac{\theta}{4} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta} + 1)^{2}$$

$$= a - \frac{p_{i}}{2} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta}) - \frac{p_{i}}{2} + \frac{P_{j}}{2} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta}) - \frac{P_{j}}{2} - \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta}) + \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{4} (\frac{p_{j} - p_{i}}{\theta} + 1)^{2}$$

$$= a + \frac{(p_j - p_i)^2}{2\theta} - \frac{(p_j - p_i)^2}{4\theta} - \frac{(p_j + p_i)}{2} - \frac{\theta}{4} = a + \frac{(p_j - p_i)^2}{4\theta} - \frac{(p_j + p_i)}{2} - \frac{\theta}{4}$$

En remplaçant $p_i \mathrm{et}~p_j$ par leurs valeurs, nous obtenons

$$SC_{f1} = a - \frac{5\theta}{4} + \frac{(c_j - c_i)^2 - 18\theta(c_j + c_i)}{36\theta}.$$

$$SC_{f2} = \int_0^{\dot{x}} (a - u_1 - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - u_1 - p_j - \theta |1 - x|) dx$$

$$= \left[ax - u_1 x - p_i x - \frac{\theta x^2}{2} \right]_0^{\dot{x}} + \left[ax - u_1 x - p_j x - \theta (\frac{2x - x^2}{2}) \right]_{\dot{x}}^1$$

$$= a\dot{x} - u_1 \dot{x} - p_i \dot{x} - \frac{\theta \dot{x}^2}{2} + a - u_1 - p_j - \frac{\theta}{2} - a\dot{x} + u_1 \dot{x} + p_j \dot{x} + \theta (\frac{2\dot{x} - \dot{x}^2}{2})$$

$$= a\dot{x} - p_i \dot{x} - \frac{\theta \dot{x}^2}{2} + a - p_j - \frac{\theta}{2} - a\dot{x} + p_j \dot{x} + \theta (\frac{2\dot{x} - \dot{x}^2}{2}) - u_1$$

$$= SC_{f1} - u_1$$

$$= a - u_1 - \frac{5\theta}{4} + \frac{(c_j - c_i)^2 - 18\theta(c_j + c_i)}{36\theta}.$$

Annexe 2: Calcul du cas où une seule firme ouvre le dimanche (7,6)

"Pour la première catégorie des consommateurs, la demande tirée de l'égalisation d'utilités du consommateurs indifférent $a - p_i - \theta x = a - p_j - \theta(1 - x) \rightarrow 2\theta x = p_j - p_i + \theta \rightarrow \dot{x} = \frac{1}{2}(\frac{p_j - p_i}{\theta} + 1)$, alors que pour la deuxième catégorie $a - p_i - \theta x = a - u_1 - p_j - \theta(1 - x) \rightarrow 2\theta x = p_j - p_i + u_1 + \theta \rightarrow x = \frac{1}{2}(\frac{p_j - p_i + u_1}{\theta} + 1)$, soit $\ddot{x} = \frac{1}{2}[\frac{p_j - p_i + u_1}{\theta} + 1]$, les profits sont

$$\pi_i = f_1(p_i - c_i)\dot{x} + (p_i - c'_i)(f_2\ddot{x} + f_3)$$

$$\pi_j = (p_j - c_j)[f_1(1 - \dot{x}) + f_2(1 - \ddot{x})]$$

$$\begin{split} \partial \pi_i / \partial p_i &= 0 \Leftrightarrow \left[\frac{f_1}{2} \left(p_i - c_i \right) \left(\frac{p_j - p_i}{\theta} + 1 \right) + \left(p_i - c_i' \right) \left(\frac{f_2}{2} \left(\frac{p_j - p_i + u_1}{\theta} + 1 \right) + f_3 \right) \right]' = 0 \\ \rightarrow \frac{f_1}{2} \left(\frac{p_j - 2p_i + c_i}{\theta} + 1 \right) + \frac{f_2}{2} \left(\frac{p_j - 2p_i + u_1 + c_i'}{\theta} + 1 \right) + f_3 = 0 \\ \rightarrow \frac{(f_1 + f_2)p_i}{\theta} &= \frac{(f_1 + f_2)p_j}{2\theta} + \frac{f_1}{2} + \frac{f_1c_i}{2\theta} + \frac{f_2u_1}{2\theta} + \frac{f_2}{2} + \frac{f_2c_i'}{2\theta} + f_3 \\ \rightarrow p_i &= \frac{p_j}{2} + \frac{\theta}{2} + \frac{c_i}{2} + \frac{f_2\delta_i}{2(f_1 + f_2)} + \frac{f_2u_1}{2(f_1 + f_2)} + \frac{\theta f_3}{2(f_1 + f_2)} \\ \partial \pi_j / \partial p_j &= 0 \Leftrightarrow \frac{f_1}{2} \left(1 - \frac{2p_j - p_i}{\theta} + \frac{c_j}{\theta} \right) + \frac{f_2}{2} \left(1 - \frac{2p_j - p_i + u_1}{\theta} + \frac{c_j}{\theta} \right) = 0 \\ \rightarrow \frac{(f_1 + f_2)p_j}{\theta} &= \frac{(f_1 + f_2)p_i}{2\theta} + \frac{f_1}{2} + \frac{(f_1 + f_2)c_j}{2\theta} - \frac{f_2u_1}{2\theta} + \frac{f_2}{2} \\ \rightarrow p_j &= \frac{p_i}{2} + \frac{\theta}{2} + \frac{c_j}{2} - \frac{f_2u_1}{2(f_1 + f_2)} \end{split}$$

En remplaçant l'expression de p_j en p_i et inversement

$$\begin{split} p_i &= \frac{\theta}{4} + \frac{p_i}{4} + \frac{c_j}{4} - \frac{f_2 u_1}{2(f_1 + f_2)} + \frac{\theta}{2} + \frac{c_j}{2} + \frac{f_2 \delta_i + f_2 u_1}{2(f_1 + f_2)} + \frac{\theta f_3}{(f_1 + f_2)} \\ p_i &= \theta + \frac{c_j}{3} + \frac{2c_i}{3} + \frac{f_2 u_1 + 2f_2 \delta_i}{3(f_1 + f_2)} + \frac{4\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} \\ p_j &= \frac{\theta}{2} + \frac{p_j}{4} + \frac{\theta}{4} + \frac{c_i}{4} + \frac{f_2 \delta_i + f_2 u_1}{4(f_1 + f_2)} + \frac{\theta f_3 - f_2 u_1}{2(f_1 + f_2)} + \frac{c_j}{2} \\ \frac{3p_j}{4} &= \frac{3\theta}{4} + \frac{c_i}{4} + \frac{f_2 \delta_i - f_2 u_1}{4(f_1 + f_2)} + \frac{2\theta f_3}{4(f_1 + f_2)} + \frac{2c_j}{4} \\ p_j &= \theta + \frac{c_i}{3} + \frac{f_2 \delta_i - f_2 u_1 + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} + \frac{2c_j}{3} \end{split}$$

D'où $p_i + p_j = 2\theta + c_i + c_j + \frac{f_2\delta_i + 2\theta f_3}{(f_1 + f_2)}$ $p_j - p_i = \frac{c_j - c_i}{3} - \frac{2f_2u_1 + f_2\delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}$

$$SC_{f1} = \int_0^{\dot{x}} (a - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - p_j - \theta |1 - x|) dx$$

Nous avons déja calculé cette expression qui est égale à $a+\frac{(p_j-p_i)^2}{4\theta}-\frac{(p_j+p_i)}{2}-\frac{\theta}{4}$, en remplaçant p_i et p_j par leurs valeurs, nous obtenons

$$SC_{f1} = a - \frac{1}{2} \left[2\theta + c_j + c_i + \frac{f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{(f_1 + f_2)} \right] + \frac{1}{4\theta} \left[c_j - c_i - \frac{2f_2 u_1 + f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} \right]^2 - \frac{\theta}{4}$$
$$SC_{f1} = a - \frac{5\theta}{4} - \frac{1}{2} \left[+c_j + c_i + \frac{f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{(f_1 + f_2)} \right] + \frac{1}{4\theta} \left[c_j - c_i - \frac{2f_2 u_1 + f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} \right]^2$$

$$SC_{f2} = \int_{0}^{\ddot{x}} (a - p_{i} - \theta_{x}) dx + \int_{\ddot{x}}^{1} (a - u_{1} - p_{j} - \theta | 1 - x|) dx$$

$$= \left[ax - p_{i}x - \frac{\theta x^{2}}{2} \right]_{0}^{\ddot{x}} + \left[ax - u_{1}x - p_{j}x - \theta (\frac{2x - x^{2}}{2}) \right]_{\ddot{x}}^{1}$$

$$= a\ddot{x} - p_{i}\ddot{x} - \frac{\theta \ddot{x}^{2}}{2} + a - u_{1} - p_{j} - \frac{\theta}{2} - a\ddot{x} + u_{1}\ddot{x} + p_{j}\ddot{x} + \theta (\frac{2\ddot{x} - \ddot{x}^{2}}{2})$$

$$= a + (p_{j} - p_{i})\ddot{x} + u_{1}(\ddot{x} - 1) - \frac{\theta}{2} - p_{j} + \theta \ddot{x} - \theta \ddot{x}^{2}$$

$$= a + (\frac{p_{j} - p_{i}}{2})(\frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{\theta} + 1) + \frac{u_{1}}{2}(\frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{\theta} - 1) - \frac{\theta}{2} - p_{j} + \frac{\theta}{2}(\frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{\theta} + 1) - \frac{\theta}{4}(\frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{\theta} + 1)^{2}$$

$$= a + (\frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{2})(\frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{\theta}) + \frac{p_{j} - p_{i}}{2} - \frac{u_{1}}{2} - \frac{\theta}{2} - p_{j} + \frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{2} + \frac{\theta}{2} - \frac{(p_{j} - p_{i} + u_{1})^{2}}{4\theta} - \frac{p_{j} - p_{i} + u_{1}}{2} - \frac{\theta}{4}$$

$$= a + \frac{(p_{j} - p_{i} + u_{1})^{2}}{2\theta} - \frac{p_{j} + p_{i} + u_{1}}{2} - \frac{\theta}{4}$$

En remplaçant p_i et p_j par leurs valeurs, nous obtenons alors la valeur du surplus comme

$$SC_{f2} = a - \frac{\theta}{4} - \frac{1}{2} [2\theta + u_1 + c_i + c_j + \frac{f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{(f_1 + f_2)}] + \frac{1}{4\theta} [\frac{c_j - c_i}{3} + u_1 - \frac{2f_2 u_1 + f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}]^2$$

= $a - \frac{5\theta}{4} - \frac{1}{2} [u_1 + c_i + c_j + \frac{f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{(f_1 + f_2)}] + \frac{1}{4\theta} [\frac{c_j - c_i}{3} + u_1 - \frac{2f_2 u_1 + f_2 \delta_i + 2\theta f_3}{3(f_1 + f_2)}]^2$

$$SC_{f3} = \int_0^1 (a - p_i - \theta x) dx = \left[ax - p_i x - \frac{\theta x^2}{2} \right]_0^1 = a - p_i - \frac{\theta}{2}$$
$$= a - \theta - \frac{f_2 u_1 + 2f_2 \delta_i + 4\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} - \frac{2c_i + c_j}{3} - \frac{\theta}{2}$$
$$= a - \frac{3\theta}{2} - \frac{f_2 u_1 + 2f_2 \delta_i + 4\theta f_3}{3(f_1 + f_2)} - \frac{2c_i + c_j}{3}$$

Annexe 3: Calcul du cas où les deux firmes ouvrent le dimanche (7,7)

$$\pi_i = f_1(p_i - c_i)\dot{x} + (p_i - c'_i)(f_2 + f_3)\dot{x}$$

$$\pi_j == f_1(p_j - c_j)(1 - \dot{x}) + (p_j - c'_j)(f_2 + f_3)(1 - \dot{x})$$

$$\begin{split} \partial \pi_i / \partial p_i &= 0 \Leftrightarrow f_1 \big(\frac{\mathbf{p}_j - 2\mathbf{p}_i + \mathbf{c}_i}{2\theta} + \frac{1}{2} \big) + \big(f_2 + f_3 \big) \big(\frac{\mathbf{p}_j - 2\mathbf{p}_i + \mathbf{c}_i'}{2\theta} + \frac{1}{2} \big) = 0 \\ \partial \pi_J / \partial p_J &= 0 \Leftrightarrow f_1 \big(\frac{1}{2} - \frac{2\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i - \mathbf{c}_j}{2\theta} \big) + \big(f_2 + f_3 \big) \big(\frac{1}{2} - \frac{2\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i - \mathbf{c}_j'}{2\theta} \big) = 0 \\ \frac{(f_1 + f_2 + f_3)p_i}{\theta} &= \frac{(f_1 + f_2 + f_3)p_j}{2\theta} + \frac{f_1 \mathbf{c}_i}{2\theta} + \frac{(f_2 + f_3)\mathbf{c}_i'}{2\theta} + \frac{f_1 + f_2 + f_3}{2} \\ \frac{(f_1 + f_2 + f_3)p_j}{\theta} &= \frac{(f_1 + f_2 + f_3)p_i}{2\theta} + \frac{f_1 \mathbf{c}_j}{2\theta} + \frac{(f_2 + f_3)\mathbf{c}_i'}{2\theta} + \frac{f_1 + f_2 + f_3}{2} \\ p_i &= \frac{p_j}{2} + \frac{c_i}{2} + \frac{(f_2 + f_3)\delta_i}{2(f_1 + f_2 + f_3)} + \frac{\theta}{2} \\ p_j &= \frac{p_i}{2} + \frac{c_j}{2} + \frac{(f_2 + f_3)\delta_j}{2(f_1 + f_2 + f_3)} + \frac{\theta}{4} + \frac{c_i}{2} + \frac{(f_2 + f_3)\delta_i}{2(f_1 + f_2 + f_3)} + \frac{\theta}{2} \\ \frac{3p_i}{4} &= \frac{c_j}{4} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j + 2\delta_i)}{4(f_1 + f_2 + f_3)} + \frac{3\theta}{4} + \frac{2c_i}{4} \\ p_i &= \frac{2c_i + c_j}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j + 2\delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)} + \theta \end{split}$$

En remplaçant l'expression de p_i en p_j , nous obtenons à l'équilibre

$$p_j = \frac{2c_j + c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_i + 2\delta_j)}{3(f_1 + f_2 + f_3)} + \theta$$

$$\begin{aligned} \pi_i &= f_1(p_i - c_i)\dot{x} + (p_i - c_i')(f_2 + f_3)\dot{x} \\ &= [f_1(p_i - c_i) + (p_i - c_i')(f_2 + f_3)]\dot{x} \\ &= [(f_1 + f_2 + f_3)p_i - (f_1 + f_2 + f_3)c_i - (f_2 + f_3)\delta_i]\dot{x} \\ &= (f_1 + f_2 + f_3)[p_i - c_i - \frac{3(f_2 + f_3)\delta_i}{3(f_1 + f_2 + f_3)}]\dot{x} \\ &= (f_1 + f_2 + f_3)[\theta + \frac{c_j - c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j - \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)}]\dot{x} \\ \text{Or, on s'est que } \dot{x} = \frac{1}{2}(\frac{p_j - p_i}{\theta} + 1) = \frac{1}{2\theta}[\frac{c_j - c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j - \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)}] + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2\theta}[\frac{c_j - c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j - \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)} + \theta] \end{aligned}$$

D'ou
$$\pi_i = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{2\theta} \left[\theta + \frac{c_j - c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j - \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)}\right]^2$$

Idem pour la firme j, on trouve son profit en remplaçant p_j par sa valeur, nous obtenons

$$\pi_j = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{2\theta} \left[\theta + \frac{c_i - c_j}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_i - \delta_j)}{3(f_1 + f_2 + f_3)}\right]^2$$

Les surplus des consommateurs sont exprimés comme

$$SC_{f1} = SC_{f2} = SC_{f3} = \int_0^{\dot{x}} (a - p_i - \theta x) dx + \int_{\dot{x}}^1 (a - p_j - \theta |1 - x|) dx$$
$$= \left[ax - p_i x - \frac{\theta x^2}{2} \right]_0^{\dot{x}} + \left[ax - p_j x - \theta (\frac{2x - x^2}{2}) \right]_{\dot{x}}^1$$

Cette expression déja calculée est égale à $a + \frac{(p_j - p_i)^2}{4\theta} - \frac{(p_j + p_i)}{2} - \frac{\theta}{4}$, en remplaçant p_i et p_j par leurs valeurs, nous obtenons

$$SC_{f1} = SC_{f2} = SC_{f3} = a - \frac{\theta}{4} - \frac{1}{2} \left[2\theta + c_i + c_j + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_i + \delta_j)}{(f_1 + f_2 + f_3)} \right] + \frac{1}{4\theta} \left[\frac{c_j - c_i}{3} + \frac{(f_2 + f_3)(\delta_j - \delta_i)}{3(f_1 + f_2 + f_3)} \right]^2$$

Annexe 4:

Le tableau décrit la varition du prix selon les choix stratégiques prises par les firmes dans les différents cas de figure.

Tableau 1 : variation des prix dans les différents cas

а	С	θ	δ		u	f2	f3	p(6,6)	pi(7,6)	pj (7,6)	p (7,7)
	1	0,3	0,2	0,01	0,01	0,1	0,4	0,06	0,679444	0,588889	0,305
	1	0,3	0,2	0,03	0,02	0,12	0,38	0,062	0,668602	0,582366	0,315
	1	0,3	0,2	0,035	0,025	0,14	0,36	0,064	0,656927	0,575729	0,3175
	1	0,3	0,2	0,042	0,031	0,16	0,34	0,066	0,646667	0,569576	0,321
	1	0,3	0,2	0,049	0,036	0,17	0,33	0,067	0,642677	0,566771	0,3245
	1	0,3	0,2	0,055	0,039	0,19	0,31	0,069	0,633483	0,561372	0,3275
	1	0,3	0,2	0,06	0,04	0,22	0,28	0,072	0,62	0,553889	0,33
	1	0,3	0,2	0,069	0,044	0,24	0,26	0,074	0,613369	0,54955	0,3345
	1	0,3	0,2	0,07	0,049	0,26	0,24	0,076	0,605763	0,5445	0,335
	1	0,3	0,2	0,08	0,054	0,27	0,23	0,077	0,604667	0,542866	0,34
	1	0,3	0,2	0,095	0,06	0,29	0,21	0,079	0,601477	0,539726	0,3475
	1	0,3	0,2	0,11	0,065	0,31	0,19	0,081	0,598909	0,537016	0,355
	1	0,3	0,2	0,13	0,07	0,334	0,166	0,0834	0,59713	0,534548	0,365
	1	0,3	0,2	0,14	0,09	0,35	0,15	0,085	0,597843	0,530392	0,37
	1	0,3	0,2	0,14	0,11	0,358	0,142	0,0858	0,598376	0,526239	0,37
	1	0,3	0,2	0,14	0,13	0,375	0,125	0,0875	0,596667	0,520476	0,37
	1	0,3	0,2	0,14	0,145	0,385	0,115	0,0885	0,596281	0,516601	0,37

Annexe 5:

présente la fluctuation du niveau du surplus pour la première catégorie des consomma-

teurs dans les différents cas de figure. Tableau 2 : variation du surplus des consommateurs pour la première catégorie

a	с	θ	δ	Uı	f1	f2	f3	SCf1(6,6)	SCf1(7,6)	SCf1(7,7)
1	0,3	0,2	0,01	0,1	0,5	0,1	0,4	0,45	0,3163389	0,445
1	0,3	0,2	0,03	0,1	0,5	0,12	0,38	0,45	0,32498231	0,435
1	0,3	0,2	0,035	0,1	0,5	0,14	0,36	0,45	0,33409632	0,4325
1	0,3	0,2	0,042	0,1	0,5	0,16	0,34	0,45	0,34226812	0,429
1	0,3	0,2	0,049	0,1	0,5	0,17	0,33	0,45	0,34565224	0,4255
1	0,3	0,2	0,055	0,1	0,5	0,19	0,31	0,45	0,35291948	0,4225
1	0,3	0,2	0,06	0,1	0,5	0,22	0,28	0,45	0,36336236	0,42
1	0,3	0,2	0,069	0,1	0,5	0,24	0,26	0,45	0,36882879	0,4155
1	0,3	0,2	0,07	0,1	0,5	0,26	0,24	0,45	0,3751341	0,415
1	0,3	0,2	0,08	0,1	0,5	0,27	0,23	0,45	0,37649697	0,41
1	0,3	0,2	0,095	0,1	0,5	0,29	0,21	0,45	0,37965463	0,4025
1	0,3	0,2	0,11	0,1	0,5	0,31	0,19	0,45	0,38228783	0,395
1	0,3	0,2	0,13	0,1	0,5	0,334	0,166	0,45	0,38440983	0,385
1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,35	0,15	0,45	0,38612873	0,38
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,045	0,455	0,45	0,2777055	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,037	0,462	0,45	0,27363573	0,37515
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,015	0,485	0,45	0,26034845	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,5	0,2	0,15	0,5	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,45	0,25725709	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0.01	0.49	0.45	0.25725709	0.375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0.01	0.49	0.45	0 25725709	0.375
1	0.3	0.2	0.15	0.5	0,5	0.01	0.49	0.45	0.2572922	0.375
1	0.3	0.2	0.15	0.5	0.5	0.01	0,49	0.45	0.2572922	0.375
1	0.3	0.2	0,15	0.5	0.5	0,05	0,45	0,45	0,28058138	0,375
1	0.3	0.2	0,15	0.5	0.5	0,06	0,44	0,45	0,2858848	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,07	0,43	0,45	0,29100247	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,08	0,42	0,45	0,29594398	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,09	0,41	0,45	0,30071828	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,1	0,4	0,45	0,30533372	0,375
1	0.3	0.2	0.15	0.5	0.5	0.12	0.38	0.45	0 31411868	0.375

$3. \ Ouverture \ du \ dimanche \ et \ surplus \ des \ consommateurs$

1	03	0.2	0.14	01	0.5	0 358	0 142	0.45	0 38793281	0.38
1	0,3	0.2	0.14	01	0,5	0,335	0.125	0.45	0 39165719	0.38
- 1	0.2	0.2	0.14	01	0.5	0.395	0.115	0.45	0 29279129	0.29
1	0,5	0,2	0.14	0,1	0,5	0,303	0,113	0.45	0 39626783	0,50
-	0,5	0,2	0.14	0,1	0,5	0,337	0,105	0.45	0 20000772	0,30
1	0,5	0,2	0,14	0,1	0,5	0.42	0,05	0,45	0,00077557	0,30
1	0,5	0,2	0,14	0,1	0,5	0.44	0,07	0,45	0,40277337	0,30
1	0,5	0.2	0.14	0,1	0,5	0.455	0.045	0.45	0 40740591	0.30
1	0,3	0.2	0.14	01	0,5	0.462	0.037	0.45	0 40886758	0 38014
1	0,5	0,2	0.14	0,1	0,5	0,402	0.015	0.45	0.41265455	0,00014
1	0,5	0.2	0.14	0,1	0,5	0.49	0.01	0.45	0 41349831	0.38
1	0.3	0.2	0.14	0,1	0,5	0.4	0,01	0.45	0.39687912	0.38
1	03	0.2	014	01	0.5	0.38	0.12	0.45	0 39272526	0.38
1	0.3	0.2	0.14	01	0.5	0.36	0.14	0.45	0 3883786	0.38
1	0,5	0.2	0.14	01	0,5	0.34	0.16	0.45	0 3838254	0.38
1	0.3	0.2	0.14	01	0.5	0.33	0.17	0.45	0 38146669	0.38
- 1	0.3	0.2	0.14	01	0.5	0.31	0.19	0.45	0 37657493	0.38
1	0.3	0.2	0.14	0,1	0.5	0.28	0.22	0.45	0.36876801	0.38
1	0.3	0.2	0.14	0.1	0.5	0.26	0.24	0.45	0.36322179	0.38
1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,24	0,26	0,45	0,35737651	0,38
1	0.3	0.2	0.14	0.1	0.5	0.23	0.27	0.45	0.35433405	0.38
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,21	0,29	0,45	0,34695114	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,19	0,31	0,45	0,3403215	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,166	0,334	0,45	0,33184037	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,15	0,35	0,45	0,32583835	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,142	0,358	0,45	0,32272515	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,125	0,375	0,45	0,315845	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,115	0,385	0,45	0,31162018	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,103	0,397	0,45	0,30636543	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,09	0,41	0,45	0,30043158	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,07	0,43	0,45	0,29077409	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,06	0,44	0,45	0,28568667	0,375

Annexe 6:

Le tableau mesure la variation du surplus pour la deuxième catégorie. Tableau 3 : variation du surplus des consommateurs pour la deuxième catégorie



	1	0,3	0,2	0,03	0,1	0,5	0,12	0,38	0,35	0,32451672	0,435
	1	0,3	0,2	0,035	0,1	0,5	0,14	0,36	0,35	0,33367497	0,4325
	1	0,3	0,2	0,042	0,1	0,5	0,16	0,34	0,35	0,3418857	0,429
	1	0,3	0,2	0,049	0,1	0,5	0,17	0,33	0,35	0,34528492	0,4255
	1	0.3	0.2	0.055	0.1	0.5	0.19	0.31	0.35	0.35258639	0.4225
	1	03	0.2	0.06	01	0.5	0.22	0.28	0.35	0 36307903	0.42
	1	0,3	0.2	0.069	0,1	0,5	0.24	0.26	0.35	0 36856951	0.4155
	-	0,5	0,2	0,005	0,1	0,5	0,24	0,20	0,55	0,30030531	0,4155
	1	0,3	0,2	0,07	0,1	0,5	0,26	0,24	0,35	0,37490516	0,415
	1	0,3	0,2	0,08	0,1	0,5	0,27	0,23	0,35	0,37627143	0,41
	1	0,3	0,2	0,095	0,1	0,5	0,29	0,21	0,35	0,37943923	0,4025
	1	0,3	0,2	0,11	0,1	0,5	0,31	0,19	0,35	0,3820796	0,395
	1	0,3	0,2	0,13	0,1	0,5	0,334	0,166	0,35	0,38420391	0,385
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,35	0,15	0,35	0,38592677	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,358	0,142	0,35	0,38773926	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,375	0,125	0,35	0,391481	0,38
	1	0.3	0.2	0.14	0.1	0.5	0.385	0.115	0.35	0.393615	0.38
	1	0.3	0.2	0.14	01	0.5	0 397	0 103	0.35	0 39611313	0.38
	1	0,5	0.2	0.14	0,1	0,5	0.41	0.09	0.25	0 29974522	0,30
	1	0,5	0,2	0,14	0,1	0,5	0,42	0,05	0,55	0,00074020	0,50
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,43	0,07	0,35	0,40265119	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,44	0,06	0,35	0,40454197	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,455	0,045	0,35	0,40730402	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,462	0,037	0,35	0,40877201	0,38014
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,485	0,015	0,35	0,41257621	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,49	0,01	0,35	0,4134239	0,38
_	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,4	0,1	0,35	0,39672727	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,38	0,12	0,35	0,39255405	0,38
	1	03	0.2	0.14	01	0.5	0.36	0.14	0.35	0 38818713	0.38
	1	0.3	0.2	0.14	01	0.5	0.34	0.16	0.35	0 3836127	0.38
	1	0,5	0,2	0.14	0,1	0,5	0.22	0,10	0,55	0,20124200	0,50
	1	0,5	0,2	0,14	0,1	0,5	0,55	0,17	0,55	0,38124233	0,50
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,31	0,19	0,35	0,37632843	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,28	0,22	0,35	0,3684851	0,38
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,26	0,24	0,35	0,36291302	0,38
					22222	576-00		2000000			
	1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,24	0,26	0,35	0,35704047	0,38
2	1	0,3 0,3	0,2 0,2	0,14 0,14	0,1 0,1	0,5 0,5	0,24 0,23	0,26 0,27	0,35 0,35	0,35704047 0,35398382	0,38 0,38
	1 1 1	0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15	0,1 0,1 0,3	0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21	0,26 0,27 0,29	0,35 0,35 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902	0,38 0,38 0,375
	1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19	0,26 0,27 0,29 0,31	0,35 0,35 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919	0,38 0,38 0,375 0,375
	1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,33246499	0,38 0,38 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0.15	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,35	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,33246499 0,32645373	0,38 0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,355	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,3246499 0,32645373 0,3233574	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,355 0,358	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,3246499 0,32645373 0,3233574	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,355 0,358 0,375	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,32246499 0,32645373 0,32333574 0,316445	0,38 0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,355 0,358 0,375 0,385	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,3246499 0,32645373 0,3233574 0,316445 0,31221367	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103	0,26 0,27 0,31 0,334 0,35 0,358 0,375 0,385 0,397	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,3246499 0,32645373 0,3233574 0,316445 0,31221367 0,30695084	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,358 0,355 0,355 0,355 0,385 0,397 0,41	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,32246499 0,32645373 0,3233574 0,316445 0,31221367 0,30695084 0,30100786	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07	0,26 0,27 0,31 0,334 0,358 0,358 0,375 0,385 0,397 0,385 0,397 0,41	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,3246499 0,32645373 0,3233574 0,316445 0,31221367 0,30695084 0,30100786 0,29133549	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06	0,26 0,27 0,31 0,334 0,355 0,355 0,355 0,385 0,385 0,385 0,397 0,41 0,43 0,44	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34095919 0,3246499 0,32645373 0,3233574 0,316445 0,316245 0,316455 0,30695084 0,20100786 0,20133549 0,28624024	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06 0,045	0,26 0,27 0,31 0,334 0,355 0,358 0,375 0,388 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,44	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,3246499 0,32246499 0,32245373 0,316445 0,31221367 0,30695084 0,30100786 0,29133549 0,28624024 0,26824024	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06 0,045 0,045	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,35 0,355 0,355 0,355 0,355 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,445 0,455 0,462	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,32465919 0,3246499 0,32245373 0,31245373 0,31221367 0,3102786 0,30695084 0,30100786 0,2913549 0,2824708	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,15 0,15 0,125 0,115 0,103 0,009 0,07 0,06 0,045 0,037	0,26 0,27 0,29 0,31 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,44 0,455 0,462 0,462	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,343759902 0,3246459 0,3246459 0,3243574 0,3243574 0,3243574 0,3243574 0,316455 0,316455 0,30100786 0,29133549 0,29133549 0,29133549 0,29133549 0,29133549	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,3755 0,3751 0,3751
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015	0,26 0,27 0,29 0,31 0,334 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,41 0,43 0,444 0,455 0,462 0,485	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34055919 0,34055919 0,322645373 0,322645373 0,3126145 0,3126145 0,3126145 0,3126145 0,3121357 0,30695084 0,32103549 0,2624024 0,27824678 0,27417763 0,26576650	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,103 0,015 0,006 0,045 0,037 0,015 0,01	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,385 0,385 0,385 0,387 0,41 0,445 0,445 0,4462 0,485 0,499	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34095990 0,324645919 0,32645373 0,32333574 0,31221357 0,31221357 0,30695084 0,30100786 0,2684502 0,27824678 0,27824678 0,27824678 0,2576689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,15 0,115 0,103 0,013 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015 0,011	0,26 0,27 0,29 0,311 0,334 0,355 0,355 0,355 0,355 0,357 0,411 0,431 0,444 0,455 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,343959102 0,343059192 0,3246499 0,32645373 0,31241367 0,31241367 0,316457 0,30100786 0,29133549 0,29133549 0,291345478 0,291345478 0,291345478 0,291345478 0,291354678 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,13 0,009 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,311 0,334 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,357 0,41 0,43 0,444 0,443 0,444 0,445 0,445 0,445 0,449 0,499 0,49	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,340591902 0,3405919 0,3264537 0,3264537 0,326455 0,312645 0,3121367 0,30059504 0,2133549 0,28624024 0,27824678 0,27824678 0,27824678 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,113 0,019 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,375 0,385 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,442 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35388382 0,34759102 0,340591902 0,3264597 0,3246459 0,3246459 0,3223574 0,3102785 0,26086304 0,29133549 0,26086301 0,27417763 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,13 0,03 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,311 0,334 0,355 0,355 0,355 0,357 0,411 0,433 0,441 0,455 0,462 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,449 0,449	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,343959102 0,343059192 0,3246499 0,32645373 0,3124367 0,3124367 0,31241367 0,30100786 0,29133549 0,29133549 0,291345478 0,291345478 0,291345478 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,397 0,41 0,43 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49 0,49	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,3539832 0,34759902 0,340591902 0,3405919 0,3264537 0,3264537 0,326455 0,31221367 0,30100786 0,29162402 0,29824702 0,27824678 0,27824678 0,27824678 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,113 0,019 0,07 0,06 0,045 0,045 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,355 0,355 0,385 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,442 0,445 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49 0,49 0,49	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34795902 0,34059190 0,3246499 0,32645373 0,312434 0,31221367 0,3104786 0,29133549 0,26086301 0,27874689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,115 0,103 0,019 0,07 0,006 0,045 0,037 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,311 0,334 0,355 0,355 0,355 0,357 0,435 0,441 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34395912 0,343059192 0,3246499 0,3246499 0,3246497 0,31241367 0,31241367 0,31241367 0,30100786 0,2513659 0,25176689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,07 0,07 0,06 0,045 0,037 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,355 0,365 0,431 0,443 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,499 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,3538382 0,34759902 0,340591902 0,3405919 0,3264537 0,3264537 0,326455 0,31221367 0,30100786 0,29162402 0,29242768 0,27824678 0,27824678 0,27824678 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06 0,045 0,045 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,375 0,385 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,44 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,4	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34795902 0,34055912 0,3246459 0,3246459 0,3233574 0,310278 0,2313574 0,26086304 0,29133549 0,26086301 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,19 0,166 0,15 0,115 0,115 0,103 0,019 0,07 0,06 0,045 0,015 0,011 0,012 0,012 0,012 0,015 0,011 0,00100000000	0,26 0,27 0,29 0,311 0,334 0,355 0,355 0,355 0,357 0,411 0,43 0,442 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,4	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34395912 0,343059192 0,3246499 0,32645373 0,3124357 0,3124357 0,31241367 0,30100786 0,2513659 0,25176689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,115 0,103 0,015 0,015 0,015 0,045 0,045 0,045 0,041 0,012 0,0150000000000	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,365 0,375 0,385 0,375 0,385 0,375 0,485 0,449 0,449 0,449 0,499 0,49 0,49 0,49	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,3538382 0,34759920 0,34055912 0,3405513 0,3264537 0,3264537 0,326455 0,312645 0,312676 0,213157 0,260504 0,27814763 0,27814763 0,27814763 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06 0,045 0,045 0,045 0,015 0,011 0,015 0,011 0,001 0,01100000000	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,365 0,375 0,385 0,375 0,385 0,397 0,41 0,43 0,442 0,445 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,4	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34795902 0,34055912 0,3246459 0,3246459 0,3246457 0,31021367 0,310278 0,23133574 0,26086301 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,113 0,037 0,06 0,045 0,001 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,311 0,334 0,355 0,355 0,357 0,385 0,397 0,411 0,433 0,444 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449 0,449	0,35 0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34395912 0,343059192 0,3246499 0,32645373 0,3124357 0,31241367 0,316475 0,31000786 0,2513650 0,25176689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,115 0,103 0,015 0,015 0,015 0,015 0,015 0,015 0,015 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,375 0,385 0,375 0,385 0,375 0,385 0,49 0,43 0,445 0,445 0,445 0,445 0,449 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,4	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759902 0,34055912 0,3426459 0,3264537 0,3264537 0,326455 0,312645 0,312645 0,312676 0,29133549 0,26276689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375
		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,14 0,14 0,15 0	0,1 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,24 0,23 0,21 0,19 0,166 0,15 0,142 0,125 0,115 0,103 0,09 0,07 0,06 0,045 0,045 0,045 0,045 0,015 0,010 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,26 0,27 0,29 0,31 0,35 0,355 0,355 0,355 0,385 0,375 0,385 0,385 0,385 0,481 0,442 0,442 0,445 0,442 0,449 0,499 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,	0,35 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,1	0,35704047 0,35398382 0,34759102 0,340591902 0,3246459 0,3246459 0,3246459 0,3233574 0,310278 0,2010786 0,29133549 0,26086301 0,29133549 0,26086301 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689 0,25776689	0,38 0,375

$3. \ Ouverture \ du \ dimanche \ et \ surplus \ des \ consommateurs$

1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,15	0,25776689	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,15	0,25776689	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,15	0,25776689	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,01	0,49	-0,05	0,26301115	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,01	0,49	-0,05	0,26301115	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,05	0,45	-0,05	0,28588441	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,06	0,44	-0,05	0,29109313	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,07	0,43	-0,05	0,29611943	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,08	0,42	-0,05	0,30097272	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,09	0,41	-0,05	0,30566179	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,1	0,4	-0,05	0,31019483	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,12	0,38	-0,05	0,31882299	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,13	0,37	-0,05	0,32293198	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,14	0,36	-0,05	0,32691277	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,15	0,35	-0,05	0,33077129	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,16	0,34	-0,05	0,33451306	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,17	0,33	-0,05	0,33814332	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,18	0,32	-0,05	0,34166697	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,19	0,31	-0,05	0,34508864	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,2	0,3	-0,05	0,3484127	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,22	0,28	-0,05	0,35478422	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,23	0,27	-0,05	0,35783925	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,24	0,26	-0,05	0,36081183	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,25	0,25	-0,05	0,36370525	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,26	0,24	-0,05	0,36652263	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,28	0,22	-0,05	0,37194097	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,29	0,21	-0,05	0,3745474	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,3	0,2	-0,05	0,37708876	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,32	0,18	-0,05	0,38198576	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,33	0,17	-0,05	0,38434587	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,34	0,16	-0,05	0,38664986	0,375
1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,35	0,15	-0,05	0,3888997	0,375

Annexe 7:

La variation du surplus pour la toisième catégorie est présentée dans ce tableau. Tableau 4 : variation des surplus pour la troisième catégorie

a	c	0	δ	Ui	f1	f2	13	SCf3(7,6)	SCf3(7,7)
1	0,3	0,2	0,01	0,1	0,5	0,1	0,4	0,30444444	0,445
1	0,3	0,2	0,03	0,1	0,5	0,12	0,38	0,30795699	0,435
1	0,3	0,2	0,035	0,1	0,5	0,14	0,36	0,31260417	0,4325
1	0,3	0,2	0,042	0,1	0,5	0,16	0,34	0,31644444	0,429
1	0,3	0,2	0,049	0,1	0,5	0,17	0,33	0,31758209	0,4255
1	0,3	0,2	0,055	0,1	0,5	0,19	0,31	0,32082126	0,4225
1	0,3	0,2	0,06	0,1	0,5	0,22	0,28	0,32574074	0,42
1	0,3	0,2	0,069	0,1	0,5	0,24	0,26	0,32742342	0,4155
1	0,3	0,2	0,07	0,1	0,5	0,26	0,24	0,33052632	0,415
1	0,3	0,2	0,08	0,1	0,5	0,27	0,23	0,32978355	0,41
1	0,3	0,2	0,095	0,1	0,5	0,29	0,21	0,32907173	0,4025
1	0,3	0,2	0,11	0,1	0,5	0,31	0,19	0,32790123	0,395
1	0,3	0,2	0,13	0,1	0,5	0,334	0,166	0,32540368	0,385
1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,35	0,15	0,32431373	0,38
1	0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,358	0,142	0,32508159	0,38

		1	03	0.2	0.14	1 01	0	5 03	75 0.12	5 0 32666667	0.38
h		1	0.3	0.2	0.14	1 01	0	5 0.3	25 0.11	5 0 32757062	0.38
H		-	0,5	0,2	0,14	• 0,1		5 0,50	55 0,11	5 0,52757062	0,56
H		1	0,3	0,2	0,14	+ 0,1	. 0,	5 0,3	97 0,10	3 0,32862876	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	. 0,	5 0,4	41 0,0	9 0,32974359	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	4 0,1	0,	5 0,4	43 0,0	7 0,33139785	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	0,	5 0,4	44 0,0	6 0,33219858	0,38
		1	0.3	0,2	0,14	1 0,1	0.	5 0.4	55 0.04	5 0.33336824	0.38
h		1	0.3	0.2	0.14	1 01	0	5 0.4	2 0.03	7 0 33404019	0 39014
H	-	-	0,0	0,2	0,1	0,1		5 0,4	0,03	0,33500000	0,00014
H		-	0,5	0,2	0,14	+ 0,1	. 0,	5 0,4	55 0,01	5 0,55560068	0,58
L		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	0,	5 0,	49 0,0	1 0,3359596	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	0,	5 0	,4 0,	1 0,32888889	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	0,	5 0,3	38 0,1	2 0,32712121	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	0,1	0.	5 0,3	36 0,1	4 0.32527132	0.38
		1	0.3	0.2	0.14	1 01	0	5 0	24 01	6 0 32333333	0.38
H		-	0,5	0,2	0,1	0,1		- 0	0,1	7 0 222222022	0,50
H		-	0,5	0,2	0,14	+ 0,1	. 0,	5 U,	55 0,1	10,52252552	0,56
H		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	. 0,	5 0,	31 0,1	9 0,32024691	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	0,	5 0,	28 0,2	2 0,31692308	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	1 0,1	0,	5 0,	26 0,2	4 0,3145614	0,38
		1	0,3	0,2	0,14	0,1	0.	5 0.3	24 0,2	6 0,31207207	0,38
h		1	03	0.2	014	1 01	0	5 0	23 0.2	7 0 31077626	0.38
H		-	0.7	0,2	0.15			- 0		0.000000000	0.775
Н		-	0,5	0,2	0,15	0,3	0,	5 U,	21 0,2	9 0,20030490	0,575
H		1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,	5 0,	19 0,3	1 0,28502415	0,375
		1	0,3	0,2	0,15	5 0,3	0,	5 0,10	66 0,33	4 0,28328328	0,375
		1	0,3	0,2	0,15	5 0,3	0,	5 0,:	15 0,3	5 0,28205128	0,375
		1	0.3	0.2	0.19	0.3	0	5 0.14	42 0.35	8 0.28141225	0.375
h		1	0.3	0.2	0.15	0.3	0	5 0.1	0.37	5 0.28	0.375
H		-	0,5	0,2	0,1			5 0,1	0,57	5 0,20	0,575
Н		1	0,3	0,2	0,15	0,3	0,	5 0,1	15 0,38	5 0,2/9132/9	0,375
H	() () () () () () () () () ()	1	0,3	0,2	0,15	5 0,3	0,	5 0,10	03 0,39	7 0,27805417	0,375
		1	0,3	0,2	0,15	5 0,3	0,	5 0,0	09 0,4	1 0,27683616	0,375
		1	0,3	0,2	0,15	5 0,3	0,	5 0,0	07 0,4	3 0,2748538	0,375
		1	0,3	0,2	0,15	5 0,3	0,	5 0,0	06 0,4	4 0,27380952	0,375
	() () () () () () () () () ()	1	0.3	0.2	0.15	03	0	5 0.0	15 0.45	5 0 27217125	0 375
-		-1	-,-					,-		,	-,
	1		0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,037	0,462	0,27150838	0,37515
	1		0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,037	0,462	0,27150838 0,26860841	0,37515 0,375
	1		0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0.01	0,462 0,485 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386	0,37515 0,375 0,375
	1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0.01	0,462 0,485 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0.26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01	0,462 0,485 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,495 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26860841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26890841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26500841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,010 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011 0,011	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650941 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26500841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26600841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650934 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,22650841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26800841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650931 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375
	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,22650841 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386 0,26797386	0,37515 0,375
			0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650931 0,26597386 0,26797386	0,37515 0,375
			0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,26500841 0,26797386	0,37515 0,375
			0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650941 0,26597386 0,26797386 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,2666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,266667 0,266667 0,2666667 0,266667 0,266667 0,266667 0,266667 0,2667 0,2	0,37515 0,375
			0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650931 0,26797386 0,26666667	0,37515 0,375
			0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,22650841 0,26797386 0,26696667 0,26666667	0,37515 0,375
			0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,011 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650931 0,26597386 0,26797386 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,26666667 0,2666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,2666667 0,26	0,37515 0,375
			0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650931 0,26797386 0,26666667 0,26666667 0,26666667	0,37515 0,375
			0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650941 0,26597386 0,26797386 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667	0,37515 0,375
			0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,011 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,2650941 0,26597386 0,26797386 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667	0,37515 0,375
			0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,037 0,015 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,0	0,462 0,485 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,27150838 0,22560841 0,26797386 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667 0,26666667	0,37515 0,375

1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.15 0.35 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.16 0.34 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.17 0.33 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.18 0.32 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.19 0.31 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.22 0.28 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.22 0.28 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5<										
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,6 0,44 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,17 0,33 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,18 0,32 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,19 0,31 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,25 0,2 0,3 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,23 0,27 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,23 0,27 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,24 0,2666667 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,28 0,22 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,28 0,21 0,2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,15	0,35	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,7 0,3 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,18 0,32 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,19 0,10 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,2 0,3 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,22 0,28 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,24 0,2666667 0,26 0,25 0,25 0,25 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,24 0,2666667 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,3 0,2 0,2666667 0,	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,16	0,34	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,18 0,32 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,15 0,19 0,31 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,19 0,31 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,22 0,28 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,24 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,24 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,25 0,26 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,29 0,21 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,29 0,21 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,3 0,2 0,2666667 1 0,3<	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,17	0,33	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.6 0.19 0.31 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.2 0.3 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.22 0.28 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.22 0.28 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.25 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.26 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.3 0.20 0.2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,18	0,32	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.2 0.3 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.23 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.23 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.25 0.26 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.21 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1<	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,19	0,31	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.22 0.28 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.26 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.29 0.21 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.31 0.2 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.34 0.16 0.2666667 1 </td <td>1</td> <td>0,3</td> <td>0,2</td> <td>0,15</td> <td>0,5</td> <td>0,5</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,26666667</td> <td>0,375</td>	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,2	0,3	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.23 0.27 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.24 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.2666667 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.3 0.2 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.35	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,22	0,28	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.26 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.26 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.3 0.2 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.2 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.35 0.34 0.16 0.2666667 1 0.3 <td>1</td> <td>0,3</td> <td>0,2</td> <td>0,15</td> <td>0,5</td> <td>0,5</td> <td>0,23</td> <td>0,27</td> <td>0,26666667</td> <td>0,375</td>	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,23	0,27	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.25 0.25 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.26 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.21 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.3 0.2 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.3 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.34 0.16 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.35 0.15 0.2666667 1<	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,24	0,26	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.26 0.24 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.28 0.22 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.29 0.21 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.3 0.2 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.32 0.18 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.34 0.16 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.33 0.17 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.35 0.15 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.35 0.14 0.266	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,25	0,25	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,28 0,22 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,29 0,21 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,3 0,2 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,32 0,88 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,33 0,17 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,34 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,15 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,37 0,10 0,2666667 1 0,3 0,2	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,26	0,24	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,29 0,21 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,3 0,2 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,32 0,08 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,33 0,17 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,34 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,34 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,15 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,36 0,14 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,37 0,13 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,37 0,13 0,2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,28	0,22	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,3 0,2 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,32 0,18 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,33 0,17 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,34 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,15 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,15 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,35 0,15 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,36 0,14 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,37 0,13 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,38 0,12 0,2666667 1 0,3 0,2	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,29	0,21	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.32 0.18 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.33 0.17 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.34 0,16 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.34 0.16 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.35 0.15 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.36 0.14 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.37 0.13 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.38 0.12 0,2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.38 0.12 0,2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,3	0,2	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,33 0,17 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,34 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,35 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,36 0,16 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,36 0,16 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,36 0,14 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,37 0,13 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,38 0,12 0,2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,32	0,18	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,34 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,35 0,15 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,36 0,16 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,36 0,14 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,37 0,13 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,38 0,12 0,2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,33	0,17	0,26666667	0,375
1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.35 0.15 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.5 0.36 0.14 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.37 0.13 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.37 0.13 0.2666667 1 0.3 0.2 0.15 0.5 0.38 0.12 0.2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,34	0,16	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,36 0,14 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,37 0,13 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,37 0,13 0,26666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,38 0,12 0,26666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,35	0,15	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,37 0,13 0,2666667 1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,38 0,12 0,2666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,36	0,14	0,26666667	0,375
1 0,3 0,2 0,15 0,5 0,5 0,38 0,12 0,26666667	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,37	0,13	0,26666667	0,375
	1	0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,38	0,12	0,26666667	0,375

Tableau 5 : de variation des profits dans les différents cas

c	θ	6	U ₁	f1	f2	13	n(6,6)	ni(7,6)	nj (7,6)	n (7,7)
0,3	0,2	0,01	0,1	0,5	0,1	0,4	0,06	0,00627177	0,00483557	0,1
0,3	0,2	0,03	0,1	0,5	0,12	0,38	0,062	0,00646908	0,00476422	0,1
	5. 3057 S- 0			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			5 192 5			
0,3	0,2	0,035	0,1	0,5	0,14	0,36	0,064	0,00663753	0,0046746	0,1
0,3	0,2	0,042	0,1	0,5	0,16	0,34	0,066	0,00681668	0,00459994	0,1
0,3	0,2	0,049	0,1	0,5	0,17	0,33	0,067	0,00692141	0,00457664	0,1
0,3	0,2	0,055	0,1	0,5	0,19	0,31	0,069	0,00710602	0,00451397	0,1
0,3	0,2	0,06	0,1	0,5	0,22	0,28	0,072	0,00737157	0,00442036	0,1
0,3	0,2	0,069	0,1	0,5	0,24	0,26	0,074	0,00758163	0,00438746	0,1
0,3	0,2	0,07	0,1	0,5	0,26	0,24	0,076	0,00775205	0,00432973	0,1
0,3	0,2	0,08	0,1	0,5	0,27	0,23	0,077	0,00789539	0,00434289	0,1
0,3	0,2	0,095	0,1	0,5	0,29	0,21	0,079	0,00816297	0,00435651	0,1
0,3	0,2	0,11	0,1	0,5	0,31	0,19	0,081	0,00844453	0,00438049	0,1
0,3	0,2	0,13	0,1	0,5	0,334	0,166	0,0834	0,00881691	0,00443274	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,35	0,15	0,085	0,00905087	0,00445825	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,358	0,142	0,0858	0,00912858	0,00444577	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,375	0,125	0,0875	0,00929324	0,00442032	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,385	0,115	0,0885	0,00938981	0,004406	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,397	0,103	0,0897	0,00950541	0,00438942	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,41	0,09	0,091	0,0096303	0,00437219	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,43	0,07	0,093	0,00982176	0,00434708	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,44	0,06	0,094	0,00991718	0,00433512	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,455	0,045	0,0955	0,01005993	0,00431791	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,462	0,037	0,0962	0,01011673	0,00430453	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,485	0,015	0,0985	0,01034411	0,00428594	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,49	0,01	0,099	0,01039131	0,00428092	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,4	0,1	0,09	0,00953427	0,00438538	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,38	0,12	0,088	0,00934155	0,0044131	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,36	0,14	0,086	0,00914798	0,0044427	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,34	0,16	0,084	0,00895354	0,00447432	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,33	0,17	0,083	0,00885599	0,00449093	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,31	0,19	0,081	0,00866023	0,00452586	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,28	0,22	0,078	0,00836492	0,00458285	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,26	0,24	0,076	0,00816696	0,00462418	0,1
0,3	0,2	0,14	0,1	0,5	0,24	0,26	0,074	0,00796814	0,00466843	0,1

0,	3 0,2	0,14	0,1	0,5	0,23	0,27	0,073 0,00786842 0,00469174	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,21	0,29	0,071 0,00453193 0,00407841	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,19	0,31	0,069 0,00459191 0,0041802	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,166	0,334	0,0666 0,00467161 0,00431046	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,15	0,35	0,065 0,00472987 0,00440267	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,142	0,358	0,0642 0,00476065 0,00445051	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,125	0,375	0,0625 0,00483 0,00455625	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,115	0,385	0,0615 0,00487343 0,00462119	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,103	0,397	0,0603 0,00492831 0,00470198	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,09	0,41	0,059 0,00499136 0,00479323	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,07	0,43	0,057 0,00509628 0,00494176	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,06	0,44	0,056 0,00515263 0,00502002	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,045	0,455	0,0545 0,00524245 0,00514281	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,037	0,462	0,0537 0,0052842 0,00520282	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,015	0,465	0,0515 0,00544324 0,00540354	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,5	0,5	0,01	0,45	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0.051 0.00547973 0.00545752	0,1
0,	3 0.2	0.15	0,3	0,5	0.01	0.49	0.051 0.00547973 0.00545752	0.1
0,	3 0.2	0,15	0,3	0.5	0.01	0.49	0.051 0.00547973 0.00545752	0.1
0	3 02	0.15	03	05	0.01	0.49	0.051 0.00547973 0.00545752	01
0.	3 0,2	0.15	0,3	0,5	0,01	0,49	0.051 0.00547973 0.00545752	0,1
0	3 0.2	0.15	0.3	0.5	0.01	0.49	0.051 0.00547973 0.00545752	0.1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0.	3 0.2	0.15	0.3	0.5	0.01	0,49	0.051 0.00547973 0.00545752	0.1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,	3 0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0.2	0.2	0.15	0.2	05	0.01	0.49	0.051 0.00547972 0.00545752	0.1
0,3	0,2	0,15	0,3	0,5	0,01	0,49	0,051 0,00547973 0,00545752	0,1
0,3	0,2	0,15 0,15	0,3	0,5	0,01 0,01	0,49 0,49 0.49	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752	0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5	0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01	0,49 0,49 0,49 0,49	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0.051 0,00530317 0,00541399	0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,01 0.05	0,49 0,49 0,49 0,49 0,49	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013	0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,01 0,05 0,06	0,49 0,49 0,49 0,49 0,49 0,45 0,44	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,0041287 0,00478335	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,05 0,06	0,49 0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,0041287 0,00478335 0,057 0,0039065 0,00467077	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08	0,49 0,49 0,49 0,49 0,45 0,45 0,44 0,43 0,42	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,0041287 0,00470333 0,057 0,00390965 0,00456215	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09	0,49 0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,00478335 0,057 0,0036953 0,00445272 0,058 0,00348573 0,00445225	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,0041287 0,00470335 0,057 0,00390965 0,0045077 0,058 0,00349539 0,0045215 0,059 0,00348573 0,00445729 0,06 0,00328048 0,00435602	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12	0,49 0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,4 0,38	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00478335 0,055 0,00435273 0,00478335 0,057 0,0041287 0,00478335 0,058 0,0036939 0,00478315 0,059 0,00348573 0,0047879 0,066 0,00328048 0,0045521 0,065 0,00328048 0,0041551	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,4 0,4 0,38 0,37	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,004703335 0,057 0,00390965 0,0045215 0,059 0,00348573 0,00456215 0,059 0,00348573 0,00456215 0,059 0,00348573 0,00456215 0,050 0,00328048 0,00456215 0,062 0,00228254 0,00415351 0,063 0,00420355 0,00407136	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,11 0,12 0,13 0,14	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,44 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,00435273 0,00490013 0,056 0,00435273 0,00478335 0,057 0,00369539 0,00445273 0,058 0,00369539 0,00445215 0,058 0,00348573 0,00445215 0,056 0,0028254 0,004456215 0,062 0,0028254 0,00445521 0,662 0,00228254 0,0041551 0,663 0,00262853 0,00470716	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15	0,49 0,49 0,49 0,45 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,44 0,38 0,37 0,36 0,35	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00430273 0,0049013 0,055 0,00435273 0,0049013 0,055 0,00435273 0,0049013 0,056 0,0041287 0,0049013 0,056 0,00435273 0,00457077 0,058 0,00348573 0,00445723 0,056 0,00348573 0,00445723 0,056 0,00348573 0,00445723 0,056 0,00328048 0,00445723 0,056 0,00238254 0,00445723 0,056 0,00228254 0,004457196 0,064 0,0025025 0,00497196 0,064 0,0025025 0,00497196 0,065 0,0025025 0,004938335 0,065 0,0025025 0,004938354	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16	0,49 0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00440013 0,055 0,0041287 0,00490013 0,055 0,0041287 0,00470335 0,057 0,00390965 0,0045215 0,059 0,00348573 0,00445729 0,056 0,0028045 0,00435602 0,062 0,0028054 0,0041521 0,059 0,0032048 0,00435792 0,064 0,0028053 0,00445729 0,062 0,00288254 0,00416351 0,063 0,0028053 0,00445719 0,064 0,0022029 0,00338351 0,064 0,0021468 0,0028335 0,065 0,0021465 0,0038354 0,066 0,00213256 0,00383754	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,33	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,0047077 0,056 0,0041287 0,0045215 0,059 0,00348573 0,0045215 0,059 0,00348573 0,0045215 0,050 0,0032848 0,0045215 0,066 0,00328452 0,0045215 0,063 0,00288254 0,0045215 0,063 0,00288254 0,0045215 0,063 0,00288254 0,00451315 0,064 0,0022029 0,00381441 0,066 0,00213256 0,0038144 0,067 0,0019538 0,0038338	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,32	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,00435273 0,00490013 0,056 0,00435273 0,00456215 0,058 0,00369539 0,00456215 0,059 0,00348573 0,00415251 0,050 0,002382048 0,00435602 0,062 0,00285954 0,004163511 0,053 0,002280254 0,00407196 0,064 0,00250029 0,0038335 0,065 0,00213456 0,0038754 0,066 0,00213456 0,00387441 0,067 0,0015738 0,00373383	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,44 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,31	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,0049013 0,056 0,00435273 0,0049013 0,056 0,00435273 0,00450273 0,057 0,0036953 0,0045273 0,058 0,00348573 0,00445723 0,056 0,00348573 0,00445223 0,056 0,00348573 0,00445729 0,056 0,00348573 0,00445729 0,056 0,00328048 0,00445729 0,056 0,00238048 0,00445729 0,056 0,00238048 0,00445719 0,066 0,0025029 0,00415151 0,066 0,0025029 0,00385754 0,066 0,0013538 0,00373838 0,066 0,00157282 0,00365791 0,068 0,00177282 0,00355791	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,11 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19 0,2	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,44 0,44 0,44 0,44 0,44 0,44	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,00435273 0,00490013 0,056 0,0041287 0,00478335 0,057 0,00390965 0,00457077 0,058 0,00348573 0,00445729 0,066 0,00328048 0,00435602 0,062 0,00288254 0,00445729 0,063 0,00268953 0,00445729 0,066 0,00213256 0,00389754 0,066 0,00213256 0,00389754 0,067 0,0019388 0,0037981 0,068 0,00177828 0,00357951 0,067 0,00143651 0,0035055	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19 0,18 0,12	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,31 0,31 0,38	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,0047077 0,055 0,00348573 0,0045215 0,059 0,00348573 0,0045215 0,050 0,00328048 0,0045215 0,052 0,00328354 0,0045215 0,063 0,00288254 0,0045215 0,064 0,00280254 0,00451351 0,065 0,00212355 0,00491365 0,065 0,00213256 0,00381441 0,066 0,00177828 0,00381441 0,067 0,00179288 0,00357931 0,068 0,00177328 0,00356557 0,069 0,00160589 0,00357991 0,077 0,00143655 0,00356557 0,072 0,00143655 0,00356557	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19 0,22 0,23	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,41 0,41 0,38 0,37 0,36 0,35 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,31 0,33 0,22 0,31	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,00470335 0,057 0,00369539 0,00456215 0,058 0,00369539 0,00456215 0,050 0,00328048 0,00456215 0,065 0,0028854 0,00416351 0,064 0,00268953 0,00445729 0,064 0,002250029 0,00407196 0,064 0,00250029 0,00381441 0,066 0,00213256 0,00381441 0,066 0,00213256 0,00373383 0,068 0,00147828 0,0035751 0,069 0,00143561 0,00373383 0,066 0,00137889 0,00355757 0,0707 0,00143651 0,00356557 0,073 0,00034363 0,00356557 0,073 0,000345638 0,00326557<	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,16 0,17 0,18 0,2 0,2 0,23 0,24	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,44 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,31 0,3 0,32 0,31	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,0049013 0,056 0,00435273 0,0049013 0,056 0,00435273 0,00456215 0,056 0,00348573 0,00445729 0,066 0,00348573 0,00445729 0,066 0,00328048 0,00435602 0,062 0,00288954 0,00416351 0,066 0,00213256 0,0041351 0,066 0,00213256 0,00389754 0,066 0,00213256 0,0038573 0,067 0,0019538 0,00373383 0,068 0,00178228 0,0035537 0,069 0,00140518 0,0035653 0,070 0,00140518 0,0035655 0,072 0,00140518 0,00336537 0,073 0,00045315 0,00336537 0,074 0,0007401 0,00332657 <	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19 0,2 0,23 0,22 0,23 0,24 0,25 0,25	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,33 0,36 0,35 0,34 0,33 0,33 0,33 0,32 0,33 0,32 0,33 0,28 0,27 0,26	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00430317 0,00541399 0,055 0,00432573 0,0049013 0,055 0,0041287 0,0049013 0,056 0,0041287 0,0045021 0,056 0,0041287 0,0045021 0,056 0,0041287 0,0045021 0,056 0,00345573 0,00445023 0,056 0,00348573 0,00445729 0,066 0,002328048 0,00445729 0,066 0,002328048 0,00445719 0,066 0,00213265 0,00445719 0,066 0,00213264 0,00491383 0,065 0,00213265 0,0039335 0,066 0,00213265 0,00313833 0,066 0,00117282 0,0036557 0,069 0,00110635 0,00336557 0,070 0,00145631 0,00336557 0,075 0,00045710 0,0032367 </td <td>0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1</td>	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,17 0,18 0,19 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,31 0,31 0,31 0,28 0,27 0,26 0,25 0,24	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,004227 0,00473335 0,057 0,0036953 0,0045215 0,059 0,00348573 0,0045215 0,059 0,00348573 0,0045215 0,050 0,00328054 0,0045215 0,065 0,00228254 0,00416351 0,065 0,00231465 0,00381441 0,066 0,00213256 0,00381441 0,067 0,0017282 0,00357991 0,073 0,00143651 0,00357991 0,073 0,00047365 0,00325657 0,073 0,00078701 0,00323657 0,073 0,00078701 0,00323657 0,075 0,00078701 0,00323657 0,075 0,00078701 0,00323657 0,075 0,00078701 0,0032367 <	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,17 0,18 0,19 0,22 0,22 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26 0,28 0,28	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,33 0,32 0,31 0,33 0,28 0,27 0,26 0,25 0,22	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,055 0,00435273 0,004703335 0,057 0,00369539 0,00456215 0,058 0,00369539 0,00456215 0,050 0,00328048 0,00456215 0,065 0,00248573 0,00445729 0,066 0,00228054 0,00416351 0,064 0,002250029 0,00389335 0,065 0,00213256 0,00381451 0,066 0,00213256 0,00373383 0,066 0,001213256 0,00373383 0,068 0,00177828 0,00356557 0,069 0,00143651 0,00356557 0,070 0,00143653 0,00323667 0,073 0,00078701 0,00323267 0,074 0,00063117 0,00316898 0,076 0,00047777 0,0031809	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,16 0,17 0,18 0,2 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26 0,28 0,29	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,43 0,38 0,37 0,36 0,33 0,32 0,31 0,33 0,32 0,31 0,33 0,22 0,27 0,26 0,22 0,22	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00530317 0,00541399 0,055 0,0043177 0,0049013 0,056 0,00435273 0,0049013 0,056 0,00435273 0,00475027 0,058 0,00369539 0,004456215 0,059 0,00348573 0,00445729 0,066 0,00228048 0,00436213 0,066 0,00228054 0,00416351 0,066 0,00213565 0,00407196 0,066 0,00213456 0,00389754 0,066 0,00213456 0,00389754 0,066 0,00213580 0,0035537 0,066 0,00143551 0,0035557 0,066 0,00143551 0,0035557 0,070 0,00143551 0,0035557 0,070 0,00143551 0,0035557 0,073 0,00143551 0,0035557 0,073 0,00143551 0,00323267	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19 0,2 0,2 0,22 0,22 0,22 0,22 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26 0,29 0,29 0,3	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,33 0,37 0,36 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00473335 0,055 0,00435273 0,0047037 0,055 0,00349053 0,0047077 0,053 0,00348573 0,00445215 0,050 0,00348573 0,00445215 0,050 0,00328254 0,00416351 0,065 0,0028254 0,00316933 0,065 0,00213256 0,00389754 0,066 0,00213256 0,0035791 0,067 0,0017928 0,0035791 0,070 0,0016858 0,0035657 0,073 0,0004538 0,00329818 0,074 0,0004777 0,0031898 0,075 0,0004777 0,00329818 0,076 0,0004777 0,00239818 0,076 0,00017775 0,0023987 0,076 0,00017776 0,0023987	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,17 0,18 0,17 0,18 0,19 0,22 0,22 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26 0,28 0,29	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,31 0,33 0,32 0,33 0,32 0,25 0,22 0,22 0,21	0.051 0.00547973 0.00545752 0.051 0.00547973 0.00545752 0.051 0.00530317 0.00541399 0.051 0.00530317 0.00541399 0.055 0.00435273 0.00490013 0.055 0.00435273 0.00490013 0.055 0.0036953 0.0045215 0.057 0.0036953 0.0045215 0.059 0.00348573 0.0045215 0.050 0.0032824 0.0045215 0.065 0.00228245 0.00416351 0.065 0.00231465 0.00381441 0.066 0.00213256 0.00381441 0.067 0.001538 0.0035791 0.068 0.0017282 0.003506357 0.069 0.00160589 0.00323657 0.073 0.00047361 0.00323657 0.073 0.00047361 0.00323657 0.073 0.00047301 0.00323657 0.075 0.0003701 0.0032367 0.076 0.00047777 0.0032367	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,17 0,18 0,17 0,18 0,19 0,22 0,22 0,22 0,23 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26 0,28 0,29 0,3 0,32	0,49 0,49 0,49 0,43 0,43 0,42 0,41 0,4 0,38 0,37 0,36 0,35 0,36 0,35 0,34 0,33 0,32 0,33 0,32 0,31 0,33 0,28 0,27 0,26 0,25 0,22 0,21 0,21 0,2	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,00490013 0,056 0,00435273 0,00490013 0,057 0,0039065 0,0047077 0,058 0,0039655 0,00456215 0,059 0,00389539 0,00456215 0,059 0,0038954 0,00456215 0,069 0,0028954 0,00407196 0,066 0,00228024 0,00407196 0,066 0,00228024 0,00407196 0,066 0,00213256 0,0038754 0,066 0,00213256 0,0038754 0,065 0,00143651 0,00373483 0,065 0,00143651 0,00373483 0,066 0,00143651 0,00373483 0,069 0,0016058 0,00373483 0,069 0,0016058 0,00373483 0,070 0,00143651 0,00350635 0,072 0,00143651 0,00356557 0,073 0,00064136 0,0035053 0,072 0,0011063 0,00323267 0,076 0,00047777 0,00310703 0,076 0,00047777 0,00310703 0,078 0,0001795 0,0023809 0,079 3,1375E-05 0,0023957 0,080 0,00011306 0,00287535 0,082 0,0003582 0,00276835	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,1 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,19 0,2 0,23 0,24 0,25 0,26 0,28 0,29 0,3 0,32 0,33	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,43 0,42 0,41 0,43 0,38 0,37 0,36 0,33 0,32 0,33 0,32 0,31 0,33 0,32 0,22 0,25 0,24 0,22 0,22 0,21 0,22 0,21 0,22 0,21	0.051 0.00547973 0.00545752 0.051 0.00547973 0.00545752 0.051 0.00530317 0.00541399 0.055 0.00530317 0.00541399 0.055 0.0043177 0.0049013 0.055 0.00435273 0.0049013 0.055 0.00435273 0.0047077 0.058 0.00369539 0.00456215 0.059 0.00348573 0.00445729 0.06 0.0028254 0.004165215 0.063 0.00268953 0.00477196 0.064 0.00228025 0.00398335 0.065 0.00213456 0.00398335 0.066 0.00213456 0.00373383 0.066 0.0013788 0.003557 0.066 0.00137828 0.0035557 0.066 0.00143651 0.0035655 0.072 0.0011635 0.0035655 0.073 0.0011635 0.00323657 0.075 0.00063117 0.00316738 0.075 0.00047777 0.00316783	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3 0,3	0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,3 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	0,01 0,01 0,05 0,06 0,07 0,08 0,09 0,11 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,18 0,17 0,18 0,17 0,18 0,2 0,22 0,22 0,23 0,24 0,25 0,26 0,29 0,29 0,3 0,32 0,32	0,49 0,49 0,49 0,45 0,44 0,41 0,4 0,4 0,37 0,36 0,37 0,36 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33	0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00547973 0,00545752 0,051 0,00530317 0,00541399 0,051 0,00530317 0,00541399 0,055 0,00435273 0,0047033 0,055 0,00435273 0,00470335 0,055 0,0032065 0,0045215 0,059 0,00348573 0,0045215 0,050 0,00348573 0,0045215 0,050 0,00328354 0,0045215 0,065 0,00232855 0,00416351 0,065 0,00231266 0,00389754 0,066 0,0017928 0,0035791 0,067 0,0017828 0,0035791 0,068 0,00177828 0,0035818 0,070 0,00143551 0,00329818 0,074 0,0004738 0,00329818 0,076 0,00047777 0,0031070 0,076 0,00017772 0,00213256 0,075 0,00047777 0,0032981 0,076 0,00047777 0,0032981	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1

							0,00067084	
0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,35	0,15	0,085 -0,0008056 0,00261773	0,1
0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,36	0,14	0,086 -0,0009386 0,00256997	0,1
0,3	0,2	0,15	0,5	0,5	0,37	0,13	0,087 -0,0010699 0,00252337	0,1
0.3	0.2	0.15	0.5	0.5	0.38	0.12	- 0.088 0.00119954 0.00247789	0.1

Tableau 6 : variation du bien-être social dans les différents cas

W(6,6)	W(7,6)	W(7,7					
0,36821603	0,32380737	0,633	34788				
0,37418964	0,32738307	0,619	55515				
0,37927843	0,33052532	0,611	72674				
0,38347666	0,33187016	0,602	26902				
0,3852392	0,33156858	0,595	80422				
0,38810232	0,33073923	0,585	56228				
0,39073282	0,3273605	0,570	57101				
0,39136551	0,32272065	0,557	31962				
0,39112058	0,31782835	0,546	33111				
0,3906453 0,31366006 0,53702307							
0,38903092 0,30504785 0,51981776							
0,38651775 0,29523651 0,50201222							
0,38230734 0,28168231 0,4791782							
0,37879024 0,27221423 0,46459479							
0,376834	56 0,26788	996 (0,45877233	8	0,33290044	0,27764505	0,57572388
0,372206	29 0,25812	641 (0,44592718	8	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,369183	55 0,25202	071 (0,43807108	8	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,3652630	04 0,2443	421 (0,42835031	L	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,3606544	47 0,23559	328 (0,41745824	ŧ.	0.3303215	0.27515558	0.575537
0,352830	08 0,22126	634 (, 0,39996761	L	0.3303215	0.27515558	0.575537
0 348585	55 0 21371	143 (39088885		0 3303215	0 27515558	0 575537
0 341900	1 0 20189	212 (1 27695293		0,3303215	0,27515550	0 575537
0,320007	10 0 10540	452 0	0,570055555		0,3303215	0,27515556	0,575557
0,556007	19 0,19940	452 0	0,30357520		0,5505215	0,27515556	0,575557
0,326/31	38 0,1765	208	0,3472837		0,3303215	0,27515558	0,575537
0,324025	32 0,1720	686 (0,34216084	•	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,364232	87 0,24236	276	0,4258701		0,3303215	0,27515558	0,575537
0,370722	76 0,25510	698 (0,44202692	2	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,3763234	41 0,26678	178 (0,45729448	8	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,381034	74 0,27737	447 (0,47167276	5	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,383056	59 0,28226	074	0,4785284	ŧ.	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,386434:	16 0,29120	376 (0,49157267	7	0,3303215	0,27515558	0,575537
0,3898323	28 0,30251	373 (0,50947146	5	0.3303215	0.27515558	0.575537
0.390985	, 74 0.30862	417 (0.52029217	,	0.3303215	0.27515558	0.575537
0 391249	56 0 31356	725 (, 53022338		0 3303215	0.27515558	0 575537
0 391047	83 0 31559	397 (0 53485541		0 33032371	0 27431575	0 57553948
0,2002000	0 2002	040	0,00100011		0,00002071	0,27431575	0,57553048
0,350600	0,5055	C 040 (0,54045204		0,33032371	0,27431575	0,57553948
0,500055	+2 0,51140	565 1	J,54/00125		0,34947795	0,28886303	0,57556733
0,385019	04 0,31241	504 (J,55566327		0,35373035	0,29173646	0,57504067
0,381863	15 0,31215	207 (0,56015032		0,35776791	0,29431387	0,57430015
0,380074	58 0,3117	347 (0,56218364	ł	0,36159046	0,29659935	0,57334559
0,375807	81 0,31020	424 (0,56603935	5	0,36519786	0,2985967	0,57217679
0,373001	94 0,30888	881 (0,56801205	5	0,36858994	0,30030947	0,57079359
0,369345	58 0,30689	697 (0,57009059	•	0,37472762	0,30289433	0,56738332
0,3650284	47 0,3042	214	0,5719871	L	0,37747295	0,30377241	0,56535595
0,3576640	08 0,29902	827 (0,57418377	,	0.38000245	0.30437794	0.56311356
0.353653	55 0.29593	006	0.57495455	;	0.382316	0.30471345	0.56065601
0 347227	51 0 29062	812	57570154		0 20441240	0 20470124	0 55700217
0.34722/0	71 0 20740	COC /	0,57563244		0,30441549	0,304/6134	0,00/00/01/
0,343562	/1 0,28/46	030 (0,57563211		0,38629482	0,30458383	0,55509491

Part II.

: Analyse de la fusion horizontale

Nous consacrons cette deuxième partie de la thèse à l'étude de la fusion horizontale. Nous présentons tout d'abord la littérature ayant trait à la fusion. En particulier, nous passons en revue les travaux réalisés sur le duopole mixte. Ainsi, nous explorons l'effet de la présence d'une entreprise publique sur la compétition et aussi sur une possible fusion. Par la suite, nous nous intéressons à la fusion endogènement profitable en explorant les articles qui ont traité ce phénomène.

4.1. Compétition en cas du duopole mixte

Des nombreux articles ont etudié les marchés dans lesquels une firme publique se livre à une concurrence avec des firmes privées. Cette concurrence est analysée sous plusieurs angles, par exemple: en matière de localisation en cas de privatisation de l'entreprise publique. Une gamme de littératures s'est intéressée à la question du choix de localisation. CREMER, MARCHAND et THISSE (1991) ont étudié la situation d'un marché où se trouvent différentes firmes (publique et privées) en utilisant un modèle de différenciation spatiale. Leur cadre d'analyse se base sur la recherche d'équilibre en terme de

localisation et de concurrence en prix. Ils ont pris comme hypothèses que les coûts des transports sont de type quadratique. PAUL (1998) analyse l'équilibre de Nash en sousjeux d'un marché mixte où les firmes doivent choisir le moment de sélectionner leurs quantités. HAMILTON et al.(1989), ANDERSON et Neven (1991) ont analysé le choix de localisation avec l'hypothèse d'une concurrence à la COURNOT et ont trouvé que les firmes se mettent dos à dos sur le marché.

MATSUSHIMA et MATSUMURA (2003a) ont cherché le choix séquentiel de localisation dans un oligopole mixte (une firme publique et d'autres privées) où les coûts des transports sont quadratiques. LAMBERTINI (2001) explore le type d'équilibre qui peut découler de la différenciation spatiale dans un modèle de duopole où au moins une firme maximise la valeur ajoutée par travailleur. Il montre que si les objectifs des firmes diffèrent, alors il existe un équilibre parfait de sous-jeu en stratégie pure qui peut être caractérisé par une localisation asymétrique. A KUMAR et B SAHA (2008) présentent un article qui analyse les effets d'une partielle privatisation de l'entreprise publique sur la différenciation des produits et le bien-être social dans le cadre d'un duopole mixte. Ils montrent que si la propriété publique dépasse un niveau critique. La différenciation maximale continue de tenir mais le bien-être ne s'améliore pas. Cependant, l'effet d'un niveau critique de la propriété publique sur le bien-être social varie selon les différents types des entreprises partiellement publiques où les différents mécanismes de prise de décision influencent différemment sur le bien-être social. Ils montrent ensuite que si une entreprise partiellement publique a un coût de production plus élevé, elle répond à la nationalisation moins vigoureusement qu'une entreprise privée.

Par ailleurs, la littérature tend à montrer l'effet positif de la présence d'une entreprise publique dans le marché sur le bien-être, ainsi elle montre comment cet effet est influencé en fonction du degré de privatisation. TOSHIHIRO MATSUMURA ET OSAMU KANDA (2005) ont étudié le comportement optimale d'une entreprise publique dans un marché mixte formé des entreprises privées et une entreprise publique. Ils permettent dans leur modèle une entrée libre des entreprises privées et montrent que contrairement au cas de nombre fixe des entreprises, le bien-être social est maximisé par la présence d'une entreprise publique sur le marché. En outre, ils constatent que le marché mixte est mieux que les marchés purs n'impliquant aucune entreprise publique, si et seulement si cette dernière réalise des profits non négatifs. BARCENA-RUIZ et GARZON (2006) ont traité les intéractions stratégiques entre les gouvernements quand ils décident de faire une privatisation des entreprises à capitaux publics. Ils considèrent deux pays et supposent que les entreprises publiques sont moins efficaces que les entreprises privées lorsque le coût marginal de l'entreprise publique prend une valeur intermédiaire. Chaque gouvernement veut que ce soit le gouvernement de l'autre pays qui privatise sa propriété publique. Dans ce cas un seul gouvernement effectue la privatisation et le gouvernement obtient moins de bien-être social mais produit plus que l'autre. MATSUSHIMA et MAT-SUMURA (2003b) traitent un marché formé d'un oligopole mixte en utilisant le modèle de ville circulaire avec une compétition en quantité dans un duopole où la compétition se fait sur le prix.

KOJI -ISHIBASHI et TOYOKAZU KANEKO (2008) ont analysé la concurrence prix-qualité, dans un duopole mixte dans lequel une entreprise privée cherchant à maximiser ses profits se met en concurrence avec une entreprise publique. Ils ont montré que l'entreprise publique maximisant le bien-être social fournit un produit de qualité inférieure à la

firme privée quand elles sont toutes aussi efficaces. Ansi, ils montrent que l'incitation de l'entreprise publique pour la maximisation du bien-être social est optimale en l'absence de compétition en qualité. Mais elle ne l'est pas pour la maximisation du bien-être ni pour la maximisation du profit, en cas de présence d'une concurrence en qualité. KENJI FUJIWARA (2007) a développé un modèle d'oligopole mixte pour prédire les conséquences d'une partielle privatisation de la firme publique sur le bien-être.

NORMAN et PEPALL (2000) étudient la même problématique de concurrence spatiale à la Cournot, mais en introduisant l'hypothèse d'un équilibre de Stackelberg sur la localisation en amont, avant le stade de concurrence en quantité. YASUO SANJO (2009) présente un simple modèle de concurrence en prix, dans un duopole mixte avec une différenciation spatiale. Il fait l'hypothèse d'une partielle privatisation. Dans son cadre d'analyse, il étudie le processus de fixation des prix qui se fait de façon simultanée en fonction des points de localisation des firmes. Il montre comment le dégré de privatisation de la firme publique influence le bien-être social. D'autres articles ont traité la concurrence entre entreprises tout en s'intéressant à la recherche d'équilibre en terme de localisation. SALOP (1979) et PAL (1998) ont étudié le problème de localisation sur une ville linéaire et montré que dans un modèle de concurrence à la Cournot, les entreprises se localisent de façon équidistante les unes des autres.

4.2. Fusion en présence de firme publique

BARCENA-RUIZ et GARZON (2003) ont été les premiers à étudier l'effet de la privatisation sur la fusion en se basant sur l'hypothèse d'une différenciation des produits dans un duopole mixte. Ils sortent à l'issue de leur étude avec deux paramètres dont le premier mesure le dégré de différenciation des produits, alors que l'autre mesure le dégré de privatisation. Les auteurs montrent que la fusion peut se produire à condition que les produits soient substituables. MENDEZ-NAYA (2008) et NAKAMURA et INOUE (2007) élargissent le cadre d'analyse de BARCENA-RUIZ et GARZON au modèle d'oligopole mixte. Ils fournissent les conditions dans lesquelles, une fusion entre une entreprise publique et une firme privée peut avoir lieu. GIANARDI (1994) a étudié l'impact de la présence d'une firme publique sur le seuil de profitabilité de fusion d'un oligopole privé. Elle montre que cette présence rend la fusion des entreprises privées plus difficile. Le même résultat est trouvé dans l'article de KAMIJO et NAKAMURA (2009) qui analyse un triopole mixte où une firme publique se livre à une concurrence avec deux firmes privées. KAMAGA et NAKAMURA considèrent dans leur modèle que la fonction du coût total est du type convexe ce qui va créer des synergies en matière des couts. Néanmoins, ils trouvent que la fusion des firmes n'est jamais profitable en présence d'une firme publique.

KAI ANDREE (2013) a exploré les motifs de fusion entre deux firmes (publique et privée) dans un contexte de concurrence en quantité et prix. La principale conclusion qu'il a montrée dans son article est que la fusion est plus probable en cas de concurrence à la Cournot plutôt qu'à la Bertrand., ce qui contredit la littérature. Dans son cadre de recherche, il suppose que les produits sont différenciés. Nous nous demandons maintenant comment la fusion peut se produire dans un duopole mixte sans tenir compte du coût de production ou du degré de privatisation de l'entreprise publique. Par ailleurs,

nous pourrons nous interroger sur la question de l'importance de localisation des firmes en matière de faisabilité de fusion d'un duopole mixte.

Dans cette voie que traite ANDREE (2013), on peut se demander si une fusion engageant une entreprise publique et une autre privée et qui ne crée pas de synergie pourrait être profitable ? sous l'hypothèse que la différenciation des produits est de nature spatiale. De plus, on se demande comment la nature de l'entreprise privée (domestique ou étrangère) pourrait influencer la décision de fusion ?.

4.3. Fusion en absence d'entreprise publique

Dans la littérature du domaine de fusion horizontale, le modèle pionnier de SALANT, SWITZER et RAYLOND (1983) traite une économie constituée uniquement par des firmes privées en présence de fonction de demande et des coûts linéaires. Ce modèle évalue l'impact d'une fusion des firmes identiques. Les auteurs ont montré que la fusion n'est profitable que si elle regroupe au moins 80 % de firmes présentes sur le marché. En effet, dans un marché composé de N firmes privées, la fusion est profitable si le profit de l'entité fusionnée est supérieur à la somme des profits des firmes qui la composent avant la fusion. Autrement dit, la fusion est profitable si l'inégalité suivante est respectée

 $(N+1)^2 > s(N-s+2)^2$

Où s représente le nombre des firmes participant à la fusion, ce résultat peut être interprété par le fait que les firmes outsiders¹ produisent la même quantité que l'entité fusionnée puisque les firmes fusionnées produisent moins qu'auparavant, les outsiders réagissent en augmentant leur production. En l'occurrence, la réduction du niveau de compétition bénéficie directement aux outsiders qui augmentent leur part du marché et par conséquent leurs profits. Plusieurs auteurs ont étudié la robustesse d'un tel résultat de non-profitabilité de fusion.

PARRY et PORTER (1985) ont traité dans leur modèle, le même problème mais avec des coûts de production convexes et asymétriques . Ils critiquent l'hypothèse de (SSR)selon laquelle la production d'une outsider est identique à celle de toutes les firmes fusionnées. En fait, dans leur modèle, ils supposent que l'industrie est dotée d'un stock du capital reparti entre les différentes firmes où il y a un rapport entre le coût moyen de chaque firme et le stock du capital qu'elle détient. Selon cette hypothèse, du moment qu'il y a une fusion, la répartition du stock du capital entre les firmes est modifiée. De ce fait, la prise en compte de l'effet taille peut donc constituer une incitation à la fusion, surtout lorsque le degré de convexité de la fonction des coûts de production est assez élevé. Toute fusion impliquant deux firmes est profitable dans un oligopole privé. Cette profitabilité est assurée à travers la réalisation d'économies d'échelle. CARL DAVIDSON et al (2007) ont présenté un modèle de fusion avec l'hypothèse d'entrée libre, et ont montré que la présence de l'effet de synergie rend la fusion d'un petit groupe des firmes profitable, même pour un niveau modéré de synergie. GAUDET et SALANT (1991), modifient les hypothèses imposées par SSR, en supposant des fonctions coûts et de demande générale. Ils dégagent un nouveau résultat sur la condition de profitabilité de fusion donnée par SSR. En particulier, ils trouvent l'inégalité suivante

 $^{^{1}}$ Les outsiders représentent les firmes qui ne participent pas à l'entité fusionnée

$$s-1 > Q(n-s)$$

Où Q représente l'intensité de réaction des outsiders consécutive à la rationalisation de la production des insiders ². Cette condition montre que la profitabilité de la fusion ne dépend pas seulement du nombre des participants, mais aussi de l'intensité de la réaction des outsiders. Dans le même cadre d'étude de la profitabilité de fusion, FARRELL et SHAPIRO (1990) analysent un oligopole qui se livre à une concurrence à la COURNOT. Ils montrent que toute fusion ne créant pas des synergies augmente le prix. Ils développent cependant une procédure pour analyser l'effet de la fusion sur les rivaux et les consommateurs. Ils trouvent ainsi, les conditions nécessaires pour qu'une fusion profitable fasse augmenter le niveau du bien-être. Alors que KWOKA (1989) montre que les fusions sont plus susceptibles d'être rentables dans des environnements relativement compétitifs puisque dans les industries qui coopèrent déja, les fusions ajoutent moins aux profits des firmes concernées.

Néanmoins, si ces articles considèrent dans leur traitement que la fusion est de nature exogène (chaque fusion est considérée une par une), d'autres chercheurs ont étudié la formation de la fusion endogène. Le centre d'intérêt est de voir comment la fusion peut se produire sans qu'elle ne soit influencée par des facteurs exogènes. VASCO RO-DRIGUES (2001) utilise un jeu en deux étapes pour modéliser les fusions endogènes. Dans la première étape du jeu, les firmes décident de fusionner ou non. Alors que dans la deuxième étape, elles se livrent à une concurrence sur le marché des produits. La con-

 $^{^{2}\}mathrm{Les}$ firmes participant à la fusion

crétisation de la fusion est déterminée par l'interaction entre le nombre initial des firmes sur le marché, l'intensité concurrentielle et la possibilité d'économiser sur les coûts fixes à travers la fusion. Il montre que la concentration du marché d'équilibre diminue dans le premier cas et augmente dans les autres cas. NORIAKI MATSUSHIMA (2001) traite lui aussi des fusions séquentielles dans un modèle spatial. Il montre que, si le coût du transport est grand par rapport à la taille du marché, une vague de fusion se produit. En outre, cela pourrait améliorer le surplus social. D'autre part, si le coût du transport est relativement faible, une vague de fusion ne se produit pas, même si les entreprises seraient mieux loties avec des fusions séquentielles. BARROS (1998) utilise l'hypothèse de firmes asymétriques dans le processus de fusion pour montrer que l'efficience de la redistribution de production vers les firmes à coût bas dépend du degré d'asymétrie, et aussi de la production des firmes à coût élevé avant la fusion. Il conclue que le gain en terme d'efficience de la fusion n'est pas monotone par rapport au dégré d'asymétrie. Pour un niveau moyen d'asymétrie, la fusion la plus rentable se fait entre les firmes les plus efficientes et les moins efficientes.

LARRY QIU et WEN ZHOU (2007) développent un modèle pour étudier le processus dynamique de fusion endogène. Ils montrent que les fusions ont tendance à se produire en vague. En outre, certaines fusions se produisent pour des raisons stratégiques afin de provoquer d'autres fusions. KAMIEN et ZANG (1990) présentent un modèle qui traite la fusion endogène en abordant la question de savoir si l'acquisition concurrentielle d'entreprises par leurs concurrents peut conduire à une monopolisation complète ou partielle d'une industrie des produits homogènes. Cette question est modélisée en deux jeux distincts de monopolisation sous la forme de trois étapes. L'analyse de l'équilibre de Nash parfait en sous-jeux révèle que la monopolisation d'une industrie par l'acquisition est limitée aux industries avec relativement peu d'entreprises. Ils montrent que, la monopolisation partielle est limitée ou peut être complètement éliminée en interdisant à tout propriétaire d'acquérir plus de 50 pour cent des entreprises de l'industrie.

Il s'avère que les modèles endogènes précédement cités, considèrent que les firmes au moment de fusion ne prennent pas en compte se qui va se passer dans les périodes futures. Or si une firme décide de prévoir les éventuelles fusions qui se déroulent ultérieurement, alors cela pourrait influencer sa décision stratégique sur le long terme.

Conclusion

Dans la deuxième partie, nous avons vu à travers la littérature que la présence d'une entreprise publique rend la fusion entre des entreprises privées difficile voire impossible. Par ailleurs, la présence d'une entreprise publique dans un environnement compétitif a un effet positif sur les consommateurs vu que l'objectif de l'entreprise publique est la maximisation du bien-être social. En plus, nous constatons que l'entreprise publique s'engage en fusion profitable avec une firme privée dans la mesure où les produits sont différenciés. Finalement, la fusion en l'absence d'une entreprise publique peut-être réalisable si elle produit des synergies en termes de coût.

A la lumière de ces données, nous envisageons certaines de ces pistes de recherche. En premier lieu, nous étudions l'effet de l'ouverture le dimanche sur les stratégies de compétition dans le cadre d'un duopole (des entreprises de grandes surfaces) ainsi que sur le bien-être social. Ensuite, nous traitons la fusion en élaborant deux modèles en
4. Chapitre préliminaire: Revue de littérature

présence et en l'absence de l'entreprise publique.

La littérature de l'organisation industrielle s'est intéressée à l'étude de la profitabilité de la fusion entre des firmes privées ainsi que son effet sur le bien-être social. BARCENA-RUIZ et GARZON (2003) ont été les premiers à étudier les fusions dans un duopole mixte. Depuis l'apparition de leur article, plusieurs chercheurs se sont engagés dans la recherche des modalités de de fusion des entreprise dans un oligopole. A titre d'exemple NAKA-MURA et INOUE (2007) MENDEZ-NAYA (2008) KAI ANDREE (2013).

Dans ce chapitre, nous traitons l'effet d'une fusion sur le prix et le bien-être social en partant d'une situation d'un duopole mixte sur le marché. Le but de ce chapitre est d'essayer de faire une contribution à l'étude de la faisabilité de fusion dans le cas du duopole mixte. Cependant, notre modèle ne s'intéresse pas à la recherche d'équilibre en terme de localisation puisqu'on ne prend pas en compte les coûts de transport quadratiques. Nous supposons que les entreprises produisent des biens homogènes, la seule différenciation est d'origine spatiale suivant le modèle de Hotteling (1929). Nous essayons d'explorer les conditions sous lesquelles une fusion d'un duopole mixte est profitable, en fonction de la distance entre les points de localisation de deux firmes et aussi en fonction du niveau de privatisation de la firme publique. On suppose en première partie de notre modèle de fusion que le secteur privé est représenté par une entreprise nationale, en seconde partie le secteur privé est représenté par une entreprise d'origine étrangère.

Finalement, nous comparons les résultats des deux cas obtenus dans ces deux situations.

Le chapitre est organisé comme suivant : nous commençons par la description du modèle, puis nous recherchons les résultats d'équilibre en première période, ensuite nous présentons l'équilibre de fusion et on fait la comparaison des résultats d'équilibres, pour finir avec la discussion des résultats.

5.1. Le modèle

Nous considèrons un duopole constitué d'une firme publique dont l'objectif est de maximiser le bien-être social, et une autre firme privée qui cherche à maximiser son propre profit placées sur une ville linéaire de longueur 1 où les consommateurs sont distribués uniformément. Un consommateur se localisant sur cette ville, achète une seule unité de production vendue par l'une de deux firmes, les firmes produisent des biens homogènes. La firme publique se trouve à l'endroit l, qui désigne la distance entre le point de localisation de la firme publique, et la fin de la partie gauche de la ville linéaire, i.e. 0. Alors que la firme privée se situe à l'endroit δl , qui indique la distance entre le point de localisation de la firme privée, et la fin de la partie droite de la ville linéaire, i.e. 1, avec $\delta > 1$, ce qui signifie que les deux firmes ne se trouvent pas au même endroit. On note sans perte de généralité quel > 0, $l + \delta l < 2$. Un consommateur situé en point x doit payer un montant égal à $P_0 + t |x - l|$ s'il achète chez la firme publique et $P_1 + t |\delta l - x|$ s'il achète auprès de la firme privée. Avec t qui représente le coût de transport subi par le

consommateur pour acheter chez l'une des deux firmes. On suppose que les consommateurs ont une fonction d'utilité de type décrite ci-dessous, selon qu'ils achètent à la firme publique ou à la firme privée, que le marché est couvert, donc la fonction d'utilité est :



On suppose que la valeur de v est suffisamment grande pour que le consommateur puisse acheter chez l'une des deux firmes. A partir du moment où les firmes se localisent et se font concurrence, il est facile de calculer la demande adressée à chaque firme. Supposons que le consommateur indifférent entre acheter à la firme publique ou à la firme privée se trouve à la distance \dot{x} alors

$$\dot{x} = \frac{P_1 - P_0}{2t} + \frac{tl(1+\delta)}{2t}$$
(5.1)

Le jeu se fait sur deux étapes, dans la première étape les firmes publique et privée localisées indépendamment sur une ville linéaire, envisagent les possibilités de fusionner et former une seule entité acquise conjointement par le secteur public et le secteur privé. Dans la seconde étape, les firmes non fusionnées ou la seule firme fusionnée fixent le prix des produits. Pour trouver l'équilibre parfait en sous-jeux SPNE, on utilise le principe d'induction à rebours pour résoudre le jeu.

5.2. Stratégie de fixation des prix

On commence par la deuxième étape où il y a un duopole sur le marché. La firme privée choisit le prix qui maximise son profit, alors que la fonction objective de la firme publique est de maximiser le bien-être social, qui est défini comme la somme de surplus des consommateurs et les profits des firmes.

$$W = sc + \pi_0 + \pi_1 \tag{5.2}$$

La firme $i = \{0.1\}$ face à une demande directe décrite ci-dessus, maximise sa fonction objectif. Chaque firme fixe son prix qui garantit un meilleure réaction par rapport au prix choisi par l'autre firme. Le surplus des consommateurs ayant acheté des produits sur le marché est donné comme suit

$$\begin{split} SC = & \int_0^{\dot{x}} U_0 dx + \int_{\dot{x}}^1 U_1 dx \\ = & \int_0^{\dot{x}} (v - p_0 - t \, |x - l|) dx + \int_{\dot{x}}^1 (v - p_1 - t \, |\delta l - x|) dx \end{split}$$

On peut constater que la présence de la valeur absolue dans l'intégrale est gênante,

puisque U_0 n'a pas la même primitive sur l'intervalle $[0, \dot{x}]$, pareil U_1 a plusieurs primitives sur l'intervalle $[\dot{x}, 1]$, pour contourner le problème de la valeur absolue, on utilise la relation de CHASLES pour faire une intégration par partie, ce qui nous permet d'écrire le surplus des consommateurs comme suit

$$SC = \int_0^{\dot{x}} (v - p_0) dx - t \int_0^l (l - x) dx - t \int_l^{\dot{x}} (x - l) dx + \int_{\dot{x}}^1 (v - p_1) dx - t \int_{\dot{x}}^{\delta l} (\delta l - x) dx - t \int_{\delta l}^{\delta l} (x - \delta l) dx$$

Ou encore

$$SC = \left[vx - p_0x\right]_0^{\dot{x}} - t \left[lx - \frac{x^2}{2}\right]_0^l - t \left[\frac{x^2}{2} - lx\right]_l^{\dot{x}} + \left[vx - p_1x\right]_{\dot{x}}^1 - t \left[\delta lx - \frac{x^2}{2}\right]_{\dot{x}}^{\delta l} - t \left[\frac{x^2}{2} - \delta lx\right]_{\delta l}^1$$

$$= v\dot{x} - p_0\dot{x} - tl^2 + \frac{tl^2}{2} - \frac{t\dot{x}^2}{2} + tl\dot{x} + \frac{tl^2}{2} - tl^2 + v - p_1 - v\dot{x} + p_1\dot{x} - t(\delta l)^2 + \frac{t(\delta l)^2}{2} + t\delta l\dot{x} - \frac{t\dot{x}^2}{2} - \frac{t}{2} + t\delta l + \frac{t(\delta l)^2}{2} - t(\delta l)^2$$

$$= v - t\dot{x}^2 + p_1(\dot{x} - 1) - p_0\dot{x} + tl(\delta + 1)\dot{x} - \frac{t}{2} + tl\delta(1 - \delta l) - tl^2$$

Cette expression du surplus suppose que \dot{x} est compris entre l et δl d'où la condition $-tl(\delta - 1) \leq p_1 - p_0 \leq tl(\delta - 1)$, on suppose que les coûts marginaux des deux firmes sont constants et nuls, en l'occurrence les profits peuvent être écrits sous forme

$$\pi_0 = P_0 \dot{x} \tag{5.3}$$

$$\pi_1 = P_1(1 - \dot{x}) \tag{5.4}$$

Le prix chargé par la firme publique, pour maximiser le bien-être social, est donné à partir de la maximisation de l'expression suivante $W = SC + \pi_1 + \pi_0$, en utilisant les conditions des premiers ordres, nous obtenons

$$\frac{\partial W}{\partial P_0} = 0, \text{ s.c } P_0 \dot{x} \ge 0 \rightarrow \frac{\partial (v - t\dot{x}^2 + tl(\delta + 1)\dot{x} - \frac{t}{2} + tl\delta(1 - \delta l) - tl^2)}{\partial P_0} = 0, \rightarrow P_0 - P_1 = 0 \rightarrow P_0 = P_1$$

On remarque que la firme publique charge le prix P_0 qui est égale au prix pratiqué par la firme privée. Quand à cette dernière, elle fixe le prix qui maximise son propre profit, en appliquant les conditions des premiers ordres, nous avons

$$\partial \pi_1 / \partial P_1 = 0, \rightarrow \left[p_1 \left(1 - \frac{P_1 - P_0}{2t} - \frac{tl(1+\delta)}{2t} \right) \right]' = 0 \rightarrow$$

$$P_1 = \frac{P_0}{2} + \frac{2t - tl(1+\delta)}{2}$$
(5.5)

On peut en déduire que la position d'un consommateur indiffèrent entre les deux firmes, comme le prix est le même, est égale à $\dot{x} = \frac{l(1+\delta)}{2}$, en remplaçant les valeurs de P_0 et P_1 , on exprime les profits des firmes uniquement en fonction de t, l et δ , comme

$$P_0 = P_1 = t[2 - (1 + \delta)l]$$
(5.6)

5.3. Analyse de motivation de fusion

Quand les deux firmes décident de fusionner, elles forment une seule entité de production détenue conjointement, par la firme publique et le secteur privé et qui fabrique sur les deux sites de production dont le profit conjoint est exprimé par π_m . On suppose que le prix d'achat des biens sur les deux sites est identique, la firme publique détient un pourcentage du capital et donc du profit égal à *s*, alors que le secteur privé acquiert le reste (1 - s). Suivant le modèle de *matsumura* (1998), l'entité formée a une fonction

objectif qui représente une combinaison du bien-être social et de son propre profit, elle choisit donc P_m pour maximiser la fonction V définie par

$$V = sW_m + (1 - s)\pi_m$$
(5.7)

Où W_m représente le bien-être en situation de monopole. Comme par hypothèse tout le marché est couvert (l'entité fusionée reçoit la totalité de la demande), ce qui signifie que $\pi_m = P_m$, on peut constater que le bien-être augmente avec le paramètre s, alors que le profit de l'entité fusionnée baisse. D'une part, un niveau élevé de ce paramètre entraine une hausse de bien-être, et par conséquent, une augmentation du surplus des consommateurs, d'une autre part cet effet induit la baisse du prix, donc moins de profits. En maximisant la fonction de V par rapport au prix P_m (le prix pratiqué en cas de fusion), nous obtenons dans ce cas que si s = 1, la fusion n'est pas possible, puisque la part du secteur privé est nulle. Dans le cas où s = 0, on peut imaginer une augmentation de profit de la firme, mais la fusion n'est pas prévisible puisque la fonction objectif de la firme publique n'est pas saturée, donc la seule situation où il peut y avoir une fusion, c'est dans la mesure où 0 < s < 1.

L'élément fondamental est que le jeu entre actionnaires privés, actionnaire publicet consommateurs, en cas de fusion, est un jeu à somme nulle: W_m ne dépend que de \dot{x} qui, puisque les prix pratiqués par les deux établissements sont identiques, reste égal à la moyenne entre l et δl .

La firme fusionnée va choisir un prix qui maximise son objectif V, mais sous contrainte que la fusion soit acceptée par les actionnaires des deux firmes initiales. Ceci suppose

a)Un profit plus élevé pour les propriétaires de la firme privée, d'où la contrainte

$$(1-s)P_m \ge (1-\dot{x})P_1$$
 (5.8)

 b) Pour la firme publique, sachant que le bien-être global reste le même, on peut supposer que la collectivité souhaite favoriser les consommateurs, ce qui suppose une baisse du prix

$$P_m \le P_0 = P_1 \tag{5.9}$$

Ce qui assure également que le marché est totalement couvert. Ces deux objectifs sont compatibles si

$$\frac{1-\dot{x}}{1-s} \le \frac{P_m}{P_0} \le 1 \to s \le \dot{x} \tag{5.10}$$

Si (5.10) n'est pas satisfaite(c'est à dire si la part du privé est trop forte), la fusion est impossible. Si elle est satisfaite, le maximum de V implique un prix plus élevé que possible $P_m = P_1$, ce qui veut dire que les consommateurs ne gagnent rien. Par ailleurs, on peut voir que le motif de fusion de la firme publique est exprimé par l'inégalité $W_m \ge W$, c'est-à-dire que le bien-être social augmente après la fusion lorsque l'on fait la différence entre le bien-être avant et après fusion on obtient que $W_m = W$. On peut voir que la fonction V est donc une fonction croissante de P_m , mais P_m ne peut pas augmenter indéfiniment car la contrainte de couverture du marché impose que le consommateur le plus éloigné de la firme où il achète le bien ait encore intérêt à le faire, on doit donc avoir à gauche $U_0(x = 0) = v - tl - P_m \ge 0$, et à droite $U_1(x = 1) = v - t(1 - \delta l) - P_m \ge 0$.On peut donc dire que $P_m \le Min \ (v - tl, v - t(1 - \delta l))$. Ceci détermine donc la valeur de P_m qui maximise V. On en déduit

Proposition 1: La fusion entre une entreprise publique et le secteur privé ne réduit pas le prix, donc elle n'est pas envisageable.

En effet, en duopole, on avait $P_0 = P_1 = t[2 - (1 + \delta)l]$, et toujours pour la même raison de couverture du marché, on devait déjà avoir $P_0 \leq Min \ (v - tl, v - t(1 - \delta l))$. supposons pour fixer les idées, que $v - tl \leq v - t(1 - \delta l)$. soit $\delta > \frac{1-l}{l}$. L'entreprise choisira donc $P_m = v - tl$. on a donc nécessairement $P_m \geq P_0$.

En définitive, la fusion s'avère neutre en ce qui concerne W, mais désavantageuse pour les consommateurs. Il parait donc impossible qu'elle soit réalisée, puisqu'elle engendre au mieux un transfert au désavantage des consommateurs vers le profit des propriétaires de l'entreprise privée. Notons que ce résultat de la non profitabilité de la fusion, entre des entreprises nationales n'est pas tributaire de la façon d'emplacement des entreprises, puisque même si l'entreprise privée se trouve à gauche de la ville linéaire, et celle publique à droite, on trouve la même conclusion avec nos hypothèses et surtout que $\delta > 1$.

5.4. Cas de présence d'une firme étrangère

Dans la partie précédente de notre chapitre, on a considéré que les deux entreprises sont nationales. Dans cette partie, on va considérer que le secteur privé est représenté par une entreprise provenant de l'étranger. Par conséquent, le profit du secteur privé ne sera pas pris en compte dans le calcul du bien-être social, puisqu'il est transféré à l'extérieur. On suppose que W_m et W représentent respectivement la valeur du bien-être social en cas de fusion, et en duopole avec cette nouvelle évaluation.

En cas de duopole, la firme publique fixe son prix en maximisant le bien-être social, ce dernier est exprimé comme suit $W = SC + \pi_0$, ce qui nous permet d'écrire la valeur du surplus des consommateurs comme suit

$$\begin{split} SC_0 &= (v - p_0)\dot{x} - t[\frac{l^2}{2} + \frac{(\dot{x} - l)^2}{2}]\\ SC_1 &= (v - p_1)(1 - \dot{x}) - t[\frac{(\delta l - \dot{x})^2}{2} + \frac{(1 - \delta l)^2}{2}]\\ \text{On en déduit que le surplus total est égal à} \end{split}$$

$$SC = v\dot{x} - P_0\dot{x} + (v - P_1)(1 - \dot{x}) - \frac{t}{2}\mathscr{O}_0$$
(5.11)

Avec $\emptyset_0 = (\dot{x} - l)^2 + (\delta l - \dot{x})^2 + l^2 + (1 - \delta l)^2$

$$W = SC + P_0 \dot{x} = v\dot{x} + (v - P_1)(1 - \dot{x}) - \frac{t}{2} \varnothing_0$$
(5.12)

En appliquant les conditions des premiers ordres de maximisation du bien-être social, on obtient

$$\frac{\partial W}{\partial P_0} = v \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_0} - t(\dot{x} - l) \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_0} - (v - P_1) \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_0} + t(\delta l - \dot{x}) \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_0} = 0$$

$$\rightarrow -t(\dot{x} - l) + P_1 + t(\delta l - \dot{x}) = 0$$

$$\rightarrow -2t\dot{x} + P_1 + tl(\delta + 1) = 0$$

$$\to -[p_1 - p_0 + tl(1 + \delta)] + tl(1 + \delta) + p_1 = 0$$

Nous obtenons alors que $P_0 = 0$, ce qui s'explique par le fait que l'entreprise publique dans le cas où sa rivale est étrangère applique un prix égal au coût marginal de production, et donc cela lui donne plus de compétitivité et pouvoir d'attraction des consommateurs sur le marché. en même temps, dans ce cas la firme publique réalise un profit nul. En cas d'existence des coûts fixes, on pourrait dire qu'elle réalise des pertes, donc qu'elle est déficitaire. En revanche, en cas d'absence de coûts fixes, son profit est égal à zéro.

La firme étrangère choisit le prix qui maximise son profit, son programme est donc donné comme

 $\partial \pi_1 / \partial P_1 = 0, \rightarrow [p_1(1 - \frac{P_1 - P_0}{2t} - \frac{tl(1+\delta)}{2t})]' = 0 \rightarrow p_1 = t + \frac{p_0}{2} - \frac{tl(1+\delta)}{2}$, puisque $P_0 = 0$, on en déduit que $p_1 = t - \frac{tl(1+\delta)}{2}$, en remplaçant cette valeur en \dot{x} , alors l'emplacement du consommateur indifférent est exprimé par

$$\dot{x} = \frac{1}{2} + \frac{l(1+\delta)}{4} \tag{5.13}$$

Pour que la firme publique n'ait pas la totalité du marché, nous supposons que \dot{x} est compris entre l et δl d'où la condition $2(2l-1) \leq l(1+\delta) \leq 2(2\delta l-1)$. On va traiter maintenant la possibilité de fusion entre les deux firmes, sous la forme d'une seule firme monopolistique sur le marché. En cas de fusion, alors le bien-être social s'écrit comme $W_m = SC^m + s\pi_m$ avec SC^m représente le surplus des consommateurs en cas de fusion, et $s\pi_m$ représente la part du profit de la firme publique dans l'entité fusionnée. On suppose qu'en cas de fusion la firme fusionnée pratique le même prix dans les deux établissements, on en déduit que

$$\begin{split} SC^m &= v - p_m - \frac{t}{2} \varnothing_m \\ \varnothing_m &= (\dot{x}_m - l)^2 + (\delta l - \dot{x_m})^2 + l^2 + (1 - \delta l)^2 \end{split}$$

Avec \dot{x}_m qui définit la valeur de \dot{x} en cas de fusion, puisque que le prix est le même en cas de fusion, alors $\dot{x}_m = \frac{(1+\delta)l}{2}$, on peut donc écrire le bien-être social comme suit

$$W_m = v - P_m(1-s) - \frac{t}{2} \emptyset_m$$
 (5.14)

La condition nécessaire pour que la fusion soit profitable, pour le secteur public est que $W_m > W$, c'est-à-dire que le bien-être soit maximisé en cas de fusion. Par contre, pour le secteur privé, la fusion est acceptable si son profit après fusion est supérieur à son niveau avant la fusion, donc les deux conditions nécessaire pour voir se réaliser la fusion sont :

Secteur public si $W_m > W \rightarrow v - P_m(1-s) - \frac{t}{2} \emptyset_m > v - P_1(1-\dot{x}) - \frac{t}{2} \emptyset_0$

$$P_m(1-s) < P_1(1-\dot{x}) + \frac{t}{2}[\emptyset_0 - \emptyset_m]$$
(5.15)

Pour le secteur privé si

 \rightarrow

$$P_m(1-s) > P_1(1-\dot{x}) \tag{5.16}$$

Ce qui nous permet de réécrire les deux conditions de fusion comme suit

$$P_1(1-\dot{x}) < P_m(1-s) < P_1(1-\dot{x}) + \frac{t}{2}[\emptyset_0 - \emptyset_m]$$
(5.17)

Proposition 2: En présence d'un secteur privé de provenance étrangère, la fusion entre une entreprise publique et une autre privé est toujours avantageuse. Puisqu'elle diminue le prix et améliore le bien-être social, et qu'elle est aussi profitable pour le secteur privé.

D'après l'inégalité ci-dessus, on peut dire que la fusion n'est faisable que si la valeur $\emptyset_0 - \emptyset_m$ est positive, sinon la fusion ne peut pas se produire, puisqu'elle ne respecte pas les conditions d'incitation à la fusion, en remplaçant $\emptyset_0 - \emptyset_m$ par sa valeur, nous obtenons

$$\begin{split} & \varnothing_0 - \varnothing_m = (\dot{x} - l)^2 + (\delta l - \dot{x})^2 - (\dot{x}_m - l)^2 - (\delta l - \dot{x}_m)^2 \\ &= 2\dot{x}^2 - 2\dot{x}_m^2 - 2l(\delta + 1)(\dot{x} - \dot{x}_m) \\ &= 2(\dot{x} - \dot{x}_m)[\dot{x} + \dot{x}_m - l(\delta + 1)] \end{split}$$

On suppose que α représente la moyenne de distance entre la localisation de deux firmes c'est-à-dire que $\alpha = \frac{\delta l+l}{2}$, cela veut dire que $\dot{x}_m = \alpha$, et aussi on peut trouver d'ailleurs que $\dot{x} = \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2}$, on en déduit que

$$\emptyset_0 - \emptyset_m = \frac{1}{2}(1-\alpha)^2 \ge 0$$
 (5.18)

Cette valeur est toujours positive, donc la fusion peut bien se produire, entre le secteur public et le secteur privé, si ce dernier est de provenance étrangère. La valeur du prix en cas de fusion est égale à $P_m = P_1(1 - \dot{x})$. On en déduit que le prix de la firme publique n'est pas réduit après la fusion, bien qu'il y ait une augmentation du bien-être social. A

noter que la condition d'incitation à la fusion pour le secteur privé est remplie, donc la fusion bénéficie également aux propriétaires du secteur privé.

On procède maintenant à une comparaison de demande dans les deux cas : le cas où le secteur privé est national, et l'autre cas où le secteur privé est de provenance étrangère. Nous supposons que \dot{x}^{nat} définit le consommateur indifférent en cas du présence du secteur privé national, alors que \dot{x}^{etr} définit le consommateur indifférent en cas du présence du secteur privé étranger. On peut constater d'après les calculs précédents où l'on a trouvé que $\dot{x}^{nat} = \alpha$, $\dot{x}^{etr} = \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2}$, en comparant les deux valeurs, nous obtenons

si $\dot{x}^{nat} > \dot{x}^{etr} \rightarrow \alpha > \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} \rightarrow \alpha > 1$ rejeté si $\dot{x}^{nat} < \dot{x}^{etr} \rightarrow \alpha < \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} \rightarrow \alpha < 1$ accepté

Proposition 3: L'emplacement du consommateur indifférent se trouve plus à droite en cas de présence du secteur privé étranger plutôt que c'est le cas en présence du secteur privé national.

On peut voir dans notre modèle, que l'entreprise publique reçoit plus de demande en cas de la présence du secteur privé étranger. Puis que $\dot{x}^{nat} < \dot{x}^{etr}$, un constat qui s'explique par le fait que l'entreprise publique pratique un prix moins élevé que celui de sa concurrente, donc elle arrive à attirer plus de consommateurs.

Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre les incitations à la fusion dans un modèle spatial d'un duopole mixte. Nous nous sommes intéressés à l'étude de la faisabilité (profitabilité) de la fusion, en prenant en compte la distance entre les points de localisation des entreprises. Autrement dit, nous nous sommes posés la question de savoir si les points d'emplacement des entreprises jouent un rôle dans la profitabilité de la fusion, d'un duopole mixte dans un modèle spatial de HOTTELING.

Ce chapitre nous montre qu'en présence d'un marché constitué d'un duopole mixte avec les hypothèses que des consommateurs distribués uniformément sur une ville linéaire, la fonction de demande du type linéaire, des fonctions des coûts de transport de types non quadratiques, et des coûts marginaux constants et nuls, une fusion est profitable pour le secteur privé dans certaines conditions relatives aux points de localisations des deux entreprises, mais elle demeure non profitable pour le secteur public.

Dans le cas où le secteur privé est représenté par une entreprise de provenance étrangère, la fusion dans ce cas est toujours profitable pour l'entreprise publique, tout comme celle privée, et c'est indépendamment de points des localisations des deux entreprises. Autrement dit, la distance entre les deux entreprises ne joue aucun rôle dans la profitabilité de la fusion.

Enfin, ce chapitre met en évidence que si l'entreprise publique se localise à gauche de la ville linéaire, elle arrive à tirer la grosse partie de ces consommateurs dans le cas où le secteur privé est étranger. En revanche, le secteur privé gagne plus de consommateurs dans le cas où il est représenté par une entreprise nationale.

Essai de modélisation de la fusion endogène

Dans la littérature, lorsque deux firmes envisagent une fusion, elles la font dans un contexte statique d'une seule période, chacune d'elles compare le profit si la fusion est réalisée avec le profit en l'absence de fusion. En fait, on suppose dans cette littérature que les firmes n'anticipent pas ce qui va se passer dans les périodes ultérieures en matière de fusion, ce qui est irrationnel, puisqu'on peut avoir des fusions en série. L'élément original de ce chapitre est de se situer dans une perspective multipériode, faisant intervenir le taux d'actualisation, la décision d'une firme de fusionner ou non se fondant sur la somme des profits futurs actualisés dans les différents scénarios des fusions ultérieures qui peuvent être envisagés.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'évolution de la profitabilité de fusion entre des firmes asymétriques, en comparant le profit de la firme comme étant membre du groupe fusionné, à son profit si elle décide de se mettre à l'écart de la fusion. Dans ce contexte, l'incitation à la fusion est influencée d'une part, par un facteur endogène qui est le nombre des insiders, et la façon par laquelle le profit est partagé, et d'autre part, par un facteur exogène qui est le nombre des outsiders. La différence entre ce modèle et les modèles endogènes précédents repose sur le fait que dans la littérature la firme compare son profit comme étant membre de l'entité fusionnée à son profit COURNOT-NASH comme étant outsider à une seule période, alors que dans notre modèle, cette comparaison se fait à plusieurs périodes. La firme va comparer son profit sur plusieurs périodes avec ou sans fusion.

6.1. Le modèle

Suivant la littérature, nous considèrons un simple modèle, et spécialement le modèle de QIU et ZHOU 2007 où l'économie est formée de N firmes avec $N \geq 3.$ Chaque firme ayant un coût marginal constant avec $(c_1 < c_2 \dots < c_N)$. Nous supposons que les firmes fabriquent des produits homogènes, la fonction de demande inverse est égale à P = a - Q, où Q représente la quantité totale produite dans l'économie. En première étape les firmes se livrent à une concurrence à la Cournot, puis en seconde étape, M firmes décident de se mettre en fusion. Ce processus de fusion se déroule dans une voie séquentielle, nous supposons que les firmes sont rationnelles, nous supposons aussi que si deux firmes i et j décident de fusionner, cela entraine des effets de synergie, et donc elles produisent au coût marginal de la firme la plus efficace $c_m = min(c_i.c_j)$, nous considérons que les firmes les plus efficientes entament le processus de fusion. Afin de traiter la possibilité de fusion, en explorant les différents équilibres capables de surgir suite aux interactions entre les firmes, où la fusion se fait de façon endogène, nous utilisons le principe d'induction à rebours. On suppose que si une firme i fusionne avec une ou plusieurs firmes, la firme ireste engagée au niveau de la fusion dans le futur. On suppose aussi qu'il y a une seule fusion possible à chaque période qui peut s'agrandir avec le temps.

6.1.1. L'incitation à la fusion

Les deux conditions d'incitation à la fusion sont données par les deux inégalités cidessous. La première condition exprime l'incitation collective à la fusion qui signifie que le profit de la fusion est supérieur ou égal à la somme des profits des firmes formant l'entité fusionnée, alors que la seconde condition exprime l'incitation individuelle qui signifie que le profit de la firme dans le groupe fusionné est supérieur ou égal à son profit si elle reste outsider

$$\pi_M \ge \sum_{i=1}^M \pi_i$$
$$\pi_i^f \ge \pi_i^0$$

Pour comparer le profit sur plusieurs périodes, nous calculons le profit de la firme lorsqu'elle est membre du groupe fusionné que l'on va comparer à son profit lorsqu'elle est outsider.

$$\pi_i^f(t_1) + \delta^1 \pi_i^f(t_2) + \dots + \delta^{m-1} \pi_i^f(t_m) \ge \pi_i^0(t_1) + \delta^1 \pi_i^0(t_2) + \dots + \delta^{m-1} \pi_i^0(t_m)$$

Le memebre de droite de l'inégalité décrit le profit de la firme si elle reste outsider tout le temps, alors que le membre gauche de l'inégalité décrit le profit de la firme en fusion qui change avec le temps $t_1, t_2...t_m$. Ceci car d'une période à une autre, la fusion peut concerner de nouvelles firmes qui vont joindre la fusion déja existante dont la firme *i* fait partie. On introduit le taux d'escompte pour calculer les futurs profits de la firme prévus sur plusieurs périodes, soit

$$\pi_i = \sum_{k=0}^{m-1} \delta^k \pi_i(t_{k+1})$$

Ce qui nous permet de prévoir le profit de la firme i dans le cas où elle est outsider

6. Essai de modélisation de la fusion endogène

et aussi le cas où elle fait partie de la fusion sur plusieurs périodes. la comparaison de profit dans les deux cas nous donne l'expression suivante. Soit

$$\Delta \pi = \sum_{k=0}^{m-1} [\delta^k(\pi_i^f(t_{k+1}) - \pi_i^0(t_{k+1}))]$$
(6.1)

Cette valeur indique le choix stratégique de la firme sur le long terme. Si la valeur est positive, alors la fusion est profitable, et donc elle rejoint le groupe fusionné. Elle fera le contraire si la valeur est négative. Les résultats à L'équilibre Cournot-Nash sont obtenus avec les notations suivantes: q_i^0 représente la quantité produite par une firme outsider et π_i^0 désigne son profit . Alors que q_i^f indique la quantité produite par le groupe fusionné et π_i^f représente le profit de ce groupe fusionné. Nous signalons néanmoins que le profit de l'outsider peut varier selon qu'il y a une fusion ou non. S'il n'y a pas de fusion, alors la quantié et le profit de l'outsider à l'équilibre Cournot-Nash sont calculé comme

$$\pi_i^0 = [a - (q_i^0 + \dots + q_n^0) - c_i]q_i^0$$

$$(N-1) \begin{cases} \pi_j^0 = [a - (q_i^0 + \dots + q_n^0) - c_j]q_j^0 \\ & , \\ & , \\ & , \\ \pi_n^0 = [a - (q_i^0 + \dots + q_n^0) - c_n]q_n^0 \end{cases}$$

Soit $q_i^* = Q - q_i^0, q_k^* = Q - q_k$, avec $k \in \{j...,n\}$

$$\pi_i^0 = [a - (q_i^0 + q_i^*) - c_i]q_i^0$$
$$(N - 1)\pi_k = [a - (q_k + \dots + q_k^*) - c_k]q_k$$

En maximisant les profits par rapport à la quantité, nous obtenons

$$2q_i^0 + Q - q_i^0 = a - c_i$$

(N - 1)[2q_k + Q - q_k = a - c_k]

En faisant la somme de deux équations, nous obtenons

$$NQ + Q = Na - c_i - c_{N-M}$$
, soit $c_N = \sum_{i=1}^N c_i$
 $\rightarrow Q = \frac{Na - c_N}{N+1}$

Puisque $q_i^0 = a - Q - c_i$, on en déduit alors

$$q_i^0 = \frac{a + c_N}{1 + N} - c_i \tag{6.2}$$

$$\pi_i^0 = \left[\frac{a+c_N}{1+N} - c_i\right]^2 \tag{6.3}$$

Alors que s'il y a une fusion, à l'équilibre Cournot-Nash, la quantité produite et le profit de l'outsider sont calculés à partir de

$$\pi_i^0 = [a - (q_i^0 + \dots + q_n^0) - c_i]q_i^0$$

$$\pi_i^f = [a - (q_i^f + \dots + q_n^0) - c_{min}]q_i^f$$

$$(N - M - 1) \begin{cases} \pi_j^0 = [a - (q_j^0 + \dots + q_n^0) - c_j]q_j^0 \\ , \\ , \\ \pi_n^0 = [a - (q_i^0 + \dots + q_n^0) - c_n]q_n^0$$
where $m_i^{*} = Q - q_i^{*} - q_i^{*} = Q - q_i^{*}$ where $k \in i$

So it $q_i^* = Q - q_i^0, q_i^{f*} = Q - q_i^f, q_k^* = Q - q_k, \text{ avec } k \in \{j \dots n\}$

$$\pi_i^0 = [a - (q_i^0 + q_i^*) - c_i]q_i^0$$

$$\pi_i^f = [a - (q_i^f + q_i^{f*}) - c_{min}]q_i^f$$

$$(N - M - 1)\pi_k = [a - (q_k + \dots + q_k^*) - c_k]q_k$$

En maximisant les profits par rapport à la quantité, nous obtenons

$$2q_i^0 + Q - q_i^0 = a - c_i$$

$$2q_i^f + Q - q_i^f = a - c_{min}$$

(N - M - 1)[2q_k + Q - q_k = a - c_k]

En faisant la somme des équations, nous obtenons

$$(N - M + 1)Q + Q = (N - M + 1)a - c_i - c_{min} - c_{N-M-i}$$
$$Q = \frac{(N - M - 1)a - c_i - c_{min} - c_{N-M-i}}{(N - M + 2)}$$

puisque $q_i^0 = a - c_i - Q$, on déduit alors que

$$q_i^0 = \frac{a - (N - M + 1)C_i + C_{min} + C_{N - M - i}}{N - M + 2}$$
(6.4)

$$\pi_i^0 = \left[\frac{a - (N - M + 1)C_i + C_{min} + C_{N - M - i}}{N - M + 2}\right]^2 \tag{6.5}$$

Avec $c_{N-M} = c_N - c_{min}$, le groupe fusionné de *m* firmes choisit la quantité qui maximise sont profit, soit

$$\pi_{i}^{f} = [a - (q_{i}^{f} + \dots + q_{n}^{0}) - c_{min}]q_{i}^{f}$$

$$(N - M) \begin{cases} \pi_{j}^{0} = [a - (q_{i}^{0} + \dots + q_{n}^{0}) - c_{j}]q_{j}^{0} \\ & , \\ & , \\ & , \\ \pi_{n}^{0} = [a - (q_{i}^{0} + \dots + q_{n}^{0}) - c_{n}]q_{n}^{0} \end{cases}$$

Soit $q_i^{f*} = Q - q_i^f, q_k^* = Q - q_k$, avec $k \in \{j...,n\}$

$$\pi_i^f = [a - (q_i^f + q_i^{f*}) - c_{min}]q_i^f$$
$$(N - M)\pi_k = [a - (q_k + \dots + q_k^*) - c_k]q_k$$

En maximisant les profits par rapport à la quantité, nous obtenons

$$2q_{i}^{f} + Q - q_{i}^{f} = a - c_{min}$$
$$(N - M)[2q_{k} + Q - q_{k} = a - c_{k}]$$

En faisant la somme de deux équations, nous obtenons

$$(N - M + 1)Q + Q = (N - M + 1)a - c_{min} - c_{N-M}$$
$$Q = \frac{(N - M + 1)a - c_{min} - c_{N-M}}{(N - M + 2)}$$

Puisque $q_i^f = a - c_{min} - Q$, nous obtenons alors

$$q_i^f = \frac{a - (N - M + 1)c_{min} + c_{N-M}}{(N - M + 2)}$$
(6.6)

$$\pi_i^f = \left[\frac{a - (N - M + 1)c_{min} + c_{N-M}}{(N - M + 2)}\right]^2 \tag{6.7}$$

6.1.2. Règle de partage des profits

Nous supposons qu'à chaque période, il y a une fusion entre deux firmes, et nous utilisons le principe de négociation de NASH comme solution pour partager le profit entre les firmes. Soit π_i^f et π_i^f qui représentent respectivement les profits de la firme *i* et de la firme *j*. Selon le principe de négociation de NASH, la firme va maximiser $(\pi_i^f - \pi_i^0) * (\pi_j^f - \pi_j^0)$ sous la contrainte $\pi_i^f + \pi_i^f = \pi^f$. avec π_i^0 et π_j^0 qui représentent les profits obtenus en cas où les firmes décident de ne pas se mettre en fusion. Cette règle donne à la firme son profit comme outsider (en cas de non fusion), en plus d'un partage équitable de bénéfice acquise de la fusion. Ce qui donne à la firme le profit suivant

$$\pi_i^f = \pi_i^0 + \frac{1}{2} [\pi^f - (\pi_i^0 + \pi_j^0)]$$
(6.8)

Cette solution de négociation bien connue dans la littérature est basée sur les axiomes suivants: l'invariance aux représentations utilitaires équivalentes, pareto optimalité, la symétrie et l'indépendance par rapport aux alternatives non pertinentes. Afin de présenter le processus de la fusion endogène dans notre modèle, nous commençons par un exemple avec N = 3 firmes. Nous essayons ensuite d'avoir une fusion pour N > 3. Finalement, nous essayons d'avoir des projections sur le sort d'une fusion endogène englobant un grand nombre de firmes.

6.1.3. Exemple de fusion pour N=3

Nous considérons dans notre exemple que l'économie est composée par N = 3 firmes, ayant respectivement les coûts $c_1 = 0$, $c_2 = h$ et $c_3 = 2h$. Nous recherchons comment la fusion peut se produire de façon endogène en utilisant le principe d'induction à rebours. Nous supposons que la firme la plus efficiente entame toujours le processus de fusion, à chaque période il y a une fusion entre deux firmes. Dans notre cas la firme ayant le coût c_1 commence la fusion, si par exemple la firme 2 refuse la fusion en première période, alors dans la seconde période, il y a une fusion entre les firmes 1 et 3. On va avoir en troisième période une fusion en monopole entre 1+3 et 2. Tous les calculs de profits des fusions sont dans l'annexe. Nous trouvons dans le schéma ci-dessous toutes les fusions qui sont capables de se produire entre les firmes.



Le schéma nous montre toutes les fusions possibles entre les trois firmes en utilisant le principe de backward induction.

D'après l'organigramme, il y a 4 séquences (chemin) possibles, décrites ci-dessous, qui peuvent surgir des différents intéractions entre les trois firmes. À la période t = 0, aucune fusion ne se produit, à la période t = 1, la firme 1 propose la fusion à la firme 2, si la firme 2 refuse la fusion, la firme 1 propose la fusion à la firme 3 à la période suivante...ect. Toutes intéractions entre les trois firmes sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Т	51	52	53	54
0	1,2,3	1,2,3	1,2,3	1,2,3
7	1+2,3	1,2,3	1,2,3	1,2,3
2	1+2+3	1+3,2	1,2,3	1,2,3
3	1+2+3	1+2+3	2+3,1	1,2,3

On peut constater que si deux firmes se fusionnent à une période donnée, alors à la période suivante, la fusion des trois firmes est nécessairement une fusion profitable puisqu'elle regroupe plus de 80% des firmes dans le marché¹.

 $^{^1{\}rm Selon}$ le modèle de (SSR), toute fusion n'est profitable que s'elle regroupe au moins 80% des firmes sur le marché.

6.1.4. Processus de fusion: logique du raisonnement

Pour explorer l'équilibre en cas de fusion entre les firmes en utilisant le principe d'induction à rebours, on commence par la dernière période pour aller vers l'amont. Dans cette logique, on commence par les firmes 2 et 3 puisqu'elles sont moins efficaces par rapport à la firme 1, donc leur fusion est probablement occasionnée à la dernière période. Nous explorons ensuite, un équilibre entre les firmes 1 et 3 puis 1+3 et 2 (fusion de monopole), ou bien 1 et 2 puis 1+2 et 3 (fusion de monopole). La séquence qui élimine toutes les autres séquences est la séquence qui garantit le plus de profit, puisque les firmes sont rationnelles, tous les équilibres sont décrits comme suit de l'aval vers l'amont

si $\pi_{2+3}(S_3) > \pi_{2+3}(S_4) \Rightarrow S_4$ éliminé si $\pi_{2+3}(S_3) < \pi_{2+3}(S_4) \Rightarrow S_3$ éliminé si $\pi_{1+3}(S_2) > \pi_{1+3}(S_3) \Rightarrow S_3$ éliminé si $\pi_{2+3}(S_3) < \pi_{2+3}(S_4) \Rightarrow S_2$ éliminé si $\pi_{1+2}(S_1) > \pi_{1+2}(S_2) \Rightarrow S_2$ éliminé si $\pi_{1+2}(S_1) < \pi_{1+2}(S_2) \Rightarrow S_1$ éliminé



6.1.4.1. Comparaison des séquences S_3/S_4 (actualisée en période 3)

A la séquence S_3 , le profit de la fusion (2+3) est composé par leur profit à la période 3 qui est égal à $\left(\frac{(a-2h)^2}{9}\right)$ plus leur profit à la période 4qui est à égal à $\delta\left[\frac{(a-2h)^2}{18} + \frac{a^2}{18} - \frac{(a+h)^2}{18}\right]$. Alors qu'à la séquence S_4 , nous avons la somme des profits de deux firmes à la période t = 3 et t = 4 en tant qu'outsiders comme $(1+\delta)\left[\frac{(a-h)^2}{16} + \frac{(a-5h)^2}{16}\right]$. Nous pouvons voir que les profits dépendent de a/h, nous fixons comme hypothèse que a > 5h.

$$\pi_{2+3}(S_3) = \frac{(a-2h)^2}{9} + \delta\left[\frac{(a-2h)^2}{18} + \frac{a^2}{18} - \frac{(a+h)^2}{18}\right]$$

$$\pi_{2+3}(S_4) = (1+\delta)\left[\frac{(a-h)^2}{16} + \frac{(a-5h)^2}{16}\right]$$

 $\mathrm{Si} \ \pi_{2+3}(S_3) > \pi_{2+3}(S_4) \Rightarrow$

$$\begin{aligned} -2a^2 + 44ah - 170h^2 &> \delta(-60ah + 210h^2) \\ \delta &> \frac{2a^2 - 44ah + 170h^2}{60ah - 210h^2} = \delta^*(\frac{a}{h}) \end{aligned}$$

Où δ^* est une fonction qui décrit le rapport $(\frac{a}{h})$, nous avons comme hypothèse que a > 5h. On en déduit donc que l'inégalité ci-dessus est toujours vraie pour $\frac{a}{h} \leq 17$

6.1.4.2. Comparaison des séquences S_2/S_4 (actualisée en période 2)

Nous comparons le profit de la fusion (1+3) dans la séquence S_2 qui est composé par leur profit à la période t = 2 qui est ègal à $\left(\frac{(a+h)^2}{9}\right)$ plus leur profit à la période t = 3 et t = 4 éscompté, soit $(\delta^2 + \delta)\left[\frac{(a+h)^2}{18} + \frac{a^2}{18} - \frac{(a-2h)^2}{18}\right]$. A la séquence S_4 , où l'on fait la somme de leurs profits comme étant outsider sur les trois périodes, soit $(1+\delta^2+\delta)\left[\frac{(a+3h)^2}{16} + \frac{(a-5h)^2}{16}\right]$.

$$\pi_{1+3}(S_2) = \frac{(a+h)^2}{9} + (\delta^2 + \delta) \left[\frac{(a+h)^2}{18} + \frac{a^2}{18} - \frac{(a-2h)^2}{18}\right]$$

$$\pi_{1+3}(S_4) = (1+\delta^2 + \delta) \left[\frac{(a+3h)^2}{16} + \frac{(a-5h)^2}{16}\right]$$

En posant $x = \delta^2 + \delta \Rightarrow \delta = \sqrt{x + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}}$ Si $\pi_{1+3}(S_2) > \pi_{1+3}(S_4) \Rightarrow$ $-2a^2 + 68ah - 290h^2 > x(-84ah + 330h^2) \Rightarrow$ $x > \frac{2a^2 - 68ah + 290h^2}{84ah - 330h^2} = x^*(\frac{a}{h})$

Nous pouvons avoir comme résultat que cette inégalité est toujours vrai pour $\frac{a}{b} \leq 29$.

6.1.4.3. Comparaison des séquneces S_1/S_4 actualisée en période 1

Nous comparons le profit de la fusion (1 + 2) dans la séquence S_1 qui est composé par leur profit à t = 1, soit $\frac{(a+2h)^2}{9}$, plus leur profit dans les périodes suivante, soit $(\delta + \delta^2 + \delta^3) \left[\frac{(a+2h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a-4h)^2}{18}\right]$. A la profit de deux firmes dans la séquence S_4 .

$$\pi_{1+2}(S_1) = \frac{(a+2h)^2}{9} + (\delta + \delta^2 + \delta^3) \left[\frac{(a+2h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a-4h)^2}{18}\right]$$

$$\pi_{1+2}(S_4) = (\delta + \delta^2 + \delta^3) \left[\frac{(a+3h)^2}{16} + \frac{(a-h)^2}{16}\right]$$

En posant
$$\delta + \delta^2 + \delta^3 = y$$

Si $\pi_{1+2}(S_1) > \pi_{1+2}(S_4) \Rightarrow$
 $-a^2 + 14ah - 13h^2 > y(-30ah + 93h^2) \Rightarrow$
 $y > \frac{a^2 - 14ah + 13h^2}{30ah - 93h^2} = y(\frac{a}{h})$

Cette inégalité est toujours verifiée pour $\frac{a}{h} \leq 13$. D'après ces comparaisons de séquences, nous pouvons alors obtenir le résultat suivant sous forme de proposition.

Proposition 1: la fusion en séquence entre trois firmes asymétriques peut être profitable de façon endogène, dans certaines conditions, selon le rapport des coefficients a/h.

D'après notre exemple, on peut dire que la fusion peut bien se produire de façon en-

dogène. C'est le rapport entre le coefficient a et le coût marginal h c'est-à-dire a/hqui détermine la séquence la plus rentable pour la firme donc la situation d'équilibre. D'après la comparaison des séquences S_3/S_4 on peut constater que si $a/h \leq 17$, alors c'est la séquence S_3 qui prime, donc une fusion endogène qui se transforme en monopole englobant les trois firmes. De même façon, la comparaison des séquences S_2/S_4 nous montre que si $a/h \leq 29$, alors c'est la séquence S_2 qui gagne, idem pour la comparaison S_1/S_2 si $a/h \leq 13$, alors c'est la séquence S_1 qui élimine la séquence S_2 . Dans le calcul des comparaisons S_1/S_3 , S_2/S_3 , nous pourrons avoir des difficultés à trouver la valeur exacte de δ . Cependant, on pourrait avoir l'intuition que la situation d'équilibre se produit au niveau de la séquence S_1 .

6.2. Intuitions et recherche futur

Pour N > 3, nous avons une difficulté à décrire le processus de fusion endogène en raison de l'existence d'une multitude d'équilibres qui peuvent surgirent et qui exigent un raffinement pour déterminer la séquence d'équilibre. Néanmoins, nous avons l'intuition que le profit de la firme au sein de la fusion diminue au fur et à mesure que le nombre des firmes fusionnées augmente.

En effet, nous pensons que la fusion devient non rentable pour les firmes, surtout les plus efficaces. Ce qui s'explique par le fait qu'à mesure que la fusion regroupe plus de participants, le profit destiné à chaque firme en groupe diminue en raison de règle de partage de gain.

$$\frac{\partial\Delta\pi}{\partial M}<0$$
 où $\Delta\pi=r(\sum_{i=2}^M\pi_i^f-\sum_{i=1}^{N-M+1}\pi_i^0$

En plus, on pense que la fusion n'est pas profitable sur le long terme pour les firmes les plus efficaces, car la dérivation du prix et aussi le profit par rapport au nombre des participants à la fusion nous permet de constater que le prix augmente $\frac{\partial P}{\partial M} > 0$ alors que le profit des firmes baisse $\frac{\partial \Delta \pi}{\partial M} < 0$. On peut voir d'après le graphique que le profit commence à se diminuer en parallèle avec une augmentation du nombre d'insiders en fusion au point où le profit de la firme au sein du groupe égalise son profit comme étant outsider.



Cependant, nous avons l'intuition que si l'on considère qu'il y a une libre entrée dans l'économie, la fusion va être profitable sur le long terme suivant la conclusion du modèle

du CARL DAVIDSON et al 2006, parce que le profit de l'outsider tend vers zéro à la situation de l'équilibre sur le long terme. Par conséquent, la fusion dans ce cas est toujours profitable. La condition de libre entrée attire les firmes dans cette économie jusqu'à ce que l'entrée n'est plus profitable. Dans ce cas, la firme vend ses produits à un prix égal à son coût marginal de production, donc il est facile de voir que la firme dans la fusion est toujours bénéficiaire sur le long terme parce que le profit de l'outsider est zero.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de faire une contribution à l'étude de la fusion endogène, en se fondant sur une logique de multiperiode où les firmes prennent en compte les différents scénarios ultérieurs qui sont susceptibles de se produire dans le futur. (périodes suivantes).

Le calcul des futurs profits escomptés peut jouer un rôle décisif dans le choix stratégique qu'une firme peut prendre de fusionner ou non puisqu'il influence systématiquement la séquence de fusion offerte à la firme, en comparant les profits nets gagnés que la firme choisit la séquence d'équilibre où elle gagne plus de profit.

Dans notre modèle, nous avons démontré que la fusion endogène est bien profitable sous certaines conditions pour un nombre limité des firmes. À mesure que le nombre d'insiders augmente le profit d'un seul insider diminue. Le raisonnement derrière ce résultat est fortement lié à la règle de partage de gain. En plus, à mesure qu'il y a plus de participants dans la fusion, alors il y a de plus en plus de différentes séquences possibles pour la firme. Donc, le calcul des profits éventuels dans chaque séquence devient de plus en plus difficile vu la difficulté de la manipulation des valeurs des profits résultants de ses séquences, il en suit que la comparaison entre les différentes séquences devient difficile.

Annexe Chapitre 6

Calcul des profits par séquence

Séquence S4

$$\Pi^{1}(t) = \frac{(a+3h)^{2}}{16}, \Pi^{2}(t) = \frac{(a-h)^{2}}{16}, \Pi^{3}(t) = \frac{(a-5h)^{2}}{16}, \forall t = 0, \dots, 4$$

Séquence S3

pour t = 0, 1,2
$$\Pi^{1}(t) = \frac{(a+3h)^{2}}{16}, \Pi^{2}(t) = \frac{(a-h)^{2}}{16}, \Pi^{3}(t) = \frac{(a-5h)^{2}}{16}$$

pour t = 3 : $\Pi^{1}(3) = \frac{(a+h)^{2}}{9}, \Pi^{2+3}(3) = \frac{(a-2h)^{2}}{9}$
 $\Pi^{2}(3) = \Pi^{2}(2) + \frac{1}{2} [\Pi^{2+3}(3) - \Pi^{2}(2) - \Pi^{3}(2)]$
 $= \frac{(a-h)^{2}}{32} + \frac{(a-2h)^{2}}{18} - \frac{(a-5h)^{2}}{32}$
 $\Pi^{3}(3) = \Pi^{3}(2) + \frac{1}{2} [\Pi^{2+3}(3) - \Pi^{2}(2) - \Pi^{3}(2)]$
 $= \frac{(a-5h)^{2}}{32} + \frac{(a-2h)^{2}}{18} - \frac{(a-h)^{2}}{32}$

pour t = 4 : $\Pi^{1+2+3}(4) = \frac{a^2}{4}$

$$\Pi^{1}(4) = \Pi^{1}(3) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+2+3}(4) - \Pi^{1}(3) - \Pi^{2+3}(3) \right]$$
$$= \frac{(a+h)^{2}}{18} + \frac{a^{2}}{8} - \frac{(a-2h)^{2}}{18}$$
$$\Pi^{2+3}(4) = \Pi^{2+3}(3) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+2+3}(4) - \Pi^{1}(3) - \Pi^{2+3}(3) \right]$$

$$= \frac{(a-2h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a+h)^2}{18}$$
$$\Pi^3(4) = \Pi^3(3) + \frac{1}{2} [\Pi^{2+3}(4) - \Pi^2(3) - \Pi^3(3)]$$
$$\Pi^3(4) = \Pi^3(3) + \frac{1}{4} [\Pi^{1+2+3}(4) - \Pi^1(3) - \Pi^{2+3}(3)]$$
$$\Pi^3(4) = \frac{(a-5h)^2}{32} + \frac{(a-2h)^2}{36} - \frac{(a-h)^2}{32} + \frac{a^2}{16} - \frac{(a+h)^2}{36}$$
$$\Pi^2(4) = \Pi^2(3) + \frac{1}{2} [\Pi^{2+3}(4) - \Pi^2(3) - \Pi^3(3)]$$
$$\Pi^2(4) = \Pi^2(3) + \frac{1}{4} [\Pi^{1+2+3}(4) - \Pi^1(3) - \Pi^{2+3}(3)]$$
$$\Pi^2(4) = -\frac{(a-5h)^2}{32} + \frac{(a-2h)^2}{36} + \frac{(a-h)^2}{32} + \frac{a^2}{16} - \frac{(a+h)^2}{36}$$

Séquence S2

pour t = 0, 1 :
$$\Pi^{1}(t) = \frac{(a+3h)^{2}}{16}, \Pi^{2}(t) = \frac{(a-h)^{2}}{16}, \Pi^{3}(t) = \frac{(a-5h)^{2}}{16}$$

pour t = 2 : $\Pi^{1+3}(2) = \frac{(a+h)^{2}}{9}, \Pi^{2}(2) = \frac{(a-2h)^{2}}{9}$
 $\Pi^{1}(2) = \Pi^{1}(1) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+3}(2) - \Pi^{1}(1) - \Pi^{3}(1)]$
 $= \frac{(a+3h)^{2}}{32} + \frac{(a+h)^{2}}{18} - \frac{(a-5h)^{2}}{32}$
 $\Pi^{3}(2) = \Pi^{3}(1) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+3}(2) - \Pi^{1}(1) - \Pi^{3}(1)]$
 $= \frac{(a-5h)^{2}}{32} + \frac{(a+h)^{2}}{18} - \frac{(a+3h)^{2}}{32}$
$$\Pi^{1}(1) = \Pi^{1}(0) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+2}(1) - \Pi^{1}(0) - \Pi^{2}(0) \right]$$

pour t = 1 : $\Pi^{1+2}(1) = \frac{(a+2h)^2}{9}$, $\Pi^3(1) = \frac{(a-4h)^2}{9}$

pour t = 0 : $\Pi^1(0) = \frac{(a+3h)^2}{16}, \Pi^2(0) = \frac{(a-h)^2}{16}, \Pi^3(0) = \frac{(a-5h)^2}{16}$

Séquence S1

pour t = 4 : mêmes profits que pour t = 3

$$pour t = 3 : \Pi^{1+2+3}(3) = \frac{a^2}{4}$$

$$\Pi^{1+3}(3) = \Pi^{1+3}(2) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+2+3}(3) - \Pi^2(2) - \Pi^{1+3}(2) \right]$$

$$= \frac{(a+h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a-2h)^2}{18}$$

$$\Pi^2(3) = \Pi^2(2) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+2+3}(3) - \Pi^2(2) - \Pi^{1+3}(2) \right]$$

$$= \frac{(a-2h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a+h)^2}{18}$$

$$\Pi^1(3) = \Pi^1(2) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+3}(3) - \Pi^{1+3}(2) \right]$$

$$= -\frac{(a-5h)^2}{32} - \frac{(a-2h)^2}{36} + \frac{a^2}{16} + \frac{(a+h)^2}{36} + \frac{(a+3h)^2}{32}$$

$$\Pi^3(3) = \Pi^3(2) + \frac{1}{2} \left[\Pi^{1+3}(3) - \Pi^{1+3}(2) \right]$$

$$= \frac{(a-5h)^2}{32} - \frac{(a-2h)^2}{36} + \frac{a^2}{16} + \frac{(a+h)^2}{36} - \frac{(a+3h)^2}{32}$$

$$\begin{split} &= \frac{(a+3h)^2}{32} + \frac{(a+2h)^2}{18} - \frac{(a-h)^2}{32} \\ &\Pi^2(1) = \Pi^2(0) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+2}(1) - \Pi^1(0) - \Pi^2(0)] \\ &= \frac{(a-h)^2}{32} + \frac{(a+2h)^2}{18} - \frac{(a+3h)^2}{32} \\ &pour t = 2 : \Pi^{1+2+3}(2) = \frac{a^2}{4} \\ &\Pi^{1+2}(2) = \Pi^{1+2}(1) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+2+3}(2) - \Pi^3(1) - \Pi^{1+2}(1)] \\ &= \frac{(a+2h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a-4h)^2}{18} \\ &\Pi^3(2) = \Pi^3(1) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+2+3}(2) - \Pi^3(1) - \Pi^{1+2}(1)] \\ &= \frac{(a-4h)^2}{18} + \frac{a^2}{8} - \frac{(a+2h)^2}{18} \\ &\Pi^1(2) = \Pi^1(1) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+2}(2) - \Pi^{1+2}(1)] \\ &= -\frac{(a-4h)^2}{36} - \frac{(a-h)^2}{32} + \frac{a^2}{16} + \frac{(a+2h)^2}{36} + \frac{(a+3h)^2}{32} \\ &\Pi^2(2) = \Pi^2(1) + \frac{1}{2} [\Pi^{1+2}(2) - \Pi^{1+2}(1)] \\ &= -\frac{(a-4h)^2}{36} + \frac{(a-h)^2}{32} + \frac{a^2}{16} + \frac{(a+2h)^2}{36} - \frac{(a+3h)^2}{32} \\ \end{split}$$

Pour t = 3,4 : mêmes profits que pour t = 2

Conclusion Générale

Dans cette thèse, nous avons essayé d'apporter une contribution à l'étude de la concurrence inparfaite.

L'objectif de ce travail étant d'apporter des réponses pertinentes à des situations d'interaction stratégique entre les agents économiques. Autrement dit, nous avons traité de point de vue stratégique, les différents jeux stratégiques qui engagent les agents économiques, et avons caractérisé la situation d'équilibre pour chaque type de jeu.

La première partie de ce travail est consacrée à l'analyse de l'éffet de l'ouverture du dimanche, sur les entreprises, les consommateurs et le surplus global.

Notre contribution commence dans le chapitre 2, où nous avons traité les conséquences de l'ouverture dominicale, du marché sur les stratégies et les types de compétitions choisies par les entreprises (duopole). Nous avons trouvé que lorsque les biens sont homogènes, il y a une infinité d'équilibres qui sont susceptibles de surgir dans la mesure où les deux firmes ouvrent simultanément. Lorsque les biens sont différenciés, nous avons instauré des valeurs seuils pour qu'une ouverture d'entreprises sept jours soit un équilibre de Nash. Par ailleurs, nous obtenons que le prix augmente suite à une ouverture dominicale, un phénomène causée par l'augmenation des charges subies par les entreprises d'une part, et de l'accroissement de la demande d'autre part. Finalement, nous avons trouvé à travers une comparaison des types de compétition, que la compétition à la Cournot est plus restrictive que celle de Bertrand.

Ce chapitre peut être prolongé dans d'autres directions, en considérant que les entreprises ne reçoivent pas la même demande excédentaire ou bien qu'elles n'ont pas le même surcoût. Dans chacun de ces cas de figure, la situation d'équilibre peut être affectée par un tel changement.

Dans le chapitre 3, nous avons développé l'éffet de l'ouverture dominicale sur le surplus des consommateurs, et le bien-être social. Notre principal résultat est que l'ouverture dominicale porte atteinte aux consommateurs qui ne souhaitent pas se procurer leurs achats ce jour-ci, puisque l'ouverture dominicale fait augmenter le prix. Néamoins, nous avons trouvé qu'une telle ouverture est bénéfique, d'une part pour les consommateurs ayant préférence d'achat pour le dimanche et aussi globalement pour le bien-être .

Dans ce chapitre, nous pourrions mener nos recherches plus loin en supposant que les entreprises ne sont pas symétriques. En plus, nous pourrions voir comment nos conclusions peuvent être affectées si l'on considère que la proportion f_1 est inférieure à 50 %.

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous avons étudié la fusion horizontale. Nous abordons une question clé dans le chapitre 5, en recherchant les conditions nécessaires afin de garantir la profitabilité d'une fusion dans le cadre d'un duopole mixte. Nous avons trouvé que la fusion n'est jamais profitable si le secteur privé est de nature nationale. Par contre, si le secteur privé est de provenance étrangère, alors la fusion est toujours profitable.

Parmi les remarques qui peuvent être dressée à ce chapitre, c'est que l'on considére que les coûts marginaux sont égaux puisque nuls. Nous pouvons chercher les conséquences de la non égalité de ces coûts.

Finalement, dans le chapitre 6, nous avons essayé de développer une fusion séquentielle qui est endogènement profitable. Nous avons commencé par N = 3. Parmi les problèmes que nous avons rencontrés dans ce chapitre, le principal correspond à la difficulté de déterminer quelle séquence peut être plus profitable, au fur et à mesure qu'il y a plus de firmes engagées dans la fusion.

- M. Waterson, economic theory of industry, Cambridge, Cambridge University press, 1984
- [2] P. Weber, F. Jenny, concentration et politique des structures industrielles, Paris, la documentation française, 1975
- [3] G. Umbhauer, théorie des jeux et économie industrielle, Revue d'économie industrielle, 1988,
- [4] P.Towroe, industrial location decisions, 1971, University of birmingham
- [5] J. Tirole, the theory of industrial organization, cambridge, MIT press, 2e 2dition, 1989
- [6] J. Tirole, Concurrence imparfaite, Paris, Economica, 1985
- [7] R. shaked, J. sutton, Natural oligopolies, Economica, 1983
- [8] R. Schmalense, industrial economics, An overview, Economic journal, 1988
- [9] S.peltzman, the gains and losses from industrial concentration, journal of law and economics, 1977
- [10] M. Porter, competitive strategy, New York, Free Press, 1980
- [11] A. Jacquemin, sélection et pouvoir dans la nouvelle économie industrielle, Economica, 1985
- [12] E. Maskin, J. Rilez, monopoly with incomplete information, Rand journal of Economics, vol. 15
- [13] A.K. Dixit, J. Stiglitz, monopolistic competition and optimum product diversity, American Economic Review, 1977

- [14] D. Fudenberg, J.Tirole, dynamic models of oligopoly, Londres Harwood Academic publishers, 1986
- [15] Steven A.Morrison And Robert J.Nerwan, Hours Of Operation Restrictions And Competition Aming Retail Firms, Economic Inquiry, 1983
- [16] Georges Tanguay, Luc Vallee And Paul Lanoie, Shopping Hours And Price Levels in the Retailing Industry: A Theortical And Empirical Analysis, Economic Inquiry, 1995
- [17] Roman Inderst And Andreas Irman, Shopping Hours and Price Competition, European Economic Review, 2005
- [18] Oz Shy, Rune Stenbacka, Price Competition Business Hours And Shopping Time Flexibility, The Economic Journal, 2008
- [19] Oz Shy, Rune Stenbacka, Service Hours with asymmetric distributions of ideal service time, International journal of industrial organization, 2006
- [20] C.Genakos. S Danchev, Evaluating the impact of Sunday trading deregulation, Centre for Economic Performance, London, UK, 2015
- [21] M.Burda. P.Weil, Blue laws, working paper, Eureapn center for Advenced Research in economics and statistics, Université libre de Bruxelles, 2005
- [22] K.Reddy, Price Effects of shopping Hours Regulation: Evidence from germany, Economic Affairs, 2012
- [23] Skuterud, The impact of Sunday Shopping on employment and hours of work in the retail industry: Evidence from Canada, European Economic Review, 2005
- [24] M.Goos, The impact of Shop closing hours on labor and product markets, centre for economic performance, London School of economics, 2004
- [25] Bossler, mario and Oberfichtner, michael, The employment effect of deregulating shopping hours: Evidence from german retailing, Working paper Universität Erlangen-Nürnberg, 2014
- [26] Gerhard clemenz, Competition via shopping hours: A case for regulation?, journal of institutional and Theoretical Economics, 1994

- [27] Gerhard clemenz, Non-sequential consumer search and the consequences of a deregulation of trading hours, European Economic Review, 1990
- [28] David de Meza, The fourth commandment : is it pareto efficient ?, The Economic journal, 1984
- [29] A. Ingene, The effect of Blue laws on consumers expenditures at retail, Journal of marcomarketing, 1986
- [30] J.A.Kay and C.N.Morris, The economic efficiency of sunday trading restrictions, The journal of industrial economics, 1987
- [31] Pilat.D, 'competition, productivity and efficiency', Revue economique de l'OCDE n°27
- [32] Charlotte Senftleben-König, Product market deregulation and employment outcomes: Evidence from teh German Retail Sector, Working paper, the SFB 649 "Economic Risk Berlin".
- [33] A.Petralias, S.Petros, P.Prodromidis, 'Gresse in Recession: Economic predictions, mispredictions and policy implication', 2013, Hellenic Observatory, European Institute
- [34] T. Wenzel, Deregulation of shopping hours: The impact of independant retailers and chain stores, Scandinavian journal of economics, 2011
- [35] T. Wenzel, Liberalization of opening hours with free entry, German Economic Review, 2010
- [36] Williamson, « Economies as an Antitrust Defense: The Welfare Tradeoffs », American Economic Review, (1968)
- [37] Farrell, J. et C. Shapiro, « Horizontal mergers: An equilibrium analysis », American Economic Review, (1990)
- [38] Farrell, J. et C. Shapiro, « Scale Economies and Synergies in Horizontal Merger Analysis », Antitrust Law Journal, (2001)
- [39] Vickers, J., and Yarrow, G., 1988, Privatization. An Economic Analysis, The MIT Press.

- [40] Bös, D., 1991, Privatization. A Theoretical Treatment, Oxford University Press
- [41] Lorenz, Nett, Mixed oligoopoly with homogeneous goods, Annals of public and cooperative economics, 1993
- [42] Merrill, W. and Schneider, N. (1966), Government firms in oligopoly industries: a shortrun analysis, Quarterly Journal of Economics
- [43] G. de fraja, F. delbono, Alternative strategies of a public entreprise in oligopoly, Oxford Economic papers, 1989
- [44] Debashis. pal, "Does Cournot competition yield spatial agglomeration?," Economics Letters, 1998
- [45] H.Cremer, M.Marchand, J.Thisse, 'Mixed oligopoly with differentiated products, International Journal of Industrial organization, 1991
- [46] S.Mujumdar, D. Pal, "Effects of indirect taxation in a mixed oligopoly," Economics Letters, 1998
- [47] D.Pal, Endogenous timing in a mixed oligopoly, Economics Letters, 1998
- [48] Barcena-Ruiz J, C. Garzon, Mixed duopoly, merger and multiproduct firms, Journal of Economics, 2003
- [49] Barcena-Ruiz J, C. Garzon, Mixed oligopoly and environmental policy spanish, Economic Review, 2006
- [50] Ishibashi.I, Matsumura.T, R& D competition between public and private sectors, European Economic Review, 2006
- [51] Matsumura.T, Stackelberg mixed duopoly with a foreign competitor. Bulletin of Economic Research 55, 275-287, 2003
- [52] N.Matsushima, Matsumura.T, Mixed oligopoly and spatial agglomeration, Canadian Journal of Economics, 2003b
- [53] N.Matsushima, Matsumura.T, Mixed duopoly with product diffrentiation: sequential choice of location, Canadian Journal of Economics, 2003a
- [54] S.P.Anderson, D.J.Neven, Market efficiency with combinable products, European Economic Review, 1989

- [55] Hamilton, J.H, Thisse, J.F, Weskamp, A, Spatial discrimination: Bertrand vs Cournot in a model of location choice, Regional Science and Urban Economics, 1989
- [56] C, Aspremont, J.J, Gabszewicz, J.F, Thisse, on Hotelling's stability in competition, Econometrica, 1979
- [57] D.Kreps, Scheinkman.J, Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcome, Bell journal of Economics, 1983
- [58] Sarkar.J,Gupta.B, Pal.D, Location equilibrium for Cournot oligopoly in spatially separated markets, Journal of Regional Science, 1997
- [59] Saha.B, Kumar.A, spatial competition in a mixed duopoly with one partially privatized firm, Journal of comparative economics, 2008
- [60] Coloma.G, Mergers and acquisitions in mixed-oligopoly markets, International Journal of business and economics, 2006
- [61] Fauli-Oller.R, Takeover waves, Journal of Economics and Management strategy, 2000
- [62] Deneckere.R, Davidson.C, incentives to form coalition with Bertrand competition, Rand Journal of Economics, 1985
- [63] Mendez-Naya, J. Merger Profitability in Mixed Oligopoly, Journal of Economics, (2008)
- [64] Kamien, M. and Zang, I., Monopolization by sequential acquisition, Journal of Law, Economics and Organization, (1993)
- [65] Kamaga, K. and Nakamura, Y. , The Core and Productivity-Improving Mergers in Mixed Oligopoly, International Journal of Business and Economics, (2007)
- [66] Matsumura, T., , Partial Privatization in Mixed Duopoly, Journal of Public Economics, (1998)
- [67] Merrill, W. and Schneider, N, Government firms in oligopoly industries: a shortrun analysis, Quarterly Journal of Economics, (1966)
- [68] Perry, M. K. and R. H. Porter, Oligopoly and the Incentive for Horizontal Merger American Economic Review, (1985)

- [69] Qiu, L.D. and Zhou, W. Merger waves: a model of endogenous mergers, The Rand Journal of Economics, (2007)
- [70] Rodrigues, V. Endogenous mergers and market structure, International Journal of Industrial Organisation, (2001)
- [71] Salant, S., Switzer, S. and Reynolds, R. Losses from Horizontal Merger: The Effects of an Exogenous Change in Industry Structure on Cournot Nash Equilibrium Quarterly Journal of Economics, (1983)
- [72] Toxvaerd, F. Strategic merger waves: A theory of musical chairs, Journal of Economic Theory, (2008)
- [73] Zhou, W. Endogenous horizontal mergers under cost uncertainty, International Journal of Industrial Organization, (2008)
- [74] Y.Nakamura, T.Inoue, Mixed Oligopoly and Productivity-improving mergers, Economics Bulltin, 2016
- [75] McAfee, R.P, M.A, Williams, Horizontal Mergers and Antitrust Policy, Journal of Industrial Economics, 1992
- [76] Yasuo Sanjo, Bertrand competition in a Mixed duopoly Market, The Manchester School, 2009
- [77] Norman, G. and Pepall, L. Mergers in a Cournot model of spatial competition: urban sprawl and product specialization. Tufts University, Medford, MA, (1998)
- [78] Reitzes, J.D. and Levy, D.T. Price discrimination and mergers, Canadian Journal of Economics, (1995)
- [79] Shubik, M. Market Structure and Behavior. Cambridge, MA: Harvard University Press, (1980)
- [80] Szidarovzky, F. and Yakowitz, S. Contributions to Cournot oligopoly theory, Journal of Economic, (1982)
- [81] George Norman & Lynne Pepall, "Profitable Mergers in a Cournot Model of Spatial Competition," Southern Economic Journal, (2000)
- [82] George Norman & Lynne Pepall, "Spatial Competition and Location with Mergers and Product Licensing," Urban Studies, Urban Studies Journal, (2000)

- [83] Andreea Cosnita, "Horizontal mergers in the circular city: a note," Economics Bulletin, (2005)
- [84] Kai Andree, "A note on merger in mixed duopoly: Bertrand versus Cournot," Journal of Economics, (2013)
- [85] T.Matsumura, O.Kanda, Mixed oligopoly at Free Entry Markets, Journal of Economics, 2005
- [86] Kenji Fujiwara, "Partial Privatization in a Differentiated Mixed Oligopoly," Journal of Economics, (2007)
- [87] Koji-ishibashi, Toyokazu Kaneko, Partial privatization in mixed duopoly with price and quality competition, Journal of Economics, 2008
- [88] N.Matsushima, Horizontal Mergers and Merger Waves in a Location Model, Australian Economic Papers, 2001
- [89] Matsushima, Noriaki, "Cournot competition and spatial agglomeration revisited," Economics Letters, (2001)
- [90] Matsushima, Noriaki, "Horizontal Mergers and Merger Waves in a Location Model," Australian Economic Papers, (2001)
- [91] Cournot.A.A, Recherche sur les principes mathématiques de la théorie de richesses, Paris: L.Hachette, 1838
- [92] Nash.john F, Equilibrium points in N-person games, Proceedings of the national Academy of sciences, 1950
- [93] Von Neumann.J, Morgenstern.O, Theory of games and Economic Behavior, Princton University Press, 1944
- [94] Hotteling.H, Stability in competition, Economic journal, 1929
- [95] Steven.C.Salop, Monopolistic competition with outside goods, 1979
- [96] L.Lambertini, Spatial competition with profit-maximising and labour-managed firms, Regional science, 2001
- [97] Pedro.Barros, Endogenous mergers and size asymmetry of merger participants, Economics Letters, 1998

- [98] Schwartz, M and Baumann, M, Entry Deterrence Extrenalities and Relative Firm size, International Journal of industrial organization, 1988
- [99] G.Gaudet, S.Salant, Increasing the profits of a subset of firms in Oligopoly models with Strategic Substitutes, American Economic Review, 1991
- [100] John.Kwoka, The private profitability of horizontal mergers with non-Cournot and Maverick behavior, Internation Journal of industrial organization, 1989
- [101] Davidson, Carl & Mukherjee, Arijit, "Horizontal mergers with free entry," International Journal of Industrial Organization, (2007)
- [102] Gautam.Gowrisankaran, A Dynamic Model of Endogenous Horizontal Mergers, The Rand Journal of Economics, 1999
- [103] Larry.Q, Wen.Z, "International mergers: incentives and welfare." Journal of International Economics 68: 38-58, 2005
- [104] Wen.Z, Endogenous horizontal mergers under cost uncertainty, International Journal of industrial organization, 2008
- [105] Ferris.J.S, 'Time, space, and shopping: The regulation of shopping hours, Journal of Law, Economics, and organization, 1990
- [106] H.Kim and H.Sandoh, Optimal service hours with special offers, scientiae mathematicae japonicae online, 2015
- [107] Chamberlin.E, The theory of monopolistic competition, Harvard univ.Press, 1933
- [108] Moorhouse.JC, Is Tullock correct about sunday closing laws?, Public choice, 1984
- [109] Nilsson.T and sØgard.L, Sequential Horizontal Mergers, European Economic Review, (1998)
- [110] Stiglitz.J.E, Equilibrium in product market with imperfect information, American Economic Review, 1979
- [111] Spector.D, 'Horizontal mergers, Entry, and efficiency defences', International Journal of Industrial Organization, 2003
- [112] Braid.R.M, The price and profit effects of horizontal mergers in two-dimensional spatial competition, Economics Letters, 1999

- [113] Cabral.L.M, Horizontal mergers with free-entry: Why cost efficiencies may be a weak defense and asset sales a poor remedy, International Journal of Industrial Organization, 2003
- [114] Deneckere.R and Davidson.C, Incentives to form coalitions with Bertrand competition, The Rand Journal of Economics, 1985
- [115] Hennessy.D, Cournot oligopoly conditions under which any horizontal merger is profitable, Review of Industrial Organization, 2000
- [116] Escrihuela-Villar.M, Partial coordination and mergers among quantity-setting firms, International Journal of Industrial Organization, 2008
- [117] Baker.J and Bresnahan.T, The Gains from Merger and Collusion in Product-Differentiated Industries, Journal of Industrial Economics, 1985
- [118] Clark.J.M, Competition as a dynamic process, Washington, Brooking Institutions, 1961
- [119] Vives, X, "Duopoly Information Equilibrium: Cournot and Bertrand", Journal of Economic Theory, 1984
- [120] Benchekroun, H. (2003): "The closed-loop effect and the profitability of horizontal mergers." Canadian Journal of Economics: 473-486.
- [121] Dockner, E. J., and Gaunersdorfer, A.: "On the profitability of horizontal mergers in industries with dynamic competition." Japan and the World Economy 13: 195-216. (2001)
- [122] Lommerud, K. E., and Sorgard, L. "Merger and product range rivalry." International Journal of Industrial Organization 16: 21-42, (1997)
- [123] Anderson, Simon. P., André de Palma, and Jacques-François Thisse, Privatization and efficiency in a differentiated industry, European Economic Review 41, 1635-1654, 1997
- [124] Barcena-Ruiz, Juan Carlos, Endogenous timing in a mixed duopoly: price competition, Journal of Economics 91, 263-272, 2007
- [125] Boycko, Maxim, Andrei Schleifer, and Robert Vishny, A theory of privatization. Economic Journal 106, 309-319, 1996

- [126] Cremer, Helmuth, Maurice Marchand, and Jacques-François Thisse, The public firm as an instrument for regulating an oligopolistic market, Oxford Economic Papers 41, 283-301, 1989
- [127] Delbono Flavio, and Vincenzo Denicolo, Regulating innovative activity: the role of a public firm. International Journal of Industrial Organization 11, 35-48, 1993
- [128] Friedman, James W., Oligopoly and the Theory of Games. Amsterdam: North Holland, 1977
- [129] Gunderson and Morley, Earnings differentials between the public and private sectors. Canadian Journal of Economics 12, 228-242, 1979
- [130] Matsumura.T, Cournot duopoly with multi-period competition: inventory as a coordination device, Australian Economic Papers 38, 189-202, 1999
- [131] Pal, Debashis and Mark D. White, 'Mixed oligopoly, privatization, and strategic trade policy', Southern Economic Journal 65, 264-281, 1998
- [132] Saloner, Garth, Cournot duopoly with two production periods, Journal of Economic Theory 42, 183-187, 1987
- [133] White, Mark D., 'Mixed oligopoly, privatization and subsidization', Economics Letters 53, 189-195, 1996
- [134] Willner, Johan, Welfare maximization with endogenous average costs, International Journal of Industrial Organization 12, 373-386, 1994
- [135] Poyago-Theotoky, Joanna, R&D competition in a mixed duopoly under uncertainty and easy imitation, Journal of Comparative Economics 26, 415-428, 1998
- [136] Nett, Lorenz, Why private firms are more innovative than public firms, European Journal of Political Economy 10, 639-653, 1994
- [137] Ware, R., A model of public enterprise with entry, Canadian Journal of economics 19 (4), 642-655, 1986
- [138] Delbono, F., Rossini, G., Competition policy vs horizontal merger with public, entrepreneurial, and labor-managed firms, Journal of Comparative Economics 16 (2), 226-240, 1992

- [139] Delbono, F., Scarpa, C., Upward-sloping reaction functions under quantity competition in mixed oligopolies, Bulletin of Economic Research 47 (4), 341-346, 1995
- [140] Nett, L., Why private firms are more innovative than public firms, European Journal of Political Economy 10 (4), 639-653, 1994
- [141] Fjell, K., Heywood, J. S., Public Stackelberg leadership in a mixed oligopoly with foreign Firms, Australian Eco-nomic Papers 41 (3), 267-281, 2002
- [142] Ohnishi, K., Domestic and international mixed models with price competition, International Review of Economics 57 (1), 1-7, 2010
- [143] Gronberg, T. J., Hwang, H., On the privatization of excludable public goods, Southern Economic Journal 58 (4), 904-921, 1992
- [144] George, K., La Manna, M., Mixed duopoly, inefficiency, and public ownership, Review of Industrial Organi-zation 11 (6), 853-860, 1996
- [145] Tomaru, Y., Mixed oligopoly, partial privatization and subsidization, Economics Bulletin 12 (5), 1-6, 2006
- [146] Sasaki, D., Wen, M., On optimal privatization. In: Baldassarri, M. and Lambertini, L. (Eds.), Antitrust, Regulation and Competition. Palgrave Macmillan, New York, pp. 193-216, 2003
- [147] Chang, W. W., Optimal trade and privatization policies in an international duopoly with cost asymmetry, Journal of International Trade and Economic Development 14 (1), 19-42, 2005
- [148] Weirich.P, Book Review Equilibrium Rationality, Game theory Revisited by decision rules, 1998